



Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Tesis de Maestría

CONTROL DE ACELERACIONES VERTICALES EN LOSAS DE ENTREPISO

*Una tesis presentada en cumplimiento de los requerimientos
para el grado de Maestro en ingeniería en el área de estructuras*

en la

Facultad de Ingeniería Civil
Departamento de Posgrado

Autor:
Dayana Pérez Rodríguez

Asesor:
Dr. Hugo Hernández Barrios

Morelia, Michoacán. Marzo de 2021

“Nuestra recompensa se encuentra en el esfuerzo y no en el resultado.
Un esfuerzo total, es una victoria completa.”

Mahatma Gandhi

Agradecimientos

Al CONACyT, por los recursos proporcionados para realizar mis estudios de maestría.

Al Departamento de Posgrado de la Facultad de Ingeniería Civil perteneciente a la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, por permitirme ser parte de su programa académico.

A los profesores de la Maestría en Ingeniería en el Área de Estructuras de la UMSNH, por los conocimientos compartidos y su compromiso con la formación de nuevos y mejores profesionistas.

A mi asesor, Dr. Hugo Hernández Barrios, por su interés, conocimientos y apoyo en la realización de este trabajo.

A mis sinodales, Dr. Manuel Jara Díaz, Dra. Bertha Alejandra Olmos Navarrete, Dr. Guillermo Martínez Ruiz y Dr. José Manuel Jara Guerrero, por el tiempo y afinidad presentados en la evaluación de este trabajo.

A mis padres, Guadalupe y Agustín, que en este logro vean reflejado el fruto de su cariño, apoyo y esfuerzo. Mi educación y valores son el mayor legado que he podido recibir y por el cual siempre les estaré infinitamente agradecida

A mis hermanos, Lili y Adat, por todo su apoyo y cariño. Son parte de esta y cada una de mis metas.

A Mauricio, por todo el cariño, paciencia y motivación para salir adelante.

Contenido

Figuras.....	IV
Tablas.....	VII
Resumen.....	IX
Abstract.....	X
Motivación.....	XI
Objetivos.....	XII
Objetivo general.....	XII
Objetivos particulares.....	XII
Estructuración.....	XIII
Introducción.....	1
1.1 Antecedentes.....	1
1.1.1 Metodologías.....	1
1.1.2 Caracterización de los modos de vibrar.....	2
1.1.3 Casos de estudio.....	2
1.1.4 Control de respuesta dinámica.....	3
Diafragmas de piso.....	5
2.1 Modelado.....	6
2.1.1 Modelos de viga.....	6
2.1.2 Modelo de tensor-puntal.....	7
2.1.3 Modelos de elementos finitos.....	7
2.2 Consideraciones de diseño.....	7
2.2.1 Normas Técnicas Complementarias edición 2017.....	7
2.2.2 Diseño sísmico de sistemas de piso en edificios prefabricados de concreto reforzado (León, 2006).....	13
2.2.3 Minimum design loads for buildings and other structures (ASCE, 2002).....	13
2.2.4 Código sísmico de Costa Rica (Colegio Federado de Ingenieros, 2002).....	14
2.2.5 International Building Code (IBC, 2009).....	14
Evaluación de vibraciones verticales.....	17
3.1 Cargas dinámicas.....	17
3.2 Percepción humana ante aceleraciones.....	17
3.3 Comportamiento de sistemas de piso.....	18
3.4 Criterios de evaluación.....	19

3.4.1 Normas Técnicas Complementarias edición 2017	19
3.4.2 Vibraciones de piso ocasionadas por actividades humanas (AISC, 1997).....	22
3.4.3 Recomendaciones de diseño (Bachman, 2012).....	24
Sistemas de piso en acero	25
4.1 Método de Rayleigh y Ritz.....	25
4.2 Aplicación del método de Rayleigh y Ritz a un sistema de piso ligero	28
4.3 Rutina: Cálculo de frecuencia fundamental para pisos en acero.....	32
4.3.1 Uso de la rutina.....	32
4.3.2 Ejemplo de calibración.....	33
Identificación de parámetros modales.....	37
5.1 Modos aislados	38
5.2 Amortiguamiento.....	40
5.3 Rutina: Identificación de parámetros modales	42
5.3.1 Uso de la rutina	43
5.3.2 Ejemplo de calibración	45
5.3.1 Formas modales	48
5.3.2 Amortiguamiento	51
5.3.3 Desplazamientos modales.....	51
Control de respuesta dinámica.....	53
6.1 Amortiguadores de masas sintonizadas.....	53
6.1.1 Diseño de amortiguador de masas sintonizadas.....	57
Ejemplo de aplicación.....	59
7.1 Descripción del edificio	59
7.2 Modelo numérico.....	60
7.3 Diafragma de piso.....	64
7.3.1 Evaluación de diafragmas (NTC-Sismo, 2017).....	64
7.3.2 Evaluación de diafragmas (NTC-Acero, 2017).....	65
7.3.3 Evaluación de aspectos de diseño generales (Meli, 2012).....	65
7.3.4 Resultado de la evaluación.....	66
7.4 Aceleraciones verticales	66
7.4.2 Evaluación de vibraciones mediante guía de diseño AISC (AISC, 1997).....	67
7.4.3 Evaluación de la percepción humana (Bachman, 2012).....	68
7.4.4 Cargas determinísticas de las aceleraciones	68
7.5 Identificación de parámetros modales.....	86
7.5.1 Dirección X.....	88
7.5.2 Dirección Y.....	89
7.5.3 Dirección Z.....	91

Ejemplos complementarios	95
8.1 Estructura en concreto	95
8.2 Estructura compuesta	97
Conclusiones	99
9.1 Trabajos a futuro	100
Referencias	101

Figuras

Figura 2. 1 Comportamiento de diafragmas rígido y flexible, ante cargas laterales.....	5
Figura 2. 2 Modelo de viga equivalente con apoyos rígidos.....	6
Figura 2. 3 Modelo corregido de viga equivalente apoyada en resortes.....	7
Figura 3. 1 Modelo representativo del comportamiento de sistemas de piso.....	19
Figura 3. 2 Aceleraciones máximas para el confort humano.....	22
Figura 4. 1 Placa de estudio, zhang y xu (2016).....	26
Figura 4. 2 Sistema de piso ligero de estudio.....	28
Figura 4. 3 Corte A-A.....	28
Figura 4. 4 Corte B-B.....	28
Figura 5. 1 Ventana para selección de archivo de tiempo.....	43
Figura 5. 2 Ventana para la selección del archivo de aceleraciones.....	43
Figura 5. 3 Formato de datos para archivo de aceleraciones.....	44
Figura 5. 4 Estructura de análisis.....	45
Figura 5. 5 Formas modales de la estructura de estudio.....	46
Figura 5. 5 Espectro de potencia de Welch para el registro de aceleraciones.....	47
Figura 5. 6 Comparación de resultados, forma modal 1.....	48
Figura 5. 7 Comparación de resultados, forma modal 2.....	49
Figura 5. 8 Comparación de resultados, forma modal 3.....	50
Figura 5. 9 Desplazamientos modales, primera forma modal.....	51
Figura 5. 10 Desplazamientos modales, segunda forma modal.....	51
Figura 5. 11 Desplazamientos modales, tercera forma modal.....	52
Figura 6. 1 Amortiguador de masas sintonizadas.....	54
Figura 7. 1 Estructura de estudio.....	59
Figura 7. 2 Vista general del edificio analizado.....	61
Figura 7. 3 Tablero 11: Planta baja (nivel 11).....	61
Figura 7. 4 Planta intermedia (nivel 27).....	61
Figura 7. 5 Planta de azotea (nivel 42).....	61
Figura 7. 6 Formas modales del modelo de estudio en dirección X.....	62
Figura 7. 7 Formas modales del modelo de estudio en dirección Y.....	62
Figura 7. 8 Primera forma modal en dirección Z (modo 1-Z).....	63
Figura 7. 9 Segunda forma modal en dirección Z (modo 2-Z).....	63

Figura 7. 10 Tercera forma modal en dirección Z (modo 3-Z).....	63
Figura 7. 11 Comparación de frecuencias, AISC.....	68
Figura 7. 12 Ventana para la selección de carga por actividad humana.....	69
Figura 7. 13 Función de carga para pasos a velocidad lenta, $f=1.7\text{Hz}$	70
Figura 7. 14 Función de carga para pasos a velocidad media o normal, $f=2.0\text{Hz}$	70
Figura 7. 15 Función de carga para pasos a velocidad rápida, $f=2.3\text{Hz}$	70
Figura 7. 16 Nodos seleccionados para la aplicación de cargas.....	71
Figura 7. 17 Nodos seleccionados para la observación de la respuesta estructural.....	71
Figura 7. 18 Aceleraciones RMS para tablero con diafragma rígido.....	72
Figura 7. 19 Aceleraciones RMS para tablero con diafragma flexible.....	72
Figura 7. 20 Aceleraciones máximas para tablero con diafragma rígido.....	73
Figura 7. 21 Aceleraciones máximas para tablero con diafragma flexible.....	73
Figura 7. 22 Nodos con dispositivos de control en tablero analizado.....	75
Figura 7. 23 Propuesta de amortiguador.....	76
Figura 7. 24 Amortiguador en sistema de piso.....	76
Figura 7. 25 Aceleraciones RMS [%g] para tableros ante carga lenta, con y sin control.....	76
Figura 7. 26 Aceleraciones máximas [%g] para tableros ante carga lenta, con y sin control.....	77
Figura 7. 27 Respuesta de los nodos de estudio para una carga lenta.....	78
Figura 7. 28 Respuesta del nodo 21, carga lenta con y sin control.....	78
Figura 7. 29 Respuesta del nodo 25, carga lenta con y sin control.....	78
Figura 7. 30 Respuesta del nodo 54, carga lenta con y sin control.....	79
Figura 7. 31 Respuesta del nodo 60, carga lenta con y sin control.....	79
Figura 7. 32 Aceleraciones RMS [%g] para tableros ante carga normal o media, con y sin control.....	79
Figura 7. 33 Aceleraciones máximas [%g] para tableros ante carga normal o media, con y sin control.....	80
Figura 7. 34 Respuesta de los nodos de estudio para una carga normal o media.....	80
Figura 7. 35 Respuesta del nodo 21, carga media con y sin control.....	81
Figura 7. 36 Respuesta del nodo 25, carga media con y sin control.....	81
Figura 7. 37 Respuesta del nodo 54, carga media con y sin control.....	81
Figura 7. 38 Respuesta del nodo 60, carga media con y sin control.....	82
Figura 7. 39 Aceleraciones RMS para tableros ante carga rápida, con y sin control.....	82
Figura 7. 40 Aceleraciones máximas para tableros ante carga rápida, con y sin control.....	82
Figura 7. 41 Respuesta de los nodos de estudio para una carga rápida.....	83
Figura 7. 42 Respuesta del nodo 21, carga rápida con y sin control.....	84
Figura 7. 43 Respuesta del nodo 25, carga rápida con y sin control.....	84
Figura 7. 44 Respuesta del nodo 54, carga rápida con y sin control.....	84
Figura 7. 45 Respuesta del nodo 60, carga rápida con y sin control.....	85
Figura 7. 46 Equipo de medición: acelerómetro triaxial.....	86
Figura 7. 47 Equipo de medición: digitalizadores.....	86
Figura 7. 48 Ejes de referencia para mediciones.....	86
Figura 7. 49 Espectro de potencias de Welch para aceleraciones en dirección X.....	88
Figura 7. 50 Formas modales en dirección X.....	89
Figura 7. 51 Espectro de potencias de Welch para aceleraciones en dirección Y.....	90

Figura 7. 52 Formas modales en dirección Y.....	90
Figura 7. 53 Posición de sensores en losa de azotea, arreglo N1.....	91
Figura 7. 54 Espectro de potencias de Welch para aceleraciones en dirección Z.....	92
Figura 7. 55 Formas modales en dirección Z.....	92
Figura 7. 56 Aceleraciones en nivel de azotea.....	93
Figura 8. 1 Piso de concreto para análisis.....	95
Figura 8. 2 Modelo del piso de concreto para estudio.....	96

Tablas

Tabla 2. 1 Factor de Reducción de las Fuerzas de Diseño en Diafragmas (R_s).....	9
Tabla 2. 2 Factor de resistencia para perfiles laminados y barras.....	10
Tabla 3. 1 Percepción humana de vibraciones estructurales.....	22
Tabla 3. 2 Parámetros de fuerza y amortiguamiento recomendados.....	23
Tabla 3. 3 Percepción humana de vibraciones.....	24
Tabla 4. 1 Constantes A, B, C y D.....	31
Tabla 4. 2 Factor r	31
Tabla 5. 1 Formas modales, ejemplo de aplicación.....	45
Tabla 5. 2 Periodos [s], ejemplo de aplicación.....	46
Tabla 5. 3 Frecuencias de estudio [Hz].....	47
Tabla 5. 4 Forma modal 1.....	48
Tabla 5. 5 Forma modal 2.....	49
Tabla 5. 6 Forma modal 3.....	50
Tabla 5. 7 Amortiguamiento [%].....	51
Tabla 6. 1 Dispositivos de control pasivos y activos.....	54
Tabla 6. 2 Relaciones de frecuencia y amortiguamiento.....	55
Tabla 7. 1 Calidad de materiales para la estructura de análisis.....	60
Tabla 7. 2 Formas modales del modelo de estudio en dirección X.....	62
Tabla 7. 3 Formas modales del modelo de estudio en dirección Y.....	62
Tabla 7. 4 Periodos y frecuencias verticales del sistema de piso.....	63
Tabla 7. 5 Evaluación de diafragmas: dimensiones de tableros en planta.....	64
Tabla 7. 6 Evaluación de diafragmas: condiciones de regularidad, salientes.....	64
Tabla 7. 7 Evaluación de diafragmas: condiciones de regularidad, área de aberturas en planta.....	65
Tabla 7. 8 Evaluación de diafragmas: relación de aspecto.....	66
Tabla 7. 9 Evaluación de vibraciones: comparación con deformación no dependiente del claro.....	67
Tabla 7. 10 Evaluación de vibraciones: comparación de frecuencias recomendadas.....	67
Tabla 7. 11 Peso efectivo de tableros.....	67
Tabla 7. 12 Evaluación de vibraciones: Aceleraciones de tableros.....	67
Tabla 7. 13 Evaluación de vibraciones: Aceleraciones de tableros.....	68

Tabla 7. 14 Frecuencias recomendadas para caminatas humanas.....	69
Tabla 7. 15 Resumen de aceleraciones RMS [%g] para tableros con diafragma rígido y flexible.....	72
Tabla 7. 16 Resumen de aceleraciones máximas [%g] para tableros con diafragma rígido y flexible.....	73
Tabla 7. 17 Propiedades del sistema primario para AMS.....	74
Tabla 7. 18 Propiedades del amortiguador de masas sintonizadas.....	74
Tabla 7. 19 Comparativa de aceleraciones [%g] para carga lenta, en tablero con control y sin control.....	77
Tabla 7. 20 Comparativa de aceleraciones [%g] para carga media o normal, en tablero con control y sin control.....	80
Tabla 7. 21 Comparativa de aceleraciones [%g] para carga rápida, en tablero con control y sin control.....	83
Tabla 7. 22 Vibración ambiental: arreglo N1.....	86
Tabla 7. 23 Vibración ambiental: arreglo N2.....	87
Tabla 7. 24 Vibración ambiental: arreglo N3.....	87
Tabla 7. 25 Vibración ambiental: arreglo N4.....	87
Tabla 7. 26 Vibración ambiental: niveles y sensor correspondiente.....	87
Tabla 7. 27 Frecuencias de estudio en la dirección X.....	88
Tabla 7. 28 Formas modales recuperadas en la dirección X.....	88
Tabla 7. 29 Propiedades recuperadas en la dirección X.....	89
Tabla 7. 30 Frecuencias de estudio en la dirección Y.....	89
Tabla 7. 31 Formas modales recuperadas en la dirección Y.....	90
Tabla 7. 32 Propiedades recuperadas en la dirección Y.....	91
Tabla 7. 33 Frecuencias de estudio en la dirección Y.....	91
Tabla 7. 34 Formas modales recuperadas en la dirección Z.....	92
Tabla 7. 35 Propiedades recuperadas en la dirección Z.....	93
Figura 8. 1 Piso de concreto para análisis.....	95
Figura 8. 2 Modelo del piso de concreto para estudio.....	96

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
Facultad de Ingeniería Civil
Departamento de Posgrado
Maestría en Ingeniería en el Área de Estructuras

Resumen

Control de aceleraciones verticales en losas de entrepiso

I.C. Dayana Pérez Rodríguez

El presente trabajo se ha enfocado en el estudio del problema de servicio en estructuras presentado por aceleraciones en sistemas de piso, que propician la presencia de vibraciones que afectan de manera negativa a sus ocupantes. El contenido presenta un recuento de antecedentes en esta área de estudio; la definición de las características que definen un diafragma en los sistemas de piso; los criterios para la evaluación de vibraciones, definidos por diferentes reglamentos y recomendaciones de diseño; la definición de la frecuencia fundamental de un piso en acero; la identificación de las propiedades modales de una estructura, con base en registros de aceleraciones realizados in situ; el estudio de amortiguadores de masas sintonizadas; la aplicación de la teoría desarrollada mediante el análisis de losas de entrepiso pertenecientes a un edificio residencial y ejemplos complementarios que consisten en una losa en concreto y una losa compuesta.

Palabras clave: aceleraciones verticales, diafragmas, amortiguadores de masas sintonizadas, recuperación de parámetros modales, simulación.

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
Facultad de Ingeniería Civil
Departamento de Posgrado
Maestría en Ingeniería en el Área de Estructuras

Abstract

Control of vertical accelerations on mezzanine slabs

I.C. Dayana Pérez Rodríguez

The present work has focused on the study of the service problem in structures presented by accelerations in floor systems, which promote the presence of vibrations that negatively affect their occupants. The content presents a background check on the area of study; the definition of the characteristics that defines a diaphragm in floor systems; the criteria for the evaluation of vibrations, defined by different regulations and design recommendations; the definition of the fundamental frequency of a steel floor; the identification of the modal properties of a structure, based on records of accelerations in situ; the study of tuned mass dampers; the application of the theory developed through the analysis of mezzanine slabs belonging to a residential building and complementary examples consisting of a concrete slab and a composite slab

Key words: vertical accelerations, diaphragms, tuned mass dampers, modal parameter recovery, simulation.

Motivación

En el área de diseño estructural, la revisión de condiciones de servicio es un apartado que suele ser descuidado y poco estudiado sin embargo, representa uno de los factores clave en la proyección estructural. Toda estructura debe ser capaz de resistir las acciones propias de la actividad a la que destina, además de proveer a sus usuarios de condiciones adecuadas para su ocupación; es por esto que este trabajo se ha destinado al estudio de sistemas de piso, afectados por vibraciones fuera de rangos aceptables para la comodidad de sus ocupantes. Si bien los problemas de vibraciones en pisos pueden parecer ser simples inconvenientes, son fenómenos dependientes de distintas variables (peso de los usuarios, cantidad de ocupantes, tipo de piso, frecuencia de pisos, etc.) y son capaces de afectar a los ocupantes del espacio, provocando falta de concentración, mareos, dolor de cabeza y disminución en la calidad de las actividades realizadas.

Objetivos

Objetivo general

Analizar la respuesta dinámica de losas de entrepiso ante aceleraciones verticales que propician la presencia de vibraciones fuera de rangos aceptables estipulados en reglamentos de diseño, para su regulación mediante dispositivos de control.

Objetivos particulares

- I. Identificar los factores que propician la presencia de vibraciones verticales en losas de entrepiso.
- II. Caracterizar las excitaciones que pueden repercutir en sistemas de entrepiso.
- III. Caracterizar, comprender y modelar el funcionamiento de dispositivos de control de respuesta dinámica.
- IV. Controlar la respuesta dinámica vertical de una losa de entrepiso, sometida a acciones que propicien aceleraciones fuera de límites permisibles en reglamentos de diseño, mediante un dispositivo de control.

Estructuración

El proyecto de investigación se ha desarrollado mediante 10 capítulos:

Capítulo 1: Introducción

Se muestran los antecedentes recopilados en el tema de interés.

Capítulo 2: Diafragmas de piso

Se señalan las características que definen a un diafragma estructural y las estrategias de modelado establecidas en la literatura para su análisis. Además, se realiza una revisión bibliográfica de los requerimientos estructurales, definidos por diferentes reglamentos y recomendaciones de diseño, para lograr un comportamiento de diafragma rígido en sistemas de piso.

Capítulo 3: Evaluación de vibraciones

Se realiza una descripción de las cargas dinámicas que afectan a los sistemas de piso y la respuesta humana ante ellas. Además, se presentan los límites de comportamiento ante vibraciones señalados por reglamentos y recomendaciones de diseño.

Capítulo 4: Sistemas de piso en acero

Se describe la obtención de la frecuencia fundamental para un piso en acero, modelado como una losa ortótropa, mediante el método de Rayleigh y Ritz.

Capítulo 5: Identificación de parámetros modales

Se presenta una metodología para la recuperación de propiedades modales (formas, factores de participación, frecuencias y amortiguamiento) a partir de un registro de aceleraciones, mediante un proceso desarrollado en el dominio del tiempo y la teoría de amortiguamiento de Rinawi y Clough.

Capítulo 6: Control de respuesta dinámica

Se desarrolla una breve descripción del funcionamiento de los dispositivos de control de respuesta dinámica, haciendo énfasis en el diseño de amortiguadores de masas sintonizadas.

Capítulo 7: Ejemplo de aplicación

Se presenta el estudio de un conjunto de pisos pertenecientes a un edificio residencial, éstos han sido evaluados para determinar su condición de diafragma y se han sometido a tres tipos de cargas debidas al paso de peatones, encontrándose su respuesta dinámica. Posteriormente se ha diseñado un amortiguador de masas sintonizadas, añadiéndolo al tablero con la respuesta más desfavorable y corroborando su comportamiento. Además, se ha procesado un grupo de mediciones realizadas en el edificio, con la finalidad de recuperar los factores que describen su comportamiento modal.

Capítulo 8: Ejemplos complementarios

Con la finalidad de complementar la teoría desarrollada se han propuesto dos ejemplos breves. El primero corresponde a un sistema de piso en concreto que, a pesar de presentar un comportamiento de diafragma rígido, es susceptible a la presencia de vibraciones desfavorables. El segundo corresponde a un piso compuesto, que cumple con las condiciones de diafragma rígido y tiene una respuesta no sensible ante vibraciones.

Capítulo 9: Conclusiones

Se presenta un concentrado de las conclusiones y recomendaciones resultantes del trabajo desarrollado. Asimismo, se señalan los posibles trabajos complementarios a futuro.

1

Introducción

1.1 Antecedentes

El comportamiento de los sistemas estructurales, depende de la interacción entre sus componentes. En el caso de los edificios, los componentes horizontales o sistemas de piso tienen especial importancia ya que, dada su condición de elementos planos, las cargas aplicadas en ellos producen momentos flexionantes considerables que aunados a criterios inadecuados de diseño pueden generar problemas relacionados con los estados límite de servicio. En Meli (1985) se define a los estados límite de servicio como:

“Aquellas modalidades del comportamiento de una estructura que implican el funcionamiento inapropiado de la construcción, la incomodidad de sus ocupantes, el daño a elementos no estructurales o daño en construcciones vecinas o en instalaciones del servicio público”.

Cabe destacar que, en la mayoría de los casos, los problemas de servicio tienen una causa dinámica, con origen en cargas incidentales como el sismo y viento o bien en las secuencias de fuerzas armónicas o aleatorias provocadas por la ocupación de los espacios y el uso de equipos especiales. El presente trabajo se centra en el estudio de sistemas de piso con problemas de servicio ocasionados por vibraciones verticales excesivas debidas al uso de espacios en edificaciones. La importancia de los problemas de servicio debidos a vibraciones de pisos surge como una necesidad ante la aparición de nuevos sistemas estructurales que han permitido la concepción de estructuras de mayor tamaño, menor peso y mayor flexibilidad. A continuación, se muestra una breve presentación de los avances en el estudio de este fenómeno.

1.1.1 Metodologías

Los primeros análisis en esta área se centraron en el estudio del comportamiento de pisos mediante la caracterización de las vigas y placas como elementos individuales de un sistema de un grado de libertad, ignorando los efectos del sistema en conjunto.

Ying (1967) presentó una metodología de análisis basada en un modelo bidimensional de placas continuas, en las cuales se consideró el efecto de las columnas de soporte. Este problema fue modelado mediante una ecuación diferencial de cuarto orden con condiciones de frontera resuelta mediante el método de modo normal y funciones ortogonales.

Brownjohn y Pavic (2004) propusieron una metodología de evaluación de las acciones provocadas por peatones en pisos, basada en un modelo de densidad espectral que permite modelar la condición aleatoria de una caminata en un intervalo de tiempo determinado.

Foley, (2004) considerando la reglamentación AISC, se enfocó en la búsqueda de composiciones de piso con secciones óptimas mediante un algoritmo genético, teniendo como resultado sistemas de piso con costos menores a los convencionales y que preservan las condiciones de servicio deseadas. Asimismo, en el área de costos, Hanagan et al. (2006) compararon la rentabilidad de sistemas de piso que cumplen con condiciones de servicio y conraincendios.

Venghiac et al., (2010) analizaron la influencia de la resistencia a la compresión simple del concreto y el espesor de losa en pisos de acero, sometidos a vibraciones causadas por el uso de espacios.

Herrera et al., (2011) proporcionó una herramienta numérica basada en elementos finitos, con un análisis estático y dinámico, para el estudio de aceleraciones verticales en losas de edificios cuando éstas son provocadas por efectos sísmicos.

1.1.2 Caracterización de los modos de vibrar

En el campo del análisis de los modos de vibración en elementos tipo placa, Petrov y Obychev (1977) establecieron un procedimiento experimental basado en el método de Mottling, que consiste en la identificación de las deformaciones en el elemento mediante un haz de luz.

Laura y Grossi, (1979) estudiaron el comportamiento de elementos placa de espesor variable en vibración libre, por medio de una relación para la obtención de las frecuencias en términos de la relación de cortante del elemento, los esfuerzos máximos y la energía cinética máxima del sistema, obtuvieron una ecuación diferencial de cuarto orden.

Grossi, (1995) realizó una aproximación a las ecuaciones de frecuencias, mediante polinomios aproximantes por medio de polinomios ortogonales, funciones exponenciales y funciones circulares, abarcando problemas que contemplan la anisotropía y ortotropía del material, espesores variables y condiciones de frontera variables.

Hanagen y Raebel, (2003) presentaron una investigación encaminada a la solución de problemas de medición en pisos de acero, por medio de un sistema de obtención de datos y uso de transductores, así como el procesamiento de señales por transformadas de Fourier.

Middleton et al, (2010) analizaron la respuesta de sistemas de pisos con frecuencias altas ante la acción dinámica de peatones mediante el uso de elementos finitos y superposición modal, ya que el uso de métodos convencionales (que suponen acciones armónicas) resulta inadecuado en estos sistemas.

1.1.3 Casos de estudio

Bachman, (1992) analizó sistemas sometidos a actividades rítmicas y sincronizadas, como: puentes peatonales, gimnasios, salones de baile, teatros, galerías, plataformas de clavados y zonas para conciertos sin asientos individuales. Estas acciones provocan fuerzas dinámicas periódicas que aumentan de forma casi lineal en función del número de ocupantes. Proponiendo diferentes enfoques de solución, desde la regulación de las actividades hasta la implementación de dispositivos de control.

Kraus, (1997) estudió pisos residenciales soportados con perfiles C, comparando sus resultados analíticos con diferentes reglamentos de diseño como el Australian Standard, Domestic Metal Framing Code, Swedish Building Technology Design Guide developed, United States Proposed Timber Floor Vibration Criterion y el Canadian Timber Floor Criterion.

Morales-Granados, (2010) teniendo como base de diseño las indicaciones del AISC, presentó una comparativa entre el comportamiento de losas de entrepiso con láminas de fibrocemento y con láminas de acero, usadas en entrepisos, ante cargas que propician las vibraciones verticales. Los parámetros de evaluación fueron las amplitudes de vibración y frecuencias.

Zhou et al., (2016) analizaron sistemas de piso presforzados utilizados en grandes claros de edificios, estadios y puentes. Estos elementos fueron sometidos a efectos dinámicos de caminatas, revisándose las frecuencias, formas modales, amortiguamientos y aceleraciones.

Prieto, (2012) estudio los efectos de actividades humanas rítmicas en gimnasios y discotecas, estableciendo su comportamiento mediante la respuesta de aceleraciones. Las cargas dinámicas fueron aplicadas mediante funciones analíticas.

1.1.4 Control de respuesta dinámica

Setareh et al., (1992) propusieron el uso de amortiguadores de masas sintonizadas mediante el método de síntesis de modo componente, para un sistema de múltiples grados de libertad. Este método requiere de la definición de la ecuación de movimiento para cada componente, es decir realiza un desacoplamiento de los modos, relacionándolos por medio de condiciones de desplazamiento y fuerza. Usando como base el mismo dispositivo de control Setareh (2002) añadió el uso de un control semiactivo, modelando el conjunto como un sistema de un grado de libertad.

Setareh et al., (2006) establecieron una metodología para el uso de un péndulo amortiguador de masas sintonizadas, analizado como el sistema como de un grado de libertad y se estimando sus parámetros óptimos.

2

Diafragmas de piso

Los sistemas de piso pueden formar mecanismos conocidos como diafragmas, éstos designan la manera en que se transmiten las fuerzas y deformaciones a través de los elementos estructurales. Se considera que existen:

- Diafragmas flexibles (figura 2.1b): presentan movimientos de cuerpo deformable, son una condición común, pero poco deseada ante cargas laterales.
- Diafragmas semirrígidos: su comportamiento se define como un estado intermedio entre un cuerpo deformable y un cuerpo rígido. Esta condición es común en elementos como losas nervadas donde, dada la geometría de los tableros, éstos no pueden proporcionar una deformación uniforme a lo largo de todo el elemento ante cargas laterales.
- Diafragmas rígidos (figura 2.1a): presentan movimientos de cuerpo rígido, es decir, transmiten los elementos mecánicos, pero no deformaciones, por lo cual el conjunto estructural se somete a los mismos desplazamientos en todos los puntos.

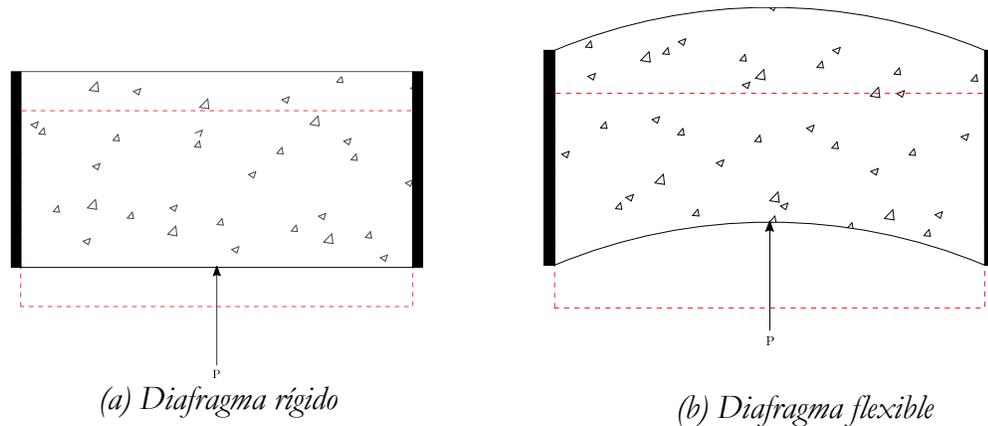


Figura 2. 1 Comportamiento de diafragmas rígido y flexible, ante cargas laterales

El tipo de diafragma presente en una estructura depende, principalmente, de las siguientes condiciones:

- Rigidez proporcionada por el material de construcción. Materiales como la madera son más propensos a formar diafragmas flexibles, en comparación con el concreto.
- Geometría de los componentes. La disposición y geometría de los componentes puede presentar un arreglo rígido o flexible, independientemente del material usado. Espesores grandes pueden formar diafragmas rígidos, lo cual es complicado en espesores delgados.
- Condiciones de apoyo. Los sistemas de piso que trabajan en una sola dirección (viguetas y bovedillas, losa-acero y losas alveolares) no forman diafragmas por sí mismos, requieren de

acomodos específicos y conexiones especiales para lograr el comportamiento de cuerpo rígido.

- Relación de aspecto. Independientemente de los materiales, acomodo de los componentes y condiciones de apoyo, un diafragma se considera flexible si su relación largo-ancho en planta es mayor a 2.5.

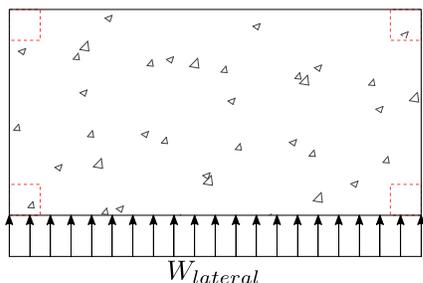
2.1 Modelado

En cuanto al análisis estructural de diafragmas, comúnmente se utiliza la hipótesis de diafragma rígido, sin realizar una verificación de la estructura. Algunos programas comerciales proporcionan al usuario la posibilidad de asignar diafragmas rígidos o flexibles a las estructuras modeladas. A continuación, se describen los modelos de análisis comúnmente utilizados en este tipo de elementos.

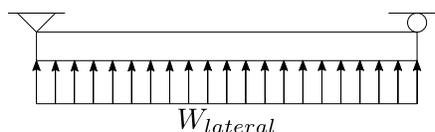
2.1.1 Modelos de viga

Los diafragmas se idealizan como vigas conectadas a los elementos verticales, que a su vez se idealizan como elementos flexibles o rígidos, dividiéndose en tres categorías:

- Modelo de viga equivalente con apoyos rígidos. Es usado en edificios regulares de baja altura, se idealiza al diafragma como una viga apoyada en las columnas a las que se conecta, como se muestra en la figura 2.2. Las fuerzas a las que se somete el diafragma son estimadas para la viga, con la configuración de apoyos correspondiente. Ya que las cargas de análisis pueden incidir en más de una dirección, el diafragma debe reforzarse en ambas direcciones del plano.
- Modelo de viga equivalente apoyada en resortes (figura 2.3). Es similar al modelo de apoyos rígidos, pero éstos son sustituidos por resortes verticales cuya rigidez corresponde a la rigidez lateral de los elementos verticales a los que el diafragma se conecta.
- Modelo corregido de viga equivalente apoyada en resortes. Es recomendado en edificios con diafragmas rígidos sometidos a diferentes rigideces laterales, el modelo considera los efectos de torsión. Se comienza por obtener la distribución de las fuerzas laterales en cada elemento vertical del diafragma, para ellos puede recurrirse a modelos tridimensionales de la estructura. Una vez definida la carga en cada elemento, se estima una carga equivalente, que suele ser trapezoidal, distribuida en el plano del diafragma.



(a) Diafragma apoyado en columnas y sometido a una carga lateral distribuida



(b) Viga equivalente al diafragma rígido

Figura 2. 2 Modelo de viga equivalente con apoyos rígidos

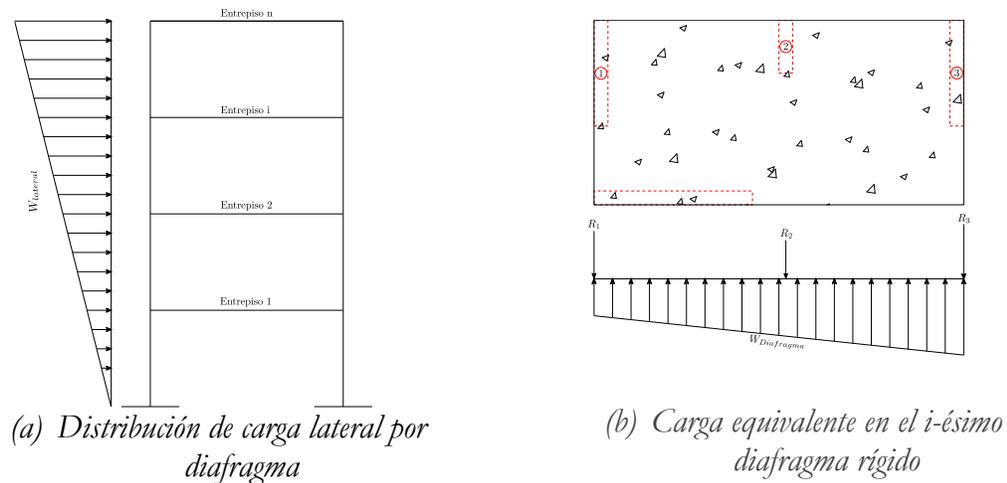


Figura 2. 3 Modelo corregido de viga equivalente apoyada en resortes

2.1.2 Modelo de tensor-puntal

No se emplean comúnmente, pero son útiles en la determinación del refuerzo en aberturas o discontinuidades de las losas de piso.

2.1.3 Modelos de elementos finitos

Pueden aplicarse para diafragmas flexibles y rígidos. Presentan un buen nivel de certeza en la distribución de fuerzas en diafragmas con formas irregulares, aberturas, discontinuidades y sometidos a cargas de impacto, además de poderse considerar reducciones en la resistencia que permiten simular los efectos del agrietamiento en la sección. La National Earthquake Hazards Reduction Program (2010), recomienda que en este tipo de modelos el mallado debe tener dimensiones de un quinto a un tercio del claro de análisis, detallando con mallas más densas las zonas de interés en discontinuidades.

2.2 Consideraciones de diseño

En este apartado se presentan las condiciones establecidas por diferentes reglamentos y referencias de diseño, para las condiciones de diafragmas rígidos y flexibles, así como las fuerzas de diseño asociadas.

2.2.1 Normas Técnicas Complementarias edición 2017

2.2.1.1 Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por Sismo (NTC-Sismo, 2017)

En la Normas Técnicas Complementarias de Diseño por Sismo (2017), se presentan dos conceptos para un diafragma rígido. El primero señala que un diafragma rígido es aquél cuya máxima deflexión lateral en su plano es menor que 0.5 veces la deformación lateral promedio de los elementos verticales del entrepiso ubicado inmediatamente debajo de él. Estableciéndose que sus deformaciones laterales se estiman mediante el análisis elástico de un modelo tridimensional

de la estructura completa, aplicando las fuerzas laterales que correspondan al estado límite de seguridad contra el colapso.

Asimismo, se establece que un diafragma rígido puede corresponder a pisos estructurados mediante losas de concreto o sistemas compuestos por losas de concreto sobre tableros de acero, que presenten una relación largo-ancho en planta menor a 4 y que cumplan con las siguientes condiciones de regularidad:

- No se presentan entrantes ni salientes mayores al 20% (veinte por ciento) en ninguna de las dimensiones en planta.
- No se presentan aberturas que excedan al 20% (veinte por ciento) de la superficie total en la planta.
- Las aberturas en planta no difieren de posición entre los niveles, exceptuándose de esta condición al nivel de azotea.

La fuerza de diseño, para un diafragma rígido en el piso i -ésimo, se estima como

$$F_i = \frac{a_i}{R_s} W_i \geq 0.5a_0 W_i, \quad (2.1)$$

a_i , corresponde a la aceleración del entrepiso como fracción de la aceleración de la gravedad, calculada como

$$a_i = \sqrt{\left(\frac{a_{n1}}{Q'}\right)^2 + \sum_{j=2}^n a_j^2}. \quad (2.2)$$

a_j^2 , es la aceleración absoluta como fracción de la aceleración de la gravedad, del centro de masa del último nivel del edificio, asociada a la respuesta dinámica lineal del j -ésimo modo de vibrar en la dirección de análisis; a_{n1} , es la aceleración absoluta del centro de masa del último nivel del edificio, como fracción de la aceleración de la gravedad, asociada a la respuesta dinámica lineal del primer modo de vibrar en la dirección de análisis; N es el número de pisos; Q' es el factor de reducción por comportamiento sísmico; W_i es la carga tributaria en el diafragma del i -ésimo nivel; R_s es el factor de reducción por sobrerresistencia para las fuerzas de diseño en los diafragmas. El factor de reducción por sobrerresistencia se obtiene de la tabla 2.1, donde se señala con comportamiento a cortante a aquellos sistemas de piso incapaces de desarrollar un mecanismo de fluencia en flexión en su plano y con comportamiento en flexión a los sistemas de piso propensos a desarrollar un mecanismo de fluencia en flexión en su plano. Debe notarse que, bajo ninguna excepción, puede considerarse un factor R_s mayor al valor R utilizado en el diseño del conjunto estructural.

Tabla 2. 1 *Factor de Reducción de las Fuerzas de Diseño en Diafragmas (Rs)*

Tipo de diafragma	Comportamiento en cortante ¹	Comportamiento en flexión ²
Losas macizas de concreto coladas en sitio	1.5	2.0
Sistemas de piso con capa de compresión y diafragmas compuestos	1.0	1.0

1 Sistema de piso incapaz de desarrollar un mecanismo de fluencia en su plano

2 Sistema de piso susceptible a desarrollar un mecanismo de fluencia en su plano

En el diseño de diafragmas flexibles, las NTC-Sismo señalan que las fuerzas de diseño deben determinarse mediante un análisis dinámico que considere los grados de libertad necesarios para representar de manera adecuada las deformaciones del sistema de piso en su plano.

2.2.1.2 Normas Técnicas Complementarias para el Diseño en Acero (NTC-Acero, 2017)

En las Normas Técnicas Complementarias de Diseño en Acero (2017) se asienta que deben diseñarse las conexiones para resistir las acciones aplicadas y mantener un comportamiento de diafragma rígido. Los aspectos a considerar en el diseño de las conexiones son:

2.2.1.2.1 Aspectos generales

Para obtener una conexión rígida, el alma de la viga se conecta directamente a la columna por medio de soldadura o por medio de placas soldadas o atornilladas; también pueden adicionarse placas de unión en los patines de la viga. Sometiéndose los componentes a un efecto combinado de fuerzas cortantes y momentos flexionantes, con una resistencia mínima de 50 kN, asegurando que no exista el desgarramiento de ninguna de las secciones involucradas.

Deben considerarse todas las excentricidades presentes en la conexión, incluyendo las presentes a consecuencia del desfase de ejes centroidales en los elementos.

Para los miembros en compresión, se colocan elementos que preserven la estabilidad de los componentes de la conexión, éstos deben resistir como mínimo el cincuenta por ciento de la fuerza de diseño.

Los empalmes con materiales gruesos (espesor mayor a 50mm) se diseñan para resistir los esfuerzos de tensión producidos por tensión axial y flexión.

No se usan tornillos y soldaduras en una misma superficie de falla.

2.2.1.2.2 Cargas de diseño

Corresponden a las sollicitaciones del entrepiso.

2.2.1.2.3 Resistencia

Los elementos en las conexiones son diseñados bajo un criterio de resistencia limite o capacidad. Considerando la resistencia del elemento como el esfuerzo de fluencia esperado, obtenido mediante la relación 2.3:

$$F_{ye} = R_y F_y. \quad (2.3)$$

F_{ye} , es el esfuerzo de fluencia esperado; R_y es el Factor de amplificación para la resistencia real de los perfiles, señalado en la Tabla 2.2; F_y es el esfuerzo de fluencia de la sección.

Tabla 2. 2 *Factor de resistencia para perfiles laminados y barras*

Tipo de acero	R_y
ASTM A36	1.5
ASTM A1043 Gr.36	1.3
ASTM A572 Gr.50 y Gr.55	
ASTM A913 Gr.50, Gr.60 y Gr.65	1.1
ASTM A588	
ASTM A 992	
ASTM A1043 Gr.50	1.2
ASTM A529 Gr.50	1.2

Si la estructura se diseña por sismo, los elementos de conexión son diseñados como componentes de un marco rígido de ductilidad alta. Cuando no se consideran los efectos de sismo, las conexiones se diseñan para resistir la fuerza cortante y deben resistir como mínimo 1.25 veces la menor de las siguientes acciones sobre la viga:

- Resistencia en flexión en la viga, considerando el efecto de cortante.
- El momento necesario para producir en el alma de la columna una fuerza cortante señalado en la ecuación 2.4:

$$M = 0.85F_{yc} d_c t_c, \quad (2.4)$$

F_{yc} es el esfuerzo de fluencia de la columna; d_c es el peralte total de la columna y t_c es el espesor de la columna.

2.2.1.2.4 Conexiones atornilladas

Las juntas atornilladas tienen por lo menos dos elementos de unión. Se diseñan por deslizamiento crítico, con tornillos de alta resistencia pretensados. Los agujeros deben ser alargados cortos o estándar, con la mayor dimensión en dirección perpendicular a la línea de fuerza. En el caso de considerar los efectos de sismo en la estructura diseñada, las conexiones se diseñan mediante un estado límite de falla dúctil en alguno de los componentes.

2.2.1.2.5 Conexiones soldadas

Si la conexión se implementa para resistir los efectos de sismo, debe ser diseñada como una soldadura de demanda crítica.

En uniones viga-columna con soldaduras de penetración, éstas se hacen en posición horizontal con placas de extensión y respaldo. Las placas de extensión son retiradas sin provocar

daños en la viga, en caso de ocasionarlos deben ser reparados, dando un acabado liso. La placa de respaldo en el patín inferior de la viga debe removerse, resanándose el metal y reforzándose con una soldadura de filete, cuyo espesor adyacente a la columna es de 8mm; el espesor adyacente al patín de la viga se ubica en el pie del metal base (en caso de que el metal base y la raíz de la soldadura sean pulidos para obtener una superficie lisa, esta condición no es necesaria). La placa de respaldo del patín superior de la viga puede permanecer en la conexión, ante lo cual se coloca una soldadura de filete continua entre su borde y la viga; si se opta por retirarla, debe ser pulida, de manera similar a la placa en el patín inferior.

Se prohíbe el uso de soldaduras de penetración parcial y de filete en la unión de patines o placas horizontales con la columna.

2.2.1.2.6 Orificios de acceso

Son ejecutados para facilitar el proceso de soldadura en las conexiones. Los agujeros se ubican desde la punta del bisel o zona soldada, con una longitud no menor que 1.5 veces el espesor del material perforado, ni menor a 38 mm. El ancho del agujero es mayor o igual que el espesor del material perforado, pero no mayor que 50 mm ni menor a 19 mm. Ninguna perforación tiene bordes agudos, éstos son cortados circularmente en un radio mayor o igual que 10mm. Es aceptable que los orificios se encuentren perpendicularmente al patín, mientras la soldadura termine a una distancia de por lo menos el tamaño de la soldadura de ellos.

2.2.1.2.7 Elementos de continuidad

Si el diseño de la estructura considera la acción de sismo o se refuerzan los patines de la viga, deben usarse placas de continuidad en ambos lados del alma de la columna, considerándose los siguientes aspectos:

- Las placas en compresión se diseñan para evitar el pandeo local.
- El espesor del atiesador, más la mitad del espesor de la columna, es mayor que un tercio del ancho del patín conectado o de la placa de usada para conectar la viga.
- El espesor del atiesador, es mayor que un medio del espesor del patín o de la placa de conexión de la viga.
- El espesor del atiesador, es mayor que un dieciseisavo del ancho de la columna.
- Si la columna en que se conectan los atiesadores incluye elementos conectados en más de una cara, la soldadura aplicada debe diseñarse para transmitir las acciones aplicadas en cada sección.

La unión del atiesador a los patines de la columna se realiza con soldaduras de penetración o filete, a ambos lados de la placa; considerando una resistencia de diseño para la unión con los patines de la columna, mayor a la del área de contacto de la placa y una resistencia en la unión con el alma de la columna mayor a la más pequeña de:

- La suma de las resistencias de diseño en la unión del atiesador con los patines de la columna.
- La resistencia a cortante del área de contacto del atiesador con el alma de la columna.
- La resistencia a cortante del alma de la columna en contacto con el atiesador.
- La fuerza transmitida por la placa de continuidad.

2.2.1.2.8 Viga en conexión

Si se considera la formación de articulaciones plásticas en los patines de la viga, este elemento se diseña como un marco rígido de ductilidad alta.

2.2.1.2.9 Columna en conexión

Debe considerarse el posible cambio de dirección en las acciones de diseño (para cargas de sismo o viento). Si el patín de la columna se encuentra sometido a efectos de tensión, es diseñado para resistir los efectos de flexión local y flujo plástico del alma. Si se encuentra sometido a compresión, el alma de la sección debe resistir los efectos de flujo plástico y pandeo. En secciones I o H, el alma de la viga debe ser colineal al alma de la columna. La resistencia a cortante del alma de la columna en la conexión no debe exceder, para las vigas que conectan a los patines de la columna, el valor indicado en la ecuación 2.5:

$$R_{vc} = 0.8 \sum R_y M_p. \quad (2.5)$$

R_{vc} es la resistencia nominal del alma de la columna en la conexión; R_y es el cociente del esfuerzo de fluencia esperado entre el mínimo especificado y M_p es el momento plástico resistente nominal de un miembro en flexión.

Debe considerarse un factor de reducción de 0.75 para la resistencia nominal de este componente. Las placas de refuerzo en el alma pueden encontrarse adosadas o separadas en una distancia simétrica, unidas mediante soldadura de penetración completa o de filete a los patines de la viga.

2.2.1.3 Normas Técnicas Complementarias para el Diseño de estructuras de Concreto (NTC-Concreto, 2017)

Para que el sistema de piso actúe como un diafragma rígido, es diseñado como una viga o viga diafragma, resistiendo y transmitiendo adecuadamente las cargas aplicadas para el estado límite de falla. Además, se consideran los efectos de flujo plástico, contracción y gradientes térmicos. El espesor del firme en los sistemas de piso es mayor o igual a 30mm y en caso de que el tablero tenga una longitud mayor a 6m, éste debe ser mayor o igual a 60mm. En el sistema de piso, el refuerzo por cortante es continuo y distribuido uniformemente, con un índice de refuerzo mayor o igual a 0.0025.

2.2.1.3.1 Orificios

Las aberturas en el sistema se consideran en el cálculo de rigideces y resistencias. Son reforzadas en el perímetro, para resistir las fuerzas de tensión que puedan presentarse, considerando un refuerzo mínimo de 2.54cm² y una longitud de desarrollo, correspondiente al diámetro de la varilla de refuerzo usada, a partir de los bordes del orificio.

2.2.1.3.2 Diafragmas en elemento prefabricados

En el diseño estructural de sistemas de piso mediante elementos prefabricados, puede considerarse que el firme de éstos actúa como un diafragma si se dimensiona y refuerza para que

sea capaz de resistir las sollicitaciones del nivel aplicadas en su plano. En este caso, el colado del firme se realiza únicamente cuando la superficie de contacto es limpiada y saturada con agua.

Si el refuerzo considerado consta de malla electrosoldada, ésta debe dimensionarse para que sus separaciones sean menores o iguales a 250mm en cualquier sentido. Independientemente del refuerzo requerido para las cargas de diseño, se debe proveer un refuerzo por cambios volumétricos, si la dimensión considerada es mayor o igual a 1.5m, el área de acero proporcionada es mayor o igual que la señalada en la ecuación 2.6:

$$a_{sl} = \frac{660x_l}{f_y(x_l + 100)}, \quad (2.6)$$

a_{sl} es el área de refuerzo por unidad de ancho, transversal a la dimensión considerada; x_l es la dimensión mínima medida perpendicularmente al refuerzo. Si esta dimensión es menor o igual a 150mm el refuerzo puede colocarse en una sola capa, en caso de ser mayor se coloca en dos capas, cercanas a la cara del elemento.

El acero colocado se dispone en separaciones menores a 500mm y a 3.5 veces la dimensión menor del elemento. Los elementos a la intemperie, se deben reforzarse con un área de $1.5a_{sl}$. Puede omitirse el cálculo del área de acero, considerando un índice de refuerzo de 0.002 para elementos protegidos de la intemperie y de 0.003 para elementos expuestos. Es importante considerar los efectos de contracción para el ajuste del área de refuerzo requerida.

2.2.1.4 Normas Técnicas Complementarias para el Diseño de estructuras de madera (NTC-Madera, 2017)

Únicamente se establece que un sistema de piso tiene una adecuada restricción lateral, formando un diafragma rígido, cuando se encuentra firmemente unido a las vigas y elementos perimetrales.

2.2.2 Diseño sísmico de sistemas de piso en edificios prefabricados de concreto reforzado (León, 2006)

En el diseño de edificios mediante sistemas de piso prefabricados, se ignora el refuerzo de la capa de compresión por las acciones de carga horizontal, considerándose únicamente los efectos provocados por cambios volumétricos. Estos paneles pueden ser modelados como elementos tipo membrana y analizados mediante el método de elementos finitos, el método tensor puntal y el método de Stringer y el panel, para la obtención del refuerzo que permita la formación de un diafragma infinitamente rígido en la estructura.

2.2.3 Minimum design loads for buildings and other structures (ASCE, 2002)

Se define a un diafragma como un sistema de techo, piso o membrana que tiene la resistencia y ductilidad necesarias para transferir fuerzas laterales a un conjunto de elementos verticales.

Un diafragma es flexible ante efectos de torsión y cortante cuando la deflexión máxima en su plano, bajo cargas laterales es mayor a dos veces la deformación lateral promedio de los elementos verticales en el piso adyacente. En este caso, la representación del sistema mediante

modelos debe considerar los grados de libertad necesarios en el diafragma para representar su efecto en el comportamiento total de la estructura. La deflexión en el plano de un diafragma deber ser compatible con los límites permisibles para el conjunto estructural.

2.2.3.1 Cargas de sismo

2.2.3.1.1 Sistemas de acero

Deben adicionarse puntales para la continuidad y distribución de cargas del elemento a los componentes adyacentes.

2.2.3.1.2 Sistemas de concreto

El anclaje del diafragma debe encontrarse unido al acero de refuerzo del elemento al que se conecta o bien, dispuesto de manera que sea capaz de transferir de forma adecuada las fuerzas en los elementos, esto puede lograrse considerando tensores y puntales.

2.2.3.1.3 Sistemas de madera

Los puntales continuos se consideran como un elemento extra al recubrimiento del diafragma. El anclaje de los elementos no se realiza con clavos, ni con elementos que puedan ser fácilmente retirados, ni con guías de madera en un sentido que favorezca la falla de las vetas en las piezas.

2.2.4 Código sísmico de Costa Rica (Colegio Federado de Ingenieros, 2002)

Los diafragmas de piso deben diseñarse como elementos rígidos dentro del plano, siendo elementos no dúctiles. Las fuerzas de diseño correspondientes deben contemplar un valor de sobrerresistencia.

Si el sistema de piso se realiza mediante prefabricados, debe colocarse una capa de concreto reforzado de 5cm mínimo para edificios de hasta 3 niveles y de 6cm mínimo para edificios mayores a 3 niveles.

Los diafragmas flexibles tienen una ductilidad menor o igual a 1.5.

2.2.5 International Building Code (IBC, 2009)

Un diafragma es rígido, ante cortante y momento torsional, si su deformación en el plano es menor a dos veces la deformación promedio de los muros en su plano. Los diafragmas flexibles tienen un comportamiento opuesto.

Los diafragmas que no puedan clasificarse como rígidos o flexibles, son considerados como semirígidos y su comportamiento se debe considerar de forma explícita en la distribución de fuerzas sísmicas o de viento de la estructura considerada. Los sistemas de piso de madera o de acero, deben considerarse como diafragmas flexibles, siempre y cuando se cumpla con las siguientes condiciones:

- No existen recubrimientos de piso a base de concreto, ni elementos no estructurales con un espesor mayor a 38mm.

- Todos los elementos verticales adyacentes al nivel de piso considerado, cumplen con las deformaciones permisibles correspondientes.
- Las paredes de la estructura están construidas con paneles de madera estructurales o recubrimientos de hojas de acero.

3

Evaluación de vibraciones verticales

El diseño estructural tiene como finalidad asegurar que, ante las demandas consideradas, la estructura proyectada presenta un desempeño que preserve la integridad de sus componentes a tal grado que la seguridad y el bienestar de sus ocupantes no se vea comprometida.

Los reglamentos y guías de diseño establecen restricciones del comportamiento estructural. Estos se dividen en dos tipos:

- Límites de resistencia. Se relacionan con los elementos mecánicos internos en los componentes estructurales, determinan las dimensiones y refuerzos que éstos necesitan para resistir las demandas.
- Límites de servicio. Obedecen a las deflexiones y vibraciones producidas en la estructura. Estos factores afectan de manera directa a los elementos no estructurales y usuarios, además pueden llegar a favorecer los efectos de segundo orden.

Dentro de los límites de servicio, la evaluación de vibraciones verticales es un aspecto de suma importancia. De forma particular, la presencia de vibraciones en los sistemas de piso puede ocasionar diferentes niveles de incomodidad en los usuarios y daños a los elementos no estructurales (como maquinarias e instalaciones).

3.1 Cargas dinámicas

Las vibraciones son consecuencia de las acciones dinámicas en la estructura, éstas pueden presentarse de diferentes formas como:

- Cargas armónicas. Son aquellas acciones con un patrón sinusoidal, tienen un tiempo continuo de aplicación y se asocian generalmente a los efectos de maquinarias.
- Cargas periódicas. Son continuas y tienen un patrón de incidencia, se producen por actividades rítmicas por ejemplo en espacios destinados a uso de gimnasios, en estadios o discotecas.
- Cargas transitorias. Ocurren de manera continua, su patrón de incidencia no tiene una forma definida. Pueden asociarse a actividades humanas con efectos aleatorios, como aquellos producidos por los pasos de peatones en espacios destinados al uso de corredores.
- Cargas de impacto. Se presentan mediante un pulso de carga, en un tiempo corto, pueden ser ocasionadas por la caída de objetos.

3.2 Percepción humana ante aceleraciones

La exposición prolongada o intermitente a vibraciones armónicas y/o aleatorias puede afectar a los usuarios produciendo fuerzas oscilatorias en el cuerpo, que repercuten en el desarrollo de

actividades y en la integridad física. La percepción de los usuarios a las vibraciones depende de diferentes factores, como lo son:

- Posición del usuario. El nivel de percepción de los movimientos es diferente de acuerdo al sentido en que son recibidos por el usuario y puede ser definido con la actividad a la que se destina el espacio de análisis. Para espacios como gimnasios, es de mayor relevancia la percepción de movimientos verticales y laterales, mientras que en residencias debe también tomarse en cuenta la posición horizontal de los usuarios al encontrarse recostados.
- Características de la excitación. Engloba a los parámetros que definen a la señal: amplitud, frecuencia y duración.
- Tiempo de exposición. Las señales del movimiento pueden ser transitorias o constantes, mientras mayor sea el tiempo de exposición, mayor es el malestar producido.
- Configuración del sistema de piso. Comprende a las propiedades dinámicas del sistema estructural: rigidez, masa y amortiguamiento.
- Uso del espacio. La actividad asociada al espacio predispone a los usuarios a esperar un nivel determinado del movimiento del piso, por ejemplo, no se presenta el mismo movimiento en un gimnasio que en una biblioteca o en una residencia.
- Hora de ocupación del espacio.
- Edad y salud del usuario.

Acorde a estos factores es importante destacar que, si bien la percepción de vibraciones no es igual para todos los usuarios, el objetivo del diseño y revisión estructural es satisfacer el bienestar de la mayoría de los ocupantes.

3.3 Comportamiento de sistemas de piso

Los sistemas de piso pueden representarse mediante el modelo ilustrado en la figura 3.1. Su respuesta depende de la carga y su patrón de aplicación. En la mayoría de los casos prácticos se considera que la excitación provocada por actividades humanas relacionadas con el paso de peatones puede ser representada por una señal armónica senoidal, que excita al primer modo de vibración en los sistemas de piso y puede llegar a afectar a modos superiores en casos específicos de fuerzas armónicas bajas. La resonancia es un problema común en los sistemas de piso, provoca que las vibraciones ocasionadas por el paso de los ocupantes se incrementen en niveles no tolerables. Ésta suele ocurrir en múltiplos armónicos de la frecuencia de los pasos. La aceleración en resonancia en el caso de actividades humanas debidas al paso de peatones, puede ser controlada por medio de la masa o del amortiguamiento del sistema, cuando las cargas armónicas son bajas; mientras que, en el caso de actividades rítmicas, el control de la respuesta es más complicado y generalmente se logra por medio del cambio de las frecuencias naturales del sistema.

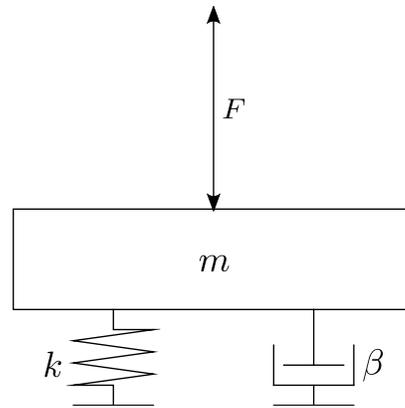


Figura 3. 1 Modelo representativo del comportamiento de sistemas de piso.

Otro de los problemas dentro del análisis de vibraciones es su transmisión, debe considerarse que estos efectos pueden transmitirse entre tableros de piso y, además, de un nivel a otro. Por lo cual, existe la posibilidad de que no existan molestias en el piso donde ocurren las actividades de interés y que éstos se presenten en pisos superiores o inferiores.

3.4 Criterios de evaluación

A continuación, se presentan algunas de las limitaciones señaladas en reglamentos y guías de diseño, para asegurar el correcto comportamiento de los sistemas de piso en concreto y acero.

3.4.1 Normas Técnicas Complementarias edición 2017

3.4.1.1 Deflexión máxima permitida en apartado de criterios y acciones para el diseño estructural de las edificaciones (NTC-Criterios y acciones, 2017)

Las amplitudes aceptables de los desplazamientos verticales al centro del elemento en revisión, por vibraciones, no exceden:

- Para elementos estructurales en los que se consideran los efectos a largo plazo, el límite indicado en la ecuación 3.1.

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{L}{240} \quad (3.1)$$

- Para miembros sobre elementos no estructurales, el valor señalado en la ecuación 3.2.

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{L}{480} \quad (3.2)$$

- Para elementos en voladizo, en los que se consideran los efectos a largo plazo, el valor límite estimado mediante la ecuación 3.3.

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{L}{480}. \quad (3.3)$$

- Para elementos en voladizo, sobre elementos no estructurales, el límite calculado con la ecuación 3.4.

$$\delta_{m\acute{a}x} = \frac{L}{960}. \quad (3.4)$$

donde $\delta_{m\acute{a}x}$ es la deformación máxima permisible y L es la longitud del claro.

Además, se limitan las amplitudes máximas de acuerdo a su frecuencia, con la finalidad de evitar problemas de servicio.

3.4.1.2 Normas Técnicas Complementarias para el Diseño en Acero (NTC-Acero, 2017)

Las vibraciones en sistemas de piso dependen de sus propiedades dinámicas, que se definen por medio del tipo de sistema estructural usado, la flexibilidad de los componentes y su peso. Las características dinámicas que definen las vibraciones son:

- La frecuencia natural del sistema, medida en Hertz (Hz, ciclos por segundo). Determinada por la siguiente ecuación

$$f_0 = \frac{\pi}{2L^2} \left(\frac{EI}{\rho} \right)^{0.5}. \quad (3.5)$$

E es el módulo de elasticidad del material; I es el momento de inercia del tablero; L es longitud del claro y ρ , masa por unidad de longitud, definida en la ecuación 3.6.

$$\rho = wg, \quad (3.6)$$

donde w es la carga gravitacional por unidad de longitud y g es la aceleración de la gravedad, 9.81m/s².

- El amortiguamiento, definido como la capacidad de la estructura para disipar energía, es un factor dependiente de sus componentes, materiales y dispositivos auxiliares. Puede ser calculado mediante la ecuación 3.7.

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}}. \quad (3.7)$$

c, es el coeficiente de amortiguamiento de la estructura, que depende del material utilizado; k, rigidez de la estructura y m, masa de la estructura.

- Masa, es una propiedad inherente a la estructura que define la cantidad de materia en sus componentes.
- Rigidez, es la resistencia de la estructura a la deformación. Puede ser estimada mediante su relación con las frecuencias del sistema, como se señala en la ecuación 3.8.

$$k = m(2\pi f)^2. \quad (3.8)$$

m, es la masa del sistema y f su frecuencia.

La limitación de las deflexiones bajo carga viva gravitacional no es suficiente para asegurar que no se producen vibraciones fuera de los intervalos aceptables.

Las vibraciones pueden ser controladas mediante la limitación de las aceleraciones de piso. Asimismo, la tolerancia a este factor y los límites permisibles dependen de las actividades desarrolladas en el espacio revisado.

En el caso de sistemas que se ven afectados por el paso de peatones o actividades no rítmicas, las vibraciones pueden ser controladas por medio de la regulación de su rigidez, a través de la limitación de la deflexión máxima (no dependiente de la longitud del claro). La frecuencia fundamental requerida para cumplir esta condición, en función del desplazamiento permisible en la estructura se señala en la ecuación 3.9.

$$f_0 = 0.18 \sqrt{\frac{g}{\Delta}}, \quad (3.9)$$

donde g es la aceleración de la gravedad, 9.81m/s²; Δ es la deflexión máxima del claro de estudio.

3.4.1.3 Normas Técnicas Complementarias para el Diseño en Concreto (NTC-Concreto, 2017)

Para sistemas de piso destinados a actividades rítmicas, con una frecuencia de vibración menor a 6 Hz se analizan los efectos de resonancia por medio de un análisis dinámico.

La percepción de las vibraciones en las estructuras depende de su aceleración, la cual se cuantifica mediante un factor de sensibilidad estipulado en la ecuación 3.10.

$$K = d \frac{f^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}}, \quad (3.10)$$

donde d es la amplitud de la vibración en mm; f es la frecuencia del sistema en Hz y f₀ se considera de 10 Hz.

El efecto de este factor puede identificarse por medio de las categorías mostradas en la tabla 3.1, donde las clases señaladas con el número 1 indican vibraciones aceptables; las clases 2,

incomodidad en las ocupantes y las clases 3, malestar en los ocupantes (este comportamiento debe corregirse).

Tabla 3. 1 *Percepción humana de vibraciones estructurales*

Factor de sensibilidad	Clase	Percepción humana
$K < 0.10$	A ¹	Imperceptible
$0.10 \leq K < 0.25$	B ¹	Ligeramente perceptible
$0.25 \leq K < 0.63$	C ¹	Perceptible
$0.63 \leq K < 1.60$	D ¹	Fácilmente perceptible
$1.60 \leq K < 4.00$	E ²	Fuertemente perceptible
$4.00 \leq K < 10.00$	F ²	Muy fuertemente perceptible
$10.00 \leq K < 25.00$	G ³	Muy fuertemente perceptible
$25.00 \leq K < 63.00$	H ³	Muy fuertemente perceptible
$63.00 \leq K$	I ³	Muy fuertemente perceptible

3.4.2 Vibraciones de piso ocasionadas por actividades humanas (AISC, 1997)

Para sistemas de piso de losa de concreto de espesor constante apoyadas sobre vigas de acero, las aceleraciones presentes en el sistema de piso se encuentran determinadas por la relación 3.11.

$$\frac{a_p}{g} = \frac{P_0 e^{-0.35f_n}}{\beta W} \quad (3.11)$$

P_0 , es la fuerza constante de la excitación; f_n , frecuencia fundamental del tablero de piso; β , amortiguamiento; W , peso efectivo soportado por el tablero.

Los intervalos de aceleración máxima permisibles se presentan en la figura 3.2.

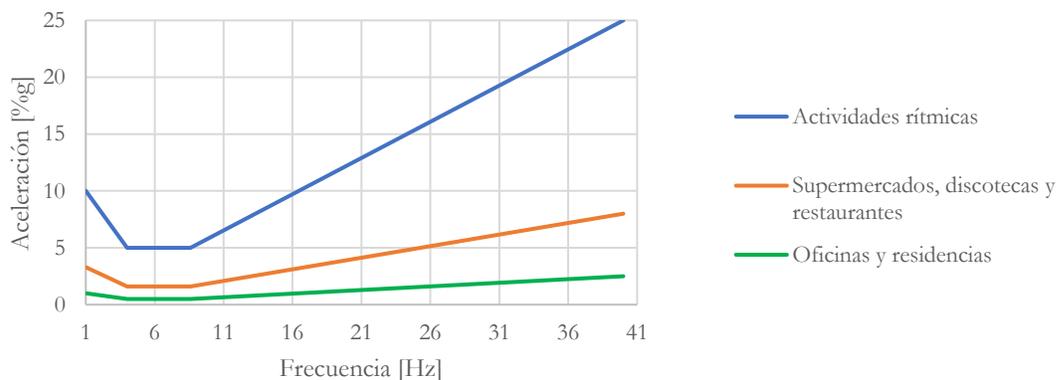


Figura 3. 2 *Aceleraciones máximas para el confort humano*

La frecuencia fundamental del sistema se estima acorde a la relación de Dunkerley, señalada en la ecuación 3.12.

$$f_n = 0.18 \sqrt{\frac{g}{\Delta}}, \quad (3.12)$$

Con Δ , deflexión relativa (vigas secundarias) al centro del claro del tablero y g , aceleración de la gravedad

Si se consideran las deformaciones por cortante, la ecuación requerida es determinada por la ecuación 3.13.

$$f_n = 0.18 \sqrt{\frac{g}{\Delta_T}}, \quad (3.13)$$

Con Δ_T , deflexión total (vigas principales y secundarias) al centro del claro del tablero y g , aceleración de la gravedad.

Además, para sistemas de piso pertenecientes a edificios de gran altura en los cuales se consideran los efectos de resonancia por actividades rítmicas, debe considerarse el acortamiento de columnas debido al peso propio del sistema de piso, mediante la relación 3.14.

$$f_n = 0.18 \sqrt{\frac{g}{\Delta_T + \Delta_c}}, \quad (3.14)$$

Con Δ_T , deflexión total (vigas principales y secundarias) al centro del claro del tablero; Δ_c , acortamiento axial en columnas y g , aceleración de la gravedad.

Mientras que los valores de P_0 y β recomendados se señalan en la tabla 3.2.

Tabla 3. 2 *Parámetros de fuerza y amortiguamiento recomendados*

Uso del espacio	Fuerza P_0	Amort. β
Oficinas, residencias e iglesias con pocos elementos no estructurales (ej. áreas abiertas e iglesias)	29.57kg	0.02
Oficinas, residencias e iglesias Con componentes no estructurales y mobiliario desmontable (ej. oficinas modulares)	29.57kg	0.03
Oficinas, residencias e iglesias Con muros divisorios de altura completa en entrepisos	29.57kg	0.05
Plazas comerciales	29.57kg	0.02

3.4.3 Recomendaciones de diseño (Bachman, 2012)

En Bachman (2012) se señala que, de acuerdo al ISO2631 y DIN4150, las vibraciones en espacios pueden ser evaluadas de acuerdo a su percepción por parte de los ocupantes del espacio en cuestión, los valores de interés se encuentran señalados en la tabla 3.3.

Tabla 3. 3 *Percepción humana de vibraciones*

Aceleración [mm/s ²] ¹	Velocidad [mm/s] ²	Percepción humana
$A \leq 34$	$0.5 \leq V$	Poco perceptible
$34 < A \leq 100$	$0.5 < V \leq 1.3$	Ligeramente molesta
$100 < A \leq 550$	$1.3 < V \leq 6.8$	Molesta
$550 < A \leq 1800$	$6.8 < V \leq 13.8$	Muy molesta

1 Para frecuencias en un rango de 1Hz a 10Hz.

2 Para frecuencias en un rango de 10Hz a 100Hz.

4

Sistemas de piso en acero

Los sistemas de piso abordados en este trabajo consisten en bastidores de vigas de acero principales y secundarias con una capa de compresión en concreto reforzado, colada sobre láminas roladas en frío, utilizados por la factibilidad del material para cubrir grandes claros, su resistencia y tiempos de instalación. Asociados a sus componentes y propiedades se encuentran problemas de diseño que generalmente escapan como pequeños detalles que pueden producir grandes problemas estructurales, desde vibraciones ligeras, hasta la incapacidad de ocupación del espacio y el favorecimiento de problemas de segundo orden en las estructuras.

4.1 Método de Rayleigh y Ritz

La frecuencia fundamental, es un parámetro de especial importancia en los sistemas de piso ligeros, ya que afecta de manera directa a su estado de servicio ante cargas externas. Uno de los métodos de uso común para determinar la frecuencia fundamental de un sistema de piso, es suponerlo como una viga simplemente apoyada lo cual, en la mayoría de los casos, genera una diferencia considerable entre las frecuencias calculadas y las obtenidas mediante pruebas experimentales, dada la evidente diferencia entre una estructura tipo viga y otro tipo losa.

Zhang y Xu, (2016) propusieron un método de aproximación a las frecuencias naturales de una placa ortótropa con condiciones de frontera variables, basándose en el método de Rayleigh y Ritz. Considerando una placa con bordes parcialmente restringidos, mostrada en la figura 4.1, sus condiciones de frontera pueden describirse mediante las ecuaciones 4.1, 4.2, 4.3, 4.5 y 4.6.

$$w_{x0} = 0, \text{ en } x=0. \quad (4.1)$$

$$w_{xa} = 0, \text{ en } x=a.$$

$$w_{y0} = 0, \text{ en } y=0.$$

$$w_{yb} = 0, \text{ en } y=b.$$

Donde w , es la deflexión de la placa.

$$R_{x0} \frac{\partial w}{\partial x} = D_x \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right], \text{ en } x=0. \quad (4.2)$$

$$R_{xa} \frac{\partial w}{\partial x} = -D_x \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right], \text{ en } x=a. \quad (4.3)$$

$$D_y \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] = 0, \text{ en } y=0. \quad (4.4)$$

$$-D_y \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right] = 0, \text{ en } y=b. \quad (4.5)$$

R , son las rigideces rotacionales por unidad de longitud, a lo largo del eje x ; D , rigideces a flexión y ν , coeficiente de Poisson.

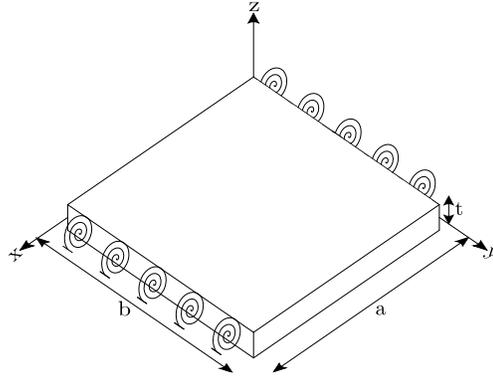


Figura 4. 1 Placa de estudio, Zhang y Xu (2016)

Mediante el método de Rayleigh-Ritz, puede estimarse la frecuencia fundamental de la placa igualando las energías potencial y cinética del elemento. La energía potencial máxima de la placa mostrada en la figura 4.1 corresponde a la expresada mediante la ecuación 4.6.

$$\begin{aligned}
 U_{\text{máx}} = & \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left[D_x \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_1 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_y \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 \right. \\
 & \left. + 4D_{xy} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy \\
 & - \frac{1}{2} D_x \int_0^b \left[\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x} + \nu_y \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x} \right] \Big|_{x=0}^{x=a} dy.
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

D_1 , es el parámetro asociado al coeficiente de Poisson y D_{xy} , la rigidez a torsión.

Mientras que la energía cinética máxima se encuentra definida por la ecuación 4.7.

$$T_{\text{máx}} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 h \int_0^a \int_0^b W^2 dy dx, \tag{4.7}$$

ρ , es la densidad de la placa y h , espesor de la placa.

Igualando las energías (ecuación 4.8) y despejando la frecuencia de interés, se obtiene la ecuación 4.9, que determina al cociente de Rayleigh.

$$T_{\text{máx}} = U_{\text{máx}}, \tag{4.8}$$

$$\omega^2 = \frac{\int_0^a \int_0^b \left[D_x \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_1 \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_y \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 + 4D_{xy} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy - D_x \int_0^b \left[\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x} + \nu_y \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x} \right] \Big|_{x=0}^{x=a} dy}{\rho h \int_0^a \int_0^b W^2 dy dx}. \tag{4.9}$$

Asimismo, estableciendo una serie de Fourier en senos para el primer modo de la placa, mediante las ecuaciones 4.10 y 4.11.

$$W(x, y) = a_{11} \psi_1(x) \phi_1(y), \quad (4.10)$$

$$W(x, y) = a_{11} \sum_{m=1}^M A_m \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a} \operatorname{sen} \frac{\pi y}{b}, \quad (4.11)$$

a_{11} , es la constante del primer modo; $\psi_1(x) = \sum_{m=1}^M A_m \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{a}$, es la función característica del primer modo para una viga simplemente apoyada con restricciones de rotación y $\phi_1(y) = \operatorname{sen} \frac{\pi y}{b}$, la función característica del primer modo para una viga simplemente apoyada; el coeficiente A_m está definido mediante la ecuación 4.12.

$$A_m = \frac{2a^2 \psi_0''}{\pi^3} \frac{m}{\lambda^4 - m^4} \left[1 - (-1)^m \frac{\psi_a''}{\psi_0''} \right], \quad (4.12)$$

λ , es el coeficiente de frecuencia; ψ_a'' , ψ_0'' , son los coeficientes expresables mediante una matriz de coeficientes de frecuencia para una viga simplemente apoyada.

Sustituyendo las ecuaciones 4.11 y 4.12, en la ecuación 4.9, puede obtenerse la ecuación 4.13.

$$\omega^2 = \frac{ab\pi^4 \left[c_1 \frac{D_x}{a^4} + 2c_2 \frac{D_1 + 2D_{xy}}{a^2 b^2} + \frac{D_y}{b^4} \right]}{\rho h ab}, \quad (4.13)$$

donde ρ , es la densidad de la placa; h , el espesor de la placa; a y b , el ancho y largo del elemento. Con los coeficientes c_1 y c_2 definidos en las ecuaciones 4.14 y 4.15.

$$c_1 = \frac{\sum_{m=1}^M \frac{m^6}{(\lambda^4 - m^4)^2} \left(1 - (-1)^m \frac{\psi_a''}{\psi_0''} \right)^2 + \sum_{m=1}^M \frac{m^2}{\lambda^4 - m^4} \left(1 - (-1)^m \frac{\psi_a''}{\psi_0''} \right) + \sum_{m=1}^M \frac{m^2}{\lambda^4 - m^4} \left(\left(\frac{\psi_a''}{\psi_0''} \right)^2 - (-1)^m \frac{\psi_a''}{\psi_0''} \right)}{\sum_{m=1}^M \frac{m^2}{(\lambda^4 - m^4)^2} \left(1 - (-1)^m \frac{\psi_a''}{\psi_0''} \right)^2}. \quad (4.14)$$

$$c_2 = \frac{\sum_{m=1}^M \frac{m^4}{(\lambda^4 - m^4)^2} \left(1 - (-1)^m \frac{\psi_a''}{\psi_0''} \right)^2}{\sum_{m=1}^M \frac{m^2}{(\lambda^4 - m^4)^2} \left(1 - (-1)^m \frac{\psi_a''}{\psi_0''} \right)^2}. \quad (4.15)$$

La ecuación 13, corresponde a la frecuencia fundamental de una losa con dos extremos paralelos parcialmente restringidos y los dos restantes simplemente apoyados. Si consideramos el mismo procedimiento para una losa con dos extremos paralelos parcialmente restringidos y dos extremos libres $\phi_1(y)=1$ y la frecuencia estimada corresponde a la ecuación 4.16.

$$\omega^2 = c_1 \frac{\pi^4 D_x}{\rho h a^4}. \quad (4.16)$$

Con c_1 indicado en la ecuación 4.14.

4.2 Aplicación del método de Rayleigh y Ritz a un sistema de piso ligero

Simplificando este método para su aplicación en el sistema de piso ligero, debe comenzarse por aclarar que el modelo propuesto es sólo una aproximación a las frecuencias y formas modales, por lo cual se usarán simplificaciones de las rigideces de rotación y flexión propuestas por Iyengar y Iyengar, (1967). Se considera para el desarrollo de la teoría el sistema de piso indicado en la figura 4.2.

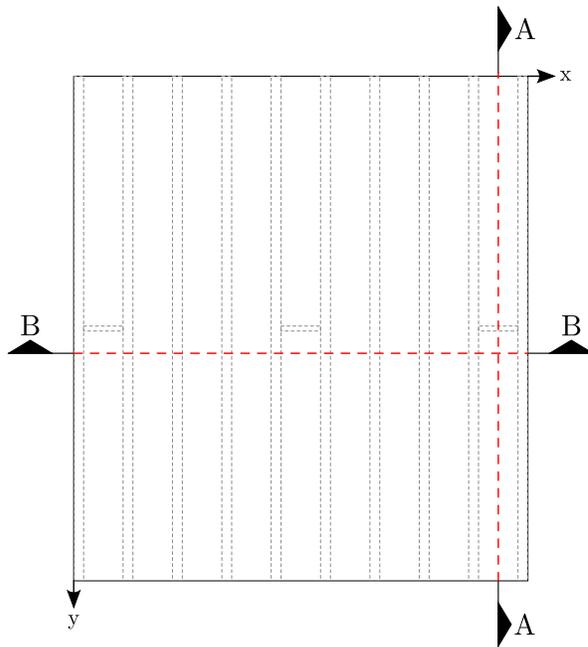


Figura 4. 2 Sistema de piso ligero de estudio

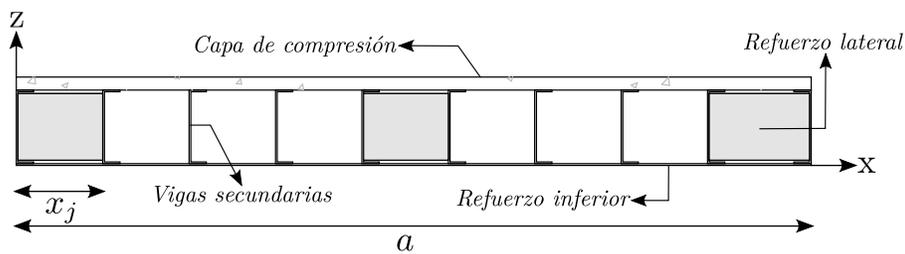


Figura 4. 3 Corte A-A

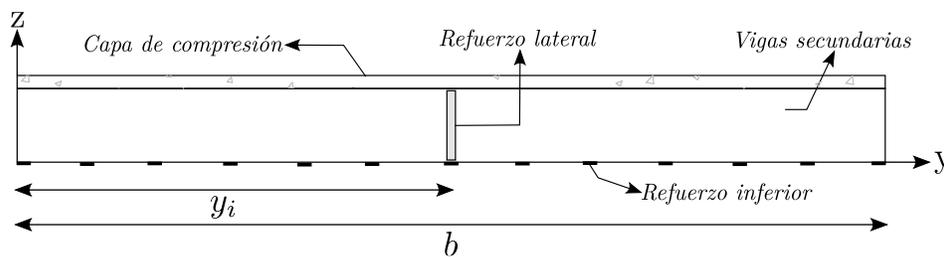


Figura 4. 4 Corte B-B

La energía potencial máxima de un sistema de piso ligero se define acorde a la ecuación 4.17.

$$U_{m\acute{a}x} = U_{cm\acute{a}x} + U_{vm\acute{a}x} + U_{tm\acute{a}x}, \quad (4.17)$$

$U_{cm\acute{a}x}$, es la energía potencial máxima de la capa de compresión; $U_{vm\acute{a}x}$, la energía potencial máxima de las vigas secundarias y $U_{tm\acute{a}x}$, la energía potencial máxima de los elementos transversales. Todas estas variables se describen en las ecuaciones 4.18, 4.19 y 4.20.

$$U_{cm\acute{a}x} = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left[D_{cx} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)^2 + 2D_{c1} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + D_{cy} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 + 4D_{cxy} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy. \quad (4.18)$$

$$U_{vm\acute{a}x} = \frac{1}{2} EI \sum_{i=1}^I \int_0^a \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)_{y=y_i}^2 dx - \frac{1}{2} EI \sum_{i=1}^I \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial W}{\partial x} \right)_{y=y_i} \Bigg|_{x=0}^{x=a}. \quad (4.19)$$

$$U_{tm\acute{a}x} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^J EI_t \int_0^b \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)_{x=x_j}^2 dy. \quad (4.20)$$

La ecuación 4.20 considera $U_{tm\acute{a}x}$ como una fila de elementos transversales al centro de la losa; D_{cx} , D_{cy} , D_{s1} , son las rigideces a flexión de la capa de compresión; D_{cxy} , rigidez a torsión de la capa de compresión; EI , rigidez a flexión de las vigas secundarias; EI_t , rigidez a flexión de los elementos de refuerzo transversal; y_i , localización de las vigas del sistema de piso y x_j , localización de los elementos de refuerzo transversal.

Mientras que la energía cinética máxima corresponde a la ecuación 4.21.

$$T_{m\acute{a}x} = T_{cm\acute{a}x} + T_{vm\acute{a}x} + T_{tm\acute{a}x}. \quad (4.21)$$

$T_{cm\acute{a}x}$, es la energía cinética máxima de la capa de compresión; $T_{vm\acute{a}x}$, energía cinética máxima del conjunto de vigas y $T_{tm\acute{a}x}$, energía cinética máxima de los elementos de refuerzo transversal, definidas en las ecuaciones 4.22, 4.23 y 4.24.

$$T_{cm\acute{a}x} = \frac{1}{2} \omega^2 \rho_c h \int_0^a \int_0^b W^2 dy dx \quad (4.22)$$

$$T_{vm\acute{a}x} = \frac{1}{2} \omega^2 \rho_v A_v \sum_{i=1}^I \int_0^a W^2_{y=y_i} dx, \quad (4.23)$$

$$T_{tm\acute{a}x} = \frac{1}{2} \omega^2 \rho_t A_t \sum_{j=1}^J \int_0^b W^2_{x=x_j} dy, \quad (4.24)$$

donde A_v , es el área transversal de vigas; A_t , área transversal de elementos de refuerzo transversal; h , espesor de la placa; ρ_c , densidad de la capa de compresión; ρ_v , densidad de vigas y ρ_t , densidad de refuerzos transversales.

Igualando las energías cinética y potencial mediante la ecuación 4.8 y despejando, la frecuencia circular corresponde a la ecuación 4.25.

$$\omega^2 = \frac{ab\pi^4 \left[\frac{c'_1 D_{cx} + (c'_1 + c'_3 + c'_4) \frac{(I-1)EI_v}{b}}{a^4} + 2c'_2 \frac{D_{c1} + 2D_{cxy}}{a^2 b^2} + \frac{D_{cy} + 2c'_5 \frac{EI_t}{a}}{b^4} \right]}{\rho_c hab + (I-1)\rho_v A_v a + 2c'_5 \sum_{j=1}^J \rho_t A_t b} \quad (4.25)$$

Con las constantes definidas en las ecuaciones 4.26, 4.27, 4.28, 4.29 y 4.30.

$$c'_1 = \frac{\sum_{m=1}^M \frac{m^6}{(\lambda^4 - m^4)^2} \left(1 - (-1)^m \frac{\psi_a'''}{\psi_0'''} \right)^2}{\sum_{m=1}^M \frac{m^2}{(\lambda^4 - m^4)^2} \left(1 - (-1)^m \frac{\psi_a'''}{\psi_0'''} \right)^2} \quad (4.26)$$

$$c'_2 = \frac{\sum_{m=1}^M \frac{m^4}{(\lambda^4 - m^4)^2} \left(1 - (-1)^m \frac{\psi_a'''}{\psi_0'''} \right)^2}{\sum_{m=1}^M \frac{m^2}{(\lambda^4 - m^4)^2} \left(1 - (-1)^m \frac{\psi_a'''}{\psi_0'''} \right)^2} \quad (4.27)$$

$$c'_3 = \frac{\sum_{m=1}^M \frac{m^2}{\lambda^4 - m^4} \left(1 - (-1)^m \frac{\psi_a'''}{\psi_0'''} \right)}{\sum_{m=1}^M \frac{m^2}{(\lambda^4 - m^4)^2} \left(1 - (-1)^m \frac{\psi_a'''}{\psi_0'''} \right)^2} \quad (4.28)$$

$$c'_4 = \frac{\sum_{m=1}^M \frac{m^2}{\lambda^4 - m^4} \left(\left(\frac{\psi_a'''}{\psi_0'''} \right)^2 - (-1)^m \frac{\psi_a'''}{\psi_0'''} \right)}{\sum_{m=1}^M \frac{m^2}{(\lambda^4 - m^4)^2} \left(1 - (-1)^m \frac{\psi_a'''}{\psi_0'''} \right)^2} \quad (4.29)$$

$$c'_5 = \frac{\left[\sum_{m=1}^M \frac{m}{\lambda^4 - m^4} \left(1 - (-1)^m \frac{\psi_a'''}{\psi_0'''} \right) \text{sen} \frac{m\pi x_j}{a} \right]^2}{\sum_{m=1}^M \frac{m^2}{(\lambda^4 - m^4)^2} \left(1 - (-1)^m \frac{\psi_a'''}{\psi_0'''} \right)^2} \quad (4.30)$$

Igualando las ecuaciones 16 y 25, pueden obtenerse las rigideces equivalentes de un sistema de piso ligero, representado mediante una placa ortótropa, correspondientes a las ecuaciones 4.31, 4.32, 4.33 y 4.34.

$$D_x = \frac{c'_1}{c_1} D_{cx} + \frac{c'_1 + c'_3 + c'_4 (I-1)EI_v}{c_1 b} \quad (4.31)$$

$$D_y = D_{cy} + 2c'_5 \frac{EI_t}{a} \quad (4.32)$$

$$H = D_{c1} + 2D_{cxy} \quad (4.33)$$

$$\rho_{hab} = \rho_c hab + (I-1)\rho_v A_v a + 2c'_5 \sum_{j=1}^J \rho_t A_t b \quad (4.34)$$

Asimismo, comparando las constantes de la frecuencia fundamental de la placa y el sistema de piso ligero, se obtienen las constantes c_1 y c_2 , establecidas en las ecuaciones 4.35 y 4.36.

$$c_1 = c'_1 + c'_3 + c'_4, \quad (4.35)$$

$$c_2 = c'_2. \quad (4.36)$$

Con la finalidad de simplificar la aplicación del método, se introduce el factor de restricción (ecuación 4.37), descrito en Morton y Wu, (1963) el cual indica la rigidez en la conexión de los extremos de las vigas que conforman el tablero y se define en un valor entre 0 (conexión articulada) y 1 (conexión a momento).

$$r = \frac{1}{1 + \frac{3EI'}{RL}} \quad (4.37)$$

R, es la rigidez rotacional en la conexión de los extremos de las vigas y EI/L, rigidez a flexión de las vigas.

Este factor es introducido en el cálculo de las constantes indicadas en las ecuaciones 4.26, 4.27, 4.28, 4.29 y 4.30, mediante la ecuación 4.38.

$$c'_i = 1 + \frac{Ar^2 + Br}{Cr + D}. \quad (4.38)$$

donde las constantes A, B, C y D, son evaluadas de acuerdo al factor c_i que desea estimarse y pueden ser consultadas en la tabla 4.1.

Tabla 4. 1 Constantes A, B, C y D

Constante c_i	A	B	C	D
c'_1	23.70	-5.40	-21.40	25.90
c_1	0.00	72.80	-41.60	59.20
c_2	0.28	-0.07	4.22	5.06
c'_5	0.00	1.05	9.50	13.50

Asimismo, el valor del factor r puede obtenerse mediante la tabla 4.2.

Tabla 4. 2 Factor r

c_i	Factor r													
	0.00	0.01	0.05	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	0.99	1.00
c'_1	1.000	1.000	1.000	1.004	1.019	1.051	1.109	1.211	1.386	1.686	2.217	3.200	4.882	5.138
c_1	1.000	1.012	1.063	1.131	1.284	1.464	1.680	1.945	2.274	2.695	3.254	4.023	5.133	5.138
c_2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.001	1.003	1.006	1.012	1.022	1.040	1.071	1.130	1.246	1.246
c'_5	1.000	1.000	1.003	1.008	1.018	1.0291	1.043	1.060	1.080	1.107	1.143	1.246	1.261	0.000

Suponiendo que el eje neutro del sistema de piso se encuentra al centro del elemento y un coeficiente de Poisson igual a cero, la frecuencia fundamental del sistema de piso ligero en acero parcialmente restringida corresponde a la ecuación 4.39, formada por los factores 4.40, 4.41, 4.42, 4.43 y 4.44.

$$\omega^2 = \frac{ab\pi^4 \left[\frac{D_x}{a^4} + 2 \frac{H}{a^2 b^2} + \frac{D_y}{b^4} \right]}{m}, \quad (4.39)$$

$$D_x = c'_1 D_{cx} + c_1 \frac{EI_v}{s}, \quad (4.40)$$

$$D_y = D_{cy} + 2c'_5 \frac{EI_t}{a}, \quad (4.41)$$

$$H = c_2 \left[\frac{G_c t_c^3}{12} + \frac{J}{2s} \right], \quad (4.42)$$

$$D_{cx} = \frac{E_{cx} t_c^3}{12} + E_{cx} t_c z_c^2, \quad (4.43)$$

$$D_{cy} = \frac{E_{cy} t_c^3}{12} + E_{cy} t_c z_c^2. \quad (4.44)$$

donde S, es la separación de las vigas del piso; E_{cx} , E_{cy} , módulos de elasticidad de la capa de compresión; t_c , espesor uniforme de la capa de compresión; z_c , distancia vertical del centroide de las vigas, al centroide de la capa de compresión; G_c , módulo de cortante de la capa de compresión; J, constante de torsión de las vigas; m, masa de la capa de compresión y las constantes c'_1 , c_1 , c'_5 , c_2 son obtenidas mediante la ecuación 4.38.

4.3 Rutina: Cálculo de frecuencia fundamental para pisos en acero

Esta rutina tiene el cometido de aproximar la frecuencia fundamental de un piso en acero con una configuración de vigas secundarias con conexiones a cortante, vigas principales con conexiones a momento, elementos de soporte transversal y capa de compresión, a partir de la descripción del tablero. Ha sido desarrollada en la aplicación MATLAB R2017b y consta de un archivo ejecutable, llamado frecuenciasCFS.m.

4.3.1 Uso de la rutina

1. Datos de entrada. Al ejecutar la rutina se solicitarán las siguientes propiedades para los componentes del piso:

Tablero	Longitud. Ancho.
Capa de compresión	Espesor. Distancia vertical del centroide de las vigas, al centroide de la capa de compresión. Módulo de elasticidad. Módulo de cortante. Peso volumétrico.
Vigas secundarias	Separación. Módulo de elasticidad. Inercia. Constante de torsión.
Elementos de refuerzo transversal	Módulo de elasticidad. Inercia de la sección transversal.

2. Cálculo de constantes del método. Se estimarán acorde ecuación 4.38.
3. Cálculo de variables. Una vez estimadas las constantes del punto 2, a partir de sus valores se establecerán las variables del método (ecuaciones 4.40, 4.41, 4.42, 4.43, 4.44).
4. Estimación de frecuencia fundamental.

4.3.2 Ejemplo de calibración

La rutina ha sido calibrada mediante las propiedades obtenidas en el programa SAP2000, para un sistema de piso ligero en acero a base perfiles I y lámina acanalada, mostrado en la figura 4.5 y 4.6.

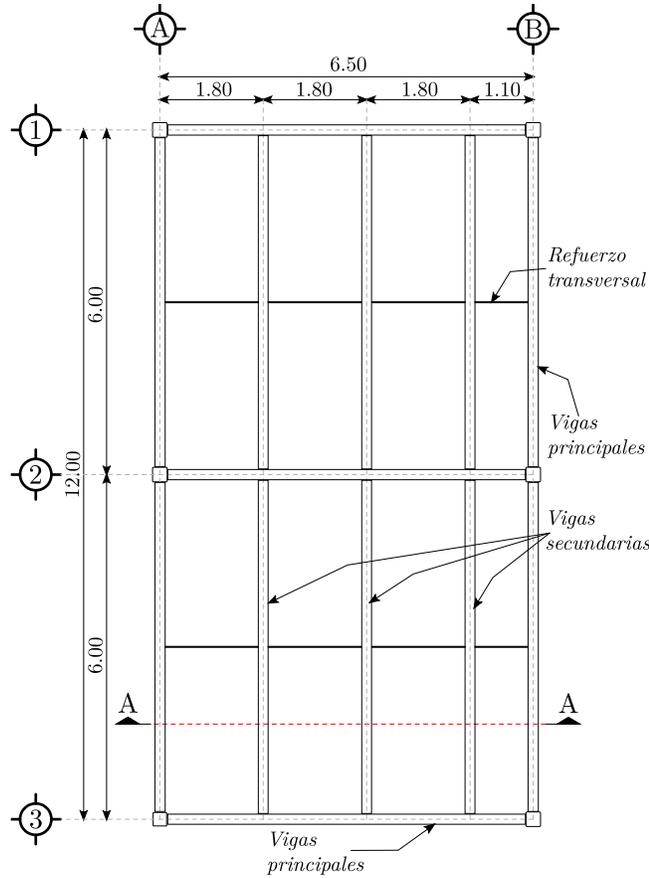


Figura 4.5 Piso para calibración.

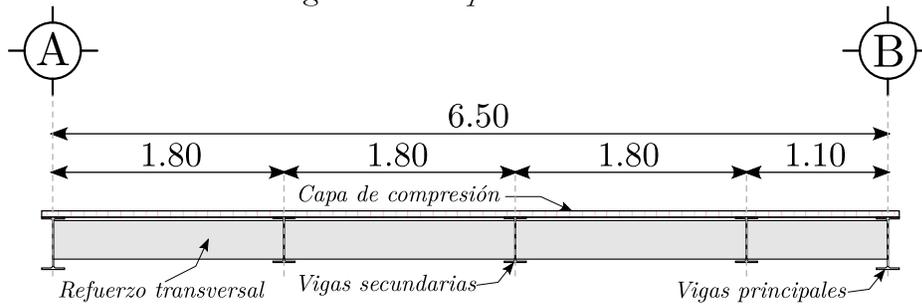


Figura 4.6 Corte A-A, calibración.

Las propiedades de las secciones se muestran en la tabla 4.3.

Tabla 4.3 *Propiedades de los componentes del piso de estudio*

Elemento	Sección	Módulo de elasticidad [Kg/m ²]	Módulo de cortante [Kg/m ²]	Inercia de la sección [m ⁴]	Constante de torsión [m ⁴]
Vigas principales	IR406mmX59.8Kg/m (W16"X40 Lb/ft)	21,406,727,829	----	----	----
Vigas secundarias	IR356mmX44.8Kg/m (W14"X30Lb/ft)	21,406,727,829	----	0.00012	0.00000016
Refuerzos transversales	Placa e=0.0254m (1/2")	21,406,727,829	----	0.00003	----
Capa de compresión	Concreto e=0.06m	2,213,047,910	885,219,164	0.000068	----

La distancia z_c entre los centroides de la capa de compresión y vigas corresponde a 0.2285m.

Una vez establecido el problema de análisis, se presentan los resultados obtenidos por la rutina propuesta en la figura 4.7. La frecuencia angular estimada tiene un valor de 64.37 rad/s.

```

Command Window
Longitud del tablero (b): 12
Ancho del tablero (a): 6.5
Espesor de la capa de compresion (τ): 0.05
Distancia vertical del centroide de las vigas, al centroide de la capa de compresion (z): 0.2285
Modulo de elasticidad de la capa de compresion: 2213047910
Modulo de cortante de la capa de compresion: 885219164
Peso volumetrico de la capa de compresion: 2400
Separacion de las vigas secundarias (s): 1.8
Modulo de elasticidad de los elementos viga: 21406727829
Inercia de los elementos viga: 0.00012
Constante de torsion de los elementos viga: 0.00000016
Modulo de elasticidad de los elementos de refuerzo transversal: 21406727829
Inercia de los elementos de refuerzo transversal: 0.00003
fx La frecuencia del tablero es de: 64.3706 rad/s>>

```

Figura 4.7 Datos de entrada y resultado obtenido

A continuación, en la figura 4.8, se presenta el modelo y resultado obtenido mediante el programa SAP2000.

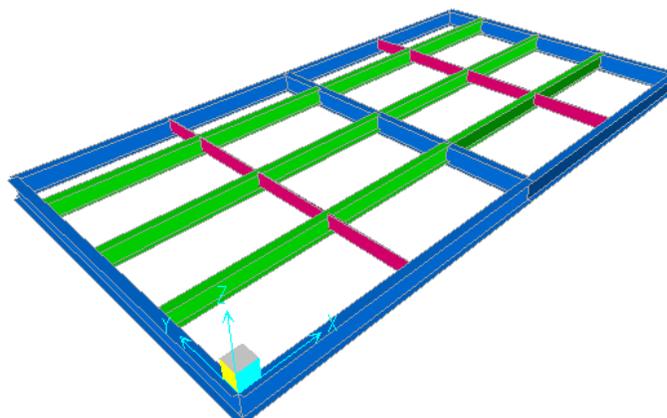


Figura 4.8 Modelo de tablero en SAP2000

Las consideraciones del modelo incluyen la articulación de los extremos en las vigas secundarias, las cargas correspondientes a los pesos propios de los materiales y el peso de la capa de compresión, además de la suposición de un diafragma rígido.

Una vez realizado el análisis, se ha recuperado una frecuencia angular de 71.67 rad/s para la primera forma modal (figura 4.9).

OutputCase Text	StepType Text	StepNum Unitless	Period Sec	Frequency Cyc/sec	CircFreq rad/sec	Eigenvalue rad2/sec2
MODAL	Mode	1	0.087673	11.406	71.666	5136.1

Figura 4.9 Frecuencias estimadas mediante el modelo en SAP2000

Al comparar los resultados con ambas metodologías, en la tabla 4.4, puede identificarse que la diferencia de valores tiene un orden del por lo cual, se considera que la rutina es aceptable.

Tabla 4.4 Frecuencias de vibrar (rad/s)

Rutina [rad/s]	Modelo SAP2000 [rad/s]	Diferencia [%]
64.37	71.67	11.34%

5

Identificación de parámetros modales

En los problemas estructurales que implican la aplicación de cargas de naturaleza no estática, la identificación de los parámetros modales es un punto de gran relevancia, ya que permite describir el comportamiento de la estructura, de manera que ésta puede ser diseñada de forma más racional. Los parámetros dinámicos que interesan conocer de una estructura son:

- Formas modales: definen la manera en que una estructura puede deformarse, de acuerdo a las rotaciones y deformaciones que es capaz de realizar acorde a su geometría, éstas dependen de los grados de libertad del sistema. En la práctica de la ingeniería civil, se suele idealizar a la estructura como un conjunto de barras y nodos. La cantidad de barras y nodos requeridos debe ser suficiente para que el modelo supuesto sea representativo del comportamiento del sistema de estudio, considerando que cada nodo posee como máximo 6 grados de libertad.
- Frecuencias naturales: estipulan el índice de repetición de ciclos para una señal, en función del tiempo.
- Amortiguamiento: se relaciona con la capacidad de la estructura de disipar energía y los dispositivos externos adicionados que aumentan la cantidad de energía disipada.

Con la finalidad de determinar los parámetros modales a partir de mediciones experimentales en estructuras Kim (2005), propone el uso del método de descomposición modal en el dominio del tiempo (TDD). La respuesta de un sistema dinámico lineal, puede expresarse mediante la base descrita por sus modos ortogonales, señalada en la ecuación 5.1.

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i(t) \varphi_i, \quad (5.1)$$

$y(t)$, es el vector de desplazamientos $y(t)=[y_1(t)\dots y_p(t)]^T$; φ_i , i -ésima forma modal $\varphi_i=[\varphi_{i1}\dots \varphi_{ip}]^T$; c_i , i -ésimo factor de contribución modal del desplazamiento en el tiempo t y p , número de sensores.

La respuesta de aceleraciones está dada por la ecuación 5.2.

$$\ddot{y}(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{c}_i(t) \varphi_i. \quad (5.2)$$

Suponiendo que la respuesta de aceleración continua se muestrea en una tasa de F muestras por segundo, dada por la relación 5.3.

$$F = 1/T, \quad (5.3)$$

donde T , es el periodo de muestreo.

Se evitarán problemas de solapamiento en la señal asumiendo que ésta ha sido procesada con un filtro analógico de paso bajo limitado a un ancho de banda de la señal de B (Hz). La frecuencia de muestreo F será de $F > 2B$, acorde al teorema de Nyquist, el cual establece que toda señal con un ancho de banda acotado puede ser reconstruida siempre y cuando la velocidad de muestreo sea como mínimo del doble de la frecuencia máxima de la señal.

Ya que la respuesta de aceleraciones es obtenida por medio de un grupo de sensores distribuidos, puede asumirse que le problema a abordar corresponde a un sistema de múltiples salidas con múltiples grados de libertad.

Considerando un error de truncamiento $\ddot{\epsilon}_t$, atribuido a problemas de muestreo en el tiempo k y que la respuesta de aceleraciones es discreta y acotada, la ecuación 5.2 puede reescribirse con la ecuación 5.4.

$$\ddot{y}(k) = \sum_{i=1}^n \ddot{c}_i(k) \varphi_i + \ddot{\epsilon}_t(k), \quad (5.4)$$

donde $\ddot{c}_i(k)$, es el i -ésimo factor de contribución modal de la aceleración en el tiempo k y $\ddot{\epsilon}_t(k)$, el error de truncamiento en el tiempo k .

5.1 Modos aislados

Dada la naturaleza de las estructuras, generalmente, su respuesta dinámica se encuentra definida por sistemas de múltiples grados de libertad. Esta condición puede generar problemas de identificación de parámetros en el procesamiento de señales, con la finalidad de evitarla se recurre a aislar las señales de un sistema de múltiples grados de libertad, generando un conjunto de sistemas de un grado de libertad.

El proceso de aislamiento de modos se basa en el uso de un filtro pasabanda digital. El filtro pasabanda se encarga de generar sistemas de un grado de libertad a partir de señales de múltiples grados de libertad, mediante el uso de la metodología variable estado. Así, para cada frecuencia de ancho de banda se diseña un filtro pasabanda que genera la respuesta discreta de un sistema de un grado de libertad. En cuanto al error de truncamiento de la señal, éste se reduce de manera significativa, ya que el filtro maneja de manera unitaria la señal de análisis y considera como nulas al resto.

Considerando el uso del filtro pasabanda y los modos aislados resultantes, la ecuación 5.4 puede ser reescrita para la i -ésima respuesta de aceleración con la ecuación 5.5.

$$\ddot{y}_i(k) = \ddot{c}_i(k) \varphi_i + \ddot{\epsilon}_f(k), \quad (5.5)$$

donde $\ddot{y}_i(k)$, i -ésima respuesta de aceleración en el tiempo k y $\ddot{\epsilon}_f(k)$, el ruido en el tiempo k , debido al filtro pasabanda y al error $\ddot{\epsilon}_t(k)$.

Considerando que el vector de aceleraciones $\ddot{y}_i(k)$ contiene el espacio modal y el espacio ortogonal de ruido; el espacio modal es único y la dimensión del espacio de ruido será $p-1$. El vector de ruido puede ser expresado mediante su base con la relación 5.6.

$$\ddot{\xi}_f(k) = \sum_{j=1}^{p-1} \ddot{d}_j(k) \psi_j, \quad (5.6)$$

$\ddot{d}_j(k)$, es la contribución del j -ésimo ruido al vector total de ruido en la muestra en el tiempo k y ψ_j , la j -ésima base ortogonal de ruido, $\Psi_j = [\psi_{1j} \ \dots \ \psi_{pj}]^T$.

Sustituyendo la ecuación 5.6 en la ecuación 5.5, se obtiene la ecuación 5.7.

$$\ddot{y}_i(k) = \ddot{c}_i(k) \varphi_i + \sum_{j=1}^{p-1} \ddot{d}_j(k) \psi_j. \quad (5.7)$$

Si se considera la medición de N muestras, la ecuación 5.7 puede expresarse de manera matricial con la ecuación 5.8.

$$\begin{bmatrix} \ddot{y}_{1i}(1) & \dots & \ddot{y}_{1i}(N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \ddot{y}_{pi}(1) & \dots & \ddot{y}_{pi}(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{1i} \\ \vdots \\ \varphi_{pi} \end{bmatrix} [\ddot{c}_i(1) \ \dots \ \ddot{c}_i(N)] + \sum_{j=1}^{p-1} \begin{bmatrix} \psi_{1j} \\ \vdots \\ \psi_{pj} \end{bmatrix} [\ddot{d}_j(1) \ \dots \ \ddot{d}_j(N)]. \quad (5.8)$$

A su vez la relación 5.8 puede expresarse mediante la ecuación 5.9.

$$Y_i = \varphi_i \ddot{c}_i^T + \sum_{j=1}^{p-1} \psi_j \ddot{d}_j^T, \quad (5.9)$$

donde Y_i , es la respuesta de aceleración del i -ésimo modo aislado en el tiempo; $\ddot{c}_i \equiv [\ddot{c}_i(1) \ \dots \ \ddot{c}_i(N)]^T$, i -ésima contribución modal de la respuesta de aceleración y $\ddot{d}_j \equiv [\ddot{d}_j(1) \ \dots \ \ddot{d}_j(N)]^T$, j -ésima contribución de ruido a la respuesta.

Considerando que existe una matriz de correlación cruzada E_i (ecuación 5.10) para la respuesta del sistema, ésta puede ser interpretada como la energía de correlación del i -ésimo modo, respecto a la ubicación del grupo de sensores que registra las muestras en el tiempo.

$$E_i \equiv Y_i Y_i^T. \quad (5.10)$$

Sustituyendo la ecuación 5.9 en la ecuación 5.10, se obtiene la relación 5.11.

$$E_i = \varphi_i \ddot{c}_i^T \ddot{c}_i \varphi_i^T + \varphi_i \ddot{c}_i^T \sum_{j=1}^{p-1} \ddot{d}_j \psi_j^T + \sum_{j=1}^{p-1} \psi_j \ddot{d}_j^T \ddot{c}_i \varphi_i^T + \sum_{j=1}^{p-1} \sum_{k=1}^{p-1} \psi_j \ddot{d}_j^T \ddot{d}_k \psi_k^T, \quad (5.11)$$

Considerando las operaciones posibles entre las bases ortogonales, la ecuación 5.11 puede expresarse con la igualdad 5.12.

$$E_i = \varphi_i q_m \varphi_i^T + \sum_{j=1}^{p-1} \psi_j \sigma_j \psi_j^T, \quad (5.12)$$

$q_m = \ddot{c}_i^T \ddot{c}_i$, es el nivel de energía en el modo i y $\sigma_j = \ddot{d}_j^T \ddot{d}_j$, el nivel de energía en el modo j

A su vez, la ecuación 5.12 puede reescribirse mediante la ecuación 5.13.

$$E_i = U \Omega U^T, \quad (5.13)$$

donde $U \equiv [\varphi_i \ \psi_j \ \dots \ \psi_{p-1}]$, es la matriz vectorial singular de Y_i de dimensiones (p, p) y $\Omega \equiv \text{diag}[q_i \ \sigma_j \ \dots \ \sigma_{p-1}]$, la matriz de valor singular de Y_i , diagonal con dimensiones (p, p) .

Para señales con ruido, los valores de la matriz diagonal Ω estarán ordenados en sentido ascendente $q_i > \sigma_1 > \dots > \sigma_{p-1}$, para señales sin ruido los valores σ_1 serán nulos. Al realizar una descomposición modal singular (SVD) la primera columna de la matriz obtenida corresponderá a la i -ésima forma modal φ_i .

Sin pérdidas de generalidad, esta metodología puede ser aplicada a respuestas de velocidades y desplazamientos, modificando la ecuación 5.5, de manera que sean aplicables las ecuaciones 5.14 y 5.15.

$$\dot{y}_i(k) = \dot{c}_i(k) \varphi_i + \dot{\varepsilon}_f(k), \quad (5.14)$$

con $\dot{y}_i(k)$, i -ésima respuesta de velocidad en el tiempo k y $\dot{\varepsilon}_f(k)$, ruido en el tiempo k , debido al filtro pasabanda y al error $\dot{\varepsilon}_T(k)$.

$$y_i(k) = c_i(k) \varphi_i + \varepsilon_f(k), \quad (5.15)$$

donde $y_i(k)$, es la i -ésima respuesta de desplazamientos en el tiempo k y $\varepsilon_f(k)$, ruido en el tiempo k , debido al filtro pasabanda y al error $\varepsilon_T(k)$.

5.2 Amortiguamiento

El amortiguamiento determina la capacidad de una estructura de disipar energía. Este es un parámetro de difícil interpretación en las mediciones experimentales. En este caso, se utilizará el método de Rinawi & Clough (1992), que tiene como base la premisa de que un pico en la función de transferencia o señalado en el contenido de frecuencias de un sistema puede aproximarse mediante un sistema para un modo específico, determinado por la relación 5.16.

$$\ddot{y} + 2\omega_n \xi_n \dot{y} + \omega_n^2 y = P_n e^{i\Omega_k t}, \quad (5.16)$$

donde: y , desplazamientos del sistema; \dot{y} , velocidad del sistema; \ddot{y} , aceleración del sistema; P_n , factor de participación modal; ω_n , frecuencia del modo n y ξ_n , amortiguamiento del modo n .

La respuesta del sistema en estado estacionario, para una frecuencia de entrada Ω_k se encuentra definida en las ecuaciones 5.17 y 5.18, que resultan válidas únicamente para una función de transferencia que relaciona la aceleración de entrada con la respuesta de desplazamientos.

$$A_k = \frac{P_n}{D_k}, \quad (5.17)$$

$$D_k = \frac{1}{\sqrt{(\omega_n^2 - \Omega_k^2)^2 + (2\omega_n \xi_n \Omega_k)^2}} \quad (5.18)$$

Considerándose un error en la señal de entrada debido a las mediciones experimentales, la amplitud A_k debe ser escalada. Desarrollando la ecuación 5.17, puede obtenerse la ecuación 5.19.

$$A_k^2 D_k^2 - P_n^2 = 0, \quad (5.19)$$

escalando por A_k , se tiene la relación 5.20.

$$A_k^3 D_k^2 - A_k P_n^2 = 0. \quad (5.20)$$

Sustituyendo la ecuación 5.18 en la ecuación 5.19, se tiene la ecuación 5.21, formada por las relaciones señaladas en las relaciones 5.22.

$$A_k^3 x_1 + A_k^3 \Omega_k^2 x_2 - A_k x_3 = -A_k^3 \Omega_k^4, \quad (5.21)$$

$$x_1 = \omega_n^4.$$

$$x_2 = 4\xi_n^2 \omega_n^2 - 2\omega_n^2. \quad (5.22)$$

$$x_3 = P_n^2.$$

Al considerar un conjunto de frecuencias de entrada Ω_k desde $k=1$ hasta $k=N$, la ecuación 5.21 puede expresarse mediante el sistema de ecuaciones señalado en la relación 5.23.

$$\begin{bmatrix} A_1^3 & A_1^3 \Omega_1^2 & -A_1 \\ A_2^3 & A_2^3 \Omega_2^2 & -A_2 \\ A_3^3 & A_3^3 \Omega_3^2 & -A_3 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ A_N^3 & A_N^3 \Omega_N^2 & -A_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -A_1^3 \Omega_1^4 \\ -A_2^3 \Omega_2^4 \\ -A_3^3 \Omega_3^4 \\ \cdot \\ \cdot \\ -A_N^3 \Omega_N^4 \end{Bmatrix} \quad (5.23)$$

Con la forma $Ax=B$ y con solución $A^T Ax=A^T B$. Una vez desarrollada la solución, ésta puede ser simplificada mediante el sistema 5.24.

$$\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^N A_k^6 & \sum_{k=1}^N A_k^6 \Omega_k^2 & -\sum_{k=1}^N A_k^4 \\ \sum_{k=1}^N A_k^6 \Omega_k^2 & \sum_{k=1}^N A_k^6 \Omega_k^4 & -\sum_{k=1}^N A_k^4 \Omega_k^2 \\ -\sum_{k=1}^N A_k^4 & -\sum_{k=1}^N A_k^4 \Omega_k^2 & \sum_{k=1}^N A_k^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\sum_{k=1}^N A_k^6 \Omega_k^4 \\ -\sum_{k=1}^N A_k^6 \Omega_k^6 \\ \sum_{k=1}^N A_k^4 \Omega_k^4 \end{Bmatrix}. \quad (5.24)$$

Al resolver el sistema de la ecuación 5.24, pueden obtenerse los parámetros modales que conforman a la respuesta del sistema, establecidos por las relaciones 5.25, 5.26 y 5.27.

$$\omega_n = (x_1)^{1/4}, \quad (5.25)$$

$$\zeta_n = \sqrt{\frac{x_2}{4\omega_n^2} + \frac{1}{2}}, \quad (5.26)$$

$$P_n = \sqrt{x_3}. \quad (5.27)$$

5.3 Rutina: Identificación de parámetros modales

En la práctica de ingeniería civil es común el estudio de estructuras existentes, con fines de mantenimiento o de atención a condiciones de servicio y/o resistencia. Abordado este tipo de problema, se tiene claro que no basta con conocer el diseño inicial del elemento (proyecto planeado) sino que, se requiere percatarse de su comportamiento estructural una vez que ha sido construido (proyecto ejecutado), pues es posible que: existan discrepancias entre ambos, que la estructura no presente la respuesta para cual fue diseñada a pesar de encontrarse sometida a cargas consideradas o que las cargas presentes no concuerden con las cargas de diseño. La recopilación de información en campo es un elemento clave para identificar la falla en el proyecto. Las pruebas de recopilación de datos son planeadas acorde a las necesidades identificadas en el problema, dentro de las herramientas de recopilación puede encontrarse: la medición de espacios, medición de dimensiones en los componentes estructurales, pruebas destructivas o no destructivas de los elementos estructurales y medición de respuesta dinámica del conjunto estructural.

El problema abordado en este trabajo corresponde al control de vibraciones en pisos por lo cual, la identificación del comportamiento dinámico del espacio es una necesidad básica. La rutina presentada ha sido desarrollada en el programa MATLAB R2017b, con la finalidad de recuperar:

- Formas modales
- Desplazamientos modales
- Factor de participación modal
- Amortiguamiento
- Frecuencias

Para un conjunto de aceleraciones recopiladas en campo. Los archivos que la conforman son: un código principal para ejecución llamado parametros.m y tres funciones auxiliares (amortiguamientoRC.m, pasabanda.m y tdd.m).

5.3.1 Uso de la rutina

1. Datos de entrada

- a. Tiempo de muestreo. Se despliega una ventana solicitando la selección del archivo de tiempo de muestreo (figura 5.1). Éste debe ordenarse de manera horizontal.

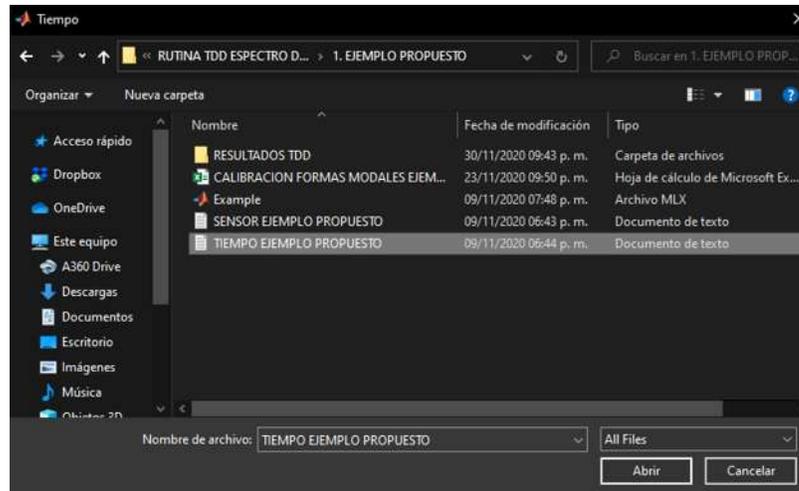


Figura 5. 1 Ventana para selección de archivo de tiempo

- b. Sensor de referencia. Se despliega una ventana para la selección del archivo de aceleraciones medidas en campo (figura 5.2). Cada renglón del archivo corresponde a los datos recopilados por una estación, como se señala en la figura 5.3.

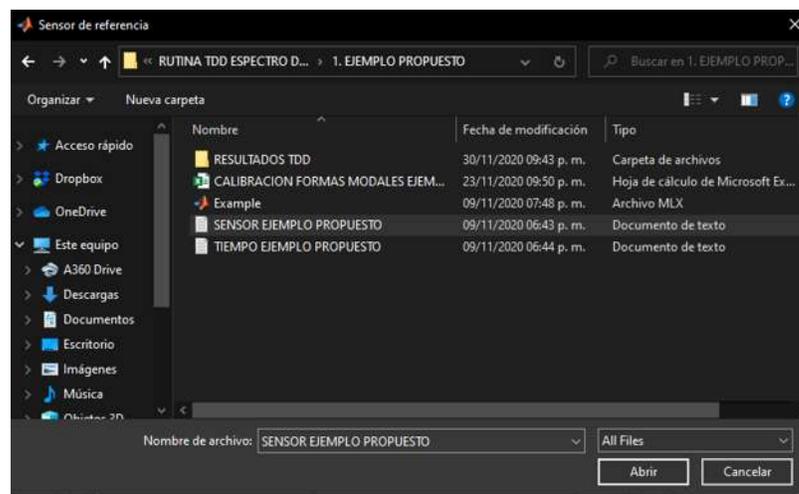


Figura 5. 2 Ventana para la selección del archivo de aceleraciones

	Muestra 1	Muestra 2	Muestra 3	...	Muestra n
Sensor 1	0	0	0	0	0
Sensor 2	-0.0554773	0.02484028	-0.1080877	0.16585434	0.01536564
Sensor 3	-0.193438	0.07724785	-0.3654506	0.57747537	0.0481788
⋮	-0.3723135	0.12545987	-0.6748128	1.10894324	0.0792794
Sensor i	-0.5540135	0.14197108	-0.9482675	1.64353688	0.09182892

Figura 5. 3 Formato de datos para archivo de aceleraciones

2. Definición de parámetros de filtro

- c. Se genera un archivo de texto con el espectro de densidad de potencia asociado a los datos de estudio, con la finalidad de identificar los picos en la señal, así como el ancho de banda para el filtro. Además, el espectro es mostrado en una ventana emergente.
- d. Posteriormente se solicita en la ventana de comando el número de frecuencias de interés para la señal, el cuál debe ser ingresado como un número entero.
- e. Para cada frecuencia se solicita su valor, además de los límites superiores e inferiores que limitan el ancho de banda.

3. Método de Rinawi y Clough

Se calcula la frecuencia angular, amortiguamiento y factor de participación modal para cada frecuencia solicitada.

4. Descomposición en el dominio del tiempo

Se calculan las formas modales y desplazamientos modales para cada frecuencia solicitada.

5. Resultados

Se generan dos archivos de texto con los resultados obtenidos.

- a. El primero se titula Formas modales.txt, contiene las formas modales correspondientes a cada frecuencia ingresada, ordenadas a manera de columna.
- b. Posteriormente, se genera el archivo Desplazamientos modales.txt. Los datos se encuentran ordenados de manera vertical para cada modo.
- c. Por último, el archivo ParametrosRC.txt contiene para cada modo el amortiguamiento, frecuencia angular y factor de participación modal, de manera horizontal.

6. Al finalizar la rutina, se presenta en la ventana de comandos el tiempo usado y el mensaje Rutina finalizada.

5.3.2 Ejemplo de calibración

Se considera una estructura tipo línea vertical de concreto, empotrada en la base y libre en el extremo superior, con una sección transversal cuadrada de 0.20m de lado (ver figura 5.4). El módulo de elasticidad del concreto tiene un valor de $E=2.17 \times 10^{10} \text{N/m}^2$; el módulo de Poisson $\nu=0.25$; el peso volumétrico de 2400kg/m^3 ; el factor de forma de 1.2 y el porcentaje de amortiguamiento de 5%. La altura total de la estructura es de 20m dividida en tramos de 2m.

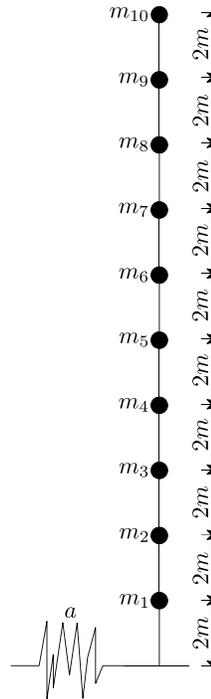


Figura 5. 4 Estructura de análisis

Con la finalidad de conocer las formas modales y periodos de la estructura se realizó un análisis con el método matricial, obteniéndose los resultados mostrados en las tablas 5.1, 5.2 y figura 5.5.

Tabla 5. 1 Formas modales, ejemplo de aplicación

Modo 1	Modo 2	Modo 3
0.0167	0.0933	0.2377
0.0637	0.3036	0.6335
0.1362	0.5318	0.8037
0.2294	0.6934	0.5794
0.339	0.7284	0.0586
0.4605	0.6082	-0.4694
0.5902	0.3376	-0.6944
0.725	-0.0515	-0.4579
0.8621	-0.512	0.1756
1	-1	1

A partir de las matrices señaladas en las ecuaciones 5.28 y 5.29, se estimó la matriz de amortiguamiento de la estructura, mediante la metodología de amortiguamiento de Caughey, obteniéndose la matriz señalada en la ecuación 5.30.

$$\begin{bmatrix}
 3308.31221 & -1323.07706 & 237.93092 & -36.06687 & 12.36675 \\
 -1323.07706 & 2518.78432 & -1347.34305 & 217.04308 & -35.09023 \\
 237.93092 & -1347.34305 & 2446.38507 & -1366.03202 & 209.24117 \\
 -36.06687 & 217.04308 & -1366.03202 & 2430.90812 & -1373.89303 \\
 12.36675 & -35.09023 & 209.24117 & -1373.89303 & 2424.52763 \\
 -1.07399 & 12.06612 & -37.50105 & 205.07096 & -1378.54448 \\
 1.14997 & -0.42205 & 11.38395 & -39.29120 & 202.06995 \\
 0.33617 & 1.92374 & 0.22561 & 11.74068 & -39.24291 \\
 0.49446 & 1.54047 & 3.78182 & 3.33247 & 16.17560 \\
 0.25523 & 1.05341 & 2.30207 & 4.81803 & 6.89108
 \end{bmatrix}
 \tag{5.30}$$

$$\begin{bmatrix}
 -1.07399 & 1.14997 & 0.33617 & 0.49446 & 0.25523 \\
 12.06612 & -0.42205 & 1.92374 & 1.54047 & 1.05341 \\
 -37.50105 & 11.38395 & 0.22561 & 3.78182 & 2.30207 \\
 205.07096 & -39.29120 & 11.74068 & 3.33247 & 4.81803 \\
 -1378.54448 & 202.06995 & -39.24291 & 16.17560 & 6.89108 \\
 \dots & 2419.47150 & -1383.42003 & 199.50717 & -29.44657 & 21.15694 \\
 -1383.42003 & 2410.41980 & -1390.65539 & 199.41461 & 6.76410 \\
 199.50717 & -1390.65539 & 2370.56958 & -1363.80003 & 217.71631 \\
 -29.44657 & 199.41461 & -1363.80003 & 1925.49918 & -757.11340 \\
 21.15694 & 6.76410 & 217.71631 & -757.11340 & 491.88626
 \end{bmatrix}$$

Una vez definidas estas propiedades, se sometió a la estructura a un registro de aceleración en la base, correspondiente a la estación de Caleta de Campos para el sismo de 1985 en México, con la finalidad de obtener la respuesta de aceleración en los nodos. Se utiliza el método de Newmark para múltiples grados de libertad, alimentado con las matrices de masa (ecuación 5.28), rigidez (ecuación 5.29) y la matriz de amortiguamiento (ecuación 5.30). Una vez definida la respuesta de aceleración en los nodos, ésta se considera para la recuperación de las formas modales, por medio de la descomposición en el dominio del tiempo descrita en este capítulo. Las frecuencias de interés para el análisis se estiman mediante el cálculo del espectro de densidad espectral de potencia de Welch (figura 5.6), considerándose los valores pico con un límite superior e inferior (tabla 5.3).

Tabla 5. 3 Frecuencias de estudio [Hz]

Frecuencia [Hz]	Límite inferior [Hz]	Límite superior [Hz]
0.269	0.2	0.4
1.44	1.0	2.0
4.15	4.0	4.3

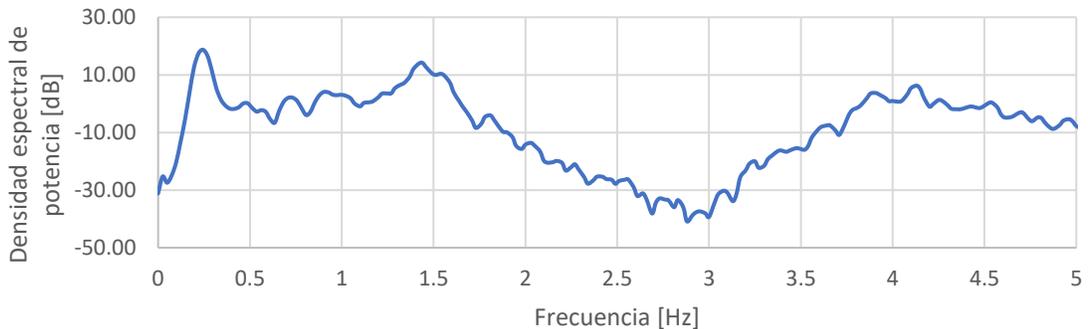


Figura 5. 6 Espectro de potencia de Welch para el registro de aceleraciones

Tras realizar en análisis numérico, se obtuvieron los siguientes resultados:

5.3.1 Formas modales

Se comparan las tres primeras formas modales de la estructura de estudio. En las tablas 5.4, 5.5, 5.6 y figuras 5.7, 5.8 y 5.9, la primera columna indica las formas correspondientes al análisis matricial; la columna indicada como TDD señala las formas recuperadas mediante la descomposición en el dominio del tiempo; la diferencia entre ambos valores (señalada en la tercera columna) se estimó considerando como valor de referencia los resultados del análisis matricial y es expresada en relación porcentual.

Tabla 5. 4 *Forma modal 1*

Análisis matricial	TDD	Diferencia (%)
0.0000	-0.0001	0.00%
0.0167	0.0166	0.60%
0.0637	0.0634	0.47%
0.1362	0.1360	0.15%
0.2294	0.2290	0.17%
0.339	0.3380	0.29%
0.4605	0.4600	0.11%
0.5902	0.5890	0.20%
0.725	0.7240	0.14%
0.8621	0.8620	0.01%
1.0000	1.0000	0.00%

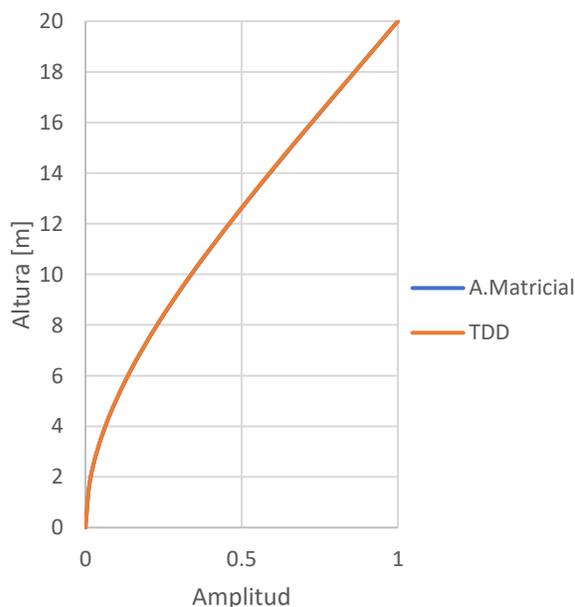


Figura 5. 7 *Comparación de resultados, forma modal 1*

La primera forma modal presenta un error global del 0.11%.

Tabla 5. 5 *Forma modal 2*

Análisis matricial	TDD	Diferencia (%)
0.0000	0.0000	0.00%
0.0933	0.0874	6.32%
0.3036	0.2840	6.46%
0.5318	0.4950	6.92%
0.6934	0.6420	7.41%
0.7284	0.6680	8.29%
0.6082	0.5480	9.90%
0.3376	0.2850	15.58%
-0.0515	-0.0897	74.17%
-0.5120	-0.5320	3.91%
-1.000	-1.0000	0.00%

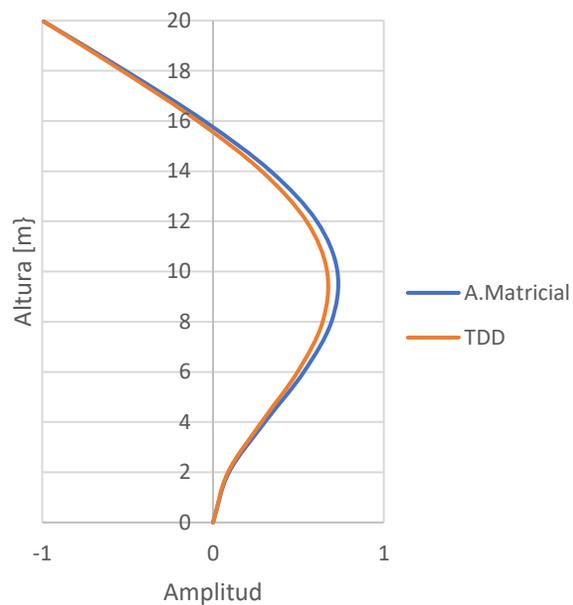


Figura 5. 8 Comparación de resultados, forma modal 2

La segunda forma modal presenta un error global del 7.20%

Tabla 5. 6 Forma modal 3

Análisis matricial	TDD	Diferencia (%)
0.0000	0.0000	0.00%
0.2377	-0.2300	3.35%
0.6335	-0.6270	1.04%
0.8037	-0.8240	2.46%
0.5794	-0.6460	10.31%
0.0586	-0.1720	65.93%
-0.4694	0.3270	43.55%
-0.6944	0.5530	25.57%
-0.4579	0.3470	31.96%
0.1756	-0.2350	25.28%
1.0000	-1.0000	0.00%

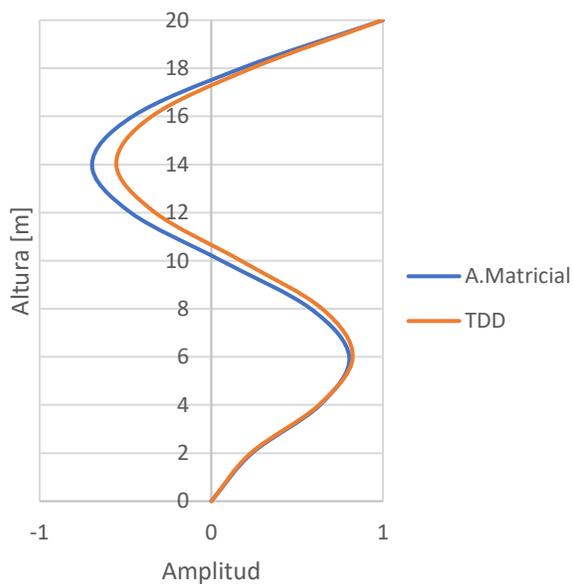


Figura 5. 9 Comparación de resultados, forma modal 3

La segunda forma modal presenta un error global del 14.20%

5.3.2 Amortiguamiento

Se compara el amortiguamiento para las primeras tres formas modales, obtenidas con el análisis TDD. En la tabla 5.7, la columna señalada como TDD indica los valores de amortiguamiento recuperados mediante la descomposición en el dominio del tiempo; la diferencia entre ambos valores se estimó considerando como valor de referencia los resultados del análisis matricial y es expresada en relación porcentual.

Tabla 5. 7 *Amortiguamiento [%]*

Forma modal	Análisis matricial	TDD	Diferencia (%)
1	5%	1.36%	72.80%
2	5%	2.57%	48.60%
3	5%	0.34%	93.22%

5.3.3 Desplazamientos modales

Se presentan los desplazamientos modales obtenidos por medio de la metodología TDD, en las figuras 5.10, 5.11 y 5.12.

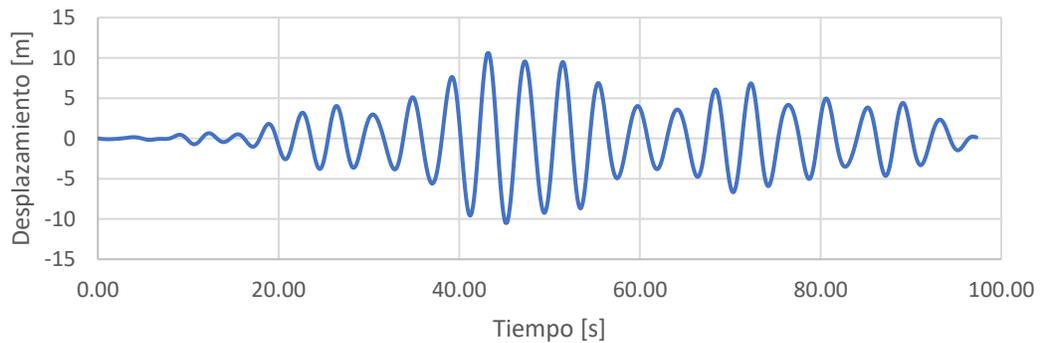


Figura 5. 10 *Desplazamientos modales, primera forma modal*

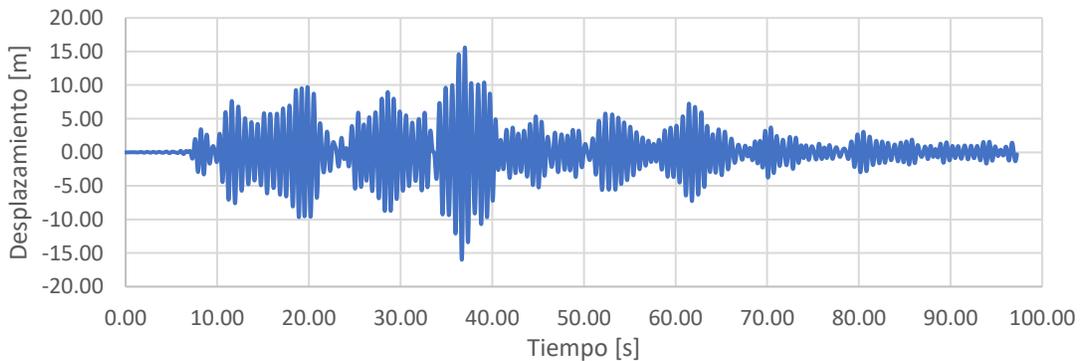


Figura 5. 11 *Desplazamientos modales, segunda forma modal*

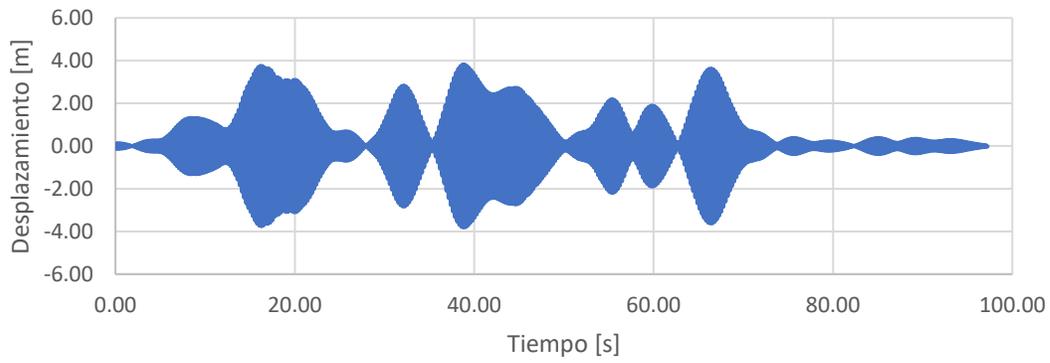


Figura 5. 12 Desplazamientos modales, tercera forma modal

6

Control de respuesta dinámica

Una vez abordado el problema de vibraciones en sistemas de piso debido al paso de peatones, debe definirse la estrategia de mitigación para la solución del fenómeno. Algunas de las técnicas de control aplicables son:

- La regulación de las acciones dinámicas. Se pretende reducir las fuerzas dinámicas a niveles que no representen un problema para la respuesta del sistema de piso. Esto puede alcanzarse mediante la reducción de los ocupantes, lo cual requiere del control de aforos y/o reacomodo de espacios; también puede implicar la disminución de la intensidad de las actividades realizadas. Esta solución resulta inconveniente en espacios como centros comerciales, gimnasios y estadios, pero factible en oficinas, salas de cine o bibliotecas.
- Control de la transmisión de las vibraciones. Puede lograrse mediante el uso de aisladores.
- Modificación de las propiedades dinámicas del piso. Ya que la frecuencia del sistema es función de su rigidez y masa, se busca llevar estas propiedades a valores que favorezcan la respuesta dinámica del piso. Éstas pueden ser fácilmente modificadas mediante el refuerzo o cambio de las secciones estructurales, lo cual puede rigidizar o hacer más flexible al tablero y aumentar o disminuir su masa. Esta opción es viable acorde a las dimensiones del piso estudiado, ya que resulta difícil de implementar en tableros de grandes dimensiones.
- Modificación de las propiedades dinámicas del piso por medios externos. Esta acción consiste en retocar el amortiguamiento del sistema, cambiando así su respuesta a las acciones dinámicas. Pueden usarse amortiguadores viscosos o de masas sintonizadas. Es una alternativa viable para tableros de grandes o pequeñas dimensiones.

La estrategia de mitigación a implementar debe satisfacer a las necesidades dadas por la respuesta dinámica y a la factibilidad de aplicación en el sistema estudiado.

6.1 Amortiguadores de masas sintonizadas

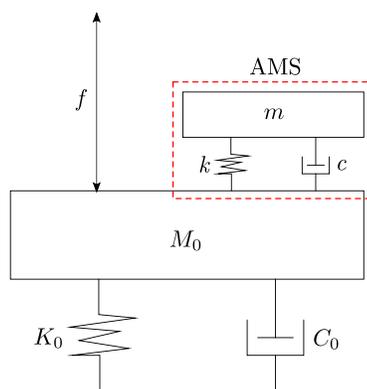
Los dispositivos de control de respuesta son instrumentos y equipos que permiten regular los desplazamientos, aceleraciones o velocidades de una estructura. Acorde a su aplicación pueden ser usados en dos métodos de control: sistemas de control pasivo y sistemas de control activo. Además de poder adecuarse sistemas con una combinación de ambos tipos. A continuación, se señalan en la tabla 6.1 las características de cada categoría de dispositivo.

Tabla 6. 1 *Dispositivos de control pasivos y activos*

Dispositivos pasivos	Dispositivos activos
No requieren una fuente de energía externa, funcionan mediante las fuerzas inerciales producidas por la estructura principal.	Requieren de una fuente de energía externa para ser activados.
Se diseñan para interactuar con una respuesta de valor definido o en un rango fijo.	Son diseñados para monitorear a la estructura, identificando su comportamiento en todo tiempo. La respuesta es monitoreada de manera continua por sensores, que transfieren los datos recopilados a un centro de procesamiento, encargado de ejercer fuerzas de control estimadas para cada lectura mediante actuadores, obteniendo como resultado el control de la respuesta.
Son montados en estructuras nuevas o existentes.	Son montados en estructuras nuevas o existentes.
Pueden presentarse como: osciladores resonantes, aisladores de base, amortiguadores, cables de presfuerzo, dispositivos de fricción, entre otros.	Pueden encontrarse como: arriostramientos activos, tendones activos u osciladores activos, entre otros.

Ya que el objetivo de este estudio es el control de vibraciones en pisos, se optó por el uso de amortiguadores de masas sintonizadas, pues se considera que éstos pueden presentarse como elementos de fácil integración en la configuración de los componentes estructurales que conforman un sistema de piso, además de poder ser recubiertos con acabados, con la intención de no afectar la composición arquitectónica de los espacios.

Los amortiguadores de masas sintonizadas (AMS) son sistemas masa-resorte agregados a un oscilador (figura 6.1), con el objetivo de reducir su respuesta ante acciones dinámicas, mediante el acoplamiento con una frecuencia de interés y el movimiento relativo de la masa añadida respecto a la estructura principal.

Figura 6. 1 *Amortiguador de masas sintonizadas*

Su efecto se presenta únicamente en la dirección de la carga para la cual es diseñado, por lo cual no interfiere con la respuesta ante patrones de carga en direcciones diferentes, lo que además permite su combinación con otro tipo de dispositivo.

La mayor de sus desventajas es que al incorporarse en estructuras de alto amortiguamiento, en ocasiones requiere de una masa considerable y que, al ser diseñado para una frecuencia específica, puede ocasionar efectos inconvenientes en otras formas modales de la estructura, es decir, puede incrementar la respuesta de desplazamientos, velocidad y aceleraciones. Este último efecto puede ser solucionado mediante un arreglo de amortiguadores, para las distintas frecuencias de la estructura principal.

El efecto del AMS sobre una estructura puede definirse suponiendo que éste puede representarse mediante un sistema de un grado de libertad y se agrega la estructura principal o sistema primario. Este mecanismo puede aplicarse a sistemas de múltiples grados de libertad, como sistemas de piso, en este caso es necesario un conjunto de AMS sintonizados a las diferentes frecuencias de la estructura e independientes entre sí. Cabe mencionar que la metodología sólo es aplicable cuando las frecuencias de la estructura se encuentran espaciadas y en un intervalo elástico-lineal.

El AMS es diseñado mediante tres principales factores: masa relativa, amortiguamiento y frecuencia. La masa relativa del AMS es estimada respecto a la masa del sistema primario y se define conforme a la ecuación 6.1.

$$\mu = \frac{m_{AMS}}{M_0}, \quad (6.1)$$

donde μ , es la relación de masas; m_{AMS} , masa del AMS y M_0 , masa de la estructura principal.

La frecuencia y amortiguamiento, puede ser estimada mediante las ecuaciones mostradas en la tabla 6.2.

Tabla 6. 2 *Relaciones de frecuencia y amortiguamiento*

Autor	Frecuencia	Amortiguamiento	Ecuación
Chang (1999)	$\omega_{AMS} = \omega_0 \sqrt{\frac{1+\frac{1}{2}\mu}{1+\mu}}$	$\zeta_{AMS} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu(1+\frac{3}{4}\mu)}{(1+\mu)(1+\frac{1}{2}\mu)}}$	(6.2)
Bachman et al (2012)	$\omega_{AMS} = \omega_0 \frac{1}{1+\mu}$	$\zeta_{AMS} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}}$	(6.3)
Warburton (1982)	$\omega_{AMS} = 2\pi \sqrt{\frac{\mu+2}{2(\mu+1)^2}}$	$\zeta_{AMS} = \sqrt{\frac{\mu(3\mu+4)}{8(\mu+1)(\mu+2)}}$	(6.4)

Con ω_{AMS} , frecuencia circular del AMS; ω_0 , frecuencia circular del sistema primario y ζ_{AMS} , amortiguamiento del AMS.

Una vez establecidos estos parámetros, deben estimarse la rigidez y coeficiente de amortiguamiento del amortiguador, con las ecuaciones 6.5 y 6.6.

$$c_{AMS} = 2 \mu M_0 \zeta_{AMS} \frac{\omega_{AMS}}{2\pi} \omega_0, \quad (6.5)$$

$$k_{AMS} = \mu M_0 \left(\frac{\omega_{AMS}}{2\pi} \right)^2 (\omega_0)^2, \quad (6.6)$$

Para generar el sistema de un grado de libertad se requiere acudir a la propiedad de ortogonalidad de los modos, la cual señala que la respuesta de un sistema dinámico lineal, puede expresarse mediante la base descrita por sus modos ortogonales, tal como señala la ecuación 6.7.

$$U(t) = \sum_{i=1}^n \varphi_i u_i(t), \quad (6.7)$$

donde $U(t)$ es el vector de coordenadas modales para cada modo $u_i(t)$ y φ_i , i -ésima forma modal.

Así, para cada propiedad de la estructura, puede obtenerse un sistema de un grado de libertad usando el modo ortogonal que desea estudiarse, mediante las ecuaciones 6.8 y 6.9.

$$\varphi_i^T M_0 \varphi_i = m_0, \quad (6.8)$$

$$\varphi_i^T K_0 \varphi_i = k_0, \quad (6.9)$$

donde m_0 , es la matriz de masas generalizadas de la estructura principal y k_0 , la matriz de rigidez generalizada de la estructura principal.

Estas propiedades y la masa del amortiguador, son añadidas a las del sistema principal, usando la formulación propuesta por Chang (1999), indicada en la ecuación 6.10.

$$\begin{bmatrix} M_0 + m_{AMS} & m_{AMS} \\ m_{AMS} & m_{AMS} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_0 & 0 \\ 0 & c_{AMS} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_0 & 0 \\ 0 & k_{AMS} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (6.10)$$

donde \ddot{x} , es la aceleración del sistema primario; \ddot{y} , aceleración del AMS; \dot{x} , velocidad del sistema primario; \dot{y} , velocidad del AMS; x , desplazamiento del sistema primario; y , desplazamiento del AMS y f , fuerza externa aplicada en el sistema primario.

Posteriormente, el sistema es resuelto obteniéndose la respuesta del conjunto estructura-amortiguador.

Una vez seleccionadas las propiedades del AMS, el dimensionamiento de la masa a usar se realizará tomando en cuenta el espacio disponible para la adición en la estructura primaria y la rigidez del elemento será proporcionada por un resorte.

6.1.1 Diseño de amortiguador de masas sintonizadas

Se presenta un resumen del procedimiento de diseño para un AMS.

- A. Identificar el modo a controlar en la estructura primaria ϕ_i , así como el periodo T_0 y frecuencia ω_0 asociados.
- B. Establecer el nivel de control deseado sobre la estructura primaria.
- C. Establecer la relación de masas μ entre el AMS y la estructura primaria. Ecuación 6.1.
- D. Estimar la masa M_0 generalizada, rigidez K_0 generalizada y matriz de amortiguamiento C_0 de la estructura primaria, respecto a la forma modal de estudio.
- E. Calcular la frecuencia ω_{AMS} y amortiguamiento ζ_{AMS} del AMS. Tabla 6.2.
- F. Calcular la rigidez k_{AMS} y coeficiente de amortiguamiento c_{AMS} del AMS.
- G. Añadir la rigidez k_{AMS} , coeficiente de amortiguamiento c_{AMS} y masa m_{AMS} del AMS al sistema principal. Ecuación 6.10.
- H. Resolver el sistema diferencial obtenido en el paso G.
- I. Verificar la respuesta de la estructura principal con AMS respecto a la estructura sin control. Tanto en el modo de estudio, como en el resto.
- J. Si la respuesta es satisfactoria, dimensionar.

7

Ejemplo de aplicación

Con la finalidad de aplicar los conceptos abordados en este trabajo de investigación, se aborda el análisis de un edificio residencial.

7.1 Descripción del edificio

El edificio es una torre residencial con 42 niveles (nivel de azotea, entresijos, cuarto de máquinas y nivel de sótanos), ubicado en Bosquerreal, Ciudad de México, mostrado en la figura 7.1.



Figura 7. 1 Estructura de estudio

En la revisión de la estructura, pudo identificarse que los elementos estructurales utilizados en su configuración son marcos rígidos y marcos en dos direcciones, éstos cuentan con columnas de acero (perfiles W) recubiertas en concreto; los sistemas de piso en todo el conjunto se encuentran formados por bastidores y vigas secundarias en perfiles W, con losas tipo losa-acero 25 calibre 22, con una capa de compresión de 6cm y malla electrosoldada 6x6-6/6.

La calidad de los materiales se presenta en la tabla 7.1.

Tabla 7.1 *Calidad de materiales para la estructura de análisis*

Elemento	Calidad
Columnas y trabes	$f_c = 400 \text{ kg/cm}^2$
	$f_c = 450 \text{ kg/cm}^2$
	$f_c = 500 \text{ kg/cm}^2$
Capa de compresión en losa compuesta	$f_c = 250 \text{ kg/cm}^2$
Perfiles de acero estructural A-992 Gr.50	$f_y = 3515 \text{ kg/cm}^2$
Placas de conexión en acero A-36	$f_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$
Tornillos	A-325
Soldadura ²	70XX

Las bases de diseño usadas en el proyecto se señalan a continuación:

- Reglamento de construcciones del Distrito Federal
- Normas técnicas complementarias de la Ciudad de México, edición 2017.
- Manual AISC edición 13
- Seismic Provisions for Structural Steel Buildings (AISC) ANSI/AISC 341-05, ANSI/AISC 341S1-05
- Prequalified Connections for Special and Intermediate Steel Moment Frames for Seismic Applications (AISC) ANSI/AISC 358-05
- ACI “American Concrete Institute”, ACI 318-99
- Steel Design Guide Series 11 “Floor Vibrations, Due To Human Activity” AISC (American Institute Of Steel Construction)
- American Welding Society

7.2 Modelo numérico

La estructura fue recreada en el programa SAP2000, con la finalidad de verificar sus propiedades y comportamiento. Ya que el elemento estructural de interés es el sistema de piso, la cimentación no será modelada y se asumirá que el edificio se encuentra empotrado. La condición de empotramiento es favorecida dada la cimentación con pilotes y losa. Se presenta la geometría general (figura 7.2), la planta inferior (nivel 11, figura 7.3), un piso intermedio (nivel 27, figura 7.4) y azotea (nivel 42, figura 7.5), pues estos han sido seleccionados como elementos muestra para el estudio.

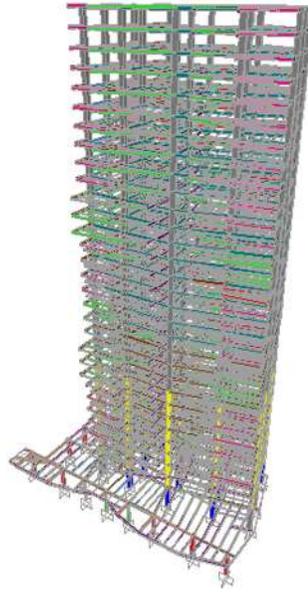


Figura 7. 2 Vista general del edificio analizado

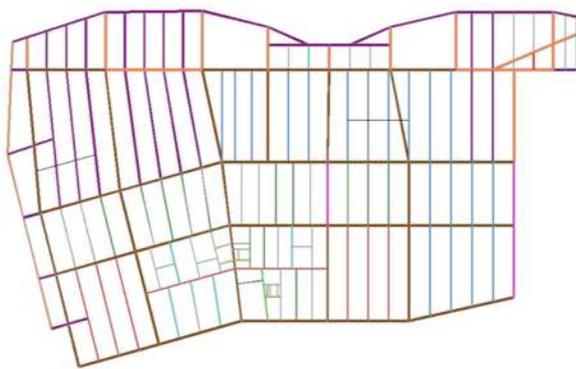


Figura 7. 3 Tablero 11: Planta baja (nivel 11)

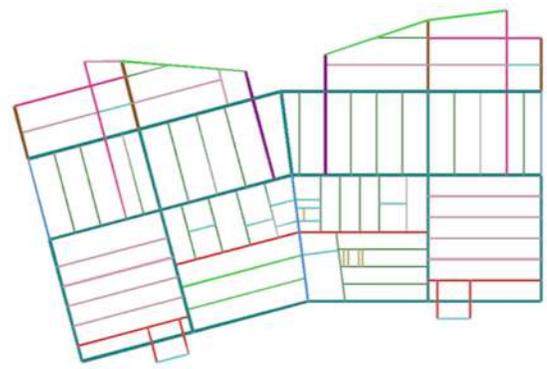


Figura 7. 4 Planta intermedia (nivel 27)

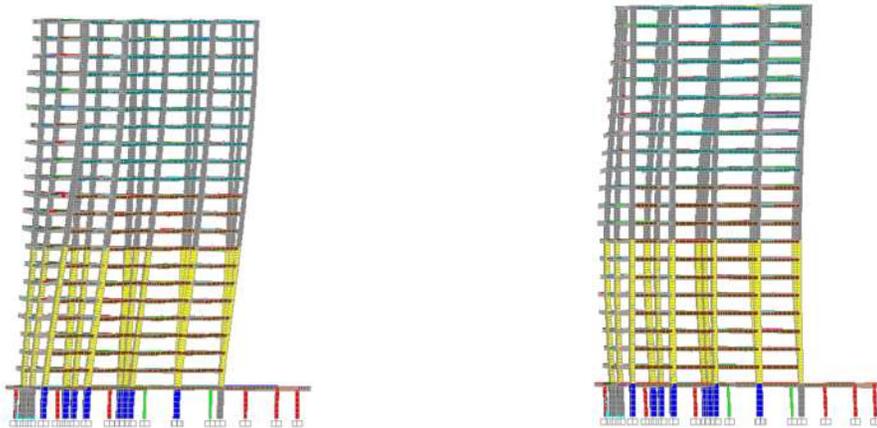


Figura 7. 5 Planta de azotea (nivel 42)

Para el modelo generado, en las direcciones X y Y, se obtuvieron las formas modales señaladas en la tabla 7.2 y 7.3, las amplitudes asociadas se han plasmado en las figuras 7.6 y 7.7. Se han presentado únicamente 4 formas modales, las formas modales en torsión se han omitido de los alcances de este trabajo.

Tabla 7. 2 *Formas modales del modelo de estudio en dirección X*

Modo	Periodo [s]	Frecuencia [Hz]	Dirección
1-X	3.81	0.27	X
2-X	1.26	0.79	X



(a) *Primera forma modal en dirección X (modo 1-X)*

(b) *Segunda forma modal en dirección X (modo 2-X)*

Figura 7. 6 *Formas modales del modelo de estudio en dirección X*

Tabla 7. 3 *Formas modales del modelo de estudio en dirección Y*

Modo	Periodo [s]	Frecuencia [Hz]	Dirección
1-Y	4.58	0.22	Y
2-Y	1.47	0.68	Y



(a) *Primera forma modal en dirección Y (modo 1-Y)*

(c) *Segunda forma modal en dirección Y (modo 2-Y)*

Figura 7. 7 *Formas modales del modelo de estudio en dirección Y*

En dirección vertical se estimaron las formas modales de un sistema de piso, obteniéndose los valores mostrados en la tabla 7.4 y en las figuras 7.8, 7.9 y 7.10, donde la dirección considerada para cada modo ha sido aquella con la mayor participación de masas.

Tabla 7. 4 *Periodos y frecuencias verticales del sistema de piso*

Modo	Periodo [s]	Frecuencia [Hz]	Dirección
1-Z	0.47	2.14	Z
2-Z	0.43	2.34	Z
3-Z	0.40	2.50	Z

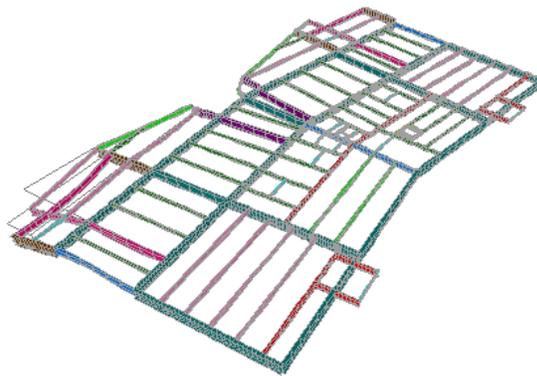


Figura 7. 8 *Primera forma modal en dirección Z (modo 1-Z)*

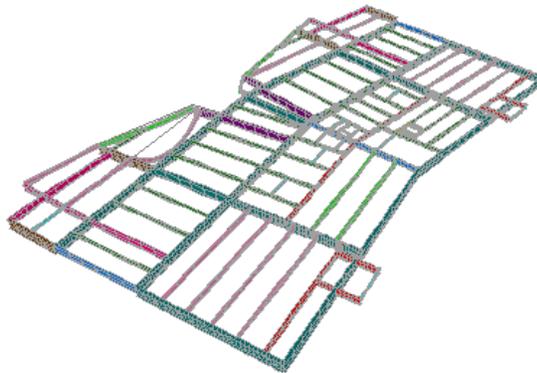


Figura 7. 9 *Segunda forma modal en dirección Z (modo 2-Z)*



Figura 7. 10 *Tercera forma modal en dirección Z (modo 3-Z)*

7.3 Diafragma de piso

Para cada uno de los tableros seleccionados, se corroborarán las condiciones de diafragma, acorde a los parámetros mencionados en los capítulos anteriores.

7.3.1 Evaluación de diafragmas (NTC-Sismo, 2017)

Se presenta la evaluación de las solicitaciones del apartado de diseño por sismo en las Normas Técnicas Complementarias (2017), para cada uno de los tableros muestra.

El primer requerimiento señalado enuncia: Se establece que un diafragma rígido puede corresponder a pisos estructurados mediante losas de concreto o sistemas compuestos por losas de concreto sobre tableros de acero, que presenten una relación largo-ancho en planta menor a 4. Para los tableros evaluados, la comparativa de dimensiones se presenta en la tabla 7.5. Todos cumplen con las dimensiones en planta solicitadas.

Tabla 7.5 *Evaluación de diafragmas: dimensiones de tableros en planta*

Elemento	Largo [m]*	Ancho [m]*	Relación largo/ancho	Estado
Tablero 11	66.14	42.06	1.57	Satisface la relación
Tablero 27	44.25	24.48	1.81	Satisface la relación
Tablero 42	44.25	24.38	1.82	Satisface la relación

*Se consideraron las mayores dimensiones en el tablero, dada su irregularidad.

Posteriormente se corroboraron las condiciones de regularidad:

- No se presentan entrantes ni salientes mayores al 20% (veinte por ciento) en ninguna de las dimensiones en planta.
- No se presentan aberturas que excedan al 20% (veinte por ciento) de la superficie total en la planta.
- Las aberturas en planta no difieren de posición entre los niveles, exceptuándose de esta condición al nivel de azotea.

Se evaluaron las dimensiones y aberturas en planta, presentándose los resultados en las tablas 7.6 y 7.7. En cuanto a la posición de aberturas, se corroboró que todas se encuentran en las mismas posiciones para todos los niveles, por lo cual este requerimiento se cumple.

Tabla 7.6 *Evaluación de diafragmas: condiciones de regularidad, salientes*

Elemento	Largo [m]*	Saliente [m]*	Relación saliente/largo	Estado
Tablero 11	66.12	7.27	10.99%	Satisface la relación
Tablero 27	25.83	8.24	31.74%	No satisface la relación
Tablero 42	25.78	8.20	31.80%	No satisface la relación

*Se considero el largo en la zona de la saliente más extendida.

Las condiciones de relación de salientes no se cumplen por los tableros 27 y 42, mientras que las de aberturas se satisfacen cabalmente.

Tabla 7.7 *Evaluación de diafragmas: condiciones de regularidad, área de aberturas en planta*

Elemento	Área [m ²]	Abertura [m ²]	Relación abertura/área	Estado
Tablero 11	2074.18	112.00	5.40%	Satisface la relación
Tablero 27	1038.27	41.26	3.97%	Satisface la relación
Tablero 42	1026.46	41.26	4.01%	Satisface la relación

Ante la evaluación de diafragmas de acuerdo a las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por Sismo (2017) se establece que, para el edificio evaluado, los pisos con la composición estructural del tablero 27 y 42 (todos los pisos excepto la planta baja), no cumplen con los requerimientos para formar un diafragma rígido, por lo cual pueden ser considerados un diafragma flexible. Para el piso de planta baja (tablero 11) la condición de diafragma rígido es cumplida.

7.3.2 Evaluación de diafragmas (NTC-Acero, 2017)

Las especificaciones de diseño en acero, señalan que la formación del diafragma depende primordialmente de las conexiones del conjunto. Ya que no se cuenta con información sobre el diseño de las conexiones en el edificio, estos requerimientos se consideran no evaluables.

7.3.3 Evaluación de aspectos de diseño generales (Meli, 2012)

En este apartado se han considerado los requisitos estipulados por Meli (2012), como recomendaciones para la formación de diafragmas. Debe tomarse en cuenta que representan una recomendación y que su evaluación es meramente cualitativa, salvo por el último punto.

7.3.3.1 Rigidez proporcionada por el material

Todos los tableros se encuentran elaborados en acero, el cuál es un material que es capaz de aportar rigidez. Asimismo, se encuentran recubiertos por un sistema de losa-acero 25 cal.22, del cual se han corroborado las especificaciones en un catálogo comercial, encontrándose que se sugiere el uso de pernos conectores de cortante distribuidos en las vigas secundarias lo cual, en caso de haber sido elaborado correctamente, favorece la formación del diafragma de piso.

7.3.3.2 Geometría de los componentes y condiciones de apoyo

Dada la configuración de los pisos y los elementos que los forman, éstos no tienen un espesor constante, lo cual puede afectar a la formación del diafragma rígido. En cuanto a las condiciones de apoyo puede observarse, para los tableros muestra, que la orientación de las vigas secundarias permite el cambio de orientación de la losa-acero, lo cual favorece al comportamiento de diafragma rígido.

7.3.3.3 Relación de aspecto

Se evaluó la relación largo-ancho, los resultados se encuentran plasmados en la tabla 7.8, buscando cumplir con una relación menor a 2.5, puede observarse que todos los tableros se encuentran en el intervalo aceptable.

Tabla 7. 8 *Evaluación de diafragmas: relación de aspecto*

Elemento	Largo [m]*	Ancho [m]*	Relación largo/ancho	Estado
Tablero 11	66.14	42.06	1.57	Satisface la relación
Tablero 27	44.25	24.48	1.81	Satisface la relación
Tablero 42	44.25	24.38	1.82	Satisface la relación

*Se consideraron las mayores dimensiones en el tablero, dada su irregularidad.

7.3.4 Resultado de la evaluación

Al realizar la evaluación de los sistemas de piso ante la condición de diafragma se encontró que:

- Las condiciones de diseño por sismo son cumplidas únicamente por un nivel del edificio.
- Las limitaciones de diseño en acero no pueden ser calificadas, debido a la falta de información del proyecto.
- Las recomendaciones de diseño no son del todo cumplidas y son descartadas por presentar únicamente una evaluación cualitativa.

Por lo que, ante la evaluación de diafragmas de acuerdo a la normativa adoptada para el diseño inicial del edificio, se establece que los pisos de la estructura no forman diafragmas rígidos horizontales y, por lo tanto, pueden ser considerados un diafragma flexible.

7.4 Aceleraciones verticales

Se evalúan las vibraciones de los tableros acorde a las normativas de diseño adoptadas en el proyecto inicial.

7.4.1 Evaluación de vibraciones mediante Normas Técnicas Complementarias para el Diseño en Acero (NTC-Acero, 2017)

De acuerdo a los criterios de evaluación de vibraciones señalados para el diseño en acero en las NTC (2017): En el caso de sistemas que se ven afectados por el paso de peatones o actividades no rítmicas, las vibraciones pueden ser controladas por medio de la regulación de su rigidez, a través de la limitación de la deflexión máxima (no dependiente de la longitud del claro). Señalando que la frecuencia fundamental requerida para que el sistema de piso presente un comportamiento que no afecte a sus condiciones de servicio, debe estimarse mediante la deformación máxima de la estructura y se define por la ecuación 3.7. Con el fin de determinar un comportamiento adecuado en el tablero, se ha tomado la recomendación (señalada en este apartado de las Normas Técnicas Complementarias) de situar la frecuencia vertical de los tableros en un rango de frecuencias mayor a 6Hz, aceptándose una frecuencia fundamental de 7Hz para la cual, la deformación permisible independiente del claro, tiene un valor de 6.48mm.

Tomando en cuenta la deformación máxima no dependiente del claro estimada (6.48mm), se han verificado las deflexiones presentes en los modelos de estudio (calculadas considerando las cargas muertas de la estructura y cargas vivas medias correspondientes al uso del espacio), encontrándose los resultados mostrados en la tabla 7.9. Éstos señalan que las deformaciones máximas estimadas para cada tablero son mayores a la deformación permisible.

Tabla 7. 9 *Evaluación de vibraciones: comparación con deformación no dependiente del claro*

Tablero	Deformación permisible [mm]	Deformación calculada [mm]	Condición
Tablero 11	6.48	27.4	No satisface
Tablero 27	6.48	24.4	No satisface
Tablero 42	6.48	38.9	No satisface

Además, al comparar las frecuencias verticales de los tableros con el rango de frecuencias en que el sistema será susceptible a actividades humana, puede identificarse en la tabla 7.10 que éstas tienen un valor inadecuado.

Tabla 7. 10 *Evaluación de vibraciones: comparación de frecuencias recomendadas*

Tablero	Frecuencia inferior recomendada [Hz]	Frecuencia estimada [Hz]	Frecuencia superior recomendada [Hz]	Condición
Tablero 11	2	3.93	6	No satisface
Tablero 27	2	2.62	6	No satisface
Tablero 42	2	2.61	6	No satisface

Concorde a la evaluación realizada con los requerimientos del apartado de diseño en acero de las Normas Técnicas Complementarias (2017), puede concluirse que los pisos del edificio estudiado son susceptibles a la presencia de vibraciones debidas a actividades humanas.

7.4.2 Evaluación de vibraciones mediante guía de diseño AISC (AISC, 1997)

Se calculó la aceleración máxima del piso (tabla 7.12), en función de su frecuencia fundamental, comparándola con los límites permisibles señalados en el manual de vibraciones de piso ocasionadas por actividades humanas del AISC (1997). El peso efectivo necesario para emplear la ecuación 3.9 se ha estimado con la mayor participación de masas de los modos verticales del tablero estudiado, de acuerdo a los resultados del modelo realizado en la aplicación SAP2000 y cuyos valores se muestran en la tabla 7.11.

Tabla 7. 11 *Peso efectivo de tableros*

Tablero	Modo	Factor de participación	Masa [Kg-s ² /m]	Peso efectivo [KN]
Tablero 11	8	0.0480	183274.97	86.30
Tablero 27	2	0.0476	63903.81	29.84
Tablero 42	2	0.0470	67638.41	31.18

Tabla 7. 12 *Evaluación de vibraciones: Aceleraciones de tableros*

Tablero	Peso efectivo [KN]	Frecuencia [Hz]	β^*	Aceleración [%g]
Tablero 11	86.30	3.925	0.03	2.83%
Tablero 27	29.84	2.623	0.03	12.93%
Tablero 42	31.18	2.613	0.03	12.41%

En la figura 7.11 se muestran los valores de aceleración recomendados para distintas actividades en función de las frecuencias de la estructura. La línea verde corresponde a las aceleraciones recomendadas para evitar problemas de servicios en oficinas y residencias, categoría que corresponde al edificio de estudio. Las aceleraciones obtenidas para cada tablero pueden ser claramente ubicadas fuera del límite admisible, por lo que se concluye que, de acuerdo a la metodología de evaluación de la guía de diseño AISC (1997) para vibraciones en pisos debidas a actividades humanas, los tableros de las losas de entrepiso del edificio son susceptibles a vibraciones.

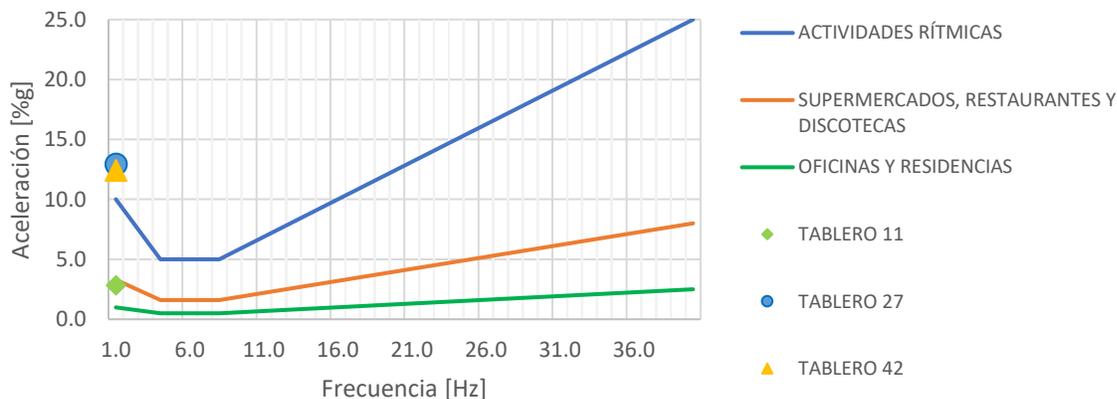


Figura 7. 11 Comparación de frecuencias, AISC

7.4.3 Evaluación de la percepción humana (Bachman, 2012)

Las aceleraciones verticales obtenidas para los pisos del edificio han sido evaluadas con los valores recomendados por Bachman (2012), para identificar la percepción que existe por parte de los usuarios de los entrepisos. Los resultados obtenidos se presentan en la tabla 7.13 y muestran que las aceleraciones estimadas para cada tablero afectarán a sus ocupantes de manera negativa.

Tabla 7. 13 Evaluación de vibraciones: Aceleraciones de tableros

Tablero	Aceleración [%g]	Aceleración [mm/s ²]	Percepción humana
Tablero 11	2.83%	277.62	Molesta
Tablero 27	12.93%	1268.43	Muy molesta
Tablero 42	12.41%	1217.42	Muy molesta

7.4.4 Cargas determinísticas de las aceleraciones

Como parte de la evaluación de vibraciones, se realizó una simulación de cargas por paso de peatones en el tablero más susceptible a este fenómeno, seleccionándose el tablero 27. La simulación fue realizada en el programa SAP2000, considerándose la función de carga para actividades humanas definida por Bachman (2012), y descrita a continuación

7.4.4.1 Rutina: Cálculo de cargas debidas al paso de peatones

La simulación de las cargas debidas al paso de humanos se ha desarrollado en torno a las series de Fourier. Bachman (2012), ha establecido que la función de fuerza que representa matemáticamente el movimiento rítmico de una persona está dada por la serie especificada en la ecuación 7.1.

$$F_p(t) = G + \sum_{i=1}^n G \cdot \alpha_i \cdot \text{sen}(2\pi i f_p t - \phi_i), \quad (7.1)$$

donde G , es el peso considerado para los usuarios. Bachman (2012) recomienda $G=800\text{N}$ (81.55kg); α_i , coeficiente de Fourier para el i -ésimo armónico; f_p , frecuencia de la actividad en Hz; ϕ_i , ángulo de fase del i -ésimo armónico, con referencia al primero y t , el tiempo evaluado.

Los valores del ángulo de fase y coeficientes de Fourier se establecen acorde a la actividad desarrollada y pueden ser consultados en la tabla 7.14.

Tabla 7. 14 Frecuencias recomendadas para caminatas humanas

Actividad	f_p [Hz]	α_1	α_2	α_3	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3
Caminata lenta	1.7						
Caminata normal	2.0	0.37	0.10	0.12	---	$\pi/2$	$\pi/2$
Caminata rápida	2.3						

Los valores consideran una densidad de 1 persona por metro cuadrado.

Esta metodología ha sido adaptada en la rutina seriefuerza.m.

7.4.4.1.1 Uso de la rutina

1. Actividad. Seleccionar en la ventana emergente el tipo de actividad a evaluar (figura 7.12).

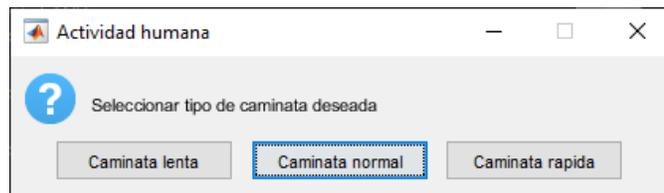


Figura 7. 12 Ventana para la selección de carga por actividad humana

2. Tiempo de evaluación. Se genera el vector de tiempo para la evaluación de la serie, considerando un lapso de 60 segundos.
3. Peso. El peso considerado para una persona es de 800N (81.55kg).
4. Consideración de armónicos. Se establecen los valores de los coeficientes de Fourier y ángulos de fase para los armónicos considerados. Acorde a la referencia, han sido considerados los tres primeros armónicos.

5. Respuesta estimada. Cálculo de la carga de acuerdo a la ecuación 7.1.
6. Resultados. Se presentan las gráficas correspondientes a las acciones estimadas, además de generarse un archivo de texto llamado CargaUsuarios.txt, con los resultados obtenidos.

7.4.4.1.2 Funciones obtenidas

El uso de la rutina permite generar las funciones de carga señaladas en las figuras 7.13, 7.14 y 7.15.

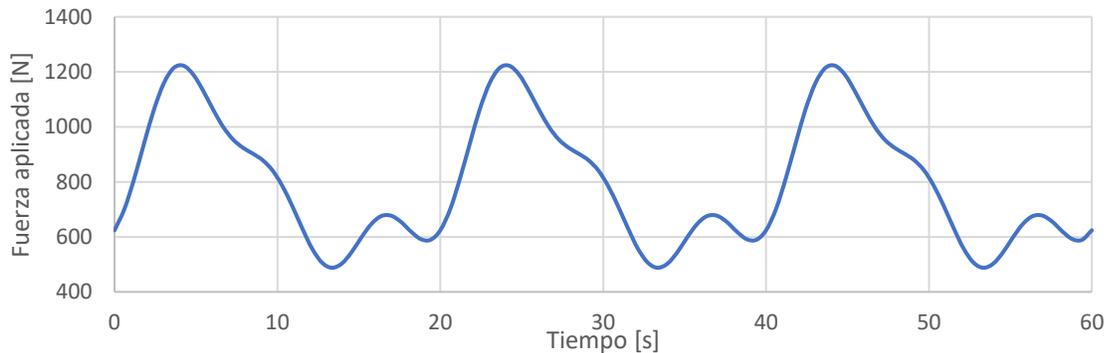


Figura 7. 13 Función de carga para pasos a velocidad lenta, $f=1.7\text{Hz}$

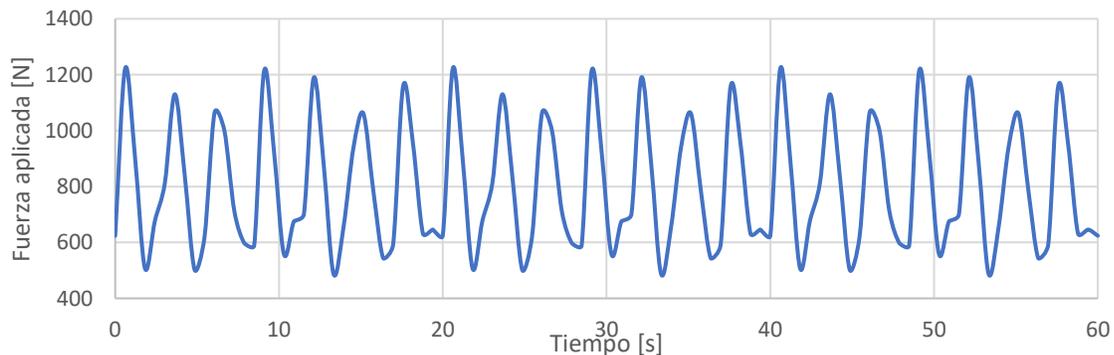


Figura 7. 14 Función de carga para pasos a velocidad media o normal, $f=2.0\text{Hz}$

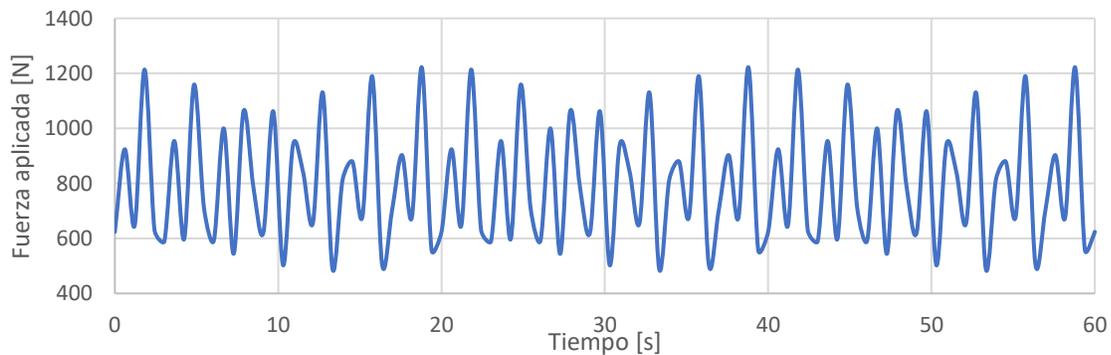


Figura 7. 15 Función de carga para pasos a velocidad rápida, $f=2.3\text{Hz}$

7.4.4.2 Simulación de cargas

Cada secuencia de carga generada fue aplicada al modelo del tablero de estudio en el programa SAP2000 mediante una función en el dominio del tiempo, para un conjunto de nodos que definen una trayectoria asociada a un recorrido por el espacio en las zonas de mayores dimensiones y en un voladizo; para replicar la naturaleza rítmica del paso de los peatones se ha producido un desfase en las cargas de entrada para los distintos nodos. La figura 7.16 presenta los nodos considerados para la aplicación de las cargas.

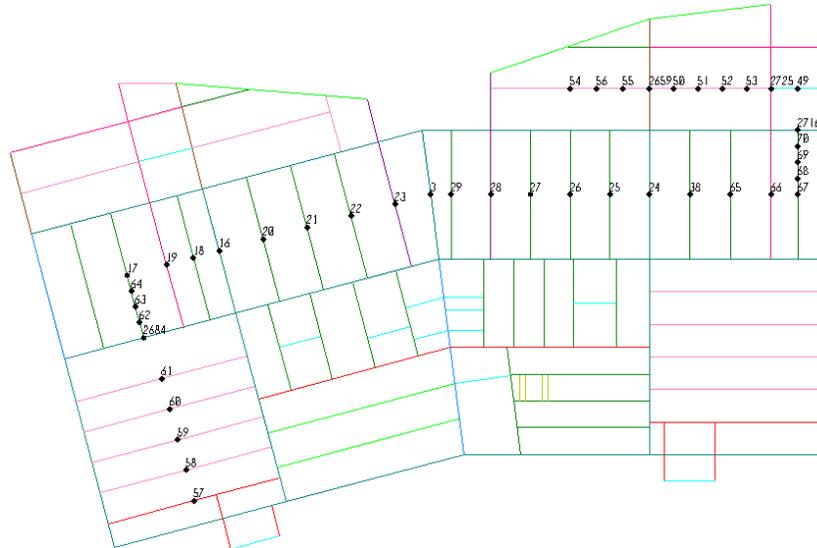


Figura 7. 16 Nodos seleccionados para la aplicación de cargas

Para la verificación de la respuesta estructural se han considerado 4 nodos, éstos se encuentran en diferentes posiciones del tablero y se muestran en la figura 7.17.

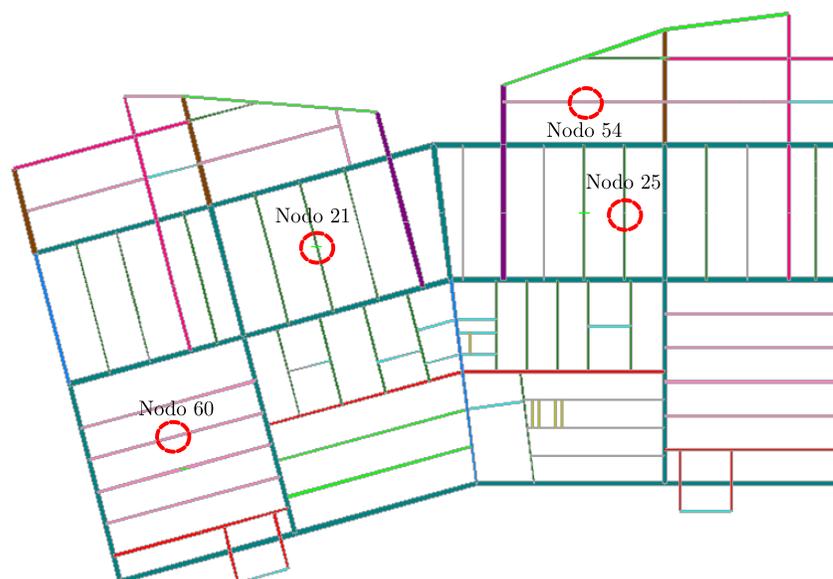


Figura 7. 17 Nodos seleccionados para la observación de la respuesta estructural

7.4.4.3 Aceleraciones verticales del tablero

El análisis fue realizado considerando dos hipótesis de comportamiento para el piso de estudio: la primera consiste en un comportamiento de diafragma rígido, en el cual se supone que todos componentes de la estructura se ven sometidos a los mismos desplazamientos en las direcciones horizontales, esta es la condición de diseño deseada del proyecto; la segunda corresponde a un comportamiento de diafragma flexible, en ella los desplazamientos de los componentes son independientes entre sí, esta es la condición de diafragma obtenida para el tablero estudiado, de acuerdo a la revisión realizada en el apartado 7.3.

Los valores de aceleración obtenidos para ambos tipos de diafragma corresponden a la respuesta máxima y la respuesta media (RMS). Las gráficas señalan, además de los valores obtenidos, los rangos de comportamiento recomendados por Bachman (2012). Los resultados RMS obtenidos para los tableros pueden observarse en las figuras 7.18, 7.19 y tabla 7.15.

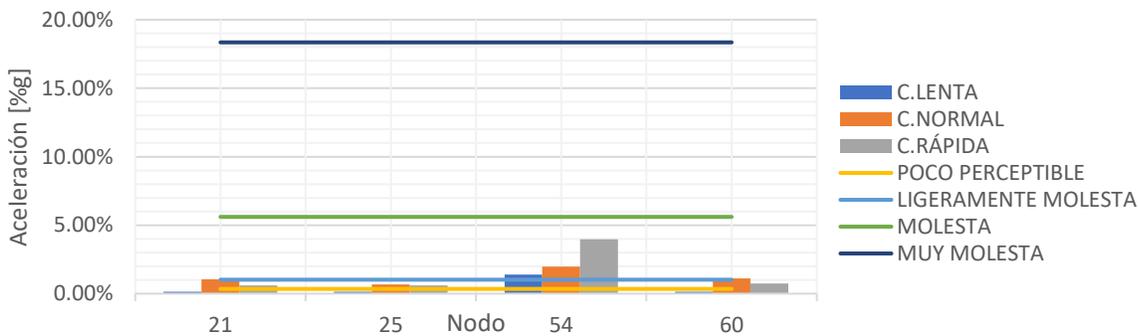


Figura 7. 18 Aceleraciones RMS para tablero con diafragma rígido

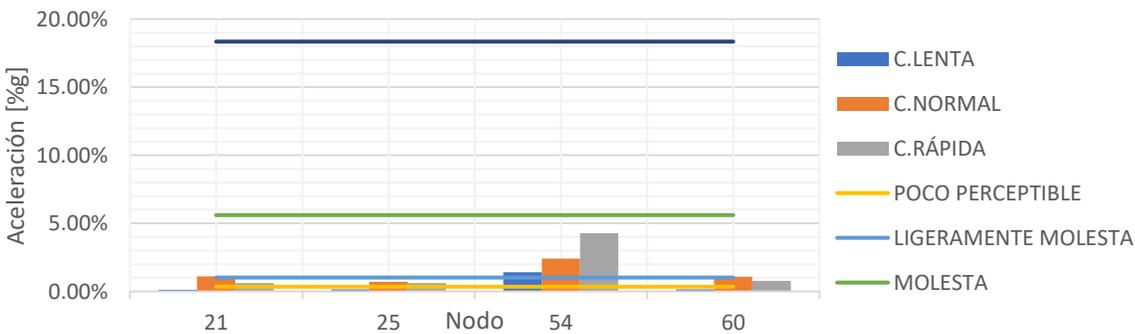


Figura 7. 19 Aceleraciones RMS para tablero con diafragma flexible

Tabla 7. 15 Resumen de aceleraciones RMS [%g] para tableros con diafragma rígido y flexible

Nodo	Posición	Caminata lenta (1.7Hz)		Caminata media/normal (2.0Hz)		Caminata rápida (2.3Hz)	
		Diafragma rígido	Diafragma flexible	Diafragma rígido	Diafragma flexible	Diafragma rígido	Diafragma flexible
21	Interior	0.13%	0.13%	1.05%	1.10%	0.61%	0.62%
25	Interior	0.15%	0.14%	0.68%	0.70%	0.61%	0.61%
54	Voladizo	1.39%	1.40%	1.98%	2.41%	3.98%	4.28%
60	Interior	0.14%	0.14%	1.11%	1.07%	0.75%	0.77%

Para los valores RMS, puede observarse una clara similitud en las aceleraciones del tablero con diafragma rígido y flexible. En ambas condiciones de diafragma, puede observarse un comportamiento desfavorable en un rango de vibraciones ligeramente molestas a molestas, para la zona de voladizo. En los nodos interiores, las mayores aceleraciones en ambos tipos de diafragma corresponden a una caminata a paso de velocidad media o normal, en un rango de percepción ligeramente molesta.

En las figuras 7.20, 7.21 y tabla 7.16, se muestran los valores máximos para las condiciones de diafragma revisadas.

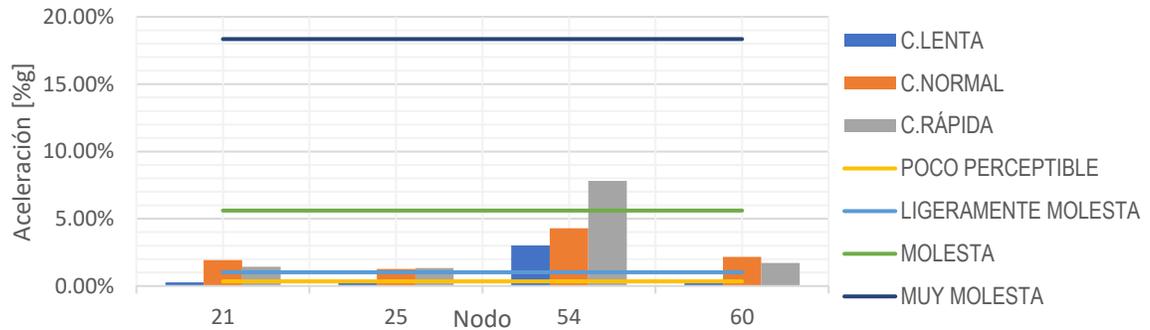


Figura 7. 20 Aceleraciones máximas para tablero con diafragma rígido

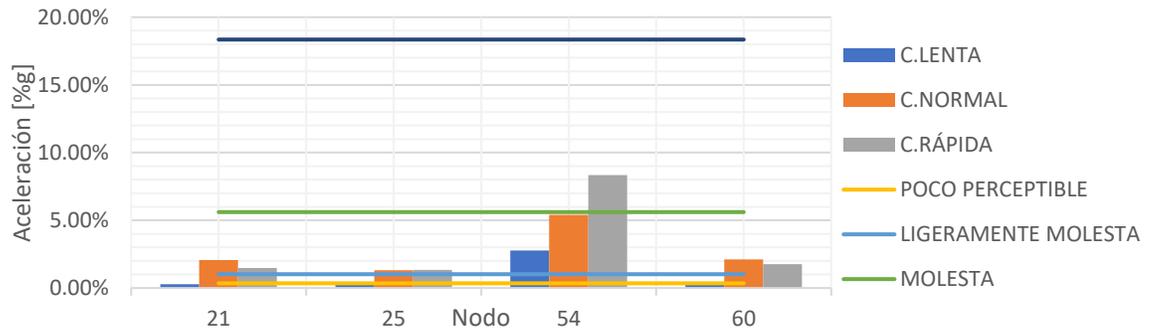


Figura 7. 21 Aceleraciones máximas para tablero con diafragma flexible

Tabla 7. 16 Resumen de aceleraciones máximas [%g] para tableros con diafragma rígido y flexible

Nodo	Posición	Caminata lenta (1.7Hz)		Caminata media/normal (2.0Hz)		Caminata rápida (2.3Hz)	
		Diafragma rígido	Diafragma flexible	Diafragma rígido	Diafragma flexible	Diafragma rígido	Diafragma flexible
21	Interior	0.27%	0.27%	1.92%	2.07%	1.44%	1.48%
25	Interior	0.29%	0.29%	1.27%	1.31%	1.33%	1.35%
54	Voladizo	3.01%	2.77%	4.30%	5.40%	7.83%	8.34%
60	Interior	0.29%	0.29%	2.16%	2.12%	1.72%	1.76%

Los valores de las aceleraciones máximas para cada nodo seleccionado señalan que, en zonas interiores, también se presentan vibraciones ligeramente molestas y que en el área de voladizo los movimientos pueden tender a ser molestos a muy molestos.

Puede denotarse que los valores de aceleración calculados son similares para el tablero con diafragma rígido y diafragma flexible, encontrándose las mayores discrepancias en la zona de voladizo. Para la zona del voladizo, se estima una diferencia del 17.84% para las aceleraciones RMS del tablero con diafragma rígido y con diafragma flexible, sometidos a una carga de media o normal; en los valores máximos, se identifica una diferencia del 25.58% entre las aceleraciones estimadas para una carga normal o media, para un tablero con diafragma rígido y con diafragma flexible.

7.4.4.3 Diseño de amortiguador de masas sintonizadas

Con la finalidad de establecer las características de un amortiguador de masas sintonizadas, para el control de las aceleraciones del tablero estudiado, se consideró la teoría propuesta por Chang (1999), proponiéndose una relación de masas del 1% sintonizadas al periodo con mayor participación de masas en dirección vertical. Las características del sistema primario se muestran en la tabla 7.17, mientras que las propiedades del amortiguador diseñado se han plasmado en la tabla 7.18.

Tabla 7. 17 *Propiedades del sistema primario para AMS*

Propiedad	Valor
Periodo	0.5048 s
Frecuencia angular	12.446 rad/s
Masa	63,903.81 kg-s ² /m

Tabla 7. 18 *Propiedades del amortiguador de masas sintonizadas*

Propiedad	Valor
Masa	639 kg-s ² /m
Periodo	0.5086 s
Frecuencia angular	12.353 rad/s
Amortiguamiento	0.049
Rigidez del resorte	0.2388 kg/m

El amortiguador diseñado fue añadido al modelo en diferentes puntos, correspondientes a los nodos con las mayores deflexiones ante cargas estáticas de los tableros situados en la trayectoria de aplicación de las cargas. Los nodos en los que se ha considerado la adición del dispositivo se presentan en la figura 7.22.

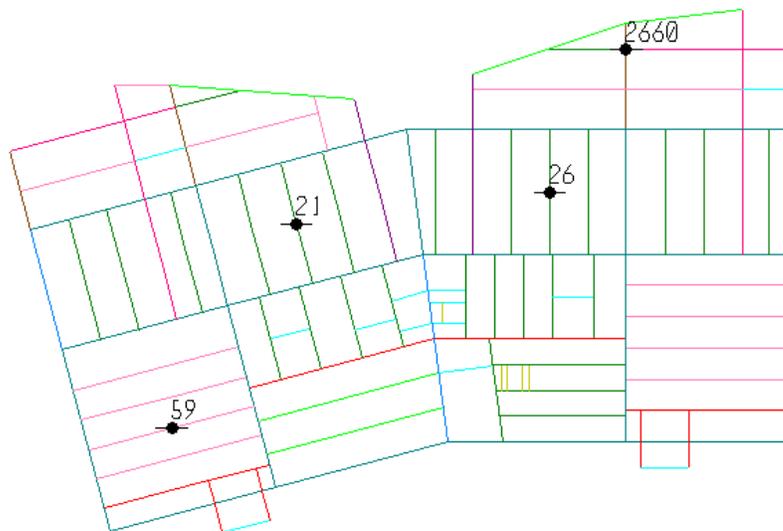


Figura 7. 22 Nodos con dispositivos de control en tablero analizado

Con las características definidas en la tabla 7.18, se propone que el amortiguador sea un elemento en acero A36. El peso volumétrico considerado para el acero corresponde a $7,850 \text{ kg/m}^3$.

Se propone un amortiguador de forma rectangular, puesto que ésta puede ser alcanzada con placas convencionales en acero. Se busca que el dispositivo no sobrepase el nivel inferior de las vigas en el tablero, ya que se ha considerado la posibilidad de que éste sea recubierto con acabados en plafón. De acuerdo a la masa estimada para el elemento, el volumen requerido en acero para el AMS es de 0.081 m^3 . Para alcanzar este requerimiento se usa un dispositivo colocado en las zonas laterales del nodo en que ha sido modelado el amortiguador. Los componentes que constituyen el dispositivo son:

- Una placa inferior de soporte con un espesor de 0.0254 m y dimensiones en planta de $0.80 \text{ m} \times 0.80 \text{ m}$. Este elemento aporta un volumen de 0.016 m^3 .
- Ocho placas interiores con un espesor de 0.0254 m y dimensiones en planta de $0.40 \text{ m} \times 0.39 \text{ m}$. El volumen aportado por estas piezas es de 0.065 m^3 .
- Seis resortes con una rigidez de 0.2388 kg/m .

Como piezas auxiliares para el montaje del amortiguador se propone:

- Seis anclas de acero con un diámetro de $5/8''$, para unión de la placa de soporte a el sistema de piso.
- Cuatro anclas con un diámetro de $5/8''$, para unión de placas interiores a placa de soporte.
- Una placa superior para contacto con el sistema de piso con un espesor de 0.009 m y dimensiones en planta de $0.80 \text{ m} \times 0.80 \text{ m}$.

Las figuras 7.23 y 7.24 muestran un esquema del dispositivo propuesto.

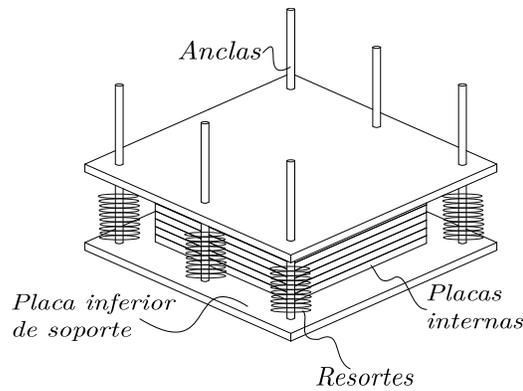


Figura 7. 23 Propuesta de amortiguador

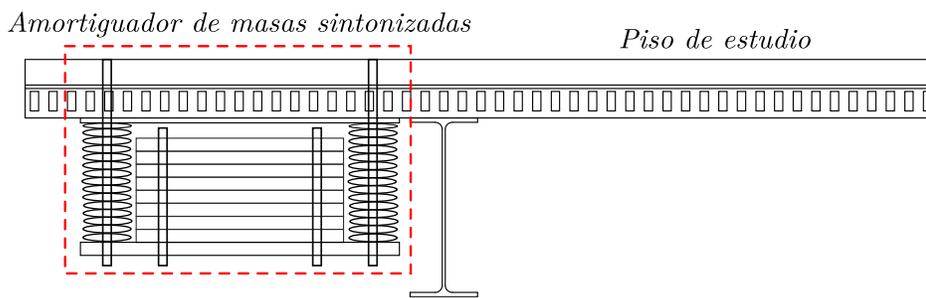


Figura 7. 24 Amortiguador en sistema de piso

7.4.4.5 Aceleraciones verticales del tablero con dispositivos de control

Una vez generado el arreglo de amortiguadores en el tablero de estudio, se realizó el análisis del sistema.

7.4.4.5.1 Respuesta ante carga lenta

En las figuras 7.25, 7.26 y tabla 7.19, se muestran los resultados para el promedio RMS de las aceleraciones estimadas, producidas por una carga lenta.

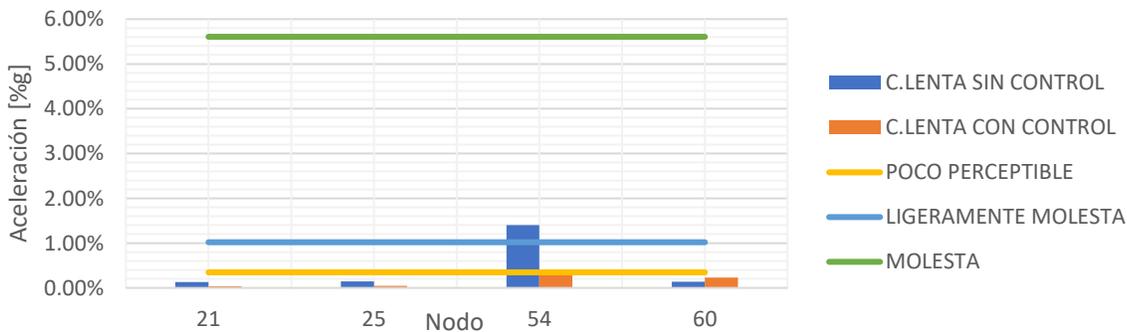


Figura 7. 25 Aceleraciones RMS [%g] para tableros ante carga lenta, con y sin control

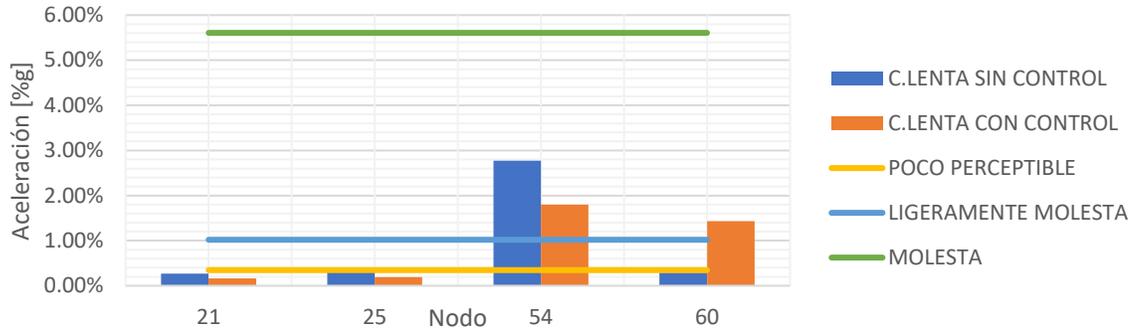


Figura 7. 26 Aceleraciones máximas [%g] para tableros ante carga lenta, con y sin control

Tabla 7. 19 Comparativa de aceleraciones [%g] para carga lenta, en tablero con control y sin control

Nodo	Posición	Aceleración RMS sin control	Aceleración RMS con control ($\mu=0.01$)	Aceleración máxima sin control	Aceleración máxima con control ($\mu=0.01$)
21	Interior	0.13%	0.04%	0.27%	0.16%
25	Interior	0.14%	0.05%	0.29%	0.19%
54	Voladizo	1.40%	0.40%	2.77%	1.80%
60	Interior	0.14%	0.23%	0.29%	1.43%

De acuerdo a los resultados obtenidos en la figura 7.25 y tabla 7.19, puede observarse una reducción de la respuesta en todos los nodos mediante un análisis de aceleraciones RMS y aceleraciones máximas. En el nodo 60, posicionado en el centro de un claro, se ha producido un aumento de la aceleración al considerar el dispositivo de control, en comparación al análisis realizado sin él. Para un análisis con valores RMS, todos los nodos presentan una disminución en la aceleración que los ubica en un comportamiento bajo el rango de mediciones poco perceptibles. En el caso de las aceleraciones máximas con control, éstas se ubican en una categoría de ligeramente molestas a molestas para la zona de voladizo y nodo interior 60; el resto de los nodos muestra un comportamiento favorable con aceleraciones poco perceptibles. En la figura 7.27 se presenta un esquema general de las respuestas obtenidas en los nodos para un comportamiento con control y sin control, a su vez, éstas han sido desglosadas en las figuras 7.28, 7.29, 7.30 y 7.31.

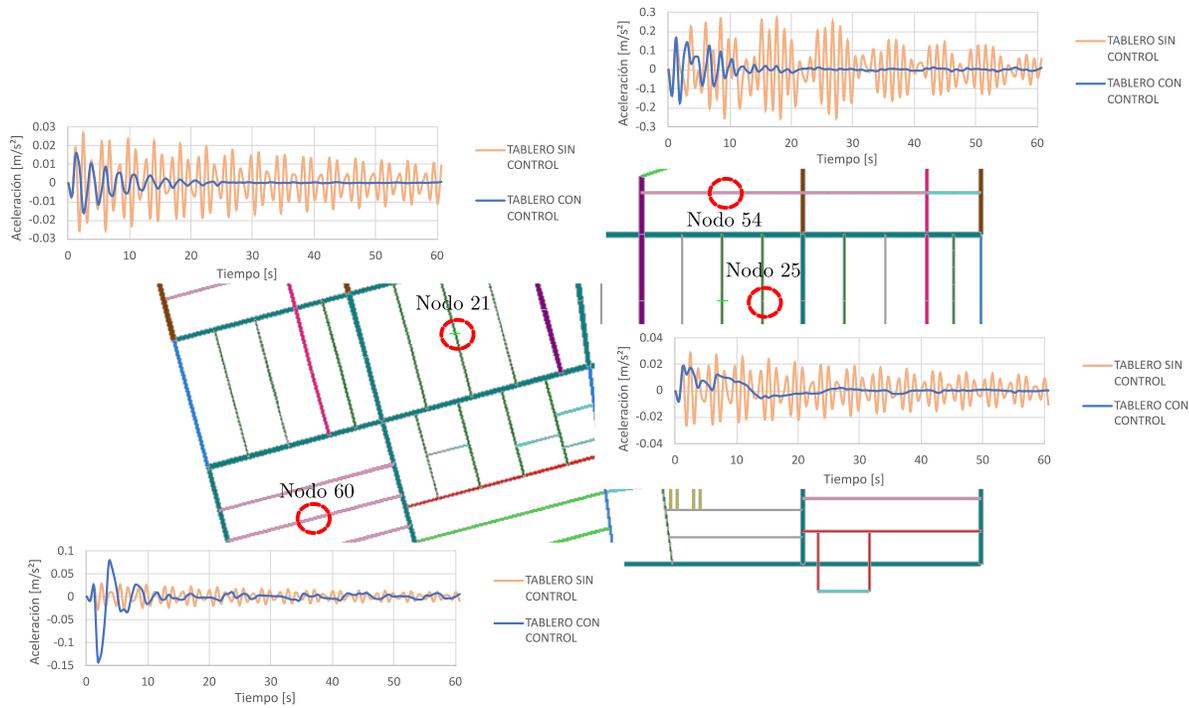


Figura 7. 27 Respuesta de los nodos de estudio para una carga lenta

La figura 7.28 presenta la respuesta del nodo 21, la aceleración disminuye gradualmente conforme avanza el tiempo. Se logra la disminución de la respuesta de aceleraciones.

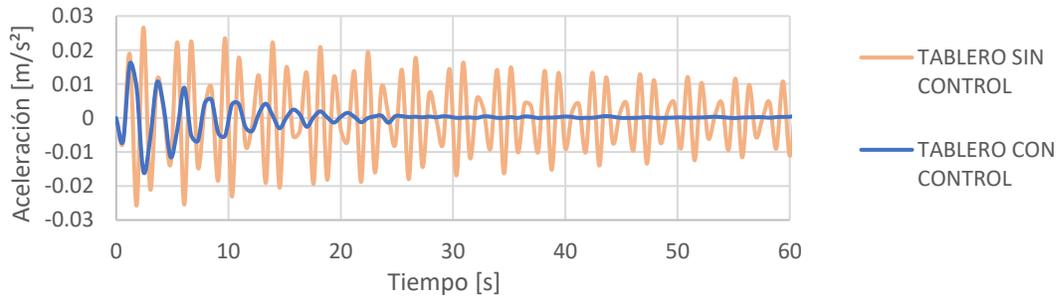


Figura 7. 28 Respuesta del nodo 21, carga lenta con y sin control

En la figura 7.29, correspondiente a la respuesta del nodo 25, la aceleración disminuye de manera errática, sin embargo, se alcanza la disminución de la respuesta.

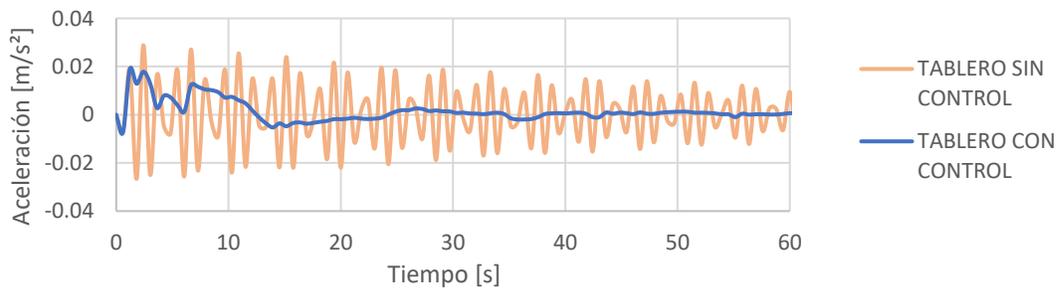


Figura 7. 29 Respuesta del nodo 25, carga lenta con y sin control

La figura 7.30 muestra el comportamiento del nodo 31, señalando que en los primeros 2 segundos de la prueba la aceleración del tablero con control supera a la respuesta estimada para el tablero sin amortiguador, posteriormente se alcanza la disminución de las aceleraciones.

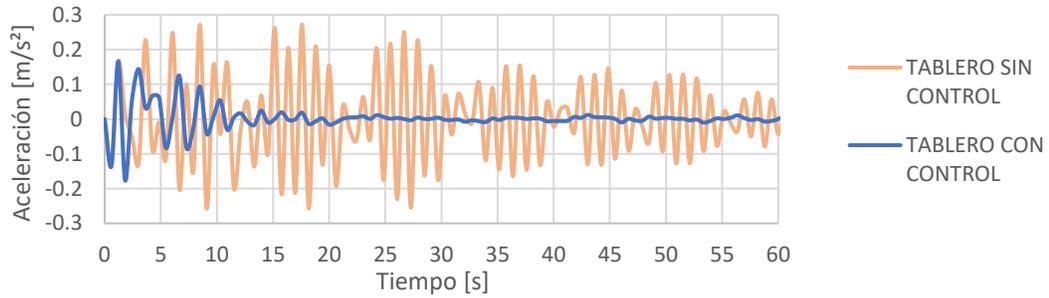


Figura 7. 30 Respuesta del nodo 54, carga lenta con y sin control

Para el nodo 60, puede observarse en la figura 7.31 que en los primeros 10 segundos de la prueba la respuesta del tablero con control supera a las aceleraciones estimadas para el tablero sin dispositivo de control en una magnitud considerablemente mayor. En el tiempo siguiente es notable que la respuesta con control se encuentra en valores semejantes a la del tablero sin dispositivo de control.

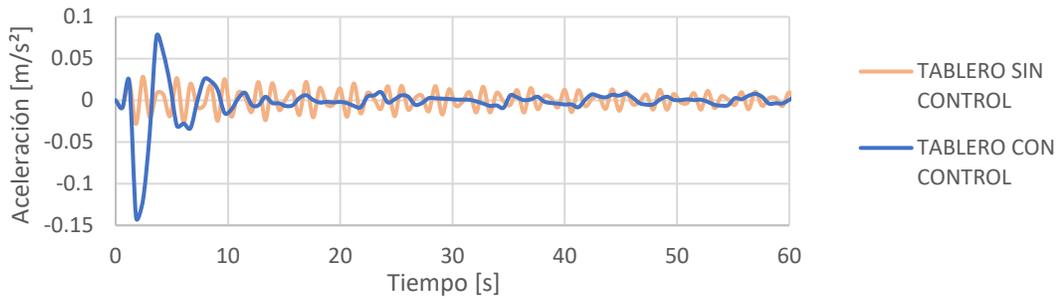


Figura 7. 31 Respuesta del nodo 60, carga lenta con y sin control

7.4.4.5.2 Respuesta ante carga normal o media

En las figuras 7.32, 7.33 y tabla 7.20, se muestran los resultados las aceleraciones RMS y máximas, producidas por una carga media o normal.

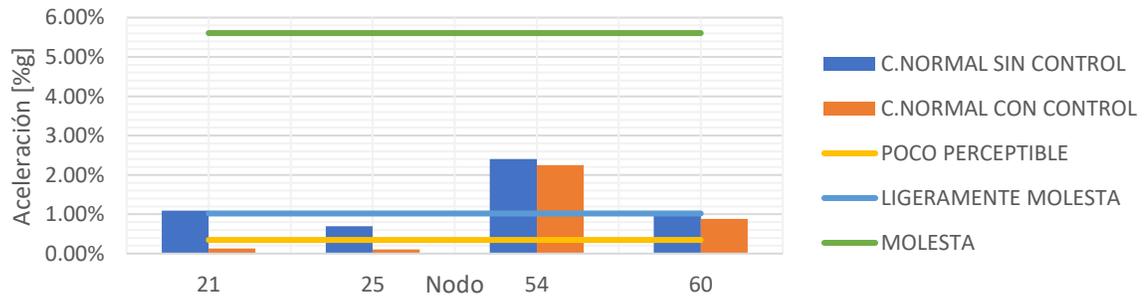


Figura 7. 32 Aceleraciones RMS [%g] para tableros ante carga normal o media, con y sin control

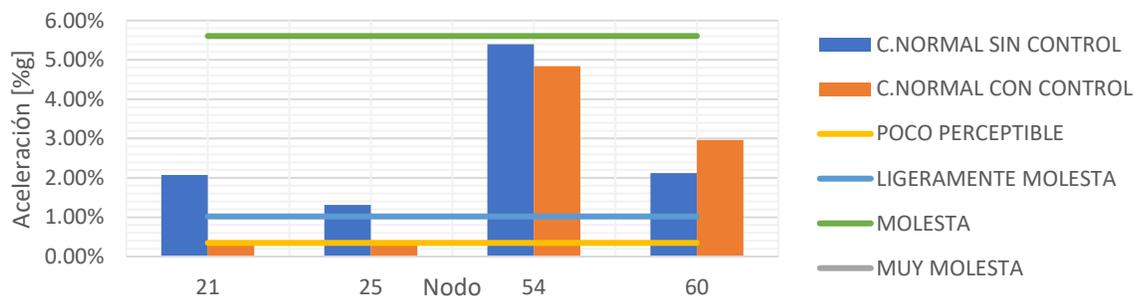


Figura 7. 33 Aceleraciones máximas [%g] para tableros ante carga normal o media, con y sin control

Tabla 7. 20 Comparativa de aceleraciones [%g] para carga media o normal, en tablero con control y sin control

Nodo	Posición	Aceleración RMS sin control	Aceleración RMS con control ($\mu=0.01$)	Aceleración máxima sin control	Aceleración máxima con control ($\mu=0.01$)
21	Interior	1.10%	0.13%	2.07%	0.33%
25	Interior	0.70%	0.11%	1.31%	0.41%
54	Voladizo	2.41%	2.25%	5.40%	4.84%
60	Interior	1.07%	0.88%	2.12%	2.96%

Para una caminata a paso normal o medio (2.0 Hz), las aceleraciones disminuyen a valores poco perceptibles para los nodos 21 y 25, para un análisis de valores RMS y máximos. En el nodo 54 ubicado en el voladizo del tablero, la aceleración disminuyó levemente, sin embargo, sigue ubicándose en un comportamiento ligeramente molesto a molesto. Para el nodo 60, en una posición interior del piso, la respuesta máxima aumentó, mientras que el valor RMS es menor en comparación al tablero sin control. En la figura 7.34 se presenta un esquema general de las respuestas obtenidas en los nodos para un comportamiento con control y sin control, a su vez, éstas han sido desglosadas en las figuras 7.35, 7.36, 7.37 y 7.38.

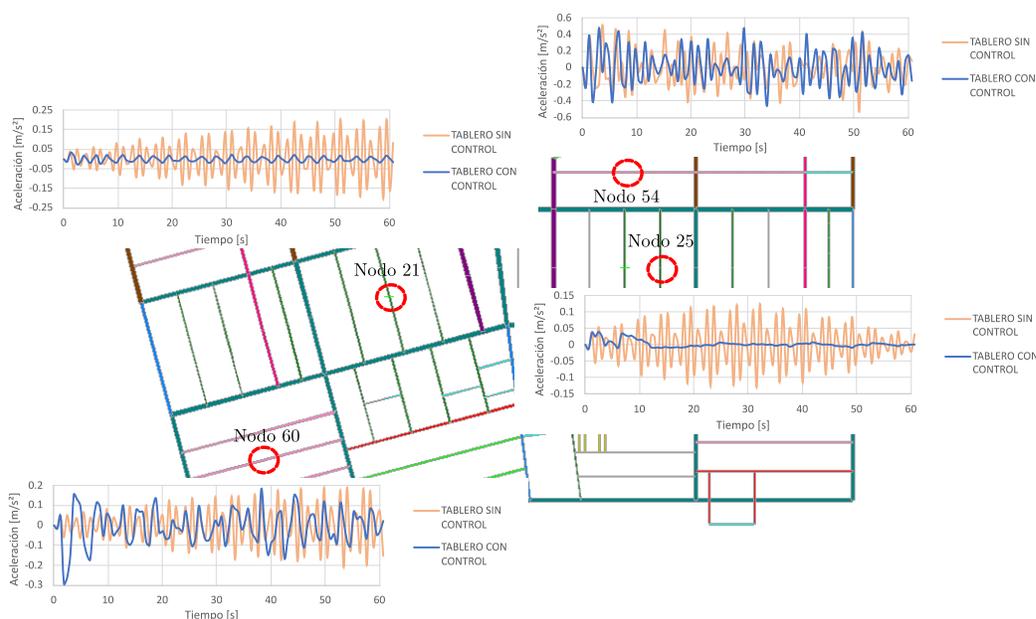


Figura 7. 34 Respuesta de los nodos de estudio para una carga normal o media

En la figura 7.35, correspondiente al nodo 21, es notable que la respuesta del tablero con control oscila entre valores similares en el tiempo, de manera que se alcanza una disminución constante de la respuesta en toda la simulación. Para la respuesta sin control, las mayores aceleraciones se presentan en el último tercio del tiempo de evaluación.

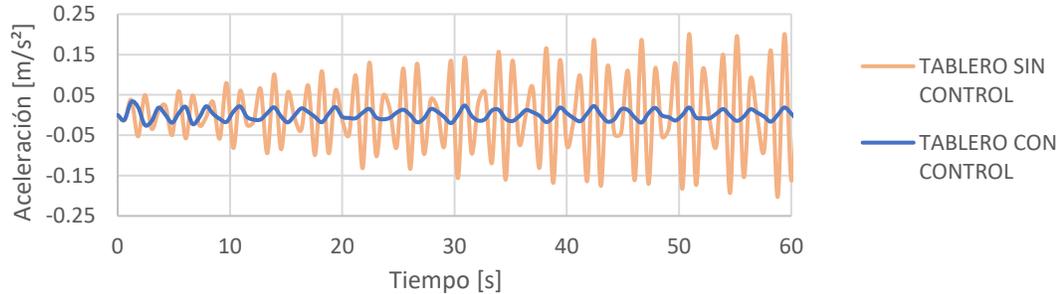


Figura 7. 35 Respuesta del nodo 21, carga media con y sin control

La respuesta del nodo 25 se muestra en la figura 7.36, la reducción de las aceleraciones del tablero con control es notable en comparación con las presentes en el tablero sin control. En los primeros 10 segundos de la evaluación la respuesta con control tiene mayores amplitudes que el resto de la simulación, donde se obtiene una respuesta casi constante.

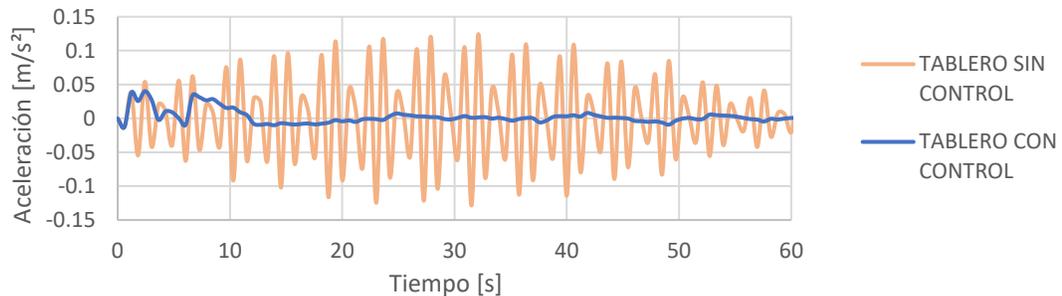


Figura 7. 36 Respuesta del nodo 25, carga media con y sin control

Para el nodo 54 en el voladizo, puede observarse mediante la figura 7.37 que la respuesta con control tiende a ser mayor o semejante en todo el tiempo evaluado a comparación del tablero sin control.

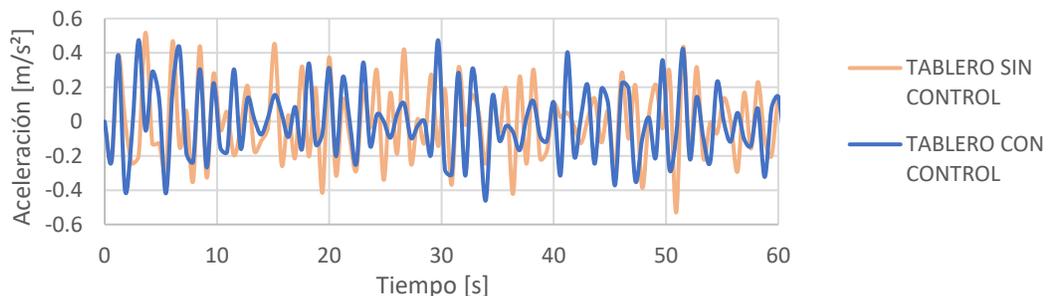


Figura 7. 37 Respuesta del nodo 54, carga media con y sin control

La figura 7.38 muestra el comportamiento del nodo 60. Al inicio del tiempo evaluado la respuesta del tablero con control es mayor a la del tablero sin control; en el resto de la evaluación las aceleraciones en el tiempo son muy similares para las dos condiciones del tablero estudiadas.

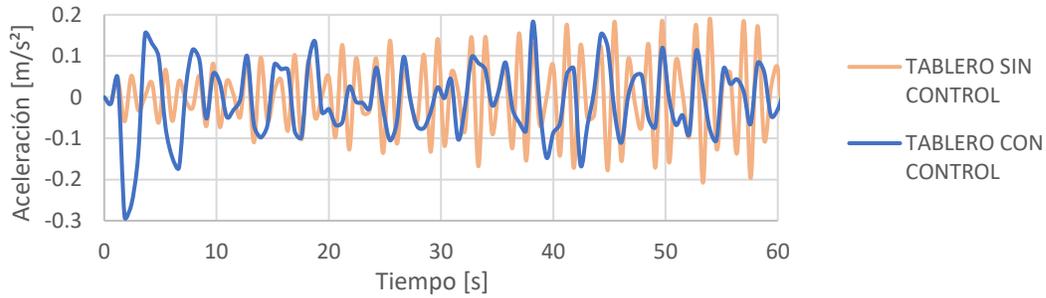


Figura 7. 38 Respuesta del nodo 60, carga media con y sin control

7.4.4.5.3 Respuesta ante carga rápida

A continuación, en las figuras 7.39, 7.40 y tabla 7.21, se presentan los resultados para una carga rápida.

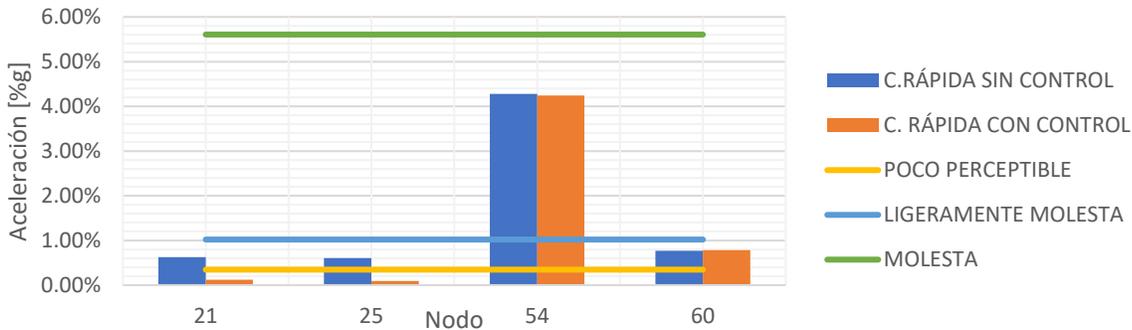


Figura 7. 39 Aceleraciones RMS para tableros ante carga rápida, con y sin control

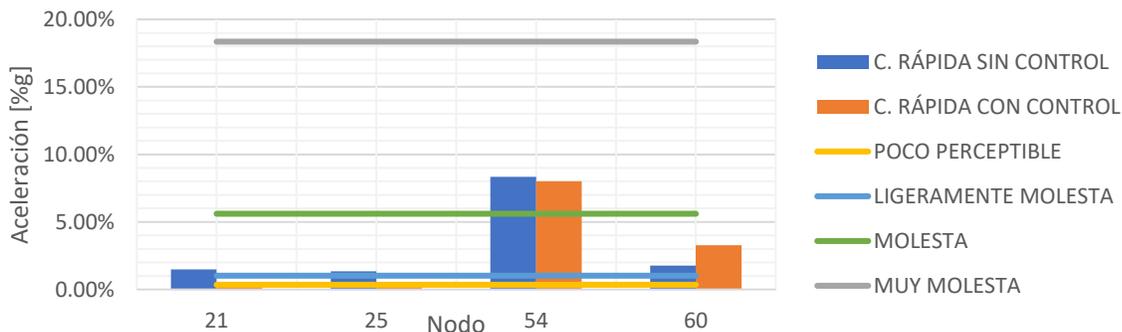
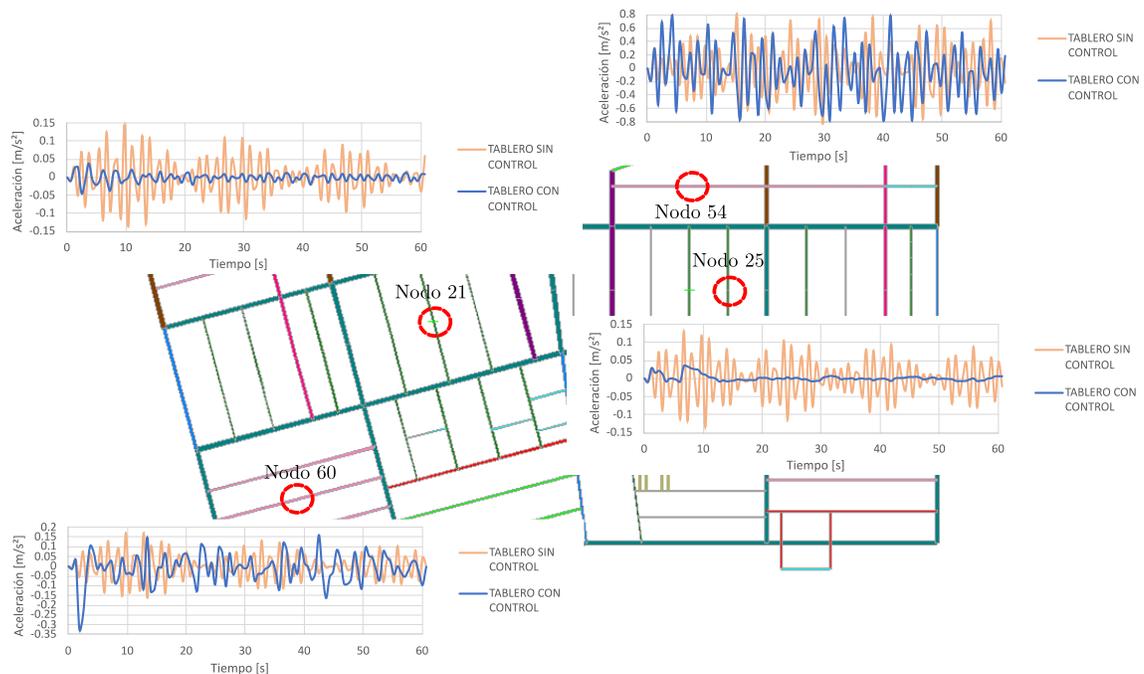


Figura 7. 40 Aceleraciones máximas para tableros ante carga rápida, con y sin control

Tabla 7. 21 *Comparativa de aceleraciones [%g] para carga rápida, en tablero con control y sin control*

Nodo	Posición	Aceleración RMS sin control	Aceleración RMS con control ($\mu=0.01$)	Aceleración máxima sin control	Aceleración máxima con control ($\mu=0.01$)
21	Interior	0.62%	0.12%	1.48%	0.44%
25	Interior	0.61%	0.09%	1.35%	0.36%
54	Voladizo	4.28%	4.24%	8.34%	8.01%
60	Interior	0.77%	0.78%	1.76%	3.28%

Ante la carga rápida (2.3 Hz), para los nodos 21 y 25 se presenta una clara reducción en los valores de aceleración RMS y máximos, presentando un comportamiento de vibraciones poco perceptibles debido a la adición del amortiguador de masas sintonizadas. En el nodo 60, se produce un ligero aumento del valor RMS, mientras que la respuesta máxima aumenta 1.86 veces su magnitud. Para el nodo 54, ubicado en el voladizo se produce una ligera disminución de las aceleraciones RMS, mostrando una percepción ligeramente molesta a molesta; sin embargo, los valores máximos alcanzan amplitudes que ocasionan una sensación molesta a muy molesta en los ocupantes del espacio. En la figura 7.41 se presenta un esquema general de las respuestas obtenidas en los nodos para un comportamiento con control y sin control, a su vez, éstas han sido desglosadas en las figuras 7.42, 7.43, 7.44 y 7.45.

Figura 7. 41 *Respuesta de los nodos de estudio para una carga rápida*

Para el nodo 21, mostrado en la figura 7.42, puede apreciarse una repuesta de aceleraciones que oscila entre valores similares a partir de 10 segundos. Es notable que logra alcanzarse una disminución en la respuesta, en comparación del tablero sin control.

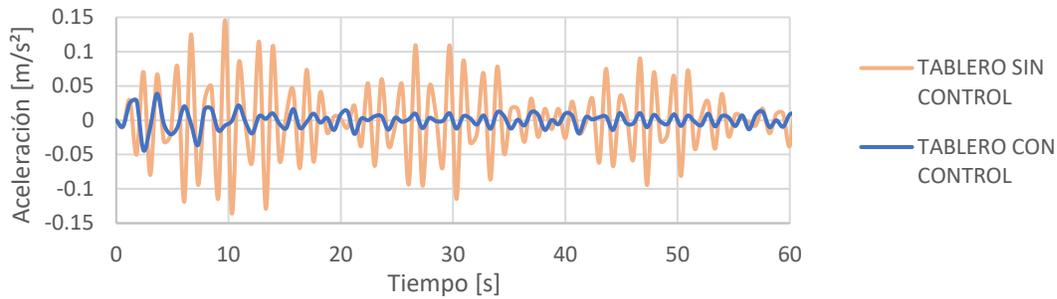


Figura 7. 42 Respuesta del nodo 21, carga rápida con y sin control

La respuesta del nodo 25 se muestra en la figura 7.43, la reducción de las aceleraciones del tablero con control es notable en comparación con las presentes en el tablero sin control.

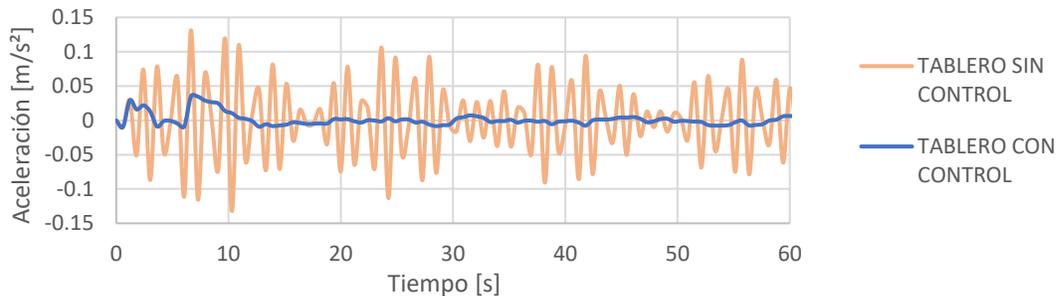


Figura 7. 43 Respuesta del nodo 25, carga rápida con y sin control

En la figura 7.44 puede observarse el comportamiento del nodo 54. Al inicio de la simulación (dentro de los primeros 5 segundos) es notable el aumento de las magnitudes del tablero con control, a comparación del tablero sin control. En el resto del tiempo ambas respuestas son similares.

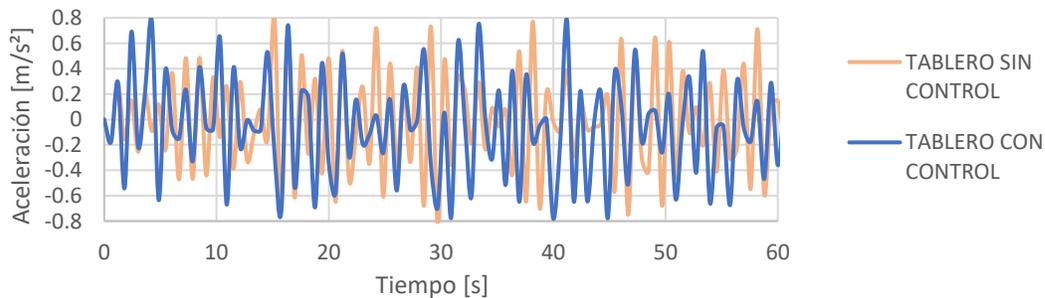


Figura 7. 44 Respuesta del nodo 54, carga rápida con y sin control

La figura 7.45 muestra el comportamiento del nodo 60. Al inicio del tiempo evaluado la repuesta del tablero con control es mayor a la del tablero sin control; en el resto de la evaluación las aceleraciones en el tiempo son similares para las dos condiciones del tablero estudiadas.

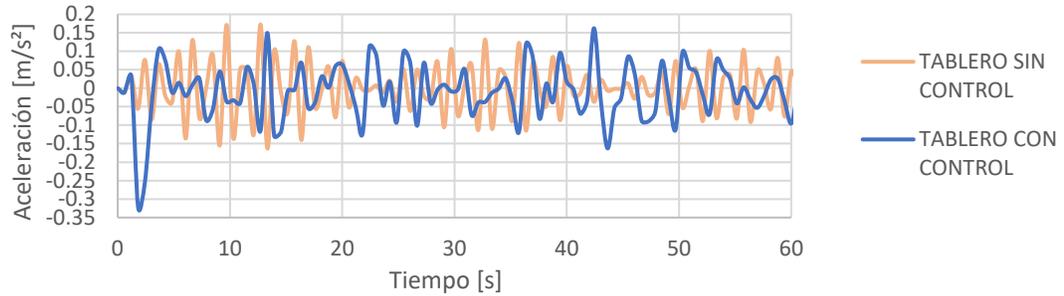


Figura 7. 45 Respuesta del nodo 60, carga rápida con y sin control

De manera general, los nodos 21 y 25 ubicados en claros interiores de la estructura, presentan un comportamiento favorable con la adición del amortiguador de masas sintonizadas, propiciando aceleraciones poco perceptibles por los ocupantes del espacio.

El nodo en el área de voladizo (nodo 54), exhibe una disminución en los valores de aceleraciones RMS y aceleraciones máximas, pero ésta se ve reducida conforme aumenta la frecuencia de la carga aplicada. En el caso de la carga lenta, la respuesta valorada mediante una media RMS se ve limitada a un comportamiento poco perceptible; en las cargas media y rápida la percepción por parte de los ocupantes tiende a ser ligeramente molesta a molesta. El comportamiento de este punto de control puede ser adjudicado a su posición en una zona poco rígida del sistema.

En el nodo 60, también ubicado en el centro de un claro interior, la respuesta de aceleraciones máximas y RMS aumenta para los tres tipos de carga. El único caso en que disminuye es para un valor RMS en la carga normal, pasando de una magnitud de 2.41% a 2.25% lo cual implica una reducción del 7%. El comportamiento de este nodo puede atribuirse a la longitud del claro (9.62m) que es mayor a la de aquellos donde logró obtenerse una respuesta favorable (7m).

Para los nodos 54 y 60 puede proponerse el análisis del sistema con un arreglo diferente de amortiguadores, de manera que logre alcanzarse un comportamiento favorable de la estructura, este proceso se encuentra fuera de los alcances de este trabajo.

7.5 Identificación de parámetros modales

Con la finalidad de aplicar el desarrollo de la teoría referida a la recuperación de parámetros modales, se analizan mediciones de vibración ambiental realizadas en el edificio estudiado.

Los equipos utilizados fueron: 4 acelerómetros triaxiales, marca Kinematics; 3 digitalizadores Makalu, marca Kinematics, para 18 canales y 6 cables blindados con una longitud de 30m cada uno. El equipo y materiales utilizados son propiedad de la Facultad de Estudios Superiores Acatlán, UNAM y se presenta en las figuras 7.46 y 7.47.



Figura 7. 46 Equipo de medición: acelerómetro triaxial



Figura 7. 47 Equipo de medición: digitalizadores

La toma de datos se realizó en ambas direcciones laterales del edificio y en dirección vertical (ver figura 7.48 para referencia de ejes), mediante un conjunto de cuatro arreglos con diferentes mediciones, presentados en las tablas 7.22, 7.23, 7.24 y 7.25.

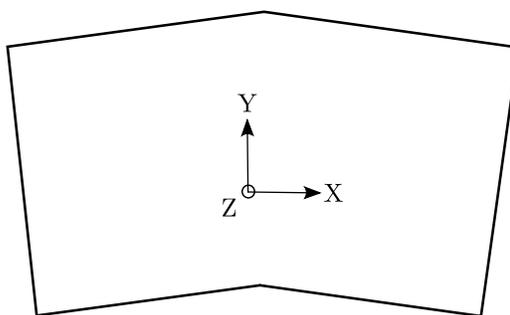


Figura 7. 48 Ejes de referencia para mediciones

Tabla 7. 22 Vibración ambiental: arreglo N1

Medición	Clave de sensores 1-2	Clave de sensores 3-4	Duración del registro [s]
1	UM002	PK002	272
2	UM003	PL001	334
3	UM004	PL002	497

Tabla 7. 23 *Vibración ambiental: arreglo N2*

Medición	Clave de sensores 1-2	Clave de sensores 3-4	Duración del registro [s]
1	UN001	PM001	201
2	UN002	PM002	583
3	UN003	PM003	655
4	UN004	PM004	655

Tabla 7. 24 *Vibración ambiental: arreglo N3*

Medición	Clave de sensores 1-2	Clave de sensores 3-4	Duración del registro [s]
1	UO001	PN001	201
2	UO002	PN002	396
3	UO003	PN003	562
4	UO004	PN004	180

Tabla 7. 25 *Vibración ambiental: arreglo N4*

Medición	Clave de sensores 1-2	Clave de sensores 3-4	Duración del registro [s]
1	----	PQ001	355
2	----	PQ002	655

Para cada sensor, se obtuvo una aceleración promedio en cada dirección a partir de las mediciones realizadas. Ya que la rutina de recuperación de parámetros modales requiere de datos con las mismas dimensiones, los registros fueron truncados a la longitud del arreglo con el menor número de muestras. Una vez ajustadas las dimensiones de los registros, se ensamblaron las mediciones correspondientes a la dirección X y Y en archivos separados, para su procesamiento; en el caso de la dirección Z se obtuvieron los valores máximos y RMS para cada losa muestreada, además de recuperarse la forma modal del tablero en azotea. Cada sensor ha sido asociado con el nivel correspondiente en el edificio, como se presenta en la tabla 7.26.

Tabla 7. 26 *Vibración ambiental: niveles y sensor correspondiente*

Nivel	Arreglo	Sensor
11	N4	3
14	N4	4
14	N3	4
17	N3	3
25	N3	2
28	N3	1
28	N2	1
32	N2	2
38	N2	4
41	N2	3
42	N1	4

Realizados los cálculos para la estimación de los factores dinámicos, con ayuda de la rutina identificación de parámetros modales, se muestran los resultados para cada dirección de estudio.

7.5.1 Dirección X

Las frecuencias seleccionadas para las aceleraciones en dirección X se han plasmado en la tabla 7.27 y pueden ser identificadas mediante la figura 7.49.

Tabla 7. 27 Frecuencias de estudio en la dirección X

Frecuencia [Hz]	Límite inferior para filtro pasabanda [Hz]	Límite superior para el filtro pasabanda [Hz]
0.317	0.200	0.400
0.928	0.700	1.100
1.590	1.400	1.800

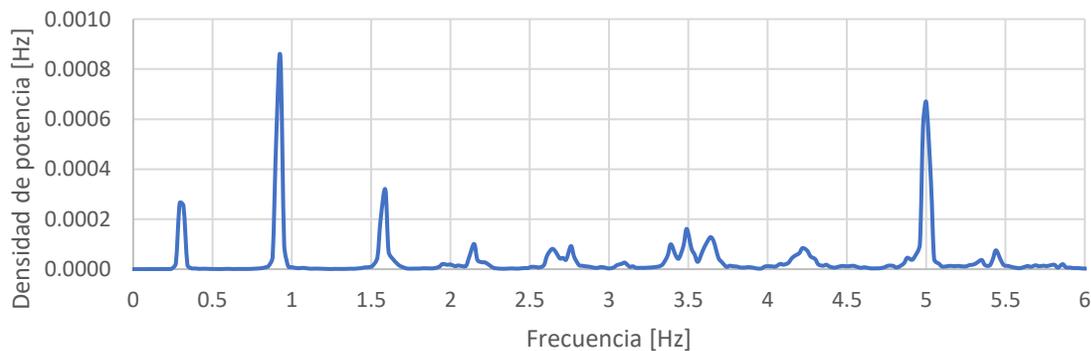


Figura 7. 49 Espectro de potencias de Welch para aceleraciones en dirección X

De acuerdo a las frecuencias consideradas se han estimado las formas modales indicadas en la tabla 7.28 y figura 7.50.

Tabla 7. 28 Formas modales recuperadas en la dirección X

Nivel	Forma modal 1	Forma modal 2	Forma modal 3
0	0.000	0.000	0.000
11	0.059	-0.369	-0.965
14	0.089	-0.311	-0.411
17	0.296	-0.645	-0.706
25	0.272	-0.388	1.000
28	0.495	-0.400	0.544
32	0.862	-0.036	-0.080
38	0.723	0.550	0.051
41	1.000	0.808	0.037
42	---	1.000	0.082

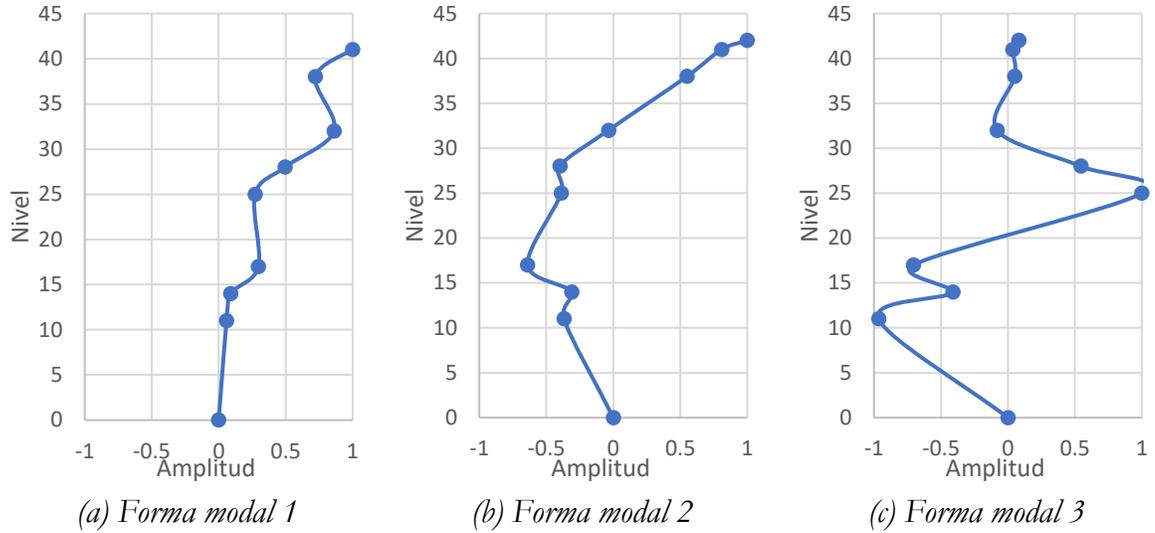


Figura 7. 50 Formas modales en dirección X

La tabla 7.29, señala las propiedades recuperadas que se asocian a cada forma modal.

Tabla 7. 29 Propiedades recuperadas en la dirección X

Modo	Amortiguamiento [%]	Frecuencia angular [rad/s]	Frecuencia natural [Hz]	Periodo [s]	Participación modal
1	3.90	1.92	0.30	3.28	0.000017
2	1.22	5.75	0.92	1.09	0.000221
3	0.50	9.90	1.58	0.63	0.000276

Una vez obtenidas las propiedades, se ha realizado una comparación con los resultados estimados mediante el modelo en SAP2000. El primer modo recuperado con la rutina tiene un periodo de 3.28s, al ser comparado con el primer modo en dirección X (modo 1-X) del modelo SAP2000, con un periodo de 3.81s, se obtiene una diferencia del 13.91%. El segundo modo recuperado tiene un periodo de 1.09s, comparado con el segundo modo del modelo analítico en dirección X (modo 2-X), con un periodo de 1.26s, puede estimarse una diferencia del 15.59%. Estos resultados muestran que hay una buena aproximación entre los periodos recuperados con las mediciones de aceleración y el modelo considerado en el estudio.

7.5.2 Dirección Y

Las frecuencias seleccionadas para las aceleraciones en dirección Y se han plasmado en la tabla 7.30 y pueden ser identificadas mediante la figura 7.51.

Tabla 7. 30 Frecuencias de estudio en la dirección Y

Frecuencia [Hz]	Límite inferior para filtro pasabanda [Hz]	Límite superior para el filtro pasabanda [Hz]
0.269	0.200	0.400
1.070	0.800	1.200
1.950	1.600	2.400

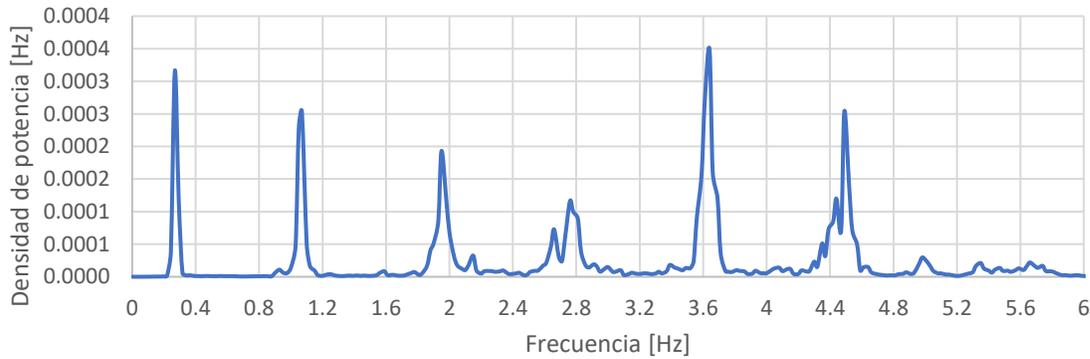


Figura 7. 51 Espectro de potencias de Welch para aceleraciones en dirección Y

De acuerdo a las frecuencias consideradas se han estimado las formas modales señaladas en la tabla 7.31 y figura 7.52.

Tabla 7. 31 Formas modales recuperadas en la dirección Y

Nivel	Forma modal 1	Forma modal 2	Forma modal 3
0	0.000	0.000	0.000
11	0.056	0.144	0.353
14	0.042	0.236	0.189
17	0.369	1.000	-0.291
25	0.427	0.733	-0.564
28	0.601	0.488	-0.775
32	0.970	0.066	-1.000
38	0.578	-0.212	0.371
41	1.000	-0.266	0.164
42	---	---	-0.094

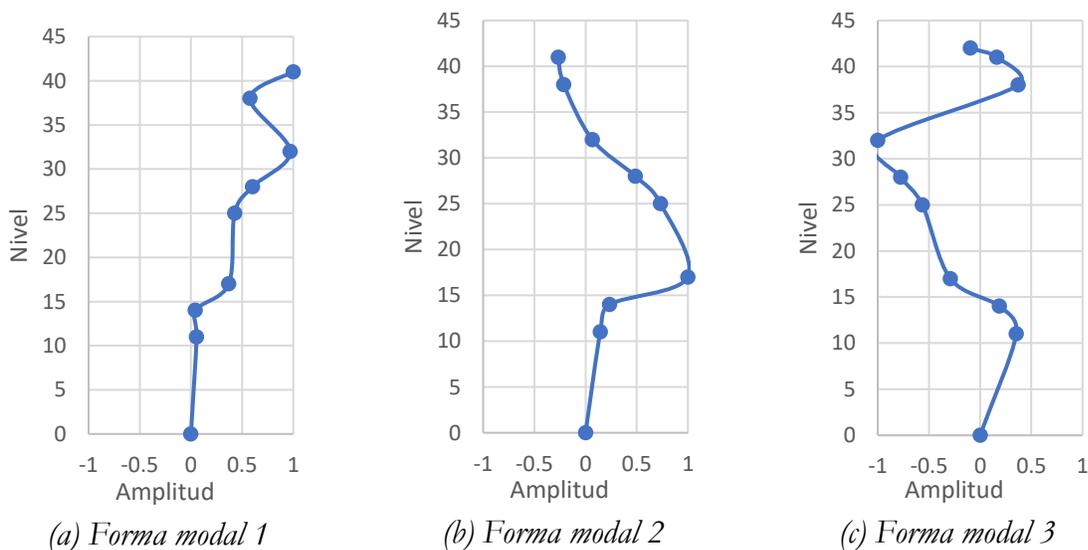


Figura 7. 52 Formas modales en dirección Y

La tabla 7.32 señala las propiedades asociadas a cada forma modal.

Tabla 7. 32 *Propiedades recuperadas en la dirección Y*

Modo	Amortiguamiento [%]	Frecuencia angular [rad/s]	Frecuencia natural [Hz]	Periodo [s]	Participación modal
1	3.50	1.75	0.28	3.58	0.000026
2	0.90	6.67	1.06	0.94	0.000138
3	0.75	12.31	1.96	0.51	0.000474

El primer modo recuperado con la rutina tiene un periodo de 3.58s, al ser comparado con el primer modo del modelo SAP2000 en dirección Y (modo 1-Y), con un periodo de 4.58s, se obtiene una diferencia del 27.93%. El segundo modo recuperado tiene un periodo de 0.94s, comparado con el segundo modo del modelo analítico en dirección Y (modo 2-Y), con un periodo de 1.47s, puede estimarse una diferencia del 56.38%. Estos resultados muestran que existe una mayor diferencia con los resultados del modelo en SAP2000.

7.5.3 Dirección Z

Para la identificación de propiedades se ha seleccionado el piso de azotea (tablero 42), ya que en él se llevaron a cabo mediciones en diferentes puntos del elemento, aunque éstas son un número reducido serán consideradas con la finalidad de buscar una aproximación al comportamiento de la estructura. El conjunto de registros pertenecientes a este tablero es el arreglo N1, cuyos sensores se encuentran en las posiciones mostradas en la figura 7.53.

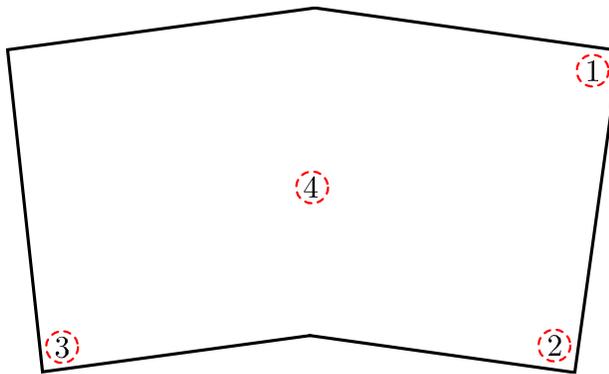


Figura 7. 53 *Posición de sensores en losa de azotea, arreglo N1*

Las frecuencias seleccionadas para las aceleraciones en dirección Z se han plasmado en la tabla 7.33 y pueden ser identificadas mediante la figura 7.54.

Tabla 7. 33 *Frecuencias de estudio en la dirección Y*

Frecuencia [Hz]	Límite inferior para filtro pasabanda [Hz]	Límite superior para el filtro pasabanda [Hz]
3.03	2.800	3.600
4.98	4.800	5.200

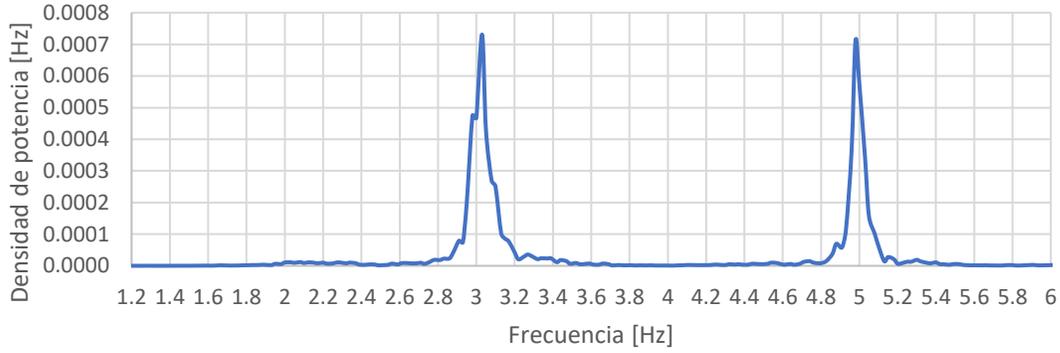
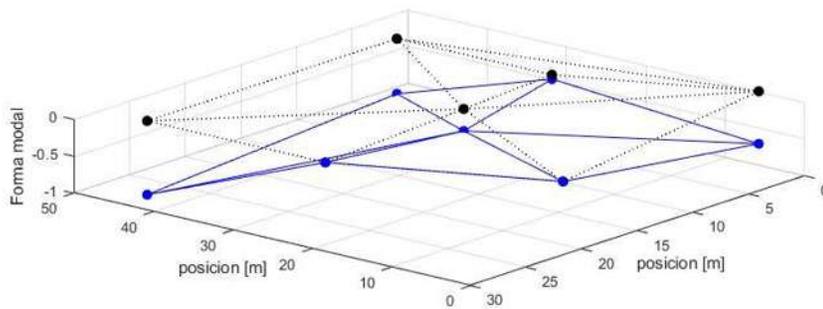


Figura 7. 54 Espectro de potencias de Welch para aceleraciones en dirección Z

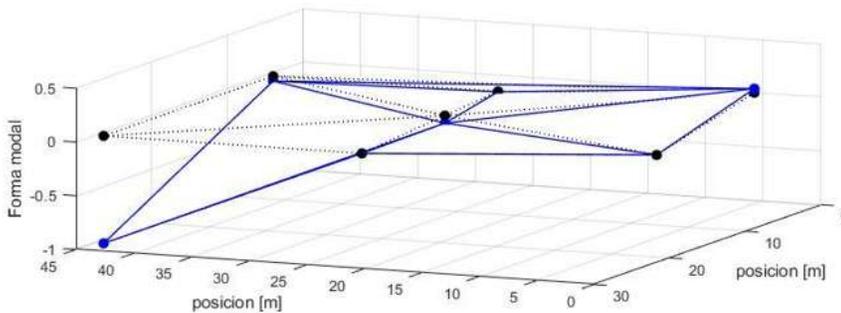
De acuerdo a las frecuencias consideradas se han estimado las formas modales indicadas en la tabla 7.34 y figura 7.55.

Tabla 7. 34 Formas modales recuperadas en la dirección Z

Sensor	Forma modal 1	Forma modal 2
1	-1.000	-1.000
2	-0.747	-0.045
3	-0.710	0.037
4	-0.298	-0.071



(a) Forma modal 1



(b) Forma modal 2

Figura 7. 55 Formas modales en dirección Z

Para la figura 7.55, las líneas continuas en color azul señalan la deformación de la forma modal, mientras la línea punteada en color negro representa la posición sin deformar del tablero. En la tabla 7.35, se presentan las propiedades asociadas a cada forma modal.

Tabla 7. 35 Propiedades recuperadas en la dirección Z

Modo	Amortiguamiento [%]	Frecuencia angular [rad/s]	Frecuencia natural [Hz]	Periodo [s]	Participación modal
1	0.65	18.95	3.02	0.33	0.003978
2	0.31	31.35	4.99	0.20	0.005033

Al comparar los valores recuperados con la rutina con los valores obtenidos en el programa SAP2000 puede notarse que: el primer modo para el modelo analítico tiene un periodo de 0.47s, mientras que el valor recuperado es de 0.33s, lo cual indica una diferencia del 29.79%; el segundo modo del modelo numérico tiene un valor de 0.43s, con un valor recuperado de 0.20s produciendo una diferencia del 53.49%. Estas diferencias pueden atribuirse a la cantidad de sensores usados en las mediciones para la losa de azotea y a que los sensores existentes se han colocado únicamente en la mitad del tablero.

En esta dirección de análisis, en el tablero de azotea, pudo estimarse un valor máximo de aceleración de 0.0084%g y un valor RMS igual a 0.0016%g, mostrados en la figura 7.56. Al evaluar estos valores con las clases de comportamiento señaladas en Bachman (2012), es identificable que se encuentran en un rango poco perceptible.

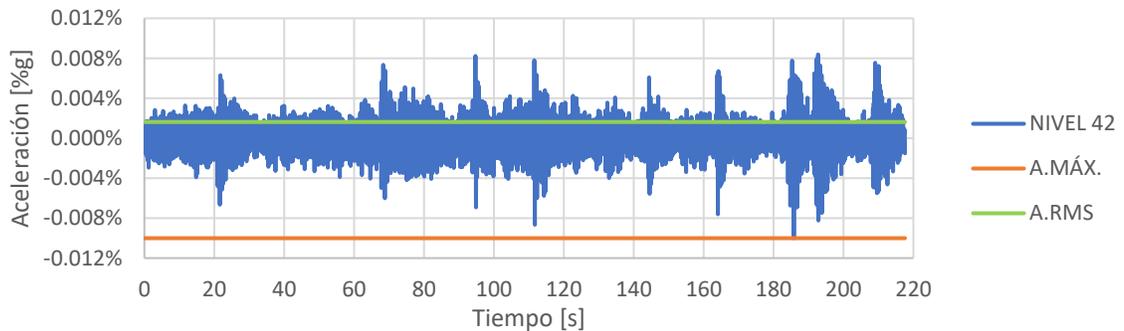


Figura 7. 56 Aceleraciones en nivel de azotea

8

Ejemplos
complementarios

Con la finalidad de complementar la teoría desarrollada se ha propuesto el análisis de dos estructuras estudiadas en la literatura, con comportamientos y características bien definidas.

8.1 Estructura en concreto

Se considera un sistema de piso a base de tableros en concreto con traveses perimetrales y losa de 12cm de espesor (figura 8.1). Este sistema ha sido corroborado como un diafragma rígido acorde a García (1997). Se estudiará su susceptibilidad ante problemas de servicio ocasionados por vibraciones.

El concreto usado tiene una resistencia de 250 kg/cm^2 , con un módulo de elasticidad de $221359.44 \text{ kg/cm}^2$. Las secciones de las vigas principales son $0.55\text{m} \times 1.10\text{m}$, las vigas secundarias tienen como dimensiones $0.35\text{m} \times 0.90\text{m}$ y columnas de $0.70\text{m} \times 0.70\text{m}$. La rigidez lateral media del tablero es de $175,609.76\text{kg/cm}$. El parámetro de rigidez (Ψ) para el tablero, estimado y definido por García (1997) tiene un valor de 7.68, lo cual señala un comportamiento de diafragma rígido. El modelo de la estructura fue realizado en el programa SAP2000 con la finalidad de obtener los parámetros dinámicos para la evaluación del sistema, un esquema del modelo se presenta en la figura 8.2.

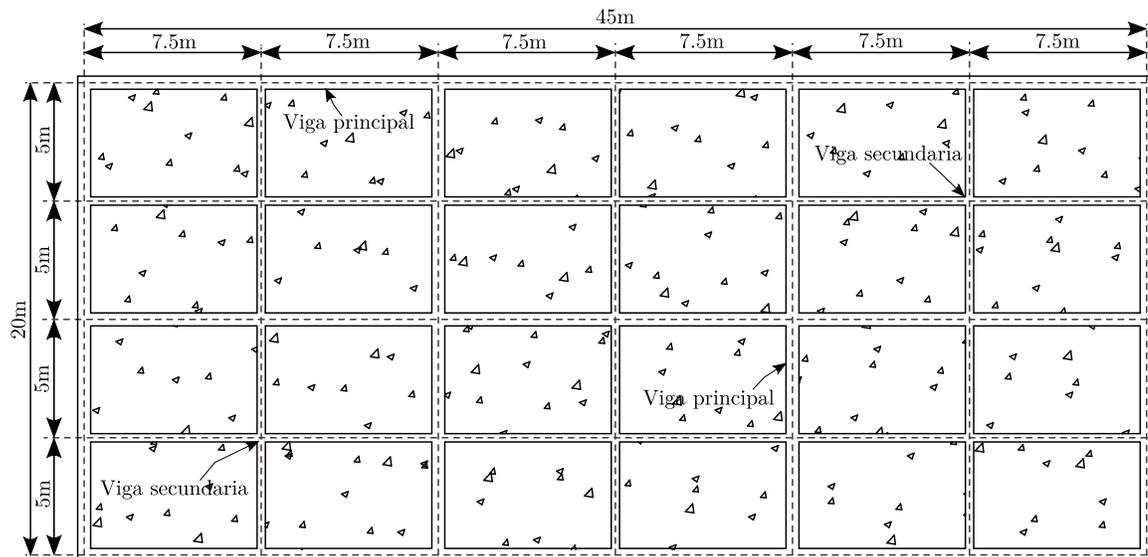


Figura 8. 1 Piso de concreto para análisis

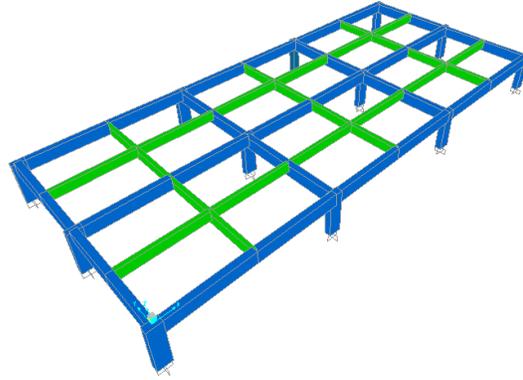


Figura 8. 2 Modelo del piso de concreto para estudio

Mediante el modelo de la estructura, se consideró para fines de evaluación la tercera forma modal, con un periodo de $T=0.1475$ s y una frecuencia asociada de 6.77 Hz, ya que esta presenta la mayor participación de masas en sentido vertical. Usando estas propiedades para evaluar el factor de sensibilidad especificado en la ecuación 3.8 se obtienen los valores de las ecuaciones 8.1 y 8.2.

$$K = 1.32 \frac{6.77^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{6.77}{10}\right)^2}} \quad (8.1)$$

$$K = 50.22 \quad (8.2)$$

El factor estimado ubica a la estructura en la Clase H (ver tabla 3.1), cuyo comportamiento señala la presencia de vibraciones fuertemente perceptibles que causan malestar a los ocupantes.

8.2 Estructura compuesta

Se evalúa la respuesta de una losa compuesta con uso de oficina, con un comportamiento satisfactorio ante vibraciones según lo señalado en Murray (2016).

Las cargas del entrepiso consisten en una carga muerta de 19.53 kg/m², una carga viva con una magnitud de 53.71 kg/m² y el peso propio de la losa con un valor de 9.76 kg/m². El tablero tiene un largo de 32m, con un ancho de 45.72m y espesor de 0.13m.

Las condiciones de diafragma rígido han sido evaluadas acorde a lo estipulado en las Normas Técnicas Complementarias (2017) y son presentadas en la tabla 8.1 y 8.2.

Tabla 8. 1 *Evaluación de diafragma: diseño por sismo*

Requisito	Condición cumplida	Condición no cumplida
La máxima deflexión lateral en su plano es menor que 0.5 veces la deformación lateral promedio de los elementos verticales del entrepiso ubicado inmediatamente debajo de él.		No evaluable con la información proporcionada en el ejemplo
El sistema está compuesto por losas de concreto sobre tableros de acero, que presenten una relación largo a ancho en planta menor a 4	0.72	
No se presentan entrantes ni salientes mayores al 20% (veinte por ciento) en ninguna de las dimensiones en planta.	La planta es regular	
No se presentan aberturas que excedan al 20% de la superficie total de la planta	No existen aberturas	

Tabla 8. 2 *Evaluación de diafragma: diseño por sismo*

Requisito	Condición cumplida	Condición no cumplida
El alma de la viga se conectará directamente a la columna, por medio de soldadura o por medio de placas soldadas o atornilladas; también pueden adicionarse placas de unión en los patines de la viga		Las vigas principales se encuentran unidas al recubrimiento exterior

Las conexiones no son evaluables al no presentarse información suficiente sobre ellas, únicamente se señala que las vigas principales están unidas a las columnas.

De acuerdo a la revisión del piso, puede estipularse que éste forma un diafragma rígido y que además no presenta susceptibilidad ante vibraciones.

9

Conclusiones

El presente trabajo ha abordado el tema de vibraciones en losas de entrepisos, mediante una revisión de reglamentos que regulan las consideraciones de diseño de los sistemas de piso, para obtener un comportamiento de servicio adecuado; su relación con la ausencia o presencia de diafragmas rígidos en la estructura; el control de estas acciones mediante dispositivos de control y la percepción que los ocupantes de los espacios tienen ante este fenómeno; además de atender a la recuperación de parámetros dinámicos para estructuras, mediante el uso de una metodología basada en un análisis en el dominio del tiempo, alimentada con mediciones de aceleraciones tomadas in situ. Los resultados obtenidos han permitido generar las siguientes conclusiones y recomendaciones:

- Algunos de los reglamentos de diseño presentan recomendaciones someras acerca de los requerimientos y limitaciones de un sistema de entrepiso para lograr la condición de diafragma rígido. Se asume que, si el piso no logra formar un diafragma rígido será un diafragma flexible, aunque no se presentan condiciones con las que pueda evaluarse esta condición o una alternativa intermedia (diafragma semirrígido).
- La condición de diafragma rígido suele ser asumida en el diseño de estructuras sin su corroboración o detallado para ser alcanzada. Esto puede perjudicar al elemento diseño, aumentando la magnitud de su respuesta o produciendo un comportamiento no deseado. El cumplimiento de esta condición puede alcanzarse mediante la observación y detallado de conexiones, dimensiones en planta y estructuración.
- Los valores de aceleración obtenidos mediante la simulación de las cargas asociadas al paso de peatones, con la función de cargas recomendada por Bachman, (2012) son menores a los estimados mediante la metodología señalada en el AISC empero, en ambas metodologías el tablero evaluado muestra una respuesta susceptible a las vibraciones. Las diferencias en los valores pueden conferirse a las consideraciones asumidas en el modelo para la simulación de la carga y su aplicación.
- Los valores sugeridos por Bachman, (2012) para actividades humanas, han sido adoptados por los diversos reglamentos de diseño, sin embargo, surge la necesidad de complementación de la información, adecuando las categorías de percepción a distintas actividades realizadas en los espacios de ocupación y a diferentes tipos de usuarios.
- Los amortiguadores de masas sintonizadas representan una opción de fácil diseño y aplicación como dispositivos de control. Para los sitios de referencia en el edificio de estudio, en los que no se alcanza un control satisfactorio de las aceleraciones, puede recomendarse el cambio de posición del amortiguador, así como existe la opción de la adición de más dispositivos que logren alcanzar una respuesta satisfactoria para el elemento de estudio.

- En el apartado de simulación de cargas, se optó por el uso de una función de cargas preestablecida que, si bien es un método sencillo y efectivo para la suposición de las acciones, debe comentarse que no sustituye a la implementación de mediciones de respuesta en campo, pues el conocimiento de estos valores permite el correcto entendimiento del comportamiento de la estructura estudiada.
- Respecto a la recuperación de parámetros modales, la rutina utilizada generó resultados adecuados al problema de estudio, a pesar de contar con un número de sensores reducido, lo cual señala que la adición puntos de control puede mejorar los resultados.
- En el ejemplo de aplicación, que consta de un sistema compuesto, los pisos no satisfacen las condiciones para formar un diafragma rígido y presentan un comportamiento susceptible a la presencia de vibraciones. Mientras que, en los ejemplos complementarios, puede observarse un sistema compuesto que funciona como diafragma rígido sin problemas de servicio y un sistema en concreto que, a pesar de cumplir con un comportamiento de diafragma rígido, es susceptible a la presencia de vibraciones. Estos puntos permiten inferir que el comportamiento de diafragma rígido puede no asegurar una respuesta satisfactoria ante requerimientos de servicio, lo cual resalta la importancia de la corroboración de las mismas.

9.1 Trabajos a futuro

El desarrollo de este trabajo de investigación permite la sugerencia de temas complementarios en la línea de investigación sobre vibraciones en losas de entrepiso. Algunos de ellos se enlistan a continuación:

- Desarrollo de manuales de diseño plenamente descriptivos para estructuras en concreto, acero y sistemas mixtos, que permitan la estructuración de sistemas de piso que logren un comportamiento de diafragma rígido.
- Desarrollo de manuales de diseño para sistemas en concreto, acero y mixtos, que permitan la generación de estructuras que satisfagan las condiciones de servicio necesarias para asegurar la comodidad y bienestar de los ocupantes.
- Desarrollo de guías para la recopilación de datos de respuesta dinámica en estructuras existentes.
- Mejora de la metodología para la estimación del amortiguamiento estructural en la rutina para la recuperación de parámetros modales.

Referencias

- Ambrosini, D., Cuitiño, G., & Rebecco, J. (2004). *Eficiencia de amortiguadores de masa sintonizados en estructuras sismorresistentes*. *Mecánica computacional*, 23, 447-462.
- ASCE. (2002). Earthquake loads. En *Minimum design loads por buildings and other structures*(1-112). Estados Unidos: ASCE.
- B. H., Stubbs, N., & Park, T. (2005). *A new method to extract modal parameters using output-only responses*. *Journal of sound and vibration*, 282(1-2), 215-230.
- Bachmann, H. (1992). *Case studies of structures with man-induced vibrations*. *Journal of Structural Engineering*, 631-647.
- Bachmann, H., Ammann, W. J., Deischl, F., Eisenmann, J., Floegl, I., Hirsch, G. H. & Nussbaumer, H. (2012). *Vibration problems in structures: practical guidelines*. Birkhäuser.
- Breschi, L., & Castillo, A. (2016). *Uso de amortiguador de masa sintonizada en ingeniería estructural: edificio parque Araucano en Santiago de Chile*. *Alternativas*, 17(3), 123-128.
- Brownjohn, J. M., & Pavic, A. &. (2004). *A spectral density approach for modelling continuous vertical forces on pedestrian structures due to walking* . *Canadian Journal of Civil Engineering*, 65-77.
- Calero Moraga, M. (2017). *Diseño óptimo de múltiples amortiguadores de masa sintonizada sobre pasarelas peatonales* (Tesis de maestría). Universidad de Sevilla, España.
- Chang, C. C. (1999). *Mass dampers and their optimal designs for building vibration control*. *Engineering Structures*, 21(5), 454-463.
- Colegio Federado de Ingenieros. (2002). Código Sísmico de Costa Rica. *COSTA RICA. Editorial: Editorial Tecnológica de Costa Rica*.
- Concrete reinforcing steel institute. (2019). *A guide to assist design professionals in efficiently designing and detailing reinforced concrete diaphragms*. Design guide por reinforced concrete diaphragms, Edición 1.
- DEC. (2006). *Assessing vibration: A technical guideline*.
- Ebrahimpour, A., & Sack, R. L. (2005). *A review of vibration serviceability criteria for floor structures*. *Computers & Structures*, 83(28-30), 2488-2494.
- E. Cheynet (2020). Mode shapes extraction by time domain decomposition (TDD) (<https://github.com/ECheyneT/TDD/releases/tag/v2.5>), GitHub.
- Foley, C. M. (2004). *Optimal selection and design of composite steel floor systems considering vibration* . *Structures 2004: Building on the Past*, 1-15.
- García, L. (1997). *La flexibilidad del diafragma en edificios: un estudio elástico* (Tesis de maestría). Universidad Nacional Autónoma de México, Distrito Federal, México.
- Gobierno de la Ciudad de México. (2017). *Normas técnicas complementarias para diseño por sismo*. México: Gaceta oficial de la Ciudad de México.

- Gobierno de la Ciudad de México. (2017). *Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de acero*. México: Gaceta oficial de la Ciudad de México.
- Gobierno de la Ciudad de México. (2017). *Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de concreto*. México: Gaceta oficial de la Ciudad de México.
- Gobierno de la Ciudad de México. (2017). *Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de estructuras de madera*. México: Gaceta oficial de la Ciudad de México.
- Grossi, R. O. (1995). Determinación aproximada de la frecuencia fundamental de placas rectangulares mediante el método de Rayleigh-Ritz . *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería*.
- Hanagan, L. M. (2006). A whole building cost perspective to floor vibration serviceability . *Building Integration Solutions*, 1-6.
- Hanagan, L. M., & Raebel, C. H. (2003). Dynamic measurements of in-place steel floors to assess vibration performance. *Journal of Performance of Constructed Facilities*, 126-135.
- Herrera, D. (2011). *Desarrollo de una herramienta numérica de análisis para losas de hormigón armado sometidas a aceleraciones verticales* . Concepción, Bío Bío, Chile: Universidad Católica de la Santísima Concepción.
- International code council. (2009). *International building code*. Estados Unidos: International Code Council, Inc.
- Iyengar, K. S. R., & Iyengar, R. N. (1967). *Determination of the orthotropic plate parameters of stiffened plates and grillages in free vibration*. *Applied Scientific Research*, 17(6), 422-438.
- Kim, B. H., Stubbs, N., & Park, T. (2005). *A new method to extract modal parameters using output-only responses*. *Journal of sound and vibration*, 282(1-2), 215-230
- Klingner, R. (2010). *Masonry structural design*. Estados Unidos: McGraw-Hill.
- Kraus, C. A. (1997). *Floor vibration design criterion for cold-formed C-Shaped supported residential floor systems* . Blacksburg, Estados Unidos : Virginia Tech.
- Laura, P., & Grossi, R. &. (1979). *Free vibrations of a rectangular plate of variable thickness elastically restrained against rotation along three edges and free on the fourth edge* . *Journal of Sound and Vibration*, 493-503.
- León, G. (2006). *Diseño sísmico de sistemas de piso en edificios prefabricados de concreto reforzado* (Tesis de maestría). Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- Meli Piralla, R. (1985). *Diseño estructural* . México: LIMUSA.
- Middleton, C. &. (2010). Response of high frequency floors: A literature review . *Engineering Structures*, 337-352.
- Moehle, J. P., Hooper, J. D., Kelly, D. J., & Meyer, T. R. (2010). *Seismic design of cast-in-place concrete diaphragms, chords, and collectors*. Seismic design technical brief, US Department of Commerce, Building and Fire Research Laboratory, National Institute of Standards and Technology.
- Monforton, G. R., & Wu, T. S. (1963). *Matrix analysis of semi-rigid connected frames*. *Journal of the structural division*, 89(6), 13-24.
- Molinares Amaya, N. (2011). *Sistemas de control pasivos y activos de aislamiento de base para edificios sometidos a acciones sísmicas*. *Revista Científica Ingeniería y Desarrollo*, 14(14), 60-92.

- Morales-Granados, G. (2010). *Análisis y evaluación comparativa de entrepisos metálicos ante vibraciones generadas por cargas de servicio*. Costa Rica: Instituto Tecnológico de Costa Rica
- Murray, T., Allen, D., Ungar, E. & Davis, D. (2016). *Vibrations of steel-framed structural systems due to human activity*. Estados Unidos: American Institute of Steel Construction.
- Patlán, C. (2020). *Control de vibraciones sísmicas y eólicas en una estructura esbelta* (Tesis de maestría). Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Michoacán.
- Petrov, V., & Obychev, N. &. (1977). *Experimental determination of the eigenfrequencies and the vibration modes of slab by application of the mottling method*. Strength of Materials, 747-750.
- Piralla, M. (2010). *Diseño estructural*. México: LIMUSA.
- Prieto, J. (2012). *Medición e interpretación de vibraciones en estructuras de entrepiso dentro del subgrupo de ocupación 13: discotecas y/o gimnasios*. Bogotá, Colombia: Pontificia Universidad Javeriana.
- Rinawi, A. M., & Clough, R. W. (1992, January). *Improved amplitude fitting for frequency and damping estimation*. In proceedings of the international modal analysis conference (pp. 25-25). sem society for experimental mechanics inc.
- Setareh, M. &. (1992). *Tuned mass dampers to control floor vibration from humans*. Journal of Structural Engineering, 741-762.
- Setareh, M. (2002). *Floor vibration control using semi-active tuned mass dampers*. Canadian Journal of Civil Engineering, 76-84.
- Setareh, M., Ritchey, J. K., & Baxter, A. J. (2006). *Pendulum tuned mass dampers for floor vibration control*. Journal of performance of constructed facilities, 64-73.
- Tena, A. (2007). *Análisis de estructuras con métodos matriciales*. México: LIMUSA.
- Venghiac, V.-M. &. (2010). *The influence of the thickness of the slab and concrete grade on composite floors*. Buletinul Institutului Politehnic din Iasi. Sectia Constructii, Arhitectura, Gheorghe Asachi Technical University of Jassy, 85.
- Ying, M. (1967). *A dynamic analysis of floor systems*. Hong Kong: University of Hong Kong.
- Zhou, X., Cao, L., Chen, Y. F., & Liu, J. &. (2016). *Experimental and analytical studies on the vibration serviceability of pre-stressed cable RC truss floor systems*. Journal of Sound and Vibration, 130-147.
- Zhang, S., & Xu, L. (2016). *Fundamental frequency of lightweight cold-formed steel floor systems*. In Dynamics of Coupled Structures, Volume 4 (pp. 137-145).