



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN
NICOLÁS DE HIDALGO**



**Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Tierra
Maestría en Geociencias y Planificación del Territorio**

**Aplicación de la metrología fractal para la caracterización del
fracturamiento en el yacimiento geotérmico de Acoculco, Puebla
México**

TESIS

Que para obtener el grado de:
Maestra en Geociencias y Planificación del Territorio

Presenta:

Ing. Angélica de Monserrat Magaña Ortega

Asesor

Dr. Ángel Gregorio Figueroa Soto

Co-asesor

Dr. Víctor Hugo Garduño Monroy

Comité tutorial

Dr. Luis Rafael Olmos Navarrete

Dra. Martha Gabriela Gómez Vasconcelos

Dra. Aída López Hernández



Morelia, Michoacán; Septiembre de 2019

AGRADECIMIENTOS

A los responsables del proyecto GEMex “Relación entre el fracturamiento y la trayectoria de los fluidos en sistemas activos” por permitirme participar en el proyecto PT4.2 y formar parte de esta investigación.

Al proyecto “Caracterización de reservorio geotérmicos mediante la obtención de leyes de potencia para los cocientes espectrales de registros de sismicidad y mecanismos focales” de la Coordinación de la Investigación Científica de la UMSNH.

Al Dr. Ángel Gregorio Figueroa Soto por haber aceptado ser mi director de tesis, por brindarme su dedicación, sus conocimientos, su paciencia y su motivación para seguir adelante, los cuales han sido fundamentales para mi formación como persona. Por demostrarme que la responsabilidad, la sencillez y la dedicación es lo primordial para una formación tanto académica como profesional.

Al Dr. Víctor Hugo Garduño Monroy por brindarme la confianza de permitirme seguir en su proyecto, por los conocimientos que me brindo durante los seis años de su docencia durante mi carrera de ingeniería y ahora en la maestría.

A los otros miembros de mi Comité Tutorial; Dr. Luis Rafael Olmos Navarrete, Dra. Martha Gabriela Gómez Vasconcelos y Dra. Aida López Hernández por los valiosos aportes dirigidos para mejorar mi tesis.

A los responsables del Posgrado de Maestría en Geociencias y Planificación del Territorio y a todos sus docentes por su apoyo, por sus conocimientos y por darme las herramientas necesarias para enfrentar este reto y gracias al CONACyT por la beca otorgada a través del Programa Nacional de Posgrados de Calidad (PNPC), con el número 773072.

En forma muy especial agradezco a mi familia y a Gerardo Ortiz S. a quienes les dedico este logro más que sin su apoyo ni su ayuda no lo hubiera podido lograr, ya que siempre me han motivado para seguir adelante enfrentando cualquier adversidad.

A cada uno de ustedes les agradezco tanto por todas las aportaciones que han generado durante mi estancia en la maestría, siempre los llevare presente en mi corazón.

ÍNDICE

Resumen

1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 OBJETIVOS.....	3
1.2 JUSTIFICACIÓN	3
1.3 HIPÓTESIS	4
1.4 ANTECEDENTES	4
2.ÁREA DE ESTUDIO	7
2.1 Localización	7
2.2 GEOLOGÍA.....	10
Marco geológico estructural.....	10
Sierra Madre Oriental	10
Faja Volcánica Trans-Mexicana	11
2.3 Marco geológico del área de estudio	14
Unidades Pre-Complejo de Tulancingo-Acozulco.....	16
Estratigrafía del complejo de la caldera de Acozulco	21
Campo volcánico Tezontepec-Chignahuapan	26
3.MARCO TEÓRICO SOBRE FRACTURAS Y FRACTALES.....	27
3.1 Mecánica de fracturas.....	27
3.2 Modos de fracturas.....	29
3.3 Intensidad de fracturas	33
3.4 Densidad de fracturas	34
3.5 Vicsek's Landslide Experiment.....	35
3.6 Teoría de la geometría fractal	36
3.7 Dimensión fractal	37
3.8 Fractales determinísticos y estadísticos	39
3.9 Características fractales	43
3.10 Cálculo de la dimensión fractal en sistemas de fracturas	47
a) Análisis fractal de series auto-afines (1D)	47
b) Análisis fractal de patrones auto-similares (2D)	51
3.11 Teoría del fracturamiento hidráulico.....	54

Fracturamiento hidráulico	55
Fracturamiento hidráulico en geotermia	57
4.GEOTERMIA.....	60
4.1 Tipos de yacimientos geotérmicos.....	60
4.2 Geotermia en México	61
5. METODOLOGÍA	63
5.1 Trabajo de gabinete previo.....	65
5.2 Trabajo de campo	65
5.3 Metodología del análisis fractal auto-similitud 1D.....	68
Exponente de frecuencia acumulada	68
-Logaritmo de la frecuencia acumulada vs logaritmo de espaciamiento	69
-Selección de la parte lineal para el ajuste de la ley de espaciamiento en la gráfica Log. Distancia vs Log. Frecuencia acumulada.....	69
Software de análisis del espaciamiento entre fracturas. Frac1Dv1.1.	69
Modelo de porosidad de Delesse	71
5.4 Metodología del análisis fractal auto-afinidad 2D.....	73
6.RESULTADOS.....	80
6.1 Análisis 1D de auto-similitud de fracturamiento.....	84
Exponente de frecuencia acumulada	84
Dimensión de Caja	88
Dimensión de correlación	90
Exponente de Lyapunov	91
Coeficiente de variación.....	92
Estimación de la porosidad utilizando el principio de Delesse.....	92
6.2 Análisis 2D de auto-afinidad y Mapas de fracturas	93
Dimensión de caja	94
Dimensión de Masa	94
Dimensión de correlación	94
Lacunaridad	95
Estimación de la porosidad utilizando el principio de Delesse.....	95
Mapas de puntos medios e intersecciones	95

7.DISCUSIÓN.....	97
7.1 Análisis 1D (auto-similitud).....	98
Espaciamiento.....	98
Apertura.....	101
7.2 Análisis 2D (auto-afinidad).....	102
8.CONCLUSIONES	107
9.BIBLIOGRAFÍA	109
ANEXOS	113
Anexo 1. Frecuencia Acumulada (Espaciamiento).....	113
Frecuencia Acumulada (Apertura).....	117
Anexo 2. Mapas de dimensiones para análisis 1D (espaciamiento)	121
Mapas de dimensiones para análisis 1D (apertura)	124
Anexo 3. Mapas de fracturas para análisis 2D	127
Mapas de intersecciones para análisis 2D	135
Mapas de puntos medios para análisis 2D	139

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1.- MAPA DE LOCALIZACIÓN DE LA ZONA DE ESTUDIO	8
FIGURA 2.- UBICACIÓN DEL COMPLEJO DE LA CALDERA DE ACOCULCO (CCA).	9
FIGURA 3.- UBICACIÓN Y DIVISIÓN DE LA FAJA VOLCÁNICA TRANS-MEXICANA EN TRES SECTORES. LA SUBDUCCIÓN DE LAS PLACAS OCEÁNICAS DE COCOS Y RIVERA POR DEBAJO DE LA PLACA NORTE AMÉRICA. IMAGEN TOMADA DE GÓMEZ-TUENA <i>ET AL.</i> ; (2005).	12
FIGURA 4.- MAPA GEOLÓGICO DEL COMPLEJO VOLCÁNICO TULANCINGO-ACOCULCO (TOMADO DE LÓPEZ-HERNÁNDEZ, 2009).	15
FIGURA 5.- SECCIONES ESTRATIGRÁFICAS DEL ÁREA DE TULANCINGO-ACOCULCO (TOMADA DE LÓPEZ-HERNÁNDEZ, 2009).	17
FIGURA 6.- SECCIONES ESTRATIGRÁFICAS DEL ÁREA DE TULANCINGO-ACOCULCO (TOMADA DE LÓPEZ-HERNÁNDEZ, 2009).	17
FIGURA 7.- SECCIÓN ESTRATIGRÁFICA COMPUESTA DE LAS UNIDADES VOLCÁNICAS, DURANTE LAS PRIMERAS ETAPAS DE LA FORMACIÓN DEL CINTURÓN VOLCÁNICO TRANS-MEXICANA (CVTM), TOMADA DE AVELLÁN <i>ET AL.</i> ; (2018).	25
FIGURA 8.- MAPA GEOLÓGICO DE LA REGIÓN DE APAN TOMADO DE GARCÍA-PALOMO <i>ET AL.</i> , (2002)	26
FIGURA 9.- MODELO DE GRIFFITH PARA UNA FISURA EN UNA PLACA FINITA Y LA ZONA DE VALOR CRÍTICO DE UNA FRACTURA EN TENSIÓN (TOMADA DE S/N, 2010).	28
FIGURA 10.- REPRESENTACIÓN DE LAS DIFERENCIAS ENTRE LOS PARÁMETROS K Y J DE LAS FRACTURAS LINEALES Y NO LINEALES EN EL EXTREMO DE LAS FISURAS (TOMADA DE S/N, 2010).	29
FIGURA 11.- TRES MODOS BÁSICOS DE FRACTURA: A) MODO I DE ABERTURA, B) MODO II DE DESLIZAMIENTO, C) MODO III DE DESGARRE (TOMADA DE LÓPEZ-SALINAS, 2011).	29
FIGURA 12.- GENERACIÓN DE FRACTURAS MODO I A PARTIR DE ZONAS DE CIZALLA (MODO II Y III). MODELO DE RIEDEL PARA FALLAS POR CIZALLA DONDE A 45° DE LA CIZALLA PRINCIPAL SE FORMAN FRACTURAS DE TENSIÓN, ADEMÁS DE LAS FRACTURAS R Y P' ; MODELO DE BAHAT <i>ET AL.</i> (2005).	30
FIGURA 13.- SESGOS EN LA TOMA DE DATOS PARA EL ANÁLISIS DE FRACTURAS. A. ORIENTACIÓN; DEPENDIENDO DEL PLANO DE MUESTREO SERÁ EL SESGO; B. TRUNCAMIENTO; LA ESCALA DE OBSERVACIÓN ES EL SESGO, A MAYOR ESCALA O RESOLUCIÓN SE OBSERVA MÁS HETEROGENEIDAD DE LAS ESTRUCTURAS Y; C. CENSURAMIENTO; EL TAMAÑO DEL AFLORAMIENTO (CUADRO A) CONTIENE LONGITUDES TOTALES Y PARCIALES (LÍNEAS PUNTEADAS), TAMBIÉN PUEDE HABER AGRUPAMIENTO DE FRACTURAS EN ZONAS DE ALTA DEFORMACIÓN (CUADRO B) (TOMADA DE MORENO-SÁNCHEZ <i>ET AL.</i> , 2006).	32
FIGURA 14.- VENTANAS CIRCULARES PROPUESTAS POR MORENO-SÁNCHEZ <i>ET AL.</i> (2006). A. LÍNEA DE MUESTREO CIRCULAR Y SU ÁREA; B. INTERSECCIONES PARA CALCULAR LA INTENSIDAD Y; C. PUNTOS INICIALES Y TERMINALES (m) DENTRO DEL ÁREA CIRCULAR PARA SACAR LA DENSIDAD, ADICIONALMENTE PUEDE ESTIMARSE LA LONGITUD MEDIA (TOMADA DE MORENO-SÁNCHEZ <i>ET AL.</i> 2006).	32
FIGURA 15.- ESPACIAMIENTO (S). EN EL CASO DE FRACTURAS PARALELAS A) EL ESPACIAMIENTO DEPENDE DE LA ORIENTACIÓN DE LA LÍNEA DE MUESTREO (LÍNEA PUNTEADA). EN EL CASO DE FRACTURAS NO PARALELAS B) EL CONCEPTO DE ESPACIAMIENTO ES MÁS DIFUSO (MODIFICADO MAULDON <i>ET AL.</i> 2001).	33
FIGURA 16.- ASOCIACIÓN ENTRE PUNTOS TERMINALES Y CENTROS DE FRACTURA. SOLO LAS TRAZAS DE FRACTURA QUE PRESENTAN CENTRO EN EL ÁREA DE MUESTREO PERMITEN REGISTRAR LA LONGITUD TOTAL	34
FIGURA 17.- EJEMPLO DE UNA FORMA FRACTAL QUE MANTIENE AUTO SIMILITUD, EN LA CUAL EXISTE UNA INVARIANZA DE ESCALA.	36
FIGURA 18.- DIMENSIONES EUCLIDIANAS O DIMENSIONES ENTERAS.	38
FIGURA 19.- CONSTRUCCIÓN DE SEIS DIMENSIONES FRACTALES A PARTIR DE UNA LÍNEA, A Y B, SON EJEMPLOS DE LA DIVISIÓN EN 2 Y 3 PARTES RESPECTIVAMENTE Y VUELTAS A DIVIDIR EN UN SEGUNDO PASO A LAS CUALES SE LES RETIRA UNO Y DOS FRAGMENTOS CORRESPONDIENTE A UN PUNTO EN LA DIMENSIÓN EUCLIDIANA; C Y D, ES DIVIDIDA EN 2 Y 3 FRAGMENTOS PERO TODOS CONSERVADOS, AQUÍ LA DIMENSIÓN DARÁ 1, EQUIVALENTE A UNA LÍNEA EN LA DIMENSIÓN EUCLIDIANA; FINALMENTE E Y F, SON LA DIVISIÓN EN 3 Y 5 FRAGMENTOS DE LOS CUALES SE RETIRA 1 Y 2 RESPECTIVAMENTE Y LOS FRAGMENTOS RESTANTES SON DIVISIÓN EN UN SEGUNDO PASO, AQUÍ LA DIMENSIÓN NO SERÁ ENTERA SINO FRACCIONAL	

CON $D=0.6309$ Y 0.6826 RESPECTIVAMENTE, A ESTA CASO SE LE LLAMA POLVO DE CANTOR (TOMADA DE TURCOTTE, 1997).....	38
FIGURA 20.- POLVO DE CANTOR EN 2D. CONSTRUCCIÓN DE CINCO DIMENSIONES FRACTALES A PARTIR DE UN CUADRO DIVIDIDO EN 2 PASOS, LA PRIMERA EN 9 CUADROS Y ESTOS A SU VEZ EN OTROS 9; A, SOLO ES RETENIDO UN CUADRO DANDO LA DIMENSIÓN DE UN PUNTO (0); B, SE RETIENEN 2 Y 4 CUADROS CON $D=0.6309$; C, RETENIDOS 3 Y 9 CUADROS CON $D=1$, UNA LÍNEA; D, ES REMOVIDO EL CUADRO CENTRAL CON $D=1.8928$ CONOCIDO COMO ALFOMBRA DE SIERPINSKI; Y E, AL SER RETENIDOS TODOS LOS CUADROS LA $D=2$, UN PLANO (TOMADA DE TURCOTTE, 1997).....	40
FIGURA 21.- ESPONJA DE MENGER. SE FORMA A PARTIR DE UN CUBO QUE ES DIVIDIDO EN UN PRIMER PASO EN 9 CUBOS DEL CUAL SE RETIRA EL CENTRO, EN UN SEGUNDO PASO SE DIVIDE NUEVAMENTE EN 9 PARTES VOLVIÉNDOSE A RETIRAR EL CUBO CENTRAL, ARROJANDO UNA $D=2.7268$	41
FIGURA 22.- TRÍADICA DE KOCH. SE FORMA A PARTIR DE UN TRIÁNGULO EQUILÁTERO EN EL QUE SUS LADOS SON DIVIDIDOS EN 3 PARTES DE $1/3$, DONDE LA PORCIÓN INTERMEDIA ES SUSTITUIDA POR OTRO TRIÁNGULO DE IGUAL LONGITUD ($1/3$). EL NÚMERO DE ITERACIONES E INFINITA Y SU PERÍMETRO CONTINUO, PERO NO DIFERENCIABLE, ADEMÁS SIEMPRE PRESENTA INVARIANZA DE ESCALA.	42
FIGURA 23.- EJEMPLO PARA DETERMINAR LA LONGITUD DE LÍNEA DE COSTA DE GRAN BRETAÑA.	43
FIGURA 24.- MODELO DE FRACTALES MATEMÁTICOS NO LINEALES; A) CONJUNTO FRACTAL DE MANDELBROT, B) CONJUNTO FRACTAL DE JULIA.	44
FIGURA 25.- SUPERFICIE AUTO-AFIN GENERADA MEDIANTE COMPUTADORA, SIMULANDO LA RUGOSIDAD DE SUPERFICIES DE FRACTURA (TOMADA DE GONZÁLEZ <i>ET AL.</i> , 2001).	45
FIGURA 26.- DOS DIFERENTES GEOMETRÍAS PARA LA MISMA DISTRIBUCIÓN DE ESPACIAMIENTO, A) FALLA DONDE LA DENSIDAD DE FRACTURAS ES MAYOR Y MENOR AL ALEJARSE, B) AGRUPAMIENTO DE FRACTURAS AMPLIAMENTE ESPACIADOS (EDITADA DE RILEY <i>ET AL.</i> , 2001).....	49
FIGURA 27.- CÁLCULO DE λ_{max} . A. FRACTURAS ESPACIADAS PERIÓDICAMENTE CON MEDIDAS ADYACENTES IGUALES DONDE $\lambda_{max}=0$; B. FLUCTUACIONES EN LOS ESPACIAMIENTOS ADYACENTES DONDE $\lambda_{max}>0$, A MEDIA QUE AUMENTEN LAS FLUCTUACIONES Y SON MÁS NUMEROSAS TAMBIÉN LO HARÁ EL λ_{max} (TOMADA DE RILEY <i>ET AL.</i> , 2011).....	51
FIGURA 28.- EJEMPLO DE UNA LÍNEA DIVIDIDA EN 27 SEGMENTOS DE IGUAL TAMAÑO Y 8 SON RETENIDOS, A) A CASI UNIFORMEMENTE DISTRIBUIDOS, D) DISTRIBUCIÓN AGRUPADA EN LA CUAL LA LACUNARIDAD AUMENTA DE ARRIBA ABAJO (TOMADA DE TURCOTTE, 1997).	53
FIGURA 29.- MODOS DE FRACTURAS Y TENSIONES RESPECTO A LAS CARAS DE GRIETAS (TOMADA DE IRWIN <i>ET AL.</i> , 1957).	54
FIGURA 30.- SECCIÓN ESQUEMÁTICA DE LOS TIPOS DE ROCAS DONDE SE ALOJA LOS HIDROCARBUROS Y ORIENTACIÓN DE POZOS PARA EL USO DEL FRACTURAMIENTO HIDRÁULICO HTTPS://SIALAMINERIA.COM/NOTICIA/9272/QUE-SON-LOS-YACIMIENTOS-NO-CONVENCIONALES	57
FIGURA 31.- ESTRUCTURA DE LA CARACTERIZACIÓN DE UN SISTEMA HDR/HWR (GEOTERMIA, VOL. 24, NO.1, ENERO-JUNIO DE 2011).....	58
FIGURA 32.- ESQUEMA DE UN YACIMIENTO GEOTÉRMICO DE ROCA SECA CALIENTE (DICKSON Y FANELLI, 2004).	58
FIGURA 33.- UBICACIÓN DE LOS CUATRO CAMPOS GEOTÉRMICOS EN PRODUCCIÓN EN MÉXICO (TRIÁNGULOS NEGROS), ZONAS DONDE SE TIENE REGISTRO DE ANOMALÍAS TÉRMICAS (PUNTOS NARANJAS), TRIÁNGULO AZUL CORRESPONDE A UNA ZONA CON ALTO POTENCIAL GEOTÉRMICO (EDITADA DE ENERGÍA GEOTÉRMICA, 2010).....	62
FIGURA 34.- A) DENSIDAD DE FRACTURAMIENTO. NÚMERO DE PUNTOS TERMINALES QUE CAEN DENTRO DE LA VENTANA CIRCULAR (ROMBOS SÓLIDOS). B) INTENSIDAD DE FRACTURAMIENTO. LOS ÓVALOS SÓLIDOS REPRESENTAN INTERSECCIONES DE LA LÍNEA DE MUESTREO CIRCULAR CON LAS TRAZAS DE FRACTURA. (TOMADA DE MORENO-SÁNCHEZ, G. & GARCÍA-CABREJO, O.J. ET AL.,2006).....	63
FIGURA 35.- LÍNEA DE MUESTREO Y VENTANA CIRCULAR. ESTAS TÉCNICAS DE MUESTREO DEPENDEN EXCLUSIVAMENTE DEL RADIO DEL CÍRCULO Y DE LA UBICACIÓN DEL CENTRO. DEBIDO A LA CONFIGURACIÓN GEOMÉTRICA DE ESTAS VENTANAS EL SESGO POR ORIENTACIÓN SE ELIMINA DE FORMA AUTOMÁTICA. (TOMADA DE MORENO-SÁNCHEZ Y GARCÍA-CABREJO <i>ET AL.</i> ,2006). 67	67

FIGURA 36.- ESPACIAMIENTO (S). EN EL CASO DE FRACTURAS PARALELAS A) EL ESPACIAMIENTO DEPENDE DE LA ORIENTACIÓN DE LA LÍNEA DE MUESTREO (LÍNEA PUNTEADA). EN EL CASO DE FRACTURAS NO PARALELAS B) EL CONCEPTO DE ESPACIAMIENTO ES MÁS DIFUSO (TOMADA DE MAULDON <i>ET AL.</i> , 2001).	67
FIGURA 37.- PANTALLA PRINCIPAL DEL PROGRAMA FRAC1DV1.1 QUE AUTOMATIZA LA METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE ESPACIAMIENTOS ENTRE FRACTURAS PROPUESTA POR RILEY <i>ET AL.</i> 2011. (SERRANO, A. V. 2013).	71
FIGURA 38.- MAPAS GENERADOS A PARTIR DE LAS FOTOGRAFÍAS TOMADAS EN CAMPO.	74
FIGURA 39.- ANÁLISIS DE MAPAS DE FRACTURAS PARA OBTENER LA DIMENSIÓN DE CAJA EN LA PARTE DE ARRIBA CON <i>FRACANALYSIS V.16</i> Y LA PARTE DE ABAJO CON <i>FRACTALYSE V.2.4</i> .	77
FIGURA 40.- IMAGEN DONDE SE MUESTRA LA SELECCIÓN DEL PARÁMETRO POR ANALIZAR.	79
FIGURA 41.- ENTREGA DE DATOS DEL PROGRAMA BENOIT 1.3; SE OBSERVAN LOS RESULTADOS QUE DA EL PROGRAMA DE DIMENSIÓN FRACTAL, DESVIACIÓN ESTÁNDAR Y EL MÉTODO UTILIZADO.	79
FIGURA 42.- MAPA DE UBICACIÓN DE LAS 23 ESTACIONES DE METROLOGÍA FRACTAL DESARROLLADAS EN CAMPO.	81
FIGURA 43.- MAPA GEOLÓGICO: MOSTRANDO LA GEOLOGÍA Y DIAGRAMAS PARA CADA UNA DE LAS DIRECCIONES, DIAGRAMA DE CIRCULO COLOR VERDE CLARO REPRESENTA TODAS LAS DIRECCIONES.	83
FIGURA 44.- GRÁFICOS DE FRECUENCIA ACUMULADA CONTRA ESPACIAMIENTO DE LAS ESTACIONES PUE-FRAC PARA MENSURANDO DE ESPACIAMIENTO DE ACUERDO A CADA DIRECCIÓN DE FAMILIA.	85
FIGURA 45.- DETERMINACIÓN DE VALORES PARA EL EXPONENTE DE FRECUENCIA ACUMULADA PARA EL MENSURANDO DE APERTURA.	87
FIGURA 46.- MAPA DONDE SE MUESTRA LA DIMENSIÓN DE CAJA PARA CADA DIRECCIÓN DE FAMILIA.	88
FIGURA 47.- MAPA DONDE SE MUESTRA LA DIMENSIÓN DE CAJA PARA EL MENSURANDO DE APERTURA, PARA CADA DIRECCIÓN DE FAMILIA.	89
FIGURA 48.- MAPA DONDE SE MUESTRA LA DIMENSIÓN DE CORRELACIÓN PARA CADA DIRECCIÓN DE FAMILIA.	90
FIGURA 49.- MAPA DONDE SE MUESTRA EL EXPONENTE DE LYAPUNOV PARA CADA DIRECCIÓN DE FAMILIA, RESPECTO AL MENSURANDO DE APERTURA.	91
FIGURA 50.- MAPA DONDE SE MUESTRA LA POROSIDAD DE DELESSE PARA CADA DIRECCIÓN DE FAMILIA.	93

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1.- LISTADO DE LAS ESTACIONES QUE INTEGRA CADA DIRECCIÓN PREFERENCIAL.	80
TABLA 2.- LISTADO DE DATOS COMPARATIVOS POR BERMEJO-SANTOYO (2018) EN EL LAGO DE CUITZEO, MICHOACÁN Y DATOS DE ACOCULCO, PUEBLA.	104
TABLA 3.- LISTADO DE DATOS COMPARATIVOS	104
TABLA 4.- LISTADO DE DATOS COMPARATIVOS POR VÁSQUEZ-SERRANO (2013) EN LA PLATAFORMA EL DOCTOR, BERMEJO-SANTOYO (2018) EN CUITZEO, MICHOACÁN Y DATOS DE ACOCULCO, PUEBLA.	105
TABLA 5.- LISTADO DE DATOS COMPARATIVOS	106

Resumen

El presente trabajo constituye a una investigación en el marco del proyecto de Cooperación México-Europa para la investigación de sistemas geotérmicos mejorados y sistemas geotérmicos supercaliente (GEMex). Este proyecto de tesis se desarrolló en las rocas del yacimiento geotérmico de Acoculco Puebla, localizada en el centro-oriente de México, al SE de Tulancingo en los límites de los estados de Hidalgo y Puebla, donde la Sierra Madre Oriental (SMO) y la Faja Volcánica Trans-Mexicana (FVTM), dominan las geoformas con dos tendencias estructurales principales, la SMO con direcciones de estructuras NW-SE y el CVTM con tendencias más E-W y NE-SW. Dos pozos exploratorios se han perforado en la zona: en 1995 el EAC-1 a 2000m de profundidad y que encuentra temperatura de 307°C y en el 2008 el EAC-2 a 1900m de profundidad con una temperatura de 264°C. En este trabajo se presentan los principales objetivos, características y metodologías que se realizaron en la zona de estudio para la obtención de dimensiones fractales, por medio de las cuales se caracterizaron las propiedades del fracturamiento y de la permeabilidad. La aplicación de la metrología fractal depende de la distribución y variabilidad de las propiedades del fracturamiento y se asocia con las principales direcciones de fracturamiento.

Palabras clave: SMO, FVTM, Dimensión fractal, Metrología fractal y fracturamiento.

Abstract

The present work constitutes an investigation within the framework of the Mexico-Europe Cooperation project for the investigation of improved geothermal systems and superheat geothermal systems (GEMex). This thesis project was developed in the rocks that contain the geothermal deposit Acoculco Puebla, located in the center-east of Mexico, SE of Tulancingo in the limits of the states of Hidalgo and Puebla, where the Sierra Madre Oriental (SMO) and the Faja Trans-Mexican Volcanic (FVTM), geoforms dominate with two main structural trends, the SMO with NW-SE structure addresses and the CVTM with trends EW and NE-SW. Two exploratory wells have been drilled in the area: in 1995 the EAC-1 at 2000m deep and which finds a temperature of 307°C and in 2008 the EAC-2 at 1900m depth with a temperature of 264°C. In this thesis project the main objectives, characteristics and methodologies that were carried out in the study area to obtain fractal dimensions are presented, through this, the fracturing and permeability properties were characterized. The application of fractal metrology depends on the distribution and variability of fracture properties and is associated with the main fracturing directions.

Keywords: SMO, FVTM, Fractal dimension, Fractal metrology and fracturing.

1. INTRODUCCIÓN

Las fallas y fracturas son estructuras geológicas que juegan un papel fundamental tanto en procesos geológicos como en el vulcanismo, el hidrotermalismo y la mineralización. Las fallas y fracturas representan una conexión directa entre la superficie terrestre y su interior, adquiriendo el rol de permeabilidad por el cual la Tierra radia energía influyendo directamente en la dinámica terrestre. En el caso particular de los sistemas geotérmicos, las fallas y fracturas representan el medio por el cual los fluidos geotérmicos (e.g., vapor y agua) ascienden a la superficie terrestre, de ahí que los pozos geotérmicos buscan interceptar dichas estructuras. La relación entre el yacimiento geotérmico y la permeabilidad es fundamental para que sea viable la explotación.

La permeabilidad en muchas rocas está prácticamente en función del fracturamiento y fallamiento formado por la acción de esfuerzos y de la forma en que varían en el tiempo (Hatcher, 1995), a partir de pequeñas imperfecciones llamadas fisuras (Griffith, 1920). Su geometría depende de la resistencia de la roca y la intensidad de deformación. Su análisis requiere observaciones sistemáticas a varias escalas espaciales en función de su geometría, arreglo y distribución espacio temporal (Vásquez-Serrano, 2013). Por lo que es imprescindible identificar sus características de la permeabilidad antes de perforar, como es el caso del yacimiento geotérmico de Acozulco, localizado en el centro-oriente de México, al SE de Tulancingo en los límites de los estados de Hidalgo y Puebla. El yacimiento geotérmico de Acozulco forma parte del sector oriental de la Faja Volcánica Transmexicana (FVTM), donde se sobrepone a la provincia de la Sierra Madre Oriental (SMO). En esta zona el fracturamiento se encuentra sellado por la depositación de minerales secundarios (González-Partida, 2000).

Una forma de cuantificar la permeabilidad secundaria (e.g., fracturas) es a través de la teoría fractal, propuesta por Mandelbrot en 1967, la cual se basa en la propiedad de la invariancia de escala, representada en fenómenos geológicos, donde las estructuras extensionales (fallas y fracturas) tienen un comportamiento auto-similar, es decir, su geometría se repite a varias escalas. Esta teoría ha sido tratada además de su inventor Mandelbrot, por autores como Feder (1988), Vicsek y de acuerdo con varios trabajos más (Babadagli, 2001; Marrett *et al.*, 1999; Turcotte, 2008; Barton y Larsen, 1985).

El análisis de fracturas geológicas se realiza a partir de la caracterización de propiedades de densidad, intensidad, longitud, espaciamiento, apertura y orientación de las fracturas dentro de la unidad rocosa. A partir de estas características se determinan parámetros fractales como: Dimensión de caja (D_{box}), Dimensión de correlación (D_{corr}), Dimensión de fragmentación (D_{frag}), Dimensión de masa (D_{mass}), Lacunaridad y Exponente de Lyapunov, obteniéndose así la dimensión fractal y su relación en términos de permeabilidad, geometría y distribución espacial, todo esto en conjunto con un estudio geológico-estructural de las rocas donde se aloja el yacimiento geotérmico de Acoculco Puebla.

La presente tesis muestra los resultados del análisis geométrico y fractal de fracturas desglosado por nueve capítulos. El primer capítulo presenta la introducción, objetivos, justificación, hipótesis, antecedentes, geología en donde se contextualiza al lector sobre el área de estudio; el segundo capítulo es el marco teórico relacionada a la mecánica de fracturas así como a teorías relacionadas de acuerdo al análisis fractal; el tercer capítulo, está enfocado a yacimientos geotérmicos siendo este el motivo del presente análisis; el cuarto capítulo explica la metodología implementada para el trabajo de gabinete y en campo se explica cómo fue la obtención de datos; el quinto capítulo, se enfoca a los resultados del presente estudio analizados en 1D para la medición de espaciamiento y de apertura y para un análisis en 2D; el sexto y séptimo capítulo muestran una discusión de resultados realizando una comparación con otros estudios y las conclusiones; el capítulo octavo son las referencias bibliográficas; como último y noveno capítulo son los anexos.

1.1 OBJETIVOS

Objetivo general: determinar adecuadamente una metodología con base en un análisis fractal que nos permita encontrar la relación entre fracturamiento y posible permeabilidad en las rocas que facilite la circulación de fluidos geotérmicos del yacimiento geotérmico en Aocolco, Puebla México.

Objetivos específicos:

- Reconocimiento de las principales unidades estructurales a través de imágenes satelitales
- Estudiar a detalle las fracturas de acuerdo con el análisis fractal para obtener datos relativos como la densidad e intensidad del fracturamiento y la geometría de las fracturas.
- Identificar, clasificar y caracterizar la orientación de las fracturas que permiten a la circulación de fluidos.

1.2 JUSTIFICACIÓN

La fracturación hidráulica es una técnica que aplica en los campos geotérmicos donde la permeabilidad es muy escasa por lo que es necesario desarrollar la zona como un sistema mejorado mediante la perforación de pozos donde se induce permeabilidad para poder extraer fluidos a altas temperaturas. Esta técnica conlleva a una serie de impactos como el gran consumo de agua, la ocupación del territorio y terremotos (sismicidad inducida), siendo estos un problema principal al momento de perforar en los campos geotérmicos mejorados. Para asegurar el éxito de esta técnica se requiere ubicar la zona donde el flujo de fluidos es mayor, lo que depende exclusivamente de la permeabilidad de la roca almacenadora de los fluidos hidrotermales.

En este contexto, el análisis de las fracturas a través de la teoría fractal en conjunto con técnicas geofísicas puede ubicar dichas zonas de interés, lo que permitiría tener un mejor aprovechamiento del recurso.

De acuerdo con lo anterior y para llevar a cabo una estimulación hidráulica (Fracking) es indispensable conocer la geometría del fracturamiento y el campo de esfuerzos actual. Con ello se podría sugerir cuales serían los elementos tabulares más apropiados (dirección de fracturas) para la circulación de fluidos geotérmicos. Este estudio forma parte del proyecto Cooperación México-Europa para la investigación de sistemas geotérmicos (GEMex) y se enfocó en la caracterización geométrica y fractal del fracturamiento.

1.3 HIPÓTESIS

La geometría fractal (Oleschko *et al.* 2004; Vásquez-Serrano, 2013; Vianey *et al.* 2010), proporcionará una relación directa con la permeabilidad en función del fracturamiento, por puntos medios e intersecciones de fracturas, la cual puede ayudar a profundizar sobre la porosidad secundaria en zonas geotérmicas por medio de la construcción de fractales similares. Esta porosidad puede aumentar con la estimulación hidráulica que aumentaría los valores de permeabilidad, para una posible perforación.

1.4 ANTECEDENTES

La teoría sobre el inicio y desarrollo de fracturas se basa en la propuesta de Griffith (Bahat *et al.*, 2005) la cual explica de manera clara el proceso de fracturamiento. Su análisis requiere observaciones sistemáticas a varias escalas espaciales en función de su geometría, arreglo y distribución espacio temporal (Vásquez-Serrano, 2013). En el campo geológico estructural existe una relación entre fallas y fracturas, un ejemplo de ellos es la observación de zona cercanas a fallas donde la intensidad y densidad de fracturas va incrementándose de una manera importante. De acuerdo con varios trabajos (Babadagli, 2002; Marret *et al.* 1999; Turcotte, 2001; Barton y Larsen, 1985), las estructuras extensionales (fallas normales y fracturas) tienen un comportamiento auto-similar y autoafín en el patrón especial de las fracturas por que han aplicado los principios de la teoría fractal para la caracterización cuantitativa. Existen varios trabajos en donde se reporta el comportamiento fractal de los sistemas de fracturas (e.g., Barton, 1995; Barton y Zobak, 1992; Manning, 1994).

El análisis fractal ha sido aplicado en varios sistemas geológicos donde se evalúa el papel que juegan las fracturas como conductos en el proceso de flujo de fluidos (Riley *et al.* 2001; Babadagli, 2001;2002; Barton y Larsen, 1985). Oleschko *et al.* (1999) propone un Modelo Fractal Unificado (UFM) para la porosidad del suelo. Este modelo extrae la porosidad lineal (NL), de área (AP) y volumétrica (VP) del suelo, demostrando que el modelo ofrece una solución rápida y estadísticamente coherente para la estimación de la porosidad.

Históricamente se han utilizado los estudios de fractales para aumentar la producción de hidrocarburos provenientes de yacimientos naturalmente fracturados (Miranda-Martínez *et al.*; 2006; Vásquez-Serrano, 2013). El análisis fractal fue propuesto por Benoit B. Mandelbrot en los años 60's, y una posterior introducción en el campo de la naturaleza en su libro "*The Fractal Geometry of Nature*" en 1983, por lo cual se han desarrollado numerosos estudios relacionados con la comprobación de la teoría fractal de forma matemática y su aplicación en las Ciencias de la Tierra.

En el caso particular de los sistemas geotérmicos se han usado a los fractales para ubicar nuevas zonas de explotación, así como para hacer más eficiente la producción en campos productores (Babadagli, 2002; Vásquez-Serrano, 2013; Bermejo-Santoyo, 2018). Recientemente las técnicas fractales han sido ampliamente empleadas con fines de ubicar zonas permeables, para ser utilizadas en el modelado de fracturas con el fin de desarrollar campos petroleros y geotérmicos. Mauldon *et al.* (2001) utilizaron líneas de muestro y ventanas circulares esto para caracterizar la geometría de las fracturas donde se obtiene la densidad, intensidad y longitud. Babadagli (2001;2002) y Jafari y Babadagli (2011), propusieron técnicas para la estimación de la dimensión fractal (Dimensión de Masa: Sand Box), ellos sugieren formas alternativas para caracterizar el fracturamiento por medio de puntos medios e intersecciones de fracturas considerando parámetros como la apertura, longitud, densidad y orientación.

Nieto-Samaniego *et al.* (2003;2005) determina la distribución espacial, escalonamiento y comportamiento auto-similar, además de la densidad, intensidad y longitud de fracturas. Moreno-Sánchez *et al.* (2006) proponen la metodología para el análisis fractal a través de ventanas circulares y líneas de muestreo. Perrier *et al.* (2006) desarrollan un software el cual permite utilizar un algoritmo de análisis multifractal clásico con datos propios para superar inconvenientes numéricos mediante la realización de experimentos numéricos propios. Riley

et al. (2011) consideran el uso de la dimensión de correlación y exponente de Lyapunov para realizar una cuantificación de conjuntos de fracturas sub-paralelas.

Torres-Argüelles *et al.* (2010) determinan la dimensión fractal y el exponente de Hurst por medio de imágenes binarizadas, convirtiendo la imagen original a una serie temporal representada por la posición de los píxeles obteniendo un firmagrama (Oleschko *et al.*, 2004) y cuya rugosidad se calculó mediante algoritmos para el análisis de conjuntos autoafines o el valor de intensidad para el caso del análisis de la función de distribución de probabilidad (PDF). Zhou *et al.* (2011) obtienen el análisis multifractal por medio de imágenes en escala de grises para la caracterización multifractal de la estructura del suelo para cuantificar la geometría del espacio de poros, esta imagen no requiere de un umbral intermedio ya que influye en los resultados de los análisis multifractales.

En el fracturamiento hidráulico, la industria petrolera, tiene como objetivo a nivel de yacimiento sobrepasar la zona dañada en las vecindades del pozo e incrementar el área de flujo de los fluidos hacia el pozo, dando como resultado el incremento de producción. En el año 1947, Stanolind Oil & Gas llevo a cabo el primer fracturamiento hidráulico experimental en el campo Hugoton del sudoeste de Kansas, en EUA. Desde entonces, las compañías de E&P emplean esta técnica de estimulación de yacimientos en forma extensiva para mejorar o prolongar la productividad de los pozos. En la década de los 50 realizar este tipo de tratamientos tuvo gran impacto tanto en pozos de petróleo como de gas. Posteriormente a mediados de la década de los 80 se incrementa; nuevamente la aplicación del fracturamiento hidráulico como resultado del conocimiento científico y de los modelos del comportamiento de la fractura en formaciones productoras. Con las capacidades modernas del fracturamiento mejorado, como es el caso de fracturar formaciones con permeabilidades entre moderadas y altas, con la técnica conocida como “Frac & Pack” o sus variantes; el hecho de disminuir los costos, han permitido considerar el tratamiento de fracturamiento hidráulico como un tipo de terminación para los pozos petroleros y geotérmicos. Los estudios enfocados a técnicas fractales son extensos, sin embargo, en nuestro país se han implementado muy poco por lo que resulta interesante su aplicación y caracterización antes de perforar.

El yacimiento geotérmico Aocolco, localizado en el centro-oriente de México, al SE de Tulancingo en los límites de los estados de Hidalgo y Puebla forma parte de la FVTM, (Demant 1978; Pasquaré *et al.*, 1988), la cual se sobrepone con la provincia de la Sierra

Madre Oriental (SMO), donde el fracturamiento se encuentra sellado por una depositación de minerales secundarios. En el contexto geodinámico la FVTM, nos señala que ella se encuentra emplazada sobre la parte sur de la placa Norteamericana, la cual es subducida por la placa de Cocos y por la microplaca de Rivera a lo largo de la costa pacífica (Pardo y Suárez, 1995). De acuerdo con diversos fechamientos isotópicos el arco volcánico ha estado activo desde el Mioceno hasta el día de hoy (Pasquarè *et al.* 1991; Gómez-Tuena *et al.* 2005; Ferrari *et al.* 2012) y su evolución se ha relacionado con características particulares de la provincia como su orientación oblicua con respecto a la trinchera Mesoamericana y su distribución transversal con respecto a las demás provincias geológicas antiguas del centro-sur de México (Ortega-Gutiérrez *et al.*, 1995; Gómez-Tuena *et al.*, 2005). El basamento antiguo bajo el sector oriental de la FVTM se desconoce ya que está cubierto por rocas mesozoicas y cenozoicas. De acuerdo con estudios geofísicos desarrollados por Urrutia-Fucugauchi y Flores-Ruiz (1996), se encontraron rocas precámbricas del micro-continente Oaxaquia (terrenos Maya y Oaxaqueño) y de rocas del terreno Mixteco (Complejo Acatlán) de edad Paleozoica (Nance *et al.*, 2006). Sobre este basamento antiguo se depositaron secuencias sedimentarias del Mesozoico pertenecientes a la Sierra Madre Oriental, los cuales han sido identificadas en pozos profundos perforados dentro de la cuenca de México (datos de PEMEX, 1987 y SHCP, 1969 reportados por Vázquez-Sánchez y Jaimes-Palomera, 1989).

2.ÁREA DE ESTUDIO

2.1 Localización

La zona se localiza casi en los límites de los estados de Puebla e Hidalgo, en el municipio de Chignahuapan, Puebla., a 85 kilómetros al noroeste de la ciudad de Puebla y a 65 kilómetros al sureste de la ciudad de Pachuca, Hidalgo., entre las coordenadas 19°47" y 20°02" de latitud norte y 97°55" y 98°20" de longitud oeste. Su elevación está entre los 2800 y 2900 msnm. Se tiene acceso a ella por las carreteras federales 199 y 132, a partir de las cuales se siguen diversas carreteras de terracería (Figura 1).

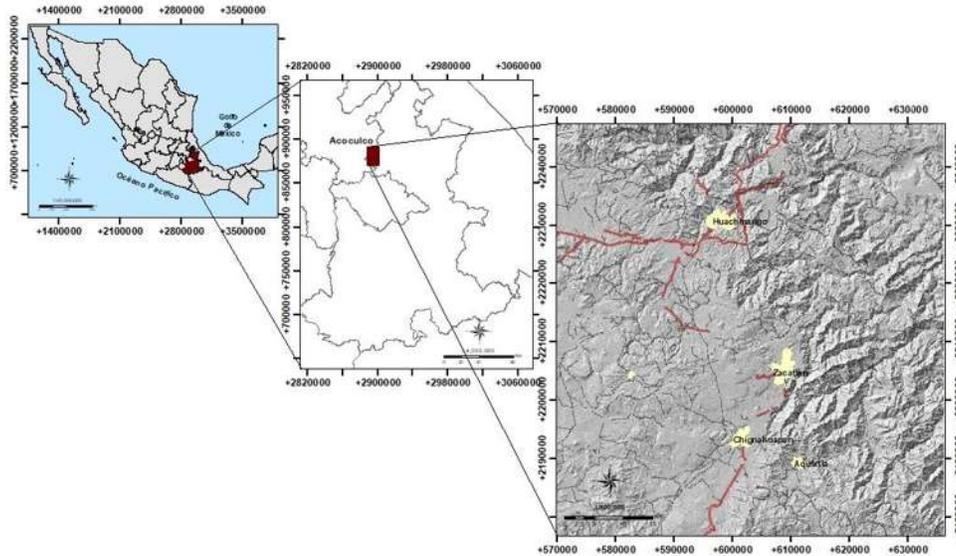


Figura 1.- Mapa de localización de la zona de estudio

Desde el punto fisiográfico el Complejo de la Caldera de Acozulco (CCA), se encuentra ubicado en el sector oriental de la FVTM, siendo un arco volcánico calcoacalino producido por la subducción de la placa de cocos debajo de la placa de Norte América (Pardo y Suárez, 1995; Pérez-Campos *et al.*, 2008; Figura 2). El CCA se produce ~140 km detrás del frente activo de la cordillera volcánica de la Sierra Nevada (Macías *et al.*, 2012), compuesto por los volcanes de Telapón, Tlálóc, Iztaccíhuatl y Popocatépetl (Siebe *et al.*, 1995).

Acozulco se encuentra ubicado sobre una corteza continental de 50km de espesor y a unos 400km de donde la placa de cocos de hunde en el manto (Pérez-Campos *et al.*, 2008). Esta área se encuentra en un régimen extensional $N50^{\circ}W \pm 7^{\circ}$, como se deduce de la alineación de los centros volcánicos, las orientaciones de diques, las fracturas de extensión y la cinemática de fallas en la región de Apan-Acozulco (García-Palomo *et al.*, 2017). La deformación estructural que afecta al CCA se encuentra relacionada con el régimen tectónico regional representado por las estructuras NE-SW presentes en Apan, Tlaxco-Chignahuapan y Rosario-Acozulco (García-Palomo *et al.*, 2002;2017).

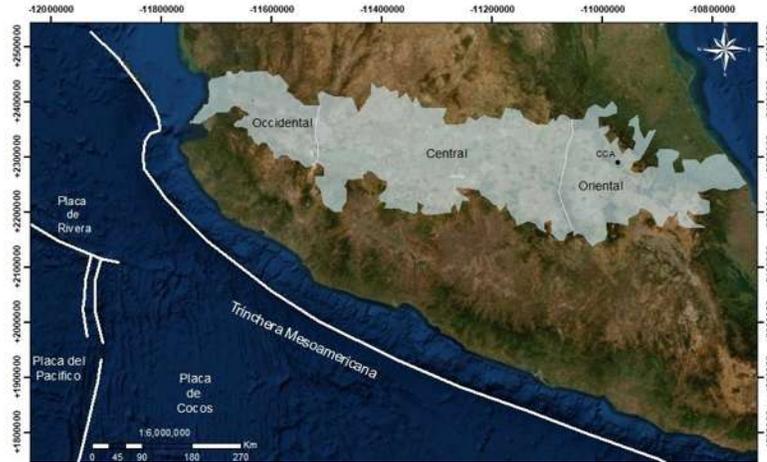


Figura 2.- Ubicación del Complejo de la Caldera de Acolulco (CCA).

Clima

El 35% de la superficie del estado presenta clima templado subhúmedo presente en la región central y sureste el 25% presenta clima cálido subhúmedo en la parte norte y sureste, el 19% presenta clima seco y semiseco hacia el sur y centro oeste, el 14% presenta clima cálido hacia el norte y sureste, el 7% presenta clima templado húmedo en la región norte y una pequeña área hacia el sureste.

La temperatura media anual del estado es de 17.5°C, mientras que la temperatura máxima promedio es de 28.5°C presentándose en los meses de abril y mayo, y con una temperatura mínima promedio es de 6.5°C durante el mes de enero (INEGI, 2019).

Ecosistema

Se cuenta con bosques de coníferas, principalmente de pinos, asociaciones boscosas de pino-encino y oyamel, también son comunes los arbustos; cuenta con especies tales como ocote, trompillo, pino de patula, pino de lacio, aile, madroño, encino, tesmilillo, jarilla, pino chino, laurelillo, encino y oyamel. Aunque cabe destacar que actualmente de deforestación es muy considerable por lo que estos bosques son cada día menos densos (INEGI, 2019).

2.2 GEOLOGÍA

Marco geológico estructural

La zona de estudio se encuentra en el centro-oriental de México, pertenece a la provincia de la FVTM, se encuentra sobrepuesta a las secuencias sedimentarias del Mesozoico pertenecientes a la SMO. El campo de esfuerzos generado en la provincia de la FVTM debe al proceso de subducción que varía de W a E debido a las diferencias que hay en la placa subducida relacionadas con su origen y espesor (Suter, 1991). De acuerdo a su origen se considera que la FVTM se emplazó sobre antiguos terrenos acrecionados (Sedlock *et al.*, 1993). Hacia el E donde se encuentra el área de estudio los sistemas de fallas no son tan evidentes, solo se observa el alineamiento de centros de emisiones volcánicas, cuyo emplazamiento fue controlado por fracturas o fallas profundas de origen tectónico (Nakamura, 1977; Hasenaka y Carmichael, 1985; Aguirre-Díaz *et al.*, 2006).

Sierra Madre Oriental

La SMO es una cordillera cuyo relieve se debe a la deformación de rocas mesozoicas y de su complejo basal, que fueron levantados, comprimidos y transportados hacia el noreste, formando pliegues, cabalgaduras o napas durante la Orogenia Laramide. La base en el área de estudio se encuentra en el Sector Transversal de Parras (Tardy *et al.*, 1974) el cual es denominado por plegamiento orientados hacia el NW-SE, los cuales se caracterizan por ser pliegues angostos y alargados, con periclinales de buzamiento ESE; los planos axiales son en su mayoría sub-verticales y vergentes al NNE. Este rasgo es conspicuo hacia el frente de la zona montañosa, donde se presenta un bloque expulsado, limitado por fallas de vergencias opuestas.

En este sector el despegue ocurre sobre capas de evaporitas, las evidencias y sus efectos pueden verse en una sección natural expuesta en el flanco oriental del pliegue de San Julián, Zacatlán. (Tardy y Ruiz, 1974). Las rocas más antiguas formadas por esquistos, subyacen a una sección tripartita de rocas del Jurásico Superior, la unidad inferior está separada de los esquistos por una discordancia sub-horizontal y no está afectada por plegamiento; encima se observan las evaporitas, sobre las que se desplaza la base de pliegues sinclinales que afectaron la caliza superior de edad Cretácico-Jurásico. Los estratos del Jurásico Superior muestran deformación compleja en los núcleos de los anticlinales, pero el

resto de la columna, en niveles estratigráficos más jóvenes, tienen geometría simple con carencia de fallas. Estas relaciones, junto con el ángulo alto de los flancos posteriores del pliegue y los estratos no plegados en la base de los sinclinales, sugieren una mecánica de plegamiento por despegue y provee el mejor modelo geométrico para estos pliegues (Marrett y Aranda, 1999).

El frente del plegamiento se caracteriza por prominentes cumbres, que se levantan a más de 1,800 m sobre el nivel del mar y a 800 m de la planicie de la Laguna de Mayrán situada al norte. Esta planicie representa el antepaís del Sector Transversal de Parras. Secciones sísmicas muestran el basculamiento del complejo basal y su cubierta, suavemente inclinada al SSW, pozos profundos perforados por Pemex (Paila1 A y Mayrán-1), lo han cortado a más de 2,100 m bajo el nivel del terreno. El complejo basal subyace a una cubierta de lechos rojos, con ausencia de Oxfordiano-Neocomiano marino, pero se tiene la presencia de evaporitas Albianas y terrígenos del Cretácico Superior (Eguiluz y Aranda, 1984). En el núcleo de los anticlinales del frente de montaña, afloran facies clásticas marginales del Jurásico Superior y Neocomiano que sugieren una fuente de aporte no muy lejana a un elemento paleogeográfico próximo (Paleoisla de Coahuila), situado al NNE. En este frente del plegamiento el basamento se encuentra levantado de manera compleja en forma de un pliegue expulsado por fallas de vergencias opuestas (Eguiluz de Antuñano S. *et al.*, 2000)

Faja Volcánica Trans-Mexicana

La FVTM es considerada como un arco magmático continental relacionado con la subducción de las placas oceánicas de Cocos y Rivera por debajo de la placa de Norte América a lo largo de la Trinchera Mesoamericana (Figura 3) (Gómez-Tuena *et al.*, 2005). Esta cadena volcánica está conformada por más de 8,000 estructuras, que incluyen grandes estratovolcanes, calderas, campos de conos monogenéticos y algunos cuerpos intrusivos (Gómez-Tuena *et al.*, 2005). Tradicionalmente, se ha subdividido a la FVTM en tres sectores en función de su geología y tectónica: Sector Occidental, delimitado entre la costa del Golfo de California y la junta triple de los rifts Zacoalco, Chapala y Colima (Allan, 1986); Sector Central, entre las estructuras anteriores y el sistema de fallas Taxco-San Miguel de Allende (Alaniz-Álvarez *et al.*, 2002); y Sector Oriental, ubicado entre las fallas mencionadas y las costas del Golfo de México. La zona de estudio se localiza en el Sector Oriental.

En cuanto al espesor de la corteza continental existente bajo la FVTM, ha sido estimado con base a modelos geofísicos de tipo gravimétrico (e.g. Urrutia-Fucugauchi y Flores-Ruiz, 1996) y algunos sísmicos (e.g. Geolimax Working Group, 1994; Campillo *et al.*, 1996). El sector oriental de la FVTM parece mostrar un espesor cortical mayor (alrededor de 47 Km debajo de la zona de estudio), mientras que en el central los espesores son ligeramente más variables, pero alcanzan los 40 km. Hacia los extremos de la FVTM (costas del Golfo de California y Golfo de México), los espesores de la corteza continental disminuyen considerablemente (entre 15 y 20 km). Justamente, la geología del basamento bajo la FVTM no se conoce directamente debido a las diferentes coberturas de rocas más recientes y a la falta de xenolitos extraídos de la corteza inferior.

Sin embargo, se considera que bajo el sector oriental y parte del central existen dos terrenos tectono-estratigráficos contrastantes, el Oaxaquia y el Mixteco, cuyas edades son Grenvilliana y Paleozoica, respectivamente, mientras que hacia el occidental se encuentra el terreno Guerrero, de edad Mesozoica (Sedlock *et al.*, 1993; Ortega-Gutiérrez *et al.*, 1995).

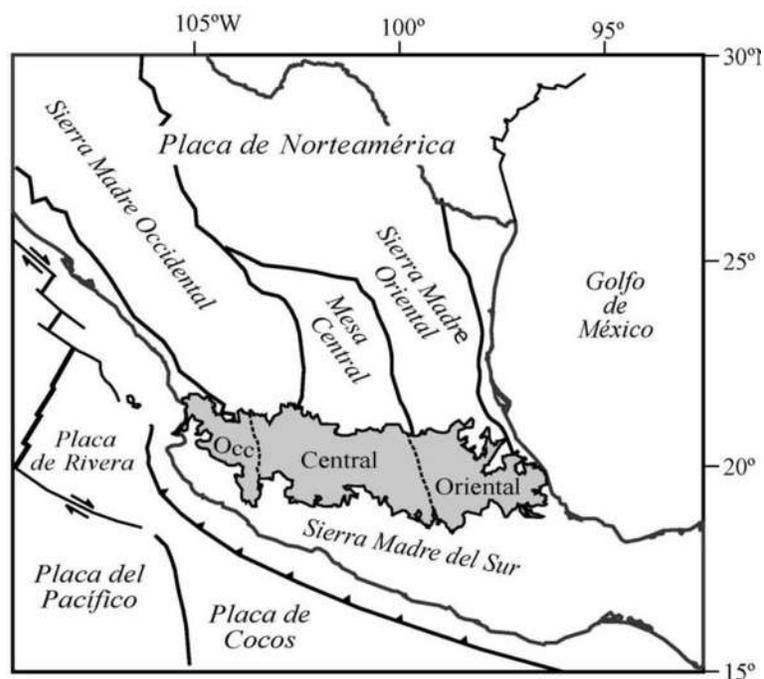


Figura 3.- Ubicación y división de la Faja Volcánica Trans-Mexicana en tres sectores. La subducción de las placas oceánicas de Cocos y Rivera por debajo de la placa Norte América. Imagen tomada de Gómez-Tuena *et al.*; (2005).

De acuerdo con Ferrari *et al.*, (2005) se identificaron los primeros vestigios de la actividad volcánica de la FVTM en el sector central, y se estableció que están representados por secuencias de lavas basálticas y andesíticas edificadas en los estados de Michoacán y Querétaro del Mioceno Temprano. Posteriormente, la actividad magmática parece migrar gradualmente alejándose de la Trinchera Mesoamericana, formando estratovolcanes y conos de lava con edades de 13 a 10 Ma. Durante este período se emplazaron el Complejo Volcánico Palo Huérfano, La Joya y el Zamorano en los estados de Querétaro y Guanajuato (Carrasco-Núñez *et al.* 1989; Pérez-Venzor *et al.* 1996; Valdéz-Moreno *et al.* 1998; Verma y Carrasco-Núñez, 2003), así como la Sierra de Guadalupe y varios centros volcánicos: el Campo Volcánico de Apan en Hidalgo (García-Palomo *et al.*, 2002) y el Volcán Cerro Grande en Puebla (Gómez-Tuena y Carrasco-Núñez, 2000). Un segundo episodio de actividad volcánica de composición básica fue identificado en la FVTM, de Nayarit a Veracruz, con edades progresivamente más jóvenes del oeste hacia el este: de ~11 y 8.9 Ma en la costa de Nayarit (Righter *et al.* 1995; Ferrari y Rosas 2000), ~11 y 8 Ma al norte de Guadalajara, Los Altos de Jalisco y Cotija, Michoacán (Nieto-Obregón *et al.* 1981; Verma *et al.* 1985; Moore *et al.* 1994; Rosas-Elguera *et al.* 1997; Alva-Valdivia *et al.* 2000; Rossotti *et al.* 2002; Rosas-Elguera *et al.* 2003), ~9 y 7 Ma en Querétaro e Hidalgo (Pasquaré *et al.*, 1991) y ~7.5 a 6.5 Ma en Veracruz (Cantagrel y Robin, 1979; López-Infanzón, 1991; Ferrari *et al.* 2005). Este vulcanismo básico se emplazó al norte de las rocas del arco volcánico del Mioceno Temprano-Medio.

Un tercer episodio de vulcanismo ha sido identificado a finales del Mioceno Tardío y durante el Plioceno Temprano, donde el magmatismo máfico decrece y se vuelve más félsico. Este episodio se caracteriza por el emplazamiento de domos silíceos y grandes volúmenes de ignimbritas silíceas cuyas edades están comprendidas entre ~7.5 y ~3 Ma (Gilbert *et al.* 1985; Ferrari y Rosas-Elguera, 2000; Rossotti *et al.* 2002; Ferrari *et al.* 2003; Frey *et al.* 2004). Durante el Plioceno Temprano, se registra la aparición de vulcanismo con características bimodales, es decir, existe la presencia de pequeños afloramientos de basaltos alcalinos de intraplaca asociados con complejos de domos e ignimbritas silíceas calcoalcalinas cuyas edades son de ~5.5 Ma (Moore *et al.* 1994; Frey *et al.* 2004; Ferrari, 2004).

En la porción central de la FVTM dominan grandes calderas y complejos volcánicos como Amazcala, Amealco, Huichapan, Los Azufres, Zitácuaro, Apaseo y Los Agustinos, que produjeron tobas pumicíticas e ignimbritas, con volúmenes de decenas de kilómetros cúbicos y edades K-Ar de entre 7.3 y 3.4 Ma (Gómez-Tuena *et al.*, 2005 y referencias incluidas). Finalmente, el episodio magmático más reciente de la provincia ha ocurrido a partir del Plioceno Tardío y durante el Cuaternario. La actividad magmática se ha manifestado en casi toda la provincia geológica a través de la generación de numerosos campos volcánicos monogenéticos (Campo Volcánico Michoacán-Guanajuato, la región de Maravatío – Zitácuaro - Valle de Bravo, Sierra Chichinautzin, entre otros), volcanes tipo escudo, algunas calderas (Acoculco, Los Humeros), domos riolíticos (Las Derrumbadas) y los principales estratovolcanes observados en la FVTM. En el sector oriental se ha identificado la existencia de un posible hiatus magmático (a excepción de algunos centros volcánicos en Hidalgo y la costa de Veracruz) que ocurrió entre el Mioceno Tardío y el Plioceno Temprano (Gómez-Tuena *et al.*, 2005). En este sector el vulcanismo se reestablece a los 3.7 Ma con la aparición de diferentes centros poligenéticos, como son la Sierra de las Cruces y el Campo Volcánico de Apan. La mayor actividad del sector oriental de FVTM se desarrolla durante el Cuaternario, en los campos de la Sierra Chichinautzin (Martín-Del Pozzo, 1982; Márquez *et al.* 1999; Siebe *et al.* 2004), de Apan (García-Palomo *et al.*, 2002), en la región del Pico de Orizaba y Cofre de Perote (Carrasco-Núñez, 2000; Siebert y Carrasco-Núñez, 2002).

2.3 Marco geológico del área de estudio

Tulancingo-Acoculco es un complejo de edad del Plioceno-Cuaternario, constituido por la acumulación de derrames de lava, domos y productos piroclásticos, los cuales incluyen ignimbritas con depósitos de oleadas y de caída. Este complejo es formado a partir de dos ciclos volcánicos importantes, el más antiguo denominado Tulancingo tiene una edad del Plioceno Medio. El más reciente, de edad Pleistoceno asociado a la formación de una caldera la cual fue denominada como Acoculco (De la Cruz y Castillo-Hernández, 1996; López-Hernández, 2009; Avellán *et al.*, 2018). La traza de esta caldera es semicircular con 18 km de diámetro emplazada en el centro del complejo de Tulancingo (Figura 4).

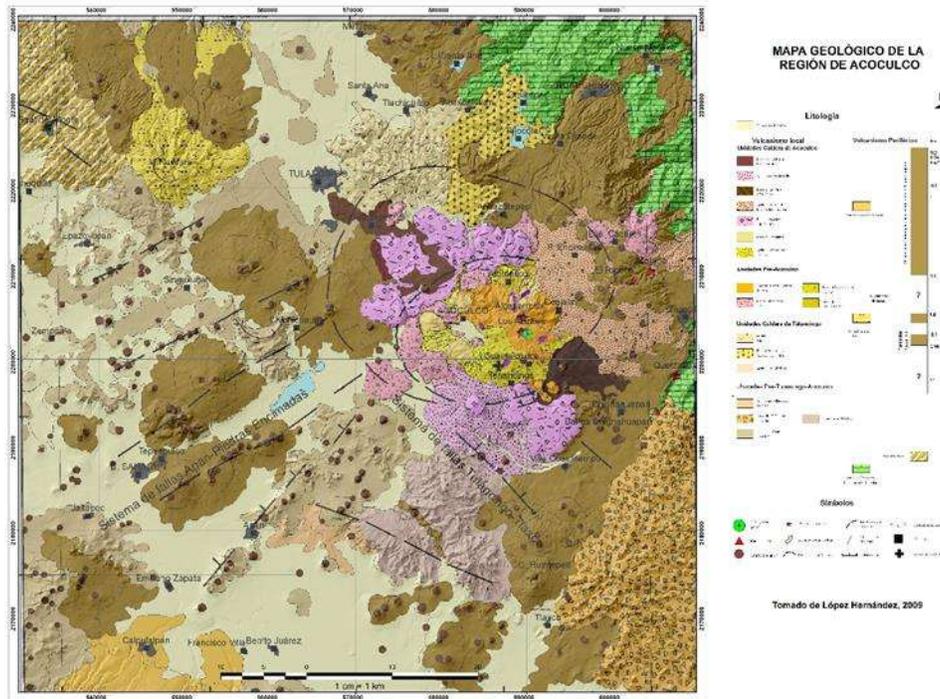


Figura 4.- Mapa geológico del complejo volcánico Tulancingo-Acochulco (Tomado de López-Hernández, 2009).

El complejo Tulancingo-Acochulco se eleva aproximadamente a 800m sobre sus alrededores el cual se encuentra circundado por depósitos volcánicos de diferentes edades. Hacia el sur existen productos volcánicos del Mioceno que varían en composición de andesitas a Riolitas (García-Palomo *et al.*, 2002). En el NW se formó el volcán Navajas, siendo un centro eruptivo importante cuyos productos son en su mayoría riolíticos (Nelson y Lighthart, 1997). En el resto del área se encuentran mesetas de lavas basáltico-andesíticas de edad del Plioceno, así como algunos conos monogenéticos y volcanes en escudo. Los conos de edad del Cuaternario se encuentran alienados con una dirección preferencial NE-SW, siendo las rocas volcánicas más jóvenes de la región. Al NE se encuentra una secuencia sedimentaria sobre la cual se emplazaron depósitos volcánicos, (Figura 4). La secuencia estratigráfica del complejo de Tulancingo-Acochulco es descrita gracias a los datos obtenidos por el pozo exploratorio EAC-1, perforado por la CFE en el centro del complejo de Acochulco, se ubica en una zona de intensa alteración hidrotermal y de mayor desprendimiento de gases denominada Los Azufres (Figura 4). De acuerdo con López Hernández, *et al.*, (2009) la sección obtenida del pozo de la base a cima incluye las siguientes litologías (Figura 5): 340 m de un cuerpo intrusivo responsable del metamorfismo de la roca encajonante, 870 m de

espesor de una secuencia sedimentaria intensamente metamorfizada (skarn), y 790 m de una secuencia volcánica relacionada con la actividad del complejo Tulancingo-Acoculco.

Unidades Pre-Complejo de Tulancingo-Acoculco

- **Jurásico-Cretácico**

Se encuentra una secuencia sedimentaria marina gruesa que forma parte de la provincia geológica-tectónica de la Sierra Madre Oriental aflorando hacia el sector NE de la zona cartografiada, NW de Tulancingo y E de Chignahuapan (Figura 4). Esta secuencia está cubierta discordantemente por productos de origen volcánico relacionados con los centros eruptivos de la zona (López-Hernández, 2009). Al NW de Tulancingo, se observa una sección más compleja de la estratigrafía inferior en la cual se exponen 165 m de la secuencia, se encuentra desde rocas marinas del Cretácico hasta lavas del volcán Las Navajas (Figura 5). La sección es formada en la base por lutitas de estratificación delgada están intensamente plegadas y probablemente pertenecen a la Formación Soyatal, las cuales se encuentran cubiertas en discordancia angular por depósitos piroclásticos (Figura 5).

Al E de Chignahuapan en la zona de los baños de Chignahuapan y sobre el río Axaxalpan E de Chignahuapan (Figura 6), aflora una secuencia compuesta de calizas intercaladas con lutitas y hacia la parte superior predominan calizas con nódulos de pedernal negro, (López-Hernández., 2009) hacia el E, de acuerdo con Morales y Garduño (1984) la unidades geológicas se les consideró de edad del Jurásico superior siendo parte de las Formaciones Tamán, Palo Blanco y Pimienta, y las que le sobreyacen, pertenecen al Cretácico, siendo las formaciones, Tamaulipas inferior y superior (SGM, 1997). Hacia la zona de los baños el espesor observado es mayor a 150 m y se incrementa río abajo, la unidad sedimentaria está intensamente plegada siendo cubierta por una meseta de basaltos de edad del Pleistoceno. Al E del río esta sobreyacida por productos andesíticos de la sierra del Peñón cuya edad es Mioceno (García Palomo, *et al.*, 2002).

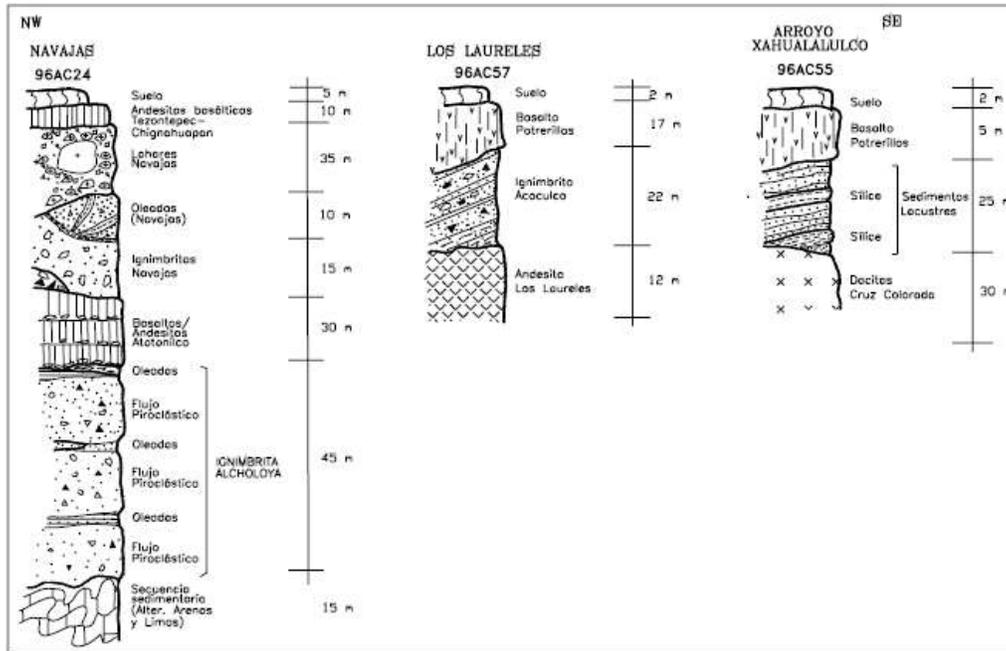


Figura 5.- Secciones estratigráficas del área de Tulancingo-Acoaculco (Tomada de López-Hernández, 2009).

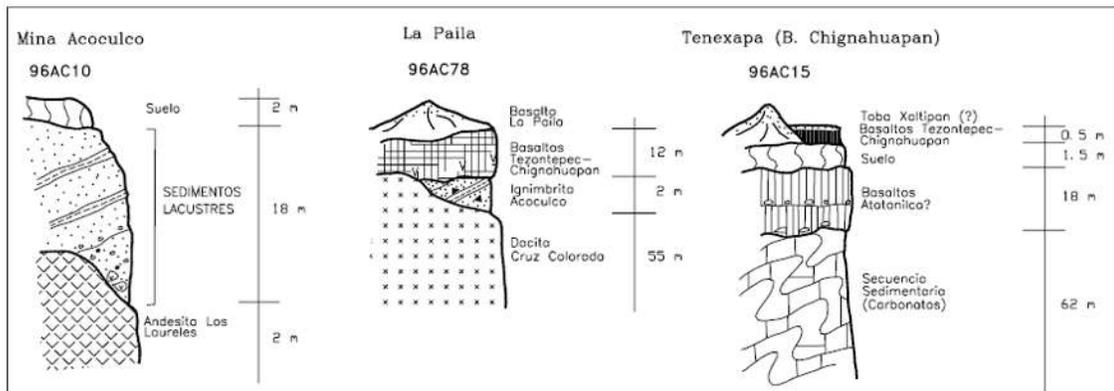


Figura 6.- Secciones estratigráficas del área de Tulancingo-Acoaculco (Tomada de López-Hernández, 2009).

Etapas Intrusivas

Granito de Hornblenda

De acuerdo con el pozo EAC-1 a una profundidad de 1660 y 2000m se corta una roca ígnea de textura holocristalina que corresponde a un granito de hornblenda, el cual podría haber causado el metamorfismo en una secuencia sedimentaria sobreyacente. Es de grano fino en la parte más superficial y transicionalmente se va incrementando a grano grueso (3 mm) a mayor profundidad. Tiene como minerales principales la ortoclasa (50-60%), cuarzo (18-

27%) y como accesorio principal la hornblenda. Por la relación que tiene con las unidades sedimentarias y dado que no afectó la secuencia sedimentaria, se le considero más antiguo que la actividad ígnea de Tulancingo, (López-Hernández, 2009). Por las características texturales y relaciones estratigráficas se podría correlacionar con el intrusivo en el área de Los Humeros, donde se reportan edades K-Ar de 14Ma (Yáñez-García, 1980). Si es correcto se podría asociar con la actividad volcánica de Apan (García-Palomo *et al.*, 2002), y correspondería al inicio de la actividad ígnea en el sector E de la FVTM.

Grupo Pachuca

Este grupo se encuentra constituido por dos paquetes de rocas con un espesor alrededor de 200 m. El paquete más antiguo es de composición andesítica, formado en general por lavas acompañadas de tobas y brechas. Geyne *et al.* (1963) divide este paquete en seis unidades con base a su composición, textura y posición respecto a ciertas capas de tobas.

De acuerdo a Geyne (1963), después de un lapso prolongado de erosión fue depositado en discordancia angular un segundo paquete de composición riolítico el cual incluye una serie de lavas con interestratificaciones de tobas y aglomerados, de textura porfídica con fenocristales de cuarzo. Después de la extrusión de estos productos se produjo la mineralización del Distrito de Pachuca-Real del Monte. Sobreyace de forma discordante una serie de lavas de composición dacítica acompañadas de tobas no mineralizadas.

Esta secuencia fue afectada por intrusiones en forma de diques, su composición cubre el intervalo de andesítica a dacítica y riolítica. Las intrusiones andesíticas se relacionan con el evento más antiguo de la misma composición y los otros dos corresponden a la etapa previa de la mineralización (López-Hernández, 2009). Considerado de edad del Oligoceno medio-Mioceno (Geyne *et al.*, 1963).

Andesitas Apan

Es denominado Apan a un grupo de conos y derrames de composición andesítica ubicados al NW, NE y SW de la ciudad de Apan. Está constituido por flujos de lava con base auto-brechada de color gris oscuro, con un espesor que varía de 300 a 500 m (López-Hernández., 2009). Ledesma-Guerrero (1987) las consideró como rocas volcánicas no

diferenciadas del Terciario y García Palomo *et al.*, (2002) las redefine como Andesitas Apan, estos dos autores obtuvieron una edad K-Ar de 13.4 Ma. Como parte de esta unidad se incluyeron derrames andesíticos formando un antiguo volcán andesítico de 5 km de diámetro, colapsado en su sector N siendo denominado como caldera de Chichicuautila por Ledesma-Guerrero (1987).

Dacita el Rosario

López-Hernández (2009), consideraron como parte de esta unidad a dos centros eruptivos de composición mineralógica y textura similar, formados por la acumulación de lavas dacíticas formando gruesos derrames. Los cuales subyacen en la ignimbrita Tetlapayac siendo cubiertos parcialmente en su extremo NE y N por derrames basálticos asociados con conos monogenéticos del grupo Tezontepec-Chignahuapan del Cuaternario (Figura 4).

Este paquete está formado por un conjunto de rocas porfídicas con cristales grandes de 0.4cm de plagioclasa y en menor porción de augita, con matriz hipocristalina, constituida por vidrio-cuarzo-augita. Se incluyen en esta unidad los derrames de lava de composición andesítica de textura porfídica con cristales de plagioclasa y hornblenda que afloran al N del Rosario.

Andesita El Peñon

Se encuentra el NE de Tlaxco formando una zona montañosa al SE del área mostrada en la figura 4. En 1987 Ledesma-Guerrero la describe como una secuencia de derrames andesíticos cubierta por derrames de riolita. García-Palomo (2002) considera que se trata de un complejo volcánico formado por estratovolcanes, domos y depósitos de flujos piroclásticos de corta extensión.

El complejo muestra una forma alargada con dirección NNW-SSE siendo paralela al río Axaxalpa sobre su margen oriental, la cual abarca desde Chignahuapan en el N hasta Tlaxco al S, en la porción sur del poblado de Atotonilco, se observó un sector con un colapso incipiente, con un espesor que varía de 100 a 700 m (Ledesma-Guerrero, 1987). De acuerdo con López-Hernández (2009) en el río Axaxalpa sobreyace discordantemente a la secuencia sedimentaria parcialmente cubierta por derrames de composición andesítico-basálticos y conos monogenéticos del Campo Volcánico Tezontepec-Chignahuapan.

Ignimbrita Tetlapayac

La ignimbrita Tetlapayac es observada hacia el SE de Apan, siendo una ignimbrita riolítica de color gris crema, con matriz de ceniza desvitrificada con evidencias de flujo. Se encuentra cubierta al E por dacitas del El Rosario y por derrames andesíticos y cono monogenéticos hacia el W, con un espesor aproximado de 300m (López-Hernández, 2009).

Se le considera como una unidad independiente del grupo “Riolita Chignahuapan” de la edad del Plioceno de acuerdo con Ledesma-Guerrero (1987).

Ignimbrita Alcholoaya

De acuerdo con López-Hernández en el 2009 este nombre informal de ignimbrita Alcholoaya corresponde a un paquete de depósitos piroclásticos los cuales se encuentran sobre una secuencia sedimentaria Mesozoica al NE de Tulancingo. El paquete está formado por 3 paquete de ignimbritas. La más antigua con un espesor de 15m tratándose de un depósito masivo soportado por ceniza con fragmentos grano a grano de pómez y escasos líticos de andesita. El tamaño de la pómez va de 5 a 6 cm y los fragmentos de andesita de 1 a 1.5 cm. siendo clasificado el paquete como flujo de pómez y ceniza.

La unidad intermedia tiene un espesor de 15 m siendo un depósito masivo similar, el cual contiene lentes de bloques angulosos de andesita siendo similar en sus características al primer bloque. El tercer bloque es similar a los dos anteriores, formado por un depósito piroclástico estratificado rico en líticos, el cual cambia a depósitos de material muy fino y bien estratificado. Los depósitos acumulados en la cima de las tres ignimbritas corresponden a depósitos de oleada piroclástica.

Estratigrafía del complejo de la caldera de Aocolco

Pre-caldera

Se trata de domos dacíticos en dirección NW, los cuales se exponen al sur del borde de la caldera; consisten en rocas de color gris rosado; (Avellán *et al.*, 2018). García-Palomo *et al.*; (2002) reporta una edad de roca de K-Ar para esta unidad de 12.7 ± 0.6 Ma. Los domos de lava andesíticos se encuentran expuestos al sur del borde de la caldera. López-Hernández *et al.*, (2015) los describieron como dacíticos de color gris claro con columnas redondeadas y una superficie en bloques. García-Tovar *et al.*; (2015) reportaron una edad en K-Ar de 3.0 ± 0.4 Ma.

Sin-caldera

De acuerdo con Avellán *et al.*, (2018) la ignimbrita andesítica de Aocolco corresponde a la erupción formadora de la caldera, la cual surge en las partes internas hacia las direcciones N, W y S. Consiste en lechos de piedra pómez, bloques líticos y lapilli sostenidos por una matriz de cenizas finas las cuales se entrelazan con una brecha co-ignimbrítica hecha de fragmentos de lava de tamaño bloques y lapilli, líticos accidentales y pómez en una fina matriz de cenizas. Estos depósitos corresponden a una edad de $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ de 2732 ± 185 ka para esta unidad.

Una secuencia de sedimentos lacustres se encuentra expuesta dentro del borde de la caldera hacia el S, SW y N. La cual consiste en una secuencia alterna de láminas arcillosas blancas y lechos volcánicos de color gris oscuro (Avellán *et al.*; 2018).

Post- caldera temprana

De acuerdo con Avellán *et al.*; (2018) la lava andesita-basáltica Huistongo ocurre dentro de la porción N-NW de la caldera de Aocolco; es de color gris verdoso con textura afanítica de una edad de ~ 2.7 Ma.

El flujo de lava riolítica Sayula se encuentra expuesto al NE del margen de la caldera, formando una mesa con la parte superior plana. El extremo de flujo consiste de obsidiana con bandas de color gris a negro-marrón.

El flujo de lava traquiandesita basáltica Águila está dentro de la porción NW de la caldera delimitado por el margen de esta misma, presentando una alteración hidrotermal en un color amarillento, con una edad de $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ de 2441 ± 234 ka.

Las lavas basálticas de traquiandesita del Viejo y Manzanito se encuentran expuestas en las partes internas E y S-SW de la caldera.

El domo de traquiandesítica de Ajolotla se encuentra en el borde S y fuera de la caldera, siendo un flujo masivo de color gris verdoso claro, presentando alineamientos de dirección NW-SE (Avellán *et al*; 2018).

Post- caldera tardía

El flujo de lava andesítica Colorada se expone en la porción SE de la caldera, presentando un color negro contiene enclaves basálticos de color gris oscuro. Y hacia el S el flujo de la lava es rojizo a amarillento debido a la intensa alteración hidrotermal que formó minerales arcillosos. Presen una edad de $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ de 2027 ± 40 ka.

El domo riolítico de Altamira se encuentra a lo largo del borde de la caldera hacia el SE, la roca es de color gris claro a gris rosado con bandas difusas, la parte superior tiene una textura ligeramente desvitrificada con esferulitas.

Avellán *et al*; (2018) reportan a la lava andesítica y el cono de escorio de Terrerillos en la parte central del interior de la caldera. El flujo es rojizo con intemperie esferoidal y con estructura de entabladura el cual está sobreyaciendo por un cono de escoria andesítica el expone lechos de escoria proximales mal ordenados hechos de cenizas de escoria rojizas oscuras soldadas con bombas. La roca contiene pómez, cuarzo y xenocristales de feldespatos alcalinos. López-Hernández *et al*; (2009) reportan una edad de 1700 ± 400 ka.

Avellán *et al*; (2018) menciona cuatro domos riolíticos; el primero de ellos es el domo riolítico couleé Amolo, el cual se encuentra expuesto fuera del margen noreste de la caldera con diques hacia a los lados. El Amolo es un flujo de lava masico de color rosa-blanco-gris con estructura en entabladura en su frente. Como segundo domo es el de lava riolítico la Pintada, registrado al interior occidental de la caldera, con un relieve topográfico bajo con morfología alineado Hogback alineada en dirección E-W (Avellán *et al*; 2018). López-Hernández *et al*; (2009) reportan una edad de roca K-Ar de 1400 ± 200 ka para esta unidad. Como tercer domo es el Canoas, el cual se encuentra al N de la caldera y en el barranco de Atotonilco el cual tiene una superficie en bloques con un color gris claro a blanco rosado. López-Hernández *et al*; (2009) informan una edad K-Ar en hornblenda de 1300 ± 600 ka para esta unidad, sometida por un dique basáltico de color gris oscuro con uniones

columnares de textura afanítica con dirección E-W de edad desconocida. El cuarto es el domo riolítico de Arco expuesto al SW de la caldera de color blanco a gris claro, se caracteriza por juntas articulares con una superficie de lava en bloques.

Además de reportar domos riolíticos Avellán *et al*; (2018) reportan la ignimbrita riolítica las Encimadas, expuesta en los sectores E-NE del margen de la caldera como una penillanura moderadamente disecada. Se trata de una ignimbrita soldada con soporte de ceniza de color gris claro a blanco. López-Hernández *et al*; (2009) reportan una edad de $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ de esta roca de 1330 ± 200 ka.

La lava riolítica Cabezas se encuentra expuesta a la periferia occidental de la caldera. Es un flujo de lava de obsidiana negra con fragmentos angulares de lava y caras curvas planas (Avellán *et al*; 2018). García-Tovar *et al*; (2015) reportan una edad K-Ar de 1274 ± 27 ka para esta roca.

La unidad de Maguey se encuentra compuesta por una sucesión de depósitos piroclásticos riolíticos de oleadas/caídas hacia el W del margen de la caldera. Esta unidad consiste en una secuencia de flujos piroclásticos y depósitos de lechos cruzados y estratificación paralela (Avellán *et al*; 2018).

El domo coulée riolítico de Minilla se expone al NE del borde de la caldera. Es un flujo de lava de color gris claro a gris rosado que se extiende hacia el W-NE, con texturas vesiculares, granulares-radiales (Avellán *et al*; 2018).

Avellán *et al*; (2018) reportan la ignimbrita riolítica del Tecoloquillo la cual aflora en el borde SW de la caldera. Consiste en fragmentos de pómez altamente friables y fragmentos de lava vesiculares incrustados en una fina matriz. La ignimbrita Tecoloquillo se encuentra cubierta por un domo riolítico central, que tiene una superficie en bloques compuesta por la misma asociación mineralógica. López-Hernández *et al*; (2009); informaron una edad de $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ con sanidina de 0.8 ± 0.1 Ma para esta unidad.

La lava basáltica de traquiandesita La Paila se encuentra a lo largo de la parte SE del margen de la caldera. Consiste en flujos de lava gris oscuro y auto-brechas con bloques vesiculares (Avellán *et al*; 2018).

El cono escoria de andesita basáltica Tulimán se encuentra en el borde SE de la caldera. Es un cono de escoria masivo de fragmentos de escoria de lapilli rojo grueso a medio

y un flujo de lava asociado. Una muestra de roca de esta unidad fue fechada con el método $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ una edad de 63 ± 9 ka.

Extra-caldera

Avellán *et al.*; (2018) reportan siete unidades expuestas alrededor del borde de la caldera asociados al vulcanismo del campo volcánico Apan-Tezontepec (Figura 7).

- Los Conos de escoria basáltica Amanalco se encuentran a 7 km al SE del borde de la caldera. Consta de cuatro conos (Amanalco, Huixtepec, Tecolote y Apapasco), los cuales se componen de escorias de tamaño lapilli medio a dino de color rojizo a negro y bloques densos hacia el fondo, con una edad de roca de $^{40}\text{Ar} / ^{39}\text{Ar}$ de 2408 ± 58 ka.

- El flujo de lava andesítica Camelia se encuentra a 10 km al sur de la caldera. De color gris oscuro con una textura de entabladura y una forma de lóbulo con suaves pendientes, con una edad de roca total de $^{40}\text{Ar} / ^{39}\text{Ar}$ de 2033 ± 84 ka.

- Los conos de escoria de andesita basáltica Blanco están compuestos por lechos masivos con estratificación difusa y lechos con soporte de clastos de moderadamente a bien clasificados. Se componen de lapilli de escoria de grano fino a medio grano y algunas bombas afaníticas y bloques densos. Con una edad de roca total de $^{40}\text{Ar} / ^{39}\text{Ar}$ de 1274 ± 62 ka.

- Los conos de lava basáltica Coatzetzingo son seis estructuras ubicadas entre ~4 y 7 km al NE del borde de la caldera. Constan de cinco conos de escoria (Buenavista, Comal, Calandria, Toronjil y Tezontle) y el volcán es escudo pequeño Coatzetzingo. Todos estos conos de escoria consisten en escoria de lapilli-ceniza de color marrón rojizo a negro y fragmentos de lava vesicular.

- La lava traqui-andesita basáltica de Tetelas ocurre ca. 10 km al S del borde de la caldera, de color gris oscuro de una edad de roca total de $^{40}\text{Ar} / ^{39}\text{Ar}$ de 1060 ± 8 ka.

- Los conos andesíticos basálticos de Moxhuite, ubicados al E del borde de la caldera. Cuentan con estructuras masivas de estratificación difusa constituida por fragmentos de escoria de lapilli grueso a medio de color rojo. Presentan una edad de $^{40}\text{Ar} / ^{39}\text{Ar}$ de 239 ± 34 ka.

- Los conos de escoria basáltica de Coliuca son cinco estructuras ubicadas a ~7 km al suroeste del borde de la caldera. Se componen de cuatro conos de escoria (Coliuca, Colorado, Tezoyo

y El Conejo), y el volcán en escudo pequeño Coyote medio. El cono de ceniza Coliuca consiste en lechos de escoria compuestos de lapilli de escoria rojizo oscuro y ceniza gruesa. García-Tovar *et al.*; (2015) informaron una edad K/Ar de 190 ± 6 ka para el cono de escoria Coliuca.

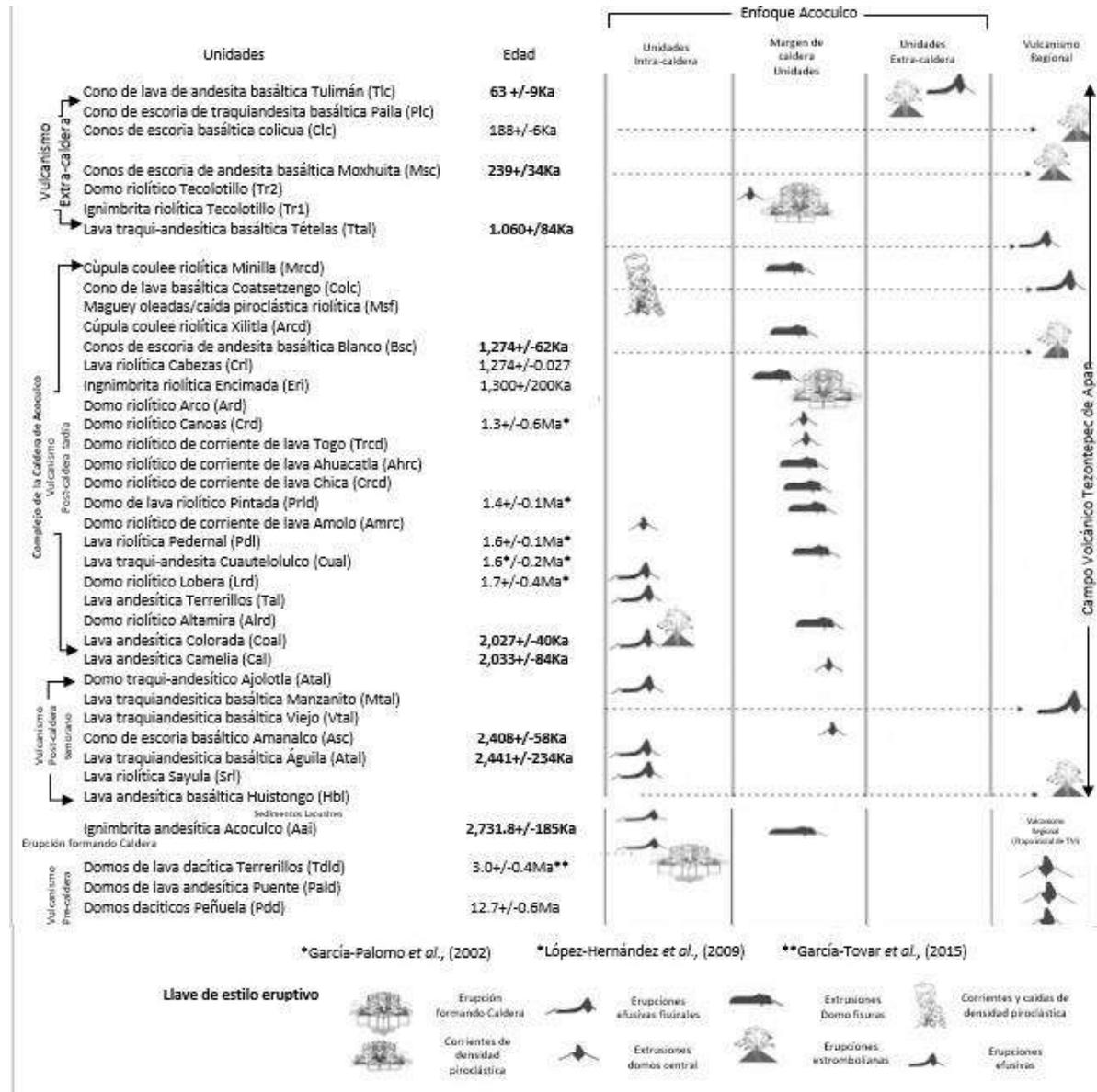


Figura 7.- Sección estratigráfica compuesta de las unidades volcánicas, durante las primeras etapas de la formación del Cinturón Volcánico Trans-Mexicana (CVTM), tomada de Avellán *et al.*; (2018).

Campo volcánico Tezontepec-Chignahuapan

El primero en delimitar este campo volcánico fueron De Cserna *et al.*, 1988, quienes la describieron como una zona compuesta por centenares de volcanes monogenéticos. García-Palomo *et al.*, (2002) establecen que está constituido por cerca de 280 aparatos volcánicos, entre ellos 10 volcanes escudo, 5 domos, coladas de lava y conos de escoria nombrándolo Campo Volcánico Apan-Tezontepec (Figura 8). López-Hernández (2009) adopta el nombre de Campo Volcánico Tezontepec-Chignahuapan con el propósito de indicar que el vulcanismo se extiende hacia el E de la zona de Chignahuapan y abarcando el vulcanismo periférico de composición básica. Esta designación abarca los volcanes monogenéticos de la caldera de Acoculco que aprovecharon la fractura anular del colapso calderico.

Las edades K-Ar reportadas para los derrames de lava asociados a los volcanes monogenéticos varían entre 2.1Ma (García-Palomo *et al.*, 2002), 1.8 Ma (Nelson y Lighthart *et al.*, 1997), 1.64 y 1.31 Ma (Ferrari *et al.*, 2005) 1.3, 1.0 y 0.9 Ma (López-Hernández, 2009), 0.42 Ma (Carrasco-Núñez *et al.*, 1997), 0.24 y 0.2 Ma (López-Hernández, 2009).

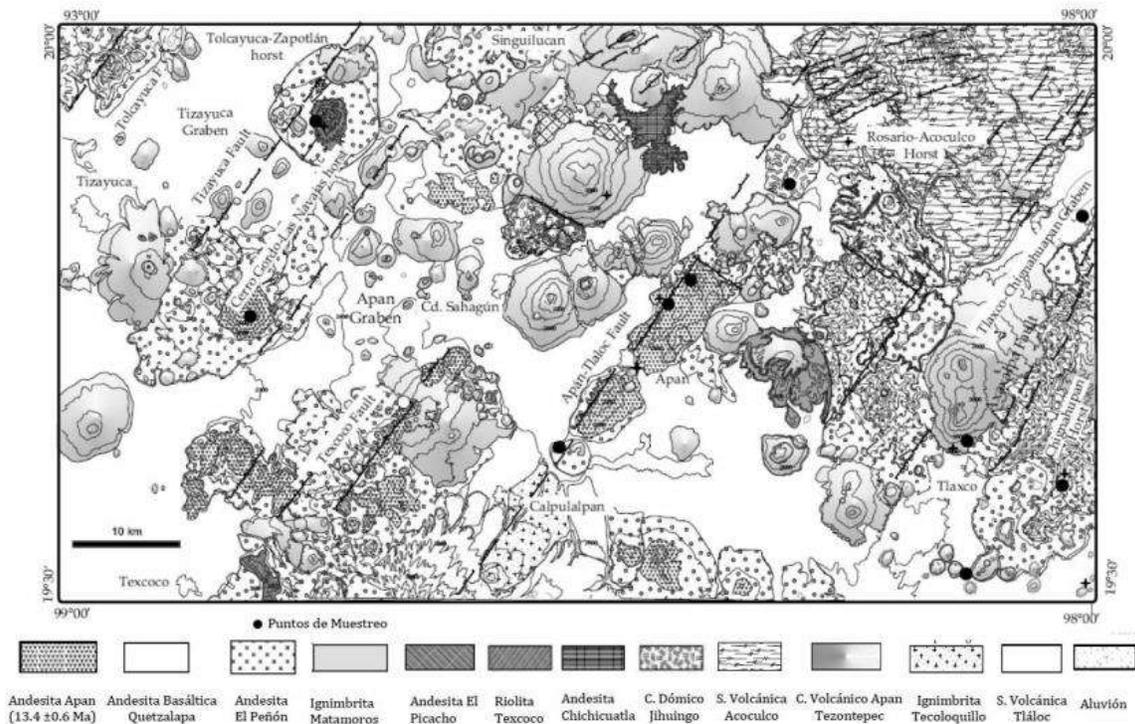


Figura 8.- Mapa geológico de la región de Apan tomado de García-Palomo *et al.*, (2002)

3. MARCO TEÓRICO SOBRE FRACTURAS Y FRACTALES

3.1 Mecánica de fracturas

La mecánica del fracturamiento busca explicar la formación de fracturas a partir de grietas o fisuras pre-existentes dentro del material, así como, cuantificar las combinaciones críticas de esfuerzo y tamaño de fisura que produzca la extensión de la misma. Los parámetros que analiza la mecánica de fractura son:

- El esfuerzo aplicado sobre el cuerpo (σ).
- Las propiedades de resistencia del material a la fractura.
- El tamaño de cualquier defecto semejante a una fisura en el material (a).

Griffith fue uno de los primeros en analizar la curva tensión-deformación para el vidrio. Este análisis se basa en la primera ley de la termodinámica, que establece en un sistema cerrado la conservación de la energía, de esta forma, se consideran dos tipos de energía, la energía de deformación y de superficie. Si se consideran dos probetas en forma de láminas delgadas, una de ellas fisurada, sujetas a una carga de tensión hasta que tengan el mismo desplazamiento, el resultado será un gráfico de carga de deformación diferente, ya que la probeta fisurada requiere menos carga para extenderse debido a que no solo basta una disminución de energía elástica, sino también un aumento en la energía de superficie producto del crecimiento de la fisura (Vásquez-Serrano, 2013; Bermejo-Santoyo 2018;).

Griffith considera la energía de un cuerpo idealmente elástico y rígido con presencia de fracturas (Figura 9), basándose en investigaciones sobre cuerpos fisurados realizados por Inglis (1913), además de considerar la energía superficial y la disminución de la energía potencial elástica por presencia de la fisura. Concluye que la propagación de la fractura ocurrirá cuando la energía de deformación liberada iguale la energía absorbida (S/N, 2010), misma que expresa de la siguiente forma:

$$\sigma_c = \left(\frac{2E\gamma_s}{\pi a} \right)^{1/2} \quad (1)$$

Donde σ_c es la tensión crítica requerida para la propagación de la fractura, E es el módulo de Young del material, γ_s es la tensión superficial (determinada experimentalmente por Griffith) y a es el semieje mayor de la elipse que corresponde a la fisura, tal y como muestra la figura

9. Se observo que, para los valores inferiores al valor crítico, la fisura no se propagara, pues la energía de deformación es menor a la necesaria (Vásquez-Serrano, 2013).

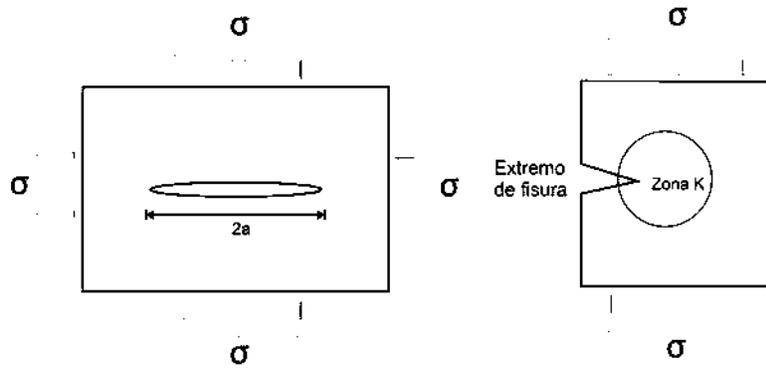


Figura 9.- Modelo de Griffith para una fisura en una placa finita y la zona de valor crítico de una fractura en tensión (tomada de S/N, 2010).

La ecuación anterior también puede escribirse de la siguiente forma:

$$\sigma_c(\pi a)^{\frac{1}{2}} = (2E\gamma_s)^{1/2} \quad (2)$$

Cabe considerar que $\sigma_c(\pi a)^{\frac{1}{2}}$ es una combinación de términos encontrados en fractomecánica denominada k_c donde K es conocido como factor de intensidad de tensiones y depende de la geometría del componente, su nivel de tensión y la longitud de la fisura. Para la geometría de Griffith, $k = \sigma_c(\pi a)^{1/2}$ el subíndice c es usado para indicar que K es el valor crítico para fractura. Por lo tanto $K_c = (2E\gamma_s)^{1/2}$. Donde K_c es conocida como la “tenacidad de la fractura”, que al ser el valor crítico de intensidad de tensiones provoca la inestabilidad de la fisura (S/N, 2010).

Cabe mencionar que la teoría de Griffith descrita anteriormente, solamente aplica a situaciones de fractura frágil que muestran un comportamiento elástico-lineal, sin embargo, en fracturas elasto-plásticas (no lineales) se utiliza un parámetro diferente para la caracterización de la intensidad de tensión-deformación en el extremo de la fisura, al cual se denomina J , considerado análogo de K . La diferencia es que J representa la intensidad del campo elasto-plástico que rodea el extremo de la fisura, mientras que K es la intensidad del campo elástico circundante (Vásquez-Serrano, 2013), como se muestra en la figura 10.

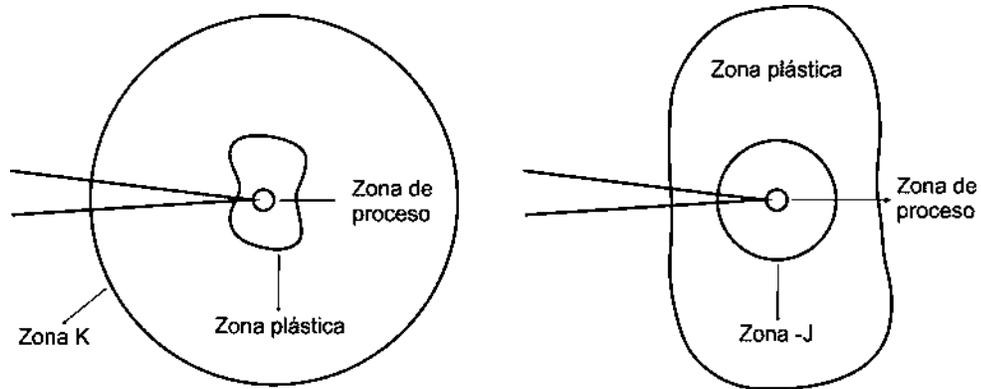


Figura 10.- Representación de las diferencias entre los parámetros K y J de las fracturas lineales y no lineales en el extremo de las fisuras (tomada de S/N,2010).

3.2 Modos de fracturas

Visto anteriormente en el apartado de mecánica de fracturas y acorde a los esfuerzos aplicados a los materiales, se han identificado tres modos de fracturas (Figura 11), que corresponden con la separación de las dos superficies de fractura en cada una de las direcciones de espacio.

- Modo I. Apertura; es un desplazamiento relativo de las superficies de fracturas normal a las paredes de la fisura, debiéndose a una fuerza de tensión.
- Modo II. Deslizamiento o cizalla; es un desplazamiento tangencial de las pruebas de fisura en dirección perpendicular al frente de la misma, originándose por esfuerzos de cizalla.
- Modo III. Desgarre o tijera; desplazamiento tangencial de las paredes de fisura en dirección paralela al frente de la fisura, es producido al igual que el modo II por esfuerzo de cizalla (Anónimo, s/a).

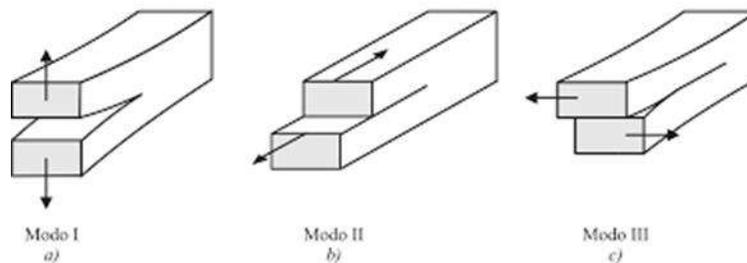


Figura 11.- Tres modos básicos de fractura: a) Modo I de apertura, b) Modo II de deslizamiento, c) Modo III de desgarre (Tomada de López-Salinas, 2011).

Para materiales frágiles denominaron a las fracturas modo I, mientras que en materiales dúctiles el modo II y modo III de cizalladura (Anónimo, s/a), sin embargo, los modos de fracturas II y III pueden generar posteriormente fracturas de modo I, como lo demostró Riedel (1929), en zonas de cizalla y Bahat *et al.* (2005) (Figura 12).

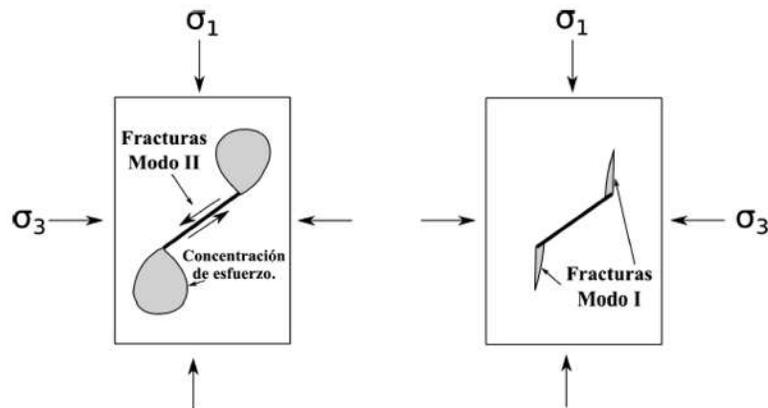


Figura 12.- Generación de fracturas modo I a partir de zonas de cizalla (modo II y III). Modelo de Riedel para fallas por cizalla donde a 45° de la cizalla principal se forman fracturas de tensión, además de las fracturas R y P' y; modelo de Bahat *et al.* (2005).

Caracterización y análisis sistemáticos de fracturas

Las fracturas se distinguen por los movimientos relativos que ocurren a lo largo de la superficie durante su formación (Nelson, 2001). Al igual corresponde a una pérdida de la continuidad entre dos partes del cuerpo rocoso. Implicando la generación de una grieta y su propagación hasta que se presente la falla general o que se alcance un nuevo estado de equilibrio (Aubinet G. y Arias A.1991). Las fracturas presentan propiedades y características en función del material rocoso en que se desarrollan, así como el tipo de esfuerzos, su durabilidad y fisuras preexistentes. Dependiendo de las propiedades nombradas anteriormente la roca se fragmenta para formar discontinuidades (fracturas) que tendrán propiedades en orientación, inclinación, espaciamiento, longitud y apertura, dando lugar a familias de fracturas.

Para caracterizar y analizar los patrones de fracturas generados por esfuerzos en cuanto a su geometría y morfología se han desarrollado e implementando metodologías sistemáticas propuestas por Priest *et al.* (1981), Wong *et al.* (1989), Rosenstein *et al.* (1993), Cladounhos *et al.* (1996), Marrett (1996), Mauldon *et al.* (2001), Trip *et al.* (2004), Nieto-

Samaniego *et al.* (2005), Moreno-Sánchez *et al.* (2006), Ortega *et al.* (2006), Riley *et al.* (2011), Vásquez-Serrano (2013), Hooker *et al.* (2013) y Wantkins *et al.* (2015). Para realizar el análisis fractal aplicado a yacimientos geotérmicos naturalmente fracturados se necesita descripciones cuantitativas de los sistemas de fracturas reales (en campo) para acotar los sistemas de fracturas generados numéricamente, usados en aplicaciones prácticas (Gillespie *et al.*, 1993).

De acuerdo a la variable que se debe de analizar en los sistemas de fracturas (longitud, densidad, intensidad, orientación, etc.). Se han propuesto métodos como líneas de muestro y ventanas circulares que se aplican sobre afloramientos fracturados expuestos en superficie. Moreno-Sánchez *et al.* (2006) sugieren algunos inconvenientes al momento de aplicar dichos métodos, ya que se producen algunos sesgos como:

1. Sesgo por orientación: consiste en el submuestreo de planos de fractura como resultado de la selección de una dirección de medición que tiende a ser paralela a una familia de fractura (Barnes *et al.* 2002, Rohrbaugh *et al.* 2004). En consecuencia, del sesgo que es influenciado por la cara de muestreo (Figura 13a)
2. Sesgo por truncamiento: depende de la mínima resolución con la que se tome la información o la escala del muestreo. Ya que los procesos de fracturamiento ocurren a una gran variedad de escalas desde lo microscópico a lo megascópico (variedad de escalas) (Figura 13b)
3. Sesgo por censuramiento: se debe al volumen y a la totalidad de información estructural medida en función del área que se muestrea. Relacionada a la disponibilidad de afloramientos suficientemente extensos como para permitir diferenciar las trazas de afloramiento de los planos de extensión (Rohrbaugh *et al.* 2004). (Figura 13c)

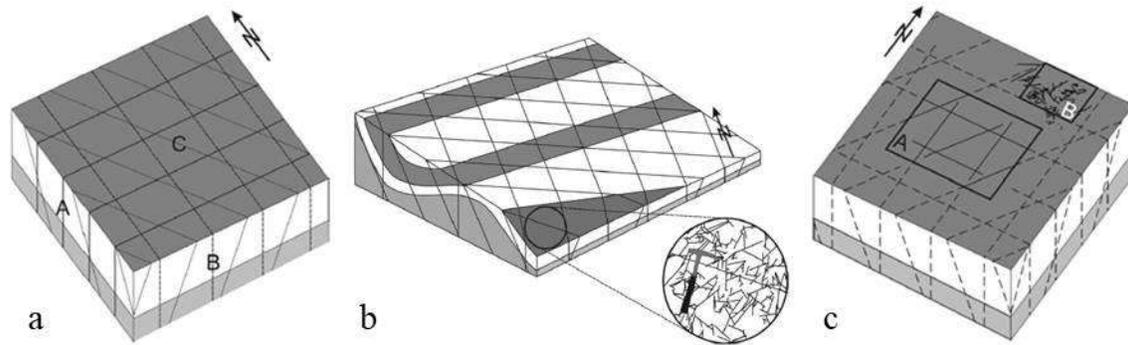


Figura 13.- Sesgos en la toma de datos para el análisis de fracturas. a. Orientación; dependiendo del plano de muestreo será el sesgo; b. Truncamiento; la escala de observación es el sesgo, a mayor escala o resolución se observa más heterogeneidad de las estructuras y; c. Censuramiento; el tamaño del afloramiento (cuadro A) contiene longitudes totales y parciales (líneas punteadas), también puede haber agrupamiento de fracturas en zonas de alta deformación (cuadro B) (Tomada de Moreno-Sánchez *et al.*, 2006).

Los sesgos mencionados anteriormente se deben tener en cuenta a la hora de la adquisición de la información con el fin de disminuir su efecto en la calidad de los datos tomados, así como en la fase de análisis ya que esto afectaría las estimaciones de los parámetros del sistema de fracturamiento.

La densidad e intensidad de fracturas son dos parámetros fundamentales en la caracterización de las fracturas de tal forma que autores como Moreno-Sánchez *et al.* (2006) y Nieto-Samaniego *et al.* (2005) han propuesto metodologías para calcular valores de intensidad y densidad de fracturas en unidades rocosas con las cuales se puede determinar qué tan fracturado se encuentra la unidad rocosa. Moreno-Sánchez *et al.* (2006) propone la línea de muestreo circular dibujada sobre una superficie donde se trazan las fracturas encerradas (Figura 14). a partir de esta metodología se puede estimar la longitud media.

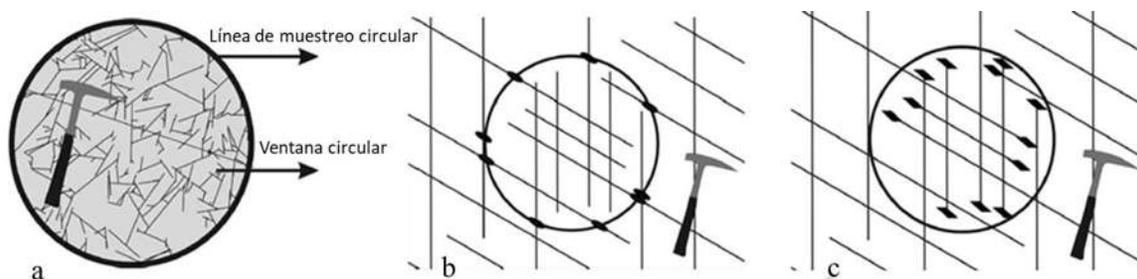


Figura 14.- Ventanas circulares propuestas por Moreno-Sánchez *et al.* (2006). a. línea de muestreo circular y su área; b. intersecciones para calcular la intensidad y; c. puntos iniciales y terminales (m) dentro del área circular para sacar la densidad, adicionalmente puede estimarse la longitud media (Tomada de Moreno-Sánchez *et al.* 2006).

3.3 Intensidad de fracturas

La intensidad es relacionada al espaciamiento promedio entre fracturas a través de una línea de muestreo, difiere del espaciamiento común al considerar todas las fracturas sin importar su orientación (Moren-Sánchez *et al.* 2006; Grossembacher *et al.* 1997). El espaciamiento aparece como un dato difuso ya que en el caso de familias de fracturas paralelas entre sí se puede calcular sin mayor dificultad midiéndolo de forma perpendicular a estas (Figura 15), sin embargo, para las familias de fracturas el espaciamiento es un concepto que no resulta tan claro, así como la interpretación del mismo. Mauldon *et al.* (2001) utilizaron una línea de muestreo circular para reducir los sesgos, definiendo la intensidad como el número de intersecciones de fracturas con el perímetro del círculo la cual está dada por:

$$I = \frac{n}{4r} \quad (3)$$

Donde n es número de fracturas que interceptan el perímetro del círculo y r es el radio del mismo. Nieto-Samaniego *et al.* (2005) calculan la intensidad a través de la longitud de fracturas, para ello utilizan la expresión:

$$I = \frac{1}{A} \sum_{K=1}^{N_{tot}} l_k \quad (4)$$

Donde l_k es la longitud de fractura y A es el área de muestreo.

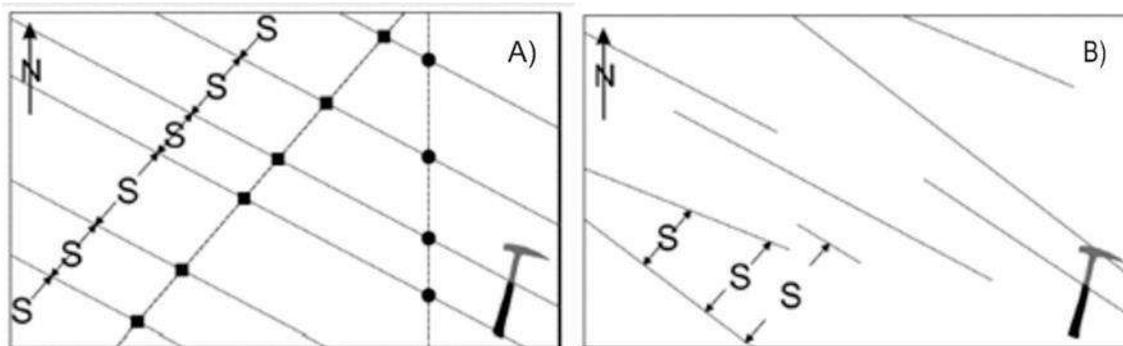


Figura 15.- Espaciamiento (S). En el caso de fracturas paralelas A) el espaciamiento depende de la orientación de la línea de muestreo (línea punteada). En el caso de fracturas no paralelas B) el concepto de espaciamiento es más difuso (Modificado Mauldon *et al.* 2001).

3.4 Densidad de fracturas

Es definida como el número de fracturas por unidad de área, la cual se puede determinar por varias formas una de ella propuesta por Mauldon *et al.* (2001) la cual divide el número de puntos medios de fracturas entre el área, sin olvidar sesgo por censura (Figura 16). Sin embargo, el mismo autor propone utilizar los puntos terminales de fracturas expresada en la función de:

$$\hat{\rho} = \frac{1}{2} \left(\frac{m(+)}{A} + \frac{m(-)}{A} \right) = \frac{m}{2A} \quad (5)$$

También expresada:

$$\hat{\rho} = \frac{m}{2\pi r^2} \quad (6)$$

Donde m representa la sumatoria de puntos terminales positivos (+) y negativos (-) y A es el área circular. Como en la intensidad, Nieto-Samaniego *et al.* (2005) utilizan la longitud de fractura para calcular la densidad propuesta por Renshaw (1997).

$$D = \frac{1}{A} \sum_{K=1}^N \left(\frac{l_K^2}{4} \right) \quad (7)$$

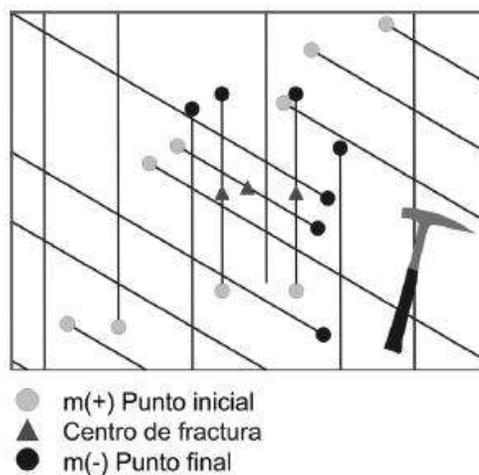


Figura 16.- Asociación entre puntos terminales y centros de fractura. Solo las trazas de fractura que presentan centro en el área de muestreo permiten registrar la longitud total.

3.5 Vicsek's Landslide Experiment

El Origen de los Fractales

Thomas Vicsek desarrolló un formalismo general para describir el crecimiento de las superficies por deposición aleatoria material.

Vicsek construyó un modelo fascinante para la auto-organización de una bandada de aves. Mostró la posibilidad de que las aves volaran en la misma dirección sin un líder. Vicsek realizó un experimento que no sólo confirmó la evolución de un volumen de arena al estado crítico, también puso énfasis en los mecanismos para la formación del paisaje en la naturaleza, ¿Por qué los paisajes se ven como los hacen?, Decidieron construir sus propios mini-paisajes, sujetos a la erosión por el agua. Como ejemplo en una pila granular vertiendo lentamente una mezcla de sílice y tierra de macetas sobre una mesa. El "paisaje" inicial tenía la forma de una cresta. El agua fue regada como un riachuelo fue por pulverizadores comerciales modificados para adaptarse al experimento. A medida que el agua penetraba en la pila granular, la arena se saturaba, y estas partes húmedas se deslizaron por la superficie, como avalanchas. El propósito del experimento fue reunir información sobre la distribución de los tamaños de los deslizamientos de tierra en este micro-modelo de formación de paisaje por erosión hídrica. Ya que cada experimento causó una ruptura completa de la pila. En principio, para representar la formación real del paisaje, el riego debe ser equilibrado por algún tipo de agitación del paisaje. En total, Vicsek y compañeros de trabajo realizaron nueve experimentos de erosión independientes con diez y treinta deslizamientos en cada experimento. Después de ello todos los datos se combinaron para formar un histograma único de los tamaños de deslizamiento, que exhibió una forma de ley de potencia con un exponente cerca.

Encontraron que un experimento fractal puede ser generado por un proceso críticamente auto-organizado, precisamente como producto de las simulaciones de la arena. Mandelbrot, que acuñó el término fractal, rara vez se ocupó de la cuestión del importante origen dinámico de los fractales de la naturaleza, pero se limitó a la caracterización geométrica de los fenómenos fractales. Demostró directamente que los fractales pueden surgir como resultado de puntualizaciones intermitentes, o avalanchas, tallando rasgos de todas las escalas de longitud. En la vida real, donde las escalas de tiempo son mucho más

largas que en el laboratorio, los paisajes pueden parecer estáticos, por lo que puede no estar claro que estamos tratando con un proceso de evolución dinámico.

3.6 Teoría de la geometría fractal

Mandelbrot (1967) introdujo el concepto de fractales, derivado del latín “fractus” que significa quebrado o fracturado. Mandelbrot (1983) afirma que muchos patrones en la naturaleza son irregulares y fragmentados exhibiendo un grado de complejidad más alto. Para Mandelbrot los fractales involucran cambios regulares e irregulares que son estadísticos, y que además tienden a escalarse, implicando que el grado de irregularidad y/o fragmentación es idéntico en todas las escalas (Figura 17).

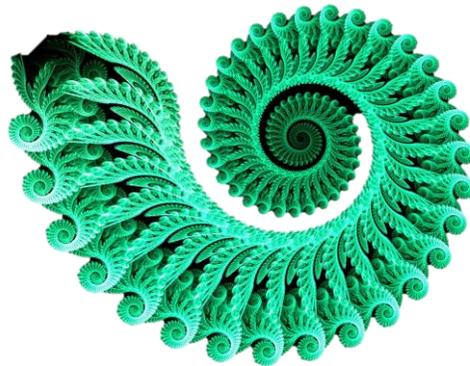


Figura 17.- Ejemplo de una forma fractal que mantiene auto similitud, en la cual existe una invarianza de escala.

Turcotte (1997) describe muchos fenómenos geológicos los cuales son invariantes de escala, como la distribución frecuencia-tamaño de fragmentos de rocas, depósitos minerales, fallas, terremotos, erupciones volcánicas, depósitos minerales y campos petrolíferos. El mismo autor considera que la distribución de ley de potencia no es la única aplicable estadísticamente a fenómenos geológicos, otros ejemplos son la distribución normal (Gaussiana) y la distribución log-normal. Sin embargo, la distribución de ley de potencia es la única que no incluye una escala de longitud característica. Por lo tanto, la distribución de ley de potencia es aplicable a fenómenos invariantes de escala. La filosofía fractal ha sido aplicada para tratamientos de fenómenos de crecimiento por Vicsek (1992) y en ciencias de la Tierra por Korvin (1992; Turcotte, 1997).

En los siguientes apartados se abordan diversos aspectos de la teoría fractal con relación al análisis de fracturas geológicas y su aplicación en el flujo de fluidos.

3.7 Dimensión fractal

Mandelbrot (1967), ha encontrado amplia aplicabilidad, y ha reunido una amplia gama de conceptos de las matemáticas y de ingeniería (Turcotte, 1997). Uno de los conceptos que se definieron fue el de conjunto fractal, expresado como:

$$N_i = \frac{C}{r_i^D} \quad (8)$$

Donde N_i es el número de objetos con una dimensión lineal característica r_i , C es una constante de proporcionalidad y D es la dimensión fractal, la cual puede ser un entero (Euclidiana, Figura 18) o fraccional (fractal), en geometría euclidiana la dimensión de un punto es cero, de una línea es uno, de plano es dos y de un cubo es tres (Turcotte, 1997). De acuerdo a Turcotte (1997) la expresión anterior puede representarse como:

$$D = \frac{\ln(N_{i+1}/N_i)}{\ln(r_i/r_{i+1})} = \frac{\log(N_{i+1}/N_i)}{\log(r_i/r_{i+1})} \quad (9)$$

Donde \ln es el logaritmo base e y \log es el logaritmo base 10, para todos los resultados es el mismo independientemente del logaritmo utilizado. La expresión anterior es validada por Turcotte (1997) con ejemplos para obtener la dimensión a través de la subdivisión de línea en un primer y segundo paso, considera una línea la cual es segmentada en un primer paso en dos partes (Figura 19. a), obteniendo que $r_1 = \frac{1}{2}$; al retener una parte queda que $N_1 = 1$. El segmento restante es nuevamente dividido en un segundo paso en dos partes, así que $r_2 = \frac{1}{4}$; otra vez una parte es retenida, obteniéndose que $N_2 = 1$. Para este caso $\ln(N_2/N_1) = \ln 1 = 0$; $\ln(r_1/r_2) = \ln 2$, y $D=0$, la dimensión Euclidiana de un punto. Esta construcción puede extenderse a más pasos, pero en cada paso i , $i= 1, 2, 3, \dots, n$, se tiene que $\ln(N_{i+1}/N_i) = \ln 1 = 0$, es decir, a medida que los pasos se acerca al infinito, $n \rightarrow \infty$, la longitud de la línea tiende a 0, $r_n \rightarrow 0$, convirtiéndose en un punto. Otro caso, pero en el que se conservan todas las divisiones de la línea de cada paso la dimensión es uno (Figura 19. c-d), correspondiente a la dimensión Euclidiana de una línea. Sin embargo, no siempre se obtienen dimensiones fractales enteras o Euclidianas, por ejemplo, al dividir una línea en un primer paso en tres y

tras eliminar la parte central, volver a dividir los dos extremos restantes en un segundo paso y nuevamente eliminar la parte central (Figura 19. e-f), tendremos que $D = \ln 2 / \ln 3 = 0.6309$, esto es llamado polvo de Cantor, por lo que se tiene una dimensión fraccional o fractal.

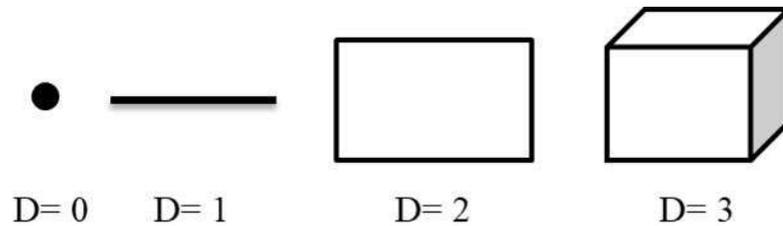


Figura 18.- Dimensiones Euclidianas o dimensiones enteras.

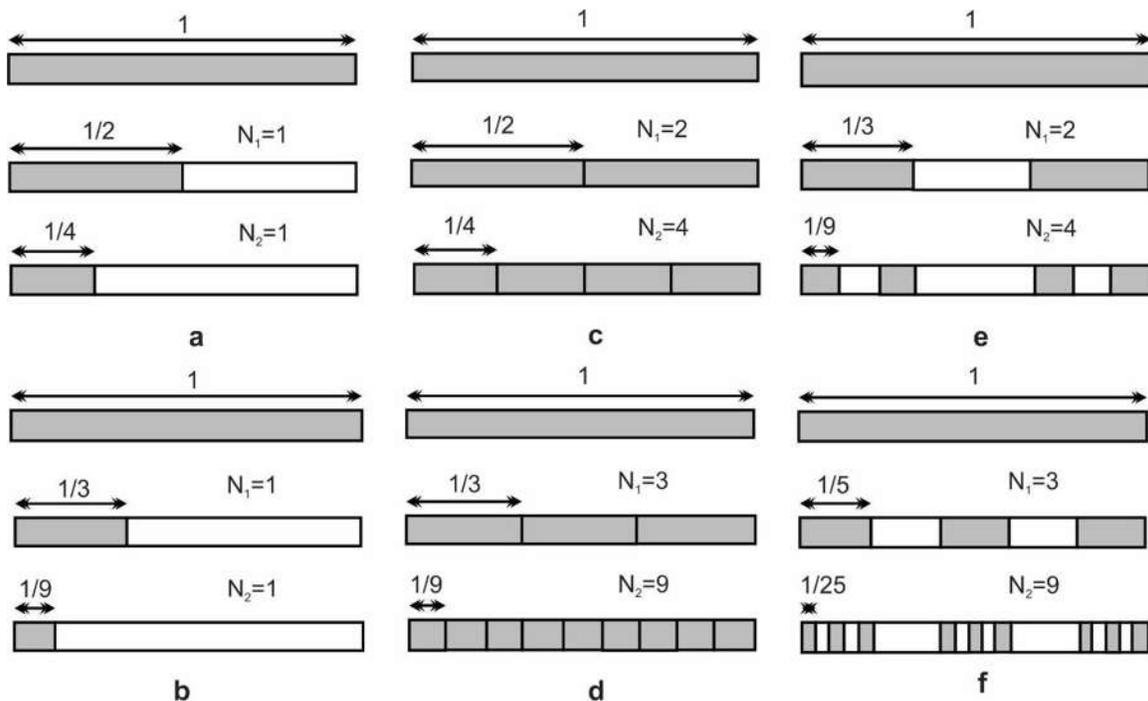


Figura 19.- Construcción de seis dimensiones fractales a partir de una línea, a y b, son ejemplos de la división en 2 y 3 partes respectivamente y vueltas a dividir en un segundo paso a las cuales se les retira uno y dos fragmentos correspondiente a un punto en la dimensión Euclidianas; c y d, es dividida en 2 y 3 fragmentos pero todos conservados, aquí la dimensión dará 1, equivalente a una línea en la dimensión Euclidianas; finalmente e y f, son la división en 3 y 5 fragmentos de los cuales se retira 1 y 2 respectivamente y los fragmentos restantes son división en un segundo paso, aquí la dimensión no será entera sino fraccional con $D=0.6309$ y 0.6826 respectivamente, a esta caso se le llama polvo de Cantor (Tomada de Turcotte, 1997).

Como bien han expresado diversos autores, las Ciencias de la Tierra no escapan a los fenómenos de fragmentación, un claro ejemplo es la longitud de una línea de costa, si la longitud (perímetro) P es relacionada con la longitud de una varilla l se tiene que:

$$P \sim l^{1-D} \quad (10)$$

Donde D es la dimensión fractal, también conocida como la dimensión de Hausdorff. Otra definición de dimensión fractal es dada por la relación entre número y tamaño. Si el número N (de objetos) con una dimensión lineal característica mayor que r , es dado por la siguiente expresión, el fractal se define con D como una dimensión fractal (Turcotte, 1986).

$$N \sim r^{-D} \quad (11)$$

3.8 Fractales determinísticos y estadísticos

En términos generales se pueden distinguir dos tipos de conjuntos fractales, determinísticos y estadísticos, los primeros mantienen una auto-semejanza matemáticamente exacta, mientras que los segundos es una auto-semejanza aproximada, esta se encuentra en el mundo real (Spinadel, s/a).

Fractales determinísticos: Los fractales determinísticos, al ser estrictamente auto-semejantes son desarrollados mediante modelos matemáticos en ordenadores, no obstante, existen múltiples modelos que los ejemplifican, estos modelos se basan en iteraciones que generan el modelo auto-semejante, por ejemplo, el polvo de Cantor de la figura 21 (Turcotte, 1997).

En dos dimensiones, el polvo de Cantor se construye a partir de un cuadro que es dividido. Si se toman 5 cuadros, lo cuales son fraccionados en dos pasos, en el primer paso todos son divididos en nueve cuadros obteniéndose un $r_1 = \frac{1}{3}$, en un segundo paso estos son divididos en nueve cuadros originando un $r_1 = \frac{1}{9}$, obteniéndose la configuración mostrada en la figura 20. En el caso a, se retiene un solo cuadro por lo que al obtener la dimensión esta será 0, la dimensión de un punto; en el caso b, son retenidos dos cuadros en el primer paso y cuatro en el segundo, dando que $D = \ln 2 / \ln 3 = 0.6309$, mismo resultado para la figura 20 e; para el caso c, se retienen tres y nueve cuadros, resultando que $D = \ln 3 / \ln 3 = 1$, por lo que en el límite $n \rightarrow \infty$ los cuadrados formaran una línea como en la figura 20 d; en el caso d, solo

se elimina el cuadro central, teniendo en el primer paso $r_1 = \frac{1}{3}$, $N_1 = 8$, y en el segundo paso $r_2 = \frac{1}{9}$, $N_2 = 64$, dando una $D = \ln 8 / \ln 3 = 1.8928$, la cual es conocida como la alfombra de Sierpinski; finalmente en el caso e, se conservan todos los cuadros en ambos ordenes por lo que $D = \ln 9 / \ln 3 = 2$, la dimensión de un plano.

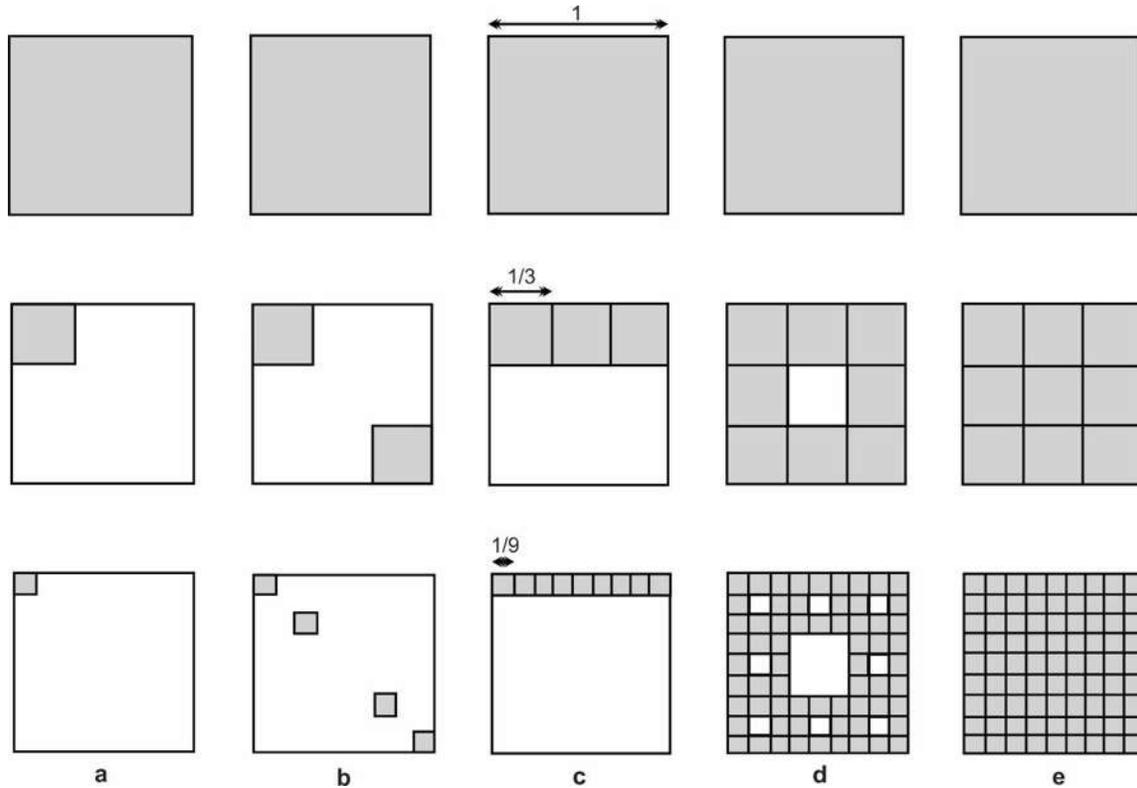


Figura 20.- Polvo de Cantor en 2D. Construcción de cinco dimensiones fractales a partir de un cuadro dividido en 2 pasos, la primera en 9 cuadros y estos a su vez en otros 9; a, solo es retenido un cuadro dando la dimensión de un punto (0); b, se retienen 2 y 4 cuadros con $D=0.6309$; c, retenidos 3 y 9 cuadros con $D=1$, una línea; d, es removido el cuadro central con $D=1.8928$ conocido como alfombra de Sierpinski; y e, al ser retenidos todos los cuadros la $D=2$, un plano (Tomada de Turcotte, 1997).

La analogía descrita en párrafos anteriores propuesta por Turcotte (1997) puede llevarse a un plano 3D, específicamente la alfombra de Sierpinski de la figura 20 d, llevada al plano 3D es conocida como esponja de Menger ilustrada en la figura 21, la cual presenta una $D = \ln 20 / \ln 3 = 2.7268$. La esponja de Menger puede ser usada como un modelo de flujo en medios porosos con una distribución fractal de poros (Turcotte, 1997).

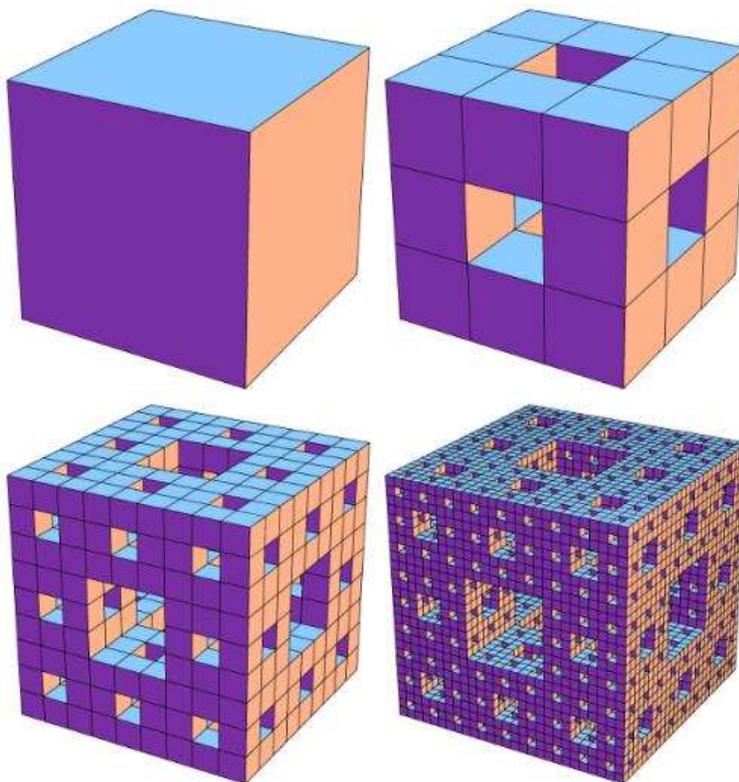


Figura 21.- Esponja de Menger. Se forma a partir de un cubo que es dividido en un primer paso en 9 cubos del cual se retira el centro, en un segundo paso se divide nuevamente en 9 partes volviéndose a retirar el cubo central, arrojando una $D=2.7268$.

Los ejemplos anteriores muestran como las construcciones geométricas pueden dar dimensiones no enteras, sin embargo, en todos los casos la estructura no es continua. Un ejemplo de construcción fractal continuo es la isla triádica de Koch (Figura 22) la cual parte de un triángulo equilátero con tres lados de longitud $N_0 = 3$, $r_0 = 1$ en un primer paso se coloca en cada lado un triángulo de longitud $r_1 = \frac{1}{3}$ en el centro, ahora se tienen 12 lados con $N_1 = 12$, al continuar con un segundo paso se tendrá que $r_2 = \frac{1}{9} N_2 = 48$, de modo que $D = \ln 4 / \ln 3 = 1.26186$. Una característica importante en este caso es que se puede calcular el perímetro mediante la expresión:

$$P_i = r_i N_i \quad (12)$$

Donde r_i es la longitud de orden i y N_i es el número de lados. Sustituyendo esta por:

$$P_i = \frac{C}{r_i^{D-1}} \quad (13)$$

El resultado de la operación anterior es igual que si aplicamos la ecuación:

$$D = \frac{\log(P_{i+1}/P_i)}{\log(r_i/r_{i+1})} \quad (14)$$

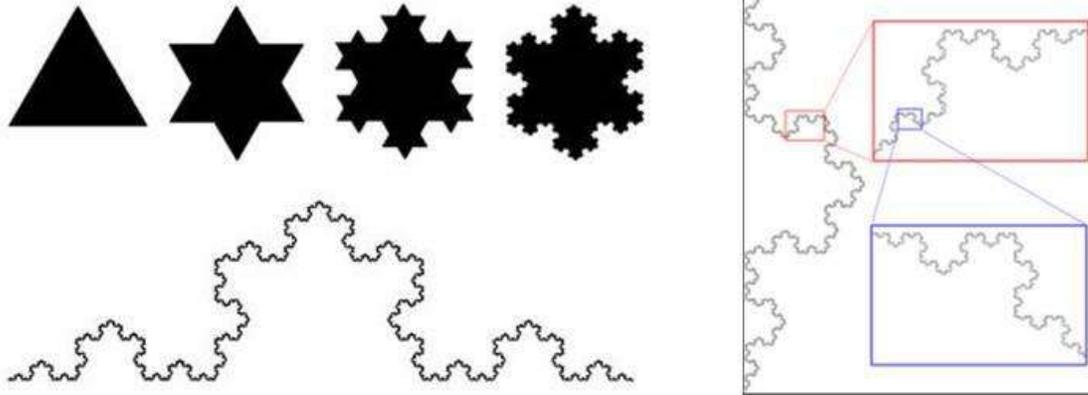


Figura 22.- Tríadica de Koch. Se forma a partir de un triángulo equilátero en el que sus lados son divididos en 3 partes de 1/3, donde la porción intermedia es sustituida por otro triángulo de igual longitud (1/3). El número de iteraciones e infinita y su perímetro continuo, pero no diferenciable, además siempre presenta invarianza de escala.

Los ejemplos antes descritos son solo algunos de varios conjuntos fractales hasta hoy realizados, pues en la lista podrían considerarse el triángulo de Sierpinski (similar al cuadrado), el conjunto de Julia, la curva de Hilbert y el conjunto de Mandelbrot.

Fractales estadísticos: el modelo de Koch puede ser usado para medir la longitud de una línea de costa, sin embargo se deben considerar algunas diferencias, por ejemplo, el perímetro de la tríadica de Koch (explicada anteriormente) es determinista e invariante de escala y una línea de costa es estadístico pues tendrá diferencias a diversas escalas, otra diferencia es que la tríadica de Koch a escala mínima es infinita pero la escala máxima depende del triángulo de origen mientras la línea de costa tiene una escala máxima de 10^3 y 10^4 km, el tamaño de un continente o isla considerado, y la mínima sería el tamaño de grano de la roca, generalmente 1 mm, esta es una característica de todos los fractales naturales por lo que son aproximadamente invariantes de escalas pues habrá fluctuaciones estadísticas (Turcotte, 1997).

Mandelbrot (1967) determinó la dimensión fractal de la costa de Gran Bretaña (Figura 23). La longitud de la línea de costa P_i fue determinada por un rango de longitudes de línea

de medida r_i el resultado fue una dimensión fractal de 1.25, obtuvo que la línea de costa es un fractal y estadísticamente invariante a la escala. Muchos fenómenos geológicos son invariantes a la escala por lo que generan topografía fractal, la pregunta es si las topografías generadas tienen aproximadamente la misma dimensión, por ejemplo, Bruno *et al.* (1992 y 1994) y Gaonach *et al.* (1992) demostraron que los perímetros de flujos de lava basálticas son fractales, sin embargo, Goodchild (1980) enfatiza que no toda la topografía es fractal, por ejemplo, los edificios volcánicos y los abanicos aluviales (Turcotte, 1997).

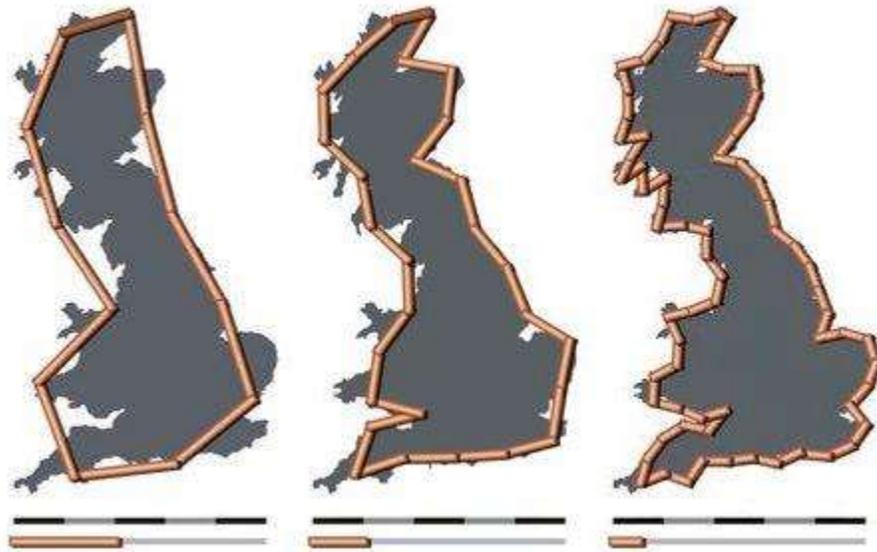


Figura 23.- Ejemplo para determinar la longitud de línea de costa de Gran Bretaña.

3.9 Características fractales

Aunque las distribuciones fractales serían útiles simplemente como un medio para cuantificar las distribuciones invariantes de escala, ahora se está volviendo evidente que su aplicabilidad a los problemas geológicos tiene una base más fundamental. Lorenz (1963) derivó un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales que se aproximan a la convección térmica en un fluido, el cual demostró un comportamiento caótico. Las ecuaciones son completamente deterministas; sin embargo, debido a la sensibilidad exponencial a las condiciones iniciales, la evolución de una solución caótica no es predecible. La evolución de la solución debe tratarse estadísticamente y las estadísticas aplicables suelen ser fractales.

Durante mucho tiempo se ha reconocido que los flujos turbulentos deben tratarse estadísticamente y que las estadísticas espectrales apropiadas son fractales (Turcotte, 1997).

La no linealidad es una condición necesaria para el comportamiento caótico. También es una condición necesaria para la invarianza de escala y las estadísticas fractales (Turcotte, 1997). Camacho *et al.* (2015) considera los fractales como los objetos matemáticos que constituyen la geometría de la teoría del caos, aunque no todos los fractales son caóticos, por lo que Mandelbrot concluyó que las escalas poseían un patrón el cual las relacionaba y que, aunque no eran iguales a diferentes escalas, eran similares estadísticamente. Por lo que existen dos tipos de fractales, lineales y no lineales.

- ❖ **Fractales lineales**; son aquellos que se construyen con un simple cambio en la variación de sus escalas. Esto implica que los fractales lineales sean estrictamente idénticos en todas sus escalas, por ejemplo, el triángulo y la alfombra de Sierpinski y la curva de Koch, mostrados en las figuras 22 d y 23 (Majdalawi, 2006).
- ❖ **Fractales no-lineales**; son aquellos generados a partir de distorsiones complejas, es decir de las matemáticas caóticas, distorsiones no lineales. La mayoría de los fractales puramente matemáticos y naturales son no lineales, por ejemplo, el conjunto de Mandelbrot y conjunto de Julia (Figura 24; Majdalawi, 2006).

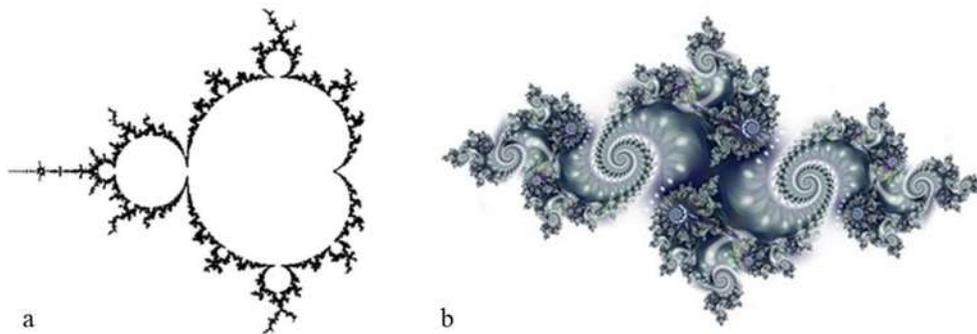


Figura 24.- Modelo de fractales matemáticos no lineales; a) conjunto fractal de Mandelbrot, b) conjunto fractal de Julia.

Existen algunos conceptos fractales que se relacionan con la escala de observación. Se pueden distinguir dos tipos de invarianza de escala como pueden ser los fractales auto-similares y los auto-afines.

-Auto-similar; es una propiedad de los objetos en la cual sus porciones más pequeñas tienen una relación estadística al objeto inicial, conformando así una réplica del todo (Gillespie *et al.* 1993; González *et al.* 2001; Milena, 2005). La auto-similaridad exacta es propiedad principalmente de modelos matemáticos determinísticos basados en iteraciones infinitas como lo ha expresado Turcotte (1997).

-Auto-afín: Turcotte (1997) los define como un espacio bidimensional x, y que es $f(rx, r^Ha y)$ es estadísticamente similar a $f(x, y)$ donde Ha se conoce como la medida de Hausdorff. Los fractales auto afines son objetos en los que se mantiene su forma en el escalamiento, pero solo si una de sus direcciones varía, sufriendo pequeños cambios con respecto al original (Figura 25) (González *et al.* 2001; Milena, 2005). Esta es característica de una gran variedad de fenómenos naturales como los geológicos que presentan características fractales, sin embargo, su escalamiento no es una réplica exacta pues existen pequeñas variaciones relacionadas estadísticamente como propuso Mandelbrot (1983). Un ejemplo puede ser la Tierra, si se observa desde el espacio se verá lisa, pero si nos acercamos se observará rugosa ya que aparecen las montañas y los valles. La rugosidad de los fractales auto-afines, se puede cuantificar a través del exponente de Hurst (H) que va de 0 a 1, donde un fenómeno que es azaroso o caótico tendrá un exponente 0.5, si este es mayor se denomina persistente es decir se mantiene, como la superficie de la Tierra, pero si es menor será anti-persistente, es decir estocástico, o no determinista (Simonsen *et al.* 1998; Quintero *et al.* 2011).

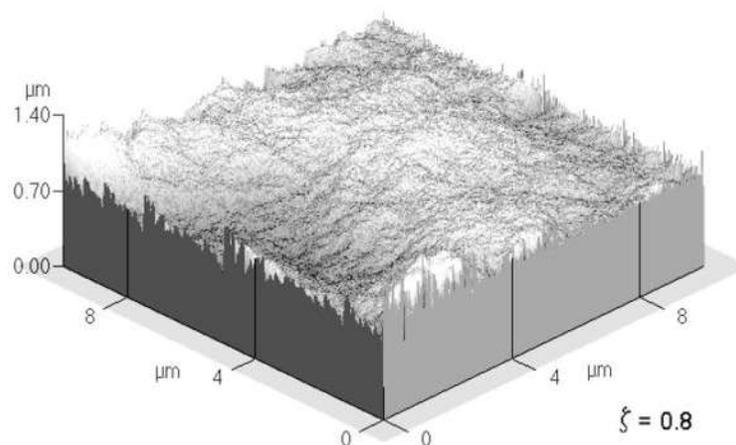


Figura 25.- Superficie auto-afín generada mediante computadora, simulando la rugosidad de superficies de fractura (Tomada de González *et al.*, 2001).

❖ **Fragmentación**; se sabe que si la distribución tamaño-número de objetos cumple la relación $N \sim r^{-D}$ define un fractal con dimensión D , en muchos casos la fragmentación da como resultado una dimensión fractal, evidencia de que la fragmentación es invariante en la escala (Turcotte, 1986). La fragmentación juega un importante papel en gran variedad de fenómenos geológicos, la corteza está fragmentada por procesos geológicos tectónicos que involucran fracturas y aún más con procesos de meteorización. La fragmentación ha sido discutida por Grady y Kipp (1987) y Clark (1987). Este fenómeno implica el inicio y propagación de fracturas, este último es un proceso no lineal que requiere modelos complejos y la iteración en una amplia gama de escalas, de esta manera la distribución de tamaño de los fragmentos es un problema estadístico (Turcotte, 1997).

En el campo de la estadística Turcotte (1997) muestra que la función de Pareto es la que mejor se ajusta para describir la distribución de tamaño de fragmentos. En la función de Pareto la cola de la ley de potencia decae más lento que en la distribución normal o log-normal, esta es una característica de las distribuciones fractales, por lo tanto, la ley de potencia de la distribución de Pareto es equivalente a la dimensión fractal.

❖ **Agrupamiento**; es posible hacer una relación entre las distribuciones fractales y la probabilidad, el objetivo es determinar la probabilidad de que un segmento de longitud r incluya un segmento de línea, por ejemplo el polvo de Cantor de la figura 19 e, en el paso 0 la probabilidad de en un segmento de longitud $r_0=1$ encontrar un segmento de línea $P_0=1$, en un primer paso $r_1 = \frac{1}{3}$ y $P_1 = \frac{2}{3}$ en un segundo paso es $r_2 = \frac{1}{9}$ y $P_2 = \frac{4}{9}$. La probabilidad de que un segmento de longitud r_i incluya un segmento de línea puede ser generalizado como:

$$P_i = N_i r_i \quad (15)$$

Donde P_i es el número de segmentos de líneas de longitud r_i ; si tomamos $C=1$ obtenemos que:

$$P_i = r_i^{1-D} \quad (16)$$

Esta relación de probabilidad en 1D se puede llevar a 2 y 3D como la alfombra de Sierpinski y la esponja de Menger respectivamente. La probabilidad de que una caja cuadrada de tamaño r_i retenga un cuadro se puede expresar como:

$$P_i = r_i^{2-D} \quad (17)$$

Mientras que la probabilidad de que un cubo de tamaño r_i retenga material es:

$$P_i = r_i^{3-D} \quad (18)$$

La generalización para los tres casos puede expresarse como:

$$P_i = r_i^{d-D} \quad (19)$$

❖ **Lacunaridad**; los conjuntos fractales pueden tener dimensiones idénticas, pero apariencias diferentes, la cual dependerá del tamaño de la distribución de los espacios. Para esto Mandelbrot (1982) introdujo el concepto de lacunaridad como medida cuantitativa de la distribución de los espacios vacíos. Una lacunaridad grande implica grandes huecos y una aglomeración de puntos, mientras que una lacunaridad pequeña implica una distribución más uniforme en los tamaños de espacios (Turcotte, 1997).

3.10 Cálculo de la dimensión fractal en sistemas de fracturas

La metodología para la caracterización de fracturas en 1 y 2D, permite entender la distribución espacial de las fracturas en medios rocosos. Está basada en parámetros como densidad, intensidad, espaciamiento, apertura y longitud de fracturas, así como la estimación de dimensiones fractales. A continuación, se describen cada uno de los parámetros y la manera de cómo obtenerlos.

a) Análisis fractal de series auto-afines (1D)

Consiste en la caracterización del espaciamiento y apertura/relleno de fracturas geológicas. Con el espaciamiento se mide el exponente de frecuencia acumulativa, dimensión de caja y de correlación, así como exponente de Lyapunov. Mientras que para la apertura solo se obtiene el exponente de frecuencia acumulada.

Frecuencia acumulativa: es una técnica sugerida por Harris *et al.* (1991), donde el espaciamiento y/o la apertura es representada en gráficos *log-log* de espaciado/apertura (S), contra el número acumulativo del espaciamiento/apertura (N_s), donde N_s es el número de

espaciamientos/aperturas de fracturas $\geq S$. La distribución en el gráfico *log-log* es una línea recta que se ajusta muy bien a una función de ley de potencia:

$$N_s \propto S^{-D} \quad (20)$$

Donde D es la dimensión fractal entre $0 < D < 1$ (Mandelbrot, 1983). En el caso del espaciamiento, la dimensión fractal (D) proporciona una medida del grado de agrupamiento de las fracturas en una muestra lineal, donde dimensiones bajas indican espacios grandes y agrupamiento ajustado.

Coefficiente de variación: está dado por una medida de la distribución espacial de las fracturas, el cual es definido como el cociente de la división de la desviación estándar entre el promedio de los espaciamientos (Cox y Lewis, 1966). Cuando los espaciamientos son regulares se tendrá una desviación estándar pequeña y por lo tanto un $C_v < 1$. Por otro lado, cuando las fracturas están agrupadas y existen grandes espacios entre grupos, la desviación será grande y el $C_v > 1$

Dimensión de caja: en este método una línea es segmentada en tamaños de longitud r ; el objetivo es determinar el número de segmentos que incluyan al menos una fractura $N(r)$, los cuales son representados gráficamente como $\log N(r)$ vs $\log r$. Si se encuentra una dependencia lineal o casi lineal, la pendiente proporciona la dimensión fractal a través de: (Turcotte, 1997).

$$D = \frac{\ln(N_{i+1}/N_i)}{\ln(r_i/r_{i+1})} = \frac{\log(N_{i+1}/N_i)}{\log(r_i/r_{i+1})} \quad (21)$$

$$\text{Que es igual a: } N = r^{-D}$$

Dimensión de correlación: la distribución de correlación se define como el número de correlación de pares ($C(r)$) de puntos cuya separación es entre $r - \frac{1}{2}\Delta r$ y $r + \frac{1}{2}\Delta r$ por unidad de área donde r es la longitud (Vicsek, 1992; in Turcotte, 1997). Al seleccionar un punto se determina la distancia a todos los demás, lo mismo se hace para el segundo punto y el resto de ellos. El número de pares obtenido entre $r - \frac{1}{2}\Delta r$ y $r + \frac{1}{2}\Delta r$ es dividido por Δr (Turcotte, 1997). En la teoría del caos la dimensión de correlación es una medida de la dimensionalidad del espacio ocupado por un juego de puntos arbitrarios (espaciamiento) a

menudo referidos como un tipo de dimensión fractal, siendo la medida más comúnmente utilizada a partir de algoritmos por conteo de caja (Grassberger *et al.*, 1983). Grassberger *et al.* (1983) propusieron una forma de medir la dimensión fractal, la cual está dada por la integral de correlación:

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N \theta(r - |\vec{X}_i - \vec{X}_j|) \quad (22)$$

Donde $\theta(x)$ es la función de Heaviside, $C(r)$ es la función de correlación, $\vec{X} = (x_1, x_2, x_3 \dots x_n)$ es el conjunto de datos (espaciamentos) y N el número de pares posibles. El objetivo de estos autores es demostrar que $C(r)$ se comporta como una potencia de r :

$$C(r) \propto r^\nu \quad (23)$$

Siendo ν la dimensión de correlación la cual es una aproximación cercana de la dimensión fractal. En general la dimensión de correlación cuenta el número total de pares posibles con una distancia menor que r , así, cuando $\nu \approx 0$ existe poca variación en los datos (espaciamentos) y las medidas son aproximadamente las mismas, por otro lado, si $\nu \approx 1$ indica un rango de valores de medición. Sin embargo, aunque la dimensión de correlación aporta información de la distribución no lo hace para su arreglo (Figura 26) (Riley *et al.*, 2011; Vásquez-Serrano, 2013).

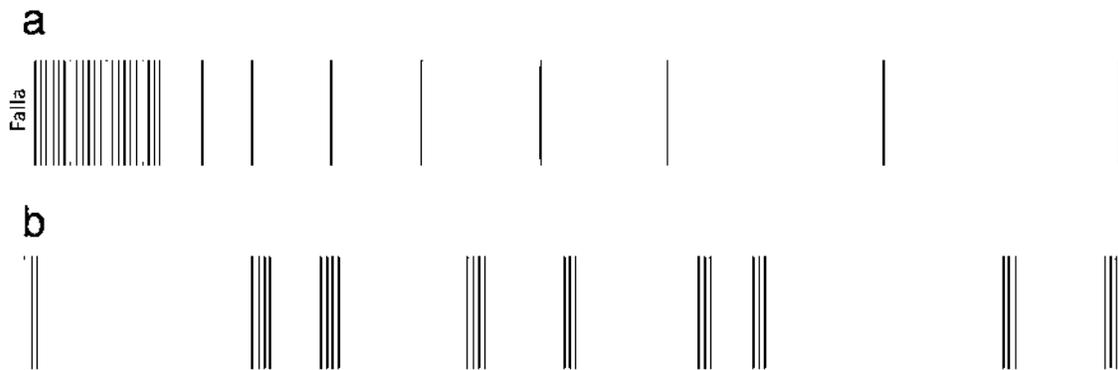


Figura 26.- Dos diferentes geometrías para la misma distribución de espaciamento, a) falla donde la densidad de fracturas es mayor y menor al alejarse, b) agrupamiento de fracturas ampliamente espaciados (Editada de Riley *et al.*, 2001).

Exponente de Lyapunov: los sistemas caóticos se pueden cuantificar por el exponente de Lyapunov (λ) (Turcotte, 1997). El exponente de Lyapunov es un cálculo de la rapidez con que dos trayectorias convergen o divergen en el espacio de estados de un sistema dinámico no lineal (es decir, el espacio que representa todos los estados posibles del sistema), describiendo como el sistema cambia con el tiempo ($x(t)$), la solución al sistema puede escribirse como (Riley *et al.*, 2011):

$$x(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} v_1 + c_2 e^{\lambda_2 t} v_2 \quad (24)$$

Donde c_1 y c_2 son constantes, λ_1 y λ_2 son los dos valores propios y v_1 y v_2 son los vectores propios correspondientes. Así, en sistemas dinámicos no lineales los valores propios indican que tan rápido dos puntos divergen (positivos) o convergen (negativos) (Riley *et al.*, 2011). Por consiguiente, el exponente de Lyapunov es la prueba cuantitativa del comportamiento caótico; si es positivo, las soluciones adyacentes divergen y se produce un comportamiento caótico y si es negativo convergen y se obtienen soluciones deterministas (Turcotte, 1997). Los valores propios en una matriz son los exponentes locales de Lyapunov, que para sistemas de n-dimensiones hay n-exponentes de Lyapunov, donde el exponente de Lyapunov máximo (λ_{max}) puede caracterizar el sistema (Rosenstein *et al.* 1993; Riley *et al.* 2011). El cálculo de λ_{max} para caracterizar sistemas dinámicos no lineales tiene tres posibles resultados, si es negativo representa un sistema estable que converge a un punto fijo; si es igual a cero indica un sistema periódico; y si es positivo indica un sistema caótico (irregular, pero no aleatorio) (Rosenstein *et al.*, 1993; Riley *et al.*, 2011). Rosenstein *et al.* (1993) determina λ_{max} a través de una ecuación que no requiere un conocimiento previo sobre las ecuaciones diferenciales del sistema.

$$\lambda_{max} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \log_2 \left| \frac{dx_{n+1}}{dx_n} \right| \quad (25)$$

Donde N es número de datos y dx_n es la distancia entre puntos. Para abordar el problema de conjuntos de fracturas con diferentes geometrías (ej. Figura 26) Riley *et al.* (2011) proponen una modificación al máximo exponente de Lyapunov de la ecuación anterior para cuantificar la geometría encontrada en los espaciamentos de fracturas. El método contempla el número de espaciamentos entre fracturas expresado como N y dx_n como la n -ésima medición del espaciado. De esta forma las fluctuaciones entre espaciamentos grandes y pequeños influyen en el cálculo de λ_{max} obteniéndose que a

valores de espaciamentos relativamente grandes se tendrá un $\lambda_{max} > 1$, mientras que a poca o ninguna variación en los espaciamentos un λ_{max} tendente a cero (cercano a periódico), como los muestra la figura 27.

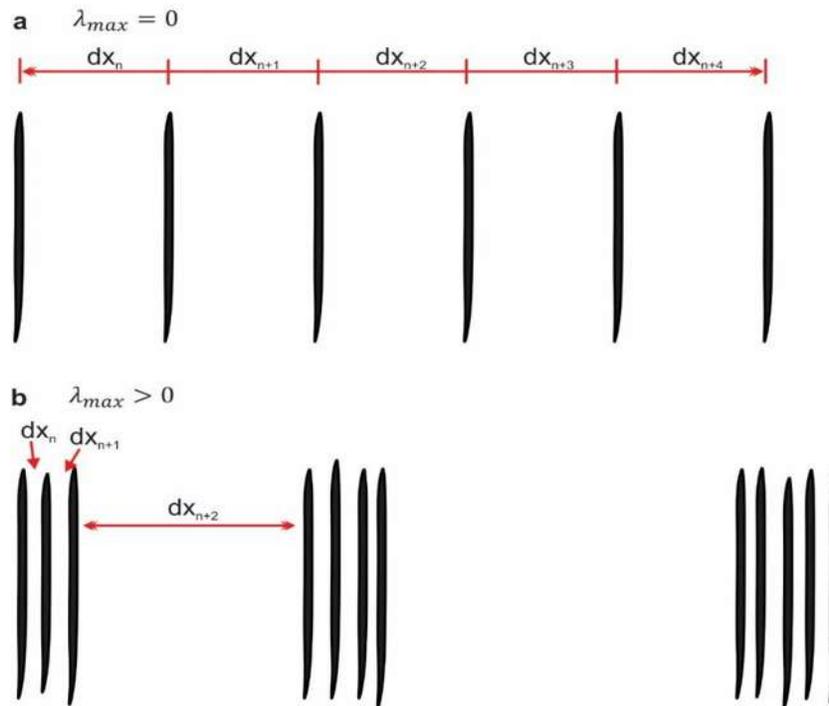


Figura 27.- Cálculo de λ_{max} . a. fracturas espaciadas periódicamente con medidas adyacentes iguales donde $\lambda_{max}=0$; b. fluctuaciones en los espaciamentos adyacentes donde $\lambda_{max}>0$, a medida que aumenten las fluctuaciones y son más numerosas también lo hará el λ_{max} (Tomada de Riley *et al.*, 2011).

b) Análisis fractal de patrones auto-similares (2D)

Las técnicas empleadas para la estimación de valores de dimensión fractal en 2D, están basadas en el análisis de mapas de fracturas binarizadas en blanco y negro. El análisis en 2D tiene por finalidad explicar cómo se distribuyen y ocupan el espacio las fracturas dentro del material rocoso, han sido aplicadas e interpretadas tanto en patrones naturales de fracturas como en sintéticos, a continuación, se describen algunas metodologías empleadas en el presente trabajo.

Dimensión de caja: es la técnica más ampliamente utilizada para el cálculo de la dimensión fractal. En mapas de fracturas se superponen rejillas con cuadros de diferentes tamaños (cajas). El tamaño más grande contempla que ninguna caja quede sin fracturas,

mientras que la caja más pequeña es fijada a la longitud de la fractura más pequeña (Barton, 1995; *in* Babadagli, 2001 y Vásquez-Serrano, 2013). El cálculo de la dimensión contempla el número de cajas (N) que contengan al menos una fractura, así como su tamaño (r). El resultado se presenta bilogarítmicamente en gráficos de N vs r (Gillespie *et al.*, 1993). Este análisis se hace mediante la relación:

$$N \propto r^{-D} \quad (26)$$

Donde N es el de cajas con fracturas, r el tamaño de caja y D , la dimensión fractal. Como explica Babadagli (2001) al aplicar esta técnica a diferentes escalas de imagen los resultados deben ser consistentes en todas ellas, ya que la dimensión de caja cuantifica como se llena el espacio por los patrones de fracturas, por lo que, a mayor densidad de fracturas, mayor dimensión fractal.

Dimensión de masa: en este método, n cuadros con el mismo origen, pero diferente tamaño se sobrepone a los mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones. El número de fracturas/puntos dentro del cuadro son contados. Si el sistema es fractal, la gráfica de número de fracturas/puntos $M(r)$ contra el tamaño de cuadro (r) en un gráfico *log-log* arrojará una línea recta (Bunde y Havlin, 1995) la pendiente de la recta corresponde a la dimensión fractal de masa de acuerdo a la siguiente expresión (Babadagli, 2001).

$$M(r) \propto r^{D_m} \quad (27)$$

Jafari y Babadagli (2009) aplicaron este método sobreponiendo un círculo de tamaño y centro específico en mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones, donde el círculo aumentaba de tamaño, pero conservando su centro.

Dimensión de correlación: se basa en el mismo principio que la dimensión de correlación en 1D (ver análisis fractal 1D, en este capítulo). Para una distribución bidimensional el número de cada intervalo Δr es dividido por $r \Delta r$ para obtener $C(r)$. La técnica de correlación de pares es un equivalente a la técnica de conteo de cajas para eventos puntuales y ambos métodos dan iguales dimensiones fractales para distribuciones invariantes de escala (Turcotte, 1997).

Lacunaridad: se relaciona con el grado de huecos o porosidad y la textura de un objeto irregular, se puede utilizar para diferenciar objetos fractales con la misma dimensión fractal, pero diferentes apariencias (Turcotte, 1997; Jafari *et al.* 2011). El término fue introducido por Mandelbrot (1982) como una medida cuantitativa de la distribución de

tamaños de espacio (Turcotte, 1997). La lacunaridad Λ se calcula como la variación en la densidad de píxeles para diferentes ϵ (tamaño de cuadrícula), de acuerdo a la siguiente expresión (Jafari *et al.*, 2011):

$$\Lambda_{\epsilon} = \left(\frac{s}{M}\right)^2 \quad (28)$$

Para este análisis los mapas de fracturas son binarizados o digitalizados, para analizarse mediante *softwares* como *ImageJ*, *FracLac* y *Fractalyse*. Inicialmente, el número de píxeles dentro de cada cuadro de la malla es contado utilizando el recuento de cajas estándar que no se superpone. Para cada ϵ , se calcula un coeficiente de varianza es calculado a partir de la desviación estándar (s) y la media (M) del número de píxeles por caja. *Softwares* como *FracLac* para *ImageJ* calcula la lacunaridad en función de la densidad de píxeles en diferentes tamaños de cuadros para una imagen. Un fractal homogéneo tendrá una lacunaridad baja, mientras que el aumento en espacios vacíos en la textura dará un aumento en la lacunaridad (Hamida y Babadagli, 2005; Jafari *et al.* 2011), en otras palabras, una lacunaridad grande implica grandes huecos y una aglomeración de los mismos; una lacunaridad pequeña implica una distribución más uniforme de los tamaños de los huecos (Figura 28) (Turcotte, 1997).

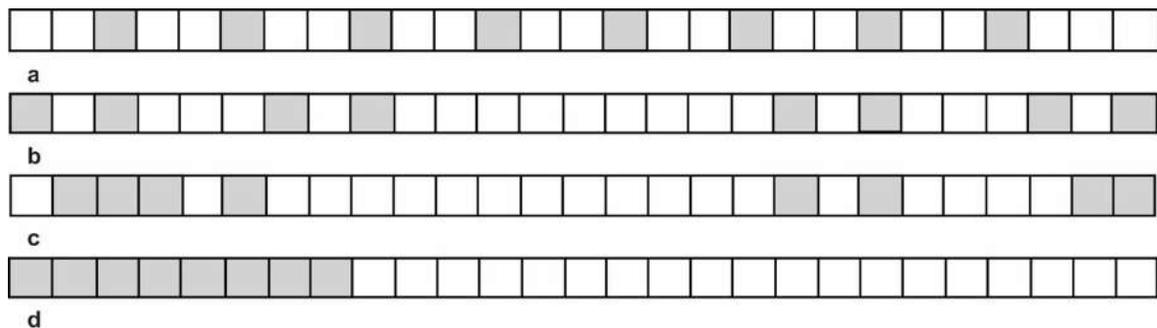


Figura 28.- Ejemplo de una línea dividida en 27 segmentos de igual tamaño y 8 son retenidos, a) a casi uniformemente distribuidos, d) distribución agrupada en la cual la lacunaridad aumenta de arriba abajo (Tomada de Turcotte, 1997).

3.11 Teoría del fracturamiento hidráulico

La técnica de fracturar la formación productora (Figura 29), se conoce en la Industria Petrolera como Fracturamiento Hidráulico y tiene por objetivo, a nivel de yacimiento, sobrepasar la zona dañada en las vecindades del pozo e incrementar el área de flujo de los fluidos hacia el pozo, dando como resultado el incremento de producción.

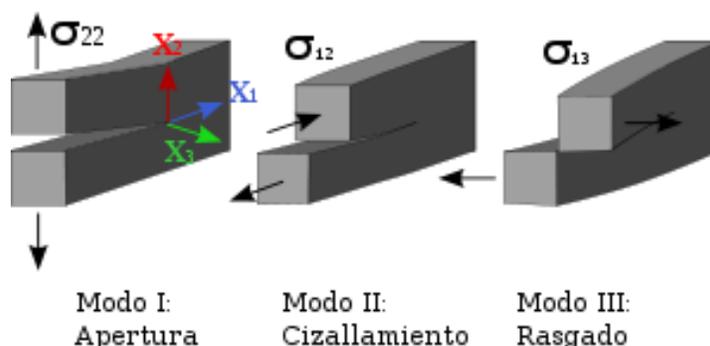


Figura 29.- Modos de fracturas y tensiones respecto a las caras de grietas (Tomada de Irwin *et al.*, 1957).

En el año 1947, Stanolind Oil & Gas llevó a cabo el primer fracturamiento hidráulico experimental en el campo Hugoton del sudoeste de Kansas, en EUA. Desde entonces, las compañías de E&P emplean esta técnica de estimulación de yacimientos en forma extensiva para mejorar o prolongar la productividad de los pozos.

En la década de los 50 realizar este tipo de tratamientos tiene gran impacto tanto en pozos de petróleo como de gas. Posteriormente, a mediados de la década de los 80 incrementa, nuevamente la aplicación del fracturamiento hidráulico como resultado del conocimiento científico y de los modelos del comportamiento de la fractura en la formación productora; además ayudó el hecho de realizar fracturamiento hidráulico masivo en los yacimientos, la tendencia en estas décadas fue fracturar formaciones con permeabilidades bajas.

Con las capacidades modernas del fracturamiento mejorado, como es el caso de fracturar formaciones con permeabilidades entre moderadas y altas, con la técnica conocida como “Frac & Pack” o sus variantes y el hecho de disminuir los costos, han permitido considerar al tratamiento de fracturamiento hidráulico como un tipo de terminación para los pozos petroleros y geotérmicos.

Fracturamiento hidráulico

Esta técnica originalmente se ha utilizado para la explotación de hidrocarburos, sin embargo, ahora se aplica a los yacimientos geotérmicos de baja permeabilidad con objetivos similares.

La capacidad de un pozo para producir hidrocarburos o recibir fluidos geotérmicos de inyección es limitada por la permeabilidad natural del yacimiento y los cambios producidos en la región vecina al pozo como resultado de las operaciones de perforación o de otro tipo. El fracturamiento hidráulico, también conocido como estimulación hidráulica, mejora el flujo de hidrocarburos o fluidos geotérmicos mediante la creación de fracturas en la formación, que conectan el yacimiento con el pozo.

Una fractura hidráulica es una fractura inducida por presión, causada por la inyección de fluido en una formación rocosa. El fluido es bombeado en la formación a presiones que exceden la presión de fracturamiento; la presión a la cual se fracturan las rocas. Para acceder a una zona para el tratamiento de estimulación, los ingenieros disparan en la tubería de revestimiento a través del intervalo de interés y utilizan tapones recuperables para aislar dicho intervalo de otras zonas abiertas. Luego, este intervalo se presuriza hasta alcanzar la presión de ruptura de la formación, o presión de iniciación de la fractura, punto en el cual la roca se rompe y se forma una fractura.

En general, los tratamientos de fracturamiento hidráulico son utilizados para incrementar el índice de productividad de un pozo productor o el índice de un pozo inyector.

Hay muchas aplicaciones del fracturamiento hidráulico, en zonas petroleras, por ejemplo: puede aumentar el gasto de aceite y/o gas de yacimientos de baja permeabilidad, aumentar el gasto de aceite y/o gas de pozos que han sido dañados, conectar fracturas naturales con el pozo, disminuir la caída de presión alrededor del pozo. En geotermia se realizan aplicaciones similares, la diferencia es la recuperación de fluidos hidrotermales a alta temperatura.

El fracturamiento hidráulico se clasifican en:

- Fracturamiento hidráulico apuntalados
- Fracturamiento hidráulico ácidos

Esta clasificación depende del material empleado para crear o mantener abierta la fractura.

Los tratamientos de fracturamiento hidráulico son de suma importancia ya que una aplicación exitosa puede generar muchos beneficios, entre ellos:

- Tener recuperaciones comerciales de hidrocarburos/fluidos hidrotermales en formaciones de muy baja permeabilidad.
- Recuperación de producción en intervalos severamente dañados.
- Incremento de las reservas recuperables.
- Conexión del pozo con sistemas naturales aislados, permeables y/o fracturados.
- Incremento del área de drene efectiva.
- Aumento en la estabilidad del agujero.
- Incremento en la eficiencia de proyectos de recuperación mejorada.
- Mejorar el almacenamiento en el subsuelo.
- Se puede aplicar en todo tipo de formaciones, yacimientos y pozos.

El tratamiento con fracturamiento hidráulico puede aplicarse en un pozo por una o varias de las siguientes razones:

- Rebasar el daño presente en la formación para restablecer y/o mejorar el índice de productividad.
- Generar un canal altamente conductivo en la formación.
- Modificar el flujo de fluidos en la formación.

Proceso del fracturamiento hidráulico

Durante el tratamiento de fracturamiento equipos especiales bombearán fluido, como lo es el agua, ejerciendo una presión sobre la formación la cual se incrementará hasta que esta se rompa o se fracture. El bombeo continuo hace que la fractura se propague lejos del pozo, lo cual incrementa la superficie de la formación desde la cual los hidrocarburos pueden fluir hacia el interior del pozo, de esta manera la permeabilidad del pozo no será un problema para la extracción del hidrocarburo.

El fracturamiento hidráulico se lleva a cabo en formaciones no convencionales, las cuales son (Figura 30):

- Lutitas: Rocas ricas en materia orgánica, el petróleo y gas se encuentran entre los poros de las lutitas

- Formaciones Poco Permeables: son formaciones de baja permeabilidad, pueden ser areniscas, limonitas, carbonatos entre otros.
- Bandas de Carbón: el metano es el componente principal del gas el cual se absorbe al carbón entre sus poros.

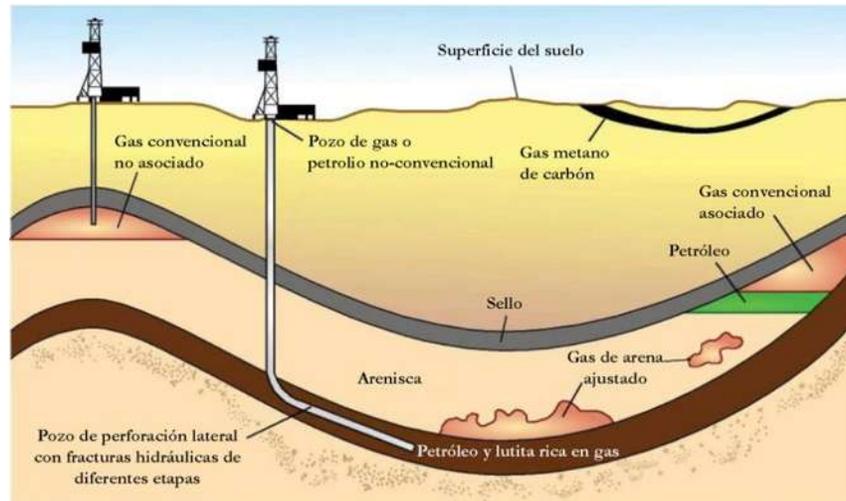


Figura 30.- Sección esquemática de los tipos de rocas donde se aloja los hidrocarburos y orientación de pozos para el uso del fracturamiento hidráulico <https://sialamineria.com/noticia/9272/que-son-los-yacimientos-no-convencionales>

Fracturamiento hidráulico en geotermia

La caracterización de un yacimiento de Roca Seca Caliente es la base para la planeación del desarrollo del mismo. La identificación de las características en campo de los sitios HDR/HWR (roca seca caliente/roca húmeda caliente) son de gran utilidad durante la fase inicial del desarrollo de dichos campos, y aumentara la utilidad gradualmente durante cada etapa de desarrollo: perforación, creación de fracturas en el yacimiento, circulación y la extracción de calor.

- **Características generales de los sistemas HDR/HWR**

En la siguiente Figura 31 se muestra la metodología para la caracterización de cualquier sistema HDR/HWR. La estructura termal de la roca caliente incluye estimaciones del sistema de fracturamiento, el cual nos ayudará a la caracterización final del campo geotérmico (Lorenzo-Pulido *et al.* 2011).

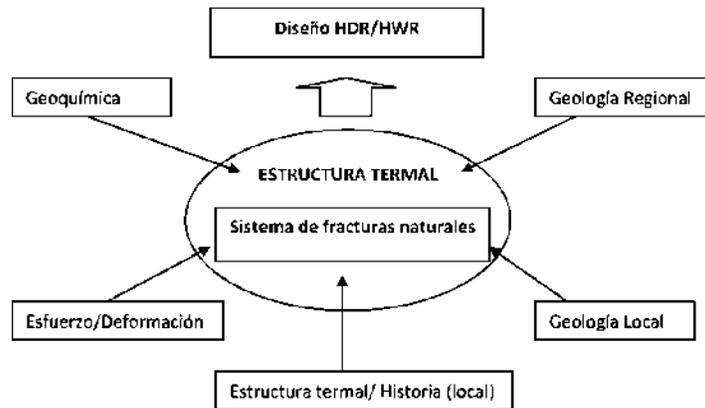


Figura 31.- Estructura de la caracterización de un sistema HDR/HWR (Geotermia, Vol. 24, No.1, enero-junio de 2011).

- **Características de un yacimiento roca seca caliente**

Los yacimientos de roca seca caliente se encuentran localizados a 5000m de profundidad y están formados por rocas impermeables con temperatura entre 150°C y 300°C. Para extraer el calor se hacen dos perforaciones: se introduce agua fría por una de ellas y se obtiene agua caliente por la otra (Figura 32; Lorenzo-Pulido *et al.* 2011).

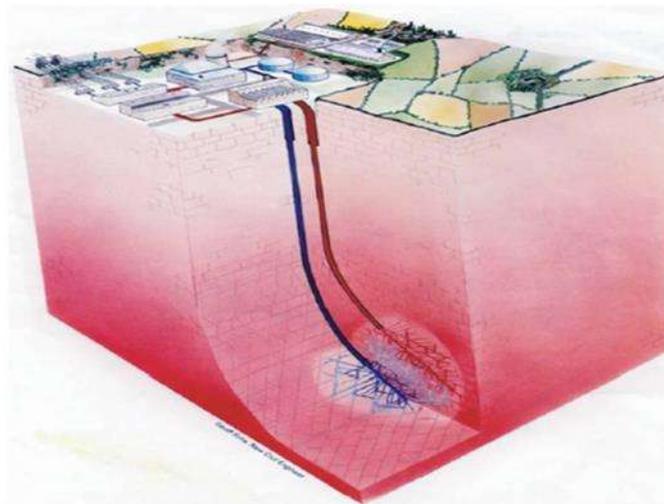


Figura 32.- Esquema de un yacimiento geotérmico de roca seca caliente (Dickson y Fanelli, 2004).

Los resultados obtenidos en la creación de este tipo de yacimientos geotérmicos “artificiales” han llevado a denominarlos como sistemas geotérmicos mejorados (EGS). En un sistema HDR el calor de la roca se extrae con el agua que se mueve desde el pozo o pozos inyector hacia el pozo o pozos productores, pasando por una red de fracturas conectadas.

El movimiento del agua a través de los intersticios entre los granos de los minerales en las rocas es definitivamente insuficiente para mantener una extracción de calor económicamente rentable en los pozos productores. El desarrollo HDR es la introducción de vías artificiales para mejorar la extracción de calor por medio de fracturas hidráulicas. La investigación del fracturamiento hidráulico está centrada en el mecanismo de creación y extensión de fracturas homogéneas en rocas con poca permeabilidad, y en rocas impermeables bajo la influencia de esfuerzos, tenacidad de fractura y la debilidad de la penetración de líquidos. A gran escala la masa de roca natural comprende diversos tipos de superficies discretas (grietas) denominadas hendiduras, diaclasas, fracturas o fallas (Lorenzo-Pulido *et al.* 2011).

4. GEOTERMIA

El uso de la geotermia comenzó a inicios del siglo XX, al construirse la primera instalación experimental en Larderello, Italia en 1904. A finales del 2001, el mundo ya contaba con una capacidad aproximada de 11GW, sin embargo, solo representa el 0.3% de la generación total en el mundo. Por eso hoy en día 40 países poseen el suficiente potencial geotérmico para abastecer la demanda eléctrica, siendo identificado recursos geotérmicos en 90 países, sin embargo, solo 24 producen electricidad proveniente de energía geotérmica (González-Partida *et al.*, 2016). México ocupa el sexto lugar mundial, después de Estados Unidos, Indonesia, Filipinas, Turquía y Nueva Zelanda, representado más del 10% de la capacidad mundial.

Las áreas de mayor interés para ser explotadas son aquellas donde un gran volumen de magma se encuentra relativamente a poca profundidad menos de 10 a 7Km, sumado a ciertas condiciones tectónicas favorables (González-Partida *et al.*, 2016). Por lo tanto, los sistemas geotérmicos pueden estar relacionados a estratovolcanes, calderas o complejos dómicos, siendo las calderas las estructuras más apropiadas para la formación de yacimientos geotérmicos, ya que existen dos condiciones fundamentales, agua y calor, proveniente del remanente de la cámara magmática, la cual se enfría lentamente mientras alimenta un sistema geotérmico.

4.1 Tipos de yacimientos geotérmicos

Hay varias formas de clasificar los sistemas geotérmicos, desde el escenario vulcano-tectónico, tipo de yacimiento (hidrotermal, roca seca caliente, geopresurizados, marinos y magmáticos) y por la energía almacenada (alta, mediana y baja entalpia) (Quijano-León, 2007; González-Partida *et al.* 2016). Esta última clasificación es la más importante a la hora de determinar si el yacimiento es rentable o no ya que de este parámetro depende el uso del mismo que en términos de electricidad es proporcional a la capacidad de energía que genera.

- **Yacimientos de alta temperatura**

Los yacimientos de alta temperatura se caracterizan por tener temperaturas mayores a 220°C, denominados también como yacimientos de alta entalpía.

Estos yacimientos son de tipo de aguas clorurado-sódicas con contenido de potasio (Na (K)-Cl), de calcio y magnesio del lado de los cationes, así como pocos sulfatos y carbonatos por

parte de los aniones, de pH relativamente neutro entre 6.5 y 7.5 con mucho contenido de sílice en su fase cristalina (cuarzo y calcedonia).

- **Yacimientos de mediana/baja temperatura**

Los yacimientos de media entalpía se caracterizan por temperaturas entre 120°C a 220°C; los sistemas de baja entalpía van de temperaturas menores a los 120°C.

Presentando generalmente aguas de tipo clorado-sódicas con contenido bajo de magnesio (Na(K)-Cl), y de calcio por el lado de los cationes, así como concentraciones bajas de carbonatos, pero no de sulfato. Con un pH neutro entre 6.5 a 7.5 y con un contenido de sílice controlado por sílice amorfo, siempre siendo dominados por fluidos.

4.2 Geotermia en México

En los años 80 la energía consumida por el país provenía de la quema de combustibles fósiles. Sin embargo a partir de la década de los 60s se han venido explorando nuevas alternativas de energías renovables por lo que la geotermia ha empezado a tener mayor importancia a nivel nacional.

México cuenta con un gran potencial geotérmico ya que su ubicación geológica se encuentra dentro del cinturón del fuego del pacífico lo cual permite que el país tenga un gran potencial geotérmico, calculado en 40,000 MW siendo el más importante en Latinoamérica (González-Partida, *et al*, 2016). El recurso geotérmico se encuentra distribuido en la porción central correspondiente al Cinturón Volcánico Trans-mexicano (CVTM), siendo catalogados los campos geotérmicos como de mediana y de baja entalpía.

Los inicios de la geotermia en México se remontan a 1959 en Pathé, Hgo., según Quijano-León (2007) este proyecto debe considerarse como experimental más que comercial, que estuvo en operación por 10 años, con una capacidad efectiva del orden de 600kW, dicha planta fue adquirida un año antes en Larderello, Italia. De acuerdo a Quijano-León (2003) la etapa industrial de la geotermia en México inicio en 1973, cuando se inauguraron las dos primeras unidades de Cerro Prieto generando 37.5MW, siendo perforados dos pozos a 2,629 metros de profundidad los cuales empezaron a producir mezcla de vapor y agua a temperatura y presión elevadas (Quijano-León, *et al*. 2003; González-Partida, *et al*. 2016).

En 1981 la CFE crea la Gerencia de Proyectos Geotermoeléctricos, una dependencia nacional con sede en Morelia, Mich., la cual es encargada de la generación de electricidad

con fuentes geotérmicas. Se inició con el campo de Los Azufres en 1982, con cinco unidades a contrapresión de 5MW. En 1990 Los Humeros inicia con dos unidades también a contrapresión con una capacidad de 5MW cada una. Finalmente, en el campo geotérmico de Tres Vírgenes, BCS, operan dos unidades a condensación de 5MW, la figura 33 muestra la ubicación de estos cuatro campos. De acuerdo con González-Partida en el 2016 la capacidad instalada representa el 1.7% de la generación eléctrica en todo el país.



Figura 33.- Ubicación de los cuatro campos geotérmicos en producción en México (triángulos negros), zonas donde se tiene registro de anomalías térmicas (puntos naranjas), triángulo azul corresponde a una zona con alto potencial geotérmico (Editada de Energía Geotérmica, 2010).

De acuerdo con las reformas recientes promulgadas en nuestro país, se dio paso al estudio de diversas zonas geotérmicas a través del proyecto GEMex el cual es una iniciativa de cooperación entre México y la Unión Europea, desarrollada bajo el marco de programas Horizon 2020 en Europa y el Fondo para la Sostenibilidad de la Energía (FSE) en México. Siendo enfocado al desarrollo de la tecnología de Sistemas Geotérmicos Mejorados (EGS) y la búsqueda de nuevos enfoques para hacer uso de los sistemas geotérmicos súper calientes (SHGS).

5. METODOLOGÍA

El análisis del fracturamiento se realizará por medio de un análisis de metrología fractal (Torres Argüelles *et al.*, 2010), el cual requiere de un muestreo sistemático de las variables susceptibles de tener un comportamiento fractal (mensurando) como: espaciamiento, espesor, longitud y distribución del fracturamiento. A su vez también son importantes otras variables como: densidad, intensidad y orientación, que complementan el análisis. Todas estas variables son utilizadas para entender la conductividad y el rol de las fracturas en el proceso de flujos de fluidos (Vásquez-Serrano, 2013; Bermejo-Santoyo, 2018). La metodología utilizada está basada en los trabajos de Barton y Lanser (1985), Nieto-Samaniego *et al.* (2003;2005), Babadagli (2002), Moreno-Sánchez y García-Cabrejo (2006), Jafari y Babadagli (2011), Narr y Suppe (1991), Kruhl (1994), Clark *et al.* (1995), Gómez y Laubach (2006), Ortega y Marrett. (2000), Riley *et al.* (2011) y Umili *et al.* (2013), Torres Argüelles *et al.* (2010), para el análisis en 1D (espaciamiento y espesor) y 2D (longitudes, distribución de fracturas, densidad e intensidad).

El análisis fractal de fracturamiento pertenece a un análisis estádico el cual requiere de un muestreo sistemático de las variables susceptibles de tener un comportamiento fractal como: espaciamiento, espesor, longitud y distribución del fracturamiento. A su vez también son importantes otras variables como: densidad, intensidad (Figura 34) y orientación, que complementan el análisis. Todas estas variables son utilizadas para entender la conductividad y el rol de las fracturas en el proceso de flujos de fluidos (Vásquez-Serrano, 2013).

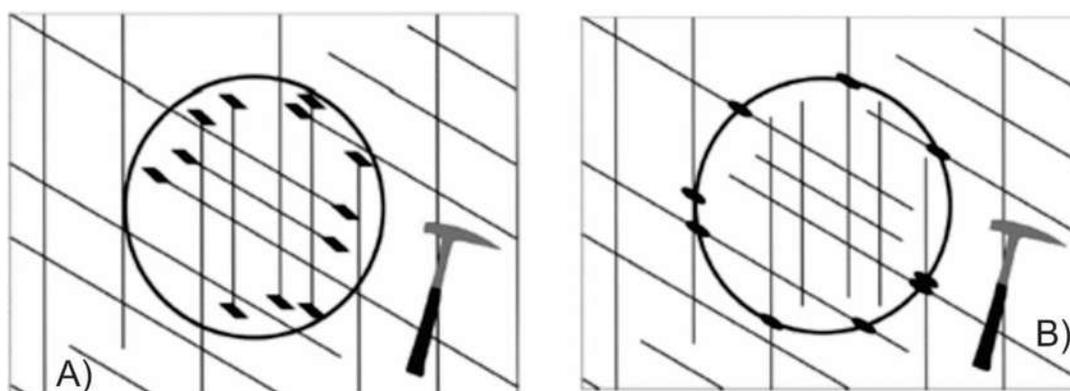
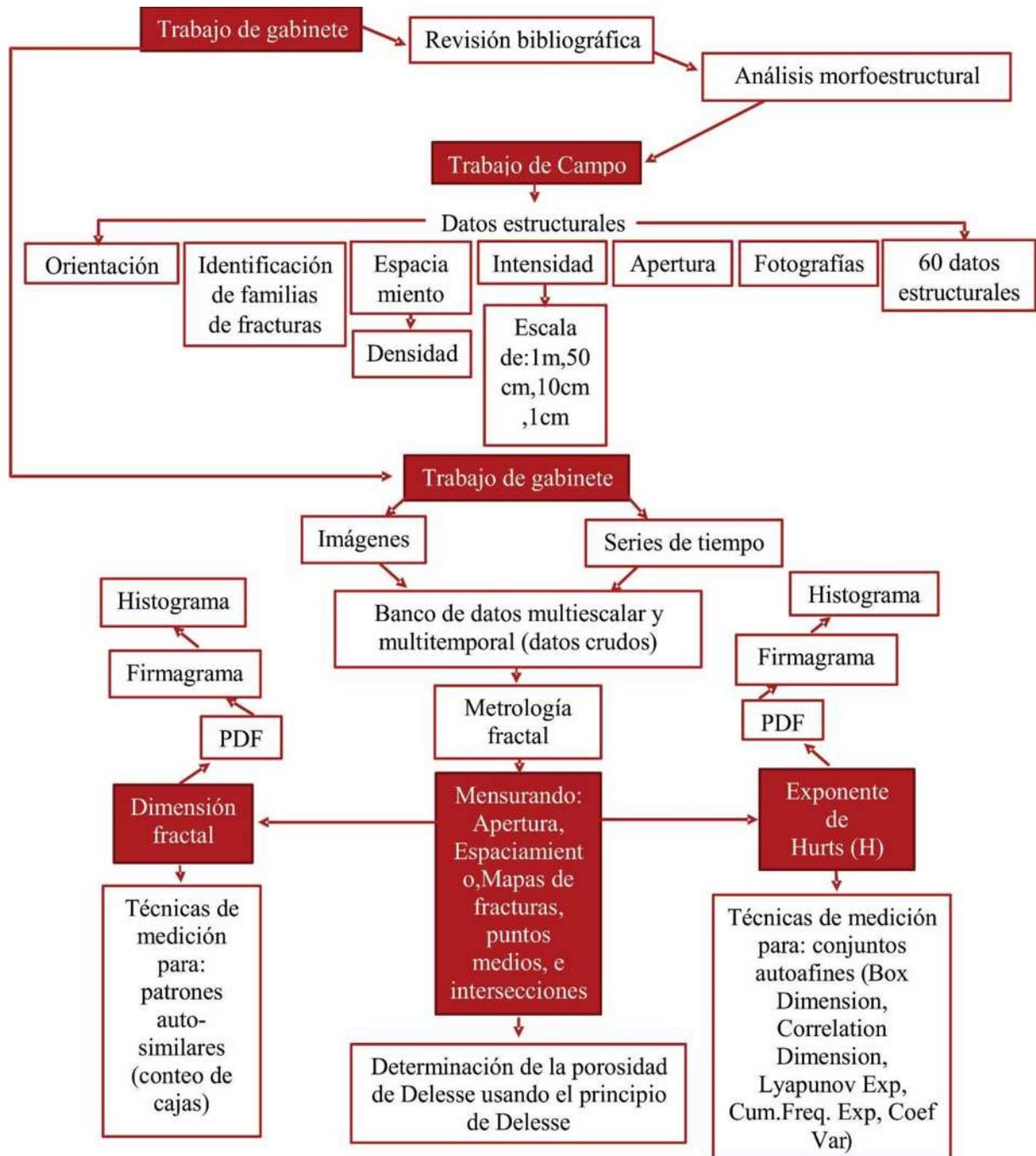


Figura 34.- A) Densidad de fracturamiento. Número de puntos terminales que caen dentro de la ventana circular (rombos sólidos). B) Intensidad de fracturamiento. Los óvalos sólidos representan intersecciones de la línea de muestreo circular con las trazas de fractura. (Tomada de Moreno-Sánchez, G. & García-Cabrejo, O.J. et al.,2006).

La metodología para el desarrollo del presente trabajo consiste en tres partes fundamentales ejemplificadas en el siguiente diagrama y descritas a continuación:



5.1 Trabajo de gabinete previo

Las actividades de Trabajo de gabinete se realizaron haciendo una previa recopilación de la información del estado del arte tratándose de una revisión bibliográfica constante e intensiva de artículos, libros, revistas y documentos sobre el análisis del fracturamiento respecto a fallas y su geología estructural.

Posteriormente se realizó un Análisis morfoestructural; a partir de una revisión morfológica para determinar las estructuras de fallamiento y fracturamiento en la zona de estudio Aocolco, Puebla; México, identificando las fallas principales y fracturamiento, de acuerdo con ello realizar gráficas para representar el espaciamiento que hay entre ellas.

5.2 Trabajo de campo

Esta segunda etapa consistió en la recopilación de datos estructurales de campo dentro del área de estudio realizadas en rocas volcánicas de una edad del Mioceno-Plioceno y principalmente en rocas sedimentarias de la SMO con una edad del Jurásico-Cretácico ya que la antigüedad de estas rocas nos muestra la deformación a la cual ha estado sometida, pues el fracturamiento es característico para la realización de este estudio (Figura 43). Obteniendo parámetros de orientación, identificación de familias de fracturas, espaciamiento, apertura, densidad, intensidad y longitud, además de la toma de fotografías.

El trabajo se desarrolló tomando en cuenta consideraciones importantes para la adquisición de los datos sugeridas por Narr y Suppe (1991), Marrett *et al.* (1999), Clark *et al.* (1995), Gómez y Laubach (2006) y Umili *et al.* (2013). Cabe mencionar que el levantamiento estructural en campos geotérmicos debe desarrollarse sobre la unidad rocosa que alberga el yacimiento geotérmico. Esto se realizó tomando en consideración los siguientes aspectos:

- Identificación de sitios de muestro en donde exista una cantidad suficiente de fracturas dando que estas suelen agruparse y los datos se deben tomar donde exista mayor cantidad de fracturas por lo que el lugar no debe de ser elegido al azar, ya que esto refleja el arreglo de las fracturas (Gómez y Laubach, 2006; Umili *et al.* 2013; Vásquez-Serrano, 2013).

- Si las fracturas tienen un arreglo en donde se agrupan, es conveniente cubrir un área de muestreo en donde los datos sean suficientes para reflejar dicho arreglo (Gómez y Laubach, 2006; Umili *et al.*, 2013).

Es importante mencionar que el sesgo en las mediciones será un factor que se pueda dejar a un lado. Sin embargo, se pueden obtener buenos datos si se consideran los puntos anteriores es por ello que para la toma de mediciones dentro del área de estudio se buscaron cortes de roca en carreteras, en cerros y en bancos de material donde la exposición de la era favorable.

En cuestión de la permeabilidad se identificaron y separaron las fracturas abiertas, cerradas y rellenas, así como su distribución para relacionarlas con la probabilidad de que un campo presente o no condiciones apropiadas para la circulación de fluidos.

Identificando el afloramiento se procedió al levantamiento estructural de acuerdo con los siguientes pasos:

1. Se realizó una descripción general del sitio y de la roca considerando sus características físicas y mineralógicas, así como dibujos representativos del afloramiento y toma de coordenadas GPS.
2. Identificar la zona donde se presenta mayor densidad de fracturas clasificándolas en familias que siguen una misma orientación por lo cual se midió su rumbo e inclinación.
3. Medición de densidad e intensidad de fracturas a través de líneas de muestreo circulares tomadas en cuatro escalas diferentes (1 m, 50 cm, 10 cm y 1 cm), con la finalidad de contabilizar todas las fracturas que cortan el perímetro circular independientemente de su orientación. Dentro del área del círculo se marcaron con diferentes colores las familias identificadas (Figura 35).
4. Medición de espaciamiento entre fracturas para cada una de las familias. El cual se realizó mediante el trazado de una línea de muestreo lineal (Figura 36), perpendicular a la familia, donde se midió la distancia que hay entre fracturas. Esta línea debe ser tomada en tres escalas diferentes (1 m, 50 cm, 10 cm y 1 cm).
5. Medición de la apertura sobre las familias de fracturas a través de líneas de muestreo, la cual se aplicó principalmente sobre fracturas que contengan relleno mineral ya que este será un indicativo de la permeabilidad de la fractura.

6. Longitud de fracturas. Se tomó al azar para cada familia de fracturas buscando tener datos representativos de los diferentes tamaños.
7. Medición de orientación e inclinación de fracturas, lo que se busca obtener es una representación de datos estructurales de los sistemas de fracturas, para lo cual se midieron 60 datos elegidos al azar.
8. Toma de fotografías. Las cuales se tomaron en el afloramiento y a planos de fracturas de diferente orientación, así como a las líneas de muestreo circulares, en este caso la fotografía debe de ser perpendicular al plano.

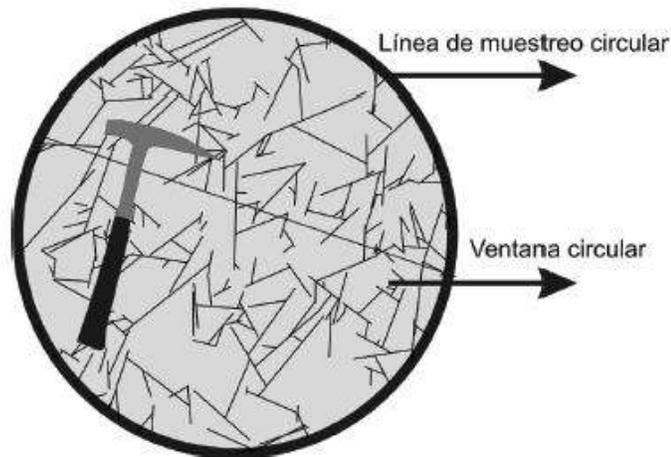


Figura 35.- Línea de muestreo y ventana circular. Estas técnicas de muestreo dependen exclusivamente del radio del círculo y de la ubicación del centro. Debido a la configuración geométrica de estas ventanas el sesgo por orientación se elimina de forma automática. (Tomada de Moreno-Sánchez y García-Cabrejo *et al.*,2006).

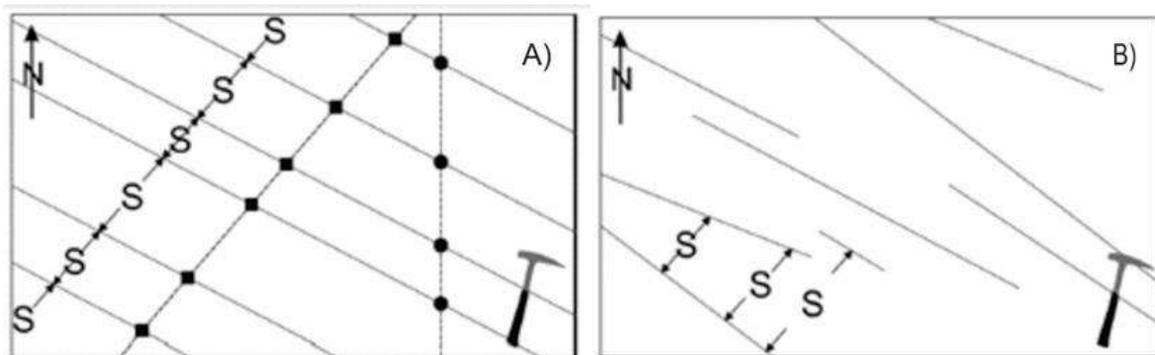


Figura 36.- Espaciamiento (S). En el caso de fracturas paralelas A) el espaciamiento depende de la orientación de la línea de muestreo (línea punteada). En el caso de fracturas no paralelas B) el concepto de espaciamiento es más difuso (Tomada de Mauldon *et al.*, 2001).

Trabajo de gabinete

5.3 Metodología del análisis fractal auto-similitud 1D

Consistió en el procesado y análisis de datos estadísticos usando técnicas de la teoría fractal para los dos mensurandos espaciamiento y apertura. Buscando obtener parámetros fractales como: exponente de frecuencia acumulada, dimensión de caja, dimensión de correlación, dimensión de fragmentación, lacunaridad, exponente de Lyapunov y modelo de porosidad de Delesse, los cuales ayudaran a entender la geometría y distribución de las fracturas (Vásquez-Serrano, 2013; Riley *et al.* 2011).

La distribución de aperturas ha sido caracterizada en términos de una ley de potencia (Deng *et al.*, 2009; Moneke *et al.*, 2001; Clark *et al.*, 1995, Gillespie *et al.*, 1999) debido a esta razón se ha aplicado la metodología fractal para su análisis en distintos trabajos.

Mandelbrot (1982) fue el primero en sugerir una distribución fractal para el espesor de las vetas minerales, más tarde otros autores corroboran lo dicho por Mandelbrot observando la distribución de espesor que tienen las vetas de algunos yacimientos de oro (Carlson, 1991; Turcotte, 1992; Kaye, 1994; Deng *et al.*, 2009).

Exponente de frecuencia acumulada

El exponente de frecuencia acumulada proporciona información sobre la cantidad de tamaños grandes y pequeños de la variable de interés, En nuestro estudio fueron considerados dos mensurandos; siendo espaciamiento y apertura a través de gráficos bilogarítmicos donde la sub-línea de muestro se ajusta de manera adecuada a una ley de potencia. El exponente de frecuencia acumulada nos da una idea de la proporción del tamaño que tanto llena el espacio o apertura con un rango de valores específico.

En base a estudios realizados se ha observado que vetas con mineralización tienen exponentes menores comparadas con las que no tienen mineralización (Deng *et al.*, 2009). Lo anterior dice que las fracturas con mayor espesor son mejores conductoras y por lo tanto en los sistemas donde exista una mayor cantidad de estas fracturas, la roca será más permeable.

Para su análisis se tomaron en cuenta todos los datos de cada escala (100cm, 50cm, 10cm, 1cm) para cada familia de fracturamiento obtenidos por medio de las líneas de muestro, determinando el rango de cada espaciamiento que había de una fractura a otra,

enseguida se obtiene la frecuencia acumulada para cada una de ellas siendo esta la suma de las frecuencias absolutas de todos los valores mayores o iguales al valor considerado.

Posteriormente se graficó el espaciamiento real vs la frecuencia acumulada obteniendo graficas para cada estación fractal de acuerdo a cada orientación de familia y escala. Esto se realizó con la idea de analizar en qué espaciamiento se tiene un mayor fracturamiento.

-Logaritmo de la frecuencia acumulada vs logaritmo de espaciamiento

Una vez obtenido la frecuencia acumulada se construyó una gráfica log distancia vs log frecuencia acumulada, para buscar una ley de potencia (LP) que describa la distribución de distancias, obteniendo una dimensión fractal que se considera como la pendiente de la recta de tendencia de la distribución.

Las gráficas log-log mostraron que la distribución temporal de las fracturas para cada sistema, presentan varias líneas de tendencia con diferentes pendientes puesto que la serie probablemente sostiene un espectro multifractal o como consecuencia de colas pesadas en la distribución (e.g. Turcotte, 1997; Wang, 2016).

-Selección de la parte lineal para el ajuste de la ley de espaciamiento en la gráfica Log. Distancia vs Log. Frecuencia acumulada

Con los datos obtenidos de los apartados antes ya mencionados se realizó una tabla de dispersión log. Espaciamiento vs log. Frecuencia acumulada, arrojando una línea donde se realizó un ajuste lineal para encontrar un valor mayor para el coeficiente de determinación R^2 , como se muestra en los resultados.

Software de análisis del espaciamiento entre fracturas. Frac1Dv1.1.

Es un programa orientado a objetos con un gran soporte matemático basado en matrices. Está dividido en cuatro partes, cada una representa una metodología particular para el análisis del espaciamiento: dimensión de caja en 1D, dimensión de correlación, exponente de Lyapunov y conjunto de Cantor.

En la figura 37 se pueden ver los elementos que contiene la pantalla, los cuales realizan una tarea específica que se explica a continuación:

- Dimensión de Caja. Estima la dimensión de caja en 1D de la distribución que tienen las fracturas. El resultado se presenta de dos maneras, la primera es visual y se representa a través de un gráfico log-log del número de segmentos ocupados por al menos una fractura contra el tamaño del segmento (Ventana “Dimensión de Caja”). La segunda es numérica y aparece a un lado del botón, donde se presenta la dimensión de caja (D_b) y el coeficiente de correlación R^2 .
- Dimensión de Correlación. Calcula la dimensión de correlación usando la metodología propuesta por Riley *et al.* (2011). El resultado del análisis se visualiza tanto gráficamente (Ventana “Dimensión de Correlación”) como de manera numérica.
- Exponente de Lyapunov. Determina el exponente de Lyapunov de la distribución de espaciamientos usando el método de Riley *et al.* (2011).
- Polvo de Cantor. Calcula y grafica un polvo de Cantor determinístico, en el cual se construye a partir de un número de iteraciones que el usuario establece.
- Polvo de Cantor Aleatorio. Con este botón se estima un polvo de Cantor aleatorio y se presenta en un gráfico (ventana) que aparece en la parte superior derecha de la pantalla principal.

La eliminación de las colas producidas por un sesgo en la información (truncamiento y censura) se realiza de manera manual por el usuario, mediante la introducción de dos valores (Lim_I y $Lims$); con lo cual solo se toma en cuenta la parte central del gráfico (Dimensión de masa y caja) obtenido como lo sugieren Nieto-Samaniego *et al.* (2005).

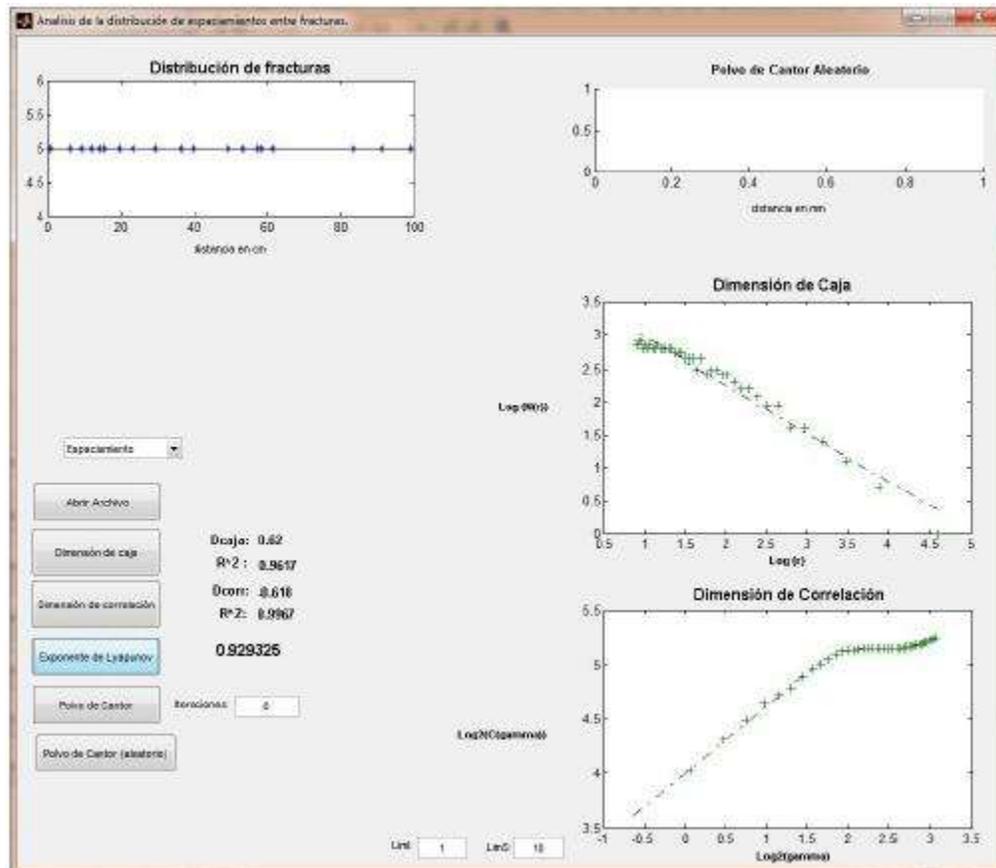


Figura 37.- Pantalla principal del programa Frac1Dv1.1 que automatiza la metodología de análisis de espaciamentos entre fracturas propuesta por Riley *et al.* 2011. (Serrano, A. V. 2013).

Modelo de porosidad de Delesse

Para la obtención de la porosidad de Delesse se enfocó en fractales auto- semejantes siendo modelos útiles del suelo sólido y conjuntos de poros a lo largo de líneas, a través de áreas y volúmenes internos. Las propiedades de escala de estos conjuntos, analizadas por el método de división dentro del rango de escala conocido sobre el que se extiende el fractal, describiéndose mediante tres parámetros, las dimensiones empíricas de la caja o capacidad lineal del sólido (D_s) y del poro (D_p), y el total de números que cubran la línea (N_t). Este modelo empírico para la porosidad se desarrolló y se comparó con el modelo teórico, con la finalidad de proponer el Modelo Fractal Unificado (UFM) para la porosidad del suelo. Este modelo extrae la porosidad lineal (NL), área (AP), y volumétrica (VP) del suelo de las distribuciones de sólidos y poros a lo largo de las líneas. Se demuestra que el modelo

propuesto por Oleschko *et al.* (1999), ofrece una solución rápida y estadísticamente coherente para la estimación de la porosidad.

- **Procedimiento de conteo de puntos utilizado para la estimación empírica de la dimensión fractal.**

Los algoritmos diseñados para el análisis fractal del suelo; utilizan la técnica tradicional de conteo de cajas, aplicándola a imágenes de fracturamiento; sin embargo, por definición cada punto de un conjunto fractal debe estar cubierto por una caja de medición (Falconer, 1990). El sistema de prueba básico aplicado a las imágenes de fracturamiento, es una cuadrícula regular delimitada por un marco, donde cada par de líneas de prueba perpendiculares determina un punto de prueba. El número de intersecciones de poros (N_p) se describe siguiendo el procedimiento Dexter (1976), utilizando el sistema binario, donde 1 representa el sólido y 0 el vacío (Thompson *et al.* 1987; Oleschko *et al.*, 1997).

Una propiedad general del punto fractal de la dimensión D (donde D es un fractal y por lo tanto la dimensión fraccionaria) establecida en una línea recta, se expresa de la siguiente manera:

$$N \propto (L/r)^D \quad (29)$$

Donde N es igual al número de puntos de prueba que coinciden con un poro (N_p) en cada línea horizontal de la cuadrícula de prueba. La relación entre (L) y (r) representa el número total (N_t) de puntos de prueba, considerado a lo largo de cada línea de longitud.

La ecuación que se mostró anteriormente se puede transformar en:

$$N_p \propto N_t^D \quad (30)$$

La dimensión fractal lineal del suelo, en un sentido es una medida de cuánto espacio llena un conjunto particular de poros o sólidos a lo largo de una línea (Brown, 1987; Falconer, 1990) y en consecuencia es la medida de la porosidad NL (porosidad lineal), del suelo.

- **Modelo fractal empírico**

Se ha mencionado que, la porosidad NL del suelo se define como la proporción de la longitud de cada línea (N_t multiplicada por r) ocupada por poros (N_p multiplicada por r, donde r es la escala de observación). La cual se estima directamente a partir de la distribución de poros, como:

$$NL = (N_p/N_t) \quad (31)$$

Donde NL se considera como el complemento del espacio euclidiano unidimensional ocupada por un conjunto sólido.

Es fácil introducir la dimensión fractal D_p en la ecuación (3) utilizando la proporcionalidad (2) para derivar una expresión analítica como se muestra a continuación:

$$NL \propto N_t^{Np-1} \quad (32)$$

Por definición, la porosidad del suelo AP y VP son respectivamente, las proporciones del área de poros en el área de muestra total y el volumen de poros dentro del volumen total (Jury *et al.*, 1991).

5.4 Metodología del análisis fractal auto-afinidad 2D

El análisis 2D es realizado a partir de mapas en blanco y negro de fracturas, puntos medios e intersecciones, los cuales se enfocarán principalmente en el estudio de variables como: longitud, densidad, intensidad, distribución de fracturas, puntos medios e intersecciones. Para cada escala se elaborarán mapas de fracturas, con puntos medios e intersecciones (Figura 38), utilizando los programas ArcMap 9.3 y CorelDraw 15. Estos mapas estarán condicionados por un sesgo en la información debido a la resolución de las fotografías. Es importante mencionar que las fotografías se tomarán considerando que el lente de la cámara tenga una dirección perpendicular al plano del afloramiento y usando el acercamiento (zoom) para disminuir la distorsión en la imagen (Babadagli, 2002; Vásquez-Serrano, 2010).

Para los mapas de fracturas se usó el programa *CorelDraw V.18* el cual se utilizó para el trazo digital de las fracturas de forma manual siendo guardadas como imágenes binarizadas en blanco y negro en formato *.bmp, adicionalmente se origina un archivo con extensión *.dxf leído por *ArcGis V.10.3*, de donde se determinan los mapas de puntos medios mediante la herramienta *Feature Vertices To Points* de *ArcToolbox*, así como los mapas de intersecciones utilizando la herramienta *Intersect* de *ArcToolbox*, estos al igual son generados en blanco y negro con extensión *.bmp, figura 38. Es importante considerar que estos mapas

tienen un sesgo en la información debido a la resolución de las fotografías y que las fracturas se consideraron de espesor constante debido al valor aparente en las fotografías, causado por un sesgo de la orientación difícil de eliminar (Vásquez-Serrano, 2013). Considerando lo anterior y obteniendo los mapas antes mencionados se realizaron los análisis propuestos por Babadagli, 2001; Nieto-Samaniego, *et al.* 2003 y 2005; Jafari y Babadagli, 2001; y Moreno-Sánchez, *et al.* 2006).

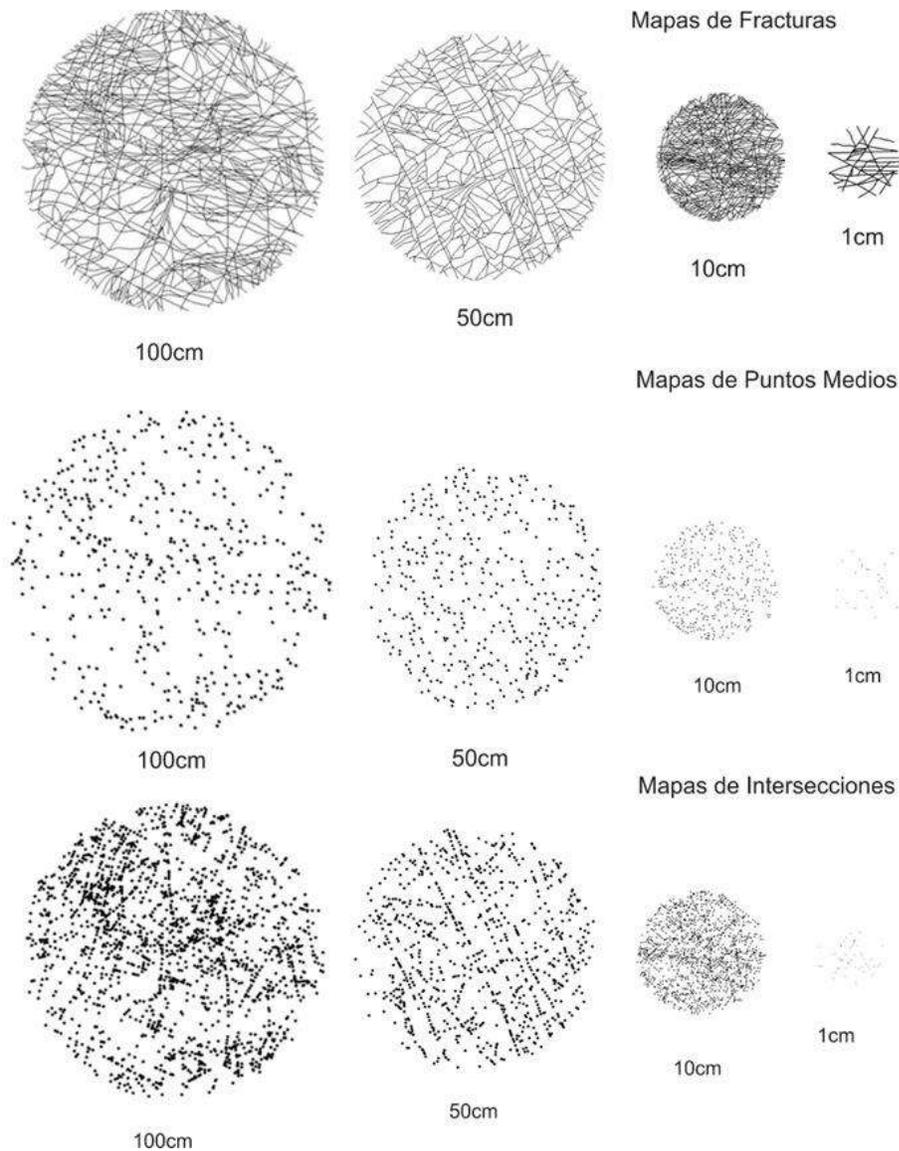


Figura 38.- Mapas generados a partir de las fotografías tomadas en campo.

Una vez obtenidos los mapas se obtuvieron parámetros como: Dimensión de Caja, Dimensión de Masa (de puntos medios e intersecciones), Dimensión de correlación, Lacunaridad.

- **Dimensión de caja:** el cual consiste en llenar el mapa con una rejilla cuadrada, donde el tamaño de los cuadros (r) disminuye progresivamente con cada iteración, el método cuenta el número de cuadros (N) ocupados por alguna fractura. Al ser analizado el programa arroja un gráfico $\log(N)$ vs $\log(r)$ donde la pendiente de la recta ajustada a los datos indica la dimensión fractal (Figura 39). El valor que adquiere la dimensión de caja para mapas se encuentra restringido por las dimensiones euclidianas 1 y 2, en donde 1 el fracturamiento será escaso y abundante cercano a 2 considerando que el fracturamiento llena casi todo el espacio. Este parámetro ha sido estudiado por Gillespie *et al.* (1993), Turcotte (1997), Babadagli (2001) y Nieto-Samaniego *et al.* (2003;2005), donde proponen que al aplicar esta técnica a diferentes escalas de imagen los resultados deben ser consistentes en todas ellas, pues la dimensión de caja cuantifica como llenan el espacio las fracturas, por lo que a mayor densidad de fracturamiento hay una mayor dimensión fractal. Cabe mencionar que este parámetro puede relacionarse con otras variables ligadas al proceso de flujo de fluidos como: porosidad y permeabilidad (Miranda-Martínez *et al.* 2006, Jafari y Babadabli, 2011). Este análisis se puede realizar en el programa *FracAnalysis* o *Fractalyse*, en nuestro caso se utilizó *FracAnalysis* para los mapas de fracturas únicamente.
- **Dimensión de masa:** la cual es basada en el trabajo de Jafari (2001), siendo aplicada a mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones, donde un círculo de radio pequeño aumenta progresivamente con cada iteración. Con cada aumento en el tamaño del círculo (r) se cuenta el número de puntos o fracturas dentro del círculo (N). En la representación bilogarítmica de N vs r la pendiente de la recta indica la dimensión fractal de masa. Este análisis se obtiene en el programa *Fractalyse*.
- **Dimensión de correlación:** se basa en el método de conteo de caja, a partir de un número medio de puntos N por ventana de tamaño r , siendo aplicado en iteraciones a ventanas de tamaño creciente. La cual considera dos puntos simultáneos a cierta distancia, es decir la distancia media entre un par de píxeles. La representación

bilogarítmica de N vs r , indica a través de la pendiente la dimensión de correlación. Este parámetro se logra obtener mediante el programa Fractalyse.

- **Lacunaridad:** siendo propuesta por Jafari y Babadagli (2011) se utilizaron mapas de fracturas en Fractalyse sin embargo también puede ser analizado en FracLac V.5 para MatLab (ej. Vásquez-Serrano, 2013). Este análisis se basa en el método de conteo de caja, en este caso se procede a un conteo de densidad de píxeles en cajas de distintos tamaños en la imagen. Este parámetro nos va a determinar la distribución y tamaños de espacios vacíos en los mapas, la cual es medida a través de los píxeles. Esta medida es dada por dos aspectos extremos, donde los valores bajos se relacionan con espacios o huecos de tamaño constante distribuidos uniformemente al que se denomina fractal homogéneo, por el contrario, para valores altos se le denomina un fractal heterogéneo con espacios o huecos de tamaño variable y distribución caótica. Este parámetro se adquiere mediante el programa *Fractalyse*.

Programas empleados para el análisis

Los parámetros antes mencionados se obtienen mediante el programa *FracAnalysis V.16*, desarrollado por el Dr. Gustavo Tolson, y *Fractalyse V.24* desarrollado por Gilles Vuidel, siendo programas de usos libre y de fácil implementación. Así como también el software Benoit 1.3 (TruSoft, 1999) para la obtención de la dimensión de caja para el análisis 2D

FracAnalysis V.16

Programa que calcula la dimensión de caja y es basado en el método de conteo de cajas de Barton y La Pointe (1995). Este programa trabaja con imágenes *.bpm de cualquier color. El análisis se inicia eligiendo una imagen sobre la cual se coloca una rejilla grande que corresponde al máximo espacio sin fracturas y un pequeño acorde a la fractura más pequeña, así como un número de iteraciones. Al correr el programa este arroja un valor numérico de dimensión de caja junto con un gráfico bilogarítmico de N vs r (Figura 39). Siendo utilizado para analizar los mapas de fracturas únicamente.

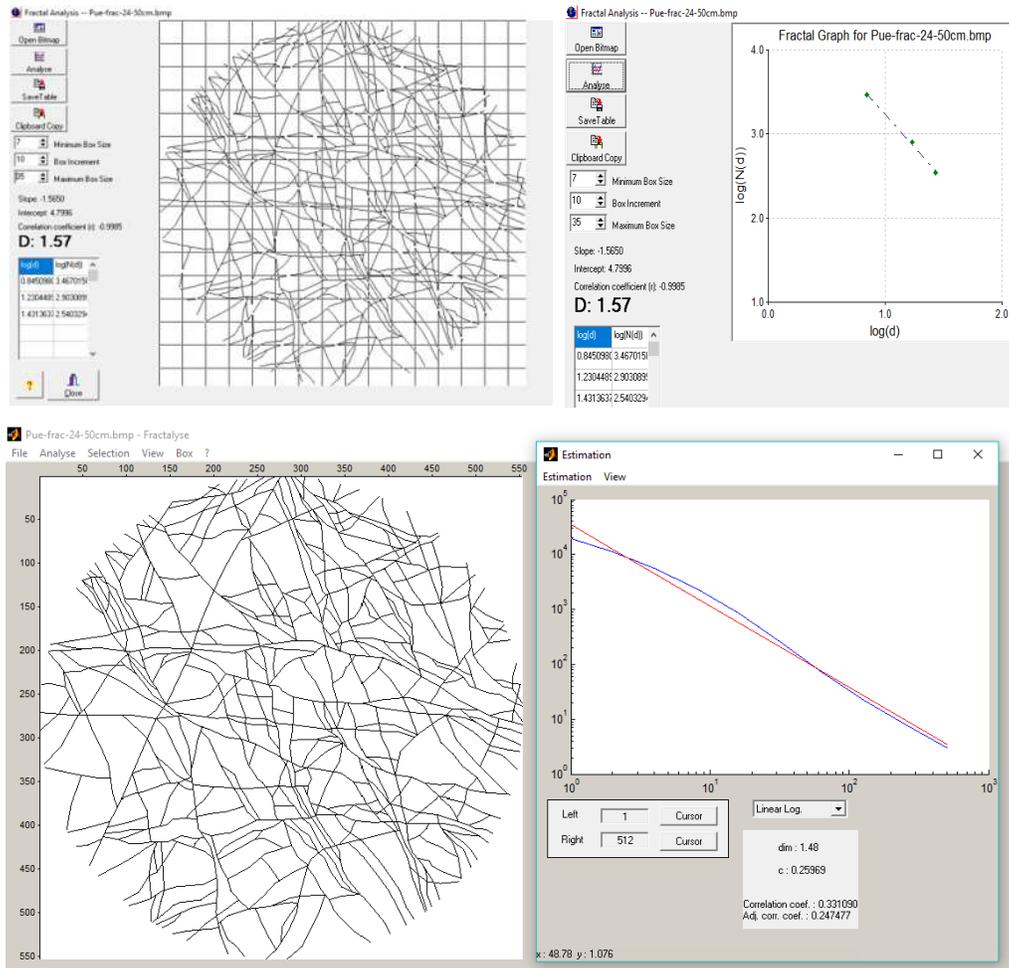


Figura 39.- Análisis de mapas de fracturas para obtener la dimensión de caja en la parte de arriba con *FracAnalysis V.16* y la parte de abajo con *Fractalyse V.2.4*.

- ***Fractalyse V.24***

Permite analizar diferentes parámetros fractales como dimensión de caja, masa, correlación y lacunaridad. Sin embargo, también permite obtener dilatación, agrupamiento, redes y pruebas multi-fractales. El programa trabaja con imágenes de extensión *.bmp y/o *.tiff. Este programa se basa en el conteo de píxeles dentro del área de tamaño r , arrojando gráficos de $\log(N)$ vs $\log(r)$. En este estudio se obtienen parámetros como:

-*Dimensión de caja:* en el submenú caja (box) de la herramienta analizar (*analyse*) aparece una ventana en la cual se puede elegir el tamaño de caja máximo, un tipo de análisis la cual puede ser exponencial o lineal, así como un algoritmo tipo cuadrículado o de caja libre, en nuestro caso se elige lineal o cuadrículado. El resultado despliega un gráfico

bilogarítmico de N vs r , a la vez con valores numéricos de dimensión fractal y de correlación, este último puede llevarse al realizar un ajuste conveniente mediante los cursores izquierda y derecha que permita eliminar errores en los extremos. Este parámetro fue útil para mapas de puntos medios e intersecciones.

-*Dimensión de masa*: se encuentra en el submenú masa (*radius mass*) de la herramienta analizar (*analyse*), en la ventana saliente se elige un análisis cuadrado o circular, en nuestro caso se eligió circular, así como el centro del círculo que representa el centro de los puntos que se puede introducirse manual o automáticamente. El resultado será un gráfico bilogarítmico de N vs r , donde N son los píxeles contados dentro del círculo de tamaño r . Este parámetro se utilizó en todos los mapas sin embargo en mapas de puntos medios e intersecciones se vio afectado por la poca cantidad de puntos en escalas de 0.1 y 0.01 metros principalmente siendo producto del área analizada, por lo que se consideró que la mayor parte de los puntos estuvieran dentro del círculo.

-*Dimensión de correlación*: es obtenida mediante un procedimiento similar al de la dimensión de masa, eligiendo un análisis circular, en lugar de considerar el centro de la imagen se determina un límite que nosotros consideramos por defecto. El resultado obtenido es igualmente un gráfico bilogarítmico donde el coeficiente de correlación puede ser ajustado cercano mediante los cursores de izquierda y derecha para eliminar errores, siendo implementado este análisis para mapas de fracturas.

-*Lacunaridad*: es encontrado en el submenú prueba de lacunaridad (*lacunarity testing*) de la herramienta analizar (*analyze*).

La ventana emergente permite elegir el centro de la imagen manual o automáticamente, así como el tamaño de ventana, este análisis solo arroja un valor numérico basado en el método de conteo de caja sobre la densidad de píxeles dentro de la imagen.

- ***Benoit V.1.3***

Programa que permite medir la dimensión fractal y/o el exponente de Hurst de sus conjuntos de datos utilizando métodos elegidos para el análisis de patrones auto-similares y trazas auto-afines, por medio de un filtro de ruido blanco (Fourier o Wavelet) y un generador de rastreo auto-afín siendo estas dos características primordiales del programa. Se trabaja por medios de imágenes *.bpm, a color blanco y negro. El análisis se inicia eligiendo el

parámetro BOX DIMENSION (Figura 40), después se elige una imagen sobre la cual se coloca una rejilla la cual gira a 360 a favor de las manecillas del reloj, dando como resultado las siguientes imágenes. (Figura 41). Siendo utilizado para analizar los mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones.

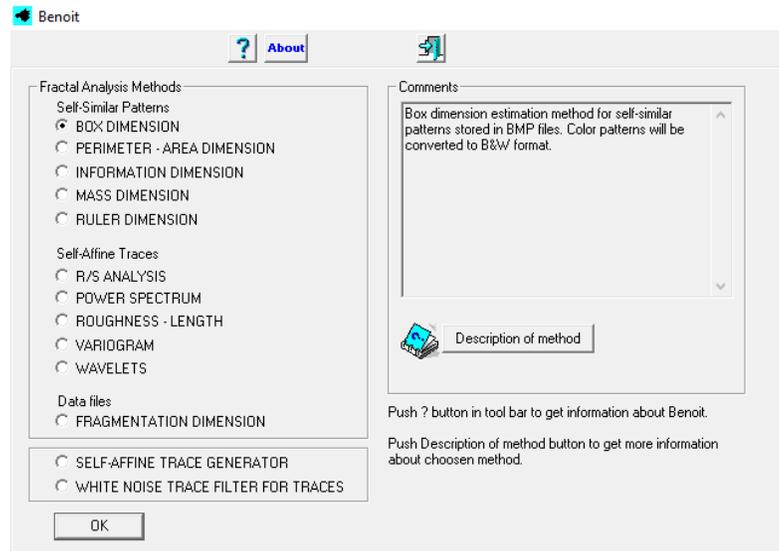


Figura 40.- Imagen donde se muestra la selección del parámetro por analizar.

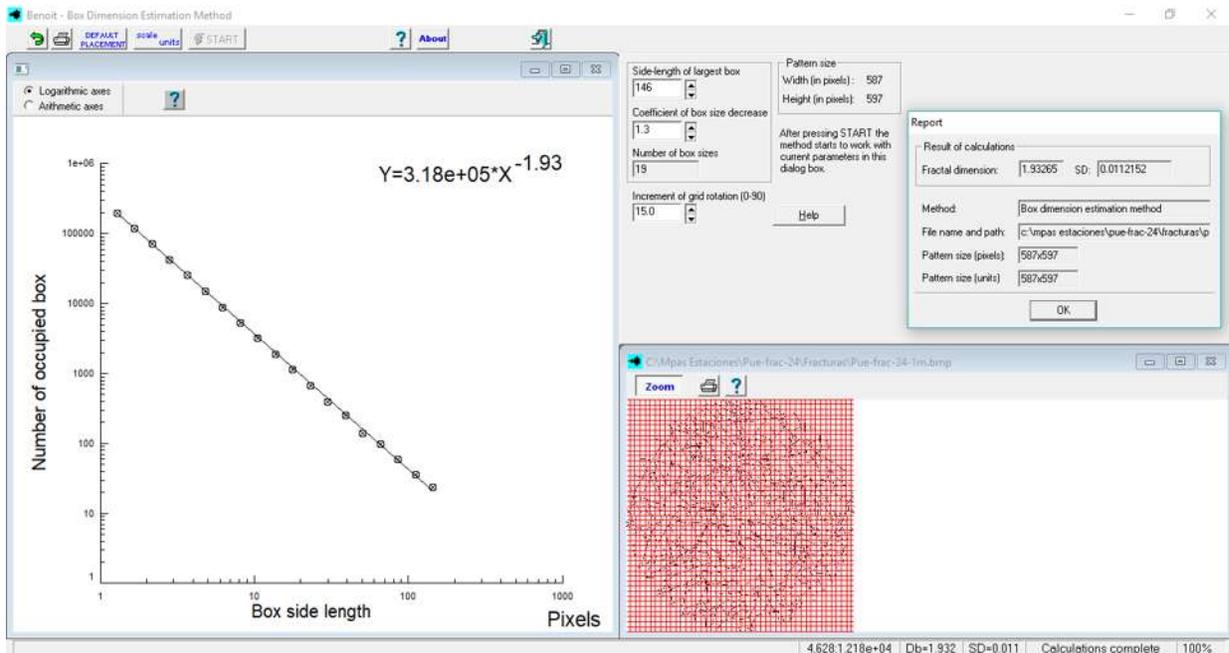


Figura 41.- entrega de datos del programa Benoit 1.3; se observan los resultados que da el programa de Dimensión Fractal, desviación estándar y el método utilizado.

6. RESULTADOS

De acuerdo a los objetivos planteados en el presente estudio y las metodologías expuestas anteriormente, el análisis geométrico de las fracturas nos da a conocer la distribución, arreglo y abundancia del fracturamiento, las cuales se suelen estudiar en torno a familias. Una familia de fracturas se define como un grupo de fracturas paralelas es decir que tienen el mismo rumbo.

En este caso las estaciones de análisis de metrología fractal, se desarrollaron en la zona de Aocolco, Puebla, con un total de 23 estaciones, distribuidos principalmente hacia el N de Zacatlán de las Manzanas (Figura 42), donde se clasificaron las fracturas entorno a familias por su orientación, se tomaron espaciamientos, fotografías y se midieron planos de fracturas tomados al azar. Para el mejor manejo de los datos los 23 puntos de muestreo fueron agrupados en 3 estaciones generales denominada “Pue-frac”, (Tabla 3), las cuales están integradas por la orientación preferencial, determinando tres orientaciones NE-SW, NW-SE y N-S; cada una analizada en 100cm, 50cm, 10cm y 1cm.

Familias clasificadas por dirección	Estaciones integradas
NE-SW	01,03,04,05,06,08,09,10,11,12,14,17,18,22,23,24
NW-SE	04,05,06,07,09,11,12,13,15,16,18,20,21,22,23
N-S	01,03,08,10,16,17

Tabla 1.- Listado de las estaciones que integra cada dirección preferencial.

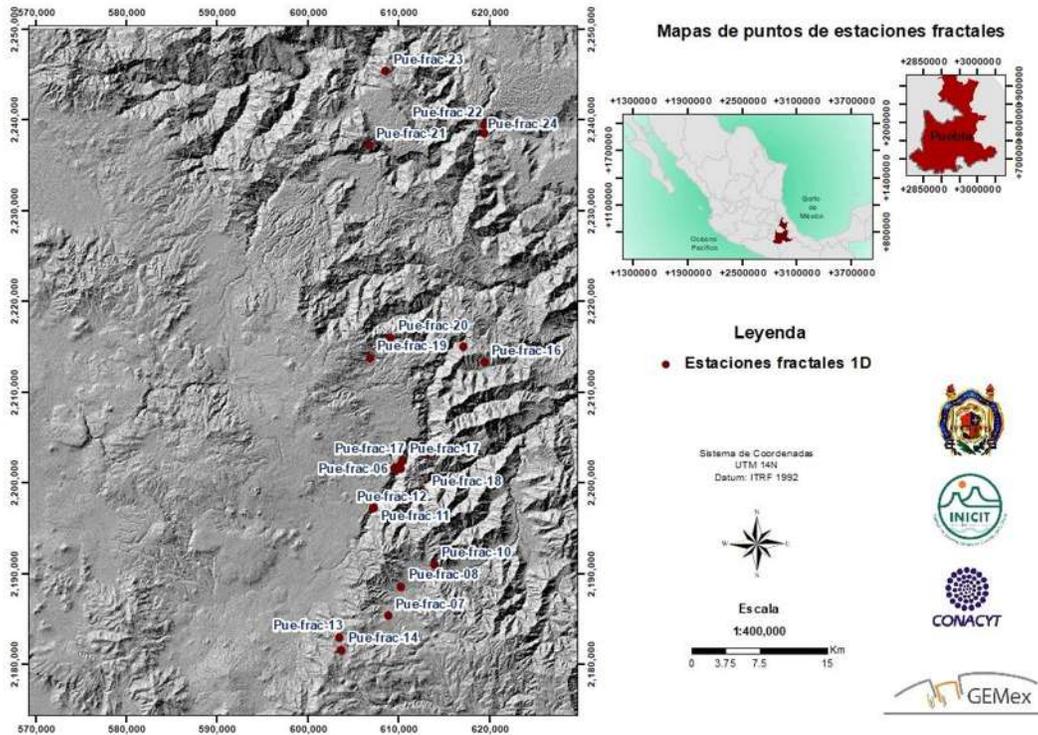


Figura 42.- Mapa de ubicación de las 23 estaciones de metrología fractal desarrolladas en campo

El fracturamiento en campo se clasificó por familias mediante ventanas circulares y líneas de muestreo realizado en campo, considerándose como familia las fracturas paralelas con una misma dirección. La dirección preferencial de las familias se interpretó a través del análisis de poblaciones de fracturas mediante el programa *SpheriStat V.3* utilizando los planos de fracturas obtenidos en cada estación. De esta manera el diagrama del círculo color verde de la figura 43 ilustra las direcciones preferenciales de fracturas. Cabe mencionar que los datos representados fueron tomados al azar siendo solo una representación estadística del fracturamiento, es decir puede haber familias mal representadas estadísticamente producto de una toma escasa, que en gran medida puede estar influida por los sesgos de los afloramientos de acuerdo con Moreno-Sánchez *et al.* (2006).

Geología

La caracterización fractal del fracturamiento requiere como primer lugar determinar la unidad de interés, es decir, aquella que aloja al yacimiento, en este caso los fluidos geotérmicos. Por ello como el presente estudio forma parte del Proyecto PT 4.2 (GEMex), se

colaboró para la elaboración de cartografía geológica, análisis estructural y geofísico. Así con base en la cartografía presentada por López-Hernández (2009) y Gómez-Álvarez (2019) y revisión bibliográfica, se elaboró el mapa geológico-estructural (Figura 43).

El mapa es una simplificación de la geología del área de estudio representados por el Complejo de la Caldera de Acozul perteneciente en el sector oriental de la FVTM, siendo un arco volcánico calcoacalino durante el Cuaternario, en los campos de la Sierra Chichinautzin (Martín-Del Pozzo, 1982; Márquez *et al.* 1999; Siebe *et al.* 2004), de Apan (García-Palomo *et al.*, 2002), en la región del Pico de Orizaba y Cofre de Perote (Carrasco-Núñez, 2000; Siebert y Carrasco-Núñez, 2002). Sobreponiéndose secuencias sedimentarias del Mesozoico pertenecientes a la Sierra Madre Oriental. En el mapa también se observa los principales sistemas de fallas con expresión morfológica, así como los puntos donde se realizaron las estaciones fractales.

Las rocas características de estas unidades como lo menciona López-Hernández (2009) cuenta con un vulcanismo monogenético de 0.2 a 2.56 Ma y restos de calderas de composición de rocas conformadas por ignimbritas, riolitas, dacitas, andesitas y basalto de edad del Mioceno al Plioceno. Por su parte Gómez Fidel (2019) reporta en la SMO, alternancias de calizas, lutitas y margas que ven de edad del Jurásico al Cretácico.

El análisis fractal que se realizó específicamente sobre las rocas sedimentarias de la SMO ya que la antigüedad de estas rocas nos muestra la deformación a la cual ha estado sometida, pues el fracturamiento característico ha sido identificado sobre ellas a nivel local y regional. En el mapa se observan grandes estructuras (fallas) y morfo lineamientos. Siendo principalmente fallas normales en dirección preferencial NW-SE conocida como orogenia Laramide, que dio lugar a pliegues y cabalgaduras formando parte del Cinturón plegado de la Sierra Madre Oriental (Morales y Garduño, 1980; Yañez-García, 1980, López-Ramos, 1981). Estas estructuras se debieron a esfuerzos de tensión que dieron lugar a fallas normales con desplazamiento de 200-300m, con un sistema de fracturas subordinado de dirección NE-SW (Geyne *et al.*, 1963). Como tercera dirección se observa la N-S, correspondiente al evento de deformación más reciente (Geyne *et al.*, 1963).

A partir de la obtención e interpretación de diagramas de planos de fracturas que resultaron al graficar las fracturas de cada estación fractal se deduce que en la zona de estudio existen tres sistemas de fracturas principales. Considerando la primera familia en rocas

volcánicas de edad del Mioceno al Plioceno con una dirección NE-SW con inclinación sub-vertical ($\sim\pm 80^\circ$) en ambos cuadrantes, la segunda familia NW-SE también sub-vertical presente en rocas sedimentaria de edad del Jurásico al Cretácico al igual que la tercera familia N-S la cual fue la menos observada en campo.

Siendo que para la familia NE-SW son más subverticales, aspecto que nos indica que son estructuras posteriores a la fase laramídica.

La inclinación considerada para las tres familias indica una tendencia general a la sub-vertical; sin embargo, también se observaron inclinaciones con tendencias a la horizontal hasta un 66%.

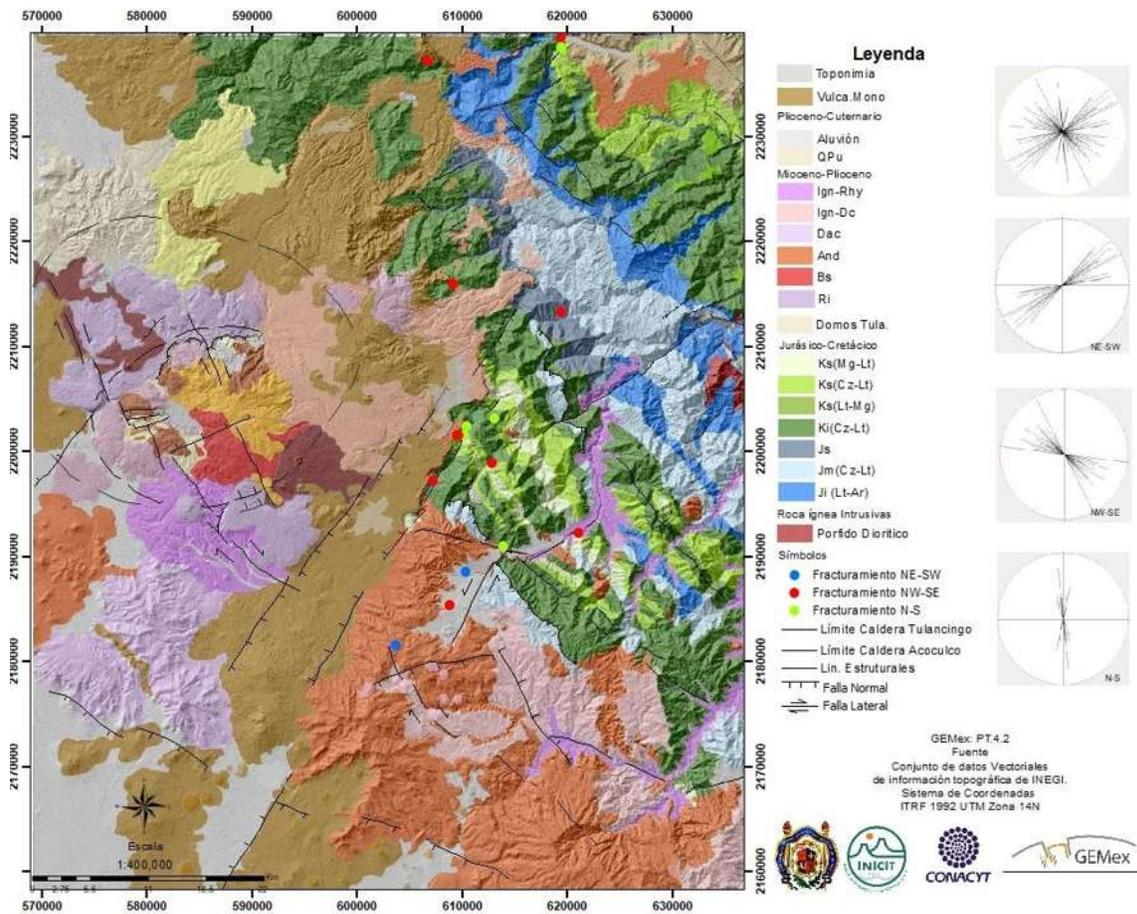


Figura 43.- Mapa geológico: mostrando la geología y diagramas para cada una de las direcciones, diagrama de círculo color verde claro representa todas las direcciones.

6.1 Análisis 1D de auto-similitud de fracturamiento

El análisis de auto-similitud se desarrolló con base en dos mensurandos *espaciamiento* y *apertura* mediante las líneas de muestreo del fracturamiento. Como fue explicado previamente, el espaciamiento se toma midiendo perpendicularmente la distancia entre fracturas de una misma orientación, a su vez fue tomado el dato de apertura con ayuda del medidor de apertura graduado propuesto por Ortega *et al.* (2006) el cual permite medir aperturas pequeñas como 0.05 mm.

A partir del espaciamiento y la apertura se obtuvieron los exponentes de frecuencia acumulada para ambos casos, además de parámetros como dimensión de caja, correlación, exponente de Lyapunov para los mensurando de espaciamiento y apertura, obtenidos mediante el programa Frackita desarrollado por Vásquez-Serrano (2013) el cual se basa en la metodología propuesta por Riley *et al.* (2011). Los resultados fueron representados en gráficos bilogarítmicos con relación a la frecuencia acumulada o escala.

Exponente de frecuencia acumulada

El análisis del espaciamiento se realizó por familias agrupadas en las estaciones Pue-Frac, contemplando las líneas de muestro en las cuatro escalas 100 cm, 50 cm, 10 cm y 1 cm. En este análisis se empleó la regla de Sturges que nos permite determinar el número de intervalos necesarios, así como la magnitud o incremento del valor apropiado.

Los resultados del análisis para el mensurando de espaciamiento para la familia NE-SW, oscila de 0.26 a 2.105, con un promedio de 0.677, en la familia N-S tiene valores que van de 0.8 a 1.34 con un promedio de 0.695 muy similar a la dirección de la primera familia. Esto es evidencia de que la proporción entre espaciamientos grandes y pequeños no es alta, en cambio para la familia con dirección NW-SE sus rangos se encuentran entre 0.7 y 1.92 con un promedio de 0.925 lo cual nos indica una proporción alta de fracturamiento grande y pequeño. Los valores del exponente fueron obtenidos de la parte central de los gráficos representados por círculos de color azul (Figura 44) donde se puede realizar un buen ajuste lineal siguiendo una ley de potencia y siendo descartados los errores de colas pesadas encontradas en los extremos del conjunto de datos, siendo representados por círculos de color gris y naranja cuya finalidad es una representación para el lector.

Cabe mencionar que el espaciamiento fue analizado en metros por lo que, los espaciamientos pequeños son menores a 10cm.

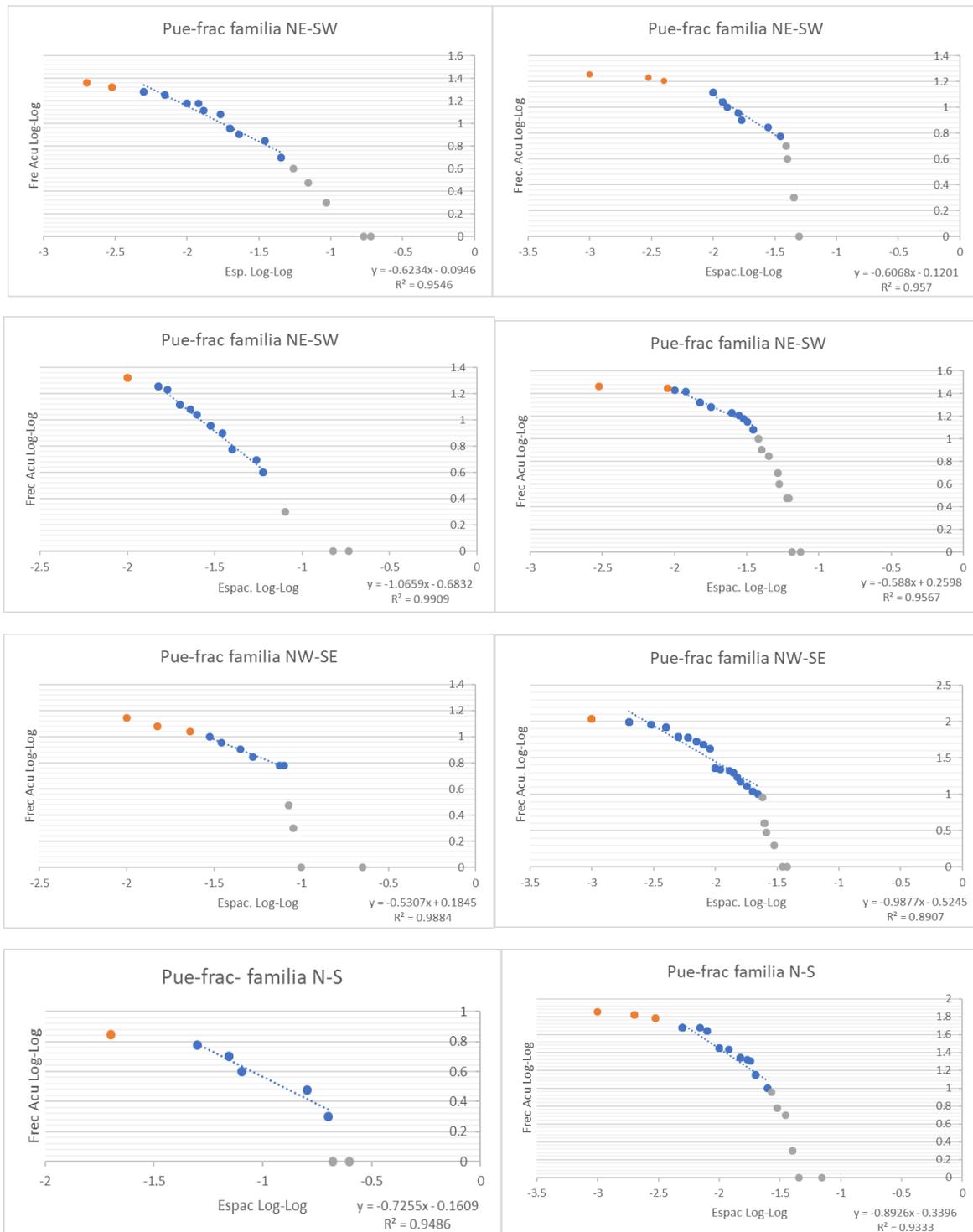


Figura 44.- Gráficos de frecuencia acumulada contra espaciamiento de las estaciones Pue-frac para mensurando de espaciamiento de acuerdo a cada dirección de familia.

Dicho por otros autores (ej. Gillespie *et al.* 1993; Vásquez-Serrano, 2013) si se aplicara una línea de ajuste considerando los puntos de color gris y azul (colas pesadas) en las gráficas anteriores, la ley de potencia no será el mejor ajuste, lo que se concluiría como un comportamiento no fractal. Cabe mencionar que en el análisis estadístico de datos es común tener errores representados como efecto de colas pesadas, siendo esto un error de medición o sesgo de información de acuerdo con Marrett *et al.* (1997) y Ortega *et al.* (2006) quienes utilizaron la normalización de datos para solucionar el problema en variables como el espaciamiento y la intensidad de fracturas.

El exponente de frecuencia acumulada para el mensurando de apertura se muestra en la figura 45, obteniendo para la dirección NE-SW rangos que van de 0.32 a 2.04 con un promedio de 0.946, para la familia NW-SE sus valores van de 0.57 a 2.96 con un promedio de 0.946, y para N-S, sus valores oscilan entre 0.51 a 2.05 con un promedio de 1.262, lo cual nos indica que hay un mayor aperturamiento pero con un espesor pequeño.

De acuerdo con la variación del exponente con la escala, se observa que el valor este disminuye ligeramente y en la misma proporción para cada una de las familias de fracturamiento al aumentar la escala. En las gráficas de apertura se muestra el buen ajuste de los datos, considerando prácticamente los datos en su totalidad para el ajuste potencial, por lo tanto, difícilmente otra función se ajustaría mejor, siendo contrario a lo obtenido por Gillespie *et al.* (1993) y a lo presentado por Vásquez-Serrano (2013). De comprobarse lo anterior podríamos decir que la apertura al tener como mejor ajuste la función potencial, esta tendría un comportamiento fractal. Sin embargo, para corroborar tal comportamiento lo ideal sería normalizar los datos con la escala como lo implementó Vásquez-Serrano (2013) y lo proponen Marrett *et al.* (1999), Ortega *et al.* (2006) y Bermejo-Santoyo (2018).

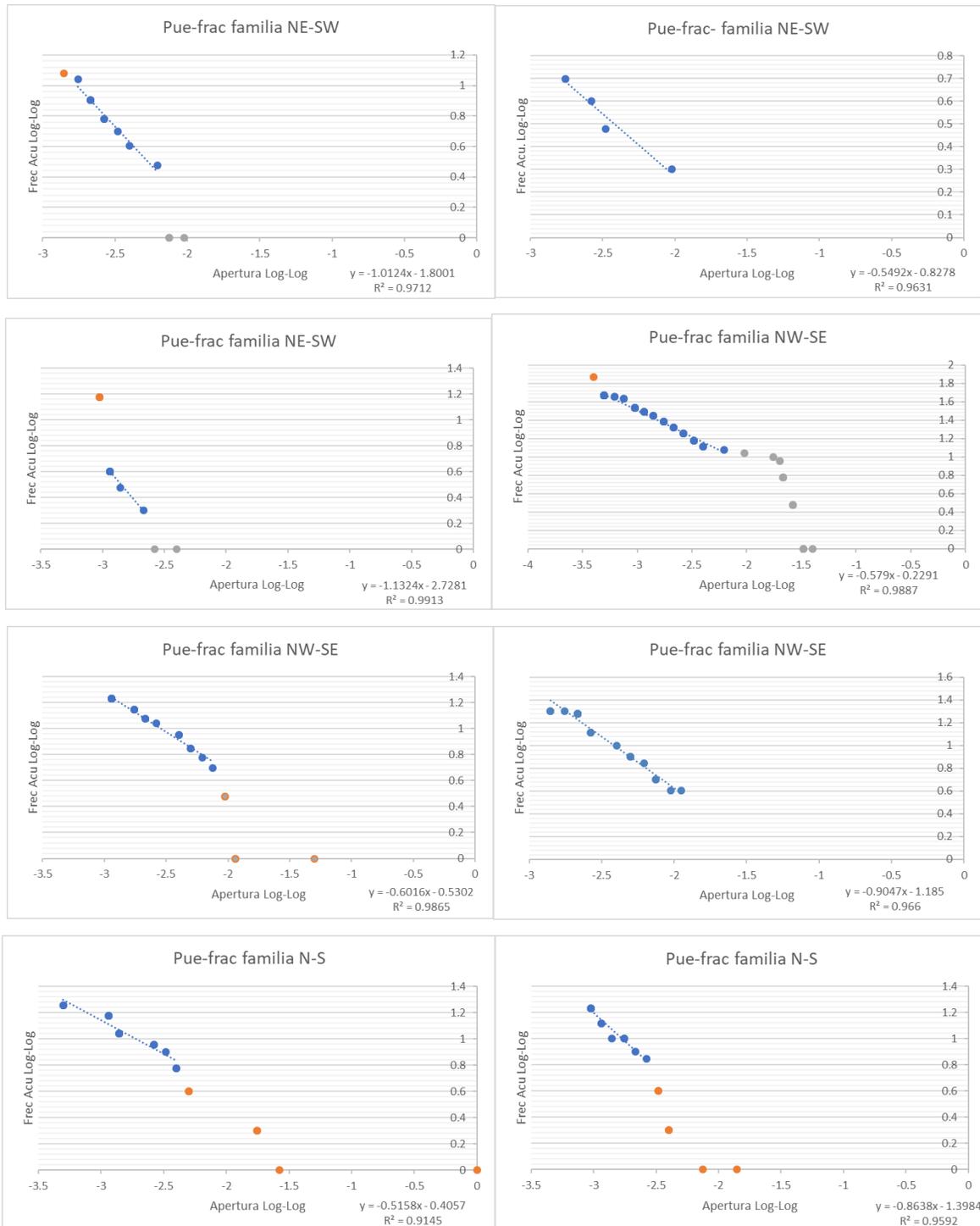


Figura 45.- Determinación de valores para el exponente de frecuencia acumulada para el mensurando de apertura.

Dimensión de Caja

La característica de este parámetro es que su valor debe estar entre 0 y 1, si tiende a cero nos indica espaciamientos más grandes entre fracturas y agrupamiento, de lo contrario, si tiende a 1 indica espaciamientos pequeños y regulares que tienden a llenar el espacio formando una línea con dimensión euclidiana ($D=1$).

Los resultados que a continuación se muestran, se obtuvieron mediante el programa Frackita (Vásquez-Serrano,2013) descrito en el apartado anterior como Frac1Dv1.1. El análisis se realizó en cuatro escalas diferentes 100 cm, 50 cm, 10 cm y 1 cm, agrupados en familias de fracturas dentro de las estaciones Pue-frac. Este programa analiza una serie de puntos que en nuestro caso son los datos de espaciamiento y apertura, los cuales se analizan sobre una línea de muestro introducida en una tabla como archivo *.xlsx. Para la familia NE-SW, se tiene una dimensión que esta entre 0.11 a 0.85 con un promedio de 0.5199, para NW-SE se estiman valores entre 0.44 a 0.89 con un promedio de 0.7109, mientras que para N-S los valores van de 0.25 a 0.86 con un promedio de 0.6609, (Figura 46).

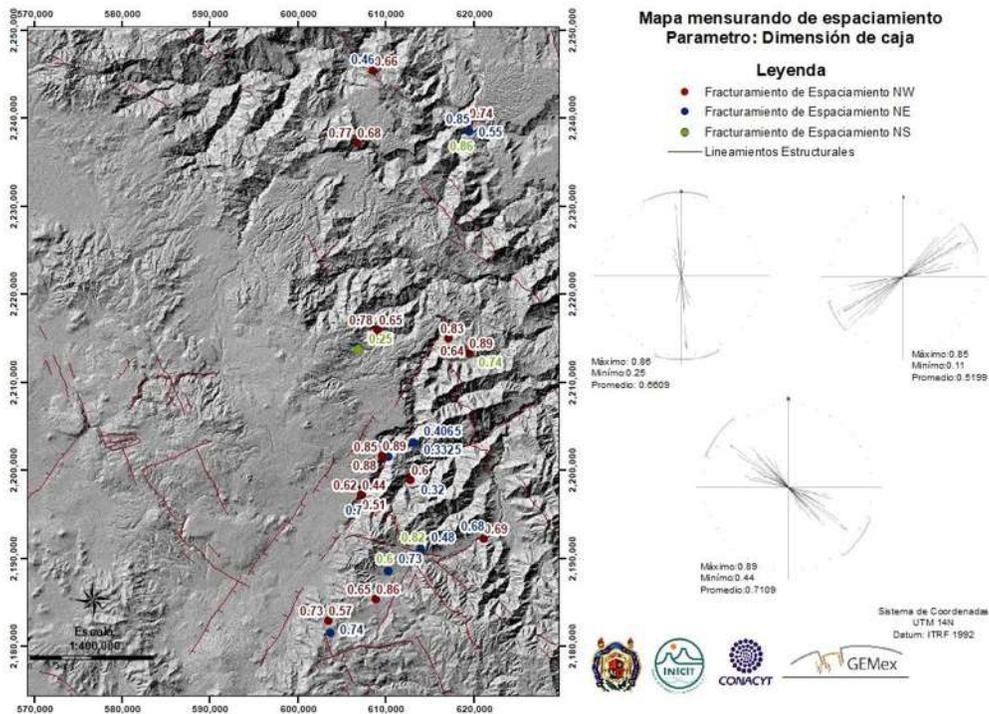


Figura 46.- Mapa donde se muestra la dimensión de caja para cada dirección de familia.

Para el mensurando de apertura de acuerdo a la familia NE-SW se obtuvieron valores que van de 0.18 a 0.86 con un promedio de 0.5155, para NW-SE oscilan los valores entre 0.52 a 0.82 con un promedio de 0.6837 y para N-S van de 0.54 a 0.88 con un promedio de 0.718, (Figura 47).

Estos valores descritos anteriormente nos muestran que la distribución de las fracturas junto con la apertura puede tener un cierto grado de agrupamiento, lo cual nos indica que los espaciamientos no son regulares. La variación de la dimensión con la escala sugiere que el patrón de ocupación en la línea de muestreo por las fracturas no es constante, esto puede deberse al sesgo en el muestro debido a la escala de análisis.

En general la dimensión de caja nos da una idea de cómo está ocupado el espacio, aunque no sea tan clara la interpretación en lo referente a la distribución y arreglo de las fracturas (Vásquez-Serrano, 2013).

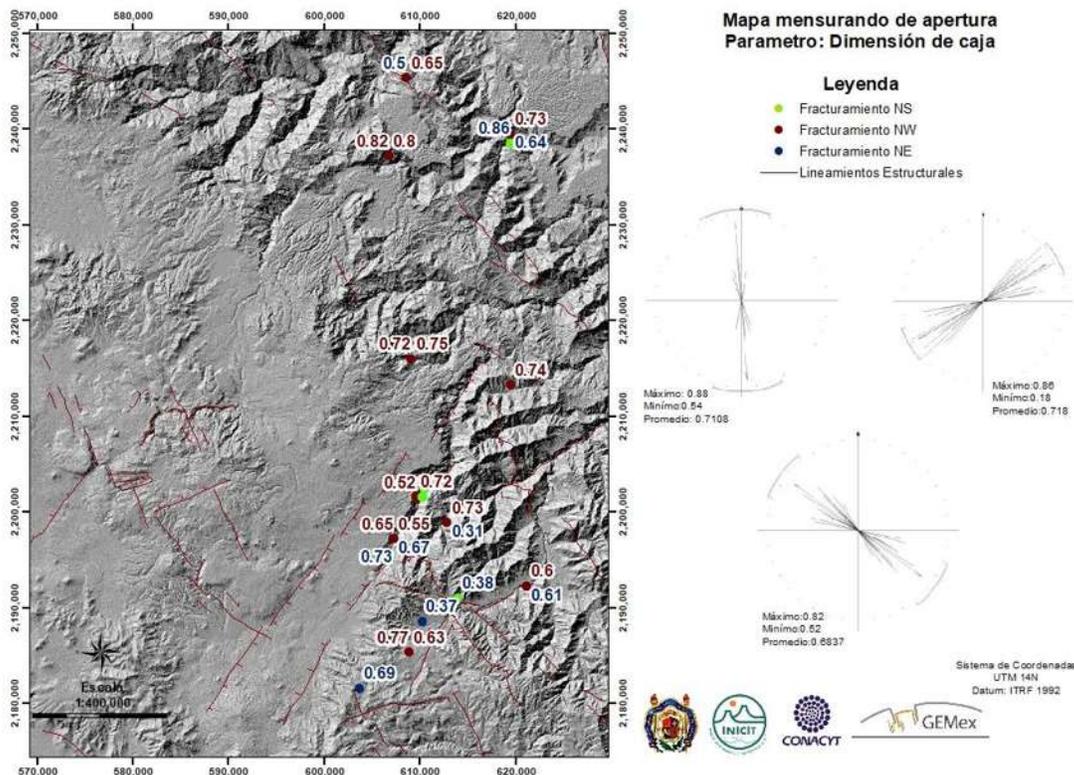


Figura 47.- Mapa donde se muestra la dimensión de caja para el mensurando de apertura, para cada dirección de familia.

Dimensión de correlación

Si la dimensión de correlación tiende a 0 existe poca variación en los espaciamentos, y las medidas son aproximadamente las mismas, pero si tiende a 1 indica rangos en valores de medición (Bermejo-Santoyo, 2018).

Para la dirección NE-SW se tiene una dimensión de correlación que esta entre 0.17 a 0.62 con un promedio de 0.41059. Para la familia NW-SE se observan valores de 0.18 a 0.57 con un promedio de 0.4 y para N-S van de 0.21 a 0.55 con un promedio de 0.3952. Lo que nos indica que la dimensión de correlación se encuentra prácticamente constante teniendo poca variación respecto a las tres diferentes direcciones. Cabe mencionar que la dirección NE-SW presenta el valor mayor para la dimensión de correlación (Figura 48).

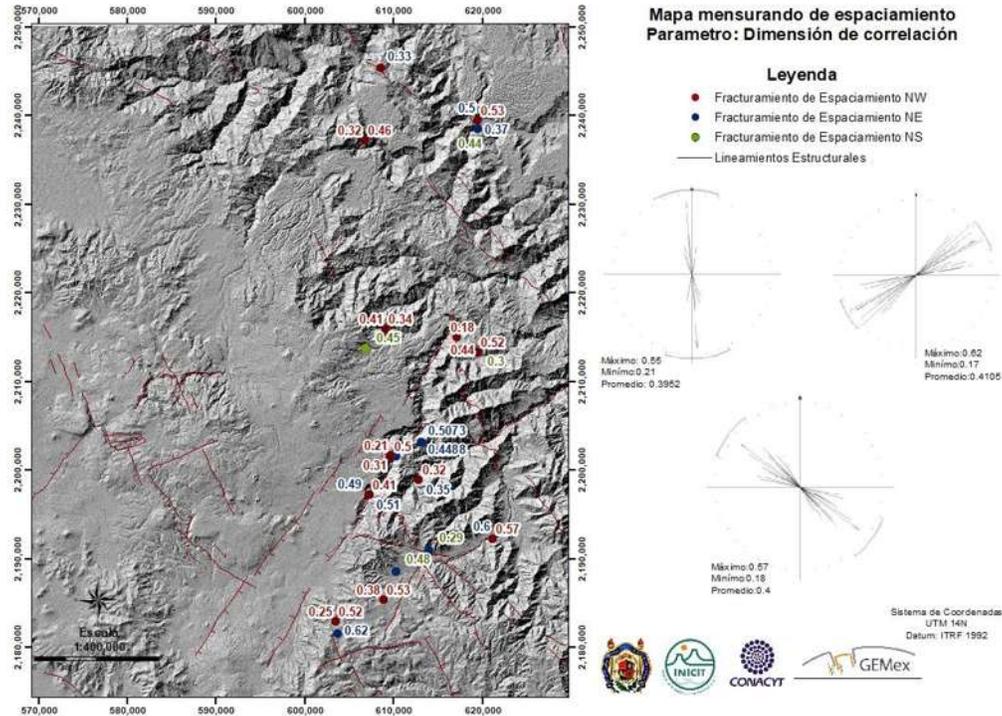


Figura 48.- Mapa donde se muestra la dimensión de correlación para cada dirección de familia.

En cuanto al mensurando de apertura también se obtuvo el parámetro de dimensión de correlación obteniendo en la familia NE-SW datos que van de 0.19 a 0.51 con un promedio de 0.3488, para la familia NW-SE oscilan entre 0.03 a 0.56 con un promedio de 0.2381 y para N-S van de 0.102 a 0.38 con un promedio de 0.2044, indicando que la dirección preferencial la cual llena el espacio con mayor apertura es NE-SW.

Exponente de Lyapunov

Este parámetro es obtenido por medio del programa Frackita el cual se relaciona el arreglo de las fracturas a través de datos de espaciamiento. Cuando el exponente de Lyapunov tiende a valores grandes (>1) refleja un comportamiento caótico de fracturas, con agrupamiento de las mismas, si, por el contrario, tiende a cero implica periodicidad de los espaciamientos (Bermejo-Santoyo, 2018).

De acuerdo con los resultados obtenidos el valor de este parámetro para la familia NE-SW el exponente de Lyapunov varía de 0.94 a 2.59 con un promedio de 1.6231 en las cuatro escalas en donde se realizó el análisis. En el caso de la familia NW-SE se encuentran de 0.73 a 1.79 con un promedio de 1.3477 y para la familia N-S se observan valores que comprenden de 0.99 a 1.9 con un promedio de 1.455.

En cuanto a los rangos del exponente del Lyapunov obtenidos para el mensurando apertura, la familia NE-SW presentan valores que van de 0.44 a 2.58 con un promedio de 1.0569, para la familia NW-SE; de 0.49 a 1.73 con un promedio de 0.9291 y para N-S sus valores van de 0.51 a 1.63 con un promedio de 0.924, (Figura 49).

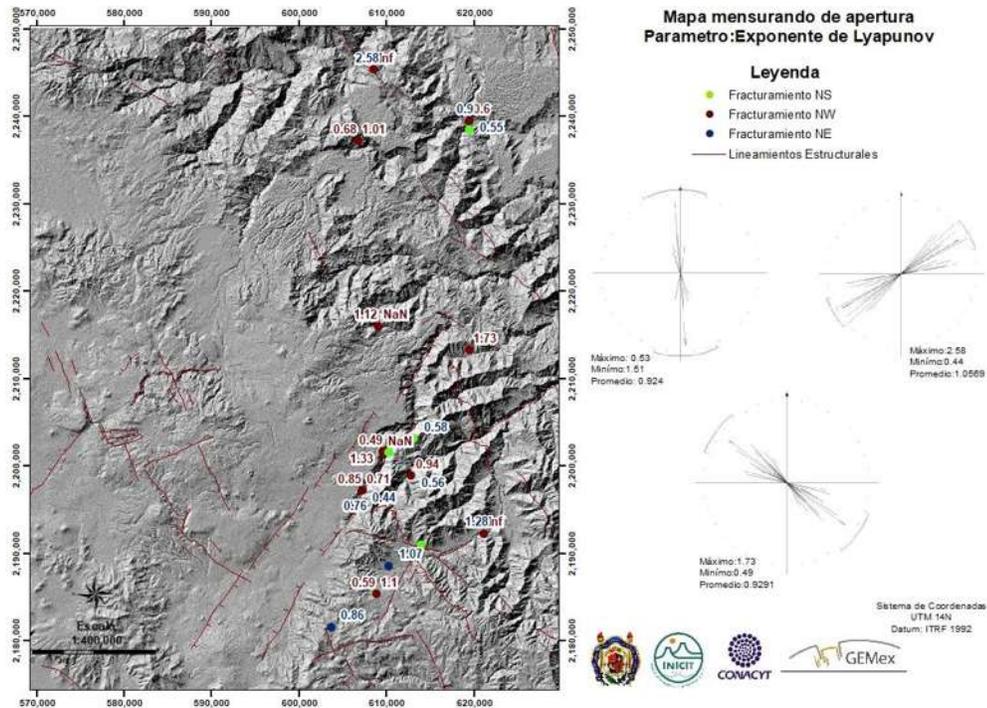


Figura 49.- Mapa donde se muestra el Exponente de Lyapunov para cada dirección de familia, respecto al mensurando de apertura.

Coefficiente de variación

Este parámetro nos permite caracterizar el arreglo natural que tiene el fracturamiento. Se obtiene mediante la división de la desviación estándar entre el promedio de los espaciamentos. El valor que arroja nos da una idea del grado de agrupación que tiene el fracturamiento.

Para este análisis se utilizaron los datos de espaciamiento y apertura para cada una de las escalas de cada familia. Para el mensurando espaciamiento, la familia NE-SW presento valores que van de 0.57 a 209.43 con un promedio de 13.98, para NW-SE se observaron valores de 0.45 a 1.52 con un promedio de 1.012, y en la familia N-S se observaron valores de 0.65 a 1.72 con un promedio de 1.076. Estos resultados indican que se tiene un coeficiente de variación >1 para la familia NE-SW con espaciamentos pequeños. Por otro lado, en la familia NW-SE y N-S las fracturas son agrupadas y existen espaciamentos grandes.

Para el mensurando de apertura los valores van de 0.126 a 1.43 con un promedio de 0.8336 para la familia NE-SW, en la familia NW-SE oscilan entre 0.5 a 3.81 con un promedio de 1.588 y N-S van de 0.59 a 1.87 con un promedio de 1.455.

A partir de los resultados del coeficiente de variación por familias, podemos observar que el coeficiente de variación mayor corresponde a la dirección NE-SW, respecto a las direcciones NW-SE y N-S que presentaron un coeficiente menor. Estos resultados nos indican que para la familia NE-SW se tienen un coeficiente de variación <1 teniendo un espacio pequeño entre aperturas en promedio. Mientras que para la familia NW-SE y N-S las aperturas se encuentran agrupadas, pero con un espaciamiento grande entre ellas.

Estimación de la porosidad utilizando el principio de Delesse

En los resultados obtenidos para el mensurando de espaciamiento correspondiente a la familia NE-SW se observaron datos de 0.93 a 5.01 con un promedio de 1.3027, para NW-SE van de 0.9316 a 1.0478 con un promedio de 1.00125 y para la familia N-S los datos oscilan de 0.9710 a 1.4238 con un promedio de 1.0488, (Figura 50).

Para el mensurando de apertura, la familia NE-SW presenta valores de porosidad que van de 1.81 a 73.58 con un promedio de 14.67, para NW- SE, se observaron datos que van de 2.18 a 10.07 con un promedio de 3.81, y la familia N-S de 1.68 a 5.04 con un promedio de 3.26.

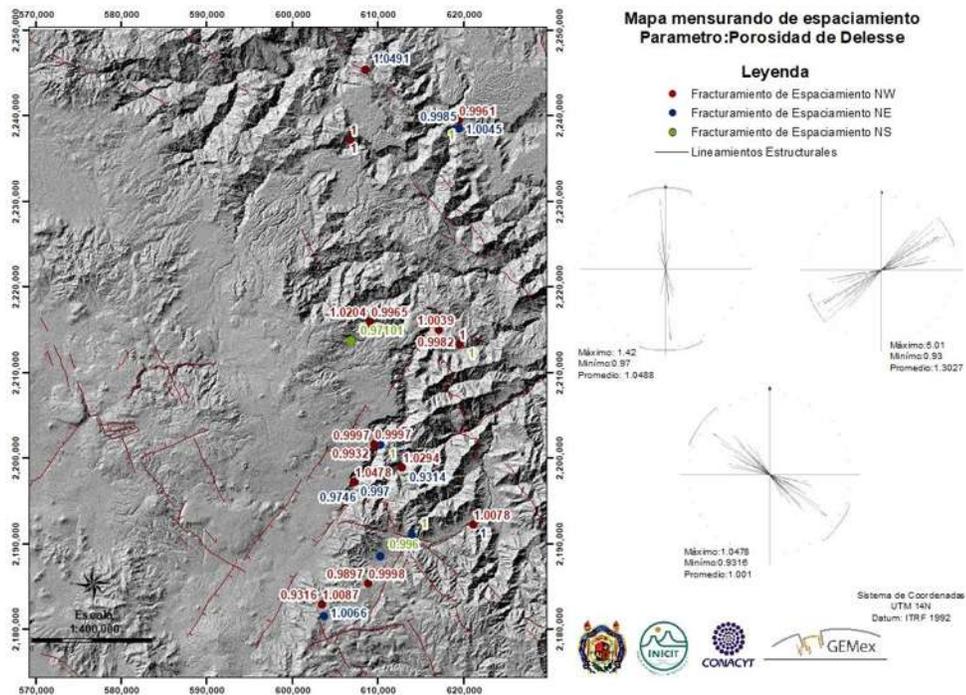


Figura 50.- Mapa donde se muestra la porosidad de Delesse para cada dirección de familia.

6.2 Análisis 2D de auto-afinidad y Mapas de fracturas

Los resultados obtenidos para el análisis bidimensional se enfocaron principalmente en el análisis de mapas de fracturas obtenidos a partir de fotografías de ventanas circulares en campo. La información se enriqueció con la elaboración de mapas de puntos medios e intersecciones ente fracturas que ayudaron a caracterizar y entender mejor la distribución de estas estructuras.

El análisis estuvo enfocado a parámetros como: dimensión de caja, dimensión de masa, dimensión de correlación, lacunaridad y porosidad de Delesse para los mapas de fracturas. En cuanto a los mapas de puntos medios e intersecciones se obtuvo la dimensión de caja y la dimensión de masa; dichos parámetros se obtuvieron mediante los programas *FracAnalysis V.16* y *Fractalyse V.24*.

La metodología empleada para la obtención de cada parámetro incluyó el conteo de cajas, la utilización de ventanas circulares (*Sand Box*) y el análisis de imagen.

Dimensión de caja

El valor que se espera obtener, tiene que estar restringido a un valor que se encuentre entre 1 y 2, ya que los sistemas de fracturas dibujadas no son una línea (dimensión topológica =1), pero tampoco ocupan todo el espacio de un plano (dimensión topológica =2). Si se tienen valores cercanos a 1 habrá poco fracturamiento. Por el contrario, si existe un valor cercano a 2 en la dimensión fractal, tendremos una cantidad suficiente de fracturas que ocuparan casi todo el espacio (Vásquez-Serrano, 2013)

La dimensión de caja en cuatro escalas se obtuvo mediante el programa FracAnalysis V.16, que en promedio de las 23 estaciones analizadas se obtuvieron valores de 1.62, 1.54, 1.50 y 1.47 para las escalas 100 cm, 50 cm, 10 cm y 1 cm respectivamente, las cuales consideran que el fracturamiento ocupa el mismo espacio en las escalas donde se realizó el análisis.

Dimensión de Masa

Los valores obtenidos en promedio fueron de 1.92, 1.96, 1.96 y 1.86 para las escalas de 100 cm, 50 cm, 10 cm y 1cm respectivamente. Podemos observar que a mayor escala le corresponde una mayor densidad de fracturamiento por lo tanto podemos interpretar con base en el promedio, que a valores altos de dimensión de masa hay más densidad de fracturas y probablemente mejor distribuidas, mientras que a dimensiones menores el agrupamiento de fracturas es producto de una baja densidad de fracturas.

Dimensión de correlación

El análisis fue realizado con el programa *Fractalyse V.2.4*, que utiliza imágenes en blanco y negro, obteniendo el promedio de los datos por escala para la dimensión de masa es de 1.84,1.78,1.77,1.69 para las cuatro escalas en orden descendente. La diferencia que se encuentra con los datos obtenidos para la dimensión de caja es mínima debido a que ambas dimensiones son similares correspondiente a que la técnica de correlación de pares es equivalente al conteo de cajas como lo explica Turcotte (1997).

Lacunaridad

La medida de la lacunaridad es dada por dos aspectos extremos, donde los valores bajos se relacionan con espacios o huecos de tamaño constante distribuidos uniformemente al que se le denomina fractal homogéneo, por el contrario, se denomina fractal heterogéneo a valores altos relacionados con espacios o huecos de tamaño variable con una distribución caótica.

El análisis para este parámetro se realizó en mapas de fracturas obtenidos en campo por ventanas circulares, a través del programa *Fractalyse V.24*. Para las escalas de 100cm, 50cm, 10cm y 1cm el valor promedio es de 0.46, 0.66, 0.52 y 1.15 respectivamente.

Estimación de la porosidad utilizando el principio de Delesse

La porosidad fue obtenida a partir de las imágenes reales captadas en campo. En este procedimiento una parte del conjunto fractal permanece sin medir, y el valor de la dimensión fractal de un sólido se aproxima al límite topológico superior para el análisis fractal en el espacio bidimensional, igual a 2 (Anderson *et al.*, 1996;1998).

Los valores promedios obtenidos para los mapas de fracturas son de 6.4868, 4.6045, 2.3311 y 3.2490 para las escalas de 100 cm, 50 cm, 10 cm y 1 cm, donde se logra ver que a mayor escala hay una mayor porosidad. Estas diferencias detectadas pueden estar relacionadas con diferencias en la naturaleza del procedimiento de medición aplicado (Oleschko *et al.*, 1998). A medida que aumenta la porosidad de la imagen, la dimensión fractal de la masa del poro generalmente también aumenta.

Mapas de puntos medios e intersecciones

En análisis para los mapas de puntos medios e intersecciones obtenidos de los mapas de fracturas en cuatro escalas se realizó con el programa *Fractalyse V.2.4* para la obtención de los parámetros de dimensión de caja y dimensión de masa.

- **Mapas de puntos medios**

Los valores promedio obtenidos para los mapas de puntos medios para la dimensión de caja fueron de 1.08, 1.08, 1.05 y 1.07 para las escalas de 100 cm, 50 cm, 10 cm y 1 cm. De acuerdo con los datos obtenidos, es evidente que hay un incremento mínimo cuando la escala es ascendente.

Para la dimensión de masa, el promedio para los valores fue de 1.92, 1.96, 1.94 y 1.68 para las cuatro escalas, indicando que el valor aumenta conforme a la escala, sin embargo, para la escala de 1cm el valor de dimensión de masa podría ser originados por un sesgo al momento de la toma de la fotografía obtenida en campo.

- **Mapas de puntos de intersecciones**

Para los mapas de intersecciones la dimensión de caja en promedio es de 1.22, 1.19, 1.14 y 1.11, mostrando un incremento conforme aumenta la escala. Estas diferencias detectadas pueden estar relacionadas con diferencias en el procedimiento de medición aplicado (Oleschko *et al.*, 1998).

Para la dimensión de masa, del mismo mensurando intersecciones, los valores son de 1.81, 1.93, 1.83 y 1.71 en orden descendente respectivamente.

La comparación de la dimensión de caja en mapas de puntos medios e intersecciones es relevante ya que ambas variables están relacionadas, con una mayor densidad de fracturamiento y mayor probabilidad de intersección.

Para ambas variables la dimensión de caja aumenta conforme a la escala, sin embargo, en los mapas de intersecciones para la escala de 50 cm arrojó una dimensión de masa mayor, esto podría dar origen a un sesgo al momento de ir marcando las fracturas a mano para originar los mapas de fracturas y después de ello los mapas de intersecciones.

7. DISCUSIÓN

Los sistemas de fracturamiento son estructuras las cuales han sido estudiadas ampliamente en distintos trabajos con el propósito de conocer su origen, desarrollo y el papel que juegan en el proceso de flujo de fluidos. Su análisis ha requerido de la implementación de distintos métodos, con lo cual se ha obtenido más y mejor información sobre las características de estas estructuras (Barton, 1995).

Un ejemplo de ello es en el campo de las geociencias, en donde las técnicas fractales se utilizan para caracterizar a las fracturas en cuanto a su distribución, arreglo, espaciamiento, densidad, intensidad y longitud, mediante leyes de potencia y parámetros fractales como dimensión de caja, dimensión de masa, dimensión de correlación, lacunaridad y exponente de Lyapunov, siendo aplicadas en líneas de muestro lineal (1D) y mapas (2D), las cuales han sido analizadas por Gillespie *et al.* (1993), Marret (1999), Oleschko *et al.* (1999), Nieto-Samaniego *et al.* (2003;2006), Moreno-Sánchez *et al.* (2006), Torres-Argüelles *et al.* (2010), Jafari y Babadagli (2011) y Riley *et al.* (2011), quienes han buscado su relación con el proceso de flujo de fluidos.

El estudio realizado en este trabajo se desarrolló con base en las metodologías antes mencionadas en cuatro ordenes de magnitud de escala (100cm, 50cm, 10cm y 1cm) para el mensurando de espaciamiento y apertura en el análisis 1D (auto-similitud) y para mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones en el análisis 2D (auto-afinidad) sobre las unidades de rocas volcánicas de edad del Mioceno-Plioceno y rocas sedimentarias con una alternancia de areniscas, lutitas, caliza y margas de edad Jurásico al Cretácico en la región de Acapulco, Puebla, México. A continuación, se analizan y se comparan los resultados obtenidos con estudios de este tipo en otras zonas. No obstante, la comparación se considera desde un punto de vista estadístico, ya que, desde el punto de vista geológico, las propiedades de fracturas varían con el tipo de roca (reología), así como la tectónica, el tiempo y la intensidad de deformación que las afectó.

7.1 Análisis 1D (auto-similitud)

Las variables unidimensionales estudiadas en el actual trabajo son muy importantes para la caracterización de las fracturas, tanto el espaciamiento como la apertura la cual nos sirve para conocer la distribución y tamaño que tienen las fracturas dentro de las rocas que las contiene.

Espaciamiento

El análisis del espaciamiento entre fracturas se ha realizado mediante la aplicación de diferentes técnicas fractales como exponente de frecuencia acumulada, dimensión de caja, dimensión de masa, dimensión de correlación, lacunaridad y porosidad de Delesse (Barton, 1995; Gillespie *et al.*, 1993; Oleschko *et al.*, 1999; Vianey *et al.*, 2010; Riley *et al.*, 2011) para conocer el arreglo y distribución que tienen estas estructuras. El espaciamiento del fracturamiento es una variable importante que depende mucho del mecanismo de la generación de las fracturas, cantidad de deformación y tipo de roca (Holder *et al.*, 2001; Olson, 2013).

- **Exponente de frecuencia acumulada**

El valor del exponente nos proporciona información sobre la cantidad relativa que hay de fracturas con espesores pequeños y grandes; esto es importante ya que la distribución del espesor influye en el comportamiento del flujo a través de las fracturas. Para las familias de la zona de Aocolco, los valores del exponente de frecuencia acumulada para la dirección NE-SW oscilan entre 0.26 a 2.1057 con un promedio de 0.677; para la familia NW-SE van de 0.7 a 1.92 con promedio de 0.925, y para la familia N-S de 0.8 a 1.34 con un promedio de 0.695. Si comparamos estos valores con casos de estudios presentados por Gillespie *et al.* (1993) el cual presenta un rango de 0.4 a 0.95; Vásquez- Serrano (2013) en vetas de la formación El Doctor, Querétaro, los valores oscilan de 0.75 a 0.86; Bermejo-Santoyo (2018) los valores que presenta van de 0.87 a 2.22, estos dos últimos autores sugieren que el espaciamiento no sigue una ley de potencia, en secuencias estratificadas, sino que parecían tener una distribución normal.

Para nuestros datos de la zona de Aocolco lo que se observó referente al exponente de frecuencia acumulada para el mensurando de espaciamiento, la familia NE-SW presento una pendiente mayor indicando que el espaciamiento que hay de una fractura a otra es menor

y con mayor cantidad de fracturamiento. Mientras que para la familia NW-SE y N-S su pendiente es menos los que implica la existencia de mayor espaciamiento, pero con una cantidad menor de fracturas.

- **Dimensión de caja**

Para el caso de la dimensión de caja, se obtuvieron rangos que van de 0.11 a 0.85 con un promedio de 0.519 para la dirección NE-SW; para la dirección NW-SE, este análisis se realizó para cuatro escalas (100 cm, 50 cm, 10 cm y 1 cm), los valores van de 0.44 a 0.89 con un promedio de 0.710; y para la dirección N-S los valores oscilan de 0.25 a 0.86 con un promedio de 0.6609. Los valores presentados difieren con lo reportado por Vásquez-Serrano (2013) en rocas carbonatadas, este autor reportó valores entre 0.28 y 0.68. Bermejo-Santoyo (2018) obtuvo valores de 0 a 0.86 donde los valores cero están influenciados por la cantidad de fracturas en la línea de muestreo siendo este un problema presentado en su escala de 1cm.

En nuestro caso la dimensión de caja para la familia NW-SE tiende a 1, esto nos indica que los espaciamientos pequeños y regulares tienden a llenar el espacio formando una línea con dimensión euclidiana ($D=1$). Mientras para la familia NE-SW y N-S los resultados muestran que la distribución de las fracturas puede tener cierto grado de agrupamiento, lo que significa que los espaciamientos no son regulares.

- **Dimensión de correlación**

Los resultados obtenidos de la dimensión de correlación para la familia NE-SW los rangos van de 0.17 a 0.62 con un promedio de 0.41059, NW-SE van de 0.18 a 0.57 con un promedio de 0.4 y N-S de 0.21 a 0.55 con un promedio de 0.3952. La dimensión de correlación hecha para las tres familias, muestra que este parámetro varió ligeramente, considerando que si es mayor a cero existe poca variación en los datos y las mediciones son aproximadamente las mismas.

Mientras que Riley *et al.* (2011) obtuvieron valores inferiores en un rango de 0.05 a 0.20, Vásquez-Serrano (2013) obtuvo valores de 0.43 a 0.63 para las vetas de la formación El Doctor. Por otro lado, Bermejo-Santoyo (2018) obtuvo valores que van de 0.01 a 0.53, para los casos mencionados anteriormente la dimensión de correlación y caja son similares.

- **Exponente de Lyapunov**

Para el exponente de Lyapunov (Riley *et al.*, 2011) consideramos que cuando el valor es cercano a cero, se tendrán espaciamentos regulares entre las fracturas y cuando es mayor a uno se tendrán un comportamiento caótico con fracturas agrupadas. De acuerdo con lo expresado el fracturamiento de Acoculco indica que el exponente de Lyapunov para la familia NE-SW oscila de 0.94 a 2.59 con un promedio de 1.6231, NW-SE de 0.73 a 1.79 con un promedio de 1.34, para la familia N-S, los valores van de 0.99 a 1.9 con un promedio de 1.455.

A partir de los valores del exponente de Lyapunov, observamos que la familia NE-SW tiene los valores mayores lo cual nos indica un comportamiento caótico para el arreglo de espaciamentos de fracturas. Por otro lado, la dirección NW-SE presentó los valores más pequeños y que se puede correlacionar con un arreglo más periódico en el espaciamento.

Podemos comparar con los valores presentados por Vásquez-Serrano (2013) en donde el promedio del exponente de Lyapunov fue de 0.85 y 1.5 para las zonas en donde las betas tienden a agruparse; como comparación Bermejo-Santoyo (2018) encontró valores de 0.3 y 1.41 del exponente de Lyapunov y las asoció con a un comportamiento caótico del espaciamento.

- **Porosidad de Delesse**

Como último parámetro para la porosidad de Delesse se encontró que para la familia NE-SW los datos oscilan de 0.93 a 5.01 con un promedio de 1.302; para la familia NW-SE van de 0.9316 a 1.0478 con un promedio de 1.001 y para la familia N-S los datos son de 0.971 a 1.423 con un promedio de 1.048.

A partir de los resultados para el mensurando de espaciamento logramos identificar que la familia preferencial con mayor porosidad es la correspondiente NE-SW, a medida que aumenta la porosidad, los valores de la dimensión fractal de la masa de los poros generalmente también aumentaría (Anderson *et al.*, 1996).

Apertura

Esta variable es importante en los sistemas de fracturas ya que juega un papel fundamental en el proceso de flujo de fluidos (Olson, 2003), se encuentra relacionada con la deformación; es por ello que la geometría de las fisuras y el estado de esfuerzos son factores importantes en la distribución de tamaño del espesor (Pollard *et al.*, 1982; Olson y Pollard, 1991; Olson, 2003).

- **Exponente de frecuencia acumulada**

Algo importante que proporciona el exponente de frecuencia acumulada es la abundancia relativa que hay de fracturas con espesores pequeños y grandes; es importante porque la distribución del espesor influye en el comportamiento del flujo a través de las fracturas (Turcotte, 1992; Deng *et al.*, 2009).

Para este trabajo en la familia NE-SW los valores van de 0.32 a 2.04 con un promedio de 0.946; para la familia NW-SE los rangos van de 0.57 a 2.96 con un promedio de 0.946; y para la familia N-S son de 0.51 a 2.05 con un promedio de 1.262. A partir de los datos obtenidos para el exponente de frecuencia acumulada, en la familia NE-SW las gráficas obtenidas cuentan con una pendiente mayor indicando que el espaciamiento que hay de una fractura a otra es menor y con mayor cantidad de fracturamiento. Mientras que para las familias NW-SE y N-S su pendiente es menor indicando que hay más espaciamiento, pero con una cantidad menor de fracturas.

Sanderson *et al.* (1994) reportaron valores de 0.95 a 1.6 para un arreglo de vetas mineralizadas con oro en areniscas y lutitas devónicas en la región de la Codoresa España. Por otro lado, Gross y Engelder (1995) midieron la distribución del espesor de fracturas en una dolomita donde calcularon valores de 0.48 a 0.82, mientras que Clark *et al.* (1995) calcularon una distribución del espesor en vetas de una secuencia turbidítica que seguía una ley de potencia con un exponente de 1.33.

Los valores obtenidos en la zona de Acoculco, difieren un poco con los valores obtenidos por Vásquez-Serrano (2013), cuyo caso va de 2.33 a 2.38 para vetas con espesor mineral y Bermejo-Santoyo (2018) van de 0.995 a 1.464 para las andesitas y de 1.049 a 2.283 para ignimbritas. El exponente se relaciona con la abundancia relativa de apertura/espesor grande o pequeño, lo cual nos indica que el fracturamiento de las rocas de la zona de estudio tienen

mayoritariamente aperturas pequeñas. Como sugiere Vásquez-Serrano (2013) y Bermejo-Santoyo (2018) las fracturas con mayor espesor (o apertura) son mejores conductoras, haciendo las rocas más permeables, pero para los campos geotérmicos la permeabilidad no solo está en función de la apertura, sino también de los minerales depositados por los fluidos en las paredes de las fracturas.

- **Exponente de Lyapunov**

Los rangos del exponente del Lyapunov obtenidos para la zona de estudio de Acozulco, Puebla; México, la familia NE-SW presentan valores que van de 0.44 a 2.58 con un promedio de 1.0569, para la familia NW-SE; de 0.49 a 1.73 con un promedio de 0.9291 y para N-S sus valores van de 0.51 a 1.63 con un promedio de 0.924.

En cuanto a los resultados del mensurando de apertura, hay un mayor aperturamiento en la familia NE-SW ya que estos datos fueron obtenidos en campo cercanos a fallas y conforme se va alejando de la falla este parámetro va disminuyendo.

- **Porosidad de Delesse**

En nuestro caso los datos promedio de la porosidad fueron de 14.67 para la familia NE-SW, 3.81 para NW-SE y 3.26 para N-S. Podemos observar que hay mayor porosidad para la familia NE-SW para el mensurando de apertura.

7.2 Análisis 2D (auto-afinidad)

El análisis bidimensional es más utilizado para el análisis de fracturas, relacionado a la forma en como las fracturas ocupan el espacio (ej. Babadagli, 2001). La caracterización no solo se ha aplicado para mapas de fracturas si no también ha sido propuesto por Babadagli (2001) para mapas de puntos medios e intersecciones obtenidos a partir de los mapas de fracturas para relacionarlos con la conectividad de fracturas. El análisis de mapas que se realizó para demostrar que tienen un comportamiento fractal se aplicó en al menos cuatro escalas, de las cuales se obtiene la dimensión de caja, dimensión de masa, dimensión de correlación, lacunaridad y porosidad de Delesse.

Riley et al. (2011), Vásquez-Serrano (2013) y Bermejo-Santoyo (2018) explican la diferencia que hay entre la dimensión de caja y masa encontrando que la dimensión de masa se enfoca en la distribución de puntos, si los puntos tienen una distribución uniforme estos van arrojar valores altos, en cambio si hay puntos agrupados estos tienden a valores bajos, cercanos a cero.

- **Dimensión de caja**

De acuerdo a los parámetros antes mencionados, se determinó que la dimensión de caja para mapas de fracturas en las cuatro escalas en orden descendente va de 1.62, 1.54, 1.50 y 1.47. Se observó que la dimensión de caja va aumentando conforme a la escala considerando que las fracturas casi llenan todo el espacio siendo este cercano a 2, mientras que para la escala de 1cm el fracturamiento es escaso.

Mientras Vásquez-Serrano (2013) reporta en promedio valores de 1.37 a 1.50 en sus cuatro escalas, Bermejo-Santoyo (2018) para sus tres escalas obtuvo valores que van de 1.32 y 1.57 en promedio, sugiriendo auto-similitud en ambas zonas, debido a que los valores reportados son prácticamente invariantes a la escala, sin embargo, la tendencia es a aumentar debido a problemas en el proceso de medición.

Desde el punto de vista de geometría fractal la dimensión de conservarse constante ante cambios de escala. Nuestros resultados se mantienen en promedio con una dimensión casi constante (1.53) indicando que no tenemos problema de variaciones con la escala de medición.

- **Dimensión de masa y dimensión de correlación**

Para la dimensión de masa se obtuvieron valores en orden descendente referente a la escala (100cm, 50cm, 10cm y 1cm) de 1.92, 1.96, 1.96, 1.86, lo cual nos indica que sin importar la escala el fracturamiento se comporta como un fractal. A partir de los resultados obtenidos de la dimensión de caja nos indica que el fracturamiento a mayor escala se tiene una mayor densidad de fracturas, probablemente mejor distribuidas, mientras que a dimensiones bajas el agrupamiento de fracturas y la densidad es baja.

Para la dimensión de correlación existe una misma tendencia cuyos valores son 1.84, 1.78, 1.77 y 1.69, para las escalas de 100cm, 50cm, 10cm y 1cm, en este caso los mapas de fracturas se comportan también como un fractal. Nuestros resultados son mayores a lo reportado por Bermejo-Santoyo (2018), lo que nos indica que el fracturamiento tiende a llenar más el espacio, el cual podría ser característico de propiedades auto-afines; sin embargo, la dimensión de correlación nos proporciona información de la distancia del fracturamiento, pero no de la posición absoluta, es decir se basa en posiciones relativas.

Bermejo-Santoyo (2018)			En este estudio (Acoculco,Puebla)		
Escala cm	Dimensión de masa	Dimensión de correlación	Escala cm	Dimensión de masa	Dimensión de correlación
100	1.99	1.65	100	1.92	1.84
10	1.91	1.44	50	1.96	1.78
1	1.72	1.32	10	1.96	1.77
			1	1.86	1.69

Tabla 2.- Listado de datos comparativos por Bermejo-Santoyo (2018) en el Lago de Cuitzeo, Michoacán y datos de Acoculco, Puebla.

- **Lacunaridad**

Para las escalas de 100cm, 50cm, 10cm y 1cm se obtuvo una lacunaridad de 0.46, 0.66, 0.52 y 1.15 respectivamente. De acuerdo con los datos obtenidos por Bermejo-Santoyo (2018) se tienen fractales heterogéneos que tienden a homogeneizarse ligeramente con el incremento de escala, lo que nos indica que los huecos son relativamente grandes y se distribuyen caóticamente, basados en valore con rangos entre 0 y 1. Para nuestro caso la escala más pequeña es la que presento una variación mayor, probablemente debido a problemas técnicos durante la toma de la imagen, sin embargo las escalas de 100cm, 50cm y 10cm presentan un valor promedio de 0.69 para la Lacunaridad.

Este valor correspondería a un fractal homogéneo que tienden aumentar con el incremento de la escala el cual está relacionado con espacios o huecos de tamaño constante distribuidos uniformemente.

Bermejo-Santoyo (2018)		En estudio (Acoculco, Puebla)	
Escala cm	Lacunaridad	Escala cm	Lacunaridad
100	0.73	100	0.46
10	0.87	50	0.66
1	0.98	10	0.52
		1	1.15

Tabla 3.- Listado de datos comparativos

- **Mapas de puntos medios**

Para los mapas de puntos medios, la dimensión de caja se mantiene constante ante cambios de escala, con valores promedios son de 1.08, 1.08, 1.05 y 1.07, lo que indica una distribución de uniforme de puntos agrupados. Mientras que Vásquez-Serrano (2013), reporta valores en promedio de 0.48, 0.64, 0.75 y 1.10 para sus cuatro escalas, Bermejo-Santoyo (2018) para sus tres escalas reportó valores de 1.078, 1.068 y 1.074. Nuestros resultados se comportan como los reportados por Bermejo-Santoyo (2018) indicando que los puntos son invariantes a la escala, con una distribución regular.

Cabe señalar que la baja cantidad de puntos no representa precisamente baja densidad ya que no es lo mismo analizar fracturas continuas que un punto por fractura.

Vásquez-Serrano (2013)		Bermejo-Santoyo (2018)		En este estudio (Acoculco, Puebla)	
Escala cm	Dimensión de caja	Escala cm	Dimensión de caja	Escala cm	Dimensión de caja
1000	0.48	100	1.078	100	1.08
100	0.64	10	1.068	50	1.08
10	0.75	1	1.074	10	1.05
1	1.1			1	1.07

Tabla 4.- Listado de datos comparativos por Vásquez-Serrano (2013) en la Plataforma el Doctor, Bermejo-Santoyo (2018) en Cuitzeo, Michoacán y datos de Acoculco, Puebla.

Para la dimensión de masa los valores son 1.92, 1.96, 1.94 y 1.68 indicando un comportamiento. Por su parte este parámetro nos estaría indicando el probable agrupamiento de los puntos a escalas mayores, siendo importante para el flujo de fluidos.

- **Mapas de puntos de intersecciones**

Los rangos promedios obtenidos para la dimensión de caja son de 1.22, 1.19, 1.14 y 1.11 lo cual nos indica que conforme va aumentando la escala el número de intersecciones entre las fracturas también va aumentando. Para la dimensión de masa los datos promedios para la zona de estudio van de 1.81, 1.93, 1.83 y 1.71 considerando que los puntos de intersecciones entre cada fractura casi llena. Bermejo-Santoyo (2018) para sus tres escalas reportó valores de 1.95, 1.89 y 1.71.

Si comparamos con los resultados de Bermejo-Santoyo (2018) quien obtuvo valores 1.15, 1.090 y 1.094 para sus tres escalas en orden descendente, nuestros valores de dimensión de masa y de caja indican que para la zona de Acozulco las intersecciones ocupan un mayor espacio conforme aumenta la escala.

Bermejo-Santoyo (2013)			En este estudio (Acozulco, Puebla)		
Escala	Dimensión de caja	Dimensión de masa	Escala	Dimensión de caja	Dimensión de masa
100	1.95	1.15	100	1.22	1.81
10	1.89	1.09	50	1.19	1.93
1	1.71	1.094	10	1.14	1.83
			1	1.11	1.71

Tabla 5.- Listado de datos comparativos

8. CONCLUSIONES

- Se determinaron 3 familias de fracturas (NE-SW, NW-SE y N-S) analizadas en dos unidades de roca una en rocas volcánicas de edad del Oligoceno-Mioceno y en rocas sedimentarias de edad del Jurásico-Cretácico.
- Los valores del exponente de frecuencia acumulada indican una mayor cantidad de fracturamiento y apertura (o espesor) para la dirección NE-SW siendo probablemente una dirección preferencial para la conducción de fluidos hidrotermales. Para la familia NW-SE y N-S existe una menor cantidad de fracturamiento con mayor espaciamiento entre cada fractura. Se puede mencionar que las intersecciones de las Familias NW-SE y NE-SW determinan líneas semiverticales con direcciones NW-SE siendo probablemente el fracturamiento con posible conducción de fluidos hidrotermales.
- Las dimensiones fractales 1D presentaron una dimensión de caja favorable en la dirección NE-SW con mayor espaciamiento de fracturamiento y apertura pequeña y regular lo cual tienden a llenar el espacio con una distribución de fracturamiento mayor. La dimensión de correlación se encontró prácticamente constante teniendo poca variación respecto a las tres diferentes direcciones. Siendo NE-SW la que tiene menor variación en los datos. Para el exponente de Lyapunov refleja un comportamiento caótico de fracturamiento y apertura con agrupamiento de las mismas para la dirección NE-SW. El coeficiente de variación es <1 teniendo un espacio pequeño entre fracturas y aperturas. Finalmente, para la porosidad de Delesse se identificó que la familia preferencial con mayor porosidad es la correspondiente a NE-SW.
- El análisis 2D en mapas de fracturas, para la dimensión de caja se considera que el fracturamiento ocupa el mismo espacio en las escalas, manteniendo en promedio con una dimensión casi constante indicando que no se tiene un problema de variación con la escala de medición. La dimensión de masa tiende a aumentar con la escala con una mayor densidad de fracturamiento y apertura, probablemente mejor distribuidas. Para la dimensión de correlación nuestros valores son mayores a lo reportado por Bermejo-Santoyo (2018), lo que nos indica que el fracturamiento tiende a llenar más el espacio, el cual podría ser característico de propiedades auto-afines; sin embargo, la dimensión de correlación nos proporciona información de la distancia del fracturamiento, pero no de la posición absoluta, es decir se basa en posiciones relativas. Finalmente, para la

lacunaridad corresponde a un fractal homogéneo que tiende a aumentar con el incremento de la escala el cual se relaciona con espacios o huecos de tamaño constante distribuidos uniformemente.

- Para los mapas de puntos de intersecciones, nuestros valores para la dimensión de masa y de caja indican que para la zona de Acoculco las intersecciones ocupan un mayor espacio que las intersecciones de fracturas en ignimbritas y andesitas de la zona geotérmica de Cuitzeo. Además, para la zona de Acoculco, las intersecciones aumentarían conforme aumenta la escala.
- El sistema de fracturamiento más relevante es NE-SW, aspecto que es importante como resultado del campo de esfuerzos actual, para el proyecto de fracturamiento e incremento de la circulación de fluidos hidrotermales.

9. BIBLIOGRAFÍA

- Anderson, A.N., McBratney, A.B., FitzPatric, E.A., 1996. Soil mass, Surface, and spectral fractal dimensions estimated from thin section photograpsh. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 60, 962-969.
- Anónimo. 2010. Conceptos Básicos de la Mecánica de Fractura. *Materiales Aeronáuticos*. Ps.15.
<<http://www.aero.ing.unlp.edu.ar/catedras/archivos/Mecanica%20de%20Fractura%202010rev01.pdf>> [Consulta: Abril, 2019]
- Avellán Denis Ramón, Macías José Luis, Layer W.P, Cisneros Guillermo, Sánchez-Núñez Juan Manuel, Gómez-Vasconcelos Martha Gabriela, Pola Antonio, Sosa-Ceballos Giovanni, García-Tenorio Felipe, Reyes Agustín Gabriela, Osorio-Ocampo Susana, García-Sánchez Laura, Fabiola Mendiola Irma, Marti Joan, López-Loera Héctor & Benowitz Jeff. 2018., Geology of the late Plioceno-Pleistoce Acoculco caldera complex, Eastern Trans-Mexican Volcanic Belt (México). *Journal of Maps*, Vol 15, No. 2, pp 8-18.
- Barton, C. C., Larsen, E., 1985. Fractal geometry of two dimensional fracture networks at Yucca Mountain, south-western Nevada. *Proceedings of International Symposium on Fundamentals of Rock Joints*, Bjorkliden, Sweden. pp. 77-84.
- Barton, C. C., La Pointe, P. R. 1985. Fractal Analysis of Scaling and Spatial Clustering of Fractures. In: Barton, C., and La Pointe, P. R. (Eds). *Fractals in Earth Science*. Plenum Press, New York. 141-178.
- Babadagli, T., 2001. Fractal analysis of 2-D fracture networks of geothermal reservoirs in southwestern, Turkey. *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 112, 83–103.
- Babadagli, T., 2001. Fractal analysis of 2-D fracture networks of geothermal reservoirs in south-western Turkey. *Journal of Volcanology and Geothermal Research* , 1-21.
- Bermejo Santoyo Gerardo., 2018. Análisis geométrico y fractal de fracturas geológicas en los campos geotermicos del lago de cuitzeo. Tesis de maestría. Instituto de Investigaciones en Ciencias de la Tierra, Morelia, Michoacán, 1-121.
- Canet, C., Hernandez-Cruz B., Jimenez-Franco, A., Pi, T., Peláez. B., E. R., Villanueva-Estrada, Pura A., González-Partida. E., Salinas. S., 2015. Combining ammonium mapping and short-wave infrared (SWIR) reflectance spectroscopy to constrain a model of hydrothermal alteration for the Acoculco geothermal zone, Eastern Mexico. *Geothermics*, vol. 53. p.154-165.
- Camacho, V.R., y Vásquez, C.M. 2015. Geometría fractal, teoría del caos,y sus aplicaciones en la industria petrolera. *Ingeniería Petrolera*. Vol. 55. No. 12. Ps. 718-729.
- Camilo Flórez Cardona, V. V., 2013. Modelo de análisis espacial del comportamiento de la densidad de fracturamiento en un macizo rocoso a partir de datos estructurales. *Medellín: Universidad de San Buenaventura*, 1-42.
- Carlson, C.A., 1991. Spatial distribution of ore deposits. *Geology* 19, 111-114.
- Clark, M. B., Brantley, S. L., and Fosher, D. M., 1995. Power-Law veins-thickness distributions and positive feedback in vein growth. *Geology*, 23, 975-978.
- Deng, J., Wang, Q., Wan, L., Yang, L., Gong, Q., Zhao, J., Liun, H., 2009. Self-similar fractal análisis of gold mineralixation of Dayingezhuang disseminated-veinlet deposit in Jiaodong province, China. *Journal of Geochemical Exploration*. 102. 95-102.

- García-Palomo, A., Macías, J.L., Tolson, G., Valdez, G., & Mora, J. C. (2002). Volcanic stratigraphy and geological evolution of the Apan región, east-central sector of the Trans-Mexica Volcanic Belt. *Geofísica Internacional*, 41, 100-122.
- García-Tovar, G. P., Martínez-Serrano, R. G., Solé, J., Correa-Tello, J.C., Núñez-Castillo, E. Y., Guillou, H., & Monroy-Rodríguez, E. (2015). Geología, geocronología y geoquímica del vulcanismo Plio-Cuaternario del Campo Volcánico Apan-Tecocomulco, Faja Volcánica Trans-Mexicana. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 32, 100-122.
- Geyne, A.R., Fries, C., Segerstrom, K. y Wilson, I., 1963. Geología y yacimientos minerales del distrito Pachuca-Real del Monte, Estado de Hidalgo. Consejo de Recursos Naturales No Renovables reporte interno 5E, México City, México, 222pp.
- Gillespie, P. A., Howard, C. B., Walsh, J. J., y Watterson, J. 1993. Measurement and characterisation of spatial distributions of fractures. *Tectonophysics*, 22. P. 113-141.
- Gómez, L. A., Laubach, S. E., 2006. Rapid digital quantification of microfracture populations. *Journal structural Geology*. 28. 408-420.
- González-Partida, E. y González-Ruiz, L. E. 2016. Apuntes de Geología de la Geotermia (material didáctico). CeMIE-Geo-UNAM, México. Ps. 92.
- Gloria P. García-Tovar, Rayundo G. Martínez-Serrano, Jesús Sole, Juan Carlos Correa-Tello, Elizabeth Y. Nuñez-Castillo, Hervé Guillou y Emir Monroy-Rodríguez, Geología, geocronología y geoquímica del vulcanismo Plio-Cuaernario del Campo Volcánico Apan-Tecocomulco, Faja Volcánica Trans-Mexicana, México: *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 32,100-102.
- Gross, M. R., Engerldel, T., 1995. Strain accomodated by brittle failure in adjasent units of evidenci for uniform displacement boundary conditions. *Journal Structural Geology*, 17, 1303-1318.
- Hannah Watking, C. E., 2015. Appraisal of fracture sampling methods and a new workflow to characterise heterogeneous fracture networks at outcrop. *Journal of Structural Geology* , 1-16.
- H.Zhou, E.Perfect, Y.Z.Lu. 2011. Multifractal analyses of grayscale and binary soil thin section images. *World Scientific, Fractals*, Vol.19, No.3. p. 299-309.
- INEGI, 2019. Información por entidad (s.f.). Recuperado de: http://cuentame.inegi.org.mx/monografias/informacion/pue/territorio/clima.aspx?t_ema=me&e=21.> [Consulta: Abril, 2019].
- Jafari, A., Babadagli, T., 2009. A sensitivity analysis for effective parameters on 2-D fracture network permeability. *SPE Reservoir Evaluation and Engineering* 12 (3), 455–469.
- Jafari, A., Babadagli, T., 2010. Practical estimation of equivalent fracture network permeability of geothermal reservoirs. In: *Proceedings 2010 World Geothermal Congress*, Bali, Indonesia, 2010 April 20–25, p. 10.
- Jafari, A., Babadagli, T., 2011a. Effective fracture network permeability of geothermal reservoirs. *Geothermics*. 40. 25-38 p.
- Jafari, A., 2011. *Permeability Estimation of Fracture Networks*. University of Alberta. Canadá:University of Alberta.
- Kaye, B. H., 1994. Fractal geometry and the mining industry: a review. In: Kruhl, J. H. (Ed.), *Fractals and Dynamic Systems in Geosciencis*, pp. 233-245. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Kruhl, J. H., 1994. *Fractals and Dynamic Systems in Geoscience*, Springer-Verlag, New

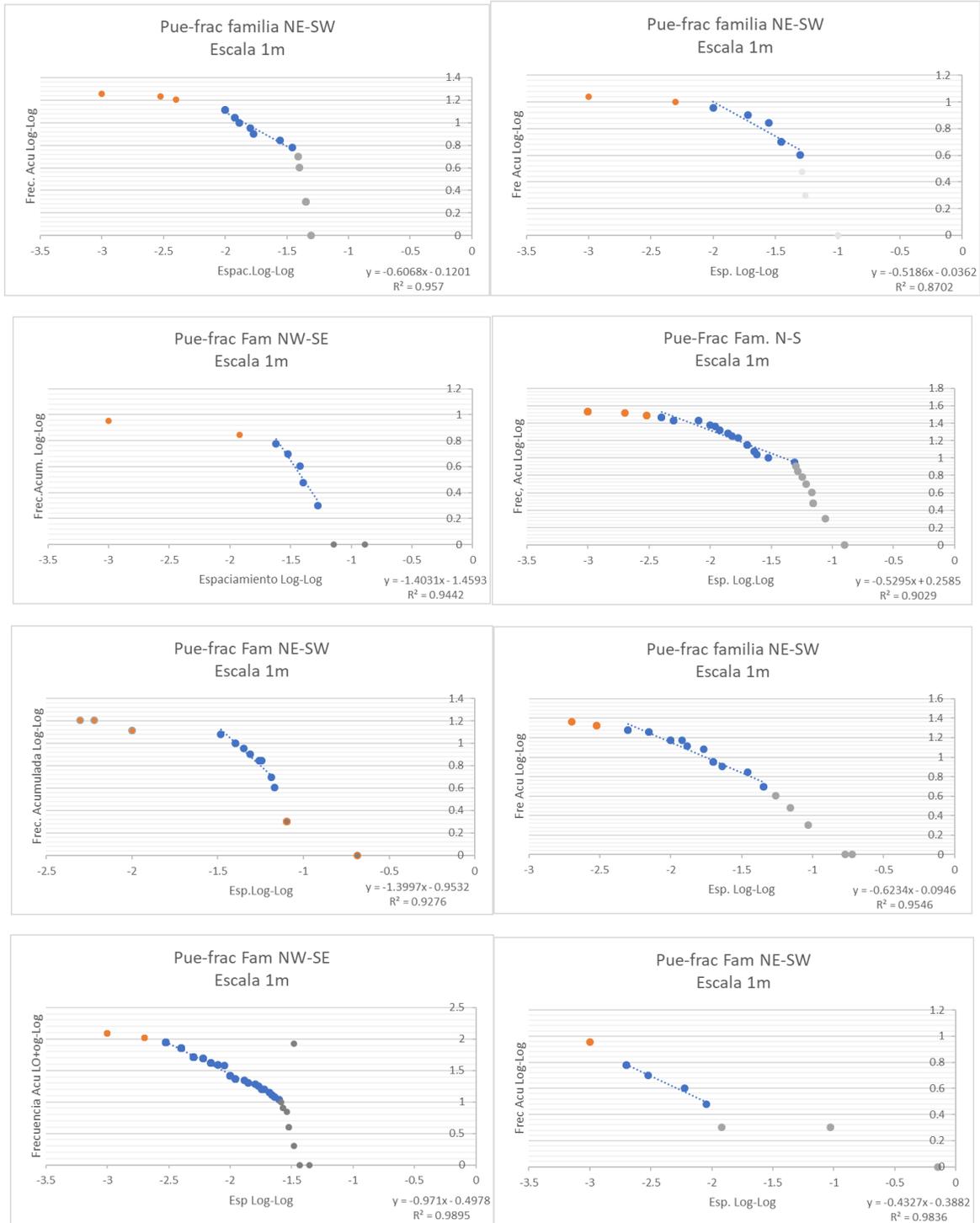
- York.
- Lorenzo Pulido Cecilia., Flores Armenta Magaly; Silva Ramírez Germán., 2011. Caracterización de un yacimiento de roca seca caliente en la zona geotérmica de Acapulco, Pue. *Geotermia*, Vol. 24, No. 1, pp. 59-69.
- López Hernández Aida., 2009. Evolución Volcánica del complejo Tulancingo-Acapulco y su sistema hidrotermal, estados de Hidalgo y Puebla, México, pág. 1-185.
- López Álvarez Blanca Ingrid. Fracturamiento Hidráulico Multietapas, México, D.F., Ciudad Universitaria, pág. 1-150.
- M.Kelsey, C., 2011. Extent of power-law scaling for natural fractures in rock. *Geology* , 1-5.
- Mandelbrot, B. B. 1983. *The fractal geometry of nature* (Vol. 173). New York: WH freeman. Ps.468.
- Marrett, R., Ortega, O. J., Kelsey, C. M., 1999. Extent of power-law scaling for natural fractures in rock. *Geology*. 27. 799-802. *Mathematical Geology* 34 (6), 647–670.
- Clark, G. B., 1987. *Principles of Rock Fragmentation*, John Wiley & Sons, New York, 610 pp.
- Mauldon, M., Dunne, W. M., Rohrbaugh Jr., M. B. 2001. Circular scanlines and circular Windows: new tools for characterizing the geometry of fracture traces. *Journal of Structural Geology*, 23. P. 247-258.
- Moreno Sanchez G, G. C., 2006. Caracterización cuantitativa de patrones de fracturamiento mediante ventanas circulares y análisis fractal. *Geología Colombiana* , 73-104.
- Morales, G.J. y Garduño-Monroy, V.H., 1984. Estudio tectónico-estructural del proyecto Huachinango, Puebla. Instituto Mexicano del Petróleo, México City, México, internal report, 113pp.
- Mountain, south-western Nevada. *Proceedings of International Symposium on Fundamentals of Rock Joints*, Bjorkliden, Sweden, pp.77-84.
- Nieto-Samaniego, A. F., Alaniz-Álvarez, S., Tolson, G., Xu, S., Pérez-Venzor, A., 2003. Estimación de densidades, distribuciones de longitud y longitud total de fracturas: un caso de estudio en la Falla de Los Planes, La Paz, B.C.S. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana* LVI (1), 1 – 9.
- Nieto-Sanamiego, A. F., Alaniz-Álvarez, S., Tolson, G., Oleschko, K., Korvin. G., Xu, S. S., Pérez- Venzor, J. A., 2005. Spatial Distribution, Scaling and Self-similar Behavior of Fracture Arrays in the Los Planes Fault, Baja California Sur, Mexico. *Pure Appl. Geophys.* 162 (2005) 805–826.
- Olson, J. E., 2003. Sublinear scaling of fracture aperture versus length: An exception or the rule?, *J. Geophys. Res.*, 108(B9), 2413, doi:10.1029/2001JB000419.
- Olson, J.E., Pollard, D. D., 1991. The initiation and growth of echelon veins. *Journal Structural Geology*. 13 595-608.
- Oleschko, K., and Tarquis, A. M. 2007. Fractal metrology for images, signals and time series processing in geosciences. *Geophysical Research Abstracts*, Vol. 9. Ps. 4.
- Orlando Ortega, R. M., 2000. Prediction of macrofracture properties using microfracture information, Mesaverde Group sandstones, San Juan basin, New México. *Journal of Structural Geology* , 1-18.
- Perrier, Edith, Tarquis Ana M., Dathe Annette., 2006. A program for fractal and multifractal analysis of two-dimensional binary images: Computer algorithms versus mathematical theory. *Add Journal to My Library Geoderma*, volumen 134 (3). p. 284-294.

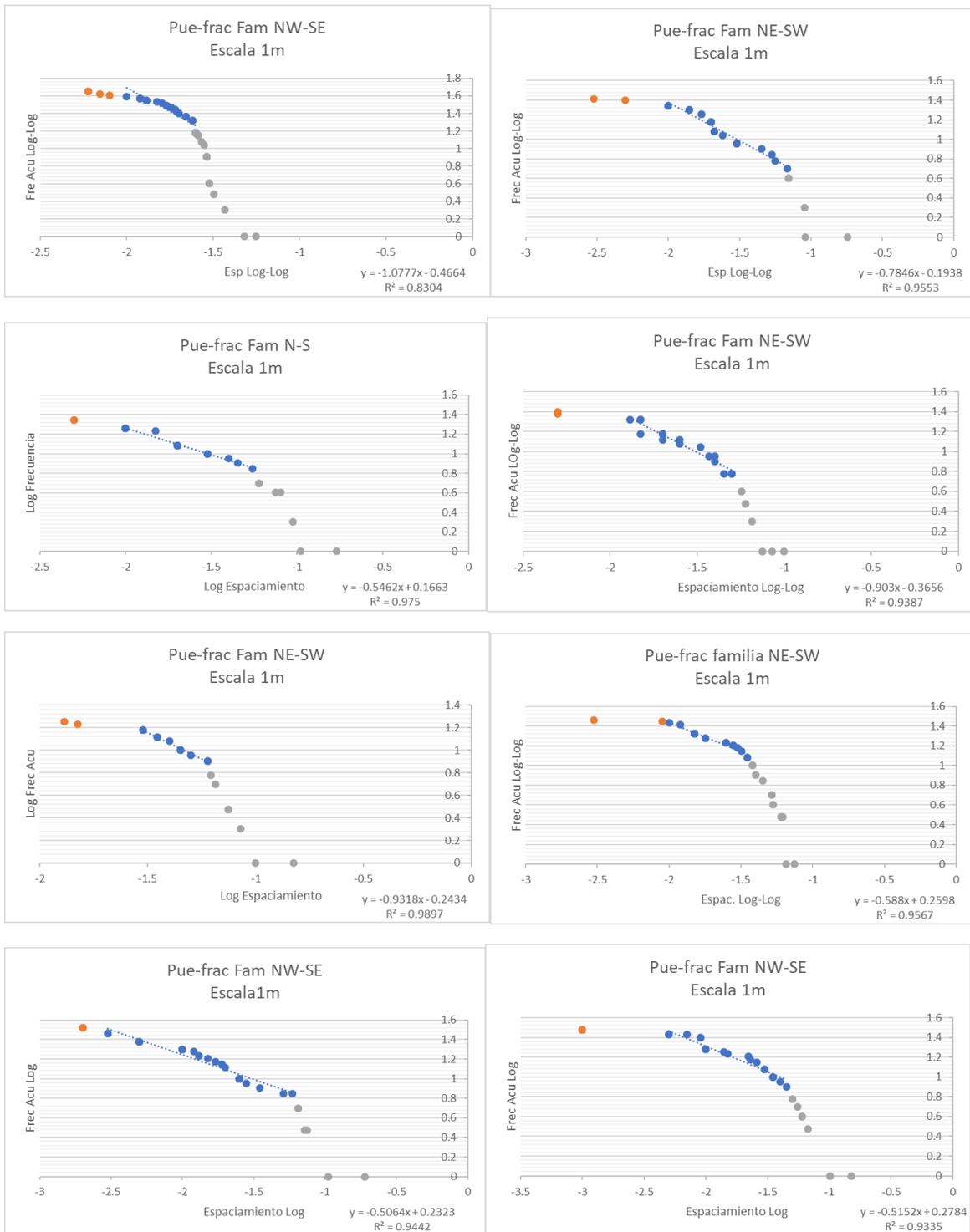
- Pollard, D. D., Segall, P., Delaney, P. T., 1982. Formation and interoretation of dilatant echelon cracks. *Geol Soc Am Bull* 93:1291-1303.
- P.A. Gillespie, C. H. (1993). Measurement and characterisation of spatial distributions of fractures . Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam , 1-29.
- Quijano-León, J. L. 2007. Manual de Geotermia: Ciencias de la Tierra e Ingeniería de Reservorios. México. P. 109.
- Revista Mexicana de Geoenergía ISSN 0186-5867. (2011). Geotermia, Marco Helio Rodríguez, Julio Cesar Viggiano-Guerra, Magaly del C. Flores Armenta y Germán R. Ramírez Silva, Volumen 24, No.1, pág. 1-84.
- Riley, P., Tikoff, B., Murray, A. B., 2011. Quantification of fracture networks in non-layered, massive rock using synthetic and natural data sets. *Tectonophysics*. 505. 44-56.
- Rosenstein, M. T., Collins, J. J., & De Luca, C. J. 1993. A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets. *Physica D* 65. P. 117-134.
- Sanderson, D. J., Roberts, S., Gunniel, P., 1994. A fractal relationship between vein thickness and gold grade in drill core from La Codosera, Spain. *Economic Geology* 89, 168-173.
- Serrano, A. V. (2013). Análisis Fractal de Fracturas Geológicas en un Análogo Expuesto de Yacimientos Carbonatados Naturalmente Fracturados y su aplicacion en modelos de flujo de fluidos. México, D.F.: Universidad Nacional Autonoma de México.
- Turcotte, D. L. 1986. Fractals and Fragmentation. *Journal of Geophysical Research*. Vol. 91. No. B2. Ps. 1921-1926.
- Turcotte, D. L. 1997. Fractals and Chaos in Geology and Geophysics. Cambridge University Press, Second Edition. Ps. 398.
- Umili, G., Ferrero, A., Einstein, H. H., 2013. A new method for automatic discontinuity traces sampling on rock mass 3D model. *Computers and Geosciences*, v.51.
- Vásquez-Serrano, A. 2013. Análisis fractal de fracturas geológicas en un análogo expuesto de yacimientos carbonatados naturalmente fracturados y su aplicación en modelos de flujo fluidos. Tesis de Maestría. Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, México. P. 156.
- V. Torres Argüelles, K. Oleschko, A.M. Tarquis, G. Korvin, C. Gaona, J.F. Parrot, and E. Ventura-Ramos., 2010. Fractal Metrology for biogeosystems analysis. *Biogeosciences*, 7,3799-3815,2010. (<https://doi.org/10.5194/bg-7-3799-2010>, 2010)
- Viggiano-Guerra Julio Cesar, Flores Armenta Magaly y German R. Ramirez Silva., 2011. Evolucion del sistema geotermico de Acoculco, Pue. Mexico: un estudio con base en estudios petrograficos del pozo EAC-2 y en otras consideraciones. *Geotermia*, Vol.24, No.1. pág. 14-24.

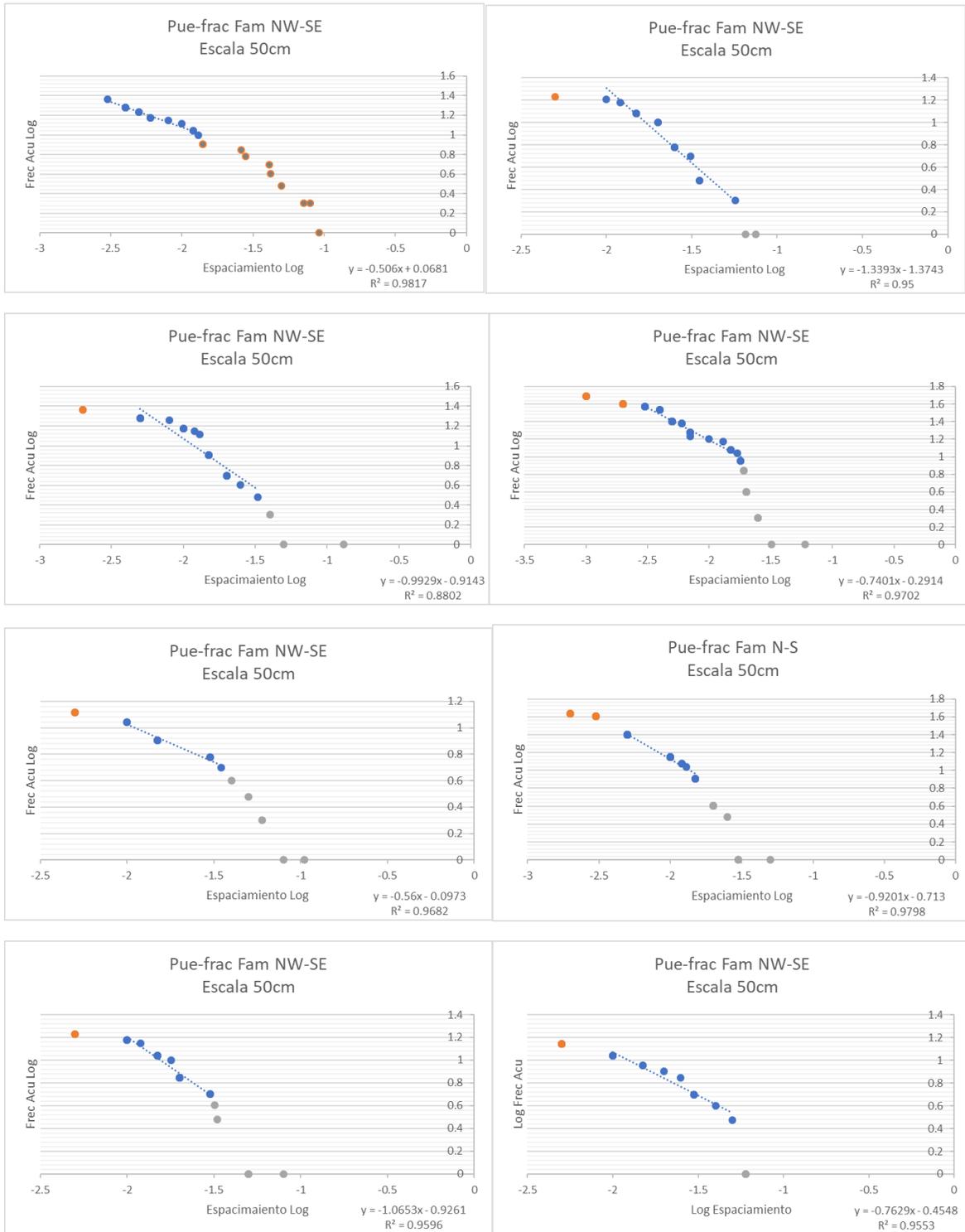
ANEXOS

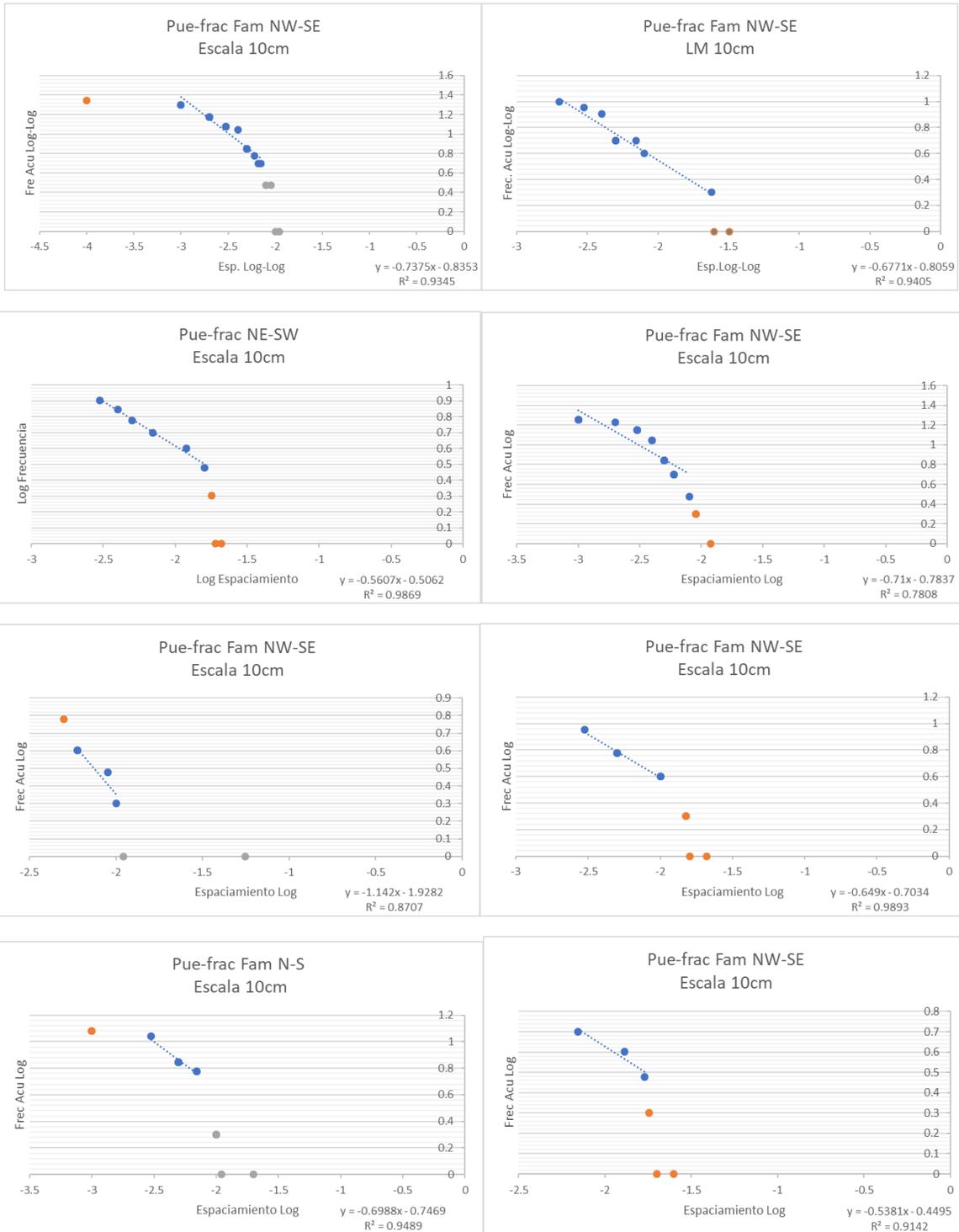
Anexo 1. Frecuencia Acumulada (Espaciamiento)

En el siguiente apartado se muestra las gráficas de frecuencia acumulada para el mensurando de espaciamiento y apertura de acuerdo a cada familia y escala (100cm, 50cm, 10cm y 1cm), obtenidas mediante las líneas de muestreo.

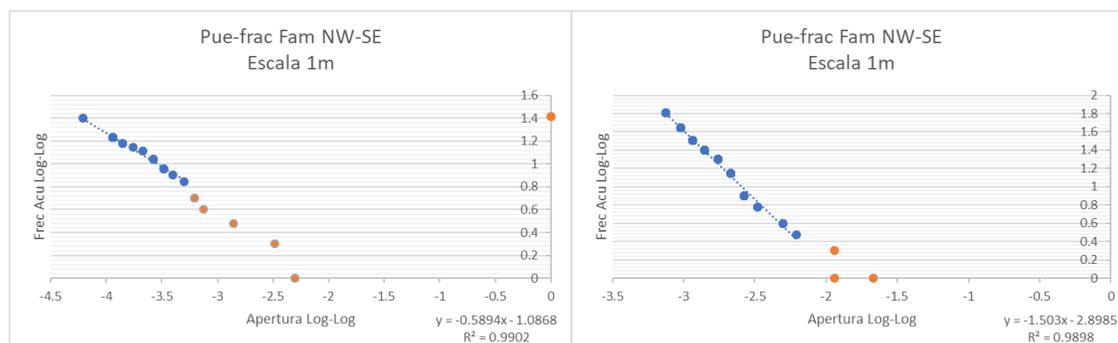
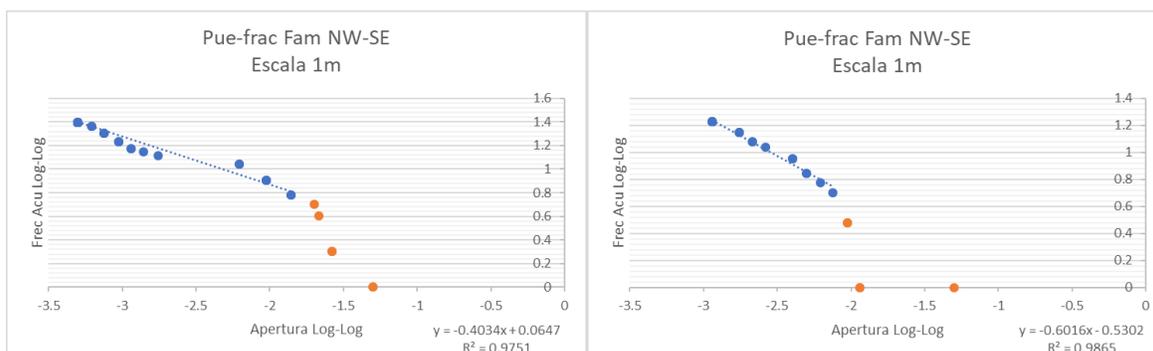
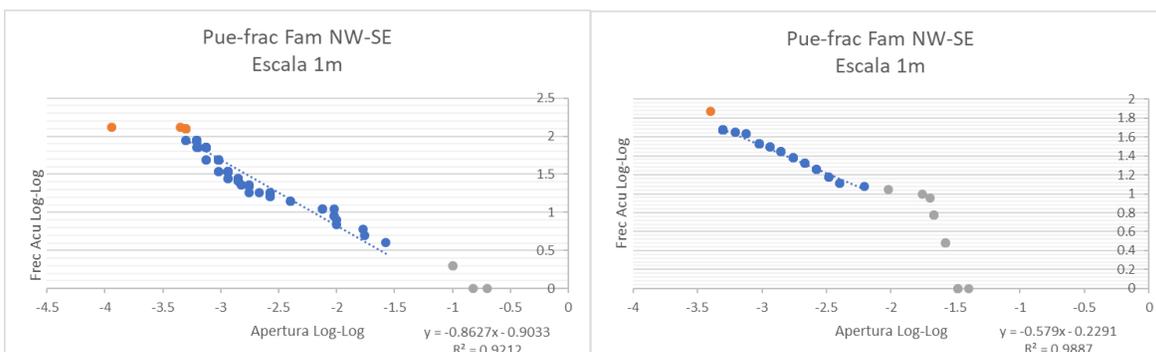
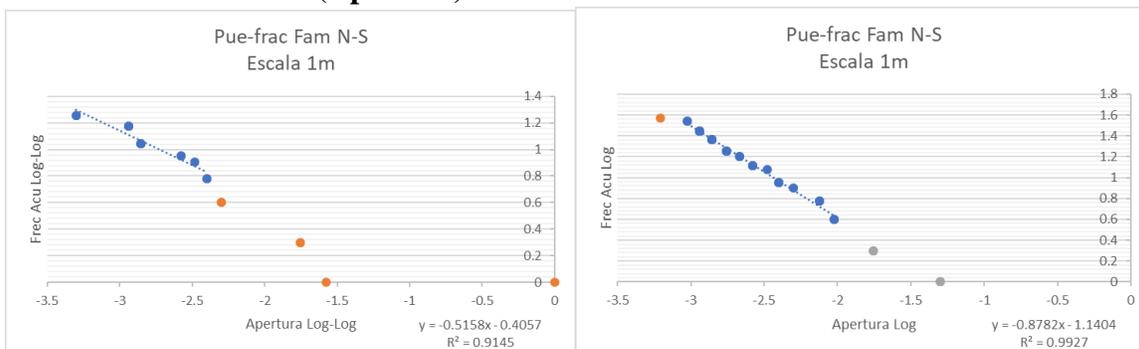


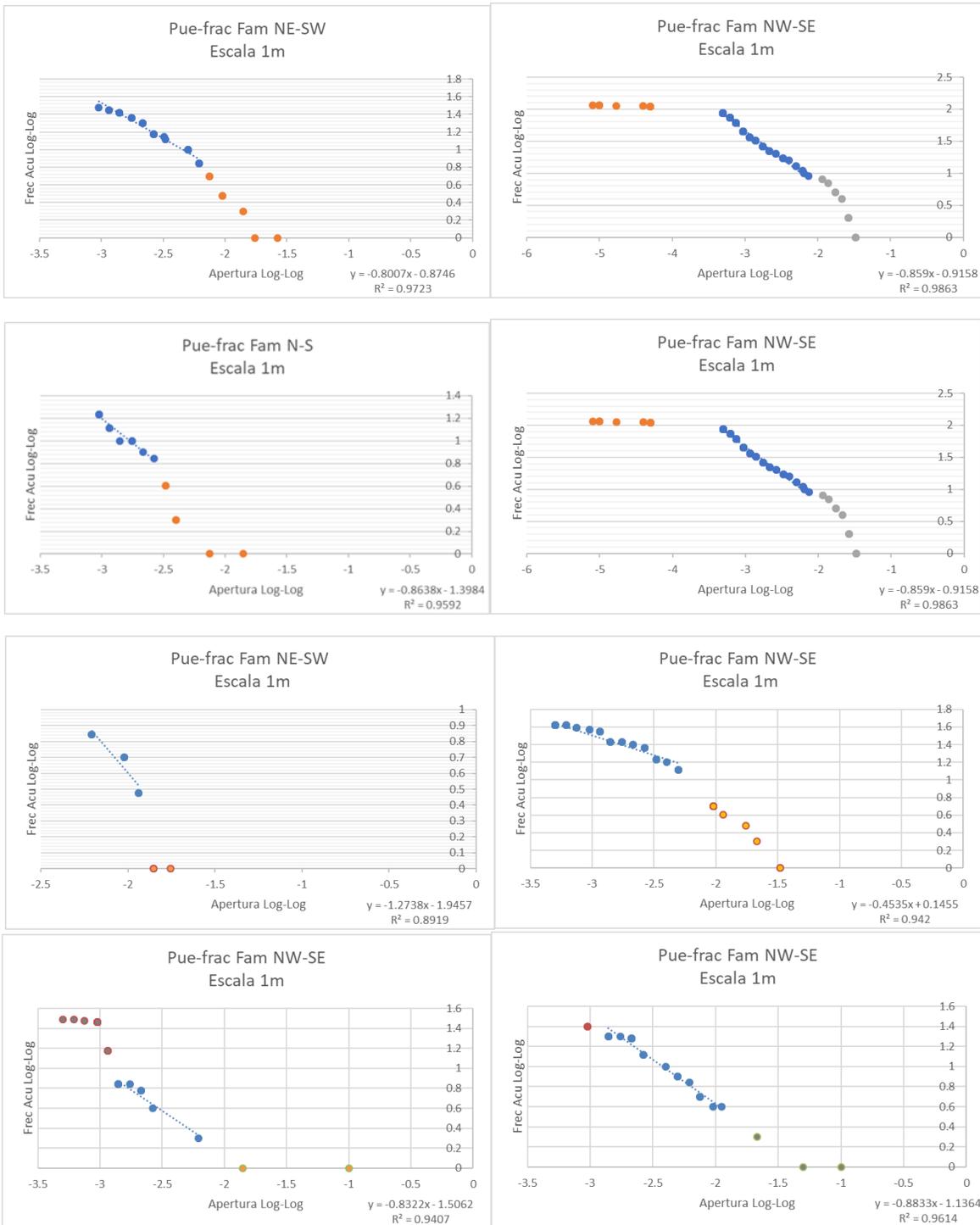


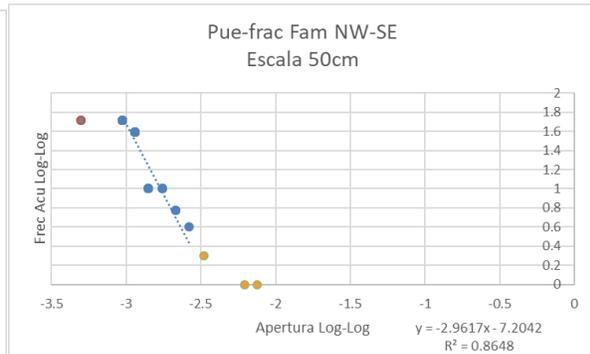
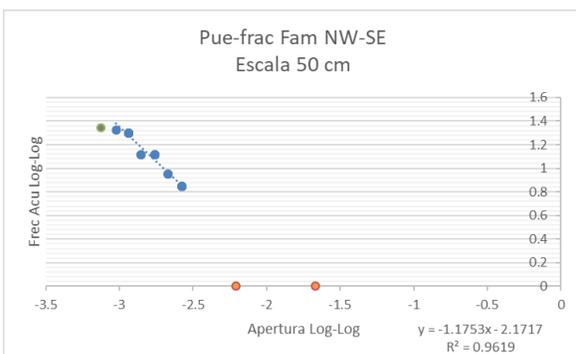
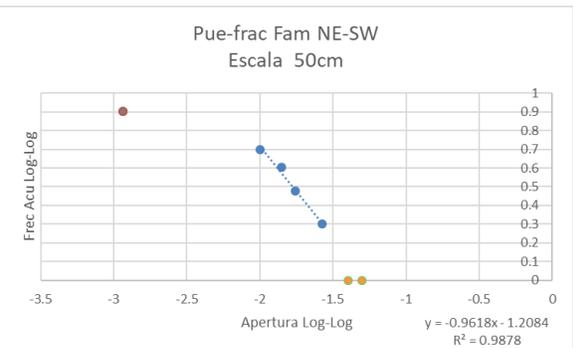
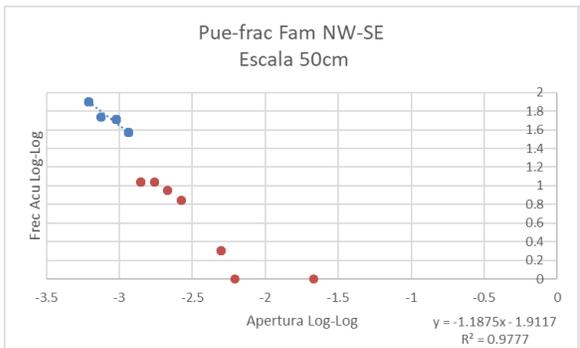
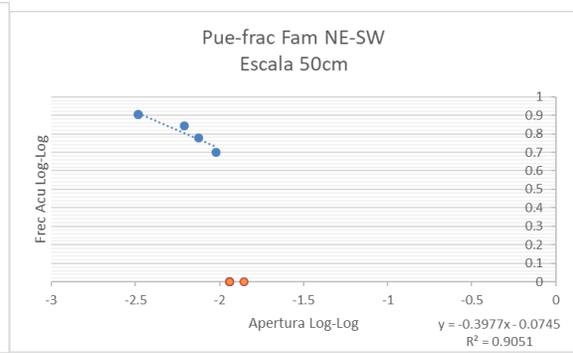
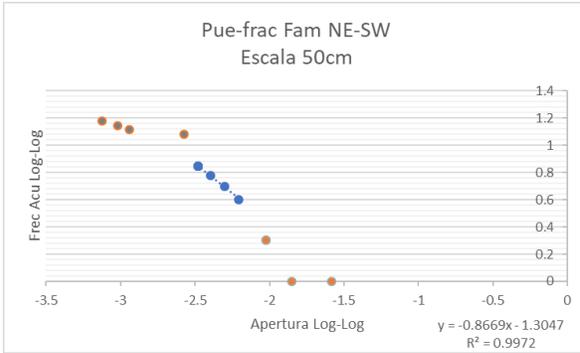
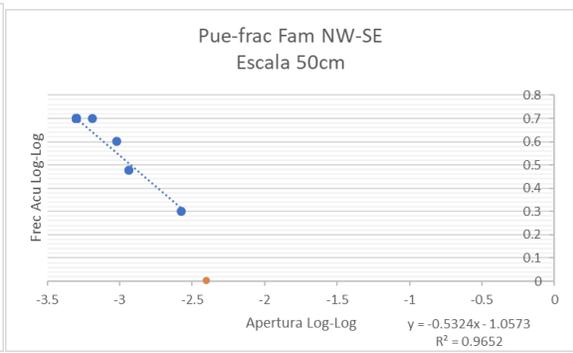
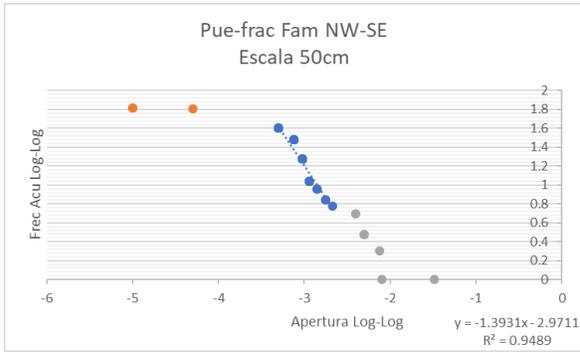


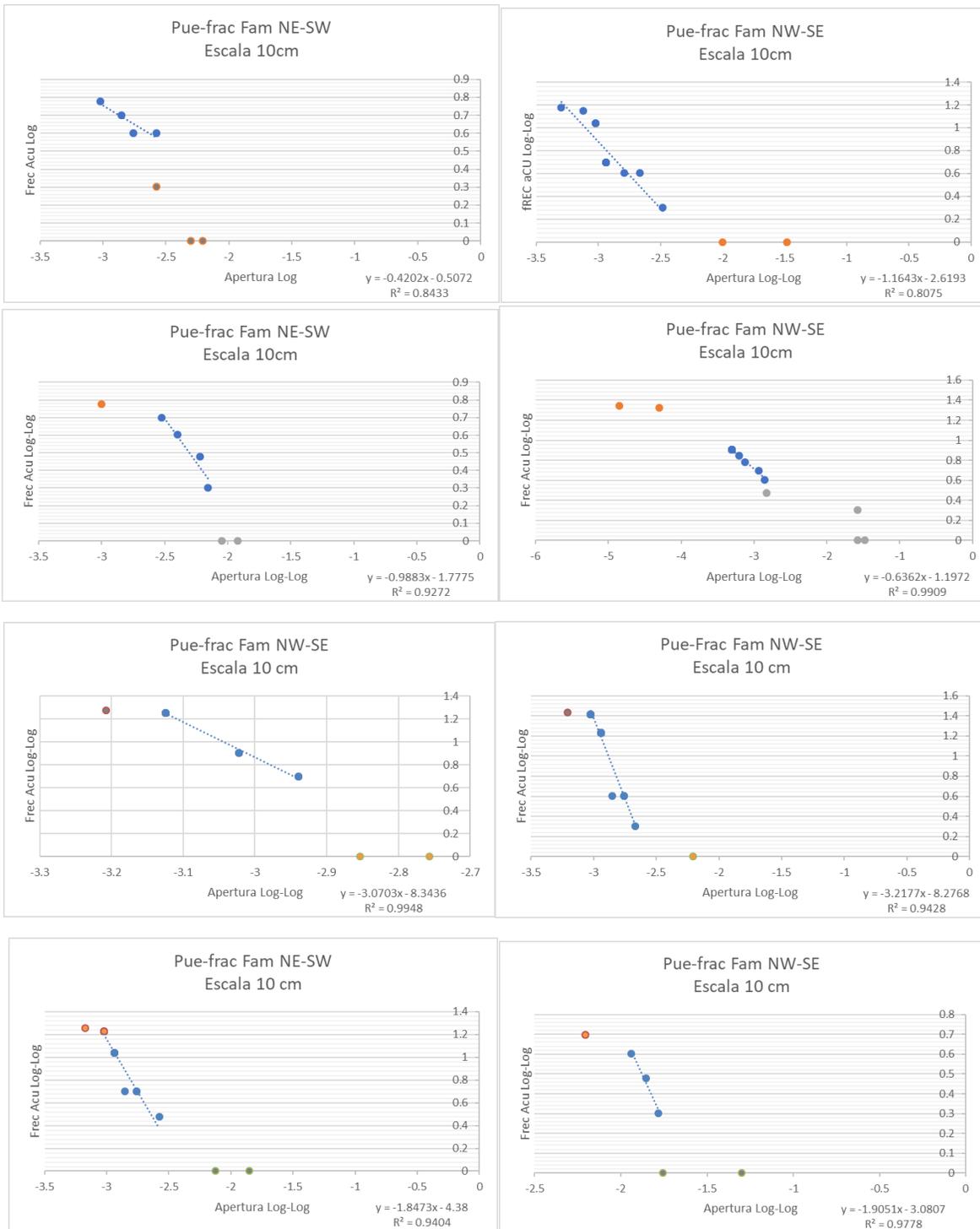


Frecuencia Acumulada (Apertura)



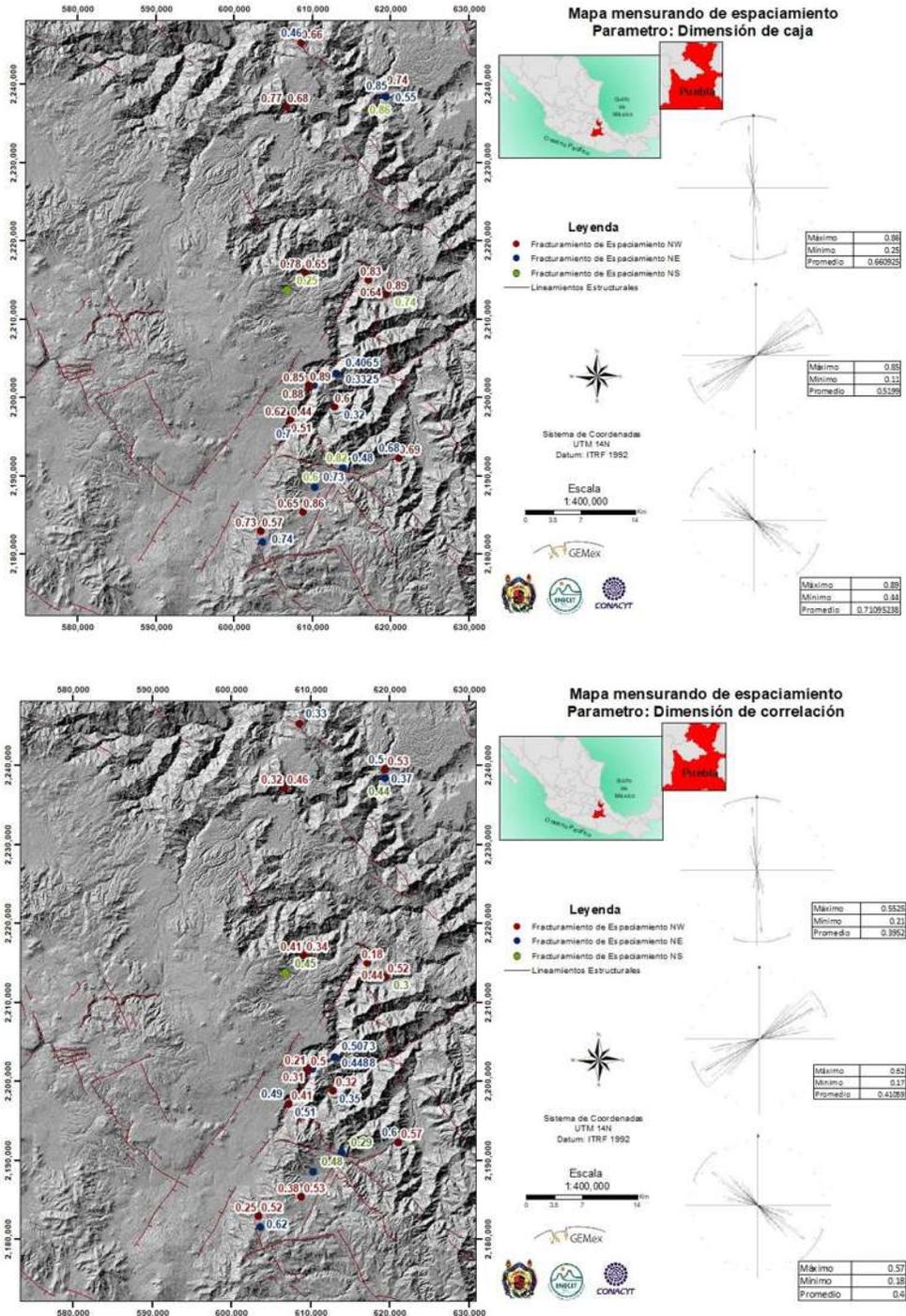


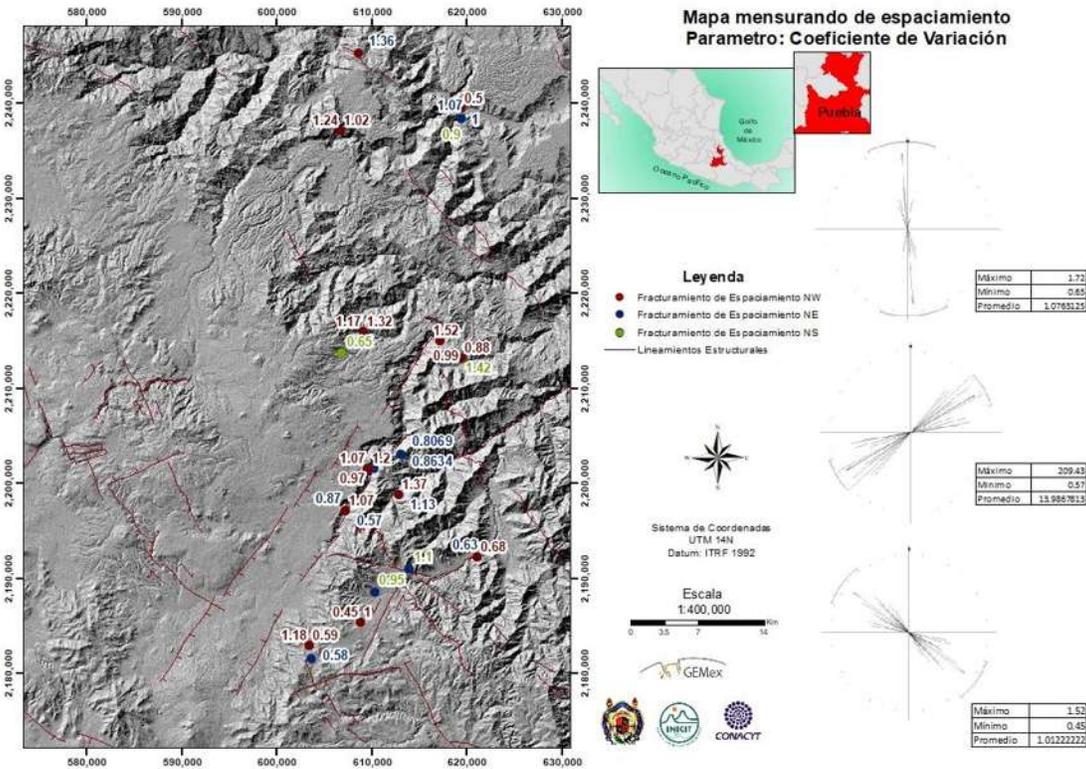
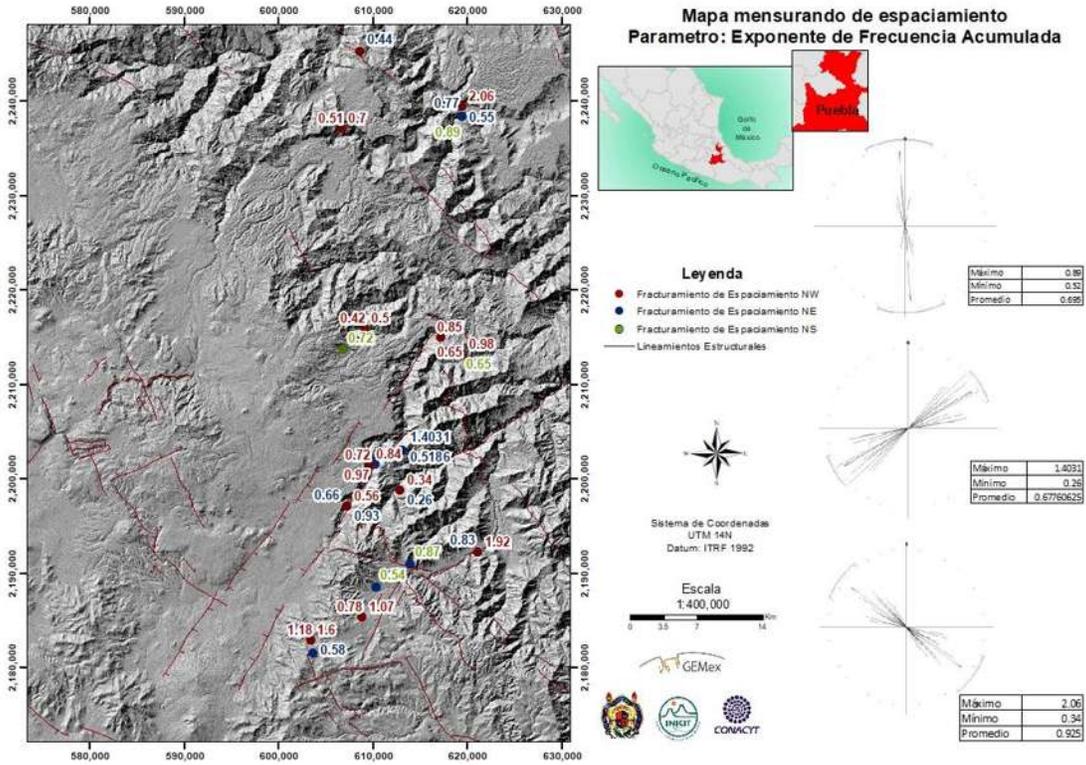


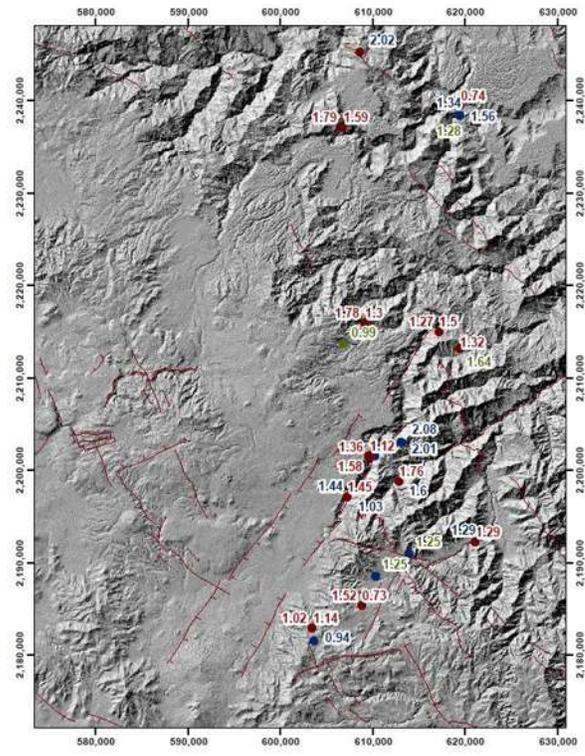


Anexo 2. Mapas de dimensiones para análisis 1D (espaciamento)

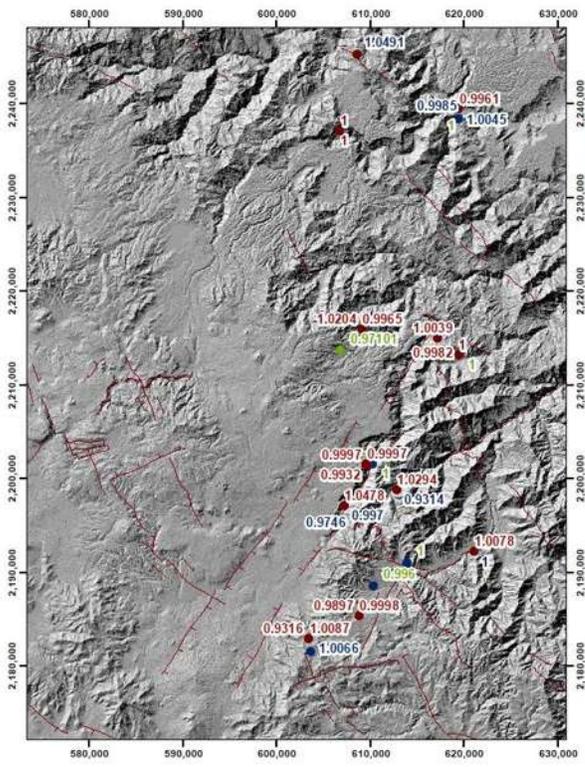
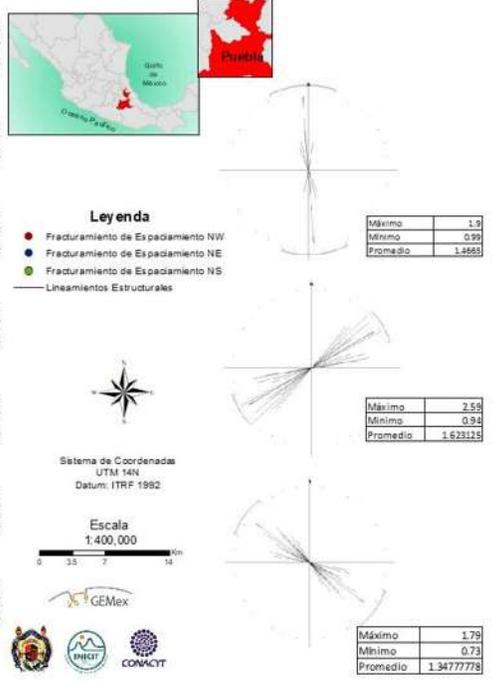
En este apartado se muestran los mapas donde se reflejan los datos de las diferentes dimensiones que se obtuvieron para el análisis 1D respecto al mensurando de espaciamento y apertura.



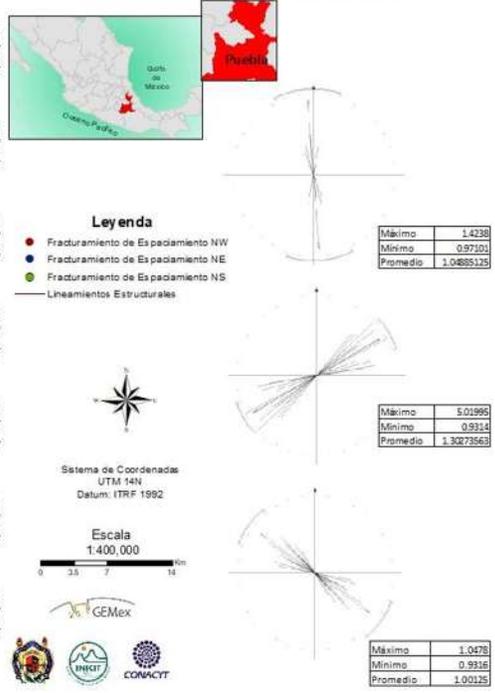




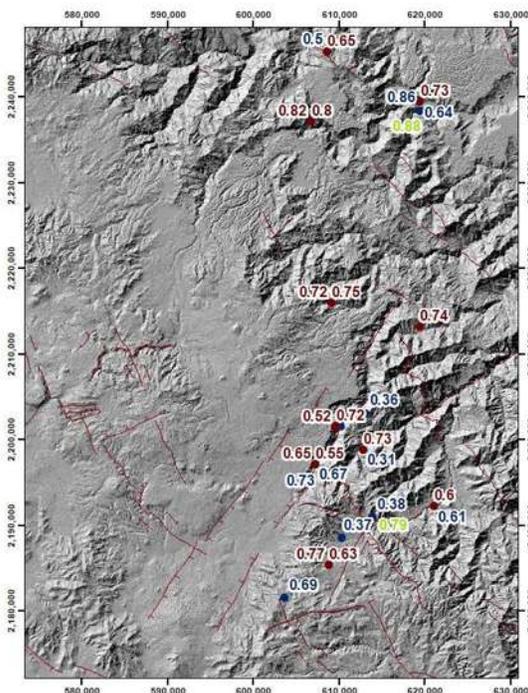
Mapa mensurando de espaciamento
Parametro: Exponente de Lyapunov



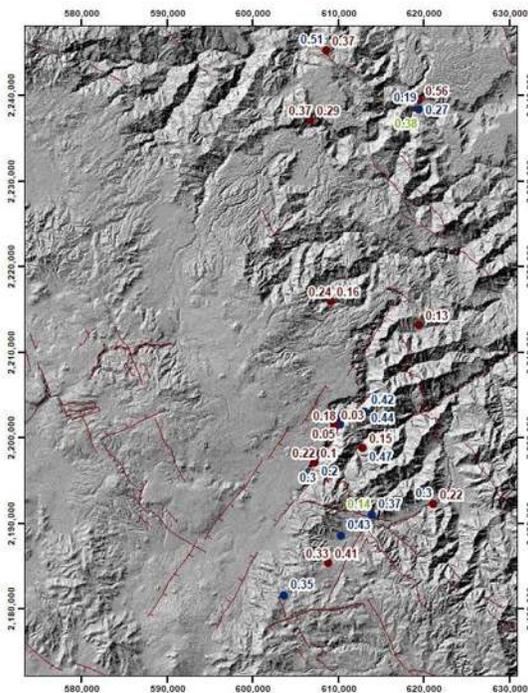
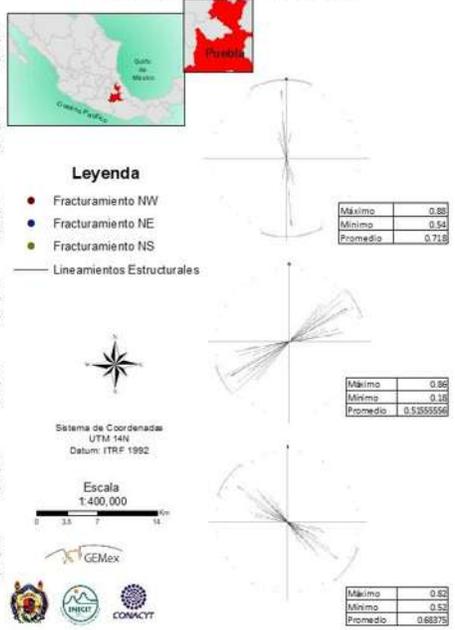
Mapa mensurando de espaciamento
Parametro: Porosidad de Delesse



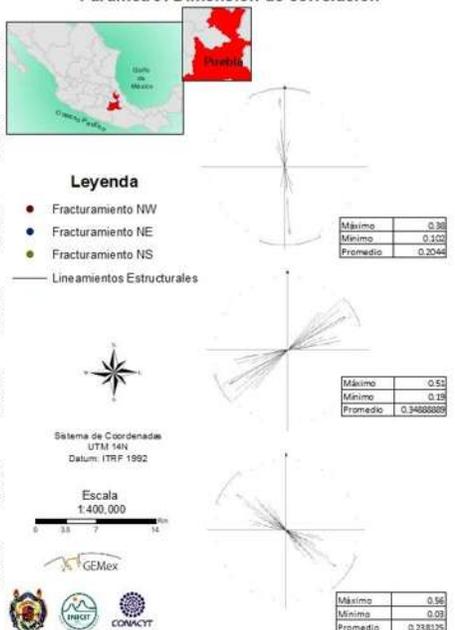
Mapas de dimensiones para análisis 1D (apertura)

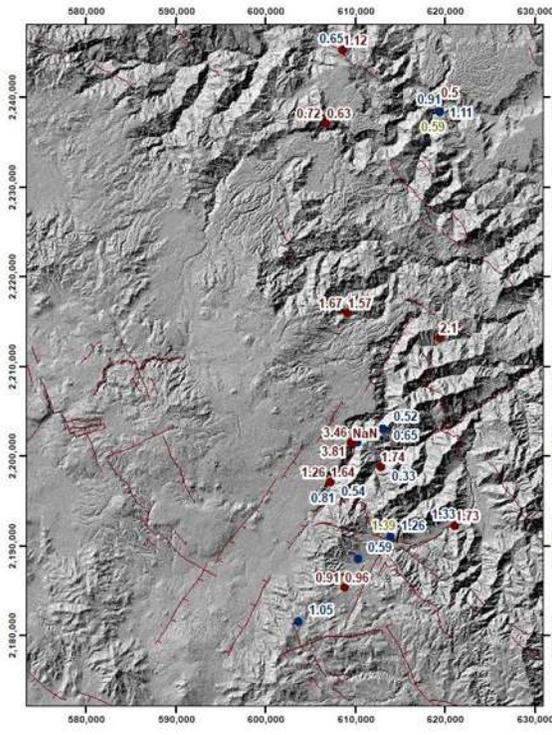


Mapa mensurando de apertura
Parametro: Dimensión de caja

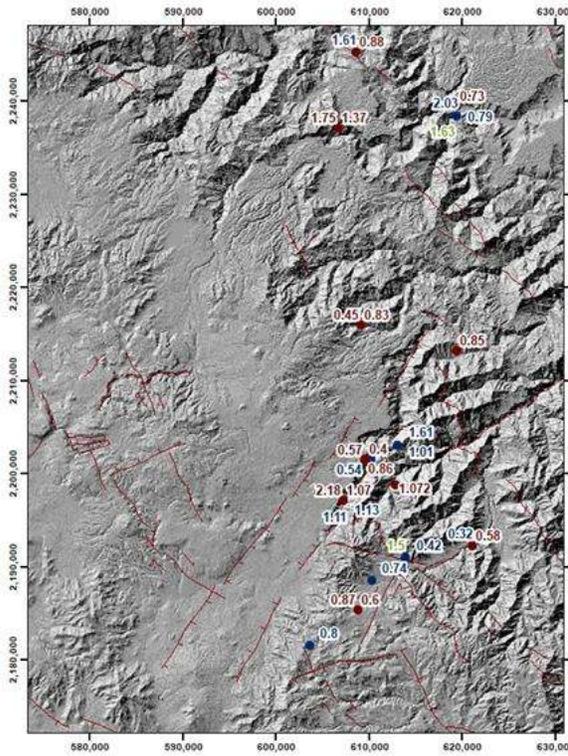
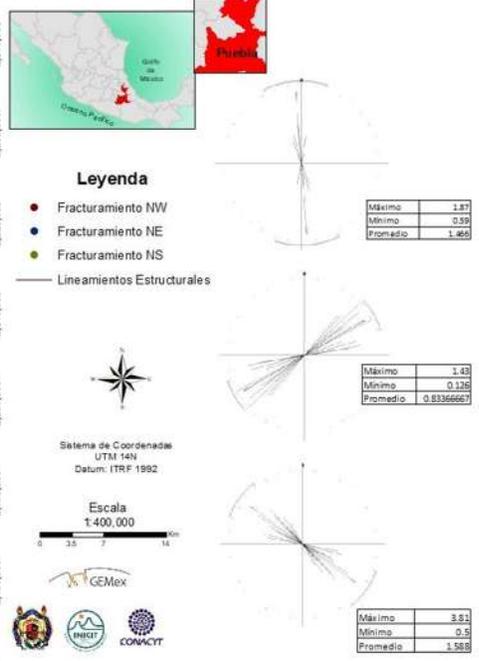


Mapa mensurando de apertura
Parametro: Dimensión de correlación

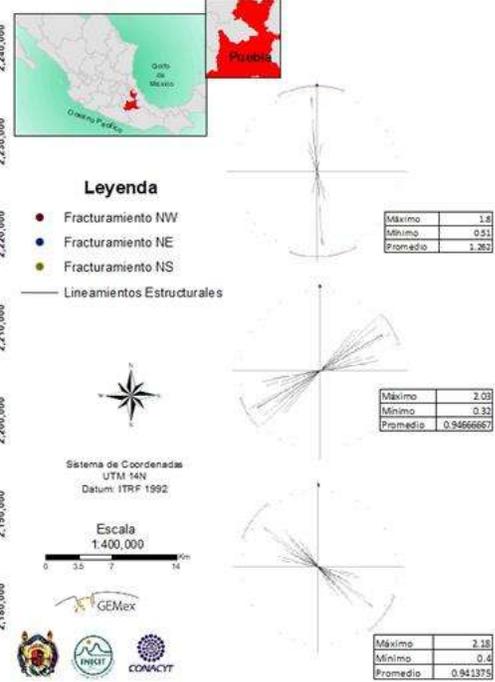


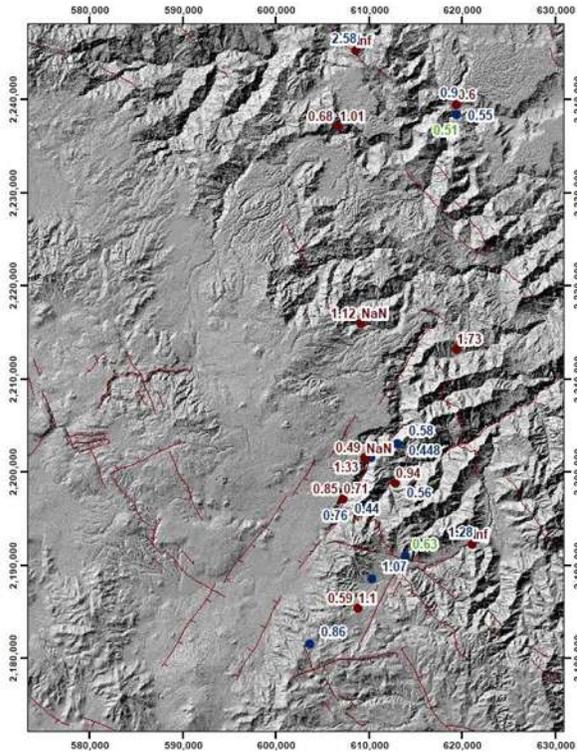


Mapa mensurando de apertura
Parametro: Coeficiente de Variación



Mapa mensurando de apertura
Parametro: Exponente de Frecuencia Acumulada





Mapa mensurando de apertura
Parametro: Exponente de Lyapunov



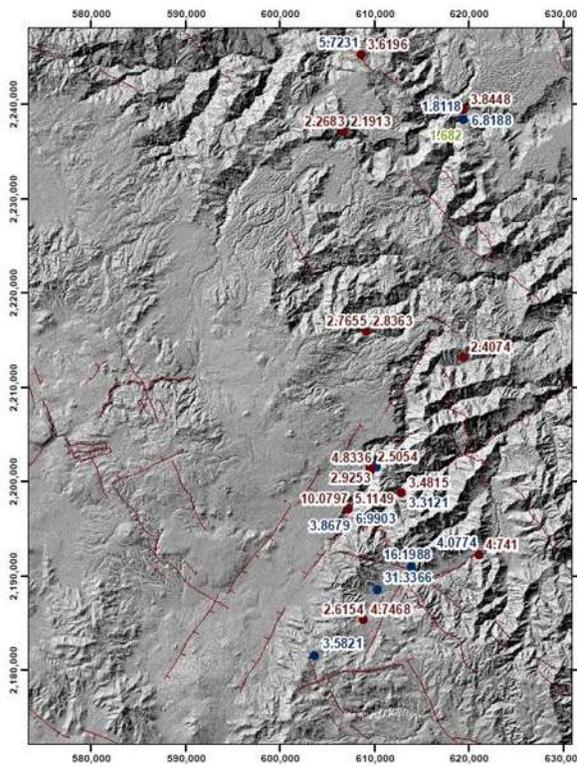
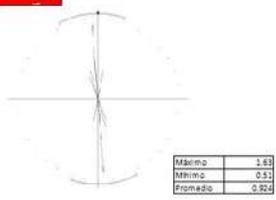
Leyenda

- Fracturamiento NW
- Fracturamiento NE
- Fracturamiento NS
- Lineamientos Estructurales



Sistema de Coordenadas
 UTM 14N
 Datum: ITRF 1992

Escala
 1:400,000



Mapa mensurando de apertura
Parametro: Porosidad de Deless



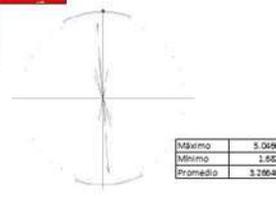
Leyenda

- Fracturamiento NW
- Fracturamiento NE
- Fracturamiento NS
- Lineamientos Estructurales



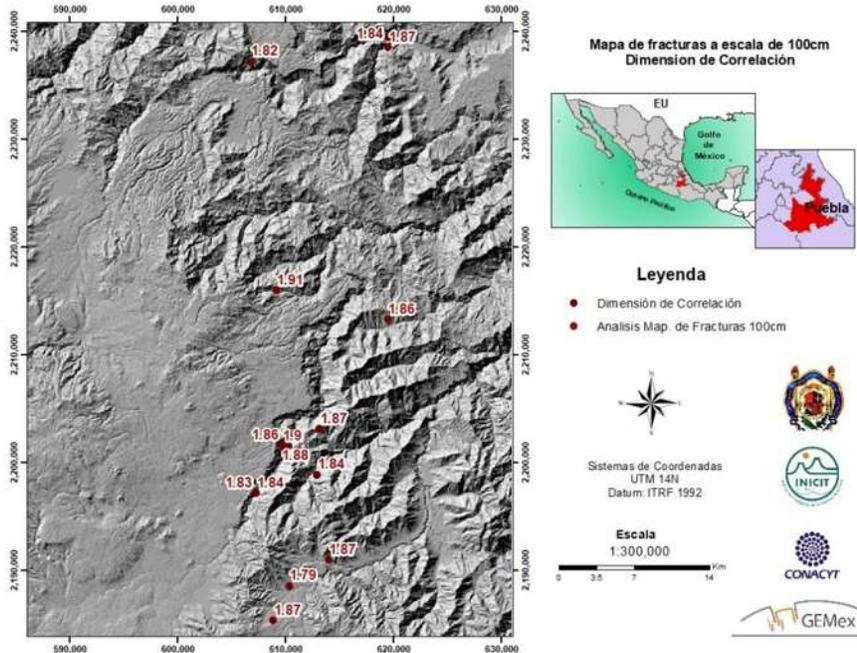
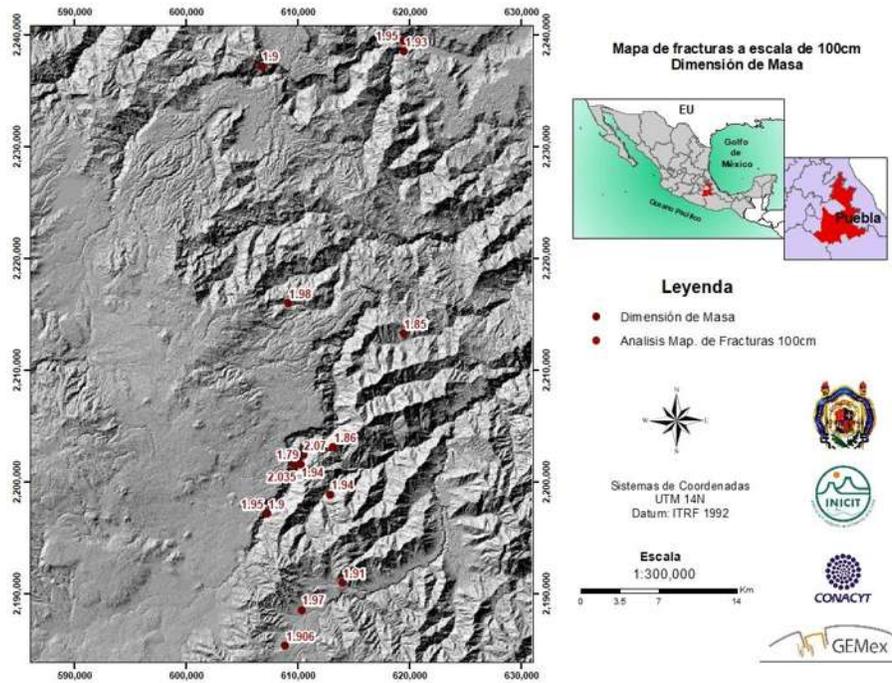
Sistema de Coordenadas
 UTM 14N
 Datum: ITRF 1992

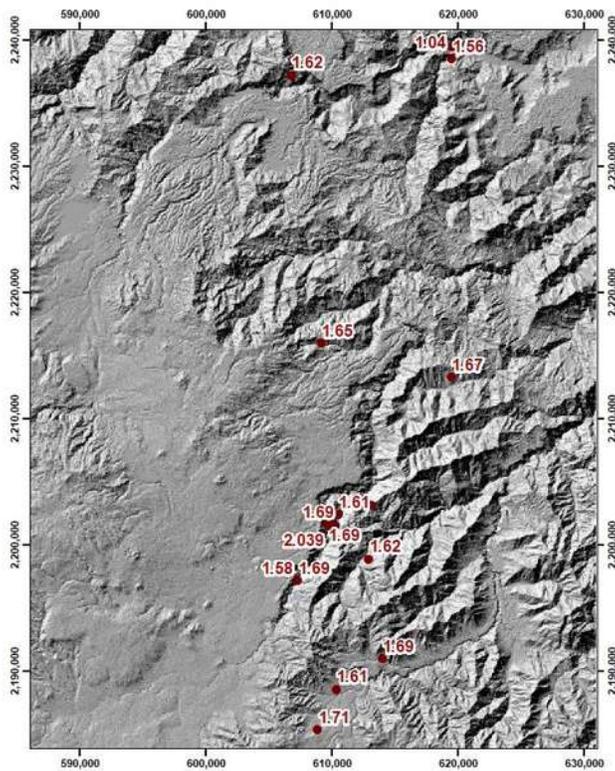
Escala
 1:400,000



Anexo 3. Mapas de fracturas para análisis 2D

Para la obtención del análisis 2D se muestran los diferentes mapas de fracturas, de intersecciones y de puntos medios que se obtuvieron mediante las ventanas circulares, cada uno de ellos refleja la dimensión que se obtuvo de acuerdo a su escala.





Mapa de fracturas a escala de 100cm
Dimensión de Caja



Leyenda

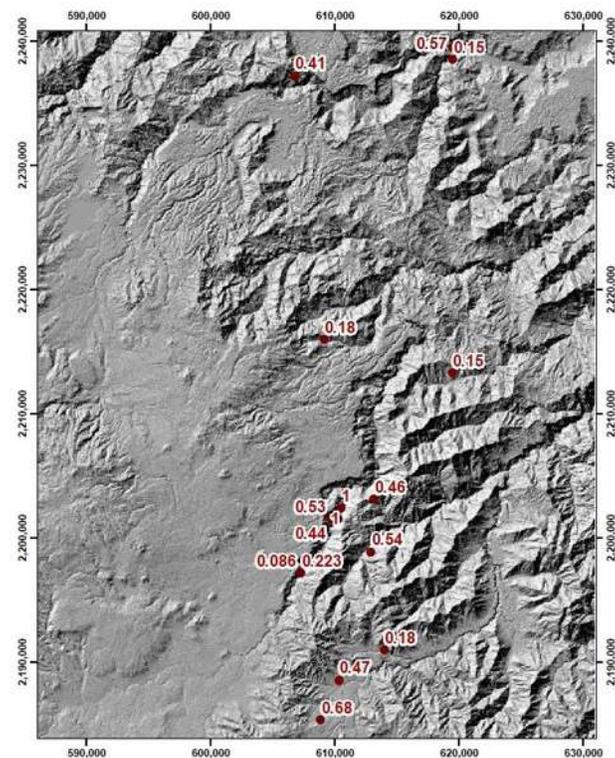
- Dimensión de caja
- Analisis Map. de Fracturas 100cm



Sistemas de Coordenadas
UTM 14N
Datum: ITRF 1992



Escala
1:300,000



Mapa de fracturas a escala de 100cm
Lacunaridad



Leyenda

- Lacunaridad
- Analisis Map. de Fracturas 100cm

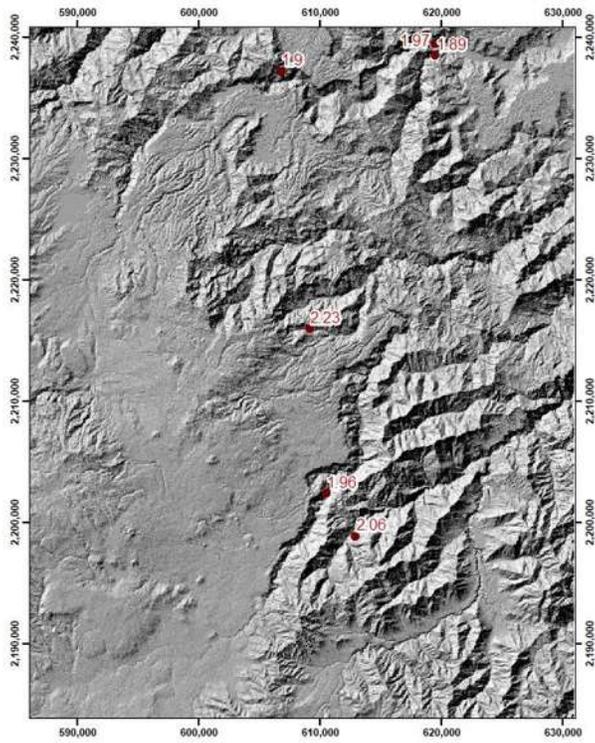


Sistemas de Coordenadas
UTM 14N
Datum: ITRF 1992



Escala
1:300,000





Mapa de fracturas a escala de 50cm
Dimensión de masa



Leyenda

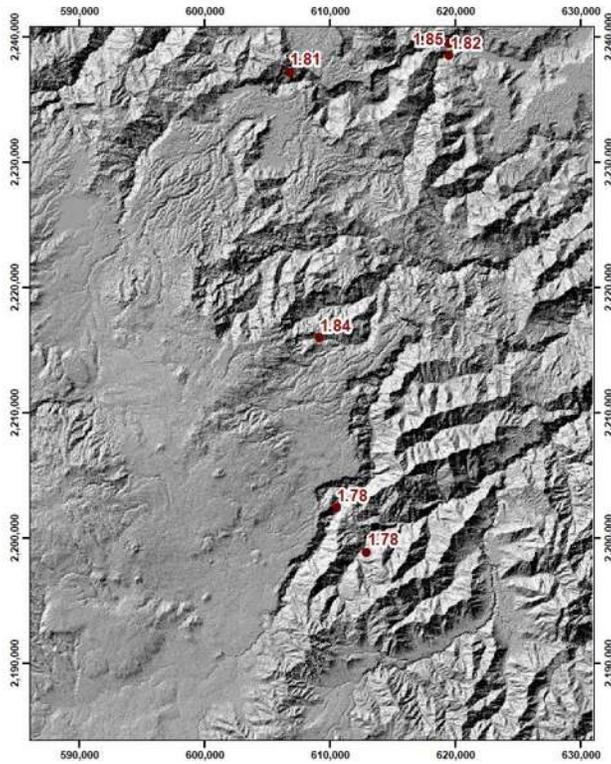
- Dimensión de masa
- Analisis Map. de Fracturas 50cm



Sistemas de Coordenadas
UTM 14N
Datum: ITRF 1992



Escala
1:300,000



Mapa de fracturas a escala de 50cm
Dimensión de Correlación



Leyenda

- Dimensión de correlación
- Analisis Map. de Fracturas 50cm

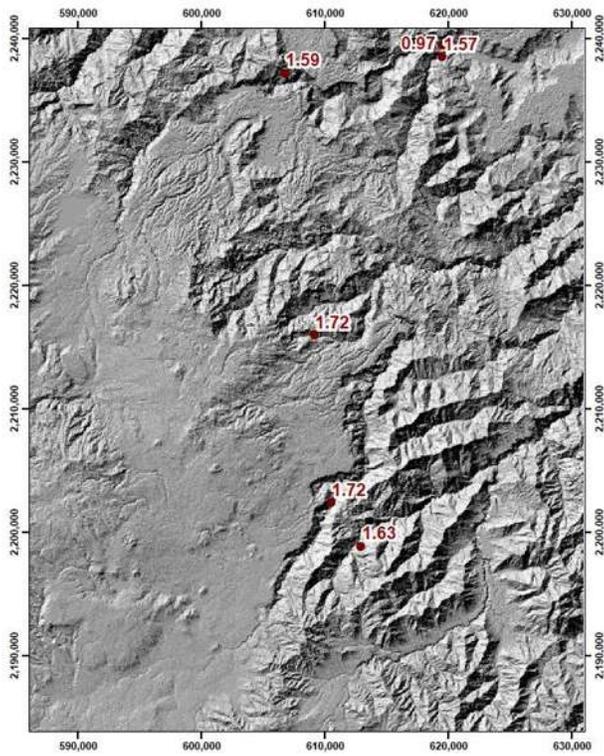


Sistemas de Coordenadas
UTM 14N
Datum: ITRF 1992



Escala
1:300,000





Mapa de fracturas a escala de 50cm
Dimensión de caja



Leyenda

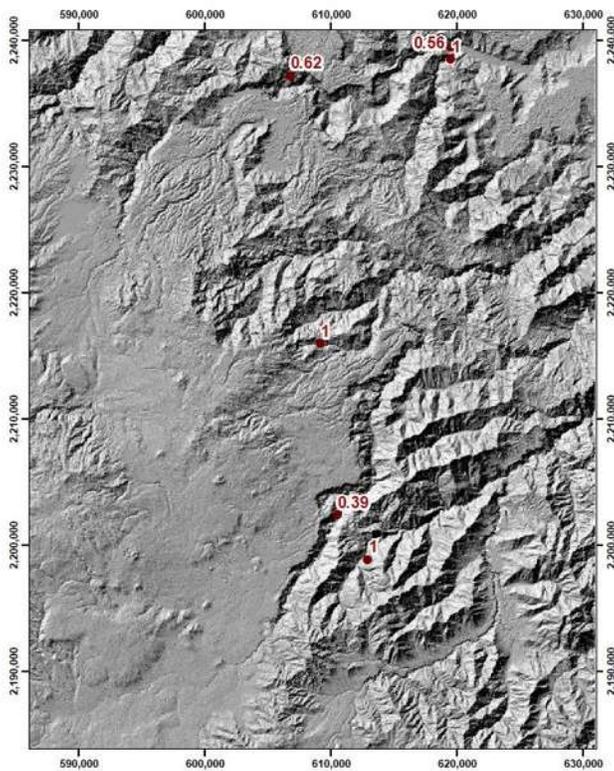
- Dimensión de caja
- Analisis Map. de Fracturas 50cm



Sistemas de Coordenadas
UTM 14N
Datum: ITRF 1992



Escala
1:300,000



Mapa de fracturas a escala de 50cm
Lacunaridad



Leyenda

- Lacunaridad
- Analisis Map. de Fracturas 50cm

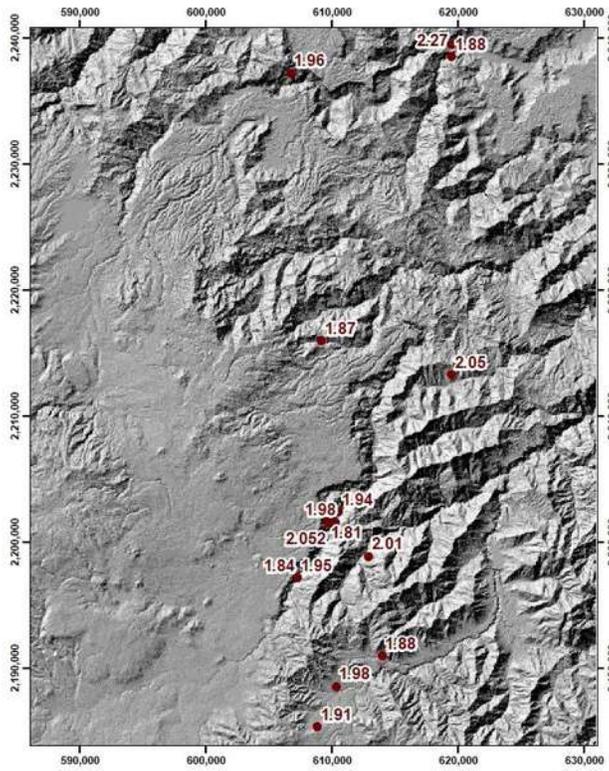


Sistemas de Coordenadas
UTM 14N
Datum: ITRF 1992



Escala
1:300,000





Mapa de fracturas a escala de 10cm
Dimensión de masa

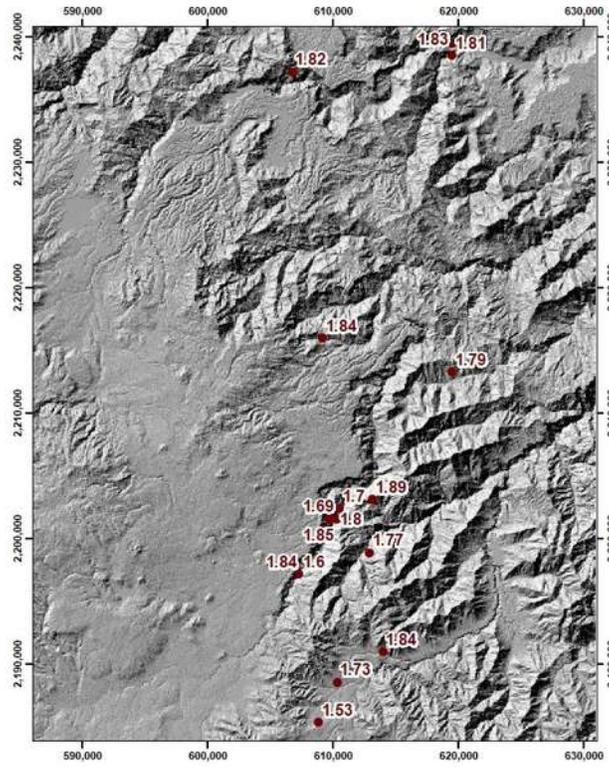
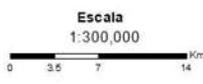


Leyenda

- Dimensión de masa
- Análisis Map. de Fracturas 10cm



Sistemas de Coordenadas
 UTM 14N
 Datum: ITRF 1992



Mapa de fracturas a escala de 10cm
Dimensión de Correlación



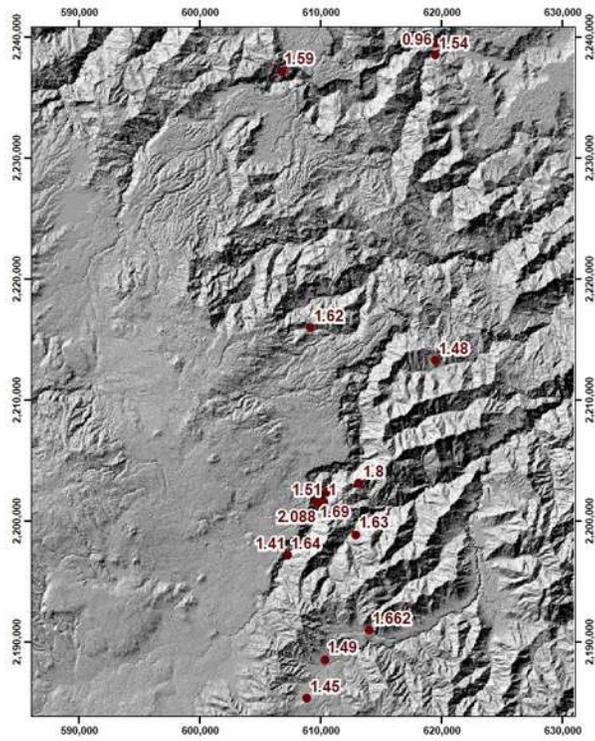
Leyenda

- Dimensión de correlación
- Análisis Map. de Fracturas 10cm



Sistemas de Coordenadas
 UTM 14N
 Datum: ITRF 1992





Mapa de fracturas a escala de 10cm
Dimensión de caja



Leyenda

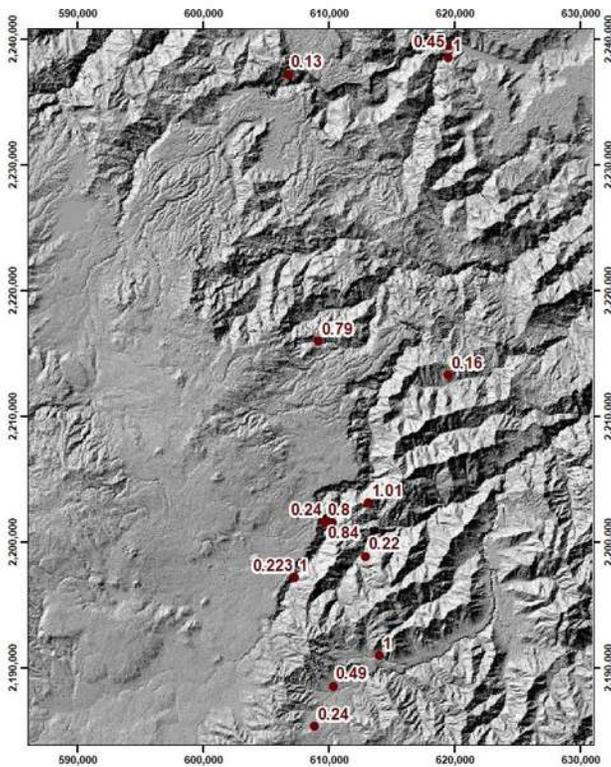
- Dimensión de caja
- Análisis Map. de Fracturas 10cm



Sistemas de Coordenadas
UTM 14N
Datum: ITRF 1992



Escala
1:300,000



Mapa de fracturas a escala de 10cm
Lacunaridad



Leyenda

- Lacunaridad
- Análisis Map. de Fracturas 10cm

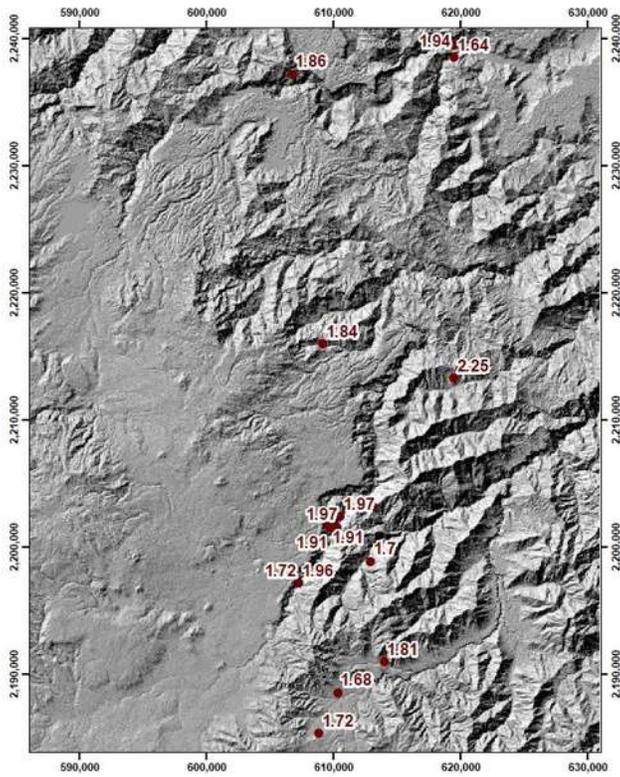


Sistemas de Coordenadas
UTM 14N
Datum: ITRF 1992



Escala
1:300,000





Mapa de fracturas a escala de 1cm
Dimensión de masa



Leyenda

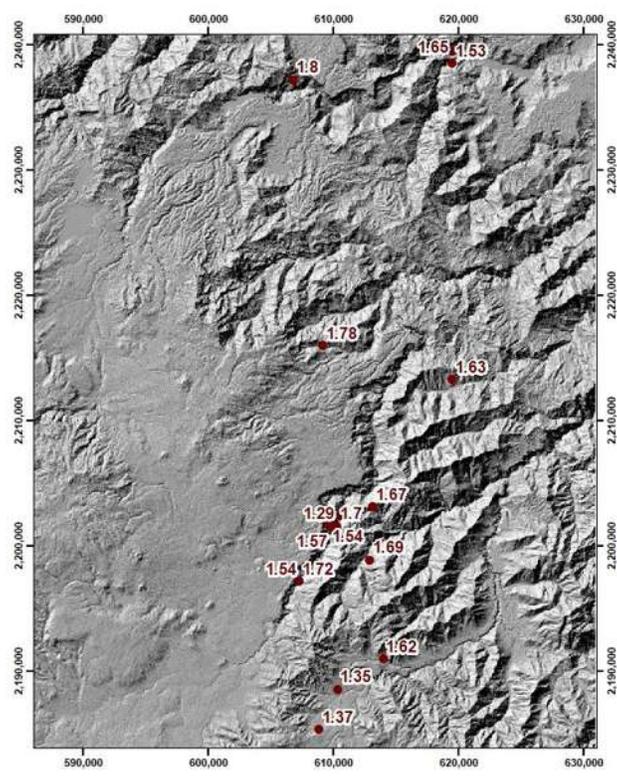
- Dimensión de masa
- Analisis Map. de Fracturas 1cm



Sistemas de Coordenadas
UTM 14N
Datum: ITRF 1992



Escala
1:300,000



Mapa de fracturas a escala de 1cm
Dimensión de Correlación



Leyenda

- Dimensión de correlación
- Analisis Map. de Fracturas 1cm

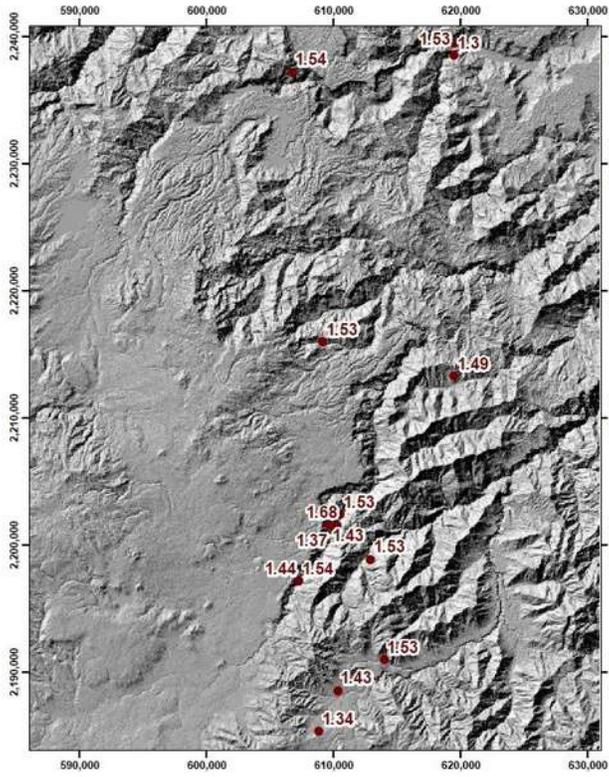


Sistemas de Coordenadas
UTM 14N
Datum: ITRF 1992



Escala
1:300,000





Mapa de fracturas a escala de 1cm
Dimension de caja



Leyenda

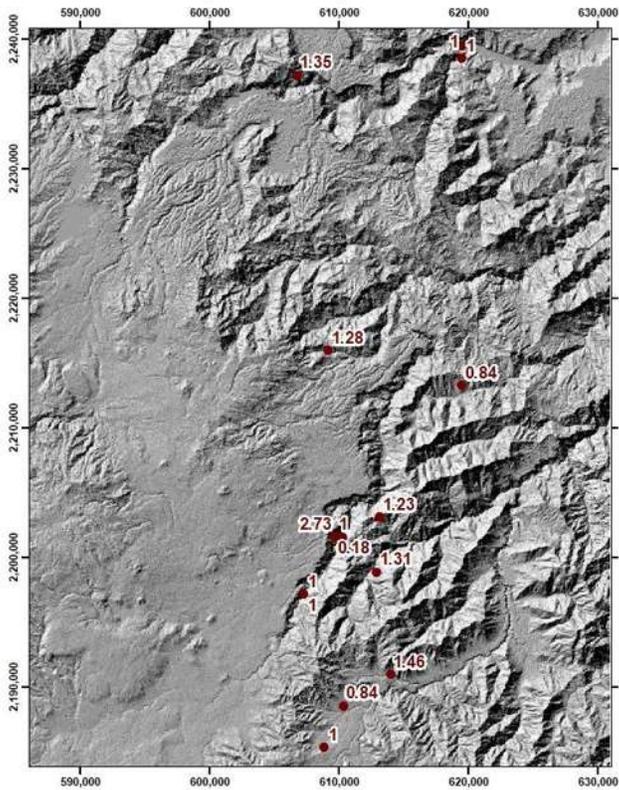
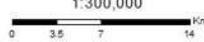
- Dimension de caja
- Analisis Map. de Fracturas 1cm



Sistemas de Coordenadas
UTM 14N
Datum: ITRF 1992



Escala
1:300,000



Mapa de fracturas a escala de 1cm
Lacunaridad



Leyenda

- Lacunaridad
- Analisis Map. de Fracturas 1cm



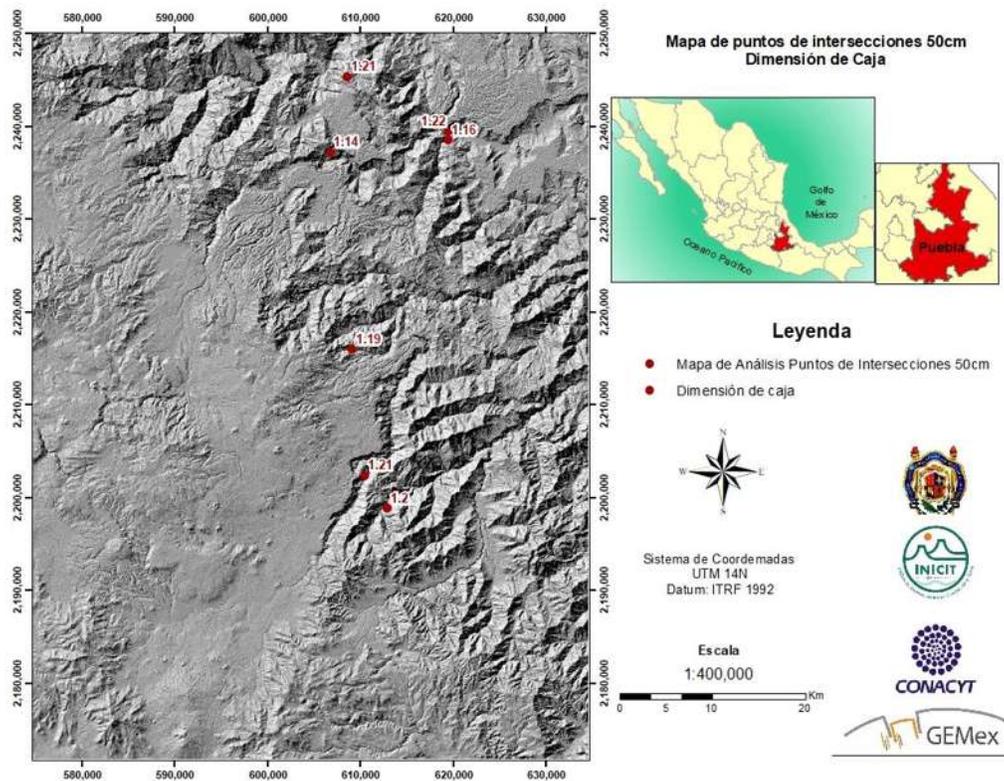
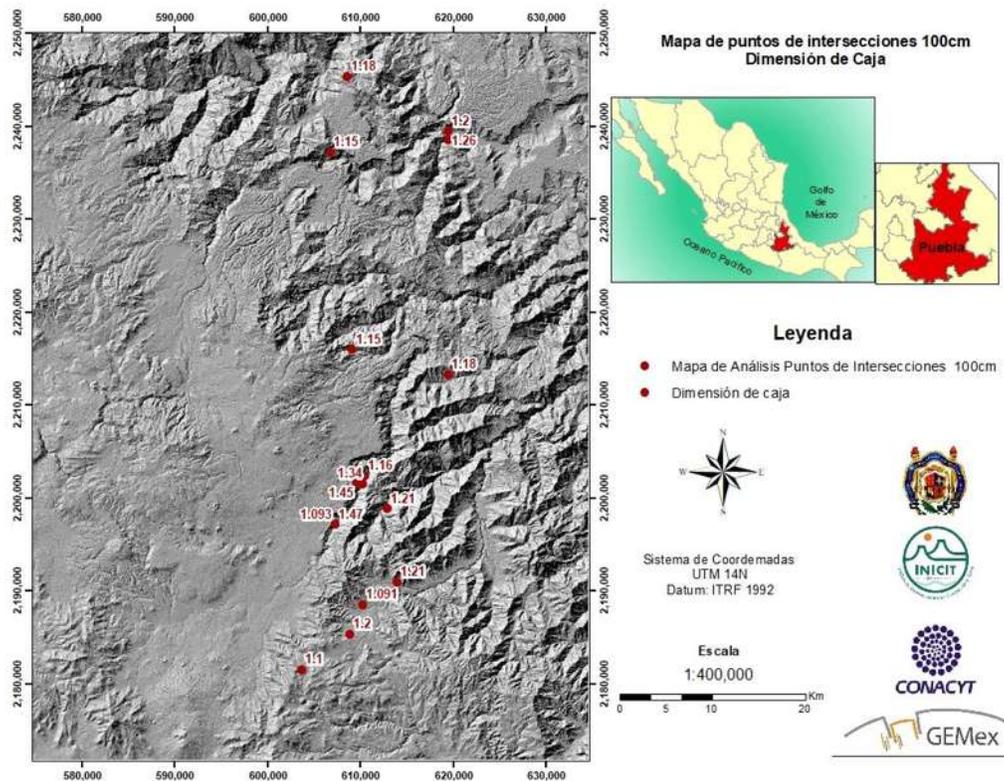
Sistemas de Coordenadas
UTM 14N
Datum: ITRF 1992

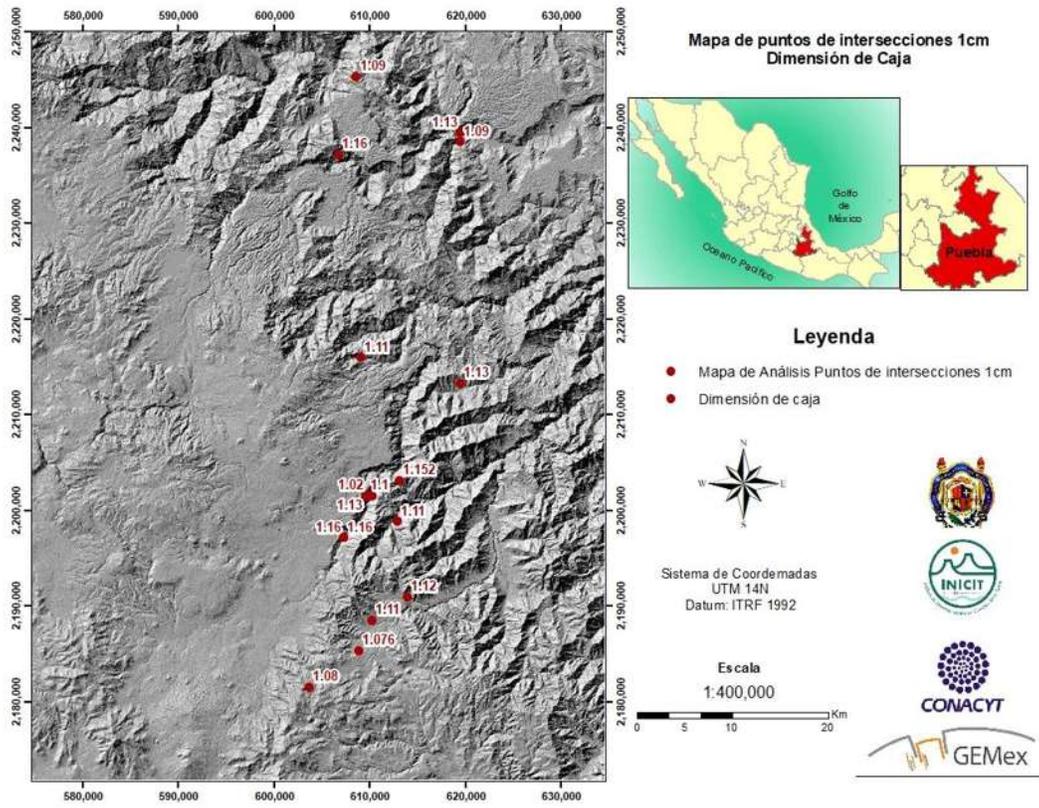
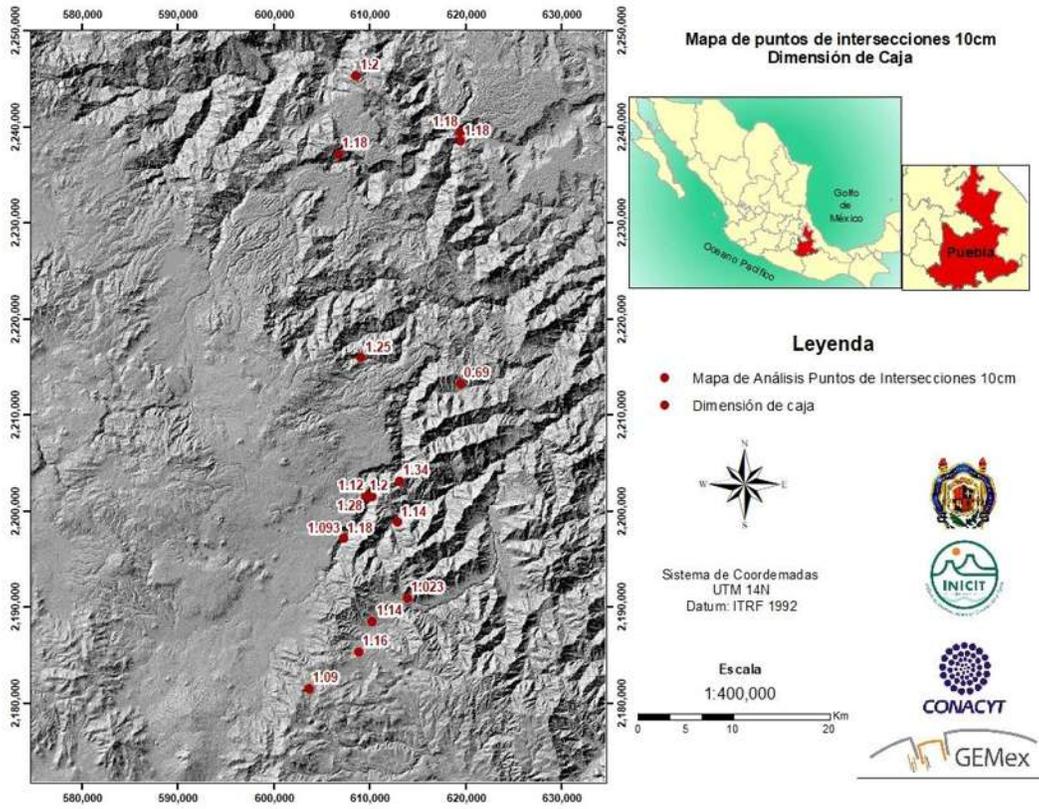


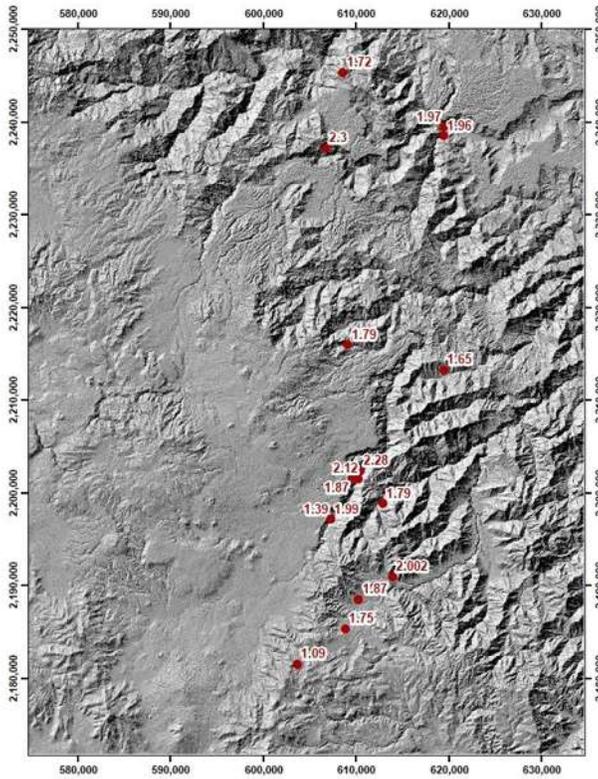
Escala
1:300,000



Mapas de intersecciones para análisis 2D







Mapa de puntos de intersecciones 100cm
Dimensión de Masa



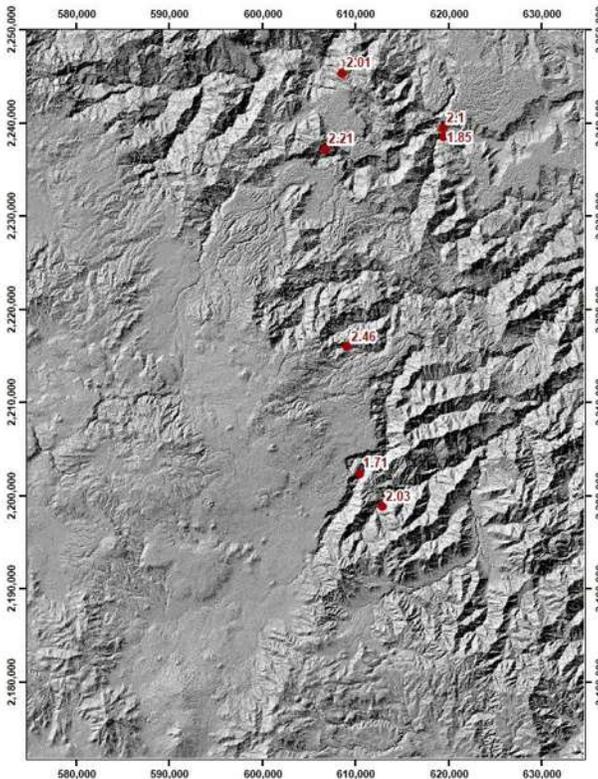
Leyenda

- Mapa de Análisis Puntos de Intersecciones- 100cm
- Dimensión de masa



Sistema de Coordenadas
UTM 14N
Datum: ITRF 1992

Escala
1:400,000



Mapa de puntos de intersecciones 50cm
Dimensión de Masa



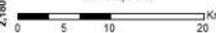
Leyenda

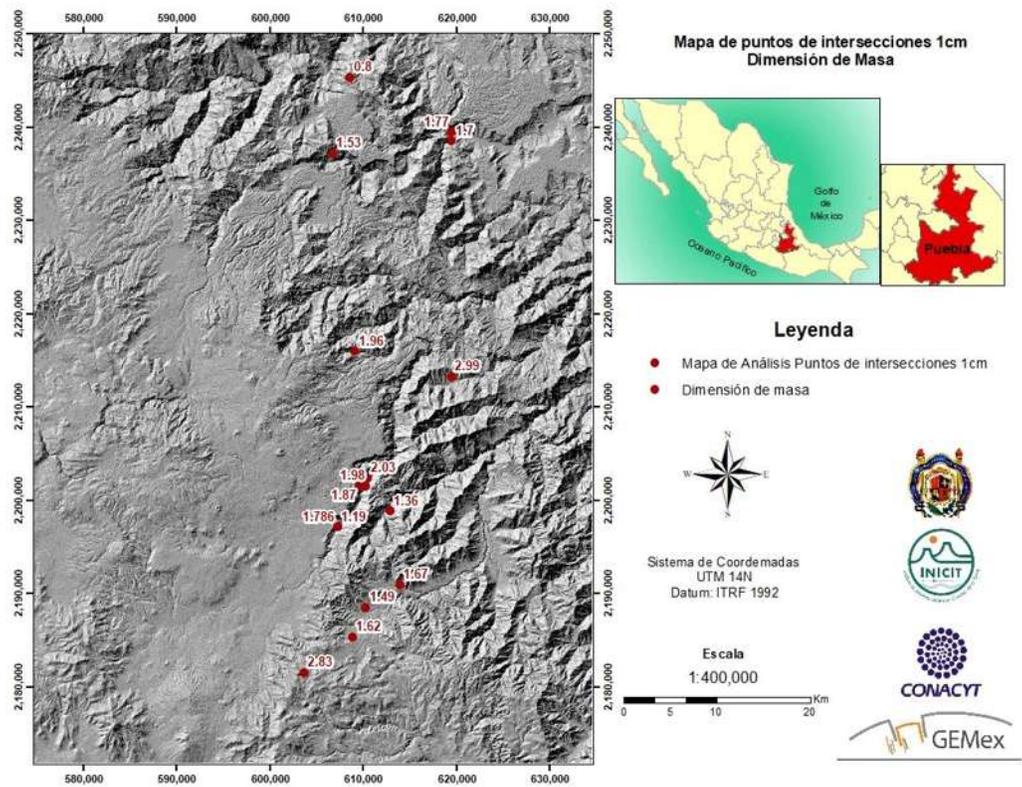
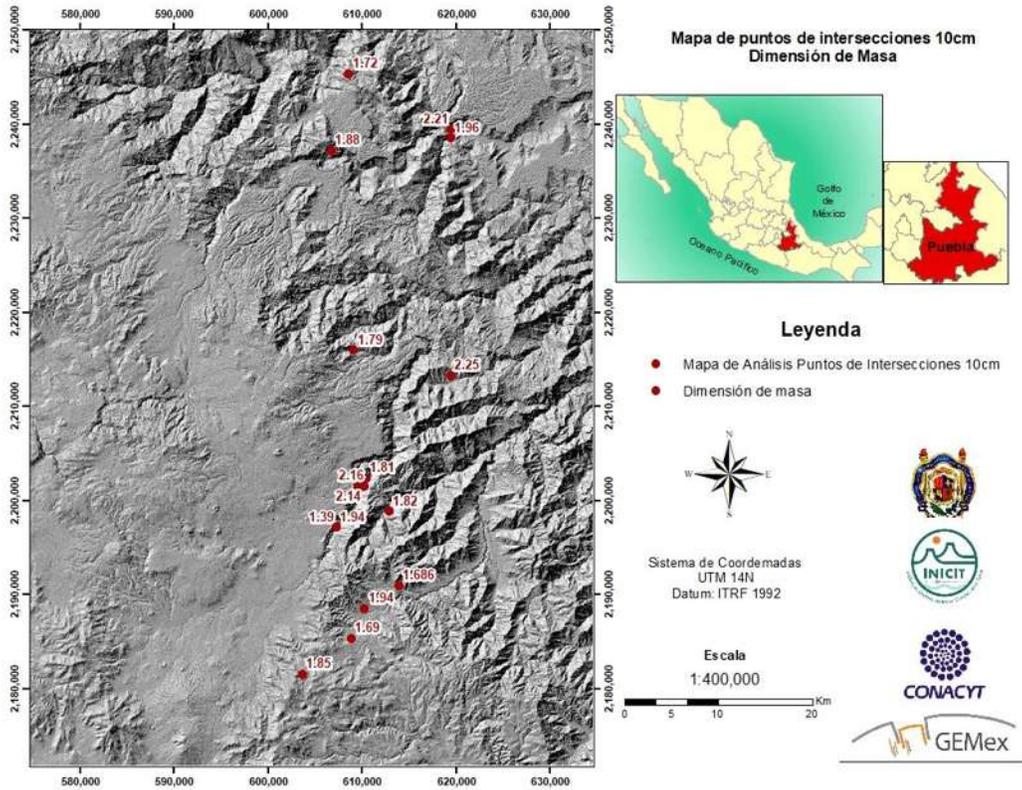
- Mapa de Análisis Puntos de Intersecciones- 50cm
- Dimensión de masa



Sistema de Coordenadas
UTM 14N
Datum: ITRF 1992

Escala
1:400,000





Mapas de puntos medios para análisis 2D

