



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLAS DE HIDALGO



DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA QUÍMICA

MODELADO DE LOS EFECTOS DEL FLUJO CONVECTIVO
SOBRE LOS FENÓMENOS DE TRANSPORTE DE MASA Y
REACCIÓN EN UNA BIOPELÍCULA

TESIS presentada por:

ANDRÉS ALEJANDRO DAMIÁN REYNA

A la División de Estudios de Posgrado de la
Facultad de Ingeniería Química como requisito parcial para
obtener el grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS
EN
INGENIERIA QUÍMICA

Morelia, Mich.

Febrero 2010.

RESUMEN

Modelado de los Efectos del Flujo Convectivo sobre los Fenómenos de Transporte de Masa y Reacción

Andrés Alejandro Damián Reyna

0. Resumen

Una biopelícula es la acumulación de células de microorganismos y compuestos inorgánicos formando una matriz polimérica, fijas a una superficie. El estudio de este tipo de sistemas se ha enfocado a describir las biopelículas como catalizadores biológicos; sin embargo se sabe que la presencia de estas películas en sistemas de flujo cambia su comportamiento hidrodinámico. Este fenómeno podría estar asociado al cambio en el número de Reynolds causado por flujos convectivos dentro de la biopelícula.

En base a esta idea, se propone describir una biopelícula como un reactor de lecho fijo permeable pseudo-homogéneo, con el objetivo de encontrar los perfiles de concentración y de velocidad en la red polimérica que conforma la biopelícula. Dependiendo de la velocidad dentro de la biopelícula, los perfiles de concentración del sustrato se podrán predecir, ya sea para flujos en régimen laminar o turbulento. La cinética usada para describir el consumo del sustrato es de primer orden y de cinética no lineal, datos de la literatura son utilizados para validar el modelo desarrollado.

Los resultados del estudio se refieren a los perfiles de concentración dentro de la biopelícula, los cuales se espera sean dispersos debido al flujo convectivo, estos perfiles de concentración son el resultado de la adición de dos contribuciones, la primera dependiente del fenómeno de reacción-difusión y la segunda, dependiente del fenómeno de flujo convectivo dentro de la biopelícula.

Palabras clave: *Biopelícula, flujo convectivo, difusión-reacción, modelado matemático, perfiles de velocidad, perfiles de concentración.*

INDICE

RESUMEN.....	ii
INDICE.....	iii
LISTA DE TABLAS.....	v
LISTA DE FIGURAS.....	vi
NOMENCLATURA.....	viii
AGRADECIMIENTOS.....	x
CAPITULO 1 Introducción.....	1
1.1 Generalidades.....	1
1.1.1 Descripción de los Reactores de Biopelícula.....	4
1.2 Antecedentes.....	11
1.3 Planteamiento del Problema y Justificación.....	18
1.3.1 Planteamiento del Problema.....	18
1.3.2 Justificación.....	18
1.4 Hipótesis.....	18
1.5 Objetivos.....	18
1.5.1 Objetivo General.....	18
1.5.2 Objetivos Particulares.....	19
1.6 Alcances y Metas.....	20
1.6.1 Alcance.....	20
1.6.2 Metas.....	21
CAPITULO 2.....	22
Marco Teórico.....	22
2.1 Fenómenos de Transporte en la Biopelícula.....	22
2.1.1 Hidrodinámica de los Reactores de Biopelícula.....	23
2.1.2 Transporte del Sustrato.....	24
2.1.3 Reacción.....	27
2.2 Modelos Matemáticos Propuestos.....	29
CAPITULO 3.....	31
Metodología.....	31
3.1 Balance de Momento.....	32

3.2	Balance de Masa	34
3.2.1	Balance de Masa considerando el Flujo Convectivo.....	34
3.2.2	Balance de Masa sin considerar el Flujo Convectivo	36
3.2.3	Condiciones de Frontera para el Balance de Masa	37
3.3	Análisis de Sensibilidad de los Diferentes Parámetros	41
CAPITULO 4	43
Resultados	43
4.1	Análisis de Sensibilidad de los Diferentes Parámetros	43
4.1.1	Caso base.....	43
4.1.2	Efecto del Número de Reynolds	46
4.1.3	Efecto del Módulo de Thiele.....	49
4.1.4	Efecto del Número de Peclet	52
4.1.5	Efecto del Número de Sherwood	55
4.2	Validación del Modelo	57
CONCLUSIONES	60
TRABAJO A FUTURO	62
ANEXO A	63
ANEXO B	69
BIBLIOGRAFÍA	76

LISTA DE TABLAS

		Página
Tabla 1.1	Tipos de reactores utilizados para el tratamiento de efluentes contaminados.	3
Tabla 3.1	Valores para los diferentes parámetros involucrados en el modelo.	37
Tabla 3.2	Parámetros Utilizados para el Análisis de Sensibilidad.	38
Tabla 3.3	Valores de los Números Adimensionales para el Análisis de Sensibilidad.	39
Tabla 4.2.1	Valores de los parámetros utilizados para validar el modelo.	55

LISTA DE FIGURAS

	Página	
Figura 1.1.	Configuraciones del Sistema de Reacción.	2
Figura 1.2.	Diagrama de un Reactor de Lecho Empacado.	5
Figura 1.3.	Diagrama de un Filtro de Ecurrimiento o Percolador.	5
Figura 1.4.	Diagrama de un Reactor de Lecho Fluidizado.	6
Figura 1.5.	Diagrama de un Acarreador Fluidizado.	7
Figura 1.6.	Diagrama de un UASBR.	9
Figura 1.7.	Diagrama de un Contactor Biológico Rotatorio.	9
Figura 1.8.	Diagrama de un Reactor Aerobio de Biopelícula.	10
Figura 1.9.	Representación de un flóculo.	11
Figura 1.10.	Micrografía de una Biopelícula.	12
Figura 1.11.	Formación de una Biopelícula.	13
Figura 1.12.	Representación esquemática de una Biopelícula.	13
Figura 1.13.	Representación de la estructura de una Biopelícula.	14
Figura 1.14.	Flux de masa resultante.	16
Figura 2.1.	Resistencias dentro de la Biopelícula.	20
Figura 3.1.	Esquema de la biopelícula.	29
Figura 4.1.	Perfiles de Concentración a $Re = 40$, $\Phi^2 = 1$, $Pe = 8.00 \times 10^4$, Sh = 20.	42
Figura 4.2.	Perfiles de Velocidad para diferentes Números de Reynolds	44
Figura 4.3.	Perfiles de Concentración a $Re = 10$, $\Phi^2 = 1$, $Pe = 8.00 \times 10^4$, Sh = 20.	46
Figura 4.4.	Perfiles de Concentración a $Re = 4000$, $\Phi^2 = 1$, $Pe = 8.00 \times 10^4$, Sh = 20.	47
Figura 4.5.	Perfiles de Concentración a $Re = 40$, $\Phi^2 = 0.1$, $Pe = 8.00 \times 10^4$, Sh = 20.	48
Figura 4.6.	Perfiles de Concentración a $Re = 40$, $\Phi^2 = 1.5$, $Pe = 8.00 \times 10^4$, Sh = 20.	49
Figura 4.7.	Perfiles de Concentración a $Re = 40$, $\Phi^2 = 1$, $Pe = 4.00 \times 10^4$, Sh = 20.	51

Figura 4.8.	Perfiles de Concentración a $Re = 40$, $\Phi^2 = 1$, $Pe = 2.00 \times 10^5$, Sh = 20.	52
Figura 4.9.	Perfiles de Concentración a $Re = 40$, $\Phi^2 = 1$, $Pe = 8.00 \times 10^4$, Sh = 10, 30.	54
Figura 4.10.	Perfiles de Velocidad	56
Figura 4.11.	Perfiles de Concentración obtenidos	57

NOMENCLATURA

Letras griegas

δ_{\max}	grosor de la biopelícula	m
ΔP	caída de presión a lo largo de la biopelícula	Pa
μ_{\max}	tasa específica de crecimiento	s ⁻¹
ν	viscosidad cinemática	m ² s ⁻¹
ρ	densidad del fluido	kg m ⁻³
ρ_b	densidad de la biopelícula	kg m ⁻³
$\phi^2_{CL} = \frac{\mu_{\max} \delta_{\max}^2}{D_{eff}}$	módulo de Thiele para cinética lineal	
$\phi^2_{CNL} = \frac{\delta_{\max}^2 \mu_{\max} \rho_b}{D_{eff} Y_{x/s} C_A^\infty}$	módulo de Thiele para cinética no lineal	

Letras latinas

C_A	concentración del sustrato A	kg m ⁻³
$C_A^* = \frac{C_A}{C_A^\infty}$	concentración adimensional	
D_{eff}	difusividad efectiva	m ² s ⁻¹
$Eu = \frac{\Delta P}{\rho v_y^\infty^2}$	número de Euler	
$Fr = \frac{v_y^\infty^2}{g \delta_{\max}}$	número de Froude	
g	aceleración gravitacional	m s ⁻²
k_c	coeficiente de transferencia de masa externa	m s ⁻¹
K_s	constante de media reacción de Monod	kg m ⁻³
L	longitud total de la biopelícula	m
$Pe = \frac{\delta_{\max} v_y^\infty}{D_{eff}}$	número de Peclet	
$Re = \frac{\delta_{\max} v_y^\infty}{\nu}$	número de Reynolds	
$Sh = \frac{k_c \delta_{\max}}{D_{eff}}$	número de Sherwood	

v_y	velocidad ascendente	m s^{-1}
v_y^∞	velocidad del seno del fluido	m s^{-1}
$v_y^* = \frac{v_y}{v_y^\infty}$	velocidad adimensional	
x	posición en el grosor de la biopelícula	m
$x^* = \frac{x}{\delta_{\text{max}}}$	ancho adimensional de la biopelícula	
y	posición en la longitud de la biopelícula	m
$y^* = \frac{y}{\delta_{\text{max}}}$	longitud adimensional de la biopelícula	
$Y_{x/s}$	coeficiente de conversión masa-sustrato	

AGRADECIMIENTOS

Al Creador

Fuente inagotable de conocimiento.

A mis padres y hermanos:

Maestros de vida.

A mi Hija: Claudia

Por inspirarme a ser mejor.

CAPITULO 1 Introducción

Las biopelículas son organizaciones microbianas adheridas a una superficie sólida mediante una matriz exopolimérica producida por los mismos organismos. Las biopelículas se caracterizan también por su adhesión a la superficie, heterogeneidad estructural, diversidad genética, interacciones complejas dentro de la comunidad y una matriz extracelular de sustancias poliméricas. Los organismos de unidades celulares sencillas presentan dos tipos distintos de comportamiento. En el primero, las células se encuentran flotando o nadando libremente en algún medio, por lo general acuoso y es llamado planctónico. El segundo es un estado en el que las células se encuentran empacadas y firmemente unidas unas con otras, formando una superficie semisólida [en.wikipedia.org]. Las biopelículas representan la forma habitual de crecimiento de las bacterias en la naturaleza y su presencia ejerce un enorme impacto en diversos aspectos de nuestra vida, como son, el tratamiento de aguas residuales, la corrosión de materiales, la contaminación de alimentos durante su procesamiento en la industria [Guíamet y Gómez, 2003; Salgar, 2004], el colapso de tuberías, las interacciones planta-microorganismo en la rizosfera, la formación de la placa dental, el desarrollo de enfermedades crónicas sobre tejido vivo (mastitis, otitis, neumonía, infecciones urinarias, osteomielitis) o asociadas a implantes médicos, entre otros [www.elfinanciero.com; www.agrobiotecnologia.es].

1.1 Generalidades

Actualmente, uno de los mayores problemas que enfrenta la sociedad es la contaminación del agua. En el área de ingeniería química, se usan diferentes procesos para el tratamiento de aguas residuales o efluentes. Estos procesos permiten eliminar contaminantes provenientes de las actividades humanas, tratando de reducir su toxicidad, o eliminar los niveles de estos compuestos presentes en el agua a normas permisibles. Los reactores biológicos de tratamiento de efluentes son una parte importante en estos procesos, su uso se ha incrementado como una alternativa viable para degradar compuestos orgánicos (fenoles, hidrocarburos aromáticos policíclicos, alifáticos, halogenados, etc.) [Rittman y col, 2006] ya que son capaces de eliminar un

CAPITULO 1

alto porcentaje de estas sustancias presentes en el agua residual [Choi y col, 2008; Hage y col, 2004].

Los reactores biológicos se dividen en dos grandes grupos dependiendo de la forma en que los microorganismos crecen, ya sea en suspensión o bien, formando una biopelícula fija a una superficie. Los reactores que hacen uso del crecimiento en suspensión también son llamados reactores de flóculos suspendidos o células suspendidas. Los reactores que hacen uso de biopelículas son llamados reactores de película fija, reactores de crecimiento adherido o reactores de células inmovilizadas [Lin y col, 2006; Yu y col, 2005].

Los regímenes de flujo dentro del reactor pueden ser los mismos para ambos tipos de reactores. A veces, se puede utilizar una serie de reactores, unos de lecho fijo y otros de crecimiento suspendido, ofreciendo la ventaja de que se puede controlar las condiciones de reacción en cada fase. Las cinéticas de remoción de sustrato por las diferentes colonias de microorganismos y las características de los reactores son primordiales para elegir el tipo de reactor o serie de reactores para un problema de tratamiento de efluentes y su localización en un proceso [Rittman, 1987]. Algunas configuraciones de sistemas biológicos para el tratamiento de efluentes son mostradas en la Figura 1.1.

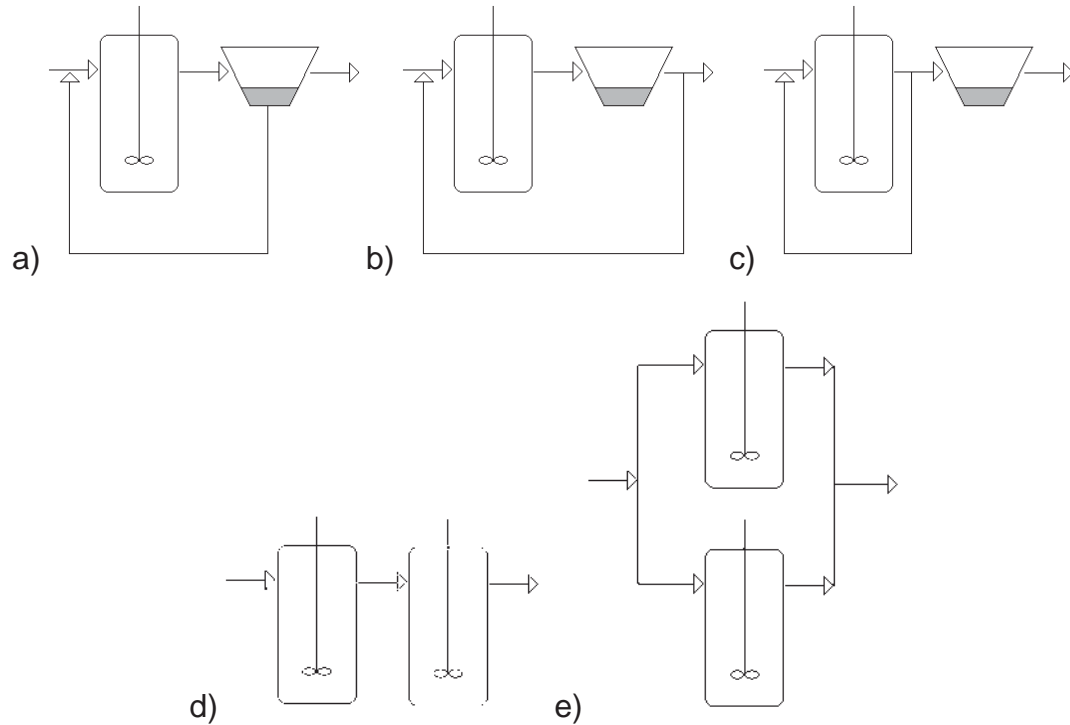


Figura 1.1. Configuraciones del Sistema de Reacción. a) con recirculación de microorganismos, b) con recirculación del efluente, c) recirculación de efluente y microorganismos, d) arreglo en serie y e) en paralelo [Shuler y Kargi, 1991].

Los factores que influyen en la elección del tipo de reactor para un proceso biológico de tratamiento de aguas residuales son las características físicas y químicas del desecho a considerar, la concentración de los contaminantes tratados [Boulam y col, 2002], la presencia o ausencia de oxígeno [González-Brambila y col, 2006], la eficiencia del tratamiento y la confianza requerida en el sistema, las condiciones climáticas bajo las cuales habrá de operar el reactor, el número de los diferentes procesos biológicos involucrados en el sistema total de tratamiento, las habilidades y experiencias de los que operarían el sistema, y los costos relativos a la localización, construcción y operación de las diferentes configuraciones posibles del sistema de reacción. [Mace y Mata-Álvarez, 2002; Guo y col, 2005]. La Tabla 1.1 resume algunos de los tipos de reactores biológicos usados en el tratamiento de efluentes.

Tabla 1.1 Tipos de reactores utilizados para el tratamiento de efluentes contaminados [Ramalho, 1996].

<i>Tipo de Reactor</i>	<i>Usos Comunes</i>
Reactores Básicos	
Lotes	Prueba de Demanda Bioquímica de Oxígeno (DBO), alta eficiencia de remoción de constituyentes individuales de efluentes.
Tanque Agitado de Flujo Continuo (CSTR)	Digestión anaerobia de lodos y desechos concentrados, laguna aireada para desechos industriales, fosa de estabilización para desechos municipales e industriales, parte del tratamiento de lodos activados de efluentes municipales e industriales.
Flujo Tapón (PFR)	Tratamiento de lodos activados de desechos municipales e industriales, tratamiento de laguna aireada de desechos industriales, fosas de estabilización para desechos industriales y municipales, nitrificación, remoción con alta eficiencia de constituyentes individuales de efluentes.
Reactores de Biopelícula	
Lecho Empacado	Tratamiento aerobio y anaeróbico de efluentes municipales e industriales, remoción orgánica, nitrificación, desnitrificación.
Lecho Fluidizado	Tratamiento aerobio de efluentes con baja carga orgánica, biodegradación de tóxicos orgánicos, tratamiento anaeróbico, desnitrificación.
Contactador Rotatorio Biológico (RBC)	Tratamiento aerobio de efluentes industriales y municipales, remoción orgánica, nitrificación.

1.1.1 Descripción de los Reactores de Biopelícula

En los reactores de biopelícula, la mayoría de los microorganismos se encuentran adheridos a una superficie, por lo que se mantienen dentro del reactor. A pesar que se puede dar el desprendimiento de células desde la biopelícula y su desarrollo en el medio acuoso, éstas no contribuyen significativamente a la remoción de sustrato [Betancourth y col, 2004]. Las biopelículas tienen cualidades magníficas para eliminar elementos contaminantes del ambiente, no generan en sus procesos de biodegradación desechos tóxicos, son relativamente económicas y fáciles de manejar, de manera que muchos procesos se pueden dar de manera natural o ser impulsados por el hombre. Es por esto que los procesos que involucran el uso de biopelículas se utilizan cada vez más en la creación de ambientes bioregenerativos del agua, aire y suelos [Betancourt y col, 2004].

CAPITULO 1

Las biopelículas tienen las siguientes ventajas sobre los sistemas de microorganismos en suspensión [Shuler y Kargi, 2001]:

- Proveen una alta concentración de células dentro del reactor.
- Permiten la reutilización de las células y elimina el costoso proceso de recuperación celular y recirculación celular.
- Las biopelículas impiden el arrastre de las células a altos flujos.
- La combinación de alta concentración celular y altas velocidades de flujo permite una alta productividad por volumen.
- La inmovilización de las células también provee condiciones microambientales favorables para las células, lo que resulta en un mejor desempeño del biocatalizador. En algunos casos, la inmovilización de las células mejora la estabilidad genética.
- Para algunos tipos de células, la protección del daño que puede causar el esfuerzo cortante del fluido es importante.

El reactor más común de biopelícula es el de lecho empacado, el medio al que se adhieren los microorganismos permanece estacionario (Figura 1.2). Al inicio, el medio de soporte más utilizado para adherir a los microorganismos eran grandes rocas. Actualmente, se usan materiales plásticos o pequeños esferas (pellets), las cuales son livianas y ofrecen una gran área superficial para el desarrollo de los microorganismos.

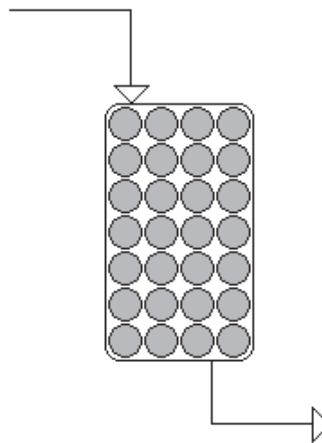


Figura 1.2. Diagrama de un Reactor de Lecho Empacado.

Este tipo de reactor se usa frecuentemente para el tratamiento aerobio de efluentes contaminados y se conocen como filtros de escurrimiento o torres biológicas. En estos, el efluente se distribuye uniformemente sobre la superficie del lecho, permitiendo el escurrimiento sobre la superficie de la roca o plástico, dando al reactor un carácter de flujo tapón (Figura 1.3). Los espacios vacíos remanentes permiten el paso de aire, haciendo posible la transferencia de oxígeno a los microorganismos en todo el reactor [Deshusses y col, 1995].

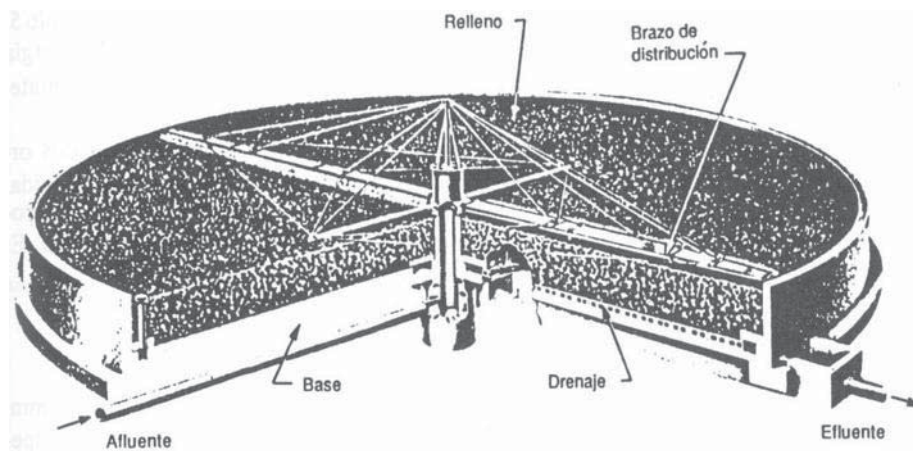


Figura 1.3. Diagrama de un Filtro de Escurrimiento o Percolador.

En otras aplicaciones, el medio de reacción puede estar sumergido en el agua [Choi y col, 2008]. Si el lecho no es aireado, los reactores de lecho empacado pueden ser usados para desnitrificación [Takamizawa y col, 1993], al remover nitratos de fuentes de agua o efluentes de desecho. También pueden ser utilizados para el tratamiento anaerobio de efluentes de desecho industriales más concentrados mediante la fermentación de metano en un filtro anaeróbico.

El reactor de lecho fluidizado depende de la adhesión de los microorganismos a partículas que pueden ser mantenidas en suspensión por un flujo ascendente del fluido que ha de ser tratado. En algunos casos se le llama reactor de lecho expandido o reactor de lecho circulante. Las partículas son llamadas acarreadores de biopelícula. Los reactores de lecho fluidizado tiene un gran potencial en una amplia gama de

CAPITULO 1

bioprocesos, debido a sus ventajas intrínsecas y las posibilidades que ofrecen a los ingenieros de cambiar su diseño para mejorar su desempeño. Sin embargo, son también complejos y necesitan estar bien caracterizados para tener un funcionamiento confiable y estable. El conocimiento sobre la hidrodinámica y el comportamiento del biocatalizador son claves para desarrollar modelos para su diseño, operación y control [Godia y Sola, 1995].

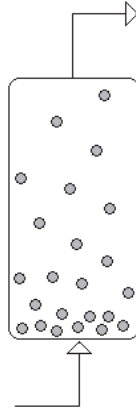


Figura 1.4. Diagrama de un Reactor de Lecho Fluidizado.

Los acarreadores fluidizados pueden ser granos de arena, carbón activado granulado, tierra diatomácea o algún otro sólido pequeño que pueda resistir la abrasión. La velocidad ascendente debe ser suficiente para mantener los acarreadores en suspensión, y esto depende de la densidad relativa de los acarreadores con respecto al agua, la forma y diámetro del acarreador, y de la cantidad de biomasa que se adhiera. Normalmente, el crecimiento de biomasa incrementa el tamaño efectivo del acarreador, pero decrece su densidad, provocando que los acarreadores con la mayor cantidad de biomasa adherida tiendan a ser más ligeros, y a moverse a la parte más alta del reactor. Esto ofrece una ventaja en la operación de este tipo de reactor, porque los acarreadores con exceso de biomasa pueden ser retirados en la parte superior del reactor, limpiados y reintegrados al proceso. Los acarreadores limpios se localizarán en la parte más baja mientras vuelve a crecer la biopelícula sobre ellos.

En la Figura 1.5 se puede apreciar la representación de un acarreador utilizado en un reactor de lecho fluidizado de radio R con biomasa adherida a él con un espesor

δ. Es de esperar que la concentración de sustrato (C_A) descienda hacia la superficie del acarreador.

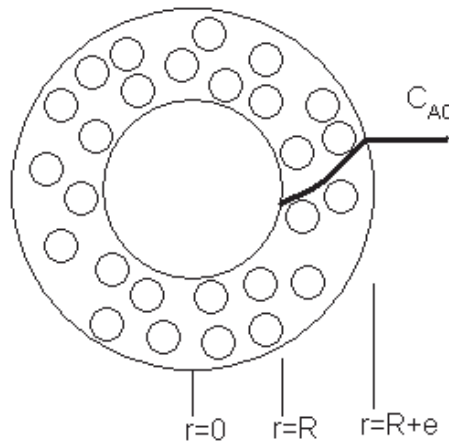


Figura 1.5. Diagrama de un Acarreador Fluidizado.

Los reactores de lecho fluidizado pueden definirse tanto como sistemas de flujo tapón así como completamente agitados. Cuando el sistema es operado como un solo paso, el régimen de flujo tiene un carácter de flujo tapón. Sin embargo, la recirculación del flujo es necesario para alcanzar velocidades suficientemente altas para mantener el lecho fluidizado. Con la recirculación, el régimen dentro del reactor de lecho fluidizado se acerca más a un reactor continuo de tanque agitado. La fluidización de los acarreadores y el mezclado resultante provee una distribución uniforme del fluido en toda el área transversal del reactor, así como una buena transferencia de masa del fluido a la superficie de la biopelícula.

Una gran desventaja del lecho fluidizado es la necesidad del control cuidadoso de la fluidización. La velocidad ascendente debe ser la suficiente para la fluidización, pero no demasiado alta, ya que se puede producir el arrastre de los acarreadores fuera del reactor. Dependiendo del tipo de acarreadores utilizados, el desprendimiento de la biopelícula puede ser importante debido a la abrasión y a la turbulencia. Esto excluye a los acarreadores para microorganismos con baja tasa de crecimiento. La transferencia de oxígeno también puede ser un problema para el tratamiento aerobio de efluentes más concentrados. A menudo, la recirculación del efluente se utiliza para oxigenar y

diluir el efluente, así como para mantener un flujo ascendente constante. Los reactores de lecho fluidizado son utilizados para desnitrificación y tratamiento anaerobio de efluentes de desecho, procesos en los que no se requiere transferencia de oxígeno. Aparentemente, este tipo de reactor es especialmente bueno en el tratamiento rápido de efluentes de desecho que contienen una baja concentración de contaminantes orgánicos, como puede ser la remoción de hidrocarburos aromáticos en mantos acuíferos contaminados [Kryst y Karamanev, 2001; Martín, 2004; McCarty y Meyer, 2005].

Un tipo de reactor híbrido de lecho fluidizado es el reactor de lecho de lodos anaerobio de flujo ascendente (UASBR), usado comúnmente para el tratamiento de efluentes de desechos industriales (Figura 1.6). Operado apropiadamente, los microorganismos producen gránulos que se fijan fácilmente y sirven como medio de soporte para un crecimiento biológico adicional. Las burbujas de gas ascendente, producidas por metanogénesis, fluidizan los gránulos, propiciando una buena transferencia de masa sin necesidad de mezclado adicional.

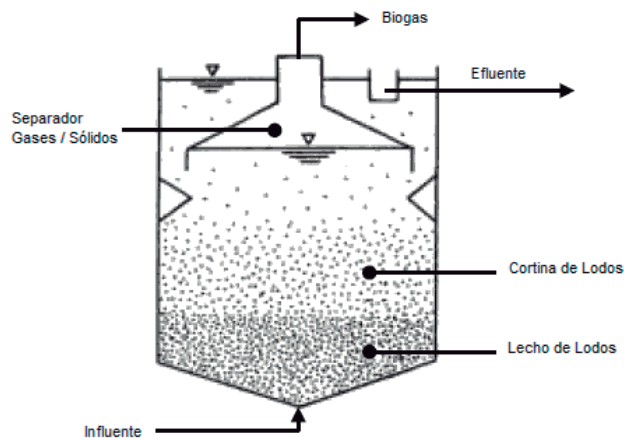


Figura 1.6. Diagrama de un UASBR [McCarty y Smith, 2002].

El contactor biológico rotatorio (RBC) es otra forma de reactor de biopelícula, que también tiene buenas características de mezclado y transferencia de masa (Figura 1.7). Un medio de plástico en forma de disco o espiral se encuentra unido a un eje rotatorio. Es utilizado para tratamiento aerobio de efluentes contaminados con

hidrocarburos aromáticos [Egli y col, 2003; Kargi y Eker, 2001; Kinli, 1999; Martín-Cereceda y col, 2000; Martínez-Delgadillo y col, 2009], la porción del contactor que se encuentra en el aire absorbe oxígeno, y la porción sumergida absorbe los contaminantes que se habrán de oxidar.

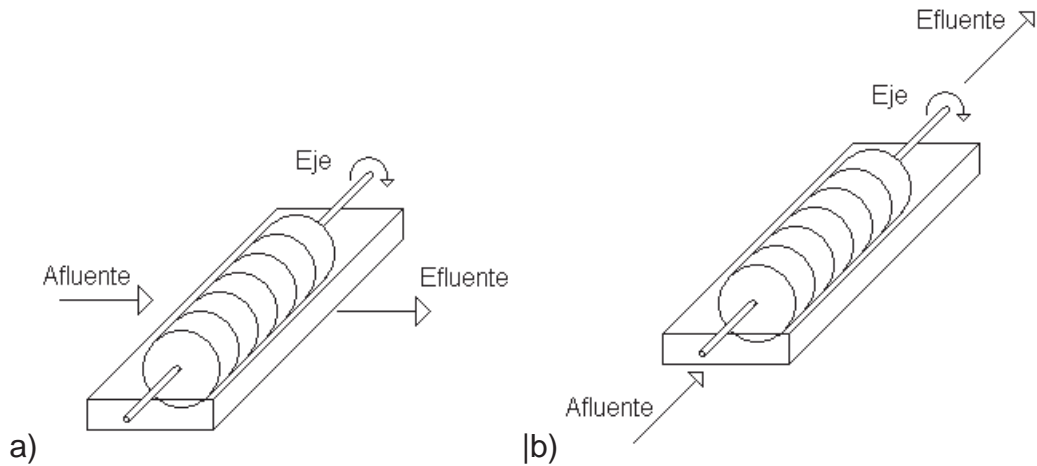


Figura 1.7. Diagrama de un Contactor Biológico Rotatorio a) flujo tapón, b) completamente mezclado [Shuler y Kargi, 1991].

La solución contaminada puede introducirse de manera perpendicular al eje, creando un flujo de tipo tapón, o puede introducirse de manera paralela al eje, generando un sistema completamente mezclado. Este tipo de reactor puede usarse tanto de manera aerobia como anaerobia, ya sea sumergiendo totalmente el reactor o poniendo una cubierta sobre él para excluir el aire.

En este estudio nos centraremos en el análisis de los reactores aerobios de biopelícula. Estos reactores están constituidos de tres fases (Figura 1.8): la fase gaseosa (aire alimentado desde el fondo del reactor), la fase líquida (efluente contaminado con el sustrato), y la fase biológica (constituida en sí, por los microorganismos conformando la biopelícula)

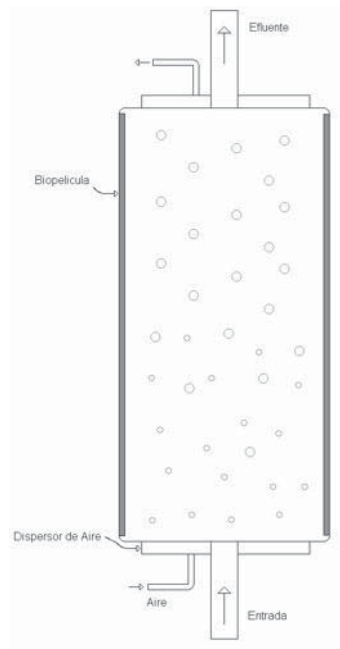


Figura 1.8. Diagrama de un Reactor Aerobio de Biopelícula.

Los contaminantes orgánicos e inorgánicos del efluente son eliminados por los microorganismos, las burbujas de gas transfieren oxígeno al efluente, el cual a su vez es transferido a los microorganismos que lo usan para realizar sus funciones metabólicas.

1.2 Antecedentes

En la naturaleza los microorganismos pueden desarrollarse sobre 2 tipos de estructuras. Una es formando flóculos, en los que los microorganismos se mantienen unidos por polímeros que ellos mismos secretan y se suspenden libremente en el medio acuoso (Figura 1.9). La otra es la formación de biopelículas, en la que los microorganismos, además de estar unidos entre sí por la matriz polimérica, se adhieren firmemente a una superficie sólida.

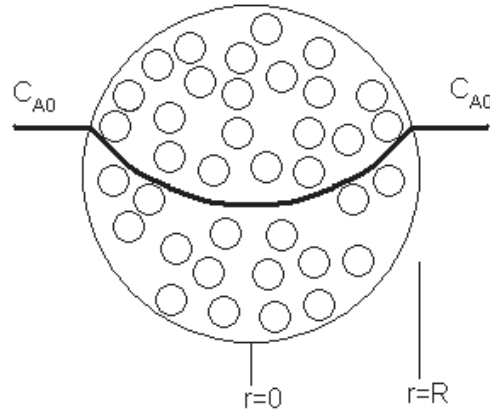


Figura 1.9. Representación de un flóculo.

Una vez que las células se han adherido a una superficie o se agregan a una biopelícula ya existente, continuarán llevando a cabo sus procesos metabólicos en respuesta al ambiente que las rodea. Dentro de estos procesos se pueden identificar la secreción de exopolímeros; el crecimiento y multiplicación celular; y la muerte celular. Estos procesos solían medirse utilizando datos del líquido fuera de la biopelícula, en lugar de hacerlo directamente. Para describir el comportamiento de la biopelícula se desarrollaron modelos matemáticos que estiman el movimiento del sustrato que limita el crecimiento celular en una biopelícula de espesor, densidad y reactividad fijos, tomando en cuenta tanto la difusión molecular interna y externa, así como la reacción biológica. Con la ayuda de métodos avanzados en microscopía fue posible determinar varios procesos, tales como la distribución de oxígeno y nutrientes, así como la estructura misma de la biopelícula y velocidades de fluido directamente dentro de la biopelícula [Beyenal y col., 2004, Chen y col., 2004, De Beer y Kühl, 2001, De la Rosa y Yu, 2005, Lewandowski y col., 1993, Liu y col., 2007].

La mayor transformación que llevan a cabo las células en la biopelícula es el metabolismo de sustrato para producir productos solubles, polímeros extracelulares, dióxido de carbono y agua. Dependiendo de las especies presentes y la concentración de sustrato presente, una biopelícula puede ser aeróbica, anóxica (desnitrificación), anaeróbica (bacterias reductoras de sulfuros, formadoras de metano), o fermentativa. Las biopelículas son células desarrolladas sobre la superficie de un soporte sólido (Figura 1.10). El material de soporte puede ser inerte o biológicamente activo. La

CAPITULO 1

formación de biopelículas es común en los sistemas naturales e industriales de fermentación. La interacción entre las células y las fuerzas que las unen al material de soporte pueden ser muy complicada. En las biopelículas de cultivo mixto, la presencia de algunos organismos productores de polímeros facilita la formación de la biopelícula y mejora su estabilidad [Kim y col, 2006]. Las condiciones micro ambientales dentro de una biopelícula espesa varía con la posición y afecta la fisiología de las células.

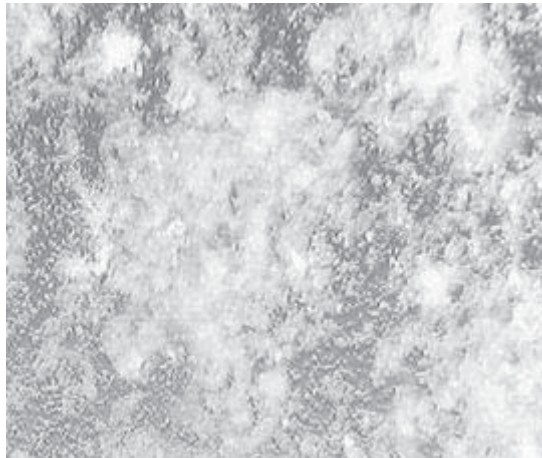


Figura 1.10. Micrografía de una Biopelícula [Beyenal y col, 2004].

La Figura 1.11 muestra una esquematización sobre la formación de la biopelícula [García Montaña y col., 2007; Siebel y Characklis, 1991]:

- adsorción de moléculas a la superficie del soporte;
- transporte de los microorganismos a la superficie (difusión, convección, activo);
- adhesión inicial;
- adhesión de las células;
- formación de la biopelícula;
- desprendimiento (erosión y abrasión).

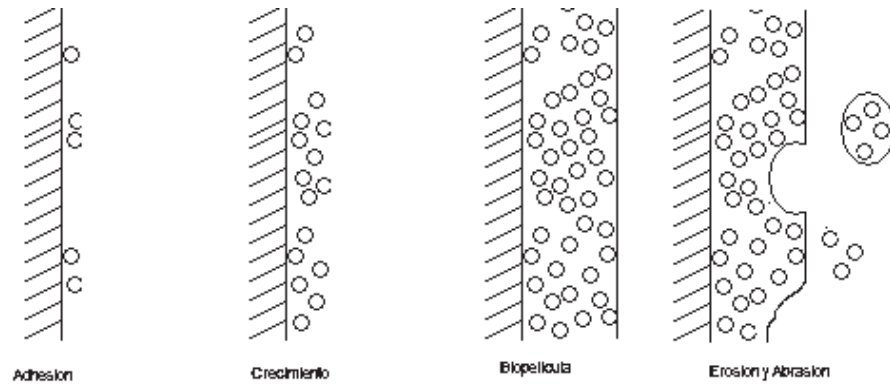


Figura 1.11. Formación de una Biopelícula.

El estudio de este tipo de sistemas se ha enfocado a describir las biopelículas como catalizadores biológicos; sin embargo se sabe que la presencia de estas películas en sistemas de flujo cambia su comportamiento hidrodinámico [Lewandowski y col, 1995]. Este fenómeno podría estar asociado al cambio en el número de Reynolds causado por flujos convectivos dentro de la biopelícula [Beyenal y Lewandowski, 2002; Costerton y col, 1995]. Se prevé que los perfiles de concentración y velocidad se encuentren en su valor más bajo en la superficie del soporte (Figura 1.12), mientras que en la interfase tengan valores similares a los del líquido.

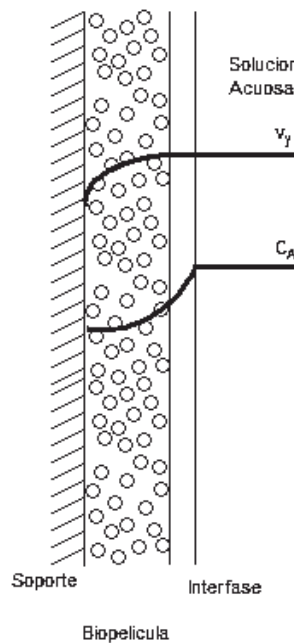


Figura 1.12. Representación esquemática de una Biopelícula.

Dentro de la matriz formada por los polímeros que rodean a los microorganismos, se pueden encontrar varios tipos de estructuras, como la formación de canales, espacios vacíos y aglomeraciones que bloquean los canales (Figura 1.13). En estos canales la velocidad puede incluso alcanzar valores más altos que en el fluido, por lo que se espera la presencia de estas estructuras dentro de la biopelícula tenga influencia en la distribución de los nutrientes dentro de la misma [Lewandowski y col, 1995].

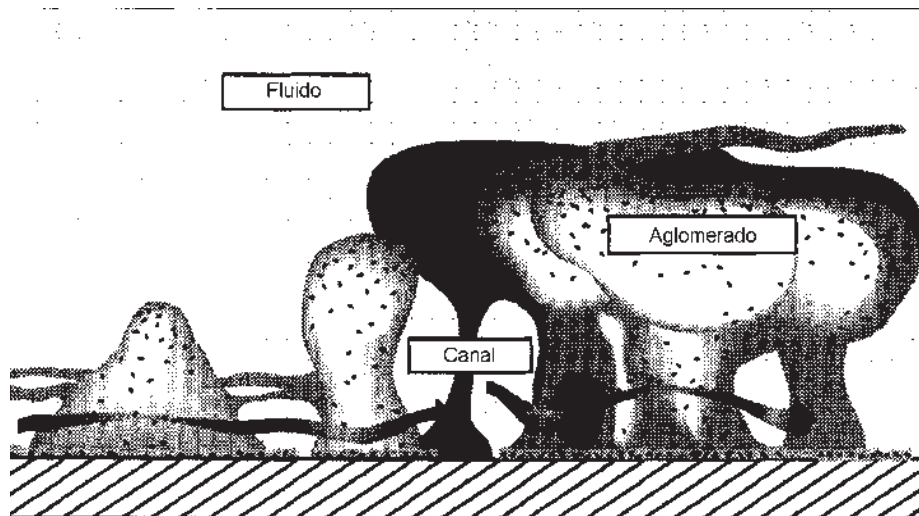


Figura 1.13. Representación de la estructura de una Biopelícula [Lewandowski y col, 1995].

Las técnicas actuales, tales como el uso de micro electrodos, microscopía fluorescente y resonancia magnética nuclear, han tenido grandes avances para medir las características de sistemas microbianos, como es la velocidad del sustrato dentro de la biopelícula [DeBeer y Kühl, 2001; Lewandowski y col, 1993], la estructura de la biopelícula [Beyenal y col, 2004; DeBeer y Kühl, 2001], así como la distribución de algunos de los nutrientes, esencialmente oxígeno [Chen y col, 2008; de la Rosa y Yu, 2005; Lewandowski y col, 1993; Liu y col, 2007].

La importancia de determinar los efectos que tiene el flujo convectivo sobre los fenómenos de transporte y de reacción en una biopelícula, se verá reflejado en el desarrollo y crecimiento de ésta. Al parecer, los microorganismos conforman

CAPITULO 1

biopelículas, cuya estructura interna depende de la velocidad a la cual crecen, el tipo de estructura afecta el transporte del sustrato dentro de la biopelícula (difusión) y por consecuencia su actividad (consumo de sustrato). Este estudio permitirá determinar los efectos del flujo convectivo sobre los fenómenos de difusión y reacción dentro de la biopelícula, y de esta forma encontrar las condiciones más idóneas para la operación del reactor, es decir, aquellas en las cuales, la actividad de la biopelícula sea mayor, evitando los problemas difusionales.

Es por esto que resulta importante evaluar los perfiles de velocidad, concentración y reacción dentro de la biopelícula, determinando el efecto del flujo convectivo sobre la difusión y reacción en la biopelícula. Dependiendo del perfil de velocidad dentro de la biopelícula, se podrá determinar el consumo de sustrato y se podrá analizar el desarrollo y crecimiento de la biopelícula.

Varias investigaciones que se han enfocado en describir los perfiles de concentración, ya sea del sustrato o de los productos dentro de la biopelícula, se han limitado al modelado y simulación de sistemas del tipo de reacción-difusión [Chang y col., 2005; Wagner y Hempel, 1988]; existiendo pocos trabajos enfocados en analizar el efecto del flujo convectivo dentro de la biopelícula [Beyenal y Lewandowski, 2002]. En base a la idea de que existe un perfil de velocidad dentro de la biopelícula, que podría ser más rápido que la velocidad del medio que la rodea, (V_∞) [Costerton y col., 1995], es posible observar que el flux de masa resultante dentro de la biopelícula (\vec{m}_A) es la suma de dos contribuciones vectoriales. Un vector es la consecuencia del flux de difusión-reacción (\vec{j}_A) [Wagner y Hempel, 1988] y el otro es consecuencia del flujo convectivo (\vec{n}_A); los dos fenómenos descritos son ortogonales como se muestra en la figura (Figura 1.14). Entonces, el movimiento neto del sustrato hacia la pared, donde la biopelícula está soportada, es únicamente la proyección en el eje 'x' del flux total, el resto del sustrato se mueve en dirección ascendente. Este movimiento determinaría los perfiles reales de concentración dentro de la biopelícula.

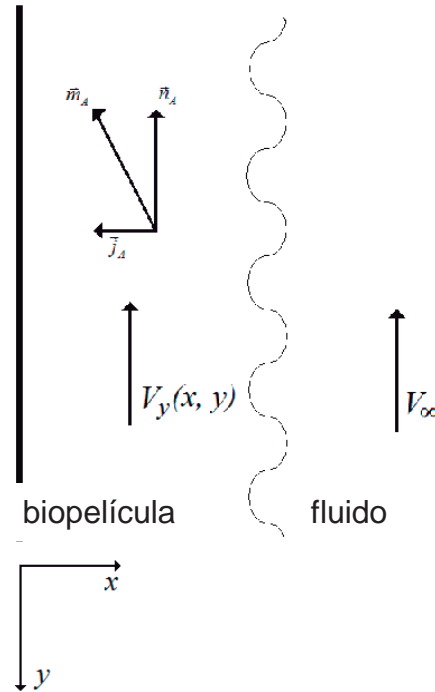


Figura 1.14 Flux de masa resultante (\vec{m}_A) como consecuencia del flux de difusión-reacción (\vec{j}_A) y el flujo convectivo (\vec{n}_A) dentro de la biopelícula.

La actividad de la biopelícula dependerá de que tan fácilmente llegue el sustrato a los microorganismos, si la biopelícula es de una estructura de densidad importante, es decir, es más compacta, la velocidad del flujo dentro de la biopelícula se verá limitada, y el flux total de masa del sustrato se verá disminuido, por ser la suma de dos contribuciones, la de difusión-reacción y la del flujo convectivo. Si el sustrato tiene limitaciones por llegar al interior de la biopelícula, la actividad de ésta se verá disminuida. En caso contrario, si la biopelícula no es tan densa, es decir, es más porosa, existirán más canales, que permitirán que el flujo del sustrato viaje con más facilidad, su velocidad será mayor y el sustrato podrá llegar a los puntos más internos de la biopelícula, aumentando su actividad.

1.3 Planteamiento del Problema y Justificación

1.3.1 Planteamiento del Problema

Determinar los efectos del flujo convectivo sobre los fenómenos de difusión y reacción dentro de la biopelícula. Se propone describir una biopelícula como un reactor de lecho fijo permeable pseudo-homogéneo, con el objetivo de encontrar los perfiles de concentración y de velocidad en la red polimérica que conforma la biopelícula.

1.3.2 Justificación

Al parecer, los microorganismos forman biopelículas, cuya estructura interna depende de la velocidad a la cual crecen, el tipo de estructura afecta el transporte del sustrato dentro de la biopelícula (difusión) y por consecuencia su actividad (consumo de sustrato). Este estudio permitirá determinar los efectos del flujo convectivo sobre los fenómenos de difusión y reacción dentro de la biopelícula, y de esta forma encontrar las condiciones más idóneas para la operación del reactor, es decir, aquellas en las cuales, la actividad de la biopelícula sea mayor.

1.4 Hipótesis

Es posible determinar los efectos del flujo convectivo sobre los fenómenos de difusión y reacción en una biopelícula, mediante el desarrollo de un modelo matemático, proponiendo la descripción de la biopelícula como un reactor de lecho fijo permeable pseudo-homogéneo.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo General

Determinar los efectos del flujo convectivo sobre los fenómenos de transporte de masa y reacción en una biopelícula.

1.5.2 Objetivos Particulares

1.5.2.1 Determinar los efectos del número de Reynolds sobre los fenómenos de transferencia de masa y reacción.

1.5.2.1.1 Considerar que el consumo del sustrato por parte de los microorganismos sigue una cinética lineal.

1.5.2.1.1.1 Sin considerar resistencias en la interfase con la solución acuosa.

1.5.2.1.1.2 Considerando resistencias en la interfase con la solución acuosa.

1.5.2.1.2 Considerar que el consumo del sustrato por parte de los microorganismos sigue una cinética no lineal.

1.5.2.1.2.1 Sin considerar resistencias en la interfase con la solución acuosa.

1.5.2.1.2.2 Considerando resistencias en la interfase con la solución acuosa.

1.5.2.2 Determinar los efectos del número de Thiele sobre los fenómenos de transferencia de masa y reacción.

1.5.2.2.1 Considerar que el consumo del sustrato por parte de los microorganismos sigue una cinética lineal.

1.5.2.2.1.1 Sin considerar resistencias en la interfase con la solución acuosa.

1.5.2.2.1.2 Considerando resistencias en la interfase con la solución acuosa.

1.5.2.2.2 Considerar que el consumo del sustrato por parte de los microorganismos sigue una cinética no lineal.

1.5.2.2.2.1 Sin considerar resistencias en la interfase con la solución acuosa.

1.5.2.2.2.2 Considerando resistencias en la interfase con la solución acuosa.

CAPITULO 1

1.5.2.3 Determinar los efectos del número de Peclet sobre los fenómenos de transferencia de masa y reacción.

1.5.2.3.1 Considerar que el consumo del sustrato por parte de los microorganismos sigue una cinética lineal.

1.5.2.3.1.1 Sin considerar resistencias en la interfase con la solución acuosa.

1.5.2.3.1.2 Considerando resistencias en la interfase con la solución acuosa.

1.5.2.3.2 Considerar que el consumo del sustrato por parte de los microorganismos sigue una cinética no lineal.

1.5.2.3.2.1 Sin considerar resistencias en la interfase con la solución acuosa.

1.5.2.3.2.2 Considerando resistencias en la interfase con la solución acuosa.

1.5.2.4 Determinar los efectos del número de Sherwood sobre los fenómenos de transferencia de masa y reacción.

1.5.2.4.1 Considerar que el consumo del sustrato por parte de los microorganismos sigue una cinética lineal.

1.5.2.4.2 Considerar que el consumo del sustrato por parte de los microorganismos sigue una cinética no lineal.

1.6 Alcances y Metas

1.6.1 Alcance

El modelo obtenido podrá predecir los perfiles de concentración de una biopelícula utilizada para el tratamiento de efluentes contaminados mediante un reactor de biopelícula.

CAPITULO 1

1.6.2 Metas

Se pretende encontrar un modelo que prediga la distribución de un sustrato en una biopelícula; para lograrlo se incluirá el efecto del flujo convectivo, la difusión al interior de la biopelícula y el consumo del sustrato por parte de los microorganismos.

CAPITULO 2

Marco Teórico

2.1 Fenómenos de Transporte en la Biopelícula

Los fenómenos de transporte dentro de la biopelícula pueden estar influenciados por varios factores inherentes al tipo de sistema que una biopelícula representa como tal. El sustrato debe pasar a través de una serie de resistencias de transporte para llegar a los microorganismos, las magnitudes de éstas dependen de las condiciones hidrodinámicas, temperatura, actividad celular y densidad, composición de la solución, fenómenos en la interfase y otros factores. Como se muestra en la Figura 2.1, esto resulta de la combinación de las siguientes resistencias [Bailey y Ollis, 1986]:

- a) Transporte del soluto a través del líquido en el seno del fluido hacia una región de líquido sin mezclar que rodea a la biopelícula.
- b) Transporte a través de esta región asociada a la biopelícula.
- c) Difusión en el interior de la biopelícula.
- d) Transporte a través de la membrana celular y a los sitios reactivos de la célula.

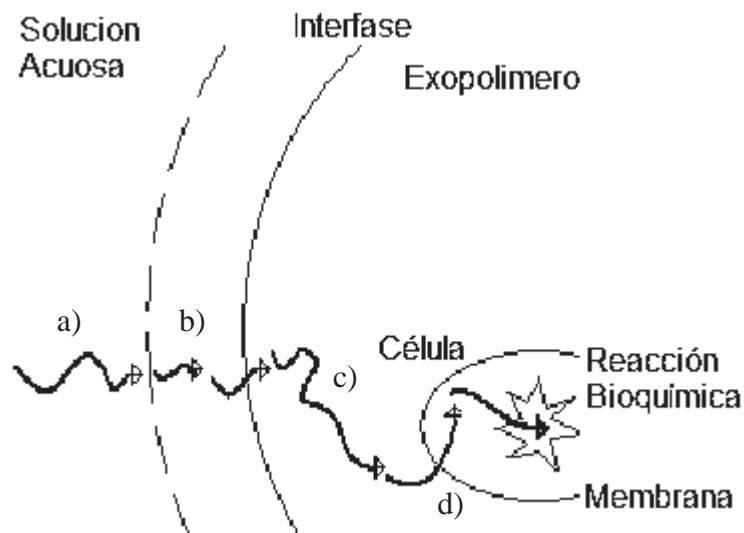


Figura 2.1 Resistencias dentro de la Biopelícula.

2.1.1 Hidrodinámica de los Reactores de Biopelícula

La presencia de biopelículas en sistemas hidráulicos afecta la hidrodinámica [Reynold, 2007; Otero, 2007; Shang y col, 2007], debido a que su presencia reduce el área efectiva para el flujo del fluido [Claret y Fontvieille, 1996; De Beer y Küul, 2001]. Esta restricción hace que las velocidades dentro del sistema se incrementen afectando al crecimiento inicial de la biopelícula [Tsai, 2005]. Una vez formada la biopelícula, el flujo de la solución ejerce un esfuerzo continuo sobre la estructura, entonces se pueden presentar dos fenómenos importantes, sobre todo si se trata de una biopelícula ya madura en la que la densidad disminuye. El primer fenómeno es el desprendimiento de porciones de material de la biopelícula y el segundo es la erosión que desgasta el espesor total de la biopelícula, especialmente en zonas más expuestas al flujo de la solución acuosa. La erosión es la principal causa de pérdida de material en la biopelícula desgastando a las zonas más expuestas al flujo de la solución contaminada [Ochoa y col, 2007] y depende de varios factores, como el espesor de la biopelícula, las características superficiales de la superficie donde se adhiere, la tasa de crecimiento de los microorganismos, la densidad de la biopelícula, la presencia de polímeros extracelulares y sus características, y la geometría de la superficie [Chang y Rittman, 1987, 2002].

Las condiciones a las que comienza a crecer la biopelícula son fundamentales para sus posteriores características [Michaud y col, 2003]. Cuando la biopelícula crece a diferentes velocidades rearregla su estructura interna, lo cual afecta el transporte de masa interno. Si la biopelícula crece a velocidades altas (28 cm/s) o bajas (0.8 cm/s) tiene una baja variación de su difusividad efectiva en su espesor, mientras que si crece a una velocidad moderada (7.5 cm/s) la variación en su difusividad efectiva es más importante. En general, la difusividad efectiva en la biopelícula decrece si la velocidad de flujo a la que se desarrolla se incrementa, mientras que el coeficiente de transporte de masa externo aumenta. La biopelícula adapta su estructura interna para satisfacer dos metas, la primera es mantenerse lo suficientemente robusta para resistir el esfuerzo

cortante y la segunda es incrementar el paso de nutrientes a las capas más profundas. Beyenal y Lewandowski (2002) proponen que la primera meta es la prioritaria en el crecimiento de la biopelícula.

2.1.2 Transporte del Sustrato

Para que el sustrato pueda ser utilizado por los microorganismos que forman la biopelícula, debe de transportarse desde el seno del fluido hacia la superficie de la biopelícula. Después, el sustrato se difunde al interior de la biopelícula; este recorrido se caracteriza por la dificultad que representa para las partículas del sustrato el moverse en la estructura tan compleja como es la que presenta la biopelícula. La presencia de espacios vacíos y aglomeraciones de las células hacen que el recorrido sea tortuoso. Otra propiedad que afecta significativamente el transporte del sustrato o nutrientes es la porosidad de la biopelícula, la cual está relacionada con su densidad. La densidad tiende a decrecer a medida que la biopelícula madura, el tamaño de los poros influye para el paso de las partículas, poros más grandes facilitarán el transporte de nutrientes, mientras que poros pequeños lo hacen más difícil.

Las biopelículas son sistemas heterogéneos de reacción donde se intercambian sustratos, nutrientes esenciales y productos celulares entre el líquido circundante y los sitios de reacción (células). En numerosas circunstancias, el funcionamiento de la biopelícula puede estar limitado por las velocidades de transferencia de masa tanto internas como externas. Avances recientes en la caracterización de la estructura de las biopelículas han llevado a reformular algunos conceptos en los mecanismos de transporte de masa en ésta [Gilbert y col., 2007].

El espesor de la biopelícula afecta el desempeño de la fase biótica. Una biopelícula delgada tendrá una conversión baja debido a la concentración másica baja, y una biopelícula gruesa puede experimentar un crecimiento limitado por la difusión, lo que puede ser o no benéfico en el sistema celular, dependiendo del sistema celular y los objetivos del proceso. También pueden desarrollarse regiones totalmente carentes de nutrientes dentro de las biopelículas gruesas. En muchos casos, un grosor óptimo de

CAPITULO 2

la biopelícula es resultado del máximo de conversión y puede ser calculado a partir de la concentración de nutrientes y de oxígeno presentes en la solución [Stenstrom y col 2008].

La mayor limitación de las biopelículas es que el producto de interés debe ser excretado por las células. Otra complicación es que la inmovilización a menudo conlleva a sistemas en los cuales las limitaciones difusionales son importantes. En tales casos el control de las condiciones microambientales es difícil debido a la heterogeneidad resultante en el sistema.

La transferencia de masa en la frontera y hacia adentro de la biopelícula se ha asumido como difusional y perpendicular a la superficie. Sin embargo, las observaciones microscópicas han mostrado que las biopelículas no son planas y que la distribución de los microorganismos no es uniforme. Las biopelículas forman estructuras altamente complejas que contiene vacíos, canales, cavidades, poros y filamentos, con arreglos celulares en conglomerados o capas. Este tipo de estructuras tiende a cambiar a medida que se incrementa el espesor de la biopelícula, debido a la densidad de los microorganismos de cierta especie, la porosidad y tortuosidad [Ochoa y col, 2007].

Se han hecho estudios en los que las propiedades de la biopelícula afectan su desempeño. Revisiones del impacto de la tortuosidad sobre la difusividad han sido realizadas [Shen y Chen, 2007]. Se han desarrollado modelos que reproducen las características observadas en las biopelículas constituidas por diferentes tamaños de bacterias y vacíos, así como la formación de conglomerados. Así, cuando la corriente de fluido encuentra un obstáculo, como lo podría ser una bacteria aislada o un conglomerado, lo rodea dando así una aproximación de la tortuosidad dentro de la biopelícula. Lo mismo sucede si se tratara de dos objetos que se encuentren lo suficientemente cerca. La presencia de estos vacíos y obstáculos puede provocar que se incremente la velocidad de flujo debido al efecto de cuello de botella, disminuyendo antes de los conglomerados para incrementarse de nuevo al pasarlos. Es de esperar entonces que las fuerzas convectivas tengan un papel importante al mover los

CAPITULO 2

nutrientes por canales, dando la apariencia de que son arrastrados. El transporte de nutrientes desde el líquido es importante para el transporte de masa dentro de la biopelícula [Bailey y Ollis, 1986]. La influencia de los nutrientes provenientes del líquido afecta el crecimiento de las bacterias pero este proceso se favorece por la existencia de conglomerados que amortiguan el efecto que podría producir la interacción entre los flujos internos y externos sobre las bacterias. La competencia por nutrientes y espacio son procesos fundamentales en el proceso de formación de una biopelícula debido a que determinan el número y tamaño de los conglomerados una vez que la biopelícula madura.

Como la porosidad reduce el área transversal disponible para la difusión, entonces la longitud de recorrido en la difusión se incrementa. La variación espacial en las biopelículas es una función de la porosidad y el área bacterial [Zacarias y col., 2004]. Si la difusividad es un factor determinante para el transporte del sustrato dentro de la biopelícula, podrían existir regiones en las que no habría sustrato. El módulo de Thiele es un parámetro que nos relaciona las magnitudes del efecto del consumo del sustrato por parte de los microorganismos y la difusión del sustrato a través de la biopelícula. Valores grandes del módulo de Thiele nos indican que el consumo de sustrato es mayor, y que el sustrato no alcanzará a moverse a regiones más profundas dentro de la biopelícula antes de que sea consumido. Valores pequeños del módulo de Thiele (<1) indican lo contrario.

A su vez, también se ha estudiado el efecto del flujo convectivo sobre la estructura de una biopelícula, la mayor influencia es la del esfuerzo cortante en la biopelícula ya desarrollada, ésta se desprende debido al repentino esfuerzo impuesto por un flujo mayor [Ochoa y col., 2007]. El número de Peclet relaciona el movimiento debido al flujo convectivo con el difusivo. Dentro de una biopelícula, se espera que este número siempre sea mayor a la unidad.

Las propiedades dentro de la película pueden presentar variaciones, lo cual ha sido revisado en estudios experimentales [Beyenal y col, 2004; Stoodley y col, 1999].

Beyenal y Lewandowski, (2005) modelaron una biopelícula como varias capas apiladas, en la que cada capa tenía diferentes propiedades (densidad, actividad, difusividad) considerando principalmente el hecho de que las biopelículas comienzan su crecimiento a velocidades más bajas, por lo que la densidad de la biopelícula (ρ_b) se considera en aumento a medida que se acerca a la pared donde la biopelícula se encuentra anclada.

2.1.3 Reacción

Una vez que los nutrientes alcanzan a los microorganismos presentes en la biopelícula, estos los utilizan para llevar a cabo sus funciones metabólicas, como son el crecimiento, la reproducción y la secreción de los exopolímeros que mantiene unidas a todas las células que conforman la biopelícula.

En una biopelícula, los nutrientes se difunden al interior y los productos y desechos se difunden al exterior, hacia el medio líquido. Los perfiles de concentración dentro de la biopelícula son un factor importante que afecta el metabolismo y la fisiología celular [Rittman y McCarty, 2001].

A pesar que las biopelículas y los flóculos difieren en aspectos claves, ambos tienen una característica común que debe ser considerada explícitamente en la cinética microbiana: la agregación puede generar gradientes significantes en la concentración del sustrato. Debido a que el transporte de masa del sustrato desde fuera de la biopelícula al interior se debe a la diferencia del gradiente de concentración, los microorganismos dentro del conglomerado a menudo se encuentran expuestos a concentraciones de sustrato sustancialmente más bajas que las que se encuentran en la superficie. Por lo tanto, la utilización del sustrato y el crecimiento celular no están distribuidos uniformemente y dependen de la posición de las células dentro del conglomerado.

Considerar gradientes de concentración dentro de los conglomerados incrementa la complejidad de los modelos cinéticos. Afortunadamente, el modelado de la cinética de la biopelícula ha tenido grandes avances y existen varias herramientas útiles y

CAPITULO 2

diversas investigaciones para ser usadas en el diseño y análisis de reactores biológicos.

Así pues, los fenómenos que se llevan a cabo dentro de la biopelícula han sido investigados experimentalmente por medio de diferentes arreglos en los procesos de tratamiento de efluentes contaminados. González Barceló y col. (2001) utilizaron un reactor aerobio de lecho fluidizado para tratamiento de efluentes contaminados con carga orgánica. Trabajaron con biopelículas adheridas en cubos de hule espuma de 1 cm³. Midieron la disminución de nitrógeno amoniacal y fósforo logrando remociones de 87 y 40% respectivamente. Encontraron que con una mayor cantidad de carga orgánica disponible para el consumo por parte de los microorganismos, estos tendieron a cubrir una superficie mayor en los cubos e incrementaron su crecimiento. Este aumento en la población microbiana aumentó también la remoción de carga orgánica en el reactor. González Brambilia y col., (2006) estudiaron diferentes formas de abastecer de oxígeno a un reactor de biopelícula en membrana aireada (MABR). Midieron el decrecimiento de un sustrato orgánico (acetato de sodio) alimentando oxígeno o aire o ninguno de ellos y en algunos casos aireando la solución por separado. Desarrollaron un modelo matemático para predecir el comportamiento del reactor, en el que se incluía la difusión del sustrato al interior de la biopelícula y su consumo por parte de los microorganismos. Encontraron que con buenas condiciones de operación (una aireación adecuada), un sistema de biopelícula puede superar a uno de crecimiento en suspensión.

El análisis de las velocidades metabólicas es a menudo difícil de determinar por el efecto de resistencias significativas al transporte de masa en la fase líquida y dentro de la biopelícula. Los modelos se basan en que existe una concentración celular constante y un trayecto no tortuoso para la difusión de nutrientes. Estos modelos permiten predecir los perfiles de concentración de sustrato dentro de la biopelícula y el flujo máximo de sustrato hacia la biopelícula [Velazco, 2007]. Este movimiento estará regido por un coeficiente de transferencia de masa (k_c). El crecimiento celular por lo general se simula utilizando una expresión para el crecimiento microbiano, relacionado con el coeficiente estequiométrico $Y_{x/s}$ (en unidades de masa celular por masa de

sustrato) y la velocidad de consumo del sustrato. Esta velocidad por lo general tiene una relación tipo Monod con la concentración de uno o más de los sustratos.

La cinética tipo Monod es usada comúnmente para describir la velocidad de consumo de sustrato por parte de la biopelícula, y el crecimiento específico a bajas concentraciones de sustrato [Zhou y col, 2009].

$$\mu = \mu_{ma} \frac{C_A}{K_s + C_A} \quad (\text{Ec. 2.1})$$

Donde μ es la tasa de crecimiento específico, μ_{ma} es la tasa máxima de crecimiento específico, K_s es el coeficiente de saturación media de Monod, y C_A es la concentración de sustrato [Muslu, 2002].

2.2 Modelos Matemáticos Propuestos

Anteriormente, se ha estudiado este tipo de sistemas, considerando las biopelículas como catalizadores biológicos en los que los únicos fenómenos presentes son los de difusión-reacción [Corredor y Caicedo, 2005].

Durante varios años, los modelos se han basado en la consideración que el transporte del reactante dentro de la biopelícula y la exportación de productos se debe solamente a la difusión molecular [Beg y col, 1999]. Estos modelos tampoco toman en cuenta la heterogeneidad en la estructura de la biopelícula, variaciones locales en la concentración de microorganismos, o alguna no linealidad en los coeficientes de difusión.

Chang y Ritmman (1987) modelaron y validaron el desarrollo y funcionamiento de una biopelícula crecida sobre acarreadores fluidizados de carbón activado en un reactor de lecho fluidizado. Este modelo incorpora los mecanismos de transferencia de masa en la frontera, la biodegradación del sustrato siguiendo una cinética no lineal del tipo Monod y adsorción en la matriz de carbón. Encontraron en sus resultados que el modelo predecía un mejor comportamiento de la biopelícula, que el que mostró el

CAPITULO 2

estudio experimental [Chang y Rittman, 2002]. Esto puede deberse a no haber considerado el término del flujo convectivo, con el cual el funcionamiento de la biopelícula es menor.

González-Brambilia y López-Isunza (2008) modelaron también una biopelícula sin considerar el flujo convectivo, aunque incluyeron la heterogeneidad de la biopelícula en forma de poros y canales presentes en el grosor de la biopelícula; encontraron que la diferente magnitud de los perfiles de concentración dentro de la biopelícula es una consecuencia de una mayor rapidez de transferencia de masa entre el líquido fuera de la biopelícula y el líquido dentro de los poros y canales, que interactúa con las células contenidas en la parte sólida (PEC) de la biopelícula.

Solo algunos investigadores han analizado la contribución del flujo convectivo sobre la distribución de nutrientes dentro de la biopelícula [Álvarez y col, 2008], lo que mostraría los perfiles de concentración más apegados a la realidad, y por lo tanto, la introducción del término convectivo ayudaría a predecir el comportamiento global del reactor.

CAPITULO 3

Metodología

Una forma de describir una biopelícula es suponer que se trata de una monocapa de microorganismos, de esta forma es posible representarla como un sistema aglomerado, sin tomar en cuenta las variaciones espaciales en las concentraciones, las tasas de reacción y transporte dentro éstas [Chang y col., 2005]. Sin embargo, las biopelículas son sistemas complejos que consisten de estructuras porosas que exhiben fluido dentro de ellas mismas. De tal forma, que es importante evaluar y describir que es lo que existe en el interior de la biopelículas. Dependiendo del perfil de velocidad dentro de la biopelícula, el consumo del sustrato será predicho. Este estudio está limitado a considerar un campo de aceleración constante dentro de la biopelícula, de igual forma se supondrá que la biopelícula tiene un grosor tal que puede ser representada por coordenadas cartesianas. Esta simplificación no es tan drástica, ya que la solución numérica puede extenderse a diferentes geometrías si así se deseara. La Figura 3.1 muestra el esquema de la biopelícula que se utilizó para desarrollar el modelo.

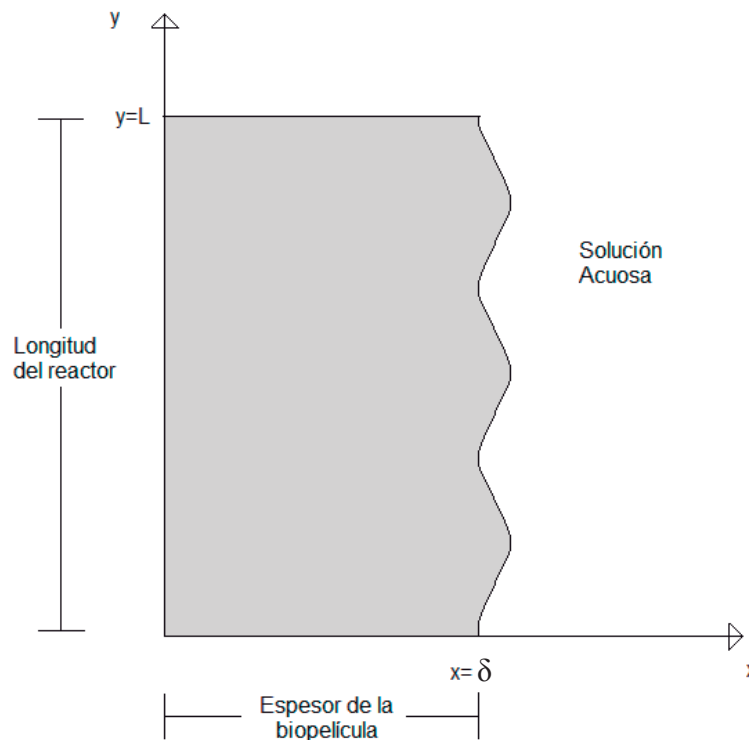


Figura 3.1 Esquema de una biopelícula.

El modelo matemático se basa en las ecuaciones de conservación de masa y de cantidad de movimiento para un fluido Newtoniano (sustrato) a lo largo de una biopelícula de grosor conocido. Los balances de masa y de cantidad de movimiento se incorporan de la manera más rigurosa posible, teniendo en cuenta que el tiempo de solución del modelo no debe ser excesivo.

3.1 Balance de Momento

Partimos de la ecuación de Navier Stokes, considerando densidad y viscosidad constantes:

$$\frac{Dv}{Dt} = -\left(\frac{1}{\rho}\right)\nabla P + \nu\nabla^2 v + g \quad (3.1)$$

Suposiciones:

- El sistema se encuentra en estado estable.
- La gravedad sólo actúa en la dirección y del sistema.
- El gradiente de presión es aproximado a la caída de presión a lo largo del reactor:

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{\Delta P}{L} \quad (3.2)$$

- En la dirección z no hay cambio, por lo que todos los términos con esta componente se eliminan.
- El flujo convectivo se da sólo en la dirección y, manteniéndose constante a lo largo del reactor.

Así, la ecuación de balance de momento queda:

$$\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} = -\frac{\Delta P}{L\nu\rho} - \frac{g}{\nu} \quad (3.3)$$

Condiciones de frontera:

$$x = 0 \quad \forall y \quad v_y = 0 \quad (3.3.1)$$

$$x = \delta \quad \forall y \quad v_y = v_y^\infty \quad (3.3.2)$$

Adimensionalizando las variables:

$$v_y^* = \frac{v_y}{v_y^\infty} \quad (3.4)$$

$$x^* = \frac{x}{\delta_{\max}} \quad (3.5)$$

$$y^* = \frac{y}{\delta_{\max}} \quad (3.6)$$

Utilizando números adimensionales:

Reynolds

$$Re_\delta = \frac{\delta_{\max} v_y^\infty}{\nu} = \frac{\text{Fuerza debida a la inercia}}{\text{Resistencia al movimiento}} \quad (3.7)$$

Euler

$$Eu = \frac{\Delta P}{\rho v_y^\infty{}^2} = \frac{\text{Fuerza debida a la presión}}{\text{Fuerza debida a la inercia}} \quad (3.8)$$

Froude

$$Fr = \frac{v_y^\infty{}^2}{g \delta_{\max}} = \frac{\text{Fuerza debida a la inercia}}{\text{Fuerza de gravedad}} \quad (3.9)$$

La ecuación (3.3) queda en términos adimensionales:

$$\frac{\partial^2 v_y^*}{\partial x^{*2}} = -\text{Re} \left(\text{Eu} \frac{\delta_{\max}}{L} - \frac{1}{\text{Fr}} \right) \quad (3.10)$$

Integrando la ecuación (3.10), tenemos la expresión que nos predice el perfil de velocidades en el grosor de la biopelícula:

$$v_y^* = -\frac{\text{Re}}{2} \left(\text{Eu} \frac{\delta_{\max}}{L} + \frac{1}{\text{Fr}} \right) x^{*2} + \left[1 + \frac{\text{Re}}{2} \left(\text{Eu} \frac{\delta_{\max}}{L} + \frac{1}{\text{Fr}} \right) \right] x^* \quad (3.11)$$

El desarrollo detallado del modelo matemático se puede consultar en el Anexo A.

3.2 Balance de Masa

3.2.1 Balance de Masa considerando el Flujo Convectivo

Aplicamos el principio de conservación de masa para un volumen de control de densidad constante:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_A}{\partial t} + v_x \frac{\partial C_A}{\partial x} + v_y \frac{\partial C_A}{\partial y} + v_z \frac{\partial C_A}{\partial z} \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial C_A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial C_A}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial C_A}{\partial z} \right) - C_{A,c} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Donde C_{AC} , es el consumo del sustrato por parte de los microorganismos.

Suposiciones:

- Estado estable.
- En la dirección z no hay cambio de propiedades.
- El flujo convectivo en la dirección x, es mucho mayor que la difusión en esta dirección.

$$v_y \frac{\partial C_A}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial C_A}{\partial y} \right) \approx v_y \frac{\partial C_A}{\partial y} \quad (3.13)$$

- El coeficiente de difusión se mantiene constante en la dirección x.

Por lo tanto

$$\frac{\partial C_A}{\partial y} = \frac{D_{\text{eff}}}{v_y} \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} - \frac{1}{v_y} C_{A,c} \quad (3.14)$$

3.2.1.1 Consumo de Sustrato con Cinética Lineal

La cinética de la reacción de consumo del sustrato por parte de los microorganismos puede considerarse que sigue la relación:

$$C_{A,c} = \mu_{\text{max}} C_A \quad (3.15)$$

Definiendo los siguientes números adimensionales:

Modulo de Thiele para Cinética Lineal

$$\phi_{\text{CL}}^2 = \frac{\mu_{\text{max}} \delta_{\text{max}}^2}{D_{\text{eff}}} \quad \frac{\text{Tasa de reacción}}{\text{Transferencia de masa por difusión}} \quad (3.16)$$

Número de Peclet

$$Pe = \frac{\delta_{\text{max}} v_y^{\infty}}{D_{\text{eff}}} \quad \frac{\text{Momento Convectivo}}{\text{Transferencia de masa por difusión}} \quad (3.17)$$

La ecuación diferencial parcial que resulta en términos de variables y números adimensionales es:



$$\frac{\partial C_A^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Pe} \frac{1}{v_y^*} \frac{\partial^2 C_A^*}{\partial x^{*2}} - \frac{\phi_{CL}^2}{Pe} \frac{1}{v_y^*} C_A^* \quad (3.18)$$

3.2.1.2 Consumo de Sustrato con Cinética No Lineal

La cinética de la reacción de consumo del sustrato por parte de los microorganismos puede considerarse que sigue la relación tipo Monod:

$$C_{A,c} = \frac{\mu_{max} \rho_b C_A}{Y_{x/s} (K_s + C_A)} \quad (3.19)$$

Para utilizar los números adimensionales, hay que puntualizar la diferencia en el módulo de Thiele con respecto al caso de la cinética de primer orden, los demás números adimensionales permanecen igual.

Modulo de Thiele para Cinética No Lineal

$$\phi_{CNL}^2 = \frac{\delta_{max}^2 \mu_{max} \rho_b}{D_{eff} Y_{x/s} C_A^\infty} \quad \frac{\text{Tasa de reacción}}{\text{Transferencia de masa por difusión}} \quad (3.20)$$

Así, la ecuación en términos adimensionales queda:

$$\frac{\partial C_A^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Pe} \frac{1}{v_y^*} \frac{\partial^2 C_A^*}{\partial x^{*2}} - \frac{\phi_{CNL}^2}{Pe} \frac{1}{v_y^*} \left(\frac{C_A^*}{\frac{K_s}{C_A^\infty} + C_A^*} \right) \quad (3.21)$$

3.2.2 Balance de Masa sin considerar el Flujo Convectivo

A manera de comparación se obtuvo una ecuación que representa el balance de masa sin incluir el flujo convectivo, como ya se ha discutido anteriormente, este es el modelo que habitualmente se sigue. Partimos de la ecuación (3.14), eliminando el término del flujo convectivo:

Por lo tanto

$$D_{\text{eff}} \frac{\partial^2 C_A}{\partial x^2} = C_{A_c} \quad (3.22)$$

3.2.2.1 Consumo de Sustrato con Cinética Lineal

En términos de variables y números adimensionales definidos anteriormente.

$$\frac{\partial^2 C_A^*}{\partial x^{*2}} = \phi_{\text{CL}}^2 C_A^* \quad (3.23)$$

3.2.2.2 Consumo de Sustrato con Cinética No Lineal

En términos de variables y números adimensionales definidos anteriormente.

$$\frac{\partial^2 C_A^*}{\partial x^{*2}} = \phi_{\text{CNL}}^2 \frac{C_A^*}{\left(\frac{K_s}{C_A^*} + C_A^* \right)} \quad (3.24)$$

La resolución matemática de las EDP para los balances de masa se muestra de manera detallada en el Anexo B.

3.2.3 Condiciones de Frontera para el Balance de Masa

Dentro del modelo se considera una condición de frontera para la longitud del reactor (dirección y) y dos condiciones de frontera para el espesor de la biopelícula (dirección x), respectivamente.

En la condición de frontera para la longitud del reactor, se considera que no hay presencia de sustrato al inicio de la longitud de la biopelícula:

CAPITULO 3

$$y = 0 \quad \forall x \quad C_A = 0 \quad (\text{CF.3.1})$$

Se considera que la biopelícula está adherida a una superficie impermeable, por lo tanto, en la interfase con esta superficie, es decir, en el fondo de la biopelícula, no hay movimiento del sustrato en esta dirección:

$$x = 0 \quad \forall y \quad \frac{\partial C_A}{\partial x} = 0 \quad (\text{CF.3.2})$$

En la interfase de la biopelícula con el fluido que contiene al sustrato, se modelan 2 condiciones diferentes:

La primera supone que la concentración en la interfase es igual a la concentración en el seno del fluido:

$$x = \delta \quad \forall y \quad C_A = C_A^\infty \quad (\text{CF.3.3})$$

La segunda describe la presencia de una resistencia al paso del sustrato desde el fluido hacia la biopelícula, por lo que el sustrato que vence esta barrera será el que se mueva hacia el interior de la biopelícula:

$$x = \delta \quad \forall y \quad D_{\text{eff}} \frac{dC_A}{dx} = k_c (C_A^\infty - C_A) \quad (\text{CF.3.4})$$

A su vez, las ecuaciones de las condiciones de frontera (C.F. 3.1 a 3.4) pueden escribirse en función de las variables adimensionales ya definidas.

$$y^* = 0 \quad \forall x^* \quad C_A^* = 0 \quad (\text{CF.3.5})$$

$$x^* = 0 \quad \forall y^* \quad \frac{\partial C_A^*}{\partial y^*} = 0 \quad (\text{CF.3.6})$$

CAPITULO 3

En la interfase de la biopelícula y el fluido:

Primera condición

$$x^* = 1 \quad \forall y^* \quad C_A^* = 1 \quad (\text{CF.3.7})$$

Segunda condición

$$x^* = 1 \quad \forall y^* \quad \frac{\partial C_A^*}{\partial x^*} = \text{Sh}(1 - C_A^*) \quad (\text{CF.3.8})$$

Donde Sh es el número de Sherwood.

$$\text{Sh} = \frac{k_c \delta_{\max}}{D_{\text{eff}}} \quad \frac{\text{transferencia de masa por convección}}{\text{transferencia de masa por difusión}} \quad (3.25)$$

La Tabla 3.1 muestra algunos de los valores encontrados de diferentes parámetros como la densidad de la biopelícula, velocidades promedio del sustrato, difusividad efectiva, espesor de la biopelícula, y constantes cinéticas para algunos microorganismos en las referencias consultadas.

Tabla 3.1 Valores para los diferentes parámetros involucrados en el modelo.

Parámetro	Valores	Unidades	Referencia
ΔP	1-2	kPa	Zacarias y col, 2005
ρ_b	30	kg m ⁻³	González-Brambilia y col, 2006
	6.44	kg m ⁻³	Chang y Rittman, 2002
	9.9-77.8	kg m ⁻³	Beyenal y Lewandowski, 2005
D_{eff}	6.94x10 ⁻¹⁰ -3.70x10 ⁻¹⁰	m ² s ⁻¹	Beyenal y Lewandowski, 2002
	3.47x10 ⁻¹⁰ -4.86x10 ⁻¹⁰	m ² s ⁻¹	Beyenal y Lewandowski, 2005
	7.75x10 ⁻¹⁰	m ² s ⁻¹	Chang y col, 2005
	1.58 x10 ⁻¹⁰	m ² s ⁻¹	Toumi et al, 2008
	6.759 x10 ⁻¹⁰	m ² s ⁻¹	Chang y Rittman, 2002
	4.1 x10 ⁻¹⁰	m ² s ⁻¹	González-Brambilia y col, 2006

CAPITULO 3

δ_{\max}	$2.50-3.50 \times 10^{-4}$	m	Beyenal y Lewandowski, 2002
	$0.10-0.70 \times 10^{-4}$	m	Toumi y col, 2008
	3.0×10^{-3}	m	González-Brambilia y col, 2006
	1.62×10^{-4}	m	Chang y col, 2005

Cont. Tabla 3.1 Valores para los diferentes parámetros involucrados en el modelo.

Parámetro	Valores	Unidades	Referencia
v_y^∞	0.008-0.28	$m s^{-1}$	Beyenal y Lewandowski, 2002
	0.032-0.25	$m s^{-1}$	Beyenal y Lewandowski, 2005
	4.63×10^{-6}	$m s^{-1}$	Chang y col, 2005
	0.002-0.015	$m s^{-1}$	Zacarias y col, 2005
	0.36×10^{-2}	$m s^{-1}$	González-Brambilia y col, 2006
μ_{\max}	5.787×10^{-5}	s^{-1}	Chang y col, 2005
	3.306×10^{-5}	s^{-1}	Toumi y col, 2008
	1.586×10^{-4}	s^{-1}	Chang y Rittman, 2002
	0.17×10^{-3}	s^{-1}	González-Brambilia y col, 2006
$C_{A,0}$	0.200	$kg m^{-3}$	Chang y col, 2005
	0.250	$kg m^{-3}$	Toumi y col, 2008
	0.723	$kg m^{-3}$	González-Brambilia y col, 2006
	0.01-0.10	$kg m^{-3}$	Chang y col, 2005
L	1.00	m	Toumi y col, 2008
	0.3	m	González-Brambilia y col, 2006
k_c	1.10×10^{-4}	$m s^{-1}$	Toumi y col, 2008
	0.90×10^{-6}	$m s^{-1}$	González-Brambilia y col, 2006

	2.89×10^{-5}	m s^{-1}	Chang y col, 2005
K_s	5.27×10^{-3}	kg m^{-3}	Toumi y col, 2008
	5.5×10^{-2}	kg m^{-3}	González-Brambilia y col, 2006
	0.24	kg m^{-3}	Chang y Rittman, 2002
	1.0×10^{-2}	kg m^{-3}	Chang y col, 2005
$Y_{x/s}$	1.39		Toumi y col, 2008
	0.34		Chang y Rittman, 2002
	0.36		González-Brambilia y col, 2006
	0.50		Chang y col, 2005

3.3 Análisis de Sensibilidad de los Diferentes Parámetros

Tanto para los balances de momento como de masa, las ecuaciones están en función de números adimensionales, siendo los de mayor importancia para este estudio los referentes al flujo convectivo (Re , Φ^2 , Pe , Sh), por lo que se probará la sensibilidad del modelo para diferentes valores de los mismos, y sus combinaciones. La Tabla 3.2 muestra los parámetros utilizados en el modelo desarrollado.

Tabla 3.2 Parámetros Utilizados para el Análisis de Sensibilidad.

Parámetro	Valor	Referencia
ΔP	$2000 \text{ kg m s}^{-2} \text{ m}^{-2}$	Zacariaz y col, 2005
L	1 m	Toumi y col, 2008
D_{eff}	$7.75 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$	Chang y col, 2005
δ	$1.62 \times 10^{-4} \text{ m}$	Chang y col, 2005
v^∞	0.1543 m s^{-1}	Beyenal y Lewandowski, 2002
μ_{max}	$1.70 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$	González-Brambilia y col, 2006
k_c	2.89×10^{-5}	Chang y col, 2005
ρ_b	30 kg m^{-3}	González-Brambilia y col, 2006
$Y_{x/s}$	0.36	González-Brambilia y col, 2006
C_A^∞	0.723 kg m^{-3}	González-Brambilia y col, 2006
K_s	$5.27 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-3}$	Toumi y col, 2008

CAPITULO 3

A partir de estos valores de los parámetros, se determinan los valores base para los números adimensionales, con los cuales se analizará el efecto que tiene cada uno de ellos en el modelo para predecir los perfiles de concentración del sustrato dentro de la biopelícula. La Tabla 3.3 muestra los valores de los números adimensionales utilizados.

Tabla 3.3 Valores de los Números Adimensionales para el Análisis de Sensibilidad.

Número Adimensional	Base	Bajo	Alto
Re	40	10	4000
ϕ^2	1	0.1	1.5
Pe	8.00×10^4	4.00×10^4	2.00×10^5
Sh	20	10	30

CAPITULO 4

Resultados

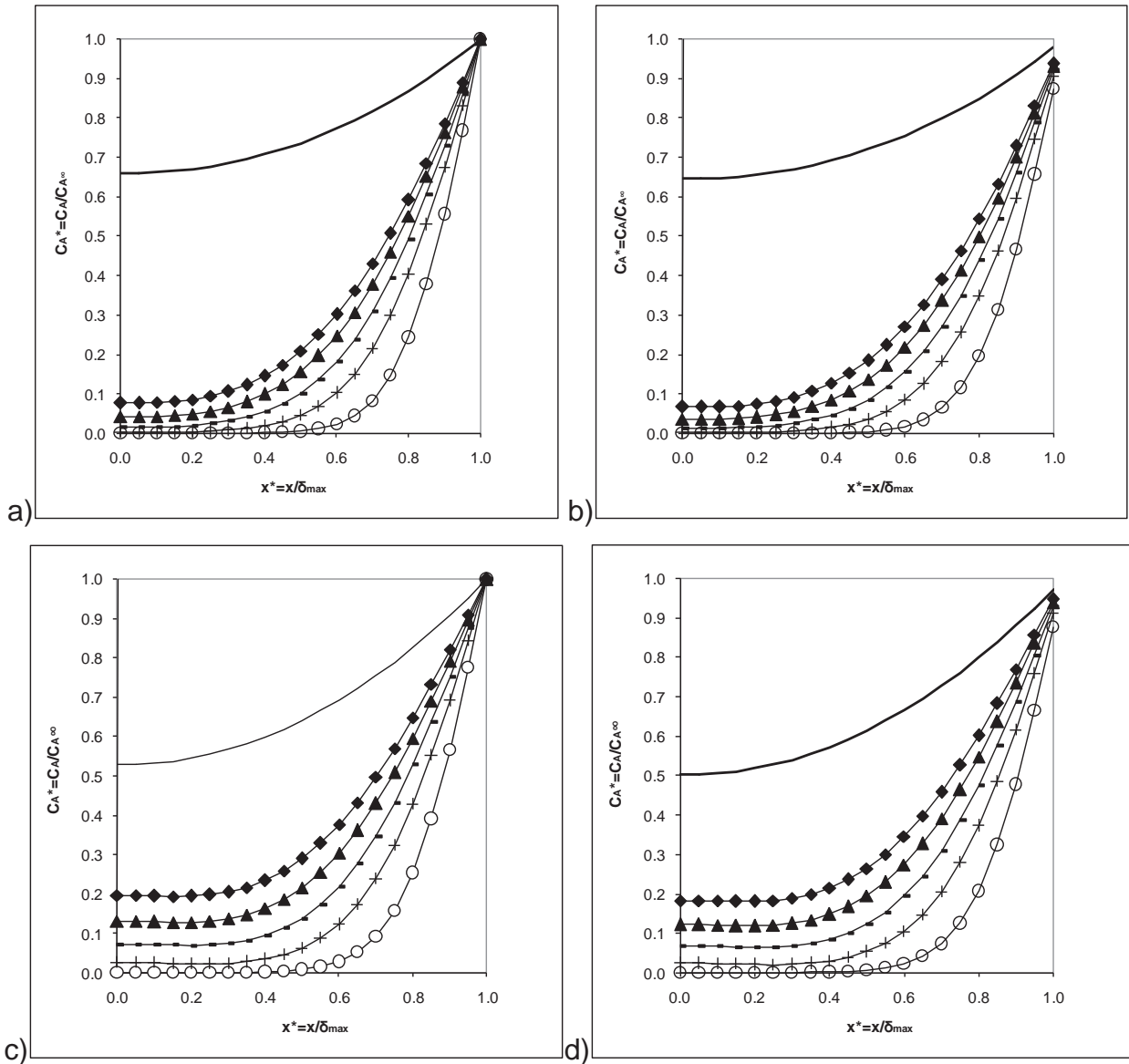
Se simularon los perfiles de concentración de sustrato, en una primera parte analizando el efecto de las fuerzas convectivas sobre la distribución del sustrato en la biopelícula. Posteriormente, se compararon los resultados obtenidos con el modelo contra los reportados previamente tanto de manera experimental así como de simulaciones y de esta forma validar los resultados teóricos del modelo propuesto.

4.1 Análisis de Sensibilidad de los Diferentes Parámetros

A continuación se muestran los resultados del análisis de sensibilidad del modelo propuesto para los diferentes parámetros que en él se incluyen. En cada una de las figuras se muestran los perfiles obtenidos para los casos de estudio planteados en los objetivos particulares.

4.1.1 Caso base

En la Figura 4.1 se observan perfiles típicos de concentración de sustrato en condiciones promedio de operación de la biopelícula. Estas condiciones se obtuvieron con los parámetros encontrados en la bibliografía consultada (Tabla 3.2). Por lo general, la operación de estos sistemas de tratamiento se dan en condiciones de flujo laminar, por lo que los valores del número de Re tienden a ser más bajos (régimen laminar, $Re = 40$), y la difusión es el proceso que controla el movimiento del sustrato, por lo que los valores del módulo de Thiele se encontrarán por debajo o cercanos a la unidad, $\Phi^2 = 1$. La transferencia de masa por convección es más importante que la transferencia de masa por difusión, esto es por los valores altos del número de Pe , ($Pe = 8.00 \times 10^5$). Finalmente, la resistencia a la transferencia de masa en la frontera entre la biopelícula y el seno del fluido, es semejante en magnitud a la que se presenta para la difusión del sustrato al interior de la biopelícula, por lo que el número de Sh tiende a mostrar valores mayores a la unidad, $Sh = 20$.



Figuras 4.1. Perfiles de Concentración a $Re = 40$, $\Phi^2 = 1$, $Pe = 8.00 \times 10^4$, $Sh = 20$.
y: \circ 0.2 m, $+$ 0.4 m, $-$ 0.6 m, \blacktriangle 0.8 m, \blacklozenge 1.0 m, $—$ Sin Flujo Convectivo.
a) Cinética Lineal, C. de F. 1; b) Cinética Lineal, C. de F. 2; c) Cinética No Lineal, C. de F. 1; d) Cinética No Lineal, C. de F. 2.

En las Figuras 4.1 es posible observar que para los cuatro casos, al no considerarse el flujo convectivo, el sustrato penetra todo el espesor de la biopelícula, los perfiles de concentración son mucho más altos al sólo considerarse difusión-reacción como los únicos fenómenos para el transporte de masa. El flujo convectivo produce que el sustrato sea arrastrado a zonas más altas en la longitud de la biopelícula, generando así perfiles de concentración de sustrato más pegados a cero.

CAPITULO 4

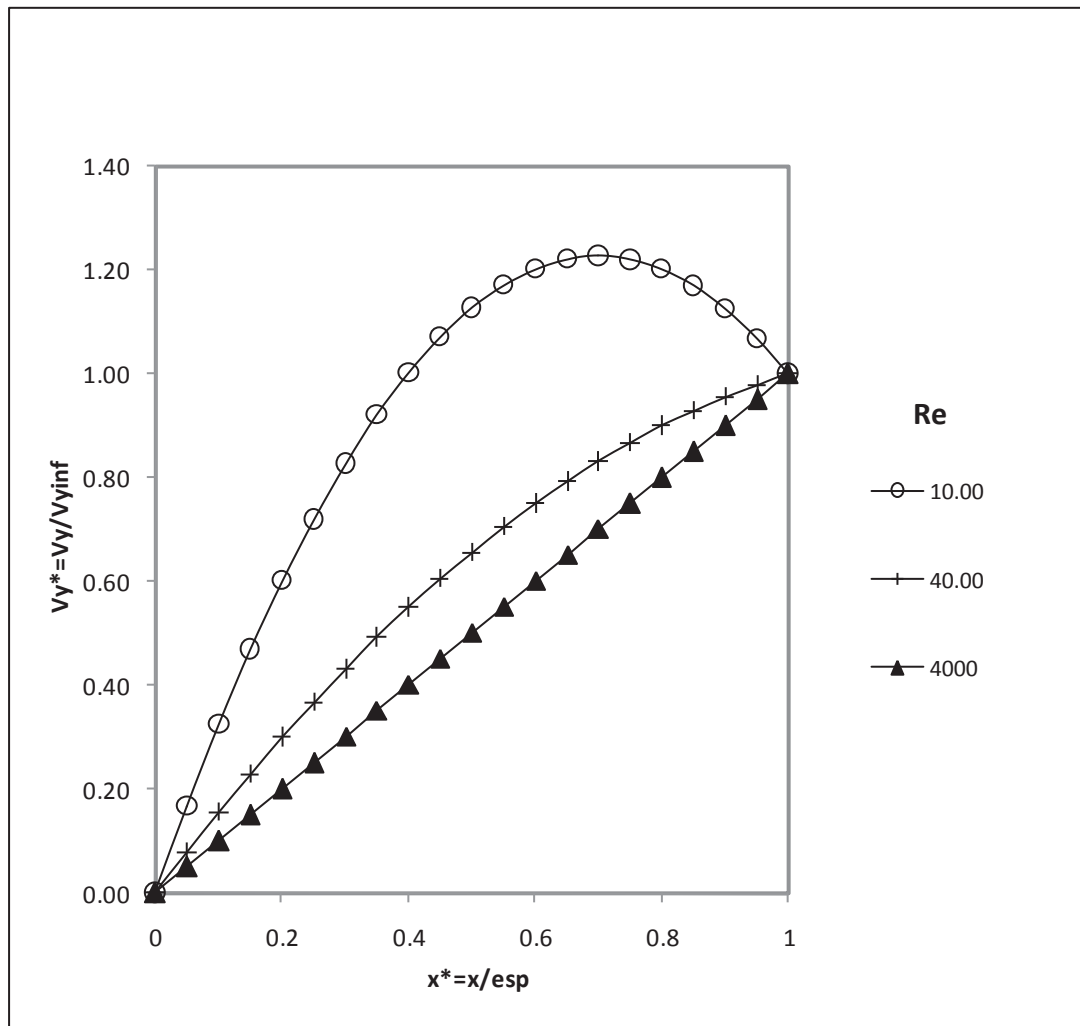
Puede verse entonces que el sustrato alcanza la pared donde se adhiere la película sólo en zonas más altas del reactor ($y^* = 0.4$) generando zonas sin sustrato en la parte baja del reactor.

El tipo de cinética de consumo de sustrato por los microorganismos es determinante. Para el caso de la cinética no lineal, (Fig. 4.1 c) y d), se describe la disponibilidad de las células para que tomen el sustrato, esta nueva restricción disminuye el consumo del sustrato por parte de los microorganismos, produciendo perfiles con mayor presencia de sustrato en todo el espesor de la biopelícula. Básicamente, la cinética de tipo Monod describe la posibilidad de que la alta concentración de un nutriente puede inhibir o incluso envenenar el crecimiento de nuevas células, y por lo tanto, el consumo de sustrato, de ahí que se observe un incremento en la concentración del sustrato para este tipo de cinética. Además, se puede ver que para una cinética lineal, los perfiles de concentración no varían tanto de una altura a otra, como aparecen en el caso de cinética no lineal. Una posible causa de este comportamiento es que el consumo de sustrato por parte de los microorganismos es mayor cuando se sigue una cinética lineal, no permitiendo que el sustrato sea arrastrado por el flujo convectivo dentro de la biopelícula.

El efecto de considerar la existencia de una restricción al movimiento del sustrato en la interfase (Condición de Frontera 2), como lo es la resistencia a la transferencia de masa desde el seno del fluido hacia la superficie de la biopelícula se puede observar en las Fig. 4.1 b) y d). La cantidad la cantidad de sustrato disponible para difundirse al interior de la biopelícula, es menor, lo cual afectaría el comportamiento de los microorganismos y el funcionamiento de la biopelícula. Si esta resistencia no se tomara en cuenta, la concentración del sustrato en la superficie de la biopelícula sería la misma que la del seno del fluido, por lo que el sustrato estaría totalmente disponible para difundirse y consumirse en la biopelícula.

4.1.2 Efecto del Número de Reynolds

La fuerza debida a la inercia es proporcionada por el flujo del fluido al moverse dentro de la biopelícula. Este efecto está incluido en el número de Re. En la Figura 4.2 se muestran los perfiles de velocidad dentro de la biopelícula para distintos números de Reynolds; como se puede observar, la velocidad muestra un perfil parabólico dentro de la biopelícula, y para Re muy bajos, la velocidad del fluido dentro de la biopelícula puede incluso superar a la velocidad del fluido fuera de ella.



**Figura 4.2. Perfiles de Velocidad para diferentes Números de Reynolds
Re : ○10, + 40, ▲4000.**

En las figuras 4.3 y 4.4 se puede apreciar el efecto del número de Reynolds sobre los fenómenos de convección, difusión y reacción en los perfiles de concentración, en

CAPITULO 4

régimen laminar y turbulento, respectivamente. Para el régimen laminar (Figs. 4.3), el sustrato penetra completamente la biopelícula, hasta los puntos más internos de ésta, solo para los puntos $y^* = 0.2$, el sustrato se agota a $x^* = 0.4$. A medida que el régimen del flujo se hace turbulento, los perfiles de concentración tienden a valores cercanos a cero, debido a la fuerza de arrastre que el flujo ejerce sobre el sustrato (Figs. 4.4). El sustrato difícilmente alcanza la superficie sobre la que se encuentra fija la biopelícula. Este efecto derivaría en una baja actividad de la biopelícula para el consumo del sustrato y su eliminación del efluente contaminado, el debilitamiento de la estructura de la biopelícula por la falta de nutrientes que promuevan la producción de las sustancias que le den soporte a la biopelícula (exopolímeros), y eventualmente al desprendimiento de la biopelícula debido a la enorme fuerza cortante que un flujo turbulento representa.

Es necesario señalar que este número adimensional tiene efecto sólo si se considera el flujo convectivo. En los perfiles de concentración descritos únicamente por los fenómenos de difusión-reacción, estos no cambian para los dos tipos de régimen. Si se diseñara un reactor, el modelo propuesto permite reproducir diferentes esquemas dependiendo del régimen de flujo en el que se vaya operar el proceso; permitiendo un diseño más cercano a la realidad. Si solo se consideran los fenómenos de difusión reacción para diseñar el reactor, éste enmascararía otros fenómenos importantes que se verían reflejados en su comportamiento y en los resultados de consumo de sustrato y actividad de la biopelícula.

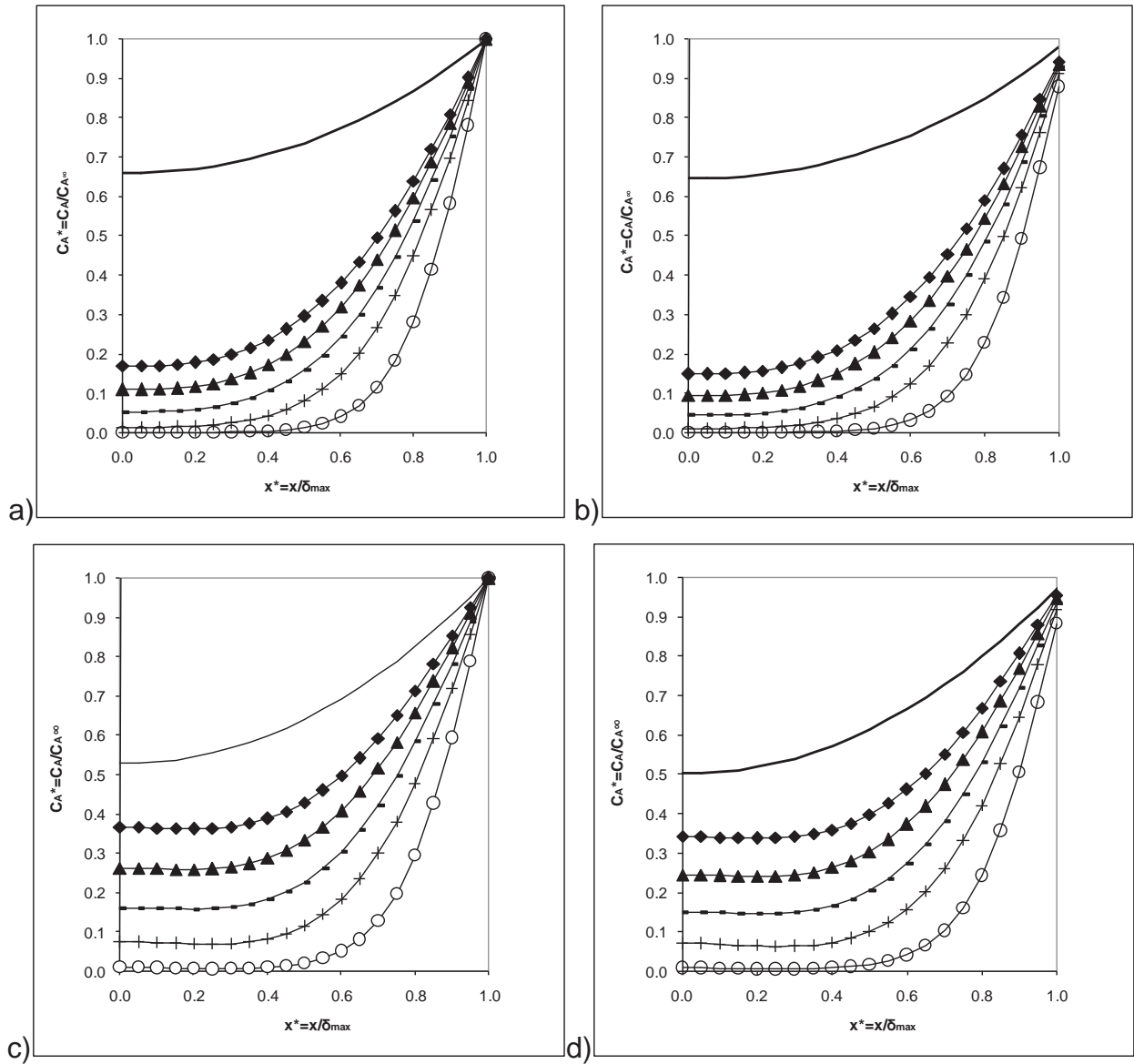


Figura 4.3. Perfiles de Concentración a $Re = 10$, $\Phi^2 = 1$, $Pe = 8.00 \times 10^4$, $Sh = 20$.
y: \circ 0.2 m, $+$ 0.4 m, \triangle 0.6 m, \blacktriangle 0.8 m, \blacklozenge 1.0 m, $—$ Sin Flujo Convectivo.
a) Cinética Lineal, C. de F. 1; b) Cinética Lineal, C. de F. 2; c) Cinética No Lineal, C. de F. 1; d) Cinética No Lineal, C. de F.2.

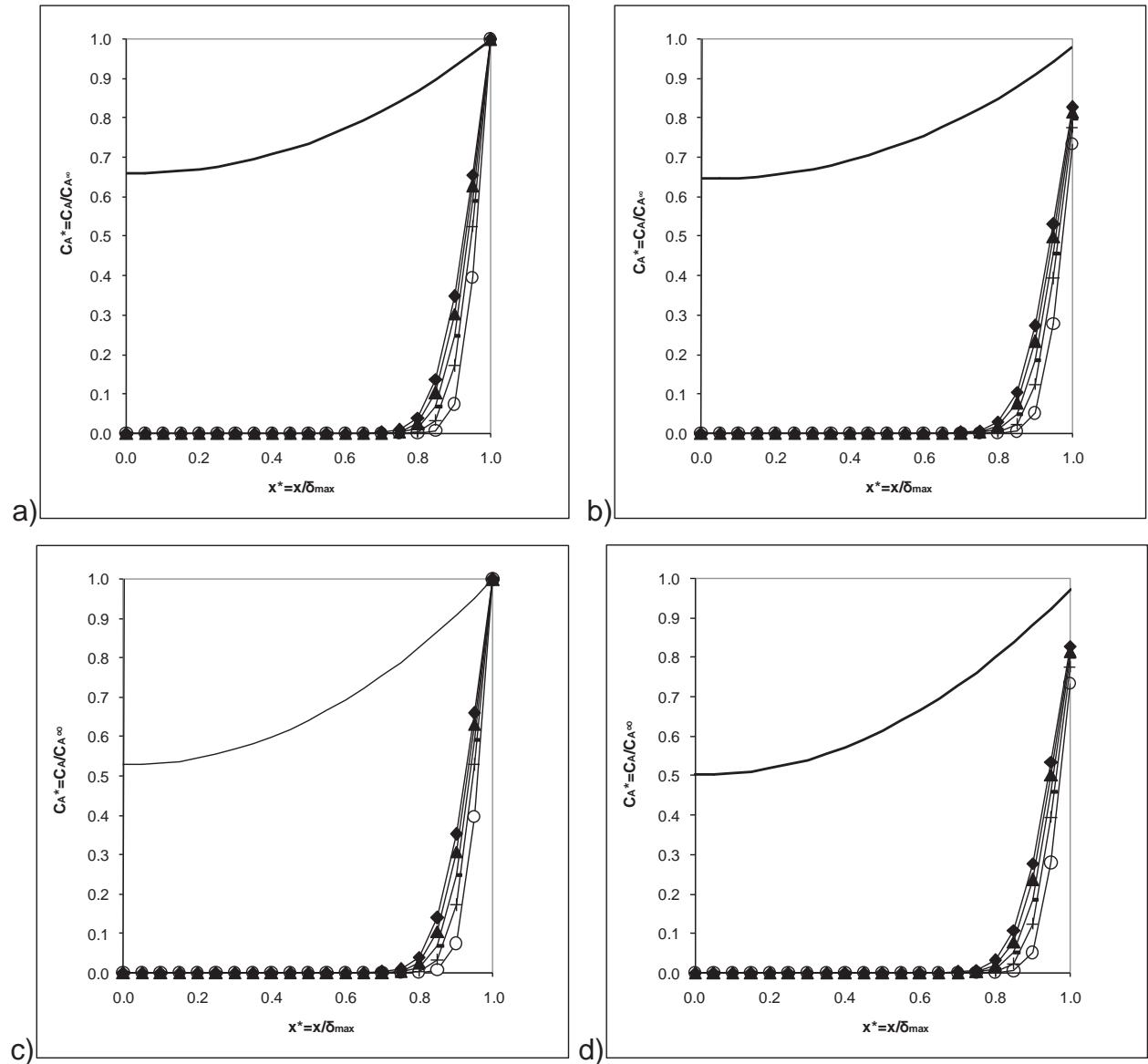
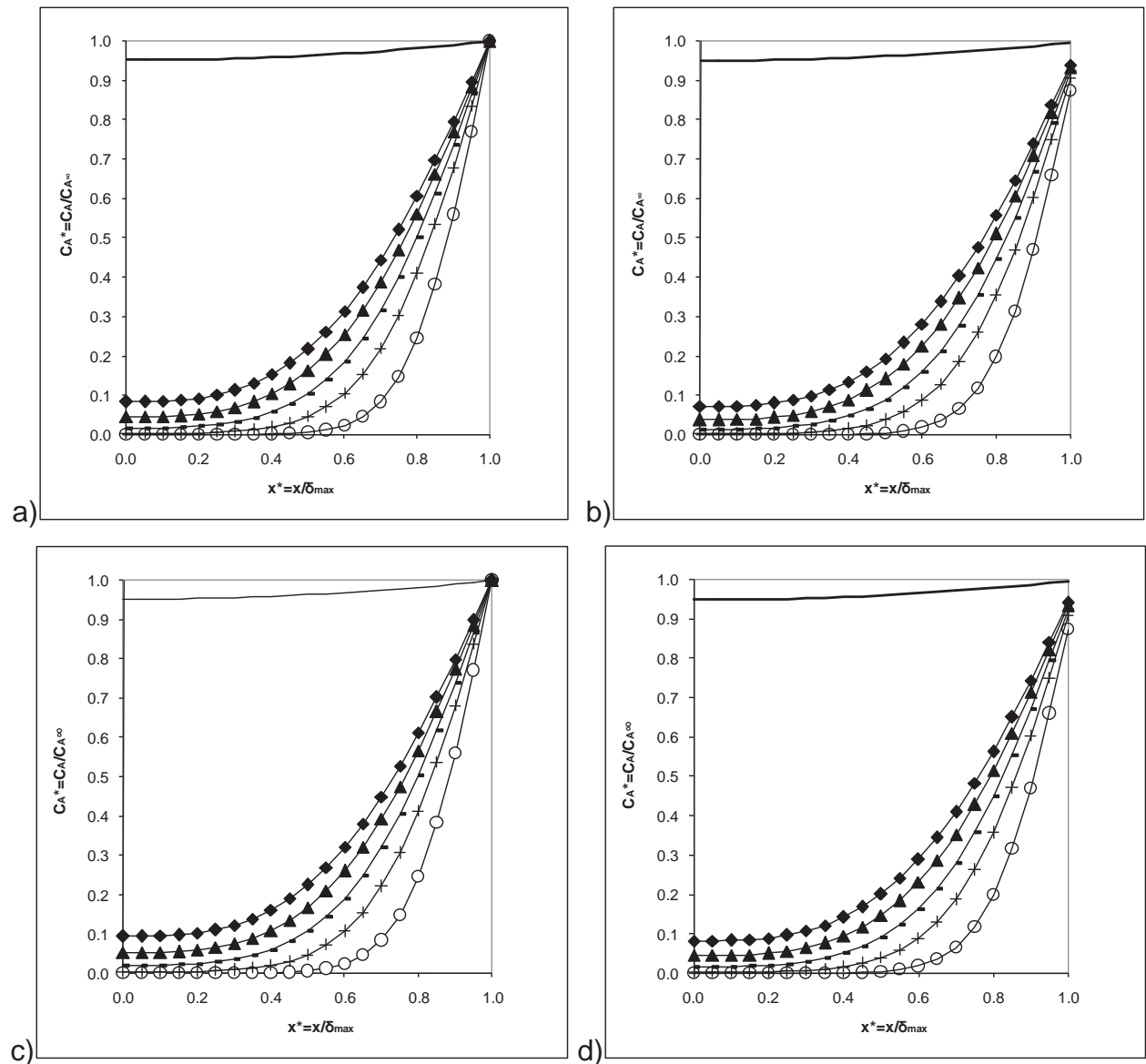


Figura 4.4. Perfiles de Concentración a $Re = 4000$, $\Phi^2 = 1$, $Pe = 8.00 \times 10^4$, $Sh = 20$.
y: \circ 0.2 m, $+$ 0.4 m, $-$ 0.6 m, \blacktriangle 0.8 m, \blacklozenge 1.0 m, — Sin Flujo Convectivo.
a) Cinética Lineal, C. de F. 1; b) Cinética Lineal, C. de F. 2; c) Cinética No Lineal, C. de F. 1; d) Cinética No Lineal, C. de F. 2.

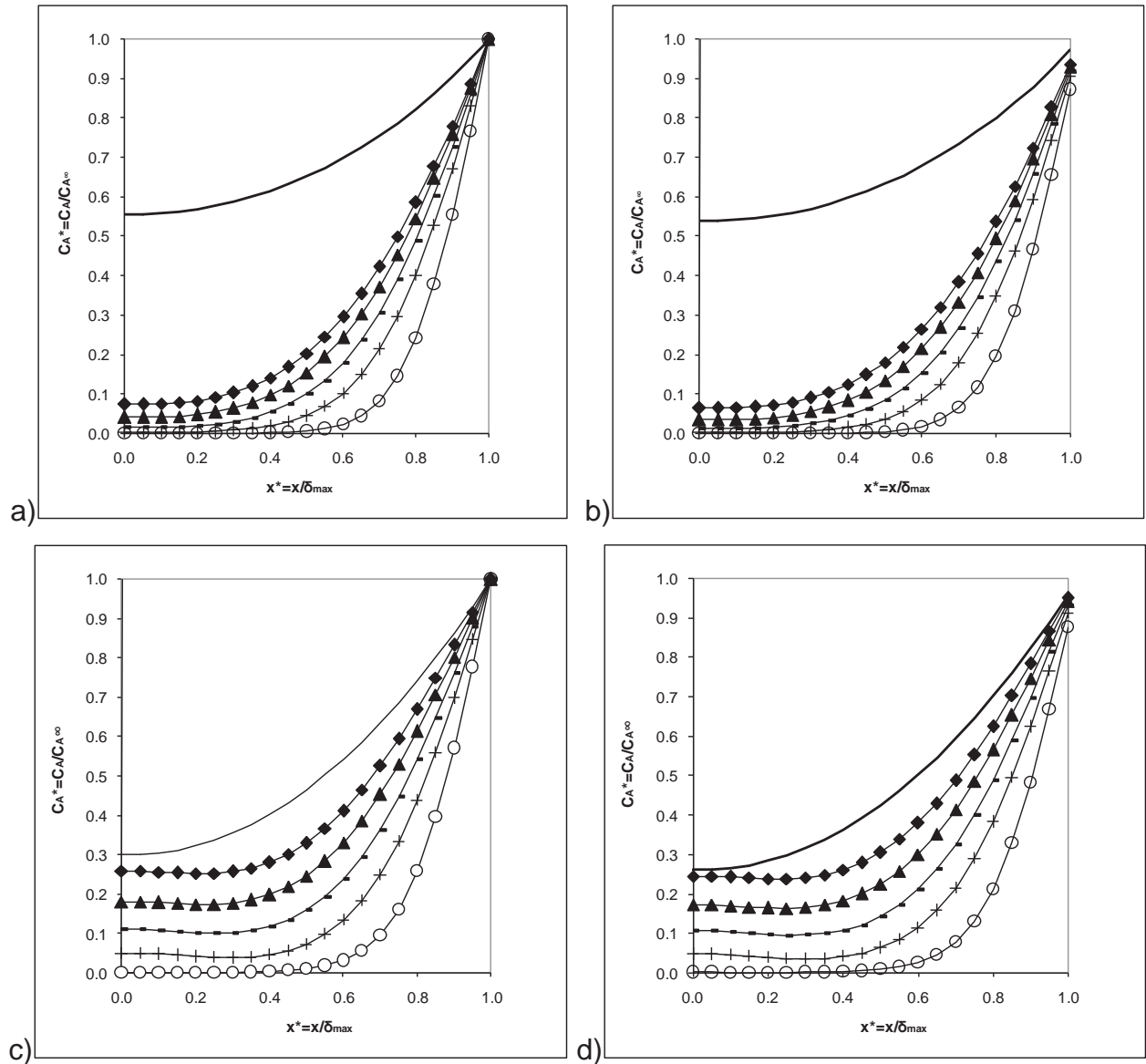
4.1.3 Efecto del Módulo de Thiele

En el módulo de Thiele se incluyen el movimiento del sustrato al difundirse al interior de la biopelícula y su consumo por parte de los microorganismos, si el consumo es mayor que la difusión, el sustrato no alcanzará las capas más profundas de la biopelícula para ser consumido por los microorganismos. En las figuras 4.5 y 4.6 se

puede apreciar el efecto del módulo de Thiele sobre los perfiles de concentración, en este caso es claro el efecto que tiene la velocidad con que el sustrato es consumido por parte de los microorganismos antes de difundirse al interior de la biopelícula generando zonas con muy baja concentración de sustrato en las partes más profundas de la biopelícula (Figura 4.5).



**Figura 4.5. Perfiles de Concentración a $Re = 40$, $\Phi^2 = 0.1$, $Pe = 8.00 \times 10^4$, $Sh = 20$.
 y: \circ 0.2 m, $+$ 0.4 m, $-$ 0.6 m, \blacktriangle 0.8 m, \blacklozenge 1.0 m, $-$ Sin Flujo Convectivo.
 a) Cinética Lineal, C. de F. 1; b) Cinética Lineal, C. de F. 2; c) Cinética No Lineal, C. de F. 1; d) Cinética No Lineal, C. de F. 2.**



**Figura 4.6. Perfiles de Concentración a $Re = 40$, $\phi^2 = 1.5$, $Pe = 8.00 \times 10^4$, $Sh = 20$.
 y: \circ 0.2 m, $+$ 0.4 m, $-$ 0.6 m, \blacktriangle 0.8 m, \blacklozenge 1.0 m, $—$ Sin Flujo Convectivo.
 a) Cinética Lineal, C. de F. 1; b) Cinética Lineal, C. de F. 2; c) Cinética No Lineal, C. de F. 1; d) Cinética No Lineal, C. de F. 2.**

Es necesario enfatizar aquí el efecto que tiene el flujo convectivo sobre la distribución del sustrato; en la Figura 4.5 se puede observar la gran diferencia entre los perfiles generados por el modelo propuesto considerando flujo convectivo y el perfil en el que sólo se considera los fenómenos de difusión-reacción. Esta diferencia se atribuye al flujo convectivo que arrastra al sustrato a zonas más altas en reactor, haciendo que

le sea más difícil alcanzar las zonas profundas de la biopelícula. Este efecto se acentúa si se presenta poca difusión del sustrato hacia el interior de la biopelícula.

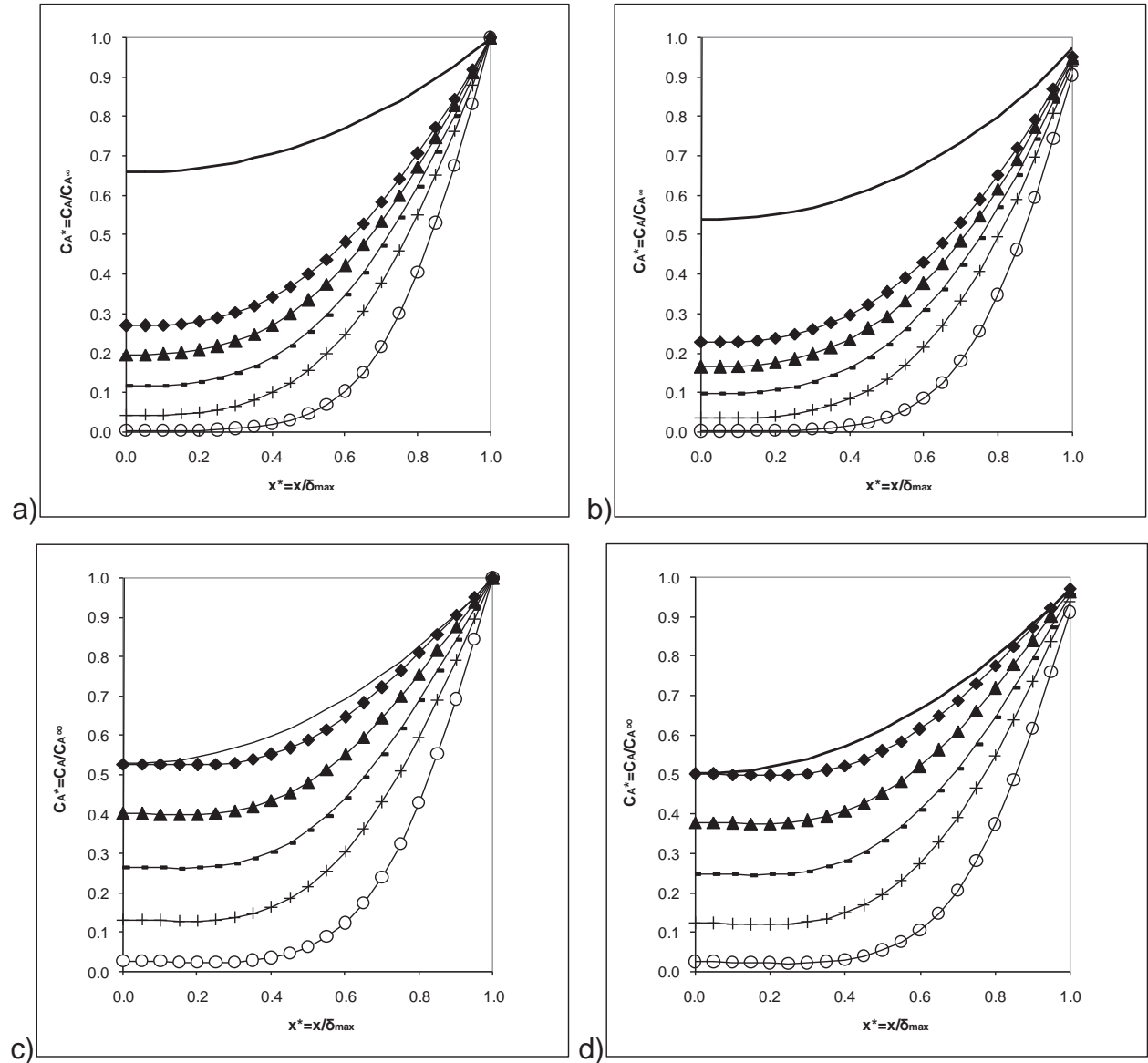
En general, en este tipo de sistemas la difusión es la que controla la transferencia de masa dentro de la biopelícula, más que la reacción de consumo de sustrato por parte de los microorganismos, dado que los coeficientes de difusión efectiva tiene valores hasta 10,000 veces más bajos que las constantes de consumo de sustrato (Tabla 3.1), sin embargo, por el valor tan bajo del espesor de la biopelícula es que se alcanzan valores de modulo de Thiele cercanos a 1. En las Figuras 4.6 se muestran los perfiles de concentración para un módulo de Thiele, $\Phi^2 = 1.5$. En este caso, la resistencia a la difusión no es muy importante, se pueden observar perfiles de concentración más altos, cercanos al modelo de difusión-reacción, lo que implicaría que el movimiento del sustrato hacia la superficie donde se encuentra adherida la biopelícula sea mayor sin afectarles los fenómenos de reacción o convección.

4.1.4 Efecto del Número de Peclet

El análisis del número de Peclet tiene una mayor importancia para este trabajo, ya que compara la fuerza del flujo convectivo con el movimiento debido a la difusión, por lo que es clave para el análisis del flujo convectivo sobre la transferencia de masa. Como se puede observar en los parámetros (Tabla 3.1), la velocidad del fluido es más importante que el fenómeno de difusión. Es de esperar que si el flujo convectivo es mayor, el número de Pe tomara valores más altos y los perfiles de concentración tiendan a acercarse a cero por el arrastre del sustrato a zonas más altas en el reactor.

En las Figuras 4.7 y 4.8 se puede apreciar el efecto del número de Peclet sobre los perfiles de concentración, observándose claramente el efecto del flujo convectivo, ya que cuando toma más fuerza, arrastra al sustrato a zonas más altas en el reactor, antes de que se difunda al interior de la biopelícula y aun antes de que las células puedan usarlas para sus procesos vitales. Incluso, se puede apreciar en las Figuras 4.8 que el sustrato no alcanza las capas más profundas de la biopelícula, y que la fuerza convectiva prácticamente barre el sustrato a lo largo del reactor, de ahí que los perfiles

están tan cercanos, aun cuando el sustrato se encuentre sólo en las capas superficiales.



**Figura 4.7. Perfiles de Concentración a $Re = 40$, $\Phi^2 = 1$, $Pe = 4.0 \times 10^4$, $Sh = 20$.
 y: \circ 0.2 m, $+$ 0.4 m, $-$ 0.6 m, \blacktriangle 0.8 m, \blacklozenge 1.0 m, $—$ Sin Flujo Convectivo.
 a) Cinética Lineal, C. de F. 1; b) Cinética Lineal, C. de F. 2; c) Cinética No Lineal, C. de F. 1; d) Cinética No Lineal, C. de F. 2.**

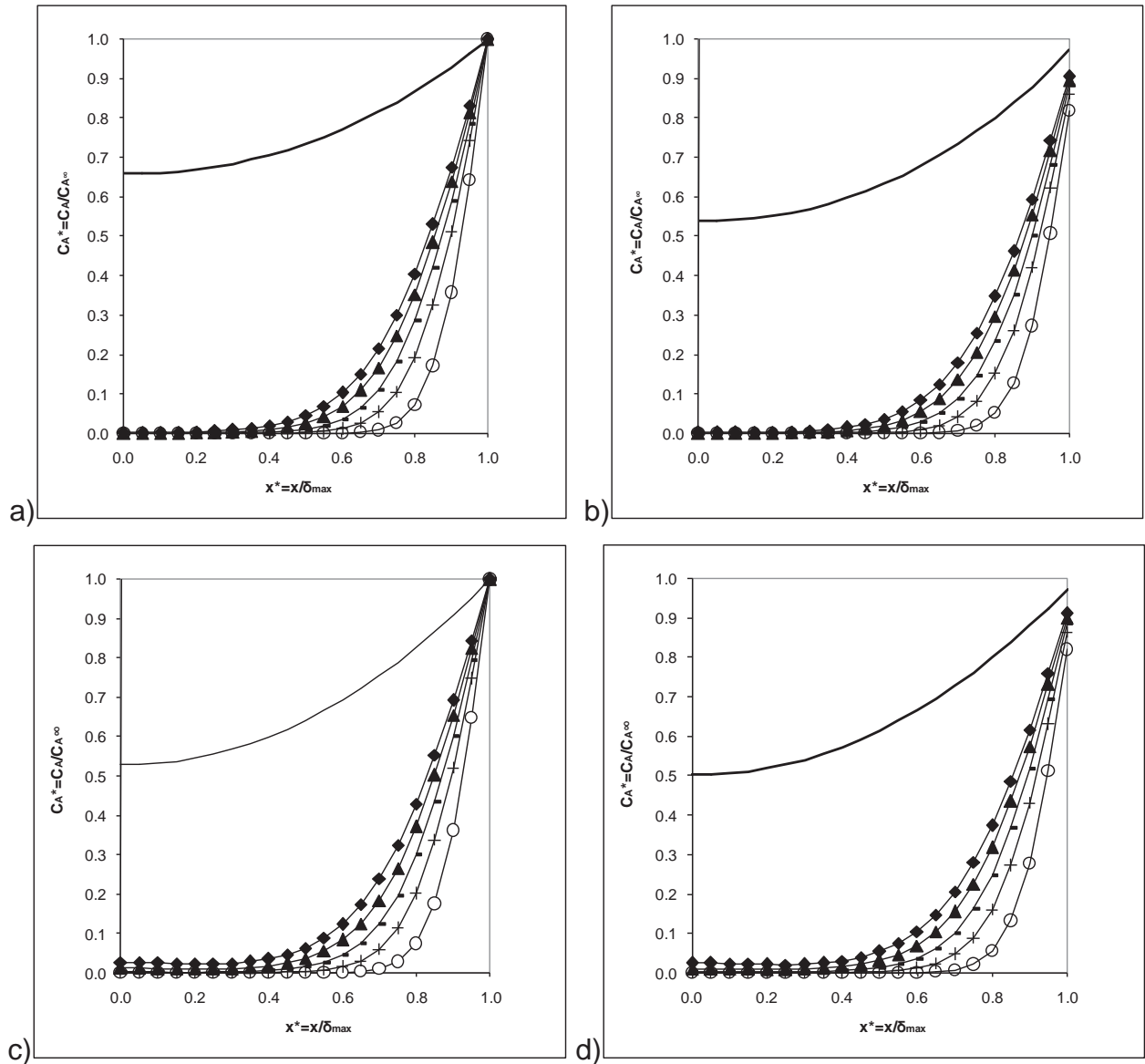


Figura 4.8. Perfiles de Concentración a $Re = 40$, $\Phi^2 = 1$, $Pe = 2.00 \times 10^5$, $Sh = 20$.
y: \circ 0.2 m, $+$ 0.4 m, $-$ 0.6 m, \blacktriangle 0.8 m, \blacklozenge 1.0 m, $—$ Sin Flujo Convectivo.
a) Cinética Lineal, C. de F. 1; b) Cinética Lineal, C. de F. 2; c) Cinética No Lineal, C. de F. 1; d) Cinética No Lineal, C. de F. 2.

Es importante señalar que los perfiles de concentración descritos únicamente por los fenómenos de difusión-reacción, la variación en el número de Peclet no tiene ningún efecto al no considerar el flujo convectivo sobre los fenómenos de transporte de masa en la biopelícula. El efecto que tiene el flujo convectivo sobre los fenómenos de difusión reacción es evidente, los perfiles de concentración tienen otro comportamiento,

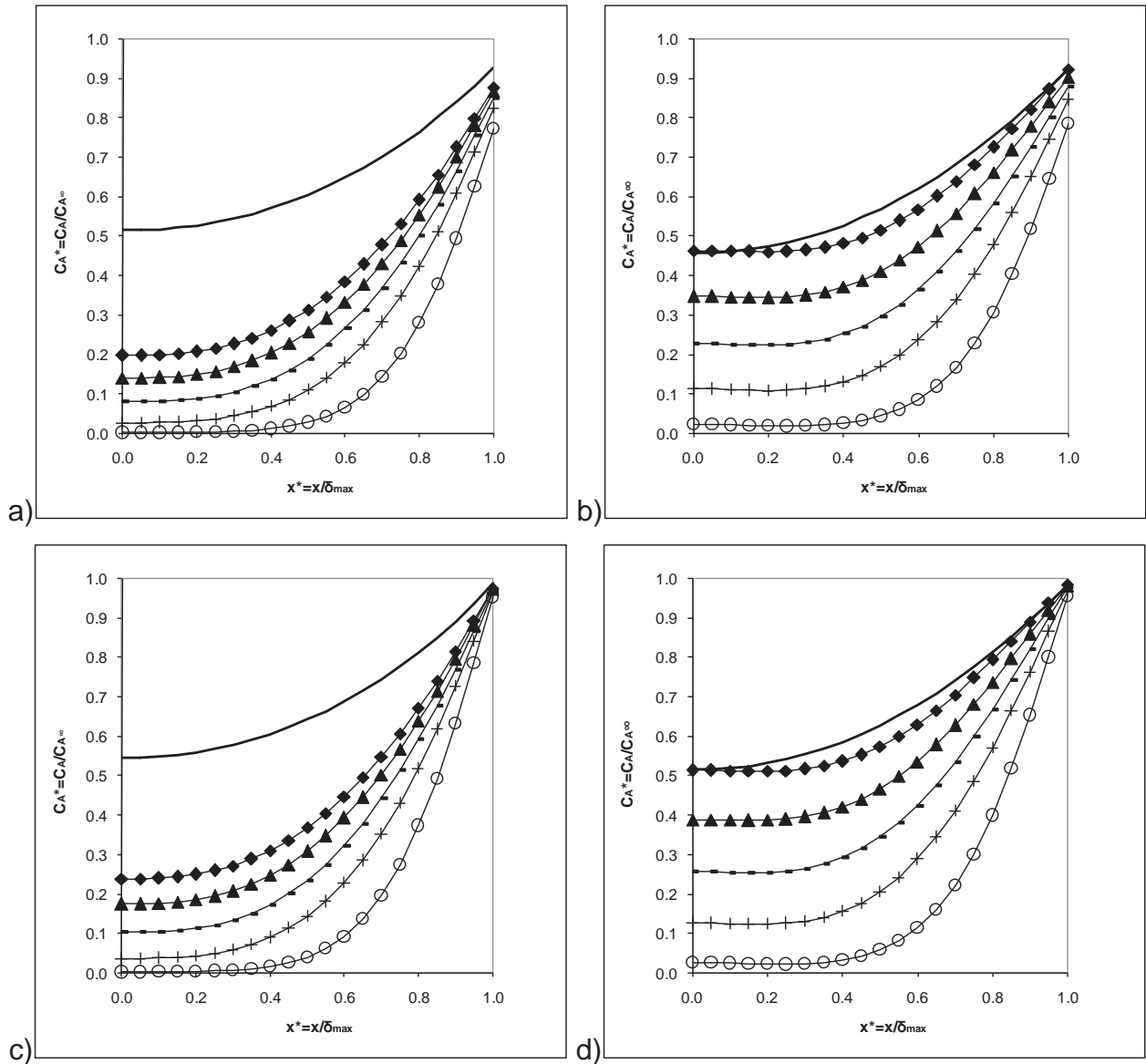
permitiendo una explicación más adecuada a los fenómenos que se llevan a cabo en el interior de la biopelícula.

4.1.5 Efecto del Número de Sherwood

Finalmente, la presencia de una restricción para el transporte de masa en la interfase de la biopelícula con el seno del fluido determinará la cantidad de sustrato disponible que podría difundirse hacia las capas más profundas de la biopelícula. El número de Sherwood relaciona el movimiento del sustrato desde el líquido a la superficie de la biopelícula con el movimiento del sustrato por difusión hacia el interior de ésta. La resistencia a la difusión es mayor, de ahí que el número de Sherwood tenga valores mayores a la unidad.

En las Figuras 4.9 se puede apreciar el efecto del número de Sherwood sobre los perfiles de concentración. En las Figuras 4.9 a) y c) se muestran los perfiles de concentración en el caso de que la restricción en la frontera para la transferencia de masa es considerable.

Se observa que una cantidad pequeña de sustrato podrá difundirse al interior de la biopelícula, alrededor de un 20% no está disponible, generando perfiles con valores cercanos a cero en las zonas más profundas de la biopelícula, aún en el caso en que solo se considera la difusión-reacción del sustrato.



**Figura 4.9. Perfiles de Concentración a $Re = 40$, $\Phi^2 = 1$, $Pe = 8.00 \times 10^4$.
 y: \circ 0.2 m, $+$ 0.4 m, $-$ 0.6 m, \blacktriangle 0.8 m, \blacklozenge 1.0 m, $—$ Sin Flujo Convectivo.
 a) Cinética Lineal, C. de F. 2, $Sh = 10$; b) Cinética No Lineal, C. de F. 2, $Sh = 10$; c)
 Cinética Lineal, C. de F. 2, $Sh = 30$; d) Cinética No Lineal, C. de F. 2, $Sh = 30$.**

Sin embargo, si la resistencia a la transferencia de masa en la interfase de la biopelícula y la solución es baja, estará disponible una mayor cantidad de sustrato. En las Figuras 4.9 b) y d) se observa este comportamiento, deduciendo que para un valor de $Sh = 30$ se tendría una tendencia a la transferencia de masa en la interfase muy parecida a la Condición de Frontera 1, en la que se supone que la misma cantidad de sustrato presente en la solución acuosa es la que está disponible para moverse hacia el

interior de la biopelícula, mostrando la facilidad con que el sustrato se puede transportar en la interfase a medida que el número de Sherwood adquiere valores más grandes.

4.2 Validación del Modelo

Los resultados teóricos obtenidos del modelo se comparan con resultados experimentales [Beyenal y Lewandowski, 2002; Lewandowski y col, 1993] y teóricos [González Brambilia y col, 2006; Zacarias y col, 2005]. La Tabla 4.1 muestra los parámetros utilizados en el modelo desarrollado para realizar la comparación.

Tabla 4.1 Valores de los parámetros utilizados para validar el modelo.

Constante	Valores	Unidades	Autor
ΔP	2	kPa	Zacarias y col, 2005
ρ_b	30	kg m ⁻³	González Brambilia y col, 2006
D_{eff}	0.41 x10 ⁻⁰⁹	m ² s ⁻¹	González Brambilia y col,2006
$\bar{\delta}_{max}$	2.50x10 ⁻⁴	m	Beyenal & Lewandowski, 2002
v_y^∞	0.046	m s ⁻¹	Lewandowski y col,1993
μ_{max}	0.17 x10 ⁻³	s ⁻¹	González Brambilia y col,2006
$C_{A,0}$	0.723	kg m ⁻³	González Brambilia y col,2006
L	0.3	m	González Brambilia y col,2006
k_c	0.90 x10 ⁻⁶	m s ⁻¹	González Brambilia y col,2006
K_s	5.5 x10 ⁻²	kg m ⁻³	González Brambilia y col,2006
$Y_{x/s}$	0.36		González Brambilia y col,2006

La Figura 4.10 muestra la comparación de los perfiles teóricos y experimentales de la velocidad del sustrato dentro de la biopelícula para un espesor constante de la biopelícula. El perfil de velocidad obtenido teóricamente es similar al obtenido experimentalmente por Lewandowski y col. (1993). Teóricamente, se observan regiones de la biopelícula en los que la velocidad dentro de la biopelícula supera a la del seno del líquido. Además, el perfil medido no es regular, por la presencia de estructuras no

homogéneas en el espesor de la biopelícula, sin embargo, la tendencia de ambos perfiles es similar.

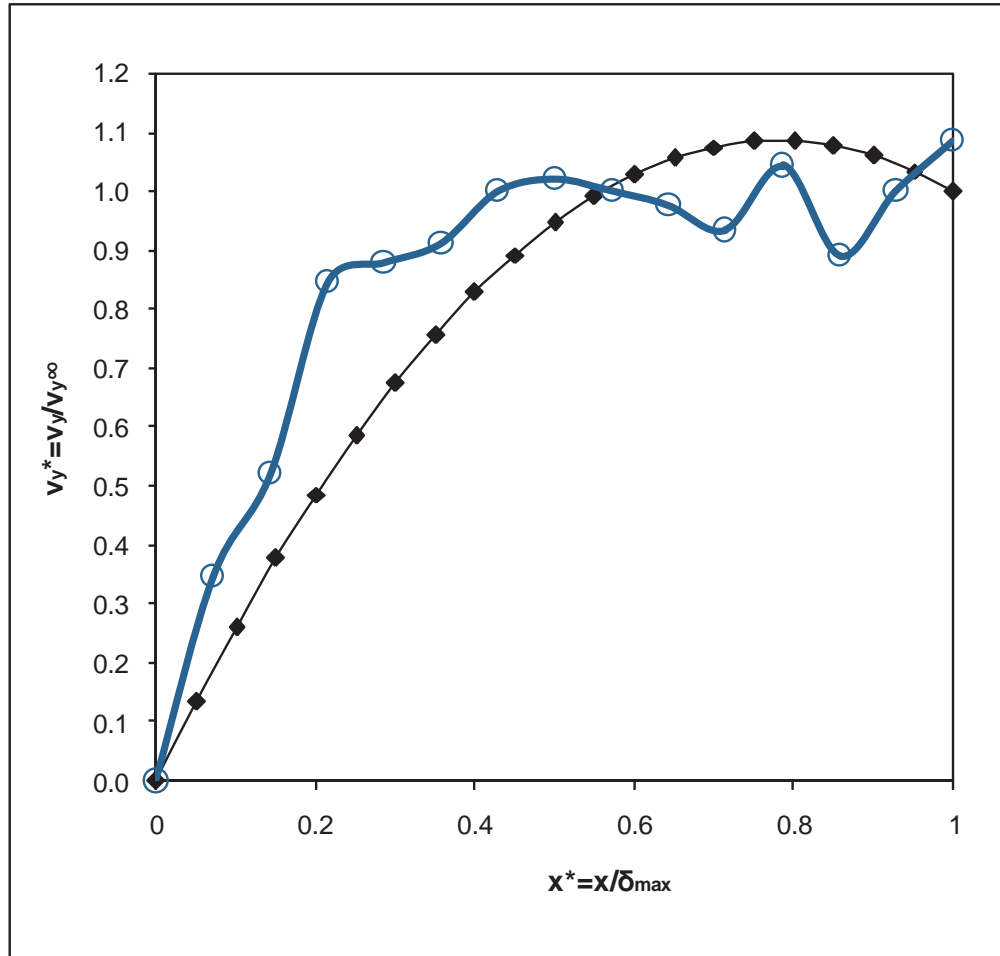


Figura 4.10. Perfiles de Velocidad ♦ Modelo propuesto; ○ Medición experimental Lewandowski y col, 1993.

La Figura 4.11 muestra la comparación de los perfiles de concentración obtenidos teóricamente por el modelo desarrollado con los resultados teóricos de González-Brambilia y col. (2007); y los resultados experimentales obtenidos por Lewandowski y col. (1993). Los perfiles de concentración obtenidos con el modelo propuesto en el presente trabajo tienen la misma tendencia que los resultados experimentales, sobre todo en los puntos cercanos a la parte superior del reactor. El perfil de concentraciones considerando únicamente los fenómenos de difusión-reacción

también muestra la misma tendencia que los resultados experimentales, encontrándose en el mismo intervalo de valores que los resultados reportados por González-Brambilia y col. (2007). Sin embargo, el perfil de concentraciones calculado con el modelo propuesto incluyendo el efecto del flujo convectivo se acopla mejor a los datos experimentales a una altura de 30 cm del reactor, es decir, en la parte superior. Con esto se demuestra que el incluir la contribución del flujo convectivo para predecir la distribución del sustrato dentro de una biopelícula describe mejor lo que sucede realmente en un reactor para el tratamiento de soluciones acuosas contaminadas.

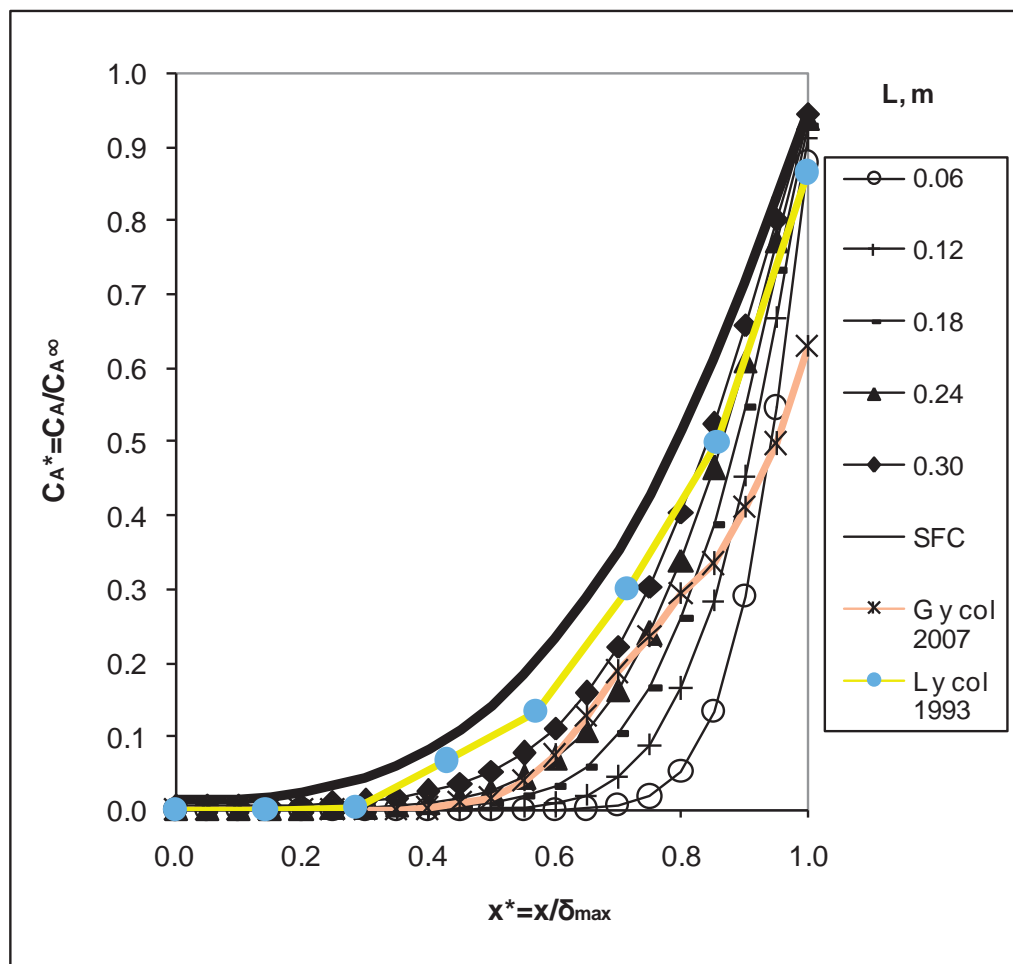


Figura 4.11. Perfiles de Concentración obtenidos a y : ○ 0.2 m, + 0.4 m, - 0.6 m, ▲ 0.8 m, ◆ 1.0 m, — Sin Flujo Convectivo; □ Resultados obtenidos por González y col. (2007); Medición experimental Lewandowski y col, 1993.

CONCLUSIONES

Algunos puntos importantes que se pueden destacar de este trabajo son los siguientes:

- El modelo desarrollado permite describir el efecto del flujo convectivo sobre los fenómenos de transferencia de masa de difusión-reacción dentro de una biopelícula.
- La biopelícula exhibe un perfil de velocidades en su interior, como resultados de su estructura porosa. Destacándose que en algunos puntos de la biopelícula, la velocidad es superior a la que se encuentra en el seno del fluido. Este perfil de velocidades dentro de la biopelícula depende de la velocidad del medio acuoso.
- El flujo convectivo tiene un efecto importante sobre los fenómenos de difusión reacción dentro de la biopelícula al contribuir al movimiento del sustrato a zonas más altas de ésta.
- El tipo de cinética de consumo tiene un efecto apreciable sobre los perfiles de concentración dentro de la biopelícula, siendo la cinética lineal la que contribuye de una manera más importante a disminuir la concentración del sustrato dentro de la biopelícula debido a su consumo por parte de los microorganismos.
- La transferencia de sustrato en la frontera de la biopelícula tiene un efecto significativo sobre la distribución de la concentración del sustrato al interior de la biopelícula por la cantidad de sustrato disponible para moverse al interior de la biopelícula.
- Cuando se tiene valores de número de Reynolds en régimen turbulento, el sustrato es arrastrado a zonas más altas del reactor; en régimen laminar se le permite difundirse al interior de la biopelícula y ser consumido por los microorganismos.

CONCLUSIONES

- La cantidad de sustrato presente dentro de la biopelícula asciende con el aumento en el número de Thiele, al disminuirse la resistencia a la difusión del sustrato hacia las capas profundas de la biopelícula.
- Al aumentarse el número de Peclet, la cantidad de sustrato que es arrastrado a las zonas más altas del reactor aumenta, disminuyendo la cantidad de sustrato presente en la biopelícula y provocando que el sustrato incluso no llegue a la superficie sobre la que esta adherida la biopelícula, para valores de Pe mayores.
- La variación en el número de Sherwood influye en la distribución del sustrato; al disminuir, la resistencia a la transferencia de masa en la interfase de la biopelícula con la solución acuosa disminuye, disminuyendo la cantidad de sustrato disponible para moverse hacia el interior de la biopelícula, provocando perfiles de concentración de sustrato bajos y que el sustrato llegue a las zonas más profundas de la biopelícula sólo a partir de ciertas alturas.

TRABAJO A FUTURO

TRABAJO A FUTURO

Para futuros trabajos se hacen las siguientes recomendaciones, con ellas se podrán obtener mejores resultados del modelado y simulación de una biopelícula.

- Proponer métodos analíticos que permitan medir experimentalmente parámetros tales como la concentración de sustrato (C_A), el espesor de la biopelícula (δ) y la velocidad dentro de la biopelícula (v_y), para de esta forma tener los datos bajo condiciones controladas de operación del reactor.
- Por otra parte, se recomienda incluir en el modelo las variaciones de los parámetros de difusividad a medida que se avanza en la profundidad de la biopelícula, y de transferencia de masa en la interfase.
- En el modelo se podría incluir el caso de un espesor de biopelícula no constante, y de esta forma determinar los perfiles de concentración en estado transitorio durante el crecimiento de la biopelícula.
- El modelo obtenido puede ser extendido a las aplicaciones de reactores que utilicen acarreadores fluidizados y flóculos, donde sería necesario cambiar el sistema de coordenadas a coordenadas cilíndricas o esféricas y tomar en cuenta algunos otros factores, tales como ángulo de incidencia del flujo convectivo para diferentes posiciones en la superficie, entre otras.

ANEXO A**Solución del Balance de Momento**

Partiendo de la ecuación de Navier Stokes, considerando densidad y viscosidad constantes:

$$\frac{Dv}{Dt} = -\left(\frac{1}{\rho}\right)\nabla P + \nu\nabla^2 v + g \quad (\text{A.1})$$

Desarrollado para coordenadas cartesianas,

componente x:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) + g_x \quad (\text{A.1a})$$

componente y:

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) + g_y \quad (\text{A.1b})$$

componente z:

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) + g_z \quad (\text{A.1c})$$

Consideraciones:

En el estado estable, todos los términos que cambian con el tiempo se eliminan.

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{\partial v_y}{\partial t} = \frac{\partial v_z}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.1d})$$

la gravedad sólo actúa en la dirección y, por lo que las demás se cancelan.

$$g_x = g_z = 0 \quad (\text{A.1e})$$

el gradiente de presión es aproximado a la caída de presión a lo largo del reactor:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (\text{A.1f})$$

ANEXO A

$$\frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{\Delta P}{L} \quad (\text{A.1g})$$

En la dirección z no hay cambio, por lo que todos los términos con esta componente se eliminan.

$$\frac{\partial v_z}{\partial x} = \frac{\partial v_z}{\partial y} = \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{\partial v_y}{\partial z} = \frac{\partial v_x}{\partial z} = \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{A.1h})$$

El flujo convectivo se da sólo en la dirección y, y se mantiene constante a lo largo del reactor

$$v_x = v_z = 0 \quad (\text{A.1i})$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{\partial v_x}{\partial y} = \frac{\partial v_y}{\partial y} = \frac{\partial v_z}{\partial x} = \frac{\partial v_z}{\partial y} = 0 \quad (\text{A.1j})$$

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{A.1k})$$

Así, la ecuación de balance de momento queda

$$v_y \frac{\partial v_y}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + g_y \quad (\text{A.2})$$

$$v_y \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - g_y = \nu \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = \frac{v_x}{\nu} \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{1}{\nu} g_y \quad (\text{A.4})$$

Aquí:

v_y = velocidad de flujo en la dirección y, cm/s

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$ = viscosidad cinemática del fluido, cm²/s

μ = viscosidad del fluido, g/cm s

ρ = densidad del fluido, g/cm³

g = constante gravitacional = 980 cm /seg²

ANEXO A

P = presión, g /cm seg²

Considerando que el gradiente de presión se distribuye uniformemente a lo largo del reactor, así la velocidad se mantiene constante en esa dirección, por lo que:

$$\frac{dP}{dy} = -\frac{\Delta P}{L} \quad (\text{A.1g})$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (\text{A.5})$$

Sustituyendo:

$$\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} = -\frac{\Delta P}{L \rho} - \frac{g}{\nu} \quad (\text{A.6})$$

Condiciones de frontera

$$x = 0 \quad \forall y \quad v_y = 0 \quad (\text{CF. 1})$$

$$x = \delta \quad \forall y \quad v_y = v_y^\infty \quad (\text{CF. 2})$$

Adimensionalizando las variables:

$$v_y^* = \frac{v_y}{v_y^\infty} \quad (\text{A.7})$$

$$x^* = \frac{x}{\delta_{\max}} \quad (\text{A.8})$$

Derivando (A.7) y (A.8):

$$\frac{\partial v_y}{\partial v_y^*} = v_y^\infty \quad (\text{A.9})$$

ANEXO A

$$\frac{\partial x^*}{\partial x} = \frac{1}{\delta_{\max}} \quad (\text{A.10})$$

Por regla de la cadena:

$$\frac{\partial v_y}{\partial x} = \frac{\partial v_y}{\partial v_y^*} \frac{\partial x^*}{\partial x} \frac{\partial v_y^*}{\partial x^*} = \frac{v_y^\infty}{\delta_{\max}} \frac{\partial v_y^*}{\partial x^*} \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x^*} \frac{\partial x^*}{\partial x} \frac{\partial v_y^*}{\partial x^*} = \frac{v_y^\infty}{\delta_{\max}^2} \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial x^{*2}} \quad (\text{A.12})$$

Sustituyendo (A.12) en (A.6):

$$\frac{v_y^\infty}{\delta_{\max}^2} \frac{\partial^2 v_y^*}{\partial x^{*2}} = -\frac{\Delta P}{L\mu} - \frac{g}{\nu} \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\partial^2 v_y^*}{\partial x^{*2}} = -\frac{\Delta P \delta_{\max}^2}{L\mu v_y^\infty} - \frac{g \delta_{\max}^2}{\nu v_y^\infty} \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\partial^2 v_y^*}{\partial x^{*2}} = -\frac{\Delta P}{\rho v_y^\infty{}^2} \frac{\delta_{\max} v_y^\infty}{\nu} \frac{\delta_{\max}}{L} - \frac{g \delta_{\max}}{v_y^\infty{}^2} \frac{\delta_{\max} v_y^\infty}{\nu} \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\partial^2 v_y^*}{\partial x^{*2}} = -\frac{\delta_{\max} v_y^\infty}{\nu} \left(\frac{\Delta P}{\rho v_y^\infty{}^2} \frac{\delta_{\max}}{L} + \frac{g \delta_{\max}}{v_y^\infty{}^2} \right) \quad (\text{A.16})$$

Condiciones de frontera

$$x^* = 0 \quad \forall y^* \quad v_y^* = 0 \quad (\text{CF 3})$$

$$x^* = 1 \quad \forall y^* \quad v_y^* = 1 \quad (\text{CF 4})$$

Para utilizar los números adimensionales

Reynolds:

ANEXO A

$$\text{Re}_\delta = \frac{\delta_{\max} v_y^\infty}{\nu} \quad \frac{\text{Fuerza debida a la inercia}}{\text{Resistencia al movimiento}} \quad (\text{A.17})$$

Euler:

$$\text{Eu} = \frac{\Delta P}{\rho v_y^\infty{}^2} \quad \frac{\text{Fuerza debida a la presion}}{\text{Fuerza debida a la inercia}} \quad (\text{A.18})$$

Froude:

$$\text{Fr} = \frac{v_y^\infty{}^2}{g \delta_{\max}} \quad \frac{\text{Fuerza debida a la inercia}}{\text{Fuerza de gravedad}} \quad (\text{A.19})$$

Sustituyendo en (A.16):

$$\frac{\partial^2 v_y^*}{\partial x^{*2}} = -\text{Re}_\delta \left(\text{Eu} \frac{\delta_{\max}}{L} + \frac{1}{\text{Fr}} \right) \quad (\text{A.20})$$

Integrando esta ecuación:

$$\frac{\partial v_y^*}{\partial x^*} = -\text{Re} \left(\text{Eu} \frac{\delta_{\max}}{L} + \frac{1}{\text{Fr}} \right) x^* + c_1 \quad (\text{A.21})$$

$$v_y^* = -\frac{\text{Re}}{2} \left(\text{Eu} \frac{\delta_{\max}}{L} + \frac{1}{\text{Fr}} \right) x^{*2} + c_1 x^* + c_2 \quad (\text{A.22})$$

Aplicando esta ecuación en las condiciones frontera:

Condición de Frontera

$$x^* = 0$$

$$0 = -\frac{\text{Re}}{2} \left(\text{Eu} \frac{\delta_{\max}}{L} + \frac{1}{\text{Fr}} \right) (0)^2 + c_1(0) + c_2 \quad (\text{A.23})$$

$$0 = c_2 \quad (\text{A.24})$$

Condición de Frontera

$$x^* = 1$$

ANEXO A

$$1 = -\frac{\text{Re}}{2} \left(\text{Eu} \frac{\delta_{\max}}{L} + \frac{1}{\text{Fr}} \right) (1)^2 + c_1(1) + c_2 \quad (\text{A.25})$$

$$1 + \frac{\text{Re}}{2} \left(\text{Eu} \frac{\delta_{\max}}{L} + \frac{1}{\text{Fr}} \right) = c_1 \quad (\text{A.26})$$

Finalmente:

$$v_y^* = -\frac{\text{Re}}{2} \left(\text{Eu} \frac{\delta_{\max}}{L} + \frac{1}{\text{Fr}} \right) x^{*2} + \left[1 + \frac{\text{Re}}{2} \left(\text{Eu} \frac{\delta_{\max}}{L} + \frac{1}{\text{Fr}} \right) \right] x^* \quad (\text{A.27})$$

ANEXO B**Solución del Balance de Masa**

Utilizando las ecuaciones de variación para la transferencia de propiedades para obtener la ecuación deseada.

Balance de Masa

Aplicando el principio de conservación de masa para un volumen de control, densidad constante:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_A}{\partial t} + v_x \frac{\partial C_A}{\partial x} + v_y \frac{\partial C_A}{\partial y} + v_z \frac{\partial C_A}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{eff} \frac{\partial C_A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_{eff} \frac{\partial C_A}{\partial y} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left(D_{eff} \frac{\partial C_A}{\partial z} \right) - C_{A,c} \end{aligned} \quad (B.1)$$

Consideraciones:

En el estado estable, todos los términos que cambian con el tiempo se eliminan.

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = 0 \quad (B.1a)$$

En la dirección z no hay cambio, por lo que todos los términos con esta componente se eliminan.

$$\frac{\partial C_A}{\partial z} = 0 \quad (B.1c)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(D_{eff} \frac{\partial C_A}{\partial z} \right) = 0 \quad (B.1d)$$

Así:

$$v_x \frac{\partial C_A}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{eff} \frac{\partial C_A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_{eff} \frac{\partial C_A}{\partial y} \right) - C_{A,c} \quad (B.2)$$

El flujo convectivo en la dirección x, es mucho mayor que la difusión en esta dirección, por lo que se puede suponer:

$$v_x \frac{\partial C_A}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(D_{eff} \frac{\partial C_A}{\partial x} \right) \approx v_x \frac{\partial C_A}{\partial x} \quad (B.3)$$

ANEXO B

Por lo tanto:

$$v_x \frac{\partial C_A}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(D_{eff} \frac{\partial C_A}{\partial y} \right) - C_{A,c} \quad (B.4)$$

Con un coeficiente de difusión constante en la dirección x:

$$v_x \frac{\partial C_A}{\partial x} = D_{eff} \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} - C_{A,c} \quad (B.5)$$

$$\frac{\partial C_A}{\partial x} = \frac{D_{eff}}{v_x} \frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} - C_{A,c} \quad (B.6)$$

Adimensionalizando las variables:

$$v_x^* = \frac{v_x}{v_x^\infty} \quad (B.7)$$

$$x^* = \frac{x}{\delta_{max}} \quad (B.8)$$

$$y^* = \frac{y}{\delta_{max}} \quad (B.9)$$

$$C_A^* = \frac{C_A}{C_A^\infty} \quad (B.10)$$

Derivando (B.8), (B.9) y (B.10)

$$\frac{\partial C_A^*}{\partial C_A} = C_A^\infty \quad (B.11)$$

$$\frac{\partial x^*}{\partial x} = \frac{1}{\delta_{max}} \quad (B.12)$$

$$\frac{\partial y^*}{\partial y} = \frac{1}{\delta_{max}} \quad (B.13)$$

Aplicando la regla de la cadena:

$$\frac{\partial C_A}{\partial y} = \frac{\partial C_A^*}{\partial y^*} \frac{\partial C_A^*}{\partial C_A} \frac{\partial y^*}{\partial y} = \frac{C_A^\infty}{\delta_{max}} \frac{\partial C_A^*}{\partial y^*} \quad (B.14)$$

$$\frac{\partial^2 C_A}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y^*} \frac{\partial y^*}{\partial y} \frac{\partial C_A^*}{\partial y^*} = \frac{C_A^\infty}{\delta_{max}^2} \frac{\partial^2 C_A^*}{\partial y^{*2}} \quad (B.15)$$

$$\frac{\partial C_A}{\partial x} = \frac{\partial C_A^*}{\partial x^*} \frac{\partial C_A^*}{\partial C_A} \frac{\partial x^*}{\partial x} = \frac{C_A^\infty}{\delta_{max}} \frac{\partial C_A^*}{\partial x^*} \quad (B.16)$$

Sustituyendo (B.15) y (B.16) en (B.6):

$$\frac{C_A^\infty}{\delta_{\max}} \frac{\partial C_A^*}{\partial x^*} = \frac{D_{\text{eff}} C_A^\infty}{v_x \delta_{\max}^2} \frac{\partial^2 C_A^*}{\partial y^{*2}} - \frac{C_{A,c}}{v_x} \quad (\text{B.17})$$

$$\frac{\partial C_A^*}{\partial x^*} = \frac{D_{\text{eff}}}{\delta_{\max} v_x} \frac{\partial^2 C_A^*}{\partial y^{*2}} - \frac{\delta_{\max}}{C_A^\infty v_x} C_{A,c} \quad (\text{B.18})$$

$$\frac{\partial C_A^*}{\partial x^*} = \frac{D_{\text{eff}}}{\delta_{\max}} \frac{1}{v_x} \frac{\partial^2 C_A^*}{\partial y^{*2}} - \frac{\delta_{\max}}{C_A^\infty} \frac{1}{v_x} C_{A,c} \quad (\text{B.19})$$

Sustituyendo (B.7) en (B.19):

$$\frac{\partial C_A^*}{\partial x^*} = \frac{D_{\text{eff}}}{\delta_{\max} v_x^\infty} \frac{1}{v_x^*} \frac{\partial^2 C_A^*}{\partial y^{*2}} - \frac{\delta_{\max}}{C_A^\infty v_x^\infty} \frac{1}{v_x^*} C_{A,c} \quad (\text{B.21})$$

Aquí v_y^* se definió como una función de x^* en el Anexo A.

Para utilizar el número de Peclet:

$$Pe = \frac{\delta_{\max} v_y^\infty}{D_{\text{eff}}} = \frac{\text{Momento Convectivo}}{\text{Transferencia de masa por difusión}} \quad (\text{B.22})$$

La ecuación B.21 queda ahora:

$$\frac{\partial C_A^*}{\partial x^*} = \frac{1}{Pe} \frac{1}{v_x^*} \frac{\partial^2 C_A^*}{\partial y^{*2}} - \frac{1}{Pe} \frac{\delta_{\max}^2}{D_{\text{eff}} C_A^\infty} \frac{1}{v_x^*} C_{A,c} \quad (\text{B.23})$$

A partir de este punto es necesario definir el tipo de cinética, si es lineal, el término de consumo de sustrato se define como:

$$C_{A,c} = \mu_{\max} C_A \quad (\text{B.24})$$

Y la ecuación B.23 se escribe:

$$\frac{\partial C_A^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Pe} \frac{1}{v_y^*} \frac{\partial^2 C_A^*}{\partial x^{*2}} - \frac{\phi_{\text{CL}}^2}{Pe} \frac{1}{v_y^*} C_A^* \quad (\text{B.25})$$

Donde ϕ_{CL}^2 es el módulo de Thiele para cinética lineal:

$$\phi_{\text{CL}}^2 = \frac{\mu_{\max} \delta_{\max}^2}{D_{\text{eff}}} = \frac{\text{Tasa de reacción}}{\text{Transferencia de masa por difusión}} \quad (\text{B.26})$$

Para cuando se tiene una cinética no lineal, el consumo de sustrato se define:

$$C_{A,c} = \frac{\mu_{\max} P_b C_A}{Y_{x/s} (K_s + C_A)} \quad (\text{B.27})$$

Y la ecuación B.23 se escribe:

$$\frac{\partial C_A^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Pe} \frac{1}{v_y^*} \frac{\partial^2 C_A^*}{\partial x^{*2}} - \frac{\phi^2}{Pe} \frac{1}{v_y^*} \frac{C_A^*}{\left(\frac{K_s}{C_A^\infty} + C_A^* \right)} \quad (\text{B.28})$$

Aquí ϕ^2_{CNL} es el módulo de Thiele para cinética no lineal:

$$\phi^2_{CNL} = \frac{\delta_{\max}^2 \mu_{\max} \rho_b}{D_{\text{eff}} Y_{x/s} C_A^\infty} = \frac{\text{Tasa de reacción}}{\text{Transferencia de masa por difusión}} \quad (\text{B.29})$$

Para resolver B.25 y B.28 ecuación se utiliza primero la técnica de discretización en diferencias finitas.

Primero comenzamos por definir los nodos o puntos de discretización.

$i=1, N$

$$\Delta x^* = \frac{b-a}{N-1} = \frac{x_N^* - x_1^*}{N-1} \quad (\text{B.30})$$

$$x_i^* = a + (i-1)\Delta x^* \quad (\text{B.31})$$

$j=1, M$

$$\Delta y^* = \frac{d-c}{M-1} = \frac{y_N^* - y_1^*}{M-1} \quad (\text{B.32})$$

$$y_i^* = c + (j-1)\Delta y^* \quad (\text{B.33})$$

Para discretizar el término de la difusión:

Diferencias finitas centradas:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 C_A^*}{\partial x^{*2}} &\approx \frac{C_A^*{}_{i+1,j} - 2C_A^*{}_{i,j} + C_A^*{}_{i-1,j}}{(\Delta x^*)^2} \\ &= \frac{1}{(\Delta x^*)^2} C_A^*{}_{i+1,j} - \frac{2}{(\Delta x^*)^2} C_A^*{}_{i,j} + \frac{1}{(\Delta x^*)^2} C_A^*{}_{i-1,j} \end{aligned} \quad (\text{B.34})$$

Discretizando las función para cinética lineal:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_A^*}{\partial y^*} &= \frac{1}{Pe} \frac{1}{v_y^*} \left[\frac{1}{(\Delta x^*)^2} C_A^*{}_{i+1,j} - \frac{2}{(\Delta x^*)^2} C_A^*{}_{i,j} + \frac{1}{(\Delta x^*)^2} C_A^*{}_{i-1,j} \right] - \frac{\phi^2 \alpha}{Pe} \frac{1}{v_y^*} C_A^*{}_{i,j} \\ &= \frac{1}{Pe(\Delta x^*)^2} \frac{1}{v_y^*} C_A^*{}_{i+1,j} - \frac{1}{Pe} \left[\frac{2}{(\Delta x^*)^2} + \phi^2 \alpha \right] \frac{1}{v_y^*} C_A^*{}_{i,j} + \frac{1}{Pe(\Delta x^*)^2} \frac{1}{v_y^*} C_A^*{}_{i-1,j} \end{aligned} \quad (\text{B.35})$$

Mientras que para cinética no lineal:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_A^*}{\partial y^*} = & \frac{1}{Pe(\Delta x^*)^2} \frac{1}{v_y^*} C_A^*{}_{i+1,j} - \frac{2}{Pe(\Delta x^*)^2} \frac{1}{v_y^*} C_A^*{}_{i,j} \\ & + \frac{1}{Pe(\Delta x^*)^2} \frac{1}{v_y^*} C_A^*{}_{i-1,j} - \frac{\phi^2}{Pe} \frac{1}{v_y^*} \frac{C_A^*{}_{i,j}}{\left(\frac{K_s}{C_A^\infty} + C_A^*{}_{i,j} \right)} \end{aligned} \quad (\text{B.36})$$

Así:

$$\frac{\partial C_A^*}{\partial y^*} = f(C_A^*{}_{i+1,j}, C_A^*{}_{i,j}, C_A^*{}_{i-1,j}) \quad (\text{B.37})$$

Para resolver las ecuaciones como B.37 se utiliza el método de Runge Kutta de 4º orden:

$$h = \Delta y^* \quad (\text{B.38})$$

$$k_1 = hf(C_A^*{}_{i+1,j-1}, C_A^*{}_{i,j-1}, C_A^*{}_{i-1,j-1}) \quad (\text{B.39})$$

$$k_2 = hf\left(C_A^*{}_{i+1,j-1} + \frac{k_1}{2}, C_A^*{}_{i,j-1} + \frac{k_1}{2}, C_A^*{}_{i-1,j-1} + \frac{k_1}{2}\right) \quad (\text{B.40})$$

$$k_3 = hf\left(C_A^*{}_{i+1,j-1} + \frac{k_2}{2}, C_A^*{}_{i,j-1} + \frac{k_2}{2}, C_A^*{}_{i-1,j-1} + \frac{k_2}{2}\right) \quad (\text{B.41})$$

$$k_4 = hf(C_A^*{}_{i+1,j-1} + k_3, C_A^*{}_{i,j-1} + k_3, C_A^*{}_{i-1,j-1} + k_3) \quad (\text{B.42})$$

$$C_A^*{}_{i,j} = C_A^*{}_{i,j-1} + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (\text{B.43})$$

Así, la ecuación B.43 predice los valores de concentración a partir de los presentes en la longitud anterior en cada punto del grosor de la biopelícula, comenzando con el inicio de la longitud del reactor donde $j=1$

$$y = 0 \quad \forall y \quad C_A = 0 \quad (\text{CF 1})$$

De forma adimensional

$$y^* = 0 \quad \forall x^* \quad C_A^* = 0 \quad (\text{CF 2})$$

Sin embargo, también en el grosor se tienen condiciones de frontera,:

Condición de Frontera en el fondo de la biopelícula:

$$x = 0 \quad \forall y \quad \partial C_A / \partial x = 0 \quad (\text{CF 3})$$

Condición de Frontera adimensional

ANEXO B

$$x^* = 0 \quad \forall y^* \quad \frac{\partial C_A^*}{\partial y^*} = 0 \quad (\text{CF 6})$$

Integrando esta condición, se obtiene que en la capa más profunda de la biopelícula, cuando $i=1$

$$C_{A^* 1,j} = C_{A^* 2,j} \quad (\text{B.44})$$

Condición de Frontera en la superficie de la biopelícula, cuando $i=N$:

$$x = \delta_{\max} \quad \forall y \quad C_A = C_A^\infty \quad (\text{CF 4})$$

Condición de Frontera adimensional

$$x^* = 1 \quad \forall y^* \quad C_A^* = 1 \quad (\text{CF 7})$$

La CF 4 también puede presentarse como

$$x = \delta_{\max} \quad \forall y \quad D_{\text{eff}} \frac{dC_A}{dx} = k_c (C_A^\infty - C_A) \quad (\text{CF 5})$$

Esta condición CF 5 se puede integrar para obtener la ecuación con que se predice la concentración en la frontera.

Sustituyendo B.8 y B.16 en la CF 5:

$$\frac{C_A^\infty}{\delta_{\max}} \frac{\partial C_A^*}{\partial x^*} = \frac{k_c C_A^\infty}{D_{\text{eff}}} (1 - C_A^*) \quad (\text{B.45})$$

$$\frac{\partial C_A^*}{\partial x^*} = \frac{k_c \delta_{\max}}{D_{\text{eff}}} (1 - C_A^*) \quad (\text{B.46})$$

$$\frac{\partial C_A^*}{(1 - C_A^*)} = \frac{k_c \delta_{\max}}{D_{\text{eff}}} \partial x^* \quad (\text{B.47})$$

$$m = (1 - C_A^*) \quad (\text{B.48})$$

$$\partial m = \partial C_A^* \quad (\text{B.49})$$

$$\frac{-\partial m}{m} = \frac{k_c \delta_{\max}}{D_{\text{eff}}} \partial x^* \quad (\text{B.50})$$

Integrando:

$$-\int_{m_{N-1}}^{m_N} \frac{1}{m} \partial m = \frac{k_c \delta_{\max}}{D_{\text{eff}}} \int_{1-\Delta x^*}^1 \partial x^* \quad (\text{B.51})$$

$$-\ln\left(\frac{m_N}{m_{N-1}}\right) = \frac{k_c \delta_{\max}}{D_{\text{eff}}} \Delta x^* \quad (\text{B.52})$$

ANEXO B

$$\ln\left(\frac{m_N}{m_{N-1}}\right) = -\frac{k_c \delta_{\max}}{D_{\text{eff}}} \Delta x^* \quad (\text{B.53})$$

$$m_N = m_{N-1} e^{-\frac{k_c \delta_{\max} \Delta x^*}{D_{\text{eff}}}} \quad (\text{B.54})$$

$$(1 - C_{A^* N}) = (1 - C_{A N-1}) e^{-\frac{k_c \delta_{\max} \Delta x^*}{D_{\text{eff}}}} \quad (\text{B.55})$$

$$C_{A^* N} = 1 - (1 - C_{A N-1}) e^{-\frac{k_c \delta_{\max} \Delta x^*}{D_{\text{eff}}}} \quad (\text{B.56})$$

A su vez Sh es el número de Sherwood.

$$\text{Sh} = \frac{k_c \delta_{\max}}{D_{\text{eff}}} \frac{\text{transferencia de masa por convección}}{\text{transferencia de masa por difusión}} \quad (\text{B.57})$$

Así:

$$C_{A^* N} = 1 - (1 - C_{A N-1}) e^{-\text{Sh} \Delta x^*} \quad (\text{B.58})$$

Con la ecuación B.58 se predice la concentración en la superficie de la biopelícula.

BIBLIOGRAFÍA

Paginas web visitadas:

1. www.erc.montana.edu
2. www.elfinanciero.com
3. www.laverdad.es
4. www.solociencia.com
5. www.uacam.mx
6. www.wikipedia.org
7. www2.udec.cl

Artículos de revistas especializadas:

8. **Alonso C., Zhu X. y Cuidan M.T., 2000**, "Parameter Estimation in Biofilter Systems", Environ. Sci. Technol. Vol. 34 p. 2318-2323.
9. **Álvarez-Ramírez J., Hernández-Martínez E., y Tamayo-Galven V., 2008**, "Análisis Numérico de Sistemas Reacción-Difusión-Convección", XXIX Encuentro Nacional de la AMIDIQ, Vol. 4 p. 118-127.
10. **Avendaño-Herrera R.E., Riquelme C.E., y Silva F., 2002**, "Utilización de Biopelículas Bacterianas en el asentamiento de larvas de *Argopecten purpuratus* (Lamarck 1819) en un hatchery comercial", Revista de Biología Marina y Oceanografía, Vol. 37 No. 1 p. 35-41.
11. **Beg S.A., Arshad M. y Chaudhry S., 1999**, "A review of Mathematical Modelling of Biofilm Processes: Advances in Modelling of Selected Biofilm Processes", Internacional Journal of Environmental Studies. Vol. 56 No. 3 p. 285-312.

BIBLIOGRAFIA

12. **Betancourth M., Botero J.E. y Rivera S.P., 2004**, “Biopelículas: una comunidad microscópica en desarrollo”, Colombia Médica, Vol. 35 No. 3 p. 34-39.
13. **Beyenal H. y Lewandowski Z., 2002**, “Internal and External Mass Transfer in Biofilms Grown at Various Flow Velocities”, Biotechnol. Prog., Vol. 18 No. 1 p. 55-61.
14. **Beyenal H. y Lewandowski Z., 2005**, “Modeling mass transport and microbial activity in stratified biofilms”, Chemical Engineering Science, Vol. 60 p. 4337-4348.
15. **Beyenal H., Lewandowski Z., y Harkin G., 2004**, “Quantifying Biofilm Structure: Facts and Fiction”, Biofouling. Vol. 20 p. 1-23.
16. **Boualam M., Quiles F., Mathieu L. y Block J.C., 2002**, “Monitoring the Effect of Organic Matter on Biofilm Growth in Low Nutritive Waters by ATR/FTIR Spectroscopy”, Biofouling, Vol. 18 p. 73-81.
17. **Chang H.T, Parulekar S.J. y Ahmed M., 2005**, “A Dual-Growth Kinetic Model for Biological Wastewater Reactors”, Biotechnol. Prog. Vol. 21 p. 423-431.
18. **Chang H.T, y Rittman B.E., 1987**, “Mathematical Modeling of Biofilm on Activated Carbon”, Environ. Sci. Technol. Vol. 21 p. 280-288.
19. **Chang H.T, y Rittman B.E., 1987**, “Verification of the Model of Biofilm on Activated Carbon”, Environ. Sci. Technol. Vol. 21 p. 273-280.
20. **Chen J., Yu Z., Sun J., Jia J., y Li G. 2008**, “Oxygen Demand Analysis in High Salt Condition”. Water Environ. Res. Vol. 80 p. 699-702.
21. **Chen X., Stewart P.S., 1996**, “Chlorine Penetration into Artificial Biofilm is Limited by a Reaction Diffusion Interaction”, Environ. Sci. Technol. Vol. 30 p. 2078-2083.
22. **Choi Y., Johnson K., Hayes D., Xu H., 2008**, “Pilot Scale Aerated Submerged Biofilm Reactor for Organics Removal and Nitrification at Cold Temperatures”, Water Environ. Research. Vol. 80 p. 292-297.

BIBLIOGRAFIA

23. **Claret C. y Fontvieille D., 1997**, "Characteristics of Biofilm Assemblages in Two Contrasted Hydrodynamic and Trophic Contexts", *Microb. Ecol.* Vol. 34 p. 49-57.
24. **Corredor D. y Caicedo L.A., 2005**, "Modelos Matemáticos para Reactores Biológicos de Lecho Empacado (PBR): una Revisión Bibliográfica", *Ingeniería e Investigación.* Vol. 25 No.3 p. 101-110.
25. **Costerton J.W., Lewandowski Z., Caldwell D.E., Korber D.R. y Lappin-Scott H.M., 1995**, "Microbial Biofilms", *Annual Review of Microbiology.* Vol. 49 p. 711-745.
26. **Cressona R., Escudíe R., Carrerea H., Delgenesa J.P. y Berneta N., 2007**, "Influence of hydrodynamic conditions on the start-up of methanogenic inverse turbulent bed reactors", *Water Research.* Vol. 41 No.3 p. 603-612.
27. **Cunningham A.B., Characklis W.G., Abedeen F., y Crawford D., 1991**, "Influence of Biofilm Accumulation on Porous Media Hydrodynamics", *Environ. Sci. Technol.* Vol. 25 p. 1305-1311.
28. **DelaRosa C. y Yu T., 2005**, "Three Dimensional Mapping of Oxygen Distribution in Wastewater Biofilms Using an Automation System and Microelectrodes", *Environ. Sci. Technol.* Vol. 39 p. 5196-5202.
29. **Egli K., Bosshard F., Werlen C. Lais P. Siegrist H., Zehnder A.J.B. y VanderMeer J.R., 2003**, "Microbial Composition and Structure of a Rotating Biological Contactor Biofilm Treating Ammonium Rich Wastewater without Organic Carbon", *Microb. Ecol.* Vol. 45 p. 419-432.
30. **Fuentes M., Scenna N.J., Aguirre P.A., y Mussati M.C., 2008**, "Anaerobic Biofilm Reactor Modelling Focused on Hydrodynamics", *Chemical Engineering Communications.* Vol. 195 p. 600-621.
31. **García-Montaña J.G., Rosas-Mendoza E.S., Vallejo-Cantú N.A. y Alvarado-Lassman A., 2007**, "Crecimiento de la Biopelícula en un Reactor Anaerobio de Lecho Fluidizado Inverso". *Memorias XVII Foro Nacional de Ingeniería Química.* p. 149-154.
32. **Godia F. Y Sola C., 1995**, "Fluidized Bed Bioreactors". *Biotechnol. Prog.* Vol. 11 p. 479-497.

BIBLIOGRAFIA

33. **González-Brambilia M., Monroy O. y López-Isunza F., 2006**, “Experimental and theoretical study of membrane-aerated biofilm reactor behaviour under different modes of oxygen supply for the treatment of synthetic wastewater”. *Chemical Engineering Science*. Vol. 61 p. 5268-5281.
34. **González-Brambilia M. y López-Isunza F., 2007**, “Transporte de Masa y Reacción en una Biopelícula”. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*. Vol. 6 No.2 p.127-136.
35. **González-Brambilia M. y López-Isunza F., 2008**, “Comportamiento de un Reactor de Biopelícula para Tratamiento de Agua Residual a Diferentes Velocidades de Flujo”. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*. Vol. 7 No.3 p.183-193.
36. **Guimet P.S., y Gómez de S.S.G., 2003**, “Inhibición de la adherencia bacteriana a superficies metálicas por cubiertas de origen biológico”. *Publicación Técnica y Didáctica* Vol. 43 p. 1-8.
37. **Guo H., Zhou J., Jing W., Zhang X., Zhang Z. y Uddin M.S., 2005**, “Performance and Microbial Structure of a Combined Biofilm Reactor”. *Bioprocess Biosyst. Eng.* Vol. 27 p. 249-254.
38. **Hage J.C., van Houten R.T., Tramper J., y Hartmans S., 2004**, “Membrana Aerated Biofilm Reactor for the removal of 1,2 dichloroethane by *Pseudomonas* sp. Strain DCA1”. *Appl. Microbiol. Biotechnol.* Vol. 64 p. 718-725.
39. **Harrison J.J., Marques L.L.R., y Raymond J.T., 2005**, “Biofilms”. *American Scientist*. Vol. 93 p. 508-515.
40. **Hatzinger P.B., 2005**, “Perchlorate Biodegradation for Water Treatment”. *Environmental Science & Technology*. Vol. 2 p. 239-247.
41. **Jahn A., Griebel T. Y Nielsen P.H., 1999**, “Composition of *Pseudomonas putida* Biofilms: Accumulation of Protein in the Biofilm Matrix”. *Biofouling*. Vol. 14 p. 49-57.
42. **Kargi F. y Eker S., 2002**, “Wastewater Treatment Performance of Rotating Perforated Tubes Biofilm Reactor with Liquid Phase Aeration”. *Water, Air and Soil Pollution*. Vol. 138 p. 375-386.

BIBLIOGRAFIA

43. **Khanal S.K., Xie B. Thompson M.L., Sung S., Ong S.K. y Van-Leeuwen J.H., 2006**, "Fate, Transport and Biodegradation of Natural Estrogens in the Environment and Engineered Systems". *Environmental Science & Technology*. Vol. 40 p. 6537-6546.
44. **Kim H.Y., Yeon K.M., Lee C.H., Lee S. y Swaminatan T., 2006**, "Biofilm Structure and Extracellular Polymeric Substances in Low and High Dissolved Oxygen Membrane Bioreactors". *Separation Science & Technology*. Vol. 41 p. 1213-1230.
45. **Kinli H., 1999**, "Effect of Disc Rotating Velocity on the Nitrification Performance of RBC System and Biofilm Kinetics". *Environmental Technology*. Vol. 20 p. 37-43.
46. **Kobayashi H. y Rittman B.E., 1982**, "Microbial Removal of Hazardous Organic Compounds". *Environmental Science & Technology*. Vol. 16 p. 170-183.
47. **Kryst K. y Karamanev D.G., 2001**, "Aerobic Phenol Biodegradation in an Inverse Fluidized Bed Biofilm Reactor". *Ind. Eng. Res.* Vol. 40 p. 5436-5439.
48. **León-Becerril E. y Maya-Yescas R., 2007**, "Modelling of Biofilm Reactors for Degradation of Water Pollutants". *International Journal of Chemical Reactor Engineering*. Vol. 5 A. A44.
49. **Lessard P. y Beck M.B., 1991**, "Dynamic Modeling of Wastewater Treatment Processes". *Environ. Sci. Technol.* Vol. 25 p. 30-39.
50. **Lewandowski Z., Altobelli S.A. y Fukushima Eiichi, 1993**, "NMR and Microelectrode Studies of Hydrodynamics and Kinetics in Biofilms". *Biotechnol. Prog.* Vol. 9 p. 40-45.
51. **Lewandowski Z., Stoodley P. y Altobelli S., 1995**, "Experimental and Conceptual Studies on Mass Transport in Biofilms". *Wat. Sci. Tech.* Vol. 31 p. 153-162.
52. **Li T., Liu J., Bai R. y Wong F.S., 2008**, "Membrane Aerated Biofilm Reactor for the Treatment of Acetronile Wastewater". *Environ. Sci. Technol.* Vol. 42 p. 2099-2104.

BIBLIOGRAFIA

53. **Lin W., McSwain B.S., Sharma K., Zhang X.J. y Yu T., 2006**, "Biological Fixed Film Systems". *Water Environment Research*. Vol. 78 p. 1324-1362.
54. **Liu S.Y., Liu G., Tian Y.C., Chen Y.P., Yu H.Q. y Fang F., 2007**, "An Innovative Microelectrode Fabricated Using Photolithography for Measuring Dissolved Oxygen Distributions in Aerobic Granules". *Environ. Sci. Technol.* Vol. 41 p. 5447-5452.
55. **Logan B.E., Hamelers B., Rozendal R., Schröder U., Keller J., Freguia S., Aelterman P. Verstraete W. y Rabaey K., 2006**, "Microbial Fuel Cells: Methodology and Technology". *Environmental Science & Technology*. Vol. 40 p. 5181-5192.
56. **Logan B.E., y Regan J.M., 2006**, "Microbial Fuel Cells: Challenges and Applications". *Environmental Science & Technology*. Vol. 41 p. 5172-5180.
57. **López B.G., Castillo-Alvarado F.L., Martín-Martínez E. S., Tomás S.A., Cruz O.A., Sánchez F. 2003**, "Estudio de la permeabilidad al vapor de agua de biopelículas de pericarpio de maíz nixtamalizado aplicando un método fototérmico", *Superficies y Vacío*. Vol. 16 No.1 p. 53-56.
58. **López-Esquer M.A., Gaspar-Armenta J. y Manzanares-Martínez J., 2006**, "Aplicación del Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo a la Simulación del Campo Electromagnético usando MATLAB", *Revista Mexicana de Física*. Vol. 52 No.1 p. 58-64.
59. **Maas C.L.A., Parker W.J., y Legge R., 2008**, "Integrated, Fixed Film Activated Sludge Systems", *Water Environ. Res.* Vol. 80 p. 2202-2208.
60. **Mace S., y Mata-Álvarez J., 2002**, "Utilization of SBR Technology for Wastewater Treatment: An Overview", *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 41 p. 5539-5553.
61. **Martín-Cereceda M., Serrano S., y Guinea A., 2000**, "Biofilm Communities and Operational Monitoring of a Rotating Biological Contactor System", *Water, Air and Soil Pollution*. Vol. 126 p. 193-206.
62. **Martín M. C., González B.A. y Blanco S.M.J., 2004**, "Tratamientos biológicos de suelos contaminados: contaminación por hidrocarburos.

BIBLIOGRAFIA

- Aplicaciones de hongos en tratamientos de biorrecuperación”, *Rev. Iberoam. Micol.* Vol. 21 p. 103-120.
63. **Martínez-Delgadillo S.A., Cantu-Lozano D, Montalvo C. y González-Hernández J., 2009**, “Simultaneous Oxygen and Carbon Variation within an RBC Biofilm as Function of Different Operating Conditions”. *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 48 p. 1270-1276.
 64. **McCarty P.L., y Meyer T.E., 2005**, “Numerical Model for Biological Fluidized Bed Reactor Treatment of Perchlorate Contaminated Groundwater”, *Environmental Science Technolgy.* Vol. 39 p. 850-858.
 65. **McCarty P.L., y Smith D.P, 1986**, “Anaerobic Wastewater Treatment”, *Environmental Science Technolgy.* Vol. 20 p. 1200-1206.
 66. **Michaud S., Bernet N., Roustan M. y Delgenes J.P., 2003**, “Influence of Hydrodynamic Conditions on Biofilm Behavior in a Methanogenic Inverse Turbulent Bed Reactor”, *Biotechnol. Prog.* Vol.19 p. 858-863.
 67. **Muslu Y., 2002**, “Kinetics Characteristics of Biofilm Reactors”, *Water, Air and Soil Pollution* Vol.140 p. 1-20.
 68. **Nandy T. y Kaul S.N., 2002**, “Biofilm Loss in Anaerobic Immobilized Fixed Bed Reactor System”, *Environmental Technology.* Vol. 23 p. 413-419.
 69. **Nicollela C., Zolezzi M., Furfaro M., Cattaneo C. y Rovati M., 2007**, “High Rate Degradation of Aromatic Sulfonates in a Biofilm Airlift Suspension Reactor”, *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 46 p. 6674-6680.
 70. **Ochoa J.C., Coufort C., Escudié R., Liné A. y Paul E., 2007**, “Influence of non-uniform distribution of shear stress on aerobic biofilms”, *Chemical Engineering Science.* Vol. 62 p. 3672-3684.
 71. **Ong S.L., Yiu Y., Lee L.Y., Hu J.Y. y Ng W.J., 2004**, “A Novel High Capacity Biofilm Reactor System for Treatment of Domestic Sewage”, *Water, Air and Soil Pollution.* Vol. 157 p. 245-256.
 72. **Otoole G., Kaplan H.B. y Kolter R., 2004**, “Biofilm Formation as Microbial Development”, *Annual Review of Microbiology.* Vol. 54 p. 49-79.
 73. **Patwardhan A.W., 2003**, “Rotating Biological Contactors: A Review”, *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 42 p. 2035-2051.

BIBLIOGRAFIA

74. **Perumbakkam S., Hess T.F. y Crawford R., 2006**, “A Bioremediation Approach using Natural Transformation in pure culture and mixed population Biofilms”, *Biodegradation*. Vol. 17 p. 545-557.
75. **Reynold K.A., 2007**, “La Vida en el Sistema de Distribución: Monitoreando los Potenciales de Formación de Biopelículas”, *Agua Latinoamericana*. Vol. 7 No. 2.
76. **Rittman B.E., 1987**, “Aerobic Biological Treatment”, *Environmental Science Technology*. Vol. 21 p. 128-136.
77. **Rittman B.E., Hausner M., Löffler F., Love N.G., Muyzer G., Okabe S., Oerther D.B., Peccia J., Raskin L. y Wagner M., 2006**, “A Vista for Microbial Ecology and Environmental Biotechnology”, *Environmental Science Technology*. Vol. 21 p. 1096-1103.
78. **Rochex A., Massé A., Escudié R., Godon J.J. y Bernet N., 2009**, “Influence of Abrasion on Biofilm Detachment: Evidence for Stratification of the Biofilm”, *J. Ind. Microbiol. Biotechnol.* Vol. 36 p. 467-470.
79. **Rodgers M., y Clifford E., 2009**, “Horizontal Flow Biofilm Reactors for the Removal of Carbon and Nitrogen from Domestic Strength Wastewaters”, *Water Environment Research*. Vol. 81 p. 339-347
80. **Rodgers M., Xiao L.W. y Mulqueen J., 2006**, “Synthetic Dairy Wastewater Treatment Using a New Horizontal Flow Biofilm Reactor”, *Journal of Environmental Science and Health Part A*. Vol. 41 p. 751-761.
81. **Salgar B.R., 2004**, “Biopelículas o Biofilms en la Industria Alimentaria”. *Mundo Alimentario*. Noviembre/Diciembre p. 30-31.
82. **Shanahan J.W. y Semmens M.J., 2004**, “Multipopulation Model of Membrane Aerated Biofilms”. *Environ. Sci. Technol.* Vol. 38 p. 3176-3183.
83. **Shang F., Uber J.G. y Rossman L.A., 2008**, “Modeling Reaction and Transport of Multiple Species in Water Distribution Systems”. *Environ. Sci. Technol.* Vol. 42 p. 808-814.
84. **Shen L. y Chen Z., 2007**, “Critical review of the impact of tortuosity on diffusion”. *Chemical Engineering Science*. Vol. 62 p. 3748-3755.

BIBLIOGRAFIA

85. **Stenstrom M.K., Rosso D., Melcer H., Appleton R. Occiano V., Langworthy A. y Wong P., 2008**, "Oxygen Transfer in a Full Depth Biological Aerated Filter". *Water Environment Research*. Vol. 80 p. 663-671.
86. **Stoodley P., Boyle J.D., DeBeer D., y Lappin-Scott H.M., 1999**, "Evolving Perspectives of Biofilm Structure". *Biofouling*. Vol. 14 p. 75-90.
87. **Takamizawa K., Fukunaga I., y Inoue Z., 1993**, "Promotion of Nitrification and Denitrification by Recirculation of Effluent and Biofilm Process", *Environmental Technology* Vol. 14 p. 981-987.
88. **Tawfik A., Temmink H., Zeeman G. y Klapwijk B., 2006**, "Sewage Treatment in a Rotating Biological Contactor (RBC) System", *Water, Air and Soil Pollution*. Vol. 175 p. 275-289.
89. **Torres C.I., Marcus A.K., Parameswaran P. y Rittman B.E., 2008**, "Kinetics Experiments for Evaluating the Nernst Monod for Anode Respiring Bacteria (ARB) in a Biofilm Anode", *Environ. Sci. Technol.* Vol.42 p. 6593-6597.
90. **Toumi L.B., Fedailaine M. y Allia K, 2008**, "Modelling Three-Phase Fluidized Bed Biorreactor for Wastewater Treatment", *International Journal of Chemical Reactor Engineering*. Vol.6 A. A11.
91. **Tsai Y.P., 2005**, "Impact of Flow Velocity on the Dynamic Behaviour of Biofilm Bacteria", *Biofouling*. Vol. 21. p. 267-277.
92. **Turan M., 2000**, "Mechanisms of Biofilm Detachment in Anaerobic Fluidized Bed Reactor", *Environmental Technology*. Vol. 21. p. 177-183.
93. **Valdés-Parada F.J., Álvarez-Ramírez J. y Ochoa-Tapia J.A., 2007**, "Análisis de Problemas de Transporte de Masa y Reacción Mediante Funciones de Green", *Revista Mexicana de Ingeniería Química*. Vol. 6 p. 283-294.
94. **Villaverde S., Fernández M.T., Rueña M.A. y Fdz-Polanco F., 1997**, "Influence of Substrate Concentration on the Growth and Activity of a Nitrifying Biofilm in a Submerged Biofilter", *Environmental Technology*. Vol.18 p. 921-928.
95. **Yang H. Minuth B. y Allen G., 2002**, "Effects of Nitrogen and Oxygen on Biofilter Performance", *Air & Waste Manage. Assoc.* Vol.52 p. 279-286.

BIBLIOGRAFIA

96. **Yerly J., Hu Y. y Martinuzzi R.J., 2008**, "Biofilm Structure Differentiation based on Multi Resolution Analysis", Biofouling. Vol.24 p. 323-337.
97. **Yu T., Lin W., McSwain B.S., Yu M., y Zhang X.J., 2005**, "Biological Fixed Film Systems". Water Environment Research. Vol. 77 p. 1263-1346.
98. **Zacarias G.D., Ferreira C.P. y Velasco-Hernández J.X., 2005**, "Porosity and tortuosity relations as revealed by a mathematical model of biofilm structure", Journal of Theoretical Biology. Vol. 233 p. 245-251.
99. **Zhou P., He J., y Qian Y., 2003**, "Biofilm Airlift Suspension Reactor Treatment of Domestic Wastewater", Water, Air and Soil Pollution. Vol. 144 p. 81-100.
100. **Zhou X.H., Qiu Y.Q., Shi H.C., Yu T., He M. y Cai Q., 2009**, "A New Approach to Quantify Spatial Distribution of Biofilm Kinetic Parameters by In Situ Determination of Oxygen Uptake Rate (OUR)", Environ. Sci. Technol. Vol. 43 p. 757-763.

Libros y catálogos:

101. **Boudreau B.P., y Jorgensen B.B., 2001**, "The Benthic Boundary Layer", Oxford University Press.
102. **Burden R.L. y Faires J.D., 1985**, "Análisis Numérico". ISBN 968-7270-09-8.
103. **Davis M. L. y Cornwell D. A., 1998**, "Environmental Engineering". ISBN 0-07-115234-2.
104. **Eckenfelder W. W., 2000**, "Industrial Water Pollution Control". ISBN 0-07-039364-8.
105. **Evans G.M. y Furlong J.C., 2003**, "Environmental Biotechnology Theory and Application". ISBN 0-470-84372-1.
106. **Geankoplis C. J., 1981**, "Procesos de Transporte y Operaciones Unitarias". ISBN 0-13-930439-8.
107. **Hahn B., 1993**, "Fortran 90 for Scientists and Engineers" ISBN 0-340-60034-9.
108. **Jördening H.J. y Winter J., 2005**, "Environmental Biotechnology. Concepts and Applications" Wiley. ISBN 3-527-30585-8.

BIBLIOGRAFIA

- 109. Lee H.J. y Schiesser W.E., 2004**, "Ordinary and Partial Differential Equations Routines in C, C++, Fortran, Java, Maple, and MATLAB" ISBN 1-58488-423-1.
- 110. Manahan S.E., 2000**, "Environmental Chemistry" Lewis Publishers. ISBN 1-56670-492-8.
- 111. Pfafflin J.R., y Ziegler E. N., 2006**, "Encyclopedia of Environmental Science and Engineering". CRC Press ISBN 0-8493-9843-6.
- 112. Press W.H., Toukolsky S.A. Vetterling W.T. y Flannery B.P., 1997**, "Numerical Recipes in Fortran 77: The Art of Scientific Computing". Press Syndicate of the University of Cambridge.
- 113. Ramalho R. S., 1996**, "Tratamiento de Aguas Residuales". ISBN 0-84-291-7975-5.
- 114. Rittman B.E. y McCarty P.L.**, "Environmental Biotechnology: Principles and Applications". Ed. McGraw Hill. ISBN 0-07-118184-9
- 115. Shuler M.L. y Kargi F.**, "Bioprocess Engineering. Basic Concepts". Ed. Prentice may. ISBN 0-13478215-1
- 116. Zill D.G., 1997**, "Ecuaciones Diferenciales con Aplicaciones de Modelado". ISBN 968-7529-21-0