



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLAS DE HIDALGO



INSTITUTO DE INVESTIGACIONES METALÚRGICAS

**“DETECCIÓN DEL CAMPO MAGNÉTICO EN INCLUSIONES
CILÍNDRICAS DE SECCIÓN ELÍPTICA POR
TERMoeLECTRICIDAD”**

TESIS

Que para obtener el título de:

MAESTRO EN METALÚRGIA Y CIENCIA DE LOS MATERIALES

P r e s e n t a:

ING. MARIO ALBERTO ORTIZ RUIZ

A s e s o r:

DR. GERARDO BARRERA CARDIEL

MORELIA, MICH., MARZO DE 2011

Índice General

Índice de Figuras	I
Índice de Tablas.....	III
Resumen	IV
Introducción.....	V
Justificación	VII
Objetivos.....	VIII
Objetivo General	VIII
Objetivos Particulares	VIII
Hipótesis	IX
Capítulo I Revisión Bibliográfica.....	1
1.1 Efecto Seebeck	1
1.2 Técnica Termoeléctrica Convencional de Contacto.....	4
1.3 Técnica Termoeléctrica de No Contacto	5
1.4 Modelo Teórico	9
1.4.1 Inclusiones cilíndricas de sección elíptica.....	10
1.4.2 Corrientes Eléctricas	14
1.4.3 Campo Magnético	14
1.4.4 Resultados Numéricos	15
Capítulo II Metodología Experimental.....	21
2.1 Fabricación de Probetas	21
2.2 Esquema Experimental	22
2.2.1 Mecanismo de Sujeción de las probetas	22
2.2.2 Transductor Magnético	25
2.2.3 Filtrado de la señal	26
2.2.4 Manipulador de la Muestra	27
2.2.5 Conversión y tratamiento de las señales digitalizadas.....	28
2.3 Cálculo teórico de la densidad de flujo magnético	31
Capítulo III Análisis y discusión de resultados.....	35
Capítulo IV Conclusiones.....	47
Recomendaciones para trabajos futuros	48
Anexo A.....	49
Referencias Bibliográficas.....	54

Índice de Figuras

Figura 1.2. Electrón difundiendo, elemento diferencial.	3
Figura 1.3. Diagrama esquemático de la técnica convencional de contacto usada en la caracterización no destructiva de materiales	5
Figura 1.4. Diagrama esquemático de la técnica termoelectrica de no contacto.....	6
Figura 1.5 Señal obtenida para una inclusión esférica superficial.	7
Figura 1.6 Esquema de ensayo para una inclusión sub-superficial.	7
Figura 1.7 Espectro típico de sensibilidad para diferentes magnetómetros.	8
Figura 1.8. Diagrama esquemático de un sensor tipo Fluxgate.....	9
Figura 1.9 Líneas normal y tangente de la inclusión cilíndrica de sección elíptica.	10
Figura 1.10 Contornos de temperatura debidos a una carga térmica externa a lo largo del eje x.....	18
Figura 1.11 Distribución espacial de la función de campo magnético normalizado para una inclusión cilíndrica de sección elíptica con $e = 0.5$	19
Figura 1.12 Valor absoluto del contraste termoelectrico contra la relación de aspecto e	20
Figura 2.1 Probeta con barrenos pasados para el intercambio de calor.....	21
Figura 2.2 Dimensiones de soportes para las probetas.....	23
Figura 2.3 Sistema de soporte para muestra y sensor.....	23
Figura 2.4 De izquierda a derecha Calentador y Enfriador de la marca Thermo.	24
Figura 2.5 Prueba de Calentamiento/Enfriamiento sin probeta.....	25
Figura 2.6 Transductor Magnético de 3 Ejes Fluxgate Bartington Mag-03IE1000	25
Figura 2.7 Preamplificador SR560	26
Figura 2.8 Manipulador de dos grados de libertad.	27
Figura 2.9 Arreglo del equipo utilizado en las pruebas de inspección.	28
Figura 2.10 Señal típica obtenida en las pruebas termoelectricas.	29

Figura 2.11 Programa para análisis de datos experimentales.	30
Figura 2.12 Relación entre a/b y A_0	31
Figura 3.1 Comportamiento de la densidad de flujo magnético teórico, inclusión radios $a = 5\text{mm}$, $b = 7\text{mm}$	35
Figura 3.2 Comportamiento de la densidad de flujo magnético teórico, inclusión radios $a = 6\text{mm}$, $b = 7\text{mm}$	36
Figura 3.3 Comportamiento de la densidad de flujo magnético teórico, inclusión radios $a = 7\text{mm}$, $b = 9\text{mm}$	36
Figura 3.4 Comportamiento de la densidad de flujo magnético teórico, inclusión radios $a = 8\text{mm}$, $b = 9\text{mm}$	37
Figura 3.5 Densidades de flujo magnético para inclusiones de radio $a = 5\text{mm}$	38
Figura 3.6 Densidades de flujo magnético para inclusiones de radio $a = 6\text{mm}$	38
Figura 3.7 Densidades de flujo magnético para inclusiones de radio $a = 7\text{mm}$	39
Figura 3.8 Densidades de flujo magnético para inclusiones de radio $a = 8\text{mm}$	39
Figura 3.9 Intensidades de flujo magnético para inclusiones con radio $b=9\text{mm}$	40
Figura 3.10 Comparación teórico experimental para inclusiones de $a=5\text{mm}$	42
Figura 3.11 Comparación teórico experimental para inclusiones de $a=6\text{mm}$	42
Figura 3.12 Comparación teórico experimental para inclusiones de $a=7\text{mm}$	43
Figura 3.13 Comparación teórico experimental para inclusiones de $a=8\text{mm}$	43
Figura 3.14 Normalización para inclusiones de radio $a = 5\text{mm}$	44
Figura 3.15 Normalización para inclusiones de radio $a = 6\text{mm}$	45
Figura 3.16 Normalización para inclusiones de radio $a = 7\text{mm}$	45
Figura 3.17 Normalización para inclusiones de radio $a = 8\text{mm}$	46

Índice de Tablas

Tabla II.I Dimensiones de inclusiones realizadas en probetas de Cobre.....	22
Tabla II.II Propiedades Físicas del cobre y estaño.	22
Tabla II.III Dimensiones de radios, principal y secundario para inclusiones.....	32
Tabla II.IV Contrastes termoeléctricos teóricos para inclusiones.	32
Tabla II.V Intensidades teóricas de campo magnético calculadas.	33
Tabla II.VI Variables teóricas calculadas para inclusiones.	34
Tabla III.I Valores experimentales de densidad flujo de campo magnético	41
Tabla A.I Cálculos Teóricos para inclusión con $a = 5\text{mm}$ y $b = 7\text{mm}$	50
Tabla A.II Cálculos Teóricos para inclusión con $a = 6\text{mm}$ y $b = 7\text{mm}$	51
Tabla A.III Cálculos Teóricos para inclusión con $a = 7\text{mm}$ y $b = 9\text{mm}$	52
Tabla A.IV Cálculos Teóricos para inclusión con $a = 8\text{mm}$ y $b = 9\text{mm}$	53

Resumen

La técnica termoelectrica de no contacto es una técnica reciente en el campo de los ensayos no destructivos, sensible a parámetros intrínsecos de los materiales, aplicando un gradiente de temperatura para generar corrientes termoelectricas alrededor de los defectos de los materiales se puede evidenciar la presencia de ellos al detectarlos con sensores.

En el presente trabajo se aplicó la técnica termoelectrica de no contacto para el estudio de las corrientes termoelectricas generadas alrededor de inclusiones cilindricas de sección elíptica, aplicando un gradiente de temperatura externo a la pieza inspeccionada. Se fabricaron inclusiones de estaño con diferentes diámetros para radios $a = 5, 6, 7$ y 8 mm en barras de cobre. La señal magnética producida por las corrientes termoelectricas se detectó con un magnetómetro tipo Fluxgate que se situó a diferentes distancias muestra-sensor desde 1mm hasta 20mm.

Se calcularon las densidades de flujo magnético teóricas para las inclusiones fabricadas con un modelo teórico del comportamiento termoelectrico de las inclusiones cilindricas de sección elíptica. Se alimentó al modelo con las propiedades físicas de los materiales empleados como lo son la conductividad eléctrica y térmica del cobre y estaño, así como las dimensiones características de cada inclusión.

Se realizó la comparación de los resultados obtenidos del modelo teórico y los obtenidos de forma experimental concordando las densidades de flujo de campo magnético experimentales con las calculadas previamente de forma teórica. Los valores de las densidades de flujo de campo magnético detectadas oscila entre 550 nT y $19,800\text{ nT}$ para los diferentes tamaños de inclusiones fabricadas.

Introducción.

En el campo de los Ensayos No Destructivos se han explotado diferentes fenómenos físicos para la caracterización de materiales, dentro de los más populares se encuentran: rayos X, Corrientes de Eddy, Ultrasonido así como principios térmicos, magnéticos, de microondas entre otros; estas técnicas son sensibles tanto a propiedades intrínsecas de los materiales como a características geométricas externas por ejemplo, la geometría o la calidad de la superficie del material a analizar. La dificultad de separar estas dos propiedades, nos limita en la caracterización, detección y localización de defectos e imperfecciones en metales.

Por otro lado, existen los métodos termoelectricos “convencionales” que en esencia, son libres de la limitante geométrica antes mencionada, dando como resultado que solo materiales con diferente potencial termoelectrico producirán una señal termoelectrica. Sin embargo, estas técnicas son raramente usadas en pruebas no destructivas debido a que este tipo de mediciones termoelectricas requieren un contacto metalico entre los electrodos de referencia y la pieza sometida a análisis. Las técnicas termoelectricas, al igual que los termopares se basan principalmente en el efecto Seebeck.

Actualmente se explora una técnica alternativa llamada de “No Contacto” la cual basándose en la detección magnética de corrientes termoelectricas generadas alrededor de los defectos debido a un gradiente termico, nos permiten prescindir del contacto con la pieza bajo inspección. Las técnicas termoelectricas convencionales, han sido usadas principalmente para la selección de materiales, comparando termoelectricamente un conductor con propiedades bien definidas (especimen de referencia) y un gradiente de temperatura específico con un segundo conductor (especimen de prueba). La composición química define un efecto mayor en las propiedades termoelectricas produciendo así, diferentes señales termoelectricas para diferentes composiciones químicas para iguales condiciones de ensayo.

El alcance de las técnicas termoelectricas actuales, rebasan por mucho las aplicaciones tradicionales, se ha logrado la detección de corrientes termoelectricas en especímenes de prueba sin que exista contacto entre electrodo espécimen gracias a los transductores

magnéticos de alta sensibilidad que son capaces de detectar las corrientes termoeléctricas producidas cuando el espécimen es sometido a un flujo de calor direccional.

Visiblemente, el panorama de las técnicas termoeléctricas se define día a día en gran medida por el grado de sensibilidad de los transductores utilizados y su desarrollo tecnológico, paralelamente a la consolidación de modelos teóricos que sean capaces de fundamentar estas técnicas novedosas.

Justificación

Las técnicas termoeléctricas convencionales, han sido usadas principalmente para la selección de materiales, comparando termoeléctricamente un conductor con propiedades bien definidas (espécimen de referencia) y un gradiente de temperatura específico con un segundo conductor (espécimen de prueba). La composición química define un efecto mayor en las propiedades termoeléctricas produciendo así, diferentes señales termoeléctricas para diferentes composiciones químicas para iguales condiciones de ensayo.

El alcance de las técnicas termoeléctricas actuales, rebasan por mucho las aplicaciones tradicionales, se ha logrado la detección de corrientes termoeléctricas en especímenes de prueba sin que exista contacto entre electrodo espécimen gracias a los transductores magnéticos de alta sensibilidad que son capaces de detectar las corrientes termoeléctricas producidas cuando el espécimen es sometido a un flujo de calor direccional.

Visiblemente, el panorama de las técnicas termoeléctricas se define día a día en gran medida por el grado de sensibilidad de los transductores utilizados y su desarrollo tecnológico, paralelamente a la consolidación de modelos teóricos que sean capaces de fundamentar estas técnicas novedosas.

Objetivos

Objetivo General

La finalidad del presente proyecto radica en la detección y comparación de las señales magnéticas producidas por inclusiones cilíndricas de sección elipsoidal de diferentes tamaños, por medio de la técnica termoeléctrica de no contacto.

Objetivos Particulares

- Estudiar los parámetros termoeléctricos del campo magnético generado por inclusiones cilíndricas de sección elíptica.
- Analizar la magnitud de densidad de flujo magnético producto del gradiente de temperatura generado y la geometría de la inclusión.
- Realizar una comparación teórico-experimental de las señales generadas por las inclusiones cilíndricas de sección elíptica.

Hipótesis

- Es posible detectar y discretizar el campo magnético generado por inclusiones tipo cilíndricas de sección elíptica del generado por inclusiones cilíndricas de sección redonda mediante la generación de corrientes termoeléctricas producidas por un gradiente de temperatura externo. El campo magnético detectado corresponderá a las aproximaciones analíticas publicadas.

Capítulo I Revisión Bibliográfica.

1.1 Efecto Seebeck

La diferencia de temperatura entre dos puntos en un conductor o semiconductor resulta en una diferencia de voltaje entre esos dos puntos. Dicho en otras palabras, un gradiente de temperatura en un conductor o semiconductor genera un campo eléctrico. Este fenómeno es llamado Efecto Seebeck o efecto termoeléctrico. El coeficiente Seebeck mide la magnitud de este efecto.

Ilustrando lo anterior: considérese una barra de Aluminio que es calentada en un extremo y enfriada por el otro como se muestra en la Fig. 1.1. Los electrones en la región caliente son más energéticos y por tanto su velocidad es mayor que aquellos en la parte fría. Consecuentemente hay una difusión de electrones del extremo caliente al frío, generando iones positivos del metal en la región caliente y acumulando electrones en la región fría. Esta situación prevalece hasta que el campo eléctrico desarrollado entre los iones positivos y el exceso de electrones de la región fría, detiene la movilización de electrones del extremo caliente al frío. Se desarrolla entonces un voltaje entre las regiones caliente y fría cuyo potencial positivo se localiza en el extremo caliente.

La diferencia de potencial ΔV a lo largo de la pieza de metal debido al gradiente de temperatura ΔT es llamado Efecto Seebeck. Para medir la magnitud de este efecto, introducimos un coeficiente especial que es definido como la diferencia de potencial desarrollada por unidad de gradiente térmico.

$$S = \frac{dV}{dT} \quad (1.1)$$

Por convención de signos, S representa el potencial en el lado frío respecto al del lado caliente. Si los electrones difunden del lado caliente al frío, entonces el lado frío es negativo respecto al lado caliente y por consiguiente el coeficiente Seebeck es negativo.

El coeficiente S es referido con frecuencia al potencial termoeléctrico aunque este término es engañoso dado que se refiere a una diferencia de voltaje más que a una diferencia de potencial.

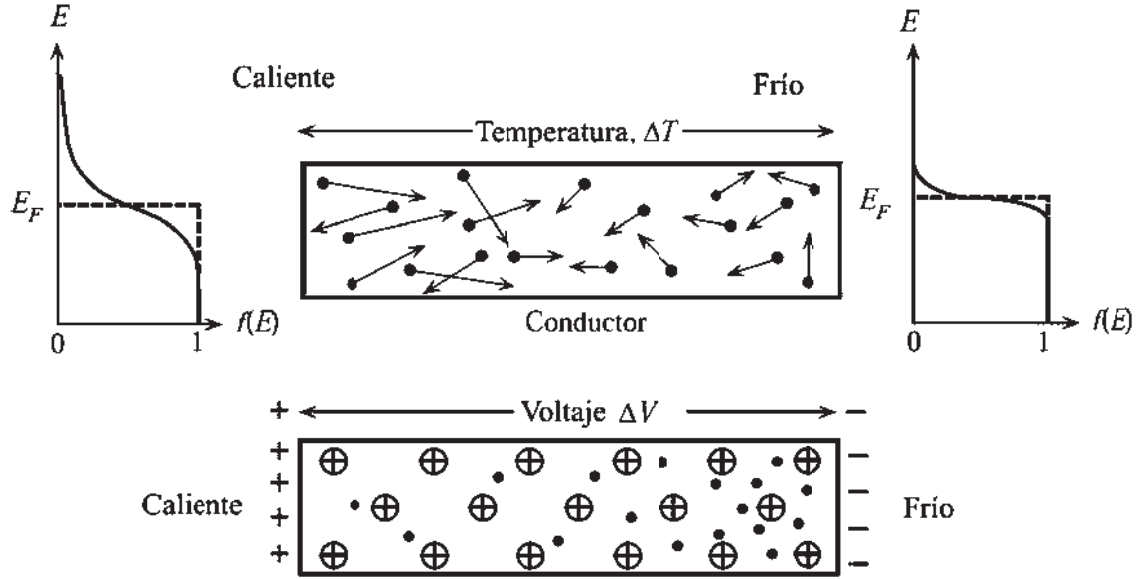


Figura 1.1 Efecto Seebeck. Un gradiente de temperatura en un conductor genera una diferencia de potencial.

El coeficiente Seebeck es una propiedad que depende de la temperatura $S = S(T)$. Dando el coeficiente $S(T)$ para un material, la diferencia de voltaje entre dos puntos donde las temperaturas son T_0 y T se da por:

$$\Delta V = \int_{T_0}^T S dT \quad (1.2)$$

La energía promedio por electrón, E_{av} , en un metal cuya densidad de estado se aproxima a $g(E) \propto E^{1/2}$ está dada por [1]:

$$E_{av}(T) = \frac{3}{5} E_{FO} \left[1 + \frac{5\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{E_{FO}} \right)^2 \right] \quad (1.3)$$

Donde E_{FO} es la energía de Fermi a 0 °K. Se observa claramente en la ecuación (1.3) que la distribución de Fermi-Dirac se extiende mucho más cuando la temperatura se eleva. Como se muestra en la Fig. 1.1, así la energía promedio por electrón, es determinada por la ecuación 1.3. Consecuentemente, los electrones más energéticos en el lado caliente se difunden hacia la región fría hasta que se establece una diferencia de potencial ΔV .

Además, la energía promedio por electrón determinada por la ecuación (1.3), también depende del material señalado por E_{FO} .

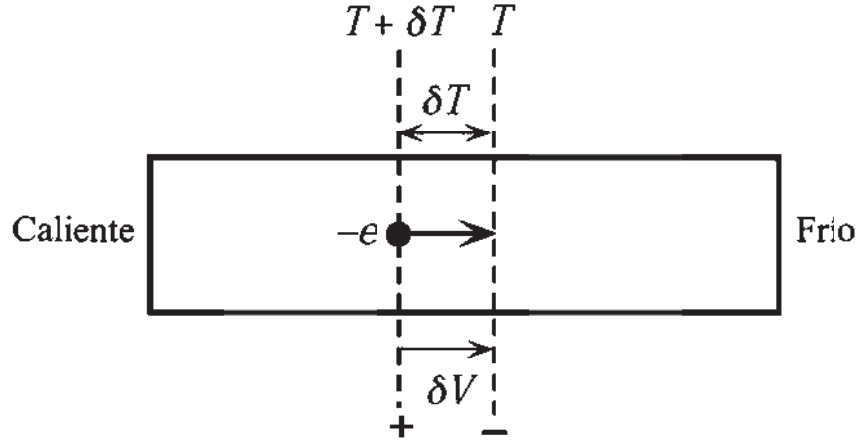


Figura 1.2. Electrón difundiéndose, elemento diferencial.

Supongamos que un diferencial de temperatura δT origina un diferencial de voltaje δV como se aprecia en la Fig. 1.2; asumiremos que un electrón difunde desde el extremo caliente al frío el cual tuvo que haber realizado trabajo en contra del potencial δV el cuál es: $-e\delta V$, este trabajo disminuye la energía promedio del electrón en δE_{av} desde $E_{av}(\text{Caliente})$ hasta $E_{av}(\text{Frío})$: $-e\delta V = E_{av}(T + \delta T) - E_{av}(T)$.

Substituyendo $E_{av}(T)$ de la ecuación (1.3), expandiendo $(T + \delta T)$ y despreciando δT^2 , obtenemos:

$$-e\delta V \simeq \frac{\pi^2 k^2 T \delta T}{2E_{FO}}$$

Como $S = \delta V / \delta T$, el coeficiente Seebeck está dado por:

$$S \simeq \frac{\pi^2 k^2 T}{2eE_{FO}} \quad (1.4)$$

1.2 Técnica Termoeléctrica Convencional de Contacto.

El efecto termoeléctrico origina fenómenos interesantes, algunos de ellos son explotados dentro de los ensayos no destructivos y la caracterización de materiales. La Fig. 1.3 muestra el diagrama esquemático de un ensayo termoeléctrico para la caracterización no destructiva de materiales. Un electrodo de referencia es calentado por medios eléctricos hasta una temperatura preestablecida T_h , mientras que el otro electrodo permanece frío a temperatura ambiente T_c . La medición es rápida tomando solo unos segundos para asegurar que el electrodo de referencia no se enfríe por el contacto con la muestra y que los alrededores al punto de contacto no se calienten apreciablemente. Entonces el voltaje termoeléctrico está dado por:

$$V = \int_{T_c}^{T_h} [S_S(T) - S_R(T)]dT = \int_{T_c}^{T_h} S_{SR}(T)dT \quad (1.5)$$

Donde T es la temperatura, S_S y S_R denotan el potencial termoeléctrico absoluto de la muestra y el electrodo de referencia respectivamente. Cualquier variación en las propiedades del material pueden afectar el voltaje termoeléctrico medido mediante $S_{SR} = S_S - S_R$, que es el potencial termoeléctrico relativo de la muestra respecto al electrodo de referencia.

En la mayoría de los casos, la dependencia del potencial termoeléctrico a la temperatura puede ser reemplazada por el rango de operación y de esta forma el voltaje termoeléctrico puede ser aproximado a: $V \approx (T_H - T_C)S_{SR}$

Idealmente, sin importar cuán diferente sea la diferencia de temperaturas entre las uniones, solo termopares hechos de diferentes materiales (con diferente potencial termoeléctrico) generarán una señal termoeléctrica. Esta característica única hace de una simple prueba termoeléctrica uno de los métodos más sensibles utilizados en inspecciones no destructivas. Sin embargo, muchos parámetros pueden afectar los cambios en el potencial termoeléctrico de la muestra inspeccionada, Algunos de los más importantes están asociados a efectos volumétricos y de contacto. El aspecto volumétrico está fuertemente relacionado a la cinética de la difusión de los electrones a través del material. Este efecto es principalmente afectado por la composición química, tratamientos térmicos, anisotropía, endurecimiento,

textura, stress residual y fatiga del material. Los efectos de contacto están relacionados con el contacto imperfecto entre la muestra y el electrodo de referencia, la cantidad de presión aplicada, temperaturas de las juntas caliente-frío y el material de prueba.(2)

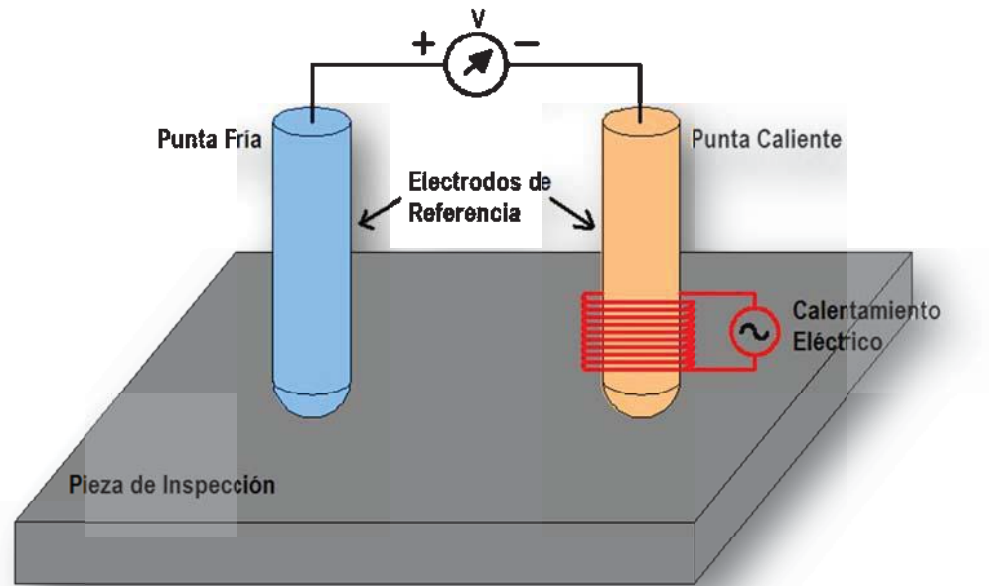


Figura 1.3. Diagrama esquemático de la técnica convencional de contacto usada en la caracterización no destructiva de materiales

1.3 Técnica Termoeléctrica de No Contacto

Las mediciones termoeléctricas se pueden realizar de una forma que no involucre contacto con la muestra a inspeccionar como lo demostraron Hinken y Tavrín utilizando un detector magnético de alta sensibilidad para medir las débiles corrientes termoeléctricas alrededor de inclusiones y otro tipo de defectos cuando la muestra a inspeccionar es expuesta a un enfriamiento o calentamiento direccional [3].

En la Fig. 1.4 se presenta un esquema típico del método termoeléctrico de no contacto. Calentamiento o enfriamiento externo es aplicado a la muestra para producir un modesto gradiente de temperatura en la región a ser probada. Como resultado, diferentes puntos de la frontera entre el material base y la inclusión estarán a diferentes temperaturas además de tener distinto potencial termoeléctrico. Estas diferencias de potencial producen corrientes

termoeléctricas opuestas dentro y fuera de la inclusión. Las corrientes termoeléctricas que circulan en dirección opuesto en ambos lados de la inclusión relativos al flujo de calor principal se pueden detectar haciendo un barrido a la muestra con un magnetómetro lo suficientemente sensible.

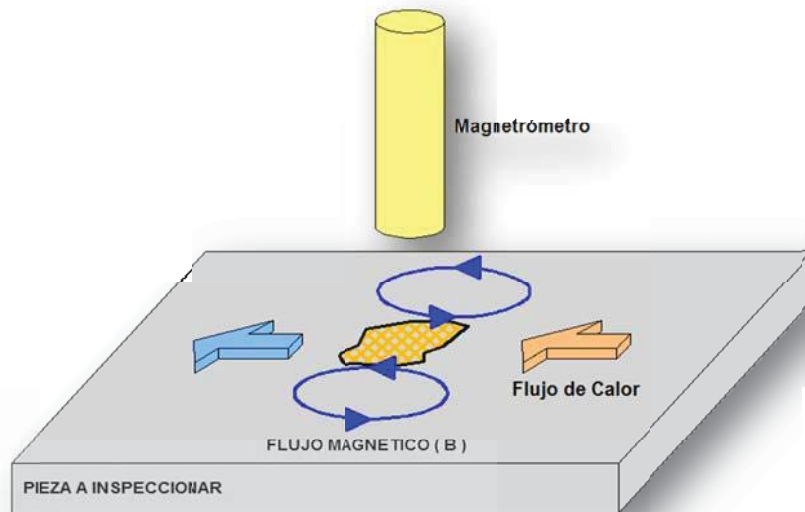


Figura 1.4. Diagrama esquemático de la técnica termoeléctrica de no contacto

Se han desarrollado investigaciones con esta técnica por ejemplo la realizada por H.Carreon, P.B. Nagy y H.Nayfeh, quienes detectaron inclusiones esféricas superficiales de diferentes tamaños, creadas de forma artificial con estaño en cobre como material base, aplicando un gradiente de temperatura de $0.7\text{ }^{\circ}\text{C/cm}$.

Las mediciones se realizaron con un magnetómetro tipo Fluxgate a diferentes distancias de la muestra (1mm – 8mm con un incremento de 1mm).[4].

La señal obtenida se muestra en la Fig. 1.5, se puede apreciar la señal de las corrientes termoeléctricas (línea más gruesa) así como el ruido del material base. Concordando con los modelos teóricos desarrollados para ese tipo de inclusiones.

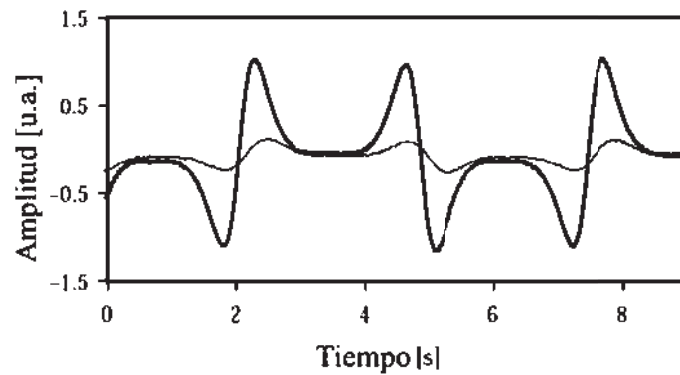


Figura 1.5 Señal obtenida para una inclusión esférica superficial.

Posteriormente se estudió la señal producida por inclusiones dentro del material base [5] como lo muestra la figura 1.6. Cuyo aspecto a destacar es la dificultad de detectar la señal de la inclusión dado que tiende a confundirse con el ruido de fondo producido por el material base. Por métodos numéricos, fue posible obtener las señales experimentales y compararlas con los modelos teóricos teniendo una discrepancia muy pequeña considerando que en los modelos se plantean condiciones ideales caso muy lejano a lo que sucede en la práctica experimental.

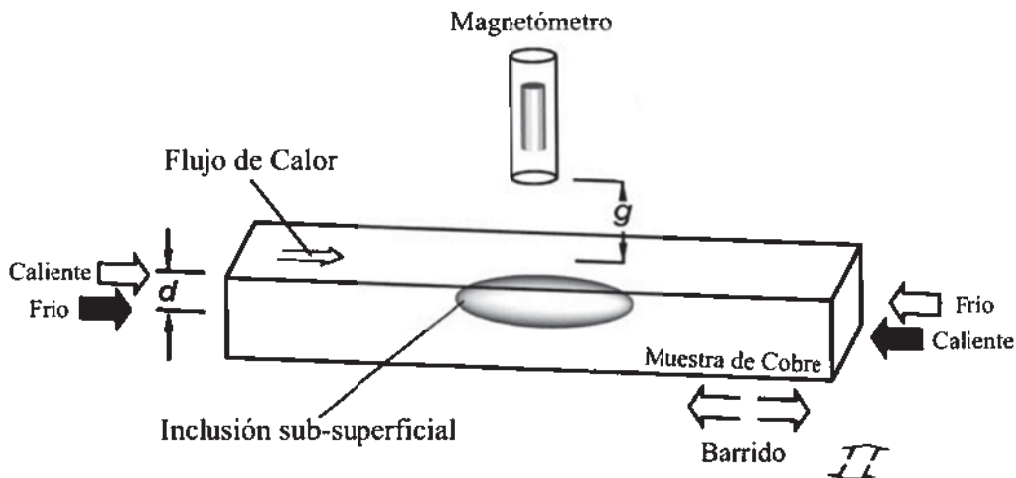


Figura 1.6 Esquema de ensayo para una inclusión sub-superficial.

El alcance de la técnica termoeléctrica de no contacto dentro de los ensayos no destructivos, depende directamente de la sensibilidad del transductor utilizado. Esta ha ido avanzando desde el sensor tipo GMR (Giant Magnetoresistance Effect) cuya sensibilidad alcanza 10 nT y el SDP (Spin Dependant Tunneling) de 1nT hasta los tipo Fluxgate y especialmente el SQUID (Superconductive Quantum Interference Device) que es capaz de

detectar en el rango de 0.1 – 1 pT. En la Fig. 1.7 se muestran las sensibilidades para diferentes tipos de magnetómetros en el rango de operación de 0.1 a 20 Hz.

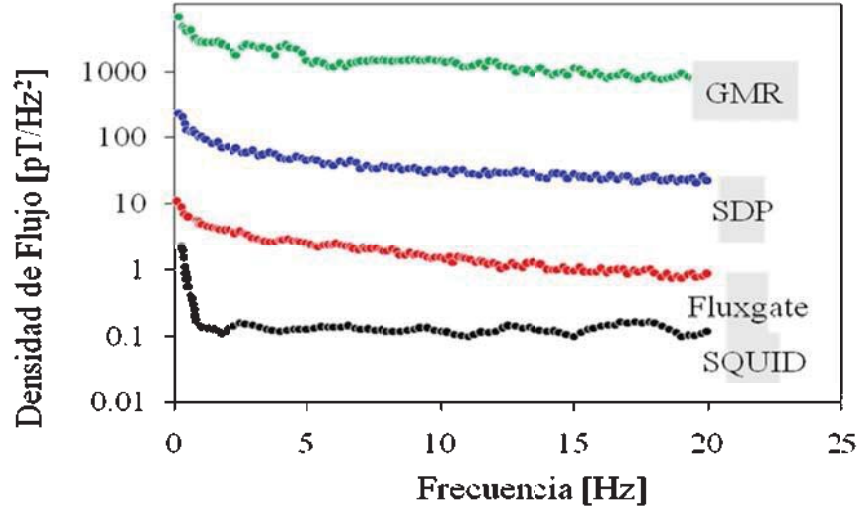


Figura 1.7 Espectro típico de sensibilidad para diferentes magnetómetros.

Los sensores Fluxgate (magnetómetros de saturación) no tienen elementos mecánicos que puedan influir en las mediciones, evitando los problemas de inercia y ofreciendo una mayor rapidez de respuesta.

El principio de funcionamiento de los sensores Fluxgate consiste en dos bobinas enrolladas en un núcleo ferromagnético como se muestra en la Fig. 1.8. Una corriente continua I_e es aplicada sobre la bobina primaria generando un campo magnético H_e paralelo a la geometría del núcleo. Con este arreglo se asegura un campo magnético uniforme a lo largo del núcleo. Cuando un campo magnético H_x es aplicado en la misma dirección de H_e , se induce en la bobina secundaria la señal de H_x y lo transforma en un voltaje de salida, el cual nos dará la intensidad del campo magnético H_x . Los sensores Fluxgate están basados en la ley de Faraday [6]:

$$V = -\frac{d\phi}{dt} \quad (1.6)$$

y

$$\phi = \oint B \cdot dA \quad (1.7)$$

Donde V es el voltaje inducido, que es proporcional a la tasa de cambio de la densidad de flujo magnético dada por $d\phi/dt$.

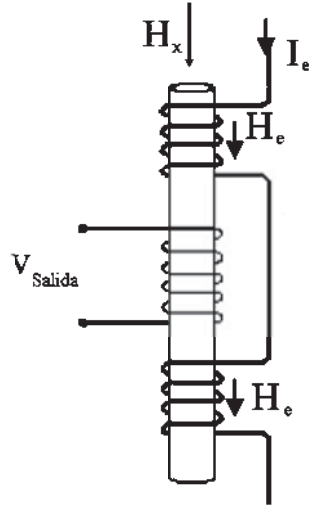


Figura 1.8. Diagrama esquemático de un sensor tipo Fluxgate.

El magnetómetro Fluxgate de Bartington Instruments modelo Mag-03 tiene un umbral de eliminación de ruido de aproximadamente 2.5pT/Hz y un ancho de banda de 0.1 a 20 Hz. La máxima salida de voltaje está limitada a $\pm 12V$, correspondiendo a un rango detectable de densidad de flujo magnético de $\pm 120 \mu T$ con una resolución de $10 \mu T/V$.

1.4 Modelo Teórico

El comportamiento termoeléctrico en metales es el resultado del transporte acoplado intrínsecamente de calor y electricidad. La densidad de corriente j y el flujo de calor h están relacionados a una combinación dada de potencial eléctrico Φ y temperatura T de acuerdo a[7]:

$$\begin{bmatrix} j \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma & \varepsilon \\ \bar{\varepsilon} & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\nabla\Phi \\ -\nabla T \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Donde σ denota la conductividad eléctrica medida a una temperatura uniforme, k es la conductividad térmica para un campo eléctrico nulo, $\bar{\varepsilon}$ y ε son los coeficientes de acoplamiento termoeléctricos que pueden ser expresados por el potencial termoeléctrico S del material como $\varepsilon = \sigma S$ y $\bar{\varepsilon} = \sigma S T$ estas ecuaciones se complementan con: [8]

$$\nabla \cdot h = 0 \quad (1.9a)$$

$$\nabla \cdot j = 0 \quad (1.9b)$$

1.4.1 Inclusiones cilíndricas de sección elíptica.

Considérese un medio infinito, homogéneo e isotrópico que contiene una inclusión cilíndrica de sección elíptica alineada con la dirección z de un plano cartesiano (x,y,z) como se ilustra en la Fig. 1.9. La sección transversal tiene como eje principal a $2a$ a lo largo del eje x , y a $2b$ como el eje secundario a lo largo del eje y . Para diferenciar las propiedades de los dos medios, se indican aquellas de la inclusión con una prima. El sistema está sujeto a un flujo uniforme de calor h_0 lejos de la inclusión y dirigido a lo largo del eje x .

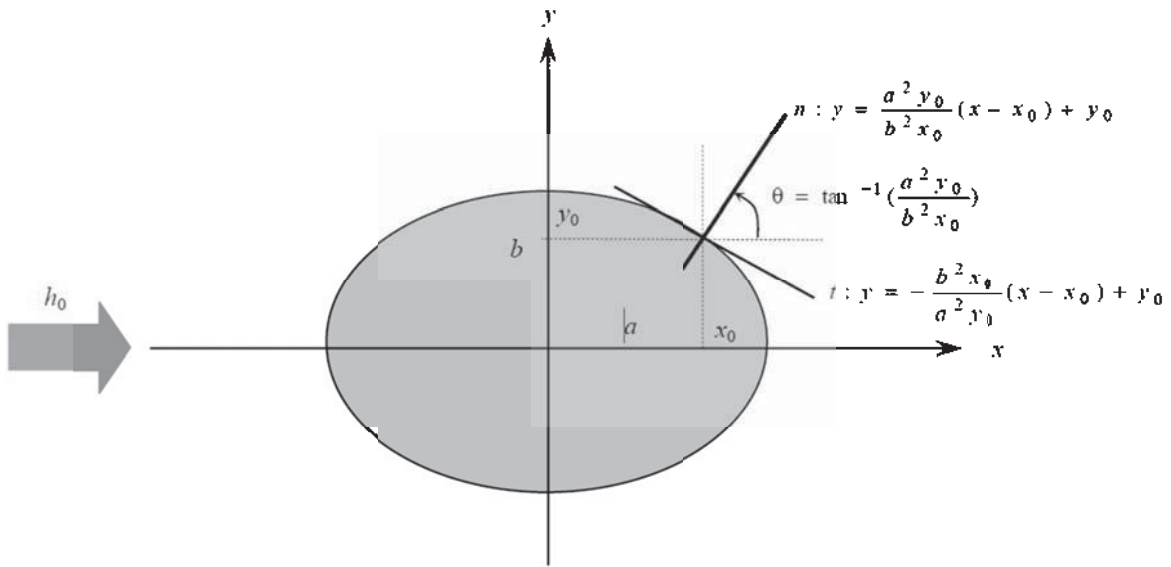


Figura 1.9 Líneas normal y tangente de la inclusión cilíndrica de sección elíptica.

La temperatura T y el potencial eléctrico Φ en el dominio del medio y la inclusión satisfacen la ecuación de Laplace dada en la ecuación (1.9) la cuál representa varios problemas físicos encontrados en situaciones de estado estacionario como conductividad térmica [9], electricidad [10] e hidrodinámica [11].

En general, el flujo estable de calor se distribuirá alrededor de la inclusión de forma tal que dependerá de la forma de la misma. Sin embargo la soluciones de las ecuaciones (1.9 a) y

(1.9b) lejos de la inclusión, no serán afectadas. Esto, proveerá las condiciones en el infinito y podrán ser obtenidas resolviendo la ecuación (1.8) para:

$$T = -\frac{\sigma h_0}{\sigma k - \bar{\varepsilon}\varepsilon} x \quad (1.10a)$$

$$\Phi = -\frac{\varepsilon h_0}{\sigma k - \bar{\varepsilon}\varepsilon} x \quad (1.10b)$$

Se ha argumentado en [12] que si ε y $\bar{\varepsilon}$ son tan pequeños como para que sus raíces y productos sean despreciados, entonces el campo de temperatura para una carga térmica estable, no será afectado por el acople termoeléctrico. De acuerdo a esto las ecuaciones anteriores se reducen a:

$$T = T_0 = -\frac{h_0}{k} x \quad (1.11a)$$

$$\Phi = \Phi_0 - \frac{\varepsilon h_0}{\sigma k} x \quad (1.11b)$$

Por el momento, el producto $\bar{\varepsilon}\varepsilon$ será despreciado.

De acuerdo a [9], la expresión

$$\frac{x^2}{a^2 + \lambda} + \frac{y^2}{b^2 + \lambda} = 1 \quad (1.12)$$

Define el dominio (x,y) fuera de una elipse, por tanto la frontera de la elipse es definida cuando $\lambda = 0$, resolviendo la ecuación tenemos:

$$\lambda = \frac{1}{2} \left\{ x^2 + y^2 - a^2 - b^2 + \sqrt{(a^2 + b^2 - x^2 - y^2)^2 + 4[b^2 x^2 + a^2(y^2 - b^2)]} \right\} \quad (1.13)$$

También:

$$A_\lambda = \frac{1}{2} ab \int_\lambda^\infty \frac{du}{(a^2 + u)^{\frac{3}{2}} (b^2 + u)^{\frac{1}{2}}} \quad (1.14a)$$

$$B_\lambda = \frac{1}{2} ab \int_\lambda^\infty \frac{du}{(b^2 + u)^{\frac{3}{2}} (a^2 + u)^{\frac{1}{2}}} \quad (1.14b)$$

Para valores de λ positivos, satisfacen la ecuación de Laplace en el dominio fuera de la elipse. Para la geometría que bajo consideración, se pueden evaluar estas integrales y expresarlas explícitamente como:

$$A_\lambda = \frac{ab(\sqrt{b^2 + \lambda} - \sqrt{a^2 + \lambda})}{(b^2 - a^2)\sqrt{a^2 + \lambda}} \quad (1.15a)$$

$$B_\lambda = \frac{ab(\sqrt{a^2 + \lambda} - \sqrt{b^2 + \lambda})}{(a^2 - b^2)\sqrt{b^2 + \lambda}} \quad (1.15b)$$

Las integrales para las ecuaciones (1.14) parecen ser complicadas pero es obvio que para el caso de que $a = b$, tenemos que $A_\lambda = B_\lambda$ y las integrales se reducen a:

$$A_\lambda = \frac{1}{2}a^2 \int_{\lambda}^{\infty} \frac{du}{(a^2 + u)^2} \quad (1.16)$$

Lo que nos lleva a:

$$A_\lambda = \frac{a^2}{2r^2} \quad (1.17)$$

Caso similar al de una inclusión cilíndrica de sección circular presentada en [12].

En la interfase entre el material base y la inclusión ($\lambda = 0$), las condiciones de continuidad requieren que la temperatura y el potencial eléctrico también tengan continuidad:

$$T = T' \quad (1.18a)$$

$$\Phi = \Phi' \quad (1.18b)$$

Consecuentemente, los componentes normales de la densidad de corriente eléctrica y el flujo térmico también son continuos para la misma interface:

$$h_n = h'_n \quad (1.18c)$$

$$j_n = j'_n \quad (1.18d)$$

En el mismo orden de aproximación las componentes normales se pueden obtener de la ecuación (1.8).

$$h_n = -k \frac{\partial T}{\partial n} \quad (1.19a)$$

$$h'_n = -k' \frac{\partial T'}{\partial n} \quad (1.19b)$$

$$j_n = -\sigma \frac{\partial \Phi}{\partial n} - \varepsilon \frac{\partial T}{\partial n} \quad (1.19c)$$

$$j'_n = -\sigma' \frac{\partial \Phi'}{\partial n} - \varepsilon' \frac{\partial T'}{\partial n} \quad (1.19d)$$

Donde $\partial/\partial n$ es la derivada a lo largo de la direcci3n normal a la elipse mostrada en la figura 1.9, en referencia a esta figura tenemos:

$$\frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial}{\partial y} \sin \theta \quad (1.20)$$

D3nde:

$$\cos \theta = \frac{b^2 x}{\sqrt{b^4 x^2 + a^4 y^2}} \quad (1.21a)$$

$$\sin \theta = \frac{a^2 y}{\sqrt{b^4 x^2 + a^4 y^2}} \quad (1.21b)$$

Construyendo la derivada de la normal de T y T' queda:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \left[A + B \left(A_\lambda + \frac{\partial A_\lambda}{\partial x} x \right) \right] \cos \theta + \left(B + \frac{\partial A_\lambda}{\partial y} x \right) \sin \theta \quad (1.22a)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial n} = D \cos \theta \quad (1.22b)$$

Evalutando estas ecuaciones en la interface para aplicar las condiciones de continuidad para $\lambda = 0$ y especializando A_λ y B_λ como $A_0 = b/(a + b)$ y $B_0 = a/(a + b)$ respectivamente implicando que: $A_0 + B_0 = 1$, posteriormente sus derivadas se reducen a:

$$\frac{\partial A_\lambda}{\partial x} = - \frac{b^2 x}{a^4 + (b^2 - a^2)x^2} \quad (1.23a)$$

$$\frac{\partial A_\lambda}{\partial y} = -\frac{a^2 y}{a^4 + (b^2 - a^2)x^2} \quad (1.23a)$$

Después de algunas reducciones y manipulaciones algebraicas obtenemos:

$$A = -\frac{h_0}{k}, \quad A^* = -\frac{\varepsilon h_0}{k\sigma} \quad (1.24)$$

$$D = \frac{-h_0}{k + (k' - k)A_0}, \quad D^* = \frac{h_0[\varepsilon + (\varepsilon' - \varepsilon)A_0]}{[\sigma + (\sigma' - \sigma)A_0][k + (k' - k)A_0]} \quad (1.25)$$

$$B = \frac{(k' - k)h_0}{k[k + (k' - k)A_0]}, \quad B^* = \frac{D^*k\sigma - \varepsilon h_0}{A_0k\sigma} \quad (1.26)$$

1.4.2 Corrientes Eléctricas

A partir de las ecuaciones pasadas podemos obtener expresiones para las componentes de las corrientes eléctricas en el material base e inclusión.

$$j_x = -\sigma \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \varepsilon \frac{\partial T}{\partial x} = -(\sigma B^* + \varepsilon B) \left(\frac{\partial A_\lambda}{\partial x} x + A_\lambda \right) \quad (1.27)$$

$$j'_x = -\sigma' \frac{\partial \Phi'}{\partial x} - \varepsilon' \frac{\partial T'}{\partial x} = -(\sigma' D^* + \varepsilon' D) \quad (1.28)$$

$$j_y = -\sigma \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \varepsilon \frac{\partial T}{\partial y} = -(\sigma B^* + \varepsilon B) \frac{\partial A_\lambda}{\partial y} x \quad (1.29)$$

$$j'_y = -\sigma' \frac{\partial \Phi'}{\partial y} - \varepsilon' \frac{\partial T'}{\partial y} = 0 \quad (1.30)$$

1.4.3 Campo Magnético

La densidad de corriente eléctrica j está relacionada con el campo magnético H por la ecuación de Maxwell.

$$\nabla \times H = j \quad (1.31)$$

La distribución de corriente arriba mencionada da lugar a un campo magnético paralelo al eje de la inclusión cilíndrica así que tenemos:

$$\nabla \times H = \frac{\partial H_z}{\partial y} \hat{i} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \hat{j} \quad (1.32)$$

Integrando para j tenemos :

$$H_z = \int j_x dy \quad (1.33a)$$

$$H_z = - \int j_y dx \quad (1.33b)$$

Para evaluar el campo magnético en el material base, podemos resolver la integral de cada ecuación (1.33a) y (1.33b) que en principio parece relativamente fácil, pero, al intentar hacer esto por integración directa nos encontraremos con dificultades. Sin embargo, se obtuvo por inspección una expresión analítica para la integral, utilizando la siguiente relación:

$$\frac{\partial A_\lambda}{\partial y} x = \frac{\partial B_\lambda}{\partial x} y \quad (1.34)$$

La solución trivial se reduce a:

$$H_z = (\sigma B^* + \varepsilon B) B_\lambda y \quad (1.35)$$

Finalmente se obtiene la solución para el campo dentro de la inclusión:

$$H'_z = (\sigma' B^* + \varepsilon' B) y \quad (1.35)$$

1.4.4 Resultados Numéricos

Se considera una inclusión cilíndrica de sección elíptica, para simplificar los cálculos numéricos, introducimos los parámetros normalizados:

$$e = \frac{b}{a}, \quad e_k = \frac{k'}{k}, \quad e_\sigma = \frac{\sigma'}{\sigma}, \quad e_\varepsilon = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}, \quad \xi_1 = \frac{x}{a}, \quad \xi_2 = \frac{y}{a}, \quad \lambda^* = \frac{\lambda}{a^2}$$

Lo cual da lugar a:

$$\lambda^* = \frac{1}{2} \left\{ \xi_1^2 + \xi_2^2 - 1 - e^2 + \sqrt{(1 + e^2 - \xi_1^2 - \xi_2^2)^2 + 4(e^2 \xi_1^2 + \xi_2^2 - e^2)} \right\} \quad (1.36)$$

$$A_\lambda = \frac{e(\sqrt{e^2 + \lambda^*} - \sqrt{1 + \lambda^*})}{(e^2 - 1)\sqrt{1 + \lambda^*}} \quad (1.37)$$

$$B_\lambda = \frac{e(\sqrt{1 + \lambda^*} - \sqrt{e^2 + \lambda^*})}{(1 - e^2)\sqrt{e^2 + \lambda^*}} \quad (1.38)$$

Consecuentemente tenemos:

$$A_0 = \frac{e}{(1 + e)}, \quad B_0 = \frac{1}{(1 + e)}$$

Los campos normalizados de temperatura son:

$$T = a\nabla T \xi_1 \left[1 - \frac{e_k - 1}{1 + (e_k - 1)A_0} \frac{e(\sqrt{e^2 + \lambda^*} - \sqrt{1 + \lambda^*})}{(e^2 - 1)\sqrt{1 + \lambda^*}} \right] \quad (1.39)$$

$$T' = a\nabla T \xi_1 \left[\frac{1}{1 + (e_k - 1)A_0} \right] \quad (1.40)$$

Se pueden obtener expresiones similares para el potencial eléctrico del material base y la inclusión.

Podemos definir el contraste termoelectrico del sistema partiendo de:

$$(\sigma' D^* + \varepsilon' D) = -B_0 h_0 G_e \quad (1.41)$$

Donde definimos:

$$G_e = \frac{\varepsilon' \sigma - \varepsilon \sigma'}{[\sigma + (\sigma' - \sigma)A_0][k + (k' - k)A_0]} \quad (1.42)$$

G_e es el contraste termoelectrico del sistema el cuál puede ser expresado en su forma normalizada:

$$G_e = \frac{e}{k} \frac{e_\varepsilon - e_\sigma}{[1 + (e_\sigma - 1)A_0][1 + (e_k - 1)A_0]} \quad (1.43)$$

De las condiciones de continuidad en la interface y la componente H_z del campo magnético:

$$(\sigma B^* + \varepsilon B)B_0 = -(\sigma' D^* + \varepsilon' D) \quad (1.44)$$

$$(\sigma B^* + \varepsilon B)B_0 = h_0 G_e \quad (1.45)$$

Finalmente normalizando el campo magnético:

$$H_z = H_0 F(\xi_1, \xi_2) \quad (1.46)$$

$$H'_z = H_0 F'(\xi_1, \xi_2) \quad (1.47)$$

De esta forma, $H_0 = aA_0 h_0 G_e$ combina la relación A_0 , el flujo de calor aplicado h_0 , el potencial termoeléctrico G_e y la dimensión característica a en una sola constante escalar, caracterizando la intensidad de campo magnético.

Por otro lado, $F(\xi_1, \xi_2)$ y $F'(\xi_1, \xi_2)$ definen las funciones de distribución espacial del campo magnético para todas las inclusiones cilíndricas de sección elíptica.

En resumen; el campo magnético alrededor de inclusiones en metales se puede originar por excitación térmica externa. Debido a las diferencias en las propiedades termoeléctricas del material base y la inclusión, el campo de temperatura se redistribuirá alrededor de la inclusión y se producirá un campo eléctrico. La distribución de estos campos seguirá la geometría de la sección transversal de la inclusión. El campo de temperatura lejos de la inclusión no dependerá de la forma de esta, sin embargo, la Fig. 1.10 muestra los contornos de temperatura para dos inclusiones conductores para sección circular y elíptica respectivamente. Comparando esta figura, se demuestra como la forma de la inclusión afecta la distribución de temperatura

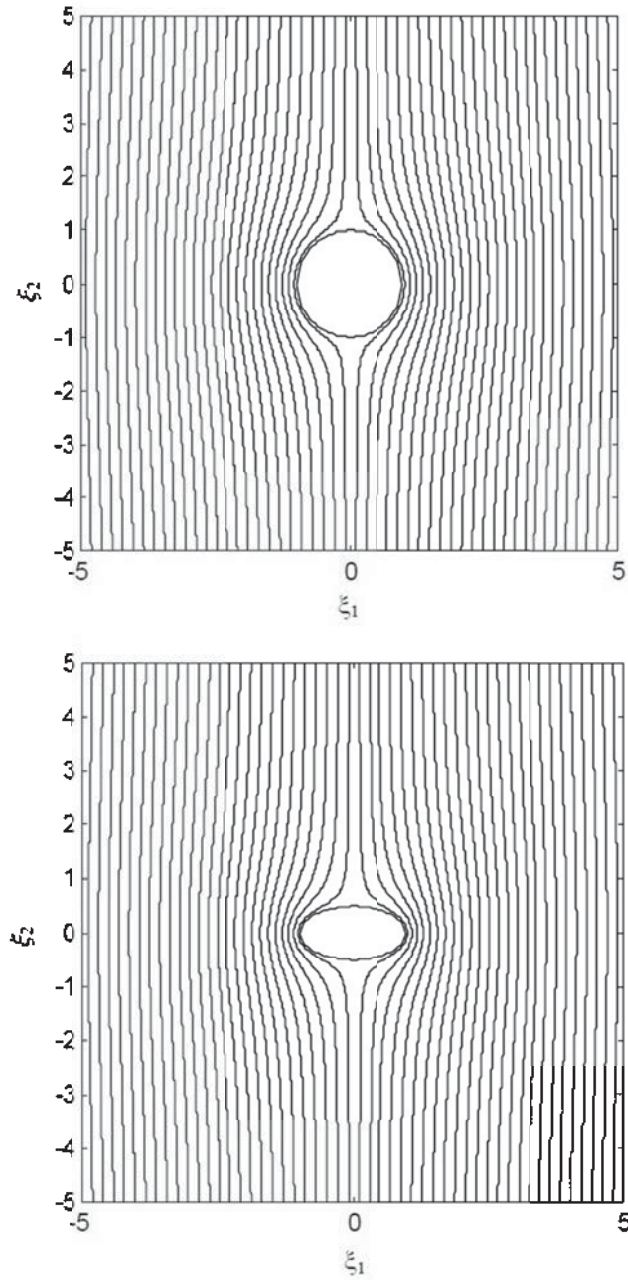


Figura 1.10 Contornos de temperatura debidos a una carga térmica externa a lo largo del eje x .

Para la estimación numérica de la intensidad de campo magnético alrededor de la inclusión, asumiremos un gradiente de temperatura $\Delta T = -100^\circ\text{C}/m$ en la dirección x en un medio infinito de cobre.

Donde tenemos:

$$\sigma = 5.67 \times 10^7 \frac{A}{Vm} \quad k = 398.64 \frac{W}{m} ^\circ C \quad \varepsilon = 119.07 \frac{A}{m} ^\circ C$$

Para inclusión cilíndrica se sección elíptica con propiedades:

$$a = 2mm, \quad b = 1mm$$

$$\sigma' = 8.31 \times 10^6 \frac{A}{Vm}, k' = 62.359 \frac{W}{m} ^\circ C \quad \varepsilon' = -2.9085 \frac{A}{m} ^\circ C$$

Para estos parámetros se han calculado $|G_e| \approx 0.993 V^{-1}$. El Gradiente de temperatura elegido produce $h_0 = 39.86 KW/m^2$, por consiguiente $H_0 \approx 2.64 KA/m$. Para una relación de aspecto $e = 0.5$, las funciones de distribuciones espaciales de campo magnético $F(\xi_1, \xi_2)$ y $F'(\xi_1, \xi_2)$ se muestran en la Fig. 1.11.

La Fig. 1.12 muestra la variación de G_e respecto a una elipse de relación de aspecto e . Nótese que para $e = 0$, no hay inclusión y por tanto $G_e = 0$; consecuentemente, ningún campo magnético es producido. Conforme e crece, G_e también lo hace hasta estabilizarse para valores muy altos de e .

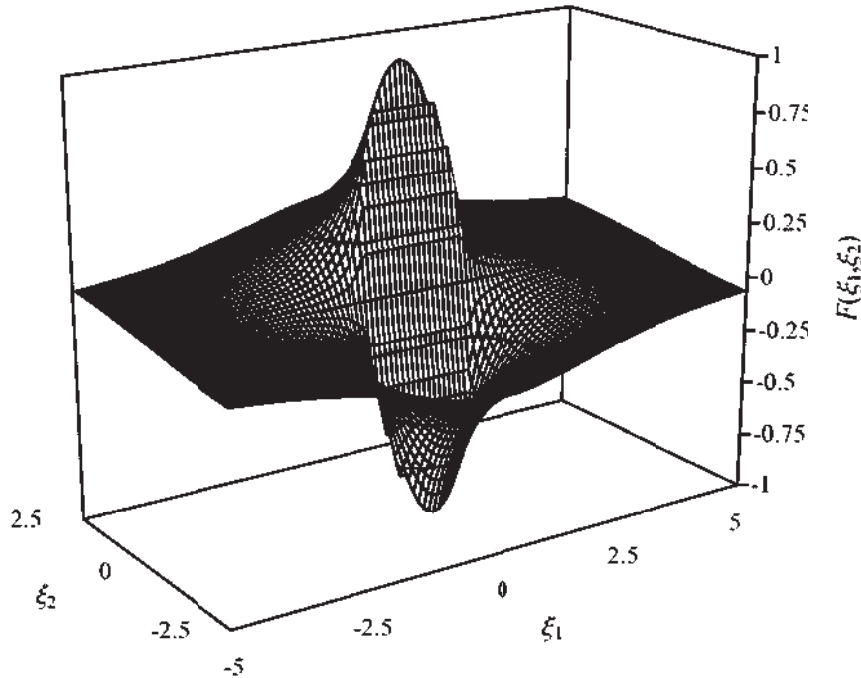


Figura 1.11 Distribución espacial de la función de campo magnético normalizado para una inclusión cilíndrica de sección elíptica con $e = 0.5$.

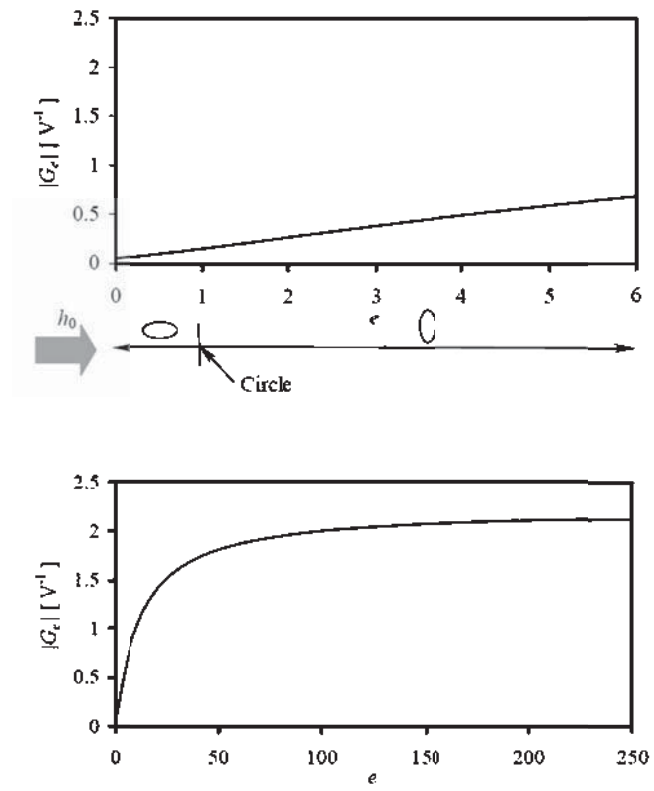


Figura 1.12 Valor absoluto del contraste termoeléctrico contra la relación de aspecto e .

Capítulo II Metodología Experimental

2.1 Fabricación de Probetas

Se fabricaron cuatro probetas de cobre con dimensiones 20.5 cm x 6 cm x 1.27 cm (largo x ancho x espesor) las cuales servirían para alojar a las inclusiones de estaño cilíndricas de sección elíptica.

A las probetas se les practicaron 16 barrenos pasados de 0.47 cm de diámetro en cada uno de los extremos como se muestra en la figura 2.1, con el fin de incrementar el área de contacto y maximizar la eficiencia de la transferencia de calor en las placas y así generar el gradiente térmico necesario para producir las corrientes termoeléctricas.



Figura 2.1 Probeta con barrenos pasados para el intercambio de calor.

Los orificios para las inclusiones se realizaron en una fresadora de control numérico de acuerdo a las especificaciones que se muestran en la tabla II.I. Obedeciendo al dimensionamiento de las inclusiones abordado en la sección 2.1. Acomodando 3 inclusiones por probeta acordando que en una sola probeta estén las inclusiones con un mismo radio a. Esto nos asegura no obtener lecturas erróneas debido a la proximidad de las inclusiones.

- Las probetas se diseñaron en un entorno de CAD/CAM para asegurar que el espaciamiento entre ellas, sus dimensiones y profundidad fueran exactos.

Una vez hechos los espacios para las inclusiones, se procedió a rellenarlos con Estaño de la siguiente forma: Se calentaron las probetas a una temperatura aproximada de 300 °C para poder fundir el estaño y así obtener un llenado uniforme, después se elevó la temperatura hasta el punto eutéctico del diagrama binario cobre-estaño para que el último difundiera en la matriz de cobre y con ello favorecer el acople termoeléctrico entre ambos materiales.

Tabla II.I Dimensiones de inclusiones realizadas en probetas de Cobre.

# Probeta	Inclusión	Radio a (mm)	Radio b (mm)	Profundidad (mm)
1	1	5	7	5
1	2	5	9	5
1	3	5	11	5
2	1	6	7	5
2	2	6	9	5
2	3	6	11	5
3	1	7	9	5
3	2	7	11	5
3	3	7	13	5
4	1	8	9	5
4	2	8	11	5
4	3	8	13	5

En la Tabla II.II se muestran las propiedades físicas del cobre y estaño utilizados.

Tabla II.II Propiedades Físicas del cobre y estaño.

Propiedad física	Cobre	Estaño	Unidades
Conductividad eléctrica (σ)	56.7×10^6	8.31×10^6	A/Vm
Conductividad térmica (κ)	398.64	62.4	W/mK

2.2 Esquema Experimental

2.2.1 Mecanismo de Sujeción de las probetas

Para la sujeción de las probetas se construyó una estructura de aluminio, Fig. 2.2, Nótese que en dicha estructura se encuentra el sistema de conducción de fluido de enfriamiento en un extremo y de calentamiento en el otro. Esto generará un gradiente de temperatura necesario para la generación de corrientes termoeléctricas.

La sujeción del transductor magnético se logra mediante un soporte móvil con ajuste por tornillo sin fin y una regleta graduada capaz de ser ajustado manualmente para definir la distancia entre la muestra y el sensor este mecanismo esta empotrado en la pared. En la Fig.

2.3 se muestra una fotografía indicando los diferentes componentes del manipulador del transductor y del soporte de la probeta.

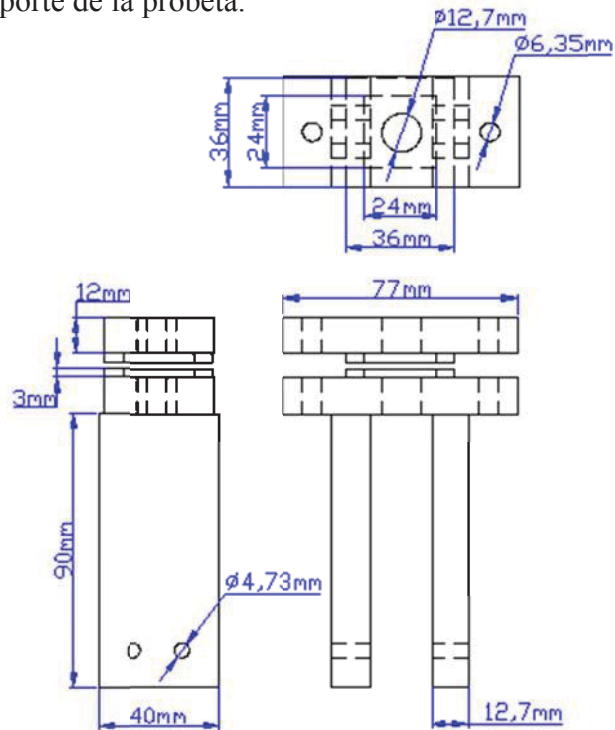
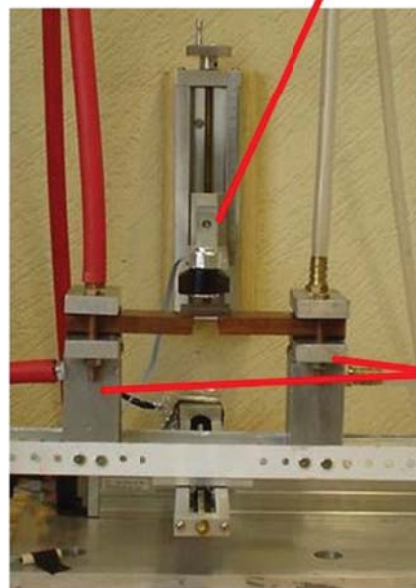


Figura 2.2 Dimensiones de soportes para las probetas.

Soporte de Transductor



Soportes de Probeta

Figura 2.3 Sistema de soporte para muestra y sensor.

En la parte superior de cada uno de los soportes se pueden observar las mangueras que conducen agua destilada caliente (izquierda) y fría (derecha) directamente a los orificios practicados a la probeta para el intercambio de calor, este fluido proviene de los sistemas de calefacción y refrigeración.

El sistema de calefacción-refrigeración del agua destilada está compuesto por dos unidades Fig. 2.4 de la marca Thermo modelos NesLab EX7 para el calentamiento y NesLab RTE 7 para el enfriamiento, estos equipos regulan automáticamente la temperatura del líquido a un valor ajustable para el usuario, bombeando con un caudal de 5 litros/min que satisface los requerimientos del arreglo.

El tiempo mínimo necesario para lograr un gradiente de temperatura estable desde temperatura ambiente, después de varias pruebas fue en promedio de 30 minutos para las muestras fabricadas.



Figura 2.4 De izquierda a derecha Calentador y Enfriador de la marca Thermo.

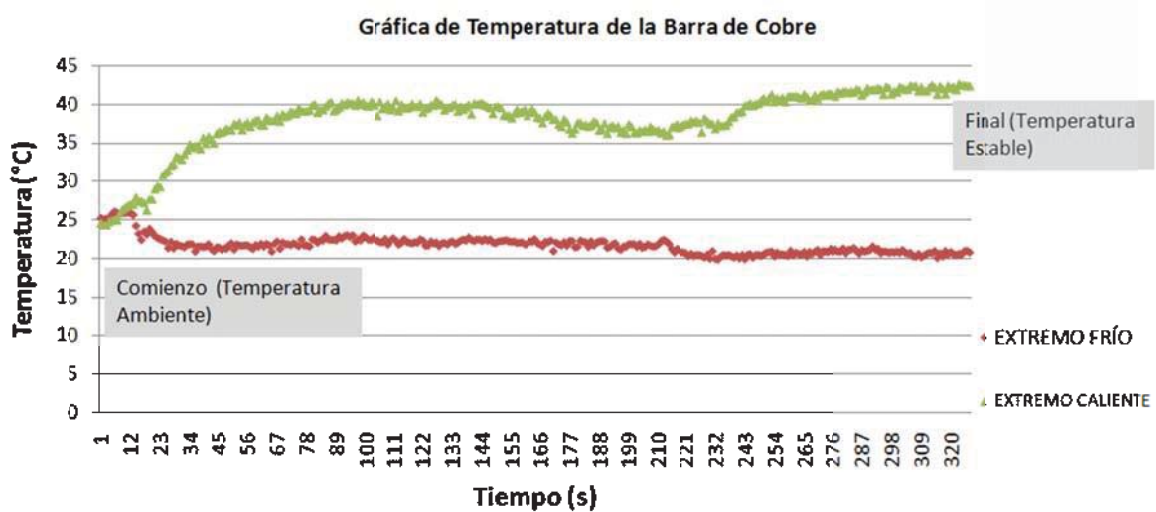


Figura 2.5 Prueba de Calentamiento/Enfriamiento sin probeta.

2.2.2 Transductor Magnético

El sensor utilizado para detectar el campo magnético generado por las pequeñas corrientes termoeléctricas es de la casa Bartington tipo Fluxgate modelo Mag-03IE1000 Fig. 2.6, el cual es un transductor magnético de 3 ejes con el cuerpo principal hecho de alúmina, los extremos sensores recubiertos por resina epóxica. Su rango térmico de operación es de -40°C a 70°C , la alimentación eléctrica de $\pm 9\text{V}$ necesaria para su funcionamiento está a cargo de una fuente de poder Mag-03PSU (Power Supply Unit).



Figura 2.6 Transductor Magnético de 3 Ejes Fluxgate Bartington Mag-03IE1000

Para lograr una buena lectura de la señal magnética de las inclusiones fue de vital importancia emplear materiales no magnéticos tanto en la construcción del equipo como en la fabricación de las probetas.

2.2.3 Filtrado de la señal

Una de las principales tareas de esta fase es la eliminación del ruido en la señal, tarea muy difícil ya que las fuentes del mismo son muy diversas y por ende requiere de herramientas no solo electrónicas sino de métodos numéricos para poder hacer una buena discretización. Para ello, se empleó un Filtro-Preamplificador de señal Stanford Research de bajo ruido modelo SR560 mostrado en la Fig. 2.7, este equipo cuenta con filtros pasa altas, pasa bajas o pasa bandas, selector de frecuencias de corte, ajuste de ganancia en opciones de 1, 10, 20, 50 y 100, acople de señal AC, CD o GND teniendo como salida el canal A, B o un diferencial AB / BA.



Figura 2.7 Preamplificador SR560

La energía eléctrica en nuestro país se transmite a una frecuencia de 60Hz y por ello la mayoría de los sistemas eléctricos como la iluminación trabajan a esa frecuencia, esto podría ser un problema ya que de interferir con la señal registrada en el magnetómetro nos modificaría las mediciones de forma sensible, para evitar esto, se trabajó en un filtro pasa bajas 6 polos de 20 Hz de frecuencia y así eliminar el ruido relacionado con la red eléctrica, ya que la frecuencia de las señales que producen las corrientes termoeléctricas están entre 0.01 Hz y 20 Hz.

La visualización y conversión analógica a digital de la señal se hizo mediante el acople de un osciloscopio Lecroy modelo WAVE surfer 434 con capacidad de muestreo de 350 MHz, precisión de 5 picosegundos en escala horizontal y 10 micro volts en escala vertical.

2.2.4 Manipulador de la Muestra

El movimiento de la muestra es un aspecto importante ya que se deben realizar barridos sobre las inclusiones para medir los campos magnéticos asociados a ellas, este movimiento debe ser preciso, requiriendo el uso de manipuladores basados en motores.

Se utilizó un manipulador de dos grados de libertad (x,y), en el que se utilizaron dos motores a pasos marca VEXA modelo PK264-03A-P1 controlados por computadora. Estos motores están en la misma unidad donde se encuentran los soportes de las probetas. La resolución de estos es de un octavo de grado por paso, esto en conjunto con los tornillos sin fin, se traduce en 0.005 mm de avance lineal por paso. Un motor realiza el movimiento a lo largo del eje x mientras que el otro lo realiza en el eje y con recorrido máximo de 28 cm.

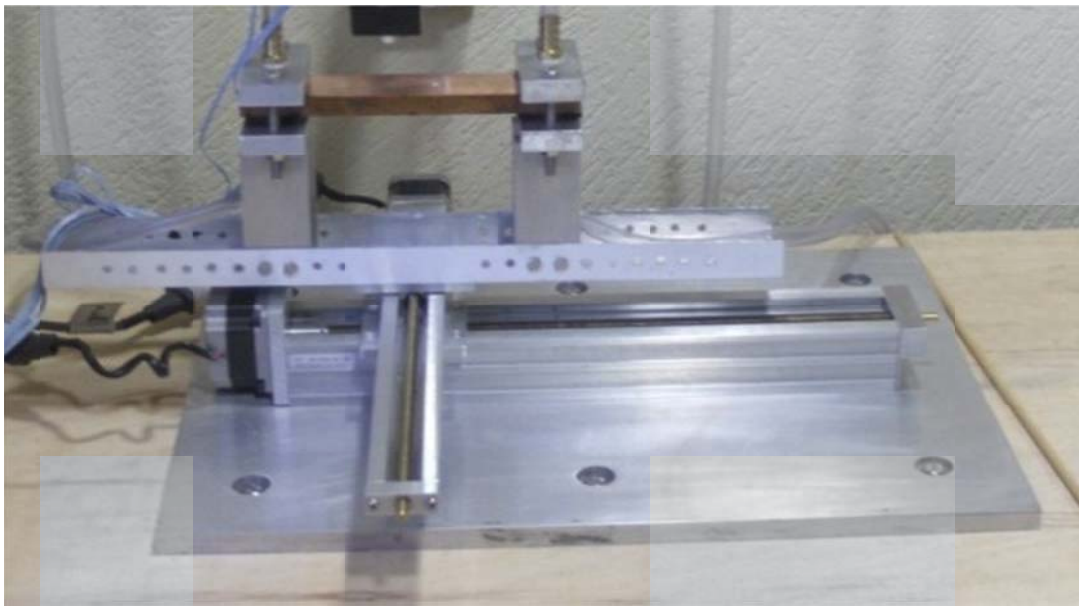


Figura 2.8 Manipulador de dos grados de libertad.



Figura 2.9 Arreglo del equipo utilizado en las pruebas de inspección.

2.2.5 Conversión y tratamiento de las señales digitalizadas.

Para realizar la inspección de una pieza, debe ser sujeta a los soportes y posteriormente encender los equipos de calefacción. El tiempo en el que se logra un gradiente de temperatura estable es de 30 minutos como mínimo, después de este periodo de transición se puede comenzar a medir las corrientes termoeléctricas.

Las mediciones se realizaron posicionando las inclusiones en el centro del sensor a una distancia vertical (z) de 1mm de la muestra, se desplaza la muestra en el eje y de forma que el sensor quede en el borde de la probeta para poder realizar barridos a lo largo de la inclusión.

Haciendo uso del software dedicado para el control del manipulador se puede programar la forma del barrido de la pieza con longitud igual al ancho de la probeta, el osciloscopio va mostrando y a la vez grabando el comportamiento de la señal en tablas de datos, al término del recorrido a lo ancho de la probeta la parte de captura de datos termina y se repite cinco veces para reducir errores de medición.

Adicionalmente, se varió la distancia muestra-sensor en 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15 y 20 mm para observar el comportamiento de la señal conforme el sensor se aleja de la muestra.

En la Fig. 2.10 se observa la representación gráfica de los datos obtenidos en un barrido haciendo notar que para los cálculos, la amplitud de la señal se representa con el voltaje entre el punto máximo y mínimo de la señal ya digitalizada.

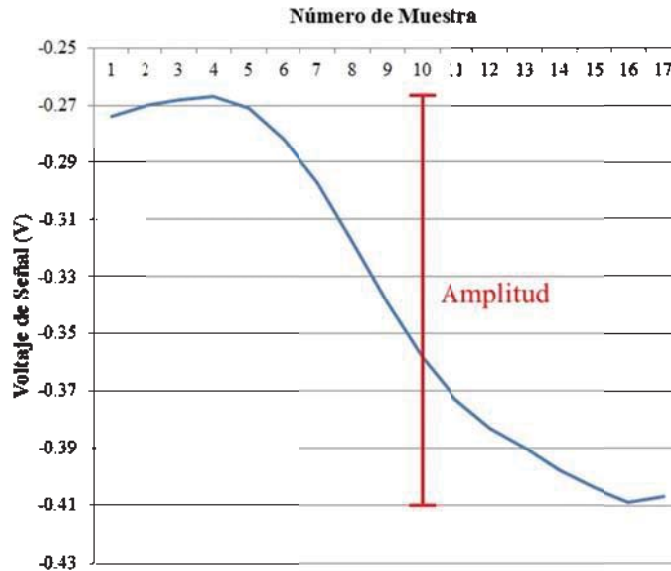


Figura 2.10 Señal típica obtenida en las pruebas termoelectricas.

De esta forma se podrá caracterizar de forma cualitativa la intensidad de campo magnético producido por las corrientes termoelectricas generadas alrededor de las inclusiones.

Para transformar la señal en forma de voltaje que arroja el transductor a densidad de flujo magnético, utilizamos la siguiente expresión:

$$B_{exp} = \frac{VS}{2G}$$

Dónde:

B_{exp} = Densidad de flujo magnético experimental

V = Voltaje entre picos

S = Sensibilidad del transductor

G = Ganancia aplicada en el preamplificador

Para tratar la enorme cantidad de datos generados se creó un programa en LabVIEW el cuál toma los archivos generados por el osciloscopio, promedia los cinco ensayos para cada

inclusión, obtiene el voltaje entre máximos y mínimos para finalmente entregar como resultado un archivo con los datos procesados. En la Fig. 2.11 se muestra el código de programación en base a objetos utilizado.

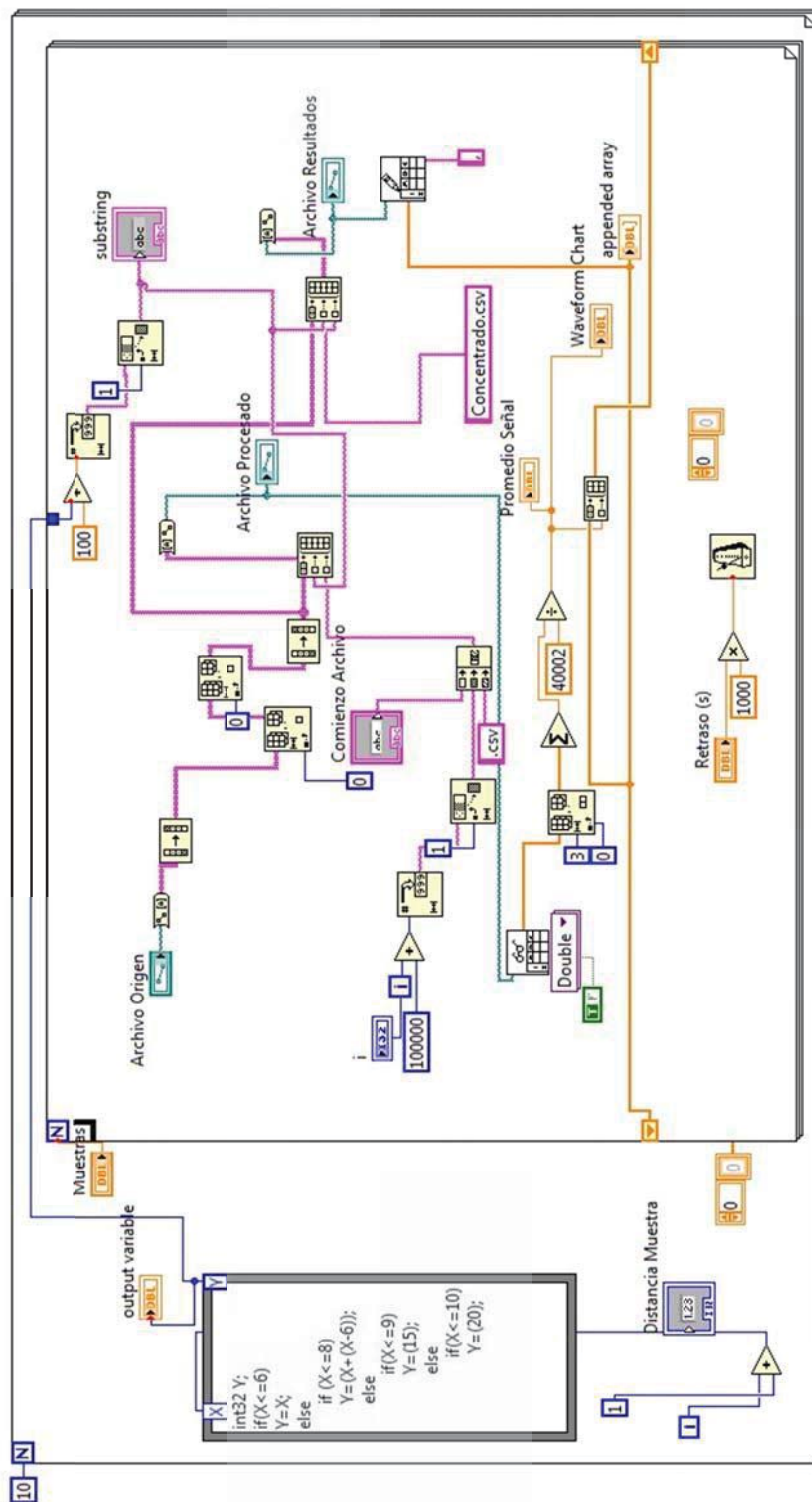


Figura 2.11 Programa para análisis de datos experimentales.

2.3 Cálculo teórico de la densidad de flujo magnético

Waseem [13], desarrolló una expresión que relaciona las propiedades físicas, termoeléctricas y geométricas de la inclusión y el material base, Ec. (1.43). Para nuestro caso, la expresión que define las densidades de flujo teóricas para inclusiones con diferentes radios, tanto principal como secundario es:

$$H_0 = aA_0h_0G_e \quad (2.1)$$

Donde a es el radio principal de la elipse, A_0 es el factor de forma característico de cada inclusión, h_0 es el flujo de calor y G_e el contraste termoeléctrico entre la inclusión y el material base.

En la Fig. 2.12 se observa la relación entre los radios de la elipse y el factor de forma de la inclusión; la zona de interés en de este análisis se centra en valores de b/a entre 1.0 y 2.5.

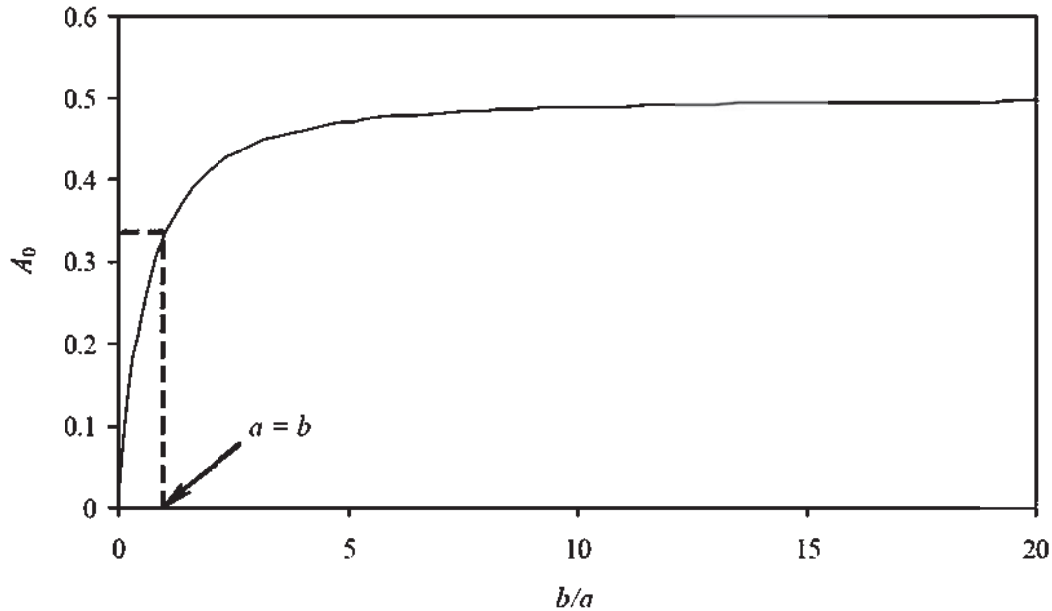


Figura 2.12 Relación entre a/b y A_0 .

En base al rango de A_0 seleccionado, equipo de maquinado y dimensiones de probetas se diseñaron las dimensiones de la sección transversal para las inclusiones a ser analizadas quedando como sigue:

Tabla II.III Dimensiones de radios, principal y secundario para inclusiones.

# Inclusión	Radio a (mm)	Radio b (mm)
1	5	7
2	5	9
3	5	11
4	6	7
5	6	9
6	6	11
7	7	9
8	7	11
9	7	13
10	8	9
11	8	11
12	8	13

Posteriormente se calcularon los contrastes termoelectricos para las inclusiones mediante la ecuación (1.43). En la tabla II.IV se muestran los contrastes termoelectricos calculados para cada inclusión

Tabla II.IV Contrastes termoelectricos teóricos para inclusiones.

Inclusión	Radio a (mm)	Radio b (mm)	G_e (V^{-1})
1	5	7	0.200
2	5	9	0.247
3	5	11	0.294
4	6	7	0.173
5	6	9	0.212
6	6	11	0.251
7	7	9	0.187
8	7	11	0.220
9	7	13	0.254
10	8	9	0.168
11	8	11	0.197
12	8	13	0.227

Para poder aplicar la fórmula (2.1), se calcula un $h_0 = 106.940 \text{ KW}/m^2$ en base a las dimensiones de la probeta y conductividad térmica del material que la constituye. Para un

gradiente de temperatura de 55°C en de extremo a extremo de la probeta equivalente a $\Delta T = 2.68 \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{cm}$, sustituyendo datos tenemos la intensidad de campo magnético H_0 teórica para las inclusiones mostradas en la Tabla II.V.

Tabla II.V Intensidades teóricas de campo magnético calculadas.

Inclusión	Radio a (mm)	Radio b (mm)	H_0 (KA/m)
1	5	7	62.457
2	5	9	84.977
3	5	11	108.156
4	6	7	59.822
5	6	9	81.595
6	6	11	104.268
7	7	9	78.710
8	7	11	100.792
9	7	13	123.563
10	8	9	76.251
11	8	11	97.733
12	8	13	120.021

Sin embargo es necesario convertir estas intensidades de campo magnético H_0 en densidad de flujo magnético B . Para ello nos auxiliamos de la siguiente expresión:

$$B = \frac{\mu_0}{H} \quad (2.2)$$

Dónde: B es la densidad de Flujo magnético expresado en Teslas, H es la intensidad de campo magnético expresado en A/m y por último μ_0 que es la permeabilidad magnética en el vacío.

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \quad (2.3)$$

En la tabla II.VI se muestra un resumen de las intensidades de campo magnético, densidades de flujo magnético, factores de forma y contrastes termoeléctricos teóricos calculados para las inclusiones en cuestión.

Tabla II.VI Variables teóricas calculadas para inclusiones.

Inclusión	Radio a (mm)	Radio b (mm)	G_e (V^{-1})	A_0	H_0 (KA/m)	B (mT)
1	5	7	0.200	0.583	62.457	78.485
2	5	9	0.247	0.643	84.977	106.785
3	5	11	0.294	0.688	108.156	135.912
4	6	7	0.173	0.538	59.822	75.175
5	6	9	0.212	0.600	81.595	102.535
6	6	11	0.251	0.647	104.268	131.028
7	7	9	0.187	0.563	78.710	98.909
8	7	11	0.220	0.611	100.792	126.659
9	7	13	0.254	0.650	123.563	155.274
10	8	9	0.168	0.529	76.251	95.820
11	8	11	0.197	0.579	97.733	122.815
12	8	13	0.227	0.619	120.021	150.822

Los valores de las propiedades de los materiales del material base y las inclusiones utilizadas para realizar los cálculos teóricos son las siguientes:

$$\sigma_{Cobre} = 5.67 \times 10^7 \frac{A}{Vm}, \varepsilon_{Cobre} = 119.07 \frac{A}{m^{\circ}C}, k_{Cobre} = 398.64 \frac{W}{m^{\circ}C}$$

$$\sigma_{Estaño} = 8.31 \times 10^6 \frac{A}{Vm}, \varepsilon_{Estaño} = -2.9085 \frac{A}{m^{\circ}C}, k_{Estaño} = 62.359 \frac{W}{m^{\circ}C}$$

Se contempló hacer mediciones para diferentes distancias entre sensor-muestra para ello de forma que se tiene que predecir de forma teórica la intensidad de campo magnético para esas distancias situación que las ecuaciones anteriores no permiten hacer, para ello se normaliza la densidad de flujo magnético con respecto al radio de la inclusión modificando la expresión de normalización utilizada por H.Carreón para inclusiones cilíndricas de sección circular. [14].

$$B = B_0 F(\beta) \quad (2.4)$$

Dónde:

B = Densidad de Flujo Magnético Normalizada.

B_0 = Densidad de Flujo Magnético Teórica.

$F(\beta)$ = Función de Normalización distancia muestra – sensor.

Capítulo III Análisis y discusión de resultados.

En la Tabla A.I del Anexo A se muestran los cálculos teóricos de las densidades de flujo magnético para la inclusión de radio $a = 5mm$. y $b = 7mm$.

La gráfica de la Fig. 3.1 muestra el comportamiento teórico de la densidad de flujo magnético en función de la distancia muestra-sensor para la inclusión de radio $a = 5mm$, $b = 7mm$.

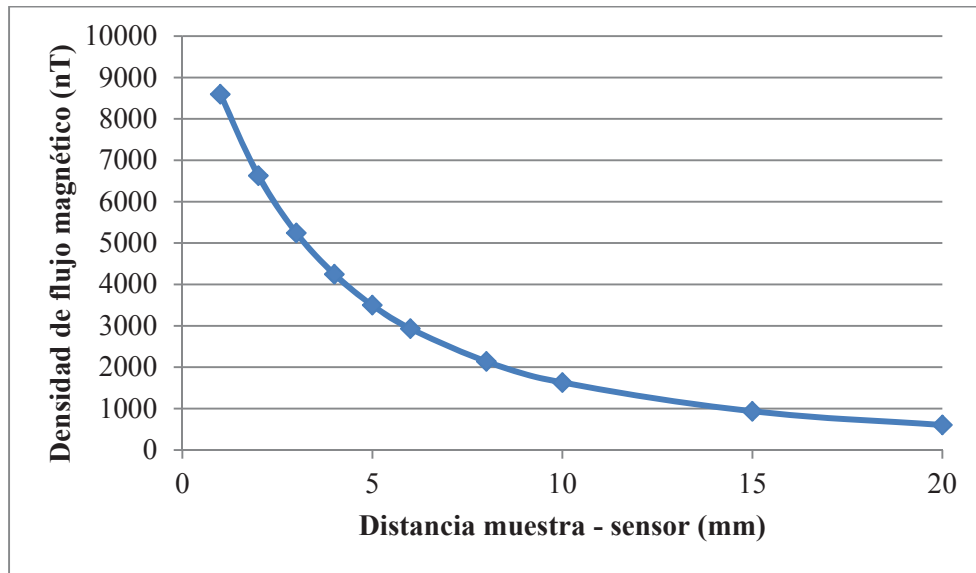


Figura 3.1 Comportamiento de la densidad de flujo magnético teórico, inclusión radios $a = 5mm$, $b = 7mm$.

Se puede observar que la intensidad de la señal decae si las lecturas se toman cada vez más retiradas de la muestra, para esta inclusión en particular, los valores teóricos proyectados están en un rango entre $8600 nT$ y $600 nT$ para distancias muestra-sensor entre 1mm y 20mm.

En la Tabla A.II del Anexo A se muestran los cálculos de las densidades de flujo magnético para la inclusión de radio $a = 6mm$. y $b = 7mm$.

Se muestra en la Fig. 3.2 el comportamiento teórico de la densidad de flujo magnético en función de la distancia muestra-sensor para una inclusión de radios $a = 6mm$ y $b = 7mm$.

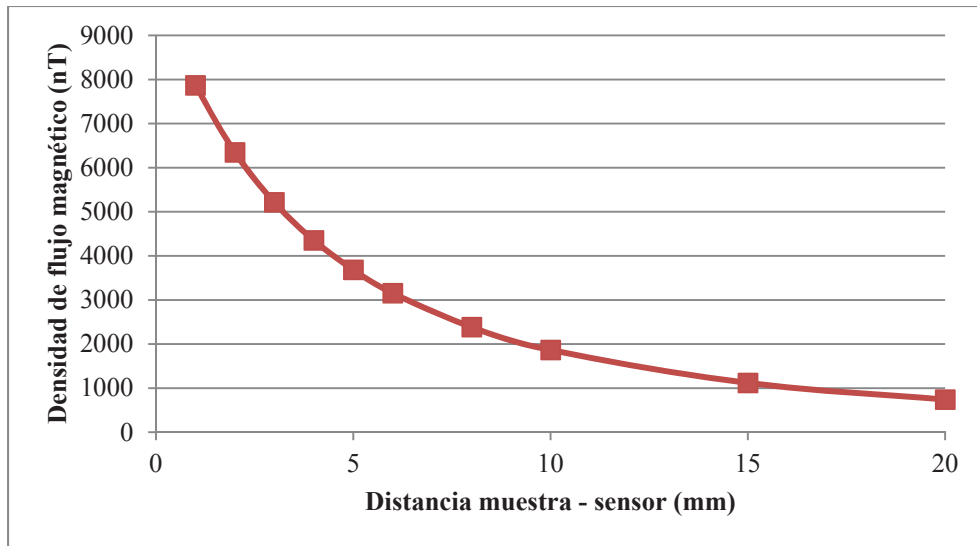


Figura 3.2 Comportamiento de la densidad de flujo magnético teórico, inclusión radios $a = 6mm$, $b = 7mm$.

Se observa un comportamiento teórico similar a la inclusión anterior pero el rango de densidad de flujo magnético está ahora entre 8000 nT y 740 nT

En la Tabla A.III del Anexo A se muestran los cálculos de las densidades de flujo magnético para la inclusión de radio $a = 7mm$. y $b = 9mm$.

Se muestra en la Fig. 3.3 el comportamiento teórico de la densidad de flujo magnético en función de la distancia muestra-sensor para una inclusión de radios $a = 6mm$ y $b = 7mm$.

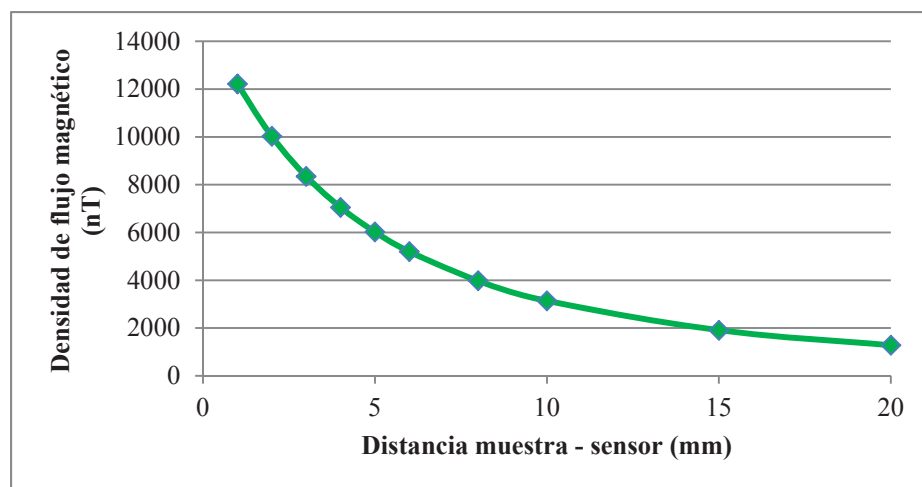


Figura 3.3 Comportamiento de la densidad de flujo magnético teórico, inclusión radios $a = 7mm$, $b = 9mm$.

El rango de densidad de flujo magnético para esta inclusión se recorrió a 12000 nT y 1300 nT y el comportamiento sigue la misma tendencia que las inclusiones anteriores.

En la Tabla A.IV del Anexo A se muestran los cálculos de las densidades de flujo magnético para la inclusión de radio $a = 8\text{ mm}$. y $b = 9\text{ mm}$.

Se muestra en la Fig. 3.4 el comportamiento teórico de la densidad de flujo magnético en función de la distancia muestra-sensor para una inclusión de radios $a = 6\text{ mm}$ y $b = 7\text{ mm}$.

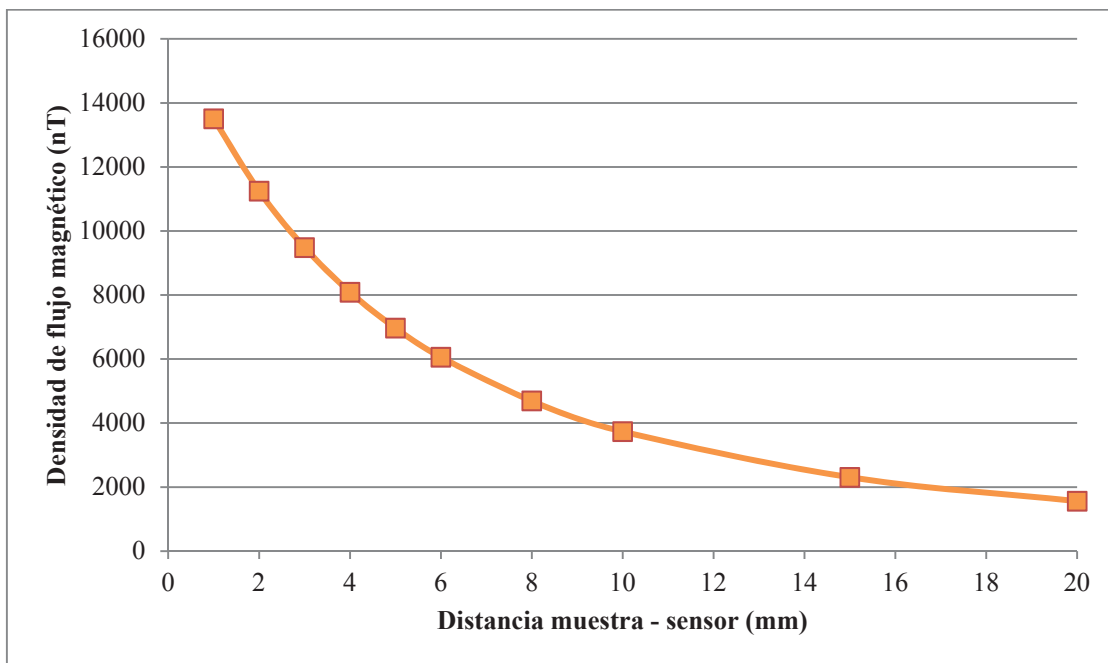


Figura 3.4 Comportamiento de la densidad de flujo magnético teórico, inclusión radios $a = 8\text{ mm}$, $b = 9\text{ mm}$.

El rango de densidad de flujo magnético para esta inclusión es 13500 nT y 1500 nT y el comportamiento sigue la misma tendencia que las inclusiones anteriores.

A continuación (Fig. 3.5 a Fig. 3.8) se presenta una comparación entre las densidades de flujo magnético teóricas en grupos de inclusiones con radios a iguales.

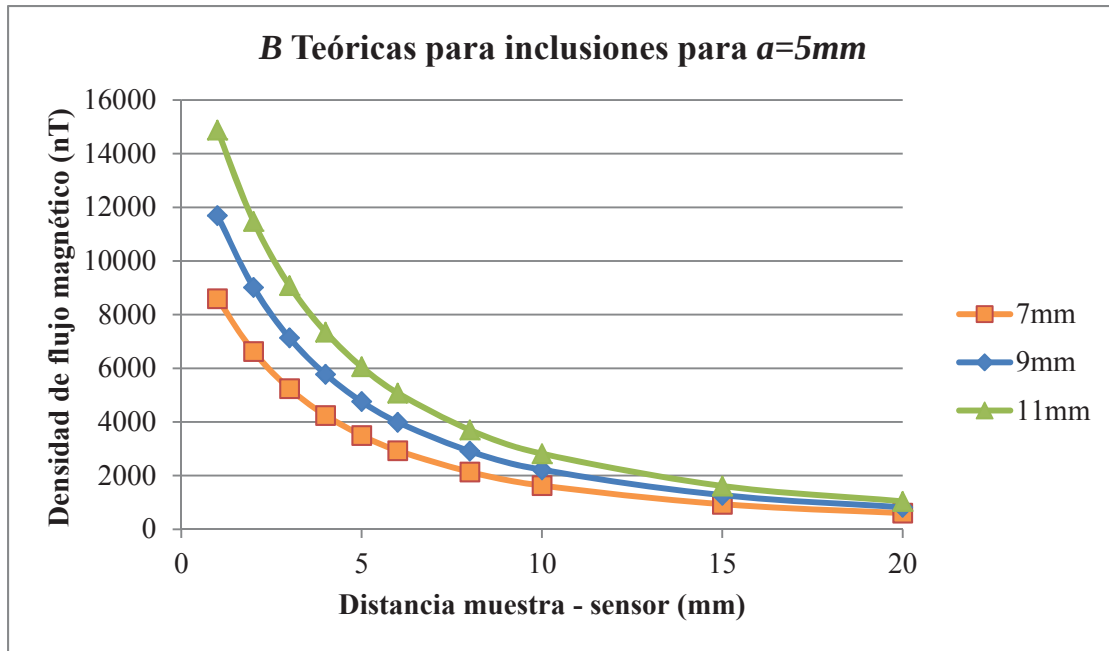


Figura 3.5 Densidades de flujo magnético para inclusiones de radio $a = 5mm$.

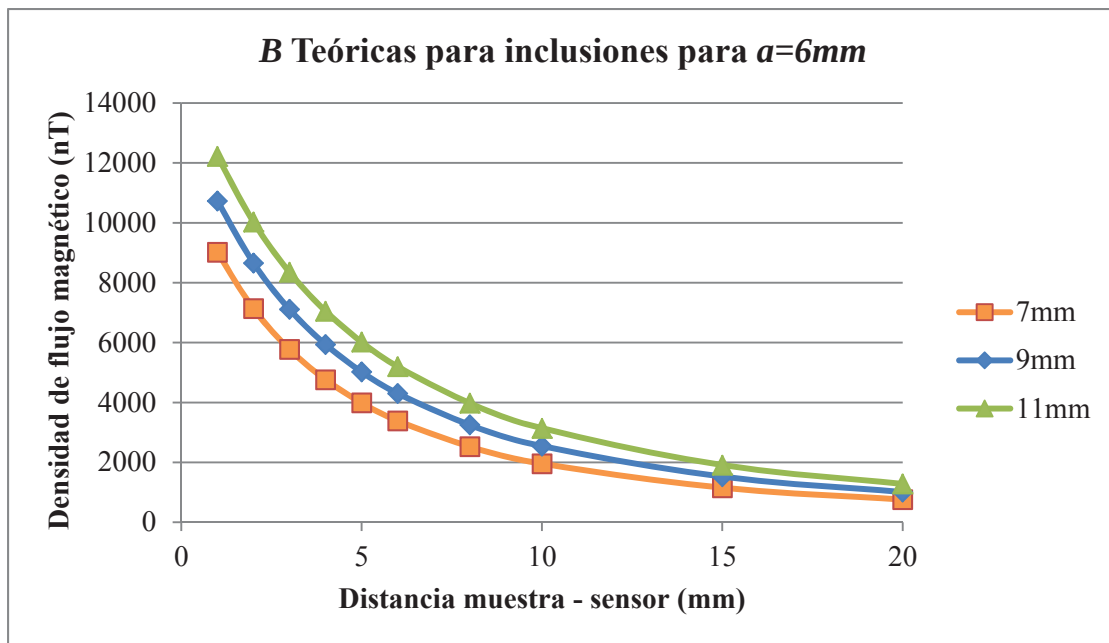


Figura 3.6 Densidades de flujo magnético para inclusiones de radio $a = 6mm$.

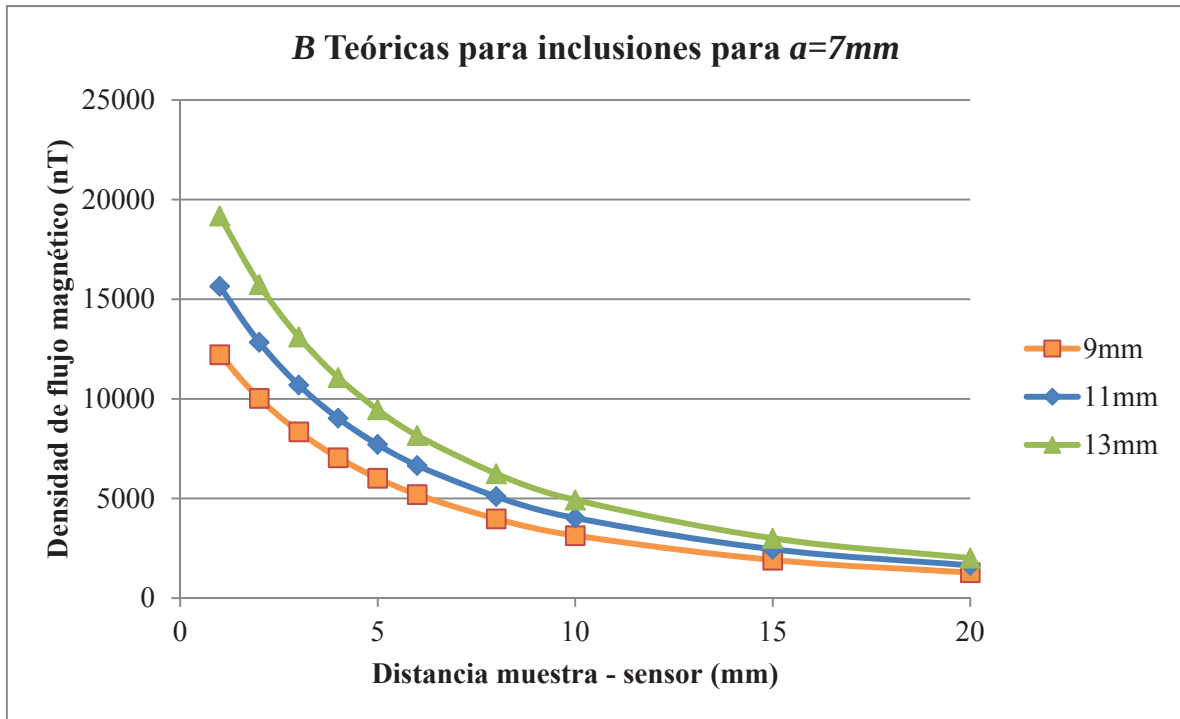


Figura 3.7 Densidades de flujo magnético para inclusiones de radio $a = 7mm$.

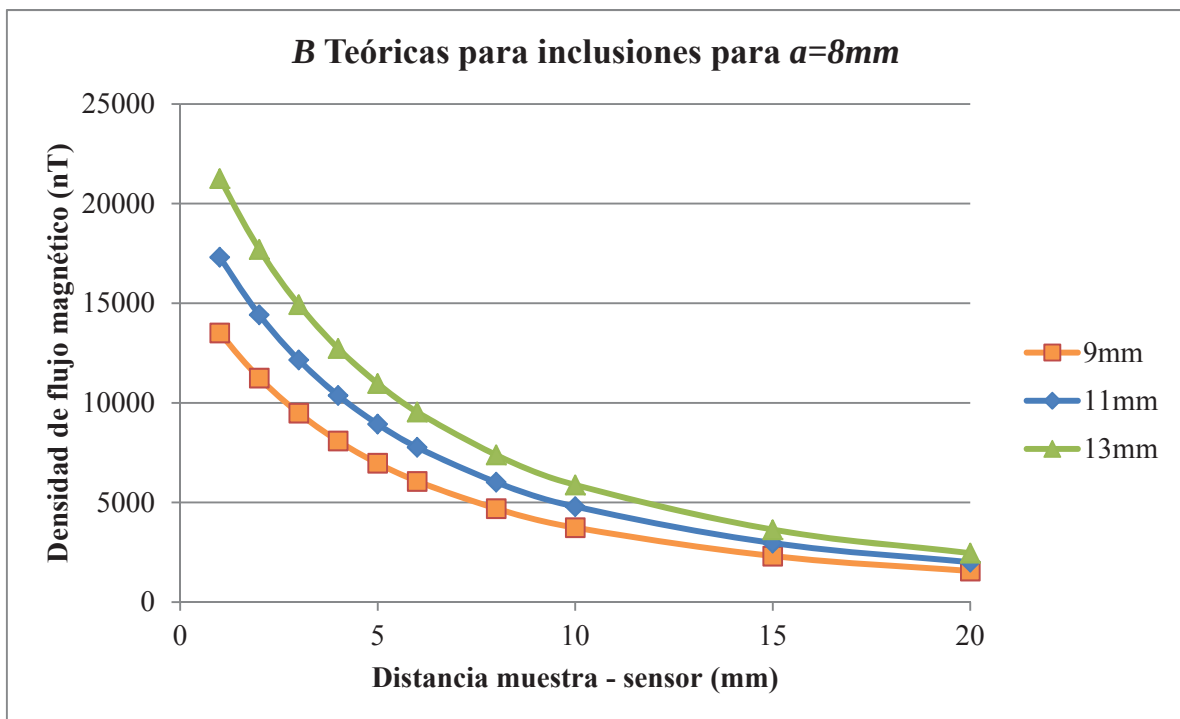


Figura 3.8 Densidades de flujo magnético para inclusiones de radio $a = 8mm$

El comportamiento en las gráficas es muy similar, teniendo como diferencia la magnitud de las densidades de flujo magnético para las diferentes inclusiones. La similitud concuerda con el diseño de las inclusiones abordado en la sección 2.1. En otras palabras, el comportamiento de la densidad de flujo magnético para las diferentes inclusiones es muy similar porque a pesar de que las inclusiones tienen diferentes dimensiones, la relación A_0 para los distintos grupos es muy similar.

Lo mismo sucede si comparamos las densidades de flujo magnético teóricas para inclusiones con radio a diferente pero radio b iguales como se muestra en la Fig. 3.9.

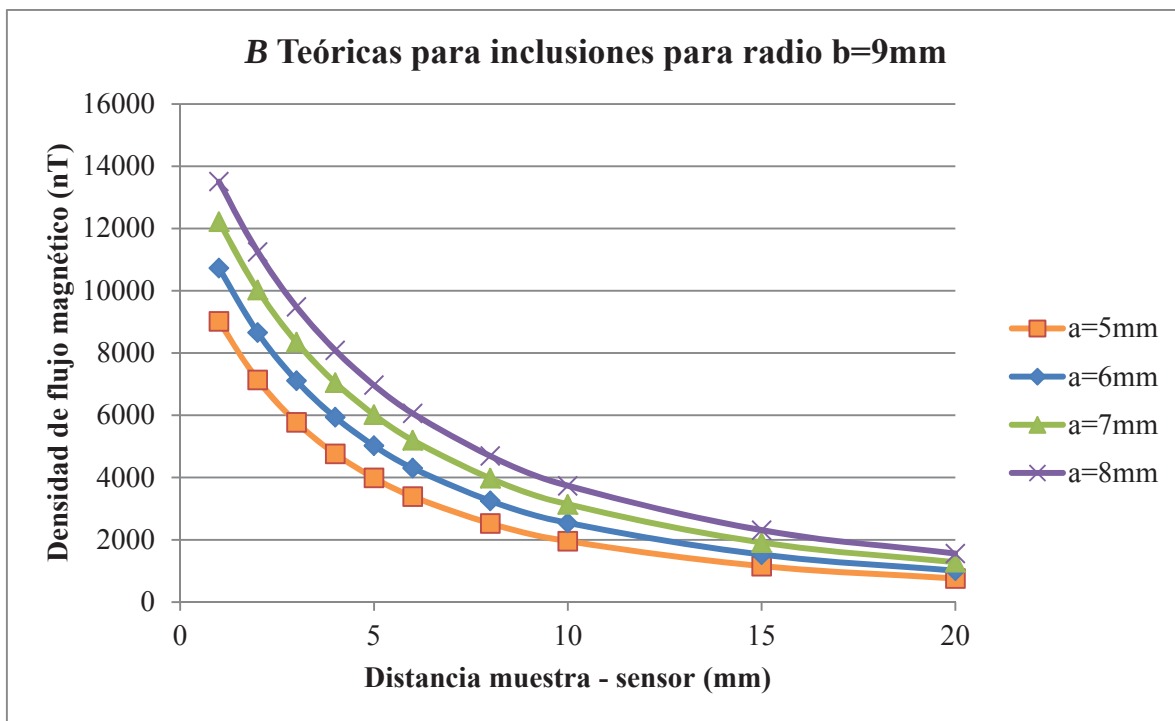


Figura 3.9 Intensidades de flujo magnético para inclusiones con radio $b=9\text{mm}$

De forma teórica general, se tiene que para diámetros más grandes la generación de corrientes termoeléctricas es también mayor y por consiguiente el campo magnético detectado es más grande. El campo magnético generado alrededor de las inclusiones es muy pequeño de tal forma que con un incremento pequeño en la distancia muestra-sensor se afectaría sensiblemente la detección de estos campos. De modo tal que la probabilidad de detectar corrientes termoeléctricas pequeñas, es decir densidad de flujo de campo magnético dependerá directamente de la sensibilidad del transductor utilizado. En la Tabla

III.I se muestran las densidades de flujo de campo magnético experimentales para las inclusiones fabricadas.

Tabla III.I Valores experimentales de densidad flujo de campo magnético

Radio a(mm)	Radio b(mm)	Distancia muestra - sensor (mm)									
		1	2	3	4	5	6	8	10	15	20
5	7	8799	6420	4778	4005	3145	2496	1799	1451	843	545
5	9	11650	8400	6150	5400	4250	3350	2400	1900	1150	750
5	11	12881	9473	7080	6351	5061	4078	3097	2098	2762	1220
6	7	8454	6365	4845	4211	3349	2680	2528	1916	989	626
6	9	8948	6850	5191	4934	4021	3300	2776	2844	1846	866
6	11	11709	9059	7086	6587	5421	4499	3322	3288	2915	1111
7	9	11216	9023	7348	5948	4920	4097	3796	2849	1831	1018
7	11	11216	9023	7348	5948	4920	4097	3796	2849	1831	1018
7	13	17679	14236	11606	9463	7849	6557	5902	4540	2715	1618
8	9	12507	10248	8485	7587	6468	5559	4492	3532	2107	1356
8	11	15816	12920	10659	8867	7432	6267	5754	4312	2890	1595
8	13	19760	16205	13429	11735	9972	8541	6948	5393	3257	1965

En las Fig. 3.10 a Fig. 3.13 se observa la comparación teórico experimental de la densidad de flujo de campo magnético para las inclusiones a diferentes distancias muestra-sensor. Agrupadas por radios a iguales. Donde las líneas representan los cálculos teóricos y los puntos las mediciones experimentales.

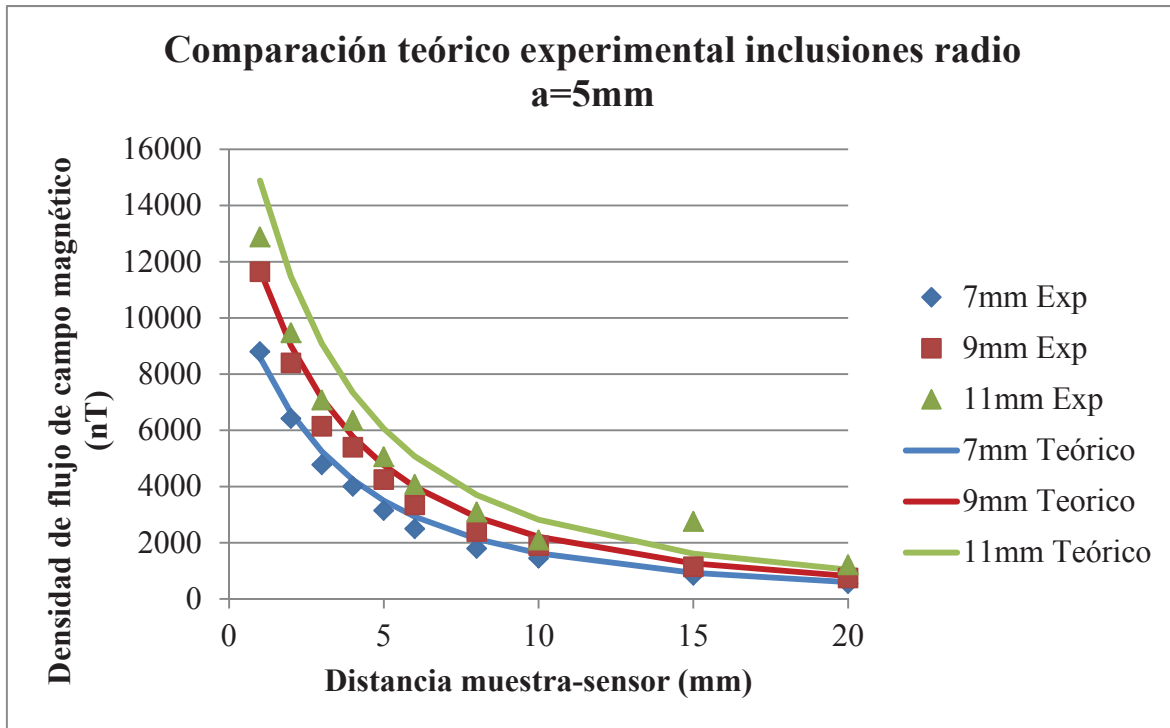


Figura 3.10 Comparación teórico experimental para inclusiones de $a=5\text{mm}$.

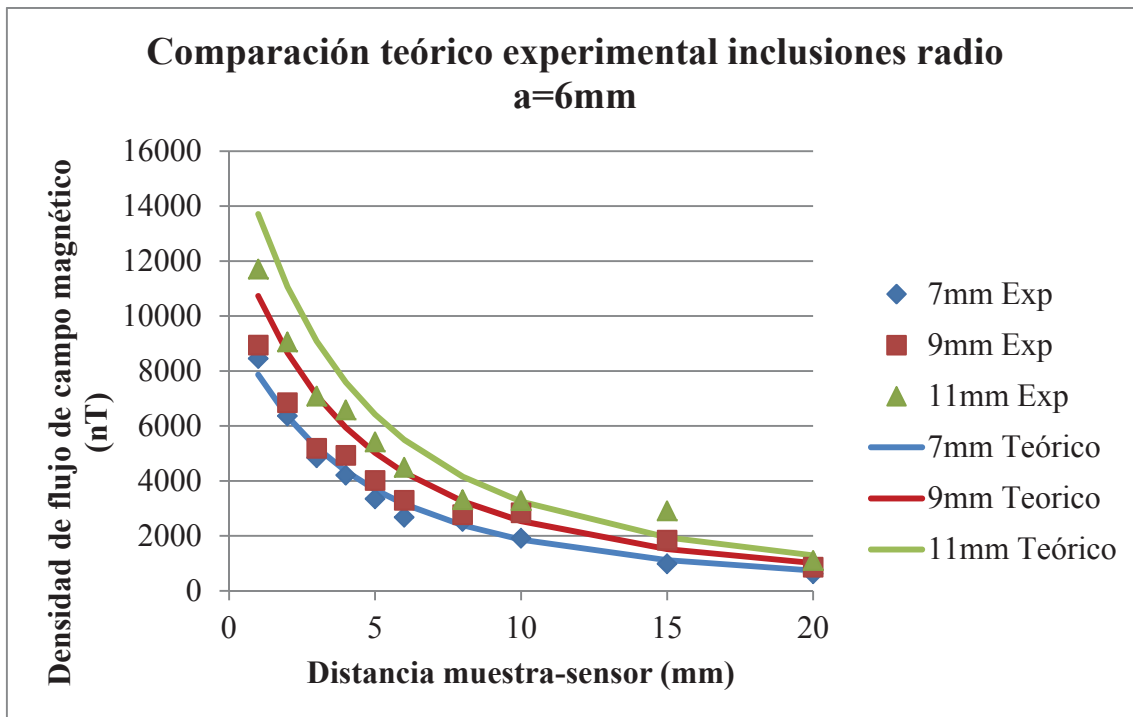


Figura 3.11 Comparación teórico experimental para inclusiones de $a=6\text{mm}$.

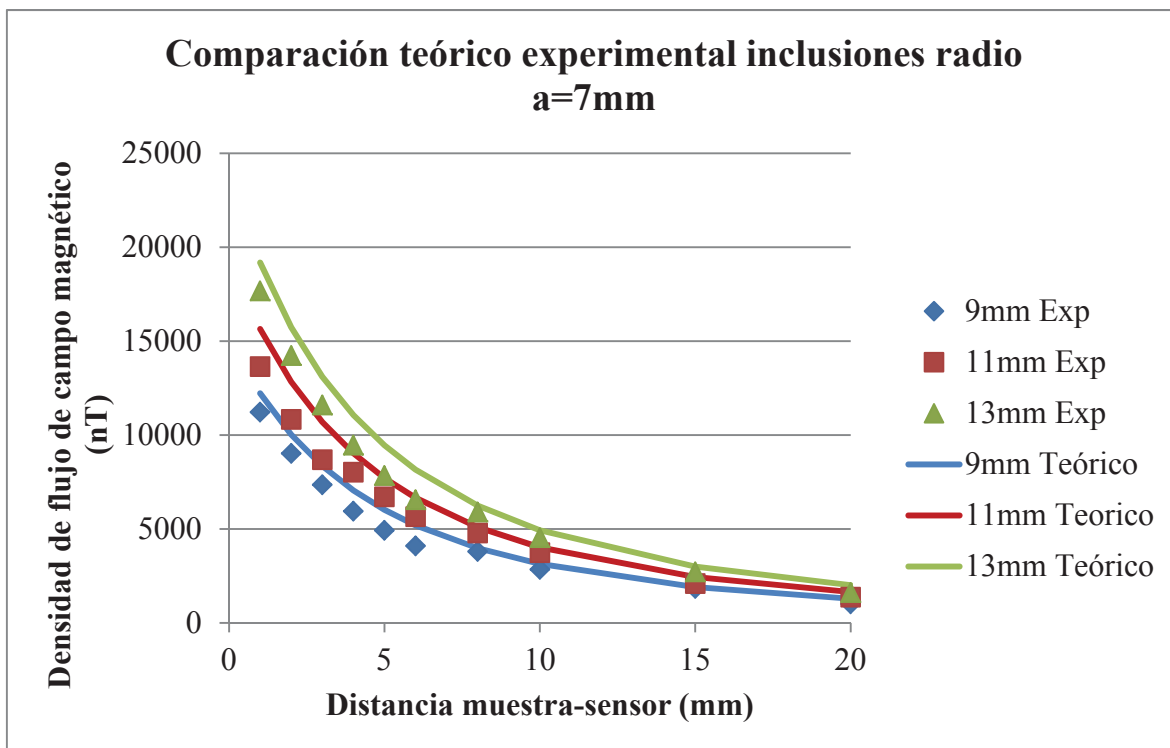


Figura 3.12 Comparación teórico experimental para inclusiones de $a=7\text{mm}$.

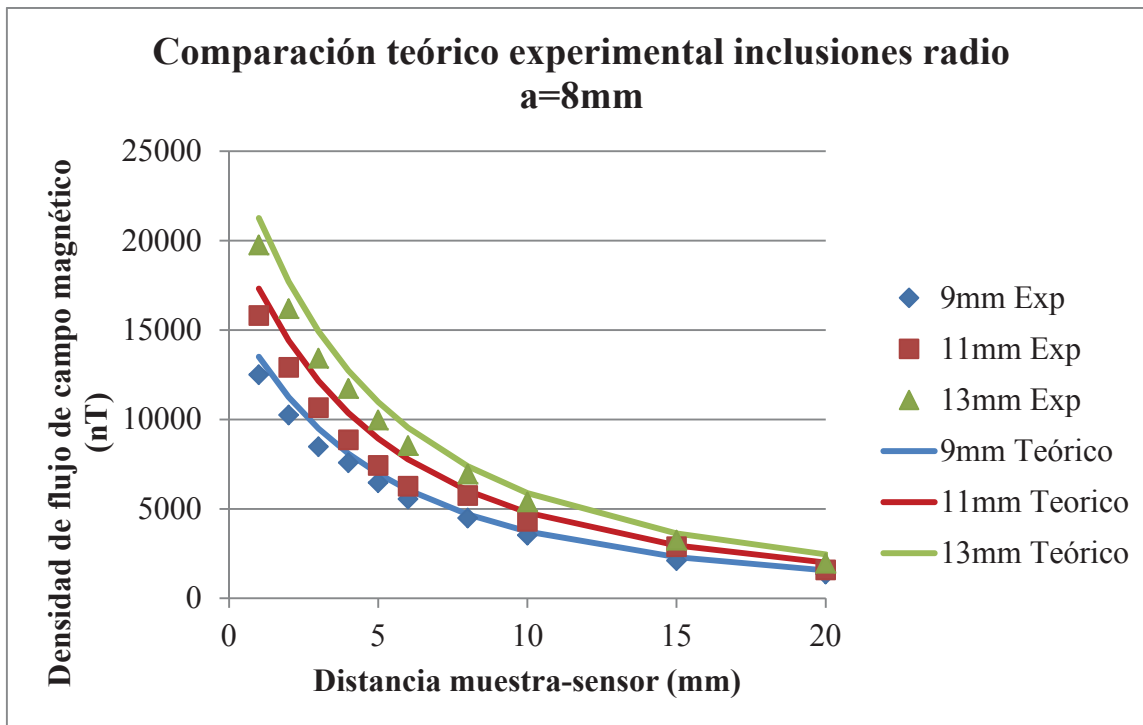


Figura 3.13 Comparación teórico experimental para inclusiones de $a=8\text{mm}$.

El comportamiento experimental de la densidad de flujo de campo magnético es muy similar al predicho por los cálculos teóricos para inclusiones de diferentes radios a y b a pesar del gran número de variables involucradas en los ensayos.

Se comprueba también que la densidad de flujo de campo magnético en una inclusión cilíndrica de sección elíptica la define en gran medida de la relación entre sus radios a y b , esto quiere decir que para dos inclusiones de diferente tamaño pero misma relación a y b , se tendrá un comportamiento muy similar pudiendo discretizar ambas inclusiones solamente por la diferencia en intensidad de la señal producida por sus corrientes termoeléctricas.

A continuación se muestra la normalización para todas las inclusiones analizadas.

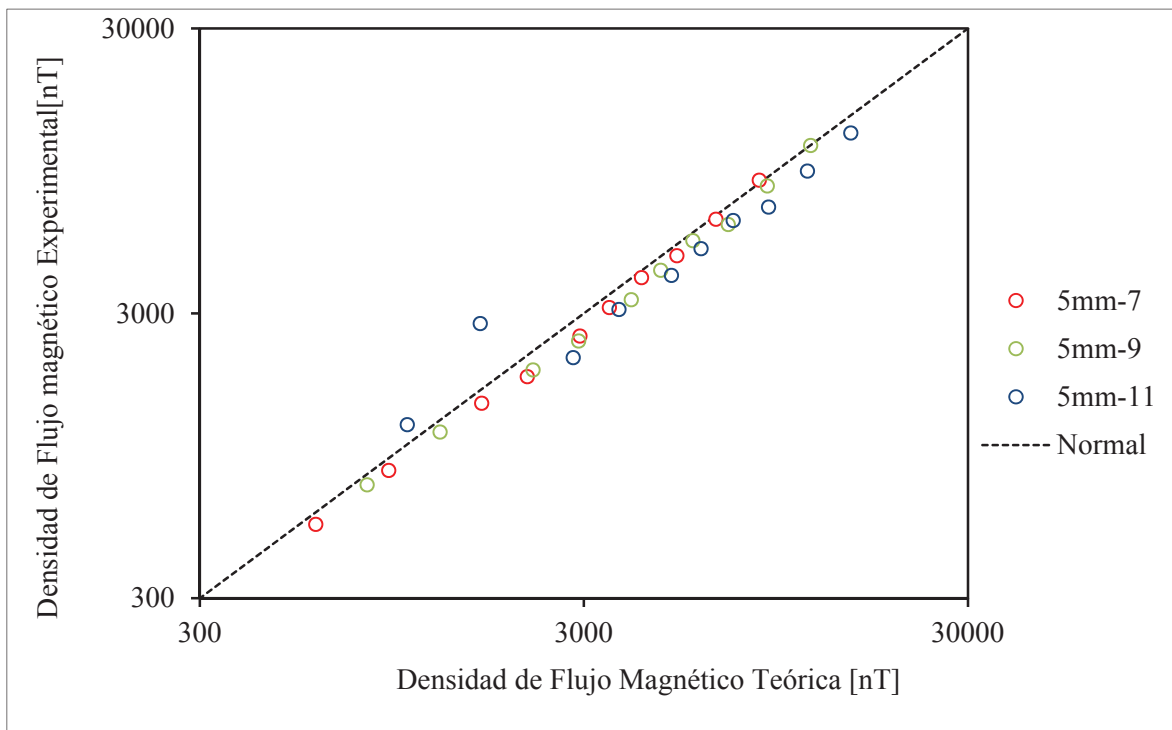


Figura 3.14 Normalización para inclusiones de radio $a = 5\text{mm}$.

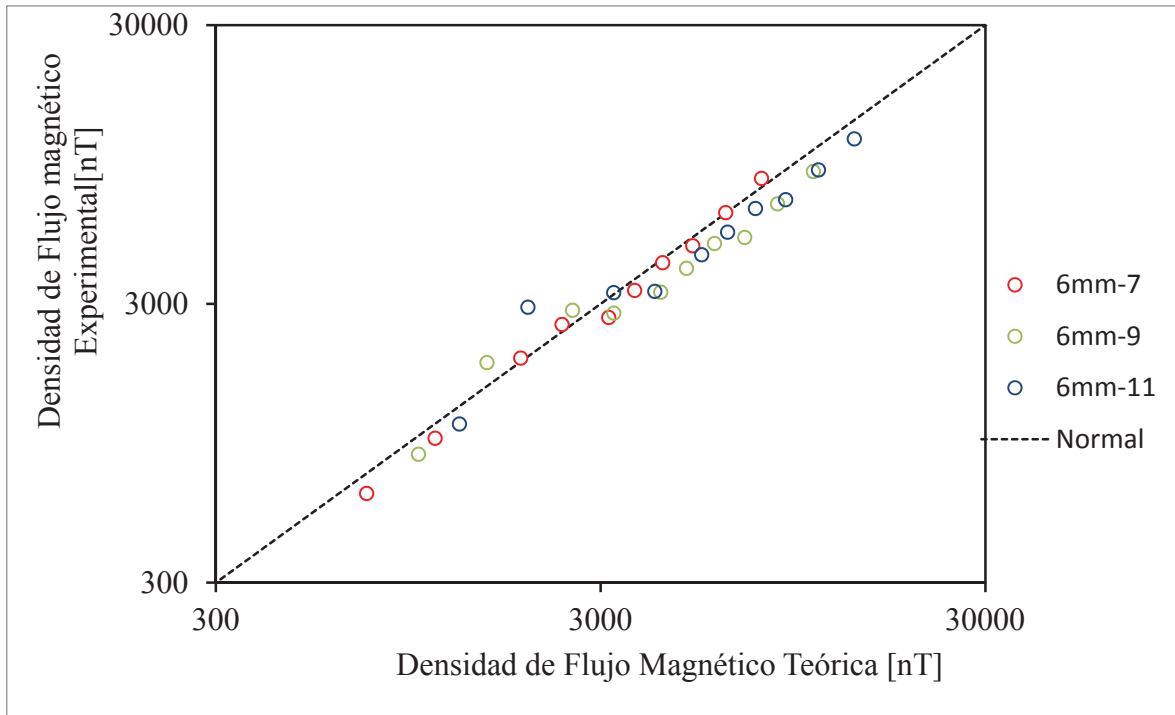


Figura 3.15 Normalización para inclusiones de radio $a = 6\text{mm}$

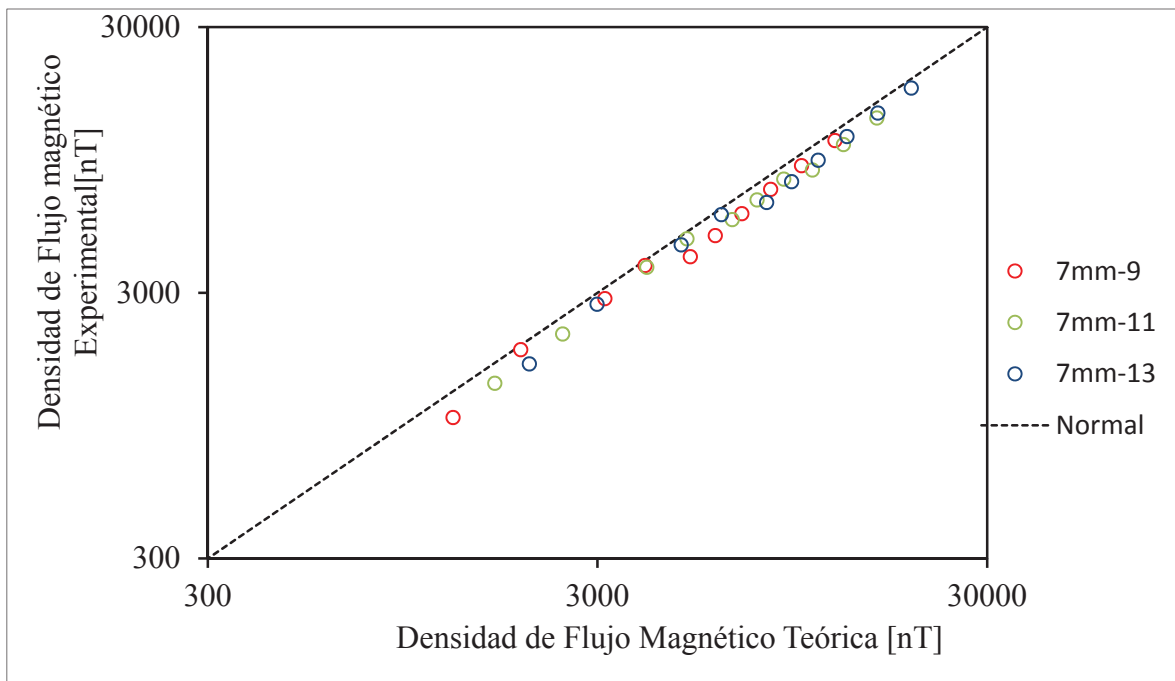


Figura 3.16 Normalización para inclusiones de radio $a = 7\text{mm}$

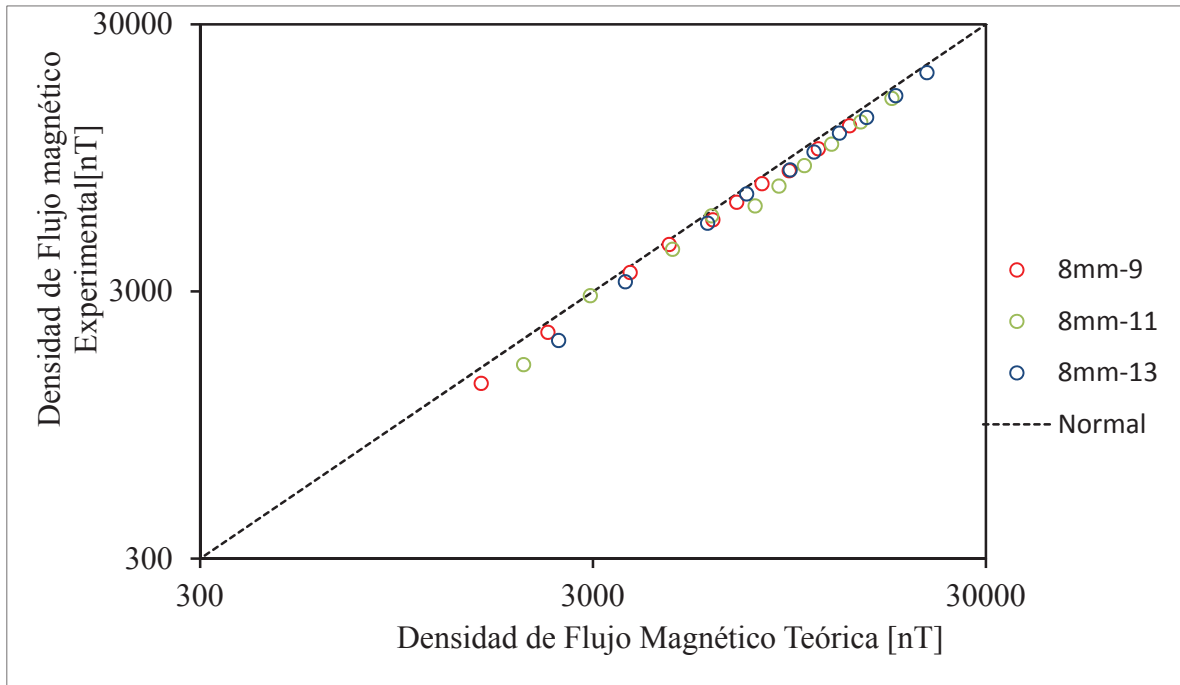


Figura 3.17 Normalización para inclusiones de radio $a = 8\text{mm}$

Si bien el comportamiento es similar para inclusiones cilíndricas de sección elíptica con relaciones de a y b similares, después de la normalización se observa que se obtienen mediciones más precisas cuando las inclusiones son más grandes debido a varios factores: primeramente la generación de corrientes termoeléctricas es mayor para inclusiones más grandes, para inclusiones pequeñas la generación de corrientes termoeléctricas es menor haciendo más difícil la detección por factores como el ruido del material base e interferencias en el orden de la magnitud de las señales buscadas, lo que nos lleva a la confirmación de un factor que se ha estado hablando durante todo el desarrollo de este trabajo de tesis: El transductor, es la pieza clave en este tipo de ensayos, dependiendo de su sensibilidad estará definida la capacidad del equipo para detectar inclusiones más pequeñas.

Capítulo IV Conclusiones

Se pudieron detectar las corrientes termoeléctricas en inclusiones cilíndricas de sección elíptica midiendo la densidad de flujo magnético que se produce en las fronteras de la inclusión y el material base por medio de un transductor magnético.

Las señales detectadas corresponden con los modelos teóricos calculados previamente las cuales están en un rango entre 500 y 20000 nano Teslas, el comportamiento de la señal a diferentes distancias muestra-sensor concuerda también con la teoría.

Se destaca que el aspecto más importante en las inclusiones cilíndricas de sección elíptica es la relación entre radios la cuál define el comportamiento de las corrientes termoeléctricas alrededor de las inclusiones, esta observación se evidencia en las gráficas de comportamiento a diferentes distancias, las cuales mostraron un comportamiento similar entre inclusiones diferenciándose solo por las magnitudes de densidad de flujo magnético medidas.

Como era de esperarse, la técnica termoeléctrica de no contacto es muy precisa cuando se utiliza el transductor adecuado, para nuestro caso las inclusiones tuvieron el tamaño suficiente para generar corriente termoeléctricas que produjeran campos magnéticos lo suficientemente grandes como para ser detectados.

El potencial de la técnica termoeléctrica de no contacto es muy grande si se tiene cuidado en aspectos clave:

- Los materiales a analizar deben ser conductores tanto térmicos como eléctricos pero no ferromagnéticos.
- Se debe tener especial cuidado en cuanto a un adecuado aislamiento magnético en el área de trabajo ya que equipos electrónicos y eléctricos pueden interferir en la detección de campos los campos magnéticos.

Por otro lado es muy importante la exploración futura de esta técnica ya que conforme evoluciona la tecnología de los transductores magnéticos se podrán detectar inclusiones cada vez más pequeñas. Con este trabajo de tesis se confirma que la técnica termoeléctrica de no contacto es una técnica robusta y confiable además se ser sencilla en cuanto a su aplicación.

Recomendaciones para trabajos futuros

Si bien la técnica termoeléctrica de no contacto implementada en el presente trabajo arroja resultados aceptables ésta puede ser perfeccionada para obtener resultados en menor tiempo y consecuentemente más confiables.

- Respecto al control del gradiente térmico un control más preciso de las temperaturas en los extremos de las probetas ayudaría a eliminar gradientes térmicos no deseados y por tanto mayor estabilidad en las señales obtenidas.
- Un área de trabajo con aislamiento electromagnético aceleraría la obtención de resultados debido a que producirían señales con menor ruido y por consiguiente con una mejor intensidad ya que se evitaría utilizar cierto tipo de filtros y el tratamiento de datos en consecuencia sería más sencillo.
- Analizar la focalización del magnetómetro y así mejorar la detección de inclusiones pequeñas.
- Mayor control del eje Z, de ser posible automatizado.

Anexo A

En este anexo se encuentran algunas de las tablas generadas durante el cálculo de las densidades de flujo de campo magnético teóricas para las inclusiones cilíndricas de sección elíptica, en ellas se engloba tanto las propiedades termoeléctricas del material base y de la inclusión como las propiedades geométricas de la sección transversal de las inclusiones, además de la distancia muestra – sensor.

sigma	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	[A/Vm]
kappa	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	[W/mK]
Epsilon	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	[A/mK]
sigma'	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	[A/Vm]
kappa'	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	[W/mK]
Epsilon'	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	[A/mK]
ek	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	
eSigma	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	
eE	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	
a	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	[mm]
b	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	[mm]
e	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	1.4	
A ₀	0.5833	0.5833	0.5833	0.5833	0.5833	0.5833	0.5833	0.5833	0.5833	0.5833	0.5833	
Ge	0.200143	0.200143	0.200143	0.200143	0.200143	0.200143	0.200143	0.200143	0.200143	0.200143	0.200143	
deltaT	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	[K]
L	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	[m]
gradT	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	[K/m]
h ₀	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	[KW/m ² K]
H0	62.43	62.43	62.43	62.43	62.43	62.43	62.43	62.43	62.43	62.43	62.43	[KA/m]
B0	78.45	78.45	78.45	78.45	78.45	78.45	78.45	78.45	78.45	78.45	78.45	[μT]
Dist muestra-sensor	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	8.00	10.00	15.00	20.00	20.00	[mm]
Dist sensor-centro	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00	[mm]
xi1	0.80	1.00	1.20	1.40	1.60	1.80	2.20	2.60	3.60	4.60	4.60	
F(B)	0.1095	0.0845	0.0668	0.0541	0.0446	0.0374	0.0273	0.0207	0.0119	0.0077	0.0077	
Bmax teórico	8593	6625	5244	4243	3499	2931	2139	1627	932	602	602	[nT]

Tabla A.I Cálculos Teóricos para inclusión con $a = 5mm$ y $b = 7mm$.

sigma	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	[A/Vm]
kappa	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	[W/mK]
Epsilon	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	[A/mK]
sigma'	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	[A/Vm]
kappa'	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	[W/mK]
Epsilon'	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	[A/mK]
ek	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	
eSigma	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	
eE	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	
a	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	[mm]
b	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	[mm]
e	1.166667	1.166667	1.166667	1.166667	1.166667	1.166667	1.166667	1.166667	1.166667	1.166667	1.166667	1.166667	
A ₀	0.5385	0.5385	0.5385	0.5385	0.5385	0.5385	0.5385	0.5385	0.5385	0.5385	0.5385	0.5385	
Ge	0.173061	0.173061	0.173061	0.173061	0.173061	0.173061	0.173061	0.173061	0.173061	0.173061	0.173061	0.173061	
deltaT	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	[K]
L	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	[m]
gradT	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	[K/m]
h ₀	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	[KW/m²K]
H0	59.79	59.79	59.79	59.79	59.79	59.79	59.79	59.79	59.79	59.79	59.79	59.79	[KA/m]
B0	75.14	75.14	75.14	75.14	75.14	75.14	75.14	75.14	75.14	75.14	75.14	75.14	[μT]
Dist muestra-sensor	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	8.00	10.00	15.00	20.00	20.00	20.00	[mm]
Dist sensor-centro	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	[mm]
xiI	0.83	1.00	1.17	1.33	1.50	1.67	2.00	2.33	3.17	4.00	4.00	4.00	
F(B)	0.1047	0.0845	0.0694	0.0579	0.0490	0.0420	0.0317	0.0248	0.0148	0.0099	0.0099	0.0099	
Bmax teórico	7866	6346	5214	4352	3682	3154	2384	1863	1115	741	741	741	[nT]

Tabla A.II Cálculos Teóricos para inclusión con $a = 6mm$ y $b = 7mm$.

sigma	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	[A/Vm]
kappa	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	[W/mK]
Epsilon	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	[A/mK]
sigma'	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	[A/Vm]
kappa'	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	[W/mK]
Epsilon'	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	[A/mK]
ek	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	
eSigma	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	
eE	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	
a	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	[mm]
b	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	[mm]
e	1.285714	1.285714	1.285714	1.285714	1.285714	1.285714	1.285714	1.285714	1.285714	1.285714	1.285714	
A ₀	0.5625	0.5625	0.5625	0.5625	0.5625	0.5625	0.5625	0.5625	0.5625	0.5625	0.5625	
Ge	0.186833	0.186833	0.186833	0.186833	0.186833	0.186833	0.186833	0.186833	0.186833	0.186833	0.186833	
deltaT	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	[K]
L	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	[m]
gradT	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	[K/m]
h ₀	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	[KW/m²K]
H0	78.67	78.67	78.67	78.67	78.67	78.67	78.67	78.67	78.67	78.67	78.67	[KA/m]
B0	98.86	98.86	98.86	98.86	98.86	98.86	98.86	98.86	98.86	98.86	98.86	[μT]
Dist muestra-sensor	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	8.00	10.00	15.00	20.00	20.00	[mm]
Dist sensor-centro	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	[mm]
xiI	0.71	0.86	1.00	1.14	1.29	1.43	1.71	2.00	2.71	3.43	3.43	
F(B)	0.1236	0.1014	0.0845	0.0713	0.0609	0.0526	0.0402	0.0317	0.0193	0.0129	0.0129	
Bmax teórico	12218	10024	8349	7048	6020	5196	3978	3137	1908	1279	1279	[nT]

Tabla A.III Cálculos Teóricos para inclusión con $a = 7mm$ y $b = 9mm$.

sigma	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	5.67E+07	[A/Vm]
kappa	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	398.64	[W/mK]
Epsilon	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	119.07	[A/mK]
sigma'	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	8.31E+06	[A/Vm]
kappa'	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	62.359	[W/mK]
Epsilon'	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	-2.9085	[A/mK]
ek	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	0.1564	
eSigma	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	1.46E-01	
eE	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	-0.02443	
a	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	[mm]
b	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	[mm]
e	1.125	1.125	1.125	1.125	1.125	1.125	1.125	1.125	1.125	1.125	1.125	
A ₀	0.5294	0.5294	0.5294	0.5294	0.5294	0.5294	0.5294	0.5294	0.5294	0.5294	0.5294	
Ge	0.168268	0.168268	0.168268	0.168268	0.168268	0.168268	0.168268	0.168268	0.168268	0.168268	0.168268	
deltaT	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	55.00	[K]
L	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	0.205	[m]
gradT	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	268.29	[K/m]
h ₀	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	106.94	[KW/m²K]
H0	76.21	76.21	76.21	76.21	76.21	76.21	76.21	76.21	76.21	76.21	76.21	[KA/m]
B0	95.77	95.77	95.77	95.77	95.77	95.77	95.77	95.77	95.77	95.77	95.77	[µT]
Dist muestra-sensor	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	8.00	10.00	15.00	20.00	20.00	[mm]
Dist sensor-centro	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	[mm]
xi1	0.63	0.75	0.88	1.00	1.13	1.25	1.50	1.75	2.38	3.00	3.00	
F(B)	0.1410	0.1174	0.0990	0.0845	0.0728	0.0633	0.0490	0.0390	0.0241	0.0163	0.0163	
Bmax teórico	13507	11248	9484	8088	6969	6060	4694	3735	2306	1560	1560	[nT]

Tabla A.IV Cálculos Teóricos para inclusión con $a = 8mm$ y $b = 9mm$.

Referencias Bibliográficas.

1. S. Kasap, "Thermoelectric effects in metals: thermocouples", Web Materials, p 1-11, 2001.
2. H. Carreon, "Thermoelectric non-destruction texture characterization in Ti-6Al-4V", NDT&E International, 39, p 433-440, 2006.
3. Hinken, J. H. and Tavrín, Y., "*Review of Progress in QNDE*", Vol. 19, eds. D. O. Thompson and D. E. Chimenti, p 2085-2092, AIP, Melville, 2000.
4. H. Carreon, P. B. Nagy and A. H. Nayfeh, "Thermoelectric detection of spherical tin inclusions in copper by magnetic sensing", Journal of Applied Physics, 88, p 6495-6500, 2000.
5. H. Carreon, "Thermoelectric detection of the magnetic field by fluxgate gradiometer on subsurface tin inclusions embedded in a copper bar", NDT&E International, 39, p 22-28, 2006.
6. Mag 03_DS0013v13 datasheet, p 1-10.
7. J. F. Nye, "Physical Properties of Crystals, Their Representation by Tensors and Matrices", Clarendon, Oxford 1985.
8. P. B. Nagy and A. H. Nayfeh, "On the Thermoelectric Magnetic Field of Spherical and Cylindrical Inclusions," Journal of Applied Physics 87, p 7481-7490, 2000.
9. H. Carslaw and J. Jaeger, "Conduction of Heat in Solids, Oxford University Press", New York, Cap. XVI 1959.
10. G. Livens, "Theory of Electricity", The University Press, Cambridge, 1918.
11. W. Besant and A. Ramsey, "A Treatise on Hydrodynamics", G. Bell, London 1946.
12. P. B. Nagy and A. H. Nayfeh, "On the Thermoelectric Magnetic Field of Spherical and Cylindrical Inclusions," Journal of Applied Physics 87, 7481-7490, 2000.

13. Waseem Faidi, "Theoretical Investigations of the Thermoelectrically Induced Magnetic Field in Thermoelectric Metal Materials Characterization, University Of Cincinnati, 2002.
14. León Suárez Roberto, " Caracterización de Inclusiones Cilíndricas por medio de la Técnica Termoeléctrica de no Contacto", Tesis Maestría, UMSNH, 2009.
15. J. F. Nye, "Physical properties of crystals, their representation by tensors and matrices", Clarendon, Oxford, 1985.
16. D. K. C. MacDonald, "Thermoelectricity: An Introduction to the Principles", Dover publications, New York EU, 2006.
17. W. I. Faidi, "Theoretical investigation of the thermoelectrically induced magnetic field in thermoelectric metal materials", Tesis Doctoral, 2002
18. H. Carreon, B. Lakshminarayan and P. B. Nagy, "Thermoelectric background signature due to the presence of material property gradients", Review of progress in quantitative non destructive evaluation, 23, p 445-152, 2004.
19. J. Hu and P. B. Nagy, "Appl. Phys. Lett." 73, 467, 1998.
20. E. B. Henry, C. M. Stuart and W. Tomasulo, " Nondestructive testing handbook", 9, ASNT, Columbus, p 363-376, 1995.
21. A. H. Nayfeh, H. Carreon, P. B. Nagy, "On the exploitation of thermoelectric coupling for characterization of inclusions in metals", Review of progress in quantitative non destructive evaluation", 20, p 1686-1693, 2001.
22. N. F. Mott and H. Jones, "The theory of the properties of metals and alloys", Dover publications, New York, p 305-314.
23. N. F. Mott and H. Jones, "The theory of the properties of metals and alloys", Dover publications, New York, p 305-314.
24. P. B. Nagy and J. Hu, "Review of progress in QNDE", 17, D. O. Thompson and D. E. Chimenti, Plenum, New York, p 1573-1580, 1998.

25. J. P. Fulton, "Automated weld characterization using the thermoelectric method", Report nondestructive evaluation science branch NASA, 1993.
26. X. Kleber, GEMPPM, "Surface and subsurface metallic inclusions detected using hot tip thermoelectric power measurements", ECNDT, 2006.
27. F. J. Blatt, P. A. Schroeder, C. L. Greid, "Thermoelectric power metals", Plenum press, New York and London, 1976.
28. J. H. Hinken and Y. Tavrín, "Detection of segregations in aero engine turbine discs with the thermoelectric SQUID method", 1999 ASNT Fall Conference, Arizona, 1999.
29. Y. Tavrín, P. B. Nagy and J. H. Hinken, "Detection of fatigue in aluminum with the thermoelectric SQUID method: A first attempt", Spot Beam, No. 26 F.I.T. Messtechnik, Bad Salzdetfurth, 1999.
30. A. H. Nayfeh, H. Carreon and P. B. Nagy, "Role of anisotropy in noncontacting thermoelectric materials characterization", Journal of applied physics, 91, p 225-231, 2002.
31. H. Carreon, A. Medina, "Nondestructive characterization of the level of plastic deformation by thermoelectric power measurements in cold-rolled Ti-6Al-4V samples", Nondestructive Testing and Evaluation, 22, p 299-311, 2007.
32. H. Carreon, "Thermoelectric detection of hard alpha inclusion in Ti-6Al-4V by magnetic sensing", Journal of alloys and compounds, 427, p 183-189, 2007.
33. A. C. Bruno, C. F. Barbosa, L. F. Scavarda, "Electric current injection NDE using a SQUID magnetometer", res Nondestr. Eval., 8, p 165-175, 1996.
34. J. H. Hinken and Y. Tavrín, "Thermoelectric SQUID method for the detection of segregations", Review of progress in quantitative nondestructive evaluation, 19, p 2085-2092, 2000.

35. C. M. Stuart, "Intern. Adv. Nondestr. Testing", Gordon and Breach, Newark, p 177-192, 1983.
36. W. Morgner, "Mat. Eval.", 9, 1081, 1991.
37. D. D. Pollock, "Thermoelectric" ASTM, Philadelphia, PA, p 39-174, 1985.
38. J. M. Leborgne, Ph. D: Thesis, Institut National des Sciences Appliquées Lyon, France, 1996.
39. N. Lavaire, J. Merlin, V. Sardoy, *Materiala*, 44, 2911, 2000.
40. V. Massardier, V. Guetaz, J. Merlin, M. Soler, *Mater Sci. Eng.*, 355, 299, 2003.
41. V. Massardier, T. Epicier, P. Merle, *Acta Materiala*, 48, 2911, 2003.
42. L. Simonet, X Kleber, F. Fouquet, S. Sallet, "Characterization of segregated areas in ferritic steels by thermoelectric power measurement", *ECNDT*, 2006.
43. K. Maslov, V. K. Kinra, *Mater Eval.*, 58, p 1081-1084, 2001.
44. L. J. Brasche, O. Buck, D. O. Thompson, D. E. Chimenti (Eds.), *Review of progress in quantitative NDE*, 10, AIP, Malville, p 1701-1706, 1991.
45. W. G. Jenks, S. H. Sadeghi, J. P. Winksw, "SQUIDS for nondestructive evaluation", *J.Phys, D. Appl. Phys.*, 30, p 293-323, 1997.
46. Zu-Cheng Gao, R. Doncaster, "Fluxgate sensor theory: Sensitivity and phase plane analysis", *IEEE transactions on geosciences and remote sensing*, 6, p 37-43, 1987.
47. Y. Sheiretov, "Deep penetration magnetoquasistatic sensors", *Tesis Doctoral*, Massachusetts Institute of Technology, p 113-143, 2001.
48. B. Andó, S. Baglio, V. Caruso, V. Sacco, A. Bulsara, "Multilayer based technology to build RDT fluxgate magnetometer", *Sensor & Transducers Magazine*, 65, p 509-514, 2006