



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

TESIS

“Estudio de la variación de las tensiones de flexión en función del número de dientes y las correcciones de los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos”

PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN
INGENIERÍA MECÁNICA.

PRESENTA:

Ing. ELPIDIO JIMÉNEZ MADRIGAL.

ASESOR:

Dr. JUAN FELIPE SORIANO PEÑA

COASESOR:

Dr. Alberto Velázquez Pérez

Morelia, Michoacán, Octubre del 2010.

CONTENIDO

HIPÓTESIS Y OBJETIVOS	5
INTRODUCCIÓN	6
CAPÍTULO I. MATERIALES Y FABRICACIÓN DE ENGRANAJES	8
1.1. TIPOS DE ENGRANAJES	8
1.2. MATERIALES PARA ENGRANAJES	10
<i>1.2.1.- Materiales férricos para la fabricación de engranajes</i>	10
<i>1.2.2.- Materiales no ferrosos para engranes</i>	18
1.3. PRODUCCIÓN DE ENGRANAJES	19
<i>1.3.1. Producción de engranajes completos</i>	19
<i>1.3.2. Producción de engranajes por talla</i>	20
<i>1.3.3. Procedimientos de talla por generación</i>	22
CONCLUSIONES PARCIALES	31
CAPÍTULO II. ENGRANES RECTOS EXTERNOS	32
2.1.- NOMENCLATURA	33
<i>2.1.1.- Designaciones generales</i>	34
<i>2.1.2.- Elementos de los dientes de engrane</i>	35
<i>2.1.3.- Dimensiones lineales y circulares</i>	36
<i>2.1.4.- Dimensiones angulares</i>	36
<i>2.1.5.- Números y relaciones</i>	36
<i>2.2.- Formulas para engranes rectos</i>	37
CAPÍTULO III.- DIMENSIONAMIENTO DE ENGRANAJES ASIMÉTRICOS EN FUNCIÓN DEL NÚMERO DE DIENTES	39
3.1.- FÓRMULAS PARA EL TRAZADO DE ENGRANAJES ASIMÉTRICOS	39
3.2.- EJEMPLO NÚMÉRICO	41
3.3.- CONSTRUCCIÓN GRÁFICA DE UN ENGRANE ASIMÉTRICO EN FUNCIÓN DE LOS PARÁMETROS OBTENIDOS	46
CONCLUSIONES PARCIALES	51
CAPÍTULO IV.- TIPOS DE FALLAS COMUNES EN ENGRANAJES	52
4.1.-PÉRDIDA DE DIENTE TOTAL O PARCIAL	52
4.2.- PÉRDIDA DE GEOMETRÍA DEL DIENTE	53
4.3.- AGRIETAMIENTO	56
CAPÍTULO V.- RESISTENCIA DEL DIENTE EN LOS ENGRANAJES	58
5.1. ANÁLISIS DE FLEXIÓN	58
5.2.- MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS	61
<i>5.2.1.- Introducción</i>	61
<i>5.2.2.- Una pequeña historia del método de elementos finitos</i>	61
<i>5.2.3.- Características del método de elemento finito</i>	62
<i>5.2.4.- Algunas aplicaciones del método de elementos finitos</i>	62
<i>5.2.5.- Problemas de ingeniería</i>	62

<i>5.2.6.- Pasos básicos en el método de elementos finitos</i>	64
<i>5.2.7.- Breves conceptos para entender mejor como abordar el problema mediante el método de elementos finitos</i>	64
5.3.- PARÁMETROS PARA EL ESTUDIO DE LA VARIACIÓN DE LAS TENSIONES DE FLEXIÓN	67
CONCLUSIONES	83
BIBLIOGRAFÍA	84

HIPÓTESIS

Es posible estudiar por métodos de simulación el comportamiento de las tensiones de flexión en los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos, en la medida que varíe su número de dientes y los coeficientes de corrección, así como, buscar la expresión que, con alta significación describa la dependencia de dicho parámetro.

OBJETO DE ESTUDIO

Comportamiento de las tensiones de flexión en los engranajes asimétricos sometidos a cargas, analizando el comportamiento cuando la misma se aplica por una u otra cara del diente y la variación de las tensiones de flexión en función del número de dientes y la corrección de los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos.

OBJETIVO GENERAL

Estudiar el comportamiento de las tensiones de flexión en los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos al variar el número de dientes y las correcciones, a fin de establecer expresiones que permitan determinar coeficientes de seguridad en los puntos de concentración.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- 1.- Diseñar por métodos de modelado, rueda de dientes asimétricos con diferente número de dientes y coeficiente de corrección, manteniendo su módulo.
- 2.- Simular el comportamiento de los dientes metálicos asimétricos con variación del número de dientes y los coeficientes de corrección, para determinar las tensiones de flexión en diferentes puntos de de concentración de tensiones.
- 3.- Determinar por métodos de regresión expresiones obtenidas por regresión numérica que permitan calcular los coeficientes de concentración de tensiones en función del número de dientes.

INTRODUCCIÓN.

Desde épocas muy remotas se han utilizado cuerdas y elementos fabricados en madera para solucionar los problemas de transporte, impulsión, elevación y movimiento. Nadie sabe a ciencia cierta dónde ni cuándo se inventaron los engranajes. [1] Se denomina engranaje o ruedas dentadas al mecanismo utilizado para transmitir potencia mecánica entre las distintas partes de una máquina. Los engranajes están formados por dos ruedas dentadas, de las cuales a la mayor se le denomina corona y al menor piñón. Un engranaje sirve para transmitir movimiento circular mediante contacto de ruedas dentadas. Una de las aplicaciones más importantes de los engranajes es la transmisión del movimiento desde el eje de una fuente de energía, como puede ser un motor de combustión interna o un motor eléctrico, hasta otro eje situado a cierta distancia y que ha de realizar un trabajo.[2] De manera que una de las ruedas está conectada por la fuente de energía y es conocido como engranaje motor y la otra está conectada al eje que debe recibir el movimiento del eje motor y que se denomina engranaje conducido. Si el sistema está compuesto de más de un par de ruedas dentadas, se denomina tren de engranajes.

Un aspecto importante dentro de la geometría de los engranajes es el factor de Lewis, el cual es decisivo para el diseño de los mismos. [3][4] La mayoría de los textos tradicionales de engranajes abordan ecuaciones, gráficos y tablas para calcular el factor de Lewis. [5][6][7] Sin embargo no existen en las referencias anteriores valores para engranajes asimétricos. Para utilizar cualquiera de las expresiones tradicionales de cálculo de la resistencia de los dientes de los engranajes plásticos asimétricos es imprescindible conocer el factor de Lewis para este tipo de engranajes. [4]

En los engranajes metálicos bien lubricados la falla esencial es la picadura o pitting del flanco del diente, teniendo la fatiga volumétrica un peso secundario. Sin embargo en los engranajes plásticos de dientes rectos la falla esencial es la fractura del diente. [8]

Dentro de los factores geométricos además del ancho del diente y la altura, juega un papel importante el factor de Lewis, el cual interviene directamente en la expresión de cálculo a la resistencia del diente. Una variante para aumentar la resistencia a la fractura del diente es construirlo de forma asimétrica. Sin embargo como se menciona anteriormente, no existen en la literatura los valores de factor de forma para dientes asimétricos. [9]

En el presente trabajo se hace un análisis teórico del estudio de la variación de las tensiones de flexión en función del número de dientes y las correcciones de los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos.

El problema de el factor de forma de dientes asimétricos se a estudiado anteriormente pero existe un campo abierto ya que no se a concluido y tampoco existe bibliografía del tema.

CAPÍTULO I. MATERIALES Y FABRICACIÓN DE ENGRANAJES.**1.1. TIPOS DE ENGRANAJES.**

Las transmisiones dentadas ocupan un lugar destacado en la técnica moderna, siendo utilizadas en la rama de la construcción de de maquinaria. Estas transmisiones están presentes desde los equipos más sencillos, hasta los más complejos, tales como: reductores, máquinas herramientas, automóviles, embarcaciones marinas, helicópteros, etc. Su gran aplicación se debe fundamentalmente a su alto rendimiento, compacidad y seguridad de funcionamiento, así como la sencillez en el mantenimiento y la construcción. [10]

Con ruedas dentadas es posible transmitir el movimiento entre árboles paralelos que se cortan y que se cruzan, y en dependencia de ello se estará en presencia de engranajes cilíndricos de dientes rectos (a) en el primer caso, de engranajes helicoidales (b), hipoidales (g) y tornillo sin fin (h) en el último caso. Además existe la transmisión por cremallera piñón. (fig. 1.1)

- (a).- Engranajes rectos exteriores. Invierten el signo de la velocidad angular. (Ejes paralelos).
- (b).- Engranajes helicoidales. Se pueden imaginar como un paso al límite de los engranajes rectos (ejes paralelos).
- (c).- Engranajes cónicos. (Ejes que se cortan).
- (d).- Piñón – Cremallera. Se pueden ver como un caso particular de los engranajes rectos exteriores en los que una de las circunferencias tiene radio infinito (ejes paralelos).
- (e).- Engranajes helicoidales Herringbone. (Ejes paralelos).
- (f).-Engranajes cónicos espirales. (Ejes que se cortan).
- (g).-Engranajes hipoides. (Ejes que se cruzan).
- (h).-Sinfin – corona. (Ejes que se cruzan).
- (i).-Engranajes helicoidales de ejes cruzados.

Cada tipo de engranajes puede construirse con un perfil determinado de sus dientes, siendo los más utilizados los engranajes con perfil de envolvente, de Novikov y cicloidales.

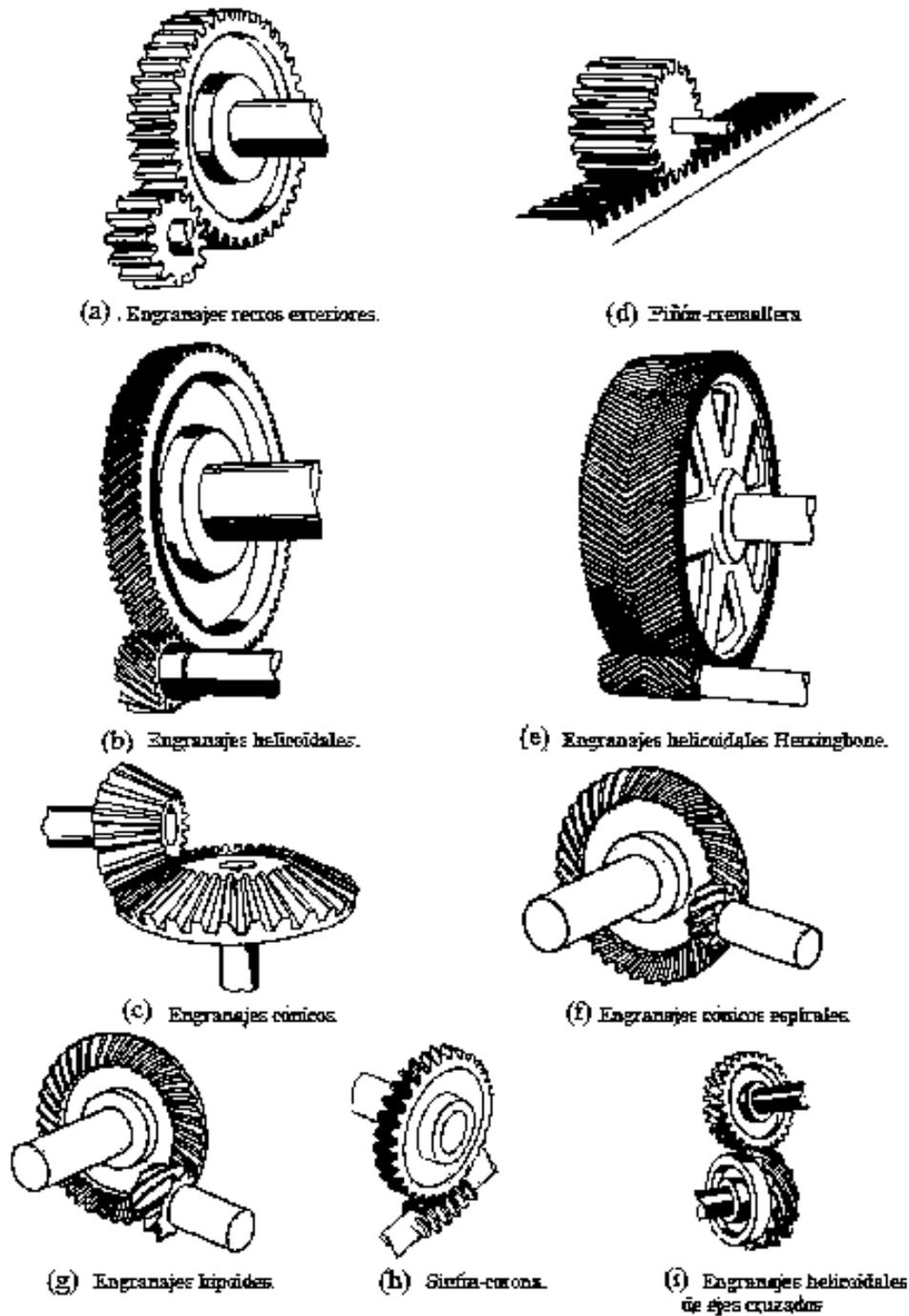


Figura 1.1.- Tipos de engranajes.

1.2. MATERIALES PARA ENGRANAJES.

La industria de engranajes usa una amplia variedad de aceros, hierros fundidos, bronce, aluminios, laminados fenólicos, plásticos y otros materiales para engranes.

En algunos casos, en la práctica industrial, el equipo de taller disponible para hacer engranes o los requisitos de diseño específicos dejan al diseñador poco margen de selección para el material del engrane a usar. En otros casos puede ser posible considerar una amplia variedad de materiales para engranes. Cuando el diseñador tiene un vasto campo de selección, el costo del material en bruto, la capacidad relativa de carga para un tamaño dado, adaptabilidad del material para procesos de producción en masa y la resistencia a la corrosión, entran en juego para elegir el material [11].

1.2.1.- Materiales férricos para la fabricación de engranajes. Los materiales férricos para la fabricación de engranes son aquellos que contienen hierro como su principal elemento componente. Al hierro que contiene porcentajes en el rango de 0.15 hasta 1.5% de carbono, se le llama generalmente *aceros* mientras que al hierro con contenido del 2 al 4% de carbono se le llama *hierro fundido*. En los aceros, el hierro y el carbono están químicamente combinados en su mayor parte, mientras que en los hierros vaciados el carbono, en su mayor parte, se encuentra en estado libre. Toda la extensa gama de materiales férricos empleados en la manufactura de engranajes comprende aceros, hierro gris de fundición, hierro dúctil, hierro maleable y hierro sinterizado.

Los materiales férricos son de gran importancia en la manufactura de engranes. Hablando en términos generales, estos materiales representan la materia prima de más bajo costo, si se le considera en centavos por kilo. Los aceros del tipo de aviación templados, por ejemplo, pueden soportar las cargas más elevadas, si se les considera desde el punto de vista de caballos de fuerza soportados por unidad de volumen. Los materiales férricos representan el máximo de tonelaje en comparación con otros materiales, para la manufactura, ya sea de engranajes propiamente dicho o de cajas para los mismos.

Características generales de aceros y hierros fundidos.- Las propiedades de los aceros y hierros fundidos varían bastante y por lo general dependen de su composición y del tratamiento térmico. La tabla 1.1 muestra en forma de bosquejo el rango general de las propiedades obtenibles.

Algunos principios generales de interés podrán notarse estudiando la *tabla 1.1*. Los aceros mostrados varían del 0.2 al 0.6 % de carbono. Todos estos aceros pueden tratarse térmicamente para obtener alrededor de 200 NBD (Número Brinell de Dureza). Todos a excepción del AISI 1020 pueden tratarse hasta 350 NBD. La dureza de un acero es generalmente una función del tratamiento térmico y no de su composición, si bien es cierto que la dureza máxima obtenible para un acero está determinada por su composición.

PROPIEDADES GENERALES DE ACEROS Y HIERROS FUNDIDOS						
Material	% aprox. de carbón	Dureza NBD	Módulo de elasticidad lb / plg²	Densidad lb / plg³	Resistencia a la cedencia lb / plg²	Resistencia a la tensión lb / plg²
aceros:						
AISI 1020	0.2	180	28.5 x 10 ⁶	0.283	54 000	89 000
AISI 1040	0.4	200	28.5 x 10 ⁶	0.283	63 825	99 000
		350	28.5 x 10 ⁶	0.283	93 000	123 000
AISI 4140	0.4	200	28.5 x 10 ⁶	0.283	60 500	95 000
		350	28.5 x 10 ⁶	0.283	155 000	170 000
AISI 4340	0.4	220	28.5 x 10 ⁶	0.283	68 500	108 000
		350	28.5 x 10 ⁶	0.283	166 000	175 000
AISI 1060	0.6	350	28.5 x 10 ⁶	0.283	168 000	175 000
		550	28.5 x 10 ⁶	0.283	265 000	275 000
Hierro fundido:						
AGMA 20	3.5	150	12 x 10 ⁶	0.255	20 000
AGMA 40	3.5	175	16 x 10 ⁶	0.26	40 000
AGMA 60	3.5	200	20 x 10 ⁶	0.265	60 000
Hierro dúctil:						
ASTM 80-60-3	3.5	200	24 x 10 ⁶	0.265	60 000	80 000

Tabla 1.1.- Propiedades generales de aceros y hierros fundidos.

Significado de la dureza de los diferentes tipos de acero o hierro.- Como los aceros, igual que las diversas clases de hierro varían considerablemente en dureza, es deseable formarse algún concepto mental definido sobre el significado de esta diferencia de durezas. En la tabla 1.2 se muestran algunos grados de dureza y el significado que tiene en la industria manufacturera de engranes, en esta tabla se ha omitido el rango entre 300 a 500 NBD, cuyos valores se emplean sólo muy rara vez. Los aceros son sumamente duros para poderlos cortar y si se precisa de la penosa tarea del esmerilado, la pieza será elegida de un material de lo más duro, con el fin de obtener mayor capacidad de carga.

NIVELES DE DUREZA RELATIVOS PARA ENGRANES DE ACERO Y DE HIERRO			
Dureza		Maquinabilidad	Comentarios
Brinell	Rockwell C		
150 - 200	Muy fácil	Dureza muy baja. Capacidad mínima para soportar la carga
200 250 24	Fácil	Dureza baja, capacidad de carga moderada. Ampliamente usada en trabajos industriales de engranes.
250 300	24 32	Moderadamente duro para cortar	Dureza media. Buena capacidad de carga. Ampliamente usada en trabajos industriales.
300 350	32 38	Materiales duros para cortar, frecuentemente se les considera como el límite extremo de la maquinabilidad	Dureza alta. Capacidad de carga excelente. Se les emplea en trabajos en los que se requiere altos rendimientos y peso reducido.
350 400	38 43	Muy dura para cortar. Muchos talleres no pueden manejarla.	Dureza alta. Excelente capacidad de carga a condiciones de que el tratamiento térmico desarrolle la estructura apropiada.
500 550	51 55	Requiere de rectificado para su acabado	Dureza muy alta. Buena capacidad para el desgaste. Puede carecer de resistencia
587	58 63	Requiere de rectificado.	Dureza completa. Usualmente obtenida como una dureza superficial por medio de carburación o cementación superficial. Muy alta capacidad de carga para engranes de aeronáutica, engranes automotrices, camiones tanques, etc.
	65 70	Puede endurecerse superficialmente después del maquinado final.	Superdureza. Generalmente se obtiene por nitruración. Muy alta capacidad de carga.

Tabla 1.2.- Niveles de dureza relativos para engranajes de acero y hierro.

Tratamiento térmico de los aceros y hierros vaciados.- El procedimiento básico que se sigue para el endurecimiento de los aceros consiste en calentarlos al rojo, hasta cierto grado, para someterlo a un enfriamiento rápido o temple, por inmersión en agua o aceite, recalentándolos a continuación para darles el grado de dureza final, o sea el revenido. El acero tiene que calentarse hasta austenitizarlo. Esto ocurre generalmente entre los 1450 y 1600 °F (787 y 871°C). El temple tiene que ser lo suficientemente rápido a fin de evitar la formación de productos intermedios, indeseables. Un engrane debidamente templado tendrá una proporción máxima de martensita. Este procedimiento convierte al engrane en una pieza muy dura y un poco quebradiza. En el recalentamiento necesario para el revenido se eleva la temperatura de la pieza por abajo de su temperatura crítica, en la que el metal se austenitiza. Una vez que la pieza se vuelve a templar por medio del revenido, adquiere una dureza menor y la martensita habrá sufrido una transformación mayor o menor, por lo cual el material resulta mucho más tenaz y más dúctil que con el simple temple. Por medio del control de la temperatura del revenido, se puede obtener un amplio rango de valores de dureza. Los aceros cuyo contenido de carbono es demasiado escaso no podrán alcanzar una dureza completa, ni aun con el procedimiento del mismo temple [12].

Aceros al carbón y aleados.- Los aceros simples al carbono tienen únicamente pequeñas cantidades de aleación. En la serie AISI estos aceros tienen un 10 como primeros dos dígitos, por ejemplo, AISI 1020 o AISI 1045. Los últimos dos dígitos significan el contenido de carbono. AISI 1020 tiene 0.20% de carbono.

La tabla 1.3 muestra las composiciones de los aceros para engranes más populares. Aquellos que tienen números que principian con 2 o más tienen un contenido de aleación relativamente alto y se consideran aceros aleados.

El prefijo E denota un grado de acero hecho por el proceso de horno eléctrico básico, el fósforo y el azufre están limitados a un máximo de 0.040% para todos los aceros, excepto AISI 1118 y 1137 los cuales están resulturizados para el maquinado libre y E9310 y E52100 que se mantienen dentro de un máximo de 0.025% de fósforo y azufre.

COMPOSICIÓN DE ACEROS DE TIPO ESPECIAL PARA ENGRANES					
AISI No	Límites de composición química, %				
	C	Mn	Ni	Cr	Mo
1015	0.13/0.18	0.30/0.60			
1025	0.22/0.28	0.30/0.60			
1045	0.43/0.50	0.60/0.90			
1060	0.55/0.65	0.60/0.90			
1118	0.14/0.20	1.30/1.60	(0.08/0.13 azufre)		
1137	0.32/0.39	1.35/1.65	(0.08/0.13 azufre)		
1320	0.18/0.23	1.60/1.90			
1335	0.33/0.38	1.60/1.90			
2317	0.15/0.20	0.40/0.60	3.25/3.75		
2340	0.38/0.43	0.70/0.90	3.25/3.75		
3140	0.38/0.43	0.70/0.90	1.10/1.40	0.55/0.75	
3250	0.48/0.53	0.40/0.60	1.65/2.00	0.90/1.20	0.20/0.30
4047	0.45/0.50	0.70/0.90	0.20/0.30
4023	0.20/0.25	0.70/0.90	0.20/0.30
4130	0.28/0.33	0.40/0.60	0.80/1.10	0.15/0.25
4140	0.38/0.43	0.75/1.00	0.80/1.10	0.15/0.25
4320	0.17/0.22	0.45/0.65	1.65/2.00	0.40/0.60	0.20/0.30
4340	0.38/0.43	0.60/0.80	1.65/2.00	0.70/0.90	0.20/0.30
4620	0.17/0.22	0.45/0.65	1.65/2.00	0.20/0.30
4640	0.38/0.43	0.60/0.80	1.65/2.00	0.20/0.30
4820	0.18/0.23	0.50/0.70	3.25/3.75	0.20/0.30
5132	0.30/0.35	0.60/0.80	0.75/1.00	
5145	0.43/0.48	0.70/0.90	0.70/0.90	
E52100	0.95/1.10	0.25/0.45	1.30/1.60	
6120	0.17/0.22	0.70/0.90	0.70/0.90	(Va 0.10 mín.)
6150	0.48/0.53	0.70/0.90	0.80/1.10	(Va 0.15 mín.)
8620	0.18/0.23	0.70/0.90	0.40/0.70	0.40/0.60	0.15/0.25
8640	0.38/0.43	0.75/1.00	0.40/0.70	0.40/0.60	0.15/0.25
E9310	0.08/0.13	0.45/0.65	3.00/3.50	1.00/1.40	0.08/0.15
9840	0.38/0.43	0.70/0.90	0.85/1.15	0.70/0.90	0.20/0.30

Tabla 1.3. Composición de aceros de tipo especial para engranes.

La *tabla 1.4* muestra datos de templabilidad de diferentes aceros para engrane. El efecto de aleación sobre la templabilidad se muestra claramente en esta tabla. Un acero AISI 1045

templado en agua, se endurecerá íntegramente sólo en forma de barra redonda de 1/2” de diámetro o menos. En cambio, el AISI 4340 se endurecerá por completo en forma de barra redonda hasta 2.80” de diámetro con temple al aceite, más lento.

DATOS SOBRE EL TEMPLE DE ACEROS DE TIPO ESPECIAL PARA LA FABRICACIÓN DE ENGRANAJES				
AISI No	Dureza de 90% de martensita, Rockwell C.	Régimen crítico del enfriamiento °F por seg a 1300 °F	Medida de la barra redonda que alcanzará un endurecimiento total	Medio de temple suavemente agitado
Aceros endurecidos completamente				
1045	50.5	400	0.5	Agua
1060	54	125	1.2	Agua
1137	48	1.4	Agua
1335	46	195	1	Agua
2340	49	125	0.6	Aceite
3140	49	125	0.6	Aceite
3250	55	3	Aceite
4047	52	195	1	Agua
			0.4	Aceite
4130	44	305	0.7	Agua
4140	49	56	1	Aceite
4340	49	10	2.8	Aceite
5132	45	1.6	Aceite
5145	51	125	0.6	Aceite
E52100	60	30	1.3	Aceite
6150	53	77	0.8	Aceite
8640	50	60	2	Aceite
9840	49			
Datos para el corazón de aceros carburizados superficialmente.				
	Dureza del corazón aproximadamente Rockwell C			
1015	22	400	0.5	Agua
1025	27	400	0.5	Agua
1118	33	400	0.5	Agua
1320	35	305	0.7	Agua
2317	30	150	0.5	Aceite
4023	0.7	Agua
4320	35	195	0.1	Aceite
4620	35	305	0.2	Aceite
			0.7	Agua
4820	35	77	0.8	Aceite
6120	35	5	3.8	Aceite
8620	35	250	0.8	Agua
			0.3	Aceite
E9310	30	30	3	Aceite

Tabla 1.4.- Datos sobre el temple de aceros de tipo especial para la fabricación de engranajes.

La *tabla 1.5* muestra temperaturas nominales de tratamiento térmico de los diferentes aceros para engranajes. La columna “temperatura de recalentamiento” se aplica únicamente a aquellos aceros que se usan ordinariamente para carburizado superficial. La temperatura M_s es de significado un temple martensítico de enfriamiento rápido [6].

DATOS SOBRE EL TRATAMIENTO TERMICO DE LOS ACEROS ESPECIALES PARA ENGRANES						
AISI No	Temperatura de normalización °F	Temperatura de recocido °F	Temperatura de endurecimiento °F	Temperatura de carburización °F	Temperatura de recalentamiento °F	temp Ms °F
1015	1700	1600	1650 - 1700	1400 - 1450	
1025	1650 - 1750	1600	1575 - 1650	1500 - 1650		
1040	1650 - 1750	1450	1525 - 1575			
1045	1600 - 1700	1450	1450 - 1550			
1060	1550 - 1650	1400 - 1500	1450 - 1550	555
1118	1700	1450	1650 - 1700	1650 - 1700	
1320	1600 - 1650	1500 - 1700	1650 - 1700	1450 - 1500	740
1335	1600 - 1700	1500 - 1600	1500 - 1550	640
2317	1560 - 1750	1575	1650 - 1700	1450 - 1500	725
2340	1600 - 1700	1400 - 1500	1425 - 1475	555
3140	1600 - 1700	1450 - 1550	1500 - 1550	590
4047	1550 - 1750	1525 - 1575	1475 - 1550			
4130	1600 - 1700	1450 - 1550	1550 - 1650	685
4140	1600 - 1700	1450 - 1550	1525 - 1625	595
4320	1600 - 1800	1575	1650 - 1700	1425 - 1475	720
4340	1600 - 1700	1100 - 1225	1475 - 1525	545
4620	1700 - 1800	1575	1650 - 1700	1475 - 1525	555
4640	1600 - 1700	1450 - 1550	1450 - 1550	605
4820	1650 - 1750	1575	1650 - 1700	1450 - 1500	685
5145	1600 - 1700	1450 - 1550	1475 - 1525			
E52100	1350 - 1450	1425 - 1600	485
6120	1700 - 1800	1600	1700	1475 - 1550	760
6150	1650 - 1750	1550 - 1650	1550 - 1650	545
8620	1600 - 1800	1575	17000	1425 - 1550	745
E9310	1650 - 1750	1575	1650 - 1700	1425 - 1550	650
9840	1575 - 1725	1475 - 1700	1475 - 1525	575

Tabla 1.5.- Datos sobre el tratamiento térmico de los aceros especiales para engranes.

Endurecimiento localizado de engranes de acero.- La durabilidad superficial de los dientes de engranes es aproximadamente proporcional al cuadrado de la dureza superficial. Esto significa que los dientes de un engrane con dureza Brinell de 600 en la superficie pueden soportar 9 veces la carga de un engrane que tiene únicamente una dureza superficial de 200 NBD, generalmente hablando, el límite de maquinabilidad es de alrededor de 350 NBD.

En la *tabla 1.6* muestra cinco métodos comúnmente usados para el endurecimiento localizado de los dientes de engranes. En cada caso, la superficie del diente se hace muy dura y el centro del diente, la llanta del engrane y el alma del engrane tiene una dureza mediana o baja. Generalmente hablando, a los dientes que se les ha dado un tratamiento de endurecimiento localizado, tienen una dureza completa de alrededor de 600 NBD (o 60 Rock weell).

METODOS PARA EL ENDURECIMIENTO LOCALIZADO DE LOS DIENTES DE ENGRANE	
Método	Descripción del método
Carburizado	Los dientes son usualmente acabados por corte, carburizados y rectificados. Algunas veces los engranes de menos de 12" de diámetro son terminados antes del carburizado y la distorsión es lo suficientemente baja como para permitir el uso de los engranes sin rectificado.
Nitrurado	Los dientes son usualmente acabados antes de la nitruración. Si esto se hace de manera adecuada, los engranes nitrurados no se distorsionan mucho. Además el nitrurado superficial es tan delgado que puede ser dañado por el rectificado.
Endurecimiento por inducción	Los dientes son usualmente acabados antes del endurecido. Si esto se hace de manera adecuada y el paso no es tan tosco, la deformación es muy baja. Estos engranes tienen una capa endurecida profunda y pueden ser rectificados sin peligro excepto en el caso de engranajes aeronáuticos que tienen que soportar cargas críticas.
Endurecimiento poco profundo	Los dientes pueden o no, ser rectificados.
carbonitrurado	Los dientes son usualmente acabados antes del carbonitrurado

Tabla 1.6.- Métodos para el endurecimiento localizado de los dientes de engranes.

1.2.2.- Materiales no ferrosos para engranes.- Una amplia variedad de bronce, aleaciones de aluminio, aleaciones de zinc, plásticos no metálicos y materiales laminados, son usados para fabricar engranes. En muchos casos el engrane no ferroso es accionado por un piñón de acero. Cuando las cargas son ligeras y las piezas son pequeñas, frecuentemente se pueden fabricar ambos miembros del par de material no ferroso.

Los materiales no ferrosos se usan por varias razones. Ciertos bronce soportan altas velocidades de deslizamiento con un tornillo sinfín de acero mejor que cualquier otro material. Los materiales no ferrosos tienden a ser más resistentes a la corrosión que los materiales ferrosos. Algunos de los materiales no ferrosos tienen menos masa por unidad de volumen en relación con los materiales ferrosos. Es importante en ciertos instrumentos mantener extremadamente baja las inercias de las rotatorias. Algunos materiales no ferrosos se prestan asimismo a técnicas de producción en masa de muy bajo costo. Por ejemplo, los engranes de bronce estampado y engranes de plástico moldeados por inyección alcanzan los costos más bajo posibles para la fabricación de engranes.

La *tabla 1.7* muestra algunas características generales de los materiales para engranes no ferrosos.

CARACTERÍSTICAS GENERALES DE MATERIALES NO FERROSOS PARA ENGRANES				
Material	Módulo de elasticidad lb/plg² x 10⁶	Densidad lb/plg³	Resistencia última lb/plg²	Resistencia a la cedencia lb/plg²
Bronce fosforado	15	0.32	40 000	18 000
Bronce manganésico	14 - 18	0.31	65 000	30 000
Bronce de aluminio, tratado térmicamente	19.4	0.27	100 000	50 000
Bronce silíceo	15	0.31	45 000	20 000
Aleación de aluminio	10.6	0.1	68 000	48 000
Aleación de Zinc	14	0.24	40 000	26 000
Aleación de magnesio	6.5	0.065	44 000	32 000
Aleación de latón	15	0.306	76 000	45 000
Nylon (73 °F)	0.4	0.036	11 200	8 500
Laminados fenólicos				
Papel	1.5 (a lo largo) 1.0 (a lo ancho)	0.42	13 500	10 000
Tejido	1.0 (a lo largo) 0.8 (a lo ancho)	0.42	13 500	10 000

Tabla 1.7.- Características generales de materiales no ferrosos para engranes.

1.3. PRODUCCIÓN DE ENGRANAJES

Los procedimientos de producción de ruedas dentadas se pueden dividir en dos grandes familias:

- Procedimientos de producción de engranajes completos.
- Procedimientos de producción de engranajes por tallado de los dientes [13][14].

1.3.1. Producción de engranajes completos. Estos métodos de producción consisten en la formación del engranaje completo, en una sola operación. Se pueden distinguir los siguientes procedimientos:

- **Fundición:** Se diseña un molde que se llena con el material colado (acero, bronce,...). Este molde es una copia exacta de la futura rueda dentada, sin considerar el sobredimensionado que va asociado a la fundición (un ligero aumento del espesor del diente).
- **Pulvimetalurgia:** (Metalurgia de polvos) Consiste en un proceso de fabricación que, partiendo de polvos finos y tras su compactación previa, para darles una forma determinada (compactado), se calientan en atmósfera controlada (sinterizado) para la obtención de la pieza. Este proceso es adecuado para la fabricación, además de los engranajes, de grandes series de piezas pequeñas de gran precisión, para materiales o mezclas poco comunes y para controlar el grado de porosidad o permeabilidad.
- **Estampación:** Se estampa una matriz, con la forma de la futura rueda dentada, que sirve como herramienta cortante, contra una lámina base. Es un procedimiento empleado generalmente con ruedas delgadas.
- **Extrusión y rebanado:** La extrusión se basa en hacer pasar una masa fluida de metal, plástico, etc. por una abertura con una determinada forma. Este método de producir engranajes consiste en generar, por extrusión, una barra con el perfil de una rueda dentada, de la cual se van extrayendo los engranajes, seccionándolos como rebanadas.

1.3.2. Producción de engranajes por talla.- Los procedimientos de tallado de ruedas dentadas consisten en la utilización de una herramienta de corte para efectuar el tallado de los dientes de los engranajes a partir de un cilindro base. Los dientes de los engranajes se mecanizan por fresado, cepillado o formado con sinfín y pueden ser acabados por cepillado, bruñido, esmerilado o pulido con rueda. Los procedimientos de producción de engranajes por talla se dividen, a su vez, en dos grandes grupos:

- Procedimientos de talla por reproducción o copia.
- Procedimientos de talla por generación.

Procedimientos de talla por reproducción o copia.

En los procedimientos de tallado de ruedas dentadas por reproducción, el borde cortante de la herramienta es una copia exacta de cierta parte de ella (por ejemplo, del hueco entre dientes contiguos). Como consecuencia de ello, los métodos de talla por reproducción precisan de un número elevado de herramientas ya que, incluso para fabricar ruedas dentadas con el mismo módulo hace falta una herramienta para cada número de dientes, puesto que el hueco interdental varía.

A estas herramientas de corte se les denomina “*cortadores conformadores*” y, generalmente, el cortador tiene la forma exacta del hueco interdental. Cabe distinguir dos procedimientos, según la máquina herramienta utilizada:

- ***Cepillado:*** La herramienta, en la sección perpendicular a la dirección de su movimiento tiene perfiles cortantes, que se corresponden perfectamente con el contorno del hueco interdental del engranaje a tallar. La herramienta (elemento A, de la *figura 1.2*) desarrolla un movimiento de vaivén sobre el cilindro base, cortando el material correspondiente a un hueco interdental. Después de cada operación, el cilindro base gira un ángulo igual a 1/z de vuelta para poder cepillar el siguiente hueco [11].

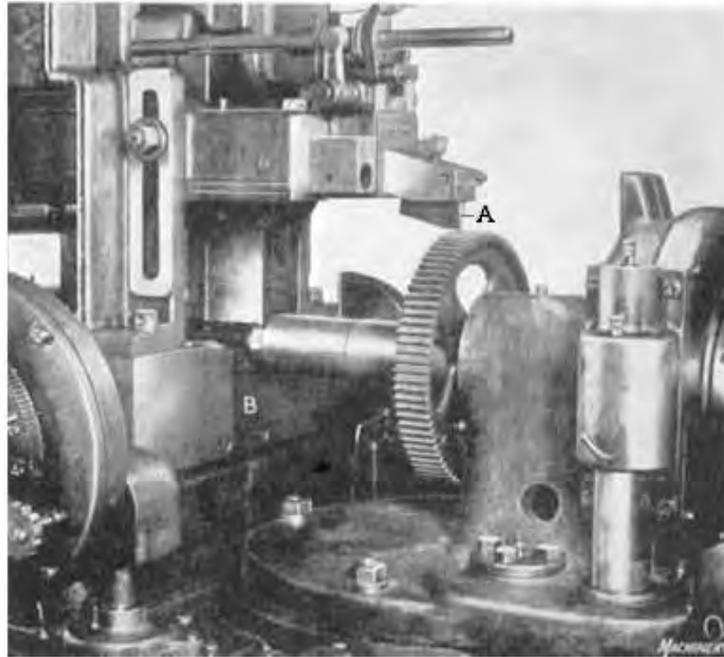


Figura 1.2. Tallado de un engranaje por cepillado.

• **Fresado:** Es un método muy difundido, similar a la talla por cepillado, pero en lugar de una cuchilla con una forma determinada se utiliza como herramienta una fresa especial estandarizada –la "fresa de módulo"– cuyos dientes tienen perfiles idénticos a la forma del hueco interdental que se persigue (figura 1.3). Al final de cada operación de fresado, la fresa vuelve a su posición inicial y la pieza bruta gira un ángulo igual a $1/z$ de vuelta para poder fresar el siguiente hueco; donde "z" es el número de dientes. La principal desventaja de este procedimiento es que se necesitan una fresa distinta para cada combinación de módulo y número de dientes. Como es imposible tener un juego de fresas para cada caso, además del elevado precio de una "fresa de módulo" y la rapidez con la que se desgastan, obliga a recurrir a una cierta inexactitud en el tallado, pues se emplea una misma fresa para ruedas con un número de dientes cercano a aquel para el que está diseñada la fresa.

Lo habitual es utilizar juegos de 8 fresas por módulo: por ejemplo, para tallar las ruedas de 35 a 54 dientes se suele utilizar la misma fresa, debido a la escasa variación de los perfiles. Así, cada fresa se corresponde con el número menor de dientes de su serie, ya que al aumentar "z" disminuye el hueco interdental, evitando de esta manera el peligro de

"acuñamiento". En ocasiones se emplean juegos de 15 a 26 fresas, para dar una mayor exactitud. Este procedimiento conlleva una inexactitud en los perfiles conjugados que no importa para velocidades pequeñas pero que es inadmisibles cuando estas son elevadas.

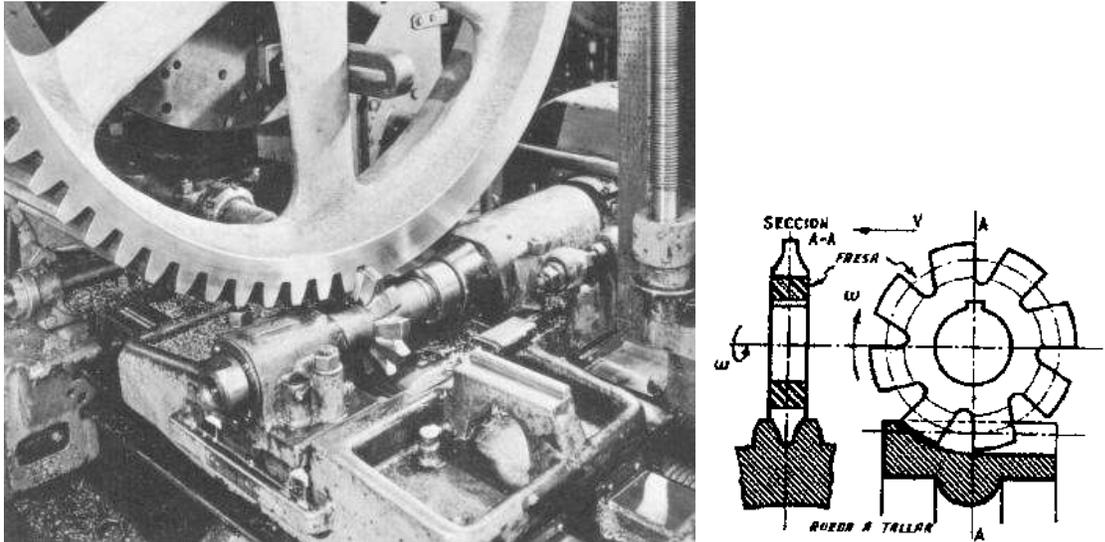


Figura 1.3. Tallado de un engranaje por fresado.

1.3.3. Procedimientos de talla por generación.

El procedimiento de talla de ruedas dentadas por generación o rodamiento permite, aprovechando las propiedades de la evolvente, la "generación del perfil del diente" de un engranaje. Los dientes de perfil de evolvente se pueden tallar de forma sencilla y muy exacta empleando herramientas de perfil rectilíneo. La herramienta de corte va avanzando a medida que la rueda gira sobre su centro. Esta es la principal ventaja de este tipo de perfiles, cuya talla puede realizarse con una precisión elevadísima, cualquiera que sea el número de dientes, asegurando así un funcionamiento perfecto y silencioso aún a grandes velocidades. Existen diversas formas de lograr el perfil del diente: por mortajado con un piñón generador, por tallado con cremallera, por tallado con fresa madre, etc.

Generación con piñón generador

Como los perfiles de evolvente son conjugados entre sí, se pueden generar ruedas dentadas haciéndolas engranar con un piñón generador, es decir, se emplea como herramienta de corte una rueda dentada con bordes cortantes a la que se hace rodar sobre la rueda base que se pretende tallar. Las ventajas de este procedimiento radican en que la talla es continua (no da lugar a imprecisiones por reposicionado de la herramienta), permite generar engranajes de dentado interior y con una sola rueda-herramienta se pueden fabricar ruedas dentadas de un mismo módulo "m" pero con diferentes números de dientes. Presenta las desventajas de que el piñón generador es mucho más difícil de elaborar y de conservar y que el más mínimo defecto de la herramienta se reproduce en la rueda. El proceso de talla puede efectuarse de dos formas:

- Si la futura rueda dentada se fabrica en material más blando que la herramienta, girando ambas piezas con la debida relación de velocidades, el piñón generador penetra en la pieza bruta generando los perfiles conjugados a los perfiles de los dientes de la herramienta. El proceso puede invertirse, manteniendo una de las ruedas fijas y variando la velocidad angular de la otra, para obtener el número de dientes deseado. Este método (poco extendido) se emplea para ruedas dentadas de módulo pequeño. Cuando el material de partida es suficientemente blando puede ser directamente mecanizado en frío, en caso contrario necesita ser precalentado.
- Mediante una mortajadora en forma de piñón: En la *figura 1.4* se representa el proceso de talla mediante herramienta con forma de piñón generador: estando la rueda parada se da al piñón generador el movimiento de vaivén axial **a**, al mismo tiempo que la rueda se acerca en la dirección **b**. Una vez que se ha avanzado la totalidad de los dientes, se para éste último movimiento y empieza el giro de ambas ruedas, conservando el movimiento **a** del piñón, con lo cual se va labrando el perfil de los dientes de la rueda. El piñón generador y la pieza bruta deben girar manteniendo la relación de velocidades angulares establecida por la relación entre sus número de dientes [6].

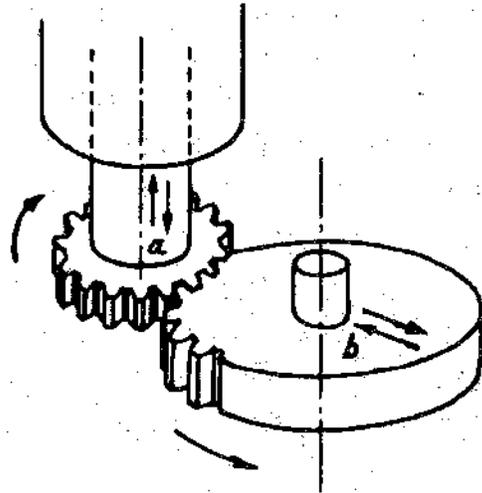
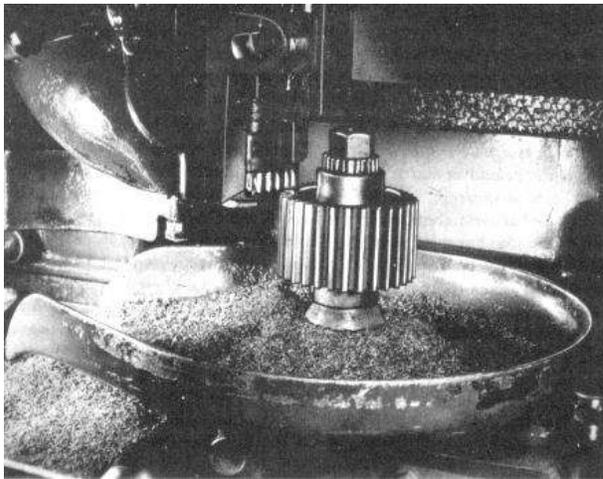


Figura 1.4. Tallado de un engranaje por generación con piñón generador.

Generación con cremallera

En este método de talla se utiliza un cortador en forma de cremallera, de módulo igual al de la rueda a tallar (*figura 1.5*). En todo momento el corte se produce debido a un movimiento de vaivén de la herramienta en la dirección del eje de la rueda. Con la cremallera se generan simultáneamente las dos caras del diente (*figura 1.6*).



Figura 1.5. Tallado de un engranaje por generación con cremallera.



Figura 1.6. Talladora de engranajes con forma de cremallera.

Aprovechando la propiedad de la evolvente: todos los perfiles de evolvente son conjugados a una ruleta constituida por un plano móvil, que apoya sobre una base que es la circunferencia primitiva del engranaje, con un perfil solidario que es una línea recta, se pueden generar los engranajes por medio de una cremallera, haciendo que la línea primitiva de éste ruede sobre la circunferencia primitiva del engranaje.

Para la fabricación, se parte de un disco de radio igual al radio de cabeza del engranaje a generar, se enfrenta éste al cortador y se hace avanzar la herramienta de modo que penetre en el cuerpo de la rueda hasta que su línea media sea tangente a la circunferencia primitiva de referencia de esta última. Luego, después de cada golpe de corte, se hace girar el cuerpo de la rueda ligeramente, al mismo tiempo que se desplaza longitudinalmente la cremallera, tal como lo haría una cremallera real al engranar con la rueda ya acabada. Este movimiento se repite hasta llegar a completar una distancia igual al paso circular. En ese momento, se habrá completado el tallado de un diente, y se reposiciona la cremallera para proceder al mecanizado del siguiente. De este modo, los flancos de los dientes resultan como envolventes del flanco recto de la herramienta, en su movimiento de rodadura sobre la circunferencia primitiva de referencia.

Este método se emplea con relativa frecuencia, debido a la sencillez del útil de mecanizado ya que es una herramienta de bordes rectilíneos, fáciles de ejecutar y de conservar por sucesivosafilados. Presenta como principal inconveniente que la talla no es continua pues se origina una ligera imprecisión en el tallado debido al movimiento de reposicionado de la herramienta.

En la *figura 1.7* se indica la manera de proceder durante la talla con cremallera:

- En la *figura 1.7-a* se representa el movimiento inicial de la talla: la herramienta (cremallera) avanza hacia la izquierda y vacía parcialmente algunos huecos, estando parada la rueda base.
- Después, la rueda gira y la cremallera avanza para conseguir el movimiento de rodadura de las superficies primitivas, como se indica en la *figura 1.7-b*.
- Cuando la herramienta ha avanzado un paso se interrumpe este movimiento, la herramienta se separa y desciende para volver a la posición inicial, como se indica en la *figura 1.7-c*.
- Entonces se vuelve a realizar la rodadura de la cremallera y de la rueda, pero habiendo avanzado la rueda, previamente, un paso *figura 1.7-d*.
- Este proceso se repite hasta que quedan tallados todos los dientes por la eliminación de los huecos correspondientes.

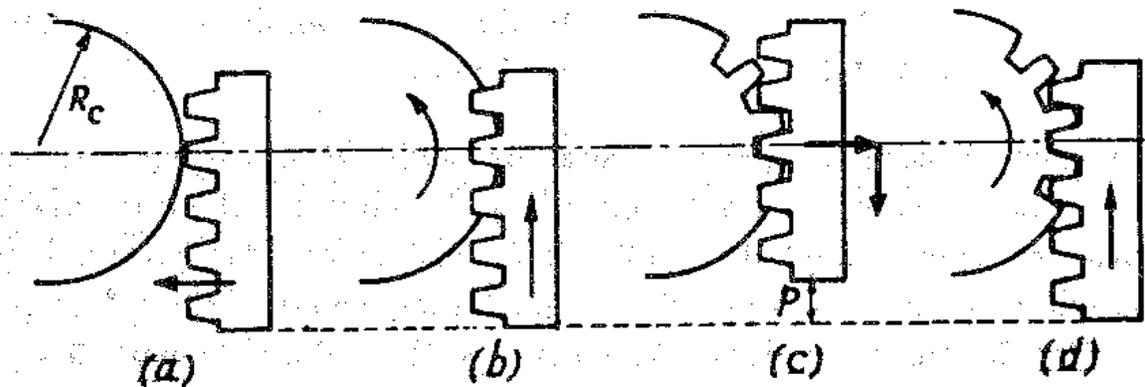


Figura 1.7. Generación de ruedas dentadas de perfil de evolvente mediante cremallera de talla.

Como se observa en la *figura 1.8*, el útil *a* avanza a lo largo de la rueda pero, a medida que ejecuta su movimiento de vaivén la rueda *w* gira, evolucionando desde la posición I a la posición VII, labrando el útil ambos flancos del diente.

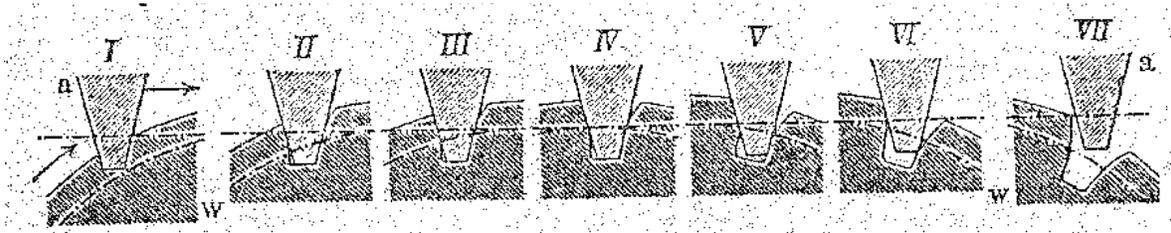


Figura 1.8. Evolución de la herramienta de talla conforme avanza el mecanizado.

Generación por cepillado

En este procedimiento de talla por generación se utiliza una herramienta de corte de cara plana (*figura 1.9*). El proceso consiste en un movimiento de vaivén de la herramienta (cepillado) mientras que la rueda base y la herramienta se mueven según una determinada relación de velocidades generando el diente (*figura 1.9*).

Este método es bastante parecido a la generación por cepillado con cremallera, pero presenta tantas ventajas como esta, por lo que ha caído en desuso y hoy resulta algo anticuado. Aunque todavía se utiliza, sólo suele emplearse para realizar dientes con geometrías no normalizadas.

En la *figura 1.9* se representa una antigua máquina de tallar dientes por cepillado.

En este tipo de máquinas la exactitud depende de la del patrón. Éstos suelen ser de grandes dimensiones para disminuir los errores; la transmisión se ocupa de reducir proporcionalmente el movimiento del útil de corte. Además en cada máquina se necesita un número bastante grande de patrones.

Las máquinas acepilladoras son utilizadas también para tallar engranajes cónicos. Los útiles tienen entonces otro movimiento rectilíneo según la generatriz del cono que forman los dientes.

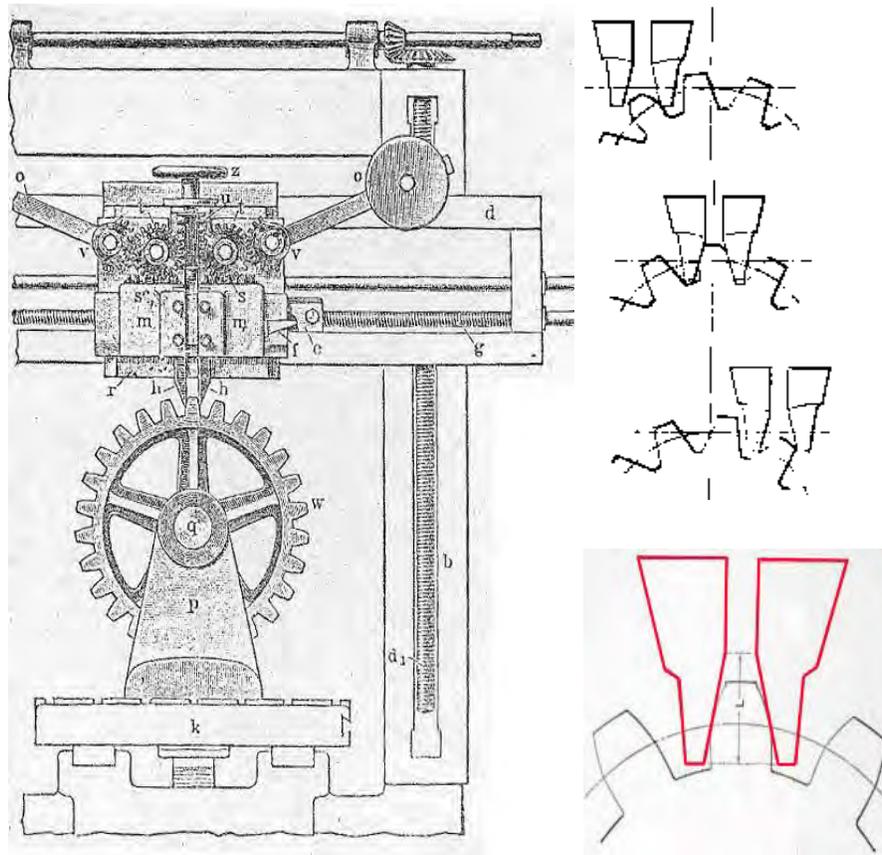


Figura 1.9. Máquina de tallar dientes por cepillado y esquema del proceso.

El funcionamiento de la máquina de la figura 1.9 era el siguiente:

- Sobre los soportes **b** desliza el puente transversal **d**, cuya altura puede variarse a voluntad mediante los husillos guidores **d1**.
- El puente sirve, además, de soporte para un carro que puede moverse horizontalmente gracias al giro del husillo **g**. El centro del carro se sitúa para que coincida con la vertical que pasa por el centro de la rueda **w** que va a ser tallada.

- La rueda a su vez, descansa sobre el árbol **q** del bastidor **p**.
- Los dos útiles de corte **h** pueden desplazarse horizontalmente mediante las guías **m**, cuya placa común puede moverse de arriba abajo sobre los montajes que se encuentran en **r**.
- De esta placa **r** forman parte las ruedas dentadas **t** que engranan con las cremalleras **u** y **s**, estas últimas pertenecientes al porta-útiles **m**.
- El porta-útiles **m** se mantiene contra el patrón **e**, que determina el perfil del diente mediante los sectores dentados **v** y los contrapesos **o**. Esta máquina permite cepillar, no sólo el flanco de los dientes, sino también las bases.
- La rueda y el bastidor se mueven con los carrillos de la plataforma **k** de la máquina. A cada oscilación se da vuelta al volante **z** y se baja la cremallera **u**, con lo cual las garras **m** ejecutan un movimiento horizontal y el contrapeso **o** cuida que el índice **f** recorra el perfil del patrón o modelo **e** manteniéndolo contra él.
- Terminada la fabricación de un diente, hay un mecanismo (no representado en la *figura 1.9*) que obliga a la rueda a girar el ángulo correspondiente a un diente.

Generación con fresa madre

En este método de talla por generación, el cortador utilizado es una herramienta con una forma semejante a la de un tornillo sinfín, denominado “*fresa madre*” o fresa para engranajes (*figura 1.10*). Los dientes son de lados rectos, como los de una cremallera, pero el eje del cortador debe desalinearse un valor igual al ángulo de avance de la hélice del tornillo, para cortar dientes rectos (no helicoidales).

Su principal ventaja estriba en que no hay que reposicionar la herramienta lo que arroja unos resultados de mayor precisión (dientes más perfectos). Este método es el procedimiento de generación de engranajes más extendido.

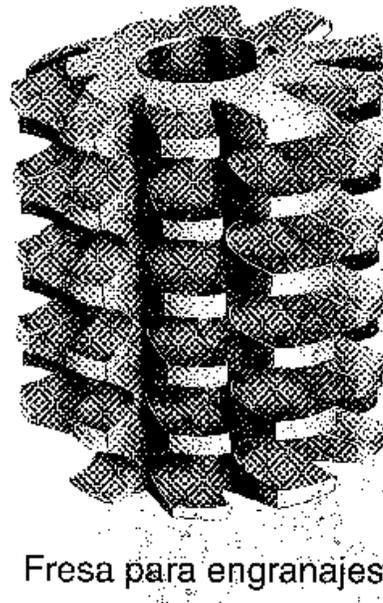
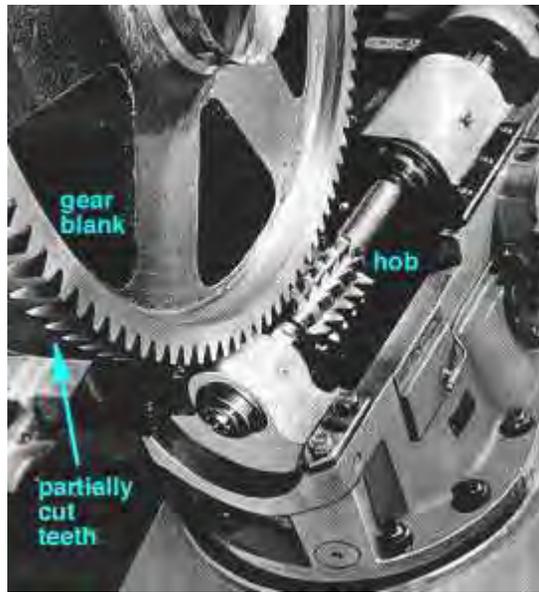
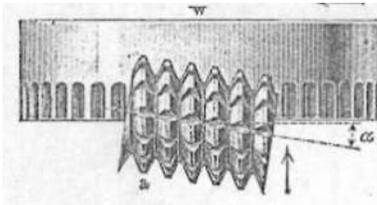


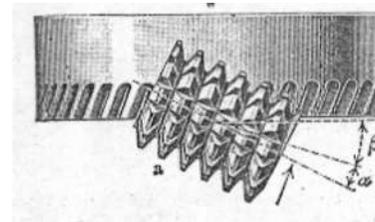
Figura 1.10. Tallado de un engranaje por generación con fresa madre.

Para la generación de ruedas de dientes rectos se debe proporcionar al eje de la fresa madre una inclinación α respecto al eje de la rueda a tallar, para contrarrestar la inclinación de la hélice de la fresa (*figura 1.11-a*).

Para generar engranajes con dientes helicoidales se le debe suministrar al eje de la fresa un ángulo igual a $(\alpha + \beta)$ para además de compensar la inclinación de la fresa proporcionarle a la rueda dentada un ángulo β (*figura 1.11-b*).



(a)



(b)

Figura 1.11. Ángulo de inclinación proporcionado a la fresa madre para tallar:

- (a) Ruedas dentadas cilíndrico rectas.
- (b) Ruedas dentadas cilíndrico helicoidales.

CONCLUSIONES PARCIALES

En este capítulo se dio una descripción de los distintos tipos de engranes más conocidos, existen una amplia variedad de aceros, hierros fundidos, bronces, aluminios, laminados fenólicos, plásticos y otros materiales para la fabricación de estos.

La mayoría de engranes son fabricados con materiales férricos; que son aquellos que contienen hierro como su principal elemento componente. Para obtener características especiales algunos de estos engranes son sometidos a procesos especiales como es el tratamiento térmico.

Por otra parte los engranes fabricados por materiales no ferrosos se usan por varias razones. Ciertos bronces soportan altas velocidades de deslizamiento con un tornillo sinfín de acero mejor que cualquier otro material, algunos de estos engranes tienden a ser más resistentes a la corrosión, Algunos materiales no ferrosos se prestan asimismo, a técnicas de producción en masa de muy bajo costo. Por ejemplo, los engranes de bronce estampado y engranes de plástico moldeados por inyección alcanzan los costos más bajo posibles para la fabricación de engranes.

Principalmente el procedimiento de producción de engranajes es completo o por tallado de dientes, dentro de los tallados existen varios métodos como son el tallado y el cepillado en donde se utilizan herramientas como la fresa o fresa madre.

CAPÍTULO II. ENGRANES RECTOS EXTERNOS.

Símbolos de los engranajes rectos [15]		
	AGMA	ISO 701
Número de dientes	N	Z
Radio de paso	R	r
Diámetro de paso	D	d'
Radio exterior	R_o	r_a
Diámetro exterior	D_o	d_a
Radio base	R_b	r_b
Ancho de la cara	F	b
Altura de la cabeza del diente (Adendo)	a	h_a
Altura del pie del diente (Dedendo)	b	h_f
Paso circular	p	p
Paso base	p_b	p_b
Ángulo de presión	ϕ	α
Longitud de acción	z	g_a
Relación de contacto (transversal)	m_p	ϵ_a
Distancia entre centros	C	a
Profundidad de trabajo	h_k	—
Profundidad total	h_t	h
Espesor del diente	t	s
Claro	c	c
Juego entre dientes	B	j_t

Es tipo de engrane más dominante y mejor conocido es el engrane recto externo y es aquel cuyos dientes son perfilados en la superficie exterior del cilindro. Es utilizado para proporcionar una velocidad y una relación de par constantes entre flechas paralelas. Pueden usarse un número infinito de curvas para los perfiles de los dientes, las cuales producirán una acción conjugada. La forma del perfil más usada es la de una envolvente. Pequeños cambios en la distancia entre centros no afectan a la acción del diente.

Los ángulos de presión más comunes en los engranes rectos son: $14\frac{1}{2}$, 20° , 25° . Un ángulo de presión más pequeño tiene la ventaja de una acción más suave y silenciosa, debido a una mayor relación de contacto del perfil. Además, cargas menores son aplicadas sobre los apoyos debido a una disminución de la componente radial. El problema de socavamiento asociado a un pequeño número de dientes del piñón, es más con un ángulo de presión más bajo. Los ángulos de presión mayores tienen la ventaja de una mayor capacidad para transmitir potencia. [6]

2.1.- NOMENCLATURA.

La terminología de los dientes de engranes rectos se indica en la *figura 2.1.a* y *2.1.b*.

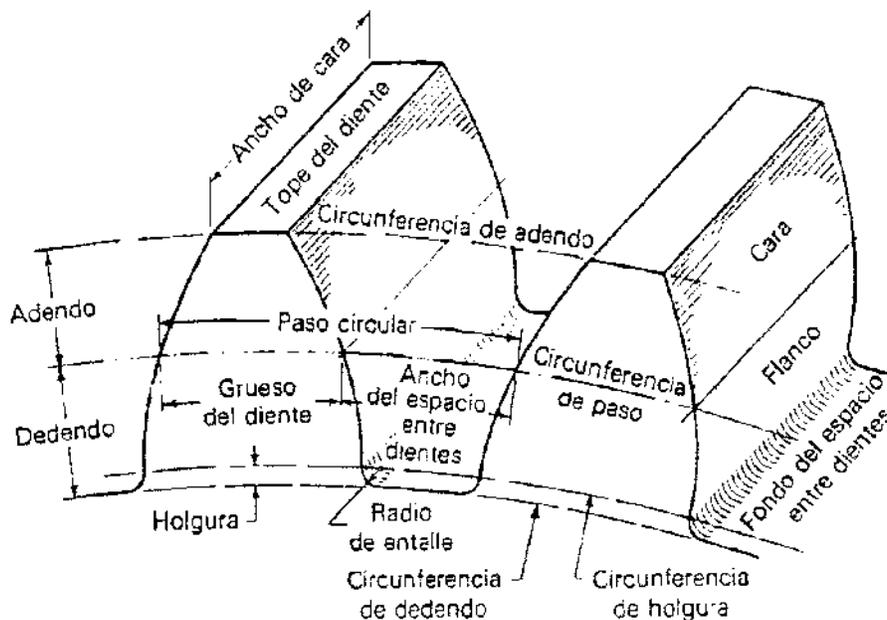


Figura 2.1.a. Nomenclatura de los dientes de engranes rectos.

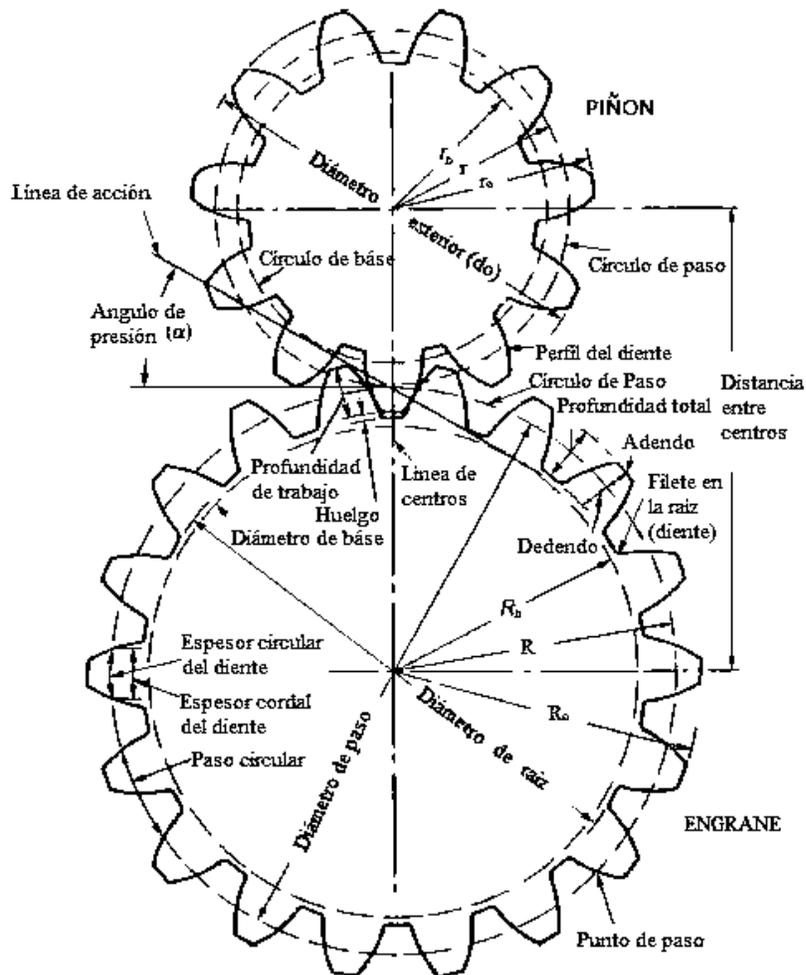


Figura 2.1.b. Se muestra la geometría básica y la nomenclatura para un par de engranes rectos engranados.

En la figura anterior se indican algunas de las características más importantes en el diseño de engranajes, lo cual incluye la distancia entre centros, los diámetros de círculo de paso, el tamaño del diente, el número de dientes y el ángulo de presión. [16]

2.1.1.- Designaciones generales.- Los engranes son elementos de máquinas que transmiten movimiento al encajar o engranar sus dientes sucesivamente.

Un *engrane* es cualquier parte de máquina que está dentada. Cuando dos ruedas dentadas giran conjuntamente, a la que tiene el mayor número de dientes se le denomina engrane.

Figura 2.1.b.

Un *piñón* es un engrane con un número reducido de dientes. Cuando dos ruedas dentadas giran conjuntamente, la que tiene el menor número de dientes se le llama piñón. *Figura.*

4.1.b.

2.1.2.- Elementos de los dientes de engrane.-

La *superficie del diente* forma el costado del diente del engrane.

El *perfil del diente* es un lado del diente en un corte seccional. Generalmente un perfil es la curva de intersección de la superficie del diente y un plano o superficie normal a la superficie primitiva tal como los planos transversal, normal o axial.

El *filete redondeado* es la porción cóncava del perfil del diente en donde se une con el fondo del espacio entre dientes.

Los *dientes de envolvente* de los engranes rectos, son aquellos en los que el perfil en un plano transversal, es la envolvente de un círculo (excluyendo la curva del filete).

La *circunferencia de base* es aquella de la cual se derivan los perfiles de envolvente del diente.

La *circunferencia primitiva* es la curva de intersección de una superficie primitiva de revolución y un plano de rotación. De acuerdo con la teoría, es la circunferencia imaginaria que rueda sin deslizamiento con la circunferencia primitiva de un engrane compañero.

La *línea de centros* conecta los centros de las circunferencias primitivas de dos engranes compañeros.

La *circunferencia del adendo* coincide con las superficies superiores del diente, en un corte seccional.

La *circunferencia del dedendo* o del pie es tangente a los fondos de los espacios entre los dientes en una sección transversal.

Un punto de contacto es cualquier punto en donde dos perfiles de dientes se tocan uno con el otro.

La *trayectoria de contacto* es la trayectoria de un punto de contacto de dos perfiles de dientes engranados.

La *línea de acción* es la trayectoria de contacto en los engranes de envolvente. Es la línea recta que pasa a través del punto primitivo y es tangente a la circunferencia de los círculos de base.

La *línea de contacto* es la línea o curva a lo largo de la cual dos superficies de dientes son tangentes entre sí.

La *superficie de acción* es la superficie imaginaria compuesta de todas las posiciones de las líneas de contacto de la superficie de un diente dado.

2.1.3.- Dimensiones lineales y circulares.- La simbología para las dimensiones se basa en la norma AGMA [6].

(C) *Distancia entre centros* es la distancia entre los ejes paralelos de los engranes, que también es la distancia entre los centros de las circunferencias primitivas.

(α) *Adendo o cabeza del diente* es la altura que el diente proyecta sobre la circunferencia primitiva o línea primitiva; también es la distancia radial entre la circunferencia primitiva y la circunferencia de adendo.

(b) *Dedendo o pie del diente* es la altura del espacio entre los dientes bajo la circunferencia o línea primitiva; también es la distancia radial entre la circunferencia primitiva y la circunferencia del pie.

(c) *Claro* es la cantidad que excede el dedendo de un engrane determinado al adendo de su engrane compañero.

(h_k) *profundidad de trabajo* es la profundidad del engranamiento de dos ruedas dentadas o sea la suma de sus adendos.

(h_t) *profundidad total* es la profundidad total del espacio entre los dientes, igual a la suma del adendo y el dedendo, también es igual a la profundidad de trabajo más el claro.

(D,d) *Diámetro primitivo* es el diámetro de la circunferencia de paso.

(D_o, d_o) *Diámetro exterior* es el diámetro de la circunferencia de adendo.

(F) *Ancho de la cara* es la longitud de los dientes en un plano axial.

2.1.4.- Dimensiones angulares.-

(ϕ) *Angulo de presión* es el ángulo entre el perfil del diente y la línea normal a la superficie primitiva, comúnmente en el punto primitivo del perfil. Originalmente el término “de presión” significaba un ángulo entre el perfil del diente y la circunferencia primitiva. En dientes de envolvente, se describe el ángulo de presión como el ángulo entre la línea de acción o ataque y la línea tangente a la circunferencia primitiva.

2.1.5.- Números y relaciones.-

(N) *número de dientes o hilos* es el número de dientes que contiene la circunferencia primitiva en todo su perímetro.

(m_g) *Relación de engranaje* es la relación del mayor del mayor al menor número de dientes en un par de engranes.

(P) Paso diametral es la relación entre el número de dientes y el diámetro primitivo expresado en pulgadas, el paso diametral es igual a 3.1416 dividido entre el paso circunferencial.

(m) Módulo (en milímetros) es la relación entre el diámetro primitivo, en milímetros, y el número de dientes.

(p) El paso circular de un engrane recto está definido como la distancia, sobre el círculo de paso, desde un punto en el diente hasta el punto correspondiente del diente adyacente.

2.2.- Formulas para engranes rectos.-

FORMULAS PARA ENGRANAJES RECTOS (Pulgadas) AGMA		
Para encontrar	Conociendo	Fórmula
Paso diametral	Número de dientes y diámetro primitivo o de paso.	$P = \frac{N}{D}$
Paso diametral	paso circunferencial	$P = \frac{\pi}{p}$
Diámetro primitivo o de paso	Número de dientes y paso diametral	$D = \frac{N}{P}$
Diámetro exterior	Diámetro primitivo y adendo	$D_o = D + 2a$
Diámetro del pie o raíz.	Diámetro exterior y altura total.	$D_R = D_o - 2h_t$
Diámetro del pie o raíz.	Diámetro primitivo y dendo	$D_R = D - 2b$
Número de dientes	Diámetro primitivo y paso diametral	$N = D \times P$
Diámetro de la circunferencia base	Diámetro primitivo y ángulo de presión	$D_b = D \times \cos \phi$
Paso circunferencial	Diámetro primitivo y número de dientes	$p = \frac{\pi D}{N}$
Paso circunferencial	Paso diametral	$p = \frac{\pi}{P}$
Distancia entre centros	Número de dientes del engrane y el piñón y paso diametral	$C = \frac{N_G + N_P}{2P}$ $= \frac{D_G + D_P}{2}$
Espesor aproximado del diente	Paso diametral	$t_t = \frac{1.5708}{P}$

FÓRMULAS PARA ENGRANAJES RECTOS (módulo métrico) ISO		
Para encontrar	Conociendo	Fórmula
Altura cabeza del diente (Adendo)	Módulo normal	$ha = m * ha^*$
Altura pie del diente (Dedendo)	Módulo	$h_f = m \times 0.166$
Paso circular	Módulo, diámetro de paso y número de dientes, diámetro exterior.	$p = \pi \times m$ $= \frac{d_p \times \pi}{z}$ $= \frac{D_o \times \pi}{z - 2}$
Espesor cortal	Diámetro de paso, módulo, paso circular	$Sp = d_p \times \sin \frac{90}{z}$ $= \frac{m \times \pi}{2}$ $= p \times 0.5$
Holgura	Módulo	$c = m \times 1.166$
Distancia de centro a centro	Número de dientes, modulo.	$a_w = \left(\frac{z_1 + z_2}{2} \right) \times m$
Módulo	Diámetro de paso y número de dientes, paso circular, diámetro exterior.	$m = \frac{d_p}{z}$ $= \frac{p}{\pi}$ $= \frac{d_a}{Z + 2}$
Número de dientes	Diámetro de paso y módulo, paso circular.	$Z = \frac{d_p}{m}$ $= \frac{d_p \times \pi}{p}$
Diámetro exterior	Número de dientes y módulo, diámetro de paso.	$d_a = (Z + 2) \times m$ $= d_p + 2m$
Diámetro de paso	Diámetro de paso y modulo, número de dientes, diámetro exterior.	$d_p = m \times z$ $d_p = d_a - 2m$ $d_p = \frac{Z \times d_a}{Z + 2}$
profundidad total	Módulo	$h = m \times 2.166$

CAPÍTULO III.- DIMENSIONAMIENTO DE ENGRANAJES ASIMÉTRICOS EN FUNCIÓN DEL NÚMERO DE DIENTES.

Dada la potencialidad que tiene la curva de evolvente desde su definición matemática, convencionalmente los engranes cilíndricos rectos de perfil simétrico se construyen a partir de la generación de la evolvente, para con esto obtener el perfil del diente, garantizando así un mejor servicio desde el punto de vista cinemático y dinámico, el caso de los engranes cilíndricos rectos de perfil asimétrico no es una excepción, pero se necesitan modificar las condiciones geométricas de trazado respecto a los primeros, para lograr que efectivamente los flancos sean diferentes a ambos lados del diente, pudiendo lograrse características particulares en cada par de engranes al transmitir la carga (es decir la corona y el piñón). Por eso, la geometría y diseño de engranes cilíndricos rectos de perfil asimétrico representan un importante problema en la construcción de engranajes [17].

3.1.- FÓRMULAS PARA EL TRAZADO DE ENGRANAJES ASIMÉTRICOS.

El dimensionado correcto de los engranajes es muy importante, desde el punto de vista constructivo, valga recordar que tales errores producen cargas adicionales sobre la transmisión, además de ruidos y defectos de explotación, también en la simulación del funcionamiento de las ruedas es imprescindible garantizar una adecuada precisión del trazado. En la medida que el trazado sea más exacto, menos concentradores de tensiones aparecerán en las ruedas simuladas, en otras palabras, el buen resultado de la simulación, depende en gran medida de la exactitud con que se hayan construido las ruedas.

Las ecuaciones más importantes para el trazado adecuado del perfil de los engranes son las que se presentan a continuación [14] [17] [18] [19]:

Diámetro de paso.

$$dp = m Z \quad (5.1)$$

Diámetro básico para el menor ángulo.

$$db_{me} = dp \cos \alpha_{me} \quad (5.2)$$

Diámetro básico para el mayor ángulo.

$$db_{ma} = dp \cos \alpha_{ma} \quad (5.3)$$

Distancia entre centros.

$$aw_x = \left(\frac{Z_1 + Z_2}{2} \right) m \quad (5.4)$$

Diámetro exterior.

$$da = m(Z_1 + 2ha + 2X_1 - 2\Delta y) \quad (5.5)$$

Diámetro interior.

$$df = m[Z_1 - 2(ha + c) + 2X_1] \quad (5.6)$$

Ángulo exterior (por la cara de mayor ángulo).

$$\alpha_{e_{ma}} = \cos^{-1} \left(\frac{db_{ma}}{da} \right) \quad (5.7)$$

Ángulo exterior (por la cara de menor ángulo).

$$\alpha_{e_{me}} = \cos^{-1} \left(\frac{db_{me}}{da} \right) \quad (5.8)$$

$$\alpha_{n_{ma}} = \cos^{-1} \left(\frac{db_{\alpha_{ma}}}{da} \right) \quad (5.9)$$

$$\alpha_{n_{me}} = \cos^{-1} \left(\frac{db_{\alpha_{me}}}{da} \right) \quad (5.10)$$

Espesor del diente por la circunferencia de paso.

$$Sp = \frac{\pi m}{2} + mX(\tan \alpha_{c_{me}} + \tan \alpha_{c_{ma}}) \quad (5.11)$$

Espesor del diente por la circunferencia exterior.

$$Sa = \frac{da}{2} \left(\frac{Sp_{\alpha_{me}}}{dp} + \operatorname{inv} \alpha_{me} - \operatorname{inv} \alpha_{n_{me}} \right) \quad (5.12)$$

Espesor del diente por la circunferencia exterior para el ángulo mayor.

$$Sa_{ma} = \frac{da}{2} \left(\frac{Sp_{\alpha_{ma}}}{dp} + \operatorname{inv} \alpha_{ma} - \operatorname{inv} \alpha_{n_{ma}} \right) \quad (5.13)$$

Espesor del diente por la circunferencia exterior para el ángulo menor.

$$Sa_{me} = \frac{da}{2} \left(\frac{Sp_{\alpha_{me}}}{dp} + \operatorname{inv} \alpha_{me} - \operatorname{inv} \alpha_{n_{me}} \right) \quad (5.14)$$

3.2.- EJEMPLO NÚMÉRICO.

Como ejemplo inicial empezaremos con el trazado de la corona de 30 dientes para un piñón de 17 dientes.

Diámetro de paso para la corona.

$$dp = Z m = (30)(5 \text{ mm})$$
$$dp = 150 \text{ mm}$$

Diámetro de paso para el piñón.

$$dp = Z m = (17)(5 \text{ mm})$$
$$dp = 85 \text{ mm}$$

Diámetro básico para el mayor ángulo de la corona.

$$db_{ma} = dp \cos \alpha_{ma} = (150 \text{ mm})(\cos 30^\circ)$$
$$db_{ma} = 129.9038106 \text{ mm}$$

Diámetro básico para el menor ángulo de la corona.

$$db_{me} = dp \cos \alpha_{me} = (150 \text{ mm})(\cos 20^\circ)$$
$$db_{me} = 140.9538931 \text{ mm}$$

Diámetro básico para el mayor ángulo del piñón.

$$db_{ma} = dp \cos \alpha_{me} = (85 \text{ mm})(\cos 30^\circ)$$
$$db_{ma} = 73.61215932 \text{ mm}$$

Diámetro básico para el menor ángulo del piñón.

$$db_{me} = dp \cos \alpha_{me} = (85 \text{ mm})(\cos 20^\circ)$$
$$db_{me} = 79.87387277 \text{ mm}$$

La distancia entre centros aw_x está dada por:

$$aw_x = \left(\frac{Z_1 + Z_2}{2} \right) m$$
$$aw_x = \left(\frac{17 + 30}{2} \right) (5 \text{ mm})$$
$$aw_x = 117.5 \text{ mm}$$

El diámetro exterior para el piñón es:

$$da = m(Z_1 + 2ha + 2X_1 - 2\Delta y)$$

$$da = (5 \text{ mm})(17 + \{2\}\{1\} + \{2\}\{0\} - \{2\}\{0\})$$

$$da=95 \text{ mm}$$

El diámetro exterior para la corona es:

$$da = m(Z_2 + 2ha + 2X_2 - 2\Delta y)$$

$$da = (5 \text{ mm})(30 + \{2\}\{1\} + \{2\}\{0\} - \{2\}\{0\})$$

$$da=160 \text{ mm}$$

El diámetro interior para el piñón es:

$$df = m[Z_1 - 2(ha + c) + 2X_1]$$

$$df = (5 \text{ mm})[17 - \{2\}\{1 + 0.25\} + \{2\}\{0\}]$$

$$df=72.5 \text{ mm}$$

El diámetro interior para la corona es:

$$df = m[Z_2 - 2(ha + c) + 2X_2]$$

$$df = (5 \text{ mm})[30 - \{2\}\{1 + 0.25\} + \{2\}\{0\}]$$

$$df=137.5 \text{ mm}$$

Ángulo exterior (por la cara de mayor ángulo) para el piñón.

$$\alpha e_{ma} = \cos^{-1} \left(\frac{db_{ma}}{da} \right)$$

$$\alpha e_{ma} = \cos^{-1} \left(\frac{73.61215932}{95} \right)$$

$$\alpha e_{ma}=39.20722035^\circ$$

Ángulo exterior (por la cara de mayor ángulo) para la corona.

$$\alpha e_{ma} = \cos^{-1} \left(\frac{db_{ma}}{da} \right)$$

$$\alpha e_{ma} = \cos^{-1} \left(\frac{129.9038106}{160} \right)$$

$$\alpha e_{ma}=35.71813207^\circ$$

Ángulo exterior (por la cara de menor ángulo) para el piñón.

$$\alpha_{e_{me}} = \cos^{-1} \left(\frac{db_{me}}{da} \right)$$

$$\alpha_{e_{me}} = \cos^{-1} \left(\frac{79.87387277}{95} \right)$$

$$\alpha_{e_{me}} = 32.77767557^\circ$$

Ángulo exterior (por la cara de menor ángulo) para la corona.

$$\alpha_{e_{me}} = \cos^{-1} \left(\frac{db_{me}}{da} \right)$$

$$\alpha_{e_{me}} = \cos^{-1} \left(\frac{140.9538931}{160} \right)$$

$$\alpha_{e_{me}} = 28.24139284^\circ$$

El espesor del diente por la circunferencia de paso para el piñón es:

$$Sp = \frac{\pi m}{2} + mX(\tan \alpha_{cme} + \tan \alpha_{cma})$$

$$Sp = \frac{(\pi)(5 \text{ mm})}{2} + (5 \text{ mm})(0)(\tan \alpha_{cme} + \tan \alpha_{cma})$$

$$Sp = 7.8553981634 \text{ mm}$$

El espesor del diente por la circunferencia exterior para el piñón es:

$$Sa = \frac{da}{2} \left[\left(\frac{Sp_{\alpha_{me}}}{dp} + \text{inv } \alpha_{me} - \text{inv } \alpha_{nme} \right) + \left(\frac{Sp_{\alpha_{ma}}}{dp} + \text{inv } \alpha_{ma} - \text{inv } \alpha_{ema} \right) \right]$$

Donde:

$$\text{inv } \alpha_{ma} = \tan 39.20722035^\circ - 0.6842950857$$

$$\text{inv } \alpha_{ma} = 0.1314948777$$

$$\text{inv } \alpha_{me} = \tan 32.77767557^\circ - 0.57207835598$$

$$\text{inv } \alpha_{me} = 0.07182634215$$

$$\text{inv } \alpha_{ma} = \tan 30^\circ - 0.5235987756$$

$$\text{inv } \alpha_{ma} = 0.05375149359$$

$$\text{inv } \alpha_{me} = \tan 20^\circ - 0.3490658504$$

$$\text{inv } \alpha_{me} = 0.01490438387$$

$$\text{inv } \alpha_{nma} = \tan 39.2072203^\circ - 0.684250848$$

$$\text{inv } \alpha_{nma} = 0.13149488$$

$$\text{inv } \alpha_{nme} = \tan 32.77767557^\circ - 0.5720783598$$

$$\text{inv } \alpha_{nme} = 0.07182634$$

$$Sa_{me} = \frac{da}{2} \left(\frac{Sp_{\alpha_{me}}}{dp} + \text{inv } \alpha_{me} - \text{inv } \alpha_{nme} \right)$$

$$Sa_{me} = \frac{95 \text{ mm}}{2} \left(\frac{7.853986134 \text{ mm}}{85 \text{ mm}} + 0.01490438387 - 0.07182634 \right)$$

$$Sa_{me} = 1.685119682 \text{ mm}$$

$$Sa_{ma} = \frac{da}{2} \left(\frac{Sp_{\alpha_{ma}}}{dp} + \text{inv } \alpha_{ma} - \text{inv } \alpha_{nma} \right)$$

$$Sa_{ma} = \frac{95 \text{ mm}}{2} \left(\frac{7.853986134 \text{ mm}}{85 \text{ mm}} + 0.05375149359 - 0.13149488 \right)$$

$$Sa_{ma} = 0.6961788822 \text{ mm}$$

$$Sa = Sa_{me} + Sa_{ma} = 1.68511968 \text{ mm} + 0.6961788822 \text{ mm}$$

$$Sa = 2.381298564 \text{ mm}$$

El espesor del diente por la circunferencia exterior para la corona es:

$$Sa = \frac{da}{2} \left[\left(\frac{Sp_{\alpha_{me}}}{dp} + \text{inv } \alpha_{me} - \text{inv } \alpha_{nme} \right) + \left(\frac{Sp_{\alpha_{ma}}}{dp} + \text{inv } \alpha_{ma} - \text{inv } \alpha_{nma} \right) \right]$$

Donde:

$$\text{inv } \alpha_{e_{ma}} = \tan 35.71813207^\circ - 0.623399003$$

$$\text{inv } \alpha_{e_{ma}} = 0.0956536717$$

$$\text{inv } \alpha_{e_{me}} = \tan 28.24139284^\circ - 0.4929052904$$

$$\text{inv } \alpha_{e_{me}} = 0.04422051279$$

$$\text{inv } \alpha_{ma} = \tan 30^\circ - 0.5235987756$$

$$\text{inv } \alpha_{ma} = 0.05375149359$$

$$\text{inv } \alpha_{me} = \tan 20^\circ - 0.3490658504$$

$$\text{inv } \alpha_{me} = 0.01490438387$$

$$\text{inv } \alpha_{nma} = \tan 35.7181321^\circ - 0.6233990078$$

$$\text{inv } \alpha_{nma} = 0.09565387$$

$$\text{inv } \alpha_{nme} = \tan 28.24139283^\circ - 0.4929052902$$

$$\text{inv } \alpha_{nme} = 0.04422051$$

$$S_{a_{me}} = \frac{da}{2} \left(\frac{Sp_{\alpha_{me}}}{dp} + \text{inv } \alpha_{me} - \text{inv } \alpha_{nme} \right)$$

$$S_{a_{me}} = \frac{160 \text{ mm}}{2} \left(\frac{7.853986134 \text{ mm}}{150 \text{ mm}} + 0.01490438387 - 0.04422051 \right)$$

$$S_{a_{me}} = 1.843502514 \text{ mm}$$

$$S_{a_{ma}} = \frac{da}{2} \left(\frac{Sp_{\alpha_{ma}}}{dp} + \text{inv } \alpha_{ma} - \text{inv } \alpha_{nma} \right)$$

$$S_{a_{ma}} = \frac{160 \text{ mm}}{2} \left(\frac{7.853986134 \text{ mm}}{150 \text{ mm}} + 0.05375149359 - 0.09565387 \right)$$

$$S_{a_{ma}} = 0.836602492 \text{ mm}$$

$$S_a = S_{a_{me}} + S_{a_{ma}} = 1.843502514 \text{ mm} + 0.836602492 \text{ mm}$$

$$S_a = 2.680105006 \text{ mm}$$

El espesor del diente por la circunferencia de paso para la corona y el piñón es:

$$Sp = \frac{\pi m}{2} + mX(\tan \alpha_{cme} + \tan \alpha_{cma})$$

$$Sp = \frac{(\pi)(5 \text{ mm})}{2} + (5 \text{ mm})(0)(\tan \alpha_{cme} + \tan \alpha_{cma})$$

$$Sp = 7.8553981634 \text{ mm}$$

3.3.- CONSTRUCCIÓN GRÁFICA DE UN ENGRANE ASIMÉTRICO EN FUNCIÓN DE LOS PARÁMETROS OBTENIDOS.

Con las dimensiones obtenidas aplicando las formulas descritas con anterioridad se procede a realizar el trazado grafico de la corona y el piñón o ambos a la vez. A continuación se describen una serie de pasos a seguir para el correcto trazado tanto de los dientes como el diámetro exterior, interior, etcétera; cabe hacer notar que en los diversos artículos que se ha publicado acerca de engranes asimétricos solo [20] nos muestra como se deben trazar estos, ya que la gran mayoría solo muestran el perfil ya hecho. Los pasos a seguir son los siguientes:

- 1.- Se dibuja el diámetro básico para el ángulo menor que en nuestro caso es de 20° dimensionándose este de acuerdo a los resultados obtenidos con anterioridad.
- 2.- Partiendo de una línea de centro trazada verticalmente O-A (el radio básico para el ángulo menor), se define un ángulo en el diámetro básico del ángulo menor (se recomienda que sea mayor de 40°) y se divide en partes iguales con líneas del centro del círculo al propio círculo (O-1, O-2, O-3, etc.).
- 3.- Desde cada punto de intercepción de las líneas con el círculo (1, 2, 3,....., n), se trazan líneas tangentes al círculo básico en dirección a la línea vertical trazada (O-A) y en ellas se acota la longitud del radio de curvatura del perfil evolvente (θR_o).

Los pasos descritos con anterioridad se pueden observar de una manera más clara en la figura que se presenta a continuación:

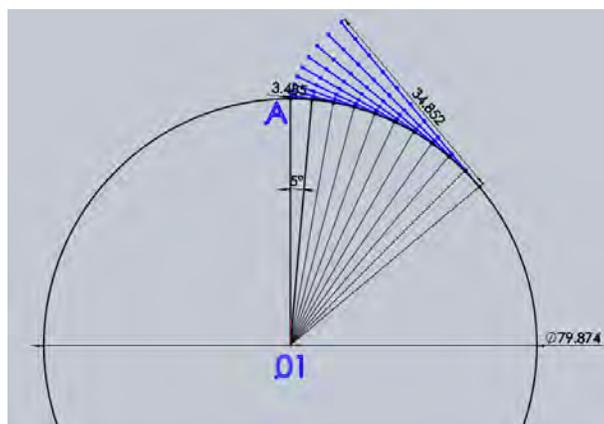


Figura 3.1.- Líneas para el trazado del perfil evolvente.

Trazado del perfil evolvente:

El trazado del perfil evolvente simétrico ha sido tratado en la literatura con mucha claridad [11], [13], [21], [22], [23], no obstante aquí se expone la vía que el autor utiliza para lograr la mayor exactitud en el trazado de los dientes asimétricos.

El perfil evolvente tiene tres propiedades que lo hacen insuperable en el diseño y construcción de ruedas dentadas cilíndricas:

- 1.- Nace en un círculo básico de radio mayor que cero.
- 2.- Cualquier línea normal al perfil evolvente, es tangente al radio básico raíz.
- 3.- La longitud de arco comprendido entre el punto de origen de la evolvente y un punto de tangencia de la línea normal al perfil, tiene la misma longitud que dicha normal entre el punto de intercepción con el perfil el evolvente y el punto de tangencia en el círculo básico.

Estas propiedades se utilizan eficientemente en el trazado del diente asimétrico que se expone en el presente trabajo.

- 1.- Uniendo desde el punto de intercepción de la línea vertical con el círculo básico (A), los puntos extremos de cada línea de tangencia, se va definiendo el perfil evolvente para el ángulo menor (o de 20°).
- 2.- Se traza el círculo exterior de la rueda (definido para el ángulo menor 20°).
- 3.- La evolvente trazada, se elimina del radio exterior hacia fuera quedando sólo el perfil comprendido entre el círculo básico y el exterior.

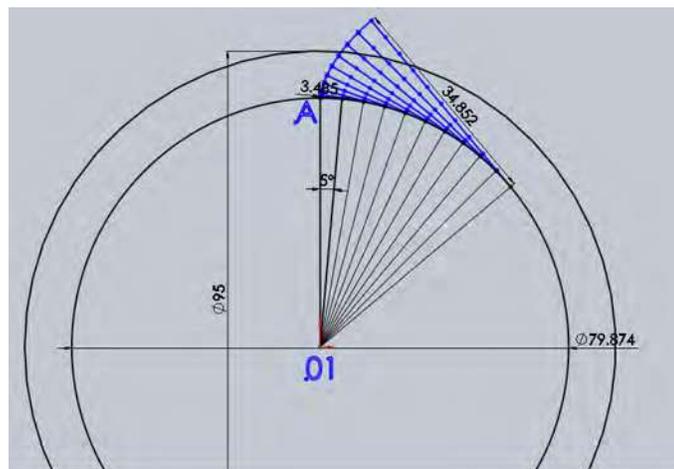


Figura 3.2.- Trazado del perfil evolvente y el radio exterior de la rueda.

- 4.- En la intersección de la evolvente con el diámetro exterior se traza un círculo de radio $S_{a_{menor}}$, y una de sus intersecciones con el círculo exterior se toma como centro para trazar otro círculo de radio $S_{a_{mayor}}$ ver figuras 2.3 y 2.4-b.
- 5.- Desde el punto (B) se traza una línea tangente al círculo básico (del ángulo mayor 30°).
- 6.- La línea definida B-C se mide y su longitud (23.525 mm) se divide por el radio básico del ángulo mayor de la rueda COD ver figura 2.4-a y se obtiene el ángulo correspondiente a dicho radio del perfil evolvente B-D perteneciente al ángulo mayor.

$$\theta = \frac{\rho}{r_o}$$

$$\theta = \frac{23.525}{31.176914535} = 0.7546647 \text{ rad}$$

$$\theta = 43.2333^\circ$$

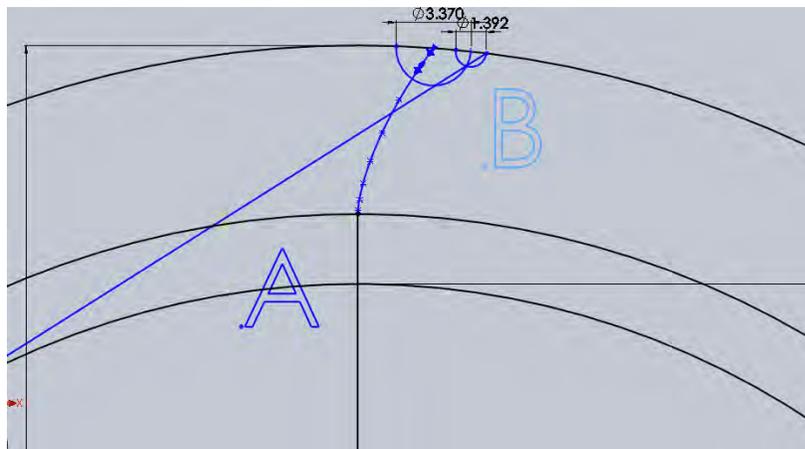


Figura 3.3.- Trazado de los espesores del diente para cada ángulo (menor y mayor).

- 7.- De la intersección externa al trazado del diente del círculo trazado con el radio $S_{a_{mayor}}$ (el círculo menor de la figura 2.3), se traza una tangente al círculo básico de ángulo mayor, trazado previamente y del punto de tangencia, una línea radial y se mide la longitud del radio de curvatura que se define entre el círculo y el punto de tangencia mencionado.

- 8.- El punto de intercepción definido por el radio de curvatura, el círculo de radio $S_{a_{mayor}}$ y el círculo exterior define hasta donde será utilizada la curva evolvente para el ángulo mayor, la cual nace en el punto "D" antes definido.
- 9.- Repitiendo un proceso similar al que se expone entre los pasos 2 a la 6 arriba descritos, se obtiene el perfil de la evolvente para el ángulo mayor.

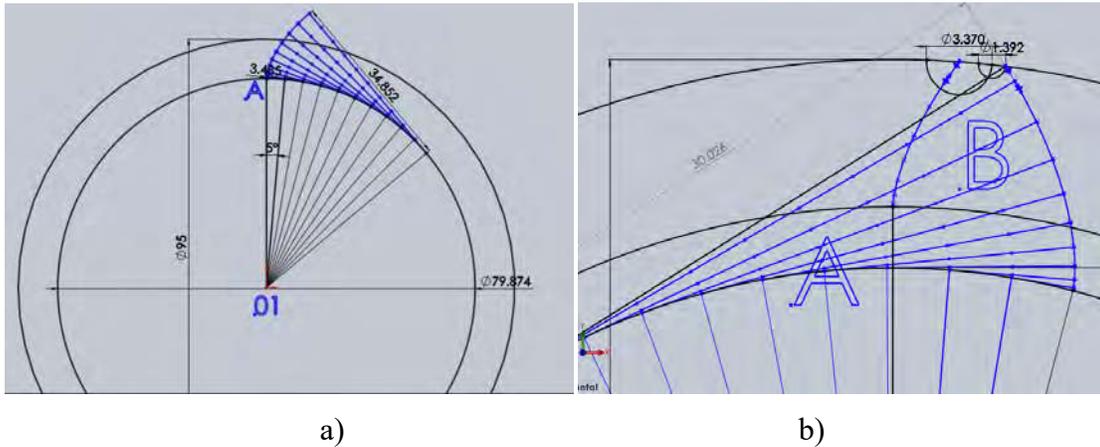


Figura 3.4.- Trazado de la evolvente del ángulo mayor.

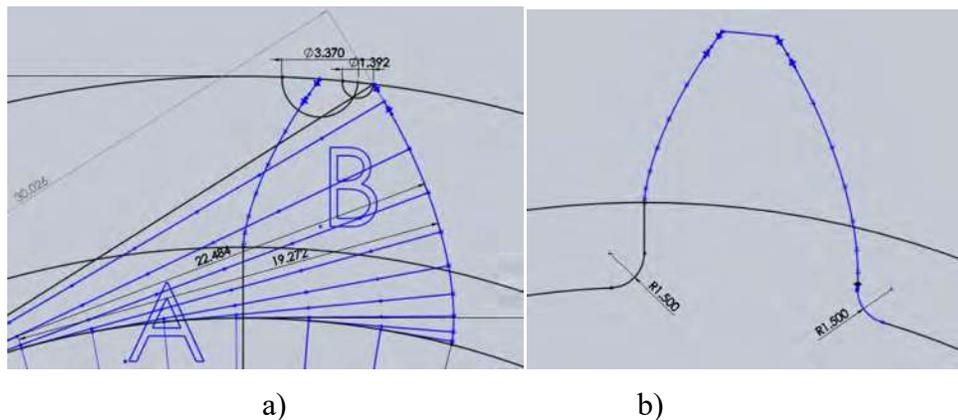


Figura 3.5.- Trazado del perfil evolvente del diente asimétrico (a,b).

- 10.- Ahora se traza el radio interior de la rueda y los perfiles evolvente, se hacen coincidir con dicho círculos con radios de empalme de 0.30 m (0,30 veces el módulo), ya pueden eliminarse todos los trazos auxiliares, quedando solamente el perfil del diente.
- 11.- Copiando el perfil obtenido tantas veces como números de dientes tiene la rueda alrededor del centro del círculo interior, resulta el perfil de la rueda que finalmente se le da la profundidad deseada para finalizar con el trazo de la rueda *figura 3.6*.



Figura 3.6.- Engrane completo.

CONCLUSIONES PARCIALES.

El trazado de los dientes en las ruedas de dientes asimétricos resulta ser una tarea de cierta complejidad, por tratarse de diferentes dimensiones en ambos flancos del mismo. Por lo que es necesario tomar algunos puntos de referencia en su trazo exacto.

No todos los puntos que caracterizan el trazado del diente asimétrico se obtienen de las ecuaciones clásicas de la síntesis de la rueda, siendo necesario hacer nuevos planteamientos de análisis.

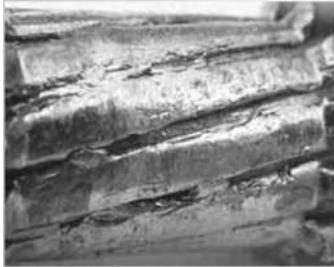
Es imprescindible el trazo del diente asimétrico con exactitud para poder aplicar los Métodos de Elementos Finitos que usualmente se utilizan los análisis de esfuerzos o concentradores de tensiones

CAPÍTULO IV.- TIPOS DE FALLAS COMUNES EN ENGRANAJES.

Los deterioros o fallas que surgen en los engranajes están relacionados con problemas existentes en los dientes, en el eje, o una combinación de ambos. Las fallas relacionadas con los dientes pueden tener su origen en sobrecargas, desgaste y grietas, y las fallas relacionadas con el eje pueden deberse a la desalineación o desequilibrado del mismo produciendo vibraciones y ruidos, todas estas condiciones de operación disminuyen la capacidad de transmisión de un engranaje, destacándose entre ellos los siguientes. [24][25]

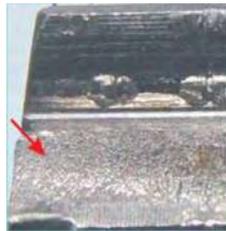
4.1.-PÉRDIDA DE DIENTE TOTAL O PARCIAL

Fractura dúctil.- Presenta cizallado del diente acompañado de una considerable deformación plástica. Algunas causas:



- *Sobre carga por elevado torque.
- *Dureza de capa endurecida y/o del núcleo del engranaje bajas.
- *Espesor bajo de la capa endurecida.
- *Ausencia de capa endurecida.

Fractura frágil.- Fractura con apariencia granular brillante y sin deformación plástica aparente. Algunas causas:



- *Sobre carga por elevado torque.
- *Dureza de capa endurecida y/o núcleo del engranaje elevadas.
- *Espesor alto de la capa endurecida.

Fatiga.- Fractura progresiva se que se propaga durante el trabajo del engranaje. Su superficie es tersa y normalmente presenta marcas elípticas concéntricas al origen.

Algunas causas son:



- *Torque continuado de operación superior al recomendado.
- *Dureza de núcleo y/o capa endurecida baja y/o espesor de ésta insuficiente.

4.2.- PÉRDIDA DE GEOMETRÍA DEL DIENTE.

Desgaste.

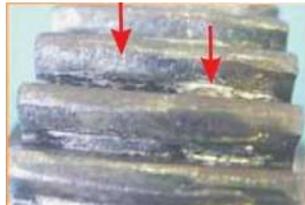
Desgaste abrasivo. Cuando la superficie de los dientes de un engrane se mecanizan o pulen en servicio. Algunas causas:



- *Lubricante con partículas.
- *Viscosidad baja o alto torque.
- *Baja velocidad
- *Dureza baja en capa endurecida.
- *Diferencia alta de dureza entre los engranajes acoplados.

Desgaste adhesivo. Cuando entre dos engranajes se transfiere metal, debido a que entran en contacto directo porque se rompe la capa de lubricante [25][26]. Algunas causas:

Deficiencia de aditivos. (Aditivos de extrema presión que tiene algunos lubricantes).



- *Dureza baja en capa endurecida.
- *Alta velocidad o temperatura.
- *Viscosidad baja o alto torque.
- *Falla en sistema de lubricación.

Corrosión. Deterioro de la superficie por acción química, se presentan picaduras y/o depósitos sobre los dientes. Algunas causas:



- *Contaminación del lubricante por químicos o agua.
- *Ausencia o deficiencia de aditivo anticorrosivo.
- *Mezclar marcas de aceite. (Generación de compuestos corrosivos por reacción entre aditivos incompatibles).
- *Utilizar un lubricante no apropiado para engranajes de bronce.

Fatiga superficial.

Picado. Consiste en una pérdida localizada de material, normalmente en forma de pequeñas cavidades [27]. Algunas causas:



- *Baja dureza en capa endurecida.
- *Viscosidad baja del lubricante.
- *Torque continuado de operación superior al recomendado.
- *Ausencia o deficiencia de aditivo (aditivo de extrema presión que tienen algunos lubricantes) en el lubricante.

Macropicado o descascarado. Picado severo, en el cual grandes trozos de material se desprenden de la superficie. Algunas causas.



- *Dureza de núcleo y/o capa endurecida baja y/o espesor de ésta insuficiente.
- *Las mismas causas del picado pero más severas.

Deformación plástica baja.

Arrugamiento. Presenta forma de olas o escamas perpendiculares a la dirección de deslizamiento. Algunas causas:



- *Viscosidad baja del lubricante.
- *Torque continuado de operación superior al recomendado.
- *Baja velocidad.
- *Ausencia o deficiencia de aditivo (aditivo de extrema presión que tienen algunos lubricantes) en el lubricante

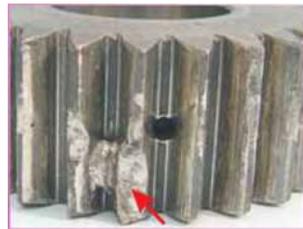
Acanalado. Surcos que siguen la dirección de deslizamiento a lo largo de la superficie del diente. Algunas causas:



- *Viscosidad baja del lubricante.
- *Torque continuado de operación superior al recomendado.
- *Baja velocidad
- *Ausencia o deficiencia de aditivo (aditivo de extrema presión que tienen algunos lubricantes) en el lubricante

Deformación plástica alta.

Indentación. Provocada por material extraño que se atrapa en el acoplamiento de los dientes y va destruyendo su perfil a medida que se realiza el trabajo. Algunas causas:



- *Presencia de elementos extraños entre los engranajes.
- *Consecuencia de fractura de diente o del macropicado.

Aplastamiento, afilado y rebaba. Deformación de los dientes que lleva a formas triangulares y/o flujo lateral que genera viruta. Algunas causas:



- *Viscosidad y/o velocidad bajas.
- *Dureza de núcleo y/o capa endurecida baja y/o espesor de ésta insuficiente.
- *Torque continuado de operación superior al recomendado

4.3.- AGRIETAMIENTO.

Grieta en cara de dientes. Fase inicial de una pérdida parcial de diente por fatiga. Algunas causas:

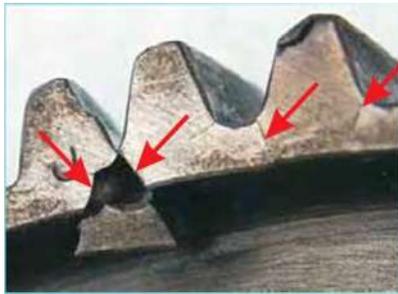


*Inadecuado acabado superficial de los dientes.

*Las grietas pueden iniciarse a partir de micropicaduras.

*También las causas de pérdida total o parcial de diente por fatiga.

Grieta en alma o llanta. Grietas originadas en pie de diente que buscan el centro del engrane, normalmente formadas por fatiga. Algunas causas:



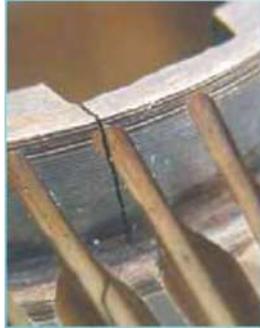
Diseño inadecuado por bajo espesor de llanta.

Grieta en base de dientes. Etapa inicial de pérdida total o parcial de diente por fractura dúctil, frágil o fatiga. Algunas causas:



Las mismas causas de pérdida total o parcial del diente.

Grieta en discontinuidades. Grietas normalmente de fatiga que nuclean en agujeros de lubricación, alojamiento de cuñas, estriados, agujeros aligeradores de peso o en otros concentradores. Algunas causas:



*Agujeros, cuñeros, estriados, etc., mal calculados o mecanizados.

*Sobrecarga elevada o torque continuado de operación superior al recomendado.

CAPITULO V.- RESISTENCIA DEL DIENTE EN LOS ENGRANAJES.

5.1. ANÁLISIS DE FLEXIÓN.

El diente de un engrane trabaja por resistencia a la flexión, y debe ser calculado como un sólido empotrado (encastrado) en la base, soportando en la extremidad de la cabeza el esfuerzo o carga; por lo tanto, se calculará como si un solo diente soportará el esfuerzo tangencial *figura 5.1a.* donde se muestra un voladizo con dimensiones de su sección transversal F y t , longitud l y una carga W^t , uniformemente distribuida a lo largo del ancho de la cara F . El módulo de sección I/c es $Ft^2/6$, y por lo tanto, el esfuerzo flexionante está dado por la *ecuación 5.1*. Cabe señalar que se considera que la transmisión de la carga se dará por el contacto de un diente del piñón con uno de la corona y que no existirá otro par de dientes en contacto al mismo tiempo.

$$\sigma = \frac{M}{I/c} = \frac{6W^t l}{Ft^2} \quad (5.1)$$

La más notable teoría sobre esta materia fue dada a conocer por Mr. Wilfried Lewis, en Filadelfia, el 15 de octubre de 1892, y todo cuanto se ha investigado y modificado, están basados en los principios de Lewis [11].

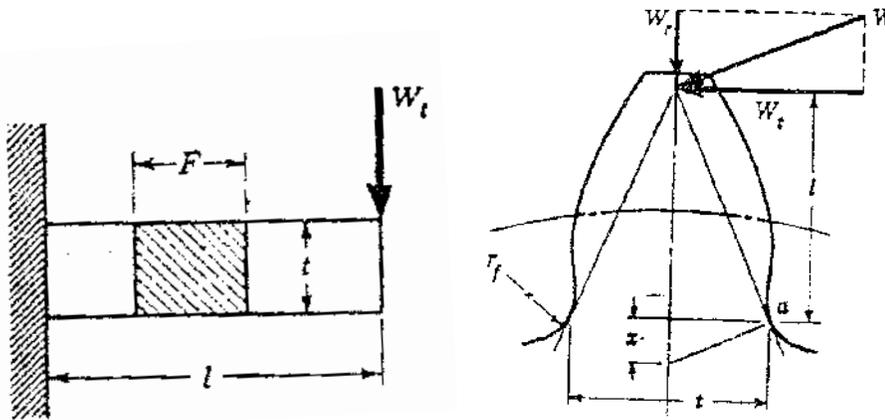


Fig.5.1 a) diente de engrane en cantiléver b) Diagrama de fuerzas con relaciones trigonométricas.

Ahora con referencia a la *figura 5.1b*, se supone que el esfuerzo máximo en un diente de engrane ocurre en el punto a, Mediante triángulos semejantes, se escribe.

$$\frac{t/2}{x} = \frac{l}{t/2} \quad \text{o} \quad x = \frac{t^2}{4l} \quad (5.2)$$

Si ahora se sustituye el valor de x en la *ecuación 5.1* y se multiplica el numerador y el denominador por el paso circular p , y haciendo $y = 2x/3p$ se tiene:

$$\sigma = \frac{W^t p}{F \left(\frac{2}{3}\right) x p} \quad \sigma = \frac{W^t}{F p y} \quad (5.3)$$

Lo anterior completa el desarrollo de la ecuación del factor de Lewis. El factor y se llama factor de forma y de Lewis y se obtiene mediante una representación gráfica del diente del engrane o bien por cálculo digital.

Al aplicar dicha ecuación, la mayoría de los ingenieros emplean el paso diametral para determinar los esfuerzos. Esto se hace sustituyendo $P = \pi/p$ y $Y = \pi y$ en la *ecuación 5.3* esto da.

$$\sigma = \frac{W^t P}{F Y} \quad \text{donde} \quad Y = \frac{2xP}{3} \quad (5.4)$$

El empleo de de esta ecuación para Y significa que sólo se considera la flexión del diente y que se ignora la compresión debida a la componente radial de la fuerza. Los valores de Y obtenidas mediante dicha ecuación se tabulan en la *tabla 5.1*.

Número de dientes	Y	Número de dientes	Y	Número de dientes	Y
12	0.245	21	0.328	50	0.409
13	0.261	22	0.331	60	0.422
14	0.277	24	0.337	75	0.435
15	0.29	26	0.346	100	0.447
16	0.296	28	0.353	150	0.46
17	0.303	30	0.359	300	0.472
18	0.309	34	0.371	400	0.48
19	0.314	38	0.384	Cremallera	0.485
20	0.322	43	0.397		

Tabla 5.1 Valores del factor de forma de Lewis Y . (los valores son para un ángulo de normal de presión de 20° , diente de altura completa y paso diametral igual a la unidad.)

El uso de la ecuación 5.4 también implica que los dientes no comparten la carga y que la fuerza mayor se ejerce en la punta del diente, pero ya se ha expresado que la unidad de contacto debe ser un poco mayor que la unidad, digamos, aproximadamente igual a 1.5, a fin de lograr un engranaje de calidad. Si, de hecho, los engranes se cortan con precisión suficiente, la condición de carga en la punta no es lo peor, porque otro par de dientes estará en contacto cuando dicha condición ocurra. El análisis de los dientes asentados mostrará que las cargas más pesadas se presentan cerca de la mitad del diente. Por tanto, lo probable es que el esfuerzo máximo ocurra mientras que un solo par de dientes soporta la carga completa, en un punto donde otro par se encuentra a punto de hacer contacto.

La ecuación de Lewis ya no se aplica en su forma original, pero sirve como base para una versión más moderna, según lo ha definido AGMA (American Gear Association Manufacturers), y que se basa en el trabajo de Lewis y de muchos otros. Los principios de la ecuación de Lewis siguen siendo válidos, pero han sido aumentados con factores adicionales para tomar en consideración mecanismos de falla que solo posteriormente fueron comprendidos. Su factor de forma Y ha sido remplazado por un nuevo factor geométrico J , que incluye los efectos de concentración de esfuerzos en el filete de la raíz [2]. En tiempo de Lewis la concentración de esfuerzos todavía estaba pendiente por ser descubierta.

La ecuación de de esfuerzo a flexión, AGMA difiere ligeramente para los engranes de especificaciones norteamericanas *ecuación 5.5* y SI *ecuación 5.6*, debido a la razón recíproca entre paso diametral y módulo. Se listan a continuación:

$$\sigma = \frac{W_t P_d}{FJ} \frac{K_a K_m}{K_v} K_s K_B K_I \quad (5.5)$$

$$\sigma = \frac{W_t}{FmJ} \frac{K_a K_m}{K_v} K_s K_B K_I \quad (5.6)$$

El núcleo de esta ecuación es la fórmula de Lewis, con su factor de forma Y remplazado por el factor geométrico actualizado J , W_t , F , y P_d , tienen los mismos significados que en la *ecuación 5.1* y m es el módulo métrico. Los factores K son modificadores para tomar en consideración diversas condiciones: K_v factor dinámico, K_m Factor de distribución de carga, K_a Factor de aplicación, K_s Factor de tamaño, K_B Factor de espesor del aro, K_I Factor de engrane intermedio o loco.

5.2.- MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

5.2.1.- *Introducción.*

El método del elemento finito es un procedimiento numérico [28] que ha llegado a ser una herramienta poderosa en la solución de numérica de un amplio rango de de problemas de ingeniería. Las aplicaciones van desde el análisis por deformación y esfuerzo de automóviles, aeronaves, edificios y estructuras de puentes de hasta el análisis de los campos del flujo de calor, de fluidos, magnético, filtraciones y otros problemas de flujo. Con los avances en la tecnología de las computadoras y de los sistemas CAD (Computer Aided Design), pueden modelarse problemas complejos con relativa facilidad. En una computadora pueden probarse varias configuraciones alternas antes de construir el primer prototipo. Todo esto sugiere que debemos modernizarnos empleando estos desarrollos para entender la teoría básica, de las técnicas de modelado y los aspectos computacionales del método del elemento finito. En este método de análisis, una región compleja que define un continuo se discretiza en formas geométricas simples llamadas elementos finitos. Las propiedades del material y las relaciones gobernantes, son consideradas sobre esos elementos y expresadas en términos de valores desconocidos en los bordes del elemento. Un proceso de ensamblaje, cuando se consideran debidamente las cargas y restricciones, da lugar a un conjunto de ecuaciones. La solución de esas ecuaciones nos da el comportamiento aproximado del continuo [28].

5.2.2.- *Una pequeña historia del método de elementos finitos.*

El método del elemento finito es un método numérico que puede ser aplicado para obtener soluciones a una gran cantidad de problemas en ingeniería. Estado, trascendente, lineal, o no lineal, pueden ser analizados con métodos de elemento finito. El origen del método moderno del elemento finito puede ser descrito cerca de 1900, cuando unos investigadores aproximaron y modelaron la elástica continua usando barras elásticas equivalentes discretas, en 1900 Ritz desarrollo un método efectivo para la solución aproximada de problemas en mecánica de cuerpos deformables. Esto incluía una aproximación de de energía funcional por las funciones conocidas con los coeficientes desconocidos. Minimizando la función respecto a cada una de las condiciones de borde los coeficientes desconocidos pueden determinarse. Una de las restricciones principales en el método de Ritz es que las funciones usadas deben satisfacer a las condiciones límite del problema [29].

Courant (1943) recibió el crédito como la primera persona en desarrollar el método del elemento finito. En un artículo publicado a principios de 1940, Courant uso la interpolación polinomial sobre subregiones triangulares para investigar problemas de torsión.

El siguiente paso significativo en la utilización del método del elemento finito fue hecho por la empresa Boeing en el año de 1950 cuando contrato un grupo de investigadores, que usaron elementos triangulares de esfuerzos para un modelo de las de un avión. De hecho, no fue hasta 1960 que Clough desarrollo el término hoy popular de “método del elemento finito”. Durante 1960 los investigadores comenzaron a aplicar el método del elemento finito en otras áreas de la ingeniería, como es la transferencia de calor, etc. Zienkiewicz y Cheung (1967) escribieron el primer libro enteramente dedicado al método del elemento finito en 1967 [30].

5.2.3.- Características del método de elemento finito.

Las principales características del método del elemento finito son:

- a) La Solución completa dentro del dominio es dividida en pequeños segmentos finitos (de aquí el nombre de elemento finito).
- b) El comportamiento de cada elemento esta descrito por una ecuación.
- c) Todos los elementos se ensamblan juntos y los requisitos de continuidad y equilibrio deben satisfacerse entre los elementos vecinos.
- d) A partir de las condiciones límite del problema actual, solamente se requiere de una única solución del sistema de ecuaciones lineales algebraicas.
- e) La matriz solución del sistema contiene algunos ceros en diferentes posiciones.
- f) El método del elemento finito es muy aplicable para problemas prácticos de ingeniería con geometrías complejas.
- g) Para obtener una aproximación más exacta es necesario el empleo de una gran cantidad de elementos, aun que cuando la variabilidad de valores llega a ser muy pequeña no es necesario la división de tantos elementos.

5.2.4.- Algunas aplicaciones del método de elementos finitos.

El método del elemento finito es un procedimiento numérico que puede emplearse para solucionar una gran cantidad de problemas de ingeniería, por ejemplo, en transferencia de calor, análisis de esfuerzos, electromagnetismo, mecánica de fluidos, acústica, etc.

En transferencia de calor por conducción, el método se emplea para determinar la distribución de temperaturas a través de un cuerpo con condiciones límite conocidas y las propiedades termofísicas del material en estado estable o transiente.

En mecánica de fluidos se pueden solucionar problemas en estado estable o transiente de fluidos compresibles o incompresibles.

Los análisis estructurales permiten encontrar la solución de esfuerzos y desplazamientos de estructuras o piezas mecánicas sometidas a diversas cargas.

En general existen muchas áreas de aplicación y lo más importante es que se pueden encontrar soluciones a problemas que combinan condiciones de operación diferentes mediante un solo análisis [31].

5.2.5.- Problemas de ingeniería.

En general, los problemas de ingeniería son modelos matemáticos o situaciones físicas. Los modelos matemáticos son ecuaciones diferenciales con una serie correspondiéndoles una condición inicial y otra límite o final. Las ecuaciones diferenciales son derivadas para aplicar las leyes y principios naturales para un sistema o un volumen de control. Estas ecuaciones gobiernan o representan balance de masa, fuerza o energía. Cuando es posible, la solución exacta de estas ecuaciones, las soluciones analíticas están compuestas de dos partes:

- 1.- Una parte homogénea.
- 2.- Una parte particular.

En ciertos problemas de ingeniería, hay dos parámetros que influyen en el camino en el que un sistema se comporta. Primero, cuales son los parámetros que nos proporcionan información

considerando el comportamiento natural de cierto sistema. Estos parámetros incluyen propiedades como el módulo de elasticidad, conductividad térmica, viscosidad, etc.

En la otra parte, los parámetros que producen perturbaciones en un sistema. Algunos ejemplos de estos parámetros incluyen fuerzas externas, momentos, diferencia de temperatura a través de un medio, diferencia de presión en el flujo de un fluido, etc.

En contraste, los parámetros que causan los disturbios aparecen en la solución particular. Es importante comprender el papel de estos parámetros en el modelo del elemento finito como se muestra en la *figura 5.2*, en términos de sus respectivas apariciones o matrices de conductancia y carga o matrices de carga. Las características del sistema siempre se mostraran por encima de la matriz de rigidez, matriz de conductancia, o matriz de resistencia, considerando que los parámetros de perturbación siempre aparecerán en la matriz de carga.

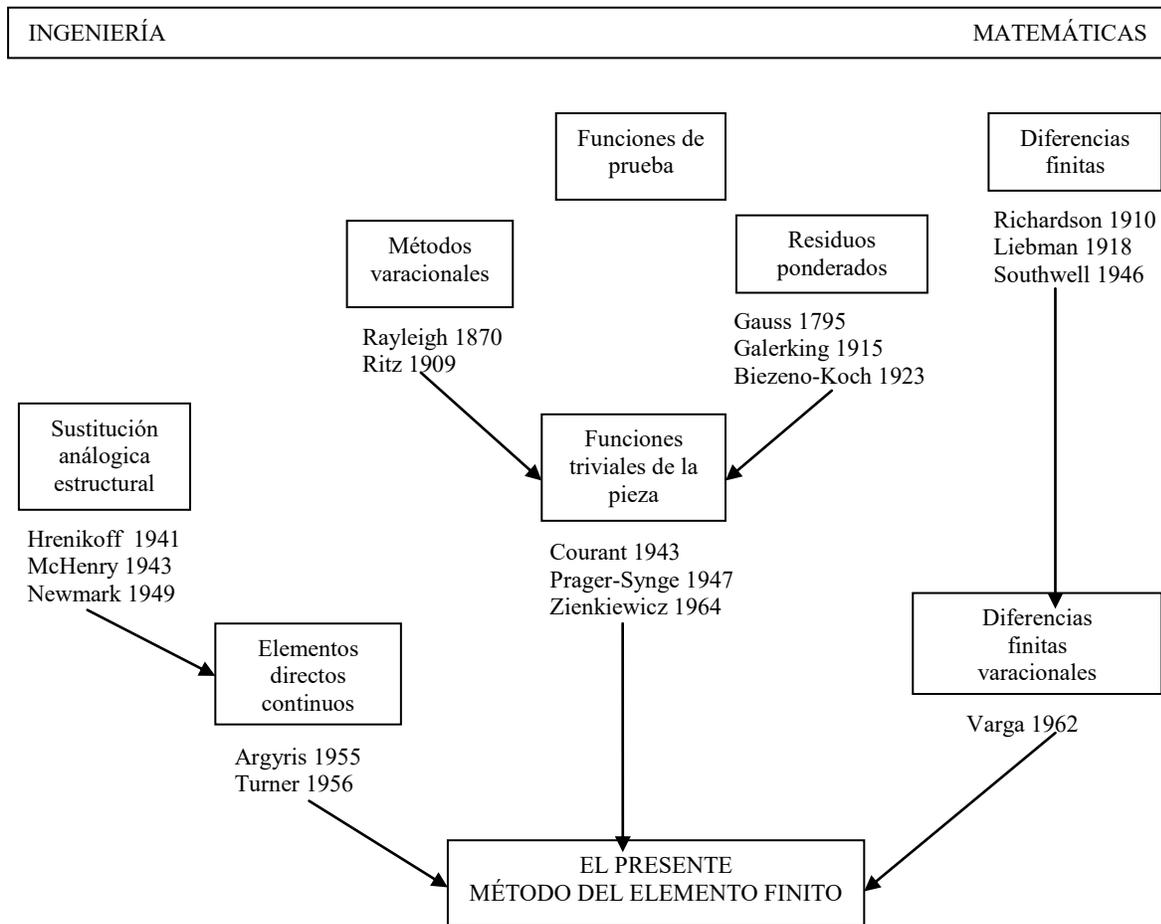


Figura 5.2.- Diagrama de los modelos de ingeniería mediante el método del elemento finito [32].

5.2.6.- Pasos básicos en el método de elementos finitos.

Los pasos básicos involucrados en cualquier análisis por elemento finito son los siguientes:

Fase de pre procesado.

- 1.- Crear y discretizar el dominio de la solución en elementos finitos; esto es, subdividir el problema en nodos y elementos.
- 2.- Asumir una ecuación de forma para representar la conducta física de un elemento, esto es, una función aproximada continua asumiendo que representa la solución de un elemento.
- 3.- Desarrollar las ecuaciones para elemento.
- 4.- Ensamblar los elementos para representar la totalidad del problema. Construir la matriz global de rigidez.
- 5.- Aplicar las condiciones límites o de borde, condiciones iniciales y las cargas.

Fase de solución.

- 6.- Resolver una serie de ecuaciones algebraicas lineales o no lineales simultáneamente para obtener los resultados nodales, tales como los valores de desplazamiento en los diferentes nodos.

Fase de post procesado.

- 7.- Obtener otra información importante. En este punto, se puede estar interesado en los valores de esfuerzos principales, flujo de calor, etc.

En general, hay varios acercamientos para la formulación de problemas de elemento finito y estos son:

- I.- Formulación directa.
- II.- Formulación de energía potencial mínima.
- III.- Formulación de residuos ponderados.

5.2.7.- Breves conceptos para entender mejor como abordar el problema mediante el método de elementos finitos.

El campo de la mecánica puede dividirse en tres principales áreas:

- a) Teórica.
- b) Aplicada.
- c) Computacional.

Pueden ser distinguidos de acuerdo los focos físicos de atención

- a) Nano y micromecánicos.
- b) Mecánica continua: sólidos y estructuras, fluidos, etc.
- c) Sistemas.

Una conveniente subdivisión de problemas en sólidos computacionales y mecánica estructural es:

- a) Estáticos.
- b) Dinámicos.

Una subdivisión de problemas estáticos en CSM es:

- a) Lineal.
- b) No lineal.

Para la simulación numérica en la computadora.

- a) Método de elementos finitos.
- b) Método de diferencias finitas.
- c) Método de elemento límite.
- d) Método del volumen finito.
- e) Método espectro.
- f) Método de mallado libre.

Habiendo seleccionado el método por discretización, seleccionamos el siguiente paso una formulación y un método de solución.

La formulación del modelo del MEF es:

- a) Desplazamientos.
- b) Equilibrio.
- c) Mezclado.
- d) Híbrido.

La solución del modelo del MEF se muestra en la *figura 5.3* y *figura 5.4*, es:

- a) Rigidez o espesor.
- b) Flexibilidad.
- c) Mezclado.

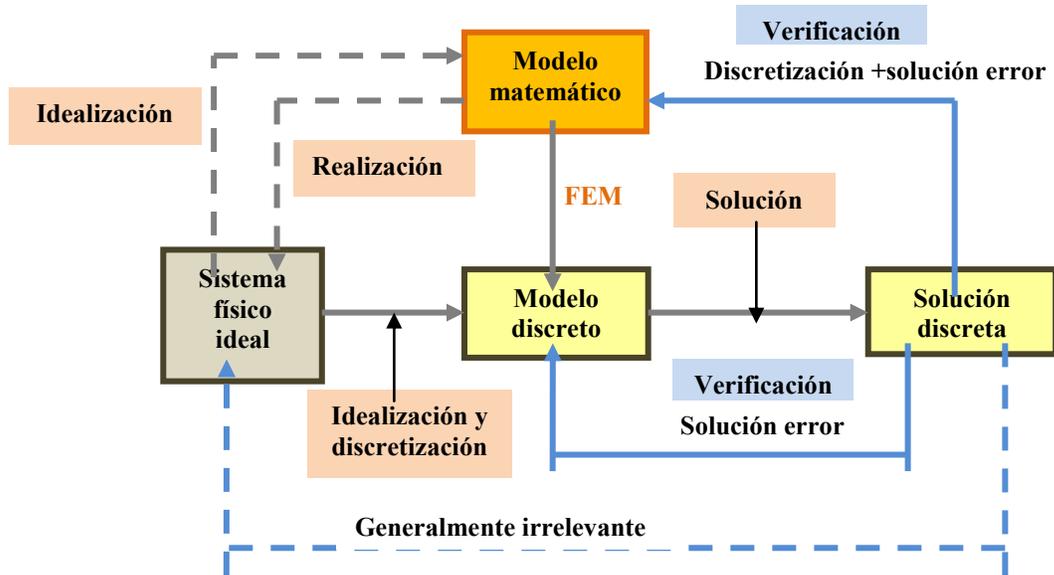


Figura 5.3.- MEF en modelado y simulación: MEF matemático.

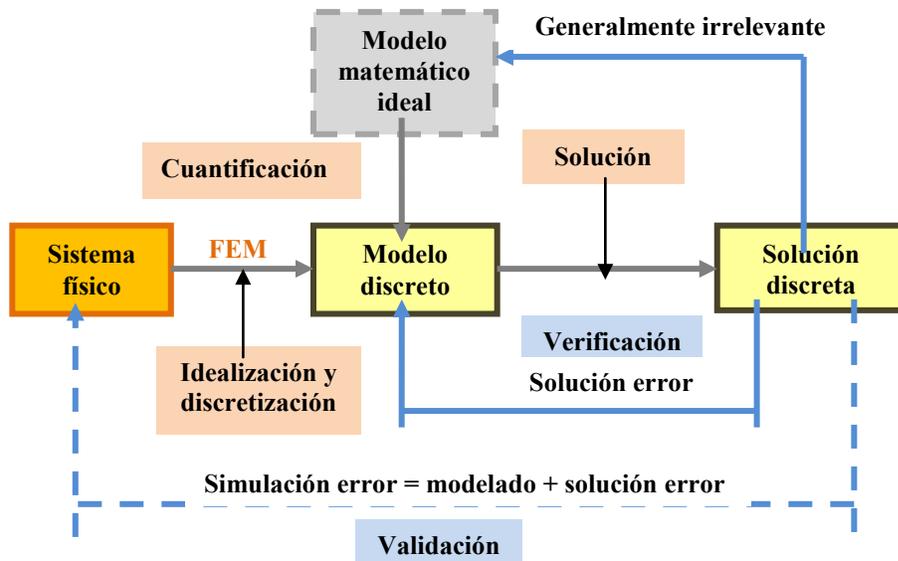


Figura 5.4.- MEF en modelado y simulación: MEF físico.

5.3.- PARÁMETROS PARA EL ESTUDIO DE LA VARIACIÓN DE LAS TENSIONES DE FLEXIÓN.

Los engranes del estudio tienen un módulo de 5 mm. y el coeficientes de corrección para la corona y el piñón es cero en ambos casos, se debe tener en cuenta que las formulas para el dimensionamiento y el trazado de los mismos se abordó con anterioridad en el capítulo 3.1.

Se sometió al análisis por elemento finito a los engranes asimétricos de 17 a 30 dientes. El material asignado a los engranes es el acero AISI SAE 1045 acero estirado en frío, cuyas propiedades mecánicas más importantes se muestran en la *tabla 5.2*. El espesor de los engranes es de 10 mm., la carga aplicada es de 200 N/mm normal al perfil del diente y se restringe fijamente al engrane en agujero del eje.

Los engranes se analizaron en el software ANSYS 11 y se dibujo en solidWorks 9 posteriormente se transporto el modelo a este software para su análisis.

No. AISI SAE	Resistencia a la tensión (MPa)	Resistencia a la cedencia (MPa)	Alargamiento en 50 mm (%)	Dureza Brinell
1045	630	530	12	179

Tabla 5.2.- Propiedades mecánicas del acero AISI SAE 1045 (estirado en frío).

El modelo geométrico dibujado en Solid Works es transferido en ANSYS para crear el modelo de elemento finito. Los parámetros de propiedades materiales como el módulo de Young y Poisson son asignados al modelo de elemento finito. Entonces se aplica la carga al modelo y puesto la coacción y la carga sobre el modelo, finalmente usando el módulo de solución para analizar la tensión sobre los dientes. El pos procesador puede mostrar la tensión y la deformación en cada nota con colores diferentes como se muestra en la figura 7.8 y 7.9.

Datos para el análisis de tensión.

Se dice que una pieza experimenta flexión cuando se halla sometida a fuerzas transversales generalmente situadas en un mismo plano.

Una versión de ANSYS es usado para obtener la solución numérica para el análisis de tensión de flexión. Para la simulación se utilizó un acero al carbono AISI SAE 1045 estirado en frío, este material tiene como módulo de Young $E = 207 \times 10^9$ Pa. y relación de Poisson = 0.292.

Los modelos han sido desarrollados en el programa SolidWorks (ver *capítulo 3.3*) y luego transferidos al programa ANSYS 11 con el formato **.IGES, para el análisis de tensión de flexión. Una vez que ya se tiene el modelo geométrico en el programa ANSYS, la figura es mapeada o dividida en pequeñas secciones utilizando un mapeado libre, teniendo con mayor número de divisiones en el área de interés o base del diente, a analizar que es la raíz del diente, dejando la demás parte del modelo con divisiones un poco mayores, como se muestra en la *figura 5.5*, posteriormente se le dan las condiciones de restricción, suponiendo que en primera instancia que no este en movimiento el engrane por lo es fijada en el centro del engrane *figura 5.6*.

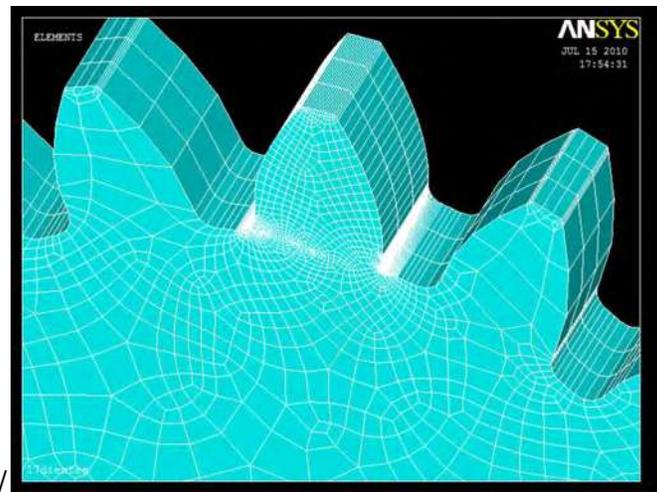


Figura. 5.5.- mallado o mapeado

El modulo de engranaje es $m=5$ la simulación se hizo con un espesor de 10 mm, los ángulos del perfil de envolvente son 20° y 30° , y la carga es aplicada primero por el ángulo de ataque de 20° y posteriormente por el de 30° . La fuerza aplicada al diente es de 1 000 N. el cual se le aplicó en la parte superior del diente como una presión de 200 Mpa, sobre un área de 0.5 mm x 10mm de profundidad se muestra en la *figura 5.6*.

La misma fuerza es aplicada para todos los engranes sobre el mismo espacio de área.

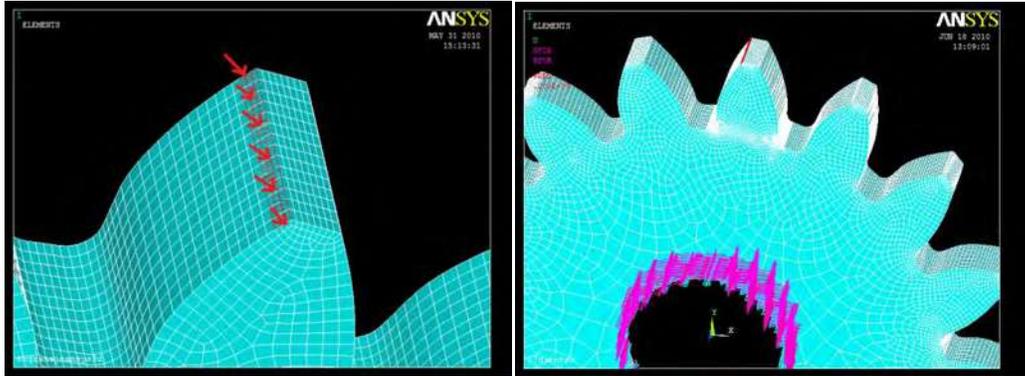


Figura. 5.6 Aplicación de fuerza y restricción.

Los resultados de la deformación se muestran en la *figura 5.7* como consecuencia de la aplicación de carga.

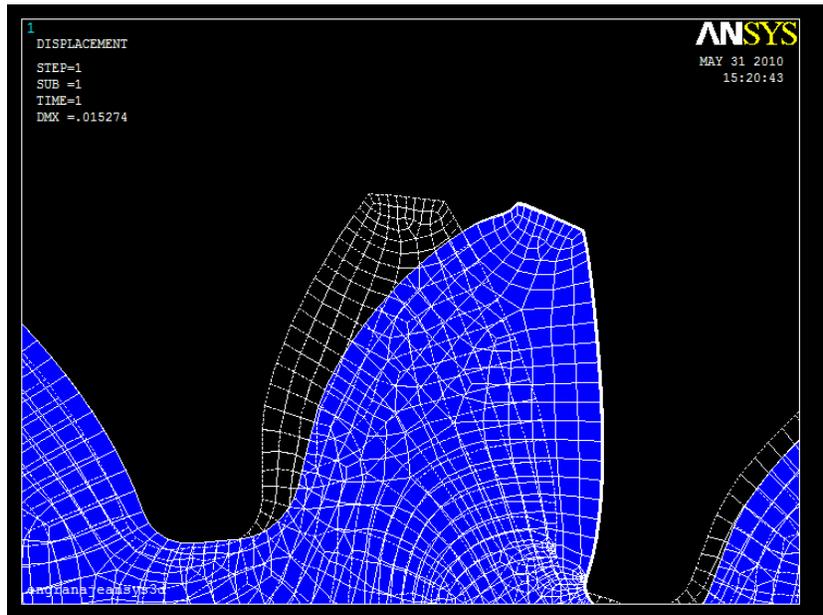


Figura 5.7.- Deformed + undeformed . DMX = 0.009519

La parte con mayor desplazamiento (mm/mm) se muestra en color rojo, como grafica de colores en la *figura 5.8*.

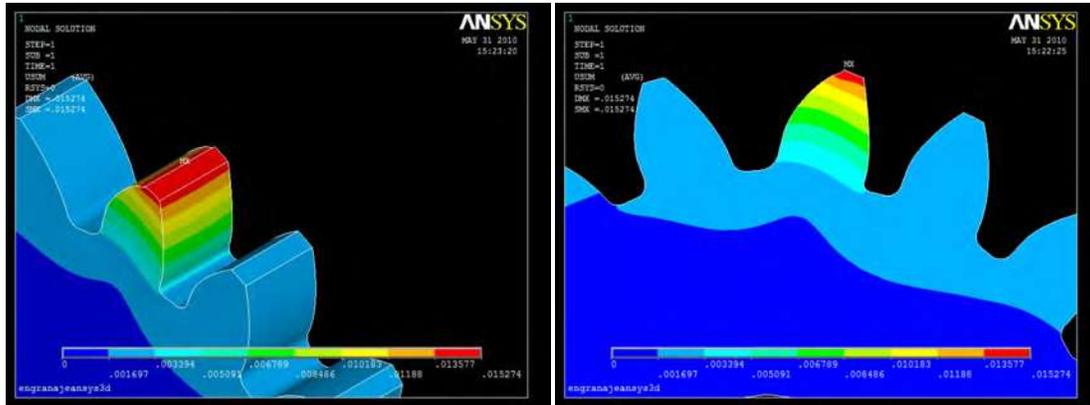


Figura. 5.8.- Desplazamiento (la parte con color rojo muestra el mayor desplazamiento).

La energía de distorsión por volumen unitario en un punto es una función de un solo componente del esfuerzo llamado *esfuerzo normal de Von Mises*. Para materiales que pierden la función por fluencia o fatigamiento, en respuesta al nivel de intensidad de la energía de distorsión, el esfuerzo de Von Mises es el único que describe la condición del esfuerzo en un punto.

El criterio de Von Mises, también llamado criterio de la máxima energía de distorsión, es un criterio de resistencia estática, aplicado a materiales dúctiles, en la *figura 5.9* se muestra una grafica por colores de los esfuerzos de Von Mises.

En la figura 5.9 se muestra en diferentes tonalidades de colores el comportamiento de un diente asimétrico a la reacción de esfuerzo aplicado por la parte superior y por el ángulo de ataque de 20° , el color rojo muestra en donde existe la mayor concentración de esfuerzos, para el análisis que se está estudiando es importante saber el esfuerzo máximo al igual que los valores de esfuerzos en las raíces, gracias a este programa se puede dar cuenta gráficamente de estos valores al igual que en cada punto, ya que en cada área dividida existe un elemento, que el programa ANSYS 11 reconoce y arroja datos de su comportamiento en cada elemento.

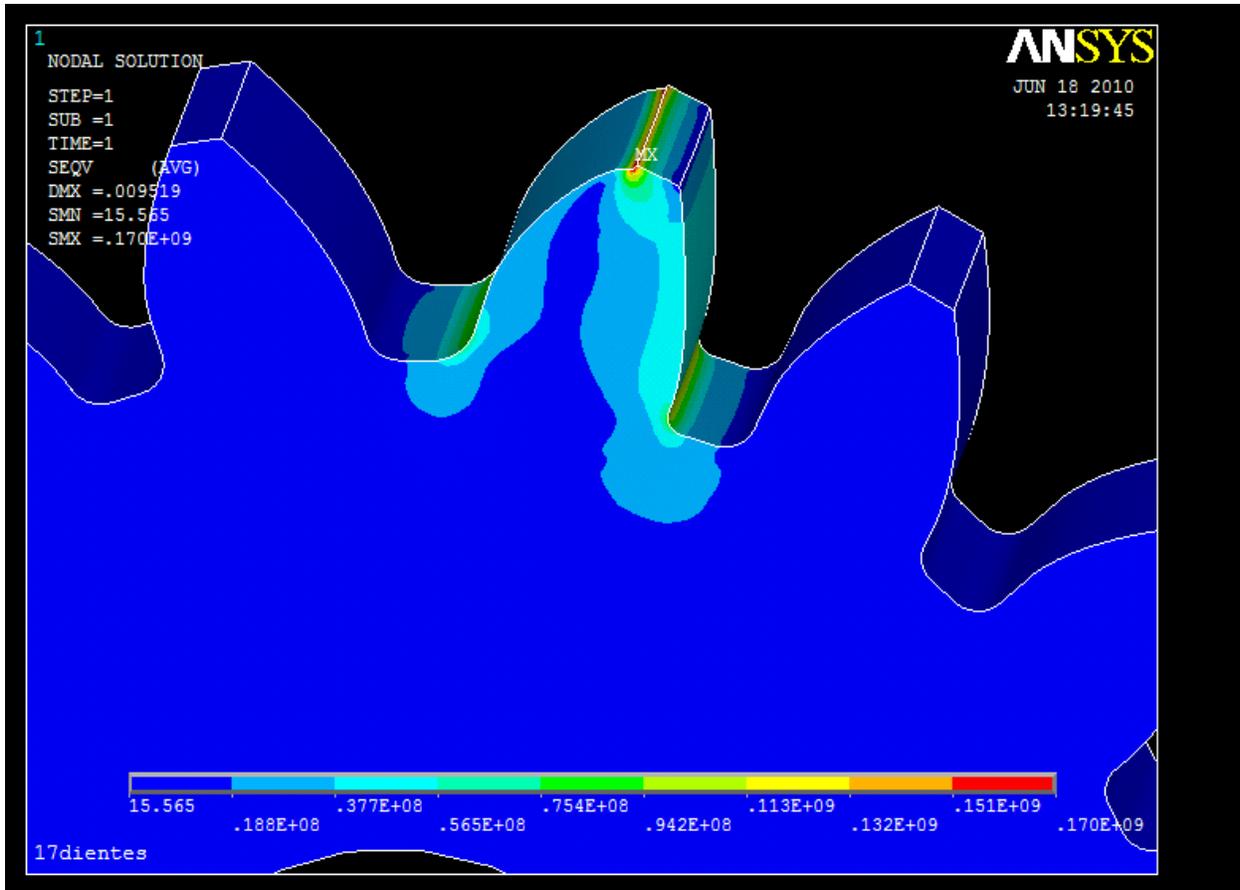


Figura. 5.9.- Stress Von Mises (distribución de esfuerzos).

Los resultados obtenidos para una fuerza aplicada de 1000 N, sobre un área de 0.5 mm x 10 mm. son:

Desplazamiento máximo. DMX = 0.009519 mm.

Esfuerzo mínimo de von mises, SMN = 15.565 Pa.

Esfuerzo máximo de von mises, SMX = 0.170 E +09 Pa.

Para saber el esfuerzo máximo en la raíz de los dientes, se enumera cada elemento se toma el número del elemento y el valor de Von Mises que le corresponde para cada elemento.

A continuación se muestra la tabla 2. Donde se capturaron los diferentes datos arrojados por el programa ANSYS 11, los análisis de tensiones de flexión para dientes asimétricos con un modulo de 5 y aplicando una Fuerza de 1000 N.

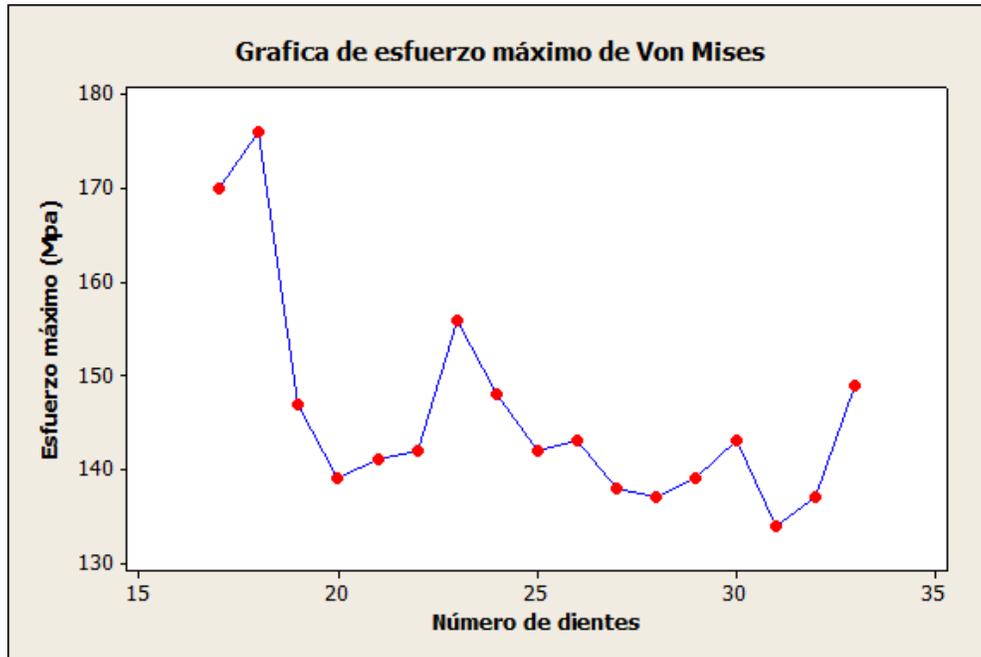
Análisis de esfuerzos de tensión en un engrane asimétrico aplicando la fuerza por el ángulo de ataque de 20°							
No. de dientes	Fuerza Nw	Von mises (min) Pa	von mises (max) Pa	von mises raíz (20°) Pa	von mises raíz(30°) Pa	Desplazamiento Max mm	espesor mm
17	1000	15.565	1.70E+08	7.77E+07	8.90E+07	0.009519	10
18	1000	65.676	1.76E+08	7.62E+07	9.09E+07	0.009611	10
19	1000	22.951	1.47E+08	7.55E+07	8.86E+07	0.00965	10
20	1000	69.221	1.39E+08	7.49E+07	8.65E+07	0.009721	10
21	1000	31.63	1.41E+08	7.37E+07	8.40E+07	0.009819	10
22	1000	52.8	1.42E+08	7.29E+07	8.25E+07	0.00994	10
23	1000	35.515	1.56E+08	7.20E+07	8.17E+07	0.010071	10
24	1000	32.072	1.48E+08	7.03E+07	7.87E+07	0.01021	10
25	1000	44.094	1.42E+08	7.10E+07	7.93E+07	0.01036	10
26	1000	33.176	1.43E+08	6.81E+07	7.59E+07	0.010517	10
27	1000	281.702	1.38E+08	7.14E+07	7.75E+07	0.010657	10
28	1000	43.701	1.37E+08	7.10E+07	7.66E+07	0.010823	10
29	1000	320.785	1.39E+08	6.96E+07	7.61E+07	0.011019	10
30	1000	24.176	1.43E+08	6.92E+07	7.56E+07	0.011213	10
31	1000	237.117	1.55E+08	7.24E+07	7.60E+07	0.012005	10
32	1000	65.503	1.37E+08	6.71E+07	7.40E+07	0.011652	10
33	1000	207.746	1.49E+08	6.61E+07	7.34E+07	0.011874	10

Tabla 5.3.- Resultados obtenidos aplicando la fuerza por el ángulo de 20°

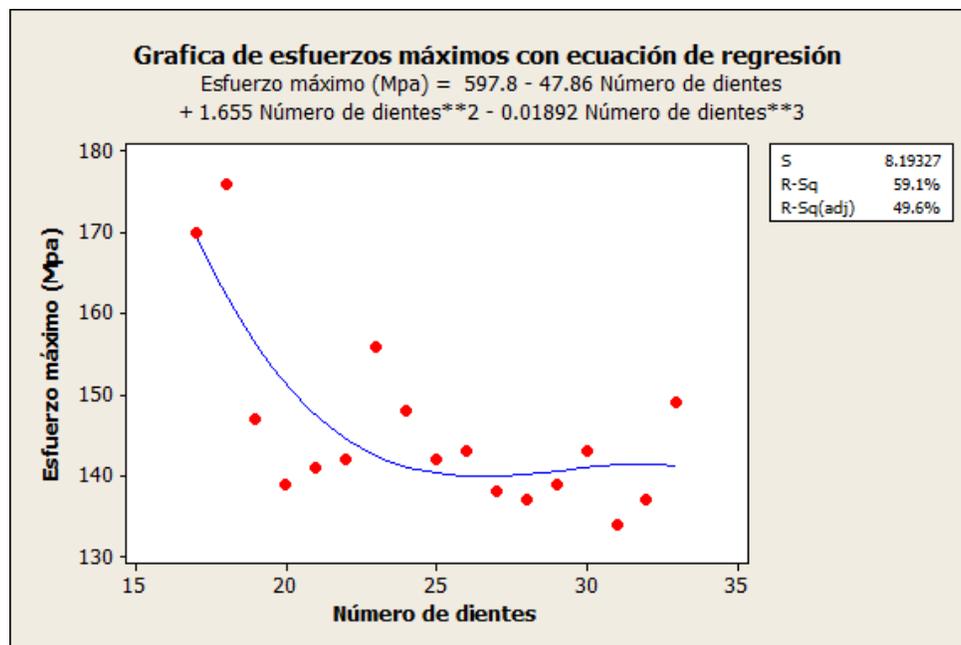
En la tabla anterior se muestran los datos obtenidos de el programa ANSYS 11, en la primera columna es el numero de dientes del engrane, en la segunda columna la fuerza aplicada en la parte superior del diente del engrane, posteriormente el valor de Von Mises mínimo al igual que el máximo en Pascales (Nw/m^2). También están los valores máximos de Von Mises de las raíces del diente al que se le aplica la fuerza, al final se tiene los resultados de el máximo desplazamiento en milímetros ($mm.$), el espesor es el mismo para todos los engranes que es igual a 10 mm.

En las siguientes figuras se muestran las graficas de resultados, estas ayudan a tener una mejor comprensión del comportamiento del engrane con relación al número de dientes.

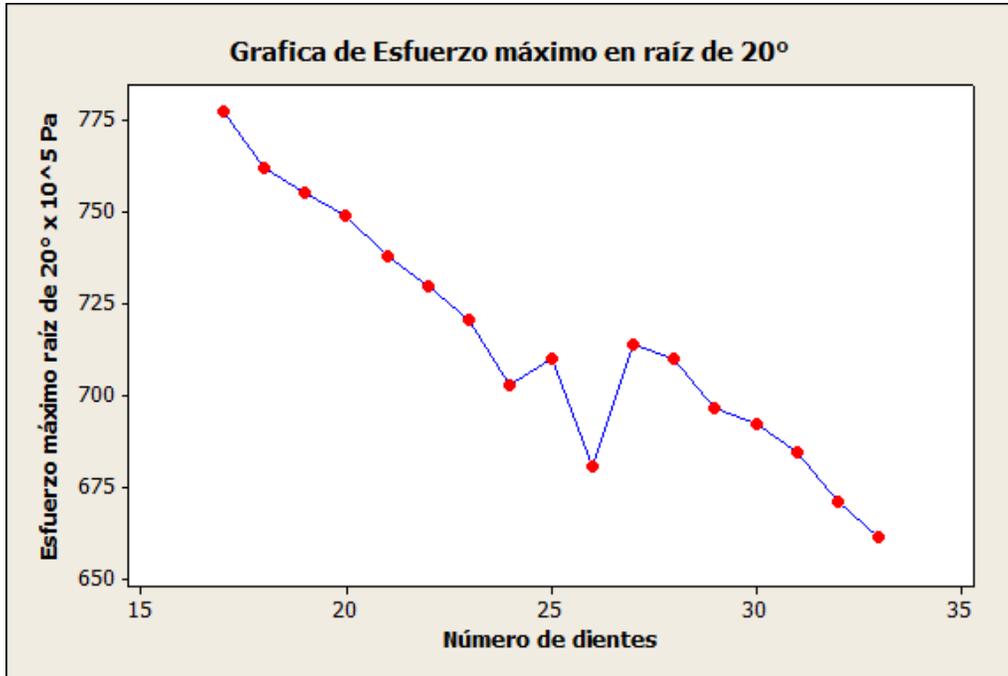
Graficas de esfuerzos de von mises en un engrane asimétrico aplicando la fuerza por el ángulo de ataque de 20°.



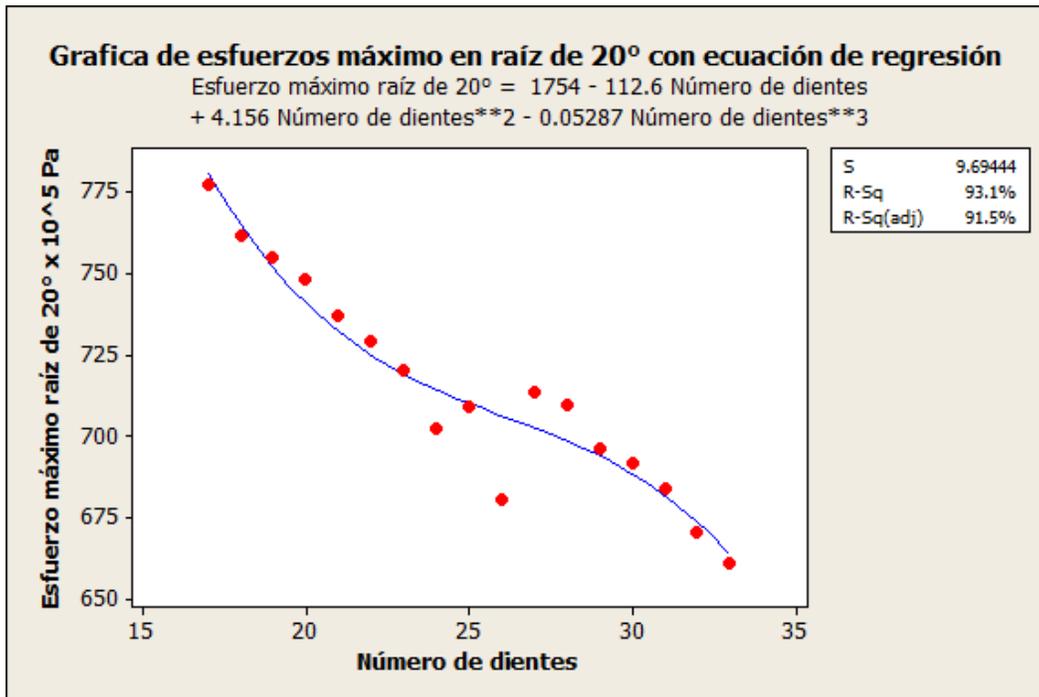
Grafica de esfuerzos máximos con ecuación de regresión



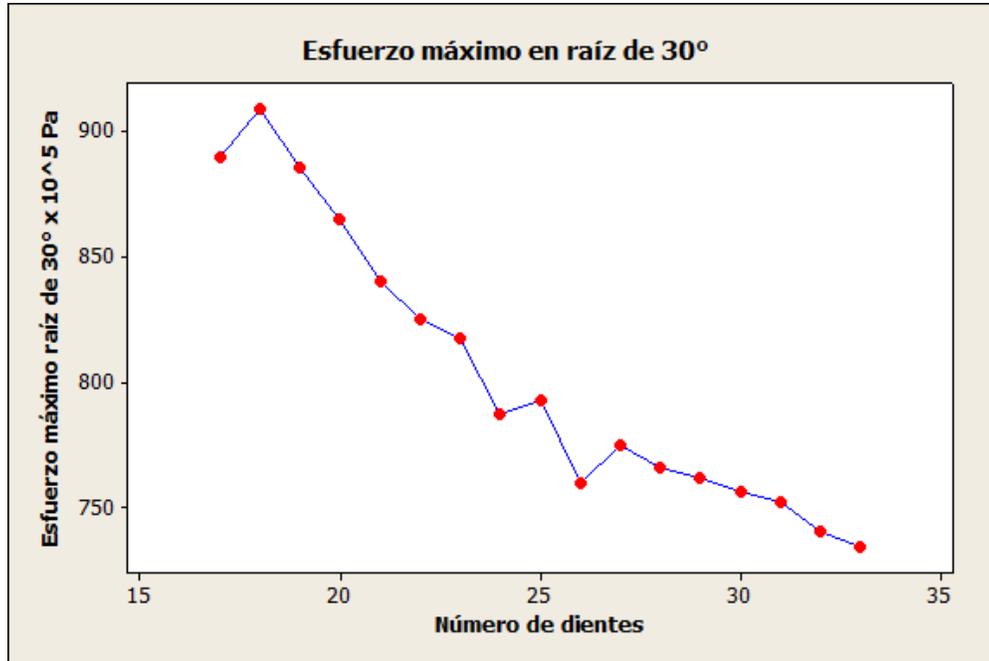
$$Esfuerzo\ máximo\ (Mpa) = 597.8 - 47.86 Z + 1.655 Z^2 - 0.01892 Z^3$$



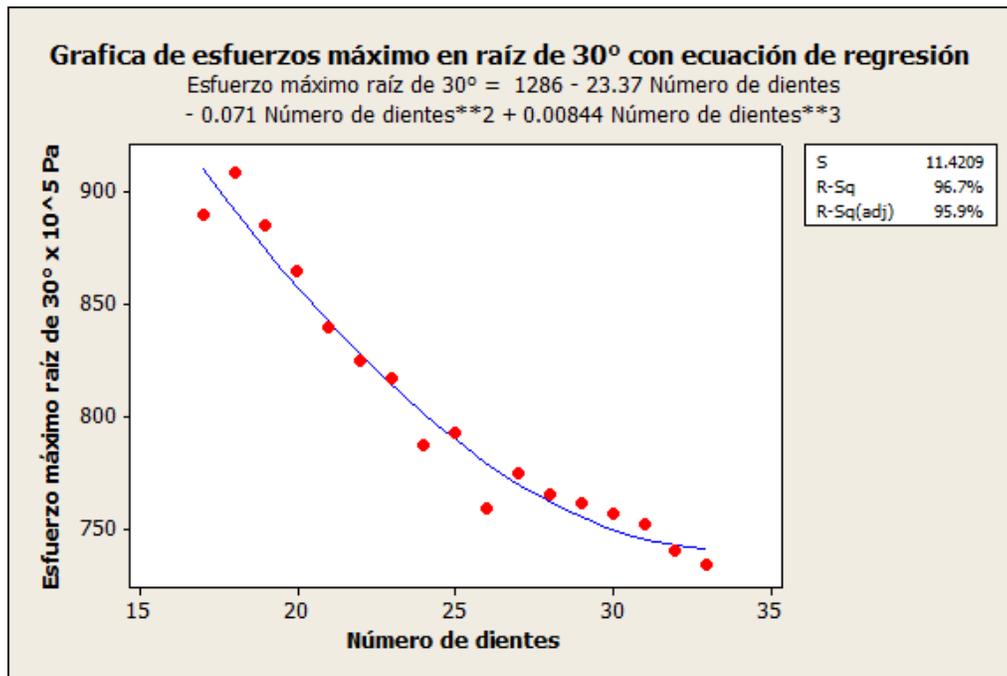
Grafica de esfuerzos máximo en raíz de 20° con ecuación de regresión



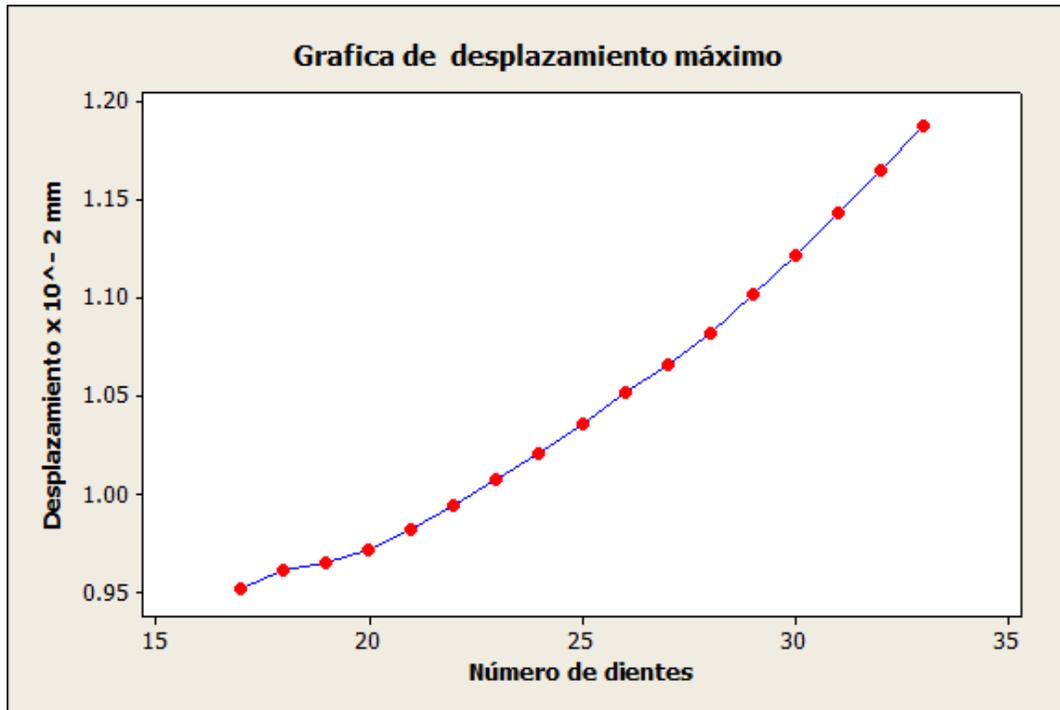
$$Esfuerzo\ máximo\ raíz\ de\ 20^\circ(x\ 10^5\ Pa) = 1754 - 112.6 Z + 4.156 Z^2 - 0.05287 Z^3$$



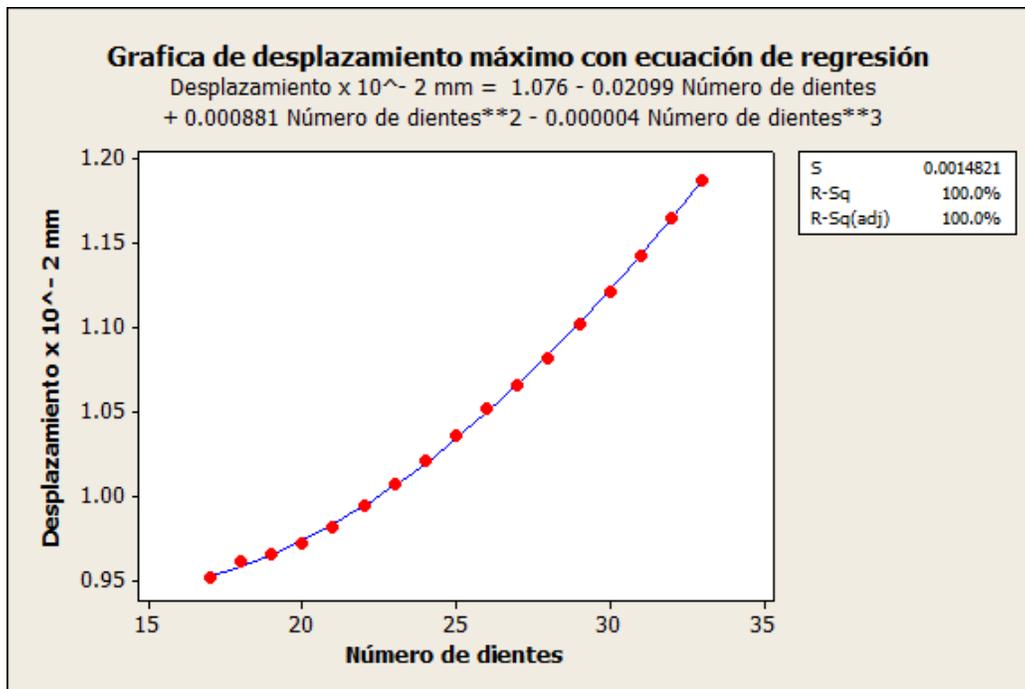
Grafica de esfuerzos máximo en raíz de 30° con ecuación de regresión



$$Esfuerzo\ máximo\ raíz\ de\ 30^\circ(x\ 10^5\ Pa) = 1286 - 23.37 Z - 0.071 Z^2 + 0.00844 Z^3$$



Grafica de desplazamiento máximo con ecuación de regresión



$$\text{Desplazamiento (x } 10^{-2} \text{ mm)} = 1.076 - 0.02099 Z + 0.000881 Z^2 - 0.000004 Z^3$$

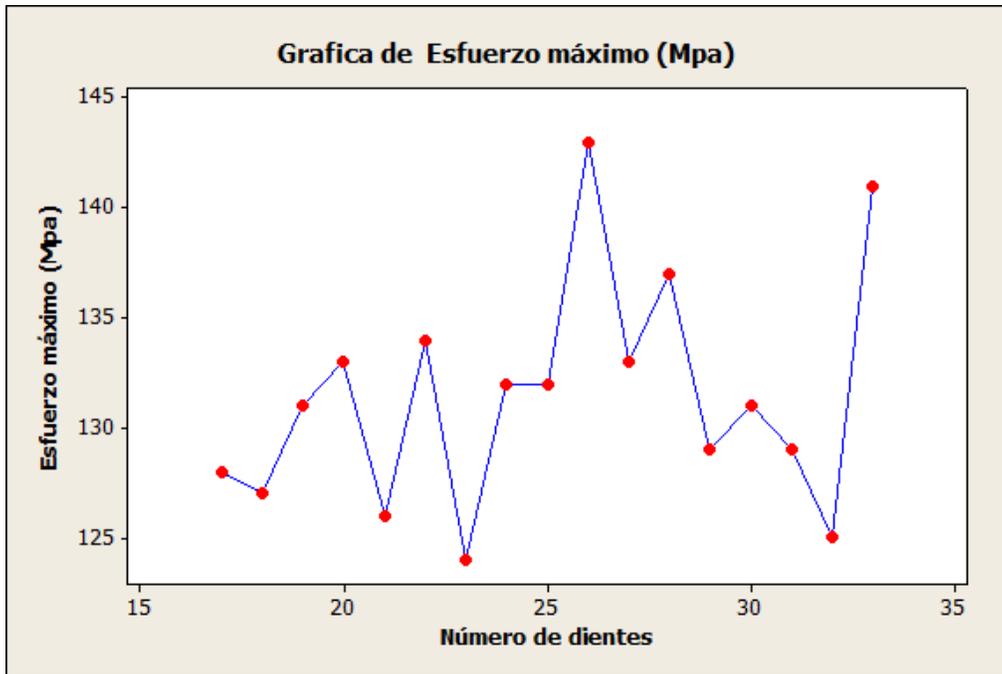
Análisis de esfuerzos de tensión en un engrane asimétrico aplicando la fuerza por el ángulo de ataque de 30°							
No de dientes	Fuerza Nw	Von mises (min) Pa	von mises (max) Pa	von mises raíz (20°) Pa	von mises raíz(30°) Pa	Desplazamiento mm	espesor mm
17	1000	70.657	1.28E+08	1.04E+08	7.57E+07	0.0092221	10
18	1000	638.765	1.27E+08	9.98E+07	6.99E+07	0.009238	10
19	1000	88.178	1.31E+08	1.01E+08	6.81E+07	0.009281	10
20	1000	428.442	1.33E+08	9.98E+07	6.66E+07	0.009379	10
21	1000	141.137	1.26E+08	9.93E+07	6.55E+07	0.009414	10
22	1000	207.952	1.34E+08	9.65E+07	6.37E+07	0.0095	10
23	1000	207.942	1.24E+08	9.62E+07	6.33E+07	0.009603	10
24	1000	74.24	1.32E+08	9.49E+07	6.19E+07	0.009726	10
25	1000	558.164	1.32E+08	9.42E+07	6.07E+07	0.009845	10
26	1000	17.091	1.43E+08	9.35E+07	6.03E+07	0.009988	10
27	1000	266.285	1.33E+08	9.14E+07	5.93E+07	0.010115	10
28	1000	64.821	1.37E+08	9.19E+07	5.84E+07	0.010266	10
29	1000	167.869	1.29E+08	9.02E+07	5.80E+07	0.010432	10
30	1000	264.32	1.31E+08	8.92E+07	5.75E+07	0.010603	10
31	1000	28.786	1.34E+08	9.14E+07	5.71E+07	0.011049	10
32	1000	192.078	1.25E+08	8.61E+07	5.62E+07	0.010972	10
33	1000	26.92	1.41E+08	8.47E+07	5.56E+07	0.01117	10

Tabla 5.3.- Resultados obtenidos aplicando la fuerza por el ángulo de 30°

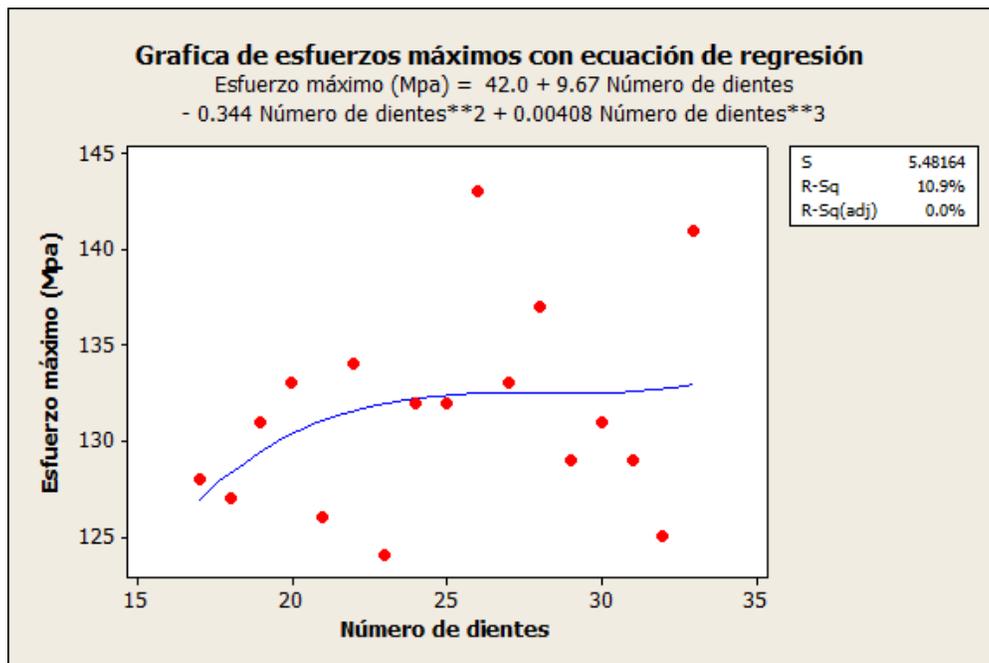
La *tabla 5.3* muestra los resultados obtenidos cuando la fuerza es aplicada por el ángulo de 30°, el análisis es a engranes con diferente número de dientes, y al igual que en la *tabla 5.2* con el espesor de 10 milímetros.

En seguida se mostraran las graficas obtenidas de la aplicación de fuerza por el ángulo de ataque por 30° y con la cual se podrá hacer una comparación con las graficas obtenidas de la aplicación de fuerza por 20°.

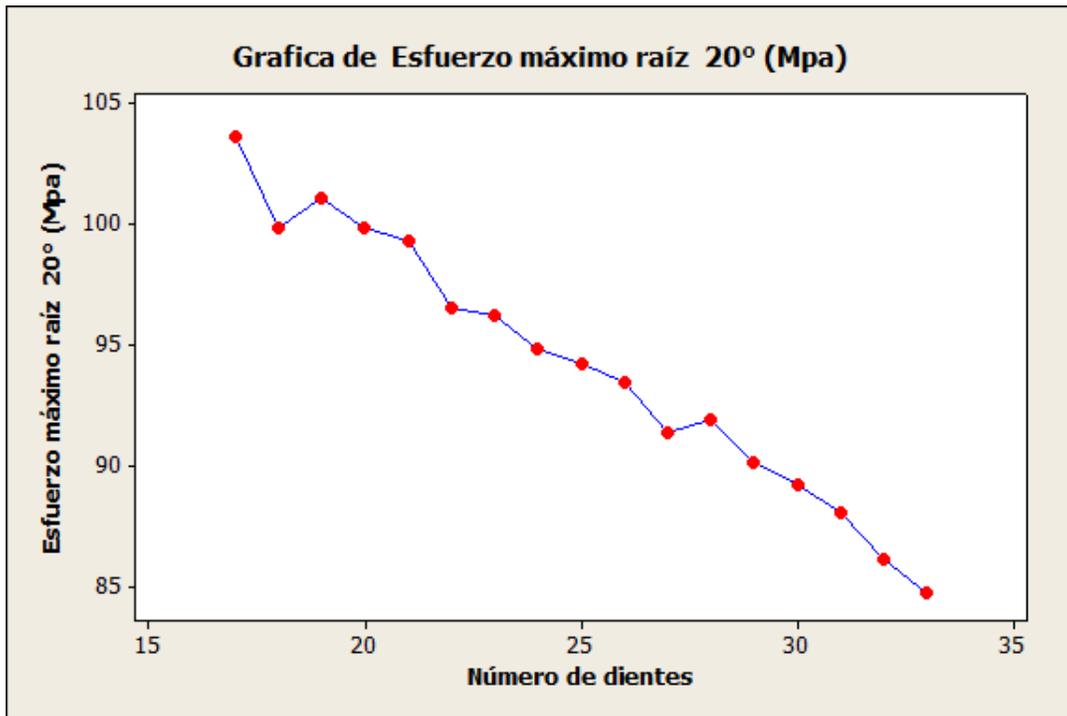
Graficas de esfuerzos de von mises en un engrane asimétrico aplicando la fuerza por el ángulo de ataque de 30°.



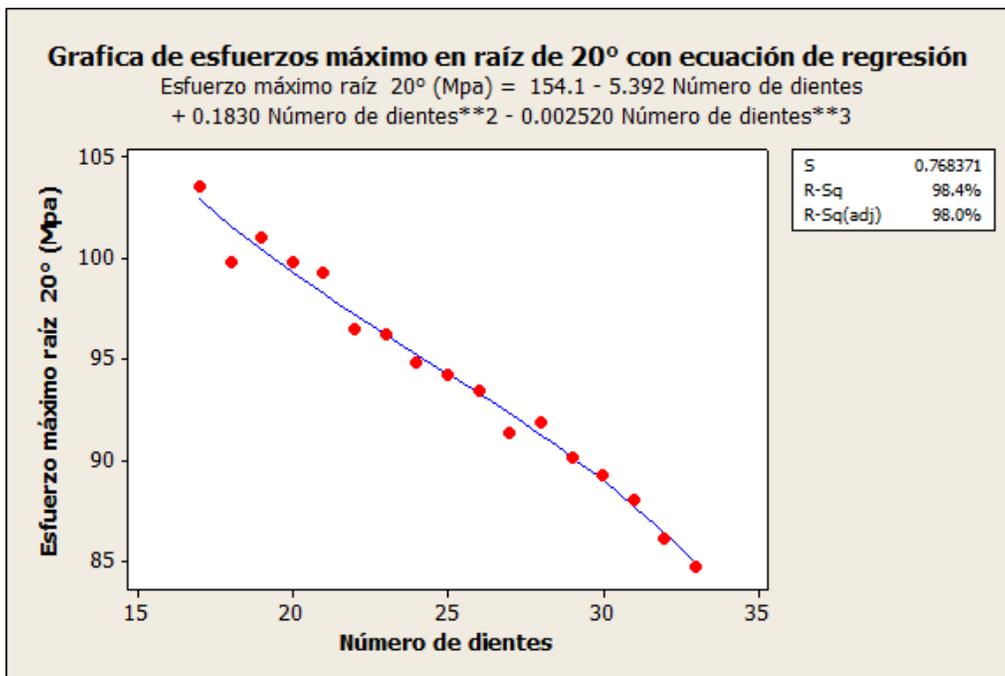
Grafica de esfuerzos máximos con ecuación de regresión



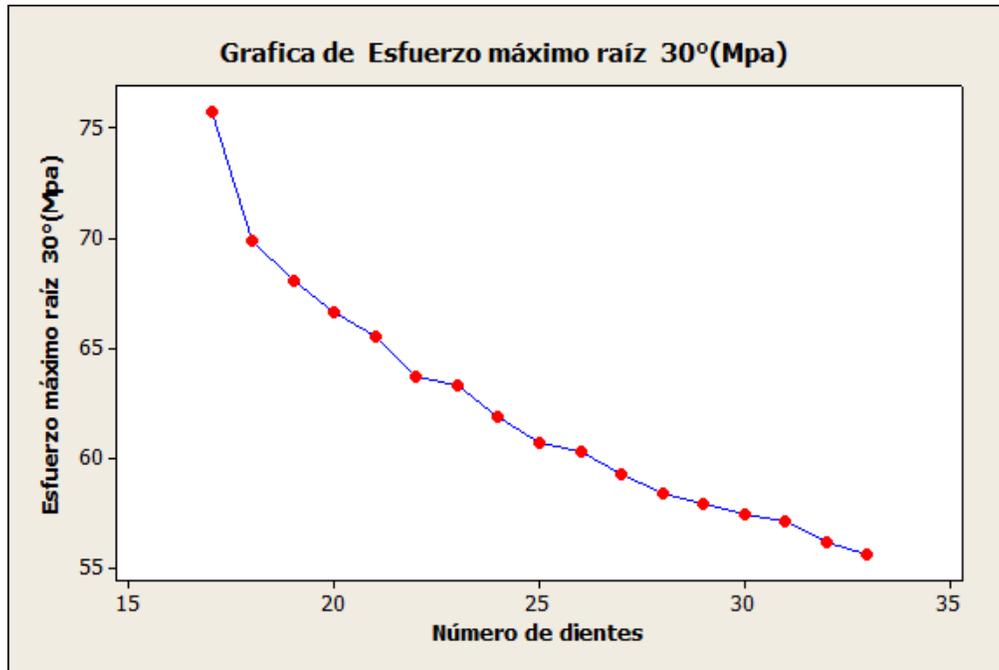
$$Esfuerzo\ máximo\ (Mpa) = 42.0 + 9.67 Z - 0.344 Z^2 + 0.00408 Z^3$$



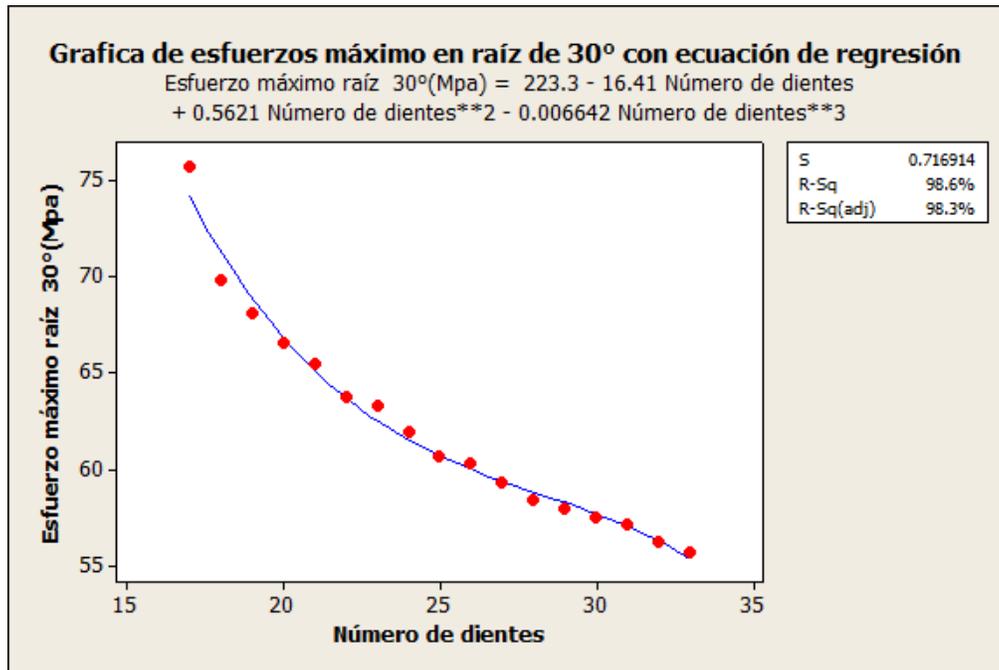
Grafica de esfuerzos máximo en raíz de 20° con ecuación de regresión



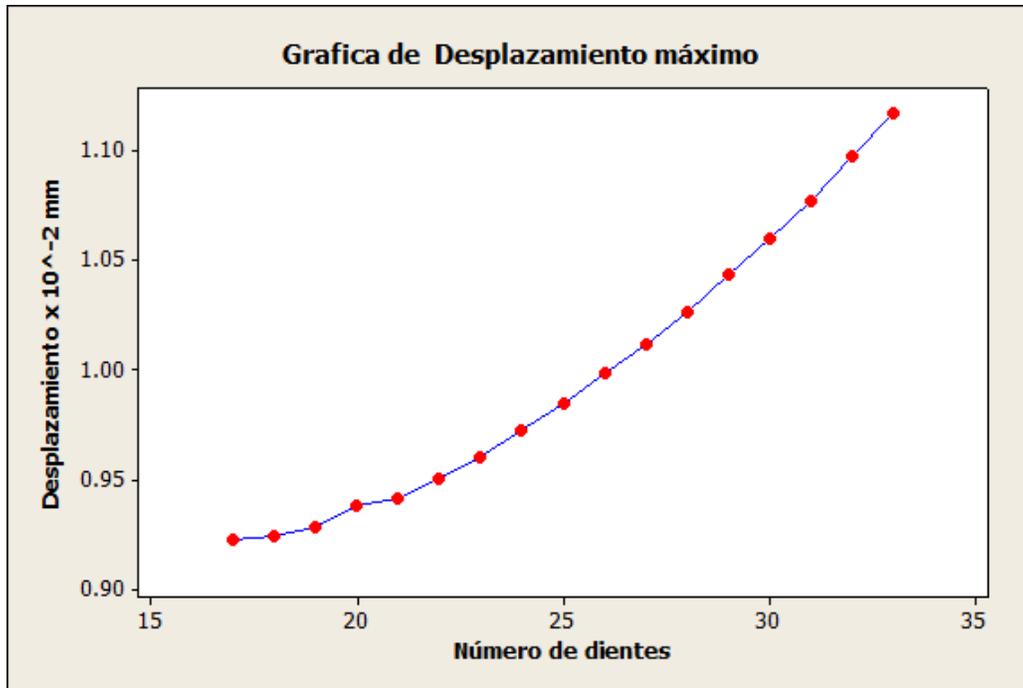
$$Esfuerzo\ máximo\ raíz\ 20^\circ\ (Mpa) = 154.1 - 5.392 Z + 0.1830 Z^2 - 0.002520 Z^3$$



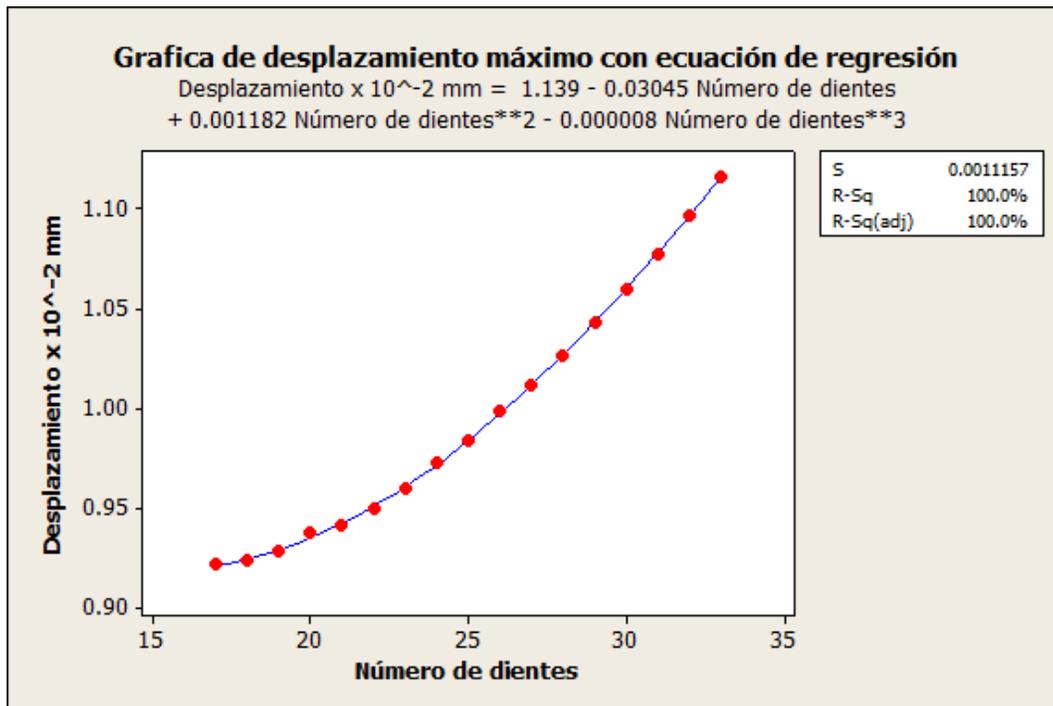
Grafica de esfuerzos máximo en raíz de 30° con ecuación de regresión



$$Esfuerzo\ máximo\ raíz\ 30^\circ\ (Mpa) = 223.3 - 16.41 Z + 0.5621 Z^2 - 0.006642 Z^3$$



Grafica de desplazamiento máximo con ecuación de regresión



$$\text{Desplazamiento (x } 10^{-2} \text{ mm)} = 1.139 - 0.03045 Z + 0.001182 Z^2 - 0.000008 Z^3$$

Haciendo una comparación de las graficas se puede observar que para obtener una mayor resistencia en un engrane es mejor que el engrane trabaje con el ángulo de ataque de 20° dándose cuenta que el diseño de este dientes es más resistente por este ángulo de ataque que por el de 30° .

Se puede observar también en los resultados que ningún valor rebasa el modulo de la resistencia a la cedencia que es igual a 530 Mpa. Esto indica que no habrá fracturas dentro del análisis, este valor se debe tener en cuenta, ya que con los datos proporcionados al software ANSYS 11, este no indicará si rebasa este límite y se presentan fracturas.

CONCLUSIONES.

Las simulaciones de dientes asimétricos en el programa de ansys ayudan a darse cuenta del comportamiento de las tensiones de flexión, con lo cual se puede prever las principales fallas por tensión en un diente de un engrane asimétrico.

En el lado en donde se aplica la carga se puede observar que el engrane soporta el mayor esfuerzo a tensión mientras que en el lado sin carga este soporta una pequeña cantidad de esfuerzo a compresión. Con los trabajos anteriores de simulación y obteniendo un resultado aproximado al modelo físico, se espera que los esfuerzos que se obtuvieron mediante el Método de Elementos Finitos se corresponderán a los que se presentarán en el engrane asimétrico al ser sometido a la acción de cargas cuando se encuentre trabajando.

Al definir correctamente el perfil evolvente de cada uno de los lados del engrane se garantiza una buena exactitud en comparación con los resultados que se esperan en el funcionamiento real de la transmisión.

Si bien es cierto que el estudio de los engranajes asimétricos es un campo que prácticamente se encuentra en desarrollo todavía no se pueden observar los resultados más sobresalientes porque hay pocos investigadores trabando en esto.

Para la fabricación de engranajes de perfil simétrico mediante el uso de una fresa de forma se puede utilizar la misma fresa para tallar engranes de cierto número de engranes con la misma fresa, sin embargo, en el caso de los engranes asimétricos se tiene que utilizar una fresa para cada engrane siendo esta (la fresa) única, lo que dificulta el tallado por otro método que no sea de generación.

Con el paso del tiempo, investigaciones y el uso aplicado en las industrias de engranajes asimétricos, los formulas para el trazado y estudio de los mismos se irán modificando forma tal que los resultados sean cada día más precisos, además el uso de ciertos factores se harán presentes.

El aumento del coeficiente de asimetría y del coeficiente de corrección produce un aumento de la Resistencia del diente a la flexión.

Con este trabajo se pretende ayudar a elaborar un modelo físico, como trabajo a futuro.

BIBLIOGRAFÍA:

- [1] www.pucp.edu (Consultado el 26 de Noviembre de 2008).
- [2] Steve F. Krar, Albert Check, Tecnología de las Máquina Herramientas, 5ª Edición, Ed. Alfaomega. I.P.N.
- [3] Eugene A. Avallone, Theodore Baumeister III, Manual del Ingeniero Mecánico, 9ª Edición, Ed. Mc Graw-Hill.
- [4] www.soliddocuments.com (Consultado el 17 de Octubre de 2008).
- [5] Buckingham E. Manual of Gear Design, Ed. Industrial Press Inc. New York 1971.
- [6] Dudley. D.W. Manual de Engranajes, Diseño, Manufactura y aplicación de engranajes, Ed. Continental, SA. México 1980.
- [7] Henriot G. Manual Práctico de Engranajes. Ed. Marcombo. Barcelona 1977
- [8] Dennis P. Townsend, Dudley's Gears Handbook, Ed. Mc Graw-Hill, 1992.
- [9] Soriano Peña J.F, Uribe Juárez J.E, Análisis de Esfuerzos Principales en Engranajes Rectos de Perfil Asimétrico Mediante MEF, Facultad de ingeniería Mecánica, DES Ingenierías Arquitectura, UMSNH.
- [10] Moya Rodríguez Jorge L. Teoría de Mecanismos Y Máquinas.
- [11] Joseph, Edward Shigley, Larry, D. Mitchell, *Diseño en ingeniería mecánica*. McGRAW-HILL. México D. F., 1985.
- [12] Standards ASTM. Designation: A 291 – 95 (reapproved 1999). Standard Specification for steel forgings, carbon and alloy, for pinions, gears and shafts for reduction gears.
- [13] Joseph, Edward Shigley, John, Joseph Uicker Jr., *Teoría de máquinas y mecanismos*. McGRAW-HILL. México D.F., enero de 1998. Primera edición
- [14] Soriano Peña Juan Felipe, Carranza Jordany, *Elaboración de engranajes asimétricos por el método de generación*.
- [15] Mabie, Reinholtz, Mecanismos y dinámica de maquinaria. LYMUSINA WILEY
- [16] Aaron D. Deutschman Diseño de Máquinas teoría y práctica.
- [17] Alexander, Kapelevichh, *Geometry and desing of involute spur gears with asymmetric teeth*. 1998.
- [18] Alexander, Kapelevichh, *High-performance gear transmissions*. Gear solutions. December 2007.
- [19] Alexander, Kapelevichh, Gear design: breaking the status quo traditional gear design limits the performance of mechanical drives. April 10th 2007.
- [20] Juan Felipe, Soriano Peña, Crisanto, Mendoza Covarrubias, Hugo Cuahutemoc, Gutiérrez Sánchez, *Construcción gráfica de un engranaje cilíndrico de dientes rectos con perfil asimétrico*. Congreso nacional de ingeniería y arquitectura.
- [21] Guillet, *Cinematica de las maquinas*. Compañía editorial Continental, SA DE CV. México D.F., enero de 1985. Vigésima impresión

- [22] Baranov, GG, *Curso para la teoría de los mecanismos y máquinas*. Editorial MIR.
- [23] L., Gazzaniga, *El libro de los engranajes*. Editorial científico-médica. Impreso en España, 1966. Segunda edición
- [24] Bernard J. Hamrock, Bo Jacobson, Steven R. Schmid, *Elementos de máquinas*, Ed. Mc Graw-Hill, 2000.
- [25] G.H.F. Nayler, *Diccionario Moderno de Ingeniería Mecánica (Edición Bilingüe)*, 1ª Edición, Ed. Prentice Hall.
- [26] Moya Rodríguez J. L, Velázquez Pérez J. A, Goytisoló Espinosa R. A, Machado Rodríguez A. S, *Influencia de la geometría del diente en la resistencia de los engranajes plásticos*, Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad Central “Marta Abreu” de las Villas, Villa Clara, Cuba
- [27] www.scamecanica.com (Consultado el 27 de Noviembre de 2009).
- [28] Saeed, Moaveni, *Finite element analysis theory and application with ANSYS*. Prentice Hall. United States of America, 1999.
- [29] Tirupathi, R. Chandrupatla, Ashok, D. Belegundu, *Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería*. PEARSON Prentice Hall. México D.F., 1999. Segunda edición.
- [30] Evgeny, Barkanov, *Introduction to the finite element method*. Institute of materials and structures. Faculty of civil engineering. Riga technical university. 2001.
- [31] Ricardo Rafael, Ambriz Rojas, *Notas del curso de elemento finito*. Facultad de ingeniería mecánica de la U.M.S.N.H. Morelia, Michoacán. 2008.
- [32] O. C., Zienkiewicz, *The finite element method. Volume 1: the basis*. Butterworth-heinemann. 2000. Fifth edition. p.t. 17. p.p. 3.