



**UNIVERSIDAD MICHOACANA
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**“ESTUDIO DE LA AGITACIÓN Y
DETERMINACIÓN DEL COEFICIENTE DE
DIFUSIÓN DE UNA SUSPENSIÓN DE
BURBUJAS”**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN
INGENIERÍA MECÁNICA**

PRESENTA:

RODOLFO AGUSTÍN ALCALÁ BUCIO

ASESOR:

DOCTORA EN INGENIERÍA ALICIA AGUILAR CORONA

COASESOR:

**DOCTOR DE FILOSOFÍA EN INGENIERÍA MECÁNICA JOSÉ
ROBERTO ZENIT CAMACHO**



Morelia, Michoacán; Febrero de 2015

DEDICATORIA

Ante todo, a Dios por haberme dado la vida y permitirme el haber llegado hasta este momento tan importante de mi formación profesional. Solo tú sabes el sacrificio que eh pasado en mis días y noches de angustia donde me supiste guiar por el camino correcto para salir adelante.

A mi madre, porque creer siempre en mí y ser el pilar más importante, demostrándome siempre su cariño y apoyo incondicional. A mí padre, que a pesar de ya no estar con nosotros, aún siento que estás conmigo siempre y aun que nos faltaron muchas cosas por vivir juntos, sé que este momento hubiera sido tan especial para ti como lo es para mí.

A mis hermanos, Juan y Perla para que siempre tengan en cuenta que todo lo que nos proponamos en la vida lo podemos lograr si trabajamos fuerte y continuamente con rectitud. Los quiero.

A mi esposa y siempre amiga Karen, por ser lo más importante y bello que tengo. Gracias por apoyarme y creer en mí. Te amo.

A mis tíos, primos, sobrinos. Gracias por haber fomentado en mí el deseo de superación y el anhelo de triunfo en la vida. Mil palabras no bastarían para agradecerles su apoyo, su comprensión y sus consejos en los momentos difíciles.

A mis compañeros y amigos del posgrado por brindarme su amistad, su apoyo, y transmitirme sus buenos deseos para realizar este objetivo en mi vida.

AGRADECIMIENTOS

A mi asesora de tesis la Dra. Alicia Aguilar Corona, por su orientación y ayuda que me brindó para la realización de esta tesis, por su apoyo y amistad que me han hecho madurar y crecer como persona.

A mi coasesor el Dr. José Roberto Zenit Camacho, por su apoyo en la asesoría de este trabajo de tesis y de manera especial por haberme invitado a realizar una estancia de investigación en el Instituto de Investigaciones en Materiales (IIM) de la Universidad Nacional Autónoma de México.

A todos mis profesores que me compartieron parte de su conocimiento y me enseñaron tanto de la profesión como de la vida, impulsándome siempre a seguir adelante.

Al posgrado de la Facultad de Ingeniería por abrirme sus puertas y permitirme ser parte de ella, hoy y siempre.

Además, quiero agradecer al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada.

ÍNDICE

DEDICATORIA	II
AGRADECIMIENTOS.....	III
RESUMEN	8
ABSTRACT.....	8
OBJETIVO.....	9
OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	9
HIPÓTESIS.....	9
CAPÍTULO I : MARCO TEÓRICO.....	10
1.1. INTRODUCCIÓN	11
1.2. ANTECEDENTES	13
CAPÍTULO II : EQUIPO EXPERIMENTAL Y TÉCNICAS DE MEDICIÓN.....	15
2.1. INTRODUCCIÓN	16
2.2. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL EQUIPO EXPERIMENTAL.....	16
2.2.1. PREPARACIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE FLUIDOS DE TRABAJO.....	19
2.2.2. TÉCNICA DE MEDICIÓN.....	19
2.3. ALGORITMO PARA EL TRATAMIENTO DE IMÁGENES	19
2.4. CÁMARA DE ALTA VELOCIDAD Y SISTEMA DE ILUMINACIÓN.....	23
2.4.1 CÁMARA DE ALTA VELOCIDAD.....	23
2.4.2. SISTEMA DE ILUMINACIÓN	26
CAPÍTULO III : DETECCIÓN Y SEGUIMIENTO ESPACIAL DE BURBUJAS INDIVIDUALES UTILIZANDO LA FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN	28
3.1. OBJETIVO DEL PROGRAMA	29
3.2. BASES TEÓRICAS DEL ALGORITMO DE SEGUIMIENTO	29
3.2.1. COMPARACIÓN DE IMÁGENES EN ESCALA DE GRISES.....	29
3.2.2. DISTANCIA ENTRE PATRONES	30
3.2.3. DISTANCIA Y CORRELACIÓN	30
3.2.4. CORRELACIÓN CRUZADA NORMALIZADA.....	31
3.2.5. COEFICIENTE DE CORRELACIÓN	32
3.2.6. RECONOCIMIENTO DE PATRONES USANDO EL COEFICIENTE DE CORRELACIÓN	33
3.3. SCRIP DEL ALGORITMO DE SEGUIMIENTO.....	33
3.4. ALGORITMO DE SEGUIMIENTO.....	37

3.5. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL TRATAMIENTO	39
CAPÍTULO IV : DETERMINACIÓN DE LA AGITACIÓN	41
4.1. INTRODUCCIÓN	42
4.2. DETERMINACIÓN DE LA FRACCIÓN GASEOSA DEL SISTEMA	42
4.3. TAMAÑO DE BURBUJA	43
4.3.1. CÁLCULO TEÓRICO DEL DIÁMETRO DE BURBUJA	43
4.3.2. DETERMINACIÓN DE LA DISPERSIÓN DEL TAMAÑO DE LAS BURBUJAS	46
4.4. DETERMINACIÓN DEL NÚMERO DE TRAYECTORIAS	50
4.4.1. CONSTRUCCIÓN DE TRAYECTORIAS	50
4.4.2. CONVERGENCIA ESTADÍSTICA	51
4.5. DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD DE ASCENSO DE LAS BURBUJAS	52
4.6. DETERMINACIÓN DE LA AGITACIÓN DE LA FASE GASEOSA	55
CAPÍTULO V : DETERMINACIÓN DE LA DIFUSIÓN	57
5.1. INTRODUCCIÓN	58
5.2. DETERMINACIÓN DEL NÚMERO DE REYNOLDS	58
5.3. DETERMINACIÓN DEL NÚMERO DE WEBER.....	59
5.4. CONFINAMIENTO	60
5.5. DETERMINACIÓN DE LA DIFUSIÓN.....	61
5.6. CONCLUSIONES	66
PRODUCTOS GENERADOS	67
BIBLIOGRAFÍA	68

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Regímenes de turbulencia en flujos burbujeantes.....	13
Figura 2.1. Fotografía del dispositivo experimental.....	16
Figura 2.2. Diagrama de la configuración del dispositivo experimental.....	17
Figura 2.3. Canal de pruebas	17
Figura 2.4. Banco de capilares	18
Figura 2.5. Cama de gas bajo el banco de capilares.....	18
Figura 2.6. Imagen de calibración.....	20
Figura 2.7. Tratamiento de imagen. a) Lectura de la imagen, b) substracción, c) Binarización, d) Complementar el vacío de las burbujas, e) localización del centroide	22
Figura 2.8. Configuración de la cámara y el panel de leds para iluminación.....	23
Figura 2.9. Esquema de funcionamiento de una cámara de alta velocidad.	24
Figura 2.10. Cámara Photron-Fastcam-PCI-R2	25
Figura 2.11. Interfaz del software PFV	25
Figura 2.12. Lente Navitar Zoom	26
Figura 2.13. Panel de led de 220 mm x 310 mm.....	27
Figura 3.1. Geometría del problema de comparación de imagen.....	29
Figura 3.2. Medición de la distancia d entre dos funciones bidimensionales.	30
Figura 3.3. Ilustración de las etapas principales en el algoritmo de seguimiento de una burbuja. (a) Elección de la burbuja a seguir, (b) imagen original i , (c) Patrón de referencia en la imagen i , (d) Definición de la zona de búsqueda en la imagen $i+1$, (e) Cálculo del coeficiente de correlación en la imagen $i+1$, (f) Punto de máxima correlación en la imagen $i+1$	40
Figura 4.1. Imagen representativa de las diferentes fracciones gaseosas para los tres casos estudiados	43
Figura 4.2. Fuerzas que afectan a la burbuja a la salida del capilar.	44
Figura 4.3. PDF de diámetro equivalente para el caso de agua. Para las concentraciones de gas en el líquido 4%(-○-), 6% (-◇-) y 8% (-*-)	48
Figura 4.4. PDF de diámetro equivalente para el caso de agua-glicerina al 15%. Para las concentraciones de gas en el líquido 4%(-○-), 6% (-◇-) y 8% (-*-).	48

Figura 4.5. PDF de diámetro equivalente para el caso de agua-glicerina al 30%. Para las concentraciones de gas en el líquido 4%(-○-), 6% (-◇-) y 8% (-*-).	49
Figura 4.6. Diámetro equivalente contra fracción gaseosa para los tres casos estudiados.	49
Figura 4.7. Trayectoria típica de los tres fluidos estudiados. a) agua, b) agua-glicerina al 15% y c) agua-glicerina al 30%.	51
Figura 4.8. Velocidad media acumulada típica para los tres casos a una fracción volumétrica de gas de 0.02.	52
Figura 4.9. Velocidad media contra la fracción gaseosa para los tres casos estudiados.	53
Figura 4.10. Velocidad instantánea típica para los tres casos. a) agua, b) agua-glicerina al 15% y c) agua-glicerina al 30%.	54
Figura 4.10. Varianza adimensionalizada de las fluctuaciones de velocidad contra la fracción volumétrica de gas.	56
Figura 5.1. Número de Reynolds como función de la fracción gaseosa.	59
Figura 5.2. Número de Weber como función de la fracción gaseosa. Resultados experimentales obtenidos por Martínez-Mercado <i>et al</i> 2007.	60
Figura 5.3. Región de estabilidad reportada por de B. Figueroa <i>et al.</i> $30 < Re < 70$ (○), $100 < Re < 200$ (□) y $200 < Re < 500$ (◇). La línea de punto y guión representa un fluido con una viscosidad de 1.77 mPa-s. La línea punteada delimita la zona de estabilidad. (Escala logarítmica).	61
Figura 5.4. Gráficas de autocorrelación de las diferentes fracciones gaseosas para el caso del agua.	63
Figura 5.5. Gráficas de autocorrelación de las diferentes fracciones gaseosas para el caso de agua-glicerina al 15%.	64
Figura 5.6. Gráficas de autocorrelación de las diferentes fracciones gaseosas para el caso de agua-glicerina al 30%.	65
Figura 5.7. Evolución del coeficiente de difusión.	66

RESUMEN

En este trabajo se presentan los resultados experimentales concernientes al estudio de una suspensión de burbujas confinadas en un canal delgado para diferentes fracciones de gas, en un régimen caracterizado por números de Reynolds de orden 10^2 - 10^3 . El dispositivo experimental consiste en un canal delgado de tipo Hele-Shaw, cámara de alta velocidad, un sistema de luz de fondo difuso y un rotámetro para el control de flujo de Nitrógeno dentro del sistema. Una técnica de trayectografía es usada para obtener las propiedades de flujo de un análisis digital de imágenes capturadas a partir de la cámara de alta velocidad. Las trayectorias y velocidades de las burbujas son calculadas desde la posición instantánea de las burbujas. Con estas mediciones, el coeficiente de difusión para diferentes fracciones de gas fue determinado usando el método de la Función de Autocorrelación.

Palabras clave: Coeficiente de Difusión, Función de Autocorrelación, análisis digital, canal Hele-Shaw, suspensión de burbujas, número de Reynolds, técnica de trayectografía.

ABSTRACT

This paper presents experimental results concerning the study of a bubble suspension confined in a thin channel for different volume fractions of gas, in a regime characterized by Reynolds numbers of order 10^2 - 10^3 . The experimental set-up consists in a Hele-Shaw cell thin channel, a high speed camera, a diffused backlight system and a rotameter to control the flow of Nitrogen into the system. A trajectory technique is used to obtain the flow properties from series of digital images captured by the high speed camera. The trajectories and velocities of the bubbles were calculated from the instantaneous bubbles positions. With these measurements, the diffusion coefficients for different gas fractions were determined using the method of the autocorrelation function.

Keywords: Diffusion Coefficient, Autocorrelation Function, digital analysis, Hele-Shaw cell thin channel, bubble suspension, Reynolds numbers, trajectory technique.

OBJETIVO

Determinar tanto la agitación como el coeficiente de difusión de una suspensión de burbujas confinadas en una Celda Hele-Shaw para diferentes concentraciones gaseosas, cubriendo un rango del número de Reynolds particular de $10^2 < Re_p < 10^3$ y Weber de $10^0 < We < 10^1$.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Instalación y puesta en marcha del equipo experimental.
- Elaborar el algoritmo sobre la plataforma de Matlab® para hacer el tratamiento de imágenes y realizar el seguimiento de las burbujas.
- Determinar las trayectorias de las partículas.
- Calcular las velocidades instantáneas y fluctuantes para cada una de las burbujas analizadas en los diferentes casos de estudio.
- Determinar la agitación para cada uno de los casos estudiados.
- Obtener la difusión utilizando el método de la función de autocorrelación para cada caso de estudio.

HIPÓTESIS

Se espera que el coeficiente de difusión tenga un comportamiento similar al de la agitación. De tal manera que, el coeficiente de difusión incrementará con el aumento de la concentración de gas hasta llegar a un máximo a partir del cual disminuye con el aumento de la concentración gaseosa.

Capítulo I

MARCO TEÓRICO

1.1. INTRODUCCIÓN	11
1.2. ANTECEDENTES	13

1.1. INTRODUCCIÓN

En la industria o en la naturaleza misma, existen flujos de una fase (flujo de agua, flujo de nitrógeno, etc.) o multifásicos (flujo de vapor-agua), que a sus vez pueden ser de un componente o multicomponente (flujo de aire, flujo de algún lodo, etc.). El flujo de este tipo mezclas tiene una importante aplicación industrial y de manera muy particular el movimiento; ya sea de partículas o burbujas en el seno de un líquido. Por lo que, el estudio de estos fenómenos a nivel de investigación básica, ha ocupado la atención de científicos e ingenieros por muchos años y ha permitido obtener una mejor comprensión y el desarrollo de un gran número de procesos relacionados con flujos multifásicos. Existen ecuaciones establecidas y aceptadas, pero la mayor dificultad de estos estudios es la modelación y cuantificación de algunos fenómenos como: la turbulencia, la transferencia de masa, energía y momentum, por esta razón el estudio de flujos multifásicos representa una interesante área de estudio y de aplicación.

Este trabajo de tesis se enfoca en un sistema bifásico denominado: flujo burbujeante, que consiste de una fase continua líquida y de una fase gaseosa dispersa bajo la forma de burbujas. Debido a la diferencia de densidad entre el gas y el líquido, la fuerza de flotabilidad causa el movimiento de ascenso de las burbujas, que a su vez producen movimientos de conjunto y por ende la agitación en el seno del líquido.

Entre la variedad inmensa de problemas relacionados con flujos burbujeantes [Cliff, Grace y Webber, 1978], muchas aplicaciones involucran suspensiones burbujeantes a altos números de Reynolds. A pesar de que el movimiento de una sola burbuja [Moore, 1965], e incluso la interacción entre pares de burbujas han sido explicadas por medio de contribuciones teóricas [Kok, 1993] [Biesheuvel, 1982], experimentales [Duineveld, 1995] y numéricas [Legendre y Magnaudet, 2003], es de gran complejidad matemática el estudio analítico de suspensiones burbujeantes [Koch, 1993] [Van Wijngaarden, 1997].

La medición de los parámetros estadísticos que caracterizan las suspensiones burbujeantes a altos números de Reynolds son relevantes debido a que el conocimiento de los momentos estadísticos permiten modelar los términos de las ecuaciones de movimiento promediadas, tal como se hace en el estudio de la turbulencia monofásica, sin embargo la medición experimental de dichas cantidades presenta dificultades. Cuando se estudia un flujo burbujeante, aún en un líquido transparente, la superposición de distintos planos en un flujo tridimensional no permite hacer mediciones por medios ópticos. Otros métodos presentan dificultades debido a que son invasivos, ó a que la presencia de la interface no permite hacer la medición [Zenit, 2001].

Si bien, el movimiento de ascenso de una sola burbuja a lo largo de un canal, ya es un problema complejo, el estudio de una serie de burbujas se vuelve aun más desafiante, ya que en éste se debe considerar la interacción hidrodinámica entre ellas. De acuerdo con la magnitud de estas interacciones, el flujo de burbujas se clasifica en cuatro regímenes diferentes: flujo de burbujas idealmente separado (*bubble flow*); interacción de flujo de

burbujas (*slug flow*); flujo de burbujas en transición (*transition flow*) y flujo de neblina (*mist flow*). En la **Fig. 1** se muestran los cuatro diferentes regímenes de flujo de burbujas.

Las estelas producidas por cada burbuja van a modificar la estructura de las fluctuaciones del movimiento del fluido.

En el flujo de burbujas *idealmente-separados*, las burbujas no interactúan entre sí directamente, sino que se comportan como burbujas aisladas. En la *interacción del flujo de burbujas*, la densidad de la burbuja se convierte en número tan grande que las burbujas comienzan a interactuar entre sí, directa e indirectamente debido a las colisiones y los efectos de estelas causadas por otras burbujas. Con un incremento adicional en la densidad del número de burbujas, éstas tienden a unirse para formar las llamadas burbujas de cabeza, el *flujo de burbujas en transición* contiene burbujas de cabeza que ocasionan un flujo turbulento. Finalmente las burbujas se convierten en la fase continua y el líquido en la fase dispersa en forma de pequeñas gotas, por lo que a este régimen de flujo se le conoce como *flujo de neblina*.

Para este estudio se trabajó en el primer régimen que es el *bubble flow*, en el cual se plantea un experimento donde se miden posición, velocidad y trayectoria de burbujas individuales por medio de un canal delgado, con el fin de obtener la agitación en una suspensión de burbujas cuasi monodispersa con un método similar al llevado a cabo por Figueroa (2005).

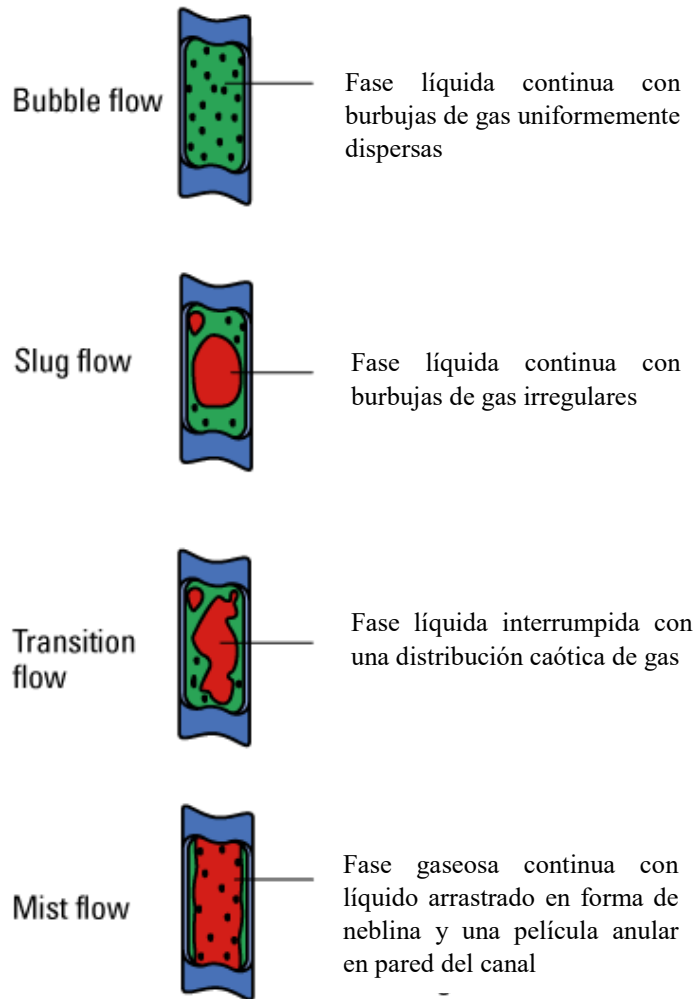


Figura 1. Regímenes de turbulencia en flujos burbujeantes.

1.2. ANTECEDENTES

Uno de los primeros estudios concerniente al movimiento de cuerpos a través de un líquido pertenece al trabajo de Stokes (1843). Este trabajo atrae la atención de otros científicos como Thomson & Tait (1867), Kirchhoff (1894), Basset(1887) y Lamb (1932) quienes analizan el movimiento, ya sea de partículas o burbujas en el seno de un líquido. El estudio de este tipo de fenómenos a nivel de investigación básica, ha permitido una mejor comprensión y el desarrollo de un gran número de procesos relacionados con flujos multifásicos. Actualmente, nuevos conocimientos en la dinámica de films líquidos han permitido mejorar la eficiencia de reactores y contactores en la industria química. Concretamente, el conocimiento cada vez más avanzado de la dinámica de flujos burbujeantes ha permitido mejorar la eficiencia de procesos industriales.

El movimiento de ascenso de una sola burbuja, concebido inicialmente como un fenómeno simple ha demostrado ser complejo. Esta complejidad está reflejada en la variedad de formas que pueden adoptar las burbujas, así mismo de las trayectorias que éstas describen. Para sistemas de aire y agua [Aybers & Tapucu 1969, Duineveld 1995 y Clift *et al* 1978], se ha encontrado que las burbujas esféricas pequeñas presentan un movimiento rectilíneo uniforme. Para diámetros entre 1.3 y 50 mm se observan movimientos de ascensión oscilatorios, ya sea en zig-zag o en forma helicoidal [De Vries 2001, Ellingsen & Risso 2001, Riboux 2007, Adoua 2007] en la zona de transición que es precisamente donde surge el interés por estudiar en este trabajo.

Desde el punto de vista teórico, ha habido avances significativos en el estudio de flujos burbujeantes. Wijngaarden (1976) aplicó los conceptos de flujo potencial en el caso de burbujas esféricas a alto número de Reynolds para calcular la interacción hidrodinámica entre pares de burbujas, así como la masa agregada en condiciones monodispersas a baja concentración volumétrica. Figueroa & Zenit (2006) efectuaron experimentos en canales delgados confinados para estudiar el fenómeno de formación de racimos (clustering) y corroboraron las relaciones de Van Wingaarden para bajas concentraciones. Sus experimentos mostraron que las burbujas confinadas siguen trayectorias oscilantes a números de Reynolds relativamente bajos comparados con la inestabilidad de trayectoria de burbujas no confinadas.

Concerniente a la fase dispersa algunos los estudios [Zenit *et al.* 2001] han mostrado que la velocidad de ascenso media de las burbujas disminuye con el aumento de la fracción volumétrica gaseosa. Esta velocidad de ascenso de las burbujas ocasiona una agitación y el cálculo de ésta, se basa en las fluctuaciones de velocidad de la burbuja como lo describe Aguilar (2008).

El coeficiente de difusión es una medida cuantitativa de la capacidad de mezcla y de transferencia en el seno del flujo. Determinar en forma experimental la evolución de este coeficiente de difusión a una amplia gama de fracciones volumétricas y de Reynolds, se convierte en uno de los objetivos del presente trabajo. La mayor cantidad de estudios de difusión en este arreglo han sido dedicados a números de Reynolds y de Stokes pequeños [Leighton & Acrivos 1982, Acrivos *et al.* 1992, Sierou & Brady 2004, Breedveld *et al.* 1998] donde las interacciones hidrodinámicas entre la fase dispersa son el origen de la difusión. Estos estudios muestran que el coeficiente de difusión aumenta con la concentración. El cálculo de este coeficiente está descrito por Aguilar (2008) y consiste de dos métodos: el método de varianza de desplazamiento y el método de función de auto-correlación.

Capítulo II

EQUIPO EXPERIMENTAL Y TÉCNICAS DE MEDICIÓN

2.1. INTRODUCCIÓN	16
2.2. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL EQUIPO EXPERIMENTAL	16
2.2.1. PREPARACIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE FLUIDOS DE TRABAJO	19
2.2.2. TÉCNICA DE MEDICIÓN	19
2.3. ALGORITMO PARA EL TRATAMIENTO DE IMÁGENES	19
2.4. CÁMARA DE ALTA VELOCIDAD Y SISTEMA DE ILUMINACIÓN	23
2.4.1 CÁMARA DE ALTA VELOCIDAD	23
2.4.2. SISTEMA DE ILUMINACIÓN	26

2.1. INTRODUCCIÓN

Para determinar las velocidades de la suspensión de burbujas, se construyó el dispositivo experimental mostrado en la **Fig. 2.1**. Éste está constituido por cuatro elementos principales: celda tipo Hele-Shaw, cámara de alta velocidad, sistema de iluminación, y un tanque de gas nitrógeno. El flujo de gas es controlado por medio de un rotámetro colocado a la entrada inferior de la celda, en donde se encuentra el banco de capilares. Cuando las burbujas formadas en estos capilares se desprenden, recorren el largo de la celda, la cual contiene agua destilada. Tanto la determinación de la distribución espacial instantánea de las burbujas en la región de interés, así como la obtención de las propiedades individuales de éstas (como son: la velocidad, el tamaño y su forma) son determinadas utilizando una técnica de trayectografía, la cual para este trabajo es en dos dimensiones. Para que esta técnica de seguimiento se necesita iluminación continua en combinación con una cámara de alta velocidad. En este capítulo se describe en primer término el dispositivo experimental y posteriormente la técnica de medición utilizada.



Figura 2.1. Fotografía del dispositivo experimental

2.2. DESCRIPCIÓN GENERAL DEL EQUIPO EXPERIMENTAL.

En la **Fig. 2.2** se ilustra el diagrama de la configuración del sistema que se utilizó para la experimentación el cual está constituido de un canal delgado tipo Hele-Shaw, un tanque con gas nitrógeno y un rotámetro.

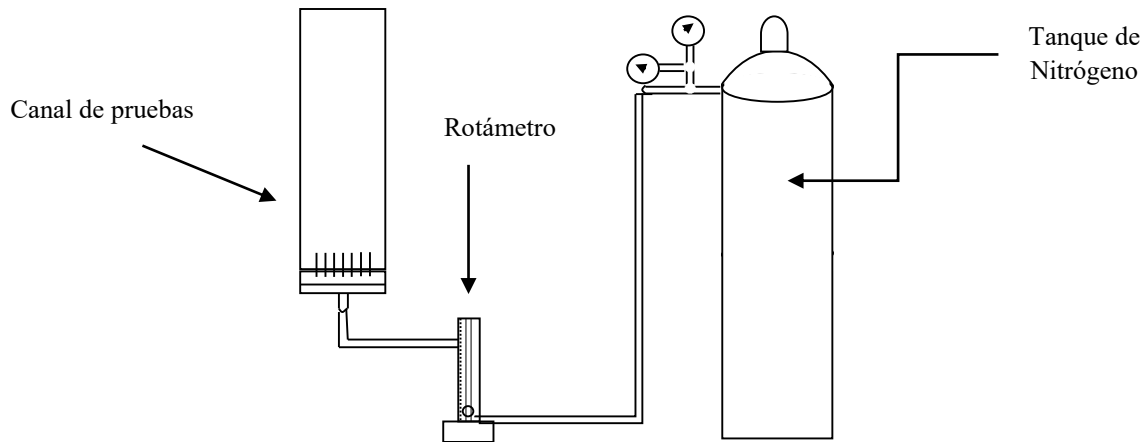


Figura 2.2. Diagrama de la configuración del dispositivo experimental

La celda de Hele-Shaw es un dispositivo que consiste de dos láminas de un material rígido transparente (en este caso vidrio), separadas por una pequeña distancia. Las dimensiones del canal son de 20 cm de ancho y 120 cm de altura, con un espesor entre placas de 5mm (ver **Fig. 2.3**). El objetivo de hacer estrecho el canal, es para desprejar la profundidad y hacer el estudio en dos dimensiones. Al desprejar la tercera dimensión no quiere decir que no sea importante, si no, que tomando esta consideración el estudio se hace más sencillo y se evita la superposición de las burbujas en dirección de la profundidad. La celda contiene la fase continua que se trata de agua destilada mezclada con 0.05 moles (≈ 10 gramos) de sulfato de magnesio ($MgSO_4$) por litro de agua, para evitar la coalescencia entre las burbujas [Zenit, 2001].

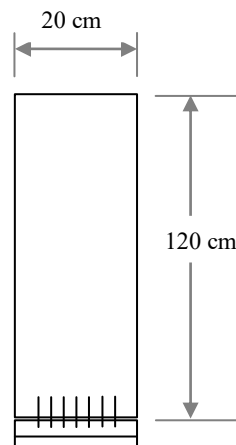


Figura 2.3. Canal de pruebas

En la parte inferior de este canal se encuentra el banco de capilares, que consiste en un arreglo lineal de 7 capilares con el mismo diámetro para garantizar un flujo lo más monodisperso posible (ver **Fig. 2.4**). El tamaño del capilar es básicamente el que define el tamaño de la burbuja y tiene relación con la fracción volumétrica de gas.

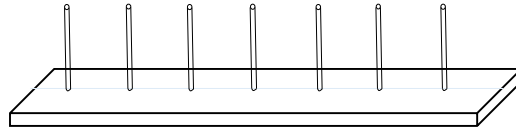


Figura 2.4. Banco de capilares

Para este experimento el tamaño de los capilares que se utilizó fue de 23 G (≈ 0.39 mm de diámetro interno y 0.24 mm de espesor). Con el diámetro interno del capilar y siguiendo un balance derivado de la relación que existe entre las fuerzas de flotación y de tensión superficial que afectan a la burbuja, se puede predecir el tamaño de éstas.

El gas es suministrado desde un tanque con nitrógeno con una pureza de 99.995% que se conecta por la parte inferior del canal, directamente a una cama de gas colocada debajo del banco de capilares. La función de esta cama es distribuir el gas por cada uno de los capilares, así, como ayudar a soportar la presión hidrostática ejercida por el agua (ver **Fig. 2.5**).

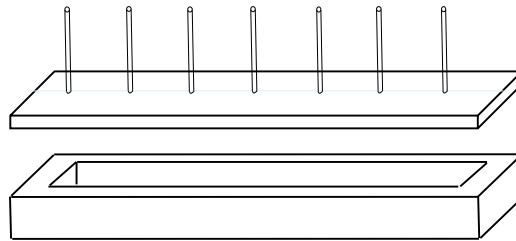


Figura 2.5. Cama de gas bajo el banco de capilares

El flujo de gas nitrógeno que es inyectado a la celda es controlado por un rotámetro de acero inoxidable con una capacidad de 4685 ml/min de N_2 , con válvula de alta resolución. El rotámetro es colocado entre el canal de pruebas y el tanque de nitrógeno (ver **Fig. 2.2**). La necesidad de controlar el gas es para formar burbujas individuales. Cabe mencionar que el rotámetro debe ser capaz de medir flujos pequeños de gas.

2.2.1. PREPARACIÓN Y CARACTERIZACIÓN DE FLUIDOS DE TRABAJO

Los fluidos de trabajo son: agua destilada como fase continua y gas nitrógeno como la fase dispersa. Es necesario controlar el flujo de gas que entra al canal, para lo cual se utiliza el rotámetro antes descrito. La celda contiene agua destilada mezclada con 0.05 moles (≈ 10 gramos) de sulfato de magnesio ($MgSO_4$) por litro de agua, para evitar la coalescencia entre las burbujas [Zenit, 2001].

Se realizaron tres diferentes fluidos de trabajo. Además de utilizar agua destilada, también se utilizaron las mezclas de agua-glicerina al 15% y otra al 30% de glicerina. Las propiedades de los fluidos se muestran en la siguiente tabla

Tabla 1. Propiedades de los fluidos

	Agua	Agua-Gli 15%	Agua-Gli 30%
μ [mPa.s]	1	1.7	2.3
ρ [Kg/m ³]	1000	1020.4	1063.8
σ [N/m] x10 ³	72.04	70.31	66.56

2.2.2. TÉCNICA DE MEDICIÓN.

En la naturaleza existen fenómenos físicos que son complicados de analizar a simple vista debido a que son muy rápidos. Para este estudio la determinación de la velocidad de ascenso de las burbujas (fase dispersa) se utiliza una cámara de alta velocidad Photron-Fastcam-PCI-R2, la cual permite registrar la posición de todas las burbujas de la región de interés. El resultado es una serie de fotografías a diferentes instantes, cuyo análisis digital en la plataforma de Matlab[®] permite determinar su agitación y posteriormente la difusión de éstas.

2.3. ALGORITMO PARA EL TRATAMIENTO DE IMÁGENES

El análisis de imagen es un proceso que consiste en adquirir una imagen, mejorarla, procesarla (analizar, medir y manipularla) y así, posteriormente tener una mejor comprensión cualitativa y cuantitativa del fenómeno a estudiar. Existen varios software en el mercado los cuales son diseñados para hacer tratamientos de imagen, como NeuroCheck o ImagePro, por mencionar algunos.

En este trabajo el tratamiento se hace en la plataforma de *Image Processing Toolbox*[®] dentro del software de *Matlab*. El objetivo del tratamiento es determinar la posición de cada una de las burbujas, y con esto definir la trayectoria y a su vez la velocidad de cada una de éstas.

Tres etapas son importantes para el tratamiento de imagen:

- Calibración.
- Adquisición de fondo.
- Determinación de la posición de las burbujas.

Calibración: Para la calibración se tomó una imagen adicional a la serie de fotografías que se trataron con *Image Processing Toolbox*® (ver **Fig. 2.6**). Ésta tiene como objetivo saber cuántos pixeles hay en 1cm del cuadro de la imagen, esto se logra al colocar un acetato de papel milimétrico en el interior de la celda. La calibración es importante para cuantificar el desplazamiento de cada burbuja y también se puede corroborar el tamaño calculado de ésta.

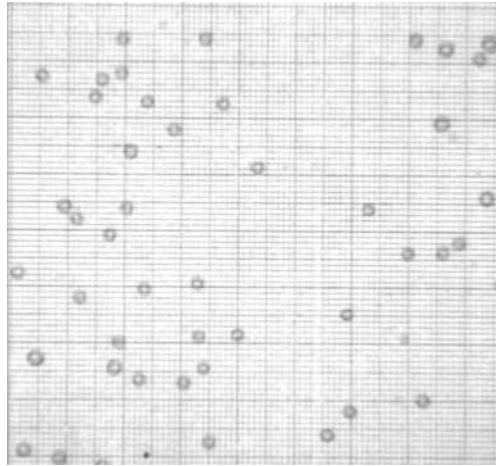


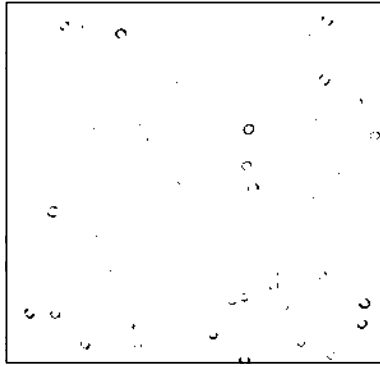
Figura 2.6. Imagen de calibración

Fondo: En la imagen de fondo se muestra solamente la celda sin flujo de gas. Ésta imagen tiene como objetivo de eliminar de todas las imágenes a tratar: el ruido, las imperfecciones, manchas o sombras que puedan afectar el tratamiento, quedando solamente las burbujas.

Determinación de la posición de las burbujas: El objetivo de esta etapa es determinar la posición espacial y temporal de la burbuja, con lo que se obtiene la trayectoria y posteriormente la velocidad. El tratamiento consta de los cinco pasos (ver **Fig. 2.7**) que se enuncian a continuación:

- I. Lectura de la imagen.** Para poder hacer la lectura de la imagen, se debe hacer el direccionamiento de la carpeta donde están guardadas las imágenes que se van a tratar. El formato en el que las imágenes están guardadas es en PNG. **Fig. 2.7. (a)**

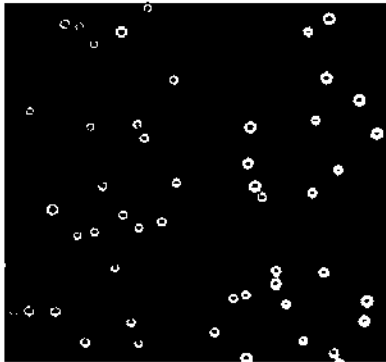
- II. Substracción.** Como ya se hizo referencia, esta etapa consiste en eliminar el fondo a cada una de las imágenes, con el fin de visualizar sólo las burbujas. **Fig. 2.7. (b)**
- III. Binarización de la imagen.** Consiste en convertir la imagen, en una imagen binaria, es decir, en blanco y negro. **Fig. 2.7. (c)**
- IV. Complementar el vacío de las burbujas.** Una vez terminadas las dos etapas anteriores, se puede observar con claridad que las burbujas son círculos con un vacío en el centro, esta etapa consiste en complementar esos vacíos. Esto con la finalidad de tener la imagen de las burbujas completamente llena de píxeles blancos y poder medir su área y localizar su centroide. **Fig. 2.7.(d)**
- V. Calcular centroide de cada burbuja.** Gracias a que se tiene una imagen binaria y las burbujas están completamente rellenas, se puede contar el número de burbujas en cada imagen, localizar su centroide y marcarlo para poder seguir el movimiento de cada burbuja. **Fig. 2.7. (e)**



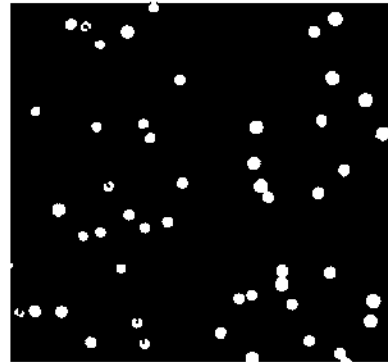
(a)



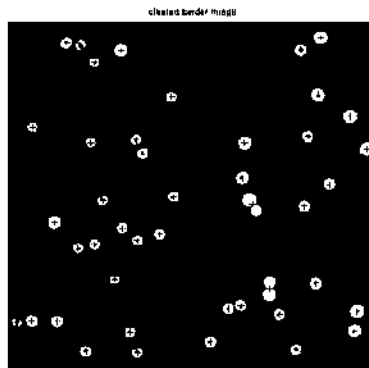
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 2.7. Tratamiento de imagen. a) Lectura de la imagen, b) substracción, c) Binarización, d) Complementar el vacío de las burbujas, e) localización del centroide

Una vez realizado el procesamiento, el centroide y la velocidad de las burbujas a diferentes instantes de tiempo son calculados como se describe en el *capítulo III*. Esto permite determinar la agitación producida en el sistema.

2.4. CÁMARA DE ALTA VELOCIDAD Y SISTEMA DE ILUMINACIÓN

La configuración mostrada en la **Fig. 2.8** ilustra la disposición del experimento. El cual consiste de cuatro elementos: canal de pruebas, cámara de alta velocidad, sistema de iluminación y un sistema de adquisición de datos (PC).

El panel de LED se coloca en la parte posterior del canal de pruebas para iluminar la zona que interesa grabar, en el interior del canal de pruebas las burbujas están ascendiendo mientras son grabadas por la cámara de alta velocidad de la marca Photron-Fastcam-PCI-R2 (ver **Fig. 2.10**). Una PC está sincronizada con la cámara de alta velocidad, con el objetivo de observar el experimento en tiempo real, y en ésta se almacenan las imágenes para su posterior análisis.

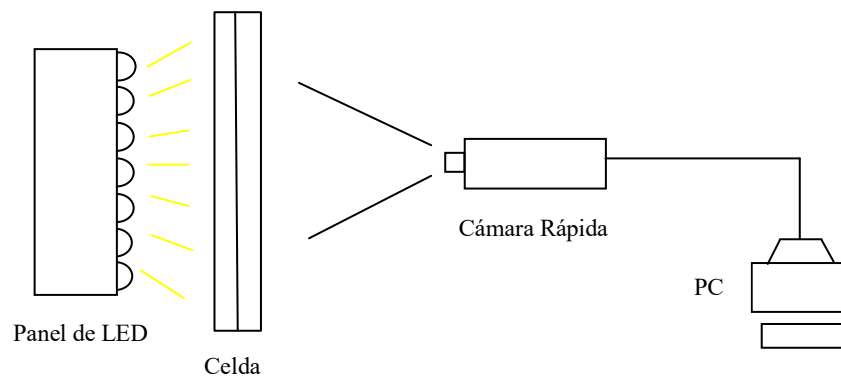


Figura 2.8. Configuración de la cámara y el panel de leds para iluminación.

2.4.1 CÁMARA DE ALTA VELOCIDAD

Como ya se mencionó, es necesaria una cámara de alta velocidad para hacer el seguimiento de las burbujas. Por lo que es importante explicar ¿qué es? y ¿cómo funciona una cámara de alta velocidad?

Las cámaras de alta velocidad son dispositivos capaces de grabar fenómenos físicos a tiempo real. De tal forma que se puede analizar y comprender el comportamiento del fenómeno al observarlo en cámara lenta [Crowe *et al*, 2012]. Esto permite la visualización de estos fenómenos y proporciona una mejor comprensión a determinados procesos que serían imposibles de captar por el ojo humano.

A continuación se explican algunos conceptos acerca de las cámaras de alta velocidad para así comprender mejor su funcionamiento.

Un **sensor** de imagen puede ser considerado como una serie diminuta de células solares llamadas píxeles, los cuales transforman la luz en electrones.

La **resolución** es comúnmente medida en píxeles y representa la resolución espacial de una cámara. Cuánto más grande sea el número de píxeles, mayor será la resolución y por tanto mayor será la calidad de la imagen y los detalles de ésta.

Con la **apertura de la lente** se puede controlar la cantidad de luz que alcanza la superficie del sensor, ya que demasiada luz genera " imágenes blancas " y poca luz genera " imágenes oscuras ". De esta forma una pequeña apertura hace que la profundidad del campo de visión sea mayor, mientras que una abertura más grande le da una profundidad reducida de campo.

Frames per second (fps) representa el número de imágenes por segundo tomadas por una cámara digital.

Todas las cámaras de alta velocidad tienen el mismo funcionamiento básico mostrado en la **Fig. 2.9**. La imagen del **motivo** (fenómeno a analizar) pasa a través de una **lente** o conjunto de lentes. Posteriormente el **sensor** adquiere ésta imagen y la codifica guardándola como un **archivo electrónico**.

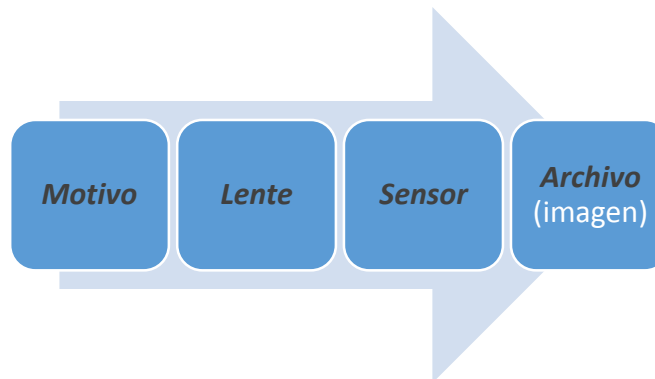


Figura 2.9. Esquema de funcionamiento de una cámara de alta velocidad.

La siguiente figura muestra la cámara utilizada para este trabajo y cuyas sus características se enuncian a continuación:

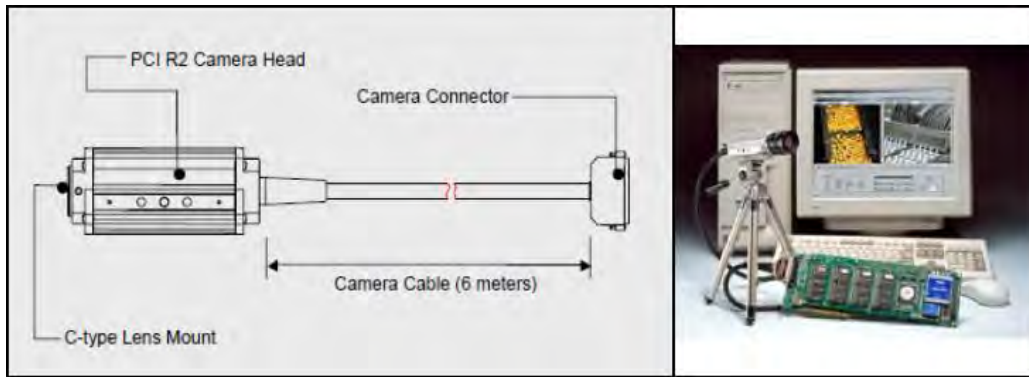


Figura 2.10. Cámara Photron-Fastcam-PCI-R2

Resolución máxima. -La cámara tiene una resolución máxima de 512x480 pixeles y permite grabar de 30 hasta 250 fps.

Memoria. -La memoria es de 512 MB.

Frecuencia máxima.-A frecuencia máxima de 10000 fps la resolución es de 128x32pixeles.

Cuantos niveles de grises posee (Bits). - Tiene 8 Bits.

Tipo de montura.- La montura es tipo C.

Tipo de sensor.- El sensor es tipo CMOS.

El software que se utiliza en la cámara de alta velocidad es el PFV (Photron FASTCAM Viewer). En la **Fig. 2.11** se muestra la ventana de la interfaz.

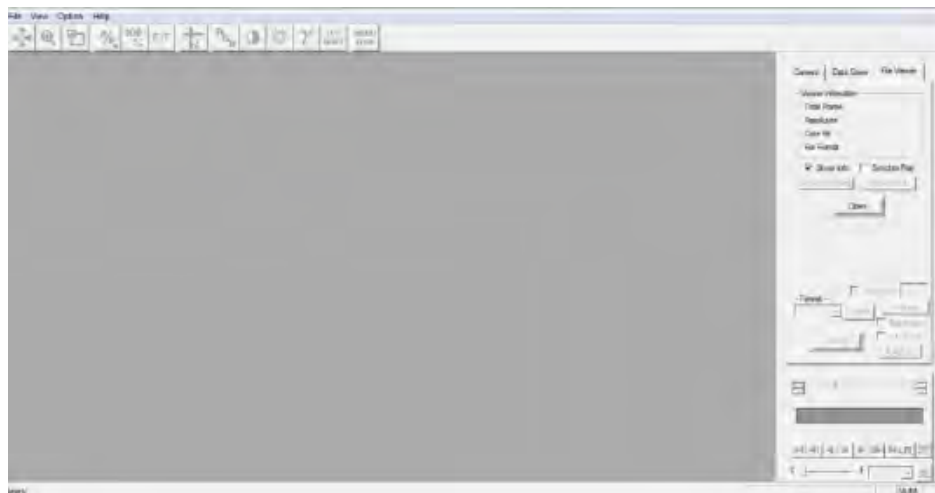


Figura 2.11. Interfaz del software PFV

El tiempo que permite grabar la cámara de alta velocidad está relacionado con la resolución y la frecuencia, ésta relación se puede observar en la **Tabla 2.1**.

Tabla 2. Resolución contra frecuencia.

Frame Rate	Image Resolution						
(FPS)	512 x 480	512 x 240	256 x 240	256 x 120	128 x 120	128 x 80	128 x 32
30	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
60	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
125	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
250	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
500	NA	✓	✓	✓	✓	✓	✓
1000	NA	NA	✓	✓	✓	✓	✓
2000	NA	NA	NA	✓	✓	✓	✓
3000	NA	NA	NA	NA	✓	✓	✓
5000	NA	NA	NA	NA	NA	✓	✓
10000	NA	NA	NA	NA	NA	NA	✓

En la tabla 2 se puede ver que a 30 fps y hasta 250 fps soporta todas las resoluciones, pero de 500 fps la resolución comienza a disminuir. En este caso se trabajó a una frecuencia de 250 fps y una resolución de 512x480.

El lente utilizado fue el Navitar Zoom 7000 18-108 mm. F/2.5 1 MI C Format Macro Zoom (ver Fig. 2.12).



Figura 2.12. Lente Navitar Zoom

2.4.2. SISTEMA DE ILUMINACIÓN

La iluminación es un aspecto muy importante a tener en cuenta en las cámaras de alta velocidad. Para tomar imágenes a alta velocidad se necesita mucha luz debido a que el obturador de la cámara abre y cierra en repetidas ocasiones por segundo, de lo contrario se tendrían fotografías oscuras y de mala calidad.

Para obtener una correcta iluminación se debe tener en cuenta algunos aspectos como son: la distancia entre la fuente emisora de la luz y el objeto, el campo de visión, el tipo de luz procedente del emisor, la intensidad de la fuente de luz, el contraste entre el objeto y el fondo, la reflexión de la luz sobre el objeto. Para este experimento se utilizó como fuente emisora de luz un panel de leds P-ASSIC-704-BF-220 (ver **Fig. 2.13**), el cual consta de 704 leds blanco Frio, con un requerimiento de 58W, 120 VAC a 60Hz y 0.483A, produciendo 4930lm. Se elige un panel de led debido a que no causan el problema del parpadeo en la grabación.

El parpadeo se debe a que la AC tiene puntos de alta y baja emisión de luz (60 ciclos por segundo), y como la cámara es capaz de tomar varias imágenes por segundo; este parpadeo aparece en las imágenes, mostrando algunas con más luz que otras.

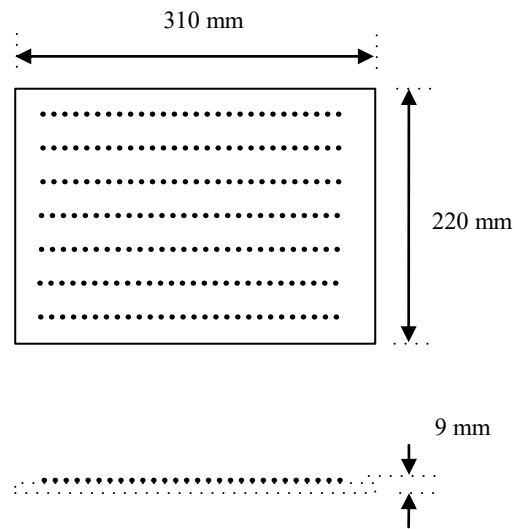


Figura 2.13. Panel de led de 220 mm x 310 mm

Capítulo III

DETECCIÓN Y SEGUIMIENTO ESPACIAL DE BURBUJAS INDIVIDUALES UTILIZANDO LA FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN.

3.1. OBJETIVO DEL PROGRAMA	29
3.2. BASES TEÓRICAS DEL ALGORITMO DE SEGUIMIENTO	29
3.2.1. COMPARACIÓN DE IMÁGENES EN ESCALA DE GRISES.....	29
3.2.2. DISTANCIA ENTRE PATRONES	30
3.2.3. DISTANCIA Y CORRELACIÓN	30
3.2.4. CORRELACIÓN CRUZADA NORMALIZADA.....	31
3.2.5. COEFICIENTE DE CORRELACIÓN	32
3.2.6. RECONOCIMIENTO DE PATRONES USANDO EL COEFICIENTE DE CORRELACIÓN	33
3.3. SCRIP DEL ALGORITMO DE SEGUIMIENTO	33
3.4. ALGORITMO DE SEGUIMIENTO.....	37
3.5. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL TRATAMIENTO	39

3.1. OBJETIVO DEL PROGRAMA

El objetivo del algoritmo es comparar una serie de imágenes consecutivas e identificar el desplazamiento de un patrón conocido, de tal manera que se determina la posición espacial de una burbuja a lo largo de su recorrido de ascenso.

3.2. BASES TEÓRICAS DEL ALGORITMO DE SEGUIMIENTO

Que dos imágenes I_1 y I_2 son iguales si la diferencia entre ambas ($I_1 - I_2$) es cero. La diferencia entre imágenes es útil para detectar cambios en imágenes consecutivas, siempre y cuando exista una iluminación constante.

La idea fundamental en la comparación de imágenes es encontrar un patrón en la imagen que se mueva a lo largo de ésta sobre todos sus pixeles, de tal manera que se mida la semejanza entre el patrón y los correspondientes pixeles que abarca.

3.2.1. COMPARACIÓN DE IMÁGENES EN ESCALA DE GRISES.

Primeramente se aborda el problema de encontrar una imagen de referencia $R(i,j)$ (patrón) en una imagen en escala de grises $I(x,y)$. La finalidad es encontrar el pixel (u,v) de la imagen $I(x,y)$ en el que exista una óptima coincidencia entre la imagen de referencia $R(i,j)$ y el segmento de la imagen $I(x,y)$ (ver **Fig. 3.2**).

Se debe encontrar el desplazamiento (r,s) en donde la medida de semejanza entre el patrón $R(i,j)$ y el segmento de la imagen que cubre es máxima. De tal modo que para poder realizar un algoritmo que resuelva el problema anterior es necesario considerar tres situaciones importantes que son: una definición para medir la semejanza entre las partes de la imagen, también se necesita una estrategia de búsqueda óptima, y finalmente se debe decidir cuál es el valor mínimo de semejanza que asegure una coincidencia confiable.

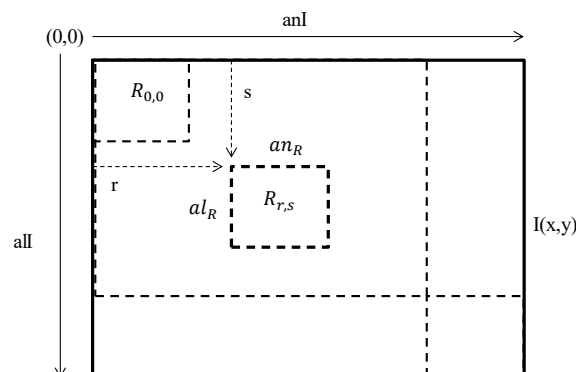


Figura 3.1. Geometría del problema de comparación de imagen.

3.2.2. DISTANCIA ENTRE PATRONES

Para encontrar el punto donde existe la máxima coincidencia entre $I(x,y)$ y $R(i,j)$, es necesario determinar la distancia desplazada entre $R_{r,s}$ y la sección correspondiente de la imagen para cada posición (r,s) (ver Fig. 3.2).

Para medir la distancia entre dos funciones bidimensionales existe diferentes definiciones, a continuación se describen las más importantes:

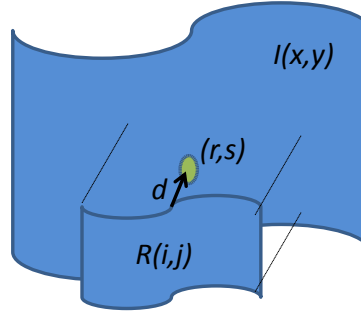


Figura 3.2. Medición de la distancia d entre dos funciones bidimensionales.

a) **La suma de las diferencias:**

$$d_A(r,s) = \sum_{(i,j) \in R} |I(r+i, s+j) - R(i,j)| \quad (3.1)$$

b) **El máximo de las diferencias:**

$$d_M(r,s) = \max_{(i,j) \in R} |I(r+i, s+j) - R(i,j)| \quad (3.2)$$

c) **Suma de las diferencias cuadráticas:**

$$d_E(r,s) = \sqrt{\sum_{(i,j) \in R} (I(r+i, s+j) - R(i,j))^2} \quad (3.3)$$

3.2.3. DISTANCIA Y CORRELACIÓN

La distancia cuadrática definida en la Ec. 3.1 es especialmente importante debido a sus propiedades estadísticas. Para encontrar la máxima coincidencia entre la imagen $I(x,y)$ y la de referencia $R(i,j)$ será suficiente con minimizar el cuadrado de d_E , el cual es positivo y se describe como:

$$d_E^2(r,s) = \sum_{(i,j) \in R} (I(r+i, s+j) - R(i,j))^2$$

$$d_E^2(r,s) = \underbrace{\sum_{(i,j) \in R} (I(r+i, s+j))^2}_{A(r,s)} + \underbrace{\sum_{(i,j) \in R} (R(i,j))^2}_C - 2 \underbrace{\sum_{(i,j) \in R} I(r+i, s+j) \cdot R(i,j)}_{C(r,s)} \quad (3.4)$$

La expresión B en la Ec. 3.4 representa la suma al cuadrado de todos los valores de la imagen de referencia. Como estos valores no dependen del desplazamiento (r,s) este factor es constante. Considerando lo anterior B podrá ser ignorado al momento de realizar la minimización. La expresión $A(r,s)$ representa la suma de los valores de los pixeles de la imagen correspondiente a $R(i,j)$ al cuadrado. Este valor claramente es dependiente del desplazamiento. Finalmente, $C(r,s)$ corresponde a la denominada *Correlación Cruzada* entre la imagen y la imagen de referencia. Dicha correlación se define como:

$$(R \otimes I)(r, s) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} I(r + i, s + j) \cdot R(i, j) \quad (3.5)$$

Debido a que las imágenes fuera de sus dimensiones son consideradas como cero, la ecuación se puede reescribir como:

$$(R \otimes I)(r, s) = \sum_{(i,j) \in R} I(r + i, s + j) \cdot R(i, j) \quad (3.6)$$

Si el factor $A(r,s)$ de la correlación Ec. 3.4 se mantiene aproximadamente constante dentro de la imagen $I(x,y)$, significa que la energía de la imagen se encuentra distribuida uniformemente. De tal forma que el máximo valor de la correlación $C(r,s)$ corresponde al punto de la imagen $I(x,y)$ donde se encuentra la mayor coincidencia de $R(i,j)$. Para este caso el valor mínimo de $d_E^2(r, s)$ puede calcularse con el valor máximo de la correlación $R \otimes I$. Se puede utilizar la transformada de Fourier para calcular la correlación en el dominio de la frecuencia.

3.2.4. CORRELACIÓN CRUZADA NORMALIZADA

En la realidad la consideración de que $A(r,s)$ se mantiene constante no se cumple, por lo que resultado de la correlación es dependiente de los cambios en la intensidad de la imagen. Lo anterior se corrige utilizando la *Correlación Cruzada Normalizada* $C_N(r,s)$, en la cual la energía total de la imagen debe ser considerada. Esta correlación se define como:

$$C_N(r, s) = \frac{C(r, s)}{\sqrt{A(r, s) \cdot B}} = \frac{C(r, s)}{\sqrt{A(r, s)} \cdot \sqrt{B}}$$

$$C_N(r, s) = \frac{\sum_{(i,j) \in R} I(r+i, s+j) \cdot R(i, j)}{\sqrt{\sum_{(i,j) \in R} (I(r+i, s+j))^2} \cdot \sqrt{\sum_{(i,j) \in R} (R(i, j))^2}} \quad (3.7)$$

Como los valores tanto de la imagen como del patrón son positivos, los resultados de $C_N(r, s)$ serán en el intervalo de $[0,1]$. Un valor de $C_N(r, s) = 1$ representa un índice máximo de semejanza.

La Ec. 3.7 a diferencia de la Ec. 3.5 muestra la caracterización de una medida de distancia local de la distancia absoluta entre la imagen de referencia y una sección de la imagen original.

3.2.5. COEFICIENTE DE CORRELACIÓN

El Coeficiente de Correlación es una posibilidad para evitar el problema de iluminación. Los pixeles con valor menor a 1 tienen poca o nula iluminación o semejanza. Esta posibilidad consiste en considerar durante el procesamiento las diferencias locales de estos valores de pixeles en relación con sus promedios, en lugar de los valores de intensidad de los pixeles. En relación a lo anterior se puede expresar la siguiente ecuación reformulando la Ec. 3.7:

$$C_N(r, s) = \frac{\sum_{(i,j) \in R} (I(r+i, s+j) - \bar{I}(r, s)) \cdot (R(i, j) - \bar{R})}{\sqrt{\sum_{(i,j) \in R} (I(r+i, s+j) - \bar{I}(r, s))^2} \cdot \underbrace{\sqrt{\sum_{(i,j) \in R} (R(i, j) - \bar{R})^2}}_{\sigma_R^2}} \quad (3.8)$$

Donde $\bar{I}(r, s)$ y \bar{R} se definen como:

$$\bar{I}(r, s) = \frac{1}{N} \sum_{(i,j) \in R} I(r+i, s+j) \quad \bar{R} = \frac{1}{N} \sum_{(i,j) \in R} R(i, j) \quad (3.9)$$

Donde N corresponde al número de elementos de la imagen de referencia $R(i, j)$. A la expresión de la Ec. 3.8 se le conoce en el campo de la estadística como el *Coeficiente de Correlación*. El coeficiente de correlación no puede ser considerado como un índice de correlación global que considera un conjunto general de datos, sino como un factor local que considera solo secciones determinadas. El intervalo de valores en los que fluctúa es de $[-1, 1]$, donde el índice 1 corresponde al mayor índice de semejanza entre $I(x, y)$ y $R(i, j)$.

El denominador de la Ec. 3.9 contiene el término siguiente:

$$\sigma_R^2 = \sum_{(i,j) \in R} (R(i, j) - \bar{R})^2 = \sum_{(i,j) \in R} (R(i, j))^2 - N \cdot \bar{R}^2 \quad (3.10)$$

La cual corresponde a la varianza del patrón $R(i, j)$. Dicho debe ser calculado una sola vez ya que es un valor constante. Incluyendo este patrón en la Ec. 3.8 la expresión se reformula como:

$$C_N(r, s) = \frac{\sum_{(i,j) \in R} (I(r+i, s+j) - N \cdot \bar{I}(r, s)) \cdot \bar{R}}{\sqrt{\sum_{(i,j) \in R} (I(r+i, s+j) - N \cdot \bar{I}(r, s))^2} \cdot \sigma_R} \quad (3.11)$$

La expresión anterior corresponde a la manera más eficiente de calcular el coeficiente de difusión local. La eficiencia se debe a que σ_R y \bar{R} solo deben ser calculados una sola vez, mientras que $\bar{I}(r, s)$ ya no participa en el procesamiento para cada pixel.

El coeficiente de correlación calculado de esta forma corresponde a un índice de medida local de la imagen a diferencia de la correlación lineal mostrada en la Ec. 3.5.

3.2.6. RECONOCIMIENTO DE PATRONES USANDO EL COEFICIENTE DE CORRELACIÓN

A continuación se describe la forma de usar el coeficiente de correlación $C(x,y)$. Este método es suficientemente robusto para ser usado como criterio de reconocimiento de patrones en imágenes.

El algoritmo se basa prácticamente en el uso de las ecuaciones 3.8 y 3.11. De dichas ecuaciones se obtendrá una imagen cuyos pixeles tendrán valores entre -1 y 1, donde el 1 significa el mayor índice de referencia mientras que el -1 corresponde a que las imágenes serán totalmente diferentes.

De las regiones obtenidas por el cálculo de los coeficientes de correlación se deberá encontrar solo un punto que identifique a la máxima correlación. A un punto se le considera con la máxima correlación si:

$$C_L(x, y) > t_h \quad (3.12)$$

Donde t_h es el umbral y normalmente tiene un valor de entre 0.3-0.7 dependiendo del contenido de la imagen. Aplicando la condición anterior se tendrá una matriz con valores de 1 y 0, en donde los unos corresponden a los valores que superaron dicho umbral.

3.3. SCRIP DEL ALGORITMO DE SEGUIMIENTO

A continuación se puede apreciar el scrip del algoritmo del programa de seguimiento:

```

% -----
% --->> Algoritmo de Reconocimiento de patrones mediante el Coef. de
% Correlación
% -----

% DIRECCIONAMIENTO
A=('G:\USB_AMARILLA\ESTANCIA_2013\Prueba 2\fondo_c001s0001');
cd(A)

MATRIX_x=zeros(80, 500);
MATRIX_y=zeros(80, 500);
fondo=imread('fondo_c001s0001000001.png');
B=('G:\USB_AMARILLA\ESTANCIA_2013\Prueba 2');
cd(B)

REP=dir('*.png');
ni=input('Primera imagen:');
nf=ni;

% ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::
%          CICLO PARA LA ELECCIÓN E UBICACIÓN DE LA BURBUJA ASEGUIR  :
% ::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::::
    
```



```
% DEFINIR ZONA DE BUSQUEDA
    zonabusqxi=mmposicion(ciclo-1,1)-25;
    zonabusqxs=mmposicion(ciclo-1,1)+25;
    zonabusqyi=mmposicion(ciclo-1,2)-25;
    zonabusqys=mmposicion(ciclo-1,2)+25;

% LEER IMAGEN Y RECORTAR PATRON DE REFERENCIA
    fichierr=REP(ciclo).name;
    IIm=imread(fichierr);
    T = imcrop(IIm, [(mmposicion(ciclo-1,1)-15) (mmposicion(ciclo-
1,2)-15) 30 30]);
    imshow(T);
    close
    fichierr=REP(ciclo+1).name;
    Im=imread(fichierr);
    %figure,imshow(Im);
else
    disp 'No existe'
% DEFINIR ZONA DE BUSQUEDA
    zonabusqxi=Posic_redondeo(ciclo,1)-25;
    zonabusqxs=Posic_redondeo(ciclo,1)+25;
    zonabusqyi=Posic_redondeo(ciclo,2)-25;
    zonabusqys=Posic_redondeo(ciclo,2)+25;

% LEER IMAGEN Y RECORTAR PATRON DE REFERENCIA
    fichierr=REP(ciclo).name;
    IIm=imread(fichierr);
    T = imcrop(IIm, [(Posic_redondeo(ciclo,1)-15)
(Posic_redondeo(ciclo,2)-15) 30 30]);
    imshow(T);
    close
    fichierr=REP(ciclo+1).name;
    Im=imread(fichierr);
    %figure,imshow(Im);
end

% SE OBTIENE DIMENSIÓN DE LA IMAGEN
[m,n]=size(Im);
Imd=double(Im);
Td=double(T);
% SE OBTIENE DIMENSIÓN DE LA IMAGEN DE REFERENCIA
[mt,nt]=size(T);
suma1=0;
suma2=0;
suma3=0;

% CONDICIONES PARA ADAPTAR ZONA DE BUSQUEDA AL TAMAÑO DE LA IMAGEN
if zonabusqxi<1
    zonabusqxi=1;
end

if zonabusqxs>472
    zonabusqxs=512-nt
end

if zonabusqyi<1
```



```

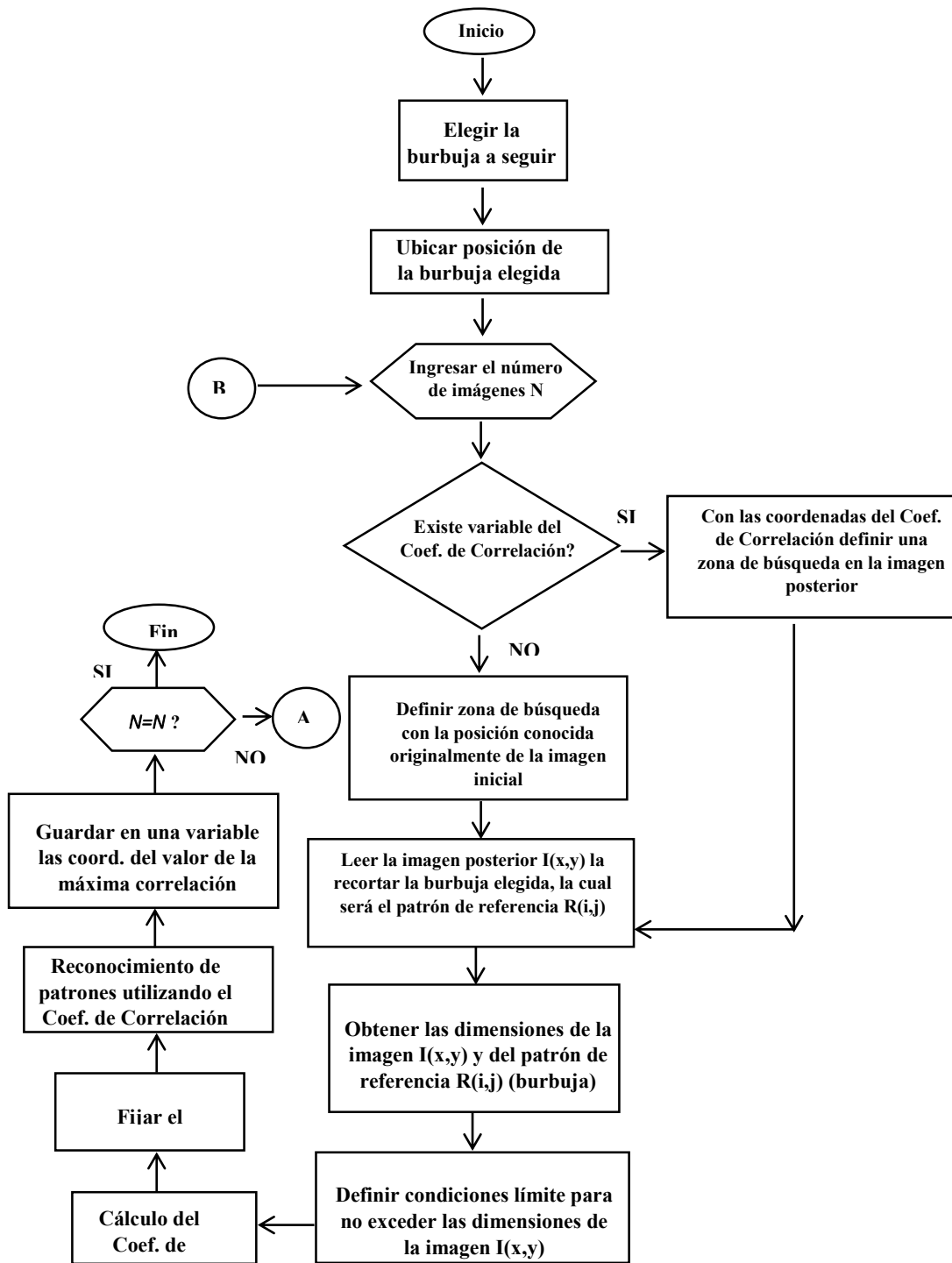
        datyi=max(I3);
        datys=min(I4);
        Bloc=CLN(datxi:1:datxs,datyi:1:datys);
% SE OPTIENE EL VALOR MÁXIMO DE LA VECINDAD Y SE LE ASIGNA UN 1 EN LA
% MATRIZ S
        MaxB=max(max(Bloc));
        if (CLN(r,c)==MaxB)
            S(r,c)=1;
        end
    end
end
end
imshow(Im)
hold on
y=round(mt/2);
x=round(nt/2);
% A CADA VALOR DE LA MAXIMA CORRELACIÓN ENCONTRADO EN S SE LE AÑADA LA
% MITAD DE LA VENTANA DEFINIDA POR EL PATRON DE REFERENCIA
[p,pp]=size(S);
for r=1:p
    for c=1:pp
        if(S(r,c))
            Resultado(r+y,c+x)=1;
        end
    end
end
% SE GRAFICAN EN LA IMAGEN LOS PUNTOS DE LA MÁXIMA CORRELACIÓN DEFINIDOS
% EN RESULTADO
for r=1:p
    for c=1:pp
        if(Resultado(r,c))
            plot(c,r,'+b');
        end
    end
end
close

% GUARDAR LAS CORR. DE LA MAX. CORRELAC.
[o oo]=find(Resultado==1);
aki_esta=[o oo];
cambio=fliplr(aki_esta);
t=cambio(1,:);
posicionesCorr(ciclo,:)=t;
mmposicion(ciclo,:)=posicionesCorr(ciclo,:)-1
clearvars -except mmposicion REP ciclo
end

```

3.4. ALGORITMO DE SEGUIMIENTO

En el siguiente apartado se muestra de manera gráfica la metodología del algoritmo de seguimiento.



3.5. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL TRATAMIENTO

En el siguiente apartado se muestra gráficamente cada uno de los pasos importantes del algoritmo de seguimiento. El objetivo del algoritmo de seguimiento es determinar la trayectoria de una burbuja mediante la identificación de su posición. Utilizando el coeficiente de correlación se ubican los patrones de semejanza de la burbuja y se localizan en la imagen posterior.

En la **Fig. 3.3** se muestra el proceso seguido por el algoritmo, el cual consiste en cuatro etapas principales:

1. **Elección de la burbuja a seguir.** Una vez que se ejecuta el programa descrito en el capítulo II se despliega la imagen i de la cual se selecciona la burbuja a seguir, que para este caso fue la burbuja P22. [ver **Fig. 3.3** (a)]
2. **Patrón de referencia.** El patrón de referencia es el recorte de la burbuja P22 seleccionada de la imagen original i [ver **Fig. 3.3** (c)].
3. **Definición de la zona de búsqueda.** Se hace un barrido con el patrón de referencia por toda la imagen $i+1$ tratando de localizar el punto de mayor correlación. Para acelerar este proceso se define una *zona de búsqueda* en la imagen $i+1$ a partir de la posición inicial de la burbuja seleccionada, y ahora por esta zona es por donde se hará el barrido del patrón de referencia. [ver **Fig. 3.3** (d)]
4. **Cálculo del coeficiente de correlación.** En esta sección se calcula el coeficiente de correlación entre la burbuja P22 de la imagen i en la zona de búsqueda de la imagen $i+1$. En la imagen $i+1$ el punto más brillante representa el punto de mayor correlación. [ver **Fig. 3.3** (e)]
5. **Punto de máxima correlación.** Una vez calculado el coeficiente de correlación, se ubica el punto de máxima correlación en la nueva imagen $i+1$ que corresponde a la siguiente posición de la burbuja. [ver **Fig. 3.3** (f)]

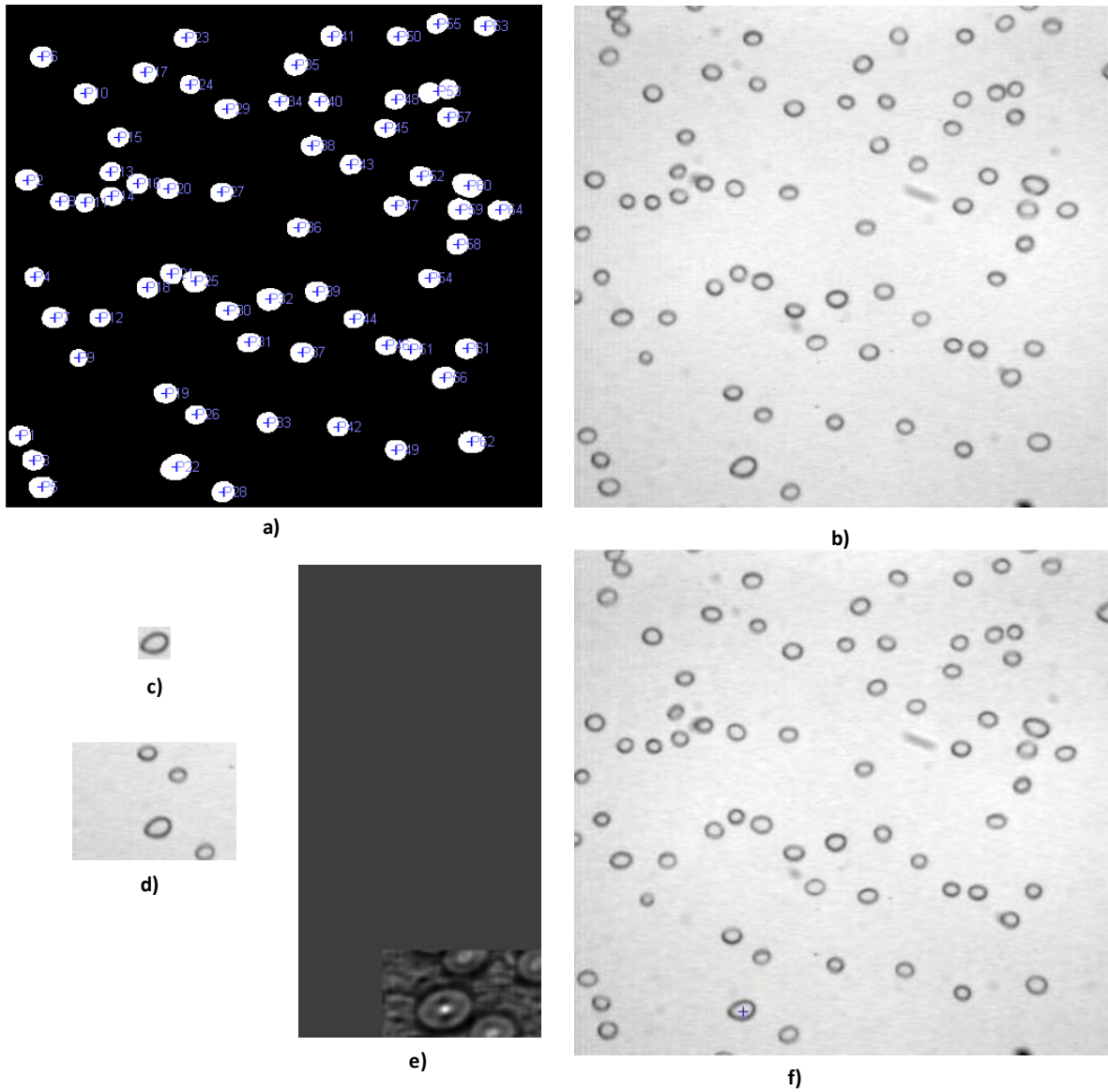


Figura 3.3. Ilustración de las etapas principales en el algoritmo de seguimiento de una burbuja. (a) Elección de la burbuja a seguir, (b) imagen original i , (c) Patrón de referencia en la imagen i , (d) Definición de la zona de búsqueda en la imagen $i+1$, (e) Cálculo del coeficiente de correlación en la imagen $i+1$, (f) Punto de máxima correlación en la imagen $i+1$.

Capítulo IV

DETERMINACIÓN DE LA AGITACIÓN

4.1. INTRODUCCIÓN	42
4.2. DETERMINACIÓN DE LA FRACCIÓN GASEOSA DEL SISTEMA	42
4.3. TAMAÑO DE BURBUJA	43
4.3.1. CÁLCULO TEÓRICO DEL DIÁMETRO DE BURBUJA	43
4.3.2. DETERMINACIÓN DE LA DISPERSIÓN DEL TAMAÑO DE LAS BURBUJAS	46
4.4. DETERMINACIÓN DEL NÚMERO DE TRAYECTORIAS	50
4.4.1. CONSTRUCCIÓN DE TRAYECTORIAS	50
4.4.2. CONVERGENCIA ESTADÍSTICA	51
4.5. DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD DE ASCENSO DE LAS BURBUJAS	52
4.6. DETERMINACIÓN DE LA AGITACIÓN DE LA FASE GASEOSA	55

4.1. INTRODUCCIÓN

En los capítulos anteriores se describe el equipo experimental y el método de trayectografía con enfoque Euleriano en 2D. Utilizando este último se determina la posición de cada una de las burbujas a diferentes tiempos. En esta sección se presentan los resultados experimentales obtenidos a partir de este procedimiento. Inicialmente se construye la trayectoria que sigue cada una de las burbujas y a partir de ella, se puede calcular la velocidad a cada instante y finalmente determinar la velocidad fluctuante que proporciona la agitación producida en el sistema para los diferentes casos estudiados.

4.2. DETERMINACIÓN DE LA FRACCIÓN GASEOSA DEL SISTEMA

El término fracción gaseosa y fracción líquida se refieren a la porción existente de cada una de las dos fases que intervienen en el sistema. En este caso, la fracción líquida (α_l) es la fase continua y representa el valor más alto. La fracción gaseosa (α_g) se refiere a la fase dispersa que circula por el sistema y agita a la fase continua. Así, la sumatoria de ambas fracciones debe ser igual a 1.

La fracción de gas fue determinada haciendo una sumatoria del volumen de las burbujas que aparecen en el campo de visión y dividido entre el volumen total de dicha zona del canal de pruebas (ver Ec. 4.1 y 4.2). Se estudiaron cinco diferentes fracciones gaseosas para cada caso. La **Fig. 4.1** únicamente muestra una imagen típica de algunas de estas fracciones de gas.

$$\alpha = \frac{Vol_b}{Vol_{TOT}} \quad (4.1)$$

$$Vol_b = \frac{1}{6} \pi d_{may}^2 d_{min} \quad (4.2)$$

Uno de los objetivos de este trabajo es el de encontrar la agitación producida en el sistema, únicamente variando la fracción de gas que entra en éste. Para este trabajo cinco fracciones fueron estudiadas para tres fluidos diferentes, los resultados serán comparados y analizados este y en el siguiente capítulo. El criterio utilizado para seleccionar las fracciones de gas, consistió en encontrar las fracciones en las cuales existiera el mayor número posible de burbujas sin coalescer, ya que si este número fuese demasiado grande entonces la coalescencia sería inevitable y evitaría poder seguir a burbujas individuales. Así, las fracciones medias elegidas fueron de 0.02, 0.04, 0.06, 0.08 y 0.1. En la **Fig. 4.1** se muestran algunas imágenes representativas de estas fracciones.

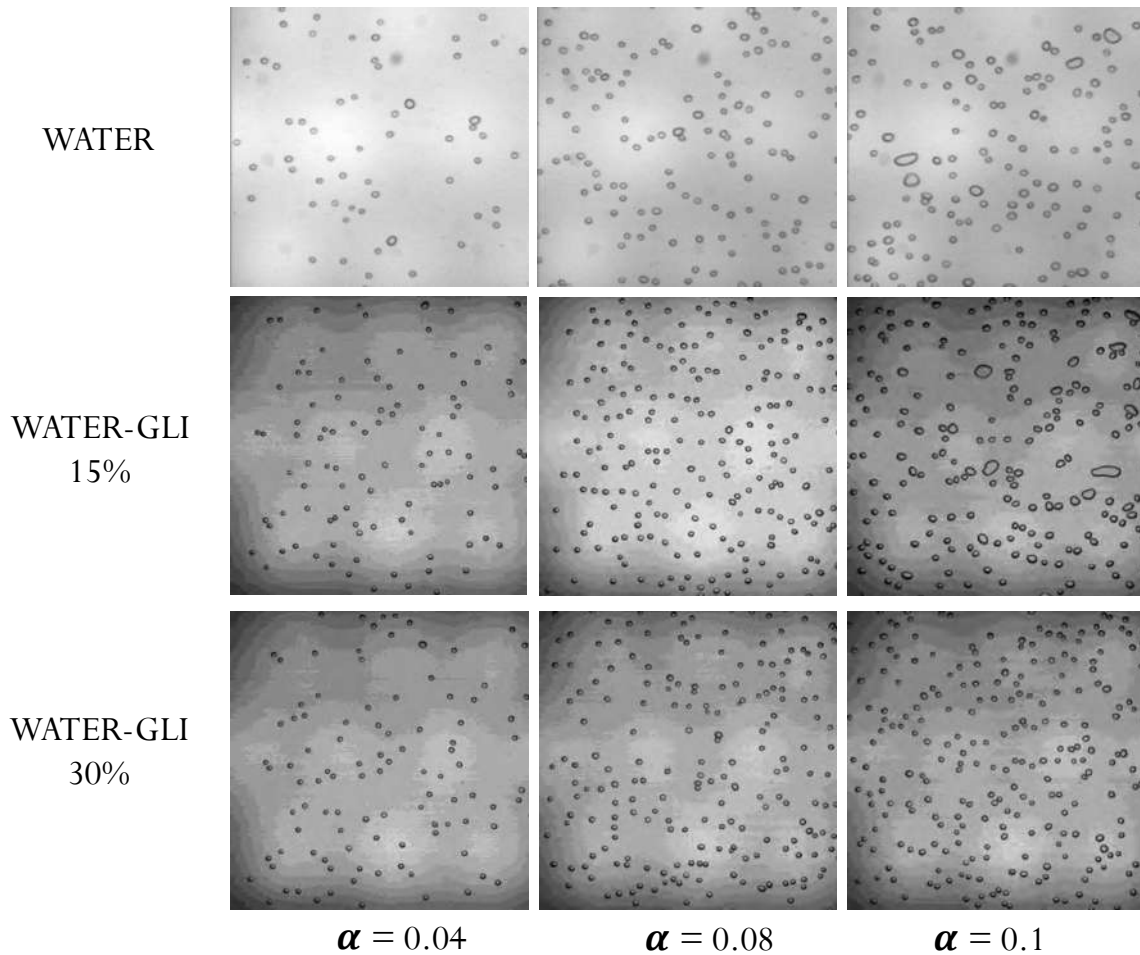


Figura 4.1. Imagen representativa de las diferentes fracciones gaseosas para los tres casos estudiados

4.3. TAMAÑO DE BURBUJA

Como se describió en el *capítulo I*, el tamaño de las burbujas influye en forma importante en la trayectoria de éstas. Por ello, es importante caracterizar el diámetro del sistema que se está estudiando. En esta sección se determina en forma teórica y experimental el diámetro de las burbujas.

4.3.1. CÁLCULO TEÓRICO DEL DIÁMETRO DE BURBUJA

Durante todo su recorrido, la burbuja es afectada por una serie de fuerzas y propiedades del líquido (densidad y viscosidad por mencionar algunas) que condicionan su trayectoria. Estudios demuestran que en el análisis de una burbuja aislada o en un conjunto de burbujas, la trayectoria de ascenso que siguen éstas depende en gran medida del tamaño de la partícula

[Ellingsen & Risso 2001, Riboux 2007 y Adoua 2007]. De esto viene la importancia de caracterizar el tamaño de las burbujas que se están estudiando.

Así pues, para determinar el diámetro teórico de la burbuja se hace un análisis a la salida del capilar donde la burbuja aún no se ha desprendido y se tiene una relación muy importante entre las fuerzas de flotación y de tensión superficial.

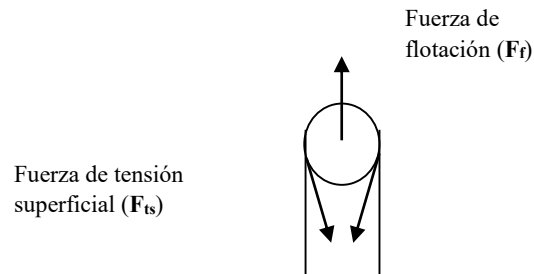


Figura 4.2. Fuerzas que afectan a la burbuja a la salida del capilar.

El balance en ese punto es:

$$F_{ts} + F_f = 0 \quad (4.3)$$

En el momento en que la fuerza de flotación sea mayor, la burbuja se va a desprender y comenzará su ascenso.

La fuerza de flotación está dada como:

$$\begin{aligned} F_f &= V_b \Delta \rho g \\ F_f &= -\frac{4}{3} \pi r^3 \Delta \rho g \end{aligned} \quad (4.4)$$

donde:

F_f Es la fuerza de flotación

V_b Es el volumen de la burbuja

$\Delta \rho$ Es la densidad del fluido

g Es la aceleración de la gravedad

El signo negativo de la Ec. 4.4 es debido a que la fuerza de flotación apunta en sentido contrario a la fuerza de gravedad.

Así, la fuerza de tensión superficial está dada como:

$$F_{ts} = \sigma(\pi D_c) \quad (4.5)$$

donde:

F_{ts} Es la fuerza de tensión superficial

σ Tensión superficial

D_c Es el diámetro del capilar.

Sustituyendo ambas ecuaciones en la Ec. 4.3 y despejando el volumen se obtiene:

$$V_b \rho_l g = \sigma(\pi D_c)$$
$$V_b = \frac{\sigma(\pi D_c)}{\rho_l g} \quad (4.6)$$

Una vez obtenido el volumen de la burbuja, a partir de la Ec. 4.6 se puede encontrar el diámetro de burbuja:

$$D_b = \sqrt[3]{6 \frac{V_b}{\pi}} \quad (4.7)$$

En este caso, para el cálculo volumen de la burbuja se utilizan los siguientes valores:

$$\sigma = 0.0728 \frac{N}{m}$$

$$\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

Así, el tamaño de capilar utilizado (≈ 0.39 mm de diámetro interno y 0.24 mm de espesor) produce burbujas de un diámetro teórico de 2.84 mm.

4.3.2. DETERMINACIÓN DE LA DISPERSIÓN DEL TAMAÑO DE LAS BURBUJAS

Para conocer la dispersión del tamaño de las burbujas debe y someter las imágenes a un tratamiento de trayectografía en 2D. El tratamiento consta de los siguientes pasos: sustracción del fondo, convertir la imagen a binaria, detectar el perfil de la burbuja, contar el número de burbujas y finalmente formar una matriz para el diámetro equivalente de todas las fotografías (ver sección 2.3 para más detalles). Una vez teniendo esta matriz se determina la función de densidad de probabilidad (PDF) para conocer la dispersión del tamaño de las burbujas.

La Ec. 4.8 representa la fórmula utilizada para el cálculo del diámetro equivalente para cada una de las burbujas.

$$d_{eq} = \sqrt[3]{d_{may}^2 d_{min}} \quad (4.8)$$

donde:

d_{eq} = diámetro equivalente

d_{min} = diámetro menor

d_{may} = diámetro mayor

La Función de Densidad de Probabilidad (PDF, por sus siglas en inglés) es una función matemática que registra y caracteriza el comportamiento probable de una población, este método estadístico permite el despliegue de un gran número de valores de medición. Estas mediciones son desplegadas en un histograma donde se pueden analizar gráficamente los valores obtenidos.

Para llevarlo a cabo se debe encontrar la media (\bar{X}) de una serie de valores ordenados:

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \sum \frac{X}{N} \\ \bar{X} &= \sum_k \frac{X_k n_k}{N} \\ \bar{X} &= \sum_k X_k F_k \end{aligned} \quad (4.9)$$

donde:

$$F_k = \frac{n_k}{N} \quad (4.10)$$

\bar{X} = valor medio

X_k = k-ésimo valor de la medición

F_k = Ponderación

n_k = Número de repeticiones de x

N = Número total de mediciones

La distribución de las mediciones puede ser desplegada gráficamente en un histograma de F_k vs X_k . La fórmula de la distribución Normal o de Gauss se muestra a continuación:

$$G_{X,\sigma}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-X)^2/2\sigma^2} \quad (4.11)$$

Donde:

σ = espesor de la distribución

X = centro de la distribución

Las siguientes figuras muestran las Funciones de Densidad de Probabilidad (PDF) de los diámetros equivalentes para las concentraciones de 4, 6 y 8% de los tres casos estudiados (Agua, Agua-Glicerina al 15% y Agua-Glicerina al 30%). Se aprecia que el valor medio es localizado alrededor de 0.3 cm. Cabe destacar además, que el tamaño de las burbujas tiene un incremento con el aumento de la fracción volumétrica de gas.

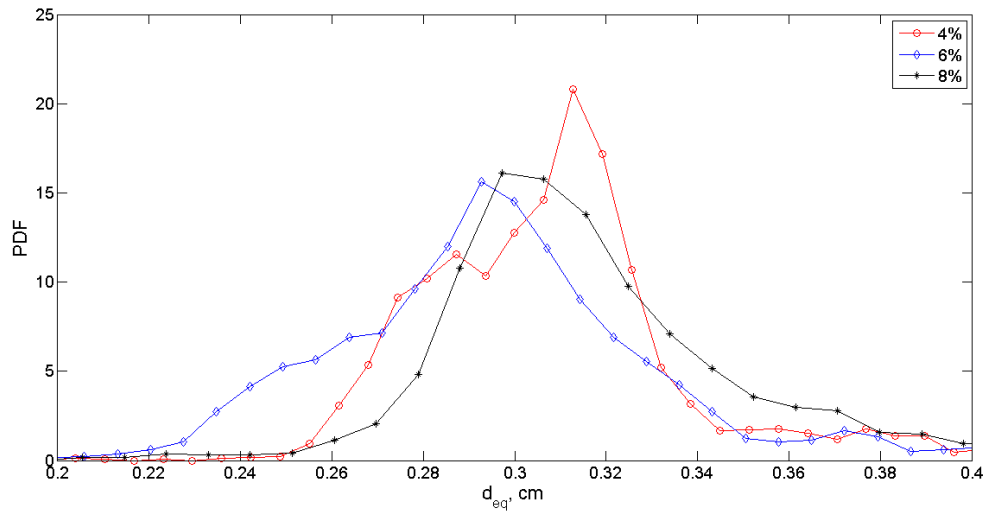


Figura 4.3. PDF de diámetro equivalente para el caso de agua. Para las concentraciones de gas en el líquido 4%(-o-), 6% (-◇-) y 8% (-*-)

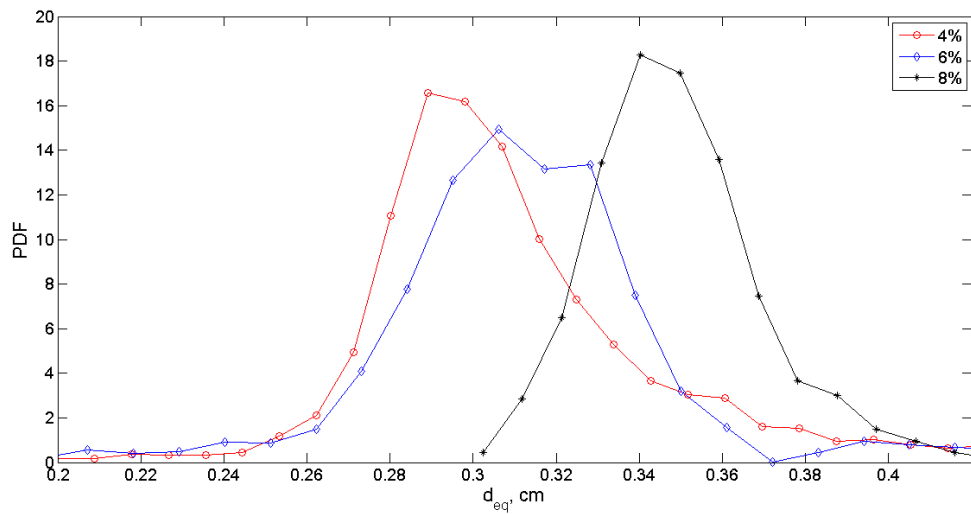


Figura 4.4. PDF de diámetro equivalente para el caso de agua-glicerina al 15%. Para las concentraciones de gas en el líquido 4%(-o-), 6% (-◇-) y 8% (-*-).

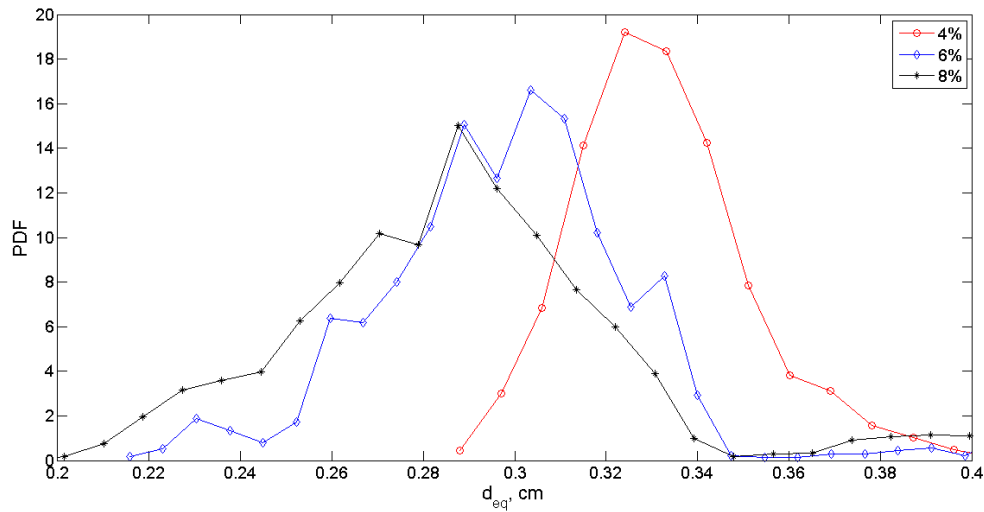


Figura 4.5. PDF de diámetro equivalente para el caso de agua-glicerina al 30%. Para las concentraciones de gas en el líquido 4%(-○-), 6% (-◇-) y 8% (-*-).

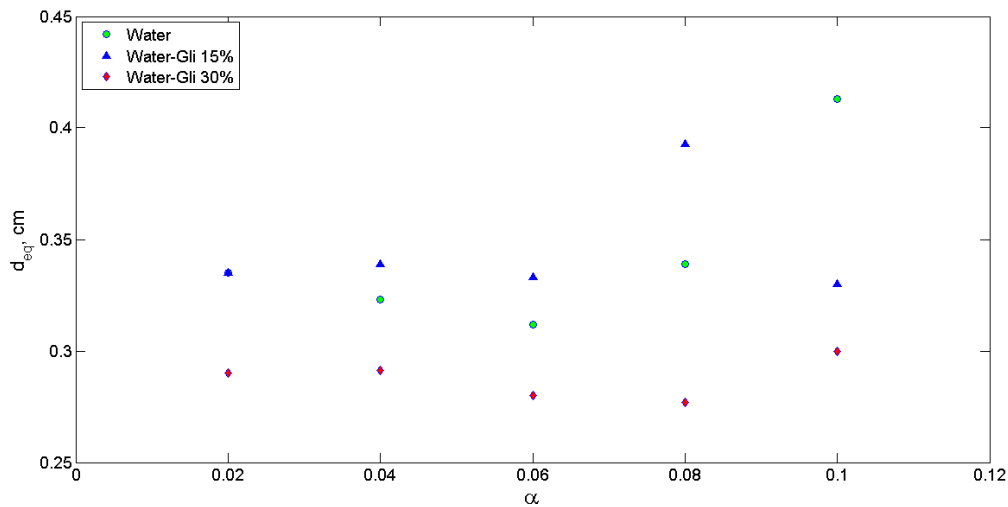


Figura 4.6. Diámetro equivalente contra fracción gaseosa para los tres casos estudiados.

La Fig. 4.6 el comportamiento del diámetro equivalente respecto a la fracción gaseosa. Se encontró un ligero decremento del diámetro equivalente para las fracciones gaseosas más diluidas, mientras que incrementa para altas concentraciones de gas.

4.4. DETERMINACIÓN DEL NÚMERO DE TRAYECTORIAS

La determinación del número de trayectorias es importante porque indica la convergencia estadística. Para este estudio se tomó una muestra de 50 trayectorias para cada una de las fracciones gaseosas estudiadas.

4.4.1. CONSTRUCCIÓN DE TRAYECTORIAS

El proceso para determinar la trayectoria consiste inicialmente en identificar y determinar la posición de cada una de las burbujas que se encuentran en la zona de interés a diferentes instantes en el tiempo. Lo que permite un seguimiento espacial y temporal de éstas creando una matriz de posiciones (x, y) de la burbuja. Este proceso se repite hasta tener un banco importante de datos experimentales y con éste poder llegar a una convergencia estadística.

En la **Fig. 4.7** se muestran trayectorias típicas para cada una de las fracciones estudiadas. Como puede observarse las burbujas no siguen una trayectoria rectilínea sino que describen un movimiento en zig-zag hacia la superficie.

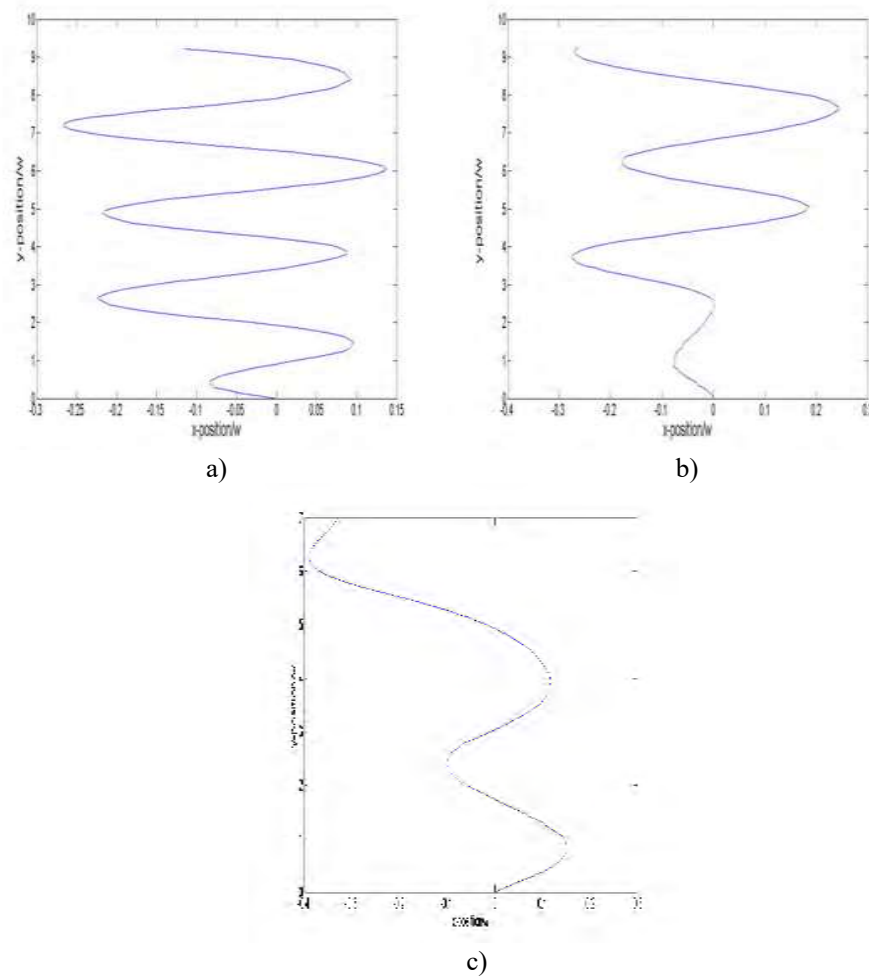


Figura 4.7. Trayectoria típica de los tres fluidos estudiados. a) agua, b) agua-glicerina al 15% y c) agua-glicerina al 30%.

4.4.2. CONVERGENCIA ESTADÍSTICA

Con el objetivo de determinar el número de trayectorias mínimo requerido para una buena convergencia estadística, la velocidad media acumulada fue calculada para cada caso. La velocidad media acumulada consiste en calcular el promedio de las velocidades medias instantáneas de las diferentes trayectorias y a partir de éstas se obtendrá la velocidad media acumulada.

En la **Fig. 4.8** se presenta la velocidad media acumulada para los casos de agua, agua-glicerina al 15% y agua-glicerina al 30% para una fracción volumétrica de gas de 0.02. Se observa que 50 trayectorias son suficientes para tener una convergencia estadística.

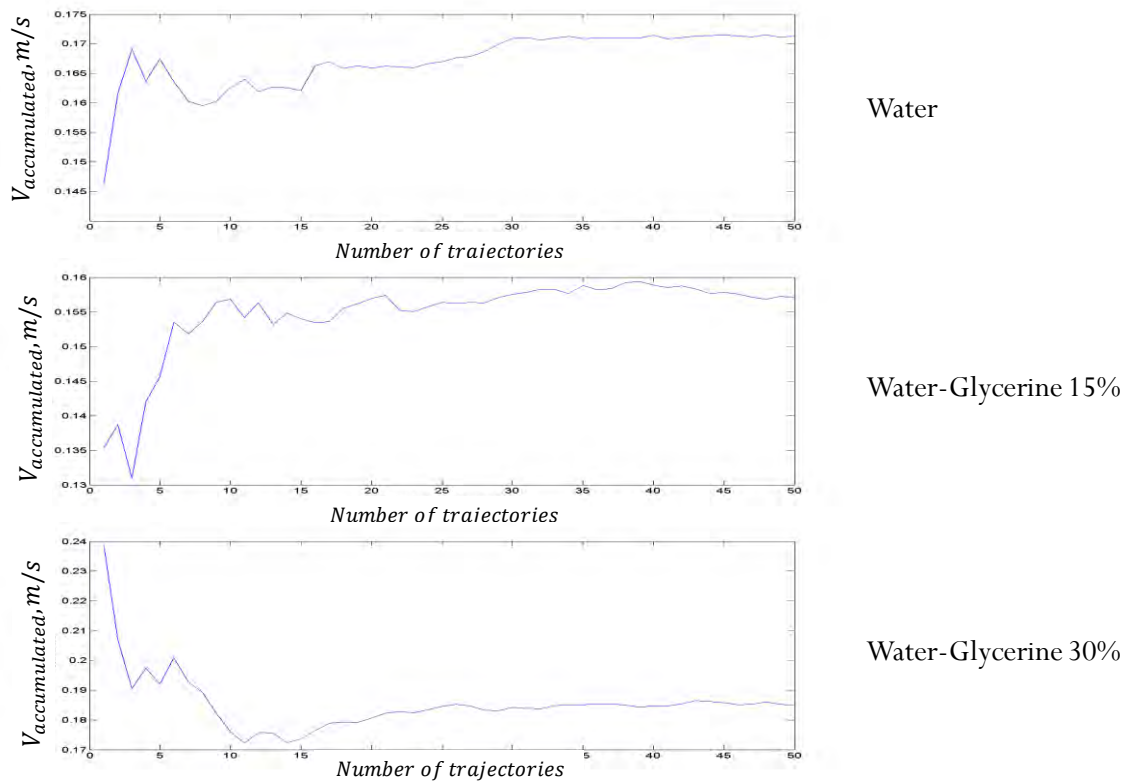


Figura 4.8. Velocidad media acumulada típica para los tres casos a una fracción volumétrica de gas de 0.02.

4.5. DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD DE ASCENSO DE LAS BURBUJAS

El cálculo de la agitación está basado en la velocidad fluctuante de las burbujas. Por ende, el objetivo del procesamiento de imágenes es encontrar la fluctuación de velocidad de las burbujas en una serie de imágenes.

La velocidad fluctuante (V_f) es la diferencia entre la velocidad puntual o instantánea (V_{inst}) y la velocidad media (\bar{V}).

$$V_f = V_{inst} - \bar{V} \tag{4.12}$$

Donde, la velocidad instantánea es la velocidad en un instante dado. En la Fig. 4.10 se muestran algunas gráficas de velocidades instantáneas contra tiempo en la dirección axial de cada una de las fracciones estudiadas.

La velocidad media fue calculada para las trayectorias analizadas de cada burbuja seleccionadas. Así a la velocidad instantánea de cada burbuja en un instante de tiempo se le resta el valor correspondiente a su velocidad media obteniendo así el valor de la velocidad fluctuante. Se puede notar un ligero descenso en las velocidades cuando incrementa la fracción volumétrica de gas.

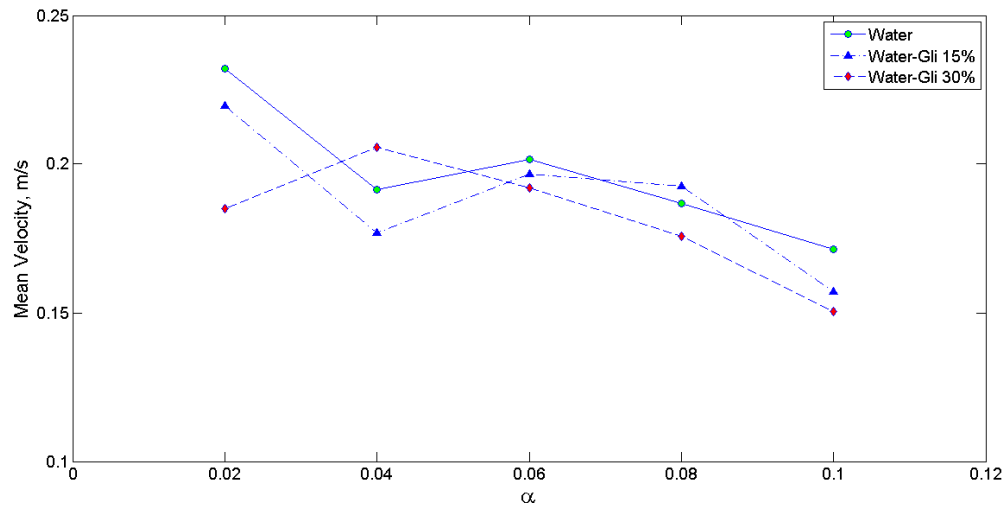
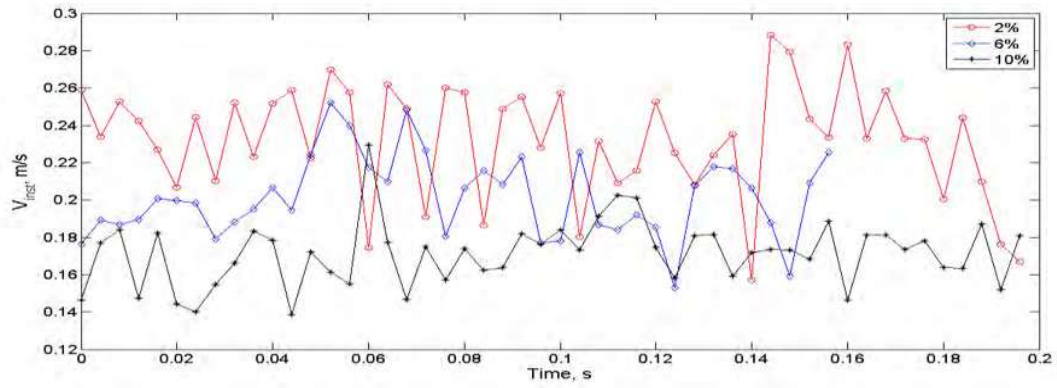
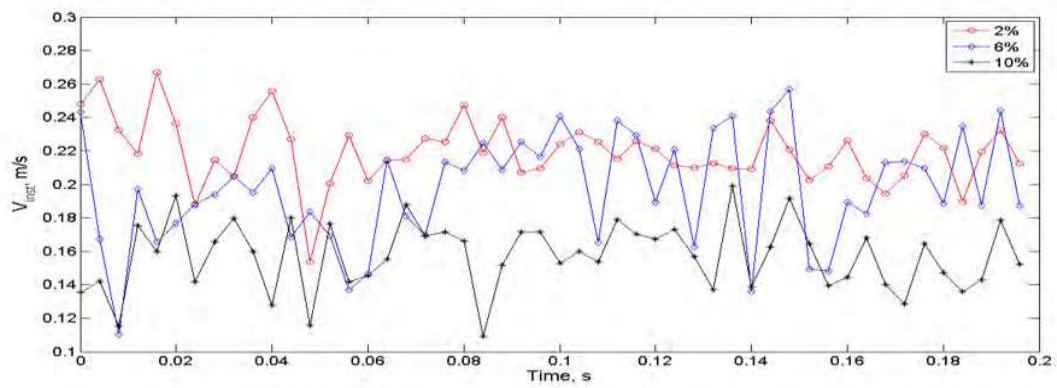


Figura 4.9. Velocidad media contra la fracción gaseosa para los tres casos estudiados.

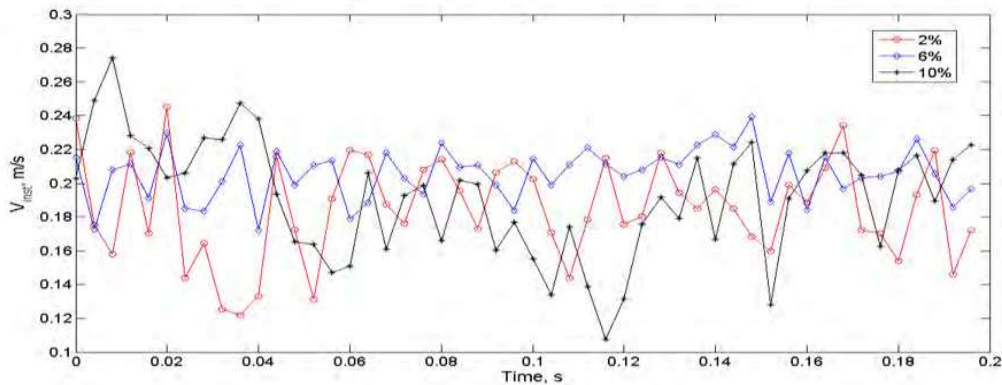
Los resultados de la velocidad media en términos de la fracción gaseosa presentados en la **Fig. 4.9** muestran un comportamiento decreciente con el incremento del flujo. Esto se debe al incremento de masa debido a la presencia de otras burbujas. Sin embargo, no se nota una diferencia significativa entre las velocidades medias de las burbujas en los tres fluidos a pesar de tener diferente viscosidad.



a)



b)



c)

Figura 4.10. Velocidad instantánea típica para los tres casos. a) agua, b) agua-glicerina al 15% y c) agua-glicerina al 30%.

4.6. DETERMINACIÓN DE LA AGITACIÓN DE LA FASE GASEOSA

La agitación de la fase dispersa será calculada por un método de trayectografía 2D. Esta técnica consiste en seguir el movimiento de las burbujas en el seno del líquido, por medio de la adquisición de una serie de imágenes, la cual es realizada por una cámara rápida. Se realiza un tratamiento de imágenes con el fin de determinar la posición del centro de gravedad de cada una de las burbujas de la imagen. Finalmente, conocida la frecuencia de adquisición de imágenes, se puede determinar la velocidad instantánea. Esto permite evaluar las fluctuaciones de velocidad. La agitación se puede determinar por medio de la varianza de la fluctuación de velocidades.

La agitación ($T_{b,N}$) está definida a partir del promedio de la varianza de las velocidades fluctuantes como se define en la ecuación:

$$T_{b,N} = \frac{\sum_{n=1}^N \overline{VAR(V_f)_n}}{N}$$

donde:

$$\overline{VAR(V_f)} = \frac{\sum_{m=1}^M (V_{inst,m} - \overline{V_b})^2}{M} \quad (4.13)$$

$VAR(V_f)$; Varianza de las velocidades fluctuantes para cada trayectoria, m^2/s^2

T_b ; Agitación total del sistema, m^2/s^2

N= Número total de trayectorias

M= Número de datos de velocidades instantáneas para cada trayectoria.

Para adimensionalizar el valor de la agitación, se utiliza el cuadrado del valor de la velocidad media total de cada una de las fracciones gaseosas estudiadas.

$$T_{bad} = \frac{T_{b,N}}{\overline{V_b}^2} \quad (4.14)$$

Estos valores de la varianza de fluctuaciones de velocidad adimensionalizados son mostrados en la gráfica de la **Fig.4.10**. Claramente la agitación tiene un comportamiento creciente respecto a la concentración de gas, sin embargo no es posible percibir una marcada diferencia entre los tres fluidos.

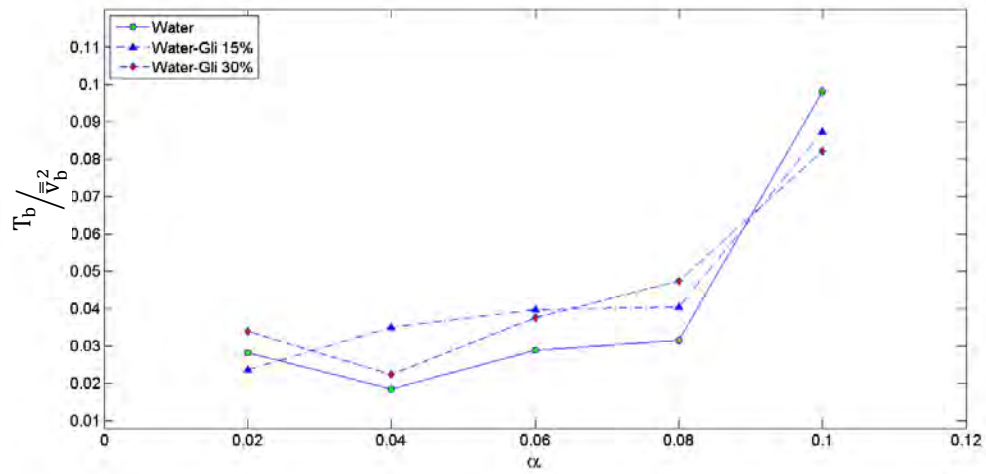


Figura 4.10. Varianza adimensionalizada de las fluctuaciones de velocidad contra la fracción volumétrica de gas.

Capítulo V

DETERMINACIÓN DE LA DIFUSIÓN

5.1. INTRODUCCIÓN	58
5.2. DETERMINACIÓN DEL NÚMERO DE REYNOLDS	58
5.3. DETERMINACIÓN DEL NÚMERO DE WEBER.....	59
5.4. CONFINAMIENTO	60
5.5. DETERMINACIÓN DE LA DIFUSIÓN.....	61
5.6. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES	66

5.1. INTRODUCCIÓN

El coeficiente de difusión es una medida cuantitativa de la capacidad de mezcla y de transferencia momentum en el seno del flujo. Determinar en forma experimental la evolución del coeficiente de difusión en una amplia gama de fracciones gaseosas y de Reynolds, es uno de los objetivos del presente trabajo. La mayor cantidad de estudios de difusión en este arreglo han sido dedicados a números de Reynolds y de Stokes pequeños [Leighton & Acrivos, 1987, Breedveld *et al.* 1998, Sierou & Brady 2004] donde las interacciones hidrodinámicas de la fase dispersa son el origen de la difusión. Estos estudios muestran que el coeficiente de difusión aumenta con la concentración. El cálculo de este coeficiente está descrito por Breedveld *et al* 1998 y Aguilar (2008) y consiste en dos métodos: el método de la Función de Autocorrelación y el Desplazamiento Cuadrático Medio.

5.2. DETERMINACIÓN DEL NÚMERO DE REYNOLDS

El número de Reynolds es presentado en la **Fig. 5.1**. Este es un Reynolds equivalente que fue calculado con el radio equivalente y la velocidad media para cada caso estudiado.

$$Re = \frac{\rho_l d_{eq} \bar{V}_b}{\mu_l} \quad (5.1)$$

donde:

Re = número de Reynolds

ρ_l = densidad de la fase continua

d_{eq} = diámetro equivalente

\bar{V}_b = velocidad media de las burbujas

μ_l = viscosidad de la fase continua

Para todos los casos el número de Reynolds tiene un comportamiento ligeramente decreciente con relación al incremento de la fracción gaseosa. Sin embargo, es muy notorio que el agua decae más abruptamente en relación a los otros dos fluidos. A pesar de que no existe mucha diferencia en las velocidades medias de los tres fluidos, en el número de Reynolds sí se puede apreciar un gran cambio, lo que nos permite evidenciar la dependencia de éste con la viscosidad de los fluidos. Es decir, a medida que aumenta la viscosidad el número de Reynolds disminuye. En general este comportamiento del número de Reynolds tiene mucho sentido, ya que es directamente proporcional a la velocidad media y como ésta disminuye también lo hace el número de Reynolds.

En la **Fig. 5.1** se muestra la comparación del número de Reynolds obtenido de esta investigación con el trabajo de Figueroa *et al* 2008. El número de Reynolds para las mezclas de agua y agua-glicerina al 15% se obtuvieron mayores que las reportadas por Figueroa, sin embargo la mezcla al 30% muestra una gran similitud al obtenido por Figueroa. Esto se puede atribuir a que Figueroa *et al* 2008 utiliza burbujas con un diámetro equivalente menor, aproximadamente de 1 mm.

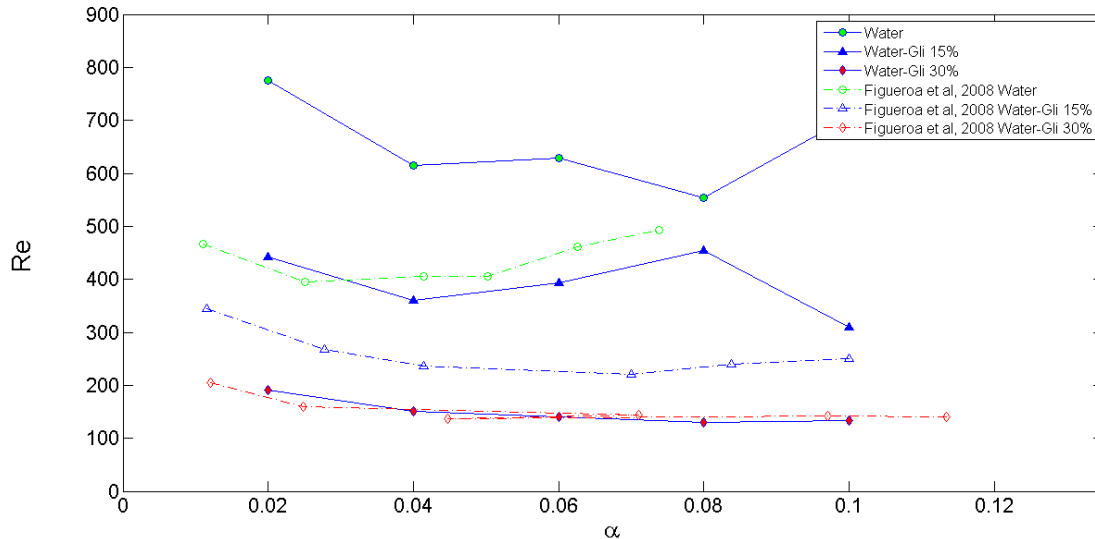


Figura 5.1. Número de Reynolds como función de la fracción gaseosa.

5.3. DETERMINACIÓN DEL NÚMERO DE WEBER

A continuación se presenta el número de Weber como función de la fracción gaseosa para todos los casos estudiados. Estos números adimensionales son comparados con los obtenidos de la sonda de impedancia dual realizados por Martínez-Mercado *et al* 2007.

$$We = \frac{\rho_l d_{eq} \bar{V}_b^2}{\sigma_l} \tag{5.2}$$

donde:

We = número de Weber

ρ_l = densidad de la fase continua

d_{eq} = diámetro equivalente

\bar{V}_b = velocidad media de las burbujas

σ_l = tensión superficial de la fase continua

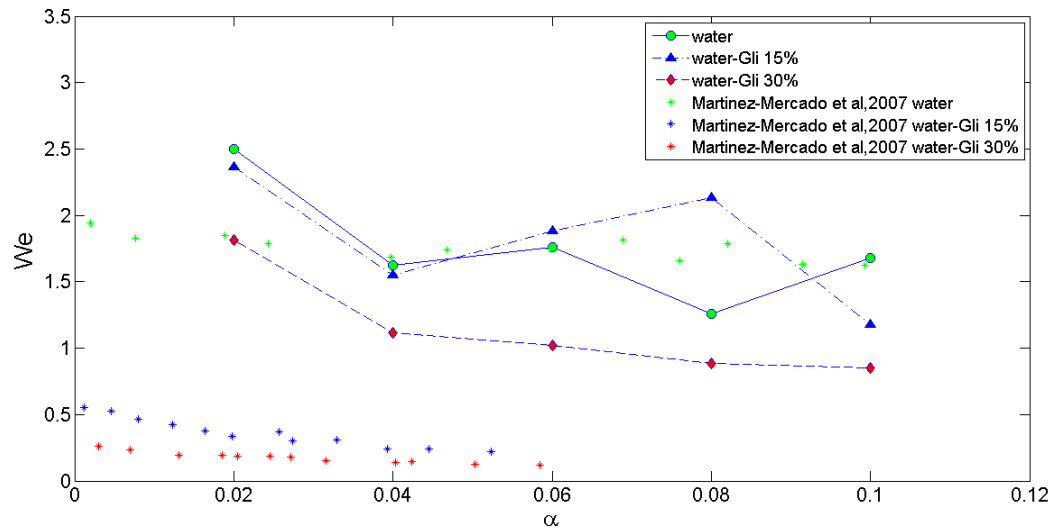


Figura 5.2. Número de Weber como función de la fracción gaseosa. Resultados experimentales obtenidos por Martínez-Mercado *et al* 2007.

Para todos los casos el número de Weber es mayor que la unidad, lo que significa de acuerdo a estudios anteriores que la trayectoria tiene una tendencia a ir en zig-zag, lo cual es correcto si se recuerdan las trayectorias típicas reportadas anteriormente, exceptuando el caso de una burbuja aislada en un fluido con 30% de glicerina.

5.4. CONFINAMIENTO

Tanto los valores de Numero de Reynolds y Weber obtenidos en este trabajo son mayores con respecto a los valores reportados por Figueroa *et al* 2008. Hay que recordar que este análisis es en dos dimensiones y que el confinamiento juega un papel muy importante en el comportamiento del sistema. B. Figueroa, R. Zenit y D. Legendre en el 2008, demostraron que la forma en que ascienden las burbujas a lo largo de un canal está íntimamente ligada al confinamiento y al número de Reynolds. Ellos reportaron que para bajos números de Reynolds ($Re < 70$), las burbujas tienen trayectorias rectilíneas debido a que la pared ejerce una fuerza de repulsión natural; para los casos donde los valores de Reynolds se encuentran entre $70 < Re < 100$ y varios valores de confinamiento, el movimiento es en zig-zag pero en el centro del canal, mientras que para números de Reynolds elevados resulta que la pared se vuelve atractiva lo que ocasiona que las burbujas tengan una trayectoria totalmente inestable. En la **Fig. 5.3** se observa la gráfica del número de Reynolds contra confinamiento del trabajo

de B. Figueroa *et al.* El confinamiento (s) está definido como la relación entre el radio equivalente de la burbuja (a) y la separación entre placas (w) del canal dado como:

$$(s=a/w). \tag{5.3}$$

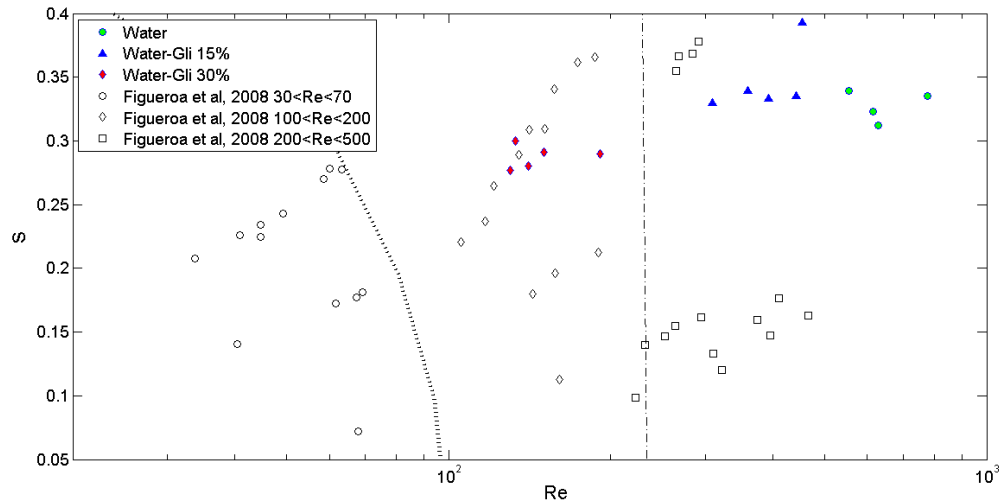


Figura 5.3. Región de estabilidad reportada por de B. Figueroa *et al.* $30 < Re < 70$ (\circ), $100 < Re < 200$ (\square) y $200 < Re < 500$ (\diamond). La línea de punto y guión representa un fluido con una viscosidad de 1.77 mPa-s. La línea punteada delimita la zona de estabilidad. (Escala logarítmica).

Dentro de la zona de estabilidad ubicada del lado izquierdo de la gráfica las burbujas tienden a seguir trayectorias rectilíneas. Como se puede apreciar de esta figura, los valores del número de Reynolds de este trabajo caen fuera de la zona de estabilidad lo que nos indica que las trayectorias no son rectilíneas.

5.5. DETERMINACIÓN DE LA DIFUSIÓN

Una vez calculado el movimiento aleatorio de las burbujas, el coeficiente de difusión puede ser calculado a través de dos métodos: el método de la varianza del desplazamiento y el método de la Función de Autocorrelación. El primero consiste en determinar la evolución de la varianza del desplazamiento de cada una de las burbujas en función del tiempo. El método de autocorrelación está basado en el producto de la varianza de la fluctuación de velocidades y la integral de la función de autocorrelación como lo señala Breedveld V. *et al.* 1998. Es importante mencionar que de acuerdo a la literatura una gran cantidad de trayectorias importantes es necesaria para alcanzar la convergencia estadística para los dos métodos antes descritos.

MÉTODO DE LA FUNCIÓN DE AUTOCORRELACIÓN

La autocorrelación en una herramienta matemática utilizada comúnmente en el procesamiento de señales y sirve para encontrar patrones repetitivos dentro de una señal. La función de autocorrelación se define como una correlación cruzada de una señal consigo misma.

La función de autocorrelación en Mecánica de Fluidos tiene su principal aplicación en el área de la turbulencia, a pesar de que se tiene un campo de velocidad instantáneo se exhibe un comportamiento aleatorio. Las fluctuaciones de velocidad demuestran la existencia de escalas características de correlación estadística. Existen dos medidas comúnmente usadas que describen el estado de flujos turbulentos, estas medidas son: la función de autocorrelación de la velocidad y el espectro energético.

Para cuantificar el coeficiente de difusión de partículas, el primer método consiste en evaluar la función de autocorrelación para cada una de las velocidades fluctuantes de las partículas y está denotada como $R_i(t)$.

$$D_{ii} = \langle (v_i)^2 \rangle T_L^{ii} \quad (5.4)$$

$$T_L^{ii} = \int_0^{t-t_0} R_L^i(\tau) d\tau \approx \int_0^\infty R_L^i(\tau) d\tau \quad (5.5)$$

donde:

v_i = es la varianza de las velocidades fluctuantes

T_L^{ii} = es la integral de la Función de Autocorrelación

R_L^i = es la Función de Autocorrelación

Las siguientes imágenes muestran las gráficas de autocorrelación para todos los casos estudiados en la dirección axial de las velocidades. Se alcanza a apreciar que existe una un ligero aumento en el tiempo de caída de la correlación a medida que aumenta la fracción gaseosa. Otra cosa que se puede mencionar de estas figuras, es que en el caso del agua la curva de correlación decae en un menor tiempo, a diferencia de los demás casos, si se comparan con los resultados de las **Fig. 5.5** y **5.6**. A medida que aumenta la fracción gaseosa existe una mayor interacción hidrodinámica entre las burbujas, lo cual podría explicar la correlación prolongada que existe para los casos más concentrados.

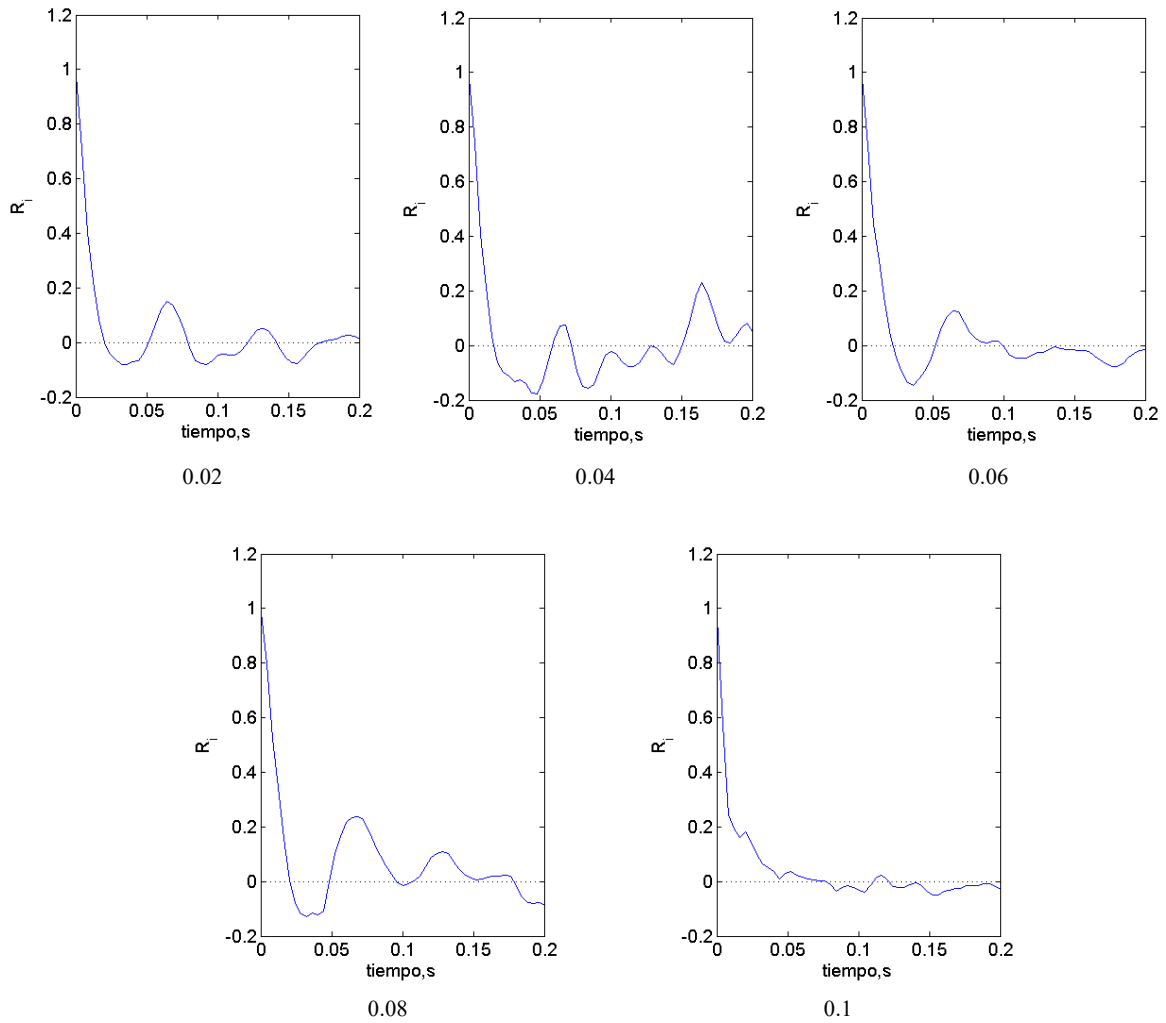


Figura 5.4. Gráficas de autocorrelación de las diferentes fracciones gaseosas para el caso del agua.

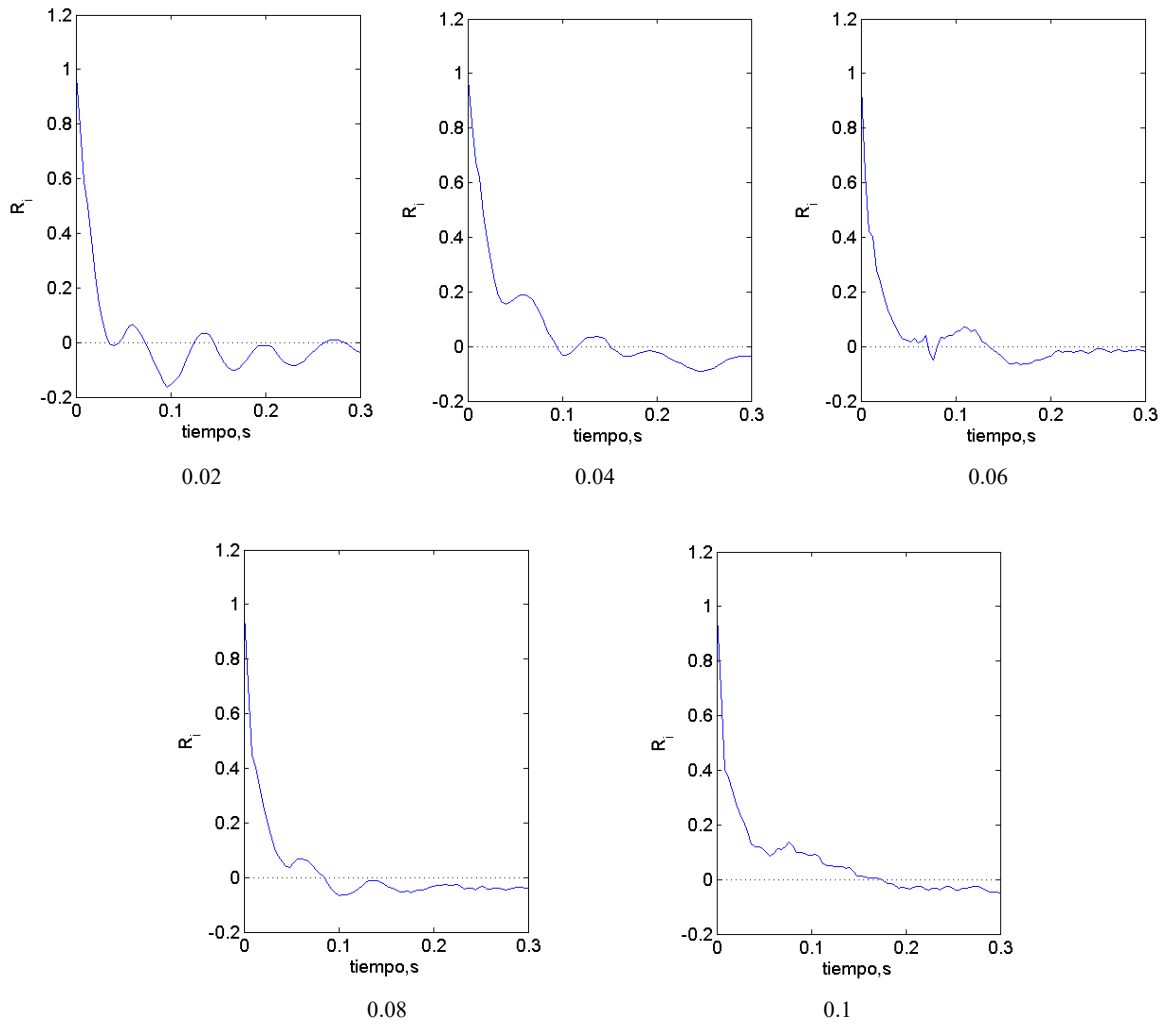


Figura 5.5. Gráficas de autocorrelación de las diferentes fracciones gaseosas para el caso de agua-glicerina al 15%.

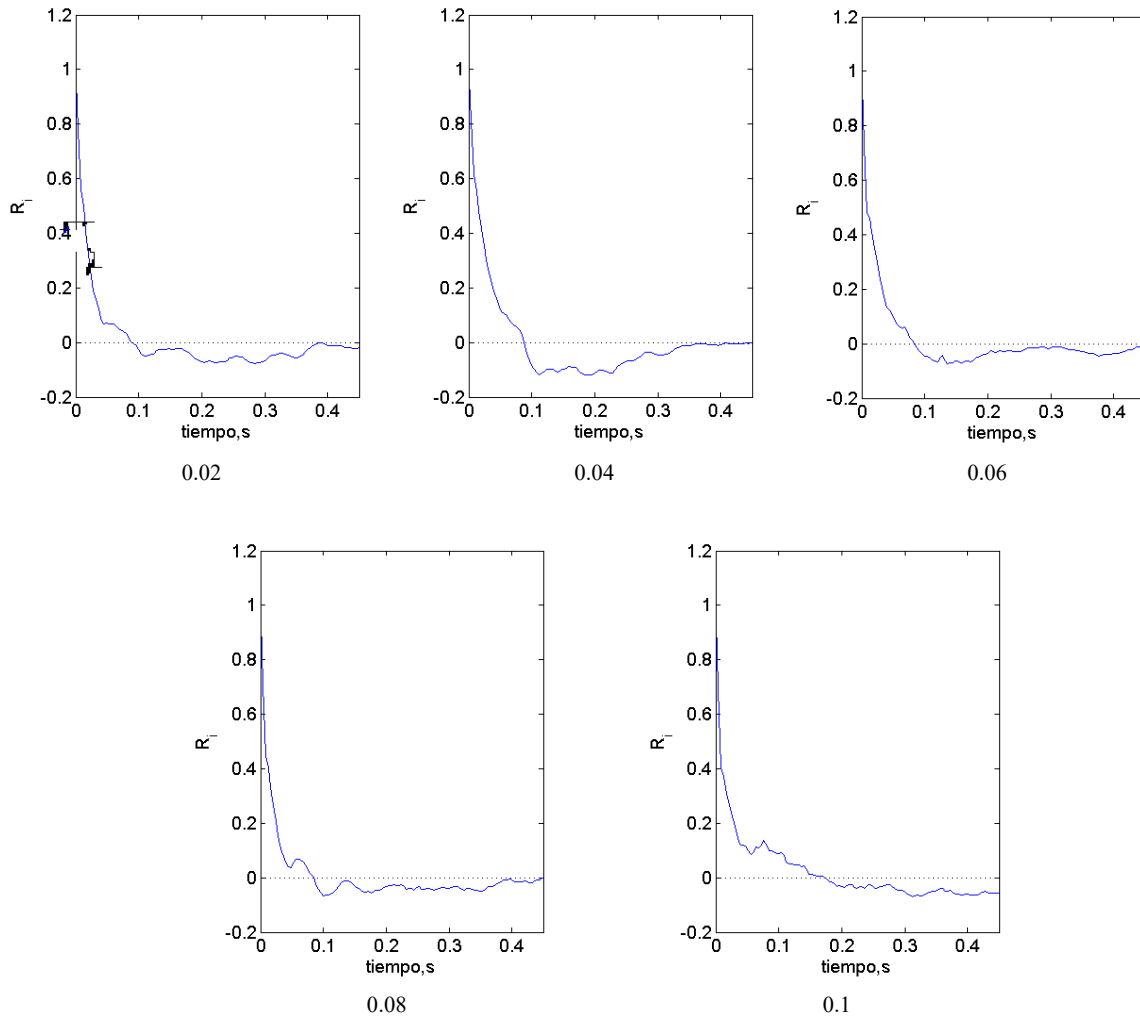


Figura 5.6. Gráficas de autocorrelación de las diferentes fracciones gaseosas para el caso de agua-glicerina al 30%.

El coeficiente de difusión está definido como el producto de la integral de la función de autocorrelación multiplicado por la media de la varianza de las fluctuaciones de velocidad como es presentada en la Ec. 5.4.

Los valores del coeficiente de difusión son presentados a continuación en la **Fig. 5.7**. Los resultados obtenidos en el presente trabajo son comparados con los datos proporcionados por el autor de un trabajo similar (B. Figueroa-Espinoza, 2008). Se puede apreciar que no existe una tendencia claramente definida en los resultados obtenidos, sin embargo se encuentra que orden de magnitud es $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ y son similares en ambos trabajos.

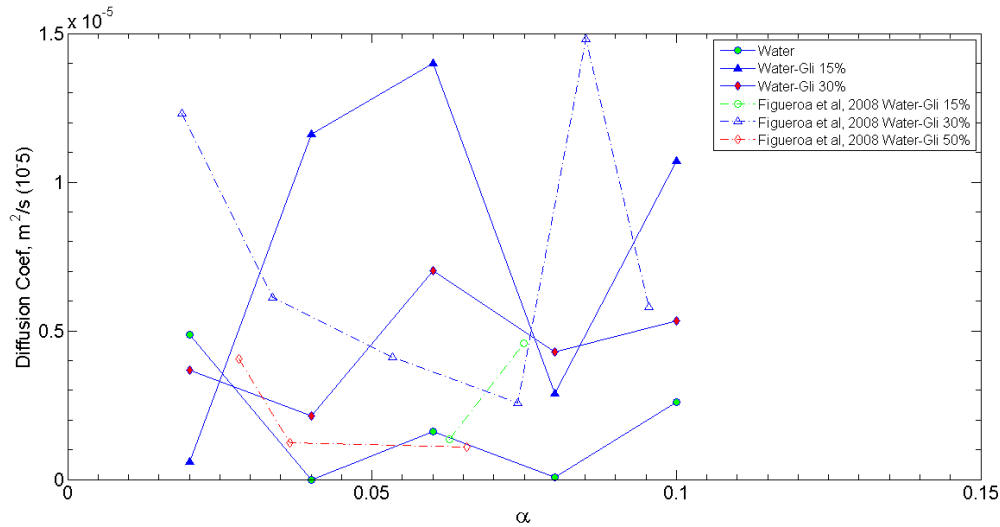


Figura 5.7. Evolución del coeficiente de difusión.

5.6. CONCLUSIONES

Los tres fluidos estudiados fueron agua, agua-glicerina al 10% y agua-glicerina al 30%. El movimiento de ascenso de las burbujas resultó ser en forma de zig-zag para la mayoría de los casos, ya que para bajos números de Reynolds las burbujas tienden a seguir trayectorias rectilíneas, como fue el caso de la concentración más diluida de la mezcla agua-glicerina al 30%. A pesar de que existe poca diferencia entre los valores obtenidos de la velocidad media para los tres casos estudiados, se aprecia un comportamiento decreciente con el aumento de la concentración gaseosa bastante marcado en los valores de los números de Reynolds.

En cuanto a la velocidad media de las burbujas no se aprecia una diferencia significativa entre los tres fluidos a pesar de tener diferente viscosidad, pero en general su comportamiento es decreciente con el aumento del flujo.

Estos estudios muestran que el coeficiente de difusión axial tiene un comportamiento impredecible respecto a la fracción gaseosa, en ciertos casos presenta un máximo a bajas concentraciones (0.06) para los casos de agua con 15 y 30% de glicerina.

En general los resultados obtenidos del coeficiente de difusión para todos los casos, comparados con resultados de otros trabajos, se encontró que el orden de magnitud es el mismo ($10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$).

PRODUCTOS GENERADOS

Ponencias:

Alcalá B. R., Aguilar-Corona, Zenit R., 2013. Difusividad de burbujas en 2D. XIX Congreso de la División de Dinámica de Fluidos, Jiutepec, Morelos.

Alcalá B. R., Aguilar A., Zenit R., 2013, Auto-Difusión de burbujas, XIX Congreso de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Mecánica, Pachuca, Hidalgo

Rodolfo Alcalá Bucio, Alicia Aguilar Corona, Roberto Zenit, Bernardo Figueroa Espinoza, Jesús Vargas Correa, 2014, Determination of the diffusion coefficient in a bubble suspension for large but finite reynolds numbers, 67th Annual Meeting of the APS Division of Fluid Dynamics, San Francisco, California.

Presentaciones en formato de poster:

Alcalá Bucio R. A., Aguilar Corona A., Ibarra B. L. A., Rubio M. C., Vargas C.J.A., Figueroa B., 2013, Diffusion Coefficient in a Bubbly Suspension, XXII International Materials Research Congress, Cancún, Quintana Roo.

Alcalá Bucio R. A., Aguilar Corona A., 2013, Diffusion of Bubbles in processes of bioengineering, III Simposium Internacional de Bioingeniería, Morelia, Michoacán.

Estancias de investigación:

Rodolfo Agustín Alcalá Bucio, Septiembre 2013- Febrero 2014, Instituto de Investigaciones en Materiales, UNAM, México, D.F. (Beca mixta CONACYT, beca de movilidad de UMSNH).

BIBLIOGRAFÍA

A. Sierou, JF. Brady, Shear-induced self-diffusion in non-colloidal suspensions, Journal of fluid mechanics, 2004, Cambridge Univ Press.

Adoua S. Hydrodynamique d'une bulle déformée dans un écoulement cisailé, Thèse de l'Institut National Polytechnique de Toulouse, Toulouse, France, 2007.

Aguilar-Corona A. Agitación des particules dans un lit fluidisé liquide. Etude expérimentale. Thèse de l'Institut National Polytechnique de Toulouse France, 2008.

Alcalá-Bucio R., Estudio de la Agitación en una Suspensión de Burbujas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, Michoacán, 2011.

Baz-Rodriguez S., Aguilar-Corona A., Soria A. Rising Velocity for single Bubbles in Pure Liquids. Revista Mexicana de Ingeniería Química, vol. 11, núm. 2, 2012, pp. 269-278.

Biesheuvel A. & Van Wijngaarden L. The motion of pairs of gas bubble in a perfect liquid. J. Eng. Math. 16, 349-365, 1982.

Breedveld V., Van den Ende D., Tripathi A. & Acrivos A., "The measurement of the shear-induced particle and fluid tracer diffusivities in concentrated suspensions by a novel method", J. Fluid Mech., 375, 297–318, 1998.

Clift R., Grace R.J. & Weber M.E. Bubbles, drops and particles. Academic, ACADEMIC PRESS New York San Francisco London 1978.

D Leighton, A. Acrivos, The shear-induced migration of particles in concentrated suspensions, Journal of Fluid Mechanics, 1987 - Cambridge Univ Press.

Duineveld P.C. The rise velocity and shape of bubbles in pure water at high Reynolds number, J. Fluid Mech., 292, 325-332, 1995.

Ellingsen K. & Risso F. On the rise of an ellipsoidal bubble in water: oscillatory paths and liquid-induced velocity, J. Fluid Mech. 440, 235–268. 2001.

Figueroa B. & Zenit R. Clustering in high Re monodispersed bubbly flows. Phys. Fluids, 17, 2008.

J. Martinez-Mercado, Carlos A., Palacios-Morales, and Roberto Zenit. Measurement of pseudoturbulence intensity in monodispersed bubbly liquids for $10 < Re < 500$. Physics of fluids 19, 103302, 2007.

Koch D.L. Hydrodynamic diffusion in dilute sedimenting suspensions at moderate Reynolds numbers. Phys. Fluids, A (5), 1141-1155, 1993.

Kok J.B.W. Dynamics of a pair of bubbles moving through liquid (Part I). Eur. J. Mech., B/Fluids, 12 No. 4, 515-540, 1993.

Legendre D., Magnaudet J. & Mougin G. Hydrodynamic interactions between two spherical bubbles rising side by side in a viscous liquid. *J. Fluid Mech.*, 497, 133-166. 2003.

Moore D.W. The velocity of rise of distorted gas bubbles in a liquid of small viscosity. *J. Fluid Mech.*, 23(4), 749-766, 1965.

Riboux G. Hydrodynamique d'un essaim des bulles en ascension", Thèse de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, Toulouse, France, 2007.

Van Wijngaarden L. On Pseudo Turbulence. *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, 10, 449-458, 1997.

Van Wijngaarden. "Hydrodynamic interaction between gas bubbles in liquid," *J. Fluid Mech.* 77, 27. 1976.

Zenit R. & Melany L. Hunt. Solid Fraction Fluctuation in Solid-Liquid Flows. *International Journal of Multiphase Flow*, 2000.

Zenit R, Koch, D.L. and Sangani, A.S.: Measurements of the average properties of a suspension of bubbles rising in a vertical channel. *J. Fluid Mech.*, 429, 307-342, 2001.