



**UNIVERSIDAD MICHOACANA  
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA**

**DISEÑO ÓPTIMO DE LOS ÁLABES DE UNA  
TURBINA DE VIENTO**

**TESIS**

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN CIENCIAS EN  
INGENIERÍA MECÁNICA**

**PRESENTA:**

**ING, JOSUÉ JORDI ZAVALA MORALES**

**ASESOR:**

**DR, ERASMO CADENAS CALDERON**

**COASESOR:**

**M.C, MIGUEL VILLAGÓMEZ GALINDO**



**Morelia Michoacán; Febrero de 2020**

---

A la **UMSNH** por toda la ayuda que me fue brindada en el desarrollo de esta investigación.

A la **Facultad de Ingeniería Mecánica** por su caluroso recibimiento y apoyo.

A **CONACYT** por todos los recursos brindados para la investigación

A mi Asesor **Dr. Erasmo Cadenas Calderón** por sus grandes enseñanzas y siempre compartir su conocimiento.

A mi Coasesor **M.C. Miguel Villagómez Galindo** por toda la orientación y ayuda que de usted siempre recibí.

Al **M.C. Víctor López Garza** por sus atenciones y observaciones.

A mi **Familia** por siempre apoyarme en mi crecimiento profesional y a quienes les debo tanto en esta vida.

---

## Resumen

Las fuentes de energía actuales se basan principalmente en los combustibles fósiles. El gran uso de estos combustibles por parte las potencias mundiales ha provocado daños irreversibles en el planeta. Ante esta problemática el surgimiento de fuentes de energía alternas han tomado mayor fuerza en los últimos años, incrementando el interés en los avances tecnológicos que han mejorado en gran medida el rendimiento de los últimos sistemas de generación de energía alternativa.

El presente trabajo de investigación, consiste en generar un procedimiento de optimización del diseño aerodinámico de los alabes de turbinas de viento. Se presenta un análisis del diseño aerodinámico de una turbina de viento de eje horizontal usando la teoría BEM, cuyo objetivo es obtener un diseño factible en función de su masa.

En el análisis se aplicó la metodología del diseño tradicional bajo algunos parámetros de diseño como la velocidad del viento de 12m/s, diferentes velocidades específicas, un perfil aerodinámico NRELS818 y para el modelado en 3D, el software CAD con el que se generó los álabes de la turbina y se obtuvieron las propiedades físicas de las aspas. En el análisis realizado, fueron propuestas tres diferentes velocidades específicas y un mismo material para generar tres álabes a los que se les determinó su masa. Los resultados muestran masas distintas para cada álabe con una velocidad específica diferente.

El trabajo se complementa con el estudio de elemento finito de las 3 aspas usando el software ANSYS, en el que las fuerzas consideradas para la simulación fueron suministradas de acuerdo a la norma UNE-EN 61400-2. Los resultados de las simulaciones de elemento finito fueron ordenados correspondientemente a los datos de cada aspa. Con los datos de la velocidad específica, la masa de cada álabe y los esfuerzos de Von Mises obtenidos de las simulaciones, se derivó una función objetivo que permitirá la optimización de los álabes.

Palabras clave: Diseño óptimo, Turbina eólica, Optimización, Energía eólica, Álabes.

## **Abstract**

The current energy sources are based principally on the fossil fuels. The big use of these fuels by Great powers has caused irreversible damages in the planet. Given this problem the emergence of alternate energy sources have gained greater strength in recent years, increasing interest in technological advances that have greatly improved the performance of the latest alternative energy generation systems.

The present research work consists in generating an optimization procedure for the aerodynamic design of wind turbine blades. An analysis of the aerodynamic design of a horizontal axis wind turbine is presented using the BEM theory, whose objective is to obtain a feasible design based on its mass.

In the analysis, the methodology of the traditional design was applied under some design parameters such as the wind speed of 12m / s, different specific speeds, an NRELS818 aerodynamic profile and for 3D modeling, the CAD software with which the blades were generated of the turbine and the physical properties of the blades were obtained. In the analysis performed, three different tip speed ratios and the same material were proposed to generate three blades to which their mass was determined. The results show different masses for each blade with a different tip speed ratio.

The work is complemented by the finite element study of the 3 blades using the ANSYS software, in which the forces considered for the simulation were supplied according to the UNE-EN 61400-2 standard. The results of the finite element simulations were ordered correspondingly to the data of each blade. With the data of tip speed ratio, the mass of each blade and the Von Mises stresses obtained from the simulations, an objective function was derived that will allow the optimization of the blades.

## Índice general.

<i>Glosario</i> .....	1
<i>Nomenclatura</i> .....	2
<i>Objetivo general</i> .....	4
<i>Definición del problema</i> .....	5
<i>Hipótesis</i> .....	6
<i>Introducción</i> .....	7
<b>ENERGÍA EÓLICA</b> .....	<b>10</b>
1.1 <i>El Origen del Viento</i> .....	10
1.2 <i>El Origen de los Molinos de Viento</i> .....	12
1.2.1 <i>Transición de los Molinos de Viento a las Turbinas</i> .....	14
1.2.2 <i>Turbinas de Gran Potencia</i> .....	14
1.2.3 <i>Empresas Líderes en Manufactura de Turbinas de Viento</i> .....	16
1.3 <i>Potencial Eólico</i> .....	18
1.4 <i>Potencial Eólico en el Mundo</i> .....	20
1.5 <i>Potencial Eólico en México</i> .....	21
<b>DISEÑO AERODINÁMICO DE LOS ÁLABES DE UNA TURBINA DE VIENTO</b> .....	<b>24</b>
2.1 <i>Aerodinámica de las Turbinas de Viento</i> .....	24
2.2 <i>Diseño Aerodinámico de los Álabes de una Turbina</i> .....	30
2.2.1 <i>Las Turbinas de Viento</i> .....	30
2.2.2 <i>Teoría del Momento y Límite de Betz</i> .....	30
2.2.3 <i>Perfiles Aerodinámicos y Fuerzas de Sustentación y Arrastre</i> .....	34
2.2.4 <i>Turbina Horizontal de Viento Ideal con Estela de Rotación</i> .....	36
2.3 <i>Diseño de Aspas para Turbinas de Viento Modernas</i> .....	40
2.3.1 <i>Teoría de Momento y Teoría de Elemento de Pala</i> .....	40
2.3.2 <i>Teoría de Momento</i> .....	41
2.3.3 <i>Teoría de Elemento de Pala</i> .....	41
2.4 <i>Forma del Aspa para un Rotor Ideal sin Estela de Rotación</i> .....	45
2.5 <i>Teoría General del Rotor Incluyendo la Estela de Rotación</i> .....	46
2.5.1 <i>Teoría de Momento</i> .....	47
2.5.2 <i>Teoría de Elemento de Pala</i> .....	47
2.5.3 <i>Teoría de Momento de Elemento de Pala (Teoría BEM)</i> .....	48
2.6 <i>Métodos de Solución</i> .....	48
2.6.1 <i>Primer Método resolviendo para <math>C_l</math> y <math>\alpha</math></i> .....	49
2.6.2 <i>Segundo Método – Solución iterativa para <math>\alpha</math> y <math>\alpha'</math></i> .....	49
2.7 <i>Pérdida de Punta: Factor de Corrección de Prandtl</i> .....	50
2.8 <i>Caso Práctico</i> .....	50
2.8.1 <i>Proceso del Diseño y Selección de Variables</i> .....	50

2.9 Resultados de los Cálculos en Cada Álabe.....	58
2.9.1 Diseño del Primer Álabe.....	58
2.9.2 Diseño del Segundo Álabe.....	62
2.9.3 Diseño del Tercer Álabe.....	65
2.10 Elaboración de los Planos de los Perfiles Aerodinámicos.....	68
<b>ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LOS DISEÑOS AERODINÁMICOS DE LOS ÁLABES DE LAS TURBINAS DE VIENTO</b>	<b>72</b>
.....	
3.1 Sistemas CAD.....	72
3.2 Calculo de la Masa de los Álabes Utilizando el Software Solid Works.....	73
3.2.1 Generación del Álabe en SolidWorks.....	73
3.3 Método de Elemento Finito.....	79
3.3.1 Modelado Computacional Mediante el FEM.....	79
3.3.2 Modelado de la Geometría.....	79
3.3.3 Mallado.....	80
3.3.4 Propiedad del Material o Medio.....	80
3.3.5 Condiciones de Frontera y Carga.....	81
3.3.6 Simulación; Ecuaciones Discretas del Sistema.....	81
3.3.7 Solución de Ecuaciones.....	81
3.3.8 Visualización.....	82
3.4 Generación del modelo 3-D de los álabes en ANSYS.....	82
3.5 Hipótesis de Carga.....	89
3.5.1 Hipótesis de Carga A: Operación normal.....	90
3.5.2 Hipótesis de carga D: Empuje máximo.....	90
3.5.3 Hipótesis de carga E: Velocidad de rotación máxima.....	91
3.6 Análisis por Elemento Finito.....	92
3.6.1 Análisis por Elemento Finito Aplicado a los Álabes de una Turbina.....	93
3.7 Resultados de Simulaciones en ANSYS.....	98
<b>DISEÑO ÓPTIMO DE LOS ÁLABES DE UNA TURBINA DE VIENTO.....</b>	<b>100</b>
4.1 Introducción al Diseño Óptimo.....	100
4.2 El Proceso de Diseño.....	100
4.3 Diseño de Ingeniería y Análisis de Ingeniería.....	101
4.4 Proceso de Diseño Óptimo Contra Diseño Convencional.....	102
4.5 Diseño Óptimo y Control Óptimo.....	103
4.6 Formulación del Problema del Diseño Óptimo.....	104
4.6.1 Proceso de Formulación del Problema.....	104
4.7 Modelo Matemático General para un Diseño Óptimo.....	106
4.7.1 Modelo de Optimización de Diseño Estándar.....	106
4.7.2 Problema de Maximización.....	107
4.8 Observaciones acerca del Modelo Estándar.....	107
4.9 Conjunto Factible.....	108
4.10 Tipos de Problemas de Optimización.....	109

4.11 Conceptos de Diseño Óptimos: Condiciones de Optimalidad.....	110
4.11.1 Definiciones de Mínimo Global y Local .....	110
4.11.2 Máximos y Mínimos .....	111
4.12 Existencia de un Mínimo .....	112
4.13 Conceptos de Condiciones Necesarias y Suficientes.....	112
4.13.1 Condiciones Necesarias.....	112
4.13.2 Condición Suficiente.....	113
4.13.3 Condiciones de Optimalidad: Problema sin Restricciones .....	113
4.13.4 Conceptos Relacionados con las Condiciones de Optimalidad .....	114
4.14 Condiciones de Optimalidad para Funciones de una sola Variable.....	114
4.14.1 Condición Necesaria de Primer Orden .....	114
4.14.2 Puntos Estacionarios .....	115
4.14.3 Condición Suficiente.....	115
4.14.4 Condición Necesaria de Segundo Orden .....	116
4.15 Condiciones de Optimalidad para Funciones de Varias Variables.....	117
4.16 Condiciones Necesarias y Suficientes para un Mínimo Local .....	118
4.17 Optimalidad Global.....	118
4.18 Diseño Óptimo en los Álabes de una Turbina de Viento en Función de su Masa .....	119
4.19 Proceso de Formulación del Problema para el Diseño de Álabes.....	120
4.20 Obtención de la Función Objetivo del Álabes de una Turbina de Viento .....	121
4.21 Interpolación de la Distancia Inversa Ponderada .....	122
4.22 Máximos y Mínimos en la Función Objetivo del Diseño de un Álabes de una Turbina de Viento .....	128
Conclusiones.....	134
Bibliografía.....	135

## Índice de figuras.

<b>Fig. 1.1.</b> Circulación del aire de los polos al ecuador. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables). .....	10
<b>Fig. 1.2.</b> El efecto de la fuerza Coriolis en la circulación del aire en la Tierra. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables). .....	11
<b>Fig. 1.3.</b> Flujo del aire en áreas montañosas. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables). .....	12
<b>Fig. 1.4.</b> Molino poste Alemán. (Wind Turbines: Fundamentals, Technologies, Application, Economics / Hau Erich. -2nd ed.).....	13
<b>Fig. 1.5.</b> Turbina de viento W-34 por U-Hütter. (Wind Turbines: Fundamentals, Technologies, Application, Economics / Hau Erich. -2nd ed.).....	15
<b>Fig. 1.6.</b> Turbina Darrieus Éole. (Wind Turbines: Fundamentals, Technologies, Application, Economics / Hau Erich. -2nd ed.) .....	15
<b>Fig. 1.7.</b> Turbina de viento V162-5.6 MW. Cortesía “Vestas”.....	17
<b>Fig. 1.8.</b> Flujo de aire a través de una sección transversal .....	18
<b>Fig. 1.9.</b> Curva de potencia de salida de una turbina de viento. ( Manwell,J.F.Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.) .....	19
<b>Fig. 1.10.</b> Distribución del potencial eólico en el mundo. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables). .....	21

<b>Fig. 2.11.</b> Rotor con aspas de paso variable. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables). .....	24
<b>Fig. 2.12.</b> Fuerzas que ejerce el viento sobre un perfil aerodinámico. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables). .....	25
<b>Fig. 2.13.</b> Ejemplo de una gráfica de los coeficientes de sustentación y arrastre de un perfil aerodinámico. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables). .....	26
<b>Fig. 2.14.</b> Velocidades y fuerzas en el álabes de una turbina de viento. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables). .....	27
<b>Fig. 2.15.</b> Ángulos de calaje de un aspa con torsión. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables). .....	28
<b>Fig. 2.16.</b> Coeficientes de potencia de diferentes tipos de aerogeneradores. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables). .....	29
<b>Fig. 2.17.</b> Volumen de control con disco actuador. (Manwell, J.F. Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.) .....	30
<b>Fig. 2.18.</b> Características de un perfil aerodinámico. Cortesía de Academic.com. ....	34
<b>Fig. 2.19.</b> Fuerzas en un perfil aerodinámico. Cortesía de WordPress. ....	34
<b>Fig. 2.20.</b> Estela de rotación presente en el giro del rotor. (Manwell, J.F. Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.) .....	36
<b>Fig. 2.21.</b> Limite en la corriente en el tubo. (Manwell, J.F. Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.) .....	36
<b>Fig. 2.22.</b> Elementos del aspa: $c$ largo de la cuerda del perfil; $dr$ , longitud radial del elemento; $r$ , radio; $R$ , radio del rotor; $\Omega$ , velocidad angular del rotor. (Manwell, J.F. Wind energy explained: theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.) .....	42
<b>Fig. 2.23.</b> Geometría del álabes para el análisis de una turbina de viento de eje horizontal. (Manwell, J.F. Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.) .....	43
<b>Fig. 2.24.</b> Método de solución gráfica. (Manwell, J.F. Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.) .....	49
<b>Fig. 2.25.</b> Perfil aerodinámico NRELS818. Cortesía NREL .....	51
<b>Fig. 2.26.</b> Propiedades aerodinámicas del perfil NRELS818. QBlade. ....	51
<b>Fig. 2.27.</b> Álabes de turbina barriendo el anillo anular. (Manwell, J.F. Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.) .....	54
<b>Fig. 2.28.</b> Velocidades y fuerzas en el álabes. (Manwell, J.F. Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.) .....	54
<b>Fig. 2.29.</b> Gráficas de la potencia y el coeficiente de empuje para una turbina de viento ideal. (Manwell, J.F. Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.) .....	57
<b>Fig. 2.30.</b> Perfiles aerodinámicos construidos en el programa ANSYS .....	71
<b>Fig. 3.31.</b> Entorno de trabajo en SolidWorks. ....	73
<b>Fig. 3.32.</b> Generación de curvas por archivo en SolidWorks. ....	74
<b>Fig. 3.33.</b> Generación de los perfiles aerodinámicos en SolidWorks. ....	74
<b>Fig. 3.34.</b> Herramienta recubrir en el sistema CAD en SolidWorks. ....	75
<b>Fig. 3.35.</b> Recubrimiento de los perfiles aerodinámicos en SolidWorks. ....	76
<b>Fig. 3.36.</b> Modelo 3-D del álabes1 construido en SolidWorks. ....	77
<b>Fig. 3.37.</b> Modelo 3-D del álabes3 construido en SolidWorks. ....	78
<b>Fig. 3.38.</b> Modelo 3-D del álabes2 construido en SolidWorks. ....	78
<b>Fig. 3.39.</b> Entorno de trabajo del programa ANSYS. ....	83
<b>Fig. 3.40.</b> Entorno de trabajo de la geometría en ANSYS. ....	83
<b>Fig. 3.41.</b> Selección de archivos con coordenadas en ANSYS. ....	84
<b>Fig. 3.42.</b> Perfil aerodinámico formado con los archivos en ANSYS. ....	84
<b>Fig. 3.43.</b> Operación Surf aplicada a las curvas del perfil en ANSYS. ....	85
<b>Fig. 3.44.</b> Operación Surf aplicada a las curvas de todos los perfiles en ANSYS. ....	85
<b>Fig. 3.45.</b> Operación Skin/loft aplicada a las curvas del perfil en ANSYS. ....	86

*Fig. 3.46. Álabes terminados en el programa ANSYS. .... 87*

*Fig. 3.47. Álabes terminados en el programa ANSYS. .... 88*

*Fig. 3.48. Álabes terminados en el programa ANSYS. .... 88*

*Fig. 3.49. Malla con elementos Hexaedros implementada en el álabes. .... 93*

*Fig. 3.50. Nomenclatura de direcciones del álabes. .... 94*

*Fig. 3.51. Carga aplicada en el álabes en flapwise. .... 94*

*Fig. 3.52. Fuerza aplicada en el álabes en edgewise. .... 95*

*Fig. 3.53. Fuerza aplicada en el eje z del álabes. .... 95*

*Fig. 3.54. Esta carga en el álabes afecta principalmente el eje del rotor. .... 96*

*Fig. 3.55. Esfuerzo de Von Mises en el álabes. .... 96*

*Fig. 3.56. Deformación en el álabes. .... 97*

*Fig. 3.57. Esfuerzos principales en el álabes. .... 97*

*Fig. 4.58. Comparación entre el método de diseño convencional (a) y el método de diseño óptimo. .... 103*

*Fig. 4.59. Comparación entre la gráfica de un punto máximo (a) y la gráfica de un punto mínimo (b). .... 107*

*Fig. 4.60. Representación de puntos óptimos. (a) El dominio de una función sin restricciones. (b) El dominio de una función con restricciones. .... 111*

*Fig. 4.61. Función objetivo del diseño óptimo de los álabes de una turbina de viento. .... 122*

*Fig. 4.62. Ejemplo de interpolación de la distancia inversa ponderada. .... 122*

*Fig. 4.63. Función objetivo obtenida al graficar los 25 puntos. .... 124*

*Fig. 4.64. Interpolación polinómica en el programa Curve Fitting Toolbox. .... 125*

*Fig. 4.65. Modelo ajustado y sus indicadores del ajuste. .... 127*

*Fig. 4.66. Máximo global encontrado con el software Mathematica. .... 129*

*Fig. 4.67. Punto máximo global graficado en la función objetivo con el software Mathematica. .... 129*

*Fig. 4.68. Mínimo global encontrado con el software Mathematica. .... 129*

*Fig. 4.69. Punto mínimo global graficado en la función objetivo con el software Mathematica. .... 130*

*Fig. 4.70. Comparación entre el tamaño de las cuerdas para la masa máxima y la masa mínima. .... 132*

*Fig. 4.71. Comparación entre los álabes de masa máxima (parte inferior) y masa mínima (parte superior). .... 133*

## Índice de tablas.

*Tabla 2.1. Parámetros de diseño. .... 52*

*Tabla 2.2. Tabla con los valores de radio en cada sección y sus valores de  $\lambda r$ . .... 53*

*Tabla 2.3. Resultados para el factor de inducción  $a'$ , velocidad relativa,  $U_{rel}$ , el ángulo de flujo,  $\phi$ , la velocidad angular del viento inducida en el álabes,  $r\Omega(1 + a')$  y la velocidad del viento en el rotor,  $U_1 - a$ . .... 55*

*Tabla 2.4. Resultados para el ángulo de pitch,  $\theta_p$ , el ángulo de torsión,  $\theta_T$ , la cuerda,  $c$ , la solidez,  $\sigma'$  y el coeficiente de empuje,  $CT$ . .... 58*

*Tabla 2.5. Parámetros de diseño para el álabes 1. .... 59*

*Tabla 2.6. Tabla con los valores de radio en cada sección y sus valores de  $\lambda r$ , factor de inducción  $a'$ , para el álabes 1. .... 59*

*Tabla 2.7. Resultados de la velocidad relativa,  $U_{rel}$ , el ángulo de flujo,  $\phi$ , la velocidad angular del viento inducida en el álabes,  $r\Omega(1 + a')$  y la velocidad del viento en el rotor,  $U_1 - a$  para el álabes 1. .... 60*

*Tabla 2.8. Resultados para el ángulo de pitch,  $\theta_p$ , el ángulo de torsión,  $\theta_T$ , la cuerda,  $c$ , la solidez,  $\sigma'$  y el coeficiente de empuje,  $CT$  para el álabes 1. .... 61*

*Tabla 2.9. Parámetros de diseño para el álabes 2. .... 62*

*Tabla 2.10. Tabla con los valores de radio en cada sección y sus valores de  $\lambda r$ , factor de inducción  $a'$ , para el álabes 2. .... 62*

*Tabla 2.11. Resultados de la velocidad relativa,  $U_{rel}$ , el ángulo de flujo,  $\phi$ , la velocidad angular del viento inducida en el álabes,  $r\Omega(1 + a')$  y la velocidad del viento en el rotor,  $U_1 - a$  para el álabes 2. .... 63*

*Tabla 2.12. Resultados para el ángulo de pitch,  $\theta_p$ , el ángulo de torsión,  $\theta_T$ , la cuerda,  $c$ , la solidez,  $\sigma'$  y el coeficiente de empuje,  $CT$  para el álabes 2. .... 64*

<b>Tabla 2.13.</b> <i>Parámetros de diseño para el álabe 3.</i> .....	65
<b>Tabla 2.14.</b> <i>Tabla con lo valores de radio en cada sección y sus valores de <math>\lambda r</math>, factor de inducción <math>a'</math>, para el álabe 3.</i> .....	66
<b>Tabla 2.15.</b> <i>Resultados de la velocidad relativa, <math>U_{rel}</math>, el ángulo de flujo, <math>\varphi</math>, la velocidad angular del viento inducida en el álabe, <math>r\Omega(1 + a')</math> y la velocidad del viento en el rotor, <math>U(1 - a)</math> para el álabe 3.</i> .....	67
<b>Tabla 2.16.</b> <i>Resultados para el ángulo de pitch, <math>\theta_p</math>, el ángulo de torsión, <math>\theta_T</math>, la cuerda, <math>c</math>, la solidez, <math>\sigma'</math> y el coeficiente de empuje, <math>C_T</math> para el álabe 1.</i> .....	68
<b>Tabla 2.17.</b> <i>Valores numéricos para las coordenadas del perfil aerodinámico.</i> .....	69
<b>Tabla 2.18.</b> <i>Coordenadas de los puntos del perfil aerodinámico.</i> .....	70
<b>Tabla 2.19.</b> <i>Hipótesis de carga.</i> .....	89
<b>Tabla 2.20.</b> <i>Fuerzas y Momentos calculados con las hipótesis de carga de la norma.</i> .....	91
<b>Tabla 2.21.</b> <i>Resultados de las simulaciones de elemento finito realizadas en los 3 álabes usando ANSYS.</i> .....	99
<b>Tabla 2.22.</b> <i>Todos los puntos que representan la superficie de la función objetivo.</i> .....	123

## **Glosario**

**Darrieus.** Es un tipo de aerogenerador de eje vertical usado para generar energía eléctrica con la corriente del viento.

**AIE.** Agencia Internacional de Energía.

**CFE.** Comisión Federal de Electricidad.

**SENER.** Secretaría de energía.

**PROSEDEN.** Programa de Desarrollo del Sistema Eléctrico Nacional.

**CENACE.** El Centro de Nacional de Control de Energía.

**CRE.** Comisión Reguladora de Energía.

**CoIDT+i.** Comunidad de Investigación y Desarrollo Tecnológico e Innovación.

**AMDEE.** Asociación Mexicana de Energía Eólica.

**OMM.** Organización Meteorológica Mundial.

**XFOIL.** Programa de computadora para el diseño de perfiles aeronáuticos.

**Hub.** Parte del aerogenerador donde se instalan las aspas.

**CAD.** Diseño asistido por computadora (por sus siglas en inglés).

**ANSYS.** Programa de computadora para la simulación y el diseño en 3-D.

**QBlade.** Es un software de simulación de código abierto para el diseño de aspas de turbinas de viento y la simulación aerodinámica.

**FEM.** Modelo de elemento finito.

**CAM.** Manufactura asistida por computadora.

**CNC.** Control numérico por computadora.

## Nomenclatura

$\rho$	Densidad del aire
$k$	Parámetro de forma
$c$	Parámetro de escala
$\Gamma$	Función Gamma de Euler
$\bar{V}$	La velocidad media del viento de acuerdo a la distribución de Weibull
$U$	Velocidad del viento
$V$ y $V_0$	Velocidades del viento a diferentes alturas de la ley logarítmica.
$H$ y $H_0$	Alturas de la ley logarítmica
$z_0$	Rugosidad del terreno
$P$	Potencia de flujo
$P/A$	Potencia por unidad de área
$A$	Sección transversal
$\overline{P_w}$	Potencia promedio
$CF$	Factor de capacidad
$P_R$	Potencia nominal
$C_p$	Coefficiente de potencia
$\eta$	Eficiencia mecánica
$\lambda$	Velocidad específica
$P_r$	Potencia máxima del rotor
$F_l$	Fuerza de sustentación
$F_d$	Fuerza de arrastre
$\alpha$	Ángulo de ataque
$C_l$	Coefficiente de sustentación
$C_d$	Coefficiente de arrastre
$\theta$	Ángulo de calaje
$F_m$	Fuerza motora
$T$	Empuje
$\dot{m}$	Flujo de masa
$a$	Factor de inducción axial
$C_{Pmax}$	Coefficiente de potencia máxima
$C_T$	Coefficiente de empuje
$\eta_{global}$	Eficiencia global
$Re$	Número de Reynolds
$\mu$	Viscosidad del fluido
$\nu$	Viscosidad cinemática
$C_m$	Coefficiente de momento de pitch
$c$	Cuerda del perfil

$\Omega$	Velocidad angular en la turbina de viento
$\omega$	Velocidad en la corriente de flujo
$a'$	Factor de inducción radial
$Q$	Torque
$r$	Radio
$\theta_p$	Ángulo de asiento
$\theta_{p,0}$	Ángulo de inclinación en la punta
$\theta_T$	Ángulo de torcimiento en el aspa
$\varphi$	Ángulo de viento relativo
$dF_L$	Incremento de la fuerza de sustentación
$dF_D$	Incremento de la fuerza de arrastre
$dF_N$	Incremento de la fuerza normal
$dF_T$	Incremento de la fuerza tangencial
$U_{rel}$	Velocidad relativa del viento
$B$	Número de aspas
$\sigma'$	Solidez local
$F$	Factor de corrección de Prandtl
$S$	Conjunto factible
$H$	Matriz Hessiana
$z_p$	Interpolación inversa ponderada
$SSE$	Suma de cuadrados por error
$SSR$	R cuadrada
$v$	Grados residuales de libertad
$SST$	Suma de los cuadrados por encima de la media
$MSE$	Error cuadrático medio
$Kg/m^3$	Kilo-gramos por metro-cúbico.
$Km$	Kilometro.
$Pa$	Pascales
$KW$	Kilo-watts
$m$	Unidad del metro en el SI
$mm$	Unidad de milímetros en el SI
$N$	Unidad de fuerza en el SI
$N \cdot m$	Unidad de medida de esfuerzo de torsión en el SI
$m/s$	Unidad de longitud en el SI

## **Objetivo general**

Generar un procedimiento de optimización del diseño aerodinámico de los alabes de una turbina de viento.

## **Objetivos específicos:**

- Revisión bibliográfica
- Diseño aerodinámico de los álabes de una turbina de viento.
- Diseño óptimo general de elementos de máquinas.
- Aplicación del diseño óptimo al proceso de diseño de un álabe de turbina de viento.
- Ejemplos de optimización de los álabes de una turbina de viento.

## **Definición del problema**

En la actualidad la búsqueda y la aplicación de tecnologías para la explotación de nuevas fuentes de energías limpias se ha incrementado debido al impacto económico y ecológico que han tenido los combustibles fósiles. Pero la incorporación de las nuevas tecnologías ha tenido costos elevados y en algunos países no se le da importancia al impacto ambiental a nivel global. No obstante, la investigación ha seguido su curso ofreciendo nuevas ideas y propuestas más eficientes para el desarrollo de tecnología, tal es el caso de la tecnología necesaria para la energía eólica.

El diseño óptimo de álabes de una turbina de viento, plantea estrategias que permitan desarrollar un diseño aerodinámico respetando la teoría del diseño de aerogeneradores, con la cual se pretende obtener alabes con un mayor rendimiento, de esta manera el aprovechamiento de los vientos que capta un aerogenerador será más grande.

Algunas de las turbinas de viento comerciales actuales, no están diseñadas para obtener el máximo provecho del potencial eólico de las zonas en donde son instaladas, ya que en dichas zonas se presentan características climatológicas diferentes. Es importante implementar la metodología de diseño óptimo, ya que brinda una gran flexibilidad en el manejo de las variables utilizadas, ampliando la posibilidad de elegir diversos diseños técnicamente correctos.

## **Hipótesis**

Es posible diseñar álabes de turbinas aplicando la metodología del diseño óptimo, basándose en los métodos ya establecidos para el diseño de turbinas eólicas. Demostrando que la incorporación de estas herramientas pueden llegar a ser importantes para el desarrollo de tecnología en el área de la energía eólica.

## **Introducción**

A través de los años el ser humano ha sido testigo y parte de los cambios en la sociedad, iniciando como una simple hasta llegar a una sociedad moderna en donde los avances tecnológicos han sido base en la continua revolución industrial que se suscita día con día agitando a los mercados mundiales. Pero, así como la economía se dispara nuestro entorno se reduce, hablando de nuestro único hogar hasta la fecha, el planeta tierra que nos ofrece una gran cantidad de recursos, los cuales no se saben administrar de la mejor manera, teniendo efectos colaterales en el clima y por ende afectando el estilo de vida de todos los seres vivos.

Los efectos causados por el uso excesivo de los recursos no renovables, como el petróleo, han sido cada vez más notorios en las distintas partes del mundo, lo cual ha sido causa de estudio, buscando soluciones que permitan disminuir aquellos agentes contaminantes como el CO<sub>2</sub> se han encontrado a las energías verdes o limpias que permiten aprovechar recursos renovables implementando nuevos sistemas que con el paso de tiempo puedan sustituir a los viejos sistemas basados en la combustión y emisión de gases de efecto invernadero. En la actualidad los gobiernos de diferentes países han buscado disminuir esta emisión de gases al implementar nuevas prácticas y al usar nuevas tecnologías en la producción de energía, pero a pesar de los esfuerzos continuos no se ha logrado alcanzar un resultado cien por ciento positivo esto porque aun se siguen presentando problemas medio ambientales que afectan al planeta. El mundo enfrenta riesgos muy grandes si los países no alcanzan el umbral de cambio climático por debajo de los 2°C que fueron establecidos en el Acuerdo de París [1].

Las principales fuentes de energía renovable incluyen la energía solar, eólica, hidráulica, geotérmica y biomasa. Este tipo de fuentes de energía no podían compararse ante las fuentes de energía no renovable hace mucho tiempo, porque la manufactura de la tecnología era muy cara y no tenía una eficiencia más grande que la de los combustibles fósiles, en la actualidad estas tecnologías están compitiendo contra el petróleo y otras fuentes de energía no renovable y se tiene planeado que en unos años las sobrepase. En la mayoría de las partes del mundo las energías renovables se han convertido en la fuente más económica de generación de energía. Los costos seguirán disminuyendo en mayor parte en los países donde se la tecnología solar y eólica tienen mayor presencia y así se espera que ocurra en el resto del mundo [2].

## **Energía eólica**

La fuerza del viento ha sido usada por las personas desde hace muchos años atrás, desde la industria hasta en la agricultura. El inicio de las turbinas modernas que aprovechan de mejor manera el potencial del viento transformándolo en energía eléctrica, estos avances

tecnológicos se han logrado gracias a las investigaciones científicas y a la ingeniería que han impulsado a la energía eólica a nivel mundial reduciendo los costos de los turbinas con el paso de los años [3].

El principio de funcionamiento de una turbina de viento empieza desde las aspas que se encargan de convertir la energía cinética del movimiento del aire en energía rotacional, posteriormente un generador convierte la energía rotacional en energía eléctrica con la inducción electromagnética. Las dimensiones del rotor de una turbina nos dicen de manera proporcional cuanta energía puede ser generada, los factores principales de la potencia generada son la velocidad de viento y el tamaño de las aspas. El tamaño de las turbinas de viento ha incrementado y esto a la vez permite tener turbinas de mayor capacidad, las primeras turbinas tenían capacidades de 0.05 MW con el avance en la tecnología su capacidad ha aumentado a los 2MW, hasta los casos excepcionales de 8 MW con un rotor de 164 m de diámetro [3].

Existen dos tipos de turbinas de viento, las turbinas de eje vertical y las turbinas de eje horizontal, también en su instalación se pueden dividir en turbinas en tierra (onshore) y las turbinas en agua (offshore). Gran parte de las turbinas de gran capacidad instaladas en la actualidad son de tipo horizontal con 3 aspas y también las turbinas de baja capacidad son del mismo tipo en su gran mayoría, las turbinas de eje vertical están siendo instaladas en medios urbanos. Se tiene una gran potencial eólico nivel global, son estimados aproximadamente 95 TW para las turbinas en tierra (onshore) y para las turbinas instaladas en agua se tiene un potencial aun mas grande. Los proyectos de energía eólica han tenido apoyos financieros en algunos países, algunas de las barrera para la energía eólica son largos tiempo de espera para permisos y autorizaciones. También se pueden tener impactos en el medio ambientes como contaminación por ruido, contaminación visual e impactos a especies migratorias. Por estas razones y más es importante la instalación de los emplazamientos en los lugares idóneos para mitigar esta clase de impactos.

Este trabajo se ha estructurado en 4 capítulos. En el Capítulo 1 se realiza una revisión teórica de los orígenes de los molinos de viento, su desarrollo en las diferentes épocas y los primeros aerogeneradores que fueron parte importante para las bases de la tecnología actual en las turbinas de viento. También se habla de los recursos Eólico en el mundo, el estudio del viento, así como también la estimación de la energía existente en el viento y el potencial eólico en México.

En el Capítulo 2 se explica de forma general el funcionamiento aerodinámico del rotor de una turbina de viento, así como sus diferentes características. Son descritas las teorías de diseño de los álabes de una turbina de viento y el método de diseño que es usado en esta investigación. Se muestra metodología de diseño de los 3 álabes de turbina de viento, mostrando los diferentes resultados para cada diseño.

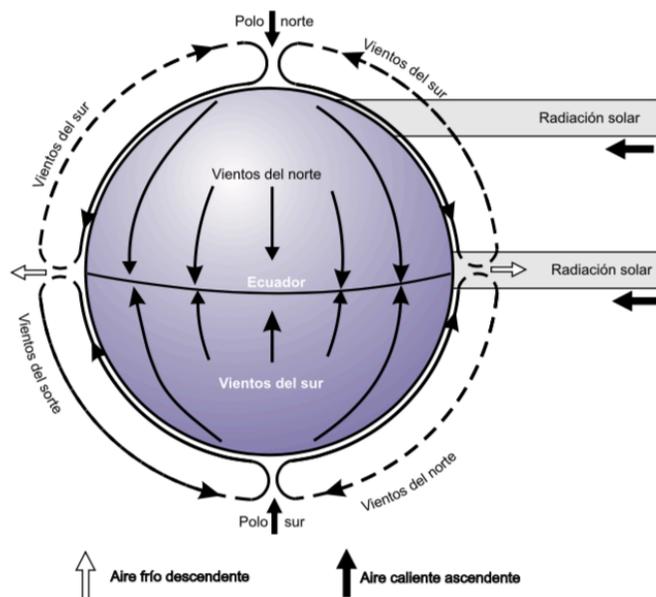
En el Capítulo 3 se habla de la teoría del diseño asistido por computadora, estructura, y usos que tiene en la actualidad. Se describe el proceso de diseño de los álabes de una turbina de viento a través de los programas computacionales usados en esta investigación.

Por último, en el Capítulo 4 se hace un revisión teórica del diseño óptimo, mostrando su estructura y diferentes características. Se implementa parte de la metodología de diseño óptimo aplicado al diseño de álabes de turbina de viento, mostrando los resultados y procedimientos efectuados para llegar a la función objetivo del diseño de álabes de turbinas para esta investigación

# ENERGÍA EÓLICA

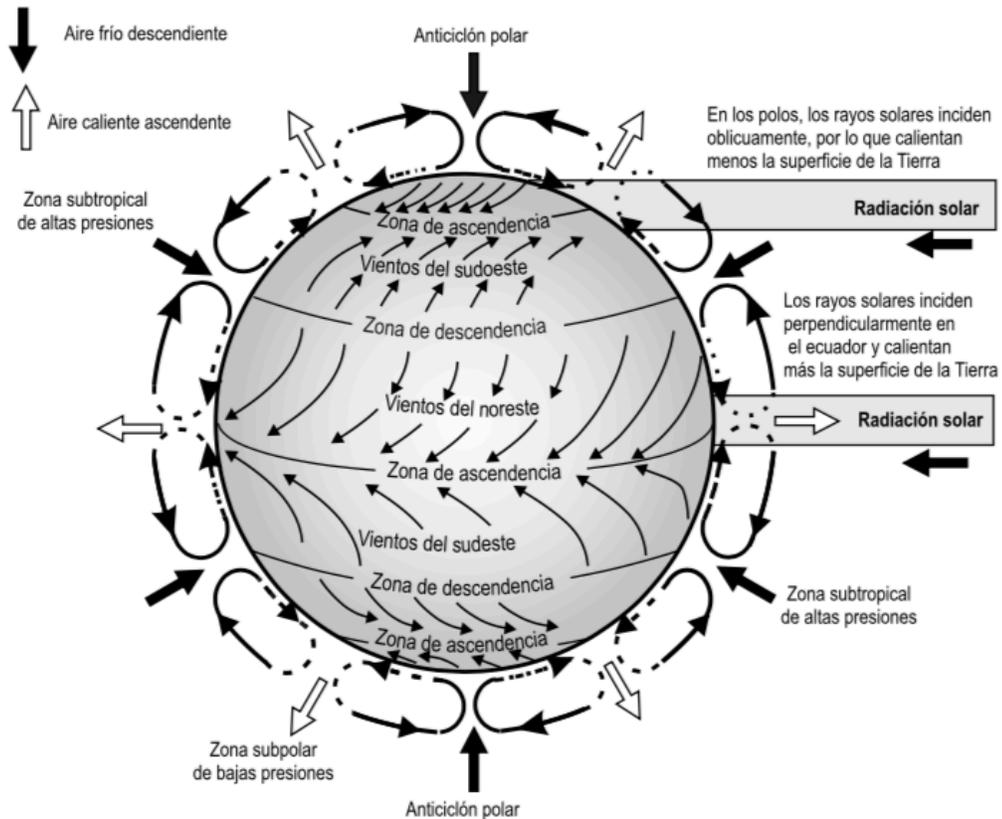
## 1.1 El Origen del Viento

La energía eólica es la energía cinética del viento, la cual se forma por la radiación que ejerce el sol sobre la tierra. La forma que tiene la tierra permite que la insolación que recibe sea en diferentes magnitudes en distintas partes del planeta. Por ejemplo, en los polos de la tierra los rayos del sol inciden oblicuamente, por lo que esas zonas se calientan menos ocasionando la formación de hielo en las superficies. Caso contrario en el ecuador en donde los rayos solares inciden perpendicularmente, calentando en mayor medida que en los polos. Es gracias a estas diferencias de insolación que suceden en la tierra que se tienen distintas zonas térmicas que a su vez crean diferencias de densidad en las masas de aire. En el ecuador, al ser una zona más cálida el aire se vuelve más ligero y asciende a la atmósfera dejando una zona de baja presión, pero en los polos, el aire es más denso y descende aumentando la presión. El desplazamiento de las masas de aire, se mueve desde las zonas de mayor presión o mayor densidad hacia las de menor presión. Si la tierra no tuviera su movimiento de rotación y su superficie fuese homogénea, el aire se desplazaría desde los polos al ecuador, tal como se puede apreciar en la siguiente Fig. 1.1.



**Fig. 1.1.** Circulación del aire de los polos al ecuador. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables).

Con la rotación de la Tierra, la forma en que el aire se desplaza en el planeta cambia, ya que el movimiento de rotación provoca la aparición de las fuerzas de Coriolis, causando que las masas de aire en el hemisferio norte se muevan hacia la derecha y en el hemisferio sur hacia la izquierda.

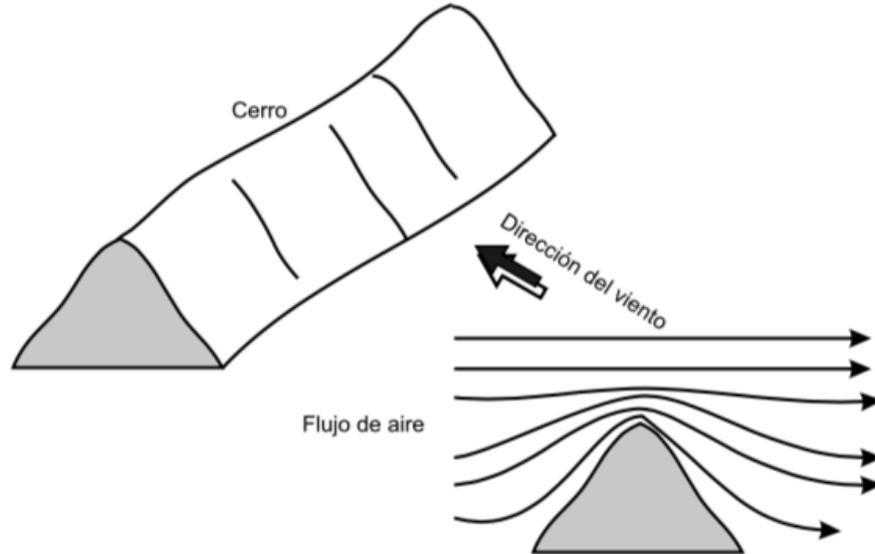


**Fig. 1.2.** El efecto de la fuerza Coriolis en la circulación del aire en la Tierra. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables).

La circulación del aire en el globo terráqueo se torna compleja, por la gran cantidad de factores que influyen en este fenómeno. Entre los factores se encuentran las diferentes composiciones de la Tierra en los océanos y en los continentes, el movimiento de traslación de la Tierra, las estaciones del año, la topografía de los continentes que modifican el comportamiento del viento, etc.

Los vientos que fluyen a través de las diferentes zonas terrestres que hay en la Tierra, deben superar numerosos obstáculos, siendo este un punto a destacar, ya que puede darle al viento mayor o menor velocidad en su trayecto. Es aquí en donde el teorema de Bernoulli es aplicado para entender como un fluido, en este caso el aire, aumenta o disminuye su velocidad de acuerdo a la sección transversal por la que transita. En el caso en las zonas montañosas, donde hay áreas estrechas, la velocidad del aire aumenta, a diferencia de lugares más despejados

donde las corrientes de aire tienden a ser más lentas. Bajo este mismo efecto, es que en la cima de las montañas el viento aumenta de intensidad, y en los valles ocurre exactamente lo contrario, el viento disminuye.



**Fig. 1.3.** Flujo del aire en áreas montañosas. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables).

Entre los factores más importantes que rigen al viento en la forma en que este fluye en el planeta, están: la geografía de los distintos lugares, las características climáticas, la topografía de la zona y el terreno.

## 1.2 El Origen de los Molinos de Viento

El origen exacto del molino de viento es muy ambiguo ya que se han realizado diversas investigaciones, en algunos de estos estudios se tienen hallazgos de molinos de viento en el antiguo Egipto, pero sin pruebas convincentes, sin embargo, las fuentes más confiables son sobre molinos de viento en la región de Seistán [4]. Es interesante saber como la energía eólica apareció en las primeras culturas del mundo, y el modo en el que estos habitantes por medio de sus conocimientos y de la tecnología que se tenía en esa época ayudaron para a construcción de los primeros molinos de viento, y como por medio de conocimientos empíricos ellos designaban aquellos lugares en donde se instalarían estas máquinas, siendo este un factor importante en la actualidad para un mayor aprovechamiento del recurso eólico. Estos primeros molinos tiene un eje vertical de rotación que se usaba para moler granos, realmente no hay certeza del inicio del conocimiento sobre los molinos de viento, si su origen fue en un solo lugar para después esparcirse por el resto del mundo, pero el molino de viento

de eje horizontal se cree que fue inventado en Europa, originalmente en Normandía, fue de esa forma que los molinos de viento se esparcieron por el Norte y Este de Europa [7].

En Europa destacaban el molino de viento holandés y el molino de viento poste, pero el molino de viento poste tenía más potencia y era relativamente más barato. El molino de viento de caballete o poste se caracteriza por su forma, el caballete consiste en un poste central reforzado por cuatro barras diagonales, que se extiende hacia arriba en el molino donde se une a la llamada viga de comida que sostiene la piedra del molino. En Europa Central las velas de estos molinos estaban cubiertas por tela, mientras que en otros lugares del Norte y Este de Europa las velas estaban cubiertas por madera. Los molinos de poste fueron fabricados mayormente con madera y eran usados exclusivamente para moler granos.



**Fig.1. 4.** Molino poste Alemán. (Wind Turbines: Fundamentals, Technologies, Application, Economics / Hau Erich. -2nd ed.).

### **1.2.1 Transición de los Molinos de Viento a las Turbinas**

El desarrollo de diferentes tipos de molinos de viento empezó desde los tiempos medievales, pero las primeras mejoras se dieron en el renacimiento con distintas formas y diseños de las ruedas de viento de los molinos. En los siglos XVII y XVIII, fue cuando los conocimientos en física y matemáticas empezaron a ser implementados en el desarrollo de molinos de viento, nuevos diseños en las velas de los molinos de viento basadas en las leyes de mecánica de fluidos fueron diseñadas.

Scotsmen Meikle desarrolló los primeros molinos de viento con velas de resorte, entre otros de los avances que fueron implementados están las velas con persianas con bisagras interconectadas por una varilla de hierro. Charles Augustin de Coulomb llevo a cabo los primeros experimentos aerodinámicos con velas de molinos de viento en 1821, pero fue hasta 1890, que el danés Poul La Cour realizó una investigación científica sobresaliente en aerodinámica y diseño de molinos de viento.

Albert Betz fue quien hizo el mayor de los aportes con fórmulas aerodinámicas que dieron base a los principios modernos de conversión de energía del viento, permitiendo el desarrollo de hojas aluminio, basado en perfiles de aviones, con una aleta auxiliar ajustable que permitía la regulación de potencia y velocidad del molino de viento, que incrementarían en mayor medida la potencia de salida [5].

Poul La Cour fue animado por el gobierno Danés que buscaba una forma de suministrar electricidad a las zonas rurales del país. Con ese objetivo La Cour construyó un modelo experimental de una turbina que usaba un dinamo, su invento producía energía de corriente directa por electrólisis y almacenaba el gas de hidrógeno producido[6]. En años posteriores La Cour expandió sus actividades en Askov en donde estableció una estación de pruebas para las turbinas de viento, usando un túnel de viento que el mismo construyó, después instaló una estación de pruebas mucho más grandes y fundo una asociación danesa de ingenieros de energía eólica.

### **1.2.2 Turbinas de Gran Potencia**

En los años ochenta los experimentos con las turbinas de gran escala empezaban a tomar un protagonismo importante entre las potencias mundiales, que buscaban sacar más provecho de la energía eólica y dar un salto en el rango de potencia a Megawatt. Los proyectos de las grandes turbinas de viento fueron tomados por empresas reconocidas a nivel global, ya que solo estas corporaciones tenían los recursos para desarrollar y construir proyectos de esta magnitud. Entre las grandes empresas estaban : Boeing, General Electric y Westinghouse en E.U, MAN, MBB, Dornier, Voith en Alemania y Kvaerner en Suecia [4].



**Fig. 1.5.** Turbina de viento W-34 por U-Hütter. (Wind Turbines: Fundamentals, Technologies, Application, Economics / Hau Erich. -2nd ed.).

En un principio el desarrollo de estos proyectos empezaron en Estados Unidos, primero con las series de turbinas de viento de gran capacidad MOD-0 a MOD-5 fueron instaladas y puestas a prueba. En Canadá las instituciones del gobierno estaban interesadas en realizar investigaciones en tecnología para producir energía eléctrica con turbinas de viento de eje vertical tipo Darrieus.



**Fig. 1.6.** Turbina Darrieus Éole. (Wind Turbines: Fundamentals, Technologies, Application, Economics / Hau Erich. -2nd ed.).

En Europa alcanzar grandes dimensiones en sus turbinas de viento no era su objetivo principal, dado que sus turbinas experimentales eran de menor tamaño comparadas con las de Estados Unidos. El objetivo principal para todos estos países que participaron en las pruebas de muchos modelos de turbinas de gran potencia era darle un sustento científico a la tecnología desarrollada y sobre todo que se tuviera un estudio estratégico con la viabilidad económica. Las investigaciones, estudios y pruebas en las que participaron numerosas organizaciones gubernamentales y privadas generó nuevos modelos con fines comerciales,

además de que la Agencia Internacional de Energía (AIE) fomentó el intercambio internacional de resultados de pruebas [4].

Los primeros prototipos de primera generación fueron sometidos a pruebas intensivas y luego fueron operados durante otros diez años, interrumpidos por períodos relativamente largos de descanso. Pero los resultados basados en el número de horas de operación, las turbinas más exitosas alcanzaron un número de unos pocos miles de horas de operación, mientras que las menos exitosas solo lograron unas pocas horas, lo cual fue una decepción para las altas expectativas políticas, sin embargo, todas estas pruebas y recursos fueron necesarios para sentar las bases de la energía eólica. Las grandes turbinas experimentales sentaron las bases tecnológicas de la tecnología moderna de energía eólica proporcionando una amplia base técnica científica, conformada por años de pruebas, diseños y estudios tuvieron lugar para llevar la tecnología de energía eólica a su nivel actual [5].

### 1.2.3 Empresas Líderes en Manufactura de Turbinas de Viento.

La energía eólica es en la actualidad uno de los segmentos de energía renovable de más rápido crecimiento en el mundo. Siendo el viento uno de los recursos más abundantes, usado como una alternativa rentable frente a los combustibles fósiles para generar energía eléctrica. El mercado para la energía eólica sigue en aumento y sin señales de que su crecimiento se vea amenazado o decline debido a la gran inversión en instalaciones, liderada por países como China, siendo el mercado de energía eólica más grande del mundo por capacidad [8]. Se ha recorrido el desarrollo de las turbinas de viento desde sus antecedentes históricos hasta su larga evolución que tuvo lugar en las diferentes épocas, distintos países y también diferentes empresas de las cuales se mencionan las más destacadas en el sector de energía eólica [9]. En años recientes la compañía Vestas de Dinamarca sigue dominando el mercado de las turbinas de viento, gracias a sus estrategias en diversificación geográfica y su sólido desempeño en el mercado estadounidense.

**Vestas:** es actualmente el principal fabricante de turbinas de viento, representa el 16 % del mercado mundial de turbinas de viento. La compañía fue fundada en 1898 y su sede se encuentra en Dinamarca, la compañía a instalado cerca de 60,000 turbinas, que representa una capacidad de 82 GW de energía. Actualmente tiene fabricas en el continente Americano, Europeo y Asiático [10][11].

**Siemens Gamesa Renewable Energy:** nace de la fusión de las compañías Siemens Wind Power y Gamesa en el 2017. Esta compañía se ha posicionado en los primeros lugares junto con Vestas como líderes en la fabricación de turbinas de viento. Entre sus unidades o productos tiene turbinas Onshore y Offshore instaladas en diferentes localidades del mundo llegando a suministrar 90 GW de energía [10][12].

**Goldwing:** es un fabricante de China de turbinas de viento, su sede se encuentra en Beijing, China. La empresa alcanzó una gran demanda en el 2015 al ser el más grande fabricante de turbinas de viento por instalación, se encuentra en tercer lugar en nivel global compitiendo principalmente con Vestas, Siemens Gamesa y General Electric. Cuenta con instalaciones en Asia, Europa y en América. Ha instalado cerca de 38 GW de energía en seis continentes. Las turbinas que fabrica Goldwing se encuentran en los rangos de 1.5 MW, 2.0- 2.5MW y 3.0MW [10][13][14].

**General Electric:** en su rama de energías renovables, cuenta con su marca de turbinas de viento, las cuales son fabricadas y vendidas en todo el mundo. GE compró los activos de la compañía Enron, una manufacturera estadounidense. Pero la variedad de turbinas de GE se expandió gracias a la adquisición de Alstom, con una de las turbinas más potentes en la tierra, llamada “Haliade” con una potencia de 6 MW. Dentro de su portafolio de turbinas de viento con capacidades que van desde 1.7MW a 4.8 MW en tierra y en agua con capacidades de 6MW a 12MW. GE ha instalado cerca de 25,000 turbinas de viento [10][16][17].

**Suzlon:** es una compañía de energía eólica, realiza instalaciones de turbinas de viento, fabrica aspas, generadores, paneles y torres. Su sede se encuentra en Pune en la India, con cerca de 17,000 MW de energía eólica instalada en el mundo, esta compañía tiene presencia en 18 países, pero sobre todo en la India con la construcción de diferentes parques eólicos [10][18].



**Fig. 1.7.** Turbina de viento V162-5.6 MW. Cortesía “Vestas”.

### 1.3 Potencial Eólico

En la Fig. 1.8 puede observarse el flujo de aire,  $U$ , que pasas a través de una sección transversal,  $A$ , es posible determinar el flujo de aire,  $dm/dt$ . De acuerdo a la ecuación de mecánica de fluidos, el flujo de aire es una función de la densidad del aire,  $\rho$ , y de la velocidad del viento,  $U$ , que se expresa de la siguiente forma:

$$\frac{dm}{dt} = \rho AU \quad (1.1)$$

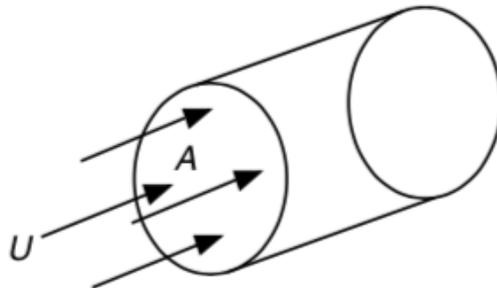
La potencia del flujo es:

$$P = \frac{1}{2} \frac{dm}{dt} U^2 = \frac{1}{2} \rho AU^3 \quad (1.2)$$

La potencia por unidad de área, es:

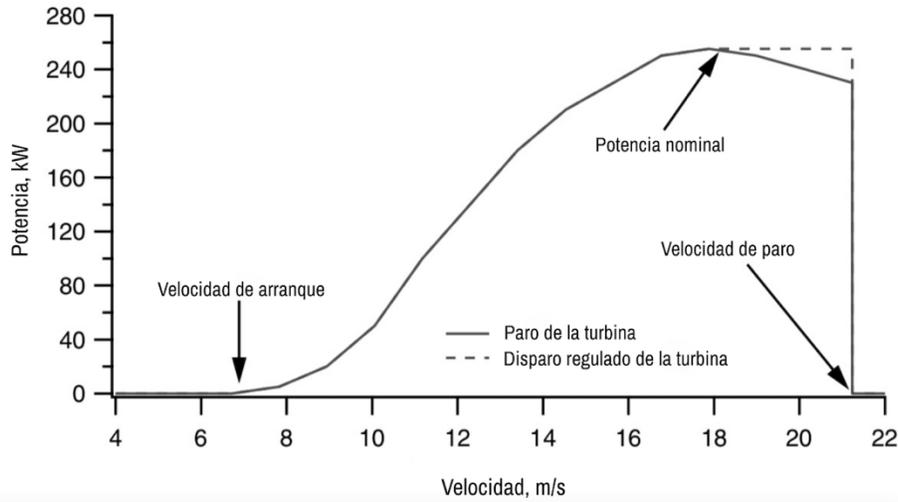
$$\frac{P}{A} = \frac{1}{2} \rho U^3 \quad (1.3)$$

En la producción real de energía de una turbina de viento, deben considerarse aspectos como la mecánica de fluidos en el flujo de aire que pasa a través del rotor, la aerodinámica y la eficiencia mecánica del rotor-generator.



**Fig. 1.8.** Flujo de aire a través de una sección transversal.

La producción de energía para una turbina de viento instalada en un lugar determinado, requiere de datos o información sobre el comportamiento del viento en esa zona, como la velocidad promedio, series de datos, etc. La potencia disponible del viento puede estimarse con la Ec. (1.2), en la práctica la potencia disponible de una turbina de viento puede verse en una curva de potencia, estas curvas se basan en datos de pruebas, en la siguiente Fig. 1.9 se muestra un ejemplo de este tipo de graficas.



**Fig. 1.9.** Curva de potencia de salida de una turbina de viento. (Manwell, J.F. Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.).

La potencia eólica puede cuantificarse mediante un análisis, suponiendo una superficie circular de sección  $A$  que se encuentra perpendicular al flujo de viento  $v$ , la potencia se escribe en función por el flujo de energía cinética por unidad de tiempo (Ecuación 4).

$$P_w = \frac{1}{2} \dot{m} v^2 = \frac{1}{2} (\rho A v) v^2 = \frac{1}{2} \rho A v^3 \quad (1.4)$$

Siendo  $\dot{m}$  el flujo másico del aire y  $\rho$  la densidad del aire, el cual varía con la altitud y condiciones atmosféricas. La potencia del viento depende en gran medida de la densidad del aire, de la superficie en contacto con el viento y del cubo de la velocidad del viento. También se puede tener una mejor estimación de la potencia promedio,  $\overline{P_w}$  teniendo en cuenta la función de densidad del viento,  $\rho(U)$ , y conociendo la curva de potencia de la turbina de viento,  $P_w(U)$ , está dado por:

$$\overline{P_w} = \int_0^{\infty} P_w(U) \rho(U) dU \quad (1.5)$$

La potencia promedio, ayuda a calcular el factor de capacidad,  $CF$ . El factor de capacidad de una turbina de viento se define como la relación entre la energía producida por la turbina actualmente y la energía que podría haberse producido a su potencia nominal,  $P_R$ , durante un periodo de tiempo determinado.

$$CF = \frac{\overline{P_w}}{P_R} \quad (1.6)$$

La potencia generada también puede expresarse con el coeficiente de potencia,  $C_p$ , y la eficiencia mecánica,  $\eta$ , la expresión queda de la siguiente manera:

$$P_w(U) = \frac{1}{2} \rho A C_p \eta U^3 \quad (1.7)$$

El coeficiente de potencia se define como:

$$C_p = \frac{\text{Potencia del rotor}}{\text{Potencia del viento}} = \frac{P_{rotor}}{\frac{1}{2} \rho A U^3} \quad (1.8)$$

Velocidad específica se define como:

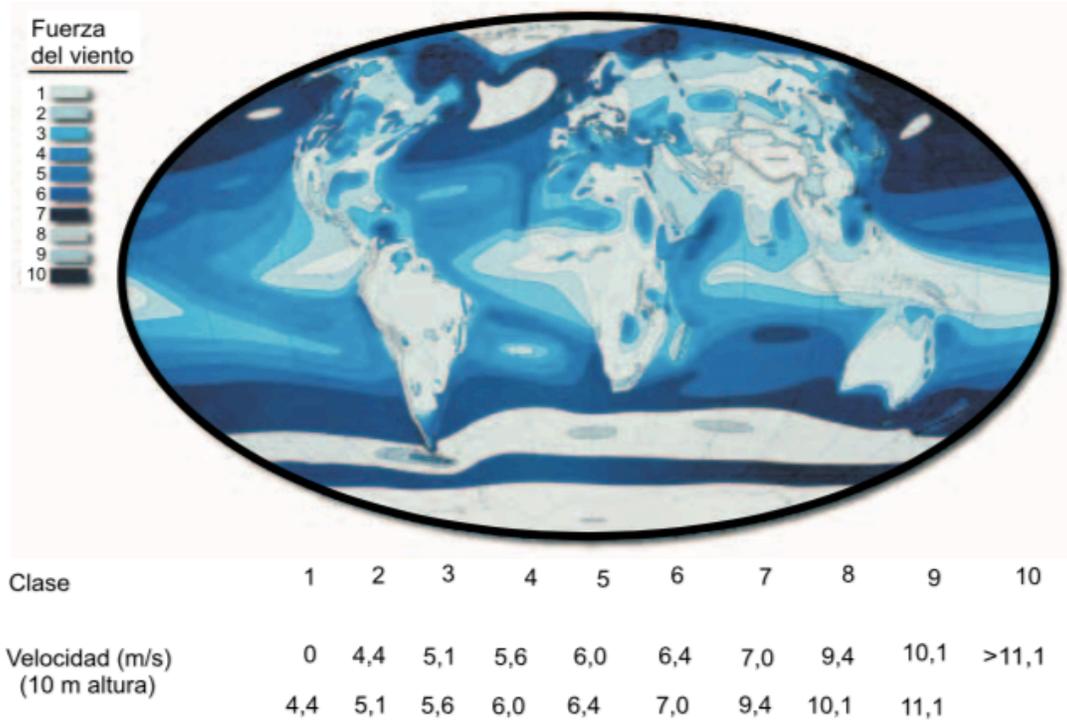
$$\lambda = \frac{\text{Velocidad en la punta del aspa}}{\text{Velocidad del viento}} = \frac{\Omega R}{U} \quad (1.9)$$

## 1.4 Potencial Eólico en el Mundo

La energía total que absorbe la Tierra del Sol en el transcurso de un año es de aproximadamente  $3.9 \times 10^{24} J$ , y la energía total consumida a escala global por los humanos en el 2014 fue de aproximadamente a  $5.66 \times 10^{20} J$ , poco más de 1 parte en 10000 de la energía suministrada por el sol. La energía solar absorbida por la Tierra es liberada principalmente como calor, que se manifiesta en la atmósfera como energía interna y energía potencial suministrada por la evaporación de agua. La parte de la energía de la atmósfera que se convierte en energía cinética o en viento es una parte muy pequeña comparada con la cantidad de energía interna y la energía potencial. Siendo la energía cinética una fracción pequeña, es de aproximadamente  $763.8 \times 10^8 J$ , 0.06% de la energía total de la atmósfera, pero como ventaja esta energía se renueva, en promedio cada 6.9 días, siendo una fuente de energía anual de  $4.04 \times 10^{22} J$ , aproximadamente 73 veces la demanda global de energía comercial y 466 veces el consumo global de energía eléctrica [22].

La energía solar que realmente logra a llegar a la tierra es un porcentaje pequeño, ya que los rayos solares deben penetrar diferentes capas de las atmósfera, un 2% de la energía solar se convierte en energía eólica, anualmente los vientos generados en el planeta administran entre  $2.5 \times 10^5$  y  $5 \times 10^5 kWh$ . Lo cual es una gran cantidad de energía, pero solo una parte de

ella puede ser aprovechada, esto debido a como se distribuye el viento a lo largo del planeta [23].



**Fig. 1.10.** Distribución del potencial eólico en el mundo. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables).

## 1.5 Potencial Eólico en México

México es considerado un país con una cantidad considerable de recursos, entre ellos la energía renovable, contando con una gran número de ríos y lagos, así como también la explotación de recursos geotermales; son la energía hidráulica y la geotérmica las principales formas de energía renovable que más sobresalen en el país. Su geografía conformada por montañas, volcanes, valles, selvas y desiertos, le dan al territorio mexicano sus diferentes climas que crean diferencias de presión y masas de aire en la región. En la energía eólica México tiene una estimación de potencial eólico en un rango de entre 3000 y 5000 MW, representando solo un 10 % de las turbinas actualmente instaladas en el país. Uno los sitios donde se aprovecha más el potencial del viento es en el parque eólico la Venta II compuesto de 98 turbinas de viento con una capacidad de 83.3MW [18].

La producción de energía en México es de aproximadamente 257.9 TW/h, se distribuye en : 205.1 combustibles fósiles, 35.8 hidroeléctrica, 10.1 nuclear, 6.5 geotermal, y 0.4 energía

eólica, es evidente que en este último sector existe una gran área de oportunidad para el incremento de energía eólica. La nueva ley, que fue puesta a votación en el Senado, ordenó que las emisiones de CO<sub>2</sub> se reduzcan en un 30% de los niveles habituales en 2020, y en un 50% de los niveles de 2000 en 2050. Esto indica que para el 2024, el 35% del suministro de electricidad del país debe ser generada con fuentes de energía renovable, por encima de su nivel actual de aproximadamente el 20% [19].

Entre los proyectos de energía eólica en operación, se tienen datos que, en el año 2015, cerca del 2% de los parques eólicos fueron operados por la Comisión Federal de Electricidad (CFE) y el resto a través de permisos de autoabastecimiento, pequeños productores y productores pequeños de energía. De acuerdo a la secretaria de energía (SENER), se tuvo una generación de 10,462 GWh provenientes de centrales eólicas aportando el 3% de generación de energías limpias al país. En el periodo de 2017-2030 se estima que la generación de energía crezca adicionando 13.5 GW en la capacidad instalada. Desde el 2012 la capacidad de generación eólica se ha incrementado anualmente con capacidades superiores a los 2,200 MW convirtiéndose en la segunda fuente de generación renovable de México. La perspectiva para el año 2030 es de contar con una capacidad instalada de 16,388 MW, de acuerdo al programa de Desarrollo del sistema eléctrico nacional 2017-2030, el PRODESEN 2017 – 2031 prevé una capacidad eólica de 12,656 MW , de la cual el 42% se encuentra en fase de construcción o por iniciar obras. Los principales organismos relacionados al sector eléctrico en México son:

- SENER: La Secretaría de Energía (SENER) esta encargada del diseño de la política energética del país.
- CENACE: El Centro Nacional de Control de Energía (CENACE) que garantiza la rentabilidad de la electricidad, que tenga un precio competitivo y de calidad.
- CRE: La Comisión Reguladora de Energía se encarga de regular las industrias de gas natural y energía eléctrica en México.

Entre otras asociaciones que fomentan el desarrollo tecnológico de la energía eólica en México, está la Comunidad de Investigación y Desarrollo Tecnológico e Innovación (CoIDT+i). Esta comunidad se encuentra conformada por instituciones de educación superior, centros de investigación y desarrollo y tecnológico, como el CEMIE- Eólico, el cual está conformado por 32 instituciones, dedicadas a la investigación y desarrollo tecnológico. Pero la principal asociación relacionada a la energía eólica en México es la Asociación Mexicana de Energía Eólica (AMDEE), la cual se integra de 100 socios, de los cuales 43 son desarrolladores, 22 son fabricantes y 35 son proveedores de servicios. Entre sus miembros se encuentran: Gas Natural Fenosa, Acciona, Iberdrola, Gamesa, Enel Green Power , Zuma Energía, AES, Abengoa, Aldener, Alarde, Cubico, Dewi, EDF, ELECor, EDP, GE, Vestas, Goldwind, Grupo México, Lenova y Peñoles [20].

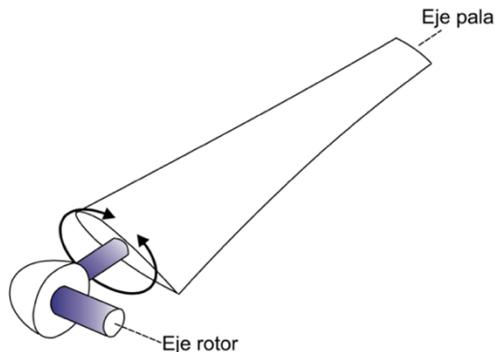
Entre los miembros de AMDEE se encuentran algunos de los principales desarrolladores de energía eólica en el mundo y también locales, entre los más destacados están: Iberdrola, Gas Natural Fenosa, EDF, Enel Green Power, Gamesa, Acciona, Grupo México, CFE, Zuma Energía, Grupo Peñoles. Los principales fabricantes de turbinas en el mundo que se han establecido en México son: Gamesa, Acciona, Vestas, Clipper, Alstom y General Electric. Que son los principales proveedores de turbinas de viento instaladas en México [21].

## 2

# DISEÑO AERODINÁMICO DE LOS ÁLABES DE UNA TURBINA DE VIENTO

## 2.1 Aerodinámica de las Turbinas de Viento

Uno de los sistemas más importantes en las turbinas de viento es el rotor, el cual se compone de las aspas y el buje. De acuerdo a la posición de su eje de giro, las turbinas eólicas se clasifican en máquinas de eje horizontal y de eje vertical. Los aerogeneradores de eje horizontal, son los más usados a diferencia de los de eje vertical, esto gracias a que cuentan con un rendimiento más alto. En el rotor se encuentran las aspas, las cuales se encargan de convertir la fuerza del viento en energía mecánica para generar una potencia eléctrica [28]. Las aspas cuentan con un diseño aerodinámico que les permite aprovechar de una mejor manera el potencial del viento. A través de los años se han utilizado diferentes materiales para su fabricación (telas, madera, chapas metálicas, aluminio), los materiales más usados son resinas de poliéster reforzadas con fibras de vidrio o fibra de carbono, estos aditamentos proporcionan una mayor resistencia mecánica y durabilidad ante las fuerzas del viento [29]. Los rotores de las turbinas de viento también pueden clasificarse basándose en su número de aspas o palas, en rotores multipala (rotores lentos), con un número de aspas entre 6 y 24, y en rotores rápidos.



**Fig. 2.11.** Rotor con aspas de paso variable. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables).

La clasificación de rotores lentos o rápidos, se realiza mediante la velocidad específica  $\lambda$ , la cual se define como el cociente entre la velocidad en la punta del aspa y la velocidad del viento. En turbinas de alta velocidad se tiene valores de velocidad específica,  $\lambda$ , superiores a

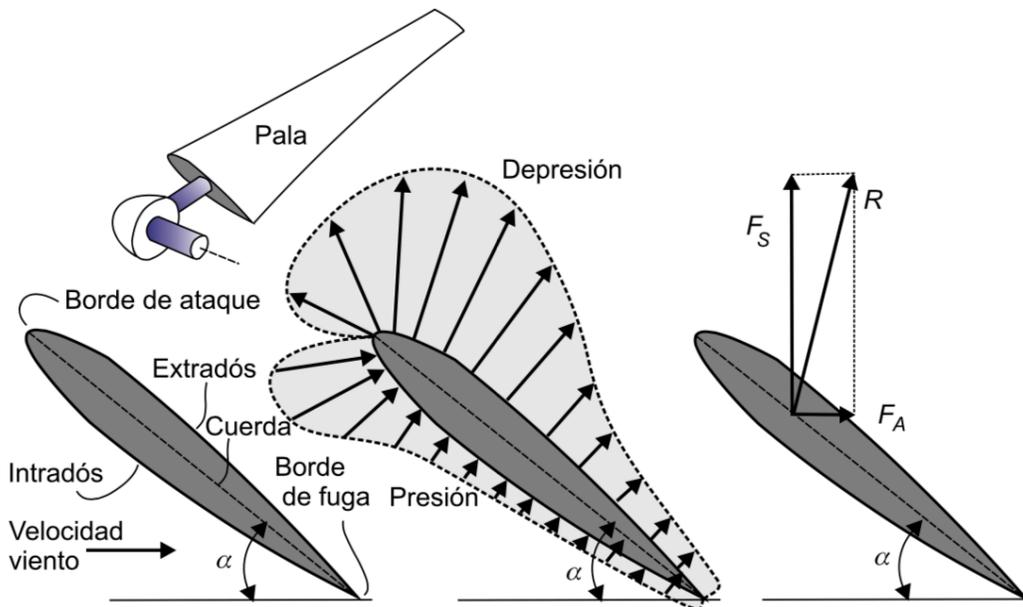
5, pero para en turbinas de baja velocidad los valores de velocidad específica,  $\lambda$ , son de entre 1 y 2.

Las bases teóricas de las turbinas de viento se vieron en gran parte fortalecidas por la ley de Betz, en la cual se establece que no se puede convertir más del 16/27 (59.3%) de la energía cinética del viento en energía mecánica. La potencia máxima del rotor de una turbina de viento toma en cuenta el límite de Betz y se expresa como:

$$P_r = \frac{16}{27} \left( \frac{1}{2} \rho A v^3 \right) \quad (2.10)$$

En la actualidad los aerogeneradores más eficientes, no superan el 70% o 80% de la potencia máxima calculada por Betz. La potencia mecánica que puede extraerse de la energía cinética del viento depende de su velocidad, del diámetro del área de barrido y del coeficiente de potencia del rotor,  $C_p$ , en las turbinas modernas este coeficiente alcanza valores de entre 0.4 y 0.5.

Los diseños de los álabes de una turbina de viento empiezan desde el perfil aerodinámico, los cuales cuentan con una cuerda, la cual une el borde de ataque y el borde de fuga, la cuerda forma un ángulo de inclinación o ángulo de ataque, respecto a la dirección del viento.



**Fig. 2.12.** Fuerzas que ejerce el viento sobre un perfil aerodinámico. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables).

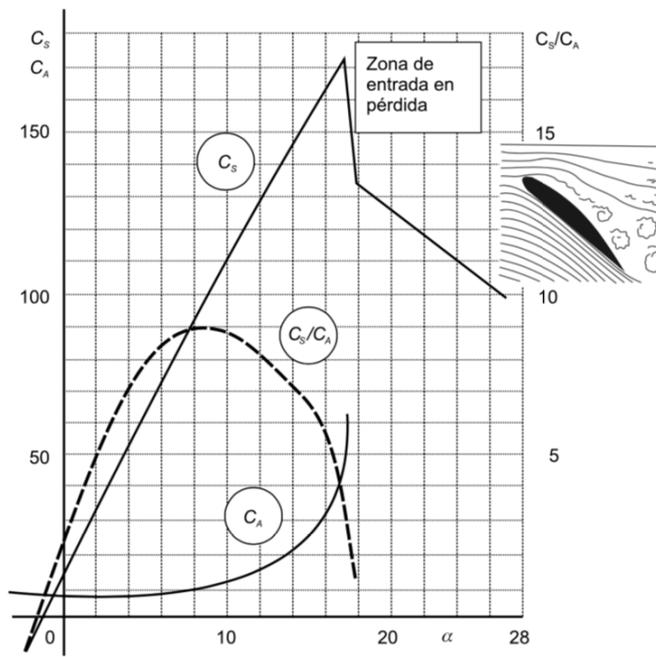
Al encontrarse el aspa en una corriente de viento, se crea una diferencia de presiones sobre el perfil aerodinámico, una sobrepresión sobre el intradós y una depresión sobre el extradós

como se aprecia en la Fig. 2.12. La fuerza resultante se forma de estas fuerzas de sobrepresión y depresión, esta fuerza es oblicua a la dirección del viento.

La fuerza resultante puede descomponerse en dos fuerzas, la fuerza de sustentación ( $F_l$ ) y la fuerza de arrastre ( $F_d$ ), las cuales se expresan de la siguiente forma:

$$F_l = \frac{1}{2}(C_s \rho A v^2) ; F_d = \frac{1}{2}(C_d \rho A v^2) \quad (2.11)$$

La fuerza  $F_l$  es perpendicular a la dirección del viento y la fuerza  $F_d$  es paralela a la dirección del viento. Los coeficientes  $C_l$  y  $C_d$  son los coeficientes de sustentación y de arrastre, los cuales dependen de la forma del perfil aerodinámico y del ángulo de ataque  $\alpha$ , los valores de los coeficientes se obtienen mediante pruebas en túneles de viento, los cuales también pueden ser calculados mediante simulaciones con programas como XFOIL. En la siguiente Fig. 2.13 se muestra una gráfica de un ejemplo de cómo varían los valores de los coeficientes  $C_l$  y  $C_d$  de un perfil aerodinámico.

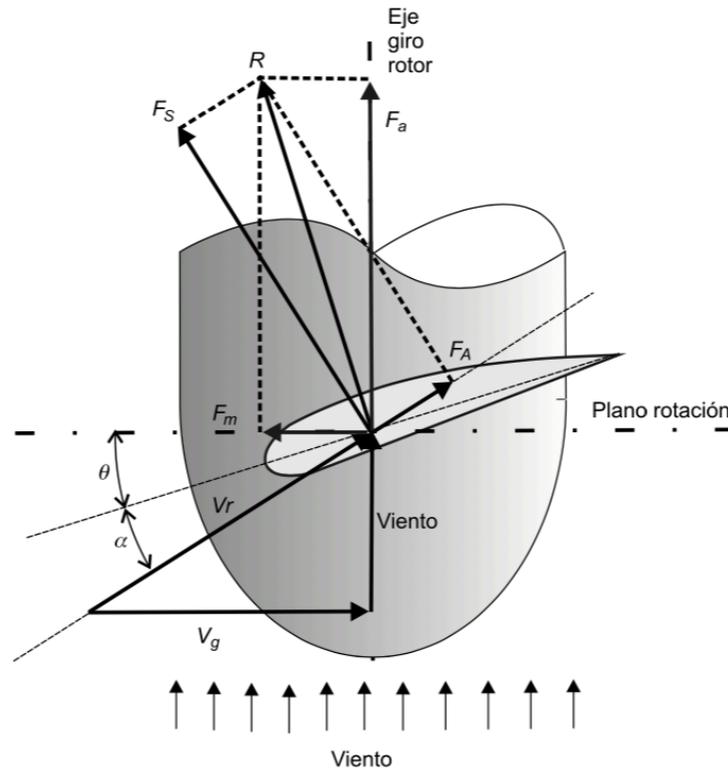


**Fig. 2.13.** Ejemplo de una gráfica de los coeficientes de sustentación y arrastre de un perfil aerodinámico. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables).

En la gráfica de la Fig. 2.13, se observa como los valores de los coeficientes aumentan casi de manera lineal conforme el ángulo de ataque  $\alpha$  aumenta. Pero conforme el ángulo de ataque siga creciendo llegará a un cierto valor donde se pierda la sustentación abruptamente y el arrastre se incremente en mayor medida, provocando la formación de turbulencia en el

extradós. Este fenómeno también es conocido como “entrar en pérdida”, pero esto puede ser de provecho en las turbinas de viento para su control en altas velocidades y así evitar fallas.

Debido al movimiento que tienen los álabes de una turbina de viento durante su funcionamiento, se origina una velocidad del aire respecto del aspa, diferente a la velocidad del viento. Analizando la Fig. 2.14, en donde se tiene el aspa la cual se encuentra bajo la velocidad del viento y la velocidad del aire debido al giro del rotor, es que se forma la velocidad específica  $V_r$ , entre la velocidad específica y la cuerda del aspa se forma el ángulo de ataque  $\alpha$ .



**Fig. 2.14.** Velocidades y fuerzas en el ala de una turbina de viento. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables).

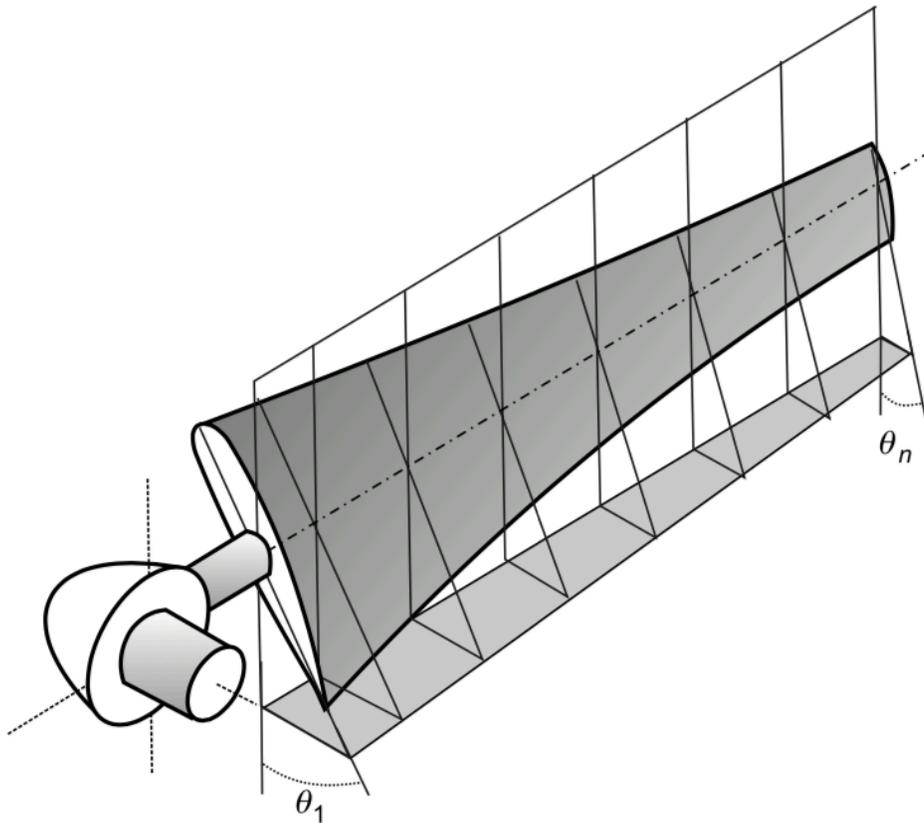
En la Fig. 2.14 pueden observarse las diferentes velocidades y fuerzas a las que se ve sometida el ala de una turbina de viento, el ángulo que se forma entre la cuerda y el plano de rotación del rotor se llama ángulo de calaje  $\theta$ . La fuerza resultante puede descomponerse en dos fuerzas: la fuerza de sustentación  $F_s$ , que es perpendicular a la dirección de la velocidad relativa y la fuerza de arrastre  $F_A$ , que se encuentra en el mismo sentido que la velocidad relativa. Pero también la fuerza resultante se descompone en una fuerza motora  $F_m$  (en el plano de rotación) y en una fuerza axial nula  $F_a$  (paralela al eje de giro del rotor).

Las fuerza motora y la axial se expresan de la siguiente manera:

$$F_m = F_s \sin(\alpha + \theta) - F_A \cos(\alpha + \theta) ; F_a = F_s \cos(\alpha + \theta) + F_A \sin(\alpha + \theta) \quad (2.12)$$

Las variables que se encuentran presentes en las diferentes ecuaciones que modelan las fuerzas a las que se ve sometida el aspa de una turbina de viento pueden ser optimizadas para obtener su valor más alto. Por ejemplo, para obtener el máximo para la sustentación debe alcanzar su valor más alto y el arrastre debe ser el mínimo.

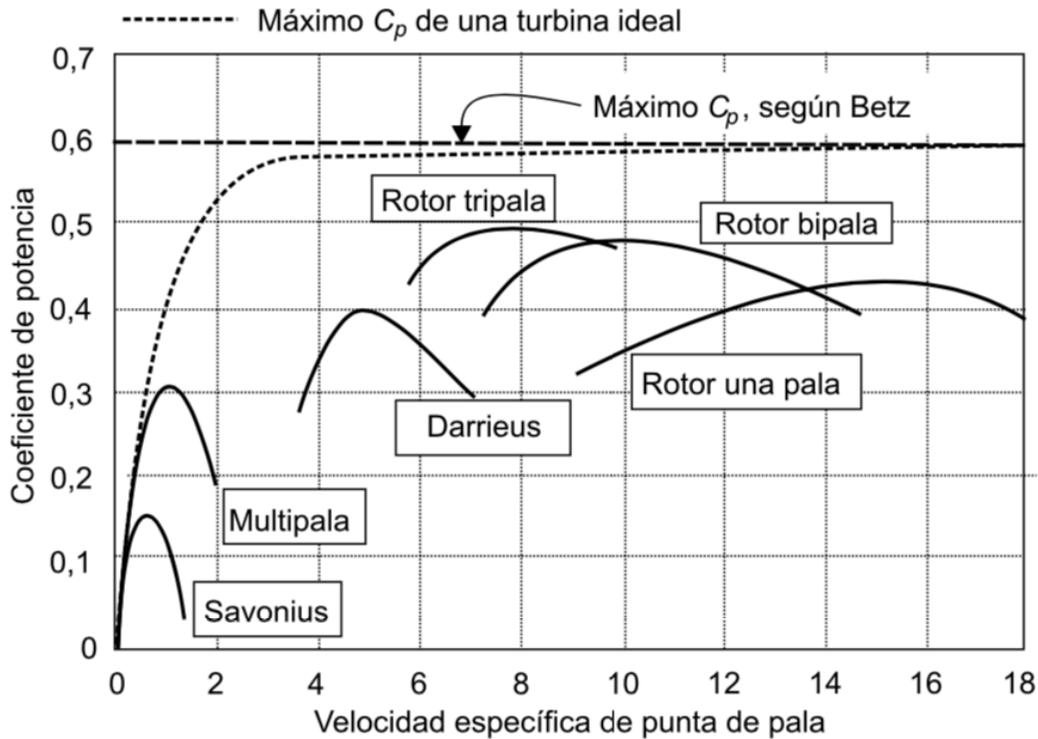
El ángulo de ataque puede alcanzar un valor óptimo, mediante la relación de coeficientes  $C_s/C_A$ , alcanzando el valor máximo para esta relación. Para que un aspa otorgue la potencia máxima es necesario que cada segmento de éste trabaje con un ángulo de ataque óptimo. Por esta razón es necesario diseñar las aspas con diferentes ángulos de calaje, de esta manera se compensa la variación en el ángulo de ataque de la corriente de viento, es por eso que las aspas se construyen con un ángulo de torsión.



**Fig. 2.15.** Ángulos de calaje de un aspa con torsión. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables).

La fabricación de aspas torcidas mejora notablemente la potencia obtenida, pero dicho rendimiento que se ha logrado con el aspa a una determinada velocidad de viento cambiará cuando lo haga la velocidad o la velocidad del giro del rotor,  $\omega$ , esto debido a que el ángulo de ataque,  $\alpha$ , de la corriente del viento va cambiando. Como solución a este fenómeno, muchas de las aspas de las turbinas de viento más modernas tienen la capacidad de girar el aspa sobre su eje longitudinal, con el objetivo de adaptar el ángulo de ataque.

La gran variedad de turbinas de viento que se han desarrollado y probado siguen los principios de diseño de las teorías clásicas. Las turbinas de viento con diferentes números de aspas arrojan distintos coeficientes de potencia,  $C_p$ , a diferentes velocidades específicas. Un número de aspas mayor a 3 no tiene una gran influencia en el rendimiento de las turbinas de viento. En la siguiente Fig. 2.16 se muestra una gráfica comparativa de los coeficientes de potencia para distintos tipos de turbinas de viento en función de la velocidad específica. Puede observarse que las turbinas de viento de eje horizontal de 3 a 1 aspas tienen un mayor coeficiente de potencia, que las turbinas multipala e incluso que las turbinas de viento de eje vertical. Los aerogeneradores de eje horizontal pueden girar a velocidades más grandes conforme se reduce su número de aspas.



**Fig. 2.16.** Coeficientes de potencia de diferentes tipos de aerogeneradores. (Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca. Centrales de energías renovables generación eléctrica con energías renovables).

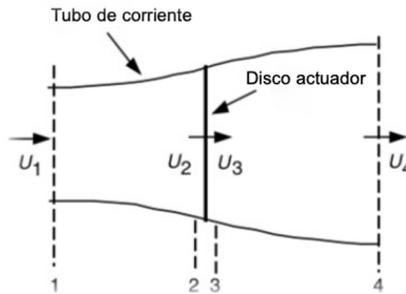
## 2.2 Diseño Aerodinámico de los Álabes de una Turbina

### 2.2.1 Las Turbinas de Viento

Las turbinas horizontales de viento usan perfiles aerodinámicos para transformar la energía cinética del viento en energía mecánica. El análisis de las turbinas de viento fue desarrollado primero por Betz y Glauert en 1930, posteriormente el análisis fue adaptado usando sistemas computacionales por Wilson y Lissaman en 1970 [30].

### 2.2.2 Teoría del Momento y Límite de Betz

El modelo de Betz, puede ser usado para determinar ciertos factores de una turbina de viento ideal, tales como: la potencia, el empuje que ejerce el viento sobre el rotor y el efecto que siente el rotor al estar operando. El análisis toma en cuenta un volumen de control delimitado por una superficie de un tubo y sus dos secciones transversales, la turbina es representada como un disco que crea un cambio de presión en el túnel o tubo de viento.



**Fig. 2.17.** Volumen de control con disco actuador.(Manwell,J.F.Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.).

Este análisis tiene en cuenta las siguientes condiciones:

- Es homogéneo, incompresible, fluidos en estado estacionario.
- No tiene fricción de arrastre.
- Cuenta con un número finito de aspas.
- Empuje uniforme sobre el disco.
- No hay estela de rotación.
- La presión estática ascendente y descendente del rotor es igual a la presión estática del ambiente.

La fuerza neta en el volumen de control es obtenida al aplicar la conservación del momento lineal, esta fuerza es igual y contraria a el empuje,  $T$ , que es la fuerza que ejerce el viento sobre la turbina. El empuje es igual a:

$$T = U_1(\rho AU)_1 - U_4(\rho AU)_4 \quad (2.13)$$

$\rho$  es la densidad del aire.

$A$  es el área transversal.

$U$  es la velocidad del viento.

Para un fluido en estado estacionario,  $(\rho AU)_1 = (\rho AU)_4 = \dot{m}$ , donde  $\dot{m}$  es el flujo de masa, entonces:

$$T = \dot{m}(U_1 - U_4) \quad (2.14)$$

La velocidad detrás del rotor,  $U_4$ , es menor que la velocidad,  $U_1$ , no se realiza trabajo en ninguno de los dos lados del rotor. Bajo estas observaciones la función de Bernoulli es usada en los dos volúmenes de control en ambos lados del disco. En el tubo corriente arriba del disco tenemos:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho U_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho U_2^2 \quad (2.15)$$

En el tubo corriente abajo del disco:

$$p_3 + \frac{1}{2}\rho U_3^2 = p_4 + \frac{1}{2}\rho U_4^2 \quad (2.16)$$

Se asume que las presiones son iguales  $p_1 = p_4$  y que la velocidad a través del disco es la misma  $U_2 = U_3$ . El empuje también se expresa como una suma de fuerzas de cada lado del disco actuador:

$$T = A_2(p_2 - p_3) \quad (2.17)$$

Usando las Ecs. (2.15) y (2.16) sustituyéndolas en la Ec. (2.17), obtenemos:

$$T = \frac{1}{2} \rho A_2 (U_1^2 - U_4^2) \quad (2.18)$$

La velocidad del viento en el rotor es el promedio de las velocidades del viento ascendente y descendente. Si se define al factor de inducción axial,  $a$ , como la disminución en la velocidad del viento antes de llegar al rotor, tenemos:

$$a = \frac{U_1 - U_2}{U_1} \quad (2.19)$$

$$U_2 = U_1(1 - a) \quad (2.20)$$

$$U_4 = U_1(1 - 2a) \quad (2.21)$$

La velocidad del viento en el rotor es una combinación de la corriente viento y la velocidad inducida del viento. El factor de inducción axial incrementa desde 0 y la velocidad de viento detrás del rotor disminuye. Si  $a = 1/2$ , la velocidad del viento detrás del rotor ha disminuido a cero y la teoría ya no es aplicable. La potencia de salida,  $P$ , es igual al empuje multiplicado por la velocidad en el disco

$$P = \frac{1}{2} \rho A_2 (U_1^2 - U_4^2) U_2 = \frac{1}{2} \rho A_2 U_2 (U_1 + U_4) (U_1 - U_4) \quad (2.22)$$

Sustituyendo para  $U_2$  y  $U_4$  de las Ecs. (2.20) y (2.21) se tiene:

$$P = \frac{1}{2} \rho A U^3 4a(1 - a)^2 \quad (2.23)$$

El coeficiente de potencia:

$$C_P = \frac{P}{\frac{1}{2} \rho U^3 A} \quad (2.24)$$

El coeficiente de potencia representa la fracción de potencia en el viento que es extraído por el rotor. De la Ec. (2.23), el coeficiente de potencia es:

$$C_p = 4a(1 - a)^2 \quad (2.25)$$

El coeficiente de potencia máximo se determina tomando la derivada de la Ec. (2.25) respecto de  $a$ , igualando a cero, siendo  $a=1/3$ . Se tiene:

$$C_{Pmax} = \frac{16}{27} = 0.5926 \quad (2.26)$$

Cuando el factor de inducción axial  $a=1/3$ , el flujo a través del disco corresponde a un tubo con área seccional de  $2/3$ . Si el rotor se considera ideal, operará de tal forma que la velocidad del viento en el rotor fuera  $2/3$  de la corriente de viento, entonces la turbina estaría operando a su máxima producción de potencia. De las Ecs. (2.17), (2.20) y (2.21), el empuje axial en el disco es:

$$T = \frac{1}{2} \rho A U^2 [4a(1 - a)] \quad (2.27)$$

Coeficiente de empuje:

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2} \rho U^2 A} \quad (2.28)$$

El límite de Betz,  $C_{Pmax} = \frac{16}{27}$ , es el máximo coeficiente de potencia del teórico posible, existen 3 efectos que provocan el decremento del coeficiente máximo de potencia:

- La estela de rotación detrás del rotor.
- Número de aspas y las pérdidas por punta.
- Arrastre aerodinámico no nulo.

La eficiencia global de la turbina de viento depende tanto como del coeficiente de potencia del rotor como también de la eficiencia mecánica y la eficiencia eléctrica del sistema:

$$\eta_{global} = \frac{P_{out}}{\frac{1}{2} \rho A U^3} = \eta_{mech} C_p \quad (2.29)$$

### 2.2.3 Perfiles Aerodinámicos y Fuerzas de Sustentación y Arrastre

Los perfiles aerodinámicos son geometrías con figuras específicas que son usados en las aspas de las turbinas con el objetivo de generar las fuerzas que mueven a el rotor cuando el aire incide sobre estas estructuras [31]. El desempeño aerodinámico dicta cuales serán las medidas del perfil como su ancho, largo, como también algunas de sus propiedades, y consideraciones sobre la fuerza. Un perfil aerodinámico se conforma por características, como el ángulo de ataque, la cuerda, el borde delantero o borde de ataque, el borde de salida y la curvatura.

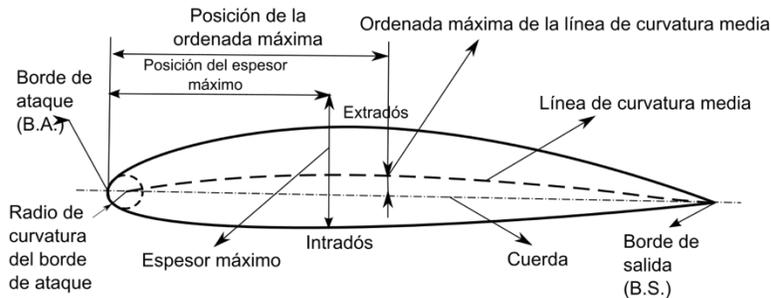


Fig. 2.18. Características de un perfil aerodinámico. Cortesía de Academic.com.

La corriente de viento sobre un perfil aerodinámico provoca ciertas fuerzas sobre su superficie. La velocidad del viento aumenta sobre la superficie convexa, teniendo una caída de presión sobre ese lado y del lado cóncavo se tiene un fenómeno opuesto con una sobrepresión.

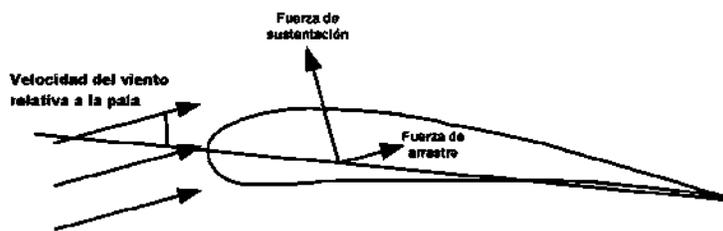


Fig. 2.19. Fuerzas en un perfil aerodinámico. Cortesía de WordPress.

**Fuerza de sustentación:** se crea de las diferencias de presiones que se da entre las superficies del perfil aerodinámico y es perpendicular a la dirección la corriente de viento.

**Fuerza de arrastre:** esta fuerza se debe a la fuerza de fricción entre la superficie, y el fluido y a la diferencia de presión entre las superficies del perfil aerodinámico, y es paralela a la dirección de la corriente de viento.

**Momento de Pitch:** momento perpendicular a la sección transversal del perfil aerodinámico.

Existe un parámetro adimensional que define las características del flujo de un fluido llamado el número de Reynolds.

$$Re = \frac{UL}{\nu} = \frac{\rho UL}{\mu} \quad (2.30)$$

$\rho$  es la densidad del fluido.

$\mu$  es la viscosidad del fluido.

$\nu$  es la viscosidad cinemática.

En el diseño del rotor normalmente son usados dos coeficientes, los cuales son determinados con un rango de ángulos de ataque y un número de Reynolds, los valores de estos coeficientes son calculados mediante simulación, con programas como XFOIL [32], que permiten importar el diseño de un perfil aerodinámico e ingresar los parámetros necesarios para la simulación. Los dos coeficientes  $C_l$  y  $C_d$  se definen como:

$$C_l = \frac{L/l}{\frac{1}{2}\rho U^2 c} \quad (2.31)$$

El coeficiente de arrastre se define como:

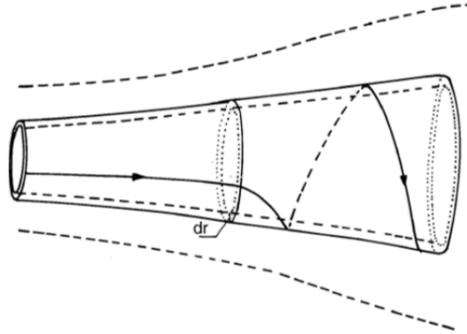
$$C_d = \frac{D/l}{\frac{1}{2}\rho U^2 c} \quad (2.32)$$

El coeficiente de momento de pitch se define como:

$$C_m = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho U^2 Ac} \quad (2.33)$$

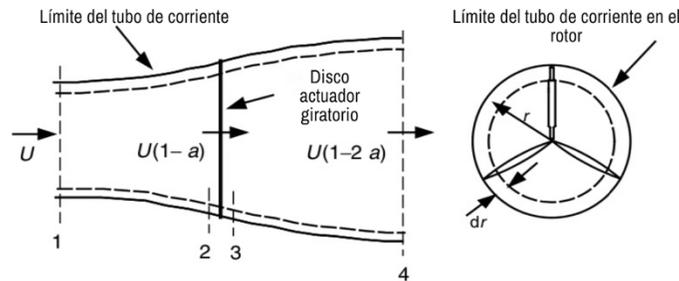
### 2.2.4 Turbina Horizontal de Viento Ideal con Estela de Rotación

En un rotor giratorio de una turbina de viento, el flujo que se encuentra en la parte de atrás del rotor gira en dirección opuesta a la dirección del mismo, en reacción al torque provocado por el giro del rotor.



**Fig. 2.20.** Estela de rotación presente en el giro del rotor.(Manwell,J.F.Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.).

En la presencia de la estela de rotación se tiene una menor cantidad de energía extraída por el rotor, pero la energía cinética será mayor en la turbina si el torque generado es grande, es decir, que las turbinas de viento con una velocidad lenta cuentan con torques altos y caso contrario las turbinas con velocidades altas tienen torques bajos.



**Fig. 2.21.** Limite en la corriente en el tubo.(Manwell,J.F.Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.).

La velocidad angular en la corriente de flujo,  $\omega$ , es más pequeña que la velocidad angular,  $\Omega$ , de la turbina de viento y la presión es igual en la estela como en el flujo. Se puede utilizar un volumen de control que se mueve con la velocidad angular de las aspas, es posible usar la ecuación de la energía en las partes que están antes y después de las aspas para encontrar una expresión para la diferencia de presión a través de las aspas. La velocidad angular del aire respecto de las aspas incrementa de  $\Omega$  a  $\Omega + \omega$ , mientras que el componente axial de la velocidad se mantiene constante, se tiene:

$$p_2 - p_3 = \rho \left( \Omega + \frac{1}{2} \omega \right) \omega r^2 \quad (2.34)$$

El empuje resultante en el elemento anular,  $dT$ , es:

$$dT = (p_2 - p_3)dA = [\rho(\Omega + \frac{1}{2}\omega)\omega r^2]2\pi r dr \quad (2.35)$$

El factor de inducción radial se define como:

$$a' = \frac{\omega}{2\Omega} \quad (2.36)$$

Ahora se incluye la estela de rotación en la Ec. del empuje (2.35), se tiene:

$$dT = 4a'(1 + a')\frac{1}{2}\rho\Omega^2 r^2 2\pi r dr \quad (2.37)$$

El empuje en una sección anular puede ser determinada incluyendo el factor de inducción axial:

$$dT = 4a(1 - a)\frac{1}{2}\rho U^2 2\pi r dr \quad (2.38)$$

Igualando las Ecs. (43) y (44) del empuje obtenemos:

$$\frac{a(1 - a)}{a'(1 + a')} = \frac{\Omega^2 r^2}{U^2} = \lambda_r^2 \quad (2.39)$$

La velocidad específica,  $\lambda$ , se define como la relación entre la velocidad de la punta del aspa y la velocidad del viento, se expresa como:

$$\lambda = \frac{\Omega R}{U} \quad (2.40)$$

La relación de la velocidad local es la relación entre la velocidad del rotor en un radio intermedio y la velocidad del viento:

$$\lambda_r = \frac{\Omega_r}{U} = \frac{\lambda_r}{R} \quad (2.41)$$

Aplicando la conservación del momento angular, el torque  $Q$  que se ejerce en el rotor, debe ser igual al cambio en el momento angular de la estela. En un área anular incremental se tiene:

$$dQ = dm(\omega r)(r) = (\rho U_2 2\pi r dr)(\omega r)(r) \quad (2.42)$$

Tomando en cuenta que  $U_2 = U(1 - a)$  y  $a' = \omega/2\Omega$ , la Ec. (2.42) se reduce a:

$$dQ = 4a'^{(1-a)\frac{1}{2}}\rho U\Omega r^2 2\pi r dr \quad (2.43)$$

La potencia generada en cada elemento,  $dP$ , se expresa como:

$$dP = \Omega dQ \quad (2.44)$$

Usando la definición de la relación de velocidad local,  $\lambda_r$ , ecuación (2.41), la expresión para la potencia generada en cada elemento es:

$$dP = \frac{1}{2}\rho AU^3 \left[ \frac{8}{\lambda^2} a'(1-a)\lambda_r^3 d\lambda_r \right] \quad (2.45)$$

La potencia de cualquier anillo anular depende de los coeficientes de inducción axial y radial y de la velocidad específica. Los coeficientes de inducción axial y angular determinan la magnitud y dirección del flujo de aire en el rotor. El coeficiente de potencia,  $dC_p$ , de cada anillo anular viene dado por:

$$dC_p = \frac{dP}{\frac{1}{2}\rho AU^3} \quad (2.46)$$

Así:

$$dC_p = \frac{8}{\lambda^2} \int_0^\lambda a'(1-a)\lambda_r^3 d\lambda_r \quad (2.47)$$

Integrando la expresión anterior, se relacionan las variables  $a$ ,  $a'$  y  $\lambda_r$ . Resolviendo la Ec. (2.39) para expresar  $a'$  en términos de  $a$ , se obtiene:

$$da' = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\left[1 + \frac{4}{\lambda_r^2} a(1-a)\right]} \quad (2.48)$$

Las condiciones óptimas para alcanzar la producción máxima de potencia se dan cuando el término  $a'(1-a)$  en la Ec. (2.47) se encuentra en su valor más alto. Sustituyendo el valor para  $a'$  de la Ec. (2.48), dentro de  $a'(1-a)$ , y estableciendo la derivada respecto de  $a$  igualando a cero se tiene:

$$\lambda_r^2 = \frac{(1-a)(4a-1)^2}{1-3a} \quad (2.49)$$

Esta ecuación define el factor de inducción axial para la potencia máxima como una función de la velocidad específica local para cada anillo anular. Sustituyendo en la Ec. (2.49), se encuentra que, para la potencia máxima en cada anillo anular se tiene:

$$a' = \frac{1-3a}{4a-1} \quad (2.50)$$

Derivando la Ec. (2.49) respecto de  $a$ , se obtiene una relación entre  $d\lambda_r$  y  $da$ , en esas condiciones es que resulta en la máxima producción de potencia :

$$2\lambda_r d\lambda_r = [6(4a-1)(1-2a)^2/(1-3a)^2] da \quad (2.51)$$

Sustituyendo las Ecs. (2.49)-(2.51) en la expresión del coeficiente de potencia de la Ec. (2.47) obtenemos:

$$C_{P,max} = \frac{24}{\lambda^2} \int_{a_1}^{a_2} \left[ \frac{(1-a)(1-2a)(1-4a)}{(1-3a)} \right]^2 da \quad (2.52)$$

En los límites de integración de la ecuación (2.52), en el límite inferior de integración,  $a_1$ , corresponde al factor de inducción axial para  $\lambda_r = 0$  y el límite superior,  $a_2$ , corresponde al factor de inducción axial en  $\lambda_r = \lambda$ . De la Ec. (2.49) tenemos:

$$\lambda^2 = \frac{(1-a_2)(1-4a_2)^2}{(1-3a_2)} \quad (2.53)$$

De la ecuación (2.49), los valores de  $a_1 = 0.25$  da a  $\lambda_r$  un valor de cero. La Ec. (2.53) puede ser resuelta para los valores de  $a_2$  que corresponden a la operación de velocidades específicas

de interés. En la Ec. (2.53),  $a_2 = \frac{1}{3}$  es el límite superior del factor de inducción axial,  $a$ , dando una relación de velocidad específicas mucho más grande. La integral definida de la Ec. (2.52) puede ser evaluada cambiando las variables: sustituyendo  $x$  por  $(1 - 3a)$ . Resultando :

$$C_{P,max} = \frac{8}{729\lambda^2} \left\{ \frac{64}{5}x^5 + 72x^4 + 124x^3 + 38x^2 - 63x - 12[\ln(x)] - 4x^{-1} \right\}_{x=(1-3a_2)}^{x=0.25} \quad (2.54)$$

En el caso de una turbina ideal con estela de rotación, donde se tiene  $C_{P,max}$  como función de la velocidad específica,  $\lambda$ , con sus correspondientes valores del factor de inducción axial,  $a_2$ , en la punta, se sabe que a una velocidad específica más alta, el valor de  $C_P$  se aproxima al máximo teórico y que los factores de inducción axial alcanzan el valor ideal de  $1/3$  hasta que se encuentran cerca del hub. Los factores de inducción angular tienen valores cercanos a cero en las partes lejanas del rotor, pero incrementan cerca del hub.

## 2.3 Diseño de Aspas para Turbinas de Viento Modernas

Las aspas de las turbinas de viento son diseñadas para convertir la energía cinética del viento en energía mecánica, las cuales son diseñadas bajo ciertas normas estructurales que garantizan soportar las distintas condiciones del medio donde se instalan, asegurando su funcionamiento durante un largo periodo de vida. Los diseños de las turbinas de viento deben contemplar diversas condiciones de operación, entre las cuales deben incluir panoramas con diferentes velocidades de viento, un flujo no uniforme y condiciones de estado no estacionario. Las condiciones de operación fuera de diseño incluyen la operación en otras relaciones de velocidad de rotación y velocidad del viento. La rotación del rotor también induce flujo a lo largo de la pala, haciendo que el flujo sea tridimensional, especialmente cerca del hub. Las condiciones de flujo no uniforme incluyen la operación con cizalladura del viento a través del rotor. En años más recientes los rotores han sido diseñados para un costo de energía mínimo, este enfoque empieza con un rotor lo más aerodinámicamente eficiente y usando acercamientos multidisciplinarios como las características del viento, modelos aerodinámicos, modelos estructurales, y modelos de costos para las aspas y otros componentes de las turbinas de viento. Logrando cargas más pequeñas en la estructura de las aspas y minimizando los costos de energía.

### 2.3.1 Teoría de Momento y Teoría de Elemento de Pala

La teoría de momento se refiere al análisis de un volumen de control de las fuerzas que actúan en una aspa, basado en la conservación del momento lineal y angular. La teoría de elemento de pala se basa en el análisis de las fuerzas en una sección del aspa, como función de su geometría, y el resultados de estas dos teorías se combinan en una teoría simplificada llamada

teoría de momento de elemento de pala (BEM), la cual es usada para relacionar la forma del aspa con la capacidad del rotor para extraer la potencia del viento.

### 2.3.2 Teoría de Momento.

Es posible tener funciones conformadas por las fuerzas que actúan sobre el aspa de una turbina de viento y sobre las condiciones de flujo en las aspas, esto considerando la conservación de momento, dado que la fuerza es la razón del cambio de momento. Existen ecuaciones que toman en cuenta a una turbina de viento ideal considerando la estela de rotación, el análisis se basa en el volumen de control anular (Fig. 2.17), en este análisis se asume que los factores de inducción axial y radial son función del radio,  $r$ . Aplicando la conservación del momento lineal al volumen de control de radio  $r$  y espesor  $dr$  (Ec. (2.38)), se obtiene una expresión para la contribución diferencial del empuje:

$$dT = \rho U^2 4a(1-a)\pi r dr \quad (2.55)$$

De manera similar, aplicando la conservación del momento lineal, de la ecuación de conservación del momento angular, Ec. (2.43), el torque diferencial,  $Q$ , transmitido a las aspas es:

$$dQ = 4a'(1-a)\rho U \pi r^3 \Omega dr \quad (2.56)$$

De la teoría de momento se obtienen las Ecs. (2.55) y (2.56), que definen el empuje y el torque sobre una sección anular del rotor como función de los coeficientes de inducción axial y radial.

### 2.3.3 Teoría de Elemento de Pala

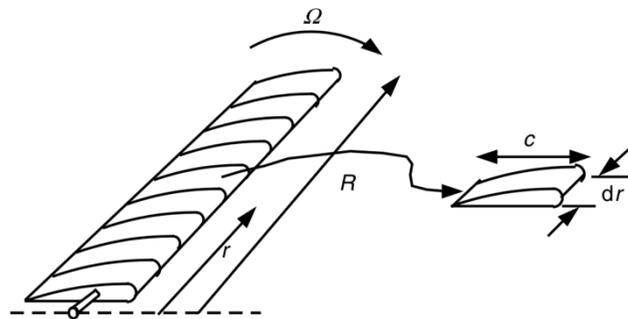
Las fuerzas sobre las aspas de una turbina de viento también pueden ser expresadas como función del ángulo de ataque y los coeficientes de sustentación y arrastre. En este análisis se asume que el aspa esta dividida en  $N$  secciones (Fig. 2.22). Para el análisis se asumen las siguiente suposiciones:

- No hay interacción aerodinámica entre los elementos.
- Las fuerzas en las aspas son determinadas solamente por las características de sustentación y arrastre del perfil aerodinámico de las aspas.

Debe notarse que las fuerzas de sustentación y arrastre son perpendiculares y paralelas, respectivamente, a un viento relativo, el cual es un vector que suma, de la velocidad del viento en el rotor,  $U(1 - a)$ , y la velocidad de viento debido a la rotación del aspa. Esta componente rotacional es el vector suma de la velocidad de la sección del aspa,  $\Omega r$ , y la velocidad angular inducida en las aspas de la conservación de momento angular,  $\omega r/2$ , es decir:

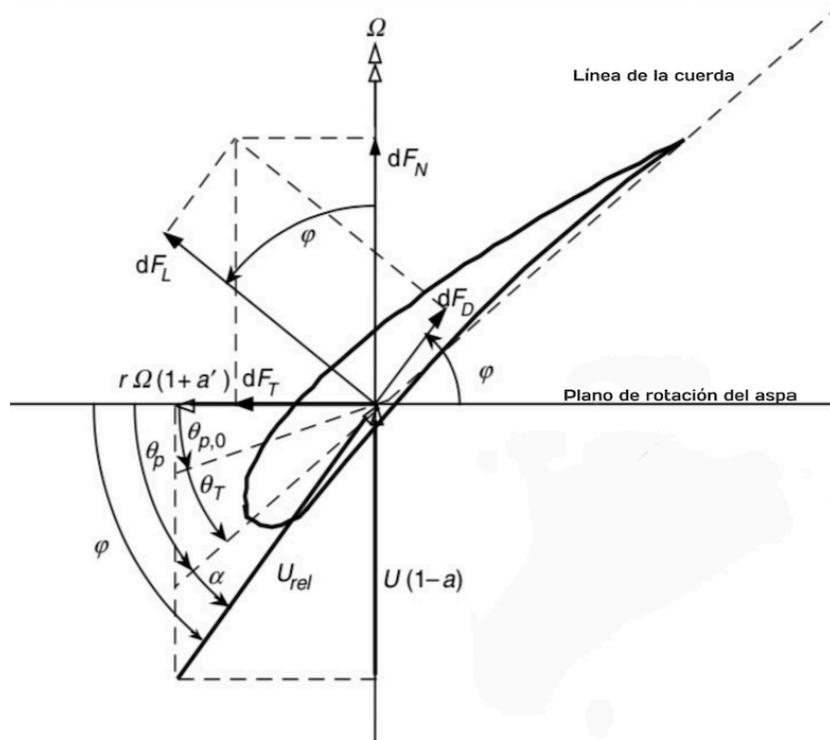
$$\Omega r + (\omega/2)r = \Omega r + \Omega a' r = \Omega r(1 + a') \quad (2.57)$$

La situación general se muestra en la Fig. 2.22 y la relación con las diferentes fuerza, ángulos, y velocidades en el aspa.



**Fig. 2.22.** Elementos del aspa:  $c$  largo de la cuerda del perfil;  $dr$ , longitud radial del elemento;  $r$ , radio;  $R$ , radio del rotor;  $\Omega$ , velocidad angular del rotor. (Manwell, J.F. Wind energy explained: theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.).

Para derivar las ecuaciones que describen las fuerzas que soporta el perfil aerodinámico es necesario conocer los elementos que son parte en el momento que el aire impacta sobre el aspa. En la Fig. 2.23 se muestra un diagrama de la geometría del aspa en el que se pueden observar las diferentes fuerzas, velocidades y otros elementos que son necesarios para el análisis.



**Fig. 2.23.** Geometría del álabes para el análisis de una turbina de viento de eje horizontal. ( Manwell,J.F.Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.).

$\theta_p$  es el ángulo de asiento, el cual es el ángulo comprendido entre la línea de la cuerda y el plano de rotación;  $\theta_{p,0}$  es el ángulo de inclinación en la punta;  $\theta_T$  es el ángulo de torcimiento del asa;  $a$  es el ángulo de ataque;  $\varphi$  es el ángulo del viento relativo;  $dF_L$  es el incremento de la fuerza de sustentación;  $dF_D$  es el incremento de la fuerza de arrastre;  $dF_N$  es el incremento de la fuerza normal al plano de rotación;  $dF_T$  es el incremento de la fuerza tangencial al círculo de barrido del rotor; y  $U_{rel}$  la velocidad relativa del viento. El ángulo de torcimiento es relativo a la punta del asa, pero puede ser definido de otra forma, como:

$$\theta_T = \theta_p - \theta_{p,0} \tag{2.58}$$

El ángulo de torsión es una función de la geometría del asa, donde  $\theta_p$  cambia si la posición del asa,  $\theta_{p,0}$ , también cambia. Es importante mencionar, que el ángulo de viento relativo es la suma del ángulo de asiento y el ángulo de ataque:

$$\varphi = \theta_p + \alpha \tag{2.59}$$

Del diagrama de la Fig. 2.23, se pueden determinar las siguientes relaciones:

$$\tan \varphi = \frac{U(1-a)}{\Omega r(1+a')} = \frac{1-a}{(1+a')\lambda_r} \quad (2.60)$$

$$U_{rel} = \frac{U(1-a)}{\sin \varphi} \quad (2.61)$$

$$dF_L = C_l \frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 c dr \quad (2.62)$$

$$dF_D = C_d \frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 c dr \quad (2.63)$$

$$dF_N = dF_L \cos \varphi + dF_D \sin \varphi \quad (2.64)$$

$$dF_T = dF_L \sin \varphi - dF_D \cos \varphi \quad (2.65)$$

Asumiendo que el número de aspas que tiene el rotor es  $B$ , la fuerza normal total sobre la sección a una distancia,  $r$ , desde el centro es:

$$dF_N = B \frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 (C_l \cos \varphi + C_d \sin \varphi) c dr \quad (2.66)$$

El torque diferencial debido a la fuerza tangencial que opera a una distancia  $r$  desde el centro es:

$$dQ = BrdF_T \quad (2.67)$$

Se tiene:

$$dQ = B \frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 (C_l \sin \varphi - C_d \cos \varphi) cr dr \quad (2.68)$$

La teoría de elemento de pala, nos ofrece las Ecs. (2.66) y (2.68), las cuales definen la fuerza normal (empuje) y a la fuerza tangencial (torque) en la sección anular del rotor como funciones de los ángulos del flujo en las aspas y los perfiles aerodinámicos.

## 2.4 Forma del Aspa para un Rotor Ideal sin Estela de Rotación

Para relacionar la forma del aspa con su rendimiento, las ecuaciones de teoría de momento pueden combinarse con las del elemento de Pala. Las ecuaciones de diseño se vuelven más simples al considerar condiciones ideales, la forma del aspa se aproxima a una que puede proveer la potencia máxima a una velocidad específica de diseño de una turbina de viento real. A este escenario de un rotor ideal con estas características se le llama “Rotor óptimo de Betz”. En este análisis se toman en cuenta las siguientes suposiciones:

- No existe estela de rotación; entonces  $a' = 0$ .
- No existe arrastre; entonces  $C_d = 0$ .
- No hay pérdidas en un número finito de palas.
- El factor de inducción axial,  $a = \frac{1}{3}$  en cada sección anular del tubo de flujo.

Como primer paso es necesario seleccionar la velocidad específica,  $\lambda$ , el número de aspas,  $B$ , el radio,  $R$ , y el perfil aerodinámico con sus respectivos valores de sus coeficientes de sustentación y arrastre en función del ángulo de ataque el cual también es seleccionado. Los coeficientes de sustentación y arrastre para un perfil aerodinámico son obtenidos basándose en una simulación en el programa XFOIL, en donde el ángulo de ataque es seleccionado en base al cociente  $C_d/C_l$  es el mínimo y en donde arrastre se acerca más a cero. Con la selección de estas variables se puede determinar la distribución del torcimiento, la cuerda del aspa y la producción de potencia por el límite de Betz. Asumiendo que  $a = \frac{1}{3}$ , de la Ec. (2.55) de la teoría de momento se obtiene que:

$$dT = \rho U^2 4 \left(\frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \pi r dr = \rho U^2 \left(\frac{8}{9}\right) \pi r dr \quad (2.69)$$

Y de la teoría de elemento de pala (Ec. (2.66)), con  $C_d = 0$ :

$$dF_N = B \frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 (C_l \cos \varphi) c dr \quad (2.70)$$

De la Ec. (2.70), se puede derivar otra expresión para la velocidad relativa,  $U_{rel}$ , en términos de otras variables conocidas:

$$U_{rel} = \frac{U(1-a)}{\sin \varphi} = \frac{2U}{3 \sin \varphi} \quad (2.71)$$

La teoría BEM se refiere a determinar el rendimiento de una turbina de viento al combinar las Ecs. de la teoría de momento, Ecs. (2.69), y (2.70) y la teoría de pala Ec. (2.71), se obtiene:

$$\frac{C_l B c}{4\pi r} = \tan \varphi \sin \varphi \quad (2.72)$$

De la ecuación (2.60), que relaciona  $a$ ,  $a'$ , y  $\varphi$  en base en consideraciones geométricas del diagrama de la figura 2.23, recordando las suposiciones de este método, donde  $a' = 0$  y  $a = \frac{1}{3}$ , se obtiene:

$$\tan \varphi = \frac{2}{3\lambda_r} \quad (2.73)$$

Se tiene:

$$\frac{C_l B c}{4\pi r} = \left( \frac{2}{3\lambda_r} \right) \sin \varphi \quad (2.74)$$

Se puede determinar el ángulo del viento relativo y la cuerda del aspa para cada sección del rotor ideal:

$$\varphi = \tan^{-1} \left( \frac{2}{3\lambda_r} \right) \quad (2.75)$$

$$c = \frac{8\pi r \sin \varphi}{3B C_l \lambda_r} \quad (2.76)$$

Estas relaciones pueden ser usadas para encontrar la cuerda y la distribución de torcimiento del aspa óptima de Betz. Las aspas diseñadas para una producción de potencia óptima tienen una cuerda y un ángulo de torcimiento cada vez más grande conforme se acercan a la raíz del rotor.

## 2.5 Teoría General del Rotor Incluyendo la Estela de Rotación

El análisis de un aspa que incluye a la estela de rotación, toma en cuenta los rangos no lineales de la curva de los coeficientes contra el ángulo de ataque. Se usan las ecuaciones generadas de las teorías de momento y elemento de pala, y se asume que la cuerda del perfil como la distribución del torcimiento son conocidas, pero el ángulo de ataque no es conocido. Las

fuerzas y momentos que surgen de las teorías de momento y elemento de pala son igualadas, con ellas es posible obtener las condiciones de flujo para el diseño de la turbina de viento.

### 2.5.1 Teoría de Momento

De la Ec. de momento axial (2.38) se tiene:

$$dT = \rho U^2 4a(1-a)\pi r dr$$

Del momento angular Ec. (2.43) se tiene:

$$dQ = 4a'(1-a)\rho U \pi r^3 \Omega dr$$

### 2.5.2 Teoría de Elemento de Pala

De la teoría de elemento de pala tenemos a las Ecs. (2.66) y (2.68):

$$dF_N = B \frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 (C_l \cos \varphi + C_d \sin \varphi) c dr$$

$$dQ = B \frac{1}{2} \rho U_{rel}^2 (C_l \sin \varphi - C_d \cos \varphi) cr dr$$

La velocidad relativa puede ser expresada como una función de la corriente libre del viento usando la Ec. (2.61). Entonces, las Ecs. (2.66) y (2.67) pueden ser escritas como:

$$dF_N = \sigma' \pi \rho \frac{U^2 (1-a)^2}{(\sin \varphi)^2} (C_l \cos \varphi + C_d \sin \varphi) r dr \quad (2.77)$$

$$dQ = \sigma' \pi \rho \frac{U^2 (1-a)^2}{(\sin \varphi)^2} (C_l \sin \varphi - C_d \cos \varphi) r^2 dr \quad (2.78)$$

Donde  $\sigma'$  es la solides local, que se define como:

$$\sigma' = \frac{Bc}{2\pi r} \quad (2.79)$$

### 2.5.3 Teoría de Momento de Elemento de Pala (Teoría BEM)

En los cálculos de los factores de inducción,  $a$  y  $a'$ , se le asigna el valor de cero a  $C_d$ . Para perfiles aerodinámicos con coeficientes de arrastre bajos, esta simplificación introduce errores insignificantes. Al igualar las ecuaciones de torque de las teorías de momento y elemento de pala ( Ecs. (2.55) y (2.78)), con un coeficiente de arrastre igual a cero, se obtiene:

$$\frac{a'}{(1-a)} = \frac{\sigma' C_l}{(4\lambda_r \sin \varphi)} \quad (2.80)$$

Igualando las ecuaciones de la fuerza normal de la teoría de elemento de pala y momento (Ecs. (2.54) y (2.77)), se obtiene:

$$\frac{a}{(1-a)} = \frac{\sigma' C_l \cos \varphi}{4(\sin \varphi)^2} \quad (2.81)$$

Usando la Ec. (2.60) y las Ecs. (2.80) y (2.81), se obtienen las siguientes relaciones:

$$C_l = 4 \sin \varphi \frac{(\cos \varphi - \lambda_r \sin \varphi)}{\sigma'(\sin \varphi + \lambda_r \cos \varphi)} \quad (2.82)$$

$$\frac{a'}{(1+a')} = \frac{\sigma' C_l}{(4 \cos \varphi)} \quad (2.83)$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{\lambda_r}{\tan \varphi} \quad (2.84)$$

$$a = \frac{1}{[1 + 4(\sin \varphi)^2 / (\sigma' C_l \cos \varphi)]} \quad (2.85)$$

$$a' = \frac{1}{[(4 \cos \varphi / (\sigma' C_l)) - 1]} \quad (2.86)$$

## 2.6 Métodos de Solución

Se proponen dos métodos de solución, el primero usa las características medidas del perfil aerodinámico y las ecuaciones de la teoría BEM para resolver directamente por  $C_l$  y  $a$ . Este método puede ser resuelto numéricamente, pero también ofrece la opción de una solución

gráfica que muestra las condiciones de flujo en el aspa y la existencia de soluciones múltiples. El segundo método es una aproximación numérica iterativa que se extiende más fácilmente para condiciones de flujo con grandes factores de inducción axial.

### 2.6.1 Primer Método resolviendo para $C_l$ y $\alpha$

Desde que  $\varphi = \alpha + \theta_p$ , para la geometría de un aspa en condiciones de operación, existen dos incógnitas en la Ec. (2.82),  $C_l$  y  $\alpha$  en cada sección. Para encontrar estos valores, se pueden usar curvas  $C_l$  vs  $\alpha$  de un perfil aerodinámico seleccionado. Luego se buscan los valores de  $C_l$  y  $\alpha$  que satisfacen la Ec. (2.82), ya sea numéricamente o gráficamente Fig. 2.24. Una vez que  $C_l$  y  $\alpha$  son encontrados,  $a'$  y  $a$  pueden ser determinados de las Ecs. (2.83) a la (2.86). Es necesario verificar que el factor de inducción axial es menor a 0.5 en el punto de intersección de las curvas para mejores resultados.

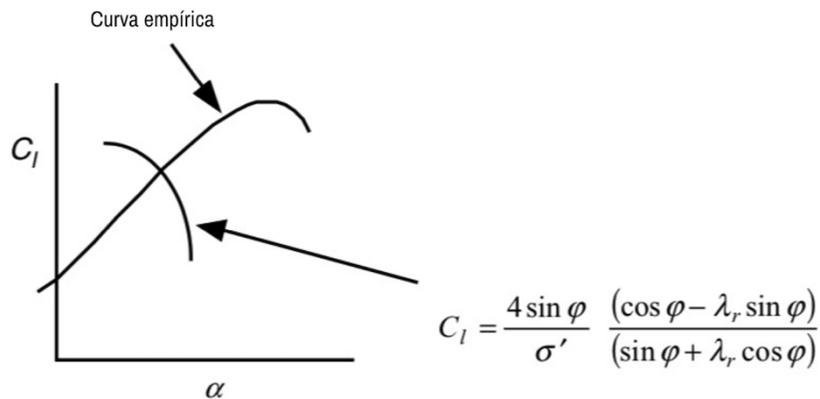


Fig. 2.24. Método de solución gráfica. ( Manwell,J.F.Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.).

### 2.6.2 Segundo Método – Solución iterativa para $a$ y $a'$

Este método inicia proponiendo valores iniciales para  $a$  y  $a'$ , donde las condiciones del flujo y nuevos factores de inducción son calculados. Los pasos a seguir para este método son los siguientes:

1. Proponer valores iniciales para  $a$  y  $a'$ .
2. Calcular el ángulo de viento relativo usando la ecuación (2.39).
3. Calcular el ángulo de ataque de  $\theta = \alpha + \theta_p$  y después  $C_l$  y  $C_d$ .
4. Actualizar los valores para  $a$  y  $a'$  de las Ecs. (2.80) y (2.81) o (2.85) y (2.86).

Este proceso es iterativo, ya que se ejecuta una vez que los primeros factores de inducción calculados se encuentran dentro de una tolerancia aceptable de los valores anteriores. Este método resulta de gran utilidad en los casos para condiciones de rotor con grandes cargas.

## 2.7 Pérdida de Punta: Factor de Corrección de Prandtl

Debido a que la presión en el lado de succión de un aspa es menor que la del lado de presión, el aire fluye alrededor de la punta desde la superficie inferior a la superior, reduciendo la elevación y, por lo tanto, la producción de energía cerca de la punta. Existen diversos métodos que incluyen este factor de corrección en las puntas de las espas de una turbina de viento, uno de los más usados fue desarrollado por Prandtl, el cual introduce un factor de corrección,  $F$ , en las ecuaciones de teoría de diseño. El factor de corrección se encuentra en función del número de espas, del ángulo del viento relativo y de la posición del aspa.

$$F = \left(\frac{2}{\pi}\right) \cos^{-1} \left[ \exp \left( - \left\{ \frac{(B/2)[1 - (r/R)]}{(r/R) \sin \varphi} \right\} \right) \right] \quad (2.87)$$

Normalmente los valores del factor de corrección  $F$ , se encuentran entre 0 y 1. Este factor de corrección de pérdida de punta, caracteriza la reducción de las fuerzas, en un radio  $r$  a lo largo del aspa, que se debe a la pérdida de punta en el extremo del aspa. Este factor afecta a las fuerzas que se derivan de la teoría de momento. Este factor es añadido en las Ecs. (2.55) y (2.56).

$$dT = F\rho U^2 4a(1-a)\pi r dr \quad (2.55a)$$

$$dQ = F4a^{(1-a)}\rho U\pi r^3 \Omega dr \quad (2.56a)$$

## 2.8 Caso Práctico

### 2.8.1 Proceso del Diseño y Selección de Variables

El proceso inicia con la selección de los parámetros del rotor y la selección del perfil aerodinámico. El diseño del aspa emplea las ecuaciones y relaciones de la teoría BEM, el perfil seleccionado en esta investigación fue el NRELS818, que forma parte de una familia de perfiles desarrollado por el Laboratorio Nacional de Energías Renovables (NREL). Diferentes familias de perfiles han sido diseñados para rotores de varios tamaños. El perfil

NRELS818 es elegido por sus grandes características como un buen rendimiento en su coeficiente de sustentación máxima e insensible a los efectos de rugosidad [33].

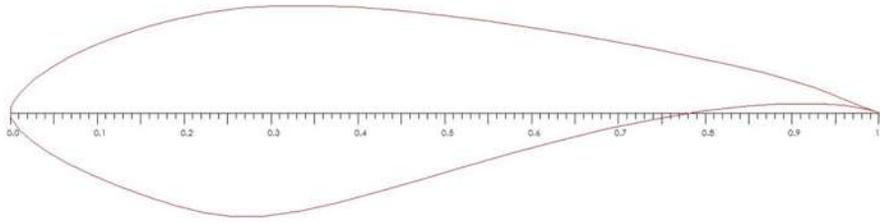


Fig. 2.25. Perfil aerodinámico NRELS818. Cortesía NREL

Uno de los primeros pasos es fijar una potencia de diseño,  $P$ , una de velocidad de viento,  $U$ , y una densidad del aire,  $\rho$ . Estos son las variables que son usadas en la Ec. (1.2), donde la potencia es calculada;  $A$ , representa área de barrido del rotor.

$$P = \frac{1}{2} \rho A U^3 \quad (1.2)$$

Basándonos en la teoría BEM se establece una metodología para diseñar 3 álabes de turbina de viento usando el perfil aerodinámico NRELS818. Este perfil es simulado en el software

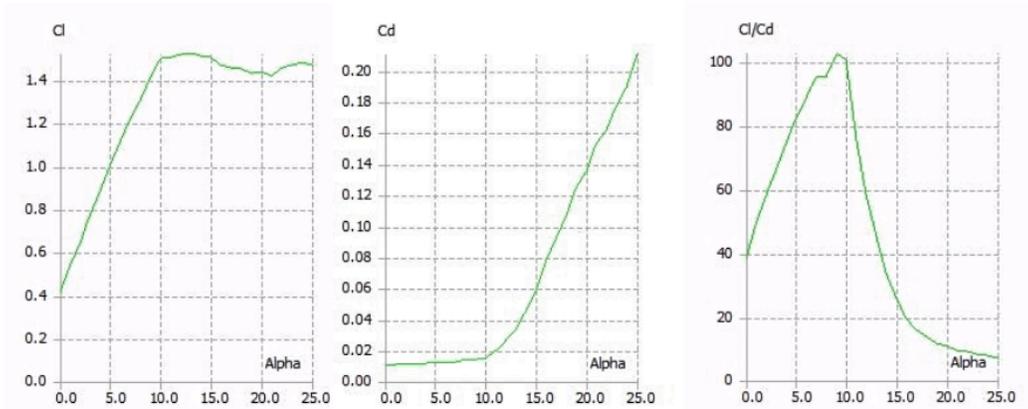


Fig. 2.26. Propiedades aerodinámicas del perfil NRELS818.QBlade.

QBlade, el cual permite conocer su comportamiento aerodinámico, como también sus coeficientes de sustentación y arrastre a diferentes ángulos de ataque. Las condiciones consideradas para el diseño fueron: una velocidad de viento ( $U$ ) de 12m/s, siendo la velocidad nominal para la turbina de viento, en donde se obtiene la mayor potencia de salida. Para este caso práctico la temperatura fue seleccionada de 25° C, siendo la temperatura ambiente, está temperatura rige a la densidad del aire promedio de  $1.28 \text{ kg/m}^3$  y a la viscosidad dinámica de  $1.8490 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$ . La densidad y viscosidad dinámica del aire a temperatura ambiente permiten calcular el número de Reynolds que es de:  $8.3072 \times 10^{-5}$ .

**Tabla 2.1.** Parámetros de diseño.

<b>Parámetros de diseño</b>	
Velocidad del aire (U)	12 m/s
Densidad del aire ( $\rho$ )	1.28 kg/m <sup>3</sup>
Número de Reynolds	8.3072×10 <sup>5</sup>
Viscosidad dinámica ( $\mu$ )	1.8490×10 <sup>-5</sup> kg/ms
Temperatura promedio (T)	25 °C

La Ec. (1.2) muestra la expresión para calcular la potencia de una turbina de viento, en donde el área de barrido del rotor viene conformado por el radio de los álabes. Al despejar el radio de la Ec. (1.2) se tiene una expresión que relaciona al radio del aspa en términos de la densidad, la velocidad y la potencia Ec. (1.2a). En la metodología de estos diseños, la potencia es de 30 kW, porque de acuerdo a la Ec. (1.2a), la potencia es una variable dependiente del radio. Potencias grandes exigen de álabes de gran tamaño; para una potencia de 30kW el álabe es pequeña con una longitud de 2.938m.

$$r = \sqrt{\frac{2P}{\pi \rho U^3}} \quad (1.2a)$$

El ángulo de torcimiento en los álabes de una turbina de viento mejora notablemente la potencia obtenida. Este ángulo es distribuido en cada sección que conforma a el aspa, si se tiene un número de secciones pequeño, el ángulo de torcimiento estará muy marcado en las secciones cercanas al Hub, con ángulos muy grandes. Por esa razón los diseños de estos álabes fueron divididos en 25 secciones, para distribuir de una manera más uniforme los ángulos de torcimiento en el aspa. En cada sección los radios son calculados y posteriormente multiplicados por la velocidad específica, como se muestra en la Tabla 2.2.

**Tabla 2.2.** Tabla con lo valores de radio en cada sección y sus valores de  $\lambda_r$ .

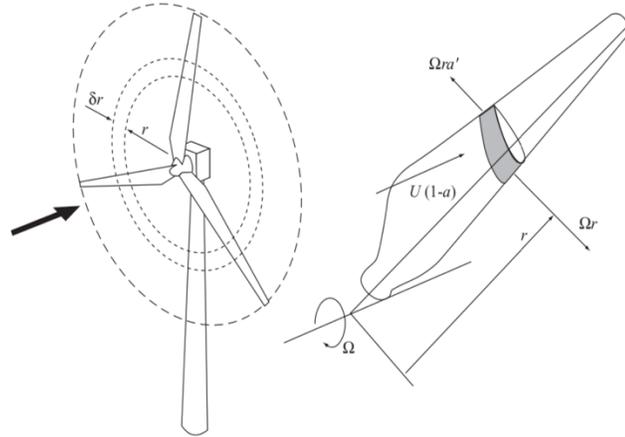
25	r	r/R	$\lambda_{i,r} = \lambda(r_i/R)$
1	0.118	0.0400	0.3200
2	0.235	0.0800	0.6400
3	0.353	0.1200	0.9600
4	0.470	0.1600	1.2800
5	0.588	0.2000	1.6000
6	0.705	0.2400	1.9200
7	0.823	0.2800	2.2400
8	0.940	0.3200	2.5600
9	1.058	0.3600	2.8800
10	1.175	0.4000	3.2000
11	1.293	0.4400	3.5200
12	1.410	0.4800	3.8400
13	1.528	0.5200	4.1600
14	1.646	0.5600	4.4800
15	1.763	0.6000	4.8000
16	1.881	0.6400	5.1200
17	1.998	0.6800	5.4400
18	2.116	0.7200	5.7600
19	2.233	0.7600	6.0800
20	2.351	0.8000	6.4000
21	2.468	0.8400	6.7200
22	2.586	0.8800	7.0400
23	2.703	0.9200	7.3600
24	2.821	0.9600	7.6800
25	2.938	1.0000	8.0000

En la Tabla 2.2, en la segunda columna, el radio, r, es el cociente del radio de 2.938 m dividido entre el número de secciones, 25, consecutivamente el resto de los radios son calculados al multiplicar el radio de la primer casilla por cada una de las secciones de la primera columna. La tercera columna, es el cociente de los radios de la columna 1 divididos por el radio total del aspa, 2.938 m. En la cuarta columna se calcula la velocidad específica local,  $\lambda_r$ , al multiplicar los cocientes de la tercera columna por la velocidad específica del diseño.

Para cada álabe se tiene un valor diferente de velocidad específica, el factor de inducción radial es calculado con los valores del coeficiente de inducción axial, con  $a = \frac{1}{3}$ .

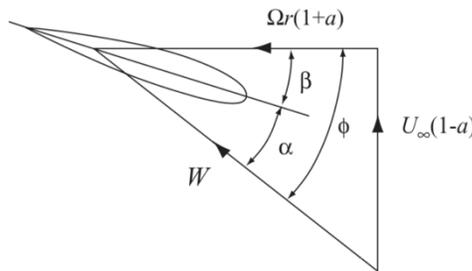
$$a' = \frac{a(1 - a)}{\lambda^2 \mu^2} \tag{2.88}$$

Las fuerzas en un aspa pueden ser calculadas usando las características de perfil aerodinámico, con el ángulo de ataque, el cual es determinado a partir de la velocidad resultante incidente en el plano de sección transversal del elemento. Contando los coeficientes  $C_l$  y  $C_d$ , el ángulo de ataque  $\alpha$ , es posible calcular las fuerzas en el aspa para valores dados de  $a$  y  $a'$ .



**Fig. 2.27.** Álabes de turbina barriendo el anillo anular. (Manwell, J.F. Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.).

Se considera una turbina con  $B$  aspas, de radio de punta,  $R$ , cada una con la cuerda,  $c$ , un ángulo de asiento,  $\varphi$ , medido entre la línea de elevación cero del perfil aerodinámico y el plano del disco. Las aspas se encuentran girando una velocidad angular,  $\Omega$ , y una velocidad del viento,  $U_\infty$ . La velocidad tangencial,  $\Omega r$ , del elemento de aspa que se muestra en la Fig. 2.27 combinada con la velocidad tangencial de la estela,  $a'\Omega r$ , nos indica que la velocidad de flujo tangencial que experimenta el aspa es:  $(1 + a')\Omega r$ . En la Fig. 2.28 se muestran las velocidades en la cuerda del aspa.



**Fig. 2.28.** Velocidades y fuerzas en el álabes. (Manwell, J.F. Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.).

Las velocidades de viento relativo,  $U_{rel}$ , se determinan con la suma de la velocidad del viento en el rotor,  $U(1 - a)$ , y la velocidad angular del viento inducida en el álabes,  $r\Omega(1 + a')$ .

$$U_{rel} = \sqrt{(U(1 - a))^2 + (r\Omega(1 + a'))^2} \quad (2.89)$$

El ángulo de flujo,  $\varphi$ , se forma entre la velocidad relativa del viento y la velocidad angular, el ángulo de ataque,  $\alpha$ , se encuentra entre la línea de la cuerda del perfil aerodinámico y el viento relativo, el ángulo de pitch,  $\theta_p$ , y el ángulo de torsión,  $\theta_T$ , se calculan con las ecuaciones (2.58)- (2.60).

$$\theta_T = \theta_p - \theta_{p,0}$$

$$\varphi = \theta_p + \alpha$$

$$\tan \varphi = \frac{U(1 - a)}{\Omega r(1 + a')} = \frac{1 - a}{(1 + a')\lambda_r}$$

Los diferentes ángulos y velocidades son obtenidos para cada una de las 25 secciones del álabe, con excepción de la velocidad del viento en el rotor (Tabla 2.3).

**Tabla 2.3.** Resultados para el factor de inducción  $a'$ , velocidad relativa,  $U_{rel}$ , el ángulo de flujo,  $\varphi$ , la velocidad angular del viento inducida en el álabe,  $r\Omega(1 + a')$  y la velocidad del viento en el rotor,  $U(1 - a)$ .

$a'$	$U_{rel}$	$\phi$ (ángulo de flujo)	$\phi$ (ángulo de flujo grados)	$r\Omega(1 + a')$	$U(1-a)$
2.1701	14.5667	1.1233	64.3590	12.1733	8
0.5425	14.2949	0.8058	46.1691	11.8467	
0.2411	16.3837	0.6070	34.7778	14.2978	
0.1356	19.1904	0.4802	27.5120	17.4433	
0.0868	22.3477	0.3948	22.6199	20.8667	
0.0603	25.7055	0.3342	19.1481	24.4289	
0.0443	29.1882	0.2893	16.5740	28.0705	
0.0339	32.7537	0.2548	14.5966	31.7617	
0.0268	36.3765	0.2275	13.0334	35.4859	
0.0217	40.0407	0.2054	11.7683	39.2333	
0.0179	43.7355	0.1872	10.7244	42.9976	
0.0151	47.4536	0.1719	9.8490	46.7744	
0.0128	51.1900	0.1589	9.1046	50.5610	
0.0111	54.9408	0.1477	8.4640	54.3552	
0.0096	58.7032	0.1380	7.9072	58.1556	
0.0085	62.4752	0.1295	7.4187	61.9608	
0.0075	66.2550	0.1219	6.9867	65.7702	
0.0067	70.0413	0.1152	6.6021	69.5830	
0.0060	73.8333	0.1092	6.2574	73.3986	
0.0054	77.6300	0.1038	5.9469	77.2167	
0.0049	81.4308	0.0989	5.6656	81.0368	
0.0045	85.2351	0.0944	5.4096	84.8588	
0.0041	89.0424	0.0903	5.1757	88.6823	
0.0038	92.8525	0.0866	4.9612	92.5072	
0.0035	96.6649	0.0831	4.7636	96.3333	

En la Tabla 2.3, en la primer columna, el coeficiente de inducción radial disminuye a medida que se acerca a la punta del aspa, lo mismo sucede con el ángulo de flujo, debido a que la distribución de los ángulos va cambiando a lo largo del aspa. La velocidad relativa,  $U_{rel}$ , y

la velocidad angular del viento,  $r\Omega(1 + a')$ , aumentan conforme las secciones se acercan a la punta del aspa, en donde se tienen las velocidades más rápidas.

La cuerda como uno de los elementos más importantes en los perfiles aerodinámicos, se encuentra presente en las 25 secciones de cada álabe.

$$c = \frac{4\lambda\mu^2 a' 2\pi R}{\frac{W C_l B}{U_\infty}} \quad (2.90)$$

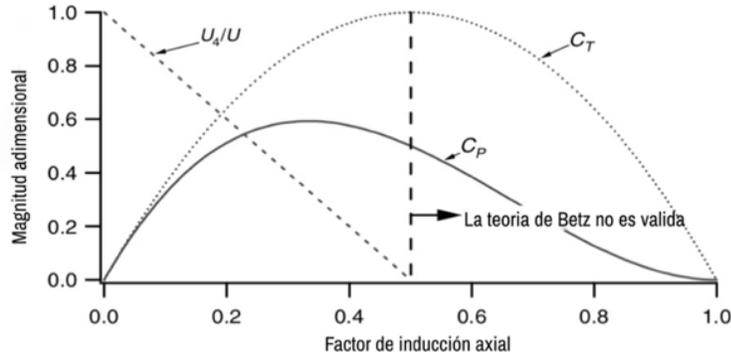
Las cuerdas en cada álabe son calculadas mediante este método general, el cual se basa en la teoría BEM; en la Tabla 2.4 se muestran los resultados para las cuerdas de las 25 secciones de un álabe diseñado a una velocidad específica,  $\lambda = 8$ . Las turbinas de viento modernas usan la fuerza de sustentación derivada de las palas para impulsar el rotor y generar electricidad. Es deseable una alta velocidad de rotación del rotor para reducir la relación de caja de engranajes requerida, por lo que se buscan diseñar rotores con baja solidez (la relación del área de la pala / área de barrido del rotor). Un rotor con baja solidez actúa como un concentrador de energía eficiente y, como resultado, el período de recuperación de energía de una turbina eólica, en un buen sitio, es inferior a 1 año, es decir, la energía utilizada para fabricar e instalar una turbina de viento se recupera dentro de su primer año de operación.

La solidez del aspa se define como el área total del aspa dividida por el área del disco del rotor y es un parámetro principal para determinar el rendimiento del rotor, la solidez fue calculada para cada sección del aspa usando la ecuación (2.79):

$$\sigma' = \frac{Bc}{2\pi r}$$

La fuerza sobre el disco actuador, causada por la caída de presión, como fue explicado en la teoría de momento lineal, se le conoce como empuje,  $T$ , el cual también puede ser representado como un coeficiente adimensional, ecuación (2.28), para un rotor ideal el coeficiente de empuje,  $C_T$ , tiene un valor máximo de 1 cuando  $a = 0.5$  y la velocidad corriente abajo es cero.

Pero cuando la potencia de salida esta al máximo ( $a = 1/3$ ),  $C_T$  tiene un valor de 8/9. En la Fig. 2.29 se muestra una gráfica de la potencia y el coeficiente de empuje para una turbina de viento ideal.



**Fig. 2.29.** Gráficas de la potencia y el coeficiente de empuje para una turbina de viento ideal. (Manwell, J.F. Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.).

Con la presencia de la estela turbulenta el empuje determinado con la teoría de momento, ya no es válida. En estos casos una solución puede encontrarse al usar las relaciones entre el factor de inducción axial y el coeficiente de empuje en conjunto con la teoría de elemento de pala. La relación fue propuesta por Glauert y determinada para el coeficiente de empuje general de un rotor, se puede aplicar de la misma forma en los coeficientes de empuje locales equivalentes para cada sección del aspa. El coeficiente de empuje local,  $C_T$ , se puede definir para cada sección del rotor anular como:

$$C_{T_r} = \frac{dF_N}{\frac{1}{2} \rho U^2 2\pi dr} \quad (2.91)$$

De la ecuación para la fuerza normal de la teoría de elemento de pala, ecuación (2.66), el coeficiente de empuje local es:

$$C_{T_r,i,j} = \frac{\sigma'_i (1 - a_{i,j})^2 (C_{l,i,j} \cos \varphi_{i,j} + C_{d,i,j} \sin \varphi_{i,j})}{(\sin \varphi_{i,j})^2} \quad (2.92)$$

Los valores calculados del coeficiente de empuje por sección para el aspa diseñada con una velocidad específica,  $\lambda = 8$ , se muestran los resultados en la Tabla 2.4.

**Tabla 2.4.** Resultados para el ángulo de pitch,  $\theta_p$ , el ángulo de torsión,  $\theta_T$ , la cuerda,  $c$ , la solidez,  $\sigma'$  y el coeficiente de empuje,  $C_T$ .

$\theta_p$	$\theta_T$	$c$ (m)	$\sigma'$	$C_T$
1.1233	1.1233	0.2503	1.0168	0.3685
0.8023	0.8023	0.2551	0.5180	0.4645
0.6001	0.6001	0.2225	0.3013	0.5108
0.4698	0.4698	0.1900	0.1929	0.5376
0.3809	0.3809	0.1632	0.1325	0.5538
0.3169	0.3169	0.1418	0.0960	0.5642
0.2685	0.2685	0.1249	0.0725	0.5711
0.2305	0.2305	0.1113	0.0565	0.5758
0.1998	0.1998	0.1002	0.0452	0.5792
0.1742	0.1742	0.0911	0.0370	0.5817
0.1525	0.1525	0.0834	0.0308	0.5836
0.1338	0.1338	0.0768	0.0260	0.5851
0.1173	0.1173	0.0712	0.0223	0.5862
0.1027	0.1027	0.0664	0.0193	0.5871
0.0895	0.0895	0.0621	0.0168	0.5878
0.0775	0.0775	0.0584	0.0148	0.5885
0.0665	0.0665	0.0550	0.0131	0.5890
0.0563	0.0563	0.0521	0.0117	0.5894
0.0469	0.0469	0.0494	0.0106	0.5897
0.0380	0.0380	0.0470	0.0095	0.5900
0.0296	0.0296	0.0448	0.0087	0.5903
0.0217	0.0217	0.0428	0.0079	0.5905
0.0141	0.0141	0.0409	0.0072	0.5907
0.0069	0.0069	0.0393	0.0066	0.5909
0.0000	0.0000	0.0377	0.0061	0.5910

La Tabla 2.4, muestra en su primer columna el ángulo de pitch,  $\theta_p$ , que es igual al ángulo de torsión,  $\theta_T$ , que a medida que se acercan a la punta disminuyen de forma gradual. El tamaño de la cuerda,  $c$ , también disminuye formando secciones más pequeñas hasta llegar a la punta del aspa y la solidez también. El coeficiente de empuje,  $C_T$ , aumenta en pequeñas proporciones, con los valores más grandes en la punta del aspa.

## 2.9 Resultados de los Cálculos en Cada Álabes

En los 3 álabes los parámetros de diseño son prácticamente los mismos, solo la velocidad específica cambia en cada diseño. El rango de velocidades seleccionado para los diseños es de  $\lambda = 8, 9, 10$ .

### 2.9.1 Diseño del Primer Álabes

Este primer diseño se cuenta con los diferentes parámetros de diseño, así como de una velocidad específica  $\lambda = 8$ . El álabes consta de una longitud de 2.938 m, es dividido en 25 secciones, de esta forma los ángulos cercanos a la raíz del álabes no tienen un torcimiento muy marcado, favoreciendo al modelo diseñado por computadora no tenga complicaciones.

**Tabla 2.5.** Parámetros de diseño para el álabe 1.

Parámetros de diseño			
Velocidad del aire (U)	12 m/s	Temperatura promedio (T)	25 °C
Densidad del aire ( $\rho$ )	1.28 kg/m <sup>3</sup>	Potencia (P)	30000 W
Número de Raynolds	8.3072×10 <sup>5</sup>	Radio del aspa (r)	2.9385 m
Viscosidad dinámica ( $\mu$ )	1.8490×10 <sup>-5</sup> kg/ms	Velocidad específica ( $\lambda$ )	8

Los cálculos para este diseño se basan en la metodología antes descrita y los diferentes resultados de cada variable se muestran en las siguientes tablas.

**Tabla 2.6.** Tabla con lo valores de radio en cada sección y sus valores de  $\lambda_r$ , factor de inducción  $a'$ , para el álabe 1.

25	r	r/R	$\lambda_{i,r} = \lambda(r_i/R)$	a'
1	0.1175	0.0400	0.3200	2.1701
2	0.2351	0.0800	0.6400	0.5425
3	0.3526	0.1200	0.9600	0.2411
4	0.4702	0.1600	1.2800	0.1356
5	0.5877	0.2000	1.6000	0.0868
6	0.7052	0.2400	1.9200	0.0603
7	0.8228	0.2800	2.2400	0.0443
8	0.9403	0.3200	2.5600	0.0339
9	1.0579	0.3600	2.8800	0.0268
10	1.1754	0.4000	3.2000	0.0217
11	1.2929	0.4400	3.5200	0.0179
12	1.4105	0.4800	3.8400	0.0151
13	1.5280	0.5200	4.1600	0.0128
14	1.6456	0.5600	4.4800	0.0111
15	1.7631	0.6000	4.8000	0.0096
16	1.8806	0.6400	5.1200	0.0085
17	1.9982	0.6800	5.4400	0.0075
18	2.1157	0.7200	5.7600	0.0067
19	2.2333	0.7600	6.0800	0.0060
20	2.3508	0.8000	6.4000	0.0054
21	2.4683	0.8400	6.7200	0.0049
22	2.5859	0.8800	7.0400	0.0045
23	2.7034	0.9200	7.3600	0.0041
24	2.8209	0.9600	7.6800	0.0038
25	2.9385	1.0000	8.0000	0.0035

En la Tabla 2.6 se muestran las variables  $r, r/R, \lambda_r$  y  $a'$  que fueron calculadas para las 25 secciones del álabe 1. En la segunda columna, el radio, r, es el cociente del radio de 2.938 m dividido entre el número de secciones, 25, el resto de los radios son calculados al multiplicar el radio de la primer casilla por cada una de las secciones de la primera columna. La tercera columna, es el cociente de los radios de la columna 1 divididos por el radio total del aspa, 2.938 m. En la cuarta columna, la velocidad específica local,  $\lambda_r$ , aumenta gradualmente en

las diferentes secciones del aspa, hasta llegar a la punta, en donde la velocidad específica alcanza su valor más alto. El factor de inducción radial, quinta columna, tiende a disminuir, debido a que la relación de radios,  $r/R$  y la velocidad específica van aumentando cerca de la punta del aspa.

El ángulo de flujo,  $\phi$ , se forma entre la velocidad relativa del viento y la velocidad angular. La velocidad de viento relativo,  $U_{rel}$ , la velocidad del viento en el rotor,  $U(1 - a)$ , y la velocidad angular del viento,  $r\Omega(1 + a')$ , del primer álabe son calculados y mostrados en la siguiente tabla:

**Tabla 2.7.** Resultados de la velocidad relativa,  $U_{rel}$ , el ángulo de flujo,  $\phi$ , la velocidad angular del viento inducida en el álabe,  $r\Omega(1 + a')$  y la velocidad del viento en el rotor,  $U(1 - a)$  para el álabe 1.

Urel	$\phi$ (ángulo de flujo)	$\phi$ (ángulo de flujo grados)	$r\Omega(1 + a')$	U(1-a)
14.5667	1.1233	64.3590	12.1733	8
14.2949	0.8058	46.1691	11.8467	
16.3837	0.6070	34.7778	14.2978	
19.1904	0.4802	27.5120	17.4433	
22.3477	0.3948	22.6199	20.8667	
25.7055	0.3342	19.1481	24.4289	
29.1882	0.2893	16.5740	28.0705	
32.7537	0.2548	14.5966	31.7617	
36.3765	0.2275	13.0334	35.4859	
40.0407	0.2054	11.7683	39.2333	
43.7355	0.1872	10.7244	42.9976	
47.4536	0.1719	9.8490	46.7744	
51.1900	0.1589	9.1046	50.5610	
54.9408	0.1477	8.4640	54.3552	
58.7032	0.1380	7.9072	58.1556	
62.4752	0.1295	7.4187	61.9608	
66.2550	0.1219	6.9867	65.7702	
70.0413	0.1152	6.6021	69.5830	
73.8333	0.1092	6.2574	73.3986	
77.6300	0.1038	5.9469	77.2167	
81.4308	0.0989	5.6656	81.0368	
85.2351	0.0944	5.4096	84.8588	
89.0424	0.0903	5.1757	88.6823	
92.8525	0.0866	4.9612	92.5072	
96.6649	0.0831	4.7636	96.3333	

En la Tabla 2.7, la velocidad relativa,  $U_{rel}$ , y la velocidad angular del viento,  $r\Omega(1 + a')$ , aumentan conforme las secciones se acercan a la punta del aspa, en donde se tienen las velocidades más altas. El ángulo de flujo,  $\phi$ , disminuye a medida que se acerca a la punta del aspa, debido a que la distribución de los ángulos va cambiando a lo largo del aspa. La velocidad del viento en el rotor,  $U(1 - a)$ , se mantiene constante, ya que representa la velocidad de la corriente del viento.

El ángulo de pitch,  $\theta_p$ , el ángulo de torsión,  $\theta_T$ , la cuerda,  $c$  y la solidez,  $\sigma'$ , del primer álabe son calculados y mostrados en la Tabla 2.8.

Las variables de diseño calculadas en las 25 secciones del álabe nos proporcionan la información y datos necesarios para llevar al diseño a un software CAD, en donde es posible construir los segmentos del álabe, unirlos respetando sus respectivas distancias y usar herramientas de modelado para la unión de las secciones.

**Tabla 2.8.** Resultados para el ángulo de pitch,  $\theta_p$ , el ángulo de torsión,  $\theta_T$ , la cuerda,  $c$ , la solidez,  $\sigma'$  y el coeficiente de empuje,  $C_T$  para el álabe 1.

$\theta_p$	$\theta_T$	$c$ (m)	$\sigma'$	$C_T$
1.1233	1.1233	0.2503	1.0168	0.3685
0.8023	0.8023	0.2551	0.5180	0.4645
0.6001	0.6001	0.2225	0.3013	0.5108
0.4698	0.4698	0.1900	0.1929	0.5376
0.3809	0.3809	0.1632	0.1325	0.5538
0.3169	0.3169	0.1418	0.0960	0.5642
0.2685	0.2685	0.1249	0.0725	0.5711
0.2305	0.2305	0.1113	0.0565	0.5758
0.1998	0.1998	0.1002	0.0452	0.5792
0.1742	0.1742	0.0911	0.0370	0.5817
0.1525	0.1525	0.0834	0.0308	0.5836
0.1338	0.1338	0.0768	0.0260	0.5851
0.1173	0.1173	0.0712	0.0223	0.5862
0.1027	0.1027	0.0664	0.0193	0.5871
0.0895	0.0895	0.0621	0.0168	0.5878
0.0775	0.0775	0.0584	0.0148	0.5885
0.0665	0.0665	0.0550	0.0131	0.5890
0.0563	0.0563	0.0521	0.0117	0.5894
0.0469	0.0469	0.0494	0.0106	0.5897
0.0380	0.0380	0.0470	0.0095	0.5900
0.0296	0.0296	0.0448	0.0087	0.5903
0.0217	0.0217	0.0428	0.0079	0.5905
0.0141	0.0141	0.0409	0.0072	0.5907
0.0069	0.0069	0.0393	0.0066	0.5909
0.0000	0.0000	0.0377	0.0061	0.5910

La Tabla 2.8, muestra en su primer columna el ángulo de pitch,  $\theta_p$ , que es igual al ángulo de torsión,  $\theta_T$ , que a medida que se acercan a la punta disminuyen de forma gradual. El tamaño de la cuerda,  $c$ , también disminuye con secciones cada vez más pequeñas al llegar a la punta del aspa, lo cual se ve reflejado en la solidez que también disminuye. El coeficiente de empuje,  $C_T$ , incrementa en pequeñas proporciones, con valores más grandes cerca de la punta del aspa.

## 2.9.2 Diseño del Segundo Álabes

El segundo diseño se tienen los diferentes parámetros de diseño, pero con una velocidad específica  $\lambda = 9$ . Esta variable es la única que cambia en cada uno de los diseños.

**Tabla 2.9.** Parámetros de diseño para el álabes 2.

Parámetros de diseño			
Velocidad del aire (U)	12 m/s	Temperatura promedio (T)	25 °C
Densidad del aire ( $\rho$ )	1.28 kg/m <sup>3</sup>	Potencia (P)	30000 W
Número de Raynolds	8.3072×10 <sup>5</sup>	Radio del aspa (r)	2.9385 m
Viscosidad dinámica ( $\mu$ )	1.8490×10 <sup>-5</sup> kg/ms	Velocidad específica ( $\lambda$ )	9

En la metodología de diseño, el álabes de 2.938m de longitud es dividido en 25 secciones, las primeras variables a calcular son los radios de cada sección usando las ecuaciones de diseño general, posteriormente estos radios son multiplicados por la velocidad específica seleccionada, en este caso dicha velocidad tiene un valor de 9, por lo que los resultados de las variables son diferentes a las del primer álabes. Los parámetros de diseño para este segundo álabes pueden observarse en la Tabla 2.9.

En la Tabla 2.10, se muestran los resultados de los radios en cada sección y los valores obtenidos con la nueva velocidad específica.

**Tabla 2.10.** Tabla con lo valores de radio en cada sección y sus valores de  $\lambda_{i,r}$ , factor de inducción  $a'$ , para el álabes 2.

25	r	r/R	$\lambda_{i,r} = \lambda(r_i/R)$	$a'$
1	0.1175	0.0400	0.3600	1.7147
2	0.2351	0.0800	0.7200	0.4287
3	0.3526	0.1200	1.0800	0.1905
4	0.4702	0.1600	1.4400	0.1072
5	0.5877	0.2000	1.8000	0.0686
6	0.7052	0.2400	2.1600	0.0476
7	0.8228	0.2800	2.5200	0.0350
8	0.9403	0.3200	2.8800	0.0268
9	1.0579	0.3600	3.2400	0.0212
10	1.1754	0.4000	3.6000	0.0171
11	1.2929	0.4400	3.9600	0.0142
12	1.4105	0.4800	4.3200	0.0119
13	1.5280	0.5200	4.6800	0.0101
14	1.6456	0.5600	5.0400	0.0087
15	1.7631	0.6000	5.4000	0.0076
16	1.8806	0.6400	5.7600	0.0067
17	1.9982	0.6800	6.1200	0.0059
18	2.1157	0.7200	6.4800	0.0053
19	2.2333	0.7600	6.8400	0.0047
20	2.3508	0.8000	7.2000	0.0043
21	2.4683	0.8400	7.5600	0.0039
22	2.5859	0.8800	7.9200	0.0035
23	2.7034	0.9200	8.2800	0.0032
24	2.8209	0.9600	8.6400	0.0030
25	2.9385	1.0000	9.0000	0.0027

En la Tabla 2.10 se muestran las variables  $r, r/R, \lambda_r$  y  $a'$  que fueron calculadas para las 25 secciones del álabe 2. En la segunda columna, el radio,  $r$ , es el cociente del radio de 2.938 m dividido entre el número de secciones, 25, el resto de los radios son calculados al multiplicar el radio de la primer casilla por cada una de las secciones de la primera columna. La tercera columna, es el cociente de los radios de la columna 1 divididos por el radio total del aspa, 2.938 m. En la cuarta columna, la velocidad específica local,  $\lambda_r$ , aumenta gradualmente en las diferentes secciones del aspa, hasta llegar a la punta, en donde la velocidad específica alcanza su valor más alto. El factor de inducción radial, quinta columna, tiende a disminuir, debido a que la relación de radios,  $r/R$  y la velocidad específica van aumentando cerca de la punta del aspa.

Son calculados para este segundo álabe: el ángulo de flujo,  $\phi$ , el cual se forma entre la velocidad relativa del viento y la velocidad angular, las velocidades de viento relativo,  $U_{rel}$ , la velocidad del viento en el rotor,  $U(1 - a)$ , y la velocidad angular del viento,  $r\Omega(1 + a')$ . Los resultados de estas variables son mostrados en la siguiente Tabla 2.11:

**Tabla 2.11.** Resultados de la velocidad relativa,  $U_{rel}$ , el ángulo de flujo,  $\phi$ , la velocidad angular del viento inducida en el álabe,  $r\Omega(1 + a')$  y la velocidad del viento en el rotor,  $U(1 - a)$  para el álabe 2.

$U_{rel}$	$\phi$ (ángulo de flujo)	$\phi$ (ángulo de flujo grados)	$r\Omega(1 + a')$	$U(1-a)$
14.1962	1.0757	61.6310	11.7274	8
14.7094	0.7470	42.7974	12.3437	
17.3798	0.5530	31.6864	15.4291	
20.7371	0.4336	24.8424	19.1319	
24.4286	0.3547	20.3231	23.0815	
28.3085	0.2994	17.1524	27.1546	
32.3044	0.2586	14.8181	31.2982	
36.3765	0.2275	13.0334	35.4859	
40.5010	0.2029	11.6270	39.7030	
44.6631	0.1831	10.4915	43.9407	
48.8529	0.1668	9.5561	48.1934	
53.0638	0.1531	8.7727	52.4573	
57.2911	0.1415	8.1072	56.7298	
61.5314	0.1315	7.5351	61.0091	
65.7821	0.1228	7.0379	65.2938	
70.0413	0.1152	6.6021	69.5830	
74.3076	0.1085	6.2169	73.8757	
78.5798	0.1025	5.8740	78.1715	
82.8570	0.0972	5.5668	82.4699	
87.1384	0.0923	5.2901	86.7704	
91.4234	0.0880	5.0395	91.0727	
95.7116	0.0840	4.8115	95.3767	
100.0026	0.0803	4.6033	99.6821	
104.2959	0.0770	4.4122	103.9886	
108.5914	0.0739	4.2364	108.2963	

En la Tabla 2.11, la velocidad relativa,  $U_{rel}$ , y la velocidad angular del viento,  $r\Omega(1 + a')$ , aumentan conforme las secciones se acercan a la punta del aspa, en donde se tienen las velocidades más altas. El ángulo de flujo,  $\varphi$ , disminuye a medida que se acerca a la punta del aspa, debido a que la distribución de los ángulos va cambiando a lo largo del aspa. La velocidad del viento en el rotor,  $U(1 - a)$ , se mantiene constante, ya que representa la velocidad de la corriente del viento.

El ángulo de pitch,  $\theta_p$ , el ángulo de torsión,  $\theta_T$ , la cuerda,  $c$  y la solidez,  $\sigma'$ , del segundo álabe son calculados y mostrados en la Tabla 2.12.

En los resultados de la Tabla 2.12 puede observarse que los valores para la cuerda del perfil cambian, disminuyen su valor en cierto grado, lo cual indica que el aspa se hace más esbelta conforme su velocidad específica aumenta. Otra variable en la que se puede notar un cambio es en la solidez,  $\sigma'$ , la cual disminuye gradualmente sin ser un cambio muy significativo, pero que es importante mencionar para respaldar las diferencias observadas entre los diferentes diseños de cada aspa.

**Tabla 2.12.** Resultados para el ángulo de pitch,  $\theta_p$ , el ángulo de torsión,  $\theta_T$ , la cuerda,  $c$ , la solidez,  $\sigma'$  y el coeficiente de empuje,  $C_T$  para el álabe 2.

$\theta_p$	$\theta_T$	$c$ (m)	$\sigma'$	$C_T$
1.0757	1.0757	0.2283	0.9274	0.3865
0.7439	0.7439	0.2203	0.4475	0.4787
0.5469	0.5469	0.1865	0.2525	0.5225
0.4243	0.4243	0.1563	0.1587	0.5467
0.3424	0.3424	0.1327	0.1078	0.5608
0.2840	0.2840	0.1145	0.0775	0.5696
0.2401	0.2401	0.1003	0.0582	0.5753
0.2059	0.2059	0.0891	0.0452	0.5792
0.1783	0.1783	0.0800	0.0361	0.5820
0.1554	0.1554	0.0726	0.0295	0.5840
0.1360	0.1360	0.0663	0.0245	0.5855
0.1192	0.1192	0.0611	0.0207	0.5867
0.1045	0.1045	0.0566	0.0177	0.5876
0.0915	0.0915	0.0527	0.0153	0.5883
0.0797	0.0797	0.0493	0.0133	0.5889
0.0690	0.0690	0.0463	0.0117	0.5894
0.0592	0.0592	0.0436	0.0104	0.5898
0.0501	0.0501	0.0412	0.0093	0.5901
0.0417	0.0417	0.0391	0.0084	0.5904
0.0338	0.0338	0.0372	0.0076	0.5906
0.0263	0.0263	0.0354	0.0069	0.5908
0.0193	0.0193	0.0339	0.0063	0.5910
0.0126	0.0126	0.0324	0.0057	0.5912
0.0061	0.0061	0.0311	0.0053	0.5913
0.0000	0.0000	0.0298	0.0048	0.5914

La Tabla 2.8, muestra en su primer columna el ángulo de pitch,  $\theta_p$ , que es igual al ángulo de torsión,  $\theta_T$ , que a medida que se acercan a la punta disminuyen de forma gradual. El tamaño de la cuerda,  $c$ , también disminuye con secciones cada vez más pequeñas al llegar a la punta del aspa, lo cual se ve reflejado en la solidez que también disminuye. El coeficiente de empuje,  $C_T$ , incrementa en pequeñas proporciones, con valores más grandes cerca de la punta del aspa.

### 2.9.3 Diseño del Tercer Álabe

El tercer diseño cuenta con los diferentes parámetros de diseño que se muestran en la Tabla 2.13, el único parámetro que cambia es la velocidad específica  $\lambda = 10$ .

En este último diseño se calculan nuevamente las variables de diseño con ayuda de las respectivas relaciones y ecuaciones presentadas al inicio de este capítulo.

**Tabla 2.13.** Parámetros de diseño para el álabe 3.

Parámetros de diseño			
Velocidad del aire (U)	12 m/s	Temperatura promedio (T)	25 °C
Densidad del aire ( $\rho$ )	1.28 kg/m <sup>3</sup>	Potencia (P)	30000 W
Número de Raynolds	8.3072×10 <sup>5</sup>	Radio del aspa (r)	2.9385 m
Viscosidad dinámica ( $\mu$ )	1.8490×10 <sup>-5</sup> kg/ms	Velocidad específica ( $\lambda$ )	10

El álabe es dividido en 25 secciones, las primeras variables a calcular son los radios de cada sección usando las ecuaciones de diseño general, posteriormente estos radios son multiplicados por la velocidad específica seleccionada, en este caso dicha velocidad tiene un valor de 10, siendo este el valor máximo para turbinas de viento que generan energía eléctrica.

Los resultados de las variables son diferentes a las del primer y segundo álabe. Los resultados de diseño para este tercer álabe pueden observarse en las siguientes tablas. En la Tabla 2.14, se muestran los resultados de los radios en cada sección y los valores obtenidos con la nueva velocidad específica.

**Tabla 2.14.** Tabla con los valores de radio en cada sección y sus valores de  $\lambda_r$ , factor de inducción  $a'$ , para el álabe 3.

25	r	r/R	$\lambda_{i,r} = \lambda(r_i/R)$	a'
1	0.1175	0.0400	0.4000	1.3889
2	0.2351	0.0800	0.8000	0.3472
3	0.3526	0.1200	1.2000	0.1543
4	0.4702	0.1600	1.6000	0.0868
5	0.5877	0.2000	2.0000	0.0556
6	0.7052	0.2400	2.4000	0.0386
7	0.8228	0.2800	2.8000	0.0283
8	0.9403	0.3200	3.2000	0.0217
9	1.0579	0.3600	3.6000	0.0171
10	1.1754	0.4000	4.0000	0.0139
11	1.2929	0.4400	4.4000	0.0115
12	1.4105	0.4800	4.8000	0.0096
13	1.5280	0.5200	5.2000	0.0082
14	1.6456	0.5600	5.6000	0.0071
15	1.7631	0.6000	6.0000	0.0062
16	1.8806	0.6400	6.4000	0.0054
17	1.9982	0.6800	6.8000	0.0048
18	2.1157	0.7200	7.2000	0.0043
19	2.2333	0.7600	7.6000	0.0038
20	2.3508	0.8000	8.0000	0.0035
21	2.4683	0.8400	8.4000	0.0031
22	2.5859	0.8800	8.8000	0.0029
23	2.7034	0.9200	9.2000	0.0026
24	2.8209	0.9600	9.6000	0.0024
25	2.9385	1.0000	10.0000	0.0022

En la Tabla 2.14 se muestran las variables  $r, r/R, \lambda_r$  y  $a'$  que fueron calculadas para las 25 secciones del álabe 3. En la segunda columna, el radio,  $r$ , es el cociente del radio de 2.938 m dividido entre el número de secciones, 25, el resto de los radios son calculados al multiplicar el radio de la primera casilla por cada una de las secciones de la primera columna. La tercera columna, es el cociente de los radios de la columna 1 divididos por el radio total del aspa, 2.938 m. En la cuarta columna, la velocidad específica local,  $\lambda_r$ , aumenta gradualmente en las diferentes secciones del aspa, hasta llegar a la punta, en donde la velocidad específica

Son calculados para este tercer álabe: el ángulo de flujo,  $\varphi$ , el cual se forma entre la velocidad relativa del viento y la velocidad angular. También son calculadas velocidades de viento relativo,  $U_{rel}$ , la velocidad del viento en el rotor,  $U(1 - a)$  y la velocidad angular del viento,  $r\Omega(1 + a')$ . Los resultados de estas variables son mostradas en la siguiente Tabla 2.15:

**Tabla 2.15.** Resultados de la velocidad relativa,  $U_{rel}$ , el ángulo de flujo,  $\phi$ , la velocidad angular del viento inducida en el álabe,  $r\Omega(1 + a')$  y la velocidad del viento en el rotor,  $U(1 - a)$  para el álabe 3.

Urel	$\phi$ (ángulo de flujo)	$\phi$ (ángulo de flujo grados)	$r\Omega(1 + a')$	U(1-a)
13.9816	1.0304	59.0362	11.4667	8
15.2076	0.6947	39.8056	12.9333	
18.4472	0.5071	29.0546	16.6222	
22.3477	0.3948	22.6199	20.8667	
26.5665	0.3218	18.4349	25.3333	
30.9625	0.2709	15.5241	29.9111	
35.4664	0.2337	13.3925	34.5524	
40.0407	0.2054	11.7683	39.2333	
44.6631	0.1831	10.4915	43.9407	
49.3198	0.1651	9.4623	48.6667	
54.0019	0.1504	8.6156	53.4061	
58.7032	0.1380	7.9072	58.1556	
63.4194	0.1275	7.3058	62.9128	
68.1474	0.1185	6.7890	67.6762	
72.8848	0.1107	6.3402	72.4444	
77.6300	0.1038	5.9469	77.2167	
82.3815	0.0977	5.5993	81.9922	
87.1384	0.0923	5.2901	86.7704	
91.8997	0.0875	5.0131	91.5509	
96.6649	0.0831	4.7636	96.3333	
101.4334	0.0792	4.5378	101.1175	
106.2048	0.0756	4.3323	105.9030	
110.9786	0.0723	4.1446	110.6899	
115.7546	0.0693	3.9725	115.4778	
120.5324	0.0666	3.8141	120.2667	

En la Tabla 2.15, la velocidad relativa,  $U_{rel}$ , y la velocidad angular del viento,  $r\Omega(1 + a')$ , aumentan conforme las secciones se acercan a la punta del aspa, en donde se tienen las velocidades más altas. El ángulo de flujo,  $\phi$ , disminuye a medida que se acerca a la punta del aspa, debido a que la distribución de los ángulos va cambiando a lo largo del aspa. La velocidad del viento en el rotor,  $U(1 - a)$ , se mantiene constante, ya que representa la velocidad de la corriente del viento.

El ángulo de pitch,  $\theta_p$ , el ángulo de torsión,  $\theta_T$ , la cuerda,  $c$  y la solidez,  $\sigma'$ , del tercer álabe son calculados y mostrados en la Tabla 2.16.

Entre las variables de diseño la velocidad específica a tres niveles diferentes muestra como se ve afectada la cuerda del perfil aerodinámico y consecuentemente el peso del álabe. Esto se debe a que las velocidades específicas más bajas afectan el tamaño de la cuerda de los álabes, entre más anchos sean los álabes de un aerogenerador estos captan mayor energía del viento, caso contrario en las velocidades específicas altas en los que se tienen álabes más delgadas debido a las grandes velocidades a las cuales se ven sometidos los aerogeneradores.

**Tabla 2.16.** Resultados para el ángulo de pitch,  $\theta_p$ , el ángulo de torsión,  $\theta_T$ , la cuerda,  $c$ , la solidez,  $\sigma'$  y el coeficiente de empuje,  $C_T$  para el álabe 1.

$\theta_p$	$\theta_T$	$c$ (m)	$\sigma'$	$C_T$
1.0304	1.0304	0.2086	0.8475	0.4020
0.6920	0.6920	0.1918	0.3896	0.4910
0.5016	0.5016	0.1581	0.2141	0.5321
0.3865	0.3865	0.1305	0.1325	0.5538
0.3107	0.3107	0.1098	0.0892	0.5662
0.2571	0.2571	0.0942	0.0638	0.5737
0.2171	0.2171	0.0822	0.0477	0.5785
0.1860	0.1860	0.0728	0.0370	0.5817
0.1609	0.1609	0.0653	0.0295	0.5840
0.1402	0.1402	0.0591	0.0240	0.5857
0.1226	0.1226	0.0540	0.0199	0.5869
0.1075	0.1075	0.0497	0.0168	0.5878
0.0942	0.0942	0.0460	0.0144	0.5886
0.0824	0.0824	0.0428	0.0124	0.5892
0.0718	0.0718	0.0400	0.0108	0.5897
0.0622	0.0622	0.0376	0.0095	0.5900
0.0533	0.0533	0.0354	0.0085	0.5904
0.0452	0.0452	0.0335	0.0076	0.5906
0.0376	0.0376	0.0317	0.0068	0.5909
0.0304	0.0304	0.0302	0.0061	0.5910
0.0237	0.0237	0.0288	0.0056	0.5912
0.0174	0.0174	0.0275	0.0051	0.5914
0.0113	0.0113	0.0263	0.0046	0.5915
0.0055	0.0055	0.0252	0.0043	0.5916
0.0000	0.0000	0.0242	0.0039	0.5917

La Tabla 2.16, muestra en su primer columna el ángulo de pitch,  $\theta_p$ , que es igual al ángulo de torsión,  $\theta_T$ , que a medida que se acercan a la punta disminuyen de forma gradual. El tamaño de la cuerda,  $c$ , también disminuye con secciones cada vez más pequeñas al llegar a la punta del aspa, lo cual se ve reflejado en la solidez que también disminuye. El coeficiente de empuje,  $C_T$ , incrementa en pequeñas proporciones, con valores más grandes cerca de la punta del aspa.

## 2.10 Elaboración de los Planos de los Perfiles Aerodinámicos

El diseño de los álabes a diferentes velocidades específicas brindan los datos necesarios para la generación de los planos, pasando así de los datos numéricos previamente calculados al desarrollo de los álabes en 3 dimensiones mediante el uso de un software CAD. Conociendo el valor de la longitud de cada cuerda en los 3 diseños, se puede preparar una tabla de datos para la conversión a coordenadas polares. En la primera columna se tiene una serie de valores de “x” y en la segunda columna se tiene los valores de “y”. Para calcular nuevos valores de

“X” y “Y”, se realizan acabo operaciones entre los valores correspondientes de la cuerda en cada sección.

Las coordenadas polares se calculan usando la siguiente relación:

$$x(r) = X(\cos \varphi) - Y(\sin \varphi) \tag{ 2.93}$$

Las coordenadas para y(r) se calculan con:

$$y(r) = X(\sin \varphi) + Y(\cos \varphi) \tag{ 2.94}$$

En las coordenadas de “Z” se usan las distancias que separan cada sección que conforma a el aspa.

**Tabla 2.17.** Valores numéricos para las coordenadas del perfil aerodinámico.

x	y	Cuerda(m)	Angulo de asentamiento	X	Y	X (r)	Y (r)	Z
1	0	0.2086	59.0362	0.2086	0.0000	0.1073	0.1789	0.1175
0.9963	0.0012			0.2078	0.0002	0.1067	0.1784	0.1175
0.9857	0.0050			0.2056	0.0011	0.1049	0.1769	0.1175
0.9697	0.0116			0.2023	0.0024	0.1020	0.1747	0.1175
0.9493	0.0199			0.1980	0.0042	0.0983	0.1720	0.1175
0.9250	0.0290			0.1930	0.0061	0.0941	0.1686	0.1175
0.8966	0.0380			0.1870	0.0079	0.0894	0.1645	0.1175
0.8636	0.0466			0.1802	0.0097	0.0844	0.1595	0.1175
0.8264	0.0554			0.1724	0.0116	0.0788	0.1538	0.1175
0.7855	0.0642			0.1639	0.0134	0.0728	0.1474	0.1175
0.7415	0.0730			0.1547	0.0152	0.0665	0.1405	0.1175
0.6950	0.0817			0.1450	0.0171	0.0600	0.1331	0.1175
0.6467	0.0902			0.1349	0.0188	0.0533	0.1254	0.1175
0.5971	0.0981			0.1246	0.0205	0.0465	0.1173	0.1175
0.5469	0.1054			0.1141	0.0220	0.0398	0.1092	0.1175
0.4968	0.1118			0.1036	0.0233	0.0333	0.1009	0.1175
0.4474	0.1171			0.0933	0.0244	0.0271	0.0926	0.1175
0.3993	0.1210			0.0833	0.0252	0.0212	0.0844	0.1175
0.3529	0.1232			0.0736	0.0257	0.0159	0.0764	0.1175
0.3090	0.1233			0.0645	0.0257	0.0111	0.0685	0.1175
0.2676	0.1205			0.0558	0.0251	0.0072	0.0608	0.1175
0.2280	0.1148			0.0476	0.0239	0.0039	0.0531	0.1175
0.1903	0.1070			0.0397	0.0223	0.0013	0.0455	0.1175
0.1549	0.0977			0.0323	0.0204	-0.0009	0.0382	0.1175
0.1222	0.0870			0.0255	0.0182	-0.0025	0.0312	0.1175
0.0926	0.0754			0.0193	0.0157	-0.0035	0.0247	0.1175
0.0665	0.0630			0.0139	0.0131	-0.0041	0.0187	0.1175
0.0443	0.0503			0.0092	0.0105	-0.0042	0.0133	0.1175
0.0262	0.0374			0.0055	0.0078	-0.0039	0.0087	0.1175
0.0126	0.0245			0.0026	0.0051	-0.0030	0.0049	0.1175
0.0038	0.0122			0.0008	0.0025	-0.0018	0.0020	0.1175

En Tabla 2.17 se muestran algunos de los valores que son obtenidos, posteriormente estos valores son usados para generar las coordenadas de los puntos que forman al perfil aerodinámico, el cual fue diseñado basándonos en la teoría BEM y los parámetros antes seleccionados. Al ser 25 secciones este procedimiento se tiene que hacer de forma repetida para cada uno de los 3 diseños de álabes. Siendo un total de 75 tablas de coordenadas generadas, las cuales son guardadas con el formato .txt, esto con el objetivo de que el archivo pueda ser reconocido por el software CAD y que este no tenga ningún problema para generar los puntos de los perfiles aerodinámicos en su entorno de trabajo.

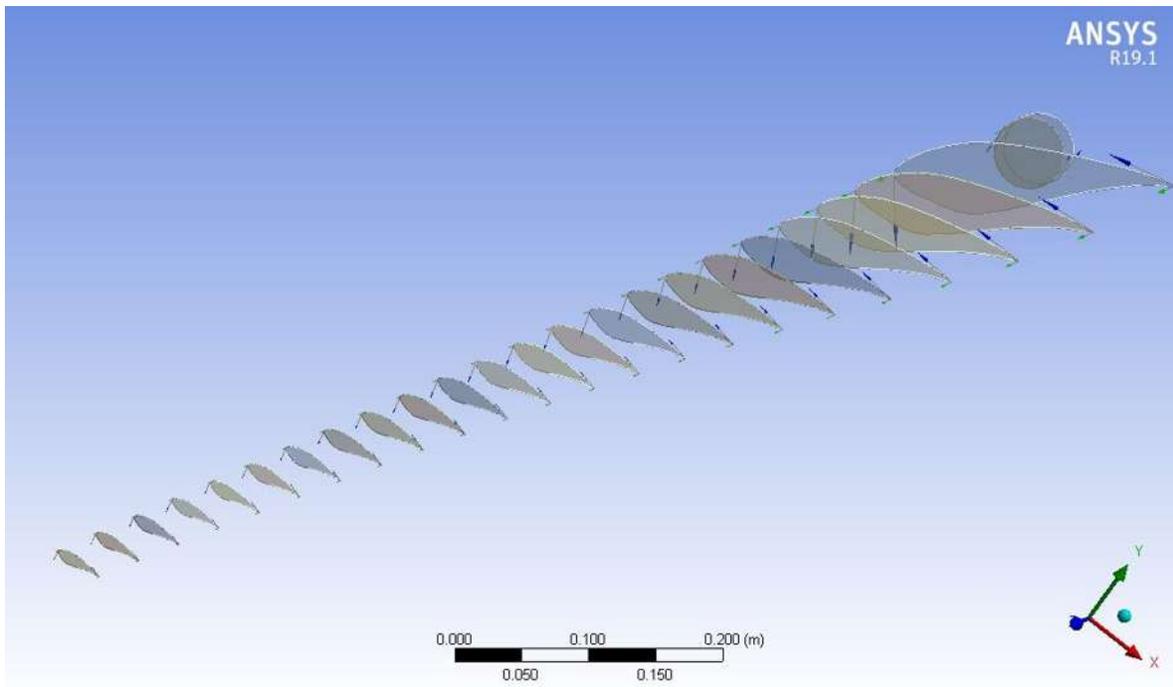
Con los datos generados en las últimas 3 columnas de la Tabla 2.18 se forma una nueva de tabla de coordenadas, la cual lleva un orden como el de las dos primeras columnas, el cual es necesario para que el programa ANSYS reconozca los puntos y los genere en el entorno 3D.

**Tabla 2.18.** Coordenadas de los puntos del perfil aerodinámico

#Group	#Point	#x	#y	#z
1	1	0.1020	0.1747	0.1175
1	2	0.0983	0.1720	0.1175
1	3	0.0941	0.1686	0.1175
1	4	0.0894	0.1645	0.1175
1	5	0.0844	0.1595	0.1175
1	6	0.0788	0.1538	0.1175
1	7	0.0728	0.1474	0.1175
1	8	0.0665	0.1405	0.1175
1	9	0.0600	0.1331	0.1175
1	10	0.0533	0.1254	0.1175
1	11	0.0465	0.1173	0.1175
1	12	0.0398	0.1092	0.1175
1	13	0.0333	0.1009	0.1175
1	14	0.0271	0.0926	0.1175
1	15	0.0212	0.0844	0.1175
1	16	0.0159	0.0764	0.1175
1	17	0.0111	0.0685	0.1175
1	18	0.0072	0.0608	0.1175
1	19	0.0039	0.0531	0.1175
1	20	0.0013	0.0455	0.1175
1	21	-0.0009	0.0382	0.1175
1	22	-0.0025	0.0312	0.1175
1	23	-0.0035	0.0247	0.1175
1	24	-0.0041	0.0187	0.1175
1	25	-0.0042	0.0133	0.1175
1	26	-0.0039	0.0087	0.1175
1	27	-0.0030	0.0049	0.1175
1	28	-0.0018	0.0020	0.1175
1	29	-0.0007	0.0006	0.1175
1	30	-0.0003	0.0002	0.1175

En la Tabla 2.18, se muestra la forma en que son configuradas las coordenadas de los perfiles aerodinámicos y así poder ser exportadas en el programa ANSYS. En la primera columna, se tiene el grupo, en la segunda columna se tienen los puntos, los cuales son ordenados numéricamente. En la tercera columna se encuentran las coordenadas para “x”, en la cuarta columna están las coordenadas para “y” y en la quinta columna los datos para “z”. Cabe mencionar que si esta configuración, para las coordenadas de los perfiles, no es implementada de esta forma en todos los archivos, el programa ANSYS no reconocerá las coordenadas marcando un error en la importación.

La fig. muestra el modelo en 3-D creado con los archivos de las coordenadas importadas en el programa ANSYS.



**Fig. 2.30.** Perfiles aerodinámicos construidos en el programa ANSYS

# ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE LOS DISEÑOS AERODINÁMICOS DE LOS ÁLABES DE LAS TURBINAS DE VIENTO

## 3.1 Sistemas CAD

El diseño asistido por computadora (CAD), por su significado en inglés Computer Aided Design, se ha vuelto una gran necesidad en el campo de la ingeniería permitiendo ejecutar proyectos de una forma más rápida. En la actualidad entre las industrias, el diseño se ha vuelto una competencia muy rigurosa, con diseños cada vez más optimizados y realizados en menos tiempo [34][35]. El diseño asistido por computadora es un sistema computarizado que ayuda a los diseñadores en el diseño, desarrollo y revisión del trabajo. Los diseñadores se ven en la necesidad de crear nuevos productos, modificar productos existentes según los requisitos y hacer mejoras a los diseños para ahorrar en costos de producción y reducción de tiempos de manufactura [36].

Una de las grandes ventajas de los sistemas CAD es la inspección, es decir, la generación de vistas. En la actualidad gracias a estos sistemas, es posible crear modelos 3-D de casi cualquier objeto en el menor tiempo posible [37]. Por ejemplo, los diseñadores pueden crear un modelo 3-D de los componentes de un mecanismo. El mecanismo puede ser arrastrado manualmente para verificar su funcionamiento. Se pueden asignar motores en el mecanismo para simular su funcionamiento bajo condiciones reales [38]. Los sistemas CAD proveen ventajas en la parte de la manufactura, la forma extendida de CAD en la producción o manufactura son los sistemas CAM (Computer-Aided Manufacturing) [40]. Otorgando ventajas en los controles computarizados de máquinas, los cuales se han vuelto una gran necesidad en muchas industrias, ya que las máquinas CNC son usadas por su precisión en la manufactura de piezas complejas, teniendo una gran exactitud en bajas tolerancias.

## 3.2 Calculo de la Masa de los Álabes Utilizando el Software Solid Works

En esta sección se muestra el procedimiento para generar el álabes de una turbina de viento, diseñado en la sección anterior en un modelo CAD 3-D. La construcción del modelo fue realizado en el software SolidWorks, en este programa es posible importar archivos con las coordenadas de los puntos que conforman a un perfil aerodinámico. Cabe mencionar que los álabes diseñados en esta investigación son solidos y no conformados de diferentes capas de material. Esto por practicidad y ahorro de tiempo para este estudio, en el cual se busca principalmente aplicar la metodología de diseño óptimo como prioridad.

### 3.2.1 Generación del Álabes en SolidWorks

En el programa SolidWorks los archivos de los puntos que conforman a los perfiles aerodinámicos de cada álabes son importados. Estos archivos se importan en el programa a través del menú de curvas, al seleccionar la opción de Curva por puntos XYZ, Fig. 3.301. Una nueva ventana con la opción de “examinar” es abierta, figura 3.32, y buscar de esta forma los archivos de los perfiles aerodinámicos que conforman el aspa.

De las 25 secciones generadas para cada álabes, solo se usan 23, esto debido a que las secciones más cercanas a la raíz son eliminadas, con el propósito de tener espacio para los perfiles circulares, los cuales se unen al Hub de la turbina de viento.

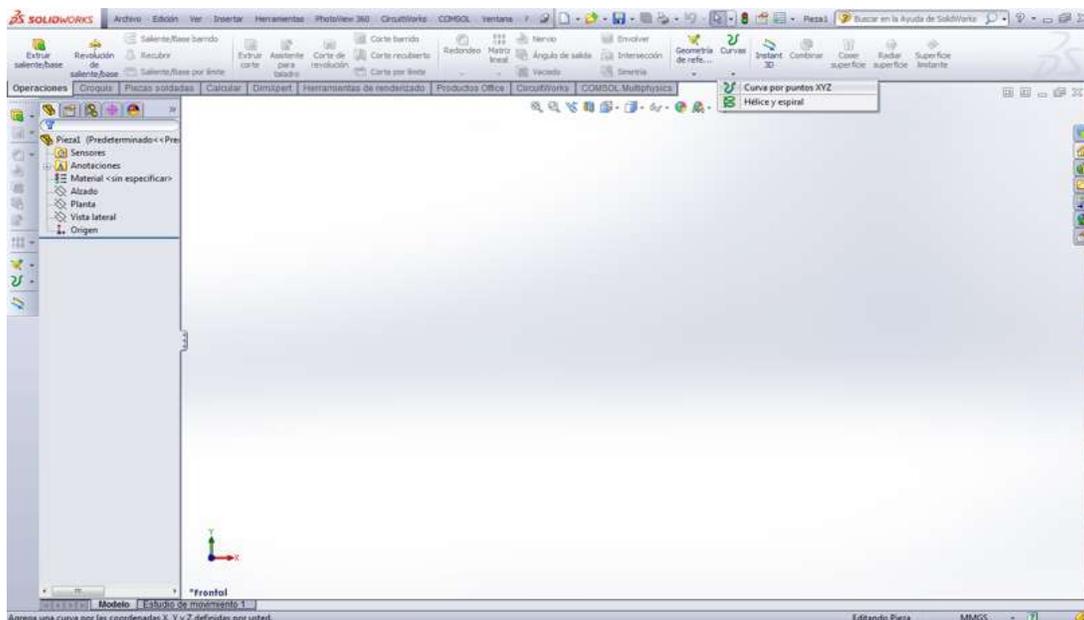
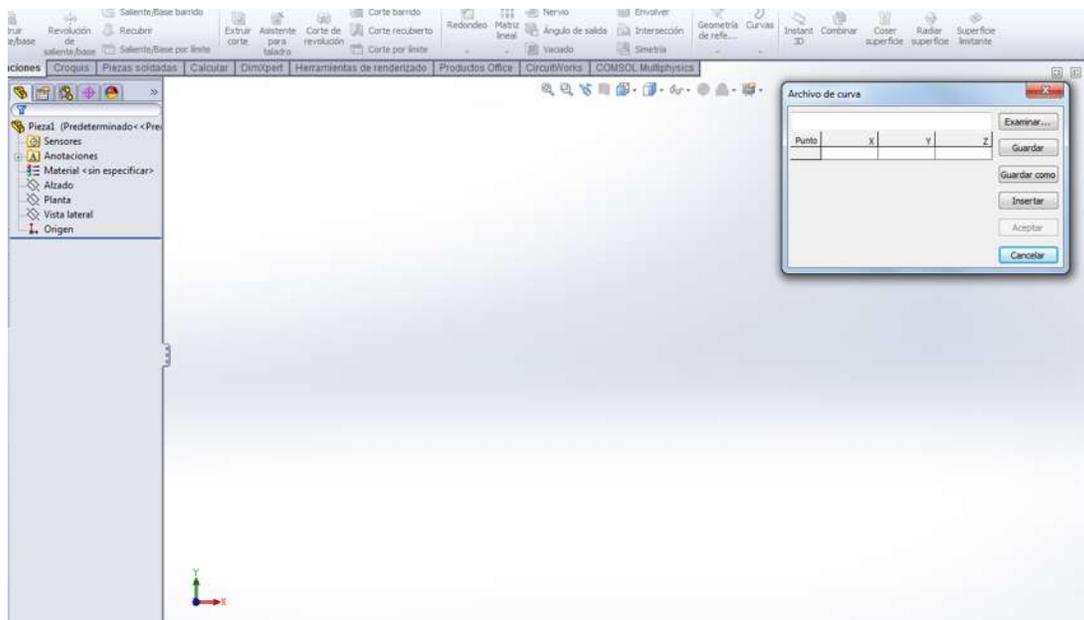
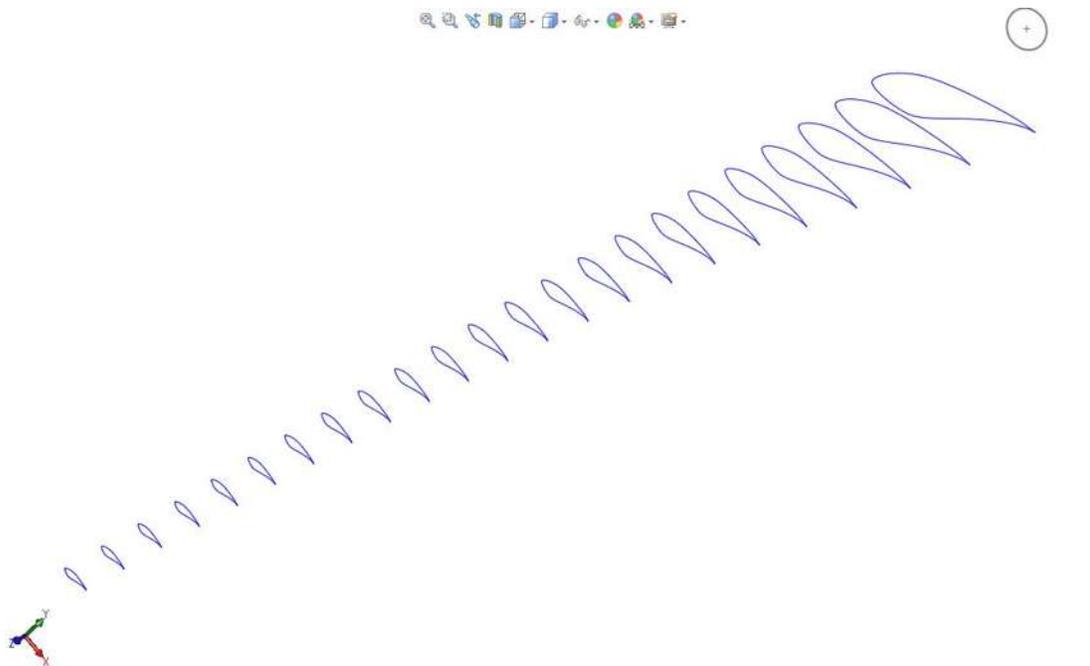


Fig. 3.31. Entorno de trabajo en SolidWorks.



**Fig. 3.32.** Generación de curvas por archivo en SolidWorks.

Los 23 archivos son importados y construidos en el programa CAD, como se muestra en la Fig. 3.33. El estructura del aspa empieza a definirse como una serie de estructuras que serán unidas para dar la forma completa al álabe.



**Fig. 3.33.** Generación de los perfiles aerodinámicos en SolidWorks.

Entre las diferentes herramientas que ofrece el programa SolidWorks, la operación llamada “Recubrir” nos brinda la posibilidad de unir los perfiles entre sí. En la Fig. 3.34 se muestra en el menú del programa la herramienta “Recubrir”.

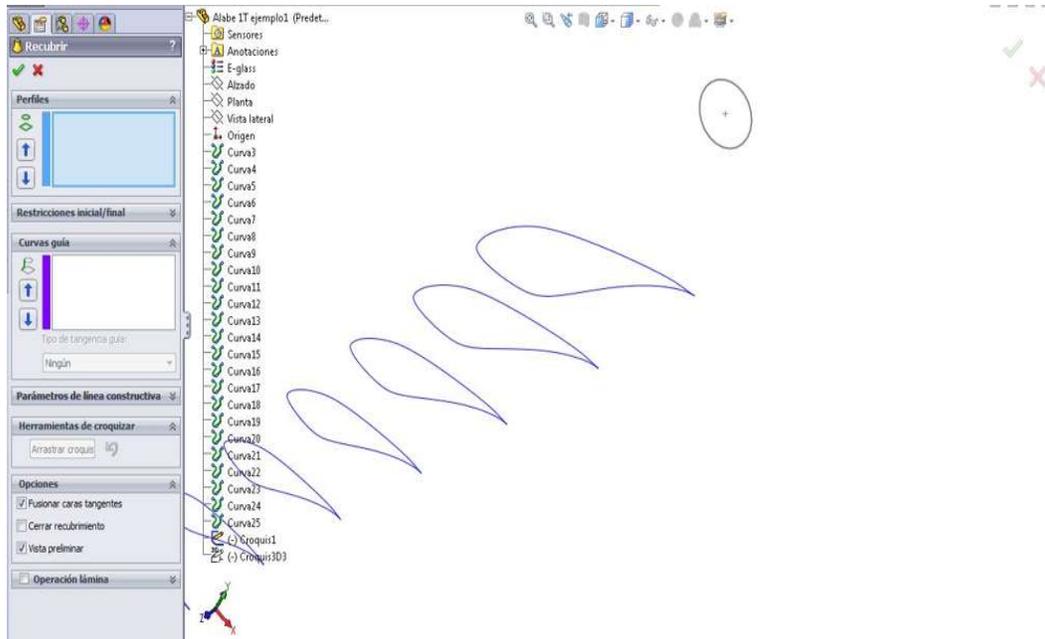


Fig. 3.34. Herramienta recubrir en el sistema CAD en SolidWorks.

Esta operación se implementa sección a sección como se muestra en la Fig. 3.35, en algunas ocasiones la operación puede permitir unir todas las secciones en una misma operación, pero esto dependerá del tamaño de los elementos, entre más pequeñas sean las secciones a unir el trabajo se tornará más complicado para el programa.

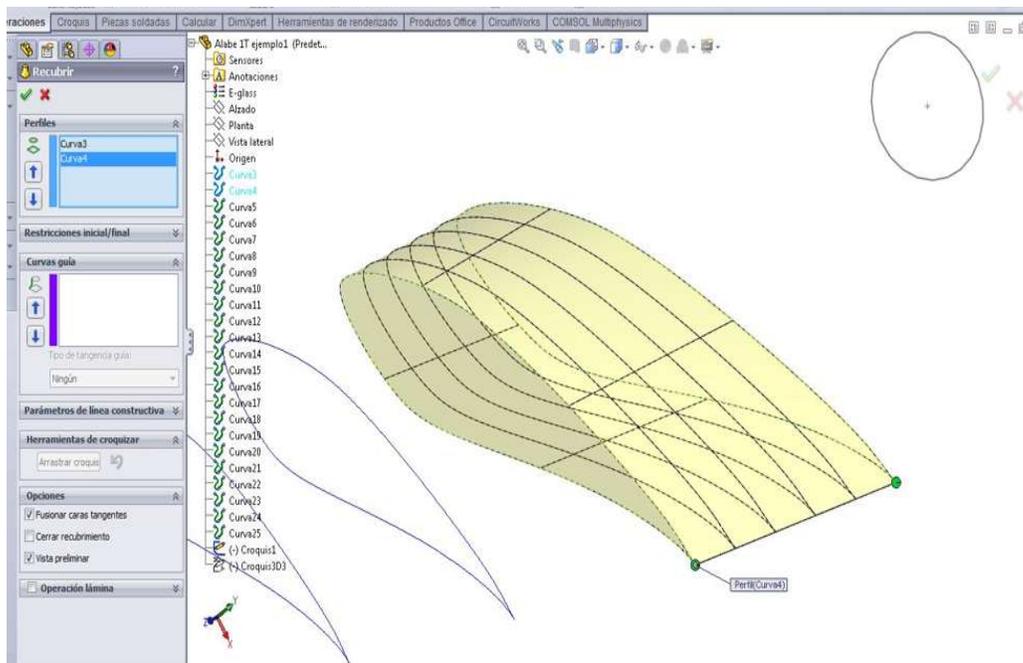
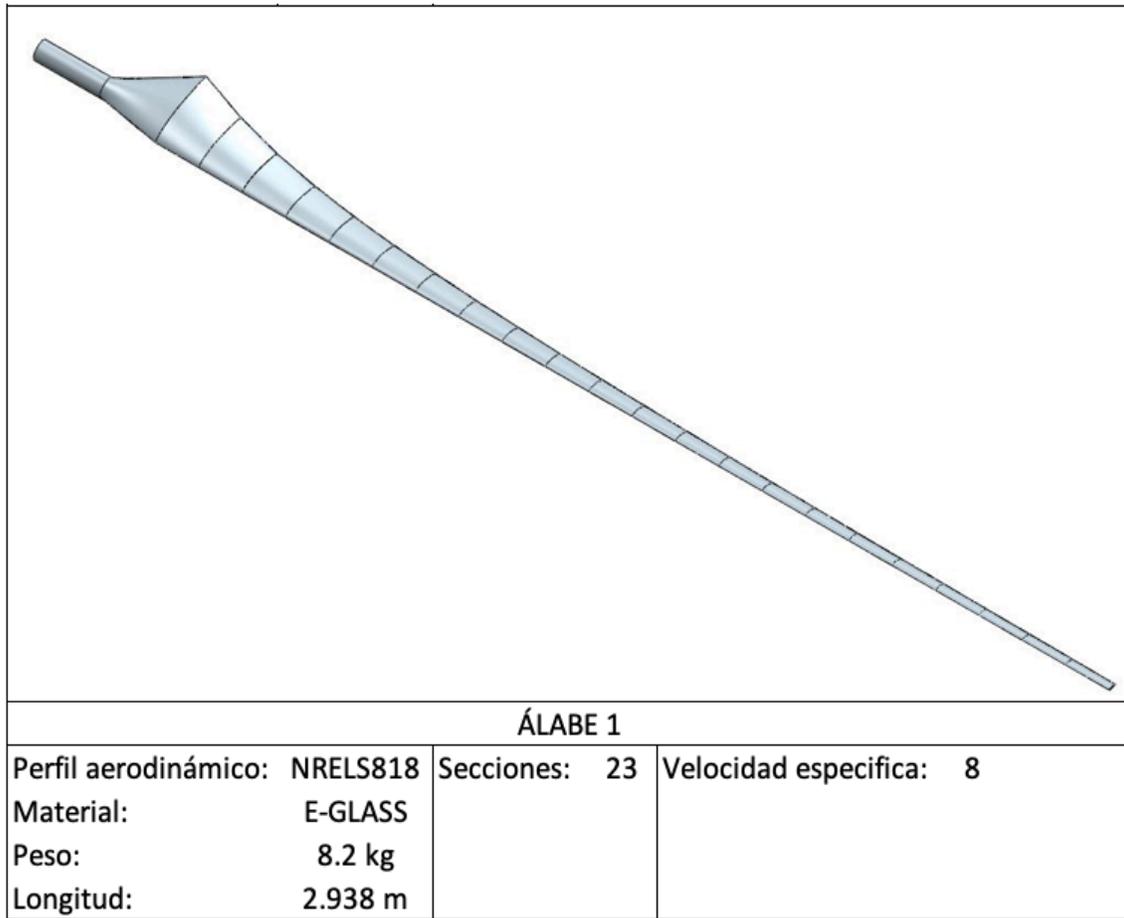


Fig. 3.35. Recubrimiento de los perfiles aerodinámicos en SolidWorks.

El recubrimiento sección a sección de todas las partes que conforman el aspa da como resultado un aspa sólida como se muestra en la Fig. 3.36. El procedimiento que abarca la importación de los archivos que contienen las coordenadas de los perfiles aerodinámicos, así como la operación de recubrir, que es aplicada a los perfiles dentro del programa CAD, es llevado a cabo en cada aspa diseñada. Una vez que los 3 modelos 3-D se encuentran terminados, es posible agregar ciertas características a los diseños. Una de las muchas ventajas que tienen los programas CAD, es contar con librerías de materiales, los cuales pueden ser asignados a los elementos que conforman los diseños. Los avances en la tecnología han tenido gran impacto en el área de energía eólica, por ejemplo, los avances en la tecnología de materiales que han permitido usar materiales más resistentes en el diseño de aspas. El material seleccionado para los 3 diseños de aspas fue Glass-E [52], con una rigidez de 38 Gpa, una resistencia a la tracción de 1800Mpa y una densidad de  $1.87g/cm^3$ . En años recientes las fibras de vidrio para composites han adquirido mayor interés para el uso en turbinas de viento, gracias a sus buenas propiedades como: moderada rigidez, alta resistencia y una moderada densidad. Los 3 álabes diseñados son mostrados en las siguientes figuras, cada uno con sus especificaciones correspondientes.

En la Fig. 3.36 se tiene al álabe 1, el cual fue diseñado con una velocidad específica de 8.



**Fig. 3.36.** Modelo 3-D del álabe 1 construido en SolidWorks.

En la Fig. 3.37 se muestra al álabe 2, el cual fue diseñado a una velocidad específica de 9 y en la Fig. 3.38 se muestra el álabe 3, diseñado a una velocidad específica de 10.

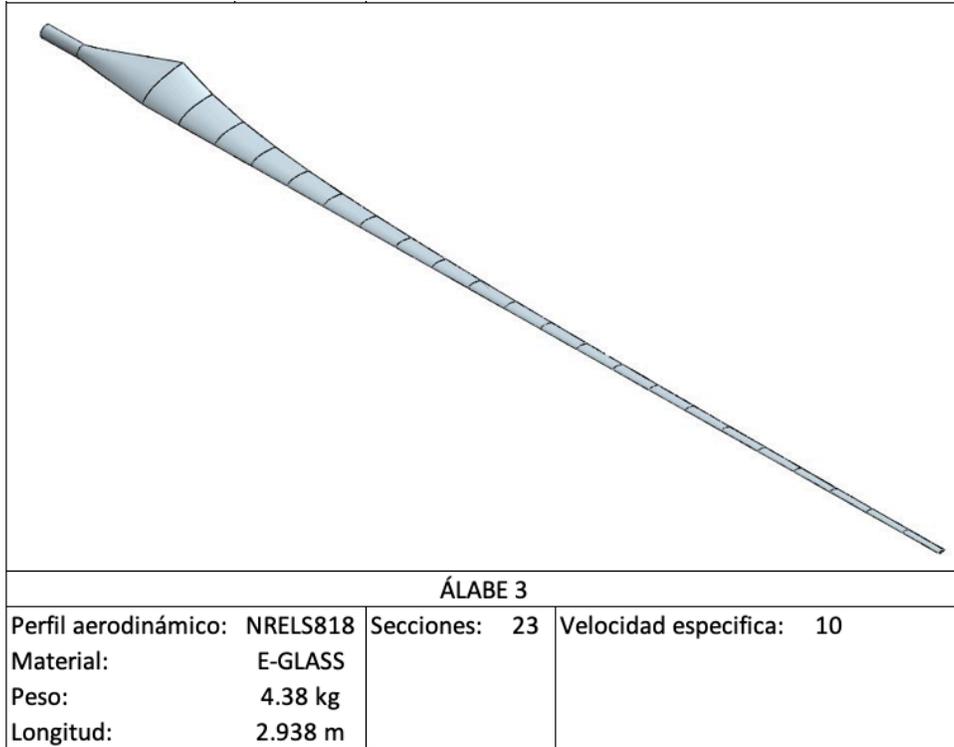


Fig. 3.37. Modelo 3-D del álabes3 construido en SolidWorks.

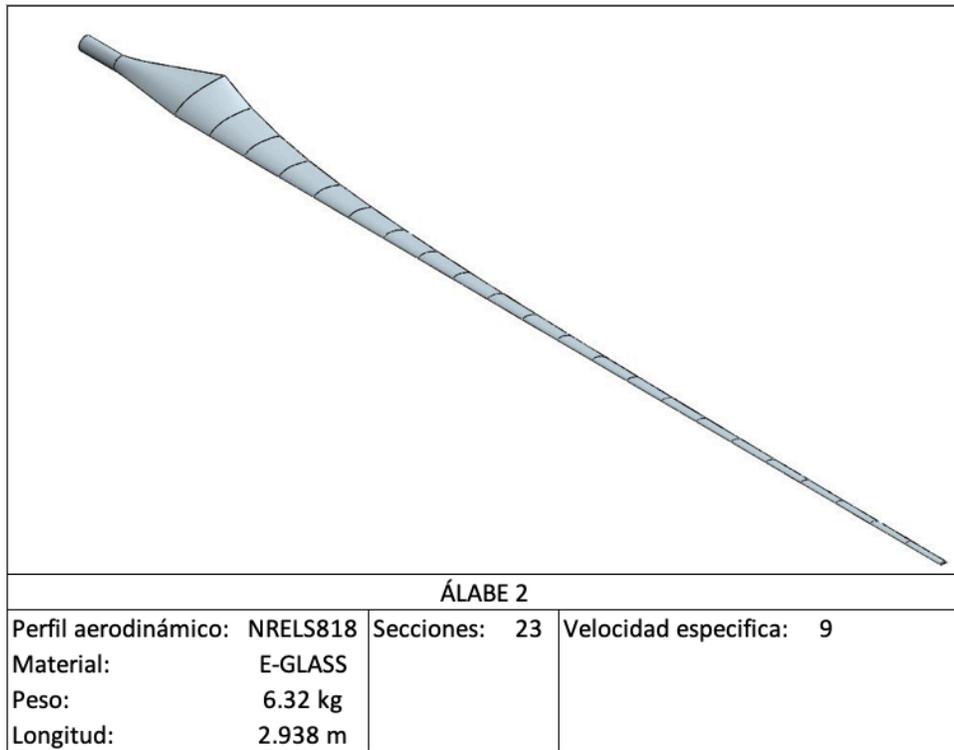


Fig. 3.38. Modelo 3-D del álabes2 construido en SolidWorks.

La masa del álabe 1, Fig. 3.36, pesa 8.23 kg y el álabe 2, Fig. 3.37, pesa 6.32 kg; el álabe 2 pesa 1.91 kg menos que el álabe 1, o es un 23% más ligero. El álabe 3, Fig. 3.38, tiene un peso de 4.38 kg, tiene 1.94 kg menos que el álabe 1 y es 53% más ligero que el álabe 1, es decir que el álabe 1 pesa el doble que el álabe 3.

### **3.3 Método de Elemento Finito**

El Método de Elemento Finito (FEM) se ha convertido en una tecnología clave en el modelado y la simulación de sistemas de ingeniería. En años recientes los sistemas de ingeniería se han vuelto más sofisticados y avanzados, los ingenieros y diseñadores pasan por un exhaustivo proceso de modelado, simulación, visualización, análisis, diseño, creación de prototipos, pruebas y fabricación [39].

#### **3.3.1 Modelado Computacional Mediante el FEM**

El comportamiento de un fenómeno en un sistema depende de la geometría o dominio del mismo, la propiedad del material o medio y las condiciones de límite, inicial y de carga. Para un sistema de ingeniería, la geometría o el dominio pueden ser muy complejos, los límites y las condiciones iniciales también pueden llegar a ser complicados. En general, es muy difícil resolver la ecuación diferencial de gobierno por medio de métodos analíticos. En la práctica, la mayoría de los problemas se resuelven usando métodos numéricos. Entre estos, los métodos de discretización de dominio usados en el método de elemento finito, que son los más populares, debido a su practicidad y versatilidad. El procedimiento de modelado computacional usando el FEM en general se conforma de cuatro pasos:

- Modelado de la geometría.
- Mallado (discretización).
- Especificación de las propiedades del material.
- Especificación de las condiciones de frontera y condiciones de carga.

#### **3.3.2 Modelado de la Geometría**

Las estructuras, componentes o dominios reales son en general muy complejos y deben reducirse a una geometría manejable. Las partes curvas de la geometría y sus límites se pueden modelar utilizando curvas y superficies curvas. Debe tomarse en cuenta que la geometría se encuentra eventualmente representada por una colección de elementos, y las curvas tanto como las superficies se aproximan mediante líneas rectas por partes o superficies planas, si se utilizan elementos lineales. La precisión de la representación de las partes curvas está controlada por el número de elementos utilizados, entre más elementos son usados, la

representación de las partes curvas por bordes rectos será más uniforme y precisa [42]. Pero desafortunadamente, entre más elementos se tengan, más tiempo de cálculo se requiere, debido a las limitaciones en hardware y software computacional, siempre es necesario limitar el número de elementos. Es posible realizar diferentes pruebas con diferentes números de elementos para comprobar el tiempo de consumo de la simulación. Las partes con detalles más finos de la geometría deben refinarse por áreas, pero solo si se requieren resultados muy precisos para esas regiones.

### **3.3.3 Mallado**

El mallado se realiza para discretizar la geometría creada en pequeñas piezas llamadas elementos o celdas. La solución para un problema de ingeniería sería muy compleja y podría variar de una manera muy impredecible usando funciones en todo el dominio del problema. Pero si el dominio del problema se puede dividir (mallar) en pequeños elementos o celdas usando un conjunto de cuadrículas o nodos, la solución dentro de un elemento se puede aproximar muy fácilmente usando funciones simples como polinomios. Las soluciones para todos los elementos forman la solución para todo el dominio del problema [43].

Para llevar a cabo la malla de un elemento se necesitan teorías apropiadas para discretizar las ecuaciones diferenciales gobernantes basadas en los dominios discretizados. La generación de malla es una tarea muy importante del pre-proceso. La triangulación es la forma más flexible y bien establecida para crear mallas con elementos triangulares. Se puede hacer casi completamente automatizado para planos bidimensionales (2D) e incluso espacios tridimensionales (3D), se encuentra comúnmente disponible en la mayoría de los pre-procesadores [44].

### **3.3.4 Propiedad del Material o Medio**

Muchos sistemas de ingeniería están conformados por más de un material. La propiedad de los materiales se puede definir para un grupo de elementos o para cada elemento individual. Para simular diferentes fenómenos, se requieren diferentes conjuntos de propiedades del material. Entre algunas de las propiedades más usadas se encuentra el módulo de Young y el módulo de corte que son necesarios para el análisis de tensiones de sólidos y estructuras, mientras que el coeficiente de conductividad térmica es usado para análisis térmicos.

Ingresar las propiedades de un material en un pre-procesador suele ser sencillo; todo lo que se debe hacer es introducir los datos en las propiedades del material y especificar a qué región de la geometría o qué elementos se aplican los datos. Existen bases de datos de materiales disponibles para elegir, pero en el caso de materiales que no se encuentran generalmente en

las librerías del software, es necesario realizar experimentos para determinar con precisión la propiedad de los nuevos materiales que se utilizarán en el sistema.

### **3.3.5 Condiciones de Frontera y Carga.**

Las condiciones de límite, inicial y de carga tienen un papel decisivo en la resolución de la simulación. La introducción de estas condiciones generalmente se realiza fácilmente mediante pre-procesadores comerciales, y a menudo se interconecta con gráficos. Los usuarios pueden especificar estas condiciones ya sea a la geometría identidades (puntos, líneas o curvas, superficies y sólidos) o con los elementos o cuadrículas.

### **3.3.6 Simulación; Ecuaciones Discretas del Sistema**

Basándose en la malla generada, un conjunto de sistemas de ecuaciones simultáneas pueden ser formuladas usando las aproximaciones existentes. Hay pocos tipos de aproximaciones para establecer las ecuaciones simultáneas. El primero se basa en principios de energía, como el principio de Hamilton, el principio de energía potencial mínima, etc. El método tradicional de elemento finito (FEM) se establece sobre estos principios.

El segundo enfoque es el método residual ponderado, que también se usa a menudo para establecer ecuaciones FEM para muchos problemas físicos. El tercer enfoque se basa en la serie de Taylor, que condujo a formación del método tradicional de diferencias finitas (FDM). El cuarto enfoque se basa en el control de las leyes de conservación en cada volumen finito (elementos) en el dominio. La práctica en ingeniería ha demostrado que los dos primeros enfoques se usan con mayor frecuencia para sólidos y estructuras, y los otros dos enfoques se usan a menudo para la simulación de flujo de fluidos.

### **3.3.7 Solución de Ecuaciones**

Una vez que el modelo computacional es creado, este es alimentado con un solucionador para resolver el sistema discretizado y las ecuaciones simultáneas para las variables de campo en los nodos de la malla. Este es el proceso más exigente para el hardware de la computadora.

Hay dos tipos principales de métodos para resolver ecuaciones simultáneas: métodos directos y métodos iterativos. Los métodos directos utilizados comúnmente incluyen el método de eliminación de Gauss y el método de descomposición LU (del inglés Lower-Upper). Esos métodos funcionan bien para relativamente pequeños sistemas de ecuaciones. Los métodos directos operan en ecuaciones de sistema completamente ensambladas y, por lo tanto, exigen un mayor espacio de almacenamiento.

Los métodos iterativos incluyen el método Gauss-Jacobi, el método Gauss-Deidel, el método SOR, métodos residuales conjugados generalizados, el método de relajación de líneas, etc. Estos métodos funcionan bien para sistemas relativamente más grandes. Los métodos iterativos a menudo se codifican de tal manera que se evite el ensamblaje completo de las matrices del sistema para ahorrar significativamente en el almacenamiento. El rendimiento en términos de la tasa de convergencia de estos métodos suele depender mucho de los problemas. Al usar métodos iterativos, el pre-acondicionamiento juega un papel muy importante en la aceleración del proceso de convergencia.

### **3.3.8 Visualización**

El resultado generado después de resolver la ecuación del sistema suele ser un gran volumen de datos digitales. Los resultados deben visualizarse de tal manera que sea fácil de interpolar, analizar y presentar. La visualización se realiza a través de un denominado post-procesador, la mayoría de estos procesadores permiten al usuario mostrar objetos 3D de muchas maneras prácticas y coloridas en la pantalla [45]. El objeto se puede mostrar en forma de marcos de alambre, grupo de elementos y grupos de nodos. El usuario puede rotar, trasladar, acercar y alejar los objetos. Las variables de campo se pueden trazar en el objeto en forma de contornos, franjas, marcos de alambre y deformaciones. Por lo general, también hay herramientas disponibles para que el usuario produzca iso-superficies o campos vectoriales.

## **3.4 Generación del modelo 3-D de los álabes en ANSYS**

El modelo en 3-D de los álabes en el programa ANSYS [41] es muy similar el procedimiento que se lleva a cabo en el programa de SolidWorks. Siendo ANSYS un programa en donde se pueden simular una gran variedad de pruebas, es necesario hacer algunos ajustes en los planos antes realizados. La punta de los perfiles aerodinámicos de cada álabe debe reducirse, esto debido a que la punta tiene secciones muy reducidas en los extremos, lo cual puede ocasionar dificultades en el proceso de mallado del elemento. Como parte de las modificaciones, los planos formados de cada perfil son divididos en dos secciones, con el fin de que una vez que el modelo 3-D este completo, el programa solo reconozca la superficie y no todo el contorno

al aplicar las fuerzas. En ANSYS se tiene un menú muy amplio de simulaciones, Fig. 3.39, para este caso práctico se selecciona del menú de la parte izquierda “Static Structural”, creando un modulo en el cual se construye el modelo en 3-D y posteriormente se realiza el análisis de elemento finito.

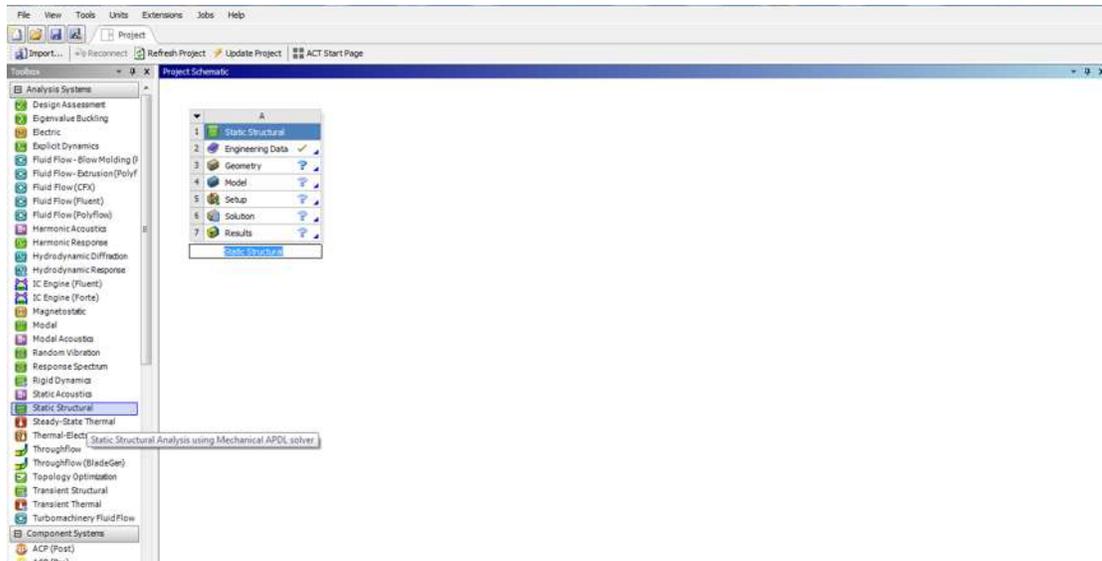


Fig. 3.39. Entorno de trabajo del programa ANSYS.

El modelo en 3-D del álabe se lleva acabo en la sección “Geometry”, a través de “DesignModeler”, en donde la geometría es editada en una nueva ventana del programa, como se muestra en la Fig. 3.40.

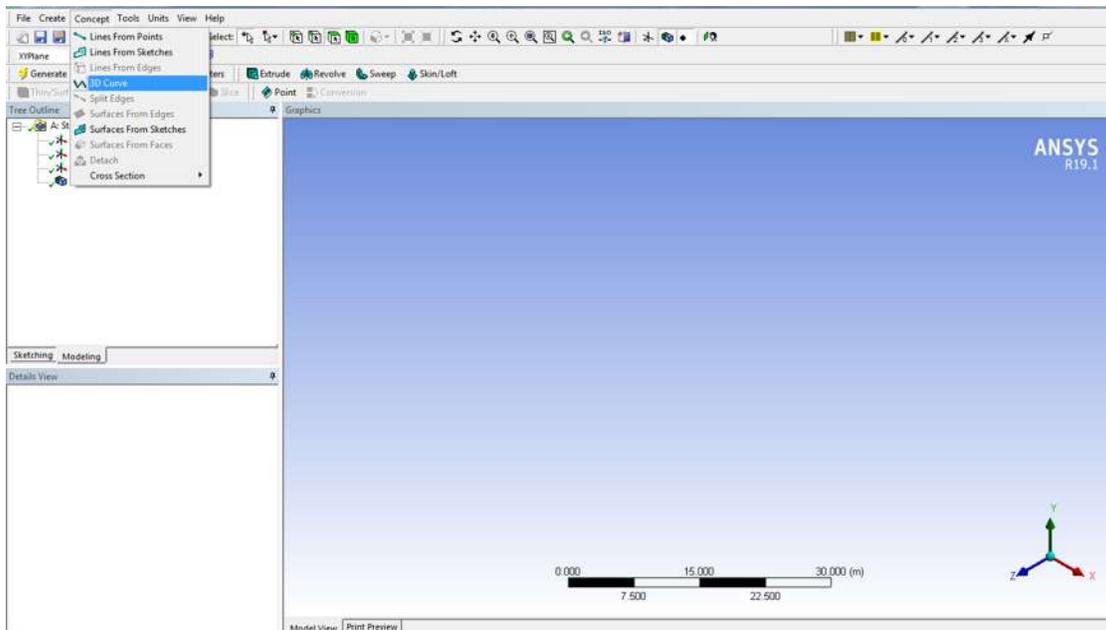


Fig. 3.40. Entorno de trabajo de la geometría en ANSYS.

En el entorno de trabajo que se muestra en la Fig. 3.40, cuenta con diferentes herramientas y funciones que servirán para el desarrollo del álabe. Para importar los planos que contienen las coordenadas de los perfiles aerodinámicos, se selecciona en el menú “Concept” para desplegar una lista de opciones, seleccionando “3D Curve” se abre un pequeño sub-menú en la parte lateral izquierda de la pantalla, Fig. 3.41. Dentro de las opciones seleccionamos “Coordinate Files” que nos permite importar los archivos al espacio de trabajo.

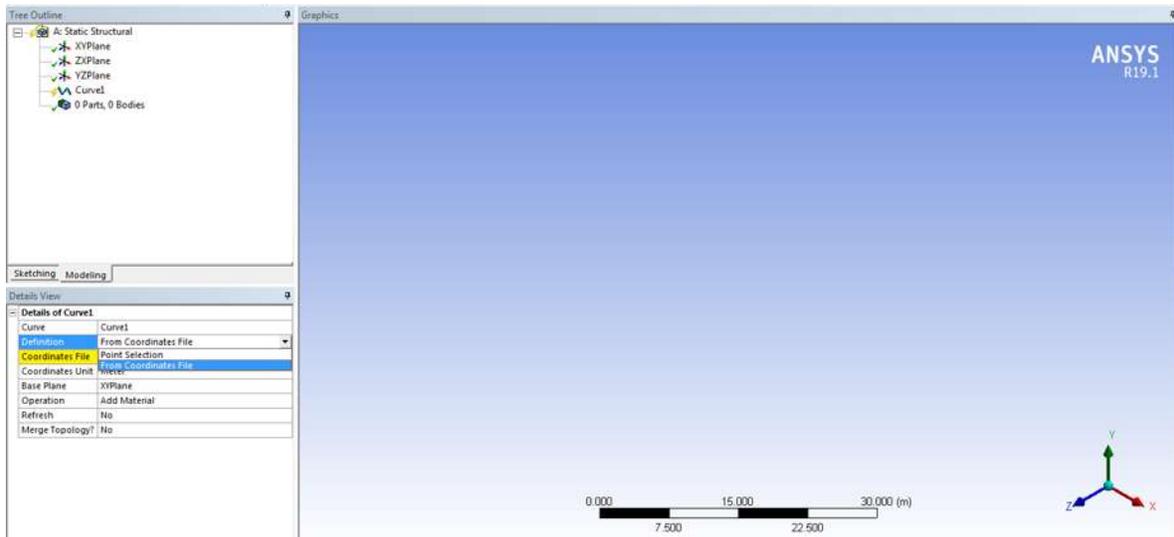


Fig. 3.41. Selección de archivos con coordenadas en ANSYS

Con este comando se van cargando cada uno de los archivos para formar el perfil aerodinámico, Fig. 3.42.

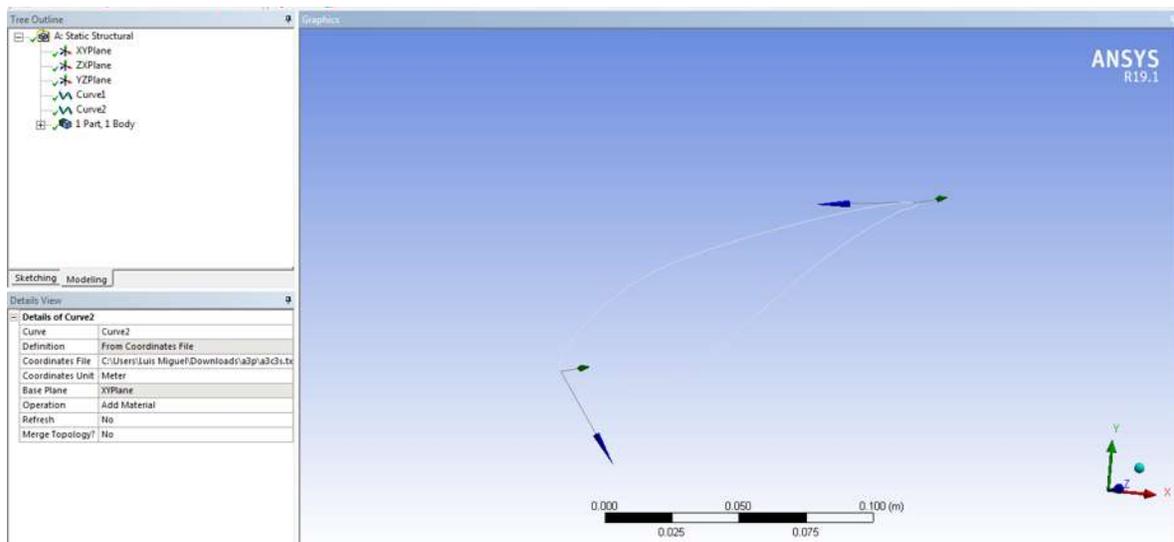
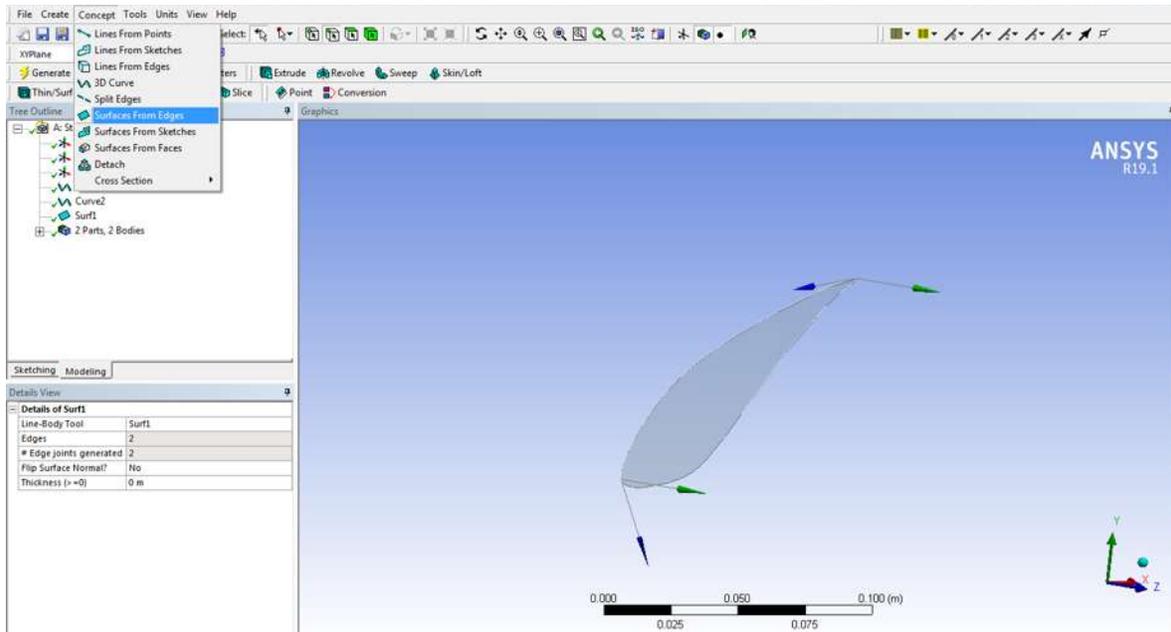


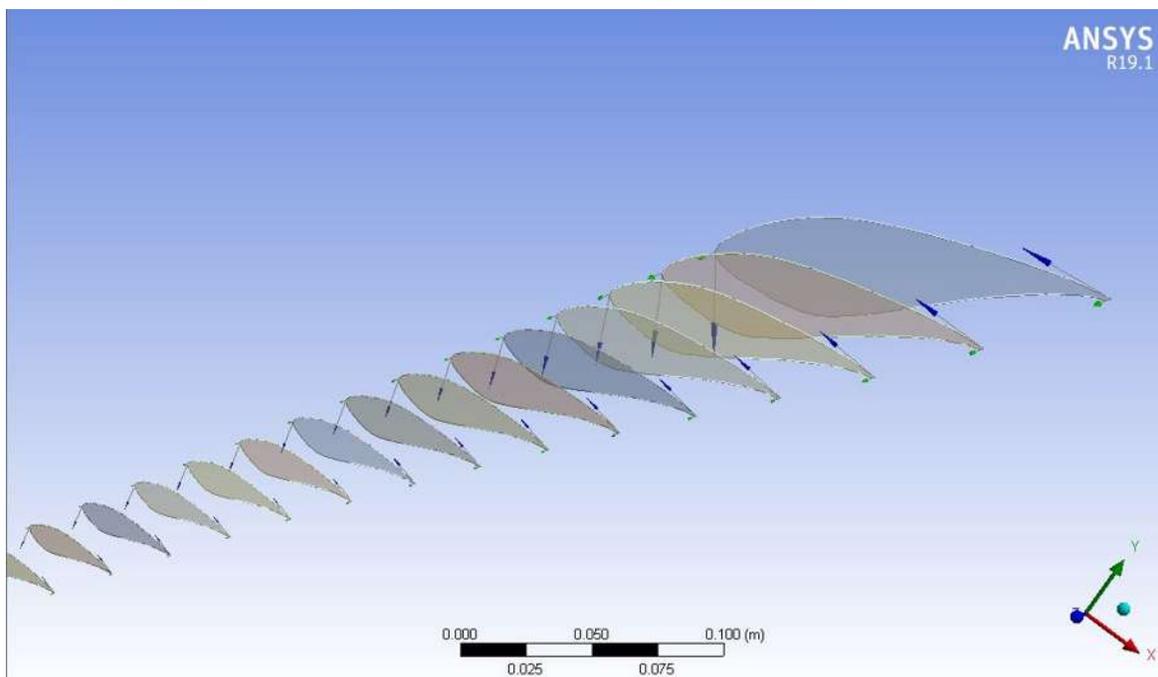
Fig. 3.42. Perfil aerodinámico formado con los archivos en ANSYS

Cada perfil se encuentra conformado por dos curvas, a los cuales se les aplica la operación de superficie o “surf”. En la Fig. 3.43, se muestra el comando que es usado para esta operación, “Surface From Edges”, el cual nos permite agregar una pequeña superficie al perfil aerodinámico.



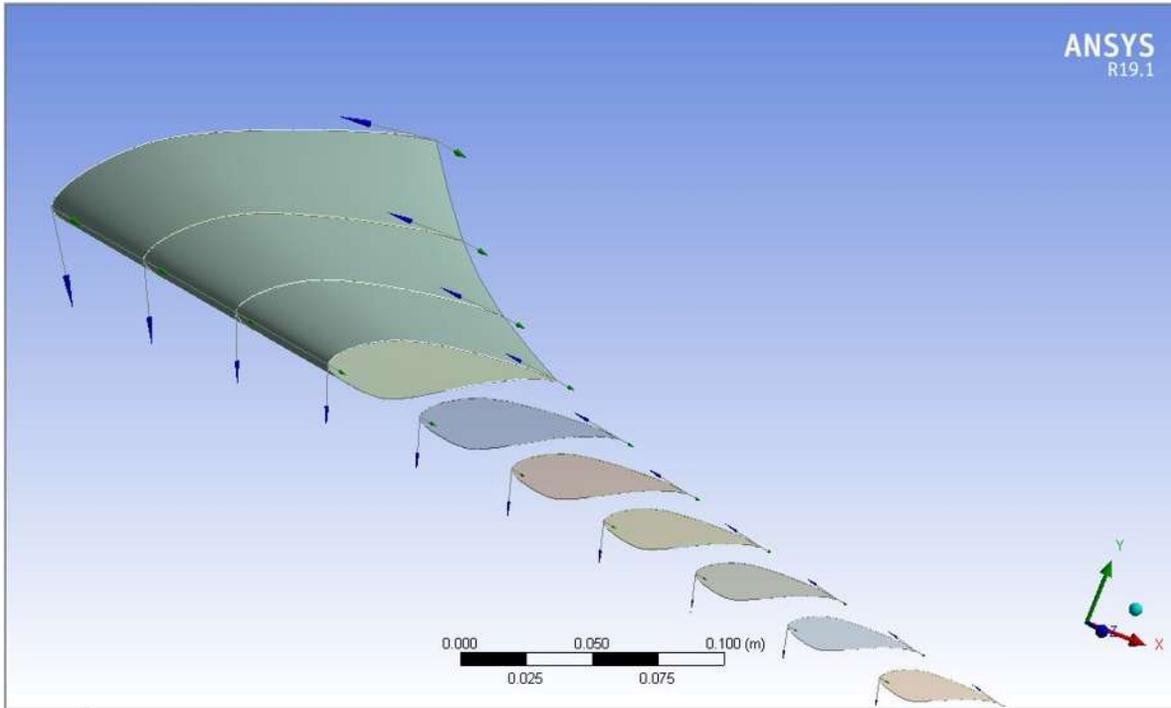
**Fig. 3.43.** Operación Surf aplicada a las curvas del perfil en ANSYS

El procedimiento con el comando “Surf”, se realiza en las 23 secciones de los perfiles aerodinámicos en el entorno de trabajo, Fig. 3.44.



**Fig. 3.44.** Operación Surf aplicada a las curvas de todos los perfiles en ANSYS.

Los perfiles aerodinámicos conforman la estructura interna del álabe, con ayuda de la herramienta “Skin/Loft” se unen todos los segmentos, como se muestra en la Fig. 3.45, esta herramienta permite darle una forma mejor definida al modelo en 3-D.

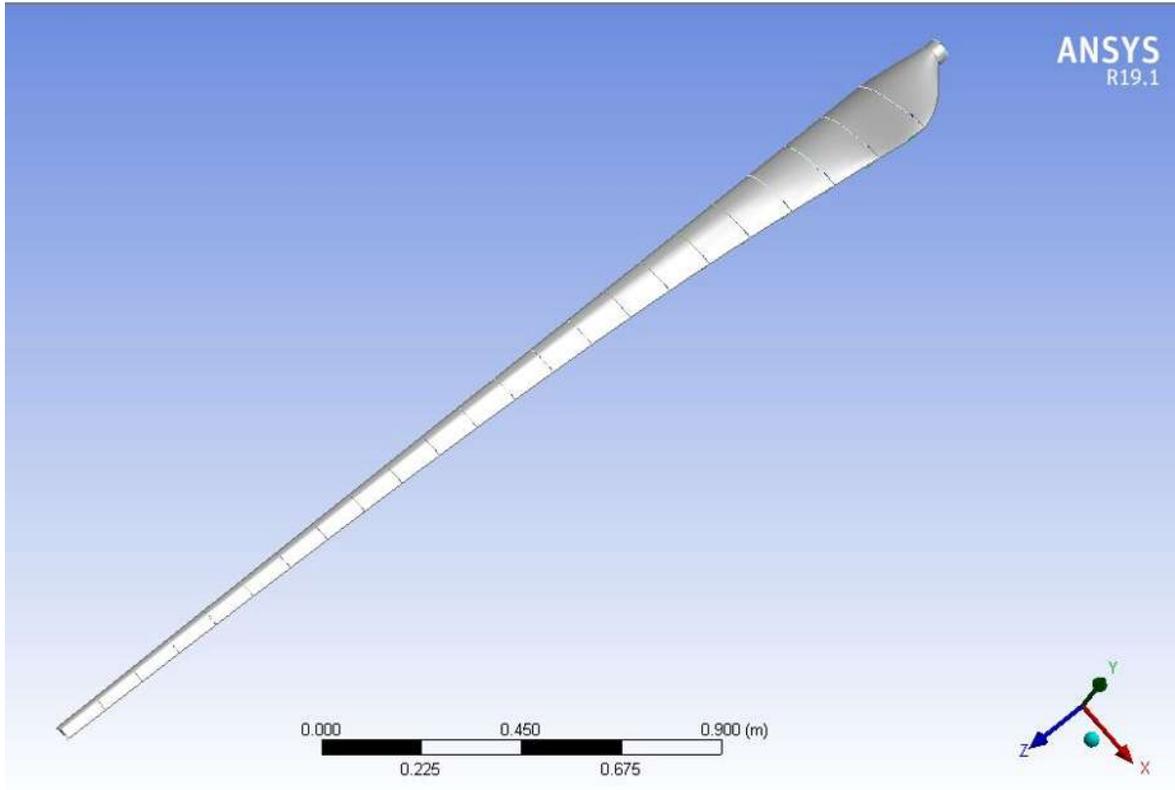


**Fig. 3.45.** Operación Skin/loft aplicada a las curvas del perfil en ANSYS.

La importación de los planos al programa ANSYS se realiza de manera sistemática para cada uno de los álabes diseñados. Posteriormente en cada perfil formado se aplica la operación de superficie, esto para todas las secciones incluyendo las secciones circulares, las cuales forman la raíz del álabe. Por último se usa la operación de recubrimiento, la cual se realiza desde la parte de la raíz, los perfiles circulares, hasta la punta del álabe y así completar la forma del álabe. Los 3 diseños de álabes son modelados en ANSYS con el propósito de realizar el análisis de elemento finito, esto a través de simulaciones de fatiga que comprueban la resistencia de los álabes bajo diferentes condiciones de funcionamiento. Parte de las gran ventajas que ofrece este programa, es la visualización de resultados sobre el modelo mediante representaciones con escalas de colores y resultados numéricos. También cuenta con una opción de animación, que puede mostrar como se comporta el modelo ante la aplicación de las fuerzas.

Comparando los modelos en 3-D de los álabes construidos en el programa SolidWorks con los modelos construidos en ANSYS, los modelos construidos en ANSYS muestran una forma más detallada y contornos más suaves.

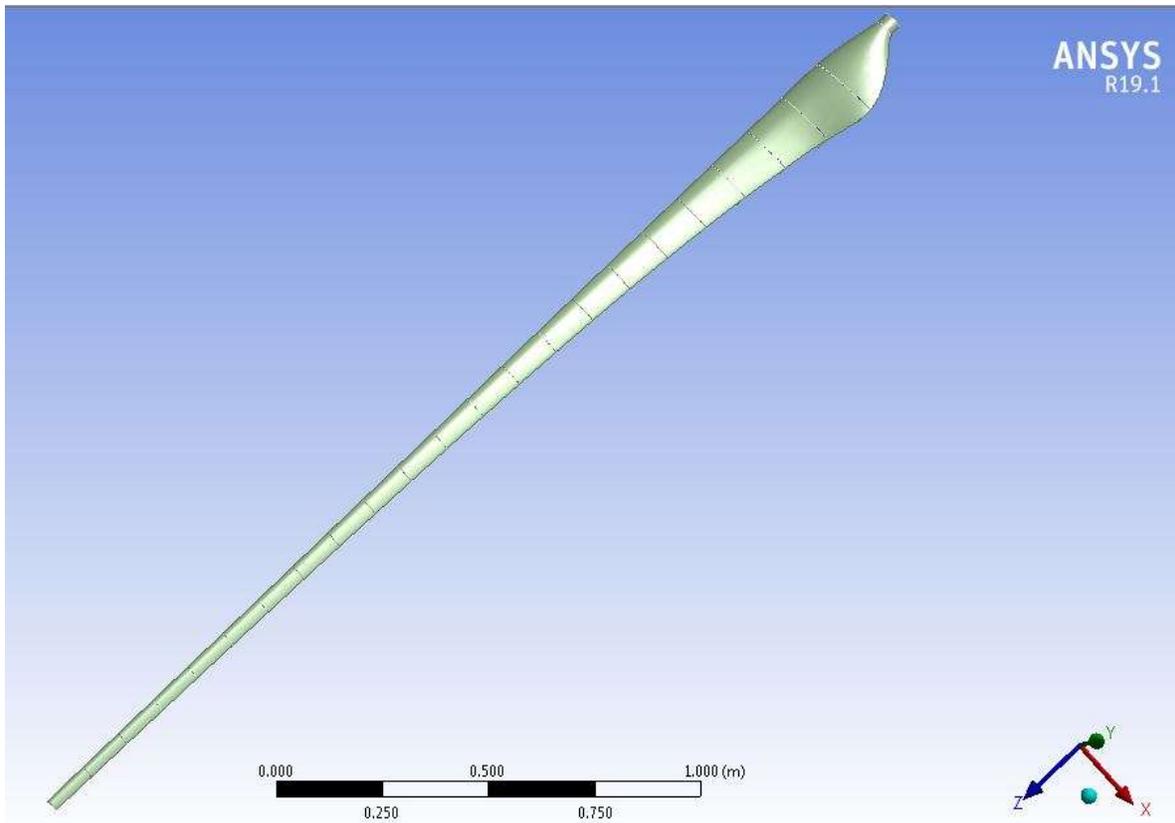
En las siguientes series de figuras, se muestran los modelos en 3-D construidos en el programa ANSYS. En la Fig. 3.46 se tiene el modelo del álabe 1, retomando, que este modelo fue diseñado a una velocidad específica de 8.



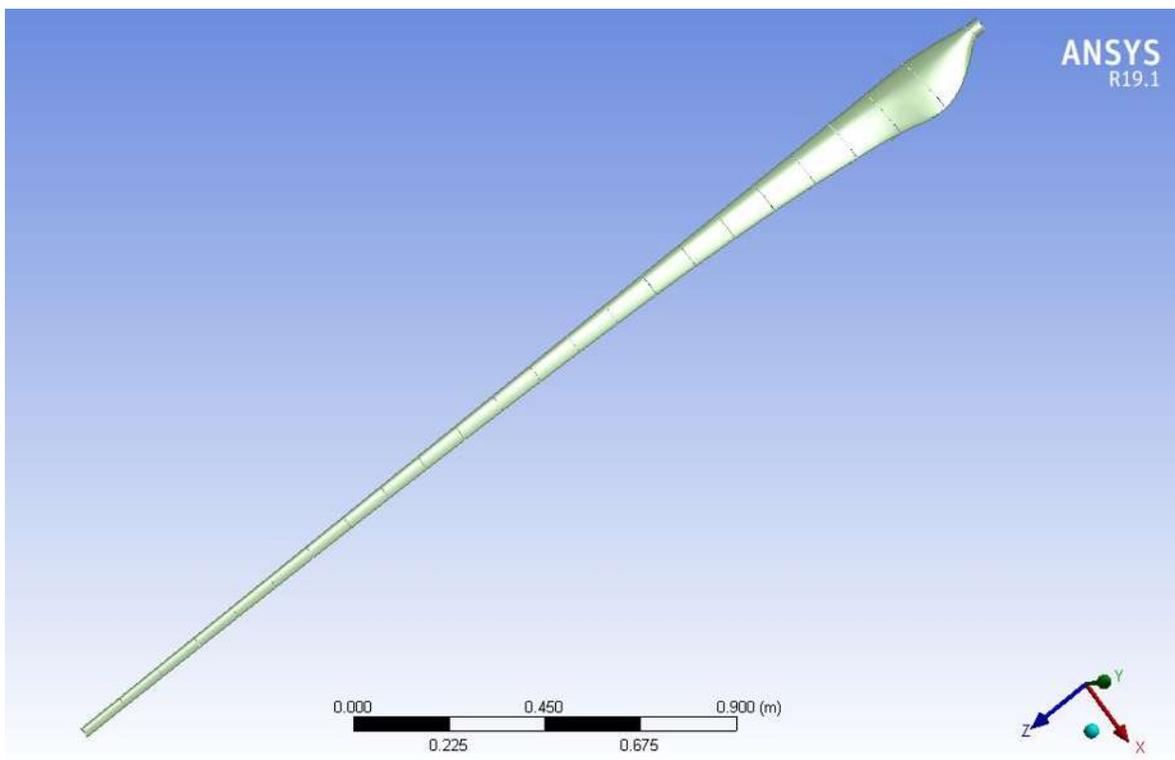
**Fig. 3.46.** Álabe 1 terminado en el programa ANSYS.

El modelo del aspa de la Fig. 3.46, cuenta con todas las secciones de los perfiles aerodinámicos y circulares. Resaltando que el modelo realizado a través del programa ANSYS muestra una mejor definición en las curvas, que en los modelos realizados en el programa Solid Works.

En la Fig. 3.47 se muestra el modelo 3-D del álabe 2, el cual fue diseñado con una velocidad específica de 9. Por último, en la Fig. 3.48 tenemos el modelo del álabe 3 diseñado con una velocidad específica de 10.



**Fig. 3.47.** Álabe 2 terminado en el programa ANSYS.



**Fig. 3.48.** Álabe 3 terminado en el programa ANSYS.

### 3.5 Hipótesis de Carga

En el diseño de un aerogenerador es importante tomar en cuenta las condiciones a las que este estará sometido durante su operación. LA norma española UNE-EN 61400-2 [48] considera aspectos como el montaje, el izado, mantenimiento y los modos de funcionamiento bajo condiciones extremas. Con ayuda de esta norma es posible generar expresiones para simular diferentes hipótesis de carga a las cuales se puede ver sometida una turbina de viento.

Las hipótesis de carga bajo diferentes situaciones de diseño son resumidas en la siguiente tabla.

**Tabla 2.19.** Hipótesis de carga.

Situación de diseño	Hipótesis de carga	Flujo del viento	Tipo de análisis	Observaciones	
Producción de energía	<b>A</b>	Operación normal		F	
	<b>B</b>	Orientación	$V_{hub} = V_{design}$	U	
	<b>C</b>	Error de orientación	$V_{hub} = V_{design}$	U	
	<b>D</b>	Empuje máximo	$V_{hub} = 2,5 V_{ave}$	U	Rotación del rotor pero puede estar plegándose o aleteando
Producción de energía más ocurrencia de fallo	<b>E</b>	Velocidad de rotación máxima		U	
	<b>F</b>	Cortocircuito en la conexión de carga	$V_{hub} = V_{design}$	U	Par generador en cortocircuito máximo
Parada	<b>G</b>	Desconexión (frenado)	$V_{hub} = V_{design}$	U	
Carga extrema del viento	<b>H</b>	Carga extrema del viento	$V_{hub} = V_{e50}$	U	El aerogenerador puede estar inmovilizado (en ralenti o parada) o regulado. Ninguna intervención manual
Condiciones de inmovilización y de falta	<b>I</b>	Inmovilización con carga del viento y exposición máxima	$V_{hub} = V_{ref}$	U	El aerogenerador es cargado con la exposición más desfavorable
Transporte, montaje, mantenimiento y reparación	<b>J</b>	Deberá estar indicado por el fabricante		U	
Leyenda F análisis de cargas debidas a fatiga. U análisis de cargas criticas.					

En este caso práctico las hipótesis de carga A, la hipótesis de carga D y la hipótesis de carga E fueron usadas en el análisis de elemento finito. Solo fueron usadas estas hipótesis de carga ya que estas son las que representan la mayoría de las condiciones a las cuales se ve expuesto un aerogenerador.

### 3.5.1 Hipótesis de Carga A: Operación normal

Esta es una carga de fatiga de rango constante para el aspa y el eje, los rangos deben estar considerados en la evaluación de fatiga como valores pico-pico y los rangos medios pueden ser ignorados.

$$\Delta F_{zB} = 2m_B R_{cog} \omega_n^2 \text{design} \quad (3.95)$$

$$\Delta M_{xB} = \frac{Q_{design}}{B} + 2m_B g R_{cog} \quad (3.96)$$

$$\Delta M_{yB} = \frac{\lambda_{design} Q_{design}}{B} \quad (3.97)$$

La carga de fatiga en el aspa ocurre en la unión entre el perfil y la raíz o en la unión entre la raíz y el buje. Los esfuerzos calculados son la combinación de las cargas centrifugas y los momentos flectores.

$$\Delta F_{x-shaft} = \frac{3\lambda_{design} Q_{design}}{2R} \quad (3.98)$$

$$\Delta M_{x-shaft} = Q_{design} + 2m_r g e_r \quad (3.99)$$

$$\Delta M_{shaft} = 2m_r g L_{rb} + \frac{R}{6} \Delta F_{x-shaft} \quad (3.100)$$

### 3.5.2 Hipótesis de carga D: Empuje máximo

Los aerogeneradores pequeños pueden estar expuestos a altas cargas de empuje en el rotor, las cuales actúan de manera paralela con el eje del rotor y tiene un valor máximo dado por:

$$F_{x-shaft} = C_T 0.5 \rho (2.5 \times V_{ave})^2 \pi R^2 \quad (3.101)$$

CT es el coeficiente de empuje, para aerogeneradores que funcionan a altas velocidades donde un valor de Ct de 8/9 es más apropiado.

### 3.5.3 Hipótesis de carga E: Velocidad de rotación máxima

La carga debida a la fuerza centrífuga en la raíz del aspa y el momento flector debido a la carga de la fuerza centrífuga y el desequilibrio del rotor se calculan con las siguientes ecuaciones:

$$F_{zB} = m_B w_n^2 R_{cog} \quad (3.102)$$

$$M_{shaft} = m_r g L_{rb} + m_r e_r w_n^2 L_{rb} \quad (3.103)$$

Las expresiones para de las 3 hipótesis de carga fueron empleadas con las especificaciones de los diseños de los 3 álabes de turbina y así calcular las fuerzas y momentos. En la siguiente tabla se muestran los resultados para cada hipótesis para cada álabe.

**Tabla 2.20.** Fuerzas y Momentos calculados con las hipótesis de carga de la norma.

<b>Álabe 1</b>					
<b>Hipótesis A: Operación normal</b>		<b>Hipótesis E: Velocidad de rotación máxima</b>		<b>Hipótesis de D: Empuje máximo</b>	
FzB (N)	1.6279E+04	FzB (N)	5.0880E+02	Fx-shaft (N)	1.3750E+04
MxB (Nm)	4.5571E+02				
MyB (Nm)	2.4487E+03				
fx (N)	4.9002E+02				
fy (N)	1.2500E+03				

<b>Álabe 2</b>					
<b>Hipótesis A: Operación normal</b>		<b>Hipótesis E: Velocidad de rotación máxima</b>		<b>Hipótesis de D: Empuje máximo</b>	
FzB (N)	1.4514E+04	FzB	3.5841E+02	Fx-shaft (N)	1.3750E+04
MxB (Nm)	3.7748E+02				
MyB (Nm)	2.4487E+03				
fx (N)	4.4410E+02				
fy (N)	1.2500E+03				

<b>Álabe 3</b>					
<b>Hipótesis A: Operación normal</b>		<b>Hipótesis E: Velocidad de rotación máxima</b>		<b>Hipótesis de D: Empuje máximo</b>	
FzB (N)	1.2121E+04	FzB	2.4255E+02	Fx-shaft (N)	1.3750E+04
MxB (Nm)	3.1620E+02				
MyB (Nm)	2.4487E+03				
fx (N)	3.8096E+02				
fy (N)	1.2500E+03				

En la Tabla 3.20, muestra en las primeras columnas, las fuerzas y momentos correspondientes a la Hipótesis A para cada diseño de álabe. La fuerza  $F_{zB}$ , calculada con la Ec. (3.95) y los

momentos  $M_{xB}$  y  $M_{yB}$ , calculados con las Ecs. (3.96) y (3.97). La tercera y cuarta columna muestran la fuerza  $F_{zB}$ , Ec. (3.102), y sus resultados para la Hipótesis E en cada diseño de álabe. Los resultados de la Hipótesis D para la fuerza  $F_{x-shaft}$ , Ec. (3.101), son mostrados en las dos últimas columnas para cada diseño de álabe.

### 3.6 Análisis por Elemento Finito

El análisis por elemento finito (FEA, Finite Element Analysis) es una técnica de simulación por computadora que a su vez usa una técnica numérica llamada FEM o método de elementos finitos. Este análisis surge en 1943 por Richard Courant, él usaba el método de Ritz para obtener soluciones aproximadas en sistemas oscilatorios. Este método se basa en una investigación, que se dio principalmente en el área aeroespacial, surge del análisis estructural de matrices de desplazamiento [49].

En la ingeniería la incorporación de nuevas herramientas ha permitido el continuo desarrollo de sistemas más complejos, en la ingeniería asistida por computadora (CAE) han sido simulados diferentes clases de sistemas, y posteriormente estos sistemas de simulación se fueron reforzando con el diseño de sistemas en un espacio digital tridimensional.

El análisis por elemento finito ha sido ampliamente requerido por varias ramas de la ingeniería como también en la industria que incluyen este análisis en el desarrollo de sus productos dándoles una mejor calidad.

En los softwares de análisis finito más modernos se incluyen cada vez más variedad de opciones de estudios que pueden realizarse por la simulación de computadora permitiendo que los diseños sean puestos a prueba antes de ser manufacturados ahorrando tiempos en la producción por fallas y acelerando los procesos de diseño.

El método de elementos finitos (FEM) es un método numérico para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales complejas obteniendo una solución numérica aproximada sobre un objeto, las ecuaciones caracterizan el comportamiento físico del problema y lo divide en subdominios no intersectantes o “elementos finitos”.

Estos elementos forman una parte del dominio conocida como discretización, cada elemento está conformado por puntos o nodos y al conjunto de nodos se le llama malla. La generación de la malla se hace en el pre-proceso mediante generadores de malla, teniendo una serie de nodos con sus respectivas conexiones a estas relaciones se les asigna un valor de un conjunto de variables incógnitas definidas en cada nodo llamadas grados de libertad.

Al conjunto de relaciones entre los valores de las variables entre nodos forma un sistema de ecuaciones lineales, formando una matriz de rigidez del sistema.

Al ser el FEA un método por aproximaciones su precisión depende de la discretización en el modelo esto se puede lograr al usar más cantidad de elementos y nodos. Este método es usado para determinar esfuerzos, problemas de transferencia de calor, dinámica de fluidos y electromagnetismo. El análisis por elementos finitos se divide en tres partes :

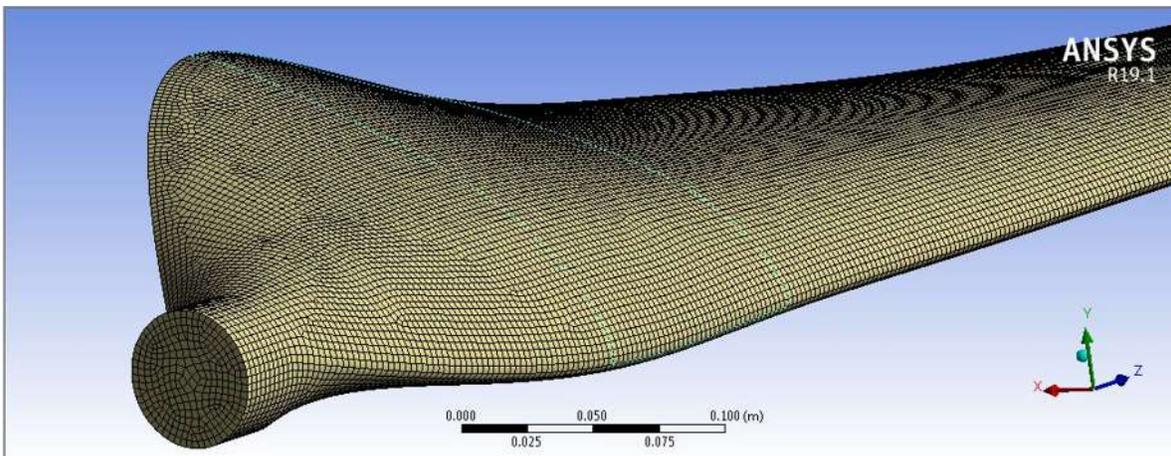
1. Pre-procesamiento: Definición del modelo de elementos y factores que influyen en el sistema.
2. Solución del análisis: Solución del modelo de elementos finitos.
3. Post-procesamiento: Visualización de resultados.

### 3.6.1 Análisis por Elemento Finito Aplicado a los Álabes de una Turbina

Cada uno de los 3 diseños de álabes cuenta con diferentes características, entre ellas la masa, la cual es calculada con ayuda del programa Solid Works.

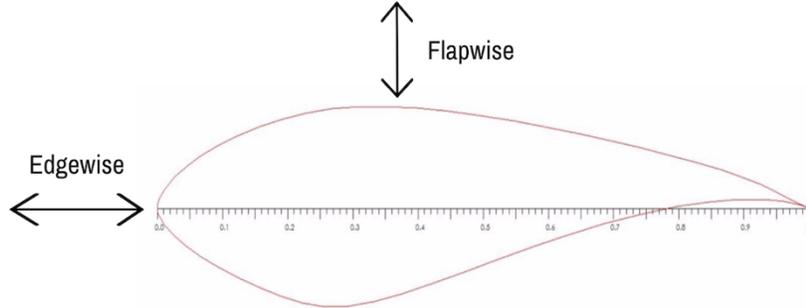
El desempeño mecánico de cada ábabe es una variable de diseño de suma importancia, razón por la cual se optó por implementar simulaciones de análisis de elemento finito para conocer la capacidad de cada diseño bajo diferentes condiciones de carga, estas simulaciones nos brindan la información adicional necesaria para complementar el estudio y la metodología de diseño óptimo [50].

En los 3 diseños de álabes se configuró una malla con Hexaedros, Fig. 3.49, usando diferentes tamaños de elementos para el mallado en cada iteración, buscando resultados más precisos en las simulaciones.



**Fig. 3.49.** Malla con elementos Hexaedros implementada en el ábabe

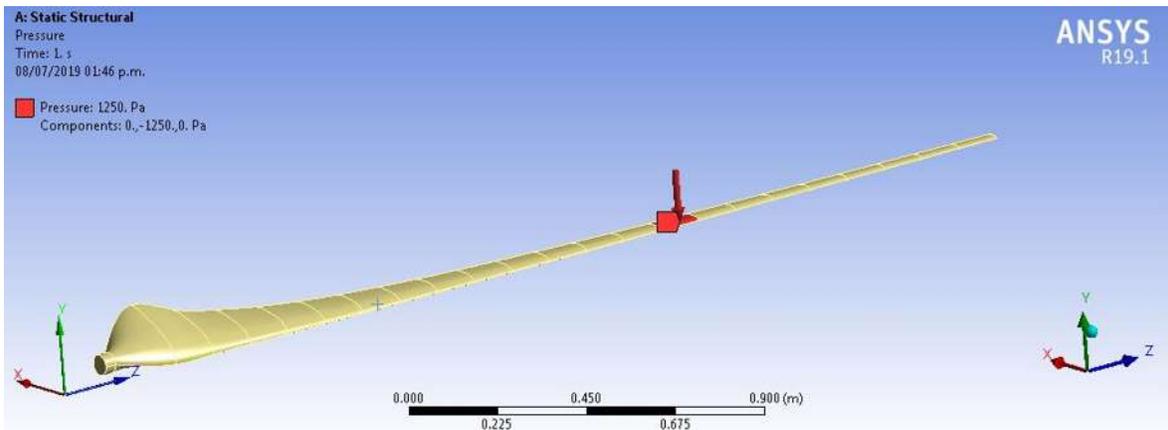
La nomenclatura que se tiene en los álabes para designar la dirección de las fuerzas que serán aplicadas en las diferentes pruebas se muestran en la Fig. 3.50. El sentido Flapwise es perpendicular a la parte más ancha del álabe. Mientras que el sentido Edgewise es perpendicular a la parte más angosta del álabe.



**Fig. 3.50.** Nomenclatura de direcciones del álabe.

Una vez que el software termina de generar la malla se procede a colocar las fuerzas, las cuales fueron calculadas usando las hipótesis de carga de la norma UNE-EN 61400-2, cada una de estas hipótesis es probada en los 3 diseños de álabes. En el caso de la Hipótesis de carga A, son calculados una fuerza y dos momentos, los momentos son transformados a fuerzas. La fuerza  $f_x$ , se calcula al dividir el momento,  $MxB$ , entre la distancia el centro de gravedad de la pala y el centro del rotor. La fuerza  $f_y$ , se calcula el dividir el momento,  $MyB$  entre  $2/3$  del radio del aspa. Entre las cargas que fueron aplicadas se tienen:

La fuerza aplicada en Flapwise en el álabe1(Fg. 3.51), para este álabe es de 1250 Pa.



**Fig. 3.51.** Carga aplicada en el álabe en flapwise

La fuerza en edgewise en el álabe1(Fig. 3.52), para este álabe es de 490 N.

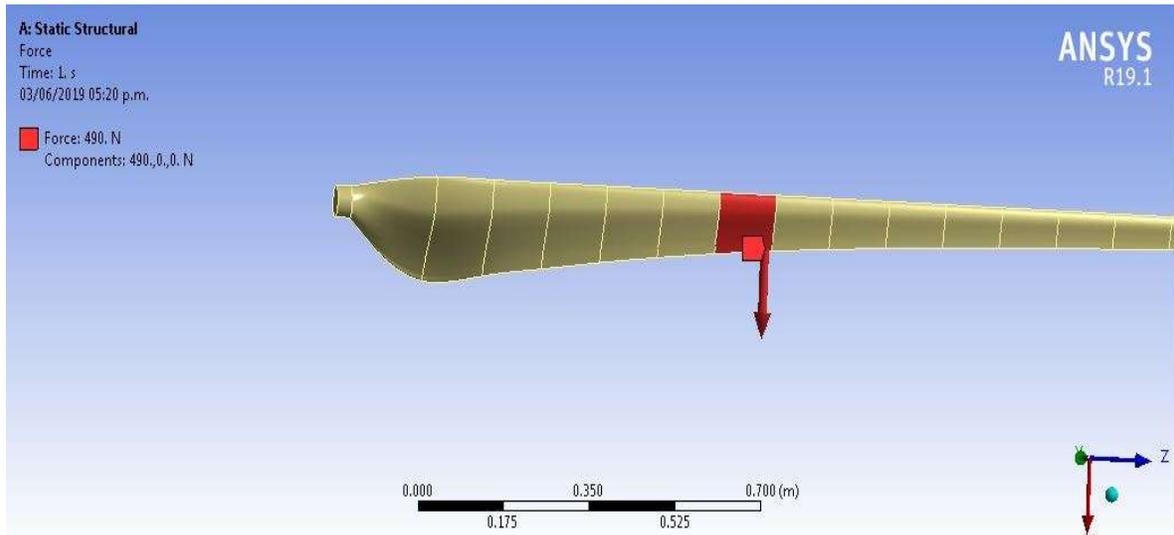


Fig. 3.52. Fuerza aplicada en el álabe en edgewise.

La fuerza FzB en el álabe1(Fig. 3.53), para este álabe es de 509 Pa.

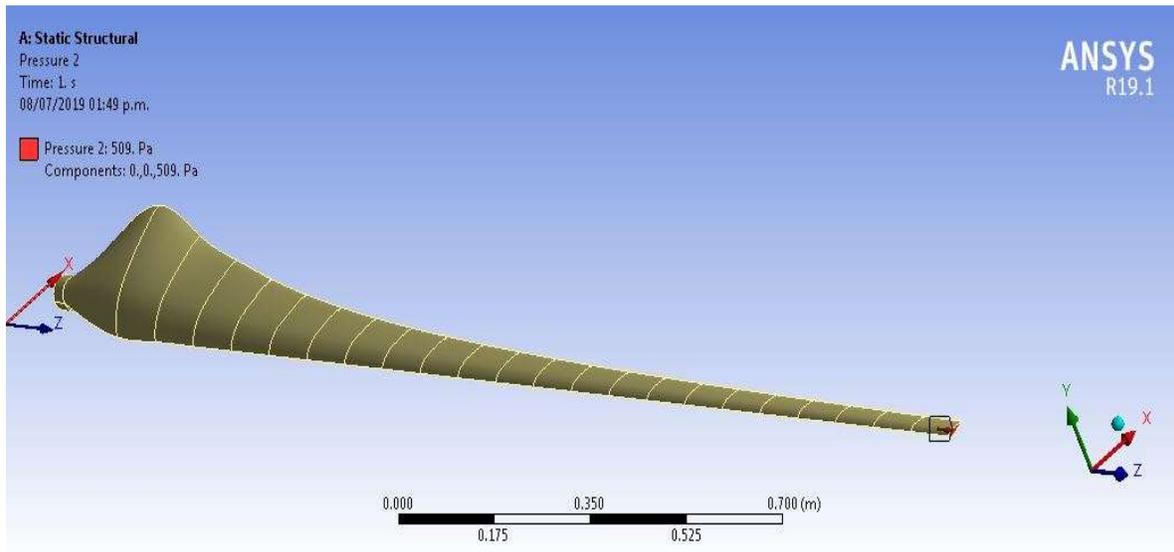


Fig. 3.53. Fuerza aplicada en el eje z del álabe.

La fuerza  $F_{x\text{-shaft}}$  en el álabe1(Fig. 3.54), para este álabe es de 13750 Pa.

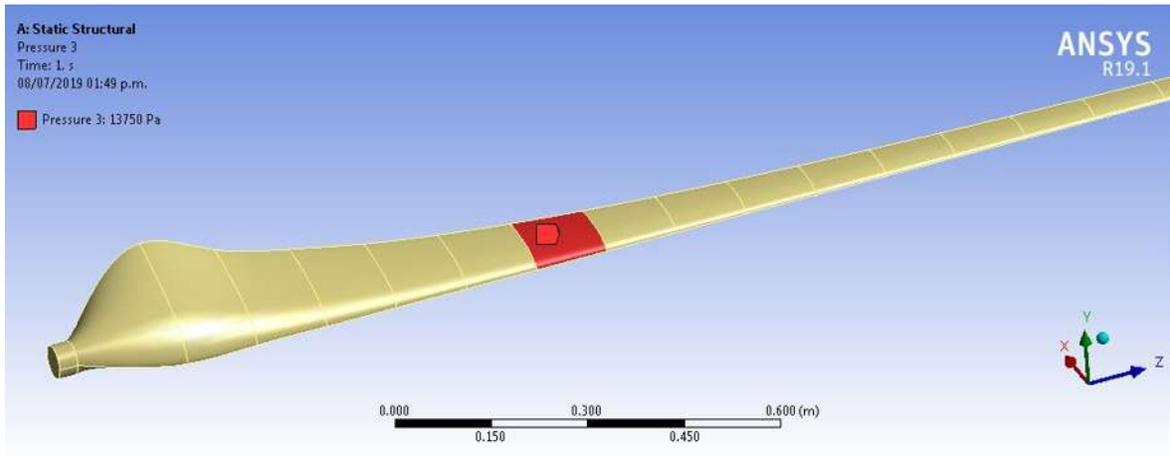


Fig. 3.54. Esta carga en el álabe afecta principalmente el eje del rotor.

Cada una de estas cargas fue simulada por separado y escogiendo como soluciones el esfuerzo de Von Mises, la deformación total y los esfuerzos principales. El esfuerzo de Von Mises nos indica cuando un elemento estructural falla debido al sobrepaso de su energía de distorsión [51]. La deformación total nos permite tener una medida de cuanto se llega a deformar un objeto. Los esfuerzos principales, que actúan sobre los ejes y planos principales del objeto que se esta analizando.

Las soluciones obtenidas por cada carga suministrada son mostradas sobre el aspa como se muestra en las siguientes figuras, estas imágenes tienen en la parte izquierda una escala de colores que nos muestra los valores mínimos y máximos de los esfuerzos. En la siguiente Fig. 3.55, se muestran los valores de esfuerzo que se tienen para una fuerza aplicada en Flapwise en el álabe1.

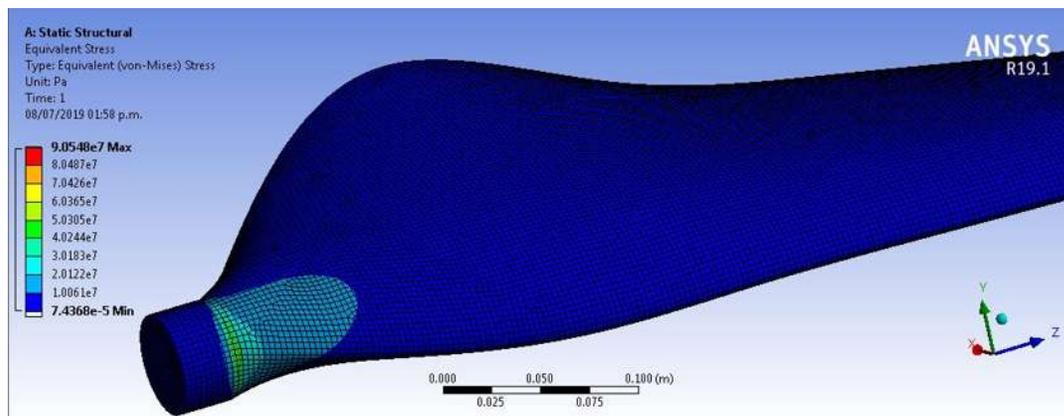


Fig. 3.55. Esfuerzo de Von Mises en el álabe.

La Fig. 3.55, muestra el esfuerzo de Von Mises en el álabe, puede observarse que su valor es pequeño. La escala de colores nos indica valores bajos para el esfuerzo que se genera en el aspa.

En la Fig. 3.56, se muestra los valores de deformación para la fuerza en Edgewise en el álabe1.

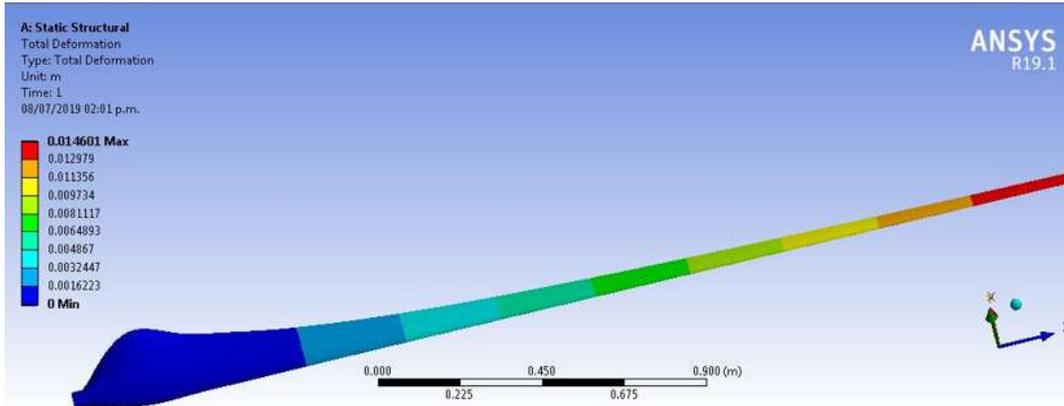


Fig. 3.56. Deformación en el álabe.

En la Fig. 3.56 se visualiza la deformación que sufre el álabe, siendo la punta la zona donde se tienen los valores más altos de deformación, pero de acuerdo a la escala que se muestra estos valores tienden al ser muy bajos. Con un valor de 0.0146 m, deformándose apenas un 1cm, pero sin sobrepasar su límite elástico.

Los esfuerzos principales para una fuerza aplicada en Edgewise en el álabe1 Fig. 3.57.

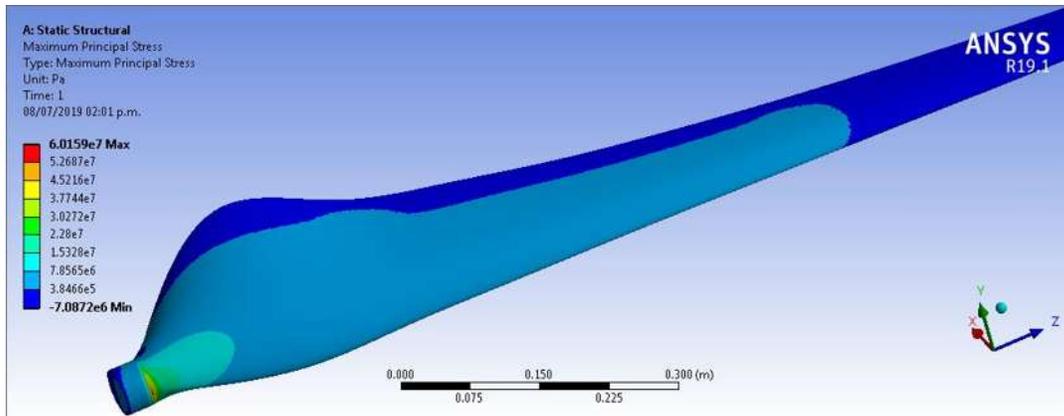


Fig. 3.57. Esfuerzos principales en el álabe.

La Fig. 3.57 nos muestra los esfuerzos principales en el álabe, de acuerdo a la escala de colores los esfuerzos generados son mínimos en los perfiles circulares cercanos al Hub.

### 3.7 Resultados de Simulaciones en ANSYS

Los resultados de las simulaciones de las fuerzas aplicadas en los diferentes diseños de álabes fueron realizados en el software ANSYS. Cada simulación fue realizada en más de una ocasión, variando el tamaño de los elementos de la malla buscando resultados más exactos. En la siguiente Tabla 3.21 se muestran todos los resultados de las simulaciones para cada álabe con cada una de las diferentes hipótesis de carga. Los esfuerzos máximos encontrados en cada diseño son remarcados con relleno ■. Estos esfuerzos serán usados en la metodología de diseño óptimo en el siguiente capítulo.

La Tabla 3.21 se divide en 9 secciones: Fuerzas, Malla, Von Mises (esfuerzo), Deformación, Esfuerzos principales, Corridas, Tamaño del elemento, Hipótesis y Álabe. Cada una de estas secciones son descritas a continuación:

- Fuerzas: que muestra el tipo de fuerza: Edgewise, Flapwise,  $F_{zB}$  y Fx-shaft. Cada fuerza tiene su valor correspondiente, el cual fue seleccionado para cada una de las simulaciones en los diferentes diseños de álabes.
- Malla: esta sección es subdividida en dos partes: Núm. de elementos y Núm. de nodos. El núm. de elementos muestra la cantidad de elementos en el que es dividido el álabe cuando se genera la malla. El núm. de nodos marca la cantidad de nodos generados en la malla del álabe.
- Von Mises: muestra el valor máximo y mínimo del esfuerzo calculado en cada diseño de álabe.
- Deformación: en esta sección se tiene el valor de deformación mínima y máxima que se genera en la simulación del álabe.
- Esfuerzos principales: se muestran los valores mínimos y máximos de los esfuerzos principales de las simulaciones.
- Corridas: muestra el número de corrida realizado en cada simulación.
- Tamaño del elemento: en esta sección se tienen los valores del tamaño que tienen los elementos usados en la generación de la malla.
- Hipótesis: muestra cuales fueron las hipótesis de carga utilizadas en cada simulación.
- Álabe: indica cuales son los resultados de cada diseño de álabe en la tabla.

Tabla 2.21. Resultados de las simulaciones de elemento finito realizadas en los 3 álabes usando ANSYS.

Fuerzas	Malla		Von Mises (Pa)		Deformación (m)		Esfuerzos principales (Pa)		Corrida	Tamaño del elemento	Hipótesis	Álabe	
	Núm. de elementos	Núm. de nodos	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.					
Edgewise	490 N	5.3024E+04	2.1329E+05	4.9210E-06	6.4702E+08	0	1.4584E-02	-6.0326E+06	4.6125E+07	1	5.0000E-03	A	1
Flapwise	1250 Pa	5.3024E+04	2.1329E+05	1.1793E-04	3.0560E+06	0	1.0243E-02	-1.3207E+05	2.7368E+06		5.0000E-03	A	1
Edgewise	490 N	9.3330E+04	3.7456E+05	4.9504E-05	8.2007E+07	0	1.4592E-02	-6.9870E+06	5.3530E+07	2	4.0000E-03	A	1
Flapwise	1250 Pa	9.3330E+04	3.7456E+05	6.4669E-05	3.0623E+06	0	1.1527E-02	-1.2037E+05	2.7279E+06		4.0000E-03	A	1
Edgewise	490 N	2.0541E+05	8.2474E+05	7.4368E+05	9.0548E+07	0	1.2979E-02	-7.0872E+06	5.2687E+07	3	3.0000E-03	A	1
Flapwise	1250 Pa	2.0541E+05	8.2474E+05	7.4241E-05	3.0543E+06	0	1.0248E-02	-1.3141E+05	2.7263E+06		3.0000E-03	A	1
FzB	509 Pa	5.3024E+04	2.1329E+05	5.4705E-02	6.5489E+03	0	6.8865E-07	-5.1140E+01	6.0696E+02	1	5.0000E-03	E	1
FzB	509 Pa	9.3330E+04	3.7456E+05	1.0385E-01	7.8090E+02	0	6.8898E-07	-6.4502E+01	7.1543E+02	2	4.0000E-03	E	1
FzB	509 Pa	2.0541E+05	8.2474E+05	1.0429E-01	8.7760E+02	0	6.8901E-07	-7.7699E+01	7.9563E+02	3	3.0000E-03	E	1
Fx-shaft (N)	13750 Pa	5.3024E+04	2.1329E+05	5.3538E-05	1.8366E+07	0	1.0781E-02	-1.0340E+06	1.7612E+07	1	5.0000E-03	D	1
Fx-shaft (N)	13750 Pa	9.3330E+04	3.7456E+05	1.9524E-05	2.0440E+07	0	1.0784E-02	-1.1371E+06	1.9065E+07	2	4.0000E-03	D	1
Fx-shaft (N)	13750 Pa	2.0541E+05	8.2474E+05	7.5799E-05	2.3758E+07	0	1.0787E-02	-1.3421E+06	2.1734E+07	3	3.0000E-03	D	1
Edgewise	444 N	4.2207E+05	1.4506E+05	9.8410E-05	7.3416E+07	0	1.7085E-02	-5.1930E+06	5.8076E+07	1	5.0000E-03	A	2
Flapwise	1250 Pa	4.2207E+05	1.4506E+05	3.0796E-04	4.8686E+06	0	2.2659E-02	-1.6134E+05	4.3561E+06		5.0000E-03	A	2
Edgewise	444 N	8.7402E+04	3.2706E+05	8.1963E-05	8.7269E+07	0	1.7100E-02	-6.8644E+06	6.2000E+07	2	4.0000E-03	A	2
Flapwise	1250 Pa	8.7402E+04	3.2706E+05	2.3966E-04	4.8656E+06	0	2.2650E-02	-1.5542E+05	4.3496E+06		4.0000E-03	A	2
Edgewise	444 N	1.6591E+05	6.4152E+05	4.4010E-05	9.8888E+07	0	1.7113E-02	-7.8046E+06	7.1863E+07	3	3.0000E-03	A	2
Flapwise	1250 Pa	1.6591E+05	6.4152E+05	6.4058E-05	4.8363E+06	0	2.2648E-02	-1.9178E+05	4.3389E+06		3.0000E-03	A	2
FzB	358 Pa	5.9784E+04	2.1320E+05	7.5550E-02	4.1786E+02	0	5.5556E-07	-2.9278E+01	4.2258E+04	1	5.0000E-03	E	2
FzB	358 Pa	8.7402E+04	3.2706E+05	6.1714E-02	4.4794E+02	0	5.5597E-07	-3.6601E+01	4.5180E+02	2	4.0000E-03	E	2
FzB	358 Pa	1.6591E+05	6.4152E+05	7.1230E-02	5.2431E+02	0	5.5595E-07	-4.7975E+01	4.7864E+02	3	3.0000E-03	E	2
fx-shaft (N)	13750 Pa	5.9784E+04	2.1320E+05	4.4765E-04	5.1598E+07	0	6.4953E-02	-3.6223E+06	4.8856E+07	1	5.0000E-03	D	2
fx-shaft (N)	13750 Pa	8.7402E+04	3.2706E+05	1.6873E-04	5.8674E+07	0	6.4957E-02	-3.4094E+06	5.3981E+07	2	4.0000E-03	D	2
fx-shaft (N)	13750 Pa	1.6591E+05	6.4152E+05	2.7040E-04	6.7131E+07	0	6.4964E-02	-4.1936E+06	6.1827E+07	3	3.0000E-03	D	2
Edgewise	380 N	5.6168E+04	1.9675E+05	2.0150E-04	8.3888E+07	0	2.7524E-02	-6.5963E+06	7.1370E+07	1	5.0000E-03	A	3
Flapwise	1250 Pa	5.6168E+04	1.9675E+05	1.7302E-03	7.2064E+06	0	4.0483E-02	-2.0123E+05	6.4568E+06		5.0000E-03	A	3
Edgewise	380 N	7.8092E+04	2.8442E+05	7.8622E-05	1.0599E+08	0	2.7541E-02	-7.8396E+06	7.7605E+07	2	4.0000E-03	A	3
Flapwise	1250 Pa	7.8092E+04	2.8442E+05	1.9481E-03	7.1103E+06	0	4.0463E-02	-2.0333E+05	6.4395E+06		4.0000E-03	A	3
Edgewise	380 N	1.3619E+05	5.1501E+05	9.9985E-05	1.3088E+08	0	2.7558E-02	-1.3211E+07	2.5660E+06	3	3.0000E-03	A	3
Flapwise	1250 Pa	1.3619E+05	5.1501E+05	8.4365E-04	7.0777E+06	0	4.0442E-02	-2.4937E+05	6.4068E+06		3.0000E-03	A	3
FzB	243 Pa	5.6168E+04	1.9675E+05	3.1015E-02	2.9215E+02	0	4.3335E-07	-1.7626E+01	2.9404E+02	1	5.0000E-03	E	3
FzB	243 Pa	7.8092E+04	2.8442E+05	4.2654E-02	2.9072E+02	0	4.3315E-07	-1.8022E+01	2.9521E+02	2	4.0000E-03	E	3
FzB	243 Pa	1.3619E+05	5.1501E+05	4.2531E-02	2.9955E+02	0	4.3219E-07	-2.6530E+01	2.9261E+02	3	3.0000E-03	E	3
fx-shaft (N)	13750 Pa	5.6168E+04	1.9675E+05	3.4070E-04	5.4079E+07	0	4.8274E-02	-4.3714E+06	5.1918E+07	1	5.0000E-03	D	3
fx-shaft (N)	13750 Pa	7.8092E+04	2.8442E+05	1.5675E-04	6.1888E+07	0	4.8288E-02	-4.3267E+06	5.7993E+07	2	4.0000E-03	D	3
fx-shaft (N)	13750 Pa	1.3619E+05	5.1501E+05	1.9848E-04	7.3675E+07	0	4.8302E-02	-5.3114E+06	6.7462E+07	3	3.0000E-03	D	3

# DISEÑO ÓPTIMO DE LOS ÁLABES DE UNA TURBINA DE VIENTO

## 4.1 Introducción al Diseño Óptimo

La ingeniería consiste en una gran variedad de actividades, desde las más simples hasta las más complejas, actividades como el desarrollo de sistemas. El proceso de diseño y fabricación de sistemas ha sido desarrollado con el tiempo. En la actualidad muchos sistemas pueden cumplir la misma tarea, unos de mejor manera que otros, sin embargo, analizar y diseñar todas las posibilidades conllevaría una gran cantidad de tiempo. El diseño de un sistema puede ser formulado como un problema de optimización, en donde el rendimiento es optimizado mientras todos los demás requisitos son satisfechos. Muchos métodos numéricos de optimización han sido desarrollados y usados para diseñar mejores sistemas. Cualquier problema en donde ciertos parámetros necesitan ser determinados para satisfacer las restricciones puede ser formulado como un problema de optimización, y después se usan métodos y conceptos de optimización para resolver el problema.

## 4.2 El Proceso de Diseño

Diseñar sistemas ingenieriles puede ser un proceso complejo, en algunas ocasiones deben hacerse suposiciones para desarrollar modelos realistas que pueden ser sometidos a análisis matemáticos por los métodos disponibles. En la fase de formulación del problema de optimización deben tomarse en cuenta muchas posibilidades y factores, los modelos necesitan ser verificados con experimentos. Para la mayoría de las aplicaciones, todo el proyecto de diseño debe desglosarse en varios sub-problemas, cada uno de los sub-problemas puede plantearse como un problema de diseño óptimo y trabajar en el de manera independiente. El diseño es un proceso iterativo, en donde se tienen que analizar varios diseños de prueba hasta obtener un diseño aceptable o el mejor diseño. En el proceso de diseño, el diseñador propone un diseño de prueba del sistema basado en la experiencia, la intuición y algunos análisis matemáticos. En el proceso de optimización, el diseño de prueba se analiza para determinar si es el mejor. Dependiendo de las especificaciones, "el mejor

diseño" puede tener diferentes connotaciones para diferentes sistemas, por lo general, implica que un sistema es rentable, eficiente, confiable y duradero.

El proceso de diseño debe estar bien organizado, donde el proceso comienza con la identificación de una necesidad . Los cinco pasos del modelo de evolución de un sistema son:

1. Definir las especificaciones del sistema. La comunicación e interacción entre el ingeniero y el patrocinador del proyecto para cuantificar las especificaciones del sistema.
2. Desarrollar un diseño preliminar del sistema estudiando diferentes conceptos del mismo usando modelos simplificados para ahorrar tiempo. Se identifican varios subsistemas y se estiman sus diseños preliminares.
3. Tener un diseño detallado para todos los subsistemas utilizando el proceso iterativo. Se deben identificar los parámetros de diseño para los subsistemas. Los subsistemas deben estar diseñados para maximizar el valor del sistema o para minimizar una medida del costo.
4. El cuarto paso fabricación del prototipo del sistema y quinto Pruebas del sistema, pueden no ser necesarios para todos los sistemas, depende en gran parte si el sistema será producido en masa o cuando hay vidas humanas involucradas. Pero pueden pasar que el sistema no funciona de acuerdo con las especificaciones durante la fase de prueba, en consecuencia, muchas veces las especificaciones tienen que ser modificadas u otros conceptos tienen que ser estudiados. La continua reexaminación es necesaria en cualquier etapa durante el proceso de diseño.

### **4.3 Diseño de Ingeniera y Análisis de Ingeniería**

El análisis determina el comportamiento de un sistema existente o un sistema de prueba diseñado para una tarea en específico. La determinación del comportamiento del sistema indica el cálculo de su respuesta a las entradas especificadas, permitiendo abordar en el análisis el tamaño de diferentes partes y sus configuraciones. El proceso de diseño calcula las dimensiones y formas de cada parte del sistema para cumplir con los requisitos de rendimiento. El diseño de un sistema es un proceso iterativo. Primero se estima un diseño de prueba, si el diseño funciona adecuadamente se tiene un diseño aceptable (factible), aunque es posible cambiarlo para mejorar su rendimiento. Si el diseño de prueba no funciona, se tienen que hacer modificaciones para obtener un sistema aceptable. En ambos casos, se debe contar con la capacidad de analizar los diseños para tomar decisiones adicionales. Por lo tanto, la capacidad de análisis debe estar disponible en el proceso de diseño.

#### 4.4 Proceso de Diseño Óptimo Contra Diseño Convencional

Es un desafío para los ingenieros diseñar sistemas eficientes y rentables sin tener que comprometer su integridad, en la Fig. 4.58a se presenta un diagrama que muestra el método convencional de diseño y en la Fig. 4.58b se muestra un diagrama para el método de diseño óptimo. Ambos métodos son iterativos, como se muestra en el bucle entre los bloques 6 y 3 de los diagramas. Ambos métodos tienen algunos bloques que requieren de cálculos similares y otros que necesitan diferentes tipos de cálculos. A continuación se describe los bloques para el proceso de Diseño Óptimo y Diseño Convencional.

0. El método de diseño óptimo tiene el bloque 0, donde el problema es formulado como un problema de optimización. Se define una función objetivo que mide los méritos de diferentes diseños.
1. Los dos métodos requieren información para describir el sistema en el bloque 1.
2. Ambos métodos requieren de un diseño inicial en el bloque 2.
3. Los dos métodos requieren el análisis del sistema en el bloque 3.
4. En el bloque 4, el método de diseño convencional verifica para garantizar que el criterio de rendimiento se cumple. En el método de diseño óptimo verifica la satisfacción de todas las restricciones para el problema formulado en el bloque 0.
5. En el bloque 5, en ambos métodos se verifica si los criterios ya se cumplen para el diseño ya están satisfechos, si es el caso, se detiene la iteración.
6. En el bloque 6, el método de diseño convencional actualiza el diseño según la experiencia e intuición del diseñador y usando información recopilada de uno o más diseños de prueba; En el método de diseño óptimo se utilizan conceptos y procedimientos de optimización para actualizar el diseño actual.

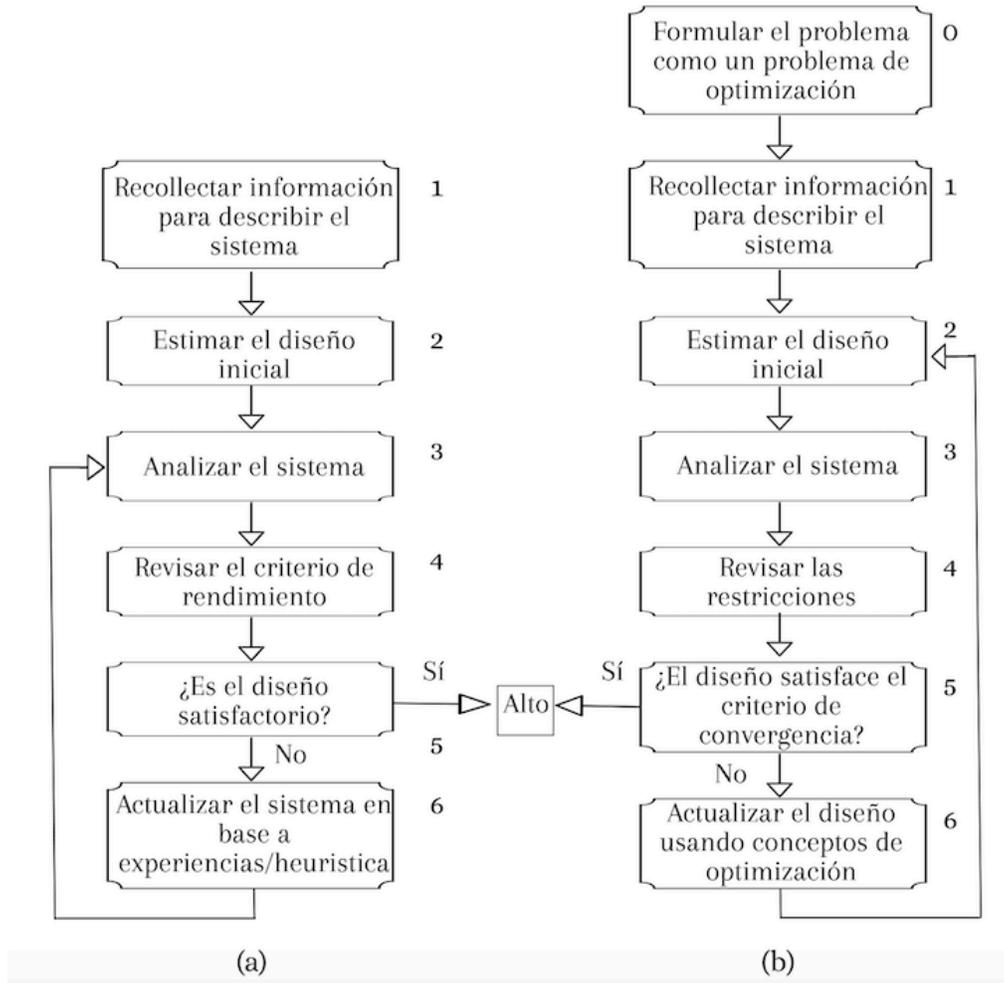


Fig. 4.58. Comparación entre el método diseño convencional (a) y el método de diseño óptimo.

Las diferencias mostradas entre los dos enfoques de diseño indica que el proceso de diseño convencional es menos formal, ya que no se identifica una función objetivo que mida el mérito de un diseño. La información de tendencia generalmente no se calcula; ni se usa en el bloque 6 para tomar decisiones de diseño para mejorar el sistema. Por el contrario, el proceso de optimización es más formal y usa la información de tendencia para realizar cambios en el diseño.

### 4.5 Diseño Óptimo y Control Óptimo

El diseño óptimo y el control óptimo de los sistemas son actividades separadas. Existen muchas aplicaciones en las que los métodos de diseño óptimo son útiles para diseñar sistemas y muchas otras aplicaciones donde se necesitan conceptos de control óptimo. Pero también existen algunas aplicaciones como las que incluyen robótica y estructuras aeroespaciales en las que se deben utilizar ambos métodos el diseño óptimo y los conceptos de control óptimos.

El problema de control óptimo consiste en encontrar controladores de retroalimentación buscando que un sistema produzca la salida deseada. Estas clases de sistema cuentan con elemento de retroalimentación que detectan las fluctuaciones de salida, ayudando así a que los controles del sistema se ajusten automáticamente optimizando el rendimiento. Los problemas de control suelen ser de naturaleza dinámica, caso contrario en el diseño óptimo, en donde los sistemas y sus elementos son diseñados para optimizar una función objetivo, pero estos sistemas permanecen fijos durante toda su vida útil.

## 4.6 Formulación del Problema del Diseño Óptimo

La adecuada definición y formulación de un problema requieren más del 50% del esfuerzo total necesario para resolverlo. En otras palabras, es crítico seguir procedimientos bien definidos para formular problemas de optimización de diseño. En el diseño óptimo la correcta formulación del problema juega un papel crítico, porque la solución óptima será tan buena como la formulación. Es importante no olvidar incluir restricciones críticas en la formulación, porque lo más probable es que la solución óptima la viole. También se pueden tener casos en donde se tengan demasiadas restricciones, o si son inconsistentes, puede que no haya solución para el problema. El desarrollo de una formulación adecuada para el diseño óptimo de problemas prácticos es un proceso iterativo, que en algunas ocasiones se llegan a necesitar de varias iteraciones para revisar la formulación antes de tener una aceptable. Los siguientes cinco pasos son usados para formular el problema en el diseño óptimo.

Paso 1: Descripción del proyecto / problema.

Paso 2: Recolección de datos e información.

Paso 3: Definición de variables de diseño.

Paso 4: Criterio de optimización.

Paso 5: Formulación de restricciones.

### 4.6.1 Proceso de Formulación del Problema

A continuación, se explican los 5 pasos para desarrollar una formulación matemática para el problema de optimización del diseño.

1. **Descripción del Proyecto/Problema:** El proceso de formulación comienza desarrollando una declaración descriptiva para el proyecto / problema. La declaración describe los objetivos generales del proyecto y los requisitos que deben cumplirse.
2. **Recopilación de datos e información:** Para desarrollar una formulación matemática para el problema, se necesita recopilar información sobre las propiedades del

material, los requisitos de rendimiento, los límites de recursos, el costo de las materias primas, etc.

3. **Definición de variables de diseño:** Identificar un conjunto de variables que describen el sistema, denominadas variables de diseño o variables de optimización:
  - Estas se consideran libres para asignarles cualquier valor. Diferentes valores para las variables producen diferentes diseños, las variables de diseño deben ser independientes entre sí.
  - Si son dependientes, sus valores no pueden especificarse independientemente porque existen restricciones entre ellos.
  - El número de variables de diseño independientes otorga al diseño grados de libertad para el problema.
  - Si no se seleccionan las variables de diseño adecuadas para un problema, la formulación será incorrecta o imposible.
  - En la etapa inicial de la formulación del problema, se deben investigar todas las opciones para la especificación de las variables de diseño.
  - Es deseable designar más variables de diseño que grados de libertad de diseño aparentes, esto le da mayor flexibilidad a la formulación de problemas.
  - Si hay dificultad para identificar las variables de diseño de un problema, para estos casos se prepara una lista completa de todas las variables.
  - Las variables de diseño deben ser independientes entre sí en la medida de lo posible. Si no lo son, debe haber algunas restricciones de igualdad entre ellas.
  - Debe existir un número mínimo de variables de diseño para formular correctamente un problema de optimización del diseño.
  - Se deben designar tantos parámetros independientes como sea posible como variables de diseño en la fase de formulación del problema. Después, a algunas de las variables se les pueden asignar valores fijos.
  - Se debe dar un valor numérico a cada variable de diseño identificada para determinar si se especifica un diseño de prueba del sistema.
  
4. **Criterio de Optimización:** El criterio debe ser una función escalar cuyo valor numérico se puede obtener una vez que se especifica un diseño; es decir, debe ser una función del vector de variable de diseño. Tal criterio se suele denominar **función objetivo** para el problema de diseño óptimo, y debe maximizarse o minimizarse según los requisitos del problema. Un criterio que se debe minimizar se suele llamar una **función de costo**, la función objetivo válida debe ser influenciada directa o indirectamente por las variables del problema de diseño; de lo contrario, no es una función objetiva significativa.

5. **Formulación de restricciones:** identificar todas las restricciones y desarrollar expresiones para ellas. Estas restricciones, deben depender de las variables de diseño, ya que solo entonces cambian sus valores con diferentes diseños de prueba; es decir, una restricción significativa debe ser una función de al menos una variable de diseño.

## 4.7 Modelo Matemático General para un Diseño Óptimo

Se necesita de un modelo matemático general para describir los conceptos y métodos de optimización. Este modelo se define como la minimización de una función costo en la que se satisfacen todas sus restricciones de igualdad y desigualdad. Las restricciones de desigualdad normalmente son representadas en el modelo usando signos " $\leq$ ", a esto se le conoce como el modelo de optimización de diseño de estándar.

### 4.7.1 Modelo de Optimización de Diseño Estándar

Los problemas tienen un criterio de optimización que se puede usar para comparar varios diseños y determinar cual es óptimo o el mejor. La mayoría de los problemas de diseño también deben satisfacer las restricciones de rendimiento y otras limitaciones. En algunos problemas de diseño solo tienen restricciones de desigualdad, otros solo tienen restricciones de igualdad y algunos tienen ambas. Se puede definir un modelo matemático general para un diseño óptimo que abarque todas estas posibilidades.

Un vector  $n$   $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  de variables de diseño para minimizar la función costo:

$$f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (4.104)$$

Que este sujeto a las restricciones de igualdad  $p$  :

$$h_j(x) = h_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0; j = 1 \text{ a } p \quad (4.105)$$

y las restricciones de desigualdad  $m$  :

$$g_i(x) = g_i(x_1, \dots, x_n) \leq 0; i = 1 \text{ a } m \quad (4.106)$$

Los límites simples en las variables de diseño, como  $x_i \geq 0$ , o  $x_{iMin} \leq x_i \leq x_{iMax}$ , donde  $x_{iMin}$  y  $x_{iMax}$  son los valores más pequeños y más grandes permitidos para  $x_i$ , suponiendo que están incluidos en las desigualdades de Ec. (4.106). En los métodos numéricos, estas

restricciones se tratan explícitamente para aprovechar su forma simple y lograr eficiencia. Pero analizando los conceptos básicos de optimización, se asume que las desigualdades en la Ec. (4.106) incluyen estas restricciones también.

### 4.7.2 Problema de Maximización

El modelo de diseño general trata solo los problemas de minimización. Pero esto no es restricción, ya que la maximización de una función  $F(x)$  es lo mismo que la minimización de una función transformada  $f(x) = -F(x)$ . Considerando la gráfica de una función de una variable  $F(x)$ , que se muestra en la Fig. 4.59a. La función  $F(x)$  toma su valor máximo en el punto  $x^*$ . Después tenemos una gráfica de la función  $f(x) = -F(x)$ , que se muestra en la Fig. 4.59b. Puede observarse que  $f(x)$  es un reflejo de  $F(x)$  sobre el eje  $x$ . También se observa en el gráfico que  $f(x)$  adquiere un valor mínimo en el mismo punto  $x^*$  donde ocurre el máximo de  $F(x)$ . Por lo tanto, la minimización de  $f(x)$  es equivalente a la maximización de  $F(x)$ .

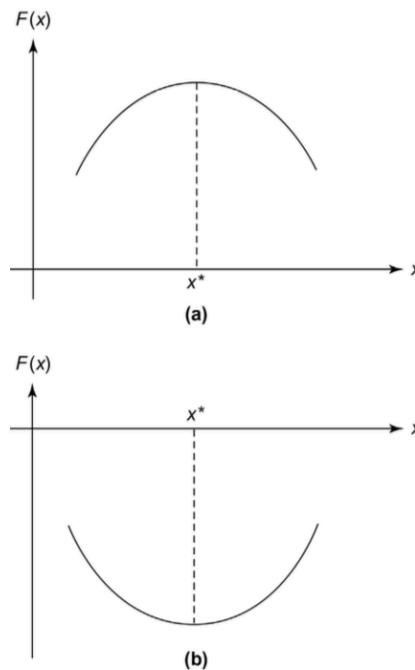


Fig. 4.59. Comparación entre la grafica de un punto máximo (a) y la grafica de un punto mínimo (b).

## 4.8 Observaciones acerca del Modelo Estándar

A continuación se describen las características del modelo estándar:

1. Dependencia de las funciones en las variables de diseño: las funciones  $f(x)$ ,  $h_j(x)$ , y  $g_i(x)$  deben depender, explícita o implícitamente, de algunas de las variables de

diseño. Solo de esta forma estas variables son válidas para el problema de diseño. Las funciones que no dependen de ninguna variable no tienen relación con el problema y pueden ignorarse sin problema.

2. Número de restricciones de igualdad: el número de restricciones de igualdad independientes debe ser menor o, como máximo, igual al número de variables de diseño. Ya que de lo contrario tendríamos un sistema de ecuaciones sobre determinado. En ese caso no es posible una solución para el problema de diseño y la formulación del problema debe ser reexaminada.
3. Número de restricciones de desigualdad: aunque existe una limitación en el número de restricciones de igualdad independientes, no hay restricción en el número de restricciones de desigualdad. Sin embargo, el número total de restricciones activas debe, en lo óptimo, ser menor o igual al número de variables de diseño.
4. Problemas sin restricciones: algunos problemas de diseño pueden no tener restricciones. Estos se llaman sin restricciones; aquellos con restricciones se llaman restringidos.
5. Problemas de programación lineal: si todas las funciones  $f(x)$ ,  $h_j(x)$ , y  $g_i(x)$  son lineales en las variables de diseño  $x$ , entonces el problema se llama problema de programación lineal. Si alguna de estas funciones es no lineal, el problema se llama un problema de programación no lineal.
6. Escalado de las funciones problemáticas: en el caso de que la función de costo se escala multiplicándola con una constante positiva, el diseño óptimo no cambia, pero el valor óptimo de la función de costo sí cambia. Además, cualquier constante se puede agregar a la función de costo sin afectar el diseño óptimo. Del mismo modo, las restricciones de desigualdad se pueden escalar por cualquier constante positiva y las igualdades por cualquier constante. Esto no afectará la región factible y, por lo tanto, la solución óptima. Sin embargo, todas las transformaciones anteriores afectan los valores de los multiplicadores de Lagrange. Además, el rendimiento de los algoritmos numéricos para una solución al problema de optimización puede verse afectado por estas transformaciones.

## 4.9 Conjunto Factible

Un conjunto factible para el problema del diseño es una colección de todos los diseños factibles. La letra  $S$  se usa para representar el conjunto factible. Matemáticamente, el conjunto  $S$  es una colección de puntos de diseño que satisfacen todas las restricciones:

$$S = (x | h_j(x) = 0, j = 1 \text{ a } p; g_i(x) \leq 0, i = 1 \text{ a } m) \quad (4.107)$$

El conjunto de diseños factibles a veces se denomina región factible, especialmente para problemas de optimización con dos variables de diseño. La región factible generalmente se reduce cuando se agregan más restricciones al modelo de diseño y se expande cuando se eliminan algunas restricciones. Cuando la región factible se reduce, se reduce el número de diseños posibles que pueden optimizar la función de costo; es decir, hay menos diseños factibles. En este caso, es probable que aumente el valor mínimo de la función de costo. El efecto es completamente opuesto cuando se eliminan algunas restricciones.

#### 4.10 Tipos de Problemas de Optimización

El modelo de optimización de diseño estándar puede representar muchos tipos de problemas diferentes, ya que existen diferentes problemas de optimización que se encuentran en aplicaciones prácticas. Muchas veces estos problemas pueden transformarse en el modelo estándar y resolverse mediante los métodos de optimización.

**Problemas de optimización continua / variable-discreta:** Cuando las variables de diseño cuentan con cualquier valor numérico dentro de su rango permitido, el problema es conocido como un problema de optimización de variable continua. Cuando el problema solo tiene variables discretas / enteras, se denomina problema de optimización de variables discretas / enteras. Cuando el problema tiene variables continuas y discretas, se llama un problema de optimización de variables mixtas.

**Problemas de optimización suaves / no suaves:** Cuando sus funciones son continuas y diferenciables, el problema se denomina suave (diferenciable). Si las funciones del problema no son diferenciables o incluso discontinuas se denominan no suaves (no diferenciables).

**Problemas con restricciones implícitas:** Algunas restricciones son bastante simples, como los valores máximos y mínimos permitidos para las variables de diseño. Cuando existen funciones implícitas en la formulación del problema, no es posible formular las funciones del problema explícitamente solo en términos de variables de diseño. En cambio, se deben usar algunas variables intermedias en la formulación del problema.

**Problemas de optimización de red:** Una red o un gráfico consta de puntos y líneas que conectan pares de puntos. Dependiendo del tipo de aplicación, los problemas de optimización de la red se han clasificado como problemas de transporte, problemas de asignación,

problemas de ruta más corta, problemas de flujo máximo, problemas de flujo de costo mínimo y problemas de ruta crítica.

**Problemas de optimización de respuesta dinámica:** Muchos sistemas prácticos están sujetos a cargas dinámicas transitorias. En tales casos, algunas de las limitaciones del problema dependen del tiempo cada una de estas restricciones debe imponerse durante todo el intervalo de tiempo de interés. Por lo tanto, cada uno representa un conjunto infinito de restricciones porque la restricción debe imponerse en cada punto de tiempo en el intervalo dado.

**Variables de diseño como funciones:** En algunas aplicaciones, las variables de diseño no son parámetros sino funciones de una, o más variables. Estas variables de diseño surgen en problemas de control óptimo en los que la entrada debe determinarse durante el intervalo de tiempo deseado para controlar el comportamiento del sistema. El tratamiento habitual de las funciones de diseño es parametrizarlas. Cada función se representa en términos de algunas funciones conocidas y los parámetros que las multiplican. Los parámetros se tratan como variables de diseño.

## 4.11 Conceptos de Diseño Óptimos: Condiciones de Optimalidad

En el diseño óptimo se tienen diferentes enfoques de optimización para cada tipo de problemas, se tienen dos puntos vista diferentes: los métodos de criterio de optimalidad y los métodos de búsqueda.

**Métodos de criterios de optimalidad:** Los criterios de optimalidad son condiciones que una función tiene que cumplir en su punto mínimo.

**Métodos de búsqueda:** los métodos de búsqueda se basan en una filosofía diferente de buscar numéricamente el espacio de diseño para obtener diseños óptimos. Usualmente el diseño inicial no logra satisfacer los criterios de optimización; por lo tanto, se mejora iterativamente hasta que estén satisfechos.

### 4.11.1 Definiciones de Mínimo Global y Local

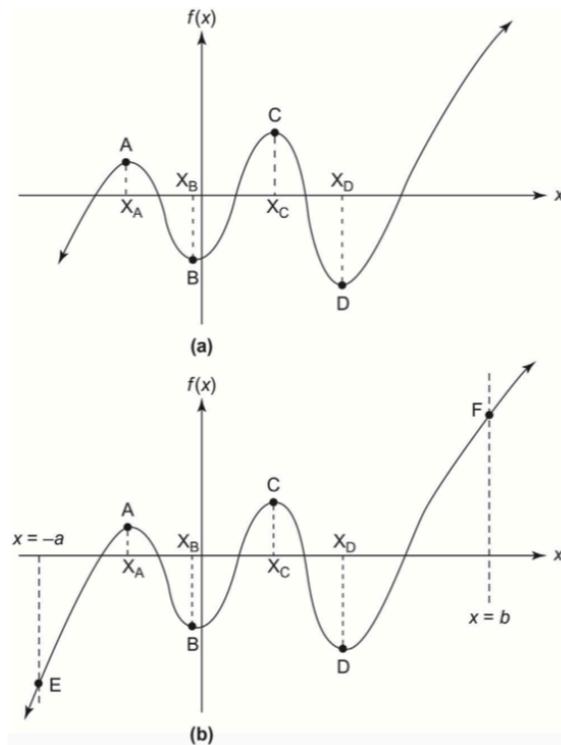
Los conceptos de mínimos locales y globales se definen e ilustran utilizando el modelo matemático estándar. El problema de la optimización del diseño siempre se convierte en minimización de una función de costo sujeta a restricciones de igualdad y desigualdad.

### 4.11.2 Máximos y Mínimos

En muchas ocasiones en los problemas de la optimización, el objetivo es encontrar un punto en el espacio de diseño factible que otorgue un valor mínimo a la función de costo. Existen dos tipos de puntos mínimos para una función: punto mínimo local y punto mínimo global.

Para entender la diferencia entre los mínimos globales y locales de una función, tenemos como ejemplo la Fig. 4.60a, que muestra las graficas de una función  $f(x)$  de una variable, donde  $x$  está entre  $-\infty$  y  $\infty$  ( $-\infty \leq x \leq \infty$ ), los puntos  $x_B$  y  $x_D$  son mínimos locales ya que la función tiene su valor más pequeño en su extremo. Al desplazarse en la grafica a la izquierda o derecha de estos puntos, el valor de la función aumenta, se pueden encontrar otro tipo de puntos como  $x_A$  y  $x_C$  que son puntos de máximos locales para la función.

Para encontrar un punto mínimo global, es necesario examinar todo el dominio de la función y determinar si tiene el valor mínimo (máximo) sobre todo su dominio. En base a estas definiciones, no hay un mínimo o un máximo global para la función de la Fig. 4.60a, ya que el dominio y la función  $f(x)$  no tienen límites; es decir,  $x$  y  $f(x)$  pueden tener cualquier valor entre  $-\infty$  y  $\infty$ . Pero si se restringe  $x$  para que se encuentre entre  $-a$  y  $b$ , como en la Fig. 4.60b, entonces el punto  $x_E$  da el mínimo global y  $x_F$  el máximo global para la función.



**Fig. 4.60.** Representación de puntos óptimos. (a) El dominio de una función sin restricciones. (b) El dominio de una función con restricciones.

- **Un punto mínimo global** (también llamado mínimo absoluto), es aquel en el que no hay otros puntos factibles con valores de función de mejor costo.
- **Un punto mínimo local** (también llamado mínimo relativo) es aquel en el que no hay otros puntos factibles "en sus proximidades" con mejores valores de función de costo.

## 4.12 Existencia de un Mínimo

Por lo general, no se sabe con seguridad si existe un mínimo antes de intentar resolver un problema, en ciertos casos se puede saber la existencia de un mínimo, aunque no se tenga la certeza de cómo encontrarlo. El teorema de Weierstrass [53] garantiza esto cuando se cumplen ciertas condiciones. El teorema dice:

“ Si  $f(x)$  es continuo en un conjunto factible no vacío  $S$  que está cerrado y acotado, entonces  $f(x)$  tiene un mínimo global en  $S$ ”.

Para usar el teorema, es necesario conocer el significado de un conjunto cerrado y acotado. Un conjunto  $S$  se cierra si incluye todos sus puntos de límite y cada secuencia de puntos tiene una subsecuencia que converge a un punto en el conjunto. Esto implica que no puede haber restricciones de desigualdad estrictamente "tipo  $<$ " en la formulación del problema.

Retomando la Fig. 4.60a, en donde el dominio de la función no está cerrado, y la función también es ilimitada, no se garantiza un mínimo o máximo global para la función, en realidad no hay un mínimo o máximo global para esta función, pero en la Fig. 4.60b, en donde el conjunto factible está cerrado y acotado con  $-a \leq x \leq b$  y la función es continua, tiene puntos globales mínimos y máximos. Es importante tener en cuenta el teorema al usar un método numérico para resolver un problema de optimización. Si el proceso numérico no está convergiendo a una solución, entonces tal vez algunas condiciones de este teorema no se cumplen y la formulación del problema deba ser reexaminada cuidadosamente.

## 4.13 Conceptos de Condiciones Necesarias y Suficientes

### 4.13.1 Condiciones Necesarias

Las condiciones de optimización se derivan haciendo un análisis en un punto óptimo, y luego analizando el comportamiento de las funciones y sus derivadas en ese punto. Las condiciones que deben cumplirse en el punto óptimo se denominan necesarias, es decir, si un punto no satisface las condiciones necesarias, no puede ser óptimo tomando en cuenta, que la

satisfacción de las condiciones necesarias no garantiza la optimización del punto; es decir, puede haber puntos no óptimos que también satisfacen las mismas condiciones. Lo cual significa que el número de puntos que satisfacen las condiciones necesarias puede ser mayor que el número de puntos óptimos.

### **4.13.2 Condición Suficiente**

Si un punto óptimo cumple la condición suficiente, entonces es un punto óptimo, pero si no se cumple la condición suficiente o no se puede utilizar, es posible que no podamos concluir que el diseño en ese punto no es óptimo. La conclusión dependerá de los supuestos y restricciones utilizados para derivar la condición suficiente, también es necesario llevar a cabo un mejor análisis del problema u otras condiciones de orden superior para hacer una declaración definitiva sobre la optimización del punto que es candidato.

Resumen de las condiciones necesarias y suficientes:

1. Los puntos óptimos deben cumplir las condiciones necesarias y los puntos que no los satisfacen no pueden ser óptimos. Las condiciones de optimización necesarias de primer orden implican las primeras derivadas parciales de la función, y las condiciones necesarias de segundo orden implican las derivadas parciales de la función.
2. Un punto que satisface las condiciones necesarias no necesita ser óptimo; es decir, los puntos no óptimos también pueden satisfacer las condiciones necesarias.
3. Un punto que es candidato y que satisface una condición suficiente es considerado un punto óptimo. Estas condiciones implican derivadas parciales de segundo o mayor orden de la función.
4. Si la condición de suficiencia no se puede utilizar o no se cumple, es posible que no podamos sacar ninguna conclusión sobre la optimización del punto candidato.

### **4.13.3 Condiciones de Optimidad: Problema sin Restricciones**

Las condiciones de optimidad para problemas no restringidos o restringidos se pueden usar de dos formas:

1. Se pueden utilizar para verificar si un punto dado es un óptimo local para el problema

2. Se pueden resolver para puntos óptimos locales.

Es muy importante tomar en cuenta que las condiciones necesarias deben cumplirse en el punto mínimo; de lo contrario, no puede ser un punto mínimo. Sin embargo, estas condiciones también pueden satisfacerse con puntos que no son mínimos, un punto que satisface las condiciones necesarias es simplemente un candidato mínimo local. Las condiciones suficientes pueden distinguir los puntos mínimos de los puntos no mínimos.

#### 4.13.4 Conceptos Relacionados con las Condiciones de Optimalidad

El concepto básico para obtener condiciones de optimalidad local es asumir que estamos en un punto mínimo  $x^*$  y luego examinar su “vecindario” para estudiar las propiedades de la función y sus derivados. Básicamente, se utiliza la definición de un mínimo local. Como solo se examina un vecindario pequeño, las condiciones que son obtenidas se denominan condiciones de optimalidad local. En el caso de que  $x^*$  es un punto mínimo local para  $f(x)$ . Para investigar su vecindario, sea  $x$  cualquier punto cerca de  $x^*$ . Se definen los incrementos  $d$  y  $\Delta f$  en  $x^*$  y  $f(x^*)$  como  $d = x - x^*$  y  $\Delta f = f(x) - f(x^*)$ .

Como  $f(x)$  tiene un mínimo local en  $x^*$ , no se reducirá más si nos alejamos un poco del punto  $x^*$ . Por lo tanto, un cambio en la función para cualquier movimiento en un pequeño vecindario de  $x^*$  debe ser no negativo; es decir, el valor de la función debe permanecer constante o aumentar. Esta condición, también obtenida directamente de la definición de mínimo local dada, se puede expresar como la siguiente desigualdad:

$$\Delta f = f(x) - f(x^*) \geq 0 \quad (4.108)$$

### 4.14 Condiciones de Optimalidad para Funciones de una sola Variable

#### 4.14.1 Condición Necesaria de Primer Orden

Se considera a una función de una sola variable. Se desarrolla la expansión de Taylor de  $f(x)$  en el punto  $x^*$ :

$$f(x) = f(x^*) + f'(x^*)d + \frac{1}{2}f''(x^*)d^2 + R \quad (4.109)$$

donde  $R$  es el resto, que contiene términos de orden superior en  $d$  y "primos" que indican el orden de las derivadas. A partir de esta ecuación, el cambio en la función en  $x^*$  (es decir,  $\Delta f = f(x) - f(x^*)$ ) se da como:

$$\Delta f(x) = f'(x^*)d + \frac{1}{2}f''(x^*)d^2 + R \quad (4.110)$$

La desigualdad (4.108) muestra que la expresión para  $\Delta f$  no debe ser negativa ( $\geq 0$ ), porque  $x^*$  es un mínimo local para  $f(x)$ . Como " $d$ " es pequeño, el término de primer orden  $f'(x^*)d$  domina otros términos y, por lo tanto,  $\Delta f$  puede aproximarse como  $\Delta f = f'(x^*)d$ . Hay que tomar en cuenta que  $\Delta f$  en esta ecuación puede ser positivo o negativo dependiendo del signo del término  $f'(x^*)d$ . Como  $d$  es arbitrario (un pequeño incremento en  $x^*$ ), puede ser positivo o negativo. Por lo tanto, si  $f'(x^*) \neq 0$ , el término  $f'(x^*)d$  y  $\Delta f$  pueden ser negativos.

Esto se puede apreciar de mejor forma, dejando que el término sea positivo para algún incremento  $d_1$  que satisfaga la desigualdad (4.108) (es decir,  $\Delta f = f'(x^*)d_1 > 0$ ). Como el incremento  $d$  es arbitrario, es reversible, por lo que  $d_2 = -d_1$  es otro incremento posible.

Para  $d_2$ ,  $\Delta f$  se convierte en negativo, lo que viola la desigualdad (4.108). Por lo tanto, la cantidad  $f'(x^*)d$  puede tener un valor negativo independientemente del signo de  $f'(x^*)$ , a menos que sea cero. La única forma en que puede ser no negativo para todas las  $d$  en una vecindad de  $x^*$  es cuando:

$$f'(x^*) = 0 \quad (4.111)$$

#### 4.14.2 Puntos Estacionarios

La Ec. (4.111) es una condición necesaria de primer orden para el mínimo local de  $f(x)$  en el punto  $x^*$ . Se llama "primer orden" porque solo implica la primera derivada de la función. Por lo tanto, ya que los puntos que satisfacen la Ec. (4.111) pueden ser mínimos locales o máximos, o puntos de inflexión, a estos puntos se les denominan puntos estacionarios.

#### 4.14.3 Condicion Suficiente

Es necesario una condición suficiente para determinar cuáles, de los puntos estacionarios son realmente mínimos para la función. Como se menciono anteriormente los puntos estacionarios satisfacen la condición necesaria  $f'(x^*) = 0$ , el cambio en la función  $\Delta f$  de la Ec. (4.109) se convierte en:

$$\Delta f(x) = \frac{1}{2} f''(x^*) d^2 + R \quad (4.112)$$

Dado que el término de segundo orden domina todos los demás términos de orden superior, se tiene que tomar en cuenta que el término puede ser positivo para todos  $d \neq 0$  si :

$$f''(x^*) > 0 \quad (4.113)$$

Los puntos estacionarios que satisfacen la desigualdad (4.113) deben ser al menos mínimos locales, porque satisfacen la desigualdad (4.108) ( $\Delta f > 0$ ). Es decir, la función tiene una curvatura positiva en los puntos mínimos. La desigualdad (4.113) es la condición suficiente para que  $x^*$  sea un mínimo local.

#### 4.14.4 Condición Necesaria de Segundo Orden

Si  $f'(x^*) = 0$ , no se puede concluir que  $x^*$  no es un punto mínimo. Sin dejar de lado las Ecs. (4.108) y (4.112), que  $f(x^*)$  no puede ser un mínimo a menos que:

$$f''(x^*) \geq 0 \quad (4.114)$$

Si la segunda derivada de  $f''$  y evaluado en el punto candidato  $x^*$  es menor que cero, entonces  $x^*$  no es un punto mínimo local. La desigualdad (4.114) es una condición necesaria de segundo orden, por lo que cualquier punto que la viole esta condición no puede ser un mínimo local, sino que, en realidad, es un máximo local para la función. Si  $f''(x^*) = 0$ , es necesario evaluar derivadas de orden superior para determinar si el punto es un mínimo local.

En general, la derivada que es no nula más baja, debe ordenarse de manera uniforme para los puntos estacionarios y debe ser positiva para los puntos mínimos locales. Todas las derivadas de orden impar inferiores a la derivada de orden par distinto de cero deben ser cero como condición necesaria. Las condiciones necesarias deben cumplirse en el punto mínimo; de lo contrario, no puede ser un mínimo.

1. Las condiciones necesarias de primer orden también pueden cumplirse con puntos que no son mínimos. Un punto que satisface las condiciones necesarias de primer orden es simplemente un mínimo local candidato.
2. Si se cumple la condición suficiente en un punto candidato, entonces es un punto mínimo.

#### 4.15 Condiciones de Optimalidad para Funciones de Varias Variables

Para el caso general de una función con varias variables  $f(x)$  donde  $x$  es un vector  $n$ , se repite la derivación de las condiciones necesarias y suficientes utilizando la forma multidimensional de la expansión de Taylor:

$$f(x) = f(x^*) + \nabla f(x^*)^T d + \frac{1}{2} d^T H(x^*) d + R \quad (4.115)$$

Alternativamente, un cambio en la función  $\Delta f = f(x) - f(x^*)$  se da como:

$$\Delta f = \Delta f(x^*)^T d + \frac{1}{2} d^T H(x^*) d + R \quad (4.116)$$

Un mínimo local en  $x^*$ ,  $\Delta f$  debe ser no negativo debido a la definición de un mínimo local, es decir,  $\Delta f \geq 0$ . Tomando en cuenta solo en el término de primer orden en la Ec. (4.116), se puede observar que  $\Delta f$  puede ser no negativo para todos los  $d$  posibles a menos que:

$$\nabla f(x^*) = 0 \quad (4.117)$$

En otras palabras, el gradiente de la función en  $x^*$  debe ser cero. En la forma de componente, esta condición necesaria se convierte en:

$$\frac{\partial f(x^*)}{\partial x_i} = 0; \quad i = 1 \text{ a } n \quad (4.118)$$

Los puntos que satisfacen la Ec. (4.118) se llaman puntos estacionarios. Considerando el segundo término en la Ec. (4.116) evaluado en un punto estacionario, el signo positivo de  $\Delta f$  está asegurado si:

$$d^T H(x^*) d > 0 \quad (4.119)$$

Para todos los  $d \neq 0$ , se cumple, si la matriz Hessiana  $H(x^*)$  es una matriz definida positiva, que es la condición suficiente para un mínimo local de  $f(x)$  en  $x^*$ . Las condiciones (4.118) y (4.119) son el equivalente multidimensional de las condiciones (4.111) y (4.113), respectivamente. Se resume el desarrollo de esta sección en el siguiente tema.

## 4.16 Condiciones Necesarias y Suficientes para un Mínimo Local

Condición necesaria. Si  $f(x)$  tiene un mínimo local en  $x^*$  entonces:

$$\frac{\partial f(x^*)}{\partial x_i} = 0; \quad i = 1 \text{ a } n \quad (4.120)$$

Condición necesaria de segundo orden. Si  $f(x)$  tiene un mínimo local en  $x^*$ , entonces la matriz Hessiana es positiva en el punto  $x^*$ .

$$H(x^*) = \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right]_{(n \times n)} \quad (4.121)$$

Condición Suficiente de Segundo Orden. Si la matriz  $H(x^*)$  es positiva en el punto  $x^*$ , entonces  $x^*$  es un mínimo local para la función  $f(x)$ .

Es importante tomar en cuenta que si  $H(x^*)$ , en el punto estacionario  $x^*$  es indefinido, entonces  $x^*$  no es un punto mínimo local, ni un punto máximo local, porque la condición necesaria de segundo orden no se cumple en ambos casos. Esta clase de puntos estacionarios se denominan puntos de inflexión, también si  $H(x^*)$  es al menos semidireccional positivo, entonces  $x^*$  no puede ser un máximo local, ya que viola la condición necesaria de segundo orden para un máximo local de  $f(x)$ , es decir, un punto no puede ser un mínimo local y un máximo local simultáneamente.

## 4.17 Optimidad Global

En el diseño óptimo de sistemas, la pregunta por el óptimo global de una solución siempre surge. En general, es difícil responder a esta cuestión de manera satisfactoria. Pero se puede llegar a una respuesta siguiendo dos caminos:

- Si la función de costo  $f(x)$  es continua en un conjunto factible cerrado y acotado, entonces el Teorema de Weierstrass garantiza la existencia de un mínimo global. Por lo tanto, se pueden calcular todos los puntos mínimos locales para la función, el punto que da el menor valor a la función de costo puede seleccionarse como un mínimo global para la función, aunque esta opción es una búsqueda exhaustiva en el espacio de diseño factible.

- Si es posible demostrar que el problema de optimización es convexo, cualquier mínimo local también es un mínimo global. Pero este método necesita de otro tipo de condiciones adicionales para encontrar el punto mínimo.

Ambos procedimientos pueden involucrar cálculos computacionales, también la complejidad del problema puede resultar en el uso de funciones de costo más complejas para describir un sistema. Es por eso que los métodos numéricos en conjunto con la programación han tomado un papel importante en muchas disciplinas, y el caso del diseño óptimo no es la excepción, con la ayuda de sistemas computacionales la metodología del diseño óptimo puede tener un mejor rendimiento y se puede profundizar en problemas más complejos.

#### **4.18 Diseño Óptimo en los Álabes de una Turbina de Viento en Función de su Masa**

El diseño de los álabes de una turbina cuenta con una gran cantidad de variables y parámetros. Como se ha mencionado en los capítulos anteriores, la teoría BEM es usada como base para el diseño de los 3 diseños de álabes, los cuales fueron ensamblados en modelos 3-D en programas CAD. Mediante estos programas es posible calcular características como el peso, centro de masa, momentos de inercia de los diseños de los álabes. Con el método de elemento finito se simulan las condiciones de carga en los álabes siguiendo la norma UNE-EN 61400-2 y así obtener los esfuerzos que soportan estos diseños. Con los diseños aerodinámicos, las masas de los diseños en 3-D y de los resultados de las simulaciones de elemento finito, se cuenta con una gran cantidad de variables e información que pueden ser usados en la metodología de diseño óptimo.

En el diseño de los álabes de turbina viento, diferentes técnicas y teorías son usadas para lograr la máxima potencia de salida posible, también son empleados distintos programas de computadora o algoritmos para optimizar el diseño de las aspas. Gur y Rosen [54] proponen dos métodos para diseñar una turbina de viento, el primer método es el diseño clásico que se basa en la teoría de BEM para una turbina en función de su velocidad específica y el segundo diseño que también usa la teoría de BEM, pero usando métodos numéricos y funciones de costo para maximizar la producción anual de energía.

Existen otras formas para optimizar los álabes de una turbina de viento, Jureczko et al. [55] implementaron un algoritmo genético para maximizar la potencia de salida reduciendo las vibraciones y el costo del material. Deborah et al. [56] presentan un modelo para optimizar la distribución de la cuerda y el ángulo de torcimiento en las turbinas de eje horizontal, la optimización aerodinámica es obtenida al maximizar el coeficiente potencia mediante un algoritmo. Kaveh y Sabati [57] usan un algoritmo llamado “Colliding Bodies Optimization (CBO)” para optimizar la estructura de una turbina de viento offshore. Malawi y Negm [58]

presentan un modelo de optimización para minimizar el peso y las vibraciones y maximizar la rigidez. Quang et al. [59] implementaron un algoritmo PSO (particle swarm optimization), este algoritmo se basa en el comportamiento de las comunidades que tienen conductas sociales e individuales, similares a aves buscando comida, este algoritmo combinado con otro software es utilizado para optimizar los perfiles aerodinámicos. Longfuo et al. [60] proponen un método para minimizar el costo de energía (COE) en turbinas de viento offshore, en donde ellos optimizan la velocidad del viento y el radio del rotor por medio de un algoritmo. Mohamed et al. [61] usan un algoritmo evolucionario en combinación del software ANSYS, buscando el mejor coeficiente de potencia usando la optimización para encontrar la mejor forma del perfil aerodinámico. Ernesto y Andre [62] también usan un algoritmo evolucionario, orientado hacia un método de optimización multi-objetivo con la meta de lograr una maximización de la energía producida anualmente en un emplazamiento eólico y reducir el costo de energía. Mojtaba et al. [63] usaron un algoritmo genético en una turbina de eje horizontal como método de optimización considerando la generación de potencia como su función objetivo, los algoritmos genéticos se basan en mecanismos de selección natural. Chalothorn [64] diseña una turbina óptima usando un código de computadora SuWit (Suranaree Wind Turbine) que es un código basado en la teoría BEM para encontrar el perfil aerodinámico óptimo. Jaehwan et al. [65] proponen un método de optimización para encontrar la altura del Hub, su método usa la ganancia neta anual como función objetivo, a través de funciones matemáticas con sus restricciones encuentran la altura óptima para el Hub.

#### 4.19 Proceso de Formulación del Problema para el Diseño de Álabes

El proceso de diseño óptimo en el diseño de los álabes de una turbina de viento, es desarrollado con los pasos de formulación del problema:

1. **Descripción del Proyecto/Problema:** El propósito de este proyecto es diseñar un álabes de una turbina de viento, con una masa mínima y resistente a las condiciones de carga bajo diferentes condiciones de operación.
2. **Recopilación de datos e información:** En base a la teoría BEM se estableció una metodología para diseñar 3 álabes de turbina de viento usando el perfil aerodinámico NRELS818. Las condiciones consideradas para el diseño fueron: una velocidad de viento ( $U$ ) de 12m/s, una densidad del aire promedio de  $1.28 \text{ kg/m}^3$ , una potencia de diseño de 30 kW, un número de Reynolds de  $8.307 \times 10^{-5}$  y una viscosidad dinámica de  $1.849 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$ . En la metodología de diseño, el álabes de 2.938m de longitud, es dividido en 25 secciones, a cada álabes le fue asignado el material Glass-E, con una rigidez de 38 Gpa, una resistencia a la tracción de 1800 Mpa y una densidad de  $1.87 \text{ g/cm}^3$ .

**3. Definición de variables de diseño:** Se tienen 2 variables de diseño:

$$\sigma = \text{Esfuerzo de Von Misses, Pa}$$

$$\lambda = \text{Velocidad específica}$$

**4. Criterio de Optimización:** La función objetivo es minimizar la masa total del álabe, pero para encontrar esta función, se sigue una metodología diferente. Con los datos de los 3 diseños de álabes previamente generados (la masa, las velocidades específicas y los esfuerzos) y con ayuda de distintas herramientas matemáticas se obtiene una función objetivo.

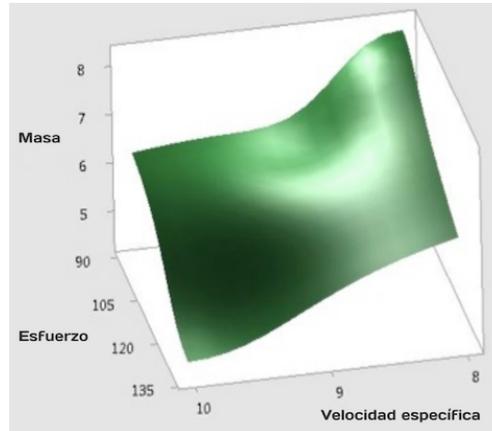
**5. Formulación de restricciones:** Entre las restricciones designadas se tienen la velocidad específica, con un rango de 8-10 (siendo estos los valores más altos en velocidad específica para turbinas de viento) y el esfuerzo de Von Mises con rangos de  $9.0548 \times 10^7 \text{ Pa}$  a  $1.3088 \times 10^8 \text{ Pa}$ . Estas dos variables son expresadas como restricciones de desigualdad.

$$8 \leq \lambda \leq 10$$

$$9.0548 \times 10^7 \leq \sigma \leq 1.3088 \times 10^8, \text{ Pa}$$

#### 4.20 Obtención de la Función Objetivo del Álabe de una Turbina de Viento

La función objetivo es el criterio con el cual se optimiza un sistema, este criterio tiene que ser una función escalar, donde un valor numérico es obtenido cuando el diseño satisface todas las restricciones. Para obtener la función para el diseño de un álabe de turbina de viento, se tienen 3 diseños iniciales, los cuales cuentan con diferentes características: la masa (valores de 4.3 kg a 8.2 kg) y por lo tanto las propiedades mecánicas de cada álabe también son diferentes. Los 3 diseños de álabes son graficados en términos de su masa ( $m$ ), velocidad específica ( $\lambda$ ) y de sus esfuerzos ( $\sigma$ ). Se obtiene una superficie en 3 dimensiones, esta superficie es la función objetivo.

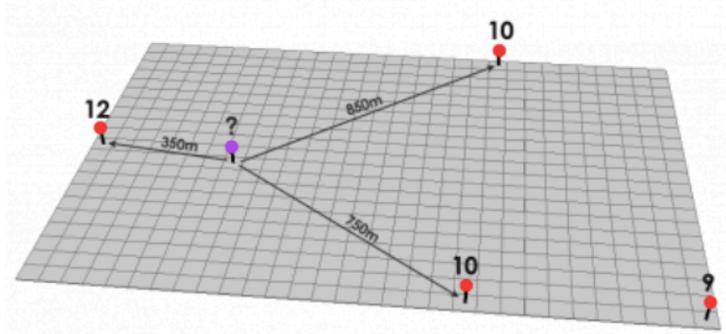


**Fig. 4.61.** Función objetivo del diseño de óptimo de las alabes de una turbina de viento

En la Fig. 4.61, se muestra la superficie de los 3 diseños con sus correspondientes valores de masa, velocidad específica ( $\lambda$ ) y esfuerzo; delimitados por las restricciones establecidas. La ecuación de la función objetivo se obtiene al encontrar el polinomio que describe a ésta superficie. Al sólo contar con 3 diseños o puntos que son conocidos en la superficie de la función objetivo, es necesario encontrar más de estos puntos dentro de la superficie, de esta forma la aproximación del polinomio que describe a esta función será más certera.

#### 4.21 Interpolación de la Distancia Inversa Ponderada

La técnica de la distancia inversa ponderada permite obtener más puntos en la función objetivo. Esta técnica nos permite calcular la altura en áreas específicas; en este caso se busca obtener más valores de la masa dentro de la función objetivo, para ello se comienza con 3 valores conocidos dentro de los límites de la función objetivo y los puntos desconocidos dentro de la función son estimados por medio de la interpolación. Contando con 3 puntos de los diseños iniciales, se pueden interpolar más puntos en el área delimitada por las restricciones de diseño. Este método matemático usa las distancias que hay del punto que se desea conocer, hacia los puntos con valores conocidos, tal como se muestra en la siguiente Fig. 4.62.



**Fig. 4.62.** Ejemplo de interpolación de la distancia inversa ponderada

Entre más cercanos sean los puntos conocidos de los puntos que se desea encontrar, la aproximación será más exacta. La formula para la interpolación inversa ponderada es la siguiente:

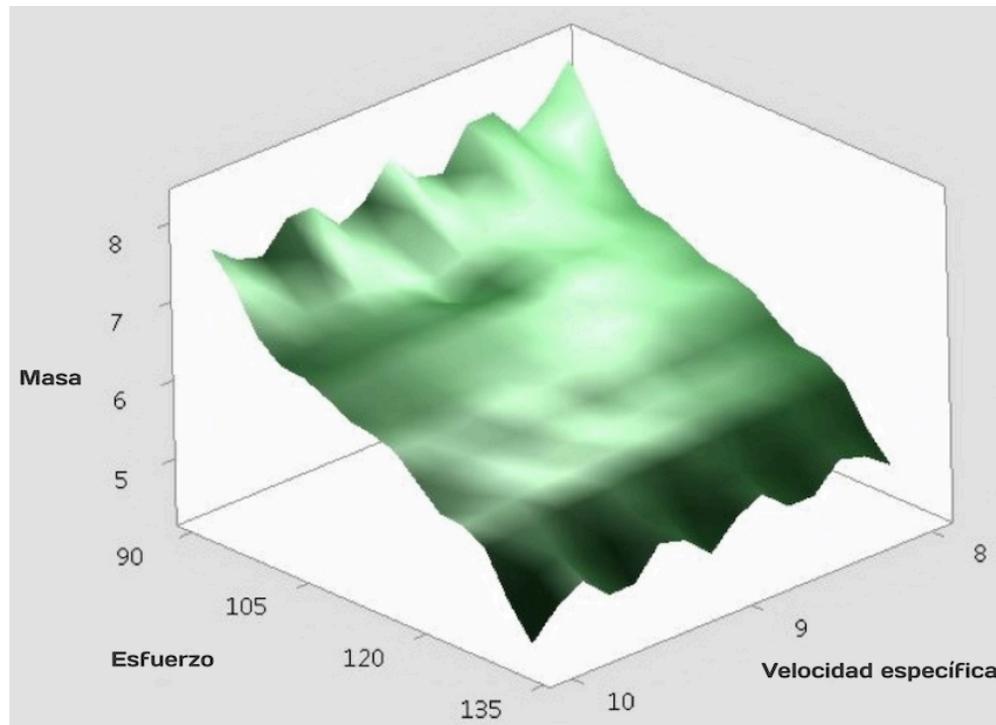
$$z_p = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{z_i}{d_i^p} \right)}{\sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{d_i^p} \right)} \quad (4.122)$$

En la Ec. (4.122),  $z_p$ , es la nueva altura que se desea calcular. En el numerador se tiene una sumatoria de fracciones, de los puntos que son conocidos entre sus distancias al nuevo punto que se desea conocer. En el denominador se tiene otra sumatoria, del cociente de 1 entre las distancias de los 3 puntos conocidos. Usando la técnica de interpolación de la distancia inversa ponderada se obtienen 23 puntos adicionales, añadiendo los primeros 3 puntos que surgen de los diseños de álabes, se tienen en total 25 puntos Tabla. 4.22, los cuales se grafican nuevamente para obtener una nueva función objetivo.

**Tabla 2.22.** Todos los puntos que representan la superficie de la función objetivo.

	$\lambda$	$\sigma$	$m$
Punto	x	y	z
A	8.0	90.5	8.2
B	9.0	98.8	6.3
C	10.0	130.8	4.4
D	9.0	110.6	6.3
1	8.5	100.5	6.7
2	8.5	110.6	6.3
3	8.0	100.5	6.7
4	8.0	110.6	6.3
5	8.5	90.5	8.1
6	9.0	90.5	7.9
7	9.5	110.6	6.3
8	9.5	120.7	5.6
9	9.0	120.7	5.7
10	9.5	130.8	4.5
11	9.0	130.8	4.6
12	8.5	120.7	5.7
13	8.5	130.8	4.7
14	8.0	120.7	5.8
15	8.0	130.8	4.8
16	9.0	100.5	6.6
17	10.0	120.7	5.5
18	10.0	110.6	6.2
19	9.5	100.5	6.6
20	10.0	100.5	6.5
21	9.5	90.5	7.8
22	10.0	90.5	7.7

En la Tabla. 4.22 son mostrados los 25 puntos que conforman a la función objetivo de la Fig. 4.63. En la Tabla. 4.22 los primeros 3 puntos (A, B, C) son los 3 diseños de álabes iniciales, el resto de los 22 puntos fue calculado con la técnica de la distancia inversa ponderada.



**Fig. 4.63.** Función objetivo obtenida al graficar los 25 puntos.

En la Fig. 4.63, puede observarse que la nueva superficie generada que luce diferente de la función de la Fig. 4.61. La función que cuenta con los 25 puntos tiene más variedad de pendientes, provocando que la forma de la superficie se muestre con más ondulaciones.

Contando con una nueva función objetivo con una mayor cantidad de puntos, se necesita de una herramienta matemática que permita obtener el polinomio que describe a esta superficie. Para encontrar ese polinomio se emplea la interpolación polinómica, el cual pase se conforme por los 25 puntos calculados.

En la actualidad existen diferentes programas computacionales con una gran variedad de herramientas, las cuales permiten al usuario manejar una gran cantidad de datos, aplicar diferentes operaciones matemáticas y diferentes métodos de graficación, etc. Para este estudio se realiza una interpolación con la ayuda del software Matlab, entre sus aplicaciones se encuentra la aplicación Curve Fitting Toolbox, la cual permite realizar diferentes tipos de interpolaciones y regresiones. Con esta herramienta los 25 puntos son ingresados en forma de coordenadas en el programa. En la ventana de comandos, de manera rápida el programa muestra la gráfica de la función y las diferentes opciones para hacer el ajuste de la curva.

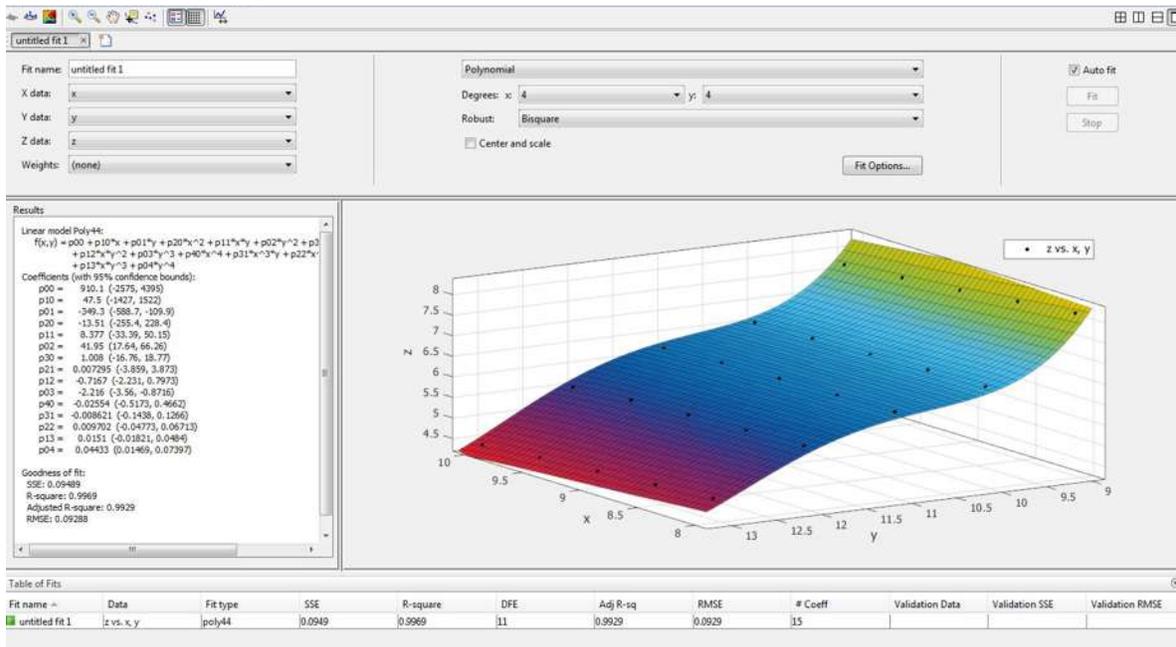


Fig. 4.64. Interpolación polinómica en el programa Curve Fitting Toolbox .

El ajuste realizado que mejor se acopla a los punto de la superficie de la función objetivo es polinomial. En las variables “x” y “y”, con el mejor ajuste, resultan ser de cuarto grado, en la Fig. 4.64 puede observarse que las varibles de cuarto grado se ajustan bien a los puntos que describen a la función objetivo.

Después de ajustar los datos con un modelo, es necesario evaluar la certeza del ajuste. Esto puede hacerse de manera visual, pero tambien se tienen otros indicadores que ayudan a determinar la exactitud del modelo. Dentro de la aplicación de Matlab, existen herramientas estadísticas que ayudan a revisar el ajuste de las funciones. Las siguientes ecuaciones muestran las expresiones estadísticas que son usadas por Curve Fitting Toolbox para el ajuste de curvas.

### Suma de cuadrados por error ( Sum of Square Due to Error)

Esta estadística mide la desviación total de los valores de respuesta del ajuste a los valores de respuesta. Se expresa de la siguiente forma:

$$SSE = \sum_{i=1}^n w_i (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (4.123)$$

Un valor cercano a 0 indica que el modelo tiene un componente de error aleatorio más pequeño, y que el ajuste sera mas útil para la predicción.

### R- Cuadrado (R-Square)

Esta estadística mide qué tan bueno es el ajuste para explicar la variación de los datos, es decir, es el cuadrado de la correlación entre los valores de respuesta y los valores de respuesta pronosticados. Se define como :

$$SSR = \sum_{i=1}^n w_i (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad (4.124)$$

R-Cuadrada solo puede tomar valores entre 0 y 1, cuando el valor se encuentra más cercano a 1 indicando que el modelo representa una mayor parte de la varianza.

### Grados de libertad de R-Cuadrado

Usando la estadística de R-cuadrado, la cual es ajustada en función de los grados de libertad residuales. Los grados residuales de libertad se definen como el número de valores de respuesta  $n$  menos el número de coeficientes ajustados  $m$  estimados a partir de los valores de respuesta.

$$v = n - m \quad (4.125)$$

$v$  indica el número de datos independientes que involucran a los  $n$  puntos de datos que se necesitan para calcular la suma de los cuadrados. El estadístico R-Cuadrado ajustado es el mejor indicador de la calidad del ajuste. Este estadístico solo puede tomar valores menores o igual a 1, con valores cercanos a 1 indicando el mejor ajuste.

$$\text{adjusted } R - \text{Cuadrado} = 1 - \frac{SSE(n-1)}{SST(v)} \quad (4.126)$$

SST es llamado como la suma de los cuadrados por encima de la media y se define como:

$$SST = \sum_{i=1}^n w_i (y_i - \bar{y})^2 \quad (4.127)$$

### Error Cuadrático Medio (Root Mean Squared Error)

Esta estadística hace una estimación de la desviación estándar del componente aleatorio en los datos, y se define como:

$$SRMSE = s = \sqrt{MSE} \quad (4.128)$$

Donde MSE es el error cuadrático medio

$$MSE = \frac{SSE}{v} \tag{4.129}$$

Los valores cercanos a 0 indican un ajuste más útil para la predicción.

Con estos indicadores estadísticos se encuentra un modelo apto que se ajuste adecuadamente a los datos. Es importante que la aproximación sea la mejor, esto para que el polinomio que forma el programa represente lo mejor posible la superficie de la función objetivo. Los valores para cada uno de los estadísticos mencionados se presentan a continuación en la Fig. 4.65:

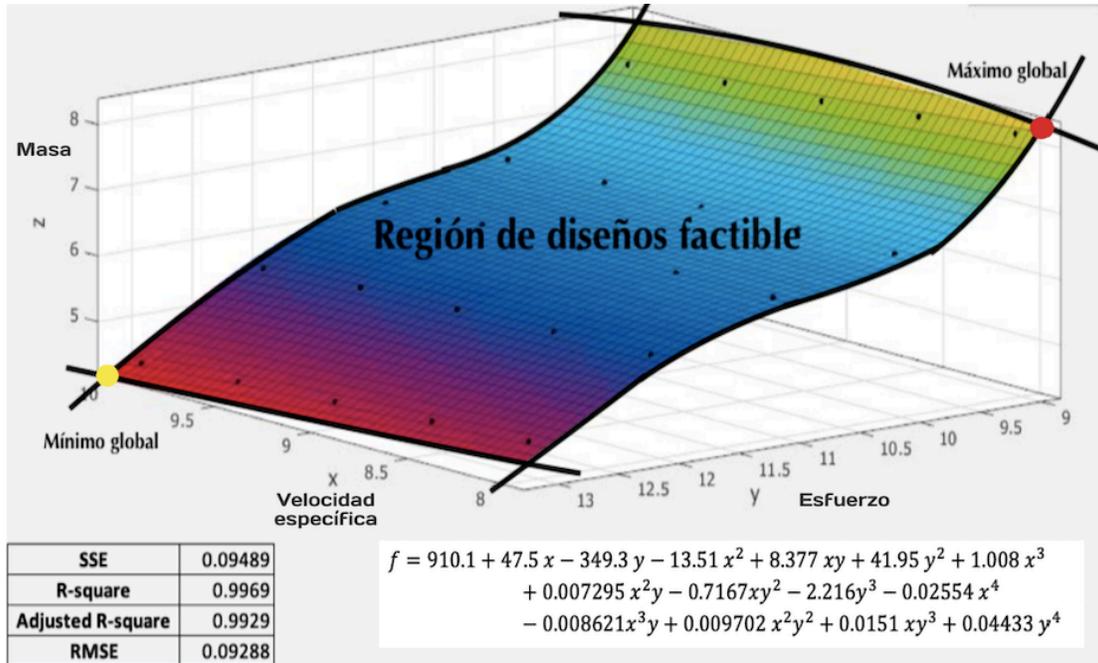


Fig. 4.65. Modelo ajustado y sus indicadores del ajuste.

De acuerdo a los resultados estadísticos que se muestran en la Fig. 4.65 y en base a los criterios que sigue cada uno de ellos, se puede concluir que el ajuste que realiza el programa es bastante bueno. Como parte de las ventajas de la aplicación de Matlab, una vez que el programa hace la aproximación, también obtiene los valores de los coeficientes del polinomio que representa a la función ajustada. El polinomio de la función objetivo es el siguiente:

$$f = 910.1 + 47.5x - 349.3y - 13.51x^2 + 8.377xy + 41.95y^2 + 1.008x^3 + 0.007295x^2y - 0.7167xy^2 - 2.216y^3 - 0.02554x^4 - 0.008621x^3y + 0.009702x^2y^2 + 0.0151xy^3 + 0.04433y^4 \tag{4.130}$$

Contando con el polinomio de la función objetivo, ya se tiene el criterio de optimización, el cual arroja valores que pueden medirse de acuerdo al criterio de optimización del diseño. Esta función puede ser maximizada o minimizada mediante métodos matemáticos. Algunos de estos métodos ya fueron explicados previamente en este capítulo, los cuales buscan encontrar los puntos críticos en una función, y saber cuáles son puntos mínimos o puntos máximos.

#### **4.22 Máximos y Mínimos en la Función Objetivo del Diseño de un Álabes de una Turbina de Viento**

En el diseño óptimo, la función objetivo de un sistema es una parte crucial dentro de la metodología, ya que esta es la que indicará al diseñador cuáles son los puntos óptimos dentro de un área delimitada por restricciones. Existen diferentes formas de encontrar estos puntos óptimos, como fue mencionado anteriormente en este capítulo, se pueden encontrar desde la inspección gráfica del problema, o con el apoyo de métodos matemáticos, en donde las derivadas parciales de una función nos indican la presencia de puntos máximos, mínimos, o silla en la función. Cabe mencionar que los métodos que involucran las derivadas parciales y la matriz Hessiana solo permiten encontrar, según sea el caso, mínimos o máximos locales.

Para encontrar aquel punto con el valor más alto o con el valor más bajo, se habla de máximos o mínimos globales, los cuales pueden ser encontrados en una función continua y delimitada por restricciones. Siendo métodos que pueden llegar a ser extenuantes de realizar de manera manual, los sistemas computacionales nos ofrecen una gran variedad de programas de apoyo para realizar estas tareas. Tal es el caso que al tener un polinomio con 15 coeficientes, realizar el procedimiento de manera manual y sin cometer ningún error tomaría bastante tiempo. Se decide por usar programas computacionales, como Mathematica, y métodos matemáticos para encontrar los máximos y mínimos de la función objetivo.

En el programa Mathematica se cuentan con diferentes comandos para ejecutar ciertas operaciones, agilizando el proceso de obtención de los puntos críticos de la función objetivo. A continuación se muestra el procedimiento realizado en el software Mathematica para encontrar el máximo global y el mínimo global en la función objetivo. Como primer paso, se encuentra el máximo de la función, al utilizar el comando “Maximize” en el programa Mathematica, tal como se muestra en la Fig. 4.66.

```

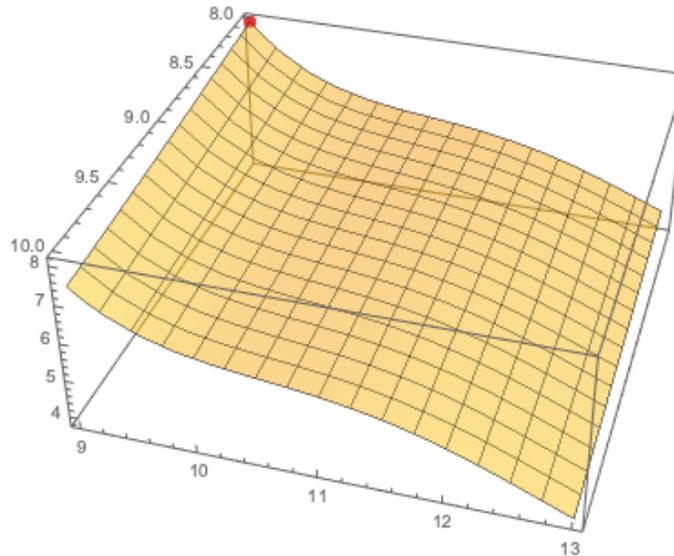
Maximize[
|maximiza
{910.1 + 47.5 x - 349.3 y - 13.51 x^2 + 8.377 x*y + 41.95 y^2 + 1.008 x^3 + 0.007295 x^2 y -
0.7167 x*y^2 - 2.216 y^3 - 0.02554 x^4 - 0.008621 x^3 * y + 0.009702 x^2 * y^2 + 0.0151 x*y^3 +
0.04433 y^4, x ≥ 8 && y ≥ 9}, {x, y}]

```

```
Out[ ]:= {8.13641, {x → 8., y → 9.}}
```

**Fig. 4.66.** Máximo global encontrado con el software Mathematica.

El programa busca el máximo global en la función objetivo dentro de las restricciones, dando como resultado el punto con las coordenadas (8,9) y con un valor en “z” de 8.1364. Al graficar este punto sobre la función se puede observar, Fig. 4.67, que el punto se encuentra en una de las esquinas que sobresalen de la función, lo cual nos indica claramente que en esa zona se encuentra máximo global de la función.



**Fig. 4.67.** Punto máximo global graficado en la función objetivo con el software Mathematica.

Usando el procedimiento anterior, se puede encontrar el mínimo global, usando el comando en Mathematica llamado “Minimize”, tal como se muestra en la Fig. 4.68.

```

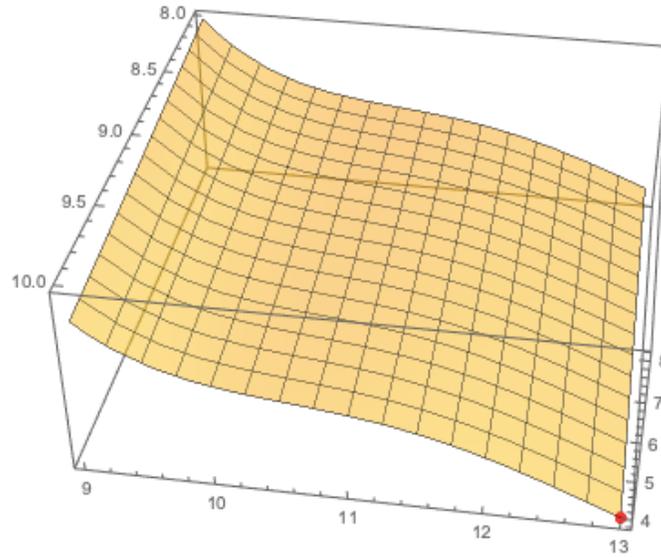
In[ ]:=
Minimize[
|minimiza
{910.1 + 47.5 x - 349.3 y - 13.51 x^2 + 8.377 x*y + 41.95 y^2 + 1.008 x^3 + 0.007295 x^2 y - 0.7167 x*y^2 -
2.216 y^3 - 0.02554 x^4 - 0.008621 x^3 * y + 0.009702 x^2 * y^2 + 0.0151 x*y^3 + 0.04433 y^4, 8 ≤ x ≤ 10 && 9 ≤ y ≤ 13}, {x, y}]

```

```
Out[ ]:= {3.81543, {x → 10., y → 13.}}
```

**Fig. 4.68.** Mínimo global encontrado con el software Mathematica.

El programa busca el mínimo global dentro de la zona factible delimitada por las restricciones. Dando como resultado el punto con coordenadas (10,13) con un valor en “z” de 3.8154. Graficando este punto en la función objetivo, como se muestra en la Fig. 4.69, se ve que en la esquina inferior se encuentra el mínimo global. La grafica indica claramente que en esa zona se encuentra el mínimo global de la función objetivo.



**Fig. 4.69.** Punto mínimo global graficado en la función objetivo con el software Mathematica.

En la función objetivo se tienen dos variables de diseño, que son la velocidad específica ( $\lambda$ ) y el esfuerzo ( $\sigma$ ). Estas dos variables se encuentran implícitas en el polinomio de la función objetivo la cual al ser un función escalar nos arroja valores. Estos valores representan la masa del diseño de un álabes de turbina. Las diferentes coordenadas son posibles diseños que se encuentran dentro del área factible.

Ahora que se conocen el máximo y el mínimo global, sabemos que en estos puntos se encuentran los posibles diseños con la mayor masa y con la menor masa. Se puede obtener la velocidad específica para cada uno de estos dos diseños, con ayuda de la función objetivo. Al obtener la velocidad específica de estos dos posibles diseños, se puede diseñar los álabes y comparar el tamaño de sus cuerdas.

Usando la ecuación objetivo y sustituyendo los valores de la variable “y” con los valores de los puntos máximo y mínimo globales obtenidos, se encuentran los valores de la variable “x” o de la velocidad específica. En la Ec. (4.130) primero se obtiene el valor de velocidad específica para el punto máximo global, se sustituyen los valores de la variable “y”, que representa el esfuerzo, con el valor de  $y = 9$ ; posteriormente la ecuación anteriormente evaluada, es igualada con el valor de la masa en el punto máximo de 8.1364, después de la reducción de términos, la expresión queda de la siguiente forma:

$$-0.02554 x^4 + 0.930411 x^3 - 12.6585 x^2 + 75.8482 x - 160.265 = 8.13641 \quad (4.131)$$

Las raíces de la Ec. (4.131) son encontradas con ayuda de Mathematica, el grado de la ecuación es de cuarto grado se espera obtener 4 raíces. Por medio del software Mathematica es posible obtener las cuatro raíces y son las siguientes:

$$x_1 = 6.83152, x_2 = 7.99772, x_3 = 10.8002 - 2.00945 i, x_4 = 10.8002 + 2.00945 i$$

Usando la ecuación objetivo y sustituyendo los valores de la variable “y” con los valores del punto del mínimo global, se encuentran los valores de la variable “x” o de la velocidad específica. Se sustituye el valor de  $y = 13$ , en la Ec. (4.130); después, la ecuación anteriormente evaluada, es igualada con el valor de la masa en el punto mínimo, 3.8154; después de la reducción de términos, la expresión queda de la siguiente forma:

$$-0.02554 x^4 + 0.895937 x^3 - 11.7755 x^2 + 68.4534 x - 143.693 = 3.81543 \quad (4.132)$$

Encontrando las raíces de la Ec. (4.132), con ayuda de Mathematica se obtienen 4 raíces:

$$x_1 = 6.1734, x_2 = 10.0058, x_3 = 9.45006 - 2.04882 i, x_4 = 9.45006 + 2.04882 i$$

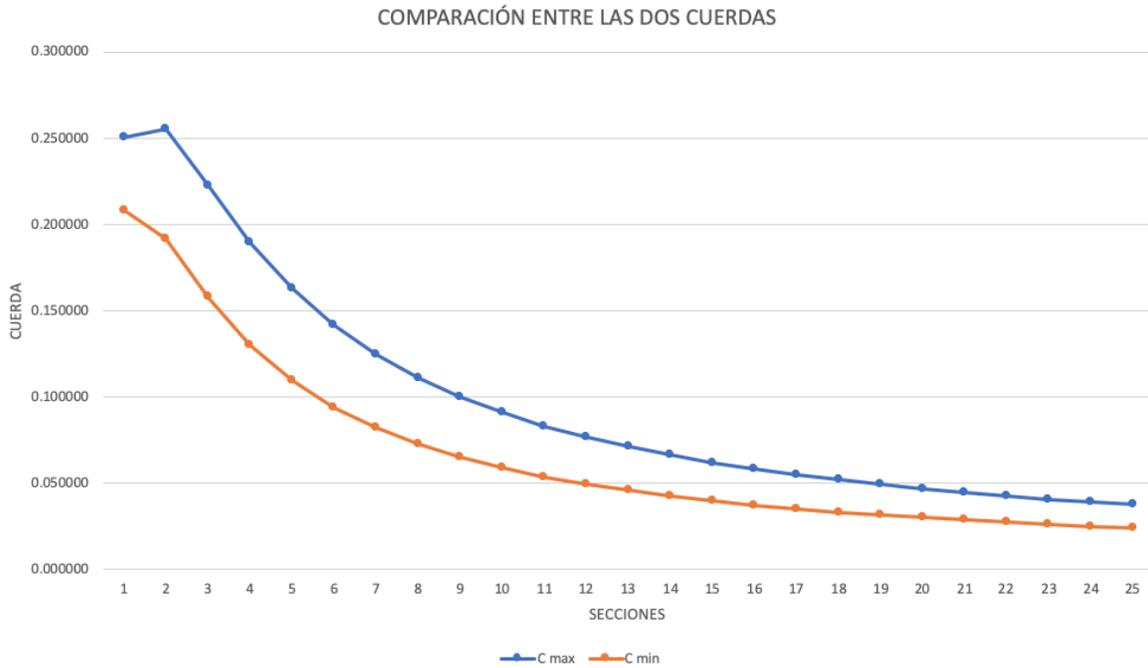
Los diferentes valores encontrados para la variable “x” o la velocidad específica, incluyendo los valores imaginarios son parte de las soluciones a las Ecs. (4.131 y 4.132). Pero solo se toman aquellos valores que se acercan más a los resultados obtenidos en los cálculos del máximo y mínimo global con el software Mathematica.

Entre las soluciones a la Ec. (4.131), el valor más cercano a los resultados para la velocidad específica en la Fig. (4.66), es el valor de  $x_2 = 7.9977$ .

De las soluciones de la Ec. (4.132), el valor que se encuentra más cercano a los resultados para la velocidad específica de la Fig. (4.68), es el valor de  $x_2 = 10.0058$ .

Los valores seleccionados entre las soluciones a las Ecs. (4.131) y (4.132) representan valores para la velocidad específica, la cual es empleada en el diseño de los álabes de una turbina de viento. Usando las teorías de diseño de álabes y los parámetros de las condiciones antes establecidas en el capítulo de diseño, se pueden diseñar dos álabes usando la velocidad específica obtenida al resolver las Ecs. de la función objetivo (4.131) y (4.132). Se calculan las cuerdas para el diseño que representa el punto máximo y las cuerdas del diseño en el

punto mínimo. En la Fig. 4.70 se tiene una gráfica que compran el tamaño de las cuerdas de los diseños para la masa máxima y para la masa mínima.

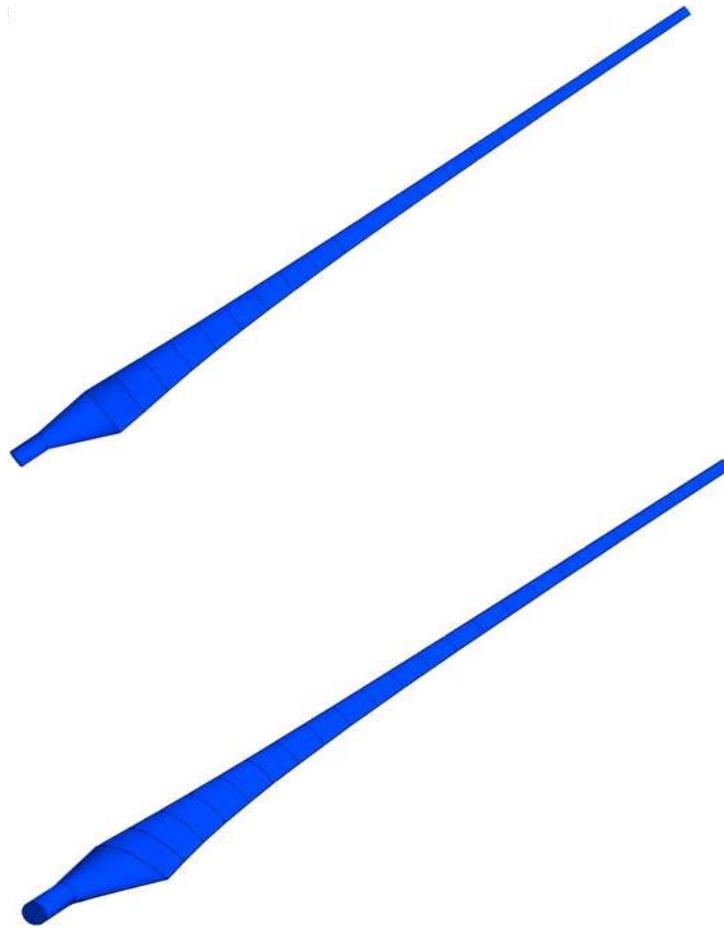


**Fig. 4.70.** Comparación entre el tamaño de las cuerdas para la masa máxima y la masa mínima.

La velocidad específica es una variable que influye de manera significativa en el tamaño de las cuerdas de un álabes de turbina de viento. A una velocidad específica más grande, la cuerda de color naranja en el Fig. 4.70, se tienen álabes más delgados que pueden girar a velocidades más rápidas; caso contrario con álabes diseñados a velocidades específicas más bajas, la cuerda de color azul en el Fig. 4.70, donde se tienen álabes con cuerdas más grandes o más robustas, con el fin de captar el mayor viento posible para la turbina.

Los dos diseños de álabes de turbina basados en los puntos máximos y mínimos globales, fueron construidos usando parte de la metodología de diseño óptimo. En donde se tiene un diseño para el máximo global y otro diseño para el mínimo global dentro de la región factible de diseño. Lo que se busca con la optimización, es una función que se pueda minimizar o maximizar; en el caso de una función objetivo pensada para el diseño de estos álabes, de acuerdo a los criterios del diseñador, se busca aquel diseño que se el mejor sobre todos los demás. Hablando en específico sobre los álabes de una turbina de viento y en concreto sobre estos dos posibles diseños, se puede elegir el diseño con la menor masa, ya que este diseño cumple con todas las restricciones de diseño, y de fabricarse, tendría un costo económico mucho más bajo que el diseño con mayor masa, que también cumple con todas las restricciones de diseño, pero su costo de fabricación sería más grande. En la Fig. 4.71 se

muestra los diseños de estos dos álabes de turbina de viento ensamblados con ayuda del software Qblade.



**Fig. 4.71.** Comparación entre los álabes de masa máxima (parte inferior) y masa mínima (parte superior).

Las expectativas en el diseño pueden depender según el objetivo de cada diseñador, siendo un punto muy importante, porque sera en gran medida el objetivo a seguir durante el proceso de diseño y posiblemente la principal variante para diferenciar entre varios posibles diseños.

## Conclusiones

Es evidente que la transición de fuentes de energía basadas en combustibles fósiles a las fuentes de energía sustentables, toma un mayor peso en la sociedad presente. Los efectos causados por el uso excesivo de los recursos no renovables, como el petróleo, han sido cada vez más notorios en las distintas partes del mundo, lo cual ha sido causa de estudio.

El interés por las energías renovables ha crecido en los últimos años, debido al fenómeno del cambio climático que se ha producido en el planeta, el desarrollo de estas fuentes de energía, ha generado investigaciones en diversas áreas del conocimiento y el diseño mecánico no es la excepción.

Las principales fuentes de energía renovable incluyen la energía solar, eólica, hidráulica, geotérmica y biomasa. En la mayoría de las partes del mundo las energías renovables se han convertido en la fuente más económica de generación de energía.

En el campo de la energía eólica, los avances en el desarrollo de las turbinas de viento, se enfocan en la eficiencia aerodinámica de los álabes de las mismas, que a su vez necesitan de un óptimo diseño estructural.

La metodología de diseño óptimo aplicado a los álabes de una turbina de viento, permitió generar en una función objetivo una gran cantidad de diseños dentro de la región factible, en un periodo corto de tiempo.

La metodología permite cambiar las restricciones de diseño para generar una gran variedad de diseños, al ampliar o disminuir el área factible de diseño.

Esta metodología puede ser usada con diferentes variables o restricciones, lo cual puede hacer del proyecto de trabajo tan complejo como el diseñador lo plantee y dependiendo de los criterios del mismo.

## Bibliografía

1. IRENA (2019), Renewable Power Generation Costs in 2018, International Renewable Energy Agency, Abu Dhabi.
2. IRENA (2019), Climate Change and Renewable Energy: National policies and the role of communities, cities and regions (Report to the G20 Climate Sustainability Working Group (CSWG)), International Renewable Energy Agency, Abu Dhabi.
3. IRENA (2016), Wind Power, Technology Brief, International Renewable Energy Agency, Abu Dhabi.
4. Hau, E., (2006), Wind turbines: fundamentals, technologies, application, economics. Springer Verlag.
5. Manwell, J.F. Wind energy explained : theory, design, and application / James Manwell, Jon McGowan, Anthony Rogers. – 2nd ed.
6. Nissen, P -O, Quistgaard, T, Thorndahl, J, Christensen, Benny, Maegaard, P, Madsen, Birger T, and Hvidtfelt Nielsen, K. Wind power the Danish way. From Poul la Cour to modern wind turbines. Denmark: N. p., 2009. Web.
7. Kaldellis, John K., Zafirakis, D., 2011, “The wind energy revolution: A short review of a long history,” Renewable Energy 2011; 36: 1887-1901.
8. Lewis, Joanna I., 2016, “Wind Energy in China: Getting more from wind farms,” Nature Energy 2016; Vol I.
9. Zhao, Z., Ling, W., Zillente, G., Zuo, J., 2011, “ Comparative assessment of performance of foreign and local wind turbine manufacturers in China,” Renewable Energy 2012; 39: 424-432.
10. Top 10 Wind Turbine Manufacturers in the World. 2018. BizVibe. Recuperado de <https://www.bizvibe.com/blog/energy-and-fuels/top-10-wind-turbine-manufacturers-world/>
11. Vestas. 219. Vestas Company. Recuperado de <https://www.vestas.com/en/about/profile#!>
12. Siemens Gamesa. Siemensgamesa. 2019. Recuperado de <https://www.siemensgamesa.com/en-int>
13. Goldwind. 2019. Goldwindglobal. Recuperado de <http://www.goldwindglobal.com>
14. Kronsbein, P. (4 de Abril de 2017). SUN & WIND ENERGY. Obtenido de sunwindenergy.com: <https://www.sunwindenergy.com/make-publishes-global-wind-turbine-oem-2016-market-share-analysis>
15. Wind Turbines. GE Renewable Energy. (2019). Recuperado de: <https://www.ge.com/renewableenergy/wind-energy/onshore-wind/turbines>
16. Lamónica, M. (14 de Septiembre de 2009). cnet. Obtenido de cnet.com: <https://www.cnet.com/news/ge-boosts-offshore-wind-with-acquisition/>
17. Suzlon. 2019. Suzlon. Recuperado de <https://www.suzlon.com/in-en/about-suzlon>
18. Cancino-Solózano, Y., Gutiérrez-Trashorras, A., Xiberta-Bernart, J., “Current state of wind energy in Mexico, achievements and perspectives,” Renewable and Sustainable Energy Reviews 2011; 15: 3552-3557.

19. Hernández-Escobedo, Q., Saldaña-Flores, R., Rodríguez-García, E.R., Manzano-Agugliaro, F., “ Wind energy resource in Northern Mexico,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 2014; 32: 890-914.
20. Ortiz, M., de la Fuente, C., Rodríguez, M., Madrigal, S., & Torres, C. (2017). Gobierno de México. Obtenido de [www.gob.mx](http://www.gob.mx):  
[https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/280276/IT\\_E\\_lica\\_12DIC17.pdf](https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/280276/IT_E_lica_12DIC17.pdf)
21. AMDEE. 2019. Recuperado de <https://www.amdee.org/quienes-somos>
22. X. Lu, M.B. McElroy Wind energy engineering. A handbook for onshore and offshore wind turbines. Chapter 4 – global potential for wind-generated electricity (2017), pp 51-73.
23. Carta, J. A., Calero, R., Colmenar, A., & Ca (Manwell, 2009) (Hau)stor, M.-A. (2009). *Centrales de energías renovables* (1nd Edition ed.). (J. A. Carta, R. Calero, A. Colmenar, & M.-A. Castor, Eds.) Madrid, España: PEARSON EDUCACIÓN.
24. Telesca, L., Guignard, F., Laib, M., Kanevski, M., 2019, “Analysis of temporal properties of extremes of wind measurements from 132 stations over Switzerland,” *Renewable Energy* 2020; 145: 1091-1103.
25. Guerrero-Villar, F., Dorado-Vicente, R., Fike, M., Torres-Jiménez, E., 2019, “Influence of ambient conditions on wind speed measurement: Impact on the annual energy production assessment,” *Energy Conversion and Management* 2019; 195: 1111-1123.
26. Wais, P., 2017, “A review of Weibull functions in wind sector,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 2017; 70: 1099-1107.
27. Pishgar-Komleh, S.H., A. Keyhani, P. Sefeedpari, 2014, “Wind speed and power density analysis based on Weibull and Rayleigh distributions (a case study: Firouzkoh county of Iran),” *Renewable and Sustainable Energy* 2015; 32: 313-322.
28. Hansen AD. In: Ackermann T, editor. *Wind power in power systems*. 2nd ed. Chichester: John Wiley and Sons; 2010.
29. Mandell JF, Samborsky DD, Wang L, Wahl N. New fatigue data for wind turbine blade materials. In: ASME wind energy symposium, January 6-9 2003, Nevada USA.
30. Glauert H. *Airplane propellers*. In: Durand WF, editor. *Aerodynamic theory*, vol. 4. Berlin: Springer; 1976. ISBN 0844606065.
31. Fuglsang P, Bak C, Gaunaa M, Antoniou I. Design and verification of the Riso-B1 airfoil family for wind turbines. *J Solar Energy Eng* 2004;126:100210.
32. Drela M. *An analysis and design system for low Reynolds number airfoils, Low Reynolds number aerodynamics*, vol. 54. Berlin: Springer; 1989. Notes in Eng.
33. NREL. (06 de Julio de 2012). *NREL*. Obtenido de NWTIC Information Portal: <https://wind.nrel.gov/airfoils/>

34. Jayanta, S., (2015). *Computer Aided Design A Conceptual Approach*, Carolina del Norte, Estados Unidos: CRC Press.
35. Guo, J., Ding, F., Jia, X., Yan, D., 2018, "Automatic and high-quality surface mesh generation for CAD models" *Computer Aided Design* 2019; 109: 49-59.
36. Geromin, A., Roucoules, L., Malburet, F., Lopez, C., 2018, "CAD modelling based on knowledge synthesis for design rational" *Procedia CIRP* 2018; 70: 156-161.
37. Baba, Y., Nobeoka, K., 1998, "Towards knowledge-based product development: the 3-D CAD model of knowledge creation" *Research Policy* 1998; 26: 643-659.
38. Chang, K., Joo, S., 2006, "Design parameterization and tool integration for CAD-based mechanism optimization" *Advances in Engineering Software* 2006; 37: 779-796.
39. Pradhan, K., Chakrartery, S., "Finite Element Method" *Structural Mechanics*, 25-28.
40. Bézier, P.E., 1981, "A view of CAD/CAM" *ComputerAided Design*, 13(4), 207-209.
41. Thompson, M., Thompson, J.M., 2017, "Introduction to ANSYS and Finite Element Modeling" *ANSYS Mechanical APDL for finite Element Analysis*, 1-9.
42. Zhang, C., Zhou, G., 2019, "A view-based 3D CAD model reuse framework enabling product lifecycle reuse" *Advances in Engineering Software* 2019; 127: 82-89.
43. Baker, T.J., 2005, "Mesh generation: Art or science" *Progress in Aerospace* 2005; 41: 29-63.
44. Geuzaine, C., Remacle, J.-F., 2009, "Gmsh: A 3-D finite element mesh generator with built-in pre-andport-procesing facilities" *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 2009; 79:1309-1331.
45. Schroeder W, Martin K, Lorensen B. *The Visualization Toolkit*. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ, 1998.
46. Madenci, E., Guven, I., 2015, "The Finite Element Mehtod and Applications in Enginnering Using ANSYS".
47. Zienkiewicz, O. C., & Taylor, R. L. (2005). *The Finite Element Method for Solid and Structural MEchanics*. Oxford: Butterworth.
48. IEC 61400.2-2013 Wind Turbines - Design Requirements for Small Wind Turbines, 2013.
49. Chakrabarty, A., Mannan, S., Cagin, T., 2016, "Finite Element Analysis in Process Safety Applications". *Multiscale Modeling for Process Safety Applications*, 275-288.
50. Mølholt Jensen, F., Branner, K., 2013, "Introduction to wind turbine blade design". *Advantages in Wind Turbine Blade Design and Materials*, 3-28.
51. De la Fuente, E., 2009. "Von Mises stresses in random vibration of linear structures" *Computer and Structures* 2009; 87: 1253-1262.
52. Brøndsted, P., Lilholt, H., & Lystrup, A. (2005). *COMPOSITE MATERIALS FOR WIND POWER TURBINE BLADES. Annual Review of Materials Research*, 35(1), 505–538.
53. Arora, J. S. (2012). *INTRODUCTION TO OPTIMUM DESIGN* (3rd Edition ed.). (J. S. Arora, Ed.) Iowa, United States: Elsevier.

54. Gur, O., Rosen, A. 2008, “Optimal Design of Horizontal Axis Wind Turbine Blades”. Volume 3: Design; Tribology; Education.
55. Jureczko, M., Pawlak, M., and Mezyk, A., 2005, “Optimisation of Wind Turbine Blades,” *J. Mater. Process. Technol.*, 167, pp. 463–471.
56. Déborah, A., Jerson, R., André, L., Joao, T., and Antonio, C., 2013, “ Optimum aerodynamic design for wind turbine blade witha Rankine vortex wake,” *Renewable Energy.*, 55. pp. 296-304.
57. Kaveth, A., and Sabeti, S., 2017, “Optimal of Jacket Supporting Structures for Offshore Wind Turbines Using CBO and ECBO Algorithms,” *Periodica Polytechnica Civil Engineering*.
58. Karam, Y., and Hani, M., 2002, “Optimal frequency design of wind turbine blades,” *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics.*, 90, pp. 961-986.
59. Quan, W., Jun, W., Jinfeng, S., Jun, R., and Qiong, W., 2016, “Optimal design of wind turbine airfoils based on functional integral and curvature smooth continuous theory,” *Aerpace Science and Technology.*, 55, pp. 34-42.
60. Longfu, L., Xiaofeng, Z., Dongran, S., Weiyi, T., Jian, Y., Li, L., Xiaoyu, T., and Wu W., 2018 “Optimal Design of Rated Wind Speed and Rotor Radius to Minimizing the Cost of Energy for Offshore Wind Turbines,” *Energies.*, 11, 2728; doi:10.3390/en11102728.
61. Mohamed, M.H., Janiga, E., Pap, E., and Thévenin, D., 2010, “Optimal blade shape of a modified Savonius turbine using an obstacle shielding the returning blade,” *Energy Conversion and Management.*, 52, pp. 236-242.
62. Ernesto, B., and Andre, T., 2002, “Optimal Design of Horizontal-Axis Wind Turbines Using Blade-Element Theory and Evolutionary Computation,” *Journal of Solar Energy Engineering.*, Vol. 124, pp. 357-363.
63. Mojtaba, T., Tahmine, S., Kiana, R., and Pouria, A., 2014, “ Aerodynamic optimal design of wind turbine blades using geneti algorithm,” *Energy Equipment ans Systems*, Vol. 2, pp. 185-193.
64. Chalothorn, T., 2015, “Optimum Blade Profiles for a Variable-Speed Wind Turbine in Low Wind Area,” *ScienceDirect.*, 75, pp. 651-657.
65. Jaehwan, L., Dong, R., and Kwan-Soo, L., 2015, “Optimum hub height of a wind turbine for maximizng annual net profit,” *Energy Conversion and Management.*, 100. pp. 90-96.