



---

**UNIVERSIDAD MICHOACANA  
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**

---

FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA  
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

**“DESARROLLO DE ESTRATEGIAS PARA EL USO  
EFICIENTE DEL AGUA EN LA INDUSTRIA”**

TESIS

PRESENTADA POR:

**EUSIEL RUBIO CASTRO.**

**PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR EN  
CIENCIAS EN INGENIERÍA QUÍMICA**

ASESOR:

**Dr. MEDARDO SERNA GONZÁLEZ.**



**Febrero de 2012.**

---

---

---

## RESUMEN

**Por: M.C. Eusiel Rubio Castro**

En la presente tesis se presentan modelos de optimización basados en la técnica de programación matemática para el uso eficiente de agua de proceso y de enfriamiento en procesos industriales, con el objetivo de minimizar los costos de capital y de operación así como el impacto ambiental de los mismos. Se resolvieron problemas de interés práctico y considerando la problemática actual de la industria, tomando en cuenta tanto la integración **energética** como **másica** de los procesos. En particular, se presenta el desarrollo y la aplicación de modelos de optimización para la integración másica del agua en parques eco-industriales y el diseño óptimo de sistemas de enfriamiento de agua y de efluentes acuosos.

Respecto a la integración de agua en parques eco-industriales, se proponen nuevas superestructuras que incluyen configuraciones previamente despreciadas y se consideran corrientes con múltiples contaminantes a través de balances de propiedades. Además, se proponen diversos esquemas de optimización para encontrar el óptimo global de los problemas considerados.

Para el caso de sistemas de enfriamiento de agua, se formula un modelo riguroso para la optimización de torres de enfriamiento a contracorriente y se proponen modelos de optimización para la síntesis de sistemas de tratamiento térmico de efluentes acuosos y de sistemas de agua de enfriamiento con múltiples torres de enfriamiento a contracorriente.

La eficacia de cada uno de los métodos propuestos se demuestra a través de la solución de varios ejemplos de aplicación industrial.

**Dirigido por: Dr. Medardo Serna González y Dr. José María Ponce Ortega**

---

---

## ABSTRACT

**By: M.C. Eusiel Rubio Castro**

This thesis presents optimization models based on mathematical programming techniques for the efficient use of water as raw material as well as cooling medium in the industrial processes. The objectives are to reduce the capital and operational costs as well as the environmental impact of the studied processes. Practical problems were solved taking into account the mass and energy integration. Particularly, this work presents the development and application of optimization models to the mass water integration into eco-industrial parks and to the optimal design of cooling water systems and cooling systems for aqueous effluents.

Respect to the mass water integration into eco-industrial parks, this thesis proposes new superstructures that include several configurations not considered previously and the proposed models are able to considered streams with several pollutants through property balances. In addition, several optimization schemes are proposed to find out the global optimum in the addressed problems.

Regarding to the cooling water systems, this thesis presents a new model for the optimal design of counter flow cooling towers. Moreover, models for the optimal synthesis of thermal treatment of aqueous effluents and cooling water systems with multiple cooling towers are presented.

The applicability of the proposed models is shown through several practical examples.

**Supervised by: Dr. Medardo Serna González and Dr. José María Ponce Ortega**

---

---

## AGRADECIMIENTOS

Gracias a dios por permitirme alcanzar esta importante meta profesional que sin duda alguna me ha hecho madurar y mejorar personalmente.

Gracias a mi familia y amigos por su ejemplo y apoyo moral; lo que me permitió disfrutar de los buenos momentos y prevalecer en los momentos adversos que surgieron durante esta etapa de mi vida.

Gracias a mis asesores el Dr. Medardo Serna González y el Dr. José María Ponce Ortega, quienes me han apoyado e impulsado profesional y personalmente.

Gracias a los miembros del comité de sinodales, Dr. Agustín Jaime Castro, Dr. Rafael Maya Yescas y Dra. Mariana Ramos Estrada por sus observaciones que mejoraron considerablemente la presente tesis.

Gracias a CONACYT y a la Universidad Michoacana por el apoyo económico otorgado para el desarrollo de este proyecto.

---

---

## ÍNDICE DE CONTENIDO

<b>RESUMEN.....</b>	<b>ii</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>iii</b>
<b>AGRADECIMIENTOS.....</b>	<b>iv</b>
<b>ÍNDICE DE CONTENIDO.....</b>	<b>v</b>
<b>LISTA DE TABLAS.....</b>	<b>xii</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>xiv</b>
<b>CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 ANTECEDENTES.....</b>	<b>3</b>
1.1.1 Antecedentes de integración de agua en parques eco-industriales.....	3
1.1.2 Antecedentes para la síntesis de sistemas de enfriamiento con agua.....	6
<b>1.2 JUSTIFICACIÓN.....</b>	<b>9</b>
<b>1.3 OBJETIVOS.....</b>	<b>10</b>
1.3.1 Objetivo general.....	10
1.3.2 Objetivos particulares.....	10
1.3.2.1 Formulación y resolución de un modelo para la integración óptima global de agua de diferentes plantas en un parque eco-industrial.....	10
1.3.2.2 Formulación e implementación de un modelo para el diseño de sistemas de enfriamiento considerando múltiples torres de enfriamiento.....	10
1.3.2.3 Formulación e implementación de un modelo para el diseño óptimo de	

---

sistemas de enfriamiento de efluentes acuosos por contacto directo con aire.....	11
1.3.2.4 Formulación de un modelo para el diseño riguroso de torres de enfriamiento a contracorriente.....	11
<b>1.4 DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO.....</b>	<b>11</b>
 <b>CAPÍTULO 2. OPTIMIZACIÓN GLOBAL DE REDES AGUA EN PARQUES ECO- INDUSTRIALES BASADA EN PROPIEDADES.....</b>	 <b>13</b>
<b>2. 1 RESUMEN.....</b>	<b>14</b>
<b>2.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.....</b>	<b>14</b>
<b>2.3 FORMULACIÓN DEL MODELO.....</b>	<b>15</b>
2.3.1 Función objetivo.....	16
2.3.2 Balance de masa para cada efluente de proceso.....	18
2.3.3 Balance de masa y reglas de mezclado para propiedades en cada unidad de proceso.....	18
2.3.4 Balance de masa y reglas de mezclado de propiedades para las unidades de tratamiento.....	19
2.3.5 Balance de masa y reglas de mezclado en los mezcladores previos a la corriente de descarga ambiental.....	20
2.3.6 Determinación de los segmentos de tubería.....	21
 <b>2.4 REFORMULACION DEL MODELO PARA OBTENER EL MODELO ENTERO LINEAL (LÍMITE SUPERIOR) Y EL MODELO ENTERO RELAJADO (LÍMITE INFERIOR).....</b>	 <b>22</b>
2.4.1 Reformulación y linealización (límite superior).....	26

---

---

2.4.2 Reformulación y linealización (límite inferior).....	28
2.4.3 Linealización de la función objetivo.....	31
<b>2.5 ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN GLOBAL.....</b>	<b>32</b>
<b>2.6 RESULTADOS.....</b>	<b>38</b>
<b>2.7 CONCLUSIONES.....</b>	<b>51</b>
<b>NOMENCLATURA.....</b>	<b>52</b>
<b>CAPITULO 3. SINTESIS ÓPTIMA DE SISTEMAS DE ENFRIAMIENTO CON MÚLTIPLES TORRES DE ENFRIAMIENTO.....</b>	<b>60</b>
<b>3.1 RESUMEN.....</b>	<b>61</b>
<b>3.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.....</b>	<b>61</b>
<b>3.3 REPRESENTACIÓN DE LA SUPERESTRUCTURA.....</b>	<b>63</b>
3.3.1 Red de enfriadores.....	63
3.3.2 Red de torres de enfriamiento.....	65
<b>3.4 FORMULACIÓN DEL MODELO.....</b>	<b>67</b>
3.4.1 Balance global de energía para cada corriente caliente de proceso en la red de enfriadores.....	67
3.4.2 Balance de energía para cada encuentro en la red de enfriadores.....	68
3.4.3 Balance de masa y energías del agua de enfriamiento en cada etapa de la red de enfriadores.....	68
3.4.4 Balances de masa y energía en el mezclador de la primera etapa.....	69
3.4.5 Especificación para las temperaturas de entrada y de salida.....	69

---

---

3.4.6 Restricciones de temperaturas.....	70
3.4.7 Existencia de los enfriadores en la red de enfriamiento.....	70
3.4.8 Restricciones para la diferencia de temperaturas.....	71
3.4.9 Asignación de las temperaturas y de los flujos en la red de torres de enfriamiento.....	72
3.4.10 Balances de masa en los divisores de las corrientes en la entrada de la red de torres de enfriamiento.....	72
3.4.11 Balance de masa y energía en los mezcladores localizados en la entrada de cada torre de enfriamiento.....	73
3.4.12 Balance de masa y energía en los mezcladores localizados a la salida de cada torre de enfriamiento.....	73
3.4.13 Flujos de agua purgada y de reposición.....	74
3.4.14 Restricciones de flujo en la red de torres de enfriamiento.....	75
3.4.15 Diseño de las torres de enfriamiento.....	75
3.4.16 Restricciones de factibilidad.....	80
3.4.17 Función objetivo.....	82
3.4.17.1 Costo de potencia de las bombas que hacen circular el agua.....	82
3.4.17.2 Costo total anual de la red enfriadores.....	82
3.4.17.3 Costo total anual de la red de torres de enfriamiento.....	83
3.4.18 Propiedades físicas.....	84
<b>3.5 RESULTADOS.....</b>	<b>85</b>
<b>3.6 CONCLUSIONES.....</b>	<b>96</b>

---



---

<b>NOMENCLATURA.....</b>	<b>96</b>
<b>CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES GENERALES Y TRABAJO FUTURO.....</b>	<b>103</b>
<b>4.1 CONCLUSIONES.....</b>	<b>104</b>
<b>4.2 LOGROS OBTENIDOS.....</b>	<b>106</b>
<b>4.3 TRABAJO FUTURO.....</b>	<b>109</b>
<b>APÉNDICE A. SÍNTESIS DE REDES DE INTERCAMBIO DE MASA EN PARQUES ECO-INDUSTRIALES.....</b>	<b>112</b>
<b>A.1 RESUMEN.....</b>	<b>113</b>
<b>A.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.....</b>	<b>113</b>
<b>A.3 FORMULACIÓN DEL MODELO.....</b>	<b>115</b>
<b>A.4 REFORMULACIÓN DE LOS TÉRMINOS BILINEALES.....</b>	<b>119</b>
A.4.1 Modelo discretizado.....	121
<b>A.5 RESULTADOS.....</b>	<b>129</b>
<b>A.6 CONCLUSIONES.....</b>	<b>142</b>
<b>NOMENCLATURA.....</b>	<b>143</b>
<b>APÉNDICE B. INTEGRACIÓN DE AGUA EN PARQUES ECO-INDUSTRIALES CONSIDERANDO MÚLTIPLES CONTAMINANTES CON UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN GLOBAL.....</b>	<b>150</b>
<b>B.1 RESUMEN.....</b>	<b>151</b>

---

---

<b>B.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.....</b>	<b>151</b>
<b>B.3 FORMULACIÓN DEL MODELO.....</b>	<b>152</b>
<b>B.4 REFORMULACIÓN DE LOS TÉRMINOS BILINEALES.....</b>	<b>161</b>
B.4.1 Modelo discretizado.....	164
<b>B.5 RESULTADOS.....</b>	<b>168</b>
<b>B.6 CONCLUSIONES.....</b>	<b>180</b>
<b>NOMENCLATURA.....</b>	<b>180</b>
<b>APÉNDICE C. DISEÑO ÓPTIMO DE SISTEMAS DE ENFRIAMIENTO PARA EFLUENTES ACUOSOS UTILIZANDO UN MODELO DE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA.....</b>	<b>188</b>
<b>C.1 RESUMEN.....</b>	<b>189</b>
<b>C.2 INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>189</b>
<b>C.3 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.....</b>	<b>192</b>
<b>C.4 FORMULACIÓN DEL MODELO.....</b>	<b>192</b>
<b>C.5 RESULTADOS.....</b>	<b>203</b>
<b>C.6 CONCLUSIONES.....</b>	<b>209</b>
<b>NOMENCLATURA.....</b>	<b>211</b>
<b>APÉNDICE D. DISEÑO ÓPTIMO RIGUROSO DE TORRES DE ENFRIAMIENTO A CONTRACORRIENTE.....</b>	<b>215</b>
<b>D.1 RESUMEN.....</b>	<b>216</b>

---

---

<b>D.2 INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>216</b>
<b>D.3 DEFINICIÓN DEL PROLEMA.....</b>	<b>221</b>
<b>D.4 FORMULACIÓN DEL MODELO.....</b>	<b>221</b>
D.4.1 Transferencia de masa y de energía en la región del empaque para aire insaturado.....	221
D.4.2. Ecuaciones de diseño.....	225
<b>D.5 RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....</b>	<b>233</b>
<b>D.6 CONCLUSIONES.....</b>	<b>239</b>
<b>NOMENCLATURA.....</b>	<b>242</b>
<b>APÉNDICE E. CORRELACIONES PARA LAS PROPIEDADES FÍSICAS     EMPLEADAS EN EL CAPÍTULO 2 Y EL APÉNDICE C.....</b>	<b>248</b>
<b>APÉNDICE F. REPRESENTACIÓN GENERAL DEL MÉTODO RUNGE-KUTTA     DE CUARTO ORDEN.....</b>	<b>251</b>
<b>APÉNDICE G. CORRELACIONES PARA LAS PROPIEDADES FÍSICAS     EMPLEADAS EN EL APÉNDICE D.....</b>	<b>256</b>
<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>259</b>

---

---



---

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla</b>	<b>Descripción</b>	<b>Página</b>
2.1	Reglas para operadores de propiedad.....	18
2.2	Datos para el Ejemplo 1.....	40
2.3	Límite superior e inferior de los dominios para el Ejemplo 1.....	40
2.4	Resultados para cada dominio en las iteraciones para el Ejemplo 1.....	42
2.5	Análisis de sensibilidad variando el número de particiones en el problema relajado del Ejemplo 1.....	44
2.6	Datos para el Ejemplo 2.....	45
2.7	Resultados para cada dominio en las iteraciones para el Ejemplo 2.....	48
2.8	Resultados para los Ejemplos.....	50
3.1	Constantes para coeficientes de transferencia.....	79
3.2	Constantes para el coeficiente de pérdidas.....	79
3.3	Coefficientes de costo $C_{CTV}^e$ para cada tipo de empaque.....	84
3.4	Datos para los Ejemplos.....	86
3.5	Resultados para los Ejemplos.....	90
A.1	Constantes para calcular el costo de inversión de las unidades de tratamiento.....	134
A.2	Datos para los ejemplos.....	135
A.3	Costo de capital y operación de las unidades de tratamiento consideradas en los Ejemplos dependiendo del $RR$ .....	136
A.4	Resultados para los Ejemplos.....	141

---

A.5	Matriz de distribución para la longitud de las tuberías en el Ejemplo 3 (m)...	142
B.1	Costo por unidad de masa removida para diferentes $RR$ .....	169
B.2	Datos para el Ejemplo 1.....	170
B.3	Datos para el Ejemplo 2.....	173
B.4	Datos para el Ejemplo 3.....	176
B.5	Resultados para los Ejemplos 1, 2 y 3.....	177
C.1	Coeficientes de costo $a^k$ para empaques tipo <i>splash</i> , <i>trickle</i> y <i>film</i> .....	195
C.2	Coeficientes en la correlación para el cálculo del número de Merkel (Ecuación 15).....	198
C.3	Coeficientes en la correlación para el cálculo de $K_{fi}$ (Ecuación 19).....	199
C.4	Datos de los efluentes calientes para los Ejemplos.....	203
C.5	Comparación de las soluciones óptimas y convencionales.....	209
C.6	Efectos de los parámetros de costo sobre la solución óptima.....	210
D.1	Datos para los coeficientes de transferencia.....	227
D.2	Datos para los coeficientes de pérdidas.....	228
D.3	Coeficientes de costo $C_{CTV}^k$ para cada tipo de empaque.....	233
D.4	Comparación de la solución óptima con el método de Poppe y el método de Merkel.....	236
D.5	Verificación de la ecuación (35).....	242

---

---



---

## LISTA DE FIGURAS

Figura	Descripción	Página
1.1	Representación general de un Parque Eco-Industrial.....	4
1.2	Componentes de un sistema típico de enfriamiento con agua.....	9
2.1	Superestructura propuesta para la integración de agua en parques eco-industriales.....	16
2.2	Término bilineal y su transformación en un término convexo.....	23
2.3	Evolución del procedimiento <i>spatial branch and bound</i> .....	24
2.4	Límite inferior de una función no convexa.....	25
2.5	Efecto de la ramificación de variables sobre el límite inferior.....	26
2.6	Linealización del término exponencial $FR^{\alpha}$ para el costo de capital de las unidades de tratamiento.....	32
2.7	Particiones en sub-intervalos de un problema no convexo.....	36
2.8	Procedimiento de ramificación de variables.....	37
2.9	Descomposición del dominio original de un operador de propiedad en sub-dominios.....	38
2.10	Combinaciones para los nuevos sub-dominios en el Ejemplo 1.....	40
2.11	Evolución de la estrategia de optimización global para el Ejemplo 1.....	42
2.12	Análisis de sensibilidad para el procedimiento propuesto respecto al número de particiones en el problema relajado.....	42
2.13	Configuración óptima para el Ejemplo 1.....	44
2.14	Evolución de la estrategia de optimización global para el Ejemplo 2.....	48

---

2.15	Configuración óptima para el Ejemplo 2.....	50
3.1	Superestructura para el diseño de sistemas de enfriamiento.....	65
3.2	Configuración óptima para el Ejemplo 1 con la superestructura propuesta...	91
3.3	Configuración óptima para el Ejemplo 2 con el arreglo tradicional.....	92
3.4	Configuración óptima para el Ejemplo 2 con la superestructura propuesta...	93
3.5	Configuración óptima para el Ejemplo 3 con el arreglo tradicional.....	94
3.6	Configuración óptima para el Ejemplo 3 con la superestructura propuesta	95
A.1	Superestructura propuesta para la integración de agua entre plantas.....	114
A.2	Linealización del término exponencial $FI^\alpha$ para el costo de capital de las unidades de tratamiento.....	129
A.3	Configuración óptima para el Ejemplo 1 usando la reformulación MILP para la integración entre plantas.....	134
A.4	Configuración óptima para el Ejemplo 1 usando la reformulación MINLP para la integración entre plantas.....	138
A.5	Configuración óptima para el Ejemplo 2 usando la reformulación MILP para la integración entre plantas.....	139
A.6	Configuración óptima para el Ejemplo 3 usando la reformulación MILP para la integración entre plantas.....	140
B.1	Superestructura para la integración de agua en parques eco-industriales...	155
B.2	Superestructura discretizada para la integración de agua en parques eco- industriales.....	163
B.3	Valores discretizados y posibles combinaciones para dos contaminante.....	168

---

---

B.4	Configuración óptima para el Ejemplo 2 con la integración entre plantas...	170
B.5	Configuración óptima para el Ejemplo 1 sin la integración entre plantas...	171
B.6	Configuración óptima para el Ejemplo 2 con la integración entre plantas....	174
B.7	Configuración óptima para el Ejemplo 2 sin la integración entre plantas.....	175
B.8	Configuración óptima para el Ejemplo 3 con la integración entre plantas....	178
B.9	Configuración óptima para el Ejemplo 3 sin la integración entre plantas.....	179
C.1	Sistema de enfriamiento centralizado para tres efluentes acuosos.....	191
C.2	Sistema de enfriamiento distribuido para tres efluentes acuosos.....	191
C.3	Superestructura propuesta para sistemas de enfriamiento de efluentes acuosos calientes.....	193
C.4	Sistema de enfriamiento óptimo para el Ejemplo 1.....	204
C.5	Sistema de enfriamiento óptimo para el Ejemplo 2.....	206
C.6	Configuración reportada por Kim y col. (2001) para el Ejemplo 1.....	206
C.7	Configuración reportada por Kim y col. (2001) para el Ejemplo 2.....	207
D.1	Volumen de control del empaque a contracorriente.....	223
D.2	Volumen de control del lado del aire en el empaque.....	223
D.3	Volumen de control en el empaque.....	225
D.4	Comportamiento de razón de evaporación respecto al intervalo y al flujo de aire.....	237
D.5	Análisis de sensibilidad de razón de evaporación respecto al intervalo y el flujo de aire.....	237
D.6	Perfil de la temperatura del aire a través del empaque.....	240

---



---

D.7	Efecto del intervalo y el flujo de aire sobre el volumen del empaque y el costo de capital.....	241
D.8	Efecto de la temperatura del agua de salida sobre la fuerza motriz.....	241
F.1	Representación gráfica del método de Runge-Kutta de cuarto orden.....	252
F.2	Representación de un intervalo del empaque de la torre.....	254

---

# CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

---

## **CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN.**

La industria química y de procesos proporciona enormes beneficios económicos a nivel mundial. Sin embargo, recientemente el impacto ambiental de la actividad industrial ha tomado gran interés debido al efecto adverso que tiene en aspectos como: salud humana, clima, identidad regional, alimentos, seguridad, economía y biodiversidad, entre otros. Según el reporte del año 2010 de la Organización de Naciones Unidas, aproximadamente el 70% de la superficie terrestre podría ser afectada por la construcción de carreteras, explotación de minas, crecimiento y surgimiento de ciudades y otros desarrollos en los próximos 30 años. Cerca del 50% de los ríos del mundo están seriamente contaminados y degradados, dos mil millones de hectáreas de tierra están clasificadas como degradadas debido a la actividad humana, la contaminación de los mares por las corrientes de desecho han generado una grave crisis mundial de salud, la reducción de la capa de ozono ha alcanzado niveles muy altos (en el año 2000 el agujero en la capa de ozono en la Antártida era mayor a 28 000 km<sup>2</sup>). La Organización de Alimentación y Agricultura estima que los bosques que cubren una tercera parte de la superficie terrestre se han degradado en un 2.4% desde 1994.

En este sentido, la actividad industrial es una de los principales responsables de la contaminación del agua a nivel mundial, ya que consume enormes cantidades de agua limpia y desecha corrientes severamente contaminadas al ambiente. Recientemente se han impuesto regulaciones ambientales para los desechos descargados por las industrias, lo que implica restricciones para la temperatura de los efluentes acuosos así como para la composición y otras propiedades de las corrientes de desecho. Esto ha representado un costo adicional a los procesos químicos, ya que ahora se tienen que tratar los desechos antes de ser descargados al ambiente. Debido a las regulaciones ambientales cada vez más estrictas (aumentando los costos de tratamiento de los efluentes) y a la disponibilidad decreciente de los recursos (aumentando los costos de las materias primas), en los años recientes se han propuesto estrategias para reducir el consumo de recursos frescos (en este caso agua) a través de la integración másica de procesos y el consumo de energía a través de la integración energética de procesos. Estas técnicas han permitido reducir el impacto ambiental de los procesos (ya que al usar menor cantidad de recursos, se generan menos desechos que se vierten al ambiente) y, al mismo tiempo, los costos de los procesos (al usar menor cantidad de recursos externos se tiene una reducción en los costos

de materias primas).

En este contexto es en el que se inserta la presente tesis, donde se proponen diferentes técnicas basadas en programación matemática para desarrollar redes de agua y sistemas de enfriamiento de agua óptimos. La descripción de estas aportaciones se muestra en las siguientes secciones.

## **1.1 ANTECEDENTES.**

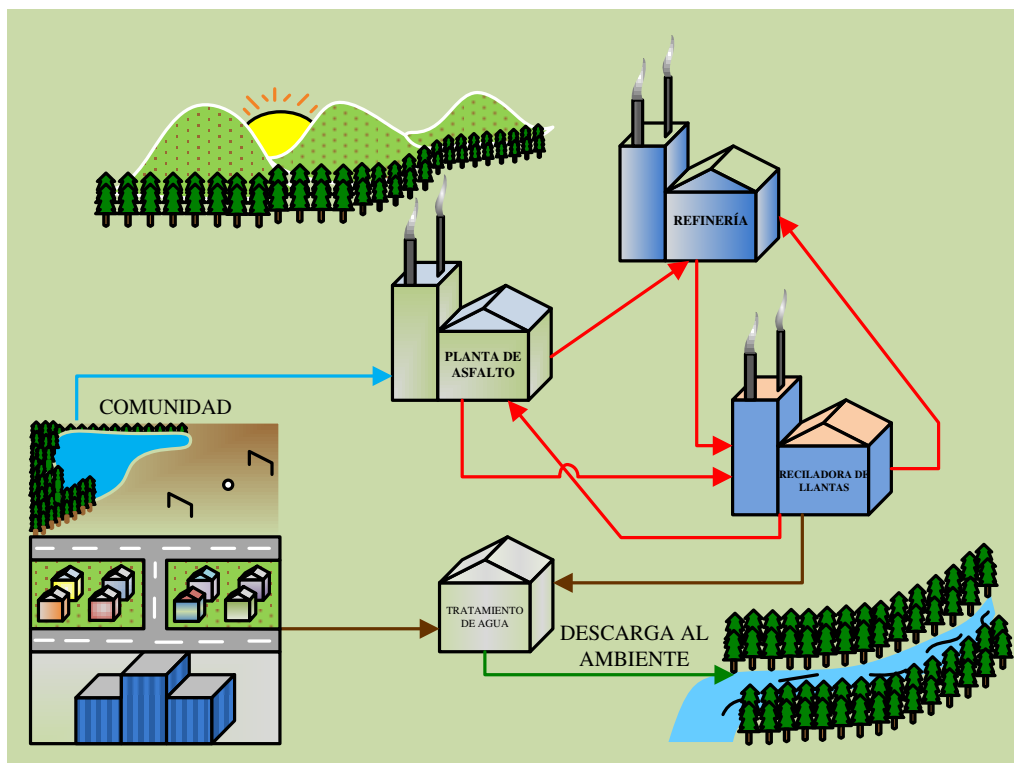
Dos áreas de gran interés en la integración de procesos químicos, como lo son la integración másica e integración energética, son abordadas en la presente tesis. En particular, se proponen contribuciones a la integración másica de agua en parques eco-industriales y a la síntesis de sistemas de enfriamiento con agua. Los antecedentes se presentan a continuación.

### **1.1.1 Antecedentes de integración de agua en parques eco-industriales.**

La integración másica de agua, con el objetivo de minimizar tanto el uso como el desecho de ésta en las industrias así como los costos asociados a los procesos, ha sido abordada a través de metodologías algorítmicas, gráficas, algebraicas y de programación matemática. Estas metodologías han sido aplicadas a la integración en una sola planta así como a la integración entre plantas. Las revisiones bibliográficas reportadas por Bagajewicz (2000), Dunn y El-Halwagi (2000) y Foo (2009) resumen los trabajos reportados para la integración de una sola planta. Debido a que se han observado significativos beneficios tanto económicos como ambientales con la implementación de integración másica en una sola planta, esta estrategia ha sido extendida al estudio de integración de agua entre múltiples plantas en parques eco-industriales (EIP) o integración entre plantas.

El concepto de parque eco-industrial fue propuesto por Cote y Hall (1995). Según Lowe (1997), un parque eco-industrial es una agrupación de industrias en busca del óptimo funcionamiento económico y ambiental a través de una colaboración eficiente. Por ejemplo, la **Figura 1.1** muestra cómo tres compañías son integradas en la misma zona industrial con procesos que comparten algún tipo de materia prima, servicio, producto, información y/o desecho. El objetivo de esta integración global es el beneficio de las compañías participantes considerando tanto aspectos económicos como ambientales. Por lo tanto, un parque eco-industrial se deriva de

los intentos por aplicar los principios ecológicos en la actividad industrial tomando en cuenta su interacción con las comunidades, de tal forma que la prevención de la contaminación y el desarrollo de procesos sustentables pueden ser alcanzados por medio de la cooperación entre las organizaciones.



**Figura 1.1.** Representación general de un Parque Eco-Industrial

En cuanto a la integración entre plantas, el cálculo de objetivos mínimos (uso de agua fresca, flujo de descarga al ambiente y costo de tratamiento) ha sido considerado por medio de métodos gráficos (Olesen y Polley, 1996) y algebraicos (Chew y col., 2007; Foo, 2008; Bandyopadhyay y col., 2010; Chew y col., 2010a, 2010b). Las principales ventajas de los métodos gráficos y algebraicos es que proporcionan los objetivos mínimos de la integración de agua previo a la etapa de síntesis; sin embargo, estas metodologías están restringidas a un sólo contaminante y no pueden manejar restricciones topológicas. Además, estos métodos basados en estrategias secuenciales no garantizan la solución óptima global en la etapa de diseño.

Las técnicas de programación matemáticas pueden ser utilizadas para resolver problemas de gran tamaño (por ejemplo, varias plantas involucradas, varios efluentes y unidades de proceso)

incluyendo múltiples contaminantes. En este contexto, varios trabajos han abordado el problema de síntesis de integración de agua entre plantas basados en la composición de las corrientes (ver por ejemplo, Lovelady y col., 2007; Liao y col., 2007; Chew y col., 2008; Chew y Foo, 2009; Lovelady y El-Halwagi, 2009; Lim y Park, 2010; Chen y col., 2010; Aviso y col., 2010a, 2010b; Tan y col., 2011; Taskhiri y col., 2011). Las limitaciones en los trabajos anteriores, tales como el no considerar el intercambio de agua directo entre plantas, ni la optimización simultánea de las unidades de tratamiento, así como no considerar restricciones ambientales, fueron superadas por los trabajos reportados por Rubio-Castro y col. (2010, 2011) desarrollados en la presente tesis y que se presentan en los **Apéndices A y B**. No obstante, estos trabajos se basan en la composición de las corrientes y no consideran el reciclado de agua en las unidades de tratamiento. Por otra parte, Lovelady y col. (2009) consideraron el diseño óptimo para la integración entre plantas considerando múltiples contaminantes, donde las corrientes de agua son caracterizadas en términos de las propiedades que afectan las unidades de proceso y que son restringidas por regulaciones ambientales considerando los balances de propiedades previamente utilizados por Ng y col. (2008), Ponce-Ortega y col. (2009, 2010) y Nápoles-Rivera y col. (2010). En resumen, todos los trabajos previamente citados para la integración entre plantas presentan las siguientes tres desventajas:

- **Superestructuras simplificadas.** Para evitar complicaciones numéricas, potencialmente buenas soluciones tales como la selección óptima del tipo de unidades de tratamiento y diferentes opciones para la integración de agua (por ejemplo, integración directa entre plantas, descarga directa al ambiente, etc.) y restricciones ambientales no han sido consideradas en los trabajos reportados anteriormente. Por lo tanto, debe notarse que en los trabajos anteriores no han sido consideradas todas las posibles opciones para la integración de agua entre plantas tales como los flujos directos entre plantas, restricciones ambientales, el costo fijo de las unidades de tratamiento, la selección óptima de las unidades de tratamiento, múltiples contaminantes, el costo de tuberías y de tratamiento así como el reciclado entre las unidades de tratamiento. Como resultado, las superestructuras simplificadas y las formulaciones asociadas pueden arrojar soluciones sub-óptimas.
- **Integración basada en composición.** Es muy difícil caracterizar las corrientes que están constituidas por numerosos contaminantes utilizando solamente la composición. Adicionalmente, las restricciones de proceso y ambientales usualmente son fijadas en

términos de propiedades específicas (por ejemplo, densidad, viscosidad, toxicidad, color, demanda química de oxígeno, etc.). Por lo tanto, la integración de agua entre plantas basada en composición no es útil para sistemas con un gran número de contaminantes que requieren la consideración de propiedades además de las concentraciones (Shelley y El-Halwagi, 2000). Para estos casos, el esquema de integración de propiedades que fue desarrollado por redes individuales de agua puede ser extendido para el problema de integración entre plantas.

- **No garantizan la solución óptima global.** La mayoría de los trabajos previamente reportados para la integración de agua entre plantas no garantizan la solución óptima global, ya que han usado procedimientos de optimización locales tales como el algoritmo de la aproximación exterior y la función de penalización aumentada-DICOPT (Viswanathan y Grossmann, 1990). Sin embargo, las formulaciones del modelo para la integración de agua entre plantas son altamente no convexas debido al gran número de términos bilineales en las ecuaciones de balances y los términos de costo cóncavos en las funciones objetivos. Por lo tanto, utilizando las metodologías previamente reportadas es muy difícil obtener la solución óptima global; además, es muy difícil obtener, al menos, una solución factible.

### 1.1.2 Antecedentes para la síntesis de sistemas de enfriamiento con agua.

Debido a su composición química no perjudicial, fácil manejo bajo condiciones de proceso y adecuadas propiedades térmicas, el agua es ampliamente empleada como medio de enfriamiento para remover el exceso de calor en la industria petroquímica, compañías químicas, estaciones de potencia para la generación de electricidad, refrigeración, industrias del papel y del acero. En la industria, el uso de agua como medio de enfriamiento es comúnmente requerido en sistemas de enfriamiento con reutilización de agua, debido a la escasez del agua y a consideraciones ambientales. Como se muestra en la **Figura 1.2**, un sistema de enfriamiento con agua tradicional puede ser definido como un sistema integrado que contiene tres principales componentes: la red de enfriadores, la red de torres de enfriamiento y las bombas requeridas para hacer circular el agua a través del sistema. El agua fría es enviada desde la torre de enfriamiento hacia las unidades de intercambio de energía en la red de enfriadores; el agua caliente es enviada desde la red de enfriadores hacia el domo de la torre de enfriamiento donde fluye hacia abajo a

través del empaque o relleno, mientras que aire fluye hacia arriba (contra flujo) u horizontalmente (flujo cruzado). Como resultado del contacto directo entre el agua y el aire en la región del empaque, parte del agua es vaporizada y la temperatura de agua es reducida en tanto que la humedad del aire presenta un incremento. El aire húmedo abandona la torre por el domo de ésta. La purga de agua y las pérdidas de agua por evaporación y arrastre son reemplazadas con agua fresca de reposición. Ya que el agua de enfriamiento es reusada después de disiparle el calor en la torre de enfriamiento, este tipo de sistemas reducen considerablemente la cantidad de agua de reposición necesaria, obteniendo significativos ahorros de agua fresca. Además, la cantidad de agua descargada al ambiente es considerablemente pequeña, lo que reduce los efectos ambientales adversos.

En los últimos diez años, varios estudios de sistemas de enfriamiento con agua han sido reportados en la literatura. Estos se han basado en la tecnología del punto de pliegue o en técnicas de programación matemática como estrategia de optimización. El trabajo insignia en esta área fue reportado por Kim y Smith (2001), quienes desarrollaron y aplicaron una estrategia secuencial (dos etapas) basada en el punto de pliegue para el diseño óptimo de sistemas de enfriamiento con agua. En la primera etapa, el flujo mínimo de agua de enfriamiento en el sistema es calculado usando una técnica gráfica, mientras que en la segunda etapa la red de enfriadores con un arreglo en serie es desarrollada para alcanzar el objetivo mediante reglas heurísticas de diseño. En trabajos posteriores, los sistemas de enfriamiento fueron abordados a través del análisis del punto de pliegue para diferentes objetivos: superar cuellos de botella (Kim y col., 2002), reducción del agua de reposición (Kim y Smith, 2004a) y la minimización del impacto ambiental utilizando tratamiento de ozono en la torre de enfriamiento (Panjeshahi y col., 2009). Además, una metodología conceptual fue reportada por Picón-Núñez y col. (2007) para estudiar el efecto de la configuración de la red de enfriadores sobre el área total de los intercambiadores. A partir de una perspectiva similar, Picón-Núñez y col. (2011) desarrollaron un procedimiento basado en la tecnología del punto de pliegue para examinar los diversos factores económicos en el diseño de sistemas de enfriamiento.

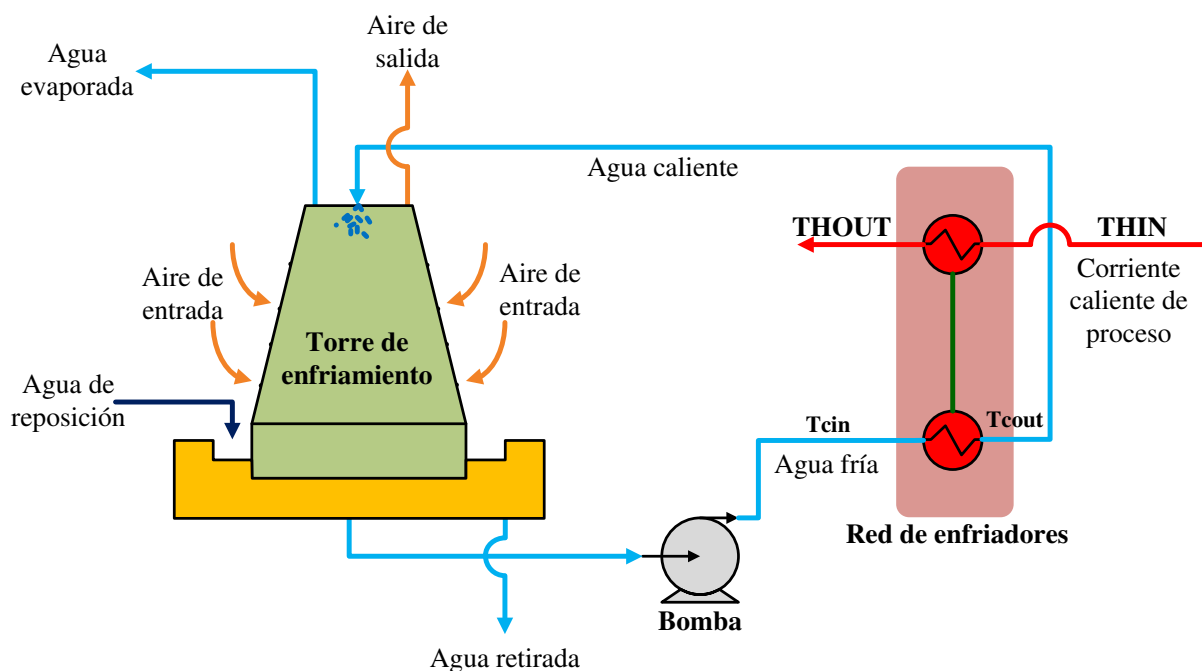
Respecto a las técnicas basadas en programación matemática, Castro y col. (2000) presentaron un modelo no lineal para minimizar el costo de operación de un sistema de enfriamiento con una configuración dada utilizando un modelo de regresión para la torre de



enfriamiento. Kim y Smith (2003) formularon un modelo de optimización para el reajuste de sistemas de enfriamiento con agua, donde incluyeron varios aspectos tales como la redistribución de calor, la remoción de agua caliente, el uso de enfriadores de aire y el incremento del flujo de aire en la torre. Feng y col. (2005) propusieron una estrategia basada en un modelo mixto entero no lineal para obtener una configuración de la red de enfriadores con el menor consumo de agua de enfriamiento. Ponce-Ortega y col. (2007) desarrollaron una nueva superestructura para la optimización de redes de enfriadores incluyendo tanto el costo de capital de los enfriadores como el costo de operación referido al agua de enfriamiento. En un trabajo posterior, Ponce-Ortega y col. (2009) propusieron una formulación basada en un modelo disyuntivo para la síntesis simultánea y el diseño detallado de la red de enfriadores. Recientemente, otros estudios han presentado alternativas para mejorar la operación de sistemas de enfriamiento existentes utilizando un modelo de optimización que fue validado a través de datos experimentales en una planta piloto (Cortinovis y col., 2009a; 2009b). Más recientemente, en contraste con las estrategias secuenciales de diseño de otros autores, Ponce-Ortega y col. (2010) propusieron un modelo de optimización simultáneo para el diseño detallado de todos los componentes del sistema de enfriamiento, además de incluir la interacción entre la red de enfriadores y la torre de enfriamiento.

Debe notarse que todos los trabajos previamente citados fueron desarrollados para sistemas de enfriamiento con sólo una torre de enfriamiento. Sin embargo, la mayoría de los sistemas industriales (por ejemplo, refinerías, complejos petroquímicos) están constituidos por múltiples procesos, corrientes y sistemas secundarios (por ejemplo, servicios externos) y cuentan con múltiples torres de enfriamiento para remover los excesos de calor de corrientes calientes de proceso. En ese sentido, una técnica de optimización matemática para sistemas de enfriamiento que incluye múltiples torres de enfriamiento para suministrar el agua fría a diferentes temperaturas fue primeramente propuesta por Majozzi y Moodley (2008). Este trabajo fue extendido por Gololo y Majozzi (2011) en un reciente reporte para incorporar el comportamiento detallado de las torres de enfriamiento involucradas. Tales autores propusieron la minimización del agua de enfriamiento demandada por el sistema como función objetivo. El problema de optimización es resuelto por un procedimiento de descomposición en dos etapas, en el cual la red de enfriadores primero fue diseñada en un lazo interno suponiendo valores para la temperaturas y los flujos del agua de enfriamiento de entrada; las torres de enfriamiento son después diseñadas

detalladamente en un lazo exterior utilizando como datos de entrada la temperatura y los flujos del agua que salen de la red de enfriadores. Esto permite recalcular la temperatura y los flujos del agua en la entrada de la red de enfriadores. El procedimiento continúa hasta que en dos iteraciones consecutivas los valores calculados de temperatura y flujo de agua de enfriamiento son los mismos que supuestos. Gololo y Majazi (2011) demostraron que los sistemas de enfriamiento con agua que emplean múltiples torres de enfriamiento pueden alcanzar el máximo reuso del agua de enfriamiento, permitiendo hasta un 22% de ahorro en los requerimientos de agua de enfriamiento comparado con los casos base. Sin embargo, esta metodología presenta las siguientes dos limitaciones: a) no considera el costo de capital de los enfriadores y de las torres de enfriamiento (produciendo resultados incompletos), b) que la red de enfriadores y la red de torres de enfriamiento no son diseñadas simultáneamente (produciendo resultados sub-óptimos).



**Figura 1.2.** Componentes de un sistema típico de enfriamiento con agua

## 1.2 JUSTIFICACIÓN.

Los trabajos reportados para la integración másica de agua entre plantas han dejado de lado configuraciones de interés en las redes de agua con el objetivo de evitar complicaciones durante el problema de optimización, aunado a que las corrientes están caracterizadas por la

composición de los componentes aún cuando las restricciones operacionales y ambientales son fijadas en términos de propiedades ya que en la mayoría de los casos son éstas las que causan efectos adversos en los equipos industriales y en los reservorios naturales que captan las descargas industriales. Además, los problemas abordados son optimizados con procedimientos de optimización local, lo cual impide obtener la solución óptima global del problema.

Por otra parte, los modelos reportados para síntesis de sistemas de enfriamiento con agua no han considerado simultáneamente durante el problema de optimización la selección de múltiples torres de enfriamiento instaladas en arreglos en serie, paralelo o serie-paralelo, la distribución de las corrientes de agua caliente provenientes de la red de enfriadores en múltiples torres de enfriamiento, la distribución de las corrientes de agua fría provenientes de múltiples torres de enfriamiento en diferentes etapas de la red de enfriadores y la interacción entre la red de enfriadores, múltiples torres de enfriamiento y los dispositivos de bombeo.

Además, la degradación del ambiente ha incrementado la vulnerabilidad humana con respecto a amenazas naturales; también ha aumentado los problemas de salud y la degradación de la biodiversidad. Y es bien sabido que la actividad industrial es en parte culpable de tal situación. Pero hoy en día, para tener una economía buena y fuerte, las comunidades deben incluir el sector industrial a su fórmula económica. Sin embargo, para poder involucrar a la industria en estrategias sustentables, se demandará mejoras fundamentales en el funcionamiento ambiental de ésta, eficiencia en el uso de recursos naturales, así como una mejor integración de las compañías en sus comunidades locales.

### **1.3 OBJETIVOS.**

#### **1.3.1 Objetivo general.**

Desarrollar modelos basados en programación matemática para optimizar el uso de agua en los procesos industriales a fin de reducir los costos de éstos y el impacto ambiental.

#### **1.3.2 Objetivos particulares.**

**1.3.2.1 Formulación y resolución de un modelo para la integración óptima global de agua de diferentes plantas en un parque eco-industrial.** El modelo se basará en una nueva superestructura que tomará en cuenta todas las configuraciones de reuso y reciclaje de interés en la

síntesis de redes de agua, las corrientes estarán caracterizadas por propiedades y un nuevo algoritmo de optimización global tipo *spatial branch and bound* será empleado para la solución de los problemas considerados. Dos nuevas reformulaciones para el límite superior e inferior requeridos en el algoritmo tipo *spatial branch and bound* serán propuestos con la finalidad de alcanzar la convergencia en pocas iteraciones. Los resultados demostrarán que importantes incentivos económicos y ambientales son obtenidos con la integración de agua en parques eco-industriales y que el algoritmo de optimización global propuesto es útil para manejar términos bilineales.

**1.3.2.2 Formulación e implementación de un modelo para el diseño de sistemas de enfriamiento considerando múltiples torres de enfriamiento.** El modelo se basará en una nueva superestructura que incluya la posibilidad de instalar múltiples torres de enfriamiento conectadas en serie, paralelo o serie-paralelo, de la misma forma los enfriadores podrán estar arreglados en serie, paralelo o en serie-paralelo y múltiples corrientes de agua a diferentes temperaturas podrán ser enviadas desde la red de enfriadores hacia la red de torres de enfriamiento y viceversa. Estas corrientes de agua serán segregadas bajo un sistema distribuido tanto en la red de enfriadores como en la red de torres de enfriamiento. En la aplicación del modelo varios casos de estudio se resolverán tanto con la nueva superestructura propuesta como con el arreglo tradicional de sistemas de enfriamiento (enfriadores en paralelo y una sola torre de enfriamiento) para demostrar las ventajas económicas de la superestructura propuesta respecto al arreglo tradicional de sistemas de enfriamiento.

**1.3.2.3 Formulación e implementación de un modelo para el diseño óptimo de sistemas de enfriamiento de efluentes acuosos por contacto directo con aire.** El modelo estará basado en una nueva superestructura que represente todas las configuraciones de división y mezclado de interés para los efluentes calientes antes de ser enviados a la torre de enfriamiento previo a su descarga al ambiente una vez satisfecha el límite máximo permisible de temperatura. El diseño de la torre de enfriamiento se llevará a cabo de forma detallada, el comportamiento de la torre será evaluado con el método de Merkel y la implementación del modelo hará posible determinar de manera simultánea y óptima la distribución de los efluentes, la geometría y las condiciones de operación de la torre de enfriamiento con menores costos respecto de los sistemas de enfriamiento centralizados para efluentes acuosos.

**1.3.2.4 Formulación de un modelo para el diseño riguroso de torres de enfriamiento a contracorriente.** El modelo considerará la representación rigurosa de los fenómenos de transporte en el empaque de torres de enfriamiento a contracorriente de agua a través del método de Poppe en conjunto con el diseño geométrico detallado. Además, se incluirán restricciones prácticas de diseño y operación, así como diferentes tipos de empaque y la interrelación entre las principales variables de diseño. La aplicación del modelo a casos de estudios previamente reportados usando el método de Merkel para representar los fenómenos de transporte en la zona de empaque, permitirá evidenciar la inexactitud en el diseño de torres de enfriamiento debidos a la errónea representación de los procesos de transferencia de masa y energía con el método de Merkel durante el proceso de enfriamiento del agua.

#### **1.4. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO.**

Esta tesis es organizada de la siguiente forma: a) en el **Capítulo 2** se presenta un modelo para la optimización global de la integración de agua en parques eco-industriales basado en las propiedades de las corrientes, b) en el **Capítulo 3** se muestra un modelo para la síntesis óptima de sistemas de enfriamiento con agua considerando múltiples torres de enfriamiento, c) el **Capítulo 4** presenta las conclusiones generales y las recomendaciones para un trabajo futuro, d) en los **Apéndices A y B** se presentan dos modelos para la integración de agua en parques eco-industriales basados en concentraciones de contaminantes y considerando dos nuevas superestructuras, en cada uno se muestra una nueva técnica de optimización global a partir de estrategias de discretización de los términos bilineales (**Apéndice A**) y de la transformación de la superestructura original no convexa en una superestructura discretizada convexa (**Apéndice B**), e) en el **Apéndice C** se muestra un nuevo modelo para el diseño óptimo de sistemas de enfriamiento de efluentes acuosos, f) en el **Apéndice D** se presenta un modelo para el diseño óptimo y riguroso de torres de enfriamiento a contracorriente, y finalmente g) en los **Apéndices E, F y G** se muestran las correlaciones usadas para el cálculo de las propiedades físicas requeridas en el **Capítulo 3** y en el **Apéndice C**; así como una explicación gráfica del método Runge-Kutta de cuarto orden empleado en el **Capítulo 3** para la solución de las ecuaciones que rigen los fenómenos de transporte en la zona de empaque de torres de enfriamiento a contracorriente.

---

---

**CAPÍTULO 2. OPTIMIZACIÓN  
GLOBAL DE REDES DE AGUA EN  
PARQUES ECO-INDUSTRIALES**

---

---

## CAPÍTULO 2. OPTIMIZACIÓN GLOBAL DE REDES AGUA EN PARQUES ECO-INDUSTRIALES BASADA EN PROPIEDADES.

### 2.1 RESUMEN.

En este **Capítulo** se presenta un nuevo método determinístico de optimización global para la integración de agua entre plantas basado en propiedades para caracterizar las corrientes con múltiples componentes. El problema es formulado como un modelo MINLP basado en una superestructura que involucra todas las configuraciones de interés. Esta formulación exhibe múltiple mínimos locales. Para superar tal problema se proponen efectivas reglas de ramificación de variables en adición a dos nuevas reformulaciones para el límite superior (solución entera factible) y para el límite inferior (solución relajada), las cuales son incorporadas a un procedimiento *spatial branch and bound* para manejar los términos bilineales en el modelo. El problema consiste en encontrar la configuración con el costo total anual mínimo (que incluye el costo de tratamiento, de agua fresca y de las tuberías). Los resultados computacionales muestran que la solución óptima global (con reducciones significativas en el consumo de agua fresca y la descarga ambiental) es obtenida en pocas iteraciones y en corto tiempo computacional.

El **Capítulo** es organizado de la siguiente forma, en la **sección 2.2** se presenta la definición del problema abordado, en la **sección 2.3** se presenta la formulación del modelo, en la **sección 2.4** se presenta la reformulación del modelo para obtener el problema entero y el problema relajado, en la **sección 2.5** se presenta el algoritmo de optimización global, en la **sección 2.6** se presentan los resultados obtenidos con la aplicación del modelo propuesto para varios casos de estudio y finalmente en la **sección 2.7** se presentan las conclusiones.

### 2.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.

El problema abordado se define de la siguiente manera:

Dado:

- a) El flujo másico y las propiedades de un conjunto de efluentes de proceso.
- b) El flujo másico requerido y el límite máximo y mínimo permisible de las propiedades de un conjunto de unidades de proceso.
- c) El límite máximo y mínimo permisible de las propiedades en la corriente de descarga.

- d) Las propiedades en los tipos de agua fresca disponibles.
- e) La capacidad de remoción de propiedades de un conjunto de unidades de tratamiento.
- f) Parámetros económicos, como el costo unitario del agua fresca, el costo fijo y de operación de las unidades de tratamiento, la longitud y el costo fijo de los segmentos de tuberías considerados.

El problema consiste en encontrar la configuración óptima del parque eco-industrial que cumpla con las restricciones operacionales y ambientales, y que a su vez represente el costo total anual mínimo.

### 2.3 FORMULACIÓN DEL MODELO.

El modelo propuesto está basado en la superestructura mostrada en la **Figura 2.1**, la cual considera el reuso y reciclaje de los efluentes de proceso hacia las unidades de proceso de la misma planta así como hacia las unidades de proceso de diferentes plantas, además hacia las unidades de tratamiento empleadas para tratar las propiedades de las corrientes con el objetivo de cumplir con las restricciones en las unidades de proceso y en la descarga ambiental. Note que cada efluente de proceso puede ser enviado hacia cada unidad de proceso en la misma planta y/o otras plantas, hacia cada unidad de tratamiento y hacia la corriente de descarga al ambiente. Además, el flujo de cada unidad de tratamiento puede ser segregado y enviado hacia las unidades de proceso, hacia otras unidades de tratamiento y/o hacia la descarga ambiental. Una unidad de tratamiento ficticia es utilizada cuando no es requerido tratamiento. El objetivo del modelo propuesto consiste en encontrar la configuración de la red de integración de agua entre plantas que represente el costo total anual mínimo y cumpla las restricciones operacionales y ambientales. En las siguientes ecuaciones, los subíndices  $i, j, k, r, w, t, p, q^1, q^2$  y  $z$  son usados para designar los efluentes de proceso, unidades de proceso, cualquier flujo, unidad de tratamiento, tipos de agua fresca, iteraciones, propiedades, particiones para el límite superior, particiones para el límite inferior y segmentos lineales para linealizar la función objetivo, respectivamente; el subíndice  $\min$  representa un límite inferior y el subíndice  $\max$  representa un límite superior. Además, las variables en el modelo son escritas en letra cursiva y los parámetros como letra regular. Las ecuaciones del modelo propuesto son presentadas como sigue.



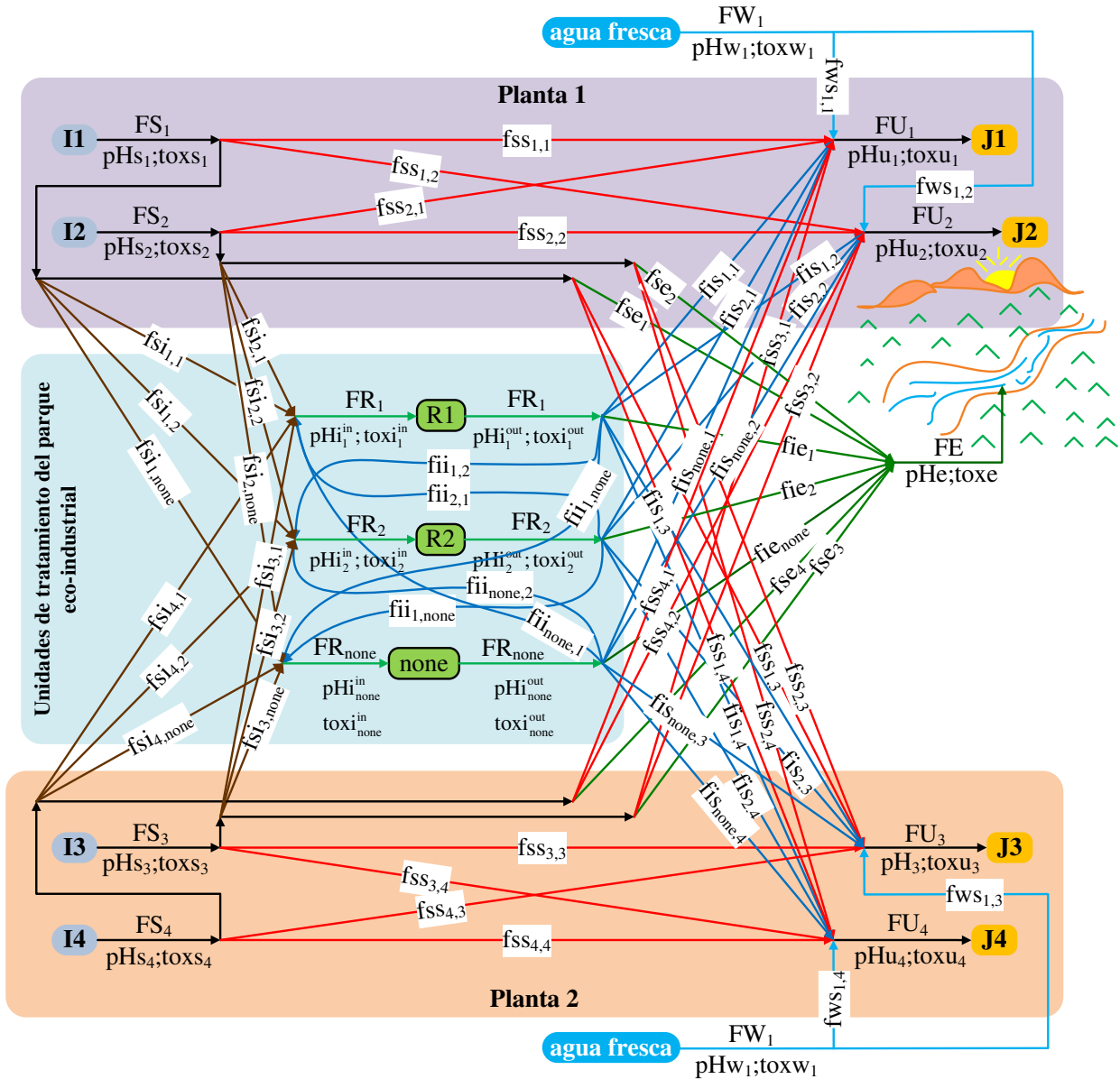


Figura 2.1. Superestructura propuesta para la integración de agua en parques eco-industriales

### 2.3.1 Función objetivo.

La función objetivo consiste en la minimización del costo total anual ( $TAC$ ) que incluye el costo de agua fresca ( $WC$ ), el costo de tratamiento ( $RC$ ) y el costo de tuberías ( $PC$ ):

$$TAC = WC + RC + PC \quad (1)$$

El costo de agua fresca es calculado con la siguiente relación,

$$WC = H_Y \sum_{j=1}^J \sum_{w=1}^W f_{w,j} CU_w \quad (2)$$

Por otra parte, el costo de tuberías es una función de la longitud de la tubería, flujo en la tubería, densidad del fluido, velocidad, tipo de material, etc. Note que en esta ecuación el costo de capital de las tuberías es correlacionado con el área de sección transversal e incluye el costo fijo y variable.

$$PC = K_F \left\{ \begin{array}{l} p \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{i,j}^1 f_{ss_{i,j}}}{3600\rho v} + x_{i,j}^1 D_{i,j}^1 CU_p + p \sum_{i=1}^I \sum_{r=1}^R \frac{D_{i,r}^2 f_{si,r}}{3600\rho v} + x_{i,r}^2 D_{i,r}^2 CU_p + \\ p \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^J \frac{D_{r,j}^3 f_{is_{r,j}}}{3600\rho v} + x_{r,j}^3 D_{r,j}^3 CU_p + p \sum_{r=1}^R \frac{D_r^4 f_{ie_r}}{3600\rho v} + x_r^4 D_r^4 CU_p + \\ p \sum_{r=1}^R \frac{D_r^5 f_{se_i}}{3600\rho v} + x_i^5 D_i^5 CU_p \end{array} \right\} \quad (3)$$

Para el costo de tratamiento, los costos de capital y de operación de las unidades de tratamiento son calculados como sigue,

$$RC = K_F \sum_{r \in R} CU_r FR_r^\alpha + H_Y \sum_{r \in R} CUM_r FR_r \quad (4)$$

En las ecuaciones anteriores,  $H_Y$  representa las horas de operación al año,  $CU_w$  es el costo unitario del agua fresca,  $f_{ws_{w,j}}$  es el flujo del agua fresca en cada unidad de proceso,  $K_F$  es el factor usado para anualizar los costos de capital,  $CU_r$  es el costo de inversión de las unidades de tratamiento,  $\alpha$  es un exponente para la función de costos que atiende las economías de escala,  $CUM_r$  es el costo por unidad de masa removida en cada unidad de tratamiento,  $D_{i,j}^1$  es la distancia entre el efluente de proceso  $i$  y la unidad de proceso  $j$ ,  $D_{i,r}^2$  es la distancia entre el efluente de proceso  $i$  y la unidad de tratamiento  $r$ ,  $D_{r,j}^3$  es la distancia entre la unidad de tratamiento  $r$  y la unidad de proceso  $j$ ,  $D_r^4$  es la distancia entre la unidad de tratamiento  $r$  y la descarga al ambiente,  $D_i^5$  es la distancia entre el efluente de proceso  $i$  y la descarga al ambiente,  $\rho$  es la densidad del agua,  $v$  es la velocidad,  $p$  es un parámetro para el costo de capital de las

tuberías y  $CU_p$  es el costo unitario de las tuberías. Además,  $\alpha$  para considerar las economías de escala usualmente toma valores entre 0.6 y 0.8; por lo tanto, la ecuación (4) es no lineal y no convexa.

### 2.3.2 Balance de masa para cada efluente de proceso.

El flujo de cada efluente de proceso ( $FS_i$ ) puede ser dividido y dirigido hacia cada unidad de proceso ( $fss_{i,j}$ ), hacia cada unidad de tratamiento ( $fsi_{i,r}$ ) y hacia la descarga ambiental ( $fse_i$ ),

$$FS_i = \sum_{j \in J} fss_{i,j} + \sum_{r \in R} fsi_{i,r} + fse_i, \quad i \in I$$

(5)

### 2.3.3 Balance de masa y reglas de mezclado para propiedades en cada unidad de proceso.

El flujo requerido por las unidades de proceso ( $FU_j$ ) es generado por las porciones de los efluentes de proceso enviados a éstas ( $fss_{i,j}$ ), los flujos desde las unidades de tratamiento ( $fis_{r,j}$ ) y el flujo de agua fresca ( $fws_{w,j}$ ) necesaria para cumplir con los límites inferiores y superiores ( $\psi_p(Pu_{p,j}^{\max})$ ,  $\psi_p(Pu_{p,j}^{\min})$ ) dados en términos de propiedades (nótese que para evitar complicaciones matemáticas debido a las no linealidades en las relaciones de mezclados, el operador de propiedad es la variable de optimización en lugar de las propiedades). Para superar la dificultad de cuantificar las propiedades como función de la composición de un gran número de componentes usualmente presentes en las corrientes de desecho, Shelley y El-Halwagi (2000) introdujeron un nuevo paradigma de diseño llamado *component-less design*. Ellos propusieron reglas de mezclado para las propiedades similares a los balances por componente utilizando operadores de propiedad como los mostrados en la **Tabla 2.1**. Por lo tanto, los balances de masa y propiedad en los mezcladores previos a las unidades de tratamiento en cada planta son escritos como sigue:

$$FU_j = \sum_{r \in R} fis_{r,j} + \sum_{i \in I} fss_{i,j} + \sum_{w \in W} fws_{w,j}, \quad j \in J \quad (6)$$

$$\sum_{r \in R} \left[ \psi_p \left( P_{p,r}^{out} \right) f_{iS_{r,j}} \right] + \sum_{i \in I} \left[ \psi_p \left( P_{s_{p,i}} \right) f_{SS_{i,j}} \right] + \sum_{w \in W} \left[ \psi_p \left( P_{w_{p,w}} \right) f_{wS_{w,j}} \right] \leq \psi_p \left( P_{p,j}^{\max} \right) FU_j, \quad j \in J; p \in P \quad (7)$$

$$\sum_{r \in R} \left[ \psi_p \left( P_{p,r}^{out} \right) f_{iS_{r,j}} \right] + \sum_{i \in I} \left[ \psi_p \left( P_{s_{p,i}} \right) f_{SS_{i,j}} \right] + \sum_{w \in W} \left[ \psi_p \left( P_{w_{p,w}} \right) f_{wS_{w,j}} \right] \geq \psi_p \left( P_{p,j}^{\min} \right) FU_j, \quad j \in J; p \in P \quad (8)$$

**Tabla 2.1.** Reglas para operadores de propiedad

Propiedad	Operador
Composición	$\psi_z(z)=z$
Toxicidad	$\psi_{tox}(tox)=tox$
Demanda química de oxígeno	$\psi_{COD}(COD)=COD$
pH	$\psi_{pH}(pH)=10^{pH}$
Densidad	$\psi_\rho(\rho)=1/\rho$
Viscosidad	$\psi_\mu(\mu)=\log(\mu)$
Presión de vapor	$\psi_{RVP}(RVP)=RVP^{1.44}$
Resistividad eléctrica	$\psi_R(R)=1/R$
Reflectividad	$\psi_{R_\infty}(R_\infty)=R_\infty^{5.92}$
Color	$\psi_{color}(color)=color$
Olor	$\psi_{olor}(olor)=olor$

Aquí  $\psi_p \left( P_{s_{p,i}} \right)$  y  $\psi_p \left( P_{w_{p,w}} \right)$  son los operadores de propiedad para cada efluente de proceso  $i$  y cada agua fresca  $w$ , respectivamente. Nótese que el operador de propiedad de salida en cada unidad de tratamiento ( $\psi_p \left( P_{p,r}^{out} \right)$ ) y los flujos enviados hacia cada unidad de proceso son variables de optimización; por lo tanto, el término  $\psi_p \left( P_{p,r}^{out} \right) f_{iS_{r,j}}$  es bilineal y consecuentemente las ecuaciones (7) y (8) son relaciones no lineales y no convexas.

### 2.3.4 Balance de masa y reglas de mezclado de propiedades para las unidades de tratamiento.

Las condiciones en términos del flujo y operadores de propiedad a la entrada de cada

unidad de tratamiento ( $FR_r$ ,  $\psi_p(Pi_{p,r}^{in})$ ) son determinados por los flujos que son enviados desde los efluentes de proceso ( $fsi_{i,r}$ ) y desde otras unidades de tratamiento ( $fii_{r_1,r}$ ),

$$FR_r = \sum_{i \in I} fsi_{i,r} + \sum_{\substack{r_1 \in R \\ r_1 \neq r}} fii_{r_1,r}, \quad r \in R \quad (9)$$

$$\psi_p(Pi_{p,r}^{in})FR_r = \sum_{i \in I} [\psi_p(P_{S_{p,i}}) fsi_{i,r}] + \sum_{\substack{r_1 \in R \\ r_1 \neq r}} [\psi_p(Pi_{p,r_1}^{out}) fii_{r_1,r}], \quad r \in R; p \in P \quad (10)$$

Debido a que las condiciones de entrada en las unidades de tratamiento y el flujo de reciclaje entre éstas son variables desconocidas antes del proceso de optimización, la ecuación (10) es una expresión no lineal y no convexa. Finalmente, el flujo de cada unidad de tratamiento puede ser segregado y enviado a las unidades de proceso ( $fis_{r,j}$ ), a la descarga ambiental ( $fe_r$ ) y a las otras unidades de tratamiento ( $fii_{r,r_1}$ ). Además, los operadores de propiedad son determinados por el factor de eficiencia en cada interceptor ( $RR_{r,\psi_p(P_p)}$ ),

$$FR_r = \sum_{j \in J} fis_{r,j} + \sum_{\substack{r_1 \in R \\ r_1 \neq r}} fii_{r,r_1} + fe_r, \quad r \in R \quad (11)$$

$$\psi_p(Pi_{p,r}^{out}) = \psi_p(Pi_{p,r}^{in})RR_{r,\psi_p(P_p)} \quad (12)$$

Este factor de eficiencia depende del tipo, la configuración y las variables de diseño de las unidades de tratamiento. Dicho factor es determinado previo al proceso de optimización a través de simulaciones para evitar complejidades numéricas adicionales. Además, el factor de eficiencia puede ser positivo o negativo dependiendo del tipo de la unidad de tratamiento y la propiedad tratada.

### 2.3.5 Balance de masa y reglas de mezclado en los mezcladores previos a la corriente de descarga ambiental.

El flujo descargado al ambiente ( $FE$ ) y el valor de los operadores de propiedad (

$\psi_p(\text{Pe}_p^{\max})$ ,  $\psi_p(\text{Pe}_p^{\min})$ ) en la corriente descargada al ambiente es formada por las porciones de los flujos de los efluentes de proceso ( $fse_i$ ) y de las unidades de tratamiento ( $fie_r$ ) enviadas a ésta. El último término es una variable y multiplica al operador de propiedad de salida en las unidades de tratamiento, lo cual genera un término bilineal en las ecuaciones (14) y (15).

$$FE = \sum_{i \in I} fse_i + \sum_{r \in R} fie_r \quad (13)$$

$$\sum_{i \in I} [\psi_p(\text{Ps}_{p,i}) fse_i] + \sum_{r \in R} [\psi_p(\text{Pi}_{p,r}^{\text{out}}) fie_r] \leq \psi_p(\text{Pe}_p^{\max}) FE, \quad p \in P \quad (14)$$

$$\sum_{i \in I} [\psi_p(\text{Ps}_{p,i}) fse_i] + \sum_{r \in R} [\psi_p(\text{Pi}_{p,r}^{\text{out}}) fie_r] \geq \psi_p(\text{Pe}_p^{\min}) FE, \quad p \in P \quad (15)$$

### 2.3.6 Determinación de los segmentos de tubería.

Para considerar el costo unitario de los segmentos de tubería requeridos en la configuración, las siguientes relaciones lógicas son incluidas para activar las variables binarias  $x$  asociadas a la existencia de los segmentos de tubería,

$$fss_{i,j} - M_{fss_{i,j}}^{\max} x_{i,j}^1 \leq 0, \quad i \in I; j \in J \quad (16)$$

$$fss_{i,j} - M_{fss_{i,j}}^{\min} x_{i,j}^1 \geq 0, \quad i \in I; j \in J \quad (17)$$

$$fsi_{i,r} - M_{fsi_{i,r}}^{\max} x_{i,r}^2 \leq 0, \quad i \in I; r \in R \quad (18)$$

$$fsi_{i,r} - M_{fsi_{i,r}}^{\min} x_{i,r}^2 \geq 0, \quad i \in I; r \in R \quad (19)$$

$$fis_{r,j} - M_{fis_{r,j}}^{\max} x_{r,j}^3 \leq 0, \quad r \in R; j \in J \quad (20)$$

$$fis_{r,j} - M_{fis_{r,j}}^{\min} x_{r,j}^3 \geq 0, \quad r \in R; j \in J \quad (21)$$

$$fie_r - M_{fie_r}^{\max} x_r^4 \leq 0, \quad r \in R \quad (22)$$

$$fie_r - M_{fie_r}^{\min} x_r^4 \geq 0, \quad r \in R \quad (23)$$

$$fse_i - M_{fse_i}^{\max} x_i^5 \leq 0, \quad i \in I \quad (24)$$

$$fse_i - M_{fse_i}^{\min} x_i^5 \leq 0, \quad i \in I \quad (25)$$

Aquí  $M^{\min}$ ,  $M^{\max}$  y  $x^{1,2,3,4,5}$  son límites inferiores, límites superiores y variables binarias usadas para determinar la existencia de los segmentos de tubería.

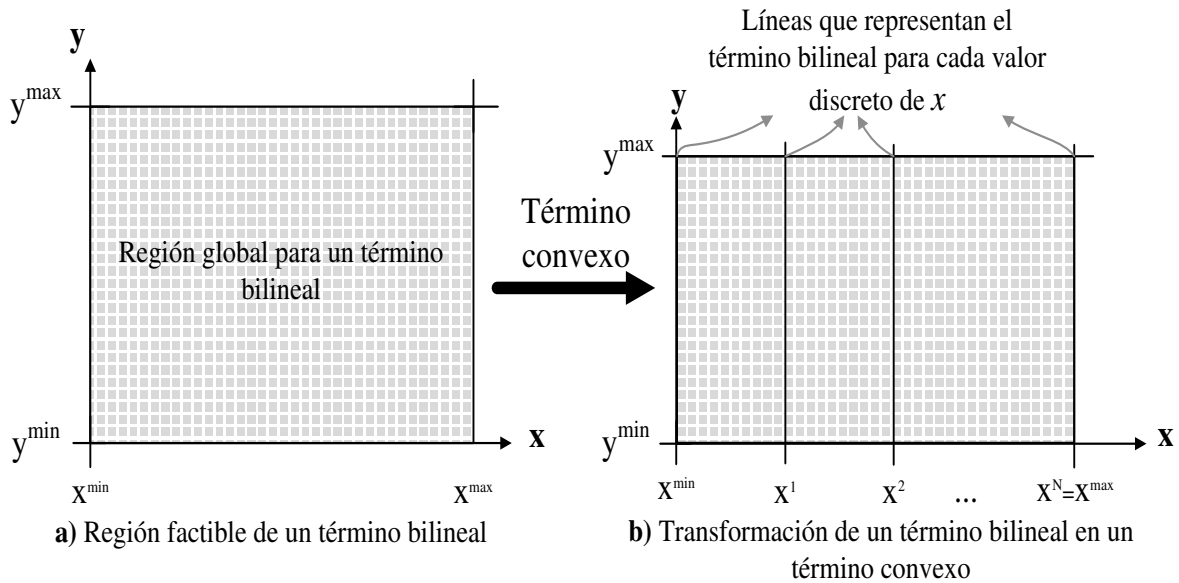
#### 2.4 REFORMULACION DEL MODELO PARA OBTENER EL MODELO ENTERO LINEAL (LÍMITE SUPERIOR) Y EL MODELO ENTERO RELAJADO (LÍMITE INFERIOR).

Note que el modelo previamente presentado es un modelo mixto entero no lineal y no convexo, ya que tiene términos bilineales en las ecuaciones (7), (8), (10), (14) y (15), así como un término exponencial en la ecuación (4). En este sentido, para cualquier término bilineal entre las variables continuas  $x$  y  $y$  existen combinaciones infinitas para límites inferiores y superiores de éstos, como puede verse en la **Figura 2.2a**. Entonces, si  $x$  o  $y$  es transformado en un parámetro discreto conocido, el término bilineal puede ser reformulado como un término convexo lineal, pero existen infinitas combinaciones entre cada valor discreto y cada valor de la variable continua como puede verse en la **Figura 2.2b**, la cual muestra las líneas factibles para un término bilineal cuando es discretizada la variable  $x$ . Note en la **Figura 2.2b** que para cubrir todas las soluciones posibles usando valores discretos y garantizar la solución óptima global, se requiere discretizar la variable continua  $x$  en un número infinito de puntos, lo cual es una tarea imposible de resolver. Por lo tanto, para obtener la solución óptima global se requiere la construcción de un problema convexo para comparar iterativamente un problema entero (límite superior) y un problema relajado (límite inferior) hasta alcanzar la diferencia mínima entre éstos como se muestra en la **Figura 2.3**. La búsqueda espacial general mostrada en la **Figura 2.3** ha sido el tema central en muchas metodologías previamente reportadas. Por ejemplo, el algoritmo GOP (ver Visweswaran y Floudas, 1995) y el algoritmo *branch and bound* (ver Al-Khayyal y Falk, 1983), donde un buen límite inferior es el principal factor para obtener la solución óptima global debido a que existe una gran región factible para encontrar un límite inferior válido como puede verse en la **Figura 2.4a**, la cual muestra una función no convexa respecto a cualquier variable  $x$  o  $y$  y su correspondiente región donde debe ser encontrado un límite válido para comparar con el límite

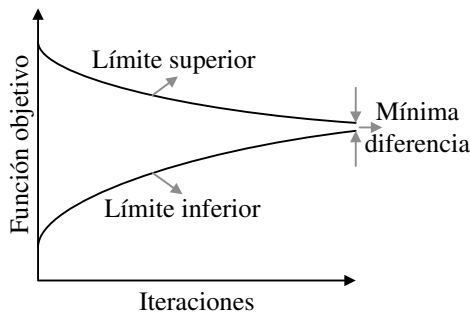
superior. Por lo tanto, algunos trabajos se han enfocado en mejorar los límites inferiores, por ejemplo, Maranas y Floudas (1994a, 1994b), Androulakis y col. (1995), Liu y Floudas (1993), Adjiman y col. (1996) y Karuppiyah y Grossmann (2006). En el artículo de Karuppiyah y Grossmann (2006) se propone el cálculo de límites inferiores a través de segmentos lineales (*piecewise under- and over-estimators*) para aproximar los términos bilineales no convexos y obtener una relajación convexa, cuya solución proporciona un límite inferior del óptimo global; además, ciertas heurísticas son utilizadas como reglas de ramificación de variables (*branching variables*). Esta estrategia (Karuppiyah y Grossmann, 2006) es la base del procedimiento propuesto en este **Capítulo**; no obstante, en este trabajo las particiones son hechas sobre los operadores de propiedad (no sobre los flujos). Aunque ésto incrementa el tamaño del problema, la ventaja es que cada término bilineal depende de las condiciones (flujos y operadores de propiedad) en las unidades de tratamiento. Entonces, si los operadores de propiedad en la entrada de las unidades de tratamiento son transformados en parámetros, el efecto en todo el proceso puede ser determinado solamente variando el valor de los operadores de propiedad en la zona de regeneración, lo que es más fácil que analizar el efecto de variar todos los posibles flujos en la superestructura. De esta forma, este trabajo propone una nueva estrategia para la ramificación de variables, la cual está basada en los operadores de propiedad y el objetivo de este algoritmo es reducir la región factible original para el límite inferior y aproximar éste al límite superior. En este sentido, si la variable  $x$  o la variable  $y$  es discretizada en un intervalo para transformar la región factible original en múltiples regiones factibles representadas en cada intervalo de la variable discretizada, por ejemplo, como en la **Figura 2.4b** que muestra la contracción de la región factible original, se pueden generar mejores límites inferiores (por ejemplo, note que en la **Figura 2.4b** la diferencia original  $\beta$  es mayor que  $\beta^1$ ,  $\beta^2$  y  $\beta^3$ ). Además, con esta técnica toda la región de las soluciones factibles de cualquier término bilineal es cubierta sin considerar un número infinito de valores discretos para las variables. Sin embargo, ésto solamente proporciona un límite que puede ser infactible y la evolución del procedimiento *spatial branch and bound* depende fuertemente de la ramificación de variables. Por ejemplo, si la ramificación de variables es hecha solamente sobre la variable  $x$ , el área para obtener un límite inferior es toda el área bajo la curva correspondiente del límite inferior en cada intervalo de  $x$  (ver **Figura 2.5a**). Ahora, si la ramificación de variables es hecha tanto para  $x$  como para  $y$ , discretizando primero una y usando la segunda como un límite inferior y superior en cada intervalo de  $x$ , cada región factible de la



**Figura 2.5a** es transformada en dos regiones factibles, como se presenta en la **Figura 2.5b**, y su contracción mejora los límites inferiores respecto al límite inferior original y al obtenido cuando solamente una variable es empleada para la ramificación de variables debido a que la región factible fue reducida. En otras palabras, ahora hay dos valores para el límite inferior en cada intervalo de  $x$  para seleccionar el que represente el mejor límite inferior válido. Estos dos valores son estimados a partir del árbol mostrado en la **Figura 2.5c**. Finalmente,  $y^1, y^2, y^3$  representan los valores optimizados de  $y$  para cada intervalo de  $x$ ; al respecto, note que solamente la variable  $x$  fue discretizada en parámetros y que la variable  $y$  es una variable continua, lo que genera relaciones lineales convexas.



**Figura 2.2.** Término bilineal y su transformación en un término convexo



**Figura 2.3.** Evolución del procedimiento *spatial branch and bound*

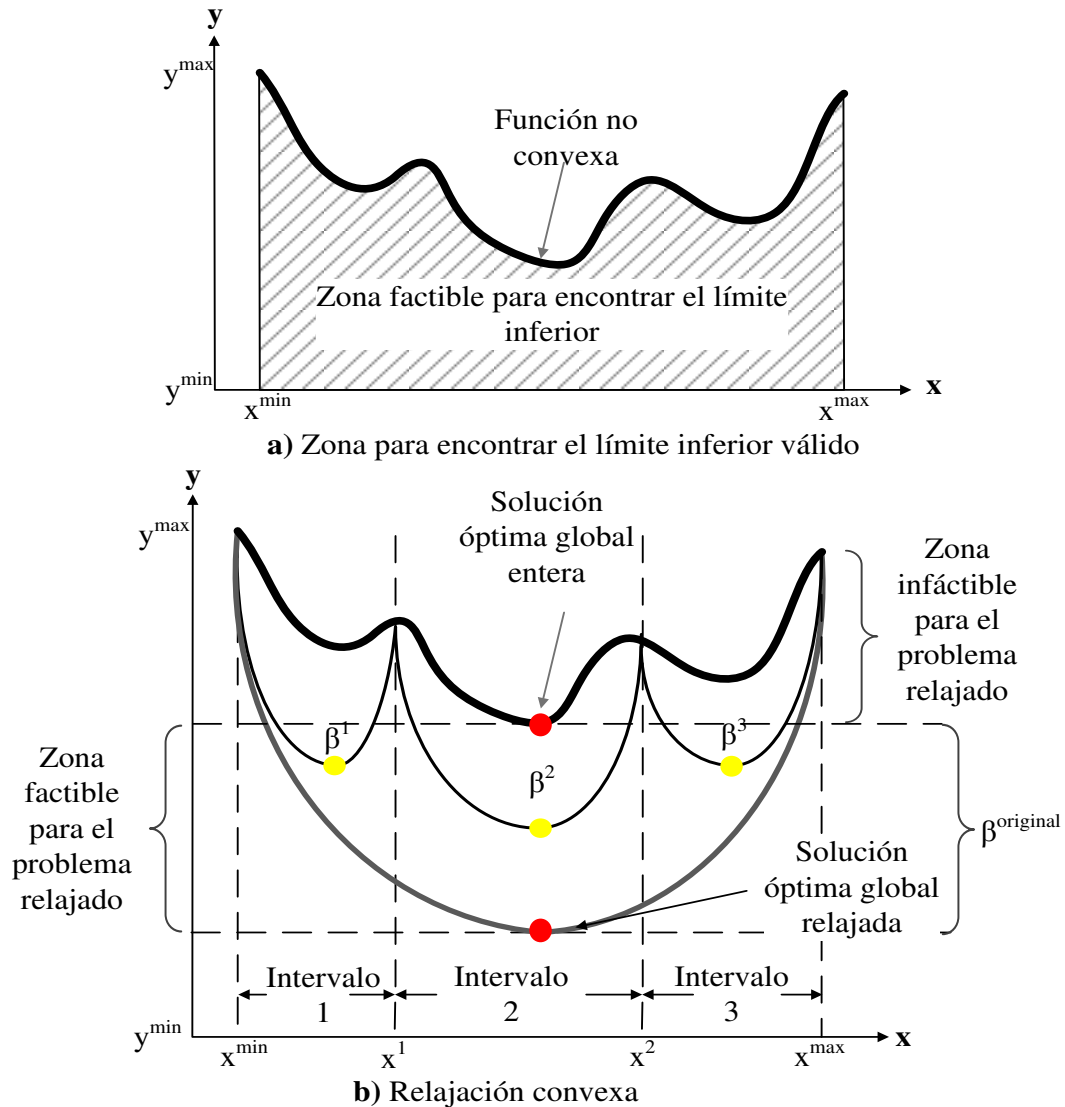
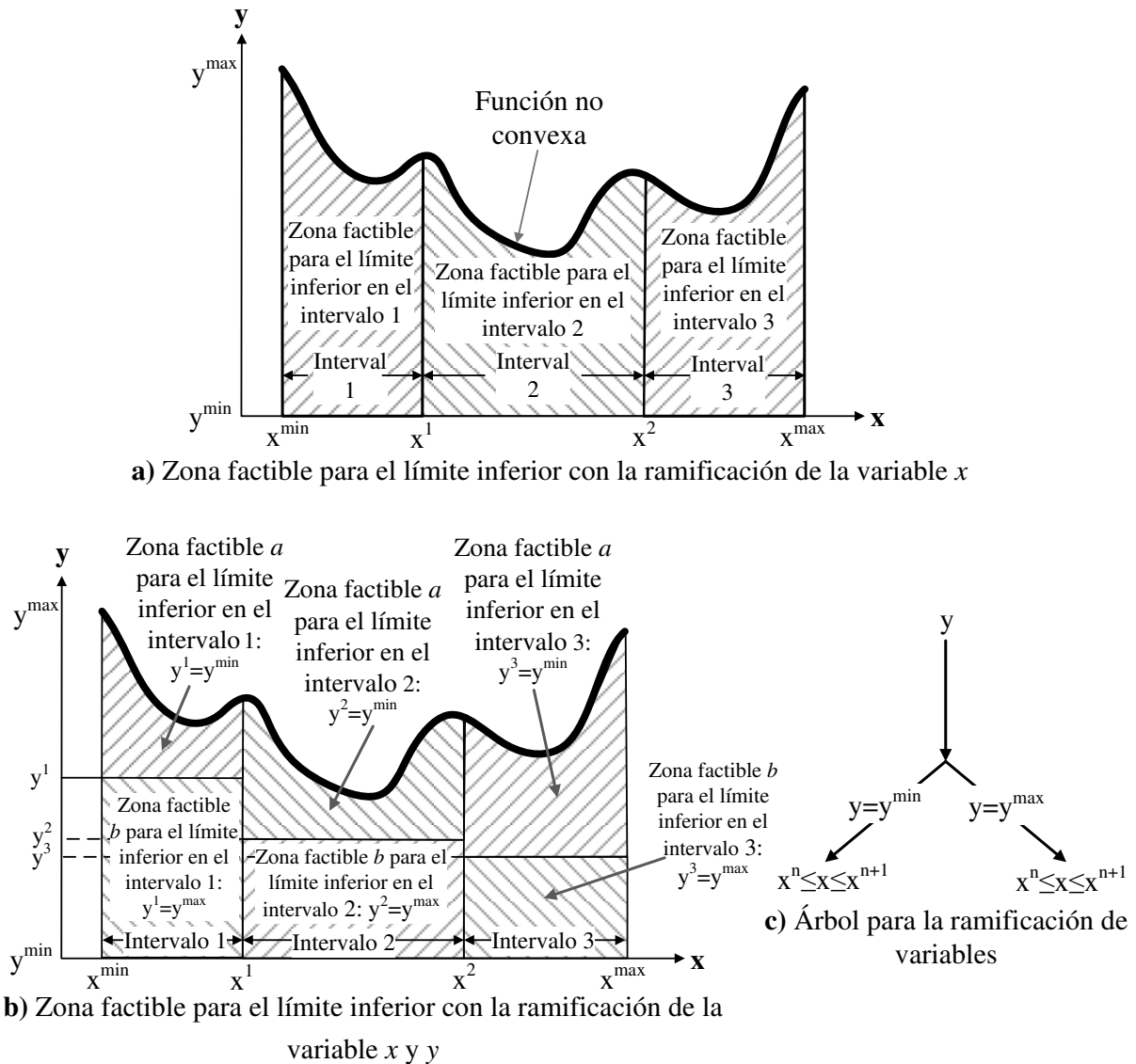


Figura 2.4. Límite inferior de una función no convexa

En el modelo para la integración de agua entre plantas presentado en este **Capítulo**, cada término bilineal depende de las condiciones de entrada y de salida en las unidades de tratamiento en términos del flujo y de los operadores de propiedad. Entonces hay dos opciones para seleccionar la variable a discretizar, ya sean los flujos o los operadores de propiedad para reformular la relajación convexa y obtener el límite inferior más estrecho. En este trabajo, la variable discretizada  $x$  es el operador de propiedades y la variable  $y$  representa el flujo en las unidades de tratamiento (note que el tamaño del problema es mayor que en el caso cuando los flujos son discretizados). La ventaja de discretizar los operadores de propiedad es que el número de iteraciones requerido en la búsqueda global es menor.

La reformulación y linealización del límite superior e inferior, así como la de la función objetivo que son usadas durante el procedimiento *branch and bound* propuesto son presentadas a continuación.



**Figura 2.5.** Efecto de la ramificación de variables sobre el límite inferior

### 2.4.1 Reformulación y linealización (límite superior).

Para obtener un buen límite superior, el modelo mixto entero no lineal es reformulado como un modelo mixto entero lineal (MILP) con la discretización de los operadores de propiedad en un número finito de intervalos ( $n^1$ ) por medio de la reformulación *convex hull* (Raman y

Grossmann, 1994). Esta sección presenta una explicación de la discretización de cualquier término bilineal  $yx$  (donde  $y$  es cualquier flujo y  $x$  es cualquier operador de propiedad).

Primero, cada término bilineal es reemplazado por una nueva variable ( $B_{k,p}^1$ ),

$$B_{k,p}^1 = F_k^1 \psi_{k,p}^1, \quad k \in K, p \in P \quad (26)$$

Aquí  $F_k^1$  es cualquier flujo que aparece en un término bilineal como  $FR_r$ ,  $fii_{r,r}$ ,  $fis_{r,j}$  y  $fie_r$ ; y  $\psi_{k,p}^1$  es cualquier operador de propiedad que aparece en un término bilineal, el cual es reformulado en un valor discreto  $\gamma_{k,p,q^1}^1$  para transformar el término bilineal en un término convexo utilizando la siguiente ecuación (ver Pham y col., 2009).

$$\gamma_{k,p,q^1}^1 = \min(\psi_{k,p}^1) + (q^1 - 1) \frac{\max(\psi_{k,p}^1) - \min(\psi_{k,p}^1)}{n^1}, \quad k \in K, p \in P, q^1 \in Q^1 \quad (27)$$

donde  $n^1$  representa el número de intervalos usados para dividir  $\psi_{k,p}^1$ . Entonces, el procedimiento de optimización consiste en encontrar el valor discreto de  $\gamma_{k,p,q^1}^1$ . Esta situación es modelada a través de la siguiente disyunción:

$$q^1 = \overset{\vee}{1 \dots n^1} + 1 \left[ \begin{array}{c} Y_{k,p,q^1}^1 \\ B_{k,p}^1 = F_k^1 \gamma_{k,p,q^1}^1 \end{array} \right], \quad k \in K; p \in P$$

Esta disyunción implica que solamente un  $q^1$  (selección discreta) debe ser seleccionado para los términos bilineales. Por consecuencia, cuando la variable Booleana  $Y_{k,p,q^1}^1$  es verdadera su término bilineal  $B_{k,p}^1$  debe ser igual a  $F_k^1 \gamma_{k,p,q^1}^1$  (note que  $\gamma_{k,p,q^1}^1$  es parámetro), y las restantes variables Booleanas son falsas y sus correspondientes  $B_{k,p}^1$  son iguales a cero. Esta disyunción es modelada usando la reformulación *convex hull* (Vecchietti y col., 2003). Primero las variables de optimización son desagregadas a continuación,

$$B_{k,p}^1 = \sum_{q^1 \in Q^1} \beta_{k,p,q^1}^1, \quad k \in K, p \in P \quad (28)$$

$$F_k^1 = \sum_{p \in P} \sum_{q^1 \in Q^1} \delta_{k,p,q^1}^1, \quad k \in K \quad (29)$$

Después, la ecuación es formulada en términos de las variables desagregadas ( $\beta_{k,p,q^1}^1$ ,  $\delta_{k,p,q^1}^1$ ),

$$\beta_{k,p,q^1}^1 = \delta_{k,p,q^1}^1 \gamma_{k,p,q^1}^1, \quad k \in K; p \in P; q^1 \in Q^1 \quad (30)$$

Los límites ( $M_{B_{k,p}}^{\max}$ ,  $M_{F_k}^{\max}$ ) son establecidos para las variables desagregadas,

$$\beta_{k,p,q^1}^1 \leq M_{B_{k,p}}^{\max} y_{k,p,q^1}^1, \quad k \in K; p \in P; q^1 \in Q^1 \quad (31)$$

$$\delta_{k,p,q^1}^1 \leq M_{F_k}^{\max} y_{k,p,q^1}^1, \quad k \in K; p \in P; q^1 \in Q^1 \quad (32)$$

La ecuación siguiente es usada para seleccionar la región activa a través de una variable binaria y seleccionar solamente un valor discreto para cada operador de propiedad,

$$\sum_{k \in K} \sum_{q^1 \in Q^1} y_{k,p,q^1}^1 = 1, \quad p \in P \quad (33)$$

y la siguiente ecuación permite conocer el valor del operador de propiedad,

$$\psi_{k,p}^1 = \sum_{q^1 \in Q^1} \gamma_{k,p,q^1}^1 y_{k,p,q^1}^1, \quad k \in K; p \in P \quad (34)$$

#### 2.4.2 Reformulación y linealización (límite inferior).

Límites inferiores a través de segmentos lineales basados en propiedades son calculados para obtener límites inferiores válidos. Primeramente, cada término bilineal es reemplazado por una nueva variable ( $B_{k,p}^2$ )

$$B_{k,p}^2 = F_k^2 \psi_{k,p}^2, \quad k \in K; p \in P \quad (35)$$

tanto el flujo ( $F_k^2$ ) como el operador propiedad ( $\psi_{k,p}^2$ ) están restringidos por un límite superior e

inferior  $(F_k^{2,\min}, F_k^{2,\max}, \Psi_{k,p}^{2,\min}, \Psi_{k,p}^{2,\max})$ ,

$$F_k^{2,\min} \leq F_k^2 \leq F_k^{2,\max}, \quad k \in K \quad (36)$$

$$\Psi_{k,p}^{2,\min} \leq \Psi_{k,p}^2 \leq \Psi_{k,p}^{2,\max}, \quad k \in K; p \in P \quad (37)$$

Usando estos límites, las siguientes restricciones son obtenidas, mismas que son las representaciones cóncavas y convexas de los términos bilineales sobre los límites dados (Sherali y Alameddine, 1992),

$$B_{k,p}^2 \geq F_k^{2,\min} \Psi_{k,p}^2 + \Psi_{k,p}^{2,\min} F_k^2 - F_k^{2,\min} \Psi_{k,p}^{2,\min}, \quad k \in K; p \in P \quad (38)$$

$$B_{k,p}^2 \geq F_k^{2,\max} \Psi_{k,p}^2 + \Psi_{k,p}^{2,\max} F_k^2 - F_k^{2,\max} \Psi_{k,p}^{2,\max}, \quad k \in K; p \in P \quad (39)$$

$$B_{k,p}^2 \leq F_k^{2,\min} \Psi_{k,p}^2 + \Psi_{k,p}^{2,\max} F_k^2 - F_k^{2,\min} \Psi_{k,p}^{2,\max}, \quad k \in K; p \in P \quad (40)$$

$$B_{k,p}^2 \leq F_k^{2,\max} \Psi_{k,p}^2 + \Psi_{k,p}^{2,\min} F_k^2 - F_k^{2,\max} \Psi_{k,p}^{2,\min}, \quad k \in K; p \in P \quad (41)$$

Para reducir la diferencia entre el límite superior e inferior y reducir el número de iteraciones requerido en el procedimiento *spatial branch and bound*, una partición sobre el dominio original para el operador de propiedad  $D_{k,p} = [\Psi_{k,p}^{2,\min}, \Psi_{k,p}^{2,\max}]$  es hecho usando los puntos  $\Psi_{k,p}^{\min} = \gamma_{k,p,1}^2, \gamma_{k,p,2}^2, \dots, \gamma_{k,p,N+1}^2 = \Psi_{k,p}^{2,\max}$  como límites inferiores a través de segmentos lineales para los términos bilineales en cada partición (ver, por ejemplo, Karuppiah y Grossmann, 2006). Entonces, la construcción de los límites inferiores a través de segmentos lineales puede ser fijada usando la siguiente disyunción,

$$\bigvee_{q^2=1 \dots NQ^2} \left[ \begin{array}{c} Y_{k,p,q^2}^2 \\ B_{k,p}^2 \geq F_k^{2,\min} \Psi_{k,p}^2 + \gamma_{k,p,q^2}^2 F_k^2 - F_k^{2,\min} \gamma_{k,p,q^2}^2 \\ B_{k,p}^2 \geq F_k^{2,\max} \Psi_{k,p}^2 + \gamma_{k,p,q^2+1}^2 F_k^2 - F_k^{2,\max} \gamma_{k,p,q^2+1}^2 \\ B_{k,p}^2 \leq F_k^{2,\min} \Psi_{k,p}^2 + \gamma_{k,p,q^2+1}^2 F_k^2 - F_k^{2,\min} \gamma_{k,p,q^2+1}^2 \\ B_{k,p}^2 \leq F_k^{2,\max} \Psi_{k,p}^2 + \gamma_{k,p,q^2}^2 F_k^2 - F_k^{2,\max} \gamma_{k,p,q^2}^2 \end{array} \right], \quad k \in K; p \in P$$

donde  $Y_{k,p,q^2}^2$  es una variable Booleana usada para seleccionar el valor óptimo de las particiones y

$\gamma_{k,p,q^2}^2$  es un parámetro conocido que representa las particiones del dominio original del operador de propiedad, el cual es calculado como:

$$\gamma_{k,p,q^2}^2 = \min(\psi_{k,p}^2) + (q^2 - 1) \frac{\max(\psi_{k,p}^2) - \min(\psi_{k,p}^2)}{n^2}, \quad k \in K; p \in P; q^2 \in Q^2 \quad (42)$$

aquí  $n^2$  es el número de particiones del dominio original del operador de propiedad ( $\psi_{k,p}^2$ ). Para reformular la última disyunción, la técnica *convex hull* (Vecchietti y col., 2003) es usada, la cual incluye una restricción binaria para activar sólo una región entre las particiones,

$$\sum_{q^2 \in Q^2} y_{k,p,q^2}^2 = 1, \quad k \in K; p \in P \quad (43)$$

El flujo, el operador de propiedad y el término bilineal deben ser expresados en términos de sus variables desagregadas ( $\delta_{k,p,q^2}^2$ ,  $\pi_{k,p,q^2}^2$ ,  $\beta_{k,p,q^2}^2$ ),

$$F_k^2 = \sum_{q^2 \in Q^2} \sum_{p \in P} \delta_{k,p,q^2}^2, \quad k \in K \quad (44)$$

$$\psi_{k,p}^2 = \sum_{q^2 \in Q^2} \pi_{k,p,q^2}^2, \quad k \in K; p \in P \quad (45)$$

$$B_{k,p}^2 = \sum_{q^2 \in Q^2} \beta_{k,p,q^2}^2, \quad k \in K; p \in P \quad (46)$$

y las variables desagregadas son restringidas por los siguientes límites,

$$\beta_{k,p,q^2}^2 \geq F_k^{2,\min} \pi_{k,p,q^2}^2 + \gamma_{k,p,q^2}^2 \delta_{k,p,q^2}^2 - F_k^{2,\min} \gamma_{k,p,q^2}^2 y_{k,p,q^2}^2, \quad k \in K; p \in P; q^2 \in Q^2 \quad (47)$$

$$\beta_{k,p,q^2}^2 \geq F_k^{2,\max} \pi_{k,p,q^2}^2 + \gamma_{k,p,q^2+1}^2 \delta_{k,p,q^2}^2 - F_k^{2,\max} \gamma_{k,p,q^2+1}^2 y_{k,p,q^2}^2, \quad k \in K; p \in P; q^2 \in Q^2 \quad (48)$$

$$\beta_{k,p,q^2}^2 \leq F_k^{2,\min} \pi_{k,p,q^2}^2 + \gamma_{k,p,q^2+1}^2 \delta_{k,p,q^2}^2 - F_k^{2,\min} \gamma_{k,p,q^2+1}^2 y_{k,p,q^2}^2, \quad k \in K; p \in P; q^2 \in Q^2 \quad (49)$$

$$\beta_{k,p,q^2}^2 \leq F_k^{2,\max} \pi_{k,p,q^2}^2 + \gamma_{k,p,q^2}^2 \delta_{k,p,q^2}^2 - F_k^{2,\max} \gamma_{k,p,q^2}^2 y_{k,p,q^2}^2, \quad k \in K; p \in P; q^2 \in Q^2 \quad (50)$$

$$\gamma_{k,p,q^2+1}^2 y_{k,p,q^2}^2 \leq \pi_{k,p,q^2}^2 \leq \gamma_{k,p,q^2}^2 y_{k,p,q^2}^2, \quad k \in K; p \in P; q^2 \in Q^2 \quad (51)$$

$$F_k^{2,\max} y_{k,p,q^2}^2 \leq \delta_{k,p,q^2}^2 \leq F_k^{2,\min} y_{k,p,q^2}^2, \quad k \in K; p \in P; q^2 \in Q^2 \quad (52)$$

### 2.4.3 Linealización de la función objetivo.

Finalmente, el término no lineal en la ecuación (4) fue linealizado a través de la estrategia usada por Rubio-Castro y col. (2010). En este trabajo, un valor de 0.7 para  $\alpha$  es usado, y el procedimiento de linealización a través de segmentos para un intervalo del flujo desde 0 hasta 300,000 es mostrado en la **Figura 2.6**. En esta figura la expresión de la regresión lineal fue hecha en los siguientes segmentos de flujo: 0-5,000, 5,000-50,000, 50,000-100,000 y 100,000-300,000. Nótese que sólo un segmento debe ser seleccionado; por lo tanto, una disyunción y su correspondiente reformulación *convex hull* (Vecchietti y col., 2003) son usadas para modelar esta situación, donde el término  $FR_r^\alpha$  que aparece en la ecuación (4) es reemplazada por  $B_r^3$ ,

$$z \in Z \left[ \begin{array}{c} Y_{r,z}^3 \\ B_r^3 = A_{r,z} FR_r + C_{r,z} \end{array} \right], \quad r \in R$$

$$B_r^3 = \sum_{z \in Z} \beta_{r,z}^3, \quad r \in R \quad (53)$$

$$FR_r = \sum_{z \in Z} \delta_{r,z}^3, \quad r \in R \quad (54)$$

$$\beta_{r,z}^3 = \delta_{r,z}^3 A_{r,z} + C_{r,z} y_{r,z}^3, \quad r \in R; z \in Z \quad (55)$$

$$\beta_{r,z}^3 \leq M_{B_r^3}^{\max} y_{r,z}^3, \quad r \in R; z \in Z \quad (56)$$

$$\delta_{r,z}^3 \leq M_{FR_{rz}}^{\max} y_{r,z}^3, \quad r \in R; z \in Z \quad (57)$$

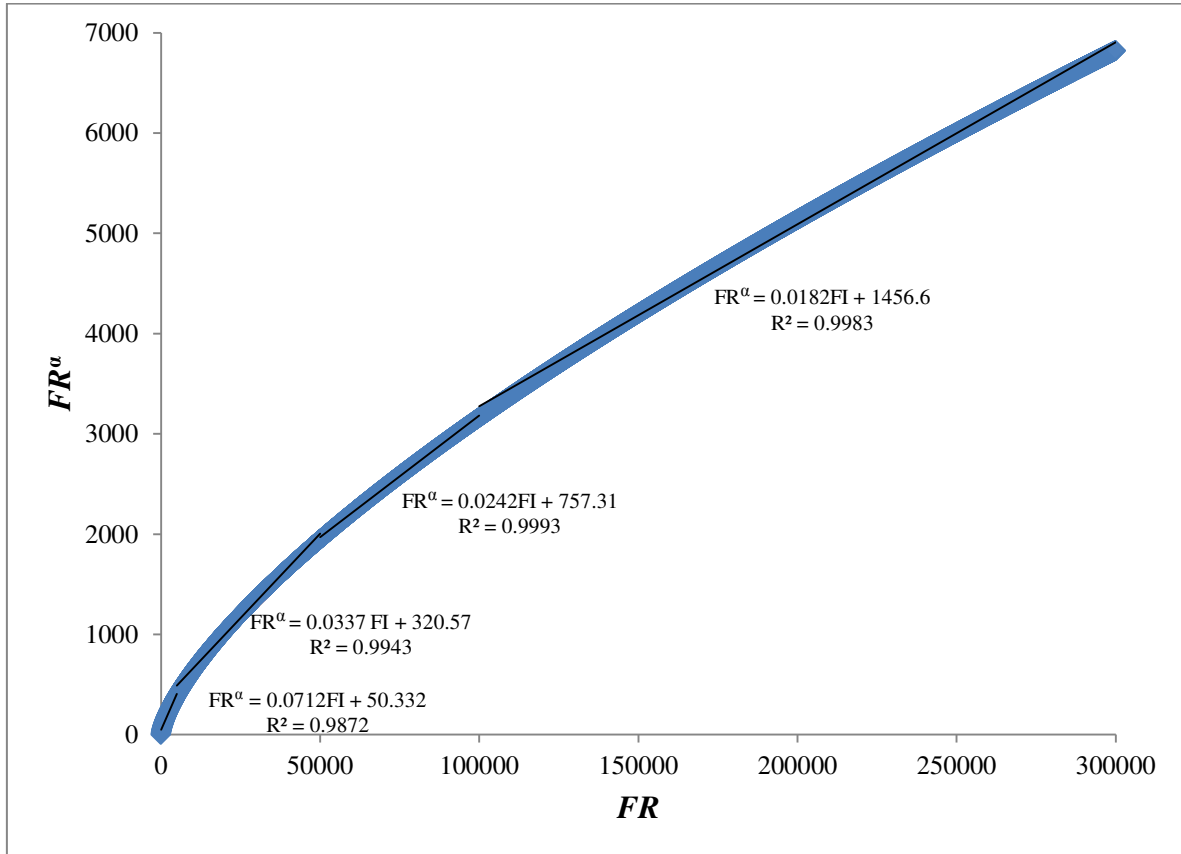
$$\delta_{r,z}^3 \geq M_{FR_{rz}}^{\min} y_{r,z}^3, \quad r \in R; z \in Z \quad (58)$$

$$\sum_{z \in Z} y_{r,z}^3 = 1, \quad r \in R \quad (59)$$

En las ecuaciones subsecuentes el subíndice  $z$  es usado para denotar el segmento lineal de la curva original,  $\beta_{r,z}^3$  es el término bilineal desagregado para  $B_r^3$ ,  $\delta_{r,z}^3$  es el flujo desagregado



para  $FR_r$ ,  $M_{B^3}^{\max}$  es el límite superior para el término bilineal  $\beta_{r,z}^3$ ,  $M_{FR_{r,z}}^{\max}$  y  $M_{FR_{r,z}}^{\min}$  son el límite superior e inferior para  $\delta_{r,z}^3$ , y  $y_{r,z}^3$  es una variable binaria usada para seleccionar el valor óptimo de la pendiente  $A_{r,z}$  y la intersección  $C_{r,z}$  para cada segmento lineal. La **Figura 2.6** muestra los datos para  $A_z$  y  $C_z$  para el valor de 0.7 para  $\alpha$ . En esta figura, los valores de  $M_{FR_{r,z}}^{\min}$  y  $M_{FR_{r,z}}^{\max}$  en cada segmento son: 0-5,000, 5,000-50,000, 50,000-100,000 y 100,000-300,000.



**Figura 2.6.** Linealización del término exponencial  $FR^\alpha$  para el costo de capital de las unidades de tratamiento

## 2.5 ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN GLOBAL.

Para explicar el algoritmo *spatial branch and bound* propuesto, la **Figura 2.7a** es el punto de partida. Esta figura es una simple representación de una función objetivo no convexa respecto a un operador de propiedad discretizado. Note que cada punto sobre la función objetivo corresponde a un valor específico del operador de propiedad discretizado. Por consiguiente, para

obtener la solución óptima global se requiere un número infinito de valores discretos, lo cual es irrazonable. Entonces, un número grande de puntos discretos es una buena aproximación; sin embargo, esto incrementa el tamaño del problema y demanda un gran esfuerzo computacional. Por lo tanto, una descomposición del intervalo original en sub-intervalos, como se muestra en la **Figura 2.7b** reduce el problema del tamaño. Entonces, los nuevos problemas son resueltos y sus soluciones son comparadas para seleccionar la mejor solución (la cual representa un límite superior válido para la función objetivo). Obviamente, cuando el problema tiene múltiples propiedades deben tomarse en cuenta todas las posibles combinaciones entre los nuevos intervalos, para cubrir todo el espacio de búsqueda.

Para asegurar que la mejor solución del límite superior obtenida con la estrategia anterior corresponde a la solución óptima global, se requiere determinar el correspondiente límite inferior con segmentos lineales e implementar un procedimiento *spatial branch and bound* como se muestra en la **Figura 2.8a**. Esta figura muestra una función objetivo y su relajación convexa correspondiente. Los puntos  $A_1$  y  $A_1'$  son las soluciones óptimas para el problema entero (límite superior) y el problema relajado (límite inferior), respectivamente. Aquí existe una diferencia ( $\beta$ ) que debe ser reducida hasta un valor mínimo permitido para asegurar que la solución óptima global ha sido obtenida. En ese sentido, hay tres rutas (izquierda, centro y derecha) para llevar el punto  $A_1'$  hasta la mínima diferencia de la línea objetivo (línea punteada azul), como se puede ver en la **Figura 2.8a**. Entonces, cuando el intervalo original es dividido en sub-intervalos, como fue explicado anteriormente, existen dos sub-problemas para el límite superior e inferior en cada sub-sección, como es mostrado en la **Figura 2.8b**. Finalmente el procedimiento *spatial branch and bound* consiste en resolver tanto el problema entero como el relajado iterativamente para cada sub-intervalo y con los resultados respecto al operador de propiedad y al flujo en la unidad de tratamiento del problema entero (límite superior) en la iteración  $t$  determinar dos nuevos sub-intervalos para la iteración  $t+1$ , uno al lado derecho y otro al lado izquierdo del operador de propiedad; los cuales son resueltos usando el flujo en la entrada de las unidades de tratamiento como límite superior e inferior (ver **Figura 2.5c**); y seleccionar la mejor solución de todos los intervalos, la menor para el problema entero y la mayor para el problema relajado y comparar ambos resultados hasta que la diferencia mínima es igual o menor a una tolerancia dada y entonces la búsqueda es detenida. Por ejemplo, considerando que los puntos amarillos en la

**Figura 2.8b** son las soluciones óptimas en la primera iteración para cada intervalo, entonces la mejor solución para el problema entero y el problema relajado son los puntos amarillos en los intervalos 2 y 1, respectivamente. Por lo tanto, para la segunda iteración se hace una partición (líneas punteadas rojas) en cada punto amarillo de la solución entera para generar dos nuevos intervalos (uno al lado derecho y otro al lado izquierdo), y de nuevo resolver el problema entero y el relajado; nótese que en esta iteración la mejor solución para el problema entero es representado por el punto verde localizado en el intervalo 2 derecho, mientras que para el problema relajado la mejor solución se encuentra en el intervalo 1 izquierdo. Además, los puntos verdes en los intervalos 1 derecho, 3 derecho y 3 izquierdo representan valores relajados mayores que la mejor solución entera; por lo tanto, estos puntos se encuentran en secciones infactibles para el problema relajado y deben ser eliminadas y no ser consideradas en las siguientes iteraciones. Además, es posible que la solución para el problema entero caiga en el extremo de su intervalo correspondiente, y si ésta representa la solución óptima global en este intervalo en la siguiente iteración la solución entera será la misma y la solución relajada para este intervalo debe ser empleada en las siguientes iteraciones para compararla con la solución entera de los intervalos restantes. Los pasos para el algoritmo *spatial branch and bound* propuesto son los siguientes:

*Paso 1.* Determinar el dominio global de los operadores de propiedad  $(\psi_p^{\min}, \psi_p^{\max})$  a partir de los datos del problema,

$$\psi_p^{\min} \leq \psi_p \leq \psi_p^{\max}$$

*Paso 2.* Determinar el número de particiones para cada operador de propiedad en el límite superior e inferior de cada nuevo sub-dominio, como puede verse en la **Figura 2.9**, la cual representa 2 sub-dominios y 5 particiones para éstos.

*Paso 3.* Resolver los límites superiores e inferiores para cada nuevo dominio y seleccionar la mejor solución para el límite superior e inferior, la menor para el límite superior y la mayor para el límite inferior. Si la diferencia es menor que la diferencia mínima permitida, el límite superior representa la solución óptima global y la búsqueda es detenida.

*Paso 4.* Si la diferencia es mayor que la diferencia mínima permitida, entonces seleccionar

los valores de los operadores de propiedad y los flujos en la entrada de las unidades de tratamiento del límite superior en cada dominio y usar estos para fijar dos nuevos dominios usando el flujo de las unidades de tratamiento como límite inferior y superior para cada uno (ver **Figura 2.5c**). Eliminar la sección donde el problema relajado tiene una solución más grande que la mejor solución del problema entero.

$$\psi_{p,t}^{\min} \leq \psi_{p,t,left} = \psi_{p,t} = \psi_{p,t,right} \leq \psi_{p,t}^{\max}$$

Por lo tanto, los nuevos dominios son:

$$\psi_{p,t-1}^{\min} \leq \psi_{p,t} \leq \psi_{p,t-1,left}$$

$$\psi_{p,t-1,right} \leq \psi_{p,t} \leq \psi_{p,t-1}^{\max}$$

Note que el subíndice para  $\psi_p$  es cambiado ( $t$  por  $t-1$ ) solamente para indicar que es otra iteración, pero el operador de propiedad es el mismo sólo que con diferentes límites.

*Paso 5.* Con los nuevos dominios, resolver el modelo para el límite superior e inferior, y seleccionar la mejor solución del límite superior e inferior para comparar estos. Si la diferencia mínima es alcanzada, la búsqueda es finalizada; si no, entonces seleccionar los valores para los operadores de propiedad y los flujos en las unidades de tratamiento del límite superior y regresar al paso 3. Pero ahora los dos nuevos dominios deben ser fijados sobre el dominio que muestre la mejor solución para el límite superior como es mostrado en la **Figura 2.8b**. Por ejemplo, si la mejor solución fue obtenida en el dominio izquierdo, los dos nuevos dominios para la siguiente iteración son,

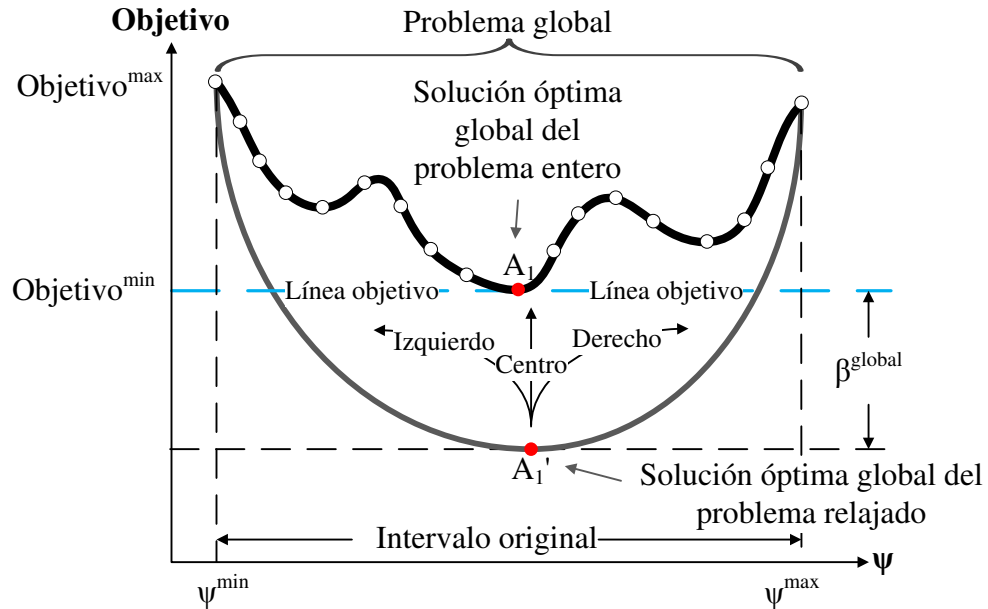
$$\psi_{p,t-1}^{\min} \leq \psi_{p,t,left} = \psi_{p,t} = \psi_{p,t,right} \leq \psi_{p,t-1,left}$$

$$\psi_{p,t-2}^{\min} \leq \psi_{p,t} \leq \psi_{p,t-1,left}$$

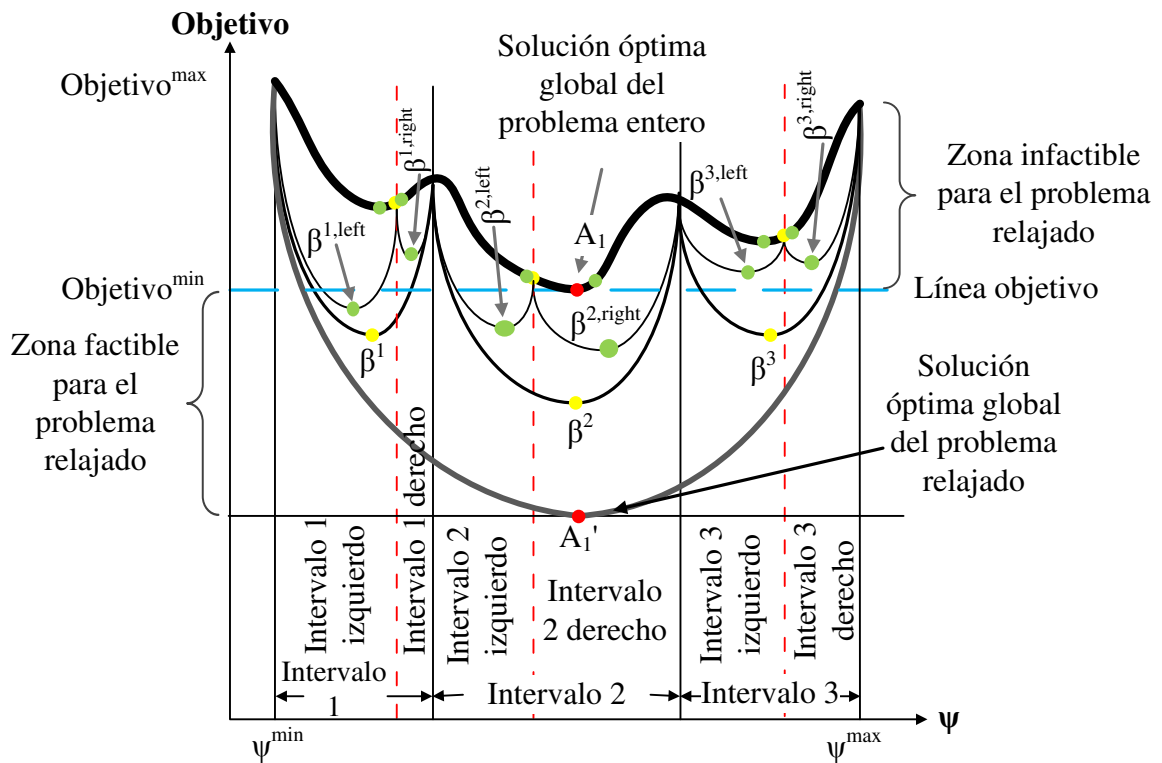
$$\psi_{p,t-1,right} \leq \psi_{p,t} \leq \psi_{p,t-2,left}$$

De nuevo, el subíndice  $t$  para  $\psi$  indica una nueva iteración.



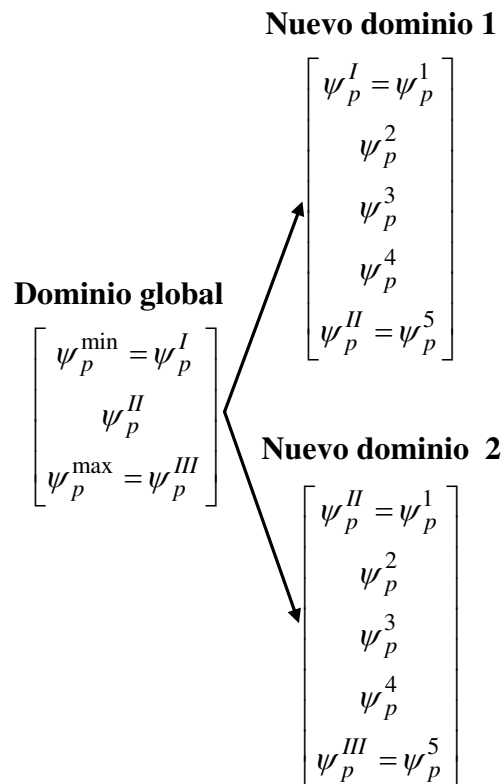


a) Solución óptima global entera y relajada para problemas no convexos



b) Procedimiento de partición para reducir la diferencia

**Figura 2.8.** Procedimiento de ramificación de variables



**Figure 2.9.** Descomposición del dominio original de un operador de propiedad en sub-dominios

## 2.6 RESULTADOS.

Dos ejemplos son presentados para mostrar la aplicación del algoritmo propuesto. Los valores para los parámetros  $H_Y$ ,  $K_F$ ,  $\alpha$ ,  $\rho$ , y  $v$  son 8000 hr/año, 0.231 año<sup>-1</sup>, 0.70, 1000 kg/m<sup>3</sup>, 1 m/s, respectivamente. El material de las tuberías es acero al carbón con los parámetros de costo  $p$  y  $CU_p$  iguales a 7200 y 250. La distancia para los segmentos de tubería entre los efluentes de proceso y las unidades de proceso en la misma planta es 50 m y para el resto de los segmentos de tubería es 200 m; por otro lado, 5 y 21 particiones fueron usadas para resolver el problema relajado y el problema entero, respectivamente. Además, como las unidades de los flujos para calcular el costo de capital de las tuberías con la ecuación (3) deben ser en ton/hr, un factor de conversión para transformar kg/hr (unidades empleadas en este trabajo para los flujos) a ton/hr fue usado. Tanto el problema entero como el relajado fueron implementados en el lenguaje de modelación GAMS (Brooke y col., 2011) y los problemas resultantes fueron resueltos usando el resolver CPLEX para los problemas MILP en una computadora con un procesador Intel® Core™

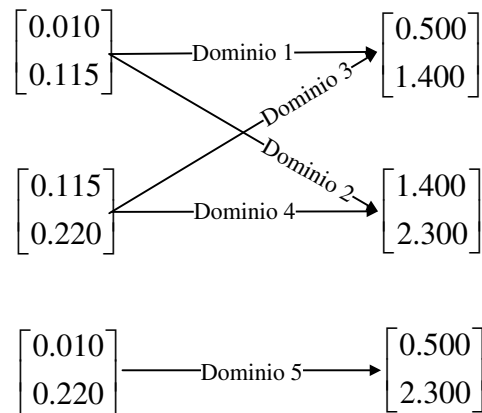
i7 de 2.67 GHz y 9.00 GB RAM.

**Ejemplo 1.** Este ejemplo consiste en tres plantas con tres efluentes de proceso y tres unidades de proceso cada una, cuyos datos son mostrados en la **Tabla 2.2**. Además, dos propiedades son consideradas (composición y toxicidad) y un tipo de agua fresca está disponible con un costo unitario de 0.009 US\$/kg. Para este ejemplo, los límites inferiores para los operadores de propiedad son 0.01 ppm para la composición y 0.5% para la toxicidad, mientras que los límites superiores en el mismo orden son 0.22 y 2.3%. Por lo tanto, los dominios para cada operador de propiedad son  $0.01 \leq \psi_c \leq 0.22$  y  $0.50 \leq \psi_{tox} \leq 2.30$ , y una partición en el valor de 0.115 para la composición y 1.400 para la toxicidad fueron hechas. Entonces, el dominio original de la composición es cubierto por dos nuevos sub-dominio:  $0.01 \leq \psi_c \leq 0.115$  y  $0.115 \leq \psi_c \leq 0.22$ , mientras que el dominio original de la toxicidad es cubierto por los siguientes dos nuevos sub-dominios:  $0.50 \leq \psi_{tox} \leq 1.40$  y  $1.40 \leq \psi_{tox} \leq 2.30$ ; y sus posibles combinaciones incluyendo el dominio original son presentados en la **Figura 2.10**. Respecto al número de particiones sobre el dominio original, esta tarea debe ser analizada con la evolución del algoritmo de optimización global; en ese sentido, si el algoritmo de optimización global no evoluciona entonces es necesario incrementar el número de particiones para contraer más el espacio de la solución factible del problema relajado e incrementar el valor de éste. Sin embargo, una partición en el dominio original de los operadores de propiedad es un buen número por la experiencia en este trabajo.

Note que hay cinco nuevos dominios, y los límites inferiores y superiores para los operadores de propiedad (composición y toxicidad) son mostrados en la **Tabla 2.3**. Además, los resultados obtenidos a través de las iteraciones son presentados en la **Tabla 2.4** junto con el dominio original, el cual es llamado dominio 5. Para la primera iteración, la mejor solución del problema entero factible (límite superior) fue encontrada en el dominio 5 mientras que, para el problema relajado (límite inferior), ésta fue encontrada en el dominio 1. La diferencia entre el límite superior e inferior es 29.54%. Pero, en el dominio 3 la solución relajada es mayor que la mejor solución entera; por lo tanto, esta sección es eliminada. Además, en el dominio 4 no se encontró ninguna solución físicamente factible para el problema entero y su solución relajada es mayor que la mejor solución del problema entero; por lo tanto, esta sección es eliminada también.



En la segunda iteración, solamente hay tres dominios para la búsqueda y en esta iteración las mejores soluciones para el problema entero y el problema relajado fueron obtenidos en el dominio 5 con una diferencia de 1.15%. Además, tanto el límite inferior a la izquierda y a la derecha del dominio 1 son mayores que el mejor límite superior; por lo que esta zona es eliminada para las siguientes iteraciones. En la tercer iteración solamente dos dominios están disponibles, y los límites superiores fueron ligeramente mejorados; y, de nuevo, el mejor límite inferior y superior fueron encontrados en el dominio 5 con una diferencia de 1.03%. Para la cuarta iteración, el límite superior no fue mejorado, pero el límite inferior tuvo un considerable incremento para alcanzar una diferencia de 0.70%; y la búsqueda fue detenida. Finalmente, la convergencia global es mostrada en la **Figura 2.11**, donde la solución óptima es obtenida en la iteración número 4, ya que representa una diferencia entre el límite superior e inferior de 0.70%. Aunado a lo anterior y para determinar el efecto del número de particiones en el problema relajado sobre el procedimiento propuesto, éste fue resuelto con 10, 5 y 3 particiones cuyos resultados son mostrados en la **Tabla 2.5** y su correspondiente representación gráfica es presentada en la **Figura 2.12**. Note que con 10, 5 y 4 particiones la convergencia global fue alcanzada en la cuarta iteración con una diferencia entre el límite inferior y superior de 0.46%, 0.70% y 0.59, respectivamente.



**Figura 2.10.** Combinaciones para los nuevos sub-dominios en el Ejemplo 1

**Tabla 2.2.** Datos para el Ejemplo 1

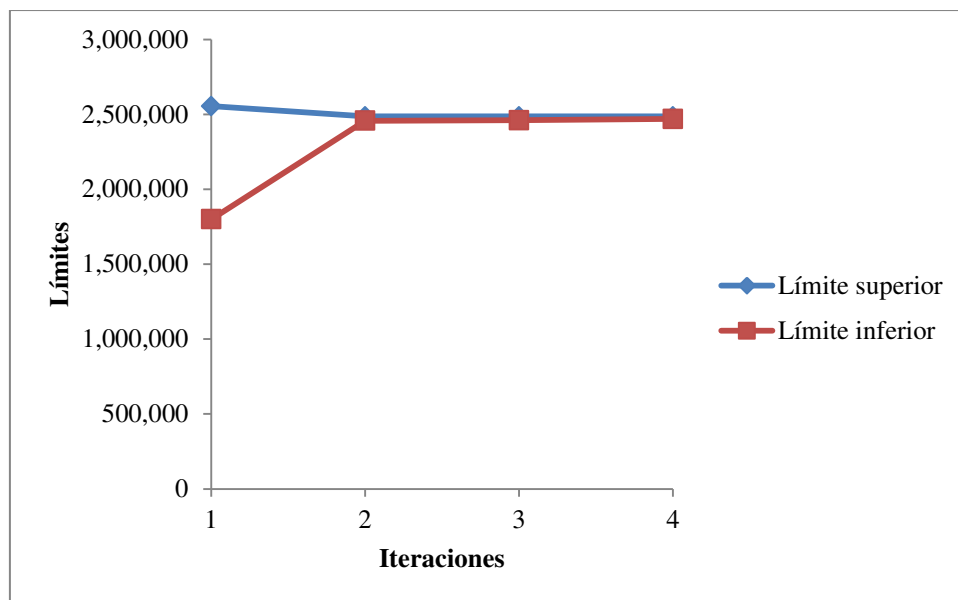
Plantas	Unidades	Flujo (kg/hr)	Composición (ppm)		Toxicidad (%)		Plantas	Efluentes	Flujo (kg/hr)	Composición (ppm)	Toxicidad (%)
			min	max	min	max					
<b>1</b>	1	2,900	0	0.013	0	1.500	<b>1</b>	1	2,900	0.033	1.800
	2	2,450	0	0.011	0	0.750		2	2,450	0.022	0.500
	3	8,083	0	0.013	0	1.250		3	8,083	0.016	2.300
<b>2</b>	4	3,900	0	0.011	0	1.750	<b>2</b>	4	3,900	0.024	1.500
	5	3,279	0	0.100	0	1.150		5	3,279	0.220	1.500
	6	3,100	0	0.100	0	0.800		6	3,100	0.010	0.750
<b>3</b>	7	1,800	0	0.010	0	0.950	<b>3</b>	7	1,800	0.160	1.400
	8	1,750	0	0.040	0	0.750		8	1,750	0.100	1.750
	9	2,000	0	0.020	0	1.250		9	2,000	0.110	1.300
<b>Descarga ambiental</b>		-	0	0.075	0	0.000	<b>Agua fresca</b>		-	0.000	0.000

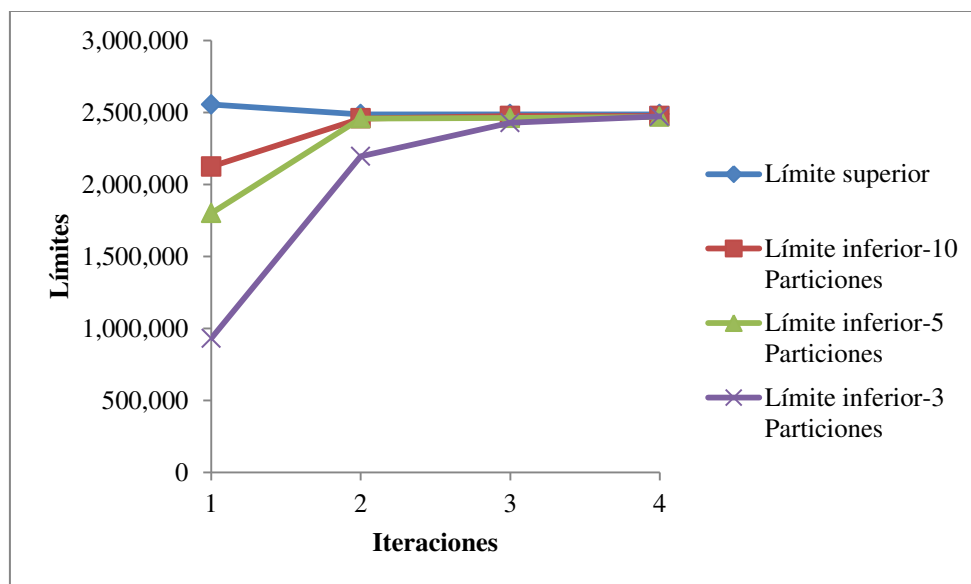
Propiedad	Unidades de tratamiento	CU <sub>r</sub> (US\$)	CUMr (US\$/kg)	RR
Composición	<b>1</b>	7,500	0.0065	0.02
	<b>2</b>	5,000	0.0033	0.15
Toxicidad	<b>3</b>	9,200	0.0098	0.00

**Tabla 2.3.** Límite superior e inferior de los dominios para el Ejemplo 1

Dominio	Composición		Toxicidad	
	Límite inferior	Límite superior	Límite inferior	Límite superior
<b>1</b>	0.010	0.115	0.500	1.400
<b>2</b>	0.010	0.115	1.400	2.300
<b>3</b>	0.115	0.220	0.500	1.400
<b>4</b>	0.115	0.220	1.400	2.300
<b>5</b>	0.010	0.220	0.500	2.300



**Figura 2.11.** Evolución de la estrategia de optimización global para el Ejemplo 1



**Figura 2.12.** Análisis de sensibilidad para el procedimiento propuesto respecto al número de particiones en el problema relajado

**Tabla 2.4.** Resultados para cada dominio en las iteraciones para el Ejemplo 1

Iteraciones	Dominios	Límites				Mejor solución de los límites en cada solución		% Diferencia en cada dominio	Mejores soluciones globales		% Diferencia global
		Superior		Inferior		Izquierdo	Derecho				
		Izquierdo	Derecho	Izquierdo	Derecho			Izquierdo	Derecho		
<b>1</b>	1	2,977,549	2,977,549	1,799,947	1,799,947	2,977,549	1,799,947	39.55			
	2	2,685,041	2,685,041	1,582,036	1,582,036	2,648,738	1,582,036	40.27			
	3	3,305,369	3,305,369	2,705,021	2,705,021	3,305,369	2,705,021	18.16	2,554,648	1,799,947	<b>29.54</b>
	4	Infactible	Infactible	3,035,180	3,035,180	Infactible	Infactible	Infactible			
	5	2,554,648	2,554,648	789,503	789,503	2,554,648	789,503	69.10			
<b>2</b>	1	2,976,860	2,975,398	2,818,512	2,820,541	2,975,398	2,820,541	5.20			
	2	2,606,893	2,685,076	2,286,383	2,354,349	2,606,893	2,354,349	9.69	2,486,352	2,457,661	<b>1.15</b>
	5	2,582,269	2,486,352	2,457,661	2,509,239	2,486,348	2,457,661	1.15			
<b>3</b>	2	2,605,620	2,608,553	2,409,178	2,597,085	2,605,620	2,597,085	0.33			
	5	2,486,352	2,486,348	2,427,971	2,460,681	2,486,348	2,460,681	1.03	2,486,348	2,460,681	<b>1.03</b>
<b>4</b>	2	2,605,620	2,608,553	2,540,567	2,597,085	2,605,620	2,597,085	0.33			
	5	2,486,352	2,486,348	2,469,001	2,495,015	2,486,348	2,469,001	0.70	2,486,348	2,469,001	<b>0.70</b>

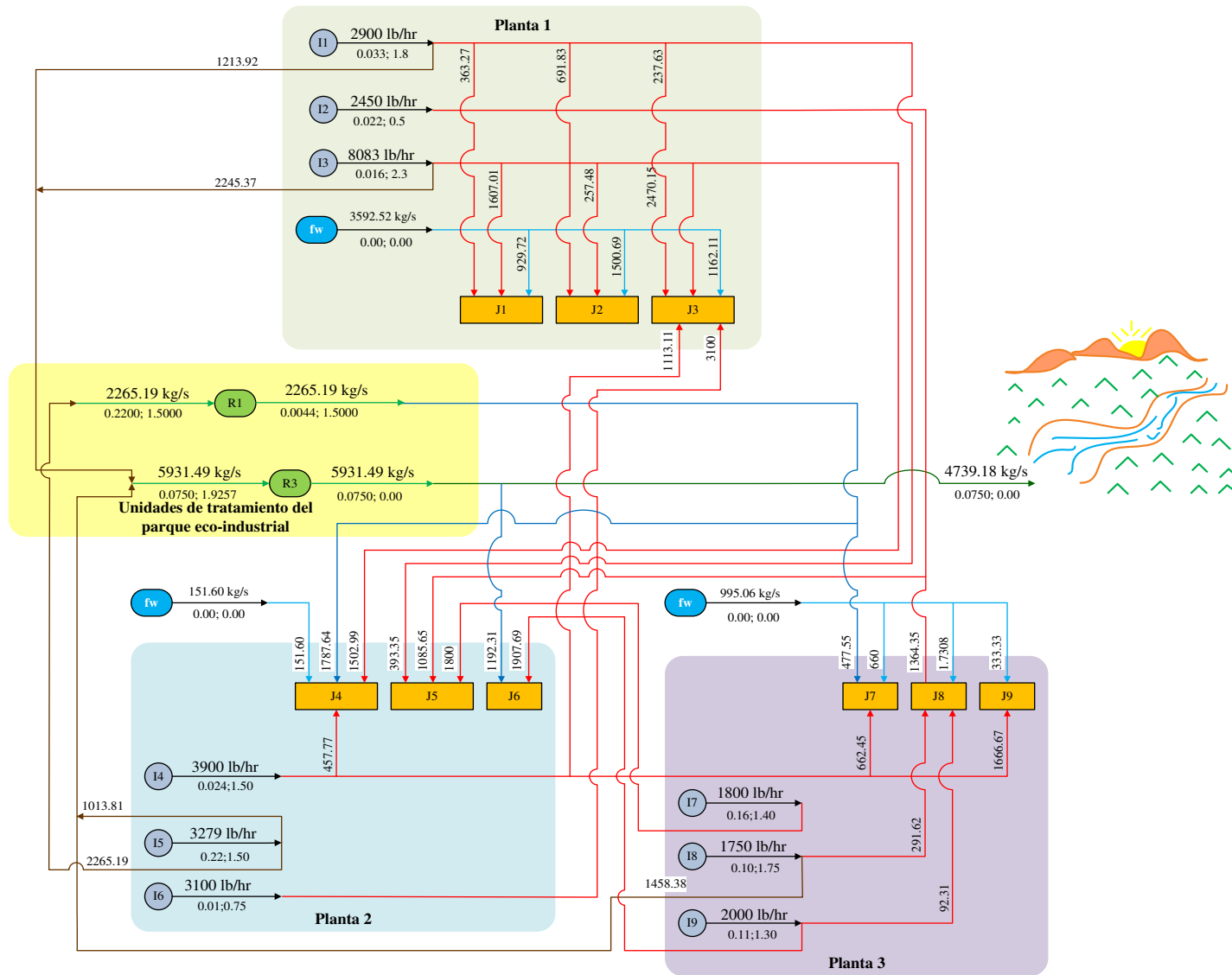


Figura 2.13. Configuración óptima para el Ejemplo 1

**Tabla 2.5.** Análisis de sensibilidad variando el número de particiones en el problema relajado del Ejemplo 1

Número de particiones	Iteraciones	Mejor solución		% Diferencia
		Límite superior	Límite inferior	
10	1	2,554,648	2,123,470	16.88
	2	2,486,352	2,457,661	1.15
	3	2,486,348	2,474,798	0.46
	4	2,486,348	2,474,798	<b>0.46</b>
5	1	2,554,648	1,799,947	29.54
	2	2,486,352	2,457,661	1.15
	3	2,486,348	2,460,681	1.03
	4	2,486,348	2,469,001	<b>0.70</b>
3	1	2,554,648	930,496	63.58
	2	2,486,352	2,194,078	11.76
	3	2,486,348	2,427,462	2.37
	4	2,486,348	2,471,643	<b>0.59</b>

La **Figura 2.13** muestra la configuración óptima para este ejemplo. Obsérvese que fue necesario tratar ambas propiedades en las unidades de tratamiento del parque eco-industrial, la composición en la unidad de tratamiento 1 y la toxicidad en la unidad de tratamiento 3. Además, note que no existe reciclo entre las unidades de tratamiento y que hay intercambio de masa en las plantas por separado así como entre plantas, ya que desde la planta 1 son enviadas porciones de los efluentes de proceso 1, 2 y 3 hacia las plantas 2 y 3, y desde las planta 3 los efluentes de proceso 4 y 6 son divididos y enviados hacia las plantas 1 y 3, y desde la planta 3 porciones de los efluentes de proceso son enviados hacia la planta 2. Esto demuestra que el modelo propuesto para la integración de agua entre plantas reduce significativamente el uso de agua fresca y de la descarga al ambiente, a causa del reuso de los efluentes de proceso en diferentes plantas y en la propia planta evitando con ésto que grandes cantidades de efluentes de proceso sean enviados al ambiente. Finalmente, la **Tabla 2.8** resume los resultados para este ejemplo; aquí es importante remarcar que ahorros del 15.15% y 6.08% son obtenidos con el procedimiento propuesto en este trabajo respecto a la solución obtenida usando los resolvers DICOPT (optimización local basado en el método de la aproximación exterior y la función de penalización aumentada) y BARON (optimización global basado en una búsqueda espacial y la relajación de términos no

convexos) para el problema original no convexo, respectivamente.

**Ejemplo 2.** El segundo ejemplo considera tres plantas con tres efluentes de proceso y tres unidades de proceso cada una. Las propiedades a ser tratadas con toxicidad, pH y demanda química de oxígeno (THOD). Hay dos tipos de agua disponibles con un costo unitario de 0.009 US\$/kg para el tipo 1 y 0.0075 US\$/kg para el tipo 2. Los datos de los efluentes de proceso, las unidades de proceso, el agua fresca y las unidades de tratamiento son mostrados en la **Tabla 2.6**.

**Tabla 2.6.** Datos para el Ejemplo 2

Plantas	Unidades	Flujo (kg/hr)	Toxicidad (%)		pH		THOD (mg O <sub>2</sub> /l)		Plantas	Efluentes	Flujo (kg/hr)	Toxicidad (%)	pH	THOD (mg O <sub>2</sub> /l)
			min	max	min	max	min	max						
										1	35,500.0	0.95	6.00	60.00
1	1	35,500	0.00	2.00	5.10	8.50	0.00	75.00	1	2	10,000.0	1.75	5.40	88.00
	2	10,000	0.00	0.75	5.20	8.50	0.00	75.00		3	50,000.0	0.50	5.50	60.00
	3	50,000	0.00	1.30	5.10	8.50	0.00	100.00		4	45,800.0	1.50	5.40	65.00
2	4	45,800	0.00	1.00	5.20	8.00	0.00	75.00	2	5	50,000.0	0.85	6.00	100.00
	5	50,000	0.00	0.95	5.30	8.00	0.00	75.00		6	40,000.0	1.70	5.80	80.00
	6	40,000	0.00	1.25	5.25	8.50	0.00	65.00		7	55,000.0	1.30	6.00	85.00
3	7	55,000	0.00	0.50	5.30	8.00	0.00	100.00	3	8	11,000.0	0.50	5.90	60.00
	8	11,000	0.00	2.00	5.20	8.50	0.00	65.00		9	85,000.0	1.00	5.50	100.00
	9	85,000	0.00	1.20	5.20	70.00	0.00	65.00		<b>Agua fresca 1</b>	-	0.00	7.00	0.00
<b>Descarga ambiental</b>		-	0.00	0.00	5.80	9.00	0.00	60.00	<b>Agua fresca 2</b>		-	0.10	6.80	0.01

Unidades de tratamiento	C <sub>Ur</sub> (US\$)	C <sub>UMr</sub> (US\$/kg)	RR		
			Toxicidad	pH	THOD
1	9200	0.0098	0.00	0.00	0.00
2	8500	0.0075	0.10	0.00	0.00
3	9000	0.0063	0.00	0.01	0.00
4	8000	0.0032	0.00	0.10	0.00
5	8700	0.0065	0.00	0.00	0.20
6	5500	0.0032	0.00	0.00	0.45

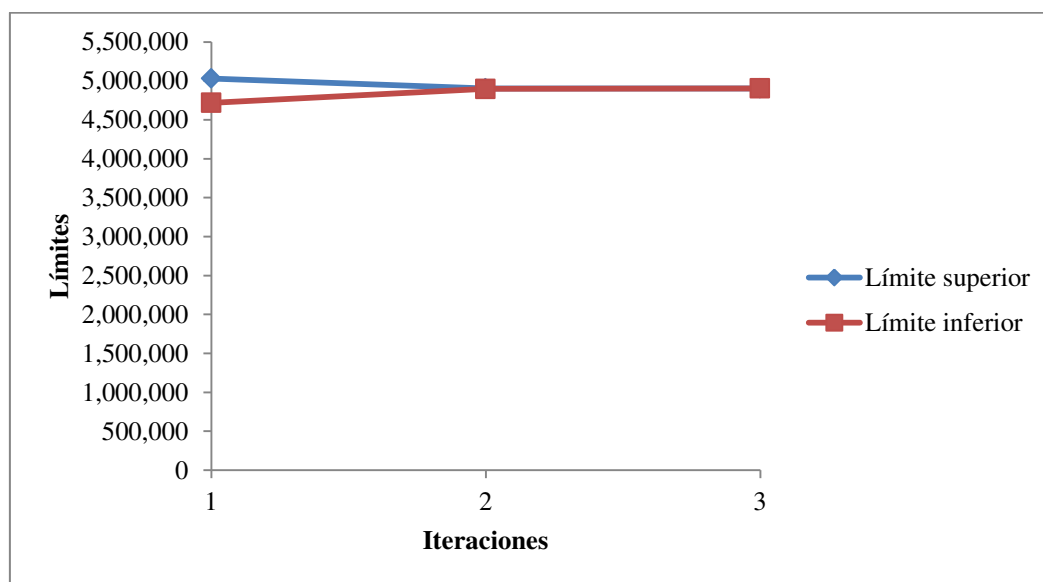
El límite inferior y superior para el operador de propiedad de toxicidad, pH y THOD pueden ser determinados a partir de los datos como 0.50, 251,188.6 y 60 para el límite inferior, en tanto que 1.75, 1,000,000 y 100 para el límite superior, respectivamente. Cada dominio fue

dividido en dos sub-dominios y existen 8 combinaciones entre éstos; por lo tanto, hay 8 dominios nuevos aunados al dominio original, el cual es llamado dominio 9, cuyas soluciones son mostradas en la **Tabla 2.7**. En la primera iteración, el mejor límite superior fue encontrado en el dominio 9 mientras que el mejor límite inferior fue encontrado en el dominio 5 y la diferencia correspondiente entre éstos es 5.68%; además, el límite inferior del dominio 3 es mayor que el mejor límite superior y, por lo tanto, este dominio fue eliminado para la siguiente iteración. En la segunda iteración, el mejor límite superior e inferior fueron obtenidos en los dominios 4 derecho y 5 derecho con una diferencia de 0.13%, la cual se encuentra dentro de la mínima permitida. Además, note que en esta iteración la diferencia mínima para los dominios 1, 5-9 fue obtenida; asimismo, el límite inferior para los dominios 1, 6, 7 y 8 en el lado derecho e izquierdo son mayores que el mejor límite superior, por lo que para la siguiente iteración estos dominios fueron eliminados. Aunque la diferencia mínima es alcanzada, una tercera iteración fue realizada para considerar la posibilidad de mejorar el límite superior, pero eso no ocurre. Sin embargo, el límite inferior para los dominios 2 y 4 fueron mejorados, los valores obtenidos representan un límite inferior válido porque el del dominio 2 izquierdo permite una diferencia de 0.003% comparado con el mejor límite superior (4 derecho) y el límite inferior en el dominio 4 izquierdo representa una diferencia casi igual a cero. Finalmente, en este ejemplo se encontró que la diferencia mínima en cada nuevo dominio, excepto para el dominio 3 porque éste fue eliminado en la primera iteración, y el mejor límite inferior global puede ser representado por tres dominios (5 derecho, 2 izquierdo y 4 derecho). El comportamiento del límite inferior y superior es mostrado en la **Figura 2.14**.

La configuración óptima para este ejemplo es presentada en la **Figura 2.15**, la cual muestra integración de masa en las plantas por separado y entre plantas, esto último porque son enviadas corrientes de agua desde la planta 1 hacia las plantas 2 y 3, desde la planta 2 hacia las plantas 1 y 3, y desde la planta 3 hacia las plantas 1 y 2. Solamente una unidad de tratamiento fue seleccionada para tratar la propiedad THOD y hay reciclo de corrientes en la zona de tratamiento desde la unidad de tratamiento ficticia hacia la unidad de tratamiento 6. No existe descarga al ambiente. Note que, sin la integración entre plantas, las porciones reusadas en diferentes plantas a la planta donde se están localizando los efluentes de proceso serían enviadas al ambiente y debería ser requerida agua fresca para cumplir con las restricciones en las unidades de proceso. Los costos, el tamaño del problema y el tiempo computacional para el problema entero y



relajado, y para el problema original con los resolvidores DICOPT y BARON son mostrados en la **Tabla 2.8**. El costo de la configuración óptima obtenida con DICOPT es 34.57% más costosa que la configuración óptima global. Por otra parte, una solución factible no fue encontrada con BARON a causa del gran número de los términos bilineales y la dificultad para encontrar buenos estimados iniciales y límites para las principales variables del modelo propuesto. Además, la diferencia en la última iteración con 10 y 3 particiones para el problema relajado en este ejemplo son 0.003% y 0.118%, respectivamente.



**Figura 2.14.** Evolución de la estrategia de optimización global para el Ejemplo 2

**Tabla 2.7.** Resultados para cada dominio en las iteraciones para el Ejemplo 2

Iteraciones	Dominios	Límites				Mejor solución de los límites %		% Diferencia en cada dominio	Mejores soluciones globales		% Diferencia global
		Superior		Inferior		en cada solución			Superior	Inferior	
		Izquierdo	Derecho	Izquierdo	Izquierdo	Izquierdo	Inferior				
<b>1</b>	1	5,868,905	5,868,905	3,838,974	3,838,974	5,868,905	3,838,974	34.59			
	2	5,033,684	5,033,684	3,849,783	3,849,783	5,033,684	3,849,783	23.52			
	3	5,909,783	5,909,783	5,113,788	5,113,788	5,909,783	5,113,788	13.47			
	4	5,030,477	5,030,477	3,719,836	3,719,836	5,030,477	3,719,836	26.05			
	5	5,964,789	5,964,789	4,719,422	4,719,422	5,964,789	4,719,422	20.88	5,003,684	4,719,422	<b>5.681</b>
	6	6,770,321	6,770,321	4,325,408	4,325,408	6,770,321	4,325,408	36.11			
	7	5,956,786	5,956,786	4,710,761	4,710,761	5,956,786	4,710,761	20.92			
	8	5,265,105	5,265,105	4,229,555	4,229,555	5,265,105	4,229,555	19.67			
	9	5,003,684	5,003,684	2,181,809	2,181,809	5,003,684	2,181,809	56.40			
<b>2</b>	1	5,853,277	5,823,408	5,814,040	5,831,368	5,823,408	5,814,040	0.16			
	2	4,942,573	4,959,345	4,000,881	4,051,797	4,942,573	4,051,797	18.02			
	4	5,030,616	4,903,594	3,729,895	3,899,218	4,903,594	3,899,218	20.48			
	5	6,153,780	5,964,789	5,941,692	4,897,328	5,964,789	5,941,692	0.39	4,903,594	4,897,328	<b>0.128</b>
	6	5,210,869	6,709,677	5,152,412	5,144,055	5,210,869	5,152,412	1.12			
	7	8,405,846	5,947,795	5,936,765	5,916,969	5,947,795	5,936,765	0.19			
	8	5,265,105	5,266,294	5,236,229	5,247,784	5,265,105	5,247,784	0.33			
	9	4,922,037	4,922,037	4,919,150	4,884,500	4,922,037	4,919,150	0.06			
	<b>3</b>	2	4,942,573	4,959,345	4,903,446	4,939,688	4,942,573	4,939,688	0.06		4,903,446
4		5,030,616	4,903,594	4,871,833	4,903,594	4,903,594	4,903,594	0.00	4,903,594	4,903,594	<b>0.000</b>
5		6,153,780	5,964,789	5,941,692	4,897,328	5,964,789	5,941,692	0.39			
9		4,922,037	4,922,037	4,919,150	4,884,500	4,922,037	4,919,150	0.06		4,884,500	<b>0.389</b>

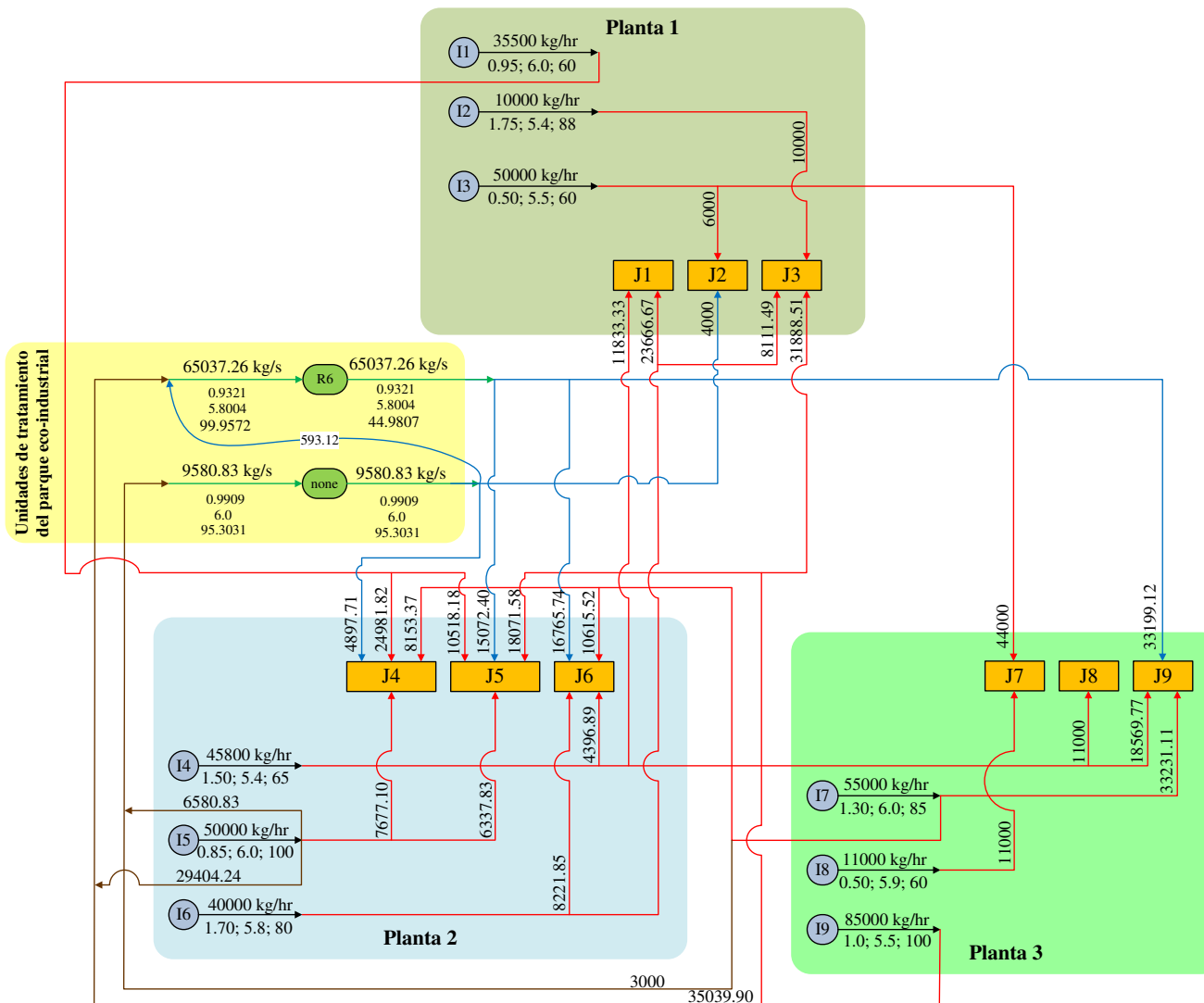


Figure 2.15. Configuración óptima para el Ejemplo 2

**Tabla 2.8.** Resultados para los Ejemplos

<b>Ejemplo 1</b>	Problema entero	Problema relajado	DICOPT	BARON
Costo total anual (US\$/año)	2,486,348	2,469,001	2,930,415	2,647,517
Costo del agua fresca (US\$/año)	341,221	318,214	203,394	473,690
Costo de tratamiento (US\$/año)	1,899,687	1,905,347	2,455,593	1,931,274
Costo de tubería (US\$/año)	245,441	245,441	271,428	242,553
Restricciones	8,424	4,416	408	408
Variables binarias	514	242	166	166
Variables continuas	6,031	1,727	391	391
CPU (s)	9,900	1,920	275	90,000

<b>Ejemplo 2</b>	Problema entero	Problema relajado	DICOPT	BARON
Costo total anual (US\$/año)	4,903,594	4,903,594	7,494,930	No se encontraron soluciones factibles
Costo del agua fresca (US\$/año)	0	0	0	
Costo de tratamiento (US\$/año)	4,637,908	4,637,908	7,243,686	
Costo de tubería (US\$/año)	265,686	265,686	251,245	
Restricciones	25,782	13,278	610	
Variables binarias	1,126	412	223	
Variables continuas	18,148	4,708	592	
CPU (s)	18,900	755	540	

## 2.7 CONCLUSIONES.

Se propuso un modelo basado en propiedades para la integración de agua entre plantas a través de una nueva superestructura que permite simultáneamente la integración en una misma planta y entre plantas, además de un conjunto de unidades de tratamiento para mejorar las propiedades de las corrientes considerando integraciones previamente evitadas por las complicaciones matemáticas que éstas involucran. La función objetivo consiste en minimizar el costo total anual constituido por el costo de agua fresca, el costo de tratamiento y el costo de tuberías.

A diferencia de la mayoría de los métodos reportados previamente para la síntesis de redes de agua entre plantas, el modelo propuesto está basado en las propiedades de las corrientes, situación que es muy útil para los casos constituidos por múltiples contaminantes.

Debido a que el modelo para la integración de agua entre plantas incluye gran cantidad de términos bilineales, este trabajo propone un nuevo procedimiento tipo *spatial branch and bound* basado en dos nuevas reformulaciones para el límite superior e inferior. Este algoritmo consiste en resolver iterativamente el límite superior (solución entera factible) y un límite inferior (solución relajada) hasta que la diferencia entre éstos es menor que una tolerancia dada a partir de la partición del dominio original de los operadores de propiedad en múltiples sub-intervalos. Además, para alcanzar la convergencia en pocas iteraciones se propone un nuevo esquema de ramificación de variables.

La aplicación del algoritmo propuesto a dos ejemplos muestra que la superestructura propuesta para la integración de agua entre plantas permite obtener ahorros significativos en el consumo de agua fresca y, al mismo tiempo, reducir el flujo de la descarga ambiental, generando así soluciones económica y ambientalmente atractivas. El modelo basado en propiedades evita manejar un gran número de contaminantes en las corrientes de descarga al ambiente. Finalmente, la estrategia de optimización global permite encontrar la solución óptima global en pocas iteraciones y en un corto tiempo computacional, lo cual es muy útil para los problemas de integración de agua entre plantas, en los cuales un gran número de términos bilineales están presentes.

## NOMENCLATURA

### Parámetros

$A_z$	pendiente de los segmentos lineales
$C_z$	intersección de los segmentos lineales
$CUM_r$	costo unitario por unidad de masa removida en la unidad de tratamiento $r$ , US\$/kg
$CU_p$	costo unitario de las tuberías, US\$
$CU_r$	coeficiente de costo de inversión de la unidad de tratamiento $r$ , US\$
$CU_w$	costo unitario del agua fresca $w$ , US\$/kg

$D_{k,p}$	dominio de los operadores de propiedad
$D_{i,j}^1$	distancia entre el efluente de proceso $i$ y la unidad de proceso $j$ , m
$D_{i,r}^2$	distancia entre el efluente de proceso $i$ y la unidad de tratamiento $r$ , m
$D_{r,j}^3$	distancia entre la unidad de tratamiento $r$ y la unidad de proceso $j$ , m
$D_r^4$	distancia entre la unidad de tratamiento $r$ y la descarga ambiental, m
$D_i^5$	distancia entre el efluente de proceso $i$ y la descarga ambiental, m
$F_k^{2,max}$	límite superior para $F_k^2$ , kg/hr
$F_k^{2,min}$	límite inferior para $F_k^2$ , kg/hr
$FS_i$	flujo del efluente de proceso $i$ , kg/hr
$FU_j$	flujo en la unidad de proceso $j$ , kg/hr
$H_Y$	horas de operación al año, hr/año
$K_F$	factor usado para anualizar el costo de capital, 1/año
$M_{B_r^3}^{max}$	límite superior para $B_{r,z}^3$ , kg/hr
$M_{B_{k,p}^1}^{max}$	límite inferior para $B_{k,p}^1$
$M_{F_k^1}^{max}$	límite inferior para $F_k^1$ , kg/hr
$M_{fie_r}^{max}$	límite superior para el segmento de tubería desde la unidad de tratamiento $r$ hacia la descarga ambiental, kg/hr
$M_{fis_{i,j}}^{max}$	límite superior para el segmento de tubería desde la unidad de tratamiento $r$ hacia

	la unidad de proceso $j$ , kg/hr
$M_{fse_i}^{\max}$	límite superior para el segmento de tubería desde el efluente de proceso $i$ hacia la descarga ambiental, kg/hr
$M_{fsi_{i,r}}^{\max}$	límite superior para el segmento de tubería desde el efluente de proceso $i$ hacia la unidad de tratamiento $r$ , kg/hr
$M_{fss_{i,j}}^{\max}$	límite superior para el segmento de tubería desde el efluente de proceso $i$ hacia la unidad de proceso $j$ , kg/hr
$M_{fie_r}^{\min}$	límite inferior para el segmento de tubería desde la unidad de tratamiento $r$ hacia la descarga ambiental, kg/hr
$M_{fisi_j}^{\min}$	límite inferior para el segmento de tubería desde la unidad de tratamiento $r$ hacia la unidad de proceso $j$ , kg/hr
$M_{fse_i}^{\min}$	límite inferior para el segmento de tubería desde el efluente de proceso $i$ hacia la descarga ambiental, kg/hr
$M_{fsi_{i,r}}^{\min}$	límite inferior para el segmento de tubería desde el efluente de proceso $i$ hacia la unidad de tratamiento $r$ , kg/hr
$M_{fss_{i,j}}^{\min}$	límite inferior para el segmento de tubería desde el efluente de proceso $i$ hacia la unidad de proceso $j$ , kg/hr
$M_{FR_{r,z}}^{\max}$	límite superior para $\delta_{r,z}^3$ , kg/hr
$M_{FR_{r,z}}^{\min}$	límite inferior para $\delta_{r,z}^3$ , kg/hr
$p$	parámetro para el costo de capital de las tuberías
$RR_{r,\psi_p}(P_p)$	factor de eficiencia de la unidad de tratamiento para tratar el operador de

	propiedad $p$ , adimensional
$v$	velocidad, m/s
$\alpha$	exponente de la función del costo de capital, adimensional
$\rho$	densidad del agua, kg/m <sup>3</sup>
$\psi_p^{\max}$	límite superior del operador de propiedad $p$
$\psi_p^{\min}$	límite inferior del operador de propiedad $p$
$\psi_{k,p}^{2,\max}$	límite superior para $\psi_{k,p}^2$
$\psi_{k,p}^{2,\min}$	límite inferior para $\psi_{k,p}^2$
$\psi_p(\text{Pe}_p^{\max})$	límite superior para el operador de propiedad $p$ en la corriente de descarga al ambiente
$\psi_p(\text{Pe}_p^{\min})$	límite inferior para el operador de propiedad $p$ en la corriente de descarga al ambiente
$\psi_p(\text{Ps}_{p,i})$	operador de propiedad $p$ en el efluente de proceso $i$
$\psi_p(\text{Pu}_{p,j}^{\max})$	límite superior para el operador de propiedad $p$ en la unidad de proceso $j$
$\psi_p(\text{Pu}_{p,j}^{\min})$	límite inferior para el operador de propiedad $p$ en la unidad de proceso $j$
$\psi_p(\text{Pw}_{p,w})$	operador de propiedad $p$ en el agua fresca $w$
$\gamma_{k,p,q^1}^1$	valor discreto de $\psi_{k,p}^1$
$\gamma_{k,p,q^2}^2$	valor discreto de $\psi_{k,p}^2$



## Variables

$A_{r,z}$	variables desagregadas para $A_r$
$B_{k,p}^1$	variable binaria que sustituye cualquier termino bilineal en el límite superior
$B_{k,p}^2$	variable binaria que sustituye cualquier termino bilineal en el límite inferior
$B_r^3$	variable que sustituye al término exponencial $FR_r^\alpha$ , kg/hr
$C_{r,z}$	variable desagregada para $C_r$
$F_k^1$	cualquier flujo en el límite superior, kg/hr
$F_k^2$	cualquier flujo en el límite inferior, kg/hr
$FE$	flujo en la corriente de descarga ambiental, kg/hr
$fi_e_r$	flujo desde el unidad de tratamiento $r$ hacia la descarga ambiental, kg/hr
$fii_{r_1,r}$	flujo desde el unidad de tratamiento $r_1$ hacia la unidad de tratamiento $r$ , kg/hr
$fis_{r,j}$	flujo desde el unidad de tratamiento $r$ hacia la unidad de proceso $j$ , kg/hr
$FR_r$	flujo en la unidad de tratamiento $r$ , kg/hr
$fse_i$	flujo desde el efluente de proceso $i$ hacia la descarga ambiental, kg/hr
$fsi_{i,r}$	flujo desde el efluente de proceso $i$ hacia la unidad de tratamiento $r$ , kg/hr
$fssi_{i,j}$	flujo desde el efluente de proceso $i$ hacia la unidad de proceso $j$ , kg/hr
$fws_{w,j}$	flujo del agua fresca $w$ en la unidad de proceso $j$ , kg/hr
$PC$	costo de capital de las tuberías, US\$/año

$RC$	costo de tratamiento, US\$/año
$TAC$	costo total anual, US\$/año
$WC$	costo del agua fresca, US\$/año
$\beta_{k,p,q^1}^1$	término bilineal desagregado para $B_{k,p}^1$
$\beta_{k,p,q^2}^2$	término bilineal desagregado para $B_{k,p}^2$
$\beta_{r,z}^3$	término bilineal desagregado para $B_r^3$
$\psi_p$	operador de propiedad $p$
$\psi_{k,p}^1$	operador de propiedad en el límite superior
$\psi_{k,p}^2$	operador de propiedad en el límite inferior
$\psi_p(Pi_{p,r}^{in})$	operador de propiedad $p$ en la entrada de la unidad de tratamiento $r$
$\psi_p(Pi_{p,r}^{out})$	operador de propiedad $p$ en la salida de la unidad de tratamiento $r$
$\delta_{k,p,q^1}^1$	variable desagregada para $F_k^1$ , kg/hr
$\delta_{k,p,q^2}^2$	variable desagregada para $F_k^2$ , kg/hr
$\delta_{r,z}^3$	variable desagregada para $FR_r$ , kg/hr
$\pi_{k,p,q^2}^2$	variable desagregada para $\psi_{k,p}^2$

### Variables binarias

$x_{i,j}^1$	variable binaria para seleccionar el segmento de tubería desde el efluente de proceso $i$ hacia la unidad de proceso $j$ , 0 o 1
-------------	--

- $x_{i,r}^2$  variable binaria para seleccionar el segmento de tubería desde el efluente de proceso  $i$  hacia la unidad de tratamiento  $r$ , 0 o 1
- $x_{r,j}^3$  variable binaria para seleccionar el segmento de tubería desde la unidad de tratamiento  $r$  hacia la unidad de proceso  $j$ , 0 o 1
- $x_r^4$  variable binaria para seleccionar el segmento de tubería desde la unidad de tratamiento  $r$  hacia la descarga ambiental, 0 o 1
- $x_i^5$  variable binaria para seleccionar el segmento de tubería desde el efluente de proceso  $i$  hacia la descarga ambiental, 0 o 1
- $y_{k,p,q^1}^1$  variable binaria para seleccionar el óptimo valor del término  $B_{k,p}^1$ , 0 o 1
- $y_{k,p,q^2}^2$  variable binaria para seleccionar el valor óptimo del término  $B_{k,p}^2$ , 0 o 1
- $y_{r,z}^3$  variable binaria para seleccionar el valor óptimo del término  $B_{r,z}^3$ , 0 o 1

### Subíndices

- $i$  efluente de proceso
- $j$  unidad de proceso
- $k$  cualquier flujo
- $p$  operador de propiedad
- $q^1$  particiones en el límite superior
- $q^2$  particiones en el límite inferior
- $r$  unidad de tratamiento
- $t$  iteración
- $w$  tipo de agua fresca

$z$  segmento lineal

### Superíndices

max límite superior

min límite inferior

### Conjuntos

$I$   $\{i=1,2,\dots,N_{efluents} \mid I$  es un conjunto de efluentes de proceso}

$J$   $\{j=1,2,\dots,N_{unidades\ de\ proceso} \mid J$  es un conjunto de unidades de proceso}

$P$   $\{p=1,2,\dots,N_{operador\ de\ propiedad} \mid P$  es un conjunto de operadores de propiedad}

$Q^1$   $\{q^1=1,2,\dots,N_{particiones} \mid Q^1$  es un conjunto de particiones de los operadores de propiedad en el límite superior}

$Q^2$   $\{q^2=1,2,\dots,N_{particiones} \mid Q^2$  es un conjunto de particiones de los operadores de propiedad en el límite inferior}

$R$   $\{r=1,2,\dots,N_{unidades\ de\ tratamiento} \mid R$  es un conjunto de unidades de tratamiento}

$W$   $\{w=1,2,\dots,N_{tipo\ de\ agua\ fresca} \mid W$  es un conjunto de tipos de agua fresca disponibles}

$Z$   $\{z=1,2,3 \mid Z$  es un conjunto de segmentos lineales para calcular el costo de capital variable de las unidades de tratamiento}

### Escalares

$n^1$  número de particiones de los operadores de propiedad para el límite superior

$n^2$  número de particiones de los operadores de propiedad para el límite inferior

---

# **CAPÍTULO 3. SÍNTESIS ÓPTIMA DE SISTEMAS DE ENFRIAMIENTO CON MÚLTIPLES TORRES DE ENFRIAMIENTO**

---

## CAPÍTULO 3. SÍNTESIS ÓPTIMA DE SISTEMAS DE ENFRIAMIENTO CON MÚLTIPLES TORRES DE ENFRIAMIENTO.

### 3.1 RESUMEN.

En este **Capítulo** se presenta un procedimiento sistemático para la síntesis óptima de sistemas de enfriamiento con agua conformado por una red de enfriadores y una red de torres de enfriamiento. Una nueva superestructura es desarrollada, la cual contiene todas las alternativas de integración para las redes de enfriadores y de torres de enfriamiento, así como sus posibles interconexiones. El problema de síntesis es formulado como un problema mixto entero no lineal (MINLP). Las variables continuas incluyen los flujos y las temperaturas del agua que circula en el sistema, en tanto que las variables enteras describen la existencia de los enfriadores y de las torres de enfriamiento. La función objetivo consiste en minimizar el costo total anual, el cual incluye el costo de inversión de los enfriadores y de las torres de enfriamiento, así como el costo de operación demandado por el agua de reposición y el consumo de potencia en las bombas requeridas para circular el agua y los ventiladores en las torres de enfriamiento. La solución de la formulación MINLP propuesta proporciona simultáneamente tanto la configuración óptima como las condiciones de operación de la red de enfriadores y de la red de torres de enfriamiento para cumplir con los requerimientos de enfriamiento de corrientes de proceso con un costo total anual mínimo.

El **Capítulo** es organizado como sigue: En la **sección 3.2** se presenta la definición del problema abordado, en la **sección 3.3** se presenta la representación de la superestructura y su explicación, la **sección 3.4** se presenta la formulación del modelo, en la **sección 3.5** se presentan los resultados obtenidos con la aplicación del modelo propuesto para varios casos de estudio y, finalmente, en la **sección 3.6** se presentan las conclusiones.

### 3.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.

El problema de optimización abordado en este trabajo es descrito como sigue:

Dado un conjunto de corrientes de proceso para ser enfriadas usando solamente agua como medio de enfriamiento, con temperaturas de entrada y de salida conocidas, así como sus capacidades caloríficas. Además son dadas las temperaturas de bulbo seco y de bulbo húmedo del

aire que entra a la torre de enfriamiento (los cuales son determinados por la localización de la planta), las propiedades físicas del agua y de la mezcla aire-agua y datos de costo. El objetivo de este problema consiste en determinar el sistema de enfriamiento con agua con la probable participación de múltiples torres de enfriamiento que opere con el costo mínimo total anual. La solución de este problema debe proporcionar la siguiente información:

- a) La red de enfriadores (el tamaño óptimo de los enfriadores y la interconexión entre ellos, así como las temperaturas y flujos del medio de enfriamiento en cada enfriador).
- b) La red de torres de enfriamiento (la configuración óptima de la red de torres de enfriamiento y el diseño detallado de cada torre de enfriamiento tal como el flujo de agua, el agua de reposición, las temperaturas de entrada y de salida en cada torre, la altura y el área del empaque, el tipo de empaque, el consumo de potencia del ventilador).
- c) La interconexión entre las dos redes por medio de la localización de las corrientes de agua caliente enviadas desde la red de enfriadores hasta la red de torres de enfriamiento; y la localización de las corrientes de agua fría enviadas desde la red de torres de enfriamiento hasta la red de enfriadores.
- d) El consumo de potencia de las bombas requeridas para hacer circular el agua a través del sistema de enfriamiento.

Por otra parte, la estrategia de diseño propuesta está basada en las siguientes suposiciones:

1. Capacidades caloríficas constantes para las corrientes calientes de proceso y el agua de enfriamiento.
2. Coeficientes constantes de transferencia de calor para los enfriadores.
3. Enfriadores a contra corriente de coraza y tubo.
4. Aire saturado a la salida de las torres de enfriamiento.
5. Torres de enfriamiento de tiro forzado.

### **3.3 REPRESENTACIÓN DE LA SUPERESTRUCTURA.**

En la formulación del problema de síntesis del sistema de enfriamiento con múltiples torres, muchas configuraciones pueden ser consideradas, y éstas pueden ser incluidas en una superestructura integral como la que se muestra en la **Figura 3.1** para tres corrientes calientes de proceso y tres torres de enfriamiento. En esta representación, la superestructura para la red de enfriadores desarrollada por Ponce-Ortega y col. (2007) es adaptada en un sistema de enfriamiento integral que también presenta una red de torres de enfriamiento, el cual incluye todas las posibilidades para combinar las corrientes de agua caliente que dejan la red de enfriadores y la interconexión con múltiples de torres de enfriamiento. Los elementos básicos de la superestructura global del sistema de enfriamiento son enfriadores, mezcladores, divisores, torres de enfriamiento y equipos de bombeo.

#### **3.3.1 Red de enfriadores.**

La tarea de la red de enfriadores es procesar térmicamente un conjunto de corrientes calientes de proceso con temperaturas de entrada y de salida especificadas. En este trabajo, la superestructura de la red de enfriadores es construida para intercambiadores a contra corriente de coraza y tubos en una sola fase. Dentro de la red de enfriadores, diferentes etapas pueden existir, cada una de las cuales se extiende sobre un intervalo de temperatura limitado que incorpora restricciones termodinámicas para los procesos de transferencia de calor. Para incluir configuraciones en serie, el número de etapas requerido para el modelo de la red de enfriadores es igual al número de corrientes calientes de proceso. Dependiendo de la solución óptima, cada etapa puede existir o no. Cada etapa considera un arreglo en paralelo de los intercambiadores de calor a través de la cual cualquier corriente caliente de proceso puede intercambiar calor con el agua de enfriamiento. En ese sentido, un arreglo en paralelo es obtenido por la división del agua de entrada en cada etapa para las corrientes calientes de proceso. A diferencia de la superestructura original propuesta por Ponce-Ortega y col. (2007), en cada etapa el agua total a la salida de los enfriadores arreglados en paralelo es segregada y enviada hacia la red de torres de enfriamiento y hacia la siguiente etapa de la red de enfriadores. Además, el flujo total de agua de enfriamiento a la entrada de cada etapa se conforma por el agua fría proveniente de la red de torres de enfriamiento, el agua proveniente de la etapa anterior y el agua fresca de reposición. Nótese que la corriente de agua fresca que entra al sistema de enfriamiento es dividida en



corrientes más pequeñas antes de ser enviada a los mezcladores ubicados en la entrada de cada etapa de la red de enfriadores para reponer la pérdida de agua en la red de torres de enfriamiento; la cual consiste, en la evaporación, arrastre y purga de agua (Serna-González y col., 2010). Sólo un tipo de agua de reposición es considerada a una temperatura constante.

La superestructura de la red de enfriadores, consecuentemente, permite la segregación de agua de enfriamiento desde la red de torres de enfriamiento, así como la segregación, mezclado y división del agua previamente utilizada. Por lo tanto, la superestructura propuesta permite el reuso de agua antes de retornar a la red de torres de enfriamiento y, por consecuencia, proporciona una mejor estrategia para la integración del sistema de enfriamiento.

Finalmente, es interesante notar que en la superestructura propuesta por Ponce-Ortega y col. (2007) todas las corrientes de agua caliente que salen de la red de enfriadores son mezcladas y se supone que sólo una corriente de salida es generada y enviada a una sola torre de enfriamiento. En tanto que en la superestructura propuesta en este trabajo, todas las posibles corrientes de agua caliente con diferentes flujos y temperaturas aparecen como corrientes individuales en el lado caliente de la red de enfriadores. Estas corrientes regresan a la red de torres de enfriamiento y no son mezcladas para considerar todas las posibles configuraciones en un esquema de múltiples torres de enfriamiento.

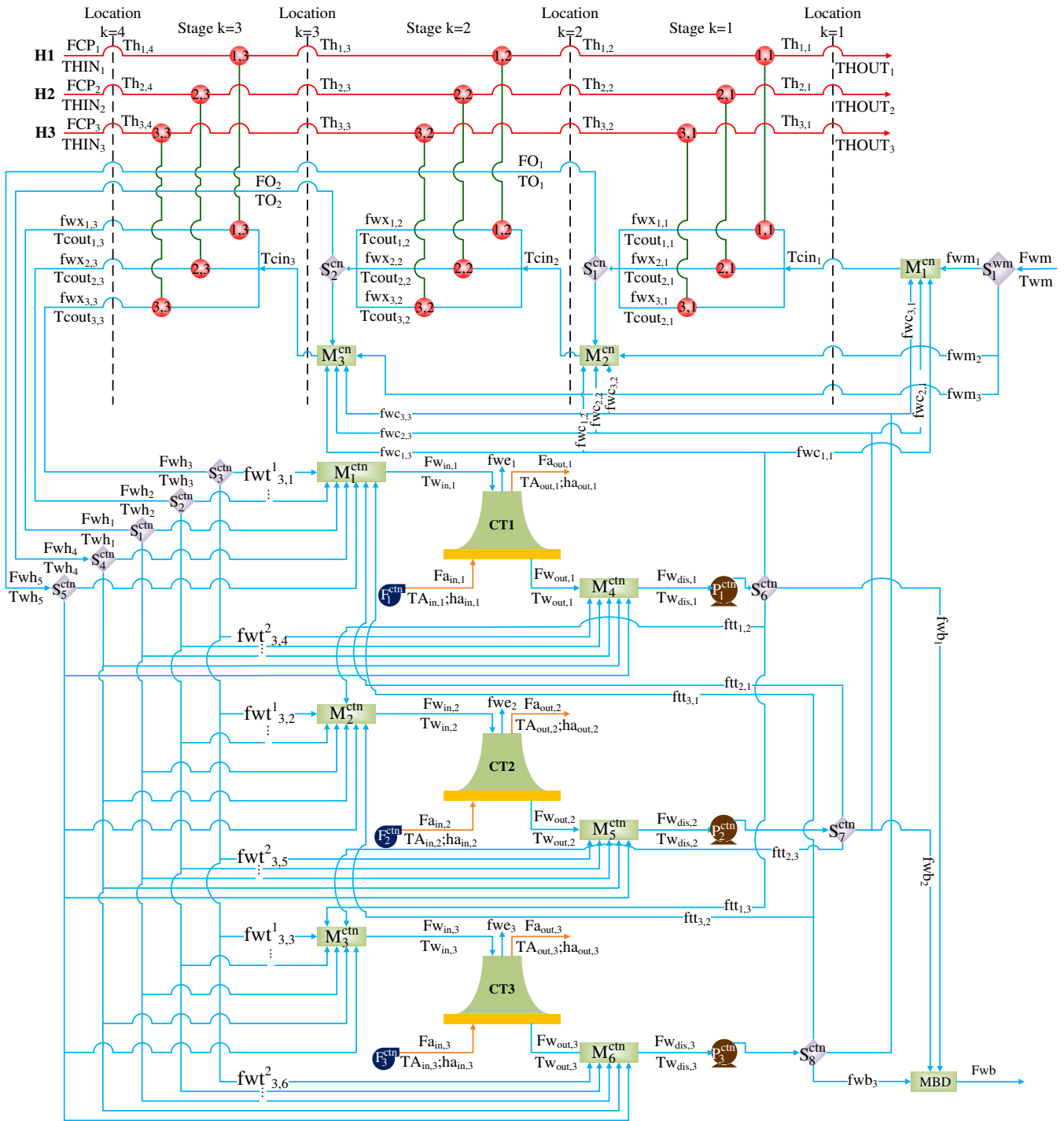


Figura 3.1. Superestructura para el diseño de sistemas de enfriamiento.

### 3.3.2 Red de torres de enfriamiento.

Para encontrar el sistema de enfriamiento óptimo, este trabajo considera todas las

posibilidades para combinar las corrientes de agua caliente provenientes de la red de enfriadores y su interconexión con múltiples torres de enfriamiento. Estas son incluidas en la superestructura de la red de torres de enfriamiento, la cual es mostrada en la **Figura 3.1** para el caso de cinco corrientes de agua caliente y tres torres de enfriamiento. Las cinco corrientes de agua caliente son segregadas por los divisores iniciales ( $S_1^{ctn}$ ,  $S_2^{ctn}$ ,  $S_3^{ctn}$ ,  $S_4^{ctn}$  y  $S_5^{ctn}$ ) en corrientes más pequeñas que son dirigidas hacia los mezcladores a la entrada de cada torre de enfriamiento ( $M_1^{ctn}$ ,  $M_2^{ctn}$  y  $M_3^{ctn}$ ) y hacia los mezcladores en la salida de cada torre de enfriamiento ( $M_4^{ctn}$ ,  $M_5^{ctn}$  y  $M_6^{ctn}$ ). Las corrientes de agua caliente enviadas a cada torre de enfriamiento entran por el domo de éstas y fluyen hacia abajo a través de la región del empaque en pequeñas partículas. En cada torre de enfriamiento, aire ambiental es forzado o inducido hacia ésta por acción de un ventilador eléctrico y fluye a contracorriente con respecto a la corriente de agua. El proceso de enfriamiento es generado por una combinación de transferencia de calor sensible y evaporación de una pequeña porción del agua. El aire húmedo abandona la torre por el domo. Esta corriente contiene las pérdidas de agua por evaporación y arrastre, las cuales son reemplazadas con agua fresca. Después de las torres de enfriamiento, divisores ( $S_6^{ctn}$ ,  $S_7^{ctn}$  y  $S_8^{ctn}$ ) son ubicados para dirigir el agua fría hacia los mezcladores de la entrada de otra torre de enfriamiento, hacia los mezcladores en la entrada de cada etapa de la red de enfriadores ( $M_1^{cn}$ ,  $M_2^{cn}$  y  $M_3^{cn}$ ) y hacia el mezclador final (MBD) previo a la descarga total de agua purgada del sistema de enfriamiento. Además, después de cada torre de enfriamiento se instala una bomba ( $P_2^{ctn}$ ,  $P_2^{ctn}$  y  $P_3^{ctn}$ ); estas bombas envían el agua fría hacia la red de enfriadores y hacia las demás torres de enfriamiento. Es importante mencionar que el reciclo a una misma torre de enfriamiento no está permitido.

Esta representación incorpora arreglos en serie, paralelo, serie-paralelo y paralelo-serie para las torres de enfriamiento y opciones de división, mezclado y segregación de las corrientes de agua caliente. De esta manera, cada corriente de agua caliente a la salida de la red de enfriadores puede, en principio, fluir hacia cualquier torre de enfriamiento con la posibilidad de una división parcial para reducir la carga másica en las torres de enfriamiento. Además, las corrientes de agua caliente pueden ser térmicamente procesadas en un sistema distribuido de múltiples torres de enfriamiento en lugar de combinar éstas en una sola corriente seguida por sólo una torre de enfriamiento.

Nótese que la superestructura es generalizada para cualquier número de corrientes de proceso y torres de enfriamiento. A continuación, el modelo matemático basado en la superestructura previamente explicada es presentado en detalle.

### 3.4 FORMULACIÓN DEL MODELO.

Los principales conjuntos de índices en la formulación matemática son: el conjunto de corrientes de agua caliente que abandonan la red de enfriadores *NEF*, el conjunto de todas las etapas de la red de enfriadores *ST*, el conjunto de todas las corrientes calientes de proceso *HP*, y el conjunto de todas las torres de enfriamiento *NCT*. Los subíndices *av*, *cu*, *d*, *dis*, *f*, *fi*, *fr*, *i*, *j*, *k*, *e*, *l*, *m*, *in*, *n*, *ct*, *out*, *p*, *t* y *WB* son usados para designar promedio, medio de enfriamiento, arrastre, final de las torres de enfriamiento, ventilador, empaque, sección transversal, corriente caliente de proceso, corriente caliente, etapa en la red de enfriadores, tipo de empaque, constante para el tipo de empaque para calcular el número de Merkel, constantes para el tipo de empaque para calcular el coeficiente de pérdidas, entrada, índice para el incremento de temperatura, torre de enfriamiento, salida, bomba, reposición, total y bulbo húmedo, respectivamente. El subíndice *max* es un límite superior y *min* es un límite inferior. Además, el escalar *NOK* es el número total de etapas en la red de enfriadores. Dos tipos de variables aparecen en la formulación: variables continuas y enteras. Las variables continuas designan los flujos y temperaturas de las corrientes, así como las variables de diseño y de operación de los enfriadores y de las torres de enfriamiento. Las variables enteras representan la existencia o no de los enfriadores y de las torres de enfriadores, así como la selección del tipo de empaque en las torres. Sí un enfriador o una torre de enfriamiento existen en el sistema de enfriamiento óptimo, la variable binaria correspondiente toma el valor de uno y de cero en el caso opuesto.

#### 3.4.1 Balance global de energía para cada corriente caliente de proceso en la red de enfriadores.

Las corrientes calientes de proceso necesitan enfriamiento de sus temperaturas de entrada  $THIN_i$  hasta las respectivas temperaturas de salida  $THOUT_i$ . El producto de la capacidad calorífica por el flujo másico es definido como  $FCP_i$ . El calor a ser removido  $QHP_i$  de cada corriente caliente de proceso es expresado como:

$$(THIN_i - THOUT_i) FCP_i = QHP_i \quad (1)$$

La carga de calor de la corriente  $i$  es igual a la suma del calor  $q_{i,k}$  que es intercambiado con el agua de enfriamiento en cada etapa  $k$ ,

$$QHP_i = \sum_{k \in ST} q_{i,k}, \quad i \in HP \quad (2)$$

La carga de calor total  $Q$  en la red de enfriadores puede ser expresado como la suma de las cargas de calor de las corrientes calientes de proceso:

$$Q = \sum_{i \in HP} QHP_i \quad (3)$$

### 3.4.2 Balance de energía para cada encuentro en la red de enfriadores.

Las ecuaciones (4) y (5) describen los balances de energía para cada encuentro entre la corriente caliente  $i$  y el agua de enfriamiento en la etapa  $k$ ,

$$(Th_{i,k+1} - Th_{i,k})FCP_i = q_{i,k}, \quad k \in ST, i \in HP \quad (4)$$

$$\left[ (Tcout_{i,k} - Tcin_k) fwx_{i,k} \right] CP_{cu} = q_{i,k}, \quad k \in ST, i \in HP \quad (5)$$

donde  $fwx_{i,k}$  es el flujo de agua de enfriamiento para cada encuentro entre la corriente de proceso  $i$  y el agua de enfriamiento  $k$ ,  $Th_{i,k+1}$  y  $Th_{i,k}$  son las temperaturas de la corriente caliente  $i$  en el lado caliente ( $k+1$ ) y en el lado frío ( $k$ ) de la etapa  $k$ , respectivamente,  $Tcin_k$  es la temperatura del agua de entrada en la etapa  $k$ ,  $Tcout_{i,k}$  es la temperatura de salida del agua de enfriamiento para cada encuentro entre la corriente caliente de proceso  $i$  y el agua de enfriamiento en la etapa  $k$ , y  $CP_{cu}$  es la capacidad calorífica a presión constante del agua de enfriamiento. Los flujos del agua de enfriamiento y las temperaturas en los enfriadores son variables de optimización, mientras que  $CP_{cu}$  es fijado previo al proceso de optimización.

### 3.4.3 Balance de masa y energías del agua de enfriamiento en cada etapa de la red de enfriadores.

Basado en la representación de la red de enfriadores, el balance de masa del agua de enfriamiento alrededor de cada etapa puede ser descrito como:

$$\sum_{i \in HP} fwx_{i,k} + \sum_{ct \in NCT} fwc_{ct,k+1} + fwm_{k+1} = FO_k + \sum_{i \in HP} fwx_{i,k+1}, \quad k \in ST - 1 \quad (6)$$

y el balance de energía correspondiente es:

$$\left( \sum_{i \in HP} fwx_{i,k} \right) TO_k + \sum_{ct \in NCT} fwc_{ct,k+1} Tw_{dis,ct} + fwm_{k+1} Twm = FO_k TO_k + \sum_{i \in HP} (fwx_{i,k+1} Tcin_{k+1}), \quad k \in ST - 1 \quad (7)$$

donde  $fwc_{ct,k}$  y  $Tw_{dis,ct}$  son los flujos y temperatura del agua enfriamiento suministrada por la torre de enfriamiento  $ct$  en la etapa  $k$  de la red de enfriadores,  $fwm_{k+1}$  y  $Twm$  son los flujos y la temperatura del agua de reposición para la etapa caliente adyacente  $k+1$ ,  $FO_k$  y  $TO_k$  son los flujos y la temperatura de la corriente enviada hacia la red de torres de enfriamiento desde la etapa  $k$ ,  $fwx_{i,k+1}$  es el flujo de agua de enfriamiento en el encuentro de la corriente caliente  $i$  y el agua de enfriamiento en la etapa  $k+1$ .

El balance de energía para los divisores en cada etapa es escrito como:

$$\left( \sum_{i \in HP} fwx_{i,k} \right) TO_k = \sum_{i \in HP} (fwx_{i,k} Tcout_{i,k}), \quad k \in ST - 1 \quad (8)$$

#### 3.4.4 Balances de masa y energía en el mezclador de la primera etapa.

Debe notarse que solamente agua de reposición y agua proveniente de las torres de enfriamiento son permitidas en el mezclador previo a la primera etapa de la red de enfriadores. Por lo tanto, el balance de masa y de energía para la primera etapa se describe como sigue:

$$fwm_k + \sum_{ct \in NCT} fwc_{ct,k} = \sum_{i \in HP} fwx_{i,k}, \quad k = 1 \quad (9)$$

$$\sum_{ct \in NCT} fwc_{ct,k} Tw_{dis,ct} + fwm_k Twm = \sum_{i \in HP} (fwx_{i,k} Tcin_k), \quad k = 1 \quad (10)$$

#### 3.4.5 Especificación para las temperaturas de entrada y de salida.

Las temperaturas de entrada y de salida de las corrientes calientes de proceso definen la localización más alta ( $k=NOK+1$ ) y la localización más baja ( $k=1$ ) de temperatura en la superestructura para la red de enfriadores, respectivamente. Estas restricciones están dadas por,

$$THIN_i = Th_{i,NOK+1}, \quad i \in HP \quad (11)$$

$$THOUT_i = Th_{i,1}, \quad i \in HP \quad (12)$$

Además, la temperatura del agua a la salida de cada encuentro debe ser menor que un límite superior para evitar el ensuciamiento y la corrosión. Esta restricción es expresada como:

$$Tcout_{i,k} \leq \Omega_{Tcout_{i,k}}^{\max}, \quad i \in HP, k \in ST \quad (13)$$

donde  $\Omega_{Tcout_{i,k}}^{\max}$  es el límite superior que comúnmente toma el valor de 50°C (Serna-González y col., 2010).

### 3.4.6 Restricciones de temperaturas.

En la red de enfriadores debe haber un incremento monótono de temperatura en cada etapa sucesiva. Tales restricciones son escritas como:

$$Th_{i,k} \leq Th_{i,k+1}, \quad k \in ST, i \in HP \quad (14)$$

$$Tcin_k \leq Tcout_{i,k}, \quad k \in ST, i \in HP \quad (15)$$

$$Tcin_k \leq Tcin_{k+1}, \quad k \in ST, \forall k > 1 \quad (16)$$

$$Tcout_{i,k} \leq Tcout_{i,k+1}, \quad k \in ST, i \in HP \quad (17)$$

### 3.4.7 Existencia de los enfriadores en la red de enfriamiento.

Restricciones lógicas y variables binarias son definidas para representar la existencia o no existencia de un encuentro entre la corriente caliente  $i$  y el agua de enfriamiento en la etapa  $k$ . Estas restricciones son como sigue:

$$q_{i,k} - \Omega_{q_{i,k}}^{\max} z_{i,k}^1 \leq 0, \quad i \in HP, k \in ST \quad (18)$$

donde  $\Omega_{q_{i,k}}^{\max}$  es un límite superior igual al contenido de calor de la corriente caliente de proceso  $i$

y  $z_{i,k}^1$  es una variable binaria empleada para determinar la existencia de los enfriadores.

### 3.4.8 Restricciones para la diferencia de temperaturas.

Para asegurar la factibilidad termodinámica en la transferencia de calor, se requieren diferencias de temperaturas positivas entre las corrientes calientes y la fría en los enfriadores seleccionados. Por lo tanto, las siguientes restricciones son incluidas:

$$d\text{tcal}_{i,k} \leq Th_{i,k+1} - T\text{cout}_{i,k} + \Gamma_i (1 - z_{i,k}^1), \quad k \in ST, i \in HP \quad (19)$$

$$d\text{tfri}_{i,k} \leq Th_{i,k} - T\text{cin}_k + \Gamma_i (1 - z_{i,k}^1), \quad k \in ST, i \in HP \quad (20)$$

$$d\text{tcal}_{i,k} \geq \Delta T_{MIN}, \quad k \in ST, i \in HP \quad (21)$$

$$d\text{tfri}_{i,k} \geq \Delta T_{MIN}, \quad k \in ST, i \in HP \quad (22)$$

donde  $d\text{tfri}_{i,k}$  y  $d\text{tcal}_{i,k}$  son las diferencias de temperatura en el lado caliente y frío para el encuentro entre la corriente caliente  $i$  y el agua de enfriamiento en la etapa  $k$ ,  $\Delta T_{MIN}$  es la diferencia mínima de temperatura permitida entre las corrientes calientes de proceso y el agua de enfriamiento, y  $\Gamma_i$  es un límite superior para la diferencia de temperatura de la corriente caliente de proceso  $i$ . Por lo que el valor de  $\Gamma_i$  es calculado con la siguiente expresión:

$$\Gamma_i = \max \left( 0, THIN_i - TCUIN, -THOUT_i - TCU_{in}, \right. \\ \left. THIN_i - T\text{cout}_{\max}, THOUT_i - T\text{cout}_{\max} \right) \quad (23)$$

Las ecuaciones (19) y (20) son escritas como desigualdades porque el costo de los intercambiadores de calor decrece con el incremento de la diferencia de temperaturas. Note que si el enfriador entre la corriente de proceso  $i$  y el agua de enfriamiento en la etapa  $k$  es seleccionado, la variable binaria  $z_{i,k}^1$  tomará el valor de 1 y las restricciones (19) y (20) son aplicadas para calcular diferencias de temperaturas positivas. De otra forma, si un enfriador no es seleccionado, la variable binaria correspondiente tomará el valor de 0 y las restricciones (19) y (20) son relajadas para ese encuentro y permiten que las temperaturas tomen cualquier valor (determinado por el resto del modelo). Por lo tanto, variables binarias son requeridas para evitar



infactibilidades.

### 3.4.9 Asignación de las temperaturas y de los flujos en la red de torres de enfriamiento.

El modelo matemático para la red de torres de enfriamiento involucra un conjunto de corrientes  $NEF$  que serán designadas por el índice  $j$ . Dicho conjunto define todas las corrientes de agua caliente enviadas desde la red de enfriadores hacia la red de torres de enfriadores. Para un problema dado con  $NH$  corrientes calientes,  $NEF = 2NH - 1$ . Cada una de estas corrientes  $j$  tendrán como variables asociadas al flujo  $Fwh_j$  y a la temperatura  $Twh_j$  definidos como,

$$Fwh_j = fwx_{i,k}, \quad k = NOK; j \in SJ^i; j = i \quad (24)$$

$$Fw_j = FO_k, \quad j = SJ^b; k = j - NOK \quad (25)$$

$$Twh_j = Tcout_{i,k}, \quad k = NOK; j \in SJ^i; j = i \quad (26)$$

$$Twh_j = TO_k, \quad j = SJ^b; k = j - NOK \quad (27)$$

donde  $SJ^i$  es un subconjunto de  $NEF$  y representa el número de corrientes de agua caliente dirigidas a la red de torres de enfriamiento desde los enfriadores de la última etapa de la red de enfriadores, y  $SJ^b$  es un subconjunto de  $NEF$  que representa el número de corrientes de agua caliente dirigidas hacia la red de torres de enfriamiento desde los divisores en la etapas de la red de enfriadores. Por ejemplo, a partir de la superestructura para el sistema de enfriamiento mostrado en la **Figura 3.1**, el subconjunto  $SJ^i$  está definido por 1, 2 y 3 y el subconjunto  $SJ^b$  está definido por 4 y 5.

### 3.4.10 Balances de masa en los divisores de las corrientes en la entrada de la red de torres de enfriamiento.

La superestructura para la red de torres de enfriamiento consiste de  $NCT$  torres de enfriamiento. Cada corriente que entra a la red de torres de enfriamiento es dividida en  $2NCT$  corrientes, que son enviadas a la entrada de cada torre de enfriamiento ( $fw_{j,ct}^1$ ) y salida de cada torre de enfriamiento ( $fw_{j,ct}^2$ ),

$$Fwh_j = \sum_{ct \in NCT} fwt_{j,ct}^1 + \sum_{ct \in NCT} fwt_{j,ct}^2, \quad j \in NEF \quad (28)$$

### 3.4.11 Balance de masa y energía en los mezcladores localizados en la entrada de cada torre de enfriamiento.

La corriente de agua en la entrada de las torres de enfriamiento es generada por los flujos de agua enviados desde la red de enfriadores y desde la salida de otras torres de enfriamiento ( $ftt_{ct_1,ct}$ ). Por lo tanto, en cada mezclador se produce el flujo  $Fw_{in,ct}$  y la temperatura  $Tw_{in,ct}$  a la entrada de cada torre de enfriamiento que puede ser obtenidas por,

$$Fw_{in,ct} = \sum_{j \in NEF} fwt_{j,ct}^1 + \sum_{\substack{ct_1 \in NCT \\ ct_1 \neq ct}} ftt_{ct_1,ct}, \quad ct \in NCT \quad (29)$$

$$Fw_{in,ct} Tw_{in,ct} = \sum_{j \in NEF} fwt_{j,ct}^1 Tw_h_j + \sum_{\substack{ct_1 \in NCT \\ ct_1 \neq ct}} ftt_{ct_1,ct} Tw_{out,ct_1}, \quad ct \in NCT \quad (30)$$

donde  $Tw_{out,ct}$  es la temperatura del agua de salida de cada torre de enfriamiento y  $ct_1$  es un alias para el índice  $ct$  utilizado para modelar la recirculación entre torres de enfriamiento.

### 3.4.12 Balance de masa y energía en los mezcladores localizados a la salida de cada torre de enfriamiento.

En cada torre de enfriamiento, la pérdida de agua se debe a la evaporación ( $fwe_{ct}$ ) y al arrastre ( $fd_{ct}$ ). La conservación de masa proporciona la siguiente relación para el flujo de agua evaporada,

$$fwe_{ct} = Fa_{ct} (w_{out,ct} - w_{in,ct}), \quad ct \in NCT \quad (31)$$

donde  $w_{in,ct}$  y  $w_{out,ct}$  son las fracciones de humedad en el aire de entrada y de salida de la torre de enfriamiento  $ct$ , respectivamente. El flujo de agua arrastrada puede ser expresado como (Kemmer, 1988),

$$fd_{ct} = 0.002 Fw_{in,ct}, \quad ct \in NCT \quad (32)$$

Por consecuencia, el flujo de agua a la salida ( $Fw_{out,ct}$ ) de la torre de enfriamiento  $ct$  es

dado por,

$$Fw_{out,ct} = Fw_{in,ct} - fwe_{ct} - fwd_{ct}, \quad ct \in NCT \quad (33)$$

Los balances de masa y de energía para los mezcladores en la salida de cada torre de enfriamiento son expresados como,

$$Fw_{dis,ct} = \sum_{j \in NEF} fwt_{j,ct}^2 + Fw_{out,ct}, \quad ct \in NCT \quad (34)$$

$$Fw_{dis,ct} Tw_{dis,ct} = \sum_{j \in NEF} fwt_{j,ct}^2 Twh_j + Fw_{out,ct} Tw_{out,ct}, \quad ct \in NCT \quad (35)$$

donde  $Fw_{dis,ct}$  y  $Tw_{dis,ct}$  son el flujo y la temperatura a la salida de las corrientes de salida de los mezcladores.

### 3.4.13 Flujos de agua purgada y de reposición.

Una porción del agua que circula a través del sistema de enfriamiento es removida de cada torre de enfriamiento para evitar el exceso de sólidos e impurezas en el agua, de tal forma que no se formen depósitos en las superficies dentro de los equipos de transferencia de calor. El flujo de agua purgada ( $fwb_{ct}$ ) en cada torre de enfriamiento puede ser expresada como (Serna-González y col., 2010),

$$fwb_{ct} = \frac{fwm_{ct}}{N_{CYCLES}} - fwd_{ct} \quad (36)$$

donde  $fwm_{ct}$  es el flujo de agua de reposición suministrado por cada torre de enfriamiento y  $N_{CYCLES}$  es el número de ciclos de concentración requerido para limitar la formación de incrustaciones en el equipo de enfriamiento.

El flujo total de agua purgada ( $Fwb$ ) para los sistemas de enfriamiento es la suma de los flujos de agua purgada en cada torre de enfriamiento,

$$Fwb = \sum_{ct \in NCT} fwb_{ct} \quad (37)$$

Debe notarse que las corrientes que salen de los mezcladores localizados en la salida de cada torre de enfriamiento son divididas y enviadas hacia los puntos de mezclado en la entrada de

la etapa  $k$  de la red de enfriadores ( $fwc_{ct,k}$ ), hacia el mezclador de agua purgada y/o hacia otra torre de enfriamiento ( $ftt_{ct,ct_1}$ ).

$$Fw_{dis,ct} = \sum_{\substack{ct_1 \in NCT \\ ct_1 \neq ct}} ftt_{ct,ct_1} + \sum_{k \in ST} fwc_{ct,k} + fwb_{ct}, \quad ct \in NCT \quad (38)$$

Para mantener el flujo total de agua de enfriamiento constante en el sistema de enfriamiento, es necesario agregar agua fresca para reemplazar la pérdida global de agua debido a la evaporación, arrastre y purga,

$$Fwm = \sum_{ct \in NCT} fwe_{ct} + \sum_{ct \in NCT} fwd_{nct} + \sum_{ct \in NCT} fwb_{ct} \quad (39)$$

donde  $Fwm$  es el consumo de agua fresca o agua de reposición en el sistema de enfriamiento.

La corriente del agua de reposición es segregada hacia los mezcladores localizados en la entrada de cada etapa de red de enfriadores,

$$Fwm = \sum_{k \in ST} fwm_k \quad (40)$$

#### 3.4.14 Restricciones de flujo en la red de torres de enfriamiento.

Para evitar problemas matemáticos, el reciclo en la misma torre de enfriamiento no es considerado. En ese sentido, la siguiente restricción es empleada,

$$ftt_{ct,ct_1} = 0, \quad ct, ct_1 \in NCT; ct = ct_1 \quad (41)$$

#### 3.4.15 Diseño de las torres de enfriamiento.

Las siguientes ecuaciones representan las restricciones termodinámicas y geométricas de las torres de enfriamiento necesarias para cumplir con los requerimientos en la red de enfriadores. Por lo tanto, la siguiente disyunción es usada para determinar la existencia de una torre de enfriamiento y aplicar las ecuaciones de diseño correspondientes,

$$\left[ \begin{array}{c} Z_{ct}^2 \\ \Psi_{ct} \leq \Psi_{ct}^{\max} \\ \Psi_{ct} \geq \Psi_{ct}^{\min} \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} -Z_{ct}^2 \\ \Psi_{ct} = 0 \end{array} \right], \quad ct \in NCT$$

donde  $Z_{ct}^2$  es una variable Booleana usada para determinar la existencia de las torres de enfriamiento,  $\Psi_{ct}^{\max}$  es un límite superior para las variables,  $\Psi_{ct}^{\min}$  es un límite inferior para las variables,  $\Psi_{ct}$  es cualquier variable de diseño de la torre de enfriamiento como el flujo de entrada, el flujo de aire seco, el número de Merkel, entre otros. Por ejemplo, cuando el flujo de entrada en la torre de enfriamiento es usado como una variable de diseño, la disyunción previa para cada torre de enfriamiento  $ct$  es reformulada como sigue:

$$Fw_{in,ct} - \Omega_{Fw_{in,ct}}^{\max} z_{ct}^2 \leq 0, \quad ct \in NCT \quad (42)$$

$$Fw_{in,ct} - \Omega_{Fw_{in,ct}}^{\min} z_{ct}^2 \geq 0, \quad ct \in NCT \quad (43)$$

donde  $\Omega_{Fw_{in,ct}}^{\max}$  y  $\Omega_{Fw_{in,ct}}^{\min}$  son el límite superior y el límite inferior para el flujo de entrada en cada torre de enfriamiento, respectivamente. Note que esta reformulación es aplicada a cada variable de diseño de cada torre de enfriamiento.

El diseño termo-hidráulico detallado de las torres de enfriamiento se basa en el método de Merkel (Merkel, 1926). El número de Merkel requerido en cada torre de enfriamiento,  $Me_{ct}$ , es calculado usando la técnica de integración de cuatro puntos de Chebyshev (Mohiudding y Kant, 1996),

$$Me_{ct} = 0.25CP_{cu} (Tw_{in,ct} - Tw_{out,ct}) \sum_{n=1}^4 1/\Delta h_{n,ct}; \quad ct \in NCT \quad (44)$$

donde  $n$  es el índice para el incremento de temperatura. Para cada incremento de temperatura, la diferencia de entalpía local ( $\Delta h_{n,ct}$ ) es calculada como,

$$\Delta h_{n,ct} = hsa_{n,ct} - ha_{n,ct}, \quad n = 1, \dots, 4; ct \in NCT \quad (45)$$

y las ecuaciones algebraicas para calcular la entalpía de la mezcla aire-vapor de agua ( $ha_{n,ct}$ ) y la temperatura del agua ( $Tw_{n,ct}$ ) correspondientes a cada punto de Chebyshev son dadas por las

siguientes relaciones:

$$ha_{n,ct} = ha_{in,ct} + \frac{CP_{cu} Fw_{av,ct}}{Fa_{ct}} (Tw_{n,ct} - Tw_{out,ct}), \quad n = 1, \dots, 4; ct \in NCT \quad (46)$$

$$Tw_{n,ct} = Tw_{out,ct} + TCH_n (Tw_{in,ct} - Tw_{out,ct}), \quad n = 1, \dots, 4; nct \in NCT \quad (47)$$

donde  $TCH_n$  es una constante que representa los puntos de Chebyshev ( $TCH_1=0.1$ ,  $TCH_2=0.4$ ,  $TCH_3=0.6$  y  $TCH_4=0.9$ ),  $ha_{in,ct}$  y  $Fa_{ct}$  son la entalpía y el flujo del aire de entrada en cada torre de enfriamiento, y  $Fw_{av,ct}$  es el valor promedio del flujo de agua en la zona del empaque. Por lo tanto,

$$Fw_{av,ct} = \frac{Fw_{in,ct} + Fw_{out,ct}}{2} \quad (47)$$

La transferencia de masa y energía característica para un tipo particular de empaque están dadas por la correlación desarrollada por Kloppers y Kröger (2005a) según el número de Merkel requerido:

$$Me_{ct} = c_{1,ct} \left( \frac{Fw_{av,ct}}{A_{fr,ct}} \right)^{c_{2,ct}} \left( \frac{Fa_{ct}}{A_{fr,ct}} \right)^{c_{3,ct}} (L_{fi,ct})^{1+c_{4,ct}} (Tw_{in,ct})^{c_{5,ct}}, \quad ct \in NCT \quad (49)$$

donde  $A_{fr,ct}$  es el área del empaque,  $L_{fi,ct}$  es la altura del empaque, y  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $c_4$  y  $c_5$  son las constantes que dependen del tipo de empaque usado.

Para calcular el número de Merkel disponible, se usa la siguiente disyunción a través de la variable Booleana  $Y_{ct}^e$ :

$$\left[ \begin{array}{c} Y_{ct}^1 \\ \text{(splash fill)} \\ c_{l,ct} = c_{l,ct}^1, \quad l = 1, \dots, 5 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y_{ct}^2 \\ \text{(trickle fill)} \\ c_{l,ct} = c_{l,ct}^2, \quad l = 1, \dots, 5 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y_{ct}^3 \\ \text{(film fill)} \\ c_{l,ct} = c_{l,ct}^3, \quad l = 1, \dots, 5 \end{array} \right], \quad ct \in NCT$$

Note que solamente si la torre de enfriamiento  $ct$  existe, sus variables de diseños son calculadas y solamente un tipo de empaque puede ser seleccionado. Por lo tanto, la suma de las variables binarias referidas a los diferentes tipos de empaque debe ser igual a la variable binaria

que determina la existencia de las torres de enfriamiento. Entonces, esta disyunción puede ser descrita con la reformulación convex-hull (Vecchiatti y col., 2003) por las siguientes ecuaciones algebraicas:

$$y_{ct}^1 + y_{ct}^2 + y_{ct}^3 = z_{ct}^2, \quad ct \in NCT \quad (50)$$

$$c_{l,ct} = c_{l,ct}^1 + c_{l,ct}^2 + c_{l,ct}^3, \quad l = 1, \dots, 5; ct \in NCT \quad (51)$$

$$c_{l,ct}^e = b_l^e y_{ct}^e, \quad e = 1, \dots, 3; l = 1, \dots, 5; ct \in NCT \quad (52)$$

Valores de los coeficientes  $b_l^e$  según los tipos empaques (*splash*, *trickle* y *film*) son dados en la **Tabla 3.1** (Kloppers y Kröger, 2005a). Para cada uno de estos tipos de empaque, la correlación del coeficiente de pérdidas puede ser expresada en la siguiente forma (Kloppers y Kröger, 2003):

$$K_{fi,ct} = \left[ d_{1,ct} \left( \frac{FW_{av,ct}}{A_{fr,ct}} \right)^{d_{2,ct}} \left( \frac{Fa_{ct}}{A_{fr,ct}} \right)^{d_{3,ct}} + d_{4,ct} \left( \frac{FW_{av,ct}}{A_{fr,ct}} \right)^{d_{5,ct}} \left( \frac{Fa_{ct}}{A_{fr,ct}} \right)^{d_{6,ct}} \right] L_{fi,ct}, \quad ct \in NCT \quad (53)$$

donde  $d_1, d_2, d_3, d_4, d_5$  y  $d_6$  son las contantes para calcular el coeficiente de pérdidas en las torres de enfriamiento ( $K_{fi,ct}$ ). La disyunción correspondiente para seleccionar las constantes anteriores dependiendo del tipo de empaque es expresada como:

$$\left[ \begin{array}{c} Y_{ct}^1 \\ \text{(splash fill)} \\ d_{m,ct} = d_{m,ct}^1, m = 1, \dots, 6 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y_{ct}^2 \\ \text{(trickle fill)} \\ d_{m,ct} = d_{m,ct}^2, m = 1, \dots, 6 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y_{ct}^3 \\ \text{(filmfill)} \\ d_{m,ct} = d_{m,ct}^3, m = 1, \dots, 6 \end{array} \right], \quad ct \in NCT$$

Por medio de la reformulación convex-hull (Vecchiatti y col., 2003), la disyunción previa es modelada a continuación:

$$d_{m,ct} = d_{m,ct}^1 + d_{m,ct}^2 + d_{m,ct}^3, \quad m = 1, \dots, 6; ct \in NCT \quad (54)$$

$$d_{m,ct}^e = c_m^e y_{ct}^e, \quad e = 1, \dots, 3; m = 1, \dots, 6; ct \in NCT \quad (55)$$

Valores de los coeficientes  $c_m^e$  para los tres tipos de empaque son presentados en la **Tabla**

3.2 (Kloppers y Kröger, 2003).

**Tabla 3.1.** Constantes para coeficientes de transferencia

$l$	$b_l^e$		
	$e=1$ (splash fill)	$e=2$ (trickle fill)	$e=3$ (film fill)
	0.249013	1.930306	1.019766
2	-0.464089	-0.568230	-0.432896
3	0.653578	0.641400	0.782744
4	0	-0.352377	-0.292870
5	0	-0.178670	0

**Tabla 3.2.** Constantes para el coeficiente de pérdidas

$m$	$c_m^e$		
	$e=1$ (splash fill)	$e=2$ (trickle fill)	$e=3$ (film fill)
1	3.179688	7.047319	3.897830
2	1.083916	0.812454	0.777271
3	-1.965418	-1.143846	-2.114727
4	0.639088	2.677231	15.327472
5	0.684936	0.294827	0.215975
6	0.642767	1.018498	0.079696

La presión total de la corriente de aire para cada torre de enfriamiento ( $\Delta P_{t,ct}$ ) es dada por (Serna-González y col., 2010),

$$\Delta P_{t,ct} = 0.8335 \frac{Fav_{av,ct}^2}{\rho_{av,ct} A_{fr,ct}^2} (K_{fi,ct} L_{fi,ct} + 6.5), \quad ct \in NCT \quad (56)$$

donde  $Fav_{av,ct}$  es el flujo aritmético promedio de la mezcla aire-vapor a través del empaque en cada torre de enfriamiento,

$$Fav_{av,ct} = \frac{Fav_{in,ct} + Fav_{out,ct}}{2}; \quad ct \in NCT \quad (57)$$

y  $\rho_{av,ct}$  es la densidad media aritmética del aire húmedo a través del empaque, la cual se calcula con la siguiente expresión:



$$\rho_{av,ct} = 1 / \left( 1 / \rho_{in,ct} + 1 / \rho_{out,ct} \right), \quad ct \in NCT \quad (58)$$

donde  $\rho_{in,ct}$  y  $\rho_{out,ct}$  son las densidades de entrada y de salida del aire, las cuales son estimadas con la ecuación E.7 del **Apéndice E**. El flujo de la mezcla aire-vapor a la entrada ( $Fav_{in,ct}$ ) y salida ( $Fav_{out,ct}$ ) del empaque son calculados como:

$$Fav_{in,ct} = Fa_{ct} + w_{in,ct} Fa_{ct}, \quad ct \in NCT \quad (59)$$

$$Fav_{out,ct} = Fa_{ct} + w_{out,ct} Fa_{ct}, \quad nct \in NCT \quad (60)$$

La potencia requerida en el ventilador de cada torre de enfriamiento ( $PC_{f,ct}$ ) es dada por:

$$PC_{f,ct} = \frac{Fav_{in,ct} \Delta P_{t,ct}}{\rho_{in,ct} \eta_{f,ct}}; \quad ct \in NCT \quad (61)$$

donde  $\eta_{f,ct}$  es la eficiencia del ventilador.

El consumo de potencia por la bomba de agua en cada torre de enfriamiento ( $PC_{p,ct}$ ) puede ser expresada como (Leeper, 1981):

$$PC_{p,ct} = \left( \frac{g}{gc} \right) \left[ \frac{Fw_{dis,ct} (L_{fi,ct} + 3.048)}{\eta_p} \right] \quad (62)$$

donde  $\eta_p$  es la eficiencia de la bomba.

### 3.4.16 Restricciones de factibilidad.

La temperatura del agua de entrada de cada torre de enfriamiento debe ser menor que la mayor temperatura inicial de las corrientes de proceso en la red de enfriadores.

$$Tw_{out,ct} \geq TWB_{in,ct} + 2.8, \quad ct \in NCT \quad (63)$$

Adicionalmente, para evitar el ensuciamiento, la corrosión y el incrustamiento, la temperatura del agua de entrada en cada torre de enfriamiento no debe ser mayor que 50°C (Serna-González y col., 2010). Esta restricción puede ser expresada como,

$$T_{W_{in,ct}} \leq 50^{\circ} C, \quad ct \in NTC \quad (64)$$

El conjunto final de las restricciones de factibilidad para las temperaturas surgen del hecho de que la corriente de agua debe ser enfriada y la corriente de aire calentado en las torres de enfriamiento,

$$T_{W_{in,ct}} > T_{W_{out,ct}}, \quad ct \in NTC \quad (65)$$

$$T_{A_{out,ct}} > T_{A_{in,ct}}, \quad ct \in NTC \quad (66)$$

La fuerza motriz local ( $hsa_{ct}-ha_{ct}$ ) debe satisfacer la siguiente condición en cualquier punto en las torre de enfriamiento  $ct$  (Serna-González y col., 2010),

$$hsa_{n,ct} - ha_{n,ct} > 0 \quad n = 1, \dots, 4; ct \in NTC \quad (67)$$

Las cargas de agua y aire máxima y mínima en las torres de enfriamiento son determinadas por el intervalo de aplicación de las correlaciones usadas para el cálculo de los coeficientes de pérdida y de transferencia de masa según el tipo de empaque. Las restricciones son (Kloppers y Kröger, 2003, 2005a):

$$2.90 \leq \frac{F_{W_{av,ct}}}{A_{fr,ct}} \leq 5.96, \quad ct \in NTC \quad (68)$$

$$1.20 \leq \frac{F_{a_{ct}}}{A_{fr,ct}} \leq 4.25, \quad ct \in NTC \quad (69)$$

Aunque una torre de enfriamiento puede ser diseñada para operar a cualquier relación  $F_{W_{av,ct}}/F_{a_{ct}}$  factible, Singham (1983) sugiere los siguientes límites:

$$0.5 \leq \frac{F_{W_{av,ct}}}{F_{a_{ct}}} \leq 2.5, \quad nct \in NTC \quad (70)$$

Los flujos de las corrientes de agua caliente que salen de los divisores previos a las torres de enfriamiento tienen los siguientes límites:

$$0 \leq fwt_{j,ct}^1 \leq Fwh_j, \quad j \in NEF; ct \in NCT \quad (71)$$

$$0 \leq fwt_{j,ct}^2 \leq Fwh_j \quad j \in NEF \quad (72)$$

### 3.4.17 Función objetivo.

La función objetivo es minimizar el costo total anual del sistema de enfriamiento (*TACS*) que consiste en el costo total anual de la red de enfriadores (*TACNC*), el costo total anual de la red de torres de enfriamiento (*TACTC*) y el costo de bombeo (*PWC*):

$$TACS = TACNC + TACTC + PWC \quad (73)$$

#### 3.4.17.1 Costo de potencia de las bombas que hacen circular el agua.

El costo de electricidad demandado por las bombas de agua en el sistema de enfriamiento es generado por el consumo de potencia en las bombas localizadas a la salida de cada torre de enfriamiento,

$$PWC = H_Y ce \sum_{ct \in NCT} PC_{p,ct} \quad (74)$$

donde  $H_Y$  son las horas anuales de operación y  $ce$  es el costo unitario de electricidad.

#### 3.4.17.2 Costo total anual de la red enfriadores.

El costo total anual de la red de enfriadores está formado por el costo de capital anualizado de los enfriadores (*CAPCNC*) y el costo del agua de reposición (*OPCNC*),

$$TACNC = CAPCNC + OPCNC \quad (75)$$

donde el costo de capital de la red de enfriadores es obtenido con la siguiente expresión,

$$CAPCNC = K_F \left[ \sum_{i \in HP} \sum_{k \in ST} CFHE_i z_{i,k} + \sum_{i \in HP} \sum_{k \in ST} CAHE_i A_{i,k}^\beta \right] \quad (76)$$

aquí  $CFHE_i$  es el costo fijo del enfriador  $i$ ,  $CAHE_i$  es el coeficiente de costo para el área del enfriador  $i$ ,  $K_F$  es el factor de carga fija que anualiza la inversión,  $\beta$  es un exponente para la función del costo de capital y que atiende las economías de escalas. El área de cada encuentro es calculada como,

$$A_{i,k} = q_{i,k} / (U_i \Delta TML_{i,k} + \delta) \quad (77)$$

$$U_i = 1 / (1/h_i + 1/h_{cu}) \quad (78)$$

donde  $U_i$  es coeficiente global de transferencia de calor,  $h_i$  y  $h_{cu}$  son los coeficientes de transferencia de película para las corrientes de proceso y el agua de enfriamiento, respectivamente,  $\Delta TML_{i,k}$  es la diferencia media logarítmica de cada encuentro y  $\delta$  es un parámetro pequeño (i.e.,  $1 \times 10^{-6}$ ) utilizado para evitar divisiones por cero. La aproximación de Chen (1987) es utilizada para estimar la diferencia de temperatura media logarítmica de cada encuentro es:

$$\Delta TML_{i,k} = \left[ (dtcal_{i,k})(dtfri_{i,k}) \left( (dtcal_{i,k} + dtfri_{i,k}) / 2 \right) \right]^{1/3} \quad (79)$$

El costo operacional de la red de enfriadores es generado por el agua de reposición utilizado para reemplazar las pérdidas globales de agua en la red de torres de enfriamiento,

$$OPCNC = cwH_y Fwm \quad (80)$$

donde  $cw$  es el costo unitario del agua de enfriamiento.

### 3.4.17.3 Costo total anual de la red de torres de enfriamiento.

El costo total anual para la red de torres de enfriamiento involucra el costo de inversión de las torres de enfriamiento ( $CAPTNC$ ) así como el costo de operación de los ventiladores ( $OPTNC$ ). El costo de inversión de las torres de enfriamiento es representado por la siguiente expresión no lineal (Kintner-Meyer y Emery, 1995):

$$CAPTNC = K_F \sum_{ct \in NCT} \left[ C_{CTF} z_{ct}^2 + CCTV_{ct} A_{fr,ct} L_{fi,ct} + C_{CTMA} Fa_{ct} \right] \quad (81)$$

donde  $C_{CTF}$  es el costo fijo asociado a las torres de enfriamiento,  $CCTV_{ct}$  es el incremento del costo de inversión debido al volumen del empaque, y  $C_{CTMA}$  es el incremento del costo de capital debido al flujo másico de aire. Los coeficientes de costo  $CCTV_{ct}$  dependen del tipo de empaque. Para implementar la selección discreta de los coeficientes de costo dependiendo del tipo de empaque, la variable Booleana  $Y_{ct}^e$  es usada como parte de la siguiente disyunción;

$$\left[ \begin{array}{c} Y_{ct}^1 \\ \text{(splash fill)} \\ CCTV_{ct} = CCTV_{ct}^1 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y_{ct}^2 \\ \text{(trickle fill)} \\ CCTV_{ct} = CCTV_{ct}^2 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y_{ct}^3 \\ \text{(film fill)} \\ CCTV_{ct} = CCTV_{ct}^3 \end{array} \right], ct \in NCT$$

Está disyunción es algebraicamente reformulada como (Vecchiotti y col., 2003):

$$CCTV_{ct} = CCTV_{ct}^1 + CCTV_{ct}^2 + CCTV_{ct}^3, ct \in NCT \quad (82)$$

$$CCTV_{ct}^e = a^e y_{ct}^e, e = 1, \dots, 3, ct \in NCT \quad (83)$$

donde los parámetros  $a^e$  son mostrados en la **Tabla 3.3** (Kloppers y Kröger, 2005a) para empaques tipo *splash*, *trickle* y *film*.

**Tabla 3.3.** Coeficientes de costo  $C_{CTV}^e$  para cada tipo de empaque

	$e=1$	$e=2$	$e=3$
$a^e$	(splash fill)	(trickle fill)	(film fill)
	2,006.6	1,812.25	1,606.15

Note que el costo de inversión propiamente refleja la influencia del tipo de empaque, el flujo de aire y aspectos geométricos básicos tales como el área y la altura del empaque de cada torre de enfriamiento. El costo de electricidad necesaria para operar los ventiladores es calculado utilizando la siguiente expresión:

$$OPTNC = H_y c_e \sum_{ct \in NCT} PC_{f,ct} \quad (84)$$

### 3.4.18 Propiedades físicas.

Las propiedades físicas que aparecen en el modelo propuesto son mostradas en esta sección. Las correlaciones son presentadas en el **Apéndice E**, las cuales deben de ser aplicadas si la torre de enfriamiento existe en la solución:

$$ha_{in,ct} = f(TWB_{in,ct}), ct \in NCT \quad (85)$$

$$hsa_{i,ct} = f(Tw_{i,ct}) \quad i = 1, \dots, 4; ct \in NCT \quad (86)$$

$$w_{in,ct} = f(TWB_{in,ct}, TA_{in,ct}, P_{t,ct}, PV_{WB,in,ct}), \quad ct \in NCT \quad (87)$$

$$w_{out,ct} = f(P_{t,ct}, PV_{out,ct}), \quad ct \in NCT \quad (88)$$

$$PV_{WB,in,ct} = f(TWB_{in,ct}), \quad ct \in NCT \quad (89)$$

$$TA_{out,ct} = f(hsa_{out,ct}), \quad ct \in NCT \quad (90)$$

$$PV_{out,ct} = f(TA_{out,ct}), \quad ct \in NCT \quad (91)$$

$$\rho_{in,ct} = f(P_{t,ct}, TA_{in,ct}, w_{in,ct}), \quad ct \in NCT \quad (92)$$

$$\rho_{out,ct} = f(P_{t,ct}, TA_{out,ct}, w_{out,ct}), \quad ct \in NCT \quad (93)$$

Es importante rescatar que este modelo explícitamente toma en cuenta las interacciones de la red de enfriadores y la red de torres de enfriamiento (los dos principales componentes del sistema). Además, el modelo puede proporcionar el arreglo tradicional de sistemas de enfriamiento que solamente requiere de una torre de enfriamiento siempre y cuando esta represente la configuración óptima. El modelo MINLP propuesto fue codificado en el programa de modelación GAMS (Brooke y col., 2011), y el algoritmo de la aproximación exterior y la función de penalización aumentada (implementado en el resolvidor DICOPT) (Viswanathan y Grossmann, 1990) fue usado para resolver los casos de estudio.

### 3.5 RESULTADOS.

Tres ejemplos son empleados para mostrar la aplicación del modelo propuesto. Los ejemplos 1 y 2 incluyen cinco corrientes calientes de proceso y el tercero consiste en 6 corrientes calientes de proceso y los datos son presentados en la **Tabla 3.4**. Además, los valores para los parámetros  $ce$ ,  $H_Y$ ,  $K_F$ ,  $N_{CYCLES}$ ,  $\eta_f$ ,  $\eta_p$ ,  $P_t$ ,  $C_{CTF}$ ,  $C_{CTMA}$ ,  $CU_w$ ,  $CP_{cu}$ ,  $\beta$ ,  $CFHE$ ,  $CAHE$ ,  $TA_{in,ct}$ , y  $TWB_{in,ct}$  son 0.076 US\$/kWh, 8000 hr/año, 0.2983 año<sup>-1</sup>, 4, 0.75, 0.6, 101325 Pa, 31185 US\$, 1097.5 US\$/(kg aire/s),  $5.75 \times 10^{-5}$  US\$/kg-agua, 4.193 kJ/kg°C, 0.80, 100 US\$, 700 US\$/m<sup>2</sup>, 22 °C y 12 °C, respectivamente. Para todos los ejemplos, el agua fresca disponible esta a 20°C y cuatro torres de enfriamiento fueron empleadas en la superestructura del sistema de enfriamiento.

Además, cada ejemplo fue resuelto con la superestructura propuesta y fijando el arreglo tradicional en el modelo propuesto para establecer una comparación entre estas estrategias. Para obtener la última configuración, el modelo fue restringido a usar sólo una torre de enfriamiento y una sola etapa en la red de enfriadores, lo cual necesariamente genera un arreglo en paralelo de los intercambiadores de calor en la red de enfriadores. En ese sentido, en este caso el flujo del agua de enfriamiento desde la red de torres de enfriamiento solamente puede ser enviado hacia la primera etapa de la red de enfriadores.

**Tabla 3.4.** Datos para los Ejemplos

<b>Ejemplo 1</b>					
Corrientes	THIN (°C)	THOUT (°C)	FCP (kW/°C)	Q (kW)	h (kW/m <sup>2</sup> °C)
1	80	45	100	3500	1.1
2	70	38	40	1280	1.125
3	60	32	60	1680	0.95
4	50	27	80	1840	0.875
5	40	23	30	510	0.95
<b>Ejemplo 2</b>					
Corrientes	THIN (°C)	THOUT (°C)	FCP (kW/°C)	Q (kW)	h (kW/m <sup>2</sup> °C)
1	80	60	500	10000	1.089
2	75	28	100	4700	0.845
3	120	40	450	36000	0.903
4	90	45	300	13500	1.025
5	110	40	250	17500	0.75
<b>Ejemplo 3</b>					
Corrientes	THIN (°C)	THOUT (°C)	FCP (kW/°C)	Q (kW)	h (kW/m <sup>2</sup> °C)
1	45	22	152	3500	1.1
2	66	20	543	25000	1.125
3	45	33	4167	50000	0.95
4	50	38	4750	57000	0.875
5	98	55	1395	60000	0.95
6	65	45	850	17000	1.25

**Ejemplo 1.** La configuración óptima para este ejemplo es mostrado en la **Figura 3.2**, la cual consiste en el arreglo tradicional debido a que los enfriadores están distribuidos en un arreglo en paralelo, solamente una torre de enfriamiento es usada, las corrientes calientes de agua

enviadas a la torre de enfriamiento son tratadas y el agua fría a la salida de ésta es enviada a la primera etapa de la red de enfriadores donde es mezclada con agua fresca. Además, el costo total anual de esta configuración es dada en la **Tabla 3.5**, en la cual los costos de la red de enfriadores de la red de torres de enfriamiento y de bombeo representan el 35%, 63% y 2% del costo total anual, respectivamente. Este ejemplo permite identificar que el modelo de la superestructura propuesta es capaz de producir el arreglo tradicional cuando éste representa la configuración óptima.

**Ejemplo 2.** Cuando este ejemplo es resuelto con el arreglo tradicional para sistemas de enfriamiento con agua, la configuración óptima obtenida es presentada en la **Figura 3.3**. Por otra parte, la configuración óptima obtenida a través de la superestructura propuesta para este ejemplo es dada en la **Figura 3.4**. Nótese que en la **Figura 3.4** hay cinco intercambiadores en la red de enfriamiento, los cuales están distribuidos en serie y paralelo porque los enfriadores 1 y 2 están instalados en paralelo mientras que el enfriador 3 está conectado en serie con los enfriadores 4 y 5; y las unidades 5 y 4 están distribuidos en paralelo entre ellos. Además, intercambiadores en tres etapas fueron seleccionados de donde surgen tres corrientes de agua caliente que son enviadas a la red de torres de enfriamiento; una desde los enfriadores 1 y 2 (donde son procesadas térmicamente las corrientes de procesos 2 y 5), otra desde el enfriador 4 (donde es procesada térmicamente la corriente de proceso 1) y otra desde el enfriador 5 (donde es procesada térmicamente la corriente de proceso 3). Estas corrientes de agua caliente son distribuidas en dos torres de enfriamiento; por ejemplo, la corriente de agua caliente proveniente del enfriador 5 es enviada directamente a la torre de enfriamiento 2 y las corrientes de salida de los enfriadores 1, 2 y 4 son divididas y segregadas hacia ambas torres de enfriamiento. Por lo tanto, ambas torres de enfriamiento están arregladas en paralelo y las temperaturas del agua de entrada son las mismas (50°C) y corresponde al máximo valor permitido, lo que genera la máxima fuerza motriz para el intercambio entre el agua caliente y el aire seco ayudando a reducir el costo de la torre de enfriamiento. Debe notarse que las variables restantes como el flujo de aire, área y altura del empaque, agua evaporada, agua purgada, agua arrastrada, temperatura del agua de salida, entre otras, son diferentes en cada torre de enfriamiento (cada una de estas variables es más grande en la torre de enfriamiento 2 que en la torre de enfriamiento 1). Por ejemplo, la temperatura del agua de salida en la torre de enfriamiento 1 es igual a 23.723°C mientras que en la torre de enfriamiento 2 esta temperatura es 30.598°C; por lo tanto, esto significa que hay diferentes tipos



de agua fría que pueden ser distribuidas en la red de enfriadores para tratar térmicamente las corrientes calientes de proceso más eficiente (económica y térmicamente) respecto al caso cuando sólo hay un tipo de agua de enfriamiento. En torno al caso de múltiples torres de enfriamiento, note que en la **Figura 3.4** el agua enfriada es enviada a múltiples etapas de la red de enfriadores desde las torres de enfriamiento 1 y 2; ya que el agua de salida de la torre de enfriamiento 1 mezclada con agua fresca en la primera etapa de la red de enfriadores es usada para enfriar las corrientes calientes de proceso 2 y 5 en los enfriadores 1 y 2, respectivamente. Mientras que el agua de salida de la torre de enfriamiento 2 es enviada directamente a la segunda etapa de la red de enfriadores (compuesta por el enfriador 3) para enfriar la corriente calientes de proceso 4, y luego esta corriente es enviada a la tercera etapa (compuesta por los enfriadores 4 y 5) para enfriar las corrientes de proceso 1 y 3. Por lo tanto, el agua enfriada en la torre de enfriamiento solamente es usada para tratar térmicamente las corrientes calientes de proceso 2 y 5 y el agua enfriada en la torre de enfriamiento 2 es usada para enfriar las corrientes calientes de proceso 1, 3 y 4; sin embargo, la corriente de agua caliente de los enfriadores 1 y 2 es dividida y segregada hacia ambas torres de enfriamiento al igual que la corriente de agua caliente del enfriador 4; y esto genera una relación óptima entre la red de enfriadores y la red de torres de enfriamiento para obtener un sistema de enfriamiento integrado. Finalmente, tomando en cuenta las opciones de múltiples torres de enfriamiento, dividir las corrientes de agua caliente en la red de torres de enfriamiento y distribuir las corrientes del agua de salida de las torres de enfriamiento en todas las etapas de la red de enfriadores permite un ahorro de US\$ 360,627 respecto al arreglo tradicional simplificado debido a una reducción del 48.4% en el costo de la red de torres de enfriamiento y 0.7% en el consumo de potencia de los dispositivos de bombeo. Sin embargo, la red de enfriadores es 11.2% más costoso que ésta en la configuración del arreglo tradicional. Note que el aspecto más importante en los ahorros anteriores está relacionado con el costo de operación en la red de torres de enfriamiento, ya que con el arreglo tradicional el consumo de potencia del ventilador es 359.058 kW, el cual es 56% mayor que éste en la **Figura 3.4**. Aquí debe de notarse que el consumo de potencia del ventilador depende de la relación entre la caída de presión en la región del empaque, misma que es generada por el flujo de aire, área del empaque, altura del empaque y la humedad del aire de salida; cuyos valores son más grandes en la **Figura 3.3** que en la **Figura 3.4**. Los resultados comentados anteriormente son presentados en la **Tabla 3.5**.

**Ejemplo 3.** Para este ejemplo, las configuraciones óptimas para el arreglo tradicional y la superestructura propuesta son mostradas en las **Figuras 3.5** and **3.6**, respectivamente. Nótese que en la **Figura 3.6** el flujo total de agua de enfriamiento usada en la red de enfriadores es enviada directamente hacia la torre de enfriamiento 2 para su tratamiento térmico, donde el agua caliente es enfriada desde  $42.956^{\circ}\text{C}$  hasta  $28.274^{\circ}\text{C}$ ; el flujo de salida es segregado hacia la torre de enfriamiento 1 y hacia los enfriadores 3, 4, 5 y 6 (de la red de enfriadores) para enfriar a las corrientes calientes de proceso 3, 4, 5 y 6. Debido a que las temperaturas de salida de las corrientes calientes de proceso 1 y 2 son muy bajas, entonces una pequeña porción del agua de salida de la torre de enfriamiento 2 es enviada a la torre de enfriamiento 1 para un mayor enfriamiento desde  $28.274^{\circ}\text{C}$  hasta  $15^{\circ}\text{C}$  y poder usarse en los enfriadores 1 y 2. Obsérvese que las opciones de tener múltiples torres de enfriamiento y enviar agua fría hacia múltiples etapas de la red de enfriadores permiten tener diferentes tipos de agua de enfriamiento provenientes desde diferentes torres de enfriamiento, y estas corrientes pueden usarse para enfriar corrientes calientes de proceso específicas así como optimizar el rendimiento de la red de torres de enfriamiento, porque en el caso del arreglo tradicional (ver **Figura 3.5**) la única torre de enfriamiento debe suministrar agua de enfriamiento a la máxima temperatura requerida por la corriente de proceso más fría (por Ejemplo  $14.8^{\circ}\text{C}$  en la **Figura 3.5**), proporcionando al mismo tiempo esta agua de enfriamiento a otras corrientes calientes de proceso que pueden usar agua de enfriamiento a mayor temperatura. Lo anterior representa un ahorro del 79% en la red de torres de enfriamiento a partir de la superestructura propuesta (**Figura 3.6**) respecto al esquema de una sola torre (**Figura 3.5**). Además, el costo de bombeo para el arreglo tradicional es 37% más costoso que el correspondiente en la configuración obtenida con la superestructura propuesta, y aún cuando la red de enfriadores de la **Figura 3.6** es 38% más costosa que ésta en la **Figura 3.5**, el costo total anual de la solución con la superestructura propuesta es representa un ahorro del 66%.

Finalmente, en los casos analizados, el arreglo tradicional siempre proporciona redes de enfriadores más económicas que con la superestructura propuesta, debido a que en el primer caso el flujo total del agua de enfriamiento esta a la temperatura de salida más baja de las corrientes calientes de proceso, lo cual permite mayores fuerzas motrices en los enfriadores y por lo tanto una menor área de intercambio de calor. Sin embargo, el costo mínimo de los sistemas de enfriamiento depende de la relación óptima entre los principales componentes (red de enfriadores, red de torres de enfriamiento y dispositivos de bombeo), y sus interacciones permiten

que la superestructura propuesta proporcione mejores resultados económicos que con el arreglo tradicional.

**Tabla 3.5.** Resultados para los Ejemplos

	Ejemplo 1	Ejemplo 2		Ejemplo 3	
	Superestructura propuesta	Arreglo tradicional	Superestructura propuesta	Arreglo tradicional	Superestructura propuesta
<i>TACS</i> (US\$/año)	208,389.4	1,134,586.0	773,959.3	9,268,981.1	2,940,433.4
<i>TACNC</i> (US\$/ año)	72,746.5	279,020.3	314,365.8	759,956.4	1,225,943.7
<i>TACTC</i> (US\$/ año)	131,506.2	817,919.4	422,225.0	8,284,791.2	1,611,867.7
<i>CAPCNC</i> (US\$/ año)	65,886.4	215,830.6	251,306.7	588,101.8	1,060,943.3
<i>CAPTNC</i> (US\$/ año)	76,195.2	598,248.9	326,093.1	3,734,926.7	1,098,645.1
<i>OPCNC</i> (US\$/ año)	6,860.1	63,189.7	63,059.1	171,854.6	165,000.4
<i>OPTNC</i> (US\$/ año)	55,311.0	219,670.5	96,131.9	4,549,864.5	513,222.6
<i>PWC</i> (US\$/ año)	4,136.7	37,646.4	37,368.6	224,233.5	102,622.0
Flujo de agua fresca (kg/s)	4.1	38.2	37.7	103.8	99.7
Variables binarias	9	9	33	10	44
Variables continuas	384	384	543	477	641
Restricciones	483	483	722	620	835
Tiempo computacional (s)	8	9	21	10	23

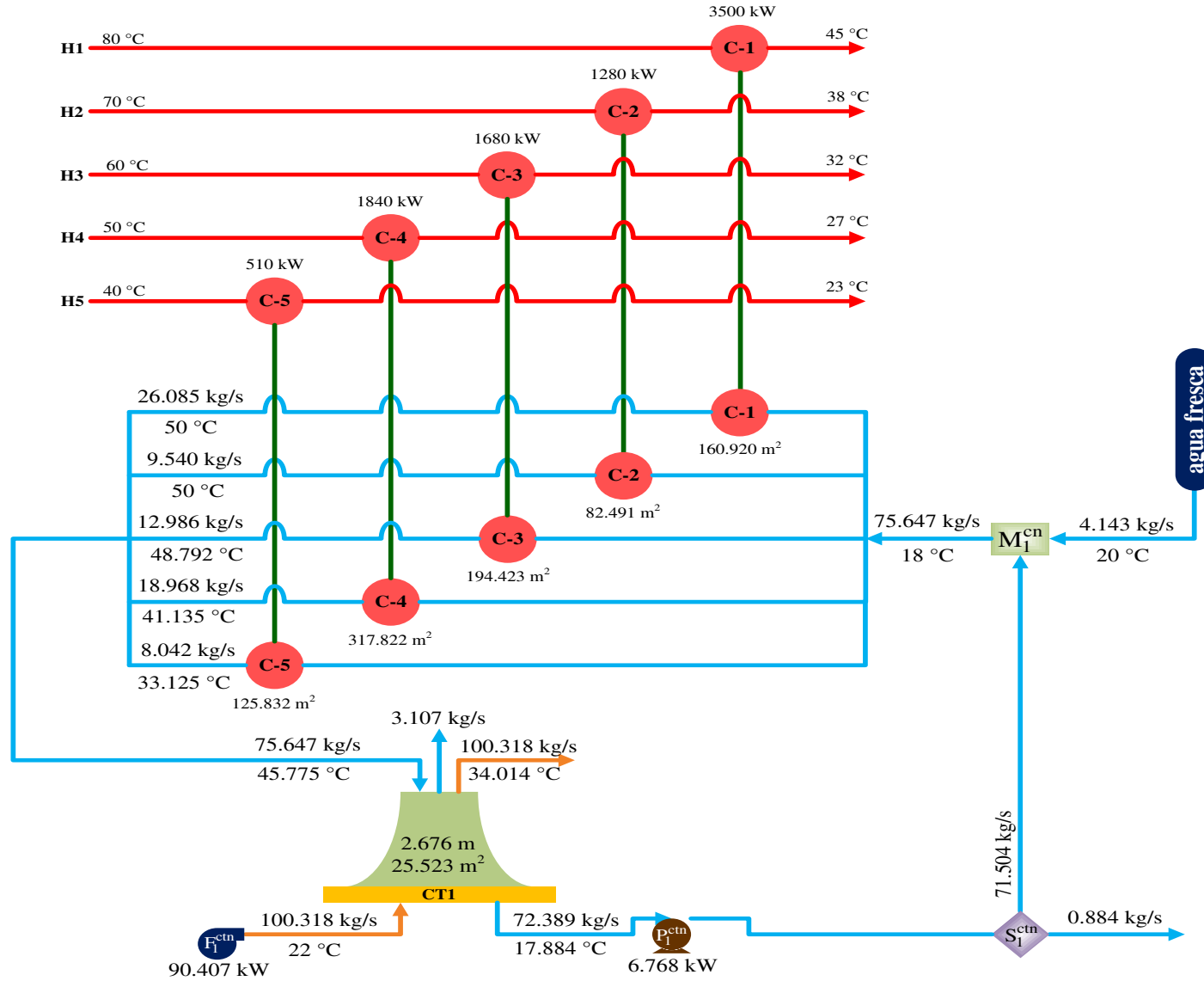


Figure 3.2. Configuración óptima para el Ejemplo 1 con la superestructura propuesta

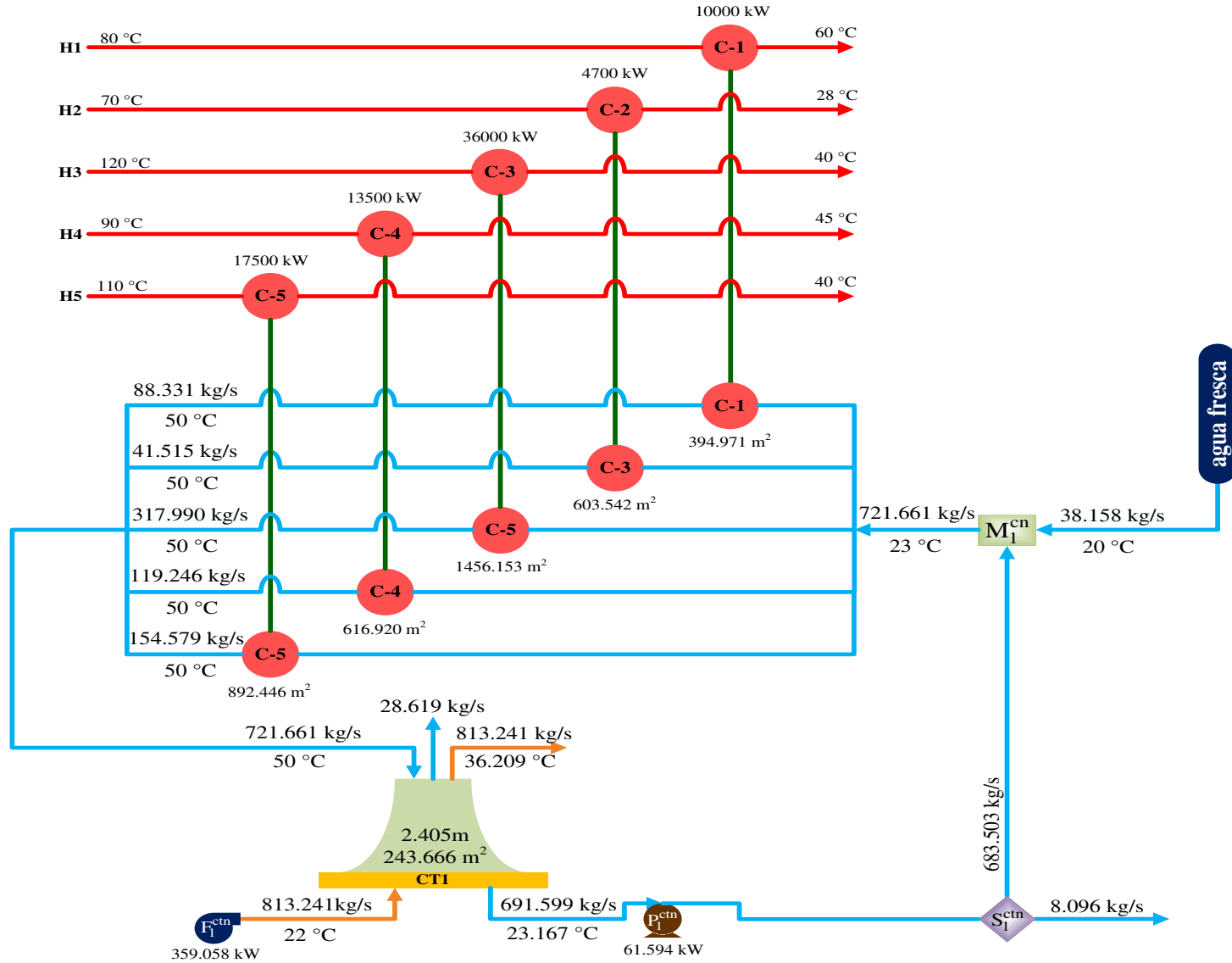


Figura 3.3. Configuración óptima para el Ejemplo 2 con el arreglo tradicional

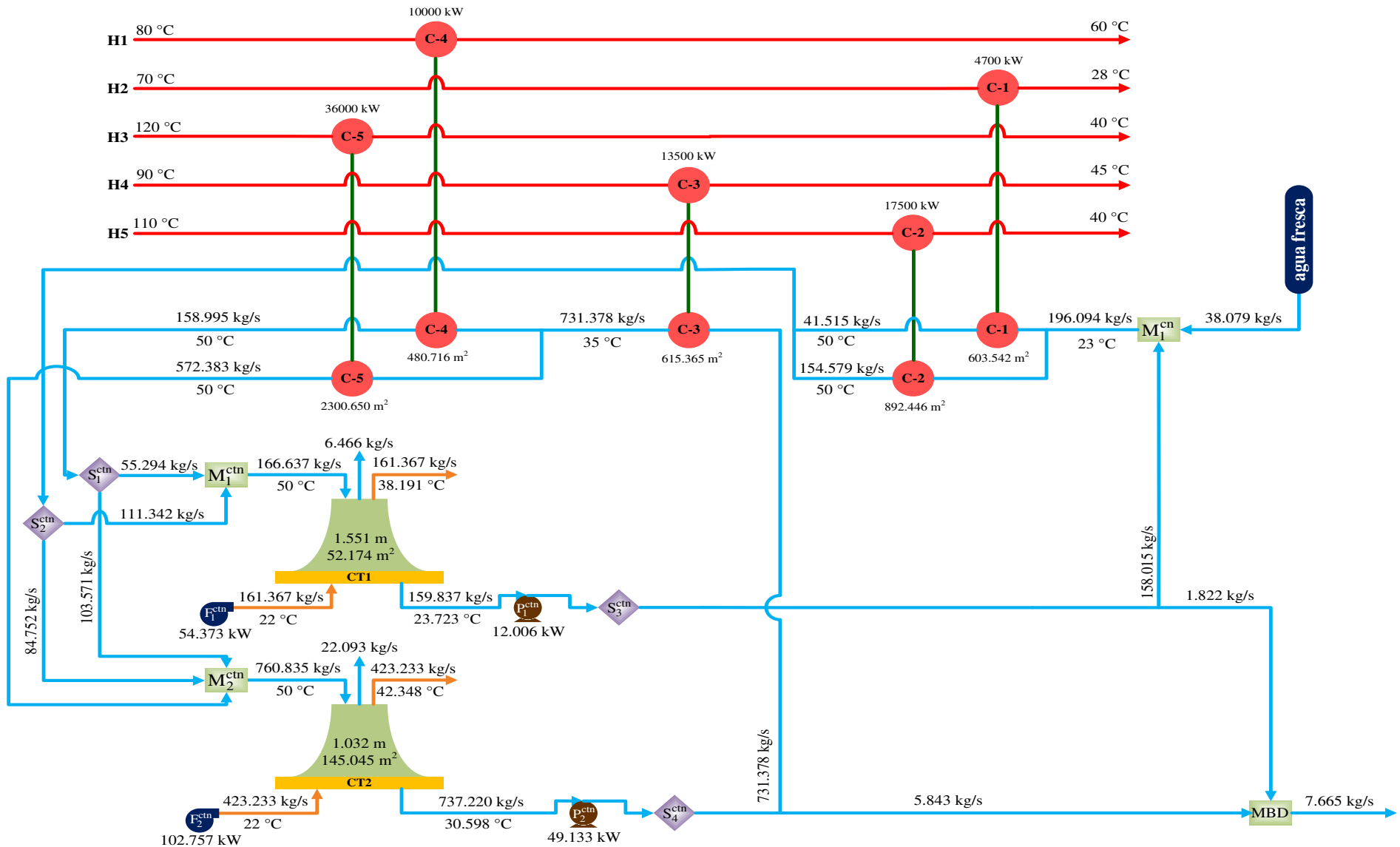


Figura 3.4. Configuración óptima para el Ejemplo 2 con la superestructura propuesta

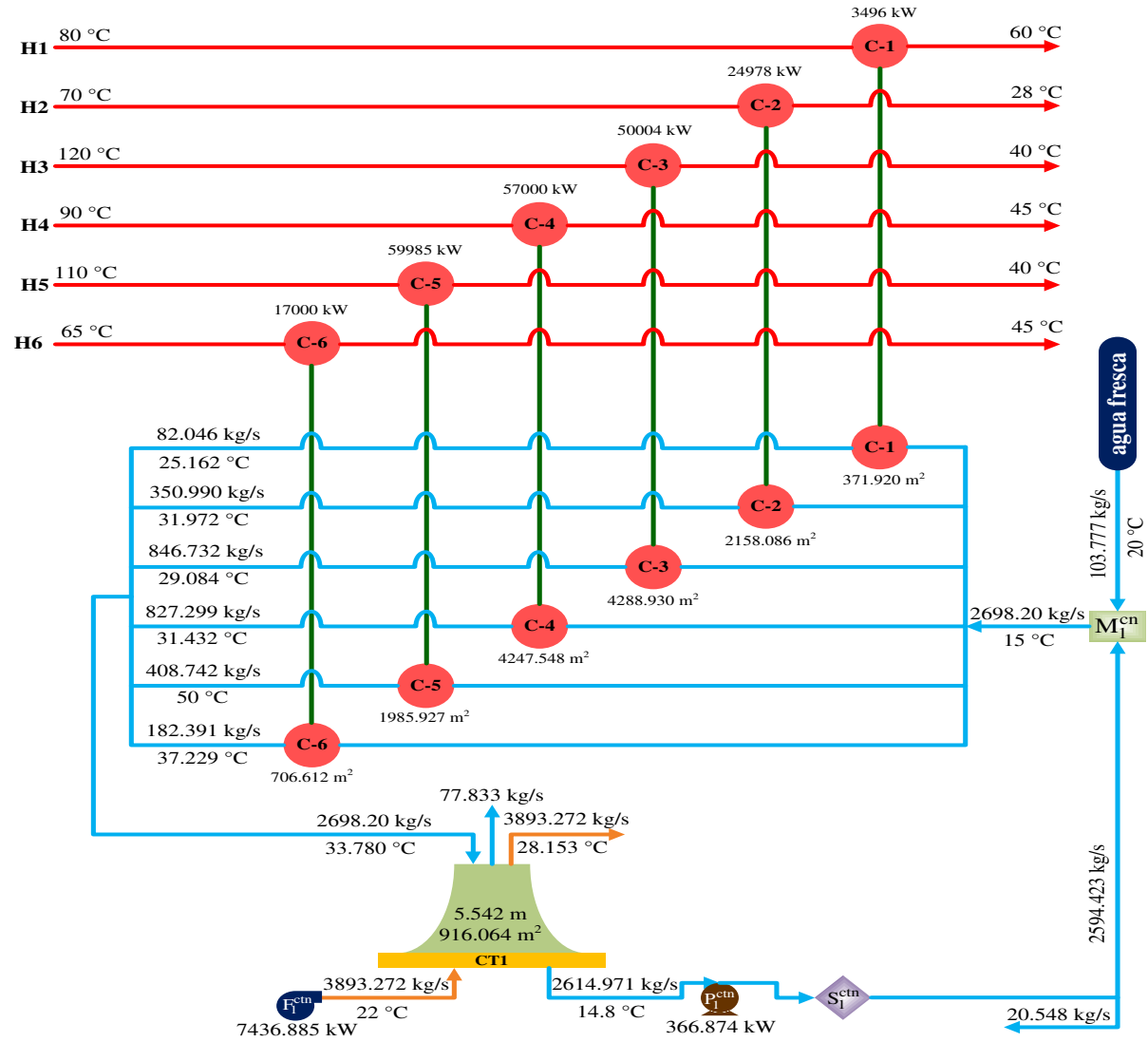


Figura 3.5. Configuración óptima para el Ejemplo 3 con el arreglo tradicional

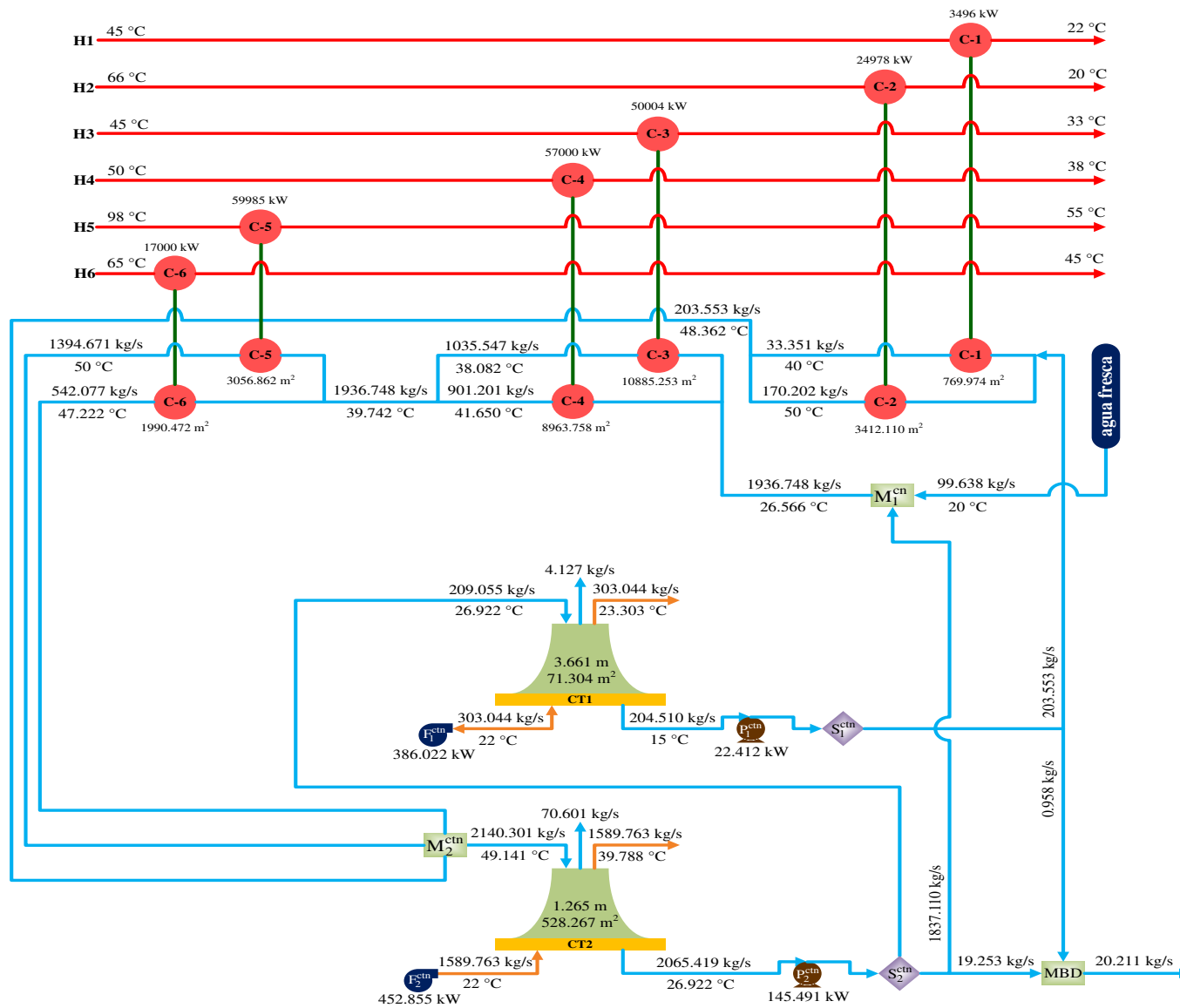


Figura 3.6. Configuración óptima para el Ejemplo 3 con la superestructura propuesta



### 3.6 CONCLUSIONES.

Una nueva formulación MINLP para el diseño óptimo de sistemas de enfriamiento es propuesta. EL modelo propuesto está basado en una superestructura que toma en cuenta las interacciones entre los componentes del sistema de enfriamiento. En esta superestructura, múltiples etapas en la red de enfriadores son consideradas para seleccionar la configuración óptima de los enfriadores con arreglos en paralelo o en serie o combinación entre estos. Además, las corrientes de agua caliente provenientes de la última etapa de la red de enfriadores al igual que los flujos de agua segregada en cada etapa de la red de enfriadores son divididas y enviadas hacia la red de torres de enfriamiento, donde múltiples torres de enfriamiento puede ser usadas para tratar térmicamente las corrientes calientes de agua a través de un sistema de enfriamiento distribuido, ya que tales corrientes de agua son divididas y enviadas hacia la entrada y hacia la salida de las torres de enfriamiento consideradas, en tanto que, las corrientes de salida de cada torre de enfriamiento es segregada hacia las demás torres de enfriamiento y/o hacia todas las etapas de la red de enfriadores. Además, agua de reposición puede ser alimentada a todas las etapas de la red de enfriadores. La función objetivo consiste en la minimización del costo total anual del sistema de enfriamiento, el cual se compone por el costo de capital y de operación tanto de la red de enfriadores como de la red de torres de enfriamiento y los dispositivos de bombeo. Estas características no consideradas en formulaciones previas permiten obtener soluciones más económicas respecto a los esquemas tradicionales, y también esta nueva reformulación permite la reducción en el agua de reposición, situación muy importante debido a la escasez de agua en muchas regiones del mundo.

### NOMENCLATURA.

$A$	área de transferencia de energía, $m^2$
$b_i^e$	coeficientes de la correlación para calcular el $Me$
$CAHE$	coeficiente de costo de área, $US\$/m^2$
$ce$	costo unitario de electricidad, $US\$/kgWatts$ , $US\$/Joules$
$CFHE$	costo fijo de los enfriadores, $US\$/año$

$CAPCNC$	costo de capital de la red de enfriadores, US\$/año
$CAPTNC$	costo de capital de la red de torres de enfriadores, US\$/año
$CCTF$	costo inicial de las torres de enfriamiento, US\$
$CCTMA$	costo de la torre de enfriamiento relacionado al flujo de aire, US\$ s/kg
$CCTV$	costo de la torre de enfriamiento relacionado al volumen del empaque, US\$/m <sup>3</sup>
$CCTV^e$	variables desagregadas para $CCTV$
$CP$	capacidad calorífica, J/kg °C
$c_l$	constantes de la correlación para el cálculo de $Me$ , $l=1,2,\dots,5$ .
$c_l^e$	variables desagregadas para $c_l$
$c_m^e$	coeficientes de la correlación para el cálculo de $K_{fi}$
$cw$	costo unitario del agua de reposición, US\$/kg
$d_m$	constantes de la correlación para el cálculo de $K_{fi}$ , $m=1,2,\dots,6$
$d_m^e$	variables desagregadas para $d_m$
$dtcal$	diferencia de temperatura en el lado caliente de los encuentros, C
$dtfri$	diferencia de temperatura en el lado frío de los encuentros, C
$Fa$	flujo de aire seco, kg/s
$Fav$	flujo aritmético de aire-vapor a través del empaque, kg/s
$FCP$	capacidad calorífica de las corrientes de proceso, kW/C
$FO$	flujo segregado del agua de enfriamiento en las etapas de la red de enfriadores, kg/s
$ftt$	flujo entre las torres de enfriamiento, kg/s

$F_w$	flujo de agua en las torres de enfriamiento, kg/s
$f_{wb}$	flujo de agua purgada en las torres de enfriamiento, kg/s
$F_{wb}$	flujo de agua purgada en el sistema de enfriamiento, kg/s
$f_{wc}$	flujo de agua fría en la torre de enfriamiento en la red de enfriadores, kg/s
$F_{wdis}$	flujo de agua al final de la red de torres de enfriamiento, kg/s
$f_{wd}$	agua arrastrada en la torre de enfriamiento, kg/s
$f_{we}$	agua evaporada en la torre de enfriamiento, kg/s
$F_{wh}$	flujo agua caliente, kg/s
$f_{wm}$	flujo de agua de reposición en la etapa de la red de enfriadores, kg/s
$F_{wm}$	flujo de agua de reposición en el sistema de enfriamiento, kg/s
$f_{wt}^1$	flujo de agua caliente en la entrada de la torre de enfriamiento, kg/s
$f_{wt}^2$	flujo de agua caliente en la salida de la torre de enfriamiento, kg/s
$f_{wx}$	flujo de agua de enfriamiento en cada encuentro de la red de enfriadores, kg/s
$g$	aceleración debido a la gravedad, $m/s^2$
$gc$	factor de conversión debido a la gravedad
$h$	coeficiente de transferencia de película, $kW/m^2 C$
$h_a$	entalpía del volumen de la mezcla aire-vapor de agua, J/kg-aire-seco
$h_{sa}$	entalpía del volumen de la mezcal saturada de aire-vapor de agua, J/kg-aire-seco
$H_Y$	horas anuales de operación, hr/año
$K$	coeficiente de pérdidas, $m^{-1}$
$K_F$	factor de anualización, 1/año

$L$	altura, m
$Me$	número de Merkel, adimensional
$N_{CYCLES}$	ciclo de concentración, adimensional
$OPCNC$	costo de operación del sistema de enfriamiento, US\$/año
$OPTNC$	costo de operación de la red de torres de enfriamiento, US\$/año
$PC$	consumo de potencia, W
$PV$	presión de vapor, Pa
$PWC$	costo de bombeo, US\$/año
$q$	calor intercambiado entre la corriente caliente de proceso y al agua de enfriamiento, kW
$QHP$	calor total del corriente caliente de proceso, kW
$TA$	temperatura de bulbo seco del aire, °C
$TACNC$	costo total anual de la red de enfriadores, US\$/año
$TACS$	costo total anual del sistema de enfriamiento, US\$/año
$TACTC$	costo total anual de la red de torres de enfriamiento, US\$/año
$TCH$	constantes de la técnica de Chebyshev, adimensional
$Tcin$	temperatura del agua de enfriamiento en la entrada de la etapa en la red de enfriadores, C
$Tcout$	temperatura del agua de enfriamiento a la salida de los encuentros, C
$Th$	temperatura de la corriente caliente en los encuentros, C
$THIN$	temperatura de entrada de la corriente de proceso, C
$THOUT$	temperatura de salida de la corriente de proceso, C

$TMPI$	temperatura de entrada de la corriente de proceso más caliente, C
$TMPO$	temperatura de salida de la corriente de proceso más caliente, C
$TO$	temperatura de salida del flujo de aguas segregada en la red de enfriadores, C
$Twh$	temperatura de la corriente del agua caliente, C
$TWB$	temperatura de bulbo húmedo del aire, C
$Tw$	temperatura en la torre de enfriamiento, C
$Tw_{dis}$	temperatura al final de la torre de enfriamiento, C
$U$	coeficiente global de transferencia de calor para la corriente de transferencia de calor, kW/m <sup>2</sup> C
$w$	humedad del aire, kg-agua/kg-aire-seco

### **Variables binarias**

$z_{i,k}^1$	variable binaria para determinar la existencia de enfriadores
$z_{ct}^2$	variable binaria para determinar la existencia de torre de enfriamiento
$y^e$	variable binaria para la selección del tipo de empaque

### **Símbolos griegos**

$\delta$	parámetro (por ejemplo $1 \times 10^{-6}$ ) para evitar singularidades en la función objetivo
$\Omega$	parámetro para fijar límites
$\Gamma$	límite superior para la diferencia de temperatura en los extremos de los enfriadores
$\Psi_{ct}$	cualquier variable de diseño en las torres de enfriamiento
$\Delta h$	diferencia local de entalpía, J/kg-aire-seco
$\Delta T_{MIN}$	diferencia de temperatura mínima, C

$\Delta TML$  diferencia media logarítmica

$\Delta P$  caída de presión, Pa

$\eta$  eficiencia

$\rho$  densidad de la mezcla aire-vapor de agua,  $\text{kg/m}^3$

### Sets

$NEF$   $\{j \mid j \text{ es una corriente de agua caliente, } j=1, \dots, NEF\}$

$ST$   $\{k \mid k \text{ es una etapa de la superestructura, } k = 1, \dots, NOK\}$

$HP$   $\{i \mid i \text{ es una corriente caliente de proceso}\}$

$NCT$   $\{ct \mid ct \text{ es una torre de enfriamiento, } ct = 1, \dots, NCT\}$

### Escalares

$NOK$  número total de etapas en la red de enfriadores

### Subíndices

$av$  promedio

$cu$  agua de enfriamiento

$dis$  final de la red de torres de enfriamiento

$f$  ventilador

$fi$  empaque

$fr$  sección transversa

$i$  corriente caliente de proceso

$j$  corriente de agua caliente

$k$  índice para cada etapa (1, ...,  $NOK$ ) y localización de temperatura (1, ...,  $NOK +$

1)

<i>e</i>	tipo de empaque, $e=1,2,3$
<i>l</i>	constantes para el tipo de empaque, $l=1, \dots, 5$
<i>m</i>	constantes para el tipo de empaque, $m=1, \dots, 6$
<i>in</i>	entrada
<i>n</i>	índice del incremento de temperatura, $n=1, \dots, 4$
<i>ct</i>	torre de enfriamiento
<i>out</i>	salida
<i>p</i>	bomba
<i>t</i>	total
<i>WB</i>	bulbo húmedo

### **Superíndices**

max	límite superior
min	límite inferior

---

---

# **CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES GENERALES Y TRABAJO FUTURO**

---

---



## CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES GENERALES Y TRABAJO FUTURO.

En esta sección se presentan las conclusiones generales de la presente tesis así como las indicaciones para trabajos futuros.

### 4.1 CONCLUSIONES.

A continuación se enlistan las conclusiones generales de cada objetivo planteado en la presente tesis:

**Objetivo 5.2.1.** El modelo propuesto para la integración de agua de diferentes industrias en un parque eco-industrial permite disminuir el consumo global de agua fresca y la descarga de agua de desecho, así como los costos asociados al tratamiento de las corrientes, en comparación a la integración de agua en las industrias por separado. Además, el modelo propuesto proporciona una mejor caracterización de las corrientes debido a la consideración de restricciones en términos de propiedades en las unidades de proceso y en la descarga al ambiente, ya que propiedades como el pH, viscosidad, toxicidad y demanda química de oxígeno, entre otras, son las que más afectan tanto el rendimiento de las unidades de proceso como el comportamiento de los reservorios naturales donde se vierten las descargas ambientales. Además, caracterizar estas corrientes en términos de la composición es una tarea prácticamente imposible dentro de un esquema de optimización. Por otra parte, el algoritmo *spatial branch and bound* propuesto permite encontrar la solución óptima global en pocas iteraciones superando a los procedimientos previamente reportados, debido a la estrategia propuesta para la ramificación de variables, así como los métodos propuestos para el cálculo de límites inferiores a través de segmentos lineales para aproximar los términos bilineales no convexos, y el mejoramiento del límite superior a través de la discretización de términos bilineales. Estas relajaciones implementadas en el nuevo algoritmo de optimización global permiten obtener la solución óptima global de problemas no convexos que involucran un gran número de términos bilineales en un tiempo de cómputo pequeño.

**Objetivo 5.2.2.** La síntesis de sistemas de enfriamiento con agua a través de la superestructura propuesta y con el modelo de optimización planteado, demuestra que la distribución de las corrientes calientes de agua provenientes de la red de enfriadores en múltiples torres de enfriamiento y la alimentación de agua enfriada en las torres de enfriamiento en múltiples etapas de la red de enfriadores, ayudan a mejorar la interrelación de los componentes de

estos sistemas debido a la obtención de las fuerzas motrices óptimas en los equipos de transferencia de calor así como la optimización simultánea de todos los componentes del sistema de enfriamiento. Esto genera que las configuraciones obtenidas con la superestructura propuesta sean sustancialmente más económicas que las arrojadas con el arreglo tradicional donde sólo se permite una sola torre de enfriamiento y los enfriadores se encuentran instalados en paralelo.

**Objetivo 5.2.3.** El tratamiento térmico de efluentes acuosos por medio de sistemas de enfriamiento distribuidos usando torres de enfriamiento disminuye el costo de estas últimas por la reducción de la carga térmica y, por ende, se requieren torres de enfriamiento más pequeñas (con costos de capital menores) respecto a los sistemas de enfriamiento centralizados. Además, la optimización simultánea y detallada de la superestructura propuesta (distribución de los efluentes y el diseño de la torre de enfriamiento) supera los trabajos secuenciales reportados anteriormente, los cuales estiman el cálculo del flujo mínimo de agua a la entrada de la torre de enfriamiento previo a la etapa de diseño donde emplean métodos simples de diseño.

**Objetivo 5.2.4.** La representación rigurosa de los fenómenos de transporte en torres de enfriamiento a contracorriente con el método Poppe durante su diseño, permite identificar las deficiencias de los diseños obtenidos con el método Merkel en el que se simplifican la transferencia de masa y calor en la región del empaque de torres de enfriamiento. En ese sentido, los diseños encontrados con el método de Merkel presentan una sobrestimación de la capacidad de enfriamiento del aire de entrada. Esto genera diseños pocos seguros y eficientes para su posterior instalación. En base a esto, y debido a la importancia del correcto funcionamiento de las torres de enfriamiento en las industrias, el modelo riguroso propuesto puede ser de gran utilidad para diseñar torres de enfriamiento con el costo mínimo en base a su correcto comportamiento fenomenológico.

## 4.2 LOGROS OBTENIDOS.

Los resultados obtenidos durante el desarrollo de la presente tesis han sido sometidos a evaluación en revistas con arbitraje estricto, en capítulos de libros de editoriales de prestigio internacional y en congresos nacionales e internacionales. Además se publicó un libro con la Editorial Académica Española; tales logros son enlistados a continuación:

### a) Artículos en revistas internacionales con arbitraje estricto

1. **Eusiel Rubio-Castro**, Medardo Serna-González, José María Ponce-Ortega. (2010). Optimal Design of Effluent-Cooling Systems Using a Mathematical Programming Model. *Applied Thermal Engineering*. 30 (14-15): 2116-2126.
2. **Eusiel Rubio-Castro**, José María Ponce-Ortega, Fabricio Nápoles-Rivera, Mahmoud M. El-Halwagi, Medardo Serna -González, Arturo Jiménez-Gutiérrez. (2010). Water Integration of Eco-Industrial Parks Using a Global Optimization Approach. *Industrial and Engineering Chemistry Research*. 49 (20): 9945-9960.
3. **Eusiel Rubio-Castro**, José María Ponce-Ortega, Medardo Serna-González, Arturo Jiménez- Gutiérrez and Mahmoud M. El-Halwagi. (2011). A Global Optimal Formulation for Water Integration in Eco-Industrial Parks Considering Multiple Pollutants. *Computers and Chemical Engineering*. 35 (8): 1558-1574.
4. **Eusiel Rubio-Castro**, Medardo Serna-González, José María Ponce-Ortega, Miguel Ángel Morales-Cabrera. (2011). Optimization of mechanical draft counter flow wet-cooling towers using a rigorous model. *Applied Thermal Engineering*. 31 (16): 3615-3628.

### b) Artículos en revisión

1. **Eusiel Rubio-Castro**, José María Ponce-Ortega, Mahmoud M. El-Halwagi and Medardo Serna-González. (2011). A new algorithm for the global optimization of property-based inter-plant water integration. Enviado a *AIChE Journal*.
2. **Eusiel Rubio-Castro**, José María Ponce-Ortega, Mahmoud M. El-Halwagi and

Medardo Serna-González. (2011). Optimal reconfiguration of single-plant water networks into an eco-industrial park. Enviado a *Computers and Chemical Engineering*.

3. **Eusiel Rubio-Castro**, Medardo Serna-González, José María Ponce-Ortega and Mahmoud M. El-Halwagi. (2011). Optimal Synthesis of Cooling Water Systems with Multiple Cooling Towers. Enviado a *Energy*.

### c) Libros

1. **Eusiel Rubio-Castro**, José María Ponce-Ortega, Medardo Serna-González. (2012). **Diseño de Estrategias para el Uso Óptimo del Agua en las Industrias**. eae - Editorial Académica Española marca comercial de: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG Heinrich-Böcking-Str. 6-8 D - 66121 Saarbrücken.

Teléfono: +49 681 3720-310.

Telefax: +49 681 3720-3109.

e-Mail: info@eae-publishing.com, www.eae-publishing.com

ISBN 978-3-8484-5258-3.

Editor: Natalia Daniela Acosta.

### d) Capítulos de libro

1. **Eusiel Rubio-Castro**, José María Ponce-Ortega, Medardo Serna-González. (2011). Optimal design of water cooling systems. **Book: Energy Management**. INTECH Publisher. ISBN 978-953-307-579-2. Editor: Aleksandar Lazinica.

2. **Eusiel Rubio-Castro**, Medardo Serna-González, José María Ponce-Ortega, Arturo Jiménez-Gutiérrez. (2011). Optimal Design of Cooling Towers. **Book: Mass Transfer / Book 2**. INTECH Publisher. ISBN 978-953-308-79-0. Editor: Aleksandar Lazinica.

3. **Eusiel Rubio-Castro**, José María Ponce-Ortega, Medardo Serna-González, Arturo Jiménez-Gutiérrez and Mahmoud M. El-Halwagi. (2011). A Global Optimal Formulation for the Water Integration in Eco-Industrial Parks Considering Multiple Pollutants. 21<sup>st</sup> European Symposium on Computer Aided Process Engineering-ESCAPE21. Elsevier B.

V. ISBN: 978-0-444-54298-4. Editores: E.N. Pistikopoulos, M.C. Georgiadis and A. Kokossis (Editors).

**e) Artículos en proceedings con arbitraje estricto**

1. **Eusiel Rubio-Castro**, José María Ponce-Ortega, Medardo Serna-González, Arturo Jiménez-Gutiérrez, Mahmoud M. El-Halwagi. (2011). A new algorithm for the global optimization of property-based water integration in eco-industrial parks. AIChE annual meeting 2011, 16-21 October 2011. Minneapolis, Minnesota, USA.
2. **Eusiel Rubio-Castro**, José María Ponce-Ortega, Medardo Serna-González, Arturo Jiménez-Gutiérrez, Mahmoud M. El-Halwagi. (2010). A Discretization Approach for the Optimal Design of Mass Integration Networks of Eco-Industrial Parks. AIChE annual meeting 2010, 7-12 November 2010. Salt Lake City, USA.
3. **Eusiel Rubio-Castro**, José María Ponce-Ortega, Medardo Serna-González. (2009). An MINLP Formulation for the Optimal Design of Distributed Effluent-Cooling System. AIChE Annual Meeting, 2009, 8-13 November 2009. Nashville, Tennessee, USA.

**f) Memorias en congreso con extenso**

1. **Eusiel Rubio-Castro**, José María Ponce-Ortega, Medardo Serna-González. (2010). Optimización global para la integración de agua basada en propiedades en parques eco-industriales. XXXII Encuentro Nacional y 1<sup>er</sup> Congreso Internacional de la AMIDIQ, Riviera Maya, Quintana Roo, México, 3-6 de Mayo de 2011.
2. **Eusiel Rubio-Castro**, José María Ponce-Ortega, Medardo Serna-González. (2010). Diseño Óptimo de Parques Eco-Industriales para el Uso Eficiente del Agua. 6<sup>to</sup>. Congreso Estatal de Ciencia y Tecnología del COECyT, Morelia, Michoacán, México, 1-3 de Septiembre de 2010.
3. **Eusiel Rubio-Castro**, José María Ponce-Ortega, Medardo Serna-González. (2010). Síntesis de Redes de Intercambio de Masa en Parques Eco-Industriales. XXXI Encuentro de la AMIDIQ, Huatulco, Oaxaca, México, 4-7 de Mayo de 2010.

4. **Eusiel Rubio-Castro**, José María Ponce-Ortega, Medardo Serna-González, Miguel Ángel Morales-Cabrera. (2010). Optimización Rigurosa de Torres de Enfriamiento a Contracorriente. XXXI Encuentro de la AMIDIQ, Huatulco, Oaxaca, México, 4-7 de Mayo de 2010.
5. **Eusiel Rubio-Castro**, José María Ponce-Ortega, Medardo Serna-González. (2009). Diseño Óptimo de Sistemas de Enfriamiento de Efluentes Acuáticos. XXX Encuentro de la AMIDIQ, Mazatlán, Sinaloa, México, 19-22 de Mayo de 2009.
6. **Eusiel Rubio-Castro**, José María Ponce-Ortega, Medardo Serna-González. (2008). Diseño Óptimo de Sistemas de Enfriamiento. **Congreso Nacional de Ingeniería y Arquitectura 08 (IA08)**, Morelia, Michoacán, México, 26-28 de Noviembre de 2008.
7. **Eusiel Rubio-Castro**, A.J. Castro Montoya, L.I. Salcedo Estrada, José María Ponce-Ortega, Medardo Serna-González. (2007). Diseño Óptimo de Enfriadores. XXVIII Encuentro de la AMIDIQ, Manzanillo, Colima, México, 13-16 de Mayo de 2007.

#### 4.3 TRABAJO FUTURO.

Actualmente la humanidad enfrenta retos ambientales y económicos tales como el cambio climático generado principalmente por el calentamiento global, la degradación de ríos, lagos y mares producidas por la sobreexplotación de recursos naturales, el incremento de la vulnerabilidad a enfermedades por especies animales y vegetales debido al deterioro en la calidad de recursos indispensables para la vida como lo son el agua y el aire, la necesidad de incluir la actividad industrial en las comunidades a fin de competir en los mercados internacionales y tener economías fuertes y estables (aún sabiendo que los procesos químicos son los principales causantes de los problemas previamente enlistados), entre otras causas. Estos retos demandan el desarrollo de estrategias que proporcionen el uso eficiente de recursos naturales a fin de tener procesos químicos sostenibles. En base a esto, es imprescindible seguir buscando metodologías que proporcionen procesos económica y ambientalmente eficientes, por lo que a continuación se enumeran algunas oportunidades identificadas para mejorar los métodos de diseño para el uso eficiente del agua en las industrias propuestos en la presente tesis:

**Reajuste de redes de agua en plantas individuales en un parque eco-industrial en base a la superestructura propuesta en el Capítulo 1.** Nótese que los modelos propuestos en el **Capítulo 1** y en los **Apéndices A y B** son para la síntesis de parques eco-industriales. Pero actualmente existen muchas redes de agua operando a condiciones sub-óptimas o las restricciones ambientales y operacionales con las que fueron diseñadas han cambiado. Por lo tanto, debido a que la síntesis de redes de agua en parques eco-industriales es mejor que la integración en plantas por separado, es de esperarse que el reajuste en parques eco-industriales muestre mejores resultados que el reajuste de las plantas por separado. Obviamente, en este caso durante la optimización del problema de reajuste deben de considerarse el uso directo de los equipos instalados, el incremento de la capacidad y/o la eficiencia de los equipos instalados, el uso de nuevos equipos y las nuevas restricciones operacionales y ambientales, así como la reconfiguración de las tuberías.

**Reajuste de sistemas de enfriamiento con agua con base en la superestructura propuesta en el Capítulo 2.** La operación óptima de los sistemas de enfriamiento con agua depende de la relación óptima entre sus componentes. Esta última es mejor si se consideran múltiples torres de enfriamiento y sistemas distribuidos para las corrientes de agua caliente (provenientes de la red de enfriadores) y de agua fría (provenientes de la red de torres de enfriamiento). Al respecto, muchos sistemas de enfriamiento con agua instalados actualmente operan a condiciones sub-óptimas o las condiciones del proceso han cambiado o la disposición de agua de enfriamiento ha sido reducida. Por lo tanto, es importante desarrollar un modelo de reajuste de sistemas de enfriamiento con agua que considere añadir torres de enfriamiento a las existentes y una reconfiguración de la distribución del agua tanto en la red de enfriadores como en la red de torres de enfriamiento. Esto con el objetivo de cumplir con las nuevas condiciones operacionales y de explotar al máximo los recursos energéticos. Al igual que en el punto anterior, durante la optimización del problema de reajuste deben de considerarse el uso directo de los equipos instalados, el incremento de la capacidad y/o la eficiencia de los equipos instalados, el uso de nuevos equipos y las nuevas condiciones operacionales.

**Tratamiento térmico y másico de efluentes acuosos considerando múltiples torres de enfriamiento y múltiples unidades de tratamiento.** Una extensión del trabajo abordado en el **Apéndice C** es desarrollar un modelo que considere de forma simultánea el cumplimiento de

restricciones ambientales térmicas y másicas. Además, incluir múltiples torres de enfriamiento y múltiples unidades de tratamiento a fin de cumplir con las restricciones ambientales impuestas en términos de temperatura y de propiedades (pH, toxicidad, densidad, etc.). Con esto se abordará integralmente el tratamiento de efluentes acuosos aunado a obtener mejores diseños que los que consideran sólo una torre de enfriamiento o no optimizan la selección de las unidades de tratamiento. Ya que, como se demostró en el **Capítulo 2**, las redes de torres de enfriamiento son más eficientes que una sola torre de enfriamiento y la optimización simultánea de las unidades de tratamiento es mejor que la asignación arbitraria de éstas previo al problema de optimización (situación demostrada en el **Capítulo 1, Apéndices A y B**).

**Desarrollo de parques eco-industriales para las emisiones gaseosas.** Dada las ventajas obtenidas en la integración entre múltiples plantas para los desechos acuosos, es atractivo considerar este tipo de metodologías para las emisiones gaseosas. Principalmente para capturar las emisiones de CO<sub>2</sub> de múltiples plantas a través de algas para la producción de biomasa y a partir de éstas el desarrollo de biorefinerías.



---

**APÉNDICE A. SÍNTESIS DE REDES DE  
INTERCAMBIO DE MASA EN PARQUES  
ECO-INDUSTRIALES.**

---

## APÉNDICE A. SÍNTESIS DE REDES DE INTERCAMBIO DE MASA EN PARQUES ECO-INDUSTRIALES.

### A.1 RESUMEN.

En este **Apéndice** se propone un modelo para la integración másica de agua en parques eco-industriales basado en la concentración de las corrientes, considerando el reúso de agua de efluentes de proceso entre diferentes plantas, restricciones de concentración de contaminante en las unidades de proceso y en la corriente de desecho que se descarga al ambiente, y restricciones operacionales para la existencia de tuberías. El modelo permite la selección óptima de las unidades de tratamiento necesarias para cumplir con las restricciones anteriores. La función objetivo consiste en la minimización del costo total anual que incluye el costo de agua fresca, el costo de tuberías entre plantas y costo de tratamiento. Además, se propone una nueva técnica de aproximación global para el manejo de los términos bilineales del modelo como parte de una estrategia de optimización global. Los resultados muestran que significativos ahorros pueden obtenerse con el diseño de parques eco-industriales respecto a la integración de las industrias por separado.

El **Apéndice** es organizado como sigue, en la **sección A.2** se presenta la definición del problema abordado, en la **sección A.3** se presenta la formulación del modelo, la **sección A.4** se presenta la reformulación de los términos bilineales, la **sección A.5** se presentan los resultados obtenidos con la aplicación del modelo propuesto para varios casos de estudio y finalmente en la **sección A.6** se presentan las conclusiones.

### A.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.

Una vez dado:

- g) El flujo másico y la concentración de contaminante de un conjunto de efluentes de proceso.
- h) El flujo másico requerido y el límite máximo permisible de contaminante de un conjunto de unidades de proceso.
- i) El límite máximo permisible de contaminante en la corriente de descarga.
- j) La concentración de contaminante en los tipos de agua fresco disponibles.

- k) La capacidad de remoción de contaminante de un conjunto de unidades de tratamiento.
- l) Parámetros económicos, como el costo unitario del agua fresca, el costo fijo y el de operación de las unidades de tratamiento, la longitud y el costo fijo de los segmentos de tuberías considerados.

El problema consiste en encontrar la configuración óptima del parque eco-industrial que cumpla con las restricciones operacionales y ambientales pero a su vez que represente el costo total anual mínimo.

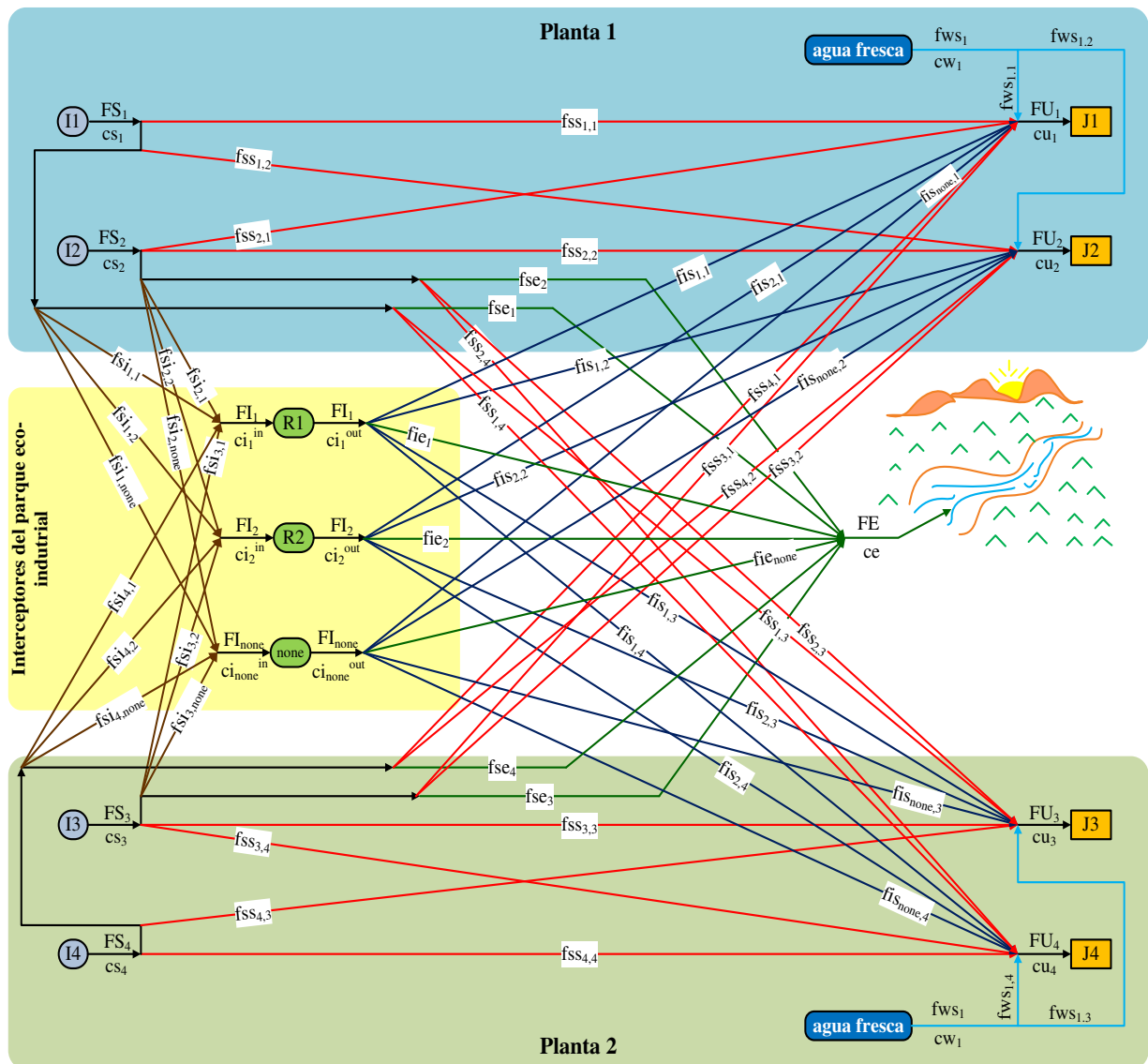


Figura A.1. Superestructura propuesta para la integración de agua entre plantas

### A.3 FORMULACIÓN DEL MODELO.

El modelo propuesto se basa en la en la **Figura A.1**; la cual representa una superestructura para dos plantas con dos efluentes, dos unidades y un contaminante. En esta representación, cada efluente puede ir hacia las unidades de tratamiento, a las unidades de proceso y/o a la descarga ambiental; en tanto que los flujos de las unidades de tratamiento pueden ir hacia las unidades y/o a la descarga ambiental. Además, varios tipos de agua fresca pueden ser alimentados a las unidades de proceso. En las siguientes ecuaciones los subíndices  $i, j, l, r$  y  $w$  y los superíndices  $in, out, m, max$  y  $min$ ; son utilizados para denotar efluente de proceso, unidad de proceso, contaminante, unidad de tratamiento, tipo de agua fresca, entrada, salida, masa removida, límite superior y límite inferior, respectivamente. Además, para clarificar la representación del modelo, las variables están escritas en letra cursiva y los parámetros están escritos en letra regular.

#### Balance de masa para cada efluente.

El flujo de cada efluente de proceso ( $FS_i$ ) puede ser dividido hacia la unidad de proceso ( $fss_{i,j}$ ), la unidad de tratamiento ( $fsi_{i,r}$ ) y a la descarga ambiental ( $fse_i$ ),

$$FS_i = \sum_{j=1}^J fss_{i,j} + \sum_{r=1}^R fsi_{i,r} + fse_i, \quad i \in I \quad (1)$$

#### Balance de masa en cada unidad.

El flujo de entrada en la unidad de proceso ( $FU_j$ ) es igual al flujo desde cualquier efluente de proceso, más el flujo desde cualquier unidad de tratamiento ( $fis_{r,j}$ ) y el flujo de agua fresca ( $fws_{w,j}$ ) en dicha unidad de proceso;

$$FU_j = \sum_{i=1}^I fss_{i,j} + \sum_{r=1}^R fis_{r,j} + \sum_{w=1}^W fws_{w,j}, \quad j \in J \quad (2)$$

Además dado un máximo valor de concentración de contaminante ( $cu_{j,1}$ ) a la entrada de cualquier unidad de proceso en cualquier planta la siguiente restricción debe satisfacerse,

$$cu_{j,l}FU_j \geq \sum_{i=1}^I cs_{i,l}fss_{i,j} + \sum_{r=1}^R ci_{r,l}^{out}fis_{r,j} + \sum_{w=1}^W cw_{w,l}fws_{w,j}, \quad j \in J; l \in L \quad (3)$$

donde  $cs_{i,l}$ ,  $ci_{r,l}^{out}$  y  $cw_{w,l}$  son las concentraciones de contaminante en los efluentes de proceso, a la salida de las unidades de tratamiento y en los tipos de agua fresca disponibles, respectivamente.

### **Balance de masa en cada unidad de tratamiento.**

Una fracción de cada efluente de proceso puede ir hacia cada unidad de tratamiento y determinar el flujo en este último ( $FI_r$ ).

$$FI_r = \sum_{i=1}^I fsi_{i,r}, \quad r \in R \quad (4)$$

Para determinar la concentración de contaminante a la entrada de cada unidad de tratamiento ( $ci_{r,l}^{in}$ ), el siguiente balance por componente es empleado,

$$ci_{r,l}^{in}FI_r = \sum_{i=1}^I cs_{i,l}fsi_{i,r}, \quad r \in R; l \in L \quad (5)$$

En tanto que el flujo de salida de las unidades de tratamiento es enviado a las unidades de proceso y/o a la descarga al ambiente ( $fie$ ),

$$FI_r = \sum_{j=1}^J fis_{r,j} + fie_r, \quad r \in R \quad (6)$$

Para determinar la concentración a la salida de las unidades de tratamiento es necesario seleccionar una unidad de tratamiento en específico. Al respecto, cada unidad de tratamiento es caracterizada por un factor de conversión ( $RR_{r,l}$ ) y la concentración de salida en cada unidad de tratamiento es calculada con la siguiente expresión,

$$ci_{r,l}^{out} = ci_{r,l}^{in}(1 - RR_{r,l}), \quad r \in R; l \in L \quad (7)$$

Por otra parte, la concentración de contaminante removido en cada unidad de tratamiento

( $ci_{r,l}^m$ ) es igual a la diferencia entre la concentración de entrada y de salida en ésta,

$$ci_{r,l}^m = ci_{r,l}^{in} - ci_{r,l}^{out} \quad r \in R; l \in L \quad (8)$$

### Balance de masa en la descarga al ambiente.

El flujo de descarga al ambiente ( $FE$ ) es igual a la suma del flujo de efluentes de proceso y del flujo de las unidades de tratamiento ( $fi_e_r$ ) segregadas y enviadas al ambiente,

$$FE = \sum_{i=1}^I fse_i + \sum_{r=1}^R fi_e_r \quad (9)$$

Mientras que un balance por componente con respecto a los flujos anteriores hace posible calcular la concentración del contaminante en la corriente de descarga al ambiente ( $ce_l$ ),

$$ce_l FE = \sum_{i=1}^I cs_{i,l} fse_i + \sum_{r=1}^R ci_{r,l}^{out} fi_e_r \quad l \in L \quad (10)$$

Para minimizar el impacto ambiental se fija una concentración máxima permisible en la corriente de descarga al ambiente ( $ce_l^{\max}$ ),

$$ce_l \leq ce_l^{\max} \quad (11)$$

### Determinación de tuberías.

Un conjunto de variables binarias es empleado para determinar la existencia de los segmentos de tuberías en la configuración de la red; por lo tanto, cuando un segmento de tubería existe, entonces la variable binaria debe ser igual a uno para incorporar su costo a la función objetivo.

Cuando el flujo desde el efluente de proceso  $i$  hacia la unidad de proceso  $j$  es mayor que cero, entonces el segmento de tubería es requerido y la variable binaria asociada ( $x_{i,j}^1$ ) debe ser igual a uno. Esta situación es modelada por medio de las siguientes relaciones,

$$fss_{i,j} - M_{fss_{i,j}}^{\max} x_{i,j}^1 \leq 0, \quad i \in I; j \in J \quad (12)$$

$$fss_{i,j} - M_{fss_{i,j}}^{\min} x_{i,j}^1 \geq 0, \quad i \in I; j \in J \quad (13)$$

Para activar la variable binaria del segmento de tubería entre la unidad de proceso  $i$  y la unidad de tratamiento  $r$  ( $x_{i,r}^2$ ), las siguientes relaciones son usadas,

$$fsi_{i,r} - M_{fsi_{i,r}}^{\max} x_{i,r}^2 \leq 0, \quad i \in I; r \in R \quad (14)$$

$$fsi_{i,r} - M_{fsi_{i,r}}^{\min} x_{i,r}^2 \geq 0, \quad i \in I; r \in R \quad (15)$$

La variable binaria  $x_{r,j}^3$  es usada para modelar la existencia del segmento de tubería entre cualquier interceptor  $r$  y cualquier unidad de proceso  $j$ ,

$$fis_{r,j} - M_{fis_{r,j}}^{\max} x_{r,j}^3 \leq 0, \quad r \in R; j \in J \quad (16)$$

$$fis_{r,j} - M_{fis_{r,j}}^{\min} x_{r,j}^3 \geq 0 \quad r \in R; j \in J \quad (17)$$

Finalmente, el segmento de tubería requerido para la descarga al ambiente desde la unidad de tratamiento  $r$ , la variable binaria  $x_r^4$  es usada en las siguientes expresiones,

$$fie_r - M_{fie_r}^{\max} x_r^4 \leq 0, \quad r \in R \quad (18)$$

$$fie_r - M_{fie_r}^{\min} x_r^4 \geq 0, \quad r \in R \quad (19)$$

En las Ecuaciones (12-19)  $M^{\max}$  y  $M^{\min}$  son los límites superiores para el flujo en los segmentos de tubería previamente mencionados. Aunque es posible tener cualquier flujo positivo en los segmentos de tubería, Lim y Park (2006, 2007) proponen un límite superior igual a 3 ton/hr para el flujo en las tuberías, debido a que esta aproximación es más práctica para la implementación de redes de agua en situaciones reales, no obstante tal consideración incrementa el consumo de agua fresca y el flujo de desecho. Por lo tanto,  $M_{fss_{i,j}}^{\min}$ ,  $M_{fsi_{i,r}}^{\min}$ ,  $M_{fis_{r,j}}^{\min}$  y  $M_{fie_r}^{\min}$  son iguales a 3 ton/hr.

### **Función objetivo.**

La función objetivo es la minimización del costo total anual,  $TAC$ , formado por el costo del agua fresca,  $WC$ , el costo de capital de las tuberías,  $PC$ , y el costo de tratamiento,  $RC$ ,

$$TAC = WC + RC + PC \quad (20)$$

El costo de agua fresca es estimado con la siguiente ecuación,

$$WC = H_Y \sum_{w=1}^W \sum_{j=1}^J CUM_w f w_{w,j} \quad (21)$$

donde  $H_Y$  son las horas anuales de operación,  $CUM_w$  es el costo unitario del agua fresca.

En tanto que, el costo de regeneración incluye los costos fijos y de operación de las unidades de tratamiento,

$$RC = K_F \sum_{r=1}^R CU_r FI_r^\alpha + H_Y \sum_{r=1}^R \sum_{l=1}^L CUM_r c_{r,l}^m FI_r \quad (22)$$

donde  $K_F$  es el factor que anualiza la inversión,  $CU_r$  es el costo unitario de las unidades de tratamiento,  $CUM_r$  es el costo por unidad de masa removida en las unidades de tratamiento y  $\alpha$  es un exponente de la función de costo que corresponde a las economías de escala.

El costo de capital de las tuberías incluye tanto una parte variable como una parte fija de todos los segmentos de tubería requeridos en la configuración de la red,

$$PC = K_F \left\{ \begin{aligned} & p \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{i,j}^1 f s_{i,j}}{3600 \rho v} + x_{i,j}^1 D_{i,j}^1 CU_p + p \sum_{i=1}^I \sum_{r=1}^R \frac{D_{i,r}^2 f s_{i,r}}{3600 \rho v} + x_{i,r}^2 D_{i,r}^2 CU_p + \\ & p \sum_{r=1}^R \sum_{j=1}^J \frac{D_{r,j}^3 f s_{r,j}}{3600 \rho v} + x_{r,j}^3 D_{r,j}^3 CU_p + p \sum_{r=1}^R \frac{D_r^4 f i e_r}{3600 \rho v} + x_r^4 D_r^4 CU_p \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

aquí  $D^{1,2,3,4}$  es la longitud de los segmentos de tuberías considerados,  $\rho$  es la densidad del agua,  $v$  es la velocidad del fluido en las tuberías,  $CU_p$  es el costo fijo de las tuberías.

#### A.4 REFORMULACIÓN DE LOS TÉRMINOS BILINEALES.

El modelo es reformulado como un modelo mixto entero lineal (MILP) mediante la discretización de la concentración de contaminantes de las corrientes en un número finito de intervalos ( $t$ ) a través de la reformulación convex hull (Raman y Grossmann, 1994). Primeramente, una explicación para la discretización de cualquier termino bilineal  $Fx$  es dada.



Para discretizar la variable  $\mathcal{X}$ , la siguiente ecuación es usada (Pham y col., 2009),

$$\psi_q = \min(x) + (q-1) \frac{\max(x) - \min(x)}{t} \quad (24)$$

donde  $t$  representa el número de intervalos utilizados para dividir  $\mathcal{X}$ , y  $\psi_q$  es una constante discretizada empleada para modelar la variable continua  $\mathcal{X}$ .

Los términos bilineales en los balances por componente son sustituidos por una nueva variable ( $B$ ),

$$B = F\psi_q \quad (25)$$

donde  $F$  es el flujo másico y  $\psi_q$  es el valor de la concentración del contaminante. El modelo de optimización consiste entonces en encontrar el valor óptimo discreto de  $\psi_q$ . La selección es modelada usando la siguiente disyunción:

$$q = 1 \dots t + 1 \left[ \begin{array}{l} Y_q \\ B = F\psi_q \end{array} \right]$$

Esta disyunción implica que solamente un  $q$  (selección discreta) debe ser seleccionado para los términos bilineales. Por consecuencia, solamente una variable Booleana  $Y_q$  es verdadera y por lo tanto el término bilineal  $B$  debe ser igual  $F\psi_q$  (note que  $\psi_q$  es constante), y las demás variables Booleanas son falsas para las que el término bilineal  $B$  es igual a cero. Esta disyunción es modelada usando la reformulación convex hull (Vecchiotti y col., 2003). Primero las variables son desagregadas,

$$B = \sum_{q=1}^Q B_q^{dis} \quad (26)$$

$$F = \sum_{q=1}^Q F_q^{dis} \quad (27)$$

Por lo tanto, la Ecuación (25) es reformulada en términos de las variables desagregadas ( $B_q^{dis}$ ,  $F_q^{dis}$ ),

$$B_q^{dis} = F_q^{dis} \Psi_q \quad (28)$$

Límites superiores son establecidos para las variables desagregadas ( $M_{B_q^{dis}}^{\max}$ ,  $M_{F_q^{dis}}^{\max}$ ),

$$B_q^{dis} \leq M_{B_q^{dis}}^{\max} y_q \quad (29)$$

$$F_q^{dis} \leq M_{F_q^{dis}}^{\max} y_q \quad (30)$$

donde  $y_q$  es una variable binaria utilizada para activar el valor óptimo de los términos bilineales. En este sentido, la siguiente ecuación es usada para activar sólo un valor de los posibles valores asignados a los términos bilineales,

$$\sum_{q=1}^Q y_q = 1 \quad (31)$$

#### A.4.1 Modelo discretizado.

Las ecuaciones (3), (6), (10) y (18) son reescritas en términos de las nuevas variables para obtener un modelo MILP. Primero, los términos bilineales son sustituidos en dichas ecuaciones obteniendo un conjunto de variables como sigue,

$$cu_{j,l}FU_j \geq \sum_{i=1}^I cs_{i,l}fss_{i,j} + \sum_{r=1}^R B_{r,j,l}^1 + \sum_{w=1}^W cw_{w,l}fws_{w,j} \quad j \in J; l \in L \quad (3')$$

$$B_{r,l}^2 = \sum_{i=1}^I cs_{i,l}fsi_{i,r} \quad r \in R; l \in L \quad (6')$$

$$B_l^3 = \sum_{i=1}^I cs_{i,l}fse_i + \sum_{r=1}^R B_{r,l}^4 \quad l \in L \quad (10')$$

$$RC = K_F \sum_{r=1}^R CU_r B_r^6 + H_Y \sum_{r=1}^R \sum_{l=1}^L CUM_r B_{r,l}^5 \quad (22')$$

donde  $B_{r,j,l}^1$  es el término bilineal para el balance por componente en la salida de la unidad de tratamiento  $r$  y dirigido hacia la unidad de proceso  $j$ ,  $B_{r,l}^2$  es el término bilineal para el balance por componente en la entrada de la unidad de tratamiento  $r$ ,  $B_l^3$  es el término bilineal para el balance por componente en la descarga al ambiente,  $B_{r,l}^4$  es el término bilineal para el balance por componente en la salida de la unidad de tratamiento  $r$  y dirigido hacia la descarga al ambiente,  $B_{r,l}^5$  es el término bilineal para la masa removida en la unidad de tratamiento  $r$  y  $B_r^6$  es término bilineal para el costo fijo de las unidad de tratamiento  $r$ .

Para el producto bilineal  $B_{r,j,l}^1$ , la siguiente disyunción es usada,

$$q = 1 \dots t + 1 \left[ \begin{array}{c} Y_{r,l,q}^1 \\ B_{r,j,l}^1 = ci_{r,l,q}^{out} \tilde{fis}_{r,j} \end{array} \right], \quad r \in R; l \in L; j \in J$$

La reformulación convex hull (Vecchiotti y col., 2003) para esta disyunción es,

$$B_{r,j,l}^1 = \sum_{q=1}^Q B_{r,j,l,q}^{1,dis} \quad r \in R; j \in J; l \in L \quad (32)$$

$$\tilde{fis}_{r,j} = \sum_{q=1}^Q \tilde{fis}_{r,j,l,q}^{dis} \quad r \in R; j \in J; l \in L \quad (33)$$

$$B_{r,j,l,q}^{1,dis} = \tilde{fis}_{r,j,l,q}^{dis} ci_{r,l,q}^{out} \quad r \in R; j \in J; l \in L; q \in t + 1 \quad (34)$$

$$B_{r,j,l,q}^{1,dis} \leq M_{B_{r,j,l}^1}^{\max} y_{r,l,q}^1 \quad r \in R; j \in J; l \in L; q \in t + 1 \quad (35)$$

$$\tilde{fis}_{r,j,l,q}^{dis} \leq M_{\tilde{fis}_{r,j}^{dis}}^{\max} y_{r,l,q}^1 \quad r \in R; j \in J; l \in L; q \in t + 1 \quad (36)$$

$$\sum_{q=1}^Q y_{r,l,q}^1 = 1 \quad r \in R; l \in L \quad (37)$$

aquí  $B_{r,j,l,q}^{1,dis}$  es el término bilineal desagregado para  $B_{r,j,l}^1$ ,  $fis_{r,j,l,q}^{dis}$  es el flujo desagregado para  $fis_{r,j}$ ,  $y_{r,l,q}^1$  es una variable binaria usada para seleccionar el valor de  $ci_{r,l,q}^{out}$  y  $fis_{r,j,l,q}^{dis}$  y  $M_{B_{r,l}^1}^{max}$  es el límite superior para el término bilineal  $B_{r,j,l}^1$ .

Similarmente, para el término bilineal  $B_{r,l}^2$ , la disyunción y su reformulación convex hull (Vecchiotti y col., 2003) son expresadas como sigue,

$$q = \overset{\vee}{1 \dots t} + 1 \left[ \begin{array}{c} Y_{r,l,q}^2 \\ B_{r,l}^2 = ci_{r,l,q}^{in} FI_r \end{array} \right], \quad r \in R; l \in L$$

$$B_{r,l}^2 = \sum_{q=1}^Q B_{r,l,q}^{2,dis}, \quad r \in R; l \in L \quad (39)$$

$$FI_r = \sum_{q=1}^Q FI_{r,q,l}^{dis}, \quad r \in R; l \in L \quad (40)$$

$$B_{r,l,q}^{2,dis} = FI_{r,l,q}^{dis} ci_{r,l,q}^{in}, \quad r \in R; l \in L; q = 1 \dots t + 1 \quad (41)$$

$$B_{r,l,q}^{2,dis} \leq M_{B_{r,l}^2}^{max} y_{r,l,q}^2, \quad r \in R; l \in L; q = 1 \dots t + 1 \quad (42)$$

$$FI_{r,l,q}^{dis} \leq M_{FI_r}^{max} y_{r,l,q}^2, \quad r \in R; l \in L; q = 1 \dots t + 1 \quad (43)$$

$$\sum_{q=1}^Q y_{r,q,l}^1 = 1, \quad r \in R; l \in L \quad (44)$$

donde  $B_{r,l,q}^{2,dis}$  es el término bilineal desagregado para  $B_{r,l}^2$ ,  $FI_{r,l,q}^{dis}$  es el flujo 1 desagregado para  $FI_r$ ;  $M_{B_{r,l}^2}^{max}$  y  $M_{FI_r}^{max}$  son los límites superiores para el término bilineal  $B_{r,l}^2$  y el flujo  $FI_r$ , respectivamente. Además,  $y_{r,l,q}^2$  es una variable binaria usada para seleccionar el valor óptimo de  $ci_{r,l,q}^{in}$  y  $FI_{r,l,q}^{dis}$ .

Para el producto bilineal  $B_l^3$ ,

$$q = \overset{\vee}{1 \dots t + 1} \left[ \begin{array}{c} Y_{l,q}^3 \\ B_l^3 = ce_{l,q} iFE \end{array} \right], l \in L$$

$$B_l^3 = \sum_{q=1}^Q B_{l,q}^{3,dis}, l \in L \quad (45)$$

$$FE = \sum_{q=1}^Q FE_{l,q}^{dis} l \in L \quad (46)$$

$$B_{q,l}^{3,dis} = FE_{l,q}^{dis} ce_{l,q} l \in L; q \in 1+1 \quad (47)$$

$$B_{l,q}^{3,dis} \leq M_{B_l^3}^{\max} y_{l,q}^3 l \in L; q \in 1+1 \quad (48)$$

$$FE_{l,q}^{dis} \leq M_{FE}^{\max} y_{l,q}^3 l \in L; q \in 1+1 \quad (49)$$

$$\sum_{q=1}^Q y_{l,q}^3 = 1 l \in L \quad (50)$$

donde  $B_{l,q}^{3,dis}$  es el término bilineal desagregado para  $B_l^3$ ,  $FE_{l,q}^{dis}$  es el flujo desagregado para  $FE$ ,  $M_{FE}^{\max}$  es el límite superior para el flujo en la corriente de descarga al ambiente,  $M_{B_l^3}^{\max}$  es un límite superior para el término bilineal  $B_l^3$  y  $y_{l,q}^3$  es una variable binaria para seleccionar el valor óptimo  $FE_{l,q}^{dis}$  y  $ce_{l,q}$ .

Para el producto bilineal  $B_{r,l}^4$ ,

$$q = \overset{\vee}{1 \dots t + 1} \left[ \begin{array}{c} Y_{r,l,q}^4 \\ B_{r,l}^4 = ci_{r,l,q}^{\text{out}} fie_r \end{array} \right], r \in R; l \in L$$

$$B_{r,l}^4 = \sum_{q=1}^Q B_{r,l,q}^{4,dis}, r \in R; l \in L \quad (51)$$

$$fie_r = \sum_{q=1}^Q fie_{r,l,q}^{dis} \quad r \in R; l \in L \quad (52)$$

$$B_{r,l,q}^{4,dis} = fie_{r,l,q}^{dis} ci_{r,l,q}^{out} \quad r \in R; l \in L; q \in t + 1 \quad (53)$$

$$B_{r,l,q}^{4,dis} \leq M_{B_{r,l}^4}^{\max} y_{r,l,q}^4 \quad r \in R; l \in L; q \in t + 1 \quad (54)$$

$$fie_{r,l,q}^{dis} \leq M_{fie_r}^{\max} y_{r,l,q}^4 \quad r \in R; l \in L; q \in t + 1 \quad (55)$$

$$\sum_{q=1}^Q y_{r,l,q}^4 = 1 \quad r \in R; l \in L \quad (56)$$

en las ecuaciones anteriores  $B_{r,q,l}^{4,dis}$  es el término bilineal desagregado para  $B_{r,l}^4$ ,  $fie_{r,q}^{dis}$  es el flujo desagregado para  $fie_r$ ,  $M_{B_{r,l}^4}^{\max}$  es un límite superior para el término bilineal  $B_{r,l}^4$ ,  $M_{fie_r}^{\max}$  es un límite superior para el flujo  $fie_r$  y  $y_{r,q,l}^4$  es una variable bilineal para seleccionar el valor de  $fie_{r,q}^{dis}$  y  $ce_{q,l}$ .

Para el producto bilineal  $B_r^5$ ,

$$q = 1 \dots t + 1 \left[ \begin{array}{c} Y_{r,l,q}^6 \\ B_{r,l}^6 = ci_{r,l,q}^m fie_r \end{array} \right], r \in R; l \in L$$

$$B_{r,l}^5 = \sum_{q=1}^Q B_{r,l,q}^{5,dis}, \quad r \in R; l \in L \quad (57)$$

$$FI_r = \sum_{q=1}^Q FI_{r,l,q}^{dis,2} \quad r \in R; l \in L \quad (58)$$

$$B_{r,l,q}^{5,dis} = FI_{r,l,q}^{dis,2} ci_{r,l,q}^m \quad r \in R; l \in L; q \in t + 1 \quad (59)$$

$$B_{r,l,q}^{5,dis} \leq M_{B_{r,l}^5}^{\max} y_{r,l,q}^5 \quad r \in R; l \in L; q \in t + 1 \quad (60)$$

$$FI_{r,l,q}^{dis,2} \leq M_{FI_r}^{\max} y_{r,l,q}^5 \quad r \in R; l \in L; q \in t + 1 \quad (61)$$

$$\sum_{q=1}^Q y_{r,l,q}^5 = 1 \quad r \in R; l \in L \quad (62)$$

donde  $B_{r,l,q}^{5,dis}$  es el término bilineal desagregado para  $B_{r,l}^5$ ,  $FI_{r,l,q}^{dis,2}$  es el flujo 2 desagregado para  $FI_r$ ,  $M_{B_{r,l}^5}^{\max}$  es un límite superior para el término bilineal  $B_{r,l}^5$  y  $y_{r,l,q}^5$  es una variable binaria usada para seleccionar el óptimo valor de  $ci_{r,l,q}^m$  y  $FI_{r,l,q}^{dis,2}$ .

Finalmente, la linealización del término exponencial  $FI^a$  que aparece la Ecuación (22) y que es reemplazado por  $B_r^6$  en la Ecuación (22') es hecha a partir de la división en segmentos lineales de la curva obtenida incrementando  $FI$  para un valor fijo de  $\alpha$ , para después por medio de una regresión lineal obtener la ecuación de la línea para cada segmento lineal de la curva original. La explicación anterior es mostrada en la **Figura A.2**. Note que solamente puede ser seleccionado un segmento, por lo tanto, la disyunción y su reformulación convex hull (Vecchietti y col., 2003) para modelar esto son,

$$z \in Z \left[ \begin{array}{c} Y_{r,z}^6 \\ B_r^6 = A_{r,z} FI_r + C_r \end{array} \right], r \in R$$

$$B_r^6 = \sum_{z=1}^Z B_{r,z}^{6,dis}, \quad r \in R \quad (63)$$

$$FI_r = \sum_{z=1}^Z FI_{r,z}^{dis,3}, \quad r \in R \quad (64)$$

$$B_{r,z}^{6,dis} = FI_{r,z}^{dis,3} A_{r,z}, \quad r \in R; z \in Z \quad (65)$$

$$B_{r,z}^{6,dis} \leq M_{B_r^6}^{\max} y_{r,z}^6, \quad r \in R; z \in Z \quad (66)$$

$$FI_{r,z}^{dis,3} \leq M_{FI_{r,z}^{dis,3}}^{\max} y_{r,z}^6, \quad r \in R; z \in Z \quad (67)$$

$$FI_{r,z}^{dis,3} \geq M_{FI_{r,z}^{dis,3}}^{\min} y_{r,z}^6, \quad r \in R; z \in Z \quad (68)$$

$$C_r = \sum_{z=1}^Z C_{r,z} y_{r,z}^6 \quad r \in R \quad (69)$$

$$\sum_{z=1}^Z y_{r,z}^6 = 1, \quad r \in R \quad (70)$$

en las ecuaciones anteriores el subíndice  $z$  es usado para denotar el número del segmento lineal de la curva original,  $B_{r,z}^{6,dis}$  es el término bilineal desagregado para  $B_r^6$ ,  $FI_{r,z}^{dis,3}$  es el flujo 3 desagregado para  $FI_r$ ,  $M_{B_r^6}^{\max}$  es un límite superior para el término bilineal  $B_r^6$ ,  $M_{FI_{r,z}^{dis,3}}^{\max}$  y  $M_{FI_{r,z}^{dis,3}}^{\min}$  son los límites superior e inferior para  $FI_{r,z}^{dis,3}$  y  $y_{r,z}^6$  es una variable binaria usada para seleccionar el valor óptimo de la pendiente,  $A_{r,z}$ , y la intersección,  $C_{r,z}$ , de la línea y de  $FI_{r,z}^{dis,3}$ . En la **Tabla A.1** se muestra  $A_z$  y  $C_z$  para diferentes valores de  $\alpha$ . El incremento usado fue 0.005 sobre un intervalo de 0-1000. Tanto  $M_{FI_{r,z}^{dis,3}}^{\max}$  como  $M_{FI_{r,z}^{dis,3}}^{\min}$  son dados en la tercer columna de la **Tabla A.1**.

Note que en esta formulación la concentración de los contaminantes en las diferentes corrientes son parámetros calculados con la Ecuación (21). También cabe señalar que la variable  $FI_r$  aparece en los productos bilineales  $B_{r,l}^2$ ,  $B_{r,l}^5$  y  $B_r^6$ ; sin embargo, la variable desagregada en la reformulación convex hull para cada producto bilineal es diferente. Además la concentración de contaminante en los términos bilineales  $B_{r,j,l}^1$  y  $B_{r,l}^4$  son las mismas, en este caso una restricción adicional debe ser incluida para asegurar que la región activa en ambas disyunciones es la misma.

$$y_{r,l,q}^1 = y_{r,l,q}^4 \quad r \in R; l \in L; q \in t+1 \quad (71)$$

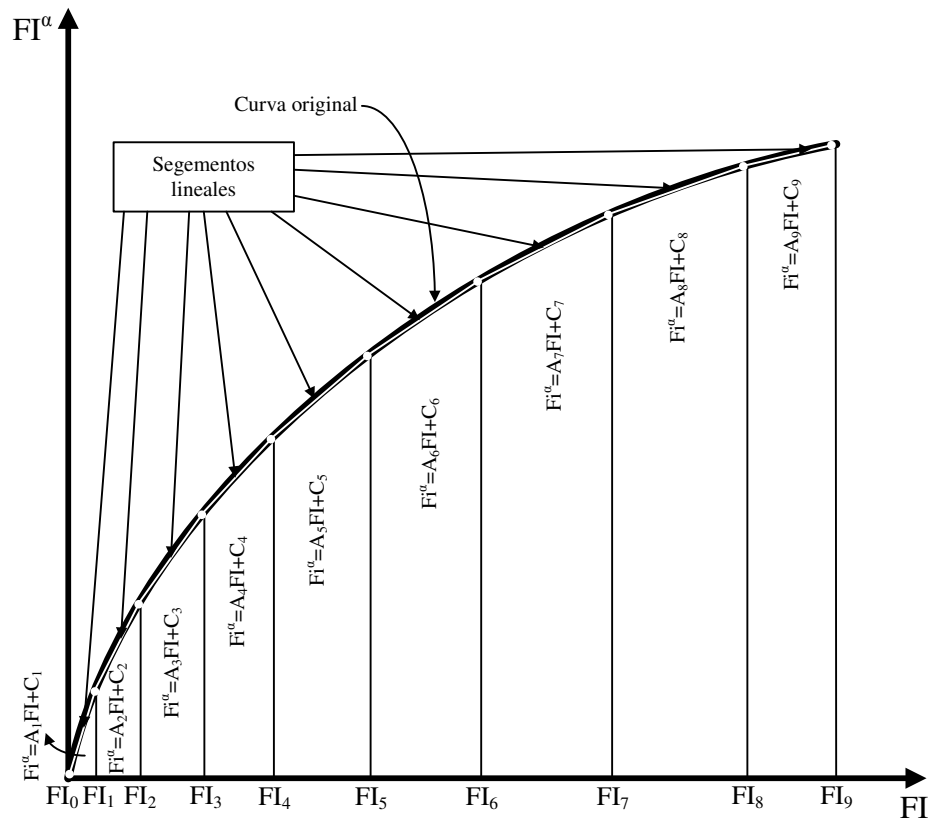
### Aspectos importantes del modelo.

1. El modelo original es un MINLP no convexo formado por las Ecuaciones (1)-(23). Por lo tanto, la solución del MINLP no garantiza la solución óptima global.
2. El MILP discretizado es convexo, conformado por las Ecuaciones (1), (2), (3'), (4), (5), (6'), (7)-(9), (10'), (11)-(21), (22'), (23)-(71). La solución de la reformulación MILP, por



lo tanto, garantiza una solución cercana a la óptima global.

3. El modelo propuesto fácilmente puede considerar el caso cuando unidades de tratamiento son exclusivas de alguna planta. Esta situación es modelada con restricciones sobre los flujos desde los efluentes de proceso hacia las unidades de tratamiento y desde las unidades de tratamiento hacia las unidades de proceso. Además, la función objetivo puede considerar solamente la minimización de agua fresca o el costo de regeneración o el costo de tuberías sin problemas matemáticos.
4. Algunas limitaciones del modelo propuesto son: no considerar la caída de presión en los segmentos de tuberías, la recirculación en la zona de regeneración no es una opción, sólo es posible tener arreglo en paralelo de las unidades de tratamiento y el diseño de las unidades de tratamiento no es detallado.



**Figura A.2.** Linealización del término exponencial  $FI^\alpha$  para el costo de capital de las unidades de tratamiento

## A.5 RESULTADOS.

Para mostrar la aplicación del modelo propuesto, tres casos de estudio son presentados. Cada caso fue resuelto como un problema MINLP con el resolvidor DICOPT, y el problema MILP con el resolvidor CPLEX incluidos en la plataforma GAMS (Brooke y col., 2010). Los valores usados para los parámetros  $K_F$ ,  $H_Y$ ,  $CU_p$ ,  $v$  y  $\rho$  son 0.231/año, 8000 hr/año, 250 US\$, 1 m/s y  $1000 \text{ kg/m}^3$ , respectivamente. El valor del exponente  $\alpha$  para el costo fijo de las unidades de tratamiento es 0.7. Además, la integración de las plantas por separado fue realizada con la idea de evaluar algunos incentivos para la integración entre plantas.

**Ejemplo 1.** Este caso consiste en tres plantas con tres efluentes cada una cuyos datos son presentados en la **Tabla A.2**. Los valores para los parámetros son  $D$ ,  $K_F$ ,  $H_Y$ ,  $CUM_w$ ,  $CU_r$ ,  $CU_p$ ,  $v$  y  $\rho$  son 100 m, 0.231/año, 8000 hr/año, 0.13US\$kg, 12600 US\$, 250 US\$, 1 m/s y  $1000 \text{ kg/m}^3$ , respectivamente. Se cuenta con dos tipos de agua una limpia y otra con 10 ppm de contaminante. El costo para el agua limpia es el ya mencionado y el de la contaminada es 0.11 US\$kg. Además, la concentración máxima permisible en la corriente de descarga al ambiente es 100 ppm.

Los resultados y las configuraciones obtenidas son presentados en la **Tabla A.3**, **Figura A.3** y **Figura A.4**; para el MIP y MINLP, respectivamente. Note que con el resolvidor BARON no se encontró solución debido a la dificultad de fijar buenos límites para las variables más importantes. En la **Tabla 3**, **Figura A.3** y **A.4** es posible ver que la solución óptima en términos de costo es la misma a partir del modelo MINLP y del modelo MILP pero no en configuración; ya que la distribución de flujos de los efluentes y del agua fresca es diferente. Esto muestra las múltiples soluciones óptimas para unas mismas condiciones. En esos casos, la selección se realiza en función de la factibilidad operacional y de los espacios disponibles.

Como se observa en las **Figuras A.3** y **A.4**, no fue necesario incluir ninguna unidad de tratamiento para satisfacer la concentración máxima de contaminante en las unidades de proceso y en la descarga ambiental. Esto porque las condiciones en los efluentes y en las unidades de proceso en términos de concentración de contaminantes no son muy diferentes entre ellos, y se tienen valores relativamente pequeños de concentración de contaminante respecto a la concentración máxima de contaminante permitida. Tal situación permite facilita la solución del problema y permite que con el modelo MINLP se obtenga la misma configuración óptima como

la obtenida con la técnica de optimización global propuesta.

Para ver los beneficios de las estrategias de integración, la solución sin integración es presentada en la última columna de la **Tabla A.4**, donde puede notarse que la solución óptima para el problema MILP presenta ahorros de 89%, 100%, y 90%, en el costo de agua fresca, costo de regeneración y costo de tuberías, respectivamente, por consecuencia esto proporciona un ahorro del 92% en el costo total anual.

**Ejemplo 2.** Este ejemplo, considera tres plantas con cinco efluentes de proceso y cinco unidades de proceso cada una, con los datos mostrados en la **Tabla A.3**. El costo del agua fresca disponible es 0.13 US\$/ton y la concentración máxima permisible de contaminante en la corriente de descarga ambiental es 100 ppm, la longitud para todos los segmentos de tuberías ( $D_{ij}^1$ ,  $D_{ir}^2$ ,  $D_{rj}^3$ ,  $D_r^4$ ) fue fijada como 100 m. Las unidades de tratamiento consideradas son las mismas que las del ejemplo 1, cuyos datos son mostrados en la **Tabla A.2** (El-Halwagi, 2006).

En este caso, 41 intervalos para  $q$  fueron usados para el modelo MILP discretizado. Cuyo problema consiste en 15,939 variables continuas, 1,707 variables binarias y 21,735 restricciones, mientras el problema MINLP contiene 1,088 variables continuas, 504 variables binarias y 1,112 restricciones.

La **Figura A.5** muestra la configuración obtenida usando el modelo MILP para la solución con la integración entre plantas, mientras que la **Tabla A.4** presenta los resultados económicos principales para las soluciones del MILP y el MINLP. Note que en la **Tabla A.4** la configuración obtenida con la reformulación lineal es 1.11% más económica que la obtenida con el problema original MINLP; este resultado indica que la técnica de linealización propuesta puede ser particularmente útil para problemas grandes y difíciles de resolver, por ejemplo, problemas con efluentes de proceso con diferencias significativas en las concentraciones de contaminantes, incluyendo con algunos con valores altos. Los ahorros obtenidos para el modelo MILP con respecto a la solución del modelo MINLP se deben a menores costos de tratamiento y de tuberías a expensas de un mayor costo de agua fresca. Además, ambas configuraciones tienen diferentes distribuciones y flujos.

Adicionalmente, la **Tabla A.4** muestra los resultados de la solución para el caso en el cual

la integración entre plantas no es permitida. La configuración obtenida para el caso de la integración entre plantas es 12% más económica que la configuración sin la integración entre plantas, como consecuencia de un menor costo de regeneración y costo de tuberías. Note en la **Figura A.5** que la solución de la integración entre plantas demanda dos interceptores, mientras que la configuración sin la integración entre plantas usa cinco interceptores para cumplir con las restricciones de concentración de contaminantes en las unidades de proceso y en la descarga al ambiente.

Además la **Figura A.5** muestra varias unidades de tratamiento con diferentes capacidades de remoción para cumplir con las restricciones del problema y para incrementar la pureza del agua de desecho; evidenciando un arreglo en paralelo de las unidades de tratamiento. En ese sentido, existen incentivos económicos cuando se realiza la selección simultánea de las unidades de tratamiento con respecto al caso cuando las unidades de tratamiento son fijadas.

Finalmente, la última columna de la **Tabla A.4** muestra los resultados para el caso previo a la integración, los resultados muestran que la solución óptima ofrece ahorros del 16%, 81%, 13% y 69% para el costo de agua fresca, el costo de regeneración, el costo de tuberías y el costo total anual.

**Ejemplo 3.** Este ejemplo incluye seis efluentes de proceso y seis unidades de proceso distribuidos en dos plantas. Dos contaminantes son considerados en las unidades de proceso, y los valores de flujo y concentración de contaminantes en los efluentes de proceso y en las unidades de proceso son mostrados en la **Tabla A.3**. Dos tipos de agua fresca están disponibles, uno es agua limpia con un costo unitario de 0.15 US\$/ton, en tanto que, la otra agua no contiene contaminante 1 y presenta 10 ppm de contaminante 2, y su costo unitario es 0.13 US\$/ton. Los límites para los contaminantes 1 y 2 en la descarga al ambiente son 10 ppm y 100 ppm, respectivamente. Además, las longitudes de los segmentos de tubería  $D_{ij}^1$ ,  $D_{ir}^2$  y  $D_{rj}^3$ , son dadas en la **Tabla A.5** en tanto que  $D_r^4$  es fijado como 200 m. Tres tipos de unidades de tratamiento son considerados, con los factores de conversión, costos de inversión y costos por unidad de masa removida presentados en la **Tabla A.2** (El-Halwagi, 2006). Las unidades de tratamiento son distribuidas como sigue: un conjunto formado por los interceptores 1, 2 y 3 pueden ser compartidos por ambas plantas; un conjunto formado por los interceptores 1 y 2 pueden

solamente ser instalados en la planta 1, y un conjunto formado por los interceptores 1 y 2 solo pueden ser usados en la planta 2. Esto da un total de 7 unidades de tratamiento, de los cuales las unidades de tratamiento 1, 2 y 3 son unidades de tratamiento comunes, las unidades de tratamiento 4 y 5 son unidades de tratamiento para la planta 1, en tanto que, las unidades de tratamiento 6 y 7 son unidades de tratamiento para la planta 2.

Un total de 21 intervalos fueron usados para el modelo MILP discretizado, lo que genera 1,184 variables binarias, 7,686 variables continuas y 9,978 restricciones; mientras que el modelo MINLP incluye 140 variables binarias, 368 variables continuas y 382 restricciones. Los resultados obtenidos son mostrados en la **Tabla A.4**. Note que el costo total anual de la solución del problema MILP para la integración entre plantas (**Figure A.6**) es 1.6% más económica que la solución del problema MINLP para la integración entre plantas, y 10% más económica respecto a la solución de la integración de las plantas por separado. Además, la solución del modelo MILP demanda 6.5% y 8% menos agua fresca con respecto a la integración entre plantas con el modelo MINLP y a la integración de las plantas por separado, respectivamente. Uno puede notar que la estructura óptima incluye la unidad de tratamiento 6, la cual es exclusiva para la planta 2, y los interceptores 2 y 3, los cuales son parte de la zona de regeneración del parque eco-industrial. Este ejemplo demuestra la aplicabilidad del modelo propuesto para el caso donde existen unidades de tratamiento que son exclusivas para plantas específicas en la integración másica de parques eco-industriales. Como última comparación, puede notarse que la configuración óptima de la integración entre plantas es 80% más económica que la solución cuando no se realiza la integración másica (ver la última columna de la **Tabla A.4**).

**Tabla A.1.** Constantes para calcular el costo de inversión de las unidades de tratamiento

$\alpha$	$z$	Intervalo de flujo	$A_z$	$C_z$	Error
<b>0.6</b>	1	0-5	0.5253	0.0000	0.0000
	2	0-15	0.2451	1.4440	0.0093
	3	15-25	0.1821	2.3613	0.0012
	4	25-75	0.1278	3.9356	0.1067
	5	75-175	0.0879	7.0035	0.2326
	6	175-350	0.0651	11.0610	0.4639
	7	350-525	0.0528	15.2480	0.1128
	8	525-875	0.0438	20.1310	0.9602
	9	875-1000	0.0389	24.2580	0.0396
<b>0.7</b>	1	0-10	0.5012	0.1931	0.2237
	2	0-35	0.2801	2.3957	0.0624
	3	35-55	0.2240	4.2434	0.0064
	4	55-105	0.1889	6.2860	0.0491
	5	105-275	0.1463	11.2660	2.0358
	6	275-380	0.1233	17.1870	0.0399
	7	380-550	0.1110	21.9340	0.2464
	8	550-690	0.1018	26.9500	0.0449
	9	690-835	0.0956	31.1760	0.0421
	10	835-1000	0.0905	35.4950	0.0676
<b>0.8</b>	1	0-20	0.5415	0.5144	0.7076
	2	20-95	0.3605	4.4896	1.2183
	3	95-240	0.2887	11.4550	2.2472
	4	240-420	0.2513	20.3160	1.2503
	5	420-550	0.2324	28.0340	0.1058
	6	550-825	0.2168	36.5850	1.7616
	7	825-1000	0.2047	46.5850	0.0998
<b>0.9</b>	1	0-35	0.6930	0.6797	0.9932
	2	35-80	0.6014	3.6511	0.0668
	2	80-220	0.5468	8.5389	2.1169
	3	220-360	0.5109	16.1920	0.3939
	3	360-620	0.4848	25.8880	3.6433
	4	620-880	0.4644	38.3840	1.1617
	4	880-1000.	0.4539	47.3520	0.0218

Tabla A.2. Datos para los ejemplos

Planta	Unidades de proceso			Efluentes de proceso				
	Numero	Flujo (ton/hr)	Concentración de contaminante (ppm)	Numero	Flujo (ton/hr)	Concentración de contaminante (ppm)		
<b>Ejemplo 1</b>								
Contaminante 1			Contaminante 1					
1	1	80	70	1	120	80		
	2	120	80	2	80	110		
	3	100	100	3	100	90		
2	4	130	90	4	130	125		
	5	90	110	5	60	95		
	6	150	120	6	110	140		
3	7	110	115	7	95	120		
	8	160	85	8	115	115		
	9	80	125	9	140	100		
<b>Ejemplo 2</b>								
Contaminante 1			Contaminante 1					
1	1	20.00	0	1	20.00	100		
	2	66.67	50	2	66.67	80		
	3	100.00	50	3	100.00	100		
	4	41.67	80	4	41.67	800		
	5	10.00	400	5	10.00	800		
2	6	20.00	0	6	20.00	100		
	7	66.67	50	7	66.67	80		
	8	15.63	80	8	15.63	400		
	9	42.86	100	9	72.86	800		
	10	6.67	400	10	6.67	1000		
3	11	20.00	0	11	20.00	100		
	12	80.00	25	12	80.00	50		
	13	50.00	25	13	50.00	125		
	14	40.00	50	14	40.00	800		
	15	300.00	100	15	300.00	150		
<b>Ejemplo 3</b>								
		Contaminante				Contaminante		
		1	2			1	2	
1	1	100	3	20	1	100	35	600
	2	130	1	80	2	130	30	500
	3	25	3	0	3	25	3	400
2	4	300	2	15	4	300	30	0
	5	200	8	70	5	200	35	400
	6	125	2	30	6	125	5	550

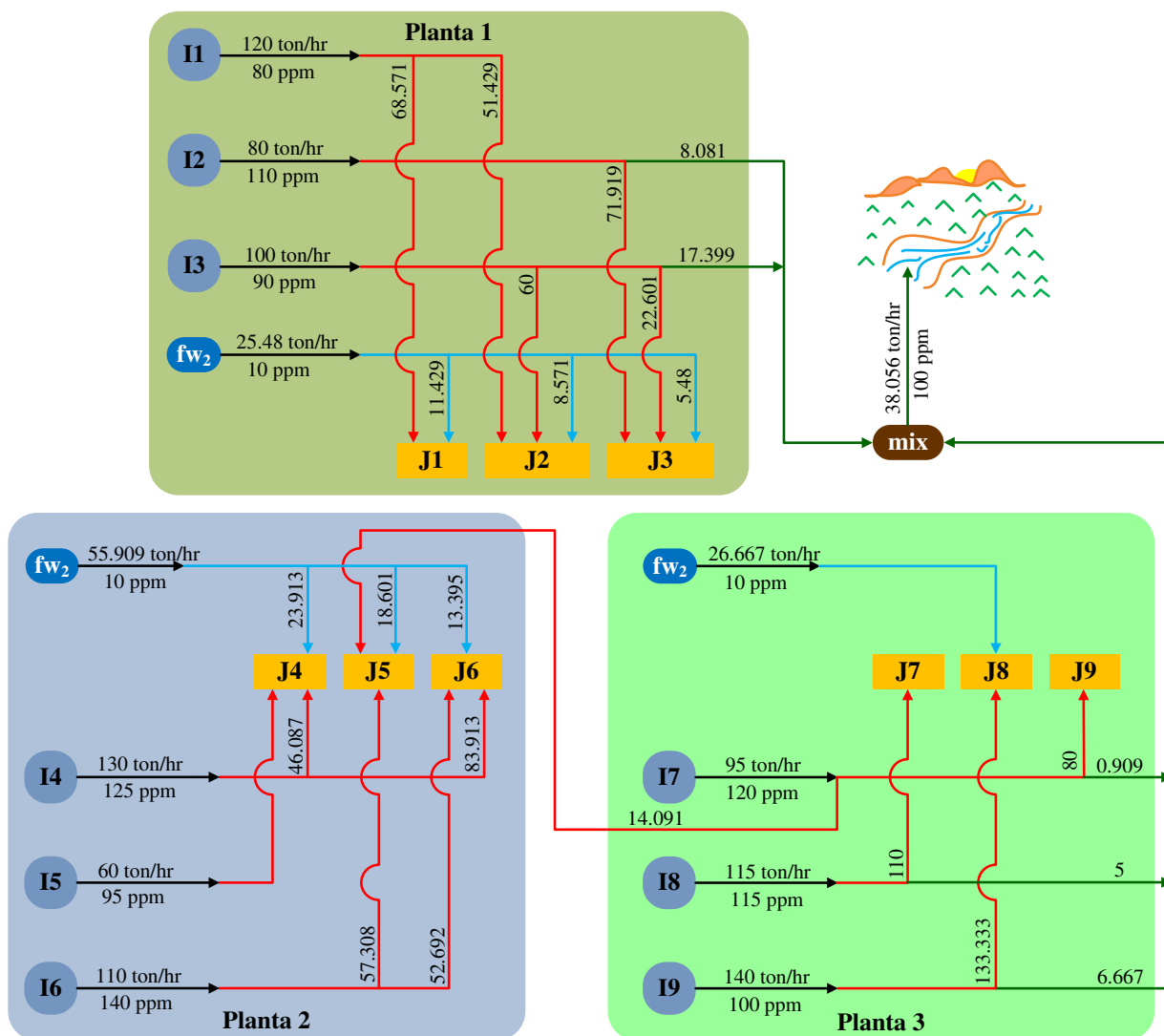
**Tabla A.3.** Costo de capital y operación de las unidades de tratamiento consideradas en los Ejemplos dependiendo del *RR*

<b>Ejemplos 1 y 2</b>				
<b>Unidad de tratamiento</b>	<b>RR</b>		<b>CU (US\$)</b>	<b>CUM (US\$-kg removido)</b>
	<b>Contaminante 1</b>			
1	0.1		500	0.540
2	0.2		7,500	0.695
3	0.3		9,200	0.850
4	0.4		10,500	1.005
5	0.5		11,300	1.160
6	0.6		12,000	1.460
7	0.7		12,400	1.760
8	0.8		12,600	2.060
9	0.9		15,000	4.300

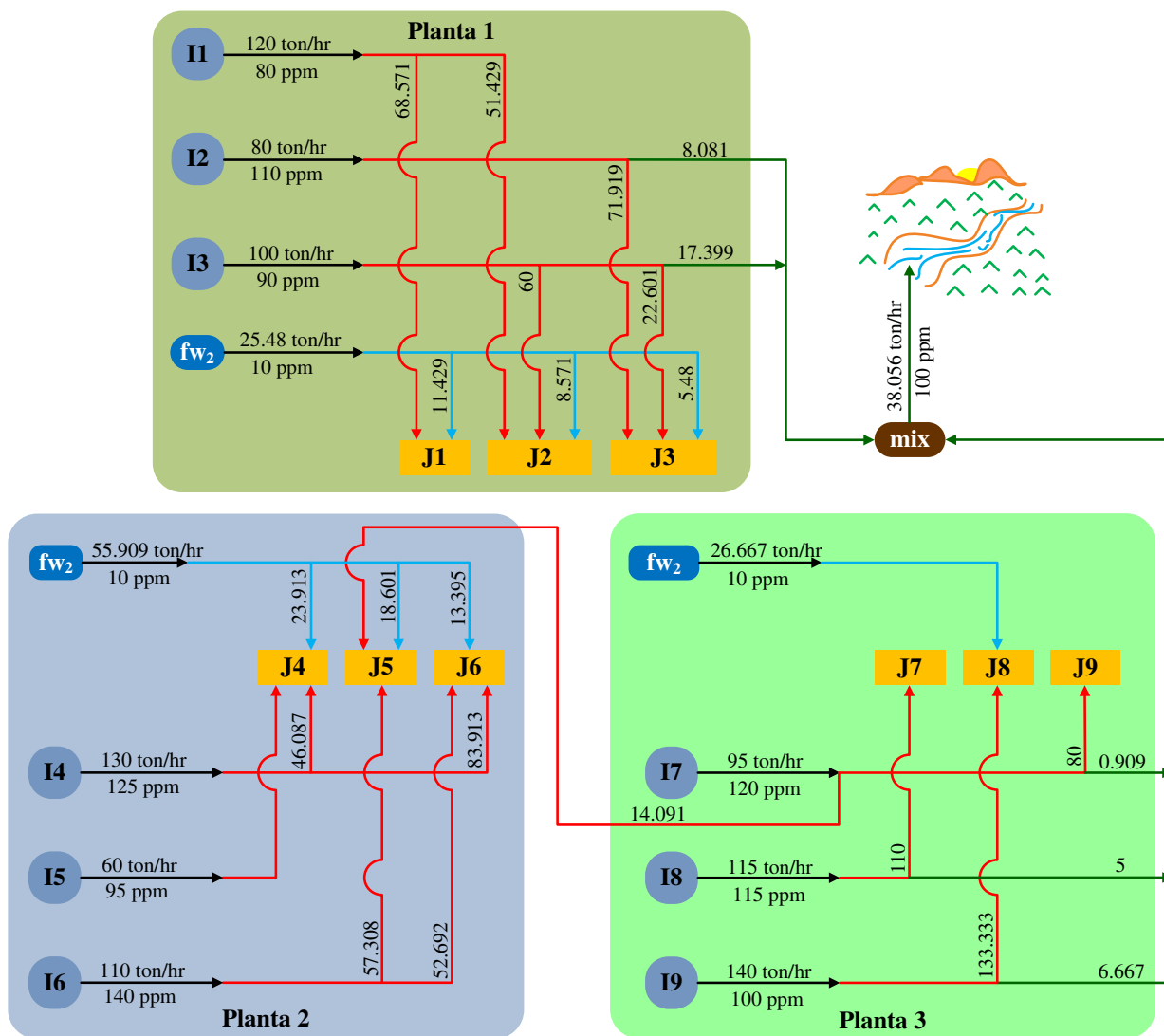
  

<b>Ejemplo 3</b>				
<b>Unidad de tratamiento</b>	<b>RR</b>		<b>CU (US\$)</b>	<b>CUM (US\$-kg removido)</b>
	<b>Contaminante 1</b>	<b>Contaminante 2</b>		
1	0.95	0	16800	1
2	0	0.95	12600	0.0067
3	0.8	0.9	24000	0.033

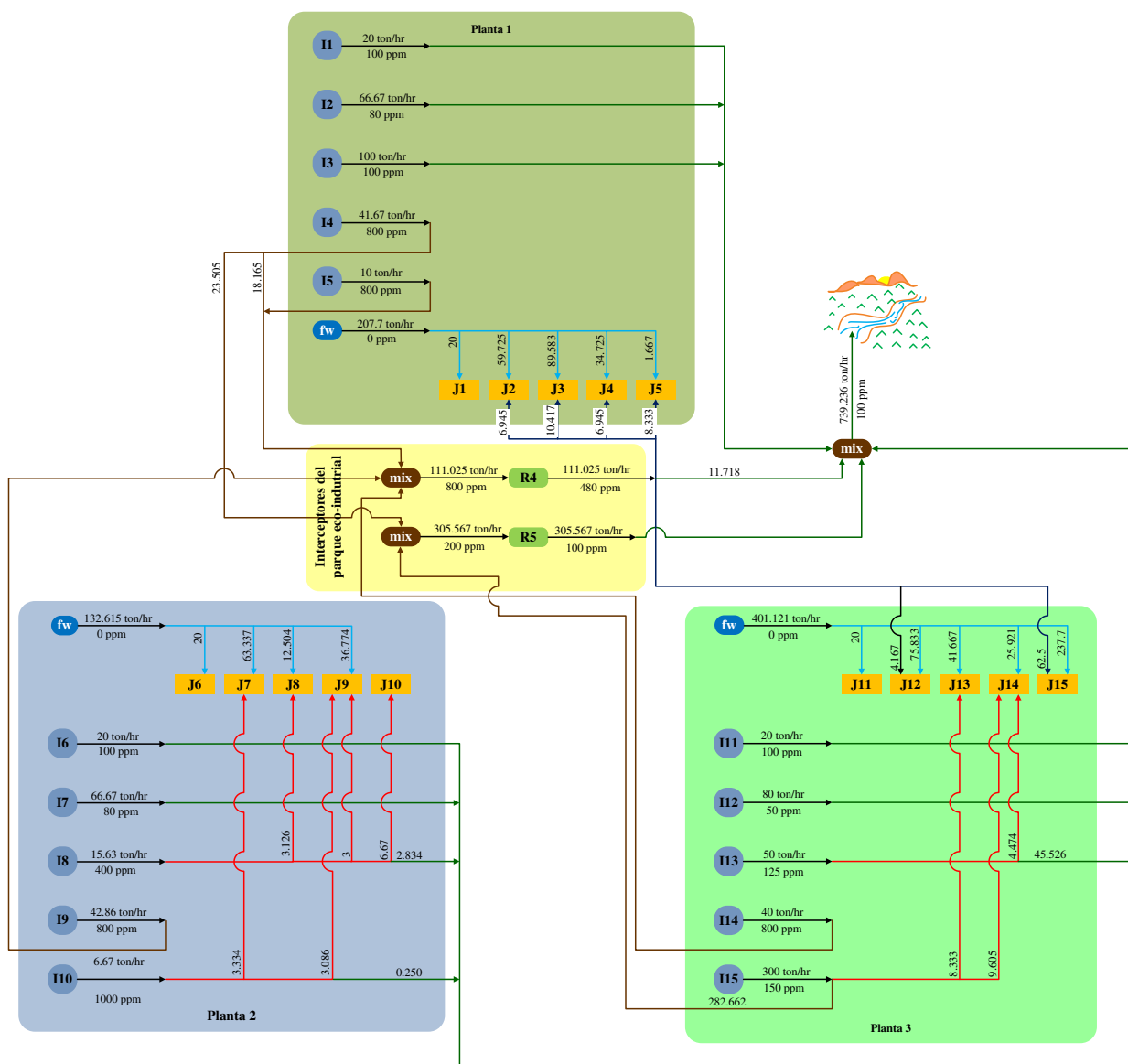




**Figura A.3.** Configuración óptima para el Ejemplo 1 usando la reformulación MILP para la integración entre plantas



**Figura A.4.** Configuración óptima para el Ejemplo 1 usando la reformulación MINLP para la integración entre plantas



**Figura A.5.** Configuración óptima para el Ejemplo 2 usando la reformulación MILP para la integración entre plantas

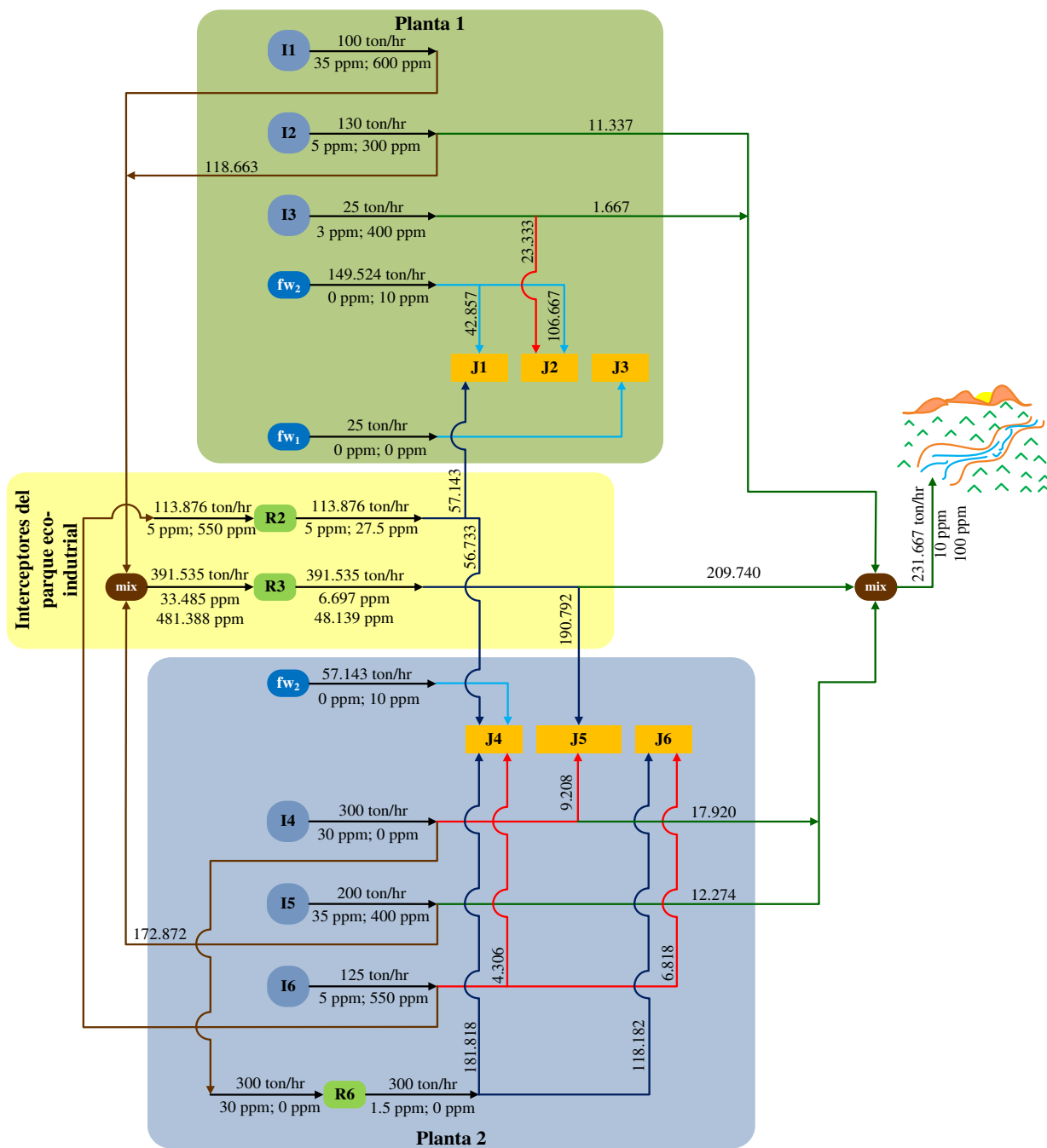


Figura A.6. Configuración óptima para el Ejemplo 3 usando la reformulación MILP para la integración entre plantas.

**Tabla A.4.** Resultados para los Ejemplos

	Integración entre plantas		Integración en cada planta por separado	Sin integración
	MILP	MINLP	MILP	
<b>Ejemplo 1</b>				
Costo total anualizado (US\$/año)	106,637.635	106,637.635	110,244.443	1,317,980.493
Costo de agua fresca (US\$/año)	95,088.889	95,088.889	110,244.443	897,600.00
Costo de tratamiento (US\$/año)	0	0	0	304,795.161
Costo de tuberías (US\$/año)	11,548.746	11,548.746	0	115,585.332
Flujo total de agua fresca (ton/hr)	108.056	108.056	125.277	1,020.000
Flujo total de agua de desecho (ton/hr)	38.056	38.056	55.277	950.000
Tiempo computacional (s)	1.196	0.66	5.33	-
<b>Ejemplo 2</b>				
Costo total anualizado (US\$/año)	1,628,805.385	1,647,108.704	1,849,175.861	5,175,915.191
Costo de agua fresca (US\$/año)	768,805.160	702,511.030	751,018.385	915,376.800
Costo de tratamiento (US\$/año)	779,120.556	857,941.164	988,403.992	4,168,101.145
Costo de tuberías (US\$/año)	80,879.668	86,656.510	109,753.483	92,436.745
Flujo total de agua fresca (ton/hr)	739.236	675.491	722.133	880.170
Flujo total de agua de desecho (ton/hr)	739.236	675.491	722.133	880.170
Tiempo computacional (s)	16,380.12	7.71	1,128	-
<b>Ejemplo 3</b>				
Costo total anualizado (US\$/año)	1,123,398.024	1,141,694.259	1,248,522.456	2,020,996.890
Costo de agua fresca (US\$/año)	244,933.333	261,333.333	274,343.027	919,200.000
Costo de tratamiento (US\$/año)	771,520.032	761,835.000	852,799.346	980,392.840
Costo de tuberías (US\$/año)	106,944.658	118,525.415	121,380.083	121,404.049
Flujo total de agua fresca (ton/hr)	231.667	246.667	250.183	880.000
Flujo total de agua de desecho (ton/hr)	231.667	246.667	250.183	880.000
Tiempo computacional (s)	5,472.13	8.13	3,420.12	-

**Tabla A.5.** Matriz de distribución para la longitud de las tuberías en el Ejemplo 3 (m)

		$D_{i,j}^1$					
$i$	$j$						
	1	2	3	4	5	6	
1	50	50	50	250	250	250	
2	50	50	50	250	250	250	
3	50	50	50	250	250	250	
4	200	250	250	50	50	50	
5	200	250	250	50	50	50	
6	200	250	250	50	50	50	

		$D_{r,j}^3$					
$r$	$j$						
	1	2	3	4	5	6	
1	200	200	200	200	200	200	
2	200	200	200	200	200	200	
3	200	200	200	200	200	200	
4	50	50	50				
5	50	50	50				
6				50	50	50	
7				50	50	50	

		$D_{i,r}^2$						
$i$	$r$							
	1	2	3	4	5	6	7	
1	200	200	200	100	100			
2	200	200	200	100	100			
3	200	200	200	100	100			
4	200	200	200			100	100	
5	200	200	200			100	100	
6	200	200	200			100	100	

## A.6 CONCLUSIONES.

Una técnica de optimización global para el diseño óptimo de parques eco-industriales ha sido presentada. La formulación está basada en una nueva superestructura que permite la integración másica entre plantas para un conjunto de efluentes de proceso y unidades de proceso con flujos másico y concentración de contaminantes. La formulación considera simultáneamente

la selección de las unidades de tratamiento para satisfacer las restricciones operacionales y ambientales. Una estrategia de discretización es usada para manejar los términos bilineales que aparecen en los balances por componente del modelo. Tal estrategia puede ser particularmente útil para problemas difíciles, por ejemplo, casos con fuertes restricciones para la concentración de contaminantes en las unidades de proceso y en la corriente de descarga al ambiente. Aunque la formulación para la optimización global propuesto demanda más tiempo de cómputo, esta puede obtener soluciones cercanas a la global en casos donde el modelo MINLP puede quedar atrapado en soluciones óptimas locales.

Los resultados muestran algunos beneficios para la integración entre plantas respecto a la integración de las plantas por separado, tales como menores costos y menores flujos de las corrientes de descarga y que los parques eco-industriales podrían ser una importante alternativa para proporcionar configuraciones que sean económica y ambientalmente eficientes.

#### **NOMENCLATURA.**

$B$	variable que sustituye a los términos bilineales
$B_l^3$	término bilineal para el balance por componente en la corriente de descarga al ambiente, ppm*ton/hr
$B_q^{dis}$	variable desagregada para el término bilineal $B$
$B_{l,q}^{3,dis}$	variable desagregada para el término bilineal $B_l^3$ , ppm*ton/hr
$B_r^6$	término bilineal para el costo fijo de las unidades de tratamiento, US\$/año
$B_{r,l}^2$	término bilineal para el balance por componente en los efluentes de proceso y dirigido hacia la unidad de tratamiento $r$ , ppm*ton/hr
$B_{r,l}^4$	término bilineal para el balance por componente a la salida de la unidad de tratamiento $r$ y dirigida hacia la descarga del ambiente, ppm*ton/hr
$B_{r,l}^5$	término bilineal para la masa removida en las unidades de tratamiento $r$ , kg/s

$B_{r,j,l}^1$	término bilineal para el balance por componente en la salida de la unidad de tratamiento $r$ y dirigido hacia las unidad de proceso $j$ , ppm*ton/hr
$B_{r,l,q}^{2,dis}$	término bilineal desagregado para $B_{r,l}^2$ , ppm*ton/hr
$B_{r,l,q}^{4,dis}$	término bilineal desagregado para $B_{r,l}^4$ , ppm*ton/hr
$B_{r,l,q}^{5,dis}$	término bilineal desagregado para $B_{r,l}^5$ , kg/s
$B_{r,j,l,q}^{1,dis}$	término bilineal desagregado para $B_{r,j,l}^1$ , ppm*ton/hr
$B_{r,z}^{6,dis}$	término bilineal desagregado para $B_r^6$ , US\$/year
$ce_l$	concentración del contaminante $l$ en la descarga al ambiente, ppm
$ce_{l,q}$	concentración de contaminante desagregada para $ce_l$ , ppm
$ci_{r,l}^{in}$	concentración del contaminante $l$ a la entrada de la unidad de tratamiento $r$ , ppm
$ci_{r,l}^m$	concentración removida de contaminante del contaminante $l$ en la unidad de tratamiento $r$ , ppm
$ci_{r,l}^{out}$	concentración del contaminante $l$ a la salida de la unidad de tratamiento $r$ , ppm
$ci_{r,l,q}^{in}$	concentración de contaminante desagregada para $ci_{r,l}^{in}$ , ppm
$ci_{r,l,q}^m$	concentración de contaminante desagregada para $ci_{r,l}^m$ , ppm
$ci_{r,l,q}^{out}$	concentración de contaminante desagregada para $ci_{r,l}^{out}$ , ppm
$cs_{i,l}$	concentración de contaminante $l$ en el efluente de proceso $i$ , ppm
$cu_{j,l}$	concentración de contaminante $l$ en el efluente de proceso $j$ , ppm
$CUM_r$	costo por unidad de masa removida en la unidad de tratamiento $r$ , US\$/kg



CUp	costo unitario de las tuberías, US\$
CU <sub>r</sub>	costo unitario de las unidades de tratamiento $r$ , US\$
CU <sub>w</sub>	costo unitario del agua fresca $w$ , US\$/ton
$cw_{w,l}$	concentración del contaminante $l$ en el agua fresco $w$ , ppm
D	longitud de los segmentos de tuberías, m
$F$	flujo másico, ton/hr
$FE$	flujo en la corriente de descarga al ambiente, ton/hr
$FE_{l,q}^{dis}$	flujo desagregado para $FE$ , ton/hr
$F_i$	flujo del efluente de proceso $i$ , ton/hr
$fie_r$	flujo de la unidad de tratamiento $r$ en la corriente de descarga al ambiente, ton/hr
$fie_{r,l,q}^{dis}$	flujo desagregado para $fie_r$ , ton/hr
$FI_r$	flujo en la unidad de tratamiento $r$ , ton/hr
$FI_{r,q,l}^{dis}$	flujo desagregado 1 para $FI_r$ , ton/hr
$FI_{r,q,l}^{dis,2}$	flujo desagregado 2 para $FI_r$ , ton/hr
$FI_{r,z}^{dis,3}$	flujo desagregado 3 para $FI_r$ , ton/hr
$fis_{r,j}$	flujo de la unidad de tratamiento $r$ en la unidad de proceso $j$ , ton/hr
$fis_{r,j,l,q}^{dis}$	flujo desagregado para $fis_{r,j}$ , ton/hr
$F_q^{dis}$	flujo desagregado para $F$ , ton/hr
FS <sub>i</sub>	flujo del efluente de proceso $i$ , ton/hr
FU <sub>j</sub>	flujo de la unidad de proceso $j$ , ton/hr

$fse_i$	flujo del efluente de proceso $i$ en la corriente de descarga al ambiente , ton/hr
$fsi_{i,r}$	flujo del efluente de proceso $i$ en la unidad de tratamiento $r$ , ton/hr
$fss_{i,j}$	flujo del efluente de proceso $i$ en la unidad de proceso $j$ , ton/hr
$fws_{w,j}$	flujo del agua fresca $w$ en la unidad de proceso $j$ , ton/hr
$H_Y$	horas de operación al año, hr/year
$I$	$\{i=1,2,\dots,N_{efluentes}  i \text{ es un conjunto de efluentes de proceso}\}$
$J$	$\{j=1,2,\dots,N_{procesos}  j \text{ es un conjunto de unidades de proceso}\}$
$K_F$	factor de anualización
$M_B^{\max}$	límite superior para B
$M_F^{\max}$	límite superior para F
$M_{B_{r,j,l}^1}^{\max}$	límite superior para $B_{r,j,l}^1$
$M_{B_{r,l}^2}^{\max}$	límite superior para $B_{r,l}^2$
$M_{B_l^3}^{\max}$	límite superior para $B_l^3$
$M_{B_{r,l}^4}^{\max}$	límite superior para $B_{r,l}^4$
$M_{B_{r,l}^5}^{\max}$	límite superior para $B_{r,l}^5$
$M_{B_r^6}^{\max}$	límite superior para $B_r^6$
$M_{FI_r}^{\max}$	límite superior para $FI_r$
$M_{FE}^{\max}$	límite superior para $FE$

$M_{fss_{i,j}}^{\max}$	límite superior para $fss_{i,j}$
$M_{fss_{i,j}}^{\min}$	límite superior para $fss_{i,j}$
$M_{fsi_{i,r}}^{\max}$	límite superior para $fsi_{i,r}$
$M_{fsi_{i,r}}^{\min}$	límite superior para $fsi_{i,r}$
$M_{fis_{r,j}}^{\max}$	límite superior para $fis_{r,j}$
$M_{fis_{r,j}}^{\min}$	límite superior para $fis_{r,j}$
$M_{fie_r}^{\max}$	límite superior para $fie_r$
$M_{fie_r}^{\min}$	límite superior para $fie_r$
$M_{FI_{r,z}^{dis,3}}^{\max}$	límite superior para $FI_{r,z}^{dis,3}$
$M_{FI_{r,z}^{dis,3}}^{\min}$	límite superior para $FI_{r,z}^{dis,3}$
$p$	parámetro del costo de capital de las tuberías
$PC$	costo de capital de las tuberías, US\$/año
$Q$	$\{q=1,2,\dots,N_{intervalos\ para\ la\ discretización} \mid q\ es\ un\ conjunto\ de\ intervalos\ para\ desagregar\ las\ variables\}$
$R$	$\{r=1,2,\dots,N_{unidad\ de\ tratamiento} \mid r\ es\ un\ conjunto\ de\ unidades\ de\ tratamiento\}$
$RC$	costo de tratamiento, US\$/año
$RR_r$	factor de conversión de la unidad de tratamiento $r$ , adimensional
$t$	número de intervalos para dividir $x$
$TAC$	costo total anual, US\$/año

$v$	velocidad, m/s
$W$	$\{w=1,2,\dots,N_{\text{tipo de agua fresca}}\}$ $w$ es un conjunto de tipos de agua fresca
$WC$	costo de agua fresca, US\$/año
$x$	variables continuas
$Y$	variable Booleana usada para determinar el valor de $B$
$Y_{r,l,q}^1$	variable Booleana usada para determinar el valor de $B_{r,j,l}^1$
$Y_{r,l,q}^2$	variable Booleana usada para determinar el valor de $B_{r,l}^2$
$Y_{l,q}^3$	variable Booleana usada para determinar el valor de $B_l^3$
$Y_{r,l,q}^4$	variable Booleana usada para determinar el valor de $B_{r,l}^4$
$Y_{r,l,q}^5$	variable Booleana usada para determinar el valor de $B_{r,l}^5$
$Y_{r,z}^6$	variable Booleana usada para determinar el valor de $B_r^6$

### Símbolos griegos

$\rho$	densidad, kg/m <sup>3</sup>
$\psi_q$	valor discreto de $x$ en el intervalo $q$

### Variables Binarias

$x_{i,j}^1$	usada para determinar la existencia de la tubería desde el efluente de proceso $i$ hacia la unidad de proceso $j$ , 0 o 1
$x_{i,r}^2$	usada para determinar la existencia de la tubería desde el efluente de proceso $i$ hacia la unidad de proceso $r$ , 0 o 1
$x_{r,j}^3$	usada para determinar la existencia de la tubería dese la unida de tratamiento $r$ hacia la unidad de proceso $j$

$x_r^4$	usada para determinar la existencia de la tubería desde la unidad de tratamiento $r$ hacia la descarga al ambiente
$y_q$	usada para seleccionar el optimo valor de $\psi_q$ and $F_q^{dis}$
$y_{r,l,q}^1$	usada para seleccionar el optimo valor de $ci_{r,l,q}^{out}$ y $fis_{r,j,l,q}^{dis}$
$y_{r,l,q}^2$	usada para seleccionar el optimo valor de $ci_{r,l,q}^{in}$ y $FI_{r,l,q}^{dis}$
$y_{l,q}^3$	usada para seleccionar el optimo valor de $FE_{l,q}^{dis}$ y $ce_{lq}$
$y_{r,q,l}^4$	usada para seleccionar el optimo valor de $fi e_{r,q}^{dis}$ y $ci_{r,l,q}^{out}$
$y_{r,l,q}^5$	usada para seleccionar el optimo valor de $ci_{r,l,q}^m$ y $FI_{r,l,q}^{dis,2}$
$y_{r,z}^6$	usada para seleccionar el optimo valor de $A_{r,z}$ , $C_{r,z}$ , y $FI_{r,z}^{dis,3}$

### Subíndices

$i$	efluente de proceso
$j$	unidad de proceso
$dis$	desagregado
$l$	contaminante
$q$	intervalos para la desagregación
$r$	unidad de tratamiento
$w$	tipo de agua fresca

### Superíndices

$in$	entrada
$m$	masa removida

*max*            límite superior

*min*            límite inferior

*out*            salida

---

**APÉNDICE B. INTEGRACIÓN DE AGUA  
EN PARQUES ECO-INDUSTRIALES  
CONSIDERANDO MÚLTIPLES  
CONTAMINANTES CON UN MODELO DE  
OPTIMIZACIÓN GLOBAL**

---

## CONSIDERANDO MÚLTIPLES CONTAMINANTES CON UN MODELO DE OPTIMIZACIÓN GLOBAL.

### B.1 RESUMEN.

En este **Apéndice** se presenta una formulación matemática para la integración másica de agua en parques eco-industriales con múltiples contaminantes basada en la concentración de las corrientes. La formulación matemática considera una nueva superestructura que permite el reúso de agua de desecho en una misma planta, el intercambio de agua con plantas diferentes además de compartir un grupo de unidades de tratamiento que deben ser seleccionadas para determinar la configuración de la red que satisfaga las restricciones en los equipos de proceso y restricciones de contaminantes en la corriente de descarga al ambiente. El modelo es capaz de manejar efluentes de proceso con varios contaminantes y tendrá como objetivo determinar la red con el mínimo costo total anual, el cual incluye los costos de agua fresca, de tuberías y del tratamiento requerido. Además, se imponen restricciones operacionales para la existencia de los diferentes segmentos de tubería y se propone un nuevo método de discretización para manejar adecuadamente los términos bilineales que se encuentren en el modelo y encontrar una solución cercana a la óptima global. Los resultados obtenidos en varios ejemplos muestran considerables ahorros respecto a la solución de cada planta por separado.

El **Apéndice** es organizado como sigue, en la **sección B.2** se presenta la definición del problema abordado, en la **sección B.3** se presenta la formulación del modelo, la **sección B.4** presenta la reformulación de los términos bilineales, la **sección B.5** muestra los resultados obtenidos con la aplicación del modelo propuesto para varios casos de estudio y finalmente en la **sección B.6** se presentan las conclusiones de este apéndice.

### B.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.

Una vez dado:

- a) El flujo másico y la concentración de los contaminantes de un conjunto de efluentes de proceso.
- b) El flujo másico requerido y el límite máximo permisible de los contaminantes de un conjunto de unidades de proceso.



- c) El límite máximo permisible de los contaminantes en la corriente de descarga.
- d) La concentración de los contaminantes en los tipos de agua fresca disponibles.
- e) La capacidad de remoción de contaminantes de un conjunto de unidades de tratamiento.
- f) Parámetros económicos, como el costo unitario del agua fresca, el costo fijo y de operación de las unidades de tratamiento, la longitud y el costo fijo de los segmentos de tuberías considerados.

El problema consiste en encontrar la configuración óptima del parque eco-industrial que cumpla con las restricciones operacionales y ambientales pero a su vez que represente el mínimo costo total anual.

### **B.3 FORMULACIÓN DEL MODELO.**

El modelo propuesto está basado en la superestructura mostrada en la **Figura B.1**, la cual muestra dos plantas con dos efluentes y dos unidades de proceso, dos contaminantes y un tipo de agua fresca. Se dispone de un sistema de tratamiento para el parque eco-industrial, este sistema está dividido en etapas con un grupo de unidades de tratamiento disponibles con eficiencia específica para remover un contaminante dado. En esta representación, cada efluente puede ser segregado y dirigidos hacia los interceptores de la primera etapa de tratamiento, hacia las unidades de proceso y/o descargado hacia el ambiente; el flujo de salida de cada interceptor en cada etapa de tratamiento puede ser dividido y dirigido hacia cada interceptor de la etapa siguiente; y finalmente el flujo de los interceptores de la última etapa de tratamiento puede ser dividido y enviado hacia cualquier unidad de proceso y/o descargado hacia al ambiente. Notese que una unidad de tratamiento ficticia es considerada para cuando no se requiera tratamiento. En la formulación del modelo, el subíndice  $i$  es usado para denotar los efluentes de proceso,  $j$  es usado para denotar las unidades de proceso,  $t$  es usado para denotar las etapas de tratamiento,  $r_t$  es usado para designar el tipo de interceptor en la etapa  $t$ ,  $w$  es usado para indicar el tipo de agua fresca, y  $l$  denota a los contaminantes. Los superíndices  $in$ ,  $out$ ,  $m$  y  $max$  son usados para designar entrada, salida, masa removida y limite superior, respectivamente.  $NT$  es un escalar que representa la última etapa de las unidades de tratamiento. El conjunto  $R_t$  es usado para designar los interceptores considerados en la etapa de tratamiento  $t$ ,  $J$  es el número de unidades de proceso,  $I$  es usado para los efluentes de proceso y  $T$  es el número de etapas de tratamiento

consideradas. Note que en cada etapa de tratamiento solamente es posible tratar un sólo contaminante; por lo tanto, el número de etapas de tratamiento es igual al número de contaminantes que deben ser removidos. Además, no se utiliza un índice especial para cada planta; ya que los efluentes y las unidades de proceso son enumerados consecutivamente para obtener una formulación más simple. Por último, la selección del tipo de tratamiento es una decisión de optimización.

Las ecuaciones del modelo son presentadas a continuación.

### **Balance de masa para cada efluente de proceso.**

El flujo de cada efluente de proceso  $FS_i$  puede ser dividido y enviado hacia los interceptores de la primera etapa de tratamiento ( $fsi_{i,r=1}$ ), a las unidades de proceso en la misma planta o en otra planta ( $fss_{i,j}$ ) y/o descargado al ambiente ( $fse_i$ ).

$$FS_i = \sum_{j=1}^J fss_{i,j} + \sum_{r=1}^{R_{i=1}} fsi_{i,r=1} + fse_i \quad i \in I \quad (1)$$

### **Balance de masa en cada unidad de proceso.**

Las condiciones en la entrada de cualquier unidad de proceso respecto a flujo ( $FU_j$ ) y concentración de contaminantes ( $cu_{j,l}$ ) son determinadas a partir de las fracciones de flujo de los efluentes de proceso ( $fss_{i,j}$ ), agua fresca ( $fws_{w,j}$ ) y los interceptores de la última etapa de tratamiento ( $fis_{r=NT,j}$ ) que son enviadas a cada unidad de proceso. Las variables que aparecen en el balance por componente en la entrada de cualquier unidad de proceso son  $ci_{r=NT,l}^{out}$  y  $fis_{r=NT,j}$ , y su producto conforman un producto bilineal. Por lo tanto, la ecuación (3) para el balance por componente en el mezclador previo a cada unidad de proceso es no lineal y no convexa.

$$FU_j = \sum_{i=1}^I fss_{i,j} + \sum_{r=NT=1}^{R_{r=NT}} fis_{r=NT,j} + \sum_{w=1}^W fws_{w,j} \quad j \in J \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^I cs_{i,l} fss_{i,j} + \sum_{r=NT=1}^{R_{r=NT}} ci_{r=NT,l}^{out} fis_{r=NT,j} + \sum_{w=1}^W cw_{w,l} fws_{w,j} \leq cu_{j,l} FU_j \quad j \in J; l \in L \quad (3)$$

donde  $cs_{i,l}$  es la concentración de contaminantes en los efluentes de proceso,  $ci_{r=NT,l}^{out}$  es la concentración de contaminantes a la salida de los interceptores de la última etapa de tratamiento

$c_{w,l}$  es la concentración de contaminantes en el agua fresca  $w$ .

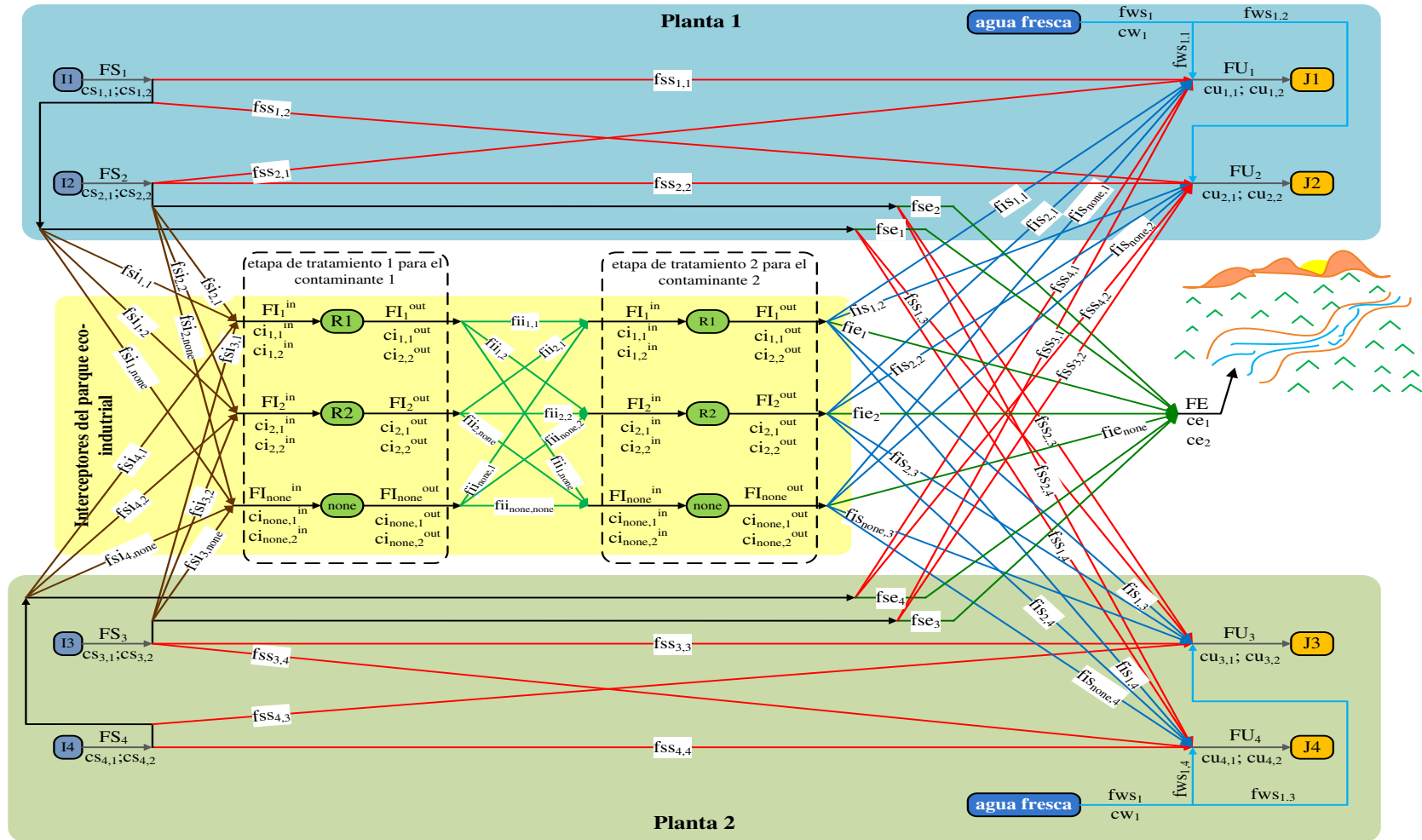


Figura B.1. Superestructura para la integración de agua en parques eco-industriales

**Balance de masa en los interceptores de la primera etapa de tratamiento.**

El flujo de entrada a los interceptores considerados en la primer etapa de tratamiento para remover el contaminante uno es igual a las fracciones de flujo de los efluentes de proceso ( $f_{si,r_{t=1}}$ ) dirigida hacia las unidades de tratamiento.

$$FI_{r_t} = \sum_{i=1}^I f_{si,r_t} \quad r_{t=1} \in R_{t=1} \quad (4)$$

donde  $FI_{r_t}$  es el flujo de entrada en el interceptor  $r_t$ .

Un balance por componente en la entrada de cada interceptor es necesario para estimar la concentración de los contaminantes ( $ci_{r_{t=1},l}^{in}$ ). La ecuación (5) es no lineal porque el flujo de entrada y la concentración de contaminantes son variables de optimización.

$$ci_{r_t,l}^{in} FI_{r_t} = \sum_{i=1}^I cs_{i,l} f_{si,r_t} \quad l \in L; r_{t=1} \in R_{t=1} \quad (5)$$

aquí  $ci_{r_t,l}^{in}$  es la concentración de contaminantes en los interceptores.

**Balance de masa en la entrada de los interceptores después de la primera etapa de tratamiento.**

El flujo de entrada en los interceptores de la etapa  $t \neq 1$  ( $FI_{r_{t \neq 1}}$ ) es la suma de los flujos desde los interceptores de la etapa de tratamiento  $t-1$  dirigidos hacia cada interceptor de la etapa de tratamiento  $t$ ,

$$FI_{r_t} = \sum_{r_{t-1}=1}^{R_{t-1}} fi_{r_{t-1},r_t} \quad r_{t \neq 1} \in R_{t \neq 1} \quad (6)$$

donde  $fi_{r_{t-1},r_t}$  es el flujo desde el interceptor  $r_{t-1}$  dirigido hacia el interceptor  $r_t$  en las etapas de tratamiento posteriores a la primera.

Para calcular la concentración de los contaminantes en las etapas de tratamiento proteriores a la 1,  $ci_{r_{t \neq 1},l}^{in}$ , el siguiente balance por componente es usado.

$$ci_{r_t,l}^{in} FI_{r_t} = \sum_{r_{t-1}=1}^{R_{t-1}} ci_{r_{t-1},l}^{out} fii_{r_{t-1},r_t} \quad r_{t \neq 1} \in R_{t \neq 1}; l \in L \quad (7)$$

donde  $ci_{r_{t-1},l}^{out}$  es la concentración de los contaminantes en el interceptor  $r_t$  en la etapa  $t-1$ .

Note que  $ci_{r_t,l}^{in}$ ,  $FI_{r_t}$ ,  $ci_{r_{t-1},l}^{out}$ ,  $fii_{r_{t-1},r_t}$  son variables desconocidas; por lo tanto, la ecuación (7) es no lineal.

### Distribución de flujos de los interceptores.

Para cumplir con el balance de masa en la zona de regeneración se requiere especificar que el flujo de los interceptores ( $FI_{r_t}$ ) en la etapa  $t$  es igual a la distribución de flujos en los interceptores ( $fii_{r_t,r_{t+1}}$ ) de la etapa  $t+1$ .

$$FI_{r_t} = \sum_{r_{t+1}=1}^{R_{t+1}} fii_{r_t,r_{t+1}} \quad r_{t \neq NT} \in R_{t \neq NT} \quad (8)$$

Nótese que el balance de masa anterior es utilizado solamente desde la etapa 1 hasta la etapa  $NT-1$ , porque el flujo de los interceptores de la última etapa  $t = NT$  es dividido y dirigido hacia cualquier unidad de proceso ( $fis_{r_{t=NT},j}$ ) y/o descargado al ambiente ( $fie_{r_{t=NT}}$ ) como sigue.

$$FI_{r_t} = \sum_{j=1}^J fis_{r_t,j} + fie_{r_t} \quad r_{t=NT} \in R_{t=NT} \quad (9)$$

### Balances en los interceptores.

Cada interceptor considerado tiene un factor de conversión específico ( $RR_{r_t,l}$ ) para un contaminante dado, el cual es usado para calcular la concentración de contaminante en la salida ( $ci_{r_t,l}^{out}$ ) de cada interceptor en cualquier etapa de tratamiento.

$$ci_{r_t,l}^{out} = ci_{r_t,l}^{in} (1 - RR_{r_t,l}) \quad r_t \in R_t, t \in T, l \in L \quad (10)$$

La diferencia entre la concentración de contaminante en la entrada y en la salida en los interceptores es la concentración de contaminante removido en cada interceptor seleccionado (

$cim_{r,l}$ ).

$$cim_{r,l} = ci_{r,l}^{in} - ci_{r,l}^{out} \quad r_i \in R_t; t \in T; l \in L \quad (11)$$

### Balance de masa en el mezclador previo a la corriente descargada al ambiente.

Los flujos de los efluentes de proceso y de los interceptores de la última etapa de tratamiento pueden ser segregados y enviados hacia la corriente de desecho que es descargada al ambiente ( $fse_i, fie_{r=NT}$ ). Esto determina la concentración de contaminante en la corriente de desecho ( $ce_l$ ) y el flujo ( $FE$ ) descargado al ambiente.

$$FE = \sum_{i=1}^I fse_i + \sum_{r=NT=1}^{R_{t=NT}} fie_{r=NT} \quad (12)$$

$$ce_l FE = \sum_{i=1}^I cs_{i,l} fse_i + \sum_{r=NT=1}^{R_{t=NT}} ci_{r=NT,l}^{out} fie_{r=NT} \quad l \in L \quad (13)$$

El balance por componente (ecuación 13) es una expresión no lineal, porque la concentración de contaminantes y el flujo en la corriente de descarga al ambiente proporcionan un conjunto de términos bilineales.

### Determinación de tuberías.

En las siguientes ecuaciones,  $x_{i,j}^1$ ,  $x_{i,r}^2$ ,  $x_{r,j}^3$  y  $x_r^4$  son variables binarias usadas para determinar la existencia de tuberías entre efluentes y unidades de proceso, efluentes de proceso e interceptores, interceptores y unidades de proceso e interceptores y la corriente de descarga al ambiente, respectivamente. La existencia de las tuberías anteriores es determinada usando las siguientes formulaciones:

$$fss_{i,j} - M_{fss_{i,j}}^{\max} x_{i,j}^1 \leq 0 \quad i \in I; j \in J \quad (14)$$

$$fsi_{i,r} - M_{fsi_{i,r}}^{\max} x_{i,r}^2 \leq 0 \quad i \in I; r_{t=1} \in R_{t=1} \quad (15)$$

$$fis_{r,j} - M_{fis_{r,j}}^{\max} x_{r,j}^3 \leq 0 \quad j \in J; r_{t=NT} \in R_{t=NT} \quad (16)$$

$$\tilde{f}ie_{r_i} - M_{\tilde{f}ie_{r_i}}^{\max} x_{r_i}^4 \leq 0 \quad r_{t=NT} \in R_{t=NT} \quad (17)$$

En las ecuaciones (14-17)  $M_{\tilde{f}ss_{i,j}}^{\max}$ ,  $M_{\tilde{f}si_{i,r_i}}^{\max}$ ,  $M_{\tilde{f}is_{r_i,j}}^{\max}$  y  $M_{\tilde{f}ie_{r_i}}^{\max}$  son límites superiores para los flujos en los segmentos de tuberías efluentes de proceso-unidades de proceso, efluentes de proceso-interceptores, interceptores-unidades de proceso e interceptores-descarga ambiental, respectivamente.

### Factibilidad de flujos.

Note que en la superestructura no existen flujos entre interceptores de la misma etapa de tratamiento, los efluentes sólo pueden ser enviados a la primer etapa de tratamiento, además no es posible enviar flujos desde los interceptores previos a la última etapa de tratamiento hacia las unidades de proceso o al ambiente, y la recirculación en la zona de regeneración no es una opción. Por lo tanto, es necesario especificar la eliminación de estos flujos.

$$\tilde{f}i_{r_i,r_i} = 0 \quad r_i \in R_i; t \in T \quad (18)$$

$$\tilde{f}si_{i,r_i} = 0 \quad i \in I; r_{t \neq 1} \in R_{t \neq 1} \quad (19)$$

$$\tilde{f}is_{r_i,j} = 0 \quad j \in J; r_{t \neq NT} \in R_{t \neq NT} \quad (20)$$

$$\tilde{f}ie_{r_i} = 0 \quad r_{t \neq NT} \in R_{t \neq NT} \quad (21)$$

Los flujos anteriores son eliminados para evitar formulaciones complicadas y permitir que el problema sea resuelto con relativa facilidad. Es importante notar que las corrientes de desviación son modeladas por medio de interceptores ficticios en cada etapa.

### Función objetivo.

La función objetivo consiste en la minimización del costo total anual,  $TAC$ , el cual incluye el costo del agua fresca,  $WC$ , costo de regeneración,  $RC$ , y el costo de tuberías entre plantas,  $PC$ .

$$TAC = WC + RC + PC \quad (22)$$

El costo de agua fresca es calculado usando la siguiente relación.



$$WC = H_Y \sum_{w=1}^W \sum_{j=1}^J CUW_w fws_{w,j} \quad (23)$$

donde  $H_Y$  representa las horas que opera la planta al año,  $CUW_w$  es el costo unitario del agua fresca  $w$ .

El costo de regeneración incluye el costo fijo y el costo de operación de los interceptores.

$$RC = \sum_{r_i=1}^{R_i} x_{r_i}^5 CUI_{r_i} + H_Y \sum_{r_i=1}^{R_i} CUM_{r_i} cim_{r_i,l} FI_{r_i} \quad t \in T; l \in L \quad (24)$$

donde  $CUI_{r_i}$  es el costo unitario y  $CUM_{r_i}$  es el costo por unidad de masa removida en cada interceptor. La variable binaria  $x_{r_i}^5$  es usada para considerar el costo fijo de los interceptores. Para activar esta variable binaria, la siguiente relación es usada.

$$FI_{r_i} - M_{FI_{r_i}}^{\max} x_{r_i}^5 \leq 0 \quad (25)$$

donde,  $M_{FI_{r_i}}^{\max}$  es un límite superior para el flujo en cualquier interceptor.

El costo de tuberías incluye el costo fijo y de operación para todos los segmentos de tuberías requeridos en la red de integración másica.

$$PC = K_F \left\{ \begin{array}{l} p \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{D_{i,j} fss_{i,j}}{3600\rho v} + x_{i,j}^1 D_{i,j} CUP_p + \\ p \sum_{i=1}^I \sum_{r_{i=1}}^{R_{i=1}} \frac{D_{i,r_{i=1}} fsi_{i,r_{i=1}}}{3600\rho v} + x_{i,r_{i=1}}^2 D_{i,r_{i=1}} CUP_p + \\ p \sum_{r_{i=NT}=1}^{R_{i=NT}} \sum_{j=1}^J \frac{D_{r_{i=NT},j} fis_{r_{i=NT},j}}{3600\rho v} + x_{r_{i=NT},j}^3 D_{r_{i=NT},j} CUP_p + \\ p \sum_{r_{i=NT}=1}^{R_{i=NT}} \frac{D_{r_{i=NT}} fie_{r_{i=NT}}}{3600\rho v} + x_{r_{i=NT}}^4 D_{r_{i=NT}} CUP_p \end{array} \right. \quad (26)$$

donde  $K_F$  es un factor de anualización,  $D$  es la longitud de los segmentos de tuberías considerados,  $\rho$  es la densidad del agua,  $v$  es la velocidad,  $p$  es un parámetro para calcular el

costo de capital de tuberías, y  $CUP_p$  es el costo unitario de las tuberías.

#### **B.4 REFORMULACIÓN DE LOS TÉRMINOS BILINEALES.**

El modelo propuesto es un problema MINLP por los términos bilineales que aparecen en las ecuaciones (3), (5), (7) y (24). Para reformular el modelo en un problema convexo (MILP), es necesario eliminar los términos bilineales por medio de una discretización. Observe que los términos bilineales son generados por los balances de componente en los mezcladores a la entrada de las unidades de proceso, los interceptores y la corriente de descarga al ambiente; sin embargo, los balances por componente en las unidades de proceso y en la corriente de descarga al ambiente dependen de las condiciones de salida de la zona de regeneración. Además, los límites para la concentración de contaminantes son dados por los datos de los efluentes de proceso. Entonces, a partir de los datos de los efluentes es posible determinar los límites inferiores y superiores para la concentración de los contaminantes considerados ( $C_l^{\min}; C_l^{\max}$ ). Cuando este rango es discretizado en valores conocidos, los términos bilineales se transforman en términos lineales convexos, lo cual permite encontrar una solución próxima a la global. El intervalo de concentración de contaminante es dividido en  $n_q$  intervalos iguales. En tal caso, los valores para la concentración discretizada del contaminante  $l$  son calculadas por medio de la siguiente ecuación:

$$C_{q,l} = C_l^{\min} + (q-1) \frac{C_l^{\max} - C_l^{\min}}{n_q} \quad q \in Q; q = 1, \dots, n_q + 1 \quad (27)$$

donde  $n_q$  es el número de intervalos en el que se divide  $C_{q,l}$  y  $q$  es usado para denotar los valores discretizados.

Por lo tanto, este trabajo propone la transformación de la estructura original (**Figura B.1**) en una superestructura discretizada, donde la concentración en las unidades de tratamiento y corriente de descarga son transformadas en unidades discretizadas con concentraciones de contaminantes discretizadas. La **Figura B.2** muestra la superestructura discretizada, con dos plantas que incluyen dos efluentes de proceso y dos unidades de proceso cada una, dos contaminantes, un tipo de agua fresca, dos interceptores discretizados para cada conversión específica en cada etapa de tratamiento, y dos concentraciones discretizadas en la corriente de

descarga al ambiente son considerados. Las posibilidades de división y mezclado de la superestructura original son las mismas que las de la superestructura discretizada, sólo que en el último caso el número de posibilidades discretas se incrementan.

En la siguiente sección se presentan las ecuaciones discretizadas.

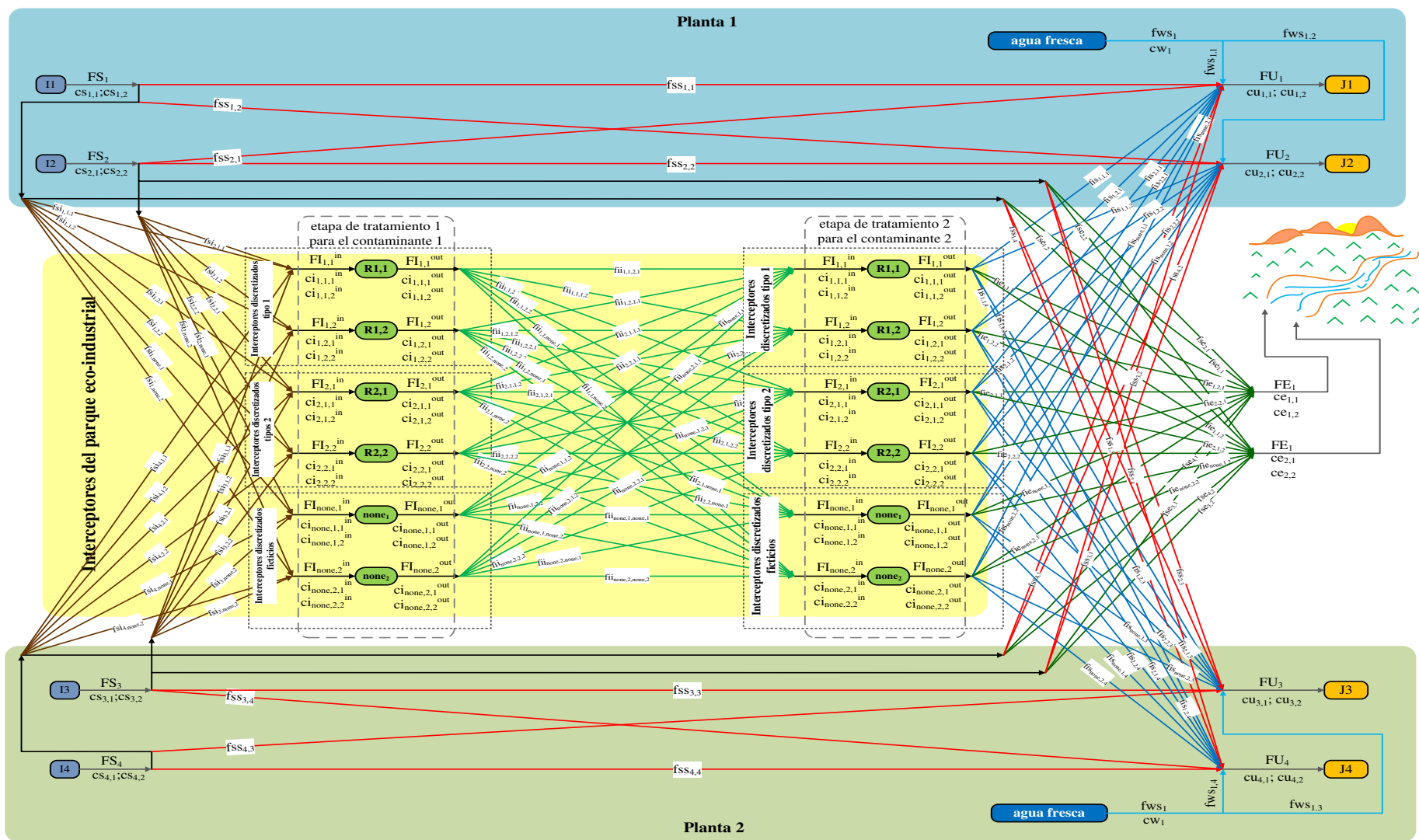


Figura B.2. Superestructura discretizada para la integración de agua en parques eco-industriales

#### B.4.1 Modelo discretizado.

Las ecuaciones del modelo discretizado tiene la misma explicación física que el modelo original. En las ecuaciones discretizadas, el subíndice  $q_t$  es usado para denotar la concentración discretizada en cada interceptor en cada etapa  $q_e$  es usado para denotar la concentración discretizada en la corriente de descargar al ambiente. Los superíndices min y max son empleados para denotar límites inferiores y superiores, respectivamente. Los conjuntos  $Q_t$  y  $Q_e$  son usados para denotar el número de términos discretizados para las unidades de tratamiento y en la corriente de descarga al ambiente, respectivamente.

El modelo discretizado se presenta a continuación.

##### Balance de masa para cada efluente de proceso.

$$FS_i = \sum_{j=1}^J fss_{i,j} + \sum_{r=1}^{R_{t=1}} \sum_{q_{t=1}=1}^{Q_{t=1}} fsi_{i,r_t,q_{t=1}} + fse_i \quad i \in I \quad (28)$$

##### Balance de masa para cada unidad de proceso.

$$FU_j = \sum_{i=1}^I fss_{i,j} + \sum_{r=NT=1}^{R_{t=NT}} \sum_{q_{t=NT}=1}^{Q_{t=NT}} fts_{r_{t=NT},q_{t=NT},j} + \sum_{w=1}^W fws_{w,j} \quad j \in J \quad (29)$$

$$\sum_{i=1}^I cs_{i,l} fss_{i,j} + \sum_{r=NT=1}^{R_{t=NT}} \sum_{q_{t=NT}=1}^{Q_{t=NT}} ci_{r_{t=NT},q_{t=NT},l}^{out} fts_{r_{t=NT},q_{t=NT},j} + \sum_{w=1}^W cw_l fws_{w,j} \leq cu_{j,l} FU_j \quad j \in J; l \in L \quad (30)$$

##### Balance de masa en los interceptores discretizados de la primera etapa de tratamiento.

$$FI_{r_t,q_t} = \sum_{i=1}^I fsi_{i,r_t,q_t} \quad r_{t=1} \in R_{t=1}; q_{t=1} \in Q_{t=1} \quad (31)$$

$$ci_{r_t,q_t,l}^{in} FI_{r_t,q_t} = \sum_{i=1}^I cs_{i,l} fsi_{i,r_t,q_t} \quad r_{t=1} \in R_{t=1}; q_{t=1} \in Q_{t=1}; l \in L \quad (32)$$

**Balance de masa para los interceptores discretizados en la etapa t+1.**

$$FI_{r_t, q_t} = \sum_{r_{t-1}=1}^{R_{t-1}} \sum_{q_{t-1}}^{Q_{t-1}} fii_{r_{t-1}, q_{t-1}, r_t, q_t} \quad r_{t \neq 1} \in R_{t \neq 1}; q_{t \neq 1} \in Q_{t \neq 1} \quad (33)$$

$$ci_{r_t, q_t, l}^{in} FI_{r_t, q_t} = \sum_{r_{t-1}=1}^{R_{t-1}} \sum_{q_{t-1}}^{Q_{t-1}} ci_{r_{t-1}, q_{t-1}, l}^{out} fii_{r_{t-1}, q_{t-1}, r_t, q_t} \quad r_{t \neq 1} \in R_{t \neq 1}; q_{t \neq 1} \in Q_{t \neq 1}; l \in L \quad (34)$$

**Distribución de flujos en los interceptores discretizados.**

$$FI_{r_t, q_t} = \sum_{r_{t+1}=1}^{R_{t+1}} \sum_{q_{t+1}=1}^{Q_{t+1}} fii_{r_t, q_t, r_{t+1}, q_{t+1}} \quad r_{t \neq NT} \in R_{t \neq NT}; q_{t \neq NT} \in Q_{t \neq NT} \quad (35)$$

$$FI_{r_t, q_t} = \sum_{j=1}^J fis_{r_t, q_t, j} + \sum_{q_e=1}^{Q_e} fie_{r_t, q_t, q_e} \quad r_{t=NT} \in R_{t=NT}; q_{t=NT} \in Q_{t=NT} \quad (36)$$

**Balances en los interceptores discretizados.**

$$ci_{r_t, q_t, l}^{out} = ci_{r_t, q_t, l}^{in} (1 - RR_{r_t, q_t, l}) \quad r_t \in R_t; q_t \in Q_t; t \in T; l \in L \quad (37)$$

$$cim_{r_t, q_t, l} = ci_{r_t, q_t, l}^{in} - ci_{r_t, q_t, l}^{out} \quad r_t \in R_t; q_t \in Q_t; t \in T; l \in L \quad (38)$$

Obsérvese que cuando la concentración de contaminante en la entrada de cada interceptor discretizado ( $ci_{r_t, q_t, l}^{in}$ ) es especificada, entonces la concentración a la salida ( $ci_{r_t, q_t, l}^{out}$ ) y la concentración removida ( $cim_{r_t, q_t, l}$ ) de contaminantes son transformadas en valores conocidos; y por lo tanto, todos los balances por componente se transforman en balances lineales. La expresión para calcular los valores discretizados para la concentración de contaminante en la entrada de cada interceptor es la siguiente:

$$c_{r_t, q_t, l}^{in} = c_{r_t, q_t, l}^{in, \min} + (q_t - 1) \frac{c_{r_t, q_t, l}^{in, \max} - c_{r_t, q_t, l}^{in, \min}}{n_{q_t}} \quad q_t \in Q_t; q_t = 1, \dots, n_{q_t} + 1 \quad (39)$$

**Balance de masa en los mezcladores previos a la corriente de descarga al ambiente.**

$$FE_{q_e} = \sum_{i=1}^I fse_{i,q_e} + \sum_{r=NT=1}^{R=NT} \sum_{q_t=NT=1}^{Q_t=NT} fie_{r=NT,q_t=NT,q_e} \quad q_e \in Q_e \quad (40)$$

$$ce_{q_e,l} FE_{q_e} = \sum_{i=1}^I cs_{i,l} fse_{i,q_e} + \sum_{r=NT=1}^{R=NT} \sum_{q_t=NT=1}^{Q_t=NT} ci_{r=NT,q_t=NT,l}^{out} fie_{r=NT,q_t=NT,q_e} \quad q_e \in Q_e; l \in L \quad (41)$$

Para transformar la ecuación anterior en una expresión lineal, se requiere especificar los valores de la concentración de contaminante en la corriente de descarga discretizada de la siguiente manera:

$$ce_{q_e,l} = c_{q_e,l}^{\min} + \left( z_{q_e} - 1 \right) \frac{c_{q_e,l}^{\max} - c_{q_e,l}^{\min}}{n_{q_e}} \quad q_e \in Q_e; z_{q_e} = 1, \dots, n_{q_e} + 1 \quad (42)$$

A lo más una descarga discretizada al ambiente puede ser seleccionada, para activar la existencia de este término discretizado la siguiente relación es utilizada:

$$FE_{q_e} - M_{FE_{q_e}}^{\max} x_e^6 \leq 0 \quad q_e \in Q_e \quad (43)$$

$$\sum_{q_e=1}^{Q_e} x_e^6 \leq 1 \quad t \in T \quad (44)$$

donde  $FE_{q_e}$  es el flujo de la descarga al ambiente discretizada,  $M_{FE_{q_e}}^{\max}$  es un límite superior para el flujo de la corriente de desecho, y  $x_e^6$  es una variable binaria usada para activar cualquier descarga al ambiente discretizada.

**Determinación de tuberías.**

La relación usada para determinar las tuberías de los segmentos efluentes de unidades de proceso es la misma que se propuso en la ecuación (14), porque las unidades de proceso no son discretizadas. Sin embargo, ya que los interceptores y la corriente de descarga al ambiente son discretizados, las relaciones para los segmentos de tubería afluentes de procesos-interceptores, interceptores-unidades de proceso e interceptores-corriente de desecho deben ser reformuladas de la siguiente forma:

$$f_{si_{i,r,q_t}} - M_{f_{si_{i,r,q_t}}}^{\max} x_{i,r,q_t}^2 \leq 0 \quad i \in I; r_{t=1} \in R_{t=1}; q_{t=1} \in Q_{t=1} \quad (45)$$

$$f_{is_{r,q_t,j}} - M_{f_{is_{r,q_t,j}}}^{\max} x_{r,q_t,j}^3 \leq 0 \quad j \in J; r_{t=NT} \in R_{t=NT}; q_{t=NT} \in Q_{t=NT} \quad (46)$$

$$f_{ie_{r,q_t,q_e}} - M_{f_{ie_{r,q_t,q_e}}}^{\max} x_{r,q_t,q_e}^4 \leq 0 \quad r_{t=NT} \in R_{t=NT}; q_{t=NT} \in Q_{t=NT}; q_e \in Q_e \quad (47)$$

### Factibilidad de flujos.

$$f_{ii_{r_t,q_t,r_t,q_t}} = 0 \quad r_t \in R_t; q_t \in Q_t; t \in T \quad (48)$$

$$f_{si_{i,r_t,q_t}} = 0 \quad i \in I; r_{t \neq 1} \in R_{t \neq 1}; q_{t \neq 1} \in Q_{t \neq 1} \quad (49)$$

$$f_{is_{r_t,q_t,j}} = 0 \quad j \in J; r_{t \neq NT} \in R_{t \neq NT}; q_{t \neq NT} \in Q_{t \neq NT} \quad (50)$$

$$f_{ie_{r_t,q_t,q_e}} = 0 \quad r_{t \neq NT} \in R_{t \neq NT}; q_{t \neq NT} \in Q_{t \neq NT}; q_e \in Q_e \quad (51)$$

### Costo de regeneración.

$$RC = \sum_{r_t=1}^{R_t} \sum_{q_t=1}^{Q_t} x_{r_t,q_t}^5 CUI_{r_t,q_t} + H_Y \sum_{r_t=1}^{R_t} \sum_{q_t=1}^{Q_t} CUM_{r_t,q_t} cim_{r_t,q_t,l} FI_{r_t,q_t} \quad t \in T; l \in L \quad (52)$$

La variable binaria  $x_{r_t,q_t}^5$  es usada para considerar el costo fijo de los interceptores discretizados. Para activar esta variable binaria, la siguiente relación es empleada,

$$FI_{r_t,q_t} - M_{FI_{r_t,q_t}}^{\max} x_{r_t,q_t}^5 \leq 0 \quad r_t \in R_t; q_t \in Q_t; t \in T \quad (53)$$

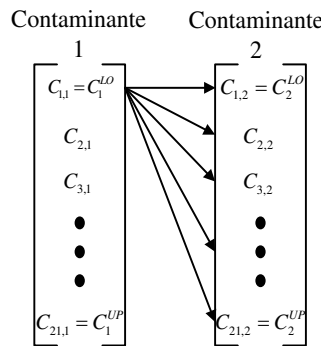
donde,  $M_{FI_{r_t,q_t}}^{\max}$  es un flujo máximo permisible en cualquier interceptor discretizado. Debido a que a lo más un interceptor discretizado con un factor específico de conversión puede ser seleccionado, la siguiente restricción es necesaria:

$$\sum_{q_t=1}^{Q_t} x_{r_t,q_t}^5 \leq 1 \quad t \in T \quad (54)$$



**Aspectos importantes del modelo.**

- Las ecuaciones (1)-(26) constituyen el modelo original no convexo MINLP, por lo que la solución óptima global no puede ser garantizada con las técnicas convencionales, por ejemplo la aproximación exterior propuesto por Viswanathan y Grossmann (1990). Además, la posibilidad de encontrar una solución local factible depende de la habilidad de encontrar buenos estimados iniciales y buenos límites para las variables más importantes.
- El modelo lineal MILP conformado por las ecuaciones (14), (22), (23), (26) y (28)-(54) es un problema convexo, por lo que las soluciones se encuentran cerca de la global. En el problema MILP, no es necesario especificar límites o valores iniciales para las variables de optimización.
- En la ecuación (27), cuando  $n_q \rightarrow \infty$ , las soluciones de las formulaciones original y la discretizada son equivalentes. Sin embargo, cuando  $n_q \rightarrow \infty$  no es posible resolver el problema combinatorial (ver **Figura B.3**) en un tiempo de computo razonable.



**Figura B.3.** Valores discretizados y posibles combinaciones para dos contaminante

**B.5 RESULTADOS.**

Para demostrar la aplicación del modelo propuesto se resolvieron tres ejemplos. Cada uno fue resuelto considerando la integración entre plantas y la integración en cada planta independientemente por medio del resolvidor CPLEX implementado en la plataforma de GAMS (Brooke y col., 2006). Para todos los ejemplos, los parámetros  $D$ ,  $K_F$ ,  $H_Y$ ,  $CUI_r$ ,  $CUP_p$ ,  $v$  y  $\rho$  son 100 m, 0.231/año, 8000 hr/año, 12600 US\$, 250 US\$, 1 m/s y 1000 kg/m<sup>3</sup>, respectivamente. El factor de remoción ( $RR_{r,l}$ ) y el costo por unidad de masa removida ( $CUM_r$ ) de los interceptores considerados son dados en la **Tabla B.1**; los cuales fueron propuestos por El-

Halwagi (2006).

**Tabla B.1.** Costo por unidad de masa removida para diferentes *RR*

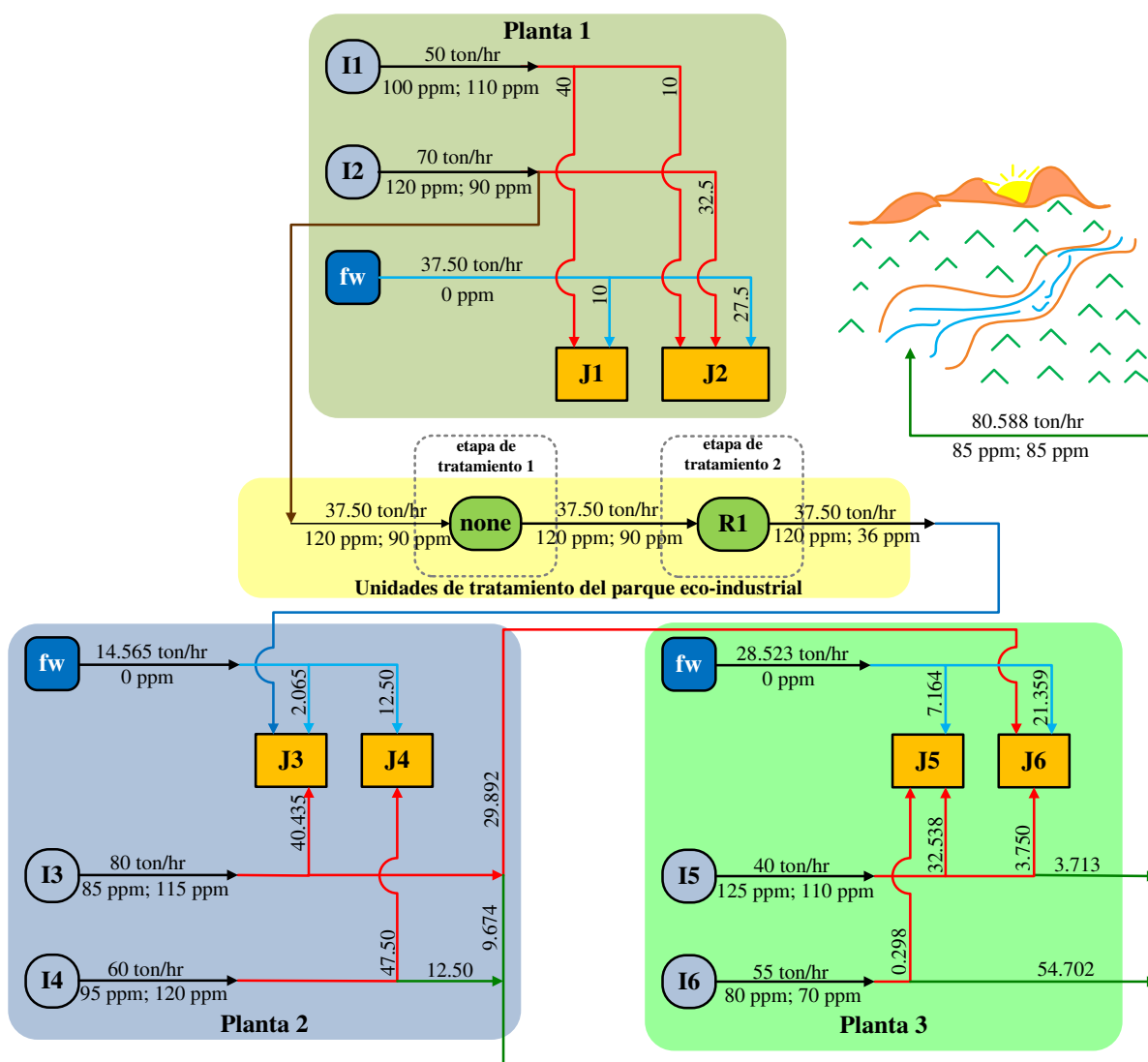
<b>RR</b>	<b>CUM (\$/kg-removido)</b>
0.6	1.460
0.8	2.060

**Ejemplo 1.** Este ejemplo consiste en tres plantas con dos efluentes y dos unidades de proceso cada uno. Los datos para el Ejemplo 1 son presentados en la **Tabla B.2**. Dos contaminantes son considerados para la integración, y agua fresca limpia con un costo unitario de 0.13 US\$/ton esta disponible. El límite de concentración en la corriente que se descarga al ambiente para ambos contaminantes es de 85 ppm. El límite máximo y mínimo para la concentración del contaminante 1 en la entrada de la zona de regeneración son 85 y 125 ppm obtenidos por inspección de los datos del problema; en tanto que, para el contaminante 2 estos valores son 70 y 120 ppm. El modelo MILP consiste de 1072 variables binarias, 4487 variables continuas y 1520 restricciones. La solución de este problema proporciona la configuración mostrada en la **Figura B.4**. Note que además de la integración en la misma planta, diferentes industrias intercambian corrientes en la solución óptima. El interceptor 1 es usado para tratar el contaminante 2 en la segunda etapa de tratamiento; mientras que no se requiere tratamiento para el contaminante 2. Un aspecto importante es que la planta 2 y la planta 3 están interconectadas por medio del efluente 3 (planta 2) hacia la unidad 6 (planta 3); en tanto que los efluentes 3 y 4 (planta 2) y los efluentes 5 y 6 (planta 3) son divididos y enviados directamente al ambiente.

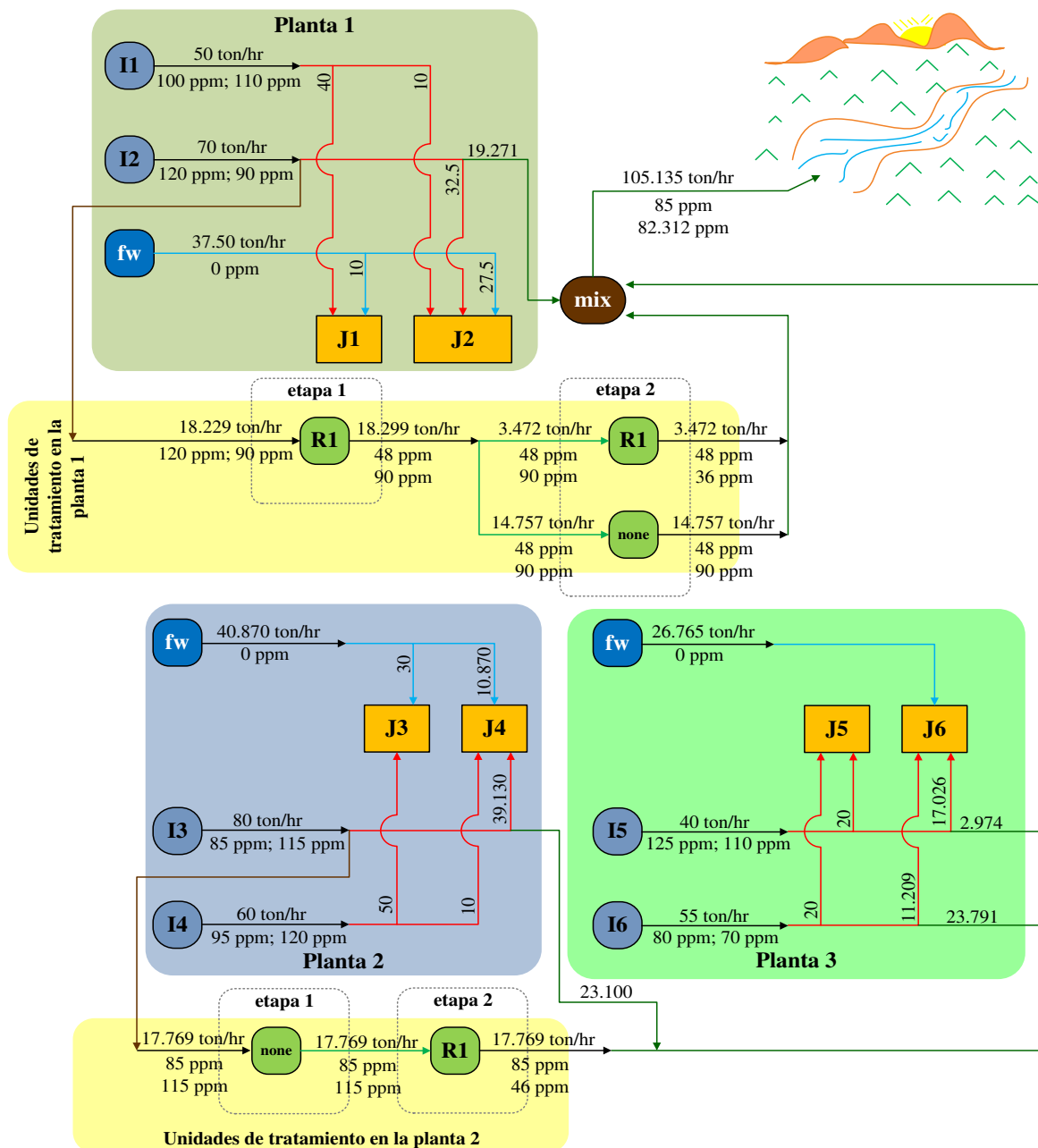
Por otra parte, la **Figura B.5** representa la solución obtenida para el caso cuando las plantas son integradas en forma independiente. Para la solución de este caso también fue utilizada la discretización propuesta. La diferencia principal entre las soluciones de las **Figuras B.4** y **B.5** es que en la integración de las plantas por separado se requieren dos interceptores, uno en la planta 1 y otro en la planta 2. En la **Tabla B.5** se presenta la comparación de resultados; los cuales indican que la configuración obtenida considerando la integración entre plantas es 33.9% más barata que la obtenida con la integración de las plantas por separado; debido a que, en el primer caso el costo de agua fresca, el costo de regeneración y costo de tuberías entre plantas es menor. Además, la solución con la integración entre plantas demanda 23.35% menos agua fresca y por lo tanto la descarga al ambiente también es 23.35% menor.

**Tabla B.2.** Datos para el Ejemplo 1

Planta	Número	Unidades				Efluentes			
		Flujo (ton/hr)	Concentración de contaminantes (ppm)		Número	Flujo (ton/hr)	Concentración de contaminantes (ppm)		
			1	2			1	2	
1	1	50	80	90	1	50	100	110	
	2	70	70	60	2	70	120	90	
2	3	80	100	75	3	80	85	115	
	4	60	85	95	4	60	95	120	
3	5	40	110	90	5	40	125	110	
	6	55	55	70	6	55	80	70	



**Figura B.4.** Configuración óptima para el Ejemplo 1 a partir de la integración entre plantas



**Figura B.5.** Configuración óptima para el Ejemplo 1 sin la integración entre plantas

**Ejemplo 2.** Este ejemplo incluye tres plantas con cinco efluentes de proceso y cinco unidades de proceso, los flujos y la concentración de contaminantes son mostrados en la **Tabla B.3**. Dos contaminantes son considerados para la integración. Dos tipos de agua fresca están disponibles, agua fresca sin contaminantes con un costo unitario de 0.13 US\$/ton y agua fresca con un costo de 0.10 US\$/ton con 5 ppm y 0.075 ppm de los contaminantes 1 y 2, respectivamente. La concentración máxima permisible en la corriente de descarga al ambiente es

60 ppm para el contaminante 1 y 3 ppm para el contaminante 2. El modelo MILP consiste en 2470 variables binarias, 7665 variables continuas y 2970 restricciones, y la solución de este problema arroja la configuración mostrada en la **Figura B.6**. En la integración entre plantas solamente fue necesario tratamiento para el contaminante 2 por medio del interceptor 2 en la segunda etapa de tratamiento; mientras que en la primera etapa de tratamiento fue seleccionado el interceptor ficticio que solamente permite la mezcla de los efluentes de proceso. El flujo de entrada en la zona de regeneración está constituido por efluentes de las tres plantas, y el flujo de salida de la zona de regeneración es dividido y enviado a las plantas 1 y 2 para cumplir con las restricciones en las unidades de proceso. Respecto a la demanda de agua fresca, el uso de agua con contaminantes (417.728 ton/hr) es mayor que el uso de agua fresca limpia (75 ton/hr); y efluentes de las tres plantas son enviados directamente hacia el ambiente. En cuanto a la solución sin considerar la integración entre plantas, la configuración óptima obtenida se presenta en la **Figura B.7**, la cual muestra el uso de dos interceptores en la planta 1 y uno para la planta 3; y descargas al ambiente desde las tres plantas. Los costos de las configuraciones mostradas en las **Figuras B.6 y B.7** son presentados en la **Tabla B.5**. Nótese que la integración entre plantas permite considerables ahorros en el costo de regeneración y en el costo de tuberías; por lo que el costo total anual obtenido por esta metodología es 5.8% más barato que el correspondiente a la integración de plantas por separado.

**Tabla B.3.** Datos para el Ejemplo 2

Planta	Número	Unidades			Efluentes			
		Flujo (ton/hr)	Concentración de contaminantes (ppm)		Número	Flujo (ton/hr)	Concentración de contaminantes (ppm)	
			1	2			1	2
1	1	30	40	1	1	40	60	2
	2	50	70	0.5	2	30	65	2
	3	20	50	2	3	25	100	5
	4	100	100	2.5	4	100	120	3
	5	90	60	5	5	80	85	3
2	6	85	85	0.75	6	120	90	1
	7	40	20	3	7	30	50	5
	8	75	0	0	8	25	40	2.5
	9	120	55	4	9	60	90	3.5
	10	35	30	8	10	75	50	1.5
3	11	60	25	10	11	55	40	2.5
	12	80	80	7	12	120	130	4
	13	95	95	4.5	13	90	150	3
	14	160	75	9.5	14	100	75	2
	15	45	60	9	15	35	85	4.5

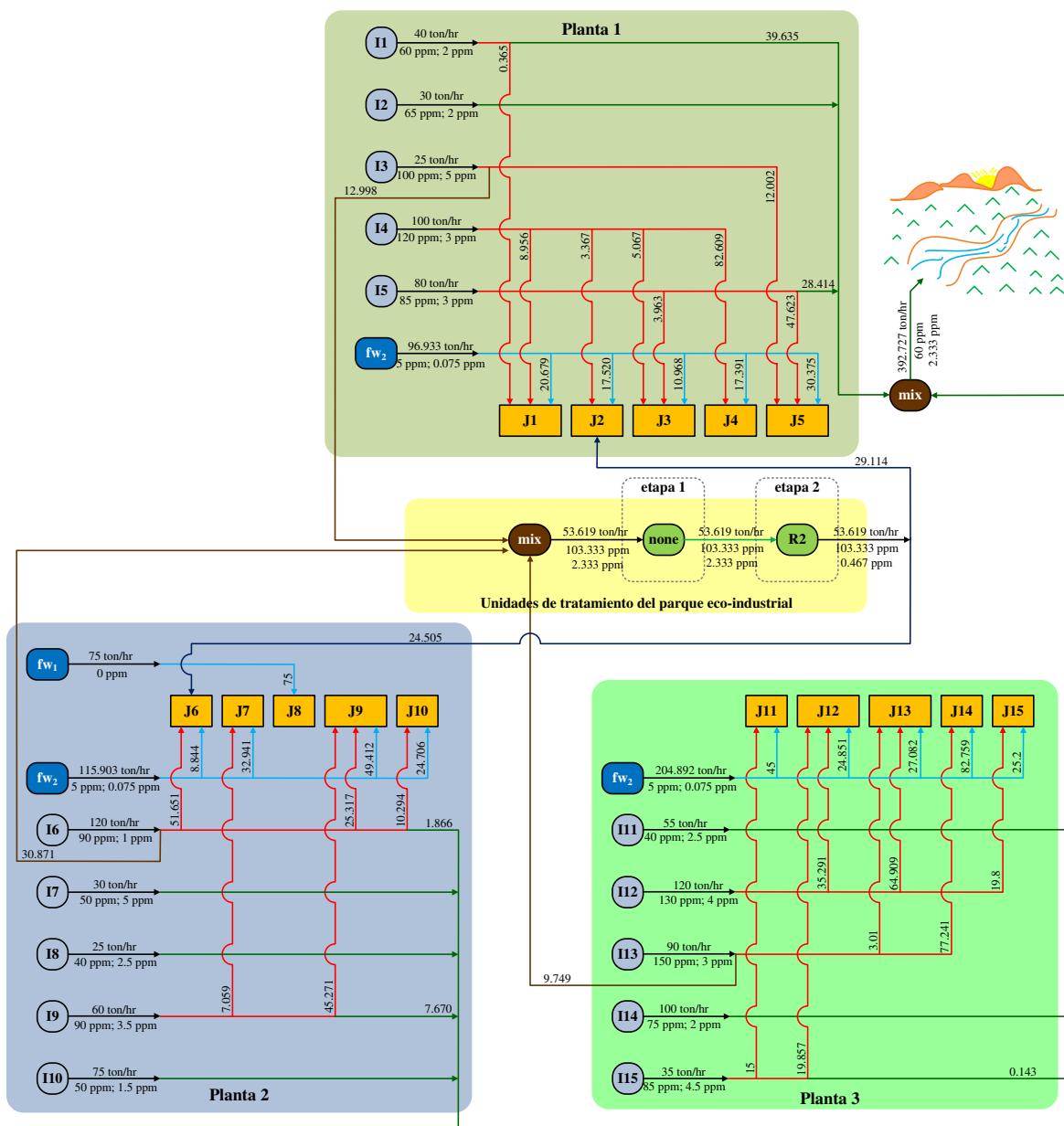


Figura B.6. Configuración óptima para el Ejemplo 2 con la integración entre plantas

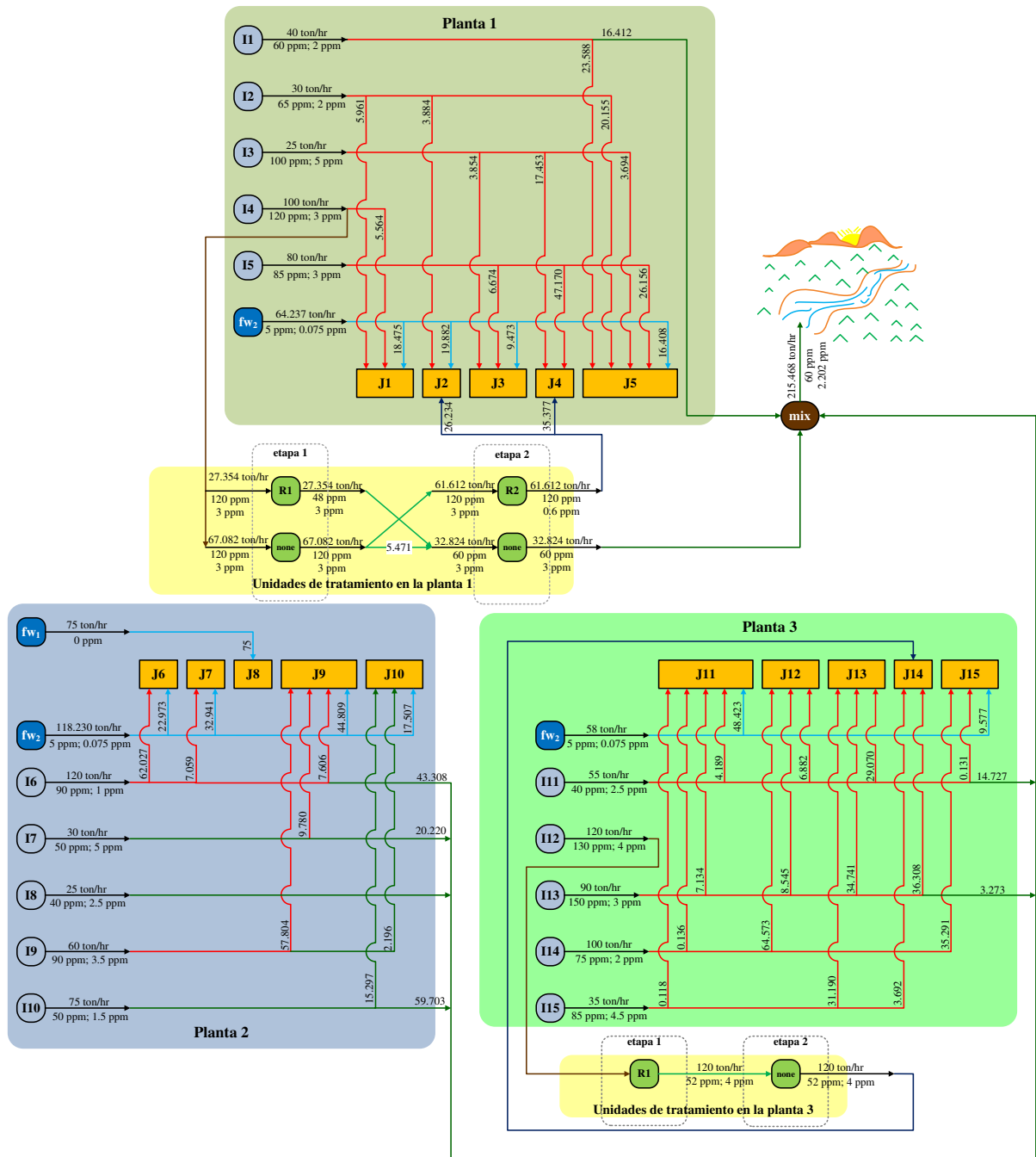


Figura B.7. Configuración óptima para el Ejemplo 2 sin la integración entre plantas

**Ejemplo 3.** La Tabla B.4 muestra los datos para este ejemplo que se conforma por tres plantas con cinco efluentes de proceso y cinco unidades de proceso cada una. Tres contaminantes son considerados, y tres tipos de agua fresca. Los costos unitarios de cada tipo de agua fresca son 0.13 US\$/ton, 0.11 US\$/ton y 0.10 US\$/ton; porque el tipo 1 es agua limpia, el tipo 2 contiene 10



ppm, 15 ppm, y 20 ppm de los contaminantes 1, 2 y 3, respectivamente; y el tipo 3 contiene 5 ppm del contaminante 1, 10 ppm del contaminante 2 y sin contaminante 3. Los límites máximos en la corriente de descarga al ambiente para los contaminantes 1, 2 y 3 son 80 ppm, 100 ppm y 70 ppm, respectivamente. El modelo MILP consiste de 14771 restricciones, 97723 variables continuas y 11697 variables binarias. La configuración obtenida es mostrada en la **Figura B.8**, donde los interceptores tipo 1 son seleccionados para tratar el contaminante 2 y 3. Existen varias conexiones entre plantas en la solución de la integración entre plantas, la cual es 29.31% más barata que la solución sin considerar la relación entre plantas cuya configuración es mostrada en la **Figura B.9**. En la **Tabla B.5** se muestra la comparación para las soluciones con y sin integración entre plantas.

Finalmente, el tiempo computacional requerido para la solución de los ejemplos anteriores es relativamente pequeño como se puede ver en las **Tabla B.5**.

**Tabla B.4.** Datos para el Ejemplo 3

Planta	Número	Unidades				Número	Efluentes			
		Flujo (ton/hr)	Concentración de contaminantes (ppm)				Flujo (ton/hr)	Concentración de contaminantes (ppm)		
			1	2	3			1	2	3
1	1	70	90	80	90	1	100	100	160	200
	2	100	80	60	70	2	70	120	185	125
	3	90	70	50	50	3	80	130	200	100
	4	100	85	90	60	4	120	90	150	60
	5	50	60	70	40	5	130	80	115	50
2	6	85	75	50	80	6	70	50	90	185
	7	110	95	70	35	7	40	60	250	30
	8	112	60	75	0	8	50	40	75	20
	9	95	85	95	40	9	15	150	75	20
	10	95	50	80	95	10	25	125	300	105
3	11	60	45	85	90	11	115	250	60	110
	12	80	95	35	60	12	55	115	115	95
	13	110	70	65	35	13	25	200	120	110
	14	75	105	70	75	14	40	115	90	120
	15	110	60	75	85	15	100	85	175	220

**Tabla B.5.** Resultados para los Ejemplos 1, 2 y 3

<b>Ejemplo 1</b>		
	Integración entre plantas	Integración de cada planta
Costo total anual (US\$/año)	137,401.283	207,867.055
Costo de agua fresca (US\$/ año)	83,811.765	109,339.642
Costo de regeneración (US\$/ año)	36,252.000	69,640.696
Costo de tuberías (US\$/ año)	173,337.519	28,886.718
Flujo total de agua fresca (ton/hr)	80.588	105.135
Flujo total de descarga (ton/hr)	80.588	105.135
Tiempo de cómputo (s)	75.000	6.300
<b>Ejemplo 2</b>		
	Integración entre plantas	Integración de cada planta
Costo total anual (US\$/año)	455,332.961	483,406.521
Costo de agua fresca (US\$/ año)	412,181.818	270,373.988
Costo de regeneración (US\$/ año)	14,249.456	172,564.973
Costo de tuberías (US\$/ año)	28,901.687	40,467.561
Flujo total de agua fresca (ton/hr)	492.217	315.468
Flujo total de descarga (ton/hr)	392.727	215.468
Tiempo de cómputo (s)	75.000	27.590
<b>Ejemplo 3</b>		
	Integración entre plantas	Integración de cada planta
Costo total anual (US\$/año)	1,055,748.878	1,493,390.639
Costo de agua fresca (US\$/ año)	733,606.641	548,140.565
Costo de regeneración (US\$/ año)	241,256.788	710,565.134
Costo de tuberías (US\$/ año)	80,885.449	34,692.412
Flujo total de agua fresca (ton/hr)	814.875	823.638
Flujo total de descarga (ton/hr)	507.877	536.639
Tiempo de cómputo (s)	3,070.800	123.400

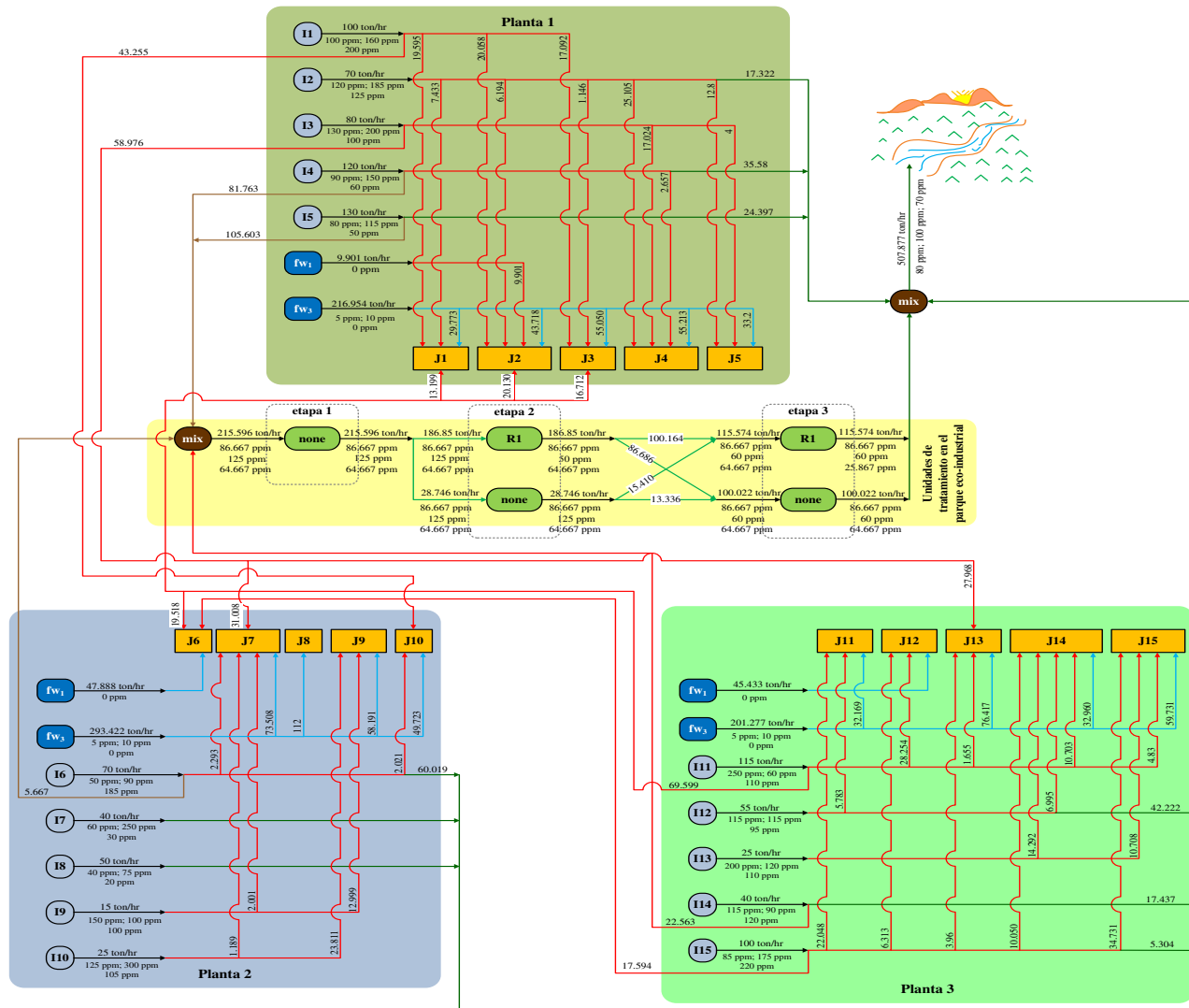


Figura B.8. Configuración óptima para el Ejemplo 3 con la integración entre plantas

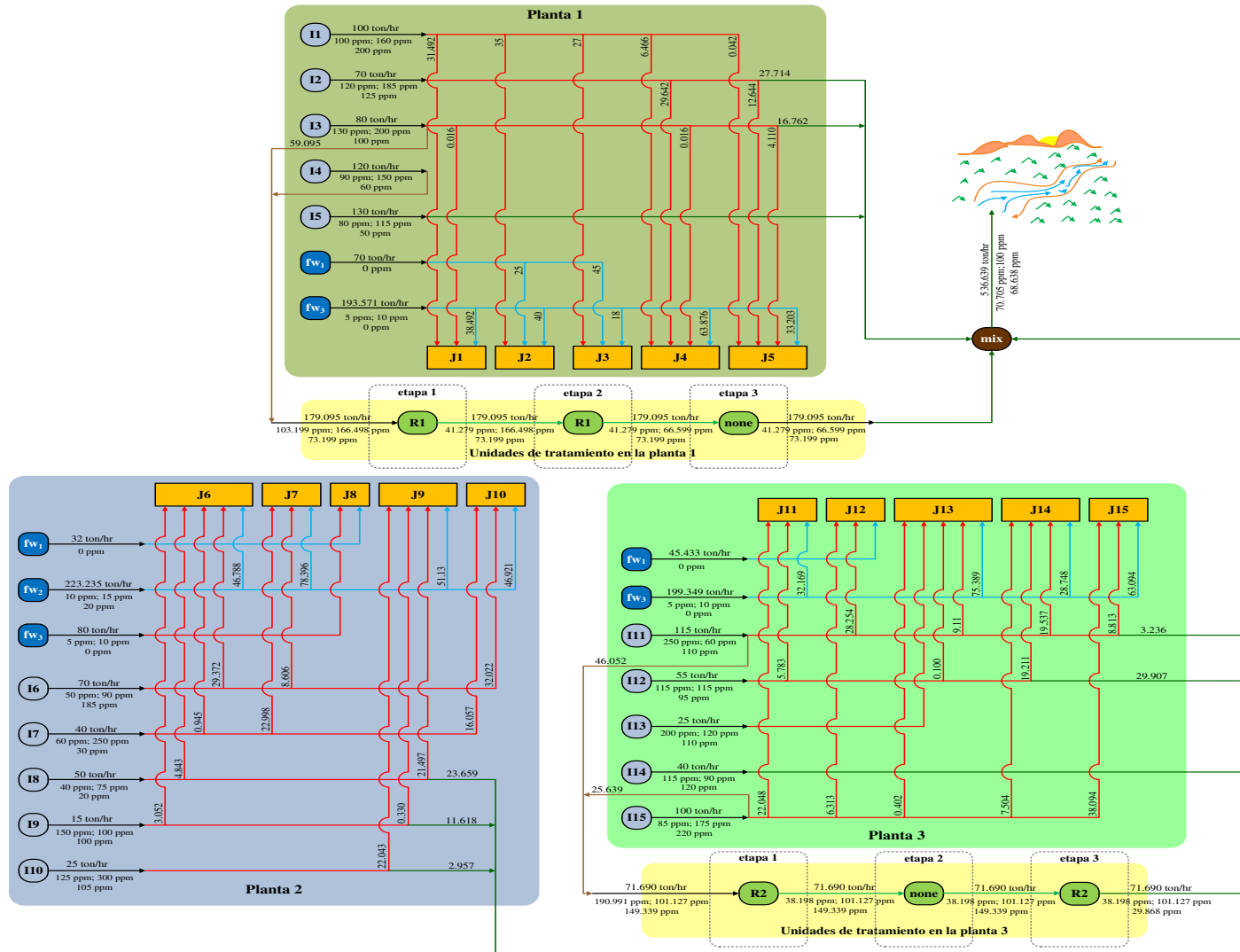


Figura B.9. Configuración óptima para el Ejemplo 3 sin la integración entre plantas

## B.6 CONCLUSIONES.

Una nueva estrategia para la integración de agua en parques eco-industriales considerando múltiples contaminantes es propuesta. La estrategia está basada en una nueva superestructura que contiene múltiples configuraciones posibles para encontrar la óptima; en la superestructura, los efluentes de proceso pueden ser segregados y dirigidos hacia la zona de regeneración, las unidades de proceso y descargados al ambiente. El flujo de entrada a la zona de regeneración, después de ser tratado, puede ser segregado y enviado hacia las unidades de proceso y/o descargado al ambiente. En la zona de regeneración se considera una etapa de tratamiento para cada contaminante. La selección de los interceptores requeridos es optimizada simultáneamente. El modelo considera restricciones ambientales en cuanto a la concentración de contaminantes descargados al ambiente. El problema no convexo es reformulado en un problema convexo para garantizar que las soluciones encontradas corresponden a configuraciones cercanas a la global. El modelo reformulado MILP no requiere de límites y estimados iniciales en las variables de optimización para encontrar soluciones óptimas.

Ahorros significativos son obtenidos a partir del modelo propuesto para la integración de agua entre plantas y no se presentaron complicaciones numéricas para encontrar soluciones en los ejemplos abordados.

## NOMENCLATURA.

$ce_l$	concentración del contaminante $l$ en la corriente de descarga al ambiente, ppm
$ce_{q_e,l}$	concentración del contaminante $l$ en la corriente discretizada descargada al ambiente $q_e$ , ppm
$cim_{r_t,l}$	concentración removida del contaminante $l$ en el interceptor $r_t$ en la etapa de tratamiento $t$ , ppm
$cim_{r_t,q_t,l}$	concentración removida del contaminante $l$ en el interceptor discretizado $r_t,q_t$ en la etapa de tratamiento $t$ , ppm
$cl_{r_t,l}^{in}$	concentración de entrada del contaminante $l$ en el interceptor $r_t$ en la etapa de tratamiento $t$ , ppm

$c_{r_t, q_t, l}^{in}$	concentración de entrada del contaminante $l$ en el interceptor discretizado $r_t, q_t$ en la etapa de tratamiento $t$ , ppm
$c_{r_t, l}^{out}$	concentración de salida del contaminante $l$ en el interceptor $r_t$ en la etapa de tratamiento $t$ , ppm
$c_{r_t, q_t, l}^{out}$	concentración de salida del contaminante $l$ en el interceptor discretizado $r_t, q_t$ en la etapa de tratamiento $t$ , ppm
$c_{q_e, l}^{\min}$	límite inferior para la concentración del contaminante $l$ en la corriente de descarga al ambiente discretizada $q_e$ , ppm
$c_{q_e, l}^{\max}$	límite superior para la concentración del contaminante $l$ en la corriente de descarga al ambiente discretizada $q_e$ , ppm
$C_l^{\min}$	límite inferior del contaminante $l$ , ppm
$c_{r_t, q_t, l}^{in, \min}$	límite inferior para la concentración de entrada del contaminante $l$ para el interceptor discretizado $r_t, q_t$ , ppm
$C_l^{\max}$	límite superior del contaminante $l$ , ppm
$c_{r_t, q_t, l}^{in, \max}$	límite superior para la concentración de entrada del contaminante $l$ para el interceptor discretizado $r_t, q_t$ , ppm
$C_{q, l}$	valor discretizado $q$ de la concentración del contaminante $l$ , ppm
$cs_{i, l}$	concentración del contaminante $l$ en el efluente $i$ , ppm
$cu_{j, l}$	concentración del contaminante $l$ en la unidad de proceso $j$ , ppm
$CUI_{r_t}$	costo unitario fijo para el interceptor $r_t$ , US\$
$CUI_{r_t, q_t}$	costo unitario fijo para el interceptor discretizado $r_t, q_t$ , US\$

$CUM_{r_t}$	costo por unidad de masa removida en el interceptor $r_t$ , US\$/kg
$CUM_{r_t, q_t}$	costo por unidad de masa removida en el interceptor discretizado $r_t, q_t$ , US\$/kg
$CUP_p$	costo unitario de las tuberías, US\$
$CUW_w$	costo unitario del agua fresca $w$ , US\$/ton
$cw_{w,l}$	concentración del contaminante $l$ en el agua fresca $w$ , ppm
$D$	distancia de los segmentos de tuberías, m
$FE$	flujo de la corriente de descarga al ambiente, ton/hr
$FE_{q_e}$	flujo de la corriente de descarga al ambiente discretizada $q_e$ , ton/hr
$fii_{r_{t-1}, r_t}$	flujo del interceptor $r_t$ de la etapa de tratamiento $t-1$ hacia el interceptor $r_t$ de la etapa de tratamiento $t$ , ton/hr
$fii_{r_{t-1}, q_{t-1}, r_t, q_t}$	flujo del interceptor discretizado $r_t, q_t$ de la etapa de tratamiento $t-1$ hacia el interceptor discretizado $r_t, q_t$ de la etapa de tratamiento $t$ , ton/hr
$fii_{r_t, r_{t+1}}$	flujo del interceptor $r_t$ de la etapa de tratamiento $t$ hacia el interceptor $r_t$ de la etapa de tratamiento $t+1$ , ton/hr
$fii_{r_t, q_t, r_{t+1}, q_{t+1}}$	flujo del interceptor discretizado $r_t, q_t$ de la etapa de tratamiento $t$ hacia el interceptor discretizado $r_t, q_t$ de la etapa de tratamiento $t+1$ , ton/hr
$fie_{r_t}$	flujo del interceptor $r_t$ en la etapa de tratamiento $t=NT$ hacia la corriente de descarga al ambiente, ton/hr
$fie_{r_t, q_t, q_e}$	flujo del interceptor discretizado $r_t, q_t$ en la etapa de tratamiento $t=NT$ hacia la corriente de descarga al ambiente discretizada $q_e$ , ton/hr
$FI_{r_t}$	flujo del interceptor $r_t$ en la etapa de tratamiento $t$ , ton/hr

$FI_{r_t, q_t}$	flujo del interceptor discretizado $r_t, q_t$ en la etapa de tratamiento $t$ , ton/hr
$fis_{r_t, j}$	flujo desde interceptor $r_t$ en la etapa de tratamiento $t=NT$ hacia la unidad de proceso $j$ , ton/hr
$fis_{r_t, q_t, j}$	flujo desde el interceptor discretizado $r_t, q_t$ en la etapa de tratamiento $t=NT$ hacia la unidad de proceso $j$ , ton/hr
$FS_i$	flujo del efluente de proceso $i$ , ton/hr
$fse_i$	flujo desde el efluente de proceso $i$ hacia la corriente de descarga al ambiente, ton/hr
$fse_{i, q_e}$	flujo desde el efluente de proceso $i$ hacia la corriente de descarga al ambiente discretizada $q_e$ , ton/hr
$fsi_{i, r_t}$	flujo desde el efluente $i$ hacia el interceptor $r_t$ en la etapa de tratamiento $t=1$ , ton/hr
$fsi_{i, r_t, q_t}$	flujo desde efluente $i$ hacia el interceptor discretizado $r_t, q_t$ en la etapa de tratamiento $t=1$ , ton/hr
$fss_{i, j}$	flujo desde el efluente $i$ hacia la unidad de proceso $j$ , ton/hr
$FU_j$	flujo en la unidad de proceso $j$ , ton/hr
$fws_{w, j}$	flujo del agua fresca tipo $w$ en la unidad de proceso $j$ , ton/hr
$H_Y$	horas que opera la planta al año, hr/año
$K_F$	factor de anualización, año <sup>-1</sup>
$M_{FE}^{\max}$	límite superior para el flujo de la corriente de descarga al ambiente
$M_{FEq_e}^{\max}$	límite superior para el flujo de la corriente de descarga al ambiente discretizada $q_e$



$M_{FI_{\eta}}^{\max}$	límite superior para el flujo del interceptor $r_t$ en la etapa de tratamiento $t=NT$
$M_{FI_{\eta,q_t}}^{\max}$	límite superior para el flujo del interceptor discretizado $r_b, q_t$ en la etapa de tratamiento $t$
$M_{fie_{\eta}}^{\max}$	límite superior para el flujo desde el interceptor $r_t$ en la etapa de tratamiento $t=NT$ hacia la corriente de descarga al ambiente
$M_{fie_{\eta,q_t,q_e}}^{\max}$	límite superior para el flujo desde el interceptor $r_b, q_t$ en la etapa de tratamiento $t=NT$ hacia la corriente de descarga al ambiente discretizada $q_e$
$M_{fis_{\eta,j}}^{\max}$	límite superior para el flujo desde el interceptor $r_b$ en la etapa de tratamiento $t=NT$ hacia la unidad $j$
$M_{fis_{\eta,q_t,j}}^{\max}$	límite superior para el flujo desde el interceptor discretizado $r_b, q_t$ en la etapa de tratamiento $t=NT$ hacia la unidad $j$
$M_{fsi_{i,\eta}}^{\max}$	límite superior para el flujo desde el efluente $i$ hacia el interceptor $r_t$ en la etapa de tratamiento $t=I$
$M_{fsi_{i,\eta,q_t}}^{\max}$	límite superior para el flujo desde el efluente $i$ hacia el interceptor discretizado $r_b, q_t$ en la etapa de tratamiento $t=I$
$M_{fss_{i,j}}^{\max}$	límite superior para el flujo desde el efluente $i$ hacia la unidad $j$
$n_q$	número de intervalos para dividir el intervalo de concentración
$n_{q_t}$	número de intervalos para dividir el intervalo de concentración en la etapa de tratamiento $t$
$PC$	costo de tuberías entre plantas, US\$/año

$p$	parámetro para el costo de capital tuberías
$RC$	costo de regeneración, US\$/año
$RR_{r,l}$	factor de conversión para el contaminante $l$ del interceptor $r$ , adimensional
$TAC$	costo total anual, US\$/año
$v$	velocidad, m/s
$WC$	costo del agua fresca, US\$/año

**variables binarias**

$x_e^6$	variable binaria para determinar la existencia de la corriente de descarga al ambiente discretizada $q_e$
$x_{i,j}^1$	variable binaria para determinar el segmento de tubería desde el efluente $i$ hacia la unidad de proceso $j$
$x_{i,r}^2$	variable binaria para determinar el segmento de tubería desde el efluente $i$ hacia el interceptor $r$ , en la etapa de tratamiento $t=I$
$x_{i,r,q_t}^2$	variable binaria para determinar el segmento de tubería desde el efluente $i$ hacia el interceptor discretizado $r, q_t$ en la etapa de tratamiento $t=I$
$x_r^5$	variable binaria usada para asignar el costo fijo al interceptor $r$ en la etapa de tratamiento $t$
$x_{r,q_t}^5$	variable binaria usada para asignar el costo fijo al interceptor discretizado $r, q_t$ en la etapa de tratamiento $t$
$x_{r,j}^3$	variable binaria usada para determinar el segmento de tubería desde el interceptor $r$ en la etapa de tratamiento $t=NT$ hacia la unidad de proceso $j$

$x_{r_i, q_t, j}^3$	variable binaria usada para determinar el segmento de tubería desde el interceptor discretizado $r_i, q_t$ in en la etapa de tratamiento $t=NT$ hacia la unidad de proceso $j$
$x_{r_i}^4$	variable binaria usada para determinar el segmento de tubería desde el interceptor $r_i$ en la etapa de tratamiento $t=NT$ hacia la corriente de descarga al ambiente
$x_{r_i, q_t, q_e}^4$	variable binaria usada para determinar la existencia del segmento de tubería desde el interceptor discretizado $r_i, q_t$ en la etapa de tratamiento $t=NT$ hacia la corriente de descarga al ambiente discretizada $q_e$

### simbolos griegos

$\rho$  densidad del agua,  $\text{kg/m}^3$

### subindices

$i$  efluente

$j$  unidad

$l$  contaminante

$q_t$  interceptor discretizado en la etapa de tratamiento  $t$

$q_e$  corriente de descarga al ambiente discretizada

$r_t$  tipo de interceptor en la etapa de tratamiento  $t$

$t$  etapa de tratamiento

$w$  tipo de agua fresca

### superindices

$in$  entrada

$m$  masa removida

*max*            límite superior

*out*            salida

**escalares**

*NT*            última etapa de tratamiento

**conjuntos**

*I*             $\{i=1,2,\dots,N_{efluente} \mid I \text{ es un conjunto de efluentes de proceso} \}$

*J*             $\{j=1,2,\dots,N_{unidades} \mid J \text{ es un conjunto de unidades de proceso} \}$

*Q<sub>t</sub>*         $\{q_t=1,2,\dots,N_{interceptoresdiscretizados} \mid Q_t \text{ es un conjunto de interceptores discretizados en la etapa de tratamiento } t \}$

*Q<sub>e</sub>*         $\{q_e=1,2,\dots,N_{descargadiscretizada} \mid Q_e \text{ es un conjunto de descargas ambientales discretizadas} \}$

*R<sub>t</sub>*         $\{r_t=1,2,\dots,N_{interceptores} \mid R_t \text{ es un conjunto de interceptores en la etapa de tratamiento } t \}$

*T*             $\{t=1,2,\dots,N_{etapasdetratamiento} \mid T \text{ es un conjunto de etapas de tratamiento} \}$

---

**APÉNDICE C. DISEÑO ÓPTIMO DE  
SISTEMAS DE ENFRIAMIENTO PARA  
EFLUENTES ACUOSOS UTILIZANDO UN  
MODELO DE PROGRAMACIÓN  
MATEMÁTICA.**

---

## **APÉNDICE C. DISEÑO ÓPTIMO DE SISTEMAS DE ENFRIAMIENTO PARA EFLUENTES ACUOSOS UTILIZANDO UN MODELO DE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA.**

### **C.1 RESUMEN.**

En este **Apéndice** se aborda el diseño óptimo de sistemas de enfriamiento para reducir la temperatura de efluentes acuosos calientes y satisfacer las regulaciones impuestas respecto a temperatura en la corriente de descarga al ambiente. El modelo se basa en una superestructura que involucra todas las opciones de desviación, división y mezclado para los efluentes que son dirigidos hacia la torre de enfriamiento. La optimización de la superestructura es formulada como un modelo mixto entero no lineal (MINLP) y la función objetivo consiste en minimizar el costo total anual; el cual se conforma por el costo de capital y el costo de operación de la torre. Este último generado por el consumo de potencia del ventilador y de la bomba. Un modelo de diseño detallado basado en el método de Merkel es usado para simular la torre de enfriamiento. La solución del problema proporciona simultáneamente las condiciones de operación y diseño de la torre de enfriamiento así como la configuración óptima del sistema de enfriamiento. Los resultados muestran ahorros significativos con la estrategia propuesta respecto al sistema de enfriamiento de efluentes acuosos tradicional.

El **Apéndice** es organizado de la siguiente manera, en la **sección C.2** se presenta la introducción al tema, en la **sección C.3** se presenta la definición del problema abordado, la **sección C.4** se presenta la formulación del modelo, en la **sección C.5** se presentan los resultados obtenidos con la aplicación del modelo propuesto para varios casos de estudio y finalmente en la **sección C.6** se presentan las conclusiones.

### **C.2 INTRODUCCIÓN.**

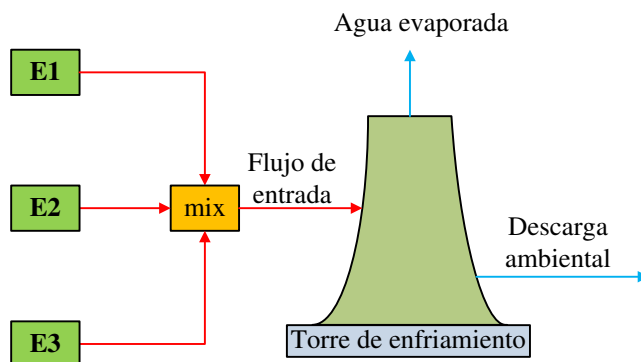
Los efluentes calientes provenientes de las industrias deben ser enfriados antes de ser descargados al ambiente para cumplir con la temperatura impuesta para la protección ambiental. Al respecto, muchas alternativas están disponibles para la reducción de temperatura de efluentes, los sistemas de enfriamiento que involucran torres de enfriamiento como el principal componente son ampliamente utilizados en los procesos industriales (Kim y col., 2001). Torres de enfriamiento acopladas con redes de enfriamiento son utilizadas para disipar el calor de los

procesos industriales utilizando agua como medio de enfriamiento en circuitos cerrados (Kim and Smith, 2001; Castro y col., 2000; Cortinovis y col., 2009; Ponce-Ortega y col., 2009, 2010; Panjeshahi y col., 2009; Chen y col., 2007; Ataei y col., 2010; Picón-Nuñez y col., 2007).

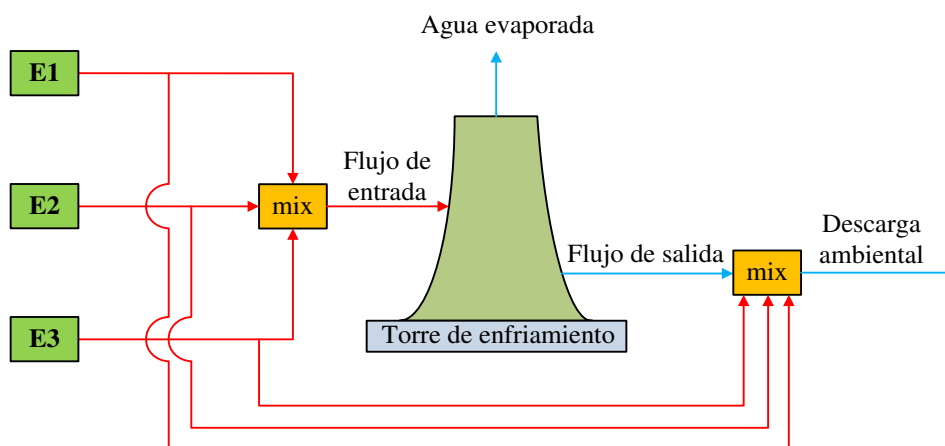
Existen dos tipos de sistemas de enfriamiento de efluentes acuosos (Kim y col., 2001): (1) configuración centralizada y (2) configuración distribuida. En un sistema de enfriamiento centralizado todos los efluentes son mezclados y enviados a una torre de enfriamiento para reducir su temperatura hasta el límite permisible (ver **Figura C.1**). Por otra parte, como se muestra en la **Figura C.2**, en un sistema de enfriamiento distribuido los efluentes pueden ser segregados y enviarse a la torre de enfriamiento al mezclador previo a la descarga al ambiente. De esta forma, esta configuración reduce el flujo de efluentes a la torre de enfriamiento y por lo tanto el costo total anual puede ser menor que el correspondiente al sistema de enfriamiento centralizado.

Kim y col. (2001) propusieron un método de síntesis de dos etapas basado en el punto de pliegue para la reducción de temperatura de efluentes mediante un sistema de enfriamiento distribuido. En la primera etapa, un modelo no lineal es resuelto para obtener el flujo óptimo de efluentes en la entrada de la torre, mientras que en la segunda etapa la estructura del sistema de enfriamiento distribuido es desarrollada para alcanzar los objetivos de enfriamiento y de optimización utilizando reglas heurísticas. Este procedimiento ha sido el mayor avance en el diseño de sistemas de enfriamiento distribuidos para efluentes. Sin embargo, éste utiliza un método simple para el diseño de la torre de enfriamiento, el cual no toma en cuenta el modelado detallado y la evaluación de las propiedades termodinámicas de la mezcla aire-vapor de agua y los parámetros importantes de diseño de torres de enfriamiento, tales como, área y altura del empaque, tipo del empaque y la caída de presión a través del empaque. Por lo que, este método es insatisfactorio para los casos donde es necesario considerar el impacto de las variables anteriores en el sistema de enfriamiento de efluentes. Para evitar esta limitación, una formulación de un problema general de síntesis de sistemas de enfriamiento de efluentes puede ser utilizado considerando modelos detallados para torres de enfriamiento (Qureshi y Zubair, 2006; Serna-González y col., 2010; Söylemez, 2001, 2004; Kröger, 2003; Cortinovis y col., 2009; Milosavljevic y Heikkilä, 2001; Facão y Oliveira, 2004; Goshayshi y Messinder, 2000; Lemouari y col., 2007). Recientemente, Ataei y col. (2009) reportaron un método basa en el

punto de pliegue para diseñar sistemas de enfriamiento distribuidos para efluentes; sin embargo, este método no considera de forma simultánea la relación entre el costo de capital y el costo de operación.



**Figura C.1.** Sistema de enfriamiento centralizado para tres efluentes acuosos



**Figura C.2.** Sistema de enfriamiento distribuido para tres efluentes acuosos

En base a lo anterior, en este **Apéndice** se presenta un procedimiento basado en programación matemática para la síntesis de sistemas de enfriamiento que reducen la temperatura de efluentes acuosos calientes al límite permisible en la descarga al ambiente. Una superestructura que contiene todas las opciones posibles de división y mezclado de los efluentes es usada. La superestructura es modelada como un modelo mixto entero no lineal (MINLP) cuya función objetivo es minimizar el costo total anual. El método de Merkel (Merkel, 1926) es empleado para predecir el comportamiento de la torre de enfriamiento. La selección discreta consiste en decidir el tipo de empaque que se usará en la torre de enfriamiento. La transferencia



de masa y la caída de presión son modeladas con correlaciones empíricas reportadas por Kloppers y Kröger (2003, 2005a). La entalpía de la mezcla aire-vapor de agua saturada es calculada como una función exponencial de la temperatura del volumen de agua.

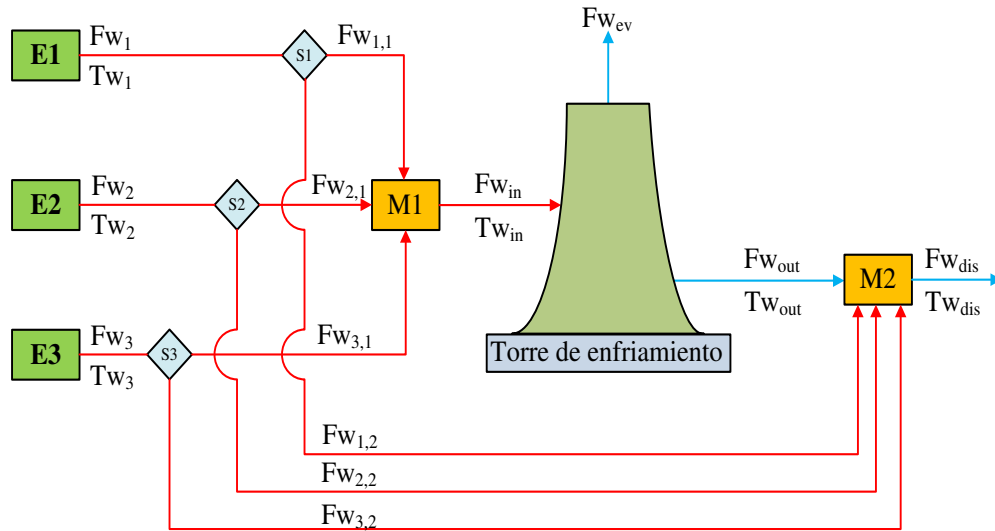
### **C.3 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.**

Dado un conjunto de efluentes acuosos, el límite de temperatura en la corriente de descarga,  $T_{w_{env}}$ , el flujo másico de cada efluente,  $F_{w_j}$ , y su temperatura,  $T_{w_j}$ , así como las temperaturas de bulo seco y húmedo del aire de entrada,  $TA_{in}$  y  $TWB_{in}$ , los cuales dependen del lugar donde se encuentra la planta.

El problema involucra la síntesis óptima del sistema de enfriamiento para reducir las temperaturas de los efluentes tal que satisfagan el límite en la corriente de descarga al ambiente al menor costo total anual, el cual es la suma del costo de capital de la torre de enfriamiento y el costo de operación de la bomba y del ventilador.

### **C.4 FORMULACIÓN DEL MODELO.**

Para resolver este problema se desarrollo una superestructura general, similar a la propuesta por Kim y col. (2001) para el diseño de sistemas de enfriamiento distribuidos, la cual incluye mezcladores de efluentes (M), divisores de efluentes (S), una torre de enfriamiento mecánica a contracorriente (CT), y sus interconexiones. Como ejemplo, la superestructura para la determinación del sistema de enfriamiento distribuido correspondiente para tres efluentes es presentada en la **Figura C.3**. Cada efluente acuoso a la entrada del sistema tiene un punto de división seguido por dos puntos de mezclado. Por consecuencia, como se muestra en la **Figura C.3**, cada efluente acuoso puede ser dividido en dos corrientes; una es dirigida hacia el mezclador previo a la torre de enfriamiento, en tanto que el otro es enviado hacia el mezclador de la corriente que se descarga al ambiente.



**Figura C.3.** Superestructura propuesta para sistemas de enfriamiento de efluentes acuosos calientes

Esta superestructura contiene corrientes de conexión desconocidas que determinan las corrientes de división, corrientes de mezclado y corrientes segregadas. Es interesante observar que las corrientes segregadas pueden reducir tanto el costo de capital como el de operación por la disminución del flujo de entrada a la torre de enfriamiento.

Esta combinación de divisores, mezcladores y corrientes contiene todas las alternativas de flujos de interés para la reducción de la temperatura de efluentes: (i) un efluente que entra al sistema puede ser enviado directamente al punto final de mezclado sin tratamiento térmico en la torre de enfriamiento, (ii) un efluente o parte de este puede ser procesado térmicamente en la torre de enfriamiento. Por lo tanto, al optimizarse la superestructura se puede determinar el sistema de enfriamiento distribuido o centralizado como el óptimo para reducir la temperatura de los efluentes. Por ejemplo, si todos los flujos de segregación son iguales a cero, el resultado es el sistema de enfriamiento centralizado. En contraste, un sistema distribuido se presenta cuando en cada divisor los flujos de salida en ambas direcciones son diferentes de cero. Todas las configuraciones del sistema de enfriamiento entre estos dos extremos tienen también una estructura distribuida y pueden ser derivadas a partir de la superestructura propuesta. Por lo tanto, la selección de los flujos en los divisores determina la configuración óptima del sistema de enfriamiento.

La superestructura descrita anteriormente es formulada matemáticamente como un

problema MINLP. Para realizar la formulación matemática, todos los efluentes a la entrada de la superestructura son designados por el conjunto indizado  $NEF = \{j | j = 1, N_{NEF}\}$ . Cada una de estas corrientes  $j$  tiene asociada como variables el flujo total,  $F_{Wj}$ , y la temperatura  $T_{Wj}$ . El flujo total y la temperatura en la corriente de descarga tienen el subíndice  $dis$ . Además,  $F_{W1,j}$  y  $F_{W2,j}$  representan el flujo total del efluente  $j$  hacia el mezclador que precede a la torre de enfriamiento y al mezclador que precede a la descarga al ambiente, respectivamente. La definición de las variables continuas usadas en el modelo de la torre de enfriamiento es presentada en la sección de Nomenclatura de este apéndice.

En este estudio, tres tipos de empaque (*film*, *splash* y *strickle*) con diferentes costos y rendimiento están disponibles para el tratamiento térmico de los efluentes, y uno de los tipos de empaque debe ser seleccionado. Ya que la torre de enfriamiento es fijada en la superestructura, la naturaleza discreta del problema se encuentra en la asignación del tipo de empaque por medio de una variable entera  $y^k$  para permitir la selección de un tipo de empaque sobre otro. Si un tipo de empaque  $k$  es seleccionado en el sistema de enfriamiento óptimo, la  $y^k$  correspondiente debe ser igual a 1; de otra manera, esta debe ser igual a cero.

Una vez que las principales variables que describen la superestructura están definidas, el modelo MINLP propuesto es presentado a continuación.

### **Función objetivo.**

La función objetivo del problema es minimizar el costo total anual ( $TAC$ ), el cual involucra el costo de inversión para la torre de enfriamiento así como los costos de operación de la bomba de agua y del ventilador de aire de la torre de enfriamiento.

El costo de inversión para la torre de enfriamiento es representado como una expresión no lineal de la forma (Kintner-Meyer y Emery, 1995):

$$CTC = k_f \left( C_{CTF} + C_{CTV} A_{fr} L_{fi} + C_{CTMA} Fa \right) \quad (1)$$

donde  $C_{CTF}$  es el costo fijo asociado con la torre de enfriamiento,  $C_{CTV}$  es el incremento en el costo de la torre de enfriamiento debido al volumen del empaque, y  $C_{CTMA}$  es el incremento en el costo de la torre de enfriamiento debido al flujo de aire.

**Tabla C.1.** Coeficientes de costo  $a^k$  para empaques tipo *splash*, *trickle* y *film*

$a^k$	$k=1$	$k=2$	$k=3$
	(splash fill)	(trickle fill)	(film fill)
	2,006.6	1812.25	1,606.15

El coeficiente de costo  $C_{CTV}$  depende del tipo de empaque. Para implementar la selección óptima del tipo de empaque, la variable Booleana  $Y^k$  es usada como parte de la siguiente disyunción:

$$\left[ \begin{array}{c} Y^1 \\ \text{(splash fill)} \\ C_{CTV} = C_{CTV}^1 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y^2 \\ \text{(trickle fill)} \\ C_{CTV} = C_{CTV}^2 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y^3 \\ \text{(film fill)} \\ C_{CTV} = C_{CTV}^3 \end{array} \right]$$

Esta disyunción es transformada con la reformulación convex hull (Vecchiotti y col., 2003) como sigue:

$$C_{CTV} = C_{CTV}^1 Y^1 + C_{CTV}^2 Y^2 + C_{CTV}^3 Y^3 \quad (2)$$

$$C_{CTV}^k = a^k y^k \quad k = 1, \dots, 3 \quad (3)$$

donde los parámetros  $a^k$  son mostrados en la **Tabla C.1** (Kloppers y Kröger, 2005a) para empaques tipo *film*, *splash* y *strickle*.

Note que el costo de inversión expresa propiamente la influencia del tipo de empaque, el flujo de aire ( $Fa$ ) y de los parámetros geométricos básicos, como la altura ( $L_{fr}$ ) y el área ( $A_{fr}$ ) del empaque de la torre.

El costo de la electricidad necesaria para operar el ventilador de aire y la bomba de agua de la torre de enfriamiento es calculado por medio de la siguiente expresión:

$$OPC = H_Y ce (PC_f + PC_p) \quad (4)$$

donde  $ce$  es el costo unitario de la electricidad, y  $H_Y$  son las horas que opera la planta anualmente.

Combinando las ecuaciones (1) y (4), la función objetivo para el problema puede ser expresada como:

$$\min TAC = k_f \left( C_{CTF} + C_{CTV} A_{fr} L_{fi} + C_{CTMA} Fa \right) + H_Y ce \left( PC_f + PC_p \right) \quad (5)$$

donde  $k_f$  es el factor que anualiza la inversión en la torre de enfriamiento.

Los balances de masa y energía en la superestructura se presentan a continuación.

**Balance de masa en los divisores.**

$$FW_j = FW_{1,j} + FW_{2,j} \quad j \in NEF \quad (6)$$

**Balance de masa en los mezcladores**

$$FW_{in} = \sum_{j \in NEF} FW_{1,j} \quad (7)$$

$$FW_{dis} = FW_{out} + \sum_{j \in NEF} FW_{2,j} \quad (8)$$

**Balance energía en los mezcladores.**

$$TW_{in} FW_{in} = \sum_{j \in NEF} TW_j FW_{1,j} \quad (9)$$

$$TW_{dis} FW_{dis} = TW_{out} FW_{out} + \sum_{j \in NEF} TW_j FW_{2,j} \quad (10)$$

**Diseño de la torre de enfriamiento.**

El diseño termo-hidráulico de la torre de enfriamiento es realizado representando el funcionamiento de ésta con el método de Merkel (Merkel, 1926). El modelo se conforma por las ecuaciones de diseño y termodinámica, límites operacionales y restricciones lógicas.

El número de Merkel requerido,  $Me$ , es calculado utilizando la técnica de integración de cuatro puntos de Chebyshev, a cual es recomendada por Mohiudding y Kant (1996),

$$Me = 0.25 cp_w (TW_{in} - TW_{out}) \sum_{i=1}^4 1/\Delta h_i \quad (11)$$

donde  $i$  es el índice que representa el incremento de temperatura. Para cada incremento de temperatura, la diferencia de entalpía ( $\Delta h_i$ ) es calculada a partir de la siguiente expresión:

$$\Delta h_i = hsa_i - ha_i, \quad i = 1, \dots, 4 \quad (12)$$

y las ecuaciones algebraicas para calcular la entalpía de la mezcla aire-vapor de agua y la temperatura del agua correspondiente a cada punto discreto de Chebyshev son:

$$ha_i = ha_{in} + \frac{cp_w Fw_{in}}{Fa} (Tw_i - Tw_{out}), \quad i = 1, \dots, 4 \quad (13)$$

$$Tw_i = Tw_{out} + TCH_i (Tw_{in} - Tw_{out}), \quad i = 1, \dots, 4 \quad (14)$$

donde  $TCH_i$  es una constante que representa los puntos de Chebyshev ( $TCH_1 = 0.1$ ,  $TCH_2 = 0.4$ ,  $TCH_3 = 0.6$ ,  $TCH_4 = 0.9$ ).

La transferencia de masa y energía característica para cada tipo de empaque están dadas por el número de Merkel, correlación desarrollada por Kloppers and Kröger (2005a):

$$Me = c_1 \left( \frac{Fw_{in}}{A_{fr}} \right)^{c_2} \left( \frac{Fa}{A_{fr}} \right)^{c_3} (L_{fi})^{1+c_4} (Tw_{in})^{c_5} \quad (15)$$

Para calcular el número de Merkel, la disyunción siguiente es utilizada:

$$\left[ \begin{array}{c} Y^1 \\ \text{(splash fill)} \\ c_l = c_l^1, \quad l = 1, \dots, 5 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y^2 \\ \text{(trickle fill)} \\ c_l = c_l^2, \quad l = 1, \dots, 5 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y^3 \\ \text{(film fill)} \\ c_l = c_l^3, \quad l = 1, \dots, 5 \end{array} \right]$$

Esta disyunción puede ser descrita por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$y^1 + y^2 + y^3 = 1 \quad (16)$$

$$c_l = c_l^1 + c_l^2 + c_l^3, \quad l = 1, \dots, 5 \quad (17)$$

$$c_l^k = b_l^k y^k, \quad k = 1, \dots, 3. \quad j = 1, \dots, 5 \quad (18)$$

Los valores para los coeficientes  $b_l^k$  para empaques tipo *splash*, *film* y *strickle* son mostrados en la **Tabla C.2** (Kloppers y Kröger, 2005a).

**Tabla C.2.** Coeficientes en la correlación para el cálculo del número de Merkel (Ecuación 15)

$l$	$b_l^k$		
	$k=1$ (splash fill)	$k=2$ (trickle fill)	$k=3$ (film fill)
1	0.249013	1.930306	1.019766
2	-0.464089	-0.568230	-0.432896
3	0.653578	0.641400	0.782744
4	0	-0.352377	-0.292870
5	0	-0.178670	0

Para cada tipo de empaque, el coeficiente de de pérdidas puede ser expresado de la siguiente forma (Kloppers y Kröger, 2003):

$$K_{fi} = \left[ d_1 \left( \frac{FW_{in}}{A_{fr}} \right)^{d_2} \left( \frac{Fa}{A_{fr}} \right)^{d_3} + d_4 \left( \frac{FW_{in}}{A_{fr}} \right)^{d_5} \left( \frac{Fa}{A_{fr}} \right)^{d_6} \right] L_{fi} \quad (19)$$

La disyunción correspondiente para asociar la ecuación (19) a cada tipo de empaque es,

$$\left[ \begin{array}{c} Y^1 \\ \text{(splash fill)} \\ d_m = d_m^1, \quad m = 1, \dots, 6 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y^2 \\ \text{(trickle fill)} \\ d_m = d_m^2, \quad m = 1, \dots, 6 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y^3 \\ \text{(film fill)} \\ d_m = d_m^3, \quad m = 1, \dots, 6 \end{array} \right]$$

Utilizando la reformulación del convex hull, la disyunción anterior es modelada como:

$$d_m = d_m^1 + d_m^2 + d_m^3, \quad m = 1, \dots, 6 \quad (20)$$

$$d_m^k = c_m^k y^k, \quad k = 1, \dots, 3. \quad m = 1, \dots, 6 \quad (21)$$

Los valores para los coeficientes  $c_m^k$  para los tipos de empaque considerados son mostrados en la **Tabla C.3** (Kloppers y Kröger, 2003).

**Tabla C.3.** Coeficientes en la correlación para el cálculo de  $K_{fi}$  (Ecuación 19)

$m$	$c_m^k$		
	$k=1$ (splash fill)	$k=2$ (trickle fill)	$k=3$ (film fill)
1	3.179688	7.047319	3.897830
2	1.083916	0.812454	0.777271
3	-1.965418	-1.143846	-2.114727
4	0.639088	2.677231	15.327472
5	0.684936	0.294827	0.215975
6	0.642767	1.018498	0.079696

La caída de presión de la corriente de aire está dada por (Serna-González y col., 2010):

$$\Delta P_t = 0.8335 \frac{Fav_m^2}{\rho_m A_{fr}^2} (K_{fi} L_{fi} + 6.5) \quad (22)$$

donde  $Fav_m$  es el flujo promedio del aire a través del empaque,

$$Fav_m = \frac{Fav_{in} + Fav_{out}}{2} \quad (23)$$

y  $\rho_m$  es la densidad promedio del aire a través del empaque,

$$\rho_m = 1 / (1/\rho_{in} + 1/\rho_{out}) \quad (24)$$

El flujo de la mezcla aire-vapor en la entrada y en la salida del empaque  $Fav_{in}$  y  $Fav_{out}$  son calculados por medio de:

$$Fav_{in} = Fa + w_{in} Fa \quad (25)$$

$$Fav_{out} = Fa + w_{out} Fa \quad (26)$$

donde  $w_{in}$  es la humedad del aire de entrada, y  $w_{out}$  es la humedad del aire de salida.

La potencia requerida por el ventilador de la torre de enfriamiento esta dado por:

$$PC_f = \frac{Fav_{in} \Delta P_t}{\rho_{in} \eta_f} \quad (27)$$



donde  $\eta_f$  es la eficiencia del ventilador.

El consumo de potencia por la bomba de agua puede ser expresad como (Leeper, 1981):

$$PC_p = \left( \frac{g}{gc} \right) \left[ \frac{FW_{in} (L_{fi} + 3.048)}{\eta_p} \right] \quad (28)$$

donde  $\eta_p$  es la eficiencia de la bomba.

El flujo de agua evaporada ( $FW_{ev}$ ) hacia la corriente de aire es calculado a partir del flujo del aire seco y el contenido de vapor de agua en el aire de entrada y de salida,

$$FW_{ev} = Fa (w_{out} - w_{in}) \quad (29)$$

La pérdida de agua por arrastre es 0.2% del flujo del agua de entrada en la torre de enfriamiento (Kemmer, 1988):

$$FW_d = 0.002FW_{in} \quad (30)$$

Por lo tanto, en la torre de enfriamiento, el flujo del agua de salida en la torre de enfriamiento es calculado con la siguiente expresión:

$$FW_{out} = FW_{in} - FW_{ev} - FW_d \quad (31)$$

El método de Merkel supone que el aire que abandona la torre de enfriamiento está saturado con vapor de agua. La entalpía del aire saturado a la salida es calculada a partir de un balance global de energía:

$$hsa_{out} = ha_{in} + \frac{cp_w}{Fa} (FW_{in} Tw_{in} + FW_{out} Tw_{out}) \quad (32)$$

### **Asignación de la temperatura de salida de la superestructura.**

La temperatura de salida de la superestructura es especificada a partir de datos del problema como sigue:

$$Tw_{dis} = Tw_{env} \quad (33)$$

**Restricciones de factibilidad.**

El primer par de restricciones de temperatura imponen un límite mínimo (Li y Priddy, 1995) y un límite máximo para la temperatura del agua de salida en la torre de enfriamiento:

$$TW_{out} \geq TWB_{in} + 2.8 \quad (34)$$

$$TW_{out} \leq TW_{env} \quad (35)$$

El límite máximo en la temperatura del agua de entrada en la torre de enfriamiento,  $TW_{in,max}$ , es determinado por la temperatura del efluente más caliente sí ésta es menor que 50°C; en otras palabras,  $TW_{in,max} = 50^\circ\text{C}$ , evita depositación de sales y corrosión en los componentes de la torre (Serna-González y col., 2010). Esta restricción puede expresarse como:

$$TW_{in} \leq TW_{in,max} \quad (36)$$

El conjunto final de factibilidad de temperaturas surge del hecho que la corriente de agua debe ser enfriada y la corriente de aire calentada en la torre de enfriamiento,

$$TW_{in} > TW_{out} \quad (37)$$

$$TA_{out} > TA_{in} \quad (38)$$

La fuerza motriz ( $hsa - ha$ ) debe satisfacer la siguiente condición en cualquier punto de la torre de enfriamiento (Serna-González y col., 2010),

$$hsa_i - ha_i > 0 \quad i = 1, \dots, 4 \quad (39)$$

La carga máxima y la mínima de agua y aire son determinadas por el intervalo de validez de las correlaciones empleadas para estimar el coeficiente de perdidas y el de transferencia para cada tipo de empaque. Las restricciones son (Kloppers y Kröger, 2003, 2005a):

$$2.90 \leq \frac{Fw_{in}}{A_{fr}} \leq 5.96 \quad (40)$$

$$1.20 \leq \frac{Fa}{A_{fr}} \leq 4.25 \quad (41)$$

Aunque una torre de enfriamiento puede ser diseñada para operar a cualquier relación  $Fw_{in}/Fa$ , Singham (Singham, 1983) sugiere el siguiente límite:

$$0.5 \leq \frac{Fw_{in}}{Fa} \leq 2.5 \quad (42)$$

Los flujos de las corrientes que abandonan los divisores y el flujo de agua en la torre de enfriamiento tienen los siguientes límites:

$$0 \leq Fw_{1,j} \leq Fw_j \quad j \in NEF \quad (43)$$

$$0 \leq Fw_{2,j} \leq Fw_j \quad j \in NEF \quad (44)$$

$$0 \leq Fw_{in} \leq \sum_{j \in NEF} Fw_j \quad (45)$$

**Propiedades físicas.**

$$ha_{in} = f(TWB_{in}) \quad (46)$$

$$hsa_i = f(Tw_i) \quad i = 1, \dots, 4 \quad (47)$$

$$w_{in} = f(TWB_{in}, TA_{in}, P_t, PV_{WBin}) \quad (48)$$

$$w_{out} = f(P_t, PV_{out}) \quad (49)$$

$$PV_{WBin} = f(TWB_{in}) \quad (50)$$

$$TA_{out} = f(hsa_{out}) \quad (51)$$

$$PV_{out} = f(TA_{out}) \quad (52)$$

$$\rho_{in} = f(P_t, TA_{in}, w_{in}) \quad (53)$$

$$\rho_{out} = f(P_t, TA_{out}, w_{out}) \quad (54)$$

Las correlaciones usadas en las ecuaciones anteriores son enlistadas en el **Apéndice E**.

## C.5 RESULTADOS.

Tres ejemplos son usados para mostrar la aplicación del procedimiento propuesto en este capítulo. Todos los ejemplos fueron implementados en el lenguaje de modelación de GAMS (Brooke y col., 2006). El problema MINLP fue resuelto con el resolver DICOPT. El algoritmo empleado en el resolutor DICOPT es la aproximación exterior con la función de penalización aumentada propuesto por Viswanathan y Grossmann (1990).

Para todos los ejemplos, los valores de  $ce$ ,  $C_{CTF}$ ,  $C_{CTMA}$ ,  $\eta_f$  y  $\eta_p$  son 0.076 \$US/kWh, US\$ 31.185x10<sup>3</sup>, 1.0975x10<sup>3</sup> US\$/(kg aire seco/s), 0.75 y 0.60, respectivamente. Además, se supuso que (1) el factor de anualización es 0.334 año<sup>-1</sup>, (2) la planta opera 8000 h/año, (3) el límite de temperatura en la corriente de descarga es 30°C, (4) la temperatura de bulbo seco del aire de entrada es 25°C, (5) la temperatura de bulbo húmedo del aire de entra es 20°C, y (6) la capacidad calorífica del agua es 4.193 kJ/kg°C.

**Tabla C.4.** Datos de los efluentes calientes para los Ejemplos

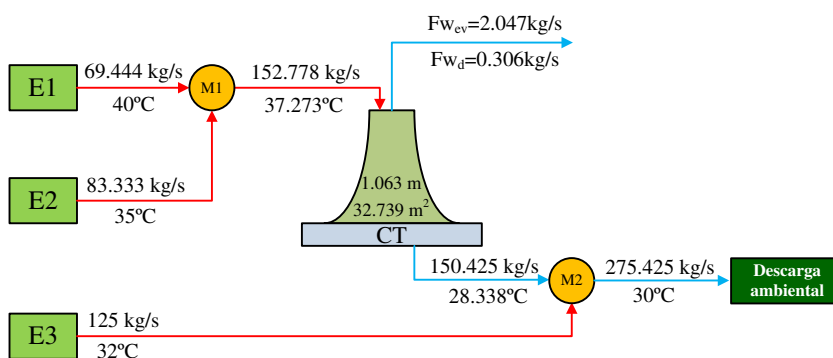
<b>Ejemplo 1</b>		
Efluente	Flujo (kg/s)	Temperatura (°C)
1	69.444	40
2	83.333	35
3	125.00	32
<b>Ejemplo 2</b>		
Efluente	Flujo (kg/s)	Temperatura (°C)
1	55.556	40
2	196.667	35.3
3	486.111	35
4	69.444	27
5	111.111	25

**Ejemplo 1.** Este ejemplo fue tomado del trabajo reportado por Kim y col. (2001), es un problema pequeño que consiste en tres efluentes acuosos. Los datos del problema son mostrados en la **Tabla C.4**. La altura por la que la bomba debe hacer circular el agua es la misma que reportó Kim y col. (2001), es decir, 10.67 m.

El problema MINLP resultante involucra tres variables binarias, 95 variables continuas y

121 restricciones. El tiempo computacional para su solución fue de 0.08 segundos.

La solución de este problema MINLP da como resultado la configuración presentada en la **Figura C.4**, la cual incluye la pérdida de agua por evaporación y por arrastre. Los resultados numéricos de la solución óptima son mostrados en la **Tabla C.5**. Este sistema de enfriamiento tiene una configuración distribuida y representa un costo total anual de 98,674.031 US\$/año. Note que el flujo de agua óptimo en la entrada de la torre es generado por la mezcla de los efluentes 1 y 2, en tanto que, el efluente 3 es enviado directamente al mezclador final de la **Figura C.4**. Por lo que, la corriente de salida de la torre de enfriamiento y el efluente 3 son colectados en el mezclador final previo a la descarga ambiental.



**Figura C.4.** Sistema de enfriamiento óptimo para el Ejemplo 1

La **Tabla C.5** también muestra una comparación entre la solución convencional (sistema de enfriamiento centralizado) con la solución óptima obtenida a partir del modelo propuesto. Note que el flujo de agua en la entrada de la torre en el sistema distribuido es el 55% del flujo del sistema centralizado. Esto permite un ahorro del TAC aproximadamente del 9.97%.

**Ejemplo 2.** Este ejemplo también fue reportado por Kim y col. (2001), e involucra cinco efluentes acuosos, cuyos datos se muestran en la **Tabla C.4**.

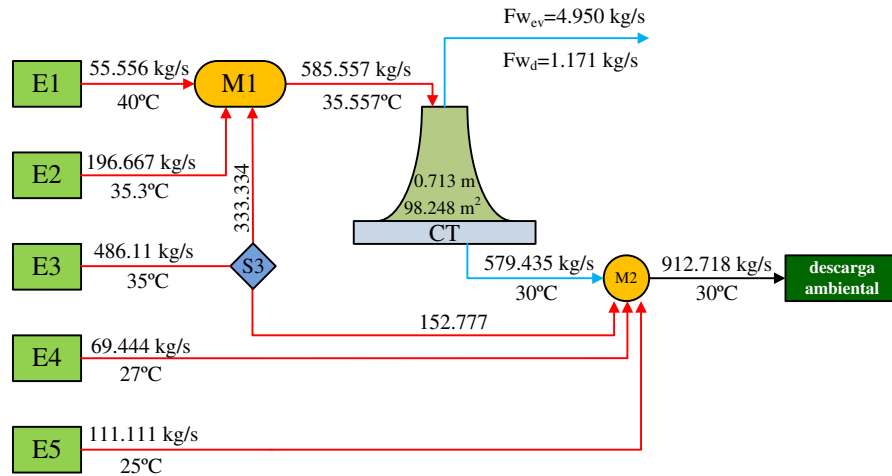
El problema MINLP consta de 102 variables (incluyendo tres variables binarias) y 123 restricciones. Resolviendo el MINLP problema, se obtiene el sistema de enfriamiento distribuido mostrado en la **Figura C.5**. En esta figura puede verse que solamente el divisor para el tercer efluente está presente en la estructura del sistema óptimo, ya que los demás divisores fueron despreciados por el procedimiento de optimización. Por lo que, los efluentes 1 y 2 son enviados

directamente a la torre de enfriamiento, el efluente 3 es dividido y una parte es llevada hacia la torre y otra al mezclador que precede la corriente de descarga, y los efluentes 4 y 5 son enviados completamente al mezclador antes mencionado.

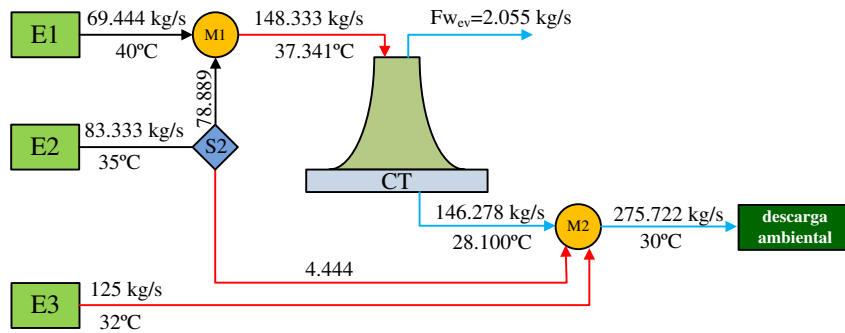
Los resultados numéricos son plasmados en la **Tabla C.5**; además, en esta tabla también se incluyen los resultados para el sistema de enfriamiento centralizado, el cual tiene un *TAC* de 230,482.495 US\$/año. La solución óptima del problema MINLP posee un *TAC* de 190,609.646 US\$/año. Esta diferencia se debe a que el modelo propuesto reduce el flujo de agua de entrada en la torre de enfriamiento del sistema centralizado en un 36.275% (de 918.889 a 585.557 kg/s). De nuevo, corrientes de segregación están presentes y un ahorro del 17.3% es alcanzado.

En los ejemplos 1 y 2, la diferencia óptima entre la temperatura del agua de entrada y la de salida es mayor con el sistema distribuido respecto al sistema centralizado. Este resultado incrementa la eficiencia para la transferencia de calor y por lo tanto disminuye el flujo de agua y de aire en la torre de enfriamiento, lo que genera costos de operación y de capital menores para los sistemas distribuidos.

Para los ejemplos, el mejor sistema de enfriamiento distribuido reportado por Kim y col. (2001) son mostrados en las **Figuras C.6** y **C.7**. En el caso del ejemplo 1, la comparación de las **Figuras C.4** y **C.6** muestra que el flujo de la configuración óptima de este trabajo es diferente del reportado por Kim y col. (2001). En la solución óptima obtenida aquí, el segundo efluente va directamente a la torre de enfriamiento como puede verse en la **Figura C.4**. Por otra parte, en la solución con el punto de pliegue de Kim y col. (2001) este efluente es dividido en dos corrientes: una dirigida hacia el mezclador previo a la torre de enfriamiento a razón de 78.889 kg/s, y otro dirigida hacia el mezclador final a razón de 4.444 kg/s (ver **Figura C.6**). Como resultado, el flujo de agua de entrada en la torre determinado con el programa MINLP es 152.8 kg/s, el cual es 3% mayor que el estimado con la tecnología del punto de pliegue. Respecto al ejemplo 2, comparando los sistemas mostrados en las **Figuras C.5** y **C.7** puede observarse que las configuraciones obtenidas con las dos metodologías son las mismas. Sin embargo, en el procedimiento simultáneo el flujo óptimo de agua en la torre de enfriamiento es 43.9% más grande (585.557 vs. 406.944 kg/s). Esto se debe a un flujo más grande desde el divisor correspondiente al efluente 3 hacia el mezclador ubicado en la entrada de la torre de enfriamiento (333.334 vs. 154.97 kg/s).



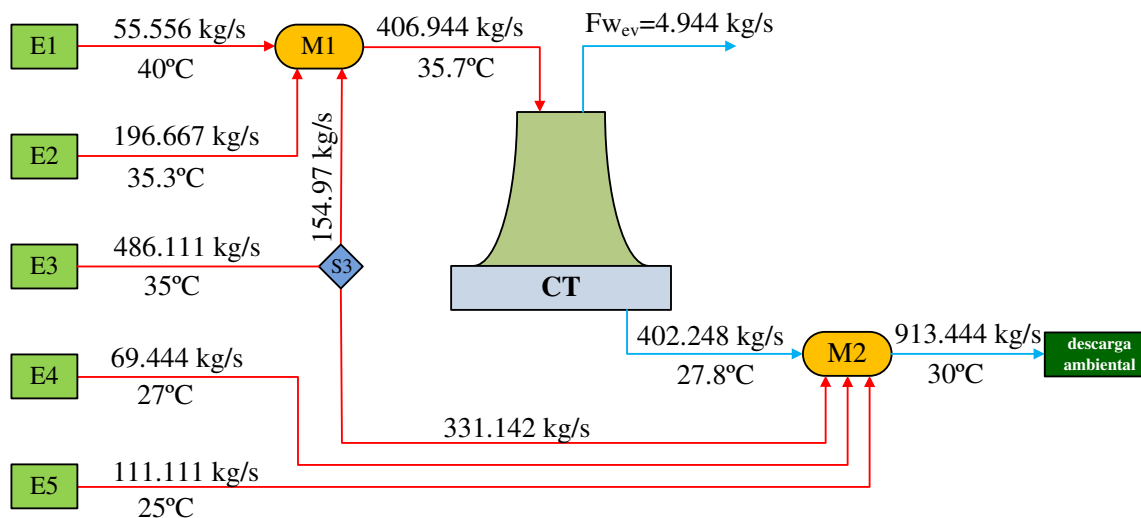
**Figura C.5.** Sistema de enfriamiento óptimo para el Ejemplo 2



**Figura C.6.** Configuración reportada por Kim y col. (2001) para el Ejemplo 1

Estos resultados revelan que los flujos óptimos de las configuraciones por las soluciones del modelo MINLP y el análisis del punto de pliegue no pueden ser diferentes entre sí. Sin embargo, el procedimiento propuesto determina flujos de agua en la entrada de la torre considerablemente más grandes que los obtenidos por Kim y col. (2001). Además, las diferencias entre las ecuaciones de costo y los modelos para predecir el funcionamiento de la torre, estos resultados son obtenidos porque el método de Kim y col. (2001) utiliza un procedimiento secuencial donde primero se obtiene el flujo mínimo de agua a la entrada de la torre seguido por el diseño. En contraste, en el modelo MINLP los flujos y las temperaturas de las corrientes son determinadas simultáneamente con el diseño detallado y condiciones de operación de la torre de enfriamiento (por ejemplo, el flujo de agua a la entrada de la torre, el agua evaporada, flujo de aire, temperaturas de entrada y de salida de los efluentes acuosos, altura y área del empaque de la

torre, tipo de empaque, consumo de potencia por el ventilador y de la bomba).



**Figura C.7.** Configuración reportada por Kim y col. (2001) para el Ejemplo 2

**Ejemplo 3.** El propósito de este ejemplo es analizar la influencia de los parámetros de costo ( $C_{CTF}$ ,  $C_{CTV}$ ,  $C_{CTMA}$ , and  $ce$ ) sobre el costo total anual. Los datos de las corrientes y de costos son las mismas del Ejemplo 1. La **Tabla C.6** muestra los resultados del modelo MINLP propuesto cuando el costo fijo asociado a la torre de enfriamiento,  $C_{CTF}$  (casos A y B), el incremento del costo de la torre debido al volumen del empaque,  $C_{CTV}$  (casos C y D), el incremento del costo de la torre de enfriamiento debido al volumen de la torre,  $C_{CTMA}$  (casos E y F), y el costo unitario de la electricidad,  $ce$  (casos G y H), son variados independientemente (por ejemplo, un parámetro fue cambiado mientras que los otros permanecen constantes). Cuando el costo fijo asociado a la torre de enfriamiento cambia desde  $US\$2.80 \times 10^4$  hasta  $US\$3.5 \times 10^4$  (casos A y B), el  $TAC$  óptimo muestra un incremento del 2.4%, desde 97,609.28 hasta 99,949.5  $US\$/año$ . Una tendencia similar se presenta cuando  $C_{CTV}$ ,  $C_{CTMA}$ , y  $ce$  son incrementadas, ya que costos más elevados se presentan (casos C, D, E, F, G y H). Aunque los costos totales anuales óptimos son diferentes para todos los casos, es importante notar que las configuraciones de los sistemas de enfriamiento resultantes son las mismas que las obtenidas para el Ejemplo 1 (**Figura C.4**). Por lo tanto, para el sistema particular bajo estudio, las configuraciones del sistema de enfriamiento no se ven afectadas por los parámetros de costo, en este sentido, es posible desarrollar una configuración del sistema de enfriamiento con los parámetros de costo que puede ser usada como una configuración apropiada para diferentes parámetros de costo. Además, para



un tratamiento formal de los datos inciertos, el modelo MINLP propuesto puede ser empleado junto con técnicas de optimización estocástica (ver por ejemplo, Ponce-Ortega y col., 2004; Diwekar, 2008).

## **C.6 CONCLUSIONES.**

Este Capítulo presenta un modelo MINLP basado en una superestructura para encontrar el sistema de enfriamiento óptimo para reducir la temperatura de múltiples efluentes acuosos a un límite máximo permisible en la descarga ambiental. Una característica principal de este método es que utiliza un modelo detallado para la torre de enfriamiento durante la optimización, el cual está basado en el método de Merkel. El modelo permite la selección óptima del tipo de empaque. Esta selección está limitada a los tipos film, splash y trickle; los cuales tiene diferentes costos así como expresiones para el coeficiente de transferencia de masa y de caída de presión. Programación disyuntiva (Viswanathan y Grossmann, 1990) es usada para introducir la selección del tipo de empaque tanto en el modelo de diseño como en la función objetivo. El coeficiente de transferencia y de caída de presión de estos tipos de empaque son calculados con correlaciones empíricas reportadas por Kloppers y Kröger (2003, 2005a).

La función objetivo es minimizar el costo total anual, el cual involucra el costo de capital de la torre de enfriamiento y el costo de operación del ventilador y de la bomba instalados en la torre de enfriamiento. Como muestran los resultados la solución de esta formulación matemática proporciona simultáneamente la configuración del sistema de enfriamiento que satisface con la temperatura máxima permisible en la corriente de descarga al ambiente así como con las condiciones de operación y parámetros de diseño requeridos para la torre de enfriamiento. Note que las soluciones de los dos primeros ejemplos muestran flujos en la torre de enfriamientos más grandes comparados con los reportados por Kim y col. (2001). Además, el ejemplo 3 muestra que la variación de los parámetros de costo afecta los parámetros de diseño y las condiciones de operación pero no la configuración del sistema de enfriamiento.

**Tabla C.5.** Comparación de las soluciones óptimas y convencionales

	Ejemplo 1		Ejemplo 2	
	Solución con el MINLP	Sistema centralizado	Solución con el MINLP	Sistema centralizado
$T_{w_{in}}$ (°C)	37.273	34.900	35.575	33.553
$T_{w_{out}}$ (°C)	28.338	30.000	30.000	30.000
$T_{w_{dis}}$ (°C)	30.000	30.000	30.000	30.000
$T_{A_{out}}$ (°C)	33.458	32.159	32.653	29.458
$F_{w_{in}}$ (kg/s)	152.778	277.778	585.557	918.889
$F_{w_{out}}$ (kg/s)	150.425	275.149	579.435	911.918
$F_{w_{dis}}$ (kg/s)	275.425	275.149	912.768	911.918
$F_{w_{ev}}$ (kg/s)	2.047	2.073	4.950	5.133
$F_{w_d}$ (kg/s)	0.306	0.556	1.171	1.838
$F_a$ (kg/s)	96.679	111.111	252.629	367.556
$F_{w_{in}}/F_a$	1.580	2.500	2.318	2.500
Me	1.275	0.704	0.776	0.452
$L_{fi}$ (m)	1.063	0.675	0.713	0.361
$A_{fr}$ (m <sup>2</sup> )	32.739	46.607	98.248	154.176
Tipo de empaque	Film	Film	Film	Film
$\Delta P_{fi}$ (Pa)	97.619	68.497	79.182	67.787
$K_{fi}$ (m <sup>-1</sup> )	24.611	26.639	26.418	26.639
$PC_f$ (kW)	24.947	13.853	38.080	29.535
$PC_p$ (kW)	26.626	48.410	35.969	51.168
OPC (US\$/año)	33,260.892	40,612.229	47,783.952	52,608.411
CTC (US\$/año)	65,413.139	68,987.162	142,825.694	177,874.084
TAC (US\$/año)	<b>98,674.031</b>	<b>109,599.391</b>	<b>190,609.646</b>	<b>230,482.495</b>

Tabla C.6. Efectos de los parámetros de costo sobre la solución óptima

	$C_{CTV}$							
	$C_{CTF}$		Caso C		Caso D		$C_{CTMA}$	
	Caso A	Caso B	splash=1750		splash=2250		Caso E	Caso F
			trickle=1500	trickle=2000	ce			
Case A	Case B	film=1400	film=1800	Case E	Case F	Case G	Case H	
	2.800E+04	3.500E+04	1400	1800	950	1400	0.05	0.095
$T_{W_{in}}$ (°C)	37.273	37.273	37.273	37.273	37.273	37.273	37.273	37.273
$T_{W_{out}}$ (°C)	28.338	28.338	28.338	28.338	28.338	28.338	28.338	28.338
$T_{W_{dis}}$ (°C)	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000	30.000
$T_{A_{out}}$ (°C)	33.458	33.458	33.576	33.360	33.130	33.853	33.784	33.287
$F_{W_{in}}$ (kg/s)	152.778	152.778	152.778	152.778	152.778	152.778	152.778	152.778
$F_{W_{out}}$ (kg/s)	150.425	150.425	150.426	150.424	150.422	150.428	150.428	150.423
$F_{W_{dis}}$ (kg/s)	275.425	275.425	275.426	275.424	275.422	275.428	275.428	275.423
$F_{W_{ev}}$ (kg/s)	2.047	2.047	2.046	2.048	2.050	2.044	2.044	2.049
$F_{W_d}$ (kg/s)	0.306	0.306	0.306	0.306	0.306	0.306	0.306	0.306
$F_a$ (kg/s)	96.679	96.679	95.559	97.630	99.909	93.002	93.627	98.348
$F_w/F_a$	1.580	1.580	1.599	1.565	1.529	1.643	1.632	1.553
$M_e$	1.275	1.275	1.292	1.262	1.233	1.333	1.322	1.253
$L_{fi}$ (m)	1.063	1.063	1.112	1.024	0.994	1.156	1.069	1.060
$A_{fr}$ (m <sup>2</sup> )	32.739	32.739	33.690	31.975	33.922	31.396	27.846	35.601
Tipo de empaque	Film	Film	Film	Film	Film	Film	Film	Film
$\Delta P_{fi}$ (Pa)	97.619	97.619	89.619	104.804	96.142	99.396	131.359	83.852
$K_{fi}$ (m <sup>-1</sup> )	24.611	24.611	24.478	24.726	24.400	24.863	25.511	24.175
$PC_f$ (kW)	24.947	24.947	23.509	26.221	24.092	26.154	32.494	21.812
$PC_p$ (kW)	26.626	26.626	26.626	26.626	26.626	26.626	26.626	26.626
PPC (US\$/año)	17,494.085	17,494.085	17,494.085	17,494.085	17,494.085	17,494.085	11,449.009	21,753.117
FPC (US\$/año)	15,766.807	15,766.807	14,850.268	16,578.709	15,248.235	16,501.021	13,420.775	17,154.065
OPC (US\$/año)	33,260.892	33,260.892	32,344.353	34,072.794	32,742.320	33,995.107	24,869.784	38,907.182
CTC (US\$/año)	64,348.285	66,688.622	63,843.542	66,787.543	59,295.086	74,486.800	61,587.324	67,610.073
TAC (US\$/año)	97,609.178	99,949.514	96,187.895	100,860.337	92,037.406	108,481.907	86,457.108	106,517.255

**NOMENCLATURA.**

$A$	área de transferencia de la torre, $m^2$
$a^k$	coeficientes de costo $C_{CTV}^k$ para los tipos de empaque
$b_l^k$	coeficientes para la correlación para el cálculo del $Me$
$ce$	costo unitario de la electricidad, US\$/kgWatts, US\$/Joules
$c_l$	contantes para la correlación del $Me$ , $l=1,2,\dots,5$ .
$c_l^k$	variable desagregada para $c_l$
$c_n$	constantes para evaluar $PV$ , $c=-1,\dots, 3$
$c_m^k$	coeficientes para $K_{fi}$ para los tipos de empaque
$C_{CTF}$	costo inicial de la torre de enfriamiento, US\$
$C_{CTMA}$	costo relacionado al flujo de aire, US\$ s/kg
$C_{CTV}$	costo de la torre de enfriamiento debido al volumen del empaque, US\$/ $m^3$
$C_{CTV}^k$	variable desagregada para $C_{CTV}$
$cp$	capacidad calorífica, J/kg K
$CT$	torre de enfriamiento
$CTC$	costo de capital, US\$/año
$d_m$	constantes para la correlación del $K_{fi}$ , $m=1,2,\dots,6$
$d_m^k$	variable desagregada para $d_m$
$Fa$	flujo de aire seco, kg/s
$Fav$	flujo aritmético de la mezcla aire-vapor a través del empaque, kg/s

$F_w$	flujo de agua, kg/s
$F_{w1,j}$	flujo desde el divisor para la corriente $j$ hacia el mezclador en la entrada de la torre de enfriamiento, kg/s
$F_{w2,j}$	flujo desde el divisor para la corriente $j$ hacia el mezclador en el final de la superestructura, kg/s
$g$	aceleración de la gravedad, $m/s^2$
$gc$	factor de conversión para la aceleración de la gravedad
$ha$	entalpía de la mezcla aire-vapor, J/kg aire seco
$hsa$	entalpía de saturación de la mezcla aire-vapor de agua, J/kg aire seco
$H_y$	horas de operación al año, hr/año
$K$	coeficiente de pérdidas, $m^{-1}$
$k_f$	factor de anualización, $yr^{-1}$
$L$	altura, m
$M$	mezcladores
$Me$	número de Merkel
$NEF$	$\{j=1,2,\dots,N_{efluentes}\}$ $NEF$ es un grupo de efluentes
$OPC$	costo de operación, US\$/año
$P$	presión, Pa
$PC$	consumo de potencia, W
$PV$	presión de vapor, Pa
$S$	divisores
$TA$	temperatura de bulbo seco del aire, °C

*TAC* costo total anual, US\$/año

*TWB* temperatura de bulbo húmedo del aire, °C

*T<sub>w</sub>* temperatura del efluente, °C

*TCH* constantes de la técnica de Chebyshev

*w* humedad, kg-agua/kg-aire-seco

*Y<sup>k</sup>* variable Booleana para la selección del tipo de empaque, verdadera o falsa

### **Símbolos griegos**

$\Delta h$  diferencia de entalpía, J/kg aire seco

$\Delta P$  caída de presión, Pa

$\eta$  eficiencia

$\rho$  densidad, kg/m<sup>3</sup>

### **Índices**

*d* arrastre

*dis* descarga ambiental

*env* medio ambiente

*ev* evaporada

*f* ventilador

*fi* empaque

*fr* sección transversal

*i* índice para el incremento de la temperatura,  $i=1, \dots, 4$

*in* entrada

<i>j</i>	efluente
<i>k</i>	tipo de empaque, $k=1,2,3$
<i>l</i>	constantes para el tipo de empaque, $l=1, \dots, 5$
<i>m</i>	constantes para el tipo de empaque, $m=1, \dots, 6$
<i>max</i>	límite superior
<i>out</i>	salida
<i>p</i>	bomba
<i>t</i>	total
<i>w</i>	agua
<i>WB</i>	bulbo húmedo

---

**APÉNDICE D. DISEÑO ÓPTIMO  
RIGUROSO DE TORRES DE  
ENFRIAMIENTO A  
CONTRACORRIENTE.**

---



## **APÉNDICE D. DISEÑO ÓPTIMO RIGUROSO DE TORRES DE ENFRIAMIENTO A CONTRACORRIENTE.**

### **D.1 RESUMEN.**

En este **Apéndice** se presenta un modelo riguroso basado en programación mixta entera no lineal (MINLP) para el diseño óptimo de torres de enfriamiento a contracorriente. El comportamiento y las dimensiones características son representados por un método riguroso en conjunto con correlaciones empíricas para los coeficientes de pérdidas y de transferencia de masa en la región del empaque de la torre. El modelo se compone por las ecuaciones de diseño para determinar la geometría del empaque de la torre de enfriamiento y un conjunto de ecuaciones diferenciales que representan los fenómenos de transporte en el empaque, las cuales son resueltas numéricamente con el método de Runge-Kutta de cuarto orden. La función objetivo consiste en minimizar el costo total anual formado por el costo de operación (consumo de agua y potencia del ventilador) y el costo de capital (costo fijo de la torre, costo debido al volumen del empaque y al flujo de aire). El algoritmo propuesto es aplicado a varios casos de estudio, y los resultados son comparados con los obtenidos con el método de Merkel donde significativas mejoras económicas y fenomenológicas fueron observadas.

Este **Apéndice** es organizado como sigue, en la **sección D.2** se presenta la introducción al tema, en la **sección D.3** se presenta la definición del problema abordado, en la **sección D.3** se presenta la formulación del modelo, la **sección D.4** se muestran los resultados obtenidos con la aplicación del modelo propuesto para varios casos de estudio y finalmente en la **sección D.6** se presentan las conclusiones.

### **D.2 INTRODUCCIÓN.**

Debido a que la torre de enfriamiento es un componente muy importante en los sistemas de enfriamiento de ciclo cerrado y en el tratamiento de efluentes acuosos como se verificó en el **Capítulo 2** y en el **Apéndice C** de esta tesis, existen muchas referencias que presentan los fundamentos de éstas (Foust, 1979; Mills, 1999; Singham, 1983; Kloppers y Kröger, 2005a).

Las torres de enfriamiento pueden ser clasificadas en dos clases: de tiro natural y de tiro mecánico (Singham, 1983). En ambos casos, el agua caliente proveniente del proceso entra en la

parte superior de la torre y siempre fluye hacia abajo sobre una serie de empaques, mientras que el aire fluye hacia arriba (flujo en contra corriente) u horizontalmente (flujo cruzado).

El relleno de la torre distribuye el agua uniformemente y provee una gran área de interface aire-agua para el proceso simultáneo de transferencia de masa y energía. Como resultado del contacto directo entre el agua y el aire en la región empacada, parte del agua es vaporizada y la temperatura del agua disminuye mientras que la entalpía del aire aumenta. Después, el agua fría es recolectada en un estanque desde el cual es reincorporada a la red de enfriadores. El agua purgada y la pérdida debida por evaporación y la arrastrada por el aire, es remplazada con agua fresca de reposición. Finalmente, el aire abandona la torre por el domo.

En las torres de enfriamiento de tiro mecánico, el aire circula a través de la torre con la ayuda de ventiladores eléctricos. Por otro lado, las torres de enfriamiento de tiro natural utilizan la diferencia de densidad del aire caliente para circular a través de la torre. Las torres de tiro mecánico pueden ser de tiro inducido (el ventilador es localizado en el domo de la torre) o de tiro forzado (el ventilador es localizado en el fondo de la torre).

La transferencia de masa en torres de enfriamiento a contracorriente comúnmente es analizada mediante el método de Merkel (1926), el método de Poppe y Rögener (1991) y el método  $e$ -NTU (Jaber y Webb, 1989). El método de Merkel (1926) es un balance global de energía y describe simultáneamente la transferencia de masa y energía acopladas mediante el factor de Lewis; sin embargo, para simplificar el uso y obtención de las ecuaciones no considera la pérdida de agua por evaporación y una vez dadas las condiciones de entrada del agua y del aire las ecuaciones de Merkel predice la entalpía del aire de salida, pero no su humedad ya que supone que se encuentra saturado; además predice el número de unidades de transferencia (NTU) requeridas en el proceso. El NTU expresa la relación entre el coeficiente de transferencia de masa y el coeficiente de transferencia de energía y a partir de éste se determina el volumen de la torre necesario para que el proceso de enfriamiento se lleve a cabo. El método de Poppe (1921) no realiza las simplificaciones presentes en el método de Merkel (1926), y las ecuaciones diferenciales gobernantes permiten evaluar las condiciones del aire de salida en términos de entalpía y humedad, la pérdida de agua por evaporación y el NTU son representados por ecuaciones diferenciales. Jaber y Webb (1989) desarrollaron las ecuaciones necesarias para aplicar el método  $e$ -NTU directamente a torres de enfriamiento a contracorriente y de flujo

cruzado, este método está basado en las mismas simplificaciones del método de Merkel (1926). Además, algunos trabajos mejoraron a estos últimos, por ejemplo, Osterle (1991) propuso un sistema de ecuaciones diferenciales para corregir las ecuaciones de Merkel considerando la pérdida de agua por evaporación, calculando la humedad y la entalpía del aire de salida y corrigiendo los valores de NTU. Al respecto, Osterle (1991) encontró que las ecuaciones de Merkel subestiman significativamente el NTU requeridos. Una derivación detallada de las ecuaciones de transferencia de masa y energía de torres de enfriamiento a contracorriente fue propuesto por Kloppers y Kröger (2005c), en el cual las ecuaciones del método de Poppe son extendidas para dar una representación más detallada del NTU. Cheng-Qin (2008) reformuló las ecuaciones simples del  $e$ -NTU para tomar en cuenta las no linealidades de la humedad, la entalpía del aire en el equilibrio y la pérdida de agua por evaporación.

Algunos autores han evaluado y/o comparado los métodos anteriores para problemas específicos. Nahavandi y col. (1975), presentó un estudio para desarrollar a nueva técnica para resolver el problema de diseño de torres de enfriamiento incluyendo la pérdida de agua por evaporación en la ecuación de balance de energía y comparó la nueva solución con la del método de Merkel (1926) y determinó que el error en este último puede alcanzar hasta un 12% dependiendo de las condiciones de diseño. La carga de calor y el agua evaporada en torres de enfriamiento de tiro natural y mecánico fueron críticamente evaluadas y empleando los métodos de Merkel, Poppe and  $e$ -NTU a diferentes condiciones ambientales y de operación por Kloppers y Kröger (2005b). En su trabajo encontraron que la aproximación de Poppe predice las condiciones del aire de salida con mayor exactitud que los métodos de Merkel y  $e$ -NTU; el NTU determinado con los métodos de Poppe y el  $e$ -NTU son respectivamente 9% más grandes y 1% más pequeños que el NTU determinado por la aproximación de Merkel; la aproximación de Poppe predice cargas de calor mayores que la aproximación de Merkel debido a que esta última ignora las pérdidas del flujo de agua en la ecuación de energía; el cálculo de agua que se evapora es subestimada por el método de Merkel comparada con la obtenida mediante el método de Poppe para torres de tiro natural y para torres de tiro mecánico bajo condiciones muy calientes el método de Merkel predice razones de evaporación más grandes que las del método de Poppe; finalmente, la temperatura del agua y la carga de calor se encuentran en valores muy cercanos entre ambos métodos a diferentes valores del factor de Lewis, sin embargo, el agua evaporada y la temperatura del aire de salida no presentan el mismo comportamiento. Chengqin (2006) a

partir de un modelo analítico para procesos acoplados de transferencia de energía y masa en torres de enfriamiento a contracorriente basado en condiciones más realistas que las que convencionalmente se adopta con el método de Merkel, reportó que los volúmenes de torres o NTU podrían ser subestimados por el método de Merkel, un error relativamente grande en los parámetros del aire de salida pueden observarse con el método de Merkel para un volumen pequeño.

A partir de las contribuciones mencionadas anteriormente es claro concluir que el método de Poppe es especialmente adecuado para ser empleado en el análisis de torres de enfriamiento ya que las condiciones del aire de salida son determinadas de forma segura (Kloppers y Kröger, 2005c); las técnicas empleadas para el diseño de torres deben considerar las pérdidas de agua por evaporación (Nahavandi y col., 1975); sí solamente la temperatura del agua de salida es de interés para el diseñador pueden utilizarse las aproximaciones de Merkel (1926) y *e*-NTU (Jaber y Webb, 1989); un análisis rápido y seguro del comportamiento de la torre, condiciones de humedad del aire de salida así como perfiles de temperatura y contenido de humedad a través del empaque son muy importantes en los cálculos de diseño (Chengqin, 2006) y el método de Poppe es en consecuencia el más recomendado para el diseño de torres de enfriamiento porque el contenido de agua en el aire de salida es una importante consideración para el diseño de torres de enfriamiento (Roth, 2001).

Ahora, en relación al diseño de torres de enfriamiento, se han desarrollado métodos computacionales para el diseño de torres de enfriamiento (Oluwasola, 1987). Olander (1961) sugirió un método para estimar los coeficientes de transferencia de masa y de calor en condensadores (enfriadores) de contacto directo. Kintner-Meyer y Emery (1995) una vez dada la capacidad de enfriamiento y otras condiciones de diseño prescritas analizaron la selección del intervalo y la aproximación en la torre de enfriamiento y presentaron directrices para determinar el tamaño de la torre de enfriamiento como parte de un sistema de enfriamiento. Usando el método unidimensional *e*-NTU (Jaber y Webb, 1989), Söylemez (2001, 2004) presentó un análisis termo-económico y termo-hidráulico de optimización, el cual consiste en ecuaciones algebraicas simples para estimar iterativamente el área óptima de transferencia de masa y energía así como el funcionamiento óptimo de torres de enfriamiento a contracorriente de tiro forzado. Recientemente, Serna-González y col. (2010) presentaron un modelo mixto entero no lineal para

el diseño óptimo de torres de enfriamiento a contracorriente que considera restricciones operacionales, la geometría del empaque, la selección del tipo de empaque, el comportamiento de la torre es descrito a partir el método de Merkel (1926) y la función objetivo consiste en minimizar el costo total anual. El modelo de Serna-González y col. (2010) proporciona buenos diseños porque considera restricciones operacionales y la interrelación entre las principales variables; sin embargo, los fenómenos de transporte son simplificados debido a que la evaporación es despreciada, las resistencias a la transferencia de masa y energía en la interface agua-aire y las condiciones del aire de salida se suponen constantes, y por consecuencia, el NTU es subestimado.

Por lo tanto, en este **Apéndice** se presenta un método para el diseño geométrico detallado de torres de enfriamiento a contracorriente, con una representación rigurosa de los fenómenos de transporte basada en el método de Poppe (1921). Este método aborda rigurosamente los fenómenos de transporte presentes en la torre de enfriamiento porque evalúa la razón de evaporación a través del empaque, las resistencias a la transferencia de masa y energía son consideradas por medio de la estimación del número de Lewis, las condiciones del aire de salida son calculadas, y el NTU son obtenidas a través de la solución de una ecuación diferencial y no por integración numérica, permitiendo la obtención de diseños más realistas que con el método de Merkel (1926). El modelo propuesto es formulado como un modelo mixto entero no lineal (MINLP) y considera la selección del tipo de empaque, la cual está limitada a empaques tipo *film*, *splash* y *trickle*; y las principales variables de diseño son: relación aire-agua, flujo de agua, temperaturas de entrada y de salida del agua, aproximación operacional de temperatura, tipo de empaque, altura y área del empaque de la torre, caída de presión total del flujo de aire, consumo de potencia del ventilador, condiciones del aire de salida y NTU. El método de Poppe (1921) es utilizado para estimar el tamaño y el comportamiento (procesos de transferencia de masa y energía) de la torre. El coeficiente de transferencia de masa y la caída de presión característicos del tipo de empaques considerados son modelados con correlaciones empíricas propuestas por Kloppers y Kröger (2003, 2005a). La función objetivo está definida como la minimización el costo total anual que incluye el costo del consumo agua, consumo de potencia por el ventilador, costo inicial de la torre, costo debido al volumen del empaque y al flujo de aire.

### **D.3 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.**

Dada la carga de calor a ser removida en la torre de enfriamiento, las condiciones del aire de entrada (temperatura de bulbo seco y bulbo húmedo) para calcular la humedad y la entalpía del aire de entrada, los límites superior e inferior para la temperatura del agua de entrada y la temperatura del agua de salida, respectivamente, la aproximación mínima, la diferencia mínima entre la temperatura de bulbo seco y bulbo húmedo en cada intervalo de integración para evitar la saturación del aire a través del empaque, la eficiencia del ventilador, la presión total en la torre, así como parámetros económicos como el costo unitario de la electricidad, el costo unitario del agua fresca, el costo fijo de la torre de enfriamiento, el incremento del costo debido al flujo de aire y al volumen del empaque y horas de operación al año. El problema entonces consiste en determinar el diseño geométrico y operacional (tipo de empaque, altura y área del empaque, caída de presión en el empaque, condiciones del aire de salida, intervalo y aproximación, consumo de electricidad, flujo de aire y agua, número de unidades de transferencia) de la torre de enfriamiento a contracorriente que satisfaga los requerimientos con el mínimo costo total anual.

### **D.4 FORMULACIÓN DEL MODELO.**

Las principales ecuaciones para la transferencia de masas y energía en la sección del empaque y las ecuaciones de diseño para la torre de enfriamiento son descritas en esta sección. Los índices utilizados en la formulación del modelo son definidos primero: *in* (entrada), *out* (salida), *j* (constantes para calcular los coeficientes de transferencia), *k* (constantes para calcular los coeficientes de pérdida), *r* (reposición), *ev* (agua evaporada), *d* (arrastre), *b* (purga), *m* (promedio), *n* (intervalo de integración), *w* (agua), *a* (aire seco), *wb* (bulbo húmedo), *fi* (empaque), *fr* (transversal), *misc* (misceláneas), *t* (total), *vp* (presión dinámica), *f* (ventilador), *ma* (mezcla aire-vapor de agua), *e* (electricidad), *s* (saturado) y *v* (vapor de agua). Además, el superíndice *i* es empleado para definir el tipo de empaque. La sección de nomenclatura presenta la definición de las variables del modelo y la formulación de este se describe a continuación:

#### **D.4.1 Transferencia de masa y de energía en la región del empaque para aire insaturado.**

Los métodos más conocidos en la literatura para abordar los fenómenos de transporte que se presentan en el empaque de las torres de enfriamiento son: Merkel (1926), Poppe y Rögner (1991) y e-NTU (Jaber y Webb, 1989); el método de Merkel desarrollado en la década de 1920

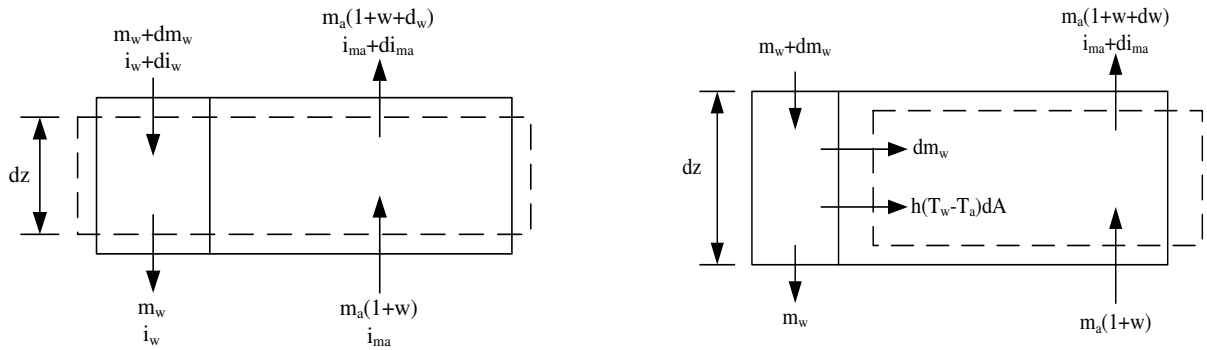
realiza severas suposiciones para reducir la solución a cálculos simples. Debido a estas suposiciones el método de Merkel no reproduce con mucha certeza los procesos de transferencia de masa y de calor. Las principales simplificaciones del método de Merkel (1926) son:

1. El factor de Lewis que relaciona la transferencia de calor y de masa es igual a 1. Esta suposición tiene poca influencia pero a temperaturas ambientes bajas los resultados son afectados en mayor grado.
2. El aire a la salida del empaque está saturado con vapor de agua y solamente es caracterizado por su entalpía. Esta suposición es irrelevante a temperaturas mayores a 20°C pero toma relevancia a temperaturas ambientes bajas.
3. La reducción del flujo de agua debido a la evaporación a través del empaque es despreciada, situación que a temperaturas elevadas tiene gran influencia en el balance de energía.

Bourillot (1983a) establece que el método de Merkel es simple de usar y puede predecir correctamente la temperatura del agua fría si un adecuado coeficiente de evaporación es usado. En contraste, es insuficiente para la estimación de las características del aire caliente a la salida del empaque y para el cálculo del cambio del flujo de agua por efecto de la evaporación. Estas cantidades son importantes para estimar el consumo de agua y predecir el comportamiento del aire que sale de la torre. Baker y Shryock (1961) abordaron el efecto de la última simplificación en el balance de energía y consideraron tres casos encontrando que el número de Merkel aumenta entre más representativo sea el modelo.

El método de Poppe desarrollado en la década de 1970 no realiza las consideraciones de la simplificación del método de Merkel (1926). El método de Poppe permite predecir la razón de agua evaporada a través del empaque de la torre y por ende el cambio del flujo de agua, el contenido de agua en el aire que abandona la torre con elevada certeza y considera las resistencias a la transferencia de calor con la evaluación del factor de Lewis (Bourillot, 1983a, 1983b). Kloppers y Kröger (2005c) resolvieron el modelo de Poppe concluyendo que para la parte insaturada los resultados entre el método de Merkel y el de Poppe presentaba diferencias significativas, sin embargo para aire sobresaturado los perfiles eran muy similares.

A continuación se presentan las ecuaciones que gobiernan la transferencia masa y de energía en el empaque de torres de enfriamiento a contracorriente derivadas según el método de Poppe, las cuales fueron adaptadas por Bourillot (1983b), Poppe y Rögener (1991), Kröger (2004) y Bard (1998); y consideran una región de aire insaturado y sobresaturado. El procedimiento para calcular el número de Merkel, según el método de Poppe (1991), es extendido en una ecuación diferencial para dar una representación más detallada de la integración del número de Merkel en la región de transferencia a contracorriente.



**Figura D.1.** Volumen de control del empaque a contracorriente

**Figura D.2.** Volumen de control del lado del aire en el empaque

La **Figura D.1** muestra el volumen de control en el empaque de una torre a contracorriente, y la **Figura D.2** es el volumen de control del empaque de la **Figura D.1** del lado del aire. A partir de balances de materia y energía se obtienen las ecuaciones que rigen el comportamiento en el empaque de la torre (Kloppers y Kröger, 2004). Aquí sólo se presentan las de la región insaturada, ya que el diseño de torres de enfriamiento se realiza bajo la suposición de que el aire debe permanecer insaturado o saturarse a la salida del empaque.

$$\frac{dw}{dT_w} = \frac{cp_w \frac{m_w}{m_a} (w_{s,w} - w)}{i_{ma,s,w} - i_{ma} + (Lef - 1) [i_{ma,s,w} - i_{ma} - (w_{s,w} - w) i_v] - (w_{s,w} - w) cp_w T_w} \quad (1)$$

$$\frac{di_{ma}}{dT_w} = \frac{m_w cp_w}{m_a} \left( 1 + \frac{cp_w T_w (w_{s,w} - w)}{i_{ma,s,w} - i_{ma} + (Lef - 1) [i_{ma,s,w} - i_{ma} - (w_{s,w} - w) i_v] - (w_{s,w} - w) cp_w T_w} \right) \quad (2)$$



$$\frac{dNTU}{dT_w} = \frac{cp_w}{i_{ma,s,w} - i_{ma} + (Lef - 1) \left[ i_{ma,s,w} - i_{ma} - (w_{s,w} - w) i_v \right] - (w_{s,w} - w) cp_w T_w} \quad (3)$$

Donde  $w$  es la humedad a través de la torre de enfriamiento,  $T_w$  es la temperatura del agua,  $cp_w$  es la capacidad calorífica a presión constante a la temperatura del agua,  $m_w$  es el flujo de agua a través de la torre de enfriamiento,  $m_a$  es el flujo de aire seco,  $i_{ma,s,w}$  es la entalpía de aire saturado evaluada a la temperatura del agua,  $i_{ma}$  es la entalpía de la mezcla aire-vapor de agua por unidad de masa de aire seco,  $i_v$  es la entalpía del vapor de agua,  $w_{s,w}$  es la humedad de saturación evaluada a la temperatura del agua y  $Lef$  es el factor de Lewis. Este último es una indicación de la razón relativa de transferencia de energía y masa en procesos con evaporación. Bosjankovic (1965) desarrolló una relación empírica para el factor de Lewis para sistemas aire-vapor de agua (para aire insaturado):

$$Lef = 0.865^{-0.665} \left( \frac{w_{s,w} + 0.622}{w + 0.622} - 1 \right) / \left[ \ln \left( \frac{w_{s,w} + 0.622}{w + 0.622} \right) \right] \quad (4)$$

El cambio de la razón de flujo es determinada considerando el volumen de control en la **Figura D.3**. La variación del flujo de agua se determina a partir de conocer el flujo de entrada del agua,  $m_{w,i}$ . A partir del volumen de control de la **Figura D.3**, un balance de masa proporciona que  $m_{w,in} = m_w + m_a (w_{out} - w)$ . Reordenando la ecuación anterior,

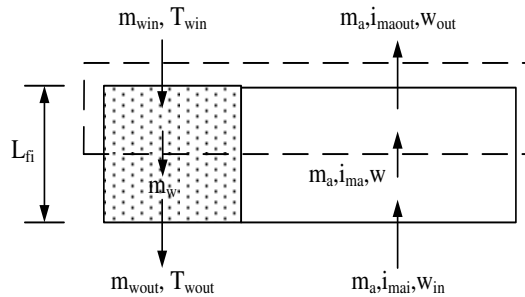
$$\frac{m_w}{m_a} = \frac{m_{w,in}}{m_a} \left( 1 - \frac{m_a}{m_{w,in}} (w_{out} - w) \right) \quad (5)$$

donde  $m_{w,in}$  es el flujo de agua a la entrada de la torre y  $w_{out}$  es la humedad del aire a la salida de la torre.

A partir de las ecuaciones (1), (2), (3), (4) y (5), las condiciones del aire de salida en términos de entalpía y humedad y los perfiles de NTU, humedad, entalpía del aire y flujo de agua puede ser conocidas. El valor de  $w_{out}$  en la ecuación (5) es desconocido y las ecuaciones anteriores deben ser resueltas con un procedimiento iterativo. En este trabajo se utiliza el método

de Runge-Kutta de cuarto orden para resolver las ecuaciones (1)-(3) (Baker y Shryock, 1961; Burden y Faires, 1997; Mathews, 1992; Kloppers y Kröger, 2005c), el cual se presenta en detalle en el **Apéndice F**, en tanto que en el **Apéndice G** (Kröger, 2004) se encuentran las correlaciones para el cálculo de las propiedades termodinámicas.

El sistema de ecuaciones anteriormente descrito es válido sólo para aire insaturado, recuerde que solamente esta región se considera en el diseño de torres de enfriamiento porque el aire que sale de la torre no puede saturarse antes de abandonar el empaque.



**Figura D.3.** Volumen de control en el empaque

#### D.4.2. Ecuaciones de diseño.

Las relaciones para obtener el diseño geométrico de la torre de enfriamiento son presentadas en esta sección; las cuales dependen del comportamiento descrito por la solución numérica de las ecuaciones (1-3) del método de Poppe.

##### Carga de calor.

El calor removido la corriente de agua en la torre de enfriamiento ( $Q$ ) es calculado como:

$$Q = cp_{w,in} m_{w,in} T_{w,in} - cp_{w,out} m_{w,out} T_{w,out} \quad (6)$$

aquí  $cp_{w,in}$  es la capacidad calorífica a presión constante a la temperatura del agua de entrada,  $cp_{w,out}$  es la capacidad calorífica a presión constante a la temperatura del agua de salida,  $T_{w,in}$  es la temperatura del agua en la entrada de la torre de enfriamiento,  $T_{w,out}$  es la temperatura del agua en la salida de la torre de enfriamiento y  $m_{w,out}$  es el flujo del agua de salida de la torre de enfriamiento y es obtenido con la siguiente relación:

$$m_{w,out} = m_{w,in} - m_a (w_{out} - w_{in}) \quad (7)$$

Note que la ecuación (6) es una ecuación mejorada para el cálculo del calor disipado respecto a los métodos de Merkel o  $e$ -NTU, y es empleada cuando las pérdidas de agua por evaporación son consideradas y es incluida en el balance de energía (Kloppers y Kröger, 2005b), situación modelada en el modelo de Poppe.

### Coefficientes de transferencia y de pérdidas.

Los coeficientes de transferencia están relacionados con el NTU y dependen del tipo de empaque,

$$NTU = c_1 \left( \frac{m_{w,m}}{A_{fr}} \right)^{c_2} \left( \frac{m_a}{A_{fr}} \right)^{c_3} (L_{fi})^{1+c_4} (T_{w,in})^{c_5} \quad (8)$$

donde  $A_{fr}$  es el área del empaque,  $L_{fi}$  es la altura del empaque,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $c_4$  y  $c_5$  son constantes que dependen del tipo de empaque utilizado,  $m_{w,m}$  es el flujo promedio de agua y se calcula como:

$$m_{w,m} = \frac{m_{w,in} + m_{w,out}}{2} \quad (9)$$

En la **Tabla D.1** se muestran valores para las constantes  $c_1$ - $c_5$  (Kloppers y Kröger, 2005a) para los diferentes tipos de empaques considerados en este trabajo. La disyunción siguiente y su reformulación por medio de la técnica convex hull (Vecchiotti y col., 2003) es empleada para la selección óptima del tipo de empaque:

$$\left[ \begin{array}{c} Y^1 \\ (splash\ fill) \\ c_j = c_j^1, \quad j = 1, \dots, 5 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y^2 \\ (trickle\ fill) \\ c_j = c_j^2, \quad j = 1, \dots, 5 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y^3 \\ (film\ fill) \\ c_j = c_j^3, \quad j = 1, \dots, 5 \end{array} \right]$$

$$y^1 + y^2 + y^3 = 1 \quad (10)$$

$$c_j = c_j^1 + c_j^2 + c_j^3, \quad j = 1, \dots, 5 \quad (11)$$

$$c_j^i = a_j^i y^i, \quad i = 1, \dots, 3. \quad j = 1, \dots, 5 \quad (12)$$

**Tabla D.1.** Datos para los coeficientes de transferencia

$j$	$a_j^i$		
	$i=1$ (splash fill)	$i=2$ (trickle fill)	$i=3$ (film fill)
1	0.249013	1.930306	1.019766
2	-0.464089	-0.568230	-0.432896
3	0.653578	0.641400	0.782744
4	0	-0.352377	-0.292870
5	0	-0.178670	0

Los coeficientes de pérdidas ( $K_{fi}$ ) en torres de enfriamiento son análogos al factor de fricción en intercambiadores de calor; estos son usados para estimar la caída de presión a través de la región del empaque y son calculados utilizando la siguiente correlación para diferentes tipos de empaque (Kloppers y Kröger, 2003):

$$K_{fi} = \left[ d_1 \left( \frac{m_{w,m}}{A_{fr}} \right)^{d_2} \left( \frac{m_a}{A_{fr}} \right)^{d_3} + d_4 \left( \frac{m_{w,m}}{A_{fr}} \right)^{d_5} \left( \frac{m_a}{A_{fr}} \right)^{d_6} \right] L_{fi} \quad (13)$$

La disyunción siguiente es empleada para seleccionar el tipo de empaque:

$$\left[ \begin{array}{c} Y^1 \\ (splash\ fill) \\ d_k = d_k^1, \quad k = 1, \dots, 6 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y^2 \\ (trickle\ fill) \\ d_k = d_k^2, \quad k = 1, \dots, 6 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y^3 \\ (film\ fill) \\ d_k = d_k^3, \quad k = 1, \dots, 6 \end{array} \right]$$

La disyunción anterior es reformulada como sigue:

$$d_k = d_k^1 + d_k^2 + d_k^3, \quad k = 1, \dots, 6 \quad (14)$$

$$d_k^i = b_k^i y^i, \quad i = 1, \dots, 3. \quad k = 1, \dots, 6 \quad (15)$$

Valores para los coeficientes  $d_1$ - $d_6$  dependiendo del tipo de empaque son mostrados en la **Tabla D.2** (Kloppers y Kröger, 2003).

**Tabla D.2.** Datos para los coeficientes de pérdidas

$k$	$b_k^i$		
	$i=1$ (splash fill)	$i=2$ (trickle fill)	$i=3$ (film fill)
1	3.179688	7.047319	3.897830
2	1.083916	0.812454	0.777271
3	-1.965418	-1.143846	-2.114727
4	0.639088	2.677231	15.327472
5	0.684936	0.294827	0.215975
6	0.642767	1.018498	0.079696

**Caída de presión en la torre.**

De acuerdo con Li y Priddy (1985), en torres de enfriamiento de tiro mecánico, la caída de presión total a lo largo de la torre,  $\Delta P_t$ , es la suma de la caída de presión estática y la presión dinámica ( $\Delta P_{vp}$ ). La caída presión estática incluye la caída de presión a través del empaque,  $\Delta P_{fi}$ , la suma de las pérdidas de presión misceláneas,  $\Delta P_{misc}$ , por ejemplo, en el eliminador de arrastre, en la entrada del aire, en la distribución del agua a través de las tuberías, etc.

La caída de presión a través del empaque está relacionada con el coeficiente de pérdidas a través de la siguiente ecuación (Kloppers y Kröger, 2003):

$$\Delta P_{fi} = K_{fi} L_{fi} \frac{mav_m^2}{2\rho_m A_{fr}^2} \quad (16)$$

donde  $mav_m$  es el flujo másico medio aritmético de la mezcla aire-agua a través del empaque y  $\rho_m$  es la densidad armónica media de la mezcla a través del empaque,

$$mav_m = \frac{mav_{in} + mav_{out}}{2} \quad (17)$$

$$\rho_m = 1 / (1/\rho_{in} + 1/\rho_{out}) \quad (18)$$

donde  $\rho_{in}$  y  $\rho_{out}$  son las densidades del aire de entrada y de salida, respectivamente, y los flujos de la mezcla aire-agua en el relleno a la entrada y a la salida,  $mav_{in}$  y  $mav_{out}$ , son calculados de la siguiente manera,

$$mav_{in} = m_a + w_{in}m_a \quad (19)$$

$$mav_{out} = m_a + w_{out}m_a \quad (20)$$

Mills (1999) reportó que las pérdidas de presión misceláneas en los componentes como el eliminador de gotas arrastradas, en la entrada del aire, en las tuberías, en los soportes de la torre, etc., pueden ser calculadas usando la siguiente ecuación,

$$\Delta P_{misc} = K_{misc} \frac{\rho_m v_m^2}{2}$$

donde  $K_{misc}$  es el coeficiente de pérdidas misceláneas, y  $v_m$  y  $\rho_m$  es la velocidad y densidad de la mezcla aire-agua, respectivamente. Después de reemplazar  $v_m$  por  $mav_m / \rho_m A_{fr}$ , y fijando un valor de 6.5 para el coeficiente de pérdidas misceláneas ( $K_{misc}$ ) (Li y Priddy, 1985), se obtiene la siguiente relación:

$$\Delta P_{misc} = 6.5 \frac{mav_m^2}{2\rho_m A_{fr}^2} \quad (21)$$

Otra fuente de caída de presión en las torres de enfriamiento es la debida a la velocidad,  $\Delta P_{vp}$ , la cual depende del diseño del ventilador. De acuerdo con Li y Priddy (1985), la caída de presión debido a la velocidad puede ser 2/3 de la caída de presión estática total. En este trabajo, el valor reportado por Li y Priddy (1985) es usado para el cálculo de la caída de presión dinámica,

$$\Delta P_{vp} = (2/3)(\Delta P_{fi} + \Delta P_{misc}) \quad (22)$$

Combinando las ecuaciones (16), (21) y (22), la caída de presión total es:

$$\Delta P_t = 1.667(\Delta P_{fi} + \Delta P_{misc}) \quad (23)$$

### **Potencia consumida.**

La potencia requerida por el ventilador ( $HP$ ) de la torre de enfriamiento puede ser determinada multiplicando la caída de presión total por el flujo volumétrico del aire en el lugar donde se localice el ventilador. Es decir, la potencia requerida está en función del flujo

volumétrico del aire a la entrada de la torre para torres de tiro forzado o del flujo volumétrico a la salida de la torre para torres de tiro inducido. Debido a que en el presente trabajo se consideran torres de tiro forzado entonces,

$$HP = \frac{mav_{in}\Delta P_t}{\rho_{in}\eta_f} \quad (24)$$

donde  $\eta_f$  es la eficiencia del ventilador.

### Consumo de agua.

El consumo de agua,  $m_{w,r}$ , es debido al agua evaporada ( $m_{w,ev}$ ), el arrastre de agua por el aire ( $m_{w,d}$ ) y la purga de agua para evitar la depositación de sales en los equipos ( $m_{w,b}$ ). En otras palabras,  $m_{w,r} = m_{w,ev} + m_{w,d} + m_{w,b}$ .

$$m_{w,ev} = m_a (w_{out} - w_{in}) \quad (25)$$

$$m_{w,b} = \frac{m_{w,r}}{n_{ciclos}} - m_{w,d} \quad (26)$$

donde  $n_{ciclos}$  es el número de ciclos de concentración requeridos. Los ciclos de concentración son la relación de la concentración de sólidos en el agua circulante a la concentración de sólidos en el agua de reposición. Usualmente, esta relación tiene un valor promedio entre 2 a 4 (Li y Priddy, 1985). En un buen diseño, las pérdidas por arrastre no deben ser mayores al 0.2% del flujo total del agua circulante (Kemmer, 1988),

$$m_{w,d} = 0.002m_{wi,n} \quad (27)$$

Combinando las ecuaciones (25), (26) y (27), el consumo de agua ( $m_{w,r}$ ) es calculado con,

$$m_{w,r} = \frac{n_{ciclos}m_{w,ev}}{n_{ciclos} - 1} \quad (28)$$

### Restricciones de factibilidad.

La diferencia entre la temperatura del agua de salida y la temperatura de bulbo húmedo del aire de entrada a la torre de enfriamiento es la aproximación de la torre. En la práctica, la temperatura del agua de salida debe ser a lo menos 2.8°C mayor que la temperatura de bulbo húmedo (Li y Priddy, 1985),

$$T_{w,out} - T_{wb,in} \geq 2.8 \quad (29)$$

Debido a que las ecuaciones gobernantes (1-3) son validas sólo para aire insaturado, es necesario especificar que la temperatura de bulbo seco del aire debe ser mayor que la temperatura de bulbo húmedo del aire a través del empaque,

$$T_{a,n} \geq T_{wb,n} + \Delta T_{T_{a,n}}^{T_{wb,n}}, \quad n \in N; n \neq NTI \quad (30)$$

donde  $T_{a,n}$  es la temperatura de bulbo seco y  $T_{wb,n}$  es la temperatura de bulbo húmedo del aire en el intervalo de integración  $n$ .  $\Delta T_{T_{a,n}}^{T_{wb,n}}$  es un parámetro que representa una diferencia mínima entre las temperaturas anteriores en cada intervalo de integración y éste es usado para evitar la saturación del aire antes de salir del empaque.

Desde el punto de vista termodinámico, la temperatura de salida de la torre para el agua debe ser menor que la temperatura de salida de la corriente de proceso más fría,  $TMPO$ . Además, la temperatura de entrada a la torre del agua de enfriamiento no debe ser mayor que la temperatura de entrada de la corriente de proceso más caliente en la red de enfriamiento,  $TMPI$ ; y se requiere un límite superior en la temperatura del agua de enfriamiento para evitar el ensuciamiento de las tuberías. Usualmente, esta restricción establece que la temperatura de entrada máxima del agua de enfriamiento debe ser menor de 50°C (Serna-González, 2010). Estas restricciones pueden ser expresadas de la siguiente manera,

$$T_{w,in} \leq TMPI - DTMIN \quad (31)$$

$$T_{w,out} \leq TMPO - DTMIN \quad (32)$$

$$T_{w,in} \leq 50^\circ C \quad (33)$$



aquí  $DTMIN$  es la diferencia mínima de temperatura permisible

Aunque una torre de enfriamiento puede ser diseñada para operar a cualquier relación flujo agua-aire, los diseñadores sugieren (Singham, 1983),

$$0.5 \leq \frac{m_{w,m}}{m_a} \leq 2.5 \quad (34)$$

Las correlaciones para los coeficientes de pérdida y las ecuaciones reportadas por Kloppers y Kröger (2003; 2005a) están limitadas a los siguientes intervalos,

$$2.90 \leq \frac{m_{w,m}}{A_{fr}} \leq 5.96 \quad (35)$$

$$1.20 \leq \frac{m_a}{A_{fr}} \leq 4.25 \quad (36)$$

### **Función objetivo.**

La función objetivo involucra la minimización del costo total anual ( $TAC$ ) y éste es la suma del costo de capital anualizado ( $CAP$ ) y del costo de operación ( $COP$ ),

$$TAC = K_F CAP + COP \quad (37)$$

donde  $K_F$  es el factor de anualización.

El consumo de agua y potencia del ventilador determinan el costo de operación,

$$COP = H_Y cu_w m_{w,r} + H_Y cu_e HP \quad (38)$$

donde  $H_Y$  son las horas que opera la planta en el año,  $cu_w$  es el costo unitario del agua fresca y  $cu_e$  es el costo unitario de la electricidad.

El costo de capital de la torre está dado por (Kintner-Meyer y Emery, 1995):

$$CAP = C_{CTF} + C_{CTV} A_{fr} L_{fi} + C_{CTMA} m_a \quad (39)$$

donde  $C_{CTF}$  es el costo inicial de la torre de enfriamiento,  $C_{CTV}$  es el costo de la torre debido al volumen del empaque, y  $C_{CTMA}$  es el costo relacionado al flujo. El costo  $C_{CTV}$  depende del tipo de empaque y es modelado con la siguiente disyunción (Vicchietti y col., 2003):

$$\left[ \begin{array}{c} Y^1 \\ (splash\ fill) \\ C_{CTV} = C_{CTV}^1 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y^2 \\ (trickle\ fill) \\ C_{CTV} = C_{CTV}^2 \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} Y^3 \\ (film\ fill) \\ C_{CTV} = C_{CTV}^3 \end{array} \right]$$

$$C_{CTV} = C_{CTV}^1 + C_{CTV}^2 + C_{CTV}^3 \quad (40)$$

$$C_{CTV}^i = e^i y^i, \quad i = 1, \dots, 3 \quad (41)$$

Valores para  $C_{CTV}$  dependiendo del tipo de empaque son reportados en la **Tabla D.3** (Kloppers y Kröger, 2005a).

El modelo de diseño se compone por las ecuaciones (1)-(41), aunado a las requeridas para la discretización de las ecuaciones (1)-(3) y el cálculo de las propiedades físicas presentadas en el Apéndice G. Todo este sistemas de ecuaciones fue programado en el lenguaje de modelación GAMS (Brooke y col., 2010).

**Tabla D.3.** Coeficientes de costo  $C_{CTV}^k$  para cada tipo de empaque

	$k=1$	$k=2$	$k=3$
$e^k$	(splash fill)	(trickle fill)	(film fill)
	2,006.6	1812.25	1,606.15

## D.5 RESULTADOS Y DISCUSIÓN.

Para demostrar la aplicación del modelo propuesto, seis casos de estudio reportados por Serna-González y col. (2010) fueron considerados. Los valores de los parámetros  $H_Y, K_F, n_{ciclos}, cu_w, cu_e, C_{CTF}, C_{CTMA}, \eta_f$  y  $P_t$ , son 8150 hr/año, 0.2983 año<sup>-1</sup>, 4, 5.283 x 10<sup>-04</sup> US\$/kg-agua, 0.085 US\$/kWh, 31185 US\$, 1097.5 US\$/kg-aire-seco, 0.75 y 101325 Pa, respectivamente. Además, 25 intervalos para discretizar las ecuaciones diferenciales fueron empleados, con este número de intervalos y con el método de Poppe (1921) son obtenidos los resultados mostrados en la **Tabla D.4**, los cuales son comparados con los resultados obtenidos por el método de Merkel

(1926) previamente reportados por Serna-González y col. (2010).

Como se observa en la **Tabla D.4** para los Ejemplos 1, 3, 4 y 6 el diseño obtenido con el método de Poppe representa un menor costo total debido principalmente a un costo de operación menor; el cual, depende del costo del agua de reposición y del costo de potencia; no obstante que este último siempre es mayor con el método Poppe que con el método de Merkel, la disminución se debe a la existencia de un menor intervalo en la torre, y por lo tanto un aire de salida con menor humedad disminuyendo así la tasa de evaporación que afecta proporcionalmente al agua de reposición. Se podría pensar que por la forma de la Ecuación (24), el agua evaporada sería mayor conforme el flujo de aire aumenta, pero no es así, ya que como es conocido que la humedad del aire de salida disminuye al incrementar el flujo de aire, generando un comportamiento como el de la **Figura D.4a**; en tanto que, sí se grafica la tasa de evaporación contra el intervalo en la torre de enfriamiento se tiene algo similar a la **Figura D.4b**; esto último hace evidente que la interrelación entre el flujo de aire y el intervalo determinarán la razón de evaporación óptima. Por lo que en la **Figura D.5** se presenta un análisis de sensibilidad de razón de evaporación con respecto al flujo de aire y el intervalo, encontrando que este último tiene mayor impacto, lo que corrobora lo antes dicho.

El hecho de con el método de Poppe se tenga un mayor costo de potencia se debe a la demanda de un mayor flujo de aire para el mismo intervalo respecto del método de Merkel; esto producto de la suposición de las condiciones del aire de salida en la segunda metodología. Es decir, no se calculan dependiendo de las condiciones del aire de entrada y de su contacto con el agua; permitiendo que este sea determinado por un balance global y por el impacto que tiene en la función objetivo; en otras palabras se sobreestima la capacidad de enfriamiento del aire, ya que se extiende el punto de saturación a regiones de sobresaturación, lo último fue comprobado resolviendo las ecuaciones (1)-(3) con los resultados de  $T_{w,in}$ ,  $T_{w,out}$ ,  $m_{w,in}$  y  $m_a$  obtenidos en el modelo de optimización con el método de Merkel y graficando el perfil de temperatura de bulbo seco y húmedo en el empaque de la torre; tales resultados son presentados en las **Figura D.6** donde se observa que el aire se satura antes de abandonar el empaque, esto se da donde  $T_{wb}$  es mayor o igual que  $T_a$ .

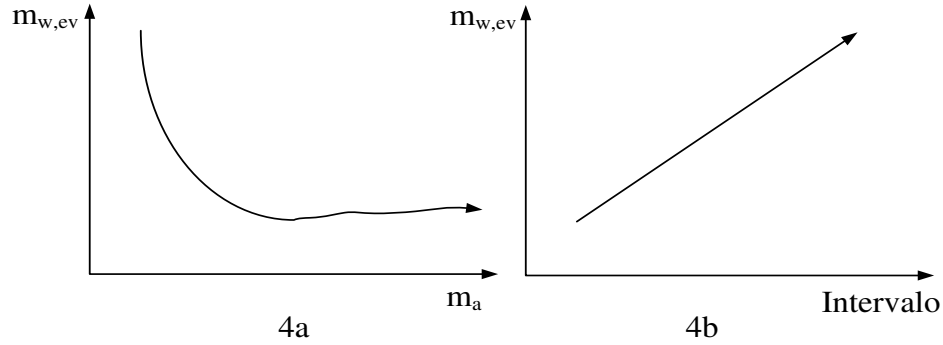
En torno al costo de capital para los Ejemplos 1, 3, 4 y 6, nótese que para los Ejemplos 1

y 6 el costo obtenido con el método de Poppe es mayor producto de un mayor flujo de aire, área y altura del empaque. Sin embargo, en los Ejemplos 3 y 4 tanto el costo de capital como el de operación son menores con el método de Poppe; el costo de operación por las situaciones mencionadas en los Ejemplos 1 y 6, en tanto que el costo de capital es menor porque al alimentar un aire con poca humedad permite manejar un intervalo relativamente grande y flujos de aire pequeños similares que con el método Merkel permitiendo así el cálculo de un volumen de empaque menor con el método Poppe que con el de Merkel. Esto último tiene su base en el efecto del intervalo de la torre y el flujo de aire sobre el volumen del empaque, que puede verse en las **Figuras D.7a y D.7b** que representan el comportamiento inverso y proporcional del volumen del empaque con respecto al intervalo y el flujo de aire, respectivamente. Por otra parte, sí se midiera el efecto del intervalo sobre el costo de capital se tendría un comportamiento similar al de la **Figura D.7c**, la cual esquematiza el comportamiento del costo de capital por el volumen de empaque y el costo de capital por el flujo de aire; observe que existe un intervalo óptimo para determinar el costo de capital óptimo.

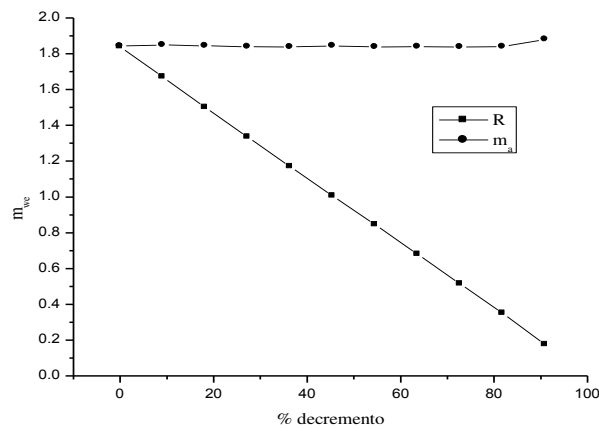
Los intervalos estimados en los ejemplos citados anteriormente no son posibles con el método de Merkel, ya que sí partimos de la ecuación (6), se tiene que el intervalo en la torre determinará el flujo de agua en el empaque, mismo que restringe el límite máximo y mínimo del área del empaque mediante la ecuación (35), en ese sentido se tomaron los datos de  $m_a$ ,  $m_{w,in}$ ,  $m_{w,out}$ ,  $T_{w,in}$ ,  $T_{w,out}$  y  $L_{fi}$  obtenidos en el diseño con el método de Poppe y se resolvió la ecuación (8) para el cálculo de NTU con el modelo de Merkel; encontrando que el área del empaque calculada viola la restricción de la ecuación (35), generando diseños infactibles, esto se puede observar en la **Tabla D.5**.

Tabla D.4. Comparación de la solución óptima con el método de Poppe y el método de Merkel

		Casos de estudio											
		1		2		3		4		5		6	
		Merkel	Poppe	Merkel	Poppe	Merkel	Poppe	Merkel	Poppe	Merkel	Poppe	Merkel	Poppe
DATOS	Q (kW)	3400	3400	3400	3400	3400	3400	3400	3400	3400	3400	3400	3400
	$T_{a,in}$ (°C)	22	22	17	17	22	22	22	22	22	22	22	22
	$T_{wb,in}$ (°C)	12	12	12	12	7	7	12	12	12	12	12	12
	TMPI (°C)	65	65	65	65	65	65	55	55	65	65	65	65
	TMPO (°C)	30	30	30	30	30	30	30	30	25	25	30	30
	DTMIN (°C)	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
RESULTADOS	$w_{in}$ (kg agua/kg aire seco)	0.0047	0.0047	0.0067	0.0067	0.0002	0.0002	0.0047	0.0047	0.0047	0.0047	0.0047	0.0047
	$T_{w,in}$ (°C)	50	38.8866	50	29.5566	50	45.4517	45	38.8866	50	24.1476	50	42.9877
	$T_{w,out}$ (°C)	20	20.0000	20	20.0000	20	20.0000	20	20.0000	15	15.0000	25	25.0000
	$m_{w,in}$ (kg/s)	25.720	29.9843	25.794	60.0479	25.700	22.1726	30.973	29.9843	22.127	59.2602	30.749	31.0874
	$m_{w,out}$ (kg/s)	-	29.0818	-	59.1409	-	21.2832	-	29.0818	-	58.2013	-	30.2032
	$m_a$ (kg/s)	31.014	43.2373	31.443	71.2273	28.199	31.4714	36.950	43.2373	32.428	85.9841	27.205	35.8909
	$m_{w,m}/m_a$ (kg/s)	0.829	0.6824	0.820	0.8358	0.911	0.6897	0.838	0.6824	0.682	0.6824	1.130	0.8530
	$m_{w,r}$ (kg/s)	1.541	1.1234	1.456	1.0492	1.564	1.1268	1.547	1.1234	1.542	1.2539	1.540	1.0960
	$m_{w,e}$ (kg/s)	1.156	0.8425	1.092	0.7869	1.173	0.8451	1.160	0.8425	1.157	0.9404	1.155	0.8220
	$T_{a,out}$ (kg/s)	37.077	28.3876	36.871	23.3112	36.998	30.2830	34.511	28.3876	36.411	21.2441	39.083	30.6240
	$i_{ma,out}$ (J/kg dry-air)	-	90,300.56	-	68,671.63	-	99,634.54	-	90,300.56	-	61,057.44	-	101,397.17
	Intervalo (°C)	30.00	18.8866	30.00	9.5566	30.00	25.4517	25.00	18.8866	35.00	9.1476	25.00	17.9877
	Aproximación (°C)	8	8	8	8	13	13	8	8	3	3	13	13
	$A_{fi}$ (m <sup>2</sup> )	8.869	10.1735	8.894	20.5291	8.862	7.4847	10.680	10.1735	7.630	20.2316	9.296	10.5566
	$L_{fi}$ (m)	2.294	1.2730	2.239	0.9893	1.858	1.0631	2.154	1.2730	6.299	3.0518	1.480	0.7831
	HP (hp)	24.637	29.7339	24.474	25.6701	15.205	18.2297	26.852	29.7339	97.077	123.3676	10.754	10.9003
Tipo de empaque	Film	Film	Film	Film	Film	Film	Film	Film	Film	Film	Film	Film	
$Me$	3.083	2.3677	3.055	1.6901	2.466	2.0671	2.293	2.3677	7.335	4.3938	1.858	1.4101	
$Lef_m$	1	0.9191	1	0.9141	1	0.9268	1	0.9191	1	0.9112	1	0.9241	
Costo del agua de reposición (US\$/año)	23885.1	17412.4	22566.4	16262.7	24239.8	17465.3	23983.4	17412.4	23901.7	19435.6	23865.9	16988.0	
Costo de operación del ventilador (US\$/año)	12737.6	32785.4	12653.7	13271.9	7861.0	9425.1	13882.8	32785.4	50190.5	63783.4	5559.9	5635.7	
Costo de operación (US\$/año)	36622.7	32785.4	35220.0	29534.7	32100.8	26890.4	37866.2	32785.4	74092.2	83218.9	29425.8	22623.7	
Costo de capital (US\$/año)	29442.4	29866.7	29384.6	42637.0	26616.0	23558.2	32667.7	29866.7	43186.5	67320.6	25030.3	25202.8	
Costo total anual (US\$/año)	<b>66065.1</b>	<b>62652.1</b>	<b>64604.6</b>	<b>72171.7</b>	<b>58716.8</b>	<b>50448.6</b>	<b>70533.9</b>	<b>62652.1</b>	<b>117278.7</b>	<b>150539.6</b>	<b>54456.0</b>	<b>47826.5</b>	



**Figura D.4.** Comportamiento de razón de evaporación respecto al intervalo y al flujo de aire



**Figura D.5.** Análisis de sensibilidad de razón de evaporación respecto al intervalo y el flujo de aire

En cuanto a los Ejemplos 2 y 5 en los que el diseño con el método de Merkel es más barato, producto de un sustancial menor costo de capital; se debe a que en el Ejemplo 2 se alimenta aire con elevada humedad, esto significa que el aire tiene poca capacidad de enfriamiento ya que durante el intercambio de masa debido al proceso de evaporación (principal proceso de enfriamiento en las torres de enfriamiento) éste es capaz de recibir poca cantidad de agua previo a alcanzar el punto de saturación. Por lo que se requiere gran cantidad de aire para cumplir con los requerimientos de enfriamiento aunado a elevados volumen de empaque para incrementar el área de transferencia debido a la pobre capacidad de enfriamiento del aire alimentado. En torno al Ejemplo 5 se requiere de un agua de salida a muy baja temperatura si tomamos como referencia  $T_{wb,in}$  lo que provoca menor eficiencia en la transferencia de calor por los bajos gradientes de temperatura como se muestra en la **Figura D.8**, donde para un caso de

estudio se vario la temperatura del agua de salida encontrando que a menor fuerza motriz ( $i_{ma,s,w} - i_{ma}$ ) se requiere de un elevado flujo de aire para evitar la saturación de éste y un intervalo pequeño de la temperatura del agua; y por lo tanto un elevado volumen de empaque como se puede ver en las **Figuras D.7a y D.7b**; en base a esto lo conveniente sería tener flujos pequeños de aire e intervalos de la temperatura del agua grandes para minimizar el costo de capital; lo cual al estar representando los fenómenos de transporte de forma rigurosa dependerá de la capacidad de enfriamiento del aire que a su vez está determinada por las condiciones del aire de entrada; es decir, siempre y cuando se tenga un aire con poca humedad.

Para ejemplificar el hecho de que con el método Merkel se hace una estimación errónea de la capacidad de enfriamiento y de las condiciones del aire de salida; lo cual afecta fuertemente los resultados al diseñar la torre. Por ejemplo, podemos tomar como referencia los Ejemplos 1 y 4 en los que se tiene un aire de entrada a las mismas condiciones en ambos casos pero con una temperatura máxima permisible para el agua en la entrada de la torre de 45°C y 55°C para los Ejemplos 1 y 4, respectivamente. Al respecto, note que con el método de Poppe los resultados son iguales porque independientemente de la máxima temperatura permisible del agua en la entrada, el aire tiene una capacidad de enfriamiento determinada por su humedad inicial y en función de ésta se determinará el punto de saturación del mismo, lo que influirá en el cálculo del intervalo óptimo en la torre y no solo por el efecto que este último tiene sobre la función objetivo como es el caso cuando se diseña el comportamiento de la torre con el método de Merkel. Donde siempre se tiene el máximo intervalo de temperatura del agua permisible en la torre sin importar las condiciones del aire alimentado, ya que como es conocido el mayor intervalo de temperatura genera las mejores fuerzas motrices y por ende los procesos de transferencia de energía son más eficientes.

El análisis previo pone de manifiesto el efecto de las condiciones del aire de entrada sobre el costo total porque como se observó anteriormente, el costo de operación tiene un comportamiento proporcional con el intervalo de la torre (**Figura D.4**) ya que es generado por el agua de reposición y la potencia del ventilador, los cuales son mayores a medida que aumenta el intervalo en la torre porque se incrementa la razón de evaporación y la demanda de flujo de aire; pero como fue analizado en las **Figura D.7**, el costo de capital demanda un intervalo tal que permita una compensación entre un flujo de aire moderado y un intervalo de la torre

relativamente grande a fin de encontrar el costo por volumen de empaque que disminuye con el incremento del intervalo tal que compense la demanda del flujo de aire y por lo tanto el costo propio por la demanda de éste. Todo esto genera un espacio de búsqueda para la solución óptima en términos de costo bastante compleja debido a las interrelaciones entre variables, por lo que, según los resultados obtenidos, tal interrelación es mejor entre más capacidad de enfriamiento posea el aire de entrada.

#### **D.6 CONCLUSIONES.**

En este **Apéndice** se presentó un modelo mixto entero no lineal para el diseño óptimo detallado de torres de enfriamiento a contracorriente, en el cual la función objetivo consiste en la minimización del costo total anual que incluye el costo de operación y de capital de torres. El modelo riguroso de Poppe es usado para determinar el tamaño y el comportamiento de la torre, junto con correlaciones empíricas para los coeficientes globales de transferencia de masa y de pérdidas en la región del empaque de torres de enfriamiento. El sistema de ecuaciones diferenciales que describe el proceso de enfriamiento es transformado a ecuaciones algebraicas por medio del algoritmo de Runge-Kutta de cuarto orden y dividiendo el empaque de la torre de enfriamiento en 25 intervalos de integración. Se encontró que incrementar el número de intervalos de integración no causa diferencias significativas en los resultados.

La aplicación de la formulación rigurosa propuesta a seis casos de estudio fue comparada el algoritmo de optimización basado en el método Merkel previamente reportado por Serna-González y col. (2010). Encontrando que para todos los ejemplos la aproximación óptima en la torre de enfriamiento es la misma; sin embargo, hay grandes diferencias entre las variables de diseño y de operación en torres de enfriamiento (por ejemplo, la temperatura del aire de salida, los flujos de agua evaporada, la caída de presión total del aire, el número de Merkel, la altura del empaque) predichas por el método de Poppe y el de Merkel. Esto es porque la formulación del método Merkel desprecia el efecto de las pérdidas de agua por evaporación sobre el cambio de entalpía de la corriente de agua, supone el factor de Lewis igual a uno y que el aire de salida está saturado. Por lo tanto, tomando en cuenta que el método de Poppe permite describir propiamente una torre de enfriamiento sin recurrir a las suposiciones del método Merkel, es claro que con el primero se obtienen diseños de torres de enfriamiento más confiables.



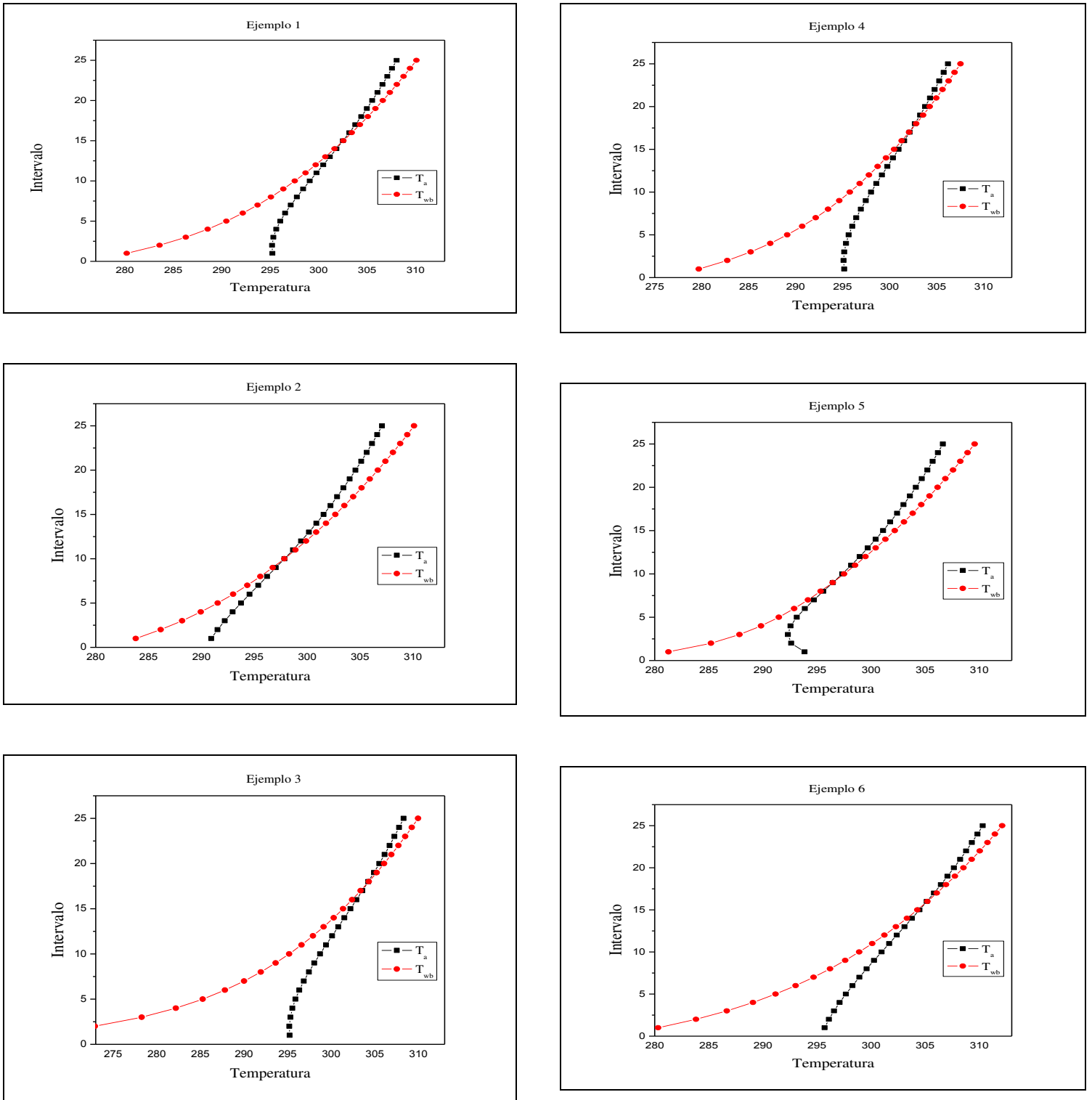
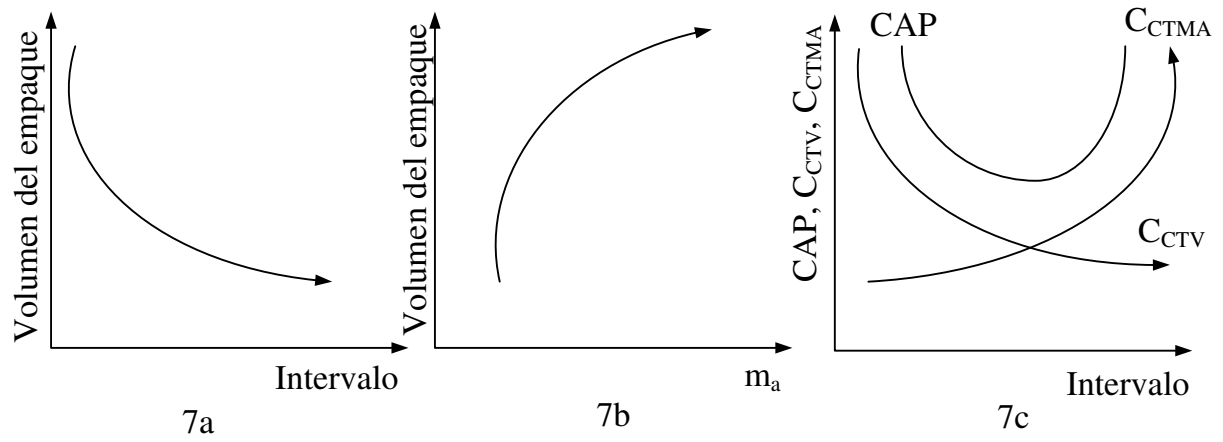
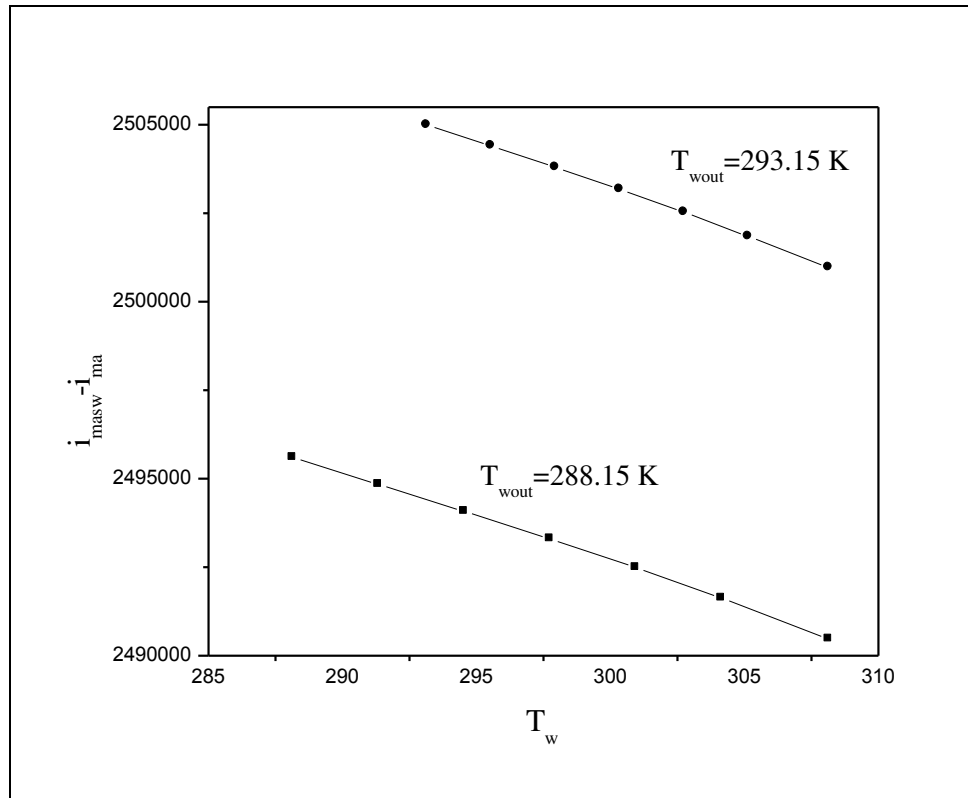


Figura D.6. Perfil de la temperatura del aire a través del empaque



**Figura D.7.** Efecto del intervalo y el flujo de aire sobre el volumen del empaque y el costo de capital



**Figura D.8.** Efecto de la temperatura del agua de salida sobre la fuerza motriz

**Tabla D.5.** Verificación de la ecuación (35)

	<b>Ejemplo 1</b>	<b>Ejemplo 3</b>	<b>Ejemplo 4</b>	<b>Ejemplo 6</b>
<b><math>m_{w,m}</math> (kg/s)</b>	29.666	21.352	29.666	30.058
<b><math>A_{fr}</math> (m<sup>2</sup>)</b>	12.448	30.058	12.448	12.861
<b>Me</b>	2.223	1.939	2.223	1.322
<b><math>m_w/A_{fr}</math></b>	2.383	2.370	2.383	2.337

**NOMENCLATURA.**

$a_j^i$	coeficientes desagregados para la estimación del NTU
$A_{fr}$	área transversal del empaque, m <sup>2</sup>
$b_k^i$	coeficientes desagregados para la estimación de los coeficientes de pérdidas, adimensional
$c_1-c_5$	coeficientes para la correlación del NTU, adimensional
CAP	costo de capital de la torre instalada, US\$/año
$C_{CTF}$	costo base de la torre de enfriamiento, US\$
$C_{CTMA}$	costo de la torre debido al flujo de aire, US\$ s/kg
$C_{CTV}$	costo de la torre debido al tamaño del empaque, US\$/m <sup>3</sup>
$C_{CTV}^i$	variable desagregada para estimar el costo de capital de la torre de enfriamiento, adimensional
COP	costo anual de operación, US\$/año
$c_j$	variables para el cálculo del NTU, adimensional
$c_j^i$	variables desagregadas para el cálculo del NTU, adimensional
$cp_a$	capacidad calorífica a presión constante, J/kg-K
$cp_v$	calor específico del vapor de agua, J/kg-K

$cp_w$	calor específico del agua, J/kg-K
$cp_{w,in}$	calor específico del agua en la entrada de la torre de enfriamiento, J/kg-K
$cp_{w,out}$	calor específico del agua en la salida de la torre de enfriamiento, J/kg-K
$cu_e$	costo unitario de la electricidad, US\$/kW-h
$cu_w$	costo unitario del agua de reposición, US\$/kg
$d_1-d_6$	coeficientes para la correlación del factor de pérdidas
$d_k$	variables usadas en el cálculo del coeficiente de pérdidas
$d_k^i$	variables desagregadas para el cálculo del coeficiente de pérdidas
$DTMIN$	diferencia mínima permisible, °C o K
$e^i$	coeficientes para los diferentes tipos de empaques
$H_Y$	operación anual de la planta, hr/año
$HP$	potencia del ventilador, HP
$i_{fgwo}$	calor latente del agua, J/kg
$i_{ma}$	entalpía de la mezcla aire-vapor de agua por unidad de aire seco, J/kg aire seco
$i_{ma,s,w}$	entalpía del aire saturado evaluado a la temperatura del agua, J/kg aire seco
$i_v$	entalpía del vapor de agua, J/kg aire seco
$K_{fi}$	coeficiente de pérdidas en el empaque, m <sup>-1</sup>
$K_F$	factor de anualización, año <sup>-1</sup>
$K_{misc}$	componente del Coeficiente de pérdidas por misceláneas, adimensional
$L_{fi}$	altura del empaque, m
$Lef$	factor de Lewis, adimensional

$m_a$	flujo másico de aire, kg/s
$mav_{in}$	flujo másico de entrada de la mezcla aire-agua, kg/s
$mav_m$	flujo másico promedio de la mezcla aire-agua, kg/s
$mav_{out}$	flujo másico de salida de la mezcla aire-agua, kg/s
$m_w$	flujo másico de agua, kg/s
$m_{w,b}$	flujo másico de agua purgada, kg/s
$m_{w,d}$	flujo másico de agua arrastrada, kg/s
$m_{w,ev}$	flujo másico de agua evaporada, kg/s
$m_{w,in}$	flujo másico de entrada de agua, kg/s
$m_{w,m}$	flujo másico promedio de agua en la torre, kg/s
$m_{w,out}$	flujo másico de salida de agua, kg/s
$m_{w,r}$	flujo másico del agua de reposición, kg/s
$NTU$	número de unidades de transferencia, adimensional
$n_{cycle}$	número de ciclos de concentración, adimensional
$P$	presión de vapor, Pa
$P_t$	presión total de vapor, Pa
$P_{v,wb}$	presión de vapor saturado, Pa
$Q$	carga térmica, W o kW
$T_a$	dry-bulb air temperature, °C or K
$TAC$	costo total anual, US\$/year
$T_{a,int}$	temperatura de bulbo seco en los intervalos de integración, °C o K

$TMPI$	temperatura de entrada a la red de enfriamiento de la corriente más caliente, °C o K
$TMPO$	temperatura de salida a la red de enfriamiento de la corriente más caliente, °C o K
$T_w$	temperatura del agua, °C o K
$T_{wb}$	temperatura de bulbo húmedo, °C o K
$T_{wb,in}$	temperatura de bulbo húmedo en la entrada de la torre, °C o K
$T_{wb,int}$	temperatura de bulbo húmedo en los intervalos de integración, °C o K
$T_{w,in}$	temperatura del agua en la entrada de la torre, °C o K
$T_{w,out}$	temperatura del agua en la salida de la torre, °C o K
$w$	fracción de humedad del aire, kg de agua/kg de aire seco
$w_{in}$	fracción de humedad del aire de entrada, kg de agua/kg de aire seco
$w_{out}$	fracción de humedad del aire de salida, kg de agua/kg de aire seco
$w_{s,w}$	fracción de humedad del aire saturado, kg de agua/kg de aire seco

### VARIABLES BINARIAS

$y^k$  variable binaria para la selección del tipo de empaque

### SÍMBOLOS GRIEGOS

$\Delta P_t$  caída de presión total, Pa

$\Delta P_{vp}$  caída de presión dinámica, Pa

$\Delta P_{fi}$  caída de presión en el empaque, Pa

$\Delta P_{misc}$  caída de presión por misceláneas, Pa

$\Delta T_{T_{\alpha,n}}^{T_{wb,n}}$  diferencia entre la temperatura de bulbo seco y la de bulbo húmedo del aire en cada intervalo de integración.

$\eta_f$	eficiencia del ventilador, adimensional
$\rho_{in}$	densidad de entrada, $\text{kg/m}^3$
$\rho_m$	densidad promedio de la mezcla aire- vapor de agua, $\text{kg/m}^3$
$\rho_{out}$	densidad de salida, $\text{kg/m}^3$

### Subíndices

$a$	aire seco
$b$	agua purgada
$d$	agua arrastrada
$e$	electricidad
$ev$	agua evaporada
$f$	ventilador
$fi$	empaques
$fr$	sección transversal
$in$	entrada
$j$	constantes para calcular el coeficiente de transferencia de dependiendo del tipo de empaque, $j=1, \dots, 5$
$k$	constantes para calcular el coeficiente de pérdidas de dependiendo del tipo de empaque, $k=1, \dots, 6$
$m$	promedio
$ma$	mezcla aire-vapor de agua
$misc$	misceláneas
$n$	intervalo de integración

<i>out</i>	salida
<i>r</i>	reposición
<i>s</i>	saturado
<i>t</i>	total
<i>v</i>	vapor de agua
<i>vp</i>	presión dinámica
<i>w</i>	agua
<i>wb</i>	bulbo húmedo

### **Superíndices**

<i>i</i>	tipo de empaque, $i=1, 2, 3$
----------	------------------------------



---

---

**APÉNDICE E. CORRELACIONES PARA  
LAS PROPIEDADES FÍSICAS  
EMPLEADAS EN EL CAPÍTULO 2 Y EL  
APÉNDICE C.**

---

---

**APÉNDICE E. CORRELACIONES PARA LAS PROPIEDADES FÍSICAS EMPLEADAS EN EL CAPÍTULO 2 Y EL APÉNDICE C.**

Para la entalpía del aire de entrada a cada torre de enfriamiento (Serna-González y col., 2010):

$$ha_{in} = -6.4 + 0.86582 * TWB_{in} + 15.7154 \exp(0.0544 * TWB_{in}) \quad (E.1)$$

Para la entalpía de la mezcla de aire-vapor de agua (Serna-González y col., 2010):

$$hsa_i = -6.3889 + 0.86582 * Tw_i + 15.7154 \exp(0.054398 * Tw_i), \quad i = 1, \dots, 4 \quad (E.2)$$

Para la humedad de la corriente de aire en la entrada de las torres de enfriamiento (Kröger, 2004):

$$w_{in} = \left( \frac{2501.6 - 2.3263 (TWB_{in})}{2501.6 + 1.8577 (TA_{in}) - 4.184 (TWB_{in})} \right) \left( \frac{0.62509 (PV_{WB,in})}{P_t - 1.005 (PV_{WB,in})} \right) - \left( \frac{1.00416 (TA_{in} - TWB_{in})}{2501.6 + 1.8577 (TA_{in}) - 4.184 (TWB_{in})} \right) \quad (E.3)$$

donde  $PV_{WB,in}$  es calculada con la ecuación (E.5) y evaluada a  $T = TWB_{in}$ . Para la humedad de saturación del aire a la salida de cada torre de enfriamiento (Kröger, 2004):

$$w_{out} = \frac{0.62509 PV_{out}}{P_t - 1.005 PV_{out}} \quad (E.4)$$

donde  $PV_{out}$  es la presión de vapor calculada con la ecuación (E.5) evaluada a  $T = TA_{out}$ , y  $P_t$  es la presión total en Pa.  $TA_{out}$  es obtenida con la ecuación E.6. La ecuación (E.5) fue propuesta por Hyland y Wexler (1983) y esta es válida en el intervalo de temperatura de 273.15 K a 473.15 K,

$$\ln(PV) = \sum_{n=-1}^3 c_n T^n + 6.5459673 \ln(T) \quad (E.5)$$

donde  $PV$  es la presión de vapor en Pa,  $T$  es la presión absoluta en Kelvin, y las constantes tienen los siguientes valores:  $c_{-1} = 5.8002206 \times 10^3$ ,  $c_0 = 1.3914993$ ,  $c_1 = -4.8640239 \times 10^{-3}$ ,  $c_2 = 4.1764768 \times 10^{-5}$  y  $c_3 = -1.4452093 \times 10^{-7}$ . Para la temperatura del aire de salida, Serna-González

y col. (2010) propusieron:

$$hsa_{out} + 6.38887667 - 0.86581791 * TA_{out} - 15.7153617 \exp(0.05439778 * TA_{out}) = 0 \quad (E.6)$$

Para la densidad la mezcla aire-vapor de agua (Serna-González y col., 2010):

$$\rho = \frac{P_t}{287.08 T} \left[ 1 - \frac{w}{w + 0.62198} \right] [1 + w] \quad (E.7)$$

donde  $P_t$  y  $T$  son expresadas en Pa y K, respectivamente. La densidad de entrada y de salida del aire con calculadas a partir de la última ecuación evaluadas en  $T = TA_{in}$  y  $T = TA_{out}$  para  $w = w_{in}$  y  $w = w_{out}$ , respectivamente.

---

---

**APÉNDICE F. REPRESENTACIÓN  
GENERAL DEL MÉTODO RUNGE-  
KUTTA DE CUARTO ORDEN.**

---

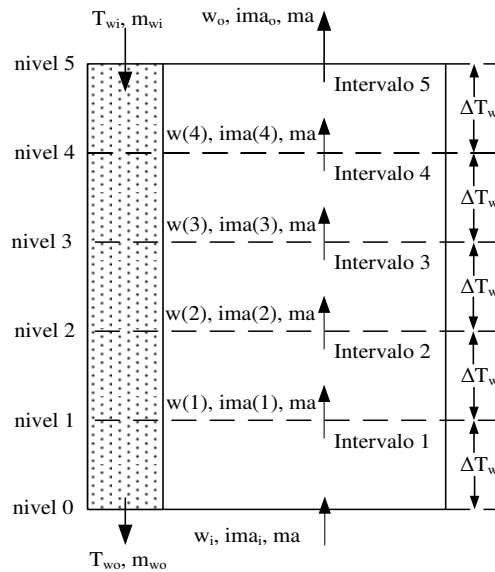
---

**APÉNDICE F. REPRESENTACIÓN GENERAL DEL MÉTODO RUNGE-KUTTA DE CUARTO ORDEN.**

La solución de las ecuaciones se realizó con el Método de Runge-Kutta de cuarto orden (Baker y Shryock, 1961; Burden y Faires, 1967; Mathews, 1992). El sistema de ecuaciones para el aire insaturado por las Ecuaciones (1), (2 y (3). El primer paso es dividir el empaque en un número de intervalos por lo que,

$$\Delta T_w = \frac{T_{w,in} - T_{w,out}}{\text{numero de intervalos}} \tag{F.1}$$

En la **Figura F.1** se representa el empaque de la torre dividido en 5 intervalos donde las condiciones en cada nivel son determinadas utilizando el método ya mencionado.



**Figura F.1.** Representación gráfica del método de Runge-Kutta de cuarto orden

**Implementación del método de Runge-Kutta de cuarto orden.**

Las ecuaciones (F.1), (F.2) y (F.3) son una representación de las ecuaciones diferenciales gobernantes y dependen de la temperatura del agua, de la humedad y de la entalpía del aire,

$$\frac{dw}{dT_w} = f(i_{ma}, w, T_w) \tag{F.2}$$

$$\frac{di_{ma}}{dT_w} = f(i_{ma}, w, T_w) \quad (\text{F.3})$$

$$\frac{dNTU}{dT_w} = f(i_{ma}, w, T_w) \quad (\text{F.4})$$

Las condiciones en el fondo de la torre son conocidas (Nivel 0) con las cuales son determinadas las condiciones del nivel N+1 y así sucesivamente hasta alcanzar el intervalo final que corresponde al domo de la torre con el siguiente grupo de ecuaciones,

$$w_{n+1} = w_n + \left( J_{(n+1,1)} + 2J_{(n+1,2)} + 2J_{(n+1,3)} + J_{(n+1,4)} \right) / 6 \quad (\text{F.5})$$

$$i_{ma_{n+1}} = i_{ma_n} + \left( K_{(n+1,1)} + 2K_{(n+1,2)} + 2K_{(n+1,3)} + K_{(n+1,4)} \right) / 6 \quad (\text{F.6})$$

$$NTU_{n+1} = NTU_n + \left( L_{(n+1,1)} + 2L_{(n+1,2)} + 2L_{(n+1,3)} + L_{(n+1,4)} \right) / 6 \quad (\text{F.7})$$

donde

$$J_{(n+1,1)} = \Delta T_w \cdot f(T_{w_n}, i_{ma_n}, w_n) \quad (\text{F.8})$$

$$K_{(n+1,1)} = \Delta T_w \cdot g(T_{w_n}, i_{ma_n}, w_n) \quad (\text{F.9})$$

$$L_{(n+1,1)} = \Delta T_w \cdot h(T_{w_n}, i_{ma_n}, w_n) \quad (\text{F.10})$$

$$J_{(n+1,2)} = \Delta T_w \cdot f \left( T_{w_n} + \frac{\Delta T_w}{2}, i_{ma_n} + \frac{K_{(n+1,1)}}{2}, w_n + \frac{J_{(n+1,1)}}{2} \right) \quad (\text{F.11})$$

$$K_{(n+1,2)} = \Delta T_w \cdot g \left( T_{w_n} + \frac{\Delta T_w}{2}, i_{ma_n} + \frac{K_{(n+1,1)}}{2}, w_n + \frac{J_{(n+1,1)}}{2} \right) \quad (\text{F.12})$$

$$L_{(n+1,2)} = \Delta T_w \cdot h \left( T_{w_n} + \frac{\Delta T_w}{2}, i_{ma_n} + \frac{K_{(n+1,1)}}{2}, w_n + \frac{J_{(n+1,1)}}{2} \right) \quad (\text{F.13})$$

$$J_{(n+1,3)} = \Delta T_w \cdot f \left( T_{w_n} + \frac{\Delta T_w}{2}, i_{ma_n} + \frac{K_{(n+1,2)}}{2}, w_n + \frac{J_{(n+1,2)}}{2} \right) \quad (\text{F.14})$$

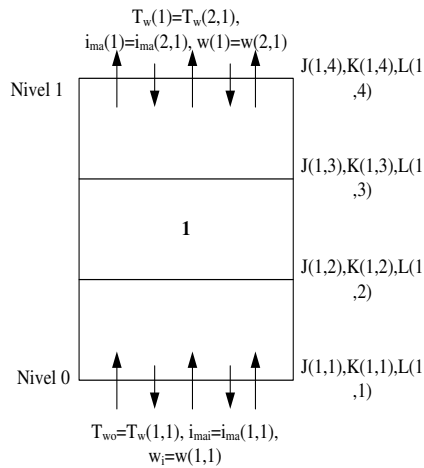
$$K_{(n+1,3)} = \Delta T_w \cdot g \left( T_{w_n} + \frac{\Delta T_w}{2}, i_{ma_n} + \frac{K_{(n+1,2)}}{2}, w_n + \frac{J_{(n+1,2)}}{2} \right) \quad (\text{F.15})$$

$$L_{(n+1,3)} = \Delta T_w \cdot h \left( T_{w_n} + \frac{\Delta T_w}{2}, i_{ma_n} + \frac{K_{(n+1,2)}}{2}, w_n + \frac{J_{(n+1,2)}}{2} \right) \quad (\text{F.16})$$

$$J_{(n+1,4)} = \Delta T_w \cdot f \left( T_{w_n} + \Delta T_w, i_{ma_n} + K_{(n+1,3)}, w_n + J_{(n+1,3)} \right) \quad (\text{F.17})$$

$$K_{(n+1,4)} = \Delta T_w \cdot g \left( T_{w_n} + \Delta T_w, i_{ma_n} + K_{(n+1,3)}, w_n + J_{(n+1,3)} \right) \quad (\text{F.18})$$

$$L_{(n+1,4)} = \Delta T_w \cdot h \left( T_{w_n} + \Delta T_w, i_{ma_n} + K_{(n+1,3)}, w_n + J_{(n+1,3)} \right) \quad (\text{F.19})$$



**Figura F.2.** Representación de un intervalo del empaque de la torre

La programación matemática se realiza estableciendo un número de intervalos y cada uno de estos dividido en cuatro subintervalos. En la **Figura F.2** se representa un intervalo de la

**Figura F.1** dividido en los subintervalos indicados. Donde se especifica que las condiciones conocidas en el fondo de la torre serán en el punto de partida para la solución de las ecuaciones, así como las condiciones determinadas en el intervalo N serán las del subintervalo (N+1,1).

La humedad a la salida de la torre es desconocida por lo que el modelo se resuelve con un método iterativo en el que se supone  $w_{out}$  y la convergencia se alcanza cuando la  $w_{out}$  supuesta es igual a la  $w_{out}$  calculada que en este caso corresponde a la humedad de salida del último intervalo. Para determinar el nivel en el que el aire se satura es necesario determinar en cada nivel la temperatura de bulbo seco y de bulbo húmedo a partir de las ecuaciones G.1 y G.6; y si  $T_{a,n} > T_{wb,n}$  entonces el aire está insaturado pero si  $T_{a,n} = T_{wb,n}$  entonces el aire está saturado.



---

---

**APÉNDICE G. CORRELACIONES PARA  
LAS PROPIEDADES FÍSICAS  
EMPLEADAS EN EL APÉNDICE D.**

---

---

**APÉNDICE G. CORRELACIONES PARA LAS PROPIEDADES FÍSICAS EMPLEADAS EN EL APÉNDICE D.**

Las relaciones usadas para el cálculo de las propiedades fueron tomadas de Kröger (2004). Todas las temperaturas están expresadas en Kelvin.

Entalpía del mezcla aire-vapor de agua por unidad de masa de aire seco, J/kg-aire-seco

$$i_{ma} = cp_a (T_a - 273.15) + w [i_{fgwo} + cp_v (T_a - 273.15)] \quad (G.1)$$

Entalpía del vapor de agua a la temperatura del volumen de agua, J/ kg-aire-seco

$$i_v = i_{fgwo} + cp_{v,w} (T_w - 273.15) \quad (G.2)$$

Entalpía del aire saturado evaluado a la temperatura del volumen de agua, J/ kg-aire-seco

$$i_{ma,s,w} = cp_{a,w} (T_w - 273.15) + w_{s,w} [i_{fgwo} + cp_{v,w} (T_w - 273.15)] \quad (G.3)$$

Calor específico del aire evaluado a  $T+273.15/2$ , J/kgK

$$cp_a = 1.045356 \times 10^3 - 3.161783 \times 10^{-1} T + 7.083814 \times 10^{-4} T^2 - 2.705209 \times 10^{-7} T^3 \quad (G.4)$$

Calor específico del vapor saturado evaluado a  $T+273.15/2$ , J/kgK

$$cp_v = 1.3605 \times 10^3 + 2.31334 T - 2.46784 \times 10^{-10} T^5 + 5.91332 \times 10^{-13} T^6 \quad (G.5)$$

Calor latente estándar a  $T=273.15$  K, J/K

$$i_{fgwo} = 3.4831814 \times 10^6 - 5.8627703 \times 10^3 T + 12.139568 T^2 - 1.40290431 \times 10^{-2} T^3 \quad (G.6)$$

Calor específico del agua evaluado a  $T_w$ , J/kgK

$$cp_w = 8.15599 \times 10^3 - 2.80627 \times 10 T + 5.11283 \times 10^{-2} T^2 - 2.17582 \times 10^{-13} T^6 \quad (G.7)$$

Humedad del aire evaluada a  $T$ , kg-agua/ kg-aire-seco

$$w = \left( \frac{2501.6 - 2.3263(T_{wb} - 273.15)}{2501.6 + 1.8577(T - 273.15) - 4.184(T_{wb} - 273.15)} \right) \left( \frac{0.62509P_{v,wb}}{P_t - 1.005P_{v,wb}} \right) - \left( \frac{1.00416(T - T_{wb})}{2501.6 + 1.8577(T - 273.15) - 4.184(T_{wb} - 273.15)} \right) \quad (G.8)$$

Presión de vapor evaluada, N/m<sup>2</sup>

$$P_v = 10^z \quad (G.9)$$

$$z = 10.79586 \left( 1 - \frac{273.16}{T} \right) + 5.02808 \log_{10} \left( \frac{273.16}{T} \right) + 1.50474 \times 10^{-4} \left[ 1 - 10^{-8.29692 \left( \left( \frac{T}{273.16} - 1 \right) \right)} \right] + 4.2873 \times 10^{-4} \left[ 10^{4.76955 \left( 1 - \frac{273.16}{T} \right) - 1} \right] + 2.786118312 \quad (G.10)$$

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- Adjiman, C.S.; Androulakis I.P.; Maranas, C.D.; Floudas, C.A. (1996). A global optimization method,  $\alpha$ BB, for process design. *Computers and Chemical Engineering*, 20 (1) S419-S424. In: European Symposium on Computer Aided Process Engineering-6.
- Al-Khayyal, F.A.; Falk, J.E. (1983). Jointly constrained biconvex programming. *Mathematics of Operations Research*, 8 (2) 273-286.
- Androulakis, I.P.; Maranas, C.D.; Floudas, C.A. (1995).  $\alpha$ BB: A global optimization method for general constrained nonconvex problems. *Journal of Global Optimization*, 7 (4) 337-363.
- Ataei, A.; Pnajeshahi, M.H.; Gharaie, M.; Tahouni, N. (2009). New method for designing an optimum distributed cooling system for effluent thermal treatment. *International Journal of Environmental Research*, 3 (2) 155-166.
- Aviso, K.B.; Tan, R.R.; Culaba, A.B. (2010a). Designing eco-industrial water exchange networks using fuzzy mathematical programming. *Clean Technologies and Environmental Policy*, 12 (4) 353-363.
- Aviso, K.B.; Tan, R.R.; Culaba, A.B.; Cruz, J.B. (2010b). Bi-level fuzzy optimization approach for water exchange in eco-industrial parks. *Process Safety and Environmental Protection*, 88 (1) 31-40.
- Bagajewicz, M. (2000). A review of recent design procedures for water networks in refineries and process plants. *Computers and Chemical Engineering*, 24 (9-10) 2093-2113.
- Baker, D.R.; Shryock, H.A. (1961). A comprehensive approach to the analysis of cooling tower performance. *Journal of Heat Transfer*, 83 (3) 339-350.
- Bandyopadhyay, S.; Sahu, G.C.; Foo, D.C.Y.; Tan, R.R. (2010). Segregated targeting for multiple resource networks using decomposition algorithm. *AIChE Journal*, 56 (5) 1235-1248.
- Bard, T.W. (1998). Performance characteristics of expanded metal cooling tower fill. M. Eng. Thesis, University of Stellenbosch, South Africa.

- Bosjakovic, F. (1965). *Technische Thermodynamik*. Theodor Steinkopf, Dresden.
- Bourillot, C. (1983a). On the hypothesis of calculating the water flowrate evaporated in a wet cooling tower, EPRI Report CS-3144-SR.
- Bourillot, C. (1983b). Numerical model for calculating the performance of an evaporative cooling tower. EPRI Report CS-3212-SR.
- Brooke, A.; Kendrick, D.; Meeraus, A. (2011). *GAMS User's Guide*. The Scientific Press, USA.
- Burden, R.L.; Faires, J.D. (1997). *Numerical Analysis*, Sixth ed., Brooks/Cole Publishing Company.
- Castro, M.M.; Song, T.W.; Pinto, J.M. (2000). Minimization of operational costs in cooling water systems. *Chemical Engineering Research and Design*, 78 (2) 192-201.
- Chen, J.J. (1987). Letter to the Editors: Comments on improvement on a replacement for the logarithmic mean. *Chemical Engineering Science*, 42 2488-2489.
- Chen, C.L.; Hung, S.W.; Lee J.Y. (2010). Design of inter-plant water network with central and decentralized water mains. *Computers and Chemical Engineering*, 34 (9) 1522-1531.
- Chengqin, R. (2006). An analytical approach to the heat and mass transfer processes in counterflow cooling towers. *Journal of Heat Transfer*, 128 (11) 1142-1148.
- Cheng-Qin, R. (2008). Corrections to the simple effectiveness-NTU method for counterflow cooling towers and packed bed liquid desiccant-air contact systems. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51 (1-2) 237-245.
- Chew, I.M.L.; Foo, D.C.Y. (2009). Automated targeting for inter-plant water integration. *Chemical Engineering Journal*, 153 (1-3) 23-36.
- Chew, I.M.L.; Foo, D.C.Y.; Ng, D.K.S. (2007). Targeting for plant-wide water integration. In: Joint Symposium for Chemical and Metallurgical Engineering, Pretoria, South Africa.
- Chew, I.M.L.; Foo, D.C.Y.; Ng, D.K.S.; Tan, R.R. (2010a). Flowrate targeting for interplant resource conservation network. Part 1: Unassisted Integration Scheme. *Industrial and*

- Engineering Chemistry Research*, 49 (14) 6439-6455.
- Chew, I.M.L.; Foo, D.C.Y.; Tan, R.R. (2010b). Flowrate targeting for interplant resource conservation network. Part 2: Unassisted Integration Scheme. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 49 (14) 6456-6468.
- Chew, I.M.L.; Tan, R.; Ng, D.K.S.; Foo, D.C.Y.; Majozzi, T.; Gouws, J. (2008). Synthesis of direct and indirect interplant water network. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 47 (23) 9485-9496.
- Cortinovis, G.F.; Paiva, J.L.; Song, T.W.; Pinto, J.M. (2009a). A systematic approach for optimal cooling tower operation. *Energy Conversion and Management*, 50 (9) 2200-2209.
- Cortinovis, G.F.; Ribeiro, M.T.; Paiva, J.L.; Song, T.W.; Pinto, J.M. (2009b). Integrated analysis of cooling water systems: modeling and experimental validation. *Applied Thermal Engineering*, 29 (14-15) 3124-3131.
- Côté, R.; Hall, J. (1995). Industrial parks as ecosystems. *Journal of Cleaner Production*, 3 (1-2), 41-46.
- Diwekar, U. M. (2008). Introduction to Applied Optimization, Second Edition, Springer-Verlag, Cambridge, MA, USA.
- Dunn, R.F.; El-Halwagi, M.M. (2003). Process integration technology review: background and applications in the chemical process industry. *Chemical Technology and Biotechnology*, 78 (9) 1011-1021.
- El-Halwagi, M.M. (2006). Process Integration: New York: Academic Pres.
- Facão, J.; Oliveira, A. (2004). Heat and mass transfer correlations for the design of small indirect contact cooling towers. *Applied Thermal Engineering*, 24 (14-15) 1969-1978.
- Feng, X.; Shen, R.J.; Wang, B. (2005). Recirculating cooling-water network with an intermediate cooling-water main. *Energy and Fuels*, 19 (4) 1723-1728.
- Foo, D.C.Y., 2008. Flowrate targeting for threshold problems and plant-wide integration for water network synthesis. *Journal of Environmental Management*, 88 (2) 253-274.

- Foo, D.C.Y., 2009. State-of-the-art review of pinch analysis techniques for water network synthesis. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 48 (11) 5125-5159.
- Foust, A.S.; Wenzel, L.A.; Clump, C.W.; Maus, L.; Anderson, L.B. (1979). Principles of Unit Operations. John Wiley & Sons, USA.
- Gololo, K. V.; Majozi, T. (2011). On Synthesis and Optimization of Cooling Water Systems with Multiple Cooling Towers. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 50 (7) 3775–3787.
- Goshayshi, H.R.; Messinder, J.F. (2000). The investigation of cooling tower packing in various arrangements. *Applied Thermal Engineering*, 20 (1) 69-80.
- Hyland, R.W.; Wexler, A. (1983). Formulation for the thermodynamic properties of the saturated phases of H<sub>2</sub>O from 173.15 K and 473.15 K. *ASHRAE Transactions*, (89) (2A) 500-519.
- Jaber, H.; Webb, R.L. (1989). Design of cooling towers by the effectiveness-NTU Method. *Journal of Heat Transfer*, 111 (4) 837-843.
- Karuppiah, R.; Grossmann, I.E. (2006). Global optimization for the synthesis of integrated water systems in chemical processes. *Computers and Chemical Engineering*, 30 (4) 650-673.
- Kemmer, F.N. (1988). The NALCO Water Handbook, McGraw-Hill, New York, USA.
- Kim, J. K.; Lee, G.C.; Zhu, F.; Smith, R. (2002). Cooling System Design. *Heat transfer Engineering*, 23 (6), 49-61.
- Kim, J.; Savulescu, L.; Smith, R. (2001). Design of cooling systems for effluent temperature reduction. *Chemical Engineering Science*, 56 (5) 1811-1830.
- Kim, J.K; Smith, R. (2001). Cooling water system design. *Chemical Engineering Science*, (56) (12) 3641-3658.
- Kim, J. K.; Smith, R. Automated Retrofit Design of Cooling-Water Systems. (2003). *AIChE Journal*, 49 (7) 1712-1730.
- Kim, J.K.; Smith, R. (2004a). Cooling System Design for Water and Wastewater Minimization.

- Industrial and Engineering Chemistry Research*, 43 (2) 608-613.
- Kintner-Meyer, M.; Emery, A.F. (1995). Cost-optimal design for cooling towers. *ASHRAE Journal*, 37 (4) 46-55.
- Kloppers, J.C.; Kröger, D.G. (2003). Loss coefficient correlation for wet-cooling tower fills. *Applied Thermal Engineering*, 23 (17) 2201-2211.
- Kloppers, J.C.; Kröger, D.G. (2005a). Refinement of the transfer characteristic correlation of wet-cooling tower fills. *Heat Transfer Engineering*, 26 (4) 35-41.
- Kloppers, J.C.; Kröger, D.G. (2005b). Cooling tower performance evaluation: Merkel, Poppe, and e-NTU methods analysis. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 127 (1) 1-7.
- Kloppers, J.C.; Kröger, D.G. (2005c). A critical investigation into the heat and mass transfer analysis of counterflow wet-cooling towers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 48 (3-4) 765-777.
- Kröger, D.G. (2004). *Air-Cooled Heat Exchangers and Cooling Towers*, PennWell Corp., Tulsa, Oklahoma, 2004
- Leeper, S.A. (1981). Wet cooling towers: rule-of-thumb design and simulation. Report, U.S. Department of Energy.
- Lemouari, M.; Boumaza, M.; Mujtaba, I.M. (2007). Thermal performance investigation of a wet cooling tower. *Applied Thermal Engineering*, 27 (5-6) 902-909.
- Li, K.W.; Priddy, A.P. (1995). *Power Plant System Design*, John Wiley & Sons, New York, USA.
- Liao, Z.W.; Wu J.T.; Jiang B.B.; Wang J.D.; Yang Y.R. (2007). Design methodology for flexible multiple plant water networks. *Industrial Engineering Chemistry Research*, 46 (14) 4954-4963.
- Lim, S.R.; Park, J.M. (2007). Environmental and economic analysis of a water network system using LCA and LCC. *AIChE Journal*, 53 (12), 3253-3262.



- Lim, S.R.; Park, J.M. (2010). Interfactory and intrafactory water network system to remodel a conventional industrial park to a green eco-industrial park. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 49 (3), 1351-1358.
- Lim, S.R.; Park, D.; Lee, D.S.; Park, J.M. (2006). Economic evaluation of a water network system through the net present value method based on cost and benefit estimations. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 45 (22), 7710-7718.
- Liu, W.B.; Floudas, C.A. (1993). A remark on the GOP algorithm for global optimization. *Journal of Global Optimization*, 3 (3) 519-521.
- Lovelady, E.M.; El-Halwagi, M.M. (2009). Design and integration of eco-industrial parks for managing water resources. *Environmental Progress Sustainable Energy*, 28 (2) 265–272.
- Lovelady, E.M.; El-Halwagi, M.M.; Krishnagopalan, G.A. (2007). An integrated approach to the optimization of water usage and discharge in pulp and paper plants. *International Journal of Environment and Pollution*, 29 (1-3) 274-307.
- Lovelady EM, El-Halwagi MM, Chew IMI, Ng DKS, Foo DCY, Tan RR. A property-integration approach to the design and integration of eco-industrial parks. In: Design for Energy and the Environment: Proceedings of the 7<sup>th</sup> International Conference on the Foundations of Computer-Aided Process Design (FOCAPD), El-Halwagi, M. M. and A. A. Linninger (Editors), CRC Press, Taylor & Francis. 2009: 559-568.
- Lowe, E.A. (1997). Creating by-product resource exchanges: Strategies for eco-industrial parks. *Journal of Cleaner Production*, 5 (1-2), 57-65.
- Majozi, T., Moodley, A. (2008). Simultaneous targeting and design for cooling water systems with multiple cooling water supplies. *Computers and Chemical Engineering*, 32 (3) 540-551.
- Maranas, C.D.; Floudas C.A. (1994a). A deterministic global optimization approach for molecular structure determination. *Journal of Chemical Physics*, 100 (2) 1247-1261.
- Maranas, C.D.; Floudas, C.A. (1994b). Global minimum potential energy conformations of small molecules. *Journal of Global Optimization*, 4 (2) 135-170.

- Mathews, J.H. (1992). Numerical Methods for Mathematics Science and Engineering School, Second ed., Prentice-Hall International, Inc.
- Merkel, F. (1926). Verdunstungskühlung. *VDI Zeitschrift Deutscher Ingenieure*, 70 123-128.
- Mills, A.E. (1999). Basic Heat and Mass Transfer. Prentice Hall, USA.
- Milosavljevic, N.; Heikkilä, P. (2001). A comprehensive approach to cooling tower design. *Applied Thermal Engineering*, 21 (9) 899-915.
- Mohiudding, A.K.M.; Kant, K. (1996). Knowledge base for the systematic design of wet cooling towers. Part I: Selection and tower characteristics. *International Journal of Refrigeration*, 19 (1) 43-51.
- Nápoles-Rivera, F.; Ponce-Ortega, J.M.; El-Halwagi, M.M.; Jiménez-Gutiérrez, A. (2010). Global optimization of mass and property integration networks with in-plant property interceptors. *Chemical Engineering Science*, 65 (15) 4363-4377.
- Nahavandi, A.N.; Rashid, M. K.; Benjamin, J. S. (1975). The effect of evaporation losses in the analysis of counterflow cooling towers. *Nuclear Engineering and Design*, 32 29-363.
- Ng, D.K.S.; Foo, D.C.Y.; Rabie, A.; El-Halwagi, M.M. (2008). Simultaneous synthesis of property-based water reuse/recycle and interception networks for batch processes. *AIChE Journal*, 54 (10) 2634-2632.
- Olander, D.R. (1961). Design of direct cooler-condensers. *Industrial and Engineering Chemistry*, 53 (2) 121-126.
- Oluwasola, O. (1987). A procedure for computer-aided design of water-cooling towers. *The Chemical Engineering Journal*, 35 (1) 43-50.
- Olesen, S.G.; Polley, G.T. (1996). Dealing with plant geography and piping constraints in water network design. *Transactions of the Institute of Chemical Engineers*, 74 (B4) 273-276.
- Osterle, F. (1991). On the analysis of counter-flow cooling towers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 34 (4-5) 1313-1316.

- Panjeshahi, M.H.; Ataei, A.; Gharai, M.; Parand, R. (2009). Optimum design of cooling water systems for energy and water conservation. *Chemical Engineering Research and Design*, 87 (2) 200-209.
- Pham V, Laird C, El-Halwagi MM. Convex hull discretization approach to the global optimization of pooling problems. *Industrial and Engineering Chemistry Research*. 2009; 48 (4): 1973-1979.
- Picón-Nuñez, M.; Morales-Fuentes, A.; Vázquez-Ramírez, E.E. (2007). Effect of Network Arrangement on the Heat Transfer Area of Cooling Networks. *Applied Thermal Engineering*, 27 (16) 2650-2656.
- Picón-Núñez, M.; Polley, G.T.; Canizalez-Dávalos, L.; Medina-Flores, J.M. (2011). Short cut performance method for the design of flexible cooling systems. *Energy*, 36 (8) 4646-4653.
- Ponce-Ortega, J.M.; El-Halwagi, M.M.; Jiménez-Gutiérrez, A. (2010). Global optimization of property-based recycle and reuse networks including environmental constraints. *Computers and Chemical Engineering*, 34 (3) 318-330.
- Ponce-Ortega, J.M.; Hortua, A.C.; El-Halwagi, M.M.; Jiménez-Gutiérrez, A. (2009). A property-based optimization of direct recycle networks and wastewater treatment processes. *AIChE Journal*, 55 (9) 2329-2344.
- Ponce-Ortega, J. M.; Rico-Ramírez, V.; Hernández-Castro, S.; Diwekar, U. M. (2004). Improving convergence of the stochastic decomposition algorithm by using an efficient sampling technique. *Computers and Chemical Engineering*, 28 (5) 767-773.
- Ponce-Ortega, J. M.; Serna-González, M.; Jiménez-Gutiérrez, A. (2007). MINLP synthesis of optimal cooling networks. *Chemical Engineering Science*, 62 (21) 5728-5735.
- Ponce-Ortega, J.M.; Serna-González, M.; A., Jiménez-Gutiérrez. (2009). A disjunctive programming model for simultaneous synthesis and detailed design of cooling network. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 48 (6) 2991-3003.
- Ponce-Ortega, J.M.; Serna-González, M.; A., Jiménez-Gutiérrez, A. (2010). Optimization model for re-circulating cooling water systems. *Computers and Chemical Engineering*, 34 (2)

177-195.

Poppe, M.; Rögener, H. (1991). Berechnung von Rückkühlwerken. *VDI-Wärmeatlas*, Mi 1-Mi 15.

Quesada, I.; Grossmann, I.E. (1995). Global optimization of bilinear process networks with multicomponent flows. *Computers and Chemical Engineering*, 19 (12) 1219–1242.

Qureshi, B.A.; Zubair, S.M. (2006). A complete model of wet cooling towers with fouling in fills. *Applied Thermal Engineering*, 26 (16) 1982-1989.

Raman, R.; Grossmann, I.E. (1994). Modeling and computational techniques for logic based integer programming. *Computers and Chemical Engineering*, 18 (7) 563-578.

Roth, M. (2001). Fundamentals of heat and mass transfer in wet cooling towers. All well known or are further development necessary. 12<sup>th</sup> IAHR Cooling Tower and Heat Exchangers, UTS, Sydney, Australia, 100-107.

Rubio-Castro, E.; Ponce-Ortega, J.M.; Nápoles-Rivera, F.; El-Halwagi, M.M.; Serna-González, M.; Jiménez-Gutiérrez, A. (2010). Water integration of eco-industrial parks using a global optimization approach. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 49 (20) 9945-9960.

Rubio-Castro E.; Ponce-Ortega J.M.; Serna-González M.; Jiménez-Gutiérrez A.; El-Halwagi, M.M. (2011). A global optimal formulation for the water integration in eco-industrial parks considering multiple pollutants. *Computers and Chemical Engineering*, 35 (8): 1558-1574.

Serna-González, M.; Ponce-Ortega, J.M.; Jiménez-Gutiérrez, A. (2010). MINLP optimization of mechanical draft counter flow wet-cooling towers. *Chemical Engineering Research and Design*, 88 (5-6) 614-625.

Shelley, M.D.; El-Halwagi, M.M. (2000). Component-less design of recovery and allocation systems: functionality-based clustering approach. *Computers and Chemical Engineering*, 24 (9-10) 2081-2091.

- Sherali, H.D.; Alameddine, A. (1992). A new reformulation linearization technique for bilinear programming problems. *Journal of Global Optimization*, 2 (4) 379-410.
- Singham, J.R. (1983). Heat Exchanger Design Handbook, Hemisphere Publishing Corporation, New York, USA.
- Söylemez, M.S. (2001). On the optimum sizing of cooling towers. *Energy Conversion and Management*, 42 (7) 783-789.
- Söylemez, M.S. (2004). On the optimum performance of forced draft counter flow cooling towers. *Energy Conversion and Management*, 45 (15-16) 2335-2341.
- Spriggs, D.; Lowe, E.; Watz, J.; El-Halwagi, M.M.; Lovelady, E.M. (2004). Design and development of eco-industrial parks. In: AIChE Spring Meeting, New Orleans, LA.
- Tan, R.R.; Aviso, K.B.; Cruz, J.B.; Culaba, A.B. (2011). A note on an extended fuzzy bi-level optimization approach for water exchange in eco-industrial parks with hub topology. *Process Safety and Environmental Protection*, 89 (2) 106-111.
- Taskhiri, M.S.; Tan, R.R.; Chiu, A.S.F. (2011). Emergy-based fuzzy optimization approach for water reuse in an eco industrial park. *Resources, Conservation and Recycling*, 55 (7), 730-737.
- Vecchietti, A.; Lee, S.; Grossmann, I.E. (2003). Modeling of discrete/continuous optimization problems characterization and formulation of disjunctions and their relaxations. *Computers and Chemical Engineering*, 27 (3) 433-448.
- Viswanathan, J.; Grossmann, I. (1990). A combined penalty function and outer approximation method for MINLP optimization. *Computers and Chemical Engineering*, 14 (7) 769-782.
- Visweswaran, V.; Floudas, C.A. (1995). New formulations and branching strategies for the GOP algorithm. In I. E. Grossmann, editor, *Global Optimization in Engineering Design*, Kluwer Book Series in Nonconvex Optimization and its Applications. Chapter 3.