



UNIVERSIDAD MICHOACANA
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO



Facultad de Ingeniería Eléctrica
División de Estudios de Posgrado

Estimación de estado en redes de distribución eléctrica con dispositivos D-FACTS

Presenta

Laura Jaqueline Santander Hernández

*Tesis presentada en cumplimiento de los requisitos para obtener
el grado de Doctor en Ciencias
de la Ingeniería Eléctrica*

Asesor: Claudio Rubén Fuerte Esquivel, PhD.

Co-Asesor: César Ángeles Camacho, PhD.

Morelia, Michoacán

Agosto 2021



ESTIMACIÓN DE ESTADO EN REDES DE DISTRIBUCIÓN ELÉCTRICA CON DISPOSITIVOS D-FACTS

Los Miembros del Jurado de Examen de Grado aprueban la **Tesis de Doctorado en Ciencias en Ingeniería Eléctrica, Opción en Sistemas Eléctricos** de **Laura Jaqueline Santander Hernández**.

Dr. Antonio Ramos Paz
Presidente del Jurado

Antonio Ramos Paz

Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel
Director de Tesis

Claudio Rubén Fuerte Esquivel

Dr. César Ángeles Camacho
Co-director

César Ángeles Camacho

Dr. Jaime Cerda Jacobo
Vocal

Jaime Cerda Jacobo

Dr. Jorge Guillermo Calderón Guizar
Revisor Externo (INEEL)

Jorge Guillermo Calderón Guizar

Dr. Roberto Tapia Sánchez
*Director encargado
de la Facultad de Ingeniería Eléctrica. UMSNH
(Por reconocimiento de firmas)*

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO
Agosto 2021

Abstract

The presented thesis proposes single-phase equivalent models of the elements of general distribution networks to use state estimation analysis tools based on the positive sequence. Additionally, the results obtained from the experimental implementation of a three-phase distribution system are presented to generate temperature-dependent impedance profiles. An essential part of the research is proposing single-phase models of three distributed flexible AC transmission systems known as D-FACTS to study power flows suitable for electric power transmission and distribution systems. The three D-FACTS devices' steady-state models are proposed for weighted least-squares state estimation analysis suitable for distribution systems.

A series of case studies of power flows and state estimation of distribution and transmission networks with the embedded D-FACTS devices are presented to validate the developed elements. In both cases, the results fully demonstrate their validity and efficiency for reactive compensation and active power flow control.

Resumen

El presente trabajo de tesis propone modelos equivalentes monofásicos de los elementos de las redes generales de distribución para utilizar herramientas de análisis de estimación de estado basadas en secuencia positiva. Además, se presentan los resultados obtenidos de la implementación experimental de un sistema de distribución trifásico para generar perfiles de impedancia dependientes de la temperatura. Una parte importante del trabajo es la propuesta de modelos monofásicos de tres sistemas flexibles de transmisión en CA distribuidos conocidos como D-FACTS para el estudio de flujos de potencia adecuados para los sistemas de transmisión y distribución de energía eléctrica. De manera conjunta, se proponen modelos de estado estacionario de los tres dispositivos D-FACTS para el análisis de estimación de estado por mínimos cuadrados ponderados, adecuados para los sistemas de distribución.

Para validar los elementos desarrollados se presentan una serie de casos de estudio de flujos de potencia y estimación de estado de redes de distribución y transmisión con los dispositivos D-FACTS embebidos. Los resultados demuestran plenamente su validez y eficacia para compensación reactiva y control de flujo de potencia activa en ambos casos.

Palabras clave: estimación de estado, D-FACTS, compensación serie, distribución eléctrica, modelo equivalente.

Agradecimientos

Al Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel, asesor de esta tesis, por su tiempo, paciencia y orientación durante este trabajo de investigación.

Al Dr. César Ángeles Camacho, co-asesor de este proyecto, por todo su apoyo y paciencia siempre.

A mis padres por sus consejos, apoyo y amor incondicional.

Al Dr. Gabriel Omar Rubio Marroquín por su tiempo y orientación.

A la División de Estudios de Posgrado de la FIE de la UMSNH, donde tuve la oportunidad de llevar a cabo mis estudios de posgrado, y a todas las personas que ahí laboran.

Agradezco y reconozco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) de México por el apoyo financiero recibido a través de la beca No. 592994.

A los Profesores Revisores Miembros de Jurado, por el tiempo tomado en la revisión de la tesis, sus comentarios permitieron fortalecer la calidad del trabajo.

A las personas de SurvalentONE Scada y en especial al Instituto de Ingeniería de la UNAM por el acceso a la información.

A mí amiga Elvia Andrea Sánchez Moctezuma por su apoyo y consejos.

A todos mis compañeros y amigos, por los divertidos momentos en la Universidad y fuera de ella.

A todos ustedes, muchas gracias.

Contenido

Abstract.....	i
Resumen	iii
Agradecimientos.....	v
Contenido	vii
Lista de figuras	xi
Lista de tablas	xiv
Acrónimos	xvi
Nomenclatura.....	xviii
Lista de publicaciones	xxii

Capítulo 1: Introducción.

1.1. Introducción.....	1
1.2. Estado del arte	2
1.2.1 Compensadores serie distribuidos	2
1.2.2 Estimación de estado en redes de distribución eléctrica	5
1.3 Justificación.....	7
1.4 Objetivo	10
1.4.1 Objetivos específicos.....	10
1.5 Contribuciones principales	11
1.6 Metodología.....	11
1.7 Contenido de la tesis.....	12

Capítulo 2: Modelo y análisis de la red de distribución en estado estacionario.

2.1. Introducción.....	15
2.2. Formulación del problema de flujos de potencia	16
2.2.1 Algoritmo de Newton-Raphson.....	18
2.3 Modelos equivalentes	19
2.3.1 Modelo de línea trifásica de distribución	20

2.3.2	Modelo de reguladores y transformadores	24
2.3.3	Modelo de generadores y motores de inducción	29
2.3.4	Modelo de cargas y compensación reactiva con capacitores	29
2.3.5	Modelo de buses neutros y tierra.....	31
2.4	Validación del modelo matemático equivalente	31
2.5	Modelo de una red de distribución real	34
2.5.1	Topología de la red	34
2.5.2	Modelos de puntos de interconexión con el alimentador	36
2.5.3	Modelo de subestaciones generales.....	38
2.5.4	Modelo de subestaciones derivadas.....	39
2.5.5	Modelo de cargas.....	41
2.6	Casos de estudio	42
2.7	Anillos A, B y C	43
2.8	Análisis de la relación impedancia–temperatura en líneas de distribución.....	46
2.8.1	Caso de estudio: Carga balanceada a temperatura constante	49
2.8.2	Caso de estudio: Carga balanceada y dos valores de temperatura	50
2.8.3	Caso de estudio: Carga balanceada y aumento creciente en la temperatura.....	51
2.8.4	Caso de estudio: Carga desbalanceada y aumento creciente en la temperatura	52
2.9	Conclusiones	53

Capítulo 3: Modelos en estado estacionario de compensadores serie distribuidos en sistemas de distribución.

3.1.	Introducción	55
3.2.	Dispositivos D-FACTS	56
3.3.	Impedancia serie distribuida.....	58
3.3.1.	Principio de operación del DSI.....	58
3.3.2.	Modelo de flujos de potencia del DSI.....	59
3.4.	Reactor serie distribuido.....	61
3.4.1.	Principio de operación del DSR.....	61

3.4.2. Modelo de flujos de potencia del DSR	62
3.5. Compensador estático serie distribuido.....	63
3.5.1. Principio de operación del DSSC	64
3.5.2. Modelo de flujos de potencia del DSSC	65
3.6. Casos de estudio	67
3.6.1. Equivalente de la Red Mexicana de 190 buses	67
3.6.2. Red de prueba de 4 buses de IEEE	71
3.6.3. Red de media tensión real	73
3.7. Conclusiones	77
 Capítulo 4: Estimación de estado en redes de distribución eléctrica incluyendo dispositivos D-FACTS.	
4.1 Introducción	79
4.2 Formulación del problema de estimación de estado	81
4.2.1 Mediciones en redes de distribución.....	83
4.2.2 Índices de precisión	85
4.3 Modelo de compensadores serie distribuidos D-FACTS.....	86
4.3.1 Impedancia serie distribuida.	86
4.3.2 Reactancia serie distribuida	88
4.4 Casos de estudio.....	92
4.4.1 Red de prueba de 4 buses de IEEE	92
4.4.2 Red de prueba de 4 buses de IEEE con la incorporación de dispositivos D-FACTS.....	98
4.4.3 Red de media tensión real.....	100
4.4.3.1 Compensación DSI en los anillos A y B	100
4.4.3.2 Compensación DSSC en los anillos A, B y C	103
4.5 Conclusiones	107
 Capítulo 5: Conclusiones generales y trabajos futuros.	
5.1 Conclusiones	108
5.2 Trabajos futuros	110
Referencias	xxiii

Apéndice A.....	xxx
-----------------	-----

Lista de figuras

Figura 2.1. Diagrama esquemático de las potencias asociadas al nodo k	18
Figura 2.2. Segmento de línea trifásica con sus acoplamientos electromagnéticos	20
Figura 2.3. Equivalente de línea trifásica	22
Figura 2.4. Modelo de línea trifásica incluyendo inductancias propias y mutuas.....	23
Figura 2.5. a) Modelo de línea bifásica. b) Modelo de línea monofásica	24
Figura 2.6. Circuito equivalente de un transformador Δ -Y aterrizada.	26
Figura 2.7. Circuito equivalente del generador síncrono.....	29
Figura 2.8. Red de prueba de 4 buses del IEEE.	31
Figura 2.9. Resultados de flujos de potencia trifásicos.	33
Figura 2.10. Resultados de flujos de potencia en secuencia positiva.	34
Figura 2.11. Esquema de la topología de la red.....	36
Figura 2.12. Diagrama unifilar de subestación eléctrica general	37
Figura 2.13 Modelo de subestaciones generales, circuito equivalente.....	37
Figura 2.14. Diagrama unifilar de subestación eléctrica general.	38
Figura 2.15. Subestación eléctrica general 4, circuito equivalente.	39
Figura 2.16. Diagrama unifilar de subestación eléctrica derivada.	40
Figura 2.17. Subestación eléctrica derivada, circuito equivalente	40
Figura 2.18. Modelo de las cargas conectadas en el secundario del transformador.....	41
Figura 2.19. Diagrama unifilar RMT: Anillos A, B y C.	43
Figura 2.20. Comparación de mediciones de potencia activa por fase en el secundario de los transformadores de los anillos A, B y C.....	44
Figura 2.21. Resultados de flujos de potencia de la RMT-UNAM, Anillos A, B y C, a) magnitudes de voltaje y b) ángulos de voltaje.	45
Figura 2.22. Red de pruebas perfiles de impedancia-temperatura.	48
Figura 2.23. Modelo de la red en simulador.....	49
Figura 2.24. Comparación de los perfiles de impedancia entre PSCAD y PDC en las fases 'a', 'b' y 'c'.	49

Figura 2.25. Perfiles de impedancias en las fases ‘a’, ‘b’ y ‘c’, para valores de temperatura de 25 y 45°C.....	51
Figura 2.26. Perfiles de impedancia de las fases ‘a’, ‘b’ y ‘c’, cuando la temperatura varía gradualmente de 25 a 52°C.	53
Figura 2.27 Perfiles de impedancia de las fases ‘a’, ‘b’ y ‘c’, cuando la temperatura varía gradualmente de 25 a 52°C y la carga es desbalanceada.....	53
Figura 3.1. D-FACTS: representación esquemática en línea de transmisión.....	56
Figura 3.2. Incorporación de dispositivos D-FACTS al modelo equivalente del elemento línea	57
Figura 3.3. DSI: a) Representación esquemática y b) circuito equivalente.....	59
Figura 3.4. Representación esquemática del DSR.....	61
Figura 3.5. Circuito equivalente del DSR.....	62
Figura 3.6. Representación esquemática del DSSC.	64
Figura 3.7. Circuito equivalente del DSSC.	65
Figura 3.8. Área de incorporación de dispositivos D-FACTS en el equivalente mexicano de 190 buses.	67
Figura 3.9. a) Flujos de potencia activa de k a m en las líneas de transmisión. b) Flujos de potencia reactiva de k a m en las líneas de transmisión	70
Figura 3.10. Red IEEE-4-YY con dispositivos D-FACTS.....	71
Figura 3.11 Red IEEE-4-YY con dispositivos D-FACTS, buses 3-4.	72
Figura 3.12 Red IEEE-4-YY con dispositivos D-FACTS, comparación de resultados, fases a, b y c	73
Figura 3.13 RMT-UNAM, anillos A, B, y C topología.	74
Figura 3.14 a) Flujos de potencia activa en el nodo de envío RMT-UNAM, anillos A, B, y C. b) Flujos de potencia reactiva en el nodo de envío RMT-UNAM, anillos A, B, y C..	75
Figura 3.15 Red de media tensión UNAM, anillos A y B, dirección de flujos.....	76
Figura 4.1 Mediciones del DSI.....	86
Figura 4.2 Topología de mediciones del DSSC.	88
Figura 4.3 Diagrama unifilar del sistema de 4 buses del IEEE.	93
Figura 4.4 Topología de mediciones de la red de 4 buses del IEEE.	93

Figura 4.5 Comparación de resultados estimados y calculados de la red IEEE-4-YY	96
Figura 4.6 Red de 4 buses del IEEE incluyendo dispositivos D-FACTS	98
Figura 4.7 Comparación de resultados estimados y calculados de la red IEEE-4-YY con DSI	100
Figura 4.8 Topología de mediciones RMT-UNAM, anillos A y B.....	102
Figura 4.9 Topología de mediciones RMT-UNAM, anillos A, B y C	105

Lista de tablas

Tabla 2.1. Sub-matrices características usadas para formar la matriz de admitancia de un transformador trifásico.....	25
Tabla 2.2. Modelos equivalentes de transformadores trifásicos.....	26
Tabla 2.3. Modelos equivalentes de carga y capacitores.....	30
Tabla 2.4. Parámetros de la red de pruebas.	49
Tabla 2.5. Valores de impedancia obtenidos a partir de la red de pruebas.	50
Tabla 3.1 Especificaciones técnicas <i>power line guardian</i> (DSR).	62
Tabla 3.2 Resultados de magnitudes, ángulos de voltaje y reactancia efectiva entre los buses k y m incluyendo DSI.....	68
Tabla 3.3 Resultados de magnitudes, ángulos de voltaje y reactancia efectiva entre los buses k y m incluyendo DSR	69
Tabla 3.4 Resultados de magnitudes, ángulos de voltaje y reactancia efectiva entre los buses k y m incluyendo DSSC	69
Tabla 3.5 Magnitudes y ángulos de voltaje nodales red 4 buses IEEE con DSI.	72
Tabla 3.6 Valores de reactancia en las fases.	72
Tabla 4.1 Mediciones disponibles para la estimación de la red IEEE-4 conexión YY carga balanceada.	94
Tabla 4.2 Variables de estado calculadas del sistema IEEE-4 conexión YY carga balanceada.....	95
Tabla 4.3 Variables de estado estimadas del sistema IEEE-4 conexión YY carga balanceada.....	95
Tabla 4.4 MAPE y MAE sistema IEEE-4 conexión YY carga balanceada.	97
Tabla 4.5 MAPE y MAE sistema IEEE-4 conexión GrdY- Δ carga balanceada.	97
Tabla 4.6 MAPE y MAE sistema IEEE-4 conexión Δ Y carga balanceada.....	97
Tabla 4.7 Variables de estado estimadas del sistema IEEE-4 conexión YY carga balanceada con dispositivos D-FACTS.	99
Tabla 4.8 Variables de estado estimadas del compensador DSI.	99
Tabla 4.9 MAPE y MAE sistema RMT-UNAM, anillos A y B.....	101
Tabla 4.10 MAPE y MAE sistema RMT-UNAM, con compensación DSI.....	103
Tabla 4.11 MAPE y MAE sistema RMT-UNAM, anillos A, B y C.....	104

Tabla 4.12 MAPE y MAE sistema RMT-UNAM, anillos A, B y C con DSSC.....	106
--	-----

Acrónimos

CFE	Comisión Federal de Electricidad
CA	Corriente alterna
CD	Corriente directa
CLiC	<i>Current Limiting Conductor</i>
DGOyC	Dirección general de obras y construcción.
D-FACTS	<i>Distributed Flexible AC Transmission System</i>
DPFC	<i>Distributed Power-flow Controller</i>
DSI	<i>Distributed Series Impedance</i>
DSR	<i>Distributed Series Reactor</i>
DSSC	<i>Distributed Static Series Compensator</i>
DSSE	<i>Distribution Systems State Estimation</i>
EPRI	<i>Electric Power Research Institute</i>
FACTS	<i>Flexible AC Transmission System</i>
SF6	Hexafluoruro de Azufre
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
IGBT	<i>Insulated Gate Bipolar Transistor</i>
LIE	Ley de la industria eléctrica
MICOM	<i>Measurement Invariance of Composite Models</i>
MCM	Mil circular mil
MRGA	<i>Modified Relative Gain Array</i>
ODB	Odón de Buen
PDC	<i>Phasor Data Concentrator</i>
PMU	<i>Phasor Measurement Units</i>
PSCAD	<i>Power System CAD</i>
PRODESEN	Programa de desarrollo del sistema eléctrico nacional
PWM	<i>Pulse-width Modulation</i>
REI	Red eléctrica inteligente

RMT	Red de media tensión
SENER	Secretaría de energía
STATCOM	<i>Static Synchronous Compensator</i>
SSSC	<i>Static Synchronous Series Compensator</i>
SG	Subestación general.
SCADA	<i>Supervisory Control and Data Acquisition</i>
UPFC	<i>Unified Power Flow Controller</i>
UNAM	Universidad Nacional Autónoma de México

Nomenclatura

$\bar{Y}_{cR}$	Admitancia compleja del dispositivo DSSC conectado entre el nodo k y el nodo m .
$\bar{Y}_{km}$	Admitancia compleja de un elemento conectado entre el nodo k y el nodo m .
$\bar{y}_t$	Admitancia de cortocircuito de un transformador.
δ_{cR}	Ángulo de fase de la fuente de voltaje del DSSC.
$\Delta P_{km}^{B_{DSI}}$	Balance de potencia activa del dispositivo DSI conectado entre el nodo k y el nodo m .
ΔP_k	Balance de potencia activa en el nodo k .
ΔQ_k	Balance de potencia reactiva en el nodo k .
G_{km}	Conductancia serie del nodo k al nodo m .
Δ	Conexión delta del transformador.
Y	Conexión estrella del transformador.
$\bar{I}_a$	Corriente compleja en la fase a .
θ_{km}	Diferencia angular entre el nodo k y el nodo m .
P_{km}	Flujo de potencia activa del nodo k al nodo m .
Q_{km}	Flujo de potencia reactiva del nodo k al nodo m .
$J(.)$	Función objetivo de mínimos cuadrados ponderados.
Z_{base}	Impedancia base.
$\bar{Z}_{cR}$	Impedancia compleja del dispositivo DSSC conectado entre el nodo k y el nodo m .
P_i	Inyección de potencia activa en el nodo i .
P_k^L	Inyección de potencia activa en el nodo k por cargas.
P_k^{cal}	Inyección de potencia activa en el nodo k por el sistema de transmisión.
P_k^G	Inyección de potencia activa en el nodo k por generadores.
$\bar{S}_i$	Inyección de potencia compleja en el nodo i .

Q_i	Inyección de potencia reactiva en el nodo i .
Q_k^L	Inyección de potencia reactiva en el nodo k por cargas.
Q_k^{cal}	Inyección de potencia reactiva en el nodo k por el sistema de transmisión.
Q_k^G	Inyección de potencia reactiva en el nodo k por generadores.
$\bar{I}_k$	Inyección nodal de corriente compleja en el nodo k .
V_{cR}	Magnitud de voltaje de la fuente de voltaje del DSSC.
$\bar{Y}_{abc}^{-1}$	Matriz de admitancia de fases.
$\bar{Y}_{PR}$	Matriz de admitancia primitiva.
$\bar{Y}_{bus}$	Matriz de admitancia primitiva bus.
R	Matriz de covarianza de los errores de medición.
G	Matriz de ganancia.
$\bar{Y}_{bus}^G$	Matriz de impedancia acoplada interna.
$\bar{Z}_{abc}^{-1}$	Matriz de impedancia de fases.
$\bar{Z}_{PR}$	Matriz de impedancia primitiva.
N	Matriz de incidencia nodo-bus.
J	Matriz Jacobiana.
H	Matriz Jacobiana de mediciones.
MAE	Media absoluta del error.
MAPE	Media absoluta del error porcentual.
P_a	Potencia activa en la fase a .
P_{km}^{reg}	Potencia activa regulada del elemento conectado entre el nodo k y el nodo m .
$MVA_{3\phi}$	Potencia base en MVA.
$\bar{S}_a$	Potencia compleja en la fase a .
Q_a	Potencia reactiva en la fase a .

X_{DSI}	Reactancia serie del dispositivo de impedancia serie distribuida.
X_{cR}	Reactancia serie del dispositivo DSSC conectado entre el nodo k y el nodo m .
X_{DSR}	Reactancia variable serie del dispositivo de reactor serie distribuido.
R_{cR}	Resistencia serie del dispositivo DSSC conectado entre el nodo k y el nodo m .
B_{DSI}	Susceptancia serie del dispositivo de impedancia serie distribuida.
B_{km}	Susceptancia serie del nodo k al nodo m .
ε	Tolerancia de convergencia.
X_L	Valor de reactancia serie de una línea de transmisión.
X_{inj}	Valor de la reactancia de compensación de un D-FACTS.
X_{eff}	Valor de la reactancia efectiva que combina la reactancia de una línea de transmisión con la que proporciona un D-FACTS.
θ	Vector de ángulos de voltajes nodales.
ΔP	Vector de balance de potencia activa.
ΔPQ_ϕ	Vector de balance de potencia activa y reactiva en los extremos del DSSC.
ΔQ	Vector de balance de potencia reactiva.
ΔX	Vector de corrección de variables de estado.
ΔS	Vector de desajuste de potencia nodal.
V	Vector de magnitudes de voltajes nodales de CA.
z	Vector de mediciones disponibles.
$h(.)$	Vector de mediciones estimadas.
e	Vector de errores aleatorios.
ϕ	Vector de variables correspondientes al DSSC.
x	Vector de variables de estado del sistema.
kV_{LL}	Voltaje base de línea a línea.
$\bar{E}_{cR}$	Voltaje complejo conectado en serie con la reactancia del transformador de acoplamiento.

- $\bar{E}_a$ Voltaje interno de referencia.
- $\bar{V}_k$ Voltaje nodal complejo en el nodo k .
- $\bar{V}_a$ Voltaje nodal complejo en la fase a .

Lista de publicaciones

Artículo de revista

1. E. A. Sánchez-Moctezuma, **L.J. Santander-Hernández**, M.F. Álvarez-Mendoza, C. Ángeles-Camacho, “Real-time analysis of the Impedance-Temperature Relationship in Electric Distribution Lines Using PMUs,” *Energies*, 2021.

Artículos de conferencia

1. **L.J. Santander-Hernández**, C. R. Fuerte-Esquivel and C. Ángeles-Camacho, “Incorporation of D-FACTS devices in the Mexican equivalent network,” *2020 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC)*, Ixtapa, México, 2020, pp. 1-6.
2. E. Sánchez, **L. J. Santander-Hernández**, C. Ángeles-Camacho, “Análisis de la relación Impedancia –Temperatura en tiempo real de líneas de distribución eléctrica mediante el uso de PMUs,” en *RVP-AI XXXI Reunión Internacional de Verano de Potencia, Aplicaciones Industriales y Exposición Industrial*, 2018.
3. E. Sánchez, **L. J. Santander-Hernández**, C. Ángeles-Camacho, “Obtención de la impedancia en tiempo real de líneas de distribución eléctrica mediante el uso de PMUs,” en *RVP-AI XXX Reunión Internacional de Verano de Potencia, Aplicaciones Industriales y Exposición Industrial*, 2017.

Capítulo 1

Introducción.

1.1 Introducción.

La Ley de la Industria Eléctrica (LIE) publicada en el año 2014 ha transformado radicalmente al sector eléctrico mexicano. La LIE tiene como finalidad promover el desarrollo sustentable de la industria eléctrica y garantizar su operación continua, eficiente y segura [S. Energía, 2021]. Asimismo, cuida el cumplimiento de las obligaciones del servicio público, de las energías limpias y promueve la reducción de emisiones contaminantes.

Por otra parte, el estado mexicano, a través de la Secretaría de Energía (SENER), los transportistas y los distribuidores pueden formar asociaciones o celebrar contratos con particulares para realizar, entre otros, el financiamiento, instalación, mantenimiento, gestión, operación y ampliación de la infraestructura eléctrica. Es importante mencionar que la transmisión y distribución de energía eléctrica es considerada como servicio público, y por esto reservada al estado mexicano. En este marco regulatorio es importante considerar el mejor uso de los recursos y que la infraestructura eléctrica existente debe contar con un plan de mantenimiento y expansión.

En este contexto, las redes generales de distribución se utilizan para suministrar energía eléctrica en las zonas rurales y urbanas, así como a los usuarios finales que usan la energía en actividades productivas, servicios públicos, privados y uso doméstico. Debido a las frecuentes fluctuaciones de la carga se presentan caídas de voltaje en líneas de distribución, lo cual se puede minimizar y erradicar con la implementación de compensación reactiva. En este sentido, los dispositivos de compensación distribuida conocidos como D-FACTS (*Distributed Flexible AC Transmission System*) ayudarán a incrementar la capacidad de transferencia eléctrica de la línea, y en general al sistema eléctrico, incrementarán la confiabilidad operativa, mejorarán la utilización de la infraestructura existente y reducirán el impacto medioambiental [Chawda et al., 2020].

1.2 Estado del arte.

1.2.1 Compensadores serie distribuidos.

En los últimos años ha crecido el interés por la optimización del comportamiento energético de los sistemas de transporte de energía eléctrica en México y en el mundo. El uso de tecnologías derivadas de la implementación de la electrónica de potencia en los sistemas de transmisión y distribución de energía eléctrica han impulsado el desarrollo de investigaciones en el tema [Harjeet, 2006]. En los siguientes párrafos se mencionan las más importantes de ellas.

En [Divan et al., 2004] hacen una revisión del compensador estático serie distribuido DSSC (por sus siglas en inglés, *distributed static series compensator*), tecnología perteneciente a los dispositivos D-FACTS, donde se menciona la ventaja de su instalación en líneas de transmisión de alta y extra alta tensión sin la necesidad de algún tipo de aislamiento. En esta referencia se describe el principio de operación de los dispositivos D-FACTS para modificar la reactancia de la línea de transmisión. Por último, se presentan los resultados de un prototipo experimental para controlar de una manera dinámica la impedancia de la línea permitiendo el control de flujo de potencia activa en la línea.

En [Harjeet, 2006] se presenta el concepto de conductor limitador de corriente (CLiC, *current limiting conductor*) consistente en módulos que se enganchan en la línea de transmisión para el control de la impedancia serie distribuida DSI (por sus siglas en inglés, *Distributed Series Impedance*). Cuando el CLiC detecta una sobrecarga, incrementa gradualmente la impedancia de la línea para enviar la corriente a otra línea y prevenir la sobrecarga térmica en la línea donde está instalado el equipo. La red resultante es vista como auto-gestionada, transfiriendo la corriente de las líneas sobrecargadas a las disponibles de forma automática, incrementando la capacidad de transferencia del sistema y mejorando su confiabilidad operativa ante condiciones de contingencia.

Posteriormente, en [Deepak y Harjeet, 2007] se introduce el concepto de D-FACTS como tecnología perteneciente a los sistemas de transmisión flexibles en AC (FACTS, *Flexible AC Transmission System*), la cual representa una alternativa del control de flujos de potencia con un costo-beneficio más atractivo. Se menciona la impedancia serie distribuida DSI (por sus

siglas en inglés) y el compensador serie estático distribuido DSSC (por sus siglas en inglés) que pueden, ya sea de forma estática o dinámica modificar la impedancia de la línea con la finalidad de controlar el flujo de potencia activa.

En [Rogers y Overbye, 2008] se analiza el impacto de instalar dispositivos D-FACTS estudiando sensibilidades lineales de variables del sistema como magnitud de voltaje, ángulo de voltaje, inyecciones de potencia en el bus, flujos de potencia de la línea y pérdidas de potencia real con respecto a la impedancia de la línea. Usando análisis de sensibilidades lineales, se pueden resolver problemas no lineales como minimización de pérdidas de potencia real y control de voltaje.

En [Amiri et al., 2008] se discute el diseño de un controlador FACTS distribuido que utiliza un inversor de doble puente como una alternativa para mejorar el costo beneficio del control de flujos de potencia real de la red. Se menciona que la relación es mejor comparada con los D-FACTS desarrollados hasta ese momento.

Dos años después, [Kakkar y Agarwal, 2010] hace una revisión de las tecnologías predominantes en FACTS y D-FACTS para mejorar el comportamiento del sistema eléctrico de potencia. Concluyendo que los controladores D-FACTS proporcionan una mayor confiabilidad y menor costo comparado con los dispositivos FACTS. Esto, debido a que los dispositivos D-FACTS pueden ser fabricados en masa debido a los componentes comerciales que utilizan, en contraste con los dispositivos FACTS en donde sus componentes dependen de las necesidades particulares de la red. Los dispositivos D-FACTS son enganchados directamente en el conductor de la línea por lo tanto no requieren aislamiento y espacio adicional en las subestaciones como en el caso de los dispositivos FACTS.

Por otro lado, [Debrup et al., 2010] mencionan que al convertir la red de transmisión en una red inteligente se facilitará la integración de generación de energía con fuentes renovables. Los conductores inteligentes como elemento importante en redes inteligentes son capaces de controlar el flujo de transferencia de potencia, lo que se traduce en reducción de inversión en nueva construcción necesaria para inclusión de energías renovables.

[Ren y Yu, 2010] revisa como la implementación de generación distribuida puede provocar pérdidas en la red de distribución, debido al crecimiento de aplicación de fuentes de energías renovables y no convencionales. Los dispositivos D-FACTS, con su capacidad de controlar

los flujos de potencia activa de la red, pueden ser una solución a este problema. Se utiliza el método de Montecarlo para simular la operación de generación distribuida y el método de sensibilidades para seleccionar la ubicación de los compensadores D-FACTS. Los resultados de las simulaciones proveen información importante en la aplicación de D-FACTS en sistemas de distribución con generación distribuida.

Los autores [Yuan et al., 2010] presentan el controlador de flujo de potencia distribuido (DPFC, *distributed power-flow controller*), el cual puede ser considerado como un controlador de flujo de potencia unificado (UPFC, *unified power flow controller*) sin la conexión de CD. La potencia activa que se intercambia entre el convertidor serie paralelo, se hace a través de las líneas de transmisión en la frecuencia de tercera armónica. Este dispositivo emplea la tecnología D-FACTS, al usar múltiples convertidores monofásicos de menor tamaño. Se presenta resultados experimentales con un prototipo.

En [Lokeswar y Vasu, 2012] se presenta el desarrollo del controlador de flujo de potencia distribuido (DPFC) el cual es derivado del controlador de flujo de potencia unificado (UPFC). Se modifica el UPFC para incrementar la confiabilidad del sistema y reducir costos. El DPFC controla la potencia activa y reactiva en la línea de transmisión.

Asimismo, [Mokhtari et al., 2013] mencionan la posible interacción que puede ocurrir entre el compensador serie estático distribuido (DSSC) y el compensador estático síncrono (STATCOM, *static synchronous compensator*) cuando ambos están conectados a la red eléctrica. Se implementa el arreglo de ganancia relativa modificada (MRGA, *modified relative gain array*) para analizar las interacciones en dos casos de estudio.

En [Kuntz y Smith, 2014] se menciona que, debido al monitoreo constante de la red con estimadores de estado, es necesario tener mediciones confiables. La implementación de dispositivos D-FACTS provocan alteraciones en la impedancia de la línea, lo que se puede interpretar como una perturbación. La idea es identificar la información falsa para poder tomar acciones de control correctas.

Por otro lado, en [Mehta et al., 2015] se describe el control óptimo de flujos de potencia con la implementación de los dispositivos (D-FACTS). En esta propuesta se utiliza la teoría de grafos y los resultados de flujos de potencia para determinar una estrategia de ubicación

de D-FACTS para reducir las pérdidas eléctricas y maximizar la capacidad de transferencia de potencia.

Conforme la tecnología de los dispositivos D-FACTS maduraba, surgieron retos relacionados con el sistema de comunicaciones usado en estos equipos, tales como los ciberataques, y la falsa detección de los mismos. En [B. Liu y H. Wu, 2020] se propone un algoritmo incorporado al estudio de estimación de estado con la intención de seleccionar la mejor ubicación de dispositivos D-FACTS, así como el menor número de controladores a ser instalados. Todo esto con el fin de reducir la falsa detección de ciberataques. Mientras que, [Parastvand et al., 2020] aborda el tema de las restricciones de ciberseguridad al incorporar dispositivos D-FACTS, basados en características topológicas de gráficos físicos de las redes de transmisión.

La creciente penetración de energías renovables de naturaleza intermitente ha generado interés en mejorar el transporte de energía eléctrica. En este sentido los dispositivos D-FACTS mejoran la calidad de potencia en presencia de este peculiar tipo de generación, tal como se explica en [Chawda et al., 2020].

1.2.2 Estimación de estado en redes de distribución eléctrica.

El estudio de estimación de estado en conjunto con sistemas de monitoreo como SCADA (del inglés, *Supervisory Control and Data Acquisition*) y equipos de medición, permite mejorar la operación y el control del sistema eléctrico. Existe una gran cantidad de investigaciones en el tema debido a la relevancia del mismo. En los siguientes párrafos se mencionan los más importantes de ellos.

En [Roytelman y Shahidehpour, 1993] se reportan los primeros estudios de estimación de estado aplicados a redes generales de distribución. Se hacen estudios de flujos de potencia para obtener condiciones iniciales, se analiza el caso de poca redundancia y se usan las mediciones de corriente en forma rectangular. Al método usado se llama el balanceo de corriente.

[Baran y Kelley, 1994] proponen un método de estimación de estado trifásico, el cual está basado en el método de mínimos cuadrados ponderados y la formulación convencional usada

para redes de transmisión que implica estimar magnitud y ángulos de voltaje en los buses. Se usan mediciones provenientes del sistema SCADA de voltaje y corriente. Para validar el método propuesto se usa la red de prueba de 34 buses del IEEE. Dado que las redes generales de distribución cuentan con pocos elementos de medición, la redundancia en las mediciones disminuye.

En [Lu et al., 1995] reportan un algoritmo de estimación de estado trifásico para redes generales de distribución utilizando el método de ecuaciones normales y un modelado de la red en el dominio de las fases. La estimación de estado se basa en corrientes de rama y usa coordenadas rectangulares para corrientes y voltajes. Los resultados mostraron que cuando se usan mediciones reales se obtienen menores desviaciones respecto a los resultados obtenidos del estudio de flujos de potencia. El método es validado con redes de 15, 30 y 60 buses.

En [Baran y Kelley, 1995] se propone una metodología más adecuada con las redes generales de distribución basado en corriente de rama, el cual es computacionalmente más eficiente que el estimador de estado convencional basado en voltajes nodales. Para validar el método propuesto se usa la red de prueba de 34 buses del IEEE, los resultados muestran rapidez en convergencia y menos recursos computacionales.

[Ghosh et al., 1997] presentan un algoritmo de estimación de estado que puede ser separado conceptualmente en dos partes: i) una determinística que calcula los valores esperados de los estados y, ii) una probabilística que calcula momentos de orden superior de los estados y varianzas específicas usando la parte determinística. Para validar el método se usó una red de prueba de 6 buses. Es importante mencionar que el modelo de las cargas se hace distribuido, lo que mejora el comportamiento del método.

En [Celik y Liu, 1999] se propone un método para estimación de estado aplicable sólo a redes radiales o poco malladas, sin detección de errores gruesos. El estudio se hace considerando pocas mediciones en tiempo real y pseudo-mediciones obtenidas de datos históricos de carga y de pronósticos. La red de prueba tiene 538 buses y a pesar del mal condicionamiento de la matriz los resultados son aceptables.

En [Pieri et al., 2015] se hacen estudios de estimación de estado usando la red de 13 buses del IEEE. Se asume que las cargas no tienen medidor por lo que se modelan como pseudo-mediciones. El conjunto de mediciones incluye mediciones reales en el alimentador y virtuales en los buses de inyección cero. Las mediciones reales se modelan agregando un ruido Gaussiano a los valores obtenidos de flujos de potencia trifásicos. La incertidumbre en las mediciones es de 3 % para flujos e inyecciones de potencia y del 4 % para magnitudes de corriente y voltaje, redundancia reportada de 1.846.

Por último, en [Huang et al. 2019] presentan un método de estimación de estado por intervalos en redes de baja tensión. La redundancia reportada en el artículo es la mínima necesaria para mantener la red en categoría de observable.

1.3 Justificación.

El crecimiento económico de algunas zonas geográficas ha traído consigo una creciente demanda de energía eléctrica en México, mientras que por otro lado la inversión en la infraestructura de la transmisión y distribución ha declinado, de acuerdo a los estudios realizados por la Comisión Federal de Electricidad (CFE), proyectado para los siguientes 10 años [S. Energía, 2021].

Como lo indica el PRODESEN 2020-2034 [S. Energía 2021], en las regiones de alta densidad de carga se presentan problemas para el control de voltaje, en especial el área metropolitana de Monterrey y la región del corredor industrial Querétaro- Guanajuato- San Luis Potosí. El área metropolitana de Monterrey y el corredor industrial del Bajío tienen un alto crecimiento de carga industrial del ramo automotriz y siderúrgico, observando requerimientos del control dinámico del voltaje y compensación de potencia reactiva MVar. Las cargas industriales de estas características pudieran generar alteraciones en la calidad del suministro de energía por las armónicas, parpadeos y desbalances de voltaje.

En este sentido, se ha establecido el programa de ampliación y modernización de las redes generales de distribución, el cual contempla acciones para incrementar la eficiencia de este servicio con altos estándares de seguridad, calidad y eficiencia. Además, se busca incorporar sistemas de vanguardia tecnológica para prestar el servicio de distribución de energía eléctrica, sin dejar de lado la implementación gradual de sistemas para la red eléctrica

inteligente (REI). En este contexto, los dispositivos D-FACTS deberán jugar un papel importante en las redes eléctricas inteligentes.

La implementación de la red eléctrica inteligente tiene como finalidad los siguientes puntos [S. Energía 2021]:

- Incorporar a las redes eléctricas la energía proveniente de fuentes de energía renovables y de la generación distribuida.
- Incrementar la flexibilidad, resiliencia, seguridad y confiabilidad del sistema eléctrico nacional.
- Mejorar la calidad del suministro de energía eléctrica y el servicio a los usuarios finales.
- Mejorar la eficiencia operativa del sistema eléctrico, con el fin de reducir costos.
- Coadyuvar para la operación eficiente del mercado energético mayorista (MEM).
- Disminuir las pérdidas técnicas de energía en el sistema eléctrico.

En el proceso de conducción y comercialización de la energía eléctrica se presentan pérdidas tanto técnicas (por efecto Joule), como no-técnicas por (acciones ilícitas). En los estudios de planificación de la red en México, se ha considerado el objetivo de reducción de pérdidas indicado en la estrategia nacional de energía, donde se establece como meta alcanzar un nivel global de pérdidas de energía del 8% al 2034. Entre las acciones implementadas destacan las modificaciones de los calibres de conductores en líneas de transmisión existentes; así mismo, en el caso de líneas nuevas se modificó el criterio para determinar el calibre de conductores en función de su factor de utilización.

Con la incorporación de líneas de transmisión nuevas, subestaciones y mejoras a redes generales de distribución, se han obtenido beneficios: liberación de capacidad instalada, uso racional de la energía, disminución en el consumo de energéticos, por lo tanto reducción de emisiones contaminantes.

En este sentido los dispositivos FACTS pueden realizar tareas como control de flujo de potencia para reducir los riesgos ante condiciones de emergencia por medio de la compensación reactiva con elementos estáticos. Otras aplicaciones de los dispositivos FACTS son el control de voltaje, mejora en la estabilidad, limitación de las corrientes de

corto circuito, entre otras aplicaciones relevantes [Gandoman et al., (2018)]. A pesar de la gran cantidad de ventajas que ofrecen los dispositivos FACTS basados en electrónica de potencia, estos no han tenido una importante penetración en el mercado, esto se debe a los altos costos de inversión, altos tiempos de entrega, y al hecho de que son hechos a la medida, es decir su fabricación depende de las necesidades particulares de la red en la que son instalados.

Es por este motivo que se propone la implementación de los sistemas flexibles de transmisión en corriente alterna distribuidos D-FACTS los cuales son dispositivos de control de flujo de potencia activa. Esta tecnología busca incorporar herramientas de electrónica de potencia para convertirlos en módulos pequeños, ligeros y constructivamente fáciles de ensamblar.

Los dispositivos D-FACTS son una mejora de los dispositivos convencionales FACTS, ya que tienen la habilidad de proveer compensación reactiva en ciertas zonas del sistema, donde sea más necesario. Estos dispositivos están sujetos de la línea de transmisión o distribución, según sea el caso. Otra característica importante de estos equipos es que se pueden fabricar para que se comuniquen con otros dispositivos o con el centro de control de manera inalámbrica. Resultando una opción más atractiva vista desde muchos aspectos técnicos. Entre las ventajas de estas tecnologías se tienen las siguientes:

- Menor costo de inversión que los equipos FACTS.
- Menores corrientes de falla, menores requerimientos de aislamiento.
- Los D-FACTS no requieren de mantenimiento los primeros 20 años.
- Los D-FACTS no requieren de personal capacitado para operación y control como en la mayoría de los FACTS.
- Cumplen funciones adicionales en el conductor al cual están enganchados como reducir las vibraciones debidas al viento, regular la temperatura del conductor limitando el flujo de corriente y estabilizar la flecha (garantizando distancias de seguridad a tierra).
- Reducción de impacto ambiental debido a su tamaño y geometría.
- Mejor velocidad de respuesta ante contingencias.

- Instalación rápida comparada con los FACTS dado que se pueden instalar en línea viva (conductor energizado).
- El hecho de que se puedan reproducir en masa baja considerablemente los costos y reduce en gran medida los tiempos de entrega.
- La redundancia masiva junto con la auto-recuperación hace al sistema altamente confiable.
- No se requiere de nueva infraestructura ya que se usa la existente.
- El sistema puede ser implementado de forma incremental con compatibilidad completa y puede ser actualizado de acuerdo a las necesidades tecnológicas y de los usuarios.

Como se puede observar de la lista anterior los dispositivos D-FACTS ofrecen ventajas económicas considerables en la gestión de energía, por tal motivo se estudiará y evaluará el impacto de este tipo de dispositivos en la operación estacionaria de sistemas eléctricos.

1.4 Objetivo principal.

El objetivo principal de este trabajo es el desarrollo, modelado y simulación de compensadores serie distribuidos y elementos de sistemas eléctricos, que permitan evaluar su impacto en redes eléctricas de distribución polifásicas.

1.4.1 Objetivos específicos.

- Expandir los conocimientos en tecnología de compensación reactiva distribuida (D-FACTS) y su aplicación en redes generales de distribución.
- Modelar y analizar redes de distribución eléctrica en estado estacionario.
- Desarrollar modelos en estado estacionario de compensadores serie distribuidos a partir de su principio de funcionamiento en sistemas de transmisión y distribución.
- Incorporación de los modelos desarrollados en un software para estudios de flujos de potencia, con un énfasis especial en una red de media tensión real.

- Desarrollar modelos en estado estacionario de compensadores serie distribuidos a partir de su principio de funcionamiento en sistemas de distribución para hacer estudios de estimación de estado.
- Validación de casos de estudio en redes de distribución para control de flujo de potencia activa.

1.5 Contribuciones principales.

Las principales contribuciones de este trabajo de tesis se enlistan a continuación.

- Modelado y análisis de redes generales de distribución en estado estacionario.
- Implementación y validación del modelo equivalente monofásico de los elementos en redes polifásicas desbalanceadas.
- Implementación de un programa de flujos de potencia que incorpora tres tecnologías de dispositivos D-FACTS: DSI, DSR y DSSC aplicadas a redes de transmisión lo que brinda la posibilidad de seleccionar la herramienta específica en función de las características de respuesta y necesidades de los equipos.
- Simulación de la red equivalente mexicana de 190 buses con la incorporación de dispositivos D-FACTS en el estudio de flujos de potencia.
- Simulación de la red de media tensión de la UNAM con la incorporación de dispositivos D-FACTS en el estudio de flujos de potencia.
- Implementación de un estimador de estado para redes de distribución eléctrica que incorpora dispositivos D-FACTS.
- Simulación de la red de media tensión de la UNAM con la incorporación de tres diferentes tecnologías de dispositivos D-FACTS en el estudio de estimación de estado.

1.6 Metodología.

La metodología que se empleó en el desarrollo de este trabajo de tesis es descrita a continuación:

- Se realizó una revisión completa de trabajos anteriores de flujos de potencia y estimación de estado en redes de distribución con la incorporación de dispositivos D-FACTS.
- Se realizó una revisión del funcionamiento y topologías de las redes generales de distribución eléctrica.
- Se desarrollaron modelos matemáticos en estado estacionario para los compensadores serie DSI, DSR y DSSC y se incluyeron en un programa de simulación para hacer estudios de flujos de potencia.
- Se incorporaron los modelos matemáticos desarrollados de los dispositivos D-FACTS en un programa para hacer estudios de estimación de estado en estado estacionario.
- Se realizaron simulaciones de flujos de potencia y estimación de estado en redes de transmisión eléctrica, y posteriormente a redes en nivel distribución con especial énfasis en la red de media tensión de la UNAM.

1.7 Contenido de la tesis

La presente tesis se organiza en 5 capítulos. A continuación, se describen brevemente cada uno de estos capítulos:

El Capítulo 2 presenta los modelos usados para representar las redes de distribución eléctrica polifásicas en el marco monofásico, además se muestra un estudio detallado de la relación de la impedancia y la temperatura en redes de distribución eléctrica usando una implementación experimental.

El Capítulo 3 presenta los modelos matemáticos desarrollados en estado estacionario de tres diferentes tecnologías de dispositivos D-FACTS. Estos modelos son aplicados en estudios de flujos de potencia. Se realizan simulaciones de la incorporación de cada uno de los modelos desarrollados en la red equivalente mexicana de 190 buses a nivel de transmisión. Posteriormente se hacen simulaciones de la incorporación de los dispositivos D-FACTS en la red de media tensión de la UNAM.

En el Capítulo 4 se presenta un enfoque generalizado para realizar estudios de estimación de estado de sistemas de distribución polifásicos desbalanceados utilizando herramientas

computacionales desarrolladas en el marco de secuencia positiva. Se presentan los modelos matemáticos desarrollados de tres diferentes tecnologías de compensación serie distribuida. Se presentan los resultados de la simulación de la red de media tensión de la UNAM incluyendo dispositivos D-FACTS en el contexto de estimación de estado estacionario.

Finalmente, en el Capítulo 5 se presentan las conclusiones generales de este trabajo de investigación y las sugerencias sobre áreas relacionadas que requieren mayor investigación.

Capítulo 2

Modelado y análisis de la red de distribución en estado estacionario

2.1 Introducción.

El análisis en estado estacionario en redes de distribución se basa en el estudio de flujos de potencia. Este análisis se enfoca en la obtención de las magnitudes y ángulos de voltaje nodales con base en los modelos paramétricos de los componentes que integran la red de distribución, así como los valores conocidos de generación y demanda nodal de potencia eléctrica. Con base en los resultados de voltajes nodales, es posible obtener de manera directa los flujos de potencia activa y reactiva inyectados en terminales de cada uno de los componentes eléctricos considerados en el estudio. En esencia, la solución de flujos de potencia es capaz de calcular el estado operativo del sistema en estado estacionario.

La formulación matemática de análisis de flujos de potencia se basa en las ecuaciones de balance de potencia nodal que estipulan que la generación, la carga y las potencias intercambiadas a través de los elementos de transmisión deben sumar cero. Por este motivo, el modelo matemático de los elementos de la red juega un papel importante en este estudio. Cuando se habla de redes de distribución eléctrica se deben considerar características inherentes a este tipo de redes, por ejemplo, el hecho de que son generalmente líneas más cortas, sin transposición y con valores de la relación R/X altos. El desbalance de las fases y la estructura topológica de carácter radial, añade cierta complejidad a su estudio.

En este capítulo, se presenta inicialmente la formulación general del análisis de flujos de potencia en secuencia positiva, para posteriormente desarrollar modelos equivalentes de los componentes polifásicos de la red eléctrica. Con el desarrollo de estos modelos es posible utilizar de manera directa la formulación de flujos de secuencia positiva para determinar la condición operativa en estado estacionario de una red eléctrica de distribución, lo cual se demuestra numéricamente comparando los resultados obtenidos por el método propuesto con

aquellos dados por la aplicación de un software comercial. Adicionalmente, se presenta un análisis de la relación de impedancia-temperatura en líneas de distribución, comparando una red real con su modelado en un software comercial.

2.2 Formulación del problema de flujos de potencia.

Los estudios de flujos de potencia en redes de secuencia positiva asumen las siguientes consideraciones,

- El sistema opera en condiciones balanceadas.
- El análisis se realiza en sistema en por unidad, donde se eligen una sola base de voltaje y potencia para toda la red.
- Se conocen las impedancias de los componentes de la red, las potencias de carga y generación, incluso en algunos nodos se podrían conocer voltajes de operación, por lo que se establecen ecuaciones de red basadas en esta información. Estas ecuaciones se denominan ecuaciones de balance de potencia, y por ser no lineales, se emplean métodos iterativos para su solución.

El objetivo del estudio de los flujos de potencia es determinar las magnitudes de voltaje y ángulos de fase nodales del sistema, así como calcular el flujo de potencia inyectado en las terminales de los elementos que conforman la red eléctrica. Se consideran tres tipos de buses en la red: i) Los buses PV, que están conectados a generadores y controlan su voltaje y la potencia activa inyectada; la potencia reactiva inyectada controla su correspondiente magnitud de voltaje nodal; ii) Las potencias activa y reactiva se especifican en un bus PQ y, por último, iii) en el bus de compensación se especifican la magnitud y el ángulo de voltaje.

El problema del cálculo de flujos de potencia se formula con base en el concepto de balance de potencia nodal. La ecuación de potencia compleja inyectada en el bus k -ésimo es,

$$\bar{S}_k = P_k + jQ_k \quad (2.1)$$

La admitancia $\bar{Y}_{km}$ de un componente conectado entre un nodo k y otro nodo m es conocida, mientras que los voltajes nodales $\bar{V}_k$ se asumen desconocidos. Si se inyecta una corriente $\bar{I}_k$

al bus se puede obtener la siguiente expresión para la potencia compleja inyectada en el bus k ,

$$\bar{V}_k \bar{I}_k^* = \bar{V}_k \left(\sum_{m=1}^n \bar{V}_m^* \bar{Y}_{km}^* \right) \quad (2.2)$$

Donde n es el número de líneas conectadas en el bus k . Si se expresa la ecuación (2.2) en forma compleja considerando que $\bar{Y}_{km} = G_{km} + jB_{km}$, y se separan en su componente real e imaginaria, se obtienen las ecuaciones para la potencia activa y reactiva inyectadas en el nodo k , que fluye por el sistema de transmisión.

$$P_k^{cal} = V_k \sum_{m=1}^n (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km}) V_m \quad (2.3)$$

$$Q_k^{cal} = V_k \sum_{m=1}^n (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km}) V_m \quad (2.4)$$

donde,

$$\theta_{km} = \theta_k - \theta_m \quad (2.5)$$

Las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva en el nodo k son representadas por:

$$\Delta P_k = P_k^{Gen} - P_k^L - P_k^{cal} = 0 \quad (2.6)$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{Gen} - Q_k^L - Q_k^{cal} = 0 \quad (2.7)$$

Donde P_k^{Gen} y Q_k^{Gen} son la potencia activa y reactiva generada en el nodo k respectivamente, P_k^L y Q_k^L son la potencia activa y reactiva demandada en el nodo k respectivamente, P_k^{cal} y Q_k^{cal} son la potencia activa y reactiva inyectada en el nodo k por el sistema de transmisión respectivamente. La Figura 2.1 muestra de forma esquemática el nodo k y todas las potencias asociadas a ese nodo, como las potencias activas y reactivas generadas, demandadas y del sistema de transmisión.

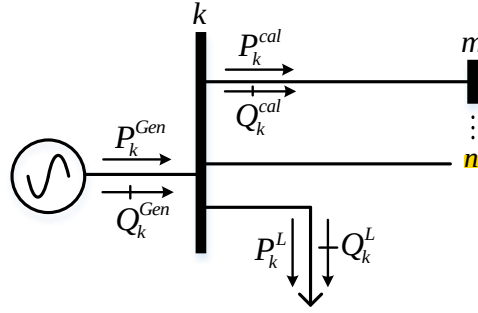


Figura 2.1. Diagrama esquemático de las potencias asociadas al nodo k .

Las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva del sistema de transmisión se pueden expresar como,

$$\Delta P = 0 \quad (2.8)$$

$$\Delta Q = 0 \quad (2.9)$$

Para resolver el conjunto de ecuaciones representado por las ecuaciones (2.8) y (2.9) se debe usar un algoritmo numérico para la solución de sistemas de ecuaciones no lineales. El método de Newton-Raphson es el método más usado para resolver el conjunto de ecuaciones de balance de potencia. El método comienza asignando valores iniciales a las variables de estado, es decir las magnitudes y ángulos de fase de voltajes nodales.

2.2.1 Algoritmo de Newton-Raphson.

El sistema de ecuaciones a resolver con el algoritmo de Newton-Raphson se expresa en forma matricial como

$$\Delta S = J \cdot \Delta X \quad (2.10)$$

Donde ΔS corresponde al desajuste de potencia nodal, planteado en (2.8) y (2.9); J es la matriz Jacobiana del sistema; ΔX es el vector de corrección de las variables de estado (magnitud y ángulos de fase nodales). El sistema de ecuaciones linealizado representado por (2.10) se puede expresar para la iteración i como,

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix}^{(i)} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta \mathbf{P}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial \Delta \mathbf{P}}{\partial \mathbf{V}} \\ \frac{\partial \Delta \mathbf{Q}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \frac{\partial \Delta \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}} \end{bmatrix}^{(i)} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix}^{(i)} \quad (2.11)$$

Las variables de estado de la iteración $i+1$ se actualizan con los resultados de la iteración i a medida que se avanza en el proceso iterativo, tal como se muestra en la siguiente ecuación.

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix}^{(i+1)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix}^{(i)} + \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix}^{(i)} \quad (2.12)$$

El método continuará hasta que el máximo valor absoluto del vector de corrección de las variables de estado se encuentre por debajo de una tolerancia preestablecida para las variables de estado, es decir $\max(|\Delta \mathbf{X}|) \leq \varepsilon$. Donde ε es una cantidad de valor pequeño y positivo.

Resumen del algoritmo,

1. Inicializar voltajes con perfil plano o usar la condición inicial de algún caso anterior.
2. Calcular $\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \end{bmatrix}$, así como los términos del Jacobiano. Si todos los componentes de este vector son menores que ε detener el proceso. En caso contrario, continuar.
3. Obtener $\begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \mathbf{V} \end{bmatrix}$ resolviendo el sistema.
4. Actualizar $\begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix}$ y volver al paso 2.

2.3 Modelos equivalentes.

Una red eléctrica de distribución polifásica se puede representar mediante una red equivalente, donde los elementos polifásicos mutuamente acoplados son modelados como impedancias desacopladas electromagnéticamente [Peralta et al. 2008]. Dado que, esta representación no añade nuevos buses y mantiene la misma estructura topológica de la red original, se ha seleccionado en esta tesis para representar las redes de distribución eléctrica polifásicas.

2.3.1 Modelo de línea trifásica de distribución.

En el caso de líneas de transmisión cortas (menores a 50 km de longitud), la capacitancia usualmente se desprecia, y la línea de transmisión puede ser tratada como una impedancia constante. Conforme la longitud y el voltaje de la línea aumentan, la consideración de la línea corta genera resultados inexactos, por este motivo la admitancia en paralelo es agrupada en dos puntos de la línea y se representa formando una red π .

Las redes de distribución presentan un conjunto de segmentos de líneas de distribución aérea y subterránea, por lo que su modelado es un paso crucial en el análisis de un alimentador de distribución. En el modelo es importante incluir la secuencia de fases actual y el correcto espaciamiento entre conductores para calcular los parámetros de las líneas de distribución.

Para ejemplificar el modelado de líneas de distribución aéreas considere el caso de una sección de línea trifásica conectada entre dos buses denotados por k y m , tres conductores monofásicos, sin transposición, como se muestra en la Figura 2.2.

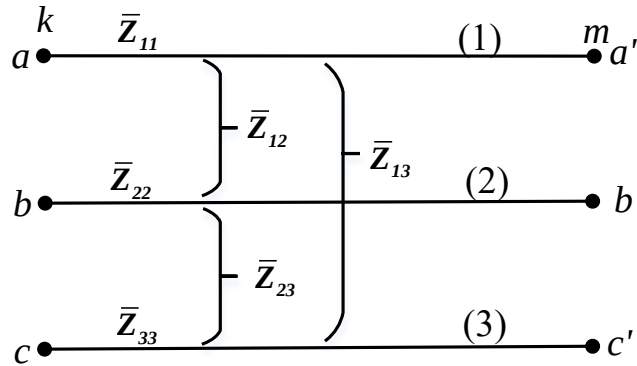


Figura 2.2. Segmento de línea trifásica con sus acoplamientos electromagnéticos.

La matriz de impedancia primitiva $\bar{Z}_{PR}$ contiene en sus elementos diagonales las impedancias propias de cada fase de la línea mientras que en sus elementos fuera de la diagonal se componen de las impedancias mutuas entre cada par de fases de la línea. La matriz $\bar{Z}_{PR}$ se asume conocida y se puede expresar como,

$$\bar{\mathbf{Z}}_{PR} = \begin{array}{c|ccc} & (1) & (2) & (3) \\ \hline (1) & \bar{Z}_{11} & \bar{Z}_{12} & \bar{Z}_{13} \\ (2) & \bar{Z}_{12} & \bar{Z}_{22} & \bar{Z}_{23} \\ (3) & \bar{Z}_{13} & \bar{Z}_{23} & \bar{Z}_{33} \end{array} \quad (2.13)$$

Mientras que la matriz de admitancia primitiva $\bar{\mathbf{Y}}_{PR}$ se obtiene al invertir la matriz $\bar{\mathbf{Z}}_{PR}$ y se puede expresar como,

$$\bar{\mathbf{Y}}_{PR} = \begin{array}{c|ccc} & (1) & (2) & (3) \\ \hline (1) & \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{13} \\ (2) & \bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{22} & \bar{Y}_{23} \\ (3) & \bar{Y}_{13} & \bar{Y}_{23} & \bar{Y}_{33} \end{array} \quad (2.14)$$

La matriz de admitancia nodal de la red se puede expresar por una multiplicación de matrices tal como se indica en [Smolleck et al., 1990],

$$\bar{\mathbf{Y}}_{bus} = \mathbf{N}^T \bar{\mathbf{Y}}_{PR} \mathbf{N} \quad (2.15)$$

donde $\mathbf{N}$ es la matriz de incidencia nodo-bus. Si consideramos el caso de 6 nodos y 3 buses de la Figura 2.2 la $\bar{\mathbf{Y}}_{bus}$ se calcula de la siguiente forma,

$$\bar{\mathbf{Y}}_{bus} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{13} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{13} \\ \bar{Y}_{31} & \bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Si se resuelve la multiplicación de matrices indicada en (2.16) se obtiene,

$$\bar{Y}_{bus} = \begin{array}{c|cccccc} & a & a' & b & b' & c & c' \\ \hline a & \bar{Y}_{11} & -\bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & -\bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{13} & -\bar{Y}_{13} \\ a' & -\bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{11} & -\bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{12} & -\bar{Y}_{13} & \bar{Y}_{13} \\ b & \bar{Y}_{12} & -\bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{22} & -\bar{Y}_{22} & \bar{Y}_{23} & -\bar{Y}_{23} \\ b' & -\bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{12} & -\bar{Y}_{22} & \bar{Y}_{22} & -\bar{Y}_{23} & \bar{Y}_{23} \\ c & \bar{Y}_{13} & -\bar{Y}_{13} & \bar{Y}_{23} & -\bar{Y}_{23} & \bar{Y}_{33} & -\bar{Y}_{33} \\ c' & -\bar{Y}_{13} & \bar{Y}_{13} & -\bar{Y}_{23} & \bar{Y}_{23} & -\bar{Y}_{33} & \bar{Y}_{33} \end{array} \quad (2.17)$$

El modelo equivalente de la línea trifásica mostrada en la Figura 2.2 es representado en la Figura 2.3, el cual se obtiene a partir de la matriz de admitancia nodal representada por la ecuación (2.17).

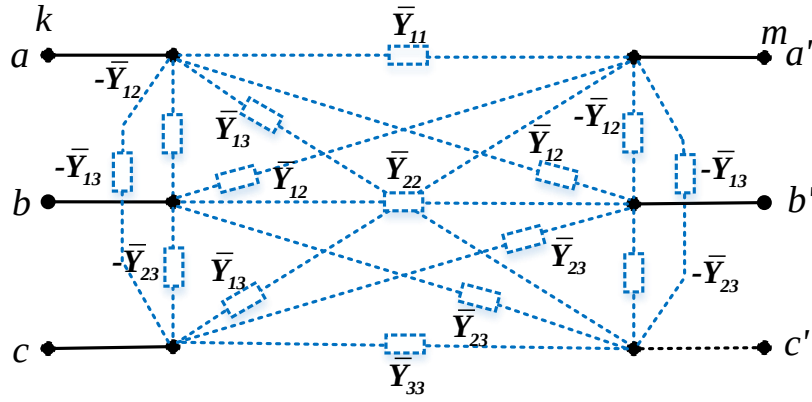


Figura 2.3. Equivalente de línea trifásica.

Usando el modelo equivalente mostrado en la ecuación (2.17), e incluyendo los elementos capacitivos se obtiene el modelo π de una línea trifásica, tal como se muestra en la Figura 2.4.

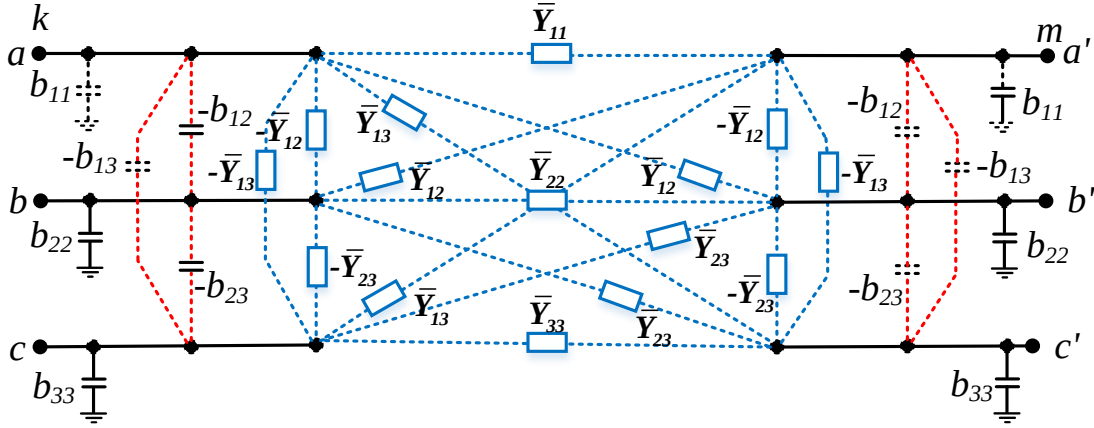


Figura 2.4. Modelo equivalente de línea trifásica incluyendo inductancias propias y mutuas.

El modelo de la Figura 2.4 representa 21 elementos de transmisión monofásicos. Quince enlaces ficticios representan las admitancias serie primitivas, indicadas en líneas azules punteadas, y seis componentes ficticios asociados con los acoplamientos capacitivos indicados por líneas punteadas rojas. Las seis inductancias mutuas ficticias pueden estar en paralelo con las seis capacitancias mutuas para reducir el número de líneas a 15 [Smolleck et al. 1990]. El modelo de la Figura 2.4 puede representar una línea bifásica o monofásica omitiendo las fases correspondientes. La Figura 2.5 muestra a) el modelo bifásico de la línea, mientras que b) muestra el modelo monofásico. Las matrices de admitancia nodal correspondientes son las siguientes,

$$\bar{Y}_{bus} = \begin{array}{c|cccc} & a & a' & b & b' \\ \hline a & \bar{Y}_{11} & -\bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & -\bar{Y}_{12} \\ a' & -\bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{11} & -\bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{12} \\ b & \bar{Y}_{12} & -\bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{22} & -\bar{Y}_{22} \\ b' & -\bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{12} & -\bar{Y}_{22} & \bar{Y}_{22} \end{array} \quad (2.18)$$

$$\bar{Y}_{bus} = \bar{Y}_{11} \quad (2.19)$$

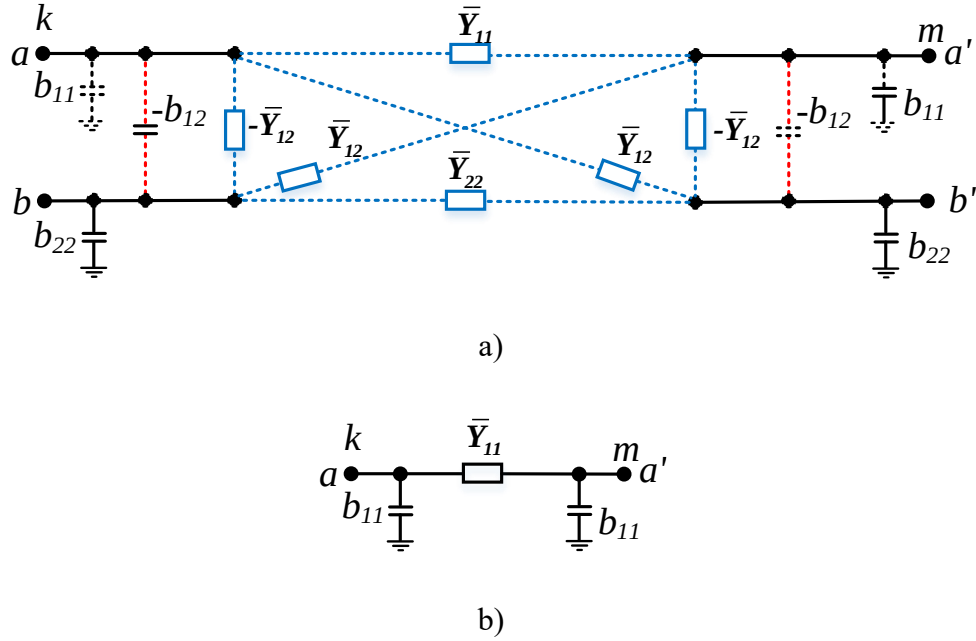


Figura 2.5. a) Modelo de línea bifásica. b) Modelo de línea monofásica.

Cabe mencionar que los enlaces ficticios generados a partir de la representación equivalente representan fenómenos físicos reales tales como los acoplamientos electromagnéticos en las fases.

2.3.2 Modelo de reguladores y transformadores.

El modelo matemático de los transformadores trifásicos se puede representar por tres transformadores monofásicos idénticos que se diferencian por el tipo de conexión entre las fases que se componen de bobinas primarias y secundarias, respectivamente [Chen et al., 1991]. Con base en esta premisa, existe una matriz de conexión característica tal como se indica en la Tabla 2.1 [Chen et al., 1991]. Las ramas de magnetización son ignoradas.

Tabla 2.1. Sub-matrices características usadas para formar la matriz de admitancia de un transformador trifásico.

Conexión de transformador		Admitancia propia		Admitancia mutua	
Bus k	Bus m	$\bar{Y}_{kk}$	$\bar{Y}_{mm}$	$\bar{Y}_{km}$	$\bar{Y}_{mk}$
Y aterrizada	Y aterrizada	$\bar{Y}_i$	$\bar{Y}_i$	$-\bar{Y}_i$	$-\bar{Y}_i$
Y aterrizada	Y	$\bar{Y}_{ii}$	$\bar{Y}_{ii}$	$-\bar{Y}_{ii}$	$-\bar{Y}_{ii}$
Y aterrizada	Δ	$\bar{Y}_i$	$\bar{Y}_{ii}$	$\bar{Y}_{iii}$	$\bar{Y}_{iii}^T$
Y	Y aterrizada	$\bar{Y}_{ii}$	$\bar{Y}_{ii}$	$-\bar{Y}_{ii}$	$-\bar{Y}_{ii}$
Y	Y	$\bar{Y}_{ii}$	$\bar{Y}_{ii}$	$-\bar{Y}_{ii}$	$-\bar{Y}_{ii}$
Y	Δ	$\bar{Y}_{ii}$	$\bar{Y}_{ii}$	$\bar{Y}_{iii}$	$\bar{Y}_{iii}^T$
Δ	Y aterrizada	$\bar{Y}_{ii}$	$\bar{Y}_i$	$\bar{Y}_{iii}^T$	$\bar{Y}_{iii}$
Δ	Y	$\bar{Y}_{ii}$	$\bar{Y}_{ii}$	$\bar{Y}_{ii}^T$	$\bar{Y}_{iii}$
Δ	Δ	$\bar{Y}_{ii}$	$\bar{Y}_{ii}$	$-\bar{Y}_{ii}$	$-\bar{Y}_{ii}$

donde,

$$\bar{Y}_i = \begin{bmatrix} \bar{y}_t & 0 & 0 \\ 0 & \bar{y}_t & 0 \\ 0 & 0 & \bar{y}_t \end{bmatrix}; \bar{Y}_{ii} = \begin{bmatrix} 2\bar{y}_t & -\bar{y}_t & -\bar{y}_t \\ -\bar{y}_t & 2\bar{y}_t & -\bar{y}_t \\ -\bar{y}_t & -\bar{y}_t & 2\bar{y}_t \end{bmatrix}; \bar{Y}_{iii} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -\bar{y}_t & \bar{y}_t & 0 \\ 0 & -\bar{y}_t & \bar{y}_t \\ \bar{y}_t & 0 & -\bar{y}_t \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Así, $\bar{y}_t$ es la admitancia de corto circuito del transformador en por unidad.

El circuito equivalente resultante para un transformador en conexión Δ -Y aterrizada se muestra en la Figura 2.6.

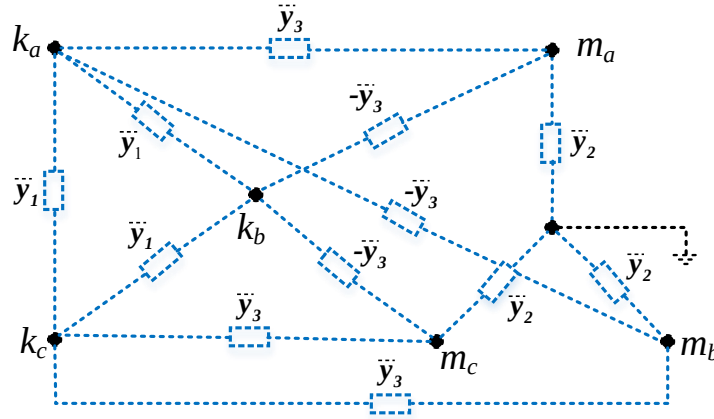


Figura 2.6. Circuito equivalente de un transformador Δ -Y aterrizada.

Los elementos $\bar{y}_1$, $\bar{y}_2$ y $\bar{y}_3$ de la Figura 2.6 se calculan de la siguiente manera,

$$\bar{y}_1 = \frac{\bar{y}_t}{3\alpha^2}, \bar{y}_2 = \frac{\bar{y}_t}{\beta^2}, \bar{y}_3 = \frac{\bar{y}_t}{\sqrt{3}\alpha\beta} \quad (2.21)$$

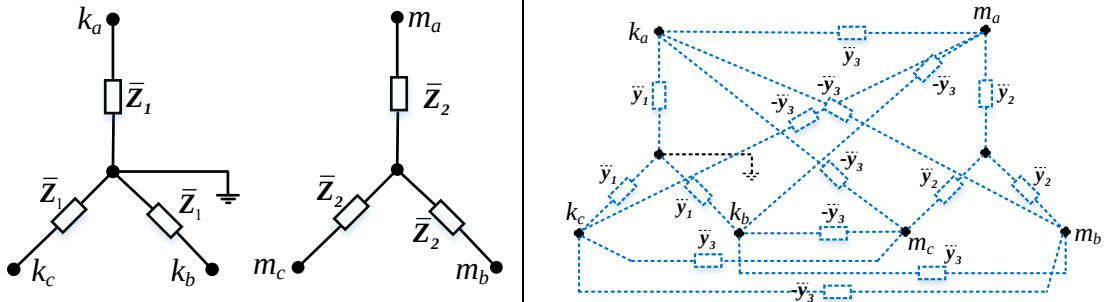
Los parámetros α y β representan el tap fuera del nominal en el lado primario y secundario del transformador, respectivamente. Por lo tanto, la razón α/β corresponde a la relación de transformación.

El modelo de los reguladores de voltaje es análogo al modelo de los transformadores con cambiadores de tap bajo carga. En la Tabla 2.2 se muestran los modelos equivalentes para las diferentes conexiones de transformador enlistados en la Tabla 2.1.

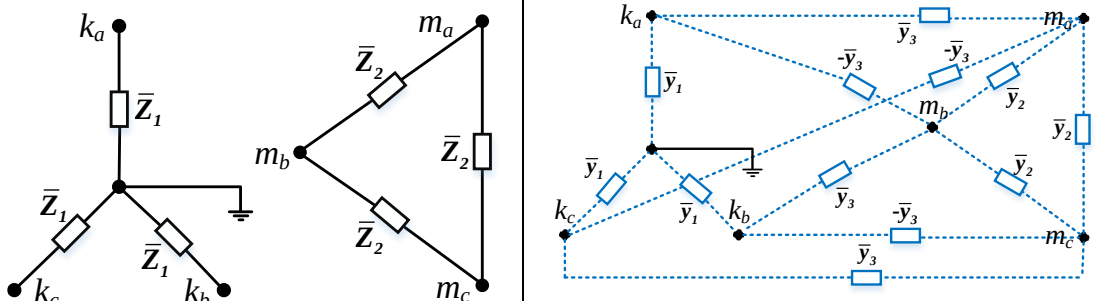
Tabla 2.2. Modelos equivalentes de transformadores trifásicos.

Conexión de transformador	Circuito equivalente
Estrella aterrizada-Estrella aterrizada	

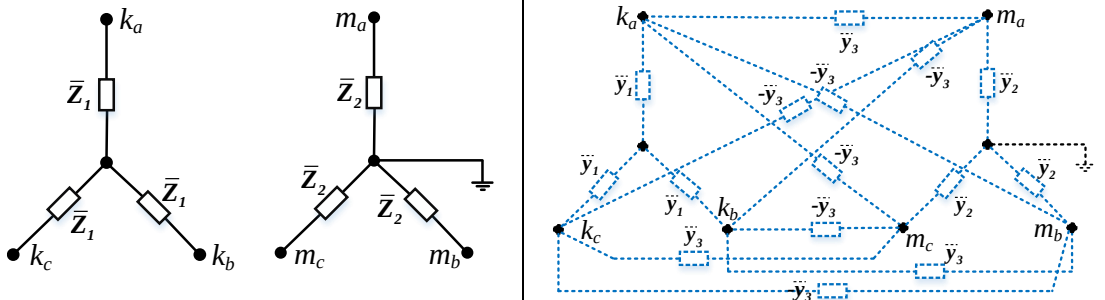
Estrella aterrizada - Estrella



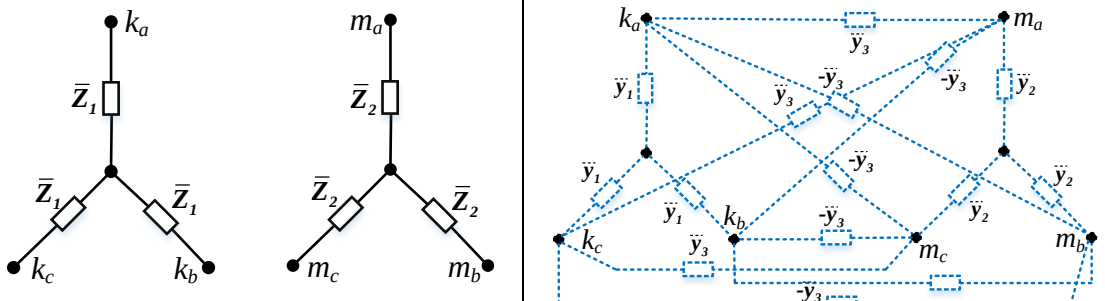
Estrella aterrizada - Delta



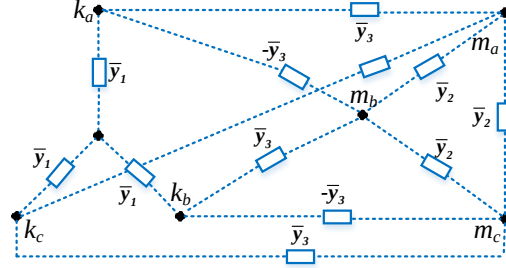
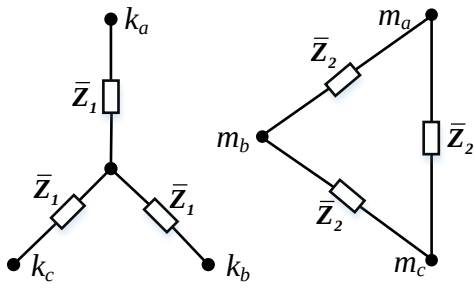
Estrella - Estrella aterrizada



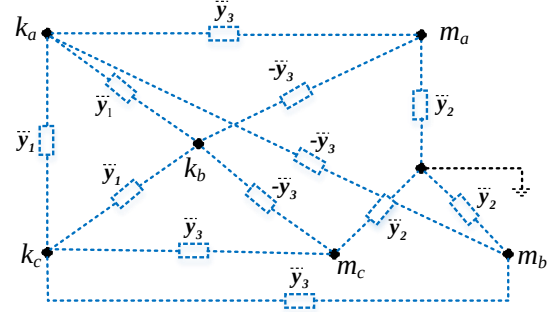
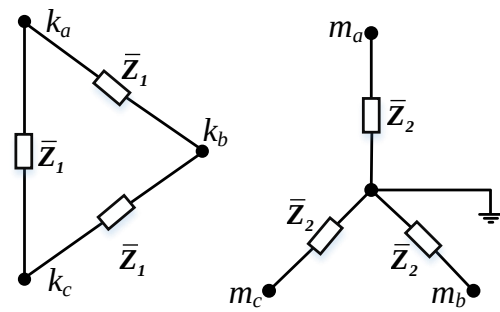
Estrella - Estrella



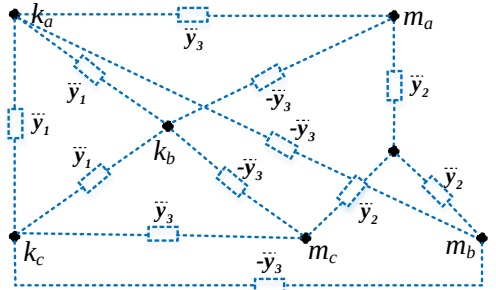
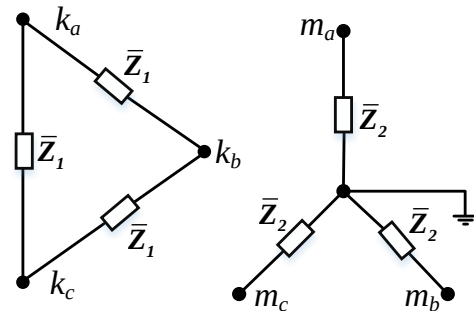
Estrella - Delta



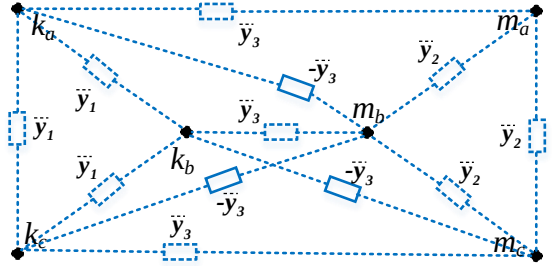
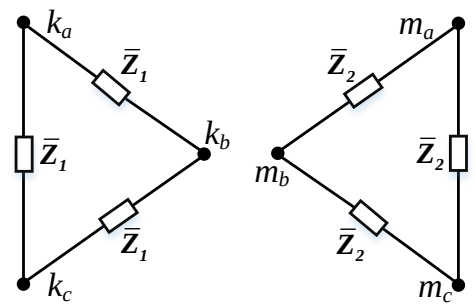
Delta - Estrella aterrizada



Delta - Estrella



Delta - Delta



2.3.3 Modelo de generadores y motores de inducción.

El generador síncrono se modela usando tres generadores cuyas impedancias internas son cero [Peralta et al., 2008]. La matriz de impedancia acoplada interna es representada por $\mathbf{Y}_{bus}^G$, tal como se muestra en la Figura 2.7. El voltaje de referencia será el voltaje en la fase a, y la magnitud de voltaje interno E_a será calculado de manera iterativa.

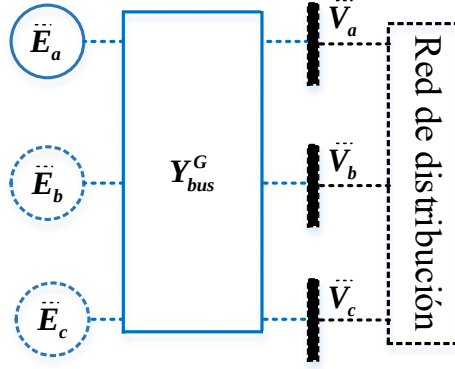


Figura 2.7. Circuito equivalente del generador síncrono.

2.3.4 Modelo de cargas y compensación reactiva con capacitores.

La carga en los alimentadores de distribución se puede conectar en estrella o delta. Estas pueden ser trifásicas, bifásicas o monofásicas con algún grado de desbalance y se pueden modelar como:

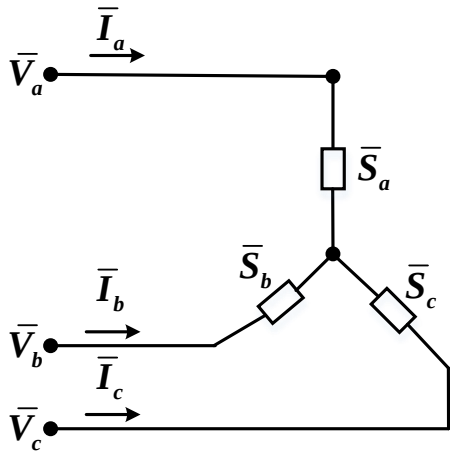
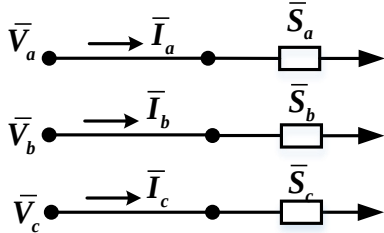
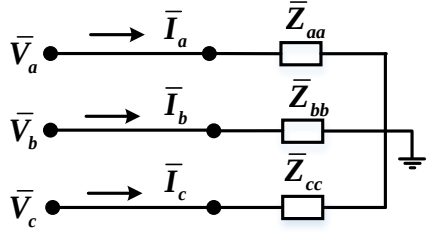
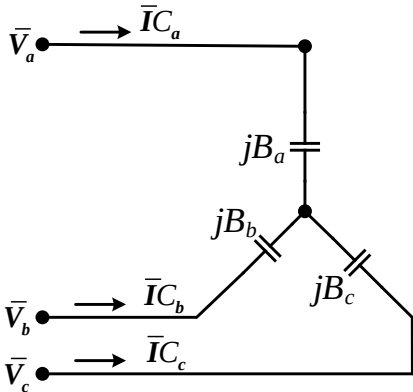
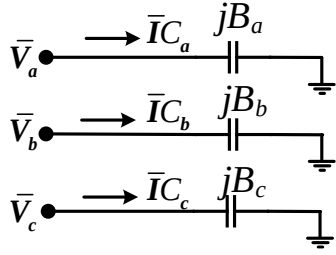
- Potencia activa y reactiva constante.
- Corriente constante.
- Impedancia constante.
- Alguna combinación de las anteriores.

Si se considera el caso de admitancia constante o una carga PQ solo se debe considerar la estructura topológica de la red, de manera que represente como está conectada la carga [Peralta et al., 2008].

Este modelo también es aplicable para representar compensación reactiva en derivación, en el que se usan frecuentemente capacitores. Las matrices de admitancia correspondientes

se incluyen directamente en el matriz $\bar{Y}_{bus}$. En la Tabla 2.3 se ejemplifica de manera esquemática la conexión de carga en modelo de impedancia constante y el modelo de potencia constante, este último con su conexión a tierra infinita. También se puede apreciar la representación de un banco de capacitores conectado en estrella, el cual se representa agregando capacitores en derivación en cada una de las fases.

Tabla 2.3. Modelos equivalentes de carga y capacitores.

Carga conectada en estrella.	
	 Modelo de potencia constante.  Modelo de impedancia constante.
Banco de capacitores conectado en estrella.	
	 Modelo de capacitores en derivación.

2.3.5 Modelo de buses neutros y tierra.

En los métodos convencionales de flujos de potencia no se incluyen de manera explícita los buses neutros, ya que se asumen modelos trifásicos balanceados [Peralta et al., 2008]. En las redes de distribución, existen buses neutros y tierra, comúnmente en cargas monofásicas de fase a neutro, transformadores con conexión estrella aterrizada y generadores. Es por esto que es necesario representarlos de manera explícita en las redes de distribución. Con la intención de representar los nodos neutros y tierra equivalentes se considerarán como líneas con valores de impedancias muy altas. La forma de representar la referencia de voltaje cero es añadiendo un bus PV en cada uno de los puntos de tierra cuyos valores de potencia o voltaje se especifican como cero.

2.4 Validación del modelo matemático equivalente

La red de prueba de 4 buses de IEEE [IEEE PES, 2021] se usó para verificar la transformación de la red trifásica a su equivalente. En la Figura 2.8 se muestra el diagrama unifilar de la red.

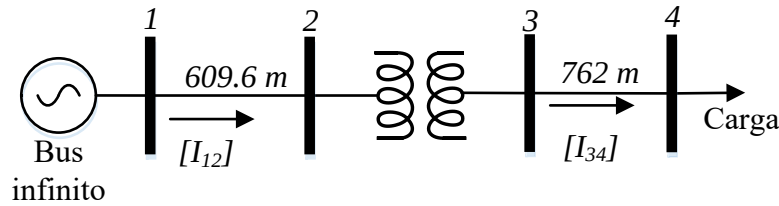


Figura 2.8. Red de prueba de 4 buses del IEEE.

Considere la línea trifásica desbalanceada que conecta los buses 1 y 2 de la Figura 2.8. Se transforma en su modelo equivalente, ejemplificada por la Figura 2.3. La matriz de admitancia primitiva equivalente con base en la ecuación (2.17) queda de la siguiente forma,

$$\bar{\mathbf{Y}}_{prim} = \begin{bmatrix} 1.2845 - 2.6635i & -0.6240 + 0.9141i & -0.2252 + 0.5940i \\ -0.6240 + 0.9141i & 1.4367 - 2.7601i & -0.3824 + 0.7250i \\ -0.2252 + 0.5940i & -0.3824 + 0.7250i & 1.1542 - 2.5709i \\ -1.2845 + 2.6635i & 0.6240 - 0.9141i & 0.2252 - 0.5940i \\ 0.6240 - 0.9141i & -1.4367 + 2.7601i & 0.3824 - 0.7250i \\ 0.2252 - 0.5940i & 0.3824 - 0.7250i & -1.1542 + 2.5709i \\ -1.2845 + 2.6635i & 0.6240 - 0.9141i & 0.2252 - 0.5940i \\ 0.6240 - 0.9141i & -1.4367 + 2.7601i & 0.3824 - 0.7250i \\ 0.2252 - 0.5940i & 0.3824 - 0.7250i & -1.1542 + 2.5709i \\ 1.2845 - 2.6635i & -0.6240 + 0.9141i & -0.2252 + 0.5940i \\ -0.6240 + 0.9141i & 1.4367 - 2.7601i & -0.3824 + 0.7250i \\ -0.2252 + 0.5940i & -0.3824 + 0.7250i & 1.1542 - 2.5787i \end{bmatrix} S / \text{milla} \quad (2.22)$$

Para calcular la matriz de admitancia de fases $\bar{\mathbf{Y}}_{abc}^1$ se usa la siguiente ecuación,

$$\bar{\mathbf{Y}}_{abc}^1 = \mathbf{N} \bar{\mathbf{Y}}_{PR} \mathbf{N}^T \quad (2.23)$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

donde $\mathbf{N}$ es la matriz de incidencia de las fases que se usa para calcular los voltajes en terminales. Resolviendo la operación matricial (2.23) se tiene,

$$\bar{\mathbf{Y}}_{abc}^1 = \begin{bmatrix} 5.1378 - 10.6541i & -2.4958 + 3.6564i & -0.9007 + 2.3760i \\ -2.4958 + 3.6564i & 5.7466 - 11.0405i & -1.5294 + 2.9002i \\ -0.9007 + 2.3760i & -1.5294 + 2.9002i & 4.6170 - 10.2913i \end{bmatrix} S / \text{milla} \quad (2.25)$$

Se invierte la matriz $\bar{\mathbf{Y}}_{abc}^1$ para obtener la matriz de impedancia de fase:

$$\bar{\mathbf{Z}}_{abc}^1 = \left(\bar{\mathbf{Y}}_{abc}^1 \right)^{-1}. \quad (2.26)$$

$$\bar{\mathbf{Z}}_{abc}^1 = \begin{bmatrix} 0.0433 + 0.1021i & 0.0148 + 0.0475i & 0.0145 + 0.0364i \\ 0.0148 + 0.0475i & 0.0442 + 0.0992i & 0.0149 + 0.0401i \\ 0.0145 + 0.036i & 0.0149 + 0.0401i & 0.0436 + 0.1008i \end{bmatrix} \Omega / \text{milla} \quad (2.27)$$

Si se considera una longitud de 152.4 metros como se reporta en [Kersting, 2017] se divide la matriz $\bar{\mathbf{Z}}_{abc}^1$ entre 0.09469697 millas.

$$\bar{\mathbf{Z}}_{abc}^1 = \begin{bmatrix} 0.4575 + 1.0799i & 0.1559 + 0.5016i & 0.1532 + 0.3847i \\ 0.1559 + 0.5016i & 0.4665 + 1.0480i & 0.1577 + 0.4234i \\ 0.1532 + 0.3847i & 0.1577 + 0.4234i & 0.4607 + 1.0644i \end{bmatrix} \Omega \quad (2.28)$$

Esta matriz corresponde a los resultados reportados en [Kersting, 2017].

Una vez que se ha verificado que es posible representar una red de distribución trifásica desbalanceada en su modelo equivalente se proceden a hacer estudios de flujos de potencia en el marco de la secuencia positiva. En la Figura 2.9 se muestran los resultados de magnitudes y ángulos de voltaje nodales obtenidos en el software OpenDSS®. El software OpenDSS® es capaz de hacer estudios en redes polifásicas desbalanceadas en el marco de las fases.

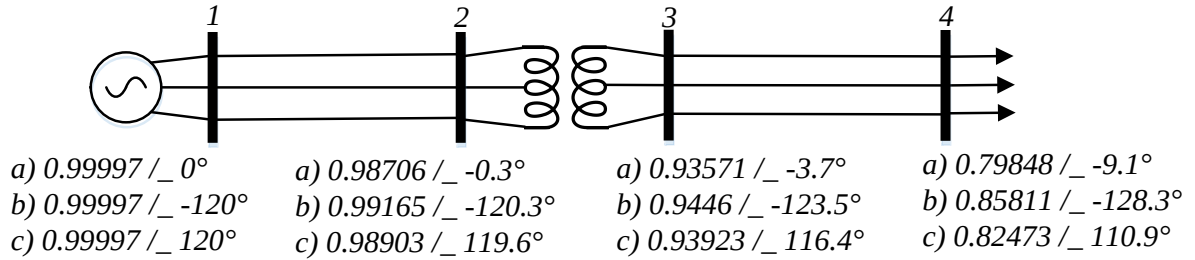


Figura 2.9. Resultados de flujos de potencia trifásicos.

Una vez realizada la transformación equivalente se pueden obtener los resultados con software usado para cálculos en redes de transmisión, en este caso se usó un programa desarrollado en MATLAB® [Rubio-Marroquín et al., 2017]. La Figura 2.10 muestra los resultados obtenidos. Se observa que al hacer la transformación el número de buses aumenta de 4 a 12. Dado que la conexión del transformador es estrella-estrella el equivalente genera el mismo número de enlaces que el modelo de línea trifásica.

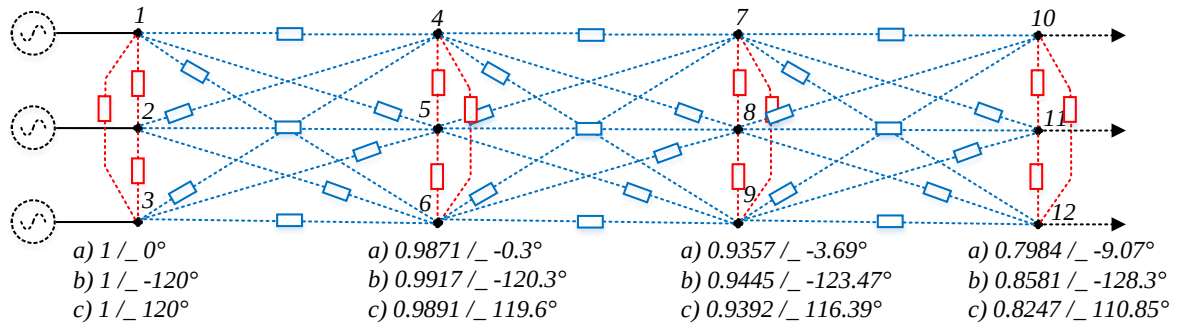


Figura 2.10. Resultados de flujos de potencia en secuencia positiva.

Al comparar los resultados obtenidos con el modelo equivalente mostrados en la Figura 2.10 y los obtenidos con el modelo de flujos trifásicos mostrados en la Figura 2.9, se puede observar que los valores son muy similares. El nodo 1 en el estudio trifásico está conectado a un bus infinito, los resultados muestran un valor de magnitud de voltaje de 0.99997 en p.u. a diferencia del estudio en secuencia positiva que es de 1.0 en p.u., esto debido a que se divide en tres generadores monofásicos conectados en los nodos 1, 2 y 3 respectivamente. A partir de ahí los resultados en cada una de las fases son similares. Por tal motivo se puede concluir que la transformación usada corresponde a los resultados obtenidos con la configuración trifásica original de la red.

2.5 Modelo de una red de distribución real

Las configuraciones topológicas de las redes de distribución pueden ser radiales, en anillo o malladas. En este trabajo de investigación se tuvo acceso a datos de una red real con una configuración en anillos normalmente abiertos [Deras-Campos y Cárdenas-Guzmán, 2016]. A continuación, se detalla el arreglo de una red típica de configuración en anillos, la cual también será usada como caso de estudio.

2.5.1 Topología de la red

La red analizada tiene una topología en anillos, lo que significa que dos fuentes de alimentación abastecen a las cargas que están derivadas del anillo. Los anillos tienen un punto normalmente abierto. Este punto se ubica en el centro desde el punto de vista eléctrico en alguna de las subestaciones derivadas del anillo. En la Figura 2.11 se indica con recuadro

verde este punto. Es decir, que en operación normal, se tienen alimentadores radiales para cada subestación general y es a partir de los puntos de enlace que es posible cerrar los anillos. Esto permite cambiar la topología de la red en caso de algún disturbio, por este motivo cada una de las subestaciones generales se diseñó con la capacidad de alimentar a todos los anillos conectados.

El caso de prueba de la red real utilizado en el presente estudio corresponde a la red de media tensión, RMT-UNAM, del campus universitario principal de la UNAM.

La RMT-UNAM comprende todo el campus universitario y se ha dividido en tres zonas:

1. **Zona Oriente:** Incluye el área de facultades y escuelas del casco viejo, así como el área de institutos.
2. **Zona Poniente:** Incluye el área deportiva, jardín botánico, la dirección general de obras y construcción (DGOyC) y el estadio olímpico universitario.
3. **Zona Sur:** Incluye el área cultural y el área de coordinación de humanidades.

En la Figura 2.11 se muestra de manera esquemática la topología de la red de media tensión, así como la distribución de los anillos. Se puede observar que la red cuenta con siete subestaciones generales las cuales están conectadas a los anillos. La zona con más anillos conectados es la Zona Oriente enmarcada con líneas punteadas en rojo. La zona sur, marcada con un recuadro punteado en verde sólo tiene conectados tres anillos, que a su vez se pueden conectar entre ellos por medio de enlaces como se muestra en la Figura 2.11. Finalmente se muestra en recuadro azul punteado la zona poniente con tres subestaciones generales y sólo cuatro anillos. En la Figura 2.11, en operación normal, los interruptores rojos (cerrados), indican circulación de energía mientras que los interruptores abiertos, están representados de color verde.

Para validar la metodología propuesta en el presente trabajo se desarrolló un modelo equivalente de la red trifásica estudiada, detallándose a continuación los modelos de los componentes de la RMT- UNAM.

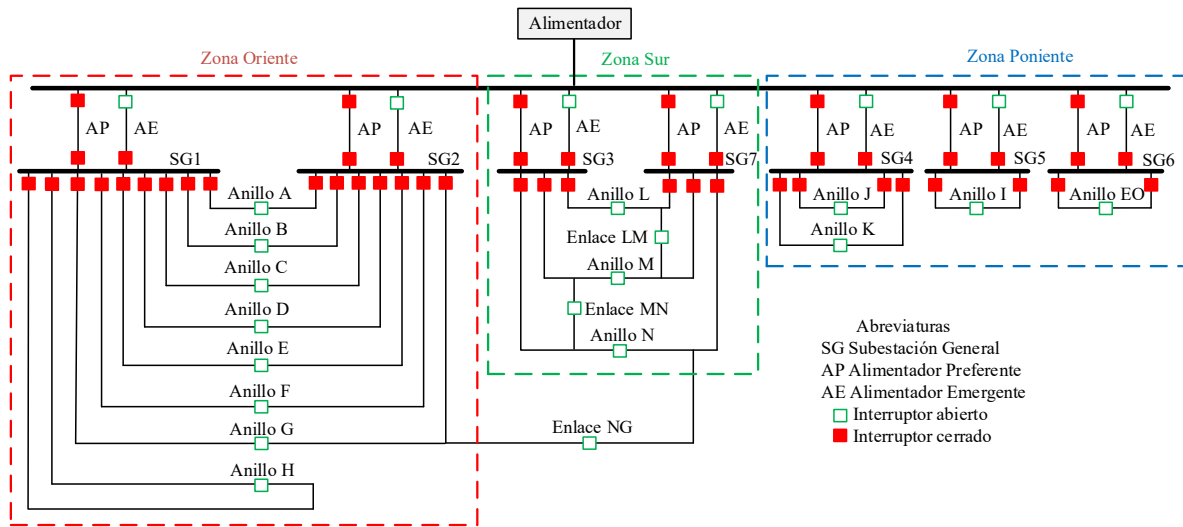


Figura 2.11. Esquema de la topología de la red [Deras-Campos, 2016].

2.5.2 Modelos de puntos de interconexión con el alimentador

La empresa suministradora de energía (CFE) se conecta a la red de media tensión por medio de dos alimentadores para cada subestación general, uno preferente y otro emergente normalmente abierto. En la Figura 2.12 se pueden observar la topología de los alimentadores, indicados como alimentador preferente y alimentador emergente. La energía se transporta por una línea de distribución aérea con conductor ACSR y calibre 400 MCM. La cual parte de la subestación de alimentación. Este se considera como el nodo de compensación.

El modelo considerado para el alimentador es una fuente de voltaje con una impedancia interna capaz de suministrar una cantidad ilimitada de energía, sin perturbar ni su frecuencia ni su nivel de voltaje. En la Figura 2.13 se puede observar cómo se hace la transformación en su modelo equivalente. Se presenta el modelo de línea cuando el anillo está cerrado, se indica el interruptor en recuadro rojo cerrado.

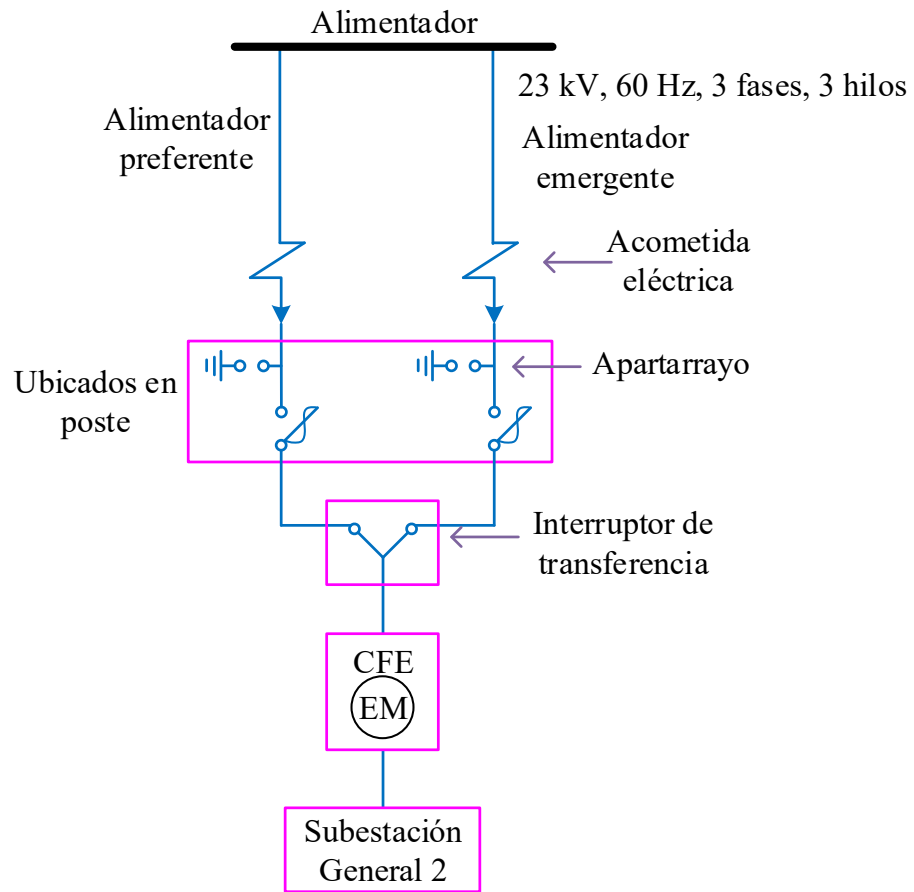


Figura 2.12 Diagrama unifilar de subestación eléctrica general.

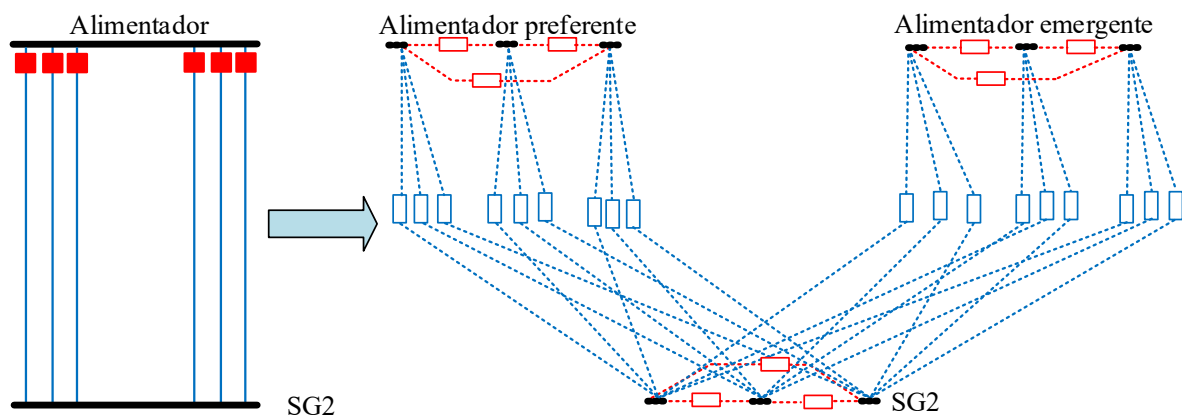


Figura 2.13. Modelo de subestaciones generales, circuito equivalente.

2.5.3 Modelo de subestaciones generales

La red de media tensión de la UNAM cuenta con 7 subestaciones generales que reciben el suministro de energía eléctrica del alimentador en 23 kV de CFE a través de dos acometidas. La Figura 2.14 muestra el esquema de la subestación general 4, en la cual se puede observar que la subestación alimenta a los anillos a través de una barra. Las subestaciones generales cuentan con seccionadores en sus terminales de alimentación.

Las celdas seccionadoras en las subestaciones generales están conectadas en serie con un interruptor automático de corte en vacío y con un seccionador de operación sin carga de tres posiciones (cerrado/abierto/ puesta a tierra) aislado en SF6. La subestación general 4 tiene una celda para servicios propios de la subestación, tal como se indica en el extremo derecho de la Figura 2.14. Los servicios propios están conectados a través de un transformador de distribución tipo pedestal de 23 kV/220-127 V tal como se indica.

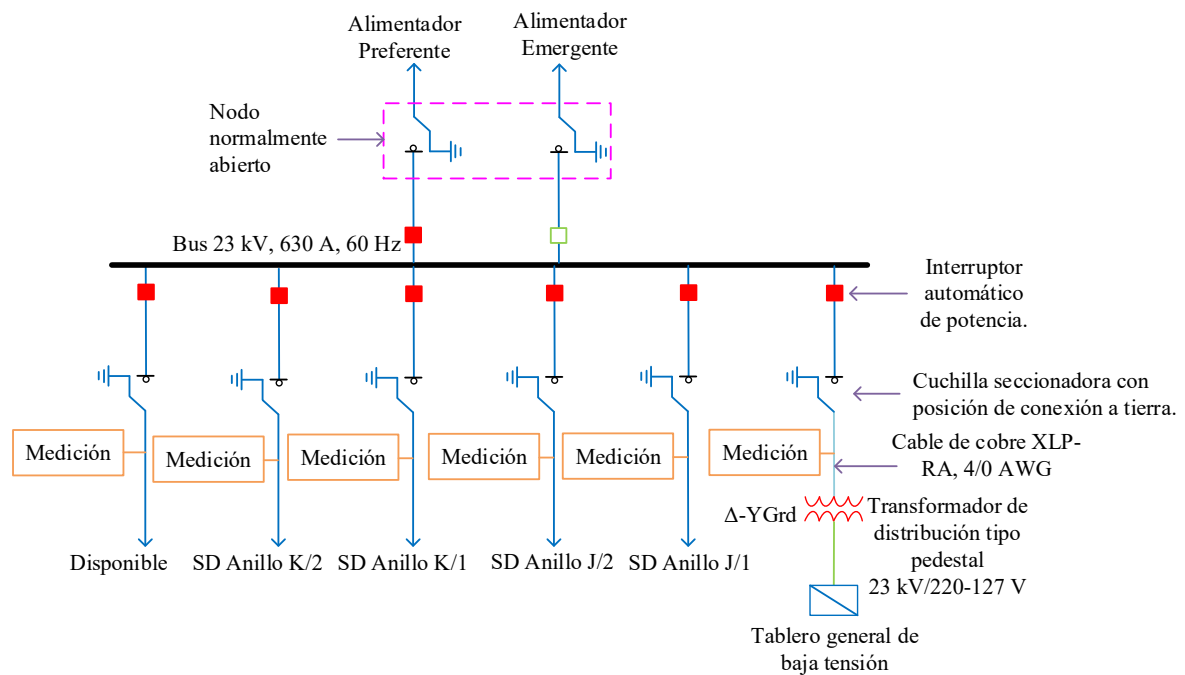


Figura 2.14. Diagrama unifilar de subestación eléctrica general.

Las subestaciones generales se pueden modelar en sus circuitos equivalentes tal como se indica en la Figura 2.15.

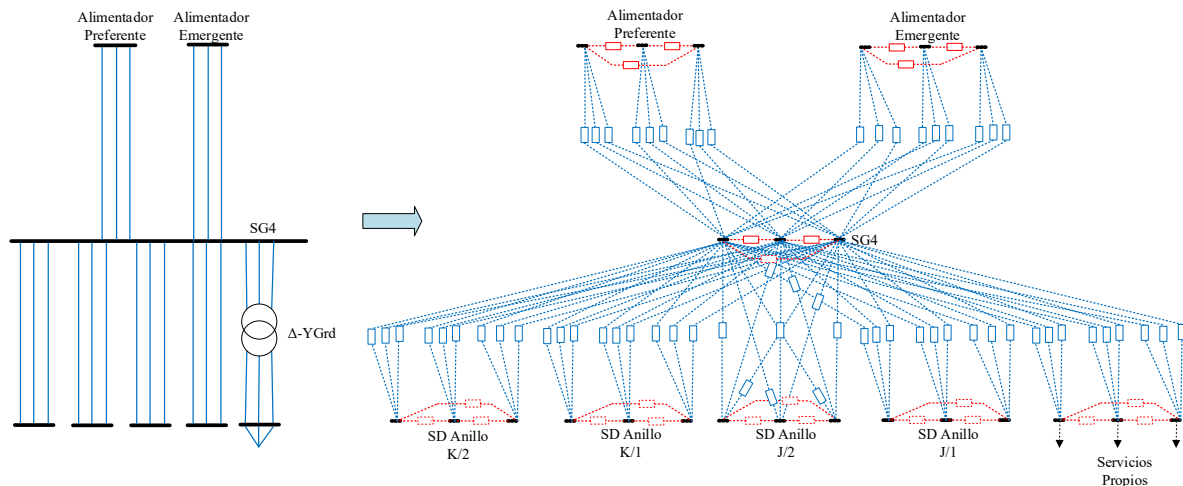


Figura 2.15. Subestación eléctrica general 4, circuito equivalente.

2.5.4 Modelo de subestaciones derivadas

Las subestaciones derivadas reciben la energía en 23 kV proveniente de las subestaciones generales como se puede apreciar en la Figura 2.16. La función principal de la subestación derivada es reducir el voltaje a niveles de distribución, por medio de un transformador trifásico tipo pedestal sumergido en aceite, conexión delta – estrella aterrizada de 23 kV/220-127V, 750 kVA a 60 Hz. Se transforma la energía para suministrar a las dependencias conectadas en el tablero general de baja tensión.

Dado que la subestación debe estar protegida ante la ocurrencia de cortocircuitos, estas subestaciones consisten en una barra con seccionadores en sus terminales. La cuchilla seccionadora bajo carga de tres posiciones con posición de conexión a tierra está conectado en serie a un interruptor automático de corte en vacío con cierre y apertura de motorizado local. Los relevadores de protección eléctrica (MICOM, *Measurement Invariance of Composite Models*) P141 50/51 hacen la transferencia automática, el relevador tiene puertos de comunicación frontal y puertos posteriores, estos se conectan a través de transformadores de corriente tipo dona con precisión para protección. Cada subestación cuenta con elementos de medición, con la intención de mostrar el valor de corriente de la subestación, así como los valores máximos y mínimos de corriente que ocurren sobre un periodo específico de tiempo.

En este caso, están los transformadores de potencial tipo barra de 24 kV, los cuales incluyen fusibles para protección secundaria.

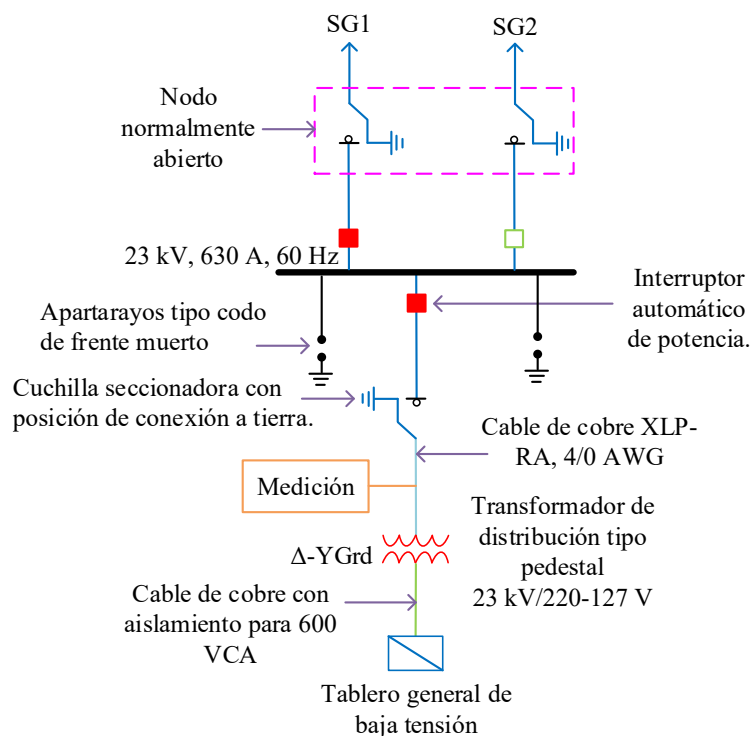


Figura 2.16. Diagrama unifilar de subestación eléctrica derivada.

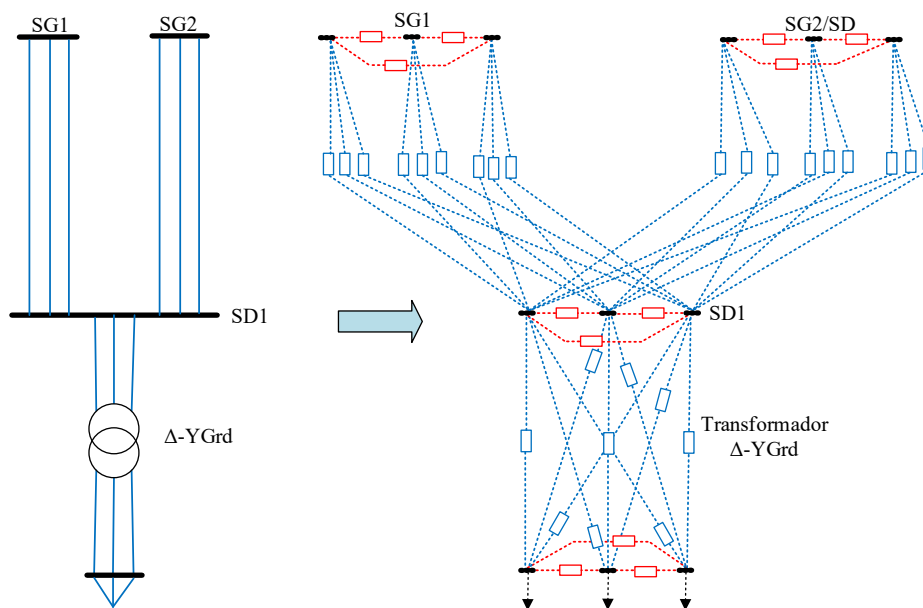


Figura 2.17. Subestación eléctrica derivada, circuito equivalente.

El transformador se modela a partir del análisis nodal. El cual consiste en transformar los parámetros de corto circuito de los devanados del transformador dispuestos en una matriz de parámetros primitivos $\bar{\mathbf{Y}}_{PR}$ en una matriz de parámetros nodales. La representación equivalente se puede apreciar en la Figura 2.17.

2.5.5 Modelo de cargas

Por otro lado, la carga para el caso particular de la red de media tensión está conectada en estrella con un punto sólidamente aterrizado como consecuencia de la conexión del secundario de los transformadores. La potencia compleja demandada se considera conocida y se representa por sus valores de potencia real y reactiva. En la Figura 2.18 se presenta el modelo de la carga trifásico.

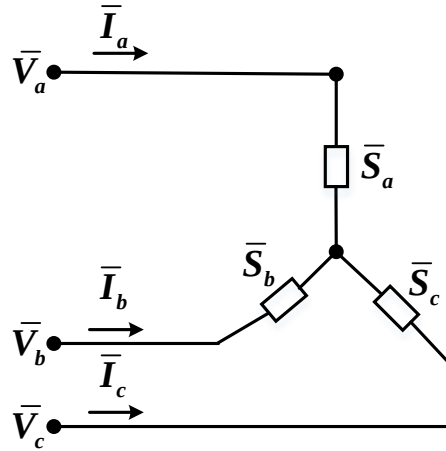


Figura 2.18. Modelo de las cargas conectadas en el secundario del transformador.

$$\begin{aligned}\bar{S}_a &= P_a + jQ_a = \bar{V}_a \bar{I}_a^* \\ \bar{S}_b &= P_b + jQ_b = \bar{V}_b \bar{I}_b^* \\ \bar{S}_c &= P_c + jQ_c = \bar{V}_c \bar{I}_c^*\end{aligned}\tag{2.29}$$

Al hacer la transformación a su circuito equivalente, como se puede apreciar en la Tabla 2.3, se considera que la conexión a tierra de la estrella es de valor infinito.

Para realizar los cálculos se trabajó con el sistema en por unidad. Dado que las capacidades nominales de los transformadores están por debajo de los 1000 kVA, se utilizan las siguientes bases,

$$\text{Voltaje base, } kV_{LL} = 23 \text{ kV}$$

$$\text{Potencia base, } MVA_{3\phi} = 100 \text{ kVA} \quad (2.30)$$

$$\text{Impedancia base, } Z_{base} = \frac{(23 \text{ kV}_{LL})^2}{MVA_{3\phi}} = 5290 \Omega$$

La RMT cuenta con 145 de este tipo de subestaciones, así como 3 subestaciones de enlace.

2.6 Casos de estudio.

Una vez que se han establecido los modelos de los elementos que conforman la red de distribución se implementa en el software de simulación OpenDSS® [Dugan y Mcdermott, 2011]. Es una aplicación de software de código abierto que pertenece a EPRI, el cual trabaja por líneas de comando en su propia consola. Está programado en Delphi que utiliza lenguaje de programación de bajo nivel (*object-oriented Pascal*). El software permite la posibilidad de definir los diferentes elementos en una red de distribución en las fases, tales como: generadores, transformadores, líneas, cargas, capacitores, reguladores de voltaje, entre otros. Tiene la capacidad de resolver circuitos polifásicos desbalanceados y hacer simulaciones tomando en cuenta la impedancia de los transformadores de distribución. El tiempo de cálculo es muy rápido comparado con otros simuladores comerciales [Moffet et al., 2011]. Se considera una herramienta útil en el proyecto desarrollado.

El modelo de los elementos se basa en sus planos eléctricos de diseño. El objetivo es demostrar que el modelo de red propuesto representa las condiciones operativas de la RMT-UNAM. El Laboratorio de Investigación en Redes Eléctricas Inteligentes, del instituto de ingeniería de la UNAM y las autoridades encargadas de custodiar y operar la RMT-UNAM proporcionaron sus planos eléctricos a través de un acuerdo de confidencialidad firmado por la estudiante y sus asesores, para desarrollar el simulador propuesto.

La demanda de potencia compleja en baja tensión se obtuvo a partir de información obtenida a través del sistema SCADA del laboratorio de redes eléctricas inteligentes del instituto de ingeniería de la UNAM.

2.7 Anillos A, B y C.

Para validar el simulador desarrollado se toman como caso de estudio los anillos A, B y C, los cuales pertenecen a la Zona Oriente de la red. Los anillos A, B y C están conectados a las subestaciones generales 1 y 2 tal como se muestra en la Figura 2.19.

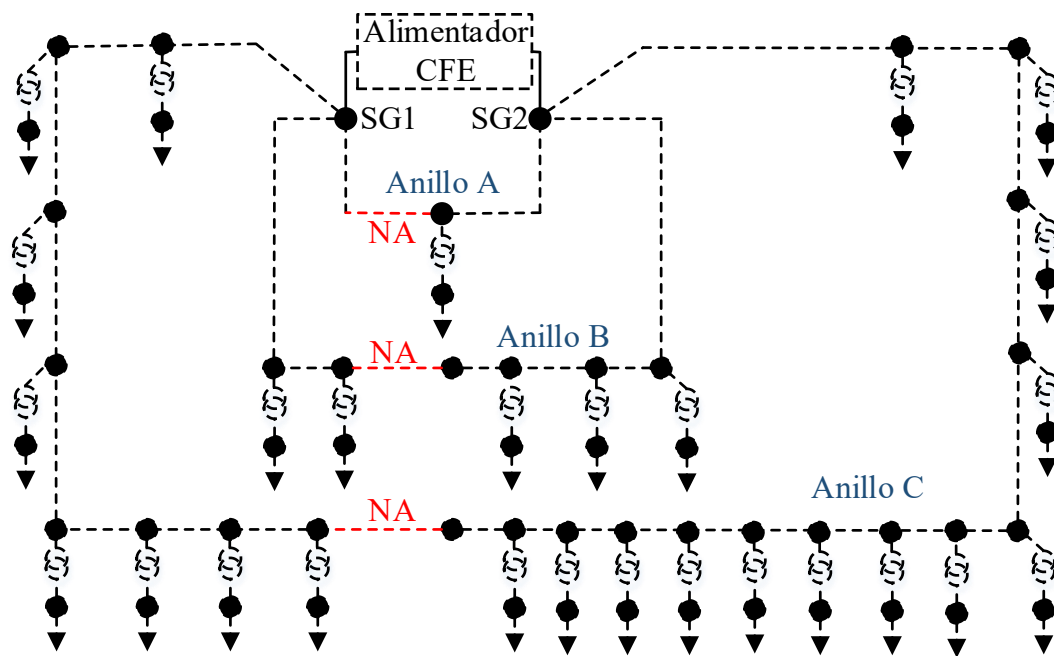


Figura 2.19. Diagrama unifilar RMT: Anillos A, B y C.

La validación descrita considera los valores de carga máxima registrados en los anillos durante el primer semestre del año 2020, los cuales se obtuvieron del sistema de monitoreo SCADA. Para el anillo A este valor se presenta el 24 de febrero de 2020 a las 14 horas, 15 minutos y 50 segundos. En el anillo B la carga máxima se presentó el 13 de febrero de 2020 a las 19 horas, 7 minutos con 20 segundos. Finalmente, en el anillo C la carga máxima se presentó el 3 de abril de 2020 a las 14 horas con 4 minutos y 20 segundos. La Figura 2.20 muestra la comparación de las mediciones obtenidas a partir de los estudios de flujos de potencia y las mediciones obtenidas del sistema SCADA. Como se puede observar en la

Figura 2.20 las mediciones se habían considerado trifásicas balanceadas, tomando el 50% del valor de potencia máximo de las placas de los transformadores. Es evidente que las mediciones reales en la carga son trifásicas desbalanceadas. En el caso de la subestación derivada 15 en el anillo C presenta un valor de potencia negativo, lo que significa que el flujo de potencia activa es en sentido contrario: es una demanda de potencia activa. El mismo caso se presenta en la subestación derivada 3 del anillo B. Esto se debe a que en esos puntos se tienen conectados paneles fotovoltaicos que entregan energía a la red.

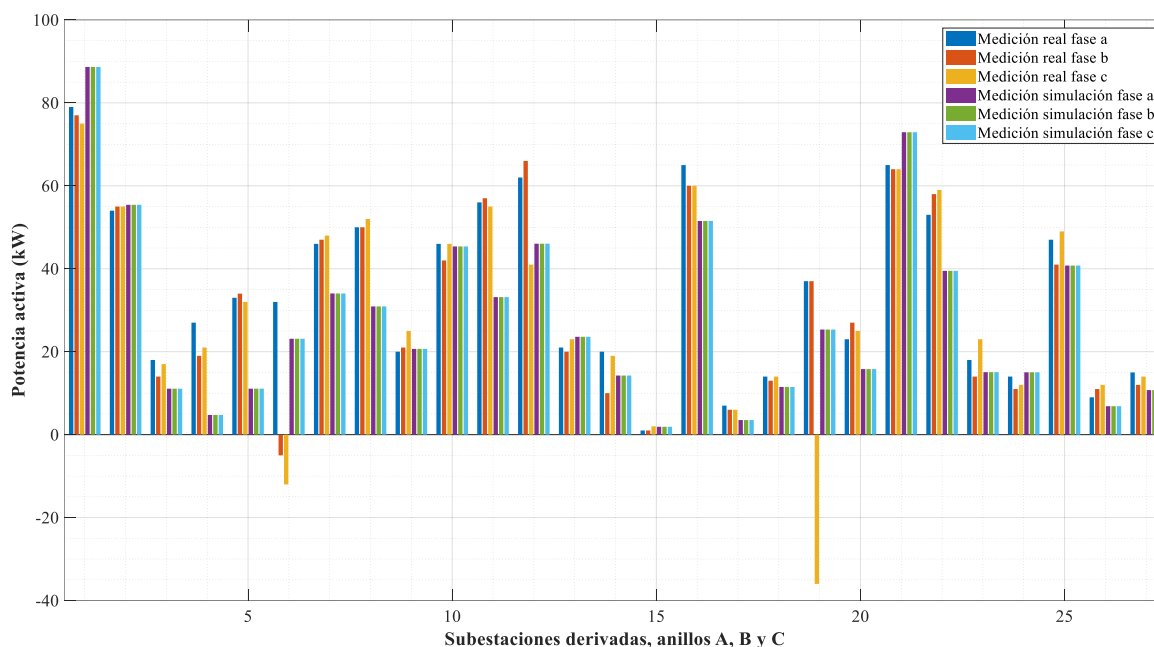
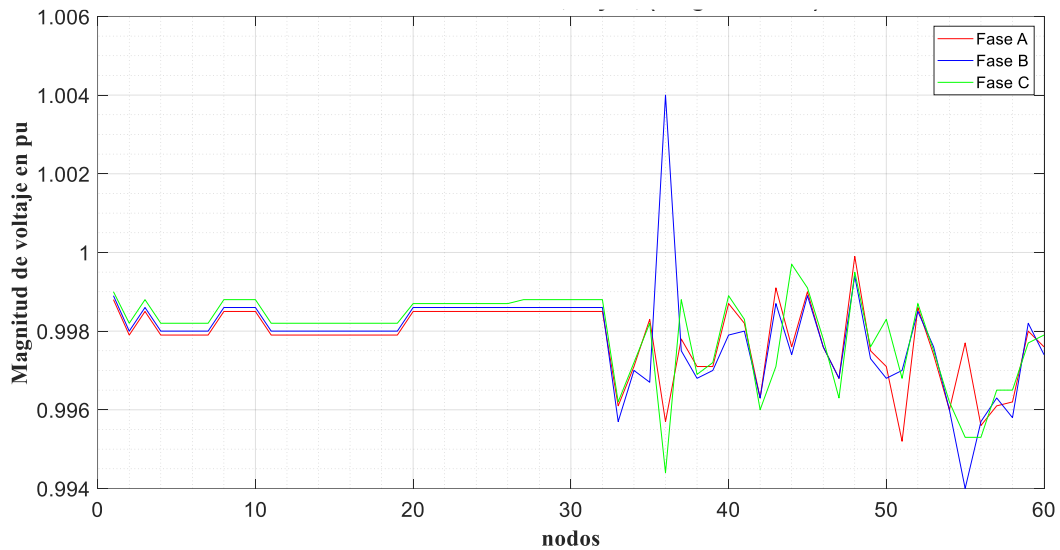


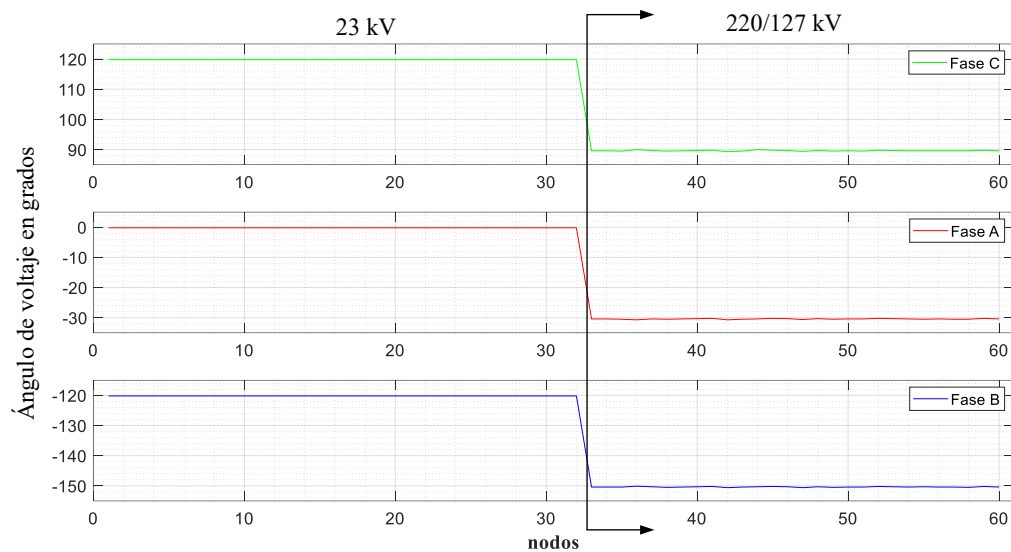
Figura 2.20. Comparación de mediciones de potencia activa por fase en el secundario de los transformadores de los anillos A, B y C.

La Figura 2.21 a) muestra los resultados de magnitud de voltaje en por unidad de la red de media tensión. Estos resultados se obtuvieron a partir de hacer un estudio de flujos de potencia con las mediciones en la carga obtenidas del sistema SCADA. Como era de esperarse, en el gráfico se puede apreciar que el desbalance se presenta en los nodos de baja tensión, del nodo 32 al 60. Los nodos del 1 al 31 operan en 23 kV. Se puede observar que la magnitud de voltaje presenta menos desbalance con respecto a los nodos de baja tensión. En la Figura 2.21 b) se muestran los perfiles de ángulos de voltaje de la red mostrada en la Figura 2.19, dada la conexión del transformador se añaden 30° en los valores de línea a neutro. En el perfil de magnitud de voltaje se puede observar un pico en la fase b, el cual corresponde a

una medición de potencia activa negativa en el nodo de carga, el cual corresponde a la subestación derivada del anillo B.



a)



b)

Figura 2.21. Resultados de flujos de potencia de la RMT-UNAM, Anillos A, B y C, a) magnitudes de voltaje y b) ángulos de voltaje.

Con los resultados de la simulación se validó el modelo propuesto de la RMT-UNAM. Es importante mencionar que en el simulador se modelaron todos y cada uno de los anillos de

la red con la intención de hacer simulaciones de posibles implementaciones de energías renovables futuras o la integración de otras tecnologías.

2.8 Análisis de la relación impedancia–temperatura en líneas de distribución.

Adicionalmente al desarrollo de modelos equivalentes, se diseñó y realizó un experimento de laboratorio, el cual mostró la diferencia de utilizar modelos matemáticos derivados y valores reales medidos en campo. Se midieron los parámetros eléctricos en una línea de distribución trifásica con cuatro hilos (tres fases y neutro) en calibre 10 AWG, a temperatura ambiente, y posteriormente se alteraron las condiciones de temperatura a los conductores con el fin de cuantificar el efecto de la variación de temperatura en los parámetros de líneas de distribución, con especial énfasis en la impedancia.

En la planeación y el modelado de las redes eléctricas, no se toma en cuenta la influencia de la temperatura en los elementos de transporte de energía del sistema eléctrico, lo que da lugar a análisis imprecisos de la red [Kersting, 2017]. La impedancia de un conductor cambia en función de la temperatura y, en los sistemas eléctricos, desempeña uno de los papeles más significativos en el análisis de un sistema eléctrico; es un indicador esencial para el ajuste de los relés y la supervisión de los sistemas eléctricos de área amplia [Zainuddin et al., 2020].

Conocer los valores de impedancia de una línea aérea en tiempo real permite tener un diagnóstico más preciso del comportamiento de la red y, en consecuencia, tomar decisiones relacionadas con la capacidad de carga de la misma, el límite térmico, la confiabilidad y el rendimiento bajo condiciones de alta demanda [Sanchez-Moctezuma, 2018].

La principal limitante a la hora de integrar las energías renovables en las redes de distribución es la ubicación remota de la mayoría de los recursos renovables [Venkateswaran et al., 2020]. Los conductores están sometidos a variaciones de temperatura que afectan el comportamiento de la impedancia de la línea a través de pérdidas técnicas excesivas, deterioro del dieléctrico aislante del cable, sobrecalentamiento de la red, esfuerzos térmicos, degradación del conductor y otros [Buhari et al., 2016].

La forma tradicional de obtener los parámetros eléctricos y calcular la impedancia de las líneas de distribución se basa en las estructuras geométricas de las líneas, las dimensiones de los conductores, las aproximaciones de la longitud de las líneas y la separación entre los conductores [Kersting, 2017].

Estos cálculos son sólo aproximaciones de la impedancia, ignorando el valor de la variación de temperatura a la que están expuestos los conductores. Debido a estos problemas, existe un interés creciente por realizar un análisis más detallado de los sistemas de energía a gran escala en las redes de distribución.

En este apartado se analiza la impedancia durante los cambios de temperatura que perturban a las líneas. Se introduce un método para calcular la impedancia de una línea de distribución utilizando PMUs. Se presenta un sistema para monitorear la impedancia de una red de prueba de baja tensión sin utilizar los modelos tradicionales, sino empleando PMUs en su lugar. Las PMUs proporcionan mediciones de la magnitud y el ángulo de voltaje, la corriente y las oscilaciones de la frecuencia en el nodo al cual están conectadas. Estos datos aumentan las capacidades del software de análisis de la red de la red y permiten obtener un modelo de sistema más preciso. En la literatura se han reportado estudios de estimación de parámetros de línea usando PMUs [Pegoraro et al., 2019]. El análisis del impacto de la temperatura en la impedancia también se ha considerado, como se presenta en [Zainuddin et al., 2020]. A diferencia de estos estudios, se realiza monitoreo en tiempo real de la impedancia de la línea en presencia de variaciones de temperatura. El objetivo es calcular los perfiles de impedancia en tiempo real, teniendo en cuenta la variación de la impedancia relacionada con los cambios de temperatura.

El diseño de experimento se implementa en el laboratorio de electrónica de potencia del instituto de ingeniería de la UNAM y se muestra en la Figura 2.22. Con el fin de variar la temperatura a la que está expuesta la línea, se encapsuló en una caja térmica a la que se le suministra calor mediante una resistencia y un soplador de aire. El monitoreo se hace a partir de los PMUs y la información se concentra y procesa en la plataforma de LabVIEW.

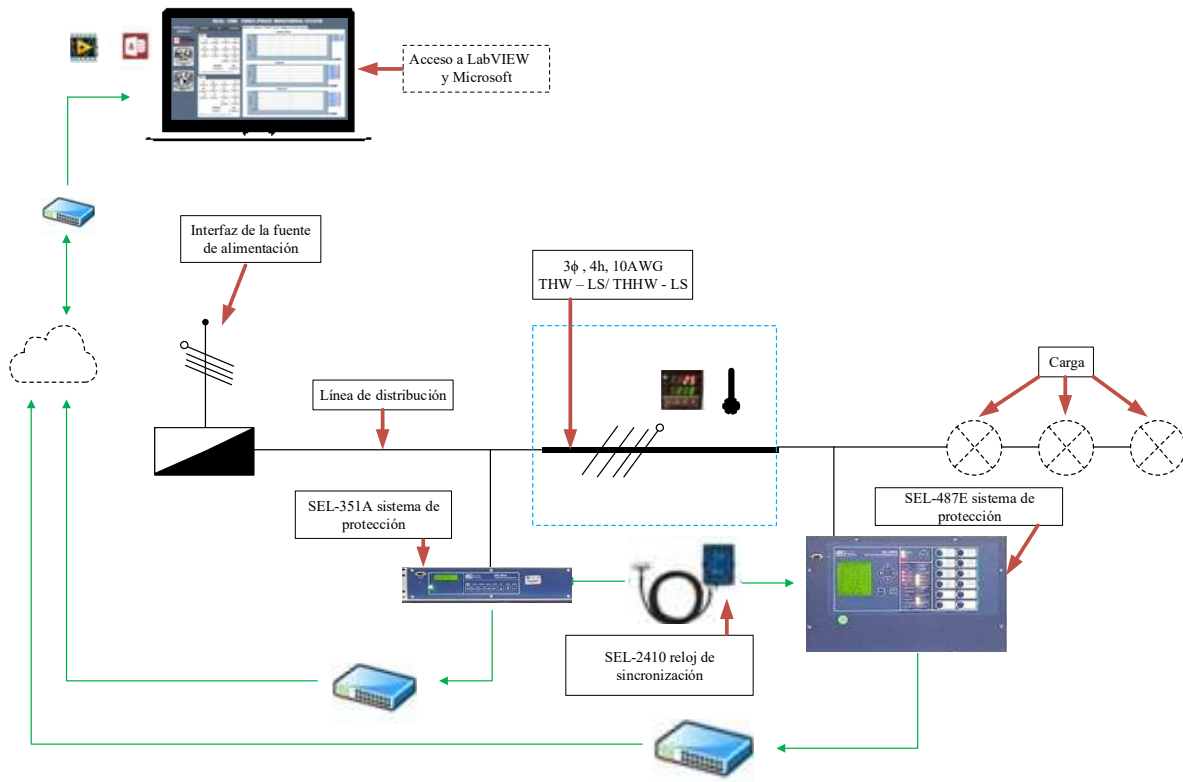


Figura 2.22. Red de pruebas perfiles de impedancia-temperatura.

Con la intención de validar el experimento propuesto, se realizó la simulación en el software comercial PSCAD® [PSCAD, 2021]. En este software se pueden modelar redes trifásicas, a partir de sus parámetros de resistencia e inductancia, los valores de capacitancia se ignoran dado que se considera el modelo de línea corta, tal como se muestra en la Figura 2.23.

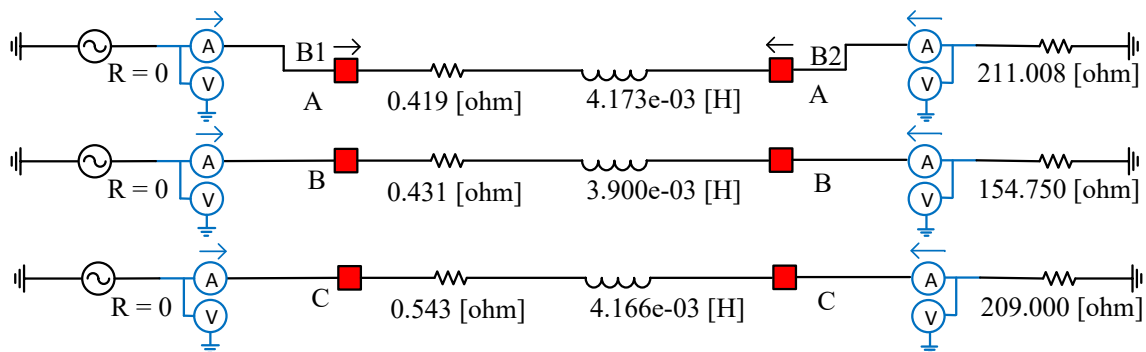


Figura 2.23. Modelo de la red en simulador.

Las mediciones de magnitudes de voltaje en el alimentador fueron de 125.8, 124.4 y 125.2, para las fases ‘a’, ‘b’ y ‘c’ respectivamente. Los parámetros de resistencia e inductancia de la línea para la simulación se miden en cada una de las fases por medio de un multímetro, los valores obtenidos se presentan en la Tabla 2.4.

Tabla 2.4. Parámetros de la red de pruebas.

Fase	Resistencia Ω	Inductancia, mH
a	0.419	4.173
b	0.431	3.900
c	0.543	4.166

2.8.1 Caso de estudio: Carga balanceada a temperatura constante.

El objetivo de este caso de estudio es monitorear el perfil de impedancia a la temperatura ambiente. La carga conectada a la red se mantiene constante y se compone de focos incandescentes de 72 W, la prueba se realizó por un periodo de 15 minutos. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 2.24. Se puede observar la comparación entre la simulación del software PSCAD y el *Phasor Data Concentrator* (PDC), que es el programa desarrollado para de procesar los datos provenientes de los PMUs.

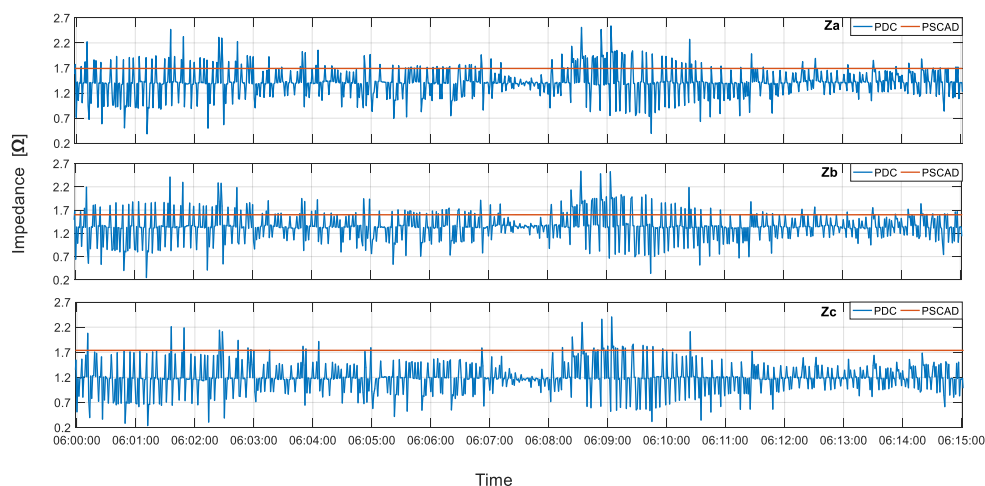


Figura 2.24. Comparación de los perfiles de impedancia entre PSCAD y PDC en las fases ‘a’, ‘b’ y ‘c’.

De la Figura 2.24 se puede observar que los perfiles de impedancia tienen un comportamiento similar en el mismo instante de tiempo, con oscilaciones entre 0.39 y 2.53 Ω . Esto se debe a que la carga conectada a la línea es balanceada. Las variaciones entre las fases se derivan del desbalance propio del alimentador. A pesar de que la carga permanece constante la impedancia presenta variaciones a través del tiempo. La línea roja muestra el valor constante del simulador PSCAD y la línea azul la obtenida a través del PDC. Como se puede observar, el software comercial PSCAD toma los valores de los parámetros eléctricos de la línea como constantes y en la medición real estos valores están variando en el tiempo. En cada instante de medición registrada en intervalos de 1 segundo se obtuvieron diferentes valores de impedancia, adicional al posible nivel de ruido de los medidores.

De estos resultados se extraen los valores máximos y mínimos de impedancia para cada una de las fases, los datos se muestran en la Tabla 2.5.

Tabla 2.5. Valores de impedancia obtenidos a partir de la red de pruebas.

Fase	Impedancia mínima Ω	Impedancia máxima Ω
Z_a	0.3954	2.539
Z_b	0.2888	2.525
Z_c	0.2523	2.404

2.8.2 Caso de estudio: Carga balanceada y dos valores de temperatura.

A diferencia del caso de estudio descrito en el punto anterior, la línea se somete a dos temperaturas constantes con la intención de comparar el comportamiento del perfil de impedancia. Los valores de temperatura son de 25 y 45 $^{\circ}\text{C}$, además se mantiene la carga balanceada de focos incandescentes de 72 W, en este caso el tiempo de monitoreo es de 10 minutos. En la Figura 2.25 se puede observar en color rojo el perfil de impedancia a temperatura de 45 $^{\circ}\text{C}$ y en azul el perfil de impedancia a 25 $^{\circ}\text{C}$. Es evidente que la distorsión en los perfiles de impedancia aumenta cuando aumenta la temperatura ambiente.

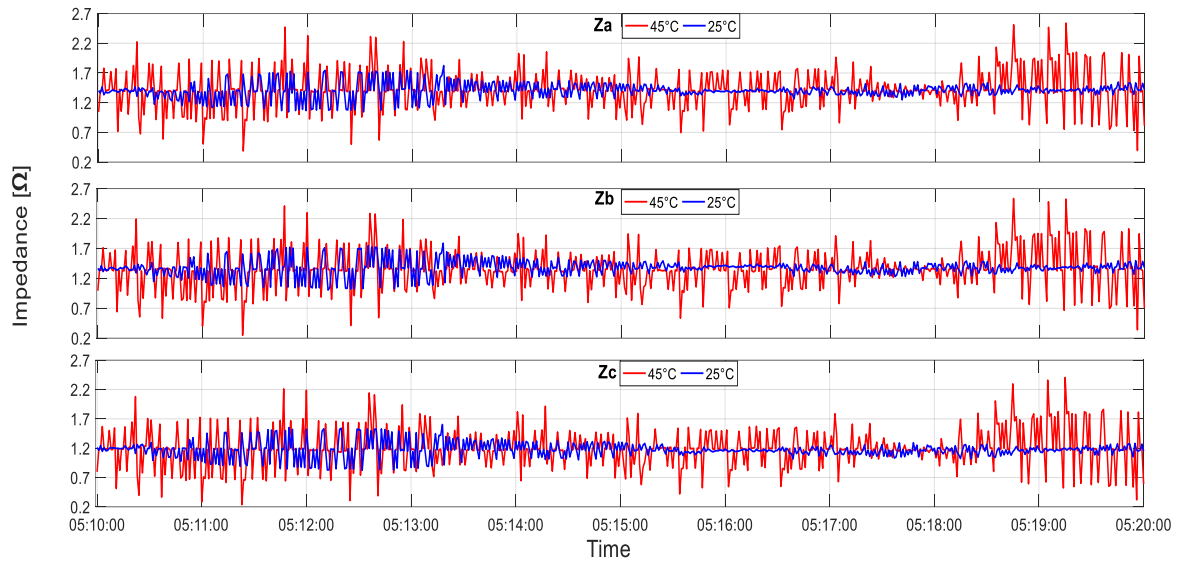


Figura 2.25. Perfiles de impedancias en las fases ‘a’, ‘b’ y ‘c’, para valores de temperatura de 25 y 45°C.

2.8.3 Caso de estudio: Carga balanceada y aumento creciente en la temperatura.

Con base en los resultados obtenidos en el caso anterior, se procede a analizar el caso en el que la temperatura va aumentando gradualmente a través del tiempo. Los valores de temperatura van de los 25 hasta los 52 °C en incrementos de 3 °C, además se mantiene la carga balanceada de focos incandescentes de 72 W, con la intención de no agregar más variables que puedan alterar los resultados, en este caso el tiempo de monitoreo es de 10 minutos. En la Figura 2.26 se muestran los perfiles de impedancia con respecto a la temperatura ambiente. Se puede apreciar cómo los perfiles de impedancia aumentan de valor cuando aumenta la temperatura ambiente. Cuando la temperatura alcanza el valor de 52 °C la impedancia varía en 41% hacia arriba y en 29% hacia abajo. Lo que significa que en promedio la impedancia de la línea aumenta 1.7% por cada 3°C adicionales a la temperatura ambiente.

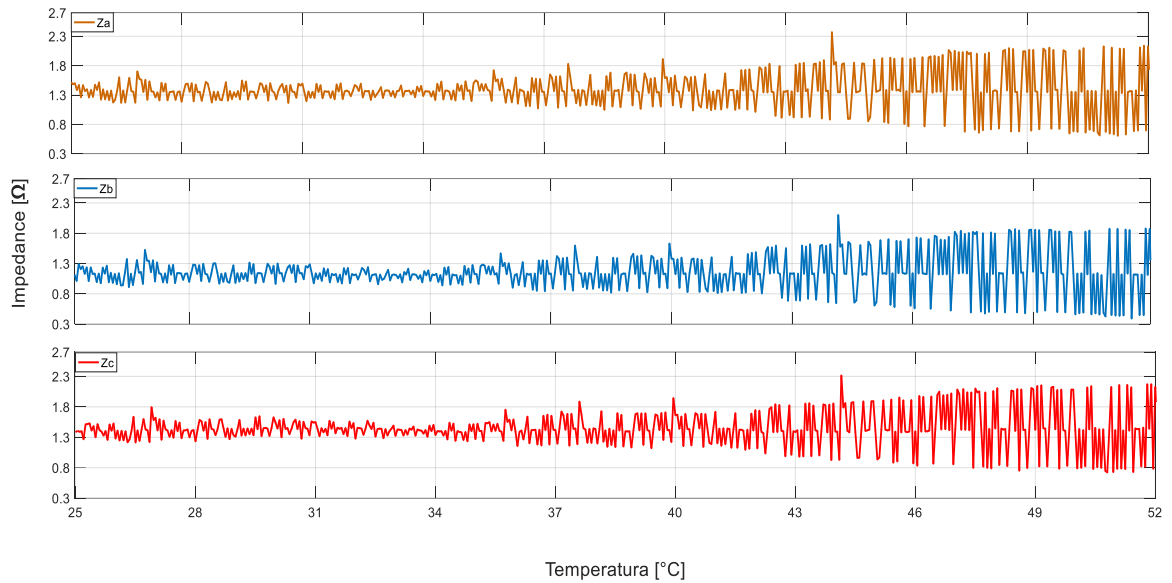


Figura 2.26. Perfiles de impedancia de las fases ‘a’, ‘b’ y ‘c’, cuando la temperatura varía gradualmente de 25 a 52°C.

2.8.4 Caso de estudio: Carga desbalanceada y aumento creciente en la temperatura.

Con el objetivo de obtener el perfil de impedancia a condiciones reales de instalación de líneas, se analiza el caso en el que la carga no está balanceada y la temperatura incrementa gradualmente a través del tiempo. Los valores de temperatura van de los 25 hasta los 52 °C en incrementos de 3 °C, la carga en la fase ‘a’ es un foco incandescente a 182 W, la fase ‘b’ tiene un foco incandescente a 100 W y finalmente la fase ‘c’ con una carga de un foco incandescente de 75 W. El tiempo de monitoreo se hace por un periodo de 10 minutos. En la Figura 2.27 se muestran los perfiles de impedancia obtenidos del experimento. De los resultados obtenidos se puede apreciar como la distorsión del perfil de voltaje se pronuncia conforme aumenta la temperatura a través del tiempo, los perfiles entre las fases también presentan comportamientos desiguales debido a la variación de la carga en las fases.

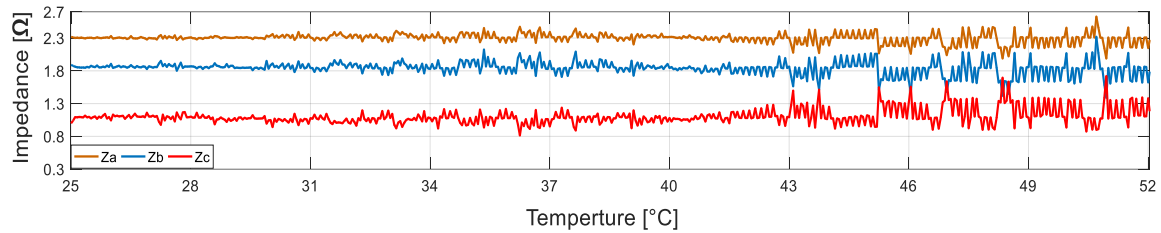


Figura 2.27 Perfiles de impedancia de las fases ‘a’, ‘b’ y ‘c’, cuando la temperatura varía gradualmente de 25 a 52°C y la carga es desbalanceada.

2.9 Conclusiones

El modelado adecuado de los elementos de las redes de distribución resulta ser crucial en la formulación del problema de flujos de potencia, debido al desbalance de las fases y los acoplamientos electromagnéticos. Los modelos equivalentes de los elementos polifásicos de la red demostraron ser precisos. Adicionalmente, la matriz Jacobiana aumenta su dimensión cuando se hace la transformación equivalente, ya que la transformación crea enlaces ficticios para la correcta representación de los acoplamientos de la red. Esta transformación resulta conveniente, ya que es posible usar software que trabaja en el marco de secuencia positiva para hacer análisis de flujos de potencia o estimación de estado.

El análisis de una zona de la red del campus universitario había sido reportado previamente en [Deras-Campos y Cárdenas-Guzmán, 2016]. En el presente trabajo los modelos surgen a partir de los planos de la red y los datos de placa de los transformadores, además de incluir las tres zonas con que cuenta la red universitaria. Se calcularon los parámetros de las líneas a partir de su configuración física de los conductores en los ductos. Con esta información se obtuvieron resultados en el software OpenDSS®, que es una plataforma que trabaja en el marco de las fases. Posteriormente con los datos de mediciones de carga máxima del segundo semestre del año 2020 se verificó que los modelos de las líneas, los transformadores y las cargas representan la red de manera acertada. A partir del comportamiento de los flujos de potencia y los perfiles de voltaje se concluye que el diseño de la red estuvo sobredimensionado. Esto obedece a los crecimientos considerados de ciudad universitaria como se reporta en los planos de diseño, el promedio de vida esperado es de 50 años. Actualmente se opera en anillo abierto por motivos de seguridad de la red. Se hicieron

simulaciones con los anillos cerrados para verificar su operación, con lo que se concluye que es posible hacer estudios de incorporación de dispositivos D-FACTS, con la finalidad de trabajar la red de media tensión como una red eléctrica inteligente.

Los elementos de la red del campus universitario se modelaron con el enfoque de la transformación equivalente con la intención de hacer estudios de flujos de potencia y estimación de estado como se verá más adelante.

La finalidad de los perfiles de impedancia analizados en la línea de distribución, descritos anteriormente fue obtener un valor de impedancia que varía con respecto a la temperatura en lugar de un valor fijo, con la intención de incorporarlo en el estudio de flujos de potencia en estado estacionario. De los resultados obtenidos se concluye que en promedio la impedancia de la línea aumenta 1.7% por cada 3°C adicionales a la temperatura ambiente. A partir de los análisis realizados, se concluye que cambiar los parámetros de impedancia por valores dependientes de la temperatura no representa un impacto importante en los resultados de flujos de potencia en estado estacionario en el caso particular de las redes de distribución. No así, en el caso de las líneas de transmisión donde la temperatura ambiente y de los conductores sí afecta los parámetros de las líneas. Una aplicación interesante sería analizar el comportamiento en estado dinámico de las redes de distribución.

Capítulo 3

Modelos en estado estacionario de compensadores serie distribuidos en sistemas de distribución

3.1 Introducción.

El crecimiento continuo de la demanda de energía eléctrica junto con los procesos de transición energética han motivado la interconexión de un gran número de plantas de generación de energías renovables a la red eléctrica. Debido a que la localización geográfica de estos generadores es determinada por estudios de potencial de irradiación solar y velocidades de viento, es posible la ocurrencia de congestión eléctrica en las líneas de transporte de energía por la inyección de potencia de estos generadores. Algunas formas de mitigar este impacto son la construcción de nuevas líneas de transmisión o la re-calibración de líneas existentes. Sin embargo, estos métodos pueden resultar costosos y no solucionan el problema de corto plazo. Una solución alternativa a este reto es la compensación serie de las líneas congestionadas mediante dispositivos controladores FACTS (*Flexible AC Transmission Systems*), cuya operación está basada en electrónica de potencia. Este tipo de controladores han sido aplicados a nivel de transmisión de energía eléctrica, y su exitosa aplicación ha motivado el desarrollo de la tecnología de dispositivos controladores distribuidos D-FACTS.

Los dispositivos D-FACTS (*Distributed Flexible AC Transmission Systems*) se instalan en los conductores de líneas de transporte de energía seleccionadas y son controlados de manera remota o pre-programados para variar alguno de sus parámetros con el objetivo de tener un control operativo en la red de transmisión o distribución. Con los dispositivos D-FACTS se puede potencializar el uso de los recursos de generación, optimizar los flujos de potencia, mitigar sobrecargas y reducir el costo de transporte de potencia eléctrica.

En este capítulo se detallan los modelos matemáticos en estado estacionario desarrollados de tres variantes de los dispositivos D-FACTS. Estos modelos matemáticos se incluyen en la formulación del problema de flujos de potencia. Con la finalidad de ilustrar la capacidad de

control de estos dispositivos, se realizan estudios de flujos de potencia en redes de transmisión y distribución utilizando una red equivalente de 190 buses del sistema interconectado nacional mexicano y parte de la red eléctrica de la UNAM, respectivamente.

3.2 Dispositivos D-FACTS.

La tecnología D-FACTS utiliza el principio de compensación en serie para modular el valor equivalente de la reactancia de transferencia de una línea eléctrica a frecuencia nominal. Este enfoque promete importantes beneficios para todo el sistema, entre los que se incluyen: el aumento de la capacidad de transferencia de potencia activa de la línea y del sistema, el aumento de la confiabilidad operativa, la mejora de la utilización de los activos del sistema eléctrico, la mejora del funcionamiento en caso de contingencias, y la reducción del impacto medioambiental [Divan, 2005].

Los dispositivos D-FACTS, a diferencia de los compensadores en serie convencionales, constan de varios módulos conectados a lo largo de la línea de transmisión. Esto permite una compensación distribuida en lugar de estar centralizada en uno de los extremos de la línea, tal como se aprecia de manera esquemática en la Figura 3.1. La incorporación de dispositivos D-FACTS añaden un grado de libertad para convertir la red de transmisión en un activo despachable.

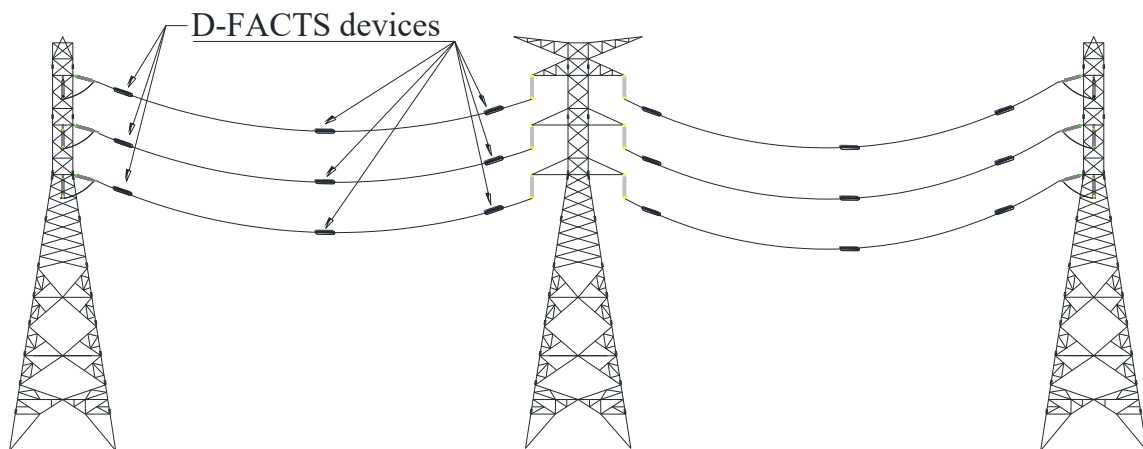


Figura 3.1. D-FACTS: representación esquemática en línea de transmisión.

Si se considera el modelo equivalente de una línea de transmisión trifásica, los dispositivos D-FACTS se incorporan en cada una de las fases de la línea. Estos serán representados con

3.3 Impedancia serie distribuida.

El concepto de impedancia serie distribuida (DSI) introduce la posibilidad de modificar la reactancia serie de línea para controlar el flujo de potencia activa. Estos dispositivos se montan en la línea de distribución y se activan cuando la corriente de la línea alcanza un determinado valor umbral preestablecido [Deepak y Harjeet 2007].

3.3.1 Principio de operación del DSI.

El dispositivo DSI consta principalmente de un transformador monofásico, interruptores estáticos, conmutadores, un condensador y un inductor, tal como se ilustra en la Figura 3.3 a). El núcleo del transformador consta de dos partes que pueden sujetarse físicamente alrededor de un conductor desnudo, formando un circuito magnético completo. El propio conductor energizado funciona como uno de los devanados del transformador. El otro devanado se enrolla en un núcleo cilíndrico con múltiples vueltas para transformar los amperes de la línea energizada a un valor inferior sostenible para los interruptores. Todo el flujo producido por el devanado secundario enlaza completamente el devanado primario [Harjeet y Deepak, 2007].

Los interruptores estáticos se utilizan para lograr una respuesta rápida en caso de falla. El transformador es normalmente puenteado por el interruptor electromecánico S_m que está normalmente cerrado, mientras que la apertura permite la inyección de la impedancia deseada. El interruptor S_1 está cerrado para inyectar una inductancia global X_L , mientras que S_2 está cerrado para inyectar la capacitancia X_C , por último X_m es la reactancia de magnetización del transformador. La energía de control y la potencia se derivan de la propia línea con el uso de un transformador de corriente. La Figura 3.3 a) muestra esquemáticamente una implementación sencilla de un dispositivo DSI.

Desde el punto de vista matemático el dispositivo DSI puede modelarse como una reactancia serie variable X_{DSI} conectada entre los buses k y m , como se muestra en la Figura 3.3 b). En este caso, uno de los buses k o m corresponderá al nodo de envío o recepción de la línea de transmisión o distribución que está siendo compensada.

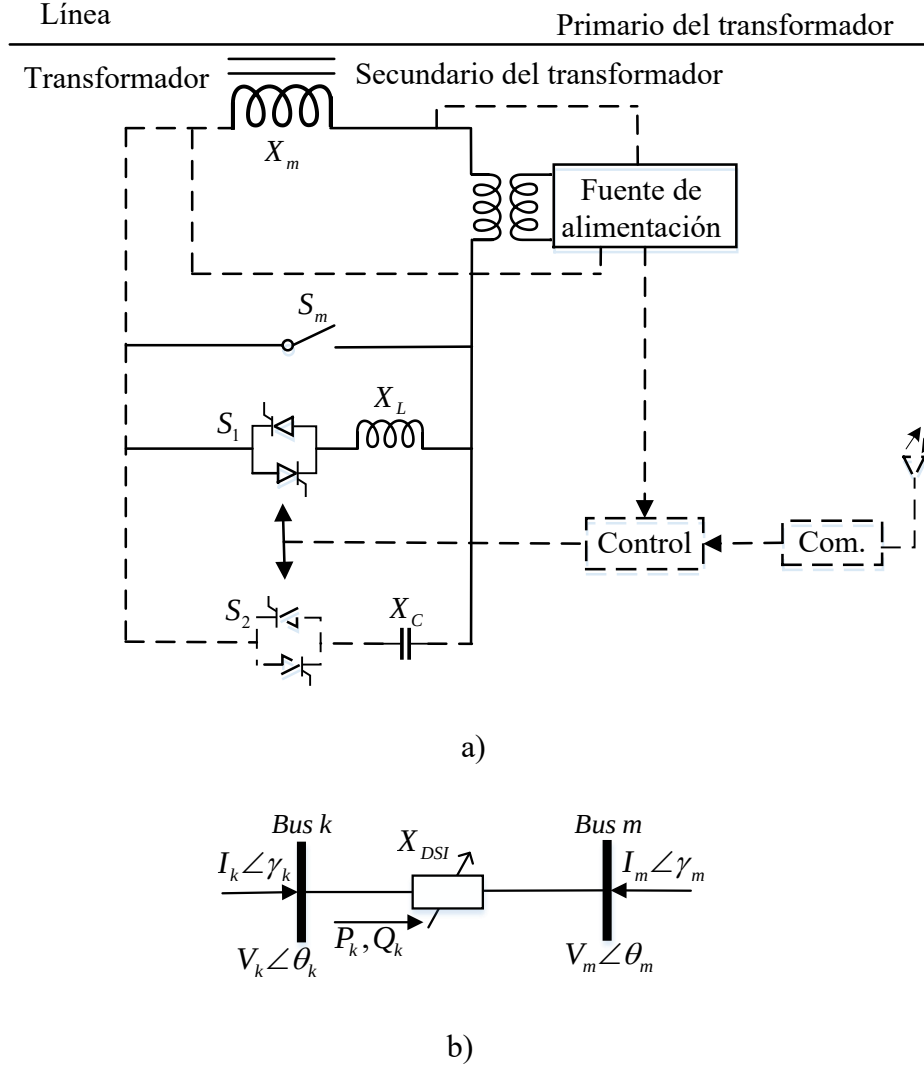


Figura 3.3. DSI: a) Representación esquemática y b) circuito equivalente.

3.3.2 Modelo de flujos de potencia del DSI.

Con base en el circuito equivalente que se muestra en la Figura 3.3 b), la ecuación que relaciona las corrientes inyectadas en los buses k y m con sus respectivos voltajes nodales se puede escribir como,

$$\begin{bmatrix} I_k \angle \gamma_k \\ I_m \angle \gamma_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} jB_{kk} & jB_{km} \\ jB_{mk} & jB_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_k \angle \theta_k \\ V_m \angle \theta_m \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Para el caso de operación inductiva, las variables se obtienen como sigue,

$$\begin{aligned}
B_{kk} &= B_{mm} = -\frac{1}{X_{DSI}} \\
B_{km} &= B_{mk} = \frac{1}{X_{DSI}}
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Para el caso de operación capacitiva, las variables se obtienen como sigue,

$$\begin{aligned}
B_{kk} &= B_{mm} = \frac{1}{X_{DSI}} \\
B_{km} &= B_{mk} = -\frac{1}{X_{DSI}}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Con base en el circuito equivalente mostrado en la Figura 3.3 b) y las ecuaciones de admitancia (3.1), se pueden obtener las ecuaciones de potencia activa y reactiva inyectadas en el bus k :

$$P_k = V_k V_m B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) \tag{3.4}$$

$$Q_k = -V_k^2 B_{kk} - V_k V_m B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) \tag{3.5}$$

Un conjunto de ecuaciones idéntico se obtiene para el nodo m al intercambiar los subíndices k y m .

En la solución del método Newton-Raphson estas ecuaciones se linealizan con respecto a la reactancia serie. Esto regula la cantidad de potencia activa que fluye desde el nodo k al m , del valor de P_{km}^{reg} . El conjunto de ecuaciones linealizadas son,

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_k \\ \Delta Q_m \\ \Delta P_{km}^{B_{DSI}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_k}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial P_k}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_k}{\partial B_{DSI}} B_{DSI} \\ \frac{\partial P_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial P_m}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_m}{\partial B_{DSI}} B_{DSI} \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial Q_k}{\partial B_{DSI}} B_{DSI} \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial Q_m}{\partial B_{DSI}} B_{DSI} \\ \frac{\partial P_{km}^{B_{DSI}}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_{km}^{B_{DSI}}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_{km}^{B_{DSI}}}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial P_{km}^{B_{DSI}}}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_{km}^{B_{DSI}}}{\partial B_{DSI}} B_{DSI} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_k \\ \Delta \theta_m \\ \Delta V_k \\ V_k \\ \Delta V_m \\ V_m \\ \Delta B_{DSI} \\ B_{DSI} \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

3.4 Reactor serie distribuido.

El reactor serie distribuido (DSR) es un caso particular del DSI, donde la inyección es puramente inductiva. Este dispositivo funciona como un limitador de corriente. Cuando la línea a la que está sujeto el dispositivo alcanza su límite térmico (valor pre-establecido de corriente que depende del calibre del conductor), el dispositivo se activa incrementando gradualmente la impedancia de la línea con el fin de mover la corriente a líneas sub-utilizadas.

3.4.1 Principio de operación del DSR.

En este controlador cada módulo energizado del DSR utiliza la reactancia de magnetización del transformador para compensar inductivamente a la línea de transmisión. Esta inductancia incrementa el valor total de inductancia de la línea resultando en un decremento del flujo de corriente. La estrategia de control es unidireccional y los dispositivos pueden funcionar de forma autónoma en función de la corriente de línea medida en cada punto. La Figura 3.4 muestra una implementación simple del DSR, donde el interruptor electromecánico S_m se usa para puentear el módulo controlador cuando no está energizado. Por el contrario, cuando S_m está abierto, el interruptor S_i controla la inserción de la reactancia serie.

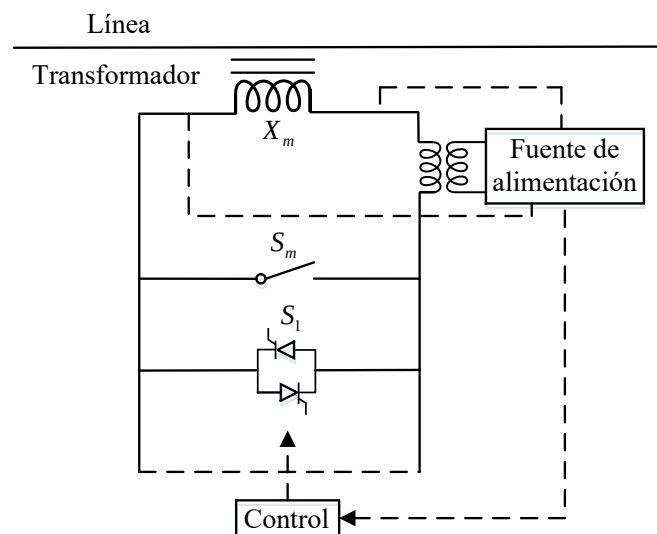


Figura 3.4. Representación esquemática del DSR.

Un ejemplo de esta tecnología es el PowerLine Guardian™ [Smart Wires 2019], cuyas características operativas y físicas, reportadas en la Tabla 3.1, determinan la inductancia de compensación máxima por unidad.

Tabla 3.1 Especificaciones técnicas *power line guardian* (DSR).

a) Eléctricas			
Máximo valor continuo de corriente.	400-1200 A _{rms} .	Máximo valor de voltaje (libre de efecto corona).	362 kV _{rms} línea-línea.
Máximo valor de corriente en emergencia.	120 % de rango continuo por 4 horas.	Rango de corriente de falla.	63 kA _{rms} por 30 ciclos y 164 kA pico para el primer ciclo.
Máximo valor de reactancia en modo inyección.	40.13-13.8 mΩ a 602 Hz.	Potencia.	Alimentado por la propia línea.
Máximo valor de corriente en modo de monitoreo.	50 A _{rms} .	Mínimo valor de corriente para modo de inyección.	150 A _{rms} .
b) Físicas			
Masa.	96 kg	Mínimo diámetro de conductor.	14.3 mm.
Dimensiones.	1417 mm largo, 211 mm ancho and 235 mm alto.	Máximo diámetro de conductor.	28.1 mm.
Tipo de conductor.	ACSR, AAC, AAAC, ACCR, Cu y otros.		

3.4.2 Modelo de flujos de potencia del DSR.

El dispositivo DSR puede modelarse como una reactancia variable X_{DSR} conectada en serie con la reactancia de la línea, como se muestra en el circuito equivalente de la Figura 3.5. El flujo de potencia se puede controlar ajustando el valor de la reactancia del dispositivo compensador [Johal 2008].

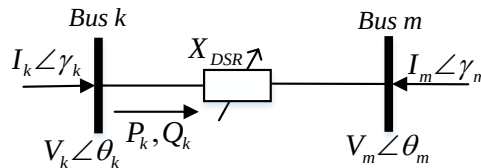


Figura 3.5. Circuito equivalente del DSR.

Con base en el circuito equivalente que se muestra en la Figura 3.5, la matriz de admitancia se puede escribir como sigue,

$$\begin{bmatrix} I_k \angle \gamma_k \\ I_m \angle \gamma_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} jB_{kk} & jB_{km} \\ jB_{mk} & jB_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_k \angle \theta_k \\ V_m \angle \theta_m \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

donde,

$$\begin{aligned} B_{kk} &= B_{mm} = -\frac{1}{X_{DSR}} \\ B_{km} &= B_{mk} = \frac{1}{X_{DSR}} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Las ecuaciones de potencia activa y reactiva inyectadas en el nodo k son,

$$P_k = V_k V_m B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) \quad (3.9)$$

$$Q_k = -V_k^2 B_{kk} - V_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) \quad (3.10)$$

Las ecuaciones de potencia activa y reactiva inyectadas en el nodo m son,

$$P_m = V_m V_k B_{mk} \sin(\theta_m - \theta_k) \quad (3.11)$$

$$Q_m = -V_m^2 B_{mm} - V_{mk} \cos(\theta_m - \theta_k) \quad (3.12)$$

Como resultado de la impedancia inductiva inyectada, el flujo de potencia fluye hacia otras áreas menos congestionadas del sistema. En el caso de que una línea en particular exceda el valor predeterminado de corriente, se incrementa el número de dispositivos DSR activos. El encendido de estos dispositivos se puede ir incrementado de forma gradual hasta que el flujo de potencia sea re-direccionado a las líneas sub-utilizadas de la red [Johal 2008]. Es decir el flujo de potencia debe ir directo a las áreas menos congestionadas del sistema.

3.5 Compensador estático serie distribuido.

El compensador estático serie distribuido (*Distributed Static Series Compensator DSSC*) tiene el potencial del compensador estático serie (*Static Synchronous Series Compensator*

SSSC) monofásico con tecnología VSC (*Voltage Source Converter*) debido a que es capaz de cambiar la impedancia efectiva de las líneas de transmisión.

La Figura 3.6 muestra un circuito esquemático del dispositivo DSSC compuesto por un inversor monofásico, un transformador monofásico, los circuitos de la fuente de alimentación, un sistema de control y uno de comunicaciones. El inversor se diseña para inyectar un voltaje en cuadratura en la línea de CA para simular una reactancia positiva o negativa.

Como en el caso del DSI y el DSR, el peso y tamaño del DSSC permite que se suspenda mecánicamente de la línea. Por último, el control de potencia activa se modela matemáticamente a partir de un circuito eléctrico dado por la conexión serie de la admitancia del transformador con una fuente modulada de voltaje.

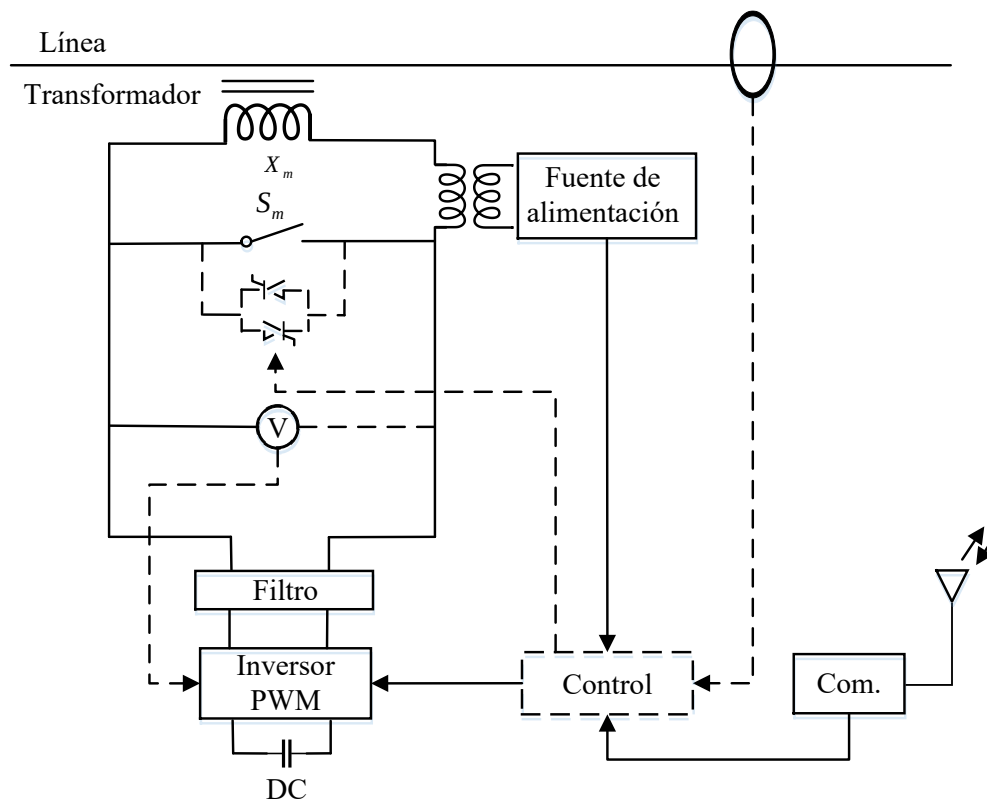


Figura 3.6. Representación esquemática del DSSC.

3.5.1 Principio de operación del DSSC.

El inversor monofásico de fase del DSSC consiste de cuatro tiristores tipo IGBTs en una configuración de puente completo conectado a la salida con un filtro LC y un bus de

capacitancia de CD. La estrategia de conmutación del inversor está basada en la técnica por ancho de pulso sinusoidal (PWM) [Fajri y Afsharnia, 2008].

3.5.2 Modelo de flujos de potencia del DSSC.

Matemáticamente, el DSSC puede ser modelado como una fuente modulada de voltaje $\bar{E}_{cR}$ conectada en serie con la reactancia del transformador de acoplamiento. En la operación práctica del DSSC, $\bar{E}_{cR}$ puede ser regulada para controlar el flujo de potencia inyectado en un nodo de la línea de transmisión o la magnitud de voltaje en los buses k o m , en los cuales está conectado el controlador.

La fuente de voltaje serie se puede representar como sigue,

$$\bar{E}_{cR} = V_{cR}(\cos \delta_{cR} + j \sin \delta_{cR}) \quad (3.13)$$

donde sus variables serán controladas entre los límites indicados por

$$\begin{aligned} V_{cRmin} &\leq V_{cR} \leq V_{cRmax} \\ 0 &\leq \delta_{cR} \leq 2\pi \end{aligned} \quad (3.14)$$

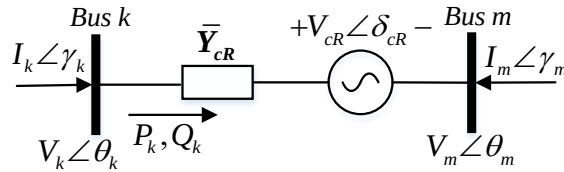


Figura 3.7. Circuito equivalente del DSSC.

Con base en el circuito equivalente de la Figura 3.7, se puede obtener la siguiente ecuación,

$$\begin{bmatrix} I_k \angle \gamma_k \\ I_m \angle \gamma_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{cR} & -\bar{Y}_{cR} & -\bar{Y}_{cR} \\ -\bar{Y}_{cR} & \bar{Y}_{cR} & \bar{Y}_{cR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_k \angle \theta_k \\ V_m \angle \theta_m \\ \bar{E}_{cR} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

donde

$$\bar{Y}_{cR} = \frac{1}{\bar{Z}_{cR}} = \frac{1}{R_{cR} + jX_{cR}} \quad (3.16)$$

Aplicando el concepto de potencia compleja se derivan las ecuaciones de potencia activa y reactiva asociada a la fuente modulada de voltaje, lo que resulta en

$$P_{cR} = V_{cR}^2 G_{mm} + V_{cR} V_k \left[G_{km} \cos(\delta_{cR} - \theta_k) + B_{km} \sin(\delta_{cR} - \theta_k) \right] + V_{cR} V_m \left[G_{mm} \cos(\delta_{cR} - \theta_m) + B_{mm} \sin(\delta_{cR} - \theta_m) \right] \quad (3.17)$$

$$Q_{cR} = -V_{cR}^2 B_{mm} + V_{cR} V_k \left[G_{km} \sin(\delta_{cR} - \theta_k) - B_{km} \cos(\delta_{cR} - \theta_k) \right] + V_{cR} V_m \left[G_{mm} \sin(\delta_{cR} - \theta_m) - B_{mm} \cos(\delta_{cR} - \theta_m) \right] \quad (3.18)$$

Realizando un análisis similar, las ecuaciones de potencia activa y reactiva en el bus k son,

$$P_k = V_k^2 G_{kk} + V_k V_m \left[G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) \right] + V_{cR} V_k \left[G_{km} \cos(\theta_k - \delta_{cR}) + B_{km} \sin(\delta_{cR} - \theta_k) \right] \quad (3.19)$$

$$Q_k = -V_k^2 B_{kk} + V_k V_m \left[G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) \right] + V_{cR} V_k \left[G_{km} \sin(\theta_k - \delta_{cR}) - B_{km} \cos(\delta_{cR} - \theta_k) \right] \quad (3.20)$$

Por último, un conjunto de ecuaciones idéntico se obtienen para el bus m al intercambiar subíndices k y m .

En la formulación linealizada del problema de flujos de potencia dada por la ecuación (3.21), las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva en los extremos del compensador D-FACTS se concentran en el vector $\Delta P Q_\phi$. Debe notarse que la dimensión de la matriz Jacobiana varía en función del tipo de buses entre los cuales se encuentre conectado el dispositivo controlador. Por último, las variables correspondientes a cada dispositivo D-FACTS se agrupan en el vector ϕ como se indica en la ecuación (3.22) y los incrementos en las variables de estado corresponden a lo expresado en la ecuación (3.23),

$$\Delta S = J \cdot \Delta X \quad (3.21)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta PQ_\phi \end{bmatrix}^{(i)} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta P}{\partial V} & \frac{\partial \Delta P}{\partial \phi} \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial V} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial \phi} \\ \frac{\partial \Delta PQ_\phi}{\partial \theta} & \frac{\partial \Delta PQ_\phi}{\partial V} & \frac{\partial \Delta PQ_\phi}{\partial \phi} \end{bmatrix}^{(i)} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \\ \Delta \phi \end{bmatrix}^{(i)} \quad (3.22)$$

$$\Delta \mathbf{X} = \mathbf{X}^i - \mathbf{X}^{i-1} \quad (3.23)$$

3.6 Casos de estudio.

Con la finalidad de cuantificar el impacto de los dispositivos D-FACTS en el control operativo de redes eléctricas de transmisión y distribución, se implementó un programa de flujo de potencia desarrollado en MATLAB® para incorporar los modelos D-FACTS descritos anteriormente. Los casos de estudio se detallan a continuación.

3.6.1 Equivalente de la Red Mexicana de 190 buses.

La red equivalente mexicana compuesta por 190 buses, 180 líneas de transmisión y 83 transformadores es utilizada para cuantificar el control operativo en redes de transmisión. La parte relevante de la red se muestra en la Figura 3.8.

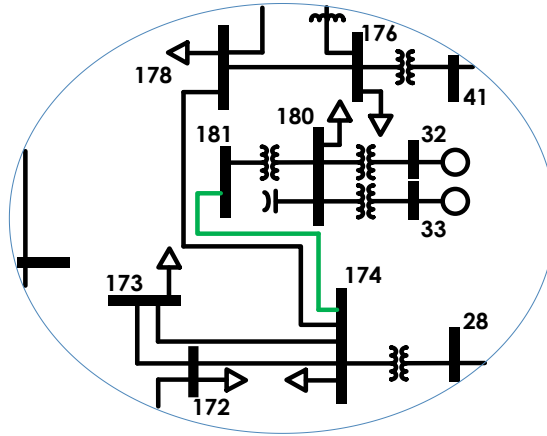


Figura 3.8. Área de incorporación de dispositivos D-FACTS en el equivalente mexicano de 190 buses.

La línea conectada entre los nodos 174 y 181 es la que tiene mayor distancia eléctrica, debido a su alto valor de impedancia; esto ocasiona que por esta línea circule menor flujo de potencia activa en comparación con las otras líneas. Por esta razón se selecciona esta línea para colocarle un compensador que incremente el flujo de potencia activa. La compensación se realiza al conectar una reactancia variable en serie con la reactancia propia de la línea, lo que produce una reducción en el valor de impedancia efectiva y como consecuencia genera mayor flujo de potencia activa por esta línea.

Se realizan cuatro casos de estudio para incluir el compensador DSI, que se describen a continuación. En el primer caso, la solución del estudio de flujos de potencia se obtiene sin compensación, y los resultados de magnitud y ángulo de voltaje en los nodos k y m , de envío y de recepción respectivamente se presentan en la fila “Línea inicial” de la Tabla 3.2, así como el valor de reactancia de la línea en por unidad X_L . En el siguiente caso, “Línea + 1 DSI”, se añade un dispositivo DSI a la línea, el valor de la reactancia de compensación se indica con la variable X_{inj} . Además, el valor de la reactancia efectiva X_{eff} es la suma de la reactancia de la línea con la inyección del dispositivo. En el siguiente caso, se añaden dos dispositivos DSI. Por último, se añaden tres dispositivos conectados a la línea de estudio.

Tabla 3.2 Resultados de magnitudes, ángulos de voltaje y reactancia efectiva entre los buses k y m incluyendo DSI.

	V_k p.u.	δ_k grados	V_m p.u.	δ_m grados	X_L p.u.	X_{inj} p.u.	X_{eff} p.u.
Línea inicial	1.0285	-8.7765	0.9925	-14.4164	0.4340	0.00000	0.43400
Línea + 1 DSI	1.0302	-8.7937	0.9955	-16.8850	0.4340	-0.01892	0.41508
Línea + 2 DSI	1.0283	-8.7754	0.9960	-13.8773	0.4340	-0.03784	0.39616
Línea + 3 DSI	1.0304	-8.7888	0.9965	-18.3341	0.4340	-0.05676	0.37724

Este diseño de experimento se realiza sobre la red pero incluyendo los compensadores DSR y DSSC. Dado que el DSSC es un caso de compensación activa, los parámetros de las fuentes variables se incluyen en la Tabla 3.4.

Tabla 3.3 Resultados de magnitudes, ángulos de voltaje y reactancia efectiva entre los buses k y m incluyendo DSR.

	V_k p.u.	δ_k grados	V_m p.u.	δ_m grados	X_L p.u.	X_{inj} p.u.	X_{eff} p.u.
Línea inicial	1.0285	-8.7765	0.9925	-14.4164	0.4340	0.00000	0.43400
Línea + 1 DSR	1.0302	-8.7937	0.9955	-16.9130	0.4340	0.01674	0.45074
Línea + 2 DSR	1.0283	-8.7755	0.9965	-13.9348	0.4340	0.03348	0.46740
Línea + 3 DSR	1.0303	-8.7981	0.9970	-17.8822	0.4340	0.05022	0.48422

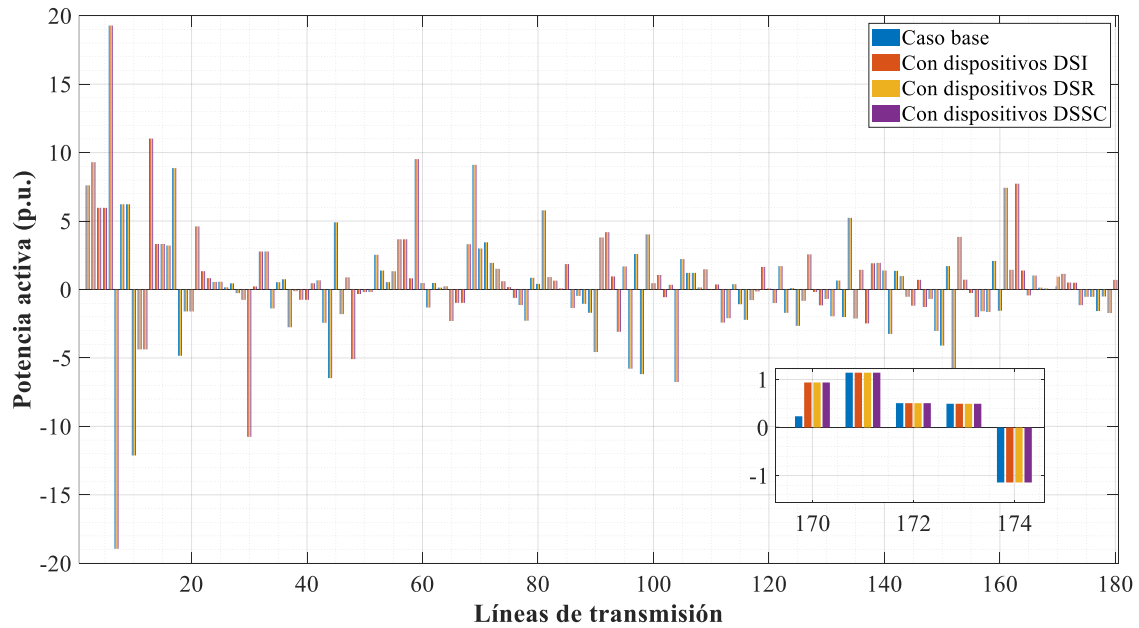
Tabla 3.4 Resultados de magnitudes, ángulos de voltaje y reactancia efectiva entre los buses k y m incluyendo DSSC.

	V_k p.u.	δ_k grados	V_m p.u.	δ_m grados	X_L p.u.	V_{inj} p.u.	δ_{inj} grados
Línea inicial	1.0285	-8.7765	0.9925	-14.4164	0.4340	0.000000	0.00000
Línea + 1 DSSC	1.0289	-8.7816	0.9962	-19.3379	0.4340	-0.043900	-68.9312
Línea + 2 DSSC	1.0249	-8.7439	0.9879	-18.4537	0.4340	0.016062 0.010544	109.5193 54.3166
Línea + 3 DSSC	1.0289	-8.7939	0.9875	-24.7587	0.4340	-0.015613 -0.013859 0.010831	-81.1034 -81.3658 33.2226

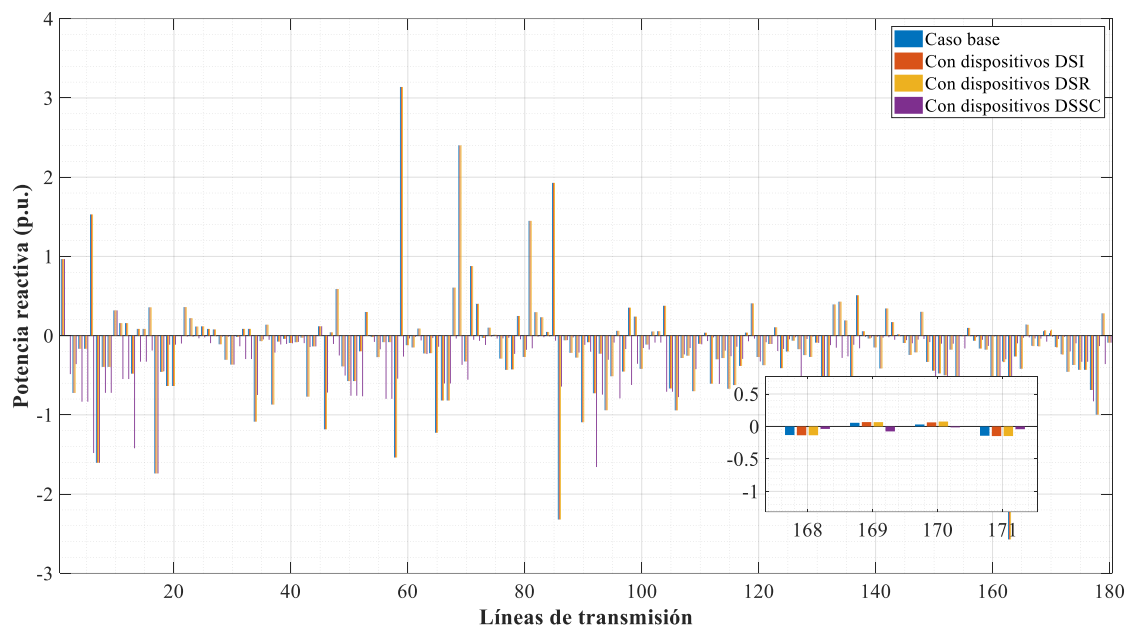
En la Tabla 3.2 se observa que a medida que aumenta el número de dispositivos DSI, la reactancia de la línea efectiva disminuye (ya que la compensación es capacitiva). Esta reducción se refleja como una línea de transmisión eléctricamente más corta. Por lo tanto, el dispositivo reduce las pérdidas reactivas como consecuencia de aumentar la desviación angular entre los nodos debido al aumento en la transferencia de potencia. Para los resultados de los compensadores estáticos DSR mostrados en la Tabla 3.3, el comportamiento es distinto, en este caso la reactancia efectiva es mayor debido a la inyección de reactancia inductiva. Lo que se traduce en una disminución del flujo de corriente que circula por la línea.

Finalmente, la compensación activa tiene un funcionamiento diferente debido a los resultados presentados en la Tabla 3.4, donde se observa que se obtienen valores de reactancia positivos y valores de reactancia negativos, este comportamiento se debe a la redistribución de flujo que se debe dar para cumplir con la consigna de voltaje.

En la Figura 3.9 a) se muestran los resultados del flujo de potencia activa y b) reactiva en las líneas de transmisión cuando se incluyen dispositivos D-FACTS en la red. Se muestra el caso con tres dispositivos D-FACTS conectados en la línea.



a)



b)

Figura 3.9. a) Flujos de potencia activa de k a m en las líneas de transmisión. b) Flujos de potencia reactiva de k a m en las líneas de transmisión.

Con base en los resultados anteriores se demuestra que los dispositivos DSI y DSSC pueden incrementar el flujo de potencia activa que circula por la línea 170 que es justo en la que se incluye el compensador, comprobando el funcionamiento de los dispositivos en la red. Por último, cuando se incorpora el dispositivo DSR se presenta un cambio de dirección en el flujo de potencia activa, lo que provoca que las líneas eléctricamente conectadas a los buses 174 y 181 también se vean afectadas con un aumento en el flujo de potencia. Lo que permite la posibilidad de mejorar el perfil de voltaje en los buses. Ahora se procede a incorporar los dispositivos D-FACTS en redes de distribución eléctrica.

3.6.2 Red de prueba de distribución: 4 buses de IEEE.

La red de prueba de 4 buses de IEEE [IEEE PES, 2021] se usó para incorporar los dispositivos D-FACTS en el estudio de flujos de potencia. Esta red consta de 4 buses, dos líneas de distribución, un transformador conectado en estrella y carga trifásica balanceada conectada a un bus infinito. La Figura 3.10 muestra la incorporación de los dispositivos D-FACTS, uno por cada fase en la línea conectada con el nodo de carga de forma esquemática.

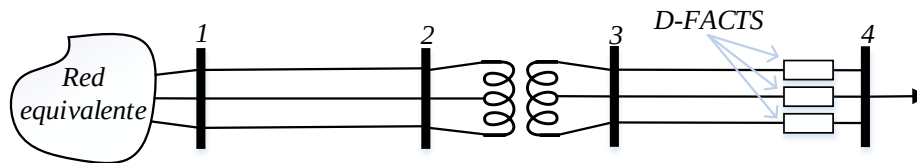


Figura 3.10 Red IEEE-4-YY con dispositivos D-FACTS.

Cuando se hace la transformación de polifásico desbalanceado a su circuito equivalente tal como se explicó en el Capítulo 2 la red de 4 buses del IEEE aumenta a 12 buses. Los buses 1, 2 y 3 corresponden a las tres fases del bus infinito. Los buses 10, 11 y 12 corresponden al bus en el que se conecta la carga. El compensador DSI se añade entre los buses 7-10, 8-11 y 9-12. Los resultados de magnitud y ángulo de voltaje se reportan en la Tabla 3.5. Adicionalmente se muestra el valor de la reactancia para los dispositivos D-FACTS en la Tabla 3.6. Se observa que a pesar de que se conecta una carga trifásica balanceada al bus de carga el desbalance en las fases se traduce en un desbalance en los valores de la reactancia.

Tabla 3.5 Magnitudes y ángulos de voltaje nodales red 4 buses IEEE con DSI.

Bus	V (p.u.)	θ (°)	Bus	V (p.u.)	θ (°)
1	1.00000	0.0000	7	0.95050	-3.3333
2	1.00000	-120.0003	8	0.95350	-123.3473
3	1.00000	120.0003	9	0.95220	116.6001
4	0.98970	-0.3142	10	0.94500	-3.9493
5	0.99240	-120.3448	11	0.94920	-123.8371
6	0.9912	119.6090	12	0.94660	115.9777

Tabla 3.6 Valores de reactancia en las fases.

Fase	a	b	c
Beq.	0.011921	0.009552	0.012087

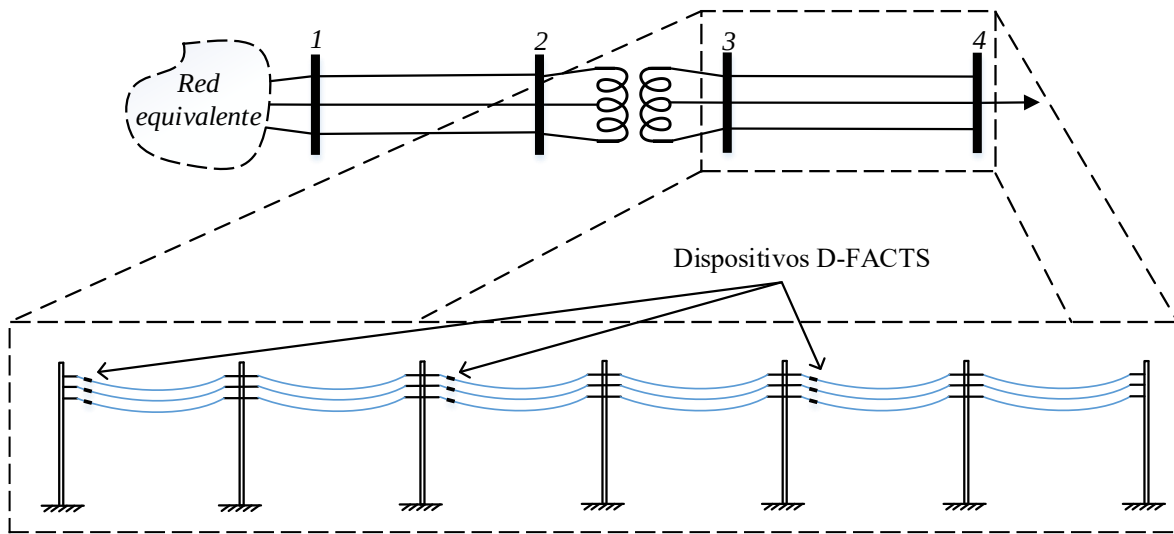


Figura 3.11 Red IEEE-4-YY con dispositivos D-FACTS, buses 3-4.

En la Figura 3.11 se puede apreciar la distribución de los dispositivos D-FACTS a lo largo de la línea que conecta los buses originales 3 y 4. La Figura 3.12 muestra con línea roja los resultados de flujos de potencia en el caso sin dispositivos D-FACTS y la línea azul el caso con dispositivos D-FACTS, es claro que al incorporar este dispositivo el perfil de voltaje en los nodos de compensación aumenta al valor deseado de ajuste de 1 p.u.

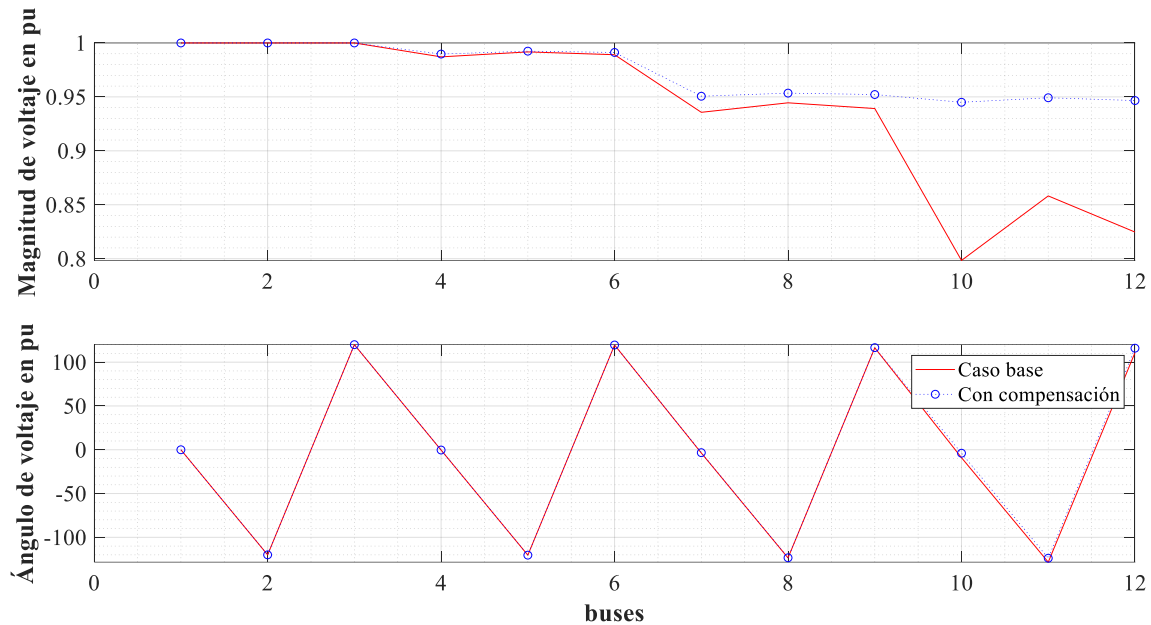


Figura 3.12 Red IEEE-4-YY con dispositivos D-Facts, comparación de resultados, fases 'a', 'b' y 'c'.

La flexibilidad de los dispositivos D-Facts de operar a cualquier nivel de voltaje, permite su incorporación en redes de distribución eléctrica. Los resultados muestran que se puede mejorar el perfil de voltaje incluso en conexiones radiales como en el caso de la red de 4 buses y no sólo en redes malladas como el caso de las redes de transmisión. A continuación se implementan los dispositivos D-Facts en una red de distribución real.

3.6.3 Red de media tensión real.

Una vez que se ha revisado el funcionamiento del programa implementado con la incorporación de dispositivos D-Facts en redes de transmisión y distribución se usará la red de media tensión de la UNAM como caso de estudio. Se tomará sólo una parte de la red, los anillos A, B y C. La Figura 3.13 muestra un esquema de la conexión de los anillos. Se puede observar que el bus de compensación en este caso será el alimentador Odón de Buen que pertenece a la compañía suministradora de CFE el cual se conecta a las subestaciones generales 1 y 2 por medio de líneas aéreas marcadas con líneas negras continuas. Por otro lado las subestaciones generales alimentan a los anillos A, B, y C. El anillo A está conformado por sólo una subestación derivada, a la cual se conecta un transformador de

conexión delta – estrella aterrizada. Por el contrario los anillos B y C están conformadas por 5 y 21 subestaciones derivadas respectivamente.

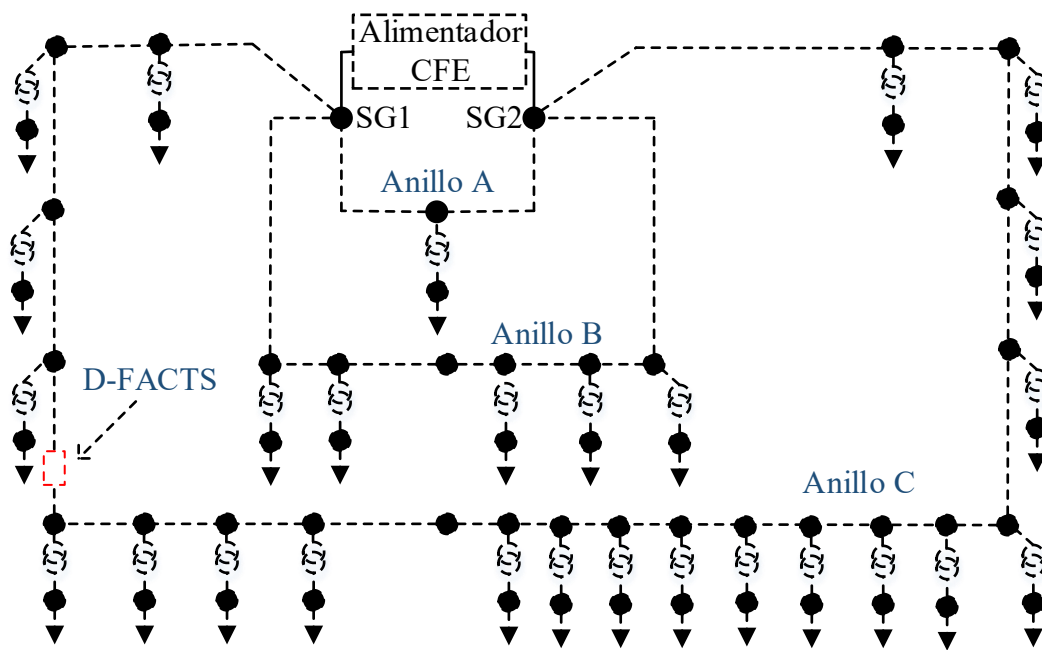


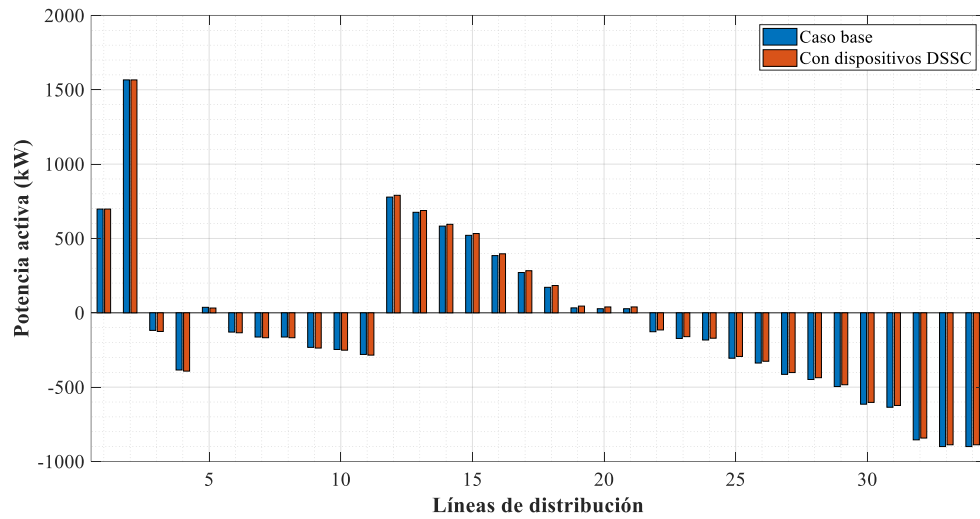
Figura 3.13 RMT-UNAM, anillos A, B, y C topología.

Una vez que se obtuvieron los resultados de flujos de potencia en las líneas de la red se incluyen los dispositivos D-FACTS, en este caso la tecnología DSSC en la línea 16, la cual conecta la subestación derivada 4 del anillo C y la subestación derivada 6 del anillo C.

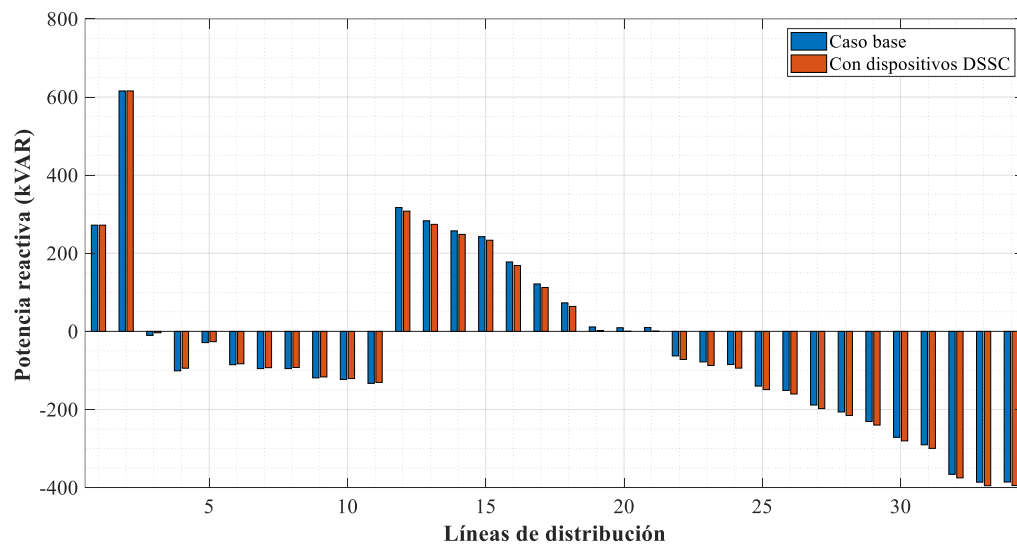
Se considera que el dispositivo es lo suficiente pequeño para ser incorporado en las líneas de distribución. Se seleccionó la línea 16 dado que es la más larga desde el punto de vista eléctrico en el anillo C. La intención de incluir los dispositivos D-FACTS es incrementar la potencia que circula por la línea 16. Nuevamente se obtienen los resultados del flujo de potencia en las líneas de la red y se comparan los resultados. La Figura 3.14 muestra los resultados de flujo de potencia activa y reactiva en el nodo de envío en las 34 líneas de las que está conformada la red para ambos casos. De forma gráfica se muestra en la Figura 3.15 la dirección de los flujos de potencia activa y reactiva para el caso de la red sin compensación, se puede observar que los flujos salen de los alimentadores hacia los nodos de carga.

Se puede observar que al incrementar el flujo de potencia en la línea 16 con la incorporación de los dispositivos D-FACTS el flujo de potencia real aumenta en las líneas cercanas al punto de compensación, adicionalmente se observa que el flujo de las líneas del

anillo B también cambian, esto se debe a que los anillos A y B también están conectados a las subestaciones generales. Por otro lado también se observa un cambio en el flujo de potencia reactiva de las líneas en donde incluso en el nodo 20 cambia de dirección. Lo que demuestra que es posible hacer re-dirección de flujos de potencia en redes de distribución de conexión en anillo como en este caso.



a)



b)

Figura 3.14 a) Flujos de potencia activa en el nodo de envío RMT-UNAM, anillos A, B, y C. b) Flujos de potencia reactiva en el nodo de envío RMT-UNAM, anillos A, B, y C.

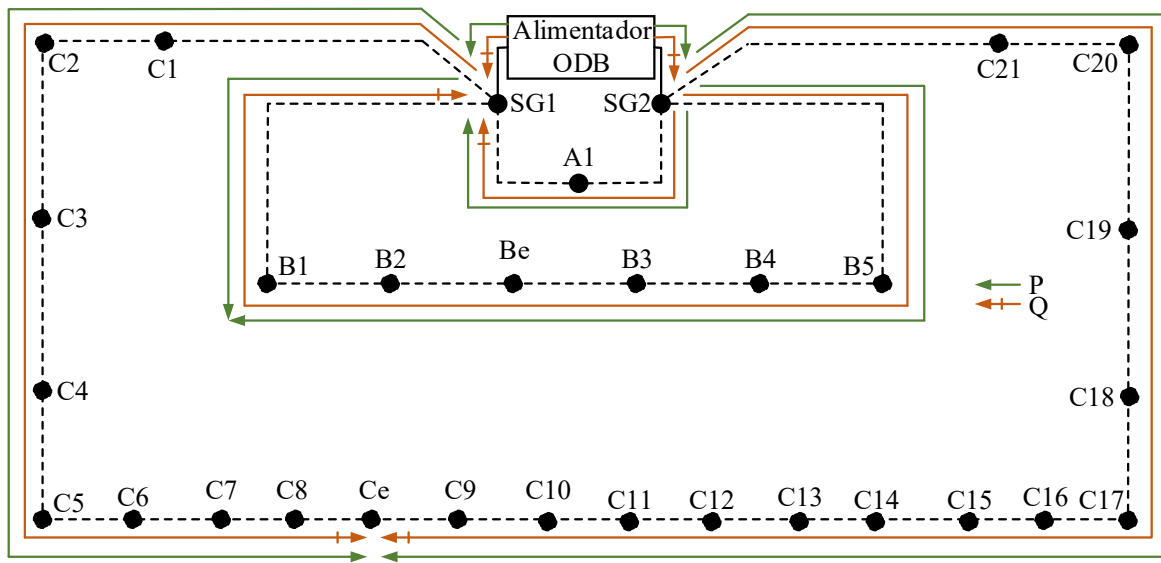


Figura 3.15 Red de media tensión UNAM, anillos A, B y C, dirección de flujos.

3.7 Conclusiones.

La implementación de dispositivos D-FACTS se puede hacer en líneas pre-seleccionadas en las que se vean condiciones de sobrecarga en determinados momentos del día o en condiciones de contingencia definidas. Estas líneas se pueden modificar con módulos D-FACTS para aumentar el flujo de potencia activa, disminuirlo o mantenerlo inalterable. Ayudar a dirigir la corriente de líneas sobrecargadas a aquellas que no lo están y puede llevar al sistema a su máxima capacidad de transferencia de potencia.

Aunado a eso, la confiabilidad del sistema también mejora ya que se pueden aliviar líneas congestionadas, aumentando de manera importante la vida útil de los conductores en las líneas de transmisión y distribución. Note que esta característica de los compensadores D-FACTS puede ser de mucha utilidad para mejorar los precios marginales nodales en el mercado eléctrico mexicano.

A pesar de la gran cantidad de ventajas que ofrecen este tipo de tecnologías, se ha reportado muy poco en la literatura de su implementación en redes de distribución.

Capítulo 4

Estimación de estado en redes de distribución eléctrica incluyendo dispositivos D-FACTS

4.1 Introducción.

El principal objetivo de los operadores de redes eléctricas es suministrar energía dentro de límites de funcionamiento seguros y confiables, lo que se logra mediante la supervisión y el control de las variables de estado que determinan el estado operativo de las redes de distribución y transmisión. El tratamiento y análisis de todos los datos asociados a estas variables se realiza a través de la herramienta de estimación de estado.

Este proceso de estimación permite, a su vez, determinar la necesidad de acciones de control preventivo y correctivo. En términos prácticos, el estimador de estado es la herramienta principal de un sistema de gestión de energía para la operación de las redes de transporte en tiempo real. Esta herramienta se ha adaptado a las características particulares de las redes de distribución eléctrica, donde se conoce como estimación de estado del sistema de distribución (*distribution systems state estimation DSSE*) [Celik y Liu, 1999]. Dentro de estas características suelen existir bajos niveles de magnitudes de voltaje, cargas monofásicas, bifásicas y trifásicas, así como conexiones específicas de los devanados de los transformadores trifásicos. Otra característica de las redes de distribución es que son redes topológicas mayoritariamente radiales y con un gran número de buses [Lu et al., 1995]. En las redes de transmisión eléctrica se busca limitar la congestión en las líneas de la red mallada, a diferencia de las redes radiales de distribución en la que el objetivo es transferir la mayor cantidad de potencia a la carga. Adicionalmente, dado el limitado número de equipos de medición y monitoreo en la red de distribución [Chen et al., 1991], se crean zonas oscuras, en las cuales solo se tienen las mediciones del alimentador de distribución.

Todas las características enunciadas hacen que las matrices de admitancia nodal utilizadas en el proceso de estimación de estado estén generalmente mal condicionadas, lo que representa un reto para las técnicas convencionales de solución del problema de estimación

de estado usadas en redes de transmisión. Por ejemplo, en sistemas de transmisión las mediciones se hacen en secuencia positiva mientras que en las redes de distribución se miden las tres fases. Debido al mal condicionamiento referido, en la literatura se han propuesto diferentes técnicas matemáticas que no requieren la inversión de matrices para formular el problema de DSSE, destacando las basadas en el método de mínimos cuadrados ponderados donde se consideran los voltajes nodales o las corrientes de rama como variables de estado [Baran y Kelley, 1995].

Por otro lado, la operación de los centros de control de distribución realiza la recolección de las mediciones mediante un sistema de control supervisorio y adquisición de datos (*supervisory control and data acquisition* SCADA). Estos sistemas recogen los datos a través de un sistema de comunicación para transmitirlos desde las subestaciones del sistema hasta el centro de control. Por otra parte, la unidad de medición fasorial (*phasor measurement unit* PMU) permite obtener una medición precisa de los fasores de voltaje y corriente, etiquetándolos con una estampa de tiempo. Estos dispositivos que han tenido buena aceptación en redes de transmisión empiezan a ser utilizados también en redes de distribución. En este contexto, dada la escasa cantidad de equipos de medición disponibles en las redes de distribución, el estudio de estimación de estado debe ser capaz de obtener una solución con una cantidad limitada de mediciones y con la incertidumbre asociada a cada sistema de medición: SCADA o PMUs.

Una forma de reducir los errores aleatorios asociados a las mediciones físicas y al modelo de red es mejorando la formulación matemática del modelo de red [Abur y Gómez-Expósito, 2004]. Esto se consigue modelando la red de distribución desbalanceada en el dominio de las fases y posteriormente modelarla redes equivalentes, tal como se explicó en el Capítulo 2 de esta tesis. La red polifásica desbalanceada puede, a su vez, transformarse en un modelo monofásico equivalente basado en la propuesta desarrollada en el Capítulo 2. Además, en los últimos años se ha adoptado el concepto de sistemas flexibles de transmisión a nivel de los sistemas de distribución para realizar estudios del funcionamiento desbalanceado y hacer que el sistema de distribución sea controlable de forma electrónica [F. H. Gandoman et al., 2018].

En este caso, tal como se detalló en el Capítulo 3, se ha adoptado un enfoque alternativo de los controladores FACTS para su aplicación en las redes de distribución, es decir, los

controladores FACTS distribuidos (*distributed flexible alternating current transmission system* D-FACTS). Entre estos controladores D-FACTS, el de impedancia serie distribuida (DSI) y el compensador estático serie distribuido (DSSC) han demostrado su eficacia para controlar de forma independiente la potencia activa que circula por cada fase de las líneas de transmisión polifásicas desbalanceadas. Para evaluar el efecto de los dispositivos D-FACTS en el problema de estimación de estado, los modelos desarrollados en el presente trabajo han sido incluidos en la formulación del problema de estimación de estado en redes de distribución.

4.2 Formulación del problema de estimación de estado.

En el proceso de estimación de estado, las variables de interés son las magnitudes y ángulos de voltaje nodales, las cuales son estimadas utilizando los siguientes datos: los valores paramétricos de los dispositivos que conforman la red, la información topológica del sistema eléctrico y las mediciones físicas.

La estimación de estado se basa en resolver un conjunto de ecuaciones de mediciones físicas $\mathbf{z}$ representado matemáticamente por

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{e} \quad (4.1)$$

donde $\mathbf{z}$ es el vector de mediciones físicas ($m \times 1$), $\mathbf{x}$ es el vector de estado ($n \times 1$), $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ es un vector de funciones no lineales que relaciona las mediciones físicas con las variables de estado a estimar. Esta representación matemática de las mediciones físicas es llamada mediciones estimadas ($m \times 1$). Por último, el error aleatorio asociado con las mediciones físicas es representado por el vector de errores $\mathbf{e}$ ($m \times 1$).

Las mediciones físicas en el sistema de distribución son: magnitudes de voltaje e inyección de potencia activa y reactiva en los alimentadores, los flujos de potencia activa y reactiva en las líneas y mediciones de potencia en la carga.

La técnica más común para resolver el sistema de ecuaciones usada en el problema de estimación de estado es el enfoque de mínimos cuadrados ponderados [Abur, 1990]. Esta técnica se basa en minimizar la función objetivo $\mathbf{J}(\mathbf{x})$, la cual está definida por la diferencia entre los valores de mediciones estimadas $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ y los valores medidos $\mathbf{z}$:

$$J(\mathbf{x}) = [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})]^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x})] \quad (4.2)$$

donde $\mathbf{R}$ es la matriz de covariancia y se define por

$$\mathbf{R} = \text{diag}\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_m^2\} \quad (4.3)$$

Para el presente trabajo se tomaron las desviaciones estándar reportadas en [Abur, 1990] para los diferentes tipos de mediciones SCADA: $\sigma_i = 0.008$ para flujos de potencia activa y reactiva; $\sigma_i = 0.004$ para mediciones de magnitud de voltaje. Las desviaciones estándar para las mediciones sincrofasoriales proporcionadas por PMUs son $\sigma_i = 0.002$ para mediciones de magnitud de voltaje y $\sigma_i = 0.0017$ para mediciones de ángulo de fase.

La minimización de $J(\mathbf{x})$ usando la primera condición de optimalidad resulta en un conjunto de ecuaciones no lineal que debe ser linealizado por el método Gauss-Newton, lo que resulta en el siguiente conjunto de ecuaciones [Abur, 2004],

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}_k) \Delta \mathbf{x}_k = \mathbf{H}^T(\mathbf{x}_k) \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}_k)] \quad (4.4)$$

En este caso, el subíndice k se refiere al número de iteración del proceso de solución de (4.4). $\mathbf{H}(\mathbf{x}_k)$ es la matriz Jacobiana que contiene las derivadas de las mediciones estimadas $\mathbf{h}(\mathbf{x}_k)$ con respecto a las variables de estado del sistema $\mathbf{x}_k$, tal como se expresa en la ecuación (4.5). La matriz de ganancia es denotada por $\mathbf{G}(\mathbf{x}_k)$ y se calcula como indica la ecuación (4.6). Esta matriz es dispersa, definida positiva y simétrica. Todas estas características hacen que el sistema sea observable [Abur, 2004].

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \quad (4.5)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{x}_k) = \mathbf{H}^T(\mathbf{x}_k) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H}(\mathbf{x}_k) \quad (4.6)$$

La solución de (4.4) k -ésima iteración puede expresarse como (4.7), donde la matriz de ganancia se descompone en sus factores triangulares y comunmente se resuelve por sustituciones hacia adelante y hacia atrás [Abur, 2004],

$$[\mathbf{G}(\mathbf{x}_k)](\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k) = \mathbf{H}^T(\mathbf{x}_k) \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{z} - \mathbf{h}(\mathbf{x}_k)] \quad (4.7)$$

En el planteamiento del problema de estimación de estado en redes de distribución, una característica adicional de la matriz de ganancia es su mal condicionamiento numérico debido a la diferencia en longitud de las líneas asociadas a un mismo bus, así como los pesos asociados a cada tipo de medición. Se revisaron diferentes métodos numéricos de solución iterativos y directos entre los cuales se encuentran, Cholesky, LU, QR, P-W, SVD, MINRES, SYMMLQ los cuales presentaban resultado hasta en 20 iteraciones internas. Una forma de tratar con el mal condicionamiento de la matriz es usar métodos iterativos que no involucren la inversión de matrices, como es el caso del método de Levenberg-Marquardt acelerado de orden superior reportado por [Chen 2016], que además presenta convergencia bicuadrática, el cual se reporta en el Apéndice A. Todo el conjunto de estudios fue realizado usando el ambiente numérico de computación de MatLab® en una computadora con un procesador Intel Core i7-5500U a 2.4 GHz y 8 GB de memoria RAM.

4.2.1 Mediciones en redes de distribución.

En las redes generales de distribución co-existen diferentes tipos de mediciones que pueden ser incluidas en la formulación del problema de estimación de estado. Por lo que es conveniente agregar el mayor número de mediciones posibles para de esta forma aumentar la redundancia. Las mediciones se pueden clasificar en tres grandes grupos:

1. Mediciones físicas, en las que se incluyen las obtenidas de sistemas SCADA en el rango de 2 a 4 segundos, y las mediciones PMUs con una tasa de muestreo de 20 a 60 mediciones por segundo. En los sistemas de distribución las unidades de medición se encuentran generalmente a la salida de la subestación eléctrica de alta/ media tensión. La incertidumbre que acompaña a este tipo de medición depende principalmente de la precisión del instrumento de medición, el cual oscila entre 1 y 3%, dependiendo la calidad del dispositivo. Con dicha incertidumbre se establece un factor de ponderación para este tipo de medición [Singh, 2010].
2. Mediciones virtuales, las cuales se derivan del concepto de balance de potencia nodal en nodos de paso, por lo que se conocen como mediciones de inyecciones cero.

3. Pseudo-mediciones, que se utilizan ante la pérdida de mediciones físicas y corresponden a las obtenidas de datos históricos. En este contexto, las pseudo-mediciones tienen menos precisión que las mediciones físicas a las que representan. En sistemas de distribución las pseudo-mediciones más comunes son las capacidades nominales de los transformadores, principalmente inyecciones de potencia [Singh, 2010].

En la estimación de estado en redes de distribución, generalmente no se cuenta con mediciones de potencia en los nodos al final del alimentador y las pseudo-mediciones se determinan con base en predicciones de carga para lograr la observabilidad del sistema. Sí se consideran mediciones en las tres fases del alimentador, entonces se tendrá una estimación más acertada [Tabakhpour y Abdelaziz, 2018].

Para el presente trabajo el estimador de estado desarrollado utiliza el modelo de línea desarrollado en el Capítulo 2 y considera las siguientes mediciones:

- Pseudo-mediciones entre fases ‘a’, ‘b’ y ‘c’ de las propias líneas (flujo de potencia activa y flujo de potencia reactiva). Estas mediciones se obtienen al resolver el análisis de flujos de potencia presentado en el Capítulo 2.
- Pseudo-mediciones entre líneas entre fases ‘a’, ‘b’ y ‘c’ en el mismo nodo (flujo de potencia activa y flujo de potencia reactiva). Estas mediciones se obtienen al resolver el análisis de potencia.
- Mediciones físicas de inyecciones de potencia en nodos con más de 8 líneas conectadas (inyección de potencia nodal activa y reactiva).
- Mediciones físicas de magnitudes y ángulos de voltaje en los primarios de los transformadores proporcionados por las unidades de medición fasorial.
- Mediciones físicas de magnitud y ángulo de voltaje en el alimentador proporcionadas por las unidades de medición fasorial.
- Mediciones físicas de magnitud y ángulo de voltaje en buses con compensación reactiva en derivación proporcionadas por las unidades de medición fasorial.

La desviación estándar para los diferentes tipos de mediciones fue definida como se indica en [Abur, 1990]. Cabe mencionar que en la presente propuesta no se utilizan mediciones virtuales.

4.2.2 Índices de precisión.

Para evaluar la precisión de la estimación de estado se utilizan dos índices que consideran el número total de ejecuciones de estimación de estado, los valores exactos de las variables de estado y los valores estimados de estas mismas variables. En este contexto, los valores exactos son cualquiera de los siguientes: i) valores obtenidos por un programa de flujos de potencia, del cual se generan las mediciones utilizadas en el estimador de estado, y ii) valores de variables de estado medidas por medidores SCADA y/o PMUs perfectos. Cabe mencionar que se usan los valores exactos con la intención de obtener el error absoluto de toda la estimación. Por último, los índices de precisión para magnitud y ángulo de voltaje son expresados matemáticamente de la siguiente manera [Alcaide-Moreno et al. 2018],

- Error porcentual del valor absoluto de la magnitud de voltaje (MAPE, *Mean Absolute Percentage Error*):

$$\text{MAPE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|V_i^{ex} - V_i^{est}|}{V_i^{ex}} 100\% \quad (4.8)$$

$$\text{MAPE}_T = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^T \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|V_i^{ex} - V_i^{est}|}{V_i^{ex}} 100\% \quad (4.9)$$

- Error absoluto de ángulo de voltaje (MAE, *Mean Absolute Error*), el cuál evalúa la precisión de los ángulos de voltajes nodales en grados:

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\theta_i^{ex} - \theta_i^{est}| \quad (4.10)$$

$$\text{MAE}_T = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^T \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\theta_i^{ex} - \theta_i^{est}| \quad (4.11)$$

donde N es el número de buses, T es el número total de ejecuciones de estimación de estado estática durante un periodo de tiempo seleccionado, mientras que los superíndices “ex” y “est” denotan valores exactos y estimados, respectivamente. El estimador de estado procesa las mediciones provenientes del sistema en intervalos regulares de tiempo, del orden de minutos (3 a 5) para dar seguimiento al estado operativo cambiante [Nolasco, 2012].

4.3 Modelo de compensadores serie distribuidos D-FACTS.

4.3.1 Impedancia serie distribuida.

En el problema de estimación de estado convencional, las variables son las magnitudes y ángulos de fase de la red; sin embargo, los parámetros de la impedancia serie distribuida (DSI) pueden ser estimados junto con las variables de estado convencionales. En este caso los parámetros de los dispositivos se introducen en el vector de estado como variables adicionales.

En un dispositivo DSI se podrían tener mediciones de magnitud y ángulo de voltaje en el nodo de envío y en el nodo de recepción, y mediciones de flujos de potencia a la llegada del nodo m o saliendo en el nodo k . Estas mediciones permiten introducir el máximo número de ecuaciones al algoritmo para que este realice un buen estimado de la variable de estado del DSI, la cual es la susceptancia del compensador serie. Sin embargo, disponer de todas esas mediciones puede resultar costoso; por tal motivo para el presente trabajo, en el dispositivo DSI sólo se consideran las mediciones de flujos de potencia activa y reactiva que es el número mínimo de mediciones para hacer este dispositivo observable, en combinación con otras mediciones del sistema. El esquema de mediciones para estimar las variables de estado del DSI se muestra en la Figura 4.1.

Para las mediciones disponibles en la Figura 4.1 corresponde una ecuación dentro de la matriz Jacobiana.

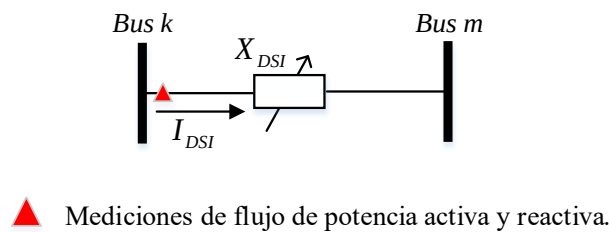


Figura 4.1 Mediciones del DSI.

Adicionalmente, se podría considerar la posibilidad de tener una pseudo-medición en el dispositivo programando el flujo de potencia que circula a través de él con la intención de

agregar redundancia. También se podrían agregar mediciones virtuales en el nodo de interconexión del controlador con la línea de transmisión compensada.

Las ecuaciones de potencia linealizadas del DSI respecto a sus voltajes complejos en terminales son,

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_k} = -V_k V_m B_{DSI} \cos(\theta_k - \theta_m) \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_m} = V_k V_m B_{DSI} \cos(\theta_k - \theta_m) \quad (4.13)$$

$$V_k \frac{\partial P_{km}}{\partial V_k} = -V_k V_m B_{DSI} \sin(\theta_k - \theta_m) \quad (4.14)$$

$$V_m \frac{\partial P_{km}}{\partial V_m} = -V_k V_m B_{DSI} \sin(\theta_k - \theta_m) \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_k} = -V_k V_m B_{DSI} \sin(\theta_k - \theta_m) \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_m} = V_k V_m B_{DSI} \sin(\theta_k - \theta_m) \quad (4.17)$$

$$V_k \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_k} = -2V_k^2 B_{DSI} + V_k V_m B_{DSI} \cos(\theta_k - \theta_m) \quad (4.18)$$

$$V_m \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_m} = V_k V_m B_{DSI} \cos(\theta_k - \theta_m) \quad (4.19)$$

Las ecuaciones de flujo de potencia linealizadas del DSI con respecto a la susceptancia B_{DSI} son,

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial B_{DSI}} = -V_k V_m \cos(\theta_k - \theta_m) \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial Q_{km}}{\partial B_{DSI}} = -V_k^2 + V_k V_m \cos(\theta_k - \theta_m) \quad (4.21)$$

4.3.2 Reactancia serie distribuida

El esquema de mediciones para estimar las variables de estado de la reactancia serie distribuida (DSR) es similar al caso del dispositivo DSI, ya que el DSR es un caso particular del DSI en el que sólo se trabaja en la parte inductiva del dispositivo. Por tal motivo las ecuaciones de las mediciones correspondientes al DSI se ajustan para obtener las del DSR.

4.3.3 Compensador estático serie distribuido.

El esquema de mediciones para estimar las variables de estado del compensador estático serie distribuido (DSSC) se coloca de la misma forma en que son colocadas las mediciones para el DSI en la Figura 4.1, con la característica que también se agregan mediciones de flujo de corriente. Dado que se puede programar el valor de flujo de potencia activa que circula por la línea, estas mediciones se pueden considerar virtuales. El DSSC consta de dos parámetros los cuales son incluidos en el vector de estado del resto de la red como variables adicionales. Las variables de estado en este caso son el ángulo y magnitud de voltaje de la fuente en serie θ_{cR} y V_{cR} , tal como se indica en la Figura 4.2.

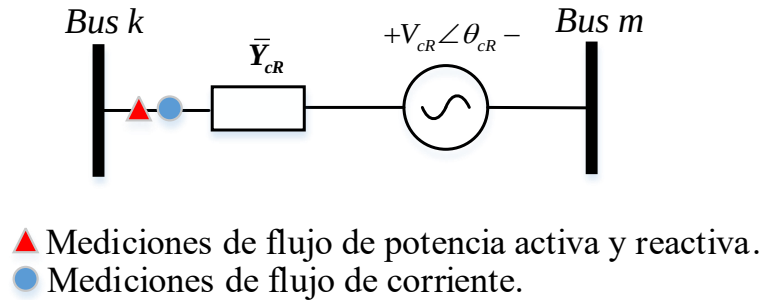


Figura 4.2 Topología de mediciones del DSSC.

Considerando que el DSSC puede controlar la magnitud de voltaje en el nodo donde se encuentra colocado, la medición de voltaje de dicho nodo puede ser también incorporada al vector de incrementos de los estados tal como se indica en la ecuación (4.22). La matriz Jacobiana se define como se muestra en la ecuación (4.23).

$$\Delta \mathbf{x} = [\Delta \theta_k \quad \Delta \theta_m \quad \frac{\Delta V_k}{V_k} \quad \frac{\Delta V_m}{V_m} \quad \Delta \theta_{cR} \quad \frac{\Delta V_{cR}}{V_{cR}}]^T \quad (4.22)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P_k \\ \Delta P_m \\ \Delta Q_k \\ \Delta Q_m \\ \Delta P_{km} \\ \Delta Q_{km} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_k}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial P_k}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_k}{\partial \theta_{cR}} & \frac{\partial P_k}{\partial V_{cR}} V_{cR} \\ \frac{\partial P_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial P_m}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_{cR}} & \frac{\partial P_m}{\partial V_{cR}} V_{cR} \\ \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_{cR}} & \frac{\partial Q_k}{\partial V_{cR}} V_{cR} \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_{cR}} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_{cR}} V_{cR} \\ \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_{km}}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial P_{km}}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_{cR}} & \frac{\partial P_{km}}{\partial V_{cR}} V_{cR} \\ \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_{cR}} & \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_{cR}} V_{cR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_k \\ \Delta \theta_m \\ \frac{\Delta V_k}{V_k} \\ \frac{\Delta V_m}{V_m} \\ \Delta \theta_{cR} \\ \frac{\Delta V_{cR}}{V_{cR}} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

De esta forma, el número de variables de estado para la estimación del compensador DSSC son 6: magnitud y ángulo de voltaje en el nodo de envío, magnitud y ángulo de voltaje en el nodo de recepción, magnitud y ángulo de la fuente del DSSC.

A continuación se presentan las expresiones matemáticas de las mediciones de flujos de potencia y corriente usados en la formulación de estimación de estado.

Para mediciones de flujo de potencia activa y reactiva.

Si el flujo de potencia va de k a m :

$$\begin{aligned} P_{km} = & V_k^2 G_{kk} + V_k V_m (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) \\ & + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) + V_k V_{cR} (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_{cR})) \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} Q_{km} = & -V_k^2 B_{kk} + V_k V_m (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)) \\ & + V_k V_{cR} (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_{cR}) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_{cR})) \end{aligned} \quad (4.25)$$

Si el flujo de potencia va de m a k :

$$\begin{aligned} P_{mk} = & V_m^2 G_{mm} + V_m V_k (G_{mk} \cos(\theta_m - \theta_k) + B_{mk} \sin(\theta_m - \theta_k)) \\ & + V_m V_{cR} (G_{mm} \cos(\theta_m - \theta_{cR}) + B_{mm} \sin(\theta_m - \theta_{cR})) \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} Q_{mk} = & -V_m^2 B_{mm} + V_m V_k (G_{mk} \sin(\theta_m - \theta_k) - B_{mk} \cos(\theta_m - \theta_k)) \\ & + V_m V_{cR} (G_{mm} \sin(\theta_m - \theta_{cR}) - B_{mm} \cos(\theta_m - \theta_{cR})) \end{aligned} \quad (4.27)$$

Para mediciones de flujo de corriente en la parte real y parte imaginaria,

Si el flujo de corriente va de k a m .

$$I_{rkm} = V_k (G_{kk} \cos(\theta_k) - B_{kk} \sin(\theta_k)) + V_m (G_{km} \cos(\theta_m) - B_{km} \sin(\theta_m)) + V_{cR} (G_{kk} \cos(\theta_{cR}) - B_{km} \sin(\theta_{cR})) \quad (4.28)$$

$$I_{ikm} = V_k (G_{kk} \sin(\theta_k) + B_{kk} \cos(\theta_k)) + V_m (G_{km} \sin(\theta_m) + B_{km} \cos(\theta_m)) + V_{cR} (G_{km} \sin(\theta_{cR}) + B_{km} \cos(\theta_{cR})) \quad (4.29)$$

Si el flujo de corriente va de m a k

$$I_{rmk} = V_k (G_{mk} \cos(\theta_k) - B_{mk} \sin(\theta_k)) + V_m (G_{mm} \cos(\theta_m) - B_{mm} \sin(\theta_m)) + V_{cR} (G_{mm} \cos(\theta_{cR}) - B_{mm} \sin(\theta_{cR})) \quad (4.30)$$

$$I_{imk} = V_k (G_{mk} \sin(\theta_k) + B_{mk} \cos(\theta_k)) + V_m (G_{mm} \sin(\theta_m) + B_{mm} \cos(\theta_m)) + V_{cR} (G_{mm} \sin(\theta_{cR}) + B_{mm} \cos(\theta_{cR})) \quad (4.31)$$

Una vez calculados los valores esperados de cada medición, se calculan las derivadas parciales de cada medición con respecto a todas las variables de estado, excepto con respecto al ángulo de referencia. La matriz H es de tamaño $m \times (2n - 1 + 2a)$, donde m es el número de mediciones, n es el número de nodos y a es el número de compensadores.

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial I_{rkm}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial I_{rkm}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial I_{rkm}}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial I_{rkm}}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial I_{rkm}}{\partial \theta_{cR}} & \frac{\partial I_{rkm}}{\partial V_{cR}} V_{cR} \\ \frac{\partial I_{ikm}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial I_{ikm}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial I_{ikm}}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial I_{ikm}}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial I_{ikm}}{\partial \theta_{cR}} & \frac{\partial I_{ikm}}{\partial V_{cR}} V_{cR} \\ \frac{\partial I_{rmk}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial I_{rmk}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial I_{rmk}}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial I_{rmk}}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial I_{rmk}}{\partial \theta_{cR}} & \frac{\partial I_{rmk}}{\partial V_{cR}} V_{cR} \\ \frac{\partial I_{imk}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial I_{imk}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial I_{imk}}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial I_{imk}}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial I_{imk}}{\partial \theta_{cR}} & \frac{\partial I_{imk}}{\partial V_{cR}} V_{cR} \\ \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_{km}}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial P_{km}}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_{cR}} & \frac{\partial P_{km}}{\partial V_{cR}} V_{cR} \\ \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_k} & \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_k} V_k & \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_m} V_m & \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_{cR}} & \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_{cR}} V_{cR} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Los elementos de la matriz Jacobiana son,

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_k} = & -(V_k V_m (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m))) \\ & - (V_k V_{cR} (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_{cR}) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_{cR}))) \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_m} = V_k V_m (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)) \quad (4.34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{km}}{\partial V_k} = & 2V_k G_{kk} + V_m (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)) \\ & + V_{cR} (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_{cR}) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_{cR})) \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)) \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial \theta_{cR}} = V_k V_{cR} (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_{cR}) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_{cR})) \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial V_{cR}} = V_k (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_{cR}) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_{cR})) \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_k} = & V_k V_m (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)) \\ & + V_k V_{cR} (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_{cR}) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_{cR})) \end{aligned} \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_m} = -(V_k V_m (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m))) \quad (4.40)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{km}}{\partial V_k} = & -2V_k B_{kk} + V_m (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)) \\ & + V_{cR} (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_{cR}) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_{cR})) \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial Q_{km}}{\partial V_m} = V_k (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)) \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial Q_{km}}{\partial \theta_{cR}} = -(V_k V_{cR} (G_{km} \cos(\theta_k - \theta_{cR}) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_{cR}))) \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial Q_{km}}{\partial V_{cR}} = V_k (G_{km} \sin(\theta_k - \theta_{cR}) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_{cR})) \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial Ir_{km}}{\partial \theta_k} = -(V_k (G_{kk} \sin(\theta_k) + B_{kk} \cos(\theta_k))) \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial Ir_{km}}{\partial \theta_m} = -(V_m (G_{km} \sin(\theta_m) + B_{km} \cos(\theta_m))) \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial Ir_{km}}{\partial V_k} = G_{km} \cos(\theta_k) - B_{kk} \sin(\theta_k) \quad (4.47)$$

$$\frac{\partial Ir_{km}}{\partial V_m} = G_{km} \cos(\theta_m) - B_{km} \sin(\theta_m) \quad (4.48)$$

$$\frac{\partial Ir_{km}}{\partial \theta_{cR}} = -(V_{cR} (G_{km} \sin(\theta_{cR}) + B_{km} \cos(\theta_{cR}))) \quad (4.49)$$

$$\frac{\partial Ir_{km}}{\partial V_{cR}} = G_{km} \cos(\theta_{cR}) - B_{km} \sin(\theta_{cR}) \quad (4.50)$$

4.4 Casos de estudio.

El funcionamiento del estimador de estado se evalúa en esta Sección por medio de simulaciones numéricas asociadas a la red de pruebas de 4 buses del IEEE y la red de media tensión de Ciudad Universitaria de la UNAM. La tolerancia especificada para el proceso iterativo de solución del problema de estimación de estado es de 1e-4. Se utilizó esta tolerancia dado que implicaría un error del orden de volts.

4.4.1 Red de prueba de 4 buses de IEEE.

La red de prueba de 4 buses de IEEE se utiliza para verificar el funcionamiento del estimador de estado en redes de distribución eléctrica, el diagrama unifilar de esta red se muestra en la Figura 4.3. La transformación en su equivalente de red para aplicar análisis con

base a programas de secuencia positiva se muestra en la Figura 4.4, esto se realizó con base en lo propuesto en el Capítulo 2. Se puede observar que al hacer la transformación la red aumenta de 4 a 12 buses. Lo que implica que se podrían tener hasta 216 mediciones.

Para ejemplificar la dimensión del problema planteado en la Figura 4.4, en el nodo 5 hay 8 elementos de transmisión conectados, por los cuales circulan flujos de potencia activa y reactiva. Así mismo están los voltajes nodales, lo cual permite un total de 18 mediciones sólo en ese nodo. Evidentemente eso sería muy costoso, y para el caso de las conexiones imaginarias no se podrían medir físicamente.

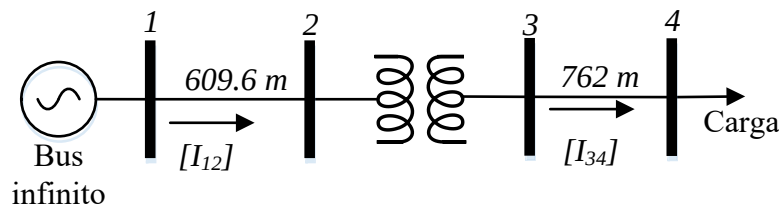


Figura 4.3. Diagrama unifilar del sistema de 4 buses del IEEE.

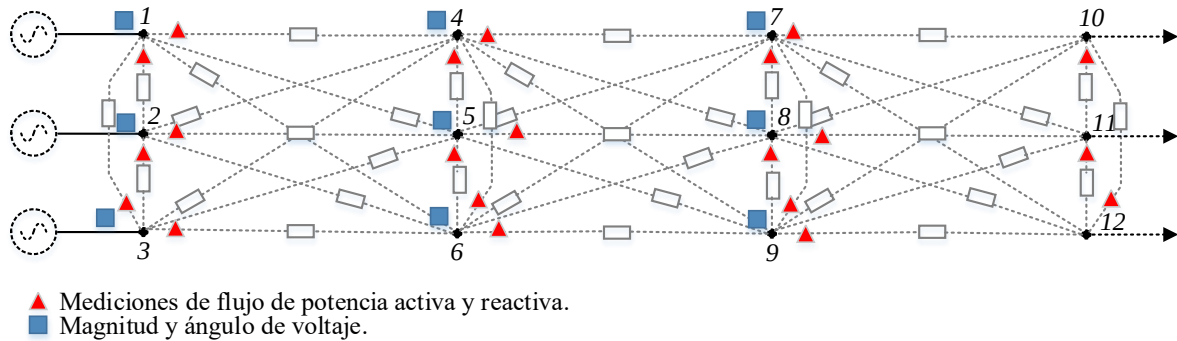


Figura 4.4 Topología de mediciones de la red de 4 buses del IEEE.

Para obtener el conjunto de mediciones de la red, primero se hace un estudio de flujos de potencia polifásico. Los resultados obtenidos en el estudio se consideran mediciones ideales. A estas mediciones ideales se les agrega ruido aleatorio considerando una distribución de probabilidad normal.

Para el caso particular de la red de 4 buses de IEEE se consideran 60 mediciones para 24 variables de estado que son desconocidas, lo que resulta en una redundancia de 2.5. La Tabla 4.1 muestra las mediciones utilizadas en el estudio de estimación de estado. Cada una de

estas mediciones es posible obtenerlas de equipos de medición ya que hacen referencia a elementos que están físicamente en la red.

En este caso, el vector $\hat{x}$ contiene 21 variables de estado, ya que el ángulo de los buses 1, 2 y 3 se han seleccionado como referencia angular y se hacen los siguientes ajustes al arranque plano de las variables de ángulos de fase:

- Se agregan -120 a todos los ángulos de la fase b.
- Se agregan +120 a todos los ángulos de la fase c.

$$\hat{x} = [\theta_4 \ \theta_5 \ \theta_6 \ \theta_7 \ \theta_8 \ \theta_9 \ \theta_{10} \ \theta_{11} \ \theta_{12} \ V_1 \ V_2 \ V_3 \ V_4 \ V_5 \ V_6 \ V_7 \ V_8 \ V_9 \ V_{10} \ V_{11} \ V_{12}]^T \quad (4.51)$$

Tabla 4.1 Mediciones disponibles para la estimación de la red IEEE-4 conexión YY
carga balanceada.

Mediciones de flujos de línea entre fases					
Línea	P_k	Q_k	Línea	P_k	Q_k
4-1	0.000218693	0.000453496	9-6	0.010392920	0.062357540
5-2	0.000220909	0.000424413	10-7	0.022071810	0.045769450
6-3	0.000216382	0.000481955	11-8	0.022295380	0.042834230
7-4	0.010392920	0.062357540	12-9	0.021838560	0.048641730
8-5	0.0103922920	0.062357540			
Mediciones de flujo de línea en un mismo nodo					
Línea	P_k	Q_k	Línea	P_k	Q_k
2-1	0.000758387	0.001111043	8-7	0.076540890	0.112133000
3-1	0.000830781	0.002191473	9-7	0.083847280	0.221176400
3-2	0.000847246	0.001606592	9-8	0.085509080	0.162146700
5-4	0.000758387	0.001111043	11-10	0.076540890	0.112133000
6-4	0.000830781	0.002191473	12-10	0.083847280	0.221176400
6-5	0.000847246	0.001606592	12-11	0.085509080	0.162146700
Medición de voltaje en transformadores					
Transformador	V_k	θ_k	Transformador	V_k	θ_k
4-4	0.987052700	-0.005943832	8-8	0.944477900	-2.155089000
7-7	0.935700800	-0.064505220	6-6	0.989029400	2.087890000
5-5	0.991659300	-2.100422000	9-9	0.939219400	2.031444000
Mediciones de voltaje en el alimentador					
Nodo	V_k	θ_k			
1-1	0.999971600	-0.000024645			
2-2	0.999973900	-2.094418000			
3-3	0.999972600	2.094371000			

La Tabla 4.2 muestra las variables de estado calculadas por el programa de flujos de potencia que no contempla ningún tipo de error debido a que es un estudio determinista, mientras que en la Tabla 4.3 se muestran las variables de estado estimadas, en este caso se

contempla un 5% de error en las mediciones. La Figura 4.5 muestra de forma gráfica el comportamiento de ambos resultados. Se puede observar que la estimación de estado sigue de manera precisa los resultados de flujos de potencia a pesar del error aleatorio normal incluido a las mediciones ideales.

Tabla 4.2 Variables de estado calculadas del sistema IEEE-4 conexión YY carga balanceada.

Bus	V (p.u.)	θ (°)	Bus	V (p.u.)	θ (°)
1	0.99997	0.0000	7	0.93571	-3.7000
2	0.99997	-120.0000	8	0.94446	-123.5000
3	0.99997	120.0000	9	0.93923	116.4000
4	0.98706	-0.3000	10	0.79848	-9.1000
5	0.99165	-120.3000	11	0.85811	-128.3000
6	0.98903	119.6000	12	0.82473	110.9000

Tabla 4.3 Variables de estado estimadas del sistema IEEE-4 conexión YY carga balanceada.

Bus	V (p.u.)	θ (°)	Bus	V (p.u.)	θ (°)
1	1.000000	0.0000	7	0.935700	-3.6900
2	1.000000	-120.0000	8	0.944300	-123.4600
3	0.999600	120.0100	9	0.936800	116.3400
4	0.987000	-0.3300	10	0.798500	-9.0700
5	0.991700	-120.3400	11	0.858200	-128.3200
6	0.988600	119.6400	12	0.819800	110.9800

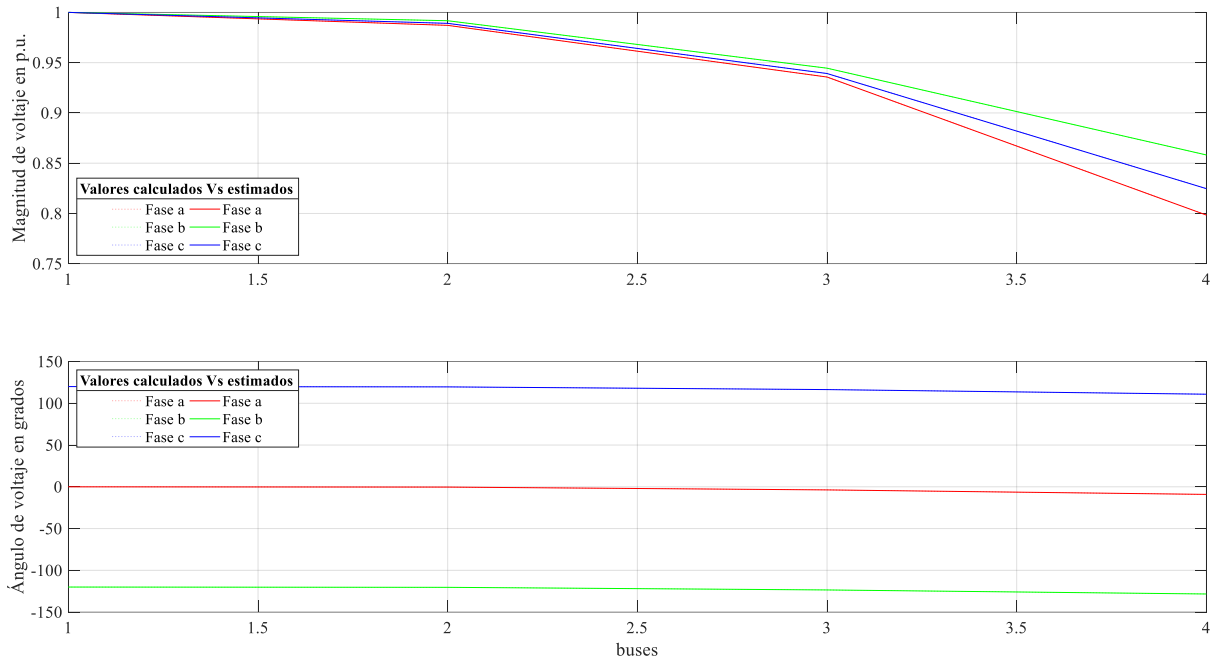


Figura 4.5 Comparación de resultados estimados y calculados de la red IEEE-4-YY.

Para verificar el funcionamiento del estimador de estado de forma matemática se recurre a los índices de precisión MAPE, y MAE. Asimismo, se hacen estudios para tres tipos de conexión en transformadores de distribución, los cuales son: estrella – estrella (Y-Y), estrella aterrizada – delta (GrdY- Δ) y delta – estrella (Δ Y). La Tabla 4.4 muestra los resultados obtenidos con el estimador de estado al agregar ruido aleatorio con distribución de probabilidad normal. La Tabla 4.5 muestra los resultados de los índices de precisión para la conexión estrella aterrizada – delta (GrdY- Δ). De igual manera, en la Tabla 4.6 se reportan los resultados obtenidos en la conexión Δ Y. Para cada uno de estos casos se varían los porcentajes de error en las mediciones desde 0 hasta 10%. Además se varían los valores de las condiciones iniciales desde 0 hasta 10% de los resultados de flujos de potencia polifásicos. En este contexto el 0% de error en las condiciones iniciales significa que el estimador de estado usa los resultados de flujos de potencia, mientras que un 10% de error en las condiciones iniciales significa que son iguales a los resultados de flujos de potencia con un 10% de error aleatorio normal.

Tabla 4.4 MAPE y MAE sistema IEEE-4 conexión YY carga balanceada.

Condición Inicial (%)	MAPE (%)				MAE (°)			
	% de error en mediciones				% de error en mediciones			
	0	1	5	10	0	1	5	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.6707	0.8330	0.8942	1.1926	0.7966	1.0453	1.1021	1.1291
5	3.3175	3.3511	3.4859	4.1704	4.3783	4.9448	5.3689	7.6926
10	6.4745	7.1709	8.0663	8.3824	9.0047	9.3476	10.1897	10.2266

Tabla 4.5 MAPE y MAE sistema IEEE-4 conexión GrdY- Δ carga balanceada.

Condición Inicial (%)	MAPE (%)				MAE (°)			
	% de error en mediciones				% de error en mediciones			
	0	1	5	10	0	1	5	10
0	0	0.1324	1.0752	2.4370	0	0.2090	4.7166	2.8548
1	6.476e-14	0.2590	1.2066	3.6815	4.605e-13	0.3055	1.3722	3.0333
5	6.959e-10	0.2896	1.7461	4.2581	1.525e-10	0.4203	2.2442	3.4549
10	6.965e-9	0.2902	1.7698	4.2738	2.019e-9	1.2153	2.9847	5.6163

Tabla 4.6 MAPE y MAE sistema IEEE-4 conexión Δ Y carga balanceada.

Condición Inicial (%)	MAPE (%)				MAE (°)			
	% de error en mediciones				% de error en mediciones			
	0	1	5	10	0	1	5	10
0	0	0.5470	1.9165	2.3927	0	0.2182	1.0232	3.4984
1	8.933e-10	0.6262	3.0004	3.5337	2.880e-9	0.3666	2.3150	3.6198
5	1.976e-13	0.1947	3.9421	4.4510	1.952e-14	0.5839	2.4624	4.3246
10	6.157e-11	0.2110	1.9831	3.6562	3.408e-10	0.6338	5.7075	6.8095

De las Tablas 4.4, 4.5 y 4.6 se puede observar que los valores de MAPE y MAE no son influenciados conforme cambia la condición inicial de las variables de estado en un rango de 0% a 10% dado un nivel de ruido determinado. Sin embargo, cuando el porcentaje del ruido aumenta en las mediciones de 0 a 10%, los valores de MAPE y MAE aumentan de valor con respecto al caso ideal en el que las mediciones no presentan error. Esto es normal ya que la información disponible tiene mayor ruido, por lo cual el estimador debe estimar las variables de decisión con mayores niveles de perturbación en las mediciones. Lo que se traduce en valores estimados no tan cercanos a los valores reales. A partir de lo descrito anteriormente,

se concluye que el estimador de estado funciona correctamente. Ahora se procede a incorporar los dispositivos D-FACTS en los estudios de estimación de estado.

4.4.2 Red de prueba de 4 buses del IEEE con la incorporación de dispositivos D-FACTS.

El programa de estimación de estado convencional se modifica con la intención de incorporar los dispositivos D-FACTS. Las variables a estimar son los parámetros de los dispositivos como susceptancias, magnitudes y ángulos de fase de voltajes de las fuentes serie. En la Figura 4.6 se presenta de manera esquemática la red de 4 buses del IEEE con la incorporación de los dispositivos D-FACTS en la línea que conecta a los buses 3 y 4.

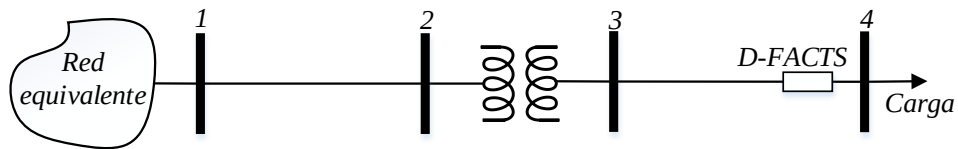


Figura 4.6 Red de 4 buses del IEEE incluyendo dispositivos D-FACTS.

A la red de la Figura 4.6 se le aplicó la transformación descrita en la Sección 4.4.1, por lo que la red ahora cuenta con 12 buses eléctricos. Asimismo, el sistema cuenta con 24 variables nodales relacionadas con magnitud y ángulo de fase nodal. En cuanto al compensador, se usó el DSI por lo que tiene 3 variables de estado relacionadas con la reactancia de compensación.

El conjunto de mediciones se compone de 66 mediciones, de las cuales 60 se relacionan con el sistema de distribución como se describió en la Sección 4.4.1 y 6 con las mediciones de flujo de potencia en los compensadores situados en cada fase de la línea conectada en los buses 3 y 4.

En la Tabla 4.7 se muestran las variables de estado estimadas del sistema de distribución y en la Tabla 4.8 se muestran las reactancias de compensación estimadas para cada fase de los dispositivos D-FACTS, en este caso particular el DSI. Como se puede observar en la Tabla 4.8, la reactancia equivalente es diferente en cada una de las fases a pesar de que se analiza el caso de carga balanceada. Es por este motivo que es importante estimar las reactancias de compensación por fase. En la Figura 4.6 se grafican las magnitudes y ángulo de fase nodales en que las líneas punteadas corresponden a las variables del caso sin compensar, descrito en

la Sección 4.4.1, mientras que las líneas sólidas corresponden a las variables del caso incluyendo el DSI. Como se puede observar de la Figura 4.7, la incorporación del DSI mejora el perfil de voltaje de la red de 4 buses, debido a que las magnitudes de voltaje de todos los nodos se encuentran por arriba de 0.9 p.u. a diferencia del caso sin compensar en el que se puede observar que el nodo 4 tiene una magnitud de 0.79 en la fase a.

Con lo que se concluye que la incorporación de los dispositivos D-FACTS a las redes de distribución corrigen los perfiles de magnitud de voltaje del sistema en un contexto de estimación de estado.

Tabla 4.7 Variables de estado estimadas del sistema IEEE-4 conexión YY carga balanceada con dispositivos D-FACTS.

Bus	V (p.u.)	θ (°)	Bus	V (p.u.)	θ (°)
1	1.00000	0.00012	7	0.95057	-3.33016
2	1.00001	-120.00049	8	0.95354	-123.00051
3	1.00000	120.00061	9	0.95217	116.00057
4	0.98971	0.31398	10	0.94499	-3.93999
5	0.99238	-120.00053	11	0.94917	-123.00059
6	0.99125	119.00057	12	0.94663	116.00048

Tabla 4.8 Variables de estado estimadas del compensador DSI.

Fase	a	b	c
Xeq.	-4.70962	-4.70992	-4.71133
Beq.	0.212331	0.212318	0.212254

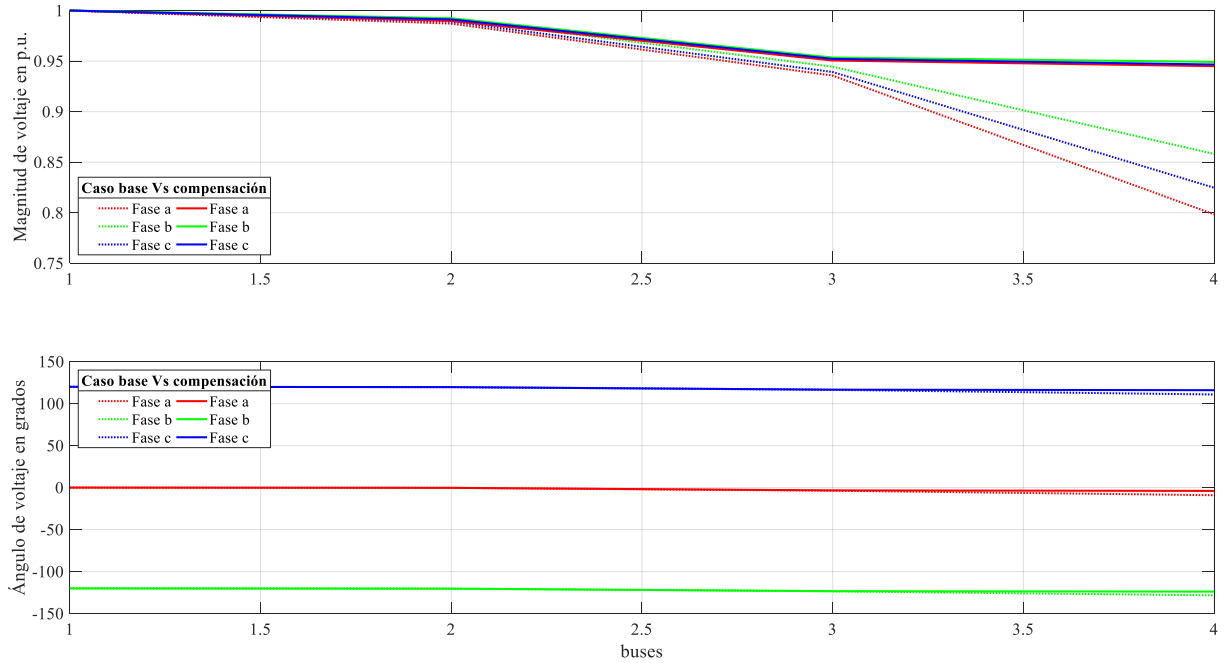


Figura 4.7 Comparación de resultados estimados y calculados de la red IEEE-4-YY con DSI.

4.4.3 Red de media tensión real.

El programa de estimación de estado convencional desarrollado se aplicó a la red de distribución de la UNAM descrita en la Sección 2.5. En esta sección se presentan dos casos de estudio, el caso de la Sección 4.4.3.1 busca aplicar el compensador DSI en el problema de estimación de estado mientras que el caso 4.4.3.2 incorpora el compensador DSSC al estimador. Estos casos se describen a continuación.

4.4.3.1 Compensación DSI en los anillos A y B.

Se seleccionaron los anillos A y B de la red de la UNAM para la incorporación del dispositivo DSI. Tanto el anillo A como el B están conectados al alimentador. El anillo A incluye una subestación derivada denotada por A1. En el caso del anillo B se tienen 5 subestaciones derivadas y 1 subestación de enlace. Cada una de las subestaciones derivadas tiene un transformador conectado en $Y\Delta$ que conecta con los buses de baja tensión. En este contexto, el estudio de estimación de estado se hace considerando que ambos anillos están cerrados. Para obtener el conjunto de mediciones de la red primero se transforma a su modelo

equivalente y posteriormente se hace un estudio de flujos de potencia polifásico, tal como se explicó en la Sección 4.4.1, con estos resultados se definen las mediciones ideales. El sistema cuenta con 96 variables de estado nodales relacionadas con magnitud y ángulo de fase nodal de cada fase. En este contexto el conjunto de mediciones se conforma por 300 valores, las cuales incluyen mediciones de flujo de potencia activa y reactiva, inyección de potencia activa y reactiva en las líneas de distribución, y magnitudes y ángulos de voltaje en los buses de media tensión.

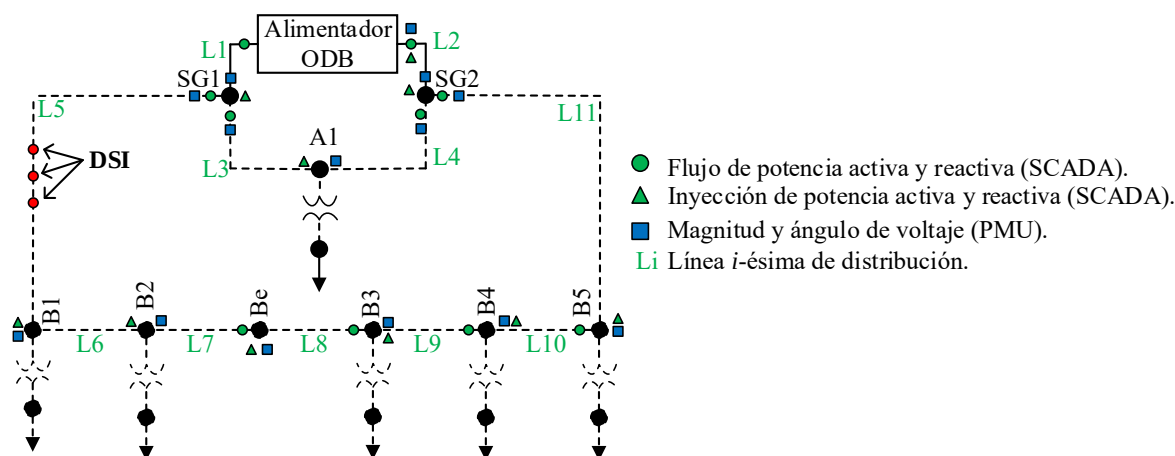
Para evaluar la precisión del estimador de estado de forma matemática se recurre a los índices de precisión MAPE, y MAE. La Tabla 4.9 muestra los resultados obtenidos con el estimador de estado al agregar ruido aleatorio con distribución de probabilidad normal. Se varían los porcentajes de error en las mediciones ideales desde 0 hasta 10%. Además se varían los valores de las condiciones iniciales desde 0 hasta 10% de los resultados de flujos de potencia polifásicos, tal como se describió en la sección 4.4.1.

Tabla 4.9 MAPE y MAE sistema RMT-UNAM, anillos A y B.

Condición Inicial (%)	MAPE (%)				MAE (°)			
	% de error en mediciones				% de error en mediciones			
	0	1	5	10	0	1	5	10
0	0	0.4512	0.8859	4.9514	0	0.3006	3.2719	3.2132
1	2.976e-10	0.4374	0.9063	3.5286	1.109e-11	0.4539	2.2565	3.5728
5	8.525e-11	0.6928	1.9538	6.8834	9.771e-11	0.5580	4.3421	5.9471
10	1.654e-11	0.7245	5.4968	7.1393	1.7895e-11	0.7868	2.9811	6.2094

De los resultados mostrados en la Tabla 4.9, se puede observar que los valores de MAPE y MAE no son influenciados conforme cambia la condición inicial de las variables de estado en un rango de 0% a 10% dado un nivel de ruido determinado. Sin embargo, cuando el porcentaje del ruido aumenta en las mediciones de 0 a 10%, los valores de MAPE y MAE aumentan de valor con respecto al caso ideal en el que las mediciones no presentan error. Esto es normal ya que la información disponible tiene mayor ruido, por lo cual el estimador debe estimar las variables de decisión con mayores niveles de perturbación en las mediciones. Lo que se traduce en valores estimados no tan cercanos a los valores reales. Es importante revisar el caso en que tanto las mediciones como las condiciones iniciales se perturban 10% para el caso del índice de precisión MAE, ya que el error porcentual sólo es de 7.13%, lo que

demuestra el correcto funcionamiento de la herramienta de estimación. Este caso de estudio se considerará el caso base. Ahora se procede a incorporar los dispositivos DSI en los estudios de estimación de estado.



Como se mencionó en el caso base (sin compensación) se usan los índices de precisión MAPE y MAE para evaluar la precisión del estimador de estado de forma matemática. La Tabla 4.10 muestra los resultados obtenidos con el estimador de estado al agregar ruido aleatorio con distribución de probabilidad normal. Se varían los porcentajes de error en las mediciones ideales desde 0 hasta 10%. Además se varían los valores de las condiciones iniciales desde 0 hasta 10% de los resultados de flujos de potencia polifásicos, tal como se describió en la Sección 4.4.1.

Tabla 4.10 MAPE y MAE sistema RMT-UNAM, con compensación DSI.

Condición Inicial (%)	MAPE (%)				MAE (°)			
	% de error en mediciones				% de error en mediciones			
	0	1	5	10	0	1	5	10
0	0	0.2804	1.6689	4.0388	0	0.3574	1.7510	3.3748
1	1.158e-10	0.4343	5.3434	7.1624	1.781e-10	0.7174	3.3603	5.3403
5	1.337e-10	1.4616	3.7263	6.2387	1.509e-10	0.9211	1.4927	3.7296
10	9.940e-11	0.6242	3.2662	4.1141	1.544e-10	0.5734	2.1639	4.6372

Como en el caso base, se puede apreciar de la Tabla 4.10 que los valores de MAPE y MAE no son influenciados conforme cambia la condición inicial de las variables de estado en un rango de 0% a 10% dado un nivel de ruido determinado. Sin embargo, cuando el porcentaje del ruido aumenta en las mediciones de 0 a 10%, los valores de MAPE y MAE aumentan de valor con respecto al caso ideal en el que las mediciones no presentan error. Es claro que los resultados de estimación de estado están mayormente influenciados por el error presente en el conjunto de mediciones que en la condición inicial. Lo relevante en este estudio es la variabilidad de los resultados cuando las mediciones con 10% de ruido aleatorio se combinan con las condiciones iniciales con 10% de error ya que es menor que el que se presenta en el caso con 5% de error en la condición inicial, siendo 4.11% y 6.23 % respectivamente.

4.4.3.2 Compensación DSSC en los anillos A, B y C.

Con la intención de verificar el funcionamiento del estimador de estado con la inclusión de dispositivos DSSC se seleccionan los anillos A, B y C de la red de la UNAM. Dado que este estudio es una extensión del caso anterior también en el anillo C cada una de las subestaciones derivadas tiene un transformador conectado en $Y\Delta$ que conecta con los buses de baja tensión. En este contexto, el estudio de estimación de estado se hace considerando que todos los anillos están cerrados. Para obtener el conjunto de mediciones de la red primero se transforma a su modelo equivalente y posteriormente se hace un estudio de flujos de potencia polifásico, tal como se explicó en la Sección 4.4.1, con estos resultados se definen las mediciones ideales. El sistema cuenta con 366 variables de estado nodales relacionadas con magnitud y ángulo de fase nodal de cada fase. En este contexto el conjunto de mediciones se conforma por 582 mediciones, las cuales incluyen mediciones de flujo de potencia activa y reactiva,

inyección de potencia activa y reactiva en las líneas de distribución, y magnitudes y ángulos de voltaje en los buses de media tensión.

Con el fin de evaluar la precisión del estimador de estado de forma matemática se recurre a los índices de precisión MAPE, y MAE, tal como se revisó en la Sección 4.4.3.1. La Tabla 4.11 muestra los resultados obtenidos con el estimador de estado al agregar ruido aleatorio con distribución de probabilidad normal. Se varían los porcentajes de error en las mediciones ideales desde 0 hasta 10%. Además se varían los valores de las condiciones iniciales desde 0 hasta 10% de los resultados de flujos de potencia polifásicos, tal como se describió en la Sección 4.4.1.

Tabla 4.11 MAPE y MAE sistema RMT-UNAM, anillos A, B y C.

Condición Inicial (%)	MAPE (%)				MAE (°)			
	% de error en mediciones				% de error en mediciones			
	0	1	5	10	0	1	5	10
0	0	4.4805	5.0074	5.8664	0	14.6254	14.4737	14.7557
1	5.447e-11	5.3925	5.0148	6.0162	15.065e-08	14.6826	14.5215	15.1783
5	6.751e-10	6.3791	6.8283	7.1804	15.291e-08	14.8297	14.7557	15.5149
10	9.246e-10	7.7591	9.0413	8.4194	18.448e-07	18.4283	18.8517	19.1804

La Tablas 4.11 muestra los resultados de MAPE y MAE, como se puede observar nuevamente, estos no son influenciados conforme cambia la condición inicial de las variables de estado en un rango de 0% a 10% dado un nivel de ruido determinado. Sin embargo, cuando el porcentaje del ruido aumenta en las mediciones de 0 a 10%, los valores de MAPE y MAE aumentan de valor con respecto al caso ideal en el que las mediciones no presentan error. Este caso de estudio se considerará el caso base (sin compensación) para los anillos A, B y C. Ahora se procede a incorporar el dispositivo DSSC en los estudios de estimación de estado.

En este sentido, se añaden 3 dispositivos DSSC en la línea de distribución que conecta los nodos C4 y C5 tal como se indica en la Figura 4.9. Para obtener el conjunto de mediciones de la red, primero se hace un estudio de flujos de potencia polifásico incluyendo dispositivos DSSC, tal como se realizó en el caso de estudio del dispositivo DSI descrito anteriormente. Para el presente caso de estudio el sistema ahora cuenta con 366 variables nodales relacionadas con magnitudes y ángulos de fase. El compensador tiene 2 variables de estado

relacionadas con magnitud y ángulo de la fuente serie por cada una de las fases. Con estos resultados se definen las mediciones ideales. En este contexto la distribución topológica de mediciones se muestra en la Figura 4.9 y se conforma por mediciones de flujo de potencia activa y reactiva, inyección de potencia activa y reactiva en las líneas de distribución, y magnitudes y ángulos de voltaje en los buses de media tensión.

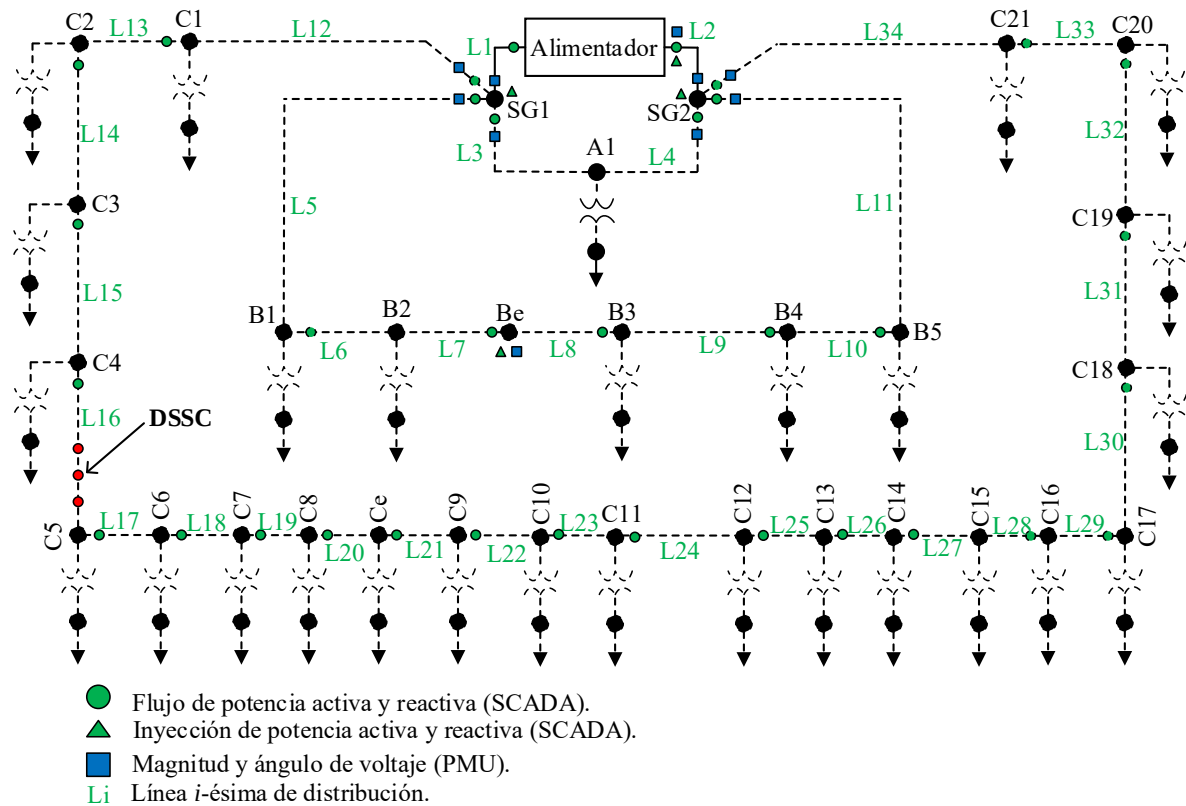


Figura 4.9 Topología de mediciones RMT-UNAM, anillos A, B y C.

Como se indicó en la Sección 4.4.3.1 se evalúa la precisión del estimador de estado de forma matemática a través de los índices de precisión MAPE, y MAE. La Tabla 4.12 muestra los resultados obtenidos con el estimador de estado al agregar ruido aleatorio con distribución de probabilidad normal. Se varían los porcentajes de error en las mediciones ideales desde 0 hasta 10%. Además se varían los valores de las condiciones iniciales desde 0 hasta 10% de los resultados de flujos de potencia polifásicos, tal como se describió en la Sección 4.4.1.

Tabla 4.12 MAPE y MAE sistema RMT-UNAM, anillos A, B y C con DSSC.

Condición Inicial (%)	MAPE (%)				MAE (°)			
	% de error en mediciones				% de error en mediciones			
	0	1	5	10	0	1	5	10
0	0	0.3287	3.0464	4.5455	0	1.0362	14.6833	15.0412
1	1.124e-15	0.5359	3.3319	4.9704	0.013e-10	5.4388	16.0212	15.2604
5	0.115e-15	1.0806	3.9978	5.1219	0.325e-10	5.4766	17.0514	17.9382
10	0.991e-15	1.3957	4.0876	5.9982	1.537e-10	16.9384	17.9946	18.8282

Como se puede apreciar en la Tabla 4.12, los resultados de MAPE y MAE no son influenciados conforme cambia la condición inicial de las variables de estado en un rango de 0% a 10% dado un nivel de ruido determinado. Sin embargo, cuando el porcentaje del ruido aumenta en las mediciones de 0 a 10%, los valores de MAPE y MAE aumentan de valor con respecto al caso ideal en el que las mediciones no presentan error. Este resultado es teóricamente correcto, ya que el conjunto de mediciones determinan el estado operativo del sistema motivo de estudio.

4.5 Conclusiones.

La metodología presentada en este capítulo permite utilizar un estimador de estado de secuencia positiva para el análisis de redes de distribución eléctrica polifásicas. Para validar los resultados obtenidos mediante el desarrollo de la herramienta, se ha utilizado el alimentador polifásico RMT-UNAM en los casos particulares considerando los anillos A, B y C. En las subestaciones derivadas de la RMT-UNAM no se está midiendo el perfil de voltaje. Por lo tanto, los resultados de la simulación son una herramienta útil para el monitoreo de las variables eléctricas en la red.

El método de solución de Levenberg-Marquardt utilizado reduce en gran medida el mal condicionamiento del sistema y mejora así la posibilidad de convergencia del estimador de estado. Por último, la precisión de la estimación de estado se cuantifica matemáticamente mediante dos índices de precisión (MAPE y MAE). Se concluye que los dispositivos DSI y DSSC se pueden incluir en estudios de estimación de estado. Los dispositivos D-FACTS son una herramienta atractiva para la corrección de bajos perfiles de magnitud de voltaje ya que pueden mejorarlo con respecto al caso en el que no se incluyen. Esto motiva el uso de dispositivos D-FACTS en la red de distribución, ya que se podrían evitar penalizaciones por bajo factor de potencia, muy común en bajos perfiles de voltaje.

Capítulo 5

Conclusiones generales y trabajos futuros.

5.1 Conclusiones.

Este trabajo de tesis contribuye en tres áreas principales, por un lado se proponen modelos equivalentes monofásicos de los elementos de las redes generales de distribución con el fin de utilizar herramientas de análisis basadas en secuencia positiva, y así reducir el esfuerzo computacional que las redes de distribución polifásicas demandan. Adicionalmente se presentan los resultados obtenidos de la implementación experimental de un sistema de distribución trifásico con el fin de relacionar el impacto de la temperatura ambiente en el parámetro impedancia, y de esta forma generar perfiles de impedancia dependientes de la temperatura. En segunda instancia, se proponen los modelos en estado estacionario de dispositivos D-FACTS para su estudio en el marco de flujos de potencia en redes de transmisión y distribución eléctrica. Finalmente, se proponen modelos en estado estacionario de los dispositivos D-FACTS para su estudio en el marco de estimación de estado aplicado a redes generales de distribución.

Inicialmente, se presentaron los modelos de los elementos polifásicos de la red de distribución en su equivalente monofásico. Cuando se hace la transformación de la red polifásica desbalanceada a su equivalente monofásico, el número de buses de la red original aumenta debido a que se crean enlaces ficticios para simular los acoplamientos electromagnéticos en las fases. El modelo equivalente de redes de distribución se usó para simular la red de 4 buses de IEEE con un programa de análisis de flujos de potencia de secuencia positiva. La validación de resultados obtenidos se realizó mediante la comparación con los que se obtienen con el software comercial polifásico OpenDSS®, obteniéndose resultados iguales. De tal manera, con estos modelos equivalentes es posible usar software de simulación de flujos de potencia en el marco de secuencia positiva. Por tal motivo, se desarrolló un programa de simulación de flujos de potencia que incorpora tres modelos de dispositivos D-FACTS: el DSI, el DSR y el DSSC. Con estos desarrollos se realizaron simulaciones aplicadas a la red equivalente mexicana de transmisión de 190 buses con la

finalidad de cuantificar el impacto de la utilización de DFACTS. Los resultados obtenidos mostraron que es posible aumentar el flujo de potencia activa de una línea de transmisión con la incorporación de dispositivos DSSC. Por otro lado, los dispositivos DSR redujeron el flujo de corriente en la línea a la que se sujetaron. Posteriormente se hicieron estudios de flujos de potencia con dispositivos D-FACTS, en especial con las tecnologías DSI y DSSC, en redes generales de distribución. En este sentido primero se usó la red de 4 buses de IEEE para posteriormente simular la red de media tensión de la UNAM.

Finalmente, se desarrolló un programa de simulación de estimación basado en la técnica de mínimos cuadrados ponderados, el cual fue modificado para incluir los modelos de los dispositivos DSI, DSR y DSSC. El conjunto de mediciones se genera a partir de simulaciones de flujos de potencia generados con el software desarrollado previamente. Este conjunto de mediciones ideales es perturbado con cuatro diferentes porcentajes de ruido de distribución normal (0%, 1%, 5% y 10%). Entre las mediciones consideradas por el estimador están: inyecciones de potencia nodal, mediciones de flujos de potencia activa y reactiva de líneas así como en los transformadores. El método numérico de solución de las ecuaciones no lineales empleado en el estimador es el de Levenberg-Marquardt, dado que no implica invertir la matriz. Se presentan simulaciones en la red de 4 buses de IEEE con tres conexiones distintas de transformador con el fin de verificar los niveles de precisión de la estimación con la presencia del desfase característico de las conexiones delta. Los índices de precisión usados fueron MAPE y MAE, los cuales obtienen un error porcentual considerando todos y cada uno de los resultados de las variables estimadas (en este caso magnitudes y ángulos de voltaje nodal) comparadas con resultados de mediciones ideales. Los resultados mostraron que los valores de MAPE y MAE no son influenciados conforme cambia la condición inicial de las variables de estado en un rango de 0% a 10% dado un nivel de ruido determinado. Sin embargo, cuando el porcentaje del ruido aumenta en las mediciones de 0 a 10%, los valores de MAPE y MAE aumentan de valor con respecto al caso ideal en el que las mediciones no presentan error. Este comportamiento era esperado ya que la información de mediciones disponible tiene mayor ruido, por lo cual el estimador debe estimar las variables de decisión con mayores niveles de perturbación en las mediciones. Lo que se traduce en valores estimados no tan cercanos a los valores reales.

Finalmente se presentan los resultados del estudio de estimación de estado en la red de media tensión de la UNAM. Se simula la inclusión del compensador DSI en los anillos A y B de la red, posteriormente se simula el DSSC en los anillos A, B y C. Los resultados muestran que la incorporación de dispositivos D-FACTS en redes de transmisión y distribución son capaces de modificar los parámetros de las líneas eléctricas, lo que las convierte en elementos activos despachables en la red. Activos despachables significa que las líneas de distribución podrían modificar sus parámetros eléctricos con el fin de convertirse en elementos activos en la red y no pasivos como lo son actualmente.

5.2 Trabajos futuros.

Esta tesis describe la aplicación de modelos matemáticos de dispositivos D-FACTS para estudios de flujos de potencia y estimación de estado en redes de distribución. A continuación se presentan algunas áreas de oportunidad que pueden extender el presente trabajo de tesis.

- Desarrollar un modelo matemático de la tecnología DPFC, los cuales son dispositivos derivados del UPFC que eliminan el enlace de CD. Aplicar esta tecnología al estudio de flujos de potencia y estimación de estado.
- Desarrollar herramientas computacionales para detectar ciberataques dado que los dispositivos D-FACTS usan protocolos de comunicación vía remota lo que implica mayor exposición a ciberataques.
- Realizar estudios de monitoreo de parámetros de líneas de transmisión y distribución eléctrica con el uso de dispositivos D-FACTS, tales como temperatura del conductor, corriente que circula por los conductores, campo magnético y campo eléctrico, entre otros.
- Realizar estudios de retorno de inversión y de factibilidad económica de los dispositivos D-FACTS.

Referencias

- Abur A. (1990). *A bad data identification method for linear programming state estimation*. IEEE Trans. On Power Systems. Revisado en la web: <https://www.semanticscholar.org/>.
- Abur, A. y Gómez-Expósito, A. (2004). *Power System State Estimation: theory and Implementation*. Ed. New York, CRC press, Marcel Dekker. Revisado en la web: <https://www.kth.se/>.
- Alcaide-Moreno, B., Fuerte-Esquivel, C., Glavic, M. y Cutsem, T. (2018). *Electric power network state tracking from multirate measurements*. Trans. IEEE sobre instrumentación y medición PP. doi: 10.1109 / TIM.2017.2754838.
- Amiri, M., Amiri, M. y Afjei, E. (2008). *A novel distributed FACTS controller based on combined two half- bridge inverter*. Conferencia de energía eléctrica de Canadá IEEE 2008. doi: 10.1109 / EPC.2008.4763333.
- Baran, M. y Kelley, A. (1994). *State estimation for real-time monitoring of distribution systems*. IEEE Transactions on Power Systems. doi: 10.1109 / 59.336098.
- Baran, M. y Kelley, A. (1995). *A branch-current-based state estimation method for distribution systems*. IEEE Transactions on Power Systems. doi: 10.1109 / 59.373974.
- Buhari, M., Levi, V. y Awadallah, S. (2016). *Modelling of Ageing Distribution Cable for Replacement Planning*. IEEE Transactions on Power Systems. doi: 10.1109/TPWRS.2015.2499269.
- Celik, M. y Liu, W. (1999). *A practical distribution state calculation algorithm*. IEEE Power Engineering Society. doi: 10.1109 / PESW.1999.747496.
- Chawda, G. S., Shaik, A. G., O. Mahela, P., S. Padmanaban and J. B. Holm-Nielsen, (2020) *Comprehensive Review of Distributed FACTS Control Algorithms for Power Quality Enhancement in Utility Grid With Renewable Energy Penetration*, in IEEE Access, vol. 8, pp. 107614-107634, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.3000931.

- Chen, T., Chen, M., Inoue, T., Kotas, P. y Chebli, E. (1991). *Three-phase cogenerator and transformer models for distribution system analysis*. IEEE Trans. On Power Delivery. doi: 10.1109 / 61.97706.
- Chen, L. “A high-order modified Levenberg–Marquardt method for systems of nonlinear equations with fourth-order convergence,” *Applied Mathematics and Computation*, vol. 285, 2016, p.p. 79-93.
- Debrup, D. Kreikebaum, F. y Divan, D. (2010). *Reducing transmission investment to meet renewable portfolio standards using smart wires*. Georgia Institute of Technology, Atlanta. Revisado en la web: <https://citeseerx.ist.psu.edu/>.
- Deras-Campos, J. y Cárdenas-Guzmán L. (2016). *Monitoreo y simulación de la red inteligente en ciudad universitaria a través de digsilent*. RVP-AI XXIX Reunión Internacional de Verano de Potencia, Aplicaciones Industriales y Exposición Industrial, IEEE Sección México, Julio 2016.
- Divan, D., Brumsickle, W., Schneider, R., Kranz, B., Gascoigne, R., Bradshaw, D., Ingram, M. y Grant, I. (2004). *A distributed static series compensator system for realizing active power flow control of existing power lines*. IEEE PES Power Systems Conference and Exposition. Revisado en la web: <https://ieeexplore.ieee.org/>.
- Divan, D. (2005). *Improving power line utilization and performance with D-FACTS devices*. IEEE Power Engineering Society General Meeting, vol. 3. doi: 10.1109/PES.2005.1489343.
- Divan, D. y Johal, H. (2007). *Distributed FACTS | A New Concept for Realizing Grid Power Flow Control*. IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 22, no. 6. doi: 10.1109/TPEL.2007.909252.
- Dugan, R. C. and Mcdermott, T. E. (2011) *An open source platform for collaborating on smart grid research*, in IEEE Power and Energy Society General Meeting, Detroit, MI, 2011, pp. 1-7.

- Fajri, P. y Afsharnia, S. (2008). *A PSCAD/EMTDC Model for Distributed Static Series Compensator (DSSC)*. Segunda Conferencia Internacional de Ingeniería Eléctrica de 2008. doi: 10.1109 / ICEE.2008.4553894.
- Fan, J., “The modified Levenberg- Marquardt Method for nonlinear equations with cubic convergence,” in *Mathematics of Computation*, vol. 81(277), p.p. 447-466, 2012.
- Fan, J., “Accelerating the modified levenberg-marquardt method for nonlinear equations,” *Mathematics of Computation*, vol. 83, pp. 1173-1187, 2014.
- Fan, J. and Yuan, Y., “On the quadratic convergence of the levenberg-marquardt-method without nonsingularity assumption,” in *Topics in Numerical Analysis*, (Vienna), pp. 1436-5057, Springer Vienna, 2005.
- Gandoman, F. H. et al., (2018). *Review of FACTS technologies and applications for power quality in smart grids with renewable energy systems*. *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 82, pp. 502–514, 2018. doi: 10.1016/j.rser.2017.09.062.
- Ghosh, A., Lubkeman, D., Downey, M. y Jones, R. (1997). *Distribution circuit state estimation using a probabilistic approach*. *IEEE Transactions on Power Systems*. doi: 10.1109 / 59.574922.
- Harjeet, J. (2006). *Distributed FACTS- A new concept for realizing grid power flow control*. Conferencia y exhibición de transmisión y distribución IEEE / PES 2005/2006. doi: 10.1109 / TDC.2006.1668661.
- Hingorani, N. (1988). *Electrónica de alta potencia y sistema de transmisión de CA flexible*. *IEEE Power Engineering Review*. doi: 10.1109 / MPER.1988.590799.
- Huang, M., Wei, Z., Pau, M., Ponci, F. y Sun, G. (2019). *Interval state estimation for low-voltage distribution systems based on smart meter data*. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*. doi: 10.1109 / TIM.2018.2877549.
- IEEE PES Distribution Analysis Subcommittee’s Distribution Test Feeder Working Group, “Distribution Test Feeders.” [Online]. Available: <http://ewh.ieee.org/soc/pes/dsacom/testfeeders/>.2021

- Johal H. and Divan D. (2007). "Design Considerations for Series-Connected Distributed FACTS Converters," in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 43, no. 6, pp. 1609-1618, Nov.-dec. 2007, doi: 10.1109/TIA.2007.908174.
- Johal, H. (2008). *Distributed Series Reactance: a New Approach To Realize Grid Power Flow Control*. Instituto de Tecnología de Georgia. Revisado en la web: <https://www.researchgate.net/publication/27541753>.
- Kakkar, V. y Agarwal, N. (2010). *Recent trends on FACTS and D-FACTS*. Modern Electric Power Systems. Revisado en la web: <https://ieeexplore.ieee.org/>.
- Kersting, W. (2017). *Distribution System Modeling and Analysis*. (4th ed.). CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781315120782>.
- Kuntz, K. y Smith, M. (2014). *Detecting, Locating, & Quantifying false data injections utilizing grid topology through optimized D-FACTS device placement*. North American Power Symposium (NAPS). doi: 10.1109 / NAPS.2014.6965352.
- Levenberg, K. "A method for the solution of certain non-linear problems in least squares," Quarterly of Applied Mathematics, vol. 2, no. 2, pp. 164-168, 1944.
- Liu, B. and Wu, H. (2020) *Optimal D-FACTS Placement in Moving Target Defense Against False Data Injection Attacks*, in *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 11, no. 5, pp. 4345-4357, Sept. 2020, doi: 10.1109/TSG.2020.2977207.
- Lokeswar, R. y Vasu, K. (2012). *Designing of distributed power-flow controller*. OSR Journal of Electrical and Electronics Engineering. Trabajo de investigación. doi: 0.9790 / 1676-0250109.
- Lu, C., Teng, J. y Liu, W. (1995). *Distribution system state estimation*. IEEE Transactions on Power Systems. doi: 10.1109 / 59.373946.
- Mehta, D., Ravindran, A., Joshi, B. y Kamalasadan, S. (2015). *Graph theory based online optimal power flow control of Power Grid with distributed Flexible AC Transmission Systems (D-FACTS) Devices*. Presentado en North American Power Symposium (NAPS), Estados Unidos. doi: 10.1109 / naps.2015.7335247.

- Moffet, M., Sirois, F. y Beauvais, D. (2011). *Review of Open Source Code Power Grid Simulation Tools for Long Term Parametric Simulations*. CanmetENERGY technical report. <https://www.nrcan.gc.ca/sites/>.
- Mokhtari, M., Khazaie, J. y Nazarpour, D. (2013). *Análisis de interacción de controladores multifunción FACTS y D-FACTS por MRGA*. Turkish Journal of Electrical Engineering y Computer Sciences. Revisado en la web: <https://dergipark.org.tr/>.
- Nolasco Contreras Ernesto Marcheli, (2012). “Estimación de estado de sistemas eléctricos de potencia considerando mediciones fasoriales,” M.C. tesis, Facultad de Ingeniería, UNAM, Ciudad de México, México, 2012.
- Parastvand, H., Bass, O., M. A. S. Masoum, A. Chapman and S. Lachowicz, (2020) *Cyber-Security Constrained Placement of FACTS Devices in Power Networks From a Novel Topological Perspective*, in *IEEE Access*, vol. 8, pp. 108201-108215, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.3001308.
- Pegoraro, P., Brady, K., Castello, P., Muscas, C. y Meier, A. (2019). *Line Impedance Estimation Based on Synchrophasor Measurements for Power Distribution Systems*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. doi:10.1109/TIM.2018.2861058.
- Peralta J., de León F., y Mahseredjian J. (2008). *Unbalanced multiphase load-flow using a positive-sequence load-flow program*. IEEE Transactions on Power Systems. doi: 10.1109 / TPWRS.2008.920184.
- Pieri, G., Asprou, M. y Kyriakides, E. (2015). *Load pseudomeasurements in distribution system state estimation*. IEEE Eindhoven PowerTech. doi: 10.1109 / PTC.2015.7232546.
- Powell, M., “Convergence properties of a class of minimization algorithms,” in *Nonlinear Programming 2* (O. Mangasarian, R. Meyer, and S. Robinson, eds.), pp. 1-27, Academic Press, 1975.
- PSCAD [Online]. Available: <https://www.pscad.com>. 2021.
- Raythaththa, K. y Vyas, B. (2016). *System parameters improvement of transmission line using Distributed Static Series Compensator (DSSC)*. Conferencia internacional de

- 2016 sobre tecnologías de eficiencia energética para la sostenibilidad (ICEETS). doi: 10.1109 / ICEETS. 2016.7583798.
- Ren, H. y Yu, X. (2010). *Impacts of optimal allocation of D-FACTS on the penetration capacity of distributed generation*. Conferencia: Tecnología de sistemas de potencia (POWERCON), Conferencia internacional de 2010. China. Doi: 10.1109 / POWERCON.2010.5666544.
- Rogers, K. y Overbye, T. (2008). *Some applications of distributed flexible AC transmission system (D-FACTS) devices in power systems*. Presentado en Power Symposium NAPS, Calgary, Canadá. Revisado en la web: <https://experts.illinois.edu>.
- Roytelman, I. y Shahidehpour, M. (1993). *State estimation for electric power distribution systems in quasi real-time conditions*. IEEE Transactions on Power Delivery. doi: 10.1109 / 61.248315.
- Rubio-Marroquín, G. O., C. R. Fuerte-Esquivel and E. A. Zamora-Cárdenas. (2017). *State estimation of unbalanced electric distribution systems using positive sequence equivalents and homotopy methods, 2017 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC), 2017, pp. 1-6, doi: 10.1109/ROPEC.2017.8261664*.
- Sanchez-Moctezuma, E. (2018). *Desarrollo de una herramienta computacional para el estudio de la relación impedancia-temperatura en líneas de distribución, utilizando PMU*. Tesis de Licenciatura, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México. <http://www.ptolomeo.unam.mx/>.
- Secretaría de Energía. (2021) *Programa de Desarrollo del Sistema Eléctrico Nacional (PRODESEN 2020-2034)*. Revisado en la web: <https://www.gob.mx/>.
- Singh, R., Pal, B. y Jabr, R. (2010). *Distribution system state estimation through gaussian mixture model of the load as pseudo-measurement*. IET Generation, Transmission Distribution. Doi:10.1049/iet-gtd.2009.0167.
- Smart Wires Inc., (2019). *Guardian Product Family - Smart Wires Inc*. Revisado en la web: <https://www.smartwires.com/guardian/>.

- Smolleck, H. y Shoults, R. (1990). *A straightforward method for incorporating mutually-coupled circuits into the bus admittance matrix using the concept of artificial branches IEEE Transactions on Power Systems*. doi: 10.1109 / 59.54557.
- Tabak, A. y Abdelaziz, M. (2018). *Enhanced bad data identification in distribution system state estimation*. IEEE Canadian Conference on ElectricalComputer Engineering (CCECE). Doi: 10.1109 / CCECE.2019.8861919.
- Venkateswaran, V., Saini, D. y Sharma, M. (2020). *Approaches for optimal planning of energy storage units in distribution network and their impacts on system resiliency*. *CSEE Journal of Power and Energy Systems*. doi: 10.17775/CSEEJPES.2019.01280.
- Yamashita, N. and Fukushima, M., “On the rate of convergence of the levenberg-marquardt method,” in *Topics in Numerical Analysis* (G. Alefeld and X. Chen, eds.), (Vienna), pp. 239-249, Springer Vienna, 2001.
- Yang, X., “A higher-order Levenberg–Marquardt method for nonlinear equations”, *Applied Mathematics and Computation*, vol. 219, Issue 22, 2013, p.p. 10682-10694.
- Yuan, Z., Sjoerd, W., J. Braham y Cvoric, D. (2010). *On the quadratic convergence of the levenberg-marquardt-method without nonsingularity assumption*. IEEE Transactions on power electronics. doi: 10.1109 / TPEL.2010.2050494.
- Zainuddin, N., Rahman, M., Kadir, M., Ali, N., Ali, Z., Osman, M., Mansor, M., Ariffin, A., Rahman M., Ni, S., Nasir, N. (2020). *Review of condition and heat stress monitoring technologies for overhead transmission lines: problems and challenges*. *EEE Access*. doi: 10.1109 / ACCESS.2020.3004578.

Apéndice A

Método numérico de Levenberg-Marquardt

El método estándar para resolver problemas de mínimos cuadrados que conducen a ecuaciones normales no lineales depende de una reducción de los residuos a la forma lineal mediante aproximaciones de Taylor de primer orden tomadas sobre una solución inicial o de prueba para los parámetros [K. Levenberg, 1944]. Se considera el sistema de ecuaciones no lineales

$$F(x) = 0, \quad (\text{A.1})$$

donde $F(x): R^n \rightarrow R^n$ es continua y diferenciable. Debido a la no linealidad de $F(x)$, (A.1) puede no tener soluciones. En este apéndice, se asume que el conjunto de soluciones de (A.1) denotado por X^* es no vacío, y en todos los casos $\|\cdot\|$ hace referencia a la norma número 2.

El método de Newton es uno de los más conocidos para resolver ecuaciones no lineales. En cada iteración se calcula el paso,

$$d_k^N = -J_k^{-1} F_k, \quad (\text{A.2})$$

donde $F_k = F(x_k)$ y $J_k = F'(x_k)$ es el Jacobiano. Si $J(x)$ es continua y no singular en la solución, entonces la convergencia del método de Newton es cuadrática. Sin embargo, cuando $F(x)$ es complicado o cuando n es muy grande, el cálculo del Jacobiano puede ser costoso. Hay principalmente dos maneras de ahorrar los cálculos del Jacobiano. Una es utilizar una aproximación del Jacobiano que necesita menos cálculos. La otra es hacer más uso de la jacobiana disponible J_k . Por ejemplo, el conocido método de Newton calcula no sólo el paso de Newton (A.2). También el paso aproximado de Newton,

$$d_k^{MN} = -J_k^{-1} F(y_k) \text{ with } y(k) = x_k + d_k^N, \quad (\text{A.3})$$

en cada iteración. La Jacobiana disponible J_k se usa en (A.3) en lugar de $J(y_k)$, en otras palabras, se ahorra el cálculo del Jacobiano. La convergencia del método modificado de Newton descrito es cúbica si $J(x)$ es continua y no singular en la solución. Aunque el método

de Newton y el método de Newton modificado gozan de la propiedad favorable de rápida convergencia, d_k^N y d_k^{MN} pueden ser muy grandes y no estables cuando J_k está muy cerca de la singularidad. Además, cuando J_k es singular, d_k^N y d_k^{MN} no están definidas. Para superar las dificultades causadas por la posible singularidad de J_k , el método de Levenberg-Marquardt calcula el camino paso a paso

$$d_k^{LM} = -(J_k^T J_k + \lambda_k I)^{-1} J_k^T F_k, \quad (A.4)$$

donde el parámetro LM $\lambda_k \geq 0$ se actualiza de iteración en iteración. Claramente, cuando J_k es no singular y $\lambda_k = 0$, el paso LM d_k^{LM} se reduce al paso Newton d_k^N . El método LM tiene la misma convergencia cuadrática que el método Newton si el Jacobiano es continuo y no singular en la solución.

Sin embargo, la condición de no singularidad del Jacobiano es demasiado fuerte. Ahora, bajo la condición de límite de error local que es más débil que la no singularidad, [N. Yamashita and M. Fukushima, 2001] mostraron que si el parámetro LM se elige como $\lambda_k = \|F_k\|^2$, entonces el método LM preserva la convergencia cuadrática bajo la condición de límite de error local. [J. Fan and Y. Yuan, 2005] eligieron $\lambda_k = \|F_k\|^\delta$ con $\delta \in [1, 2]$ y demostraron que el método LM sigue logrando la convergencia cuadrática bajo las mismas condiciones.

Inspirado en el método de Newton modificado, Fan [Fan J., 2012] presenta el método Levenberg-Marquardt modificado. En cada iteración, el método LM modificado resuelve primero las ecuaciones lineales (A.5).

$$(J_k^T J_k + \lambda_k I) d = -J_k^T F_k \text{ with } \lambda_k = \mu_k \|F_k\|^\delta, \delta \in [1, 2], \quad (A.5)$$

para obtener el paso LM d_k^{LM} , donde $\mu_k \geq 0$ se actualiza de iteración en iteración, entonces resuelve las ecuaciones lineales (A.6).

$$(J_k^T J_k + \lambda_k I) d = -J_k^T F(y_k) \text{ with } y_k = x_k + d_k^{LM}. \quad (A.6)$$

Para obtener el paso aproximado LM d_k^{MLM} . Se usa $(J_k^T J_k + \mu_k \|F_k\|^\delta I)$ en lugar de $(J(y_k)^T J(y_k) + \mu_{k+1} \|F(y_k)\|^\delta I)$ en (A.6), que no involucra el cálculo de $J(y_k)$. Dado que la descomposición de $J_k^T + \lambda_k I$ está disponible después de resolver (A.5), sólo se necesita el valor de la función $F(y_k)$ para resolver (A.6). Así que el costo de obtener d_k^{MLM} será barato. Se podría utilizar la línea de búsqueda o la técnica de la región de confianza para obtener la convergencia global del método LM modificado. Dado que d_k^{LM} es una dirección decente de la función de mérito $\|F(x)\|^2$ en x_k pero $d_k^{LM} + d_k^{MLM}$ puede no serlo, preferimos utilizar la técnica de la región de confianza. Vale la pena señalar que la reducción prevista habitual $\|F_k\|^2 - \|F_k + J_k d_k^{LM}\|^2$ es siempre no negativa, sin embargo, $\|F_k\|^2 - \|F_k + J_k (d_k^{LM} + d_k^{MLM})\|^2$ puede no tener una propiedad tan deseable. Para superar esta dificultad, se introduce un nuevo tipo de reducción prevista, que se demuestra que es siempre no negativa y de importancia crucial para la convergencia global del método LM modificado.

Como el método de Newton modificado tiene convergencia cúbica, es interesante investigar si el método LM modificado podría también alcanzar la convergencia cúbica bajo la condición de límite de error local que es más débil que la no-singularidad. Por lo tanto, se necesita explorar no sólo el paso LM d_k^{LM} sino también el paso LM aproximado d_k^{MLM} . Mientras que d_k^{LM} preserva las propiedades atractivas como se presenta en [N. Yamashita and M. Fukushima, 2001], d_k^{MLM} depende de las propiedades de $J_k^T F(y_k)$ que contribuyen a la convergencia cúbica del método LM modificado.

A.1 Algoritmo del método de Levenberg-Marquardt modificado.

Se toma (A.7)

$$\Phi(x) = \|F(x)\|^2, \quad (A.7)$$

Como la función de mérito para (A.1). El método LM modificado no sólo calcula el paso LM d_k^{LM} mediante (A.5), sino que también calcula el paso LM aproximado d_k^{MLM} mediante

(A.6) en cada iteración. Se define la reducción real de $\Phi(x)$ en la k -ésima iteración como (A.8).

$$\text{Ared}_k = \|F(x)\|^2 - \|F(x_k + d_k^{LM} + d_k^{MLM})\|^2. \quad (\text{A.8})$$

No es posible definir $\|F_k\|^2 - \|F_k + J_k(d_k^{LM} + d_k^{MLM})\|^2$ como la reducción prevista como es habitual, porque no se puede demostrar que sea no negativo, lo que se requiere para la convergencia global en el método de la región de confianza. Es necesario desarrollar un nuevo tipo de reducción.

Nótese que el paso de LM d_k^{LM} es el minimizador del problema de minimización convexo:

$$\min_{d \in R^n} \|F_k + J_k d\|^2 + \lambda_k \|d\|^2 \triangleq \varphi_{k,1}(d). \quad (\text{A.9})$$

Si se permite que,

$$\min_{d \in R^n} \|F_k + J_k d\|^2 + \lambda_k \|d\|^2 \triangleq \varphi_{k,1}(d). \quad (\text{A.10})$$

Entonces se puede comprobar que d_k^{LM} es también una solución del siguiente problema de región de confianza:

$$\min_{d \in R^n} \|F_k + J_k d\|^2 \text{ s.t. } \|d\| \geq \Delta_{k,1}. \quad (\text{A.11})$$

Por el famoso resultado dado por Powell en [M. Powell, 1975] se sabe que

$$\|F_k\|^2 - \|F_k + J_k d_k^{LM}\|^2 \geq \|J_k^T F_k\| \min \left\{ \|d_k^{LM}\|, \frac{\|J_k^T F_k\|}{\|J_k^T J_k\|} \right\}. \quad (\text{A.12})$$

Al igual que d_k^{LM} , d_k^{MLM} no sólo es el minimizador del problema

$$\min_{d \in R^n} \|F(y_k) + J_k d\|^2 + \lambda_k \|d\|^2 \triangleq \varphi_{k,2}(d), \quad (\text{A.13})$$

sino también la solución del problema de la región de confianza

$$\min_{d \in R^n} \|F(y_k) + J_k d\|^2 \text{ s.t. } \|d\| \geq \Delta_{k,2}. \quad (\text{A.14})$$

Donde

$$\Delta_{k,2} = \|d_k^{MLM}\| = \|-(J_k^T J_k + \lambda_k I)^{-1} J_k^T F(y_k)\|. \quad (A.15)$$

Así que también se tiene

$$\|F(y_k)\|^2 - \|F(y_k) + J_k d_k^{MLM}\|^2 \geq \|J_k^T F(y_k)\| \min \left\{ \|d_k^{MLM}\|, \frac{\|J_k^T F(y_k)\|}{\|J_k^T J_k\|} \right\}. \quad (A.16)$$

Ahora, basado en las desigualdades (A.12) y (A.16), se define la nueva reducción prevista como

$$\text{Pred}_k = \|F_k\|^2 - \|F_k + J_k d_k^{LM}\|^2 + \|F(y_k)\|^2 - \|F(y_k) + J_k d_k^{MLM}\|^2, \quad (A.17)$$

Que satisface

$$\text{Pred}_k \geq \|J_k^T F_k\| \min \left\{ \|d_k\|, \frac{\|J_k^T F_k\|}{\|J_k^T J_k\|} \right\} + \|J_k^T F(y_k)\| \min \left\{ \|d_k^{MLM}\|, \frac{\|J_k^T F(y_k)\|}{\|J_k^T J_k\|} \right\}, \quad (A.18)$$

y es siempre no negativo. La relación entre la reducción real y la reducción prevista

$$r_k = \frac{Ared_k}{Pred_k}, \quad (A.19)$$

se utilizará para decidir si se acepta el paso de prueba y cómo se ajusta el parámetro LM.

A.2 Algoritmo del método de Levenberg-Marquardt de orden superior.

La pregunta interesante es qué puede ocurrir si se calcula otro paso aproximado, tal como lo planteó [X. Yang, 2013]

$$d_k^{HLM} = -(J_k^T J_k + \lambda_k I)^{-1} J_k^T F(z_k) \text{ with } z_k = y_k + d_k^{MLM}, \quad (A.20)$$

Se considera,

$$\Phi(x) = \|F(x)\|^2, \quad (A.21)$$

como función de mérito para (A.1). La reducción real modificada de $\Phi(x)$ en la k -ésima iteración como,

$$Ared_k = \|F_k\|^2 - \|F(x_k + d_k^{LM} + d_k^{MLM} + d_k^{HLM})\|^2. \quad (A.22)$$

Se observa que la reducción prevista no puede definirse como $\|F_k\|^2 - \|F(x_k + d_k^{LM} + d_k^{MLM} + d_k^{HLM})\|^2$ como es habitual, ya que no se puede demostrar que sea no negativo, lo que se requiere para la convergencia global en el método de la región de confianza. De ahí que se desarrolla un nuevo tipo de reducción prevista de la siguiente manera,

$$Pred_k = \|F_k\|^2 - \|F_k + J_k d_k^{LM}\|^2 + \|F(y_k)\|^2 - \|F(y_k) + J_k d_k^{MLM}\|^2 + \|F(z_k)\|^2 - \|F(z_k) + J_k d_k^{HLM}\|^2, \quad (A.23)$$

Ahora, se demuestra que (A.23) es siempre no negativo.

Es fácil ver que d_k es el minimizador del problema de minimización convexo (A.24).

$$\min_{d \in R^n} \|F_k + J_k d\|^2 + \lambda_k \|d\|^2. \quad (A.24)$$

Además, d_k también es una solución al siguiente problema de región de confianza,

$$\min_{d \in R^n} \|F_k + J_k d\|^2 \text{ s.t. } \|d\| \leq \Delta_{k,1}. \quad (A.25)$$

Donde $\Delta_{k,1} = \|-(J_k^T J_k + \lambda_k I)^{-1} J_k^T F_k\| = \|d_k\|$. Según el resultado dado por [M. Powell, 1975], se obtiene

$$\|F_k\|^2 - \|F_k + J_k d_k\|^2 \geq \|J_k^T F_k\| \min \left\{ \|d_k\|, \frac{\|J_k^T F_k\|}{\|J_k^T J_k\|} \right\}. \quad (A.26)$$

Del mismo modo, podemos ver que d_k^{MLM} no sólo es el minimizador del problema de minimización convexo (A.27).

$$\min_{d \in R^n} \|F(y_k) + J_k d\|^2 + \lambda_k \|d\|^2. \quad (A.27)$$

sino también una solución al problema de la región de confianza (A.28).

$$\min_{d \in R^n} \|F(y_k) + J_k d\|^2 \text{ s.t. } \|d\| \geq \Delta_{k,2}. \quad (\text{A.28})$$

Donde $\Delta_{k,2} = \|(J_k^T J_k + \lambda_k I)^{-1} J_k^T F(y_k)\| = \|d_k^{MLM}\|$. Entonces se tiene,

$$\|F(y_k)\|^2 - \|F(y_k) + J_k d_k^{MLM}\|^2 \geq \|J_k^T F(y_k)\| \min \left\{ \|d_k^{MLM}\|, \frac{\|J_k^T F(y_k)\|}{\|J_k^T J_k\|} \right\}. \quad (\text{A.29})$$

De manera similar d_k^{HLM} no sólo es el minimizador del problema de minimización convexo (A.30).

$$\min_{d \in R^n} \|F(z_k) + J_k d\|^2 + \lambda_k \|d\|^2. \quad (\text{A.30})$$

sino también una solución al problema de la región de confianza (A.31).

$$\min_{d \in R^n} \|F(z_k) + J_k d\|^2 \text{ s.t. } \|d\| \leq \Delta_{k,3}. \quad (\text{A.31})$$

Donde $\Delta_{k,3} = \|(J_k^T J_k + \lambda_k I)^{-1} J_k^T F(z_k)\| = \|d_k^{HLM}\|$. Entonces se tiene,

$$\|F(z_k)\|^2 - \|F(z_k) + J_k d_k^{HLM}\|^2 \geq \|J_k^T F(z_k)\| \min \left\{ \|d_k^{HLM}\|, \frac{\|J_k^T F(z_k)\|}{\|J_k^T J_k\|} \right\}. \quad (\text{A.32})$$

Si se combinan las ecuaciones (A.25), (A.28) y (A.32) con (A.22), se obtiene

$$\begin{aligned} \text{Pred}_k &\geq \|J_k^T F_k\| \min \left\{ \|d_k\|, \frac{\|J_k^T F_k\|}{\|J_k^T J_k\|} \right\} + \|J_k^T F(y_k)\| \min \left\{ \|d_k^{MLM}\|, \frac{\|J_k^T F(y_k)\|}{\|J_k^T J_k\|} \right\} \\ &\quad + \|J_k^T F(z_k)\| \min \left\{ \|d_k^{HLM}\|, \frac{\|J_k^T F(z_k)\|}{\|J_k^T J_k\|} \right\} \end{aligned}, \quad (\text{A.33})$$

A.3 Algoritmo del método de Levenberg-Marquardt de orden superior acelerado.

Posteriormente [Chen, 2016], presenta el algoritmo LM acelerado de orden superior utilizando la técnica de la región de confianza.

Se tiene

$$\Phi(x) = \|F(x)\|^2 \quad (\text{A.34})$$

como función de mérito para (A.1). Define la reducción actual de $\Phi(x)$ en la k -ésima iteración como,

$$\text{Ared}_k = \|F_k\|^2 - \|F(x_k + d_k^{LM} + \alpha_k d_k^{MLM} + d_k^{HLM})\|^2. \quad (\text{A.35})$$

Se observa que la reducción prevista no puede definirse como $\|F_k\|^2 - \|F_k + J_k(d_k^{LM} + \alpha_k d_k^{MLM} + d_k^{HLM})\|^2$, como es habitual, porque no se puede demostrar que sea no negativa, lo que se requiere para la convergencia global en el método de la región de confianza. Por lo tanto, se desarrolla un nuevo tipo de reducción predicha.

Es fácil ver que d_k^{LM} dado por (A.4) no es sólo el minimizador del problema de minimización convexo,

$$\min_{d \in R^n} \|F_k + J_k d\|^2 + \lambda_k \|d\|^2 \triangleq \varphi_{k,1}(d). \quad (\text{A.36})$$

sino también la solución del problema de la región de confianza,

$$\min_{d \in R^n} \|F_k + J_k d\|^2 \text{ s.t. } \|d\| \geq \Delta_{k,1}. \quad (\text{A.37})$$

Donde $\Delta_{k,1} \triangleq \|d_k\| = \|(J_k^T J_k + \lambda_k I)^{-1} J_k^T F_k\|$. Se obtiene del resultado dado por [M. Powell, 1975] en que,

$$\|F_k\|^2 - \|F_k + J_k d_k^{LM}\|^2 \geq \|J_k^T F_k\| \min \left\{ \|d_k^{LM}\|, \frac{\|J_k^T F_k\|}{\|J_k^T J_k\|} \right\}. \quad (\text{A.38})$$

De la misma manera, podemos ver que d_k^{MLM} dado por (A.6) no sólo es el minimizador del problema de minimización convexo,

$$\min_{d \in R^n} \|F(y_k) + J_k d\|^2 + \lambda_k \|d\|^2, \quad (\text{A.39})$$

sino también la solución del problema de la región de confianza (A.40)

$$\min_{d \in R^n} \|F(y_k) + J_k d\|^2 \text{ s.t. } \|d\| \leq \Delta_{k,2}. \quad (\text{A.40})$$

Donde $\Delta_{k,2} \triangleq \|d_k^{HLM}\| = \|(J_k^T J_k + \lambda_k I)^{-1} J_k^T F(y_k)\|$. Entonces se tiene,

$$\|F(y_k)\|^2 - \|F(y_k) + J_k d_k^{MLM}\|^2 \geq \|J_k^T F(y_k)\| \min \left\{ \|d_k^{MLM}\|, \frac{\|J_k^T F(y_k)\|}{\|J_k^T J_k\|} \right\}. \quad (\text{A.41})$$

En el método LM modificado propuesto en [Fan J., 2012], la mayor reducción de Φ en y_k debe esperarse si el paso LM aproximado $d_k^{MLM} = -(J_k^T J_k + \lambda_k I)^{-1} J_k^T F(y_k)$ es una dirección de descenso de la función de mérito Φ en y_k . Así, [Fan, 2014] empleó una búsqueda lineal en y_k a lo largo de d_k^{MLM} resolviendo el problema (A.42)

$$\min_{\alpha > 0} \|F(y_k + \alpha d_k^{MLM})\|^2, \quad (\text{A.42})$$

que podría ser aproximado por (A.43).

$$\min_{\alpha > 0} \|F(y_k) + \alpha J(y_k) d_k^{MLM}\|^2. \quad (\text{A.43})$$

Para evitar el cálculo del jacobiano, Fan sustituye $J(y_k)$ por J_k en (A.9) y lo aproxima por

$$\min_{\alpha > 0} \|F(y_k) + \alpha J_k d_k^{MLM}\|^2. \quad (\text{A.44})$$

Ahora el problema anterior es equivalente a

$$\max_{\alpha > 0} \|F(y_k)\|^2 - \|F(y_k) + \alpha J_k d_k^{MLM}\|^2 \triangleq \psi(\alpha). \quad (\text{A.45})$$

Donde

$$\psi(\alpha) = -(d_k^{MLM})^T J_k^T J_k d_k^{MLM} \alpha^2 + 2(d_k^{MLM})^T (J_k^T J_k + \lambda_k I) d_k^{MLM} \alpha, \quad (A.46)$$

es función cuadrática de α , y alcanza su máximo en

$$\tilde{\alpha}_k = \frac{(d_k^{MLM})^T (J_k^T J_k + \lambda_k I) d_k^{MLM}}{(d_k^{MLM})^T J_k^T J_k d_k^{MLM}} = 1 + \frac{\lambda_k (d_k^{MLM})^T d_k^{MLM}}{(d_k^{MLM})^T J_k^T J_k d_k^{MLM}} > 1, \quad (A.47)$$

siempre que $J_k d_k^{MLM} \neq 0$. Se acota $\alpha_k \in [1, \hat{\alpha}]$ con $\hat{\alpha} > 1$ es una constante positiva porque $\tilde{\alpha}_k$ puede ser muy grande si $J_k d_k^{MLM}$ es cercano a 0. El problema anterior (A.45) ahora es equivalente a

$$\max_{\alpha \in [1, \hat{\alpha}]} \|F(y_k)\|^2 - \|F(y_k) + \alpha J_k d_k^{MLM}\|^2 \triangleq \psi(\alpha) \quad (A.48)$$

Y se tiene

$$\|F(y_k)\|^2 - \|F(y_k) + \alpha J_k d_k^{MLM}\|^2 \geq \|F(y_k)\|^2 - \|F(y_k) + J_k d_k^{MLM}\|^2. \quad (A.49)$$

Donde $\alpha \in [1, \hat{\alpha}]$. De manera similar d_k^{HLM} propuesto en (A.20) no sólo es el minimizador del problema de minimización convexo,

$$\min_{d \in R^n} \|F(z_k) + J_k d\|^2 + \lambda_k \|d\|^2, \quad (A.50)$$

sino también la solución del problema de la región de confianza (A.51)

$$\min_{d \in R^n} \|F(z_k) + J_k d\|^2 \text{ s.t. } \|d\| \geq \Delta_{k,3}. \quad (A.51)$$

Donde $\Delta_{k,3} \triangleq \|d_k^{HLM}\| = \|(J_k^T J_k + \lambda_k I)^{-1} J_k^T F(z_k)\|$. Entonces se tiene,

$$\|F(z_k)\|^2 - \|F(z_k) + J_k d_k^{HLM}\|^2 \geq \|J_k^T F(z_k)\| \min \left\{ \|d_k^{HLM}\|, \frac{\|J_k^T F(z_k)\|}{\|J_k^T J_k\|} \right\}. \quad (A.52)$$

Ahora, se define una nueva reducción prevista como sigue,

$$\begin{aligned} \text{Pred}_k &= \|F_k\|^2 - \|F_k + J_k d_k^{LM}\|^2 + \|F(y_k)\|^2 - \|F(y_k) + \alpha_k J_k d_k^{MLM}\|^2 \\ &+ \|F(z_k)\|^2 - \|F(z_k) + J_k d_k^{HLM}\|^2 \end{aligned}, \quad (A.53)$$

Combinando (A.38), (A.41), (A.49) y (A.52) con (A.53), se tiene

$$\begin{aligned}
\text{Pred}_k &= \|F_k\|^2 - \|F_k + J_k d_k^{LM}\|^2 + \|F(y_k)\|^2 - \|F(y_k) + \alpha_k J_k d_k^{MLM}\|^2 \\
&+ \|F(z_k)\|^2 - \|F(z_k) + J_k d_k^{HLM}\|^2 \geq \|F_k\|^2 - \|F_k + J_k d_k^{LM}\|^2 + \|F(y_k)\|^2 \\
&- \|F(y_k) + J_k d_k^{MLM}\|^2 + \|F(z_k)\|^2 - \|F(z_k) + J_k d_k^{HLM}\|^2, \quad (\text{A.54}) \\
&\geq \|J_k^T F_k\| \min \left\{ \|d_k^{LM}\|, \frac{\|J_k^T F_k\|}{\|J_k^T J_k\|} \right\} + \|J_k^T F(y_k)\| \min \left\{ \|d_k^{MLM}\|, \frac{\|J_k^T F(y_k)\|}{\|J_k^T J_k\|} \right\} \\
&+ \|J_k^T F(z_k)\| \min \left\{ \|d_k^{HLM}\|, \frac{\|J_k^T F(z_k)\|}{\|J_k^T J_k\|} \right\}
\end{aligned}$$

Lo que implica que Pred_k siempre es no negativa. A continuación, se fija el paso de prueba como,

$$S_k^{HMLM} = d_k^{LM} + \alpha_k d_k^{MLM} + d_k^{HLM}, \quad (\text{A.55})$$

y se conoce a este método como algoritmo de Levenberg-Marquardt acelerado de orden superior (HMLM). El cual presenta convergencia de cuarto orden [Chen, 2016].