



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO  
FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

*“DEMANDA SÍSMICA EN PILAS DE PUENTES CONSIDERANDO  
LOS EFECTOS DE INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA”*

TESIS QUE PRESENTA

CESAR ALONSO MÉNDEZ GONZÁLEZ

PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL

ASESOR: DRA. BERTHA ALEJANDRA OLMOS NAVARRETE

MORELIA MICHOACÁN, ABRIL DE 2013



---

## AGRADECIMIENTOS.-

### A MIS PADRES ROSA Y ANTONIO:

Por darme su amor y apoyo en todo momento. Por haber creído siempre en mí y apoyarme en la elección de mi carrera, por sus consejos, sus valores y la motivación constante que con su ejemplo me han dado y que me hoy me ha hecho la persona que soy. A ustedes les debo todo.

### A MIS HERMANOS ANTONIO, ABRAHAM Y ROSAURA:

Por compartir conmigo los buenos y malos momentos, por ser mis confidentes y mis aliados, por todo su apoyo.

### A MIS ABUELOS ANTONIO, CATA, VICENTE Y ANGELITA:

Por todo su amor y cariño que me han dado a través de los años.

### A MIS AMIGOS

Por sus palabras de aliento y apoyo en la realización de esta tesis. Por estar conmigo en mis momentos más felices y también en los tristes.

### A LA FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL Y MIS PROFESORES:

Por haber influido en formación académica y brindarme los conocimientos que me permitieron realizar este trabajo y los cuales usaré en mi ámbito profesional.

### A MI ASESORA DRA. BERTHA OLMOS:

Por su apoyo, supervisión y dedicación desinteresada, que hicieron posible la realización de este trabajo.

---

## ÍNDICE.-

AGRADECIMIENTOS.....	ii
ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS.....	v
INTRODUCCIÓN.....	1
OBJETIVO E HIPÓTESIS.....	5
<b>1.- CLASIFICACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE LAS CIMENTACIONES</b>	
1.1.- Características de las cimentaciones.....	7
1.2.- Clasificación de las cimentaciones.....	9
1.2.1- Cimentaciones superficiales.....	11
1.2.2.- Cimentaciones profundas.....	18
1.2.3.- Grupos de pilotes.....	32
1.3.- Comentarios del capítulo 1.....	35
<b>2.- RESPUESTA DINÁMICA DE UN SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD EN EL DOMINIO DEL TIEMPO vs DOMINIO DE LA FRECUENCIA</b>	
2.1.- Definición y comportamiento de un sistema de un grado de libertad.....	38
2.2.- Ecuación de equilibrio dinámico.....	39
2.3.- Vibración libre.....	41
2.4.- Vibración forzada.....	49
2.5.- Solución en el dominio del tiempo.....	53
2.5.1.- Método $\beta$ de Newmark.....	54
2.6.- Solución en el dominio de la frecuencia.....	59
2.6.1.- Series de Fourier.....	59
2.6.2.- Respuesta con la integral de Fourier.....	61
2.6.3.- Transformada rápida de Fourier.....	63

2.7.- Comentarios del capítulo 2.....	67
<b>3.- DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS ANALÍTICOS DE PILAS DONDE SE CONSIDERAN EFECTOS DE INTERACCIÓN SUELO ESTRUCTURA</b>	
3.1.- Introducción al concepto de ISE.....	70
3.1.1.- Definición.....	70
3.1.2.- Efectos asociados a la ISE.....	73
3.2.- Modelos analíticos que consideran la ISE en los códigos de análisis y diseño estructural de la república mexicana.....	75
3.2.1 Modelo analítico presentado en las NTC-RCDF.....	76
3.2.2.- Modelo analítico presentado en el reglamento de la CFE.....	80
3.3.- Modelos analíticos para representar la ISE en cimentaciones con pilas.....	85
3.4.- Descripción del modelo analítico utilizado en este proyecto.....	88
3.4.1.- Modelo con una sola capa de suelo.....	89
3.4.2.- Modelo con dos capas de suelo.....	93
3.5.-Descripción de los casos de estudio.....	94
3.6.- Comentarios finales del capítulo.....	96
<b>4.- ESTUDIO DE LA RESPUESTA DINÁMICA DE PILAS CONSIDERANDO LOS EFECTOS DE INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA</b>	
4.1.- Descripción de las excitaciones seleccionadas para estudiar la respuesta dinámica de los casos de estudio.....	98
4.1.1.- Sismicidad en México.....	98
4.1.2.- Excitaciones sísmicas usadas en el análisis de pilas.....	100
4.2.- Respuesta dinámica considerando los efectos de ISE.....	105
4.2.1.- Considerando un solo estrato de suelo.....	105
4.2.2.- Considerando dos estratos de suelo y una base fija.....	109
4.2.3.- Considerando dos estratos de suelo y una base flexible.....	119

---

## 5.-DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

5.1- Análisis de resultados para un solo estrato de suelo.....	126
5.2.- Análisis de resultados para dos estratos de suelo y base fija.....	129
5.3.- Análisis de resultados para dos estratos de suelo y base flexible.....	133
CONCLUSIONES.....	137
BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS.....	143
ANEXO A	
Programa para evaluar la respuesta de un s1gl en vibración libre o forzada sin amortiguamiento.....	147
ANEXO B	
Programa para evaluar la respuesta de un s1gl por el método $\beta$ de Newmark.....	154
ANEXO C	
Programa para evaluar la respuesta de un s1gl en el dominio de la frecuencia.....	159

---

## ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS.-

### TABLAS:

Tabla 1.- Terremotos de mayor intensidad desde 1900.....	1
Tabla 2.- Terremotos más mortíferos de la historia.....	2
Tabla 3. Valores de los módulos de elasticidad y de reacción para diferentes tipos de suelo.....	29
Tabla 4.- Propiedades típicas de suelos arenosos.....	31
TABLA 5.- Funciones y FDC para cargas típicas.....	50
Tabla 6.- Datos para el ejemplo del problema de la figura 24.....	52
Tabla 7.- Datos de cargas para la figura 24.....	52
Tabla 8.-Datos para el ejemplo de la figura 26.....	57
TABLA 9.- Rigideces y amortiguamientos para cimentaciones superficiales o con pilotes.....	84
Tabla 10.- Casos de estudio considerando una sola capa de suelo.....	94
Tabla 11.- Casos de estudio considerando dos capas de suelo.....	95
Tabla 12.- Registros acelerográficos registrados en suelo tipo.....	101
Tabla 13.- Registros acelerográficos registrados en suelo tipo II.....	101
Tabla 14.- Características de las señales sísmicas utilizadas en el estudio.....	105
TABLA 15.- Respuesta del sistema considerando señales registradas en terreno tipo I y una base fija en la pila.....	109
TABLA 16.- Respuesta del sistema considerando señales registradas en terreno tipo II y una base fija en la pila.....	111
TABLA 17.- Respuesta del sistema considerando señales sísmicas registradas en terreno tipo I y una base flexible en la pila.....	118
TABLA 18.- Respuesta del sistema considerando señales sísmicas registradas en terreno tipo II y una base flexible en la pila.....	121
TABLA 19.- Periodos de vibración del puente en base a la altura de la columna.....	129

TABLA 20.- Coeficientes de la ecuación 5.1 para el cálculo del MFI y su correspondiente correlación.....	141
--	-----

FIGURAS:

1.- Colapso de una autopista elevada durante el terremoto de Kobe en 1995.....	3
2.- Daños a pilas de cimentación producidos durante el terremoto de Nigata en 1964.....	4
3.- Daños en el puente WuShi provocados por un sismo en septiembre de 1999 en Taiwán.....	4
4.- Cimentación mediante Zapata y distribución de presión de contacto de base.....	8
5.- Cimentación a base de pila ( $P_p$ =carga base de la pila, en unidades de kN).....	9
6.- Modalidades típicas de zapatas.....	11
7.- Ejemplo típico de zapata aislada.....	13
8.- Ejemplo de zapata combinada.....	14
9.-Ejemplo de zapata corrida.....	14
10.- Diferentes tipos de losa de cimentación.....	16
11.- Bulbos de esfuerzos en pilotes de punta y pilotes de fricción.....	19
12.- Ejemplos de pilotes de punta y de fricción.....	20
13.- Pilote prefabricado y pilote colado en sitio.....	21
14.- Distribución de cargas en los pilotes.....	33
15.- Comparación entre zonas esforzadas bajo: a) un pilote y b) un grupo de pilotes.....	33
16.- Grados de libertad estáticos y dinámicos.....	38
17.- Ejemplo de un sistema simple con amortiguamiento.....	40
18.- Representación de modelos matemáticos para sistemas de un grado de libertad.....	42
19.- Respuesta de un S1GL en vibración libre sin amortiguamiento.....	44
20.- Representación matemática de un S1GL en vibración libre con amortiguamiento viscoso.....	45
21.- Vibración libre con amortiguación crítica.....	46
22.- Vibración libre para un sistema subamortiguado.....	48
23.- Casos típicos de carga externa.....	50

24.- Ejemplo de un marco de un nivel ante diferentes tipos de carga externa.....	52
25.- Respuesta del sistema ejemplificado ante distintos tipos de carga.....	53
26.- Ejemplo de un S1GL a analizar utilizando el método de Newmark con una carga compleja....	57
27.- Respuestas del sistema del S1GL de la figura 24 utilizando el programa desarrollado en la tesis y presentado en el anexo B basado en las ecuaciones de Newmark.....	58
28.- Respuestas del sistema del S1GL de la figura 24 utilizando el programa SAP 2000®.....	59
29.- Resumen del análisis de la respuesta utilizando el dominio de la frecuencia.....	63
30.- Respuesta del S1GL de la figura 24 utilizando el análisis en el dominio de la frecuencia.....	67
31.- Tiempo requerido por la transformada de Fourier usando método convencional y FFT.....	68
32.- Esquema tradicional de un puente cimentado con pilas.....	71
33.- Modelo analítico para el análisis la estructura en base rígida y la cimentación.....	72
34.- Modelo para el análisis en conjunto del sistema: suelo, cimentación, superestructura.....	72
35.- Modelo analítico para considerar los efectos de ISE en el modo fundamental de vibración...76	
36.- Modelo de parámetros discretos (oscilador de remplazo) para el análisis de ISE.....	79
38.- Sistema suelo-estructura equivalente (Manual CFE, 2010).....	81
39.- Modelo de una cimentación a base de pilotes.....	83
40.- Modelos de pila-subsuelo.....	88
41.- Sismicidad de México durante el periodo de 1900-2012.....	98
42.- Epicentros de los terremotos analizados, nombrados por fecha.....	99
43.- Ubicación de las estaciones en donde se registraron los acelerogramas estudiados cerca de la costa de Michoacán y Guerrero, y en la Ciudad de México.....	100
44.- Acelerogramas registrados sobre terreno tipo I.....	102
45.- Acelerogramas registrados sobre terreno tipo II.....	103
46.- Espectros de respuesta de aceleración para las señales registradas en terreno tipo I.....	104
47.- Espectros de respuesta de aceleración para las señales registradas en terreno tipo II.....	104
48-55.- Respuesta de la pila de cimentación ante las excitaciones sísmicas registradas en terreno tipo I.....	106



---

---

56-64.- respuesta de la pila de cimentación ante las excitaciones sísmicas registradas en terreno tipo II.....	107
65-68- Respuestas de la pila para los casos 1, 2, 3, y 4 considerando el cambio de rigidez con señales del terreno tipo I.....	114
69-72.- Respuestas de la pila para los casos 1, 2, 3, y 4 considerando el cambio de rigidez con señales del terreno tipo II.....	116
73.- Variación de momentos considerando señales registradas en terreno tipo I.....	118
74.- Variación de momentos considerando señales registradas en terreno tipo II.....	118
75.- Variación de momentos considerando señales registradas en terreno tipo I y una base libre en la pila.....	124
76.- Variación de momentos considerando señales registradas en terreno tipo II y una base libre en la pila.....	124

---

## INTRODUCCIÓN.-

Desde el principio de los tiempos el hombre ha temido a fenómenos naturales destructivos como los movimientos telúricos, los eventos de naturaleza sísmica han provocado a lo largo de la historia incalculable deterioro y destrucción a las estructuras hechas por la civilización humana, además se debe considerar que un elevado porcentaje de las víctimas cobradas por los sismos se debe al derrumbe de dichas estructuras.

La tabla 1 presenta los 10 sismos de mayor intensidad registrados en el mundo durante el periodo de 1900-2012, en tanto que en la tabla 2 presentan los 10 sismos con el mayor número de víctimas mortales registradas en la historia; resulta interesante observar que los sismos más intensos no son necesariamente los más destructivos o los que cobran mayores pérdidas humanas. Esto puede ser atribuido a factores como una alejada localización del epicentro de zonas densamente pobladas, a la modernización y mejoramiento de los métodos de diseño estructural, las nuevas técnicas de construcción en países desarrollados, y además de un efecto muy importante y generalmente despreciado que es la interacción del suelo con la cimentación y la estructura (ISE).

Tabla 1.- Terremotos de mayor intensidad desde 1900. (US Geological Survey)

PAIS	FECHA	MAGNITUD (momento sísmico)	UBICACIÓN DEL EPICENTRO
Valdivia-Chile	22/05/1960	9.5	38.2S 72.6W
Alaska- Estados Unidos	28/03/1964	9.2	61.1N 147.5W
Sumatra-Indonesia	26/12/2004	9.1	3.3N 95.9E
Costa de Honsu- Japón	11/03/2011	9.0	38.3N 142.2E
Kamchatka-Rusia	04/11/1952	9.0	52.7N 159.5E
Arica-Peru/Chile	13/08/1868	9.0	18.5S 71.0W
Concepción- Chile	28/02/2010	9.0	35.9S 72.8W
Esmeraldas-Ecuador	31/01/1906	8.8	1.0N 81.5W
Alaska-Estados Unidos	04/02/1965	8.7	51.3N 178.6W
Sumatra-Indonesia	11/04/2012	8.6	2.3N 93.1E

Tabla 2.- Terremotos más mortíferos de la historia (US Geological Survey)

PAIS	FECHA	MAGNITUD	MUERTES
Shaanxi-China	23/01/1556	8.0	830 000
Haití	12/01/2010	7.0	316 000
Tangshan-China	27/07/1976	7.5	242 769
Aleppo-Syria	09/08/1138	Desconocida	230 000
Sumatra	26/12/2004	9.1	227 898
Damghan-Iran	22/12/856	Desconocida	200 000
Haiyuan-China	16/12/1920	7.8	200 000
Ardarbil-Iran	23/03/893	Desconocida	150 000
Kanto-Japon	01/09/1923	7.9	142 800
Ashgabat-Turkmenistan	05/10/1948	7.3	110 000

Daños observados en terremotos como el ocurrido en México en 1985 o el de Kobe en 1995, continuamente crean nuevos interrogantes y demandas sobre la validez de los criterios que se utilizan en el diseño y análisis de las estructuras. Esto ha ocasionado que recientemente se hagan nuevas investigaciones y descubrimientos sobre las excitaciones sísmicas, su naturaleza, propiedades, así como de los efectos de ISE y el comportamiento de las estructuras una vez que se ven sometidas a este tipo de fuerzas.

En la práctica profesional es común asumir que las estructuras se encuentran en un estado de empotramiento perfecto con respecto al suelo donde están cimentadas, particularmente aquellas cuya cimentación es a base de pilas, como ocurre con frecuencia en los puentes. Se ha observado que esa condición no siempre se cumple y que en algunos casos la interacción del suelo con la pila puede producir graves daños tanto en la cimentación como en la superestructura del puente, esto se aprecia en las figuras 1, 2 y 3.

Este comportamiento esta generalmente asociado a estructuras cimentadas en suelos blandos, debido a la gran diferencia que existe entre la rigidez y masa de la estructura contra las del suelo. De hecho los efectos de ISE también se deben a la simple presencia de la cimentación y la reflexión y refracción de ondas que la estructura misma transmite de vuelta al suelo como respuesta a excitaciones sísmicas a las que se ve sometido el conjunto.

---

En términos generales, los efectos de ISE se manifiestan como la aparición de movimientos de traslación, cabeceo y giro en la base, ocasionando una reducción en la frecuencia del sistema suelo-estructura, un incremento en la contribución del movimiento de cabeceo en la respuesta total de la estructura, cambios en el amortiguamiento del sistema por la difracción y refracción de ondas de la estructura al suelo, y cambios en las formas modales del sistema. Eventualmente, tales efectos podrían verse incrementados cuando la frecuencia natural del sistema se acerque a la frecuencia fundamental del sitio donde ha sido desplantada.

En los últimos años se ha reportado que los momentos flexionantes generados en la base fija de una pila o en la interfaz entre dos capas de suelo (siendo la inferior de una rigidez mayor) producidos por el paso de ondas sísmicas a través del suelo pueden exceder el movimiento producido en la cabeza de la pila por ondas sísmicas y vibraciones de la superestructura. El objetivo de este trabajo es estimar ante cuales situaciones esto podría ocurrir así como identificar cuáles podrían ser los parámetros que causan que los efectos de interacción suelo-estructura aumenten de manera considerable.



Figura 1.- Colapso de una autopista elevada durante el terremoto de Kobe en 1995 (Fuente: Allianz Knowledge).

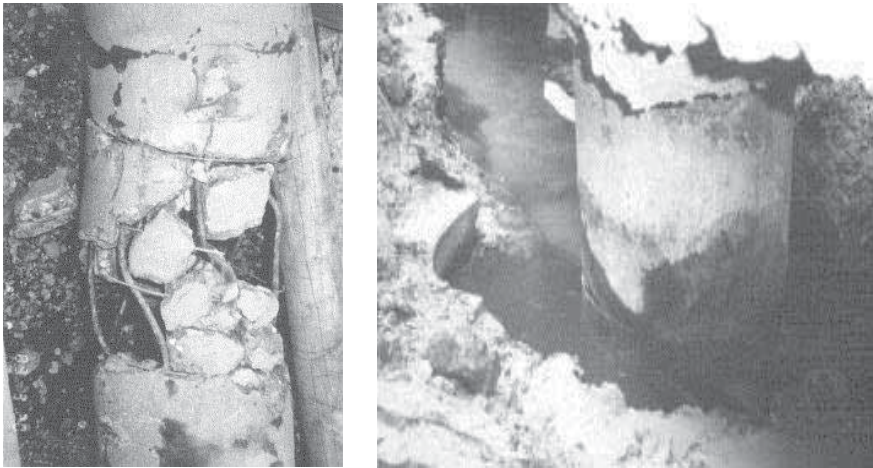


Figura 2.- Daños a pilas de cimentación (subterráneo y superficial) producidos durante el terremoto de Nigata en 1964. (Finn y Fujita, 2002).

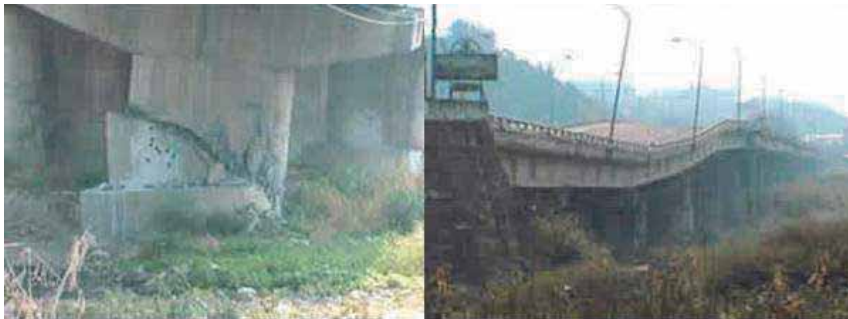


Figura 3.- Daños en el puente WuShi provocados por un sismo en septiembre de 1999 en Taiwán (Fuente: FWHA).

---

## OBJETIVO:

*Determinar que parámetros podrían jugar un papel determinante en la amplificación de los efectos de interacción suelo-estructura, que produzcan elementos mecánicos mayores en la base de las pilas de cimentación de un puente o bien en la interfaz entre dos estratos de suelo con diferentes rigideces. Tales efectos podrían producir daños de consideración a la estructura al ser mayores que las fuerzas consideradas para su diseño.*

## HIPÓTESIS:

*Parámetros propios de las pilas de cimentación: radio, profundidad, altura de columna sobre el nivel de desplante; propiedades mecánicas propias de los estratos de suelo: rigidez (expresada como función de la velocidad de ondas de cortante), periodo dominante del sitio, amortiguamiento del medio de soporte, entre otras. Así como los propios de un terremoto: contenido de frecuencias, aceleración máxima e intensidad, podrían producir efectos de interacción importantes para el buen comportamiento de las pilas de cimentación de una estructura. Hasta el día de hoy, estos efectos han sido poco estudiados a pesar de que podrían ser perjudiciales o en ciertos casos benéficos para el adecuado comportamiento de las estructuras. El estudio y consideración de esos efectos conllevaría al diseño de estructuras más funcionales, económicas y seguras.*

---

# CAPÍTULO 1

## CLASIFICACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE LAS CIMENTACIONES

---

## 1.- CLASIFICACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE LAS CIMENTACIONES

### 1.1.- CARACTERÍSTICAS DE LAS CIMENTACIONES

La cimentación o subestructura constituye un elemento de transición entre la superestructura y el suelo en el que se apoya. El término superestructura es comúnmente usado para describir la parte del sistema ingenieril que transmite la carga a la cimentación y que se localiza sobre esta. Este término tiene un significado particular para edificios y puentes; sin embargo, las cimentaciones también pueden soportar maquinaria y equipo industrial (pipas, torres, tanques).

La función de la cimentación es lograr que las fuerzas que se presentan en la base de una estructura se transmitan adecuadamente al medio de soporte o el suelo. Para lograr este objetivo se debe proveer de un grado de seguridad adecuado contra las fallas en los elementos estructurales que forman parte de la cimentación, fallas del suelo debidas a falta de capacidad de carga, contra la presencia de hundimientos excesivos que ocasionen daños en la construcción misma, así como en las vecinas o en instalaciones que se encuentren enterradas en las proximidades cercanas a la cimentación.

Uno de los factores importantes a considerar en el sistema de cimentación de una estructura durante su proceso de construcción son los problemas de excavación, bombeo o compactación que pueden presentarse; particularmente en lo que respecta al efecto que tienen estas operaciones en construcciones existentes. En estos casos además influye la disponibilidad de equipo y experiencia local en los diferentes tipos de cimentaciones.

El proceso de diseño de una cimentación incluye:

- a) Análisis del sistema suelo-cimentación-superestructura y la determinación de fuerzas externas y deformaciones que se generan por esa interacción.
- b) La revisión de la capacidad de carga del suelo y de los hundimientos que pueden ocasionar las cargas actuantes en el sistema estructural.
- c) El dimensionamiento de la cimentación y determinación de asentamientos diferenciales que se puedan presentar en la superestructura a lo largo de su vida útil ocasionadas por solicitaciones debidas a la presencia de movimientos en los elementos de soporte o apoyos.



---

Para proveer que el diseño de una cimentación sea adecuado pueden tomarse como base un mínimo de 4 pasos que se describen a continuación:

- 1) Inspeccionar físicamente el sitio con el objetivo de identificar evidencia geológica o de otro tipo que puedan ser indicio de un problema potencial a considerar durante el proceso de diseño, y que tienen que ser consideradas durante este proceso, o bien dar recomendaciones particulares a cada caso, para finalmente complementar el resultado de esta inspección con datos obtenidos de estudios de mecánica de suelos.
- 2) Establecer un programa de muestreo para realizar pruebas experimentales que permitan estimar la capacidad del suelo.
- 3) Determinar los parámetros del suelo necesarios para estimar su capacidad de carga, parámetro necesario durante el proceso de diseño definido con base en la integración de los datos de prueba, principios científicos y el buen juicio ingenieril. Se pueden involucrar análisis informáticos simples o complejos dependiendo de la importancia y complejidad de la estructura. Para problemas complejos se pueden comparar o implementar los datos recomendados en investigaciones científicas o contratar a un Ingeniero especialista en el área de la geotecnia, que sea capaz de evaluar la capacidad y deformación del medio de soporte y que pueda brindar una interpretación amplia del contenido de los resultados.
- 4) Usando como base las definiciones de los parámetros descritos en los párrafos anteriores, el diseño de una cimentación debe ser económico, eficiente y viable para llevar a cabo el proceso de su construcción, teniendo en mente los recursos humanos y técnicos disponibles. Se deben tener en cuenta las prácticas locales de construcción, así como desarrollar un trabajo multidisciplinario entre todos los especialistas involucrados en el desarrollo de una obra civil (clientes, ingenieros, arquitecto, contratista, entre otros), para alcanzar un diseño óptimo de la subestructura, esto significa que el sistema no esté excesivamente sobredimensionado y el riesgo se mantenga dentro de niveles aceptables. En lo general se recomienda utilizar programas de computadora especializados en el tema, lo cual permite generar modelos cada vez más refinados donde se logra captar con mayor fidelidad el comportamiento del suelo, el cual por sí mismo es muy complejo debido a su naturaleza de presentar generalmente un comportamiento no lineal.

El comportamiento de una cimentación depende de las propiedades mecánicas de las capas de suelo subyacente. Por ser este un material natural, sus propiedades no son homogéneas ni controlables, y son más difíciles de determinar en comparación con las correspondientes a los materiales comúnmente implementados en la construcción de obras civiles (concreto reforzado, acero, madera y aluminio). Es importante resaltar que la

---

respuesta de la mayoría de los suelos sujetos a carga se presenta en el rango no lineal desde niveles muy bajos de esfuerzos, además de que ésta se modifica en forma importante con el paso del tiempo.

Es importante tener siempre en mente que la distribución de esfuerzos entre el suelo y la cimentación depende de la interacción entre ambos sistemas, lo cual generalmente no puede representarse mediante modelos matemáticos sencillos. Por estas características el análisis riguroso de una cimentación lleva generalmente a procedimientos muy complejos, particularmente cuando se trata de cargas dinámicas como son los sismos, que tienen que evaluarse en el dominio de las frecuencias. Sin embargo, para estructuras de importancia no excepcional y en las que no se dispone de información adecuada y precisa, se suelen utilizar procedimientos simplificados basados en hipótesis muy burdas del comportamiento de los suelos.

Debe hacerse notar que los procedimientos que son muy utilizados por el ingeniero de la práctica profesional, proporcionan con frecuencia resultados que difieren hasta en un orden de magnitud en relación a las fuerzas internas a que puede estar sujeta una cimentación, ya que se desprecian algunos aspectos importantes del comportamiento del suelo y otros se consideran en forma muy conservadora (Meli, 1997).

### 1.2.- CLASIFICACIÓN DE LAS CIMENTACIONES

La forma más común de clasificar las cimentaciones es como función de su profundidad de enterramiento dentro de los estratos de suelos del medio de soporte a donde se transmiten las cargas actuantes en la estructura. Con base en este parámetro, en la literatura se encuentra que las cimentaciones se pueden clasificar en *superficiales* o *profundas*.

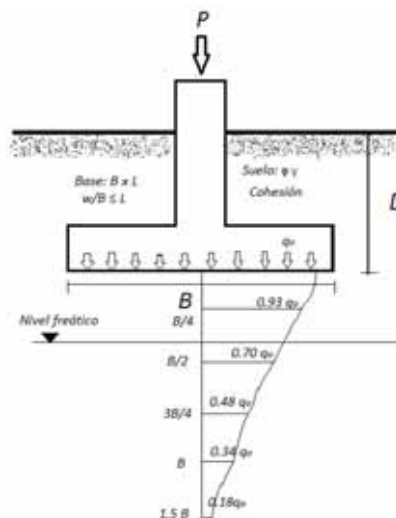


Figura 4.- Cimentación mediante Zapata y distribución de presión de contacto de base (Bowles, 1988)

Existen tipos de cimentaciones especiales para cumplir funciones muy particulares para obras civiles poco comunes. Por ejemplo, las cimentaciones masivas que se utilizan para absorber las vibraciones causadas por la acción dinámica de maquinaria, y las cimentaciones sumergidas para obras marítimas o portuarias.

Las cimentaciones superficiales son aquellas que se apoyan en estratos poco profundos, generalmente entre 0.5 y hasta 4 metros, que tienen suficiente capacidad de carga que les permite resistir las descargas generadas en la estructura (Tomlinson, 1996). También se considera que una cimentación es superficial o somera cuando la relación  $D/B$  es  $\leq 1$  (figura 4), aunque esta relación puede ser mayor en algunos casos.

Las cimentaciones profundas están constituidas esencialmente por pilotes que transmiten su carga por punta o por fricción y que se denominan pilas cuando su sección transversal es de gran tamaño, mayores que 60 centímetros. En una cimentación profunda la relación  $L_p/B$  suele ser  $\geq 4$  (figura 5). Los pilotes pueden colocarse bajo zapatas o losas de cimentación y pueden combinarse con estas de manera que la descarga de la estructura sea resistida tanto por el apoyo somero como por el apoyo profundo.

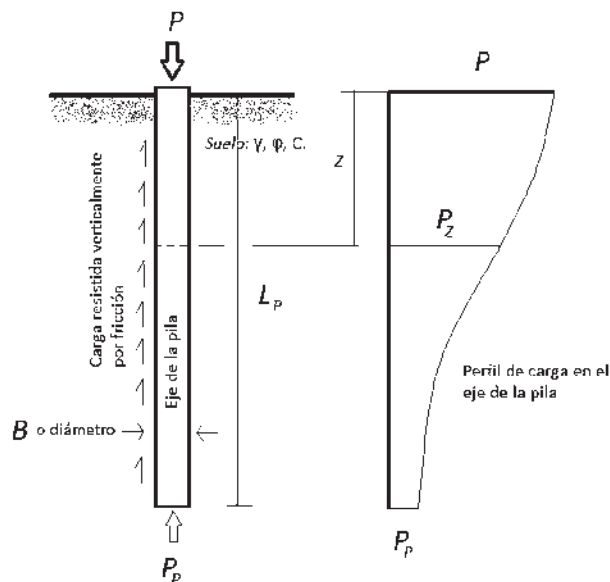


Figura 5.- Cimentación a base de pila ( $P_p$ =carga base de la pila, en unidades de kN). (Bowles, 1988).

---

Las pantallas también se consideran como un tipo especial de cimentación profunda, estas se utilizan en los casos donde es necesario anclar un muro al terreno. Las pantallas pueden ser de dos tipos:

Pantallas isostáticas: con una línea de anclaje

Pantallas hiperestáticas: con dos o más líneas de anclajes.

Algunos autores establecen además un tipo de cimentación intermedio llamada cimentación semiprofunda o de pozo si se cumple que  $D/B \leq B$ , (figura 4).

### 1.2.1 CIMENTACIONES SUPERFICIALES

La definición de "cimentación superficial" varía de un autor a otro, pero en general se considera como una base que se encuentra aproximadamente a una profundidad menor que dos veces la anchura de dicha cimentación. Las cimentaciones superficiales reparten la fuerza que le transmite la estructura a través de sus elementos de apoyo sobre una superficie de terreno con dimensiones capaces de soportar esas cargas. Se considera cimentación superficial cuando tienen entre 0.5 y 4 m de profundidad, y cuando las tensiones admisibles de las diferentes capas del terreno que se hallan hasta esa profundidad permiten apoyar el edificio en forma directa sin provocar asentamientos excesivos de la estructura que puedan afectar la funcionalidad de la misma.

Debe considerarse la posibilidad de que el sitio donde se edificaría la estructura esté formado por distintos tipos de suelo; esto podría provocar asentamientos diferenciales peligrosos, aunque dichos valores se consideren admisibles, en tal caso sería mejor utilizar cimentaciones profundas.

Los principales tipos de cimentaciones superficiales son:

#### I) ZAPATAS.

Las zapatas de cimentación son ensanchamientos de la sección transversal de las columnas o muros mediante las cuales se distribuye la descarga de la estructura a un área de contacto mayor con el suelo. Este tipo de cimentación somera se utiliza cuando las descargas producidas por la superestructura son pequeñas y existen estratos de suelos a poca profundidad que posean una capacidad de carga adecuada, así como una rigidez adecuada que permitan aceptar las solicitaciones transmitidas por las zapatas sin que ocurran fallas o hundimientos excesivos (Kimmerling, 2002).

En cuanto a su forma existen: zapatas de sección constante, las de peralte variable o declive y las escalonadas, como se muestra en la figura 6. Generalmente se construyen a base de mampostería, concreto sólido o concreto reforzado.

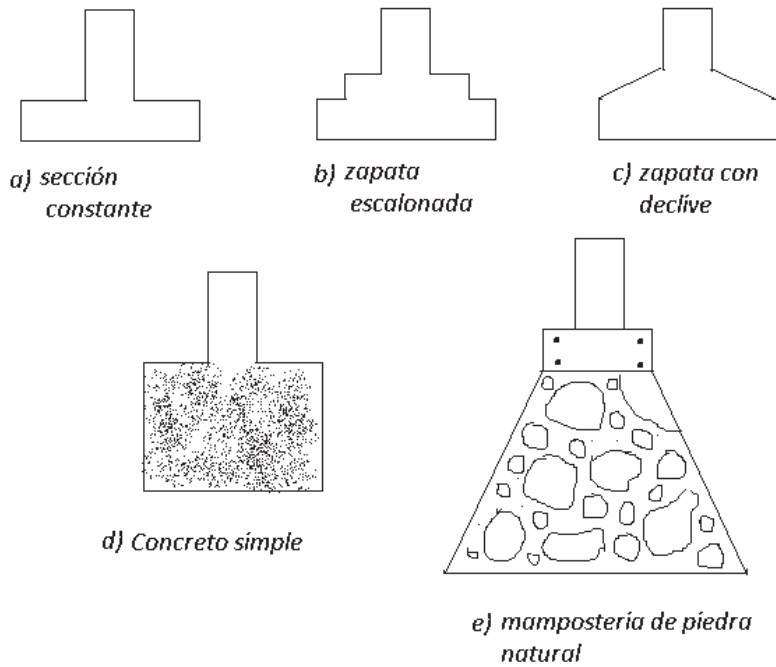


Figura 6.- Modalidades típicas de zapatas (Meli, 1997).

El área de una zapata se determinará a partir de la carga de diseño que transmitiría la estructura, dividida entre la presión resistente del suelo, lo cual significa básicamente considerar una distribución uniforme de esfuerzos. Lo anterior es válido siempre y cuando el punto de aplicación de la carga coincida con el eje de la zapata, donde su sección transversal es rectangular con longitudes de sus lados llamadas A y B, de tal forma que definiendo una de estas dimensiones la otra se puede estimar como:

$$B = \frac{P_u}{AP_R}$$

---

En donde:

$P_u$  = carga total transmitida al suelo incluyendo el peso de la cimentación

$P_R$  = esfuerzo resistente del suelo, afectado por los factores de reducción de resistencia correspondientes.

Si la carga  $P$  se transmite con excentricidad " $e$ " medida con respecto al centroide de la zapata y en dirección del lado  $B$ , la longitud requerida se determina considerando el efecto del momento flexionante que se genera con respecto del centroide de la sección, donde ahora la distribución de esfuerzos queda definida por la fórmula de la escuadría, de tal forma que la dimensión necesaria en el lado de la sección transversal donde se encuentra la excentricidad queda definida por:

$$B = \frac{P_u}{AP_R} + 2e \quad (2)$$

De manera similar cuando se tengan excentricidades en las dos direcciones,  $e_x$  en dirección del lado  $B$  y  $e_y$  en dirección del lado  $A$ , el ancho de la zapata se puede estimar mediante:

$$B = \frac{P_u}{(A - 2e_x)P_R} + 2e_y \quad (3)$$

El esfuerzo resultante del suelo,  $P_R$ , depende no solo de su capacidad de carga, sino también por la limitación de esfuerzos bajo la estructura.

---

Las zapatas a su vez se pueden clasificar como zapatas aisladas, combinadas o corridas.

#### A) ZAPATAS AISLADAS.

Este tipo de zapatas se recomienda implementar bajo columnas con sección transversal cuadrada o rectangular, figura 7, debido a que con esta sección transversal se generan los menores momentos flexionantes; se optará por una forma rectangular solo cuando las condiciones de linderos le impidieran extenderse en una dirección o bien cuando la columna transmita además momentos flexionantes grandes.

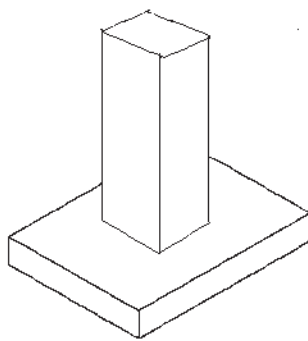


Figura 7.- Ejemplo típico de zapata aislada

#### B) ZAPATAS COMBINADAS.

Cuando el suelo de apoyo no tiene gran rigidez, la distribución excéntrica de presiones ocasiona giros en la zapata que pueden dar lugar a deformaciones indeseables en la construcción o condiciones de continuidad diferentes a las supuestas en el análisis.

En estas situaciones resulta casi siempre conveniente unir dos zapatas con una contratrabe formando una zapata combinada, como se ilustra en la figura 8, en la que la resultante de carga coincide con el centroide de la zapata o recurrir a ligar dos zapatas aisladas con una contratrabe de cimentación que tome los momentos flexionantes.

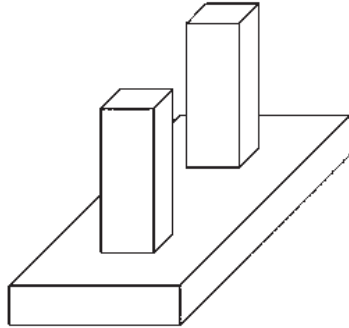


Figura 8.- Ejemplo de zapata combinada.

### C) ZAPATAS CORRIDAS.

Cuando la descarga se hace por medio de muros de carga en lugar de columnas, se recomienda usar zapatas corridas, donde la base de la zapata se prolonga a lo largo y por debajo del muro (figura 9). Estas serán de preferencia simétricas, excepto bajo muros de lindero en cuyo caso hay que considerar en el diseño el efecto de su excentricidad. Las zapatas corridas generalmente estarán sujetas a una descarga uniforme en toda su longitud, por lo cual basta analizar su comportamiento en un sólo tramo, el cual se considera generalmente con una longitud unitaria.

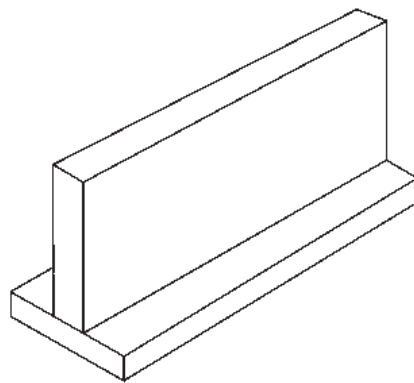


Figura 9.-Ejemplo de zapata corrida.



---

## II) LOSAS DE CIMENTACIÓN.

Cuando para transmitir las cargas de la estructura al suelo se requieren grandes áreas de contacto, la solución con zapatas se vuelve ineficiente debido al área de sección necesaria para transmitir adecuadamente los esfuerzos al medio de soporte. En estos casos conviene recurrir a losas corridas o losas de cimentación, este tipo de cimentación también es recomendable cuando el área de terreno cubierta por un sistema de cimentación mediante zapatas se acerca al 50% del área de superficie total de la construcción. Las losas de cimentación son un sistema donde se distribuyen las descargas de la estructura mediante toda el área de construcción. También se emplean cuando la resistencia del suelo es baja o cuando es necesario limitar los asentamientos diferenciales de las construcciones que son particularmente sensibles a estos efectos. Las losas de cimentación pueden ser de dos tipos como se muestra en la figura 10:

- ❖ Planas (sin vigas), en las que las columnas se apoyan directamente sobre la losa de cimentación o por medio de capiteles. La losa plana puede aligerarse mediante diversos procedimientos, además de presentar la ventaja de sencillez constructiva; sin embargo, requiere mayores volúmenes de concreto.
- ❖ Con retículas formadas con vigas conocidas comúnmente como contratraves de cimentación. Este sistema se emplea cuando los claros y las cargas corresponden a valores grandes. Existe otra modalidad de este tipo de cimentación que está conformada por contratraves inferiores, en donde el lecho superior es plano y se convierte en un piso utilizable.

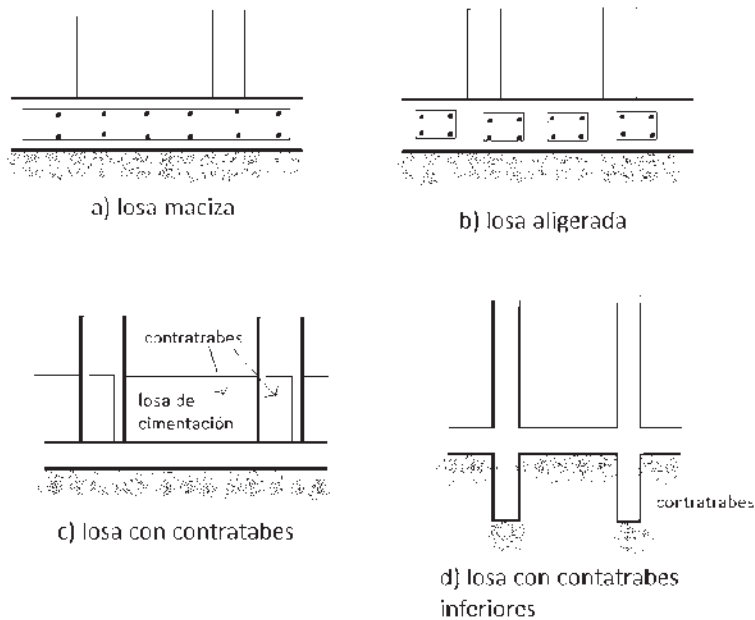


Figura 10.- Diferentes tipos de losa de cimentación (Meli, 1997).

### III) CIMENTACIONES COMPENSADAS.

En ocasiones la losa de cimentación, la losa de planta baja, las contratabes y muros de lindero forman cajones de cimentación que pueden llegar a profundidades relevantes y pudieran permitir, bajo ciertas condiciones, aprovechar el peso del suelo excavado para compensar de forma parcial o total el peso de la construcción y aliviar así la presión neta de la superficie de contacto con el suelo.

Para que las cimentaciones superficiales presenten un comportamiento satisfactorio deben tener dos principales características:

- La cimentación debe ser segura contra una falla por corte general del suelo de soporte.
- La cimentación no debe experimentar desplazamientos excesivos, es decir, asentamientos excesivos.

---

La carga unitaria de la cimentación bajo la cual ocurre una falla a cortante en el suelo se llama capacidad de carga última y se calcula con la siguiente expresión (figura 4):

$$q_o = \frac{P}{BL} \quad (4)$$

Donde:

$q_o$  = Carga última (expresada en unidades de kPa generalmente)

$P$  = Carga transmitida a la cimentación por la superestructura

$B$  y  $L$  = Ancho y largo de la zapata, respectivamente.

### 1.2.2- CIMENTACIONES PROFUNDAS

Las cimentaciones profundas están constituidas por pilas y pilotes. Los pilotes se emplean cuando las capas de suelo superficial tienen baja capacidad de carga, cuando se tienen requisitos muy estrictos de asentamientos admisibles y cuando se quiere evitar cimentaciones muy voluminosas apoyadas sobre estratos de suelo poco favorables para realizar el proceso constructivo como los casos de obras marítimas o de suelos saturados.

El uso de cimentaciones con pilas tiene varias ventajas, como se describe a continuación:

- 1.- Se puede usar una sola pila en vez de un grupo de pilotes con cabezal.
- 2.- La construcción de pilas en depósitos de arena densa y grava es más fácil que hincar pilotes.
- 3.- Las pilas se pueden construir antes de terminar las operaciones de nivelación.
- 4.- Como la base de una pila puede ampliarse, esta proporciona una gran resistencia a cargas de tensión o levantamiento.
- 5.- La superficie sobre la cual se construye la base de la pila se puede inspeccionar visualmente.
- 6.- Las pilas tienen gran resistencia ante cargas laterales.

---

Existen sin embargo varias desventajas en el uso de pilas o pilotes, como la operación de colado que puede ser causa de demoras por mal tiempo y siempre requiere de una cuidadosa supervisión. Además las excavaciones profundas para pilas pueden inducir pérdidas considerables de soporte y daños en estructuras cercanas.

A continuación se enlistan algunas de las condiciones del estrato de suelo de soporte donde se requieren cimentaciones con pilotes (Vesic, 1977):

- a) Cuando el estrato o estratos superiores del suelo son altamente compresibles y demasiado débiles para soportar la carga transmitida por la superestructura, se implementan pilotes para transmitir la carga al lecho rocoso o capas de suelo duro. Cuando no se encuentra un estrato rocoso a profundidad razonable debajo de la superficie del terreno, se usan los pilotes para transmitir gradualmente la carga estructural al medio de soporte. La resistencia a la descarga de la estructura proviene principalmente de la resistencia a la fricción desarrollada en la interfaz suelo-pilote.
- b) Cuando las cimentaciones profundas están sometidas a fuerzas horizontales, las cimentaciones con pilotes se encuentran sometidas a flexión mientras soportan la carga vertical transmitida desde la superestructura. Este tipo de combinación de cargas la encontramos generalmente en el diseño y construcción de estructuras de gran altura sometidas a la acción de fuerzas grandes causadas por la acción de viento y/o sismos.
- c) En muchos casos se encuentran presentes en el sitio donde se localizará una estructura suelos expansivos y colapsables que se extienden a gran profundidad por debajo de la superficie del terreno. Los suelos expansivos se hinchan y se contraen conforme crece y decrece el contenido de agua, y su presión de expansión puede ser considerable. La estructura podría sufrir daños importantes si se usan cimentaciones superficiales en tales circunstancias. Sin embargo, las cimentaciones profundas se consideran como alternativa cuando este tipo de suelos se extienden más allá de la zona activa de expansión y contracción.
- d) Las cimentaciones de algunas estructuras, como torres de transmisión, plataformas de costa y losas de sótanos debajo del nivel freático, están sometidas a fuerzas de levantamiento. En algunas ocasiones se usan pilotes para resistir la fuerza de levantamiento.
- e) Los estribos y pilas de puentes generalmente se construyen sobre cimentaciones de pilotes para evitar la posible pérdida de capacidad de carga que se tendría en una cimentación superficial por la erosión del suelo en la superficie de terreno.

---

Aunque actualmente se cuenta con resultados de numerosas investigaciones, tanto teóricas como experimentales, enfocadas en predecir el comportamiento y capacidad de carga de pilotes en suelos granulares y cohesivos los mecanismos de falla no han sido aun totalmente entendidos y tal vez nunca lo serán. El diseño y análisis de una cimentación a base de pilotes se considera “un arte” en cierta forma, debido a las incertidumbres implícitas que se tienen al trabajar bajo ciertas condiciones del subsuelo (Braja, 1983).

Un pilote desarrolla resistencia por apoyo directo en su punta y por fricción en la superficie de contacto del suelo, como se puede observar en las figuras 11a y 11b. Los pilotes que se apoyan en un estrato de suelo muy firme y que por lo tanto desarrollan la mayor parte de su resistencia a través de dicho apoyo directo se denominan pilotes de punta (figura 12a). Se llaman pilotes de fricción a aquellos pilotes que quedan totalmente embebidos en estratos de baja capacidad de carga, y que por lo tanto su resistencia se desarrolla exclusivamente por adherencia y rozamiento entre su superficie y el suelo adyacente (figura 12b).

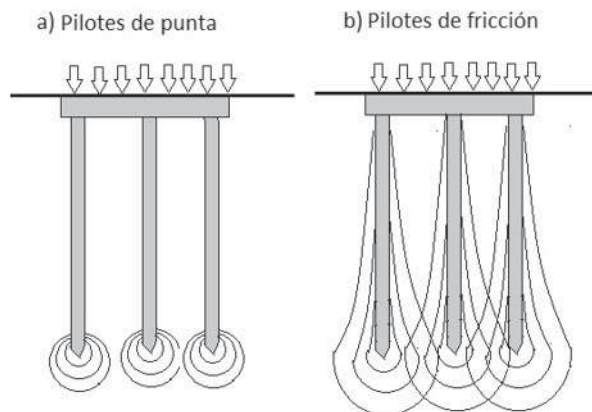


Figura 11.- Bulbos de esfuerzos en pilotes de punta y pilotes de fricción (Meli, 1997).

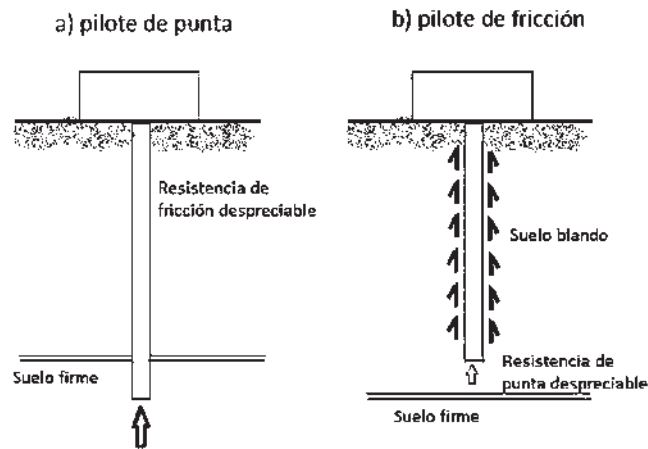


Figura 12.- Ejemplos de pilotes de punta y de fricción (Meli, 1997).

Para los pilotes de punta se pueden presentar dos casos, uno donde la presencia de roca o material rocoso se encuentra a una profundidad razonable y el pilote se prolonga solo hasta la superficie de la roca, en este caso la capacidad última de los pilotes depende exclusivamente de la capacidad de carga del estrato subyacente. Si en lugar de un lecho rocoso se encuentra un estrato de suelo bastante compacto y duro, los pilotes se prolongaran unos cuantos metros dentro de este estrato duro y la carga última del pilote será igual a la capacidad de carga del estrato más la carga transferida por fricción superficial desarrollada por la superficie del pilote, efecto de la resistencia a cortante desarrollada entre el suelo y el pilote, aunque esta última podrá ser despreciada si es pequeña en comparación con la resistencia del estrato resistente.

En el caso de pilotes de fricción su longitud depende de la resistencia a cortante del suelo, de la carga aplicada y del tamaño del pilote. Para determinar las longitudes necesarias de estos pilotes se requiere un buen entendimiento de la interacción suelo-pilote, de un adecuado criterio ingenieril y de experiencia. En el caso de suelos arcillosos, la resistencia ante la carga aplicada es también generada por fenómenos de adhesión.

En muchos casos, ambos componentes de resistencia, punta y fricción, son significativos y deben tomarse en cuenta de manera que la profundidad a que se apoyará un pilote será tal que su resistencia total, debida al efecto combinado de los dos componentes (punta y fricción), sea la necesaria para transmitir las descargas que deben soportar los estratos de suelo. A demás de la capacidad de carga, existen otros aspectos que pueden influir en la selección del tipo de pilote, entre los que se encuentran la posibilidad de que se

---

desarrollen asentamientos generales y variaciones de nivel freático, entre otras acciones desfavorables al buen funcionamiento de una obra civil.

En cuanto al proceso constructivo, las cimentaciones profundas se pueden dividir en prefabricadas y coladas en el lugar, como se muestra en la figura 13. Los elementos prefabricados se hincan en el terreno, generalmente por impacto, produciendo el desplazamiento del suelo al dar paso libre al pilote provocándose perturbaciones en el suelo que afectan sus propiedades mecánicas. Además, un pilote prefabricado está sujeto a esfuerzos adicionales que se producen durante el proceso de transporte, izado e hincado, estos últimos suelen ser más severos que los que se presentan una vez colocado el pilote dado que se alteran sus propiedades estructurales.

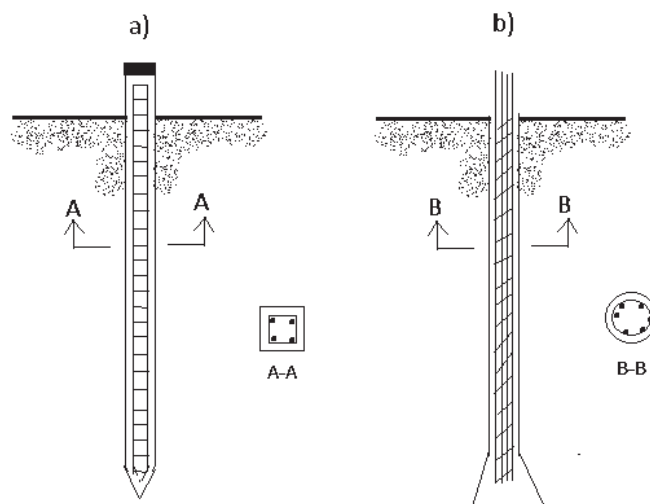


Figura 13.- Pilote prefabricado y pilote colado en sitio (Meli, 1997).

Los pilotes colados en el lugar requieren de una perforación previa que no implica desplazamiento del suelo y por lo tanto este procedimiento induce una menor perturbación de sus propiedades.

Los pilotes generalmente se construyen con una sección transversal circular, de acero de sección tubular o en H, de concreto reforzado o preesforzado de sección circular, triangular, cuadrada o poligonal. Los pilotes de madera se usan donde abunda este tipo de material y generalmente trabajan como pilotes de fricción. Su duración puede ser indefinida si se construyen en un terreno exento de variaciones importantes en su

---

contenido de humedad, aunque su vida útil puede ser solamente de un par de años si se someten a ciclos de secado y humedecimiento.

Para que un elemento de madera pueda ser considerado como pilote, la madera debe ser recta, sana y sin defectos. El Manual de Práctica No. 17 de la **American Society of Civil Engineers** los divide en 3 clases:

- 1) Clase A: pilotes que soportan cargas pesadas. En este caso el diámetro mínimo del fuste debe ser de 356 mm (14 pulgadas).
- 2) Clase B: pilotes que se usan para tomar cargas medias. Donde el diámetro mínimo del fuste debe ser entre 305 y 330 mm (12 y 13 pulgadas)
- 3) Clase C: pilotes que se usan en trabajos provisionales de construcción. Estos se usan permanentemente para estructuras cuando el pilote esta debajo del nivel freático. El diámetro mínimo del fuste debe ser de 305 mm (12 pulgadas). En ningún caso se debe de tener un diámetro menor que 150 mm (6 pulgadas).

Los pilotes de madera no son capaces de resistir altos esfuerzos durante el proceso de hincado; razón por la cual su capacidad de resistencia es limitada. Al resquebrajamiento de las fibras de madera que se presenta por causa del impacto del martillo se denomina astillamiento. Para evitar daños a la cabeza del pilote se usa una banda metálica, capuchón o cabezal.

Los pilotes de madera permanecerán indefinidamente sin daño si están rodeados por suelo saturado. Cuando se localizan arriba del nivel freático, los pilotes están sujetos al ataque de insectos. La vida de los pilotes incrementará preservándolos con productos químicos como la creosota.

La capacidad admisible de carga de los pilotes de madera es:

$$Q_{adm} = A_p f_w \quad (5)$$

Donde:

$A_p$  = área promedio de la sección transversal del pilote

$f_w$  = esfuerzo admisible de la madera



---

La longitud usual de los pilotes de madera se encuentra entre los 5 y 15 metros (15 a 50 pies), la longitud máxima entre 30 a 40 metros (100 a 130 pies). La carga que usualmente se tiene como demanda en pilotes de madera oscila entre 300 y 500 kN (67 a 115 klb).

Por el contrario, los pilotes de concreto garantizan un mejor desempeño en cuanto a su durabilidad ante condiciones agresivas. Estos se dividen en dos categorías básicas: los prefabricados y los colados in situ. Los prefabricados en planta suelen ser preesforzados debido a que se requiere de una sección transversal de menor dimensión y menor cantidad de refuerzo para soportar las solicitaciones requeridas.

Cuando se cuenta con suficiente espacio en obra, resulta más económico prefabricarlos en sitio que determinar costos de transporte. Para facilitar su manejo e hincado los pilotes largos se prefabrican en secciones que se conectan con dispositivos diseñados para resistir tensiones que se presentan durante el hincado, estos tienen una longitud usual de 10 a 15 metros (30 a 40 pies) y soportan cargas hasta de 3000 kN (675 klb).

Entre las ventajas que ofrece la implementación de pilotes se tiene que estos pueden ser sometidos a un hincado de alto impacto, que son resistentes a la corrosión y que pueden combinarse fácilmente con una superestructura de concreto. Dentro de las desventajas podemos hacer notar que son difíciles de ser cortados a una medida precisa, y también que es difícil su transportación.

Cuando los pilotes se diseñan con cables de preesfuerzo (cuya resistencia puede llegar a  $1800 \text{ MN/m}^2$ ) se pueden construir con las siguientes características:

- Longitud usual de pilotes preesforzados: 10 a 45 metros (30 a 150 pies)
- Longitud máxima: 60 metros (200 pies)
- Carga máxima: 7500 a 8500 kN (1700 a 1900 klb)

Los pilotes colados en el lugar se construyen rellenando una perforación previamente hecha mediante equipo rotatorio o por hincado de una camisa metálica que se extrae a medida que se rellena la cavidad. En el segundo caso puede contarse con una ampliación en el extremo, llamada campana, con la cual se incrementa la capacidad de punta. Las pilas son coladas en el lugar en una excavación previa. Existen diversos métodos de excavación que incluyen el hincado previo de un cilindro que forma después la pared exterior de la pila.

Los pilotes colados in situ se dividen a sus ves en dos categorías: ademados y no ademados, en ambos casos se puede tener un pedestal en el fondo.

---

Los pilotes ademados se hacen hincando un tubo de acero en el terreno con ayuda de un mandril colocado dentro del ademe. Cuando el pilote alcanza la profundidad apropiada se retira el mandril y el tubo se llena con concreto. Las características relacionadas con su longitud y capacidad de carga de los pilotes de concreto colados in situ son:

- Longitud usual: 5 a 15 metros (15 a 50 pies)
- Longitud máxima: 30 a 40 metros (100 a 130 pies)
- Carga usual: 200 a 500 kN (45 a 115 klb)
- Carga máxima aproximada: 800 kN (180 klb)

Ventajas:

- a) relativamente baratos
- b) posible inspección antes de verter el concreto
- c) fácil de extender

Desventajas:

- a) difíciles de empalmar después del fraguado
- b) los ademes delgados pueden dañarse durante el hincado

La carga admisible de los adames está definida por:

$$Q_{adm} = A_s f_s + A_c f_c \quad (6)$$

Donde:

$A_s$  = área de la sección transversal de acero

$f_s$  = esfuerzo admisible en el acero

$A_c$  = área de la sección transversal de concreto

$f_c$  = esfuerzo admisible en el concreto

---

Los pilotes no ademados se hacen hincando primeramente el tubo a la profundidad deseada, posteriormente se llenan de con concreto fresco, para finalmente retirar gradualmente el tubo. Este tipo de pilotes presentan características similares a los ademados con la excepción de que su capacidad de carga admisible se estima sin considerar la contribución de la resistencia del acero.

Los pilotes de acero tienen como ventaja a su menor peso con respecto de los contruidos de concreto, además del hecho de que sus paredes delgadas facilitan el hincado por el efecto de cuchilla que se presenta entre el suelo y sus paredes durante este proceso. Por otro lado, una vez que estos han sido instalados se forma en sus extremos un tapón de suelo que asegura un efecto de punta similar al que se tiene en una sección cerrada. Por lo tanto, su capacidad de punta se suele determinar como función del área total de la envolvente de la sección.

La corrosión no es crítica si los pilotes de acero están hincados en un suelo inalterado; es decir, sin variaciones en el nivel del agua, en caso contrario se requiere protección corrosiva.

La capacidad de carga admisible en pilotes de acero es:

$$Q_{adm} = A_s f_s \quad (7)$$

Donde:

$A_s$  = área de la sección transversal de acero

$f_s$  = esfuerzo admisible en el acero (0.33 a 0.5  $f_y$ )

Cuando es necesario los pilotes de acero se empalman por medio de una soldadura o mediante remaches. En el caso de que puedan presentar condiciones difíciles de hincado, como es el caso de estratos de suelo formados por grava densa, lutitas y roca blanda, los pilotes de acero son adaptados con puntas o zapatas de hincado.

Algunas de las propiedades de los pilotes de acero son:

- Longitud usual: 15 a 60 metros (50 a 200 pies)
- Carga usual 300 a 1200 kN (67 a 265 klb)

---

Ventajas:

- a) Fáciles de manejar con respecto a cortes y extensiones
- b) Pueden resistir altos esfuerzos de hincado
- c) Alta capacidad de carga

Desventajas:

- a) Relativamente costosos
- b) Alto nivel de ruido durante el hincado del pilote
- c) Sujetos a corrosión
- d) Los pilotes H pueden desviarse o dañarse de la vertical durante el proceso de hincado al atravesar estratos duros o en presencia de construcciones grandes.

Los pilotes pueden construirse inclinados cuando se diseñan para resistir cargas horizontales importantes, y suelen colocarse en grupos debajo de una zapata, un cabezal o de una losa de cimentación.

Aunque la función más común para la que se implementan los pilotes es la de transmitir cargas de compresión a los estratos resistentes del suelo, en ocasiones también se emplean para resistir fuerzas de tensión. Tal es el caso de una estructura ligera enterrada por debajo del nivel freático y que recibe por empuje hidrostático una subpresión mayor que su peso propio. En estos casos se colocan pilotes para que mediante su trabajo por fricción se equilibren las fuerzas que tienden a hacer emerger a la estructura. En caso de construcciones muy esbeltas, es probable que las cargas laterales de sismo o viento provoquen momentos de volteo causantes de la aparición de tensiones en los pilotes de uno de los extremos de la base de la estructura y que este efecto rija durante el proceso de diseño para la determinación de la longitud necesaria del pilote.

Los pilotes son elementos estructurales que trabajan con mayor eficiencia, con respecto de su resistencia, cuando están sometidos a fuerzas axiales. Su capacidad a carga axial está determinada por la carga que puede resistir el suelo sin que se presente penetración del pilote, o una falla estructural debida a que el pilote no cuenta con una capacidad de resistencia adecuada para las demandas a que está sujeto.

---

La capacidad de carga ante un estado límite de la falla del suelo se determina con procedimientos ampliamente conocidos y aplicados dentro del área de la mecánica de suelos. En ocasiones es necesario recurrir a pruebas de carga en el sitio a falta de un procedimiento comprobado de cálculo para estimar la capacidad.

Dentro de las metodologías que se tienen para la determinación de la resistencia de un pilote quedan implícitos factores de seguridad elevados debidos a las incertidumbres que se tienen de las propiedades que caracterizan el medio de soporte. Estos factores son del orden de 3 y hasta de 5, valores que pueden ser considerados como muy conservadores por las dimensiones de la sección transversal de los pilotes que resultan del cálculo estructural (Braja, 1988).

El dimensionamiento estructural de pilotes se evalúa utilizando los procedimientos de diseño estipulados en los códigos reglamentarios específicos al caso de columnas, de acuerdo al tipo de material que vaya a constituir el pilote. Se menciona con frecuencia en la literatura que hay que procurar siempre que la capacidad estructural del pilote exceda a la capacidad del suelo. Este criterio obedece a que se considera más grave la falla estructural que el vencimiento de la capacidad de soporte del suelo.

Sin embargo, los factores de seguridad involucrados en los métodos de diseño de columnas dan lugar a una confiabilidad aceptable y no se ve ninguna razón para que estos sean diseñados con factores de seguridad mayores que los correspondientes a columnas que forman la estructura.

En los pilotes prefabricados e hincados, los efectos de impacto durante el proceso de hincado son siempre más desfavorables que los que se presentan cuando el pilote se encuentra en su posición definitiva, por lo que en este caso debe proporcionarse al pilote una capacidad de resistencia mayor que la carga necesaria para hacerlos penetrar en la capa más dura que tendrán que atravesar durante el proceso constructivo.

En estos casos, además de que el pilote sea capaz de resistir elevadas fuerzas de compresión se debe proveer con una capacidad adecuada para resistir tanto las fuerzas de impacto y las dinámicas, efecto de la transmisión de ondas sísmicas, a que puede verse sujeto el pilote. Cualitativamente es necesario que el pilote tenga refuerzo transversal de confinamiento cerca de la punta y del extremo en donde se aplican los impactos para que se disponga en estas partes de mayor resistencia y de ductilidad adecuada para disipar la energía generada durante el proceso de hincado.

---

Aunque la carga transmitida al pilote sea teóricamente axial, es necesario considerar en el proceso de diseño una excentricidad accidental como se especifica en los reglamentos de diseño, debido a la incertidumbre en las posiciones exactas de la carga axial y el pilote a su posible falta de verticalidad y, en pilotes colados en el lugar, a la irregularidad de su sección transversal. Se recomienda considerar las excentricidades accidentales siguientes (Meli, 1997):

Para pilotes prefabricados:  $t/10$

Para pilotes colados en sitio:  $t/8$

En donde  $t$  es la dimensión de la sección transversal del pilote en la dirección que se considere la excentricidad.

Un pilote enterrado en toda su longitud cuenta con el suficiente apoyo lateral para que puedan ignorarse los problemas de pandeo ante carga vertical, excepto cuando se trate de un suelo extraordinariamente blando y en pilotes de gran longitud. Por lo que la mayoría de los pilotes pueden dimensionarse generalmente como columnas cortas. En el caso de estructuras costeras, como son los muelles, los pilotes sobresalen del suelo normalmente hasta una altura superior al nivel del agua, razón por la que el pandeo puede ser una consideración crítica en este caso. Para los procesos de análisis y diseño debe tomarse como longitud de pandeo no solo a la longitud libre sobre el suelo sino además una longitud equivalente; además, debe considerarse que el apoyo brindado por el suelo de soporte que su ubica por debajo cumpla con las características de un empotramiento. La longitud equivalente suele fijarse con reglas burdas, un ejemplo de estas reglas es el considerarla igual a un determinado número de diámetros del pilote que va desde 3 para terreno firme y hasta 15 para terreno muy blando.

Davisson y Robinson (1957) realizaron un análisis de la interacción suelo-pilote, modelando el suelo con resortes independientes y empleando el concepto del módulo de reacción. Para suelos cohesivos (arcillas), se adoptó la hipótesis de que el módulo de reacción del suelo es constante con la profundidad, obteniéndose resultados aceptables si se adopta una longitud libre equivalente definida mediante la siguiente expresión:

$$L_c = \left( \frac{EI}{k_s b} \right)^{1/4}$$

En donde  $E$  e  $I$  son el módulo de elasticidad y el momento de inercia de la sección transversal del pilote, respectivamente,  $b$  es el ancho del pilote,  $k_s$  es el módulo de reacción del suelo, que a falta de una determinación directa en campo se pueden obtener valores aproximados en la tabla 3.

Tabla 3. Valores de los módulos de elasticidad y de reacción para diferentes tipos de suelo (Meli, 1997).

Tipo de suelo	$E_s$ ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )	$k_s$ ( $\text{Kg}/\text{cm}^2$ )
Suelo fangoso*	11.00 a 33.00	0.5 a 1.5
Arena seca o húmeda suelta (Ns 3 a 9)*	0.16H a 0.48H	1.2 a 3.6
Arena seca o húmeda media (Ns 9 a 30)*	0.48H a 1.6H	3.6 a 12.0
Arena seca o húmeda densa (Ns 30 a 50)*	1.6H a 3.2H	12.0 a 24.0
Grava fina con arena fina*	1.07H a 1.33H	8.0 a 10.0
Grava media con arena fina*	1.33H a 1.6H	10.0 a 12.0
Grava media con arena gruesa*	1.6H a 2.0H	12.0 a 15.0
Grava gruesa con arena gruesa*	2.0H a 2.66H	15.0 a 20
Grava gruesa finamente estratificada*	2.66H a 5.32H	20.0 a 40.0
Arcilla blanda** ( $q_u = 0.25$ a $0.50 \text{ kg}/\text{cm}^2$ )	15 a 30	0.65 a 1.30
Arcilla media ** ( $q_u = 0.50$ a $2.00 \text{ kg}/\text{cm}^2$ )	30 a 90	1.30 a 4.00
Arcilla compacta** ( $q_u = 2.00$ a $4.00 \text{ kg}/\text{cm}^2$ )	90 a 180	4.00 a 8.00
Arcilla margosa dura ( $q_u = 4.00$ a $10.00 \text{ kg}/\text{cm}^2$ )	180 a 480	8.00 a 21.00
Marga arenosa rígida	480 a 1000	21.00 a 44.00
Arena de miga y tosco	500 a 2500	22 a 110
Marga	500 a 50000	22 a 2200
Caliza margosa alterada	3500 a 5000	150 a 220
Caliza sana	20000 a 800000	885 a 36000
Granito meteorizado	700 a 200000	30 a 9000
Granito sano	40000 a 800000	1700 a 3600

---

$N_s$  = Número de golpes en la prueba de penetración estándar

$H$  = Profundidad de desplante de la cimentación (centímetros)

\* = Terrenos granulares sumergidos se tomaran con un  $E_s$  o  $k_s K_s$ , igual a los de la tabla multiplicados por 0.60

\*\*= Valores considerados a cargas de corta duración. Si se consideran permanentes deberán multiplicarse los valores de  $E_s$  y  $K_s$  por 0.25.

En suelos no cohesivos, como las arenas, la rigidez aumenta con el confinamiento, y por lo tanto con la profundidad del estrato en consideración. Para tomar en cuenta este efecto, Davisson y Robinson (1957) adoptaron la hipótesis de que la rigidez aumenta linealmente con la profundidad del estrato ( $x$ ) desde la superficie:

$$L_s = n_h x \quad (9)$$

Siendo  $n_h$  una constante de proporcionalidad. Los resultados obtenidos del análisis que considere esta hipótesis son aproximadamente los mismos a los que se obtienen de una longitud equivalente calculada con la siguiente expresión:

$$L_s = 1.8 \left( \frac{EI}{n_s} \right)^{1/5} \quad (10)$$

En la tabla 2 se presentan valores de  $n_s$  para arenas con diferente grado de compactación. Con las ecuaciones (8), (9) y (10) puede encontrarse la profundidad a la cual el pilote puede considerarse empotrado en arcillas y arenas, respectivamente, y con las cuales pueden realizarse análisis ante cargas laterales y revisiones por pandeo.



Tabla 4.- Propiedades típicas de suelos arenosos (Meli, 1997).

Capacidad de la arena	$N_s$ Numero de golpes	Ángulo de rozamiento interno	$n_s(\text{Kg}/\text{cm}^2)$ Arena seca o húmeda	$n_s(\text{Kg}/\text{cm}^2)$ Arena sumergida
Muy poco compacta	0-4	30°	155	95
Poco compacta	4-10	30° -35°	230	170
Medianamente compacta	10-30	35° -40°	400	300
Bastante compacta	30-50	40° -45°	750	500
Muy compacta	>50	>45°	1200	730

Los pilotes pueden verse sometidos a la acción de cargas laterales importantes ocasionadas en las estructuras por la acción de efectos naturales como son el sismo y el viento. En el caso de muros de contención estos se ven sujetos a empuje de tierras, mientras que estructuras conocidas como muelles y diques experimentan la acción de fuerzas de oleaje, amarre y de choque. Los pilotes verticales no son muy eficientes para resistir cargas laterales, de manera que cuando estas cargas laterales tienen una magnitud apreciable, 10% o más de la carga vertical, es recomendable utilizar otro tipo de estructuración para resistirlas. Este fin se logra mediante una cimentación parcialmente compensada que consiste en enterrar la estructura a una cierta profundidad para que el empuje pasivo de suelo sobre la parte enterrada equilibre las fuerzas laterales, mientras que la otra parte de las descargas es absorbida por los pilotes, otra alternativa es utilizar pilotes inclinados donde la componente horizontal de la fuerza axial a ellos equilibre la carga lateral. Para determinar las fuerzas internas inducidas en un pilote vertical por las cargas laterales, se puede recurrir a la misma idealización de la longitud equivalente usada en la revisión por pandeo.

### 1.2.3.-GRUPOS DE PILOTES

La distribución de cargas de la estructura a los pilotes se realiza por medio de elementos auxiliares de cimentación como zapatas, dados o losas continuas. Es conveniente que el elemento de transmisión tenga alta rigidez para que las cargas se distribuyan uniformemente en todos los pilotes. Cuando no es posible contar con una cimentación continua que abarque toda el área de construcción, la transferencia de carga se hace a

---

través de zapatas aisladas, debajo de las cuales se coloca el número de pilotes necesario para resistir la carga transmitida por la columna correspondiente a la descarga.

En este caso el número mínimo de pilotes que debe colocarse debajo de cada zapata es de 3 para evitar problemas de inestabilidad de apoyo, a menos que las zapatas estén ligadas entre sí por contratrabes de alta rigidez a flexión.

Cuando hay losas continuas de cimentación, los pilotes se agrupan en la cercanía de las columnas en un número tal que se equilibre la carga de cada columna individual, de esta manera se reducen al mínimo las fuerzas internas inducidas en la losa de cimentación por las reacciones de los pilotes.

El cálculo de fuerzas que actúan en cada pilote individual de un grupo bajo una zapata rígida, suele hacerse suponiendo que esta produce una variación lineal de presiones debajo de ella de manera que es aplicable la fórmula general de flexocompresión. Si existen  $n$  pilotes de igual sección transversal debajo de una zapata sujeta a una carga vertical  $w$  actuando a excentricidades conocidas, como  $e_x$  y  $e_y$  con respecto del centroide de la sección transversal de los pilotes, la carga en cada pilote resulta ser:

$$N_i = W \left[ \frac{1}{n} \frac{e_x x_i}{\sum x_i^2} \frac{e_y y_i}{\sum y_i^2} \right] \quad (11)$$

Donde  $x_i$  y  $y_i$  son las coordenadas que definen la localización de cada pilote con respecto al centroide del grupo, lo cual se muestra esquemáticamente en la figura 14. Si para resistir una carga horizontal  $V$  se recurre a la opción de inclinar los pilotes en un ángulo  $\alpha$ , el equilibrio quedaría definido por:

$$V = \sum P_i \text{sen } \alpha \quad (12)$$

En donde la sumatoria es sobre todos los pilotes inclinados con el mismo ángulo, y  $P_i$  es la capacidad de carga de los pilotes. Los pilotes que presentan esta inclinación podrán resistir una carga  $N_i = P_i \text{cos } \alpha$ . Por limitaciones de los equipos de hincado se suele limitar la inclinación máxima de los pilotes a  $14^\circ$ , por lo tanto  $\alpha \leq 14^\circ$ .

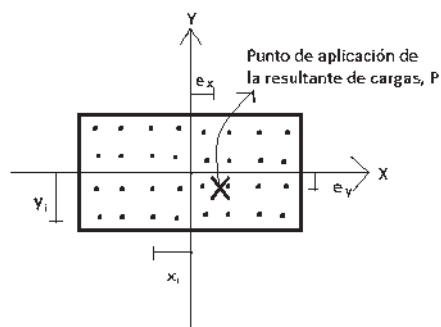


Figura 14.- Distribución de cargas en los pilotes (Meli, 1997).

La determinación de la capacidad de carga en grupos de pilotes es extremadamente complicada y no se ha resuelto aun plenamente. Cuando los pilotes se colocan cerca el uno del otro, una suposición razonable es que los esfuerzos transmitidos por los pilotes al suelo se traslaparan (figura 15). Reduciendo la capacidad de carga de los pilotes. Idealmente deberían espaciarse de manera que la capacidad de carga del grupo no fuera menor que la suma de las capacidades de carga de los pilotes individuales. En la práctica el espaciamiento  $d$ , mínimo centro a centro es de  $2.5 D$  y en situaciones ordinarias se considera de  $3$  a  $3.5 D$ . (Braja, 1988).

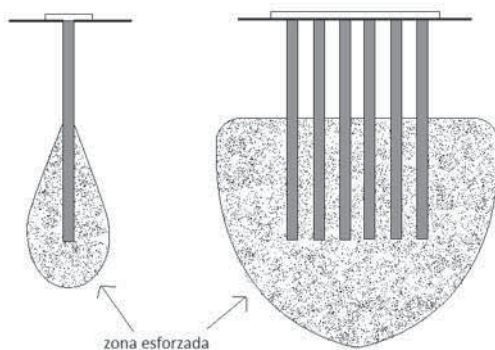


Figura 15.- Comparación entre zonas esforzadas bajo: a) un pilote y b) un grupo de pilotes (Tomlison, 1996).

---

### 1.3.- COMENTARIOS DEL CAPÍTULO 1

Las cimentaciones son una parte fundamental de cualquier estructura debido a que representan el apoyo o conexión entre un medio de soporte, usualmente suelo, y la estructura misma. Existen diversos tipos de cimentaciones: las superficiales, que usualmente se usan en construcciones pequeñas o bien en sitios donde la descarga al terreno no implica complicaciones de resistencia del mismo; y las profundas, en las cuales se hará especial énfasis en este trabajo, utilizadas en construcciones especiales como puentes o edificaciones de múltiples niveles, o bien en sitios donde la capacidad de resistencia del terreno sea menor a la solicitada e implique la necesidad de buscar un estrato resistente más profundo.

Con el objetivo de simplificar el proceso de cálculo para el diseño de una cimentación, los métodos tradicionales sugieren se estimen previamente todos los elementos mecánicos (fuerzas axiales, cortantes y momentos flexionantes) debidos a fuerzas estáticas y dinámicas que se producirían en la base de la superestructura, idealizada con apoyos móviles, articulados o empotrados según sea el caso y posteriormente con base en las demandas estimadas realizar el cálculo estructural de las cimentaciones revisando además la capacidad de soporte del suelo.

Es de especial importancia mencionar en esta parte que el adecuado funcionamiento de una cimentación, sea cual sea su destino, depende en gran medida de las características del suelo; además que la determinación exacta de todas las propiedades del suelo o medio de soporte son difíciles de estimar, y por lo tanto el comportamiento de las cimentaciones y de los sistemas estructurales podría llegar a estar mal evaluados. Para evitar complicaciones y con la idea de estar del lado de la seguridad, en la práctica se suele hacer uso de factores de seguridad muy altos que en ocasiones llegan a quintuplicar el resultado del cálculo inicial de la cimentación, esto es can base en la hipótesis de que el suelo se mantiene en el rango de comportamiento elástico, lo cual es difícil de garantizar. Sin embargo en recientes investigaciones se ha demostrado que ante acciones dinámicas las cimentaciones profundas pueden sufrir daños, esto significa que las demandas que se generan en las pilas y/o pilotes pueden llegar a ser mayores que las consideradas a pesar de utilizar factores de seguridad altos.

En las últimas décadas se ha propuesto cambiar el esquema tradicional del diseño de cimentaciones con base en los resultados de investigaciones dedicadas al área de la interacción-suelo estructura, donde se propone modelar el medio de soporte mediante resortes y amortiguadores que representen directamente los valores de la rigidez y el amortiguamiento del suelo, entre algunas otras de sus propiedades, a medida que se conoce mejor las propiedades mecánicas del suelo y las características de las excitaciones

---

dinámicas a que se pueden ver sometidas las estructuras, se podrán desarrollar modelos estructurales que representen más realmente el comportamiento del sistema estructural completo: superestructura-cimentación-suelo. Dichos análisis y modelos analíticos se tratarán con más detenimiento en capítulos subsecuentes, siendo el objetivo principal de este trabajo la determinación del comportamiento dinámico de pilas enterradas en diferentes tipos de suelo, para definir en qué casos es crítico el diseño tradicional de pilas y/o pilotes.

---

# CAPÍTULO 2

RESPUESTA DINÁMICA DE S1GL EN EL DOMINIO  
DEL TIEMPO vs DOMINIO DE LA FRECUENCIA

---

## 2. RESPUESTA DINÁMICA DE S1GL EN EL DOMINIO DEL TIEMPO vs DOMINIO DE LA FRECUENCIA

### 2.1.- DEFINICIÓN Y COMPORTAMIENTO DE UN S1GL

El número de coordenadas independientes necesario para definir la configuración o posición de un sistema en cualquier instante de tiempo se conoce con el nombre de número de grados de libertad. Toda estructura continua tiene un número infinito de grados de libertad; sin embargo, el proceso de selección o idealización de un modelo matemático apropiado permite reducir los grados de libertad a un número discreto, y en algunos casos puede llegar a reducirse el sistema a un solo grado de libertad.

Desde el punto de vista dinámico, interesan los grados de libertad en los que se generan fuerzas generalizadas de inercia significativas (las fuerzas son iguales a la masa por la aceleración o el momento de inercia por la aceleración angular). Imaginemos un marco como el de la figura 16, en el que se aprecia que tiene 12 grados de libertad estáticos; sin embargo, si se considera que las fuerzas de inercia importantes son solamente las que generan las masas  $m_1$  y  $m_2$  al moverse lateralmente el marco, mientras que las deformaciones de los pisos son despreciables, tendremos un sistema de dos grados de libertad dinámicos. Es importante considerar que los giros y desplazamientos restantes no se anulan, sino que por el contrario, estos no generan fuerzas de inercia importantes de ser consideradas en la respuesta dinámica del sistema estructural.

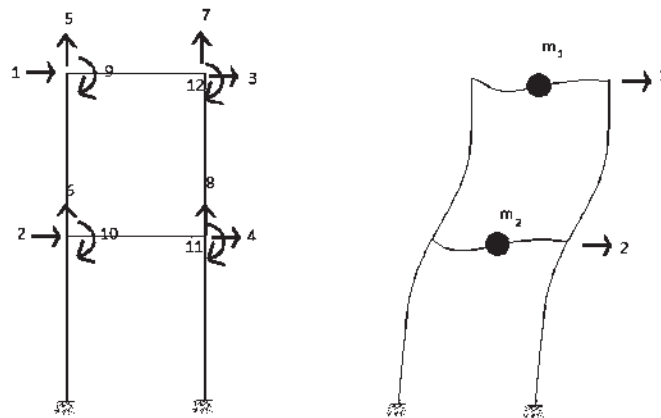


Figura 16.- Grados de libertad estáticos y dinámicos (Bazán y Meli, 1999).

---

Generalmente es aceptable suponer que algunas estructuras como edificios cuyas losas de entrepiso presentan una rigidez grande en su plano (como las losas macizas de concreto) se comportan como un diafragma rígido, lo cual permite expresar el movimiento lateral de cualquier punto del piso en términos de tres grados de libertad, dos desplazamientos horizontales y un giro alrededor del eje vertical. Si un marco o muro está ligado a un piso rígido, su desplazamiento lateral en este nivel depende solamente de los valores que adquieran estos tres grados de libertad. Por otro lado, si se observa que la mayor parte de las masas están directamente soportadas por los entrepisos, es aceptable asumir la hipótesis de que todas las masas están concentradas en los mismos, de manera que las fuerzas de inercia generadas por los desplazamientos laterales se pueden expresar como el producto de la masa concentrada en cada entrepiso por su aceleración, la cual se asume que tiene una distribución lineal, actuando en dos ejes horizontales perpendiculares, y el momento de inercia de esta masa por la aceleración angular alrededor del eje vertical que pasa por el centro de masas. Permittiéndose de esta forma realizar análisis dinámicos de edificios modelados con tres grados de libertad por piso.

En el caso de edificios simétricos en geometría y cargas no se generan fuerzas o desplazamiento al rededor del eje vertical; es decir, no existen efectos de torsión, en tales casos los edificios pueden ser modelados como un sistema de un grado de libertad; es decir, un desplazamiento lateral por piso. La hipótesis de que los pisos son diafragmas rígidos implica que las vigas tiene una gran rigidez axial impidiendo así deformaciones axiales (Bazán y Meli, 1999), por lo que hay que tener especial cuidado en la estructuración que presenten los entrepisos antes de asumir las hipótesis antes mencionadas.

## 2.2.- ECUACIÓN DE EQUILIBRIO DINÁMICO.

Consideremos el sistema de piso mostrado en la figura 17, constituido por una masa concentrada  $m$  que puede tener un desplazamiento  $u$ , ligado al terreno mediante columnas elásticas con rigidez  $k/2$ , y por un amortiguador  $c$ , además se considera que el terreno experimenta un desplazamiento horizontal  $s$ . Haciendo uso de la primera ley de Newton se establece que una fuerza de inercia está compuesta por el producto de la masa de un cuerpo y la aceleración que este mismo experimenta, matemáticamente la aceleración se define como la derivada de la velocidad con respecto al tiempo, y esta última a su vez es la derivada del desplazamiento, de aquí que el resultado sea una ecuación diferencial.

$$F = ma \quad (2.1)$$



En este caso aparecerán también otras dos fuerzas producto de la rigidez y el amortiguamiento. En el caso más sencillo estas fuerzas son proporcionales al desplazamiento  $u$  y la velocidad  $\dot{u}$  de la masa con respecto a su base, para el caso de la rigidez esta puede idealizarse como un resorte.

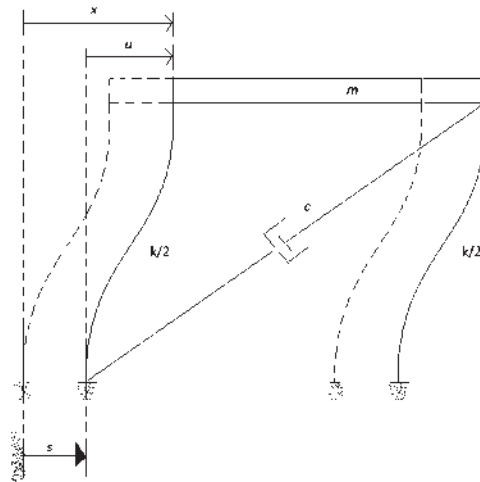


Figura 17.- Ejemplo de un sistema simple con amortiguamiento.

La característica mecánica de un resorte está definida por la relación entre la magnitud de la fuerza  $F$ , aplicada a un extremo libre y el desplazamiento  $x$  que resulta en ese extremo. La constante de proporcionalidad entre la fuerza y el resorte se llama constante del resorte ( $k$ ), la cual se puede establecer mediante la relación:

$$F_s = kx \tag{2.2}$$

El conjunto de  $m$ ,  $c$ , y  $k$  representa un sistema de un grado de libertad, con amortiguamiento viscoso o lineal; usando el principio de D’Alambert, que establece que un sistema puede ser puesto en estado de equilibrio dinámico agregando las fuerzas externas una fuerza ficticia comúnmente conocida como fuerza de inercia, y considerando que  $x = s + u$ , la ecuación diferencial de equilibrio dinámico o de movimiento es:

---

---

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (2.3)$$

Dividiendo esta ecuación entre  $m$  y definiendo  $\omega = \sqrt{k/m}$ ,  $c_{cr} = 2\sqrt{km}$  y  $\zeta = c/c_{cr}$  se llega a:

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega\dot{x} + \omega^2x = 0 \quad (2.4)$$

$\omega$  se denomina frecuencia circular natural del sistema.

$c_{cr}$  se conoce como amortiguamiento crítico ( $c_{cr} = 2m\omega$ ).

$\zeta$  es la fracción de amortiguamiento crítico (usualmente expresada en porcentaje).

Ahora considerando que el sistema además está sujeto a una fuerza externa (como el caso de una fuerza sísmica) para conservar el equilibrio dinámico, la ecuación (2.3) se escribirá como:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (2.5)$$

En donde  $F(t)$  representa la fuerza externa que produce el movimiento del sistema.

## 2.3.- VIBRACIÓN LIBRE

### A) SISTEMAS SIN AMORTIGUACIÓN.

Se dice que la estructura está en vibración libre cuando el sistema está libre de las fuerzas exteriores que iniciaron su movimiento vibratorio, el caso más simple de analizar es cuando se desprecian también las fuerzas de amortiguación.

En estas condiciones el sistema en movimiento estaría gobernado solo por la influencia de las denominadas condiciones iniciales; es decir, el desplazamiento y velocidad en el instante de tiempo  $t=0$ . Este sistema de un grado de libertad se conoce como oscilador simple sin amortiguación y se muestra en la figura 18.

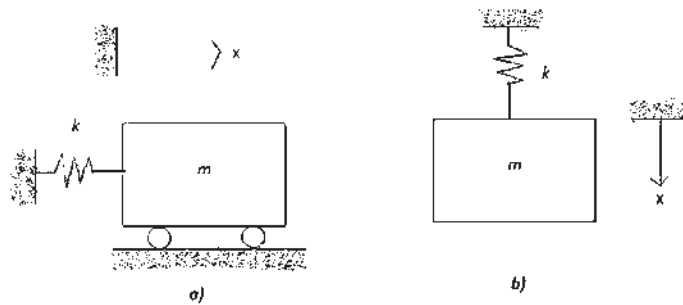


Figura 18.- Representación de modelos matemáticos para sistemas de un grado de libertad (sin amortiguamiento).

La ecuación de movimiento (2.3) es una ecuación diferencial lineal de segundo orden, homogénea y con coeficientes constantes cuya solución tiene la forma siguiente:

$$x = A \cos \omega t + B \operatorname{sen} \omega t \quad (2.6)$$

La expresión que define la velocidad en cualquier instante de tiempo se obtiene diferenciando la ecuación (16):

$$\dot{x} = -A\omega \operatorname{sen} \omega t + B\omega \cos \omega t \quad (2.7)$$

Las constantes A y B, están determinadas por las condiciones de frontera del sistema, que son el desplazamiento inicial  $x_0$  y la velocidad inicial  $v_0$ ,  $t = 0$ . Estas dos condiciones se conocen como condiciones iniciales o de frontera, y el problema consiste en resolver la ecuación diferencial para estos valores que son los causantes de la vibración libre. Sustituyendo los valores de las condiciones de frontera, esto es: para  $t = 0$ ,  $x = x_0$  y  $\dot{x} = v_0$ , obtenemos:

$$x_0 = A, \quad v_0 = B\omega \quad (2.8)$$

---

Finalmente sustituyendo los valores de A y B en la ecuación (2.6) se obtiene la siguiente expresión que describe la posición deformada en cualquier instante de tiempo de un S1GL en vibración libre:

$$x = x_0 \cos \omega t + \frac{v_0}{\omega} \text{sen } \omega t \quad (2.9)$$

De la ecuación (2.9) se observa que el movimiento es armónico, y por lo tanto periódico al estar definido con las funciones seno y coseno. El periodo está definido por el tiempo que tarda el S1GL en completar un ciclo. Este puede ser fácilmente calculado ya que las funciones seno y coseno tienen un periodo de  $2\pi$  el periodo del movimiento está determinado por:

$$\omega T = 2\pi \quad \text{o} \quad T = 2\pi/\omega \quad (2.10)$$

Habitualmente el periodo se expresa por ciclos o simplemente en segundos, entendiéndose que se trata de segundos por ciclo. El valor recíproco del periodo se conoce como la frecuencia natural del sistema ( $f$ ):

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2.11)$$

La frecuencia se expresa generalmente en hercios o ciclos por segundo. Debido a que la cantidad  $\omega$  solo difiere de la frecuencia natural  $f$  en el factor constante de  $2\pi$  también algunas veces se le denomina frecuencia natural. La diferencia es que la frecuencia natural  $f$  se expresa en cps como se ha indicado, mientras que la frecuencia circular  $\omega$  se mide en radianes por segundo (rad/seg).

Una simple transformación trigonométrica nos muestra que podemos escribir la ecuación (2.9) en formas equivalentes:

$$x = C (\sin a \cos \omega t + \cos a \sin \omega t) \quad (2.12)$$

Donde:

$$C = \sqrt{(x_0^2 + (v_0/\omega)^2)}, \quad \sin a = \frac{x_0}{C} \quad \text{y} \quad \cos a = \frac{v_0/\omega}{C}$$

El valor de  $C$  en la ecuación (2.12) se conoce como amplitud o desplazamiento máximo de movimiento y el ángulo  $\alpha$  o  $\beta$  como ángulo de fase. La solución del desplazamiento del oscilador simple se muestra gráficamente en la figura 19.

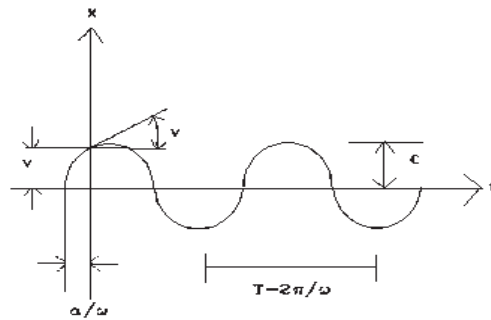


Figura 19.- Respuesta de un S1GL en vibración libre sin amortiguamiento.

## B) SISTEMAS CON AMORTIGUACIÓN.

Cuando se consideran fuerzas de amortiguación o fricción en el análisis dinámico de las estructuras, generalmente se presume que estas son proporcionales a la magnitud de velocidad y opuestas a la dirección del movimiento (figura 20). Este tipo de fricción se conoce como amortiguación viscosa, que se define como la fricción que produce un cuerpo restringido en su movimiento por un medio viscoso (Paz, 1992).

La ecuación de movimiento para vibración libre con amortiguamiento es la ecuación (2.3) y su solución es de la forma exponencial  $x = Ce^{pt}$ .

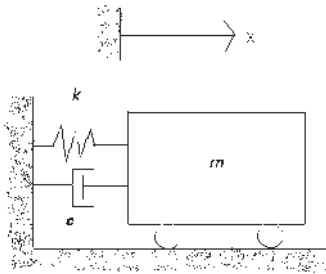


Figura 20.- Representación matemática de un S1GL en vibración libre con amortiguamiento viscoso.

Si se divide la ecuación (2.3) entre  $m$  y haciendo  $\frac{k}{m} = \omega^2$  y  $\frac{c}{m} = 2\beta$ , se reduce a la llamada ecuación característica del sistema:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega^2 x = 0 \quad (2.13)$$

O bien realizando un cambio de variable:

$$\rho^2 + 2\beta\rho + \omega^2 = 0 \quad (2.14)$$

Aplicando la fórmula general para ecuaciones de segunda grado obtenemos:

$$\rho = \frac{-2\beta \pm \sqrt{(2\beta)^2 - 4\omega^2}}{2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega^2} \quad (2.15)$$

De la ecuación (2.16) se obtendrían tres resultados:

1.  $-\beta = \omega$  sistema con amortiguamiento crítico.
2.  $-\beta < \omega$  sistema con amortiguamiento subcrítico.
3.  $-\beta > \omega$  sistema con amortiguamiento supercrítico.

En el caso 1, la estructura no presenta vibración pues su amortiguamiento es tan grande que inmediatamente regresan a su posición inicial. Por esta razón a este tipo de amortiguamiento se le conoce como crítico, y que da definido por:

$$\beta^2 - \omega^2 = \left(\frac{c_{cr}}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0 \quad (2.16)$$

Así que las dos raíces de la ecuación (2.17) quedan definidas por  $-\frac{c_{cr}}{2m}$ , entonces las soluciones particulares son:

$$x_1(t) = C_1 e^{-\left(\frac{c_{cr}}{2m}\right)t} \quad (2.17)$$

$$x_2(t) = C_2 e^{-\left(\frac{c_{cr}}{2m}\right)t} \quad (2.18)$$

Aplicando la superposición de ambas soluciones:

$$x(t) = (C_1 + C_2 t) e^{-\left(\frac{c_{cr}}{2m}\right)t} \quad (2.19)$$

La expresión (2.20) es la ecuación de movimiento para un sistema de un grado de libertad en vibración libre con amortiguamiento crítico. La figura 21 muestra la respuesta gráfica de desplazamientos para amortiguamiento crítico.

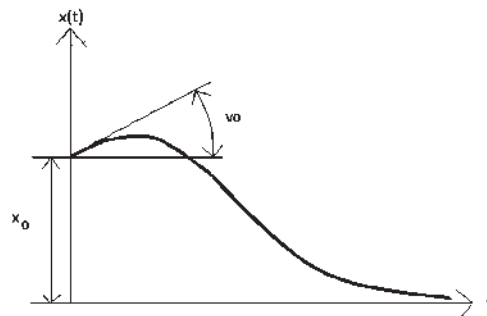


Figura 21.- Vibración libre con amortiguación crítica.

---

Para el caso 2, el coeficiente de amortiguación es menor que el crítico. El interior del radical será negativo y se obtendrán raíces imaginarias. En este caso conviene usar las ecuaciones de Euler que relacionan funciones exponenciales y trigonométricas:

$$e^{ix} = \cos x + i \operatorname{sen} x \quad (2.20)$$

$$e^{-ix} = \cos x - i \operatorname{sen} x \quad (2.21)$$

Aplicando las raíces obtenidas en la ecuación (2.19) se obtiene la forma siguiente que es conveniente para expresar el movimiento de un sistema subamortiguado:

$$x(t) = e^{-\left(\frac{c c r}{2m}\right)t} (A \cos \omega_D t + B \operatorname{sen} \omega_D t) \quad (2.22)$$

Donde A y B son constantes de integración definidas y  $\omega_D$  es la frecuencia amortiguada del sistema definida por:  $\omega_D = \omega \sqrt{1 - \zeta^2}$ . Sustituyendo las condiciones iniciales de desplazamiento y de velocidad  $y_0$  y  $v_0$  en la ecuación de equilibrio dinámico se obtienen las constantes de integración, y al ser substituidas en la ecuación (2.23) queda definida la siguiente expresión:

$$x(t) = e^{-\zeta \omega t} \left( x_0 \cos \omega_D t + \frac{v_0 + x_0 \zeta \omega}{\omega_D} \operatorname{sen} \omega_D t \right) \quad (2.23)$$

Alternativamente esta ecuación se puede escribir como:

$$x(t) = C e^{-\zeta \omega t} \cos(\omega_D t - \alpha) \quad (2.24)$$

Dónde:

$$C = \sqrt{\left( x_0^2 + \frac{(v_0 + x_0 \zeta \omega)^2}{\omega_D^2} \right)} \quad \text{y} \quad \tan \alpha = \frac{v_0 + x_0 \zeta \omega}{\omega_D x_0}$$



La representación gráfica del movimiento de un sistema subamortiguado con desplazamiento y velocidad iniciales iguales a 0 se muestra en la figura 22. Se aprecia que el movimiento es oscilatorio pero no periódico. La amplitud de la vibración no se mantiene constante durante el movimiento si no que decrece en ciclos sucesivos; no obstante las oscilaciones ocurren en intervalos iguales de tiempo. A este intervalo se le llama periodo de vibración amortiguado ( $T_D = \frac{2\pi}{\omega_D}$ ).

El valor del coeficiente de amortiguación en estructuras reales es considerablemente menor que el coeficiente crítico de amortiguación; generalmente fluctúa entre el 2% y el 20% del valor crítico. Debido a que la diferencia es tan pequeña en la práctica la frecuencia natural de un sistema con amortiguación se considera igual a la calculada en un sistema sin amortiguación (Paz, 1992).

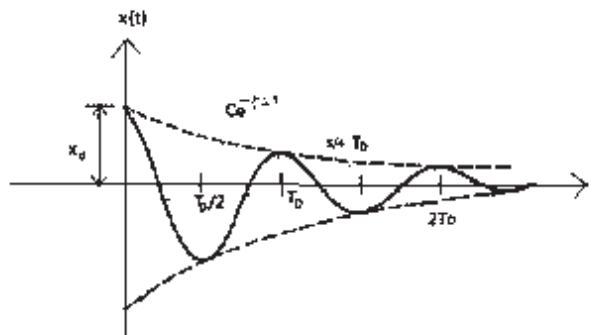


Figura 22.- Vibración libre para un sistema subamortiguado.

Para el caso 3 el coeficiente de amortiguación es mayor que el crítico, la operación dentro del radical dará dos raíces reales y distintas. La solución para este sistema es de la forma:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega t} \left( \left( \frac{x_0}{2} + \frac{v_0 + x_0\zeta\omega}{2\sqrt{(\beta^2 - \omega^2)}} \right) e^{\sqrt{(\beta^2 - \omega^2)}t} + \left( \frac{x_0}{2} - \frac{v_0 + x_0\zeta\omega}{2\sqrt{(\beta^2 - \omega^2)}} \right) e^{-\sqrt{(\beta^2 - \omega^2)}t} \right) \quad (2.25)$$

Este tipo de amortiguamiento no presenta vibración alguna, por lo tanto no existe en las estructuras reales.

---

#### 2.4.- VIBRACIÓN FORZADA.

El estudio de una estructura en vibración forzada consiste en determinar las características de su movimiento durante el tiempo en el que actúa la carga dinámica o excitación impulsiva y que está originando dicho movimiento. La ecuación diferencial en este tipo de movimiento depende del tipo de carga aplicada.

Una excitación impulsiva es una excitación aplicada durante un corto intervalo de tiempo. El impulso correspondiente a este tipo de excitación se define como el producto de la fuerza por el tiempo de su duración. Cuando este impulso actúa sobre un cuerpo de masa  $m$  produce un cambio de velocidad  $dv$  que está definido por la ley del movimiento de Newton:

$$m \frac{dv}{dt} = F(T) \quad (2.26)$$

El caso más simple es estudiar el efecto de estas cargas sin considerar la amortiguación del sistema. Para simplificar su análisis, en todos los casos la ecuación de movimiento puede expresarse como:

$$x = x_{vl} + \frac{F_0}{k} (FDC) \quad (2.27)$$

En donde:

$x_{vl}$  Es el desplazamiento del sistema calculado como si se encontrara en vibración libre.

$F_0$  Es el valor máximo que alcanza la carga de excitación.

FCD es el factor dinámico de carga que varía en función del tipo de la carga aplicada.

En la figura 23 se muestran casos típicos de carga, en la tabla 5 se presentan tanto las funciones que las definen como las ecuaciones para calcular su factor dinámico de carga.

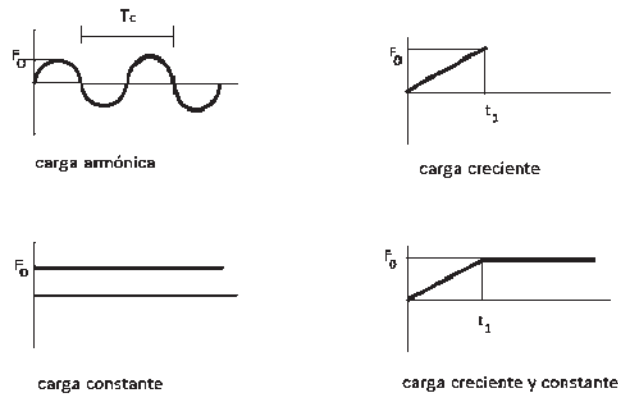


Figura 23.- Casos típicos de carga externa.

TABLA 5.- Funciones y FDC para cargas típicas.

TIPO DE CARGA	F(t)	FDC
Armónica*	$F(t) = F_0 \text{ sen } \Omega t$	$\frac{\text{sen } \Omega t - \frac{\Omega}{\omega} \text{ sen } \omega t}{1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}}$
Constante	$F(t) = F_0$	$1 - \cos \omega t$
Creciente	$F(t) = \frac{F_0}{t_1} t$	$\frac{t_1}{t} - \frac{\text{sen } \omega t}{\omega t_1}$
Rampa**	$t_1 < t = \frac{F_0}{t_1} t$ $t_1 > t = F_0$	$1 - \frac{1}{\omega t} [(\text{sen } \omega t - \text{sen } \omega(t_1 - t))]$

\*para el cálculo de la carga armónica es necesario definir la frecuencia de la carga ( $\Omega$ ) que se define como  $\Omega = 2\pi/T_c$ , en el cual  $T_c$  es el periodo de la carga.

\*\*cuando se tiene carga con intervalos el FCD varia para cada intervalo en este caso el FCD está definido para el intervalo  $t_1 > t$ , el FDC para el intervalo  $t_1 < t$  es igual al de la carga creciente.

---

Para otros tipos de carga (triangulares, exponenciales, etc.) la ecuación de desplazamientos puede calcularse si se conoce la función que representa dicha carga, utilizando la Integral de Duhamel la cual establece que:

$$x(t) = x_{vl} + \frac{F_0}{k} \int_0^t \omega F(t) \text{sen } \omega(t - T) dt \quad (2.28)$$

La ecuación de Duhamel también permite calcular los desplazamientos considerando el amortiguamiento de la estructura. Se obtiene de manera equivalente al análisis del sistema sin amortiguación, excepto que el impulso  $F(t)$  produce una velocidad inicial  $dv = F(t) dT/m$ , se sustituye en la ecuación correspondiente a la vibración libre con amortiguación. Fijando  $x_0 = 0$ ,  $v_0 = F(t)$  y sustituyendo  $t$  por  $(t - T)$ , la ecuación de desplazamientos para casos de vibración forzada con amortiguamiento es:

$$x(t) = x_{vl} + \frac{F_0}{k} \int_0^t \frac{\omega^2}{\omega_D} e^{-\beta(t-T)} F(t) \text{sen } \omega_D(t - T) dt \quad (2.29)$$

Este tipo de solución ante cargas específicas es muy apta para programarse y poder determinar desplazamientos, velocidades o aceleraciones en cualquier instante de tiempo para cualquier tipo de excitación. En el presente trabajo se ha realizado código de programación del FDC y las ecuaciones de la tabla 3 utilizando como herramienta el software de Matlab®, que permitirá al usuario determinar los desplazamientos y velocidades en vibración libre y vibración forzada sin amortiguamiento ante diferentes tipos de cargas: armónica, constante, creciente, función tipo rampa, o bien analizar una sola estructura ante todos estos tipos de cargas. En el anexo A se encuentra escrito el algoritmo desarrollado para su programación en Matlab®.

Para ejemplificar el uso del programa desarrollado se considerará un problema como el que se muestra en la figura 24, correspondiente a un marco que trabaja como un S1GL y sometido ante 4 tipos de carga, los datos del ejemplo se muestran en la tabla 6, mientras que los datos de las cargas aplicadas se presentan en la tabla 7. La figura 25, muestra las respuestas de desplazamientos del sistema ante carga armónica (a), constante (b), creciente (c) y tipo rampa (d), la respuesta que se presenta incluye la vibración forzada y la vibración libre después de que ha terminado la excitación ejercida por cada carga.

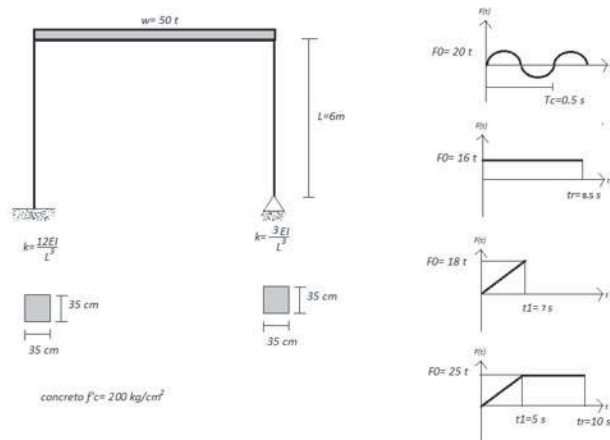


Figura 24.- Ejemplo de un marco de un nivel ante diferentes tipos de carga externa.

Tabla 6.- Datos para el ejemplo del problema de la figura 24.

Tiempo inicial (ti)	0	s
Tiempo final (tf)	12	s
Incremento de tiempo (dt)	0.01	s
Masa (m)	50.97	$\text{Kg s}^2/\text{cm}$
Módulo de elasticidad (E)	141421.36	$\text{Kg}/\text{cm}^2$
Momento de inercia (I)	125052.08	$\text{cm}^4$
Longitud (L)	600	cm
Desplazamiento inicial (u0)	0	cm
Velocidad inicial (v0)	0	cm/s

Tabla 7.- Datos de cargas para la figura 24.

F(0) carga armónica	20000	kg
Tr carga armónica	9	s
F(0) carga constante	16000	kg
Tr carga constante	8.5	s
F(0) carga creciente	18000	kg
Tr carga creciente	7	s
F(0) carga tipo rampa	25000	kg
Tiempo máximo de parte creciente (t1)	5	s
Tiempo máximo de carga (Tr)	10	s

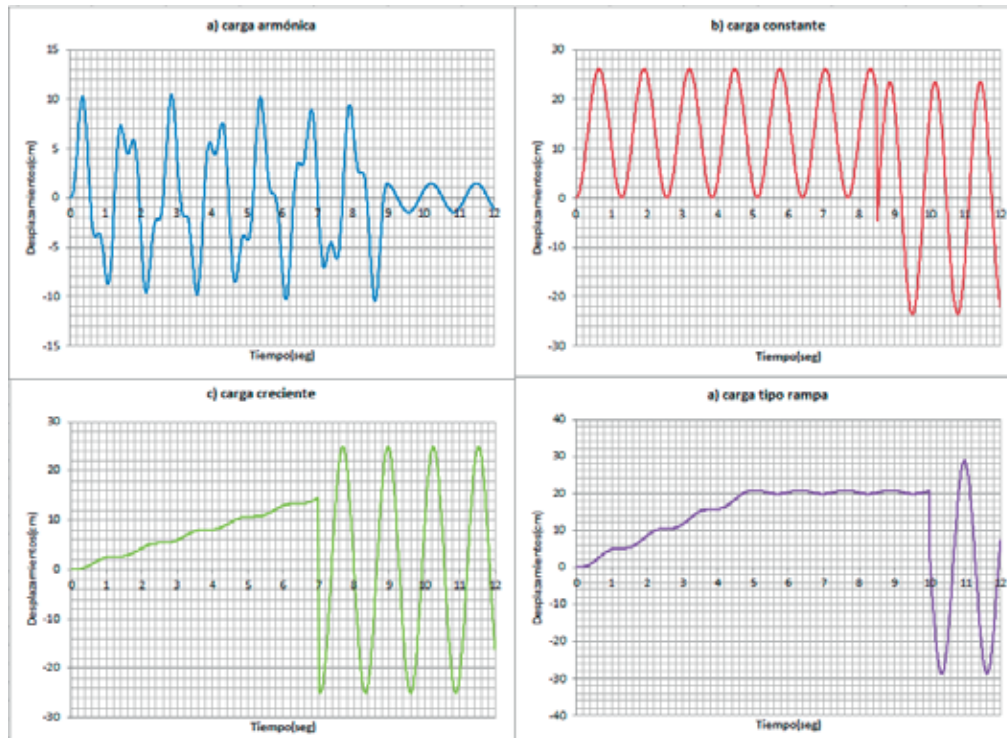


Figura 25.- Respuesta del sistema ejemplificado ante distintos tipos de carga.

## 2.5.- SOLUCIÓN EN EL DOMINIO DEL TIEMPO.

Las ecuaciones (2.28) y (2.29) representan el desplazamiento total producido por la fuerza de excitación  $F(t)$  aplicada al oscilador simple sin y con amortiguación e incluyen ambos componentes del movimiento, el permanente y el transitorio. Sin embargo, la solución analítica de la ecuación de movimiento para un sistema de un grado de libertad, muchas veces no es posible si la fuerza aplicada  $F(t)$  o la aceleración debida a fuerzas sísmicas  $\ddot{u}_g(t)$  varía arbitrariamente respecto al tiempo o si el sistema no es lineal. Estos problemas pueden ser resueltos mediante métodos numéricos que efectúan la integración de las ecuaciones diferenciales.

Existe una vasta cantidad de literatura acerca de estos métodos para solucionar varios tipos de ecuaciones diferenciales, variando en su aproximación, convergencia y propiedades de estabilidad, así como su implementación con ayuda de software de computadora.

---

Algunos de estos métodos han sido ampliamente explicados en los libros publicados por autores como Paz (1992), Clough y Penzien (1993) y Chopra(1995), y se conocen con los nombres: Método de la Diferencia central, Método de Euler-Gauss, Método de interpolación lineal de la excitación, Iteración con Newton-Raphson Modificado y el Método  $\beta$  de Newmark.

### 2.5.1.- MÉTODO $\beta$ DE NEWMARK.

Un acelerograma real no es una función algebraica del tiempo, si no una serie de valores numéricos de la aceleración para diferentes instantes; usualmente intervalos constantes de tiempo  $\Delta t$  que varían entre 0.005 y 0.02 segundos, para duraciones de temblores de entre 20 y 60 segundos (Bazan y Meli, 1995).

Dada la forma en que se expresan los acelerogramas es conveniente resolver las ecuaciones de equilibrio dinámico con la ayuda de computadoras utilizando métodos como el desarrollado en 1959 por N.M. Newmark, básicamente el método consiste en calcular la solución para  $(t + \Delta t)$  a partir de la solución ya conocida en el dominio del tiempo. Este método de integración paso a paso evalúa la respuesta dinámica basándose en las siguientes ecuaciones:

$$\dot{u}_{i+1} = \dot{u}_i + [(1 - \gamma)\Delta t]\ddot{u}_i + (\gamma\Delta t)\ddot{u}_{i+1} \quad (2.30)$$

$$u_{i+1} = u_i + (\Delta t)\dot{u}_i + [(0.5 - \beta)(\Delta t)^2]\ddot{u}_i + [\beta(\Delta t)^2]\ddot{u}_{i+1} \quad (2.31)$$

Los parámetros  $\beta$  y  $\gamma$  definen la variación de la aceleración sobre un intervalo de tiempo y determinan la estabilidad y aproximación del método. Los valores típicos son:  $\gamma=1/2$ , y  $\beta$  puede variar de  $1/6$  considerando aceleración lineal a  $1/4$  considerando aceleración promedio.

Las ecuaciones (2.30) y (2.31) pueden ser reformuladas usando incrementos es decir:

$$\Delta u_i = u_{i+1} - u_i \quad \Delta \dot{u}_i = \dot{u}_{i+1} - \dot{u}_i \quad \Delta \ddot{u}_i = \ddot{u}_{i+1} - \ddot{u}_i \quad (2.32)$$

y

$$\Delta p_i = p_{i+1} - p_i \quad (2.33)$$

Entonces las ecuaciones (2.37) y (2.38) pueden ser reescritas como:

$$\Delta \dot{u}_i = (\Delta t) \ddot{u}_i + (\gamma \Delta t) \Delta \ddot{u}_i \quad (2.34)$$

$$\Delta u_i = (\Delta t) \dot{u}_i + \frac{(\Delta t)^2}{2} \ddot{u}_i + \beta (\Delta t)^2 \Delta \ddot{u}_i \quad (2.35)$$

La ecuación (2.35) puede ser solucionado como:

$$\Delta \ddot{u}_i = \frac{1}{\beta (\Delta t)^2} \Delta u_i - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{u}_i - \frac{1}{2\beta} \ddot{u}_i \quad (2.36)$$

Sustituyendo la ecuación (2.36) en la ecuación (2.34) se obtiene:

$$\Delta \dot{u}_i = \frac{\gamma}{\beta (\Delta t)^2} \Delta u_i - \frac{\gamma}{\beta} \dot{u}_i + \Delta t \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \ddot{u}_i \quad (2.37)$$

Si se sustituyen las ecuaciones (2.37) y (2.36) en la ecuación de movimiento (2.5) y utilizando incrementos en la aceleración y la velocidad, da por resultado:

$$\hat{k} \Delta u_i = \Delta \hat{p}_i \quad (2.38)$$

Donde:

$$\hat{k} = k + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} c + \frac{\gamma}{\beta (\Delta t)^2} m \quad (2.39)$$

y

$$\Delta \hat{p}_i = \Delta p_i + \left( \frac{1}{\beta \Delta t} m + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} c \right) \Delta \dot{u}_i + \left[ \frac{1}{2\beta} m + \Delta t \left( \frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) c \right] \ddot{u}_i \quad (2.40)$$



$k$  y  $\Delta\hat{p}_i$  son valores conocidos ya que dependen de valores del sistema:  $m, k$ , y  $c$ , los parámetros  $\gamma$  y  $\beta$  y los valores de  $\ddot{u}_i$  y  $\dot{u}_i$  del primer paso, el incremento computacional estaría definido por:

$$\Delta u_i = \frac{\Delta\hat{p}_i}{\hat{k}} \quad (2.41)$$

Una vez que  $\Delta u_i$  es conocido los valores de  $\Delta\dot{u}_i$  y  $\Delta\ddot{u}_i$  pueden ser calculados con las ecuaciones (2.43) y (2.44), la aceleración se puede obtener también de la ecuación de movimiento:

$$\Delta\ddot{u}_{i+1} = \frac{p_{i+1} - c\dot{u}_{i+1} - ku_{i+1}}{m} \quad (2.42)$$

Nótese que tanto las ecuaciones (2.37) y (2.32) es necesario indicar una aceleración inicial  $\ddot{u}_0$  para iniciar los cálculos. En el método de Newmark, la solución al tiempo  $i + 1$  está determinada por la ecuación:

$$m\Delta\ddot{u}_i + c\Delta\dot{u}_i + k\Delta u_i = \Delta p_i \quad (2.43)$$

El método de Newmark es bastante estable siempre que se satisfaga la condición:

$$\frac{\Delta t}{T_n} \leq \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{\gamma-\beta}}$$

Si se considera aceleración promedio ( $\beta=1/4$ ) esta condición se convierte en:  $\frac{\Delta t}{T_n} \leq \infty$

Para  $\beta=1/6$ , la misma condición indica estabilidad cuando:  $\frac{\Delta t}{T_n} \leq 0.551$

Esto implica que el método es estable para cualquier incremento de tiempo  $\Delta t$  ; sin embargo, su aproximación es buena solo si  $\Delta t$  es lo suficientemente pequeño.

En este trabajo se han las ecuaciones de Newmark con ayuda del software de Matlab®, para que se estime la respuesta ante cualquier tipo de carga dada, su justificación es comparar un método de análisis en el dominio del tiempo contra otro método en el dominio de la frecuencia como se explica en la siguiente sección. El programa está diseñado para leer la carga desde un archivo en formato *-.txt* y calcular la respuesta durante todo el intervalo de valores que se presenten en dicha excitación. El algoritmo del programa se incluye en el anexo B.

Para demostrar el funcionamiento del programa se considerará un sistema como el que se muestra en la figura 26, conformado por una columna de concreto que soporta una masa concentrada y que estará expuesta a una excitación compleja. Los datos del problema se muestran en la tabla 8.

Tabla 8.-[Datos para el ejemplo de la figura 26.](#)

Masa (m)	48.93	$\text{Kg s}^2/\text{cm}$
Módulo de elasticidad(E)	141421.36	$\text{Kg}/\text{cm}^2$
Momento de Inercia (I)	125052.08	$\text{cm}^4$
Longitud(L)	500	$\text{cm}$
Desplazamiento inicial ( $u_0$ )	0	$\text{cm}$
Velocidad Inicial ( $v_0$ )	0	$\text{cm}/\text{s}$
Incremento de tiempo (dt)	0.01	s
$\beta$	0.25	Adimensional

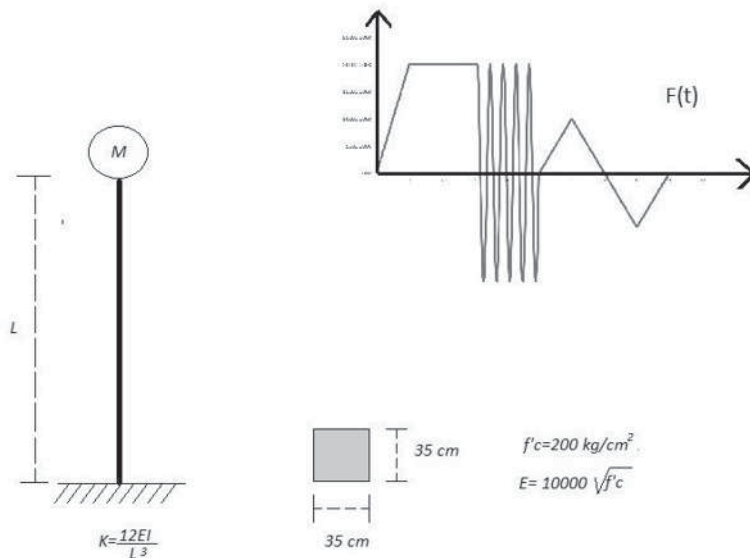


Figura 26.- Ejemplo de un S1GL a analizar utilizando el método de Newmark con una carga compleja.

La figura 27 muestra los resultados del comportamiento dinámico del S1GL referentes a los desplazamientos (a), velocidades (b) y aceleraciones (c) del sistema en el intervalo de tiempo  $0 < t < 10$ . Con la finalidad de comparar los resultados obtenidos con el programa desarrollado en Matlab®, en la figura 28 se muestran los mismos resultados para el mismo ejemplo pero utilizando como herramienta el programa SAP 2000®. Se aprecia que los resultados son prácticamente similares.

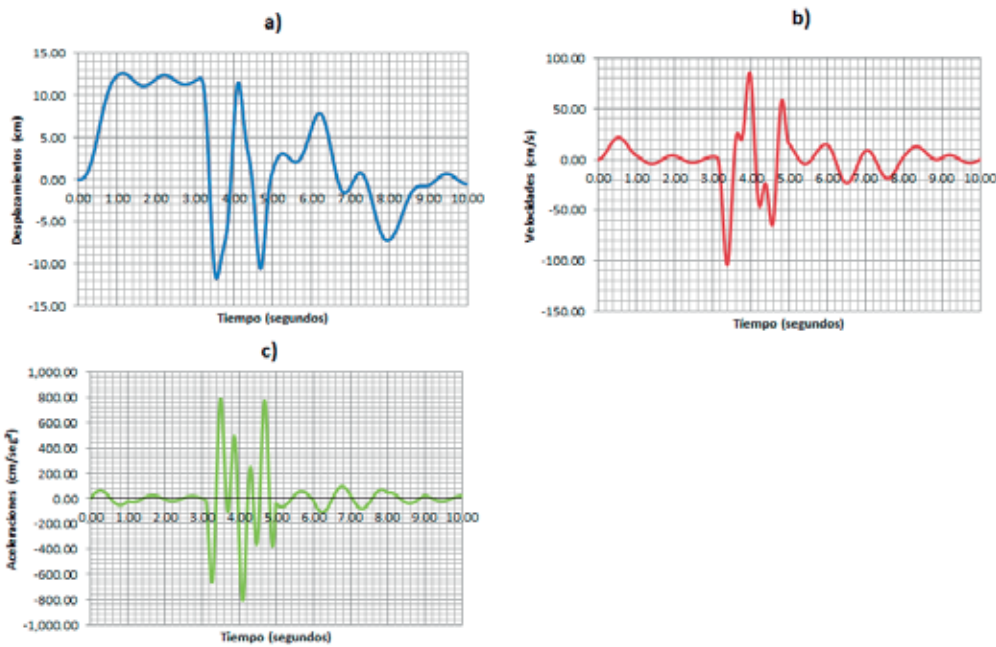


Figura 27.-Respuestas del sistema delS1GL de la figura 24 utilizando el programa desarrollado en este trabajo y presentado en el anexo B basado en las ecuaciones de Newmark.

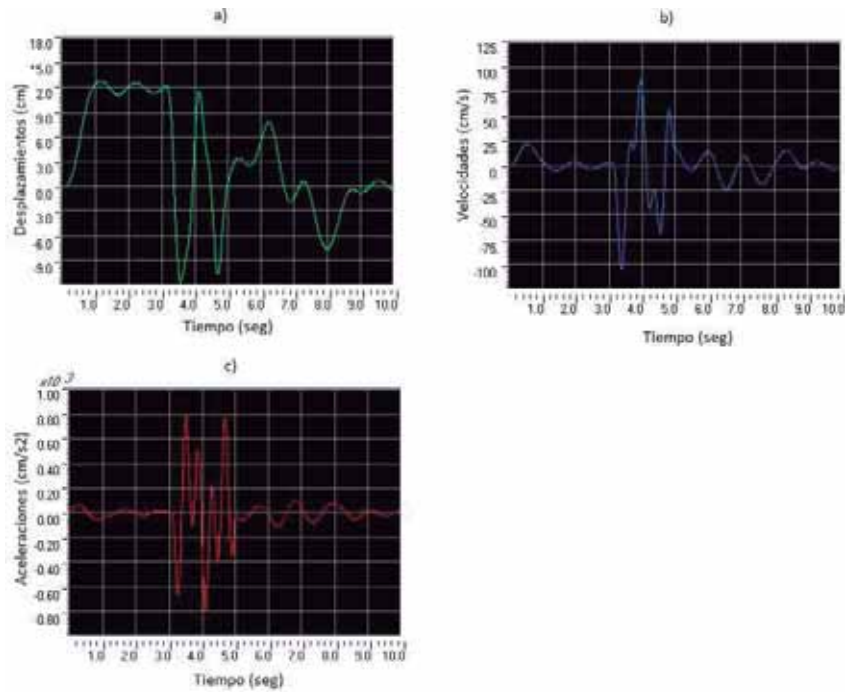


Figura 28.- Respuestas del sistema del S1GL de la figura 24 utilizando el programa SAP 2000®.

## 2.6.- SOLUCIÓN EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA.

### 2.6.1.- SERIES DE FOURIER.

Las series de Fourier surgieron históricamente al resolver por el método de separación de variables un problema de contorno de ecuaciones en derivadas parciales. Joseph Fourier, demostró que es posible expresar una función  $F(t)$  en términos de senos y cosenos. La serie trigonométrica de Fourier se define como:

$$F(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \omega_n t + b_n \sen \omega_n t) \quad (2.44)$$

---

Cualquier función periódica puede representarse por la serie anterior siempre y cuando cumpla con las condiciones de Dirichlet:

- 1.- La función debe tener un número finito de discontinuidades en un periodo.
- 2.- La función  $F(t)$  debe tener un número finito de máximos y mínimos en un periodo.
- 3.- La integral del valor absoluto de  $F(t)$  debe ser finita.

El principal problema de la serie de Fourier radica en la obtención de los coeficientes  $a_0$ ,  $a_n$  y  $b_n$ , también llamados coeficientes de amplitud armónica. Estos pueden ser evaluados usando las expresiones:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T F(t) dt \quad (2.45)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \cos(\omega_n t) dt \quad (2.46)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T F(t) \sin(\omega_n t) dt \quad (2.47)$$

Si se sustituye la inversa de las relaciones de Euler en la ecuación (2.44) y reemplazando  $n\omega t$  por el ángulo  $\varphi$ , se puede llegar a la denominada forma exponencial de la serie de Fourier:

$$F(t) = \sum_{n=1}^{\infty} F_n e^{i\omega_n t} \quad (2.48)$$

En la cual los coeficientes complejos de amplitud armónica  $F_n$  están dados por:

$$F_n = \frac{1}{T} \int_0^T F(t) e^{-i\omega_n t} dt \quad (2.49)$$

Hay que resaltar que la ecuación (2.48) tiene la ventaja de ser más simple que la forma trigonométrica (2.44). Tanto la forma trigonométrica como la exponencial pueden usarse para determinar la respuesta dinámica de sistemas estructurales. Sin embargo, existe un

---

método más eficiente para el cálculo de un sistema excitado por una fuerza que ha sido expresada mediante la serie, esto es el análisis en el dominio de la frecuencia utilizando series de Fourier.

### 2.6.2 RESPUESTA CON LA INTEGRAL DE FOURIER.

Habiendo representado cualquier función por una suma infinita de componentes armónicos, podemos obtener la respuesta de un oscilador simple sometido a las componentes armónicas de la función de excitación.

El primer paso de este método es la conversión de la función de carga que se encuentra en el dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, es decir, los valores de la función  $F(t)$  que expresan la carga aplicada en un secuencia de tiempos (t) son remplazados por los valores complejos de  $F_n = F(i\omega_n)$  que expresan las amplitudes de carga armónica en secuencias de frecuencias específicas ( $\omega_n$ ). Para esto se utiliza la transformada de Fourier la cual se define como:

$$F(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t)e^{-i\omega_n t} dt \quad (2.51)$$

Su inversa, llamada anti transformada de Fourier, es:

$$F(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(i\omega)e^{i\omega_n t} d\omega \quad (2.52)$$

La función  $F(i\omega)/2\pi$  representa la intensidad del complejo de amplitud armónico para la frecuencia  $\omega$  por unidad de  $\omega$ . En la segunda etapa del análisis se introduce la función de excitación  $F(t) = e^{i\omega_n t}$  en la ecuación de movimiento (2.5) obteniéndose:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = e^{i\omega_n t} \quad (2.53)$$

---

La cual tiene una solución de la forma:

$$x(t) = H(\omega_n)e^{i\omega_n t} \quad (2.54)$$

Cuando la ecuación (2.54) se aplica a la ecuación (2.53) se encuentra la función  $H(\omega_n)$  que se designa como función de respuesta de frecuencia compleja o bien función de transferencia y toma la forma:

$$H(\omega_n) = \frac{1}{k - m\omega_n^2 + ic\omega_n} \quad (2.55)$$

Que después de introducir la razón de frecuencias  $r_n = \frac{\omega_n}{\omega}$  y la razón de amortiguación  $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$  obtenemos:

$$H(\omega_n) = \frac{1}{k(1 - r_n^2 + 2ir_n\zeta)} \quad (2.56)$$

La multiplicación de la función de transferencia  $H(\omega_n)$  por el coeficiente complejo de la serie de Fourier  $P_n$  produce la denominada respuesta de amplitud compleja:

$$V(\omega) = H(\omega_n) * F(i\omega) \quad (2.57)$$

Finalmente, como tercer paso es conveniente regresar los valores obtenidos en el dominio de la frecuencia al dominio del tiempo utilizando la ecuación (2.52), así la respuesta final del sistema estará definida por:

$$U(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega_n)F(i\omega)e^{i\omega_n t} d\omega \quad (2.58)$$

La figura 29 muestra un resumen de como efectuar el análisis de un S1GL en el dominio de la frecuencia, puede apreciarse que este método es muy sencillo ya que la Transformada y anti transformada de Fourier tienen la ventaja de ser métodos numéricos fácilmente programables.

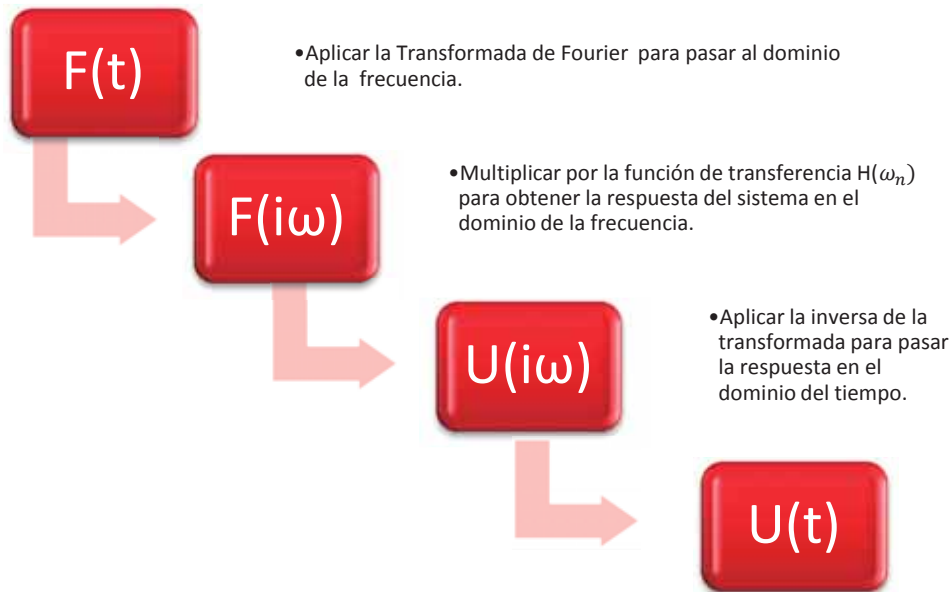


Figura 29.- Resumen del análisis de la respuesta utilizando el dominio de la frecuencia.

### 2.6.3.- TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER.

Cooley y Turkey (1965) inventaron un algoritmo altamente eficiente para calcular la función en el dominio de las frecuencias. Este algoritmo se denomina Transformada rápida de Fourier (FFT) y permite calcular la respuesta en el dominio de las frecuencias para un sistema con un grado de libertad, excitado por una fuerza general, el cual está dado por la ecuación (2.58). Los coeficientes  $P_n$  requeridos en esta ecuación están a su vez definidos en la ecuación (2.49), estas dos ecuaciones (2.57) y (2.58) pueden ser representadas (excepto por el signo exponencial) por la función exponencial:

$$A_n = P_n \sum_{m=0}^{N-1} P_m e^{-i\frac{2\pi n m}{N}} \quad (2.59)$$



---

En el cual  $P_m$  significa  $p(t = tm)$ . El cálculo de la suma en la ecuación (2.59) es particularmente eficiente cuando el número de  $N$  de puntos que definen la función es una potencia de 2, es decir:

$$N = 2^\gamma \quad (2.60)$$

En donde  $\gamma$  es un número entero. En este caso cada valor de  $n$  y  $m$  en el rango de cero a  $N - 1$  puede ser expresado en términos de un coeficiente binario expresado por:

$$n = 2^{\gamma-1}n_{\gamma-1} + 2^{\gamma-2}n_{\gamma-2} + \dots + n_0 \quad (2.61)$$

$$m = 2^{\gamma-1}m_{\gamma-1} + 2^{\gamma-2}m_{\gamma-2} + \dots + m_0 \quad (2.62)$$

En el cual cada coeficiente binario es +1 o 0 dependiendo del valor particular que  $n$  o  $m$  estén representando. Usando estas relaciones y sustituyendo  $W_N = e^{\frac{-iz\pi}{N}}$  las ecuaciones (2.61) y (2.62) pueden ser representadas como:

$$A(n_{\gamma-1}, n_{\gamma-2}, \dots, n_0) = \sum_{m_0=0}^1 \sum_{m_1=0}^1 \dots \sum_{m_{\gamma-1}=0}^1 P_0(m_{\gamma-1}, m_{\gamma-2}, \dots, m_0) W_N^{nm} \quad (2.63)$$

Nótese que cada coeficiente  $A_n$  para  $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$  está representado por  $A(n_{\gamma-1}, n_{\gamma-2}, \dots, n_0)$  y para  $m = 0, 1, 2, \dots, N - 1$  está representado en  $P_0(m_{\gamma-1}, m_{\gamma-2}, \dots, m_0)$  el subíndice cero fue añadido a  $P$  solo para indicar el multiplicador del término  $W_N^{nm}$  en la primera sumatoria. Considerando este término queda expresado en la forma:

$$W_N^{nm} = W_N^{(2^{\gamma-1}n_{\gamma-1} + 2^{\gamma-2}n_{\gamma-2} + \dots + n_0)(2^{\gamma-1}m_{\gamma-1} + 2^{\gamma-2}m_{\gamma-2} + \dots + m_0)} \quad (2.64)$$

Ahora usando la propiedad de suma de los exponentes, la ecuación (2.64) puede ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 W_N^{nm} &= W_N^{(2^{Y-1}n_{Y-1}+2^{Y-2}n_{Y-2}+\dots+n_0)(2^{Y-1}m_{Y-1})} \\
 &\times W_N^{(2^{Y-1}n_{Y-1}+2^{Y-2}n_{Y-2}+\dots+n_0)(2^{Y-2}m_{Y-2})} \\
 &\times \dots \times W_N^{(2^{Y-1}n_{Y-1}+2^{Y-2}n_{Y-2}+\dots+n_0)(m_0)}
 \end{aligned} \tag{2.65}$$

Examinando cada término del lado derecho de la ecuación (2.65) se puede deducir que:

$$W_N^{(2^{Y-1}n_{Y-1}+2^{Y-2}n_{Y-2}+\dots+n_0)(2^{Y-1}m_{Y-1})} = W_N^{2^{Y-1}(n_0m_{Y-1})} \tag{2.66}$$

Donde cada término toma la forma:

$$W_N^{2^Y} = [e^{\frac{-i2\pi}{N}}]^N = 1 \tag{2.67}$$

Si se sustituyen todos los términos  $W_N$  en sus formas reducidas, como la ecuación (2.66), la ecuación (2.63) se convierte en:

$$\begin{aligned}
 A(n_{Y-1}, n_{Y-2}, \dots, n_0) &= \sum_{m_0=0}^1 \sum_{m_1=0}^1 \dots \sum_{m_{Y-1}=0}^1 [P_0(m_{Y-1}, m_{Y-2}, \dots, m_0) \times W_N^{2^{Y-1}(n_0m_{Y-1})} \\
 &\times W_N^{2^{Y-2}(2n_1+n_0)m_{Y-2}} \times \dots \times W_N^{2^{(Y-1)+(Y-2)+\dots+n_0}(2n_1+n_0)m_0}]
 \end{aligned} \tag{2.68}$$

---

Separando las sumatorias de la ecuación (2.68) en una sucesión se obtiene:

$$\begin{aligned}
 \sum_{m_{\gamma-1}=0}^1 P_0(m_{\gamma-1}, m_{\gamma-2}, \dots, m_0) x W_N^{2^{\gamma-1}(n_0 m_{\gamma-1})} &= P_1(n_0, m_{\gamma-2}, \dots, m_0) \\
 \sum_{m_{\gamma-1}=0}^1 P_0(n_0, m_{\gamma-2}, \dots, m_0) x W_N^{2^{\gamma-2}(2n_1+n_0)m_{\gamma-2}} &= P_2(n_0, n_1, m_{\gamma-3}, \dots, m_0) \\
 \sum_{m_0=0}^1 P_0(n_0, n_1, \dots, n_{\gamma-2}, m_0) x W_N^{2^{(\gamma-1)+(\gamma-2)+\dots+n_0}(2n_1+n_0)m_0} \\
 &= A(n_{\gamma-1}, n_{\gamma-2}, \dots, n_0) \tag{2.69}
 \end{aligned}$$

Estas ecuaciones conducen al resultado de  $A(n_{\gamma-1}, n_{\gamma-2}, \dots, n_0)$  que representan el algoritmo de Coley-Turket usado en los análisis modernos de FFT. Estas son extremadamente eficientes debido al hecho de que los resultados de cada sumatoria se utilizan inmediatamente en el paso siguiente, reduciendo la demanda de memoria en la computadora.

En este trabajo se ha hecho la programación en Matlab® para obtener la respuesta a un S1GL en el dominio de la frecuencia utilizando la FFT, el algoritmo de dicho programa se presenta en el anexo C. Como ejemplo de aplicación se considera el mismo ejemplo de la figura 26, y los datos de la tabla 8. La figura 30 muestra la respuesta de desplazamientos utilizando el análisis en el dominio de la frecuencia, que como se puede observar es la misma respuesta que la encontrada mediante el método de  $\beta$  de Newmark y el programa SAP2000®.

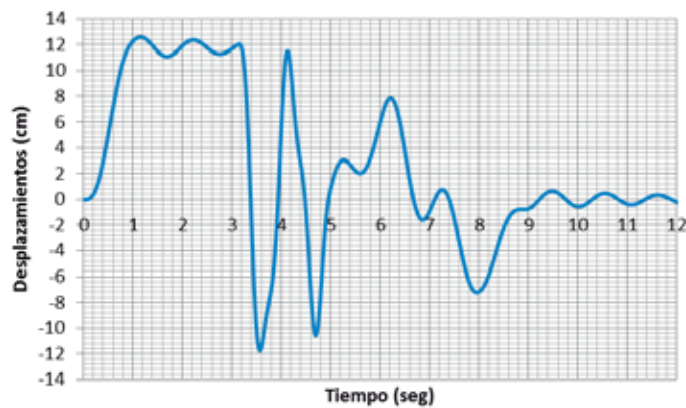


Figura 30.- Respuesta del S1GL de la figura 24 utilizando el análisis en el dominio de la frecuencia.

## 2.7.- COMENTARIOS FINALES DEL CAPITULO 2

Cualquier estructura tiene grados de libertad que expresan la cantidad de desplazamientos que esta puede tener al presentarse algún tipo de carga o excitación, aunque este número es infinito existen modelos analíticos que permiten reducirlos a un número considerable de grados de libertad, casos típicos como marcos de un nivel o columnas pueden ser simplificadas hasta considerar que su comportamiento es dado por un solo grado de libertad.

Existen además diversas soluciones que permiten estimar la respuesta de un S1GL ante cargas dinámicas, las más sencillas incluyen desde el cálculo de la vibración libre hasta considerar la vibración forzada amortiguada para distintos tipos de excitación, estas soluciones tiene la ventaja de ser ecuaciones simples que pueden ser resueltas manualmente, pero son ineficaces cuando se presentan tipos de cargas complejas como lo son las fuerzas sísmicas representadas mediante acelerogramas.

Otro tipo de soluciones utilizadas para estimar la respuesta dinámica de una estructura, son las que implican la integración paso a paso de las ecuaciones de movimiento que permiten estimar la respuesta del sistema ante cualquier carga, son procesos iterativos que pueden ser programados y cuya única desventaja es que para un número de puntos elevado (como lo sería una excitación sísmica) el tiempo requerido para su cálculo podría ser demasiado grande.

---

Alternativamente se ha implementado la solución en el dominio de la frecuencia, que permite además conocer las frecuencias y periodos dominantes de un terremoto al efectuar la conversión de la señal de la excitación, así como agilizar el proceso de cálculo.

La reducción en tiempo de cálculo que se logra con la formulación del análisis en el dominio de la frecuencia es significativa cuando el intervalo de tiempo se ha dividido en un número grande de incrementos. En la figura 31 se ilustra, que para valores altos de N, el tiempo consumido en la computadora es tan grande que hace impráctica la implementación de los métodos convencionales.

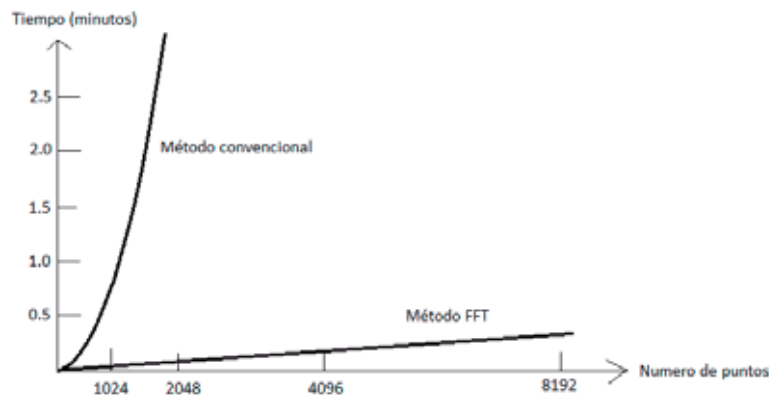


Figura 31.- Tiempo requerido por la transformada de Fourier usando método convencional y FFT (Clough y Penzien,1993).

---

# CAPÍTULO 3

DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS ANALÍTICOS DE  
PILAS DONDE SE CONSIDERAN EFECTOS DE  
INTERACCIÓN SUELO ESTRUCTURA

---

### 3.- DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS ANALÍTICOS DE PILAS DONDE SE CONSIDERAN EFECTOS DE INTERACCIÓN SUELO ESTRUCTURA

#### 3.1.- INTRODUCCIÓN AL CONCEPTO DE ISE

##### 3.1.1.- DEFINICIÓN

Se llama interacción dinámica suelo-estructura al conjunto de efectos producidos en la estructura y en el suelo por el hecho de que este último se ve sujeto a la acción de cargas dinámicas. Los efectos de interacción suelo-estructura (ISE) en general se clasifican en inerciales y cinemáticos. Los efectos inerciales están directamente relacionados con la masa de la estructura y las fuerzas de inercia que se ocasionan por esta acción. Los cinemáticos son el efecto de tenerse una diferencia de rigidez entre el medio de soporte y la cimentación de la estructura, de donde resulta que al estar sometido el sistema a la acción de un terremoto las dos partes que lo componen no se pueden mover igual, es decir con la misma configuración, adicionalmente el efecto del choque de las ondas sísmicas con la cimentación genera principalmente la radiación y difracción de las mismas a través del medio de soporte, ocasionando que las aceleraciones que se registran en las estaciones acelerográficas sean diferentes a las que realmente se ve sometida una estructura durante la acción del terremoto. Siendo esta una de las causas que ocasionan que se tengan errores en la estimación del comportamiento dinámico de estructuras, ya que durante el proceso de análisis se utiliza como excitación el acelerograma proveniente de una estación sísmica y se desprecian los movimiento de entrada en la cimentación a pesar de que existen técnicas aproximadas como [la Iguchi \(1982, 1984\)](#) para considerar dichos efectos, en muy pocas ocasiones se estima su valor.

Para ejemplificar uno de los principales problemas del diseño de cimentaciones relacionados con la interacción suelo estructura en puentes, se puede considerar una estructura como la que se presenta en la figura 32. El peso de la construcción se concentra en áreas relativamente pequeñas de las columnas, de donde se tienen que transmitir al suelo de soporte a través de pilas de cimentación, las cuales pueden ser pilas de punta o de fricción.

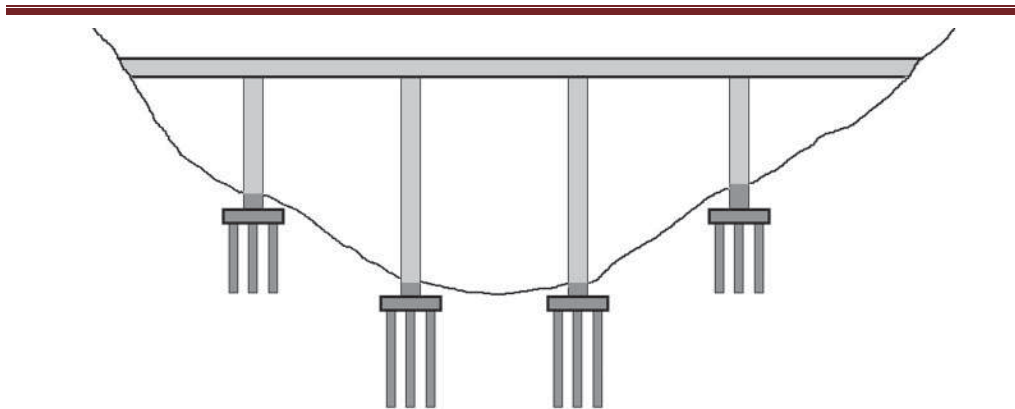


Figura 32.- Esquema tradicional de un puente cimentado con pilas.

En la práctica profesional, es común analizar las estructuras como sistemas independientes de su cimentación y del suelo de soporte, idealizándose así mediante modelos simples las condiciones de apoyo que se presentan en la base de la estructura conforme al tipo de cimentación, además de que representan las direcciones en que se tienen desplazamientos y/o rotaciones impedidas en los mismos puntos de apoyo. Una de las condiciones de apoyo que se utiliza con mayor frecuencia, corresponde a la condición de apoyos empotrados, que es representativa de una cimentación que no permite que se presente ningún tipo de desplazamiento en el lugar donde se tiene definido el apoyo como se muestra en la figura 33.

Las reacciones que resultan de esta condición de apoyos corresponden a las cargas actuantes sobre la cimentación que deben ser la base del análisis y diseño estructural de las mismas, donde se deben reflejar los efectos de la interacción que existe entre el suelo y la estructura, mediante un modelo que no considera la superestructura. Rigurosamente este procedimiento es incorrecto, ya que debería analizarse un modelo que reprodujera el conjunto del sistema superestructura-cimentación-suelo (SCS), debido a que las deformaciones que se tienen en la cimentación y en el suelo modifican no solo la distribución de presiones sobre la cimentación, sino también las fuerzas internas en toda la estructura.

La figura 34 presenta un modelo que idealiza el sistema SCS donde se sustituyen los tradicionales apoyos empotrados por amortiguadores y resortes equivalentes, caracterizados mediante sus propiedades de rigidez y amortiguamiento obtenidas mediante estudios geotécnicos del suelo de soporte. Este modelo presenta la ventaja de modelar el sistema SCS como un conjunto.



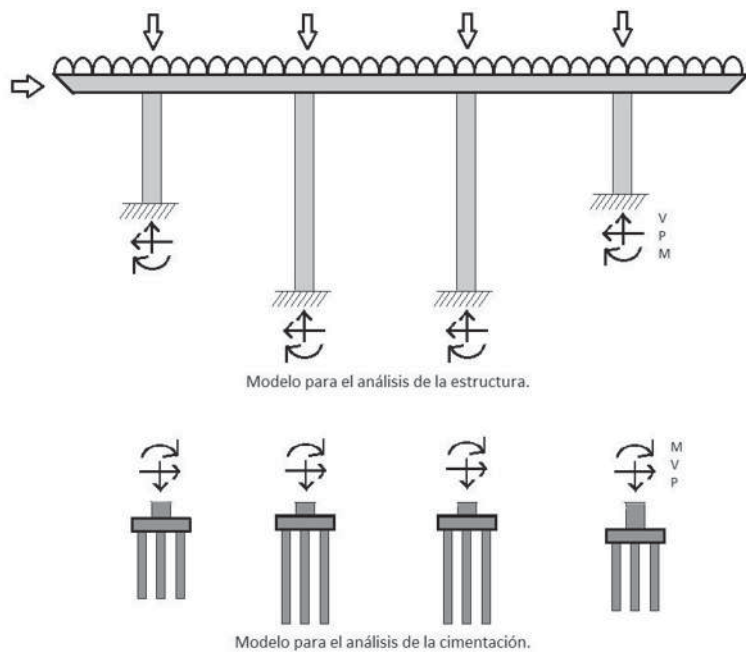


Figura 33.- Modelo analítico para el análisis la estructura en base rígida y la cimentación.

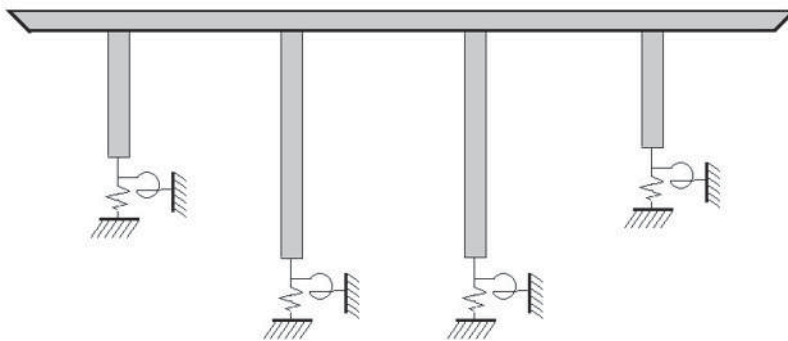


Figura 34.- Modelo para el análisis en conjunto del sistema suelo-cimentación-superestructura.

---

### 3.1.2.- EFECTOS ASOCIADOS A LA INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA (ISE).

Dependiendo de las características de la estructura, de su cimentación y del suelo subyacente, la respuesta de la estructura ante solicitaciones dinámicas puede variar con respecto a la estimada cuando no se consideran los la ISE. A continuación se mencionan algunos de los aspectos que afectan directamente la respuesta de la estructura:

- A) La presencia de suelos blandos y compresibles en las distribuciones de esfuerzos y deformaciones bajo las losas de cimentación, en solicitaciones ante cargas verticales y fuerzas horizontales.
- B) Variación en los periodos de vibración de la estructura.
- C) Aumento del amortiguamiento viscoso e histerético.
- D) Aumento de los elementos mecánicos producidos en la estructura ante solicitaciones sísmicas.
- E) Variación de la distribución de fuerzas horizontales producidas por los movimientos sísmicos.

Ejemplos de los efectos que se han reportado en la respuesta dinámica de estructuras al considerar los efectos de ISE son: (1) la carga axial en la base de una columna se reduce respecto a la que se calcula considerando un apoyo fijo, si la zapata de dicha columna sufre un hundimiento mayor que el de las zapatas adyacentes; (2) la rotación efecto de una acción de flexión se reduce y puede llegar a anularse, si las deformaciones del subsuelo permiten que la zapata tenga una rotación suficiente.

Así pues, el procedimiento habitual de analizar a la estructura como un sistema independiente de la cimentación, y el de analizar independientemente este con las cargas determinadas en los apoyos, es aceptable cuando no se producen desplazamientos importantes en el medio de soporte que puedan modificar las solicitaciones en la estructura; de lo contrario, y especialmente en construcciones importantes, es necesario modelar el sistema suelo-estructura completo.

El estado del arte de la ingeniería sísmica permite considerar solo la influencia de los efectos de sitio, causados por la amplificación de la onda sísmica al viajar desde la roca hasta la superficie, y toman en consideración sismos y periodos típicos de la región. Sin embargo, el hecho de excavar el suelo y construir una estructura causa cambios en las propiedades dinámicas del sistema estructural en cuestión (Wolf, 1985).

Diferentes condiciones de suelo y diferentes propiedades de la cimentación implican distintos efectos en la respuesta estructural. En el caso de excitación sísmica se distinguen dos factores que contribuyen al efecto:

---

#### A) INTERACCION INERCIAL.

Si se considera que la excitación sísmica en la base es igual al movimiento de campo libre; es decir, el movimiento que se tendría en el suelo en ausencia de la estructura. El efecto de interacción inercial proviene entonces de la inercia y flexibilidad del sistema. La inercia de la estructura debida a sus propias vibraciones provocará fuerzas cortantes y momentos flexionantes referidos a dos ejes horizontales y uno vertical en la base de la superestructura, si el suelo no es muy rígido, la acción y reacción entre el suelo y la cimentación causará deformaciones en el suelo y movimiento en la cimentación en la base. Una manera de tomar en cuenta este tipo de interacción consiste en modificar las características dinámicas de la estructura. (Bielak, 1976).

#### B) INTERACCION CINEMÁTICA.

Dada la imposibilidad de la cimentación de adoptar el movimiento no uniforme del medio de soporte a través del semiespacio, en la cimentación se genera un fenómeno de difracción y refracción de ondas sísmicas que modifican el movimiento del suelo en la proximidad del cimiento. La superposición de las ondas incidentes y reflejadas por la superficie del terreno con las ondas difractadas por el cimiento provoca un movimiento de entrada diferente al de campo libre. La interacción cinemática es la consideración de las diferencias existentes en el movimiento del terreno que provienen de la rigidez del sistema estructura-cimentación considerada como si no tuviera masa, debido a que esta es causada fundamentalmente por la geometría y rigidez de la cimentación (Roesset, 1981). El nivel de este tipo de interacción depende también de la estratigrafía del subsuelo y la naturaleza misma de la excitación sísmica.

Es posible distinguir de la ISE cinemática un fenómeno adicional llamado efecto cuasiestático, que se da cuando los apoyos de la estructura están separados a distancias representativas del orden de la longitud de onda primaria de la excitación sísmica. En este caso no es válido considerar a los apoyos excitados en fase.

El diseño sísmico convencional de pilas y pilotes, considera de manera exclusiva los elementos mecánicos introducidos por las fuerzas de inercia desarrolladas por la superestructura. Dichos elementos mecánicos solamente se presentan en la parte superior de la pila hasta una profundidad determinada por la longitud activa de la pila, bajo la consideración de que ésta solamente se puede flexionar hasta cierta profundidad, después de la cual la pila se supone empotrada (Fernandez et al, 2009).

Existen evidencias de daño en pilas a profundidades mayores que la longitud activa del pilote, por ejemplo en Japón (Mizuno, 1987). Este daño ha sido asociado a la interacción

---

cinemática, ya que la incompatibilidad de deformaciones entre la pila y el suelo de soporte produce un movimiento diferencial entre los medios, generando rotaciones debidas a efectos de momentos flexionantes importantes en el elemento estructural resistente de la cimentación (Nikolau et al, 2001).

Las diferencias de movimiento del terreno consisten generalmente en un filtrado de los componentes traslacionales del movimiento en cuestión y en la modificación de los componentes rotacionales y torsionales (Kramer, 1996). Es entonces recomendable analizar el sistema mediante un método de interacción dinámica que considere adecuadamente el contraste de rigidez entre la pila y el medio de soporte, donde se considere de manera explícita las condiciones de frontera y difracción de las ondas producida por la presencia de un elemento más rígido. Además, se ha comprobado que las respuestas de los sistemas que consideran los efectos de ISE son excepcionalmente elevadas cuando los periodos naturales de vibración, modificados por la interacción, se acercan a los dominantes del terreno, ya que se induce el efecto conocido como resonancia. También se ha comprobado que la ISE puede aumentar el amortiguamiento del sistema o reducir su ductilidad (Newmark y Rosenblueth, 1971; Rosenblueth and Resendiz, 1988).

### 3.2.- MODELOS ANALÍTICOS QUE CONSIDERAN LA ISE EN LOS CÓDIGOS DE ANÁLISIS Y DISEÑO ESTRUCTURAL DE LA REPÚBLICA MEXICANA

La mayoría de los estudios de ISE desarrollados en los últimos 25 años se dedicaron a edificios y estructuras relacionadas con centrales nucleares. Y es recientemente que se han dedicado trabajos enfocados al impacto de estos efectos en estructuras especiales como son los puentes.

Las especificaciones ASSHTO recomiendan tres métodos de análisis para pilas de puentes, nombrados: coeficiente de respuesta sísmica elástico, espectral de un modo y análisis espectral de varios modos. En los tres métodos se reconoce la importancia de contar con las condiciones aptas del suelo en cuestión, pero no son considerados los efectos de la ISE generados por la presencia de la superestructura y cimentación del puente, junto con la influencia de la relación fuerza-desplazamiento de la interfaz suelo-estructura en su comportamiento estructural.

A continuación se presentan los modelos recomendados en las normas mexicanas para tomar en cuenta los efectos de ISE, de acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (NTC del RCDF) y el Manual de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad (MOC de la CFE).

### 3.2.1 MODELO ANALÍTICO PRESENTADO EN LAS NTC-RCDF

En el apéndice A7 de las Normas Técnicas Complementarias para el Diseño por sismo del Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (NTCDS-RCDF, 2003) se propone considerar los efectos de interacción inercial en sistemas simétricos y desprecia los efectos de interacción cinemática (Avilés y Pérez, 2004).

Para fines de diseño los efectos de ISE suelen tenerse en cuenta exclusivamente en el modo fundamental de vibración. Si la estructura de uno o más grados de libertad responde como un oscilador simple y el depósito de suelo se comporta como un manto homogéneo, el sistema puede representarse como se muestra en la figura 35.

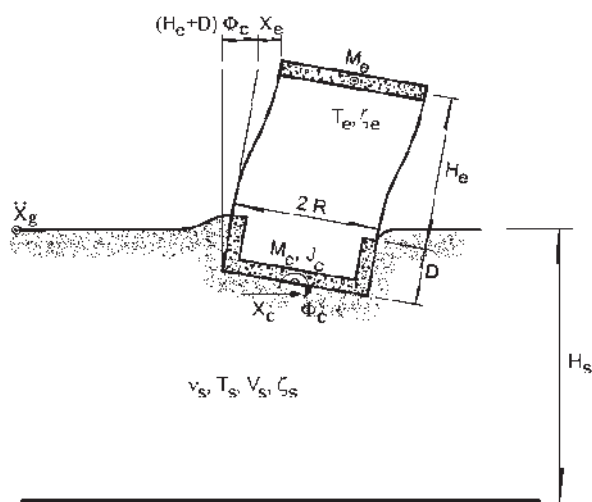


Figura 35.- Modelo analítico para considerar los efectos de ISE en el modo fundamental de vibración (RCDF, 2003).

El reglamento establece que los efectos de ISE podrán despreciarse además cuando se cumpla que:

$$\frac{T_e H_s}{T_s H_e} > 2.5 \quad (3.1)$$

---

Donde:

$H_s$  = es la profundidad de los depósitos firmes profundos en el sitio de interés.

$H_e$  = altura efectiva de la estructura.

$T_e$  = periodo fundamental de la estructura supuesta con base indeformable.

$T_s$  = periodo dominante del sitio.

Para la aplicación de la ecuación 3.1 es necesario que la profundidad de exploración del subsuelo se efectuó hasta los depósitos profundos del sitio de interés, donde la velocidad de ondas de cortante es mayor de 700 m/s.

El periodo efectivo del sistema acoplado suelo-estructura se determina con la expresión:

$$\tilde{T}_e = \sqrt{T_e^2 + T_x^2 + T_r^2} \quad (3.2)$$

Donde

$$T_x = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{W_e}{K_x}} \quad (3.3)$$

$$T_r = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{W_e(H_e+D)^2}{K_r}} \quad (3.4)$$

Son los periodos naturales que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y su base sólo pudiera trasladarse o girar, respectivamente. Las normas mexicanas reconocen únicamente dos grados de libertad en cada dirección de análisis, adicionales a los de la estructura, para así tomar en cuenta la interacción con el suelo. Estos dos grados de libertad corresponden a la traslación horizontal en la dirección que se analiza y el otro de rotación con respecto al eje principal de inercia de la superficie de apoyo de los cimientos, perpendicular a dicha dirección. Por sencillez el reconocimiento de estos dos grados de libertad se reducen a la cuantificación de las constantes de dos resortes elásticos equivalentes. Los resultados a los que se llega parecen adecuados para cimientos que se apoyan en el terreno, sea o no compensación del peso de la estructura.

Además se ha comprobado que las aceleraciones verticales no producen en las estructuras efectos comparables a los de aceleraciones horizontales en suelos muy deformables como los del valle de México.

Los parámetros  $K_x$  y  $K_r$  representan las rigideces de la cimentación en la dirección en que se analiza la estructura:  $K_x$  es la rigidez de traslación, definida como la fuerza horizontal necesaria para producir un desplazamiento unitario del cimiento, y  $K_r$  es la rigidez de rotación, definida como el momento necesario para producir una rotación unitaria del cimiento.

El amortiguamiento efectivo del sistema acoplado suelo-estructura se determina con la expresión:

$$\tilde{\zeta}_e = \zeta_e \left(\frac{T_e}{T_e}\right)^3 + \frac{\zeta_x}{1+2\zeta_x^2} \left(\frac{T_x}{T_e}\right)^2 + \frac{\zeta_r}{1+2\zeta_r^2} \left(\frac{T_r}{T_e}\right)^2 \quad (3.6)$$

Donde:

$$\zeta_x = \frac{\pi C_x}{T_e K_x} \quad (3.7)$$

$$\zeta_r = \frac{\pi C_r}{T_e K_r} \quad (3.8)$$

son los coeficientes de amortiguamiento del suelo en los modos de traslación y rotación, respectivamente. Los parámetros  $C_x$  y  $C_r$  representan los amortiguamientos de la cimentación en la dirección en que se analiza la estructura; se definen como la fuerza y el momento requeridos para producir una velocidad unitaria del cimiento en traslación horizontal y rotación, respectivamente. Considerando la ISE el amortiguamiento efectivo no podrá ser superior al 5%.

Para el caso de cimentaciones sobre pilotes de fricción, su influencia en las rigideces y amortiguamientos de la cimentación se considerará evaluando las rigideces de los pilotes individuales, y combinando estos parámetros de la forma que sigue:

$$K_x = \sum K_{xi} \quad (3.9)$$

$$K_r = \sum x_i^2 K_{vi} \quad (3.10)$$

$$C_x = \sum C_{xi} \quad (3.11)$$

$$C_r = \sum x_i^2 C_{vi} \quad (3.12)$$

En las que el índice  $i$  denota valores correspondientes a la  $i$ -ésima pila; los parámetros  $K_{vi}$  y  $C_{vi}$  representan la rigidez y el amortiguamiento de la pila en traslación vertical, respectivamente, y  $x_i$  es la distancia en la dirección de análisis entre el centroide de la pila y el eje centroidal de la planta de cimentación. Será permisible tener en cuenta el efecto de grupos de pilotes usando factores de interacción dinámica. Para estructuras cimentadas sobre pilotes de punta se supondrá una  $K_r$  infinita.

Una vez que el suelo es remplazado por los resortes lineales  $K_x$  y  $K_r$  y por los amortiguadores viscosos  $C_x$  y  $C_r$ , el sistema a analizar queda representado como se indica en la figura 36.

Este modelo se conoce como oscilador de remplazo con base fija, con el cual la respuesta máxima del sistema puede evaluarse con espectros de respuesta estándar de campo libre en combinación con las propiedades dinámicas, periodo y amortiguamiento efectivos modificados del oscilador.

Dada la forma del espectro de amplitudes de Fourier de un acelerograma, la teoría de vibraciones aleatorias (Joyner and Boore, 1983) permite obtener, las esperanzas y desviaciones típicas de las ordenadas de espectros de respuesta correspondientes a diversos grados de amortiguamiento.

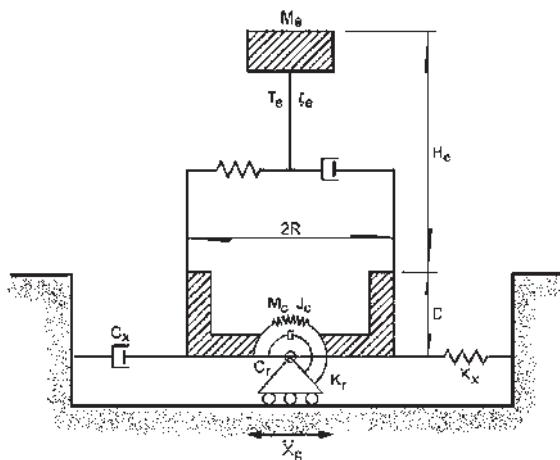


Figura 36.- Modelo de parámetros discretos (oscilador de remplazo) para el análisis de ISE.



### 3.2.2.- MODELO ANALÍTICO PRESENTADO EN EL REGLAMENTO DE LA CFE

El modelo del reglamento de la CFE es muy similar al del RCDF, propone incorporar los efectos producidos por la interacción inercial al análisis sísmico de la estructura mediante un oscilador de reemplazo. Estos efectos corresponden al alargamiento del periodo fundamenta de vibración, la modificación de su amortiguamiento y una reducción en la ductilidad de la estructura, con respecto a los valores que se tendrían suponiendo un apoyo rígido para el sistema. Al igual que en el RCDF, solo se justificará tomar en cuenta los efectos de interacción cuando se cumpla la ecuación 3.1.

Este reglamento establece que para estructuras con varios grados de libertad y depósitos de suelo estratificados, el sistema suelo estructura puede idealizarse adecuadamente por medio de una estructura con  $N$  grados de libertad en traslación horizontal apoyada sobre una cimentación superficial, circular e infinitamente rígida con dos grados de libertad, uno en traslación horizontal y el otro de rotación o cabeceo (figura 37). La cimentación se desplanta en un depósito de suelo con base indeformable y estratificada horizontalmente con  $M$  estratos. Los grados de libertad correspondientes a la traslación vertical y a la torsión de la cimentación se desprecian, a pesar de que pueden ser muy importantes cuando se tengan sistemas de piso flexible o en estructuras irregulares. Los grados de libertad de la cimentación están referidos a la subrasante, por lo que el momento de inercia de la masa de la cimentación se toma con respecto al eje de rotación de la base de la misma.

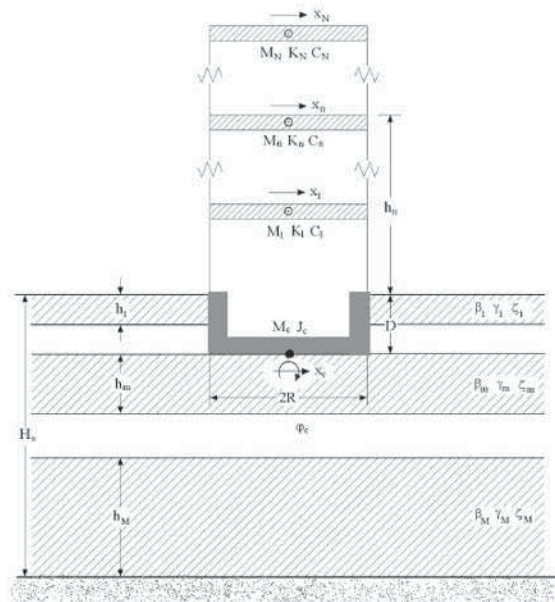


Figura 37.- Sistema suelo-estructura completo (Manual CFE, 2010).

Si la estructura con varios grados de libertad responde esencialmente como un oscilador de un grado de libertad en su condición de base rígida, y el depósito de suelo estratificado se comporta fundamentalmente como un manto homogéneo, el sistema suelo–estructura se puede reemplazar por un sistema equivalente como el que se presenta en la figura 38; donde la estructura y el estrato representan elementos equivalentes, que permiten obtener una respuesta similar ante la misma excitación. Para ello, la estructura real se caracterizará mediante el periodo fundamental, la masa y la altura efectivas, mientras que el depósito original se caracterizará a través del periodo dominante y la velocidad efectiva.

Cuando se emplea el análisis dinámico modal, el modelo de interacción suelo–estructura puede aplicarse como una aproximación unimodal, reemplazando la masa, la rigidez, el amortiguamiento y la altura del oscilador por parámetros modales equivalentes de la estructura. En consecuencia,  $M_e$ ,  $K_e$  y  $C_e$  deben interpretarse, respectivamente, como la masa, la rigidez y el amortiguamiento efectivos de la estructura supuesta con base indeformable vibrando en su modo fundamental, y  $H_e$  como la altura efectiva del centroide de las fuerzas de inercia correspondientes.

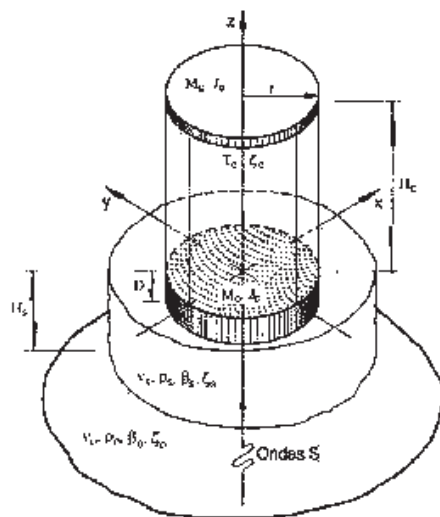


Figura 38.- Sistema suelo-estructura equivalente (Manual CFE, 2010).

Las ecuaciones que definen los parámetros modales del oscilador elemental se obtienen a partir del periodo y del amortiguamiento del modo fundamental de la estructura, e igualando el cortante basal y el momento de volteo del modo fundamental de la estructura con los correspondientes al oscilador, lo que conduce a:

$$M_e = \frac{(Z_1^T M_e J)^2}{Z_1^T M_e Z_1} \quad (3.13)$$

$$K_e = 4\pi^2 \frac{M_e}{T_e^2} \quad (3.14)$$

$$C_e = 4\pi \zeta_e \frac{M_e}{T_e} \quad (3.15)$$

$$H_e = \frac{Z_1^T M_e H}{Z_1^T M_e J} \quad (3.16)$$

Donde:

$J$  = es un vector con componentes iguales a 1.

$H$  = es el vector de alturas de desplante a cada nivel,  $H = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ .

$Z_n$  = es el  $n$ -ésimo modo natural de vibración que se obtiene al resolver el problema de valores característicos definido por la ecuación matricial homogénea.

$M_e$  = es la matriz de masas de la estructura supuesta con base indeformable.

La masa y la altura efectivas calculadas con el método dinámico, en ningún caso se deberán tomar menores que 0.7 veces la masa y la altura de la construcción, respectivamente. El periodo y el amortiguamiento del modo fundamental del sistema equivalente con tres grados de libertad representan el periodo y el amortiguamiento efectivos del modo fundamental de la estructura interactuando con el suelo. Los efectos de interacción en los modos superiores, resultan despreciables cuando el modo fundamental de la estructura supuesta con base rígida se parece a una recta que pasa por su base, lo cual ocurre en la mayoría de los casos prácticos. Por lo tanto, es válido despreciar los efectos de interacción en los modos superiores, cuya contribución se puede determinar mediante procedimientos estándar.

Cuando se utilice el método estático,  $H_e$  se tomará como 0.7 de la altura total, excepto para estructuras de un solo nivel, en que se tomará igual a la altura total. La masa efectiva  $M_e$  o peso efectivo  $W_e$  de la estructura se tomará como 0.7 de la masa total o del peso total, respectivamente.

La obtención del periodo y amortiguamiento efectivos se calcularán igual que como se indica en el RCDF (ecs. 3.2 y 3.6). Para cimentaciones a de base pilas de fricción, las rigideces estáticas del conjunto se determinan utilizando las ecuaciones 3.8 a 3.11.

Además, se establece que tanto las rigideces estáticas como los coeficientes de rigidez y amortiguamiento pueden obtenerse mediante funciones de impedancia, las cuales se transcriben por claridad en [la tabla 9](#), y que son aplicables cuando se cumple la condición:

$$L_p > L_c \quad (3.17)$$

Donde:

$L_p$  = longitud del pilote.

$L_c$  = longitud activa del pilote de fricción, calculada como:

$$L_c = 2d \left( \frac{E_p}{E_s} \right)^{0.25} \quad (3.18)$$

$E_p$  = Módulo de elasticidad del pilote.

$E_s$  = Módulo de elasticidad del depósito del suelo.

$d$  = Diámetro del pilote.

En un arreglo de un número  $N$  de pilotes que se unen a una losa rígida, como se muestra en la figura 39, se deberá tomar en cuenta el efecto del grupo debido a la interacción entre pilotes y el suelo.

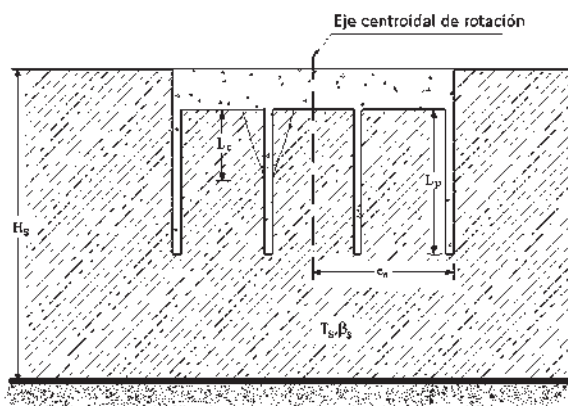


Figura 39.- Modelo de una cimentación a base de pilotes (Manual CFE, 2010).

TABLA 9.- Rigideces y amortiguamientos para cimentaciones superficiales o con pilotes (Manual CFE, 2008).

CIMENTACIONES SOMERAS	$K_m$ $K_m^0 = \frac{2G_s R_m^2}{1 - \nu_s} \left( 1 + \frac{2R_m}{3R_h} \right) \left( 1 + \frac{D}{4R_h} \right)$ $m = h, v, r$ $\omega =$ frecuencia de interés	Rigidez Estática	Parámetros de frecuencia:	$\eta_m = \frac{\omega R_m^2 \nu_s}{E_s - \omega^2 R_m^2 \nu_s}$ $\eta_h = \frac{\omega R_m^2 \nu_s}{E_s - \omega^2 R_m^2 \nu_s}$ $\eta_p = \frac{\omega R_m^2 \nu_s}{E_s - \omega^2 R_m^2 \nu_s}$ Donde $\nu_s = 413,75$ y $E_s = E_h$
Modo de Vibración				
Horizontal	$K_h^0 = \frac{8G_s R_m^2}{2 - \nu_s} \left( 1 + \frac{2R_m}{3R_h} \right) \left( 1 + \frac{D}{4R_h} \right)$		$k_h = 1$	$c_h = \frac{0,85 \eta_h \eta_{hs}}{1 - (0 - 2\eta_h) \eta_{hs}^2}$ ; si $\eta_{hs} = \eta_h, \eta_p \leq 1$ 0,576; si $\eta_{hs} = \eta_h, \eta_p > 1$
Vertical	$K_v^0 = \frac{4G_s R_m^2}{1 - \nu_s} \left( 1 + \frac{0,5 D}{R_m} \right) \left( 1 + \frac{D}{4R_h} \right)$		$k_v = 1$	$c_v = \frac{0,85 \eta_v \eta_{vs}}{1 - (0 - 2\eta_v) \eta_{vs}^2}$ ; si $\eta_{vs} = \eta_v, \eta_p \leq 1$ 0,576; si $\eta_{vs} = \eta_v, \eta_p > 1$
Cabeceo	$K_c^0 = \frac{8G_s R_m^2}{3(1 - \nu_s)} \left( 1 + \frac{R_m}{6R_h} \right) \left( 1 + \frac{D}{4R_h} \right) \left( 1 + \frac{D}{4R_h} \right)$		$k_c = 1 - 0,2 \eta_r$	$c_r = \frac{0,5 \eta_r \eta_{rs}}{1 - (0 - 2\eta_r) \eta_{rs}^2}$ ; si $\eta_{rs} = \eta_r, \eta_p \leq 1$ $\frac{0,3 \eta_r^2}{1 + \eta_r^2}$ ; si $\eta_{rs} = \eta_r, \eta_p > 1$
CIMENTACIONES CON PILOTES	$K_m = K_m^0 \eta_m$ y $C_m = 2 \eta_m \nu_m \omega$ $m = h, v$ $\omega =$ frecuencia de interés		Parámetros de frecuencia:	$\eta_m = \frac{\omega R_m^2 \nu_m}{E_m - \omega^2 R_m^2 \nu_m}$ $\eta_h = \frac{\omega R_m^2 \nu_h}{E_h - \omega^2 R_m^2 \nu_h}$ $\eta_p = 3,4 \eta_m \alpha (1 - \nu_s)$
Modo de Vibración				
Horizontal	$K_h^0 = \frac{8E_s}{3} \left( \frac{R_m}{R_p} \right)^2 \left( 1 + \frac{D}{4R_h} \right)$		$k_h = 1$	$c_h = \frac{0,85 \eta_h}{0,85 \eta_h + 0,175 (E_p/E_s)^{0,17}}$ ; si $\eta_p \leq \eta_h$ 0; si $\eta_p > \eta_h$
Vertical	$K_v^0 = 1,94 E_s \left( \frac{R_m}{R_p} \right)^2 \left( 1 + \frac{D}{4R_h} \right)$		$k_v = 1 + 0,15$ $k_v = 1 + 0,05$ si $L_d \geq 50$ Interpolación lineal entre para E5 : $L_d = 50$	$c_v = \frac{0,413 (1 - 0,23 \eta_p - (E_p/E_s)(L_d)^{-2})}{1 + \nu_s (1 - \eta_p)}$ ; si $\eta_p > 1,5 \eta_p$ Interpolación lineal entre para $\eta_p < 1,5 \eta_p$

---

### 3.3.- MODELOS ANALITICOS PARA REPRESENTAR LA ISE EN CIMENTACIONES CON PILAS

La rigidez dinámica de una sola pila, así como los efectos de interacción cinemática debidos a fuerzas sísmicas han sido estudiados desde 1974 (Blaney et al). Otros investigadores han demostrado la existencia e importancia de los efectos de interacción en diversas estructuras (Bielak, 1976; Wolf, 1985; Gazetas et al, 1991).

En las últimas décadas se han publicado en la literatura un número importante de investigaciones cuyo objetivo ha sido encontrar soluciones reales o aproximadas que representen adecuadamente los efectos de ISE ante excitaciones sísmicas (Sica et al, 1997; Stewart y Seed, 1999; Milonakis, 2001; Nikolau et al, 2006; Maiorano et al, 2009; Dezi et al, 2010).

En 1983 Dorby y O'Rourke presentan un modelo simple para la evaluación de los momentos flexionantes causados por excitaciones armónicas en un lecho de roca. Ellos proponen una fórmula simple para la evaluación del momento en la sección transversal de la pila localizada en la interface de dos capas de suelo con diferentes propiedades. Es necesario realizar un análisis unidimensional de campo libre para la evaluación de la tensión del suelo en la interfaz entre las capas; el cual es un dato necesario para la aplicación de la fórmula cuya expresión es:

$$M = 1.86(E_p I_p)^{3/4} (G)^{1/4} \gamma F \quad (3.19)$$

Donde:

$E_p$  = Módulo de elasticidad.

$I_p$  = Momento de inercia de la pila.

$G$  = Módulo de cortante de la capa superior.

$\gamma$  = fuerza de cortante en la interfaz de las capas, que es definida mediante:

$$\gamma = \frac{r_d \rho_s a_{max}}{G} L \quad (3.20)$$

---

$a_{max}$  = aceleración máxima en el campo libre.

$\rho_s$  = densidad de la capa superior.

L = espesor de la capa superior.

$r_d$  = coeficiente de profundidad obtenido del gráfico de Seed and Idriss (1982), el cual varía desde 0.3 hasta 0.95.

F = es una función de la razón del cambio en la velocidad de ondas de cortante en las dos capas de suelo.

$$F = \frac{(1-c^4)(1+c^3)}{(1+c)(c^{-1}+1+c+c^2)} \quad (3.21)$$

Dónde:  $c = \left(\frac{G_2}{G_1}\right)^{1/4}$

En el Modelo propuesto por Nikolau et al (2001), se propone otra fórmula simplificada para evaluar el momento entre dos capas de suelo sustentadas por una base rígida. Y donde la pila es modelada mediante la viga dinámica de Winkler (BDWF). En este modelo se considera el suelo como homogéneo isótropo y linealmente elástico, con un amortiguamiento constante. La expresión para el cálculo del momento en la interfaz fue derivada con métodos de regresión lineal de datos numéricos provenientes de análisis rigurosos donde se consideró un perfil de dos capas de suelo sujetos a excitaciones armónicas.

$$M = 0.42\tau_c d^3 \left(\frac{L}{d}\right)^{0.3} \left(\frac{E_p}{E_1}\right)^{0.65} \left(\frac{V_{s2}}{V_{s1}}\right)^{0.5} \quad (3.22)$$

Dónde:

$\tau_c$  = es el esfuerzo de cortante en la interfaz, Nikolau et al. Proponen la expresión de este esfuerzo en función de la aceleración máxima del campo libre.

$$\tau_c = L\rho_s a_{max} \quad (3.23)$$

$\frac{L}{d}$  = es la relación de esbeltez de la pila.

---

$\frac{E_p}{E_1}$  = es la rigidez relativa pila-suelo.

$\frac{V_{s2}}{V_{s1}}$  = es la razón de velocidad de ondas de cortante de las dos capas de suelo.

En este modelo se considera un elemento articulado en su base, situación que se puede considerar válida para pilas de pequeño diámetro ya que la rotación en la punta no se encuentra restringida, esto es en gran medida debido a la dimensión de la base de apoyo. Para pilas de gran diámetro, la consideración de articulación en la punta pierde validez, debido a que la base tiene una dimensión mayor y por lo tanto la restricción al giro podría ser significativa. Tampoco considera ninguna condición particular del espesor de las capas y en todos los análisis fue considerado un amortiguamiento constante de 10%.

Ambas investigaciones se basaron en acelerogramas y propiedades del suelo reales propias del semiespacio en cuestión, esto con la finalidad de encontrar una correlación entre un estado inicial y una respuesta transitoria. Las formulas propuestas pueden ser usadas para calcular el momento flexionante en la sección transversal de la pila ubicada en la interfaz entre las dos capas de suelo que implican un cambio considerable de rigidez, pero no son válidas para calcular los momentos flexionantes en la cabeza de la pila (Dezi, 2010).

Mylonakis (2001) uso una excitación armónica y obtuvo una expresión para determinar el momento flexionante en la interfaz entre dos capas. El valor obtenido con esta expresión difiere del obtenido con la expresión propuesta por Nikolau et al (2001)., porque no está basado en un ajuste numérico de curvas sino en un modelo analítico de respuesta. Entre las diferencias que se encuentran al compararlo con el modelo propuesto por Nikolau. Se tiene que la excitación sísmica es considerada como un desplazamiento horizontal armónico impuesto en la cama de roca, y que las capas de suelo son consideradas profundas pero no ilimitadas. El momento de flexión máximo es definido como:

$$M = \frac{(E_p I_p)(\varepsilon_p / \gamma_1) \phi}{r} \gamma_1 \quad (3.24)$$

Dónde:

$\gamma_1$  = es el pico del esfuerzo cortante en la capa de suelo superior.

$r$  = es el radio de la pila.

$\varepsilon_p / \gamma_1$  = es una función de transferencia estática, cuyos valores pueden obtenerse de las publicaciones de Gazetas et al. (1993) y Seed e Idriss (1982).



### 3.4.- DESCRIPCIÓN DEL MODELO ANALÍTICO UTILIZADO EN ESTE PROYECTO

Los estudios mencionados y citados en los párrafos anteriores, indican que los momentos debidos a las ondas sísmicas en algunos suelos (o interfaces de capas de suelo), podrían ser de una intensidad superior a los causados por la vibración de la superestructura. El objetivo de este trabajo es investigar cuales podrían ser las condiciones o situaciones donde se podría presentar este efecto, utilizando para ello acelerogramas de terremotos reales, así como distintas propiedades características de suelos localizados en la República Mexicana.

En el proyecto de investigación se considerarán excitaciones sísmicas reales aplicadas a una pila de cimentación de diámetro unitario que descansará sobre una base rígida, considerándola inmersa primeramente sobre una sola capa de suelo, el cual es caracterizado como homogéneo, es decir con las mismas propiedades en toda la profundidad del estrato de suelo como se aprecia en la figura 40a. Posteriormente se considerarán dos capas de suelo o estratos, siendo la inferior de una rigidez mayor y considerando que la pila se introduce 5 metros dentro de esta, como se ilustra en la figura 40b. Ambos casos serán analizados con la ayuda de dos programas de cálculo que trabajan en el dominio de la frecuencia.

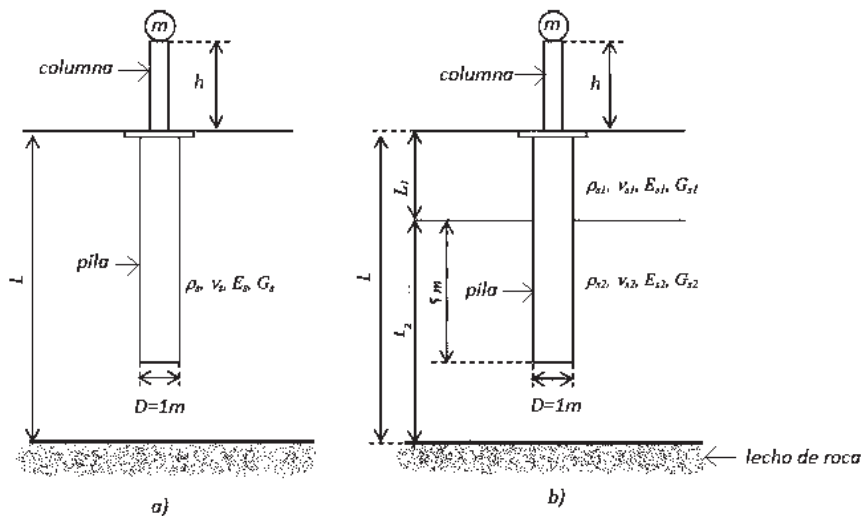


Figura 40.- Modelos de pila-sub suelo (Olmos y Roesset, 2012. Adaptado).

---

### 3.4.1.- MODELO CON UNA SOLA CAPA DE SUELO

Si se considera una sola capa de suelo de espesor grande pero finito y con las mismas propiedades, es posible obtener expresiones de análisis relativamente simples, así como formulas simplificadas asumiendo una pila de cimentación larga, como de tipo Winkler, y valores de amortiguamiento pequeños. En este primer caso se considerará la cimentación como un sistema de un solo grado de libertad con una altura de columna  $h$ , que tiene las mismas propiedades que la pila de cimentación y una masa  $M$  en la parte superior, que representa el peso de la superestructura del puente.

Para el estudio se evaluarán tres momentos flexionantes: el momento flexionante en la base de la pila (MFB), momento flexionante en la base de la columna (MF), y el momento flexionante que se produce en la cabeza de la pila (MFC), que en teoría debería ser igual o muy aproximado al MF. Los momentos están estimados en unidades de N-m.

Considerando que toda la capa de suelo tiene las mismas propiedades de velocidad de ondas de cortante ( $v_s$ ), densidad ( $\rho_s$ ), módulo de cortante ( $G$ ), amortiguamiento ( $D$ ) y profundidad del estrato ( $L$ ) el movimiento a cualquier profundidad del estrato considerando aceleraciones en la base con frecuencia circular  $\Omega$  estará dado por (Olmos y Roesset, 2012):

$$u_s = \frac{(e^{i\alpha z} + e^{-i\alpha z})}{\Omega^2 (e^{i\alpha L} + e^{-i\alpha L})} \quad (3.25)$$

En donde  $z$  toma el valor de cero en la superficie y de  $L$  en la profundidad del estrato, en donde:

$$\alpha = \frac{\Omega}{v_s \sqrt{(1+2iD)}} \quad (3.26)$$

Así que el momento flexionante en la base de la pila estará definido por:

$$MFB = - \left( \frac{EI\lambda^2}{\Omega^2} \right) \left( -1 + A \left( 1 - \frac{\alpha^2}{2\lambda^2} \right) - \frac{iC\alpha}{\lambda} \right) \quad (3.27)$$

Dónde:

$$A = \frac{(k/k^*)}{(1+\alpha^4/4\lambda^4)} \quad (3.28)$$

$$\lambda^4 = \frac{(k-m\Omega^2)}{4EI} = \frac{k^*}{4EI} \quad (3.29)$$

$$C = \frac{A(e^{i\alpha L} - e^{-i\alpha L})}{(e^{i\alpha L} + e^{-i\alpha L})} \quad (3.30)$$

Siendo  $k$  una constante,  $m$  la masa de la pila por unidad de longitud,  $E$  es el módulo de elasticidad multiplicado por  $(1+2iD_p)$ ,  $i$  es un número imaginario,  $D_p$  el amortiguamiento interno de la pila e  $I$  es el momento de inercia. Los desplazamientos en la parte inferior o superior de la pila se pueden determinar con la siguiente ecuación:

$$u_p = e^{z\lambda}(E_1 \cos \lambda z + E_2 \operatorname{sen} \lambda z) + Au_s \quad (3.30)$$

Donde  $E_1$  y  $E_2$  son coeficientes que se determinan utilizando las condiciones de frontera en  $z = L$ . Para el caso del fondo de la pila:  $u_p(L) = u_s(L) = -1/\Omega^2$  y  $u'_p(L) = 0$ . Para el caso de la cabeza de la pila: el símbolo del exponente al que esta elevado ( $e$ ) se vuelve negativo y su condición de frontera queda definida por:

$$u_s(0) = -\frac{A}{\Omega^2(e^{i\alpha L} + e^{-i\alpha L})} \left(2 + \frac{\alpha^2}{\lambda^2}\right) \quad (3.31)$$

De la misma forma, el momento en la cabeza de la pila podrá evaluarse con la ecuación:

$$MFC = \frac{2\alpha^2 EIB}{\Omega^2} \quad (3.32)$$

---

El valor de la rigidez  $k$  para una cimentación modelada como del tipo Winkler considerada para estos estudios fue  $k = 4G$ . Para el cálculo de la frecuencia natural de los depósitos del suelo, donde se espera encontrar el momento máximo y asumiendo un valor de amortiguamiento pequeño tanto para la pila como para el suelo. El término  $C$  es aproximadamente igual a  $2A/\pi D$ . Para valores típicos del Módulo de elasticidad, momento de inercia en pilas de puentes, y módulo de cortante del suelo, la ecuación 3.27 se puede escribir como:

$$MFB = \left(\frac{8}{\pi^2 D}\right) \rho_s L \left(\frac{EI}{G}\right)^{3/4} \quad (3.33)$$

Mientras que el esfuerzo de flexión en una pila sólida estaría expresado por:

$$\varepsilon = 0.86 \frac{\rho_s L}{D(EG^3)^{1/4}} \quad (3.34)$$

El momento en la cabeza de la pila sería:

$$MFC = 2 \left(\frac{\alpha^2 EI}{\Omega^2}\right) \frac{A}{\pi D} = \frac{2EI\rho_s}{\pi DG} \quad (3.35)$$

Para el caso del cálculo del momento flexionante provocado por la columna considerando que esta tiene altura  $h$  y una masa concentrada  $M$ , ignorando el peso propio de la columna y suponiendo una fuerza horizontal (o de cortante) en la cabeza de la pila  $H$ , así como el momento en la base de la columna (BM), el desplazamiento y rotación de la columna serían respectivamente:

$$u_t = u_{s0} + \frac{H}{(2EI\lambda^3)} + \frac{BM}{(2EI\lambda^2)} \quad (3.36)$$

$$\phi_t = \phi_{s0} + \frac{H}{(2EI\lambda^2)} + \frac{BM}{(2EI\lambda)} \quad (3.37)$$

Definiendo  $H = M\Omega^2(u_t + h\phi_t + \left(\frac{Hh^3}{3EI}\right))$  y recordando la definición de momento de fuerza por distancia, el momento en la base de la columna (y cabeza de la pila) es:

$$MF = \frac{Rh(u_{s0} + h\phi_{s0})}{\left(1 - \frac{R(1+2\lambda h+2\lambda^2 h^2)}{2EI\lambda^3}\right)} \quad (3.38)$$

En donde:

$$R = \frac{M\Omega^2}{\left(1 - \frac{M\Omega^2 h^3}{3EI}\right)} \quad (3.39)$$

Adicionalmente para la obtención de las propiedades del suelo se utilizaran las siguientes ecuaciones:

$$v_s = \sqrt{\frac{G}{\zeta}} \quad (3.40)$$

Dónde:

$v_s$ = velocidad de ondas de cortante del suelo en cuestión.

$\zeta$ = Densidad del suelo.

$G$ = Módulo de cortante del suelo, dado por:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu_s)} \quad (3.41)$$

Dónde:

$E$ = Módulo de elasticidad del suelo.

---

Despejando el Módulo de cortante de la ecuación 3.40 y sustituyéndolo en la ecuación 3.41 encontramos que el Módulo de elasticidad es igual a:

$$E = v_s^2 \zeta 2(1 + v_s) \quad (3.42)$$

Para todos los casos también se considerará un Módulo de Poisson= 0.4 y la densidad como valor fijo igual a 2000 kg/m<sup>3</sup>. Para el caso de un solo estrato de suelo se utilizará para el análisis el programa SILLY1E que proporciona la solución con fórmulas aproximadas considerando excitación en la base.

#### 3.4.2.- MODELO CON DOS CAPAS DE SUELO

En la consideración anterior se asumió que la cabeza de la pila esta fija en la base lo cual provoca que el momento máximo se encuentre en esta parte. En el caso de un depósito de suelo con dos capas, con la capa inferior más rígida que la superior, se procederá a evaluar cómo cambian los momentos cuando el material bajo la capa no corresponde a una roca rígida, considerando en este caso el momento en la pila que se produce justo en la interfaz entre las dos capas.

El momento en la interfaz de las dos capas de suelo estaría dado por:

$$MFI = \left(\frac{8}{\pi^2 D}\right) \rho_s L \left(\frac{EI}{G}\right)^{3/4} \frac{\alpha^{1.3}}{(6+\alpha^{1.3})} \quad (3.43)$$

Donde  $\alpha$  es la razón de las velocidades de ondas de cortante de las dos capas  $\frac{v_1}{v_2}$

De forma similar al anterior este modelo se analizará con la ayuda de los programas: SPILEKIN1E, que proporcionará las soluciones exactas de las ecuaciones para encontrar el momento máximo en el dominio de la frecuencia; y EQSPILE que produce la función de transferencia y arroja los resultados del momento máximo en la interfaz de las capas, así como el momento máximo desarrollado en la cabeza de la pila (MFC).

---

### 3.5.-DESCRIPCIÓN DE LOS CASOS DE ESTUDIO

#### A) UNA CAPA DE SUELO.

Suponiendo que la pila se encuentre enterrada en una sola capa de suelo con las mismas propiedades como se aprecia en la figura 38(a). Se procederá a analizar el sistema ante excitaciones sísmicas, las cuales se encuentran descritas en el capítulo siguiente.

La tabla 10 presenta los casos de interés, casos en los que se realizarán los análisis paramétricos, en donde los parámetros de interés son la profundidad del estrato (L), la altura de la columna (h) y velocidad de ondas de cortante del suelo (V). Estos parámetros se varían en intervalos representativos de casos reales, con la finalidad de determinar en qué casos resultan importantes estos efectos y en cuales pueden ser despreciados. El diámetro de la pila (1 metro) permanecerá constante así como la masa concentrada en la parte superior de la columna (M= 50000 kg).

Los resultados que son de interés para los objetivos de este trabajo corresponden al: Momento flexionante en la base la pila (MFB), momento flexionante en la cabeza de la pila (MFC) y momento flexionante en la base de la columna (MF).

Tabla 10.- Casos de estudio considerando una sola capa de suelo.

CASO	L (m)	V (m/s)	r (m)	M (kg)	h (m)
1	10	100	0.5	50000	7
2	10	100	0.5	50000	10
3	20	100	0.5	50000	5
4	20	100	0.5	50000	10
5	10	50	0.5	50000	5

---

## B) DOS CAPAS DE SUELO.

Para el caso del análisis en la interfaz de dos capas de suelo se considerará que la capa más rígida corresponde al estrato inferior, y se considera que la pila penetrará 5 metros dentro de esta última. Este modelo se puede apreciar en la figura 40b. La tabla 11 presenta los casos de estudio considerando dos capas de suelo.

Tabla 11.- Casos de estudio considerando dos capas de suelo.

CASO	L1(m)	L2(m)	L (m)	V (m/s)	r (m)	M (kg)	h (m)
1	10	10	20	100	0.5	50000	5
2	10	10	20	100	0.5	50000	10
3	5	20	25	50	0.5	50000	5
4	15	10	25	50	0.5	50000	10

Con el objetivo de considerar diferentes tipos de suelo durante el proceso de análisis, así como estudiar cómo las diferencias de rigidez de las capas de suelo afectan los momentos de la pilas, se variará la relación entre las velocidades de ondas de cortante de las dos capas  $\frac{v_2}{v_1}$  en 2, 3, 5, 7.5, 10, 20 y 100.

Adicionalmente, todos los casos de la tabla 11 se analizarán primeramente suponiendo que la cabeza de la pila se encuentre fija a la capa inferior (lo cual supondría un apoyo empotrado), y posteriormente se asume la cabeza libre, permitiéndose así el giro en la base la misma (apoyo articulado).



---

### 3.6.- COMENTARIOS FINALES DEL CAPÍTULO

Con la finalidad de estudiar, idealizar y posteriormente realizar el diseño y construcción de cimentaciones, los ingenieros civiles hacen simplificaciones que en la práctica suelen resultar sencillas y convenientes, pero que no siempre representan el comportamiento real de una estructura. Los efectos de interacción del suelo con la cimentación suelen ser despreciados debido a la dificultad de representar el suelo como un medio inelástico, homogéneo y con un comportamiento predecible, en consecuencia se utilizan factores de seguridad muy altos sin la certeza de saber si estos son tan grandes que resultan antieconómicos o bien si para ciertos casos quedan subestimados los esfuerzos y deformaciones que deben resistir las pilas de cimentación.

Aunque los efectos de ISE se han estudiado desde la década de los 70's, no ha sido sino hasta fechas recientes que se ha comenzado a analizarlos en estructuras más pequeñas y de menor complejidad que la de una central nuclear o una presa. La legislación vigente en las normas de construcción mexicanas hace referencia a estos efectos básicamente considerando un aumento en el periodo y una reducción en el amortiguamiento de la estructura a través de fórmulas y funciones de impedancia, sin embargo estas deducciones son muy generales y se aplican a estructuras de orden mayor.

Para el caso de los puentes, investigaciones modernas demuestran que es posible representarlos realizando simplificaciones, y si sus cimentaciones son a base de pilas o pilotes, estos pueden ser analizados dinámicamente como un sistema de un grado de libertad utilizando formulas aproximadas o bien utilizando las propiedades dinámicas del suelo para recrear condiciones de frontera y poder resolver de esta forma las ecuaciones de movimiento. Además de que los nuevos programas de software ayudan de igual forma al cálculo de modelos más complejos y por lo tanto más aproximados.

Se desconoce aún si los efectos de ISE son de gran magnitud en todos los casos o bien ante cuales condiciones estos podrían resultar benéficos para la cimentación o la construcción en general. El estudio de la ISE podría entonces ayudar a mejorar el análisis y diseño de las cimentaciones, creando estructuras más seguras, funcionales y económicas.

---

# CAPÍTULO 4

## ESTUDIO DE LA RESPUESTA DINÁMICA DE PILAS CONSIDERANDO LOS EFECTOS DE INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA

---

## 4.- ESTUDIO DE LA RESPUESTA DINÁMICA DE PILAS CONSIDERANDO LOS EFECTOS DE INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA

### 4.1.- DESCRIPCIÓN DE LAS EXCITACIONES SELECCIONADAS PARA ESTUDIAR LA RESPUESTA DINÁMICA DE LOS CASOS DE ESTUDIO

#### 4.1.1.- SISMICIDAD EN MÉXICO

La República Mexicana se encuentra considerada dentro de las regiones sísmicas más activas de la tierra, en la figura 41 se muestran los epicentros de los sismos con magnitud mayor a 6, en la escala Richter, profundidad y placa donde se generaron, los datos corresponden a registros obtenidos en el territorio mexicano durante el periodo de 1900 a 2012. El movimiento de tres placas tectónicas: La de Norteamérica, la del Pacífico y la placa de Cocos producen un importante número de terremotos al año, así como una importante actividad volcánica.

En México los temblores que se consideran como de mayor importancia son los denominados de subducción, ya que son los que se generan a una mayor profundidad y con magnitudes importantes para causar daños importantes en las estructuras.

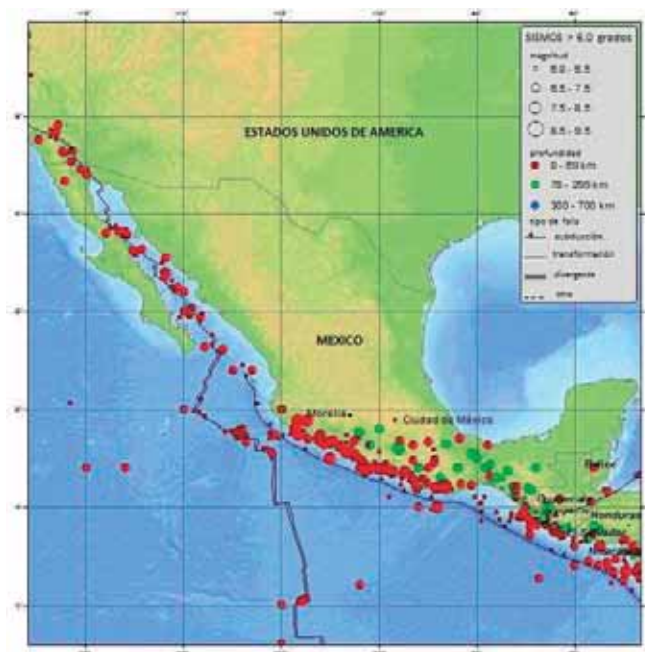


Figura 41.-Sismicidad de México durante el periodo de 1900-2012 (US Geological Survey).

---

Este tipo de temblores se originan en una zona comprendida entre el Golfo de Tehuantepec y el estado de Jalisco en la frontera con el Océano Pacífico. El fondo del suelo marino frente al sureste de México es un material relativamente denso pero posee un espesor menor que el de la placa de Norteamérica, en donde se encuentra la mayor parte de la masa continental del país, lo que provoca que la placa de Cocos se hunda dentro de la placa de Norteamérica. De acuerdo con la sismicidad histórica de la región, esta zona se ha dividido en 13 sub-zonas que se mueven independientemente entre sí y que originan los temblores que con mayor magnitud y frecuencia se originan en la República Mexicana.

Existe otra placa en esta zona, llamada Placa de la Rivera, de tamaño mucho inferior y con una tasa de desplazamiento más baja que la Placa de Cocos. A pesar de lo anterior, en la zona de contacto entre la Placa de la Rivera y la Placa de Norteamérica se originó el temblor que se considera el de mayor magnitud en la historia sísmica reciente del país, ya que en 1932 se produjo en las costas de Jalisco un sismo con magnitud estimada entre 8.2 y 8.4 grados en la escala de Richter (US Geological Survey).

Por otra parte se tiene el temblor del 19 de septiembre de 1985 con epicentro frente a las costas de Michoacán que ha registrado mayores pérdidas económicas y humanas en el país. Debido a que es importante considerar las acciones sísmicas durante el proceso de diseño de una estructura, por los efectos a que éstas se pueden ver sujetas ante la ocurrencia de sismos de magnitud importante, es que se eligieron para el desarrollo de este trabajo señales sísmicas de acelerogramas registrados en esta región. La figura 42 muestra los epicentros de los registros considerados, y la figura 43 muestra la ubicación de las estaciones de donde se obtuvo dicha información.



Figura 42.- Epicentros de los terremotos analizados, nombrados por fecha.



Figura 43.- Ubicación de las estaciones en donde se registraron los acelerogramas estudiados cerca de la costa de Michoacán y Guerrero, y en la Ciudad de México.

#### 4.1.2.- EXCITACIONES SÍSMICAS USADAS EN EL ANÁLISIS DE PILAS

Para este estudio se emplearon señales de acelerogramas procedentes de 9 terremotos, con magnitudes superiores de 5.4 grados en la escala Richter y que ocurrieron durante el periodo de 1976 hasta 1999, incluyendo el sismo de septiembre de 1985 y algunas de sus réplicas. Dichas señales se midieron en 13 estaciones acelerométricas, las cuales para su análisis se han dividido en dos grupos como función del tipo de suelo sobre el cual se encuentran instalados los acelerógrafos, así se tienen: a) terreno tipo I (roca, suelo duro, material denso) cuyos datos se muestran la tabla 12, y b) terreno tipo II (arcilla, suelo blando, material compresible) cuyas descripciones se muestran en la tabla 13.

Los acelerogramas registrados en terreno tipo I se muestran en la figura 44, estos fueron analizados con el programa SeismoSignal<sup>®</sup> de donde se obtuvieron sus espectros de respuesta. De igual manera se obtuvieron los acelerogramas correspondientes al terreno tipo II que se muestran en la figura 45. Adicionalmente, las figuras 46 y 47 muestran los espectros de respuesta correspondientes a las señales registradas en terreno tipo I y terreno tipo II, respectivamente. La tabla 14 presenta la pseudoaceleración máxima y periodo dominante de las señales utilizadas.

Tabla 12.- Registros acelerográficos registrados en suelo tipo I  
(Instituto de Ingeniería, UNAM)

Nombre de la señal	Magnitud (Ms)	Fecha y hora	Localización del Epicentro	Profundidad del foco (km)	Localización de la Estación	Altitud (msm)	Tipo de suelo
Aeropuerto Zihuatanejo	7.6	21-sep-85 01:37:18	18.021 N 101.479 W	15	17.603 N 101.455 W	20	Roca
Caleta	7.0	30-abr-86 07:07:19	18.024 N 103.057	20	18.073 N 102.755 W	10	Roca
Ocotito	7.2	14-sep-95 14:04:30	16.310 N 98.88W	22	17.25 N 99.511 W	700	Roca
Papanao	7.6	21-sep-85 01:37:18	18.021 N 101.479 w	15	17.328 N 101.04 W	30	Roca
Suchil	7.6	21-sep-85 01:37:18	18.021 N 101.479 w	15	17.226 N 100.642 W	30	Roca
Las Vigas	7.2	14-sep-95 01:37:18	16.310 N 98.88W	22	16.757 N 99.236 W	30	Roca
Villita 85	8.1	19-sep-85 13:17:42	18.081 N 102.942 W	15	18.016 N 102.205 W	60	Roca
Villita 97	6.9	11-ene-97 20:28:27	17.91 N 103.04 W	16	18.016 N 102.205 W	60	Roca

Tabla 13.- Registros acelerográficos registrados en suelo tipo II.  
(Instituto de Ingeniería, UNAM)

Nombre de la señal	Magnitud (Ms)	Fecha y hora	Epicentro	Profundidad (km)	Estación	Altitud (msm)	Tipo de suelo
Aeropuerto México	7.2	14-sep-95 14:04:30	16.31 N 98.88W	22	19.429 N 99.058 W	2232	Arcilla (zona lago)
Apatlaco	7.5	30-sep-99 16:31:14	15.95 N 97.03W	16	19.381 N 99.107 W	2232	Arcilla (zona lago)
Cayaco	8.1	19-sep-85 13:17:42	18.081 N 102.942 W	15	17.045 N 100.266 W	10	Suelo blando
Edificio Jalapa	7.5	30-sep-99 16:31:14	15.95 N 97.03 W	16	19.423 N 99.159 W	2240	Suelo blando
SCT19906	6.5	15-jun-99 20:42:07	18.18 N 97.15 W	69	19.393 N 99.147 W	2240	Arcilla
San Simon 89	6.9	25-abr-89 14:29:00	16.603 N 99.4 W	19	19.375 N 99.148 W	2233	Suelo blando
San Simon 99	5.4	15-jun-99 20:42:07	18.18 N 97.15 W	19	19.375 N 99.148 W	2233	Suelo blando
Sismex	7.0	14-mar-79 11:07:14	17.49 N 101.26 W	28	19.343 N 99.147 W	2240	Arcilla
Villa del Mar	6.9	25-abr-89 14:29:00	16.603 N 99.4 W	19	19.381 N 99.125 W	2234	Suelo blando

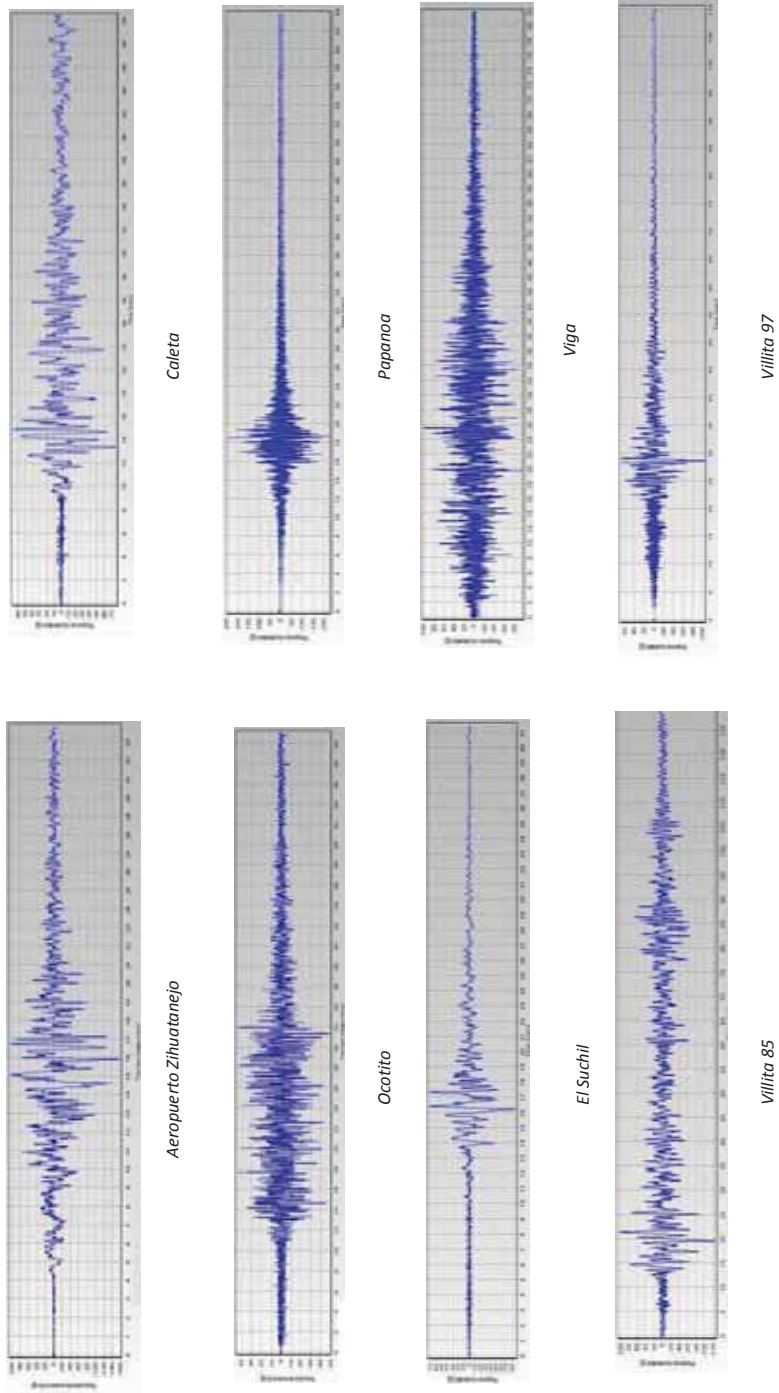


Figura 44.- Acelerogramas registrados sobre terreno tipo I.

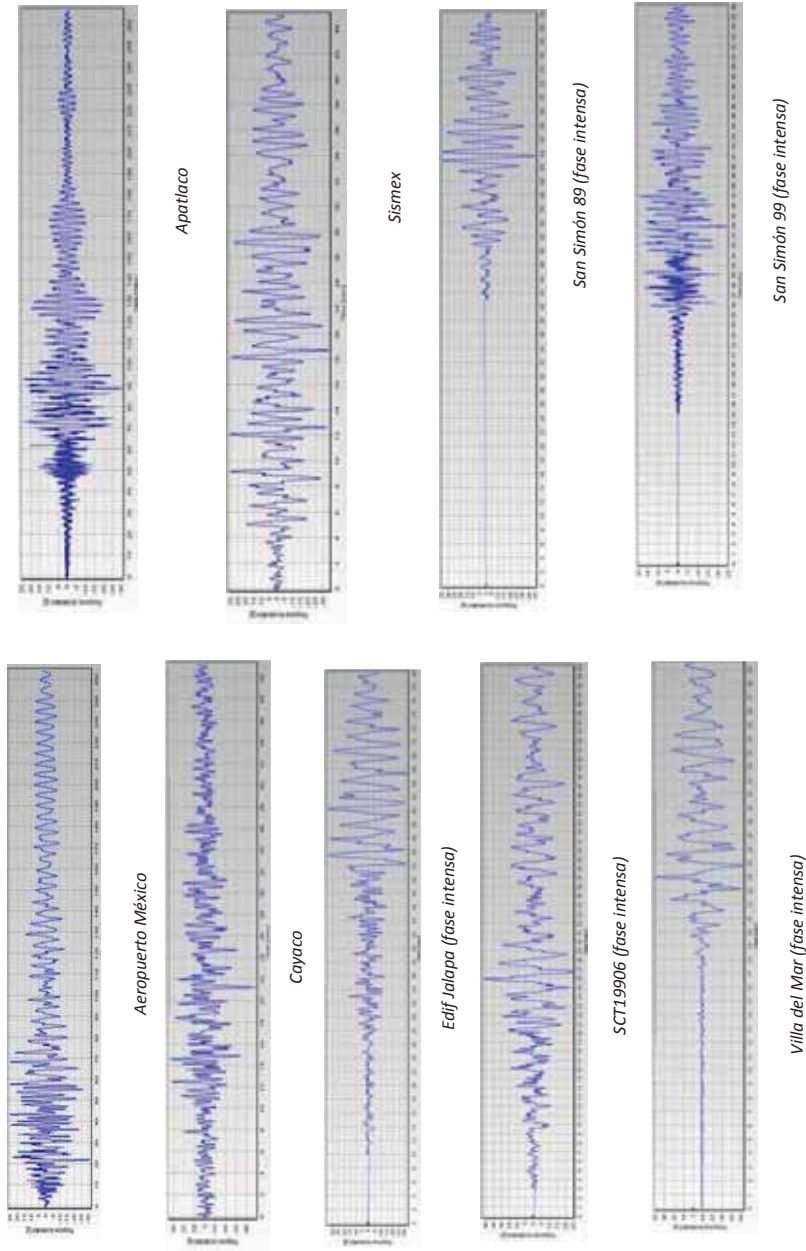


Figura 45.- Acelerogramas registrados sobre terreno tipo II



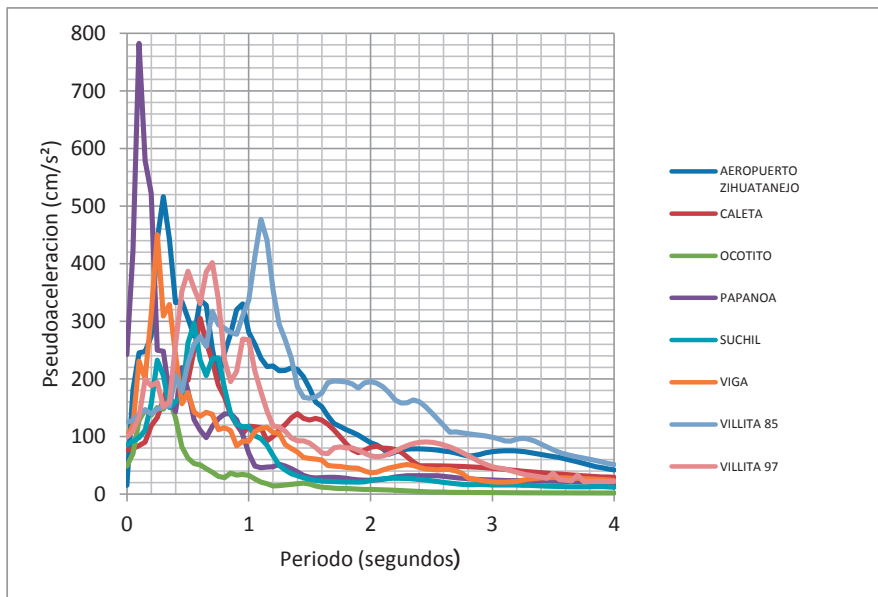


Figura 46.- Espectros de respuesta de aceleración para las señales registradas en terreno tipo I.

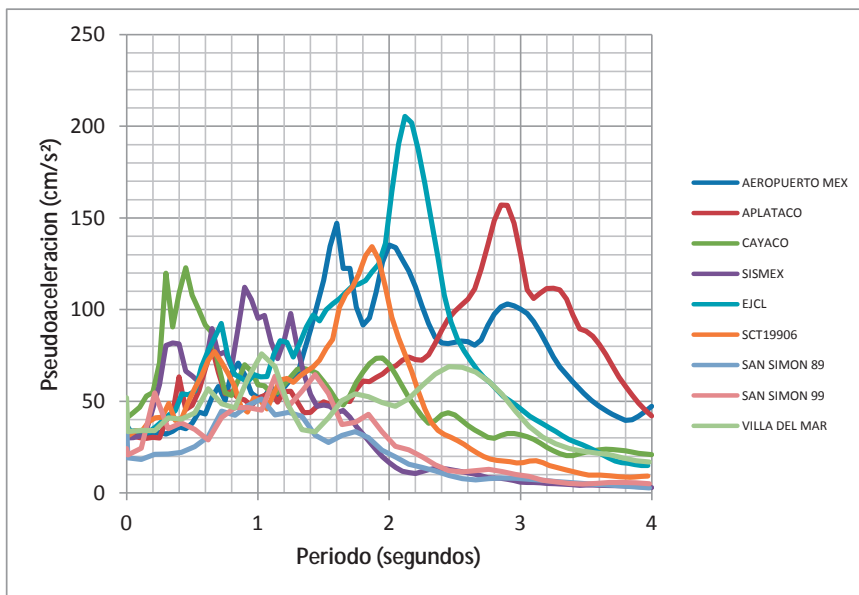


Figura 47.- Espectros de respuesta de aceleración para las señales registradas en terreno tipo II.

Figura 48

Tabla 14.- Características de las señales sísmicas utilizadas en el estudio

Tipo de suelo	Señal sísmica	Magnitud (Ms)	Pseudoaceleración Máxima (cm/s <sup>2</sup> )	Periodo Dominante (segundos)
I	Aeropuerto Zihuatanejo	7.6	516.44	0.3
	El Suchil	7.6	296.23	0.55
	Villita 85	8.1	477.27	1.1
	Villita 97	6.9	402.14	0.7
	Viga	7.2	450.57	0.25
	Ocotito	7.2	164.42	0.35
	Caleta	7.0	350.26	0.1
II	Aeropuerto México	7.2	147.06	1.6
	Apatlaco	7.5	157.13	2.85
	Cayaco	8.1	122.49	0.5-2.0
	Edif Jalapa	7.5	400.25	2.12
	SCT 19906	6.5	134.37	1.87
	San Simón 89	6.9	51.23	1.03-1.8
	San Simón 99	5.4	64.53	1.44
	Sismex	7.0	122.27	0.9-1.6
	Villa del Mar	6.9	75.9	1.63

#### 4.2.- RESPUESTA DINÁMICA CONSIDERANDO LOS EFECTOS DE ISE.

##### 4.2.1.- CONSIDERANDO UN SOLO ESTRATO DE SUELO.

Las figuras 48 a 55 muestran la respuesta de la pila de cimentación ante las excitaciones sísmicas registradas en terreno tipo I considerando que la pila se encuentra cimentada en un solo estrato de suelo, cada grafica corresponde a una excitación diferente mostrando en el eje de las abscisas el valor del momento flexionante (en unidades de Newton-metro) y en el eje de las ordenadas los casos de estudio del 1 al 5 que se muestran en la tabla 10. Para cada caso aparece representado en color azul el momento flexionante en el fondo de la pila (MFB), en guinda el momento flexionante en la cabeza de la pila (MFC) y en verde el momento flexionante debido a la columna (MF). De igual manera las figuras 56 a 64 representan la respuesta del sistema considerando un solo estrato de suelo ante excitaciones sísmicas registradas en terreno tipo II. Las gráficas muestran en el eje de las abscisas el valor del momento flexionante (en unidades de Newton-metro) y en el eje de las ordenadas los 5 casos de estudio y sus correspondientes MFB, MFC y MF.

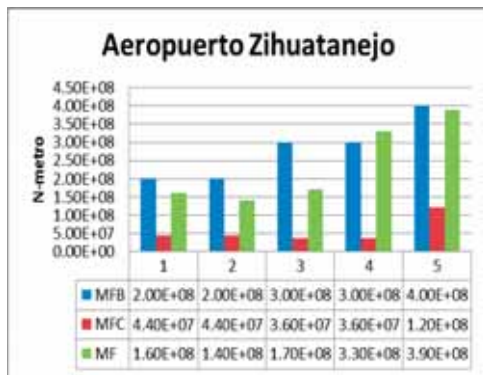


Figura 48

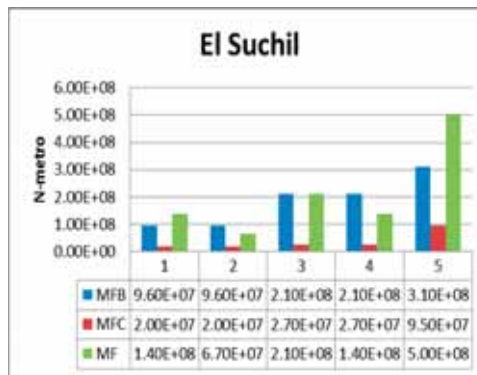


Figura 49

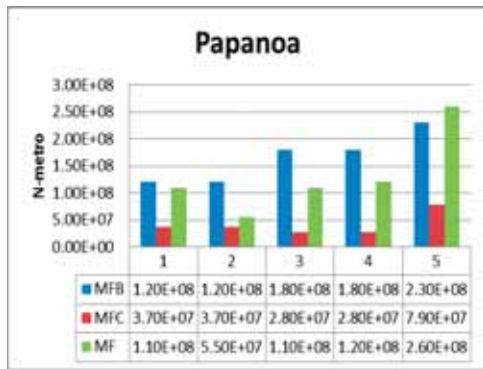


Figura 50

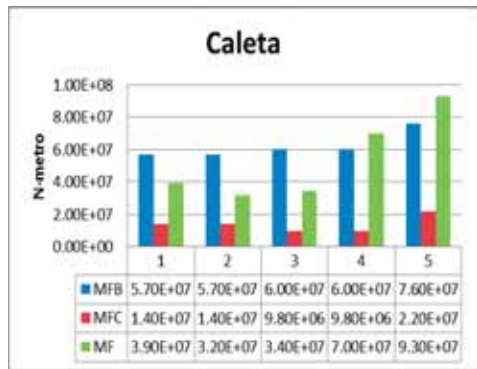


Figura 51

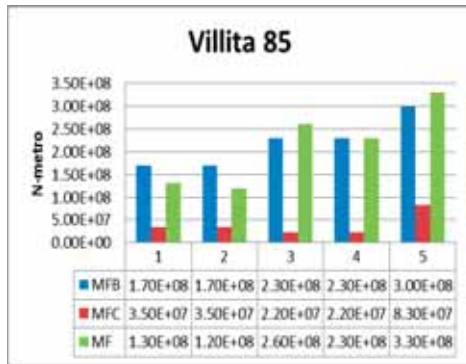


Figura 52



Figura 53

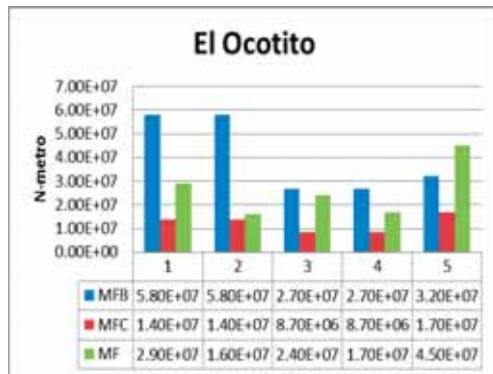


Figura 54

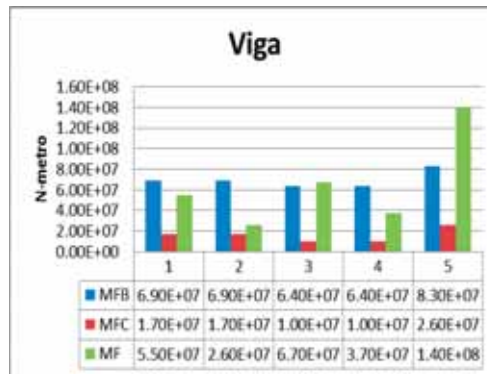


Figura 55

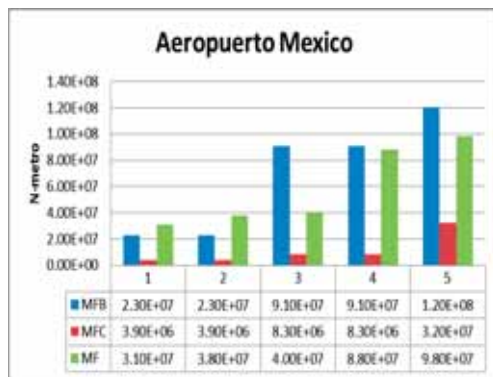


Figura 56

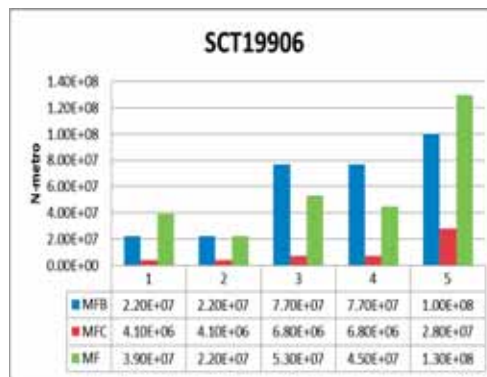


Figura 57

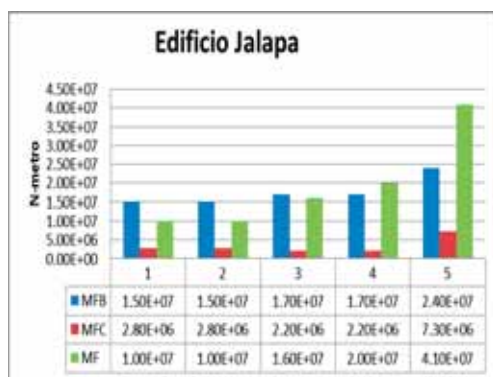


Figura 58

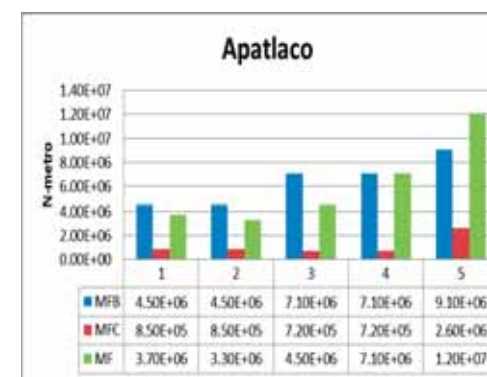


Figura 59

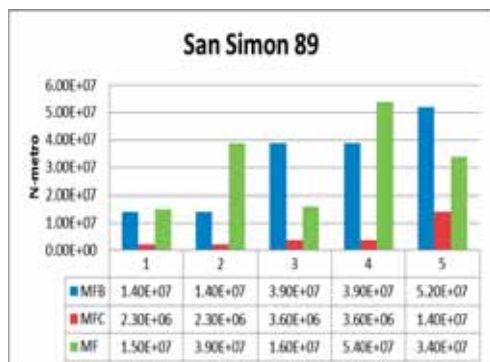


Figura 60

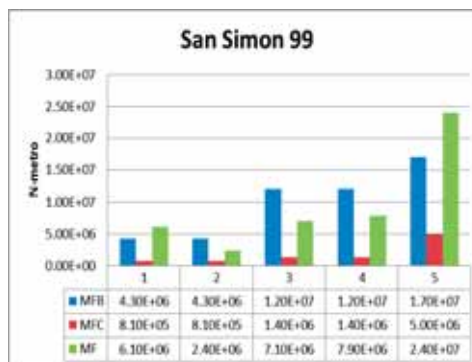


Figura 61

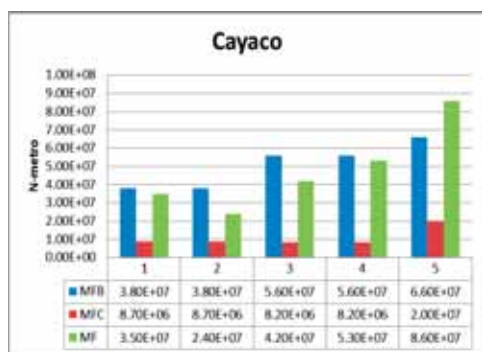


Figura 62

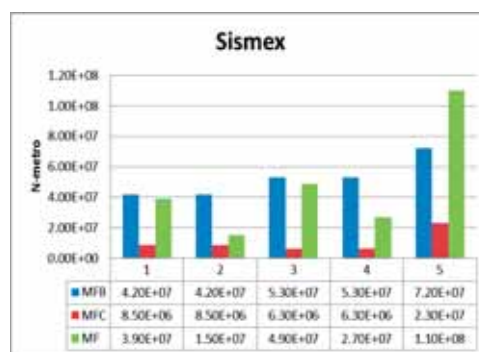


Figura 63

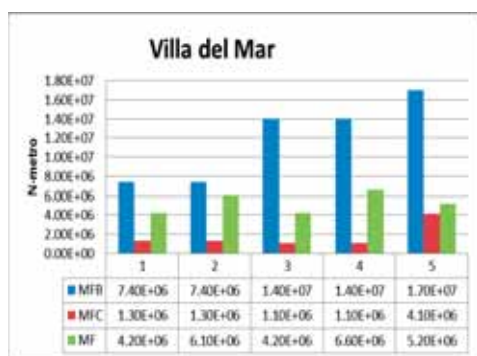


Figura 64

#### 4.2.2- CONSIDERANDO DOS ESTRATOS DE SUELO Y UNA BASE FIJA.

Las tablas 15 y 16 presentan la respuesta de la pila ante señales localizadas en terreno tipo I y tipo II, respectivamente; considerando dos estratos de suelo de diferente rigidez y una base de pila fija (empotramiento perfecto), los valores de los MFB y MFC se presentan en Newton-metro.

TABLA 15.- Respuesta del sistema considerando señales registradas en terreno tipo I y una base fija en la pila.

v2/v1	CASO 1				CASO 2			
	Caleta		Papanoa		Caleta		Papanoa	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	8.60E+04	2.00E+07	3.70E+05	4.10E+07	2.90E+05	1.10E+08	3.80E+05	1.40E+08
3	4.20E+05	2.40E+07	1.50E+06	4.40E+07	1.00E+06	9.70E+07	1.50E+06	1.30E+08
5	1.70E+06	2.80E+07	5.00E+06	4.80E+07	3.70E+06	7.90E+07	5.10E+06	1.10E+08
7.5	5.00E+06	3.00E+07	1.30E+07	4.70E+07	9.40E+06	7.20E+07	1.30E+07	1.10E+08
10	9.90E+06	3.00E+07	2.50E+07	4.60E+07	1.80E+07	6.90E+07	2.50E+07	1.10E+08
20	4.80E+08	3.00E+07	1.10E+08	4.50E+07	8.40E+07	6.80E+07	1.20E+08	1.10E+08
100	1.40E+09	3.10E+07	3.30E+09	4.50E+07	2.40E+09	6.70E+07	3.30E+09	1.10E+08
v2/v1	Viga		Villita 97		Viga		Villita 97	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
	2	2.20E+05	2.20E+07	5.70E+05	5.90E+07	2.30E+05	1.50E+08	6.00E+05
3	6.40E+05	2.30E+07	1.40E+06	5.60E+07	6.50E+05	9.20E+07	1.50E+06	1.50E+08
5	2.70E+06	2.60E+07	4.60E+06	5.30E+07	2.70E+06	8.30E+07	4.70E+06	1.10E+08
7.5	7.30E+06	3.00E+07	1.20E+07	6.00E+07	7.10E+06	8.00E+07	1.30E+07	1.10E+08
10	1.40E+07	3.10E+07	2.50E+07	6.20E+07	1.40E+07	7.80E+07	2.60E+07	1.10E+08
20	6.60E+07	3.20E+07	1.20E+08	6.50E+07	6.70E+07	7.70E+07	1.30E+08	1.10E+08
100	1.90E+09	3.20E+07	3.60E+09	6.60E+07	1.90E+09	7.60E+07	3.70E+09	1.10E+08
v2/v1	Ocotito		El Suchil		Ocotito		El Suchil	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
	2	2.10E+05	2.90E+07	6.00E+05	3.60E+07	2.20E+05	7.80E+07	6.30E+05
3	8.10E+05	3.50E+07	1.10E+06	3.80E+07	8.30E+05	7.80E+07	1.10E+06	1.60E+08
5	3.30E+06	3.50E+07	3.40E+06	3.50E+07	3.30E+06	6.50E+07	3.40E+06	1.20E+08
7.5	8.70E+06	3.70E+07	9.80E+06	4.10E+07	8.70E+06	6.50E+07	9.10E+06	1.20E+08
10	1.70E+07	4.70E+07	1.90E+07	4.10E+07	1.70E+07	6.60E+07	1.90E+07	1.20E+08
20	7.80E+07	4.70E+07	8.90E+07	4.10E+07	8.00E+07	6.50E+07	8.20E+07	1.20E+08
100	2.20E+09	3.80E+07	2.30E+09	3.50E+07	2.30E+09	6.40E+07	2.50E+09	1.20E+08
v2/v1	Villita 85		Aerop. Zihuatanejo		Villita 85		Aerop. Zihuatanejo	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
	2	7.60E+04	6.00E+07	6.30E+05	6.30E+07	1.90E+06	2.60E+08	6.50E+05
3	1.80E+06	5.20E+07	2.30E+06	6.60E+07	1.90E+06	2.60E+08	2.40E+06	2.60E+08
5	7.00E+06	5.20E+07	6.40E+06	8.40E+07	7.00E+06	2.10E+08	6.60E+06	2.10E+08
7.5	1.80E+07	5.20E+07	1.80E+07	9.00E+07	1.80E+07	2.00E+08	1.90E+07	2.10E+08
10	3.50E+07	5.20E+07	3.60E+07	9.10E+07	3.50E+07	2.00E+08	3.70E+07	2.10E+08
20	1.60E+08	5.10E+07	1.70E+08	9.20E+07	1.60E+08	2.00E+08	1.80E+08	2.10E+08
100	4.70E+09	5.00E+07	4.90E+09	9.20E+07	4.70E+09	1.90E+08	5.10E+09	2.10E+08

TABLA 15.- Respuesta del sistema considerando señales registradas en terreno tipo I y una base fija en la pila. (Continuación)

v2/v1	CASO 3				CASO 4			
	Caleta		Papanoa		Caleta		Papanoa	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	9.30E+04	1.90E+07	1.30E+05	1.70E+07	7.70E+04	4.40E+07	8.60E+04	6.10E+07
3	3.20E+05	2.10E+07	5.00E+05	1.90E+07	2.90E+05	4.60E+07	3.50E+05	6.10E+07
5	1.70E+05	3.10E+07	2.80E+06	3.40E+07	1.10E+06	4.70E+07	1.30E+06	6.10E+07
7.5	5.00E+06	2.30E+07	7.50E+06	2.50E+07	3.10E+06	3.40E+07	3.50E+06	6.20E+07
10	7.60E+06	2.10E+07	1.30E+07	2.30E+07	6.00E+06	3.40E+07	6.90E+06	6.20E+07
20	2.60E+07	1.80E+07	4.80E+07	1.90E+07	2.90E+07	3.30E+07	3.20E+07	6.10E+07
100	6.90E+08	1.60E+07	1.20E+09	1.60E+07	8.70E+08	3.30E+07	9.90E+08	6.20E+07
v2/v1	Viga		Villita 97		Viga		Villita 97	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
	2	7.30E+04	1.20E+07	1.30E+05	2.30E+07	6.70E+04	3.80E+07	1.80E+05
3	3.10E+05	1.70E+07	5.20E+05	4.30E+07	2.80E+05	4.20E+07	5.60E+05	5.40E+07
5	1.20E+06	2.00E+07	3.90E+06	4.70E+07	1.00E+06	3.50E+07	2.10E+06	5.70E+07
7.5	3.70E+06	1.60E+07	5.80E+06	3.20E+07	2.60E+06	3.20E+07	5.50E+06	5.60E+07
10	6.60E+06	1.80E+07	1.00E+07	3.40E+07	5.00E+06	3.10E+07	1.10E+07	5.60E+07
20	2.90E+07	1.50E+07	4.70E+07	3.40E+07	2.40E+07	3.00E+07	5.10E+07	5.60E+07
100	7.60E+08	1.30E+07	1.30E+09	3.20E+07	7.10E+08	3.00E+07	1.60E+09	5.50E+07
v2/v1	Ocotito		El Suchil		Ocotito		El Suchil	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
	2	8.10E+04	1.30E+07	1.00E+05	1.50E+07	4.10E+04	3.10E+07	1.10E+05
3	2.30E+05	1.80E+07	7.20E+06	2.30E+07	1.20E+05	2.40E+07	2.70E+05	9.60E+07
5	1.70E+06	3.00E+07	2.60E+06	2.10E+07	3.10E+05	2.00E+07	1.20E+06	8.20E+07
7.5	4.20E+06	2.10E+07	4.10E+06	1.60E+07	7.60E+05	1.80E+07	3.40E+06	8.00E+07
10	8.10E+06	2.10E+07	6.90E+06	1.40E+07	1.50E+06	1.70E+07	6.80E+06	7.90E+07
20	3.20E+07	1.80E+07	2.80E+07	1.30E+07	6.90E+06	1.70E+07	3.30E+07	7.90E+07
100	8.30E+08	1.60E+07	7.70E+08	1.20E+07	2.10E+08	1.70E+07	1.00E+09	7.90E+07
v2/v1	Villita 85		Aerop. Zihuatanejo		Villita 85		Aerop. Zihuatanejo	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
	2	1.60E+05	2.70E+07	2.70E+05	4.30E+07	3.00E+05	1.20E+08	4.80E+05
3	7.60E+05	3.30E+07	8.40E+05	5.70E+07	8.30E+05	1.00E+08	1.50E+06	1.40E+08
5	3.90E+06	3.00E+07	4.10E+06	5.80E+07	3.40E+06	1.00E+08	5.10E+06	1.30E+08
7.5	8.60E+06	3.00E+07	9.80E+06	5.50E+07	9.30E+06	9.80E+07	1.30E+07	1.20E+08
10	1.50E+07	2.70E+07	1.40E+07	5.00E+07	1.80E+07	9.70E+07	2.60E+07	1.20E+08
20	6.00E+07	2.50E+07	5.40E+07	4.00E+07	8.70E+07	9.70E+07	1.20E+08	1.20E+08
100	1.60E+09	2.40E+07	1.50E+09	3.40E+07	2.60E+09	9.60E+07	3.70E+09	1.20E+08

Puesto que todas las señales se comportaron de una forma similar, se optó por mostrar sus respectivos resultados por caso en las figuras 65, 66, 67 y 68, la gráfica de todas las señales del terreno tipo I se muestra en la figura 69; en las figuras 70,71, 72 y 73 se muestran las respuestas por caso de las señales del terreno tipo II, y en la figura 74 se muestran todas sus respuestas en conjunto.

TABLA 16.- Respuesta del sistema considerando señales registradas en terreno tipo II y una base fija en la pila.

CASO 1						
v2/v1	Aeropuerto México		Aplataco		Cayaco	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	1.00E+05	4.90E+06	7.50E+04	4.30E+06	1.20E+05	1.70E+07
3	3.20E+05	4.30E+06	2.80E+05	6.10E+06	4.40E+05	1.80E+07
5	1.10E+06	3.80E+06	1.30E+06	9.30E+06	1.50E+06	1.90E+07
7.5	3.00E+06	4.00E+06	3.80E+06	1.10E+07	3.80E+06	1.90E+07
10	5.80E+06	3.80E+06	7.60E+06	1.10E+07	7.50E+06	1.90E+07
20	2.80E+07	4.10E+06	3.60E+07	1.10E+07	3.60E+07	1.90E+07
100	8.00E+08	4.10E+06	1.00E+09	1.10E+07	1.00E+09	1.90E+07
v2/v1	Edif Jalapa		San Simón 89		San Simón 99	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	8.30E+04	5.30E+06	9.60E+04	6.30E+06	9.60E+04	7.30E+06
3	2.90E+05	7.10E+06	3.70E+05	8.60E+06	3.30E+05	8.20E+06
5	1.10E+06	7.70E+06	1.10E+06	8.20E+06	1.10E+06	7.70E+06
7.5	2.60E+06	7.00E+06	2.80E+06	8.20E+06	2.90E+06	7.40E+06
10	5.00E+06	6.70E+06	5.40E+06	8.20E+06	5.60E+06	7.30E+06
20	2.30E+07	6.50E+06	2.50E+07	8.20E+06	2.60E+07	7.30E+06
100	6.50E+08	6.50E+06	7.20E+08	8.20E+06	7.30E+08	7.20E+06
v2/v1	SCT19906		Sismex		Villa del Mar	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	1.10E+05	6.20E+06	2.20E+05	1.50E+07	8.50E+04	5.50E+06
3	2.80E+05	5.20E+06	7.60E+05	1.40E+07	3.40E+05	6.70E+06
5	1.00E+06	5.80E+06	2.00E+06	1.40E+07	1.20E+06	6.80E+06
7.5	2.50E+06	5.60E+06	4.50E+06	1.30E+07	2.90E+06	6.40E+06
10	4.90E+06	5.40E+06	8.30E+06	1.30E+07	5.50E+06	6.30E+06
20	2.30E+07	5.30E+06	3.90E+07	1.20E+07	2.50E+07	6.10E+06
100	6.60E+08	5.30E+06	1.10E+09	1.20E+07	7.20E+08	6.10E+06
CASO 2						
v2/v1	Aeropuerto México		Aplataco		Cayaco	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	1.00E+05	3.10E+07	7.70E+04	6.40E+07	1.40E+05	4.90E+07
3	3.10E+05	2.10E+07	2.80E+05	4.90E+07	4.60E+05	4.70E+07
5	1.10E+06	2.00E+07	1.30E+06	4.30E+07	1.60E+06	4.00E+07
7.5	2.90E+06	1.90E+07	3.80E+06	4.00E+07	4.00E+06	4.00E+07
10	5.70E+06	1.90E+07	7.60E+06	3.80E+07	8.00E+06	4.00E+07
20	2.80E+07	1.80E+07	3.60E+07	3.70E+07	3.80E+07	4.00E+07
100	7.90E+08	1.80E+07	1.00E+09	3.60E+07	1.10E+09	4.00E+07



TABLA 16.- Respuesta del sistema considerando señales registradas en terreno tipo II y una base fija en la pila. (Continuación)

v2/v1	Edif Jalapa		San Simón 89		San Simón 99	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	8.40E+04	5.50E+07	9.60E+04	4.30E+07	1.00E+05	6.50E+07
3	2.90E+05	3.60E+07	3.60E+05	3.30E+07	3.50E+05	4.00E+07
5	1.10E+06	3.10E+07	1.00E+06	2.80E+07	1.20E+06	3.30E+07
7.5	2.60E+06	3.10E+07	2.70E+06	2.60E+07	3.00E+06	3.20E+07
10	5.00E+06	3.10E+07	5.30E+06	2.60E+07	5.70E+06	3.20E+07
20	2.30E+07	3.10E+07	2.50E+07	2.50E+07	2.70E+07	3.20E+07
100	6.50E+08	3.10E+07	7.10E+08	2.50E+07	7.65E+08	3.20E+07
v2/v1	SCT19906		Sismex		Villa del Mar	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	1.20E+05	6.70E+07	2.20E+05	1.20E+08	8.90E+04	2.90E+07
3	2.80E+05	4.60E+07	7.80E+05	9.20E+07	3.70E+05	2.90E+07
5	9.80E+05	4.00E+07	2.00E+06	6.50E+07	1.20E+06	2.20E+07
7.5	2.50E+06	3.80E+07	4.50E+06	5.70E+07	2.90E+06	2.00E+07
10	4.90E+06	3.70E+07	8.40E+06	5.50E+07	5.50E+06	2.00E+07
20	2.30E+07	3.70E+07	4.00E+07	5.30E+07	2.60E+07	1.90E+07
100	6.60E+08	3.70E+07	1.10E+09	5.30E+07	7.20E+08	1.90E+07
CASO 3						
v2/v1	Aeropuerto México		Aplataco		Cayaco	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	4.40E+04	6.80E+06	4.00E+04	6.10E+06	5.50E+04	8.80E+06
3	1.40E+05	3.80E+06	1.50E+05	5.60E+06	1.60E+05	1.20E+07
5	4.30E+05	4.00E+06	5.40E+05	5.40E+06	7.20E+05	1.60E+07
7.5	9.60E+05	3.20E+06	1.50E+06	6.90E+06	2.10E+06	8.80E+06
10	1.60E+06	3.20E+06	3.30E+06	7.90E+06	3.50E+06	8.80E+06
20	6.90E+06	3.30E+06	1.50E+07	7.30E+06	1.40E+07	7.50E+06
100	2.10E+08	3.00E+06	4.00E+08	6.20E+06	3.70E+08	7.00E+06
v2/v1	Edif Jalapa		San Simón 89		San Simón 99	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	2.60E+04	3.40E+06	3.60E+04	5.70E+06	3.40E+04	5.90E+06
3	1.30E+05	3.60E+06	1.70E+05	5.40E+06	2.50E+05	8.70E+06
5	5.00E+05	4.60E+06	4.90E+05	5.30E+06	8.20E+05	9.60E+06
7.5	1.50E+06	4.50E+06	1.10E+06	3.50E+06	1.40E+06	4.10E+06
10	2.40E+06	3.80E+06	1.60E+06	3.10E+06	2.40E+06	4.10E+06
20	3.30E+07	3.00E+06	6.70E+06	2.90E+06	8.90E+06	4.00E+06
100	8.50E+08	2.80E+06	1.90E+08	2.60E+06	2.40E+08	3.50E+06

TABLA 16.- Respuesta del sistema considerando señales registradas en terreno tipo II y una base fija en la pila. (Continuación)

v2/v1	SCT19906		Sismex		Villa del Mar	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	3.30E+04	5.30E+06	3.70E+04	5.10E+06	2.50E+04	3.50E+06
3	1.90E+05	6.20E+06	2.00E+05	9.20E+06	7.60E+04	2.90E+06
5	5.60E+05	4.20E+06	1.30E+06	8.10E+06	5.70E+05	3.90E+06
7.5	1.20E+06	3.90E+06	3.30E+06	9.10E+06	1.40E+06	4.30E+06
10	2.10E+06	4.10E+06	4.80E+06	7.30E+06	2.20E+06	3.80E+06
20	7.70E+06	3.70E+06	1.50E+07	5.60E+06	8.10E+06	3.30E+06
100	2.20E+08	3.30E+06	3.60E+08	5.10E+06	2.20E+08	2.90E+06
CASO 4						
v2/v1	Aeropuerto México		Aplataco		Cayaco	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	1.60E+05	2.40E+07	2.00E+04	1.80E+07	4.80E+04	2.70E+07
3	4.60E+05	2.50E+07	6.30E+04	1.70E+07	1.60E+05	2.50E+07
5	1.50E+06	2.30E+07	2.60E+05	1.60E+07	5.30E+05	2.70E+07
7.5	4.00E+06	2.40E+07	6.90E+05	1.60E+07	1.40E+06	2.70E+07
10	7.90E+06	2.40E+07	1.40E+06	1.60E+07	2.90E+06	2.70E+07
20	3.80E+07	2.40E+07	6.50E+06	1.50E+07	1.40E+07	2.70E+07
100	1.20E+09	2.40E+07	2.00E+08	1.50E+07	4.20E+08	2.70E+07
v2/v1	Edif Jalapa		San Simón 89		San Simón 99	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	5.30E+04	2.20E+07	2.20E+05	5.00E+07	3.20E+04	3.50E+07
3	1.90E+05	2.10E+07	7.30E+05	5.20E+07	7.90E+04	3.40E+07
5	6.30E+05	2.00E+07	2.30E+06	4.30E+07	3.00E+05	2.90E+07
7.5	1.70E+06	2.00E+07	5.70E+06	4.00E+07	8.20E+05	2.90E+07
10	3.20E+06	2.10E+07	1.10E+07	3.90E+07	1.60E+06	2.90E+07
20	1.50E+07	2.10E+07	1.50E+07	3.50E+07	7.90E+06	2.90E+07
100	4.20E+07	2.10E+07	1.50E+09	3.80E+07	2.40E+08	2.90E+07
v2/v1	SCT19906		Sismex		Villa del Mar	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	1.30E+05	2.90E+07	3.10E+04	3.10E+07	7.20E+04	1.30E+07
3	3.90E+05	2.60E+07	8.60E+04	2.80E+07	2.20E+05	1.40E+07
5	1.40E+06	2.50E+07	2.80E+05	2.20E+07	8.20E+05	1.30E+07
7.5	3.70E+06	2.40E+07	7.10E+05	2.00E+07	2.20E+06	1.30E+07
10	7.20E+06	2.40E+07	1.40E+06	1.90E+07	4.20E+06	1.30E+07
20	3.40E+07	2.40E+07	6.40E+06	1.90E+07	2.00E+07	1.30E+07
100	1.00E+09	2.40E+07	1.90E+08	1.90E+07	6.10E+08	1.20E+07

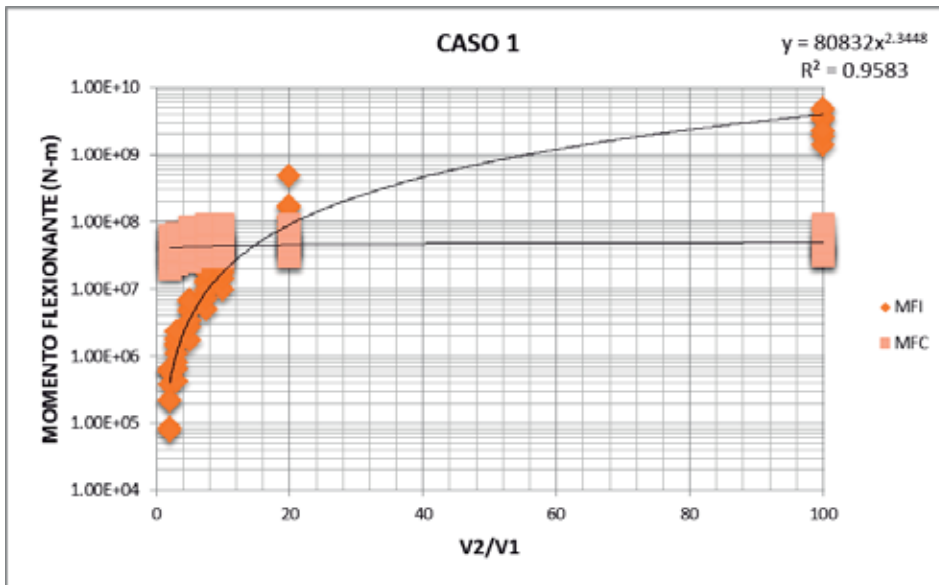


Figura 65.- Respuestas de la pila para el caso 1 considerando el cambio de rigidez con señales del terreno tipo I

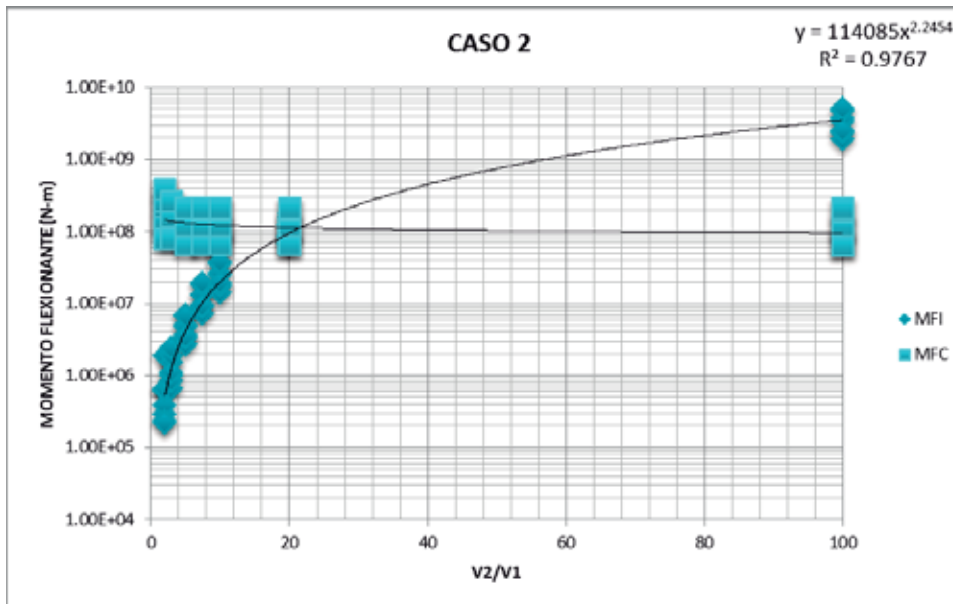


Figura 66.- Respuestas de la pila para el caso 2 considerando el cambio de rigidez con señales del terreno tipo I

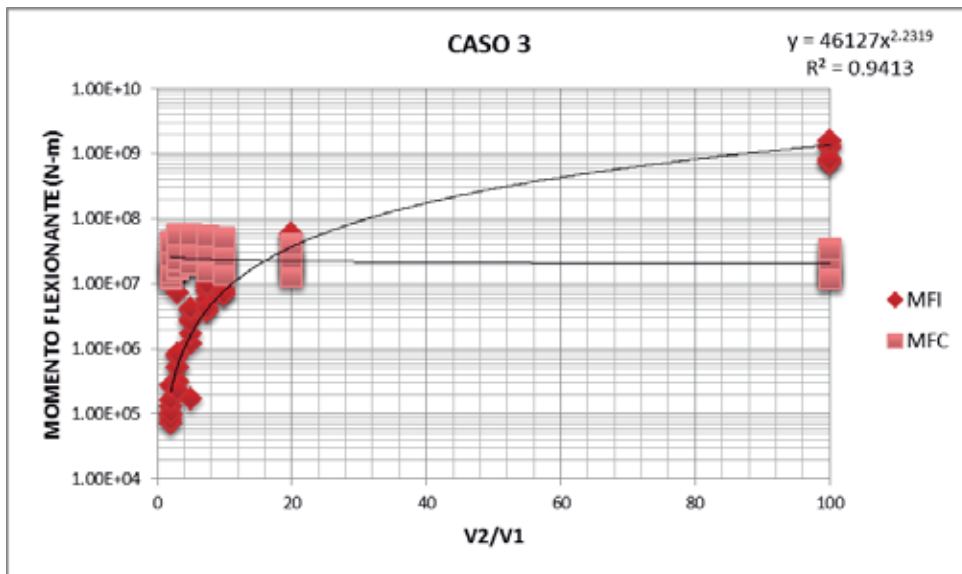


Figura 67.- Respuestas de la pila para el caso 3 considerando el cambio de rigidez con señales del terreno tipo I

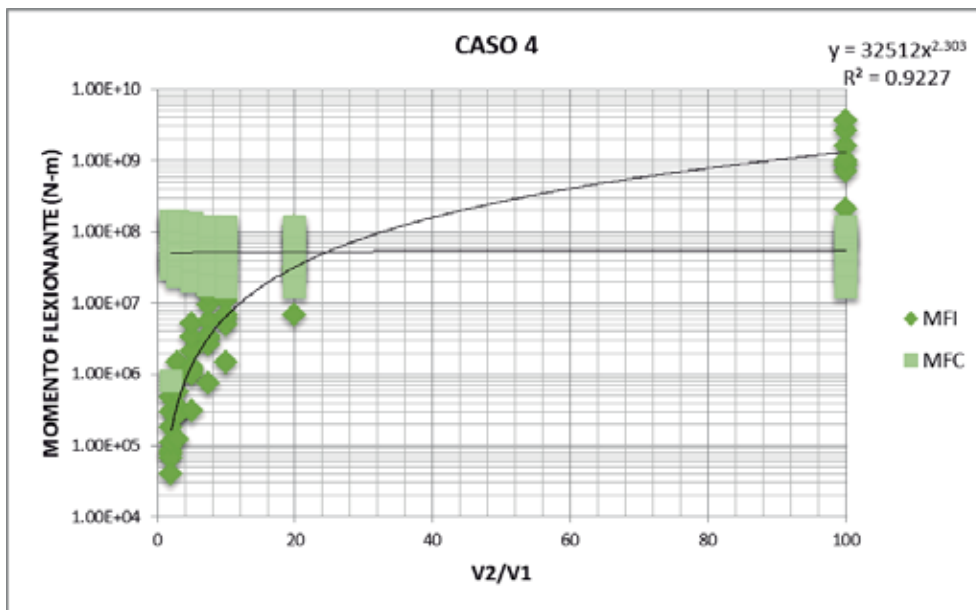


Figura 68.- Respuestas de la pila para el caso 4 considerando el cambio de rigidez con señales del terreno tipo I

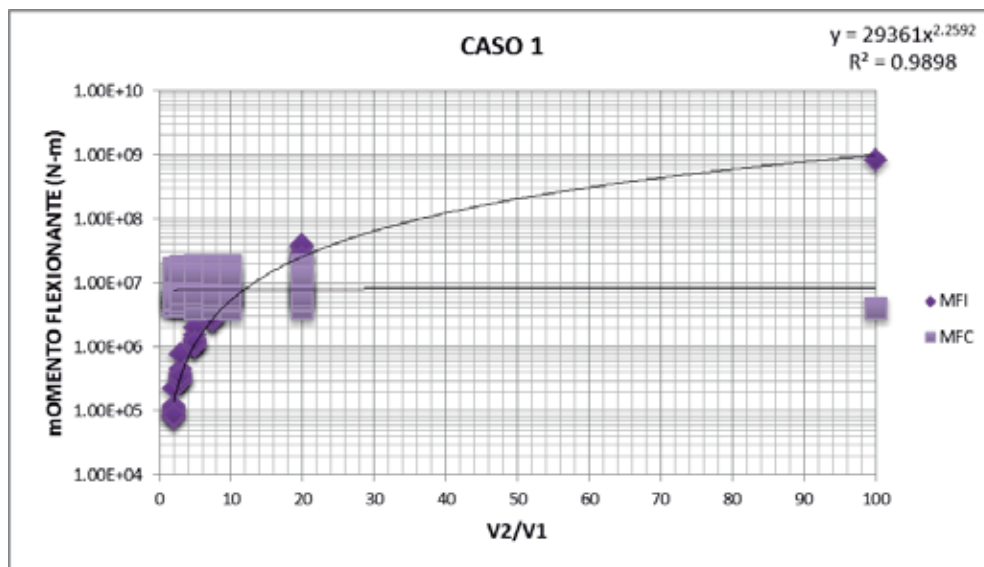


Figura 69.- Respuestas de la pila para el caso 1 considerando el cambio de rigidez con señales del terreno tipo II

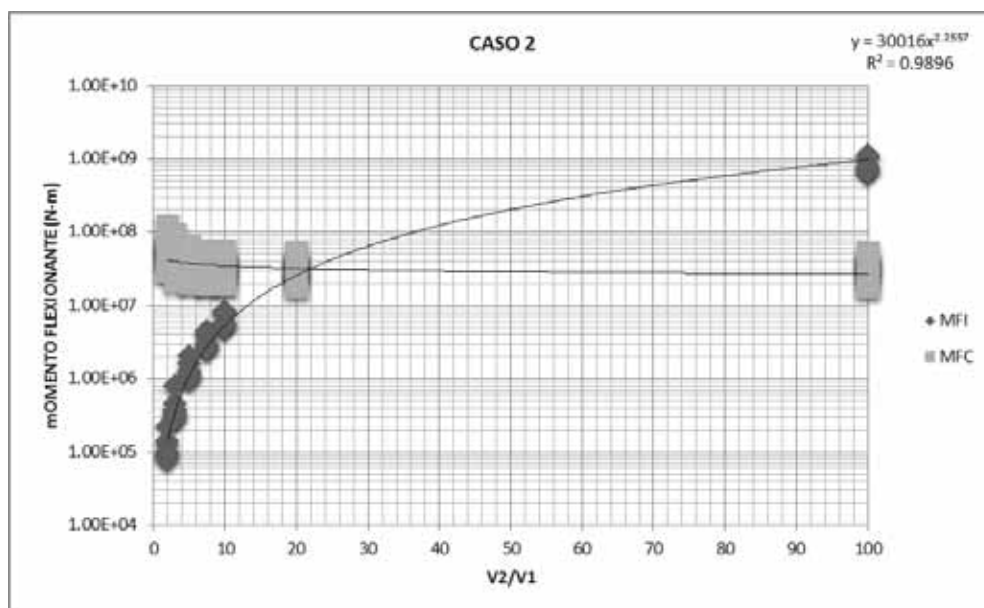


Figura 70.- Respuestas de la pila para el caso 2 considerando el cambio de rigidez con señales del terreno tipo II

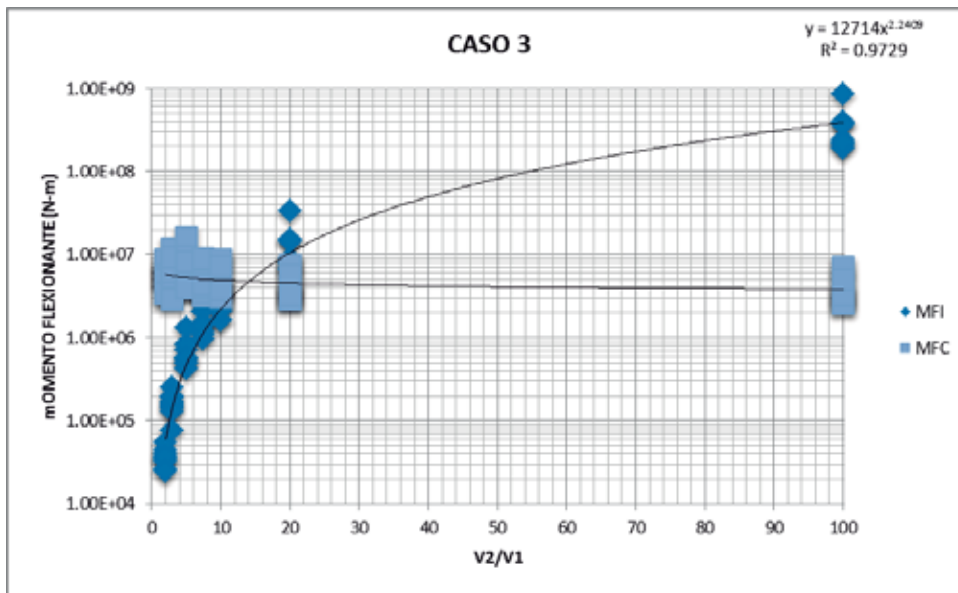


Figura 71.- Respuestas de la pila para el caso 3 considerando el cambio de rigidez con señales del terreno tipo II

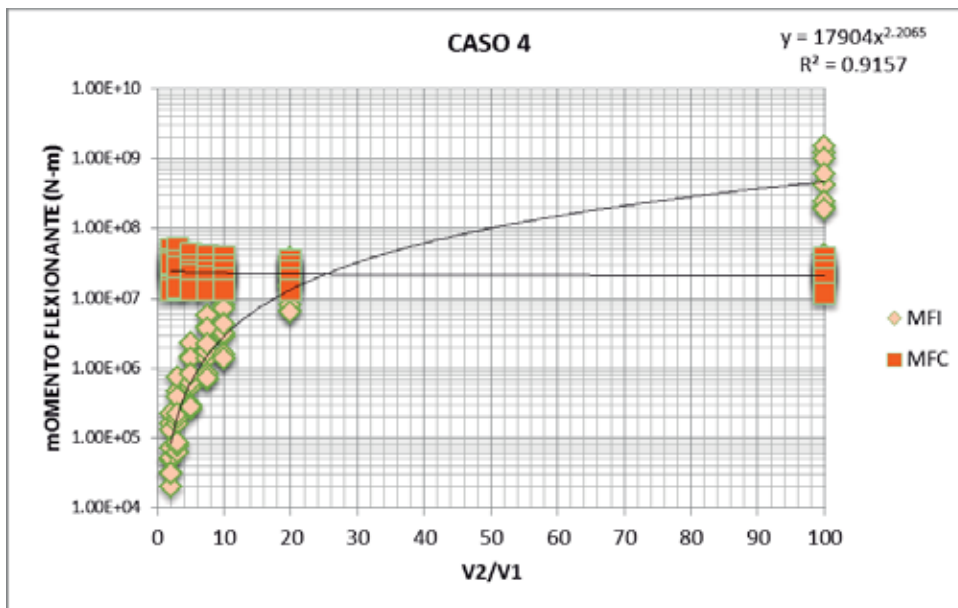


Figura 72.- Respuestas de la pila para el caso 4 considerando el cambio de rigidez con señales del terreno tipo II

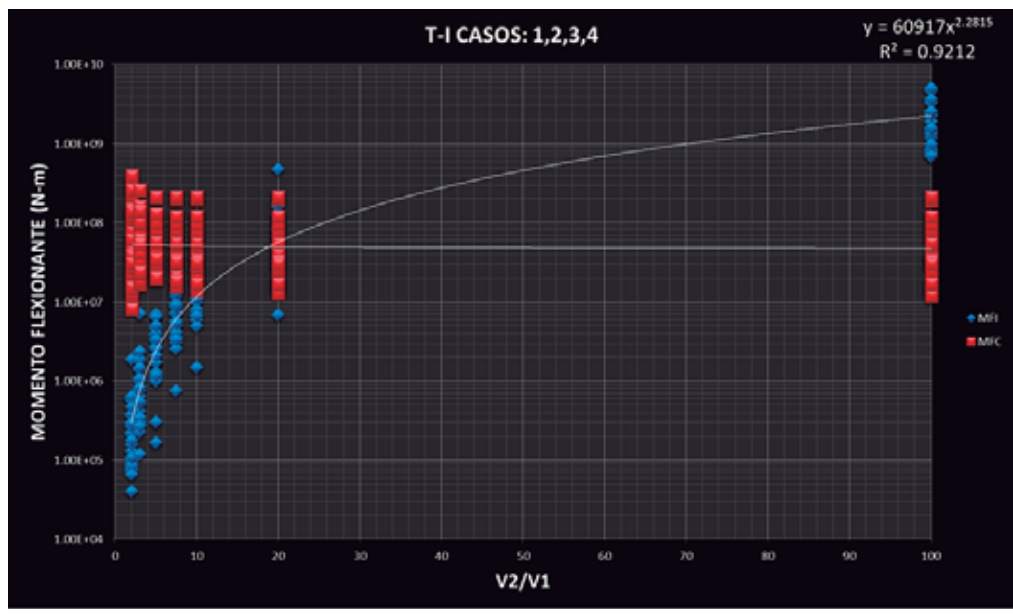


Figura 73.- Variación de momentos considerando señales registradas en terreno tipo I

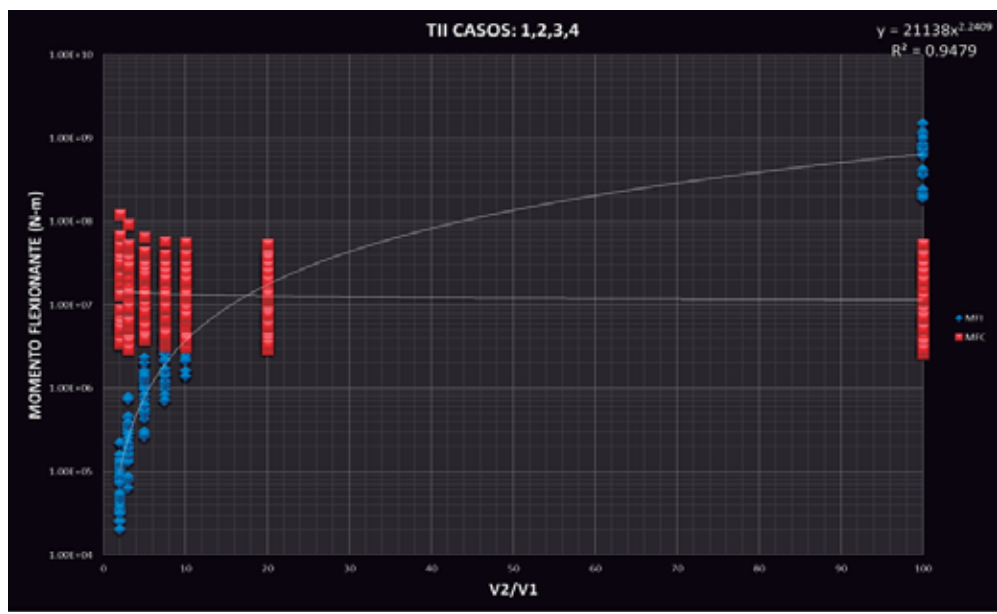


Figura 74.- Variación de momentos considerando señales registradas en terreno tipo II

#### 4.2.3 CONSIDERANDO DOS ESTRATOS DE SUELO Y UNA BASE LIBRE.

La respuesta de las pilas también fue evaluada considerando que su base podría rotar, con lo cual el apoyo asumiría un comportamiento propio de una articulación. La tabla 17 muestra los momentos MFI y MFC (en Newton-metro) obtenidos para cada una de las señales sísmicas registradas en terreno tipo I, mientras que las obtenidas a partir de las señales sísmicas de terreno tipo II se muestran en la tabla 18.

TABLA 17.- Respuesta del sistema considerando señales sísmicas registradas en terreno tipo I y una base libre en la pila.

v2/v1	CASO 1-BL				CASO 2-BL			
	Caleta		Papanoa		Caleta		Papanoa	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	2.80E+05	1.80E+08	3.90E+05	3.00E+08	2.90E+05	5.10E+07	3.80E+05	6.60E+07
3	1.10E+06	1.70E+08	1.50E+06	2.80E+08	1.10E+06	5.30E+07	1.40E+06	6.20E+07
5	3.70E+06	1.50E+08	5.10E+06	2.20E+08	3.60E+06	5.00E+07	5.00E+06	5.40E+07
7.5	9.30E+06	1.30E+08	1.30E+07	2.10E+08	9.00E+06	4.70E+07	1.30E+07	5.30E+07
10	1.80E+07	1.30E+08	2.50E+07	2.00E+08	1.70E+07	4.70E+07	2.50E+07	5.30E+07
20	8.30E+07	1.30E+08	1.20E+08	2.00E+08	8.00E+07	4.60E+07	1.20E+08	5.30E+07
100	2.40E+09	1.20E+08	3.30E+09	2.00E+08	2.30E+09	4.60E+07	3.30E+09	5.20E+07
v2/v1	Viga		Villita 97		Viga		Villita 97	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
	2	2.30E+05	3.10E+08	5.90E+05	5.90E+08	2.30E+05	5.90E+07	5.70E+05
3	6.60E+05	1.60E+08	1.50E+06	3.80E+08	6.40E+05	4.80E+07	1.40E+06	7.00E+07
5	2.70E+06	1.10E+08	4.70E+06	2.70E+08	2.80E+06	3.80E+07	4.60E+06	7.00E+07
7.5	7.20E+06	9.70E+07	1.30E+07	2.50E+08	7.30E+06	4.00E+07	1.20E+07	6.70E+07
10	1.40E+07	9.70E+07	2.60E+07	2.50E+08	1.40E+07	4.10E+07	2.50E+07	6.60E+07
20	6.80E+07	9.70E+07	1.30E+08	2.50E+08	6.70E+07	4.20E+07	1.20E+08	6.40E+07
100	1.90E+09	9.70E+07	3.70E+09	2.50E+08	1.90E+09	4.20E+07	3.60E+09	6.40E+07
v2/v1	Ocotito		El Suchil		Ocotito		El Suchil	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
	2	2.30E+05	1.50E+08	5.80E+05	6.40E+08	2.20E+05	3.10E+07	6.30E+05
3	8.60E+05	1.60E+08	1.20E+06	3.40E+08	8.40E+05	2.80E+07	1.20E+06	9.10E+07
5	3.30E+06	1.30E+08	3.90E+06	2.40E+08	3.30E+06	2.40E+07	3.70E+06	7.80E+07
7.5	8.80E+06	1.20E+08	1.00E+07	2.20E+08	8.80E+06	2.40E+07	9.70E+06	7.60E+07
10	1.70E+07	1.20E+08	2.00E+07	2.20E+08	1.70E+07	2.40E+07	1.90E+07	7.60E+07
20	7.80E+07	1.10E+08	9.10E+07	2.20E+08	7.80E+07	2.30E+07	8.70E+07	7.60E+07
100	2.20E+09	1.10E+08	2.60E+09	2.10E+08	2.20E+09	2.30E+07	2.50E+09	7.40E+07
v2/v1	Villita 85		Aerop Zihuatanejo		Villita 85		Aerop Zihuatanejo	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
	2	6.90E+05	9.00E+08	6.30E+05	3.80E+08	7.90E+05	1.80E+08	6.50E+05
3	1.80E+05	5.00E+08	2.40E+06	3.50E+08	1.90E+06	1.40E+08	2.40E+06	1.80E+08
5	7.20E+06	4.00E+08	6.50E+06	2.90E+08	7.21E+06	1.20E+08	6.60E+06	1.70E+08
7.5	1.90E+07	3.70E+08	1.80E+07	2.70E+08	1.90E+07	1.20E+08	1.90E+07	1.60E+08
10	3.60E+07	3.70E+08	3.70E+07	2.60E+08	3.60E+07	1.30E+08	3.80E+07	1.60E+07
20	1.70E+08	3.60E+08	1.80E+08	2.50E+08	1.70E+08	1.30E+08	1.80E+08	1.60E+08
100	4.80E+09	3.60E+08	5.00E+09	2.50E+08	4.80E+09	1.30E+08	5.10E+09	1.60E+08



TABLA 17.- Respuesta del sistema considerando señales sísmicas registradas en terreno tipo I y una base libre en la pila. (Continuación)

v2/v1	CASO 3-BL				CASO 4-BL			
	Caleta		Papanoa		Caleta		Papanoa	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	1.00E+05	8.30E+07	1.40E+05	1.20E+08	7.70E+04	1.50E+08	8.60E+04	1.60E+08
3	4.80E+05	1.70E+08	8.60E+05	3.00E+08	3.00E+05	1.20E+08	3.60E+05	2.10E+08
5	8.00E+05	1.10E+08	1.40E+06	2.10E+08	1.10E+06	1.30E+08	1.40E+06	2.00E+08
7.5	1.60E+06	9.10E+07	2.30E+05	1.60E+08	3.00E+06	1.40E+08	3.60E+06	1.90E+08
10	2.50E+06	7.30E+07	4.20E+06	1.30E+08	6.10E+06	1.40E+08	7.00E+06	1.90E+08
20	1.10E+07	5.70E+07	1.90E+07	1.10E+08	2.90E+07	1.40E+08	3.30E+07	1.80E+08
100	3.20E+08	5.20E+07	5.30E+08	1.00E+08	8.90E+08	1.40E+08	1.00E+09	1.80E+08
v2/v1	Viga		Villita 97		Viga		Villita 97	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
	2	7.90E+04	7.50E+07	1.10E+05	8.70E+07	7.00E+04	1.40E+08	1.80E+05
3	5.80E+05	2.10E+08	6.30E+05	2.40E+08	2.70E+05	1.70E+08	5.80E+05	3.20E+08
5	8.60E+05	1.20E+08	1.40E+06	2.40E+08	1.10E+06	1.70E+08	2.10E+06	3.10E+08
7.5	1.60E+06	9.20E+07	2.00E+06	1.30E+08	2.70E+06	1.60E+08	5.60E+06	3.00E+08
10	2.80E+06	8.10E+07	3.60E+06	1.00E+08	5.20E+06	1.50E+08	1.10E+07	2.90E+08
20	1.30E+07	7.00E+07	1.70E+07	9.40E+07	2.50E+07	1.60E+08	5.30E+07	2.90E+08
100	3.50E+08	6.60E+07	5.10E+08	9.00E+07	7.40E+08	1.60E+08	1.60E+09	2.90E+08
v2/v1	Ocotito		El Suchil		Ocotito		El Suchil	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
	2	3.70E+04	4.40E+07	2.50E+05	2.10E+08	3.90E+04	4.70E+07	1.10E+05
3	3.30E+05	1.30E+08	2.10E+06	7.70E+08	1.30E+05	4.50E+07	3.00E+05	1.70E+08
5	6.10E+05	1.10E+08	1.90E+06	3.10E+08	3.10E+05	3.90E+07	1.30E+06	1.80E+08
7.5	1.40E+06	8.30E+07	3.60E+06	1.70E+08	7.90E+05	3.70E+07	3.60E+06	1.70E+08
10	2.40E+06	6.90E+07	6.20E+06	1.50E+08	1.50E+06	3.60E+07	7.20E+06	1.70E+08
20	1.10E+07	5.90E+07	2.60E+07	1.30E+08	7.20E+06	3.40E+07	3.50E+07	1.70E+08
100	3.00E+08	5.40E+07	7.10E+08	1.20E+08	2.20E+08	3.30E+07	1.10E+09	1.70E+08
v2/v1	Villita 85		Aerop Zihuatanejo		Villita 85		Aerop Zihuatanejo	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
	2	2.60E+05	2.20E+08	4.50E+05	3.40E+08	3.00E+05	5.30E+08	4.70E+05
3	1.60E+06	6.40E+08	1.80E+06	4.30E+08	8.20E+05	5.30E+08	1.40E+06	9.40E+08
5	2.20E+06	4.90E+08	3.00E+06	4.30E+08	3.50E+06	5.30E+08	5.20E+06	8.70E+08
7.5	4.70E+06	2.50E+08	5.30E+06	2.70E+08	9.50E+06	5.30E+08	1.40E+07	8.40E+08
10	8.20E+06	2.30E+08	1.00E+07	2.20E+08	1.90E+07	5.30E+08	2.70E+07	8.30E+08
20	3.40E+07	1.90E+08	4.20E+07	2.10E+08	8.80E+07	5.00E+08	1.20E+08	8.00E+08
100	9.70E+08	1.80E+08	1.20E+09	2.00E+08	2.70E+09	5.10E+08	3.70E+09	8.00E+08

Al igual que se observó en los resultados de la sección 4.2.2, las señales registran una variación similar al considerar el cambio de rigideces de las dos capas de suelo, por ese motivo las respuestas correspondientes a terreno tipo I fueron unidas y se muestran conjuntamente en la figura 68, las respuestas del terreno tipo II se muestran en la figura 69; en ambas se muestra en el eje de las ordenadas el valor del momento flexionante (en Newton-metro) y en el eje de las abscisas la variación de ondas de cortante de la capa superior respecto a la inferior), así como la correspondiente línea de ajuste para el MFI.

TABLA 18.- Respuesta del sistema considerando señales sísmicas registradas en terreno tipo II y una base libre en la pila.

CASO 1-BL						
v2/v1	Aeropuerto México		Aplataco		Cayaco	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	1.00E+05	5.60E+07	7.70E+04	6.60E+07	1.20E+05	1.40E+08
3	3.10E+05	2.90E+07	2.80E+05	5.30E+07	4.70E+05	7.70E+07
5	1.10E+06	2.60E+07	1.30E+06	4.90E+07	1.60E+06	6.10E+07
7.5	2.90E+06	2.40E+07	3.90E+06	4.80E+07	4.20E+06	5.40E+07
10	5.80E+06	2.40E+07	7.70E+06	4.70E+07	8.10E+06	5.30E+07
20	2.80E+07	2.40E+07	3.60E+07	4.70E+07	3.80E+07	5.30E+07
100	7.90E+08	2.40E+07	1.00E+09	4.60E+07	1.10E+09	5.30E+07
v2/v1	Edif Jalapa		San Simón 89		San Simón 99	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	8.60E+04	9.80E+07	9.70E+04	6.20E+06	8.90E+04	1.10E+08
3	2.90E+05	5.50E+07	3.70E+05	7.70E+07	3.30E+05	7.20E+07
5	1.10E+06	4.30E+07	1.00E+06	3.60E+07	1.00E+06	6.00E+07
7.5	2.70E+06	3.70E+07	2.80E+06	3.40E+07	2.90E+06	5.50E+07
10	5.10E+06	3.60E+07	5.40E+06	3.30E+07	5.50E+06	5.40E+07
20	2.30E+07	3.50E+07	2.50E+07	3.20E+07	2.50E+07	5.20E+07
100	6.60E+08	3.40E+07	7.20E+08	3.20E+07	7.20E+08	5.20E+07
v2/v1	SCT19906		Sismex		Villa del Mar	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	1.10E+05	6.10E+06	2.20E+05	2.80E+08	8.60E+04	6.00E+07
3	2.80E+05	5.70E+07	7.60E+05	1.70E+08	3.70E+05	5.90E+07
5	1.00E+06	3.60E+07	2.00E+06	1.20E+08	1.10E+06	6.70E+06
7.5	2.50E+06	3.50E+07	4.50E+06	1.00E+08	2.90E+06	4.20E+07
10	4.80E+06	3.50E+07	8.50E+06	9.70E+07	5.50E+06	4.00E+07
20	2.30E+07	3.40E+07	4.00E+07	9.40E+07	2.60E+07	3.90E+07
100	6.50E+08	3.40E+07	1.10E+09	9.30E+07	7.30E+08	3.90E+07
CASO 2-BL						
v2/v1	Aeropuerto México		Aplataco		Cayaco	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	1.00E+06	5.40E+07	7.70E+04	1.60E+07	1.30E+05	3.50E+07
3	3.10E+05	4.90E+07	2.80E+05	1.10E+07	4.60E+05	2.80E+07
5	1.10E+06	4.80E+07	1.30E+06	1.30E+07	1.60E+06	2.90E+07
7.5	3.00E+06	4.70E+07	3.80E+06	1.40E+07	4.10E+06	2.70E+07
10	5.80E+06	4.70E+07	7.60E+06	1.50E+07	7.80E+06	2.70E+07
20	2.80E+07	4.70E+07	3.60E+07	1.50E+07	3.80E+07	2.70E+07
100	7.90E+08	4.70E+07	1.00E+09	1.50E+07	1.10E+09	2.70E+07

TABLA 18.- Respuesta del sistema considerando señales sísmicas registradas en terreno tipo II y una base libre en la pila. (Continuación)

v2/v1	Edif Jalapa		San Simón 89		San Simón 99	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	7.90E+04	3.10E+07	8.70E+04	7.70E+07	1.00E+05	2.50E+07
3	3.00E+05	2.80E+07	3.40E+05	7.30E+07	3.40E+05	2.40E+07
5	1.10E+06	2.90E+07	9.80E+05	7.00E+07	2.10E+06	2.20E+07
7.5	2.60E+06	2.60E+07	2.60E+06	6.90E+07	3.00E+06	2.10E+07
10	4.90E+06	2.60E+07	5.00E+06	6.90E+07	5.70E+06	2.10E+07
20	2.30E+07	2.50E+07	2.40E+07	6.90E+07	2.60E+07	2.10E+07
100	6.40E+08	2.50E+07	6.70E+08	6.90E+07	7.50E+08	2.00E+07
v2/v1	SCT19906		Sismex		Villa del Mar	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	1.10E+05	4.50E+07	2.20E+05	2.80E+07	8.30E+04	2.70E+07
3	2.90E+05	4.10E+07	7.70E+05	2.50E+07	3.70E+05	2.90E+07
5	1.00E+06	4.10E+07	2.00E+06	2.00E+07	1.10E+06	2.60E+07
7.5	2.50E+06	4.10E+07	4.60E+06	1.70E+07	2.80E+06	2.50E+07
10	4.90E+06	4.10E+07	8.50E+06	1.70E+07	5.30E+06	2.50E+07
20	2.30E+07	4.00E+07	4.00E+07	1.60E+07	2.40E+07	2.50E+07
100	6.60E+08	4.00E+07	1.10E+09	1.60E+07	7.30E+08	3.90E+07
CASO 3-BL						
v2/v1	Aeropuerto México		Aplataco		Cayaco	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	9.50E+04	6.50E+07	5.20E+04	4.20E+08	9.90E+04	6.40E+07
3	3.10E+05	5.00E+07	4.40E+05	1.70E+08	3.50E+05	1.30E+08
5	4.70E+05	4.30E+07	5.60E+05	7.80E+07	5.00E+05	7.30E+07
7.5	1.00E+06	3.30E+07	8.70E+05	6.20E+07	8.60E+05	3.90E+07
10	1.80E+06	3.00E+07	1.50E+06	5.20E+07	1.70E+06	3.90E+07
20	8.10E+06	2.70E+07	6.90E+06	4.30E+07	7.40E+06	3.70E+07
100	2.30E+08	2.60E+07	2.00E+08	4.10E+07	2.10E+08	3.50E+07
v2/v1	Edif Jalapa		San Simón 89		San Simón 99	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	5.20E+04	4.20E+07	9.10E+04	6.90E+07	1.00E+05	7.80E+08
3	4.30E+05	1.60E+08	3.60E+05	6.20E+07	9.20E+05	3.20E+08
5	5.80E+05	7.30E+07	4.10E+05	5.20E+07	8.20E+05	9.60E+07
7.5	3.90E+05	2.00E+07	1.10E+06	4.10E+07	1.40E+06	6.90E+07
10	1.70E+06	4.70E+07	1.90E+06	3.60E+07	2.40E+06	6.20E+07
20	2.90E+07	4.10E+07	8.00E+06	3.20E+07	9.70E+06	5.50E+07
100	7.60E+08	4.10E+07	2.20E+08	3.00E+07	2.70E+08	5.10E+07

TABLA 18.- Respuesta del sistema considerando señales sísmicas registradas en terreno tipo II y una base libre en la pila. (Continuación)

v2/v1	SCT19906		Sismex		Villa del Mar	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	7.40E+04	2.70E+08	4.40E+04	4.40E+07	3.20E+04	2.40E+07
3	5.40E+05	2.00E+08	3.80E+05	1.50E+08	7.70E+04	2.40E+07
5	6.60E+05	8.20E+07	6.20E+05	1.30E+08	1.80E+05	3.10E+07
7.5	1.10E+06	5.60E+07	1.30E+06	9.00E+07	5.00E+05	2.60E+07
10	1.80E+06	5.00E+07	2.10E+06	7.00E+07	9.20E+05	2.00E+07
20	7.80E+06	4.40E+07	7.60E+06	5.50E+07	4.10E+06	1.60E+07
100	2.20E+08	4.10E+07	2.10E+08	5.10E+07	1.20E+08	1.50E+07
CASO 4-BL						
v2/v1	Aeropuerto México		Aplataco		Cayaco	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	1.50E+05	3.20E+08	1.90E+04	2.70E+07	4.50E+04	1.10E+08
3	4.60E+05	3.00E+08	6.50E+04	2.70E+07	1.60E+05	1.00E+08
5	1.50E+06	2.40E+08	2.60E+05	2.70E+07	5.40E+05	7.40E+07
7.5	4.00E+06	2.20E+08	7.00E+05	2.50E+07	1.50E+06	6.90E+07
10	7.80E+06	2.20E+08	1.40E+06	2.50E+07	3.00E+06	6.80E+07
20	3.80E+07	2.10E+08	6.60E+06	2.50E+07	1.50E+07	6.80E+07
100	1.10E+09	2.10E+08	2.00E+08	2.50E+07	4.50E+08	6.90E+07
v2/v1	Edif Jalapa		San Simón 89		San Simón 99	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	3.20E+04	5.90E+07	2.20E+05	5.60E+08	3.20E+04	4.60E+07
3	1.90E+05	1.20E+08	7.30E+05	5.80E+08	7.90E+04	3.40E+07
5	6.40E+05	1.10E+08	2.30E+06	5.10E+08	3.00E+05	2.90E+07
7.5	1.90E+06	1.10E+08	5.60E+06	4.60E+08	8.60E+05	2.80E+07
10	3.30E+06	9.40E+07	1.10E+07	4.50E+08	1.70E+06	2.70E+07
20	1.60E+07	9.30E+07	5.10E+07	4.40E+08	1.60E+08	2.90E+07
100	4.30E+08	9.30E+07	1.50E+09	4.40E+08	2.60E+08	2.70E+07
v2/v1	SCT19906		Sismex		Villa del Mar	
	MFI	MFC	MFI	MFC	MFI	MFC
2	1.30E+05	2.10E+08	2.80E+04	4.70E+07	7.00E+04	1.00E+08
3	3.90E+05	2.00E+08	8.70E+04	4.60E+07	2.20E+05	1.00E+08
5	1.40E+08	1.80E+08	2.80E+05	4.10E+07	8.20E+05	9.80E+07
7.5	3.70E+06	1.70E+08	6.90E+05	3.80E+07	2.20E+06	9.40E+07
10	7.10E+06	1.70E+08	1.30E+06	3.70E+07	4.20E+06	9.30E+07
20	3.40E+07	1.70E+08	6.20E+06	3.60E+07	2.00E+07	9.20E+07
100	1.00E+09	1.70E+08	1.90E+08	3.60E+07	6.10E+08	9.20E+07

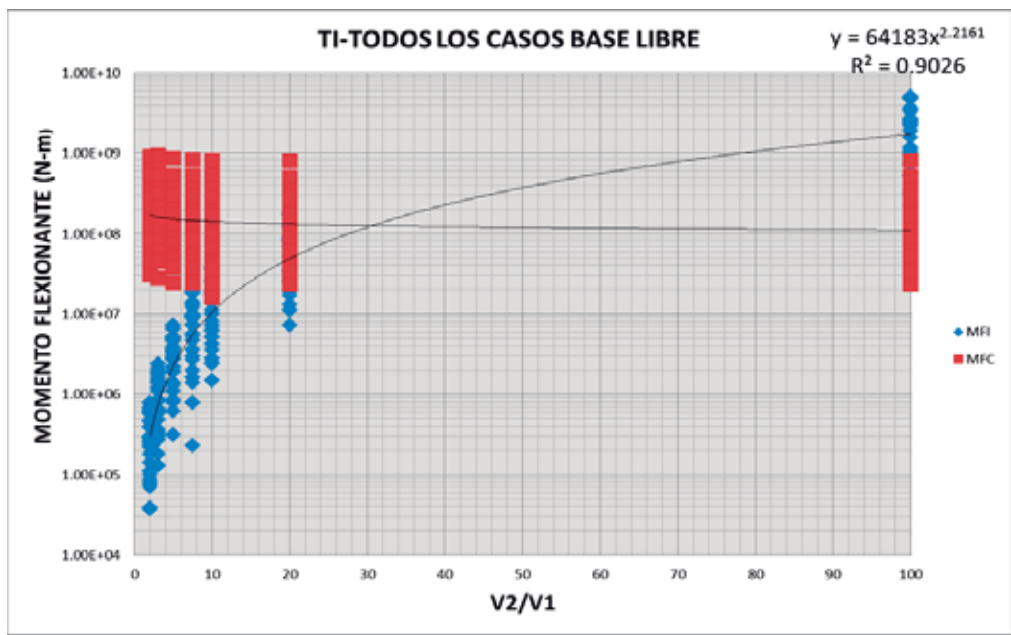


Figura 75.- Variación de momentos considerando señales registradas en terreno tipo I y una base libre en la pila

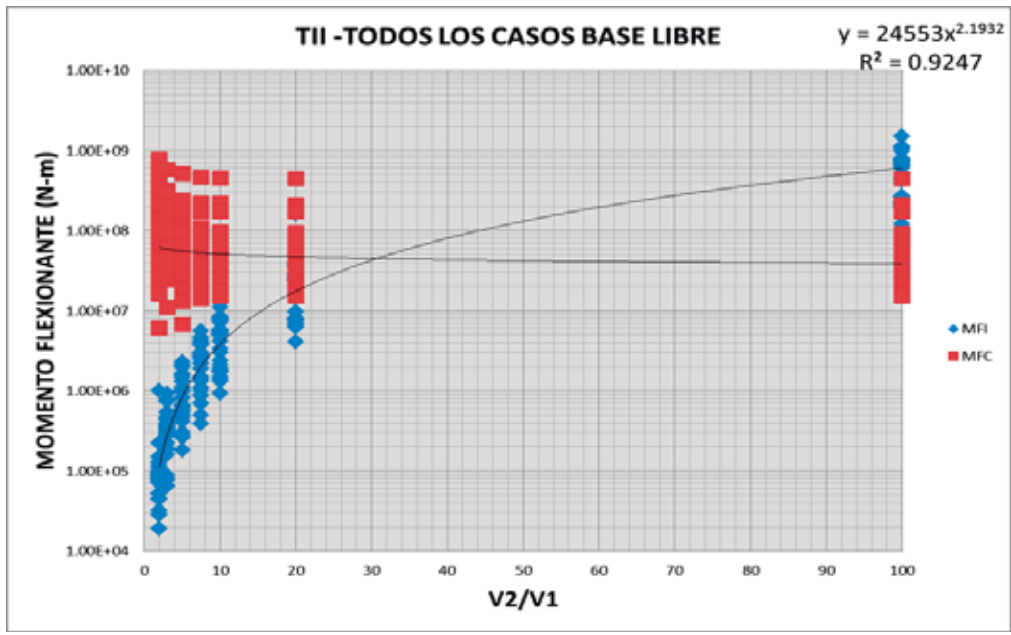


Figura 76.- Variación de momentos considerando señales registradas en terreno tipo II y una base libre en la pila

---

# CAPÍTULO 5

## DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

---

## 5.-DISCUSIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 5.1- ANÁLISIS DE RESULTADOS PARA UN SOLO ESTRATO DE SUELO

#### A) CONSIDERANDO LA VARIACION EN LA PROFUNDIDAD DEL ESTRATO

Con respecto a este parámetro se consideraron estratos con profundidades de 10 y 20 m, los cuales son representados por los casos de estudio denominados 2 y 4. En los siguientes párrafos se describen los efectos del comportamiento de las pilas observados en los resultados que se presentaron en la sección 4.2.1.

##### *Terreno tipo I:*

- Se observa que al incrementar la profundidad del estrato de suelo se presentan incrementos en los MFB y MF para la mayoría de las señales. El momento en la base (MFB) aumenta entre un 50% y un 118%, además de que en la mayoría de los casos se alcanza un valor mayor con respecto del momento generado en la base de la columna. Este resultado implica que para las condiciones de estudio, la pila estaría sometida a un momento flexionante mayor en la base que el que se genera en la base de la columna, por lo tanto, en el caso de la práctica profesional donde el análisis estructural se desarrolla con base en una modelo simple, se estaría diseñando la resistencia de la pila para un momento menor que el que regiría el diseño basado en un modelo riguroso; sin embargo, en la práctica se utilizan factores de seguridad grandes durante el proceso de diseño, confiándose en que con ello el diseño de la pila quedaría sobre estimado. Para estos casos de estudio se obtiene un incremento promedio del MFB 32% mayor que el correspondiente MF.

- En cuanto al MFC se aprecia que este presenta variaciones mínimas, 30% en promedio; sin embargo, el MFC es mucho mayor que el MF, por lo que se supondría que para fines de diseño el MFC presenta una injerencia mayor que el MFB en las demandas de resistencia que deberían ser consideradas durante el proceso de diseño, el cual sí presentó una variación importante para los diferentes casos de estudio.

##### *Terreno tipo II:*

- Cuando se estudian los efectos de ISE de pilas cimentadas en un terreno tipo II, es más evidente el aumento que se presenta en el MFB, ya que su valor aumenta siempre alcanzándose incrementos de hasta un 300% como función de la profundidad del estrato. También se aprecia que en la mayoría de los casos el MFB supera el valor demandado en

---

el MF, esto es aproximadamente un 30% en promedio. Resulta interesante observar que en el caso 4 tanto para terreno tipo I como para terreno tipo II, las diferencias entre los MFB y MF son menores que para el caso 2, caso correspondiente a una profundidad de estrato de suelo menor. Este resultado implica que el aumento del momento producido por la columna está relacionado con los efectos de ISE, debido a un posible efecto de cabeceo y que por lo tanto un estrato de suelo de baja rigidez con gran profundidad provocaría efectos mayores, esto significa incrementos importantes de los elementos mecánicos inducidos en la cimentación ante una acción dinámica.

B) CONSIDERANDO LA VARIACION EN LA VELOCIDAD DE ONDAS DE CORTANTE. (De 100 m/s y 50 m/s, casos 3 y 5)

Uno de los parámetros que presentan una mayor influencia en los efectos de ISE es el referente a la velocidad con que viajan las ondas de cortante a través de los estratos de suelo, ya que este parámetro refleja directamente la rigidez del mismo. En este trabajo se consideraron dos valores, 50 y 100 m/s, representativos de suelos tipo I y II, denominados respectivamente como casos 5 y 3. El análisis de los resultados como función de esta variable nos permite hacer las siguientes observaciones.

*Terreno tipo I:*

- Lo primero que se aprecia en las figuras 48 a 55, es que al disminuir la velocidad de ondas de cortante todos los momentos estimados en este estudio, MFB, MFC y MF, presentan incrementos importantes para el caso 3, menor valor considerado de la velocidad de las ondas de cortante, reflejándose el hecho de que en suelos con una rigidez muy baja (arcillas, arenas, etc.) los efectos de ISE esperados deberían ser mucho mayores.
- Sin embargo en terreno tipo I, el MF reporta en promedio valores 40% mayores a los del MFB. Lo cual supondría que aunque se presenten efectos mayores, la pila estaría sobreestimada al tener como momento de diseño el MF.
- Los registros de Aeropuerto Zihuatanejo, El súchil y Papanoa, son las señales sísmicas a las que corresponden las máximas pseudoaceleraciones de los registros considerados en este trabajo, por tal motivo los resultados de los casos de estudios referentes a estas señales son los que presentan los momentos más grandes en la pila, además de que estos resultados presentan las máximas diferencias entre los MFB y MF.
- El MFC también presenta un ligero aumento al variar la velocidad de las ondas de cortante; sin embargo, como sus valores son más pequeños que los correspondientes a los otros dos momentos considerados, para fines de diseño este valor podría ser despreciado.



---

*Terreno tipo II:*

- En las señales del terreno tipo II cuyo periodo es próximo a 1.6 segundos el MFB resulta mayor que el MF, esto podría deberse a que el periodo dominante del suelo se aproxima al de la pila, para las demás señales el MF es en promedio un 30% mayor que el MFB.

C) CONSIDERANDO LA VARIACION EN LA ALTURA DE LA COLUMNA

Como se mencionó en capítulos previos, los efectos de ISE pueden incrementar las deformaciones y fuerzas a que puede verse sometida la superestructura por varios efectos, entre los que se encuentra el cabeceo, cuyo valor está directamente relacionado a su altura. Para estudiar el efecto que tiene este parámetro en la respuesta en los casos de estudio se varió la altura de la columna, elemento representativo de la superestructura, con valores de 5 , 7 y 10 m, los efectos observados se describen a continuación.

*Terreno tipos I y II:*

- Se aprecia que para una misma profundidad de estrato, el MF aumenta si disminuye la altura de la columna, ya que se ha modelado como un sistema de un grado de libertad teniendo una menor relación de esbeltez el momento esperado debería ser menor. Analizándose el caso 4, se observa que la mayoría de las señales reportan un MFB mayor al MF, aun cuando en este caso la altura de la columna es el doble que la correspondiente al caso 3.

- Los cambios en los MFB y MFC son prácticamente inapreciables cuando se varía la altura de la columna, lo cual sugiere que el efecto de la columna no es un parámetro que afecte o incremente directamente los valores de los momentos ocasionados por los efectos de ISE, ya que solamente se observan variaciones en los momentos generados en la columna misma.

- Los efectos observados son similares tanto para excitaciones registradas en terreno tipo I como para las correspondientes al terreno tipo II, lo cual confirma la observación de que la variación en la altura de la columna genera mínimos o despreciables efectos de interacción suelo-estructura.

- Algo que resulta de gran interés al observar las gráficas de resultados, es que en la totalidad de los momentos estimados para el caso 3, el MFB es siempre mayor que el MF, esto sugiere que sí existe una gran diferencia entre la altura de la columna y el de la longitud de la pila los efectos de interacción con el suelo serán mucho mayores y con seguridad el momento en la base superaría al provocado por la columna. Este resultado es

---

muy importante para tenerse presente durante el proceso de planeación y diseño, ya que de no ser considerado podría poner en gran riesgo la estabilidad de una estructura, particularmente en el caso de cimentaciones a base de pilas de fricción que se utilizan en suelos con baja resistencia y que requieren una gran profundidad de cimentación.

Puesto que el periodo de vibración natural del puente en cuestión podría ser un parámetro que repercuta en la respuesta dinámica de la estructura, este fue calculado para las diferentes alturas de columna del puente considerando a la misma como un sistema de un grado de libertad en condición de empotramiento. Los periodos encontrados se muestran en la tabla 19

Tabla 19.- Periodos de vibración del puente en base a la altura de la columna

ALTURA DE LA COLUMNA (Mts)	PERIODO (seg)	FRECUENCIA (Hz)
10	1.31	0.77
7	0.77	1.31
5	0.46	2.16

## 5.2.- ANÁLISIS DE RESULTADOS PARA DOS ESTRATOS DE SUELO Y BASE FIJA

### A) CONSIDERANDO LA VARIACION EN LA PROFUNDIDAD DEL ESTRATO

Para el caso en el cual se estudiaron dos estratos de suelo con diferentes rigideces considerando una base fija, se consideraron profundidades en la capa más superficial de 10 , 20 y 5 m, con la finalidad de determinar si la profundidad del estrato con baja rigidez incide en los efectos de ISE. Los casos a analizar en este caso fueron los denominados caso 3 y 4 de la tabla 11.

#### *Terreno tipo I:*

- Al observar los resultados de la tabla 15 y la figura 65, se puede apreciar que conforme aumenta la profundidad del estrato superficial menos rígido, los momentos tanto en la cabeza de la pila aumentan significativamente llegando a ser hasta 3 veces mayores, los

---

momentos en la interfaz presentaron en su mayoría un aumento en sus valores; sin embargo, no se observa tan drástico como en los MFC, sin embargo existen casos en los que la variación del MFB también fue importante por lo que estos deberían de revisarse con más detalle.

- Los momentos relativos a la profundidad de 10 metros no fueron comparados debido a que en su análisis se presentaron las mismas variaciones de  $\frac{v_2}{v_1}$ , pero para diferentes velocidades de ondas de cortante del primer estrato de suelo  $v_1$  inicial, lo cual podría afectar el análisis de los MFB y MF.

- El efecto que produce la profundidad del estrato superficial menos rígido también puede ser observado al comparar los casos 1 y 3 ya que ambos presentan la misma longitud de columna y diferente profundidad de estratos superficiales, se puede apreciar que los momentos fueron mayores en los casos en que era mayor la profundidad del primer estrato. Dicho fenómeno comenzaría a presentarse a partir de la relación  $v_2/v_1=16$ .

- Además si se comparan de la misma forma los casos 2 y 4, correspondientes a una altura de columna de 10 metros, también se observa que los momentos fueron mayores en casos donde las capas de suelo presentaban una velocidad de ondas de cortante menor. Y que para esta comparación en particular los MFI comenzaron a superar a los MFC a partir de la relación  $v_2/v_1=23$ . Lo anterior seguramente se debe a que al aumentar la altura de la columna el MFC se incrementa, produciendo con ello que los MFC cambien su comportamiento disminuyendo un poco en función de relaciones  $v_2/v_1$  mayores.

#### *Terreno tipo II:*

- Los valores de los MFC analizados con las señales sísmicas de terreno tipo II, resultan mucho mayores al incrementarse la profundidad del suelo con baja rigidez (llegando a incrementarse en promedio un 500%, aunque hay valores de más de 700%), esto indicaría que si se tiene una profundidad considerable de suelo blando, los efectos de interacción en la pila podrían crecer en forma considerable, independientemente si la pila de cimentación trabaja por punta o por fricción.

- Para los valores de MFI, se observa que para estas señales sus valores aumentan de manera más significativa llegando a incrementarse hasta en un 500% en el caso de las señales de Aeropuerto México y San Simón 89. Es necesario en este punto aclarar que los periodos naturales de la estructura se encuentran en el rango de periodos dominantes de las señales registradas en terreno tipo II, lo cual podría estar causando un efecto de resonancia que incrementaría los valores tanto de los MFI como los MFC.

---

- Analizando los casos 1 y 3 de las señales del terreno tipo II, se aprecia que los MFI y MFC son mayores en los casos correspondientes a una mayor profundidad de suelo superficial poco rígido, se encontró que el incremento que sufren los MFI debido al aumento en la profundidad del estrato fue mayor que en terreno tipo I, mientras que el incremento de los MFC fue un poco menor que éste. Además, los MFI empiezan a superar a los MFC cuando se alcanza la relación  $v_2/v_1=12$ .

- Si se comparan los casos 2 y 4, se observa nuevamente que los mayores momentos se presentan en casos cuyos estratos tienen una menor velocidad de ondas de cortante, aun cuando la profundidad del estrato superficial de estos casos sea mayor. Dicho comportamiento indicaría que la rigidez del suelo juega un papel más importante que la profundidad del estrato del mismo.

#### B) CONSIDERANDO LA VARIACION EN LA ALTURA DE LA COLUMNA

Para considerar el efecto que podría tener la variación en la altura de la columna en los MFB y MFC, se pueden analizar los casos 1 y 2 de la tabla 11. Aquí se varió la altura de la columna de 5 a 10 metros, los casos 3 y 4 no se compararon entre sí debido a que presentan diferentes profundidades de las capas de suelo. Los resultados observados fueron los siguientes:

##### *Terreno tipo I:*

La respuesta de la pila indica que al variar la altura de la columna, los MFI no se ven afectados (estos fluctúan en menos de un 5 %); sin embargo, los MFC crecen entre un 140% a un 420% al considerar una columna más alta, este comportamiento podría explicarse debido a que la columna se comportaría como una viga en voladizo, el momento incrementaría conforme aumente su longitud ya que la masa se ha dejado fija.

##### *Terreno tipo II:*

Las respuestas mostradas en la tabla 17, muestran que los MFI se ven muy poco afectados por la variación en la altura de la columna (1.35% menores en promedio); sin embargo, ante este tipo de señales se hace más evidente la variación en los MFC llegando a ser hasta 800% mayores al tener una columna de 10 metros de altura. Estos resultados parecen indicar que la altura de la columna no se consideraría un factor que incremente notablemente los efectos de ISE en la base de una columna o el interfaz de dos capas de suelo, pero se observa que tiene mucha injerencia en el valor del momento que produce la columna misma y que suele ser el valor con el cual se diseña la cimentación aunado a los altos factores de seguridad que suelen emplearse en la práctica.

---

C) CONSIDERANDO LA VARIACION EN LA DIFERENCIA DE VELOCIDADES DE ONDAS DE CORTANTE.

Para el análisis de la variación en la diferencia de rigideces, se varió la relación  $v_2/v_1$  con valores de 2, 3, 5, 7.5, 10, 20, y 100. Los resultados observados en base fija fueron los siguientes:

*Terreno tipo I:*

- Como se observa en la tabla 15, las respuestas muestran que los MFC no se ven afectados por el cambio de rigidez, ya que estos registran ligeros incrementos o descensos en las primeras variaciones ( $v_2/v_1 = 2, 3, \text{ y } 5$ ) para después comportarse linealmente.

- Dado que las respuestas de la pila mostraron un comportamiento muy aproximado, se optó por juntar sus respectivas graficas primeramente por caso (figuras 65 a 68) y posteriormente unir todas las respuestas a señales correspondientes a terreno tipo I (figura 73). Aunque al principio los valores del MFC son mucho más grandes (hasta 100 veces más grandes) que el momento en la interfaz de las capas, conforme la diferencia de rigideces de las capas se hace más grande los valores de los MFI sufren un incremento exponencial, se aprecia que para los casos 1 y 2 el valor del MFI supera al MFC a partir de  $v_2/v_1 = 15$ , en el caso 3 este fenómeno ocurre para la variación  $v_2/v_1 = 20$  y para el caso 4 ocurre en  $v_2/v_1 = 24$ .

- La gráfica de la figura 73 indica que en promedio para las señales de terreno tipo I el MFI comienza a tener valores superiores al de la columna en  $v_2/v_1 = 20$ , para la relación  $v_2/v_1 = 100$  los valores de MFI llegan a ser hasta 60 veces mayores que los MFC, esto supondría que aun con altos factores de seguridad, las pilas estarían mal diseñadas si llegaran a presentarse las condiciones aquí estudiadas teniendo en consideración 2 estratos de suelo con una diferencia de rigideces muy grande.

- Los casos en los que se registró menor diferencia entre MFI y MFC para la variación  $v_2/v_1 = 100$  fue en los casos 2 y 4 (se observan valores de MFI 20 veces mayores a los de MFC), en el caso 2 esto se podría atribuir a una altura de columna bastante alta lo cual podría favorecer a que los MFI no se incrementasen tanto (aunque sí incrementaría los MFC), en el caso 4 el bajo incremento podría deberse a una baja profundidad de suelo rígido.

- En contra parte el caso 1 (que posee una altura de columna baja) muestra valores de MFI hasta 93 veces mayores a los MFC y en el caso 3 los MFI son hasta 74 veces superiores. Esto comprobaría lo que se venía analizando desde la sección 5.1, al confirmar que una diferencia grande entre la altura de la columna y la longitud de la pila, así como

---

una gran profundidad del estrato de suelo poco rígido son factores que incrementan notablemente los efectos de ISE.

*Terreno tipo II:*

- De acuerdo con los resultados de la tabla 16, se aprecia que los MFC no varían al cambiar la relación  $v_2/v_1$ , aunque muestran ligeros decrementos o incrementos cuando esta relación es baja, no se considera que sea un cambio significativo en la variación.

- Al igual que en terreno tipo I, las figuras 69 a 72 muestran que para el caso 1, los momentos en la interfaz MFI comienzan a superar a los MFC cuando la relación  $v_2/v_1 = 10$ , para el caso dos y cuatro este fenómeno ocurre cuando  $v_2/v_1 = 14$ , en el caso 3 esto se cumple cuando  $v_2/v_1 = 12$ .

La figura 73 muestra que en promedio cuando  $v_2/v_1$  es ligeramente menor que 20 los MFI comienzan a superar a los MFC.

- Para el caso 1 y una relación  $v_2/v_1 = 100$  los MFI son en promedio 105 veces más grandes que los MFC, en el caso 3 para las mismas condiciones en promedio los MFI superan 93 veces a los MFC, al igual que en terreno tipo I los casos 2 y 4 son los que reportan un incremento de MFI menores, presentándose valores del MFI de 27 y 25 veces el MFC.

### 5.3.- ANÁLISIS DE RESULTADOS PARA DOS ESTRATOS DE SUELO Y BASE LIBRE O FLEXIBLE A LA ROTACIÓN.

#### A) CONSIDERANDO LA VARIACION EN LA PROFUNDIDAD DEL ESTRATO

Considerando que la base de la pila se encuentra libre y esta tiene la capacidad de rotar, se procedió a realizar el mismo análisis que para la condición de base rígida. Primeramente se analizarán los efectos de los momentos inducidos considerando la variación en la profundidad del estrato más superficial, tomando como base los casos 3 y 4 de la tabla 11, en donde la profundidad del estrato menos rígido varía de 5 a 15 metros.

*Terreno tipo I:*

- Considerando una base flexible, los resultados de la tabla indican que tanto los MFI como los MFC, incrementan al aumentar la profundidad del estrato poco rígido. Sin embargo, existen diferencias con respecto a las respuestas obtenidas en los análisis en base fija: para el caso de los MFC el incremento que sufren estos al aumentar la profundidad del

---

estrato superficial es menor, alcanzando valores entre el 70% y 190% superiores al pasar del caso 3 al 4; sin embargo, los MFI se ven más afectados en el caso de pila libre por el parámetro de la profundidad del estrato superficial, alcanzándose valores mayores al 20% y 125% al pasar del caso 3 al 4. Esto parecería indicar que la suposición de una articulación presenta una tendencia de reducir el efecto del incremento en los MFC, y una reducción del incremento de los MFI.

- También resulta interesante observar que el incremento no ocurre de manera general en ninguno de los dos casos, si no que el incremento se da como función del aumento de la relación de velocidades de onda de cortante de los dos estratos. Ya que para relaciones bajas de la relación  $v_2/v_1$ , el aumento del momento es pequeño o nulo.

- Al comparar los casos 1 y 3 de la base, se aprecia que los MFI y MFC son mayores en los casos que presentan una mayor profundidad de suelo superficial menos rígido; sin embargo, el incremento no está evidente como se presentó para los casos donde se consideró la base fija. Los datos presentan una mayor dispersión si se les agrupa de esta forma que cuando se compara el caso 1 contra 2.

#### *Terreno tipo II:*

- Los valores observados indican que los momentos tanto como en la cabeza como en la interfaz aumentan al variar la profundidad del estrato menos rígido, siendo mayores cuando se presenta una baja profundidad de suelo muy rígido, el aumento varía entre 170% y 380% para los MFC, y entre el 20% y 400% para los MFI, estos valores indican igualmente que la consideración de una cabeza libre provoca que los efectos de ISE sean mayores en la base aun cuando el MFC presente incrementos menores, en este caso también son considerables.

- Las respuestas de los casos 2 y 4 producidas por señales del terreno tipo con base libre, muestran que los MFI fueron mayores en aquellos casos cuyos estratos presentaban menor velocidad de ondas de cortante, aunque se tuviera una menor profundidad del estrato superficial, este resultado demuestra una vez más, que la rigidez es un factor predominante en el incremento de efectos debido a la ISE.

#### **B) CONSIDERANDO LA VARIACION EN LA ALTURA DE LA COLUMNA**

Al igual que en la consideración de base fija, se analizó si la variación en la altura de la columna es factor que influya en la maximización de los efectos de ISE. Para ello se comparan los valores de los casos 1 y 2 de la tabla 11 con altura de columna de 5 y 10 m, respectivamente, y considerando una base flexible. Los resultados observados fueron los siguientes:

---

*Terreno tipo I:*

- Los resultados de la tabla 17 indican que para las señales registradas en terreno tipo I, los MFI no se ven afectados por el cambio en la altura de la columna. Los MFC son en promedio 68% mayores cuando se tiene una altura de columna mayor, se observa que el aumento en estos es muy generalizado, sin embargo, considerando las otras variaciones que son mucho mayores (profundidad del estrato superficial o variación de rigideces), el efecto que produce la altura de la columna resultó ser de menor consideración.

*Terreno tipo II:*

- Los MFI no se ven afectados por el cambio de altura en la columna. Los MFC sufren una ligera variación en sus valores, variando un 30% para las relaciones  $v_2/v_1 = 2, 3, \text{ y } 5$  y siendo prácticamente iguales para relaciones  $v_2/v_1$  mayores. Para fines prácticos, el efecto que tiene la variación en la altura de la columna considerando una base flexible sería nulo.

- Existe solo un caso (San Simón 89) en el cual el incremento de los valores de MFI y MFC es muy significativo, como se explicó en la sección 5.2, los periodos dominantes de algunos registros acelerográficos coinciden con el de la estructura pudiendo este ser el caso en cual entre en resonancia la pila.

C) CONSIDERANDO LA VARIACION EN LA DIFERENCIA DE VELOCIDADES DE ONDAS DE CORTANTE.

Para el análisis de la variación en la diferencia de rigideces, se varió la relación  $v_2/v_1$  en 2, 3, 5, 7.5, 10, 20, y 100. Primeramente es necesario analizar cómo cambian los momentos de todas las corridas al considerar base fija o base flexible. Los resultados observados fueron los siguientes:

*Terreno tipo I:*

- Para el caso 1, observando los resultados de las tablas 15 y 17, se aprecia que los MFC son menores hasta en un 950% si se considera una base fija, aunque conforme aumenta la relación  $v_2/v_1$ , la diferencia se hace sensiblemente menor llegando a valores 300% mayores que los de base fija. Los MFI comienzan siendo en promedio 100% mayores para relaciones pequeñas de  $v_2/v_1$  pero al aumentar la diferencia de rigideces sus valores comienzan a acercarse más a los de base fija. En consecuencia aunque la gráfica tiene una forma muy similar a la de la figura 65. Los MFI comienzan a ser mayores que los MFC hasta que se tiene una relación  $v_2/v_1 = 27$ .



---

- Para el caso 2 ocurre lo contrario ya que los MFC son en promedio 45% mayores cuando se consideró una base fija. Los MFI son prácticamente iguales en ambos casos. La gráfica de estas respuestas es muy similar a la de la figura 66, en donde se ve que los MFI comienzan a superar a los MFC a partir de la relación  $v_2/v_1 = 15$ .

- El caso 3 nuevamente presenta una variación importante de MFC (que crecen en 600% comparados con los de base fija) pero los MFI son en su mayoría superiores con la consideración de base empotrada. Este comportamiento indicaría que los MFC son muy afectados por el cambio de suposición de base fija a libre si se tiene una columna corta (ambos casos 1 y 3 tienen una columna de 5 metros); sin embargo, los MFI siguen variando de la misma forma que como se comportan considerando la base fija. Para este caso, producto del aumento de los MFC, son superados por los MFI hasta que la relación  $v_2/v_1 = 45$ .

- Para el caso 4 se observa que los MFC son en promedio 300% mayores cuando se considera una base flexible mientras que los MFI varían muy poco (2% en promedio), en consecuencia los MFI superan a los MFC hasta que se alcanza una relación  $v_2/v_1 = 45$ . El caso 4 tiene una altura de columna de 10 m, lo cual comparado con el caso 2 coincide en que al considerar la articulación el efecto es menor si se tiene una columna larga, así como que el efecto en los MFI es bajo.

#### *Terreno tipo II:*

- Si se observan los valores de las tablas 16 y 18 se aprecia que la variación en los casos 1 y 4 es menor, teniendo un aumento en promedio de 500% considerando una base flexible. El aumento en los valores del MFI es prácticamente inapreciable; sin embargo, como consecuencia del aumento del MFC, los valores de MFI comienzan a ser mayores hasta que se alcanza la relación  $v_2/v_1 = 22$ .

- Para el caso 2 no se ve un gran incremento en los MFC (solo un 10%) y el incremento en los MFI es nulo. Por el contrario el caso 3, es el que presenta mayores variaciones aunque solo en el MFC, esto reafirmaría la suposición de que la consideración de una base flexible afecta en forma drástica al momento generado por la columna y en cierta forma al MFI.

- Si se observan las figuras 73 y 74 se aprecia que en promedio los MFI comienzan a ser mayores que los MFC a partir de la relación  $v_2/v_1 = 30$ ; sin embargo, ambas gráficas presentan una mayor dispersión de datos, sobre todo para las señales de registros en terreno tipo II, por lo que debería analizarse si realmente la consideración de una articulación cuando se tienen grandes cambios de rigideces en los estratos de suelo permitiría una mejor idealización del apoyo que tome en cuenta los factores de ISE, como se vio en los casos de las tablas 17 y 18.

---

# CONCLUSIONES

---

## CONCLUSIONES

En este trabajo se investigaron los momentos flexionantes demandados en las partes superior e inferior de las pilas, y en las interfaces de los estratos que conforman el medio de soporte como efecto de ISE. En algunos trabajos recientes de investigación se ha señalado que a pesar de utilizarse en la práctica profesional factores de seguridad grandes para el diseño de las cimentaciones, en combinación con los momentos que se pueden presentar al considerar la superestructura con un apoyo infinitamente rígido, empotramiento perfecto, pueden existir casos donde los momentos flexionantes que se presentan en los cambios de las capas de suelo por efectos del paso de ondas sísmicas pueden llegar a ser mayores que los utilizados durante el proceso de diseño, poniéndose en riesgo el buen comportamiento de las pilas de cimentación ante acciones sísmicas. Basados en esta premisa es que surge el interés por estudiar estos efectos mediante análisis para métricos que permiten identificar las variables que más influencia tienen en la magnificación de momentos flexionantes. Con base en el análisis de los resultados obtenidos en este trabajo se llega a las siguientes conclusiones:

- Aquellos sismos que produzcan altas aceleraciones en el terreno de desplante de una estructura, así como que su contenido de frecuencias este concentrado en periodos cercanos al de la estructura, producirían además de grandes momentos flexionantes, una diferencia mayor entre los momentos generados en la base de la pila de cimentación y el momento generado por la columna del puente.
- El MFC resultó ser menor que el MF para todos los casos de estudio analizados correspondientes a un solo estrato de suelo. Esto refleja que los efectos de ISE no tienen mayor injerencia en valor del momento que se produce en la cabeza de pila, ya que si se procede a diseñar la cimentación tomando en consideración los momentos generados por la columna, los momentos flexionantes desarrollados en la pila tendrían valores que no se esperaba fueran excedidos a los considerados durante el proceso de diseño de acuerdo a los códigos vigentes.
- Al aumentar la profundidad del estrato o bien la longitud de la pila, los efectos de interacción se incrementan, particularmente los momentos generados en la base de la pila. Además, si se tiene una gran diferencia entre la altura de la columna y la profundidad de cimentación de la pila, los momentos esperados en la base de esta última serían mayores, ya que se incrementan los efectos de ISE.
- Entre menor sea la rigidez del suelo, los efectos de interacción se verán reflejados en valores mayores de las demandas de momento flexionante a que pueden estar sometidas

---

las pilas de cimentación; es decir, un incremento en los momentos flexionantes y demás elementos mecánicos ante los cuales estaría sometida la estructura.

- Si bien se comprueba que los momentos en el fondo de la pila podrían exceder los valores estimados asumiendo una base rígida de las columnas de un puente, la máxima variación encontrada en los resultados de los casos de estudio para un solo estrato de suelo, corresponde en promedio al 70 % y 33%. Esto supondría que si la pila se encuentra cimentada en un solo estrato de suelo al utilizar altos factores de seguridad, esta quedaría sobreestimada ya que el efecto de ISE no alcanza siquiera a doblar el valor del momento de diseño.

- Una profundidad considerable de un estrato de suelo de una baja rigidez (arcillas, arenas, etc.) aumentaría los efectos de ISE apreciablemente, además considerando que se requiriera de una profundidad de pilas de cimentación muy grande, supone un gran riesgo de diseño para pilas de fricción ya que al estar cimentadas en suelos de baja capacidad de carga y necesitarse de una gran profundidad para su correcto desempeño, serían las más afectadas ya que los momentos registrados en la base o interfaz de dos capas de suelo, podría exceder enormemente a los momentos generados por la superestructura del puente

- Un cambio brusco de rigideces entre dos capas de suelo producirá una amplificación de las ondas sísmicas, y en consecuencia se generarán momentos flexionantes en las pilas que seguramente superaran a los demandados por las columnas del puente consideradas en base fija. Se demostró que independientemente de la señal, este cambio ocurre cuando la relación de las velocidades de ondas de cortante entre dos estratos de suelo  $v_2/v_1 = 20$ , si se considera que la base esta empotrada, y  $v_2/v_1 = 30$ , si se considera que la base es una articulación.

- Los efectos de interacción serán incrementados si la pila se entierra o atraviesa un depósito de suelo de una rigidez mayor a la de la pila misma.

- Los efectos relativos a la variación en la altura de la columna solo tienen injerencia en el momento producido por la columna misma; es decir, no se encontró relación alguna entre la altura de la columna con los efectos del incremento o reducción en los momentos de la base de la pila si se trata de un solo estrato de suelo o en la interfaz de dos capas de suelo con diferente rigidez. Por lo que se puede afirmar que este no es un factor determinante en la ISE.

- Los resultados observados para los casos de estudio demuestran que el parámetro que más influye en la maximización de los efectos de ISE es la rigidez del suelo (baja rigidez), o en el caso de que se tengan varios estratos de suelo, el cambio brusco de rigideces.

---

- La profundidad del estrato o estratos de suelos poco rígidos es un factor que de igual manera incrementaría los efectos de ISE, produciendo fuerzas y momentos que podrían superar a aquellos momentos producidos por la superestructura.

- Aunque la consideración de una articulación en la base asume que los momentos en la interfaz de dos capas de suelo no excederían a los de la columna hasta que la relación  $v_2/v_1$  fuera muy grande, existe una mayor dispersión de los datos; además de que el momento en la cabeza de la pila (o base de la columna) sería considerablemente mayor que el resultado de considerar una pila empotrada. Por lo cual, la suposición de que la cimentación se comporte como una articulación no garantizaría que el diseño de la cimentación fuera adecuado ni económico.

- En relación a los factores de seguridad utilizados en la práctica, se constata que valores bajos podrían ser considerados en pilas cimentadas en un solo estrato de suelo, o bien en dos estratos de propiedades y rigideces similares; sin embargo, si la diferencia de rigidez entre estos estratos es muy grande, convendría hacer un estudio más detallado para determinar si los factores son adecuados, o bien si se requiere de factores, técnicas o diseños que permitan soportar fuerzas más grandes que se puedan generar por los efectos de ISE.

- Con base en el comportamiento de los resultados que se presentan en las figuras 65 a la 76. Se puede concluir que el comportamiento de los momentos en la interfaz de los dos estratos de suelo es similar en todos los casos, aun cuando varían parámetros como la altura de la columna del puente, la profundidad de los estratos e incluso diferentes tipos e intensidades de excitaciones sísmicas. Además se comprobó que la suposición de una pila con cabeza libre (apoyo articulado) no altera la respuesta del momento flexionante en la interfaz. Se ajustó una curva al conjunto de respuestas de MFI que permita obtener una ecuación bastante sencilla para estimar el valor del momento, de donde la ecuación resultante de la regresión toma la forma:

$$MFI = Ax^n \quad (5.1)$$

En donde  $x$  es la relación que existe entre las velocidades de ondas de cortante de los estratos de suelo ( $v_2/v_1$ ) las cuales podrían ser obtenidas mediante pruebas de laboratorio o tomadas de valores estándar de suelos de características similares;  $A$  y  $n$  son coeficientes de ajuste cuyos valores se presentan en la tabla 19, donde se incluye en

---

la última columna el valor obtenido para correlación del ajuste entre las variables cuando se consideran todas las respuestas de MFI correspondientes a los resultados que se presentan en las figuras 77 y 78. Esta ecuación podría utilizarse durante el proceso de diseño como una estimación primaria del Momento que podría producirse en la interfaz de dos capas de suelo, y comprobar que su valor no supere al generado por la superestructura del puente cuando se asume una base rígida.

Tabla 20.- Coeficientes de la ecuación 5.1 para el cálculo del MFI y su correspondiente correlación.

Tipo de terreno	Coeficientes de la ecuación		Correlación
	A	n	
I	61756	2.25	0.91
II	22153	2.23	0.95

- En el caso de los MFC, no se pueden proponer expresiones aproximadas obtenidas de análisis de regresión, ya que estos resultados presentan mucha dispersión, la variación se debe principalmente al cambio de altura de la columna en los casos vistos aunque deberían de conducirse un número mayor de estudios para identificar las variables que inducen el incremento de los mismos. Para casos conservadores se podría tomar un valor medio de los aquí mostrados o en su caso utilizar el calculado con la columna del puente aislada.

---

# BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

---

## BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS.-

Aviles J. y Pérez L.E. (2004), "Bases para las nuevas disposiciones reglamentarias sobre la interacción suelo-estructura." Revista de Ingeniería Sísmica, No. 71, pp.1-36.

Arman A., Saintani N., Castelli R., y Munfakh G. (1997), "Geotechnical and Foundation Engineering, Module 1: Subsurface Investigations." Publication No. 406, Federal Highway Administration, National Highway Institute, Arlington, Virginia.

Chopra A. (1995), "Dynamics of structures, theory and applications to earthquake engineering." Prentice Hall, New Jersey, pp.3-187.

Clough R. y Penzien J. (1993), "Dynamics of structures." Mc-Graw Hill, New York, pp.65-106

Bazan E. y Meli R. (1999), "Diseño sísmico de edificios." Limusa, México, pp. 99-140.

Bielak J. (1976), "Modal analysis for building-soil interaction." Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, No. 102, pp. 561-786.

Blaney G., Kausel W. y Roesset J. (1974) "Dynamic stiffness of piles." Proceedings of 2<sup>nd</sup> International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, ASCE, pp. 101-1012.

Bowles J.E. (1988), "Foundation Analysis and Design." McGraw-Hill, New York, pp. 3-19.

Braja M. Das (1983), "Principios de ingeniería de cimentaciones." Cengage Learning, Sacramento, pp. 123-292.

Davisson M.T. y Robinson R.W. (1977), "Bending and buckling of partially embedded piles." Memorias del IV congreso Mundial de Mecánica de suelos y cimentaciones, Vol. 2, pp. 243-246.

Dezi F., Carbonari S. y Leoni G. (2010), "Kinematic bending moments in pile foundations." Soil Dynamics and Earthquake Engineering, No. 30, pp. 199-132.

Dorby R. y O'Rourke M.J. (1983), "Seismic response of end-bearing piles." Journal of the Geotechnical Engineering, ASCE, No. 108, Vol.4, pp. 554-569.

Fang H.S. (1991), "Foundation Engineering Handbook." Springer, Norwell, Massachusetts.

Fernández S. L., López A. J. y Muira V.D. (2009), "Distribución de los elementos mecánicos producidos por la interacción cinemática en pilas de gran diámetro ante solicitaciones sísmicas." Memorias del XVII Congreso Nacional de Ingeniería sísmica, pp. 1-13.



---

Gazetas G., Fan K., Kaynia A. y Kausel E. (1991), "Dynamic interaction factors for floating pile groups." *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 117, pp.1531-1548.

Gazetas G., Tazoh T., Shimizu K, y Fan K. (1993), "Seismic response of the pile foundation of Ohba-Ohashi Bridge." *Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering*. S. Prakas. University of Missouri-Rolla, Vol. 3, pp. 1803-1809.

Iguchi M. (1982). "Aproximate analysis of seismic response for embedded foundations subjected to travelling seismic waves." *Proceeding of the seventh European Conference on Earthquake Engineering*, pp. 665-672.

Iguchi M. (1984), "Earthquake Response of Embedded Cylindrical Foundations to SH and SV Waves." *Eighth World Conference on Earthquake Engineering*, San Francisco, USA.

Kramer S. (1996), "Geotechnical Earthquake Engineering." Englewood Clifts, New Jersey, Prentice-hall, pp. 103-116.

Kimmerling E. R. (2002), "Shallow foundations." *Geotechnical Engineering Circular No. 6*, Federal Highway Administration, National Highway Institute, Arlington, Virginia.

Joyner, W. B. y Boore, D. M. (1983), "Estimation of response-spectral values as functions of magnitude, distance, and site conditions." *National Bureau of Standards, Special Publication*, pp. 53-74.

Maiorano R. M., Sanctis L., Aversa S. and Mandolini A. (2009), "Kinematic response analysis of piled foundations under seismic excitation." *Canadian Geotechnical Journal*, No.46, pp. 571-584.

Meli R. (1997), "Diseño estructural." Limusa, México, pp. 507-588.

Milonakis G. (2001), "simplified model for seismic pile bending at soil layer interfaces." *Soils and foundations*, No. 41, Vol.4, pp. 47-58.

Mizuno, H. (1987), "Pile Damage During Earthquakes in Japan", *Dynamic Response of Pile Foundations*, ASCE Special Publication, pp. 53-78.

Newmark N. y Rosenblueth E. (1971), "Fundamentals of earthquake engineering", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, pp. 56-91.

Nikolau, S., Mylonakys, G., Gazetas, G. y Tazoh, T. (2001), "Kinematic Pile Bending During Earthquakes: Analysis and Field Measurements." *Geotechnique*, No. 51, Vol. 5, pp. 425-440.

---

Nikolau, S., Mylonakys, G. y Gazetas, G. (2006), "Footings under seismic loading: Analysis and desing issues with emphasis on bridge foundations." *Soils Dynamics and earthquake engineering*, No. 26, pp.824-853.

Olmos B. y Roesset. (2012) "Seismic forces on piles." *Structure and Infraestructure Engineering*, pp.1-16.

Paz M. (1992), "Dinámica estructural." Reverté, Barcelona, pp. 3-117.

Roesset J.M. (1981), "Efectos del suelo en la respuesta dinámica de estructuras". *Ingeniería Sísmica No.25*, pp. 136-139

Rosenblueth E. y Resendiz D. (1988), "Disposiciones reglamentarias de 1987 para tener en cuenta la interacción dinámica suelo-estructura." *Series del instituto de Ingeniería de la UNAM*, No. 509.

See H. y Idriss I. (1982), "Ground motions and soil liquefaction during earthquakes." *Eartquake Engineering Research Institute Monograph*. University of California, Berkley, California.

Sica S., Mylonakis G. y Simonelli A. (2007), "Kinematic bending on piles: analysis vs code provisions." *Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering*, Thessaloniki, Grece, Springer, New York.

Stewart J., Fenves G., y Seed R. (1999), "Seismic soil-structure interaction in buildings I: Analytical aspects." *J. Goetech&Geoenv, ASCE*, No. 125, Vol. 1, pp. 26-37.

Tomlinson, M. J. (1996), "Cimentaciones: diseño y construcción." Trillas, México, pp. 57-61

Vesic, S. A. (1977), "Design of pile foundations." *Technical report No. 42*, Transportation Research Board Business Office, USA.

Wolf J. P. (1985), "Dynamic Soil-Structure Interaction." Prentice-Hall, New Jersey, pp. 1-11.

MDS-CFE (2010), "Manual de diseño por sismo." *Comisión Federal de Electricidad e Instituto de Investigaciones Eléctricas*.

NTCDS-RDCF (2004), "Normas técnicas complementarias para diseño por sismo." *Reglamento de construcciones del Distrito Federal*, *Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal*.

---

# ANEXO A

---

PROGRAMA PARA EVALUAR LA RESPUESTA DE UN S1GL EN VIBRACION LIBRE O FORZADA SIN AMORTIGUAMIENTO.

*SIMBOLOGÍA:*

$t_i$ = Tiempo inicial

$t_f$ = Tiempo final

$dt$ = Incremento de tiempo

$m$ = Masa

$E$ = Módulo de elasticidad

$I$ = Momento de inercia

$L$ =Longitud de la barra (marco)

$A_p$ = Tipo de apoyo (1=apoyo empotrado, 2=articulación, 3 apoyos combinados)

$N_p$ = Número de apoyos

$w$ = Frecuencia del sistema

$x_0$ = Desplazamiento inicial

$v_0$ = Velocidad inicial

$vibr$ = Tipo de vibración (1=vibración libre, 2=vibración forzada)

carga= Tipo de carga (1=carga armónica, 2= carga constante, 3=carga creciente, 4= carga tipo rampa, 5= todas las anteriores).

---

### DESCRIPCIÓN.

El programa pedirá los datos de entrada, el usuario debe proporcionar:

- el Tiempo inicial y final en que se efectuara el cálculo así como un intervalo de tiempo,
- Masa, Módulo de elasticidad y Momento de inercia.
- Se preguntará además sobre el (los) tipo (s) de apoyo elegidos, el programa calculará automáticamente la rigidez del sistema y su frecuencia  $\omega$ .
- Es necesario indicar las condiciones iniciales de desplazamiento y velocidad.
- El programa preguntará si se desea realizar el cálculo para vibración libre (1) o forzada (2), si se selecciona la segunda opción además pedirá indicar de qué tipo de carga se trata: 1) armónica, 2) constate, 3) creciente, 4) tipo rampa o bien 5) todas las anteriores. La descripción de los tipos de carga que el programa analiza se muestra más detalladamente en la figura 23 y en la tabla 7 del capítulo 2.
- Para todos los casos el programa pedirá el valor máximo de la carga, así como el tiempo que dura la excitación, en el caso de la opción 1) el programa pedirá además el periodo de la carga y calculará su frecuencia  $\Omega$  y para la opción 4) se pedirá también el tiempo en el cual el ocurre el cambio de pendiente.
- Finalmente los resultados serán exportados en formato .txt en columnas cuyos datos de izquierda a derecha deberán leerse como el tiempo, seguido de la respuesta de desplazamientos del sistema ante la(s) carga(s) seleccionadas, en el caso de vibración libre se incluirán también la respuesta de velocidades del sistema.

---

## ALGORITMO PARA MATLAB.

```
clear all
clc
ti=input('tiempo inicial')
tf=input('tiempo final')
dt=input('incremento de tiempo')
y=ti:dt:tf;
m=input('masa')
E=input('módulo de elasticidad')
I=input('ineracia')
L=input('longitud')
Ap=input('La rigidez depende del tipo de apoyo; seleccionar empotramiento (1), articulación (2), combinado(3)')
if Ap == 1
    Np=input('número de apoyos')
    k= Np*(12*E*I)/(L^3)
elseif Ap == 2
    Np=input('número de apoyos')
    k= Np*(3*E*I)/(L^3)
elseif Ap == 3
    Aemp=input('número de apoyos empotrados')
    Aart=input('número de apoyos articulados')
    k= (Aemp*(12*E*I)/(L^3)+(Aart*(3*E*I)/(L^3))
end
w= sqrt(k/m)
x0=input('desplazamiento inicial')
v0=input('velocidad inicial')
vibr=input('Seleccionar tipo de vibración: vibración libre(1) o vibración forzada(2)')
if vibr == 1
    xl= (((x0.*cos(w.*y))+((v0/w).*sin(w.*y))));
    vl= (((-x0.*w.*sin(w.*y))+v0.*cos(w.*y)));
    B1=[y' xl' vl'];
save 'respuesta vl' B1 -ascii
subplot(1,2,1), plot(y,xl)
title('Desplazamientos del S1GL en vl, sin amortiguamiento')
xlabel('tiempo(seg)')
ylabel('desplazamiento(cm)')
grid on
subplot(1,2,2), plot(y,vl,'r')
title('Velocidades del S1GL en vl, sin amortiguamiento')
xlabel('tiempo(seg)')
ylabel('velocidad(cm/s)')
grid on
elseif vibr == 2
    carga=input('Seleccione el tipo de carga para analizar:armónica (1), constante (2), creciente (3), rampa (4), todas las anteriores (5) ')
    if carga == 1 %carga armonica
        f0arm=input('amplitud máxima de la carga armónica')
        Tc=input('periodo de la carga')
        trarm=input('tiempo final de la carga armónica')
        Wc=(2* pi /Tc)
        fcarm = (((sin(Wc.*y))-((Wc/w).*sin(w.*y)))/(1-((Wc^2)/(w^2))));
        if tf<= trarm
            xarm=(((x0.*cos(w.*y))+((v0/w).*sin(w.*y)))+(f0arm/k).*fcarm);
        elseif tf> trarm
            x1=(((x0*cos(w*trarm)+((v0/w)*sin(w*trarm))+((f0arm/k)*((sin(Wc*trarm)-((Wc/w)*sin(w*trarm))/(1-((Wc^2)/(w^2)))))))));
            v1=(((x0*w*sin(w*trarm))+((v0/w)*cos(w*trarm)))+(f0arm/k)*((Wc*cos(Wc*trarm))-((Wc*cos(w*trarm))/(1-((Wc^2)/(w^2))))));
            y1=(trarm+dt):dt:tf;
            y1a=ti:dt:trarm;
            f1a=(((sin(Wc.*y1a))-((Wc/w).*sin(w.*y1a)))/(1-((Wc^2)/(w^2))));
            xarm1=(((x0.*cos(w.*y1a))+((v0/w).*sin(w.*y1a)))+(f0arm/k).*f1a);
            xarm2=(((x1.*cos(w.*y1))+((v1/w).*sin(w.*y1)));
            xarm=[xarm1 xarm2];
        end
        B1=[y' xarm'];
```

```

save 'respuesta vfarm' B1 -ascii
plot(y,xarm)
title('Respuesta de un S1GL en vibración forzada ante carga armónica, sin amortiguamiento')
xlabel('tiempo(seg)')
ylabel('desplazamiento(cm)')
grid on
elseif carga == 2 %carga constante
f0cte=input('valor de carga constante')
trcte=input('tiempo final de la carga constante')
fccte= (1-(cos (w.*y)));
if tf<= trcte
xcte=((x0.*cos(w.*y))+((v0/w).*sin(w.*y)))+(f0cte/k).*fccte);
elseif tf>trcte
x2=(((x0*cos(w*trcte))+((v0/w)*sin(w*trcte))+((f0cte/k)*(1-(cos (w*trcte))))));
v2=(((x0*w*sin(w*trcte))+v0*cos(w*trcte))+((f0cte/k)*(w*sin(w*trcte)))));
y2=(trcte+dt):dt:tf;
y2a=ti:dt:trcte;
f2a=(1-(cos (w.*y2a)));
xcte1=(((x0.*cos(w.*y2a))+((v0/w).*sin(w.*y2a)))+(f0cte/k).*f2a);
xcte2=(((x2.*cos(w.*y2))+((v2/w).*sin(w.*y2)));
xcte=[xcte1 xcte2];
end
B2=[y' xcte'];
save 'respuesta vfcte' B2 -ascii
plot(y,xcte)
title('Respuesta de un S1GL en vibración forzada ante carga constante, sin amortiguamiento')
xlabel('tiempo(seg)')
ylabel('desplazamiento(cm)')
grid on
elseif carga == 3 %carga creciente
f0cre=input('valor máximo de carga creciente')
trcre=input('tiempo final de la carga')
fccre= ((y./trcre) - ((sin (w.*y))./(w*trcre)));
if tf<=trcre
xcre=(((x0.*cos(w.*y))+((v0/w).*sin(w.*y)))+(f0cre/k).*fccre);
elseif tf>trcre
x3=(((x0*cos(w*trcre))+((v0/w)*sin(w*trcre))+((f0cre/k)*((tf/trcre) - ((sin (w*tf))./(w*trcre))))));
v3=(((x0*w*sin(w*trcre))+v0*cos(w*trcre))+((f0cre/k)*((1/trcre)-cos((w*tf)/trcre)))));
y3=(trcre+dt):dt:tf;
y3a=ti:dt:trcre;
f3a=((y3a./trcre) - ((sin (w.*y3a))./(w*trcre)));
xcre1=(((x0.*cos(w.*y3a))+((v0/w).*sin(w.*y3a)))+(f0cre/k).*f3a);
xcre2=(((x3.*cos(w.*y3))+((v3/w).*sin(w.*y3)));
xcre=[xcre1 xcre2];
end
B3=[y' xcre'];
save 'respuesta vfcre' B3 -ascii
plot(y,xcre)
title('Respuesta de un S1GL en vibración forzada ante carga creciente, sin amortiguamiento')
xlabel('tiempo(seg)')
ylabel('desplazamiento(cm)')
grid on
elseif carga == 4 %carga rampa
f0cc=input('valor máximo de la carga tipo rampa')
t1cc=input('tiempo final de parte creciente')
trcc=input('tiempo final de la carga')
if tf<=trcc
y4a=ti:dt:t1cc;
y4b=(t1cc+dt):dt:tf;
f4a=((y4a./t1cc) - ((sin (w.*y4a))./(w*t1cc)));
f4b=(1 - ((1/(w*t1cc)).*((sin (w.*y4b)).-(sin (w.*(y4b-t1cc))))));
xcc1=(((x0.*cos(w.*y4a))+((v0/w).*sin(w.*y4a)))+(f0cc/k).*f4a);
xcc2=(((x0.*cos(w.*y4b))+((v0/w).*sin(w.*y4b)))+(f0cc/k).*f4b);
xcc=[xcc1 xcc2];
elseif tf>trcc
x4=(((x0*cos(w*tf))+((v0/w)*sin(w*tf)))+(f0cc/k)*(1 - ((1/w*t1cc)*(sin (w*tf)-(sin (w*(tf-t1cc)))))));

```

```

v4=(((-x0*w*sin(w*tf))+(v0*cos(w*tf)))+(f0cc/k)*((1 - ((1/(w*t1cc))*(w*(cos(w*tf))-(w*(cos(w*(tf-t1cc)))))))));
y4=(trcc+dt):dt:tf;
y4a=ti:dt:t1cc;
y4b=(t1cc+dt):dt:trcc;
f4a=((y4a./t1cc) - ((sin(w.*y4a))./(w*t1cc)));
f4b=(1 - ((1/(w*t1cc)).*(sin(w.*y4b))-(sin(w.*(y4b-t1cc))))));
xcc1=((x0.*cos(w.*y4a))+((v0/w).*sin(w.*y4a)))+(f0cc/k).*f4a;
xcc2=((x0.*cos(w.*y4b))+((v0/w).*sin(w.*y4b)))+(f0cc/k).*f4b;
xcc3=((x4.*cos(w.*y4))+((v4/w).*sin(w.*y4)));
xcc=[xcc1 xcc2 xcc3];
end
B4=[y' xcc'];
save 'respuesta vfcc' B4 -ascii
plot(y,xcc)
title('Respuesta de un S1GL en vibración forzada ante carga tipo rampa, sin amortiguamiento')
xlabel('tiempo(seg)')
ylabel('desplazamiento(cm)')
grid on
elseif carga == 5 %todas las cargas a la vez
f0arm=input('amplitud máxima de la carga armónica')
Tc=input('periodo de la carga')
trarm=input('tiempo final de la carga armónica')
Wc=(2*pi/Tc)
fcarm = (((sin(Wc.*y))-((Wc/w).*sin(w.*y)))/(1-((Wc^2)/(w^2))));
if tf<= trarm
xarm=(((x0.*cos(w.*y))+((v0/w).*sin(w.*y)))+(f0arm/k).*fcarm);
elseif tf> trarm
x1=(((x0*cos(w*trarm))+((v0/w).*sin(w*trarm)))+(f0arm/k)*((sin(Wc*trarm)-((Wc/w).*sin(w*trarm)))/(1-((Wc^2)/(w^2))))));
v1=(((x0*w*sin(w*trarm))+((v0/w).*sin(w*trarm)))+(f0arm/k)*((Wc*cos(Wc*trarm))-((Wc*cos(w*trarm)))/(1-((Wc^2)/(w^2))))));
y1=(trarm+dt):dt:tf;
y1a=ti:dt:trarm;
f1a=(((sin(Wc.*y1a))-((Wc/w).*sin(w.*y1a)))/(1-((Wc^2)/(w^2))));
xarm1=(((x0.*cos(w.*y1a))+((v0/w).*sin(w.*y1a)))+(f0arm/k).*f1a);
xarm2=((x1.*cos(w.*y1))+((v1/w).*sin(w.*y1)));
xarm=[xarm1 xarm2];
end
f0cte=input('valor de carga constante')
trcte=input('tiempo final de la carga constante')
fccte=(1-(cos(w.*y)));
if tf<= trcte
xcte=(((x0.*cos(w.*y))+((v0/w).*sin(w.*y)))+(f0cte/k).*fccte);
elseif tf>trcte
x2=(((x0*cos(w*trcte))+((v0/w).*sin(w*trcte)))+(f0cte/k)*(1-(cos(w*trcte))));
v2=(((x0*w*sin(w*trcte))+((v0/w).*sin(w*trcte)))+(f0cte/k)*(w*sin(w*trcte)));
y2=(trcte+dt):dt:tf;
y2a=ti:dt:trcte;
f2a=(1-(cos(w.*y2a)));
xcte1=(((x0.*cos(w.*y2a))+((v0/w).*sin(w.*y2a)))+(f0cte/k).*f2a);
xcte2=((x2.*cos(w.*y2))+((v2/w).*sin(w.*y2)));
xcte=[xcte1 xcte2];
end
f0cre=input('valor máximo de carga creciente')
trcre=input('tiempo final de la carga')
fccre= ((y./trcre) - ((sin(w.*y))./(w*trcre)));
if tf<=trcre
xcre=(((x0.*cos(w.*y))+((v0/w).*sin(w.*y)))+(f0cre/k).*fccre);
elseif tf>trcre
x3=(((x0*cos(w*trcre))+((v0/w).*sin(w*trcre)))+(f0cre/k)*((tf/trcre) - ((sin(w*tf))/(w*trcre))));
v3=(((x0*w*sin(w*trcre))+((v0/w).*sin(w*trcre)))+(f0cre/k)*((1/trcre)-cos(w*tf/trcre)));
y3=(trcre+dt):dt:tf;
y3a=ti:dt:trcre;
f3a=((y3a./trcre) - ((sin(w.*y3a))./(w*trcre)));
xcre1=(((x0.*cos(w.*y3a))+((v0/w).*sin(w.*y3a)))+(f0cre/k).*f3a);
xcre2=((x3.*cos(w.*y3))+((v3/w).*sin(w.*y3)));
xcre=[xcre1 xcre2];
end

```



---

```

f0cc=input('valor máximo de la carga tipo rampa')
t1cc=input('tiempo final de la parte creciente')
trcc=input('tiempo final de la carga')
if tf<=trcc
    y4a=ti:dt:t1cc;
    y4b=(t1cc+dt):dt:tf;
    f4a=((y4a./t1cc) - ((sin(w.*y4a))./(w*t1cc)));
    f4b=(1 - ((1/(w*t1cc)).*((sin(w.*y4b))-(sin(w.*(y4b-t1cc))))));
    xcc1=((x0.*cos(w.*y4a))+((v0/w).*sin(w.*y4a)))+(f0cc/k).*f4a;
    xcc2=((x0.*cos(w.*y4b))+((v0/w).*sin(w.*y4b)))+(f0cc/k).*f4b;
    xcc=[xcc1 xcc2];
elseif tf>trcc
    x4=((x0*cos(w*trcc))+((v0/w)*sin(w*trcc))+((f0cc/k)*(1 - ((1/w*trcc)*(sin(w*tf)-(sin(w*(tf-trcc))))))));
    v4=((-x0*w*sin(w*trcc))+((v0*cos(w*trcc))+((f0cc/k)*((1 - ((1/(w*trcc))*(w*(cos(w*tf))-(w*(cos(w*(tf-trcc))))))))));
    y4=(trcc+dt):dt:tf;
    y4a=ti:dt:t1cc;
    y4b=(t1cc+dt):dt:trcc;
    f4a=((y4a./t1cc) - ((sin(w.*y4a))./(w*t1cc)));
    f4b=(1 - ((1/(w*t1cc)).*((sin(w.*y4b))-(sin(w.*(y4b-t1cc))))));
    xcc1=((x0.*cos(w.*y4a))+((v0/w).*sin(w.*y4a)))+(f0cc/k).*f4a;
    xcc2=((x0.*cos(w.*y4b))+((v0/w).*sin(w.*y4b)))+(f0cc/k).*f4b;
    xcc3=((x4.*cos(w.*y4))+((v4/w).*sin(w.*y4)));
    xcc=[xcc1 xcc2 xcc3];
end
B5=[y' xarm' xcte' xcre' xcc'];
save 'respuesta todas' B5 -ascii
subplot(2,2,1), plot(y,xarm)
title('Carga Armónica')
xlabel('tiempo(seg)')
ylabel('desplazamiento(cm)')
grid on
subplot(2,2,2), plot(y,xcte,'r')
title('Carga Constante')
xlabel('tiempo(seg)')
ylabel('desplazamiento(cm)')
grid on
subplot(2,2,3), plot(y,xcre,'g')
title('Carga Creciente')
xlabel('tiempo(seg)')
ylabel('desplazamiento(cm)')
grid on
subplot(2,2,4), plot(y,xcc,'m')
title('Carga tipo Rampa')
xlabel('tiempo(seg)')
ylabel('desplazamiento(cm)')
grid on
end
end

```

---

# ANEXO B

---

PROGRAMA PARA EVALUAR LA RESPUESTA DE UN S1GL POR EL METODO  $\beta$  DE NEWMARK.

*SIMBOLOGÍA:*

m= masa

E= módulo de elasticidad

I= momento de inercia

L=longitud de columna/marco

Ap= tipo de apoyo (1=empotramiento, 2=articulación, 3=apoyo combinado)

Np=Número de apoyos

amor= amortiguamiento (porcentaje)

bet= betta de Newmark (1/4= aceleración promedio, 1/6= aceleración lineal)

deltat= incremento de tiempo

z= archivo desde donde se leerá la fuerza

Umax= desplazamiento máximo (respuesta)

Vmax= velocidad máxima (respuesta)

Amax= aceleración máxima (respuesta)

---

**DESCRIPCIÓN:**

El programa pedirá los datos de entrada, el usuario debe proporcionar:

- Masa
- Módulo de elasticidad del material
- Momento de inercia de la sección
- Tipo de apoyo(s)
- Amortiguamiento (en porcentaje decimal)
- Incremento de tiempo (segundos)
- seleccionar  $\beta$
- Se deberá indicar además el archivo desde donde se leerá la carga, este debe estar en formato *-.txt* indicando en la primera columna el tiempo y en una segunda columna el valor de la carga.

-Finalmente los resultados serán exportados en formato *-.txt* en columnas cuyos datos de izquierda a derecha deberán leerse como el tiempo, seguido de la respuesta de desplazamientos, respuesta de velocidades y respuesta de aceleraciones del sistema ante la carga dada. El programa además arroja las gráficas correspondientes así como su desplazamiento, velocidad y aceleración máximos.

---

## ALGORITMO PARA MATLAB.

```
clear all
clc
m =input('masa')
E=input('módulo de elasticidad')
I=input('ineracia')
L=input('longitud')
Ap=input('La rigidez depende del tipo de apoyo; seleccionar empotramiento (1), articulación (2), combinado(3)')
if Ap == 1
    Np=input('número de apoyos')
    k= Np*(12*E*I)/(L^3)
elseif Ap == 2
    Np=input('número de apoyos')
    k= Np*(3*E*I)/(L^3)
elseif Ap == 3
    Aemp=input('número de apoyos empotrados')
    Aart=input('número de apoyos articulados')
    k= (Aemp*(12*E*I)/(L^3))+(Aart*(3*E*I)/(L^3))
end
amor=input('amortiguamiento%')
c=amor*2*m*sqrt(k/m)
u0=0
v0=0
p0=0
bet=input('Seleccionar método de: aceleracion promedio beta=1/4, o aceleracion lineal beta=1/6')
gam=0.5
deltat=input('incremento de tiempo')
z= load ('compleja.txt');
tf1=z(:,1);
p1=z(:,2);
tf=[tf1'];
p=[p1'];
t=0:deltat:max(tf);
u(1)=0;
v(1)=0;
a(1)=0;
%%%calculos iniciales
a0= (p0-(c*v0)-(k*u0))
K=(k+((gam*c)/(bet*deltat))+(m/(bet*deltat^2)))
A=((m/(bet*deltat))+((gam*c)/bet))
B=((m/(2*bet))+((deltat*c)*((gam/(2*bet))-1)))
%%%calculos para cada paso i
for i=1:length(t)-1;
    deltap(i)= p(i+1)-p(i);
    deltaP(i)=deltap(i)+A*v(i)+B*a(i);
    deltau(i)=(deltaP(i)/K);
    deltav(i)=(gam/(bet*deltat))*deltau(i)-(gam/bet)*v(i)+deltat*(1-(gam/(2*bet)))*a(i);
    deltaa(i)=(1/(bet*deltat^2))*deltau(i)-(1/(bet*deltat))*v(i)-(1/(2*bet))*a(i);
    u(i+1)=u(i)+deltau(i);
    v(i+1)=v(i)+deltav(i);
    a(i+1)=a(i)+deltaa(i);
end
desp=u
vel=v
acel=a
res=[t' u' v' a'];
save respuesta res -ascii
Umax=max(abs(u))
Vmax=max(abs(v))
Amax=max(abs(a))
figure(1)
subplot(1,3,1), plot(t,u,'r')
```

---

```
title('Desplazamientos')
xlabel('tiempo(seg)')
ylabel('desplazamiento(cm)')
grid on
subplot(1,3,2), plot(t,v)
title('Velocidades')
xlabel('tiempo(seg)')
ylabel('velocidad(cm/s)')
grid on
subplot(1,3,3), plot(t,a,'g')
title('Aceleraciones')
xlabel('tiempo(seg)')
ylabel('aceleraciones(cm2/s)')
grid on
```

---

# ANEXO C

---

PROGRAMA PARA EVALUAR LA RESPUESTA DE UN S1GL EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA.

*SIMBOLOGÍA:*

m= masa

E= módulo de elasticidad

I= momento de inercia

L=longitud de la barra (marco)

Ap= tipo de apoyo (1=apoyo empotrado, 2=articulación, 3 apoyos combinados)

Np= número de apoyos

w= frecuencia del sistema

am= amortiguamiento (porcentaje)

*DESCRIPCIÓN:*

El programa pedirá los datos de entrada, el usuario debe proporcionar:

-Masa

-Módulo de elasticidad del material

-Momento de inercia de la sección

-Tipo de apoyo(s)

-Longitud de la barra (o altura del marco)

-Amortiguamiento (en porcentaje decimal)

-Incremento de tiempo (segundos)

-seleccionar gamma (un numero de gamma de 11 o 12 da resultados aceptables)

-Se deberá indicar además el archivo desde donde se leerá la carga, este debe estar en formato *-.txt* indicando en la primera columna el tiempo y en una segunda columna el valor de la carga.

-Finalmente los resultados serán exportados en formato *-.txt* en columnas cuyos datos de izquierda a derecha deberán leerse como el tiempo, seguido de la respuesta de desplazamientos del sistema ante la carga dada.



---

## ALGORITMO PARA MATLAB

```
clear all
clc
%paso1 transformada
m=input('masa')
E=input('módulo de elasticidad')
I=input('ineracia')
L=input('longitud')
Ap=input('La rigidez depende del tipo de apoyo; seleccionar empotramiento (1), articulación (2), combinado(3)')
if Ap == 1
    Np=input('número de apoyos')
    k= Np*(12*E*I)/(L^3)
elseif Ap == 2
    Np=input('número de apoyos')
    k= Np*(3*E*I)/(L^3)
elseif Ap == 3
    Aemp=input('número de apoyos empotrados')
    Aart=input('número de apoyos articulados')
    k= (Aemp*(12*E*I)/(L^3))+(Aart*(3*E*I)/(L^3))
end
w=sqrt(k/m)
am=input('amortiguamieto')
deltat=input('incremento de tiempo')
gam=input('gamma')
n=2^gam
deltab=2*pi/(w*n*deltat)
z= load ('compleja.txt');
t=z(:,1);
f=z(:,2);
t1=[t'];           %vector del tiempo de la excitación
ft=[f'];           %vector de carga
tv=1:n;           %vector de puntos de fourier
t2=deltat.*tv;    %vector de tiempo para fourier
W=tv.*(2*pi/n/deltat); %vector de frecuencias de la transformada rápida de Fourier
ff= fft(ft,n);
%paso2 multiplicar funcion de transferencia
for x1=1:n
    x2=x1-1;
    if x1<=n/2
        b=x2*deltab;
    else
        b=(n-x2)*deltab;
    end
    omega(x1)=w*b;
    hu=1/(k*(1-(b^2)+(2*i*am*b)));
    y(x1)=ff(x1)*hu;
end

%paso3 transformada inversa
ffi=ifft(y);

B1=[t2' ffi'];
save 'respuesta frecuencia' B1 -ascii

figure(1)
subplot(2,2,1),plot (t1,ft)
title('fuerza de excitación')
xlabel('tiempo(seg)')
ylabel('fuerza(kips)')
subplot(2,2,2),plot(W,ff)
title('FFT de la excitación')
xlabel('Frecuencia (rad)')
ylabel('Amplitud del Espectro de Fourier')
```

---

```
subplot(2,2,3),plot(t2,y)
title('Función de transferencia')
xlabel('tiempo(seg)')
ylabel('Amplitud del espectro de Fourier')
subplot(2,2,4),plot(t2,ffi)
title('Respuesta del S1GL con Fourier')
xlabel('tiempo(seg)')
ylabel('Desplazamiento (cm)')
```