



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLAS DE HIDALGO



“Facultad de Ingeniería Química”

“Diseño Óptimo de Sistemas de Tratamiento Distribuidos de Efluentes Industriales Descargados en los Ríos Considerando Aspectos de Seguridad”

TESIS

Para Obtener el Título de:

Ingeniero Químico

PRESENTA

P.I.Q. Juan Martínez Gómez

ASESOR

Dr. José María Ponce Ortega

Morelia, Michoacán., Junio 2012

# Diseño Óptimo de Sistemas de Tratamiento Distribuidos de Efluentes Industriales Descargados en los Ríos Considerando Aspectos de Seguridad

Por: **Juan Martínez Gómez**

## RESUMEN

En el presente trabajo de tesis se propone un modelo de optimización general para la síntesis de sistemas de tratamiento distribuidos de los efluentes industriales descargados a los ríos. La principal contribución del presente trabajo, es que en el análisis se incluyen los aspectos de seguridad anteriormente no considerados en estos procesos. Por lo tanto, se propone un modelo que permite considerar la interacción de los efluentes industriales con todas las otras descargas del sistema (agrícolas, sanitarias, precipitaciones, etc.) y usos (agrícolas, industriales, etc.), así como los fenómenos químicos y biológicos de los contaminantes descargados a través de un modelo de optimización multi-objetivo que permite satisfacer las regulaciones de las descargas (para considerar el ambiente), el costo asociado al tratamiento, así como la disminución del riesgo de seguridad del sistema de tratamiento distribuido. Los riesgos de seguridad se determinan a través de datos experimentales representados en gráficos llamados dosis-respuesta, y el modelo propuesto se analizó a través de un caso de estudio para el tratamiento de los efluentes descargados al río Balsas. El modelo está basado en la técnica de análisis de flujo de materiales (MFA), la cual nos permite seguir la trayectoria de todos los compuestos peligrosos contenidos en las descargas a través del río considerando la sustentabilidad del mismo.

Dirigido por: **Dr. José María Ponce Ortega**

## DEDICATORIAS

### A MIS PADRES

Josefina Gómez Medina

José Antonio Martínez González

### A MIS HERMANAS Y HERMANOS

Anai Martínez Gómez

Antonio Martínez Gómez

Esmeralda Martínez Gómez

Gil Martínez Gómez

Gloria Martínez Gómez

Guadalupe Martínez Gómez

## AGRADECIMIENTOS

A MI ASESOR

**Dr. JOSÉ MARÍA PONCE ORTEGA**

Por el apoyo constante y ayuda otorgada para la realización de este trabajo.

A MIS SINODALES

**Dr. MEDARDO SERNA GONZALEZ**

**M.C. GABRIEL MARTINEZ HERRERA**

Por sus comentarios y apoyo en la revisión del presente trabajo.

**AL I.Q. LUIS GERMAN CASTILLO MACIEL**

Por todo el apoyo brindado durante la realización de mis prácticas profesionales.

A MIS PROFESORES

Por las enseñanzas y consejos que me proporcionaron durante mi formación profesional.

A LA FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA

A LA UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

## **CONTENIDO**

RESUMEN	2
DEDICATORIAS	3
AGRADECIMIENTOS	4
INDICE DE TABLAS E ILUSTRACIONES	7
Nomenclatura	8
1. Introducción.	12
1.1. Justificación.	13
1.2. Objetivos.	14
1.2.1. Objetivos Generales.	14
1.2.2. Objetivos Particulares.	14
2. Marco Teórico.	15
2.1. Antecedentes.	15
2.2. Diseño de Sistemas de Tratamiento.	16
2.2.1. Tratamiento Centralizado.	17
2.2.2. Tratamiento distribuido.	18
2.3. Toxicología.	19
2.3.1. Toxicología Crónica	20
2.3.2. Toxicología Aguda	20
2.3.3. Toxicología del arsénico.	21
2.4. Análisis de riesgo.	23
2.4.1. Evaluación del riesgo a partir de curvas dosis-respuesta.	23
2.4.2. Uso de datos experimentales del arsénico para la medición del riesgo.	25
2.5. Optimización.	28
2.5.1. Programación matemática.	28
2.5.2. Clasificación de problemas de optimización.	29
2.6. Programación disyuntiva generalizada.	30
2.6.1. Relajación de una disyunción.	30
2.6.2. Relajación por medio de la envoltura convexa.	31
3. Metodología.	33

3.1. Modelo del sistema.	33
3.1.1. Planteamiento del problema.	33
3.1.2. Modelado del sistema.	35
3.1.3. Modelado a través de la técnica MFA	36
3.1.3.1. Balance general de masa para cada tramo.	37
3.1.3.2. Balance de componentes para cada tramo de río.	37
3.1.3.3. Balance de masa para los efluentes.	38
3.1.3.5. Descargas agrícolas y usos.	39
3.2. Modelo disyuntivo.	40
3.2.1 Diseño del sistema de tratamiento distribuido.	40
3.2.2. Restricciones para la calidad específica de los tramos.	43
3.3. Función objetivo.	44
3.3.1. Ecuación del <i>TAC</i> .	44
3.3.2. Ecuación del riesgo.	45
3.4. Consideraciones sobre el modelo.	45
3.5. Aplicación del modelo.	46
3.5.1. Caso de estudio.	46
3.5.2. Estrategia de solución.	47
3.5.3. Generación de curva Pareto <i>TAC</i> .	48
3.5.4. Generación de Curva Pareto de fatalidades.	48
4. Análisis y discusión de resultados.	49
4.1. Análisis de la curva Pareto del <i>TAC</i> .	49
4.1.1. Elección y análisis de soluciones factibles de la curva <i>TAC</i> .	50
4.2.1. Elección y análisis de soluciones factibles de la curva del riesgo.	54
4.3. Comparación de resultados.	58
5. Conclusiones.	60
6. Referencias bibliográficas.	61
APENDICE A	64

## INDICE DE TABLAS E ILUSTRACIONES

Figura 1. Ejemplo típico de un sistema de tratamiento centralizado al final del río. ....	17
Figura 2. Sistema de tratamiento ubicado en el centro del río. ....	18
Figura 3. Ejemplo de un sistema de tratamiento distribuido. ....	19
Figura 4. Grafica dosis-respuesta con umbral. ....	24
Figura 5. Grafica dosis-respuesta sin umbral. ....	24
Figura 6. Curva dosis-respuesta para el arsénico. ....	26
Figura 7. a) Región factible para un problema disyuntivo. ....	32
Figura 8. b) Región factible con una relajación de la envoltura convexa. ....	32
Figura 9. Ejemplo de cuenca hidrográfica típica. ....	34
Figura 10. a) División del río en tramos, b) Analogía con un reactor CSTR. ....	35
Figura 11. Superestructura para n Interceptores para Cualquier Efluente. ....	43
Figura 12. Escenario s posibles de nuestro problema objetivo. ....	47
Figura 13. Curva pareto TAC. ....	48
Figura 14. Curva pareto riesgo. ....	49
Figura 15. Representación de los Escenario s seleccionados de la Curva TAC. ....	50
Figura 16. Configuración óptima para el Escenario A. ....	51
Figura 17. Configuración óptima para el Escenario B. ....	52
Figura 18. Configuración óptima para el Escenario B'. ....	53
Figura 19. Representación grafica de los Escenario s seleccionados curva del riesgo. ....	54
Figura 20. Configuración del Escenario A. ....	55
Figura 21. Configuración del Escenario B. ....	56
Figura 22. Configuración del Escenario B'. ....	57
Tabla 1. Linealización de la curva dosis-respuesta. ....	59
Tabla 2. Calculo del parámetro fatalidades. ....	27
Tabla 3. Escenario s seleccionados de la curva TAC. ....	49
Tabla 4. Elección de Escenario s curva del riesgo. ....	54
Tabla 5. Comparación de los Escenario s de solución. ....	59

## Nomenclatura

$A_{i,j}$	Área cubierta por el efluente $j$ en el tramo del río $i$ , en acre o ha.
$CD_{i,j}$	Concentración de descargas agrícolas descargadas del efluente $j$ al tramo de río $i$ , ppm.
$CIND_{i,j}$	Concentración de descargas industriales del efluente $i$ al tramo del río $i$ , ppm.
$CL_i$	Concentración total de pérdidas (filtración y evaporación) del tramo del río $i$ , ppm.
$CL_{i,j}$	Concentración total de pérdidas (filtración y evaporación) del efluente $j$ , ppm.
$CP_{i,j}$	Concentración de la precipitación descargada al efluente $j$ al tramo del río $i$ , ppm.
$CQ_i$	Concentración del flujo de salida del tramo del río $i$ , ppm.
$CQ_{n(i)}^{desired}$	Restricción para la concentración deseada en algunos tramos del río.
$CQ^{dis}$	Concentración del contaminante en la disposición final, ppm.
$CQ_{i-1}$	Concentración del flujo de entrada al tramo del río $i$ , ppm.
$CS_{i,j}^{untreated}$	Concentración de aguas residuales descargadas sin tratamiento al tramo del río $i$ por el efluente $j$ , ppm.
$CS_{i,j}^{treated}$	Concentración de aguas residuales tratadas enviadas al tramo del río $i$ por el efluente $j$ , ppm.
$CT_{i,j}$	Concentración de descarga para del efluente $j$ al tramo del río $i$ , ppm.
$CU_i$	Concentración del agua usada de los tramos del río $i$ , ppm.
$CU_{i,j}$	Concentración del agua usada del efluente $j$ descargada al tramo del río $i$ , ppm.
$D_i$	Descargas directas al tramo del río $i$ , m <sup>3</sup> /s.
$D_{i,j}$	Descargas agrícolas del efluente $j$ al tramo del río $i$ , m <sup>3</sup> /s.



$FC$	Costo fijo para el interceptor $x$ , \$.
$Fatalities_{i,j,x,w}^{fs}$	Parametro fatalidades.
$f_{s_x}$	Velocidad de flujo segregado de las aguas residuales del efluente al interceptor $x$ .
$H_i$	Descarga total (i.e., industrial + sanitaria) al tramo del río $r$ , $m^3/s$ .
$H_y$	Tiempo de operación por año $r$ , h/año.
$I$	Conjunto de tramos de río.
$IND_{i,j}$	Descargas industriales del efluente $j$ al tramo del río $i$ , $m^3/s$ .
$J$	Conjunto de efluentes.
$k$	Constante cinética para la degradación del contaminante en el sistema.
$k_f$	Factor usado para anualizar el costo de capital, año <sup>-1</sup> .
$L$	Conjunto de contaminantes.
$L_{i,j}$	Perdidas totales (filtración y evaporación) del efluente $j$ , $m^3/s$ .
$L_i$	Perdidas totales (filtración y evaporación) del tramo del río $i$ , $m^3/s$ .
$N_i$	Número total de tramos de río.
$N(I)$	Subconjunto usado para especificar los tramos de río que requieren restricciones de composición.
$P_i$	Descargas de precipitación al tramo de río $i$ , $m^3/s$ .
$P_{i,j}$	Precipitación descargada para el efluente $j$ al tramo de río $i$ , $m^3/s$ .
Riesgo	Función del riesgo.
$Q_i$	Flujo saliendo del tramo de río $i$ , $m^3/s$ .
$Q_{i-1}$	Flujo entrando al tramo de río $i$ , $m^3/s$ .

$r_i$	Reacción que toma lugar en el tramo del río $i$ .
$r_{i,j}$	Reacción que toma lugar en el efluente $j$ que descarga en el tramo del río $i$ .
$S_{i,j}^{untreated}$	Descargas de aguas residuales sin tratamiento al tramo del río $i$ del efluente $j$ , $m^3/s$ .
$S_{i,j}^{treated}$	Descarga de aguas residuales con tratamiento al tramo del río $i$ por el efluente $j$ , $m^3/s$ .
$T_{i,j}$	Descarga por el efluente $j$ al tramo del río $i$ , $m^3/s$ .
$TAC$	Costo total anual, \$/año.
$U_{i,j}$	Agua usada del efluente $j$ descargada al tramo del río $i$ , $m^3/s$ .
$U_i$	Agua usada del tramo del río $i$ , $m^3/s$ .
$V_i$	Volumen del tramo del río $i$ , $m^3$ .
$V_{i,j}$	Volumen para el efluente $j$ descargado al tramo del río $i$ , $m^3$ .
$VC^x$	Costo variable para el interceptor $x$ , \$/m <sup>3</sup> .
$X$	Conjunto para los interceptores.
$y_{i,j}$	Variable binaria asociada a la existencia de la unidad de tratamiento.
$z_x$	Variable binaria asociada a la existencia del interceptor $x$ .

### Símbolos Griegos

$\lambda_{i,j}$	Flujo de descarga agrícolas por unidad de área cultivable, m <sup>3</sup> /ha*s.
$\alpha$	Factor de eficiencia para la remoción de los contaminantes para el interceptor $j$ .
$\beta_{i,j}$	Uso agrícola de agua del efluente $i$ , m <sup>3</sup> /ha*s.
$\Omega$	Numero pequeño

### Índices

$i$	Tramo de río.
$j$	Efluente.
$l$	Número de contaminantes.
$n(i)$	Tramos de río que requieren restricciones de composición.
$x$	Interceptor.

## 1. Introducción.

La contaminación de ríos en la actualidad ha crecido de manera alarmante en todo el mundo. Varias son las fuentes de contaminación de estos ríos, pero las que tienen un mayor impacto son: Descargas industriales, descargas relacionadas con la actividad agrícola, así como descargas de drenaje de áreas residenciales. Esto ocasiona que el agua de un determinado río no satisfaga los requerimientos de calidad de agua en diferentes puntos del río, ya que ésta no es la adecuada para ser usada en las diferentes aplicaciones que se le dé en ese río en particular. De esta forma, esta problemática nos conduce a desarrollar metodologías que nos permitan el diseño óptimo de sistemas de tratamiento de efluentes industriales distribuidos para que de esta forma sea posible utilizar este recurso tan importante. El alarmante incremento poblacional cerca de cuencas hidrográficas, así como el asentamiento de varias industrias ha ocasionado un aumento importante en las descargas de afluentes tratados y no tratados a lo largo de los ríos, afectando la calidad del agua así como la sustentabilidad de la cuenca. Dentro de este ámbito, Cooper (1986) utilizó el modelo Streeter-Phelps, el cual considera al río como un reactor flujo pistón para evaluar la dinámica del oxígeno en el río. Drolc y Koncan (1996) usaron el modelo de calidad de agua QUAL2E para evaluar el impacto de las descargas de aguas residuales sobre la concentración de oxígeno disuelto en el río. Las metodologías de los autores anteriores brindan información referida a la administración ambiental de las cuencas, pero estos dejan a un lado un criterio importante que es la seguridad, ya que éstas sólo nos indican la distribución óptima, pero no nos garantizan que ésta sea segura; es decir, no nos proporciona respuestas a interrogantes como ¿Qué pasaría si una de las unidades de tratamiento fallara?, ¿Qué eventos ocasionaría una falla en las unidades de tratamiento?. Muchos accidentes han tenido lugar provocando severos daños ambientales y a la salud humana, debido a que la seguridad no fue tomada en cuenta en el diseño, y esto se ha traducido en accidentes fatales siendo algunos de los más notables en Seveso (1976), Bhopal (1984) (ver Crowl y Louvar, 2012), San Juan Ixhuatepec (1984), Marinduque Filipinas (1996), en donde la compañía minera canadiense Marcopper tiró a los ríos Boac y Makulapnit 1.5 millones de metros cúbicos de arena resultante de la extracción de metales preciosos, la cual rebasaba en 200% los límites permitidos de zinc y en 1300% lo tolerable para el ser humano. La contaminación del agua de estos ríos, provocó la

intoxicación de cientos de pobladores. Lo anterior nos indica que es necesario establecer criterios que nos puedan auxiliar para encontrar una distribución segura de los efluentes industriales.

Durante el diseño de los sistemas de tratamiento distribuidos se deben considerar los civiles que no participan durante la evaluación del riesgo, ya que por ejemplo en Bhopal las víctimas no sólo fueron los trabajadores de ese lugar sino que también fueron civiles que vivían alrededor del área (Joseph et al., 2005). Además que resulta realmente necesario realizar un estudio preliminar para identificar los diversos peligros durante las primeras etapas de diseño y de esta forma se puede minimizar la gravedad del daño.

Las consecuencias de las catástrofes industriales han mostrado que la distribución segura es un elemento importante en el proceso. Los accidentes asociados a la mala distribución de las instalaciones en plantas químicas han traído pérdidas materiales, daños al ambiente, así como pérdida de vidas humanas. Idealmente, el desarrollo de la planta debe equilibrar entre los riesgos y los costos (Alche-Ccps, 2003).

## **1.1. Justificación.**

Actualmente para el tratamiento de los efluentes industriales descargados a los ríos solamente se consideran tratamientos centralizados, y sin considerar la posibilidad de un sistema distribuido que puede ayudar a disminuir los costos para tener una calidad específica del agua dentro de los ríos. Recientemente se han propuesto esquemas distribuidos para el tratamiento de los efluentes descargados a los ríos, con el objetivo de disminuir los costos asociados; sin embargo, no se han considerado los aspectos de seguridad asociados a estos esquemas distribuidos, situación que es de primordial importancia, ya que estos esquemas distribuidos involucran varias unidades de tratamiento, y por lo tanto aumentan la posibilidad de que una falla ocurra. Por lo tanto, el incluir los aspectos de seguridad en el tratamiento distribuido de los efluentes industriales descargados a los ríos es vital para garantizar su sustentabilidad.

Por otra parte, la toma de decisiones es una tarea difícil, sobre todo si estas toman en cuenta la interacción costo-riesgo, de ello surge la necesidad de diseñar metodologías que auxilien en la toma de decisiones por ejemplo a los organismos gubernamentales y de esta manera se pueda tener un mejoramiento en la calidad del agua en las cuencas hidrográficas.

## **1.2. Objetivos.**

### **1.2.1. Objetivos Generales.**

Desarrollar una estrategia de programación disyuntiva para el diseño óptimo de sistemas de tratamiento distribuidos para los efluentes industriales descargados a los ríos considerando aspectos de seguridad y sustentabilidad.

### **1.2.2. Objetivos Particulares.**

- ⊕ Desarrollar una superestructura para el diseño óptimo de sistemas distribuidos para el tratamiento de los efluentes descargados a los ríos.
- ⊕ Desarrollar una forma para medir el riesgo asociado a los sistemas de tratamiento de los efluentes descargados a los ríos en base a datos experimentales presentados en forma de curvas dosis-respuesta.
- ⊕ Formular un modelo de programación disyuntiva basado en composiciones haciendo uso de la técnica MFA.
- ⊕ Desarrollar un programa de computadora que permita realizar la síntesis óptima del sistema de tratamiento distribuido de los efluentes industriales descargados a los ríos considerando los aspectos económicos, ambientales así como de seguridad.
- ⊕ Aplicar la estrategia a un caso de estudio correspondiente al río Balsas, el cual es uno de los principales sistemas de México.

## 2. Marco Teórico.

### 2.1. Antecedentes.

En la década pasada se propusieron varias metodologías para considerar el efecto en los alrededores de los efluentes descargados a los ríos; en este sentido, Amro et al. (2004<sup>a</sup>) utilizaron la técnica del análisis de flujo de materiales (MFA) aplicándola a la integración de cuencas hidrográficas y sistemas de drenaje con el fin de dar un seguimiento y así poder administrar contaminantes (amonio) en el sistema de drenaje El-Barh El-Baqar en Egipto. En este mismo ámbito, Amro et al. (2004<sup>b</sup>) abordaron nuevamente la metodología anterior aunque en esta se incluye un enfoque en el cual se considera a la integración másica como una propuesta holística. Por otra parte, Lovelady et al. (2009) plantearon un interesante enfoque en el cual se considera como concepto clave la calidad ambiental por lo que se considera principalmente el uso de la técnica MFA, la cual es invertida y se incluye en una formulación de optimización que busca determinar la cantidad máxima de los efluentes que cumplan con los requisitos ambientales en la cuenca. Recientemente, Lira-Barragán et al. (2011<sup>a</sup>) incorporaron la decisión de la instalación óptima de nuevas plantas industriales con los desechos descargados a los ríos circundantes. Posteriormente, Lira-Barragán et al. (2011<sup>b</sup>) propusieron una metodología para la síntesis de redes de reciclaje y de reúso de aguas de desecho en la industria considerando los efectos de las descargas industriales en los ríos circundantes, después Lira-Barragán et al. (2012) extendieron este modelo para considerar efluentes con múltiples contaminantes a través de restricciones de las propiedades específicas que más afectan al sistema considerando el seguimiento de propiedades en lugar de la composición. En este mismo contexto, Burgara-Montero et al. (2012) propusieron un modelo para el tratamiento distribuido de los efluentes descargados en los ríos concentrándose en los aspectos económicos para obtener una calidad dada en los diferentes tramos de los ríos. Sin embargo, ninguno de los trabajos anteriores ha considerado los aspectos de seguridad asociados con los tratamientos de los efluentes industriales; es importante notar que el riesgo es función de dos aspectos fundamentales, la probabilidad de que una falla ocurra y la consecuencia asociada a esta falla. Por lo tanto, muchas veces las mejores soluciones económicas corresponden a un riesgo muy alto, y éste no se toma en cuenta hasta después de que un evento catastrófico ocurre, lo cual es demasiado tarde ya

que el riesgo se debe de considerar desde la etapa de diseño. Respecto de las metodologías que se han reportado para medir el riesgo destacan los trabajos reportados por Seungho et al. (2009), en el cual se propone una metodología para reducir el riesgo basada en la optimización de la distribución de las instalaciones y la ubicación de los escenarios de liberación de un gas tóxico. En el mismo ámbito, Vázquez-Román et al. (2010) propusieron un enfoque estocástico para la ubicación óptima de las instalaciones tomando en cuenta la incertidumbre de un escape tóxico en las instalaciones. Por otro lado, Kim et al. (2006) propusieron una metodología que se centra en un nuevo método sistemático de búsqueda de la mayor parte del costo-riesgo-beneficio de inversión de un conjunto de escenarios, este método utiliza en primera instancia la técnica de generación automática de escenarios de accidentes con el fin de encontrar el conjunto de escenarios más peligrosos para tomar decisiones costo-seguridad en un proceso químico. Los autores anteriores nos indican que la seguridad es un factor importante y que si algo hemos aprendido de los accidentes que han ocurrido es que es necesario implementar medidas adecuadas que nos ayuden a evaluar el riesgo inminente. Mannan et al. (2007) enmarcan las enseñanzas que nos han dejado los accidentes históricos. En este trabajo se discuten temas relacionados con las normas de ingeniería, los requisitos reglamentarios, las prácticas de la industria, realización de obras de instalación, respiración de alivio atmosférico y la información del operador también nos habla acerca de las deficiencias y necesidades en tecnología, normas y prácticas que se presentan en la industria.

## **2.2. Diseño de Sistemas de Tratamiento.**

Por lo general, los sistemas de tratamiento se instalan de manera centralizada o en el extremo del río, pero esta metodología no garantiza una calidad de agua en diferentes partes del río, lo que limita su uso. Por otro lado se ha desarrollado el concepto de sistemas de tratamiento distribuidos, lo cual ha permitido disminuir los costos asociados a los tratamientos de los efluentes industriales, pero considerando exclusivamente el problema dentro de las plantas industriales. La comparación entre las metodologías reportadas han demostrado que el sistema de tratamiento distribuido es mejor que el sistema centralizado de tratamiento; sin embargo, estas metodologías sólo han considerado los procesos industriales y las limitaciones ambientales de las corrientes de aguas residuales de las industrias para el



tratamiento de ellas antes de la descarga al ambiente, sin evaluar cómo las descargas resultantes afectan a la sostenibilidad de la cuenca que rodea, incluso si cumple con las regulaciones ambientales impuestas por las autoridades.

### 2.2.1. Tratamiento Centralizado.

El sistema de tratamiento centralizado se caracteriza por que la unidad de tratamiento se encuentra establecida al final del río (o de forma centralizada) como se puede apreciar en las **Figuras 1 y 2**. Esta metodología de diseño presenta varias desventajas en su contra, ya que sólo asegura la calidad del agua en algún punto sin tomar en cuenta el resto del río. Esta es una de las peores desventajas de esta metodología, debido a que como sabemos en el trayecto de un río existen diferentes usos que se le da al agua que fluye en él, siendo el más importante el uso agrícola. Sin embargo, esta metodología no toma en cuenta las restricciones de la calidad de agua para poder satisfacer este uso. Otra desventaja se debe a que el costo total anual es mayor, ya que la cantidad de flujo a tratar es muy grande. Como el flujo a tratar es demasiado grande hace que el efecto de una posible falla en el funcionamiento de esta unidad sea de proporciones mayores.

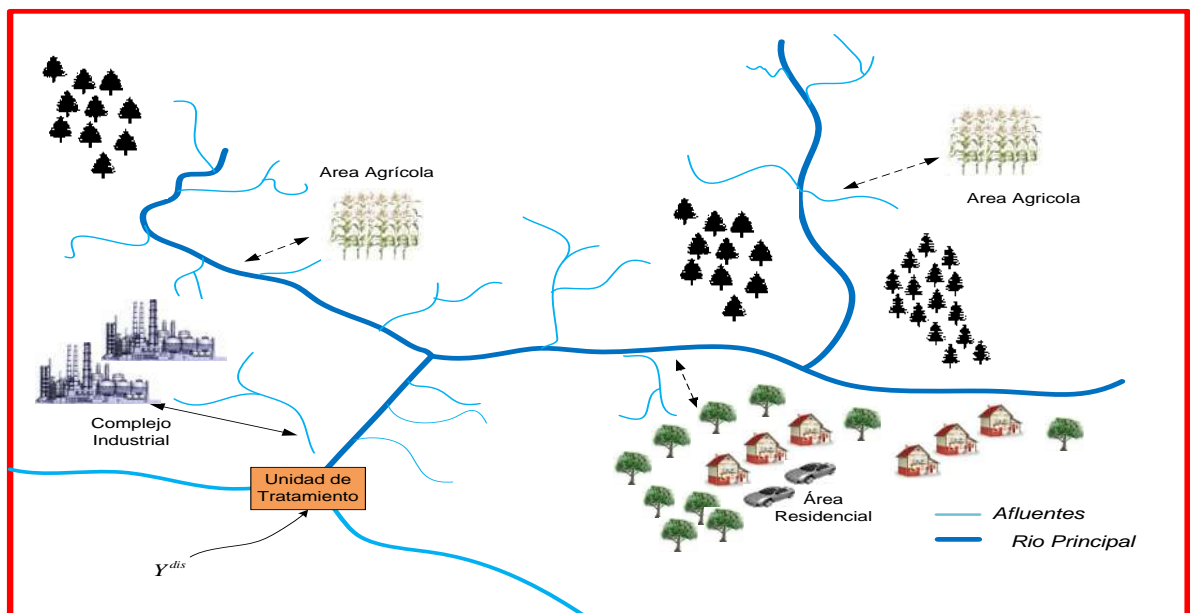


Figura 1. Ejemplo típico de un sistema de tratamiento centralizado al final del río.

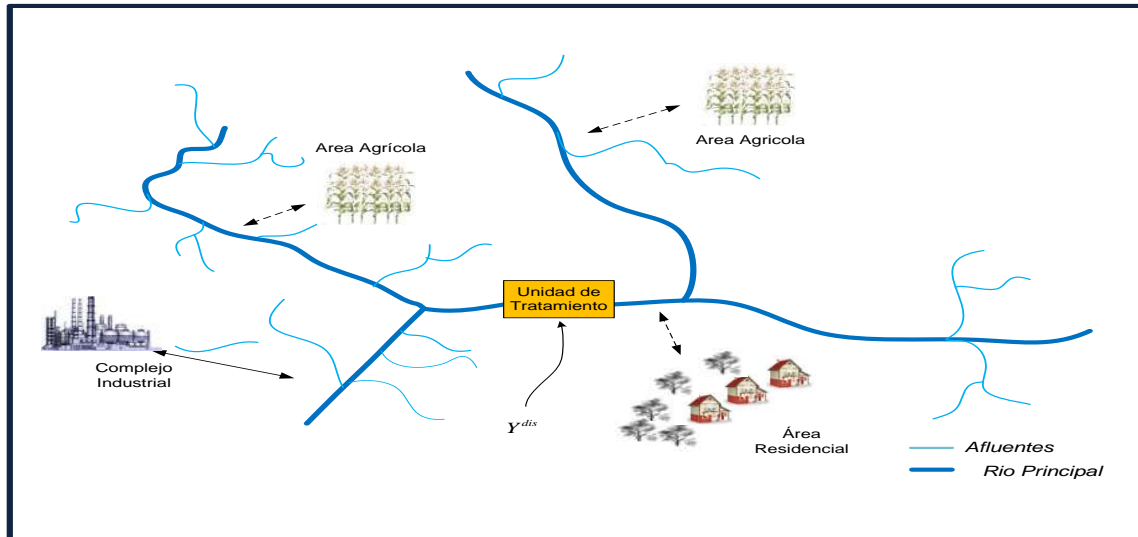


Figura 2. Sistema de tratamiento ubicado en el centro del río.

### 2.2.2. Tratamiento distribuido.

El sistema de tratamiento distribuido de un sistema hidrográfico tiene consigo varias ventajas en comparación con el tratamiento centralizado, de tal forma que esta metodología ha sido considerada como más versátil y conveniente. Una de las principales ventajas de esta metodología es que dentro de su enfoque considera las actividades relacionadas con el uso sobre todo en el sector agrícola, estableciendo restricciones para la calidad específica del agua requerida para satisfacer estas necesidades. Una cualidad interesante de esta metodología es que permite tratar flujos pequeños disminuyendo así el costo total anual. La **Figura 2** muestra en detalle este concepto. Otro aspecto importante a resaltar acerca de esta metodología es que elimina problemas a lo largo de su trayectoria del sistema directamente ocasionados por la composición nociva del sistema tales como malos olores, eutrofización; pérdida de flora y fauna.

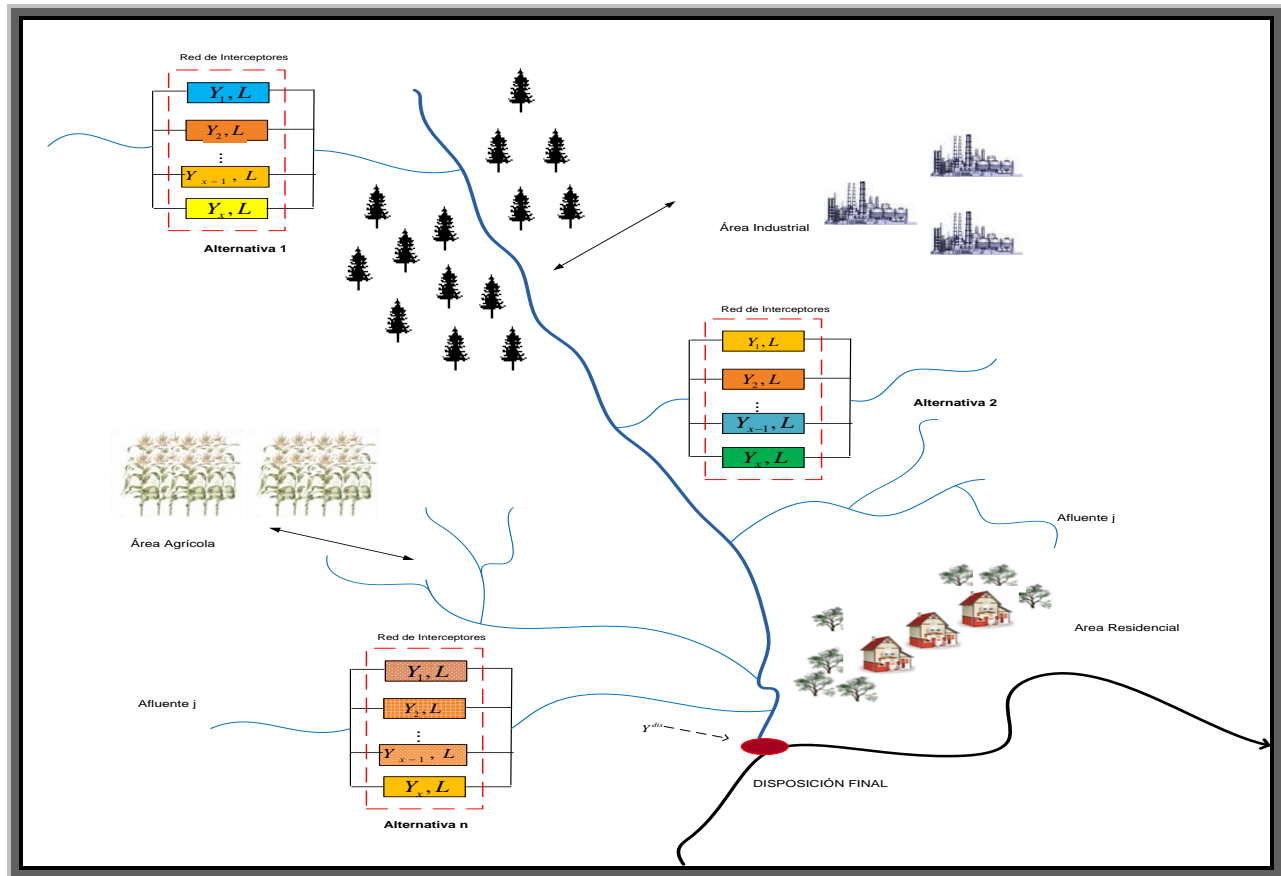


Figura 3. Ejemplo de un sistema de tratamiento distribuido.

### 2.3. Toxicología.

El efecto tóxico de una sustancia es el resultado que ocurre en humanos, animales, plantas o microorganismos como consecuencia de la acción que precede a la exposición de cierta sustancia o mezcla de sustancias. Este efecto adverso puede tomar formas variadas tales como enfermedad y la muerte.

Hay en general tres tipos de entidades tóxicas las cuales son las siguientes:

- ❖ Las sustancias químicas incluyen tanto sustancias inorgánicas como orgánicas. Entre estas últimas se encuentra el metanol, la mayor parte de los medicamentos y venenos de origen animal. Entre las inorgánicas podemos considerar el plomo, los metales pesados, ácido fluorhídrico y gas de cloro.
- ❖ La toxicidad biológica puede ser más complicada para identificar, la «dosis umbral», puesto que muchas toxinas se producen a causa de virus y bacterias, las que se

reproducen para desarrollar la infección. Sin embargo, en un anfitrión con un sistema inmunológico intacto o en buen estado, la toxicidad inherente del organismo es equilibrada por la capacidad del anfitrión de defenderse; entonces, la toxicidad biológica depende de una combinación de los factores de ambas partes.

- ❖ Las entidades físicamente tóxicas incluyen cosas que por lo general no son pensadas como tal. Ejemplo: golpes, conmoción cerebral; sonidos y vibraciones, calor y frío, radiación electromagnética no ionizada como la luz infrarroja y la luz visible, Radiación ionizante como los rayos X y rayos gamma; y la radiación de partículas como rayos alfa, rayos beta y los rayos cósmicos.

### *Factores que Influyen en la Toxicidad.*

La toxicidad de un organismo puede ser afectada por muchos factores distintos, como la vía de administración del agente toxico (por ejemplo sí es aplicada en la flor, ingerida, inhalada, inyectada), el tiempo de exposición; el número de exposiciones, la forma física de la toxina; la salud del organismo así como el peso y edad.

### **2.3.1. Toxicología Crónica**

La toxicidad crónica incluye los efectos tóxicos a largo plazo que pueden mantenerse en alrededor de la decima parte de la vida media de la especie; ésta es relacionada con cambios en el metabolismo, crecimiento o capacidad de supervivencia (muerte y reducción de la capacidad reproductora).

### **2.3.2. Toxicología Aguda**

La toxicidad aguda incluye los efectos adversos (letal o sub-letal) sobre los organismos de ensayo en prueba durante un período de exposición usualmente de pocos días. Esta toxicidad es suficientemente alta como para producir una respuesta rápida en los organismos (48 a 96 horas). Cabe mencionar que para efecto de este trabajo sólo tomaremos en cuenta los efectos de esta toxicidad. Además de que la toxicidad aguda es en general más fácil de identificar y la evidencia científica obtenida de los estudios a corto plazo es más confiable.

Normalmente se pueden diseñar estudios en animales (generalmente en ratones o ratas) para determinar los efectos causados por la exposición a ciertos niveles de compuestos tóxicos.

En cuanto la toxicidad crónica, es mucho más difícil de evaluar ya que se intenta valorar la toxicidad a largo plazo. El cáncer es quizá el mejor ejemplo de una enfermedad que responde a una exposición crónica y que presenta una alta incidencia. Si un compuesto tóxico causa unos cuantos casos de cáncer por cada millón de individuos se considera como no aceptable. Por lo que un estudio en animales tendría que involucrar millones de animales expuestos a concentraciones del compuesto tóxico parecidas a las presentes en el medio ambiente, es decir a concentraciones considerablemente bajas, estudio que en la práctica no es realizable.

### **2.3.3. Toxicología del arsénico.**

El arsénico (As) se encuentra en la naturaleza, en las aguas geotermales y en las rocas sedimentarias y volcánicas. Se presenta con frecuencia como sulfuro de arsénico y arsenopirita en las impurezas de los depósitos mineros, o como arsenato y arsenito en las aguas superficiales y subterráneas. Es un elemento ampliamente usado en el comercio y la industria para la producción de láser, vidrio, pigmentos, tela, papel, medicamentos, plaguicidas, conservadores de alimentos y madera, entre otros. Su presencia en el agua se debe a la descarga de efluentes industriales, la disolución de los minerales provenientes de depósitos geológicos y a la sedimentación atmosférica. El As+5 es la especie más común de encontrar en las aguas superficiales con alto nivel de oxígeno. Bajo condiciones de reducción predomina el As+3 y en menor medida el As+5. La escala de toxicidad del Arsénico es la siguiente:

arsina > As+3 inorgánico > As+3 orgánico > As+5 inorgánico > As+5 orgánico > compuestos arsenicales y arsénico elemental.

El arsénico es uno de los elementos más tóxicos que pueden ser encontrados. Debido a sus efectos tóxicos, los enlaces de arsénico inorgánico ocurren en la tierra naturalmente en pequeñas cantidades. Se encuentra, en la naturaleza, en las aguas geotermales y en las rocas sedimentarias y volcánicas. Se presenta con frecuencia como sulfuro de arsénico y

arsenopirita en las impurezas de los depósitos mineros, o como arsenato y arsenito en las aguas superficiales y subterráneas. Es un elemento ampliamente usado en el comercio y la industria para la producción de láser, vidrio, pigmentos, tela, papel, medicamentos, plaguicidas, conservantes de alimentos y madera, entre otros. Su presencia en el agua se debe a la descarga de efluentes industriales, la disolución de los minerales provenientes de depósitos geológicos y a la sedimentación atmosférica. El As+5 es la especie más común de encontrar en las aguas superficiales con alto nivel de oxígeno. Bajo condiciones de reducción predomina el As+3, y en menor medida el As+5. Los humanos pueden ser expuestos al arsénico a través de la comida, agua y aire. La exposición puede también ocurrir a través del contacto con la piel con suelo o agua que contenga arsénico. Los niveles de arsénico en la comida son bastante bajos, no es añadido debido a su toxicidad, pero los niveles de arsénico en peces y mariscos puede ser alta, porque los peces absorben arsénico del agua donde viven. Por suerte esto es mayormente en la forma de arsénico orgánico menos dañina, pero peces que contienen significantes cantidades de arsénico inorgánico pueden ser un peligro para la salud humana. La exposición al arsénico puede ser más alta para la gente que trabaja con arsénico, para gente que bebe cantidades significativas de vino, para gente que vive en casas que contienen conservantes de la madera y gente que viven en granjas donde el arsénico de los pesticidas ha sido aplicado en el pasado. La exposición al arsénico inorgánico puede causar varios efectos sobre la salud, como es irritación del estómago e intestinos, disminución en la producción de glóbulos rojos y blancos, cambios en la piel, e irritación de los pulmones. Es sugerido que la toma de significativas cantidades de arsénico inorgánico puede intensificar las posibilidades de desarrollar cáncer, especialmente las posibilidades de desarrollo de cáncer de piel, pulmón, hígado, linfa. A exposiciones muy altas de arsénico inorgánico puede causar infertilidad y abortos en mujeres, puede causar perturbación de la piel, pérdida de la resistencia a infecciones, perturbación en el corazón y daño del cerebro tanto en hombres como en mujeres. Finalmente, el arsénico inorgánico puede dañar el ADN. El arsénico orgánico no puede causar cáncer, ni tampoco daño al ADN. Pero exposiciones a dosis elevadas puede causar ciertos efectos sobre la salud humana, como es lesión de nervios y dolores de estómago.

## 2.4. Análisis de riesgo.

La consideración del riesgo en la etapa de diseño es de suma importancia para cualquier proceso. Aunque en la mayoría de los casos este factor no es tomado en cuenta en la planeación de un proyecto, debido a que se considera como algo innecesario a evaluar ya que erróneamente se tiene la idea de que tal vez nunca ocurra una catástrofe. Esta idea es errónea, ya que cuando realmente ocurren los efectos catastróficos se producen pérdidas materiales enormes, incluso totales, pero más lamentable es la pérdida de vidas humanas que pueden ocurrir. Estas pérdidas pudieron haberse reducido, o a un mejor evitado, si el riesgo hubiera sido considerado en la etapa de diseño.

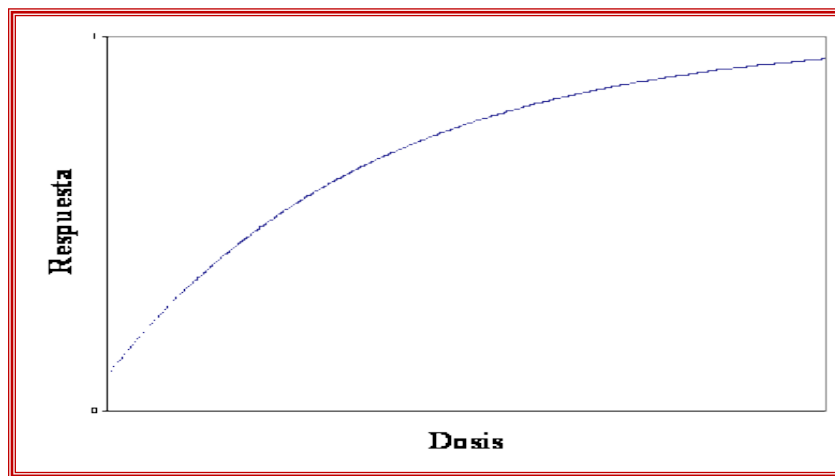
### 2.4.1. Evaluación del riesgo a partir de curvas dosis-respuesta.

Para evaluar los riesgos ecológicos de las sustancias tóxicas se realizan estudios ecotoxicológicos. Estos estudios se llevan a cabo exponiendo unas cuantas especies, que se consideran representativas, a una sustancia tóxica. De esta manera se establecen en el laboratorio relaciones dosis-respuesta. El objetivo fundamental de una evaluación dosis-respuesta es el obtener una relación matemática entre la cantidad de sustancia tóxica a la cual un ser humano está expuesto y el riesgo de desarrollar una respuesta negativa a esa dosis. Los compuestos tóxicos pueden inducir efectos a través de mecanismos fisiológicos y metabólicos distintos, lo cual se ve reflejado en la forma que adquiere la relación dosis-respuesta. Tomando como base la forma de la curva dosis-respuesta, se pueden dividir a los compuestos tóxicos en dos categorías generales:

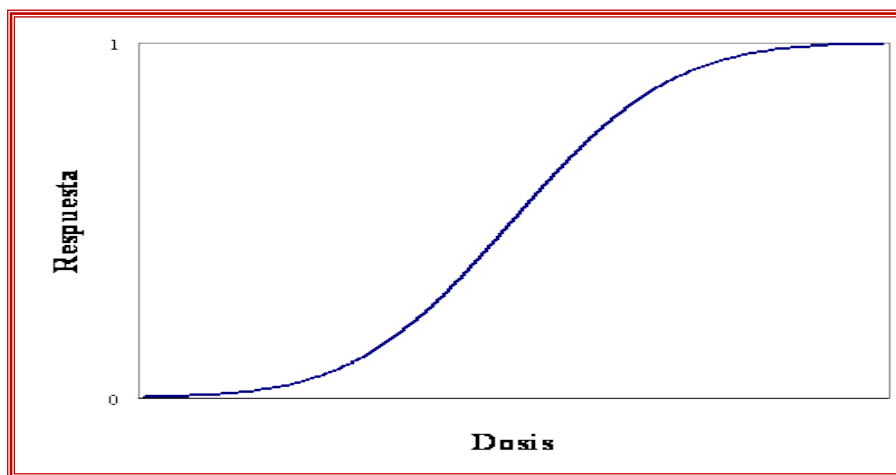
- ⊕ Compuestos tóxicos con umbral o punto a partir del cual se observa un efecto.
- ⊕ Compuestos tóxicos sin umbral o sin punto claro donde inicie un efecto.

Se considera que algunos compuestos químicos pueden causar efectos incluso a dosis extremadamente bajas, aunque la probabilidad de ocurrencia de estos efectos sea reducida. Para estos compuestos no existe un nivel de seguridad. Cuando el nivel de exposición aumenta, también aumenta el riesgo. A niveles de dosis muy bajas se supone que el incremento en la respuesta es con frecuencia lineal. Esto quiere decir que si el nivel de exposición aumenta dos veces, se espera que el riesgo aumente en la misma proporción. Muchos de los compuestos que inducen cáncer y algunos otros pertenecen a esta categoría y

se les denomina tóxicos sin umbral. La **Figura 4**, muestra la curva dosis respuesta sin umbral. Por lo contrario, se piensa que los compuestos que no causan cáncer no provocan un efecto adverso hasta que se alcance un nivel mínimo de exposición conocido como exposición umbral. Una vez que el nivel de exposición se encuentra por encima del umbral, la severidad de la respuesta aumenta proporcionalmente al nivel de exposición. Pero por debajo del umbral, se considera que la sustancia tóxica no es capaz de causar un efecto adverso. Estos compuestos químicos son considerados tóxicos sin umbral como se muestra en la **Figura 5**.



*Figura 4. Grafica dosis-respuesta con umbral.*



*Figura 5. Grafica dosis-respuesta sin umbral.*

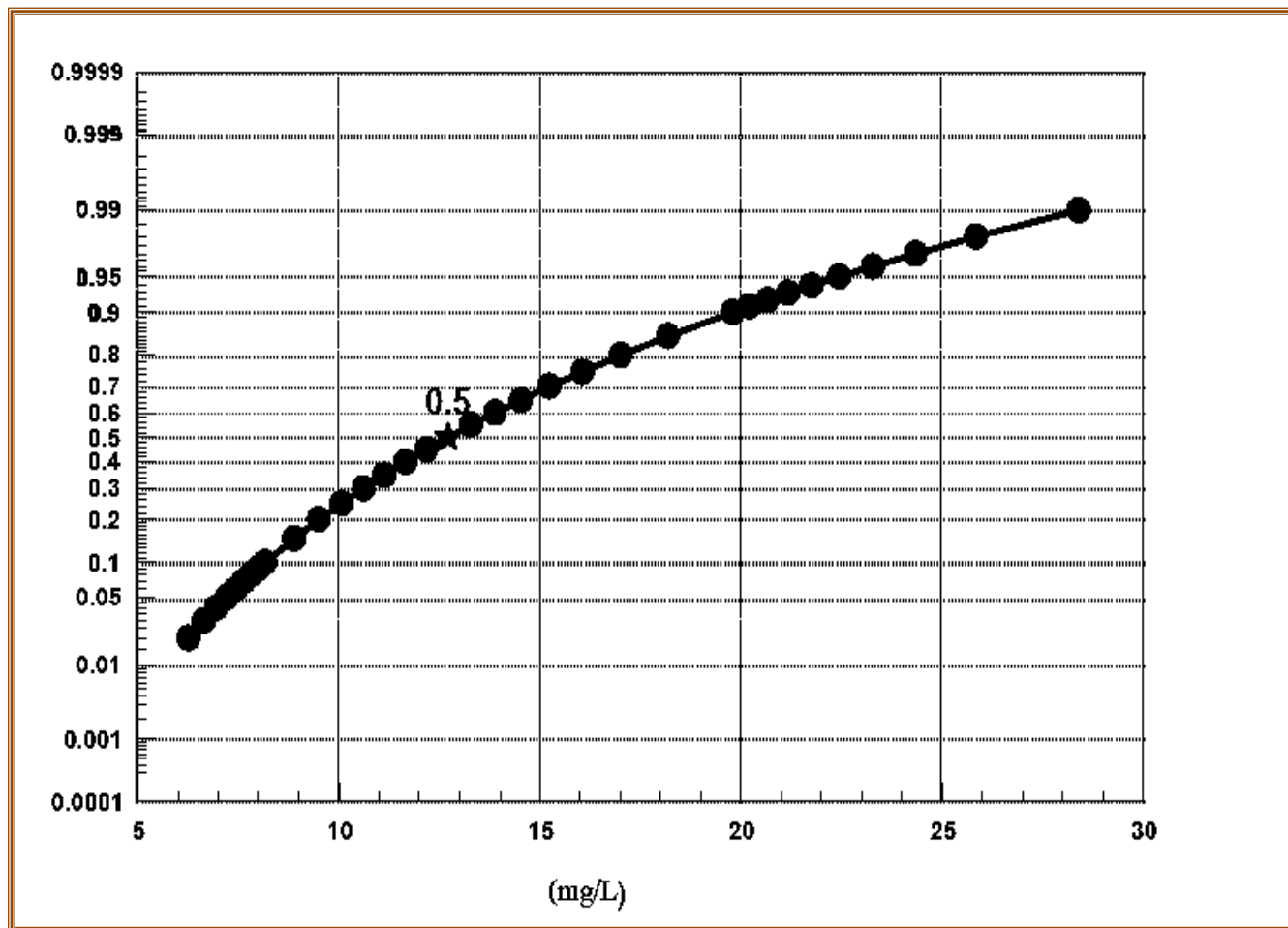


## 2.4.2. Uso de datos experimentales del arsénico para la medición del riesgo.

Los parámetros *Fatalidades<sub>fS</sub>* y *Fatalidades<sub>fSR</sub>*, son evaluados previamente antes de realizar la optimización de nuestra función objetivo. La manera de medir el riesgo en este trabajo es mediante la probabilidad de falla de las unidades de tratamiento, considerando su efecto asociado a esta falla. El cálculo de la consecuencia de falla se evaluó mediante el uso de datos experimentales derivados de un estudio eco-toxicológico presentado por Nadaffi et al. (2011), el cual evaluó la toxicidad del arsénico (contaminante clave para propósito de este trabajo) en agua, los resultados experimentales de este estudio fueron presentados en gráficos dosis-respuesta. La **Figura 6** muestra la grafica obtenida del estudio toxicológico. Con esta información obtenida experimentalmente se realizó el cálculo de los parámetros *Fatalidades<sub>fS</sub>* y *Fatalidades<sub>fSR</sub>* necesarios para realizar la optimización. El algoritmo de cálculo de estos parámetros es el siguiente:

- ⊕ La curva dosis respuesta es dividida en 5 segmentos los cuales son linealizados de forma separada para disminuir el error y también de esta forma hacer mas practico y rápido el trabajo de cálculo. Las ecuaciones de rectas obtenida son mostradas en la **Tabla 1**.
- ⊕ Resolver los balances planteados a través de la técnica MFA para encontrar la concentración del arsénico en cada tramo de río *i*.
- ⊕ Obtenida la concentración, usamos las ecuaciones obtenidas a partir de la linealización de la curva dosis-respuesta, y de esta forma para nuestra concentración obtenida en ppm de arsénico, en cada tramo de río *i*, podemos conocer esta fracción.
- ⊕ Conociendo la fracción de fatalidades y el número de habitantes por tramo de río, el producto de estos dos parámetros proporciona el número de fatalidades asociadas para cada tramo de río en caso de falla.

La **Tabla 2** muestra los datos obtenidos de estos parámetros. Como se puede apreciar en la ecuación del riesgo, esta sólo considera las descargas de carácter industrial, debido que son las que realizan un aporte elevado en cuanto a componentes peligrosos.



*Figura 6. Curva dosis-respuesta para el arsénico.*

**Tabla 1.** Linealización de la curva dosis-respuesta.

<b>Intervalo de Concentración (ppm)</b>	<b>Ecuación de Recta</b>
6 a 10	$Y=0.0545 * CQ-0.3355$
10 a 15	$Y=0.09 * CQ-0.655$
15 a 20	$Y=0.08 * CQ-0.555$
20 a 25	$Y=0.044 * CQ-0.01$
25 a 28	$Y=0.0038 * CQ+0.894$

**Diseño Óptimo de Sistemas de Tratamiento Distribuidos de Efluentes Industriales Descargados en los Ríos Considerando Aspectos de Seguridad**

**Tabla 2.** Calculo del parámetro fatalidades.

<b>INDT (I.J.T.W)</b>	<b><u>Fatalidades</u> <u>fS</u></b>	<b>INDT (I.J.T.W)</b>	<b><u>Fatalidades</u> <u>fS</u></b>	<b>INDR(I,T,W )</b>	<b><u>Fatalidades</u> <u>fSR</u></b>
4,3,T,1	404	12,6,T,2	6304	2, T ,1	5686
5,2,T,1	2067	12,7,T,3	6933	2 ,T ,2	7472
6,2,T,1	1677	12,8,T,3	5929	2 ,T ,3	6961
6,4,T,1	3223	13,1,T,1	5765	3 ,T ,1	7064
7,1,T,1	123	13,3,T,1	7783	5, T ,2	5428
7,4,T,3	1533	17,4,T,1	3702	7 ,T ,1	6120
11,1, T,1	1138	18,1,T,1	558	7, T ,2	7358
11,2,1	3305	18,2,T,1	325	11 ,T ,1	3718
11,3,1	1886	18,3,T,2	712	12, T ,1	4727
11,5,T,2	1647	21,3,T,1	6749	14, T ,1	1312
11,6,T,2	5420	23,1,T,1	1776	14 ,T ,2	2323
11,7,T,2	5974	23,2,T,1	1081	16 ,T ,1	1784
11,8,T,2	1102	23,3,T,2	2009	17 ,T ,1	2589
12,1,T,1	770	23,4,T,2	2493	18 ,T ,1	6048
12,2,T,1	3278	23,5,T,1	2322	21, T ,1	7307
12,3,T,1	2081	23,6,T,1	2075	21, T ,2	6863
12,4,T,2	2462	23,7,T,1	2294	22, T ,1	4146
				23 ,T ,1	3389
				23, T ,2	2523

## 2.5. Optimización.

Optimización es el uso de métodos y técnicas específicas para determinar la solución más rentable y eficiente a un problema en específico o al diseño de un proceso. La optimización es de primordial importancia, debido a que ésta sirve como principal instrumento cuantitativo en la toma de decisiones. Una amplia variedad de problemas en el diseño, construcción, operación y análisis de las plantas químicas (así como muchos problemas industriales) pueden ser resueltos a través de técnicas de optimización.

El principal objetivo de la optimización es el de la selección de la mejor solución de un conjunto de soluciones posibles. El grado de sensibilidad de la solución es cuantificado por medio del uso de una función objetivo, la cual debe ser minimizada o maximizada. La función objetivo estará sujeta a cierto número de restricciones, las cuales pueden ser de igualdad y/o desigualdad. Los fundamentos de optimización se estipulan en varios libros, siendo algunos de ellos los publicados por Diwekar (2003) y Edgar et al. (2001).

### 2.5.1. Programación matemática.

La programación matemática involucra la formulación, solución y análisis de problemas de optimización. El estudio y resolución de los problemas incluye herramientas gráficas, algebraicas y computacionales. En la práctica un programa matemático es expresado de la siguiente forma:

**Función Objetivo:**  $\min$  o  $\max : f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

**Sujeta a:** Restricciones de Desigualdad:  $h : f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0$

$$h_r : f(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$$

Restricciones de Igualdad:  $g : f(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$

En donde  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , representan las variables de decisión.

En notación vectorial se expresa de la siguiente manera.

**Función Objetivo:**  $\min$  o  $\max : f(x) \quad x^T = [x_1, x_2, \dots, x_n]$

**Sujeta a:**  $g^T = [g_1, g_2, \dots, g_n] \quad g(x) \leq 0$   
 $h^T = [h_1, h_2, \dots, h_e] \quad h(x) \geq 0$

### 2.5.2. Clasificación de problemas de optimización.

Los problemas de optimización se dividen en las siguientes categorías generales dependiendo del tipo de variables de decisión, función objetivo y restricciones:

- ⊕ Programación Lineal (LP): Se caracteriza por que tanto la función objetivo como las restricciones son lineales. Las variables involucradas son escalares y continuas.
- ⊕ Programación no Lineal (NLP): La función objetivo y/o restricciones son no lineales. Las variables de decisión son escalares y continuas.
- ⊕ Programación Entera (IP): Las variables de decisión son escalares y números enteros.
- ⊕ Programación Lineal Entera Mixta (MILP): La función objetivo y las restricciones son lineales. Las variables de decisión son escalares; algunos son números enteros mientras que otros son variables continuas.
- ⊕ Programación Entera Mixta no Lineal (MINLP): Un problema de programación no lineal involucra variables enteras, así como variables continuas de decisión.
- ⊕ Control Óptimo: Las variables de decisión son vectores.
- ⊕ Programación Estocástica: También se denomina optimización bajo incertidumbre. En estos problemas tanto la función objetivo y/o restricciones, tienen variables de incertidumbre (al azar). Con frecuencia incluyen las categorías anteriores como sub-categorías.
- ⊕ Optimización Multi-Objetivo: Estos problemas se caracterizan por que se incluye más de un objetivo. Con frecuencia involucran las categorías anteriores como sub-categorías.

## 2.6. Programación disyuntiva generalizada.

La programación disyuntiva generalizada (Raman y Grossman, 1994) es un método alternativo a los problemas MINLP, la cual utiliza disyunciones y preposiciones lógicas. El modelo de programación disyuntiva generalizada permite una combinación de ecuaciones algebraicas y lógicas, lo que facilita la representación de decisiones discretas. Una disyunción es compuesta por un operador “O” ( $\vee$ ) y un número de términos conectados por estos operadores.

El programa disyuntivo generalizado se formula como sigue:

$$\begin{aligned} \min Z &= \sum_{k \in K} C_k + f(x) \\ \text{Sujeto a: } &g(x) \leq 0 \\ &\bigvee_{i \in D_k} \begin{bmatrix} Y_{ik} \\ h_{ik}(x) \leq 0 \\ C_k = \gamma_{ik} \end{bmatrix} \quad k \in K \\ &\Omega(Y) = \text{Verdadero} \\ &x \in R^n \quad Y_{ik} \in \{\text{Verdadero}, \text{Falso}\}^m \quad C_k \geq 0 \end{aligned}$$

Donde las elecciones discretas son expresadas con variable booleanas  $Y_{ik}$ , en términos de las disyunciones y preposiciones lógicas O ( $\vee$ ).

La ventaja que ofrece la programación disyuntiva generalizada es la de permitir una representación simbólica y cuantitativa de problemas de optimización continua y discreta.

### 2.6.1. Relajación de una disyunción.

Varios algoritmos se han propuestos para la relajación de un grupo de disyunciones: la formulación Gran-M, la sustitución Beaumont y la envoltura convexa. Para todos los casos se consideran restricciones no lineales convexas.

## 2.6.2. Relajación por medio de la envoltura convexa.

La envoltura convexa (Lee y Grossman, 2000) es una relajación más ajustada, su ventaja es que permite reducir el límite inferior lo que reduce el esfuerzo de búsqueda para un método de ramificación y acotamiento, en ambos problemas el lineal y el no lineal. Pero tiene la desventaja de que incrementa el número de variables continuas y restricciones que tiene el problema. Esto puede hacer que sea más difícil de resolver para el caso de problemas grandes.

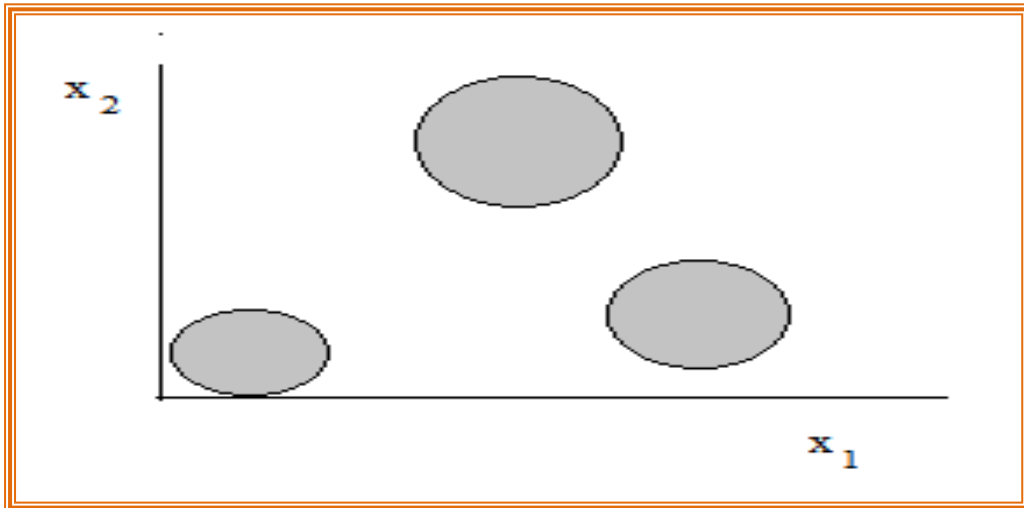
$$x - \sum_{i \in D} v_i = 0 \quad x, v_i \in R^n \quad (1)$$

$$y_i h_i \left( \frac{v_i}{y_i} \right) \leq 0 \quad i \in D \quad (2)$$

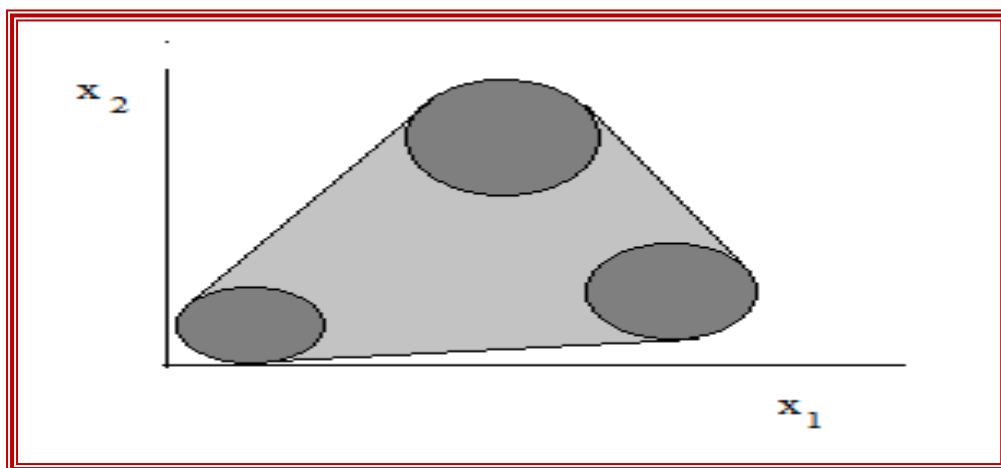
$$\sum_{i \in D} y_i = 1 \quad (3)$$

$$0 \leq v_i \leq v_i^U y_i \quad i \in D \quad (4)$$

En donde  $v_i^U$  es el límite superior valido para las variables desagregadas  $v_i$ , usualmente escogida como  $x^U$ . La ecuación 4, define un campo convexo en el espacio provisto de las desigualdades  $h_i(x) \leq 0$ ,  $i \in D$ , que son convexas y limitadas. El método para la solución de los modelos obtenidos es el método de ramificación y acotamiento. Las **Figuras 7 y 8** muestran las regiones factibles del problema original y de su relajación con el método de la envoltura convexa, respectivamente.



**Figura 7.** a) Región factible para un problema disyuntivo.



**Figura 8.** b) Región factible con una relajación de la envoltura convexa.



### 3. Metodología.

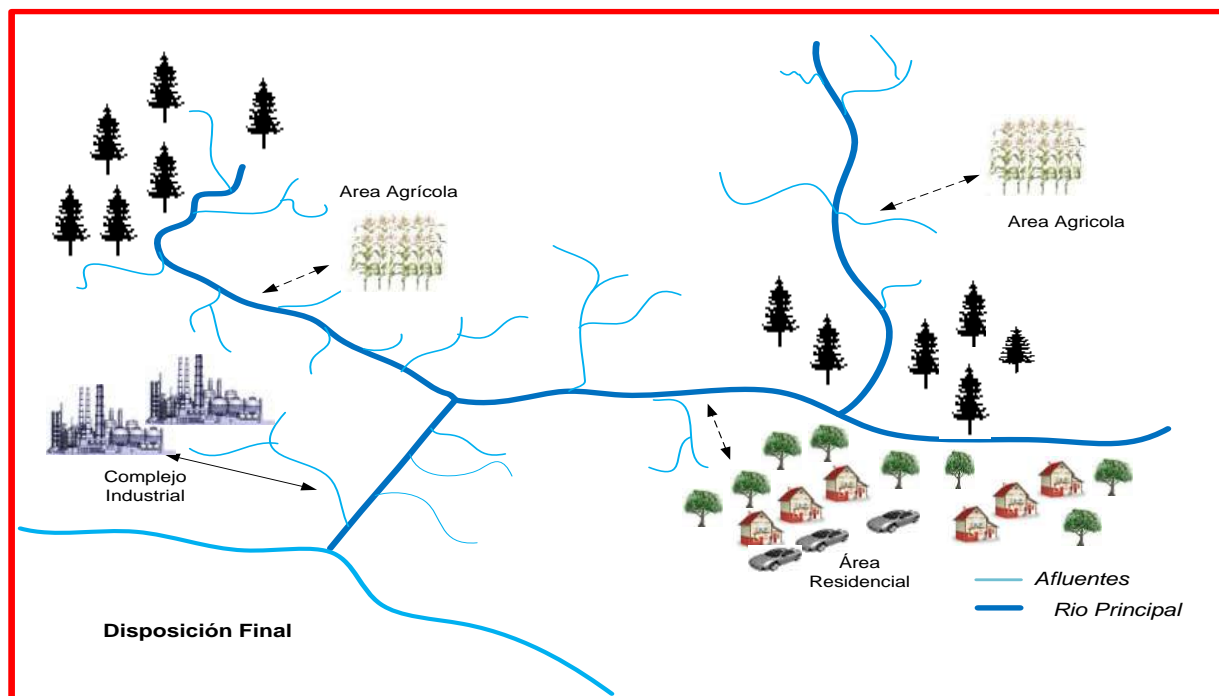
#### 3.1. Modelo del sistema.

##### 3.1.1. Planteamiento del problema.

El principal objetivo de este trabajo es el de diseñar una configuración óptima la cual nos proporcione una distribución conveniente sustentable, segura y económicamente hablando. En la **Figura 9** se muestra un sistema típico de cuenca en el cual un río principal es alimentado por varios efluentes ( $T_{i,j}$ ), tratados o no tratados, procedentes de diferentes fuentes con distinta composición cada uno de ellos, lo que ocasiona que la concentración ( $CQ_{i,j}$ ) del río este cambiando a lo largo de su recorrido debido a puntos de carga y de descarga, tales como por ejemplo; descargas industriales, drenajes de sectores domésticos, descargas de carácter agrícola y fenómenos naturales asociados como filtración y precipitación. Estas descargas pueden contener una alta cantidad de compuestos peligrosos los cuales ocasionan un desequilibrio total en el sistema, afectando principalmente a los organismos que viven de forma simbiótica en el entorno del sistema. Un conjunto de unidades de tratamiento está disponible para cada uno de los efluentes, para alcanzar los límites ambientales impuestos a las distintas secciones de la cuenca. Este enfoque da un tratamiento distribuido a los efluentes, de manera que los volúmenes a ser tratados se pueden reducir. Cada operación de tratamiento tiene una proporción de extracción para cada uno de los  $n$  componentes diferentes presentes en los efluentes. Una unidad de tratamiento ficticia se puede utilizar para modelar el caso cuando el efluente no necesita ser tratado, o sí sólo un porcentaje de la misma tiene que ser tratada para cumplir con la concentración máxima permisible en la zona de captación ( $CQ^{dis}$ ). Hay restricciones intermedias en los lugares donde ciertas condiciones se requieren para el uso del agua. Por ejemplo, sí el agua de un sitio específico se utiliza para la agricultura, se establecen restricciones para permitir el cumplimiento de la calidad del agua requerida ( $CQ^{desired}$ ), y lo mismo se hace para usos domésticos e industriales. Para satisfacer estas limitaciones, el comportamiento del río es simulado teniendo en cuenta todos los flujos de entrada y salida a través de la técnica del MFA.

La función objetivo consiste en minimizar simultáneamente el costo total anual ( $TAC$ ), el daño ambiental, así como el riesgo. Esto se traduce en que nuestro problema sea multi-

objetivo, ya que el propósito es minimizar tres requisitos indispensables que tiene que cumplir cualquier proceso en la actualidad. Los costos de capital y operativos para las unidades de tratamiento dependen del tipo de unidad seleccionada, del flujo tratado, la concentración de entrada y salida de los contaminantes, la configuración y las condiciones de funcionamiento. Para evitar complicaciones numéricas durante el proceso de optimización, en este trabajo varias unidades de tratamiento con configuraciones dadas y las condiciones de operación son simuladas antes del proceso de optimización, teniendo en cuenta sólo las tecnologías de tratamiento que sean adecuados para la eliminación de los contaminantes en la cuenca. Este procedimiento previo, proporciona eficiencias de remoción de los contaminantes, y las expresiones de costos que dependen únicamente del caudal tratado. Para considerar el efecto de la concentración de entrada a las unidades de tratamiento, un conjunto de restricciones para la concentración de entrada para cada unidad de datos discretos pueden ser impuestas al modelo, y las concentraciones de salida están relacionados con las eficiencias de remoción determinados por el proceso previo de simulación. Para considerar las economías de escala, el costo de capital para las unidades de tratamiento incluye los costos fijos y variables, así como un factor exponencial.



**Figura 9.** Ejemplo de cuenca hidrográfica típica.

### 3.1.2. Modelado del sistema.

Para un mejor análisis del sistema, el río es dividido en porciones llamadas “tramos”, como se puede apreciar en la **Figura 10 a**. Esta acción permite poder utilizar técnicas de modelado (MFA) que nos ayudan a hacer una mejor evaluación de todos los fenómenos que intervienen en el sistema. Una característica principal de estos tramos es que la concentración puede ser considerada constante para cada tramo. Otro aspecto importante es que la concentración de un tramo con respecto de otro es diferente, esto se debe a que diferentes afluentes con diferentes características descargan en diferentes tramos, ocasionando diferentes gradientes de concentración para cada tramo. Cada tramo es comparado para su modelación con un reactor CSTR como se observa en la **Figura 10 b**, analogía que tiene justificación de acuerdo a la forma de mezclado del tramo. A continuación describiremos los conjuntos usados para la formulación del modelo,  $i$  es el subíndice usado para denotar cualquier sección del río (tramo), mientras que  $N_i$  corresponde al número total de secciones del río definido para un problema en particular.  $I$  es el conjunto que contiene todas las  $i$ ,  $j$  es el subíndice usado para denotar a los efluentes descargados al río.  $J$  es el conjunto que contiene todas las  $j$ .  $x$  es el subíndice usado para nombrar las unidades de tratamiento y el subíndice  $l$  es usado para el número de contaminantes.

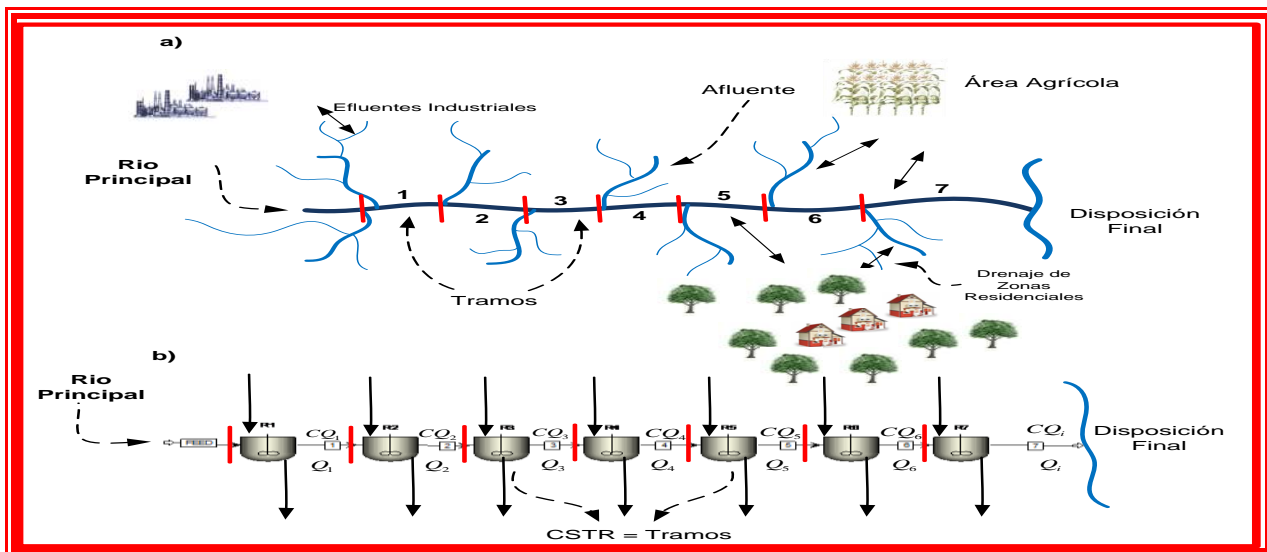


Figura 10. a) División del río en tramos, b) Analogía con un reactor CSTR.

### 3.1.3. Modelado a través de la técnica MFA

La técnica del análisis de flujo de materiales nos permite formular un modelo, el cual nos permite considerar todos los fenómenos que ocasionan cambios en el sistema, esta técnica es de gran utilidad cuando se trata de seguir el rastro de componentes peligrosos debido a que toma en cuenta todas las corrientes de entrada al río principal, así como las descargas agrícolas, descargas industriales con o sin tratamiento y descargas de uso domestico. Esta técnica también permite tomar en cuenta fenómenos naturales tales como precipitación, filtración y evaporación, la razón de considerar estos fenómenos naturales se debe a que estos pueden alterar de forma significativa la composición de los materiales transportados en el sistema. El balance propuesto por esta técnica involucra términos de reacción, los cuales toman en cuenta las reacciones químicas y bioquímicas que son realizadas a través del río y que pueden degradar o producir componentes peligrosos.

Cada unidad de tratamiento disponible se caracteriza en términos del tipo de contaminantes presentes en los efluentes, los parámetros de diseño, variables de operación, las concentraciones de entrada y salida, así como la cantidad de efluente tratado. Por eso, la eficiencia de remoción para cada contaminante en las unidades de tratamiento, y el costo de una unidad de tratamiento puede ser expresado por las siguientes funciones.

$$\alpha_{x,l} = \alpha_{x,l}(\text{Parametros de Operacion, Configuracion, Condiciones de Entrada, Condiciones de Salida, Flujo Tratado}), \forall l \in L, x \in X$$

$$Cost_{x,l} = Cost_{x,l}(\text{Parametros de Operacion, Configuracion, Condiciones de Entrada, Condiciones de Salida, Flujo Tratado}), \forall l \in L, x \in X$$

Para la simplificación de este proceso, se realizaron una serie de simulaciones para unidades de tratamiento específicas (dependiendo del tipo de contaminante) antes de la optimización (para obtener configuraciones y condiciones de operación). Para proporcionar los datos requeridos para poder estimar la eficiencia de remoción y el costo de la unidad para cada tecnología de tratamiento involucrada en la superestructura. Como resultado, la concentración en la salida de la unidad de tratamiento puede expresarse como una función que depende de la unidad de tratamiento seleccionada así como de la concentración de entrada  $C_{x,l}^{out} = C_{x,l}^{in} \alpha_{x,l}$ ,  $\forall l \in L, x \in X$ . También, el costo total de cada unidad de tratamiento puede ser representado como una función del flujo tratado. Para el costo de capital  $Ccap_x = CF_x + VC_x fs_x^\gamma$ ,  $x \in X$ , y para el costo de operación  $Cop_x = Cu_x^{op} fs_x$ ,  $x \in X$ .

Por lo que los parámetros para las funciones de costo para las unidades de tratamiento (i.e.,  $CF_x$ ,  $VC_x$ ,  $CU_x^{op}$  y  $\gamma$ ) son determinados antes del proceso de optimización, el cual sólo debe de seleccionar las unidades de tratamiento usadas y el flujo tratado.

### **3.1.3.1. Balance general de masa para cada tramo.**

El flujo de salida de cada tramo  $i$  ( $Q_i$ ) es igual al flujo de entrada de cada tramo ( $Q_{i-1}$ ) mas las descargas industriales ( $IND_i$ ), descargas directas ( $D_i$ ), la precipitación promedio ( $P_i$ ), la suma de todos los efluentes que entran en el tramo  $\sum_{j=1}^{N_{Efl,i}} T_{i,j}$ , menos los fenómenos naturales asociados como la filtración y evaporación ( $L_i$ ), así como el uso del agua en el trayecto del río ( $U_i$ ).

$$Q_i = Q_{i-1} + P_i + D_i + IND_i + \sum_{j=1}^{N_{Efl,i}} T_{i,j} - L_i - U_i, \quad \forall i \in I \quad (1)$$

### **3.1.3.2. Balance de componentes para cada tramo de río.**

El flujo de salida de cada tramo de río para los componentes peligrosos ( $Q_i * CQ_{i,l}$ ) es igual al flujo de entrada al tramo ( $Q_{i-1} * CQ_{i-1,l}$ ), mas la precipitación ( $P_i * CP_{i,l}$ ), las descargas directas ( $D_i * CD_{i,l}$ ), las descargas industriales ( $IND_i * CIND_{i,l}$ ), todos lo efluentes que descargan en el tramo  $\sum_{i=1}^{N_{Efl,i}} T_{i,j} * CT_{i,j,l}$ , menos las perdidas ( $L_i * CL_{i,l}$ ), así como el uso ( $U_i * CU_{i,l}$ ), menos la degradación para el componente en el tramo ( $\int_{V=0}^{V_i} r_{i,l} dV_i$ ). Por lo tanto, el balance por componente para cada tramo resulta como sigue:

$$Q_i * CQ_{i,l} = Q_{i-1} * CQ_{i-1,l} + P_i * CP_{i,l} + D_i * CD_{i,l} + IND_i * CIND_{i,l} + \sum_{i=1}^{N_{Efl,i}} T_{i,j} * CTR_{i,j,l} - L_i * CL_{i,l} - U_i * CU_{i,l} - \int_{V=0}^{V_i} r_{i,l} dV_i, \quad \forall i \in I, l \in L \quad (2)$$

El último término de la ecuación corresponde a la reacción que toma lugar en cada tramo, pudiendo expresar este último término como una reacción cinética de primer orden.

$$\int_{V=0}^{V_i} r_{i,l} dV_i = K_{i,l} * CQ_{i,l} * V_i$$

Donde  $K_{i,l}$  es la constante de velocidad de Arrhenius, la cual puede ser determinada experimentalmente y  $V_i$ , es el volumen para cada sección  $i$  del río. El término de reacción

$$\int_{V=0}^{V_i} r_{i,l} dV_i$$

que toman lugar en el río.

### **3.1.3.3. Balance de masa para los efluentes.**

El balance de masa para los efluentes  $j$  que descargan al tramo  $i$  es el siguiente:

$$T_{i,j} = S_{i,j}^{untreated} + S_{i,j}^{treated} + IND_{i,j} + P_{i,j} + D_{i,j} - L_{i,j} - U_{i,j}, \quad \forall i \in I, j \in J \quad (3)$$

El flujo que deja el efluente  $j$  y entra al tramo del río  $i$  ( $T_{i,j}$ ) es igual a la suma de todas las descargas con o sin tratamiento ( $S_{i,j}^{treated}, S_{i,j}^{untreated}$ ), desperdicios industriales ( $IND_{i,j}$ ), el flujo de precipitaciones ( $P_{i,j}$ ), descargas agrícolas ( $D_{i,j}$ ), menos las pérdidas por evaporación y filtración ( $L_{i,j}$ ), así como los usos por extracción ( $U_{i,j}$ ).

### 3.1.3.4. Balance de componentes para cada efluente.

El flujo para cada componente que deja cada efluente  $j$  y entra directamente al tramo  $i$  es determinado de la siguiente manera:

$$T_{i,j} * CT_{i,j,l} = S_{i,j}^{untreated} * CS_{i,j,l}^{untreated} + S_{i,j}^{treated} * CS_{i,j,l}^{treated} + IND_{i,j} CIND_{i,j,l} + P_{i,j} * CP_{i,j,l} + D_{i,j} * CD_{i,j,l} - L_{i,j} * CL_{i,j,l} - U_{i,j} * CU_{i,j,l} - \int_{V=0}^{V_{i,j}} r_{i,j,l} dV_{i,j}, \quad \forall i \in I, j \in J, l \in L \quad (4)$$

Este balance incluye el término de reacción  $\int_{V=0}^{V_{i,j}} r_{i,j,l} dV_{i,j}$ , término que nos ayudará a considerar la degradación de los componentes presentes en el sistema.

### 3.1.3.5. Descargas agrícolas y usos.

Las descargas agrícolas  $D_{i,j}$  y usos  $U_{i,j}$  son proporcionales a las áreas de uso agrícola que rodean el sistema. La forma de calcular estas descargas es como sigue:

$$D_{i,j} = \lambda_{i,j} * A_{i,j}, \quad \forall i \in I, j \in J \quad (5)$$

$$U_{i,j} = \beta_{i,j} * A_{i,j}, \quad \forall i \in I, j \in J \quad (6)$$

donde  $\lambda_{i,j}$  es el flujo por unidad de área en  $m^3/acre*s$ ,  $\beta_{i,j}$  es el uso agrícola de agua por unidad de are para el efluente  $j$  en  $m^3/acre*s$  y  $A_{i,j}$  es el área que cubre el efluente  $j$  en acres.

### 3.2. Modelo disyuntivo.

#### 3.2.1 Diseño del sistema de tratamiento distribuido.

Hay varias unidades de regeneración que se pueden utilizar para tratar los diferentes afluentes vertidos al río principal (ver **Figura 11**). Para un sistema macroscópico, generalmente el número de afluentes es grande, muchos de estos afluentes se puede tratar para satisfacer las limitaciones del medio ambiente y garantizar la sostenibilidad del sistema. Por lo tanto, el problema consiste en determinar el flujo de los afluentes que deben ser tratados y la eficiencia de eliminación que debe ser utilizada para llevar a cabo estas tareas al costo mínimo. Para diseñar este sistema de tratamiento distribuido se utiliza la siguiente disyunción para cada afluente  $j$  que descargan al tramo  $i$ .

$$\left[ \begin{array}{c} Y_{i,j} \\ T_{i,j} = \sum_{x \in X} fs_{i,j,x} \\ \sum_{x \in X} fs_{i,j,x} * (1 - \alpha_{x,l}) * CT_{i,j,l} = T_{i,j} * CTR_{i,j,l}, \forall l \in L \\ \left[ \begin{array}{c} Z_{i,j,x} \\ fs_{i,j,x} \geq \Omega_{i,j,x}^{\min} \\ fs_{i,j,x} \leq \Omega_{i,j,x}^{\max} \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} -Z_{i,j,x} \\ fs_{i,j,x} = 0 \end{array} \right], \forall x \in X \end{array} \right] \vee \left[ \begin{array}{c} \neg Y_{i,j} \\ CTR_{i,j,l} = CT_{i,j,l}, \forall l \in L \\ fs_{i,j,x} = 0, \forall x \in X \end{array} \right], \forall i \in I, \forall j \in J$$

En la disyunción anterior,  $CT_{i,j}$  es la concentración para el efluente  $j$ , el cual descarga al tramo  $i$ , con o sin tratamiento, mientras  $CTR_{i,j}$ , es la concentración después del tratamiento. En el primer nivel la variable booleana  $Y_{i,j}$  se asocia a la existencia de la planta de tratamiento. Sí esta es cierta, las ecuaciones de diseño de la planta de tratamiento se aplican; de lo contrario, si es falsa ( $\neg Y_{i,j}$ ) no hay ninguna unidad de tratamiento y la concentración final de descarga es igual a la concentración de entrada en el efluente. En este caso también el costo de la unidad de tratamiento (interceptor) es cero. En el segundo nivel, la variable booleana ( $Z_{i,j,x}$ ) se asocia con la existencia del flujo segregado en la planta de tratamiento; cuando el flujo segregado existe, ( $Z_{i,j,x}$ ) es verdad. El flujo segregado debe ser mayor que el



límite inferior ( $\Omega_{i,j,x}^{\min}$ ) y menor que el límite superior ( $\Omega_{i,j,x}^{\max}$ ). Mientras que  $CTR_{i,j,l}$  es la concentración final descargada del afluente  $j$  al tramo  $i$  para el componente  $l$ . Para reformular la disyunción anterior como un conjunto de ecuaciones algebraicas, las variables booleanas se transforman en variables binarias. De esta manera, cuando la variable booleana es verdadera, la variable binaria asociada es igual a uno, y cuando la variable booleana es falsa, la variable binaria asociada es igual a cero. Por último, la disyunción anterior se modela utilizando la reformulación de la envoltura convexa (véase Raman y Grossman, 1994; Ponce-Ortega et al., 2009a) para obtener el siguiente conjunto de ecuaciones.

En primer lugar, las variables continuas son disgregadas para cada disyunción como sigue:

$$CTR_{i,j,l} = CTR_{i,j,l}^{d1} + CTR_{i,j,l}^{d2}, \forall i \in I, j \in J, l \in L \quad (7)$$

Luego las ecuaciones que están dentro de cada disyunción son escritas en términos de variables disgregadas.

$$y_{i,j} * T_{i,j} = \sum_{x \in X} f s_{i,j,x}, \forall i \in I, j \in J \quad (8)$$

$$\sum_{x \in X} f s_{i,j,x} * (1 - \alpha_{x,l}) * CT_{i,j,l} = T_{i,j} * CTR_{i,j,l}^{d1}, \forall i \in I, j \in J, l \in L \quad (9)$$

$$CTR_{i,j,l}^{d2} = CT_{i,j,l} * (1 - y_{i,j}), \forall i \in I, j \in J, l \in L \quad (10)$$

Los límites superiores son necesarios para las variables desagregadas:

$$CTR_{i,j,l}^{d1} \leq CT_{i,j,l} * y_{i,j}, \forall i \in I, j \in J, l \in L \quad (11)$$

$$CTR_{i,j,l}^{d2} \leq CT_{i,j,l} * (1 - y_{i,j}), \forall i \in I, j \in J, l \in L \quad (12)$$

Y las ecuaciones de las disyunciones anidadas se detallan a continuación:

$$f s_{i,j,x} \geq \Omega_{i,j,x}^{\min} * z_{i,j,x}, \forall i \in I, j \in J, x \in X \quad (13)$$

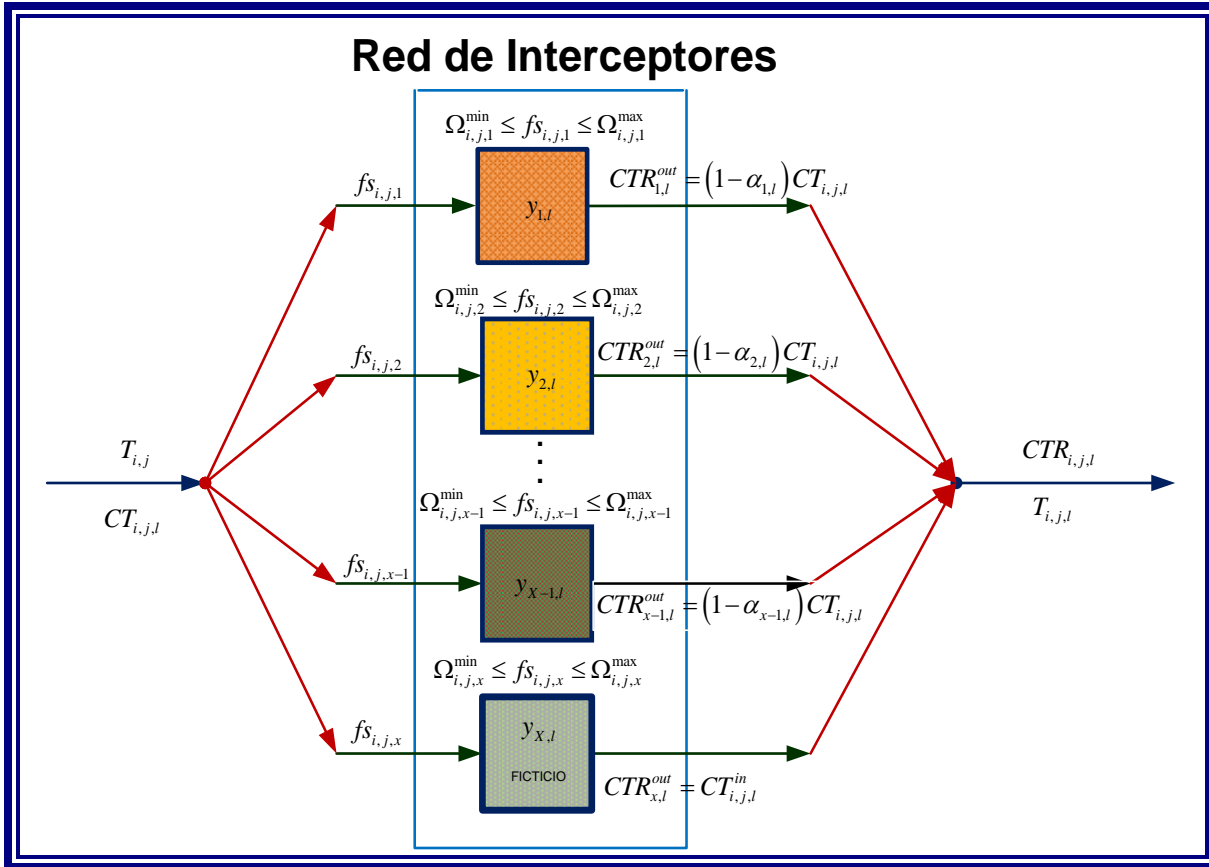
$$fs_{i,j,x} \leq \Omega_{i,j,x}^{\max} * z_{i,j,x}, \quad \forall i \in I, j \in J, x \in X \quad (14)$$

Por último, las relaciones lógicas siguientes son necesarias para asegurar que cualquier unidad de tratamiento puede ser utilizado solamente cuando la ubicación se selecciona para tratar el afluente:

$$(1 - y_{i,j}) + \sum_x z_{i,j,x} \geq 1, \quad \forall i \in I, j \in J \quad (15)$$

$$y_{i,j} + (1 - z_{i,j,x}) \geq 1, \quad \forall i \in I, j \in J, x \in X \quad (16)$$

Las relaciones anteriores muestran que sí la variable booleana ( $Y_{i,j}$ ) es verdadera entonces la variable binaria asociada  $y_{i,j}$ , es uno. En este caso,  $CTR_{i,j,l}^{d2}$  debe ser cero y  $CTR_{i,j,l}$  es igual a  $CTR_{i,j,l}^{d1}$ , de acuerdo a las ecuaciones (12) y (7), respectivamente; por lo que la ecuaciones (9) y (10) son correctamente aplicadas. Por otro lado, cuando la variable booleana  $Y_{i,j}$  es falsa, la variable binaria asociada  $y_{i,j}$  es cero y la variable  $CTR_{i,j,l}^{d1}$  también es cero debido a la relación (11); como resultado las ecuaciones (8) y (9) no se aplican y únicamente aplica la ecuación (10). De igual manera, sí  $y_{i,j}$  es uno, entonces por lo menos una de las  $z_{i,j,x}$  debe ser uno (de acuerdo a la relación (15)), y las relaciones (13) y (14) aplican. Por otra parte, cuando  $y_{i,j}$  es cero, todas las  $z_{i,j,x}$ , deben ser cero de acuerdo a la relación (16) y  $fs_{i,j,x}$  es cero por la ecuación (15).



*Figura 11. Superestructura para n interceptores para cualquier efluente.*

### 3.2.2. Restricciones para la calidad específica de los tramos.

A lo largo del río se realizan varias actividades agrícolas, industriales etc. Las cuales necesitan de este recurso hídrico, por ejemplo la agricultura requiere de grandes cantidades de agua para satisfacer los requerimientos de agua de los cultivos. Por lo tanto, el agua se extrae de los lugares específicos para estas actividades diferentes, y la calidad del agua requerida depende del tipo de uso de esta agua. De esta manera, la composición de los contaminantes específicos se restringe de acuerdo con el uso del agua en secciones específicas de la cuenca. El modelo propuesto es capaz de tener en cuenta estas limitaciones a través de las siguientes relaciones:

$$CQ_{n(i)} \leq CQ_{n(i)}^{desired}, \quad \forall n(i) \in N(I) \quad (17)$$

Donde  $N(I)$ , es un subconjunto de tramos  $n$  de todos los tramos  $r$ , que requieren una calidad del agua específica.

### 3.3. Función objetivo.

El modelo es formulado como un problema de optimización multi-objetivo para la minimización simultánea del costo total anual ( $TAC$ ), la concentración en la disposición final  $CQ^{dis}$  de los componentes peligrosos y finalmente el riesgo de seguridad. La siguiente expresión nos plantea el problema tri-objetivo:

$$OF = \{\min TAC, \min CQ^{dis}, \min RIESGO\}$$

#### 3.3.1. Ecuación del $TAC$ .

$$TAC = k_f \sum_i \sum_j \sum_x \left[ FC_x * z_{i,j,x} + VC_x * fs_{i,j,x}^\gamma \right] + H_Y \sum_i \sum_j \sum_x Cu_x^{op} * fs_{i,j,x} \quad (18)$$

En la ecuación anterior,  $TAC$  corresponde al costo total anual (\$/año), el cual es igual al costo de capital para las unidades de tratamiento requeridas para tratar cualquier efluente (incluyendo el costo fijo y el costo variable), y el costo de operación para las unidades de tratamiento.

$K_f$ , es el factor usado para anualizar el costo de capital expresado en ( $año^{-1}$ ).  $H_Y$  es el número de horas que opera la planta por año (hr/año),  $FC_x$  es el costo fijo y  $VC_x$ , es el costo variable para el interceptor  $x$ .  $Cu_x^{op}$  es el costo unitario de operación para la unidad  $x$  y  $\gamma$ , es el exponente para los costos de capital a fin de considerar el efecto de las economías de escala.

### 3.3.2. Ecuación del riesgo.

Como mencionamos en la evaluación del riesgo, la medición del riesgo se realizará de acuerdo a la posibilidad de falla de las unidades de tratamiento, sin tomar en cuenta el interceptor ficticio. La función del riesgo es expresada como sigue:

$$Riesgo = \sum_I \sum_J \sum_X \sum_W (fS(I, J, X, W) * FatalidadesfS(I, J, X, W)) + \sum_I \sum_X \sum_W (fSR(I, X, T1, W) * FatalidadesfSR(I, X, T1, W)) \quad 19)$$

En donde *FatalidadesfS* corresponde a las fatalidades asociados con el flujo segregado hacia el afluente *j* y en cuanto *FatalidadesfSR* corresponde al flujo segregado hacia el tramo del río *i*. Cabe señalar que estos parámetros son calculados previos a la optimización del sistema de tratamiento.

### 3.4. Consideraciones sobre el modelo.

- ❖ La formulación del modelo presenta la posibilidad de seleccionar el sistema óptimo de tratamiento y consiste de un problema de programación mixto entero no lineal (MINLP).
- ❖ El modelo permite la selección óptima de las tecnologías de tratamiento diferentes a través de la selección de diferentes eficiencias de remoción y sus costos unitarios correspondientes.
- ❖ La formulación multi-objetivo permite identificar el conjunto de soluciones óptimas que son muy útiles para la toma de decisiones gubernamentales.
- ❖ El modelo de la cuenca se basa en la técnica MFA, la cual considera las extracciones y las descargas a los ríos principales, lo cual es necesario ya que gracias a esta se puede determinar las concentraciones y los flujos de los componentes peligrosos.
- ❖ El modelo contempla cuestiones de seguridad, lo que lo hace más completo además de que éste nos proporciona un mejor criterio en la toma de decisiones ya que se cuenta con más argumentos para facilitar la instalación de estos procesos.
- ❖ El modelo propuesto nos ayuda a predecir el número de fatalidades que ocurrirían si existiera la falla de las unidades de tratamiento.
- ❖ El modelo utiliza datos experimentales para el cálculo de la consecuencia del riesgo lo que lo hace más verídico y por lo tanto más confiable.

### 3.5. Aplicación del modelo.

#### 3.5.1. Caso de estudio.

Para mostrar la aplicación del modelo anterior consideramos la cuenca del río Balsas (CONAGUA 2008; 2009), la cual se encuentra ubicada en el centro-sur de México que se extiende por los estados de Guerrero y Michoacán. Con un caudal medio de 24 944 m<sup>3</sup>/h; con una longitud de 771 km y una superficie total de 112 320 km<sup>2</sup>, éste es uno de los ríos más largos del país. El motivo de la elección de este río se debe a que representa uno de los principales sistemas hidrográficos del país, el cual hoy en día presenta un incremento desmedido de descargas sobre todo de carácter industrial, siendo principalmente de industrias del área de procesamiento de metales; las cuales desechan compuestos peligrosos como el arsénico. El caso de estudio es resuelto como un problema MINLP, y se resolvió con el resolutor SBB, incluido en el software GAMS. En este caso de estudio sólo se considera un contaminante clave (arsénico). Además, la interacción química entre los contaminantes y el medio ambiente está representada por una reacción de primer orden con constante cinética de  $k_1 = 0.9041909E-5/s$ . Además, en este caso  $\lambda_{i,j} = 0.000148m^3 / ha*s$  y  $\beta_{i,j} = 0.000296m^3 / ha*s$ , el tiempo de operación es 8400 h/año, y el factor utilizado para anualizar los costos de capital es de 0.1 año<sup>-1</sup>.

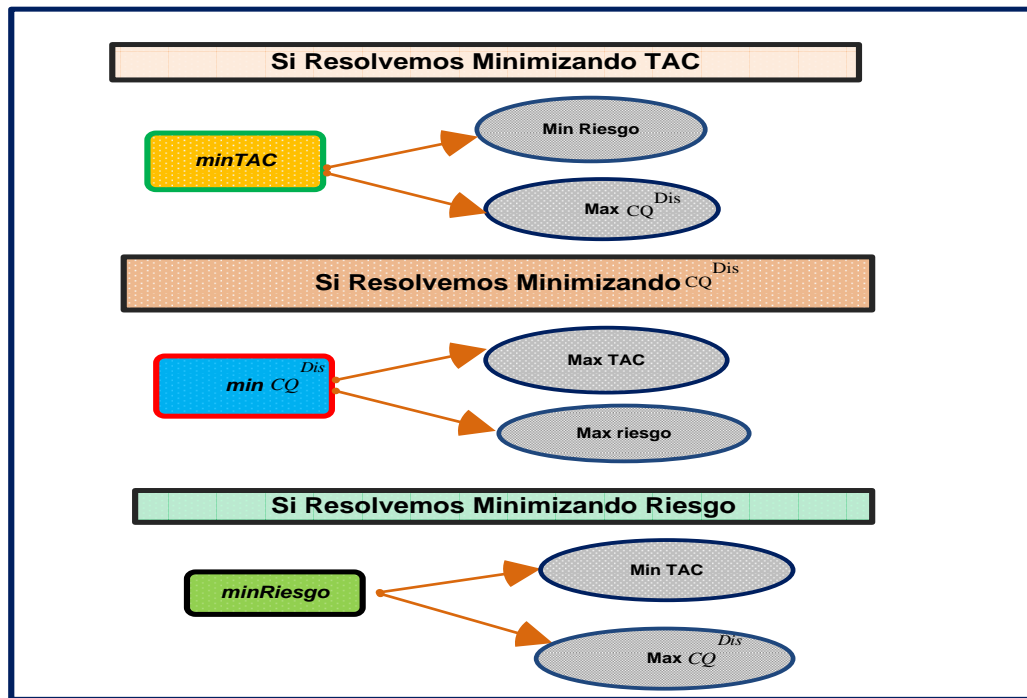
Para el análisis de este río se procedió a dividirlo en 23 tramos, para de esta forma poder analizar a detalle las principales actividades que repercuten en él. Así como para poder rastrear de forma apropiada nuestro compuesto peligroso de interés. Cabe mencionar que para los tramos 5 y 16 es necesario imponer restricciones que nos aseguren la calidad de agua en estos tramos, debido a que en estos existen actividades que involucran el uso del agua.

### 3.5.2. Estrategia de solución.

Si se observa detenidamente el planteamiento de nuestro problema multi-objetivo:

$$OF = \{\min TAC, \min CQ^{dis}, \min RIESGO\} \quad (20)$$

Se puede apreciar que estos objetivos se contradicen uno con otro, y considerando que el objetivo es la minimización de los tres simultáneamente. Esto hace que el proceso de selección sea más complicado, y que al momento de resolver nuestro modelo se presenten los siguientes escenarios mostrados en la **Figura 12**.



**Figura 11.** Escenarios posibles de nuestro problema objetivo.

Las combinaciones anteriores nos indican que es complicado minimizar simultáneamente los tres objetivos. Por lo que no se puede establecer una solución única global bajo estos términos ya que las combinaciones anteriores nos dicen que se necesita de una estrategia adecuada para poder llegar a nuestro escenario objetivo, el cual consiste en la minimización simultanea de los tres objetivos.

A fin de encontrar soluciones óptimas es necesario la elaboración de curvas Pareto, las cuales compensan estos tres objetivos (ver Haimés et al.1971). Este método consiste en la transformación del problema de optimización multi-objetivo en una serie de problemas, los

cuales constan de un sólo objetivo, lo cual se hace mediante la elección de uno de los objetivos como el objetivo a minimizar y se escogen los otros objetivos con restricciones adecuadas.

### 3.5.3. Generación de curva Pareto TAC.

La obtención de esta curva se realiza eligiendo como función objetivo a minimizar el TAC y como restricción la concentración en la disposición final. La **Figura 13** muestra el conjunto de soluciones obtenidas.

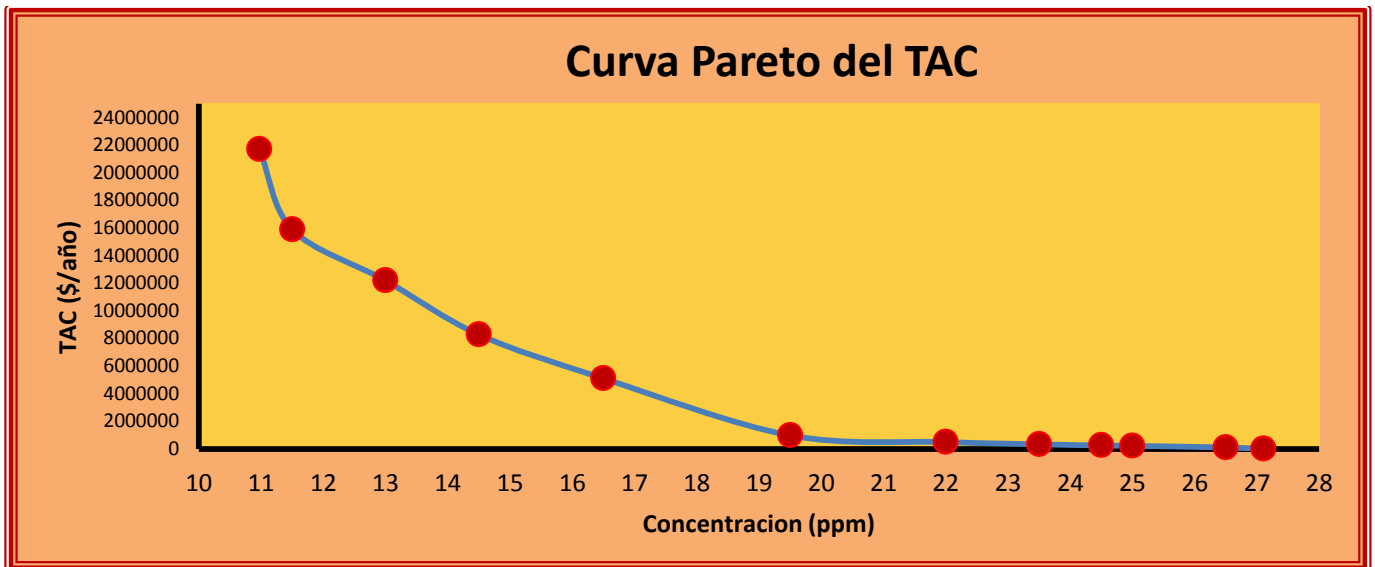


Figura 12. Curva pareto TAC.

### 3.5.4. Generación de Curva Pareto de fatalidades.

Para la generación de esta curva se elige como función objetivo a minimizar el riesgo y se mantiene una restricción para concentración de los contaminantes en la disposición final  $CQ^{dis}$ . La grafica del TAC nos facilita la generación de esta nueva curva, debido a que ya obtuvimos los límites extremos. Conocidos estos límites extremos la tarea se facilita ya que lo que tenemos que hacer es correr el programa manipulando  $CQ^{dis}$  y minimizando el riesgo. Los puntos encontrados se muestran en la **Figura 14**.



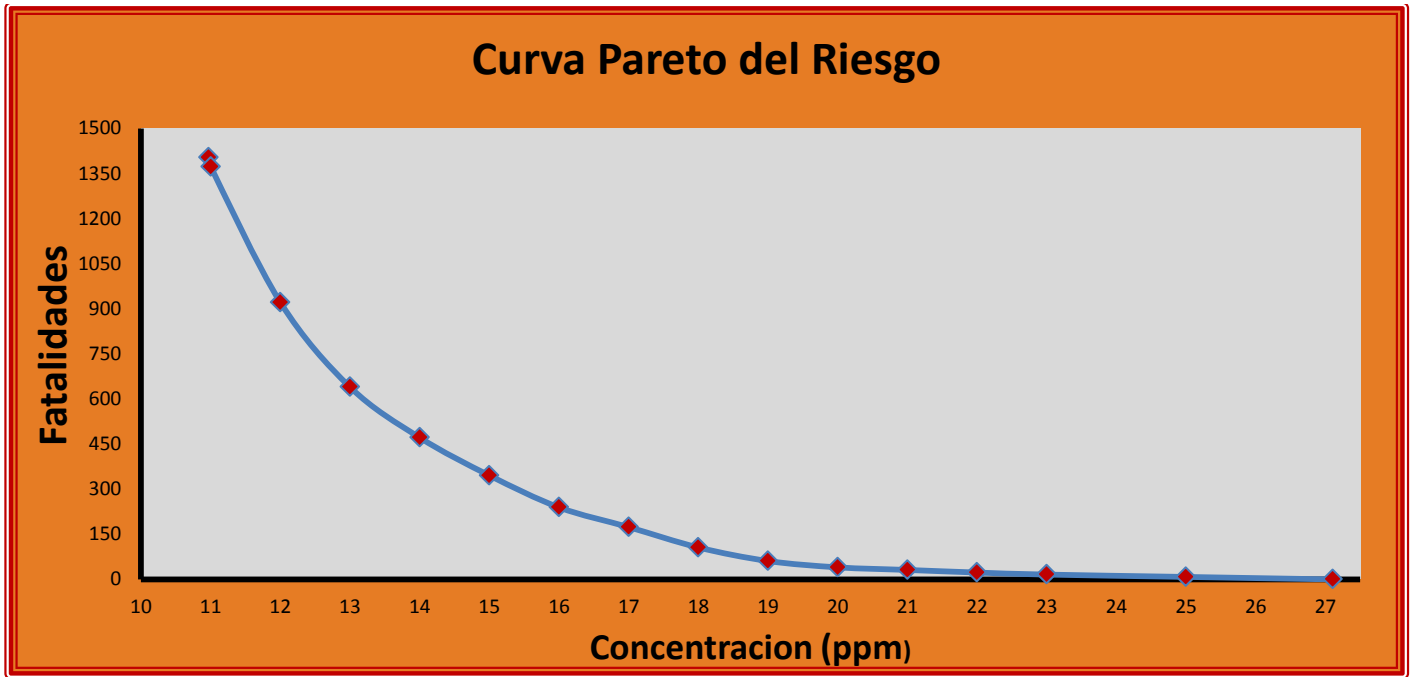


Figura 13. Curva Pareto riesgo.

#### 4. Análisis y discusión de resultados.

##### 4.1. Análisis de la curva Pareto del TAC.

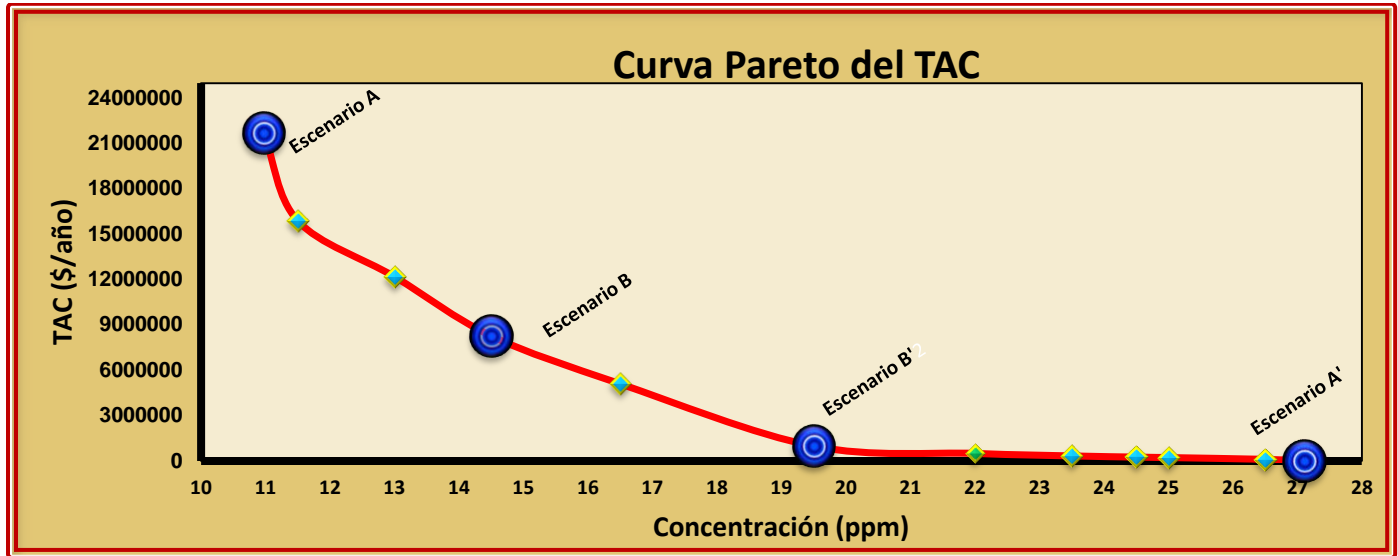
Los resultados arrojados mediante la solución del modelo a partir del programa GAMS muestran el comportamiento que obedece el TAC frente a  $CQ^{dis}$ , ya que como se puede apreciar en la **Figura 13** éste aumenta sí  $CQ^{dis}$  disminuye; esto se debe a que aumenta el número de unidades de tratamiento, el cual está fuertemente relacionado con el costo. De este conjunto de soluciones se toman cuatro puntos elegidos para su análisis detallado, la **Tabla 3** muestra estos escenarios seleccionados (Naddafi, 2006).

Tabla 3. Escenarios seleccionados de la curva TAC.

Escenario	$CQ$ (ppm)	TAC (\$/año)	Riesgo	$Z_{TOT}$
A	10.971	21,712,000	6,615	21
B	14.5	8,271,300	1,218	18
B'	19.5	974,600	49	7
A'	27.105	0	0	0

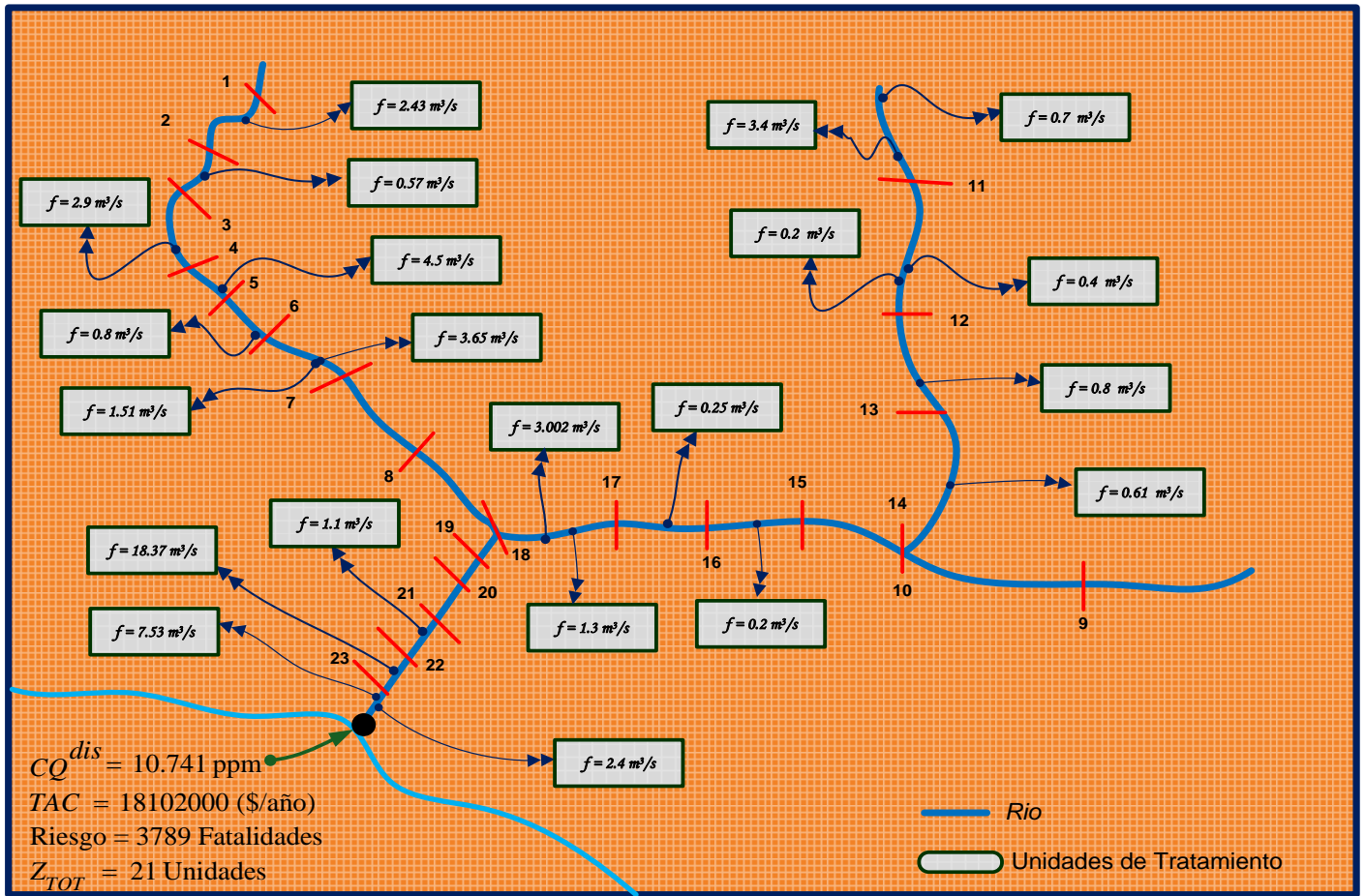
#### 4.1.1. Elección y análisis de soluciones factibles de la curva TAC.

La **Figura 15** muestra los puntos seleccionados para su análisis en donde se puede apreciar su posición dentro de la grafica.



**Figura 14.** Representación de los escenarios seleccionados de la Curva TAC.

**Escenario A.** En este caso se obtiene la solución minimizando la concentración de la disposición final hasta el valor mínimo, lo que ocasiona que el *TAC* aumente a un valor de \$21, 712,000/año, el cual es un *TAC* demasiado alto para satisfacer nuestro objetivo, aunque la concentración en la disposición final es de 10.971 ppm para el componente peligroso, dato muy conveniente para satisfacer el impacto ambiental. La **Figura 16** muestra la representación de esta solución, en esta configuración se puede apreciar la distribución de las unidades de tratamiento en el sistema así como sus flujos tratados equivalentes a cada unidad de tratamiento.



**Figura 15.** Configuración óptima para el Escenario A.

**Escenario B.** Para la obtención de este Escenario se manipulo  $CQ^{dis} \leq 14.5 \text{ ppm}$ , esta solución representa varias ventajas con respecto de la anterior debido a que existe una reducción en cuanto al TAC de un 38.09%, lo que ocasiona una disminución en el riesgo de un 18.41%, por lo que esta solución representa resultados más favorables que la solución del Escenario A. En la **Figura 17** se pudo apreciar esta configuración así como la posición de cada unidad de tratamiento en los diferentes tramos de río, cabe mencionar que esta configuración con respecto a la anterior es muy similar en cuanto a la posición de las unidades en los tramo del río, aunque los flujos tratados y las unidades seleccionadas es diferente.

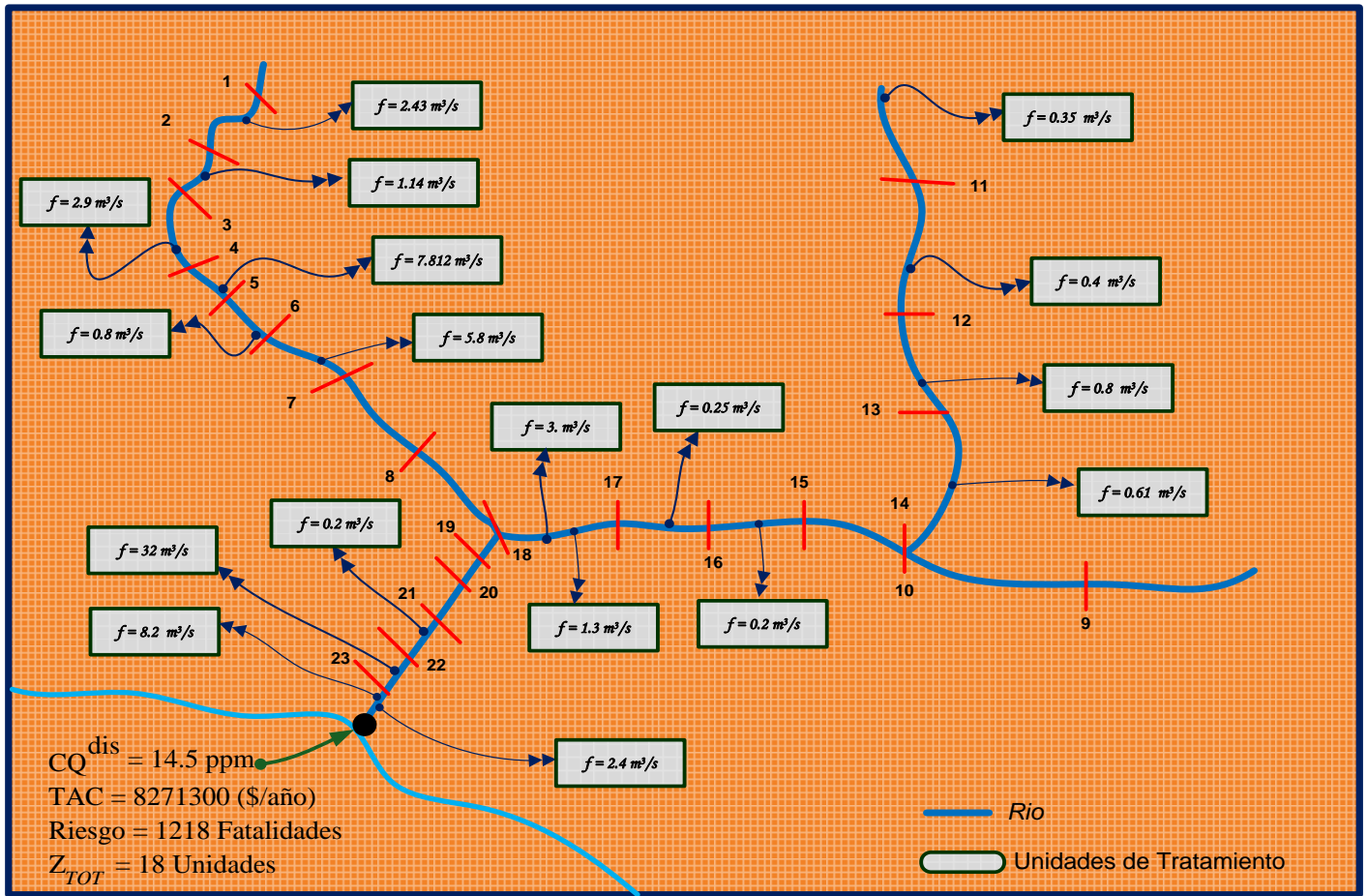


Figura 16. Configuración óptima para el Escenario B.

**Escenario B'.** En este caso la concentración es manipulada de la misma manera que el caso anterior, a una concentración en la disposición final  $CQ^{dis} \leq 19.5 \text{ ppm}$ . Este punto en particular es muy interesante ya que se encuentra en la cercanía de la grafica donde esta presenta un cambio notable en su comportamiento, lo que ocasiona que los valores de este punto en relación al TAC y riesgo sean de \$974,600/año y 49 fatalidades, respectivamente. La principal ventaja de esta solución se ve reflejada tanto en el costo como en el riesgo. El TAC disminuye 11.78% y el riesgo en un 4% comparados con el caso B. La **Figura 18** muestra la configuración obtenida la cual utiliza 7 unidades de tratamiento para lograr dicha concentración final.

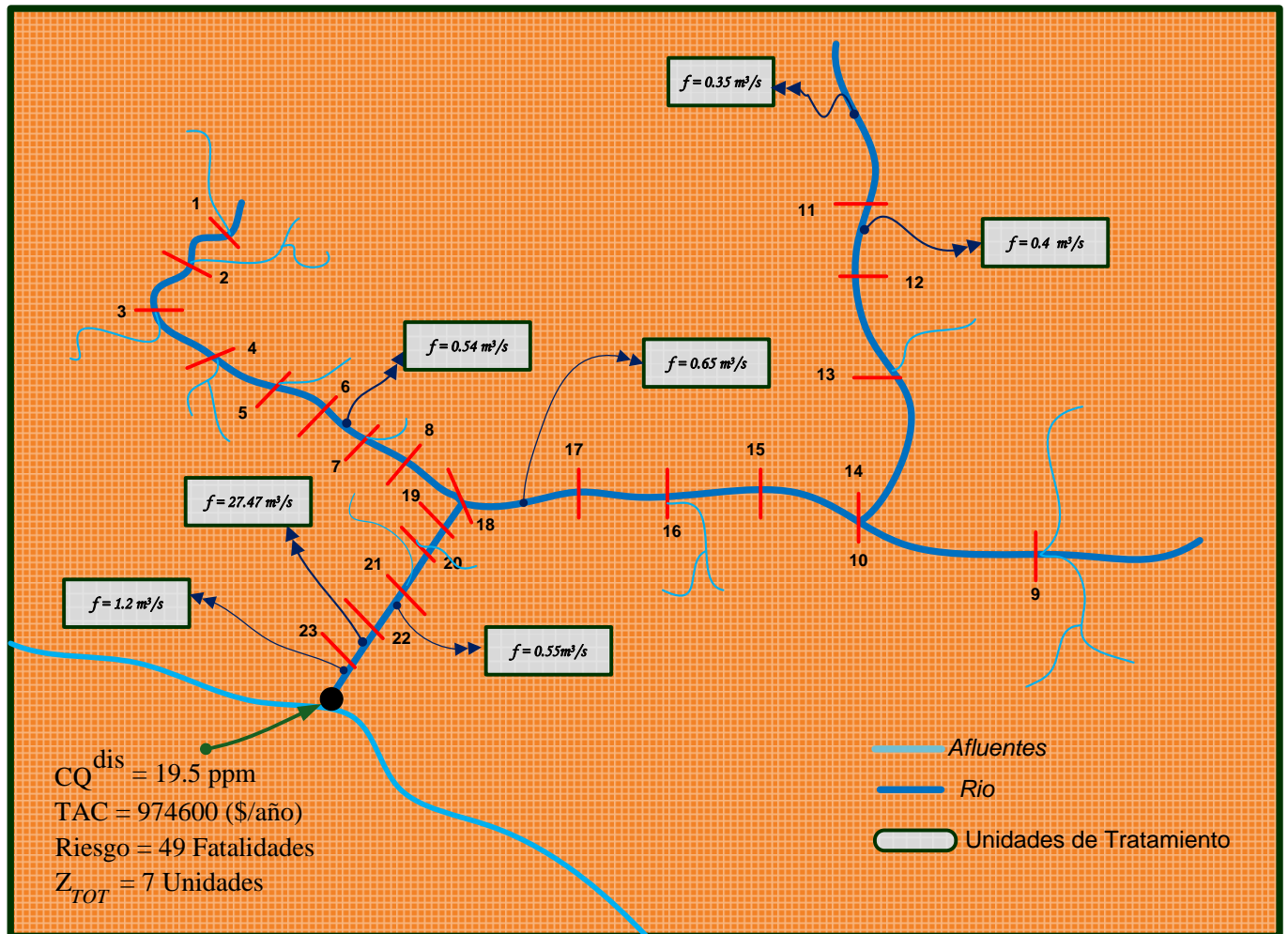


Figura 17. Configuración óptima para el Escenario B'.

**Escenario A'.** Para este escenario se minimizó la función objetivo  $TAC$  sin poner ninguna restricción en la concentración de la disposición final. Por esta razón esta solución es la menos adecuada de las anteriores, debido a que esta no soluciona los objetivos del problema en cuestión. El costo obtenido de esta solución es de cero, lo que en consecuencia se ve reflejado en el riesgo que también toma el mismo valor y la concentración en la disposición final toma el valor de 27.105 ppm, el cual es demasiado alto.

## 4.2. Análisis de la curva riesgo.

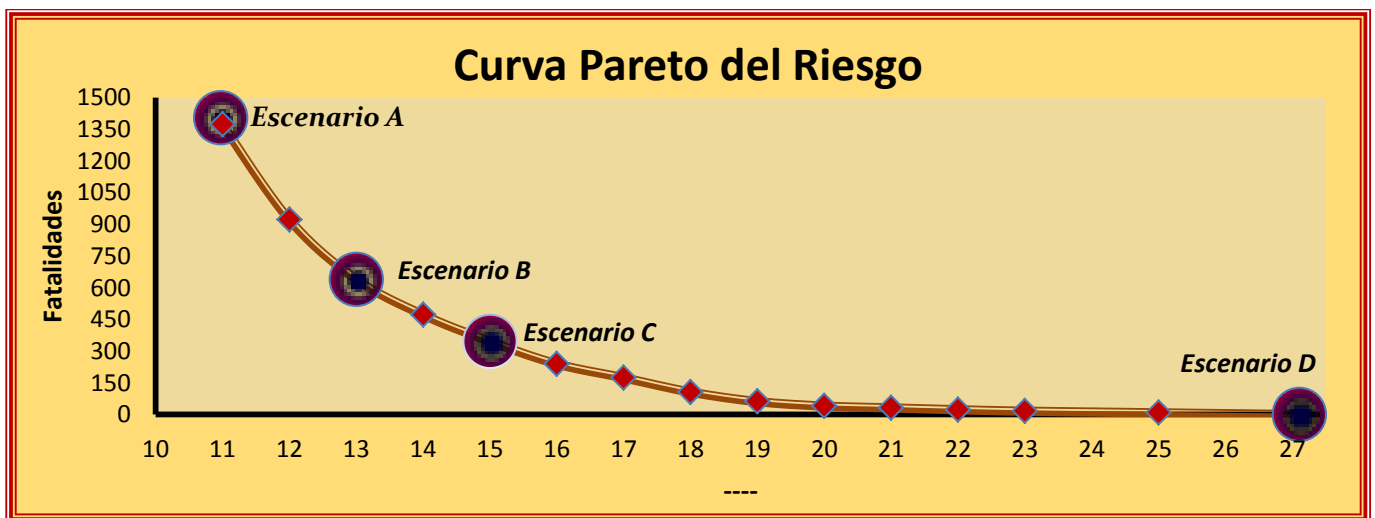
La curva Pareto del riesgo representa una función contradictoria respecto de la concentración de la disposición final, es decir, a menor riesgo la concentración final es mayor; mientras que a mayor riesgo se disminuye significativamente la concentración final en el reservorio. De igual manera que en la curva del TAC, se seleccionan cuatro puntos del gráfico del riesgo para su análisis profundo tomando en consideración la posición grafica que sea más conveniente. Este conjunto de soluciones seleccionadas se pueden ver en la **Tabla 4**.

**Tabla 4.** Elección de Escenario s curva del riesgo.

Escenario	$CQ^{dis}$ (ppm)	TAC (\$/año)	Riesgo	$Z_{TOT}$
A	<b>10.971</b>	<b>16,772,000</b>	<b>1,404</b>	<b>14</b>
B	<b>13</b>	<b>11,309,000</b>	<b>640</b>	<b>13</b>
B'	<b>15</b>	<b>6,762,500</b>	<b>346</b>	<b>9</b>
A'	<b>27.105</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

### 4.2.1. Elección y análisis de soluciones factibles de la curva del riesgo.

De igual forma que en la curva del TAC, de la curva riesgo se seleccionan cuatro configuraciones óptimas para su análisis detallado. Los valores seleccionados son representados en la **Figura 19**.



**Figura 18.** Representación grafica de los Escenario s seleccionados curva del riesgo.

**Escenario A.** En este caso se manipulo la concentración en la disposición final de tal forma que el valor tomado fue de  $CQ^{dis} \leq 10.971 \text{ ppm}$ , minimizando la función objetivo del riesgo. Los resultados indican que para obtener esta concentración en la disposición final, se requiere un TAC de \$16, 772,000/año, un riesgo de 1404 fatalidades, así como un total de unidades de tratamiento igual a 14. Estos valores no son tan convenientes debido a que el riesgo y el TAC son muy elevados, la ventaja es que se favorece el impacto ambiental. La configuración se puede observar en la **Figura 20**.

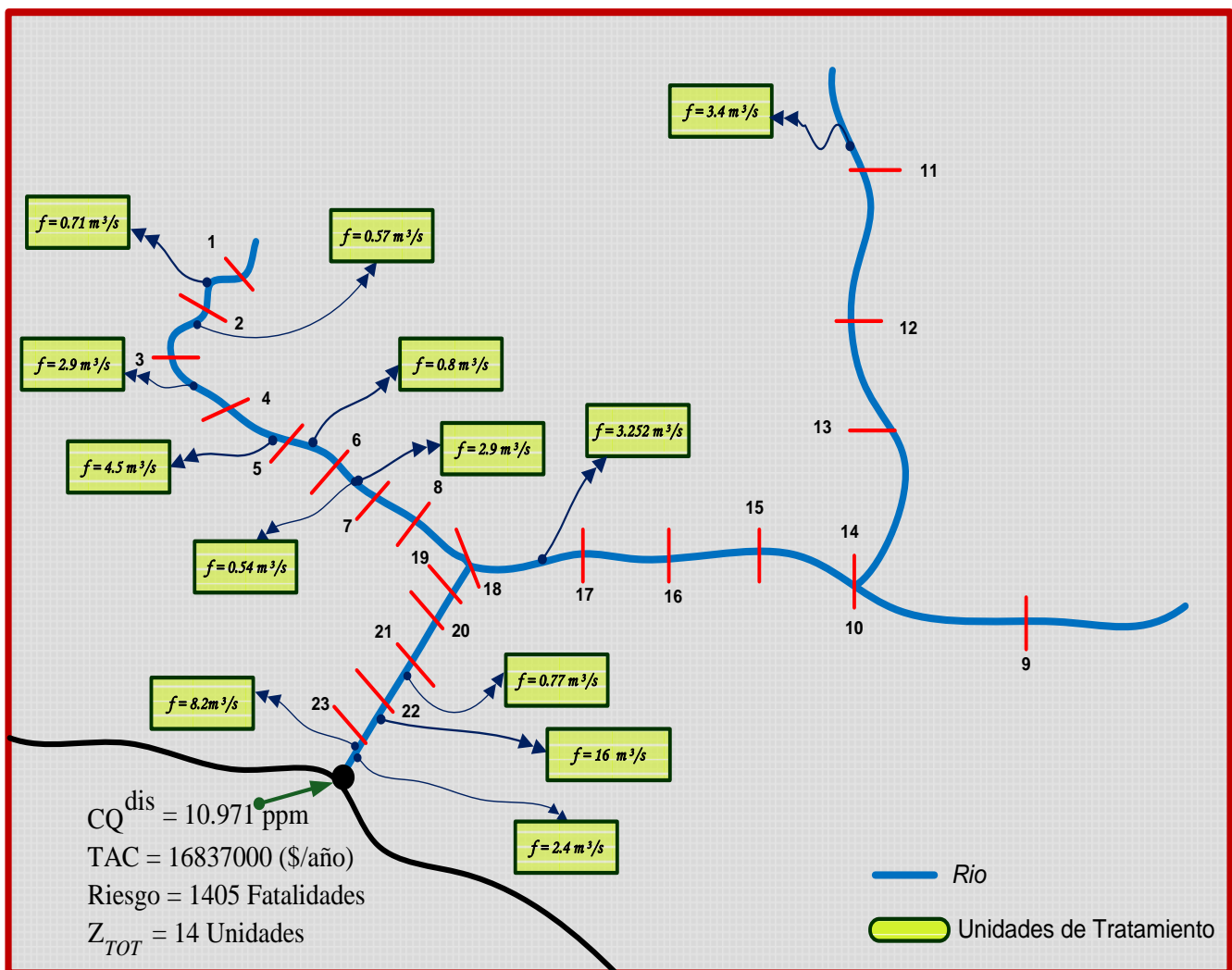
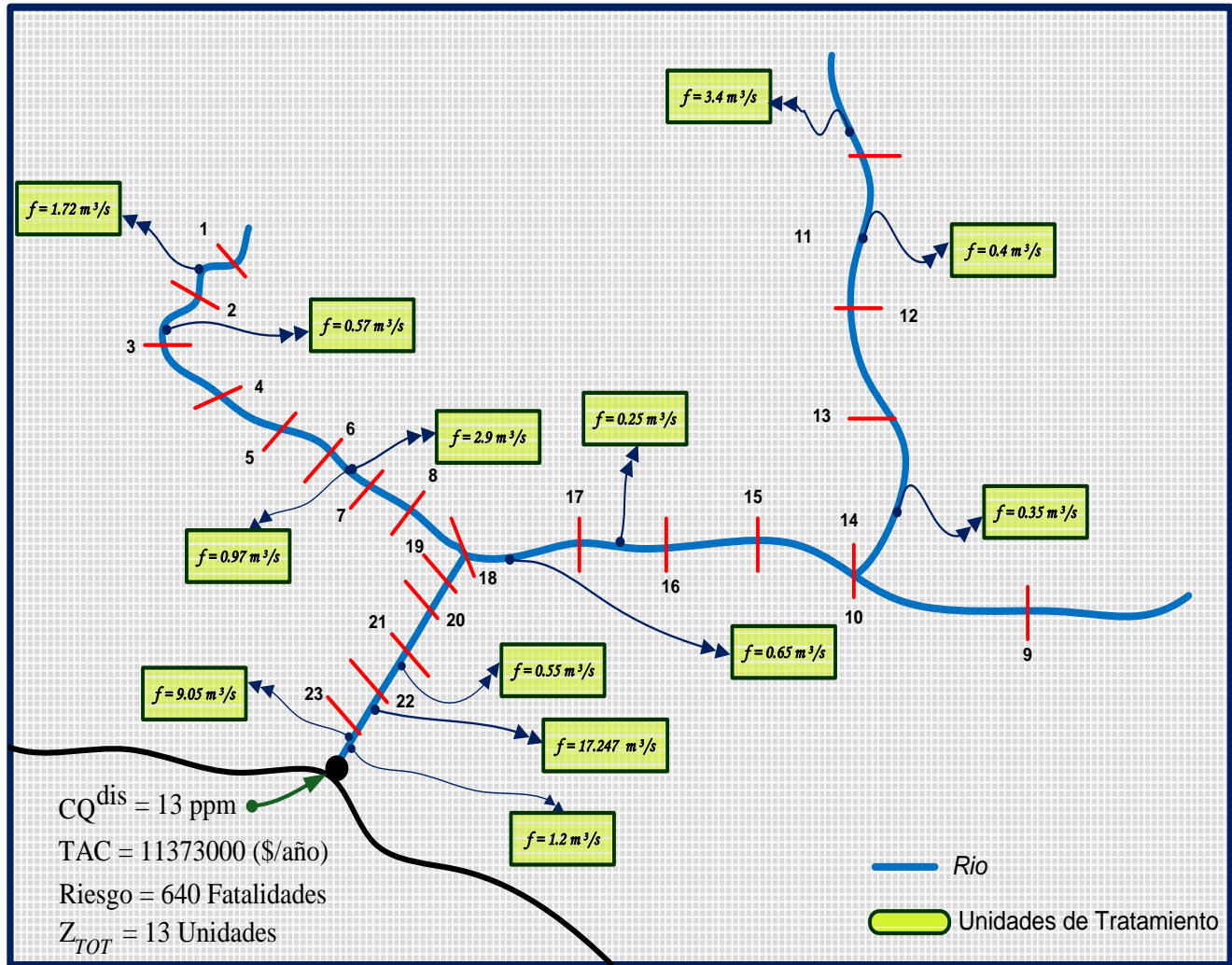


Figura 19. Configuración del Escenario A.

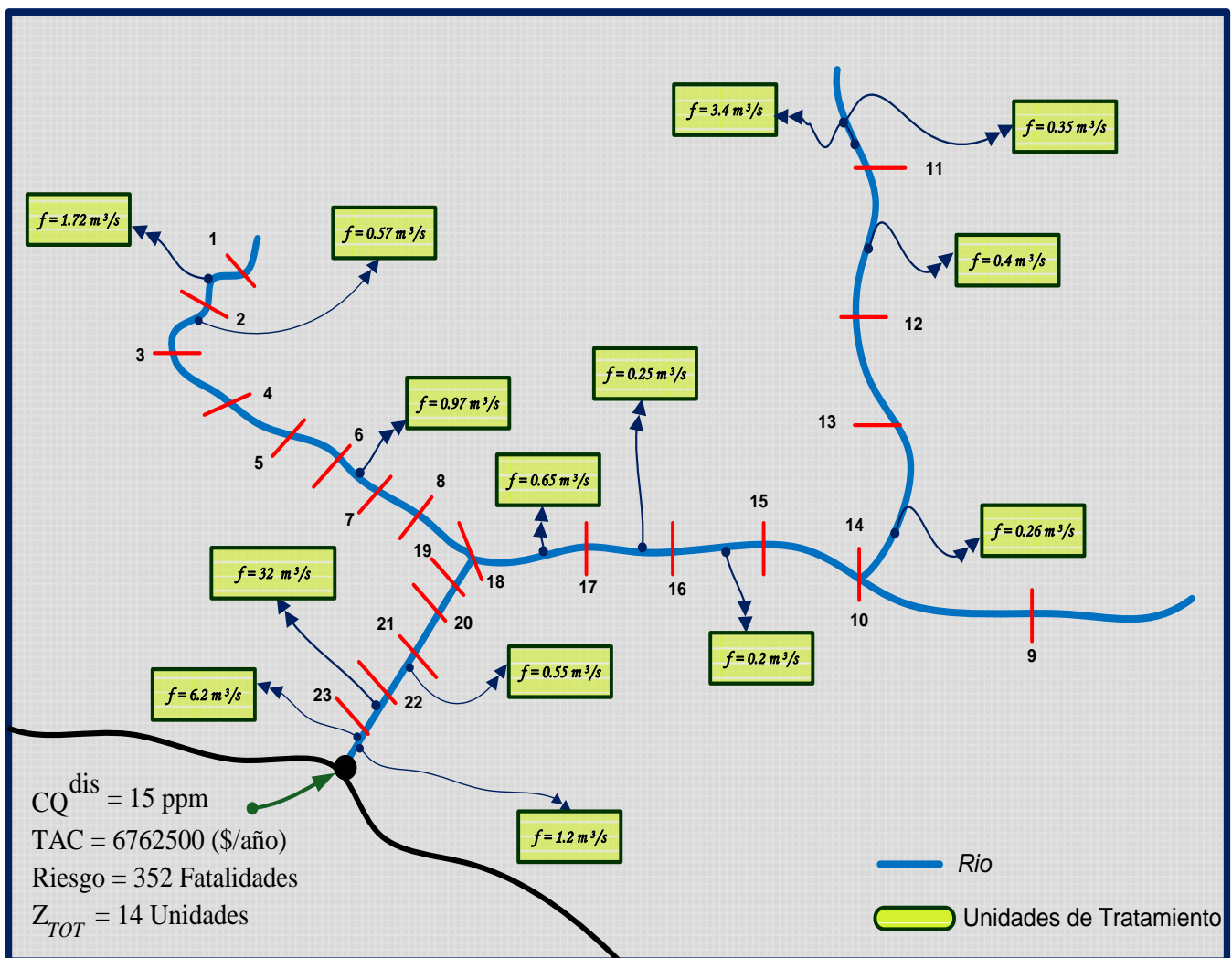
**Escenario B.** Para la obtención de esta solución se manipulo la concentración del componente peligroso en la disposición final hasta un valor de  $CQ^{dis} \leq 13 \text{ ppm}$ . En esta solución se registró una disminución en cuanto al TAC y al riesgo en 67.42% y 45.58%, respectivamente. La configuración es mostrada en la **Figura 21**.



**Figura 20.** Configuración del Escenario B.



**Escenario B'.** En este escenario se procedió de forma similar pero en este caso la concentración en la disposición final fue manipulada a un valor de  $CQ^{dis} \leq 15 \text{ ppm}$ , los valores obtenidos resultan más convenientes que el caso anterior en lo que se refiere al TAC y al riesgo decreciendo en un 54.79% y en un 54.06%, respectivamente comparado con el caso anterior. Tomando en cuenta lo anterior, esta solución representa la mejor económica y en términos de seguridad, aunque sacrifica en cierta cantidad el impacto ambiental. La configuración asociada a esta solución es presentada en la **Figura 22**.



**Figura 21.** Configuración del Escenario B'.

**Escenario A'**. La concentración fue manipulada hasta el valor máximo correspondiente a  $CQ^{dis} \leq 27.105 \text{ ppm}$ , la cual representa la máxima concentración que se puede obtener en la disposición final. Por lo que en este punto el TAC es cero al igual que el riesgo lo que hace de esta solución la menos favorable de todas.

#### 4.3. Comparación de resultados.

La **Tabla 5** muestra la comparación entre los resultados obtenidos en los puntos seleccionados de las dos graficas. Esta tabla nos permite analizar los resultados obtenidos de las dos graficas y de esta forma elegir con un mejor criterio la mejor solución. Como se puede apreciar en esta tabla comparativa, los valores del TAC con respecto de una curva a otra varían de tal forma que favorecen a los obtenidos por el Pareto del TAC; pero en los resultados referidos al riesgo, la ventaja la tiene los datos de la curva Pareto del riesgo. Aunque en cuanto al número de unidades de tratamiento, la grafica del Pareto del riesgo proporciona mejores resultados ya que la diferencia en cuanto a número de estas unidades es significativa, llegando a ser en algunos casos de hasta el 66.66% como en el Escenario A, de la curva Pareto del riesgo comparado con el mismo Escenario pero de la curva Pareto del TAC. Esta razón hace que la curva Pareto del riesgo y su conjunto de soluciones sean más viables a utilizar para considerar de todas las soluciones posibles la óptima, debido a que en estas existe un mayor equilibrio entre los tres objetivos a minimizar.

Cabe mencionar que para los extremos de la curva en común de ambas graficas en donde  $Z_{TOT}$  es igual a cero, no quiere decir que necesariamente el riesgo también lo sea ya que este resultado está considerado así por las ecuaciones y restricciones del problema. Esto es debido a que el riesgo en la ecuación (19) está asociado con la probabilidad de falla de las unidades de tratamiento existentes en determinada configuración, lo que ocasiona que la ausencia de estas genere la ausencia del riesgo en los resultados. Es decir, sí no existen unidades de tratamiento no significa que el riesgo sea de cero, ya que al no existir tratamiento alguno de los componentes peligrosos el riesgo es el máximo debido a que no existe un proceso de eliminación de estos componentes en todo el trayecto de la cuenca así como en la disposición final.

Tabla 5. Comparación de los Escenarios de solución.

Curva	Escenario	CQ (ppm)	TAC (\$/año)	Riesgo	Z <sub>TOT</sub>
TAC	A	10.971	21712000	6615	21
	B	14.5	8271300	1218	18
	B'	19.5	974600	49	7
	A'	27.105	0	0	0
Riesgo	A	10.971	16772000	1404	14
	B	13	11309000	640	13
	B'	15	6762500	346	9
	A'	27.105	0	0	0

## 5. Conclusiones.

Los resultados obtenidos de la optimización del diseño del sistema de tratamiento distribuido indican que es complicada la elección de una configuración satisfactoria, sobre todo cuando tenemos tres objetivos a cumplir debido a que estos se contradicen uno con otro.

Como se puede apreciar los resultados obtenidos en la grafica del riesgo arroja mejores valores, debido a que el propósito en la construcción de esa grafica es minimizar el riesgo pero el costo es castigado. Bajo este contexto, el tomador de decisiones tendrá que hacer una evaluación sobre a qué objetivo le prestará más importancia aunque, teniendo la ventaja de contar ahora con un conjunto de soluciones óptimas que toman en cuenta estos objetivos.

La consideración del riesgo en la optimización de este modelo multi-objetivo representa una ventaja demasiado importante porque debido a esto se generan herramientas las cuales sirven de criterio en la toma de decisiones sobre todo gubernamentales.

El uso de datos experimentales para el cálculo de parámetros asociados con la medición del riesgo para la optimización nos proporciona un modelo más completo y confiable. Debido, a que hace que éste cuente con datos que nos predicen en forma más clara las posibles consecuencias asociadas a la ocurrencia de un evento.

Aunque en este trabajo sólo se tomo en cuenta el arsénico como compuesto peligroso, este modelo en sus ecuaciones de balance se encuentra generalizado para evaluar el caso cuando tenemos un sistema multi-componente lo cual es muy común en la práctica.

La consideración del riesgo en la etapa de diseño de nuestro proceso trae consigo un aumento en el costo.

## 6. Referencias bibliográficas.

Alva-Argaez, A., Kokossis, A. C., Smith, R., **1998**. Wastewater minimization of industrial systems using an integrated approach. *Computers and Chemical Engineering*, 22 (Suppl), S741-S744.

Brooke, A., Kendrick, D., Meeraus, A. 2011. GAMS User's Guide. The Scientific Press, USA.

Burgara-Montero, O., Ponce- Ortega, J. M., Serna-González, M., El-Halwagi, M. M., **2012**. Optimal design of distributed treatment systems for the effluents discharged to the rivers. *Clean Technologies and Environmental Policy*. In press, DOI:10.1007/s10098-012-0469-2.

CONAGUA, **2009**. Mexican national water commission-water atlas in Mexico. <http://www.conagua.gob.mx/CONAGUA07/Publicaciones/Publicaciones/SGP-18-11.pdf>. Accessed October 2010

Diwekar, U. M., **2008**. Introduction to applied optimization, Second Edition. Springer-Verlag, Cambridge, MA.

Drolc, A., Zagorc-Koncan, J., **2002**. Estimation of source of total phosphorus in a river basin and assessment of alternatives for river pollution reduction. *Environmental International*, 28(5): 393-400.

El-Baz, A. A., Ewida K. T., Shouman, M. A., El-Halwagi, M. M., **2005a**. Material flow analysis and integration of watersheds and drainage systems: I. Simulation and application to ammonium management in Bahr El-Baqar drainage system. *Clean Technology Environmental Policy*, 7(1): 51–61.

El-Baz, A. A., Ewida K. T., Shouman, M. A., El-Halwagi M. M., **2005b**. Material flow analysis and integration of watersheds and drain systems: II. Integration and solution strategies with application to ammonium management in Bahr El-Baqar drain system. *Clean Technology Environmental Policy*, 7(1): 78–86.

Galan, B., Grossmann, I. E., **1998**. Optimal design of distributed wastewater treatment networks. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 37(10): 4036-4048.

Hernández-Suarez, R., Castellanos-Fernández, J., Zamora, J. M., **2004**. Superstructure decomposition and parametric optimization approach for the synthesis of distributed wastewater treatment networks. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 43(9): 2175-2191.

Jung, S., Ng, D., Diaz-Ovelle, C., Vazquez-Roman, R., Mannan, M. S. **2011**. New approach to optimizing the facility sitting and layout for fire and explosion scenarios. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 50(7): 3928–3937.

Karuppiah, R., Grossmann, I. E., **2006**. Global optimization for the synthesis of integrated water systems in chemical processes. *Computers and Chemical Engineering*, 30(4): 650-673.

Kuo, W. C. J., Smith, R., **1997**. Effluent treatment system design. *Chemical Engineering Science*, 52(23): 4273-4290.

Lampert, C., Brunner, P. H., **1999**. Material accounting as a policy tool for nutrient management in the Danube Basin. *Water Science and Technology*, 40(10): 43-49.

Lira-Barragán, L. F., Ponce-Ortega, J. M., Serna-González, M., El-Halwagi, M. M., **2011a**. An MINLP model for the optimal location of a new industrial plant with simultaneous consideration of economic and environmental criteria. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 52(2): 953-964.

Lira-Barragán, L. F., Ponce-Ortega, J. M., Serna-González, M., El-Halwagi, M. M., **2011b**. Synthesis of water networks considering the sustainability of the surrounding watershed. *Computers and Chemical Engineering*, 35(12): 2837-2852.

Lira-Barragán, L. F., Ponce-Ortega, J. M., Nápoles-Rivera, F., Serna-González, M., El-Halwagi, M. M., **2012**. Incorporating the property-based water networks and surrounding watersheds in site selection of industrial facilities. Accepted in *Industrial and Engineering Chemistry Research*. DOI: 10.1021/ie3003792.

Lovelady, E. M., El-Baz, A. A., El-Monayeri, D., EL-Halwagi, M. M., **2009**. Reverse problem formulation for integrating process discharges with watersheds and drainage systems: Managing phosphorus in lake Manzala. *Journal of Industrial Ecology*, 13(6): 914-927.

Mannan, M. S., West, H. H., Berwanger, P. C., **2007**. Lessons learned from recent incidents: Facility sitting, atmospheric venting, and operator information systems. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*. 20 (4-6): 644–650.

Murillo-Alvarado, P. E., Ponce-Ortega, J. M., El-Halwagi, M. M., Segovia-Hernández, J. G. **2012**. Optimal Integration of the gaseous emissions from new industrial plants with the surroundings. Accepted in *Clean Technologies and Environmental Policy*, DOI:10.1007/s10098-012-0487-0.

Nadaffi, K., Nabizadeh, R., Yonesian, M., Jahed, G., **2006**. Using rainbow trout to measure arsenic toxicity in water". *Water and Wastewater*, 17(2): 62-69.

Nápoles-Rivera, F., Ponce-Ortega, J. M., El-Halwagi, M. M., Jiménez-Gutiérrez, A., **2010**. Global optimization of mass and property integration networks with in-plant property interceptors. *Chemical Engineering Science*, 65(15): 4363-4377.

Philp, J., Freench, C., Bell, J., Whiteley, A., Bailey, M., **2004**. Wastewater toxicity assessment by whole cell biosensor. *The Handbook of Environmental Chemistry 5, Part I*: 165-225.

Ponce-Ortega, J. M., Jiménez-Gutiérrez, A., Grossmann, I. E. **2008**. Optimal synthesis of heat exchanger networks involving isothermal streams. *Computers and Chemical Engineering*, 32 (8): 1918-1942.

Ponce-Ortega, J. M., Hortua, A. C., El-Halwagi, M. M., Jiménez-Gutiérrez, A., **2009**. A property-based optimization of direct recycle networks and wastewater treatment processes. *AIChE Journal*, 55(9): 2329-2344.

Ponce-Ortega, J. M., El-Halwagi, M. M., Jiménez-Gutiérrez, A., **2010**. Global optimization of property-based recycle and reuse networks including environmental constraints. *Computers and Chemical Engineering*, 34(3): 318-330.

Ponce-Ortega, J. M., Nápoles-Rivera, F., El-Halwagi, M. M., Jiménez-Gutiérrez, A. **2012**. An optimization approach for the synthesis of recycle and reuse water integration networks. *Clean Technologies and Environmental Policy*, 14 (1):133-151.

Ponce-Ortega, J. M., Mosqueda-Jiménez, F. W., Serna-González, M., Jiménez-Gutiérrez, A., El-Halwagi, M. M. **2011**. A property-based approach to the synthesis of material conservation networks with economic and environmental objectives. *AIChE Journal*, 57(9):2369-2387.

Putra, Z. A., Amminudin, K. A., **2008**. Two-step optimization approach for design a total water system. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 47(16): 6045-6057.

Raman, R., Grossmann, I. E., **1994**. Modeling and computational techniques for logic based integer programming. *Computers and Chemical Engineering*, 18(7): 563-578.

Savelski, M. J., Bagajewicz, M. J., **2000**. On the optimality conditions of water utilization systems in process plants with single contaminants. *Chemical Engineering Science*, 55(21): 5035-5048.

Savelski, M. J., Bagajewicz, M. J., **2001**. Algorithmic procedure to design water utilization systems featuring a single contaminant in process plants. *Chemical Engineering Science*, 56(5): 1897-1911.

Savelski, M. J., Bagajewicz, M. J., **2003**. On the necessary conditions of optimality of water utilization systems in process plants with multiple contaminants. *Chemical Engineering Science*, 58(23): 5349-5362.

Sotelo-Pichardo, C., Ponce-Ortega, J. M., El-Halwagi, M. M., Frausto-Hernandez, S. **2011**. Optimal retrofit of water conservation networks. *Journal of Cleaner Production*, 19(14): 1560-1581.

## **APENDICE A**

Programa para el diseño del sistema de tratamiento distribuido.

PROGRAMA MULTIPERÍODO QUE MODELA EL COMPORTAMIENTO DE LA CUENCA HODROGRAFICA EL BALSAS

### **\* RESOURCE LIMITS**

OPTION OPTCR = 0.10;

OPTION OPTCA = 0.00;

OPTIONS RESLIM = 100000;

OPTIONS ITERLIM = 100000;

\*OPTIONS nodlim = 10000;

### **VARIABLE TAC,RISK;**

#### **BINARY VARIABLE**

Y(I,J,T,W) EXISTENCIA DE LA PLANTA DE TRATAMIENTO PARA EL EFLEUTNE DESCARGADO EN EL AFLUENTE

Z(I,J,X,T,W) EFLUENTES DESCARGADOS EN LOS ALFUENTES QUE NECESITAN TRATAMIENTO

Z1(I,J,X,W) VARIABLE BINARIA QUE ACTIVA LOS COSTOS FIJOS

YR(I,T,W) EXISTENCIA DE LA PLANTA DE TRATAMIENTO PARA LOS EFLUENTES INDUSTRIALES DESCARGADOS EN  
LOS TRAMOS DE RÍO

ZR(I,X,T,W) EFLUENTES INDUSTRIALES DESCARGADOS EN LOS TRAMOS DE RÍO QUE NECESITAN TRATAMIENTO

ZR1(I,X,W) VARIABLE BINARIA QUE ACTIVA LOS COSTOS FIJOS

#### **POSITIVE VARIABLES**

Q(I,T) FLUJO DE SALIDA,

CQ(I,L,T) CONCENTRACIÓN DEL COMPONENTE EN EL REACH,

CUR(I,L,T) CONCENTRACIÓN DEL USO EXTRAÍDO EN EL REACH,

R(I,L,T) VELOCIDAD DE REACCIÓN EN EL REACH

fS(I,J,X,T,W) FLUJO SEGREGADO HACIA EL AFLUENTE,

fS1(I,J,X,W) FLUJO SEGREGADO MAYOR,

fSR(I,X,T,W) FLUJO SEGREGADO HACIA EL TRAMO DE RÍO,

fSR1(I,X,W) FLUJO SEGREGADO MAYOR,

CINDTat(I,J,L,T,W) CONCENTRACIÓN TRATADA DEL EFLUENTE INDUSTRIAL DESCARGADO AL AFLUENTE

CINDTat1(I,J,L,T,W) CONCENTRACIÓN DE LA DISYUNCIÓN 1

CINDTat2(I,J,L,T,W) CONCENTRACION DE LA DISYUNCIÓN 2

CINDRat(I,L,T,W) CONCENTRACIÓN DEL EFLUENTE INDUSTRIAL DESCARGADO A EL TRAMO DE RÍO



## **Diseño Óptimo de Sistemas de Tratamiento Distribuidos de Efluentes Industriales Descargados en los Ríos Considerando Aspectos de Seguridad**

---

CINDRat1(I,L,T,W)    CONCENTRACIÓN DE LA DISYUNCIÓN 1

CINDRat2(I,L,T,W)    CONCENTRACION DE LA DISYUNCIÓN 2

CET(I,J,L1,T)        CONCENTRACIÓN DEL AFLUENTE

RT(I,J,L,T)          VELOCIDAD DE REACCIÓN EN EL EFLUENTE,

\*CUT(I,J,L,T)        CONCENTRACIÓN DE USO DEL EFLUENTE

ZTOT                 NÚMERO TOTAL DE UNIDADES

### **VARIABLE**

RS1                  CONCENTRACION DE DESCARGA DEL COMPONENTE 1,

RS2                  CONCENTRACIÓN DE DESCARGA DEL COMPONENTE 2,

CQDES(L,T)         CONCENTRACION A LA DESCARGA

;RS1.LO=0; RS2.LO=0; CQDES.LO(L,T)=0;

### **ECUACIONES QUE MODELAN EL MFA**

E0                  ECUACION PARA EL COMODIN

E1(I)                BALANCE DE VELOCIDAD DE FLUJO PARA LOS TRAMOS DE RÍO EN LAS CONDICIONES INICIALES,

E2(I,L1)            BALANCE POR COMPONENTE EN LA CONDICIONES INICIALES

E3(I,T1)            ECUACIÓN GENERAL PARA LOS BALANCES DE FLUJO EN LOS TRAMOS DE RÍO PARA TODOS LOS TIEMPOS,

E4(I,L,T1)         BALANCE DEL CONTAMINANTE PARA EL TRAMO DE RÍO 1 PARA TODOS LOS TIEMPOS,

E5                  BALANCE DE VELOCIDAD DE FLUJO PARA EL TRAMO DE RÍO 1 EN CONDICIONES INICIALES,

E6(L1)             CALCULO DE LA CONCENTRACION PARA EL TRAMO DE RÍO 1 EN CONDICIONES INICIALES,

E7(T1)             BALANCE DE VELOCIDAD DE FLUJO PARA EL TRAMO DE RÍO 1,

E8(L1,T1)         CALCULO DE LA CONCENTRACIÓN EN EL TRAMO DE RÍO 1,

E9                  CALCULO DE FLUJO EN EL TRAMO DE RÍO 9 EN LAS CONDICIONES INICIALES,

E10(L1)            CALCULO POR COMPONENTE EN EL TRAMO DE RÍO 9 EN LAS CONDICIONES INICIALES,

E11(T1)            CALCULO DE VELOCIDAD DE FLUJO PARA EL TRAMO DE RÍO # 9,

E12(L1,T1)        BALANCE POR COMPONENTE PARA EL TRAMO DE RÍO #9,

E13                 CALCULO DE FLUJO EN EL TRAMO DE RÍO 11 EN LAS CONDICIONES INICIALES,

E14(L1)            CALCULO POR COMPONENTE EN EL TRAMO DE RÍO 11 EN LAS CONDICIONES INICIALES,

E15(T1)            CALCULO DE VELOCIDAD DE FLUJO PARA EL TRAMO DE RÍO # 11,

E16(L1,T1)        BALANCE POR COMPONENTE PARA EL TRAMO DE RÍO # 11,

E17                 CALCULO DE FLUJO EN EL TRAMO DE RÍO 15 EN LAS CONDICIONES INICIALES,

E18(L1)            CALCULO POR COMPONENTE EN EL TRAMO DE RÍO 15 EN LAS CONDICIONES INICIALES,

## **Diseño Óptimo de Sistemas de Tratamiento Distribuidos de Efluentes Industriales Descargados en los Ríos Considerando Aspectos de Seguridad**

---

E19(T1)	CALCULO DE VELOCIDAD DE FLUJO PARA EL TRAMO DE RÍO # 15,
E20(L1,T1)	BALANCE POR COMPONENTE PARA EL TRAMO DE RÍO # 15,
E21	CALCULO DE FLUJO EN EL TRAMO DE RÍO 21 EN LAS CONDICIONES INICIALES,
E22(L1)	CALCULO POR COMPONENTE EN EL TRAMO DE RÍO 21 EN LAS CONDICIONES INICIALES,
E23(T1)	CALCULO DE VELOCIDAD DE FLUJO PARA EL TRAMO DE RÍO #21,
E24(L1,T1)	BALANCE POR COMPONENTE PARA EL TRAMO DE RÍO #21,
E25(I,L1,T1)	CONCENTRACIÓN DE COMPONENTE DEL FLUJO EXTRAIDO EN EL TRAMO DE RÍO,
REAC(I,L1,T1)	VELOCIDAD DE REACCIÓN EN CADA TRAMO DE RÍO

### **ECUACIONES PARA EL TRATAMIENTO DISTRIBUIDO**

E27(I,J,L1,T1,W)	VARIABLES CONTINUAS SEGREGADAS 1
E271(I,L1,T1,W)	VARIABLES CONTINUAS SEGREGADAS 2
E28(I,J,L1,T1,W)	LIMITES SUPERIORES PARA LAS VARIABLES SEGREGADAS CUANDO EXISTE TRATAMIENTO 1
E281(I,L1,T1,W)	LIMITES SUPERIORES PARA LAS VARIABLES SEGREGADAS CUANDO EXISTE TRATAMIENTO 2
E29(I,J,L1,T1,W)	LIMITES SUPERIORES PARA LAS VARIABLES SEGREGADAS CUANDO NO EXISTE TRATAMIENTO 1
E291(I,L1,T1,W)	LIMITES SUPERIORES PARA LAS VARIABLES SEGREGADAS CUANDO NO EXISTE TRATAMIENTO 2
E30(I,J,T1,W)	SUMATORIA DE EFLUENTES DESCARGDO AL TRIBUTARÍO
E301(I,T1,W)	SUMATORIA DE EFLEUNTES DESCARGADOS AL TRAMO DE RÍO
E31(I,J,L1,T1,W)	CAMBIO DE CONCENTRACIÓN DEL EFLUETE TRATADO DESCARGADO AL TRIBUTARÍO
E311(I,L1,T1,W)	CAMBIO DE CONCENTRACIÓN DEL EFLUETE TRATADO DESCARGADO AL RAMO DE RÍO
E32(I,J,L1,T1,W) 1	LA CONCENTRACIÓN DE SALIDA ES IGUAL A LA CONCETRACIÓN DE SALIDA CUANDO NO HA TRATAMIENTO 1
E321(I,L,T,W)	LA CONCENTRACIÓN DE SALIDA ES IGUAL A LA CONCETRACIÓN DE SALIDA CUANDO NO HA TRATAMIENTO 2
E33(I,J,X,T1,W) TRIBUTARÍO	LIMITE MINIMO PARA EL FLUJO SEGREGADO AL TRATAMEINTO DEL EFLUENTE DESCARGADO AL TRIBUTARÍO
E331(I,X,T1,W) RÍO	LIMITE MINIMO PARA EL FLUJO SEGREGADO AL TRATAMEINTO DEL EFLUENTE DESCARGADO AL TRAMO DE RÍO
E34(I,J,X,T1,W) TRIBUTARÍO	LIMITE MAXIMO PARA EL FLUJO SEGREGADO AL TRATAMEINTO DEL EFLUENTE DESCARGADO AL TRIBUTARÍO
E341(I,X,T1,W) TRIBUTARÍO	LIMITE MAXIMO PARA EL FLUJO SEGREGADO AL TRATAMEINTO DEL EFLUENTE DESCARGADO AL TRIBUTARÍO
E35(I,J,T1,W)	RESTRICCIÓN LÓGICA 1
E351(I,T1,W)	RESTRICCIÓN LÓGICA 2
E36(I,J,X,T1,W)	RESTRICCIÓN LÓGICA 3
E361(I,X,T1,W)	RESTRICCIÓN LÓGICA 4

## Diseño Óptimo de Sistemas de Tratamiento Distribuidos de Efluentes Industriales Descargados en los Ríos Considerando Aspectos de Seguridad

---

E37(I,J,X,T1,W)	RESTRICCIÓN LÓGICA 5
E371(I,X,T1,W)	RESTRICCIÓN LÓGICA 6
E38(I,J,X,T1,W)	RESTRICCIÓN LÓGICA 7
E381(I,X,T1,W)	RESTRICCIÓN LÓGICA 8
E39(L,T)	COMODIN
ERISK	ECUACION PARA MEDIR EL RIESGO
ZMAX	NEMERO MAXIMO DE UNIDADES DE TRATAMIENTO

### OBJ                    FUNCIÓN OBJETIVO

ECQDES(L1,T1)	CONCENTRACION A LA DESCARGA
MINCONC1(T1)	COMODIN12
MINCONC2(T1)	COMODIN13

### ECUACIÓN PARA MINIMIZAR EL COMODIN

VARIABLE COMODIN;

E0..     COMODIN=E=1;

### BALANCE DE VELOCIDAD DE FLUJO PARA LOS TRAMOS DE RÍO EN LAS CONDICIONES INICIALES

E1(I)\$( (ORD(I) NE 1) AND (ORD(I) NE 9) AND (ORD(I) NE 11) AND (ORD(I) NE 15) AND (ORD(I) NE 18))..

$Q(I,'1') = E = Q(I-1,'1') + DR(I,'1') + PR(I,'1') + DAG(I,'1') + \text{SUM}(W, \text{INDR}(I,'1',W)) + \text{SUM}(J, \text{ET}(I,J,'1')) - LR(I,'1') - UR(I,'1')$

### BALANCE POR COMPONENTE EN LA CONDICIONES INICIALES

E2(I,L1)\$( (ORD(I) NE 1) AND (ORD(I) NE 9) AND (ORD(I) NE 11) AND (ORD(I) NE 15) AND (ORD(I) NE 18))..

$Q(I,'1') * CQ(I,L1,'1') = E = Q(I-1,'1') * CQ(I-1,L1,'1') + DR(I,'1') * CDR(I,L1,'1') + PR(I,'1') * CPR(I,L1,'1') + DAG(I,'1') * CDAG(I,L1,'1') + \text{SUM}(W, \text{INDR}(I,'1',W) * \text{CINDRat}(I,L1,'1',W)) + \text{SUM}(J, \text{ET}(I,J,'1') * \text{CET}(I,J,L1,'1')) - LR(I,'1') * CLR(I,L1,'1') - UR(I,'1') * CUR(I,L1,'1');$

### ECUACIÓN GENERAL PARA LOS BALANCES DE FLUJO EN LOS TRAMOS DE RÍO PARA TODOS LOS TIEMPOS

\*S(I,T1)=0;

E3(I,T1)\$( (ORD(T1) GE 2) AND ((ORD(I) NE 1) AND (ORD(I) NE 9) AND (ORD(I) NE 11) AND (ORD(I) NE 15) AND (ORD(I) NE 18))..

$Q(I,T1) = E = S(I,T1-1) - S(I,T1) + Q(I-1,T1) + DR(I,T1) + PR(I,T1) + DAG(I,T1) + \text{SUM}(W, \text{INDR}(I,T1,W)) + \text{SUM}(J, \text{ET}(I,J,T1)) - LR(I,T1) - UR(I,T1);$

### ECUACIÓN GENERAL POR COMPONETE PARA LOS TRAMOS DE RÍO PARA TOOS LOS TIEMPOS

E4(I,L1,T1)\$( (ORD(T1) GE 2) AND ((ORD(I) NE 1) AND (ORD(I) NE 9) AND (ORD(I) NE 11) AND (ORD(I) NE 15) AND (ORD(I) NE 18))..

$Q(I,T1) * CQ(I,L1,T1) = E = S(I,T1-1) * CQ(I,L1,T1-1) - S(I,T1) * CQ(I,L1,T1) + (Q(I-1,T1) * CQ(I-1,L1,T1) + \text{SUM}(W, \text{INDR}(I,T1,W) * \text{CINDRat}(I,L1,T1,W)) + (DR(I,T1) * CDR(I,L1,T1)) + (PR(I,T1) * CPR(I,L1,T1)) + (DAG(I,T1) * CDAG(I,L1,T1)) + \text{SUM}(J, \text{ET}(I,J,T1) * \text{CET}(I,J,L1,T1)) - (LR(I,T1) * CLR(I,L1,T1)) - (UR(I,T1) * CUR(I,L1,T1)) - (R(I,L1,T1) * VR(I,T1));$

## Diseño Óptimo de Sistemas de Tratamiento Distribuidos de Efluentes Industriales Descargados en los Ríos Considerando Aspectos de Seguridad

---

### CALCULO DE EL FLUJO EN TRAMO DE RÍO 1 EN LA CONDICIONES INICIALES

E5..

$$Q('1','1') = E = Q10('1') + DR('1','1') + PR('1','1') + \text{SUM}(W, \text{INDR}('1','1',W)) + \text{SUM}(J, \text{ET}('1',J,'1')) - LR('1','1') - UR('1','1');$$

### BALANCE POR COMPONENTE EN EL TRAMO DE RÍO 1 EN LA CONDICIONES INICIALES

E6(L1)..

$$Q('1','1') * CQ('1',L1,'1') = E = (Q10('1') * CQ10(L1,'1')) + \text{SUM}(W, \text{INDR}('1','1',W) * \text{CINDRat}('1',L1,'1',W)) + (DR('1','1') * \text{CDR}('1',L1,'1')) + (PR('1','1') * \text{CPR}('1',L1,'1')) + \text{SUM}(J, \text{ET}('1',J,'1') * \text{CET}('1',J,L1,'1')) - (LR('1','1') * \text{CLR}('1',L1,'1')) - (UR('1','1') * \text{CUR}('1',L1,'1')) - (R('1',L1,'1') * \text{VR}('1','1'));$$

### CALCULO DE LA ACUMULACIÓN PARA EL TRAMO DE RÍO 1 PARA TODOS LOS TIEMPOS

E7(T1)\$((ORD(T1) GE 2))..

$$Q('1',T1) = E = S('1',T1-1) + Q10(T1) - S('1',T1) + DR('1',T1) + PR('1',T1) + \text{SUM}(W, \text{INDR}('1',T1,W)) + \text{SUM}(J, \text{ET}('1',J,T1)) - LR('1',T1) - UR('1',T1);$$

### BALANCE PARA LA CONCENTRACIÓN DE LA ACUMULACIÓN EN EL TRAMOS DE RÍO 1 PARA TODO LOS TIEMPOS

E8(L1,T1)\$((ORD(T1) GE 2))..

$$Q('1',T1) * CQ('1',L1,T1) = E = (Q10(T1) * CQ10(L1,T1)) + S('1',T1-1) * CQ('1',L1,T1-1) - S('1',T1) * CQ('1',L1,T1) + \text{SUM}(W, \text{INDR}('1',T1,W) * \text{CINDRat}('1',L1,T1,W)) + (DR('1',T1) * \text{CDR}('1',L1,T1)) + (PR('1',T1) * \text{CPR}('1',L1,T1)) + \text{SUM}(J, \text{ET}('1',J,T1) * \text{CET}('1',J,L1,T1)) - (LR('1',T1) * \text{CLR}('1',L1,T1)) - (UR('1',T1) * \text{CUR}('1',L1,T1)) - (R('1',L1,T1) * \text{VR}('1',T1));$$

### CALCULO DE EL FLUJO EN TRAMO DE RÍO 9 EN LA CONDICIONES INICIALES

E9..

$$Q('9','1') = E = Q90('1') + DR('9','1') + PR('9','1') + \text{SUM}(W, \text{INDR}('9','1',W)) + \text{SUM}(J, \text{ET}('9',J,'1')) - LR('9','1') - UR('9','1');$$

### BALANCE POR COMPONENTE EN EL TRAMO DE RÍO 9 EN LA CONDICIONES INICIALES

E10(L1)..

$$Q('9','1') * CQ('9',L1,'1') = E = (Q90('1') * CQ90(L1,'1')) + \text{SUM}(W, \text{INDR}('9','1',W) * \text{CINDRat}('9',L1,'1',W)) + (DR('9','1') * \text{CDR}('9',L1,'1')) + (PR('9','1') * \text{CPR}('9',L1,'1')) + \text{SUM}(J, \text{ET}('9',J,'1') * \text{CET}('9',J,L1,'1')) - (LR('9','1') * \text{CLR}('9',L1,'1')) - (UR('9','1') * \text{CUR}('9',L1,'1')) - (R('9',L1,'1') * \text{VR}('9','1'));$$

### CALCULO DE LA ACUMULACIÓN PARA EL TRAMO DE RÍO 9 PARA TOOS LOS TIEMPOS

E11(T1)\$((ORD(T1) GE 2))..

$$Q('9',T1) = E = S('9',T1-1) + Q90(T1) - S('9',T1) + DR('9',T1) + PR('9',T1) + \text{SUM}(W, \text{INDR}('9',T1,W)) + \text{SUM}(J, \text{ET}('9',J,T1)) - LR('9',T1) - UR('9',T1);$$

### BALANCE PARA LA CONCENTRACIÓN DE LA ACUMULACIÓN EN EL TRAMOS DE RÍO 9 PARA TODOS LOS TIEMPOS

E12(L1,T1)\$((ORD(T1) GE 2))..

$$Q('9',T1) * CQ('9',L1,T1) = E = (Q90(T1) * CQ90(L1,T1)) + S('9',T1-1) * CQ('9',L1,T1-1) - S('9',T1) * CQ('9',L1,T1)$$

## Diseño Óptimo de Sistemas de Tratamiento Distribuidos de Efluentes Industriales Descargados en los Ríos Considerando Aspectos de Seguridad

---

$$+SUM(W, INDR('9', T1, W) * CINDRat('9', L1, T1, W)) + (DR('9', T1) * CDR('9', L1, T1)) + (PR('9', T1) * CPR('9', L1, T1))$$

$$+SUM(J, ET('9', J, T1) * CET('9', J, L1, T1)) - (LR('9', T1) * CLR('9', L1, T1)) - (UR('9', T1) * CUR('9', L1, T1)) - (R('9', L1, T1) * VR('9', T1));$$

### CALCULO DE EL FLUJO EN TRAMO DE RÍO 11 EN LA CONDICIONES INICIALES

E13..

$$Q('11', '1') = E = Q110('1') + DR('11', '1') + PR('11', '1') + SUM(W, INDR('11', '1', W)) + SUM(J, ET('11', J, '1')) - LR('11', '1') - UR('11', '1');$$

### BALANCE POR COMPONENTE EN EL TRAMO DE RÍO 11 EN LA CONDICIONES INICIALES

E14(L1)..

$$Q('11', '1') * CQ('11', L1, '1') = E = (Q110('1') * CQ110(L1, '1')) + SUM(W, INDR('11', '1', W) * CINDRat('11', L1, '1', W))$$

$$+ (DR('11', '1') * CDR('11', L1, '1')) + (PR('11', '1') * CPR('11', L1, '1')) + SUM(J, ET('11', J, '1') * CET('11', J, L1, '1'))$$

$$- (LR('11', '1') * CLR('11', L1, '1')) - (UR('11', '1') * CUR('11', L1, '1')) - (R('11', L1, '1') * VR('11', '1'));$$

### CALCULO DE LA ACUMULACIÓN PARA EL TRAMO DE RÍO 11 PARA TODOS LOS TIEMPOS

E15(T1)\$((ORD(T1) GE 2))..

$$Q('11', T1) = E = S('11', T1 - 1) + Q110(T1) - S('11', T1) + DR('11', T1) + PR('11', T1) + SUM(W, INDR('11', T1, W)) + SUM(J, ET('11', J, T1)) - LR('11', T1) - UR('11', T1);$$

### BALANCE PARA LA CONCENTRACIÓN DE LA ACUMULACIÓN EN EL TRAMOS DE RÍO 11 PARA TODOS LOS TIEMPOS

E16(L1, T1)\$((ORD(T1) GE 2))..

$$Q('11', T1) * CQ('11', L1, T1) = E = (Q110(T1) * CQ110(L1, T1)) + S('11', T1 - 1) * CQ('11', L1, T1 - 1) - S('11', T1) * CQ('11', L1, T1)$$

$$+ SUM(W, INDR('11', T1, W) * CINDRat('11', L1, T1, W)) + (DR('11', T1) * CDR('11', L1, T1)) + (PR('11', T1) * CPR('11', L1, T1))$$

$$+ SUM(J, ET('11', J, T1) * CET('11', J, L1, T1)) - (LR('11', T1) * CLR('11', L1, T1)) - (UR('11', T1) * CUR('11', L1, T1)) - (R('11', L1, T1) * VR('11', T1));$$

### CALCULO DE FLUJO EN EL TRAMO DE RÍO 15 EN LAS CONDICIONES INICIALES

E17..

$$Q('15', '1') = E = (Q('14', '1') + Q('10', '1')) + DR('15', '1') + PR('15', '1') + SUM(W, INDR('15', '1', W)) + SUM(J, ET('15', J, '1')) - LR('15', '1') - UR('15', '1');$$

### CALCULO POR COMPONENTE EN EL TRAMO DE RÍO 15 EN LAS CONDICIONES INICIALESE18(L1)..

$$Q('15', '1') * CQ('15', L1, '1') = E = ((Q('14', '1') * CQ('14', L1, '1')) + (Q('10', '1') * CQ('10', L1, '1'))) + SUM(W, INDR('15', '1', W) * CINDRat('15', L1, '1', W))$$

$$+ (DR('15', '1') * CDR('15', L1, '1')) + (PR('15', '1') * CPR('15', L1, '1')) + SUM(J, ET('15', J, '1') * CET('15', J, L1, '1')) - (LR('15', '1') * CLR('15', L1, '1'))$$

$$- (UR('15', '1') * CUR('15', L1, '1')) - (R('15', L1, '1') * VR('15', '1')) ;$$

### CALCULO DEL FLUJO DE LA ACUMULACIÓN PARA EL TRAMO DE RÍO # 15 PARA TODOS LOS TIEMPOS

E19(T1)\$((ORD(T1) GE 2))..

$$Q('15', T1) = E = S('15', T1 - 1) + (Q('14', T1) + Q('10', T1)) - S('15', T1) + DR('15', T1) + PR('15', T1) + SUM(W, INDR('15', T1, W))$$

$$+ SUM(J, ET('15', J, T1)) - LR('15', T1) - UR('15', T1);$$

### BALANCE POR COMPONENTE PARA EL TRAMO DE RÍO # 15 PARA TODOS LOS TIEMPOS

E20(L1, T1)\$((ORD(T1) GE 2))..

## Diseño Óptimo de Sistemas de Tratamiento Distribuidos de Efluentes Industriales Descargados en los Ríos Considerando Aspectos de Seguridad

---

$$Q('15',T1)*CQ('15',L1,T1) = E = S('15',T1-1)*CQ('15',L1,T1-1) + ((Q('14',T1)*CQ('14',L1,T1)) + (Q('10',T1)*CQ('10',L1,T1))) - S('15',T1)*CQ('15',L1,T1) + SUM(W, INDR('15',T1,W)*CINDRat('15',L1,T1,W)) + (DR('15',T1)*CDR('15',L1,T1)) + (PR('15',T1)*CPR('15',L1,T1)) + SUM(J, ET('15',J,T1)*CET('15',J,L1,T1)) - (LR('15',T1)*CLR('15',L1,T1)) - (UR('15',T1)*CUR('15',L1,T1)) - (R('15',L1,T1)*VR('15',T1));$$

### CALCULO DE EL FLUJO EN TRAMO DE RÍO 18 EN LA CONDICIONES INICIALES

E21..

$$Q('18','1') = E = (Q('17','1') + Q('8','1')) + DR('18','1') + PR('18','1') + SUM(W, INDR('18','1',W)) + SUM(J, ET('18',J,'1')) - LR('18','1') - UR('18','1');$$

### CALCULO POR COMPONENTE EN EL TRAMO DE RÍO 18 EN LAS CONDICIONES INICIALES

E22(L1)..

$$Q('18','1')*CQ('18',L1,'1') = E = ((Q('17','1')*CQ('17',L1,'1')) + (Q('8','1')*CQ('8',L1,'1'))) + SUM(W, INDR('18','1',W)*CINDRat('18',L1,'1',W)) + (DR('18','1')*CDR('18',L1,'1')) + (PR('18','1')*CPR('18',L1,'1')) + SUM(J, ET('18',J,'1')*CET('18',J,L1,'1')) - (LR('18','1')*CLR('18',L1,'1')) - (UR('18','1')*CUR('18',L1,'1')) - (R('18',L1,'1')*VR('18','1'));$$

### CALCULO DEL FLUJO DE LA ACUMULACIÓN PARA EL TRAMO DE RÍO # 18 PARA TODOS LOS TIEMPOS

E23(T1)\$((ORD(T1) GE 2))..

$$Q('18',T1) = E = S('18',T1-1) + (Q('17',T1) + Q('8',T1)) - S('18',T1) + DR('18',T1) + PR('18',T1) + SUM(W, INDR('18',T1,W)) + SUM(J, ET('18',J,T1)) - LR('18',T1) - UR('18',T1);$$

### BALANCE POR COMPONENTE PARA EL TRAMO DE RÍO # 18 PARA TODOS LOS TIEMPOS

E24(L1,T1)\$((ORD(T1) GE 2))..

$$Q('18',T1)*CQ('18',L1,T1) = E = S('18',T1-1)*CQ('18',L1,T1-1) + ((Q('17',T1)*CQ('17',L1,T1)) + (Q('8',T1)*CQ('8',L1,T1))) - S('18',T1)*CQ('18',L1,T1) + SUM(W, INDR('18',T1,W)*CINDRat('18',L1,T1,W)) + (DR('18',T1)*CDR('18',L1,T1)) + (PR('18',T1)*CPR('18',L1,T1)) + SUM(J, ET('18',J,T1)*CET('18',J,L1,T1)) - (LR('11',T1)*CLR('11',L1,T1)) - (UR('11',T1)*CUR('11',L1,T1)) - (R('11',L1,T1)*VR('11',T1));$$

### CONCENTRACIÓN DEL COMPONENTE EN EL FLUJO EXTRAIDO DEL TRAMO DE RÍO

E25(I,L1,T1)..

$$CUR(I,L1,T1) = E = CQ(I,L1,T1);$$

### VELOCIDAD DE REACCIÓN EN EL TRAMO DE RÍO

REAC(I,L1,T1)..

$$R(I,L1,T1) = E = K(L1,T1) * CQ(I,L1,T1);$$

E26(I,J,L1,T1)..

$$ET(I,J,L1,T1)*ET(I,J,T1) = E = SU(I,J,T1)*CSU(I,J,L1,T1) + ST(I,J,T1)*CST(I,J,L1,T1) + sum(W, INDT(I,J,T1,W)*CINDTat(I,J,L1,T1,W)) + PT(I,J,T1)*CPT(I,J,L1,T1) + DT(I,J,T1)*CDT(I,J,L1,T1) - LT(I,J,T1)*CLT(I,J,L1,T1) - UT(I,J,T1)*CET(I,J,L1,T1) - K(L1,T1)*VT(I,J,T1)*CET(I,J,L1,T1);$$

### PARAMETERS

ET(I,J,T) EFLUENTE J DESCARGADO EN REACH I;

## Diseño Óptimo de Sistemas de Tratamiento Distribuidos de Efluentes Industriales Descargados en los Ríos Considerando Aspectos de Seguridad

---

$$ET(I,J,T1) = SU(I,J,T1)+ST(I,J,T1)+\text{sum}(W,INDT(I,J,T1,W))+DT(I,J,T1)-LT(I,J,T1)+PT(I,J,T1)-UT(I,J,T1);$$

### PARAMETER

DELTAMIN PARAMETRO DE EXISTENCIA MINIMO,

DELTAMAX PARAMETRO DE EXISTENCIA MAXIMO;

DELTAMIN(X) = 1E-3;

DELTAMAX(X) = 100;

### ECUACIONES PARA EL TRATAMIENTO DISTRIBUIDO DE LOS EFLUENTES INDUSTRIALES DESCARGADOS A LOS TRAMOS DE RÍO Y ALOS ALFUENTES

#### VARIABLES CONTINUAS SEGREGADAS

E27(I,J,L1,T1,W)..

$$CINDTat(I,J,L1,T1,W) = E = CINDTat1(I,J,L1,T1,W) + CINDTat2(I,J,L1,T1,W);$$

E271(I,L1,T1,W)..

$$CINDRat(I,L1,T1,W) = E = CINDRat1(I,L1,T1,W) + CINDRat2(I,L1,T1,W);$$

#### LIMITES SUPERIORES PARA LAS VARIABLES SEGREGADAS

E28(I,J,L1,T1,W)..

$$CINDTat1(I,J,L1,T1,W) = L = CINDT(I,J,L1,T1,W) * Y(I,J,T1,W);$$

E281(I,L1,T1,W)..

$$CINDRat1(I,L1,T1,W) = L = CINDR(I,L1,T1,W) * YR(I,T1,W);$$

E29(I,J,L1,T1,W)..

$$CINDTat2(I,J,L1,T1,W) = L = CINDT(I,J,L1,T1,W) * (1 - Y(I,J,T1,W));$$

E291(I,L1,T1,W)..

$$CINDRat2(I,L1,T1,W) = L = CINDR(I,L1,T1,W) * (1 - YR(I,T1,W));$$

E30(I,J,T1,W)..

$$INDT(I,J,T1,W) * Y(I,J,T1,W) = E = \text{sum}(X, fS(I,J,X,T1,W));$$

E301(I,T1,W)..

$$INDR(I,T1,W) * YR(I,T1,W) = E = \text{sum}(X, fSR(I,X,T1,W));$$

E31(I,J,L1,T1,W)..

$$\text{SUM}(X, fS(I,J,X,T1,W) * CINDT(I,J,L1,T1,W) * (1 - \text{ALFAUNI}(X,L1))) = E = INDT(I,J,T1,W) * CINDTat1(I,J,L1,T1,W);$$

## Diseño Óptimo de Sistemas de Tratamiento Distribuidos de Efluentes Industriales Descargados en los Ríos Considerando Aspectos de Seguridad

---

E311(I,L1,T1,W)..

$$\text{SUM}(X, \text{fSR}(I,X,T1,W) * \text{CINDR}(I,L1,T1,W) * (1 - \text{ALFAUNI}(X,L1))) = E = \text{INDR}(I,T1,W) * \text{CINDRat1}(I,L1,T1,W);$$

E32(I,J,L1,T1,W)..

$$\text{CINDTat2}(I,J,L1,T1,W) = E = \text{CINDT}(I,J,L1,T1,W) * (1 - Y(I,J,T1,W));$$

E321(I,L1,T1,W)..

$$\text{CINDRat2}(I,L1,T1,W) = E = \text{CINDR}(I,L1,T1,W) * (1 - YR(I,T1,W));$$

E33(I,J,X,T1,W)..

$$\text{fS}(I,J,X,T1,W) = G = \text{DELTAMIN}(X) * Z(I,J,X,T1,W);$$

E331(I,X,T1,W)..

$$\text{fSR}(I,X,T1,W) = G = \text{DELTAMIN}(X) * ZR(I,X,T1,W);$$

E34(I,J,X,T1,W)..

$$\text{fS}(I,J,X,T1,W) = L = \text{DELTAMAX}(X) * Z(I,J,X,T1,W);$$

E341(I,X,T1,W)..

$$\text{fSR}(I,X,T1,W) = L = \text{DELTAMAX}(X) * ZR(I,X,T1,W);$$

**RELACIONES LÓGICAS PARA ASEGURARSE DE QUE CUALQUIER TECNOLOGÍA DE TRATAMIENTO PUEDE SER SELECCIONADO SOLO CUANDO SE SELECCIONA LA UBICACIÓN**

**AL MENOS UNO DEBE EXISTIR**

E35(I,J,T1,W)..

$$(1 - Y(I,J,T1,W)) + \text{SUM}(X, (Z(I,J,X,T1,W))) = G = 1;$$

E351(I,T1,W)..

$$(1 - YR(I,T1,W)) + \text{SUM}(X, (ZR(I,X,T1,W))) = G = 1;$$

**SI NO EXISTE Y(I,J,T) NO EXISTE NINGUNA Z(I,J,X,T)**

E36(I,J,X,T1,W)..

$$Y(I,J,T1,W) + (1 - Z(I,J,X,T1,W)) = G = 1;$$

E361(I,X,T1,W)..

$$YR(I,T1,W) + (1 - ZR(I,X,T1,W)) = G = 1;$$

**RESTRICCIONES ADICIONALES**

E37(I,J,X,T1,W)..

$$Z1(I,J,X,W) = G = Z(I,J,X,T1,W);$$

E371(I,X,T1,W)..

$$ZR1(I,X,W) = G = ZR(I,X,T1,W);$$

E38(I,J,X,T1,W)..



## Diseño Óptimo de Sistemas de Tratamiento Distribuidos de Efluentes Industriales Descargados en los Ríos Considerando Aspectos de Seguridad

---

$$fS1(I,J,X,W) = G = fS(I,J,X,T1,W);$$

E381(I,X,T1,W)..

$$fSR1(I,X,W) = G = fSR(I,X,T1,W);$$

### ECUACION PARA LA MEDIDA DEL RIESGO

ERISK..

$$RISK = E = \text{SUM}((I,J,X,T1,W) \$ (ORD(X) NE CARD(X)), fS(I,J,X,T1,W) * FATALITIES fS(I,J,T1,W)) + \text{SUM}((I,X,T1,W) \$ (ORD(X) NE CARD(X)), (fSR(I,X,T1,W)) * FATALITIES fSR(I,T1,W));$$

### FUNCION OBJETIVO TAC

obj..

$$TAC = E = Kf * (\text{sum}((I,J,X,W), FC(X) * Z1(I,J,X,W) + VC(X) * fS1(I,J,X,W) ** GAMA(X)) + \text{sum}((I,X,W), FC(X) * ZR1(I,X,W) + VC(X) * fSR1(I,X,W) ** GAMA(X))) + Hy * (\text{sum}((I,J,X,T1,W), COP(X) * fS(I,J,X,T1,W)) + \text{sum}((I,X,T1,W), COP(X) * fSR(I,X,T1,W)));$$

TAC.LO=0;

ECQDES(L1,T1)..

$$CQ('23',L1,T1) = E = CQDES(L1,T1);$$

MINCONC1(T1)..

$$RS1 = G = CQ('23','1',T1) ;$$

MINCONC2(T1)..

$$RS2 = G = CQ('23','2',T1) ;$$

E39(L1,T1)..

$$1 = E = 1;$$

ZMAX..

$$ZTOT = E = \text{sum}((I,J,X,W) \$ (ORD(X) NE CARD(X)), Z1(I,J,X,W)) + \text{sum}((I,X,W) \$ (ORD(X) NE CARD(X)), ZR1(I,X,W));$$

### FINALIZA MODELO PARA EL TRATAMIENTO DE LOS AFLUENTES INDUSTRIALES DESCARGADOS A LOS TRAMOS DE RÍO Y AFLUENTES

MODEL MFA/E0,E1,E2,E3,E4,E5,E6,E7,E8,E9,E10,E11,E12,E13,E14,E15,E16,E17,E18,E19,E20,E21,E22,E23,E24,E25,E26,REAC/;

MODEL TRATAMIENTO/E0,E1,E2,E3,E4,E5,E6,E7,E8,E9,E10,E11,E12,E13,E14,E15,E16,E17,E18,E19,E20,E21,E22,E23,E24,E25,E26,REAC,E27,E271,E28,E281,E29,E291,E30,E301,E31,E311,E32,E321,E33,E331,E34,E341,E35,E351,E36,E361,E37,E371,E38,E381,E39,ECQDES,MINCONC1,MINCONC2,OBJ,ZMAX,ERISK/;

MODEL SUPER /ALL/;

OPTION LP = CPLEX;

OPTION NLP = CONOPT;

## Diseño Óptimo de Sistemas de Tratamiento Distribuidos de Efluentes Industriales Descargados en los Ríos Considerando Aspectos de Seguridad

---

OPTION MINLP = SBB;

SOLVE MFA USING NLP MINIMIZING COMODIN;

### MINIMIZAR UNA CONCENTRACIÓN A LA VEZ

RS1.UP = 14.5;

SOLVE SUPER USING MINLP MINIMIZING TAC;

Display Q.L,CQ.L,CUR.L,R.L,CET.L,CINDTat.L,TAC.L,CINDTat1.L,CINDTat2.L, CINDRat.L,CINDRat1.L,CINDRat2.L;

PARAMETERS

Ccap COSTO DE CAPITAL,

Cope COSTO DE OPERACION

### COSTO DE CAPITAL

$Ccap = Kf * (\sum((I,J,X,W), FC(X) * Z1.L(I,J,X,W) + VC(X) * fS1.L(I,J,X,W) ** GAMA(X)) + \sum((I,X,W), FC(X) * ZR1.L(I,X,W) + VC(X) * fSR1.L(I,X,W) ** GAMA(X)))$  +

### COSTO DE OPERACIÓN

$Cope = Hy * (\sum((I,J,X,T1,W), COP(X) * fS.L(I,J,X,T1,W)) + \sum((I,X,T1,W), COP(X) * fSR.L(I,X,T1,W)))$ ;

DISPLAY ET,INDT,INDR,UT,Cope,Ccap,CINDT,CINDR;

OPTION DECIMALS=8; DISPLAY CQDES.L;

PARAMETER

### FTOT FLUJO TOTAL TRATADO;

$FTOT = \sum((I,J,X,T1,W) \$ (ORD(X) NE CARD(X)), fS.L(I,J,X,T1,W)) + \sum((I,X,T1,W) \$ (ORD(X) NE CARD(X)), fSR.L(I,X,T1,W))$ ;

DISPLAY FTOT;