



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



FACULTAD DE INGENIERÍA QUÍMICA

**“Distribución justa y óptima de agua bajo
escenarios de escasez de agua a nivel
macroscópico”**

Tesis para obtener el grado de Licenciatura en Ingeniería
Química

Alumno: Rogelio Ochoa Barragán

Asesor: Dr. José María Ponce Ortega

Agosto 2020

Morelia, Michoacán, México

Agradecimientos

Se agradece el apoyo financiero del Consejo Mexicano de Ciencia y Tecnología (CONACyT) a través del proyecto No. FORDECYT-297506

Contenido

| | |
|-----------------------------------|------|
| Glosario | III |
| Nomenclatura..... | V |
| Parámetros | V |
| Variables binarias | VII |
| Variables..... | VII |
| Letras griegas..... | IX |
| Índice de Figuras | X |
| Índice de Tablas..... | XI |
| Resumen | XII |
| Abstract..... | XIII |
| 1. Introducción | 1 |
| 2. Marco teórico..... | 2 |
| Economía del bienestar..... | 2 |
| Justicia de Rawls | 2 |
| Esquema de justicia de Nash | 3 |
| 3. Generalidades | 4 |
| 4. Justificación | 8 |
| 5. Hipótesis y Objetivos..... | 9 |
| Hipótesis | 9 |
| Objetivo General..... | 9 |
| Objetivos específicos..... | 9 |
| 6. Metodología..... | 10 |
| 7. Caso de estudio | 13 |
| 8. Modelo matemático | 16 |

| | |
|---|----|
| 8.1 Balance para las fuentes naturales de agua..... | 18 |
| 8.2 Balance en almacenamientos de agua artificial..... | 19 |
| 8.3 Balance en estanques artificiales..... | 20 |
| 8.4 Balance en las redes de agua para uso doméstico..... | 20 |
| 8.5 Balance en las redes de agua para uso agrícola..... | 20 |
| 8.6 Balance en pozos domésticos..... | 21 |
| 8.7 Balance de la planta de tratamiento..... | 21 |
| 8.8 Balance en pozos agrícolas..... | 21 |
| 8.9 Disyunciones para instalar o no tanques de almacenamiento o un estanque artificial..... | 22 |
| 8.10 Función objetivo..... | 23 |
| 8.11 Esquemas de distribución..... | 25 |
| 8.12 Términos específicos para el caso de estudio..... | 26 |
| 9. Resultados..... | 32 |
| Escenario 1:..... | 32 |
| Escenario 2:..... | 36 |
| Escenario 3:..... | 40 |
| 10. Discusión de resultados..... | 45 |
| 11. Conclusión..... | 47 |
| 12. Referencias..... | 49 |
| 13. Apéndice..... | 54 |

Glosario

Agua de escorrentía: Agua que se vierte al rebasar su depósito o cauce naturales o artificiales.

Agua de riego: Agua destinada al uso agrícola.

Beneficio bruto: Beneficio obtenido por una sociedad derivado de su explotación y que surge de restar a los ingresos el importe de los gastos en los que se han incurrido fruto de la actividad.

CONEVAL: Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social

Demanda: La cantidad de bienes y servicios que son adquiridos por consumidores a diferentes precios.

Disyunción: Conector lógico, cuyo valor de la verdad resulta en falso solo si ambas proposiciones son falsas, y en cierto de cualquier otra forma. En lenguajes formales, la palabra "o" se utiliza en español para simbolizar una disyunción lógica.

Esquema: Representación mental o simbólica de una cosa material o inmaterial o de un proceso en la que aparecen relacionadas de forma lógica sus líneas o rasgos esenciales.

Función objetivo: Ecuación que será optimizada dadas las limitaciones o restricciones determinadas y con variables que necesitan ser minimizadas o maximizadas usando técnicas de programación lineal o no lineal.

Google Earth: Programa informático que muestra un globo virtual que permite visualizar múltiple cartografía, basado en imágenes satelitales.

INEGI: Instituto Nacional de Estadística y Geografía

Justicia ambiental: El trato justo y la participación significativa de todas las personas sin distinción de raza, color, origen o ingresos en relación con el desarrollo, la implementación y el cumplimiento de leyes, reglamentos y políticas.

Modelo matemático: Representación simplificada, a través de ecuaciones, funciones o fórmulas matemáticas, de un fenómeno o de la relación entre dos o más variables.

Pozo profundo: Perforación en el subsuelo, la cual va revestida de una tubería con el fin de impedir el derrumbe, esta tubería es ranurada en su parte inferior para que el acuífero aporte con agua y pueda ser extraída mediante bombas de distintos accionamientos.

Precipitación: Cualquier forma de hidrometeoro (gotas de agua) que cae de la atmósfera y llega a la superficie terrestre.

Saneamiento: Dotación de las condiciones necesarias de sanidad a un terreno, un edificio u otro lugar.

Sostenible: Que es compatible con los recursos de que dispone una región, una sociedad, etc.

Superestructura: Parte superior de un conjunto estructural.

Sustentable: Se refiere a la explotación de un recurso por debajo del límite de renovación de estos.

Teoría de Juegos: Área de la matemática aplicada que utiliza modelos para estudiar interacciones en estructuras formalizadas de incentivos.

UNWATER: En español ONU-Agua (UNWATER) es un mecanismo inter-agencias formalmente establecido en 2003 por el Comité de Alto Nivel sobre Programas de las Naciones Unidas.

WWAP: World Water Assessment Programme (Programa Mundial de Evaluación de los Recursos Hídricos).

Nomenclatura

Parámetros

| | |
|----------------|--|
| A_n^{\max} | capacidad máxima de estanque artificial n |
| A_n^a | área disponible de recolección para estanques artificiales en el lugar n |
| A_l^s | área disponible de recolección para tanques de almacenamiento en el lugar l |
| A_i^{DPW} | área de recolección para la fuente k para la precipitación directa |
| A_i^{ROW} | área de recolección para la fuente k para el agua de escorrentía |
| ASC | costo de venta de agua para uso agrícola |
| Ce^s | coeficiente de escorrentía para las áreas de captación de tanques de almacenamiento |
| Ce^a | coeficiente de escorrentía para las áreas de captación de estanques artificiales |
| $CTAA$ | costo de tratamiento del agua de lluvia para uso agrícola |
| $CTAD$ | costo de tratamiento del agua de lluvia para uso doméstico |
| $CTNA$ | costo de tratamiento de fuentes naturales para uso agrícola |
| $CTND$ | costo de tratamiento de fuentes naturales para uso doméstico |
| $CTPA$ | costo de tratamiento de fuentes naturales para uso doméstico |
| $CTPE$ | costo de tratamiento de aguas residuales antes de la disposición final |
| $D_{j,t}^{ds}$ | demanda de agua en el pozo doméstico j en el tiempo t |
| $D_{h,t}^{as}$ | demanda de agua en el pozo agrícola h en el tiempo t |
| $D_{j,t}^{dw}$ | demanda de agua deseada en la reserva doméstica j en el tiempo t (para esquemas de distribución) |
| $D_{h,t}^{aw}$ | demanda de agua deseada en la reserva agrícola h en el tiempo t (para |

| | |
|---------------|--|
| | esquemas de distribución) |
| DSC | costo de venta de agua para uso doméstico |
| $DPWV_{i,t}$ | agua recolectada de la precipitación directa en la fuente i en el tiempo t |
| K | promedio ponderado del tipo y uso del terreno |
| P_t | precipitación en el tiempo t |
| P^{total} | precipitación anual total |
| $P_{i,t}^g$ | agua recogida de precipitación y agua de escorrentía en la fuente i en el tiempo t |
| $PCASA_{n,h}$ | costos de tuberías y bombeo desde estanques artificiales n hasta pozos agrícolas h |
| $PCASD_{n,j}$ | costos de tuberías y bombeo desde estanques artificiales n hasta pozos domésticos j |
| $PCNA_i$ | costos de tuberías y bombeo de desde la fuente natural i hasta la red agrícola principal |
| $PCND_i$ | costos de tubería y bombeo desde la fuente natural i a la red doméstica |
| $PCSTA_{l,h}$ | costo de tuberías y bombeo h desde el tanque de almacenamiento l hasta el fregadero agrícola k |
| $PCSTD_{l,j}$ | costo de tubería y bombeo desde el tanque de almacenamiento l hasta el fregadero doméstico j |
| $PCTW_h$ | costo de tuberías y bombeo desde la planta de tratamiento hasta la reserva agrícola h |
| $r_{m,i,t}$ | agua recargada desde el afluente m hasta la fuente i en el tiempo t |
| s_l^{\max} | capacidad máxima del tanque de almacenamiento l |
| $ROWV_{i,t}$ | agua de escorrentía recogida en la fuente k en el tiempo t |

VARIABLES BINARIAS

z_l^s variable binaria utilizada para seleccionar la existencia de un tanque de almacenamiento en la ubicación l

z_n^a variable binaria utilizada para seleccionar la existencia de un estanque artificial en la ubicación n

VARIABLES

$A_{n,t}$ agua en estanque artificial n en el tiempo t

$a_{n,t}^{in}$ caudal de entrada al estanque artificial n en el tiempo t

$a_{n,j,t}^{out,d}$ agua enviada del estanque artificial n a la reserva doméstica j en el tiempo t

$a_{n,h,t}^{out,a}$ agua enviada del estanque artificial n al pozo agrícola h en el momento t

C_e coeficiente de escorrentía

$Cost_n^a$ costo del estanque artificial n

$Cost_l^s$ costo del tanque de almacenamiento l

$cw_{j,t}^d$ agua usada o perdida en el fregadero doméstico j en el tiempo t

cw_t^{fp} agua enviada a disposición final en el tiempo t desde la planta de tratamiento

$D_{j,t}^{ds}$ demanda de agua en la reserva doméstica j en el tiempo t (para esquemas de distribución)

$D_{h,t}^{as}$ demanda de agua en la reserva agrícola h en el tiempo t (para esquemas de distribución)

$f_{j,t}$ agua enviada desde la tubería doméstica principal al tratamiento doméstico j en el tiempo t

$g_{i,t}^a$ agua enviada desde la fuente i a la tubería agrícola principal en el momento t

| | |
|----------------------|---|
| $g_{i,t}^d$ | agua enviada desde la fuente i a la red doméstica en el momento t |
| $G_{i,t}$ | agua en la fuente i en el tiempo t |
| $int_{j,t}^{in}$ | agua enviada desde el fregadero doméstico j a la instalación de tratamiento en el momento t |
| int_t^{out} | agua recuperada para uso agrícola en planta de tratamiento en el momento t |
| $int_{h,t}^{out,ag}$ | agua enviada desde la planta de tratamiento a la reserva agrícola h en el tiempo t |
| $Nash$ | variable del esquema Nash |
| $P_{n,t}^a$ | precipitación disponible para tanques de almacenamiento en la ubicación n en el tiempo t |
| $P_{l,t}^s$ | precipitación disponible para tanques de almacenamiento en la ubicación l en el tiempo t |
| $r_{h,t}$ | agua enviada desde la tubería agrícola principal a la reserva agrícola h en el tiempo t |
| $S_{l,t}$ | agua en el tanque de almacenamiento l en el tiempo t |
| $s_{l,t}^{in}$ | caudal de entrada al tanque de almacenamiento l en el tiempo t |
| $s_{l,j,t}^{out,d}$ | agua enviada desde el tanque de almacenamiento l a la reserva doméstica j en el tiempo t |
| $s_{l,h,t}^{out,a}$ | agua enviada desde el tanque de almacenamiento l a la reserva agrícola h en el tiempo t |
| sw | variable del esquema de bienestar social |
| TAR | ingresos anuales totales |

| | |
|-------------|--|
| $v_{n,t}^a$ | agua no recolectada en estanque artificial n en el tiempo t |
| $v_{l,t}^s$ | agua no recolectada en el tanque de almacenamiento l en el momento t |
| $v_{i,t}^g$ | pérdida de agua debido a procesos naturales en la fuente i en el momento t |

Letras griegas

| | |
|---------------------|---|
| $\delta_l^{s,\min}$ | capacidad mínima del tanque de almacenamiento l |
| $\delta_l^{s,\max}$ | capacidad máxima del tanque de almacenamiento l |
| $\delta_n^{a,\min}$ | capacidad mínima del estanque artificial n |
| $\delta_n^{a,\max}$ | capacidad máxima del estanque artificial n |
| γ | variable del esquema rawlsiano |
| $\Phi_{j,t}^{dom}$ | variable normalizada de la demanda interna |
| $\Phi_{h,t}^{agr}$ | variable de demanda agrícola normalizada |

Conjuntos

| | |
|-----|---|
| H | conjunto para reservas agrícolas ($h h = 1, \dots, H$) |
| I | conjunto fuentes naturales ($i i = 1, \dots, I$) |
| J | conjunto para reservas domésticas ($j j = 1, \dots, J$) |
| L | conjunto para la ubicación de los tanques de almacenamiento ($l l = 1, \dots, L$) |
| M | conjunto para afluentes ($m m = 1, \dots, M$) |
| N | conjunto para la ubicación de estanques artificiales ($n n = 1, \dots, N$) |
| T | conjunto para el período de tiempo ($t t = 1, \dots, T$) |

Índice de Figuras

| | |
|---|----|
| Figura 1. Agua disponible y distribución..... | 4 |
| Figura 2. Comparación de Mapas mundial de los recursos hídricos internos renovables (IRWR) por país en 2012 y 2016..... | 6 |
| Figura 3. Enfoque propuesto para resolver el problema de escasez de agua a nivel macroscópico..... | 11 |
| Figura 4. Secciones para la ciudad de Morelia | 14 |
| Figura 5. Superestructura propuesta para la distribución de agua en una región macroscópica..... | 17 |
| Figura 6. Escenario 1: solución de bienestar social..... | 33 |
| Figura 7. Escenario 1: solución de Rawls..... | 34 |
| Figura 8. Escenario 1: solución de Nash..... | 35 |
| Figura 9. Escenario 3: solución de bienestar social..... | 37 |
| Figura 10. Escenario 2: solución de Rawls..... | 38 |
| Figura 11. Escenario 2: solución de Nash..... | 39 |
| Figura 12. Escenario 3: solución de bienestar social..... | 41 |
| Figura 13. Escenario 3: solución de Rawls..... | 42 |
| Figura 14. Escenario 3: solución de Nash..... | 43 |

Índice de Tablas

| | |
|---|----|
| Tabla 1. Demanda de agua estacional en reservas domésticas (m^3/mes) | 15 |
| Tabla 2. Demanda estacional de agua en las reservas agrícolas (m^3/mes) | 15 |
| Tabla 3. Costos de tuberías y bombeos desde tanques de almacenamiento hasta reservas domésticas ($\$ x 10^2/m^3$) | 28 |
| Tabla 4. Costos de tuberías y bombeo desde tanques de almacenamiento hasta reservas agrícolas ($\$x10^2/m^3$)..... | 29 |
| Tabla 5. Costos de tuberías y bombeo desde estanques artificiales hasta reservas domésticas ($\$ x 10^2/m^3$)..... | 30 |
| Tabla 6. Costos de tuberías y bombeo desde 1951 hasta 2010 (SMN, 2010)..... | 30 |
| Tabla 7. Precipitación media para la ciudad de Morelia estanque artificial a reserva agrícola ($\$ x 10^2/m^3$)..... | 31 |
| Tabla 8. Capacidad y función de costo de tanques de almacenamiento y estanques artificiales..... | 31 |

Resumen

Distribución justa y óptima de agua bajo escenarios de escasez de agua a nivel macroscópico

Alumno: Rogelio Ochoa Barragán
Asesor: Dr. José María Ponce Ortega

En este trabajo se presenta un enfoque de optimización para el diseño de sistemas de distribución de agua a nivel macroscópico en condiciones de escasez de agua. El enfoque propuesto muestra la distribución adecuada en función de los méritos y condiciones de los consumidores de agua de las fuentes disponibles (presas, pozos, lagos, ríos, etc.) y la incorporación de fuentes artificiales (sistemas de recolección de agua de lluvia y agua reutilizada) para satisfacer las demandas domésticas y agrícolas en la capital michoacana maximizando los ingresos. El modelo matemático propuesto incorpora esquemas de distribución justos (Economía del Bienestar, esquemas de Rawls y Nash), que permiten determinar opciones justas de distribución de agua en condiciones de escasez de agua. Se presenta el caso de estudio para la ciudad de Morelia Michoacán para mostrar la aplicabilidad del enfoque de optimización propuesto. Los resultados muestran que es posible obtener soluciones justas (de acuerdo a las demandas de cada consumidor) para las redes de agua para todos los usuarios en diferentes condiciones de escasez de agua, por ejemplo, escasez producida por la reducción del nivel de agua del manto acuífero.

Palabras clave: Esquemas de distribución; optimización; escasez de agua; recolección de agua de lluvia; aguas grises.

Abstract

Optimal and Fair Distribution of Water Under Water Scarcity Scenarios at a Macroscopic Level

Student: Rogelio Ochoa Barragán

Adviser: Dr. José María Ponce Ortega

This work presents an optimization approach for designing water distribution systems at macroscopic level under water scarcity conditions. The proposed approach accounts for the proper water distribution based on the merits and conditions of consumers of the available sources (dams, deep wells, lakes, rivers, etc.) and the incorporation of artificial sources (rainwater harvesting systems, and recycled water) to satisfy domestic and agricultural demands in the Michoacan capital maximizing revenue. The proposed mathematical model incorporates fair distribution schemes (Social Welfare, Rawls and Nash Schemes), which allow determining fair water distribution options under water scarcity conditions. A case study for Morelia Michoacán is presented to show the applicability of the proposed optimization approach. Results show that it is possible to obtain fair solutions for the water networks for all the users under different water scarcity conditions, for example, scarcity produced by the reduction of the water level of the aquifer.

Keywords: Distribution schemes; optimization; water scarcity; rainwater harvesting; gray water.

1. Introducción

El calentamiento climático es uno de los problemas más importantes actualmente en el mundo (de Bruin y Dellink 2011). Uno de los principales problemas asociados al cambio climático es la escasez de agua en varios lugares alrededor del mundo (Arnell 2016). Las proyecciones muestran que varias regiones estarán en escasez total de agua, y dos tercios del mundo vivirán bajo condiciones de gran escasez (Mekonnen y Hoekstra 2016). Las áreas urbanas en crecimiento han generado problemas para la distribución de agua debido a que aumentan la cantidad solicitada en un mundo donde el agua no es suficiente para satisfacer las demandas actuales (Oral *et al.*, 2020). Las proyecciones muestran que 700 millones de personas en todo el mundo podrían verse afectadas por la inmensa escasez de agua para 2030 (Héllermann *et al.*, 2010). Esto ha provocado que se hayan propuesto varios enfoques para el diseño de sistemas de agua sustentables (Rojas-Torres *et al.*, 2014a).

Alrededor de un millón de especies animales y vegetales se enfrentan a la extinción (Hannah 2012). Las especies que habitan en agua dulce han sufrido el mayor declive, cayendo en un 84% desde 1970 (WWAP 2015). Los seres humanos también se ven afectados, alrededor de cuatro mil millones de personas viven actualmente una grave escasez de agua, durante al menos un mes al año, situación que se ha agravado por la crisis climática (Hanjra y Qureshi 2010). A medida que el planeta se calienta, el agua dulce disponible ha sufrido la mayor de las consecuencias (Ferguson *et al.*, 2018). Sin embargo, la palabra "agua" rara vez aparece en los acuerdos internacionales sobre el clima, a pesar de que desempeña un papel clave en cuestiones como la seguridad alimentaria, la producción de energía, el desarrollo económico y la reducción de la pobreza (UNWATER 2020). A medida que aumenta la inversión en agua, las vidas de miles de millones de personas siguen mejorando en los países en desarrollo (Cheng 2015), donde más de 1,000 millones han obtenido acceso seguro al agua potable en las últimas dos décadas (Medema *et al.*, 2003). Mejores servicios de saneamiento también han mejorado la vida de 1,800 millones de personas en todo el mundo (Whittington *et al.*, 2009). Actualmente, más de la mitad de la población mundial vive en grandes urbes, y estas están en constante crecimiento, por lo que el costo del agua será mucho mayor en diez años (Buhaug y Urdal 2013).

2. Marco teórico

Economía del bienestar

El análisis de la economía del bienestar se refiere principalmente a cómo los ingresos totales deben dividirse entre diferentes individuos (Arrow 1950).

La medición de la desigualdad se refiere principalmente a cómo los ingresos totales se dividen entre diferentes individuos. Esta distinción encarna la diferencia conceptual entre el enfoque descriptivo y el enfoque normativo para el análisis de la distribución de los ingresos. El análisis de la economía del bienestar tiene en cuenta la cantidad de ingresos totales disponibles en una sociedad (o equivalentemente, el nivel medio de ingresos), así como su grado de desigualdad (Bellá y Liberati 2005). La economía del bienestar es el enfoque matemático generalmente implantado para la planificación social; sin embargo, esto podría utilizarse para la distribución de agua, pero falla cuando los valores de las demandas son demasiado diferentes entre los consumidores involucrados (la escala de datos no es la misma).

Justicia de Rawls

Por otro lado, el esquema de distribución de Rawlsian, surge de la teoría de Rawls llamada "justicia como justicia". Chung (2018) escribió que esta teoría está estructurada de los siguientes tres principios establecidos en estricto orden prioritario de la siguiente manera:

1. El Principio de Igualdad Máxima de Libertades Básicas: Cada persona (usuarios de agua para este trabajo) debe tener el mismo derecho al esquema más extenso de igualdad de libertades básicas compatible con un esquema similar de libertades para otros.
2. El Principio de Igualdad Justa de Oportunidades: Las desigualdades económicas sociales deben atribuirse a puestos y oficinas abiertas a todos en condiciones de igualdad de oportunidades.
3. El Principio de Diferencia: Las desigualdades sociales y económicas deben organizarse de una manera que beneficie más a los miembros menos favorecidos de la sociedad.

De manera análoga, para las demandas de agua, el plan de Rawls tendería a favorecer las

demandas más pequeñas, penalizando a las más grandes, en contraste con el esquema de bienestar social. Estos dos esquemas tienen una gran cantidad de deficiencias, por lo que se han explorado muchos esquemas alternativos en la literatura, ya que se necesita una distribución adecuada de los recursos naturales en esta búsqueda de la equidad.

Esquema de justicia de Nash

El esquema de Nash fue originalmente un esquema de arbitraje único para los juegos de negociación de dos personas, tiempo después se reconsideró dar un esquema n-persona que modifica los axiomas de Nash para las dos personas (Kaneko y Nakamura 1979). Para Cole y Gkatzelis (2018), el bienestar social de Nash consiste en maximizar la "felicidad", la asignación x^* es una asignación óptima de Pareto que se compara favorablemente con cualquier otra asignación óptima de Pareto x en el sentido de que, al cambiar de x a x^* , las ganancias porcentuales en felicidad superan las pérdidas porcentuales. Dos de las propiedades más notables de este objetivo son:

1. Sin escala: su asignación óptima x^* es independiente de la escala de las valoraciones de cada agente.
2. Un compromiso natural entre equidad y eficiencia.

Este esquema ofrece soluciones equilibradas que ponen los datos en la misma escala, por lo que la penalización entre demandas grandes y pequeñas es más sistemática. La distribución óptima del agua desempeñará un papel crucial en los próximos años, especialmente para aquellos que viven en zonas urbanas (Gikas *et al.*, 2015); por lo tanto, la elaboración de modelos matemáticos capaces de predecir lo que debemos hacer en escenarios de escasez es el primer paso para preservar la calidad de vida real (Almeida *et al.*, 2013).

Este trabajo presenta una formulación óptima para la distribución de agua utilizando 3 esquemas diferentes y estableciendo diferentes escenarios cambiando la cantidad de agua dulce disponible, reduciendo la cantidad de agua de lluvia y minimizando el costo asociado (minimizando el costo total).

3. Generalidades

México se enfrenta a una crisis del agua que afecta a mucha gente en todo el país; según el CONEVAL (2017), 9,3 millones de personas no tienen acceso al agua potable y otros 10,2 millones carecen de infraestructura básica de saneamiento en sus hogares, y esto sólo va a empeorar incluso más en el futuro si no se hace algo para evitarlo, esto lleva a la gente a desarrollar nuevos métodos para resolver este problema.

Recientemente, se han desarrollado varios métodos para reducir el consumo de agua dulce (Pfister *et al.*, 2011), algunos de estos métodos implican la reutilización de aguas residuales a través de agua reciclada (Abu-Jayyab y Al-Zuhair 2020). Existen diferentes enfoques para la conservación del agua teniendo en cuenta los usos alternativos para las aguas residuales o fuentes alternativas de agua, como la recolección de agua de lluvia y el uso de agua desalinizada (véase la **Figura 1**) (UNWATER 2020).

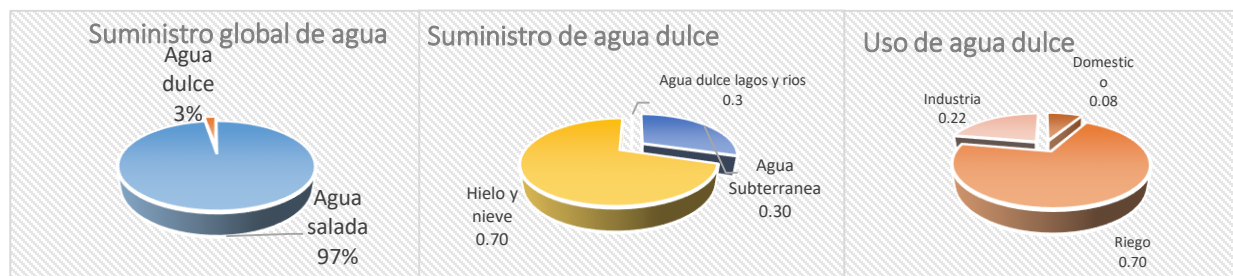


Figura 1. Agua disponible y su distribución a nivel mundial.

Con respecto a la disponibilidad de agua, el suministro de agua de la tierra (tanto agua salada como agua dulce) asciende a 1,400 millones de km^3 , de los cuales el 97,5% es oceánico, el 2,5% restante (35 millones de km^3) es agua dulce, de los cuales el 70% (24 millones de km^3) está congelado, el 30% (11 millones de km^3) son aguas subterráneas, y sólo el 0,3% (105.000 km^3) es accesible como aguas superficiales (Dbais *et al.*, 2010). De los recursos de agua dulce renovable disponibles, alrededor del 54% ya es apropiado por la humanidad para diversos usos, incluyendo la agricultura de riego (70%), la industria (22%) y el uso doméstico (8%) (Héllermann *et al.*, 2010). Fischer *et al.*, (2007) previeron un aumento futuro de las necesidades de agua de riego en más de un 50 % en las regiones en desarrollo y en aproximadamente un 16 % en las regiones desarrolladas. Este estudio muestra que se prevé

que los mayores aumentos relativos de las necesidades de agua de riego se produzcan en África (+300%) y América Latina (+119%) de 2000 a 2080. Además, se observan los valores más críticos de los recursos anuales de agua dulce renovables en Oriente Medio y África. De hecho, las estimaciones hechas por Wallace (2000) destacaron que las poblaciones de Oriente Medio y el sur de África en los años noventa del siglo pasado tenían entre 1000 y 2000 m³ de agua al año. Mientras que, durante el mismo período, las poblaciones del cinturón norteafricano de Marruecos a Egipto (incluido Sudán) tenían menos de 1000 m³ de agua por persona y año. Para 2050, el agua per cápita disponible por año caerá por debajo de 1000 m³, no sólo en el cinturón norteafricano, sino también en el este y el sur de África y Oriente Medio (Jain 2012).

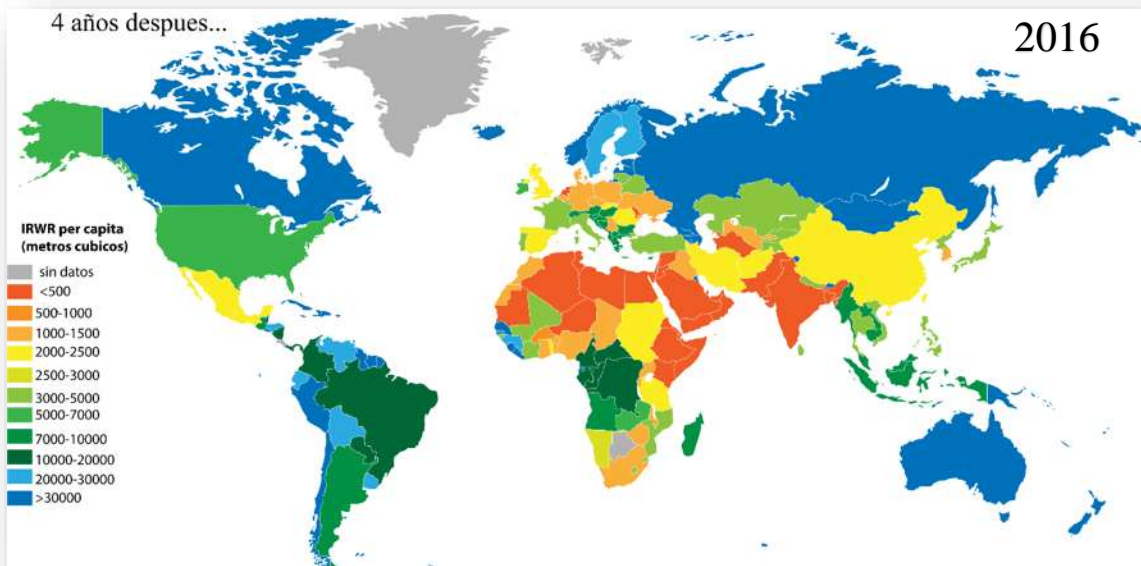
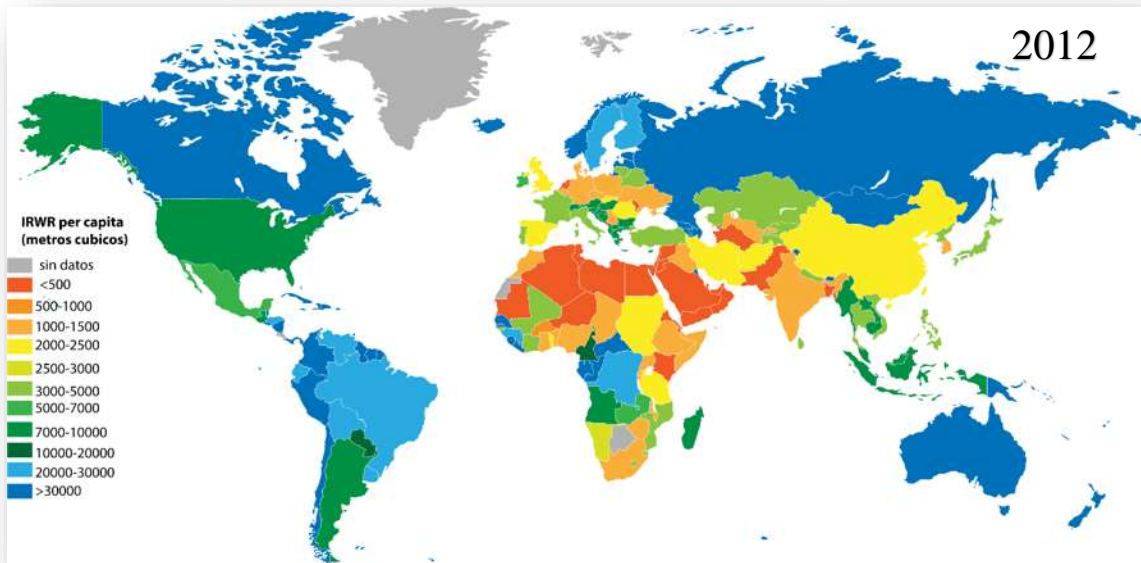


Figura 2. Comparación de Mapas mundial de los recursos hídricos internos renovables (IRWR) por país en 2012 y 2016.

La recolección de agua de lluvia se considera generalmente de alta calidad, pero puede contener contaminantes (Lopes *et al.*, 2017); sin embargo, podría ahorrar una gran cantidad de agua dulce teniéndola en cuenta para usos no potables (Bocanegra-Martínez *et al.*, 2014). El principal problema es determinar cuánta agua de lluvia se puede recolectar (Palermo *et al.*, 2020). Un objetivo razonable para una recolección grande en la azotea de un edificio habitado, podría ser reducir el suministro de agua doméstica entre un 40 y un 50% para ese edificio (Estong 2020). Se puede esperar un nivel más bajo para un sistema reacondicionado (Campisano *et al.*, 2013). Para una pequeña ciudad, fue estimado que el agua de lluvia podría abastecer alrededor del 32% de las necesidades; sin embargo, fijar un objetivo de abastecer un 10% de las necesidades podría ser razonable desde un punto de vista económico (Liaw y Chiang 2014). La demanda excesiva de agua dulce ha promovido el desarrollo de estrategias para su uso eficiente (García-Montoya *et al.*, 2014). Recientemente, han propuesto varios enfoques de optimización para el diseño de sistemas de distribución de agua (Nápoles-Rivera *et al.*, 2014), esto puede mejorar el beneficio social especialmente en regiones donde los acuíferos, presas y lagos tienen poca disponibilidad de agua (González-Bravo *et al.*, 2016).

4. Justificación

De acuerdo a la literatura revisada, se encontró que ninguno de los enfoques de optimización para la distribución de agua ha enfatizado en la asignación justa de agua en condiciones de escasez. Sin embargo, han presentado trabajos con enfoques similares, Movik (2013) examinó los múltiples significados de la justicia relacionados con la noción de “justicia ambiental” para el intercambio de agua; Sechi *et al.*, (2013) desarrollaron una metodología basada en la Teoría de Juegos utilizando un enfoque de optimización matemática. La metodología fue aplicada a un sistema de agua multi-reservorio y multi-demanda en Cerdeña, Italia. Es importante destacar que las metodologías revisadas anteriormente, no han considerado la utilización simultanea de sistemas de recolección de agua de lluvia con reutilización de aguas grises para fines distintos al consumo humano, además, que no han hecho la pregunta ¿Un sólo esquema de distribución puede predecir correcta y sistemáticamente distintos casos de escasez de agua, adicionando además, recolección de agua de lluvia junto con reusó de aguas grises?

Para responder esta pregunta, en este trabajo se desarrollan 3 esquemas de distribución, que, además, serán capaces trabajar con la utilización simultanea de sistemas de recolección de agua de lluvia con reutilización de aguas grises. Es necesario tener en cuenta que, para este trabajo, una distribución justa se refiere a una distribución equitativa.

5. Hipótesis y Objetivos

Hipótesis

Con un modelo matemático global compuesto por un modelo de optimización multi-objetivo y tres esquemas de distribución para el manejo adecuado del agua a nivel macroscópico se podrán tomar mejores decisiones para la correcta distribución del agua a nivel macroscópico de acuerdo con las necesidades de los usuarios domésticos y agrícolas, tomando en consideración las distintas escalas de demanda de agua, además, haciendo uso de la recolección de agua de lluvia, junto con la reutilización de aguas grises para fines no potables.

Objetivo General

Desarrollar y aplicar un modelo de optimización multi-objetivo a nivel macroscópico que adicionando esquemas de distribución para encontrar y comparar entre ellos la vía óptima y sostenible de suministrar agua para usos domésticos y agrícolas, tratando de tomar la menor cantidad posible de agua de fuentes naturales utilizando diferentes escenarios.

Objetivos específicos

- Desarrollar tres esquemas de distribución basados en las siguientes teorías de justicia: Economía del bienestar, Justicia de Rawls y el esquema de justicia de Nash.
- Incorporar a un modelo de optimización multi-objetivo los 3 esquemas considerando la minimización del costo total anual, la minimización del uso de agua fresca con apoyo de sistemas de recolección de agua y reutilización de aguas grises.
- Utilización de los modelos propuestos al caso de estudio de la ciudad de Morelia Michoacán para observar el comportamiento del mismo dirigido a la toma de decisiones; estableciendo diferentes escenarios cambiando, en base a años previos de escasez de agua, la cantidad de agua dulce disponible, reduciendo la cantidad de agua de lluvia y minimizando el costo asociado (minimizando el costo total).

6. Metodología

La primera parte del problema consiste en encontrar una solución óptima para tratar de satisfacer las demandas en un escenario de escasez siguiendo las condiciones establecidas por Nápoles Rivera *et al.*, (2013) de la siguiente manera:

- El nivel de los manantiales y presas no debe ser inferior al 35% de su capacidad máxima en cualquier periodo de tiempo, y al final del período de planificación no debe ser inferior al 45% de su capacidad máxima.
- El nivel de los pozos profundos no debe ser inferior al 80% de su capacidad máxima en cualquier período de tiempo.
- La cantidad de agua utilizada de cada fuente no debe exceder el 20% de su contenido en ningún período.

La segunda parte (donde se centra este trabajo) consiste en proponer diferentes escenarios de escasez donde la solución óptima (calculada en la primera parte) no es suficiente para satisfacer las demandas, por lo que el agua disponible debe distribuirse "justamente" (véase **Figura 3**).

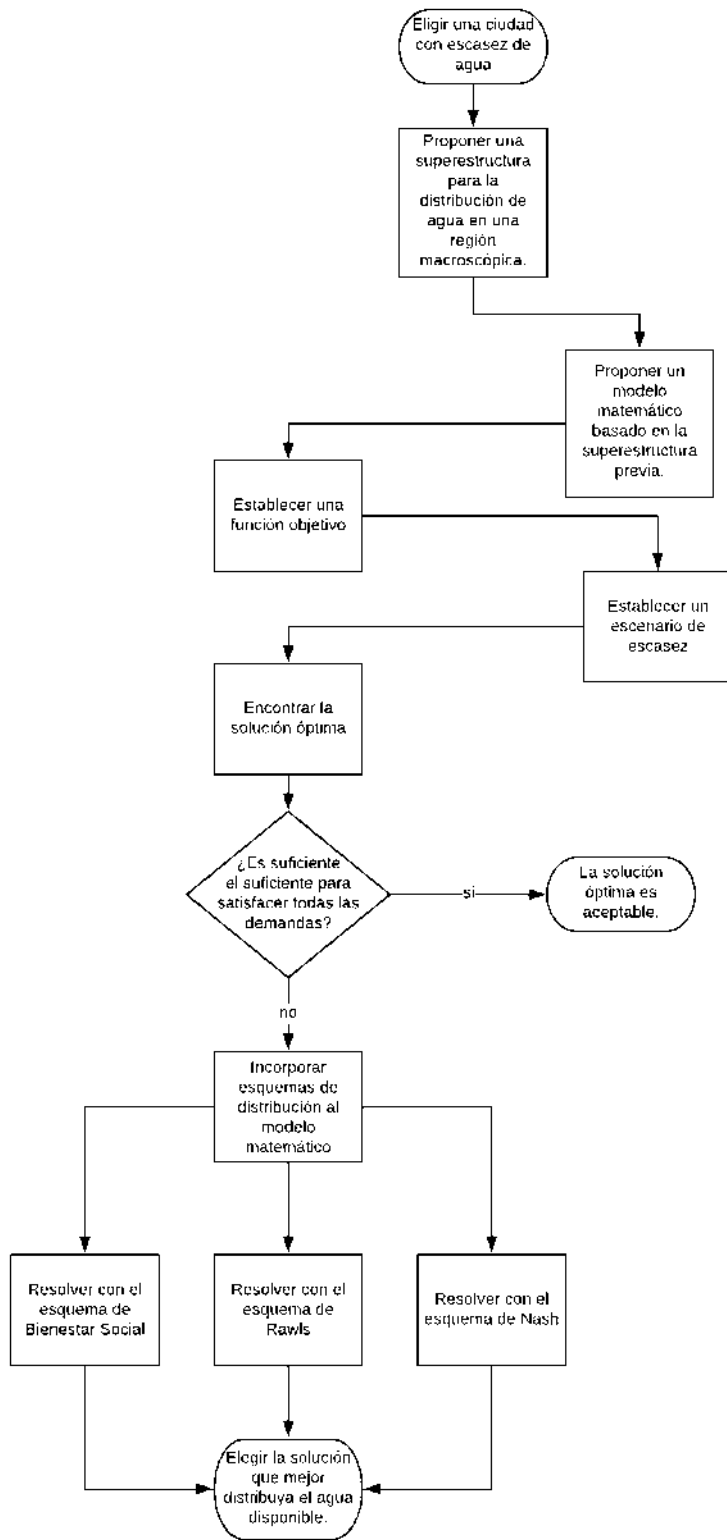


Figura 3. Enfoque propuesto para resolver el problema de escasez de agua a nivel macroscópico.

Se utilizaron tres esquemas de distribución para tratar de encontrar la mejor solución al problema establecido:

- Economía del bienestar
- Esquema de Rawls
- Esquema de Nash

Cada esquema de distribución debe resolverse utilizando los criterios establecidos en cada escenario. Finalmente, se analizaron tres escenarios propuestos basados en un año de escasez de agua, variando en cada escenario la intensidad de la escasez, con el propósito de que exista un responsable central de la toma de decisiones que se encargue de interactuar y coordinar a las diferentes partes interesadas involucradas. En el caso específico de México, el gobierno es el tomador de decisiones central que debe decidir entre esquemas de distribución dependiendo del escenario.

7. Caso de estudio

Este trabajo se basa en la red de distribución de agua en la ciudad de Morelia, México. Esta ciudad se encuentra en las coordenadas 19°42' 8" N, 101° 11' 8" W. Los problemas actuales del gobierno son la distribución de agua, el manto acuífero Morelia-Queréndaro es la principal fuente de agua dulce y tiene un déficit anual en nivel de agua de 2.46 m según datos de Nápoles-Riviera *et al.*, (2014), lo que indica el agotamiento constante de los recursos hídricos. Este problema ha sido generado por la explotación irracional del acuífero de Morelia, y el uso de agua dulce para todos los propósitos.

Hay más de 30 reservas naturales, entre las que destaca la Reserva de la Biosfera de la Mariposa Monarca. La Zona Protectora de *Los Azufres*, que forma parte de uno de los siete parques nacionales, donde se genera electricidad geotérmica. Todos están sufriendo graves problemas en lo que respecta a la conservación que se refiere, ya que carecen de planes de gestión que incluyan medidas de protección y gestión sostenible. En la Reserva de la mariposa monarca, los bosques cercanos han sufrido una pérdida de más del 50% en los últimos veinte años (Barkin 2003). Es bien sabido que la deforestación (clandestina o no) es tan intensa que estas áreas han traído procesos erosivos serios, que en algunos casos producen desertificación. En particular, los indígenas de Michoacán no han sido capaces de superar la pobreza y las consecuencias que las generaciones de discriminación y explotación han impuesto (Ruiz 2008).

Morelia tiene una población de 729,279 habitantes (INEGI 2010). Según datos de CONAGUA (Consejo Nacional de Agua-México), el consumo de agua en Morelia para usos públicos es de 96,560,000 m³/año (CONAGUA 2017), lo que se traduce en un consumo diario per cápita de 338.75 L/día. Se trata de un consumo medio, pero se reconoce que el consumo de agua depende del estrato socioeconómico. Esto da un consumo anual total para usos públicos y agrícolas de 111,516,583.05 m³/año, que se satisface con 105 pozos de agua (43.93%), manantiales (33.41%) y la presa de Cointzio (22.66%) (Rojas-Torres *et al.*, 2014b).

Para simplificar, la ciudad se divide en cinco sectores: Centro (CE), Noreste (NE), Noroeste (NW), Sureste (SE) y Suroeste (SW) (ver **Figura 4** tomada y adaptada de Google Earth). Las demandas del consumo doméstico utilizadas para el modelo se muestran en la **Tabla 1** (Nápoles-Riviera *et al.*, 2014).



Figura 4. Secciones para la ciudad de Morelia.

En la ciudad, 17,668 pozos se utilizan para fines agrícolas, de las cuales 1,251 son para regadío de tierras y el resto son estacionales (INEGI 2010); el consumo de agua considerado para este trabajo con fines agrícolas se muestra en la **Tabla 2** (Nápoles-Riviera *et al.*, 2014).

Tabla 1. Demanda de agua estacional en reservas domésticas (m³/mes)

| | <i>Enero</i> | <i>Febrero</i> | <i>Marzo</i> | <i>Abril</i> | <i>Mayo</i> | <i>Junio</i> | <i>Julio</i> | <i>Agosto</i> | <i>Septiembre</i> | <i>Octubre</i> | <i>Noviembre</i> | <i>Diciembre</i> |
|-----------|--------------|----------------|--------------|--------------|-------------|--------------|--------------|---------------|-------------------|----------------|------------------|------------------|
| <i>CE</i> | 2,245,950 | 2,093,000 | 2,388,550 | 2,346,000 | 2,566,800 | 2,484,000 | 2,531,150 | 2,495,500 | 2,380,500 | 2,352,900 | 2,242,500 | 2,245,950 |
| <i>NW</i> | 1,367,100 | 1,274,000 | 1,453,900 | 1,428,000 | 1,562,400 | 1,512,000 | 1,540,700 | 1,519,000 | 1,449,000 | 1,432,200 | 1,365,000 | 1,367,100 |
| <i>NE</i> | 976,500 | 910,000 | 1,038,500 | 1,020,000 | 1,116,000 | 1,080,000 | 1,100,500 | 1,085,000 | 1,035,000 | 1,023,000 | 975,000 | 976,500 |
| <i>SW</i> | 1,269,450 | 1,183,000 | 1,350,050 | 1,326,000 | 1,450,800 | 1,404,000 | 1,430,640 | 1,410,500 | 1,345,500 | 1,329,900 | 1,267,500 | 1,269,450 |
| <i>SE</i> | 1,269,450 | 1,183,000 | 1,350,050 | 1,326,000 | 1,450,800 | 1,404,000 | 1,430,650 | 1,410,500 | 1,345,500 | 1,329,900 | 1,627,500 | 1,269,450 |

Tabla 2. Demanda estacional de agua en las reservas agrícolas (m³/mes)

| | <i>Enero</i> | <i>Febrero</i> | <i>Marzo</i> | <i>Abril</i> | <i>Mayo</i> | <i>Junio</i> | <i>Julio</i> | <i>Agosto</i> | <i>Septiembre</i> | <i>Octubre</i> | <i>Noviembre</i> | <i>Diciembre</i> |
|-----------|--------------|----------------|--------------|--------------|-------------|--------------|--------------|---------------|-------------------|----------------|------------------|------------------|
| <i>NW</i> | 917,568 | 1,060,938 | 946,242 | 900,363.6 | 843,015.6 | 286,740 | 189,248.4 | 172,044 | 344,088 | 659,502 | 1,032,264 | 1,066,673 |
| <i>NE</i> | 458,784 | 530,469 | 473,121 | 450,181.8 | 421,507.8 | 143,370 | 94,624.2 | 86,022 | 172,044 | 329,571 | 516,132 | 533,336.4 |
| <i>SW</i> | 688,176 | 795,703.5 | 709,681.5 | 675,272.7 | 632,261.7 | 215,055 | 141,936.3 | 129,033 | 258,066 | 494,626.5 | 774,198 | 800,004.6 |
| <i>SE</i> | 229,392 | 265,234.5 | 236,560.5 | 225,090.9 | 210,753.9 | 71.685 | 47,312.1 | 43,011 | 86,022 | 164,875.5 | 258,066 | 266,668.2 |

8. Modelo matemático

Esta sección presenta el modelo matemático para el sistema óptimo de distribución de agua (Ver ecuaciones (1) a (37)) además de 3 nuevos esquemas matemáticos diferentes de distribución a nivel macroscópico (Ver ecuaciones (38) a (46)). La superestructura propuesta se muestra en la **Figura 5**, donde primero se muestran los índices utilizados. i representa las fuentes naturales, m se utiliza para representar el número de afluentes que recargan las fuentes naturales y t es el período de tiempo en el que se realiza el balance, para este caso t representa meses. l y n son las posibles ubicaciones de tanques de almacenamiento y estanques artificiales, respectivamente. En el último lugar, j representa los pozos domésticos, y h representa los pozos agrícolas. A continuación, el modelo matemático se desarrolla de la siguiente manera.

El diagrama de flujo propuesto se presenta en la **Figura 5**.

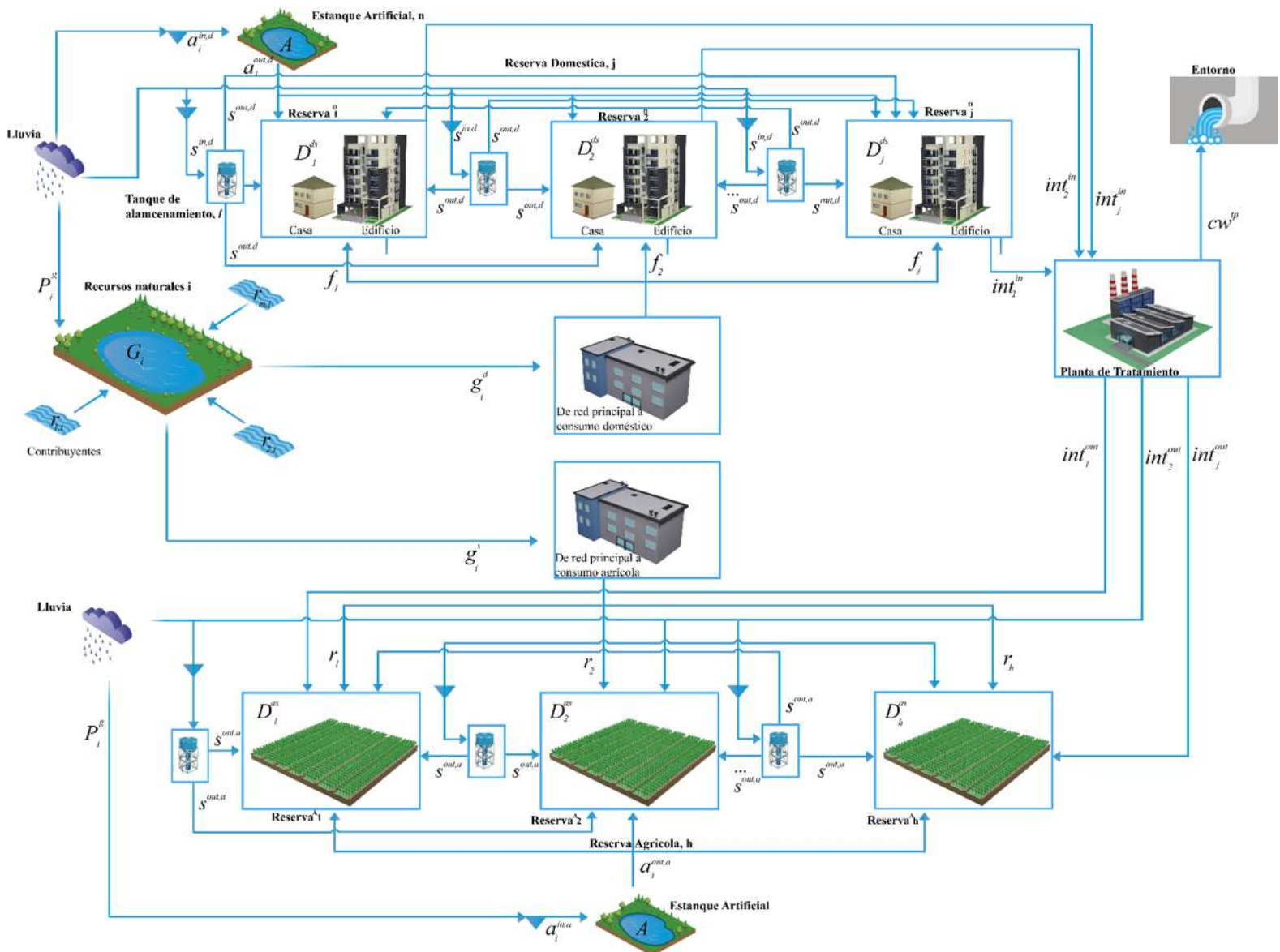


Figura 5. Superestructura propuesta para la distribución de agua en una región macroscópica.

8.1 Balance para las fuentes naturales de agua.

$$G_{i,t} - G_{i,t-1} = \sum_m r_{m,i,t} + P_{i,t}^g - g_{i,t}^d - g_{i,t}^a - v_{i,t}^g, \quad i \in I, t \in T \quad (1)$$

Donde la acumulación es $G_{i,t}$ (el agua disponible en el período de tiempo t) menos $G_{i,t-1}$ (el agua disponible en el período de tiempo anterior), que es igual a la suma de todos los afluentes a la fuente i ($r_{m,i,t}$) más el agua de escorrentía y la precipitación directa ($P_{i,t}^g$) menos la distribución de agua para uso doméstico ($g_{i,t}^d$) menos la distribución de agua para uso agrícola ($g_{i,t}^a$) menos el agua perdida ($v_{i,t}^g$); los flujos de retorno agrícola no se tienen en cuenta, esto es posible tomando la propuesta de Núñez-López *et al.*, (2018) que implica la reutilización óptima de recursos, como agua, fertilizantes y pesticidas para redes de agua agrícolas.

El agua de escorrentía ($ROWV_{i,t}$) puede calcularse utilizando un método indirecto, cuando el agua de escorrentía es función de la precipitación, utilizando el coeficiente de escorrentía y el área de recogida:

$$ROWV_{i,t} = P_t A_i^{ROW} Ce, \quad i \in I, t \in T \quad (2)$$

Donde P_t es la precipitación en el período t , A_i^{ROW} es el área de recogida de la fuente de agua de escorrentía y el coeficiente de escorrentía Ce (un número sin dimensiones) depende de la precipitación anual y el tipo y uso del terreno, que se indica de la siguiente manera:

$$Ce = \frac{K(P^{total} - 250)}{2000}, \quad K \leq 0.15 \quad (3)$$

$$Ce = \frac{K(P^{total} - 250)}{2000} + \frac{K - 0.15}{1.5}, \quad K \geq 0.15 \quad (4)$$

El valor de K se obtiene por la norma NOM-011-CNA-2000 y P^{total} es la precipitación anual en mm H₂O. El agua recogida de precipitación directa ($DPWV_{k,t}$) en los cuerpos naturales se calcula de la siguiente manera:

$$DPWV_{i,t} = P_t A_i^{DPW}, \quad i \in I, t \in T \quad (5)$$

Por último, la recarga de cuerpos naturales de agua es la suma del agua de escorrentía y la recarga directa:

$$P_{i,t}^g = ROWV_{i,t} + DPWV_{i,t}, \quad i \in I, t \in T \quad (6)$$

Una de las pérdidas de agua más importantes es por evaporación y filtración debido a las fugas de agua en diferentes partes de la ciudad ($v_{i,t}^g$), y se toma como el 20% del agua total recolectada:

$$v_{i,t}^g = 0.2 \left(\sum_m r_{m,i,t} + P_{i,t}^g \right) \quad i \in I, t \in T \quad (7)$$

Para la precipitación en pozos de agua artificial, el equilibrio es similar, donde el valor de Ce para techos es 0.8 para cualquier techo en general:

$$P_{l,t}^s = P_t A_l^s C_e^s \quad l \in L, t \in T \quad (8)$$

$$P_{n,t}^a = P_t A_n^a C_e^a \quad n \in N, t \in T \quad (9)$$

Dónde $P_{l,t}^s$ es el agua recolectada en el tanque de almacenamiento l en el período de tiempo t . $P_{n,t}^a$ es el agua recogida en estanque artificial n en el período de tiempo t . A_l^s y A_n^a son las áreas de recolección disponibles para cada tipo de almacenamiento.

Después de calcular la precipitación, los balances para el agua recolectada se indican de la siguiente manera:

$$P_{l,t}^s = P_t A_l^s C_e^s \quad l \in L, t \in T \quad (10)$$

$$P_{n,t}^a = P_t A_n^a C_e^a \quad n \in N, t \in T \quad (11)$$

8.2 Balance en almacenamientos de agua artificial

$$S_{i,t} - S_{i,t-1} = S_{i,t}^{in} - \sum_{j \in J} S_{i,j,t}^{out,d} - \sum_{h \in H} S_{i,h,t}^{out,a}, \quad i \in I, t \in T \quad (12)$$

Ahora, si se usan almacenamientos de agua cerca del sitio de consumo, donde la acumulación es $S_{i,t}$ (el agua disponible durante el período de tiempo t) menos $S_{i,t-1}$ (el agua disponible en el período de tiempo anterior) es igual al agua recogida de la lluvia ($S_{i,t}^{in}$) menos el agua utilizada para fines domésticos ($S_{i,j,t}^{out,d}$) y el agua utilizada para fines agrícolas ($S_{i,h,t}^{out,a}$).

8.3 Balance en estanques artificiales

$$A_{n,t} - A_{n,t-1} = a_{i,t}^{in} - \sum_{j \in J} a_{i,j,t}^{out,d} - \sum_{h \in H} a_{i,h,t}^{out,a}, \quad i \in I, t \in T \quad (13)$$

Este balance es equivalente al anterior, donde la acumulación es $A_{n,t}$ (el agua disponible en el período de tiempo t) menos $A_{n,t-1}$ (el agua disponible en el período de tiempo anterior) es igual al agua recogida de la lluvia ($a_{i,t}^{in}$) menos el agua utilizada para fines domésticos ($a_{i,j,t}^{out,d}$) y el agua utilizada para fines agrícolas ($a_{i,h,t}^{out,a}$).

8.4 Balance en las redes de agua para uso doméstico

$$\sum_i g_{i,t}^d = \sum_j f_{j,t} \quad t \in T \quad (14)$$

El agua tratada en una instalación centralizada es sólo un paso intermedio, por lo que no hay acumulación, el agua que entra ($g_{i,t}^d$) permanece al final del proceso ($f_{j,t}$).

8.5 Balance en las redes de agua para uso agrícola

$$\sum_i g_{i,t}^s = \sum_h r_{h,t} \quad t \in T \quad (15)$$

En este balance, el agua que entra ($g_{i,t}^s$) recibe un tratamiento y no hay acumulación, por lo que, el agua para fines agrícolas ($r_{h,t}$) es sólo agua tratada tomada de la red principal. El tipo de tratamiento no afecta al comportamiento del modelo matemático.

8.6 Balance en pozos domésticos

$$D_{j,t}^{ds} = f_{j,t} + \sum_l s_{l,j,t}^{out,d} + \sum_n a_{n,j,t}^{out,d}, \quad i \in I, t \in T \quad (16)$$

Los pozos domésticos podrían usar agua de tres fuentes diferentes; de la red principal ($f_{j,t}$), de los tanques de almacenamiento ($s_{l,j,t}^{out,d}$) y de los estanques artificiales ($a_{n,j,t}^{out,d}$). Donde la red principal de agua es la fuente principal. La demanda para cada pozos ($D_{j,t}^{ds}$) se puede obtener de la suma de todas las fuentes anteriores, de la siguiente manera:

$$D_{j,t}^{ds} = cw_{j,t}^d + int_{j,t}^{in} \quad (17)$$

Y el flujo de salida se dividirá en dos flujos, el agua consumida ($cw_{j,t}^d$) se refiera a agua utilizada para la jardinería, agua evaporada, etc. Y el agua desperdiciada ($int_{j,t}^{in}$), esta agua podría ser tratada y utilizada para fines agrícolas.

8.7 Balance de la planta de tratamiento

$$\sum_j int_{j,t}^{in} = int_{j,t}^{out} + cw_t^{fp} \quad (18)$$

La planta de tratamiento recibe aguas residuales de los pozos domésticos ($int_{j,t}^{in}$), que puede regenerarse y reutilizarse para fines agrícolas ($int_{j,t}^{out}$). El segundo término (cw_t^{fp}) del saldo representa el flujo de agua no recuperado durante el período de tiempo t (es decir, el agua enviada a disposición final).

El agua tratada se puede enviar a cualquier pozo agrícola de la siguiente manera:

$$int_{j,t}^{out} = \sum_h int_{h,t}^{out,ag} \quad (19)$$

Dónde $int_{h,t}^{out,ag}$ es el flujo de agua enviada desde la instalación de tratamiento a cualquier pozo agrícola durante el período t .

8.8 Balance en pozos agrícolas

$$D_{h,t}^{as} = r_{h,t} + \sum_l S_{l,j,t}^{out,a} + \sum_n a_{n,j,t}^{out,a} + int_{h,t}^{out,ag} \quad h \in H, t \in T \quad (20)$$

Todo el flujo recibido por los pozos agrícolas se consume en el proceso de producción y debe satisfacer las demandas ($D_{h,t}^{as}$) (en caso contrario, un Esquema de distribución debe aplicarse), que incluyen el flujo recibido de la red principal de la agricultura ($r_{h,t}$), tanques de almacenamiento ($S_{l,j,t}^{out,a}$), estanques artificiales ($a_{n,j,t}^{out,a}$) y el agua recuperada de la planta de tratamiento ($int_{h,t}^{out,ag}$). Nuevamente, los flujos agrícolas de retorno no son considerados debido a lo anteriormente mencionado.

8.9 Disyunciones para instalar o no tanques de almacenamiento o un estanque artificial

Para instalar o no un tanque de almacenamiento o un estanque artificial en una ubicación determinada se utilizan las siguientes disyunciones, que se dan en términos de un nuevo conjunto de variables (S_l^{max} y A_n^{max}) que definen la capacidad máxima de los dispositivos de almacenamiento. Posteriormente, deben establecerse las siguientes desigualdades:

$$S_l^{max} \geq S_{l,t}, \quad l \in L, t \in T \quad (21)$$

$$A_n^{max} \geq A_{n,t}, \quad n \in N, t \in T \quad (22)$$

$$S_l^{max} \geq S_{l,t}^{in}, \quad l \in L, t \in T \quad (23)$$

$$A_n^{max} \geq A_{n,t}^{in}, \quad n \in N, t \in T \quad (24)$$

La existencia o no se decide con la próxima disyunción. Si se requiere almacenamiento en cualquier período de tiempo, entonces la variable binaria z_l^S es igual a uno y el tanque de almacenamiento se instala en la ubicación l . La capacidad de los tanques de almacenamiento debe estar dentro de los límites máximos y mínimos. Por otro lado, si el tanque no es necesario, la variable binaria debe ser 0.

$$\left[\begin{array}{l} z_l^s \\ S_l^{\max} \geq \delta_l^{s,\min} \\ S_l^{\max} \leq \delta_l^{s,\max} \\ \text{Cost}_l^s = A + B(S_l^{\max})^\alpha \end{array} \right] \vee \left[\begin{array}{l} S_l^{\max z_l^s} = 0 \\ \text{Cost}_l^s = 0 \end{array} \right], l \in L \quad (25)$$

Del mismo modo, para estanques artificiales, se utiliza una disyunción equivalente:

$$\left[\begin{array}{l} z_n^a \\ A_n^{\max} \geq \delta_n^{a,\min} \\ A_n^{\max} \leq \delta_n^{a,\max} \\ \text{Cost}_n^a = C + D(A_n^{\max})^\alpha \end{array} \right] \vee \left[\begin{array}{l} A_n^{\max z_n^a} = 0 \\ \text{Cost}_n^a = 0 \end{array} \right], n \in N \quad (26)$$

Usando la reformulación Big-M, la disyunción anterior se modifica de la siguiente manera:

$$S_l^{\max} \geq \delta_l^{s,\min} \cdot z_l^s, \quad l \in L \quad (27)$$

$$S_l^{\max} \leq \delta_l^{s,\max} \cdot z_l^s, \quad l \in L \quad (28)$$

$$\text{Cost}_l^s = A \cdot z_l^s + B \cdot S_l^{\max}, \quad l \in L \quad (29)$$

$$A_n^{\max} \geq \delta_n^{a,\min} \cdot z_n^a, \quad n \in N \quad (30)$$

$$A_n^{\max} \leq \delta_n^{a,\max} \cdot z_n^a, \quad n \in N \quad (31)$$

$$\text{Cost}_n^a = C \cdot z_n^a + D \cdot A_n^{\max}, \quad n \in N \quad (32)$$

8.10 Función objetivo

La función objetivo propuesta considera las ventas de agua (*revenue*) para usos domésticos y agrícolas menos el costo asociado al tratamiento (*treatment cost*) y la distribución de agua (*pp cost*), así como el costo asociado a la instalación y operación de tanques de almacenamiento y/o estanques artificiales (*storage cost*). El propósito es maximizar el beneficio bruto por las ventas de agua dulce utilizada en una ciudad y posteriormente reducir la cantidad de agua dulce usada. La función objetivo se indica de la siguiente manera:

$$TAR = \text{revenue} - \text{treatment cost} - \text{storage cost} - \text{pp cost} \quad (33)$$

El objetivo de este trabajo es maximizar el *TAR* (ingreso anual total).

Dónde:

$$revenue = \left(\sum_i \sum_t g_{i,t}^d + \sum_l \sum_j \sum_t s_{l,j,t}^{out,d} + \sum_n \sum_j \sum_t a_{n,j,t}^{out,d} \right) DSC + \left(\sum_i \sum_t g_{i,t}^a + \sum_l \sum_h \sum_t s_{l,h,t}^{out,a} + \sum_n \sum_h \sum_t a_{n,h,t}^{out,a} + \sum_t int_t^{out} \right) ASC \quad (34)$$

DSC es el precio de venta de agua para uso doméstico y *ASC* es el precio de venta de agua para fines agrícolas. *CTND* es el costo de las fuentes naturales para uso doméstico, *CTNA* es el costo de las fuentes naturales para uso agrícola, *CTAD* y *CTAA* son los costos de tratamiento del agua de lluvia para usos domésticos y agrícolas, respectivamente, *CTPA* es el costo de tratamiento para la regeneración de aguas residuales para uso agrícola y *CTPE* es el costo de tratamiento de aguas residuales para la eliminación final en el medio ambiente. Es necesario tener en cuenta que las diferentes calidades de agua que requieren un tipo diferente de tratamiento, por lo que el coste no es el mismo.

$$treatment\ cost = \left(\sum_i \sum_t g_{i,t}^d CTND + \sum_i \sum_t g_{i,t}^a CTNA \right) + \left(\sum_l \sum_j \sum_t s_{l,j,t}^{out,d} + \sum_n \sum_j \sum_t a_{n,j,t}^{out,d} \right) CTAD \\ + \left(\sum_l \sum_h \sum_t s_{l,h,t}^{out,a} + \sum_n \sum_h \sum_t a_{n,h,t}^{out,a} \right) CTAA + \sum_t int_t^{out} CTPA + \sum_t cw_t^{pp} CTPE \quad (35)$$

El costo de almacenamiento se puede obtener por la suma de los costos anualizados de los dispositivos de almacenamiento artificial ($Cost_l^s$ y $Cost_n^a$) para estanques y tanques, respectivamente):

$$storage\ cost = \left(\sum_l Cost_l^s + \sum_n Cost_n^a \right) \quad (36)$$

Los costos de tuberías y bombeo (*pp cost*) asociados al transporte de agua se dan en términos de los siguientes parámetros.

$PCSTD_{l,j}$ es el costo de la unidad de tuberías y bombeo desde el tanque de almacenamiento l hasta el fregadero doméstico j , $PCASD_{n,j}$ es el costo de la unidad de tuberías y bombeos desde el estanque artificial n hasta el pozo doméstico j , $PCSTA_{l,h}$ es el costo de la unidad de tubería y bombeo de tanque de almacenamiento l al pozo agrícola h , $PCASA_{n,h}$ es el costo unitario de tuberías y bombeo de estanque artificial n al pozo agrícola h , $PCND_i$ y $PCNA_i$ son los

costos unitarios de tuberías y bombeo de la fuente natural i a la red doméstica y agrícola, respectivamente, y finalmente $PCTW_h$ es el costo de la unidad de tuberías y bombeo de la planta de tratamiento a los pozos agrícolas h . El costo total de tuberías y bombeos se determina de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
pp \text{ cost} = & \sum_l \sum_j \sum_t s_{l,j,t}^{out,d} PCSTD_{l,j} + \sum_n \sum_j \sum_t a_{n,j,t}^{out,d} PCASD_{n,j} + \sum_l \sum_h \sum_t s_{l,h,t}^{out,a} PCSTA_{l,h} \\
& + \sum_n \sum_h \sum_t s_{n,h,t}^{out,a} PCASA_{n,h} + \sum_i \sum_t g_{i,t}^d PCND_i + \sum_i \sum_t g_{i,t}^a PCNA_i + \sum_h \sum_t \text{int}_{h,t}^{out,ag} PCTW_h
\end{aligned} \tag{37}$$

8.11 Esquemas de distribución

La principal contribución de este manuscrito es proporcionar un esquema de distribución justo para el agua disponible bajo condiciones de escasez de agua. Ya que, en ocasiones no es posible satisfacer plenamente el agua demandada, se necesitan las siguientes relaciones:

$$D_{j,t}^{ds} \leq D_{j,t}^{dw} \tag{38}$$

$$D_{h,t}^{as} \leq D_{h,t}^{aw} \tag{39}$$

Donde $D_{j,t}^{dw}$ es la demanda doméstica deseada y $D_{h,t}^{aw}$ es la demanda agrícola deseada. Para normalizar estas variables, se utiliza:

$$\Phi_{j,t}^{dom} = \frac{D_{j,t}^{ds}}{D_{j,t}^{dw}} \tag{40}$$

$$\Phi_{h,t}^{agr} = \frac{D_{h,t}^{as}}{D_{h,t}^{aw}} \tag{41}$$

El propósito de esto es que $\Phi_{j,t}^{dom}$ y $\Phi_{h,t}^{agr}$ (Los resultados son mostrados en estos términos) debe estar dentro del intervalo 0-1, donde 1 representa el bienestar social máximo y 0 representa el bienestar social mínimo. De esta manera, se utiliza la siguiente función objetiva para representar el máximo bienestar social para todos los usuarios de agua (Economía del bienestar):

$$Max SW = \frac{1}{2} \left[\sum_j \Phi_{j,t}^{dom} + \sum_h \Phi_{h,t}^{agr} \right] \quad (42)$$

Para un esquema independiente de la escala de las valoraciones del usuario de agua, las siguientes funciones objetivo se indican a través del enfoque Nash de la siguiente manera (los logaritmos establecen a los consumidores en la misma escala):

$$max Nash = \sum_{j,h} \left[\log \Phi_{j,t}^{dom} + \log \Phi_{h,t}^{agr} \right] \quad (43)$$

Que se puede reformular de la siguiente manera:

$$max 10^{Nash} = \prod_{i,j} \Phi_{j,t}^{dom} \cdot \Phi_{h,t}^{agr} \quad (44)$$

A continuación, para un esquema de distribución que sigue el enfoque Rawlsiano mencionado en la primera parte de este trabajo, se indicaron las siguientes desigualdades:

$$max \gamma$$

$$\gamma \leq \Phi_{j,t}^{dom} \quad (45)$$

$$\gamma \leq \Phi_{h,t}^{agr} \quad (46)$$

Donde γ es la variable del esquema Rawlsiano que vincula las variables normalizadas permitiendo maximizarlas.

8.12 Términos específicos para el caso de estudio

Para calcular el coeficiente de escorrentía para la ciudad de Morelia, K se toma como 0,263, que corresponde a la distribución de la tierra mostrada por CONAGUA (2011). Para este valor de K y la precipitación media anual, el coeficiente de escorrentía se da de la siguiente manera:

$$C_e = \frac{0.263(768.9 - 250)}{2000} + \frac{0.263 - 0.15}{1.5} = 0.1435 \quad (47)$$

Para el caso de estudio sólo se considera el costo de transporte del agua, porque el costo de capital anualizado de tuberías y bombas es sobrepasado por el costo de operación (esto está considerando que se puede utilizar la red de tuberías actual y la única tubería nueva necesaria sería desde los tanques de almacenamiento hasta la red de tuberías existente); esto se debe al alto costo local de la energía. Sin embargo, la formulación permite considerar estos costos si son significativos.

Los costos de la unidad de transporte para enviar agua desde un tanque a cualquier sección o desde un estanque a cualquier sección se indican en las **Tablas 3-6**. La precipitación media mensual en Morelia para el período 1951-2010 según el Sistema Meteorológico Nacional (2010) se muestra en la **Tabla 7**.

Las demandas en los pozos agrícolas utilizados para el modelo se muestran en la **Tabla 2**.

La capacidad máxima y las funciones de coste de los tanques de almacenamiento y estanques se muestran en la **Tabla 8**. Es importante tener en cuenta que la función de coste incluye los costos fijos y variables de las unidades y que el exponente 0,8 tiene en cuenta las economías de escala. Para evitar los términos no lineales, las funciones de costo se linealizan de la siguiente manera:

$$Cost_l^s = 13080 + 1.8135(S_l^{max}), I \in L \quad (48)$$

$$Cost_n^a = 111968 + 0.8895(A_n^{max}), I \in N \quad (49)$$

En ambos casos, el ajuste obtenido es satisfactorio con un factor de correlación r^2 de 0,998 y 0,997, respectivamente; por lo tanto, este ajuste es suficiente.

Tabla 3. Costos de tuberías y bombes desde tanques de almacenamiento hasta reservas domésticas (\$ x 10²/m³).

| <i>ST/DS</i> | <i>CE</i> | <i>NW</i> | <i>NE</i> | <i>SW</i> | <i>SE</i> |
|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <i>1</i> | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| <i>2</i> | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| <i>3</i> | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| <i>4</i> | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| <i>5</i> | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| <i>6</i> | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| <i>7</i> | 2 | 1 | 2 | 2 | 4 |
| <i>8</i> | 2 | 1 | 2 | 2 | 4 |
| <i>9</i> | 2 | 1 | 2 | 2 | 4 |
| <i>10</i> | 2 | 1 | 2 | 2 | 4 |
| <i>11</i> | 2 | 2 | 1 | 4 | 2 |
| <i>12</i> | 2 | 2 | 1 | 4 | 2 |
| <i>13</i> | 2 | 2 | 1 | 4 | 2 |
| <i>14</i> | 2 | 2 | 1 | 4 | 2 |
| <i>15</i> | 2 | 2 | 4 | 1 | 2 |
| <i>16</i> | 2 | 2 | 4 | 1 | 2 |
| <i>17</i> | 2 | 2 | 4 | 1 | 2 |
| <i>18</i> | 2 | 4 | 2 | 2 | 1 |
| <i>19</i> | 2 | 4 | 2 | 2 | 1 |
| <i>20</i> | 2 | 4 | 2 | 2 | 1 |

Tabla 4. Costos de tuberías y bombeo desde tanques de almacenamiento hasta reservas agrícolas (\$ x 10²/m³).

| <i>ST/DS</i> | <i>NW</i> | <i>NE</i> | <i>SW</i> | <i>SE</i> |
|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 |
| 2 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 |
| 3 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 |
| 4 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 |
| 5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 |
| 6 | 2.5 | 2.5 | 2.5 | 2.5 |
| 7 | 1 | 2.5 | 2.5 | 5 |
| 8 | 1 | 2.5 | 2.5 | 5 |
| 9 | 1 | 2.5 | 2.5 | 5 |
| 10 | 1 | 2.5 | 2.5 | 5 |
| 11 | 2.5 | 1 | 5 | 2.5 |
| 12 | 2.5 | 1 | 5 | 2.5 |
| 13 | 2.5 | 1 | 5 | 2.5 |
| 14 | 2.5 | 1 | 5 | 2.5 |
| 15 | 2.5 | 5 | 1 | 2.5 |
| 16 | 2.5 | 5 | 1 | 2.5 |
| 17 | 2.5 | 5 | 1 | 2.5 |
| 18 | 5 | 2.5 | 2.5 | 2 |
| 19 | 5 | 2.5 | 2.5 | 2 |
| 20 | 5 | 2.5 | 2.5 | 2 |

Tabla 5. Costos de tuberías y bombeo desde estanques artificiales hasta reservas domésticas (\$ x 10²/m³).

| <i>AP/DS</i> | <i>CE</i> | <i>NW</i> | <i>NE</i> | <i>SW</i> | <i>SE</i> |
|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <i>1</i> | 2.3 | 2.3 | 1 | 4.6 | 2.3 |
| <i>2</i> | 2.3 | 2.3 | 1 | 4.6 | 2.3 |
| <i>3</i> | 2.3 | 1 | 2.3 | 2.3 | 4.6 |
| <i>4</i> | 2.3 | 1 | 2.3 | 2.3 | 4.6 |
| <i>5</i> | 2.3 | 4.6 | 2.3 | 2.3 | 1 |
| <i>6</i> | 2.3 | 2.3 | 4.6 | 1 | 2.3 |

Tabla 6. Costos de tuberías y bombeo desde 1951 hasta 2010 (SMN, 2010). (\$ x 10²/m³).

| <i>AP/AS</i> | <i>NW</i> | <i>NE</i> | <i>SW</i> | <i>SE</i> |
|--------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| <i>1</i> | 2.5 | 1 | 5 | 2.5 |
| <i>2</i> | 2.5 | 1 | 5 | 2.5 |
| <i>3</i> | 1 | 2.5 | 2.5 | 5 |
| <i>4</i> | 1 | 2.5 | 2.5 | 5 |
| <i>5</i> | 5 | 2.5 | 2.5 | 1 |
| <i>6</i> | 2.5 | 5 | 1 | 2.5 |

Tabla 7. Precipitación media para la ciudad de Morelia estanque artificial a reserva agrícola

| <i>Precipitación en Morelia (1951-2010) mm H₂O</i> | |
|---|-------|
| <i>Enero</i> | 15.6 |
| <i>Febrero</i> | 7.7 |
| <i>Marzo</i> | 8.6 |
| <i>Abril</i> | 10.1 |
| <i>Mayo</i> | 41.7 |
| <i>Junio</i> | 150.7 |
| <i>Julio</i> | 167.5 |
| <i>Agosto</i> | 170.4 |
| <i>Septiembre</i> | 129.9 |
| <i>Octubre</i> | 52.8 |
| <i>Noviembre</i> | 10 |
| <i>Diciembre</i> | 3.9 |
| <i>Anual</i> | 768.9 |

Tabla 8. Capacidad y función de costo de tanques de almacenamiento y estanques artificiales.

| | <i>Capacidad máxima(m³)</i> | <i>Función de costo</i> |
|---------------------------------|--|----------------------------------|
| <i>Tanque de almacenamiento</i> | 50,000 | $20,000 + 17.5(S_l^{max})^{0.8}$ |
| <i>Estanque artificial</i> | 600,000 | $50,000 + 14.0(S_n^{max})^{0.8}$ |

9. Resultados

El modelo propuesto fue codificado en el software GAMS, con 26 variables binarias y 4,974 continuas, 2,336 restricciones para cada esquema de distribución. El modelo es un problema de programación lineal de enteros mixtos (MILP) excepto para el esquema Nash (asociado al uso de logaritmos) que se resolvió con el solucionador CPLEX, utilizando un margen de error absoluto y relativo de 1×10^{-5} en un ordenador con un AMD Ryzen 2700X 4.3 Ghz con 16 Gb de RAM 3200 MHz. La solución para cada escenario se obtuvo en un promedio de 0.109 CPU s, la solución óptima global está garantizada, debido a que el modelo es lineal (para el bienestar social y Rawls).

Escenario 1:

- Los ingresos anuales totales (TAR) calculados anteriormente son ahora el 40% de la misma (40% del valor óptimo).
- El agua dulce disponible en el tiempo cero es el 90% del valor anterior. Las fuentes naturales pueden ser explotadas (esto sería posible sólo el primer año, el segundo año las fuentes naturales ya no existirían).
- El agua obtenida de estanques artificiales y almacenamiento de agua artificial fue la calculada previamente (valor óptimo).
- El agua gris se reutiliza para usos no potables.

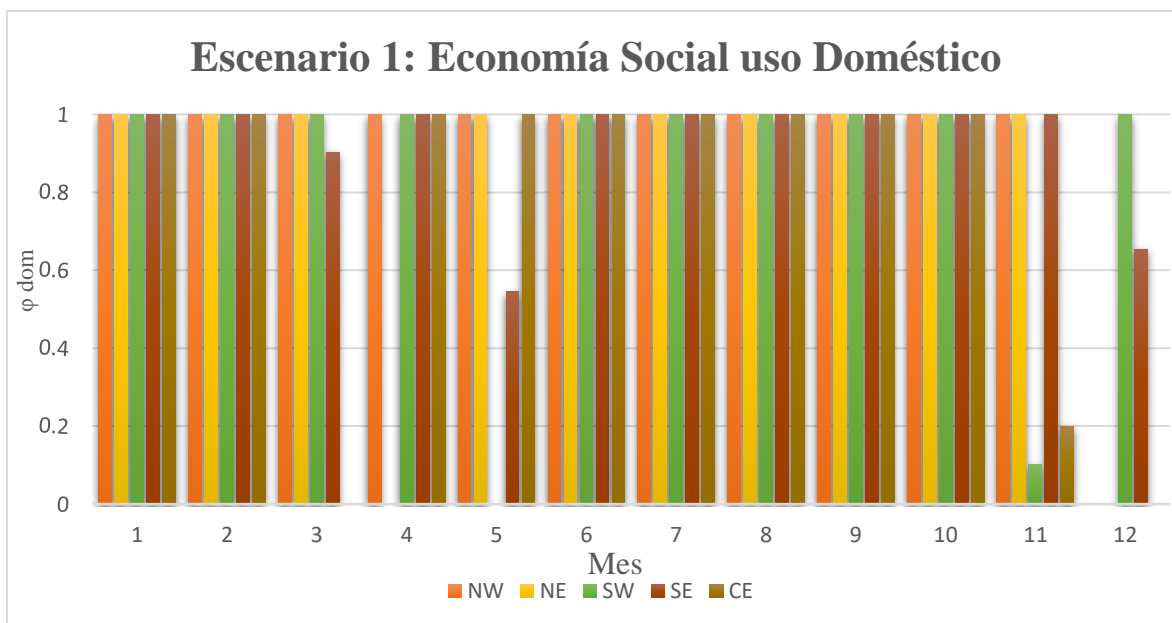
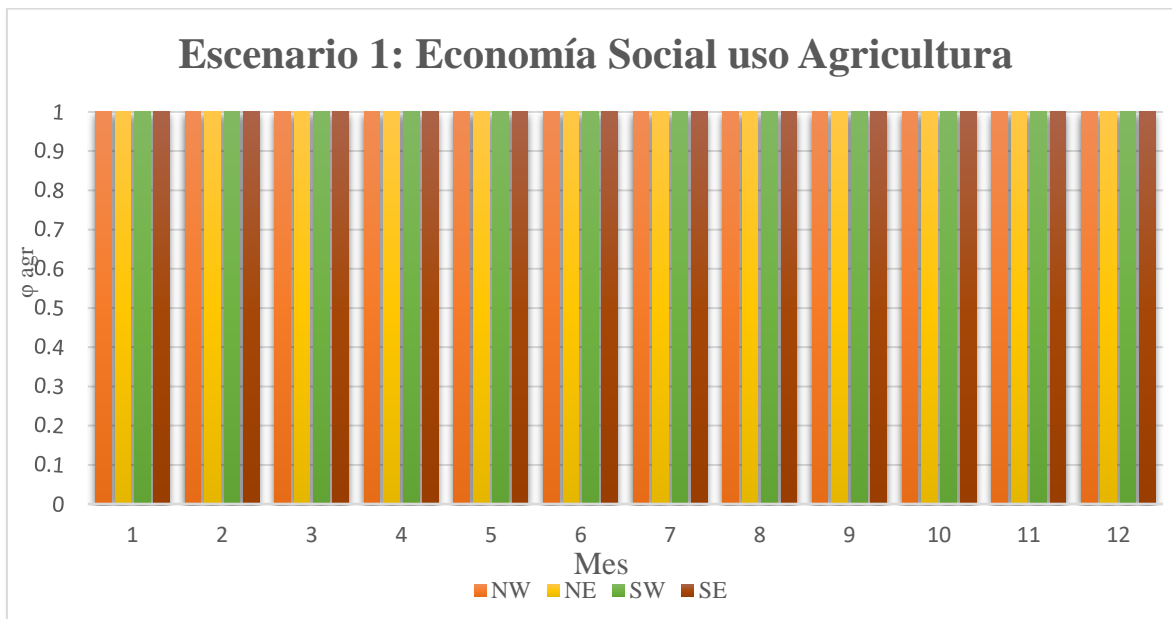


Figura 6. Escenario 1: solución de economía social.

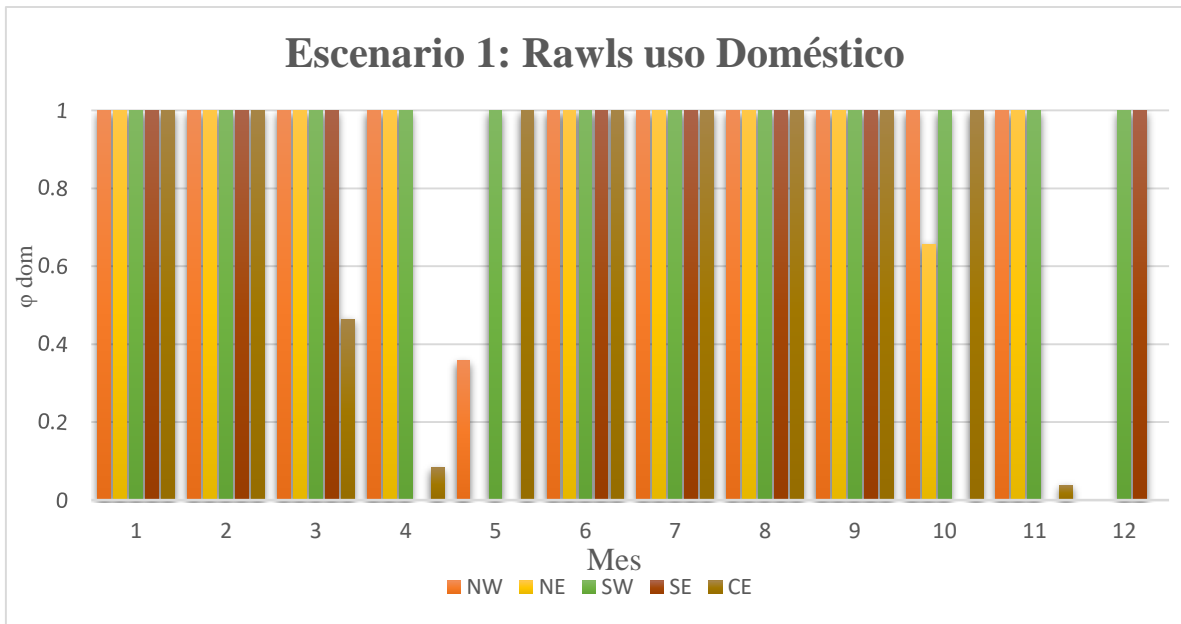
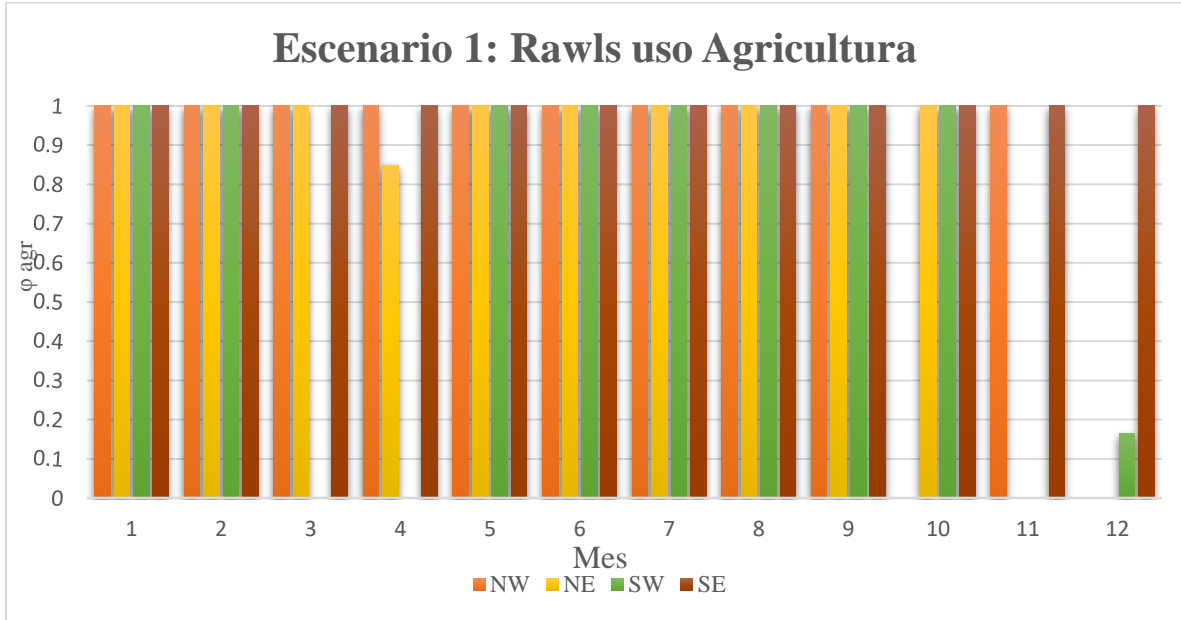


Figura 7. Escenario 1: solución de Rawls.

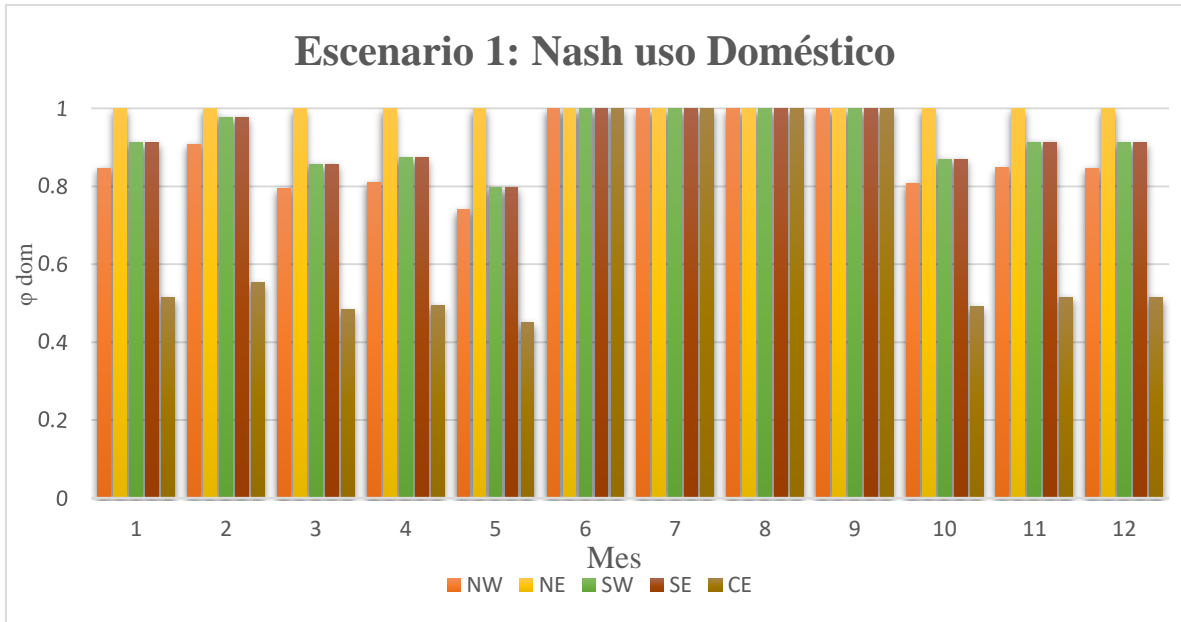
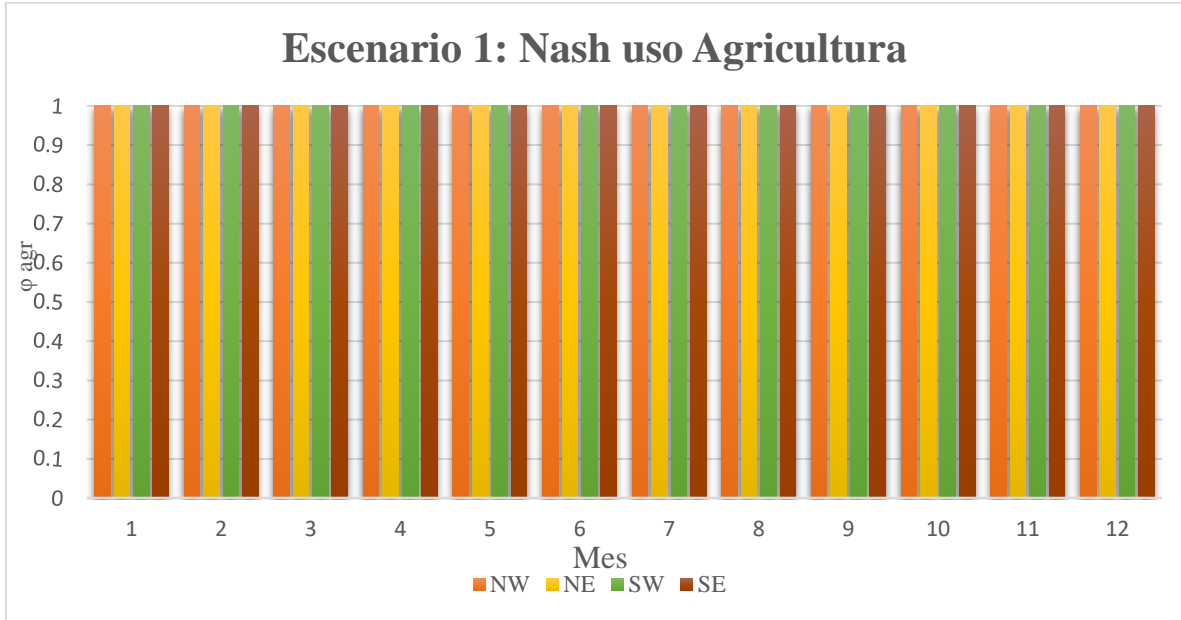


Figura 8. Escenario 1: solución de Nash.

La Figura 6 muestra la distribución de agua para el Escenario 1 utilizando el esquema de bienestar social. **La Figura 7** muestra la distribución óptima de agua para el Escenario 1 usando el esquema Rawls. **La Figura 8** muestra la distribución de agua para el Escenario 1 usando el esquema de distribución de Nash.

Escenario 2:

- Los ingresos anuales totales (TAR) calculados anteriormente son del 40% de ellos (40% del valor óptimo).
- La precipitación anual de agua disminuye 10%.
- El agua disponible en el tiempo cero es el 80% del valor anterior.
- La cantidad de agua disponible para el consumo es lo mínima posible (con esto podemos evitar la sobre explotación de las fuentes naturales).
- Si la precipitación de agua es del 10%, entonces la cantidad de agua recordada para estanques o tanques artificiales sería insignificante.
- El agua gris se reutiliza para usos no potables.

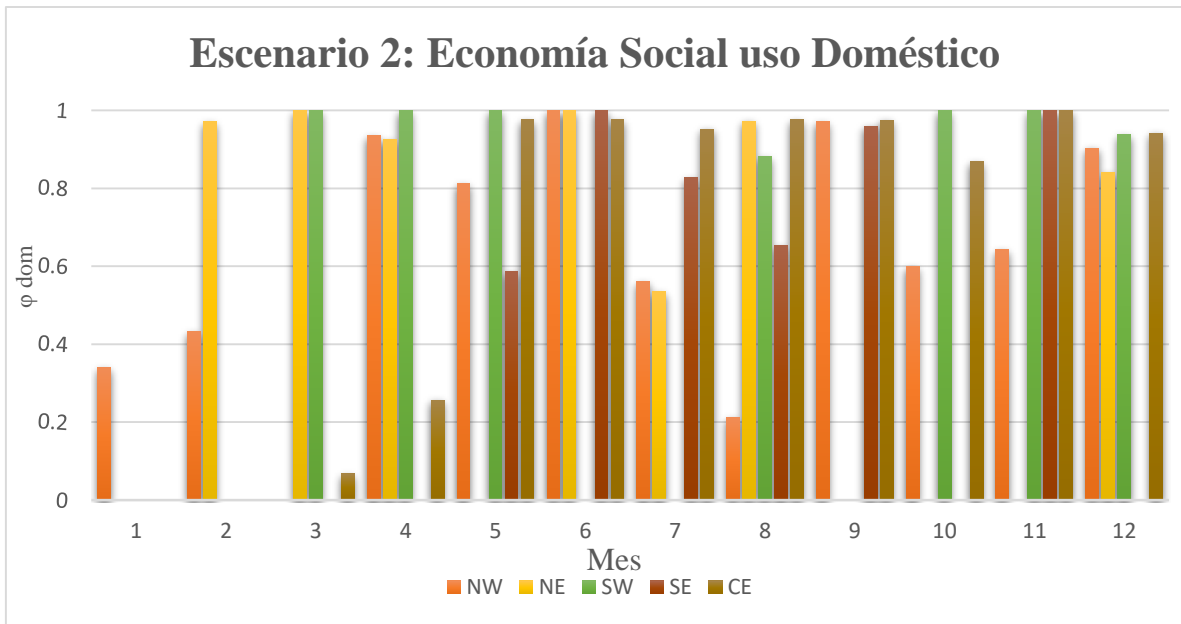
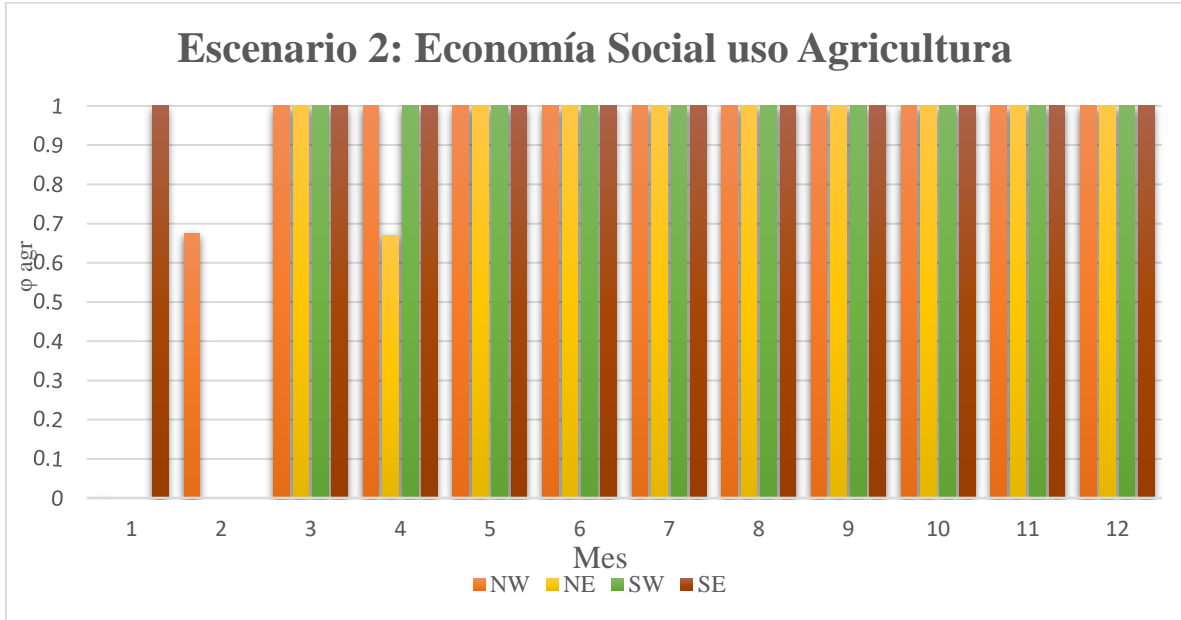


Figura 9. Escenario 2: solución de economía social.

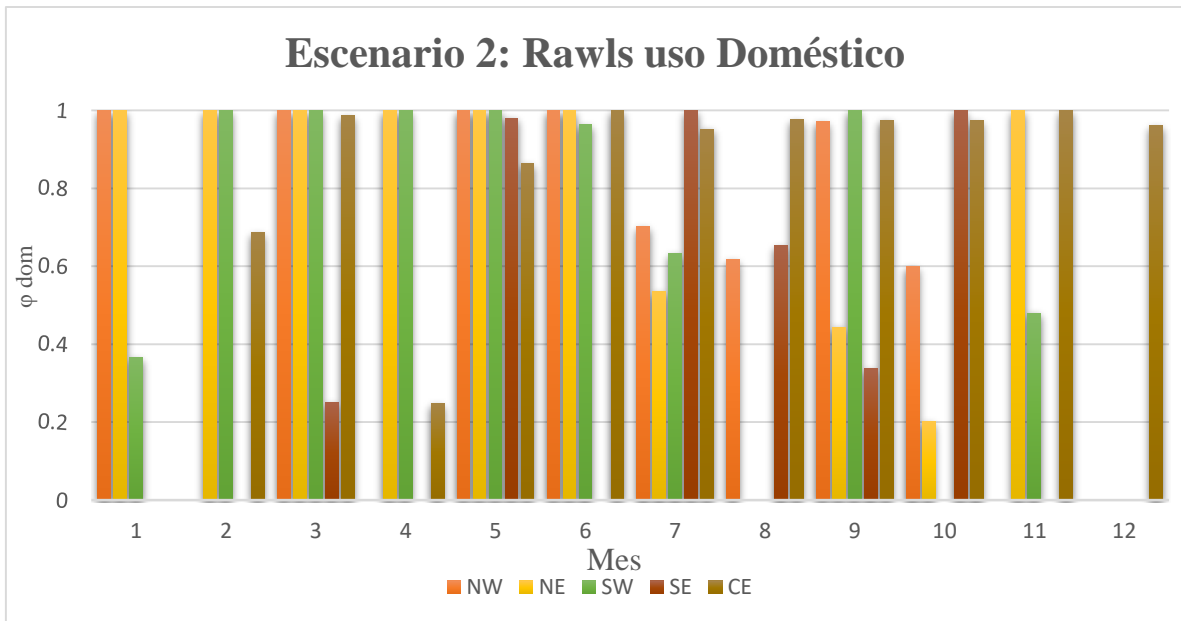
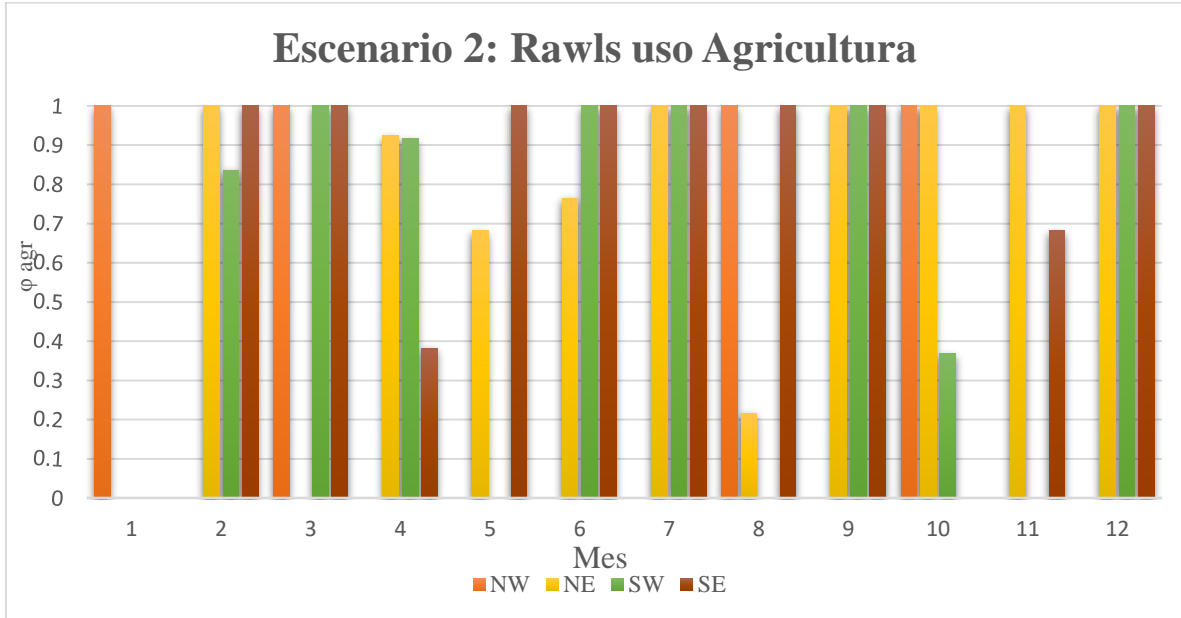


Figura 10. Escenario 2: solución de Rawls.

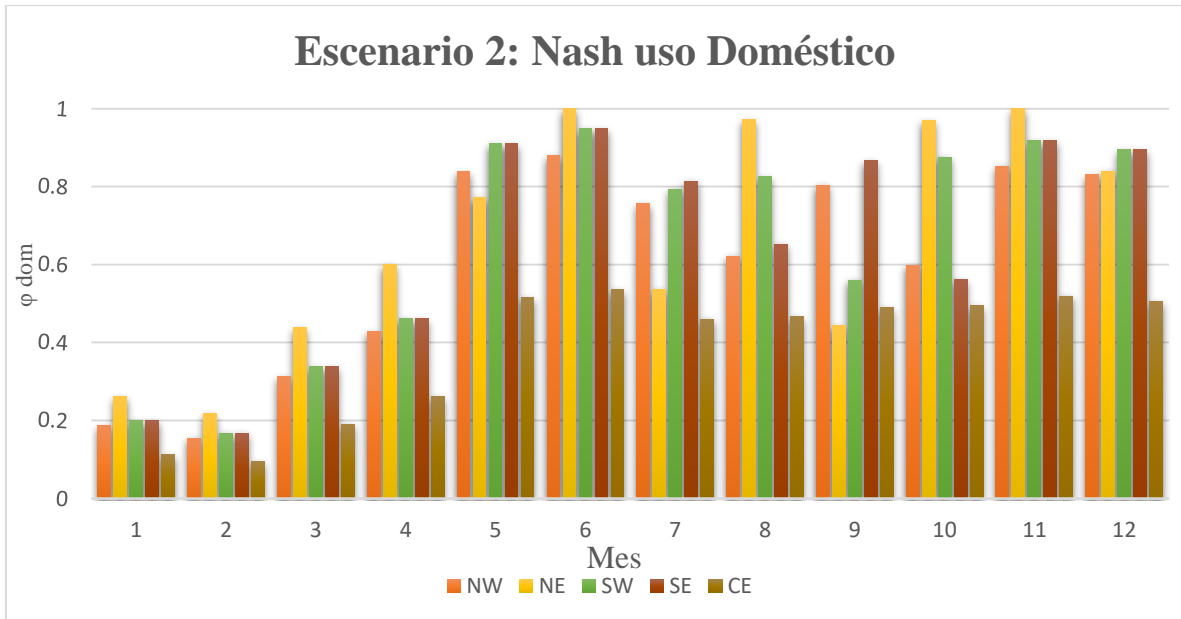
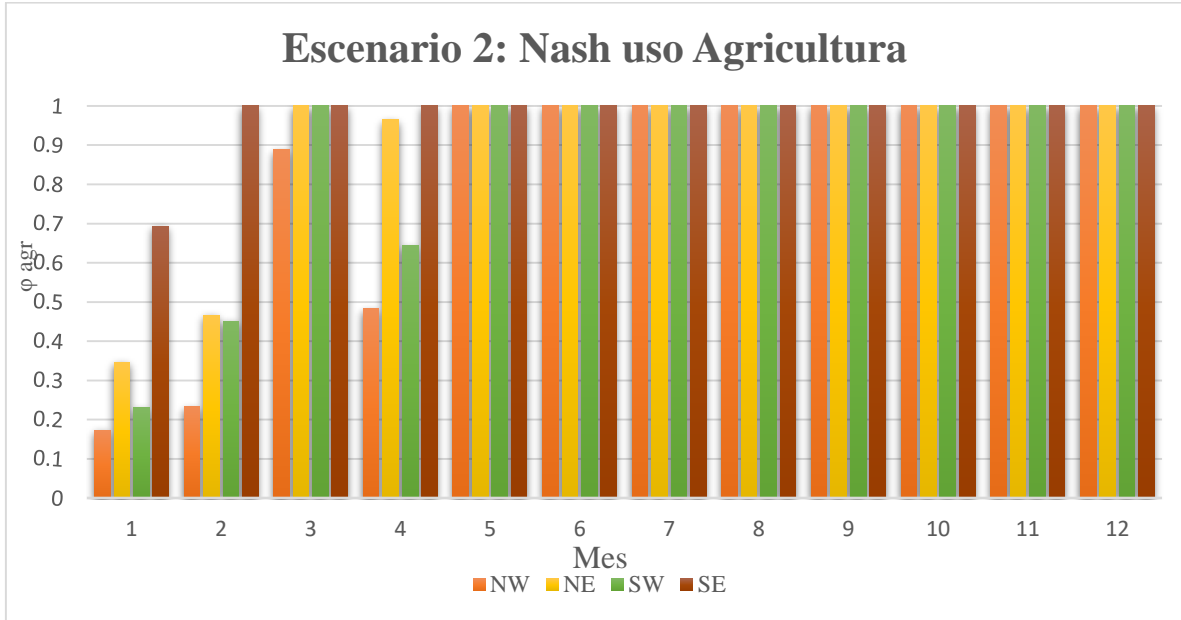


Figura 11. Escenario 2: solución de Nash.

La **Figura 9** presenta la distribución óptima de agua para el Escenario 2 utilizando el Esquema de Economía Social. La **Figura 10** presenta la distribución de agua para el Escenario 2 usando el esquema Rawls. La **Figura 11** presenta la distribución óptima de agua para el Escenario 2 utilizando el esquema Nash.

Escenario 3:

- Los ingresos anuales totales (TAR) calculados anteriormente son del 100% de ellos (el valor óptimo).
- La precipitación anual de agua disminuye 50%. El agua disponible en el momento cero es el 80% del valor anterior.
- La cantidad de agua disponible para el consumo es lo mínima posible (con esto podemos evitar la sobre explotación de las fuentes naturales).
- Si la precipitación de agua es del 50%, entonces la cantidad de agua recolectada para estanques o tanques artificiales sería cercana al 50% (los estanques y tanques artificiales están trabajando al 50% de su capacidad).
- El agua gris se reutiliza para usos no potables.

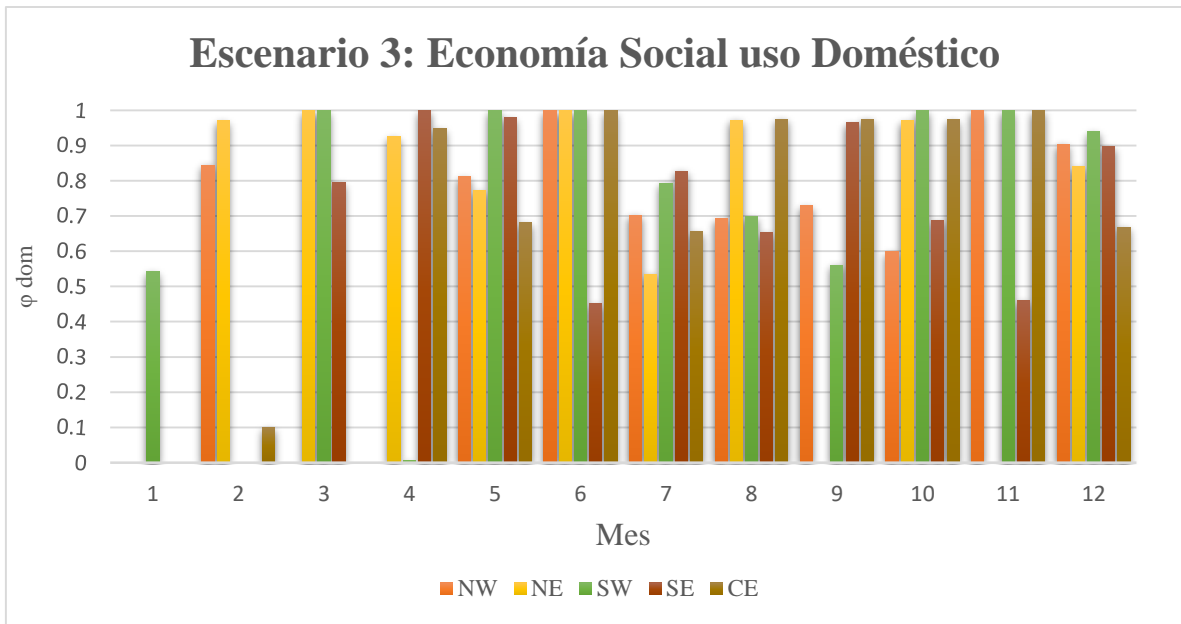
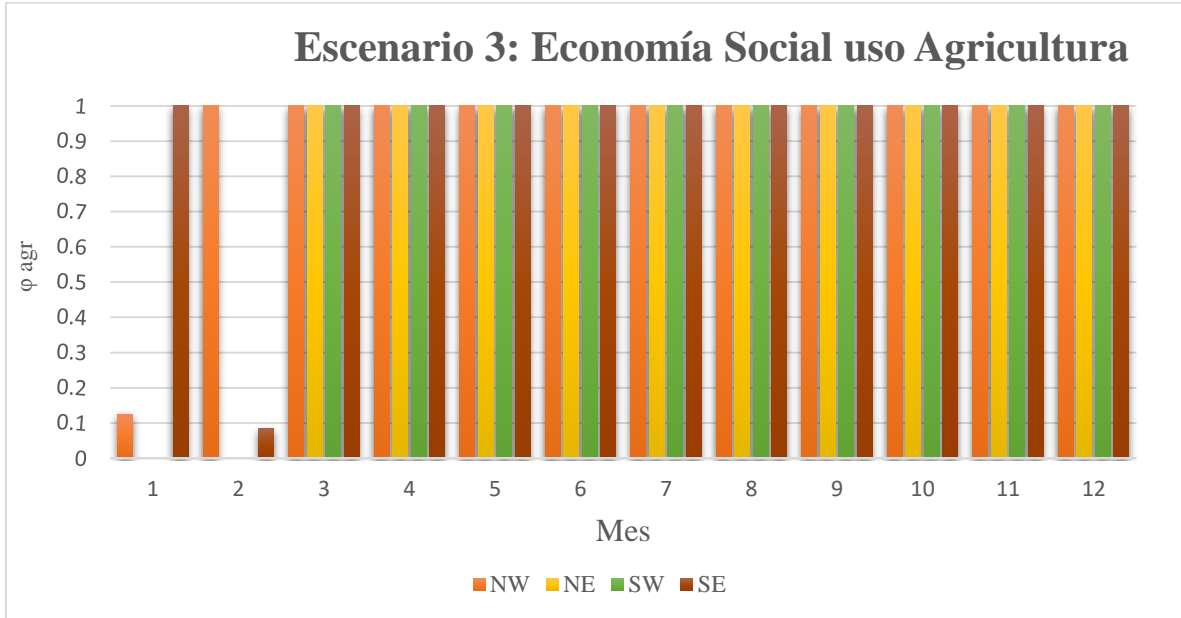


Figura 12. Escenario 3: solución de economía social.

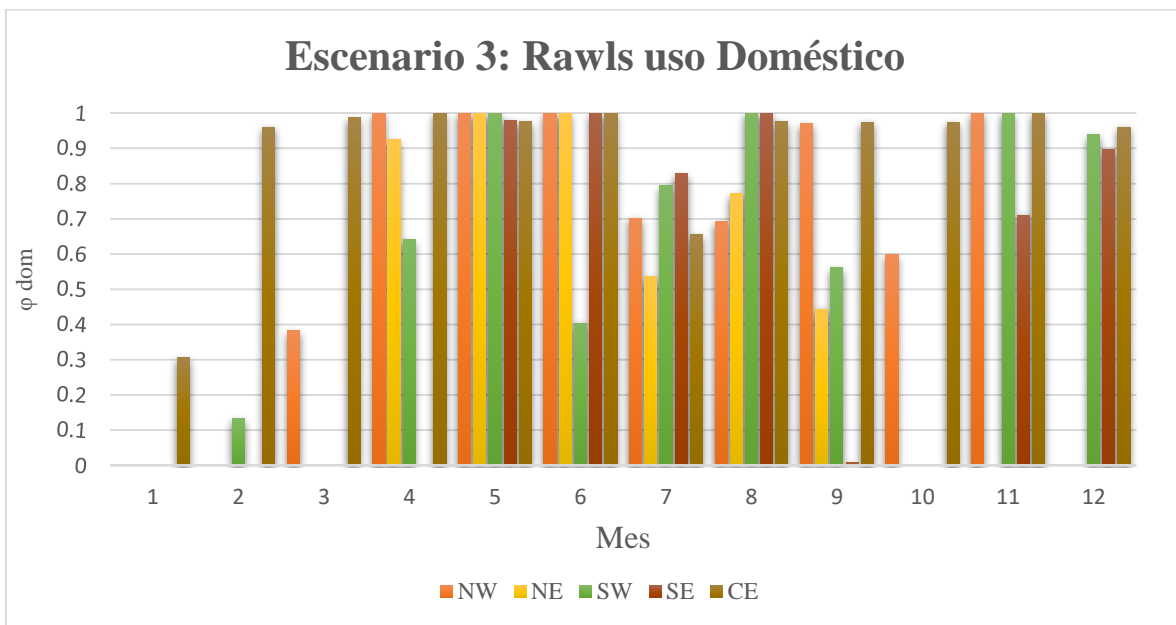
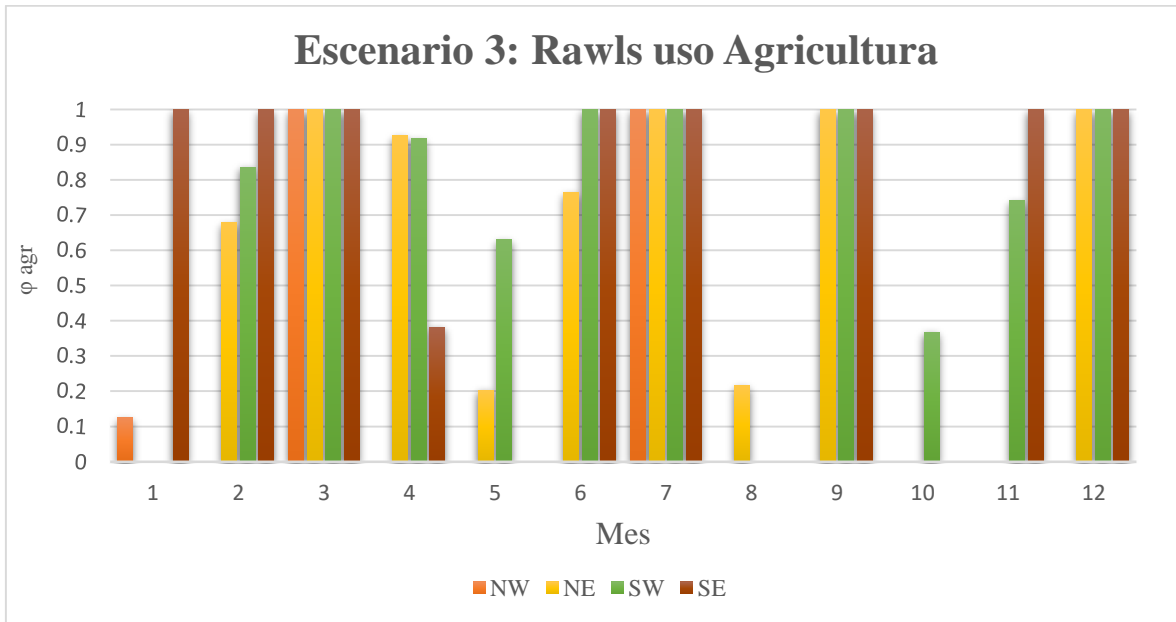


Figura 13. Escenario 3: solución de Rawls.

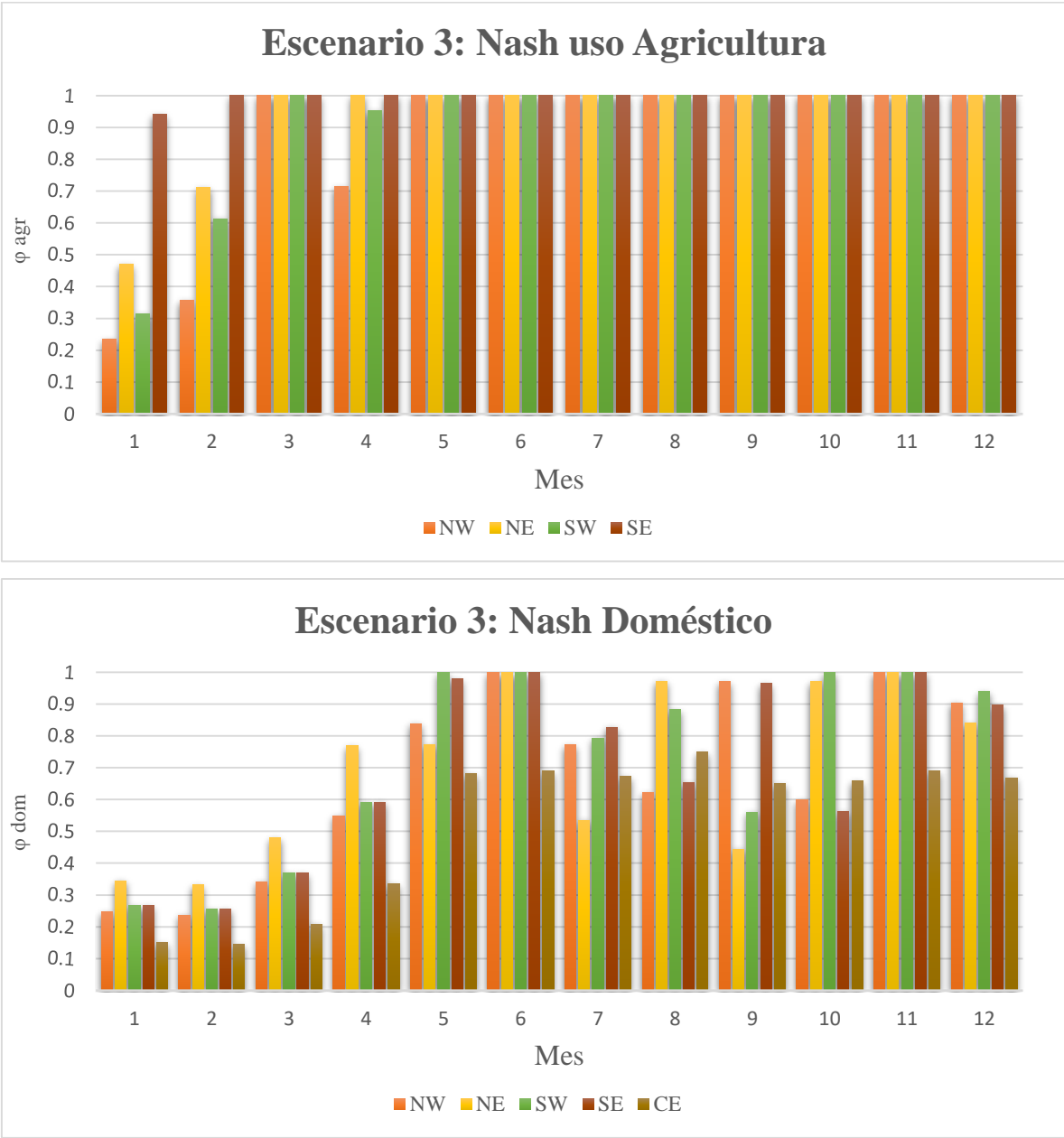


Figura 14. Escenario 3: solución de Nash.

Los resultados obtenidos para los diferentes escenarios analizados se resumen en las **Figuras 12-13**. Donde, la **Figura 12** presenta la distribución de agua para el Escenario 3 utilizando el esquema de bienestar social, la **Figura 13** presenta la distribución óptima de agua para el Escenario 3 utilizando el esquema Rawls, y la **Figura 14** presenta la distribución de agua para el Escenario 3 utilizando el esquema Nash.

10. Discusión de resultados

Cabe señalar que el primer escenario no tiene muchos problemas para resolver la distribución del agua debido a que las restricciones no son lo suficientemente intensas como para representar un verdadero año de escasez y (véanse las **Figuras 6, 7 y 8**); sin embargo, hay diferencias notables entre cada esquema, el bienestar social produce una solución en la que sólo se penalizan los propósitos domésticos; se puede comprobar en las **Tablas 1 y 2** que las demandas de los fines agrícolas y nacionales son completamente diferentes (las demandas domésticas son mucho mayores que las demandas agrícolas), como se ha dicho anteriormente, la diferencia de escala en las demandas produce soluciones no sistemáticas incluso cuando las restricciones no son lo suficientemente fuertes. El bienestar social no resuelve estos escenarios de buena manera, las demandas internas no podrían ser satisfechas utilizando este esquema, para satisfacer las menores demandas (agrícolas) muchos de los sectores de la ciudad no tendrían agua durante 2 o 3 meses haciendo que este esquema de distribución fuera muy extremo para ciertos consumidores.

Por otra parte, el Esquema de Rawls, para el primer escenario, la principal diferencia con el bienestar social es que este régimen también penaliza a los propósitos agrícolas tomando las demandas más altas y haciéndolas 0 (o cercanas a 0) para ambas demandas (por ejemplo: CE para fines domésticos y NW-SW ver en las **Tablas 1 y 2**), no es posible utilizar este esquema en la vida real por la misma razón del esquema anterior (**Figura 7**).

Nash es el esquema más razonable. Para el primer escenario sólo se reduce el consumo para fines domésticos, la cantidad de agua reducida por las restricciones no es suficiente para exigir agua de la demanda agrícola, este cambio para el segundo escenario donde los recursos naturales no pueden ser explotados y no es posible recoger agua con estanques o tanques artificiales, por lo que, Nash penaliza ambos (**Figuras 8 y 11**), tratando de evitar demandas con un 0% de satisfacción, de hecho, es el único capaz de hacerlo. Entre las 3 opciones, Nash es el mejor, este esquema es el que reduce la menor cantidad de demandas posibles a 0.

Para los escenarios 2 y 3 las restricciones son diferentes y más pesimistas (condiciones de sequía), el segundo escenario muestra lo malo que podría ser la distribución de agua sin otra fuente de agua (escenario 2 sólo utiliza agua de la red de agua municipal), incluso si se

reutiliza el agua gris. Estas condiciones permiten determinar el verdadero comportamiento de cada esquema de distribución. Es importante destacar que el esquema de economía social da prioridad a los propósitos agrícolas en los tres escenarios, esto hace que las demandas agrícolas alcancen niveles muy bajos de satisfacción (muchos valores son 0 o cercanos a 0) (**Figuras 9 y 12**). Mientras que para el esquema Rawls sucede algo similar, Rawls reduce todas las altas demandas (para fines agrícolas y domésticos) a 0 (o cerca de 0) y las demandas más bajas alcanzan el nivel más alto de satisfacción (valores de 1) (**Figuras 10 y 13**), lo cual no es viable.

Por último, Nash muestra una distribución justa para dividir el agua disponible entre todos los consumidores. Esto apenas penaliza el consumo interno, en comparación con las demandas agrícolas, cabe señalar que la escala de consumo de agua para cada propósito es muy diferente; por lo tanto, la cantidad de agua que se puede reducir para las demandas internas es insignificante para fines agrícolas, por eso el régimen Nash afecta más al consumo interno, pero distribuye mejor la penalización por mes mostrando una forma sistemática de resolver el problema (**Figuras 14 y 11**).

11. Conclusión

En este trabajo se presentó, un enfoque de optimización para la distribución de agua en una región determinada que muestra la distribución adecuada de los recursos disponibles (presas, pozos, ríos, lagos, etc.) y la implementación de nuevos sistemas de recolección de agua de lluvia y agua recuperada. El modelo de optimización propuesto incorpora diferentes balances hídricos y permite la distribución adecuada del recurso para satisfacer las demandas de agua doméstica y agrícola, maximizando al mismo tiempo los ingresos asociados. La principal contribución del enfoque presentado fue la incorporación de tres nuevos y diferentes esquemas justos de distribución de agua, para analizar casos de escenarios de escasez de agua. Los esquemas de distribución fueron desarrollados y añadidos al modelo matemático existente, lo que resulta en un problema lineal de enteros mixtos (para los esquemas de bienestar social y Rawls) que se puede resolver globalmente para encontrar estrategias óptimas de gestión del agua, sin embargo, comparando esquemas, el esquema Nash siempre debe ser elegido si la escasez de agua es intensa. Para el esquema Nash, el modelo matemático dio como resultado un problema no lineal entero mixto (debido al uso de logaritmos) que se puede resolver globalmente para encontrar estrategias óptimas de gestión del agua de la misma manera. La metodología es general y se puede aplicar a cualquier ciudad o región, también se puede aplicar a ciudades con baja precipitación removiendo los recolectores de agua de lluvia de la superestructura. Para estas ciudades, el uso del agua de lluvia sería poco práctico, y no se construirán dispositivos de almacenamiento (la superestructura cambiaría). Diferentes tipos de esquemas de distribución de agua en condiciones de escasez de agua permiten proporcionar diferentes soluciones, donde el responsable de la toma de decisiones puede seleccionar el mejor.

En este documento se presentó el caso de distribución de agua en la ciudad de Morelia en México como caso de estudio (no se consideró la demanda industrial), donde diferentes niveles de escasez de agua se presentaron a través de diferentes escenarios, sin embargo, la reutilización de aguas grises siempre estuvo presente. Los resultados del primer escenario (poca escasez de agua) muestran que no hay diferencias significativas entre las soluciones obtenidas para el estudio de caso de la ciudad de Morelia, por lo que el uso de fuentes de

agua alternativas y la reutilización de aguas grises podrían alcanzar mejores niveles de satisfacción de la población, pero, esta fuente de agua alternativa depende de la recolección de agua de lluvia y la reutilización de agua gris para propuestas no potables. Si no hay agua para la recolección, el problema se hace más grande, haciendo que la reutilización de aguas grises sea la única opción, por lo que, el uso de esquemas de distribución sería necesario, los escenarios 2 y 3 son evidencia suficiente de que, en caso de existir escasez de agua, siempre debe emplearse el enfoque de Nash.

Es necesario centrarse en lo necesaria que es la implementación de otras fuentes de agua, incluso empleando la reutilización de agua gris. Desde una perspectiva más amable, es importante destacar que si el uso de estanques artificiales o tanques de almacenamiento se implementa junto con la reutilización de agua gris para usos no potables la calidad de vivir en Morelia mejoraría bastante, sin necesidad de sobreexplotar las fuentes naturales, siempre y cuando no haya una gran escasez de agua.

12. Referencias

- Abu-Jayyab M, Al-Zuhair S** (2020) Use of microalgae for simultaneous industrial wastewater treatment and biodiesel production. *Int J Environ Res* 14:311–322 DOI: 10.1007/s41742-020-00259-0
- Almeida C, Bonilla S, Giannetti BF, Huisingh D** (2013) Cleaner production initiatives and challenges for a sustainable world: An introduction to this special volume. *J Clean Prod* 47:1-10. DOI: 10.1016/j.jclepro.2013.03.010
- Arnell NW** (2016) A global assessment of the impact of climate change on water scarcity. *Clim Chang* 134:371-385. DOI: 10.1007/s10584-013-0853-x
- Arrow K** (1950) A difficulty in the concept of social welfare. *J Polit Econ* 58(4):328-346. DOI: 10.1086/256963
- Barkin D** (2003) Alleviating poverty through ecotourism: Promises and reality in the monarch butterfly reserve of Mexico. *Environ Dev Sust* 5:371-382. DOI: 10.1023/A:1025725012903
- Bellù L, Liberati P** (2005) Social welfare analysis of income distributions. Ranking income distributions with Lorenz curve. Available at: <http://www.fao.org/3/a-am389e.pdf> Accessed 1 June 2020.
- Bocanegra Martínez A, Ponce-Ortega J, Nápoles-Rivera F, Serna-González M, Montoya A, El-Halwagi M** (2014) Optimal design of rainwater collecting systems for domestic use into a residential development. *Resour Conserv Recyc* 84:44-56. DOI: 10.1016/j.resconrec.2014.01.001
- Buhaug H, Urdal H** (2013) An urbanization bomb? Population growth and social disorder in cities. *Glob Environ Chang* 23(1):1-10. DOI: 10.1016/j.gloenvcha.2012.10.016
- Campisano A, Gnecco I, Modica C, Palla A** (2013) Designing domestic rainwater harvesting systems under different climatic regimes in Italy. *Water Sci Techn*

67:2511-2518. DOI: 10.2166/wst.2013.143

CONAGUA (2017) Statistic of the water in Mexico, National Council of Water, Chapter 3

Appendix, Available at:

http://sina.conagua.gob.mx/publicaciones/EAM_i_2017.pdf Accessed 18 August 2020

CONAGUA (2011) Statistic of the water in Mexico, National Council of Water, Chapter 3

Appendix, Available at:

<http://www.conagua.gob.mx/CONGUA07/Contenido/Documentos/SINA/Capitu103Usosdelagua.zip>. Accessed 1 June 2020

Dbais J, Rahman A, Imteaz M (2010) Sustainability of rainwater harvesting systems in multistored residential buildings. *Amer J Eng Appl Sci* 3:73-82. DOI:10.3844/ajeassp.2010.73.82

de Bruin K, Dellink R (2011) How harmful are restrictions on adapting to climate change? *Glob Environ Chang* 21: 34-45. DOI: 10.1016/j.gloenvcha.2010.09.008

Estong I (2020) Sustainable rainwater harvesting system. *J Adv Res Dyna Cont Sys* 12:1107-1122. DOI: 10.5373/JARDCS/V12SP3/20201357

Ferguson C, Pan M, Oki T (2018). The effect of global warming on future water availability: CMIP5 synthesis. *Water Resour Res* 54(10):7791-7819. DOI: 10.1029/2018WR022792

Fischer G, Tubiello F, Velthuis H, Wiberg D (2007) Climate change impacts on irrigation water requirements: Effects of mitigation, 1990-2080. *Technol Forec Soc Chang* 74:1083-1107. DOI:10.1016/j.techfore.2006.05.021

Garcia-Montoya M, Ponce-Ortega J, Nápoles-Rivera F, Serna-González M, El-Halwagi M (2014) Optimal design of reusing water systems in a housing complex. *Clean Technol Environ Pol* 17:343–357. DOI: 10.1007/s10098-014-0784-x

Gikas P, Liu S, Papageorgiou L, Konstantopoulou F (2015) Optimal planning of water and wastewater management infrastructure for insular areas: The role of water reuse.

Water Sci Technol: Water Supp 15(4):701–708. DOI: 10.2166/ws.2015.017

González-Bravo R, Nápoles-Rivera F, Ponce-Ortega JM (2016) Optimal design of macroscopic water and energy networks. In: Martín M. (eds) *Alternative Energy Sources and Technologies*. Springer, Cham Gosling SN, ISBN: 978-3-319-28752-2

Hanjra M, Qureshi M (2010) Global water crisis and future food security in an era of climate change. *Food Pol* 35(5):365-377. DOI: 10.1016/j.foodpol.2010.05.006

Hannah L (2012) *Saving a million species: Extinction risk from climate change*. Island Press/Center for Resource Economics. ISBN: 978-1-61091-182-5

Höllermann B, Giertz S, Diekkrüger B (2010) Benin 2025 balancing future water availability and demand using the WEAP ‘Water Evaluation and Planning’ system. *Water Resour Manag* 24(13):3591-3613. DOI: 10.1007/s11269-010-9622-z

INEGI (2010) Buscador: Morelia Available at:

<https://www.inegi.org.mx/app/buscador/default.html?q=morelia#tabMCcollapse-Indicadores> Accessed 1 June 2020

INEGI (2010) *National Census of Population and Housing*. National Institute of Statistics and Geography. Basic questionnaire Available at: <http://www.inegi.org.mx/sistemas/mexicocifras/default.aspx?e=16>. Accessed 1 June 2020

Jain R (2012) Providing safe drinking water: a challenge for humanity. *Clean Techn Environ Policy* 14:1–4 DOI: 10.1007/s10098-011-0446-1

Liaw CH, Chiang Y-C (2014) Framework for assessing the rainwater harvesting potential of residential buildings at a national level as an alternative water resource for domestic water supply in Taiwan. *Water* 6:3224-3246. DOI: 10.3390/w6103224

Lopes V, Marques G, Dornelles F, Azuara J (2017) Performance of rainwater harvesting systems under scenarios of non-potable water demand and roof area typologies using a stochastic approach. *J Clean Prod* 148:304-313 DOI: 10.1016/j.jclepro.2017.01.132

Mekonnen MM, Hoekstra AY (2016) Four billion people facing severe water scarcity. *Sci*

- Nápoles-Rivera F, Rojas M, Ponce-Ortega J, Serna-González M, El-Halwagi M** (2014) Optimal design of macroscopic water networks under parametric uncertainty. *J Clean Prod* 88:172-184. DOI: 10.1016/j.jclepro.2014.05.002
- Oral HV, Carvalho P, Gajewska M, Ursino N, Masi F, Hullebusch ED, Kazak JK, Exposito A, Cipolletta G, Andersen TR, Finger DC, Simperler L, Regelberger M, Rous V, Radinja M, Buttiglieri G, Krzeminski P, Rizo A, Dehghanian K, Nikolova M, Zimmermann M** (2020) A review of nature-based solutions for urban water management in European circular cities: a critical assessment based on case studies and literature. *Blue-Green Systems* 2(1):112-136. DOI: 10.2166/bgs.2020.932
- Palermo SA, Talarico V, Pirouz B** (2020) Optimizing rainwater harvesting systems for non-potable water uses and surface runoff mitigation. *Lect Notes Comput Sci* 11973:570-582. DOI: 10.1007/978-3-030-39081-5_49
- Pfister S, Saner D, Koehler A** (2011) The environmental relevance of freshwater consumption in global power production. *Internat J Lif Cycl Assessm* 16:580-591. DOI:10.1007/s11367-011-0284-8
- Rojas-Torres M, Nápoles-Rivera F, Serna-González M, El-Halwagi M, Ponce-Ortega J** (2014a) Sustainable water management in cities. *Comput AidChem Eng* 33:1057-1062. DOI: 10.1016/B978-0-444-63455-9.50011-8
- Rojas-Torres M, Nápoles-Rivera F, Ponce-Ortega J, Serna-González M., El-Halwagi M** (2014b) Optimal design of sustainable water systems for cities involving future projections. *Comput Chem Eng* 69:1-15. DOI: 10.1016/j.compchemeng.2014.05.026
- Ruiz B** (2008) Water and health: A sustainable framework. *Geocities.ws*. <http://www.geocities.ws/congresoprograma/5-6.pdf> Accessed 1 June 2020
- SMN** (2010) National Meteorological System. Climatologic Averages 1951-2010. Available at: <http://www.cm.colpos.mx/meteoro/progde/norm/n5110/>. Accessed 1 June 2020

UNWATER (2020) United Nations World Water Development Report 2020. United Nations Educational Scientific and Cultural Organization., United Nations World Water Development Report 2020 Available at: <https://www.unwater.org/publications/world-water-development-report-2020/#> Accessed 1 June 2020

Wallace JS (2000) Increasing agricultural water use efficiency to meet future food production. *Agric Ecosys Environ* 82:105-119. DOI:10.1016/S0167-8809(00)00220-6

Whittington D, Hanemann WM, Sadoff C, Jeuland M (2009) The Challenge of Improving Water and Sanitation Services in Less Developed Countries. Now Publishers Inc 4:6-7 DOI: 10.1561/07000000030

WWAP (2015) The United Nations World Water Development Report 2015: Water for a Sustainable World Available at: <http://www.unesco.org/new/es/natural-sciences/environment/water/wwap/wwdr/2015-water-for-a-sustainable-world/> Accessed 1 June 2020

Zheng D, Chen W (2015) Research on water-saving cleaning technology based on rough-fine-washing separation for wheat. *Clean Technol Environ Polic* 18(3):957-963. DOI: 10.1007/s10098-015-1062-2

13. Apéndice

Ejemplo de código Escenario 1 solución de Nash:

```
$TITLE water distribution
*OPTION ITERLIM=1000000000;
*OPTION RESLIM= 1000000000;
option optca=0.000000001;
option optcr=0.000000001;
*option mip=baron;
```

SETS

*La mintzita y otros manantiales, presa de cointzio y 10 grupos de pozos profundos (cada grupo de 10 pozos)

```

      K   NUMBER OF WATER SOURCES           /1*12/
*meses
      T   NUMBER OF TIME INTERVALS         /1*12/

      M   NUMBER OF TRIBUTARIES TO THE SOURCES /1*10/
*solo se tienen corrientes de recarga a fuentes principales
      L   NUMBER OF ARTIFICIAL TANKS        /1*20/

      N   NUMBER OF ARTIFICIAL PONDS OR AQUIFERS /1*6/
* GRUPOS DIVIDIDOS POR REGIÓN LA CIUDAD CE, NW, NE, SW, SE
      J   NUMBER OF DOMESTIC SINKS         /1*5/
* NE, NW, SE, SW
      H   NUMBER OF AGRICULTURAL SINKS     /1*4/
```

;

table Dds(j,T) DEMAND IN DOMESTIC SINKS

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | |
|----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 12 | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 2245950 | 2093000 | 2388550 | 2346000 | 2566800 | 2484000 | 2531150 | 2495500 | 2380500 | 2352900 | 2242500 | 2245950 |
| 2 | 1367100 | 1274000 | 1453900 | 1428000 | 1562400 | 1512000 | 1540700 | 1519000 | 1449000 | 1432200 | 1365000 | 1367100 |
| 3 | 976500 | 910000 | 1038500 | 1020000 | 1116000 | 1080000 | 1100500 | 1085000 | 1035000 | 1023000 | 975000 | 976500 |
| 4 | 1269450 | 1183000 | 1350050 | 1326000 | 1450800 | 1404000 | 1430650 | 1410500 | 1345500 | 1329900 | 1267500 | 1269450 |
| 5 | 1269450 | 1183000 | 1350050 | 1326000 | 1450800 | 1404000 | 1430650 | 1410500 | 1345500 | 1329900 | 1267500 | 1269450 |

;

table das(h,t) demand in agricultural sinks

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | |
|----|--------|---------|--------|----------|----------|--------|----------|--------|--------|--------|---------|-----------|
| 12 | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 917568 | 1060938 | 946242 | 900363.6 | 843015.6 | 286740 | 189248.4 | 172044 | 344088 | 659502 | 1032264 | 1066672.8 |

2 458784 530469 473121 450181.8 421507.8 143370 94624.2 86022
 172044 329751 516132 533336.4
 3 688176 795703.5 709681.5 675272.7 632261.7 215055 141936.3 129033
 258066 494626.5 774198 800004.6
 4 229392 265234.5 236560.5 225090.9 210753.9 71685 47312.1 43011
 86022 164875.5 258066 266668.2
 ;

PARAMETERS GZERO(K) WATER IN NATURAL BODIES AT TIME ZERO, SZERO(L) WATER IN STORAGE TANKS IN TIME ZERO

AZERO(N) WATER IN ARTIFICIAL STORAGE AT TIME ZERO;

*la minzita

GZERO('1')=40000000;

*Cointzio

GZERO('2')=38000000;

GZERO('3')=10000000;

GZERO('4')=4000000;

GZERO('5')=3000000;

GZERO('6')=5000000;

GZERO('7')=7000000;

GZERO('8')=6000000;

GZERO('9')=2500000;

GZERO('10')=2000000;

GZERO('11')=6000000;

GZERO('12')=8000000;

SZERO(L)=0;

AZERO(N)=0;

TABLE trib(M,K,T) M TRIBUTARIES CONTRIBUTION TO SOURCE K IN TIME T

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1.1 | 200 | 240 | 260 | 300 | 300 | 300 | 400 | 500 | 460 | 400 | 320 | 280 | 200 |
| 1.2 | 100 | 140 | 160 | 200 | 240 | 240 | 300 | 360 | 340 | 260 | 200 | 180 | 160 |
| 1.3 | 400 | 420 | 420 | 430 | 600 | 600 | 650 | 700 | 660 | 600 | 540 | 480 | 440 |
| 1.4 | 120 | 120 | 140 | 180 | 200 | 200 | 280 | 280 | 300 | 260 | 200 | 160 | 160 |
| 1.5 | 40 | 60 | 60 | 80 | 100 | 100 | 120 | 100 | 80 | 80 | 60 | 70 | |
| 1.6 | 160 | 170 | 170 | 180 | 190 | 200 | 200 | 240 | 240 | 200 | 200 | 180 | 168 |
| 2.7 | 200 | 240 | 260 | 300 | 300 | 400 | 500 | 460 | 400 | 320 | 280 | 200 | |
| 2.8 | 100 | 140 | 160 | 200 | 240 | 300 | 360 | 340 | 260 | 200 | 180 | 160 | |
| 2.9 | 400 | 420 | 420 | 430 | 600 | 600 | 650 | 700 | 660 | 600 | 540 | 480 | 440 |
| 2.1 | 120 | 120 | 140 | 180 | 200 | 200 | 280 | 280 | 300 | 260 | 200 | 160 | 160 |

;

trib(M,K,T)=trib(M,K,T)*1000;

*PARA CONVERTIR A M3

PARAMETER PRECIPITATIONMMH20(T) PRECIPITATION IN A GIVEN LOCATION MM POR MES

/

1 15.6

2 7.7

3 8.6

4 10.1
 5 41.7
 6 150.7
 7 167.5
 8 170.4
 9 129.9
 10 52.8
 11 10
 12 3.9
 /;

PARAMETER ANUALPRECIPITATION PRECIPITACION ANUAL;
 ANUALPRECIPITATION=SUM(T,PRECIPITATIONMMH20(T))

PARAMETER ACNB1(K) AREA FOR RUNOFF WATER COLLECTION OF PRECIPITATION FOR
 NATURAL SOURCES

/
 1 120
 2 90
 3 50
 4 45
 5 30
 6 30
 7 40
 8 30
 9 50
 10 30
 11 38
 12 40
 /
 ;

*EN KILOMETROS CUADRADOS

PARAMETER CE RUNOFF COEFICIENT FOR NATURAL SOURCES (FROM NOM);
 CE=0.263*(SUM(T,PRECIPITATIONMMH20(T))-250)/2000+(.263-.15)/1.5;
 *SE CALCULA COMO EN LA NOM-011-CNA-2000

PARAMETER ESCURRIMIENTO(K,T) RUNOFF WATER FOR NATURAL SOURCES;
 ESCURRIMIENTO(K,T)=PRECIPITATIONMMH20(T)*ACNB1(K)*CE/1000*1000000;
 *ESCURRIMIENTO EN METROS CUBICOS

display escurrimiento;

*AGUA SUPERFICIAL PUEDE RECARGARSE POR LA PRECIPITACIÓN DIRECTA

PARAMETER ACNB2(K) AREA FOR PRECIPITATION COLLECTION FOR NATURAL SOURCES

/
 1 2.4
 2 2.0
 3 0.
 4 0.
 5 0.
 6 0.
 7 0.
 8 0.

9 0.
10 0.
11 0.
12 0.

/

*EN KILOMETROS

*PARA LOS POZOS SE CONSIDERA UN AREA DE 0.2KM CUADRADOS POR RECARGAS INDUCIDAS

PARAMETER COLLNBODIRECT(K,T) COLLECTED WATER IN NATURAL BODIES FROM DIRECT RAIN;

$COLLNBODIRECT(K,T)=PRECIPITATIONMMH20(T)*ACNB2(K)/100*1000000;$

PARAMETER COLLNBOD(K,T) TOTAL COLLECTED WATER IN NATURAL BODIES;

$COLLNBOD(K,T)=COLLNBODIRECT(K,T)+ESCURRIMIENTO(K,T);$

*EL ESCURRIMIENTO YA CONSIDERA LA EVAPOTRANSPIRACION

*SE DEBE TOMAR TAMBIEN EN CUENTA EL AGUA INDUCIDA

PARAMETER AVST(L) AVAILABLE AREA TO COLLECT WATER IN URBAN AND RURAL AREAS FOR STORAGE TANKS

/

1 .29
2 .32
3 .42
4 .47
5 .31
6 .35
7 .33
8 .62
9 .25
10 .26
11 .29
12 .39
13 .49
14 .44
15 .36
16 .25
17 .37
18 .67
19 .25
20 .29

/;

*EM KILOMETROS CUADRADOS

PARAMETER AVAP(N) AVAILABLE AREA TO COLLECT WATER IN URBAN AND RURAL AREAS FOR ARTIFICIAL PONDS se considera que se pueden encausar caudales aumentando el area efectiva de captación

/

1 0.57

2 0.54
 3 0.49
 4 0.63
 5 0.58
 6 0.7

/

;

*EN ESTE CASO EL COEFICIENTE DE ESCURRIMIENTO SE TOMA COMO 0.8 DE FARRYS ET AL PARA TECHOS EN GENERAL

PARAMETER COLLWST(L,T) COLLECTED WATER AVAILABLE FOR STORAGE TANKS M3 POR MES;

$COLLWST(L,T) = PRECIPITATIONMMH20(T) * AVST(L) * 0.8 / 100 * 1000000$;

*ENTRE 100 PARA CONVERTIR LOS MM H2O A METROS

PARAMETER COLLWAP(N,T) COLLECTED WATER AVAILABLE FOR ARTIFICIAL PONDS M3 POR MES;

$COLLWAP(N,T) = PRECIPITATIONMMH20(T) * AVAP(N) * 8 / 100 * 1000000$;

*ENTRE 100 PARA CONVERTIR LOS MM H2O A METROS

parameter sigmasmin(l) MINIMUM capacity of storage tanks ;

sigmasmin(l)=0;

parameter sigmaamin(n) MINIMUM capacity of artificial storage aquifers or ponds;

sigmaamin(n)=0;

parameter sigmasmax(l) max capacity of storage tanks ;

sigmasmax(l)=50000;

parameter sigmaamax(n) max capacity of artificial storage aquifers or ponds;

sigmaamax(n)=600000;

table pipingcostst(l,j) costo de tuberia y bombeo de tanque almacenamiento a domestic sink

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 4 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 5 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 6 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 7 | 2 | 1 | 2 | 2 | 4 |
| 8 | 2 | 1 | 2 | 2 | 4 |
| 9 | 2 | 1 | 2 | 2 | 4 |
| 10 | 2 | 1 | 2 | 2 | 4 |
| 11 | 2 | 2 | 1 | 4 | 2 |
| 12 | 2 | 2 | 1 | 4 | 2 |
| 13 | 2 | 2 | 1 | 4 | 2 |
| 14 | 2 | 2 | 1 | 4 | 2 |
| 15 | 2 | 2 | 4 | 1 | 2 |
| 16 | 2 | 2 | 4 | 1 | 2 |
| 17 | 2 | 2 | 4 | 1 | 2 |

```

18  2  4  2  2  1
19  2  4  2  2  1
20  2  4  2  2  1
;

```

```

pipingcostst(l,j)=pipingcostst(l,j)*10e-2;
*en dolares por metro cubico

```

```

table pipingcostas(l,H) costo de tuberia y bombeo de tanque almacenamiento a agricultural sink

```

```

      1  2  3  4
1  2.5 2.5 2.5 2.5
2  2.5 2.5 2.5 2.5
3  2.5 2.5 2.5 2.5
4  2.5 2.5 2.5 2.5
5  2.5 2.5 2.5 2.5
6  2.5 2.5 2.5 2.5
7  1  2.5 2.5 5
8  1  2.5 2.5 5
9  1  2.5 2.5 5
10 1  2.5 2.5 5
11 2.5 1  5  2.5
12 2.5 1  5  2.5
13 2.5 1  5  2.5
14 2.5 1  5  2.5
15 2.5 5  1  2.5
16 2.5 5  1  2.5
17 2.5 5  1  2.5
18 5  2.5 2.5 1
19 5  2.5 2.5 1
20 5  2.5 2.5 1
;

```

```

pipingcostas(l,h)=pipingcostas(l,h)*10e-2;

```

```

table pipingcostarst(n,j) costo tuberia y bombeo de artificial ponds a ds

```

```

      1  2  3  4  5
1  2.3 2.3 1  4.6 2.3
2  2.3 2.3 1  4.6 2.3
3  2.3 1  2.3 2.3 4.6
4  2.3 1  2.3 2.3 4.6
5  2.3 4.6 2.3 2.3 1
6  2.3 2.3 4.6 1  2.3
;

```

```

;
pipingcostarst(n,j)=pipingcostarst(n,j)*10e-2;

```

```

table pipingcostaras(n,h) costo tuberia y bombeo de artificial ponds a as

```

```

      1  2  3  4
1  2.5 1  5  2.5
2  2.5 1  5  2.5
3  1  2.5 2.5 5
4  1  2.5 2.5 5
5  5  2.5 2.5 1
6  2.5 5  1  2.5
;

```

;

$\text{pipingcostaras}(n,h)=\text{pipingcostaras}(n,h)*10e-2;$

parameter $\text{pipingcostdoms}(k)$ costo de tuberia y bombeo de fuentes naturales a la planta central

/1 2
2 2
3 2
4 2
5 2
6 2
7 2
8 2
9 2
10 2
11 2
12 2

/;

$\text{pipingcostdoms}(k)=\text{pipingcostdoms}(k)*10e-2;$

parameter $\text{pipingcostreclaimed}(h)$ costo de bombeo y tuberia del agua tratada a agricultural sinks

/

1 1
2 3
3 3
4 8

/

;

$\text{pipingcostreclaimed}(h)=\text{pipingcostreclaimed}(h)*10e-2;$

POSITIVE variables

$G(K,T)$ available water in source k

$gd(K,T)$ water sent from source k to domestic main

$ga(k,t)$ water sent form source k to agricultural main

$vg(k,t)$ water losses in source k

$SIN(L,T)$ WATER SENT TO STORAGE TANK L

$AIN(N,T)$ WATER SENT TO ARTIFICIAL STORAGE (AQUIFER OR POND) N

$VPS(L,T)$ WATER LOSSES FROM COLLECTED WATER ST

$VPA(N,T)$ WATER LOSSES FROM COLLECTED WATER AS

$S(L,T)$ WATER IN STORAGE TANK L

$SOUTD(L,J,T)$ WATER SENT FROM STORAGE TANKS TO DOMESTIC SINKS

$SOUTA(L,H,T)$ WATER SENT FROM STORAGE TANKS TO AGRICULTURAL SINKS

$A(N,T)$ WATER IN ARTIFICIAL STORAGE N

$AOUTD(N,J,T)$ WATER SENT FROM ARTIFICIAL STORAGE TO DOMESTIC SINKS

$AOUTA(N,H,T)$ WATER SENT FROM ARTIFICIAL STORAGE TO AGRICULTURAL SINKS

$F(J,T)$ WATER SENT FROM DOMESTIC MAIN TO DOMESTIC SINKS

$R(H,T)$ WATER SENT FROM ACRICULTURAL MAIN TO AGRICULTURAL SINKS

$CWD(J,T)$ WATER CONSUMED USED OR LOST IN DOMESTIC SINKS

$INTIN(J,T)$ WATER SENT TO TREATMENT FACILITY

$INTOUT(T)$ WATER SENT FROM THE TREATMENT FACILITY TO AGRICULTURAL SINKS

$CWA(H,T)$ WATER USED OR CONSUMED IN AGRICULTURAL SINKS

$CWTP(T)$ WATER LOST IN TREATMENT FACILITY DUE TO EFFICIENCY

$\text{costst}(l)$ cost for the storage tanks including treatment for the collected water

costcollst(l) cost for the collection area including pumping and piping
costas(n) cost for the artificial storage including treatment for collected water
costcollas(n) cost for the collection area including pumping and piping

total(t)
*para las disyunciones

SLMAX(L)
ALMAX(N)

intoutag(h,t) segregated WATER SENT FROM THE TREATMENT FACILITY TO AGRICULTURAL SINKS

*Social welfare

PHIdom(J,T) DOMESTIC COEFFICIENT
PHIagr(H,T) AGRICULTURAL COEFFICIENT
Ddvar(J,T) Real domestic demand
Davar(H,T) Real agricultural demand
logddvar(J,T) phi dom log
logdavar(H,T) PHI agr log

;

BINARY VARIABLES

ZS(L)
ZN(N);

variable
tac
nash;

EQUATIONS

*TWO EQUATIONS ARE REQUIRED FOR STORAGE BALANCES, THIS IS BECAUSE IN PERIOD TIME 1

*THE VALUE IN TIME T-1

BWS1(K,T) BALANCE FOR WATER SOURCES IN TIME PERIOD 1
BWS(K,T) BALANCE FOR WATER SOURCES IN ANY TIME PERIOD BUT 1

BPS(l,T) BALANCE FOR PRECIPITATION RECOVERY for storage tanks
BPA(n,T) BALANCE FOR PRECIPITATION RECOVERY for artificial storage

BST1(L,T) BALANCE IN STORAGE TANKS IN TIME PERIOD 1
BST(L,T) BALANCE IN STORAGE TANKS IN ANY TIME PERIOD BUT 1
BAS1(N,T) BALANCE IN ARTIFICIAL STORAGE BODIES IN TIME PERIOD 1
BAS(N,T) BALANCE IN ARTIFICIAL STORAGE BODIES IN ANY TIME PERIOD BUT 1

BMD(T) BALANCE IN MAIN FOR DOMESTIC
BMA(T) BALANCE IN MAIN FOR AGRICULTURE
BDSi(J,T) BALANCE IN DOMESTIC SINKS demand
BASi(H,T) BALANCE IN AGRICULTURAL SINKS demand
BDSO(J,T) BALANCE IN DOMESTIC SINKS usage
*BASO(H,T) BALANCE IN AGRICULTURAL SINKS usage

BTF(T) BALANCE IN TREATMENT FACILITY
 LWN(K,T) LOST WATER DUE TO NATURAL PROCESSES
 LWDS(J,T) LOST AND USED WATER IN DOMESTIC SINKS
 *lwtp(t) lost water in treatment plat due to efficiency issues
 objective
 MAXS(L,t)
 MAXA(N,t)
 MAXSi(L,t)
 MAXAi(N,t)

segreginotut(t)

bigm1a(l)
 bigm1b(l)
 bigm1c(l)
 bigm2a(n)
 bigm2b(n)
 bigm2c(n)

maindom(t)
 restuso(k,t)

*ex1(L,T)
 *EX2(N,T)
 * modelo social welfare
 CONSTRAINT_1(J,T) DEFINE CONSTRAINT 1
 CONSTRAINT_2(H,T) DEFINE CONSTRAINT 2
 PHIDOMESTIC(J,T) GIVES PHI DOMESTIC
 PHIAGRICULTURAL(H,T) GIVES PHI AGRICULTURAL
 obj OBJECTIVE FUNCTION
 *ASSIGNDDVAR asigna ddvar
 *ASSIGNDAVAR asigna davar
 logdom(J,T) Phi domestic logarithm
 logagr(H,T) Phi agricultural logarithm
 ;

*Balance en las fuentes principales

$BWS1(K,T) \text{ (ord}(t) \text{ eq } 1) = G(K,T) - GZERO(K) = E = \text{SUM}(M, \text{TRIB}(M, K, T)) + \text{COLLNBOD}(K, T) - \text{GD}(K, T) - \text{GA}(K, T) - Vg(K, T);$

$BWS(K,T) \text{ (ord}(t) \text{ gt } 1) = G(K,T) - G(K, T-1) = E = \text{SUM}(M, \text{TRIB}(M, K, T)) + \text{COLLNBOD}(K, T) - \text{GD}(K, T) - \text{GA}(K, T) - Vg(K, T);$

*LAS PERDIDAS POR EVAPORACIÓN FILTRACIÓN Y OTROS PROCESOS NATURALES SE CONTABILIZA COMO UN 20% DEL

* AGUA CAPTADA

*LWN(K,T).. $VG(K,T) = E = 0.025 * G(K, T);$

LWN(K,T).. $VG(K, T) = E = 0.2 * (\text{SUM}(M, \text{TRIB}(M, K, T)) + \text{COLLNBOD}(K, T));$

*Balance para la precipitación

*no toda el agua disponible puede ser almacenada, por restricciones de almacenamiento

BPs(L,T).. COLLWST(L,T)=E=SIN(L,T)+VPS(L,T);
 BPa(N,T).. COLLWAP(N,T)=E=AIN(N,T)+VPA(N,T);

*Balance en tanques de almacenamiento

BST1(L,T)\$(ord(t) eq 1).. S(L,T)-SZERO(L)=E=SIN(L,T)-
 (SUM(J,SOUTD(L,J,T))+SUM(H,SOUTA(L,H,T)));
 BST(L,T)\$(ord(t) gt 1).. S(L,T)-S(L,T-1)=E=SIN(L,T)-
 (SUM(J,SOUTD(L,J,T))+SUM(H,SOUTA(L,H,T)));

*ex1(L,T).. S(L,T)=L=sigma^{max}(1)*ZS(L);
 *EX2(N,T).. A(N,T)=L=sigma^{Amax}(N)*ZN(N);

*Balance en almacenamiento artificial

BAS1(N,T)\$(ord(t) eq 1).. A(N,T)-AZERO(N)=E=AIN(N,T)-SUM(J,AOUTD(N,J,T))-
 SUM(H,AOUTA(N,H,T));
 BAS(N,T)\$(ord(t) gt 1).. A(N,T)-A(N,T-1)=E=AIN(N,T)-SUM(J,AOUTD(N,J,T))-
 SUM(H,AOUTA(N,H,T));

*Balance en las instalaciones centrales

BMD(T).. SUM(K,GD(K,T))=E=SUM(J,F(J,T));
 BMA(T).. SUM(K,GA(K,T))=E=SUM(H,R(H,T));

*para saber cuanta agua hay en la unidad central

maindom(t).. total(t)=e=SUM(K,GD(K,T));

*Balance en domestic sinks entrada

BDSi(J,T).. F(J,T)+SUM(L,SOUTD(L,J,T))+SUM(N,AOUTD(N,J,T))=E=ddvar(j,t);

*Salida

bdso(j,t).. ddvar(j,t)=e=CWD(J,T)+INTIN(J,T);

*PARA USO DOMESTICO SE CONSIDERA EL CONSUMO Y PERDIDAS COMO UN 50% DE LO QUE
 ENTRA AL SISTEMA

LWDS(J,T).. CWD(J,T)=E=0.5*ddvar(j,t);

*Balance en agricultural sinks entrada

BASi(H,T)..

1*(R(H,T)+SUM(L,SOUTA(L,H,T))+SUM(N,AOUTA(N,H,T))+intoutag(h,t))=e=davar(h,t);

*Salida

*baso(h,t).. das(h,t)=e=CWA(H,T);

*blance en planta de tratamiento

BTF(T).. SUM(J,INTIN(J,T))=E=INTOUT(T)+CWTP(T);

segreginotut(t).. INTOUT(T)=e=sum(h,intoutag(h,t));

*EL AGUA RECHAZADA EN LA PLANTA DE TRATAMIENTO COMO DESECHO DEBIDO A LA
 EFICIENCIA DE LA PLANTA ES al menos el 40%

*DEL AGUA PROCESADA

*no la uso porque de cualquier forma desecha toda

*LWTP(T).. CWTP(T)=g= 0.4*SUM(J,INTIN(J,T));

* PARA PASAR DEL DOMINO TIEMPO A UBICACIÓN

MAXS(l,t).. SLMAX(L)=g=(S(L,T));

MAXA(n,t).. ALMAX(n)=g=(a(N,t));

MAXSi(l,t).. SLMAX(L)=g=(Sin(L,T));

MAXAi(n,t).. ALMAX(n)=g=(ain(N,t));

*disyunciones desagregadas

bigm1a(l).. slmax(l)=g=sigmasmin(l)*zs(l);

bigm1b(l).. slmax(l)=l=sigmasmax(l)*zs(l);

bigm1c(l).. costst(l)=e=13080*zs(l)+1.8134*slmax(l);

*bigm1c(l).. costst(l)=e=25000*zs(l)+10*1.5*slmax(l)**.8;

bigm2a(n).. almax(n)=g=sigmaamin(n)*zn(n);

bigm2b(N).. almax(n)=l=sigmaamax(n)*zn(n);

bigm2c(n).. costas(n)=e=111968*zn(n)+0.8895*almax(n);

*bigm2c(n).. costas(n)=e=60000*zn(n)+10*1.25*almax(n)**.8;

*restriccion de uso, no se puede consumir mas del 20% de una fuente en un solo periodo
restuso(k,t)\$ (ord(t) ge 1).. G(K,T)=g=0.8*G(K,T-1);

*el l es precio de venta en dolar por metro cubico para uso domestico y 0.5 para uso agricola

*costo de venta de agua en morelia es en promedio 1 dolar por metro cubico

*costo de tratamiento 0.5 dolares por metro cubico y 0.4 dolares por metro cubico (fuentes naturales y lluvia)
para uso domestico

*costo de tratamiento 0.3 dolares por metro cubico y 0.2 dolares por metro cubico (fuentes naturales y lluvia)
para uso agricola

*los costos anteriores son para fuentes naturales

*Ecuaciones social welfare

CONSTRAINT_1(J,T).. Ddvar(J,T)=l=Dds(J,T);

CONSTRAINT_2(H,T).. Davar(H,T)=l=Das(H,T);

PHIDOMESTIC(J,T).. PHIdom(J,T)=e=Ddvar(J,T)/Dds(J,T);

PHIAGRICULTURAL(H,T).. PHIagr(H,T)=e=Davar(H,T)/Das(H,T) ;

*ASSIGNDDVAR(J,T).. ddvar(J,T)=e=Dds(J,T);

*ASSIGNDAVAR(H,T).. davar(H,T)=e=Das(H,T);

logdom(J,T).. logddvar(J,T)=e=log(ddvar(J,T)+0.00001);

logagr(h,T).. logdavar(H,T)=e=log(davar(H,T)+0.00001);

objective.. TAC=E=

*venta de agua, no importa la fuente el agua se vende igual

sum(k,sum(t,GD(K,T)*1+GA(K,T)*0.6))

+SUM((L,j,t),SOUTD(L,J,T)*1)+SUM((N,j,t),AOUTD(N,J,T)*1)

+SUM((L,h,t),SOUTA(L,H,T)*.6)+SUM((N,h,t),AOUTA(N,H,T)*.6)

+sum(t,INTOUT(T)*.6)

*costos de tratamiento de agua de fuentes naturales

```

-(
    sum(k,sum(t,GD(K,T)*0.5+GA(K,T)*0.3))
*COSTO DE tratamiento de agua de lluvia
    +SUM((L,j,t),SOUTD(L,J,T)*0.4)+SUM((N,j,t),AOUTD(N,J,T)*0.4)
    +SUM((L,h,t),SOUTA(L,H,T)*0.2)+SUM((N,h,t),AOUTA(N,H,T)*0.2)
*costo de tratamiento de agua de desecho
*si se va a usar para riego
    +SUM((t),INTOUT(T)*.3)
*si es para desecho
    +SUM((T),CWTP(T)*.1)
*costo de tanques instalación y operación anualizado
    +sum(n,costas(n))+sum(l,costst(l))
*costo de tuberías y bombeo

+SUM((L,j,t),SOUTD(L,J,T)*pipingcostst(l,j))+SUM((N,j,t),AOUTD(N,J,T)*pipingcostarst(n,j))

+SUM((L,h,t),SOUTA(L,H,T)*pipingcostas(l,h))+SUM((N,h,t),AOUTA(N,H,T)*pipingcostaras(n,h))
    +sum((k,t),(gd(k,t)+ga(k,t))*pipingcostdoms(k))
    +sum((h,t),pipingcostreclaimed(h)*intoutag(h,t))
);
obj..    nash=e=SUM(T,SUM(J,logddvar(J,T))+SUM(H,logdavar(H,T)));

*MODEL
WATERDISTRIBUTION5110/BWS1,BWS,BPS,BPA,BST1,BST,BAS1,BAS,BMD,BMA,BDSi,BASi,BDS
o,BTF,LWN,LWDS,objective,MAXS,MAXA,MAXSi,MAXAi,segreginotut,bigm1a,bigm1b,bigm1c,bigm2a,
bigm2b,bigm2c,maindom,restuso,ASSIGNDDVAR/
;
MODEL WATERDISTRIBUTION5110/all/;
*minimum levels in water resources
g.lo('1',t)=0.7*GZERO('1');
g.lo('2',t)=0.7*GZERO('2');
*las presas no pueden tener menos del 35% de su capacidad total en ningún momento
*se considera que gzero es el 50% de su capacidad

*los pozos tienen tiempos de recarga muy altos y se considera que inicialmente están al máximo de su
capacidad, en un año no pueden
*tener menos del 50% de la misma
g.lo(k,t)$ (ord(k) ge 3)=0.8*GZERO(k);

g.up(k,t)$ (ord(k) le 2)=2.0*Gzero(k);
g.up(k,t)$ (ord(k) ge 3)=1.0*GZERO(k);

g.lo('1',t)$ (ord(t) eq card(t))=0.9*GZERO('1');
g.lo('2',t)$ (ord(t) eq card(t))=0.9*GZERO('2');

*zs.fx(l)=0;
*zn.fx(n)=0;

OPTION Savepoint=1;

*execute_loadpoint 'WATERDISTRIBUTION5110_P';
SOLVE WATERDISTRIBUTION5110 USING minlp maximizing TAC;

```



```

parameter gfinal(k),gdf(k,t),gaf(k,t),manantial,cointzio,wells,desecho;
gfinal(k)=g.l(k,'12');
gdf(k,t)=GD.l(K,T);
gaf(k,t)=GA.l(K,T);
manantial=(sum(t,gdf('1',t)+gaf('1',t)))/(sum((k,t),gdf(k,t)+gaf(k,t)));
cointzio=(sum(t,gdf('2',t)+gaf('2',t)))/(sum((k,t),gdf(k,t)+gaf(k,t)));
wells=1-manantial-cointzio;
desecho=sum(t,cwtp.l(t));

```

```
display gzero,gfinal,manantial,cointzio,wells,desecho;
```

```
parameters ecuaciones, vars, tiempo;
```

```

ecuaciones = WATERDISTRIBUTION5110.numequ;
vars       = WATERDISTRIBUTION5110.numvar;
tiempo     = WATERDISTRIBUTION5110.resusd;

```

```
display ecuaciones, vars, tiempo;
```

```

*MODEL
/ BWS1,BWS,BPS,BPA,BST1,BST,BAS1,BAS,BMD,BMA,BDSi,BASi,BDSO,BTF,LWN,LWDS,objective,
MAXS,MAXA,MAXSi,MAXAi,segreginotut,bigm1a,bigm1b,bigm1c,bigm2a,bigm2b,bigm2c,maindom,rest
uso,CONSTRAINT_1,CONSTRAINT_2,PHIDOMESTIC,PHIAGRICULTURAL,obj/;
MODEL NASHM/all;
TAC.UP=TAC.L*.4;
PRECIPITATIONMMH20(T)=PRECIPITATIONMMH20(T)*.1;
G.UP(K,T)=G.L(K,T);
display GZERO;
Gzero(K)=Gzero(k)*.9;
display GZERO;

```

```

ddvar.LO(j,t)=0;ddvar.UP(j,t)=Dds(J,T)*1;
davar.LO(h,t)=0;davar.UP(h,t)=Das(h,T)*1;

```

```
SOLVE NASHM using MINLP MAXIMIZING nash;
```

```

execute_unload "resultsPhiagr.gdx" PHIagr
execute_unload "resultsPhiDom.gdx" PHiDom

```

```

*=== Now write to variable levels to Excel file from GDX
*=== Since we do not specify a sheet, data is placed in first sheet
execute 'gdxrw.exe resultsPhiagr.gdx o=resultsPHIagr.xls var=PHIagr'

```

```
*execute_unload "results_PHIagr.gdx" PHIdom
*execute 'gdxxrw.exe resultsPhiagr.gdx o=results_PHIagr.xls var=PHIagr'
execute_unload "resultsPhidom.gdx" PHiDOm
execute 'gdxxrw.exe resultsPhidom.gdx o=resultsPHIdom.xls var=PHIdom'
```