



Universidad Michoacana de  
San Nicolás de Hidalgo



Facultad de Ingeniería Química

TESIS

CÓDIGO PARA EL CÁLCULO  
DE FLUJO DE CALOR EN UNA VARILLA  
DE COMBUSTIBLE NUCLEAR

Requisito para obtener el título en:  
Licenciado en Ingeniería Química

PRESENTA:

Alberto Toral Maciel

ASESOR:

Dr. Roberto Guerra González

COASESOR:

M.C. Francisco Javier Chaparro Vega  
Morelia, Michoacán

Noviembre del 2021



# Agradecimientos

A mis padres Beatriz Maciel y Tomás Toral, a mis hermanos Gabriel, Raúl y Enrique por su eterno apoyo de forma incondicional en todos mis proyectos, por enseñarme a siempre dar lo mejor de mí y por ser guías para mi formación como persona.

A mis profesores por formarme en las múltiples disciplinas que un Ingeniero Químico debe conocer, dándome herramientas que me serán útiles a lo largo de mi vida

A mi novia Naty, a mis compañeros y amigos de la universidad por haber compartido un poco de esta etapa de su vida conmigo, me llevo grandes recuerdos



# Índice general

|   |    |
|---|----|
| 1. Introducción   | 13 |
| 1.1. Antecedentes y Contexto . . . . .  | 13 |
| 1.2. Objetivo General . . . . .   | 14 |
| 1.3. Justificación . . . . .  | 14 |
| 2. Descripción general  | 15 |
| 2.1. Fisión nuclear . . . . .   | 15 |
| 2.2. Reactor de agua en ebullición (BWR) . . . . .                                  | 15 |
| 2.2.1. Núcleo del reactor nuclear (BWR) . . . . .                                   | 17 |
| 3. Descripción del fenómeno   | 21 |
| 3.1. Generación de calor . . . . .  | 21 |
| 3.2. Transferencia de calor por conducción . . . . .                                | 22 |
| 3.3. Ebullición nucleada y regímenes de flujo . . . . .                             | 23 |
| 3.4. Distribución de temperatura en un reactor nuclear de agua en ebullición (BWR)  | 25 |
| 3.5. Conductividad térmica . . . . .  | 26 |
| 4. Planteamiento del problema   | 29 |
| 5. Solución numérica  | 33 |
| 5.1. Método de Runge-Kutta de cuarto orden . . . . .                                | 33 |
| 5.2. Solución numérica para la ecuación de transferencia de calor por generación    | 34 |
| 5.3. Solución numérica de la ecuación de transferencia de calor por conducción .    | 35 |
| 5.4. Ecuación de la transferencia de calor por convección . . . . .                 | 37 |
| 5.5. Algoritmo de solución . . . . .  | 37 |
| 5.6. Solución analítica para la ecuación de transferencia de calor por generación . | 38 |
| 5.7. Solución analítica para la ecuación de transferencia de calor por conducción . | 39 |
| 6. Resultados   | 45 |
| 7. Conclusiones   | 51 |



# Índice de figuras

|      |   |    |
|------|---|----|
| 2.1. | Diagrama simplificado de un Reactor de Agua en Ebullición (BWR). (Brennen, 2014) . . . . .  | 17 |
| 2.2. | Diagrama simplificado de una pastilla de combustible (Todreas y Kazimi, 1993)   | 19 |
| 2.3. | Diagrama simplificado de una varilla de combustible. (Brennen, 2014) . . . . .  | 20 |
| 2.4. | Diagrama simplificado de un ensamble de un BWR. (Akimoto et al., 2016) . . . . .  | 20 |
| 3.1. | Diagrama transversal simplificado de una varilla de combustible. (Brennen, 2014)  | 22 |
| 3.2. | Representación gráfica de los regímenes de flujo más importantes presentes en una tubería vertical con dos fases (Brennen, 2014) . . . . .                | 24 |
| 3.3. | Representación gráfica de la evolución de los regímenes de flujo a lo largo de un canal vertical (Brennen, 2014) . . . . .                                | 26 |
| 4.1. | Diagrama radial de una varilla de combustible con los tres componentes principales. (Akimoto et al., 2016) . . . . .                                      | 30 |
| 5.1. | Algoritmo parte 1 . . . . .   | 41 |
| 5.2. | Algoritmo parte 2 . . . . .   | 42 |
| 5.3. | Algoritmo para graficar . . . . .   | 43 |
| 6.1. | Comparación de distribución de temperatura radial en una varilla de un reactor de agua en ebullición (BWR) . . . . .                                      | 47 |
| 6.2. | Comparación de distribución de temperatura radial en la varilla de un reactor de agua en ebullición con diferentes densidades caloríficas (BWR) . . . . . | 48 |
| 6.3. | Comparación de distribución de temperatura radial en la varilla de un reactor de agua en ebullición con diferentes densidades caloríficas (BWR) . . . . . | 49 |





# Índice de tablas

|  |    |
|--|----|
| 2.1. Comparación de las principales condiciones de operación de un reactor de un reactor BWR con un reactor PWR(Todreas y Kazimi, 1993) . . . . .        | 16 |
| 2.2. Principales características de un Reactor de agua en ebullición (BWR)(Todreas y Kazimi, 1993) . . . . .   | 18 |
| 2.3. Principales características de las pastillas de combustible para un reactor nuclear de agua en ebullición (BWR)(Todreas y Kazimi, 1993) . . . . .   | 19 |
| 4.1. Constantes fisicoquímicas que modelan la distribución del calor en la varilla del combustible . . . . .   | 31 |
| 6.1. Comparación de temperaturas obtenidas en los límites radiales de cada componente de una varilla de un reactor de agua en ebullición (BWR) . . . . . | 45 |



# Resumen

En este trabajo se presenta la solución numérica del sistema de ecuaciones de transferencia de calor formado por las estructuras presentes en la varilla de combustible nuclear de un reactor del agua en ebullición (BWR). La solución a la ecuación de calor es unidimensional desde el centro de la pastilla de combustible nuclear hasta la región del refrigerante. El calor producido es asumido como proporcional a el flujo de neutrones y, además, se considerará que es uniforme a través de el área transversal de la varilla del combustible. El calor generado proviene del centro de la pastilla de combustible y las estructuras de la varilla no aportan una generación de calor adicional. También se considera que los gradientes de temperatura en dirección axial son muy pequeños comparados con el gradiente en dirección radial y por lo tanto, el flujo principal de calor toma lugar a lo largo de este eje. El sistema se resuelve por el método numérico de Ruge-Kutta de cuarto orden.

Palabras clave: reactor nuclear de agua en ebullición (BWR), distribución de temperatura, algoritmo, termohidráulica, neutrónica.



# Abstract

In this thesis it is presented the solution numerical of the system of heat transfer equations formed by the structures present in the nuclear fuel rod of a boiling water reactor (BWR). The solution to the heat equation is one-dimensional from the center of the nuclear fuel pellet to the region of the coolant. The heat produced is assumed to be proportional to the neutron flux and, furthermore, will be considered to be uniform across the cross-sectional area of the fuel rod. The heat generated comes from the center of the fuel pellet and the rod structures do not provide additional heat generation. The temperature gradients in the axial direction are also considered to be very small compared to the gradient in the radial direction and therefore the main heat flow takes place along this axis. The system is solved by the numerical method of Ruge-Kutta of the fourth order.



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Antecedentes y Contexto

Desde 1946, en Estados Unidos se creó la Comisión de Energía Atómica para controlar el desarrollo de la energía nuclear y explorar su uso pacífico. En 1951, se construye un pequeño reactor experimental en Idaho y produjo por primera vez electricidad procedente de energía nuclear. Apesar de los avances de los Estados Unidos, fue la URSS donde se creó la primera central nuclear civil del mundo en Obninsk en 1954. No fue hasta 1956 que Reino Unido y Francia pusieron en marcha su primera central nuclear y en 1960 Estados Unidos comenzó con la producción de energía eléctrica con centrales nucleares. Desde entonces la producción de energía nuclear no dejó de crecer, al tiempo que fue aumentando espectacularmente la capacidad de producción de las centrales (Cavero, 2011).

El desarrollo de la tecnología computacional ha permitido una visión cada vez más realista de los fenómenos que se producen en la industria y concretamente en los aspectos termohidráulicos. El concepto de termohidráulica resulta de estudiar un sistema físico siguiendo el enfoque de las disciplinas de termodinámica, transferencia de calor y mecánica de fluidos en conjunto y no de manera individual. Así, el sistema es descrito de una manera más completa y considerando los efectos del fenómeno físico o químico relevantes para el caso de estudio.

Como resultado del nivel de desarrollo en los códigos de cálculo y simulación, en esta tesis se plantea el análisis de la transferencia de calor para una configuración geométrica específica y para un determinado fluido en el que se depositará el calor.

El sistema está formado por una pastilla de combustible nuclear que está contenida en una varilla metálica y sumergida en agua libre de impurezas. La pastilla es utilizada en los reactores nucleares como fuente de calor. Entre la pastilla y la varilla hay un espacio denominado huelgo. La varilla tiene un determinado espesor y la parte exterior de ella está en contacto directo con el fluido refrigerante, que en este caso es agua. En el agua se deposita el calor generado en la pastilla de combustible. El análisis de este sistema se realiza en una dimensión, que corresponde al corte transversal radial de la geometría original de la varilla y la propagación de calor, también es en una dirección.

Actualmente los códigos nucleares pueden modelar y evaluar el comportamiento del combustible, la cinética del reactor nuclear, las condiciones termohidráulicas y las probabilidades de accidentes. Los resultados de estos códigos se vuelven información crucial para la toma de decisiones para procesos riesgosos, verificaciones de códigos similares y la resolución de problemas técnicos (Ibarra, 2017).

En México, se está trabajando en herramientas de cálculo que permitan analizar la opera-

ción de reactores de potencia en operación estable y anormal. Para determinar la distribución de los fluidos líquido-vapor en el núcleo de reactor, se requiere desarrollar un programa de cómputo capaz de analizar la distribución de flujo de calor en el ensamble del combustible individualmente.

## 1.2. Objetivo General

Determinar la densidad de flujo de calor de la pastilla de combustible de un reactor nuclear tipo agua en ebullición (BWR) hacia el refrigerante, para los regímenes de flujo de agua subenfriado y agua burbujeante debida a la transmisión de calor por convección.

### Objetivos Específicos

En el código, se resolverá la ecuación de calor en una dimensión desde el centro de la pastilla de combustible, pasando por el huelgo y el espesor de la varilla, hasta el agua utilizada como refrigerante. Se establecerán los mecanismos de transferencia de calor entre cada una de las regiones del modelo y el perfil de temperaturas. Para el análisis, se definirán las características de los dos regímenes de flujo de agua considerados.

## 1.3. Justificación

El uso de códigos es una herramienta fundamental en Seguridad Nuclear para la simulación de diferentes situaciones en reactores de potencia. En particular, los códigos termo-hidráulicos de mejor estimación nos permiten simular de forma más realista los fenómenos que suceden en una central nuclear con la representación del circuito primario. A su vez los códigos neutrónicos de dinámica del núcleo, nos permiten una definición y simulación más precisa del núcleo (Sánchez Hernández, 2012).

Como ambos tipos de código representan una parte en específico del núcleo también se requiere desarrollar mecanismos que permitan la retroalimentación continua entre ambos códigos, y es aquí donde cobra importancia el desarrollo de un código computacional que analice la transferencia de calor. El presente trabajo está enfocado en ser una herramienta de cálculo que proporcione resultados de calidad, para usarse con un intervalo de confianza aceptable y formen parte del conjunto de herramientas orientadas a analizar el núcleo de un reactor nuclear de agua en ebullición (BWR) en operación estable. Diferentes aplicaciones en la Ingeniería Química son utilizadas en la descripción con en la transferencia de calor con generación de calor y sin generación de calor, propiedades fisico-químicas de los materiales presentes, geometría de los componentes y el comportamiento del agua como refrigerante.

De manera tradicional, el flujo de calor en la geometría descrita estimará los parámetros parámetros de temperatura y densidad de flujo de calor hacia el refrigerante, considerando condiciones de equilibrio.



# Capítulo 2

## Descripción general

### 2.1. Fisión nuclear

En su forma más básica, la fisión nuclear es el resultado de un núcleo de un átomo pesado e inestable colisionando con un neutrón, generando núcleos de átomos ligeramente más pequeños, energía en diversas formas y más neutrones, los cuales tienen altas probabilidades de repetir este proceso si se encuentran con otro núcleo pesado e inestable causando así una reacción en cadena.

El único material fisionable que existe de forma natural es el isótopo de uranio  $^{235}\text{U}$ , aunque solo existe junto a cantidades mayores de  $^{238}\text{U}$ , que es el isótopo más común de uranio. La composición natural de estos dos elementos es de composición de 99.24% de  $^{238}\text{U}$  y 0.71% de  $^{235}\text{U}$ , respectivamente (Brennen, 2014).

### 2.2. Reactor de agua en ebullición (BWR)

Existen varios tipos de reactores nucleares comerciales de los cuales destacan dos por su viabilidad económica. El reactor de agua a presión (PWR) y el reactor de agua en ebullición (BWR)

Los reactores de agua en ebullición (BWR), fueron diseñados evitando las altas presiones de los reactores de agua a presión (PWR), ya que es un reactor de agua en ebullición se busca la ebullición del agua a bajas presiones mientras atraviesa el núcleo del reactor (Todreas y Kazimi, 2001). Lo anterior implica, primero que el vapor producido en el núcleo del reactor puede ser alimentado directamente hacia las turbinas sin necesidad de realizar algún tratamiento posterior como en otros diseños de reactores nucleares; y segundo, al no utilizar altas presiones, ni utilizar circuitos secundarios se reducen los materiales y los costes de construcción bajan (Othman, 2004).

Los reactores de agua en ebullición (BWR) constan de un combustible de uranio, normalmente dióxido de Uranio ( $\text{UO}_2$ ), en forma de pastillas cilíndricas, apiladas dentro de una varilla con un encamisado de zircaloy. Estas varillas están agrupadas en un arreglo cuadrático denominado ensamble de combustible. Los ensambles de combustible son colocados al interior de la vasija del reactor para formar el núcleo del reactor. En promedio, en un reactor tipo BWR hay 700 ensambles de combustible. Para remover el calor generado por la fisión nuclear, se circula a través del núcleo del reactor que, a causa de la transferencia de calor, llega hasta su punto de ebullición y produce vapor (Othman, 2004). La mezcla de agua y vapor

| Características                       | BWR              | PWR          |
|---------------------------------------|------------------|--------------|
| Referencia de diseño de manufactura   | General Electric | Westinghouse |
| No. sistemas de enfriamiento          | 1                | 2            |
| Refrigerante primario                 | $H_2O$           | $H_2O$       |
| Refrigerante secundario               | -                | $H_2O$       |
| Conversión de energía                 |                  |              |
| Potencia térmica bruta (MW(th))       | 3579             | 3411         |
| Potencia eléctrica neta (MW(e))       | 11787            | 1148         |
| Eficiencia (%)                        | 32.9             | 33.5         |
| Termohidráulica                       |                  |              |
| Refrigerante primario                 |                  |              |
| Presión (MPa)                         | 7.17             | 15.5         |
| Temperatura inicial (°C)              | 278              | 286          |
| Temperatura prom. final (°C)          | 288              | 324          |
| Flujo en el núcleo del reactor (Mg/s) | 13.1             | 17.4         |
| Refrigerante secundario               |                  |              |
| Presión (MPa)                         | -                | 15.5         |
| Temperatura inicial (°C)              | -                | 286          |
| Temperatura prom. final (°C)          | -                | 324          |

Tabla 2.1: Comparación de las principales condiciones de operación de un reactor de un reactor BWR con un reactor PWR(Todreas y Kazimi, 1993)

sale por arriba del núcleo y entra a los secadores, donde las gotas de agua son separadas de vapor y son devueltas al reactor. El vapor restante pasa a los secadores de vapor y después se va por la línea de vapor. Todo lo anterior, como se puede observar en la figura 2.1, está contenido en la vasija del reactor, las líneas de vapor se conectan en la parte externa superior de la vasija y el vapor alimenta directamente a la turbina.

Posteriormente, para completar el ciclo termo-hidráulico el vapor ya condensado en agua pasa por procesos de purificación para garantizar que el agua se mantiene con el nivel de pureza adecuado y se bombea de regreso a la vasija.

Las principales ventajas que tiene un BWR es que tiene un diseño simplificado y reducido en comparación con lo otros diseños de reactores, por consiguiente, tiene bajos costos de mantenimiento y operación en comparación. Aunque entre sus desventajas, estarían la posibilidad de en caso de presentar una fuga en cualquier varilla de combustible que haría que el agua se contaminará y alcanzarán la turbina y al resto del ciclo, otro riesgo que existe es que el combustible se funda si el agua es evaporada repentinamente (Zohurig, 2017). Aunque también se debe mencionar que ambos riesgos a través de ingeniería de calidad son minimizados y previstos de forma precisa. Normalmente estos reactores operan a una presión cerca de las 70 atmósferas, por lo tanto, el punto de ebullición del agua es de 285 °C. Esta temperatura de operación da un eficiencia de Carnot de solo 42%, mientras que la eficiencia operativa es de 32%, un poco menos que los reactores de agua a presión (PWR), como se muestra en la figura 2.1.

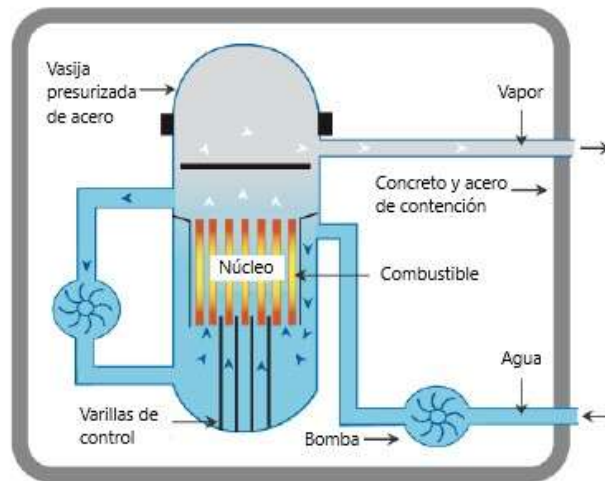


Figura 2.1: Diagrama simplificado de un Reactor de Agua en Ebullición (BWR). (Brennen, 2014)

### 2.2.1. Núcleo del reactor nuclear (BWR)

Consiste principalmente de ensambles de varillas de combustible y canales de agua, de forma que el agua fluya a lo largo de las barras de combustible, proporcionando un elemento moderador adicional y remueva el calor generado por la fisión. Los ensambles de combustible están dentro de un canal cerrado y normalmente son agrupados en un ramo de cuatro ensambles de combustible. El canal que encierra cada ensamble previniendo cualquier cruzamiento de fluido entre los canales que cubren a cada ensamble. Esta agrupación de 4 ensambles de combustible con su respectivo canal se denomina celda de combustible. Las celdas se colocan al interior de la vasija y forman el núcleo del reactor.

**Pastillas de combustible** Estas pastillas se elaboran a partir de óxido de uranio en polvo, compactado para formar pastillas que tienen la forma de un cilindro circular recto. En los reactores de agua en ebullición (BWR) las pastillas de combustible tienen aproximadamente 1.24 cm de diámetro. Estas pastillas se sinterizan (manteniéndolas a temperaturas elevadas) a 1600-1700 °F durante varias horas, para formar un material cerámico. El óxido de uranio cerámico es químicamente inerte a las temperaturas de operación del material del encamisado. Al ser un material cerámico, las pastillas de UO<sub>2</sub> son resistentes a la interacción con el agua y pueden soportar temperaturas relativamente altas (hasta 4530 °F como máximo).

**Varillas de combustible** El dióxido de uranio está presente en forma de pastillas de combustibles, empaquetados en tubos de zircaloy que miden 4.064 m de largo y una longitud activa de 3.81 m (Brennen, 2014). Las paredes de los tubos miden aproximadamente 1.43 cm en el diámetro externo de la varilla. El espacio entre la pastilla de combustible y la pared de la varilla se llama huelgo como se ilustra en la figura 2.2. En la parte superior de la barra, como se muestra en la figura 2.3 existe un espacio llamado plenum, que son los 0.254 m restantes forman parte de la zona activa. En el plenum se encuentra un recipiente pequeño que contiene circonio en polvo para eliminar el hidrógeno que puede generarse en el interior de la varilla, también en el plenum se atrapan los gases de los productos de fisión y existe

| Características                      | Reactor BWR      |
|--------------------------------------|------------------|
| Núcleo                               |                  |
| Eje                                  | Vertical         |
| No. de ensambles                     | 748              |
| Distancia entre ensambles(mm)        | 152              |
| Altura del combustible activo (m)    | 3.81             |
| Diámetro equivalente (m)             | 4.70             |
| Peso total del combustible (ton)     | 156 $UO_2$       |
| Vasija del reactor                   |                  |
| Dimensiones internas (m)             | 6.05D x 21.6 H   |
| Espesor del muro (mm)                | 152              |
| Material                             | Acero Inoxidable |
| Otras características                |                  |
| Densidad de potencia promedio (kW/L) | 54.1             |
| Potencia lineal                      |                  |
| Promedio del núcleo (kW/m)           | 19.0             |
| Máxima del núcleo (kW/m)             | 44.0             |

Tabla 2.2: Principales características de un Reactor de agua en ebullición (BWR)(Todreas y Kazimi, 1993)

| Características       | Pastillas de BWR |
|-----------------------|------------------|
| Geometría             | Cilíndrico       |
| Dimensiones (mm)      | 10.4D x 10.4 H   |
| Forma química         | $UO_2$           |
| Porcentaje fisionable | 1.7 $^{235}U$    |
| Isotopo fértil        | $^{238}U$        |

Tabla 2.3: Principales características de las pastillas de combustible para un reactor nuclear de agua en ebullición (BWR)(Todreas y Kazimi, 1993)

un resorte que mantiene las pastillas de combustible en contacto y fijas en su posición. Las varillas de zircaloy están soldados con tapas también de zircaloy y hechos para soportar presiones internas de 1800 psia y presiones externas de 1100 psig. Típicamente, un reactor de agua en ebullición (BWR) tiene alrededor de 47,000 varillas de combustible distribuidas en ensambles (Brennen, 2014).

**Celdas de Control** El núcleo de un reactor de agua en ebullición (BWR) consiste de los ensambles de combustible colocados sobre una placa soporte y dentro de una cubierta metálica envolvente con espacio suficiente para la inserción de las barras de control. Dentro del núcleo se forman celdas de control, y cada una está formada por 4 ensambles de combustible y una barra de control. Cada ensamble en promedio tiene 8 varillas por lado, conteniendo 63 varillas de combustible y una que contiene agua, estas varillas están distribuidas de forma que hacen un ensamble cuadrado encajonando dentro del canal, contenido dentro la caja del

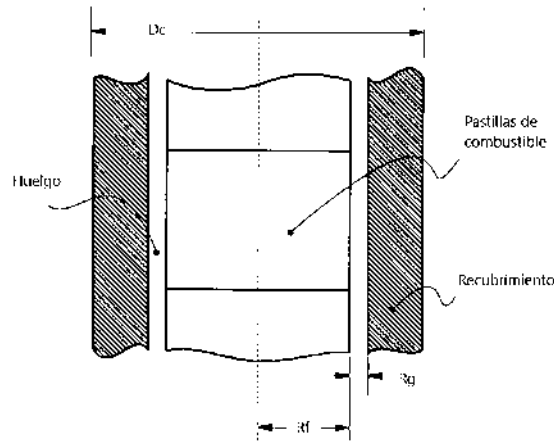


Figura 2.2: Diagrama simplificado de una pastilla de combustible (Todreas y Kazimi, 1993)

canal, el cual está hecho de zircaloy, y a través de él fluye el refrigerante (Akimoto et al., 2016). En el centro de cada celda, en el espacio entre cada ensamble de combustible se coloca una barra de control como se puede ver en la figura 2.4.

Las varillas de combustible están sujetas en dos placas para mantener la separación adecuada. El espaciador mostrado en la figura 2.4 es usado para mantener el espacio entre las varillas de combustible. Alrededor de 7 espaciador son colocado de forma axial.

Hay aproximadamente 764 celdas de control instaladas en el núcleo de un reactor nuclear de agua en ebullición (BWR).

**Moderador** Es una sustancia que tiene una doble función dentro del reactor nuclear de agua en ebullición (BWR); la primera es moderar la velocidad de los neutrones resultantes de la fisión y que escapan de las varillas de combustibles, pasando de un estado de energía elevada a menor energía y su segunda función es la de extraer la energía que es liberada en el reactor en forma de calor, dicho fenómeno será el objeto de estudio de esta tesis. La solución a la ecuación de calor unidimensional desde el centro de la pastilla de combustible nuclear hasta el refrigerante. Los moderadores de mayor uso son el agua común o ligera, el agua pesada, enriquecida en deuterio, y el grafito. En los reactores de agua en ebullición (BWR) el agua común es seleccionada como moderador porque es barata, está fácilmente disponible, posee características de transferencia de calor, que al presurizarla, pueden ser extendidas más allá de su estrecho intervalo de temperatura ambiente inhibiendo la ebullición.

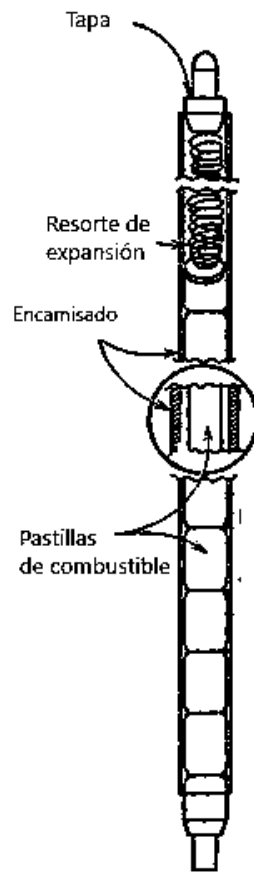


Figura 2.3: Diagrama simplificado de una varilla de combustible. (Brennen, 2014)

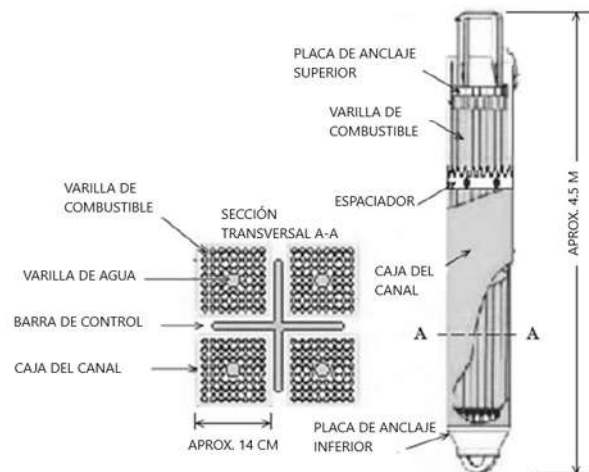


Figura 2.4: Diagrama simplificado de un ensamble de un BWR. (Akimoto et al., 2016)

# Capítulo 3

## Descripción del fenómeno

### 3.1. Generación de calor

La generación de calor en un reactor nuclear se presenta básicamente por dos fenómenos. El primero y más evidente es la potencia instantánea que es la energía cinética de los productos de fisión, los neutrones instantáneos y emisión de energía gamma, como resultados de las fisiones de uranio y plutonio. Todo esto representa aproximadamente el 85.5% de la energía total generada.

Por otra parte el segundo fenómeno que se presenta que es capaz de generar energía es la potencia retardada, ésta es el resultado de la desintegración de los productos de fisión, aunque en términos de potencia es considerablemente menor a la potencia instantánea, es imprescindible tenerla en cuenta en cualquier modelo debido a que por una gran cantidad de tiempo se encuentra presente y en magnitud casi constante.

Las energías instantáneas y retardadas son contenida en un fenómeno llamado "Deposición". Este fenómeno ocurre por la absorción de los neutrones liberados por la fisión nuclear que al chocar con materiales como el combustible propio, el refrigerante o gas del huelgo, se transforma la energía cinética de los neutrones en energía térmica. El principal receptor es el combustible.

En este trabajo el calor producido será asumido como proporcional a el flujo de neutrones y, además, se considerará que es uniforme a través de el área transversal de la varilla del combustible que se muestra en la figura 3.1.

Donde:

- $R_f$  es el radio de la pastillas de combustible.
- $K_f$  es la conductividad térmica del combustible.
- $b$  es el ancho del encamisado.
- $K_C$  es la conductividad térmica del encamisado.
- $T_M$  es la temperatura en el centro del combustible.
- $T_{FS}$  es la temperatura en la superficie del combustible.
- $T_{CS}$  es la temperatura en el radio interior del encamisado.
- $T_S$  es la temperatura en la superficie exterior del encamisado.

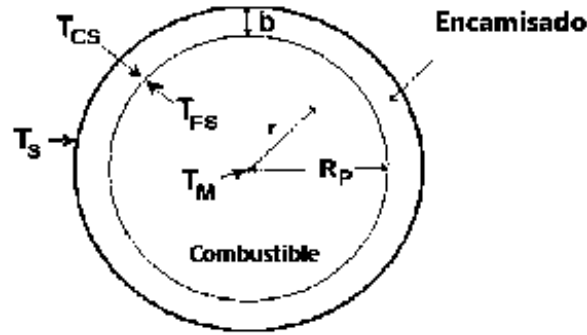


Figura 3.1: Diagrama transversal simplificado de una varilla de combustible. (Brennen, 2014)

Nótese que la  $T_{FS} \neq T_{CS}$ , debido a el huelgo existente en esta zona. También debe asumirse que los gradientes de temperatura en dirección axial son muy pequeños comparados con el gradiente en dirección radial y por lo tanto, el flujo principal de calor toma lugar a lo largo de este eje.

### 3.2. Transferencia de calor por conducción

El flujo de calor es la cantidad de calor transferido por unidad de tiempo que atraviesa una superficie isotérmica, la cual sigue la ley de Fourier 3.5.1 y se considera también que su velocidad de propagación es infinita o instantánea. El medio de la transferencia de calor es siempre un conjunto de partículas y la propagación del calor es el resultado de sus interacciones. Los gases normalmente transmite su energía por medio de colisiones entre partículas y de su movimiento de traslación, en los líquidos es transferida por los procesos de oscilaciones elásticas de las partículas (D'Auria et al., 2017) y en los sólidos la transferencia se realiza de dos formas. La primera es el aumento de del movimiento de una partícula a un nivel de energía (temperatura) más alto imparte energía con los partículas adyacentes que se encuentran en niveles de energía más bajo. El segundo se da por medio de electrones libres. Esto es importante para conductores metálicos. La capacidad que tiene los sólidos para conducir el calor (conductividad térmica) varía en proporción a la concentración de electrones libres, por lo que no es extraño que los metales puros sean lo mejores conductores de calor. (Welty et al., 1991).

Como consecuencia de las constantes colisiones y absorción de los neutrones con los núcleos atómicos de sus alrededores se tienden a presentar un incremento en la temperatura, lo cual a su vez, puede ocasionar un gradiente importante de temperatura que propicia la transferencia de calor por medio de la conducción, radiación y convección.

Como se dijo anteriormente, la ley de Fourier gobierna este fenómeno y se expresa de forma completa para una dirección de la siguiente manera (Zohurig, 2017)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right) + q''' = \rho C_p \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \quad (3.2.1)$$



Donde el primer término representa la transferencia de calor, el segundo término la generación y el tercer término es el referente a la acumulación.

Esta ecuación expresada en coordenadas cilíndricas es:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rk \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right) + q''' = \rho c_p \frac{\partial T(r,t)}{\partial t} \quad (3.2.2)$$

Donde:

$\frac{\partial T(r,t)}{\partial r}$  es la variación de la función temperatura con respecto a el radio,  $k$  es la conductividad térmica del material,  $\rho$  es la densidad del material  $T$  es la temperatura y  $c_p$  es la capacidad calorífica del material.

Ahora considerando una transferencia de calor en estado estable y con generación de calor en el medio, el término que representa la acumulación de la ecuación 3.2.2 se vuelve cero, y obtenemos la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rk \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right) + q''' = 0 \quad (3.2.3)$$

Y si la transferencia de calor se da sin generación de calor en medio, el término que representa la generación de calor en la ecuación 3.2.2 se vuelve cero, por lo que la ecuación 3.2.3 se convierte en la siguiente ecuación:

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rk \frac{\partial T(r,t)}{\partial r} \right) = 0 \quad (3.2.4)$$

La solución analítica y numérica de las ecuaciones anteriores serán presentadas en los capítulos siguientes.

### 3.3. Ebullición nucleada y regímenes de flujo

Una característica importante en un reactor nuclear de agua en ebullición (BWR) es la posibilidad de utilizar el calor latente de vaporización del agua para retirar el calor generado en el núcleo, a este proceso se le conoce como ebullición nucleada.

Al tener dos fases del refrigerante en el canal es necesario conocer comportamiento o distribución del fluido acuerdo a las condiciones que se pueden alcanzar dentro de un reactor nuclear, un tipo de distribución geométrica de los componentes es conocida como regímenes de flujo o patrones de flujo (Brennen, 2014). Estos patrones de flujo se ven afectados principalmente por:

- Gravedad. Provoca diversas disposiciones físicas de las fases dependiendo de la orientación de la tubería, por ejemplo en una tubería vertical la fase líquida irá más despacio que el vapor y en horizontales o inclinadas el líquido vaya a la parte inferior del canal o la tubería.
- Tensión superficial. Mantiene la superficie del canal mojada y permite que la formación de gotas de líquidos pequeñas y las burbujas de vapor pequeñas adopten una forma esférica.

- Fracción de hueco o vacío. Es la cantidad de vapor de agua presente en el canal en una cantidad de refrigerante determinada y es un parámetro importante para poder conocer el régimen en el que se encuentra el refrigerante en un punto en específico.
- Transmisión de calor. Hace que el fluido vaya presentado diversos regímenes de acuerdo a su posición en el canal.

Normalmente en los reactores nuclear de agua en ebullición (BWR) los canales de flujo se forman en disposición vertical, por lo que nos centraremos en los regímenes de tuberías verticales. Los regímenes de flujo más importantes son:

- Régimen bubbly. Se presenta cuando la fase líquida se encuentra de forma continua y el vapor en forma de burbujas de pequeño tamaño. Este régimen de flujo aparece para fracciones de hueco bajas (0-0.03).
- Régimen slug. Se presenta cuando las burbujas aumentan su presencia en el canal y se unen para formar burbujas alargadas, cuyo diámetro es casi el de la tubería, se encuentra en intervalos de fracciones de hueco de 0.02 a 0.75.
- Régimen churn. Se presenta en caso de tener velocidad altas de flujo, impidiendo formaciones de burbujas alargadas del régimen slug y ocasionando un flujo más turbulento, localmente oscilatorio y sin estructura geométrica aparente. Este régimen aparece en intervalos de 0.2 a 0.75.
- Régimen annular. Si la presencia de la fase gaseosa aumenta, entonces la fase líquida comienza a fluir a través de la pared de la tubería formando una película y el vapor fluye por la zona central. Tiene un intervalo de fracción de huecos de 0.75 a 0.9.
- Régimen mist o disperse. La fracción de huecos es muy alta, entre 0.95 a 1.0, por lo que el líquido se presenta en forma de pequeñas gotas que fluyen a través de la tuberías arrastradas por el vapor de agua.

Estos patrones de flujo son representados en la Figura 3.2

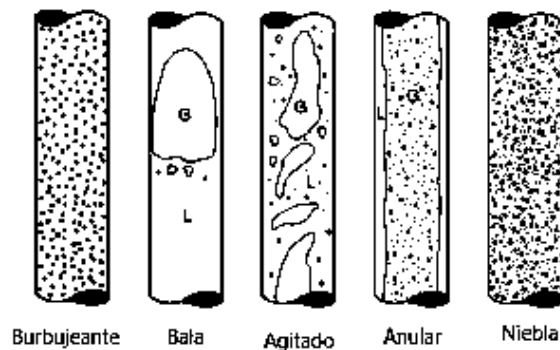


Figura 3.2: Representación gráfica de los regímenes de flujo más importantes presentes en una tubería vertical con dos fases (Brennen, 2014)

Estos regímenes se presentan a lo largo del canal y evolucionan de acuerdo a la cantidad de calor que vayan retirando de las varillas del combustible como se muestra en la Figura 3.3 y se menciona enseguida:

1. La temperatura en la pared está por debajo de la temperatura de ebullición nucleada y la transferencia de calor en el fluido entrante se realiza en forma de convección.
2. Conforme se avanza en la pared se alcanza la temperatura de ebullición nucleada y se comienza con la ebullición nucleada y se entra en el régimen burbujeante, se forman pequeñas burbujas de vapor en la pared y que al desprenderse viajan para transmitir calor al líquido refrigerante.
3. Cuando se supera la temperatura anterior se comienza con la ebullición nucleada subenfriada. En este punto la producción de burbujas se incrementa por lo que se unen y entran al régimen bala o agitado, de acuerdo a la velocidad que el fluido refrigerante.
4. Cuando el fluido alcanza la temperatura de ebullición nucleada saturada, se presenta en el régimen anular por lo que las burbujas vapor del centro del canal han crecido tanto que ahora la mayor parte del refrigerante entre las varilla combustibles es vapor con algunas gotas líquidas y en las paredes existe una película de agua. La convección forzada a través de la película del líquido arrastra el calor hasta la interfase con el vapor donde se produce el vapor.
5. Si la película del líquido se evapora por completo se entra al régimen niebla, y a partir de este punto la transferencia de calor se produce directamente con la fase vapor, y aun que existe pequeñas gotas de agua, el vapor impide que estas lleguen a las paredes con lo cual se tiene una refrigeración inadecuada y que puede ocasionar un súbito aumento en la temperatura de la pared y si la condición se mantiene se puede producir daño local en las paredes, por lo que a este punto recibe el nombre de flujo de calorífico crítico (CHF).
6. Finalmente, si se rebasa este punto las pocas gotas de agua contenidas en el vapor serán evaporadas y entonces la temperatura comenzará a incrementar de forma importante y es posible un accidente.

### 3.4. Distribución de temperatura en un reactor nuclear de agua en ebullición (BWR)

Como la mayor parte de la energía es depositada en el combustible la temperatura máxima encontrada en el núcleo del reactor está en el centro de la varilla, lo cual nos da una de las condiciones de frontera necesarias para resolver de forma analítica la ecuación 3.2.2. La temperatura, conforme se aleja del centro de la varilla de combustible decrece y esa caída de la temperatura aumenta cuando en el huelgo y el encamisado, hasta que el calor es transferido hasta la superficie externa del encamisado, por medio de la conducción, para luego mediante mecanismos de convección y conducción sea transferido al moderador-enfriador. El flujo de calor que puede ser transferido varía de acuerdo a la cantidad de agua evaporada en el canal, esto debido a que el flujo de neutrones es afectado por la cantidad de deflectores que se encuentre en el canal, el agua líquida se comporta como un deflector mientras que su vapor no. Este fenómeno afecta fuertemente el comportamiento de las temperaturas del reactor y es indispensable poder controlar, predecir y monitorear esta variable con fines de

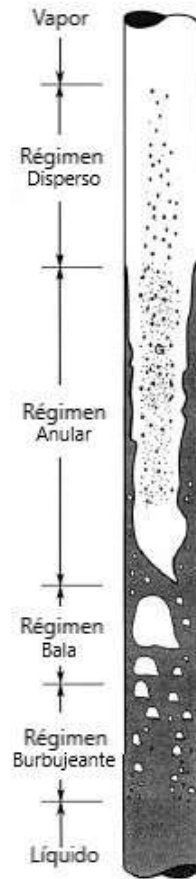


Figura 3.3: Representación gráfica de la evolución de los regímenes de flujo a lo largo de un canal vertical (Brennen, 2014)

seguridad y un correcto funcionamiento, por estas razones es importante acoplar dos disciplinas muy importantes en la ingeniería nuclear, la termohidráulica y neutrónica. Ambas están enfocadas en partes del reactor muy diferentes, mientras que la termohidráulica se refiere a las propiedades y comportamiento del refrigerante, la neutrónica se refiere a las propiedades y comportamiento del combustible y a la fisión misma.

Para conocer el perfil de temperatura correcto en un reactor de agua en ebullición (BWR) es necesario desarrollar ambas disciplinas en simultáneo hasta un punto de convergencia donde los resultados de una disciplina concuerden con los resultados de la otra.

### 3.5. Conductividad térmica

La conductividad térmica ( $k$ ), está definida por la ecuación (Welty et al., 1991):

$$\frac{q_x}{A} = -k \frac{dT}{dx} \quad (3.5.1)$$

Esta propiedad está principalmente en función de la temperatura y varía de manera significativamente solamente con los gases. Para los sólidos existen mediciones muy precisas de la

conductividad térmica debido a que no existe desplazamientos de moléculas como lo sería las corrientes en la convección.

Esta propiedad será fundamental influye considerablemente en la solución de las ecuaciones 3.2.3 y 3.2.4, en el siguiente capítulo se declaran valores encontrados en diversas fuentes bibliográficas.



# Capítulo 4

## Planteamiento del problema

Ahora con la información presentada anteriormente y con el objetivo de conocer el comportamiento del flujo de calor en un reactor de ebullición nuclear (BWR), se toman las siguientes consideraciones para la simulación:

1. El flujo de calor en la varilla del reactor nuclear no presenta acumulaciones por lo que se considera en estado estacionario.
2. Las variaciones de flujo de calor en la dirección axial es despreciable en comparación con la dirección radial, por lo que se considera continuas.
3. Se considera que las conductividades caloríficas son constantes en los diferentes materiales.
4. Se considera que no hay dilatación o contracción en los materiales que conforman las varillas durante la simulación.

Para la modelación de este problema hemos planteado dividir la varilla de combustible en los siguientes componentes:

1. Combustible
2. Huelgo
3. Encamisado

El cuál está rodeado por refrigerante como se muestra en la figura 4.1.

Este planteamiento ayuda a segmentar por tipo de material de forma que se divide el problema principal en tres partes que puede ser representadas con ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden, por lo tanto, si se resuelven dichas ecuaciones de forma consecutiva se tendrá una descripción del flujo de calor a lo ancho de la varilla de forma precisa.

La ecuación que modela la pastilla de combustible parte de la ecuación 3.2.3 y las ecuaciones que modelan el huelgo y el encamisado parten de la ecuación 3.2.4, pero la solución a dichas ecuaciones solo estará completa si se tiene las condiciones de frontera necesarias para encontrar una solución determinada del conjunto de soluciones posibles. Las condiciones de

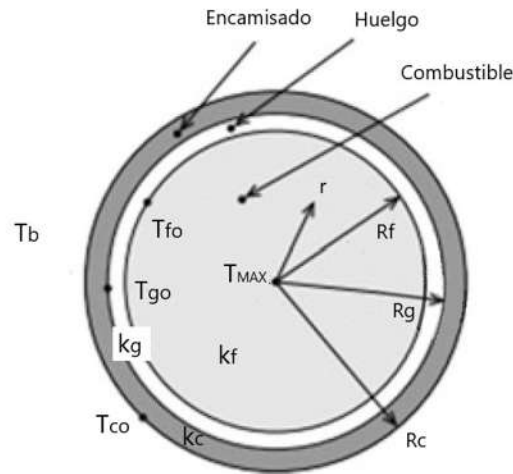


Figura 4.1: Diagrama radial de una varilla de combustible con los tres componentes principales. (Akimoto et al., 2016)

frontera se plantean a partir de considerar que el máximo de temperatura se encuentran en el centro de la varillas, expresando matemáticamente como:

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_{r=0} = 0 \quad (4.0.1)$$

Las constantes con las que representaremos características fisicoquímicas del modelo, tales como los radios, las conductividades térmicas de los materiales, entre otras están enunciadas en el cuadro 4.1.

Para la solución numérica de estas tres ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden se utilizará el método de Runge-Kutta de cuarto orden, pero esto plantea algunos inconvenientes:

1. El método de Runge-Kutta de cuarto orden es para ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, debido a lo cual se deberá agregar una variable adicional para convertir las EDO de segundo orden a un sistema de EDO's de primer orden y así poder llegar al resultados de las ecuaciones.
2. El método de Runge-Kutta de cuarto orden es un método de incrementos que debe partir de valores iniciales, en otras palabras, debemos partir de las temperaturas del centro de la pastilla hacia el refrigerante, pero la simulación debe de partir de de la temperatura del refrigerante ya que es la más fácil de medir y el valor que normalmente se conoce (Zill et al., 2009).

Para solucionar este inconveniente se propondrá una temperatura en el centro de la pastilla, se solucionará las ecuaciones y se compararán los resultados calculados con los valores esperados y se iterará hasta que los resultados calculados coincidan con los valores esperados.



| Constantes   | Valores                | Referencia              |
|--|------------------------|-------------------------|
| Radio del encamisado, $R_c$ , (m)  | $6,125 \times 10^{-3}$ | Othman (2004)           |
| Radio del huelgo, $R_g$ , (m)  | $6,02 \times 10^{-3}$  | Othman (2004)           |
| Radio del combustible, $R_f$ , (m)   | $5,94 \times 10^{-3}$  | Othman (2004)           |
| Conductividad térmica del encamisado, $K_c$ , (W/mk)                         | 13,0                   | Todreas y Kazimi (1993) |
| Conductividad térmica del huelgo, $K_g$ , (W/mk)                             | 0,3                    | Akimoto et al. (2016)   |
| Conductividad térmica del combustible, $K_f$ , (W/mk)                        | 3,6                    | Todreas y Kazimi (1993) |
| Temperatura del refrigerante, $T_b$ , (°C)                                   | 288                    | Todreas y Kazimi (1993) |
| Coefficiente de transferencia de calor del refrigerante, $h_{wall}$ , (W/mK) | $3,6 \times 10^4$      | Todreas y Kazimi (1993) |
| Densidad de la generación de calor del combustible, $q'''$ , (W/mK)          | $4,00 \times 10^7$     | Othman (2004)           |

Tabla 4.1: Constantes fisicoquímicas que modelan la distribución del calor en la varilla del combustible



# Capítulo 5

## Solución numérica

### 5.1. Método de Runge-Kutta de cuarto orden

El método de Runge-Kutta de cuarto orden utiliza una función de incremento de diversos intervalos donde calcula múltiples estimaciones de la pendiente para obtener una mejor pendiente promedio de en el intervalo, entre más intervalos existan más precisión tendrá la modelación (Epperson, 2013). Para su aplicación en sistemas de ecuaciones se debe considerar que las estimaciones de las múltiples pendientes en cada intervalo no deben ser solucionadas por separado, sino que deben ser resueltas de forma ordenada e intercalada entre pendientes esto debido a que su dependencia cruzada (Hamming, 1973).

Para una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden como:

$$\frac{d^2}{dt^2} = f(x, v, t) \quad (5.1.1)$$

Con las condiciones iniciales tales que

$$\begin{aligned} x(t_0) &= x_0 \\ \left(\frac{dx}{dt}\right)_{t_0} &= v_0 \end{aligned} \quad (5.1.2)$$

Por lo que una ecuación diferencial de segundo orden es equivalente a un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden por lo que se puede aplicar el siguiente esquema (Chapra y Canale, 2015):

$$\frac{dx}{dt} = v \quad (5.1.3)$$

$$\begin{aligned} k_1 &= hv \\ k_2 &= h * f\left(v + \frac{1}{2}l_1\right) \\ k_3 &= h * f\left(v + \frac{1}{2}l_2\right) \\ k_4 &= h * f(v + l_3) \end{aligned} \quad (5.1.4)$$

$$\frac{dx}{dt} = f(x, v, t) \quad (5.1.5)$$

$$\begin{aligned}
l_1 &= h * f(x, v, t) \\
l_2 &= h * f\left(x + \frac{1}{2}k_1, v + \frac{1}{2}l_1, t + \frac{1}{2}h\right) \\
l_3 &= h * f\left(x + \frac{1}{2}k_2, v + \frac{1}{2}l_2, t + \frac{1}{2}h\right) \\
l_4 &= h * f(x + k_3, v + l_3, t + h)
\end{aligned} \tag{5.1.6}$$

Resolviendo las ecuaciones de forma intercala entre los esquemas para resolver las siguientes ecuaciones:

$$x(t+h) = x(t) + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 3k_3 + k_4) \tag{5.1.7}$$

$$V(t+h) = v(t) + \frac{1}{6}(l_1 + 2l_2 + 3l_3 + l_4) \tag{5.1.8}$$

Se ha seleccionado el método numérico de Runge-Kutta de cuarto orden por su exactitud, facilidad de programación y poco trabajo de computacional sobre otros métodos que son más utilizados para este tipo de problemas (Chapra y Canale, 2015) . En las siguientes secciones se presentarán el desarrollo de las ecuaciones 3.2.3 y 3.2.4, así como el algoritmo que se siguió para llegar a una solución.

## 5.2. Solución numérica para la ecuación de transferencia de calor por generación

Partiendo de la ecuación 3.2.3 y considerando que la temperatura solo varía de acuerdo al radio.

$$-\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r k_f(T) \frac{dT}{dr} \right) = q''' \tag{5.2.1}$$

Considerando de la ecuación 5.2.1 que  $k_f(T)$  como constante y derivando el resto tenemos que:

$$-\frac{K_f}{r} \left( r \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} \right) = q''' \tag{5.2.2}$$

Simplificando la ecuación 5.2.2

$$-K_f \frac{d^2T}{dr^2} - \frac{K_f}{r} \frac{dT}{dr} = q''' \tag{5.2.3}$$

Despejando  $\frac{d^2T}{dr^2}$  de la ecuación 5.2.3

$$\frac{d^2T}{dr^2} = -\frac{q'''}{K_f} - \frac{1}{r} \frac{dT}{dr} \tag{5.2.4}$$

Es importante recordar que para resolver la ecuación 5.2.1 se deben tener las siguientes condiciones de frontera.

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_{r=0} = 0 \quad (5.2.5)$$

$$(T)_{r=0} = T_{Max} \quad (5.2.6)$$

La ecuación 5.2.4 es una EDO de segunda orden y para resolverse por medio por el método de Runge-Kutta de cuarto orden se debe transformar a un sistema de ecuaciones diferenciales mediante un cambio de variable. Aplicando un cambio de variable

$$\frac{dT}{dr} = y \quad (5.2.7)$$

Si se deriva ambos términos de la ecuación 5.2.7, obtenemos:

$$\frac{d^2T}{dr^2} = \frac{dy}{dr} \quad (5.2.8)$$

Sustituyendo la ecuación 5.2.7 y la ecuación 5.2.8 en la ecuación 5.2.4, tenemos la siguiente ecuación:

$$\frac{dy}{dr} = -\frac{q'''}{K_f} - \frac{1}{r}y \quad (5.2.9)$$

Para conocer los valores iniciales partiremos de las condiciones de frontera, por lo que se sustituye la ecuación 5.2.7 en la ecuación 5.2.5 de la siguiente manera:

$$(y)_{r=0} = 0 \quad (5.2.10)$$

Y los siguientes valores iniciales son dados por la ecuación 5.2.6, con lo cual nuestro sistema de ecuaciones diferenciales se compone de las ecuaciones 5.2.9 y 5.2.7, con las condiciones iniciales dadas por las ecuaciones 5.2.10 y 5.2.6, que de forma resumida expresaremos de la siguiente manera

$$\left. \begin{array}{l} \frac{dT}{dr} = y \\ \frac{dy}{dr} = -\frac{q'''}{K_f} - \frac{1}{r}y \end{array} \right\} \text{ Sistema de Ecuaciones Diferenciales} \quad (5.2.11)$$

Y estas ecuaciones 5.2.11 tiene los siguientes valores iniciales:

$$\left. \begin{array}{l} (y)_{r=0} = 0 \\ (T)_{r=0} = T_{Max} \end{array} \right\} \text{ Valores iniciales} \quad (5.2.12)$$

### 5.3. Solución numérica de la ecuación de transferencia de calor por conducción

Partiendo del ecuación 3.2.4 y considerando que  $K = K_g$  y que es constante, además de considerar que se encuentra en estado estacionario por lo que la temperatura no varía de acuerdo al tiempo y solo al radio, por lo tanto:

$$-\frac{K_g}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (5.3.1)$$

Derivando las dos variables dentro de los paréntesis de la ecuación 5.3.1 nos queda:

$$-\frac{K_g}{r} \left( r \frac{d^2 T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (5.3.2)$$

Multiplicando los términos de la ecuación 5.3.2 tenemos:

$$-K_g \frac{d^2 T}{dr^2} - \frac{K_g}{r} \frac{dT}{dr} = 0 \quad (5.3.3)$$

Entonces dejamos  $\frac{d^2 T}{dr^2}$  de la ecuación 5.3.3 y obtenemos la siguiente ecuación:

$$\frac{d^2 T}{dr^2} = -\frac{1}{r} \frac{dT}{dr} \quad (5.3.4)$$

Para resolver esta ecuación diferencial ordinaria de segundo grado por medio de método de Runge-Kutta es necesario aplicar el siguiente cambio de variable:

$$\frac{dT}{dr} = y \quad (5.3.5)$$

Derivando ambos términos de la ecuación 5.3.5 nos da:

$$\frac{d^2 T}{dr^2} = \frac{dy}{dr} \quad (5.3.6)$$

Y sustituyendo las ecuaciones 5.3.5 y 5.3.6 en la ecuación 5.3.4 conseguimos la siguiente expresión:

$$\frac{dz}{dr} = -\frac{1}{r} y \quad (5.3.7)$$

Con las ecuaciones 5.3.5 y 5.3.7 se forma:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{dT}{dr} = y \\ \frac{dz}{dr} = -\frac{1}{r} y \end{array} \right\} \text{ Sistema de Ecuaciones Diferenciales} \quad (5.3.8)$$

Para saber cuales son sus valores iniciales, se toman sus condiciones de frontera

$$\left( \frac{dT}{dr} \right)_{r=R_f} = \frac{q''' R_f}{2K_f} \quad (5.3.9)$$

$$(T)_{r=R_f} = T_{Max} \quad (5.3.10)$$

Sustituimos la ecuación 5.3.5 en la ecuación 5.3.9 para la expresión:

$$(y)_{r=R_f} = \frac{q''' R_f}{2K_f} \quad (5.3.11)$$

Juntando las ecuaciones 5.3.11 y 5.3.10 obtienen los valores iniciales:

$$\left. \begin{array}{l} (y)_{g_0} = \frac{q''' R_f}{2K_f} \\ (T)_{g_0} = T_f \end{array} \right\} \text{ Valores iniciales para el huelgo} \quad (5.3.12)$$

Considerando que el mismo fenómeno ocurre para el encamisado, pero que tiene diferentes propiedades físico-químicas por lo tanto, partiendo de las condiciones iniciales 5.3.12 y adecuando las constante se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} (y)_{co} &= \frac{q'''R_g}{2K_g} \\ (T)_{co} &= T_g \end{aligned} \right\} \text{Valores iniciales para el encamisado} \quad (5.3.13)$$

También como es el mismo fenómeno es posible utilizar las ecuaciones 5.3.8 con sus respectivas condiciones iniciales para resolver las condiciones presentes en el encamisado.

## 5.4. Ecuación de la transferencia de calor por convección

El refrigerante circula alrededor de un objeto sólido (la varilla con su encamisado) que es más caliente que el refrigerante, por lo que es de esperar que la velocidad del flujo de calor a través de la interfase sólido-fluido dependerá del área de la interfase y del gradiente de temperatura (Bird et al., 1887). En la mayoría de los casos se puede utilizar el empírico coeficiente de transferencia de calor ( $h_{wall}$ ) en la ecuación 5.4.1.

$$T_{cR} = \frac{q''}{h_{wall}} + T_b \quad (5.4.1)$$

Esta ecuación es normalmente llamado ley de enfriamiento de Newton, es comúnmente utilizado para casos de calentamiento y enfriamiento (Brodkey y Hershey, 1998). Aunque no es del todo correcto denominar la ecuación 5.4.1 como ley, ya que es solo la ecuación de definición del coeficiente de transferencia de calor ( $h_{wall}$ ) (Bird et al., 1887).

## 5.5. Algoritmo de solución

El algoritmo debe comenzar con la determinación de las variables que modelan el problema físico-químicamente como los las conductividades térmicas ( $K_i$ ) de cada elemento, los radios en las que aparece cada material ( $R_i$ ), la temperatura a la que se encuentra el refrigerante ( $T_b$ ), la potencia generada por volumen de combustible ( $q'''$ ), el coeficiente de película existente entre el refrigerante y el encamisado ( $h_{wall}$ ).

Posteriormente se determinan constes importantes para el funcionamiento del algoritmo como lo son el número de divisiones entre intervalos en cada material ( $n_i$ ), el error de cálculo que se va a tolerar para la solución final y dos constantes que servirán para que en cada iteración que se haga, se este más cerca de la solución como los son  $inc$  y  $dT_{ca}$ .

Después de establecer todas las constantes, comenzamos a calcular el  $q''$  para calcular  $T_{cR}$  que será nuestro valor de comparación respecto a los datos calculados por los sistemas de ecuaciones.

Una vez determinados los sistemas de ecuaciones diferenciales 5.2.11 y 5.3.8 junto con sus respectivos valores iniciales 5.2.12, 5.3.12 y 5.3.13 es posible calcular el perfil de temperaturas que se presenta en el interior de la varilla, aunque todavía en necesario solucionar la secuencia de resolución de las ecuaciones. Para solucionar este inconveniente se sugiere suponer un valor para el valor inicial que será conocida como  $T_{fs}$  y realizar una primera iteración. Esto nos daría una  $T_c$  calculada que podemos restar a la  $T_{cR}$  y mediante esta diferencia se sabrá que

tan lejos se está del valor objetivo ( $dT_c$ ), lo cual llevará a que el algoritmo se haga la primera pregunta de control: ¿Es  $|dT_c|$  mayor que  $\epsilon$ ? Si la respuesta es no entonces se guardarán y se graficarán los datos, por otra parte, si la respuesta es sí, entonces se hará una segunda pregunta de control: ¿Es  $dT_c$  mayor a 0? Si la respuesta es sí la temperatura supuesta ( $T_{fs}$ ) restará la cantidad conocida como  $inc$ , que es la variable que se utilizará para manipular nuestro valor inicial de acuerdo al resultado anterior, si la respuesta es no, entonces se sumará  $inc$  a  $T_{fs}$ . Ambos caminos anteriores llegan a una nueva operación a la multiplicación de la diferencia de temperaturas ( $dT_c$ ) con  $dT_{ca}$ , que se predefinió anteriormente, conocida como  $MT_C$ . Lo anterior con la finalidad de poder identificar cuando entre un incremento y otro se encuentra la temperatura supuesta ( $T_{fs}$ ) correcta para resolver el problema, o sea  $dT_c = 0$ . Por lo tanto, esto llevará a la tercer pregunta de control: ¿Es  $MT_C$  menor a 0?, si la respuesta es sí la cantidad conocida como  $inc$  será dividida entre 2, por que entre los incrementos o decrementos de  $T_{fs}$  se ha pasado por la temperatura correcta y es necesario utilizar un  $inc$  más pequeño. Si la respuesta a la tercer pregunta de control es no solo se saltará el paso anterior y ambos llevarán a la operación que guarda  $dT_c$  como el nuevo  $dT_{ca}$ , con los cual se puede cerrar el bucle resolviendo de nueva cuenta las ecuaciones 5.2.11 y 5.3.8, con sus respectivas condiciones iniciales 5.2.12, 5.3.12 y 5.3.13, pero con una nueva  $T_{fs}$ .

Las tres preguntas de control, en general, tienen como objetivo buscar la mejor temperatura supuesta ( $T_{fs}$ ).

Para facilitar la interpretación de los resultados se grafican los datos obtenidos siguiendo los pasos de la figura 5.3, donde primero se determinan los datos que se quieren expresar y el número de pruebas que se quieren representar en una gráfica ( $nT$ ), posteriormente se leen y se guardan los datos obtenidos prueba por prueba en diferentes variables para comparar de visualmente los resultados.

## 5.6. Solución analítica para la ecuación de transferencia de calor por generación

Para el combustible se parte de la ecuación 5.2.1, considerando  $k_f$  como constante y despejando las diferenciales se obtiene:

$$d\left(r \frac{dT}{dr}\right) = \left(-\frac{r}{K_f} q'''\right) dr \quad (5.6.1)$$

Integrando

$$r \frac{dT}{dr} = -\frac{r^2}{2K_f} q''' + C_1 \quad (5.6.2)$$

Considerando la siguiente condición de frontera (Othman, 2004) para encontrar el valor de  $C_1$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{r=0} = 0 \quad (5.6.3)$$

Sustituyendo en la ecuación 5.6.2 tenemos que

$$C_1 = 0 \quad (5.6.4)$$



Sustituyendo la ecuación 5.6.4 en la ecuación 5.6.2 se obtiene

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{r}{2K_f} q''' \quad (5.6.5)$$

Integrando de nuevo

$$T = -\frac{r^2}{4K_f} q''' + C_2 \quad (5.6.6)$$

Considerando la siguiente condición de frontera (Othman, 2004):

$$(T)_{r=0} = T_{max} \quad (5.6.7)$$

Por lo que

$$C_2 = T_{max} \quad (5.6.8)$$

Sustituyendo la ecuación 5.6.8 en la ecuación 5.6.6 obtenemos:

$$T = T_{max} - \frac{r^2}{4K_f} q''' \quad (5.6.9)$$

Siendo la ecuación 5.6.9 la utilizada para ser comparada con el algoritmo.

## 5.7. Solución analítica para la ecuación de transferencia de calor por conducción

Para el huelgo se parte de la ecuación 3.2.4 y considerando que la temperatura no varía respecto al tiempo, la conductividad térmica es constante se puede integrar de la siguiente forma:

$$rK_g \frac{dT}{dr} = C_1 \quad (5.7.1)$$

Ahora de la siguiente condición de frontera (Othman, 2004):

$$\left( k_g \frac{dT}{dr} \right)_{r=r_f} = \frac{q''' r_f}{2} \quad (5.7.2)$$

Sustituyendo la ecuación 5.7.2 en la ecuación 5.7.1 se tiene que

$$C_1 = -\frac{q''' r^2}{2} \quad (5.7.3)$$

Ahora sustituyendo en la ecuación 5.7.1, se obtiene:

$$rK_g \frac{dT}{dr} = -\frac{q''' r^2}{2} \quad (5.7.4)$$

Integrando nuevamente de  $T_f$  a  $T$  y de  $r_f$  a  $r$  tenemos

$$T = T_f - \frac{q''' r^2}{2k_g} \ln\left(\frac{r}{r_f}\right) \quad (5.7.5)$$

Para el encamisado se tiene la misma secuencia de solución con la que pequeña variante de que cambia la constante de conductividad térmica, por lo que de forma análoga a la ecuación 5.7.6 se puede obtener la siguiente expresión:

$$T = T_f - \frac{q''' r^2}{2k_c} \ln\left(\frac{r}{r_f}\right) \quad (5.7.6)$$

Es importante mencionar que  $r$  es un punto determinado en el radio de la pastilla y que  $T$  es su temperatura en dicho punto para ambas ecuaciones.

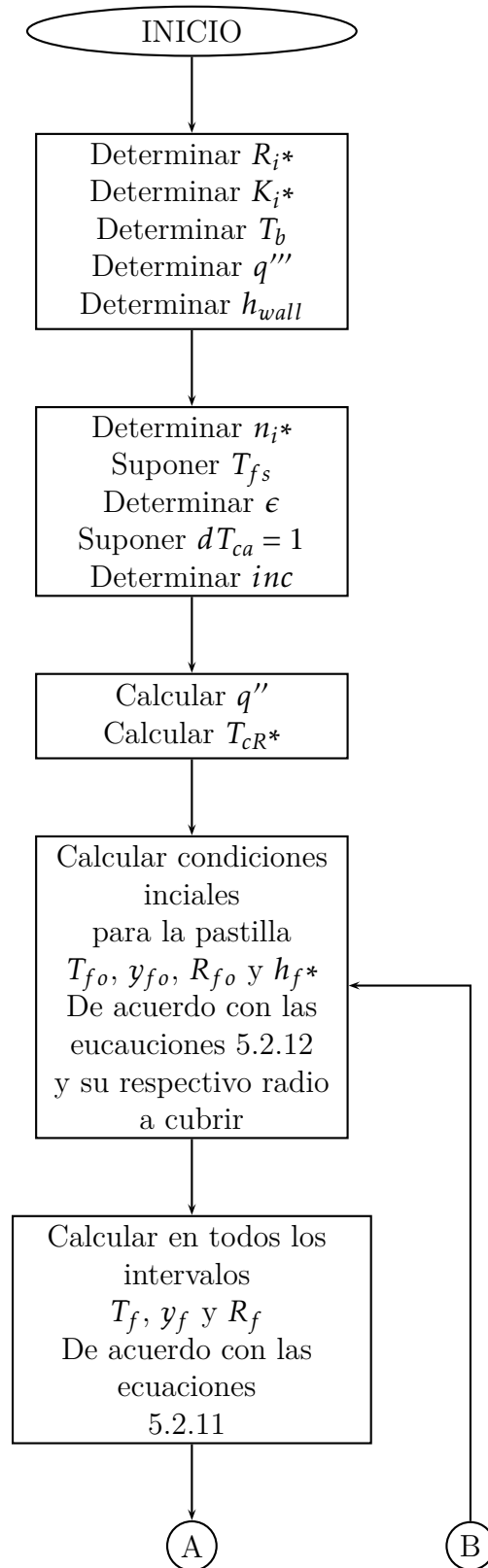


Figura 5.1: Algoritmo parte 1

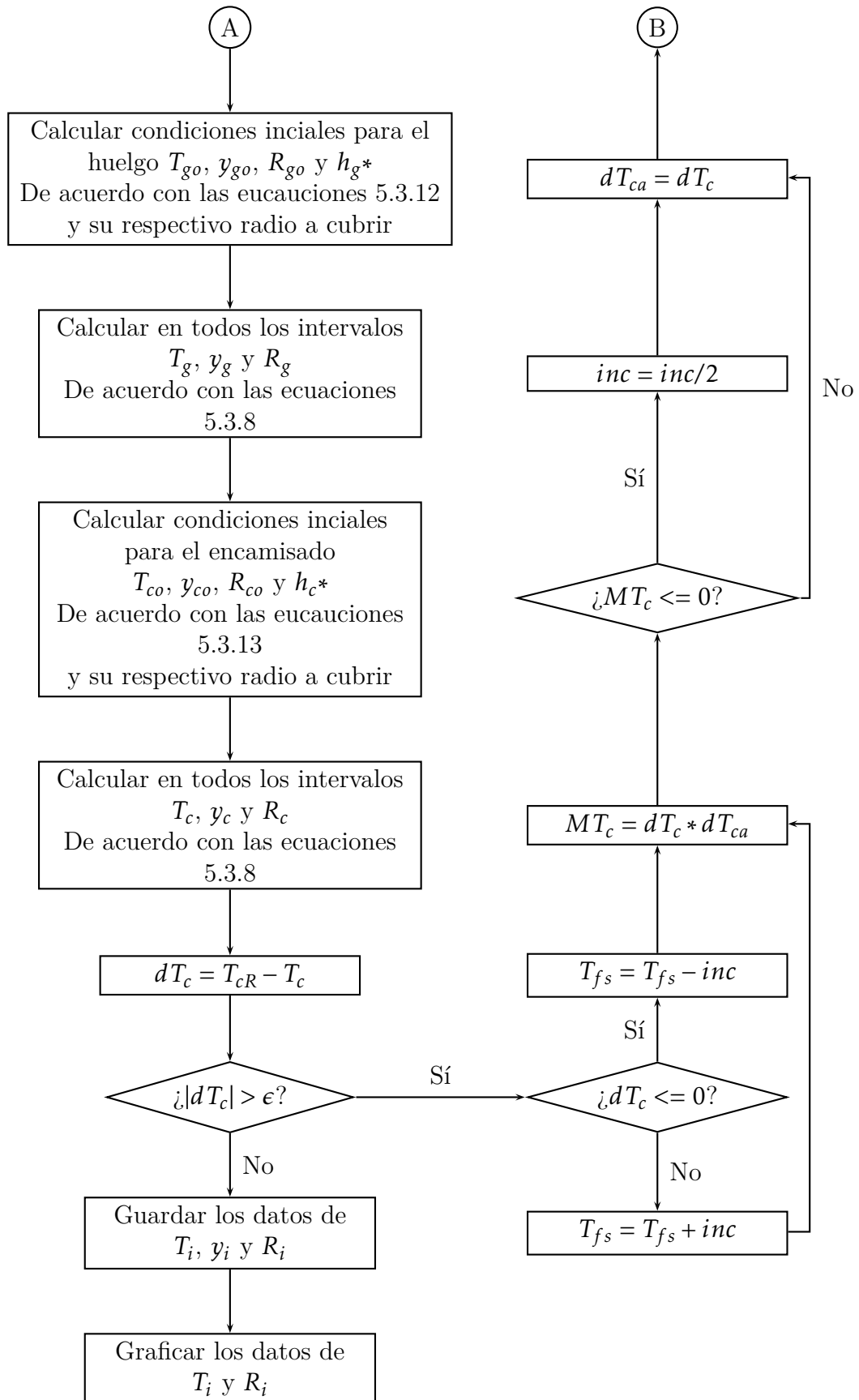


Figura 5.2: Algoritmo parte 2

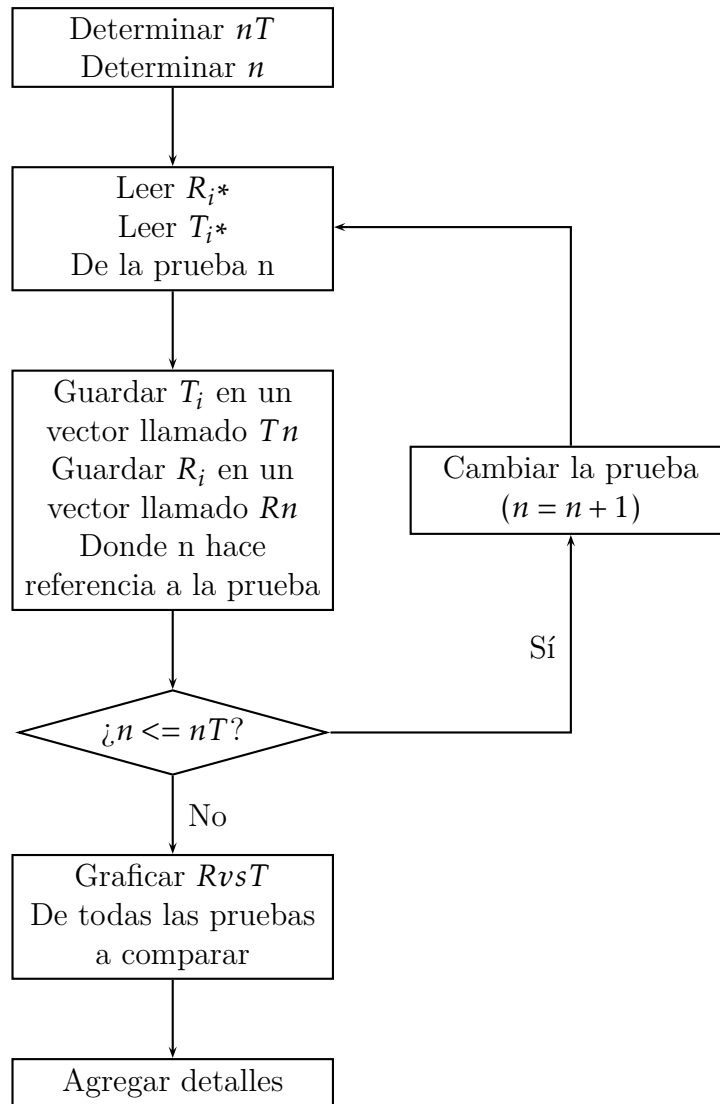


Figura 5.3: Algoritmo para graficar



# Capítulo 6

## Resultados

Para comprobar la distribución de temperatura resultante del algoritmo se compara con la obtenida de la solución analítica. En la figura 6.1 se expresan gráficamente ambas distribuciones que parten del centro de la varilla hasta la temperatura final alcanzada en el encamisado. En la figura 6.1 el método Runge-Kutta de cuarto orden, el empleado en el algoritmo de la solución, es representado de forma punteada de color rojo y el método analítico es representado con la línea continua de color azul cielo. En dicha figura se puede apreciar, a efecto de la escala, que las diferencias entre una distribución y otra es mínima, la cual queda cuantificada en el cuadro 6.1 en los puntos más importantes. En dicho cuadro, se puede observar que existen un desfase ligeramente en el centro de la varilla, pero conforme se aleja del centro el error existente va disminuyendo hasta que la diferencia es nula.

| Radio(m) | Temperatura RK4(K) | Temperatura Analítico(K) | Error(%) |
|----------|--------------------|--------------------------|----------|
| 0        | 693.163            | 692.929                  | 0.0338   |
| 0.00594  | 595.14             | 594.9195                 | 0.0371   |
| 0.00602  | 563.248            | 563.2395                 | 0.0015   |
| 0.006125 | 562.267            | 562.2670                 | 0.0000   |

Tabla 6.1: Comparación de temperaturas obtenidas en los límites radiales de cada componente de una varilla de un reactor de agua en ebullición (BWR)

En base a lo anterior, se puede considerar validos los resultados obtenidos. Es importante mencionar que tanto el algoritmo de solución como la ecuación analítica fueron evaluadas en 50 puntos del radio por sección, con los cuales se aproximó la precisión deseada y no se requirió demasiado tiempo de computo. Se puede observar en el cuadro 6.1 y en la figura 6.1 que los cambios más importantes de temperatura se presentan en la pastilla del combustible alcanzando temperaturas máximas en el centro con  $693.163^{\circ}\text{K}$  y en el extremo de la pastilla la temperatura está en los  $595.14^{\circ}\text{K}$ , con una diferencia de casi  $100^{\circ}\text{K}$ , con lo cual es una zona muy importante a tener en cuenta en caso de cambios en las condiciones termohidráulicas o neutrónicas.

Las condiciones neutrónicas y termohidráulicas influyen significativamente en el perfil de temperatura de un reactor nuclear de agua en ebullición (BWR), debido a que si el régimen del agua presenta una gran cantidad de vapor, entonces la densidad calorífica aumenta

y por lo tanto la cantidad de vapor también aumenta, retroalimentando este proceso. De lo anterior podemos destacar que se espera un aumento considerable en la densidad calorífica en el sistema y se puede considerar que la temperatura promedio aumenta de forma despreciable por lo que se puede considerar constante.

Bajo las consideraciones anteriores, se evaluará el código de solución bajo diversas densidades caloríficas para valorar su impacto en el perfil de temperatura. Los resultados se presenta a continuación en la figura 6.2, donde se muestra claramente como es que los perfiles de temperatura aumenta casi de forma paralela conforme aumenta la densidad calorífica, al analizar las ecuaciones 5.2.11 se puede entender el motivo de este comportamiento en la pastilla del combustible donde la densidad calorífica expresa cierta proporcionalidad entre el derivada de temperatura respecto al radio y la segunda derivada de la misma derivada. Por su parte en para el huelgo y el encamisado se relaciona con los valores iniciales que dependen de la densidad calorífica como se muestra en las ecuaciones 5.3.12 y 5.3.13. En la figura 6.2 es importante mencionar que para el primer valor el refrigerante se encuentra por debajo de la ebullición nucleada, los valores siguientes escalan en la cantidad de vapor que contiene el refrigerante y por lo tanto presenta densidades caloríficas más cuantitativamente más grandes. Lo anterior partiendo de las condiciones expuestas por Othman (2004).

Lo anterior se puede confirmar si graficamos la temperatura máxima presente en el centro de la pastilla de combustible contra la densidad calorífica, donde se ve claramente que existe una correlación lineal entre ambas variables para el código presentado en esta tesis, como se muestra en la figura 6.3.

Se han decido probar con diversos valores de densidad calorífica ( $q'''$ ) que esta delimitados por datos encontrados en la literatura como lo son los  $4e^7 \frac{W}{m^3}$  que propone Todreas y Kazimi (1993) como una condición de operación en reactor de agua en ebullición (BWR) y que son 10 veces menores a los que presenta Akimoto et al. (2016) con  $4e^8 \frac{W}{m^3}$  para mostrar también la distribución de temperaturas presentes en una varilla de combustible.

Otro factor importante que se puede destacar es que cuando se evalúa las densidad calorífica de  $4e^8 \frac{W}{m^3}$  la temperaturas máxima en el centro alcanza los 1,881.25 K que son muy inferiores a los 3,073.15 K que corresponden al punto de fusión de la pastilla de combustible (Todreas y Kazimi, 1993), y la temperatura máxima presentada en el encamisado es de 582.128 K que también sigue muy por debajo de los 2,123.15 K del punto de fusión del encamisado (Todreas y Kazimi, 1993). Por lo que podemos decir que la integridad estructural, al menos bajo esta simulación, cumple su función de diseño.

Conforme aumentaba la densidad calorífica del combustible se hace más notable la importancia de que exista un huelgo entre la pastilla y el encamisado, esto debido a que la temperatura decae considerablemente en un espacio muy reducido manteniendo seguro la integridad del encamisado que como se menciona anteriormente se puede ver comprometido su integridad estructural con menos temperatura.



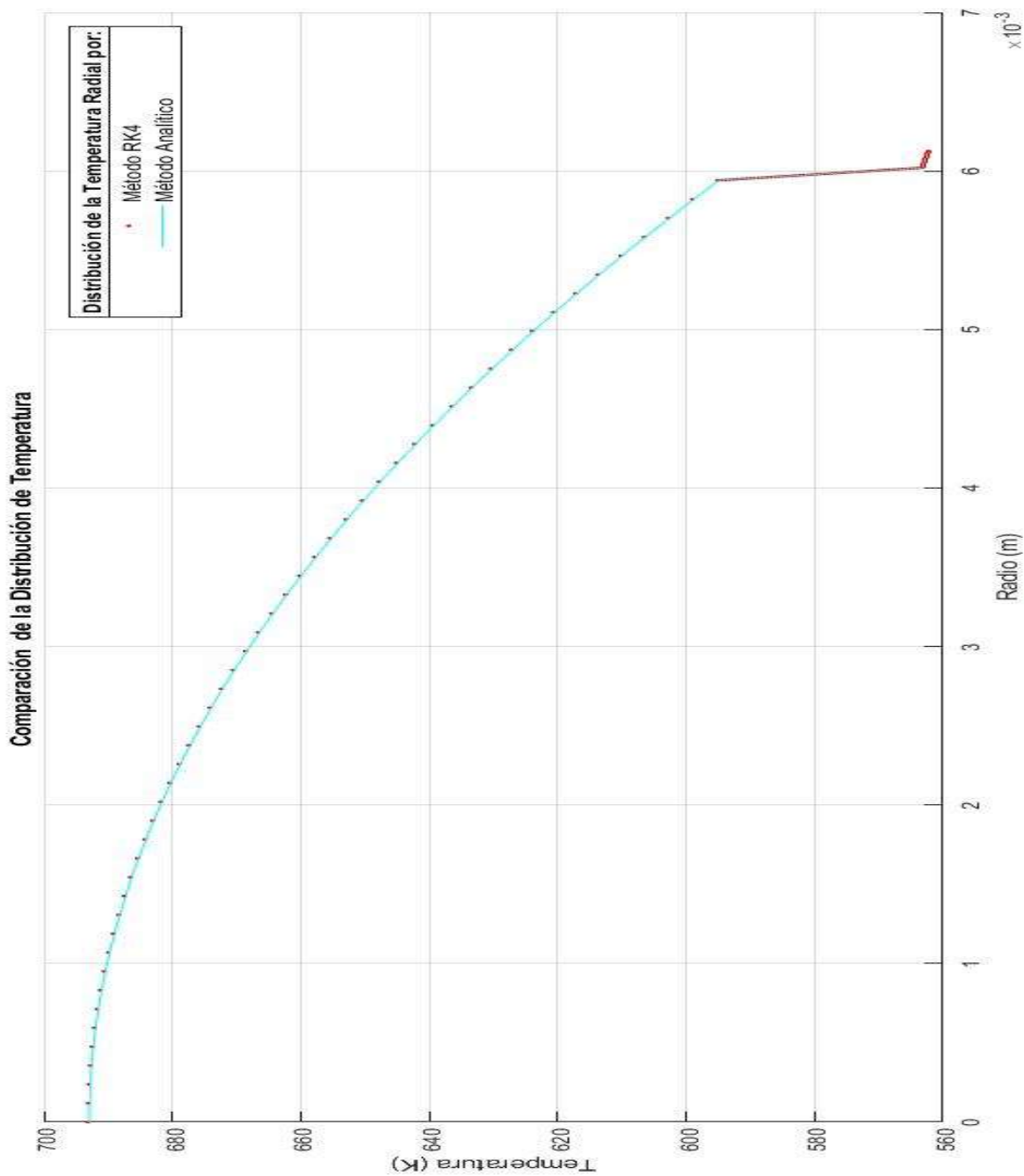


Figura 6.1: Comparación de distribución de temperatura radial en una varilla de un reactor de agua en ebullición (BWR)

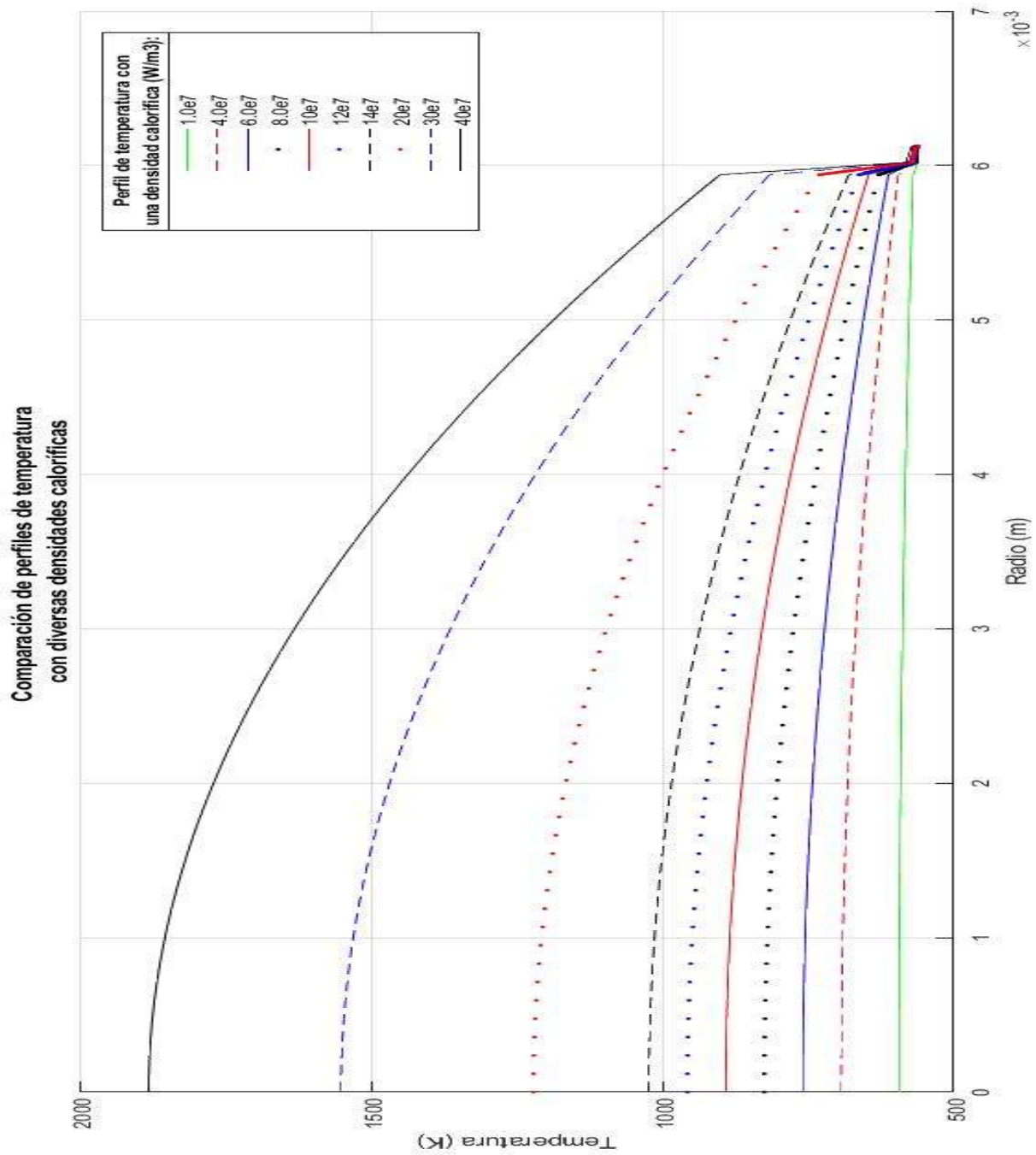


Figura 6.2: Comparación de distribución de temperatura radial en la varilla de un reactor de agua en ebullición con diferentes densidades caloríficas (BWR)

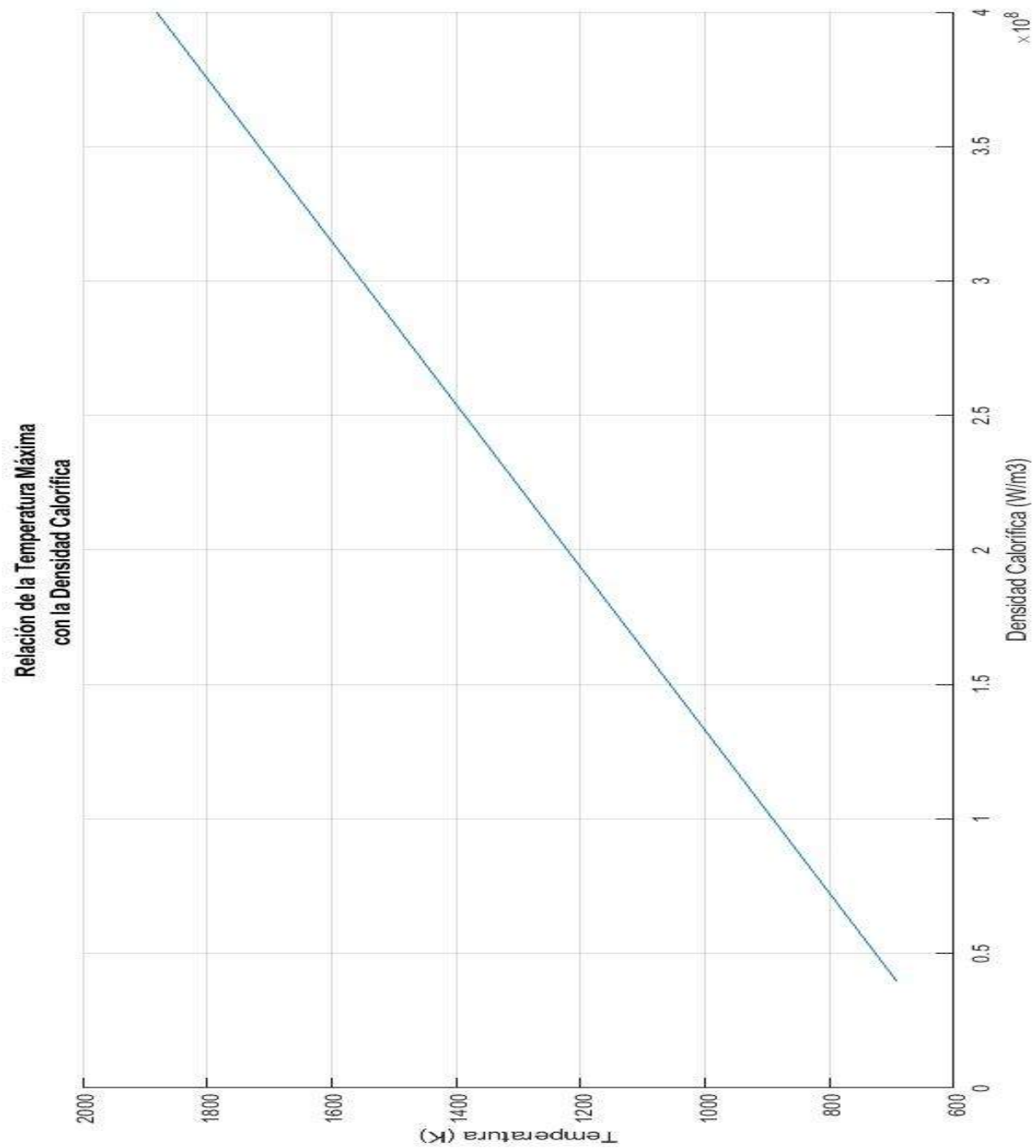


Figura 6.3: Comparación de distribución de temperatura radial en la varilla de un reactor de agua en ebullición con diferentes densidades caloríficas (BWR)



# Capítulo 7

## Conclusiones

El código que es planteado en esta tesis se desarrollo utilizando conceptos y herramientas de diversa áreas de estudio, como lo son: programación, métodos numéricos, termodinámica, mecánica de fluidos y por supuesto transferencia de calor. El comportamiento de la distribución de temperatura obtenido es aceptable para la solución de las ecuaciones de la transferencia de calor utilizando un método que comúnmente no se utiliza para resolver este tipo de problemas numéricamente como lo es el método de Runge-Kutta de cuarto orden, pero que pudo ser utilizado gracias que se pudieron hacer algunas adecuaciones con el algoritmo de solución.

También es importante mencionar todavía queda algunos aspetos por mejorar como lo son:

1. Considerar dependientes de la temperatura a las conductividades térmicas para darle más precisión a los cálculos obtenidos.
2. Considerar variable el coeficiente de calor y a partir del código de la termohidráulica conocer con mayor detalle las condiciones de transferencia de calor presentes y así obtener más precisión en los cálculos.
3. Considerar que puede existir dilatación o contracciones en los materiales que conforman a la varilla de combustible por la temperaturas a las que son expuestos y por lo tanto exista un cambio en las dimensiones radiales de los materiales.
4. Considerar que la densidad calorífica es variable, y por lo tanto, depende de la termohidráulica (régimen del refrigerante) y la neutrónica (flujo de neutrones) presentes en la sección de la varilla.
5. Agregar una dimensión más al problema para conocer con más precisión las condiciones de flujo que se pueden encontrar a lo largo de la varilla de combustible, puesto que en el reactor de agua en ebullición una de sus principales características es el cambio de dichas condiciones.

Una vez mencionado lo anterior, podemos decir que este proyecto sirve para brindar un primer acercamiento a la tecnología e ingeniería detrás de los reactores nucleares a través de la distribución de la temperatura en la varilla de combustible de un reactor nuclear de agua en ebullición, donde la Ingeniería Química tiene muchas áreas de oportunidad para investigación y contribución para dicha área.



# Bibliografía

- Akimoto, H., Anoda, Y., Takase, K., Yoshida, H., y Tamai, H. (2016). Nuclear Thermal Hydraulics. Springer.
- Bird, B. R., Stewart, W. E., y Lightfoot, E. N. (1987). Transport Phenomena. Ediciones REPLA, segunda Edición.
- Brennen, C. E. (2014). Thermo-Hydraulics of Nuclear Reactors. Dankat Publishing Company, primera Edición.
- Brodkey, R. S. y Hershey, H. C. (1998). Transport Phenomena A unified Approach. McGraw-Hill, internacional Edición.
- Cavero, J. P. (2011). Historia de la energía nuclear. Anatomía de la Historia.
- Chapra, S. C. y Canale, R. P. (2015). Métodos numéricos para ingenieros. McGraw Hill Education, séptima Edición.
- D'Auria, F., Aksan, N., Galassi, G. M., Hassan, Y., Glaeser, H., Hassan, Y., y Jeong, J. J. (2017). Thermal Hydraulics in Water-Cooled Nuclear Reactors. Elsevier.
- Epperson, J. F. (2013). An Introduction to Numerical Methods and Analysis. Wiley, segunda Edición.
- Hamming, R. W. (1973). Numerical methods for scientist and engineers. Dover Publications.
- Ibarra, G. (2017). Development of the Gemma code for the solution of the neutron transport equation with the method of characteristics for HPC applications. Tesis de Doctorado, Instituto Politecnico Nacional.
- Othman, R. (2004). Steady state and transient analysis of heat conduction in nuclear fuel elements. Tesis de Maestría, Department of Numerical Analysis KTH and Computer Science 100 44 Stockholm Royal Institute of Technology SE-100 44 Stockholm, Sweden.
- Sánchez Hernández, A. M. (2012). Aportación a los cálculos Neutrónicos y Termohidráulicos en 3D con códigos de Mejor Estimación. Aplicación a Transitorios en Reactores Nucleares BWR y PWR. Tesis de Doctorado, Universitat Politècnica de València.
- Todreas, N. E. y Kazimi, M. S. (1993). NUCLEAR SYSTEMS I: Thermal Hydraulic Fundamentals. Taylor Francis Publishers.
- Todreas, N. E. y Kazimi, M. S. (2001). NUCLEAR SYSTEMS II: Elements of Thermal Hydraulic Design. Massachusetts Institute of Technology.

Welty, J. R., Wicks, C. E., y Wilson, R. E. (1991). Fundamentos de Transferencia de Calor, Masa y Momento. Editorial Limusa, México, segunda Edición.

Zill, D. G., García, A. E., y López, E. F. (2009). Ecuaciones Diferenciales con aplicaciones de modelado. CENGAGE Learning, novena Edición.

Zohurig, B. (2017). Thermal- Hydraulic Analysis of Nuclear Reactors. Springer, segunda Edición.