



---

---

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO  
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

DETERMINACIÓN DE LA CONSTANTE DE INERCIA DE  
GENERADORES SÍNCRONOS MEDIANTE DATOS EN SISTEMAS  
DE POTENCIA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

P R E S E N T A :

ING. DIEGO AARÓN RODALES NAVARRO

DIRECTOR DE TESIS

DR. ALEJANDRO ZAMORA MÉNDEZ

MORELIA, MICHOACÁN, OCTUBRE 2022







**DETERMINACIÓN DE LA CONSTANTE DE INERCIA DE  
GENERADORES SÍNCRONOS MEDIANTE DATOS EN SISTEMAS DE  
POTENCIA**

Los Miembros del Jurado de Examen de Grado aprueban la **Tesis de Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica** de **Diego Aarón Rodales Navarro**.

Dr. Norberto García Barriga  
*Presidente del Jurado*

Dr. Alejandro Zamora Méndez  
*Director de Tesis*

Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel  
*Vocal*

Dr. Fernando Ornelas Téllez  
*Vocal*

Dr. Mario Roberto Arrieta Paternina  
*Revisor Externo (UNAM)*

Dr. J. Aurelio Medina Ríos  
*Jefe de la División de Estudios de Posgrado  
de la Facultad de Ingeniería Eléctrica. UMSNH  
(Por reconocimiento de firmas)*

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO  
Agosto 2022



# Resumen

Esta tesis propone dos metodologías para estimar con precisión la constante de inercia en generadores síncronos a partir de la información de los sistemas de monitoreo de área amplia (WAMS, del inglés Wide Area Monitoring System) en grandes sistemas de potencia. La primer metodología se basa en el modelo Auto-Regresivo de Media Móvil con entrada exógena (ARMAX, del inglés Autoregressive Moving Average with Exogenous Input), el cual identifica el sistema por medio de un sistema de vectores de entrada/salida. Esto permite obtener una función de transferencia del sistema que se analiza para posteriormente reducir el orden del sistema y de este modo facilitar el término que nos permite calcular la inercia de cada generador del sistema, únicamente haciendo uso de mediciones de desviación de potencia y desviación de frecuencia provenientes de los WAMS, esto, después de producirse ya sea un incremento de carga o la pérdida de generación en la red eléctrica.

La segunda y novedosa metodología se basa en la estimación directa de las desviaciones de potencia activa y RoCoF mediante los diferenciadores multivariados basados en los O-splines de la transformada discreta de Taylor-Fourier, la cual se aplica tanto a las mediciones de las desviaciones de potencia activa, como a las mediciones de frecuencia procedentes de los WAMS, después de que se produzca ya sea un incremento de carga o un disparo de generación. Para ello, se construye una ventana deslizante de 2 segundos justo después de que la perturbación se detecta por el operador de energía de Teager-Kaiser. A continuación, se aplican los diferenciadores O-splines de primer orden y de orden cero a las mediciones de frecuencia y de desviación de potencia activa, respectivamente, para estimar la tasa de cambio de la frecuencia (RoCoF, del inglés Rate of Change of Frequency) y las desviaciones de potencia activa de manera simultánea. Así, la constante de inercia derivada de la segunda ley de Newton se estima utilizando todas las señales sincronizadas en el tiempo y procesándolas en una única etapa mediante la técnica de O-splines en poco tiempo. Los resultados obtenidos en ambas metodologías y su comparación con técnicas del estado del arte confirman la eficacia y el rendimiento de las estrategias propuestas para la estimación de la inercia, en la que se prueban las señales simuladas de conocidos sistemas eléctricos de referencia.

Palabras clave: ARMAX, O-splines, Unidades de medición fasorial, RoCoF, WAMS.

# Abstract

This thesis proposes two methodologies to accurately estimate the inertia constant from wide area monitoring systems (WAMS) information in power grids. The first method is based on the Autoregressive Moving Average with Exogenous Inputs (ARMAX) model which identifies the system by means of a system of input/output vectors. This allows us to obtain a transfer function of the system being analyzed to subsequently reduce the order of the system and thus provide the term that allows us to calculate the inertia of each generator in the system, only making use of power deviation and frequency deviation measurements from the WAMS after load changes or loss of generation.

The second and novel method is based on the direct estimation of active power deviations and the Rate of Change of Frequency (RoCoF) using multivariate differentiators based on O-splines of the discrete Taylor-Fourier transform (DTTFT), which are applied to both the active power deviation and frequency measurements coming from the WAMS, after load changes or generation trips occur. For this purpose, a 2 seconds sliding window is constructed just after the disturbance is detected by the Teager-Kaiser energy operator (TKEO). Then, first-order and zero-order O-spline differentiators are applied to the frequency deviation and active power measurements, respectively, to estimate the RoCoF and active power deviations simultaneously. Thus, the inertia constant derived from Newton's second law is estimated by using all time-synchronized signals and processing them in a single stage using the O-splines technique in a short time. The results obtained in both methodologies and their comparison with state-of-the-art techniques confirm the efficiency and performance of the proposed strategies for inertia estimation, in which simulated signals from well-known reference electrical systems are tested.





# Contenido

Resumen . . . . .	5
Abstract . . . . .	7
Contenido . . . . .	9
Lista de Figuras . . . . .	13
Lista de Tablas . . . . .	19
Acrónimos . . . . .	21
Nomenclatura . . . . .	23
1. Introducción . . . . .	1
1.1. Justificación . . . . .	3
1.2. Antecedentes . . . . .	4
1.3. Contribuciones . . . . .	10
1.4. Objetivos . . . . .	11
1.4.1. Objetivos generales . . . . .	11
1.4.2. Objetivos Particulares . . . . .	12
1.5. Descripción de Capítulos . . . . .	12
2. Fundamentos matemáticos . . . . .	15
2.1. Introducción . . . . .	15
2.2. Operador de Energía . . . . .	16
2.2.1. Señal de Energía . . . . .	16
2.2.2. Operador de energía Teager-Kaiser . . . . .	17
2.2.3. Operador de energía Teager-Kaiser discreto . . . . .	18
2.3. Modelo autoregresivo de media móvil y entrada exógena (ARMAX) . . . . .	21
2.4. Transformada discreta de Taylor-Fourier y O-splines . . . . .	27
2.4.1. Transformada discreta de Taylor-Fourier . . . . .	28
2.4.2. Modelo de señal para oscilaciones de amplitud . . . . .	29
2.4.3. Subespacio de Fourier . . . . .	30
2.4.4. Subespacio de Taylor-Fourier . . . . .	31
2.4.5. O-splines pasabajas en forma cerrada . . . . .	34

2.5. Inercia . . . . .	38
2.6. Resumen del capítulo . . . . .	41
3. Metodología propuesta para la determinación de la constante de inercia	43
3.1. Introducción . . . . .	43
3.2. Determinación de la constante de inercia mediante el modelo ARMAX . . .	44
3.2.1. Ejemplo de la determinación de la contante de inercia mediante el modelo ARMAX . . . . .	48
3.3. Determinación de la constante de inercia mediante O-splines . . . . .	55
3.3.1. O-splines multivariable . . . . .	56
3.3.2. Ejemplo de la determinación de la constante de inercia mediante los O-splines . . . . .	58
3.4. Resumen del capítulo . . . . .	65
4. Casos de estudio y validación de resultados	69
4.1. Introducción . . . . .	69
4.2. Sistema WSCC de 3 generadores-9 nodos . . . . .	71
4.2.1. Determinación de las constantes de inercia mediante el modelo ARMAX	72
4.2.2. Determinación de las constantes de inercia mediante O-splines . . . .	78
4.3. Sistema de Nueva Inglaterra de 10 generadores-39 nodos . . . . .	85
4.3.1. Determinación de las constantes de inercia mediante el modelo ARMAX	85
4.3.2. Determinación de las constantes de inercia mediante O-splines . . . .	92
4.4. Sistema Clásico NETS/NYPS de 16 generadores-68 nodos . . . . .	98
4.4.1. Determinación de las constantes de inercia mediante el modelo ARMAX	98
4.4.2. Determinación de las constantes de inercia mediante O-splines . . . .	104
4.5. Sistema NETS/NYPS de cuarto orden . . . . .	111
4.5.1. Determinación de las constantes de inercia mediante el modelo ARMAX	111
4.5.2. Determinación de las constantes de inercia mediante O-splines . . . .	118
4.6. Discusión . . . . .	124
4.7. Resumen del capítulo . . . . .	125
5. Conclusiones y trabajos futuros	127
5.1. Conclusiones . . . . .	127
5.2. Trabajos futuros . . . . .	129
A. Sistema de una máquina a nodo infinito (SMIB)	131
B. Sistema WSCC de 3 generadores-9 nodos	135
C. Sistema clásico NETS de 10 generadores-39 nodos	139
D. Sistema clásico NETS/NYPS de 16 generadores-68 nodos	145

E. Sistema NETS/NYPS de cuarto orden 155

Referencias 165



# Lista de Figuras

1.1. Respuesta típica de la frecuencia con diferentes escalas de tiempo en sistemas de potencia. . . . .	2
1.2. Relación entre inercia, generación y carga [1]. . . . .	2
2.1. Aproximación lineal de la función seno en el intervalo $[0, \pi/4]$ . . . . .	20
2.2. Estructura del modelo lineal general. . . . .	22
2.3. Estructura del modelo ARMAX. . . . .	25
2.4. Subespacios de Taylor-Fourier y Fourier. . . . .	29
2.5. Respuesta en frecuencia del filtro pasa-bajas para $K = 1, 2, \dots, 7$ . . . . .	37
3.1. Metodología propuesta para la determinación de inercia mediante el modelo ARMAX. . . . .	45
3.2. Sistema de una máquina a nodo infinito. . . . .	49
3.3. Señales de potencia activa y frecuencia del sistema SMIB ante el incremento de carga en el nodo 1. . . . .	50
3.4. Detección del momento en que se genera el evento mediante TKEO para el sistema SMIB ante el incremento de carga en el nodo 1. . . . .	50
3.5. Desviaciones de potencia y frecuencia, respectivamente, del sistema SMIB ante el incremento de carga en el nodo 1. . . . .	51
3.6. Ventanas de entrada y salida para el modelo ARMAX ( $\Delta P_e$ entrada y $\Delta f$ salida) para el sistema SMIB ante el incremento de carga en el nodo 1. . . . .	52
3.7. Respuesta en frecuencia del filtro pasabajas para $K = 1$ . . . . .	56
3.8. Metodología para la determinación de inercia mediante O-splines. . . . .	59
3.9. Mediciones de frecuencia y desviación de potencia para el sistema SMIB ante el incremento de carga en el nodo 1. . . . .	60
3.10. Diagrama de flujo para determinar las constantes de inercia por medio de los O-plines. . . . .	62
3.11. Desviación de potencia y su estimación mediante O-plines en el sistema SMIB ante el incremento de carga en el nodo 1. . . . .	63

3.12. Frecuencia y estimación del $Ro\hat{C}oF$ mediante O-splines en el sistema SMIB ante el incremento de carga en el nodo 1. . . . .	63
3.13. Estimación de la inercia mediante O-splines para el sistema SMIB ante el incremento de carga en el nodo 1. . . . .	64
4.1. Diagrama unifilar del sistema WSCC . . . . .	71
4.2. Desviación de potencia y frecuencia del sistema WSCC ante el incremento de carga en el nodo 5. . . . .	73
4.3. Detección del evento mediante TKEO para el sistema WSCC ante el incremento de carga en el nodo 5. . . . .	73
4.4. Desviaciones de potencia ( $\Delta P_e$ ) y frecuencia ( $\Delta f$ ) del sistema WSCC ante el incremento de carga en el nodo 5. . . . .	74
4.5. Ventanas de entrada ( $\Delta P_e$ ) y salida ( $\Delta f$ ) del modelo ARMAX para el sistema WSCC ante un incremento de carga en el nodo 5. . . . .	74
4.6. Mediciones de frecuencia y desviación de potencia real del sistema WSCC ante la salida de G3. . . . .	76
4.7. Detección del evento usando el TKEO del sistema WSCC ante la salida de G3. . . . .	76
4.8. Desviaciones de potencia y frecuencia para el sistema WSCC ante la salida de G3. . . . .	77
4.9. Ventana de entrada ( $\Delta P_e$ ) y salida ( $\Delta f$ ) del modelo ARMAX para el sistema WSCC ante la salida del generador G3. . . . .	77
4.10. Desviación de potencia y su estimación por O-splines del sistema WSCC ante el incremento de carga en el nodo 5. . . . .	79
4.11. Frecuencia y estimación del $RoCoF$ por O-splines para el sistema WSCC ante el incremento de carga en el nodo 5. . . . .	80
4.12. Constantes de inercia determinadas en el tiempo para el sistema WSCC ante el incremento de carga en el nodo 5 usando O-splines. . . . .	81
4.13. Desviación de potencia y su estimación por O-splines para el sistema WSCC ante la salida del generador G3. . . . .	82
4.14. Frecuencia y $RoCoF$ estimado por O-splines para el sistema WSCC ante la salida del generador G3. . . . .	83
4.15. Constantes de inercia en el tiempo para el sistema WSCC ante la salida del generador G3 usando O-splines. . . . .	84
4.16. Diagrama unifilar del sistema NETS. . . . .	86
4.17. Mediciones de frecuencia y desviación de potencia eléctrica del sistema NETS ante el incremento de carga en el nodo 16. . . . .	87
4.18. Detección del momento en que ocurre el incremento de carga en el nodo 16 del sistema NETS mediante TKEO. . . . .	87
4.19. Desviaciones de potencia y frecuencia, respectivamente, del sistema NETS ante el incremento de carga en el nodo 16. . . . .	88

4.20. Ventanas de entrada y salida del modelo ARMAX para el sistema NETS ante el incremento de carga en el nodo 16. . . . .	88
4.21. Mediciones de frecuencia y desviación de potencia eléctrica del sistema NETS ante la salida del generador G8. . . . .	90
4.22. Detección del momento en que ocurre la salida de G8 en el sistema NETS mediante TKEO. . . . .	90
4.23. Ventanas de entrada ( $\Delta P_e$ ) y salida ( $\Delta f$ ) del modelo ARMAX para el sistema NETS ante la pérdida de generación de G8. . . . .	91
4.24. Desviaciones de potencia y sus estimaciones del sistema NETS usando O-splines ante el incremento de carga en el nodo 16. . . . .	92
4.25. Frecuencia y estimación del $RoCoF$ usando O-splines para el sistema NETS ante el incremento de carga en el nodo 16. . . . .	93
4.26. Constantes de inercia en el tiempo del sistema NETS ante el incremento de carga en el nodo 16 usando O-splines. . . . .	94
4.27. $\Delta P_e$ y $\Delta \hat{P}_e$ usando O-splines en el sistema NETS ante la salida del generador G8. . . . .	95
4.28. Frecuencia y $Ro\hat{C}oF$ usando O-splines para el sistema NETS ante la salida del generador G8. . . . .	96
4.29. Comportamiento de la inercia en el tiempo para el sistema NETS ante la salida del generador G8. . . . .	96
4.30. Diagrama unifilar del sistema equivalente NETS/NYPS de 16 máquinas y 68 nodos. . . . .	98
4.31. Mediciones de frecuencia y desviación de potencia del sistema clásico NETS/NYPS ante el incremento de carga en el nodo 32. . . . .	99
4.32. Detección del incremento de carga en el nodo 32 mediante TKEO para la frecuencia del sistema clásico NETS/NYPS. . . . .	99
4.33. Desviaciones de potencia y frecuencia para el sistema clásico NETS/NYPS ante el incremento de carga en el nodo 32. . . . .	100
4.34. Ventanas de entrada ( $\Delta P_e$ ) y salida ( $\Delta f$ ) para el modelo ARMAX en el sistema clásico NETS/NYPS ante el incremento de carga en el nodo 32. . . . .	101
4.35. Mediciones de frecuencia y desviación de potencia del sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8. . . . .	102
4.36. Detección del evento por medio de TKEO para el sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8. . . . .	102
4.37. Señales de desviación de potencia y desviación de frecuencia, respectivamente, para el sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8. . . . .	103
4.38. Ventanas de entrada ( $\Delta P_e$ ) y salida ( $\Delta f$ ) del modelo ARMAX para el sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8. . . . .	103
4.39. Desviaciones de potencia y sus estimados mediante O-splines para el sistema clásico NETS/NYPS ante el incremento de carga en el nodo 32. . . . .	105

4.40. Señales de frecuencia y estimación de RoCoF mediante O-splines para el sistema clásico NETS/NYPS ante el incremento de carga en el nodo 32. . .	105
4.41. Comportamiento de la inercia en el tiempo para el sistema clásico NETS/NYPS ante el incremento de carga en el nodo 32. . . . .	106
4.42. Señales de desviación de potencia calculado y desviación de potencia estimado mediante O-splines para el sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8. . . . .	108
4.43. Señales de frecuencia y RoCoF estimado mediante O-splines para el sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8. . . . .	108
4.44. Constantes de inercia en el tiempo usando O-splines para el sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8. . . . .	109
4.45. Mediciones de frecuencia y desviación de potencia eléctrica del sistema NEPS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32. . . . .	112
4.46. Detección del instante del evento para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32. . . . .	112
4.47. Señales de desviación de potencia y desviación de frecuencia en el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32. . .	113
4.48. Ventanas de entrada ( $\Delta P_e$ ) y salida ( $\Delta f$ ) del modelo ARMAX para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32. . .	113
4.49. Mediciones de frecuencia y desviación de potencia del sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11. . . . .	115
4.50. Detección del evento mediante TKEO en el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11. . . . .	115
4.51. Señales de desviación de potencia y desviación de frecuencia para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11. . . . .	116
4.52. Ventana de entrada y salida del modelo ARMAX para la estimación de inercia en el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11. 116	
4.53. Señales de desviación de potencia y sus estimaciones por medio de O-splines para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32. . . . .	118
4.54. Señales de frecuencia y estimación de RoCoF usando O-splines para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32. . . . .	119
4.55. Comportamiento de la inercia en el tiempo usando O-splines para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32. . .	120
4.56. Señales de desviación de potencia y desviación de potencia estimado usando O-splines en el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11. . . . .	121
4.57. Señales de frecuencia y estimación de RoCoF en el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11. . . . .	122



- 4.58. Comportamiento de la inercia en el tiempo por medio de O-splines para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11. . . 123



# Lista de Tablas

2.1. Modelos SISO comunes . . . . .	24
4.1. Constantes de inercia determinadas para el sistema WSCC ante un incremento de carga en el nodo 5 usando el modelo ARMAX. . . . .	75
4.2. Constantes de inercia determinadas para el sistema WSCC ante la salida del generador G3 usando ARMAX. . . . .	78
4.3. Constantes de inercia determinadas para los generadores del sistema WSCC mediante O-splines ante el incremento de carga en el nodo 5. . . . .	82
4.4. Constantes de inercia determinadas en el sistema WSCC ante la salida de generación de G3 mediante O-splines. . . . .	84
4.5. Constantes de inercia determinadas usando el modelo ARMAX para el sistema NETS ante el incremento de carga en el nodo 16. . . . .	89
4.6. Constantes de inercia determinadas en el sistema NETS ante la salida del generador G8 mediante el modelo ARMAX . . . . .	91
4.7. Constantes de inercia determinadas vía O-splines para el sistema NETS ante el incremento de carga en el nodo 16. . . . .	94
4.8. Constantes de inercia determinadas vía O-splines del sistema NETS ante la salida del generador G8. . . . .	97
4.9. Constantes de inercia determinadas mediante el modelo ARMAX del sistema clásico NETS/NYPS ante el incremento de carga en el nodo 32. . . . .	101
4.10. Constantes de inercia determinadas mediante el modelo ARMAX para el sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8. . . . .	104
4.11. Constantes de inercia determinadas mediante O-splines para el sistema clásico NETS/NYPS ante el incremento de carga en el nodo 32. . . . .	107
4.12. Constantes de inercia determinadas usando O-splines para el sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8. . . . .	110
4.13. Constantes de inercia determinadas mediante el modelo ARMAX para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32. . . . .	114

4.14. Constantes de inercia determinadas mediante el modelo ARMAX para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11. . . . .	117
4.15. Constante de inercia determinadas mediante O-splines para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32. . . . .	120
4.16. Constantes de inercia determinadas mediante O-splines para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11. . . . .	124
A.1. Parámetros de nodos del sistema de una máquina a nodo infinito. . . . .	131
A.2. Parámetros de las líneas del sistema de una máquina a nodo infinito. . . . .	132
A.3. Parámetros de generadores del sistema SMIB. . . . .	133
B.1. Parámetros de nodos del sistema WECC. . . . .	135
B.2. Parámetros de las líneas del sistema WECC. . . . .	136
B.3. Parámetros de los generadores del sistema WECC. . . . .	137
C.1. Parámetros de nodos del sistema clásico de Nueva Inglaterra. . . . .	139
C.2. Parámetros de las líneas de transmisión del sistema clásico de Nueva Inglaterra. . . . .	141
C.3. Parámetros de los generadores síncronos del sistema clásico de Nueva Inglaterra. . . . .	144
D.1. Parámetros de nodos del sistema clásico de Nueva Inglaterra de 16 generadores-68 nodos. . . . .	145
D.2. Parámetros de las líneas del sistema de Nueva Inglaterra de 16 generadores-68 nodos. . . . .	148
D.3. Parámetros de los generadores del Sistema NETS-NYPS. . . . .	153
E.1. Parámetros de los nodos del sistema NETS/NYPS. . . . .	155
E.2. Parámetros de las líneas del sistema de NETS/NYPS. . . . .	158
E.3. Parámetros de los generadores del sistema NETS-NYPS. . . . .	163

# Acrónimos

GS	Generador Síncrono
COI	Center of inertia
ESS	Electrical Storage System
SNR	Signal to Noise Ratio
MRFR	Multivariate Random Forest Regression
DFA	Detrend Fluctuation Analysis
PSO	Particle Swarm Optimization
DREM	Dynamic Regressor and Mixing
DMD	Dynamic Mode Decomposition
RLS	Recursive Least-Squares
DFT	Discrete Fourier Transform
TKEO	Teager-Kaiser Energy Operator
ARM	Autoregressive Moving Average
ARX	Autoregressive with Exogenous input
ARMA	Autoregressive Moving Average
ARMAX	Autoregressive Moving Average with Exogenous input
LMS	Least Mean Square
DTTFT	Discrete Time Taylor Fourier Transform
RoCoF	Rate of Change of Frequency
PMU	Phasor Measurement Unit
CD	Corriente Directa
FIR	Finite Impulse Response
WAMS	Wide Area Monitoring System
SMIB	Single Machine Infinite Bus
SISO	Single Input Single Output
PDC	Phasor Data Concentrator



# Nomenclatura

$p(t)$	Potencia instantánea.
$v(t)$	Voltaje.
$i(t)$	Corriente.
$R$	Resistencia.
$s(t)$	Señal en función del tiempo.
$E$	Energía de la señal.
$N$	Longitud en muestras de una señal.
$k$	Constante de fuerza de un resorte.
$m$	Masa (kg).
$\omega_d$	Frecuencia digital ( <i>rad/muestra</i> ).
$f$	Frecuencia nominal (Hz).
$f_s$	Frecuencia de muestreo (Hz).
$\phi$	Fase inicial (rad).
$s_k$	Señal digital.
$A$	Amplitud.
$\alpha$	Ángulo.
$\beta$	Ángulo.
$\Upsilon$	Operador de energía de salida de la señal $s_k$ .
$y(t)$	Salida del sistema.
$u(t)$	Entrada del sistema.
$e(t)$	Varianza del ruido blanco.
$G(q^{-1})$	Función de transferencia determinista.
$H(q^{-1})$	Función de transferencia estocástica.
$A_m(q^{-1}),$ $B_m(q^{-1}),$ $C_m(q^{-1})$	Polinomios expresado en el operador de desplazamiento de tiempo.
$na$	Número de coeficientes del polinomio $A_m$ .
$nb$	Número de coeficientes del polinomio $B_m$ .
$nc$	Número de coeficientes del polinomio $C_m$ .

$a_{na}$	Coefficientes del polinomio $A_m$ .
$b_{nb}$	Coefficientes del polinomio $B_m$ .
$c_{nc}$	Coefficientes del polinomio $C_m$ .
$A_{ss}, B_{ss},$ $C_{ss}, D_{ss}$	Matrices en espacio de estados del modelo analizado mediante ARMAX.
$Y(z)$	Función de salida del sistema en el dominio $z$ .
$U(z)$	Polinomio de entrada del sistema en el dominio $z$ .
$B_m(z)$	Polinomio $B_m$ en dominio $z$ .
$A_m(z)$	Polinomio $A_m$ en dominio $z$ .
$G(z)$	Función de transferencia del sistema en dominio $z$ .
$G(s)$	Función de transferencia del sistema en el dominio de Laplace.
$\Delta f(s)$	Polinomio de la desviación de frecuencia en el dominio de Laplace.
$\Delta P(s)$	Polinomio de la desviación de potencia en el dominio de Laplace.
$\beta$	Coefficientes de $\Delta F(s)$ .
$\alpha$	Coefficientes de $\Delta P(s)$ .
$\theta_m$	Vector de parámetros.
$\epsilon_m$	Error de predicción.
$t$	Tiempo (s).
$\varphi_m$	Vector de mediciones anteriores.
$\hat{y}(t \theta)$	Valor predicho de salida.
$h$	Número de armónico.
$F_1$	Frecuencia fundamental.
$K$	Orden del polinomio de Taylor.
$a(t)$	Envolvente de la señal real $s(t)$ .
$\varphi(t)$	Fase de la señal real $s(t)$ .
$\xi$	Vector de coeficiente de Taylor Fourier.
$C$	Número de ciclos.
$t_0$	Instante de tiempo inicial.
$T_s$	Periodo de muestreo.
$\hat{s}$	Señal estimada.
$\mathbf{W}$	Matriz de Fourier.
$\omega^h$	Factor de fase de los armónicos.
$\hat{\epsilon}$	Estimación de los coeficientes de Fourier.
$\Phi$	Matriz de Taylor-Fourier.
$\tilde{\Phi}$	Matriz dual de $\Phi$ .
$L$	Escalar que denota el valor obtenido del producto de $C$ y $N$ .
$\mathbf{I}$	Matriz identidad.



$\Upsilon$	Matriz con términos de Taylor.
$\Omega$	Matriz con términos complejos de Fourier.
$\tilde{\Upsilon}$	Matriz dual de $\Upsilon$ .
$Y$	Submatriz de $\Upsilon$ .
$u$	Tiempo normalizado.
$\varphi_0^{(K)}(u)$	Función del $K$ -ésimo O-splines.
$p_c(u)$	Función de las piezas polinómicas cíclicas.
$D_c$	Producto de raíces para cada pieza polinomial $p_c(u)$ .
$F$	Fuerza (N).
$a$	Aceleración ( $m/s^2$ ).
$D_d$	Constante de amortiguamiento de par.
$D$	Constante de amortiguamiento.
$p$	Número de polos.
$\omega_m$	Velocidad de rotación mecánica del rotor ( $rad/s$ ).
$\omega_{sm}$	Velocidad síncrona ( $rad/s$ ).
$\Delta\omega_m$	Desviación de la velocidad mecánica ( $rad/s$ ).
$\omega_s$	Velocidad angular del rotor ( $radelect./s$ ).
$\Delta\omega$	Desviación de la velocidad angular del rotor ( $radelect./s$ ).
$J$	Momento de inercia total de la turbina, eje y generador ( $kgm^2$ ).
$\tau_t$	Par producido por la turbina ( $Nm$ ).
$\tau_e$	Par electromagnético del generador ( $Nm$ ).
$\delta_m$	Ángulo del rotor ( $rad$ ).
$\delta$	ángulo de potencia ( $rad$ eléctrico).
$P_m$	Potencia mecánica ( $W$ ).
$P_e$	Potencia eléctrica ( $W$ ).
$P_{acc}$	Potencia de aceleración.
$H$	Constante de inercia ( $s$ ).
$S_n$	Potencia aparente nominal ( $VA$ ).
$\Delta P$	Potencia de desbalance ( $W$ ).
$P$	Potencia activa ( $W$ ).
$Q$	Potencia reactiva ( $VAR$ ).
$\%ER$	Error relativo (%).



# Capítulo 1

## Introducción

En general los sistemas eléctricos de potencia (SEP) convencionales se basan en gran medida de la generación de electricidad a partir de grandes generadores síncronos. De los cuales, debido al continuo intercambio de energía entre las masas giratorias de estos generadores y la red, la dinámica de la frecuencia del sistema se limita, por lo que la frecuencia se mantiene dentro de un rango admisible. De esta manera, después de un gran disturbio hace que la frecuencia se desvíe significativamente de su valor nominal. Por lo que, los generadores síncronos liberan su energía cinética almacenada en sus masas giratorias como una respuesta inercial durante los primeros segundos después del disturbio, tal como puede observarse en la Figura 1.1.

Tradicionalmente, la respuesta de inercia no se consideraba como un servicio auxiliar, sino más bien como una característica natural del sistema de potencia. Actualmente, a medida que la red evoluciona con la creciente penetración de recursos basados en inversores, por ejemplo la energía fotovoltaica y almacenamiento de baterías, que no aportan inercia, han surgido preguntas sobre la necesidad de la inercia y su papel en la red futura.

Así, la frecuencia de la red, que es una medida del equilibrio entre el suministro de energía eléctrica y la demanda, puede disminuir si falla una gran planta de energía o transmisión. Por lo que, la inercia resiste esta caída en la frecuencia, dando a la red

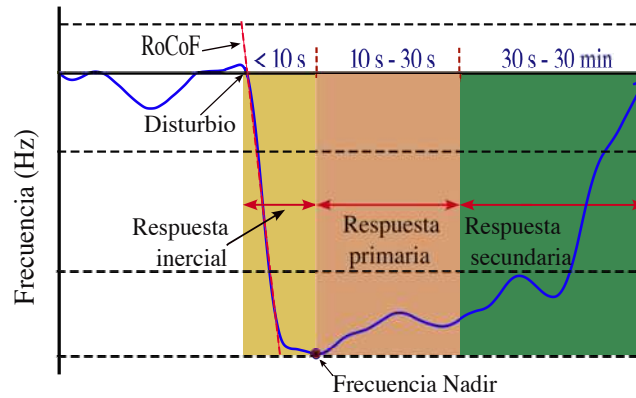


Figura 1.1: Respuesta típica de la frecuencia con diferentes escalas de tiempo en sistemas de potencia.

tiempo para reequilibrar la generación y la demanda. En la Figura 1.2, se muestra una representación gráfica de la relación entre la inercia, la generación y la demanda a manera de carga. Donde el comportamiento de la frecuencia es soportado por la inercia (representada por un resorte).

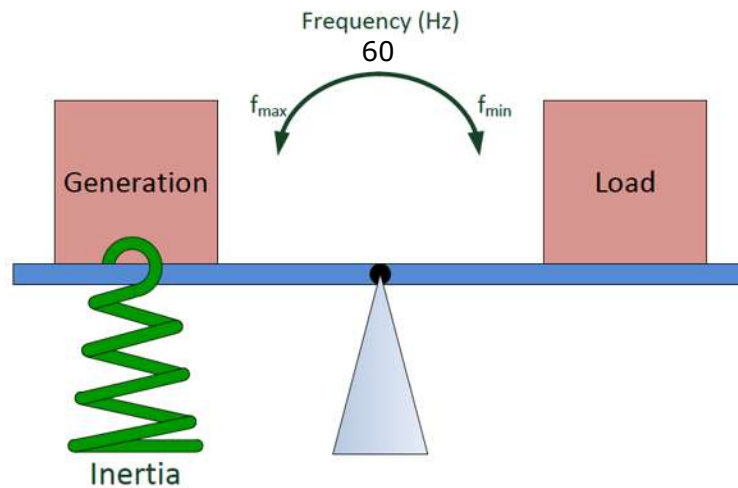


Figura 1.2: Relación entre inercia, generación y carga [1].

Durante el funcionamiento normal de la red eléctrica, el suministro de energía

de todos los generadores es igual a la demanda de electricidad, y la frecuencia permanece constante. Sin embargo, la demanda de electricidad no ha cambiado, por lo que la misma cantidad de energía seguirá siendo extraída del sistema. Similarmente, para incrementos/decrementos de carga en la red. Ahí es donde entra la inercia. La energía almacenada se extrae de la inercia de los otros generadores síncronos y puede compensar temporalmente al generador disparado. Esta acción ralentizará los generadores. Aunque no se puede mantener durante más de unos pocos segundos, proporciona tiempo para que los sistemas mecánicos de la red detecten el desequilibrio (como se refleja en la disminución de la frecuencia) y comuniquen a las centrales eléctricas que aceleren (o disminuyan) la velocidad.

Por otro lado, las redes modernas están equipadas con sistemas de monitoreo de área amplia (WAMS, del inglés Wide-Area Monitoring System) que proporcionan a los operadores grandes flujos de datos de forma sincronizada y pueden utilizarse para la estimación de la inercia de la red. Los métodos que hacen uso de la información de los WAMS se conocen como métodos sin modelo (o basados en datos) y tienen la ventaja de requerir poca intervención del operador para adquirir las estimaciones, lo que a su vez permite disponer de una valiosa información para la estabilidad de la frecuencia.

## 1.1. Justificación

La constante de inercia de los generadores síncronos (GS) tradicionales, se define como la relación entre su energía cinética y su potencia nominal [2]. Por lo tanto, la inercia de los sistemas de potencia la proporcionan intrínsecamente los generadores y las turbinas, que tienen energía cinética almacenada en las masas de sus rotores giratorios [3]. La inercia natural del sistema ayuda a disminuir las variaciones de frecuencia respecto al valor nominal durante los primeros segundos antes de ser activado el control primario de frecuencia.

La creciente introducción de generadores con interfaz de convertidor (CIG, del inglés Converter Interfaced Generators) en los sistemas de potencia, ha traído consigo la reducción de la inercia síncrona conectada, ya que esto aumenta la inestabilidad del sistema,

respecto a la frecuencia. Aunado a la disminución de la inercia, se desconoce la contribución de los CIG a la respuesta inercial y el conocimiento de la inercia total de la red se vuelve incierta [4]. En este sentido, es factible la implementación de un proceso que logre estimar la inercia de los generadores síncronos que conforman al sistema, que a la vez permita brindar información inercial que aporte de manera cuantitativa en las acciones tomadas por los operadores para una adecuada operatividad del sistema ante una contingencia. Además, la determinación de la constante de inercia puede implementarse para el desarrollo de controles que permitan suministrar mediante condensadores, generación en reserva fría o mediante sistemas de almacenamiento de energía, la potencia o inercia requerida para mantener la confiabilidad del sistema.

Así, este trabajo de investigación se enfoca en la determinación de las constantes de inercia de los generadores síncronos para sistemas de potencia, para lo cual, se proponen dos metodologías totalmente diferentes, la primera basada en el modelo ARMAX, y la segunda basada en los O-splines, la cual es una metodología desarrollada en este trabajo. Lo anterior, permite distinguir la potencialidad de cada una de las metodologías aquí presentadas; como también, conocer la factibilidad para su implementación en procesos reales, lo cual, da pauta a la posibilidad de mejorar con los resultados presentados, la efectividad y eficiencia de proyectos que actualmente se encuentren en desarrollo, como también en proyectos futuros que coadyuven a la seguridad del sistema eléctrico.

## 1.2. Antecedentes

El estudio se enmarca dentro del ámbito de la inercia en sistemas de potencia, la cual se define como la resistencia al cambio de la velocidad de las masas rotatorias en un sistema basado en generadores síncronos (GS) [5]. Este es un tema que toma importancia dada la constante penetración de las fuentes basadas en inversores de potencia. En 2019, la capacidad total a nivel global de energía eólica fue de 650.8 GW [6] y energía solar de 580.1 GW [7].

Teniendo en cuenta que la integración de fuentes basadas en inversores (principalmente aquellas basadas en energía solar y eólica) sigue en aumento y que además, su integración a los sistemas de potencia está reemplazando a los generadores síncronos tradicionales [8]; cabe la necesidad de determinar la inercia de las fuentes que aportan de alguna manera inercia a la red eléctrica, como lo es la generación convencional (basada en GSs) con el fin de obtener información que coadyuve a mantener la confiabilidad y seguridad del sistema.

La constante de inercia en un GS es definido como la relación entre la energía cinética y la potencia nominal, la cual inherentemente proporcionan los generadores y turbinas que almacenan la energía cinética en sus masas rotatorias [5].

Existen en la literatura ejemplos de estimación de la inercia local, es decir, la estimación de la inercia del GS utilizando sincrofasores, como lo presentado en [9], donde se realiza la estimación de inercia durante un disturbio por medio de la ecuación de oscilación y despreciando el término de la potencia mecánica, por lo que los datos que utilizan para la estimación de la constante de inercia son la potencia activa tomada en terminales del generador y la derivada de la frecuencia. En cuanto a la detección del evento, este se realiza mediante una aplicación externa. En [10] se presenta una metodología de estimación de los coeficientes de inercia para los modelos de sistemas de potencia mediante los modos y las formas de los modos extraídos de las mediciones de PMUs. Por otra parte, el estudio presentado en [11] examina diferentes métodos para estimar la inercia del sistema eléctrico, basándose en la ecuación de oscilación tradicional, la aproximación polinómica y métodos RV, considerando mediciones reales de la frecuencia y de la tasa de cambio de frecuencia (ROCOF) provenientes de PMUs localizados en el sistema de potencia de Taiwan, por lo que además, se implementan diferentes tipos de filtros para mitigar el ruido de las mediciones.

Un aspecto importante al determinar la constante de inercia a partir de un disturbio, es la detección del instante de tiempo de dicho disturbio. Sin embargo, estos métodos no abordan la estimación sistemática de la inercia teniendo en cuenta el instante de tiempo de

detección de la perturbación, ya que éste varía en el sistema a medida que la perturbación se propaga. Algunos de estos métodos realizan una aproximación al tiempo de detección de la perturbación, como los que se muestran en [12, 13]; sin embargo, estos pueden ser de forma heurística o dependientes de las interferencias del usuario. Los métodos de estimación de la constante de inercia en redes eléctricas pueden clasificarse según el tipo de señales utilizadas para su estimación. Los métodos pueden requerir señales predeterminadas inyectadas por el usuario a la red, es decir, métodos de señales de prueba [14, 15]; señales de operación nominal típicas, es decir, métodos de datos ambiente o señales de eventos severos, como generación o disparos de línea, es decir, métodos de perturbaciones severas. Por ejemplo, en [16] se consideran 15 escenarios concernientes a la desconexión del GS y 5 escenarios de desconexión de cargas en distintas partes del sistema de prueba Nordic57. Algunas otras son presentadas en [17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24].

Los métodos de señales de prueba utilizan una perturbación pequeña conocida de una señal de interés para la estimación de la inercia, normalmente, la potencia activa medida en terminales del generador. Estas pequeñas señales suelen ser periódicas, con una longitud de ventana y una magnitud conocidas. En [14], se aplica un método de microperturbación (MPM, del inglés *Microperturbation Method*) a un generador de lazo cerrado que se supone cercano al centro de inercia (COI, del inglés *Center of Inertia*) del sistema, y se utiliza para la estimación de la inercia regional. Los autores en [15] proponen un método de estimación de la inercia regional para la regulación de los algoritmos de control de los sistemas de almacenamiento eléctrico (ESS, del inglés *Electrical Storage Systems*) utilizando perturbaciones periódicas de escalón de carga, donde la inercia se estima mediante la respuesta al impulso del modelo determinada mediante el método de mínimos cuadrados aplicado a la frecuencia medida en el nodo de conexión del ESS.

Los métodos de mediciones ambiente tienen la ventaja de utilizar señales correspondientes a la operación nominal del sistema eléctrico. Sin embargo, estas señales están sujetas a una relación señal/ruido (SNR, del inglés *Signal-to-Noise Ratio*) alta, por lo que



---

imponen etapas de pre-procesamiento más extensas y complejas. Asimismo, estos métodos suelen alcanzar bajos niveles de precisión. Los métodos de medición ambiente pueden dividirse a su vez en: métodos de monitoreo de líneas de conexión débiles [25, 26, 27], frecuencia COI que representa la máquina equivalente regional [28, 29, 30, 31], y métodos de inteligencia artificial [32].

Empleando la información de las oscilaciones electromecánicas (frecuencia, amortiguamiento y forma de los modos) entre las zonas medidas en las interconexiones, se derivan relaciones de los patrones modales y la inercia regional. El método en [25] se valida utilizando el sistema de prueba del IEEE 39-nodos y experimentos de laboratorio, mientras que las investigaciones en [26]-[27] se validan utilizando el sistema de prueba del IEEE NETS/NYPS de 68 nodos y datos reales del sistema del norte de China.

En [28], la estimación se realiza a partir de las mediciones de frecuencia asociadas a los generadores y de las mediciones de potencia activa correspondientes a las líneas de interconexión, posteriormente, se utilizan como mediciones de entrada y salida para la estimación del modelo basada en ARMAX. Este método considera la frecuencia del COI como la media ponderada de las frecuencias de los generadores, siendo probado con mediciones reales del sistema eléctrico islandés. En [29], la estimación de la inercia regional emplea una parte periódica determinista y una parte ruidosa, que depende de la participación de la generación renovable en la región. La estimación se realiza mediante un modelo autorregresivo (AR) y se prueba en una región del sistema italiano. El método propuesto en [30] utiliza las mediciones de los nodos de generación, donde la frecuencia del COI se estima como la media ponderada de las frecuencias de los generadores, con los pesos como el inverso de sus varianzas. La estimación propiamente dicha, se realiza mediante el algoritmo N4SID y la ventana deslizante utilizada para actualizar la evaluación tiene una atenuación exponencial. Este método se investiga más a fondo en [31], donde la estimación considera que la frecuencia del COI se aproxima por la media simple de las frecuencias de los generadores, como en [28].

Otro enfoque en las mediciones de datos ambientales, se desarrolla mediante herramientas de inteligencia artificial. Este enfoque se ha llevado a cabo en [32], donde las características se extraen de las señales de las unidades de medición fasorial (PMU, del inglés Phasor Measurement Unit), el clima y los datos de carga. La estimación de la inercia regional se realiza mediante un algoritmo de regresión de bosque aleatorio multivariante (MRFR, del inglés Multivariate Random Forest Regression), y el método se prueba en el sistema WSCC, con datos reales registrados por el FNET/GridEye WAMS.

Los métodos de perturbación severa utilizan señales recogidas durante grandes eventos, como la generación o los disparos de línea, que estimulan la respuesta dinámica del sistema. Aunque estos métodos requieren eventos que no se pueden prever, proporcionan una estimación precisa, ya que el comportamiento dinámico del sistema (o región) está mucho más excitado. Un método de esta clasificación se presenta en [33], donde los eventos se detectan y seleccionan mediante el análisis de fluctuación por deducción de tendencia (DFA, del inglés Detrended Fluctuation Analysis) y la estimación de la inercia considera la relación entre la desviación de potencia calculada de los generadores despachados y la respuesta WAMS medida, y a su vez, esta relación se multiplica por la contribución de inercia conocida de los generadores síncronos, donde el excedente se atribuye a las contribuciones de la carga. Los autores en [18], proponen la estimación de la inercia efectiva a partir de las perturbaciones medidas en las líneas de enlace entre regiones, donde la desviación de potencia activa y las frecuencias de las líneas de enlace se utilizan para estimar la inercia por región.

En cuanto al enfoque de inteligencia artificial, la inercia de una región se estima en [16] utilizando la optimización de enjambre de partículas (PSO, del inglés Particle Swarm Optimization) aplicada a una función de costos definida a partir de la ecuación de balance y considerando la contribución de la carga. El ajuste polinómico de la respuesta en frecuencia se explora en [19, 21], donde el método requiere el conocimiento de la inercia de los generadores para la aproximación de la frecuencia COI. En [20], la estimación de la

---

inercia regional busca aproximar la respuesta de potencia de los generadores a través del modelo del sistema de potencia agregado no lineal de primer orden, en combinación con el procedimiento recientemente propuesto de regresión y mezcla dinámica (DREM, del inglés Dynamic Regressor and Mixing) y la respuesta de frecuencia del COI por el simple promedio de las frecuencias de los generadores. En [22], se explora un enfoque en el dominio de la frecuencia, en el que la técnica de descomposición de modos dinámicos (DMD, del inglés Dynamic Mode Decomposition) extrae los valores propios y los vectores propios de los datos de perturbación provenientes del WAMS y la inercia se deriva como una relación entre la amplitud de cada modo dinámico y los respectivos valores propios al modo que corresponden a la inercia del sistema. Los autores en [23] también utilizan datos de la oscilación; sin embargo, el ajuste del modelo se realiza utilizando mínimos cuadrados recursivos (RLS, del inglés Recursive Least-Squares), donde el modelo inicial se estima utilizando el método de identificación del sistema no recursivo. Otro método que explora la información del dominio de la frecuencia a partir de las señales de perturbación, se encuentra en [24], donde la inercia del sistema japonés de 60 Hz se estima a partir del análisis de la forma del modo.

A partir de los métodos encontrados en la literatura, está claro que los métodos más precisos se basan en las perturbaciones graves, considerándose incluso como valores de referencia para los métodos de señal de prueba y datos ambiente. Sin embargo, pocos métodos (por ejemplo, [13, 33]), discuten el valor de la estimación precisa del momento de perturbación para la estimación adecuada de la inercia. Dado que la respuesta de inercia está directamente vinculada a la relación de cambio en la frecuencia (RoCoF, del inglés Rate-of-Change-of-Frequency) a través de la ecuación de oscilación, es especialmente relevante identificar el momento preciso de perturbación, ya que los mayores errores en la derivada de las mediciones de frecuencia se producen cerca de la perturbación y deben ser procesados adecuadamente.

### 1.3. Contribuciones

En la actualidad, el desplazamiento de la generación rotacional en los sistemas eléctricos modernos ha provocado una reducción de la inercia del sistema, teniendo un gran impacto en la estabilidad y confiabilidad de las redes eléctricas. Además, las reducciones de inercia pueden causar grandes variaciones de RoCoF, los cuales pueden alcanzar niveles inaceptables después de desequilibrios de potencia, lo que puede conducir a grandes desviaciones de frecuencia junto con efectos en cascada, o apagones. En este contexto, este trabajo propone una metodología con antecedente en la literatura basada en la información proporcionada por los WAMS; y por otra parte, se desarrolla una metodología novedosa también basada en la información de WAMS para determinar el nivel de inercia en generadores síncronos en los sistemas de potencia, incluyendo el indicador más importante de la robustez de los sistemas eléctricos desde el punto de vista de estabilidad de frecuencia, es decir, el RoCoF. Así, las principales contribuciones de este trabajo de investigación se resumen a continuación:

- Se presenta una metodología basada en el modelo ARMAX, requiriendo únicamente señales de desviación de potencia y desviación de frecuencia. Considerando una gran mejora en la detección del evento mediante el operador de energía Teager-Kaiser (TKEO, del inglés Teager-Kaiser Energy Operator) y sin contar con una etapa de procesamiento de señales, se logra mejorar considerablemente los resultados presentados en [13].
- Se presenta una técnica sin modelo basada en los O-splines, para determinar la constante de inercia en generadores síncronos, la cual es derivada de la segunda ley de Newton.
- La metodología propuesta utiliza tanto las mediciones de la desviación de potencia activa, así como las mediciones de frecuencia procedentes de los WAMS, esto, después de que se suscita un cambio de carga o un disparo de generación en la red eléctrica.

Con la información anterior, para estimar en una sola etapa mediante los O-splines, los cambios en la potencia activa y el RoCoF.

- El RoCoF se estima directamente aplicando el diferenciador O-spline de primer orden a las mediciones de frecuencia; mientras que, al mismo tiempo, la estimación de la amplitud de la desviación de potencia activa se obtiene al aplicar el primer filtro O-spline pasa-bajas a las mediciones de desviación de potencia activa, obteniéndose además, una reducción del nivel de ruido.
- La determinación de la inercia se realiza mediante los diferenciadores multivariables basados en O-splines, donde se utiliza un enfoque de ventana deslizante una vez que se detecta el tiempo de perturbación mediante el operador de energía de Teager-Kaiser, para procesar todas las señales de tiempo en una sola etapa.
- Debido a que los O-splines se derivan de la transformada de Taylor-Fourier (DTTFT, del inglés Discrete-Time Taylor-Fourier Transform), se logra una alta reducción en la carga computacional. Esto hace que la propuesta de determinación de la inercia mediante O-splines, sea adecuada para su implementación en micro-controladores o procesadores digitales de señal con un costo reducido.

Así, el enfoque propuesto tiene el potencial de determinar con precisión la constante de inercia en poco tiempo y sólo utilizando información de los WAMS, lo que permite a los operadores del sistema de potencia desplegar estrategias eficaces para complementar la inercia perdida y garantizar la estabilidad de grandes redes eléctricas.

## **1.4. Objetivos**

### **1.4.1. Objetivos generales**

El objetivo general de este trabajo de investigación es determinar las constantes de inercia en los generadores síncronos de distintos sistemas eléctricos por medio de dos

diferentes metodologías propuestas, la primera basada en el modelo ARMAX y la segunda basada en los O-splines.

#### 1.4.2. Objetivos Particulares

- Determinar el instante en que se genera el evento en un sistema, ya sea un incremento de carga o el disparo de generación ocasionada por alguna falla.
- Determinar la longitud de ventana adecuada para obtener la inercia de forma correcta.
- Identificar un sistema por función de transferencia obtenido por un modelo ARMAX de segundo orden.
- Determinar la constante de inercia con base a la función de transferencia identificada por medio del modelo ARMAX.
- Determinar los parámetros para el diseño de un filtro pasa-bajas mediante los O-splines multivariable.
- Determinar una ventana deslizante que permita que las estimaciones sean instantáneas.
- Obtener las estimaciones de las desviaciones de potencia y frecuencias mediante el concepto de ventanas deslizantes.
- Determinar las constantes de inercia mediante la implementación de los O-splines.
- Mejorar los resultados presentados en la literatura consultada.

### 1.5. Descripción de Capítulos

En el Capítulo 2 se exponen los fundamentos matemáticas de los procesos que se requieren para la determinación de inercia; tales como el operador de energía de Teager-

Kaiser, el modelo ARMAX, el análisis por O-splines basado en la DTTFT y el concepto de inercia a partir de la segunda ley de Newton.

En el Capítulo 3 se presentan las metodologías propuestas para la determinación de inercia. Además, con el fin de ejemplificar de mejor manera, se presenta la aplicación de cada metodología en el conocido sistema una máquina a nodo infinito.

En el Capítulo 4 se describen los procesos de las metodologías propuestas en cada caso de estudio para cada uno de los sistemas eléctricos simulados y presentando los resultados obtenidos y su error relativo respecto a la inercia real de cada generador. Adicionalmente, se muestran los tiempos que dura el procesamiento para cada método.

Finalmente, en el Capítulo 5, se mencionan algunas conclusiones y trabajos futuros.





## Capítulo 2

# Fundamentos matemáticos

### 2.1. Introducción

Esta Sección describe de forma detallada los fundamentos matemáticos de las metodologías propuestas para determinar las constantes de inercia en los generadores síncronos de las redes eléctricas, aprovechando las respuestas medidas y sincronizadas de los sistemas de monitoreo de área amplia (WAMS, del inglés Wide-Area Monitoring System) del sistema eléctrico. En primer lugar, se describe el operador de energía de Teager-Kaiser, el cual es una de las contribuciones de este trabajo y se implementa en la etapa de la detección del momento en que se presenta un evento en el sistema eléctrico (ya sea un incremento de carga en algunos nodos del sistema o salida de generación de alguna de las máquinas del sistema debido a alguna falla); que debido a su simple formulación, resulta en una práctica aplicación para cualquier señal. Posteriormente, se describe el modelo autoregresivo de media móvil y entrada exógena (ARMAX), con el cual se busca obtener un modelo del sistema que permita analizar la dinámica del mismo una vez que el evento se genera, y de esta manera obtener la inercia. Además, se define con fundamentos matemáticos, el concepto de inercia con base a la ecuación de oscilación del generador. Finalmente, se describe el análisis multi-señal mediante O-splines como otra contribución adicional a este trabajo, pero ahora

para determinar la inercia del generador síncrono, el cual permite la estimación tanto del fasor de un conjunto de señales medidas (PMUs, del inglés Phasor Measurement Units), así como sus derivadas. De esta manera, se obtienen tanto los estimados de frecuencia como del RoCoF (Rate of Change of Frequency) necesarios para determinar la inercia. Mejorando por una parte, el rendimiento computacional, y por otra parte, mejorando la precisión de los resultados presentados en la literatura.

## 2.2. Operador de Energía

### 2.2.1. Señal de Energía

En sistemas eléctricos, la potencia instantánea de un sistema se define como [34]:

$$p(t) = \frac{|v(t)|^2}{R} \quad \text{ó} \quad p(t) = R \times i(t)^2 \quad (2.1)$$

donde  $R$ ,  $v(t)$ ,  $i(t)$ , son la resistencia, voltaje y corriente del sistema, respectivamente. Al normalizar, considerando  $R = 1\Omega$ , se puede observar que la potencia es el cuadrado de la señal de entrada. De este modo, se puede expresar la potencia instantánea como [34]:

$$p(t) = |s(t)|^2 \quad (2.2)$$

donde  $s(t)$  es el voltaje o corriente. La energía de la señal durante un tiempo  $2T$ , es [34]

$$E = \int_{t=-T}^T |s(t)|^2 dt. \quad (2.3)$$

Otra forma de determinar la energía, es mediante la transformada de Fourier de la señal y utilizar el valor absoluto al cuadrado de las diferentes bandas de frecuencia como medida del nivel de energía. En el caso discreto, podemos decir que si [34]

$$S[n] = DFT\{s\} \quad (2.4)$$

entonces  $|S[n]|^2$  determina cuánta energía contiene la señal en la banda de frecuencia  $n$  [34], donde DFT es la transformada discreta de Fourier (del inglés, Discrete Fourier Transform),

es decir [34],

$$S[n] = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} s[i] e^{-j \frac{2\pi ni}{N}} \quad (2.5)$$

Esto significa que una señal de 10Hz con una amplitud de 1 y otra señal de 1000Hz y amplitud de 1, pueden contener la misma energía (pero en diferentes bandas) usando este modelo [34].

### 2.2.2. Operador de energía Teager-Kaiser

Inicialmente Teager [35] desarrolló un operador no lineal que posteriormente Kaiser [36] demostró la derivación, propiedades del algoritmo y su eficacia.

En [36], sólo se investiga y se explica la definición discreta que se implementa en este trabajo. En [34] se examina el proceso que genera la señal y muestra cómo se puede expresar la energía de la señal como una función simple y discreta. Desde entonces, el operador de Teager se ha denotado para señales continuas, tanto reales como complejas [34].

En [36], Kaiser comienza describiendo a  $x_n$  como el muestreo de una señal, representando el movimiento de una masa giratoria, donde por medio de la aplicación de la segunda ley de Newton al movimiento de una masa  $m$  suspendida por un resorte de constante de fuerza  $k$ , se obtiene la ecuación diferencial de segundo orden dada por:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0. \quad (2.6)$$

La solución de (2.6) es una oscilación periódica dada por  $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$ , donde  $x(t)$  es la posición del objeto en el tiempo  $t$ ,  $A$  es la amplitud de la oscilación,  $\omega$  es la frecuencia de la oscilación dada por  $\sqrt{\frac{k}{m}}$  y  $\phi$  es la fase inicial [34].

La energía total del objeto está dada en la física newtoniana como la suma de la energía potencial del resorte y la energía cinética del objeto, es decir [34],

$$E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2. \quad (2.7)$$

Sustituyendo  $v = dx/dt$  y  $x = A\cos(\omega t + \phi)$ , se obtiene [34]

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \quad (2.8)$$

de este modo, se entiende que la energía del objeto es proporcional, tanto de la amplitud como de la frecuencia de oscilación. Nótese que la energía  $E$  es implícitamente una función de tiempo [34].

### 2.2.3. Operador de energía Teager-Kaiser discreto

Dada una señal digital ( $s_k$ ) de  $n$  muestras, expresada como

$$s_k(n) = A \cos(\omega_d n + \phi) \quad (2.9)$$

donde  $\omega_d$  es la frecuencia digital en radianes/muestra y dado por  $\omega_d = \frac{2\pi f}{f_s}$ , donde  $f$  es la frecuencia nominal y  $f_s$  la frecuencia de muestreo;  $\phi$  es la fase inicial arbitraria dada en radianes.

La ecuación anterior tiene tres parámetros, lo que significa que se podrían establecer tres instancias diferentes de esta fórmula y resolverla para determinar las tres incógnitas. Para ello, se elige  $s_k(n-1)$ ,  $s_k(n)$  y  $s_k(n+1)$  como incógnitas [34]:

$$s_k(n-1) = A \cos(\omega_d(n-1) + \phi) \quad (2.10)$$

$$s_k(n) = A \cos(\omega_d n + \phi) \quad (2.11)$$

$$s_k(n+1) = A \cos(\omega_d(n+1) + \phi) \quad (2.12)$$

De esta manera, al relacionar (2.12) y (2.10) por medio de su producto, se obtiene (2.13)

$$A^2 \left[ \cos(\omega_d(n+1) + \phi) \cos(\omega_d(n-1) + \phi) \right] \quad (2.13)$$

Por medio de la identidad trigonométrica

$$\cos(\alpha) \cos(\beta) = \frac{1}{2} \left[ \cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) \right] \quad (2.14)$$

por lo que aplicando (2.14) en (2.13), se tiene

$$\begin{aligned} s_k(n+1)s_k(n-1) &= \frac{A^2}{2} \left[ \cos(\omega_d(n+1) + \phi - \omega_d(n-1) + \phi) + \cos(\omega_d(n+1) + \phi + \omega_d(n-1) + \phi) \right] \\ &= \frac{A^2}{2} \left[ \cos(2\omega_d) + \cos(2\omega_d n + 2\phi) \right] \end{aligned} \quad (2.15)$$

Ahora, por medio de la identidad trigonométrica

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2(\alpha) - 1 = 1 - 2 \sin^2(\alpha) \quad (2.16)$$

por lo que, usando (2.16) en (2.15) se tiene que

$$s_k(n+1)s_k(n-1) = \frac{A^2}{2} \left[ \left(1 - 2 \sin^2(\omega_d)\right) + 2 \cos^2(\omega_d n + \phi) \right] \quad (2.17)$$

Simplificando (2.17)

$$\begin{aligned} s_k(n+1)s_k(n-1) &= \frac{A^2}{2} - A^2 \sin^2(\omega_d) + A^2 \cos^2(\omega_d n + \phi) - \frac{A^2}{2} \\ &= A^2 \cos^2(\omega_d n + \phi) - A^2 \sin^2(\omega_d) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Se puede notar que el primer término del lado derecho de la igualdad en (2.18) es básicamente  $s_k(n)$  elevado al cuadrado. De esta manera, reescribiendo (2.18), se tiene

$$s_k(n+1)s_k(n-1) = s_k(n)^2 - A^2 \sin^2(\omega_d) \quad (2.19)$$

ó

$$A^2 \sin^2(\omega_d) = s_k(n)^2 - s_k(n+1)s_k(n-1) \quad (2.20)$$

Al restringir el valor de  $\omega_d$  a un valor positivo y menor que  $\pi/2$ , la solución anterior tiene una mayor precisión y es única [34], ya que tomando valores mayores, el error incrementa de acuerdo a la trayectoria de la función seno. En la Figura 2.1 se aprecia que la menor desviación de  $\sin(x)$  es en  $x \leq \pi/4$  [34].

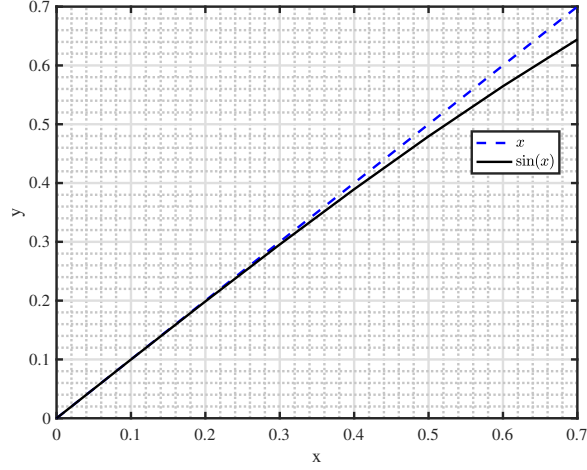


Figura 2.1: Aproximación lineal de la función seno en el intervalo  $[0, \pi/4]$ .

De este modo, (2.20) puede aproximarse aún más si observamos que  $\sin(\omega_d) \approx \omega_d$  para valores pequeños de  $\omega_d \leq \pi/4$ , obteniendo un error de aproximación inferior al 11 % [34]. Así pues, se tiene la siguiente descripción básica del operador de energía Teager-Kaiser en su forma discreta:

$$\Psi_2[s_k(n)] = s_k^2(n) - s_k(n+1)s_k(n-1) = A^2 \sin^2(\omega_d) \approx A^2 \omega_d^2 \quad (2.21)$$

Donde  $\Psi[s_k(n)]$  es la energía de salida del algoritmo y  $s_k$  es la señal por analizar.

Este operador de energía ha sido ampliamente implementado en forma multidisciplinaria, obteniendo resultados satisfactorios en sus aplicaciones.

Así, en esta tesis, una parte importante para la determinación de la constante de inercia es la detección del instante de tiempo en que ocurre el evento. Para esto, como parte de una de las aportaciones de este trabajo, se propone implementar el operador de energía Teager-Kaiser (TKEO), mediante el cual se obtiene la detección del instante en que ocurre el evento en la señal analizada, de manera similar a como se aplica en [37].

Para el caso de este trabajo, es implementado para señales de frecuencia provenientes de sistemas eléctricos sometidos a condiciones que modifican el estado estable del

sistema (ya sea un incremento de carga en algunos nodos del sistema o salida de generación de alguna de las máquinas del sistema debido a alguna falla).

### 2.3. Modelo autoregresivo de media móvil y entrada exógena (ARMAX)

Uno de los procesos implementados para la determinación de inercia, es por medio del modelo ARMAX; una técnica de identificación de sistemas basada en modelos lineales. Esta es una herramienta muy utilizada para identificar cualquier tipo de proceso real. Se trabaja sobre el análisis de procesamiento discreto y en el área de identificación de sistemas.

El modelo ARMAX consiste en aplicar la identificación del sistema con base a los datos de entrada-salida obtenidos en este caso, de datos provenientes de mediciones por medio de PMU's del sistema eléctrico. Las variaciones constantes de carga son generalmente pequeñas y excitan el sistema dinámico. Esto significa que se necesita un procedimiento adecuado de identificación del sistema que no sea sensible al bajo nivel de excitación.

Una estructura de modelo paramétrico define un sistema de tiempo continuo o un sistema de tiempo discreto. En general, se puede describir un sistema mediante la siguiente ecuación, que se conoce como el modelo polinómico general-lineal o modelo general-lineal

$$y(t) = G(q^{-1})u(t) + H(q^{-1})e(t) \quad (2.22)$$

donde

$$\begin{aligned} G(q^{-1}) &= \sum_{k=1}^{\infty} g(k)q^{-k} \\ H(q^{-1}) &= 1 + \sum_{k=1}^{\infty} h(k)q^{-k} \end{aligned} \quad (2.23)$$

donde  $u(t)$  y  $y(t)$  son entradas y salidas del sistema, respectivamente;  $q^{-1}$  es el operador de desplazamiento hacia atrás,  $e(t)$  es el ruido blanco de media cero, o el disturbio del sistema.

$G(q)$  es la función de transferencia de la parte determinística del sistema, mientras que,  $H(q)$  es la función de transferencia de la parte estocástica del sistema y  $q^{-1}$  es el operador de desplazamiento hacia atrás. La estructura del modelo lineal general se muestra en la Figura 2.2.

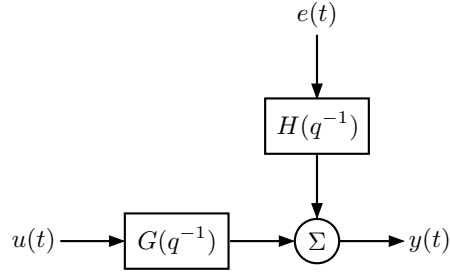


Figura 2.2: Estructura del modelo lineal general.

Por lo que se pueden crear subconjuntos del modelo lineal general como modelos más simples, tales como las estructura AR (Auto-regresivo), ARX (Auto-regresivo con términos exógenos), ARMA (Media Móvil Auto-regresiva) y ARMAX (Auto-regresiva media móvil con entrada exógena), estableciendo de este modo, uno o más polinomios como  $A_m(q^{-1})$ ,  $B_m(q^{-1})$ ,  $C_m(q^{-1})$  o  $D_m(q^{-1})$  de grado polinomial  $na$ ,  $nb$ ,  $nc$  y  $nd$ , respectivamente [38].

- Un modelo auto-regresivo (AR) se obtiene cuando  $nb=nc=0$ . Entonces, considerando una serie de datos la cual no contiene una señal de entrada, se tiene lo siguiente [38]

$$A_m(q^{-1})y(t) = e(t) \quad (2.24)$$

$$\theta = (a_1 \cdots a_{na})^T$$

para un polinomio  $A_m(q^{-1})$  formado con los coeficientes de  $\theta$  de la siguiente manera:

$$A_m(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \cdots + a_{na}q^{-na} \quad (2.25)$$



- Un modelo de media móvil (MA) se obtiene cuando  $na=nb=0$  [38]. Entonces,

$$\begin{aligned} y(t) &= C_m(q^{-1})e(t) \\ \theta &= (c_1 \cdots c_{nc})^T \end{aligned} \quad (2.26)$$

donde el polinomio  $C_m(q^{-1})$  se define por medio de los coeficientes del vector  $\theta$  de la siguiente manera:

$$C_m(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_{nc}q^{-nc} \quad (2.27)$$

- Un modelo de media móvil auto-regresivo (ARMA) se obtiene cuando  $nb=0$  [38]. Entonces,

$$\begin{aligned} A_m(q^{-1})y(t) &= C_m(q^{-1})e(t) \\ \theta &= (a_1 \cdots a_{na} \quad c_1 \cdots c_{nc})^T \end{aligned} \quad (2.28)$$

En este caso, como se puede observar en (2.28), el vector  $\theta$  contiene a los coeficientes de los polinomios  $A_m(q^{-1})$  y  $C_m(q^{-1})$ , por lo que se expresan como:

$$\begin{aligned} A_m(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{na}q^{-na} \\ C_m(q^{-1}) &= 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_{nc}q^{-nc} \end{aligned} \quad (2.29)$$

- Un caso especial es cuando  $nc=0$ . La estructura del modelo se expresa como [38]:

$$\begin{aligned} A_m(q^{-1})y(t) &= B_m(q^{-1})u(t) + e(t) \\ \theta &= (a_1 \cdots a_{na} \quad b_1 \cdots b_{nb})^T \end{aligned} \quad (2.30)$$

donde los polinomios  $A_m(q^{-1})$  y  $B_m(q^{-1})$  están dados por la relación del vector  $\theta$  como:

$$\begin{aligned} A_m(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{na}q^{-na} \\ B_m(q^{-1}) &= 1 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{nb}q^{-nb} \end{aligned} \quad (2.31)$$

usualmente se denomina modelo ARX (autorregresivo controlado). Esta estructura puede considerarse en cierto sentido como una regresión lineal. De este modo, la ecuación de predicción para el modelo ARX es dado por [38]:

$$y(t|\theta) = \phi^T(t)\theta + e(t) \quad (2.32)$$

donde

$$\phi(t) = (-y(t-1) \cdots -y(t-na) \quad u(t-1) \cdots u(t-nb))^T \quad (2.33)$$

Los polinomios presentes en algunos de los modelos más comunes se muestran en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1: Modelos SISO comunes

Polinomios usados	Nombre de la estructura del modelo
$A_m$	AR
$C_m$	MA
$A_m, C_m$	ARMA
$A_m, B_m$	ARX
$A_m, B_m, C_m$	ARMAX

Cada uno de estos modelos tienen sus ventajas y desventajas dependiendo de la dinámica y características del ruido del sistema. Por ello, es importante la comprensión del comportamiento del sistema al momento de elegir la estructura del modelo.

En este trabajo, se realiza la identificación del sistema mediante el modelo ARMAX, cuya estructura se muestra en la Figura 2.3, el cual es el modelo más completo, ya que la salida observada se describe como la suma de tres términos de regresión que contienen muestras de entrada, salida y muestras pasadas de la perturbación.

El modelo ARMAX [39] puede escribirse explícitamente como una ecuación dife-

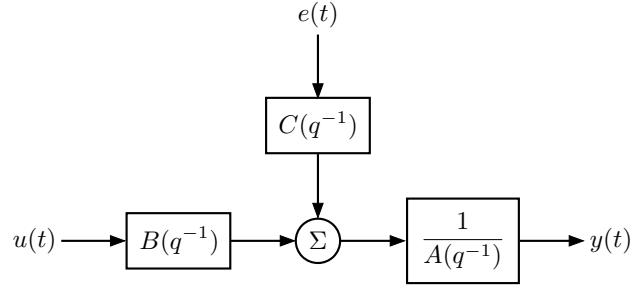


Figura 2.3: Estructura del modelo ARMAX.

rencial como (2.34):

$$y(t) + a_1y(t-1) + \dots + a_nay(t-na) = b_1u(t-1) + \dots + b_nbu(t-nb) + c_1e(t-1) + \dots + c_nce(t-nc) + e(t) \quad (2.34)$$

donde  $u(t)$  representa la entrada conocida del sistema y el término  $e(t)$  representa la entrada desconocida que modela la parte de media móvil del modelo ARMAX.

Así, la ecuación (2.34) puede reescribirse como

$$A_m(q^{-1})y(t) = B_m(q^{-1})u(t) + C_m(q^{-1})e(t) \quad (2.35)$$

lo cual, asociando a (2.22), se tiene que

$$\begin{aligned} G(q^{-1}, \theta) &= \frac{B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} \\ H(q^{-1}, \theta) &= \frac{C_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} \end{aligned} \quad (2.36)$$

donde el vector de parámetros es dado por

$$\theta = [a_1 \dots a_{na} \quad b_1 \dots b_{nb} \quad c_1 \dots c_{nc}]^T \quad (2.37)$$

La función de transferencia del modelo discreto ARMAX se expresa como:

$$y[k] = \frac{B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})}u[k] + \frac{C_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})}e[k] \quad (2.38)$$

donde los polinomios  $A_m(q^{-1})$ ,  $B_m(q^{-1})$  y  $C_m(q^{-1})$  son definidos como

$$\begin{aligned} A_m(q^{-1}) &= 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{na}q^{-na} \\ B_m(q^{-1}) &= b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \dots + b_{nb}q^{-nb} \\ C_m(q^{-1}) &= c_0 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_{nc}q^{-nc} \end{aligned} \quad (2.39)$$

donde  $q^{-1}$  es el operador de desplazamiento hacia atrás. La función de transferencia es útil para entender la estructura del modelo ARMAX. Cabe señalar, que los modelos de función de transferencia de una planta particular se describen comúnmente sólo utilizando la parte determinista del sistema  $\left(\frac{B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})}\right)$ , ya que la parte estocástica  $\left(\frac{C_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})}\right)$ , representa el efecto de las perturbaciones no accesibles en los estados de la parte determinista.

El error de predicción en el tiempo  $t$  puede definirse como:

$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - \hat{y}(t|t-1; \theta) \quad (2.40)$$

donde  $\hat{y}(t, \theta)$  es el valor de salida predicho, el cual puede describirse como

$$\hat{y}(t, \theta) = \frac{B_m(q^{-1})}{C_m(q^{-1})}u(t) + \left(1 - \frac{A_m(q^{-1})}{C_m(q^{-1})}\right)y(t) \quad (2.41)$$

o

$$C_m(q^{-1})\hat{y}(t|\theta) = B_m(q^{-1})u(t) + (C_m(q^{-1}) - A_m(q^{-1}))y(t) \quad (2.42)$$

agregando  $[1 - C(q^{-1})]\hat{y}(t, \theta)$  en ambos lados de (2.42), se tiene

$$\hat{y}(t|\theta) = B_m(q^{-1})u(t) + (1 - A_m(q^{-1}))y(t) + (C_m(q^{-1}) - 1)(y(t) - \hat{y}[t|\theta]) \quad (2.43)$$

Introduciendo el error de predicción, se tiene

$$\varphi(t, \theta) = [-y(t-1) \dots -y(t-na) \quad u(t-1) \dots u(t-nb) \quad \varepsilon(t-1, \theta) \dots \varepsilon(t-nc, \theta)]^T \quad (2.44)$$

De este modo, la ecuación (2.43) puede reescribirse como

$$\hat{y}(t|\theta) = \varphi^T(t, \theta)\theta \quad (2.45)$$

---

Se observa, que la ecuación (2.44) por sí misma no es lineal debido al efecto de  $\theta$  presente en el vector  $\varphi(t, \theta)$ . A diferencia de otros modelos tal como el AR y ARX, el modelo ARMAX no es definido como un problema de regresión lineal, sino como un problema de regresión pseudo-lineal [39]. Sin embargo, se trata como un problema no lineal mediante algún método de optimización para el cálculo de los parámetros  $\theta$  y así obtener una estimación.

De este modo, para estimar los coeficientes presentados en (2.37) y formular los polinomios como en (2.39), se utiliza la formulación del problema de error de predicción tal como (2.40) [39].

## 2.4. Transformada discreta de Taylor-Fourier y O-splines

La aplicación de los O-splines no sólo son implementados en operaciones de interpolación, muestreo y procesamiento digital de señales, sino que también tiene gran aplicación en el procesamiento de imágenes, análisis multirresolución y diseño de filtros [40]. Los O-splines se obtuvieron numéricamente por primera vez en [41] para analizar señales oscilatorias de sistemas de potencia. Los O-splines son las respuestas al impulso del banco de filtros de la Transformada Discreta de Taylor-Fourier (DTTFT, del inglés Discrete-Time Taylor-Fourier Transform) [40]. Son las funciones duales de su modelo de señal, que es una extensión de Taylor de la Transformada Discreta de Fourier (DFT, del inglés Discrete Fourier Transform), en la que los coeficientes de Fourier se extienden a polinomios de Taylor. Se denominan O-splines, porque son cíclicas, es decir, cada pieza cíclica está separada en intervalos de un ciclo fundamental, además de que proporcionan coeficientes óptimos para la representación de funciones en el subespacio de la DTTFT [40]. Las respuestas a la frecuencia con O-splines convergen a la del filtro ideal pasabajas, y las de sus derivadas a las de los diferenciadores ideales pasabajas. Dado que los O-splines operan en la etapa de análisis (matriz dual), actúan junto con sus derivadas como muestreadores óptimos del estado de la señal, en el sentido de que sus coeficientes en cada instante de tiempo proporcionan las

derivadas de la señal para su mejor aproximación de Taylor dada por la ecuación de síntesis. Esta es una diferencia importante con respecto a la mayoría de los splines, cuya literatura menciona principalmente su buen funcionamiento como interpoladores.

La cardinalidad de los O-splines resulta del operador adjunto de la expansión de Taylor-Fourier. En consecuencia, los O-splines se aplican como operadores de muestreo, ya que se obtienen los mejores coeficientes de Taylor-Fourier, con un significado físico de posición, velocidad, aceleración, etc. Al estar en la base dual biortogonal, establecen un proceso híbrido de análisis-síntesis. Esto caracteriza a los O-splines como únicos, útiles y eficaces.

DTTFT se concibió como una extensión del concepto tradicional de fador (coeficiente de Fourier), al de fador dinámico para capturar las oscilaciones con mayor precisión. Su modelo ampliado corresponde a señales en el  $\text{span}\{t^n e^{j2\pi h F_1 t}\}_h = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2} - 1$ ;  $n = 0, \dots, K$ , donde  $F_1$  es la frecuencia fundamental y  $N$  es el número de armónicas dentro de la banda de frecuencia de muestreo. Esto corresponde al span del conjunto de polos con multiplicidad  $K + 1$  en  $N$  frecuencias armónicas [40].

### 2.4.1. Transformada discreta de Taylor-Fourier

La transformada digital de Taylor-Fourier es una propuesta aplicada en [42] para la medición del fador para un estado dinámico. Esto amplía el concepto tradicional de la medición del fador en un estado estacionario para las fluctuaciones dinámicas de amplitud y fase. La aplicación de Taylor permite obtener nuevos fasores de  $n$ -ésimo orden, los cuales se obtienen aproximando la función envolvente compleja mediante un polinomio de Taylor alrededor del centro del intervalo de observación [42]. Así, los coeficientes de la expansión de Taylor corresponden a las estimaciones del fador dinámico y sus derivadas en el centro del intervalo de tiempo dado. De este modo, la estimación del fador es más precisa que la tradicional (es decir, el polinomio de Taylor de orden cero).

La solución completa para la estimación de los fasores bajo oscilaciones en los

sistemas de potencia permite, una nueva transformación discreta, denominada como transformada de Taylor-Fourier, porque estima los componentes de Taylor de la envolvente de amplitud de la oscilación a frecuencia fundamental. La transformada se calcula en intervalos de tiempo, ajustando el modelo de la señal de Taylor a la oscilación aplicando el método de mínimos cuadrados.

La idea principal de la DTTFT es expandir el subespacio de Fourier incorporando términos de Taylor de orden mayor a cero. Esto se puede entender mejor de manera visual por medio de la Figura 2.4, donde el subespacio de la transformada de Taylor-Fourier (TFT) se expande utilizando los vectores de la matriz de la transformada de Fourier (FT) como moduladores de los términos de Taylor incluyendo el  $K$ -ésimo polinomio de Taylor, para  $K > 0$  [43].

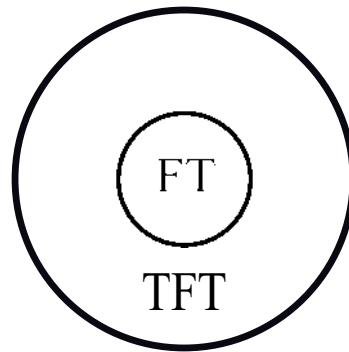


Figura 2.4: Subespacios de Taylor-Fourier y Fourier.

### 2.4.2. Modelo de señal para oscilaciones de amplitud

Las técnicas de estimación del fasor suelen asumir un modelo de señal sinusoidal con amplitud y fase constantes

$$s(t) = a_0 \cos(2\pi f_1 t + \varphi_0), \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} \quad (2.46)$$

Suponiendo un estado estable, este modelo suele ser muy preciso para las oscilaciones de potencia. Una forma de modelar la amplitud y fase de mejor manera durante todo

el intervalo de observación, es mediante una señal de paso de banda de la forma [44]

$$s(t) = a(t) \cos(2\pi f_1 t + \varphi(t)) \quad (2.47)$$

donde  $a(t)$  es la envolvente y  $\varphi(t)$  es la fase de la señal real  $s(t)$ .

Ahora, relajando los coeficientes de Fourier a funciones de tiempo complejas de la forma  $\xi(t) = a_h(t)e^{j\varphi_h(t)}$ , donde  $\xi \in \mathbb{C}$  y que llevan la *envolvente compleja* en cada  $h$ -ésima frecuencia armónica. Por lo tanto, el modelo de señal de Fourier extendida se expresa como

$$s(t) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} \xi(t) e^{j2\pi h F_1 t}, \quad -\frac{CT_1}{2} \leq t \leq \frac{CT_1}{2} \quad (2.48)$$

y donde  $F_1$  es la frecuencia fundamental y  $T_1$  es el periodo fundamental.

Por otra parte, la función de fasor dinámico complejo  $\xi(t)$  puede ser aproximada por el polinomio  $K$ -ésimo de Taylor centrado en  $t_0$  como

$$\xi^{(K)}(t) = \xi(t_0) + \dot{\xi}(t_0)(t - t_0) + \dots + \xi^{(K)}(t_0) \frac{(t-t_0)^K}{K!} \quad -C\frac{T_1}{2} \leq t \leq C\frac{T_1}{2} \quad (2.49)$$

Para funciones continuas, estas son muestreadas en instantes de tiempo discreto  $t = nT_s$ , donde  $T_s$  es el periodo de muestreo ( $T_s = 1/NF_1$ ), y  $N$  representa las muestras por ciclo fundamental. Es importante mencionar que los ciclos que delimitan la ventana de observación, depende de los términos de Taylor incluidos en el subespacio [45].

### 2.4.3. Subespacio de Fourier

La estructura del subespacio de Fourier  $\hat{s}$  de longitud  $N$ , corresponde al espacio de la transformada digital de Fourier (DFT). Las señales en el subespacio de Fourier, abarcadas por  $N$  armónicos con  $N$  muestras son combinaciones lineales de la forma,

$$\hat{s} = \frac{1}{N} \mathbf{W} \hat{\varepsilon} \quad (2.50)$$



donde,  $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{N \times N}$  y es la matriz de Fourier con factores de fase de los armónicos  $\omega^h$  en cada vector  $h = 0, \dots, N - 1$ :

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 & \dots & \omega^{(N-1)} \\ 1 & \omega^2 & \omega^4 & \dots & \omega^{2(N-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \omega^{(N-1)} & \omega^{2(N-1)} & \dots & \omega^{(N-1)^2} \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

donde  $\omega = e^{j2\pi/N}$  y el vector  $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$  contiene las estimaciones de los coeficientes de Fourier calculados a partir de la DFT de la señal  $\mathbf{s}$  dada. Nótese que las secuencias armónicas en los vectores corresponden a la duración de un ciclo fundamental

#### 2.4.4. Subespacio de Taylor-Fourier

Las señales en el subespacio de Taylor-Fourier son dadas de igual manera por la combinación lineal siguiente

$$\hat{\mathbf{s}} = \boldsymbol{\Phi} \hat{\boldsymbol{\xi}} \quad (2.52)$$

donde  $\hat{\mathbf{s}} \in \mathcal{R}^{CN}$  siendo un vector columna con  $N$  muestras de la señal de entrada,  $\boldsymbol{\Phi} \in \mathcal{C}^{CN \times CN}$  es la matriz de Taylor-Fourier y  $\hat{\boldsymbol{\xi}} \in \mathcal{C}^{CN}$  representa los coeficientes de Taylor-Fourier como

$$\boldsymbol{\Phi} \hat{\boldsymbol{\xi}} = \frac{1}{N} \left[ \mathbf{I} \begin{bmatrix} \mathbf{W} \\ \mathbf{W} \\ \vdots \\ \mathbf{W} \end{bmatrix} \mathbf{T} \begin{bmatrix} \mathbf{W} \\ \mathbf{W} \\ \vdots \\ \mathbf{W} \end{bmatrix} \dots \frac{1}{K!} \mathbf{T}^K \begin{bmatrix} \mathbf{W} \\ \mathbf{W} \\ \vdots \\ \mathbf{W} \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\xi}} \\ \hat{\boldsymbol{\xi}} \\ \vdots \\ \hat{\boldsymbol{\xi}}^{(K)} \\ \hat{\boldsymbol{\xi}} \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

donde  $\boldsymbol{\Phi}$  es de dimensión  $CN \times CN$  y  $C = K + 1$  es el número de términos de Taylor incluidos en el modelo de la señal y corresponden al mínimo número de ciclos necesarios para evitar un sistema de ecuaciones indeterminado, es decir, el número requerido con el

fin de que  $\Phi$  sea una matriz cuadrada ( $L \times L$ ,  $L = CN$ ).  $\mathbf{I}$  es la matriz identidad de  $L \times L$ , y las matrices  $\mathbf{T}^K$  son definidas como matrices diagonales de  $L \times L$  usando la siguiente secuencia de tiempo en sus diagonales

$$\mathbf{t} = \left[ -L_t \quad -L_t + 1 \quad \dots \quad L_t \right]^T / NF_1 \quad (2.54)$$

donde,  $L_t = (L - 1)/2$ .

De este modo, la señal  $\hat{\mathbf{s}}$  es la combinación lineal de las primeras  $K + 1$  derivadas en el tiempo correspondientes a cada término de Taylor para el conjunto completo de armónicos.

Por otra parte, en la expresión (2.53), se observa que al aumentar el orden  $K$  de Taylor en uno, el tamaño del modelo aumenta en  $N$ , ya que cada término de Taylor afecta a todo el conjunto de armónicos y, por tanto, se necesita otro ciclo fundamental de datos en la parte inferior de la matriz. Las matrices diagonales de Taylor realizan los productos Hadamard de los términos de Taylor con las columnas de Fourier en  $\mathbf{W}$  [40]. Entonces, la matriz  $\Phi$  en (2.53) puede reescribirse como

$$\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{T}_1 & \dots & \frac{1}{K!} \mathbf{T}_1^K \\ \mathbf{I} & \mathbf{T}_2 & \dots & \frac{1}{K!} \mathbf{T}_2^K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{I} & \mathbf{T}_C & \dots & \frac{1}{K!} \mathbf{T}_C^K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{W} \end{bmatrix} = \Upsilon \Omega \quad (2.55)$$

donde las submatrices  $\mathbf{T}_i^k$  de  $\Upsilon$  son matrices diagonales de  $N \times N$ , incluyendo el segmento del  $K$ -ésimo término de Taylor en la  $i$ -ésima ventana de un ciclo. Esta factorización separa las aportaciones de Taylor ( $\Upsilon$ ) la cual es una matriz que contiene los términos de Taylor interpolados a cada derivada espectral en la frecuencia armónica correspondiente y, la aportación de Fourier representada por  $\Omega$ , la cual es una matriz compleja moduladora que monta cada conjunto de derivadas y espectros en su frecuencia armónica correspondiente.

Los mejores coeficientes por mínimos cuadrados medios (LMS, del inglés Least

Mean Squares) de la proyección de  $\mathbf{s}$  sobre el subespacio de Taylor-Fourier viene dado por

$$\hat{\boldsymbol{\xi}} = \tilde{\boldsymbol{\Phi}}^H \mathbf{s} \quad (2.56)$$

en donde  $\tilde{\boldsymbol{\Phi}}$  es la matriz dual de  $\boldsymbol{\Phi}$  y  $^H$  denota la matriz hermitiana. Así,

$$\tilde{\boldsymbol{\Phi}} = \boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\Phi}^H \boldsymbol{\Phi})^{-1} \quad (2.57)$$

donde  $\boldsymbol{\Phi}^\dagger$  denota la pseudoinversa de  $\boldsymbol{\Phi}$ . Para garantizar la existencia de la pseudoinversa, es necesario construir un sistema de ecuaciones sobredeterminado, para ello es necesario que la cantidad de muestras dentro de la ventana de observación cumpla con [46]:

$$N \geq (2H + 1)(K + 1) \quad (2.58)$$

Posteriormente, en [40] se presenta una forma de agilizar el cálculo de  $\boldsymbol{\Phi}$ , donde (2.57) se reescribe como:

$$\tilde{\boldsymbol{\Phi}} = \boldsymbol{\Upsilon} (\boldsymbol{\Upsilon}^H \boldsymbol{\Upsilon})^{-1} \frac{\boldsymbol{\Omega}}{N} = \tilde{\boldsymbol{\Upsilon}} \frac{\boldsymbol{\Omega}}{N} \quad (2.59)$$

Como  $\boldsymbol{\Upsilon}$  es una matriz cuadrada invertible, su dual es simplemente la transposición de su inversa [40]:

$$\tilde{\boldsymbol{\Upsilon}} = \boldsymbol{\Upsilon}^{-T} = \frac{Adj(\boldsymbol{\Upsilon})^T}{|\boldsymbol{\Upsilon}|} \quad (2.60)$$

lo cual es simplemente la matriz de cofactores  $Adj(\boldsymbol{\Upsilon})^T$  dividida por el determinante  $|\boldsymbol{\Upsilon}|$ .

De esta forma,  $\boldsymbol{\Upsilon}$  se puede compactar en una matriz  $C \times C$  sustituyendo cada submatriz diagonal  $\mathbf{Y}_i^k$  por el  $K$ -ésimo término de Taylor como una función en el tiempo, evaluada en su correspondiente  $i$ -ésimo segmento [40]. La inversa de esa matriz compacta puede entonces obtenerse fácilmente, ya que esas funciones actúan como cofactores al invertir.

La ventaja radica en que los coeficientes de  $\boldsymbol{\Upsilon}$  pertenecen a los reales, mientras que los coeficientes de  $\boldsymbol{\Phi}$  pertenecen a los complejos. Por lo tanto al usar (2.57) implica un mayor número de operaciones numéricas que usando (2.59).

El ahorro computacional se debe a que las operaciones con números complejos se han sustituido por números reales.

En la siguiente Sección, el  $K$ -ésimo O-spline pasabajas y sus primeras derivadas se obtienen de forma cerrada a partir del numerador en (2.59), cuando cada submatriz  $\mathbf{W}$  en  $\mathbf{\Omega}$  se reduce en su primera columna de unos [40]. Debido a ello, la determinación de la matriz de Taylor-Fourier ( $\tilde{\Phi}$ ) se obtiene de manera directa.

### 2.4.5. O-splines pasabajas en forma cerrada

En esta Sección se obtienen los O-splines pasabajas y sus primeras derivadas en  $\tilde{\Phi}_0$  mediante la solución en forma cerrada de la matriz inversa de  $\mathbf{Y}$  en (2.60), y concatenando cada reglón en un vector de  $\tilde{\Phi}_0$ . Estos vectores contienen la envolvente común compartidas por los O-splines.

Así, para la solución en forma cerrada se considera lo siguiente:

- Para  $K = 0$ , se tiene  $t_1 = t_{[-\frac{T_1}{2}, \frac{T_1}{2})}$  y  $\Phi_0^{(0)} = 1$ , de este modo  $\tilde{\Phi}_0 = 1$ . El sistema es ortogonal y el O-spline es un pulso rectangular:

$$\tilde{\varphi}_0^{(0)}(u) = \begin{cases} 1 & -\frac{T_1}{2} \leq u \leq \frac{T_1}{2}, \\ 0 & \text{otros casos,} \end{cases} \quad (2.61)$$

- Para  $K = 1$ ,  $t_1 = t_{[-T_1, 0)}$ , y  $t_2 = t_{[0, T_1)} = t_1 + T_1$ , se tiene

$$\Phi_0^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 1 & t_2 \end{pmatrix} \quad (2.62)$$

con  $|\Phi_0^{(1)}| = t_2 - t_1 = T_1$ . Posteriormente, se tiene

$$\tilde{\Phi}_0^{(1)} = \frac{\begin{pmatrix} t_2 & -1 \\ -t_1 & 1 \end{pmatrix}}{T_1} = \begin{pmatrix} u_1 & -F1 \\ -(u_2 - 1) & F1 \end{pmatrix} \quad (2.63)$$

donde  $u_n$  es el tiempo normalizado ( $u = t_n/T_1$ ). El primer O-spline resulta en un pulso triangular:

$$\tilde{\varphi}_0^{(1)}(u) = \begin{cases} u + 1 & \text{para } -1 \leq u < 0, \\ 1 - u & \text{para } 0 \leq u < 1, \\ 0 & \text{otros casos,} \end{cases} \quad (2.64)$$

y la wavelet Haar escalada:  $-F_1 \dot{\varphi}_0^{(1)}(u)$ . Así como su primer derivada:

$$\dot{\varphi}^1(u) = f_0(\varphi^0(u + \frac{1}{2}) - \varphi^0(u - \frac{1}{2})) \quad (2.65)$$

- Para  $K = 2$ , se tiene

$$\Phi_0^{(2)} = \begin{pmatrix} 1 & t_1 & t_1^2/2 \\ 1 & t_2 & t_2^2/2 \\ 1 & t_3 & t_3^2/2 \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

con  $t_1 = t_{[-\frac{3T_1}{2}, -\frac{T_1}{2}]}$ ,  $t_2 = t_1 + T_1$  y  $t_3 = t_1 + 2T_1$ . En este caso  $|\Phi_0^{(2)}| = T_1^3$ , y

$$\tilde{\Phi}_0^{(2)} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(u_1 + 2)(u_1 + 1) & -F_1(u_1 + \frac{3}{2}) & F_1^2 \\ -(u_2 + 1)(u_2 - 1) & 2F_1 u_2 & -2F_1^2 \\ \frac{1}{2}(u_3 - 1)(u_3 - 2) & -F_1(u_3 - \frac{3}{2}) & F_1^2 \end{pmatrix} \quad (2.67)$$

El segundo O-splines es:

$$\tilde{\varphi}_0^{(2)}(u) = \begin{cases} \frac{1}{2}(u + 2)(u + 1) & \text{para } -\frac{3}{2} \leq u \leq -\frac{1}{2}, \\ -(u + 1)(u - 1) & \text{para } -\frac{1}{2} \leq u \leq \frac{1}{2}, \\ \frac{1}{2}(u - 1)(u - 2) & \text{para } \frac{1}{2} \leq u \leq \frac{3}{2}, \\ 0 & \text{otros casos,} \end{cases} \quad (2.68)$$

Su primer derivada es:

$$\dot{\varphi}^2(u) = f_0(\varphi^1(u + \frac{1}{2}) - \varphi^1(u - \frac{1}{2})) \quad (2.69)$$

- Para  $K = 3$ ,  $t_1 = t_{[-2T_1, -T_1]}$  y  $t_n = t_1 + (n - 1)T_1$  para  $n = 2, 3, 4$ . Con ello se tiene  $|\Phi_0^{(3)}| = T_1^6$ . Su primera columna dual es:

$$\tilde{\varphi}_0^{(3)}(u) = \begin{cases} \frac{1}{6}(u+3)(u+2)(u+1) & \text{para } -2 \leq u < -1, \\ -\frac{1}{2}(u+2)(u+1)(u-1) & \text{para } -1 \leq u < 0, \\ \frac{1}{2}(u+1)(u-1)(u-2) & \text{para } 0 \leq u < 1, \\ -\frac{1}{6}(u-1)(u-2)(u-3) & \text{para } 0 \leq u < 1, \\ 0 & \text{otros casos,} \end{cases} \quad (2.70)$$

las siguientes son:  $-F_1 \dot{\tilde{\varphi}}_0^{(3)}$ ,  $F_1^2 \ddot{\tilde{\varphi}}_0^{(3)}$  y  $-F_1^3 \ddot{\tilde{\varphi}}_0^{(3)}$ .

Y su primer derivada es:

$$\dot{\tilde{\varphi}}_0^{(3)}(u) = f_0(\varphi^2(u + \frac{1}{2}) - \varphi^2(u - \frac{1}{2})) \quad (2.71)$$

Finalmente, los filtros digitales pasa-bandas DTTFT son una simple versión modulada de los O-splines, que fueron determinadas en forma cerrada en [40]. Por lo tanto, de manera general, las piezas polinómicas cíclicas  $p_c(u)$ ,  $c = 1, 2, \dots, K + 1$  para el O-spline de orden  $K$ , puede ser obtenido por la siguiente expresión [40]:

$$p_c(u) = \frac{1}{D_c} \prod_{n=1, n \neq c}^{K+1} (u + n - c), \quad c = 1, 2, \dots, K + 1 \quad (2.72)$$

donde  $c$  es el índice del polinomio de izquierda a derecha;  $u$  es el tiempo cíclico normalizado respecto al periodo fundamental  $u = [0, 1)$ ; y  $D_c$  es el producto de las raíces de cada pieza polinomial  $p_c(u)$ .

La Figura 2.5 (a) ilustra las respuestas en frecuencia de los O-splines para diferentes grados de Taylor  $K = 1, 2, \dots, 7$ . Se observa que conforme  $K$  aumenta, las respuestas empiezan a tener pasabanda y bandas de paro cada vez más planas. Esta propiedad es muy importante para el rechazo de armónicas. En la medida que el grado de Taylor  $K$  aumenta, los O-splines tienden a la de un filtro pasabajas ideal de forma perfectamente rectangular.

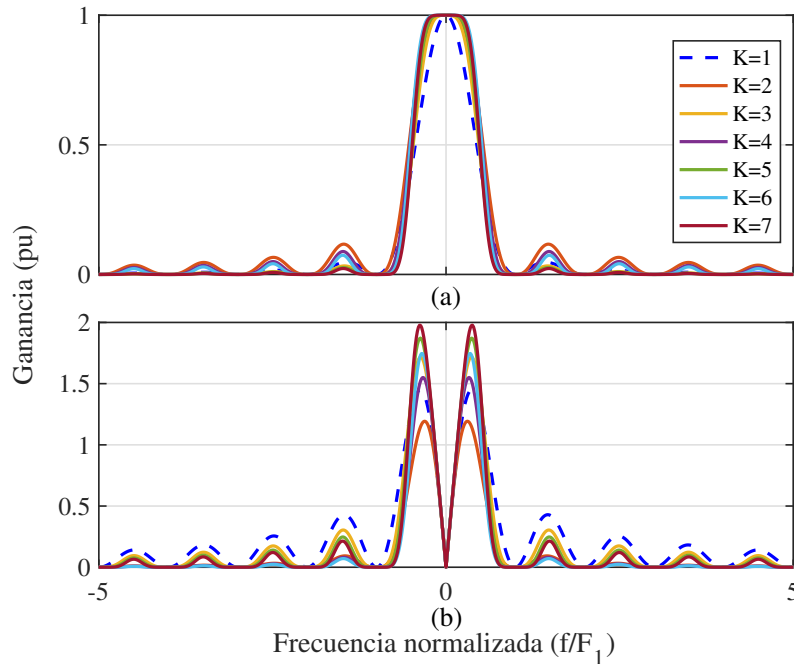


Figura 2.5: Respuesta en frecuencia del filtro pasa-bajas para  $K = 1, 2, \dots, 7$ .

Note que estos filtros ofrecen una nueva secuencia de aproximación al filtro ideal. Por otro lado, La Figura 2.5 (b) muestra las respuestas en frecuencia de la primera derivada de los O-splines. Se observa que, para el primer diferenciador, sus respuestas en frecuencia tienen una ganancia lineal en la banda de paso, la cual es típica para la derivada de primer orden.

Es importante mencionar que para este trabajo, únicamente se implementan los O-splines de primer orden, es decir, para  $K = 1$ . Esto es, el primer O-spline pasabajas y su primer derivada son obtenidos en forma cerrada por medio de la solución a la matriz inversa de  $\Phi$  y concatenando cada uno de los subvectores de  $\tilde{\Phi}$  [40], siguiendo las ecuaciones (2.62)-(2.65). Además, se utiliza una formulación multivariable, con la cual se puede realizar al mismo tiempo la determinación de la inercia para todos los generadores síncronos del sistema de potencia una vez que se detecta el evento, esto se muestra en el Capítulo 3.

## 2.5. Inercia

Un sistema eléctrico estable, es aquel en el que las máquinas síncronas, al ser perturbadas, vuelven a su estado original si no hay un cambio neto de potencia o adquieren un nuevo estado de forma asintótica sin perder el sincronismo. Por lo general, la perturbación provoca un transitorio de naturaleza oscilatoria; pero si el sistema es estable, las oscilaciones serán amortiguadas [47].

El objetivo de esta Sección, es explicar cómo y por qué el movimiento mecánico del rotor del generador está influenciado por los efectos electromagnéticos y examinar cómo este movimiento varía en función del estado de funcionamiento del generador. En el transcurso de esta discusión se introducirán algunos importantes conceptos de estabilidad junto con su descripción matemática básica.

Generalmente, la constante de inercia se define como la oposición al cambio del estado de movimiento (velocidad y dirección) de un objeto físico. En este sentido, en un sistema tradicional de potencia, los objetos físicos en movimiento son las máquinas rotatorias conectadas al sistema de potencia, es decir, generadores síncronos, generadores de inducción, turbinas, etc. La oposición al cambio de velocidad de rotación se expresa mediante el momento de inercia de su masa giratoria. En esta tesis, se determina únicamente la constante de inercia de los generadores síncronos (conjunto de la turbina, eje y generador, ya que éstos se encuentran acoplados mecánicamente).

La definición de inercia, proviene directamente de la segunda Ley de Newton, expresada como:

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{dv}{dt} \quad (2.73)$$

donde  $F$  es la fuerza resultante (N) actuando sobre la masa (kg) y produciendo de este modo una aceleración ( $m/s^2$ ). Al proyectarnos a un sistema de potencia, la expresión anterior se refiere a una masa mecánica rotatoria con una velocidad angular promedio  $\Omega$  (rad/s) y se



expresa de la siguiente forma [48]:

$$\tau_t - \tau_e = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + D_d \omega_m \quad (2.74)$$

donde  $J$  es el momento de inercia de la turbina, el eje y el generador en  $kg \cdot m^2$ ,  $D_d$  es el coeficiente de amortiguamiento de par,  $\omega_m$  es la velocidad de rotación mecánica del rotor en  $rad/s$ ,  $\tau_t$  es el par producido por la turbina en  $Nm$ , y  $\tau_e$  es el par electromagnético en  $Nm$  (par del generador). El par de la turbina  $\tau_t$  cambia con relativa lentitud, debido a las largas constantes térmicas de tiempo asociadas a la caldera y la turbina, el par electromagnético  $\tau_e$  puede cambiar su valor casi instantáneamente. En el estado estacionario, la velocidad angular del rotor es la velocidad síncrona  $\omega_{sm}$ , mientras que el par de la turbina  $\tau_t$  es igual a la suma del par electromagnético  $\tau_e$  y el par de amortiguamiento (o pérdida rotacional)  $D_d \omega_{sm}$  [49],

$$\tau_m = \tau_t - D_d \omega_{sm} = \tau_e \quad (2.75)$$

donde  $\tau_m$  es el par mecánico neto del eje, es decir, el par de la turbina menos las pérdidas de rotación en  $\omega_m = \omega_{sm}$ . La velocidad del rotor puede ser expresada como [49]

$$\omega_m = \omega_{sm} + \Delta\omega_m = \omega_{sm} + \frac{d\delta_m}{dt} \quad (2.76)$$

donde  $\delta_m$  es el ángulo del rotor expresada en radianes y  $\Delta\omega_m = d\delta_m/dt$  es la desviación de velocidad mecánica en  $rad/s$ . Sustituyendo (2.76) en (2.74) se obtiene [49]

$$J \frac{d^2\delta_m}{dt^2} + D_d \frac{d\delta_m}{dt} = \tau_m - \tau_e. \quad (2.77)$$

Multiplicando (2.77) por la velocidad síncrona  $\omega_{sm}$  se obtiene [49]

$$J\omega_{sm} \frac{d^2\delta_m}{dt^2} + D_d \omega_{sm} \frac{d\delta_m}{dt} = \omega_{sm} \tau_m - \omega_{sm} \tau_e \quad (2.78)$$

Considerando que  $\omega_{sm} D_d$  se refiere al coeficiente de amortiguamiento y además, la potencia es el producto de la velocidad angular y el par; (2.78) puede expresarse como [49]

$$J\omega_{sm} \frac{d^2\delta_m}{dt^2} + D_m \frac{d\delta_m}{dt} = P_m - P_e \quad (2.79)$$

Esta ecuación es llamada *ecuación de oscilación*.

La constante de inercia recibe el símbolo  $H$  y se define como la energía cinética almacenada medida en joules a velocidad síncrona y dividida por la potencia nominal de la máquina  $S_n$  en megavoltios-amperios, de modo que [49]

$$H = \frac{J\omega_m^2}{2S_n} \quad (2.80)$$

El ángulo de potencia y la velocidad angular pueden expresarse en radianes eléctricos y radianes eléctricos por segundo, respectivamente, en lugar de su equivalente mecánico, al considerar lo siguiente [49]

$$\delta = \frac{\delta_m}{p/2} \quad (2.81)$$

y

$$\omega_s = \frac{\omega_{sm}}{p/2} \quad (2.82)$$

donde  $p$  es el número de polos. Introduciendo la constante de inercia y sustituyendo (2.82) en (2.79), la ecuación de oscilación puede reescribirse como [49]

$$\frac{2HS_n}{\omega_s} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e - D \frac{d\delta}{dt} \quad (2.83)$$

donde  $D = 2D_m/p$ , o también como [49]

$$\frac{2HS_n}{\omega_s} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e - P_D = P_{acc} \quad (2.84)$$

donde  $P_D = D \frac{d\delta}{dt}$  y  $P_{acc}$  es la potencia de aceleración.

Cuando los sistemas de potencia están sometidos a una gran perturbación, el desequilibrio de la potencia en la etapa de respuesta inercial se debe principalmente a la desviación de la potencia eléctrica. Esto se debe a que el regulador del generador tiene un tiempo de respuesta más largo que la respuesta inercial [5]. Posteriormente, la potencia mecánica mantiene un estado estable o presenta sólo un cambio extremadamente pequeño en el proceso de inercia [50]; por lo tanto, (2.84) puede ser reescrito como:

$$\frac{2HS_n}{\omega_s} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e \quad (2.85)$$

Para pequeños cambios alrededor del punto de operación y considerando la desviación de velocidad del rotor en radianes eléctricos por segundo[49].

$$\frac{d\delta}{dt} = \Delta\omega = \omega - \omega_s \quad (2.86)$$

(2.84) puede ser expresada por:

$$\frac{2HS_n}{\omega_s} \frac{d(\omega - \omega_s)}{dt} = (P_{m0} + \Delta P_m) - (P_{e0} + \Delta P_e) \quad (2.87)$$

donde  $P_{m0}$  y  $P_{e0}$  es la potencia inicial mecánica y eléctrica del generador, y  $\Delta P_m$  y  $\Delta P_e$  son la desviación de potencia mecánica y eléctrica del generador, respectivamente.  $P_{m0}$  y  $P_{e0}$  son iguales en estado estable, antes del evento. Por lo tanto (2.87) se reescribe como:

$$\frac{2HS_n}{\omega_s} \frac{d\Delta\omega}{dt} = \Delta P_m - \Delta P_e = \Delta P \quad (2.88)$$

donde  $\Delta P$  es la potencia total de desbalance ó considerando valores por unidad, normalizando la expresión por un valor común en VA como

$$2H \frac{d}{dt} \left( \frac{\Delta\omega}{\omega_s} \right) = \frac{\Delta P_m - \Delta P_e}{S_n} = \frac{\Delta P}{S_n} \quad (2.89)$$

Tomando en cuenta la aproximación  $\Delta\omega \approx \Delta f$  como [5] y considerando que  $\frac{d\Delta f}{dt}$  denota la tasa de cambio en la frecuencia (*RoCoF*), se puede deducir la expresión para determinar el valor de la constante de inercia reescribiendo (2.89) como:

$$H = \frac{\Delta P}{2 \cdot RoCoF} \quad (2.90)$$

Dado que la mayor aportación de potencia durante la respuesta inercial ante un disturbio es la potencia eléctrica, (2.90) se considera como:

$$H = -\frac{\Delta P_e}{2 \cdot RoCoF} \quad (2.91)$$

## 2.6. Resumen del capítulo

Este Capítulo presenta los principios matemáticos de los procesos implementados para la obtención de la estimación de inercia. Estos se resumen a continuación:

- Operador de Energía Teager Kaiser (TKEO), basado en la segunda ley de Newton e implementado para la detección de eventos como en [37]. Considerando una señal de segundo orden, se implementa la expresión (2.21) con la cual se detecta el evento con base a la variación de energía de la señal. El TKEO forma parte importante para la determinación de la constante de inercia dado que a partir del instante detectado, se da inicio para determinar el tamaño de la ventana de análisis para ambos métodos implementados.
- Modelo ARMAX, el cual es una técnica de identificación de sistemas basada en datos de entrada-salida del sistema analizado. Así, el modelo ARMAX en su forma discreta se define por medio de (2.38), donde los polinomios se definen en (2.39).
- Osplines, los cuales son una herramienta de filtrado basada en el subespacio de la DTTFT. Los O-splines se aplican como operadores de muestreo, ya que se obtienen los mejores coeficientes de Taylor-Fourier, con un significado físico de posición, velocidad, aceleración, etc. De este modo, una señal  $\mathbf{s}$  puede ser estimada por medio de su ecuación de síntesis (2.52), donde la matriz de Taylor-Fourier ( $\Phi$ ) es dada por (2.55) y  $\xi$ , representa los coeficientes de Taylor-Fourier como se expresa en el lado derecho de (2.53), una vez que es aplicado el banco de filtros (filtros pasa-bajas y sus derivadas como se muestra en la Figura 2.5 a la señal  $\mathbf{s}$ .

Los O-splines se caracterizan por disminuir el costo computacional, mejorar la precisión en las estimaciones y de tener una amplia aplicación debido a su análisis multi-señal.

- La inercia se define como la oposición al cambio del estado de movimiento de un objeto físico. Aplicado en los sistemas eléctricos, la inercia de un generador, es la oposición al cambio de velocidad de rotación debida a la variación de energía cinética. De este modo, la inercia durante la respuesta inercial puede expresarse como en (2.91).

## Capítulo 3

# Metodología propuesta para la determinación de la constante de inercia

### 3.1. Introducción

Este Capítulo describe de forma detallada cada una de las metodologías implementadas en este trabajo para la determinación de inercia. La primera metodología propuesta, es por medio del modelo ARMAX, del cual ya existe un antecedente de su aplicación para la determinación de inercia en la literatura [13]. Sin embargo, es importante mencionar que para la metodología basada en el modelo ARMAX, se lograron mejorar considerablemente los resultados obtenidos en [13], esto gracias a la propuesta de detección del evento por medio de TKEO.

En segunda instancia, se describe el proceso de determinación de inercia mediante el uso de O-splines, una nueva metodología propuesta en este trabajo y que forma parte de la aportación del mismo, con la cual se logran resultados muy precisos en la determinación de inercia. Lo anterior, gracias a que los O-splines logran una reducción considerable en el costo

computacional, logrando que la propuesta en esta investigación para la estimación de la constante de inercia, sea apta para su implementación en microcontroladores o procesadores de señal digital con un coste reducido.

Cada metodología es representada por un diagrama de flujo, el cual describe desde el tipo de datos requeridos para el análisis, la detección del evento generado, el procesamiento de los datos mediante el análisis correspondiente (ARMAX/O-splines) y finalmente, la determinación de la constante  $H$ . Para esto, se implementa por medio de un ejemplo sencillo y muy conocido, el sistema de máquina a nodo infinito.

### **3.2. Determinación de la constante de inercia mediante el modelo ARMAX**

La metodología propuesta para determinar la constante de inercia en grandes sistemas de potencia, utilizando mediciones procedentes de PMUs y mediante el modelo ARMAX, se ilustra en la Figura 3.1, donde se abordan etapas como la detección del evento (incremento de carga/pérdida de generación), la definición de los vectores que conforman las ventanas de entrada y salida procesadas por el modelo ARMAX, la identificación del sistema y finalmente la etapa de la determinación de la inercia.

Uno de los principales problemas con los que se enfrenta en la determinación de inercia de las máquinas síncronas de un sistema, es la detección del instante de tiempo en que se genera el evento. Una solución propuesta en este trabajo es mediante el uso del operador de energía Teager-Kaiser, descrito anteriormente en la Sección 2.2. Con base a la medición de energía obtenida en (2.21), se realiza la detección instantánea del cambio de energía en la señal de frecuencia para el caso tratado en este trabajo, por lo que se obtiene una mejor detección del evento con únicamente tres muestras de diferencia respecto al instante exacto del evento debido a las tres muestras que requiere el algoritmo para su funcionamiento.

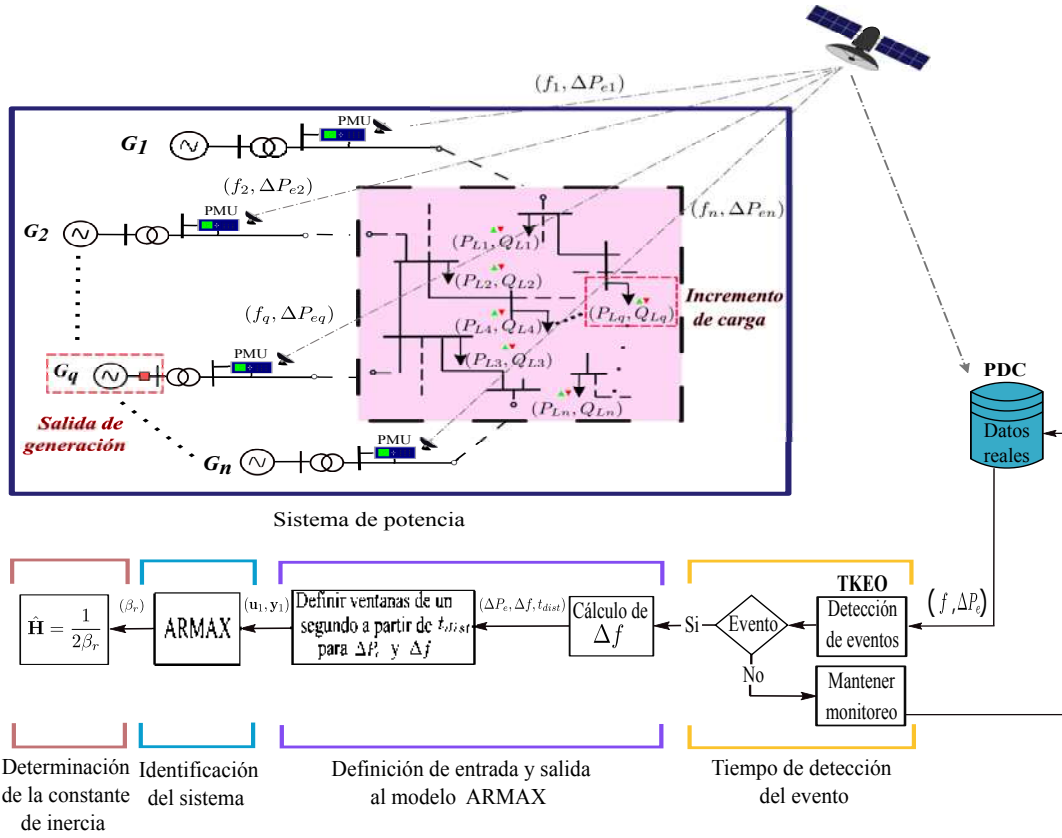


Figura 3.1: Metodología propuesta para la determinación de inercia mediante el modelo ARMAX.

Las señales requeridas y extraídas de la simulación implementada son, frecuencia en terminales del generador o bien, la velocidad angular del rotor del generador, considerando que  $\Delta\omega \approx \Delta f_{bus}$  [5] y, la potencia eléctrica ( $P_e$ ) generada por la máquina síncrona bajo análisis.

De lo anterior, el modelo ARMAX se implementa por medio de la función *armax* de Matlab, la cual permite estimar los parámetros del modelo ARMAX usando datos en el dominio del tiempo mediante el método de predicción del error y polinomios de orden especificados por  $[na, nb, nc]$  [51]. La constante de inercia del generador se obtiene por medio del modelo en su forma discreta expresado en (2.38). Debido a que no es posible

extraer por completo el efecto del ángulo interno de la respuesta del generador [13], se utiliza un modelo de segundo orden en (2.38); esto es con  $na = nb = nc = 2$ , con el fin de mantener el mismo orden respecto a la ecuación de oscilación definida en (2.79) [13] y por otra parte, de mejorar la identificación al considerar 6 coeficientes en total.

De este modo, considerando la parte determinista discreta de (2.38) pero expresada en el dominio  $z$  tal como se considera en la función *armax* de Matlab, se tiene lo siguiente:

$$Y(z) = \frac{B_m(z)}{A_m(z)}U(z) \quad (3.1)$$

Siendo la desviación de potencia ( $\Delta P_e$ ) la entrada y la desviación de frecuencia ( $\Delta f$ ) la salida (las cuales pueden provenir de mediciones PMUs) en forma discreta, se tiene [13]:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{\Delta f(z)}{\Delta P_e(z)} = \frac{b_2 z^{-2} + b_1 z^{-1} + b_0}{z^{-2} + a_1 z^{-1} + a_0} \quad (3.2)$$

Posteriormente, se requiere una representación en tiempo continuo, por ello se implementa una transformación mediante la función *d2c* y el método de Tustin; con la cual se realiza una transformación de un modelo discreto a un modelo en el dominio de Laplace usando el método de Tustin, el cual realiza una aproximación bilineal aproximando la derivada y se implementa dado que se obtiene un mejor ajuste entre un sistema continuo y discreto [52]. Una vez transformado el modelo, se obtiene una función de transferencia de segundo orden en forma polinómica como [13]:

$$G(s) = \frac{\Delta f(s)}{\Delta P_e(s)} = \frac{\beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0}{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_0} \quad (3.3)$$

donde  $\Delta f(s)$  y  $\Delta P_e(s)$  representan la desviación de frecuencia (salida) y potencia activa (entrada) en el dominio de Laplace, respectivamente.

Una vez obtenido una representación en tiempo continuo, se transforma a una representación a espacio de estados en tiempo continuo mediante la función *ss* de Matlab, la cual convierte un modelo de sistema dinámico a una forma de modelo en espacio de estados [53]. Posteriormente, se realiza una reducción de orden por medio de la función



*dcgainmr* de Matlab, la cual permite obtener un modelo de orden reducido de un sistema lineal invariante en el tiempo (LTI, del inglés Linear Time-Invariant) de tiempo continuo [54]. Una vez obtenida la reducción de orden, se transforma a una función de transferencia por medio de la función *ss2tf* de Matlab, la cual realiza la transformación de un modelo en espacio de estados a una representación del modelo como función de transferencia [55], la cual se expresa como [13]:

$$G(s) = \frac{\Delta f(s)}{\Delta P(s)} \cong \frac{\beta_r}{s + \alpha_r} \quad (3.4)$$

La reducción de orden se realiza con el fin de pasar del modelo de segundo orden, el cual considera un modelo más completo con base a la ecuación de oscilación, a un modelo de primer orden buscando similitud con la expresión en (3.4).

Por otra parte, con base a la ecuación de oscilación, la respuesta de frecuencia inercial puede deducirse mediante la ecuación (2.83), la cual se repite a continuación por facilidad de lectura:

$$\frac{2HS_n}{\omega_s} \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e - D \frac{d\delta}{dt} \quad (3.5)$$

donde al considerarse valores en por unidad se obtiene:

$$2H \frac{d\Delta\omega}{dt} = P_m - P_e - D\Delta\omega \quad (3.6)$$

donde  $\Delta\omega$  es la desviación de la velocidad angular del rotor (en p.u);  $H$  es la constante de inercia (en s);  $P_m$  es la potencia mecánica de la turbina (en p.u),  $P_e$  es la potencia eléctrica demandada (en p.u); y  $D$  es el coeficiente de amortiguamiento (en p.u).

Un instante después de presentarse el evento, la potencia mecánica se considera constante, ya que su cambio es mínimo, es decir, mantiene un estado estacionario, por lo que se puede despreciar, ya que la mayor contribución durante la etapa de respuesta inercial es la potencia eléctrica. Por lo que (3.6) puede ser representada por la siguiente función de transferencia general en el dominio de Laplace como [48]:

$$\begin{aligned} \Delta\omega(s) &= -\frac{1}{2Hs + D} \Delta P_e(s) \\ \frac{\Delta\omega(s)}{\Delta P_e(s)} &= -\frac{1}{2Hs + D} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Si (3.7) se reescribe de la forma de (3.4), entonces, el numerador y denominador de (3.7) se multiplica por  $1/2H$ , y se obtiene lo siguiente:

$$\frac{\Delta\omega(s)}{\Delta P_e(s)} = -\frac{\frac{1}{2H}}{s + \frac{D}{2H}} \quad (3.8)$$

Considerando la aproximación  $\Delta\omega \approx \Delta f$  [5], (3.8) se reescribe como [13]

$$\frac{\Delta f(s)}{\Delta P_e(s)} = -\frac{\frac{1}{2H}}{s + \frac{D}{2H}} \quad (3.9)$$

donde  $\Delta\omega$ ,  $\Delta f$ ,  $\Delta P_e$ ,  $H$  y  $D$  corresponden a la desviación de la velocidad angular del rotor en el dominio de Laplace, desviación de frecuencia en terminales del generador en el dominio de Laplace, desviación de potencia eléctrica en el dominio de Laplace, la inercia del generador en segundos y coeficiente de amortiguamiento, respectivamente.

Relacionando (3.4) y (3.9), se puede observar que  $\beta_r = -1/2H$ , por lo que despejando  $H$ , obtenemos la expresión que se implementa para determinar la constante de inercia por medio del modelo ARMAX como [13]:

$$H \cong -\frac{1}{2\beta_r} \quad (3.10)$$

A continuación se presenta un ejemplo detallado donde se muestran los pasos de acuerdo a la metodología propuesta en la Figura 3.1 para la estimación de la constante de inercia por medio del modelo ARMAX.

### 3.2.1. Ejemplo de la determinación de la contante de inercia mediante el modelo ARMAX

En este ejemplo, se implementa el sistema de una máquina a nodo infinito o también conocido como sistema SMIB (del inglés, Single-Machine Infinite-Bus system)[56], el cual consta de un generador conectado a un nodo donde se consideran valores muy grandes de potencia respecto a los del propio generador (nodo infinito). Este sistema se muestra en la Figura 3.2 y los parámetros del mismo se presentan en el Apéndice A, donde la inercia real del generador 1 a analizar es de  $H = 172.5360$  s.

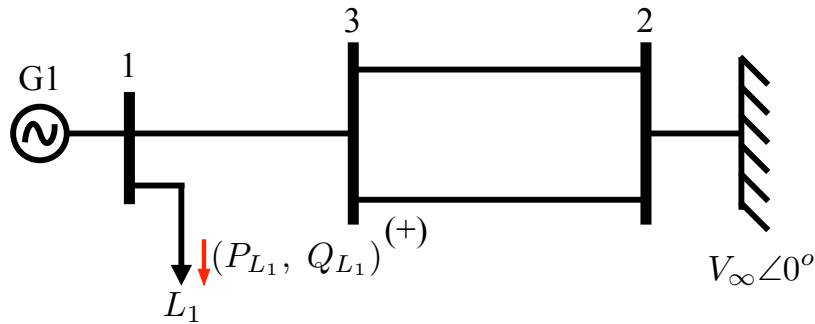


Figura 3.2: Sistema de una máquina a nodo infinito.

El caso consiste en el incremento de carga en el nodo 1 del sistema mostrado en la Figura 3.2. La demanda inicial en el nodo 1 es de  $P_{L1} = 481.62$  MW y  $Q_{L1} = 31.05$  MVAR; cuando  $t = 2$  seg., el evento se genera y causa un incremento del 40 % en la carga del nodo 1, por lo que la demanda pasa a  $P_{L1} = 674.27$  MW y  $Q_{L1} = 43.47$  MVAR.

Este ejemplo se simula en la herramienta de simulación PST de Matlab; una vez simulado el incremento de carga en el nodo 1, se obtienen las señales de potencia y frecuencia, las cuales son los únicos datos requeridos del sistema para determinar la determinación de inercia implementando la metodología propuesta en la Figura 3.1.

La Figura 3.3 ilustra las señales de potencia eléctrica antes y después del evento, donde se aprecia el estado estable antes del evento y posteriormente la variación de frecuencia después de generarse el evento en  $t = 2$  seg. (mostrado en línea punteada de color amarillo). Cabe mencionar que la caída en la respuesta de frecuencia se debe a que no se consideran controles primarios que actúen después de la etapa de respuesta inercial.

Posteriormente, se procede con la etapa de detección de eventos mediante TKEO, con el cual, por medio de la variación de energía de la señal de frecuencia que se ingresa, se detecta el instante en que se genera el evento. La Figura 3.4 muestra la variación de energía de la señal de frecuencia y la posición  $t_{dist} = 2$  seg., identificado como el instante en que se produce el incremento de carga.

En la Figura 3.4 se observa que el primer cambio de energía detectado por el algo-

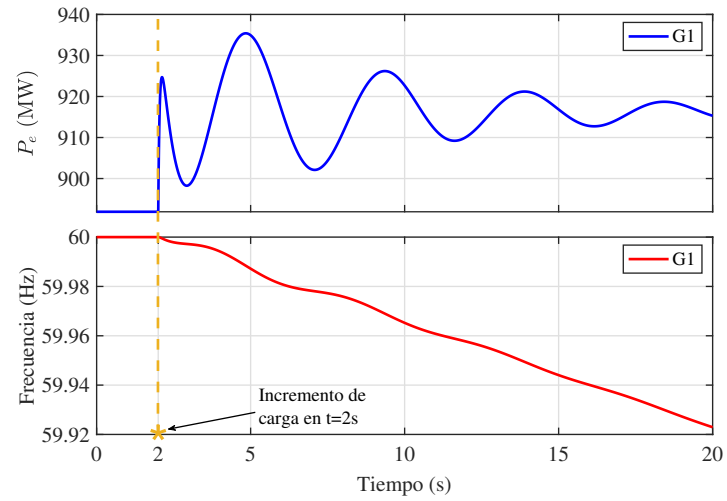


Figura 3.3: Señales de potencia activa y frecuencia del sistema SMIB ante el incremento de carga en el nodo 1.

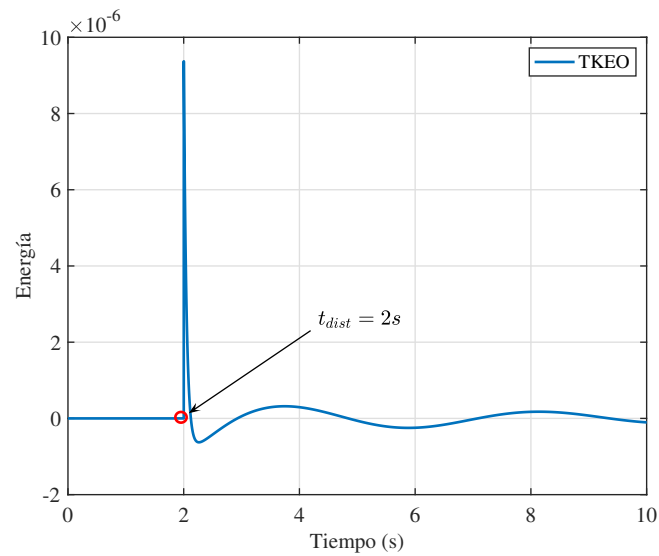


Figura 3.4: Detección del momento en que se genera el evento mediante TKEO para el sistema SMIB ante el incremento de carga en el nodo 1.

### 3.2.1 Ejemplo de la determinación de la constante de inercia mediante el modelo ARMAX

ritmo propuesto, ocurre en aproximadamente 2 segundos. La implementación del algoritmo en Matlab arroja un tiempo de 2.003 segundos. Considerando una frecuencia de muestreo de 1000 Hz, se tiene un retraso de tres muestras respecto del instante exacto del disturbio debido a las muestras que requiere el algoritmo para funcionar, sin embargo, representa un error despreciable respecto al instante real de dos segundos.

Nota: Es importante destacar que para la determinación de inercia mediante el modelo ARMAX, a partir de este punto, se requiere que todo el proceso se realice utilizando valores en *por unidad* para obtener una correcta estimación ya que las mediciones obtenidas por simulación, son extraídas en por unidad. El uso de unidades naturales de cada medición en este trabajo, es únicamente con fines prácticos.

Previo a la aplicación del modelo ARMAX, es necesario definir las señales de desviación de potencia y desviación de frecuencia, como se muestra en la Figura 3.5.

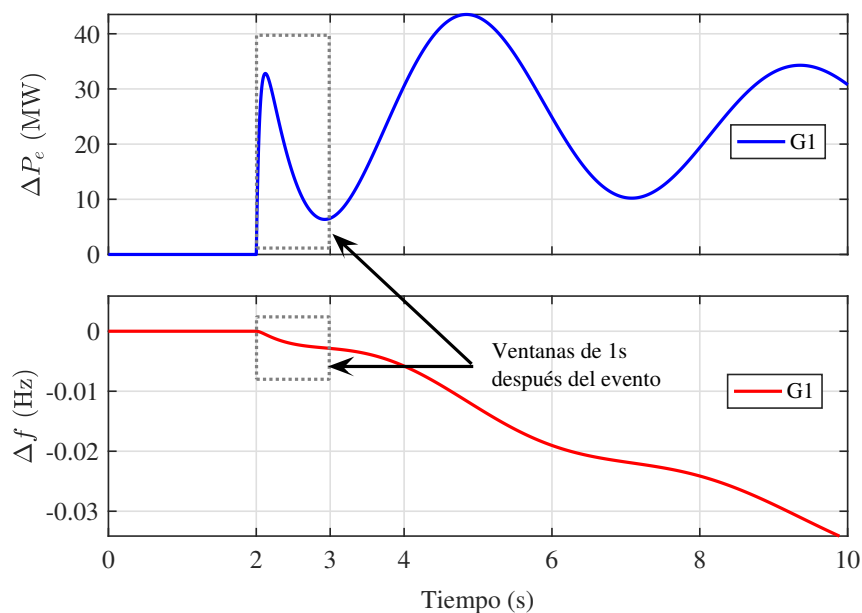


Figura 3.5: Desviaciones de potencia y frecuencia, respectivamente, del sistema SMIB ante el incremento de carga en el nodo 1.

Es decir,

$$\begin{aligned}\Delta\bar{P} &= \bar{P} - \bar{P}_{ss} \\ \Delta\bar{f} &= \bar{f} - \bar{f}_{ss}\end{aligned}\tag{3.11}$$

donde  $P_{ss}$  y  $f_{ss}$  es la potencia eléctrica y frecuencia en estado estable respectivamente y “-”, denota valores en por-unidad.

Una vez obtenidas las señales de  $\Delta P_e$  y  $\Delta f$ , así como el instante de la detección del evento, se define una ventana desde el punto en que se detecta el evento hasta un segundo después del evento como se muestra en la Figura 3.5 en el recuadro con línea punteada en color gris. Dado que el evento se detecta en 2 segundos, la ventana se define de 2 a 3 segundos en las señales de  $\Delta P_e$  y  $\Delta f$  como se muestra de forma más detallada en la Figura 3.6.

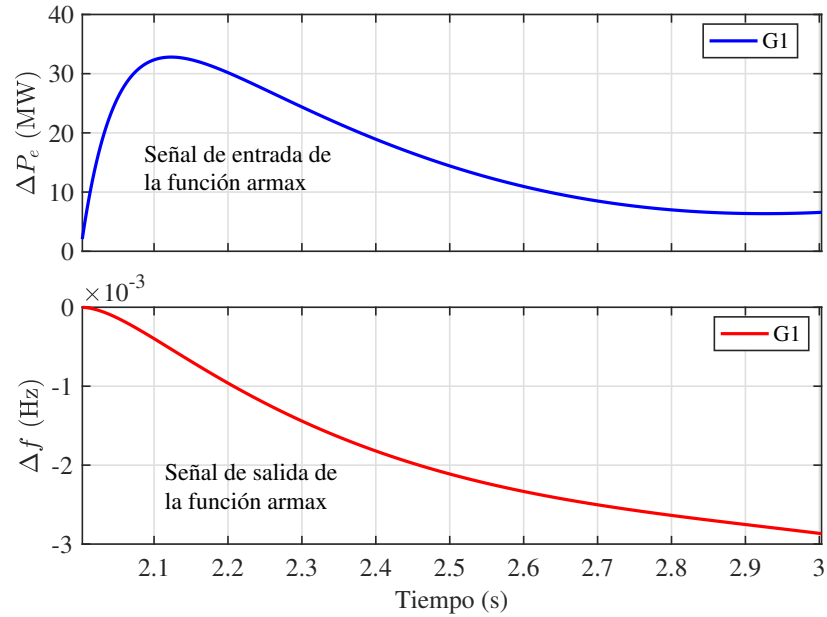


Figura 3.6: Ventanas de entrada y salida para el modelo ARMAX ( $\Delta P_e$  entrada y  $\Delta f$  salida) para el sistema SMIB ante el incremento de carga en el nodo 1.

Al realizar la identificación del sistema por medio del modelo ARMAX e implementado en matlab, se obtiene un modelo en tiempo discreto de la forma  $A_m(z)y(t) = B_m(z)u(t) + C_m(z)e(t)$ , donde:

$$A_m(z) = 1 - 0.02304z^{-1} - 0.977z^{-2}$$

$$B_m(z) = -1.771 \times 10^{-8} - 5.731 \times 10^{-6}z^{-1}$$

$$C_m(z) = 1 + 1.762z^{-1} + 0.772z^{-2}$$

como el orden polinomial es definido como  $na = 2$ ,  $nb = 2$  y  $nc = 2$ , se tiene un total de 6 coeficientes libres y el porcentaje de ajuste respecto a los datos de entrada es del 100 % de acuerdo a la información proporcionada por la función *armax*.

Posteriormente pasando de un modelo discreto a un modelo continuo por medio de la función *d2c* se tienen los siguientes polinomios:

$$A_m(s) = s^2 + 1.716 \times 10^5 s + 471.3$$

$$B_m(s) = 0.000124s^2 - 0.001538s - 499.1$$

$$C_m(s) = s^2 + 9.028 \times 10^4 s + 1.4 \times 10^9$$

Como se puede observar, se tienen polinomios de segundo orden y el objetivo es llegar a un modelo similar a (3.9), por lo que se requiere reducir el orden mediante la función *dcgainmr*, con lo que resulta en:

$$A_{ss} = [-0.002746]$$

$$B_{ss} = [-0.0007458]$$

$$C_{ss} = [3.899]$$

$$D_{ss} = [0.000124]$$

Es importante mencionar que esta función entrega un valor en la matriz de estado  $D_{ss}$ , lo cual no se considera posteriormente dado que el modelo ARMAX identifica el modelo con los polinomios  $A_m$ ,  $B_m$  y  $C_m$ . Una vez reducido el sistema, se transforma de un modelo

en espacio de estados a un modelo de función de transferencia en tiempo continuo por medio de la función *ss2tf* de Matlab, esto es

$$G(s) = \frac{0.002908}{s + 0.002746}$$

Note que al relacionar  $G(s)$  con (3.4), por inspección se puede decir que  $\beta_r = -0.002908$ . Una vez determinando el valor de  $\beta_r$  y aplicando (3.10), podemos determinar el valor de  $H$ , esto es:

$$\hat{H}_{G_1} \cong -\frac{1}{2\beta_r} \cong -\frac{1}{2(-0.0029)} = \mathbf{171.9675 \text{ seg}}$$

El valor real o de referencia del generador 1 es de  $\mathbf{H_{ref} = 172.5360 \text{ seg}}$ , con base a los parámetros de los generadores del sistema SMIB presentados en el Apéndice A. Es importante determinar el porcentaje de error relativo ( $\%ER_i$ ) que se tiene entre el valor real y el estimado, el cual se calcula de la siguiente manera:

$$\%ER_i = \frac{|H_{ref_i} - \hat{H}_i|}{|H_{ref_i}|} \times 100 \quad (3.12)$$

donde  $H_{ref_i}$  denota el valor real de la constante de inercia para el  $i$ -ésimo generador bajo análisis y  $\hat{H}_i$  representa la determinación de inercia del  $i$ -ésimo generador obtenida por la metodología propuesta. Así, el error relativo del valor de inercia estimado respecto al valor real para el generador 1, es:

$$\%ER_i = \left( \frac{|172.5360 - 171.9675|}{172.5360} \right) \times 100$$

$$\%ER_i = \mathbf{0.32947 \%}$$

Por otro lado, el tiempo de procesamiento para la determinación de la constante de inercia del generador G1 mediante esta metodología fue de 4.58 segundos.

Nota: Es importante mencionar que el valor determinado de la constante de inercia no depende del tiempo en que se genere el evento, dado que se parte desde un estado estable.

Hasta este punto, se describe paso a paso cómo estimar el valor de la inercia de un generador, así como su error relativo respecto al valor real de la inercia. Para redes eléctricas



más grandes, se puede seguir la misma metodología generador por generador para estimar sus inercias. De aquí, es importante resaltar que una de las limitantes de esta metodología, es que su procesamiento no es multi-señal, lo cual implica un mayor trabajo computacional, ya que se tiene que hacer la determinación de inercia una máquina a la vez.

### 3.3. Determinación de la constante de inercia mediante O-splines

Esta Sección explica a detalle una de las aportaciones más importantes de este trabajo, el cual corresponde a cómo se realizan las estimaciones de  $\Delta P_e$  y RoCoF a través de los O-splines para la determinar la constante inercia de grandes sistemas de potencia. Como se ha demostrado en [40] y en la Sección 2.4, los O-splines de la DTTFT proporcionan filtros de Respuesta de Impulso Finita (FIR, del inglés Finite Impulse Response) cuya respuesta en frecuencia es similar a la de un filtro ideal, lo que garantiza estimaciones suaves y precisas. Por esta razón, esta investigación adopta las estimaciones basadas en los O-splines para procesar las señales oscilantes provocadas ya sea, por el aumento de la carga o por la pérdida de generación en un sistema de potencia. Para procesar estas señales (frecuencia y potencia activa), el filtro FIR y su diferenciador de primer orden se diseñan de acuerdo con la Sección 2.4.5, con una frecuencia de muestreo de 1000 mps (muestras por segundo),  $K = 1$ , un ancho de banda de 1 Hz y una frecuencia central a 0 Hz (componente de CD), como se puede observar en la Figura 3.7.

La Figura 3.7 (a) muestra la respuesta en frecuencia del diferenciador de orden 0 (filtro pasabajas), mientras que la Figura 3.7 (b) ilustra su primer diferenciador (primer derivada). Se observa que están centrados en una frecuencia de 0 Hz (componente de CD) y que ambos tienen una ganancia máxima plana de cero en las frecuencias armónicas. Esta es una característica esencial para ambos filtros. La longitud de estos filtros FIR es de  $L = (K + 1)N$ . La idea principal de implementar un filtro de componente de directa, es

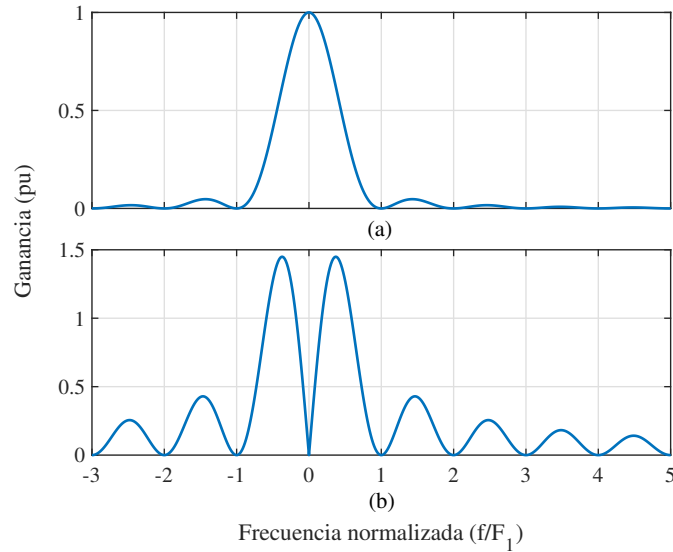


Figura 3.7: Respuesta en frecuencia del filtro pasabajas para  $K = 1$ .

debido a que las señales a procesar (en este trabajo se hace la suposición de que las señales pueden ser extraídas del WAMS mediante los PMUs conectados en cada generador de un SEP), corresponden a señales no senoidales, es decir, las señales en estado estable de la desviación de potencia activa y frecuencia en cada generador del sistema de potencia a analizar.

### 3.3.1. O-splines multivariable

Una de las características principales de los O-splines es de que podemos realizar la estimación del fasor y sus derivadas de manera simultánea para un conjunto de señales dadas. Por lo tanto, esta investigación también propone una extensión del algoritmo de los O-splines de tal forma que permita analizar múltiples señales simultáneamente y generar un conjunto de estimaciones de amplitud y primer derivada como se hace en [57]. Esto es posible porque las señales que provienen de los PMUs están sincronizadas bajo una misma estampa de tiempo, por lo que el método de O-splines se enfocará en fusionar la respuesta de los

filtros para múltiples señales de entrada. Esta estrategia se denomina O-splines multicanal o multivariable.

Para lo anterior, los fasores para múltiples señales de entrada se obtienen utilizando los mejores coeficientes de mínimos cuadrados medios para proyectar las señales en el subespacio de Taylor-Fourier. Así, expandiendo (2.56) para un conjunto de  $m$  señales, los coeficientes de Taylor-Fourier con O-splines multivariable son proporcionados por [57]

$$[\hat{\xi}_1 \quad \cdots \quad \hat{\xi}_q \quad \cdots \quad \hat{\xi}_m] = \tilde{\Phi}^{(K)H} [\mathbf{s}_1 \quad \cdots \quad \mathbf{s}_q \quad \cdots \quad \mathbf{s}_m] \quad (3.13)$$

donde la  $q$ -ésima columna  $\mathbf{s}_q$  se denota por el segmento de una sola señal, y el vector  $\hat{\xi}_q$  contiene las derivadas fasoriales complejas sucesivas, correspondientes a cada señal  $\mathbf{s}_q$  [40, 45, 58]:

$$\hat{\xi}_q = [\hat{\xi}_q \quad \hat{\xi}_q' \quad \hat{\xi}_q'' \quad \cdots \quad \hat{\xi}_q^{(K)}]^T \quad (3.14)$$

Así, las mejores estimaciones instantáneas de amplitud y primera derivada están dadas por [58].

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{a}}(t_0) &= 2|\hat{\xi}(t_0)|; & \hat{\varphi}(t_0) &= \angle \hat{\xi}(t_0) \\ \hat{\dot{\mathbf{a}}}(t_0) &= 2 \operatorname{Re}\{\hat{\xi}(t_0)e^{-j\hat{\varphi}(t_0)}\} \end{aligned} \quad (3.15)$$

De esta manera, dada la disponibilidad de las mediciones de frecuencia (provenientes de los PMUs) y desviación de potencia activa (procedentes del PDC mediante mediciones de PMUs) contenidas en cada vector de señal en  $\mathbf{s}_m$  (representada por el lado derecho de (3.13)); la amplitud estimada de las desviaciones de potencia activa y las estimaciones de RoCoF se obtienen mediante los O-splines multivariable utilizando (3.13)-(3.15), esto es:

$$\Delta \hat{\mathbf{P}}_e(t_0) = 2|\hat{\xi}(t_0)| \quad (3.16)$$

$$\mathbf{Ro}\hat{\mathbf{C}}\mathbf{o}\mathbf{F}(t_0) = 2 \operatorname{Re}\{\hat{\xi}(t_0)\} \quad (3.17)$$

donde el filtro pasabajas se utiliza para estimar la amplitud de las desviaciones de potencia activa  $\Delta \hat{\mathbf{P}}_e$  y su diferenciador de primer orden se aplica a las mediciones de frecuencia para estimar la primer derivada de la frecuencia, es decir, el  $\mathbf{Ro}\hat{\mathbf{C}}\mathbf{o}\mathbf{F}$ .

Por lo tanto, para determinar las constantes de inercia en todos los generadores síncronos de grandes sistemas de potencia, simplemente se requieren las mediciones derivadas de los PMUs (frecuencia y potencia activa) para así mismo obtener sus respectivas estimaciones mediante O-splines y finalmente determinar la constante de inercia por medio de (2.91) en términos de las señales estimadas para todos los generadores como:

$$\hat{\mathbf{H}} = -\frac{\Delta\hat{\mathbf{P}}_e}{2 \cdot \mathbf{Ro}\hat{\mathbf{CoF}}} \quad (3.18)$$

donde  $\Delta\hat{\mathbf{P}}_e$  y  $\mathbf{Ro}\hat{\mathbf{CoF}}$  corresponden a las estimaciones de la amplitud de las desviaciones de potencia activa y RoCoFs, respectivamente, mediante los O-splines multivariantes (3.16)-(3.17). Es importante resaltar, que esta metodología es capaz de determinar cada una de las constantes de inercia de cada uno de los generadores síncronos contenidos en el sistema de potencia en la misma ventana de análisis. Para esto, a continuación se presenta un ejemplo paso a paso de cómo determinar la constante de inercia mediante los O-splines.

### 3.3.2. Ejemplo de la determinación de la constante de inercia mediante los O-splines

La metodología propuesta para determinar la constante de inercia en grandes sistemas de potencia utilizando únicamente la información de los WAMS y mediante el análisis multiseñal de los O-splines, se presenta en la Figura 3.8. Aquí, se aborda principalmente la etapa de detección del evento mediante el operador TKEO (misma para la metodología basada en el modelo ARMAX de la Sección anterior), la estimación de la desviación de potencia eléctrica y estimación de RoCoF usando O-splines, y finalmente, la constante de inercia determinada por medio de (3.18).

Para detallar paso a paso la metodología propuesta presentada en la Figura 3.8, se aplican los O-splines al mismo sistema de una máquina a nodo infinito (SMIB) de la Figura 3.2, presentado también al determinar la constante de inercia mediante el modelo ARMAX. Así, el caso consiste nuevamente en el incremento de carga en el nodo 1, donde la demanda

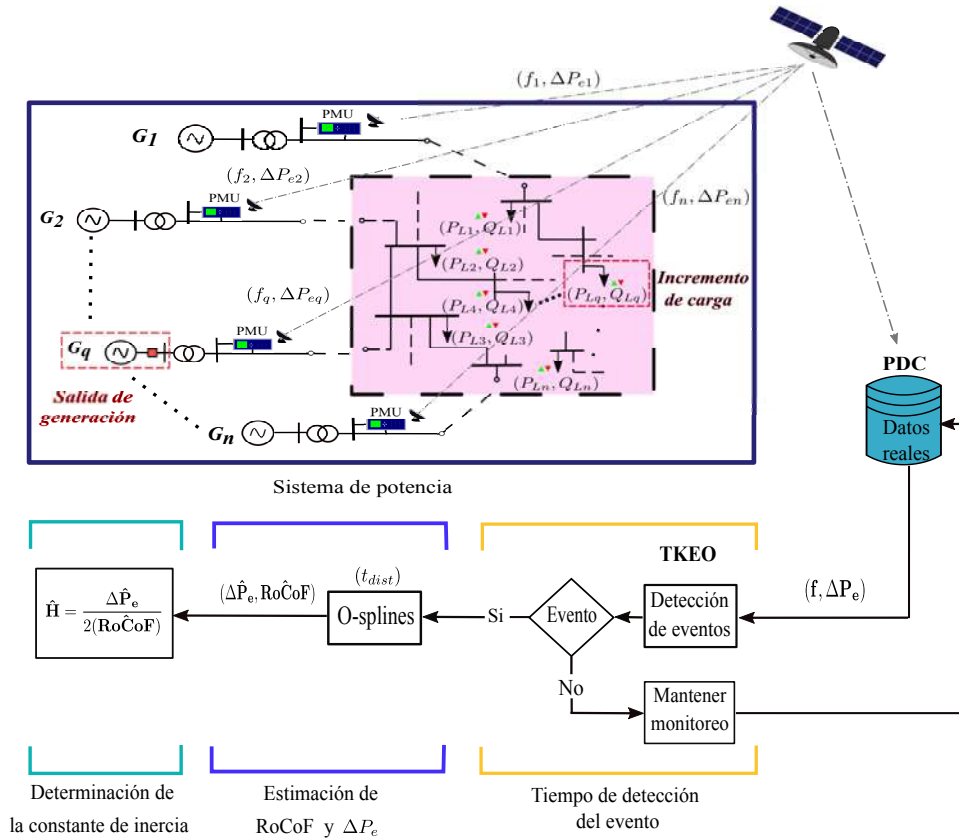


Figura 3.8: Metodología para la determinación de inercia mediante O-splines.

inicial en este nodo es de  $P_e = 481.62$  MW y  $Q = 31.05$  MVAR. En  $t = 2$  seg. se realiza un incremento del 40% en la carga, obteniéndose así una demanda de  $P_e = 674.27$  MW y  $Q = 43.47$  MVAR. De esta manera, las señales de potencia activa y frecuencia del sistema SMIB son las mismas que las mostradas en la Figura 3.3. A diferencia de la metodología basada en el modelo ARMAX, la metodología propuesta para determinar la constante de inercia mediante O-splines, requiere únicamente las mediciones de frecuencia y desviación de potencia, como se muestra en la Figura 3.9.

Es importante mencionar que los datos utilizados durante el proceso, son en unidades por unidad (p.u) debido a que las mediciones resultantes de la simulación se presentan

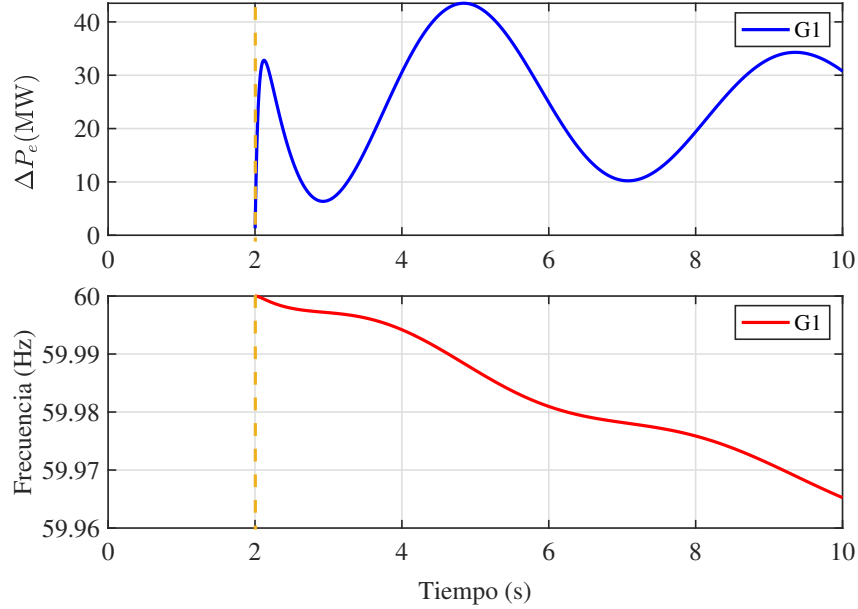


Figura 3.9: Mediciones de frecuencia y desviación de potencia para el sistema SMIB ante el incremento de carga en el nodo 1.

en unidades por unidad. Por otra parte, sólo se implementan cantidades reales con fines ilustrativos y de referencia en las figuras mostradas.

De manera similar al determinar  $H$  mediante el modelo ARMAX, una parte fundamental para determinar  $H$  de cada generador por medio de esta nueva metodología basada en los O-splines, es la detección del instante en que se produce el evento. Para esto, nuevamente se utiliza el TKEO representado por (2.21) y aplicado a la señal de frecuencia, por lo que el tiempo en que sucede el disturbio es detectado en  $t_{dist} = 2s$ , como también puede observarse en la Figura 3.4 por tratarse del mismo caso.

Una vez detectado el disturbio, las señales de desviación de potencia y frecuencia provenientes del PDC son ingresadas a los O-splines por medio de (3.13), donde los filtros FIR y su diferenciador de primer orden están contenidos en  $\tilde{\Phi}$  y cuya respuesta en la frecuencia se muestra en la Figura 3.7. Por lo tanto, para procesar estas señales (frecuencia

y potencia activa), el filtro FIR y su diferenciador de primer orden se diseñan de acuerdo con la Sección 2.4.5, con una frecuencia de muestreo de 1 kmps (mil muestras por segundo),  $K = 1$ , un ancho de banda de 1 Hz y una frecuencia central a 0 Hz (componente de CD). Debido a que se utiliza un orden de Taylor de  $K = 1$ , esto implica la selección de una ventana de tiempo de dos ciclos, lo cual corresponde a una longitud de ventana rectangular de 2 segundos o 2000 muestras. Por lo que, en este trabajo de investigación, se utiliza una ventana rectangular deslizante de 2000 muestras de longitud.

El método de ventanas deslizante consiste en analizar la señal o conjunto de señales en un ambiente similar al de tiempo real. Para esto, se utiliza una ventana rectangular con una cantidad de  $N = F_s/F_1$  muestras fija, donde  $F_s$  corresponde a la frecuencia de muestreo y  $F_1$  denota el ancho de banda del O-spline. De esta forma, las ventanas se van construyendo en “tiempo real” conforme se van obteniendo las señales a analizar en el tiempo. Una vez que la ventana está completa (la cual comienza a llenarse a partir del tiempo  $t_{dist}$ ), se hace la primer estimación de las constantes de inercia mediante el procesamiento de las desviaciones de potencia y frecuencia mediante (3.18). Entonces, la ventana comienza a deslizarse, es decir, se elimina la primer muestra de la ventana original y se toma una muestra nueva, complementando una nueva ventana de  $N$  muestras de longitud. Para los casos aquí analizados, se utiliza una ventana deslizante de 2000 mps o 2 seg..

Así, para procesar las señales de  $\Delta P_e$  y frecuencia para determinar la constante de inercia por medio de los O-splines, éstas primeramente se concatenan en una matriz  $\mathbf{S}_m = [\mathbf{f} \quad \Delta \mathbf{P}_e]$ , en segmentos de señal de 2000 muestras cada una (lado derecho de (3.13)). Donde los coeficientes de Taylor-Fourier con los O-splines multivariable se proporcionan directamente mediante (3.13) para posteriormente usarlos para las estimaciones de las amplitudes de  $\Delta P_e$  mediante el filtro pasabajas (Figura 3.7 (a)) y RoCoF por medio del diferenciador de primer orden (Figura 3.7(b)) aplicado a las señales de frecuencia. Finalmente, en el mismo instante de tiempo, se determina de manera directa las constantes de inercia por medio de (3.18). Es decir, para lo anterior, se utiliza un enfoque de ventana

deslizante para procesar todas las señales sincronizadas en el tiempo en una sola etapa y así, determinar  $H$  en el tiempo, como se ilustra en la Figura 3.10.

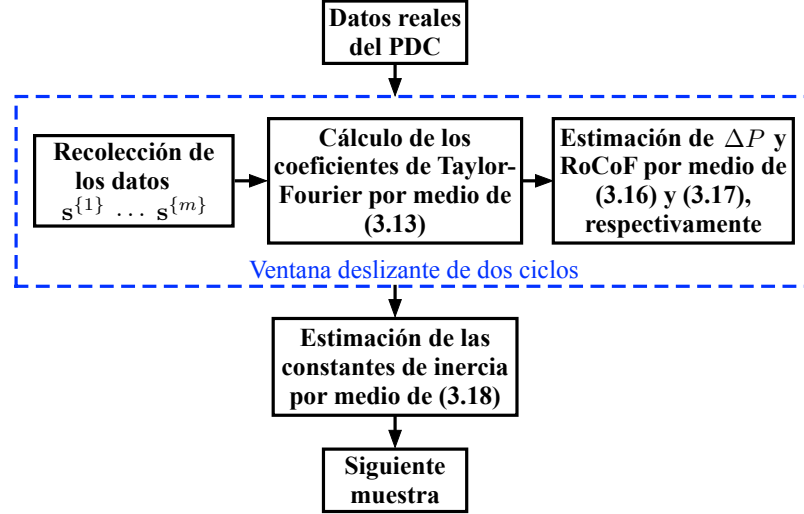


Figura 3.10: Diagrama de flujo para determinar las constantes de inercia por medio de los O-splines.

Por lo tanto, el gráfico de la parte superior de la Figura 3.11 ilustra la desviación de potencia ( $\Delta P_e$ ), mientras que el gráfico de la parte inferior muestra la estimación de la desviación de potencia ( $\Delta \hat{P}_e$ ) obtenida al aplicar el análisis de O-splines, (3.16).

Note que la ventana de análisis representada por el recuadro en línea punteada de color gris, es de dos segundos (2000 muestras) a partir de la detección del evento,  $t_{dist} = 2$  seg, y con el primer valor estimado al centro de la ventana [45], esto es en  $t = 3$  seg.. Posteriormente, la ventana se desplaza conforme al concepto de ventanas deslizantes para obtener de esta manera, una representación de la estimación en tiempo real para una señal dada.

Por otra parte, la gráfica superior de la Figura 3.12 muestra la señal de frecuencia y la gráfica inferior la señal del  $Ro\hat{C}oF$  estimada usando O-splines, (3.17). Similarmente, se tiene una ventana de dos ciclos (2k muestras) con el mejor estimado de  $Ro\hat{C}oF$  al centro



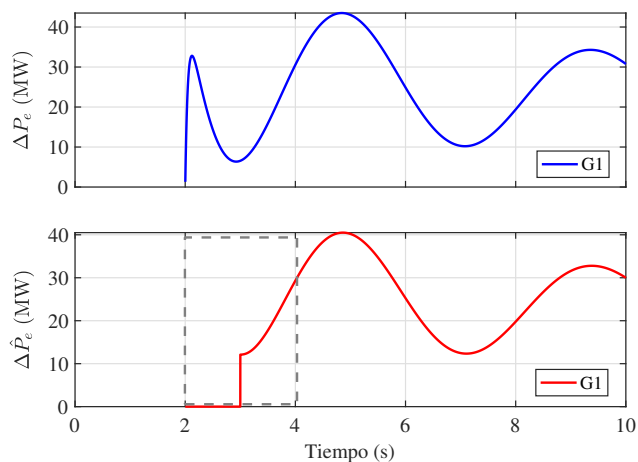


Figura 3.11: Desviación de potencia y su estimación mediante O-splines en el sistema SMIB ante el incremento de carga en el nodo 1.

de la ventana, como se muestra en el recuadro con línea punteada en color gris.

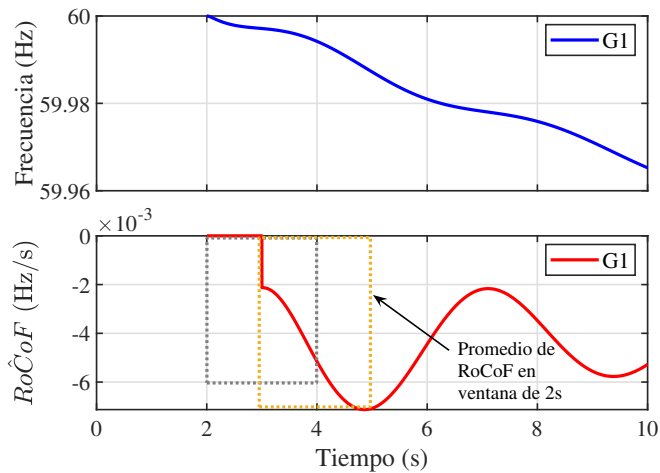


Figura 3.12: Frecuencia y estimación del  $Ro\hat{C}oF$  mediante O-splines en el sistema SMIB ante el incremento de carga en el nodo 1.

La última etapa de la metodología propuesta consiste en determinar la constante

$H$ . Para ello, se aplican los datos estimados anteriormente ( $\Delta\hat{P}_e$  y  $Ro\hat{C}oF$ ) en la expresión (3.18), obteniendo de este modo el comportamiento de la inercia en función del tiempo, como se ilustra en la Figura 3.13. De esta manera, en la Figura 3.13 se observa con línea horizontal punteada de color gris, el valor real de la constante de inercia para el generador  $G1$  y en color rojo la estimación de la constante inercia usando la metodología propuesta después de presentarse el evento. El recuadro gris con línea punteada denota la ventana de dos segundos en la que se obtiene la primer estimación al centro de la ventana, es decir, en  $t = 3$  seg.. Finalmente, el recuadro azul de línea punteada corresponde al intervalo de 2 seg. de la inercia en el tiempo con la que se calcula la media y obtener de este modo, el valor estimado de la inercia del generador analizado para los primeros 3 segundos. El propósito del cálculo de la media en un intervalo de 2 segundos, es obtener un buen estimado cuando se tienen picos en el comportamiento de la inercia debido a los cruces por cero por parte de los valores de  $RoCoF$  al evaluarse en (3.18), como se observa en los casos de estudio presentados en el siguiente Capítulo. Sin embargo, se observa que para este caso se tiene una estimación de la inercia muy precisa 1 segundo después de la detección del evento.

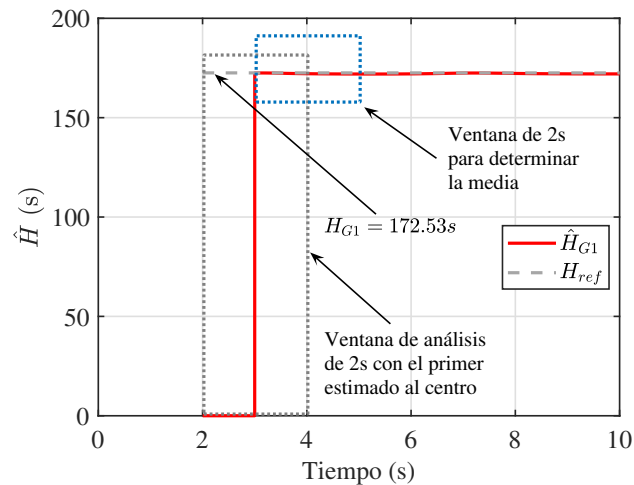


Figura 3.13: Estimación de la inercia mediante O-splines para el sistema SMIB ante el incremento de carga en el nodo 1.

Es importante resaltar que todos estos pasos se hacen al mismo tiempo y en la misma ventana de análisis conforme ésta se va actualizando (deslizando), ver Figura 3.10.

El valor real o de referencia del generador 1 es de  $\mathbf{H}_{\text{ref}} = 172.5360 \text{ seg.}$ , con base a los parámetros de los generadores del sistema SMIB presentados en el Apéndice A. Es importante determinar el porcentaje de error relativo ( $\%ER_i$ ) que se tiene entre el valor real y el estimado, el cual se calcula como en (3.12).

Considerando que el valor de la constante de inercia determinado para el generador 1 fue de  $\hat{\mathbf{H}}_{\mathbf{G}1} = 172.4712 \text{ seg.}$ , el error relativo del valor de inercia determinado respecto al valor real para el generador 1, es:

$$\%ER_i = \left( \frac{|172.5360 - 172.4712|}{172.5360} \right) \times 100$$

$$\%ER_i = 0.0376 \%$$

El tiempo de procesamiento para la determinación de la constante de inercia del generador G1 mediante esta metodología fue de 0.96 segundos. Con esto, se puede tener una idea de la velocidad de procesamiento para la determinación de inercia respecto a la metodología anterior basada en el método de ARMAX.

### 3.4. Resumen del capítulo

En este Capítulo, se presentan de manera detallada dos metodologías novedosas para la estimación de las constantes de inercia en generadores síncronos para grandes redes eléctricas. La primera basada en el modelo ARMAX y la segunda, basada en O-splines.

- Para la determinación de inercia mediante el modelo ARMAX, consiste básicamente en los siguientes puntos:
  1. Se detecta el evento por medio de TKEO.
  2. Una vez detectado el evento, se extraen los datos de potencia y frecuencia del sistema para cada generador.

3. Se obtiene  $\Delta P_e$  y  $\Delta f$  mediante (3.11).
  4. Se define una ventana de un segundo a partir de la detección del evento con TKEO para  $\Delta P_e$  y  $\Delta f$ .
  5. Se ingresa la ventana de  $\Delta P_e$  como entrada y  $\Delta f$  como salida en el modelo ARMAX. Una vez identificado el sistema, se obtiene una función de transferencia en el dominio  $z$  como en (3.2).
  6. Posteriormente, se representa en el dominio de Laplace mediante el método Tustin como en (3.3).
  7. Se obtiene una representación en espacio de estados.
  8. Se realiza una reducción de orden, obteniendo una expresión de primer orden de la forma de (3.4).
  9. Se calcula la inercia mediante (3.8).
  10. Se obtiene el error mediante (3.12).
- Determinar la constante de inercia basado en O-splines, resulta en una metodología precisa y de bajo costo computacional que se basa principalmente en los siguientes puntos:
    1. Se detecta el evento por medio de TKEO.
    2. Una vez detectado el evento, se extraen las mediciones de la desviación de potencia y frecuencia de cada generador del sistema.
    3. Se ingresan las señales de  $\Delta P_e$  y  $f$  a partir del  $t_{dist}$  identificado hasta formar una ventana de dos ciclos al análisis de O-splines. Los pasos para lo anteriores se presentan a continuación:
      - (a) Se procesan las señales al filtro pasabajos y su diferenciador de primer orden mostrado en 3.7.
      - (b) Se obtienen los coeficientes como en (3.14).

- (c) Se estima  $\Delta\hat{P}_e$  mediante (3.16) y  $Ro\hat{C}oF$  mediante (3.17).
  - (d) Se determina la cte. de inercia mediante (3.18).
4. Se calcula el error relativo usando (3.12).



## Capítulo 4

# Casos de estudio y validación de resultados

### 4.1. Introducción

La investigación propuesta tiene como propósito principal, la determinación de la constante de inercia de generadores síncronos que conforman un sistema eléctrico de potencia de grandes dimensiones. Para ello, se implementan 2 maneras completamente distintas para determinarla; la primera es por medio del modelo ARMAX y la segunda, por medio del análisis con O-splines. Para ambos métodos, se requieren únicamente de las mediciones reales de frecuencia y desviación de potencia del sistema para determinar la constante de inercia de cada generador, lo que a su vez caracteriza la estimación usando O-splines, dado que no requiere un pre-procesamiento de las señales para el manejo de los datos provenientes del sistema, además que se propone una extensión del mismo para múltiples canales. Los métodos aquí implementados, se fundamentan en el Capítulo 2 y las metodologías propuestas para determinar la constante  $H$  (Capítulo 3), se presentan en las Figuras 3.1 y 3.8 para el modelo ARMAX y mediante O-splines, respectivamente.

Para este trabajo, se realizan diversas simulaciones en la herramienta de simulación

Power System Toolbox (PST) [56] implementado en Matlab. Los sistemas implementados en PST y para los cuales se determina  $H$  aplicando ambas metodologías propuestas en el Capítulo 3 son los siguientes:

- Sistema WSCC (Western System Coordinated Council ) de 3 generadores y 9 nodos.
- Sistema clásico NETS (New England Transmission System) de 10 generadores y 39 nodos.
- Sistema clásico NETS/NYPS (New England Transmission System/New York Power System) de 16 generadores y 68 nodos.
- Sistema NETS/NYPS de 68 nodos y 16 generadores (modelo 4° orden).

Todas las simulaciones constan de un tiempo total de simulación de 10 seg., para lo cual, el inicio del evento sucede en  $t = 2$  seg. y la frecuencia de muestreo corresponde a  $F_s = 1$  kHz. Además, todos los sistemas de prueba se evalúan en dos diferentes escenarios, los cuales corresponden a un incremento de carga y una salida de generación. De este modo, se derivan dos casos por cada sistema de prueba: Caso A y Caso B, respectivamente. El caso de aumento de carga (Caso A) para los sistemas de prueba, se realiza mediante las funciones *lmod* y *rlmod* del PST [56], con las cuales se pueden controlar los cambios de carga en potencia activa y reactiva, respectivamente. Ambas funciones realizan modulaciones a través de ecuaciones de control de carga empleando la señal *lmod\_sig*. Mientras tanto, el caso de salida de generación (Caso B), se lleva a cabo utilizando los datos de conmutación en *sw\_con* para definir el tipo de falla [56]. Así, se realiza un disparo en la línea que conecta directamente al generador objetivo.

En cualquier caso, la lectura de estas funciones está contenida en *s\_simu*. El script *s\_simu* llama a los modelos del PST para la selección del archivo de datos, el desarrollo de flujos de potencia y su solución, la inicialización de los modelos de simulación no lineal y la integración paso a paso de las ecuaciones dinámicas para obtener la respuesta a un evento del sistema especificado por el usuario, siguiendo el procedimiento de [56].



Por otra parte, la efectividad de los métodos propuestos se hace con base al error relativo determinado por (3.12).

## 4.2. Sistema WSCC de 3 generadores-9 nodos

Este sistema está conformado por 3 generadores, 9 nodos y tres grandes cargas equivalentes conectadas en una red de transmisión mallada a través de líneas de transmisión, tal y como se muestra en la Fig. 4.1. La potencia base del sistema es de 100 MVA y la frecuencia del sistema es de 60 Hz. El sistema cuenta con excitador, el cual se considera idéntico para todas las máquinas y del tipo IEEE-Tipo 1 (Ver Apéndice B). Cabe mencionar que este sistema es ampliamente utilizado en la literatura [47, 56], permitiendo con ello la comparación de procedimientos desarrollados y resultados obtenidos.

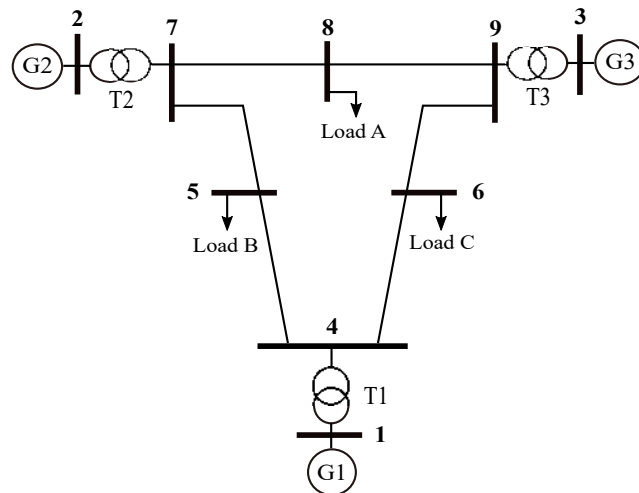


Figura 4.1: Diagrama unifilar del sistema WSCC

Este sistema es el primero en implementarse de acuerdo a los casos de estudio propuestos, con el propósito de ver la efectividad de la metodología propuesta tanto para sistemas pequeños, como para sistemas más grandes. De este modo, los casos realizados se describen a continuación.

### 4.2.1. Determinación de las constantes de inercia mediante el modelo ARMAX

#### Caso A: Incremento de carga

Este caso consiste en un incremento de carga en el nodo 5, el cual tiene una demanda de 125 MW y 20 MVAR. El incremento se aplica en el instante  $t = 2$  seg. y al efectuarse, se realiza un incremento de carga del 40% tanto en potencia real como en potencia reactiva, por lo que pasa a tener una demanda de 175 MW y 70 MVAR, es decir  $P = 1.75$  p.u. y  $Q = 0.7$  p.u., considerando una potencia base de 100 MVA y una frecuencia de 60 Hz en el sistema.

Para la metodología propuesta en este trabajo, se requieren únicamente mediciones de potencia activa y frecuencia o velocidad del rotor del generador; estas mediciones son obtenidas por medio de sistemas de monitoreo de área amplia (WAMS, del inglés Wide-Area Monitoring Systems). Posteriormente los datos son enviados a un concentrador de datos fasoriales o PDC (del inglés Phasor Data Concentrator) como es presentado en la Figura 3.1. Uno de los procesos que realiza un PDC es el cálculo interno de la desviación de potencia; de este modo, la información extraída es la desviación de potencia y frecuencia correspondientes a este sistema, como se muestra en la Figura 4.2. Es importante resaltar que el modelo ARMAX procesa las señales una a la vez, es decir, no es multi-señal.

Con base a la metodología propuesta en la Sección 3.2 para determinar la constante  $H$  por medio del modelo ARMAX, en el instante en que se presenta un evento, tal como el incremento de carga, comienza la etapa de detección del evento por medio del TKEO; donde para este caso, el algoritmo identifica a  $t_{dist} = 2$  seg. como el primer cambio de energía en la señal de frecuencia, como se muestra en la Figura 4.3.

Posteriormente, se calcula la desviación de frecuencia, obteniendo de este modo, la señal que se muestra en la Figura 4.4. Dado que se cuenta con el momento en que ocurre el evento, se determinan las ventanas de entrada ( $\Delta P_e$ ) y salida ( $\Delta f$ ) para el modelo ARMAX, como se muestra en la Figura 4.4, para ello se toman muestras en un intervalo de 1 segundo

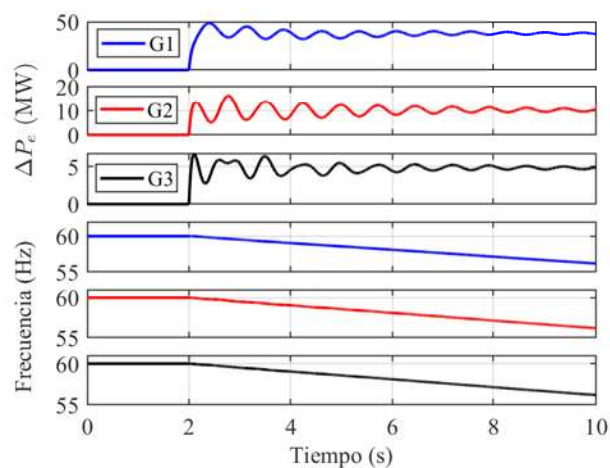


Figura 4.2: Desviación de potencia y frecuencia del sistema WSCC ante el incremento de carga en el nodo 5.

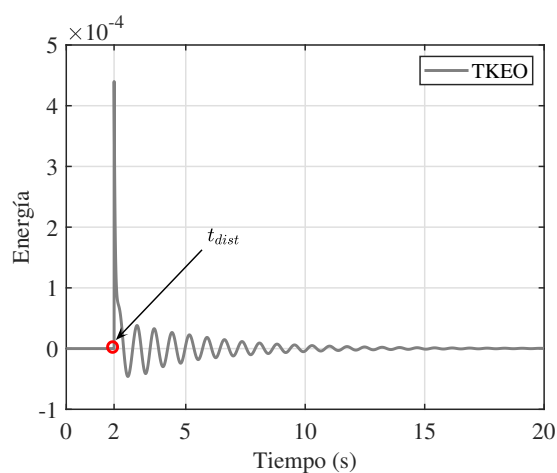


Figura 4.3: Detección del evento mediante TKEO para el sistema WSCC ante el incremento de carga en el nodo 5.

a partir de la detección del evento, es decir, si el evento es detectado en 2 segundos de tiempo, la ventana estará definida desde los 2 segundos hasta los 3 segundos de tiempo, los cuales se muestran por medio del recuadro gris con línea punteada en la Figura 4.4. La Figura 4.5 muestra precisamente estas ventanas de entrada y salida, respectivamente.

La Tabla 4.1 presenta los resultados obtenidos mediante el modelo ARMAX con

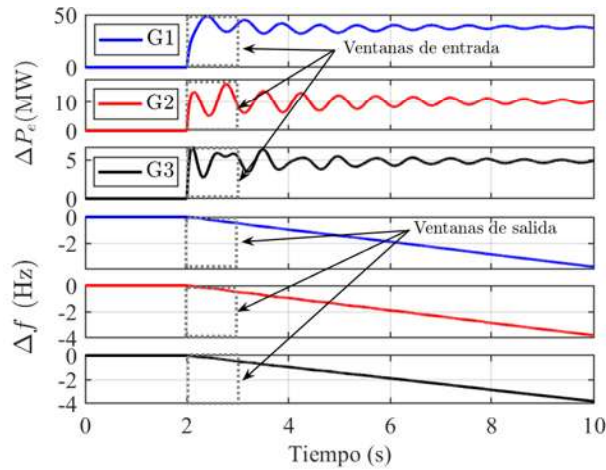


Figura 4.4: Desviaciones de potencia ( $\Delta P_e$ ) y frecuencia ( $\Delta f$ ) del sistema WSCC ante el incremento de carga en el nodo 5.

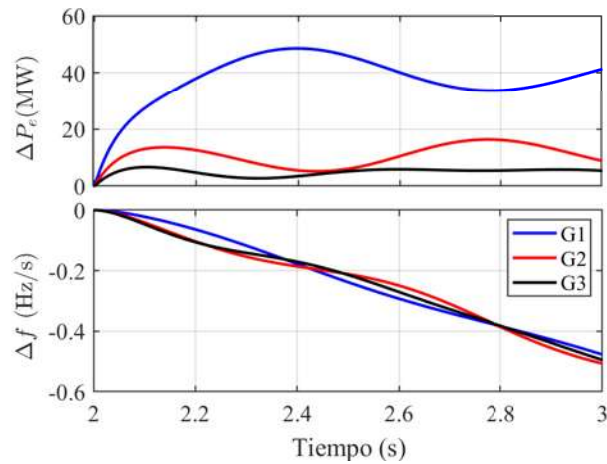


Figura 4.5: Ventanas de entrada ( $\Delta P_e$ ) y salida ( $\Delta f$ ) del modelo ARMAX para el sistema WSCC ante un incremento de carga en el nodo 5.

base a la ecuación (3.10) para la determinación de la constante de inercia de cada generador del sistema WSCC. Note que los errores relativos por generador así como el error global, son menores al 0.01 %, lo cual muestra el grado de precisión de la metodología propuesta implementando el modelo ARMAX.

Tabla 4.1: Constantes de inercia determinadas para el sistema WSCC ante un incremento de carga en el nodo 5 usando el modelo ARMAX.

<b>ARMAX</b>			
Gen	<b>Href</b> (s)	<b><math>\hat{H}</math></b> (s)	<b>ER</b> (%)
G1	23.64	23.64	0.004
G2	6.40	6.40	$2.6 \times 10^{-4}$
G3	3.01	3.01	0.003
$\sum H$	33.05	33.05	0.007

### Caso B: Salida de Generación

El segundo caso para este mismo sistema, consiste en la salida del generador G3 (ver Figura 4.1), el cual sale de operación al disparar la línea 3-9 que conecta de manera directa al generador. Una vez que el generador sale de operación, se tienen variaciones de potencia activa y caída en la frecuencia, tal como se muestra en la Figura 4.6.

Debido al evento aplicado, se puede observar como la desviación de generación para el generador G3 cae a cero, mientras que la frecuencia se dispara a valores muy grandes. Debido a las variaciones obtenidas del sistema, se activa el proceso de detección del evento, cuya variación de energía en la señal y detección del momento con base al primer cambio detectado, se muestra en la Figura.4.7.

La siguiente etapa consiste en proporcionar los datos requeridos por el modelo ARMAX para poder obtener los datos necesarios para la estimación de inercia. Para ello, se determina el vector de entrada y salida con respecto al momento en que se detecta el evento. Así, se determina en primer instancia, la desviación de frecuencia y posteriormente se toman de las señales de desviación tanto de potencia como de frecuencia, el intervalo desde el momento en que se detecta el evento mediante TKEO, hasta un segundo después

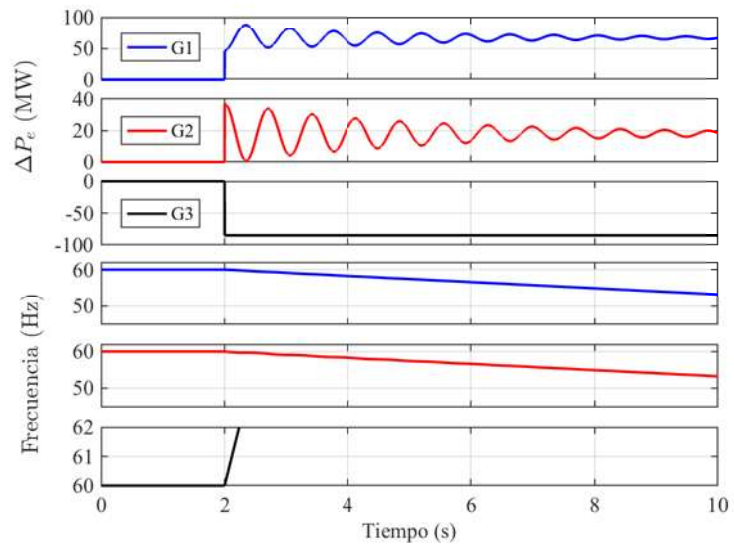


Figura 4.6: Mediciones de frecuencia y desviación de potencia real del sistema WSCC ante la salida de G3.

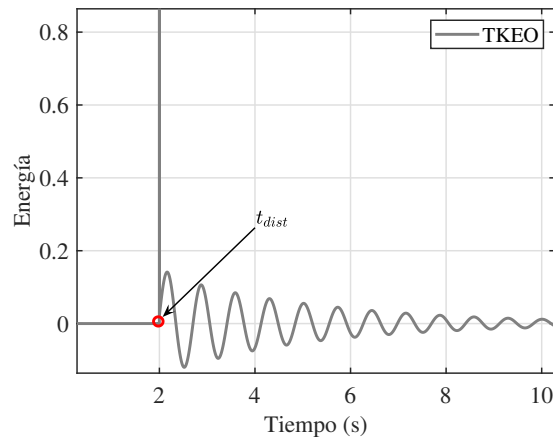


Figura 4.7: Detección del evento usando el TKEO del sistema WSCC ante la salida de G3.

del mismo punto de detección, como se muestra en los recuadros con línea punteada en color gris de la Figura 4.8.

Por otro lado, la Figura 4.9 ilustra las ventanas de análisis, cuyos datos son ingre-

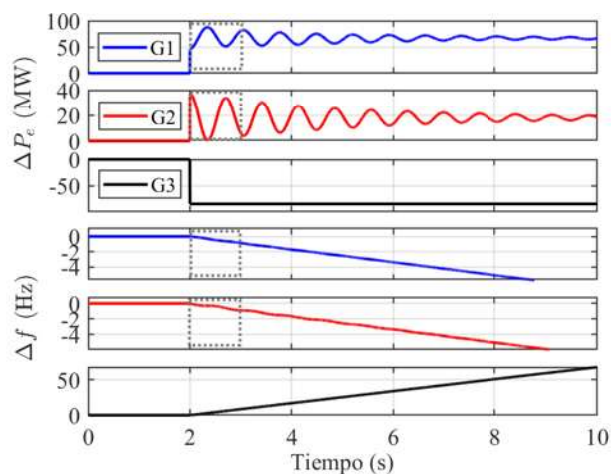


Figura 4.8: Desviaciones de potencia y frecuencia para el sistema WSCC ante la salida de G3.

sados a manera de un vector de entrada y un vector de salida, respectivamente.

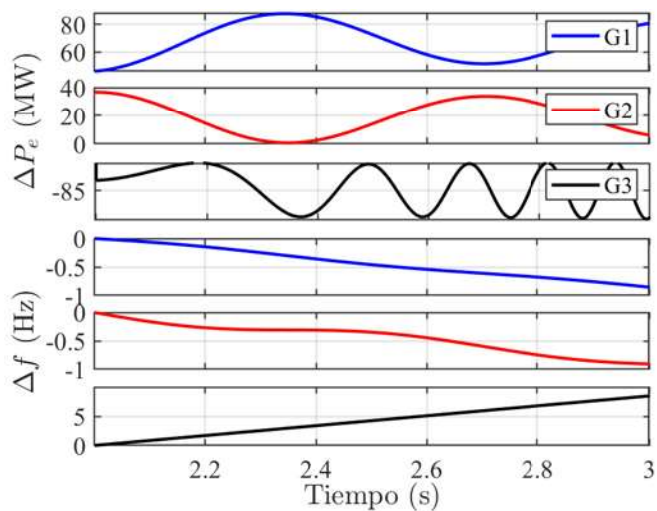


Figura 4.9: Ventana de entrada ( $\Delta P_e$ ) y salida ( $\Delta f$ ) del modelo ARMAX para el sistema WSCC ante la salida del generador G3.

Los resultados obtenidos para la estimación de inercia correspondiente al sistema

WSCC por medio del modelo ARMAX e implementando la expresión (3.8), se ilustran en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2: Constantes de inercia determinadas para el sistema WSCC ante la salida del generador G3 usando ARMAX.

Gen	ARMAX			Método ICA [59]	
	Href (s)	$\hat{H}$ (s)	ER (%)	$\hat{H}$ (s)	ER (%)
G1	23.64	23.64	0.002	23.97	1.39
G2	6.40	6.40	0.005	6.10	4.67
G3	3.01	—	—	—	—
$\sum H$	33.05	30.05	0.003	30.07	1.46

Adicionalmente, estos resultados son comparados con los obtenidos en la Tabla 2 de [59], donde se realizan diferentes escenarios para determinar la constante de inercia, entre ellos, la pérdida de generación del generador G3 como se realiza en este apartado. La inercia del sistema de potencia de 9.39125 seg., la cual es estimada por el método ICA para una base de  $S = 320.2$  MW. Considerando lo anterior, se aplica un cambio de base para comparar con los de la Tabla 4.2 utilizando una nueva base de  $S = 100$  MVA, resultando en  $\sum H = 30.0708$  seg. Considerando  $\sum H$ , se calcula un error relativo del 1.46% con el método ICA [59], mientras que con la metodología mediante ARMAX se obtiene un error relativo del 0.003%, siendo menor que el reportado en [59].

#### 4.2.2. Determinación de las constantes de inercia mediante O-splines

##### Caso A: Incremento de Carga

En este caso se implementan los parámetros del sistema WSCC que se describen anteriormente en el Caso A de la Sección 4.2.1. La diferencia para este caso se debe a la



manera de obtener el valor de la constante de inercia ( $H$ ), la cual se realiza mediante la implementación de los filtros O-splines por medio de la estimación tanto de la desviación de potencia como el RoCoF para todos los generadores. Esto puede realizarse al mismo tiempo gracias al análisis multivariable que ofrecen los O-splines.

Dado que se trata del mismo sistema implementado en la Sección 4.2.1, las señales de desviación de potencia y frecuencia del sistema, así como también la detección del evento por TKEO son las mismas que las mostradas en las Figuras 4.2 y 4.3, respectivamente. Por otra parte, la Figura 4.10 ilustra la desviación de potencia medida del sistema ( $\Delta P_e$ ) y la desviación de potencia estimada por O-splines ( $\Delta \hat{P}_e$ ).

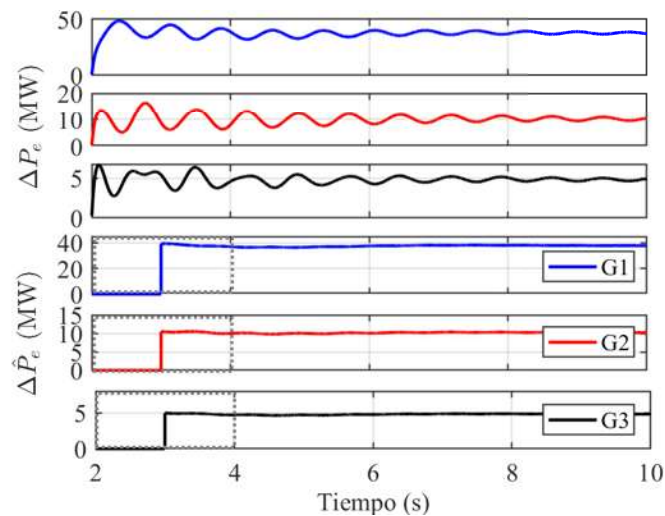


Figura 4.10: Desviación de potencia y su estimación por O-splines del sistema WSCC ante el incremento de carga en el nodo 5.

Se observa que la estimación es más suave que la real, esto debido al filtrado con ancho de banda de 1 Hz en las oscilaciones causadas por el evento. Además, esta estimación más suave permite determinar de manera más precisa la constante de inercia, como se observa más adelante. Dado que se tiene un orden  $K = 1$ , el algoritmo para el análisis por medio de O-splines requiere de  $K + 1$  ciclos para su proceso, es decir, dos ciclos, obteniendo

así la primer estimación al centro de la ventana como se menciona en la Sección 2.4. De este modo, definiendo la ventana de dos ciclos a partir del momento del evento (2-4 seg.), la primer estimación se tiene a partir de  $t = 3$  segundos.

De manera similar, la Figura 4.11 muestra frecuencia y el RoCoF estimado por O-splines, donde se muestra la ventana de dos segundos (2-4 seg.) en el recuadro de color gris de línea punteada; mostrando así, la mejor estimación al centro de la ventana.

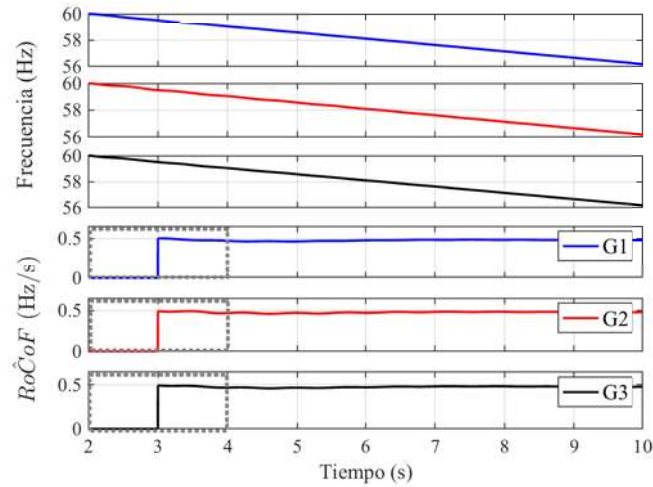


Figura 4.11: Frecuencia y estimación del RoCoF por O-splines para el sistema WSCC ante el incremento de carga en el nodo 5.

Una vez obtenidos  $\Delta\hat{P}_e$  y  $Ro\hat{C}oF$ , se procede al mismo tiempo con la determinación de  $H$  implementando la expresión (2.90) pero aplicada a las señales estimadas obtenidas. Esto permite también, determinar la cte. de inercia para cada instante de tiempo, obteniendo de este modo, una representación del comportamiento de la inercia en cada generador y en función del tiempo, como se muestra en la Figura 4.12, donde el recuadro gris en línea punteada, delimita la ventana de dos ciclos en la cual se aprecia el primer valor determinado en  $t = 3$  seg. y la línea discontinua de color gris representa la inercia real del sistema. Se observa que la metodología propuesta determina de manera muy precisa las

constantes de inercia de cada generador.

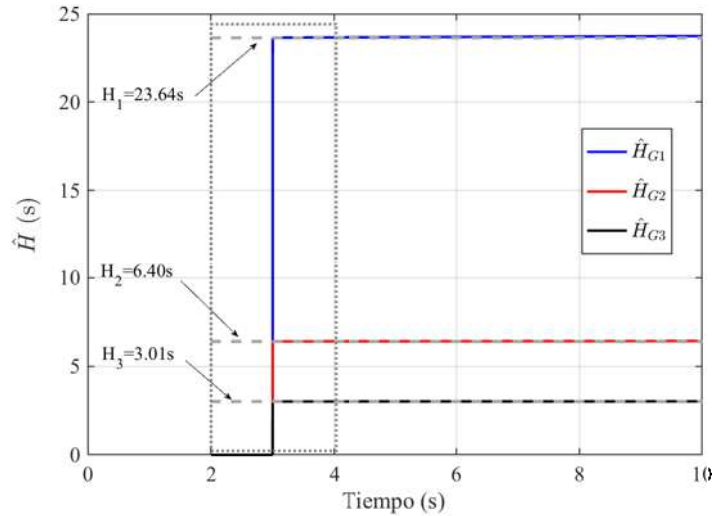


Figura 4.12: Constantes de inercia determinadas en el tiempo para el sistema WSCC ante el incremento de carga en el nodo 5 usando O-splines.

La Tabla 4.3 muestra tanto las estimaciones del RoCoF así como los resultados de la determinación de inercia para los generadores del sistema WSCC ante el incremento de carga en el nodo 5.

### Caso B: Salida de generación

Considerando los mismos datos del caso de salida de generación presentado en el Caso B de la sección 4.2.1; se implementa la metodología de estimación de inercia mediante O-splines. Para ello se inicia obteniendo las señales de  $\Delta P_e$  y frecuencia, las cuales se muestran en la Figura 4.6. Al presentarse el evento, existe el desbalance de potencia, por lo que se identifica como evento y se procede con la detección del momento del evento mediante el TKEO, como se muestra en la Figura 4.7.

Con esto, se procede con el análisis mediante O-splines, con lo cual se obtiene

Tabla 4.3: Constantes de inercia determinadas para los generadores del sistema WSCC mediante O-splines ante el incremento de carga en el nodo 5.

<b>O-splines</b>				
Gen	<b>Href</b> (s)	<b>RoCoF</b> (Hz/s)	<b><math>\hat{H}</math></b> (s)	<b>ER</b> (%)
G1	23.64	-0.47	23.65	0.05
G2	6.40	-0.47	6.40	0.04
G3	3.01	-0.47	3.01	0.04
$\sum H$	33.05	—	33.07	0.05

la Figura 4.13, donde se muestra la desviación de potencia calculada internamente por el PMU y la desviación de potencia estimada por los O-splines. Por otro lado, la Figura 4.14 muestra la frecuencia y el RoCoF estimado por O-splines cuyos valores son negativos debido a la caída de frecuencia con pendiente negativa.

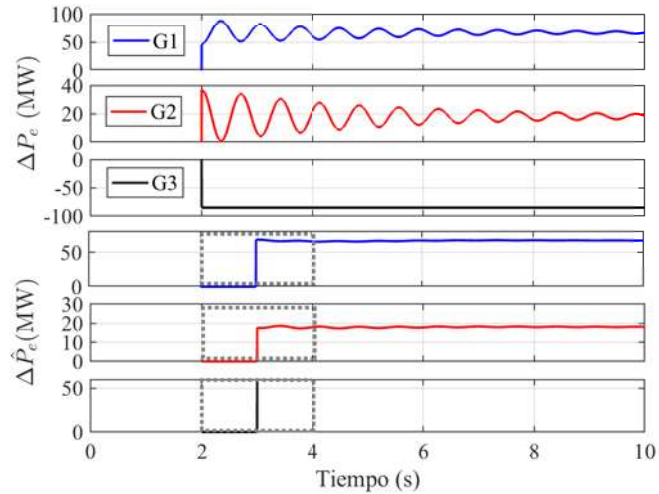


Figura 4.13: Desviación de potencia y su estimación por O-splines para el sistema WSCC ante la salida del generador G3.

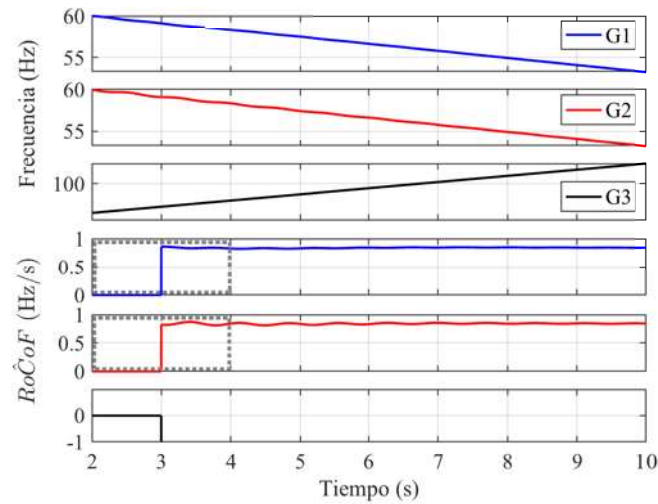


Figura 4.14: Frecuencia y RoCoF estimado por O-splines para el sistema WSCC ante la salida del generador G3.

La constante de inercia es determinada con base a los valores de  $\Delta\hat{P}_e$  y  $Ro\hat{C}oF$  obtenidos mediante O-splines e implementados en la expresión (2.90). El comportamiento obtenido de la inercia y en función del tiempo se presenta en la Figura 4.15, donde en el recuadro gris en línea punteada se observa el estimado al centro de la ventana, mientras que las líneas discontinuas en color gris representan la inercia real del sistema.

La Tabla 4.4 presenta los resultados de las constantes de inercia determinadas mediante O-splines. Por otra parte, también se presentan en la Tabla 4.4 los resultados obtenidos mediante el método ICA reportado en [59] (considerando un cambio de base de 320.2 MW a 100 MVA) con fines de comparación respecto los resultados obtenidos mediante la metodología propuesta en este apartado. Con base a los resultados presentados con ambas metodologías, se demuestra la efectividad de los O-splines al reducir el error relativo general de 1.46% presentado en [59], a 0.033% mediante O-splines.

En general, al comparar los resultados para los casos presentados usando las dos diferentes metodologías para la estimación de la inercia, se puede apreciar que los resultados

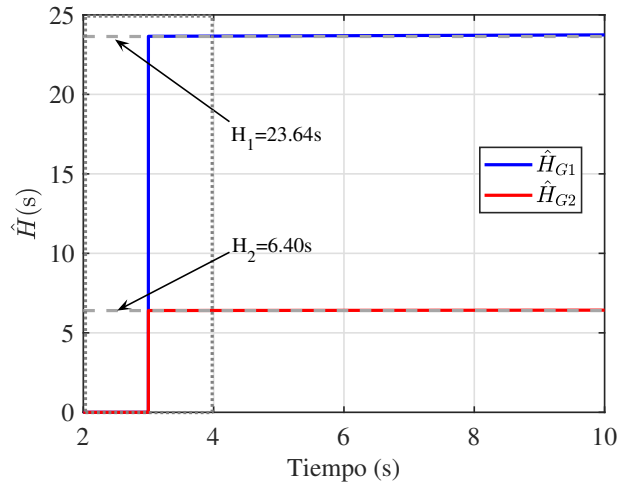


Figura 4.15: Constantes de inercia en el tiempo para el sistema WSCC ante la salida del generador G3 usando O-splines.

Tabla 4.4: Constantes de inercia determinadas en el sistema WSCC ante la salida de generación de G3 mediante O-splines.

Gen	O-splines				Método ICA [59]	
	Href (s)	RoCoF (Hz/s)	H-hat (s)	ER (%)	H-hat (s)	ER (%)
G1	23.64	-0.84	23.65	0.05	23.97	1.39
G2	6.40	-0.84	6.40	0.04	6.10	4.67
G3	—	8.47	—	—	—	—
$\sum H$	30.04	—	30.05	0.033	30.07	1.46

obtenidos mediante el modelo ARMAX fueron más precisos que las estimaciones mediante los O-splines, esto al presentarse errores relativos mínimos, donde el mayor de ellos para la metodología basada en el modelo ARMAX fue para el caso de salida del generador G3 con un error del 0.005 %; mientras que el mayor error de estimación mediante el análisis de

---

O-splines es del 0.05 % para ambos casos.

Cabe mencionar que se siguen teniendo mejores resultados que los presentados en la literatura; por otra parte, es importante considerar que la metodología para la determinación de la constante de inercia usando O-splines requiere un menor costo computacional debido a su análisis multi-señal, haciendo de este método, una propuesta mucho más competitiva e incluso para su implementación en microcontroladores.

### 4.3. Sistema de Nueva Inglaterra de 10 generadores-39 nodos

Ahora, la estrategia multivariante basada en O-splines para múltiples canales se aplica para procesar las señales obtenidas del conocido sistema de transmisión de Nueva Inglaterra (NETS), que se compone de 10 generadores síncronos, 39 nodos, 12 transformadores, 34 líneas de transmisión y 19 cargas del sistema de potencia, como se muestra en la Figura 4.16 y cuyos parámetros se encuentran en el Apéndice C. El sistema de prueba de 39 nodos ha sido ampliamente utilizado en la literatura porque muestra las propiedades dinámicas de un sistema grande [60], donde los generadores G2 a G10 pertenecen al sistema de Nueva Inglaterra y G1 es un generador equivalente que representa la interconexión con la red eléctrica de Nueva York.

#### 4.3.1. Determinación de las constantes de inercia mediante el modelo ARMAX

##### Caso A: Incremento de Carga

Este caso consiste en el incremento de carga en el nodo 16 (subestación de Medway) del 40 % con respecto a la demanda de potencia activa y reactiva, por lo que de tener valores iniciales de  $P = 3.29$  pu y  $Q = 0.323$  pu, con el incremento pasan a  $P = 4.606$  pu y  $Q = 0.452$  pu considerando una potencia base de 100 MVA. El caso se lleva a cabo en el sistema NETS de 10 generadores y 39 nodos. Las señales de frecuencia y desviación de

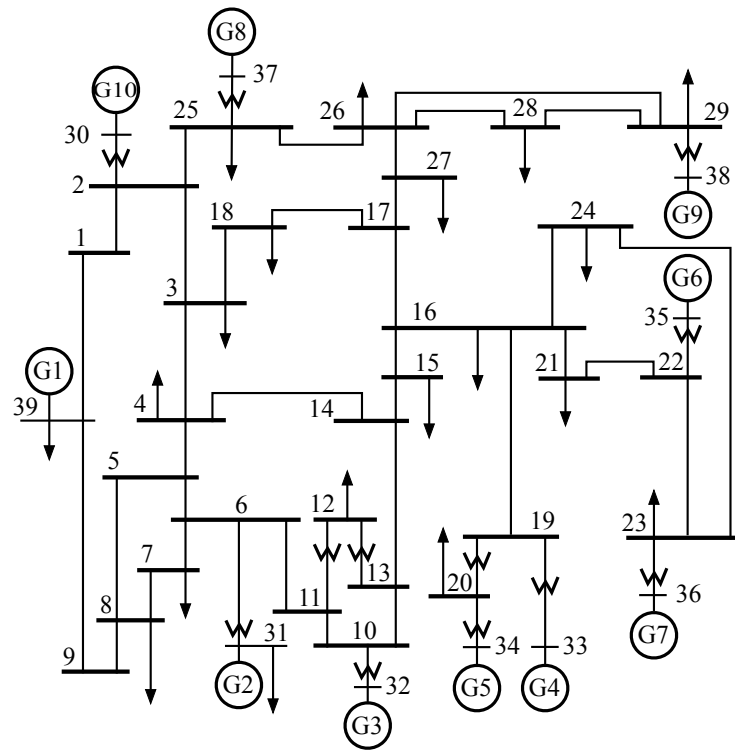


Figura 4.16: Diagrama unifilar del sistema NETS.

potencia del sistema, se muestran en la Figura 4.17.

Posteriormente, el desbalance causado por el evento activa la detección de eventos mediante TKEO, el cual detecta el primer cambio de energía en la posición 2003 y dado que se tiene una frecuencia de muestreo de 1 kHz, el valor en tiempo de la detección del evento es en  $t = 2$  seg. (considerando que se tiene un atraso de 3 muestras requeridas por el algoritmo), como se muestra en la Figura 4.18.

Debido a la metodología implementada para este caso, se requiere adicionalmente el cálculo de la desviación de frecuencia para determinar de manera correcta la constantes de inercia mediante análisis del modelo ARMAX, el cual se muestra en la Figura 4.19, donde además, se muestra delimitado el intervalo de análisis mediante el recuadro de línea punteada en color gris que inicia en el instante detectado por TKEO y termina un segundo



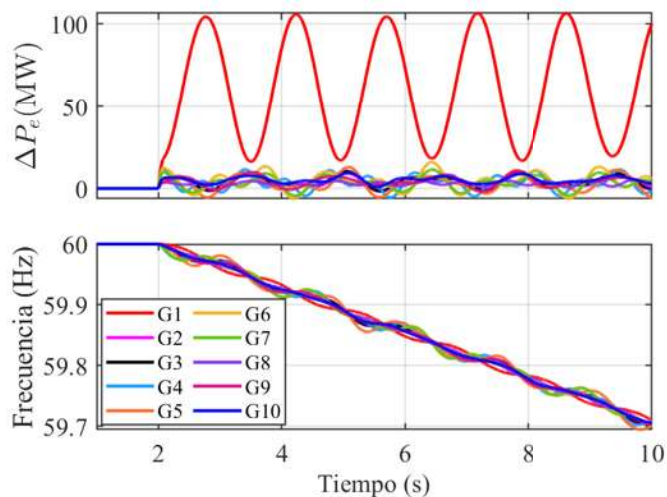


Figura 4.17: Mediciones de frecuencia y desviación de potencia eléctrica del sistema NETS ante el incremento de carga en el nodo 16.

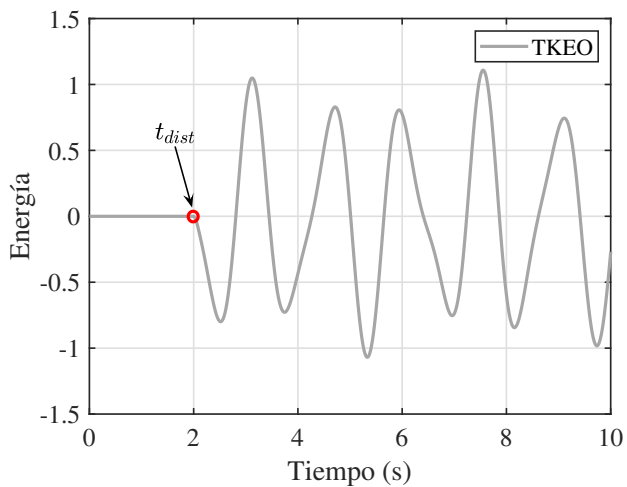


Figura 4.18: Detección del momento en que ocurre el incremento de carga en el nodo 16 del sistema NETS mediante TKEO.

después del instante  $t_{dist}$ .

Finalmente, la Figura 4.20 muestra las señales recortadas tal y como se ingresan

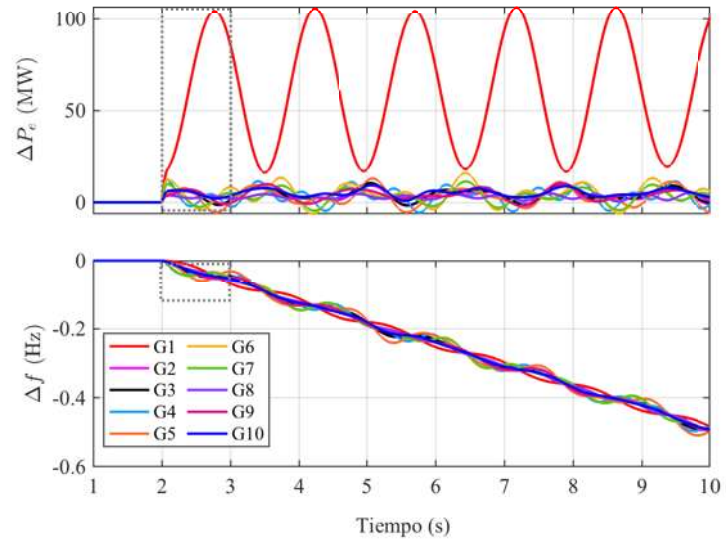


Figura 4.19: Desviaciones de potencia y frecuencia, respectivamente, del sistema NETS ante el incremento de carga en el nodo 16.

al modelo ARMAX para su análisis.

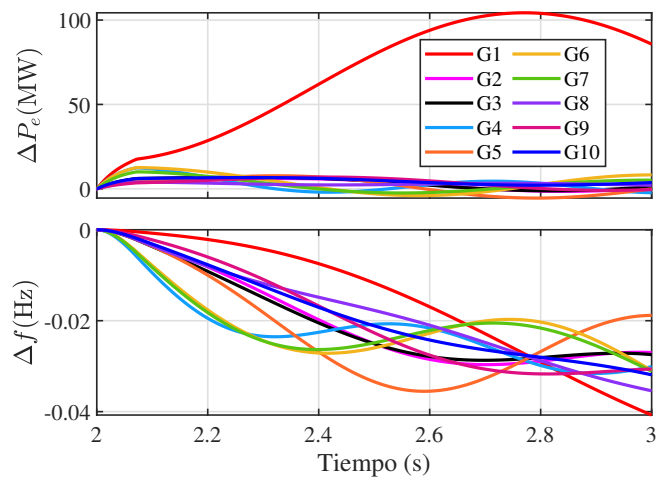


Figura 4.20: Ventanas de entrada y salida del modelo ARMAX para el sistema NETS ante el incremento de carga en el nodo 16.

Los resultados de la determinación de las constantes de inercia de los generadores del sistema NETS ante el incremento de carga en el nodo 16, se presentan en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5: Constantes de inercia determinadas usando el modelo ARMAX para el sistema NETS ante el incremento de carga en el nodo 16.

<b>ARMAX</b>							
Gen	<b>Href</b> (s)	$\hat{H}$ (s)	<b>ER</b> (%)	Gen	<b>Href</b> (s)	$\hat{H}$ (s)	<b>ER</b> (%)
G1	500.00	500.19	0.04	G6	34.80	34.81	0.03
G2	30.30	30.31	0.05	G7	26.41	26.41	0.03
G3	35.80	35.82	0.06	G8	24.33	24.33	0.13
G4	28.60	28.61	0.05	G9	34.51	34.51	0.03
G5	26.00	26.00	0.01	G10	42.04	42.04	0.09
	—	—	—	$\sum H$	782.70	783.04	0.043

### Caso B: Salida de Generación

El segundo caso de estudio para el sistema NETS consiste en la salida de generación por parte de la unidad G8 del sistema mostrado en la Figura 4.16. Este evento causa una pérdida de generación de 540 MW de la potencia generada por el sistema. La señales de frecuencia y desviación de potencia eléctrica obtenidas para este caso se muestra en la Figura 4.21.

Mediante la aplicación del TKEO al evento registrado, se identifica a  $t_{dist} = 2$  seg. como el instante en que se presenta el evento, como se muestra en la Figura 4.22.

A partir del instante identificado, se dimensionan las ventanas para las señales anteriores tal y como se muestra en la Figura 4.23, donde se definen las ventanas para cada señal con recuadros en línea punteada en color gris.

Por último, los resultados al determinar la constante de inercia para este caso de

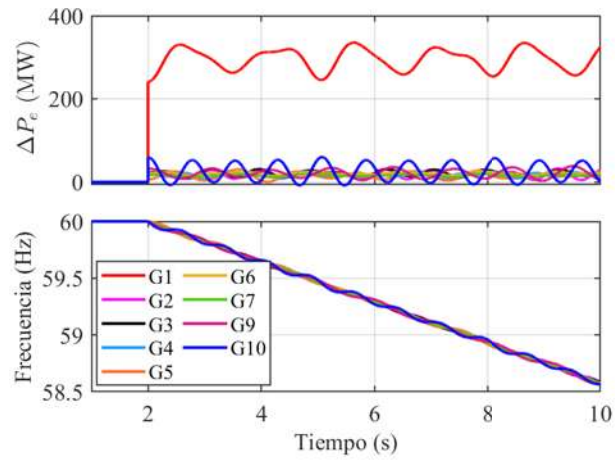


Figura 4.21: Mediciones de frecuencia y desviación de potencia eléctrica del sistema NETS ante la salida del generador G8.

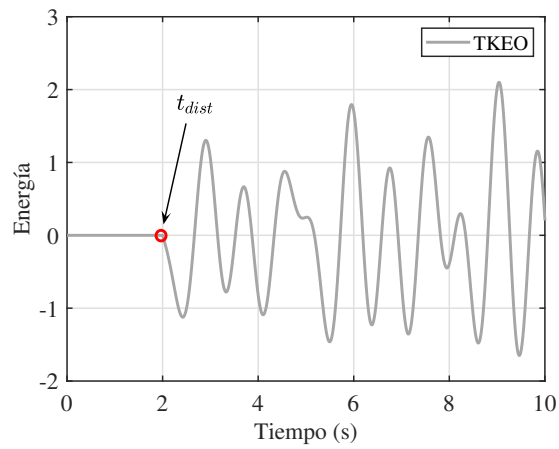


Figura 4.22: Detección del momento en que ocurre la salida de G8 en el sistema NETS mediante TKEO.

estudio se presentan en la Tabla 4.6.

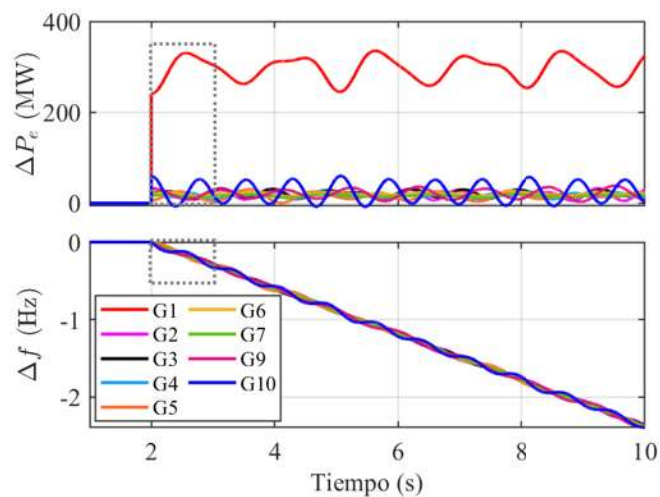


Figura 4.23: Ventanas de entrada ( $\Delta P_e$ ) y salida ( $\Delta f$ ) del modelo ARMAX para el sistema NETS ante la pérdida de generación de G8.

Tabla 4.6: Constantes de inercia determinadas en el sistema NETS ante la salida del generador G8 mediante el modelo ARMAX

ARMAX							
Gen	Href (s)	$\hat{H}$ (s)	ER (%)	Gen	Href (s)	$\hat{H}$ (s)	ER (%)
G1	500.00	500.00	$2.21 \times 10^{-5}$	G6	34.80	34.80	$8 \times 10^{-5}$
G2	30.30	30.30	$3.34 \times 10^{-4}$	G7	26.40	26.40	$6.01 \times 10^{-5}$
G3	35.80	35.80	$2.67 \times 10^{-4}$	G8	24.30	24.30	—
G4	28.60	28.60	$3.21 \times 10^{-4}$	G9	34.50	34.50	$3.98 \times 10^{-4}$
G5	26.00	26.00	$3.66 \times 10^{-4}$	G10	42.00	42.00	$1.25 \times 10^{-3}$
		—	—	$\sum H$	782.70	782.70	$3.05 \times 10^{-3}$

### 4.3.2. Determinación de las constantes de inercia mediante O-splines

#### Caso A: Incremento de carga

Dado el hecho de que se trata del mismo caso y para el mismo sistema presentado en el Caso A de la sección 4.3.1, se consideran las mismas señales de desviación de potencia y frecuencia, así como también la detección del evento que se muestran en las Figuras 4.17 y 4.18, respectivamente. A diferencia del modelo ARMAX, el análisis por medio de O-splines no requiere del cálculo de la desviación de frecuencia; únicamente se requiere de la desviación de potencia eléctrica y frecuencia provenientes de los PMUs.

Al ingresar los datos de las señales de la Figura 4.17 en el análisis de O-splines, se realiza la estimación tanto de desviación de potencia como de RoCoF. En la Figura 4.24 se muestran las desviaciones de potencia del sistema y sus estimaciones por medio de los O-splines, donde se presenta con recuadro gris de línea punteada la ventana de dos segundos, definida a partir de la detección del evento, es decir, de dos a cuatro segundos. Por lo que se observa que la primer estimación se realiza a la mitad de la ventana.

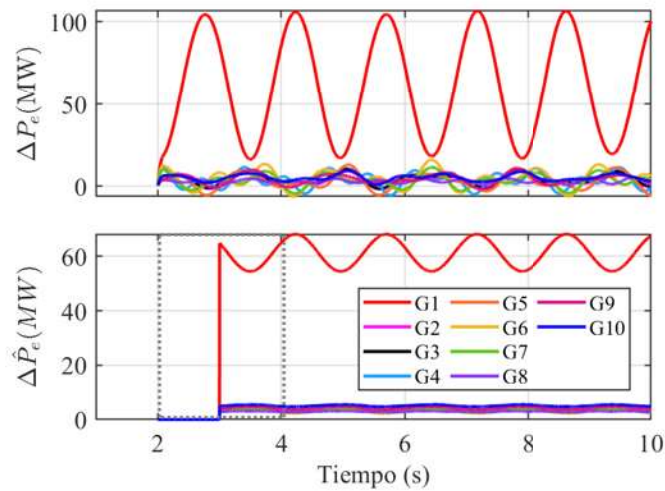


Figura 4.24: Desviaciones de potencia y sus estimaciones del sistema NETS usando O-splines ante el incremento de carga en el nodo 16.

En la Figura 4.25, se muestra las señales de frecuencia y  $RoCoF$  estimado, respectivamente. Adicionalmente, se muestra en el recuadro gris con línea punteada, la ventana de dos segundos para la primer estimación de  $RoCoF$  al centro de la ventana, y con recuadro negro y línea punteada, el intervalo de estimados de  $RoCoF$  promediado para obtener el valor final de  $Ro\hat{C}oF$ .

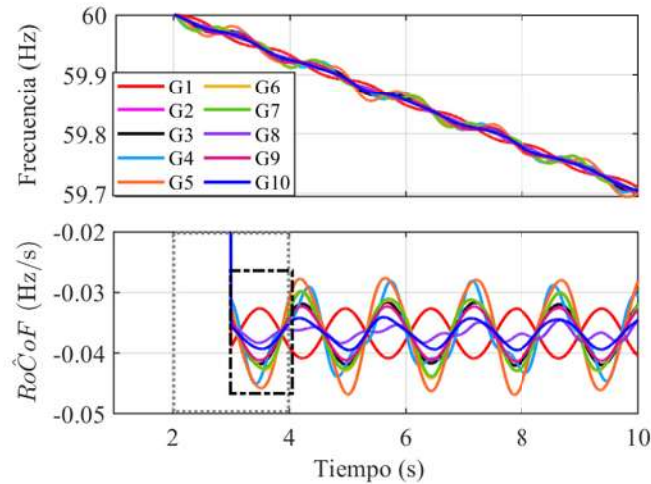


Figura 4.25: Frecuencia y estimación del  $RoCoF$  usando O-splines para el sistema NETS ante el incremento de carga en el nodo 16.

Por último, la Figura 4.26 ilustra el comportamiento de la inercia en el tiempo para cada generador del sistema. Cabe considerar, que el valor de la inercia se toma un segundo después de la detección del evento. Los resultados son presentados en la Tabla 4.7.

### Caso B: Salida de Generación

Para este caso, al igual que el Caso B presentado en la Sección 4.3.1, se trata de la salida del generador G8 en el instante  $t = 2$  segundos. Por lo que en la Figura 4.21 se muestran las señales de frecuencia y desviación de potencia del sistema, mientras que en la Figura 4.22 se muestra la detección del momento en que se genera la salida de generación de la unidad G8. Así, se aplica el análisis por O-splines para la estimación de  $\Delta P_e$  y  $RoCoF$ .

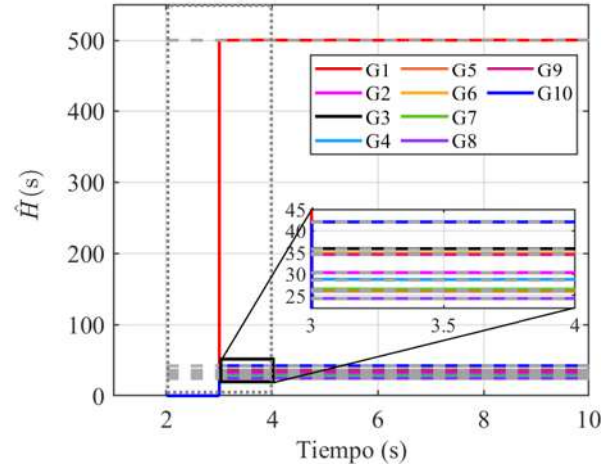


Figura 4.26: Constantes de inercia en el tiempo del sistema NETS ante el incremento de carga en el nodo 16 usando O-splines.

Tabla 4.7: Constantes de inercia determinadas vía O-splines para el sistema NETS ante el incremento de carga en el nodo 16.

O-splines									
Gen	Href (s)	RoCoF (Hz/s)	$\hat{H}$ (s)	ER (%)	Gen	Href (s)	RoCoF (Hz/s)	$\hat{H}$ (s)	ER (%)
G1	500.00	-0.03	500.09	0.019	G6	34.80	-0.03	34.97	0.491
G2	30.30	-0.03	30.36	0.206	G7	26.40	-0.03	26.53	0.523
G3	35.80	-0.03	35.88	0.236	G8	24.30	-0.03	24.34	0.190
G4	28.60	-0.03	28.78	0.654	G9	34.50	-0.03	34.54	0.131
G5	26.00	-0.03	26.06	0.258	G10	42.00	-0.03	42.07	0.184
	—	—	—	—	$\sum H$	782.70	—	783.67	0.122

De esta manera, en la Figura 4.27 se muestran las señales de  $\Delta P_e$  calculado por medio de las mediciones del PDC y su estimado  $\Delta \hat{P}_e$  mediante O-splines, respectivamente.

Por otra parte, la Figura 4.28 muestra las señales de las frecuencias en cada ge-



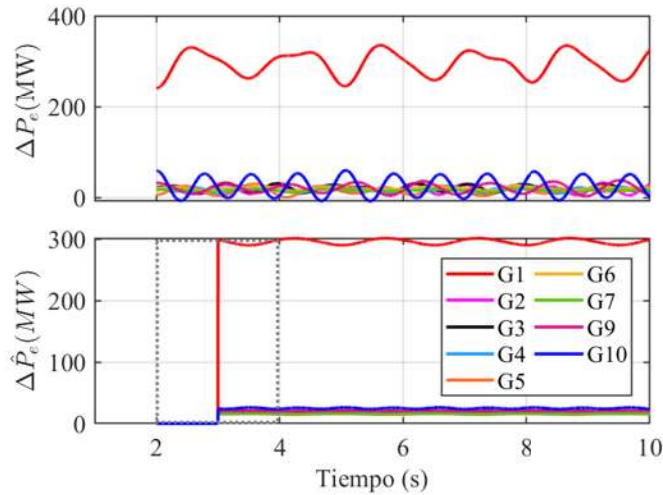


Figura 4.27:  $\Delta P_e$  y  $\Delta \hat{P}_e$  usando O-splines en el sistema NETS ante la salida del generador G8.

nerador del sistema, así como sus correspondientes estimaciones de los RoCoFs por medio de los O-splines,  $Ro\hat{C}oF$ , respectivamente, donde en el recuadro negro de línea punteada delimita el intervalo de valores de  $Ro\hat{C}oF$ , los cuales se promedian para obtener el valor final. Ambas figuras muestran en un recuadro con línea punteada en color gris la ventana definida para la estimación por medio de O-splines.

De manera paralela a la estimación de  $\Delta \hat{P}_e$  y  $Ro\hat{C}oF$ , se realiza el cálculo muestra a muestra de la constante de inercia con base a la expresión (3.18), la cual permite la representación de la inercia en función del tiempo como se muestra en la Figura 4.29, donde adicionalmente se muestra con recuadro punteado en color gris, el intervalo de dos ciclos donde se obtienen los estimados de inercia al centro de la ventana.

Los resultados obtenidos para la constante de inercia para cada generador del sistema NETS se presentan en la Tabla 4.8.

Con base a los resultados presentados en las Tablas 4.5-4.8, se puede apreciar que la metodología para determinar la constante de inercia por medio del modelo ARMAX, resulta ser más precisa que la metodología para la estimación de inercia por medio de los

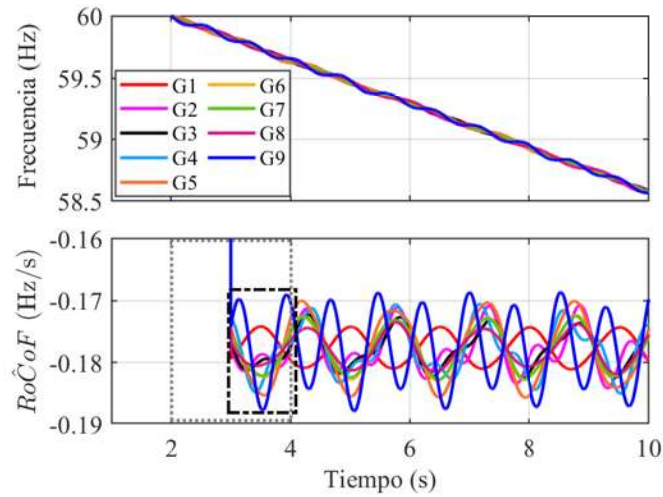


Figura 4.28: Frecuencia y  $Ro\hat{C}oF$  usando O-splines para el sistema NETS ante la salida del generador G8.

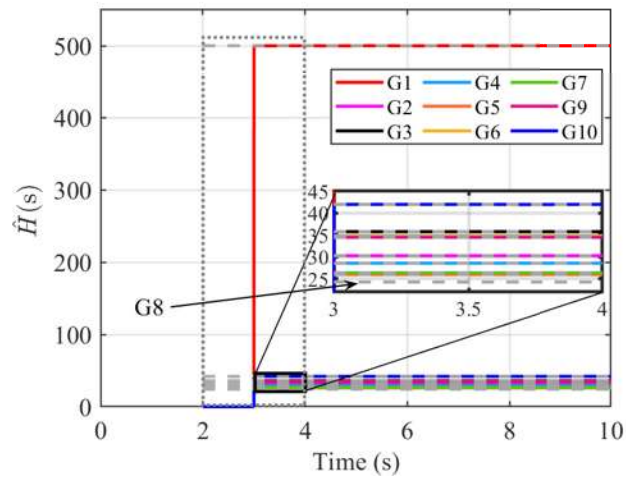


Figura 4.29: Comportamiento de la inercia en el tiempo para el sistema NETS ante la salida del generador G8.

O-splines, para los dos casos presentados.

La metodología basada en el modelo ARMAX presenta un error relativo mínimo de 0.01 % y un máximo de 0.09 %, para el caso del incremento de carga. Por otra parte,

Tabla 4.8: Constantes de inercia determinadas vía O-splines del sistema NETS ante la salida del generador G8.

<b>O-splines</b>									
Gen	Href (s)	RoCoF (Hz/s)	H <sup>∧</sup> (s)	ER (%)	Gen	Href (s)	RoCoF (Hz/s)	H <sup>∧</sup> (s)	ER (%)
G1	500.00	-0.17	499.99	0.002	G6	34.80	-0.17	34.80	0.005
G2	30.30	-0.17	30.30	0.009	G7	26.40	-0.17	26.40	0.005
G3	35.80	-0.17	35.80	0.008	G8	24.30	6.66	—	—
G4	28.60	-0.17	28.60	0.003	G9	34.50	-0.17	34.50	0.004
G5	26.00	-0.17	26.00	0.007	G10	42.00	-0.17	41.99	0.02
	—	—	—	—	$\sum H$	782.70	—	758.38	0.002

en el caso de disparo de generación, este presenta un error mínimo de  $2.21 \times 10^{-5}$  y un máximo de  $3.05 \times 10^{-3}$ , mientras que, con la metodología basada en el análisis de O-splines, ésta presenta para el caso de incremento de carga, un error mínimo de 0.019% y un error máximo de 0.654%. Por otra parte, en el caso de disparo de generación, presenta un error mínimo de 0.002% y un error máximo de 0.02%.

Ambas metodologías de forma general presentan resultados bastante precisos, sin embargo, la metodología basada en el modelo ARMAX destaca por una mayor precisión; mientras que la metodología basada en O-splines, destaca por su capacidad multi-señal y su rápido procesamiento, ya que el tiempo de duración para todo el proceso de identificación y cálculo para la metodología basada en el modelo ARMAX es de 12.67 seg. y 16.73 seg. para el Caso A y Caso B, respectivamente; mientras que, la duración para determinar la constante de inercia mediante la metodología basada en O-splines es de 0.005 seg y 0.0038 seg. para el Caso A y Caso B, respectivamente. Con base a estos tiempos, se tiene que la metodología basada en O-splines es contundentemente más rápida que la metodología basada en el modelo ARMAX.

#### 4.4. Sistema Clásico NETS/NYPS de 16 generadores-68 nodos

Este sistema es compuesto por 16 generadores y 68 nodos. Así, este sistema interconectado representa el modelo reducido del sistema interconectado de Nueva Inglaterra (Área 1), la red eléctrica de Nueva York (Área 2), y la interconexión con Ontario Hydro, MISO y PJM power networks están representados por el Área 3 al Área 5, respectivamente, como se ilustra en la Figura 4.30 y cuyos parámetros se muestran en el Apéndice D.

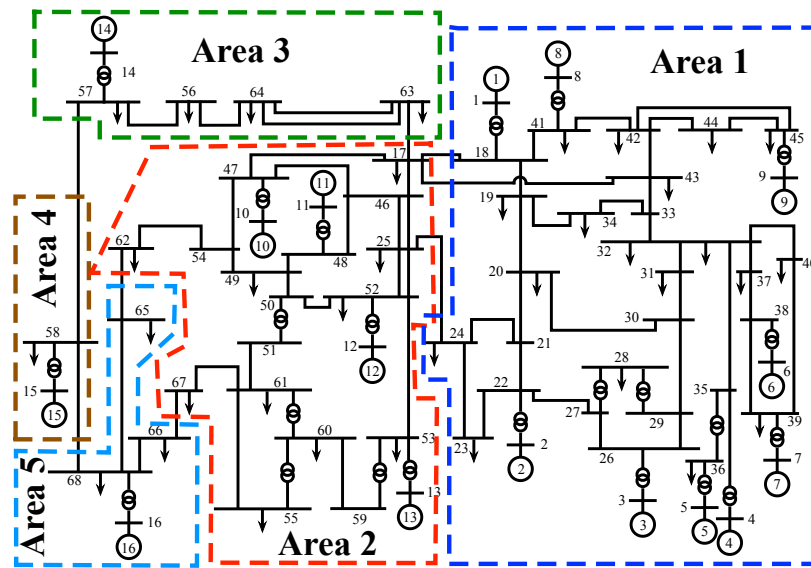


Figura 4.30: Diagrama unifilar del sistema equivalente NETS/NYPS de 16 máquinas y 68 nodos.

##### 4.4.1. Determinación de las constantes de inercia mediante el modelo ARMAX

###### Caso A: Incremento de carga

Este caso consiste en el incremento de carga en el nodo 32 del sistema mostrado en la Figura 4.30. Al generarse el evento en el instante  $t = 2$  seg., el cual consiste en provocar

un incremento del 40%, por lo que pasa de una demanda de  $P = 329$  MW y  $Q = 32$  MVAR a  $P = 460.6$  MW y  $Q = 44.8$  MVAR. La Figura 4.31 muestra las mediciones de frecuencia y desviación de potencia una vez que se presenta el incremento de carga. Por lo que, el proceso de detección del evento mediante la técnica basada en el operador de energía TKEO se activa y resulta en  $t_{dist} = 2$  seg., como se puede observar en la Figura 4.32.

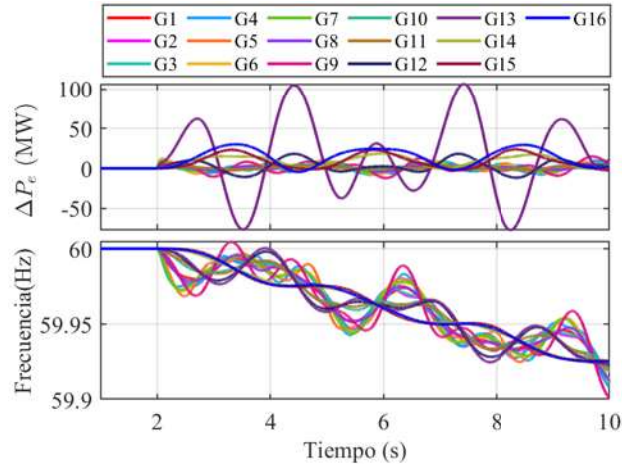


Figura 4.31: Mediciones de frecuencia y desviación de potencia del sistema clásico NETS/NYPS ante el incremento de carga en el nodo 32.

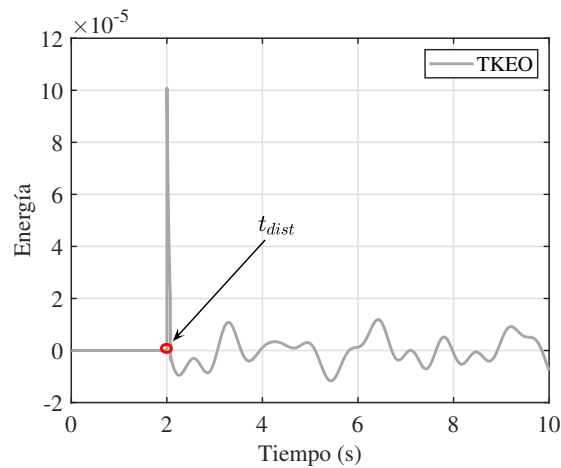


Figura 4.32: Detección del incremento de carga en el nodo 32 mediante TKEO para la frecuencia del sistema clásico NETS/NYPS.

Posteriormente, se calcula la desviación de frecuencia requerida para el proceso mediante el modelo ARMAX, la cual se muestra en el gráfico inferior de la Figura 4.33, mientras que la desviación de potencia se presenta en la parte superior de la Figura 4.33.

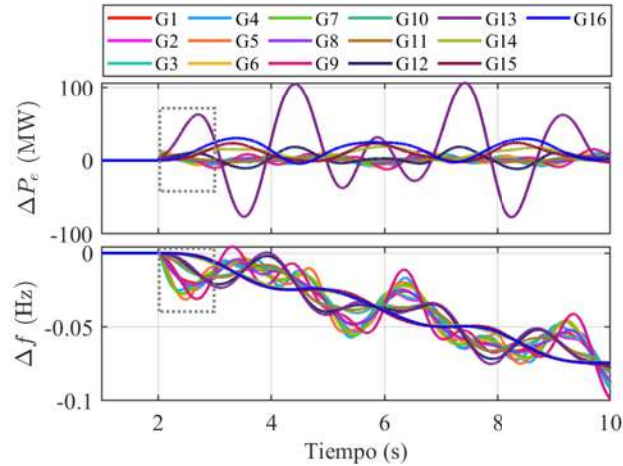


Figura 4.33: Desviaciones de potencia y frecuencia para el sistema clásico NETS/NYPS ante el incremento de carga en el nodo 32.

Una vez que el instante del evento es detectado, se procede con la definición de las ventanas de entrada y salida para el análisis por medio del modelo ARMAX. Las ventanas inician del punto detectado como  $t_{dist}$  y finalizan hasta un segundo después del mismo punto, como se encuentra delimitado en la Figura 4.33 con el recuadro en línea punteada de color gris. De este manera, las ventanas serán en el intervalo de 2 a 3 seg., como se detalla en la Figura 4.34.

La última etapa consta, únicamente del análisis realizado por el modelo ARMAX, el cual proporciona el valor de  $\beta$  requerido para su implementación en la expresión (3.8). Estos resultados se presentan en la Tabla 4.9.

### Caso B: Salida de generación

Para este caso, se provoca la salida del generador G8 del sistema de la Figura 4.30 y cuyas mediciones de frecuencia y desviación de potencia se muestran en la Figura 4.35.

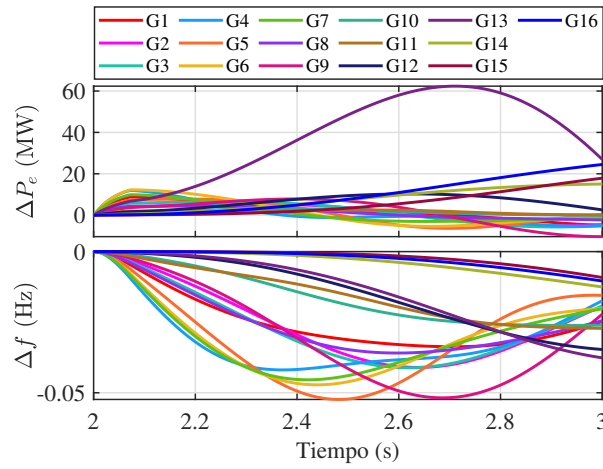


Figura 4.34: Ventanas de entrada ( $\Delta P_e$ ) y salida ( $\Delta f$ ) para el modelo ARMAX en el sistema clásico NETS/NYPS ante el incremento de carga en el nodo 32.

Tabla 4.9: Constantes de inercia determinadas mediante el modelo ARMAX del sistema clásico NETS/NYPS ante el incremento de carga en el nodo 32.

ARMAX							
Gen	Href (s)	$\hat{H}$ (s)	RE (%)	Gen	Href (s)	$\hat{H}$ (s)	RE (%)
G1	42.00	42.02	0.06	G9	34.50	34.50	$2 \times 10^{-3}$
G2	30.20	30.21	0.02	G10	31.00	31.01	0.05
G3	35.81	35.81	0.02	G11	28.20	28.22	0.09
G4	28.60	28.60	0.01	G12	92.30	92.30	$5 \times 10^{-3}$
G5	26.00	26.02	$8 \times 10^{-3}$	G13	496.00	495.94	0.01
G6	34.81	34.81	0.02	G14	300.00	299.97	$9 \times 10^{-3}$
G7	26.40	26.40	0.02	G15	300.00	299.96	0.01
G8	24.30	24.31	0.04	G16	450.00	450.02	$5 \times 10^{-3}$
	—	—	—	$\sum H$	1980.10	1980.11	$5 \times 10^{-4}$

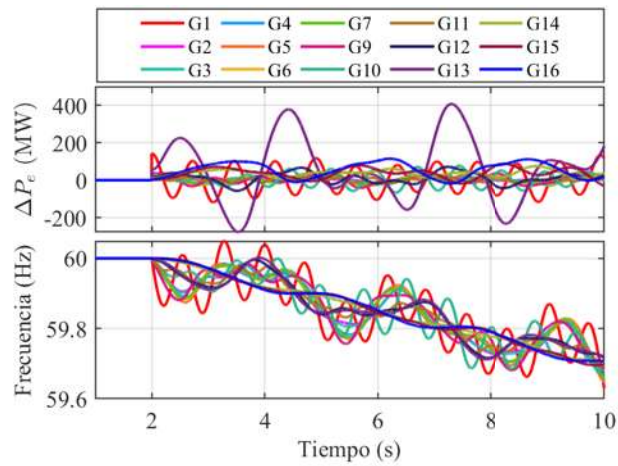


Figura 4.35: Mediciones de frecuencia y desviación de potencia del sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8.

Debido a las variaciones de las señales, se aplica el proceso de detección de eventos, por lo que se detecta el evento en  $t_{dist} = 2$  seg., tal y como se muestra en la Figura 4.36.

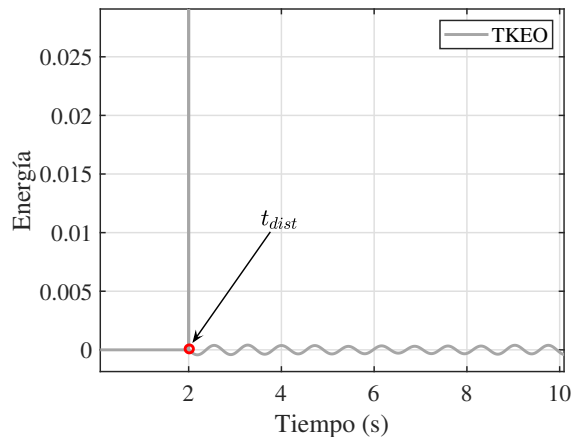


Figura 4.36: Detección del evento por medio de TKEO para el sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8.

Ya que el modelo ARMAX requiere los datos tanto de la desviación de potencia como de la frecuencia, éstas se muestran en la Figura 4.37.



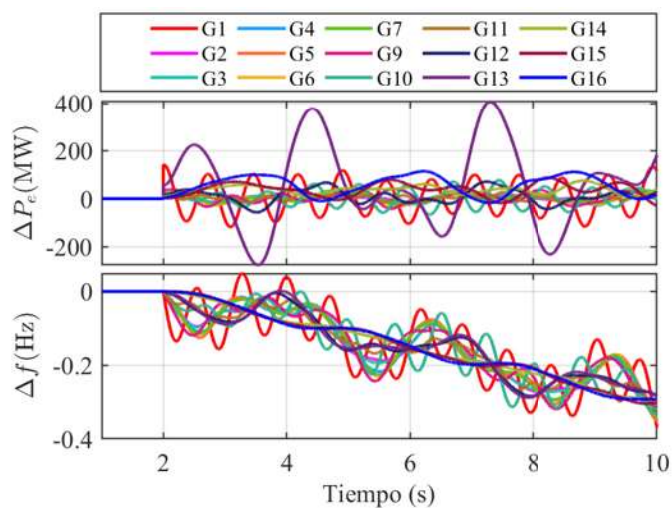


Figura 4.37: Señales de desviación de potencia y desviación de frecuencia, respectivamente, para el sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8.

La Figura 4.38 ilustra la ventana de datos que ingresan al modelo ARMAX en un intervalo de 2 a 3 segundos, es decir, 1 seg. de longitud.

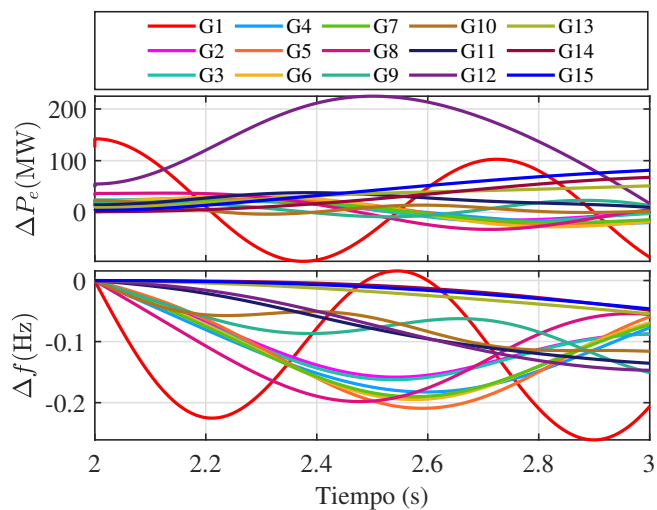


Figura 4.38: Ventanas de entrada ( $\Delta P_e$ ) y salida ( $\Delta f$ ) del modelo ARMAX para el sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8.

Los resultados obtenidos para la constante de inercia del sistema por medio del modelo ARMAX, son presentados en la Tabla 4.10.

Tabla 4.10: Constantes de inercia determinadas mediante el modelo ARMAX para el sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8.

<b>ARMAX</b>							
Gen	<b>Href</b> (s)	$\hat{H}$ (s)	<b>ER</b> (%)	Gen	<b>Href</b> (s)	$\hat{H}$ (s)	<b>ER</b> (%)
G1	42.00	42.00	$2 \times 10^{-3}$	G9	34.50	34.50	$6 \times 10^{-4}$
G2	30.20	30.20	$5 \times 10^{-4}$	G10	31.00	31.00	$1 \times 10^{-3}$
G3	35.80	35.80	$5 \times 10^{-4}$	G11	28.20	28.20	$2 \times 10^{-3}$
G4	28.60	28.60	$3 \times 10^{-4}$	G12	92.30	92.30	$1 \times 10^{-4}$
G5	26.00	26.00	$6 \times 10^{-4}$	G13	496.00	496.00	$1 \times 10^{-4}$
G6	34.80	34.80	$5 \times 10^{-4}$	G14	300.00	300.00	$4 \times 10^{-5}$
G7	26.40	26.40	$4 \times 10^{-4}$	G15	300.00	300.00	$1 \times 10^{-4}$
G8	24.30	—	—	G16	450.00	450.00	$1 \times 10^{-4}$
	—	—	—	$\sum H$	1955.8	1955.8	$8 \times 10^{-3}$

#### 4.4.2. Determinación de las constantes de inercia mediante O-splines

##### Caso A: Incremento de carga

Debido a que se trata el mismo caso de estudio que el Caso A en la sección 4.4.1, las señales de desviación de potencia y frecuencia, se muestran en la Figura 4.31. Mientras que la detección del evento, se muestra en la Figura 4.32. Al tener la información del momento en que ocurre el evento, se ingresa junto con las señales de frecuencia y desviación de potencia al análisis con O-splines, por lo que se obtiene a la salida la estimación, tanto de las desviaciones de potencia, así como el RoCoF para cada señal de frecuencia, como se

puede observar en las gráficas inferiores de las Figuras 4.39 y 4.40, respectivamente.

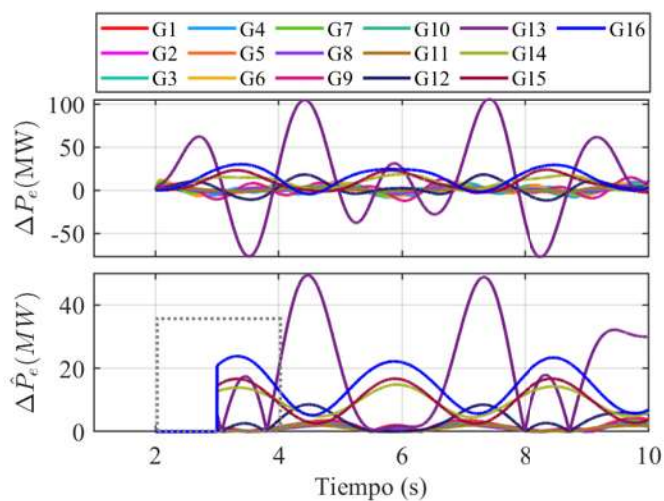


Figura 4.39: Desviaciones de potencia y sus estimados mediante O-splines para el sistema clásico NETS/NYPS ante el incremento de carga en el nodo 32.

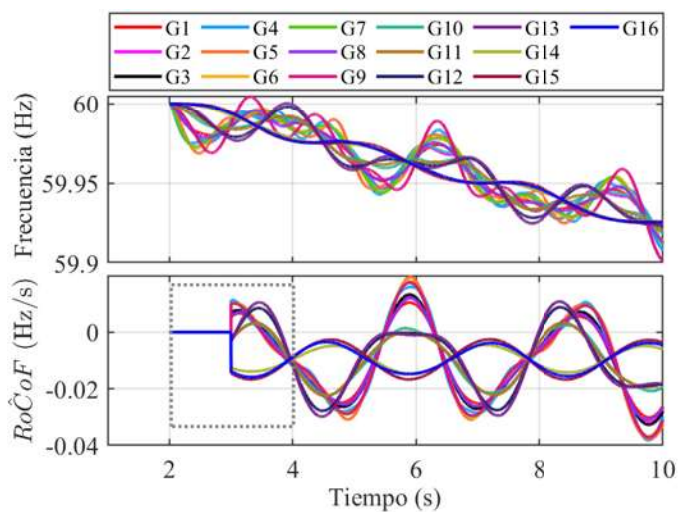


Figura 4.40: Señales de frecuencia y estimación de RoCoF mediante O-splines para el sistema clásico NETS/NYPS ante el incremento de carga en el nodo 32.

Note que, tanto para la Figura 4.39 y Figura 4.40, para las estimaciones de  $\Delta\hat{P}_e$

y  $Ro\hat{C}oF$ , se muestra el intervalo de dos ciclos requeridos (ver recuadro en línea punteada de color gris), para el análisis por parte de los O-splines, es decir, una ventana de dos ciclos para  $K = 1$ , donde se obtiene la mejor estimación al centro de la ventana. De ahí en adelante, se utiliza el enfoque de ventanas deslizantes.

Así, una vez que se obtienen los estimados de  $\Delta\hat{P}_e$  y  $Ro\hat{C}oF$  para todos los generadores síncronos en una sola etapa, se procede con el cálculo de las constantes de inercia en función del tiempo para cada generador, tal y como se muestra en la Figura 4.41.

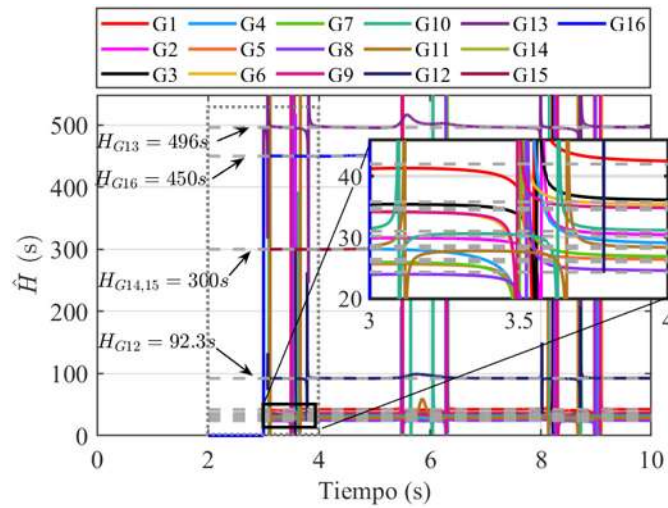


Figura 4.41: Comportamiento de la inercia en el tiempo para el sistema clásico NETS/NYPS ante el incremento de carga en el nodo 32.

Por último, la Tabla 4.11 presenta los resultados de las constantes de inercia determinadas para el sistema clásico NETS/NYPS. Es importante mencionar que estos resultados corresponden al valor medio de una ventana de 2 seg. después de la primer estimación con O-splines, es decir, del primer valor de  $H$  al centro de la ventana más 2 seg.

### Caso B: Salida de generación

Para el caso de estudio donde uno de los generadores sale de operación en el sistema, se analiza de manera similar a los casos anteriores, el caso cuando el generador

Tabla 4.11: Constantes de inercia determinadas mediante O-splines para el sistema clásico NETS/NYPS ante el incremento de carga en el nodo 32.

<b>O-splines</b>									
Gen	Href (s)	Ro $\hat{C}oF$ (Hz/s)	$\hat{H}$ (s)	ER (%)	Gen	Href (s)	Ro $\hat{C}oF$ (Hz/s)	$\hat{H}$ (s)	ER (%)
G1	42.00	-0.02	42.15	0.36	G9	34.50	-0.02	34.60	0.30
G2	30.20	-0.02	30.27	0.25	G10	31.00	-0.01	31.07	0.22
G3	35.80	-0.02	35.90	0.27	G11	28.20	-0.01	28.28	0.28
G4	28.60	-0.02	28.75	0.53	G12	92.30	-0.01	92.45	0.16
G5	26.00	-0.02	26.10	0.39	G13	496.00	-0.01	496.81	0.16
G6	34.80	-0.02	34.96	0.45	G14	300.00	-0.00	300.53	0.18
G7	26.40	-0.02	26.53	0.50	G15	300.00	-0.00	300.68	0.23
G8	24.30	-0.02	24.38	0.33	G16	450.00	-0.00	450.86	0.19
	—	—	—	—	$\sum H$	1980.10	—	1984.33	0.21

G8 sale del sistema de la Figura 4.30. Por lo que, la respuesta del sistema ante la salida del generador G8 en cuanto a las desviaciones de potencia y frecuencia, se muestran en la Figura 4.35. Por otra parte, en la Figura 4.36 se muestra la detección del evento por medio de TKEO para este caso, donde se obtiene el valor de dos segundos,  $t_{dist} = 2$  seg. Así, al aplicar la metodología basada en el análisis por O-splines, se obtienen las señales estimadas mostradas en la Figura 4.42, la cual muestra las desviaciones de potencia calculadas a partir de las mediciones de potencia ( $\Delta P_e$ ), y las desviaciones de potencia estimadas por los filtros O-splines ( $\Delta \hat{P}_e$ ).

Por otra parte, la Figura 4.43 muestra las señales de las frecuencias medidas del sistema, así como las señales estimadas de la primer derivada de las señales de frecuencia,  $Ro\hat{C}oF$ , obtenidas por el primer diferenciador de los O-splines. Además, se indica en el recuadro de línea punteada de color gris la ventana de análisis para los primeros estimados de los O-splines ( $\Delta P_e$  y  $Ro\hat{C}oF$ ), los cuales son al centro de la ventana para posteriormente

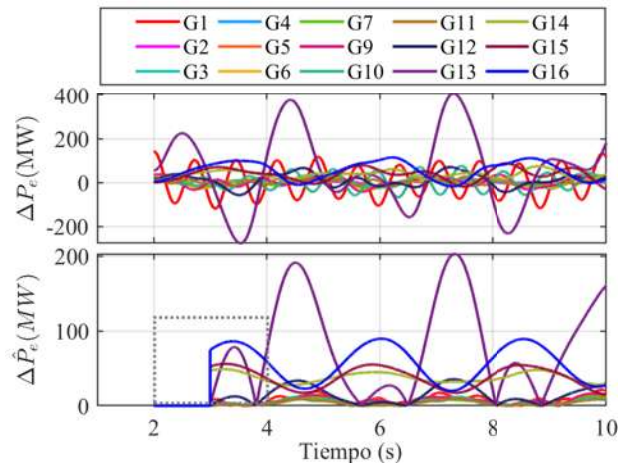


Figura 4.42: Señales de desviación de potencia calculado y desviación de potencia estimado mediante O-splines para el sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8.

usar el enfoque de ventanas deslizantes y así obtener las estimaciones en el tiempo.

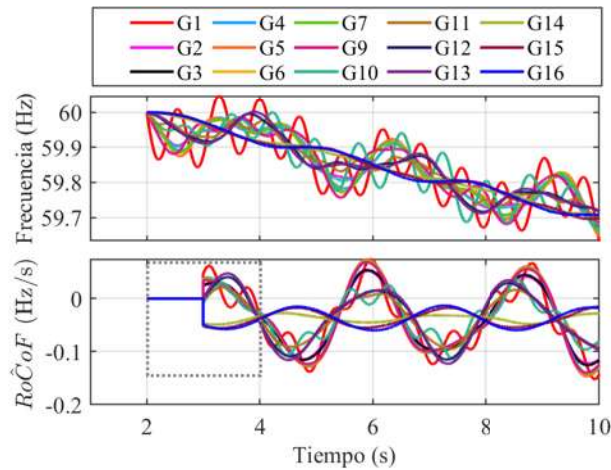


Figura 4.43: Señales de frecuencia y RoCoF estimado mediante O-splines para el sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8.

Así, la Figura 4.44 ilustra el comportamiento de las constantes de inercia en el tiempo de todos los generadores, con base a los valores estimados de  $\Delta P_e$  y  $Ro\hat{C}oF$  acorde (3.18). Se observa también, en el recuadro de línea punteada de color gris, los primeros

estimados al centro de la ventana, lo cuales se acercan mucho a los valores reales del sistema.

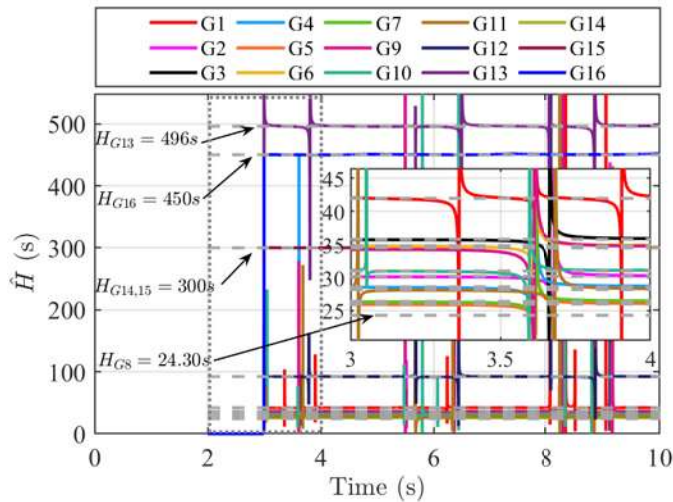


Figura 4.44: Constantes de inercia en el tiempo usando O-splines para el sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8.

Por último, la Tabla 4.12 presenta los resultados obtenidos para las constantes de inercia del sistema clásico de NETS/NYPS ante la salida del generador G8. Nuevamente, para estos resultados, se utiliza el valor medio de una ventana de 2 seg. a partir del primer estimado con O-splines.

Con base a los resultados de la determinación de inercia presentados en las Tablas 4.9-4.12, se observa que los errores obtenidos por parte de la metodología basada en el modelo ARMAX están por debajo de los presentados por la metodología basada en O-splines, siendo así la metodología más precisa.

Para el caso de incremento de carga en el nodo 32, la metodología basada en el modelo ARMAX obtuvo un  $\%ER$  mínimo de 0.003% para el G9, y un máximo de 0.09% en el generador G11. Por otra parte, en la metodología basada en O-splines, se obtuvo un  $\%ER$  mínimo de 0.16% en los generadores G12 y G13 y un  $\%ER$  máximo de 0.53% en el generador G4. Para el caso de salida de generación, la metodología basada en el modelo ARMAX presentó un  $\%ER$  mínimo de  $4 \times 10^{-5}$  % en G14 y un  $\%ER$  máximo de 0.002 %

Tabla 4.12: Constantes de inercia determinadas usando O-splines para el sistema clásico NETS/NYPS ante la salida del generador G8.

<b>O-splines</b>									
Gen	<b>Href</b> (s)	<b>RoĈoF</b> (Hz/s)	<b>Ĥ</b> (s)	<b>ER</b> (%)	Gen	<b>Href</b> (s)	<b>RoĈoF</b> (Hz/s)	<b>Ĥ</b> (s)	<b>ER</b> (%)
G1	42.00	-0.04	41.96	0.08	G9	34.50	-0.04	34.25	0.73
G2	30.20	-0.04	30.12	0.26	G10	31.00	-0.04	30.97	0.09
G3	35.80	-0.04	35.73	0.21	G11	28.20	-0.04	28.10	0.36
G4	28.60	-0.04	28.53	0.24	G12	92.30	-0.04	92.33	0.03
G5	26.00	-0.04	25.93	0.28	G13	496.00	-0.04	496.30	0.06
G6	34.80	-0.04	34.73	0.21	G14	300.00	-0.04	300.00	$1 \times 10^{-3}$
G7	26.40	-0.04	26.33	0.27	G15	300.00	-0.04	299.99	$2 \times 10^{-3}$
G8	24.30	6.64	—	—	G16	450.00	-0.04	450.05	0.01
	—	—	—	—	$\sum H$	1980.10	—	1979.68	0.02

en G1 y G11, mientras que, con la metodología basada en O-splines se presenta un  $\%ER$  mínimo de 0.001% en G14 y un  $\%ER$  máximo de 0.73% en G9.

Sin embargo, el tiempo de procesamiento de datos para la estimación de inercia por el método basado en ARMAX es de  $t = 19.17$  seg. y  $t = 21.17$  seg. para el Caso A y Caso B, respectivamente. Por el contrario, la metodología basada en O-splines, presenta un tiempo de procesamiento de  $t = 0.0057$  seg y  $t = 00.51$  seg. para el Caso A y Caso B, respectivamente. De esta manera, se contribuye con una metodología para la estimación de inercia la cual ofrece un bajo costo computacional al analizar grandes sistemas de potencia mediante O-splines.



## 4.5. Sistema NETS/NYPS de cuarto orden

Como fue mencionado anteriormente en la Sección 4.4, este sistema se conforma por 16 generadores-68 nodos y representa el modelo reducido del sistema interconectado de Nueva Inglaterra (Área 1), la red eléctrica de Nueva York (Área 2), y la interconexión con Ontario Hydro, MISO y PJM power networks, los cuales están representados por el Área 3 al Área 5, respectivamente, ver Figura 4.30. Adicionalmente, este modelo a diferencia del sistema clásico, presenta valores de reactancia síncrona, reactancia transitoria y constante de tiempo de circuito abierto para los ejes  $d$  y  $q$  en el modelo de los generadores, ver Apéndice E. Por este motivo, el sistema es considerado como de cuarto orden, ya que, los generadores se modelan por un modelo de cuarto orden [56].

### 4.5.1. Determinación de las constantes de inercia mediante el modelo ARMAX

#### Caso A: Incremento de carga

Para este último sistema, de igual manera se realiza el incremento de carga en el nodo 32 en un 40% tanto en potencia real como reactiva, por lo que pasa de una demanda de  $P = 329$  MW y  $Q = 32$  MVAR a  $P = 460.6$  MW y  $Q = 44.8$  MVAR. Al generarse el incremento de carga, se registran variaciones en la desviación de potencia y en frecuencia, como se muestra en la Figura 4.45 para un intervalo de tiempo de 10 seg.

La detección del incremento de carga implementando TKEO, se muestra en la Figura 4.46, en la cual se observa que  $t_{dist}$  se detecta en dos segundos.

La detección del evento permite determinar las ventanas de un segundo, las cuales son analizadas mediante el modelo ARMAX. La primer ventana (entrada al modelo ARMAX), se realiza en la señal de desviación de potencia y posteriormente, se realiza para la desviación de frecuencia (ventana de salida del modelo ARMAX), como se muestra en la Figura 4.47. En la Figura 4.48, se muestran las ventanas para las señales de  $\Delta P_e$  y  $\Delta f$ , tal

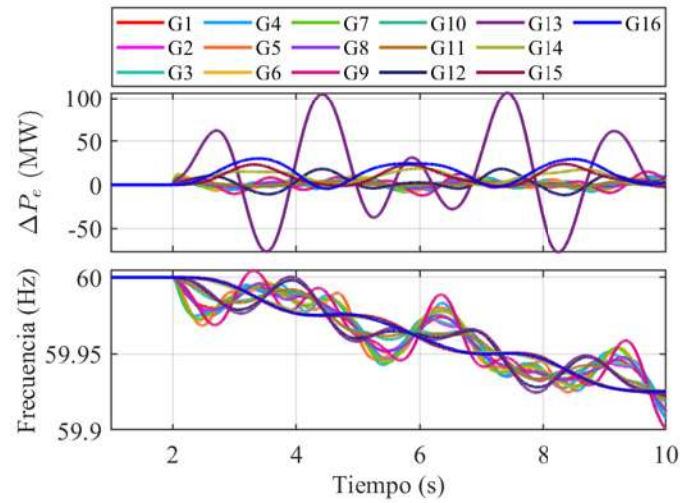


Figura 4.45: Mediciones de frecuencia y desviación de potencia eléctrica del sistema NEPS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32.

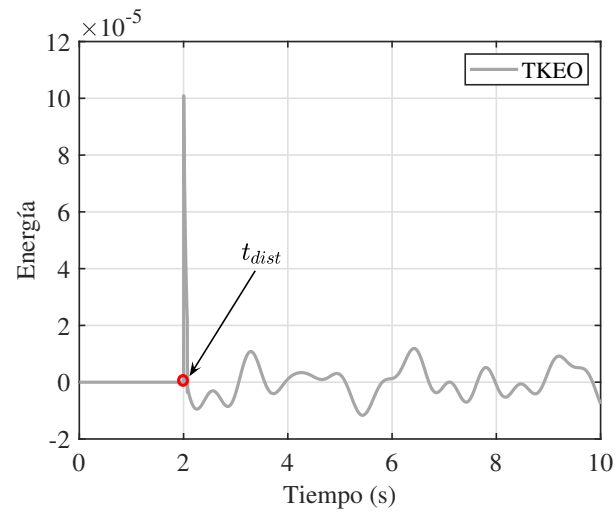


Figura 4.46: Detección del instante del evento para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32.

cual se ingresan al modelo ARMAX y así identificar los valores de  $\beta$  para cada generador.

Una vez realizada la identificación del sistema mediante el modelo ARMAX, se

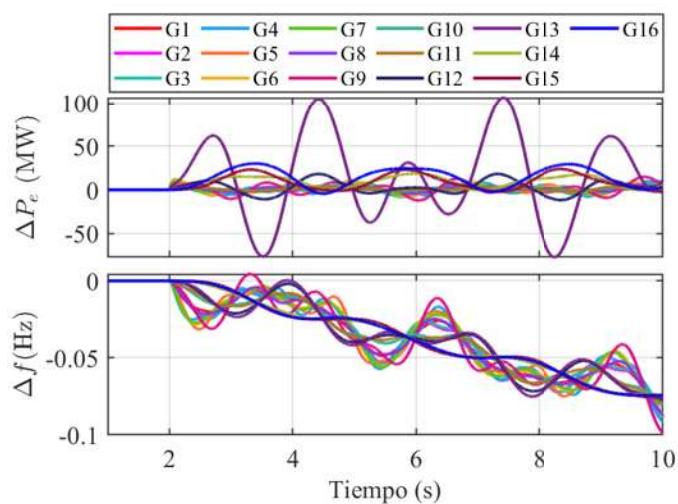


Figura 4.47: Señales de desviación de potencia y desviación de frecuencia en el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32.

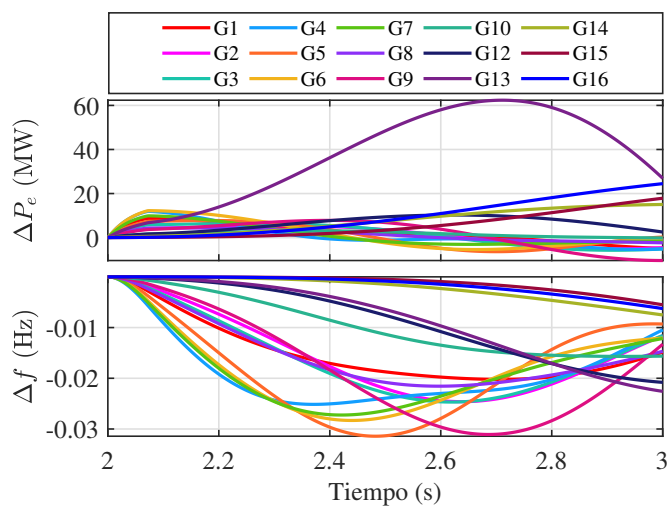


Figura 4.48: Ventanas de entrada ( $\Delta P_e$ ) y salida ( $\Delta f$ ) del modelo ARMAX para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32.

determina la constante de inercia para cada uno de los generadores. Los valores obtenidos para el sistema se presentan en la Tabla 4.13.

Tabla 4.13: Constantes de inercia determinadas mediante el modelo ARMAX para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32.

ARMAX							
Gen	Href	$\hat{H}$	ER	Gen	Href	$\hat{H}$	ER
	(s)	(s)	(%)		(s)	(s)	(%)
G1	42.00	42.03	0.06	G9	34.50	34.50	$2 \times 10^{-3}$
G2	30.20	30.21	0.02	G10	31.00	31.01	0.05
G3	35.80	35.81	0.02	G11	28.20	28.22	0.09
G4	28.60	28.60	0.01	G12	92.30	92.30	0.01
G5	26.00	26.00	0.01	G13	496.00	495.94	0.01
G6	34.80	34.81	0.02	G14	300.00	299.97	0.01
G7	26.40	26.40	0.02	G15	300.00	299.96	0.01
G8	24.30	24.31	0.05	G16	450.00	450.02	$5 \times 10^{-3}$
	—	—	—	$\sum H$	1980.10	1980.10	0.38

### Caso A: Salida de Generación

Para este caso, se genera un evento de salida de generación para el sistema NEPS-NYPS, en donde el generador G11 sale de operación. Las señales de desviación potencia y frecuencia del sistema ante el evento generado, se muestran en la Figura 4.49.

Al presentarse el evento, el TKEO detecta y obtiene el valor de  $t_{dist} = 2$  seg., como se muestra en la Figura 4.50

Una vez que es detectado el evento, se procede a formar las ventanas de datos que requiere el modelo ARMAX para su análisis. Para ello, en primer lugar se determina la señal de desviación de frecuencia para posteriormente, formar las ventanas de un segundo a partir del punto  $t_{dist}$  para  $\Delta P_e$  y  $\Delta f$ , respectivamente, como se muestra en la Figura 4.51.

La Figura 4.52 muestra las ventanas ya delimitadas para el intervalo de 2 a 3 segundos

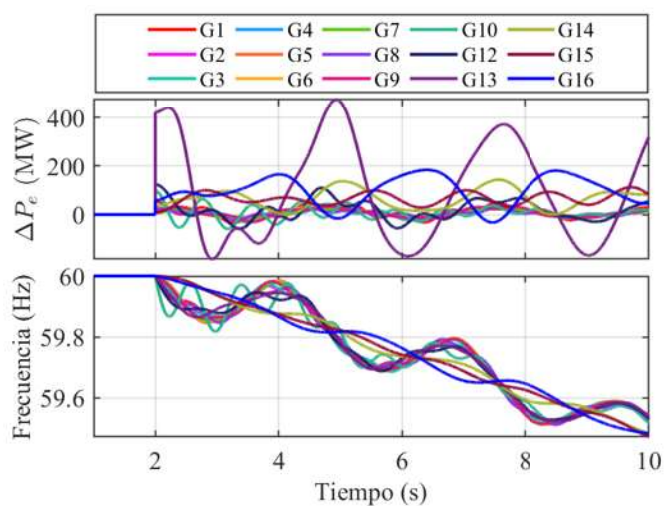


Figura 4.49: Mediciones de frecuencia y desviación de potencia del sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11.

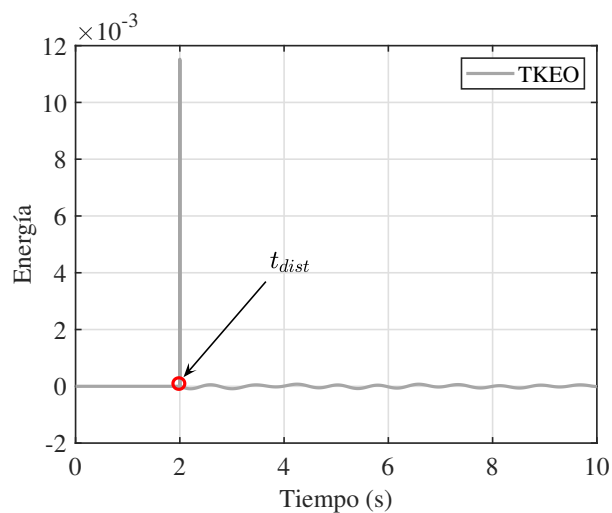


Figura 4.50: Detección del evento mediante TKEO en el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11.

para las señales de  $\Delta P_e$  y  $\Delta f$ . Con base a los valores obtenidos de  $\beta$  mediante el modelo ARMAX y con la expresión (3.8), se obtienen los resultados de las constantes de inercia para cada generador del sistema, como se presenta en la Tabla 4.14.

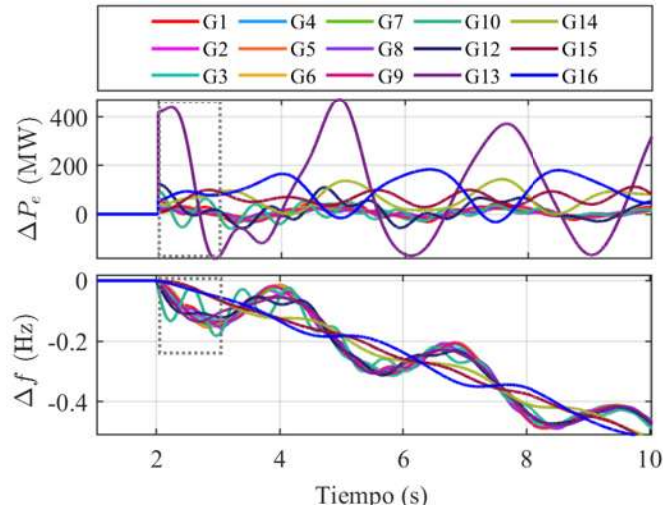


Figura 4.51: Señales de desviación de potencia y desviación de frecuencia para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11.

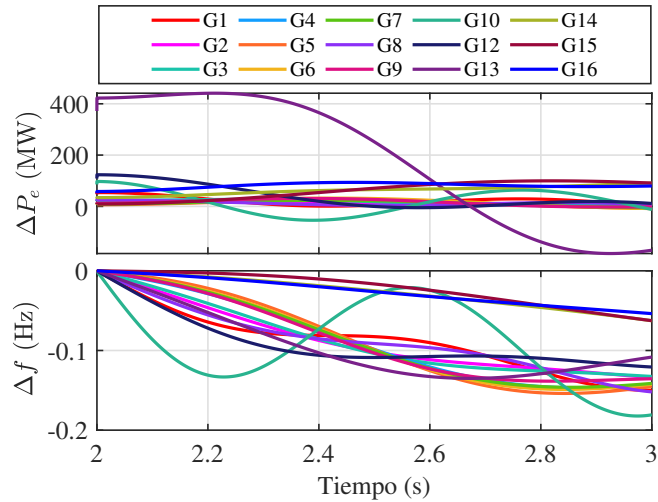


Figura 4.52: Ventana de entrada y salida del modelo ARMAX para la estimación de inercia en el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11.

A manera de comparación, se anexan en las ultimas columnas de la Tabla 4.14 los resultados obtenidos para este mismo escenario en [13], donde de igual manera sale de operación el generador G11 y se determinan las constantes de inercia para el resto de los GS.

A diferencia de la metodología mediante ARMAX en esta tesis, la detección del disturbio es mejorada mediante el TKEO, lo cual podría ser el factor que mejora la identificación del segmento de señal que se ingresa al modelo ARMAX. En la Tabla 4.14 se puede observar que tanto el porcentaje de error relativo individual como el general mediante el proceso propuesto en este trabajo, es menor al presentado en [13].

Tabla 4.14: Constantes de inercia determinadas mediante el modelo ARMAX para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11.

Gen	$\mathbf{H}_{\text{ref}}$ (s)	ARMAX		ARMAX[13]	
		$\hat{\mathbf{H}}$ (s)	ER (%)	$\hat{\mathbf{H}}$ (s)	ER (%)
1	42.00	42.00	$8 \times 10^{-4}$	41.58	1.00
2	30.20	30.20	$1 \times 10^{-4}$	30.32	0.41
3	35.80	35.80	$2 \times 10^{-4}$	35.62	0.49
4	28.60	28.60	$3 \times 10^{-4}$	28.43	0.59
5	26.00	26.00	$4 \times 10^{-4}$	26.29	1.12
6	34.80	34.80	$3 \times 10^{-4}$	35.13	1.83
7	26.40	26.40	$3 \times 10^{-4}$	26.71	1.16
8	24.30	24.30	$3 \times 10^{-4}$	24.31	0.05
9	34.50	34.50	$4 \times 10^{-4}$	34.32	0.53
10	31.00	31.00	$2 \times 10^{-3}$	30.84	0.54
11	28.20	—	—	—	—
12	92.30	92.30	$4 \times 10^{-4}$	90.52	1.93
13	496.00	496.00	$3 \times 10^{-4}$	489.59	1.29
14	300.00	300.00	$8 \times 10^{-5}$	290.79	3.07
15	300.00	300.00	$4 \times 10^{-5}$	296.21	1.26
16	450.00	450.00	$5 \times 10^{-7}$	453.93	0.87
$\sum H$	1980.10	1951.90	$5.5 \times 10^{-3}$	1934.59	0.89

### 4.5.2. Determinación de las constantes de inercia mediante O-splines

#### Caso A: Incremento de Carga

Dado que se trata del mismo tipo de evento presentado en el Caso A de la sección 4.5.1, se consideran las mismas señales de desviación de potencia (ver Figura 4.45), y la detección del evento por medio de TKEO (ver Figura 4.46). Una vez que se cuenta con el dato de la detección del evento, el cual es parte fundamental para llevar a cabo las metodologías aquí presentadas, se aplica el análisis por O-splines a las señales de desviación de potencia y frecuencia a partir de  $t_{dist}$  y por medio de ventanas deslizantes. De esta manera, una de las estimaciones resultantes es la de  $\Delta\hat{P}_e$  y se muestra en la parte inferior de la Figura 4.53, la cual es la estimación de la señal real de desviación de potencia  $\Delta P_e$  medida en el sistema.

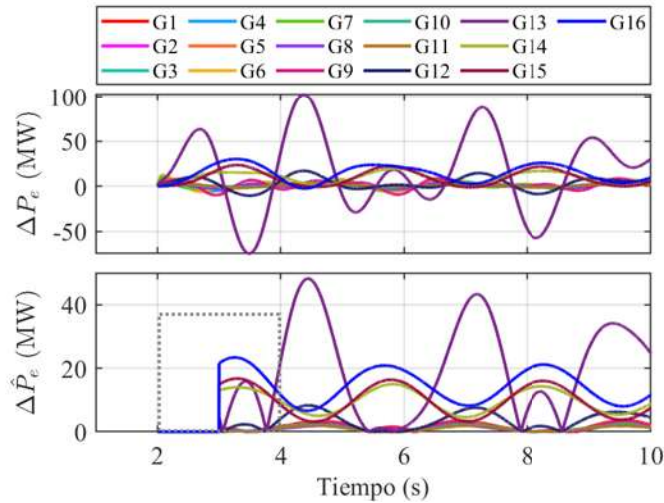


Figura 4.53: Señales de desviación de potencia y sus estimaciones por medio de O-splines para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32.

De manera similar, otra de las estimaciones obtenidas mediante el primer diferenciador de los O-splines aplicado a las señales de frecuencia, es el estimado de RoCoF ( $Ro\hat{C}oF$ ). Estas señales se muestran en la Figura 4.54, tanto las señales de frecuencia (gráfica superior de la Figura 4.54), como la estimación de su primer derivada, es decir, el



RoCoF, del sistema (gráfico inferior de la Figura 4.54).

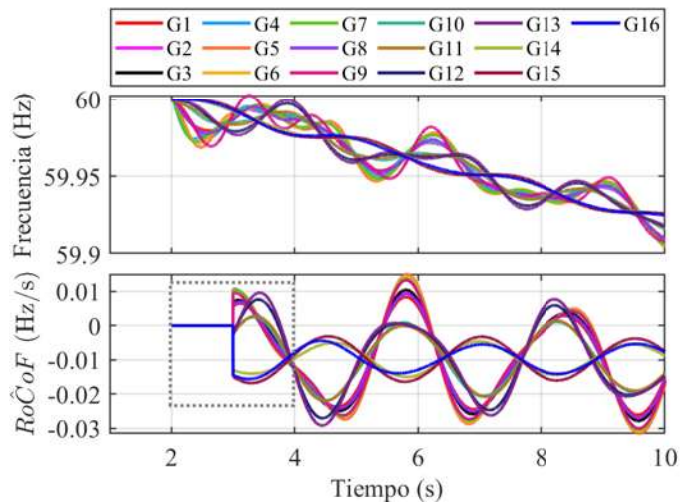


Figura 4.54: Señales de frecuencia y estimación de RoCoF usando O-splines para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32.

Una vez obtenidos los valores de  $\Delta\hat{P}_e$  y  $Ro\hat{C}oF$ , consecutivamente se determinan las constantes de inercia en cada instante de tiempo y para cada generador, con base a la expresión (3.18), lo que permite una representación del comportamiento de la inercia en el tiempo tal y como se muestra en la Figura 4.55.

Como se puede observar en la Figura 4.55, se muestran valores muy grandes o picos en las señales de estimación de inercia. Estos picos, se deben a la división por cero cuando los valores de RoCoF se hacen cero en la expresión (3.18). La solución que se propone para esta situación, es mediante el uso de la media aritmética en un intervalo de un segundo, después del primer valor estimado al centro de la ventana. Esto se muestra en la Figura 4.55 por medio del recuadro con línea punteada en color gris. Así, los valores obtenidos para la constante de inercia son presentados en la Tabla 4.15.

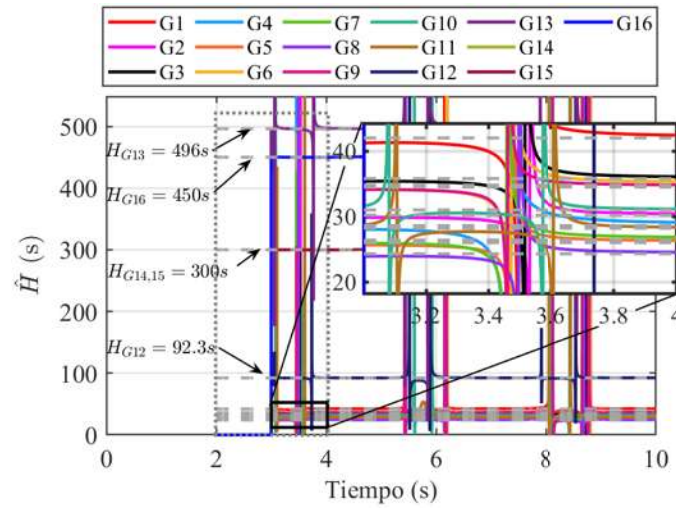


Figura 4.55: Comportamiento de la inercia en el tiempo usando O-splines para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32.

Tabla 4.15: Constante de inercia determinadas mediante O-splines para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante el incremento de carga en el nodo 32.

O-splines									
Gen	Href (s)	RoCoF (Hz/s)	$\hat{H}$ (s)	ER (%)	Gen	Href (s)	RoCoF (Hz/s)	$\hat{H}$ (s)	ER (%)
G1	42.00	-0.01	42.42	1.00	G9	34.50	-0.01	34.85	1.00
G2	30.20	-0.01	29.86	1.14	G10	31.00	-0.01	31.14	0.46
G3	35.80	-0.01	35.40	1.12	G11	28.20	-0.01	27.69	1.82
G4	28.60	-0.01	29.14	1.89	G12	92.30	-0.01	92.22	0.08
G5	26.00	-0.01	26.35	1.34	G13	496.00	-0.01	496.04	$8 \times 10^{-3}$
G6	34.80	-0.01	35.36	1.61	G14	300.00	-0.01	300.01	$5 \times 10^{-3}$
G7	26.40	-0.01	26.87	1.77	G15	300.00	-0.01	299.96	0.01
G8	24.30	-0.01	24.55	1.01	G16	450.00	-0.01	449.96	0.01
—	—	—	—	—	$\sum H$	1980.10	—	1981.81	0.09

### Caso B: Salida de Generación

Este caso consiste de igual manera que el Caso B presentado en la sección 4.5.1, en el disparo de la línea que conecta de manera directa al generador G11, causando una pérdida de generación en el sistema. La respuesta del sistema para la desviación de potencia y frecuencia, se muestran en la Figura 4.49. Al tratarse del mismo caso, la detección del evento es el mismo que se presenta en la Figura 4.50 mediante el algoritmo TKEO.

Una vez que se realiza la estimación de desviación de potencia, ésta se compara de forma gráfica en la Figura 4.56.

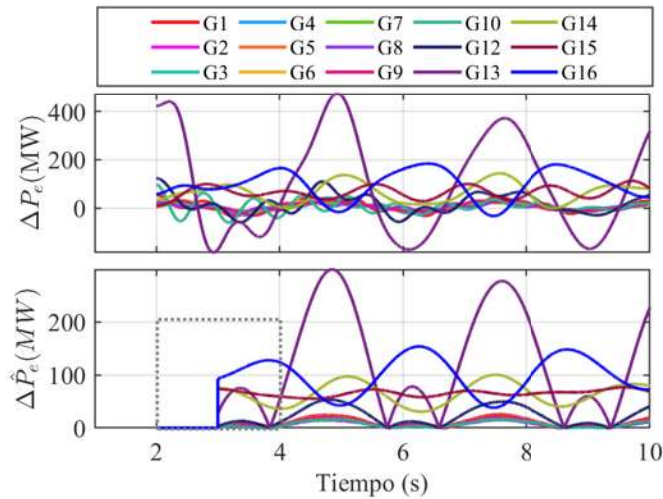


Figura 4.56: Señales de desviación de potencia y desviación de potencia estimado usando O-splines en el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11.

Similarmente, la Figura 4.57 muestra las señales de frecuencia y la estimación de RoCoF mediante el análisis O-splines, donde el recuadro en línea punteada de color gris, tanto para  $\Delta \hat{P}_e$  y  $Ro\hat{C}oF$ , indica la ventana de dos ciclos requerida para las estimaciones mediante la metodología basada en los O-splines, obteniéndose así, la mejor estimación al centro de la ventana.

Una vez que se obtienen las estimaciones  $\Delta \hat{P}_e$  y  $Ro\hat{C}oF$ , se procede en la misma

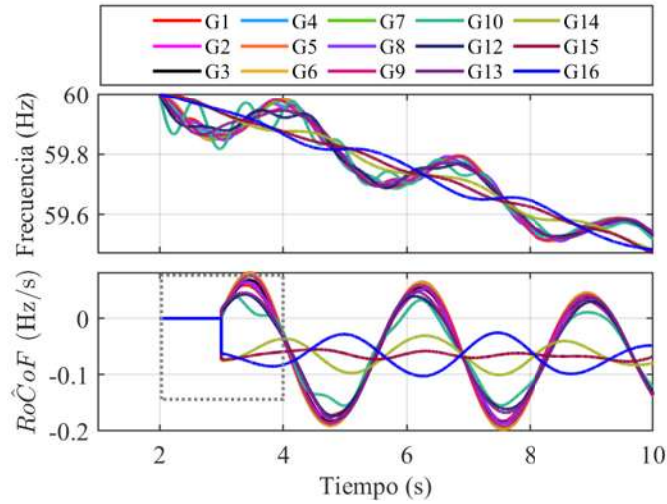


Figura 4.57: Señales de frecuencia y estimación de RoCoF en el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11.

etapa de la metodología, a realizar determinar las constantes de inercia del sistema por medio de la expresión (2.91), lo cual permite la representación de las inercias en el tiempo para todos los generadores, como se muestra en la Figura 4.58, esto al determinarlas muestra por muestra mediante las ventanas deslizantes.

De la misma manera que el caso anterior, se tienen valores muy grandes en la determinación de inercia, debido a los instantes de tiempo cuando el  $Ro\hat{C}oF = 0$ . Es por esto, que al obtener la media aritmética del intervalo de un segundo, el cual se muestra en el recuadro negro de la Figura 4.58, se obtienen los valores de inercia presentados en la Tabla 4.16.

Del mismo modo, para este caso de estudio en el último par de columnas de la Tabla 4.16, se presentan los resultados determinados en [13], esto con el fin de comparar los resultados obtenidos con ambas metodologías. Con base a la Tabla 4.16, se observa como los porcentajes del error relativo para cada uno de los generadores como también el error relativo general, son mejorados con la técnica propuesta mediante O-splines, ya que en

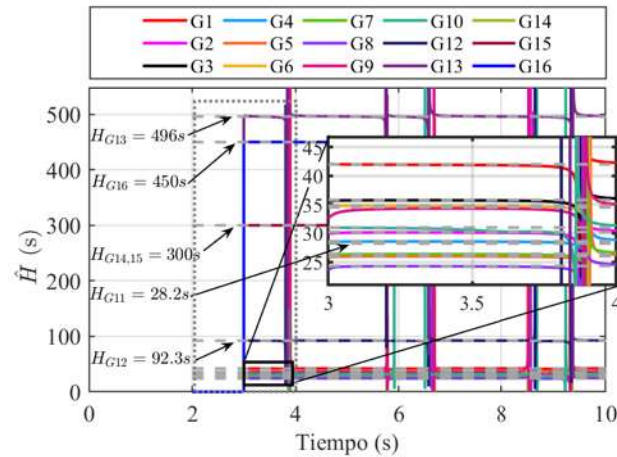


Figura 4.58: Comportamiento de la inercia en el tiempo por medio de O-splines para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11.

cuanto al error general, mediante lo propuesto en [13], se obtiene un ER de 0.89 %, mientras que usando O-splines, se obtiene un ER de 0.05 %.

Con base a los resultados presentados en las Tablas 4.13 - 4.16, nuevamente se observan valores de inercia más precisas con la metodología basada en el modelo ARMAX. Sin embargo, con los resultados obtenidos con la metodología basada en O-splines, siguen siendo mejores que los presentados en la literatura, como es el caso de la salida de generación de G11, en donde las constantes presentadas tienen un menor error que las que se presentan en [13].

Para los últimos casos presentados para este sistema, todo el proceso para determinar la constante de inercia con la metodología basada en el modelo ARMAX toma un tiempo de 19.23 seg. y 21.31 seg., para el Caso A y Caso B, respectivamente. Mientras que con la metodología basada en O-splines, se presenta un tiempo de estimación y cálculo de 0.0043 seg. y 0.0045 seg. para el Caso A y Caso B, respectivamente.

En este sentido, nuevamente se resalta la metodología con O-splines debido a su bajo costo computacional y a la precisión para la determinación de las constantes de inercia.

Tabla 4.16: Constantes de inercia determinadas mediante O-splines para el sistema NETS/NYPS de cuarto orden ante la salida del generador G11.

Gen	Href (s)	O-splines			ARMAX[13]	
		RoCoF (Hz/s)	$\hat{H}$ (s)	ER (%)	$\hat{H}$ (s)	ER (%)
G1	42.00	-0.05	41.93	0.16	41.58	1.00
G2	30.20	-0.05	30.13	0.23	30.32	0.41
G3	35.80	-0.05	35.74	0.16	35.62	0.49
G4	28.60	-0.05	28.54	0.20	28.43	0.59
G5	26.00	-0.05	25.94	0.22	26.29	1.12
G6	34.80	-0.05	34.75	0.14	35.13	1.83
G7	26.40	-0.05	26.34	0.23	26.71	1.16
G8	24.30	-0.05	24.22	0.32	24.31	0.05
G9	34.50	-0.05	34.26	0.68	34.32	0.53
G10	31.00	-0.05	30.79	0.69	30.84	0.54
G11	28.20	10.60	—	—	—	—
G12	92.30	-0.05	92.23	0.07	90.52	1.93
G13	496.00	-0.05	495.87	0.03	489.59	1.29
G14	300.00	-0.06	299.97	0.01	290.79	3.07
G15	300.00	-0.06	300.03	0.01	296.21	1.26
G16	450.00	-0.06	450.19	0.04	453.93	0.87
$\sum H$	1980.10	—	1950.93	0.05	1934.59	0.89

## 4.6. Discusión

Es importante mencionar, que los tiempos de duración del procesamiento de datos en las metodologías presentadas en este Capítulo, son obtenidos mediante las funciones *tic* y *toc* de Matlab, para medir el tiempo transcurrido en determinado proceso. La función *tic*

---

registra la hora actual, y la función *toc* utiliza el valor registrado para calcular el tiempo transcurrido.

Una vez que se detecta el evento en el sistema, se inicia el tiempo de duración para determinar la constante de inercia, ya sea por el método basado en el modelo ARMAX o con base en O-splines (primer ventana de análisis).

Los tiempos presentados para los procesos de estimación, son obtenidos en una computadora macOS High Sierra, versión 10.13.6, procesador Intel Core i5 de 2.4 GHz y memoria RAM de 4 GB a 1333 MHz DDR3.

Por otra parte, los resultados presentados en [13] con fines de comparación, son realizados en una computadora con procesador Intel(R) Core(TM) i7CPU @ 3.60 GHz (16 GB RAM).

## 4.7. Resumen del capítulo

En este Capítulo se aplican las dos metodologías propuestas para la determinación de inercia presentadas en el Capítulo 3. Ambas metodologías se aplican a los conocidos sistemas de potencia WSCC de 9 nodos, NETS de 39 nodos, NETS-NYPS clásico de 68 nodos y NETS-NYPS de cuarto orden y 68 nodos.

Cada metodología se aplica para los Casos A y B, mostrando además, su proceso general mediante figuras. Los resultados de las constantes de inercia basado tanto en el modelo ARMAX como en O-splines, son presentados en las Tablas 4.1 - 4.16.

Para todas las estimaciones, la mejor metodología con base a su error relativo de precisión, es la metodología usando el modelo ARMAX. Por otra parte, si se considera el tiempo de respuesta para la determinación de inercia, la mejor metodología es la basada en O-splines.

Los resultados obtenidos para las constantes de inercia para los sistemas WSCC y NETS-NYPS de cuarto orden de 68 nodos, son comparados con los resultados obtenidos en [59] y [13], respectivamente. Con lo anterior, se demuestra que las metodologías imple-

mentadas en este trabajo, muestran mejores resultados que los encontrados en la literatura, tanto en precisión como también en tiempo de duración para la estimación de inercia.



## Capítulo 5

# Conclusiones y trabajos futuros

### 5.1. Conclusiones

Este trabajo ha demostrado con éxito que las metodologías basadas en la información de los WAMS, pueden determinar con precisión la constante de inercia de cada generador síncrono en los grandes sistemas eléctricos. Es por esto que, las estrategias propuestas se probaron utilizando señales simuladas de los conocidos sistemas eléctricos de referencia, simulados en la herramienta Power System Toolbox, donde los sistemas son: WSCC, New England y New England-New York.

La metodología para determinar la constante de inercia mediante el modelo ARMAX, usando datos de desviación de potencia y desviación de frecuencia, muestra excelentes resultados de estimación tanto en sistemas pequeños como en sistemas a gran escala. Esto, mediante el análisis por el modelo ARMAX aplicado en una ventana de un segundo a partir del momento en que se detecta el evento.

Además, es importante resaltar que, una parte fundamental para los algoritmos orientados a determinar la constante de inercia, es precisamente la detección del evento. Para esto, el algoritmo basado en el operador de energía TKEO, demuestra ser una herramienta eficaz para la detección adecuada del instante en que sucede el evento, permitiendo mejorar

de manera considerable los resultados presentados en [13].

De lo anterior, la determinación de la constante de inercia mediante el modelo ARMAX, sin duda presenta los menores errores relativos en todos los sistemas analizados. Sin embargo, los tiempos de procesamiento no son los mejores. Registrando su menor tiempo de procesamiento con 12.67 seg. en el sistema NETS de 39 nodos. Cabe mencionar que entre más grande sea el sistema, este tiempo es mayor.

Debido al tipo de proceso que requiere el modelo ARMAX, este no aplica para un proceso en tiempo real; lo cual, con el análisis por O-splines se puede lograr debido a su análisis por ventanas deslizantes y su carga computacional reducida, por el cual, realiza estimaciones manteniendo una ventana de 2 ciclos, la cual se "desliza" o recorre las señales una muestra a la vez.

Por otra parte, la metodología propuesta para determinar la inercia mediante O-splines, utiliza las medidas de desviación de potencia activa y de frecuencia proveniente de los WAMS, una vez que ocurre, ya sea cambios de carga o disparos de generación. La idea principal de esta estrategia, consiste en aplicar un filtro de componente directa, el cual es diseñado por el primer filtro pasabajos del O-spline y su diferenciador de primer orden correspondiente, esto, para procesar múltiples canales simultáneamente. De esta manera, una vez que se detecta el instante en que se genera el evento por medio del TKEO, el RoCoF y la amplitud de las desviaciones de potencia activa son estimados directamente por este par de filtros, los cuales son aplicados a las mediciones de frecuencia y desviación de potencia activa de todos los generadores síncronos. Esto permite determinar las constantes de inercia derivadas de la segunda ley de Newton en un enfoque de ventana deslizante, en el que todas las señales sincronizadas en el tiempo se procesan rápidamente en una sola etapa.

Además, debido a la reducción considerable de la carga computacional que se consigue al utilizar la DTTFT, permite que la estrategia basada en los O-splines para determinar las constantes de inercia, sea funcional para su implementación en microcontroladores

o procesadores digitales de señales con un costo reducido. Así pues, el enfoque propuesto, apoyado en la técnica de los O-splines y combinada con la técnica TKEO, resulta en una herramienta muy potente para obtener las constantes de inercia en redes eléctricas a gran escala. Además, presenta resultados fiables con un error relativo global inferior al 0.15% para todos los casos presentados.

## 5.2. Trabajos futuros

Como posibles trabajos futuros se tienen los siguientes:

- Prueba de las metodologías propuestas usando señales reales para determinar la constante de inercia.
- Implementación para determinar las constantes de inercia en tiempo real mediante la metodología basada en O-splines en microcontroladores o sistemas embebidos de bajo costo.
- Determinar las constantes de inercia mediante una metodología multivariable del modelo ARMAX mediante un sistema MIMO (del inglés, Multiple Input Multiple Output).
- Determinar la constante de inercia por áreas o regiones en el sistema.
- Determinar la constante de inercia en aerogeneradores y condensadores síncronos.
- Control de frecuencia basado en la variación de la constante de inercia.



## Apéndice A

# Sistema de una máquina a nodo infinito (SMIB)

Tabla A.1: Parámetros de nodos del sistema de una máquina a nodo infinito.

Nodos									
Gen	V	$\phi$	$P_G$	$Q_G$	$P_L$	$Q_L$	$G_{shunt}$	$B_{shunt}$	Tipo
	(pu)	(°)	(pu)	(pu)	(pu)	(pu)			
1	1.05	0	0.9	0	0	0	0	0	2
2	1	0	0	0	0	0	0	0	1
3	1.0	0	0	0	0.36	0.09	0	0	3

Tabla A.2: Parámetros de las líneas del sistema de una máquina a nodo infinito.

Líneas						
De nodo	Al nodo	R(pu)	X(pu)	Carga(pu)	Tap	$\theta$ (°)
1	3	0.0	0.1	0.	1.	0
3	2	0.0	0.4	0.	1.	0
3	2	0.0	0.4	0.	1.	0

Tabla A.3: Parámetros de generadores del sistema SMIB.

Generadores		
Gen	1	2
Nodo	1	2
S(MVA)	991	100000
$X_L$ (pu)	0.15	0
$R_a$ (pu)	0.0025	0
$X_d$ (pu)	2	0
$X'_d$ (pu)	0.245	0.01
$X''_d$ (pu)	0.2	0
$T'_{d0}$ (s)	5	0
$T''_{d0}$ (s)	0.031	0
$X_q$ (pu)	1.91	0
$X'_q$ (pu)	0.42	0
$X''_q$ (pu)	0.2	0
$T'_{q0}$ (s)	0.66	0
$T''_{q0}$ (s)	0.061	0
H(s)	15	3
$D_0$ (pu)	0	2
$D_1$ (pu)	0	0





## Apéndice B

# Sistema WSCC de 3 generadores-9 nodos

Tabla B.1: Parámetros de nodos del sistema WECC.

Nodos									
Bus	Tipo	V	$\phi$	$P_G$	$Q_G$	$P_L$	$Q_L$	$G_{shunt}$	$B_{shunt}$
		(pu)	(°)	(pu)	(pu)	(pu)	(pu)		
1	1	1.04	0	0.716	0.27	0	0	0	0
2	2	1.025	9.3	1.63	0.067	0	0	0	0
3	2	1.025	4.7	0.85	-0.109	0	0	0	0
4	3	1.026	-2.2	0	0	0	0	0	0
5	3	0.996	-4	0	0	1.25	0.5	0	0
6	3	1.013	-3.7	0	0	0.9	0.3	0	0
7	3	1.026	3.7	0	0	0	0	0	0
8	3	1.016	0.7	0	0	1	0.35	0	0
9	3	1.032	2	0	0	0	0	0	0

Tabla B.2: Parámetros de las líneas del sistema WECC.

Líneas					
De Bus	a Bus	R(pu)	X(pu)	Carga(pu)	Tap
1	4	0	0.0576	0	1
4	5	0.01	0.085	0.176	0
6	9	0.039	0.17	0.358	0
3	9	0	0.0586	0	1
8	9	0.0119	0.1008	0.209	0
7	8	0.0085	0.072	0.149	0
2	7	0	0.0625	0	1
7	5	0.032	0.161	0.306	0
4	6	0.017	0.092	0.158	0

Tabla B.3: Parámetros de los generadores del sistema WECC.

Generadores			
Gen	1	2	3
Bus	1	2	3
S(MVA)	100	100	100
$X_L$ (pu)	0.0000	0.0000	0.0000
$R_a$ (pu)	0.0000	0.0000	0.0000
$X_d$ (pu)	0.1460	0.8958	1.3125
$X'_d$ (pu)	0.0608	0.1198	0.1813
$X''_d$ (pu)	0.0000	0.0000	0.0000
$T'_{d0}$ (s)	8.9600	6.0000	5.8900
$T''_d$ (s)	0.0000	0.0000	0.0000
$X_q$ (pu)	0.0969	0.8645	1.2578
$X'_d$ (pu)	0.0969	0.1969	0.2500
$X''_q$ (pu)	0.0000	0.0000	0.0000
$T'_{q0}$ (s)	0.3100	0.5350	0.6000
$T''_{q0}$ (s)	0.0000	0.0000	0.0000
H(s)	23.6400	6.4000	3.0100
$D_0$ (pu)	0.0254	0.0066	0.0026



## Apéndice C

# Sistema clásico NETS de 10 generadores-39 nodos

Tabla C.1: Parámetros de nodos del sistema clásico de Nueva Inglaterra.

Nodos									
Nodo	V	$\phi$	P_gen	Q_gen	P_L	Q_L	G	B	Tipo
	(pu)	(°)	(pu)	(pu)	(pu)	(pu)	shunt	shunt	
1	1.047	-8.438	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	3.000
2	1.049	-5.754	0.000	0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	3.000
3	1.030	-8.598	0.000	0.000	3.220	0.024	0.000	0.000	3.000
4	1.004	-9.606	0.000	0.000	5.000	1.840	0.000	0.000	3.000
5	1.005	-8.612	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	3.000
6	1.008	-7.949	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	3.000
7	0.997	-10.123	0.000	0.000	2.338	0.840	0.000	0.000	3.000
8	0.996	-10.615	0.000	0.000	5.220	1.760	0.000	0.000	3.000
9	1.028	-10.321	0.000	0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	3.000

*Continúa en la siguiente página*

Tabla C.1 – Continuación de la tabla anterior ...

Nodo	V (pu)	$\phi$ (°)	P_gen (pu)	Q_gen (pu)	P_L (pu)	Q_L (pu)	G shunt	B shunt	Tipo
10	1.017	-5.427	0.000	0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	3.000
11	1.013	-6.284	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	3.000
12	1.000	-6.243	0.000	0.000	0.075	0.880	0.000	0.000	3.000
13	1.014	-6.098	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	3.000
14	1.012	-7.656	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	3.000
15	1.015	-7.736	0.000	0.000	3.200	1.530	0.000	0.000	3.000
16	1.032	-6.188	0.000	0.000	3.290	0.323	0.000	0.000	3.000
17	1.034	-7.301	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000	0.000	3.000
18	1.031	-8.224	0.000	0.000	1.580	0.300	0.000	0.000	3.000
19	1.050	-1.023	0.000	0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	3.000
20	0.991	-2.015	0.000	0.000	6.280	1.030	0.000	0.000	3.000
21	1.032	-3.781	0.000	0.000	2.740	1.150	0.000	0.000	3.000
22	1.050	0.668	0.000	0.000	-0.000	-0.000	0.000	0.000	3.000
23	1.045	0.470	0.000	0.000	2.475	0.846	0.000	0.000	3.000
24	1.037	-6.068	0.000	0.000	3.086	-0.922	0.000	0.000	3.000
25	1.058	-4.366	0.000	0.000	2.240	0.472	0.000	0.000	3.000
26	1.052	-5.529	0.000	0.000	1.390	0.170	0.000	0.000	3.000
27	1.038	-7.496	0.000	0.000	2.810	0.755	0.000	0.000	3.000
28	1.050	-2.017	0.000	0.000	2.060	0.276	0.000	0.000	3.000
29	1.050	0.742	0.000	0.000	2.835	0.269	0.000	0.000	3.000
30	1.048	-3.334	2.500	1.457	0.000	0.000	0.000	0.000	2.000
31	0.982	0.000	5.208	1.982	0.092	0.046	0.000	0.000	1.000
32	0.983	2.569	6.500	2.050	0.000	0.000	0.000	0.000	2.000

*Continúa en la siguiente página*

Tabla C.1 – *Continuación de la tabla anterior ...*

Nodo	V	$\phi$	P_gen	Q_gen	P_L	Q_L	G	B	Tipo
	(pu)	(°)	(pu)	(pu)	(pu)	(pu)	shunt	shunt	
33	0.997	4.194	6.320	1.098	0.000	0.000	0.000	0.000	2.000
34	1.012	3.175	5.080	1.657	0.000	0.000	0.000	0.000	2.000
35	1.049	5.630	6.500	2.123	0.000	0.000	0.000	0.000	2.000
36	1.064	8.322	5.600	1.011	0.000	0.000	0.000	0.000	2.000
37	1.028	2.418	5.400	-0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	2.000
38	1.027	7.805	8.300	0.224	0.000	0.000	0.000	0.000	2.000
39	1.030	-10.052	10.000	0.881	11.040	2.500	0.000	0.000	2.000

Tabla C.2: Parámetros de las líneas de transmisión del sistema clásico de Nueva Inglaterra.

Líneas					
Del nodo	Al nodo	R(pu)	X(pu)	Carga (pu)	Tap
1	2.000	0.004	0.041	0.699	0.000
1	39.000	0.001	0.025	0.750	0.000
2	3.000	0.001	0.015	0.257	0.000
2	25.000	0.007	0.009	0.146	0.000
3	4.000	0.001	0.021	0.221	0.000
3	18.000	0.001	0.013	0.214	0.000
4	5.000	0.001	0.013	0.134	0.000
4	14.000	0.001	0.013	0.138	0.000
5	6.000	0.000	0.003	0.043	0.000
5	8.000	0.001	0.011	0.148	0.000
6	7.000	0.001	0.009	0.113	0.000

*Continúa en la siguiente página*

Tabla C.2 – Continuación de la tabla anterior ...

Del nodo	Al nodo	R(pu)	X(pu)	Carga (pu)	Tap
6	11.000	0.001	0.008	0.139	0.000
7	8.000	0.000	0.005	0.078	0.000
8	9.000	0.002	0.036	0.380	0.000
9	39.000	0.001	0.025	1.200	0.000
10	11.000	0.000	0.004	0.073	0.000
10	13.000	0.000	0.004	0.073	0.000
13	14.000	0.001	0.010	0.172	0.000
14	15.000	0.002	0.022	0.366	0.000
15	16.000	0.001	0.009	0.171	0.000
16	17.000	0.001	0.009	0.134	0.000
16	19.000	0.002	0.020	0.304	0.000
16	21.000	0.001	0.014	0.255	0.000
16	24.000	0.000	0.006	0.068	0.000
17	18.000	0.001	0.008	0.132	0.000
17	27.000	0.001	0.017	0.322	0.000
21	22.000	0.001	0.014	0.257	0.000
22	23.000	0.001	0.010	0.185	0.000
23	24.000	0.002	0.035	0.361	0.000
25	26.000	0.003	0.032	0.531	0.000
26	27.000	0.001	0.015	0.240	0.000
26	28.000	0.004	0.047	0.780	0.000
26	29.000	0.006	0.063	1.029	0.000
28	29.000	0.001	0.015	0.249	0.000
12	11.000	0.002	0.044	0.000	1.006

*Continúa en la siguiente página*



Tabla C.2 – *Continuación de la tabla anterior ...*

---

Del nodo	Al nodo	R(pu)	X(pu)	Carga (pu)	Tap
12	13.000	0.002	0.044	0.000	1.006
6	31.000	0.000	0.025	0.000	1.070
10	32.000	0.000	0.020	0.000	1.070
19	33.000	0.001	0.014	0.000	1.070
20	34.000	0.001	0.018	0.000	1.009
22	35.000	0.000	0.014	0.000	1.025
23	36.000	0.001	0.027	0.000	1.000
25	37.000	0.001	0.023	0.000	1.025
2	30.000	0.000	0.018	0.000	1.025
29	38.000	0.001	0.016	0.000	1.025
19	20.000	0.001	0.014	0.000	1.060

---

Tabla C.3: Parámetros de los generadores síncronos del sistema clásico de Nueva Inglaterra.

Generadores																	
Gen	Nodo	$S_B$ (MVA)	$X_L$ (pu)	$R_a$ (pu)	$X_d$ (pu)	$X'_d$ (pu)	$X''_d$ (pu)	$T'_{d0}$ (s)	$T''_{d0}$ (s)	$X_q$ (pu)	$X'_q$ (pu)	$X''_q$ (pu)	$T'_q$ (s)	$T''_q$ (s)	H (s)	$D_0$ (pu)	$D_1$ (pu)
1	30	100	0	0	0	0.0060	0	0	0	0	0	0	0	0	500.00	0	0
2	31	100	0	0	0	0.0697	0	0	0	0	0	0	0	0	30.30	0	0
3	32	100	0	0	0	0.0531	0	0	0	0	0	0	0	0	35.80	0	0
4	33	100	0	0	0	0.0436	0	0	0	0	0	0	0	0	28.60	0	0
5	34	100	0	0	0	0.1320	0	0	0	0	0	0	0	0	26.00	0	0
6	35	100	0	0	0	0.0500	0	0	0	0	0	0	0	0	34.80	0	0
7	36	100	0	0	0	0.0490	0	0	0	0	0	0	0	0	26.40	0	0
8	37	100	0	0	0	0.0570	0	0	0	0	0	0	0	0	24.30	0	0
9	38	100	0	0	0	0.0570	0	0	0	0	0	0	0	0	34.50	0	0
10	39	100	0	0	0	0.0310	0	0	0	0	0	0	0	0	42.00	0	0

## Apéndice D

# Sistema clásico NETS/NYPS de 16 generadores-68 nodos

Tabla D.1: Parámetros de nodos del sistema clásico de Nueva Inglaterra de 16 generadores-68 nodos.

Nodos									
Nodo	V	$\phi$	P_gen	Q_gen	P_L	Q_L	G	B	Tipo
	(pu)	(°)	(pu)	(pu)	(pu)	(pu)	shunt	shunt	
1	1.0450	0.0000	2.5044	1.1550	0.0000	0.0000	0	0	1
2	0.9800	3.5503	5.4500	1.8429	0.0000	0.0000	0	0	2
3	0.9830	5.5803	6.5000	1.9876	0.0000	0.0000	0	0	2
4	0.9970	6.6336	6.3200	1.0709	0.0000	0.0000	0	0	2
5	1.0110	5.1551	5.0520	1.6234	0.0000	0.0000	0	0	2
6	1.0500	9.4769	7.0000	2.1975	0.0000	0.0000	0	0	2
7	1.0630	11.7056	5.6000	0.9851	0.0000	0.0000	0	0	2
8	1.0300	5.5959	5.4000	0.0031	0.0000	0.0000	0	0	2

*Continúa en la siguiente página*

Tabla D.1 – Continuación de la tabla anterior ...

Nodo	V (pu)	$\phi$ (°)	P_gen (pu)	Q_gen (pu)	P_L (pu)	Q_L (pu)	G shunt	B shunt	Tipo
9	1.0250	9.9302	8.0000	0.0492	0.0000	0.0000	0	0	2
10	1.0100	5.0408	5.0000	0.0606	0.0000	0.0000	0	0	2
11	1.0000	7.4828	10.0000	-0.1726	0.0000	0.0000	0	0	2
12	1.0156	-6.0041	13.5000	2.4920	0.0000	0.0000	0	0	2
13	1.0110	-10.8676	35.9100	8.7547	0.0000	0.0000	0	0	2
14	1.0000	35.1608	17.8500	0.6217	0.0000	0.0000	0	0	2
15	1.0000	28.9208	10.0000	0.6719	0.0000	0.0000	0	0	2
16	1.0000	34.6654	40.0000	4.6005	0.0000	0.0000	0	0	2
17	1.0591	-4.2475	0.0000	0.0000	2.5270	1.1856	0	0	3
18	1.0516	-2.4233	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0	0	3
19	1.0327	-5.4265	0.0000	0.0000	3.2200	0.0200	0	0	3
20	1.0059	-6.5455	0.0000	0.0000	5.0000	1.8400	0	0	3
21	1.0072	-5.6066	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0	0	3
22	1.0093	-4.9253	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0000	0	0	3
23	0.9995	-7.1964	0.0000	0.0000	2.3400	0.8400	0	0	3
24	0.9990	-7.7388	0.0000	0.0000	5.2200	1.7700	0	0	3
25	1.0391	-8.2850	0.0000	0.0000	1.0400	1.2500	0	0	3
26	1.0184	-2.4066	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0	0	3
27	1.0141	-3.2638	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0	0	3
28	1.0553	-3.2401	0.0000	0.0000	0.0900	0.8800	0	0	3
29	1.0157	-3.0745	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0	0	3
30	1.0134	-4.6215	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0	0	3
31	1.0171	-4.7167	0.0000	0.0000	3.2000	1.5300	0	0	3

*Continúa en la siguiente página*

Tabla D.1 – *Continuación de la tabla anterior ...*

Nodo	V	$\phi$	P_gen	Q_gen	P_L	Q_L	G	B	Tipo
	(pu)	(°)	(pu)	(pu)	(pu)	(pu)	shunt	shunt	
32	1.0334	-3.1799	0.0000	0.0000	3.2900	0.3200	0	0	3
33	1.0365	-4.2733	0.0000	0.0000	-0.0000	0.0000	0	0	3
34	1.0338	-5.1386	0.0000	0.0000	1.5800	0.3000	0	0	3
35	1.0501	1.4150	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0	0	3
36	0.9904	-0.0177	0.0000	0.0000	6.8000	1.0300	0	0	3
37	1.0325	-0.5451	0.0000	0.0000	2.7400	1.1500	0	0	3
38	1.0501	4.1377	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0	0	3
39	1.0450	3.8497	0.0000	0.0000	2.4800	0.8500	0	0	3
40	1.0386	-3.0066	0.0000	0.0000	3.0900	-0.9200	0	0	3
41	1.0598	-1.1596	0.0000	0.0000	2.2400	0.4700	0	0	3
42	1.0561	-2.6593	0.0000	0.0000	1.3900	0.1700	0	0	3
43	1.0434	-4.5442	0.0000	0.0000	2.8100	0.7600	0	0	3
44	1.0520	0.4748	0.0000	0.0000	2.0600	0.2800	0	0	3
45	1.0509	3.1120	0.0000	0.0000	2.8400	0.2700	0	0	3
46	1.0536	-4.7947	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0	0	3
47	1.0573	-2.2328	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0	0	3
48	1.0511	0.0923	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0	0	3
49	1.0562	-3.3917	0.0000	0.0000	1.1200	-0.0000	0	0	3
50	1.0652	-8.3281	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0	0	3
51	1.0139	-8.3324	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0	0	3
52	1.0423	-11.7133	0.0000	0.0000	1.0200	-0.1946	0	0	3
53	1.0290	-17.6714	0.0000	0.0000	60.0000	3.0000	0	0	3
54	1.0558	-2.1864	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0	0	3

*Continúa en la siguiente página*

Tabla D.1 – Continuación de la tabla anterior ...

Nodo	V	$\phi$	P_gen	Q_gen	P_L	Q_L	G	B	Tipo
	(pu)	(°)	(pu)	(pu)	(pu)	(pu)	shunt	shunt	
55	1.0057	-19.3084	0.0000	0.0000	2.6700	0.1260	0	0	3
56	1.0677	4.3536	0.0000	0.0000	0.6563	0.2353	0	0	3
57	0.9994	33.6257	0.0000	0.0000	10.0000	2.5000	0	0	3
58	0.9991	28.0606	0.0000	0.0000	11.5000	2.5000	0	0	3
59	1.0147	-18.4729	0.0000	0.0000	-0.0000	-0.0000	0	0	3
60	1.0140	-18.5030	0.0000	0.0000	2.6755	0.0484	0	0	3
61	1.0178	-8.3403	0.0000	0.0000	2.0800	0.2100	0	0	3
62	1.0324	-1.2174	0.0000	0.0000	1.5070	0.2850	0	0	3
63	1.0738	-3.4999	0.0000	0.0000	2.0312	0.3259	0	0	3
64	1.0765	-1.5836	0.0000	0.0000	2.4120	0.0220	0	0	3
65	1.0117	2.0177	0.0000	0.0000	1.6400	0.2900	0	0	3
66	1.0119	8.4665	0.0000	0.0000	1.0000	-1.4700	0	0	3
67	1.0221	-4.3426	0.0000	0.0000	3.3700	-1.2200	0	0	3
68	0.9935	27.7278	0.0000	0.0000	24.7000	1.2300	0	0	3

Tabla D.2: Parámetros de las líneas del sistema de Nueva Inglaterra de 16 generadores-68 nodos.

Líneas					
Del nodo	Al nodo	R(pu)	X(pu)	Carga (pu)	Tap
17	18	0.0035	0.0411	0.6987	0.0000
17	46	0.0008	0.0074	0.4800	0.0000
18	19	0.0013	0.0151	0.2572	0.0000

*Continúa en la siguiente página*

Tabla D.2 – *Continuación de la tabla anterior ...*

Del nodo	Al nodo	R(pu)	X(pu)	Carga (pu)	Tap
18	41	0.0070	0.0086	0.1460	0.0000
18	1	0.0000	0.0181	0.0000	1.0250
19	20	0.0013	0.0213	0.2214	0.0000
19	34	0.0011	0.0133	0.2138	0.0000
20	21	0.0008	0.0128	0.1342	0.0000
20	30	0.0008	0.0129	0.1382	0.0000
21	22	0.0002	0.0026	0.0434	0.0000
21	24	0.0008	0.0112	0.1476	0.0000
22	23	0.0006	0.0092	0.1130	0.0000
22	27	0.0007	0.0082	0.1389	0.0000
22	2	0.0000	0.0250	0.0000	1.0700
23	24	0.0004	0.0046	0.0780	0.0000
24	25	0.0023	0.0363	0.3804	0.0000
25	46	0.0019	0.0183	0.2900	0.0000
26	27	0.0004	0.0043	0.0729	0.0000
26	29	0.0004	0.0043	0.0729	0.0000
26	3	0.0000	0.0200	0.0000	1.0700
28	27	0.0016	0.0435	0.0000	1.0600
28	29	0.0016	0.0435	0.0000	1.0600
29	30	0.0009	0.0101	0.1723	0.0000
30	31	0.0018	0.0217	0.3660	0.0000
31	32	0.0009	0.0094	0.1710	0.0000
32	33	0.0007	0.0089	0.1342	0.0000
32	35	0.0016	0.0195	0.3040	0.0000

*Continúa en la siguiente página*

Tabla D.2 – Continuación de la tabla anterior ...

Del nodo	Al nodo	R(pu)	X(pu)	Carga (pu)	Tap
32	37	0.0008	0.0135	0.2548	0.0000
32	40	0.0003	0.0059	0.0680	0.0000
33	34	0.0007	0.0082	0.1319	0.0000
33	43	0.0013	0.0173	0.3216	0.0000
35	36	0.0007	0.0138	0.0000	1.0600
35	4	0.0007	0.0142	0.0000	1.0700
36	5	0.0009	0.0180	0.0000	1.0090
37	38	0.0008	0.0140	0.2565	0.0000
38	39	0.0006	0.0096	0.1846	0.0000
38	6	0.0000	0.0143	0.0000	1.0250
39	40	0.0022	0.0350	0.3610	0.0000
39	7	0.0005	0.0272	0.0000	0.0000
41	42	0.0032	0.0323	0.5310	0.0000
41	8	0.0006	0.0232	0.0000	1.0250
42	43	0.0014	0.0147	0.2396	0.0000
42	44	0.0043	0.0474	0.7802	0.0000
42	45	0.0057	0.0625	1.0290	0.0000
44	45	0.0014	0.0151	0.2490	0.0000
45	9	0.0008	0.0156	0.0000	1.0250
25	46	0.0019	0.0183	0.2900	0.0000
25	52	0.0022	0.0196	0.3400	0.0000
25	52	0.0022	0.0196	0.3400	0.0000
52	53	0.0005	0.0045	0.3200	0.0000
50	52	0.0033	0.0111	1.4500	0.0000

*Continúa en la siguiente página*



Tabla D.2 – *Continuación de la tabla anterior ...*

Del nodo	Al nodo	R(pu)	X(pu)	Carga (pu)	Tap
51	50	0.0001	0.0074	0.0000	0.9460
49	50	0.0011	0.0157	0.2020	0.0000
48	49	0.0008	0.0099	0.1680	0.0000
46	47	0.0013	0.0187	0.3330	0.0000
46	48	0.0024	0.0288	0.4880	0.0000
17	47	0.0016	0.0163	0.2500	0.0000
47	54	0.0011	0.0147	0.2470	0.0000
49	54	0.0036	0.0444	0.6930	0.0000
54	62	0.0022	0.0284	0.4300	0.0000
62	65	0.0018	0.0274	0.2700	0.0000
17	63	0.0013	0.0188	1.3100	0.0000
63	64	0.0025	0.0268	0.4000	0.0000
63	64	0.0025	0.0268	0.4000	0.0000
64	56	0.0020	0.0220	1.2800	0.0000
51	61	0.0007	0.0175	1.3900	0.0000
53	59	0.0005	0.0276	0.0000	0.0000
59	60	0.0001	0.0011	0.0000	0.0000
60	61	0.0025	0.0730	0.0000	0.0000
55	60	0.0000	0.0411	0.0000	0.0000
55	61	0.0000	0.0839	0.0000	0.0000
61	67	0.0004	0.0105	0.7200	0.0000
66	68	0.0012	0.0288	2.0600	0.0000
66	67	0.0009	0.0221	1.6200	0.0000
65	68	0.0076	0.1141	1.1600	0.0000

*Continúa en la siguiente página*

Tabla D.2 – Continuación de la tabla anterior ...

Del nodo	Al nodo	R(pu)	X(pu)	Carga (pu)	Tap
68	58	0.0040	0.0600	2.2500	0.0000
58	57	0.0040	0.0600	2.2500	0.0000
57	56	0.0060	0.0840	3.1500	0.0000
47	10	0.0000	0.0260	0.0000	1.0400
48	11	0.0000	0.0130	0.0000	1.0400
52	12	0.0000	0.0075	0.0000	1.0400
53	13	0.0000	0.0033	0.0000	1.0400
57	14	0.0000	0.0015	0.0000	1.0000
58	15	0.0000	0.0015	0.0000	1.0000
68	16	0.0000	0.0030	0.0000	1.0000
17	43	0.0320	0.3200	0.4100	1.0000

Tabla D.3: Parámetros de los generadores del Sistema NETS-NYPS.

Generadores																	
Gen	Nodo	$S_B$ (MVA)	$X_L$ (pu)	$R_a$ (pu)	$X_d$ (pu)	$X'_d$ (pu)	$X''_d$ (pu)	$T'_{d0}$ (s)	$T''_{d0}$ (s)	$X_q$ (pu)	$X'_q$ (pu)	$X''_q$ (pu)	$T'_{q0}$ (s)	$T''_{q0}$ (s)	H (s)	$D_0$ (pu)	$D_1$ (pu)
1	1	100.000	0.000	0.000	0.000	0.031	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	42.000	0.093	0.000
2	2	100.000	0.000	0.000	0.000	0.070	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	30.200	0.093	0.000
3	3	100.000	0.000	0.000	0.000	0.053	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	35.800	0.093	0.000
4	4	100.000	0.000	0.000	0.000	0.044	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	28.600	0.093	0.000
5	5	100.000	0.000	0.000	0.000	0.066	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	26.000	0.093	0.000
6	6	100.000	0.000	0.000	0.000	0.050	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	34.800	0.093	0.000
7	7	100.000	0.000	0.000	0.000	0.049	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	26.400	0.093	0.000
8	8	100.000	0.000	0.000	0.000	0.057	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	24.300	0.093	0.000
9	9	100.000	0.000	0.000	0.000	0.057	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	34.500	0.318	0.000
10	10	100.000	0.000	0.000	0.000	0.046	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	31.000	0.093	0.000
11	11	100.000	0.000	0.000	0.000	0.018	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	28.200	0.093	0.000
12	12	100.000	0.000	0.000	0.000	0.031	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	92.300	0.093	0.000
13	13	100.000	0.000	0.000	0.000	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	496.000	0.186	0.000
14	14	100.000	0.000	0.000	0.000	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	300.000	0.093	0.000
15	15	100.000	0.000	0.000	0.000	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	300.000	0.093	0.000
16	16	100.000	0.000	0.000	0.000	0.004	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	450.000	0.186	0.000



## Apéndice E

# Sistema NETS/NYPS de cuarto orden

Tabla E.1: Parámetros de los nodos del sistema NETS/NYPS.

Nodos									
Nodo	V	$\phi$	P_gen	Q_gen	P_L	Q_L	G	B	Tipo
	(pu)	(°)	(pu)	(pu)	(pu)	(pu)	shunt	shunt	
1	1.0450	0.0000	2.5044	1.1550	0.0000	0.0000	0	0	1
2	0.9800	3.5503	5.4500	1.8429	0.0000	0.0000	0	0	2
3	0.9830	5.5803	6.5000	1.9876	0.0000	0.0000	0	0	2
4	0.9970	6.6336	6.3200	1.0709	0.0000	0.0000	0	0	2
5	1.0110	5.1551	5.0520	1.6234	0.0000	0.0000	0	0	2
6	1.0500	9.4769	7.0000	2.1975	0.0000	0.0000	0	0	2
7	1.0630	11.7056	5.6000	0.9851	0.0000	0.0000	0	0	2
8	1.0300	5.5959	5.4000	0.0031	0.0000	0.0000	0	0	2
9	1.0250	9.9302	8.0000	0.0492	0.0000	0.0000	0	0	2

*Continúa en la siguiente página*

Tabla E.1 – Continuación de la tabla anterior ...

Nodo	V (pu)	$\phi$ (°)	P_gen (pu)	Q_gen (pu)	P_L (pu)	Q_L (pu)	G shunt	B shunt	Tipo
10	1.0100	5.0408	5.0000	0.0606	0.0000	0.0000	0	0	2
11	1.0000	7.4828	10.0000	-0.1726	0.0000	0.0000	0	0	2
12	1.0156	-6.0042	13.5000	2.4920	0.0000	0.0000	0	0	2
13	1.0110	-10.8676	35.9100	8.7547	0.0000	0.0000	0	0	2
14	1.0000	35.1608	17.8500	0.6217	0.0000	0.0000	0	0	2
15	1.0000	28.9208	10.0000	0.6719	0.0000	0.0000	0	0	2
16	1.0000	34.6654	40.0000	4.6005	0.0000	0.0000	0	0	2
17	1.0591	-4.2475	0.0000	0.0000	2.5270	1.1856	0	0	3
18	1.0516	-2.4233	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	3
19	1.0327	-5.4265	0.0000	0.0000	3.2200	0.0200	0	0	3
20	1.0059	-6.5455	0.0000	0.0000	5.0000	1.8400	0	0	3
21	1.0072	-5.6066	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	3
22	1.0093	-4.9253	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	3
23	0.9995	-7.1964	0.0000	0.0000	2.3400	0.8400	0	0	3
24	0.9990	-7.7388	0.0000	0.0000	5.2200	1.7700	0	0	3
25	1.0391	-8.2850	0.0000	0.0000	1.0400	1.2500	0	0	3
26	1.0184	-2.4066	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	3
27	1.0141	-3.2638	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	3
28	1.0553	-3.2401	0.0000	0.0000	0.0900	0.8800	0	0	3
29	1.0157	-3.0745	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	3
30	1.0134	-4.6215	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	3
31	1.0171	-4.7167	0.0000	0.0000	3.2000	1.5300	0	0	3
32	1.0334	-3.1799	0.0000	0.0000	3.2900	0.3200	0	0	3

*Continúa en la siguiente página*

Tabla E.1 – *Continuación de la tabla anterior ...*

Nodo	V	$\phi$	P_gen	Q_gen	P_L	Q_L	G	B	Tipo
	(pu)	(°)	(pu)	(pu)	(pu)	(pu)	shunt	shunt	
33	1.0365	-4.2733	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	3
34	1.0338	-5.1386	0.0000	0.0000	1.5800	0.3000	0	0	3
35	1.0501	1.4150	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	3
36	0.9904	-0.0177	0.0000	0.0000	6.8000	1.0300	0	0	3
37	1.0325	-0.5451	0.0000	0.0000	2.7400	1.1500	0	0	3
38	1.0501	4.1377	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	3
39	1.0450	3.8497	0.0000	0.0000	2.4800	0.8500	0	0	3
40	1.0386	-3.0067	0.0000	0.0000	3.0900	-0.9200	0	0	3
41	1.0598	-1.1596	0.0000	0.0000	2.2400	0.4700	0	0	3
42	1.0561	-2.6593	0.0000	0.0000	1.3900	0.1700	0	0	3
43	1.0434	-4.5442	0.0000	0.0000	2.8100	0.7600	0	0	3
44	1.0520	0.4748	0.0000	0.0000	2.0600	0.2800	0	0	3
45	1.0509	3.1120	0.0000	0.0000	2.8400	0.2700	0	0	3
46	1.0536	-4.7947	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	3
47	1.0573	-2.2328	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	3
48	1.0511	0.0923	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	3
49	1.0562	-3.3917	0.0000	0.0000	1.1200	0.0000	0	0	3
50	1.0652	-8.3281	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	3
51	1.0139	-8.3324	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	3
52	1.0423	-11.7133	0.0000	0.0000	1.0200	-0.1946	0	0	3
53	1.0290	-17.6715	0.0000	0.0000	60.0000	3.0000	0	0	3
54	1.0558	-2.1864	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	3
55	1.0056	-19.3084	0.0000	0.0000	2.6700	0.1260	0	0	3

*Continúa en la siguiente página*

Tabla E.1 – Continuación de la tabla anterior ...

Nodo	V (pu)	$\phi$ (°)	P_gen (pu)	Q_gen (pu)	P_L (pu)	Q_L (pu)	G shunt	B shunt	Tipo
56	1.0677	4.3536	0.0000	0.0000	0.6563	0.2353	0	0	3
57	0.9994	33.6257	0.0000	0.0000	10.0000	2.5000	0	0	3
58	0.9991	28.0606	0.0000	0.0000	11.5000	2.5000	0	0	3
59	1.0147	-18.4729	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	3
60	1.0140	-18.5030	0.0000	0.0000	2.6755	0.0484	0	0	3
61	1.0178	-8.3403	0.0000	0.0000	2.0800	0.2100	0	0	3
62	1.0324	-1.2174	0.0000	0.0000	1.5070	0.2850	0	0	3
63	1.0738	-3.4999	0.0000	0.0000	2.0312	0.3259	0	0	3
64	1.0765	-1.5836	0.0000	0.0000	2.4120	0.0220	0	0	3
65	1.0117	2.0177	0.0000	0.0000	1.6400	0.2900	0	0	3
66	1.0119	8.4665	0.0000	0.0000	1.0000	-1.4700	0	0	3
67	1.0221	-4.3426	0.0000	0.0000	3.3700	-1.2200	0	0	3
68	0.9935	27.7278	0.0000	0.0000	24.7000	1.2300	0	0	3

Tabla E.2: Parámetros de las líneas del sistema de NETS/NYPS.

Líneas					
Del nodo	Al nodo	R(pu)	X(pu)	Carga (pu)	Tap
17	18	0.0035	0.0411	0.6987	0.0000
17	46	0.0008	0.0074	0.4800	0.0000
18	19	0.0013	0.0151	0.2572	0.0000
18	41	0.0070	0.0086	0.1460	0.0000
18	1	0.0000	0.0181	0.0000	1.0250

*Continúa en la siguiente página*



Tabla E.2 – *Continuación de la tabla anterior ...*

Del nodo	Al nodo	R(pu)	X(pu)	Carga (pu)	Tap
19	20	0.0013	0.0213	0.2214	0.0000
19	34	0.0011	0.0133	0.2138	0.0000
20	21	0.0008	0.0128	0.1342	0.0000
20	30	0.0008	0.0129	0.1382	0.0000
21	22	0.0002	0.0026	0.0434	0.0000
21	24	0.0008	0.0112	0.1476	0.0000
22	23	0.0006	0.0092	0.1130	0.0000
22	27	0.0007	0.0082	0.1389	0.0000
22	2	0.0000	0.0250	0.0000	1.0700
23	24	0.0004	0.0046	0.0780	0.0000
24	25	0.0023	0.0363	0.3804	0.0000
25	46	0.0019	0.0183	0.2900	0.0000
26	27	0.0004	0.0043	0.0729	0.0000
26	29	0.0004	0.0043	0.0729	0.0000
26	3	0.0000	0.0200	0.0000	1.0700
28	27	0.0016	0.0435	0.0000	1.0600
28	29	0.0016	0.0435	0.0000	1.0600
29	30	0.0009	0.0101	0.1723	0.0000
30	31	0.0018	0.0217	0.3660	0.0000
31	32	0.0009	0.0094	0.1710	0.0000
32	33	0.0007	0.0089	0.1342	0.0000
32	35	0.0016	0.0195	0.3040	0.0000
32	37	0.0008	0.0135	0.2548	0.0000
32	40	0.0003	0.0059	0.0680	0.0000

*Continúa en la siguiente página*

Tabla E.2 – Continuación de la tabla anterior ...

Del nodo	Al nodo	R(pu)	X(pu)	Carga (pu)	Tap
33	34	0.0007	0.0082	0.1319	0.0000
33	43	0.0013	0.0173	0.3216	0.0000
35	36	0.0007	0.0138	0.0000	1.0600
35	4	0.0007	0.0142	0.0000	1.0700
36	5	0.0009	0.0180	0.0000	1.0090
37	38	0.0008	0.0140	0.2565	0.0000
38	39	0.0006	0.0096	0.1846	0.0000
38	6	0.0000	0.0143	0.0000	1.0250
39	40	0.0022	0.0350	0.3610	0.0000
39	7	0.0005	0.0272	0.0000	0.0000
41	42	0.0032	0.0323	0.5310	0.0000
41	8	0.0006	0.0232	0.0000	1.0250
42	43	0.0014	0.0147	0.2396	0.0000
42	44	0.0043	0.0474	0.7802	0.0000
42	45	0.0057	0.0625	1.0290	0.0000
44	45	0.0014	0.0151	0.2490	0.0000
45	9	0.0008	0.0156	0.0000	1.0250
25	46	0.0019	0.0183	0.2900	0.0000
25	52	0.0022	0.0196	0.3400	0.0000
25	52	0.0022	0.0196	0.3400	0.0000
52	53	0.0005	0.0045	0.3200	0.0000
50	52	0.0033	0.0111	1.4500	0.0000
51	50	0.0001	0.0074	0.0000	0.9460
49	50	0.0011	0.0157	0.2020	0.0000

*Continúa en la siguiente página*

Tabla E.2 – *Continuación de la tabla anterior ...*

Del nodo	Al nodo	R(pu)	X(pu)	Carga (pu)	Tap
48	49	0.0008	0.0099	0.1680	0.0000
46	47	0.0013	0.0187	0.3330	0.0000
46	48	0.0024	0.0288	0.4880	0.0000
17	47	0.0016	0.0163	0.2500	0.0000
47	54	0.0011	0.0147	0.2470	0.0000
49	54	0.0036	0.0444	0.6930	0.0000
54	62	0.0022	0.0284	0.4300	0.0000
62	65	0.0018	0.0274	0.2700	0.0000
17	63	0.0013	0.0188	1.3100	0.0000
63	64	0.0025	0.0268	0.4000	0.0000
63	64	0.0025	0.0268	0.4000	0.0000
64	56	0.0020	0.0220	1.2800	0.0000
51	61	0.0007	0.0175	1.3900	0.0000
53	59	0.0005	0.0276	0.0000	0.0000
59	60	0.0001	0.0011	0.0000	0.0000
60	61	0.0025	0.0730	0.0000	0.0000
55	60	0.0000	0.0411	0.0000	0.0000
55	61	0.0000	0.0839	0.0000	0.0000
61	67	0.0004	0.0105	0.7200	0.0000
66	68	0.0012	0.0288	2.0600	0.0000
66	67	0.0009	0.0221	1.6200	0.0000
65	68	0.0076	0.1141	1.1600	0.0000
68	58	0.0040	0.0600	2.2500	0.0000
58	57	0.0040	0.0600	2.2500	0.0000

*Continúa en la siguiente página*

Tabla E.2 – Continuación de la tabla anterior ...

Del nodo	Al nodo	R(pu)	X(pu)	Carga (pu)	Tap
57	56	0.0060	0.0840	3.1500	0.0000
47	10	0.0000	0.0260	0.0000	1.0400
48	11	0.0000	0.0130	0.0000	1.0400
52	12	0.0000	0.0075	0.0000	1.0400
53	13	0.0000	0.0033	0.0000	1.0400
57	14	0.0000	0.0015	0.0000	1.0000
58	15	0.0000	0.0015	0.0000	1.0000
68	16	0.0000	0.0030	0.0000	1.0000
17	43	0.0320	0.3200	0.4100	1.0000

Tabla E.3: Parámetros de los generadores del sistema NETS-NYPS.

Líneas																	
Gen	Nodo	$S_B$	$X_L$	$R_a$	$X_d$	$X'_d$	$X''_d$	$T'_{d0}$	$T''_{d0}$	$X_q$	$X'_q$	$X''_q$	$T'_{q0}$	$T''_{q0}$	H	$D_0$	$D_1$
		(MVA)	(pu)	(pu)	(pu)	(pu)	(pu)	(s)	(s)	(pu)	(pu)	(pu)	(s)	(s)	(s)	(pu)	(pu)
1	1	100	0	0	0.1000	0.0310	0	10.2000	0	0.0690	0.0280	0	1.5000	0	42.0000	35	0
2	2	100	0	0	0.2950	0.0697	0	6.5600	0	0.2820	0.0600	0	1.5000	0	30.2000	35	0
3	3	100	0	0	0.2495	0.0531	0	5.7000	0	0.2370	0.0500	0	1.5000	0	35.8000	35	0
4	4	100	0	0	0.2620	0.0436	0	5.6900	0	0.2580	0.0400	0	1.5000	0	28.6000	35	0
5	5	100	0	0	0.3300	0.0660	0	5.4000	0	0.3100	0.0600	0	0.4400	0	26.0000	35	0
6	6	100	0	0	0.2540	0.0500	0	7.3000	0	0.2410	0.0450	0	0.4000	0	34.8000	35	0
7	7	100	0	0	0.2950	0.0490	0	5.6600	0	0.2920	0.0450	0	1.5000	0	26.4000	35	0
8	8	100	0	0	0.2900	0.0570	0	6.7000	0	0.2800	0.0500	0	0.4100	0	24.3000	35	0
9	9	100	0	0	0.2106	0.0570	0	4.7900	0	0.2050	0.0500	0	1.9600	0	34.5000	120	0
10	10	100	0	0	0.1690	0.0457	0	9.3700	0	0.1150	0.0450	0	1.5000	0	31.0000	35	0
11	11	100	0	0	0.1280	0.0180	0	4.1000	0	0.1230	0.0150	0	1.5000	0	28.2000	35	0
12	12	100	0	0	0.1010	0.0310	0	7.4000	0	0.0950	0.0280	0	1.5000	0	92.3000	35	0
13	13	100	0	0	0.0148	0.0028	0	5.9000	0	0.0143	0.0025	0	1.5000	0	496.0000	70	0
14	14	100	0	0	0.0180	0.0029	0	4.1000	0	0.0173	0.0025	0	1.5000	0	300.0000	35	0
15	15	100	0	0	0.0180	0.0029	0	4.1000	0	0.0173	0.0025	0	1.5000	0	300.0000	35	0
16	16	100	0	0	0.0178	0.0036	0	7.8000	0	0.0167	0.0030	0	1.5000	0	450.0000	70	0



# Referencias

- [1] D. Zografos, *Power System Inertia Estimation and Frequency Response Assessment*. PhD thesis, KTH, School of Electrical Engineering and Computer Science, December 2019.
- [2] V. Vittal, J. D. McCalley, P. M. Anderson, and A. Fouad, *Power system control and stability*. John Wiley and Sons, 2019.
- [3] M. Othman, H. Mokhlis, M. Mubin, S. Talpur, N. F. Ab Aziz, M. Dradi, and H. Mohamad, “Progress in control and coordination of energy storage system based virtual synchronous generator: A review,” *IET Renewable Power Generation*, vol. 14, 02 2020.
- [4] F. Milano *et al.*, “Foundations and challenges of low-inertia systems,” in *2018 PS Computation Conf. (PSCC)*, pp. 1–25, IEEE, 2018.
- [5] B. Tan, J. Zhao, M. Netto, V. Krishnan, V. Terzija, and Y. Zhang, “Power system inertia estimation: Review of methods and the impacts of converter-interfaced generations,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 134, p. 107362, 2022.
- [6] WWEA, “Focus on renewable energy has to be core element of a strategy to restore and green the global economy.” <https://wwindea.org/world-wind-capacity-at-650-gw/>, 2020.

- [7] PV-magazine, “World now has 583.5 gw of operational pv.” <https://www.pv-magazine.com/2020/04/06/world-now-has-583-5-gw-of-operational-pv/>, 2020.
- [8] N. Hatziargyriou, J. Milanovic, C. Rahmann, V. Ajjarapu, C. Canizares, I. Erlich, D. Hill, I. Hiskens, I. Kamwa, B. Pal, P. Pourbeik, J. Sanchez-Gasca, A. Stankovic, T. Van Cutsem, V. Vittal, and C. Vournas, “Definition and classification of power system stability – revisited & extended,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 36, no. 4, pp. 3271–3281, 2021.
- [9] P. Wall, F. Gonzalez-Longatt, and V. Terzija, “Estimation of generator inertia available during a disturbance,” in *2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pp. 1–8, 2012.
- [10] A. Gorbunov, A. Dymarsky, and J. Bialek, “Estimation of parameters of a dynamic generator model from modal pmu measurements,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 35, no. 1, pp. 53–62, 2020.
- [11] Y.-K. Wu, K. Le, T.-A. Nguyen, and O.-D. Phan, “Estimation of power system inertia using traditional swing equation, polynomial approximation and rv methods,” in *2020 International Symposium on Computer, Consumer and Control (IS3C)*, pp. 347–350, 2020.
- [12] P. Wall and V. Terzija, “Simultaneous estimation of the time of disturbance and inertia in power systems,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 29, no. 4, pp. 2018–2031, 2014.
- [13] L. Lugnani, D. Dotta, C. Lackner, and J. Chow, “Armax-based method for inertial constant estimation of generation units using synchrophasors,” *Electric PS Research*, vol. 180, p. 106097, 2020.



- 
- [14] J. Zhang and H. Xu, "Online identification of power system equivalent inertia constant," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 64, no. 10, 2017.
- [15] U. Tamrakar, N. Guruwacharya, N. Bhujel, F. Wilches-Bernal, T. M. Hansen, and R. Tonkoski, "Inertia estimation in power systems using energy storage and system identification techniques," in *2020 International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM)*, pp. 577–582, 2020.
- [16] D. Zografos, M. Ghandhari, and K. Paridari, "Estimation of power system inertia using particle swarm optimization," in *2017 19th International Conference on Intelligent System Application to Power Systems (ISAP)*, pp. 1–6, 2017.
- [17] P. M. Ashton, C. S. Saunders, G. A. Taylor, A. M. Carter, and M. E. Bradley, "Inertia estimation of the gb power system using synchrophasor measurements," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 2, pp. 701–709, 2015.
- [18] D. Wilson, J. Yu, N. Al-Ashwal, B. Heimisson, and V. Terzija, "Measuring effective area inertia to determine fast-acting frequency response requirements," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 113, pp. 1–8, 12 2019.
- [19] A. Alshahrestani, M. Golshan, and H. H. Alhelou, "Wams based online estimation of total inertia constant and damping coefficient for future smart grid systems," in *2018 Smart Grid Conference (SGC)*, pp. 1–5, 2018.
- [20] J. Schiffer, P. Aristidou, and R. Ortega, "Online estimation of power system inertia using dynamic regressor extension and mixing," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 34, no. 6, pp. 4993–5001, 2019.
- [21] C. Phurailatpam, Z. H. Rather, B. Bahrani, and S. Doolla, "Measurement-based estimation of inertia in ac microgrids," *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 11, no. 3, pp. 1975–1984, 2019.

- 
- [22] D. Yang, B. Wang, G. Cai, Z. Chen, J. Ma, Z. Sun, and L. Wang, "Data-driven estimation of inertia for multi-area interconnected power systems using dynamic mode decomposition," *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2020.
- [23] P. Makolo, R. Zamora, and T.-T. Lie, "Online inertia estimation for power systems with high penetration of res using recursive parameters estimation," *IET Renewable Power Generation*, 2021.
- [24] T. Kerdphol, M. Watanabe, R. Nishikawa, T. Tamaki, and Y. Mitani, "Determining inertia of 60 hz japan power system using pmus from power loss event," in *2021 IEEE Texas Power and Energy Conference (TPEC)*, pp. 1–5, IEEE, 2021.
- [25] G. Cai, B. Wang, D. Yang, Z. Sun, and L. Wang, "Inertia estimation based on observed electromechanical oscillation response for power systems," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 34, no. 6, pp. 4291–4299, 2019.
- [26] D. Yang, B. Wang, J. Ma, Z. Chen, G. Cai, Z. Sun, and L. Wang, "Ambient-data-driven modal-identification-based approach to estimate the inertia of an interconnected power system," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 118799–118807, 2020.
- [27] B. Wang, D. Yang, G. Cai, J. Ma, Z. Chen, and L. Wang, "Online inertia estimation using electromechanical oscillation modal extracted from synchronized ambient data," *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, vol. 10, no. 1, pp. 241–244, 2022.
- [28] K. Tuttelberg, J. Kilter, D. Wilson, and K. Uhlen, "Estimation of power system inertia from ambient wide area measurements," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 6, pp. 7249–7257, 2018.
- [29] F. Allella, E. Chiodo, G. M. Giannuzzi, D. Lauria, and F. Mottola, "On-line estimation assessment of power systems inertia with high penetration of renewable generation," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 62689–62697, 2020.

- 
- [30] F. Zeng, J. Zhang, G. Chen, Z. Wu, S. Huang, and Y. Liang, "Online estimation of power system inertia constant under normal operating conditions," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 101426–101436, 2020.
- [31] V. Baruzzi, M. Lodi, A. Oliveri, and M. Storace, "Analysis and improvement of an algorithm for the online inertia estimation in power grids with res," in *2021 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*, pp. 1–5, IEEE, 2021.
- [32] Y. Cui, S. You, and Y. Liu, "Ambient synchrophasor measurement based system inertia estimation," in *2020 IEEE Power & Energy Society General Meeting (PESGM)*, pp. 1–5, IEEE, 2020.
- [33] P. M. Ashton, C. S. Saunders, G. A. Taylor, A. M. Carter, and M. E. Bradley, "Inertia estimation of the gb power system using synchrophasor measurements," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 2, pp. 701–709, 2015.
- [34] E. Kvedalen, *Signal processing using the Teager Energy Operator and other nonlinear operators*. May 2003.
- [35] H. M. Teager and S. M. Teager, *Evidence for Nonlinear Sound Production Mechanisms in the Vocal Tract*, pp. 241–261. Dordrecht: Springer Netherlands, 1990.
- [36] J. Kaiser, "On a simple algorithm to calculate the 'energy' of a signal," in *International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, pp. 381–384 vol.1, 1990.
- [37] I. Kamwa, A. K. Pradhan, and G. Joós, "Robust detection and analysis of power system oscillations using the teager-kaiser energy operator," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 26, no. 1, pp. 323–333, 2010.
- [38] T. Söderström and P. Stoica, *System Identification*. Prentice-Hall Software Series, Prentice Hall, 1989.
- [39] L. Ljung, *Systems Identification: Theory for the user*, vol. 1. Prentice Hall, 1987.

- [40] J. A. d. l. O. Serna, "Dynamic harmonic analysis with fir filters designed with o-splines," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, vol. 67, no. 12, pp. 5092–5100, 2020.
- [41] J. A. de la O Serna, "Analyzing power oscillating signals with the o-splines of the discrete taylor-fourier transform," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 6, pp. 7087–7095, 2018.
- [42] J. de la O Serna, "Dynamic phasor estimates for power system oscillations and transient detection," in *2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting*, pp. 7 pp.–, 2006.
- [43] A. Z. Méndez, *Multi-Dimensional Ringdown Analysis using Novel Digital Filters and Phasor Measurement Unit Data*. PhD thesis, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N., April 2016.
- [44] D. M. J. G. Proakis, *Digital Signal Processing*. New Jersey:Prentice Hall, 1996.
- [45] J. A. de la O Serna, J. M. Ramirez, A. Zamora Mendez, and M. R. A. Paternina, "Identification of electromechanical modes based on the digital taylor-fourier transform," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 1, pp. 206–215, 2016.
- [46] P. G. M. Ángel, *Una extensión a la transformada de Fourier, transformada Taylor-Fourier*. PhD thesis, Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL), Agosto 2011.
- [47] P. Anderson and A. Fouad, "*Power System Control and Stability*". The Iowa State University Press, 1977.
- [48] P. Kundur, N. J. Balu, and M. G. Lauby, *Power system stability and control*, vol. 7. McGraw-hill New York, 1994.
- [49] J. Machowski, J. Bialek, and J. Bumby, "*Power System Dynamics. Stability and Control*". John Wiley & Sons, Ltd., 2012.

- 
- [50] J. Zhao, Y. Tang, and V. Terzija, "Robust online estimation of power system center of inertia frequency," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 34, no. 1, pp. 821–825, 2019.
- [51] M.-H. Center, "armax." <https://es.mathworks.com/help/ident/ref/armax.html>.
- [52] M.-H. Center, "d2c." <https://es.mathworks.com/help/control/ug/continuous-discrete-conversion-methods.html>.
- [53] M.-H. Center, "ss." <https://es.mathworks.com/help/control/ref/ss.html>.
- [54] M.-H. Center, "dcgainmr." [https://es.mathworks.com/help/robust/ref/lti.dcgainmr.html?s\\_tid=doc\\_ta](https://es.mathworks.com/help/robust/ref/lti.dcgainmr.html?s_tid=doc_ta).
- [55] M.-H. Center, "ss2tf." <https://es.mathworks.com/help/matlab/ref/ss2tf.html>.
- [56] P. W. Sauer, M. Pai, and J. H. Chow, "*Power System Dynamics and Stability with Synchrophasor Measurement and Power System Toolbox*". Wiley, 2016.
- [57] A. Zamora, V. M. Venkatasubramanian, J. A. de la O Serna, J. M. Ramirez, and M. Paternina, "Multi-dimensional ringdown modal analysis by filtering," *Electric Power Systems Research*, vol. 143, pp. 748–759, 2017.
- [58] J. A. de la O Serna, M. A. Paternina, and A. Zamora-Mendez, "Assessing synchrophasor estimates of an event captured by a phasor measurement unit," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 36, no. 5, pp. 3109–3117, 2021.
- [59] M. Sun, Y. Feng, P. Wall, S. Azizi, J. Yu, and V. Terzija, "On-line power system inertia calculation using wide area measurements," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 109, pp. 325–331, 2019.
- [60] "Phase ii: frequency domain analysis of low-frequency oscillations in large electric power systems. volume 1: Basic concepts, mathematical models and computing methods," *Elect. Power Res. Inst.*, April 1982.