



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

---

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA FACULTAD DE  
INGENIERÍA MECÁNICA

**“MODELADO Y SIMULACIÓN DE UNA SUSPENSIÓN ACTIVA PARA UN  
MODELO DE UN CUARTO DE AUTOMÓVIL EN BOND GRAPH”**

TESIS

PARA OBTENER EL TITULO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA MECÁNICA

PRESENTA:

ING. NATANAEL HERNÁNDEZ MORALES

ASESOR:

DR. GILBERTO GONZÁLEZ AVALOS



MORELIA, MICHOACÁN NOVIEMBRE 2022



Dedicado para Dios y

para mi familia.

# Agradecimientos

En el camino de superar grandes retos para la realización de esta investigación, han sido muchas las personas e instituciones que han contribuido en el presente trabajo y les agradezco de antemano por todo el apoyo recibido y dedico los siguientes comentarios.

Deseo expresar ampliamente a Dios por todas las bendiciones en mi vida, también agradezco por siempre guiarme y cuidar de mí. Expreso enormemente mi gratitud a mi familia y amigos por siempre apoyarme y estar presentes en cada etapa de mi vida.

Quiero reconocer a mis profesores por compartir sus conocimientos y tener la paciencia y tolerancia que me han tenido. Agradezco enormemente a mi asesor Dr. Gilberto Gonzáles Avalos, por su dedicación, atención y compromiso para la realización de esta tesis de igual forma Agradezco a mis sinodales Dr. Noé Barrera Gallegos, Dra. Alicia Aguilar Corona, Dr. Luis Béjar Gómez, Dr. Víctor López Garza por el tiempo dedicado a mi tesis.

“Por último, pero no menos importante quiero agradecerme por creer en mí, por hacer todo este trabajo duro, por no tomarme días libres, por nunca haber renunciado, quiero agradecerme por ser siempre un donante y tratar de dar más de lo que obtengo a cambio”

Quiero agradecerme por ser yo mismo en todo momento.

# Resumen

El objetivo del tema de investigación con título “modelado y simulación de una suspensión activa para un modelo de un cuarto de automóvil en bond graph” es conocer el funcionamiento de las suspensiones pasivas, semiactiva y activas. Se crean Bond Graph de las suspensiones mencionadas y se realizan las simulaciones correspondientes al perfil de carretera donde se presenta un tope, un bache y una cadena de topes.

También se crearon bond graph de diferentes sistemas tanto mecánicos como eléctricos con el fin de poder dominar la metodología bond graph, la cual a partir de un sistema dinámico físico se obtiene un modelo matemático que describe el flujo de potencia a través de los diferentes elementos que tiene el sistema.

También fue práctico y de gran ayuda, crear modelos de bond graph de una suspensión pasiva y una suspensión semi-activa, así como sus simulaciones con el propósito de conocer más a fondo los sistemas de suspensiones. La metodología que se sigue es muy similar y consiste en casi los mismos pasos, por ello la importancia de abordar dichas suspensiones. Se obtienen modelos en Bond Graph y simulaciones.

Palabras claves: Bond Graph, Simulaciones, Sistemas Dinámicos Físicos, Metodología, Modelos

# Abstract

In the present research work, which has the title "modeling and simulation of an active suspension for a model of a quarter of a car in bond graph" was carried out with the purpose of studying the "bond graph" methodology in order to create the model. in bond graph of an active suspension and the simulation in the 20-sim software of an active suspension.

Bond Graph of different mechanical and electrical systems were also created in order to be able to master the bond graph methodology which, from a physical dynamic system, provides a mathematical model that describes the flow of energy through the different elements it has. the system.

It was also practical and very helpful to create bond graph models of a passive suspension and a semi-active suspension, as well as their simulations with the purpose of knowing more about the suspension systems. The methodology that is followed is very similar and consists of almost the same steps, hence the importance of addressing said suspensions. Bond Graph models and simulations are obtained.

Keywords: Bond Graph, Simulations, Dynamic physical system, methodology, models.

## ÍNDICE GENERAL

<b>Agradecimiento .....</b>	<b>V</b>
<b>Resumen .....</b>	<b>VI</b>
<b>Abstract .....</b>	<b>VII</b>
<b>INDICE GENERAL .....</b>	<b>VIII</b>
<b>INDICE DE FIGURA .....</b>	<b>X</b>
<b>INDICE DE TABLAS .....</b>	<b>XII</b>
<b>CAPITULO 1 INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
1.1 El avance de la tecnología en los autos.....	1
1.2 Objetivos .....	4
1.3 Hipótesis.....	5
1.4 Metodología científica .....	5
1.5 Justificación.....	6
1.6 Estado del arte .....	7
1.7 Contenido de la tesis .....	13
<b>CAPITULO 2 MODELADO DE SUSPENSIONES DE UN AUTOMOVIL.....</b>	<b>15</b>
2.1 Introducción.....	15
2.1.1 Masa suspendida .....	17
2.1.2 Masa no suspendida .....	18
2.2 Suspensión pasiva.....	23
2.3 Suspensión semi – Activa .....	24
2.4 Suspensión Activa .....	26
<b>CAPITULO 3 MODELADO DE SISTEMAS EN BOND GRAPH .....</b>	<b>28</b>
3.1 Introducción.....	28
3.2 Puertos .....	30
3.2.1 Puertos 1 .....	30
3.2.2 Puertos 2 .....	30
3.2.3 Puertos 3 o uniones .....	31
3.3 Causalidad .....	32
3.3.1 Causalidad necesaria .....	32

3.3.2 Causalidad restrictiva .....	32
3.3.3 Causalidad integral.....	33
3.3.4 Causalidad derivativa .....	33
3.3.5 Causalidad arbitraria.....	34
3.3.6 Asignación de causalidad .....	34
3.4 Modelado de sistemas eléctricos .....	35
3.4.1 Pasos para crear un bond Graph .....	35
3.4.2 Ejemplo 1 .....	35
3.4.3 Ejemplo 2.....	39
3.4.4 Ejemplo 3 .....	41
3.5 Modelado de sistemas mecánicos.....	43
3.5.1 Ejemplo 1 .....	43
3.5.2 Ejemplo 2.....	45
<b>CAPITULO 4 MODELADO DE SUSPENSIONES EN BOND GRAPH.....</b>	<b>46</b>
4.1 Vectores claves.....	46
4.2 Vectores claves.....	46
4.3 Suspensión pasiva.....	48
4.3.1 Relaciones constitutivas .....	52
4.3.2 Matriz de estructura unión.....	53
4.3.3 Obtención de la matriz A y B para la suspensión pasiva .....	52
4.3.4 Bond Graph derivativo .....	56
4.4 Suspensión semi-activa .....	64
4.5 Suspensión Activa .....	70
<b>CAPITULO 5 SIMULACIÓN DE SUSPENSIONES .....</b>	<b>76</b>
5.1 Parámetros de las suspensiones .....	76
5.2 Simulación de suspensión pasiva .....	77
5.3 Simulación de suspensión semi - Activa.....	80
5.4 Simulación de suspensión Activa.....	83
<b>CAPITULO 6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>86</b>
6.1 Conclusiones.....	86
6.2 Recomendaciones .....	90

## **A. PUBLICACIONES**

## **BIBLIOGRAFÍA**

# ÍNDICE DE FIGURAS

2.1 Chasis de un automóvil.....	17
2.2 Ballesta.....	18
2.3 Muelle helicoidal.....	19
2.4 Barra de torsión.....	19
2.5 Barra estabilizadora y cojinetes elásticos.....	20
2.6 Rotulas de suspensión.....	20
2.7 Mangueta y buje.....	21
2.8 Trapecio o brazo de suspensión.....	21
2.9 Tope de suspensión y amortiguador.....	22
3.1 Bond.....	28
3.2 Diagrama de objetivos.....	29
3.3 Flujo del bond.....	29
3.4 Puerto 1.....	30
3.5 Puerto 2.....	31
3.6 Puerto 3.....	31
3.7 Causalidad en Bonds.....	32
3.8 Causalidad necesaria.....	32
3.9 Causalidad restrictiva a puerto 2 y puerto 3 respectivamente.....	33
3.10 Causalidad integral.....	33
3.11 Causalidad derivativa.....	33
3.12 Causalidad arbitraria.....	34
3.13 Regla de simplificación.....	35
3.14 Circuito de 2 fuentes.....	35
3.15 Nodos del circuito de la figura 3.14.....	36
3.16 Uniones del circuito de la figura 3.14.....	36
3.17 Puertos-1 del circuito de la figura 3.14.....	37
3.18 Bond graph completo del circuito de la figura 3.14.....	37
3.19 Bond graph del circuito de la figura 3.14 sin el nodo de referencia.....	38
3.20 Bond graph en causalidad integral del circuito de la figura 3.14.....	38



3.21 Circuito de un motor de corriente directa .....	39
3.22 Paso 1 y 2 aplicando al motor de CD.....	39
3.23 Pasos modelado del bond graph del motor CD .....	40
3.24 Circuito RCI .....	41
3.25 Pasos para crear el Bond Graph del circuito RCI.....	42
3.26 Diagrama sistema mecánico.....	43
3.27 Pasos para construir el Bond Graph.....	44
3.28 Diagrama masa – resorte .....	45
3.29 Pasos modelado del bond Graph sistema masa - resorte.....	45
4.1 Diagrama de la estructura unión.....	47
4.2 Sistema de suspensión pasiva.....	49
4.3 Pasos para crear el bond Graph para la suspensión pasiva .....	51
4.4 Bond Graph enumerado .....	51
4.5 Bond Graph en causalidad integral y derivativa.....	56
4.6 BGD .....	61
4.7 Sistema de suspensión semi - Activa.....	64
4.8 Pasos para crear el bond Graph para la suspensión semi – Activa.....	66
4.9 Bond Graph enumerado .....	66
4.10 Sistema de suspensión activa.....	70
4.11 Sistema con retroalimentación.....	71
4.12 Pasos para crear el bond Graph para la suspensión activa .....	72
4.13 Bond Graph enumerado .....	73
5.1 Modelo de simulación suspensión pasiva en 20Sim.....	77
5.2 Respuesta de la suspensión pasiva ante una entrada escalón positivo.....	78
5.3 Respuesta de la suspensión pasiva ante una entrada escalón negativa .....	78
5.4 Respuesta de la suspensión pasiva ante una cadena de topes.....	79
5.5 Modelo de la suspensión semi – activa en 20sim.....	80
5.6 Respuesta de la suspensión semi-activa ante una entrada escalón positivo.....	81
5.7 Respuesta de la suspensión semi-activa ante una entrada escalón negativa .....	81
5.8 Respuesta de la suspensión semi-activa ante una cadena de topes.....	82
5.9 Modelo de simulación suspensión activa.....	83

5.10 Respuesta de la suspensión ante una entrada escalón positivo.....	84
5.11 Respuesta de la suspensión activa ante una entrada escalón negativa.....	84
5.12 Respuesta de la suspensión activa ante una cadena de topes .....	85
6.1 Reacción de la suspensión activa ante un tope.....	86
6.2 Reacción de la suspensión pasiva .....	87
6.3 Suspensión activa.....	88
6.4 Suspensión pasiva.....	88
6.5 sistema de suspensión semi-activa.....	89
6.6 Reacción del sistema de suspensión semi-activa.....	89

## ÍNDICE DE TABLAS

3.1 Variables generalizadas.....	30
4.1 Relación de vectores claves.....	48

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 EL AVANCE DE LA TECNOLOGIA EN LOS AUTOS

En la actualidad la tecnología avanza día tras día y los fabricantes de automóviles implementan estas tecnologías con el propósito de crear automóviles inteligentes, seguros y agradables con el medio ambiente.

Los vehículos inteligentes son uno de los campos de investigación de tendencia, Un automóvil autónomo, también conocido como automóvil sin conductor, automóvil automatizado o automóvil inteligente, es un tipo de vehículo de motor que funciona con inteligencia artificial (IA) [1] y que puede conducirse de manera segura en la carretera sin operación manual.

Los vehículos autónomos se pueden definir como medios de transporte para mover pasajeros o mercancías sin intervención humana. La automatización de vehículos se ha considerado una de las aplicaciones esenciales dentro del sistema de transporte inteligente (ITS). Este movimiento comenzó en Japón a principios de la década de 1980 [2], un automóvil controlado por voz basado en el Asistente de Google con una capacidad inteligente de detección de obstáculos

que sea útil para discapacitados físicos, el sistema se controla mediante el control por voz del Asistente de Google.

Entre los diferentes combustibles no fósiles, la electricidad ha recibido más atención debido a la amplia red eléctrica. Los vehículos eléctricos han ganado reconocimiento sobre los vehículos convencionales debido a muchas ventajas, como la generación de bajas emisiones (impacto global y local), la eficiencia, el aspecto de seguridad (similar a los vehículos convencionales) y la reducción de la contaminación acústica.

Los fabricantes de equipos originales (OEM) de automatización han considerado los vehículos eléctricos como el enfoque ideal para gestionar la fuente de energía y reducir las emisiones de los vehículos

Sistemas como los dispositivos domésticos inteligentes de Amazon y sus servicios de voz. Particle Photon [3] es un dispositivo que se utiliza como hardware Componente para aportar inteligencia al coche y con esto poder aportar mayor seguridad a los automóviles.

Es de suma importancia la seguridad de los ocupantes del automóvil, por lo que se han implementado sistemas que se denominan de seguridad pasiva y activa, el primero basado en reducir al mínimo los daños que se pueden producir cuando un accidente es inevitable y el segundo que consta de aquellos elementos que contribuyen a proporcionar una mayor eficiencia y estabilidad al vehículo en marcha, y en la medida de lo posible evitar un accidente, uno de los varios sistemas que comprende la seguridad activa de un automotor es el sistema de suspensión.

Constantemente, la industria automotriz es más sofisticada y compleja por la demanda creciente de producción de vehículos más seguros y con mayor confort.

Dentro de este crecimiento de innovación tecnológica automotriz, el desarrollo de sistemas de suspensión inteligente ha sido de gran interés para la comunidad científica en ingeniería de control con el fin de mejorar el compromiso entre confort y estabilidad del vehículo. Dos tecnologías de amortiguamiento han sido estudiadas, las suspensiones activas tienen mejor rendimiento, pero son excesivamente caras para su implementación, mientras que las semi-activas ofrecen un buen balance entre costo y desempeño.

El cuál además de ser un sistema que ayuda a controlar las ruedas del vehículo en contacto con el suelo, también se encarga de proporcionar estabilidad y confort al conjunto del vehículo.

Según la Sociedad de Ingenieros Automotrices (SAE), la funcionalidad de la automatización se clasifica en seis niveles [2]. Muchos de los vehículos de hoy están clasificados como de nivel 1 donde el conductor humano es responsable de la operación de todas las acciones de seguridad.

Por otro lado, varios fabricantes han introducido vehículos con nivel 2 de automatización, que ya están en el mercado. Tesla, Mercedes-Benz clase S en 2013, BMW y Volvo son ejemplos de este nivel de automatización.

La disponibilidad de vehículos de niveles más altos se limita al mercado. Por ejemplo, el único vehículo de nivel 3 disponible en el mercado es el Honda Legend Hybrid EX, modelo que en Norteamérica es conocido como Acura RLX, sin embargo, otros fabricantes de automóviles han estado desarrollando este tipo de nivel de automatización. Podría estar disponible en el mercado en breve.

## 1.2 OBJETIVOS

### Generales

El objetivo ideal de una suspensión óptima es minimizar el desplazamiento y la aceleración relativa de la masa de empuje que se imprime de las condiciones de la carretera al automóvil, esto para proporcionar un alto nivel de conducción, manejo y control del cuerpo en diferentes condiciones de la carretera [4].

La importancia de que exista una menor oscilación o vibración en la cabina para que los pasajeros estén cómodos, para mayor seguridad ya que se trata de vidas humanas y este siempre será un tema importante.

Por lo tanto, el objetivo general es modelar una suspensión pasiva, semi-activa y activa de un cuarto de un automóvil en un enfoque de bond graph y simular las suspensiones en el dominio físico.

### Específicos

- Conocer los tipos de suspensiones pasivas, semi-activa y activas.
- Estudiar cada uno de las suspensiones y realizar una retroalimentación.
- Conocer y aplicar la metodología que se sigue para obtener un modelo en Bond Graph de sistemas dinámico físico
- Obtener modelos en Bond Graph y simulaciones en el programa 20-sim de las suspensiones pasivas, semi-activa y activas.
- Modificar las condiciones de la carretera para obtener diferentes resultados de las suspensiones para una mejor interpretación.

### **1.3 HIPÓTESIS**

Es posible realizar el modelado de una suspensión de un cuarto de un automóvil en bond graph, ya que está formada por elementos físicos que pueden ser representados en la plataforma de bond graph.

Tener el control de la suspensión activas de 1/4 de automóvil incrementa la seguridad y comodidad en la cabina, y reduce el margen de inestabilidad de todo el vehículo. Un vehículo equipado con una suspensión pasiva experimenta una mayor caída de velocidad en comparación con una suspensión activa atravesando el mismo terreno accidentado.

### **1.4 METODOLOGIA CIENTIFICA**

Cada una de las suspensiones son estudiadas, se realizan modelados en bond graph de las suspensiones pasivas, semi-activa y activas con el propósito de abordar las tres diferentes categorías de suspensiones. Los fenómenos que se tienen en cuenta en el modelo: Son los componentes tecnológicos, pero también los fenómenos físicos tales como fricciones, elasticidades, condiciones del terreno etc.

1. Estudiar los diferentes modelos de suspensiones: suspensión pasiva, semi-activa y activa. y Crear Modelos en bond graph de 1/4 de un automóvil.
2. Simulaciones de los sistemas de suspensión pasiva, semi-activa y activa en el programa 20-sim.
3. Estudiar el modelado y simulación de la suspensión activa
4. Cambiar las diferentes condiciones del terreno (crear perturbaciones que simulen ser topes, cadena de topes, baches) para tener una simulación más realista de las pruebas
5. Resultados.

## 1.5 JUSTIFICACIÓN

En el país, el deprimente estado de la mayoría de carreteras ocasiona que los vehículos sufran daños prematuros.

Especialmente en los sistemas de amortiguación, como es el caso del sistema de suspensión del vehículo [5][6] obligando a los conductores a realizar reparaciones constantes de dichos sistemas [7]. Además, los conductores y ocupantes del automotor, en el transcurso de su viaje están propensos a un viaje muy hostil.

También existen varios factores como son las imperfecciones de la carretera, el manejo inadecuado de muchos conductores, en ocasiones el conductor del vehículo no conoce el estado de la carretera y no existe una señalización adecuada, por lo que existe el riesgo de sufrir accidentes de tránsito, debido a que puede haber una curva demasiado cerrada que le obligaría a maniobrar el vehículo de manera abrupta creando una fuerza inercial al momento de tomar la curva y un sistema de suspensión tradicional del auto no alcanza el 100% de eficiencia, pese a que la suspensión se encuentre en buenas condiciones [8].

Por ejemplo, al tomar una curva a la derecha, la parte delantera izquierda del auto "baja" al suelo por la presión ejercida sobre ésta, mientras que la llanta trasera derecha "se levanta" del piso.[9] Debido a esto, la estabilidad del auto es menor que si tuviese las cuatro ruedas al mismo nivel, por la menor fuerza de rozamiento que ofrece el suelo.

Entonces, el objetivo de la suspensión es mantener el auto lo más estable posible; a simple vista, tener las cuatro ruedas a la misma altura respecto al piso en cualquier situación, logrando un aumento de estabilidad del vehículo, por lo tanto, el modelado y control de una suspensión activa de 1/4 de auto en bond graph es de importancia para abordar en esta investigación.



El estudio de los sistemas de suspensión pasivos, semi-activa y activos de control de vibraciones se ha intensificado recientemente debido a las limitaciones de los sistemas pasivos, en comparación con las suspensiones pasivas, los sistemas activos pueden mejorar el rendimiento del aislamiento de vibraciones en un rango más amplio de frecuencia, además de abordar cuestiones de estabilidad del vehículo, como el problema del vuelco.

La importancia en comodidad, seguridad, el buen desempeño de las suspensiones de un auto es de suma importancia, ya que no solo se ve afectado el automóvil si no que las personas a bordo también se ven afectadas, ya que las velocidades que no se absorban con un sistema de suspensión adecuado para las condiciones de la carretera se verán reflejadas en cada uno de los pasajeros del auto en movimiento e incluso ocasionar pérdidas de vidas humanas en caso de accidentes por el mal funcionamiento de las suspensiones.

## **1.6 ESTADO DEL ARTE**

Un gráfico de enlace (bond graph) es una representación gráfica de un sistema dinámico físico. En la metodología de gráficos de enlace, la energía fluye entre dos puertos de alimentación de diferentes nodos [10].

El bond graph se compone de los “Bonds” que une los elementos, representa el flujo de energía o de potencia. Esto se muestra agregando una media flecha a cada enlace. Cada enlace que conecta dos puertos de diferentes nodos. Los componentes A y B llevan dos variables de potencia (es decir, esfuerzo y flujo).

Permite la conversión del sistema en una representación de espacio de estado, es similar a un diagrama de bloques o gráfico de señal, con la gran diferencia de que los arcos en los bond

Graph representan el intercambio bidireccional de energía física, mientras que los de los gráficos de flujo y diagramas de bloques representan un flujo de información unidireccional.

En un bond las variables de potencia se dividen en dos partes; flujo y esfuerzo. Un bond tiene otras dos características; una es la convención de signo de “media flecha” esto define la dirección del flujo de energía positiva. Al igual que el diagrama de los circuitos eléctricos y diagrama de cuerpo libre, la elección de la dirección positiva es arbitraria, con la restricción de que todo debe ser coherente en el balance energético.

La otra característica es la causalidad o relación causa-efecto para esfuerzos y flujo son representadas en direcciones opuestas, el trazo causal es una marca que indica como  $e(t)$  y  $f(t)$  simultáneamente son determinados causalmente en un bond.

Esta es una barra vertical colocada en un extremo del bond, no es arbitrario, existen reglas para asignar la causalidad, esta explica la relación matemática entre el esfuerzo y el flujo, la posición de la causalidad muestra cuales de las variables de potencia son dependientes y cuales son independientes.

Los gráficos de enlace (BG) representan fenómenos relacionados con la energía (generación, almacenamiento, disipación, intercambio de potencia) utilizando un pequeño conjunto de elementos ideales que pueden acoplarse a través de puertos externos que representan el flujo de potencia.

Los modelos son simplificaciones de la realidad. Existen varios tipos de modelos y su forma depende de su aplicación, por ejemplo. Modelos físicos son frecuentemente usados en ingeniería cuando no es práctico usar sistemas reales. Una idea central que envuelve el estudio de la dinámica de un sistema real es la de su modelo [11].

Los modelos son construcciones simplificadas utilizadas para estudiar y determinar el comportamiento de sistemas.

Un sistema activo o controlado generalmente se compone de dos partes. una base pasiva y una arquitectura de control que contiene actuadores y sensores [12]. Cuando se trata de un sistema de este tipo, el primer punto que se suele considerar es el estudio del sistema sin control [13]. Modelado, dinámica y control a través de bond graph en los últimos años se unen la gama de aplicaciones. Los gráficos se han mejorado. Estas nuevas aplicaciones no son solo para el modelado de sistemas, sino también para control directo análisis teórico y síntesis, detección de fallas y aislamiento.

El estudio de un proceso dinámico es el análisis del cambio a lo largo del tiempo de las variables de salida, a partir de las variables de entrada que afectan el comportamiento dinámico del proceso. En los sistemas físicos, es la energía la que desempeña el papel de moneda común de intercambio entre varios dominios [14].

La misión del sistema de suspensión de un automóvil es hacer más cómoda la marcha del mismo para los ocupantes y contribuir en todo momento a la mayor estabilidad del vehículo.

El diseño de sistemas de suspensión es una tarea difícil para los diseñadores de automóviles, en vista de los múltiples parámetros de control, para el diseño de sistemas de suspensión de vehículos, siempre es un reto mantener simultáneamente un alto nivel de conducción. Los problemas se derivan de la amplia gama de la condición de funcionamiento creada por las diferentes condiciones de la carretera, la velocidad del vehículo y la carga. En general durante las curvas, frenado y golpes [15].

La suspensión crea una conexión entre el vehículo (incluyendo ocupantes y carga) y la carretera [16]. La fuerza vertical más notable relaciona el coeficiente de amortiguación, donde los resortes y amortiguadores aporta al vehículo en la reducción de las aceleraciones de la carrocería del vehículo, movimientos reducidos del balanceo y del cabeceo, cambios de la fuerza en la rueda reducidos y comportamiento adecuado de la vibración que es independiente de la carga útil del vehículo, además la energía que se debe controlar aumenta exponencialmente con la velocidad del vehículo.

El diseño ligero del sistema juega un papel más importante en el chasis que en cualquier otra área, ya que toda la masa no suspendida del vehículo se incluye en la suspensión. Una masa no suspendida más pequeña reduce el efecto de las vibraciones de la rueda sobre el cuerpo del vehículo y sobre las fluctuaciones dinámicas de la carga de la rueda. Los componentes presentes en el sistema de suspensión son: carrocería, amortiguador, vástago de pistón, tubo amortiguador, mangueta, barra de dirección, cremallera de dirección, tirante de dirección, brazo inferior, y neumático, estos responden a diferentes grados de libertad.

Una alta rigidez y amortiguación es necesaria para proporcionar buenas propiedades de manejo y para satisfacer las limitaciones de espacio de trabajo del sistema de suspensión, sin embargo cuando el vehículo corre en una carretera de baja rugosidad, se necesita un sistema de suspensión de poca rigidez y amortiguación para una buena conducción [17].

Un buen sistema de suspensión debe proporcionar un buen aislamiento de las vibraciones, es decir, una pequeña aceleración de la masa corporal. y “un pequeño espacio de rotación” que es el desplazamiento relativo máximo admisible entre la carrocería de vehículo y los diversos componentes de la suspensión [5].

El objetivo es mantener simultáneamente el recorrido de la suspensión dentro del espacio del cascabel y reducir al mínimo la velocidad de cambio del vehículo.

El sistema de suspensión del vehículo es responsable de la comodidad y la seguridad durante la conducción, ya que la suspensión transporta la carrocería del vehículo y transmite toda la fuerza entre la carrocería y la carretera. Es bien sabido que las características de la conducción de los vehículos de pasajeros pueden caracterizarse considerando el modelo llamado “ cuarto de coche” que tiene dos grados de libertad [18]. Este método se utiliza para investigar el rendimiento de sistemas de suspensión pasivo [15] semi-activa [19] y activos [20].

Suspensiones pasivas sólo podemos lograr un buen confort de marcha o una buena adherencia a la carretera, ya que dos criterios entran en conflicto y necesitan diferentes características del resorte y del amortiguador. La suspensión pasiva requiere un compromiso para satisfacer estas características, ya que el confort requiere una suspensión suave mientras una buena maniobrabilidad la proporciona una rigidez intermedia. Además, una suspensión rígida evita la reducción de la carrera de trabajo al aumentar la carga del vehículo [21].

La suspensión activa utiliza un actuador que incorpora energía para modificar la respuesta al sistema ante distintas perturbaciones del terreno. Entre estas soluciones, la suspensión activa presenta mayor complejidad, pues incorpora sensores, actuadores y controladores [22].

La suspensión semi-activa regula la rigidez y/o el coeficiente de amortiguamiento sin ingresar energía al sistema. Los criterios que se consideran para determinar el rendimiento de un sistema de suspensión son la aceleración o el desplazamiento vertical de la masa suspendida para evaluar el confort, la deflexión del neumático para analizar la maniobrabilidad y la deflexión de la suspensión para los requerimientos de diseño del recorrido (carrera) de la suspensión.

La suspensión semi-activa, puede lograr un confort de conducción utilizando menos energía, que las suspensiones activas. Sin embargo, para mejorar tanto la calidad de la conducción como la seguridad del vehículo, es necesario reducir los picos de resonancia de la carrocería y de la rueda. La velocidad de carrera de la suspensión y la velocidad vertical de una masa de empuje son necesarias para realizar esta ley de control.

Cada tipo de suspensión tiene sus ventajas y desventajas. El control pasivo de las vibraciones implica un compromiso entre el aislamiento de las vibraciones de baja y alta frecuencia. Sistema de suspensión pasiva, consiste en un elemento disipador de energía, que es el amortiguador y un elemento de almacenamiento de energía que es el resorte. Dado que estos dos elementos no pueden añadir energía al sistema, se les llama sistemas de suspensión pasiva. Los sistemas de suspensión pasiva están sujetas a varias compensaciones cuando se excitan a través de una frecuencia grande. A comparación con el control pasivo el control activo puede mejorar el rendimiento. Sin embargo, el control activo de las vibraciones tiene la desventaja de la complejidad y el alto consumo de energía.

El control semi-activo ha mostrado muchas ventajas en los sistemas de suspensión de vehículos debido a su bajo consumo de energía con un rendimiento de control de vibraciones similares al de sistema de suspensión activo.

Una de las aplicaciones que utilizan suspensiones en un 100% es en el ramo automotriz para ser más exactos “fórmula 1” donde la función principal es absorber las reacciones producidas en las ruedas al pasar sobre las irregularidades del terreno evitando que se transmitan a la carrocería, asegurando de esta forma la estabilidad del automóvil, la comodidad del conductor y la direccionalidad del automóvil [23].

El sistema de suspensión del vehículo proporciona las características de confort y maniobrabilidad en la conducción. Por un lado, aísla el chasis de las irregularidades del terreno, reduciendo así la fuerza transmitida al conductor, por otro lado, regula el movimiento vertical de la rueda y asegura el contacto entre el neumático y el terreno para mantener la maniobrabilidad de la dirección y evitar daños al vehículo.

En el diseño de sistemas de suspensión de los vehículos, el objetivo es minimizar las fuerzas verticales transmitido a los pasajeros (es decir, para minimizar la vertical aceleración del cuerpo) para comodidad de los pasajeros, y maximizar el contacto de la rueda con la carretera (es decir, para minimizar las vibraciones de la rueda) para mantener y la seguridad del vehículo[24].

Si bien el propósito del sistema de suspensión es proporcionar una conducción suave en el automóvil, una mejor adherencia a la carretera y ayudar a mantener el control del vehículo sobre terreno accidentado o en caso de paradas repentinas.

## **1.7 CONTENIDO DE LA TESIS**

Con la presente tesis titulada “MODELADO Y SIMULACIÓN DE UNAS SUSPENSION ACTIVA DE  $\frac{1}{4}$  DE UN AUTOMOVIL EN BOND GRAPH” se estructura de 6 capítulos.

En el capítulo 1 titulado “INTRODUCCIÓN” se presentan como la tecnología ha impactado a los automóviles y el medio ambiente. Se presenta los objetivos a los que se quiere llegar, así como la justificación de esta tesis también se presenta el estado del arte de “bond graph y las “suspensiones”

El siguiente capítulo 2 titulado “MODELADO DE SUSPENSIONES DE UN AUTOMOVIL” se hace mención de los sistemas de suspensión a través de los años y sus componentes, esto con el propósito de familiarizarnos con los tipos de suspensiones,

posteriormente se abarca los tipos de suspensiones de interés en esta tesis, los cuales son suspensión pasiva, suspensión semi-activa y suspensión activa.

En el capítulo 3 “MODELADO DE SISTEMAS EN BOND GRAPH” se presentan una introducción al bond Graph y sus características que deben aplicarse para crear un modelo en bond Graph, los cuales son: puertos, causalidades, asignación de causalidad. se presentan ejemplos mecánicos y eléctricos que se desarrollan paso a paso para obtener de un modelo físico un modelo en bond Graph.

En el capítulo 4 “MODELADO DE SUSPENSIONES EN BOND GRAPH” abarca el primer objetivo de esta tesis que consiste en crear modelos en bond Graph de las suspensiones pasiva, semi – activa y activa. Se explica y obtienen los vectores claves, relaciones constitutivas, matriz de estructura unión y la obtención de las matrices A y B a partir de un modelo físico.

En el capítulo 5 “SIMULACION DE SUSPENSIONES” se aborda el segundo objetivo de la tesis, en el programa 20sim, con parámetros establecidos y los modelos en bond graph se realizan las simulaciones, las cuales simulan un tope, un bache y una cadena de topes para cada una de las suspensiones.

En el capítulo 6 “CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES” se presentan comparaciones de las suspensiones ante la presencia de perturbaciones en las condiciones del terreno se realiza las conclusiones y recomendaciones.



# CAPÍTULO 2

## MODELADO DE SUSPENSIONES DE UN AUTOMÓVIL

### 2.1 INTRODUCCIÓN

La evolución de los sistemas de suspensión avanza paralelamente con la evolución de los vehículos. Los caminos empedrados eran seguramente una tortura para los ocupantes de los antiguos carros de tracción animal, ya que cada hoyo o piedra que las ruedas atravesaban se registraba un golpe brusco exactamente donde se sentaban, con la misma magnitud del golpe.

Se hicieron varios intentos para reducir esos impactos, acolchando los asientos o poniendo unos resortes a inicios se solucionó parcialmente, pero el problema aún no se resolvía, el sistema de suspensión actúa en el chasis y las ruedas, las cuales reciben en forma directa las irregularidades de la superficie transmitida.

Se creó el concepto de suspensión: un medio elástico que además de sostener la carrocería, asimile las irregularidades del camino. Según avanzaba el tiempo los sistemas de suspensión evolucionaban conjuntamente con el desarrollo de los vehículos, implementándose primero

sistemas de suspensión que únicamente constaban de ballestas, pero surgieron varios problemas con la implementación de este sistema, uno de estos fue que el vehículo perdía estabilidad.

Entonces aparecieron los resortes helicoidales y las barras de torsión, pero de igual forma que en el sistema de ballestas existieron problemas relacionados con la estabilidad, posteriormente se fabricaron los amortiguadores, que se encargaban de absorber vibraciones y oscilaciones producidas por otros elementos que componen el sistema de suspensión.

Una suspensión actual de tipo convencional cuenta básicamente con dos elementos: un resorte (o muelle helicoidal) y un amortiguador. El resorte tiene como función principal absorber las irregularidades del camino para que no se transmitan a la carrocería, el amortiguador a su vez, tiene la función de controlar las oscilaciones de la carrocería.

Con esta combinación de elementos se logra una marcha cómoda, segura y estable, acorde con los requerimientos de los automóviles y los caminos actuales. Obviamente, los componentes mencionados no trabajan solos, ya que se encuentran integrados en conjuntos mecánicos que funcionan como un equipo y que juntos constituyen el sistema de suspensión.

Dos grupos de factores influyen en el diseño actual de sistemas de suspensiones, el elemento central del primer grupo es un requisito de aislamiento de vibraciones. Esto implica aproximadamente que durante una amplia gama de condiciones de funcionamiento la suspensión debe proporcionar un viaje cómodo para los pasajeros, disminuyendo las vibraciones y aislamiento de choque para la carga.

El segundo grupo de factores es compuesto por varias restricciones, una de las más importantes siendo la llamada restricción de diseño "rattlespace". Eso representa el desplazamiento relativo máximo permisible entre la carrocería del vehículo y varios componentes de la suspensión,

incluyendo ruedas, orugas y otras masas no suspendidas. Adicional a las restricciones son impuestas por la estabilidad general, la confiabilidad, y los requisitos de manejo del vehículo.

En la actualidad aún se implementan varios de estos elementos que componen el sistema de suspensión en un vehículo, pero según avanza la tecnología y se realizan varios estudios se van incorporando otros sistemas de suspensión comandados electrónicamente que ayudan a mejorar el confort y la estabilidad del vehículo. Cuando hablamos de masas de un vehículo nos estamos refiriendo al conjunto del mismo, existiendo masas suspendidas y masas no suspendidas.

### 2.1.1 Masas Suspendidas

La masa suspendida es la porción de la masa total que es soportada por la suspensión. Normalmente incluye el cuerpo del vehículo, los componentes internos como lo son la carrocería, motor, caja de cambios, pasajero, carga, etc., en si todo lo que no esté en contacto con el suelo.

Cuanto mayor sea la relación de la masa suspendida sobre la masa no suspendida, el cuerpo del vehículo y su ocupante se ve afectado en menor medida por baches, hoyos u otras imperfecciones de la superficie, de todos modos, una relación excesiva podría ir en disminución de la capacidad de control sobre el vehículo. todos los elementos de un automóvil, como el motor y todo su sistema de transmisión van montados sobre un armazón rígido. Es fácil deducir que necesitamos una estructura sólida para soportar estos órganos a la cual le llamamos chasis la cual se muestra en la figura 2.1.



Figura 2.1: Chasis de un automóvil

### 2.1.2 Masas No Suspendidas

La masa no suspendida está constituida por la masa de la amortiguación, ruedas, mordazas de freno, discos de freno, aproximadamente el 50% del peso de los brazos de suspensión, ejes de transmisión, resortes y amortiguadores. la masa no suspendida será la cual el amortiguador debe mantener en control y mantenerla en contacto con el suelo. las masas no suspendidas son las que soportan directamente las irregularidades del camino, ya que existen casos en el que un desnivel es muy violento teniendo un cambio casi instantáneo de una posición a otra por lo que se sugiere que el sistema de suspensión sea liviano, ya que estas fuerzas ejercidas sobre terrenos irregulares son grandes, el camino en el que se utiliza este tipo de vehículo obliga a usar espirales y amortiguadores de valores mayores a los que son necesarios. Los componentes del sistema de suspensión en general se clasifican en:

#### Ballesta

Elemento elástico utilizado en los sistemas de suspensión, está compuesta por una serie de hojas de acero que se mantienen aplicadas una contra otra, formando un conjunto elástico y de gran resistencia a la rotura en la figura 2.2 se muestra.

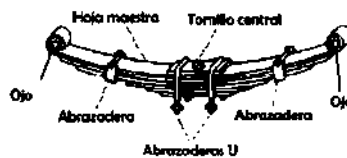


Figura 2.2: Ballesta

#### Muelles helicoidales.

Estos se utilizan en casi todos los automóviles de turismo en sustitución de las ballestas, tienen la ventaja de conseguir una elasticidad blanda debido al gran recorrido del resorte. Están

formados por un alambre de acero enrollado en forma de espiral, tienen la función de absorber los golpes que recibe la rueda, en la figura 2.3 es mostrada.

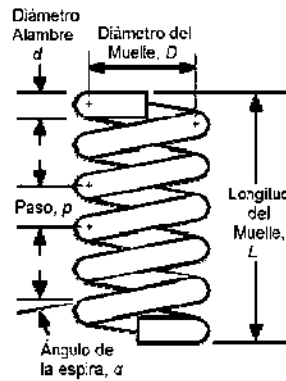


Figura 2.3: Muelle Helicoidal

Barra de torsión.

Es utilizado en algunos turismos con suspensión independiente. Es de un acero especial para muelles, de sección redonda o cuadrangular y cuyos extremos se hallan fijados, uno, en un punto rígido y el otro en un punto móvil, donde se halla la rueda, la cual se ilustra en la figura 2.4.

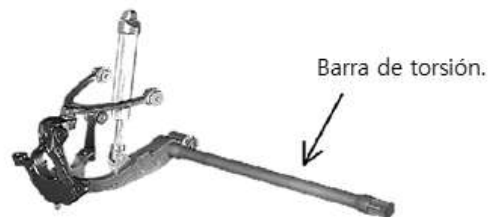


Figura 2.4: Barra de torsión

Barra estabilizadora

Es una barra de hierro, que suele colocarse en la suspensión trasera, su misión es impedir que el muelle de un lado se comprima excesivamente mientras que por el otro se distiende

## Cojinetes elásticos

Los cojinetes elásticos son elemento de caucho que permiten la unión de los componentes de la suspensión facilitando un pequeño desplazamiento. La barra estabilizadora y cojinetes elásticos se muestran en la figura 2.5.

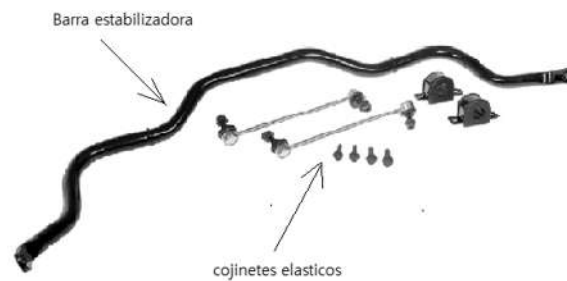


Figura 2.5: Barra estabilizadora y cojinetes elásticos

## Rótulas

Las rótulas constituyen un elemento de unión y fijación de la suspensión y de la dirección, que permite su pivota-miento y giro manteniendo la geometría de las ruedas. La fijación de las rótulas se realiza mediante tornillos o roscados exteriores o interior. Las cuales se muestran en la figura 2.6.



Figura 2.6: Rotula de suspensión

## Mangueta y buje

La mangueta de la suspensión es una pieza fabricada con acero o aleaciones que une el buje de la rueda y la rueda a los elementos de la suspensión, tirantes, trapecios, amortiguador, etc., estas se ilustran en la figura 2.7



Figura 2.7: Mangueta y Buje

## Trapecios o brazos de suspensión

Son brazos articulados fabricados en fundición o en chapa de acero embutida que soportan al vehículo a través de la suspensión. Unen la mangueta y su buje mediante elementos elásticos y elementos de guiado (rótulas) al vehículo soportando los esfuerzos generados por este en su funcionamiento, esta se muestra en la figura 2.8.



Figura 2.8: Trapecio o Brazo de suspensión

## Topes de suspensión

Estos topes pueden ser elásticos o semirrígidos en forma de taco o en forma de casquillo. Su función es servir de tope para el conjunto de la suspensión, de manera que en una compresión excesiva esta no se detiene.

## Amortiguadores

Tienen como misión absorber el exceso de fuerza del rebote del vehículo, es decir, eliminando los efectos oscilatorios de los muelles. Pueden ser de fricción o hidráulicos y estos últimos se dividen en giratorios, de pistón y telescópicos, éstos son los más usados. Tanto un sistema como el otro permiten que las oscilaciones producidas por las irregularidades de la marcha sean más elásticas. Para controlar el número y la amplitud de estas, se incorporan a la suspensión. Los amortiguadores hidráulicos están formados por dos cilindros excéntricos, dentro de los cuales se desplaza un vástago por el efecto de las oscilaciones a las que ofrece resistencia, un tope de suspensión con amortiguador se muestra en la figura 2.9.



Figura 2.9: Tope de suspensión y Amortiguador



## 2.2 SUSPENSIÓN PASIVA

Suspensiones pasivas (que se encuentran en la mayoría de los vehículos) se caracterizan por la ausencia de energía (fuentes). Por esta razón, son relativamente baratos y de confianza [5].

Las suspensiones pasivas están diseñadas para disipar la energía que de una u otra manera se transfieren al cuerpo de un vehículo (carrocería) a través de interacciones con la carretera o terreno

Los amortiguadores pasivos a pesar de ser los más utilizados desde 1960 [23], presentan algunos de los inconvenientes como son la velocidad de reacción, la complejidad de mantenimiento y sus características de amortiguamiento constantes. Este último inconveniente hace que los amortiguadores fallen de forma total ante perturbaciones severas, por ejemplo, baches o impacto, requiriendo la sustitución de este.

La suspensión pasiva son las más utilizadas actualmente en vehículos pequeños y medios. A más de estos sistemas se le añade otro sistema de suspensión, como es el caso del sistema de suspensión hidroneumática.

La suspensión hidroneumática combina elementos hidráulicos y neumáticos que garantiza una suspensión suave y elástica, facilitando, además, el reglaje y nivelación de la carrocería de forma automática. Este tipo de suspensión viene incorporado generalmente en vehículos de costo moderado.

## 2.3 SUSPENSIÓN SEMI - ACTIVA

Las suspensiones semi-activa (SA), como su nombre lo indica, llenan la brecha entre suspensiones puramente pasivas y puramente activas. Representan un compromiso entre la mejora del rendimiento y simplicidad de implementación. En los últimos años se han realizado grandes esfuerzos de investigación y de desarrollo para mejorar el rendimiento de las suspensiones de vehículos mediante la introducción de elementos activos o semi-activos controlables.

Las suspensiones semi-activa incorporan amortiguación variable cuya velocidad suele depender de uno o más estados del vehículo, por lo tanto, son similares a las suspensiones pasivas en que no requieren una fuente de energía externa para crear una fuerza, sin embargo, las suspensiones semi-activas requieren algo de energía externa para operar los sensores y las válvulas.

Debido a que grandes fuerzas y velocidades están involucradas en las suspensiones, es importante reducir al mínimo los requerimientos de potencia del actuador si el sistema va a ser práctico y económico, un enfoque ha sido la de retener elementos compatibles en la suspensión de modo que el actuador no tiene que reaccionar al movimiento de la rueda de alta frecuencia y activamente para controlar solo la actitud del cuerpo en las frecuencias más bajas.

Se han desarrollado sistemas alternativos que requieren elementos compatibles para manejar el aislamiento de alta frecuencia, pero incluyen elementos activos para controlar el comportamiento de la carrocería del vehículo para reducir los requerimientos de energía. Estos sistemas se llaman sistemas “low bandwidth” o “fast load leveler” y a menudo incorporan

amortiguadores semi-activos que producen fuerzas de control de alta frecuencia con bajos requerimientos de energía.

Las suspensiones semi-activas representan un compromiso entre suspensiones activas y pasivas. El aislador prácticamente no requiere energía y las fuerzas en el amortiguador son generadas modulando sus orificios para el flujo de fluido [25]. Las características de aislamiento de choque de semi-activo presentan aisladores basados en dos esquemas de control diferentes. En el primer tipo el control depende de las velocidades absolutas y relativas de la masa suspendida, mientras que en el segundo tipo depende del desplazamiento relativo y la velocidad relativa. Ambos emplean control continuo de las fuerzas del amortiguador en contraposición al control de encendido y apagado.

Mediante el empleo de sistemas regulados se permiten variar los mecanismos de suspensión y amortiguación para adaptarlos a necesidades de uso deportivo o confort. Por eso se describe el mecanismo de suspensión regulada, que utilizan al contrario que una suspensión convencional, componentes regulables que pueden estar asistidos por la electrónica: sensores, módulos electrónicos, etc.

Estos sistemas se denominan "semi-activos" y no necesitan de un canal externo de energía. Un ejemplo de este tipo de sistemas, es el sistema de suspensión neumática. se han vuelto más populares porque tienen la ventaja de un bajo consumo de energía y costo de fabricación con un rendimiento de control de vibración similar a los sistemas activos, los sistemas semi-activos solo pueden disipar la energía del sistema y tienen la ventaja de poder funcionar en modo pasivo si el sistema de control ha fallado. Por lo tanto, los sistemas semi-activos son inherentemente estables, entre los varios actuadores semi-activos disponibles, los amortiguadores magnetoreológicos (MR) han encontrado una amplia gama de aceptación

## 2.4 SUSPENSIÓN ACTIVA

Las suspensiones activas requieren fuentes de energía (como compresores o bombas) para lograr una vibración superior (aislamiento). Los amortiguadores activos o inteligentes de fluido viscoso son amortiguadores que necesitan un voltaje de control y contienen un fluido controlable como componente fundamental.

La ventaja de estos amortiguadores con respecto a los amortiguadores pasivos es que se puede controlar su viscosidad y por ende su coeficiente de amortiguamiento en conjunto con la fuerza generada, ya que en los amortiguadores pasivos varían linealmente con la velocidad, por lo cual sus características se mantienen constantes

Las suspensiones totalmente activas tienen componentes generadores de fuerza (actuadores) que imparten una fuerza o par para soportar el peso del vehículo y controlar su movimiento dinámico a través de su conexión a los cubos de rueda o a los brazos de suspensión de control.

Las leyes de control desarrolladas para estos actuadores dictan la cantidad de amortiguación y fuerza generada, normalmente basada en uno o más estados del vehículo. En muchos casos prácticos, estos actuadores se complementan con un muelle en paralelo para soportar el peso estático del vehículo, de esta manera al actuador no necesita incurrir en pérdidas generando la fuerza necesaria para soportar el peso estático del vehículo. En su lugar, el actuador solo se ocupa de las fuerzas dinámicas causadas por la desigualdad del terreno (por ejemplo, debido al frenado, giro, respectivamente).

Se cree que las suspensiones activas requieren demasiada energía para funcionar y que crean una demanda sustancial de energía del motor del vehículo. Aunque bajo ciertas circunstancias esto puede ser cierto, generalmente no lo es. La razón principal de este error común es que la mayor parte de la investigación de suspensiones activas pasado ha involucrado actuadores hidráulicos que no son los sistemas más eficientes de energía. Además, la experiencia demuestra que el uso de un muelle pasivo para soportar el peso estático del vehículo representa una reducción significativa de la energía necesaria para operar un sistema de suspensión activa.

Cuando se busca una mayor exigencia al sistema de suspensión, teniendo en cuenta factores como el estado de la calzada, velocidad, comportamiento en la conducción, etc. se necesita de un sistema de suspensión regulable que actúe sobre cada rueda de manera rápida y constante. Para conseguir este objetivo se necesita de un sistema de control mucho más complejo que los anteriores. La suspensión activa se compone de una serie de sensores y actuadores que necesitan de un canal externo de energía.

# CAPÍTULO 3

## MODELADO DE SISTEMAS EN BOND GRAPH

### 3.1 INTRODUCCIÓN

Un bond Graph es una representación gráfica de un sistema dinámico físico. Los gráficos de enlace son una notación gráfica de los sistemas físicos. Están compuestos por medias flechas (llamadas enlaces) que representan el flujo de energía entre los elementos ( $MSe, MSf, C, I, R, 0,1$ ). Estos elementos representan la generación, almacenamiento, distribución y disipación de energía. Los gráficos de enlace se utilizan para modelar y simular sistemas físicos, un bond se muestra en la figura 3.1.

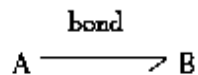


Figura 3.1 Bond

Los bond Graph son de dominio multi-energía (por ejemplo, mecánico, eléctrico, hidráulico, sistemas térmicos, etc.) en esta sección abordaremos sistemas eléctricos y sistemas

mecánicos como ejemplos para comprender más sobre el modelado en bond Graph, tal como se muestra en la figura 3.2.

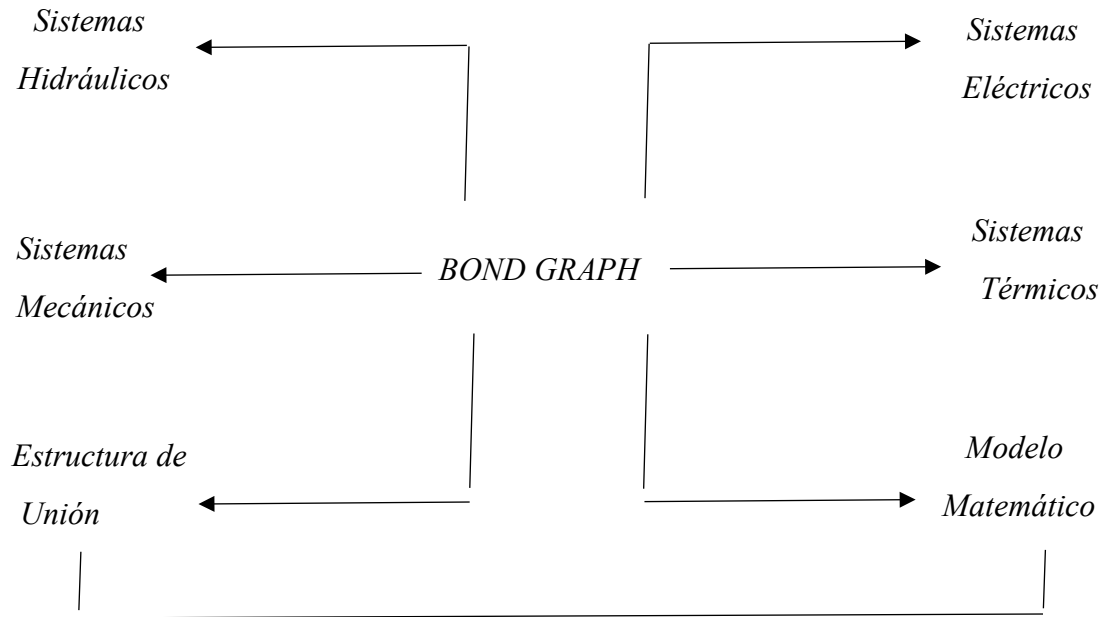


Figura 3.2 Diagrama de objetivos

El bond graph se compone de “Bonds” que une los elementos. Cada bond representa el flujo instantáneo de potencia como se muestra en la figura 3.3.

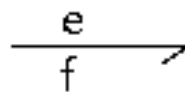


Figura 3.3: Flujo del Bond

El flujo en cada bond se denota mediante un par de variables llamadas variables de potencia, cuyo producto es la potencia instantánea de bond. Las variables de potencia se dividen en dos partes; flujo y esfuerzo. Por ejemplo, para la unión de un sistema eléctrico, el flujo es la corriente, mientras que el esfuerzo es el voltaje. Al multiplicar la corriente y el voltaje, se obtiene la potencia instantánea del bond, las variables generalizadas se muestran en la tabla 3.1.

Tabla 3.1: Variables generalizadas

Variable	Sistemas Mecánicos		Sistemas eléctricos	Sistemas hidráulicos
	Traslación	Rotación		
Esfuerzo $e(t)$	Fuerza F	Torque T	Voltaje e	Presión P
Flujo $f(t)$	Velocidad V	Velocidad angular $\omega$	Corriente i	Caudal Q

$$Pot = e * f$$

### 3.2 PUERTOS

Los puertos son los Bonds que se conectan a los diferentes elementos que contienen un bond graph.

#### 3.2.1 Puertos -1

Se les conoce como puertos-1 pasivos a los elementos pasivos son aquellos que representan disipación de potencia. Se le conoce como puertos-1 activos a los elementos que introducen energía al sistema son llamados fuentes, las cuales se muestran en la figura 3.4

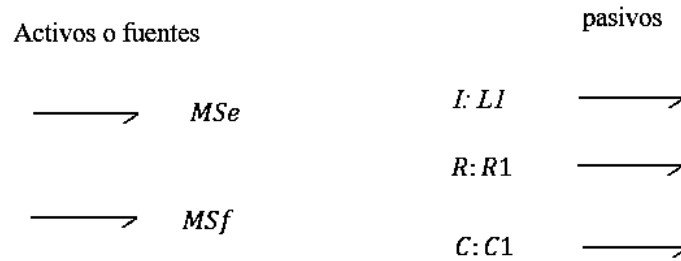


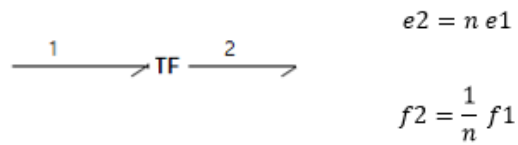
Figura 3.4: Puertos -1

#### 3.2.2 Puertos -2

Existen dos elementos del puerto -2, transformador TF y girador GY son sistemas lineales que cambian las relaciones entre variables de flujo y esfuerzo, los puertos 2 se muestran en la figura 3.5.



### Transformador



### Girador

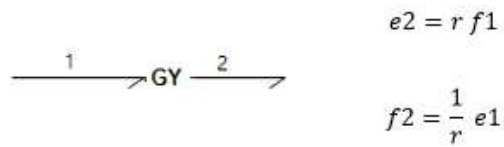


Figura 3.5: Puertos - 2

### 3.2.3 Puerto -3 o Uniones

Los puertos -3 se llaman uniones, sirven para interconectar tres o más puertos de energía dentro de un subsistema. Hay dos tipos de uniones. Unión -1 y unión -0, estos puertos se muestran en la figura 3.6.

Unión- 1



Unión - 0



Figura 3.6: Puertos -3

### 3.3 CAUSALIDAD

La causalidad o relación causa–efecto para esfuerzos y flujos son representadas en direcciones opuestas. El trazo causal es una marca que indica cómo  $e(t)$  y  $f(t)$  simultáneamente son determinados causalmente en un bond.

El esfuerzo entra en un bond en el mismo sentido del trazo causal y por consecuencia el flujo va en dirección contraria, la causalidad se muestra en la figura 3.7.



Figura 3.7: Causalidad en Bond

Las causalidades se pueden expresar de las siguientes maneras.

#### 3.3.1. Causalidad Necesaria

Se aplica en los puertos– 1 pero solo a los elementos activos o fuentes, se muestra en la figura 3.8.



Figura 3.8: Causalidad necesaria

#### 3.3.2. Causalidad restrictiva

Se aplica en los puertos- 2 y puertos- 3 y se muestran en la figura 3.9.

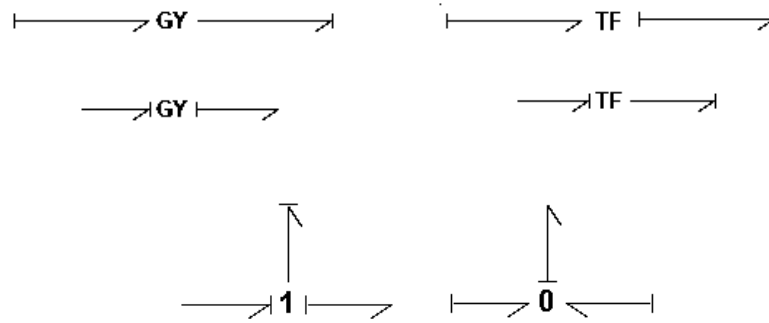


Figura 3.9: Causalidad restrictiva a puertos-2, puertos-3 respectivamente

### 3.3.3. Causalidad Integral

Se aplica en los puertos- 1 pero solo a los elementos pasivos ( $C, I$ ), como se muestran en la figura 3.10.

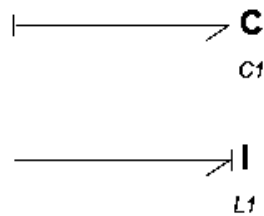


Figura 3.10: Causalidad integrativa

### 3.3.4. Causalidad Derivativa

Se aplica a los puertos- 1 pero solo a los elementos pasivos ( $C, I$ ) cómo se muestran en la figura 3.11.

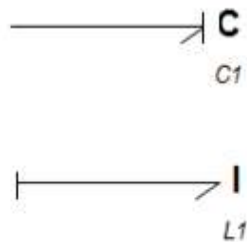


Figura 3.11: Causalidad derivativa

### 3.3.5. Causalidad arbitraria

Se aplica a los puertos- 1 que corresponden al elemento pasivo ( $R$ ) y se muestra en la figura 3.12.

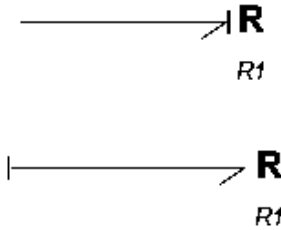


Figura 3.12: Causalidad arbitraria

### 3.3.6. Asignación de causalidad

Es necesario aplicar las siguientes relaciones de causalidad en orden estricto BGI (bond graph integral), para aplicar la causalidad a un bond graph completo.

Asignar causalidad necesaria e inmediatamente extender las implicaciones causales usando causalidad restrictiva de 0, 1  $TF$  y  $GY$ .

Asignar causalidad integral a los elementos  $(C, I)$  e inmediatamente extender las implicaciones causales, usando causalidad restrictiva de 0, 1  $TF$  y  $GY$ .

Asignar causalidad arbitraria a cualquier elemento  $R$  que no esté asignado y extender las implicaciones causales, usando causalidad restrictiva de 0, 1  $TF$  y  $GY$ .

### 3.4 MODELADO DE SISTEMAS ELECTRICO

#### 3.4.1. Pasos para crear el bond Graph.

- Crear una unión -0 por cada nodo del circuito
- Para cada elemento del circuito crear una unión-1
- Adicionarle a la unión-1 un bond que represente al elemento y enlazar la unión con las dos uniones-0 correspondientes a los dos nodos entre los que está conectado el elemento.
- Asignar las direcciones de potencia a los bond. Si hay un nodo de referencia, eliminar la unión-0 correspondientes y los Bonds adyacentes.
- Simplificar los Bonds. Tomando en cuenta las reglas de la figura 3.13.

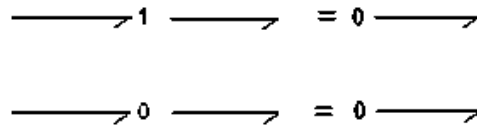


Figura 3.13: Regla de simplificación

**3.4.2 Ejemplo 1.** Se aplica el procedimiento descrito al circuito que se ilustra en la figura 3.14 el cual consiste en 2 fuentes V1 y V2 con dos resistencias denominadas R1, R2, dos inductores LI, L2 y un capacitor denominado C1.

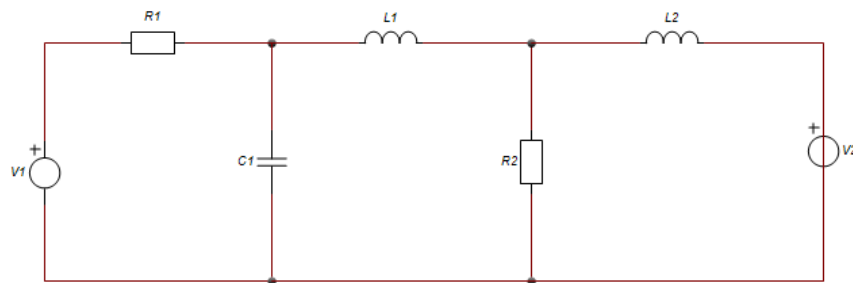


Figura 3.14: Circuito de 2 fuentes

Paso 1

Identificando nodos por cada nodo corresponde una unión 0, del circuito nos damos cuenta que existen 6 nodos, lo cual se indica en la figura 3.15.

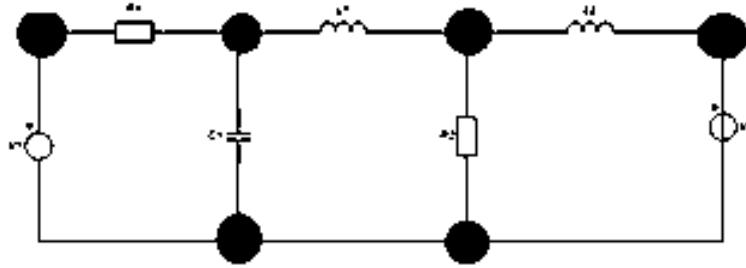


Figura 3.15: Nodos del circuito de la figura 3.14

Paso 2.

Continuamos con asignar a cada elemento una unión 1, como se muestra en la figura 3.16.

0	1	0	1	0	1	0
1	1			1		1
		0		0		

Figura 3.16. Uniones del circuito de la figura 3.14.

Paso 3.

se tiene en el circuito 3 elementos de almacenamiento los cuales son  $C1, L1, L2$  se tiene dos disipadores que corresponden a  $R1, R2$  y dos fuentes  $V1$  y  $V2$ .

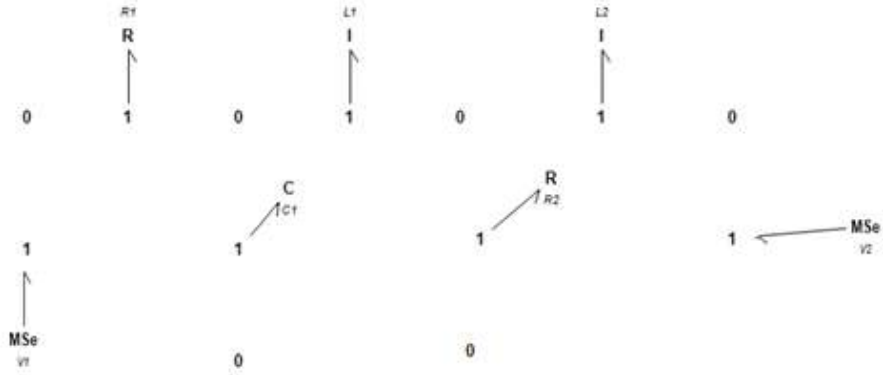


Figura 3.17. Puertos-1 del circuito de la figura 3.14.

Paso 4

Se enlazan los Bonds a cada elemento de unión y se eliminan las uniones o nodos de referencia, como se muestra en la figura 3.18.

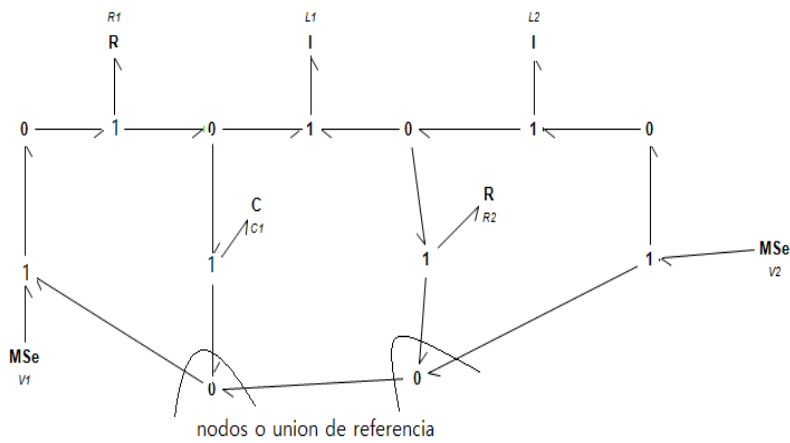


Figura 3.18. Bond Graph completo del circuito de la figura 3.14.

Paso 5.

Una vez que se halla eliminado las uniones de referencia podemos simplificar el modelo tomando en cuenta las reglas de simplificación, se obtiene el bond graph de la figura 3.19.

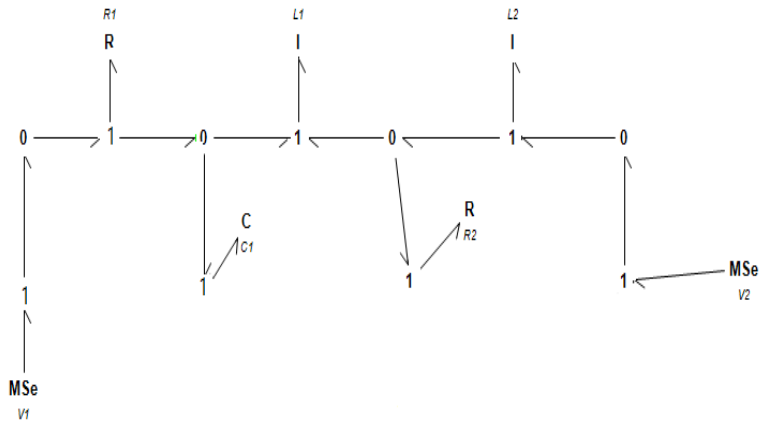


Figura 3.19. Bond Graph del circuito de la figura 3.14 sin el nodo de referencia.

Finalmente, obtenemos el bond graph, en esta última parte se decide si crear un bond graph derivativo con causalidades derivativas o crear un bond graph integral con causalidades integrales, siguiendo las reglas de asignación de causalidades.

Finalmente, aplicando causalidad integral se obtiene el bond graph de la figura 3.20.

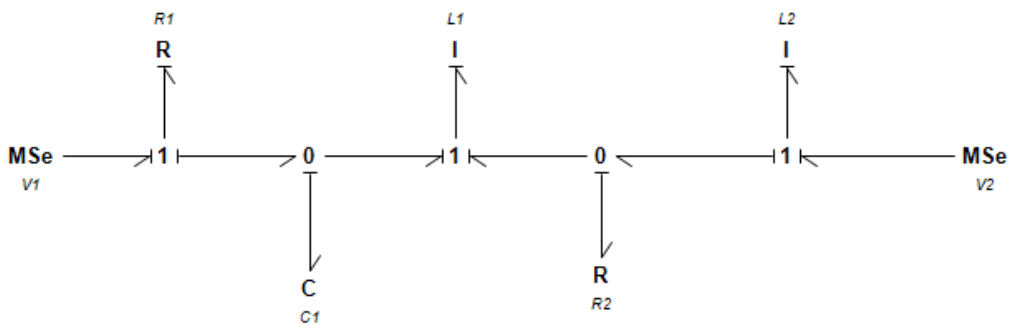


Figura 3.20. Bond Graph en causalidad integral del circuito de la figura 3.14.



**3.4.3 Ejemplo 2.** Este ejemplo muestra un motor de corriente directa, el cuál es un sistema electromecánico que se ilustra en la figura 3.21.

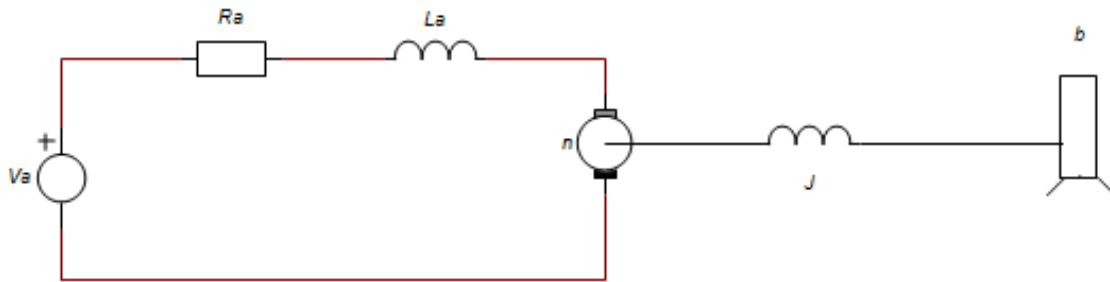


Figura 3.21: Circuito de un motor de corriente directa

Los pasos 1 y 2 del procedimiento dado se muestran en la figura 3.22.

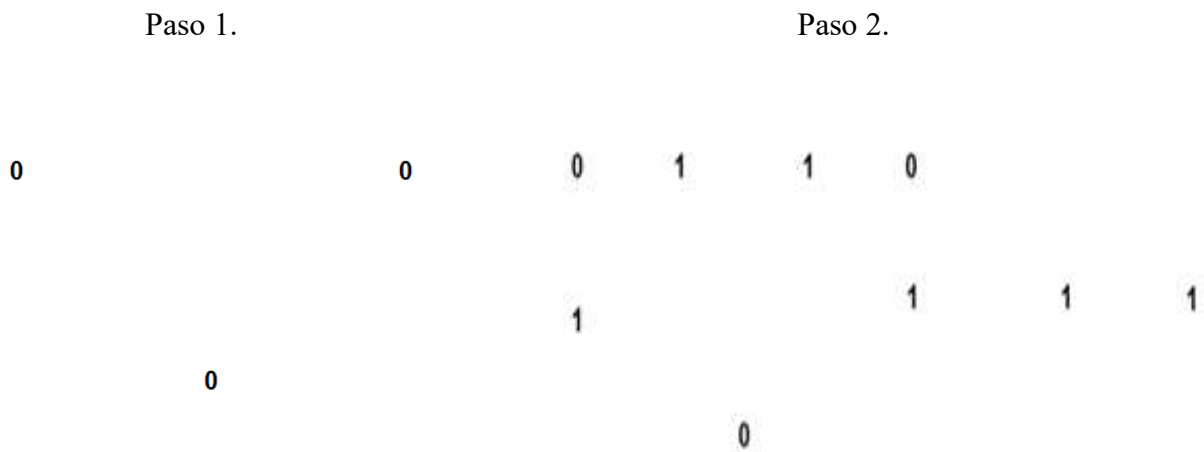


Figura 3.22. Pasos 1 y 2 aplicados al motor de CD.

Los pasos 3, 4, 5 y 6 se ilustran en la figura 3.23.

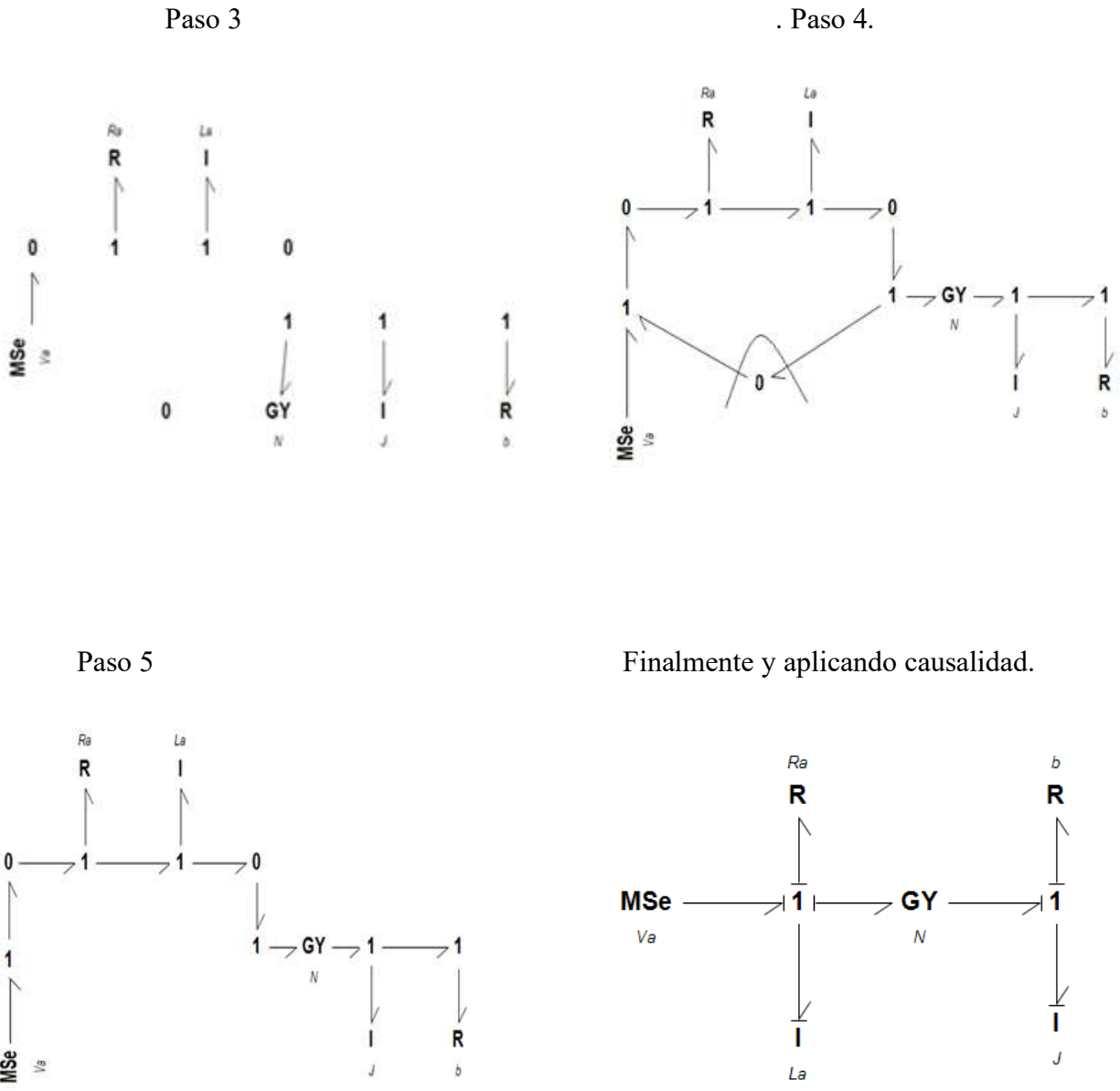


Figura 3.23: Pasos modelado del Bond Graph del motor CD

**3.4.4 Ejemplo 3** Se aplica los pasos al modelo del circuito RCI de la figura 3.24.

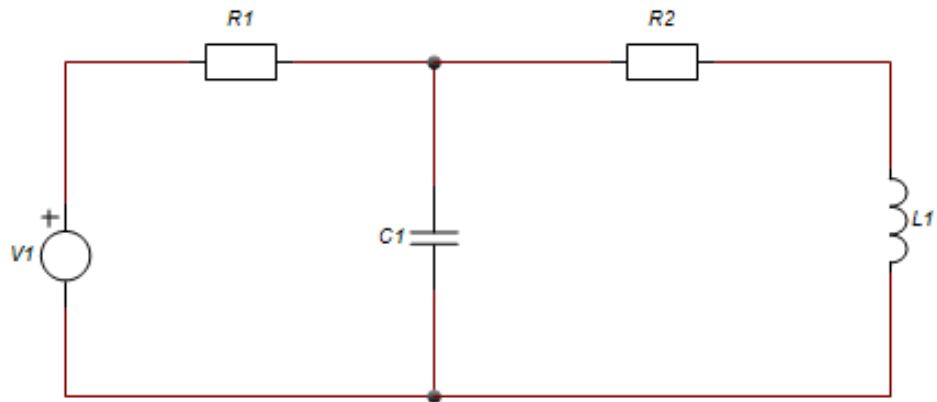


Figura 3.24: Circuito RCI

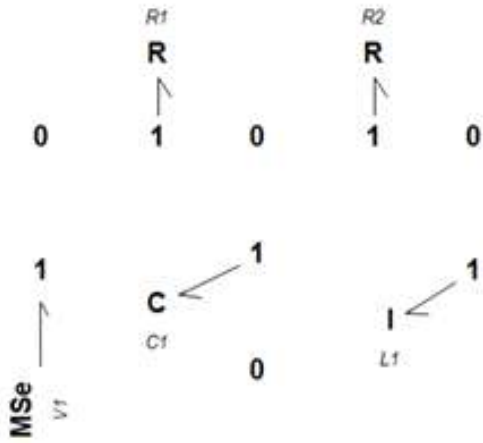
Los 5 pasos en la construcción del modelo en bond graph del circuito RCI se muestra en la figura 3.25.

Paso 1.

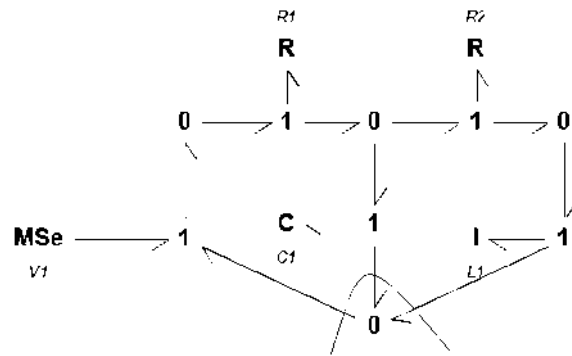
Paso 2.

<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>
			<b>1</b>		<b>1</b>		<b>1</b>
	<b>0</b>				<b>0</b>		

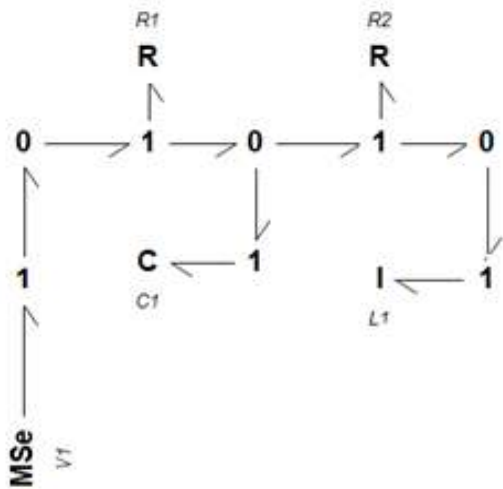
Paso3.



Paso 4.



Paso 5



Finalmente, y aplicando causalidad.

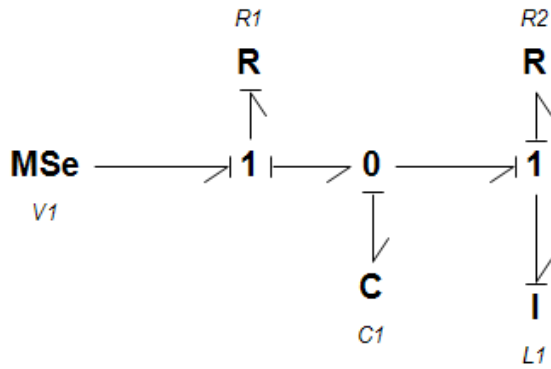


Figura 3.25: Pasos para crear el Bond Graph del circuito RCI

### 3.5 MODELADO DE SISTEMAS MECANICOS

Los pasos para construir un bond graph de un sistema mecánico se enuncian a continuación:

- Crear una unión-1 por cada velocidad del sistema.
- Para cada elemento del circuito crear una unión-0.
- Adicionarle a la unión-1 un bond que represente al elemento y enlazar la unión con las dos uniones-0 correspondientes a los nodos entre los que está conectado el elemento, añadir un elemento inercial a la unión-1.
- Asignar las direcciones de potencia a los bonds, si hay un nodo de referencia, eliminar la unión-1 correspondiente y los bonds adyacentes.
- Simplificar los bonds, tomando en cuenta las reglas de la figura.

**3.5.1. Ejemplo 1** Un sistema mecánico el cual tiene un resorte  $K$  y consta de dos amortiguadores  $B1$ ,  $B2$  con una fuerza aplicada por  $F$ . en la figura 3.26 se muestra el diagrama del sistema y en la figura 3.27 se muestra los pasos para construir el bond graph.

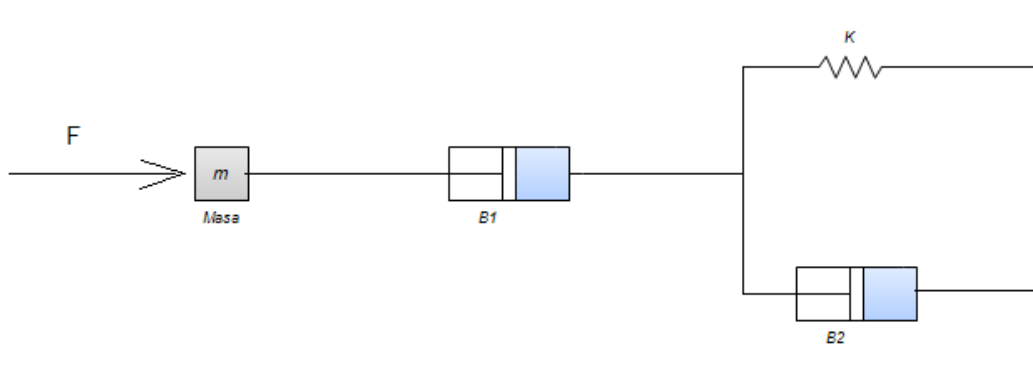
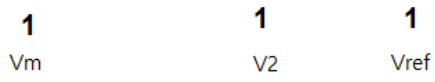
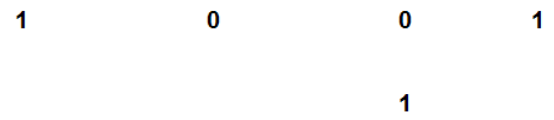


Figura 3.26: Diagrama sistema mecánico

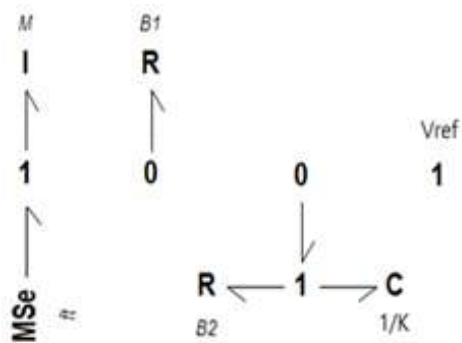
Paso 1



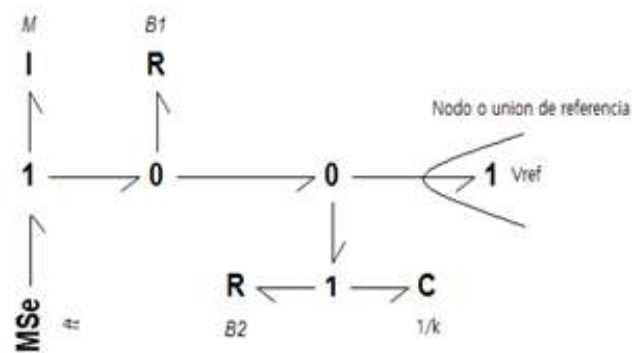
Paso 2.



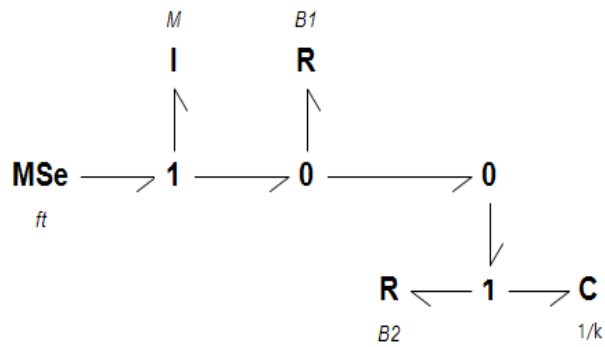
Paso 3.



Paso 4



Paso 5.



Finalmente, y aplicando causalidad.

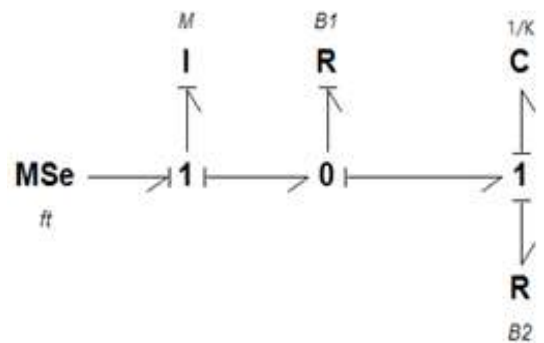


Figura 3.27: Pasos para construir el Bond Graph

**3.5.2. Ejemplo 2** Un sistema mecánico conocido como masa resorte el cual consiste en dos masas y 2 resortes los cuales son empujados por una velocidad  $v_0(t)$  en la figura 3.28 se muestra el diagrama del sistema y en la figura 3.29 se muestra los pasos y el modelo del Bond Graph del sistema.

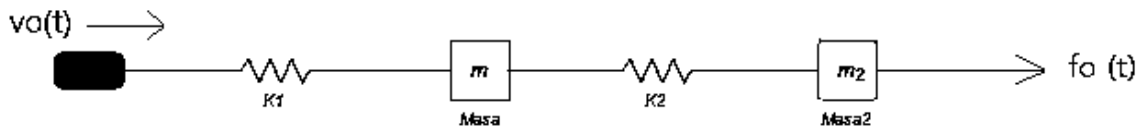


Figura 3.28: Diagrama masa-resorte

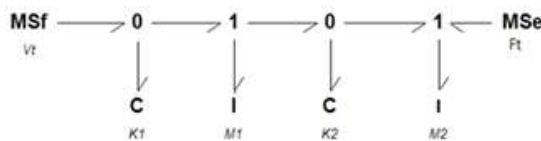
Paso 1.

**1**                      **1**

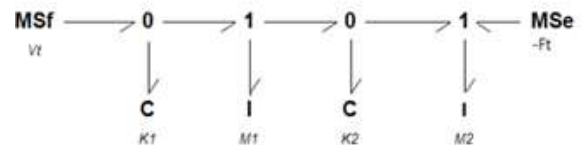
Paso 2.

**0**            **1**            **0**            **1**

Paso 3



Paso 4.



Paso 5 aplicando causalidad.

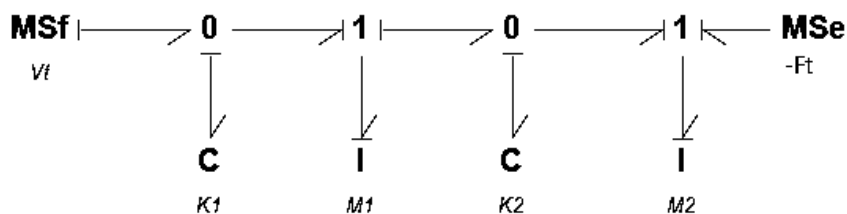


Figura 3.29: Pasos modelado de l Bond Graph sistema masa-resorte

# **CAPÍTULO 4**

## **MODELADO DE SUSPENSIONES EN BOND GRAPH**

### **4.1 INTRODUCCIÓN**

El análisis de sistemas modelados en bond graph requiere la determinación del modelo matemático, sobre todo para las personas que no están familiarizadas con bond graph puedan estar seguras que esta metodología si representa el sistema que están analizando.

En este capítulo, se describe la obtención del modelo matemático de un sistema a partir de su modelo en bond graph. Así mismo, en este capítulo el modelado en bond graph de las suspensiones pasiva, semi-activa y activa son obtenidas.

### **4.2 VECTORES CLAVE**

El conjunto de todos los componentes que conforman el modelo en bond Graph pueden clasificarse en cinco grupos o campos de acuerdo a su potencia o las propiedades de la energía, los cuales se muestran en la figura 4.1.



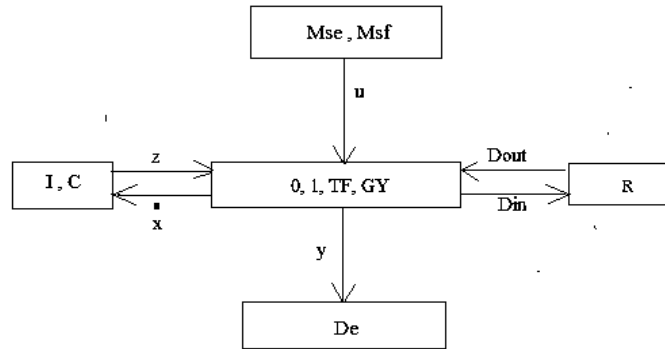


Figura 4.1: Diagrama de la estructura unión

Al vínculo que conecta los campos a la estructura de unión  $MSe, MSf, R, I, C$  se llaman bonds externos y los bonds que se unen a un elemento de la estructura de unión  $0, 1, TF, GY$  son llamados bonds internos,  $De$  son los detectores además  $R$  campo de la disipación, en el que se pierde la energía del sistema,  $I, C$  el campo de almacenamiento, que son la energía conservativa,  $0, 1, TF, GY$  que conservan la energía, los campos de origen  $MSe, MSf$ , los vectores claves asociados al diagrama son.

- $x$  es el vector de estado, debido a los elementos de almacenamiento:  $I, C$ .
- $\dot{x}$  es el vector de derivadas, debido a los elementos de almacenamiento:  $I, C$ .
- $z$  es el vector de estado de coenergía, debido a los elementos de almacenamiento:  $I, C$ .
- $u$  es el vector de entrada, debido a las fuentes:  $MSe, MSf$ .
- $Din$  es el vector de entrada, debido a los elementos disipativos:  $R$ .
- $Dout$  es el vector de salida, debido a los elementos disipativos:  $R$ .
- $y$  es el vector de salida, debido a los detectores:  $De$ .

Para causalidad derivativa se tienen además los siguientes vectores:

- $xd$  es el vector de estado.
- $\dot{xd}$  es el vector de derivadas.
- $zd$  es el vector de estado de coenergía.

Para la obtención de los vectores  $x$ ,  $\dot{x}$ , y  $z$  se toma en cuenta la tabla 4.1.

*Tabla 4.1: Relación de vectores clave.*

	$X$	$\dot{X}$	$z$
I	$p$	$e$	$f$
C	$q$	$f$	$e$

### 4.3 SUSPENSION PASIVA

El sistema de suspensión pasiva es un lazo abierto de un sistema de control sólo diseñada para lograr cierta condición. La característica del sistema de suspensión pasivo es el arreglo de suspensión y no puede ser ajustado por ninguna parte mecánica.

El problema de la suspensión pasiva es que si tiene un diseño muy amortiguado o demasiado duro la suspensión transferirá una gran cantidad de energía de entrada de la carretera. Entonces, sí la suspensión es blanda reducirá la estabilidad del vehículo en los giros o balanceará el coche. Por lo tanto, el rendimiento de la suspensión pasiva depende del perfil de la carretera [26].

Los sistemas de vehículos y sus parámetros de diseño se examinan para modelos de diferente complejidad. Este modelo es el más simple y se describe todos los fenómenos dinámicos básicos requeridos.

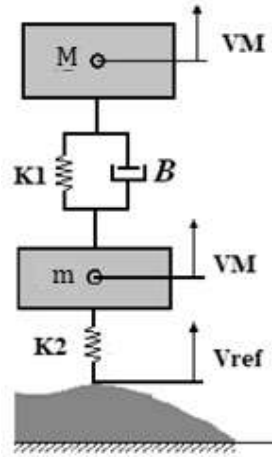


Figura 4.2: Sistema de suspensión pasiva

La figura 4.2. muestra una representación física y consta de una masa suspendida  $m$ , una masa no suspendida  $M$ , la rigidez de la suspensión  $k_2$ , la rigidez radial del neumático por  $k_1$ , el coeficiente de amortiguamiento viscoso del sistema de suspensión  $B$ , además de sus desplazamientos  $VM$  Y.  $V_{ref}$  representa la excitación cinemática dependiente del tiempo de una superficie de la carretera irregular donde el vehículo se desplaza rectilíneamente con una velocidad constante.

Partiendo del diagrama esquemático, creamos el bond graph, con los pasos del capítulo anterior de sistemas mecánicos, en la figura 4.3 se indican los pasos para obtener el modelado en bond graph de la suspensión pasiva.

Paso 1

1

1

1

paso 2

1

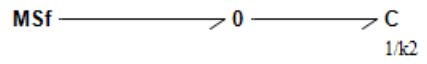
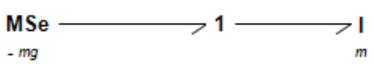
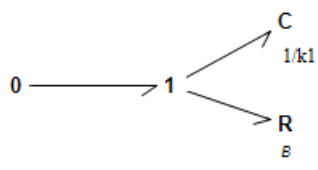
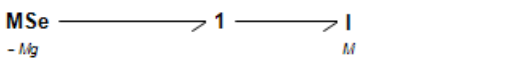
0

1

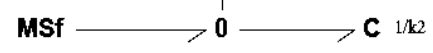
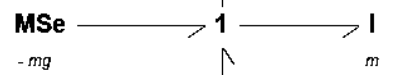
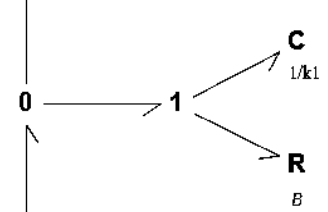
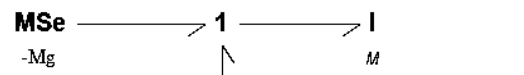
1

0

Paso 3



paso 4



Paso 5 y aplicando causalidad integrativa obtenemos el BGI

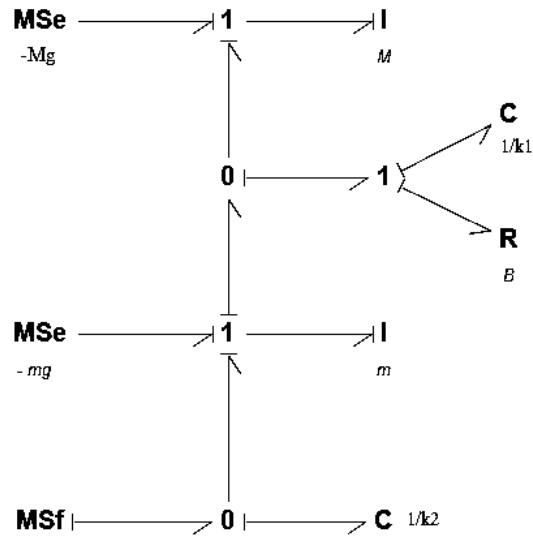


Figura 4.3: Pasos para crear el Bond Graph para la suspensión pasiva

Para poder obtener los vectores claves se toma en cuenta la relación de construcción para vectores clave de la Tabla 4.1.

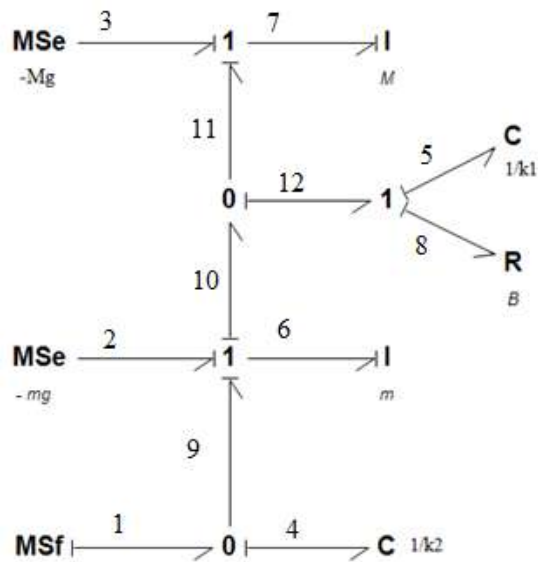


Figura 4.4: Bond Graph enumerado

En la figura 4.4 del sistema de suspensión pasiva, se puede obtener los vectores claves, los cuales son:

$$X = \begin{bmatrix} q4 \\ q5 \\ p6 \\ p7 \end{bmatrix} \quad \dot{X} = \begin{bmatrix} f4 \\ f5 \\ e6 \\ e7 \end{bmatrix} \quad z = \begin{bmatrix} e4 \\ e5 \\ f6 \\ f7 \end{bmatrix} \quad Din = f8 \quad Dout = e8$$

$$U = \begin{bmatrix} f1 \\ e2 \\ e3 \end{bmatrix}$$

#### 4.3.1 Relaciones Constitutivas

Las relaciones constitutivas se obtienen de  $z = Fx$  y  $Dout = LDin$ , donde las matrices  $F$  y  $L$  son matrices a determinar, siendo  $L$  una matriz diagonal con entradas de los elementos  $R$  o  $R^{-1}$   $F$  es una matriz diagonal con entradas de los elementos  $C$  y  $I$  siendo para este ejemplo la relación constitutiva para  $F$  está dada por,

$$\begin{bmatrix} e4 \\ e5 \\ f6 \\ f7 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} k2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/M \end{pmatrix} \begin{bmatrix} q4 \\ q5 \\ p6 \\ p7 \end{bmatrix}$$

Se obtiene  $F$  que corresponde a la diagonal de la matriz 4 x 4

$$F = Diagonal \left\{ k2; \quad k1; \quad \frac{1}{m}; \quad \frac{1}{M} \right\}$$

Para obtener  $L$

$$Dout = LDin$$

$$e8 = Bf8$$

$$L=B$$

### 4.3.2 Matriz De Estructura Unión

La relación que tienen los vectores dentro del diagrama de la estructura unión define la matriz de la estructura unión,

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ Din \end{bmatrix} = [S] \begin{bmatrix} Z \\ Dout \\ U \end{bmatrix}$$

Expresando la matriz S como sub-matrices se tiene,

$$S = \begin{bmatrix} S11 & S12 & S13 \\ S21 & S22 & S23 \\ S31 & S32 & S33 \end{bmatrix}$$

Sustituyendo, se obtiene

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ Din \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S11 & S12 & S13 \\ S21 & S22 & S23 \\ S31 & S32 & S33 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z \\ Dout \\ U \end{bmatrix}$$

Los elementos que conforman la matriz S toman valores dentro del conjunto  $0, \pm 1, \pm r, \pm n$ , donde  $\pm n$  y  $\pm r$  son los módulos de transformadores y giradores, respectivamente. La sub-matrices de la matriz de estructura unión tiene dos propiedades principales: S11 y S22 son matrices cuadradas anti simétricas y S12 es la transpuesta negativa de S21 o viceversa, estas dos propiedades están basadas en el principio de conservación de energía. Realizando el producto de las matrices.

$$\dot{X} = S11Z + S12Dout + S13u$$

$$Din = S21Z + S22Dout + S23u$$

$$y = S31Z + S32Dout + S33u$$

Despejando  $Din$  de  $Dout = LDin$ , para sustituir tanto en  $\dot{X}$  como en  $y$  obtenemos las expresiones.

$$\begin{aligned}\dot{X} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}$$

Donde A, B, C, D son matrices y cumplen las siguientes formas.

$$A = (S11 + S12MS21)F$$

$$B = (S13 + S12MS23)$$

$$C = (S31 + S32MS21)F$$

$$D = (S33 + S32MS23)$$

Con

$$M = L(I - S22L)^{-1}$$

#### 4.3.3 Obtención de la matriz A y B para la suspensión pasiva.

Para el sistema de la suspensión pasiva la matriz de estructura unión es:

$$\begin{bmatrix} f4 \\ f5 \\ e6 \\ e7 \\ f8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e4 \\ e5 \\ f6 \\ f7 \\ e8 \\ f1 \\ e2 \\ e3 \end{bmatrix}$$

Se conservan las propiedades anti- simétricas.

$$[S11] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Como  $S22=0$  podemos deducir que  $M = L$

Obtenemos  $A = (S11 + S12MS21)$



$$S12MS21 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} [B] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B & B \\ 0 & 0 & B & -B \end{bmatrix}$$

Se realizan las operaciones matriciales para obtener A

$$S11 + S12MS21 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B & B \\ 0 & 0 & B & -B \end{bmatrix}$$

$$S11 + S12MS21 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -B & B \\ 0 & 1 & B & -B \end{bmatrix}$$

Se multiplica por la diagonal F que son los elementos de almacenamiento

$$A = (S11 + S12MS21)F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -B & B \\ 0 & 1 & B & -B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/M \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/m & 0 \\ 0 & 0 & 1/m & -1/M \\ K2 & -K1 & -B/m & B/M \\ 0 & K1 & B/m & -B/M \end{bmatrix}$$

Obtenemos a  $B = (S13 + S12MS23)$

$$S12MS23 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} [B] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Se simplifica ya que obtenemos de  $S12MS23$  una matriz 0

$$B = S13 + S12MS23 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto  $B = S13$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Las matrices que hemos obtenido  $A = (S11 + S12MS21)F$  y  $B = S13 + S12MS23$  corresponden a la suspensión pasiva.

#### 4.3.4 Bond Graph Derivativo

El modelo en bond graph en causalidad integral (BGI) de un sistema determina el modelo dinámico del mismo en una representación en espacio de estado. Ahora bien, se puede asignar a los elementos de almacenamiento causalidad derivativa (BGD) y se puede obtener interesantes propiedades del sistema, como lo es la respuesta de estado estacionario que se va a determinar en esta sección.

En la figura 4.5 se ilustran los bond graph en causalidad integral y derivativa basados en la estructura de unión. Para crear un bond Graph derivativo se tiene que la relación entre el diagrama de la estructura unión del BGI en comparación con el BGD presenta una variación en las entradas y salidas de los elementos de almacenamiento  $I, C$  por lo que se tiene una relación constitutiva siguiente.

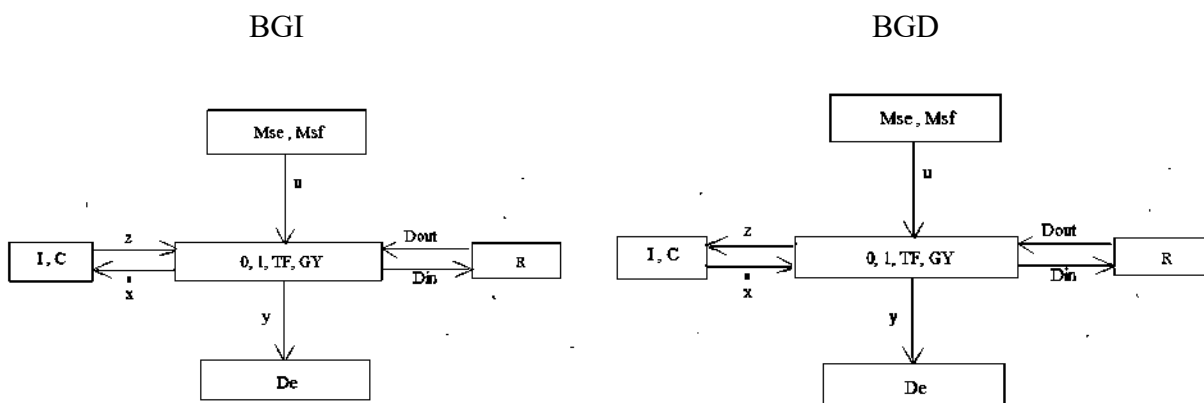


Figura 4.5 Bond graph en causalidad integral y derivativa

Para BGI se tiene

$$Z = FX$$

$$Dout = LDin$$

para BGD se tiene.

$$Z = FX$$

$$Dout^d = L^d Din^d$$

Se tiene para BGI

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ Din \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S11 & S12 & S13 \\ S21 & S22 & S23 \\ S31 & S32 & S33 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z \\ Dout \\ U \end{bmatrix}$$

$$\dot{X} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + Du$$

Para BGD se tiene.

$$\begin{bmatrix} Z \\ Din^d \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J11 & J12 & J13 \\ J21 & J22 & J23 \\ J31 & J32 & J33 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ Dout^d \\ U \end{bmatrix}$$

Se desarrolla la matriz, primero para  $Din^d$  quedando de la siguiente manera.

$$Din^d = J21\dot{X} + J22Dout^d + J23U$$

$$Din^d = J21\dot{X} + J22L^dDout^d + J23U$$

$$(I - J22L^d)Din^d = J21\dot{X} + J23U$$

$$Din^d = (I - J22L^d)^{-1}(J21\dot{X} + J23U)$$

Se desarrolla ahora para  $Z$  quedando de la siguiente manera.

$$Z = J11\dot{X} + J12Dout^d + J13U$$

$$Z = J11\dot{X} + J12L^d(I - J22L^d)^{-1}(J21\dot{X} + J23U) + J13U$$

Se nombra la nueva variable N la cual es igual:

$$N = L^d(I - J22L^d)^{-1}$$

$$Z = J11\dot{X} + J12L^dN (J21\dot{X} + J23U) + J13U$$

$$Z = (J11 + J12NJ21)\dot{X} + (J13 + J12NJ23)U = FX$$

La representación en espacio de estado para un modelo en BGD está definido por,

$$\dot{X} = A^* + B^*U$$

Por lo tanto,

$$A^* = F^{-1}(J11 + J12NJ21)$$

$$B^* = F^{-1}(J13 + J12NJ23)$$

Se desarrolla ahora para Y quedando de la siguiente manera.

$$Y = J31\dot{X} + J32Dout^d + J33U$$

$$Y = J31\dot{X} + J32L^dDin^d + J33U$$

$$Y = J31\dot{X} + J32L^d(I - J22L^d)(J21\dot{X} + J23U) + J33U$$

$$Y = J31\dot{X} + J32N(J21\dot{X} + J23U) + J33U$$

$$Y = (J31 + J32N J21)\dot{X} + (J33 + J32NJ23)U$$

Por lo tanto, la salida del modelo en BGD está dada por:

$$Y = C^*\dot{X} + D^*U$$

$$C^* = J31 + J32NJ21$$

$$D^* = J33 + J32NJ23$$

Ahora bien, la relación entre los modelos BGI y BGD ya que representan al mismo sistema es:

Relación entre BGI y BGD

$$\ddot{X} = A^* \dot{X} + B^* U$$

donde

$$\dot{X} = (A^*)^{-1} X - (A^*)^{-1} B^* U$$

Comparando con la representación del modelo en BGI dada por:

$$\dot{X} = AX + BU$$

Se obtienen las relaciones entre BGI y BGD, las cuales son

$$(A^*)^{-1} = A \quad ; \quad A^* = A^{-1}$$

$$-(A^*)^{-1} B^* = B \quad : \quad B^* = -A^* B = -A^{-1} B \quad ; \quad B^* = -A^{-1} B$$

Comparando con la ecuación de salida y sustituyendo a  $\dot{X}$

$$Y = C^* \dot{X} + D^* U$$

$$Y = C[(A^*)^{-1} X - (A^*)^{-1} B^* U] + D U$$

$$Y = C(A^*)^{-1} X + [D - C(A^*)^{-1} B^*] U$$

Comparando con  $Y = CX + DU$  que es la ecuación de salida para el BGI se tienen las siguientes expresiones:

$$C^* - (A^*)^{-1} C = 0 \quad : \quad C^* = C A^* = C A^{-1} \quad ; \quad C^* = C A^{-1}$$

Sustituyendo obtenemos una nueva variable a la que denominamos D

$$D^* - C^* (A^*)^{-1} B^* = D$$

$$D^* = D - C^* (A^*)^{-1} B^* = D + (C A^{-1}) A (-A^{-1} B)$$

$$D^* = D - C A^{-1} B$$

El análisis de estado estacionario para un sistema está dado por,

$$\dot{X} = AX + BU \quad \text{donde} \quad \dot{X} = 0 \quad ; \quad A X_{ss} + B U_{ss} = 0$$

$$X_{ss} = -A^{-1} B U_{ss} \quad \text{Como} \quad B^* = A^{-1} B$$

$$X_{ss} = B^* U_{ss} \quad \text{A partir del BGD}$$

$$Y = CX + DU$$

Sustituyendo  $X_{ss} = A^{-1} B U_{ss}$

$$Y_{ss} = C X_{ss} + D U_{ss}$$

$$Y_{ss} = C(-A^{-1} B U_{ss}) + D U_{ss} = (D - C A^{-1} B) U_{ss}$$

Como

$$D^* = D - C A^{-1} B$$

Obtenemos

$$Y_{ss} = D^* U_{ss}$$

Para obtener el BGD de un sistema es necesario aplicar las siguientes relaciones de causalidad en orden estricto.

- 1- Asignar causalidad necesaria e inmediatamente extender las implicaciones causales usando causalidad restrictiva de 0, 1 TF Y GY.
- 2- Asignar causalidad derivativa a los elementos  $(C, I)$  e inmediatamente extender las implicaciones causales, usando causalidad restrictiva de 0, 1 TF Y GY.
- 3- Asignar causalidad arbitraria a cualquier elemento  $R$  que no esté asignado y extender las implicaciones causales, usando causalidad restrictiva de 0, 1 TF Y GY.

Obteniendo el Bond Graph Derivativo para la suspensión pasiva, el cual se ilustra en la figura 4.6.

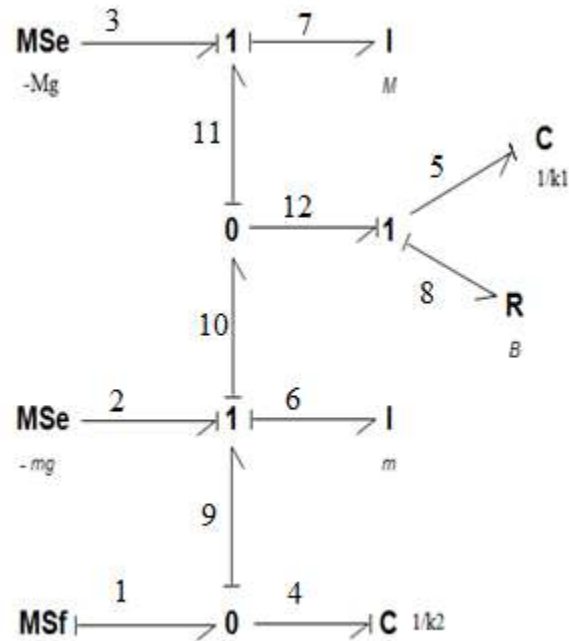


Figura 4.6: BGD

$$Din^d = Din \quad ; \quad Dout^d = Dout \quad ; \quad L^d = L$$

para el sistema de la suspensión pasiva, la matriz de estructura unión es:

$$\begin{bmatrix} e4 \\ e5 \\ f6 \\ f7 \\ f8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f4 \\ f5 \\ e6 \\ e7 \\ e8 \\ f1 \\ e2 \\ e3 \end{bmatrix}$$

Se conservan las propiedades anti - simétricas.

$$[J11] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Como  $[J22]=[0]$   $N = B$

Obtenemos  $A^* = (J11 + J12NJ21)F^{-1}$

$$J12NJ21 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [B] \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sustituimos y realizamos las operaciones matriciales.

$$J11 + J12NJ21 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Se obtiene una nueva matriz al sumar J11

$$J11 + J12NJ21 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -B & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Multiplicamos por  $F^{-1}$ .

$$A^* = (J11 + J12NJ21)F^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -B & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/k2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/K1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M \end{bmatrix}$$

Obtenemos  $A^*$ .

$$A^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1/k2 & 1/k2 \\ 0 & -B/K1 & 0 & 1/k1 \\ -m & 0 & 0 & 0 \\ M & M & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



Realizamos los pasos para obtener B

$$B^* = F^{-1}(J13 + J12NJ23)$$

Podemos darnos cuenta que al realizar la operación  $J12NJ23$  obtenemos una matriz 0

$$J12NJ23 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [B] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Por lo que se reduce a  $J13$

$$J13 + J12NJ23 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para obtener  $B^*$  multiplicamos por  $F^{-1}$

$$B^* = F^{-1}(J13 + J12NJ23) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/k2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/K1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M \end{bmatrix}$$

Obtenemos  $B^*$ .

$$B^* = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{K2} & -\frac{1}{K2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{K1} \\ m & 0 & 0 \\ M & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Las matrices que hemos obtenido  $A^* = (J11 + J12NJ21)F^{-1}$  y  $B^* = F^{-1}(J13 + J12NJ23)$  corresponden a la suspensión pasiva con causalidades derivativas (BGD) y en especial la matriz  $B^*$  determina la respuesta de estado estacionario.

#### 4.4 SUSPENSION SEMI-ACTIVA

La mayor parte del beneficio de la suspensión semi-activa está en reducir la vibración de la masa suspendida a bajas frecuencias. las fuerzas dinámicas de los neumáticos podrían reducirse significativamente mediante el uso de amortiguadores semi-activos [19] la mayoría de los estudios teóricos de la suspensión semi-activas han asumido que los sistemas de amortiguadores controlados pueden rastrear una demanda de fuerza prescrita perfectamente (cuando disipa energía), una suspensión semi-activa se ilustra en la figura 4.7.

Es decir, que ésta crea una condición la cual se describe de la siguiente forma

$$X_{12}=x_1-x_2 ; X_1 \quad X_{12} > 0 \quad F_{control} = C_{sky} X_1$$

Donde:  $B = 100$  (bajo)  $\rightarrow$   $B = 300$  (alto)

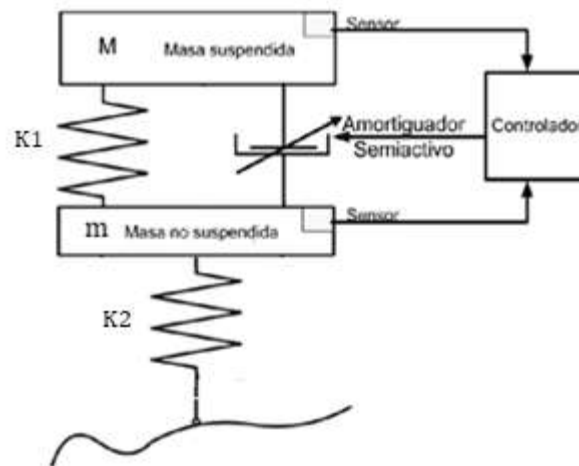
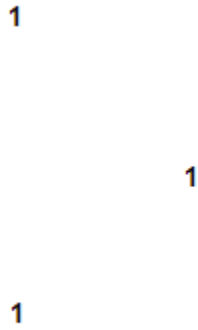


Figura 4.7: Sistema de suspensión semi-activa

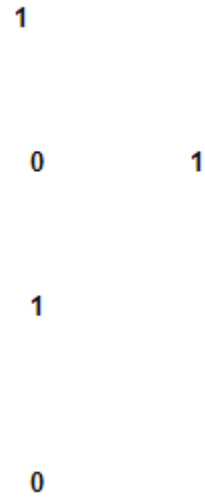
La demanda de fuerza para el amortiguador semi-activo fue generado utilizando la retroalimentación de fuerza de los neumáticos.

Los pasos para construir el bond graph de la suspensión semi-activa se muestra en la figura 4.8.

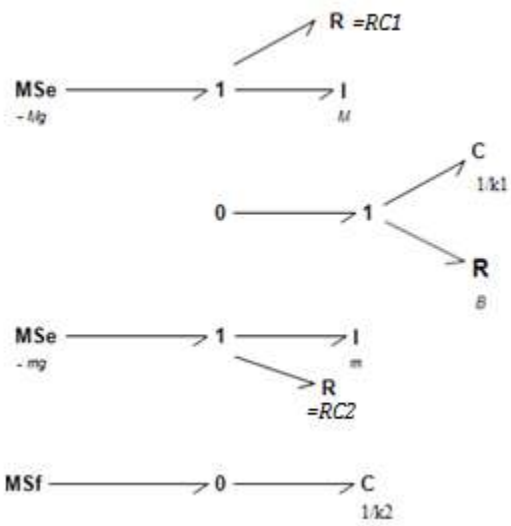
Paso 1



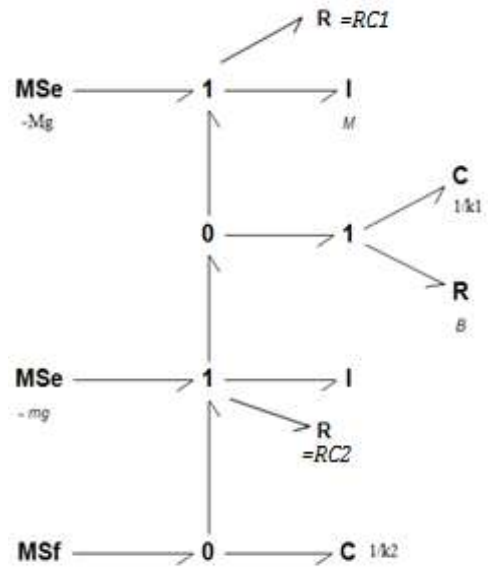
paso 2



Paso 3



paso 4



Paso 5 y aplicando causalidad integrativa obtenemos el BGI que se ilustra en la figura 4.8.

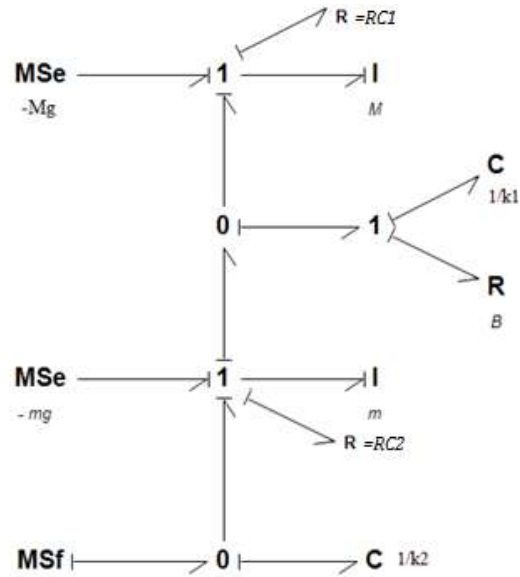


Figura 4.8: Pasos para crear el Bond Graph para la suspensión semi-activa

Para poder obtener los vectores clave se toma en cuenta la relación de construcción para vectores clave de la Tabla 4.1.

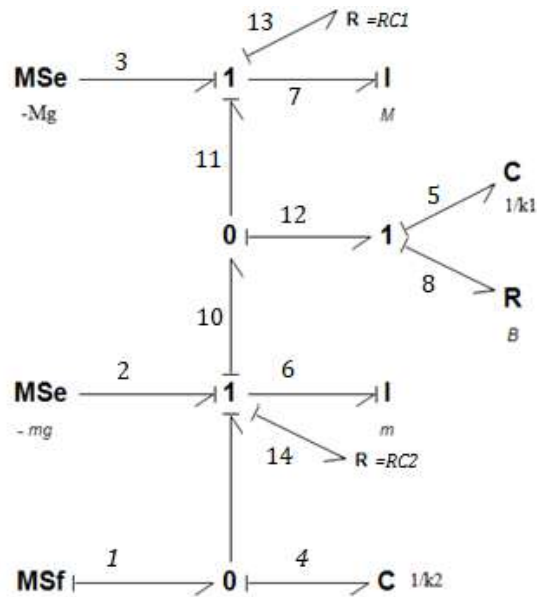


Figura 4.9: Bond Graph enumerado

$$X = \begin{bmatrix} q4 \\ q5 \\ p6 \\ p7 \end{bmatrix} \quad \dot{X} = \begin{bmatrix} f4 \\ f5 \\ e6 \\ e7 \end{bmatrix} \quad z = \begin{bmatrix} e4 \\ e5 \\ f6 \\ f7 \end{bmatrix} \quad Din = \begin{bmatrix} f8 \\ f13 \\ f14 \end{bmatrix} \quad Dout = \begin{bmatrix} e8 \\ e13 \\ e14 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} f1 \\ e2 \\ e3 \end{bmatrix}$$

La relación constitutiva para los elementos de almacenamiento está dada por,

$$\begin{bmatrix} e4 \\ e5 \\ f6 \\ f7 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} k2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/M \end{pmatrix} \begin{bmatrix} q4 \\ q5 \\ p6 \\ p7 \end{bmatrix}$$

entonces  $F$  que corresponde a la diagonal de la matriz 4 x 4 que está definida por

$$F = Diagonal \left\{ k2; \quad k1; \quad \frac{1}{m}; \quad \frac{1}{M} \right\}$$

Para obtener  $L$

$$Dout = LDin$$

$$L = Diagonal \{ B; \quad RC1; \quad RC2 \}$$

La matriz de estructura unión tiene la siguiente forma,

$$\begin{bmatrix} f4 \\ f5 \\ e6 \\ e7 \\ f8 \\ f13 \\ f14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e4 \\ e5 \\ f6 \\ f7 \\ e8 \\ e13 \\ e14 \\ f1 \\ e2 \\ e3 \end{bmatrix}$$

Se conservan las propiedades anti- simétricas.

$$[S11] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Como  $[S22]=[0]$  podemos deducir que  $M = L$

Se obtiene la matriz de estados  $A = (S11 + S12MS21)F$  de la siguiente forma,

$$S12MS21 = S12 \begin{bmatrix} B & 0 & 0 \\ 0 & RC1 & 0 \\ 0 & 0 & RC2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & B & -B \\ 0 & 0 & 0 & RC1 \\ 0 & 0 & RC2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S12MS21 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & B & -B \\ 0 & 0 & 0 & RC1 \\ 0 & 0 & RC2 & 0 \end{bmatrix}$$

Una vez realizado la operación  $S12MS21$  se determina

$$S12MS21 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B - RC2 & B \\ 0 & 0 & B & -B - RC1 \end{bmatrix}$$

Se suma la matriz  $S11$

$$S11 + S12MS21 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B - RC2 & B \\ 0 & 0 & B & -B - RC1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Se tiene,

$$S11 + S12MS21 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -B - RC2 & B \\ 0 & 1 & B & -B - RC1 \end{bmatrix}$$

Se multiplica por la relación constitutiva de los elementos de almacenamiento,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -B - RC2 & B \\ 0 & 1 & B & -B - RC1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/M \end{bmatrix}$$

Se obtiene,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/m & 0 \\ 0 & 0 & 1/m & -1/M \\ K2 & -K1 & -B/m - RC2/m & B/M \\ 0 & K1 & B/m & -B/M - RC1/M \end{bmatrix}$$

Para obtener  $B = (S13 + S12MS23)$

$$S12MS23 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nos damos cuenta que obtenemos una matriz 0 por lo que al hacer la siguiente operación.

$$B = S13 + S12MS23 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Nos damos cuenta que la matriz  $B = S13$  como se ha venido observando en los ejemplos anteriores esta matriz no sufre cambios.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Las matrices que hemos obtenido  $A = (S11 + S12MS21)F$  y  $B = S13 + S12MS23$  corresponden a la suspensión semi – activa.

## 4.5 SUSPENSION ACTIVA

Los amortiguadores activos o inteligentes de fluido viscoso son amortiguadores que necesitan un voltaje de control y contienen un fluido controlable como componente fundamental, este fluido controlable se activa mediante una señal del sensor que permite se active el sistema de retroalimentación, tal como se muestra en figura 4.10.

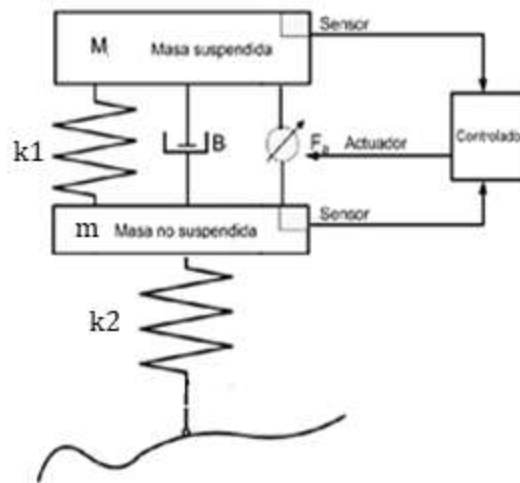


Figura 4.10: Sistema de suspensión activa

Un sistema retroalimentado toma en cuenta la información de acciones pasadas y, con base en ellas, decide las acciones subsecuentes; se crea así una estructura causal circular en donde el tiempo es la variable independiente.

En otras palabras, cuando las salidas del sistema vuelven a ingresar al sistema como recursos o información. La retroalimentación permite el control de un sistema y que el mismo tome medidas de corrección en base a la información retroalimentada, tal como se muestra en la figura 4.11.



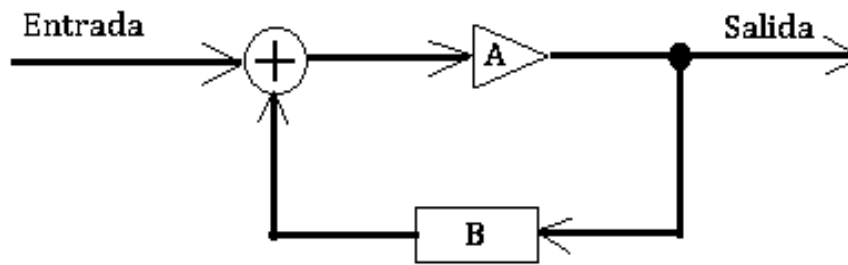


Figura 4.11: Sistema con retroalimentación

En la figura 4.12 se describe los pasos para construir el bond graph de una suspensión activa.

Paso 1

1

1

1

Paso 2

1

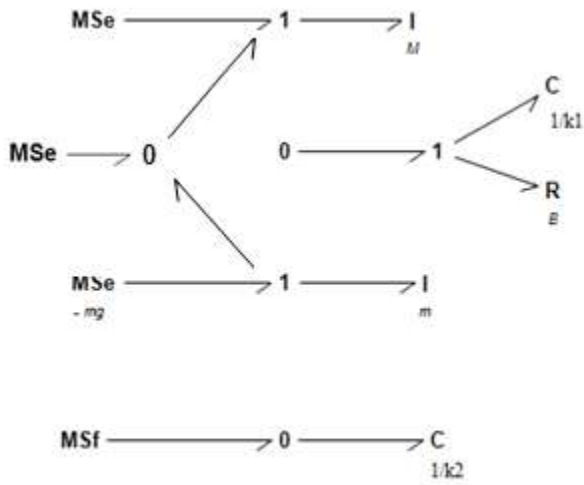
0

1

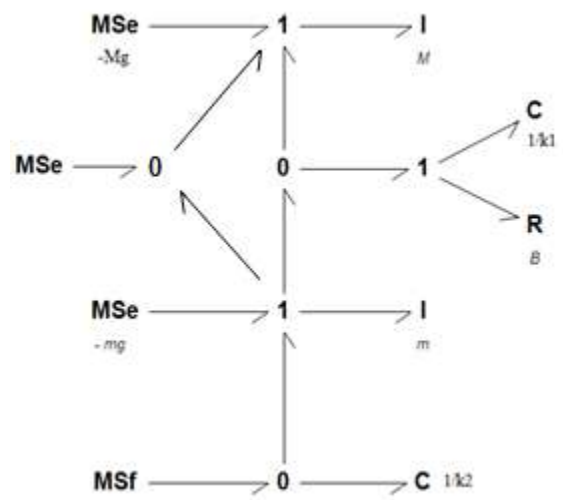
1

0

Paso 3



paso 4



Paso 5 y aplicando causalidad integrativa obtenemos el BGI de la suspensión activa.

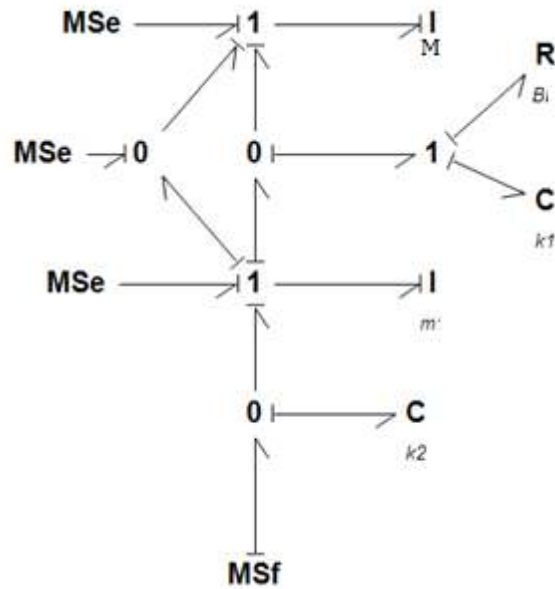


Figura4.12: Pasos para crear el Bond Graph para la suspensión activa

Para obtener los vectores claves se considera el bond graph de la figura 4.13 así como la

Tabla 4.1.

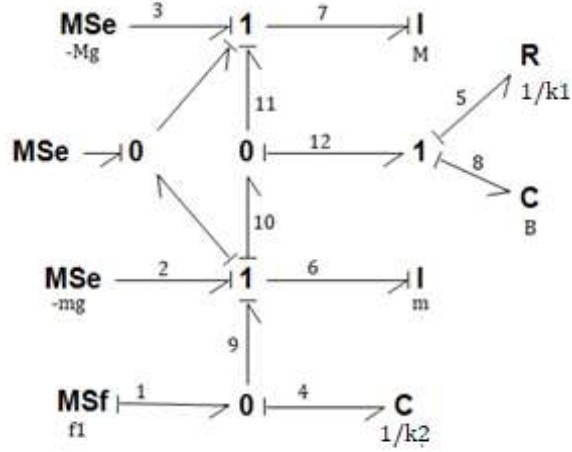


Figura 4.13: Bond Graph enumerado.

$$X = \begin{bmatrix} q4 \\ q5 \\ p6 \\ p7 \end{bmatrix} \quad \dot{X} = \begin{bmatrix} f4 \\ f5 \\ e6 \\ e7 \end{bmatrix} \quad z = \begin{bmatrix} e4 \\ e5 \\ f6 \\ f7 \end{bmatrix} \quad Din = [f8] \quad Dout = [e8]$$

$$U = \begin{bmatrix} f1 \\ e2 \\ e3 \end{bmatrix}$$

La relación constitutiva de los elementos de almacenamiento está dada por,

$$\begin{bmatrix} e4 \\ e5 \\ f6 \\ f7 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} k2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/M \end{pmatrix} \begin{bmatrix} q4 \\ q5 \\ p6 \\ p7 \end{bmatrix}$$

Se obtiene la matriz F,

$$F = Diagonal \left\{ k2 \quad k1 \quad \frac{1}{m} \quad \frac{1}{M} \right\}$$

Para obtener L

$$D_{out} = LD_{in}$$

$$L = \{B\}$$

La matriz de estructura unión tiene la siguiente forma,

$$\begin{bmatrix} f4 \\ f5 \\ e6 \\ e7 \\ f8 \\ f13 \\ f14 \\ fD \\ fE \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -K & K & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & K & -K & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e4 \\ e5 \\ f6 \\ f7 \\ e8 \\ f1 \\ e2 \\ e3 \end{bmatrix}$$

Se conservan las propiedades anti- simétricas.

$$[S11] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -K & K \\ 0 & 1 & K & -K \end{bmatrix}$$

Obtenemos  $A = (S11 + S12MS21)F$  de la siguiente forma

$$S12MS21 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} [B] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B & B \\ 0 & 0 & B & -B \end{bmatrix}$$

Sumamos S11 a la matriz que obtuvimos

$$S11 + S12MS21 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -K & K \\ 0 & 1 & K & -K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B & B \\ 0 & 0 & B & -B \end{bmatrix}$$

obtenemos

$$S11 + S12MS21 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -B - K & K + B \\ 0 & 1 & K - B & -K - B \end{bmatrix}$$

Multiplicamos por la matriz diagonal de los elementos de almacenamiento.

$$A = (S11 + S12MS21)F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -B - K & K + B \\ 0 & 1 & K - B & -K - B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/M \end{bmatrix}$$

Obtenemos  $A$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/m & 0 \\ 0 & 0 & 1/m & -1/M \\ K2 & -K1 & -\frac{1}{m}(B+K) & \frac{1}{M}(K+B) \\ 0 & K1 & \frac{1}{m}(K-B) & -\frac{1}{M}(K+B) \end{bmatrix}$$

Para obtener  $B = (S13 + S12MS23)$  realizamos la operación.

$$S12MS23 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} [B] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Obtenemos una matriz  $0$  a la cual se suma  $S13$

$$B = S13 + S12MS23 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Obtenemos  $B$  la cual sus valores no cambian en ninguna de las suspensiones  $B = S13$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Las matrices que hemos obtenido  $A = (S11 + S12MS21)F$  y  $B = S13 + S12MS23$  corresponden a la suspensión activa.

Las matrices que son obtenidas en esta sección permiten visualizar el comportamiento de las suspensiones tanto pasiva, semi-activa y activa. Con estas matrices podemos realizar las simulaciones de cada una de las suspensiones en el programa 20sim, sin embargo, en esta tesis se realizan las simulaciones a partir del modelo de bond graph correspondiente a cada suspensión el cual en el capítulo 5 se muestran las diferentes simulaciones con los parámetros establecidos.

# CAPÍTULO 5

## SIMULACIÓN DE SUSPENSIONES

### 5.1 PARAMETROS DE LAS SUSPENSIONES

Las simulaciones del modelo en bond graph de la suspensión pasiva, semi – activa y activa de un cuarto de un automóvil se realizó en el software 20Sim, con los siguientes valores numéricos de sus parámetros:

$$m_2=59\text{kg}$$

$$m_1=290\text{Kg}$$

$$k_1=16812 \text{ N/m}$$

$$k_2=190000 \text{ N/m}$$

$$B=1000\text{N-s/m}$$

A continuación, se presenta en orden en el que podemos visualizar como se presenta el modelo en 20sim y las gráficas que indican cómo se comportan dichas suspensiones ante la presencia de perturbaciones en el trayecto del camino, un tope, un bache y una cadena de topes.

## 5.2 SIMULACION DE SUSPENSION PASIVA

En la figura 5.1 se muestra el bond graph de la suspensión pasiva a simular en el software 20Sim. En la Figura 5.2 se ilustra la simulación de las variables de estado cuando se suministra como entrada un desnivel positivo (tope) de magnitud 5 m/s. Se muestran los transitorios en las variables, pero después alcanza nuevamente la estabilización.

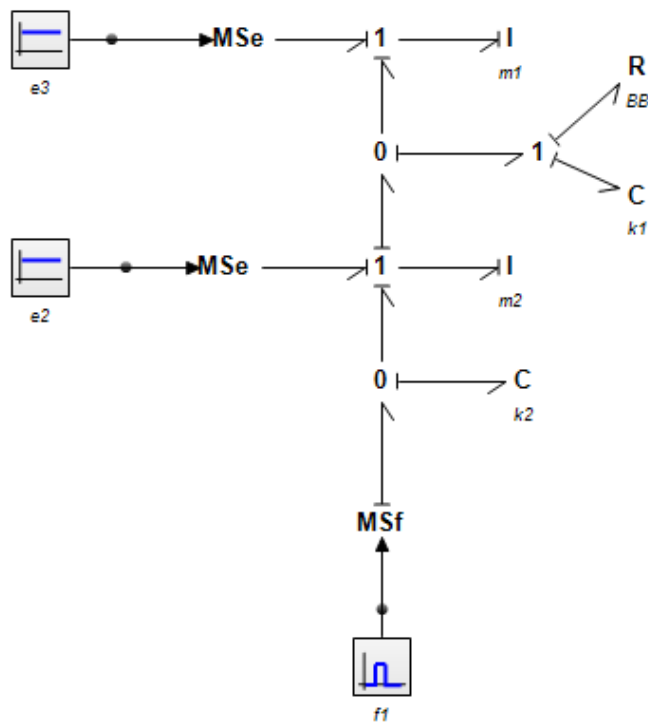


Figura 5.1: Modelado de la Suspensión Pasiva en 20Sim

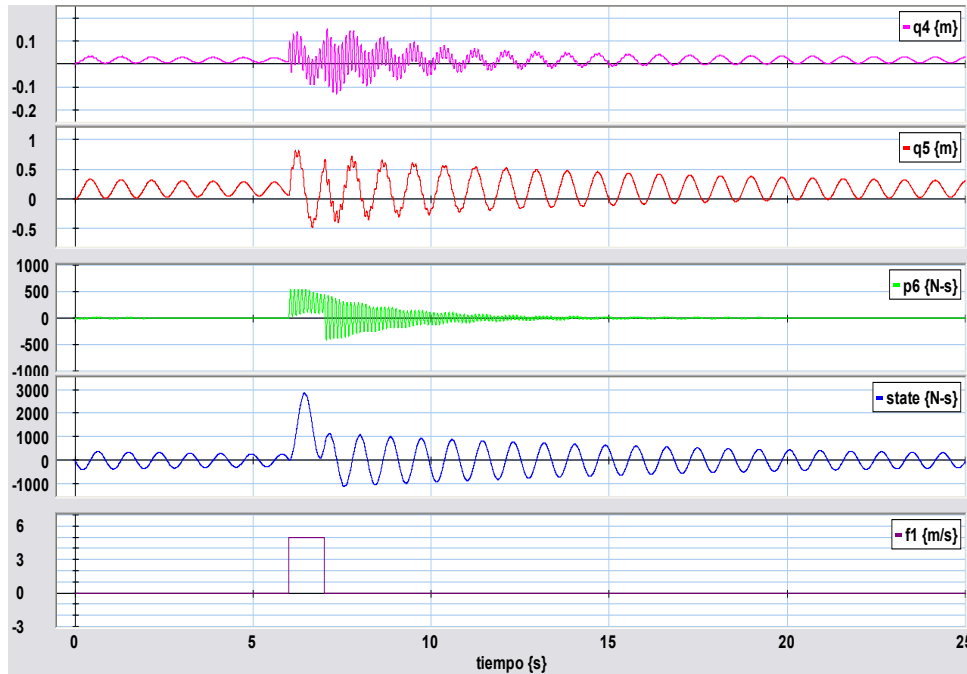


Figura 5.2: Respuesta de la Suspensión Pasiva ante una entrada escalón positivo

Ahora, se introduce una señal de entrada de -3 m/s, que simula ser un bache, en la figura 5.3, se ilustra el comportamiento de las variables de estado de la suspensión, notando que se tiene un desempeño característico a estas irregularidades de la entrada.

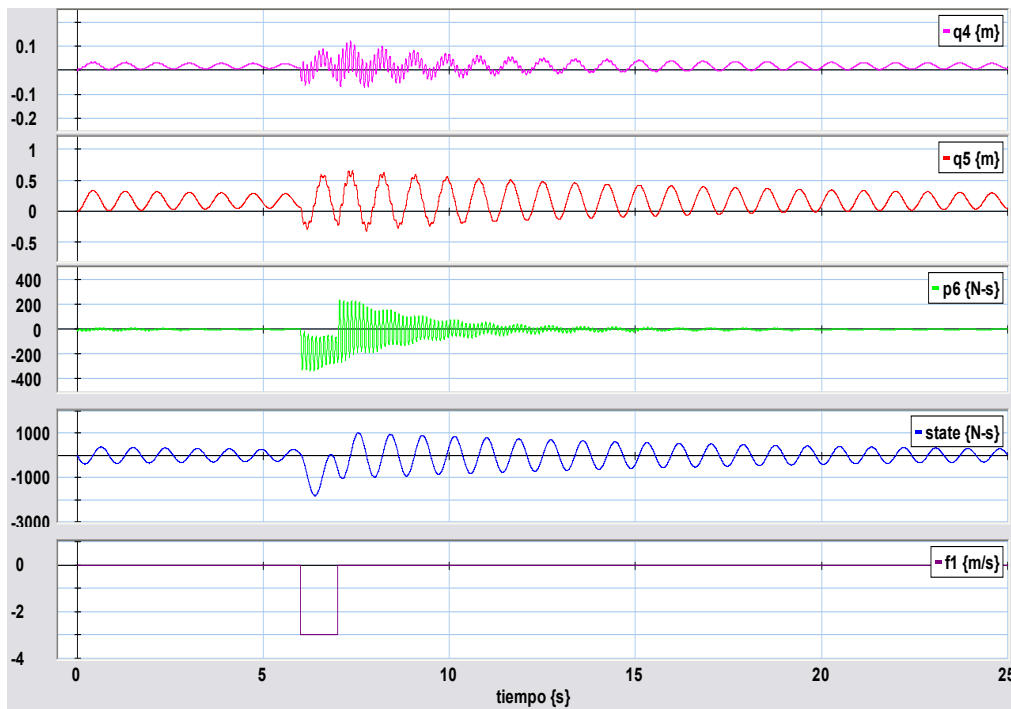


Figura 5.3: Respuesta de la suspensión pasiva ante una entrada escalón negativa



Ahora se considera una entrada del tipo cadena de topes, que puede ser introducida a la entrada como una señal senoidal rectificada, el comportamiento dinámico de la suspensión se ilustra en la Figura 5.4. Se puede observar las variables de estado tienen un desempeño oscilatorio.

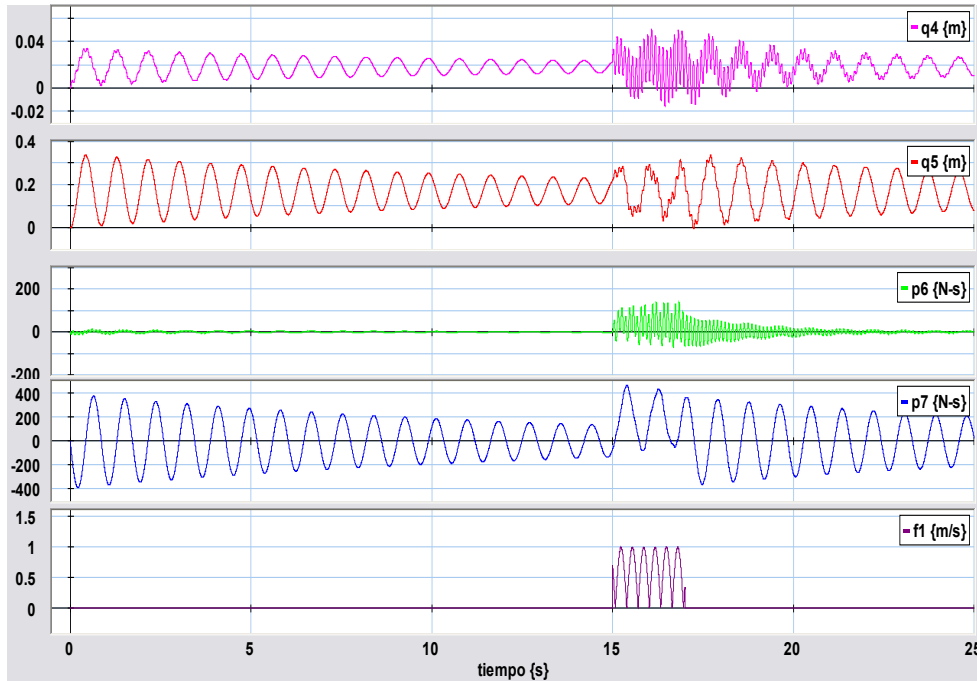


Figura 5.4: Respuesta de la suspensión Pasiva ante una cadena de topes

Se puede observar que el comportamiento de la suspensión pasiva es estable, pero se requiere un tiempo de estabilización de acuerdo a los parámetros del sistema y que estos no pueden ser cambiados a menos que se cambien los elementos físicos que forman parte del sistema.

### 5.3 SIMULACION DE SUSPENSION SEMI - ACTIVA

En esta sección se ilustra el modelo de cómo se simula la suspensión semi-activa en el software 20sim. Tenemos un elemento llamado “control”. Es decir, un sistema bloque de lazo cerrado que permite corregir la señal de entrada. Permitiendo retroalimentar la señal de error y convertir en la nueva señal deseada.

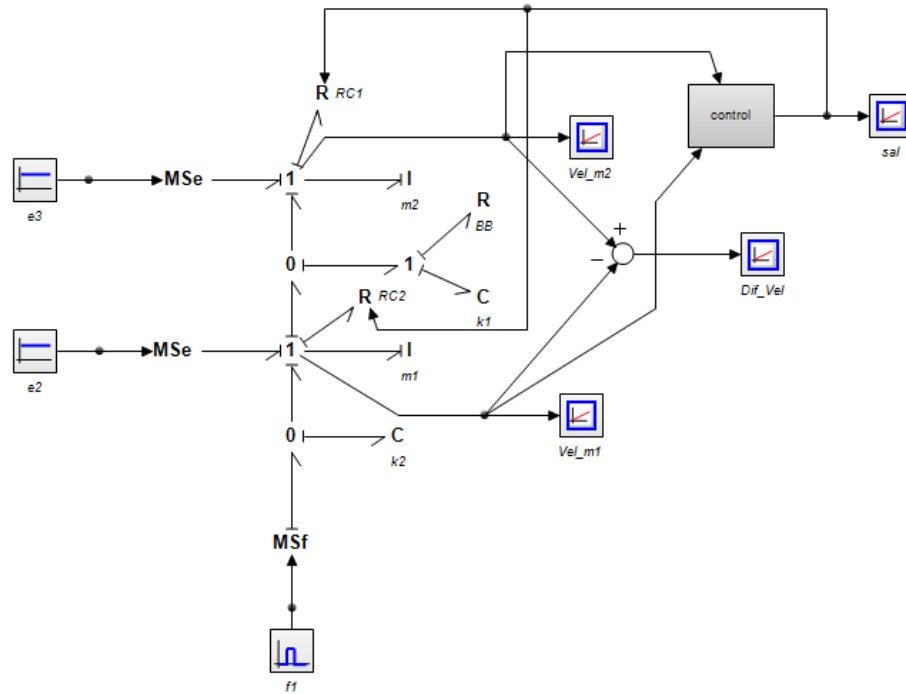


Figura 5.5: Modelado de la suspensión semi – activa en 20 Sim

En la Figura 5.6 se ilustra la simulación de las variables de estado cuando se suministra como entrada un tope de magnitud 5 m/s.

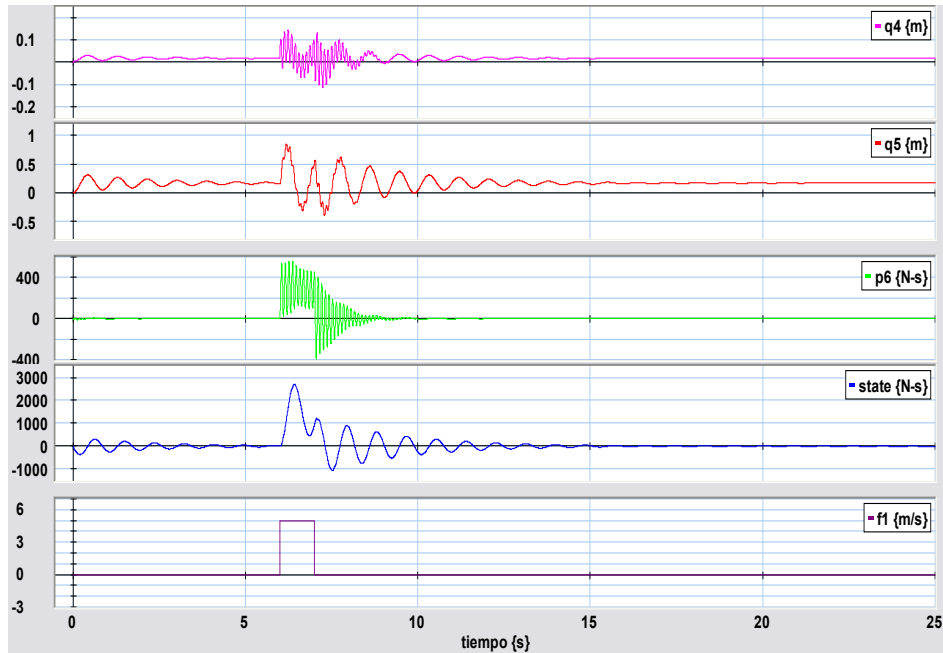


Figura 5.6: Respuesta de la suspensión semi – activa ante una entrada escalón positiva

Ahora, se introduce una señal de entrada de -3 m/s en la figura 5.7, se ilustra el comportamiento de las variables de estado, notando que se tiene un desempeño característico a estas irregularidades de la entrada.

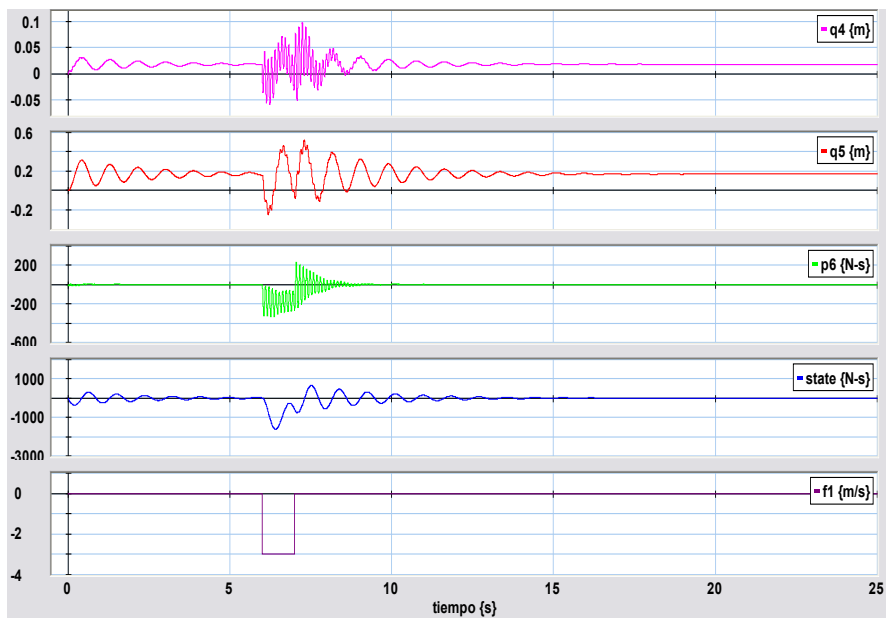


Figura 5.7: Respuesta de la suspensión semi – activa ante una entrada escalón negativa

Finalmente, se considera una entrada del tipo de cadena de topes, el comportamiento dinámico de la suspensión se ilustra en la Figura 5.8. Se puede observar las variables de estado tienen un desempeño oscilatorio mientras se tiene esa señal de entrada hasta que llega nuevamente a una superficie lisa y las variables de estado tendrán sus valores de estado estacionario.

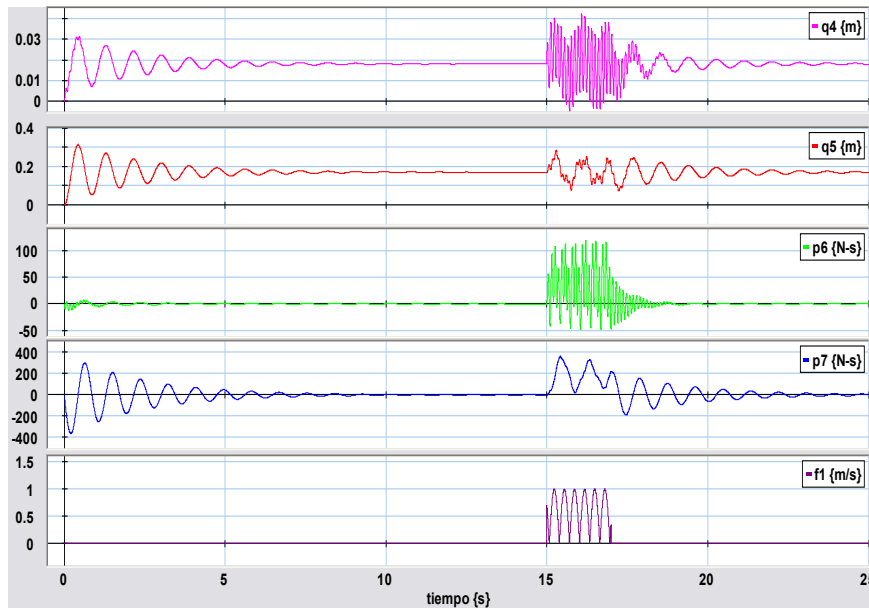


Figura 5.8: Respuesta de la suspensión semi – activa ante una cadena de topes

Notar que el comportamiento de la suspensión semi-activa es estable y logra tiempos de estabilización más cortos respecto a la suspensión pasiva, logrando un desempeño más adecuado para su implementación en autos comerciales, como se ha explicado la suspensión semi-activa tiene un coeficiente de fricción variable permitiendo el funcionamiento de este tipo de suspensión.

## 5.4 SIMULACION DE SUSPENSION ACTIVA

En esta sección se puede visualizar como se presenta el modelo en 20sim de la suspensión activa y las imágenes que arroja la simulación donde podemos observar la reacción de dicha suspensión ante tres condiciones que se describen como un tope, un bache y una cadena de vibradores.

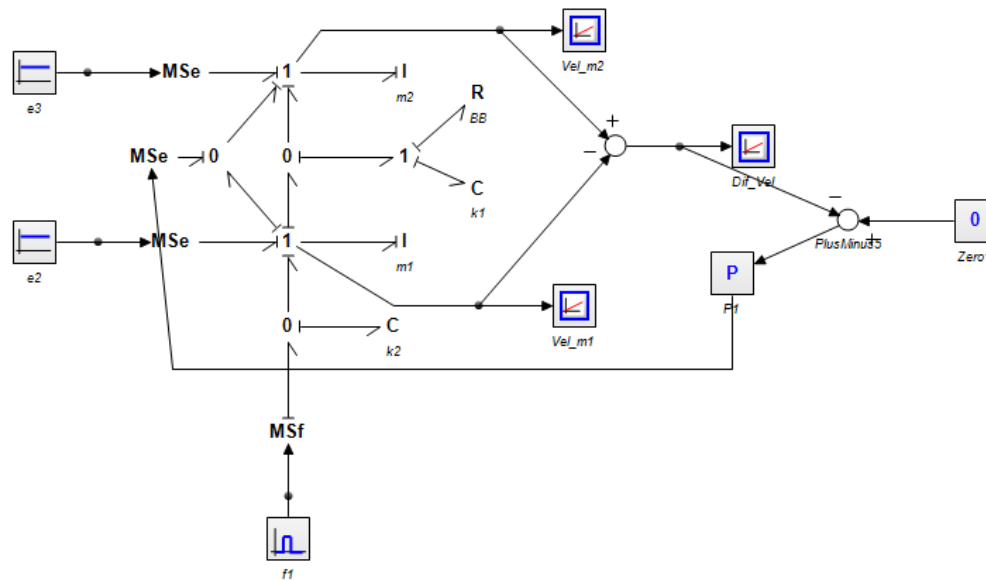


Figura 5.9: Modelo en Bond Graph de la suspensión activa

Tenemos un elemento llamado “control”. Es decir, un sistema bloque de lazo cerrado que permite corregir la señal de entrada. Permite retroalimentar la señal de error y convertirla en la nueva señal deseada.

La señal ingresa cuando el auto se mueve y la superficie de la carretera imprime la  $V_{ref}$  y con ello se introduce una señal la cual posteriormente se transmite a los demás elementos llegando a la masa no suspendida, la señal es captada por un sensor el cual envía la señal a un comparador de velocidades el cual determina la reacción al sistema de suspensión, para así comportarse de una

manera más “suave” o “dura”. En la Figura 5.10 se ilustra el comportamiento de la suspensión ante un tope de 5 m/s.

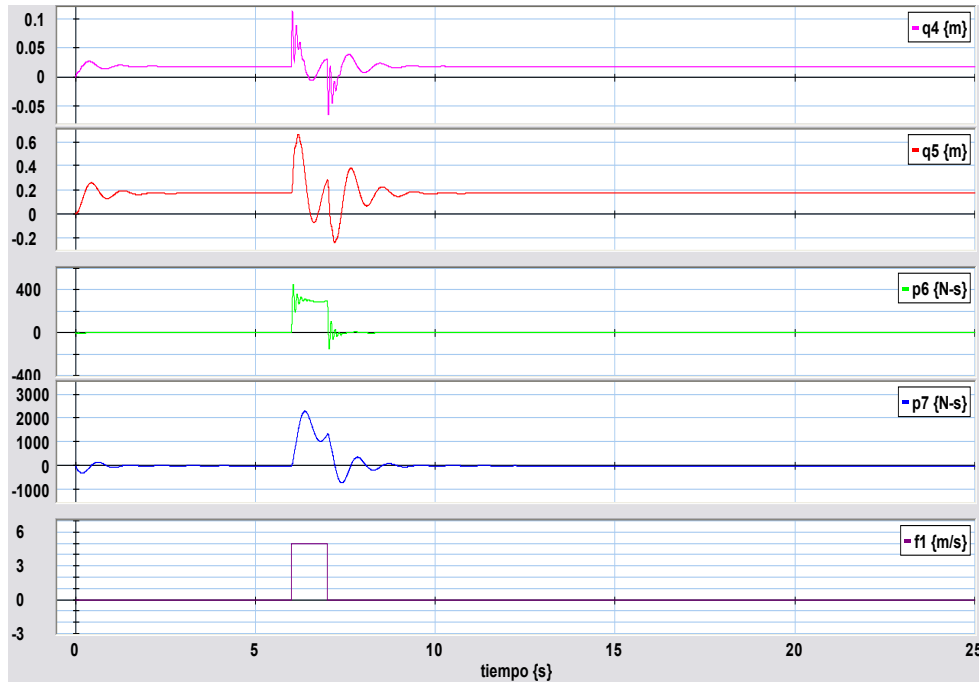


Figura 5.10: Respuesta de la suspensión activa ante una entrada escalón positivo

Ahora en la figura 5.11, se ilustra el comportamiento de suspensión ante un bache de -3 m/s.

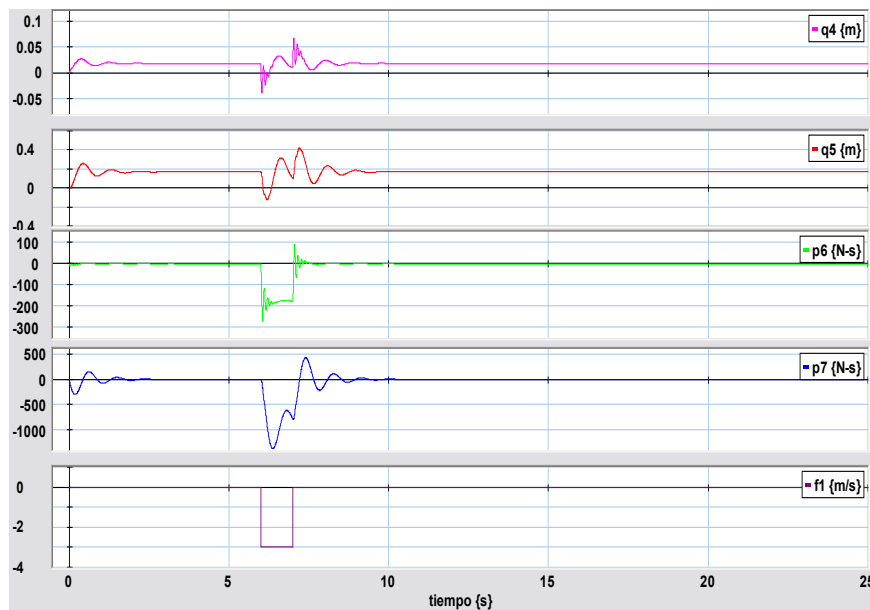


Figura 5.11: Respuesta de la suspensión activa ante una entrada escalón negativa

Finalmente, una entrada del tipo cadena de topes, que puede ser introducida a la entrada como una señal senoidal rectificadora, el comportamiento dinámico de la suspensión se ilustra en la Figura 5.12. Se puede observar las variables de estado tienen un desempeño oscilatorio mientras se tiene esa señal de entrada hasta que llega nuevamente a una superficie lisa.

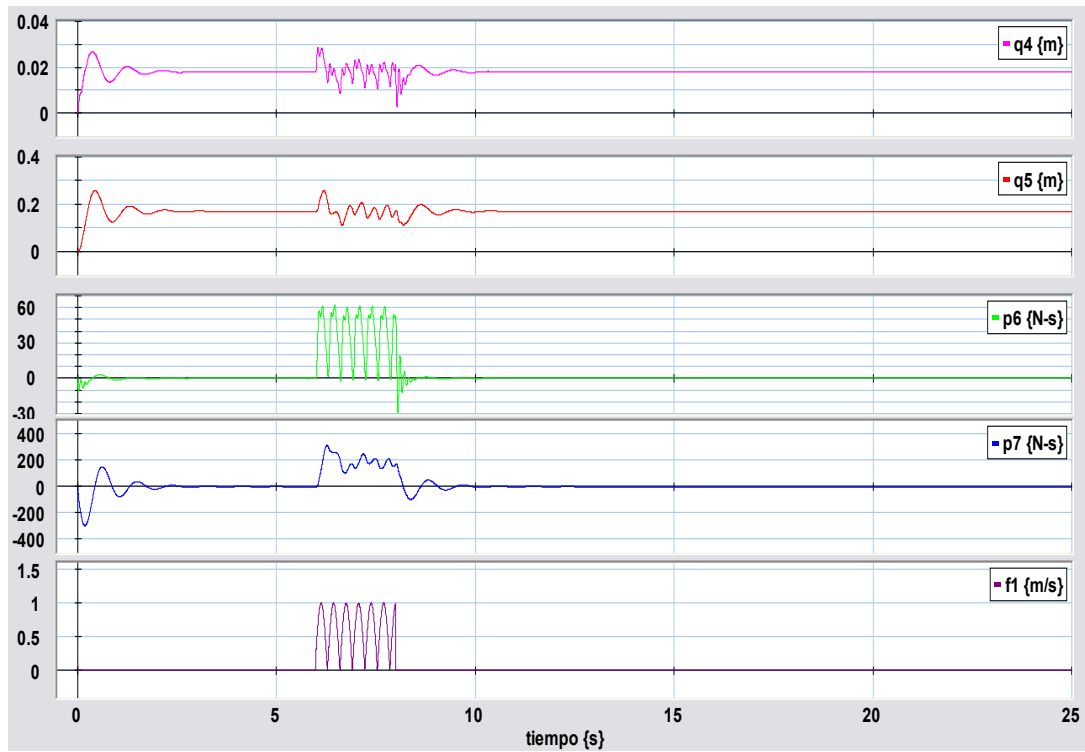


Figura 5.12: Respuesta de la suspensión activa ante una cadena de topes

Notar, que el comportamiento de la suspensión activa es el más satisfactorio de las suspensiones que se ha modelado y simulado en esta tesis. Además, todavía puede mejorarse el desempeño de la suspensión activa con estrategias de control o tipos de control que determinen el comportamiento deseado.

# CAPITULO 6

## CONCLUSIONES

### 6.1 CONCLUSIONES

En conclusión, obtenemos como resultado que la suspensión activa tiene una mayor capacidad de respuesta ante una un pulso.

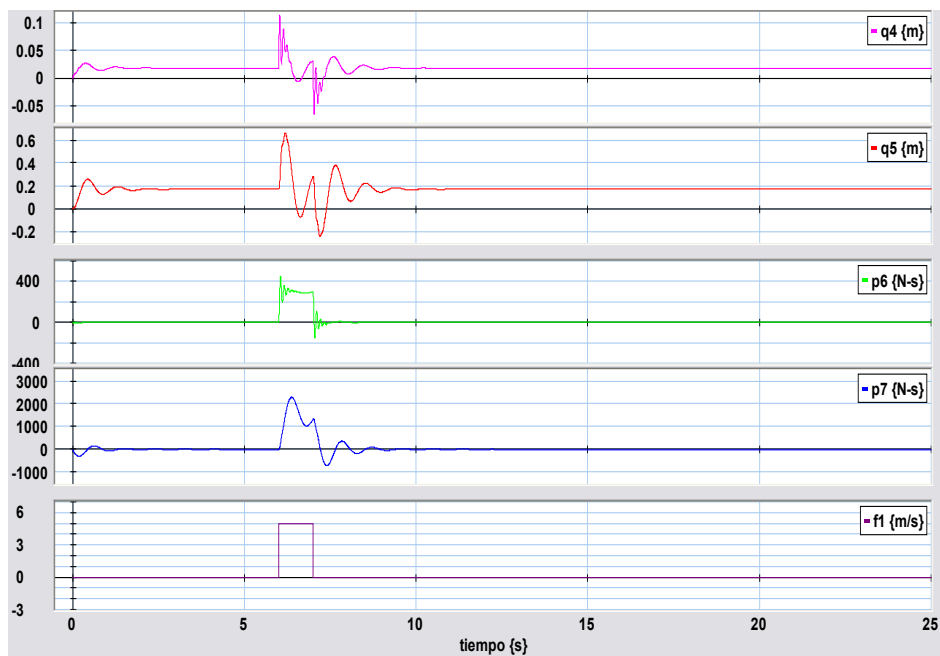


Figura 6:1 Reacción de la suspensión activa ante un tope



El pulso activa el sensor que proporciona la señal que es interpretada por la computadora y hace que la viscosidad cambie dependiendo de la magnitud del impacto, esto se puede visualizar en la variable de estado  $q_4$  su reacción ante el pulso describe cómo actúa la viscosidad de la suspensión. Esta es una ventaja frente a la suspensión pasiva.

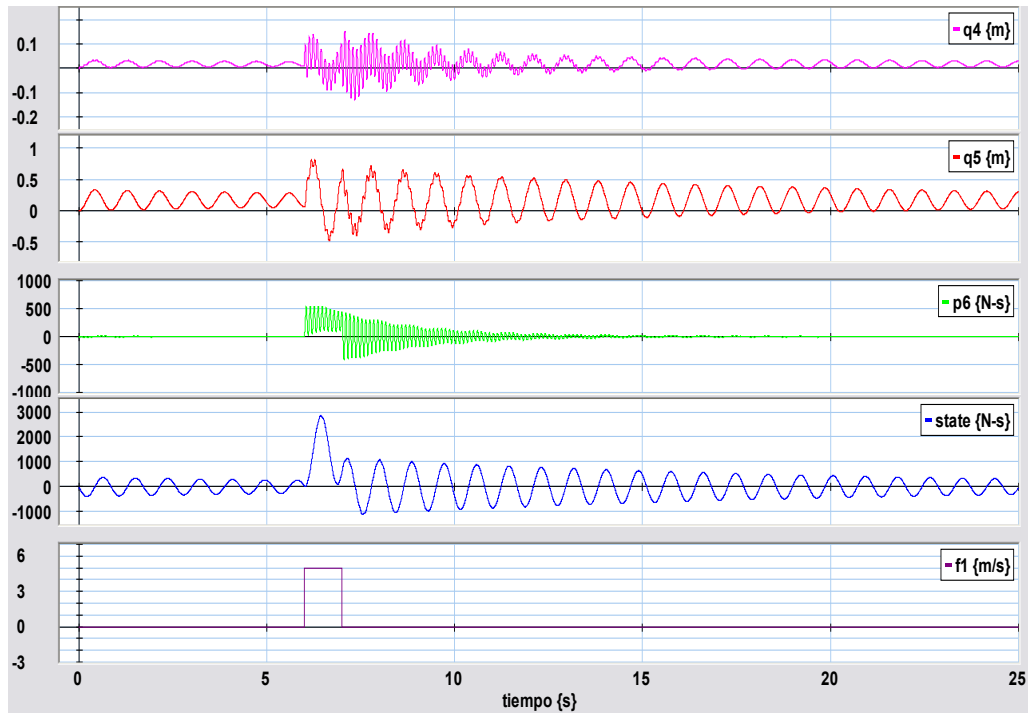


Figura 6.2: Reacción de la suspensión pasiva

La figura 6.2 reacción de la suspensión pasiva tiene como respuesta un sistema de suspensión más suave dependiendo de la configuración de esta o una reacción más dura frente a una señal de entrada. Además, se presentan los bond graph de la suspensión activa y pasiva en las figuras 6.3 y 6.4, notando que la única diferencia es que la activa presenta la retroalimentación y el controlador.

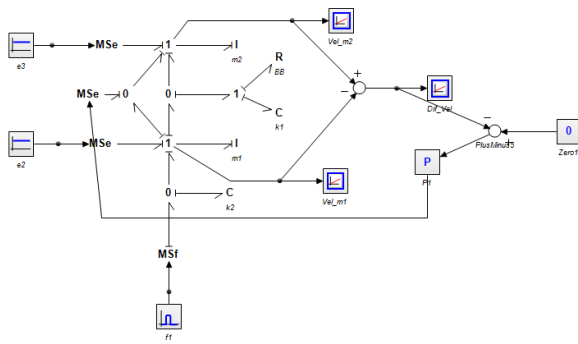


Figura 6.3: Suspensión Activa

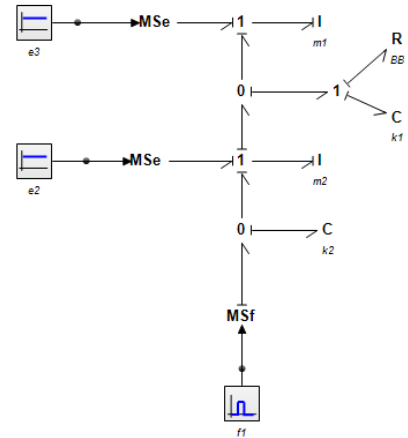


Figura 6.4: Suspensión Pasiva

Como segunda conclusión mientras más compleja sea el sistema de suspensión esta será directamente proporcional a el costo y dificultad de mantenimiento a dicho sistema.

Un sistema de suspensión activa tiene un complejo circuito de retroalimentación que se encarga de enviar una señal retroalimentada a la entrada de la computadora y esta responde variando la viscosidad del pistón, completando con esto un sistema retroalimentado para reaccionar de diferente forma.

En cambio, el sistema de suspensión pasiva es un circuito abierto y solo trabaja dependiendo de cómo se configure es un sistema muy práctico y funciona muy bien. Es significativamente más barato que el sistema activo.

El sistema de suspensión semi - activo es el sistema que llena ese espacio entre el sistema de suspensión activo y pasivo, que se ilustra en la figura 6.5.

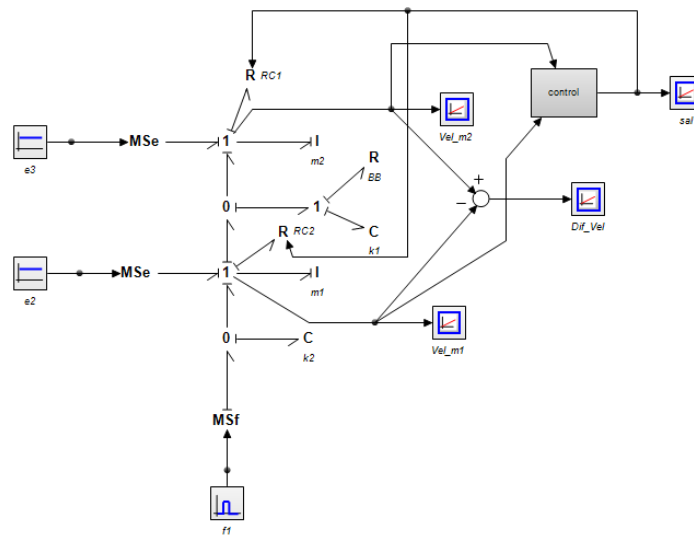


Figura 6.5: Sistema de suspensión semi – Activa

Como se puede apreciar en la figura 6.5 sistema de suspensión semi-activa los componentes son similares a las de la suspensión activa. Sin embargo, esta está condicionado a reaccionar ante una determinada magnitud de pulso, en la figura 6.6 reacción del sistema de suspensión activa podemos visualizar su comportamiento.

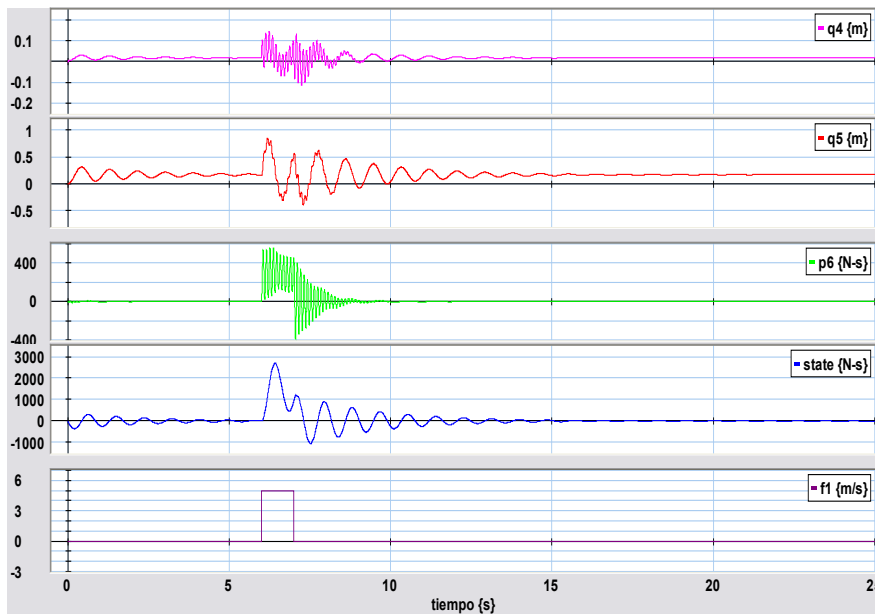


Figura 6.6: Reacción del sistema de suspensión semi - Activa

## 6.2 RECOMENDACIONES

En el presente trabajo se modeló un cuarto de la suspensión de un automóvil, por lo que se recomienda la posible extensión a la suspensión de un auto completo, es decir, considerando, las cuatro llantas.

Así mismo, bond graph permite el modelado de sistemas hidráulicos y neumáticos, por lo que se puede obtener el modelado de suspensiones considerando el tipo de suspensión física.

El tipo de control de la suspensión activa es un controlador proporcional, entregando muy buenos resultados, por lo que se recomienda utilizar estrategias de control más completas y se tendrán resultados aún más completos en este tipo de suspensión.

# **APENDICE A**

## **PUBLICACIONES**

En el presente apéndice se incluye artículos realizados durante la estancia en maestría y derivados del presente trabajo.

1. Academia journals Chiapas 2022

# MODELADO Y SIMULACIÓN DE UNA SUSPENSIÓN PASIVA PARA UN MODELO DE UN CUARTO DE AUTOMÓVIL EN BOND GRAPH

Natanael Hernández Morales<sup>1</sup>, Gilberto González Avalos<sup>2</sup>, Gerardo Ayala Jaimes<sup>3</sup>

**Resumen**— En el presente artículo se modela en bond graph una suspensión pasiva de un cuarto de un automóvil. La metodología de modelado en bond graph determina un modelo gráfico del sistema, a partir del cual se pueden obtener, la realización en espacio de estado, funciones de transferencia, así como propiedades estructurales de los sistemas como estado estacionario, controlabilidad, observabilidad y el diseño de controladores. Bond graph permite modelar sistemas formados por diversos dominios de energía (eléctrico, mecánico, magnético, hidráulico y térmico). Por lo tanto, la suspensión pasiva de un automóvil es simulada a partir a partir de su modelo en bond graph en el software 20Sim.

**Palabras clave**—Bond graph, modelado, suspensión pasiva, estructura de unión, espacio de estado.

## Introducción

El sistema de suspensión de un auto es el mecanismo que físicamente separa el cuerpo del auto de las llantas del auto. El propósito del sistema de suspensión es mejorar las condiciones del camino hacia los ocupantes del auto, mantener el auto en la trayectoria del camino y su estabilidad. Por lo tanto, la principal función del sistema de suspensión de un auto es minimizar la aceleración transmitida al pasajero el cual provee directamente confort en el camino [1]. Bond graph es una metodología de modelado gráfico de sistemas que determina la interacción de potencia entre sus componentes por un enlace sencillo, denominado bond. Así mismo, bond graph permite modelar sistemas formados por diversos tipos de energía (eléctrico, mecánico, hidráulico, térmico) [2]. En este artículo se obtienen el modelo de una suspensión pasiva para un cuarto de un auto en bond graph con una causalidad integral de los elementos de almacenamiento. Posteriormente, a partir de la estructura de unión, vectores clave y relaciones constitutivas de los elementos del modelo en bond graph, el modelo matemático en espacio de estado es descrito. Los resultados de simulación se describen utilizando tres tipos de entradas a la suspensión, la primera es una entrada escalón positiva, esto es un tope; la segunda simulación se introdujo una señal con escalón negativo, es decir, un bache y finalmente se proporciona una señal de vibradores como entrada, en todos los casos se tiene el comportamiento de la suspensión de manera satisfactoria, estabilizándose una vez que el transitorio ha terminado, esto de acuerdo a los resultados publicados en las referencias [3,4,5,6,7]. Este artículo comprende, las bases del modelado en bond graph de sistemas. Posteriormente, el modelo matemático de un sistema modelado en bond graph es determinado. Después, un bond graph en causalidad derivativa es descrito. Las metodologías son aplicadas a la suspensión pasiva de un cuarto de un auto. Los resultados de simulación son obtenidos. Finalmente, se dan las conclusiones.

## Modelado de Sistemas en Bond Graph

La metodología de Bond Graph fue primeramente introducida en 1961 por H. Paynter y posteriormente fue ampliamente divulgada por Karnopp y Rosenberg. El modelado en Bond Graph está basado en el intercambio de potencia en un sistema, la cual se obtiene como el producto de una variable de esfuerzo y una variable de flujo. Este intercambio se lleva a cabo en bonds, representado por una simple línea con dirección como se muestra en la Figura 1.

---

<sup>1</sup>Natanael Hernández Morales, Ingeniero Mecánico es estudiante de Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, Michoacán. [1423118c@umich.mx](mailto:1423118c@umich.mx) (**autor correspondiente**)

<sup>2</sup> Gilberto González Avalos, Doctorado en Ingeniería eléctrica, es profesor de Maestría en Ciencias en Ingeniería Mecánica en la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, Michoacán. [gilmichga@yahoo.com.mx](mailto:gilmichga@yahoo.com.mx)

<sup>3</sup> Gerardo Ayala Jaimes, Doctorado en Ingeniería Eléctrica, es profesor de Ingeniería Eléctrica en la Facultad de Ciencias de la Ingeniería y Tecnología en la Universidad Autónoma de Baja California, Tijuana, México. [ayala.gerardo@uabc.edu.mx](mailto:ayala.gerardo@uabc.edu.mx)

$$A \xrightarrow{\text{Bond}} B$$

Figura 1. Bond.

Las variables que describen la unión de dos puertos son llamadas variables de potencia, las cuales son esfuerzo  $e(t)$  y flujo  $f(t)$ . Estas variables también son llamadas variables de bond generalizadas debido a que pueden ser utilizadas en algunos dominios de energía como se describen en la Tabla 1.

Tabla 1. Variables generalizadas para sistemas eléctricos, mecánicos e hidráulicos.

Variable	Sistema mecánico		Sistema eléctrico	Sistema hidráulico
	Traslación	Rotación		
Esfuerzo $e(t)$	Fuerza $F$	Torque $\tau$	Voltaje $e$	Presión $P$
Flujo $f(t)$	Velocidad $V$	Velocidad angular $\omega$	Corriente $i$	Caudal $Q$

En orden de obtener los conjuntos de ecuaciones de un sistema modelado por bond graphs, las relaciones constitutivas de los elementos son requeridas. Estas relaciones pueden ser dinámicas o algebraicas dependiendo del elemento y por la asignación de causal-efecto. En bond graph, un bond con el trazo causal determina la asignación de causalidad como se muestra en la Figura 2.

$$A \xrightarrow{\quad} B \quad A \xrightarrow{\quad} B \quad A \xleftarrow{\quad} B \quad A \xleftarrow{\quad} B$$

Figura 2. Bonds causales.

Los siguientes elementos físicos pueden ser usados para construir un sistema dinámico:

- Los puertos activos-1 o fuentes denotadas por (MSe, MSf). Estas fuentes tienen solamente una causalidad, como es mostrado en la Figura 3.

$$MSe \xrightarrow{\quad} \quad \quad MSf \xrightarrow{\quad} \quad$$

Figura 3. Fuentes de potencia.

- Los puertos-1 pasivos, estos elementos son:

- Resistencia que puede tomar cualquier causalidad como se ilustra en la Figura 4.

$$\xrightarrow{\quad} R \quad \quad \quad \xrightarrow{\quad} R$$

Figura 4. Bond con resistencia.

- Elementos de capacitancia e inercia en una asignación de causalidad integral, donde la variable de entrada es integrada para producir la variable de salida lo cual es mostrado en la Figura 4.

$$\xrightarrow{\quad} C \quad \quad \quad \xrightarrow{\quad} I$$

Figura 5. Bond en causalidad integral para capacitancia e inercia.

- Elementos de capacitancia e inercia en una asignación de causalidad derivativa, donde la variable de entrada y la salida tienen una operación derivativa y esto es ilustrado en la Figura 6.

$$\xrightarrow{\quad} C \quad \quad \quad \xrightarrow{\quad} I$$

Figura 6. Bond en causalidad derivativa para capacitancia e inercia.

- Los elementos de puerto-2 denotados por (TF, GY) representando transformadores y giradores, la Figura 7 muestra estos elementos.



Figura 7. Bonds para transformadores y giradores.

- Las uniones de puerto-3 denotadas por (1, 0) las cuales son uniones que determinan las diferentes conexiones entre los elementos, estas uniones son mostradas en la Figura 8.



Figura 8. Uniones 1 y 0.

Un procedimiento para construir modelos en bond graph ha sido desarrollado en [2]. El procedimiento contiene los siguientes pasos:

- Identificar las variables en el dominio de energía de acuerdo a la Tabla 1.
- Aplicar para cada variable una unión 0 para una variable de esfuerzo y una variable 1 para cada variable de flujo.
- Conectar elementos-I a uniones 1 y elementos-C a uniones 0.
- Enlazar estas uniones una a otra utilizando uniones complementarias y elementos TF y GY. También, conectar elementos-R requeridos en el modelo.
- Conectar las fuentes (MSe, MSf) a las uniones adecuadas.
- Determinar los nodos de tierra los cuales son de esfuerzo cero o flujo cero, tal que todos los bonds conectados a ellos puede se removidos.
- Simplificar el modelo reemplazando cualquier puerto-2 de uniones 0 o 1, los cuales pasan la potencia por simples bonds de acuerdo a la Figura 9.



Figura 9. Reducción de bonds.

Así mismo, las fuentes, los elementos de almacenamiento y disipación pueden ser modelados en bond graph de acuerdo a la Tabla 2 con sus relaciones causales.

Tabla 2. Formas causales para Puertos-1.

Element	Causal Form	Causal Relation
Effort source	$MSe$	$e(t) \quad E(t)$
Flow source	$MSf$	$f(t) \quad F(t)$
Resistance	$R$	$e = \Phi_R(f)$ $f = \Phi_R^{-1}(e)$
Capacitance	$C$	$e = \Phi_C^{-1} \int f dt$ $f = d\Phi_C(e) / dt$
Inertance	$I$	$f = \Phi_I^{-1} \int e dt$ $e = d\Phi_I(f) / dt$



## Ecuación de Estado a partir de un modelo en Bond Graph

Utilizando elementos físicos y estructuras de unión, uno puede analizar sistemas conteniendo componentes multipuerto complejos aplicando bond graphs. Considerar un modelo de bond graph con una asignación de causalidad integral (BGI) de un sistema como se muestra en la Figura 10.

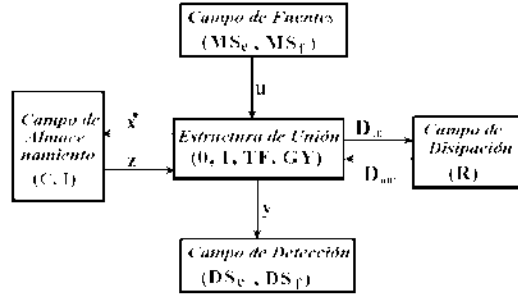


Figura 10. Bond graph con asignación de causalidad integral.

El diagrama de bloques de la Figura 10 contiene:

- Un campo de fuentes denotado por  $(MS_e, MS_f)$  que determina la entrada de la planta  $u(t) \in R^p$ .
- Una estructura de unión denotada por  $(0, 1, TF, GY)$  con uniones 0 y 1, transformadores TF y giradores GY.
- Un campo de almacenamiento de energía denotada por  $(C, I)$  que define las variables de energía  $q(t)$  y  $p(t)$  asociadas con los elementos C e I donde:
- Las variables de estado linealmente independientes  $x(t) \in R^n$  son definidas por elementos  $(C, I)$  en causalidad integral.
- El vector de co-energía asociado a las variables de estado linealmente independientes  $z(t) \in R^n$ .
- Un campo de disipación de energía denotado por  $(R)$  que indica el intercambio energético con la estructura de unión por medio de  $D_{in}(t) \in R^r$  y  $D_{out}(t) \in R^r$ .
- Un campo de detección denotado por  $(De, Df)$  que determina las salidas de la planta  $y(t) \in R^q$ .

Las relaciones constitutivas de los campos de almacenamiento y de disipación están dadas por

$$z = Fx \quad (1)$$

$$D_{out} = LD_{in} \quad (2)$$

Las relaciones entrada-salida de la Figura 10 están definidas por

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ D_{in} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ D_{out} \\ u \end{bmatrix} \quad (3)$$

A partir de la estructura de unión dada por (3), la ecuación de estado es descrita por

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (4)$$

donde

$$A = (S_{11} + S_{12}MS_{21})F \quad (5)$$

$$B = S_{13} + S_{12}MS_{23} \quad (6)$$

$$C = (S_{31} + S_{32}MS_{21})F \quad (7)$$

$$D = S_{33} + S_{32}MS_{23} \quad (8)$$

con

$$M = (I - LS_{22})^{-1}L \quad (9)$$

La importancia de las ecuaciones (5) a (8) es que a partir del modelo en bond graph de un sistema, obteniendo la estructura de unión se puede determinar la representación en espacio de estado de este sistema.

### Modelado de una Suspensión Pasiva en Bond Graph

El diagrama esquemático de una suspensión pasiva de un auto y su modelo en bond graph se muestran en la Figura 11. Los elementos que forman parte de la suspensión son: el neumático representado por un resorte  $k_2$ , el muelle fijo  $k_1$ , la masa no suspendida  $m_2$ , la masa suspendida  $m_1$  y el amortiguador B. El sistema está formado por cuatro elementos de almacenamiento que determinan cuatro variables de estado, tres entradas y un elemento de disipación.

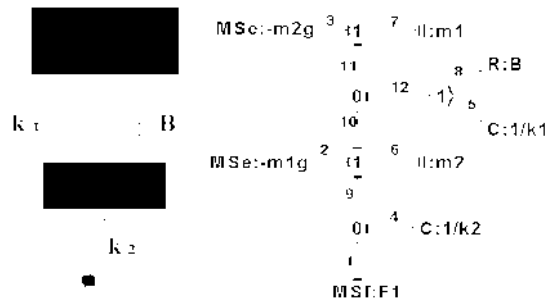


Figura 11. Sistemas equivalentes en bond graph.

Los vectores clave del bond graph en causalidad integral están definidos por:

$$x = \begin{bmatrix} q_4 \\ q_5 \\ p_6 \\ p_7 \end{bmatrix}; \dot{x} = \begin{bmatrix} f_4 \\ f_5 \\ e_6 \\ e_7 \end{bmatrix}; z = \begin{bmatrix} e_4 \\ e_5 \\ f_6 \\ f_7 \end{bmatrix}; u = \begin{bmatrix} f_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix}; \begin{matrix} D_{in} = f_8 \\ D_{out} = e_8 \end{matrix}$$

Las relaciones constitutivas son

$$F = \text{diag}\{k_2, k_1, 1/m_2, 1/m_1\} \quad (10)$$

$$L = B \quad (11)$$

La estructura de unión del BGI de la suspensión está dada por

$$\begin{bmatrix} f_4 \\ f_5 \\ e_6 \\ e_7 \\ f_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_4 \\ e_5 \\ f_6 \\ f_7 \\ e_8 \\ f_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{bmatrix} \quad (12)$$

A partir de las ecuaciones (5), (11), (12) y (13), la ecuación de estados es

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/m_2 & -1/m_1 \\ k & -k_1 & -B/m_2 & B/m_1 \\ 0 & k_1 & B/m_2 & -B/m_1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

y a partir de (6) y (13) la ecuación de entrada es

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

### Simulación de una Suspensión Pasiva

La simulación del modelo en bond graph de la suspensión pasiva de un cuarto de un automóvil se realizó en el software 20Sim, con los siguientes valores numéricos de sus parámetros:  $m_1=59\text{Kg}$ ,  $m_2=290\text{Kg}$ ,  $k_1=16812\text{ N/m}$ ,  $k_2=190000\text{ N/m}$  y  $B=1000\text{N-s/m}$ . En la Figura 12 se ilustra la simulación de las variables de estado cuando se suministra como entrada un desnivel positivo (tope) de magnitud 5 m/s. Se muestran los transitorios en las variables pero después alcanza nuevamente la estabilización, indicando el buen funcionamiento de la suspensión.

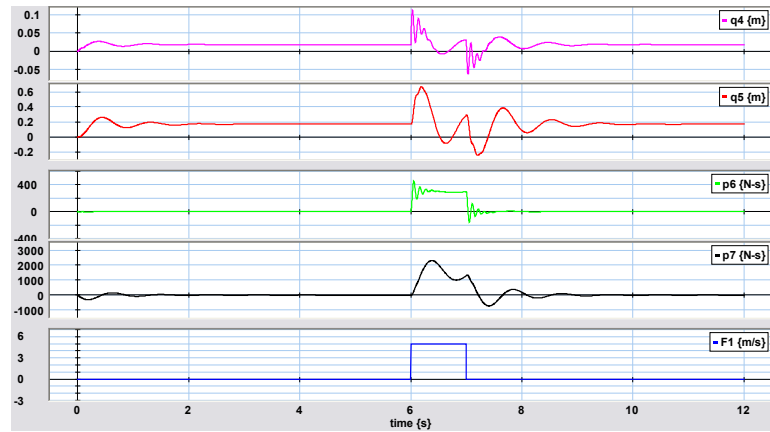


Figura 12. Respuesta de la suspensión ante una entrada escalón positiva.

Ahora, se introduce una señal de entrada de  $-3\text{ m/s}$ , es decir, un bache, es decir, una irregularidad profunda de la superficie de deslizamiento de la suspensión, en la figura 13, se ilustra el comportamiento de las variables de estado de la suspensión, notando que se tiene un desempeño característico a estas irregularidades de la entrada.

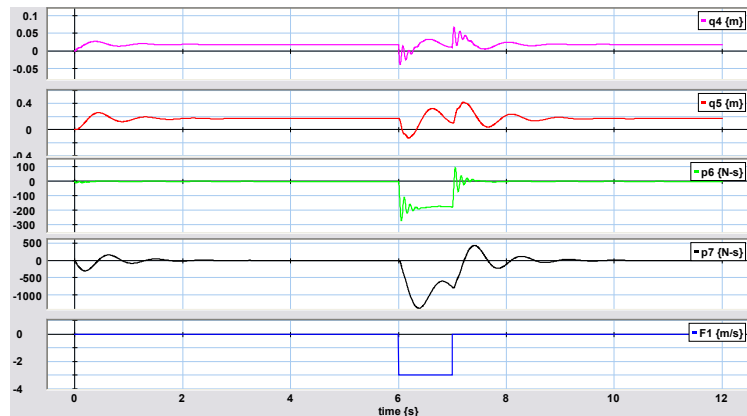


Figura 13. Respuesta de la suspensión ante una entrada escalón negativa.

Finalmente, se considera una entrada del tipo vibrador, que puede ser introducida a la entrada como una señal senoidal rectificada, el comportamiento dinámico de la suspensión se ilustra en la Figura 14. Se puede observar las variables de estado tienen un desempeño oscilatorio mientras se tiene esa señal de entrada hasta que llega nuevamente a una superficie lisa y las variables de estado tendrán sus valores de estado estacionario.

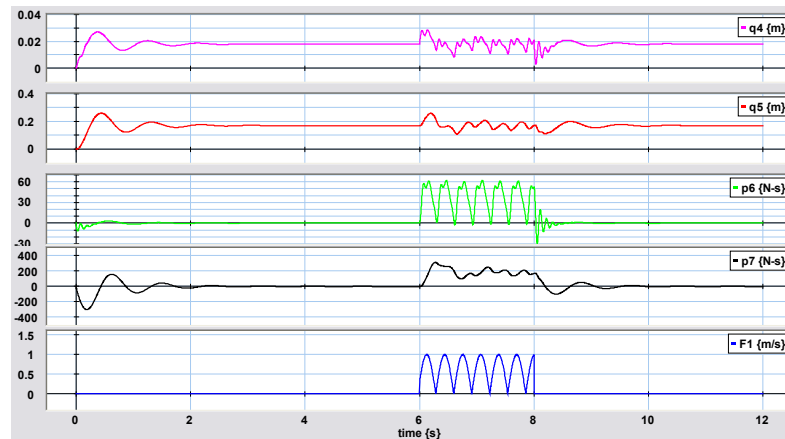


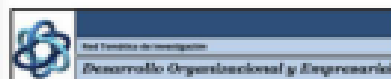
Figura 14. Respuesta de la suspensión ante una entrada escalón vibrador.

### Conclusiones

En este artículo el modelado de una suspensión pasiva en bond graph ha sido presentado. A partir del modelo en bond graph, el modelo matemático en espacio de estado utilizando la estructura de unión y vectores clave es obtenido, el comportamiento de la suspensión por medio de resultados de simulación ante tres diferentes entradas es mostrado, estas entradas es un tope, un bache y una cadena de vibradores es presentado.

### Referencias

- [1] El-Nasser Abd, Ali A. S., Ghazaly N. M., Abd el-Jaber G. T., PID Controller of Active Suspension for a Quarter Car Model, *International Journal of Advances in Engineering & Technology*, Vol. 8, No. 6, pp. 899-909, 2015.
- [2] Karnopp, D., & Rosenberg, R. (2000). *Systems dynamics: a unified approach*. John Wiley & Sons.
- [3] Farid M, Singh J., Modelling and Simulation of Semi-Active Suspension System for Passesnger Vehicle, *Journal of Engineering Science and Technology 7 EURECA*, 2016 Special Issue, July (2018), 104-125.
- [4] Agharkakli A, U. S. Chavan, S. Phvithran, Simulation and Analysis of Passive and Active Suspension System Using Quater Car Model For Non Uniform Road Profile, *International Journal of Engineering Research and Applications (IJERA)*, Vol. 2, Issue 5, September-October 2012, pp. 900-906.
- [5] Aharkakli A., Shafiei G., Barouz A., Simulation and Analysis of Passive and Active Suspension System Using Quarter Car Model for Different Road Profile, *International Journal of Engineering Trends and Technology*, Volume 3, Issue 5, 2012, pp. 636-644.
- [6] Alexnadru C, Alexandru P, A comparative analysis between the vehicles passive and active suspensions, *International Journal of Mechanics*, Volumne 5, Issue 4, 2011, pp. 371-378
- [7] Ahmed A., Ali A., Ghazaly N., Abd G., PID Controller of Active Suspension System for a Quarter Car Model, *International Journal of Advances in Engineering & Technology*, Vol. 8, Issue 6, 2015, pp. 899-909.



Congreso Internacional de Investigación de  
Academia Journals Chiapas 2022

# CERTIFICADO

otorgado a

**Ing. Natanael Hernández Morales**  
**Dr. Gilberto González Avalos**  
**Dr. Gerardo Ayala Jaimes**

por su artículo titulado

**Modelado y Simulación de una Suspensión Pasiva para un Modelo  
de un Cuarto de Automóvil en Bond Graph**

(Artículo No. CHP118)

La ponencia de este artículo fue presentada en el Congreso Internacional de Academia Journals Chiapas 2022 desarrollado los días 30 de junio y 01 de julio, 2022. El artículo fue publicado en el portal de Internet [Academiasjournals.com](http://Academiasjournals.com) en las modalidades siguientes: (1) en volúmenes con [ISSN 1938-2931 online](https://doi.org/10.24018/ajournals.14216), Vol. 14, No. 3, 2022 e indexación en la base de datos [Biente Académica Plus de EBSCOhost](https://www.elsevier.com/locate/bsbs) y (2) en libro online ebook con [ISBN 978-1-939982-72-9 online](https://doi.org/10.24018/ajournals.14216), *Experiencias de Investigación a Nivel Superior - Chiapas 2022*.

**DR. SABINO VELÁZQUEZ TRUJILLO**

Presidente de la Comisión Organizadora  
Presidente Colegio de Ingenieros Industriales de Chiapas

**DR. RAFAEL MORAS, P.E.**

Director, Academia Journals

CHP118



Congreso Academia Journals Chiapas 2022  
<https://www.academiasjournals.com/chiapas>

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] C. Ziyang and L. Shiguang, “China’s self-driving car legislation study,” *Comput. Law Secur. Rev.*, vol. 41, p. 105555, 2021, doi: 10.1016/j.clsr.2021.105555.
- [2] A. Alsalman, L. N. Assi, S. Ghotbi, S. A. Ghahari, and A. Shubbar, “Users, planners, and governments perspectives: A public survey on autonomous vehicles future advancements,” *Transp. Eng.*, vol. 3, no. December 2020, p. 100044, 2021, doi: 10.1016/j.treng.2020.100044.
- [3] U. Gulati, Ishaan, and R. Dass, “Intelligent Car with Voice Assistance and Obstacle Detector to Aid the Disabled,” *Procedia Comput. Sci.*, vol. 167, no. 2019, pp. 1732–1738, 2020, doi: 10.1016/j.procs.2020.03.383.
- [4] T. D. E. Tesis and B. Graph, “minimizar las fuerzas verticales . transmitido a los pasajeros . comodidad de los pasajeros ( menos vibraciones ) seguridad del vehículo ( mas agarre de las llantas a la carretera ) adaptación del sistema de amortiguación a las condiciones de la carretera.”
- [5] D. Hrovat, D. L. Margolis, and M. Hubbard, “An approach toward the optimal semi-active suspension,” *J. Dyn. Syst. Meas. Control. Trans. ASME*, vol. 110, no. 3, pp. 288–296, 1988, doi: 10.1115/1.3152684.
- [6] D. Y. Frenos *et al.*, “Fuente : ( Luque , Álvarez , & Vera , 2008 ) Elaborado por : Quishpe , A . y Toapanta , F . Fuente : ( Luque , Álvarez , & Vera , 2008 ) Con los porcentajes de distribución de carga se obtuvo los siguientes valores que se muestra en la figura 3 . 3 : Ecu.”
- [7] J. C. Tudón-Martínez, S. Varrier, R. Morales-Menendez, and O. Sename, “Control Tolerante a Fallas en una Suspensión Automotriz Semi-Activa,” *RIAI - Rev. Iberoam. Autom. e Inform. Ind.*, vol. 13, no. 1, pp. 56–66, 2016, doi: 10.1016/j.riai.2015.02.009.
- [8] F. D. Guzman and G. Caiza, “CHIMBORAZO Epoch,” p. 242, 2011, [Online]. Available: <http://dspace.epoch.edu.ec/bitstream/123456789/1484/1/85T00206.pdf>.
- [9] “Universidad tècnica del norte,” 2012.
- [10] S. E. Mir-Haidari and K. Behdinan, “On the vibration transfer path analysis of aero-engines using bond graph theory,” *Aerosp. Sci. Technol.*, vol. 95, p. 105516, 2019, doi: 10.1016/j.ast.2019.105516.
- [11] A. K. Samantaray, “Modelado del sistema a través de objetos de gráfico de enlace en SYMBOLS 2000,” 2014.
- [12] D. Margolis and T. Shim, “Bond graph model incorporating sensors, actuators, and vehicle dynamics for developing controllers for vehicle safety,” *J. Franklin Inst.*, vol. 338, no. 1, pp. 21–34, 2001, doi: 10.1016/S0016-0032(00)00068-5.

- [13] “Articulo Bond graph aided design of controlled systems.pdf.” .
- [14] A. Mukherjee, R. Karmakar, and A. K. Samantaray, “Bond Graph in Modeling, Simulation and Fault Identification,” p. 624, 2006, [Online]. Available: [http://books.google.ca/books/about/Bond\\_Graph\\_in\\_Modeling\\_Simulation\\_and\\_Fa.html?id=NRZOpwAACAAJ&pgis=1](http://books.google.ca/books/about/Bond_Graph_in_Modeling_Simulation_and_Fa.html?id=NRZOpwAACAAJ&pgis=1).
- [15] R. S. Sharp and S. A. Hassan, “An Evaluation of Passive Automotive Suspension Systems with Variable Stiffness and Damping Parameters,” *Veh. Syst. Dyn.*, vol. 15, no. 6, pp. 335–350, 1986, doi: 10.1080/00423118608968859.
- [16] W. H. Vega, E. A. Llanes-Cedeño, J. V. Molina, and J. C. Rocha-Hoyos, “Revisión de las Características de Modelado y Optimización para el Diseño del Sistema de Suspensión Macpherson,” *Inf. tecnológica*, vol. 29, no. 6, pp. 221–234, 2018, doi: 10.4067/s0718-07642018000600221.
- [17] S. Lajqi and S. Pehan, “Designs and optimizations of active and semi-active non-linear suspension systems for a terrain vehicle,” *Stroj. Vestnik/Journal Mech. Eng.*, vol. 58, no. 12, pp. 732–743, 2012, doi: 10.5545/sv-jme.2012.776.
- [18] J. W. Baxter and J. R. Bumby, “Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers , Part I : Journal of Systems and Control Engineering,” 1995, doi: 10.1243/PIME.
- [19] D. Cebon, “Control strategies for semi-active lorry suspensions,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part D J. Automob. Eng.*, vol. 210, no. 2, pp. 161–178, 1996, doi: 10.1243/PIME\_PROC\_1996\_210\_256\_02.
- [20] P. Taylor, J. R. Evans, and J. R. Evans, “Vehicle System Dynamics : International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility THE MODELLING OF RAILWAY PASSENGER VEHICLES,” no. June 2012, pp. 37–41, 2007.
- [21] A. A. Aly, “Car Suspension Control Systems : Basic Principles,” vol. 1, no. 1, 2012.
- [22] J. H. Ezeta, A. Mandow, and A. G. Cerezo, “Los sistemas de suspension activa y semiactiva: Una revision,” *RIAI - Rev. Iberoam. Autom. e Inform. Ind.*, vol. 10, no. 2, pp. 121–132, 2013, doi: 10.1016/j.riai.2013.03.002.
- [23] O. V. Miranda-reyes and J. C. Rocha-hoyos, “DOI: <http://dx.doi.org/10.23857/dc.v7i1.1671> Ciencias de técnicas y aplicadas Artículo de investigación,” vol. 7, pp. 702–721, 2021.
- [24] M. Khemliche, I. Dif, S. Latreche, and B. O. Bouamama, “Modelling and analysis of an active suspension 1/4 of vehicule with bond graph,” *Int. Symp. Control. Commun. Signal Process. ISCCSP*, no. April 2020, pp. 811–814, 2004, doi: 10.1109/isccsp.2004.1296569.
- [25] “Vibration (1988) 126(1), 145-156,” vol. 126, pp. 145–156, 1988.
- [26] A. Agharkakli, G. S. Sabet, and A. Barouz, “Simulation and Analysis of Passive and Active Suspension System Using Quarter Car Model for Different Road Profile,” *Int. J. Eng. Trends Technol.*, vol. 3, no. 5, pp. 636–644, 2012.