

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN
NICOLAS DE HIDALGO

***“AUTOIMÁGENES DE REJILLAS DE
POLARIZACIÓN”***

TESIS

Que para obtener el grado de

LICENCIADO

En Cs. Físico Matemáticas

Presenta:

DIECENIA PERALTA DOMINGUEZ

Morelia Mich. Septiembre de 2007

1. INTRODUCCION.

En la ciencia e ingeniería contemporáneas, la tendencia a emplear señales de luz para transportar y procesar información tiene una relevancia creciente.

En la mayoría de aplicaciones, el procesamiento de información óptica se ha basado en la modulación espacial de la amplitud y/o la fase de haces luminosos. Otro parámetro que puede abrir nuevas posibilidades para el procesamiento de información óptica es el estado de polarización del campo luminoso.

La modulación espacialmente periódica es un caso especial, que puede ser expresado como una superposición discreta de funciones armónicas. Una ventaja de este tipo de modulación es que el espectro de frecuencias exhibe una estructura discreta, lo cual es muy adecuado para filtraje espacial. Por otro lado, los patrones de difracción de Fresnel de un haz coherente con modulación periódica, puede ser descrito por algunas fórmulas analíticas relativamente simples.

Una consideración especial debe ser dada al caso de modulación periódica del estado de polarización. Este tipo de modulador de luz ha sido llamado rejilla de polarización o rejilla anisotrópica.

En esta tesis, se analizan los planos fraccionales de Talbot de rejillas de polarización. Se prueba que una rejilla de polarización lineal se convierte, por propagación libre a un cuarto de la distancia de autoimagen, en una rejilla de polarización circular y viceversa. Además, se indica el modo en que las rejillas de polarización, moduladas por polarizadores lineales alineados adecuadamente, se pueden convertir en rejillas de fase.

En este trabajo de tesis, se abre una nueva línea de investigación, basada en el estudio del patrón de difracción de Fresnel de rejillas de polarización. Algunas de las posibles aplicaciones de este tipo de rejillas que aquí se presentan, es su potencial aplicación en pantallas de cristal

líquido útiles para desplegar fase, además de que este tipo de estructuras, generan rejillas de fase empleadas como interconectores ópticos.

En el capítulo dos, se presentan los fundamentos necesarios para comprender el fenómeno de la polarización de haces luminosos.

En el capítulo tres, se describe brevemente la representación matemática de campos periódicos, y se proporciona la condición para la formación de autoimágenes de un campo periódico.

En el capítulo cuatro, se analizan los patrones de difracción de Fresnel de rejillas de fase binaria, a un cuarto y a un medio de la distancia de Talbot.

En el capítulo cinco, se representan las rejillas de polarización que serán utilizadas en el desarrollo de esta tesis, y también sus patrones de difracción a un cuarto de la distancia de Talbot.

En el capítulo seis, se propone un método novedoso para la síntesis de rejillas de polarización con estados lineales perpendiculares.

Por último, en el capítulo siete, se presentan las conclusiones de esta tesis.

INDICE.

1. INTRODUCCION.	1
2. POLARIZACION.	
2.1 Introducción	5
2.2 Estados de polarización	7
2.2.1 Polarización elíptica	9
2.2.2 Polarización circular	11
2.2.3 Polarización lineal	14
2.3 Polarizadores	16
2.3.1 Ley de Malus	17
2.4 Dicroísmo	18
2.5 Polarización por reflexión	19
2.6 Esparcimiento y polarización	20
2.7 Birrefringencia	21
2.7.1 Cristales birrefringentes	22
2.8 Retardadores	24
2.8.1 Retardadores de onda completa	24
2.8.2 Retardadores de media onda	25
2.8.3 Retardadores de un cuarto de onda	25
2.9 Vectores de Jones	26
2.10 Matrices de Jones	28
3. DIFRACCIÓN Y EFECTO TALBOT	
3.1 Difracción de un campo de onda periodico	30

3.1.1	Serie de Fourier de un campo periódico	31
3.1.2	Serie de Fourier de un campo de onda periódico desplazado	32
3.1.3	Propagación de una onda plana	37
3.1.3.1	Formación de autoimágenes	40
3.2	Efecto talbot	40
3.2.1	Difracción de fresnel a la distancia de talbot.	40
3.2.2	Patrón de difracción de fresnel en el plano $z = z_T/2$.	42
3.2.3	Patrón de difracción de fresnel en el plano $z = z_T/3$	43
3.2.4	Patrón de difracción de fresnel en el plano $z = 2z_T/3$	43
3.2.5	Patrón de difracción de fresnel en el plano $z = z_T/4$.	44
3.3	Autoimágenes en rejillas de polarización.	46
3.3.1	Representación de rejillas de polarización	46
3.3.2	Patrones de fresnel a un cuarto de la distancia de talbot.	49

4. DESARROLLO EXPERIMENTAL.

4.1	Sistema óptico del tipo 4F	51
4.2	Resultados experimentales	54

5. CONCLUSIONES.

59

BIBLIOGRAFIA.

60

2. POLARIZACION

En el desarrollo de la óptica geométrica y para la descripción de la interferencia y difracción en medios homogéneos, el carácter vectorial de las ondas de luz puede ser ignorado. Sin embargo, para algunas aplicaciones como elipsometría, es importante establecer el carácter vectorial de las ondas. En este caso, se define la dirección de polarización como la dirección de vibración del campo eléctrico **E**. Si el vector eléctrico correspondiente a esa onda no gira en torno a la dirección de propagación de la onda, sino que se mantiene con el mismo ángulo, se dice que la luz está polarizada en un plano, o polarizada linealmente.

Cualquier onda electromagnética puede considerarse como la suma de dos conjuntos de ondas: uno en el que el vector eléctrico vibra formando ángulo recto con el plano de incidencia y otro en el que vibra de forma paralela a dicho plano. Entre las vibraciones de ambas componentes puede existir una diferencia de fase, que puede permanecer constante o variar de forma constante. Casos claros de polarización en la naturaleza podemos encontrar por ejemplo, el cielo en el horizonte, el brillo esparcido sobre el cristal de una ventana o la cabeza de una calva, el reflejo de una hoja de papel o una bola de boliche, etc. En estos casos la luz reflejada está parcialmente polarizada.

2.1 INTRODUCCIÓN

Una onda viajera clásica es una perturbación autónoma de un medio, que se mueve en el espacio transportando energía e impulso. La forma o perfil de onda más simple de producir es una función seno o coseno, estas se conocen como ondas sinusoidales, ondas armónicas simples o sencillamente como ondas armónicas. El perfil de la función para una onda $\psi(x, t)$ que viaja en la dirección x positiva a una velocidad constante v , se puede denotar de la siguiente manera:

$$\psi(x, t) = A \sin(kx - \omega t), \quad (2.1)$$

donde k es una constante y tiene el valor $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $\omega = 2\pi\nu$ es llamada frecuencia angular de la onda, λ es la longitud de onda y A la amplitud.

De manera más general se puede escribir

$$\psi(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \varepsilon), \quad (2.2)$$

donde ε es una fase inicial que depende del origen de la onda o sistema de referencia.

El argumento completo de la función seno es la fase φ de la onda, donde

$$\varphi = (kx - \omega t + \varepsilon). \quad (2.3)$$

Como puede observarse $\psi(x, t)$ es función tanto de la posición como del tiempo. No se puede graficar esta función en un plano xy pues tiene una dependencia temporal por lo que solo se analiza el perfil de esta onda viajera, es decir, se analiza una vista instantánea de la onda que se encuentra haciendo $t = 0$ en la ec. (2.2), entonces se obtiene:

$$\psi(x, t = 0) = A \sin(kx + \varepsilon). \quad (2.4)$$

En la figura 2.1 se grafica esta función:

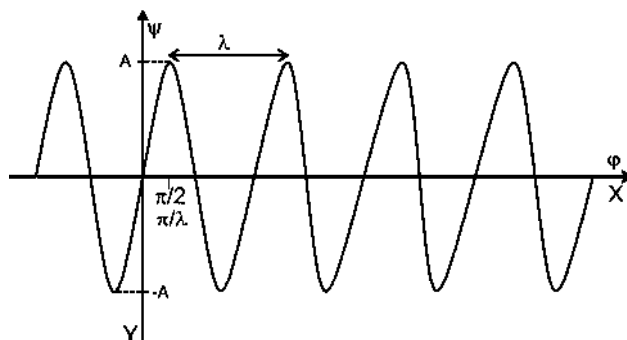


Figura 2.1. Gráfica de la función ψ .

La forma en que estas ondas pueden vibrar depende de la fase de las ondas constitutivas de una onda. En la figura 2.1 se muestra una onda que vibra u oscila en el plano xy, se dice que la onda representada en la figura 2.1 es verticalmente polarizada. En la siguiente sección se analizan todos los posibles casos de polarización.

2.2 ESTADOS DE POLARIZACIÓN

La luz polarizada tiene la característica de que la orientación del campo eléctrico es constante, aunque su magnitud y signo varíen con el tiempo. Sin embargo, para el estudio de la luz polarizada, es necesario considerar el carácter vectorial del campo eléctrico que forma parte de la perturbación luminosa. Para este estudio basta contemplar el comportamiento del campo eléctrico, $\vec{E}$, e ignorar el campo magnético $\vec{B}$, ya que es pequeña comparada con $\vec{E}$; debido a la relación entre el campo eléctrico y magnético dada por $|\vec{E}| = c|\vec{B}|$.

Para el caso de una onda plana linealmente polarizada, el campo eléctrico ó la perturbación óptica reside en lo que se conoce como *Plano de vibración*, que contiene tanto a $\vec{E}$ (campo eléctrico) como a $\vec{k}$ (el vector de propagación), a este plano se le conoce también como *Plano de polarización*.

Supóngase que se tienen dos ondas de luz linealmente polarizadas, de igual frecuencia y moviéndose en la misma dirección, y las direcciones de sus campos eléctricos perpendiculares entre sí. Imagínese que una de ellas esta vibrando sobre el plano xz y la otra sobre el plano yz, ambas propagándose en la dirección z, tal y como se muestra en la Fig. 2.2. Estas ondas generan al superponerse, una nueva onda que también puede estar linealmente polarizada. Esta polarización depende de la existencia de una diferencia de fase relativa entre las dos ondas constitutivas, y de los tamaños de las amplitudes de estas componentes.

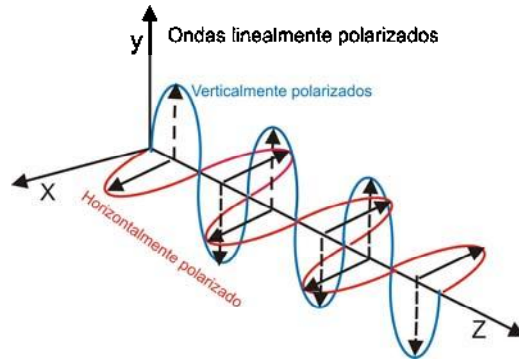


Fig. 2.2 Ondas de luz armónicas linealmente polarizadas propagándose en la dirección z.

Considérese estas dos ondas electromagnéticas linealmente polarizadas representados por las ecuaciones:

$$\vec{E}_x(z, t) = \hat{i} E_{0x} \cos(kz - \omega t), \quad (2.5)$$

$$\vec{E}_y(z, t) = \hat{j} E_{0y} \cos(kz - \omega t + \varepsilon), \quad (2.6)$$

donde ε es la diferencia de fase entre las ondas, que viajan en la dirección z positiva; si $\varepsilon > 0$ la función coseno de la ecuación (2.6) alcanzará a la ecuación (2.5) hasta $\varepsilon/2$ por lo tanto E_y va detrás de E_x . Ahora si $\varepsilon < 0$ E_y precede a E_x . La superposición de estas ondas se encuentra sumando vectorialmente las dos ondas perpendiculares dando como resultado:

$$\vec{E}(z, t) = E_x(z, t) + E_y(z, t). \quad (2.7)$$

Al sustituir las Ecs. (2.5) y (2.6) en la Ec. (2.7) se obtiene:

$$\vec{E}(z, t) = \hat{i} E_{0x} \cos(kz - \omega t) + \hat{j} E_{0y} \cos(kz - \omega t + \varepsilon). \quad (2.8)$$

De la Ec. (2.8) se derivan todos los casos de luz polarizada. El primer caso que se analiza, es el estado de polarización elíptica que puede considerarse como el caso general del cual se desprenden los demás estados de polarización.

2.2.1 POLARIZACIÓN ELÍPTICA

La expresión de la ecuación (2.8) produce un estado de polarización en general elíptico y a continuación se presenta su demostración.

La ecuación de la elipse que se desea encontrar no debe ser función ni de la posición ni del tiempo, es decir, no debe depender de $(kz - \omega t)$. Para eliminar la dependencia del tiempo desarrollemos la expresión para E_y . De la Ec. (2.6), se despeja el coseno y se utiliza la identidad trigonométrica $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ haciendo esto se obtiene:

$$E_y/E_{0y} = \cos(kz - \omega t)\cos \varepsilon - \sin(kz - \omega t)\sin \varepsilon, \quad (2.9)$$

y al combinarla con E_x/E_{0x} de la Ec. (2.5) se obtiene:

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \varepsilon = -\sin(kz - \omega t)\sin \varepsilon. \quad (2.10)$$

Elevando al cuadrado la ecuación (2.5) y utilizando la identidad trigonométrica $\cos^2(a) + \sin^2(a) = 1$ se deduce que:

$$\sin(kz - \omega t) = \left[1 - (E_x/E_{0x})^2 \right]^{1/2}, \quad (2.11)$$

sustituyendo la ecuación (2.11) en la Ec. (2.10)

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right) - \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right) \cos(\varepsilon) = - \left[1 - (E_x/E_{0x})^2 \right]^{1/2} \sin(\varepsilon) \quad (2.12)$$

y así la ecuación (2.12) nos lleva a

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \varepsilon \right)^2 = \left[1 - \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 \right] \sin^2 \varepsilon . \quad (2.13)$$

Finalmente, al ordenar los términos, se obtiene

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 - 2 \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right) \left(\frac{E_y}{E_{0x}} \right) \cos \varepsilon = \sin^2 \varepsilon , \quad (2.14)$$

donde $E_y = |\vec{E}_y(z, t)|$ y $E_x = |\vec{E}_x(z, t)|$.

Esta ecuación (2.14) es la ecuación de una elipse que forma un ángulo α con el sistema coordenado (E_x, E_y) como se muestra en la figura (2.3) tal que

$$\tan(2\alpha) = \frac{2E_{0x}E_{0y} \cos \varepsilon}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \quad (2.15)$$

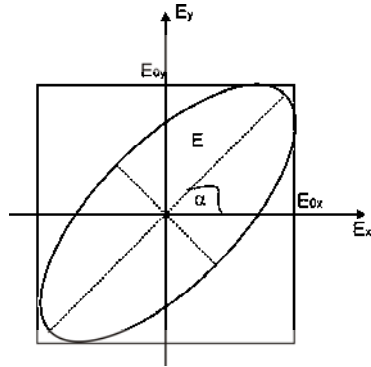


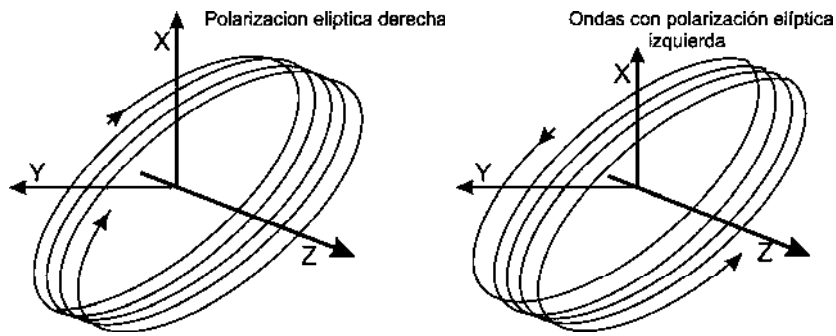
Fig. 2.3 Luz con polarización elíptica.

La ecuación (2.14) podría reconocerse un poco mas si los ejes principales de la elipse estuvieran alineados con los ejes coordenados, es decir, $\alpha = 0$ o de manera equivalente, $\varepsilon = \pm\pi/2, \pm3\pi/2, \dots$ en cuyo caso tenemos la forma conocida

$$\frac{E_y^2}{E_{0y}^2} + \frac{E_x^2}{E_{0x}^2} = 1 \quad (2.16)$$

A la polarización elíptica, también se le llama estado **E**. En la Fig. 2.4 se muestran los dos casos de polarización elíptica.

(a) (b)
Fig. 2.4. Representación de ondas con polarización elíptica propagándose en



la dirección z (a) en sentido derecho y (b) con sentido izquierdo.

2.2.2 POLARIZACIÓN CIRCULAR

Un caso especial es cuando se consideran amplitudes iguales, es decir $E_{0x} = E_{0y} = E_0$ y una diferencia de fase relativa $\varepsilon = -\pi/2 + 2m\pi$ donde $m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$. Por lo tanto la ecuación (2.14) se reduce a:

$$E_y^2 + E_x^2 = E_0^2, \quad (2.17)$$

lo cual, representa a un círculo de radio E_0 .

Otra alternativa de obtener polarización circular es considerando las ecuaciones (2.5) y (2.6) de igual amplitud, es decir, $E_{0x} = E_{0y} = E_0$ y que la diferencia de fase es:

$$a) \quad \varepsilon = -\pi/2 \pm 2m\pi \text{ para } m \text{ entero.}$$

Para este caso la ecuación (2.8) queda de la forma:

$$\vec{E}(z,t) = E_0 [\hat{i} \cos(kz - \omega t) + \hat{j} \sin(kz - \omega t)] \quad (2.18)$$

Nótese que ahora la amplitud escalar es constante en la Ec. (2.18), pero la dirección cambia con el tiempo, y no está restringida a un solo plano.

Supóngase un punto arbitrario z_0 , en el cual el vector de campo eléctrico resultante está inclinado un ángulo θ dado por:

$$\tan \theta = \sin(kz_0 - \omega t) / \cos(kz_0 - \omega t) = \tan(kz_0 - \omega t), \quad (2.19a)$$

por tanto, igualando los argumentos de la anterior igualdad se obtiene:

$$\theta = kz_0 - \omega t \quad (2.19b)$$

Como puede verse en la Ec. (2.19b), el ángulo depende únicamente del tiempo t , es decir, que para una variación del tiempo, θ gira en el mismo sentido de las manecillas del reloj ($d\theta/dt = -\omega$). Se dice entonces, que la onda tiene polarización circular derecha, tal como se muestra en la Fig. 2.5. El vector de campo eléctrico hace una rotación completa cuando la onda avanza una longitud de onda. Se dice por convención, que esta onda está en un estado **R**.

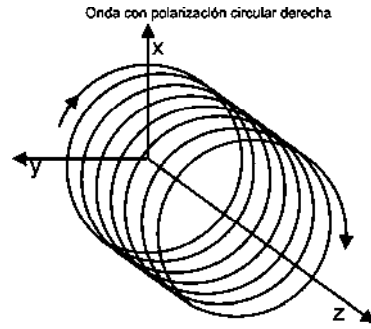


Fig. 2.5. Representación de una onda con polarización circular derecha propagándose en la dirección z.

b) $\varepsilon = \pi/2 \pm 2m\pi$, para m entero.

Por otra parte considerando la diferencia de fase de $\varepsilon = \pi/2 \pm 2m\pi$ en la Ec. (2.8) se tiene:

$$\vec{E}(z,t) = E_0 [\hat{i} \cos(kz - \omega t) - \hat{j} \sin(kz - \omega t)]. \quad (2.20)$$

En esta nueva onda no hay cambio de amplitud, pero el giro ahora es en sentido contrario a las manecillas del reloj. Se dice entonces, que tiene polarización circular izquierda o que está en un estado L. Esta onda se representa esquemáticamente en la Fig. 2.6.

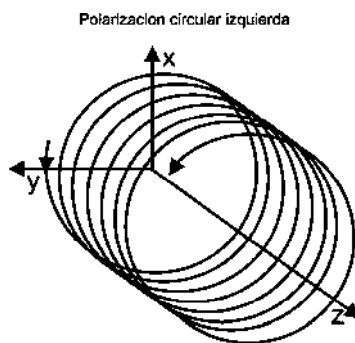


Fig. 2.6. Representación de una onda con polarización circular izquierda propagándose en la dirección z.

Es necesario hacer notar que al superponer las ondas con polarización circular derecha y polarización circular izquierda (Ecs. (2.18) y (2.20) respectivamente), se obtiene una onda con la siguiente forma:

$$\vec{E}(z,t) = \hat{i} 2E_0 \cos(kz - \omega t) , \quad (2.21)$$

la cual representa una onda con polarización lineal.

2.2.3 POLARIZACIÓN LINEAL.

Si ε es un múltiplo de π , la ecuación (2.14) resulta en

$$E_y = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x \quad (2.22)$$

de manera similar para múltiplos impares de π

$$E_y = -\frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x \quad (2.23)$$

Ambas son líneas rectas con pendientes de $\pm E_{0y}/E_{0x}$ es decir tenemos luz lineal a 45° y -45° .

Similarmente considerando la superposición de la expresión (2.5) y (2.6) y teniendo en cuenta que las ondas están en fase cuando $\varepsilon = 0, 2m\pi$, donde m es un número entero, la onda resultante es de la forma:

$$E = (\hat{i}E_{0x} + \hat{j}E_{0y})\cos(kz - \omega t), \quad (2.24)$$

teniendo como amplitud $(\hat{i}E_{0x} + \hat{j}E_{0y})$.

Si se coloca un observador en un punto z arbitrario, y observa la onda que se aproxima hacia él, verá que el campo eléctrico oscila paralelo a un plano inclinado, tal y como se muestra en la Fig. 2.7

El ángulo de inclinación del vector de campo eléctrico resultante está dado por la relación:

$$\tan \theta = E_{0y} / E_{0x} . \quad (2.25)$$

Se dice que esta onda está linealmente polarizada, o que está en un estado **P**. Supóngase, como caso particular, que las amplitudes de las ondas superpuestas son iguales, es decir, $E_{0x} = E_{0y} = E_0$. Si esto sucede el plano de vibración de la onda linealmente polarizada está inclinado 45° respecto al eje x ; tal y como se muestra en la Fig. 2.7.

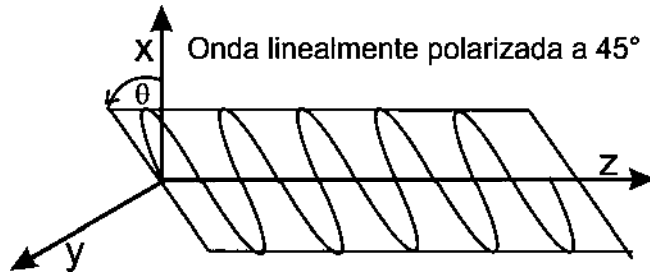


Fig. 2.7. Representación de una onda linealmente polarizada propagándose en la dirección z con su plano de vibración inclinado 45° .

Si $\varepsilon = (2m+1)\pi$, donde m es un entero, entonces las componentes de la onda están fuera de fase 180° y la resultante es:

$$\vec{E}(z,t) = (\hat{i}E_{0x} - \hat{j}E_{0y})\cos(kz - \omega t), \quad (2.26)$$

esta onda está linealmente polarizada. Nuevamente, si las amplitudes son iguales, el plano de vibración de la onda está inclinado -45° respecto al eje x. Una representación gráfica de esta onda se tiene en la Fig. 2.8.

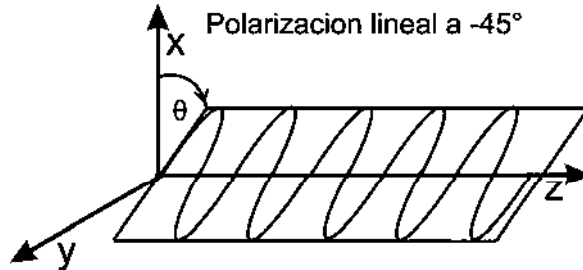


Fig. 2.8. Representación de una onda linealmente polarizada propagándose en la dirección z con su plano de vibración inclinado -45° .

2.3 POLARIZADORES

Una vez que ya se conoce el concepto de luz polarizada, el siguiente paso es comprender las técnicas que se utilizan para generarla, cambiarla y manipularla de acuerdo a algunas necesidades en específico. Un polarizador es un dispositivo óptico cuya entrada es luz natural y su salida es luz con alguna polarización. Por ejemplo, un instrumento que separa en dos componentes una luz natural (representada por la superposición de dos estados **P** ortogonales, incoherentes y de igual amplitud), descartando una y dejando pasar la otra se conoce como *polarizador lineal*. Dependiendo de la forma que tenga la luz de salida podríamos también tener polarizadores *circulares o elípticos*.

Estos polarizadores tienen configuraciones muy diferentes basados en uno de los cuatro mecanismos físicos esenciales: *dicroísmo o absorción selectiva, reflexión, esparcimiento y birrefringencia o doble reflexión*. Hay una propiedad que todos cumplen y esto es que *deben tener una asimetría*

asociada con el proceso, ya que el polarizador en cierta forma elige una polarización en específico.

2.3.1 LEY DE MALUS

Si la luz natural incide en un polarizador lineal, la luz transmitida estará polarizada linealmente con orientación paralela a lo que llamaremos **eje de transmisión** del polarizador. Debido a la simetría al momento de girar el polarizador en un eje específico no se detectará ningún cambio, causado por la alta frecuencia de la luz, por lo que un detector solo leerá la irradiancia incidente, determinada con la ecuación (2.27).

$$I \equiv \langle S \rangle_T = \frac{c \epsilon_0}{2} E_0^2 \quad (2.27)$$

Ahora colocando un segundo polarizador o **analizador** cuyo eje de transmisión es vertical como se muestra en la fig. 2.9 tendremos que éste transmite una componente $E_0 \cos \theta$, paralela al eje de transmisión del analizador, debido que sobre él incide una componente E_0 . De acuerdo con la ecuación (2.27) la irradiancia que leería el detector es

$$I(\theta) = \frac{c \epsilon_0}{2} E_0^2 \cos^2 \theta \quad (2.28)$$

Hay una irradiancia máxima en el caso en que el ángulo θ es cero entre los ejes del analizador y el polarizador. Por lo que la ecuación se puede escribir como

$$I(\theta) = I(0) \cos^2 \theta \quad (2.29)$$

La ecuación (2.29) es conocida como la **ley de Malus**.

Para el caso en que $\theta = 90^\circ$ tenemos una irradiancia cero, lo que nos indica que el campo eléctrico del haz que emerge del polarizador es perpendicular al eje de transmisión del analizador. Usando el arreglo de la fig. 2.9 y la ley de Malus podemos determinar si un dispositivo es o no un polarizador lineal.

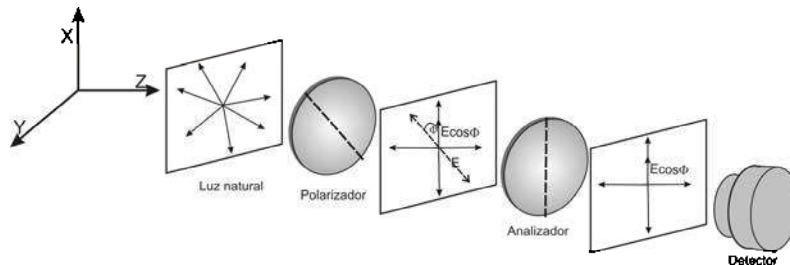


Fig. 2.9 Representación de la ley de Malus, el polarizador y analizador.

2.4 DICROISMO

Con el término **dicroísmo** nos referimos a la absorción selectiva de una de las dos componentes ortogonales del estado de polarización de un haz incidente. El polarizador dicroico es en sí mismo físicamente anisotrópico, produciendo una fuerte asimetría o absorción preferencial de una componente del campo mientras es esencialmente transparente para la otra.

El sistema más simple de funcionamiento de este polarizador es describiéndolo como una rejilla de alambre conductor paralelo como se muestra en la fig. 2.10. Imaginemos que una onda electromagnética no polarizada incide sobre la rejilla por la derecha. El campo eléctrico se puede resolver en las dos componentes ortogonales; una se escoge paralela a los alambres y la otra perpendicular. La componente x del campo impulsa los electrones de conducción a lo largo de cada alambre, generando así una corriente. Como es de esperar, la onda incidente tiende a anularse o se ocupa en mover los electrones a través de los alambres, con la transmisión resultante escasa o nula de la componente del campo eléctrico. Por el contrario los electrones no son libres de moverse muy lejos en la dirección y y la componente y del campo que da esencialmente

inalterada al propagarse por la rejilla. El eje de transmisión de la rejilla es perpendicular a los alambres.

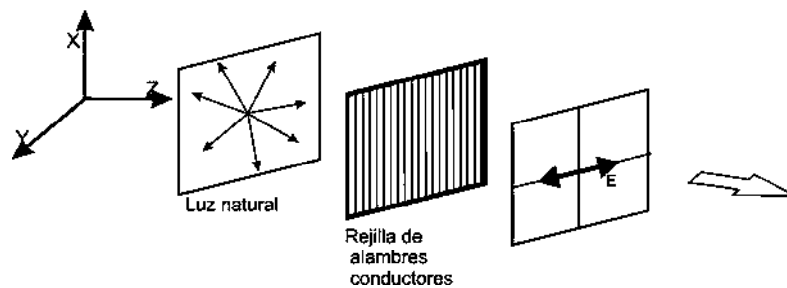


Fig. 2.10 Representación de un polarizador dicróico mediante una rejilla de alambre.

2.5 POLARIZACIÓN POR REFLEXIÓN

Considérese una onda plana incidente linealmente polarizada de tal forma que su campo $\mathbf{E}$ sea perpendicular a su plano de incidencia. Como se muestra en la fig. 2. 11. La onda se refracta en la interfaz entrando con un ángulo de transmisión θ_t . Su campo eléctrico impulsa a los electrones enlazados, en este caso normalmente al plano de incidencia, y ellos a su vez reradían. Una parte de esa energía reemitida aparece en forma de onda reflejada. Entonces, tanto las ondas reflejadas como las refractadas también tienen que hallarse en un estado $\mathbf{P}$ normal al plano de incidencia. Obsérvese que la densidad de flujo de la onda reflejada es ahora relativamente baja, porque la dirección del rayo reflejado forma un ángulo θ pequeño con el eje del dipolo. Si se pudiera $\theta = 0$ ó, de forma equivalente $\theta_r + \theta_t = 90^\circ$, la onda incidente no polarizada conformada por dos estados $\mathbf{P}$ ortogonales incoherentes, se reflejara solamente la componente polarizada paralela a la superficie. El ángulo de incidencia particular para el que ocurre esta situación se designa por θ_p , y recibe el nombre de ángulo de polarización o ángulo de Brewster, donde $\theta_p + \theta_t = 90^\circ$. Por consiguiente de la ley de Snell

$n_i \sin \theta_p = n_t \sin \theta_t$ y el hecho de que $\theta_t = 90^\circ - \theta_p$ se obtiene que
 $n_i \sin \theta_p = n_t \cos \theta_p$ y

$$\tan \theta_p = n_t / n_i , \quad (2.30)$$

esta ecuación es una forma sencilla y fácil que permite conocer el índice de refracción de un material sobre el cual la luz se refleje, o si se conoce éste índice, entonces se puede conocer el ángulo de Brewster.

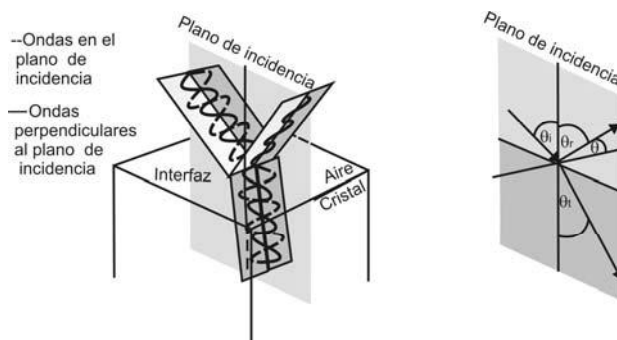


Fig. 2.11 Representación de polarización por reflexión.

2.6 ESPARCIMIENTO Y POLARIZACIÓN

La luz del sol es esparcida en todas direcciones por las moléculas de aire. Contemplando nuestra atmósfera, se observa que si no existiera, el cielo diurno aparecería tan negro como el espacio vacío. La atmósfera hace que el cielo tenga un color azul, debido al esparcimiento del espectro azul o de alta frecuencia mientras que el extremo rojo del espectro no se desvía.

También la luz que se refleja y se refracta varias veces por una gotita y regresa al observador es blanca, he ahí la blancura de las cosas formada de pequeños granos como la sal, nieve, el cielo de una ciudad contaminada, etc.

Las partículas que son aproximadamente del tamaño de una longitud de onda esparcen la luz de una forma muy distintiva.

Supóngase que se tiene una onda plana linealmente polarizada incidente sobre una molécula de aire. La orientación del campo eléctrico de la radiación esparcida (E_s) sigue la distribución dipolar, de tal manera que E_s , el vector de Poynting S y el dipolo oscilador son todos coplanares. Las vibraciones inducidas en el átomo son paralelas al campo E de la onda de luz incidente siendo así perpendiculares a la dirección de propagación. Observe que el dipolo no radia en la dirección de su eje. Ahora si la onda incidente no esta polarizada como se muestra en la Fig. 2.12, en este caso la luz esparcida en la dirección hacia delante esta sin polarizar; lejos de ese eje esta parcialmente polarizada, aumentando en grado de polarización conforme aumenta el ángulo, es así que en el horizonte la luz esta polarizada.

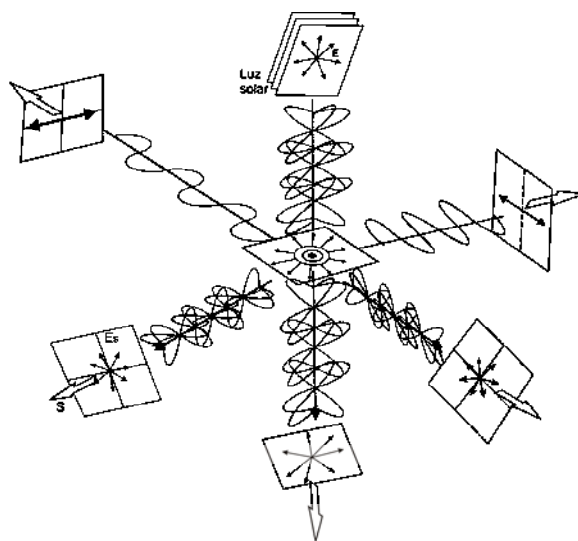


Fig. 2.12 Representación de la polarización de luz por esparcimiento de una molécula.

2.7 BIRREFRINGENCIA

Existen muchas sustancias cristalinas que son óptimamente anisótropas, es decir, dentro de la muestra sus propiedades no son las mismas en todas las direcciones.

Como se mencionó anteriormente la luz se propaga por excitación de los átomos dentro de la sustancia. Los electrones son impulsados por el campo **E** y rerradían; estas onditas secundarias se recombinan y la onda refractada resultante avanza. La velocidad de la onda y el índice de refracción están determinados por la diferencia entre la frecuencia del campo **E** y la frecuencia natural de los átomos. Una anisotropía en la fuerza de enlace se manifestará, en una anisotropía en el índice de refracción. Un material que exhibe dos índices de refracción es birrefringente.

Un material birrefringente que absorbe uno de los estados ortogonales polarizados, dejando pasar el otro, es dicróico. Además, supongamos que la simetría del cristal es tal que las fuerzas de enlace en las direcciones *y* y *z* son idénticas. El eje *x* define ahora la dirección del **eje óptico**. Puesto que un cristal se puede representar por una serie de estos osciladores anisótropos cargados y orientados, *el eje óptico es en realidad una dirección y no tan solo una línea.*

2.7.1 CRISTALES BIRREFRINGENTES

En los cristales cúbicos, los átomos están acomodados de manera relativamente simple y con una alta simetría. La luz que salga de una fuente puntual dentro de un cristal se propagará uniformemente en todas las direcciones como una onda esférica. Como con los sólidos amorfos, no habrá direcciones preferenciales en el material. Tendrá un único índice de refracción y será *óptimamente isótropo*.

Los cristales con algún sistema *hexagonal, tetragonal y trigonal* son óptimamente anisótropos y birrefringentes; En dicho material los átomos están ordenados de tal manera que la luz que se propaga en alguna dirección general encontrará una estructura asimétrica, para este material el eje óptico corresponde en donde los átomos están ordenados simétricamente y se denomina **uniáxicos**.

Una luz natural al pasar por el material, da lugar a ondas ordinaria y extraordinaria. El campo **E** de la onda ordinaria es en todas partes normal al eje óptico y así se mueve con una velocidad $v_{\perp}$ en todas las direcciones. En el

caso de la onda extraordinaria tiene una velocidad $v_{\perp}$ solamente en el eje óptico, y es siempre tangente a la onda ordinaria. Normal a esta dirección, E es paralelo al eje óptico y esa porción de la onda se expande con una velocidad $v_{\parallel}$. Los materiales uniaxiales tienen dos índices de refracción, $n_o \equiv c/v_{\perp}$ y $n_e \equiv c/v_{\parallel}$.

La diferencia $\Delta n = (n_e - n_o)$ es una medida de la birrefringencia. Por ejemplo en la calcita $v_{\parallel} > v_{\perp}$, $(n_e - n_o) = -0.172$ y es uniaxial negativo; en comparación con el cuarzo y el hielo, en este caso $v_{\perp} > v_{\parallel}$ y $(n_e - n_o)$ es positivo por lo que es uniaxial positivo. por lo tanto, las ondas e extraordinarias están encerradas dentro de las ondas o ordinarias como se muestra en la fig. 2.13.

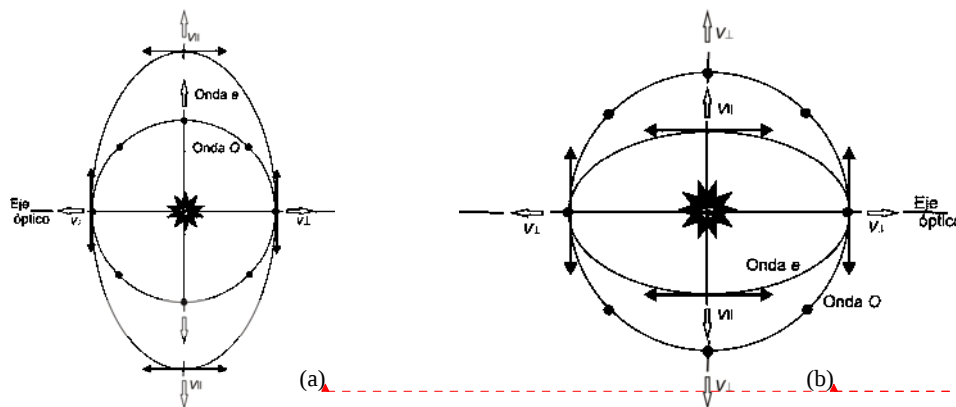


Fig. 2.12 Trenes de onda (a) en un cristal uniaxial negativo (b) en un Cristal uniaxial positivo

Con formato: Español (México)

Con formato: Español (México)

Para el caso cuando el rayo ordinario y extraordinario atraviesa un material de grosor d queda desfasado, este retraso de fase se calcula de la siguiente manera: $\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d$, para cuando $\delta = (2m+1)\frac{\pi}{2}$ tenemos una polarización elíptica (general) y para el caso de incidencia a 45° tenemos polarización circular, $\delta = m\pi$.

Los sistemas cristalográficos restantes, como son, los *ortorrómbicos*, *monoclínico* y *triclínico*, tienen dos ejes ópticos y se les denomina, **biáxicos**. Tienen tres índices de refracción principales diferentes. La birrefringencia de los cristales biáxicos se mide como diferencia numérica entre el mayor y el menor de estos índices.

2.8 RETARDADORES

Un ejemplo de cristales birrefringentes son los retardadores que son componentes ópticos que sirve para cambiar la polarización de la onda incidente. Su funcionamiento es muy simple, uno de los estados de polarización que forma una onda al salir del retardador, es retrasado en fase respecto a la otra componente en una cantidad predeterminada diferente a lo que era inicialmente y entonces su estado de polarización cambia. Conforme las ondas constitutivas de la onda incidente progresan a través de una lámina retardadora, su diferencia de fase aumenta y el estado de polarización cambia gradualmente de un punto de la placa a otro, cambiando la polarización a todos los estados, y así crear polarización circular y elíptica.

Los retardadores pueden construirse de diferentes materiales, siendo los más comunes calcita y cuarzo. Se pueden construir estos retardadores de tal forma que produzcan un retraso de una onda completa, media onda o un cuarto de onda. En la siguiente sección se describen brevemente estos dispositivos.

2.8.1 RETARDADORES DE ONDA COMPLETA

Si el retraso relativo entre los dos estados **P**, que se mencionaron anteriormente, es una longitud de onda, las ondas constitutivas están en fase y no hay efecto en la polarización de un haz monocromático incidente. Cuando el retraso relativo es de una longitud de onda completa el sistema se denomina lámina de onda completa.

Una lámina de onda completa sólo funciona para una longitud de onda específica (los retardadores de este tipo son cromáticos). El resto de las longitudes de onda que incidan sobre este tipo de láminas saldrán con diferente tipo de polarización elíptica.

2.8.2 RETARDADORES DE MEDIA ONDA

Es una placa que introduce una diferencia de fase de 180° entre los dos estados **P**, invierte el sentido de la luz elíptica o circular, es decir, la cambia de derecha a izquierda o viceversa.

Supóngase que incide una onda con su plano de vibración formando un ángulo arbitrario θ con el eje rápido de una lámina de media onda, así una de las ondas en estado **P** tendrá una velocidad mayor que la otra. Al salir de la lámina habrá un corrimiento de fase de media onda, y el campo eléctrico habrá rotado un ángulo igual a 2θ .

2.8.3 RETARDADORES DE UN CUARTO DE ONDA

La lámina de cuarto de onda introduce un corrimiento de fase de $\pi/2$ entre las componentes de una onda. Un corrimiento de $\pi/2$ convierte luz con polarización lineal a luz con polarización elíptica y viceversa.

Cuando la luz con polarización lineal a 45° incide sobre una lámina de cuarto de onda, sus dos componentes tienen amplitudes iguales. Entonces, con un corrimiento de fase de 90° , se convierte la onda con polarización lineal a otra onda con polarización circular, si y sólo si el eje rápido del retardador es paralelo a alguno de los ejes x, y .

En la siguiente sección se proporciona una forma matemática alternativa para representar los tipos de polarización de una onda luminosa.

2.9 VECTORES DE JONES.

La representación de la luz polarizada que se utilizará en esta tesis, está constituido por los vectores y matrices de Jones. Esta formulación fue desarrollada por *R. Clark Jones* en 1941, se basa en la representación vectorial de las componentes perpendiculares del campo eléctrico de una onda. El vector de *Jones* es una construcción teórica que sólo describe luz con una fase y frecuencia bien definida.

Si se supone que el sistema de coordenadas es tal que las ondas electromagnéticas se propagan a lo largo del eje z , cualquier polarización se puede descomponer en dos vectores de campo eléctrico ortogonales, paralelos a los ejes x y y respectivamente, (sec. 2.1).

El vector de *Jones* está definido como una matriz columna de dos renglones dado por:

$$E = \begin{pmatrix} E_{0x} \exp(i\varphi_x) \\ E_{0y} \exp(i\varphi_y) \end{pmatrix}, \quad (2.31)$$

donde φ_x y φ_y son las fases de las Ecs. (2.5) y (2.6) respectivamente. La diferencia de fase se expresa como $\varepsilon = \varphi_y - \varphi_x$.

Los vectores de Jones de los estados **P** horizontal y vertical, están dados por:

$$E_h = \begin{pmatrix} E_{0x} \exp(i\varphi_x) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.32)$$

y por:

$$E_v = \begin{pmatrix} 0 \\ E_{0y} \exp(i\varphi_y) \end{pmatrix}, \quad (2.33)$$

respectivamente.

Cuando las amplitudes son iguales y no hay diferencia de fase (es decir $\varepsilon = 0$), se tiene un estado **P** a 45° , el cual está representado por el vector de *Jones*:

$$E = \begin{pmatrix} E_0 \exp(i\varphi_0) \\ E_0 \exp(i\varphi_0) \end{pmatrix} = E_0 \exp(i\varphi_0) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} . \quad (2.34)$$

Algunos ejemplos de los vectores de *Jones* se muestran a continuación.

Tabla 1. Vectores de *Jones*.

Polarización lineal horizontal,	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} .$
Polarización lineal vertical,	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} .$
Polarización lineal a 45° ,	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} .$
Polarización lineal a -45° ,	$-\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} .$
Polarización circular derecha,	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} .$
Polarización circular izquierda,	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} .$

La constante que acompaña a algunos vectores de Jones es obtenida por normalización.

Ya que se conocen los estados de polarización de la luz, así como sus representaciones matemáticas, es importante analizar que le sucede a un haz de luz polarizado cuando entra en un sistema óptico. En la siguiente sección se estudia este hecho y se representa un sistema óptico convenientemente.

2.10 MATRICES DE JONES.

Cuando un haz de luz entra en un sistema óptico, éste lo transforma de alguna manera, de tal forma que sale del sistema un haz distinto. Si se emplean los vectores de Jones para representar a los haces de entrada y salida, entonces se puede tratar este sistema como una matriz de 2×2 . Esta matriz se conoce como *matriz de Jones*. Esta situación se puede representar de la siguiente manera:

$$E_t = A E_i \quad . \quad (2.35)$$

En la Ec. (2.35), A representa a la matriz del sistema y está dada por:

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad , \quad (2.36)$$

E_i y E_t son los haces de entrada y salida dados por

$$E_i = \begin{pmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{pmatrix} \quad , \quad (2.37)$$

y por:

$$E_t = \begin{pmatrix} E_{tx} \\ E_{ty} \end{pmatrix} \quad , \quad (2.38)$$

respectivamente.

Sustituyendo las Ecs. (2.36), (2.37), y (2.38) en la Ec. (2.35), se obtiene:

$$\begin{pmatrix} E_{tx} \\ E_{ty} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{ix} \\ E_{iy} \end{pmatrix} . \quad (2.39)$$

Multiplicando las matrices de la Ec. (2.39) se obtiene:

$$E_{tx} = aE_{ix} + bE_{iy} , \quad (2.40)$$

$$E_{ty} = cE_{ix} + dE_{iy} , \quad (2.41)$$

donde las constantes a, b, c, y d, son las variables del sistema de ecuaciones que se resuelve de forma sencilla.

Si el haz incidente pasa por una serie de sistemas ópticos, representados por las matrices de Jones $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \dots, \mathcal{A}_h$, se puede conocer el haz de salida multiplicando las matrices de Jones en el siguiente orden:

$$E_t = \mathcal{A}_h \dots \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_1 E_i . \quad (2.42)$$

Algunas de estas matrices para los diferentes elementos ópticos necesarios en esta tesis, se presentan a continuación.

Tabla 2. Matrices de Jones para diferentes elementos ópticos.

Polarizador lineal horizontal,	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} .$
Polarizador lineal vertical,	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} .$
Polarizador lineal a 45°,	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} .$

Polarizador lineal a -45° ,	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
Polarizador circular derecho,	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$.
Polarizador circular izquierdo,	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}$.
Lámina de media onda con eje rápido vertical,	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
Lámina de media onda con eje rápido horizontal,	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
Lámina de media onda con eje rápido a $\pm 45^\circ$,	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
Lámina de cuarto de onda con eje rápido vertical,	$\exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$.
Lámina de cuarto de onda con eje rápido horizontal,	$\exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$.

3. DIFRACCIÓN Y EFECTO TALBOT

Si se ilumina un objeto periódico, con función de transmitancia cualquiera, con un frente de onda plano, inmediatamente después de que la onda plana atraviesa al objeto, se tendrá un campo de onda con modulación periódica. En este capítulo se estudia la serie de Fourier, el patrón de difracción de Fresnel, se observa el patrón de difracción de un campo periódico a

distancia fraccionarias de *Talbot* y se analizan los planos fraccionales de Talbot de rejillas de polarización.

3.1 DIFRACCION DE UN CAMPO DE ONDA PERIODICO.

Antes de empezar a estudiar la difracción de un campo de onda periódico, es necesario representar estos campos de forma conveniente. Una alternativa la ofrece la serie de Fourier porque permite expresar funciones como sumas discretas de armónicos.

3.1.1 SERIE DE FOURIER DE UN CAMPO PERIODICO.

Se dice que una función $f(x)$ es periódica si $f(x+p)=f(x)$, válido para cualquier x , donde p es el periodo de la función.

Una función $f(x)$ cualquiera, con periodo p , se puede representar mediante la serie trigonométrica de Fourier:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos\left(\frac{2\pi nx}{p}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi nx}{p}\right) \right] . \quad (3.1)$$

Una expresión equivalente a la Ec. (3.1) es la serie compleja de Fourier dada por:

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp\left(\frac{i2\pi nx}{p}\right) . \quad (3.2)$$

En estas expresiones se supone que el intervalo en el que la función es válida es $[-\infty, \infty]$. Los coeficientes de las Ecs. (3.1) y (3.2) están dados por:

$$a_n = \frac{2}{p} \int_{-p/2}^{p/2} f(x) \cos(2\pi nx/p) dx \quad , \quad (3.3)$$

$$b_n = \frac{2}{p} \int_{-p/2}^{p/2} f(x) \sin(2\pi nx/p) dx \quad , \quad (3.4)$$

$$C_n = \frac{1}{p} \int_{-p/2}^{p/2} f(x) \exp(-i 2\pi nx/p) dx \quad . \quad (3.5)$$

Por analogía, la Ec. (3.2) representa una suma de ondas planas, con vector de propagación en el plano xz.

3.1.2 SERIE DE FOURIER DE UN CAMPO DE ONDA DESPLAZADO.

Para los propósitos de este trabajo es útil hallar la serie de Fourier de un campo periódico desplazado lateralmente medio periodo.

Considérese un campo periódico $u_0(x)$ con periodo p , cuya serie de Fourier es:

$$u_0(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(i 2\pi nx/p) \quad . \quad (3.6)$$

Es posible también representar la serie infinita (3.6) mediante dos subseries infinitas, a saber:

$$u_0(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{2n} \exp[i 2\pi(2n)x/p] + \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{2n+1} \exp[i 2\pi(2n+1)x/p] \quad . \quad (3.7)$$

Las Ecs. (3.6) y (3.7), representan la serie de Fourier del mismo campo de ondas pero con diferente presentación.

Ahora considérese un campo periódico desplazado lateralmente medio periodo, el cual se representa por $u_0(x - p/2)$. La serie de Fourier para este campo, de acuerdo con la Ec (3.2) resulta:

$$u_0(x - p/2) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(i2\pi nx/p) \exp(-in\pi) \quad (3.8)$$

En la Ec. (3.8), la segunda exponencial tiene dos posibles valores, los cuales son:

$$\exp(-in\pi) = \begin{cases} 1, n \text{ par}, \\ -1, n \text{ impar}. \end{cases} \quad (3.9)$$

Usando el resultado de la Ec. (3.9) se puede reescribir la Ec. (3.8) en dos subseries, con órdenes pares e impares, de la siguiente manera:

$$u_0(x - p/2) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{2n} \exp[i2\pi(2n)x/p] - \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{2n+1} \exp[i2\pi(2n+1)x/p] \quad (3.10)$$

obteniendo así una serie de Fourier para un campo de onda desplazado, en función de dos subseries infinitas.

Otro caso a considerar es cuando el campo periódico del objeto está desplazado lateralmente un tercio del periodo, el cual se representa por $u_0(x - p/3)$. La serie de Fourier para este campo, de acuerdo con la Ec (3.2) resulta:

$$u_0(x - p/3) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(i2\pi nx/p) \exp(-i2\pi n/3) \quad (3.11)$$

La segunda exponencial de la Ec. (3.11), tiene tres posibles valores, los cuales son:

$$\exp(-in\pi) = \begin{cases} 1, m=3n, \\ -\exp(-i\pi/3), m=3n-1 \\ \exp(-i2\pi/3), m=3n-2 \end{cases} \quad (3.12)$$

Usando el resultado de la Ec. (3.12) se puede reescribir la Ec. (3.11) en dos subseries, de la siguiente manera:

$$u_0(x-p/3) = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(i2\pi(3n-1)(x/p)) \exp(-i\pi/3) + \\ + \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(i2\pi(3n-2)(x/p)) \exp(-i2\pi/3) \quad (3.13)$$

por ultimo el caso es cuando el campo periódico del objeto esta desplazado lateralmente dos tercios del periodo, el cual se representa por $u_0(x-2p/3)$. La serie de Fourier para este campo, de acuerdo con la Ec (3.2) resulta:

$$u_0(x-2p/3) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(i2\pi nx/p) \exp(-i4\pi n/3) \quad (3.14)$$

La segunda exponencial de la Ec. (3.14), tiene tres posibles valores, los cuales son:

$$\exp(-in\pi) = \begin{cases} 1, m=3n, \\ -\exp(-i\pi/3), m=3n-2 \\ \exp(-i2\pi/3), m=3n-1 \end{cases} \quad (3.15)$$

Usando el resultado de la Ec. (3.15) se puede reescribir la Ec. (3.14) en dos subseries, de la siguiente manera:

$$u_0(x-2p/3) = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(i2\pi(3n-2)(x/p)) \exp(-i\pi/3) + \\ + \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(i2\pi(3n-1)(x/p)) \exp(-i2\pi/3) \quad (3.16)$$

Las expresiones de las Ecs. (3.7), (3.13), (3.10) y (3.16) serán utilizadas posteriormente.

En general, una onda plana se representa mediante la ecuación de onda:

$$\Psi(\vec{r}) = \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (3.17)$$

En la Ec. (3.17) $\vec{k}$ es el vector de propagación de la onda, y está dado por:

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} (L\hat{i} + M\hat{j} + N\hat{k}) \quad (3.18)$$

donde las constantes L, M, N , son los cosenos directores del vector de propagación de la onda (ver Fig. 3.1), los cuales están dados por:

$$L = \cos\alpha \quad ,$$

$$M = \cos\beta \quad , \quad (3.19)$$

$$N = \cos\gamma \quad ,$$

siendo α, β, γ , los ángulos que forma $\vec{k}$ con los ejes x, y, z respectivamente. El vector $\vec{r}$ se denota por:

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \quad . \quad (3.20)$$

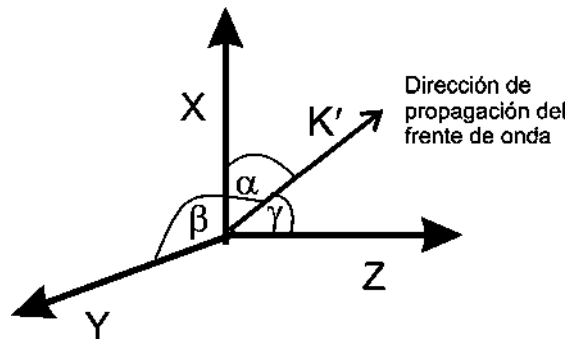


Fig. 3.1. Representación esquemática de la dirección de propagación de una onda plana.

Por tanto, la Ec. (3.17) adquiere la forma:

$$\Psi(x, y, z) = \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (Lx + My + Nz)\right] \quad , \quad (3.21)$$

Supóngase que el vector de propagación de la onda está inscrito en el plano xz , lo cual sólo es posible si $\beta = 90^\circ$ (es decir $M = 0$). En este caso, la distribución de fase de la Ec. (3.21) se proyecta en el plano $z = 0$ como:

$$\Psi(x) = \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} Lx\right) . \quad (3.22)$$

La función $\exp(i2\pi x/p)$ de la serie de Fourier en la Ec. (3.2) se puede interpretar como una onda plana del tipo de la Ec. (3.16), cuyo coseno director, respecto al eje x , es:

$$L = \frac{n\lambda}{p} . \quad (3.17)$$

Por tanto, se ha mostrado que, mientras la Ec. (3.22) representa a una sola onda plana, la Ec. (3.2) representa a una suma de ellas. La interpretación de la serie de Fourier como una suma de ondas planas es importante al estudiar problemas de difracción.

En la siguiente sección se obtendrá el patrón de difracción de Fresnel del campo periódico dado por la Ec. (3.6).

3.1.3 PROPAGACION DE UNA ONDA PLANA.

Recuérdese que una onda plana o campo de ondas se puede propagar mediante la integral de Fresnel. Sin embargo, para analizar la propagación de una onda plana se tomará en cuenta la relación que existe entre los cosenos directores y el vector de propagación de la onda.

Recuérdese que se puede propagar una onda plana o campo de ondas mediante la integral de Fresnel, sin embargo consideraremos, a continuación, un procedimiento heurístico

Supóngase, por simplicidad, la onda plana dada por la Ec. (3.21), pero con su vector de propagación inscrito en el plano xz, es decir supóngase que $M = 0$. En este caso:

$$\Psi(x, z) = \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} (Lx + Nz)\right] , \quad (3.23)$$

donde:

$$N = \left(1 - L^2\right)^{1/2} . \quad (3.24)$$

Se puede entender que la onda plana que en $z=0$ se representa por la Ec. (3.22), en $z \neq 0$ se representa mediante la Ec. (3.23), que para los fines de esta tesis, conviene escribir como:

$$\Psi(x, z) = \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda} Nz\right] \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} Lx\right) . \quad (3.25)$$

Nótese que $L/\lambda = v$ es frecuencia espacial, y si $|v| \ll 1/\lambda$ (caso paraxial o de Fresnel), entonces el coseno director N , de la Ec. (3.24) se puede aproximar como:

$$N = \left(1 - \lambda^2 v^2\right)^{1/2} \approx 1 - \lambda^2 v^2 / 2 . \quad (3.26)$$

Por tanto, la Ec. (3.25) se reduce a:

$$\Psi(x, z) = \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} z\right) \exp\left(-i\pi\lambda z v^2\right) \exp(i2\pi vx) . \quad (3.27)$$

En la Ec. (3.27), conviene distinguir el factor de propagación, $F(z)$, definido como:

$$F(z) = \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} z\right) \exp\left(-i\pi\lambda z v^2\right) . \quad (3.28)$$

Para el caso de la onda plana, $\exp(i2\pi n x/p)$, en la serie de Fourier de la Ec. (3.6), se tiene $v = n/p$ y su factor de propagación es:

$$F(z) = \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} z\right) \exp\left(-i\pi\lambda z n^2/p^2\right) , \quad (3.29)$$

por tanto, el campo periódico, de la Ec. (3.22), propagado una distancia z es:

$$U(x, z) = \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} z\right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp\left(-i\pi\lambda z n^2/p^2\right) \exp(i2\pi n x/p) . \quad (3.30)$$

Este resultado también representa una serie de Fourier pero ahora con nuevos coeficientes.

Nótese que si $z = 0$, la segunda exponencial de la Ec. (3.30) se reduce a:

$$\exp\left(-i\pi\lambda z n^2/p^2\right) = 1 , \quad (3.31)$$

notando que con este resultado, la Ec. (3.30) es exactamente igual a la serie de Fourier de la Ec. (3.6).

3.1.3.1 FORMACION DE AUTOIMAGENES.

Si $z \neq 0$, la Ec. (3.30) también se puede reducir, salvo por un factor de fase constante, a la Ec.(3.6) y para ello es suficiente establecer la condición:

$$z = z_t \equiv 2p^2/\lambda \quad , \quad (3.32)$$

distancia que se conoce como distancia de Talbot.

Si se sustituye la Ec. (3.32) en la Ec. (3.30), se encuentra una réplica del campo periódico a la distancia z_t , es decir, se encuentra su autoimagen. Este hecho se conoce como *Efecto Talbot*. Es obvio que los planos nz_t también presentan autoimágenes del campo periódico.

Un caso importante se tiene en un campo propagado, pero no a la distancia de Talbot sino a una fracción de ella. Esto se tratará en la siguiente sección.

3.2 EFECTO TALBOT

En la sección anterior se mencionó el *Efecto Talbot*, y la distancia a la cual se puede observar. En esta sección se dará una descripción del Efecto Talbot, y se analizará el patrón de difracción de Fresnel obtenido anteriormente a fracciones de la distancia de Talbot.

3.2.1 DIFRACCION DE FRESNEL A LA DISTANCIA DE TALBOT.

El patrón de difracción de Fresnel $U(x,y)$, a una distancia z , de un objeto periódico $u(x_0)$ se puede expresar como

$$U(x, z) = \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} z\right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(-i\pi\lambda z n^2 / p^2) \exp(i2\pi n x / p) \quad , \quad (3.33)$$

en donde λ es la longitud de onda y p es el periodo del objeto. Ver Fig. 3.2.

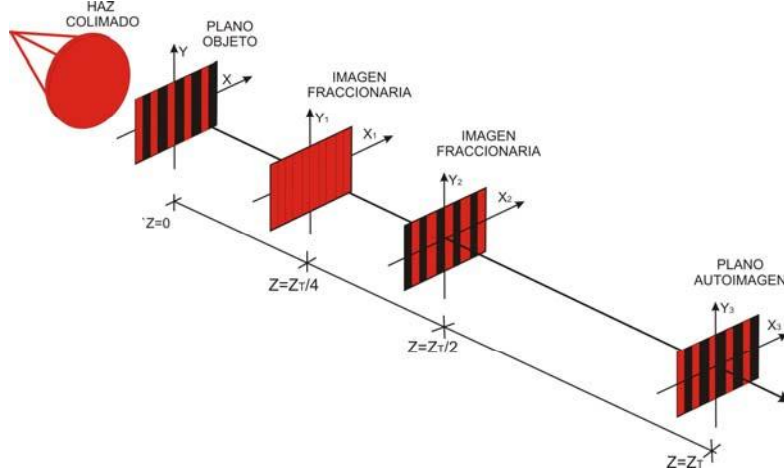


Fig. 3.2. Representación gráfica del Efecto Talbot.

Se puede notar que en el plano $z=0$, la Ec. (3.33) se reduce a la Ec. (3.6). Es interesante que para los casos en que $z \neq 0$, la Ec. (3.33) se puede reducir a la misma forma del campo periódico del plano $z=0$, dado por la Ec. (3.6), excepto por un factor de fase constante. Para ello es suficiente establecer la condición

$$z = z_T \equiv \frac{2p^2}{\lambda} \quad . \quad (3.34)$$

Si se sustituye la Ec. (3.34) en la Ec. (3.33), se encuentra una réplica del campo periódico a la distancia $z = z_T$ conocida como distancia de Talbot, o de autoimagen. Es obvio que los planos $z = nz_T$, para cualquier valor de n entero, también presentan autoimágenes del campo periódico. Ver Fig. 3.2.

A continuación se analizan los campos de difracción en los planos fraccionales de Talbot de rejillas escalares.

3.2.2 PATRON DE DIFRACCION DE FRESNEL EN EL PLANO

$z = z_T/2$.

Empleando la Ec. (3.34), el patrón de difracción de Fresnel, descrito en la Ec. (3.33), se puede reescribir, omitiendo el factor de fase $\exp(i2\pi z/\lambda)$, como:

$$U(x, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(-i2\pi n^2 z/z_T) \exp(i2\pi n x/p) . \quad (3.35)$$

Cuando se analiza el patrón de difracción de Fresnel a un medio de la distancia de Talbot, es decir en el plano $z = z_T/2$, ver Fig. 3.2, se tiene que el factor de propagación definido como $F(n, z) = \exp(-i2\pi n^2 z/z_T)$ es:

$$F(n, z_T/2) = \exp(-in^2\pi) = \begin{cases} 1, n \text{ par}, \\ -1, n \text{ impar}. \end{cases} \quad (3.36)$$

Entonces, usando este resultado, la Ec. (3.35) se puede expresar mediante dos subseries de la siguiente manera

$$U(x, z_T/2) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{2n} \exp[i2\pi(2n)x_2/p] - \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{2n+1} \exp[i2\pi(2n+1)x_2/p] . \quad (3.37)$$

Se observa que la Ec. (3.37) es la misma expresión que la Ec. (3.10). Es decir:

$$U(x_2, z_T/2) = u(x_0 - p/2, z = 0) . \quad (3.38)$$

Este resultado indica que, cuando se analiza el patrón de difracción de Fresnel de un campo periódico a la mitad de la distancia de Talbot, lo que se observa es la imagen del mismo campo, pero con un desplazamiento lateral de

medio periodo. Este caso se representa esquemáticamente en los planos $z=0$ y $z = z_T/2$ de la Fig. 3.2.

En la siguiente sección, se analiza lo que sucede cuando se observa la difracción de un campo periódico a un tercio de la distancia de Talbot.

3.2.3 PATRON DE DIFRACCION DE FRESNEL EN EL PLANO

$z = z_T/3$.

En este caso se analiza el patrón de difracción de Fresnel a un tercio de la distancia de Talbot, es decir en el plano $z = z_T/3$, se tiene que el factor de propagación de la ec. (3.35) definido como $F(n, z_T/3) = \exp(-i\pi n^2 2/3)$ es:

$$F(n, z_T/3) = \exp(-i\pi n^2 2/3) = \begin{cases} 1, n = 3, 6, 9, 12, \dots \\ \exp(-i2\pi/3), \text{ Otro caso} \end{cases} \quad (3.39)$$

por lo tanto, se obtiene que el patrón de difracción de Fresnel a un tercio de la distancia de Talbot es

$$U(x, z = z_T/3) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp[i2\pi n x/p] \exp(-i2\pi/3) \quad (3.40)$$

En la siguiente sección se analiza la difracción a dos tercios de la distancia de Talbot.

3.2.4 PATRON DE DIFRACCION DE FRESNEL EN EL PLANO

$z = 2z_T/3$.

En este caso se analiza el patrón de difracción de Fresnel a dos tercios de la distancia de Talbot, es decir en el plano $z = 2z_T/3$, se tiene que el factor de propagación de la ec. (3.35) definido como $F(n, 2z_T/3) = \exp(-i\pi n^2 4/3)$ es:

$$F(n, 2z_T/3) = \exp(-i\pi n^2 4/3) = \begin{cases} 1, n = 3, 6, 9, 12, \dots \\ -\exp(-i\pi/3), \text{ Otro caso} \end{cases} \quad (3.41)$$

por lo tanto, se obtiene que el patrón de difracción de Fresnel a dos tercios de la distancia de Talbot es

$$U(x, z = 2z_T/3) = - \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp[i2\pi n x/p] \exp(-i\pi/3) . \quad (3.42)$$

En la siguiente sección, se analiza lo que sucede cuando se observa la difracción de un campo periódico a un cuarto de la distancia de Talbot.

3.2.5 PATRON DE DIFRACCION DE FRESNEL EN EL PLANO $z = z_T/4$.

Si se analiza el plano $z = z_T/4$, ver Fig. 3.2, el factor de propagación $F(n, z)$ de la Ec. (3.35), se expresa por medio de:

$$F(n, z_T/4) = \exp(-in^2 \pi/2) = \begin{cases} 1, n \text{ par}, \\ -i, n \text{ impar}, \end{cases} \quad (3.43)$$

por lo tanto, se obtiene que el patrón de difracción de Fresnel a un cuarto de la distancia de Talbot es

$$U(x_1, z_T/4) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{2n} \exp[i2\pi(2n)x_1/p] - i \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{2n+1} \exp[i2\pi(2n+1)x_1/p] . \quad (3.44)$$

Usando las Ecs. (3.7), (3.10) y agrupando términos semejantes, la Ec. (3.44) se puede escribir de la siguiente forma

$$U(x_1, z_T/4) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-i\pi/4) [u(x_1) + iu(x_1 - p/2)] \quad (3.45)$$

Esta expresión es de gran utilidad porque proporciona el patrón de difracción de Fresnel a un cuarto de la distancia de Talbot o de objetos periódicos.

Por ejemplo, para una rejilla de Ronchi $R(x)$ con razón de apertura $1/2$, representada esquemáticamente en la Fig. 3.3a, el patrón de difracción de Fresnel a un cuarto de la distancia de Talbot es

$$U(x_1, y_1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(i\pi/4) [R(x) + iR(x - p/2)] \quad (3.46)$$

La irradiancia del campo de la Ec. (3.46) es:

$$I(x_1, y_1) = \frac{1}{2} [R^2(x) + R^2(x - p/2)] = \frac{1}{2} [R(x) + R(x - p/2)] \quad (3.47)$$

En la Ec. (3.47) se utiliza el hecho de que dado el carácter binario (0,1) de $R(x)$, entonces $R^2(x) = R(x)$. Una gráfica de la Ec. (3.47) se tiene en la Fig. 3.3b.

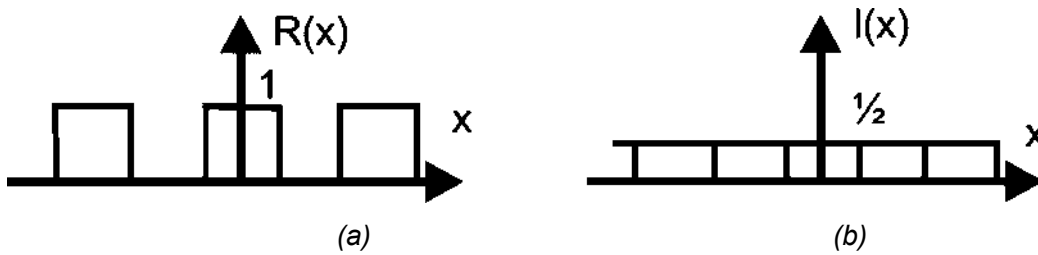


Fig. 3.3. (a) Perfil de una rejilla Ronchi, (b) Irradiancia de una rejilla Ronchi en el plano $z = z_T/4$

En el capítulo siguiente, se describen y representan rejillas de polarización lineal y elíptica, y se analizan, empleando la Ec. (3.36), sus patrones de difracción a la distancia $z = z_T/4$.

3.3. AUTOIMAGENES EN REJILLAS DE POLARIZACION.

En esta sección, se analizan los planos fraccionales de Talbot de rejillas de polarización.

Para el desarrollo experimental, se propone un método para la síntesis de una rejilla de polarización con estados lineales perpendiculares.

3.3.1. REPRESENTACION DE REJILLAS DE POLARIZACION.

A continuación se representan algunas rejillas de polarización en términos de una rejilla Ronchi. La transmitancia de una rejilla Ronchi, como la representada en la Fig. 3.4(a) 1a, con periodo $p=2a$ se puede representar como:

$$R(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{rect}[(x - np)/a] \quad . \quad (3.48)$$

A partir de la ecuación (3.48), la transmitancia de una rejilla Ronchi, desplazada lateralmente medio periodo se representa gráficamente en la Fig 3.4(b) y matemáticamente por medio de:

$$R(x - p/2) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{rect}\{[(x - p/2) - np]/a\} \quad . \quad (3.48a)$$

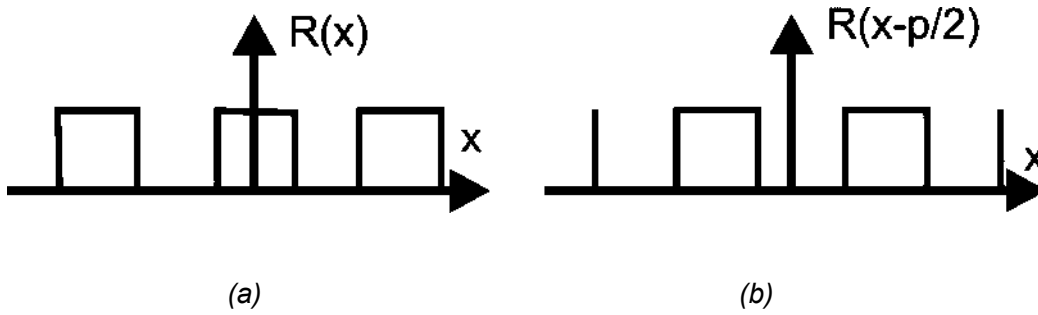


Fig. 3.4. Perfil de una rejilla Ronchi (a) centrada y (b) desplazada medio periodo.

Una rejilla de polarización lineal se puede representar mediante la superposición de dos rejillas Ronchi, una de ellas con desplazamiento lateral $p/2$, y con polarizaciones lineales perpendiculares, como se muestra en la figura 3.5. Analíticamente, la rejilla de polarización lineal, que denotaremos como $u_p(x)$ y se expresa de la siguiente manera:

$$u_p(x) = R(x) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + R(x - p/2) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (3.49)$$

donde los arreglos verticales son vectores de Jones que representan polarizaciones lineales ortogonales.

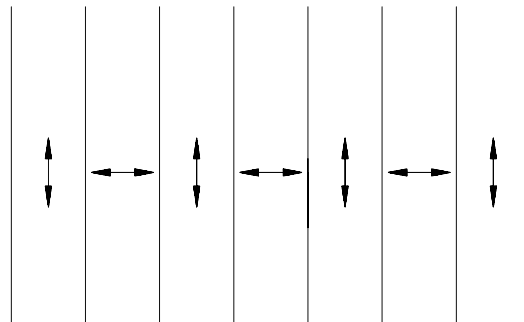


Fig. 3.5. Representación gráfica de una rejilla de polarizaciones lineales ortogonales.

Por otro lado, una rejilla de polarización circular que denotaremos como $u_c(x)$ se puede representar como:

$$u_c(x) = R(x) \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + R(x - p/2) \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix} . \quad (3.50)$$

En la Ec. (3.50), los arreglos verticales son vectores de Jones que representan polarizaciones circulares en sentidos opuestos. La rejilla de polarizaciones circulares, derecha e izquierda, es representada gráficamente en la Fig. 3.6.

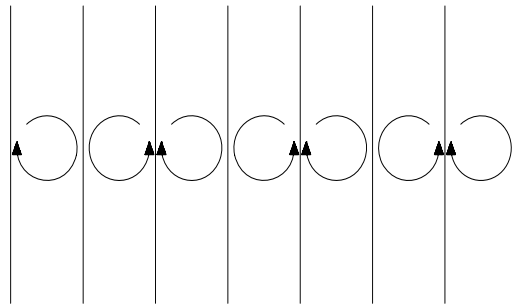


Fig. 3.6. Representación gráfica de una rejilla de polarizaciones circulares.

En la siguiente sección, se describe el patrón de difracción de Fresnel, a un cuarto de la distancia de Talbot, para las rejillas de polarización descritas previamente.

3.3.2 PATRONES DE FRESNEL A UN CUARTO DE LA DISTANCIA DE TALBOT.

Para este análisis, se debe tomar en cuenta el resultado de la Ec. (3.45) que indica que dado un objeto con transmitancia $u_0(x)$, con periodo p , su amplitud de campo de Fresnel a un cuarto de la distancia de Talbot, excepto por una constante, está dada por:

$$U(x, z = z_t/4) = u_0(x) + iu_0(x - p/2) \quad . \quad (3.51)$$

Este resultado se aplica, a continuación, para las rejillas de polarizaciones descritas previamente.

i) Rejilla de polarización lineal.

Si se considera la rejilla dada en la Ec. (3.49) como objeto en la Ec. (3.51) se obtiene el campo de Fresnel de la rejilla de polarizaciones lineales que está dado por:

$$U_p(x, z = z_t/4) = R(x) \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + R(x - p/2) \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix} \quad . \quad (3.52)$$

Este campo de Fresnel, que se denota como $U_p(x, z = z_t/4)$, representa una rejilla de polarización circular como la descrita por la Ec. (3.50) anteriormente.

Es de destacarse que la propagación libre, en este caso, puede caracterizarse por la matriz de Jones:

$$J = \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix} \quad . \quad (3.53)$$

Esta matriz de Jones, operando sobre la rejilla de polarizaciones lineales, Ec. (3.49), genera la rejilla de polarizaciones circulares, Ec. (3.52).

ii) Rejilla de polarización circular.

Si se sustituye ahora la rejilla de polarizaciones circulares, Ec. (3.50), en la Ec. (3.51) se obtiene el campo de Fresnel de esta rejilla a un cuarto de la distancia de Talbot dando como resultado:

$$U_c(x, z_t/4) = R(x) \begin{pmatrix} 0 \\ 2i \end{pmatrix} + R(x - p/2) \begin{pmatrix} 2i \\ 0 \end{pmatrix} . \quad (3.54)$$

Es notable que el campo de Fresnel dado en la Ec. (3.54) es equivalente a la rejilla de polarizaciones lineales ortogonales pero desplazada medio periodo, Ec. (3.49). Este resultado también se puede obtener por simple propagación de la rejilla de polarizaciones lineales una distancia equivalente a un medio de la distancia de Talbot que genera la misma rejilla desplazada medio periodo.

4. DESARROLLO EXPERIMENTAL

En este capítulo se presentan las rejillas obtenidas y los resultados experimentales. Además se presenta el sistema óptico empleado para generar las rejillas de polarización.

4.1 SISTEMA OPTICO 4f.

El sistema óptico utilizado para generar las rejillas, es un procesador que opera por doble difracción, llamado sistema 4f. El nombre de 4f se debe a que este sistema utiliza las cuatro distancias de las dos lentes, el cual se muestra esquemáticamente en la Fig. 4.1.

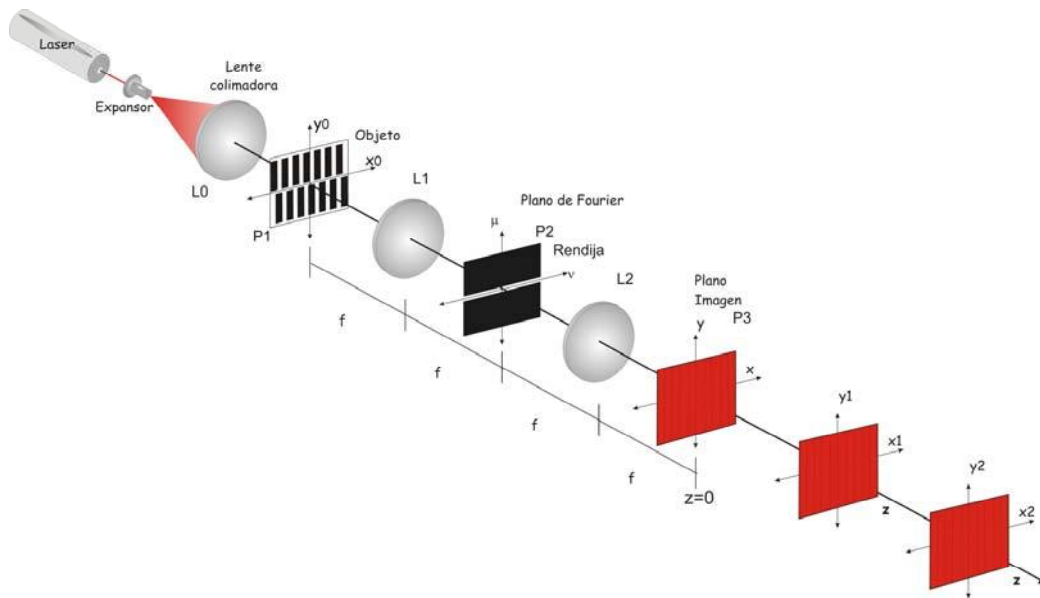


Fig. 4.1. Representación esquemática del sistema óptico empleado para generar rejillas de polarización.

La fuente puntual es de un láser de Helio-Neón, de donde proviene un haz que se expande, por un objetivo de microscopio, y es filtrado por un micro-agujero, o pinhole.

Esta fuente puntual genera una onda esférica y si se coloca a la distancia focal de una lente positiva L_0 , la onda esférica se convierte en una onda plana que ilumina a un objeto colocado en el plano P_1 .

Después del plano del objeto se colocan dos lentes positivas L_1 y L_2 , que deben estar alineadas a lo largo del eje óptico del sistema. La lente L_1 se coloca a su distancia focal f con respecto al plano P_1 . Debe notarse que en el plano P_2 , localizado a la distancia focal posterior de la lente se tendrá la imagen de la estructura del objeto, por lo que en este plano se observará el espectro de Fourier del objeto.

Por último, con la lente L_2 , situada a su distancia focal f con respecto al plano P_2 , se podrá recuperar la imagen del objeto la cual es observada en el plano P_3 .

En el plano de Fourier de este procesador óptico, se coloca una rendija angosta de ancho w y largo infinito, la cual se representa idealmente por la siguiente expresión matemática:

$$H(\nu, \mu) = \delta(\mu - \mu_0) \cdot 1, \quad (4.1)$$

en donde la constante μ_0 es la posición de la rendija sobre el eje μ . En general, las coordenadas frecuenciales y las espaciales se relacionan mediante $\nu = x/\lambda f$ y $\mu = y/\lambda f$, donde λ es la longitud de onda del láser, $\lambda=633\text{nm}$, y f es la distancia focal de las lentes del procesador, siendo $f=200\text{mm}$.

Si la transmitancia del objeto colocado en el plano (x_0, y_0) es $t(x_0, y_0)$, la amplitud de campo inmediatamente después del filtro espacial es $\tilde{t}(\nu, \mu)H(\nu, \mu)$, donde $\tilde{t}(\nu, \mu)$ denota la transformada de Fourier del objeto. En consecuencia, el campo luminoso en el plano imagen es

$$u(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{t}(\nu, \mu) H(\nu, \mu) \exp[i2\pi(x\nu + y\mu)] d\nu d\mu \quad (4.2)$$

Aplicando las propiedades de la transformada de Fourier, la Ec. (4.2) se puede escribir de la siguiente manera

$$u(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x', y') h(x - x', y - y') dx' dy' \quad (4.3)$$

en donde

$$h(x, y) = F^{-1}[H(\nu, \mu) = \delta(x) \exp(i2\pi\mu_0 y)] \quad (4.4)$$

es conocida como respuesta impulsiva del sistema óptico.

La Ec. (4.3), representa la convolución de la función de transmitancia del objeto y la respuesta impulsiva $h(x, y)$. Esta relación se expresa matemáticamente como:

$$u(x, y) = t(x, y) * h(x, y) \quad (4.5)$$

en donde el símbolo $*$ denota la operación de convolución.

Para el propósito de esta tesis la rendija se coloca en la posición $\mu_0 = 0$, para lo cual la Ec. (4.4) se reduce a:

$$h(x, y) = \delta(x) \quad (4.6)$$

En la siguiente sección se describe el tipo de objeto que se utilizará en el desarrollo de esta tesis.

5.2 RESULTADOS EXPERIMENTALES.

Utilizando el sistema óptico descrito en la sección anterior, se desea sintetizar una rejilla con estados de polarización lineal. Con este fin, se utiliza un objeto con periodo lateral de 3 líneas por milímetro, obteniéndose así un periodo de $p=.33\text{mm}$, en el plano $p1$ del sistema óptico mostrada en la Fig. 4.1, el negativo de la mascarilla binaria es mostrada en la Fig. 4.2.



Fig. 4.2. Fotografía del objeto de entrada usado en el sistema óptico.

La transmitancia de esta mascarilla está dada por

$$u(x_0, y_0) = \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} R(x_0) \text{rect}\left(\frac{y_0 - \alpha}{d_2}\right) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} R(x_0 - p/2) \text{rect}\left(\frac{y_0 + \alpha}{d_2}\right) \right] \text{rect}\left(\frac{x_0}{d_1}\right), \quad (4.7)$$

donde $R(x)$ es una rejilla tipo Ronchi unidimensional con periodo p ; $\pm\alpha$ es el desplazamiento vertical de las dos rejillas tipo Ronchi acotadas; d_1 es el

acotamiento horizontal de la mascarilla, y d_2 es el acotamiento vertical de cada rejilla Ronchi.

Sustituyendo las Ecs. (4.6) y (4.7) en la Ec. (4.3), e integrando adecuadamente, se obtiene que el campo sintetizado, excepto por una constante, se representa por

$$u(x, y) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} R(x) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} R(x - p/2) \quad . \quad (4.8)$$

Como se puede observar, a la salida del sistema se obtiene una rejilla con polarización lineal horizontal y vertical.

Si se propaga esta distribución de amplitud a un cuarto de la distancia de Talbot se encuentra la rejilla de polarización circular, tal y como se demostró en el capítulo 4.

Al negativo del objeto mostrado en la Fig. 4.2, se le colocaron dos polarizadores lineales con sus ejes de transmisión perpendiculares entre sí, uno de ellos sobre la parte superior del objeto y el otro polarizador colocado sobre la parte inferior, tal y como se muestra en la Fig. 4.3.

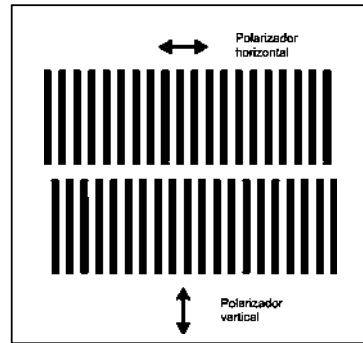


Fig. 5.3. Representación esquemática del objeto modulado con polarizadores.

La distribución de irradiancias que se obtiene a la salida del sistema óptico es mostrada en la Fig. 4.4.



Fig. 4.4. Fotografía de la rejilla con estados de polarización lineal, obtenida en la salida del sistema óptico.

Para comprobar que esta rejilla presenta los estados de polarización lineal, deseados, se colocan en el plano $z=0$, un polarizador con el eje de transmisión a 0° , 45° y 90° obteniéndose así tres casos:

- i) Cuando colocamos el polarizador a 0° solo dejamos pasar la componente paralela al eje de transmisión del polarizador obteniendo así una rejilla con polarización lineal horizontal Fig 4.5(a).
- ii) Para el caso en que se coloca el polarizador a 45° se tiene ambas polarizaciones Fig 4.5(b).
- iii) En este caso tenemos el polarizador a 90° eliminando así la componente horizontal, obteniendo así una rejilla con polarización lineal vertical mostrada en la Fig 4.5(c).

La distribución de irradiancias mencionadas en los casos anteriores se muestra en la Fig. 4.5.

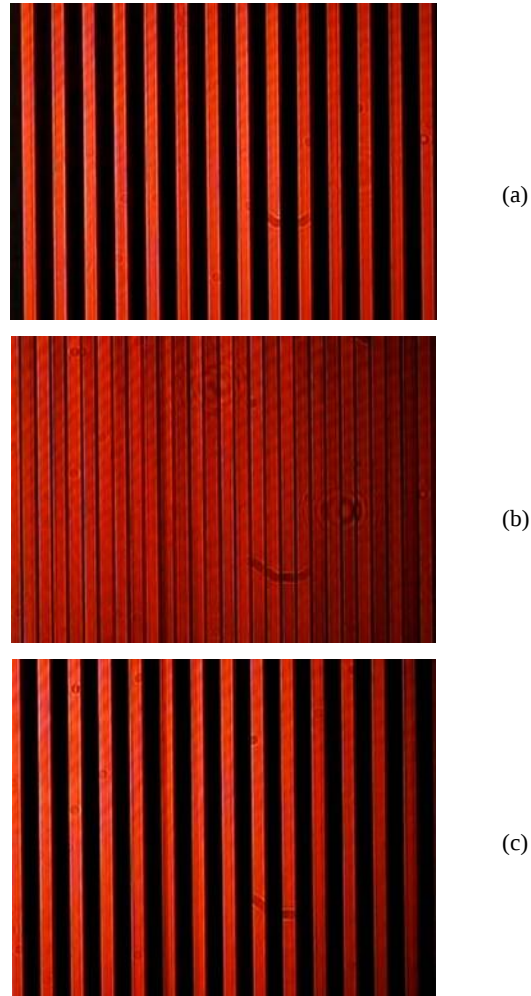


Fig. 4.5. Fotografía de la distribución de irradiancia de la rejilla con estados de polarización lineal en $z=0$ (a) El eje del polarizador a 0° , (b) Polarizador con eje de transmisión a 45° y (c) Polarizador a 90° la.

Como ya se mencionó, dejando propagar la rejilla de polarización lineal a un cuarto de la distancia de Talbot, se obtiene la rejilla de polarización circular. La irradiancia registrada a un cuarto de la distancia de Talbot de la rejilla con polarización lineal, se muestra en la Fig. 4.6.



Fig. 4.6. Fotografía de la rejilla de polarización circular obtenida en el plano $z = z_T/4$.

La presencia de la rejilla de polarización circular, se puede verificar experimentalmente colocando una placa retardadora de un cuarto de onda frente a ésta. Esta placa transforma los estados de polarización circular a lineal. La orientación de los estados resultantes, depende de la polarización de la rejilla, izquierda o derecha, y de la orientación del eje rápido de la placa.

Cuando frente a la rejilla de polarización circular, se coloca la placa retardadora con su eje rápido a 0° respecto a la horizontal, inmediatamente después de que el campo de onda atraviesa la placa, se forman dos estados de polarización lineal; la parte de la rejilla que tenía polarización circular izquierda, se convierte en polarización lineal a 45° ; y parte de la rejilla que tenía polarización circular derecha, se convierte en polarización lineal a -45° .

De la misma manera, colocando la placa retardadora con su eje a 45° , cambia los estados de polarización circular izquierdo y de derecho, a lineales vertical y horizontal respectivamente y así sucesivamente.

7. CONCLUSIONES.

En esta tesis se ha iniciado el estudio del patrón de difracción de Fresnel escalar de rejillas con modulación periódica en su estado de polarización.

Se demostró experimentalmente un método novedoso, por medio del cual es posible generar rejillas de polarización lineal, horizontal y vertical, generadas a partir de una rejilla binaria de amplitud modulada con polarizadores lineales, entre los resultados encontrados mas interesantes, se mencionan los siguientes.

A partir de una rejilla con polarizaciones lineales ortogonales, (horizontales y verticales), alternadas, se generó, por simple propagación libre a un cuarto de la distancia de Talbot, una rejilla de polarizaciones circulares izquierda - derecha, alternadas.

Se demostró experimentalmente la existencia de la rejilla de polarización circular con una placa retardadora de cuarto de onda y un polarizador lineal.

BIBLIOGRAFIA.

- [1] Arfken,G; Mathematical Methods for physicists; Academic Press; New York, USA; 1970
- [2] E. Hecht, A. Zajac; Optica; Addison Wesley Iberoamericana, S.A; Wilmington, Delaware, EUA; 1986.
- [3] Hwei P. Hsu; Análisis de Fourier; Addison Wesley Iberoamericana, S.A; Wilmington, Delaware, EUA; 1973.
- [4] J.W. Goodman; Introduction to Fourier Optics; Mc.Graw-Hill, New York, USA; 1968.
- [5] M. Born, E. Wolf; Principles of Optics; Pergamon Press; New York, USA; 1980.
- [6] M. L. Boas; Mathematical Methods in the physical sciences; John Wiley and Sons, USA; 1983.
- [7] R. Guenther; Modern Optics; John Wiley and Sons, USA; 1990.
- [8] A.W. Lohmann and J. Ojeda-Castañeda; Irradiance at Fresnel planes of a phase grating; J. Opt. Soc. Am. A; 9, 1801-1806, 1992.
- [9] J.T. Winthrop and C.R. Worthington; Theory of Fresnel images I. Plane objects in monochromatic light; J. Opt. Soc. Am. A; 55, 373-381, 1985.
- [10] Victor Arrizón and E. López Olazagasti; Binary phase grating for array generation at 1/16 of Talbot length; JOSA A, Vol. 12, No. 3, March 1995.
- [11] Victor Arrizón and J. Ojeda-Castañeda; Computer generated holography: novel procedure; Opt. Commun.; 103, 181-184, 1993.
- [12] Victor Arrizón and J. Ojeda-Castañeda; Phase grating: Analytical formulas for the near field; Microwave Opt. Techn. Lett.; 5, 483-483,1992.