

Tesis:

Programación de un ambiente
interactivo tecnológico de
aprendizaje para el tema de
Fracciones

Armando López Mejía

Junio del 2008

Índice

Capítulo I Introducción

<i>Antecedentes</i>	4
<i>Planteamiento del problema</i>	10
<i>Hipótesis</i>	12
<i>Objetivos del trabajo</i>	13
<i>Justificación del trabajo</i>	14

Capítulo II Marco Teórico

<i>Registros de Representación</i>	16
<i>Uso de nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas</i>	27
<i>Aprendizaje cooperativo</i>	31

Capítulo III Análisis de la Información

<i>Presentación del software Fracciones</i>	34
<i>Opción: Fracciones</i>	36
<i>Opción: Máximo Común Divisor</i>	38
<i>Opción: Operaciones</i>	41
<i>Opción: Fracciones Graficas</i>	44
<i>Opción: Comparaciones</i>	46
<i>Opción: Conversiones y Simplificaciones</i>	50
<i>Opción: Pruebas</i>	54
<i>Opción: Calculadora</i>	55
<i>Opción: Ayudas</i>	56
<i>Opción: Salir</i>	58

Capítulo IV Conclusiones

Conclusiones Generales 59

Anexos

Anexo I 63

Anexo II 64

Bibliografía 70

CAPÍTULO I INTRODUCCIÓN

a. Antecedentes.

El presente trabajo forma parte de un proyecto de investigación que se está desarrollando en la Facultad de Físico Matemáticas de la Universidad Michoacana. El proyecto global consiste en el diseño, desarrollo y evaluación, tanto técnico como educativo, de software de apoyo para el aprendizaje de las matemáticas. El proyecto incorpora el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) a la enseñanza de las matemáticas en las escuelas, por lo que una parte muy importante del proyecto global es la de incorporar, al aula, los prototipos informáticos desarrollados. El trabajo de tesis que se propone, consiste en realizar la programación de una parte del software denominado "Fracciones" que forma parte de uno de los sistemas informáticos desarrollados en el proyecto global y que tiene que ver con temática de fracciones.

El uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en la escuela ya tiene una historia de más de 20 años, considerando los intentos y los experimentos llevados a cabo en países pioneros en este campo. Los resultados más relevantes reportados coinciden en que los alumnos experimentan un aprendizaje significativo a través de un uso apropiado de las TIC (Dunham y Dick, 1994; Borres-van Oosterum, 1990; Rojano, 1996); así como los maestros con poca experiencia en el uso de las TIC tienen gran dificultad en apreciar su poder como herramientas de aprendizaje, y, como consecuencia de lo anterior, que de no atenderse la carencia de conocimiento tecnológico de los

docentes, las TIC no tendrán una influencia importante en la cultura del aula (McFarlane, 2001).

En la actualidad se reconocen internacionalmente tres concepciones bien diferenciadas de las TIC:

1. Las TIC para lograr un conjunto de habilidades o competencias.
2. Las TIC como un conjunto de herramientas o de medios de hacer lo mismo de siempre, pero de un modo más eficiente.
3. Las TIC como un agente de cambio de un impacto revolucionario (McFarlane et al., 2000).

La primera concepción propone a las TIC como materia de enseñanza, lo cual conduce a logros en el nivel de las competencias informáticas, garantizando que dichos logros se reflejen automáticamente en áreas curriculares como las matemáticas.

Por otra parte, la segunda concepción se enfatiza en la relación que existe entre las TIC y el currículo, la cual consiste en agregar elementos de tecnología informática a las tareas de aprendizaje para mejorar los objetivos que se plantean en el currículo vigente. Dicho en otras palabras, estos modelos anticipan el efecto de las TIC en el logro de objetivos, tal y como lo proveen los sistemas de evaluación estandarizados. Esto último ha sido muy cuestionado por los especialistas en aprendizaje mediado por las TIC, los cuales se basan en el aprendizaje situado (Lave, 1988; Rogoff y Lave, 1984; Wertsch, 1991); y cuyas consideraciones conducen a concluir que el aprendizaje que se lleva a cabo bajo entornos de tecnología no siempre se transfiere de manera espontánea a otros tipos de entornos (por ejemplo, lápiz y papel), de modo que aunque existan coincidencias en una variedad de estudios en lo que el uso de la TIC promueve el aprendizaje colectivo y

mejora la capacidad de los alumnos para plantear preguntas y tomar decisiones apropiadas, sus logros no se ven reflejados en las calificaciones finales de los estudiantes. De ahí que los intentos de balance de las TIC sobre los objetivos educativos ha sido, en términos generales y en el mejor de los casos, más o menos favorable. Destacando que la segunda concepción ha recibido severas críticas por el hecho de centrarse en el estudiante como usuario de la tecnología, sin dar la debida importancia al papel del maestro.

Finalmente, la tercera concepción considera a las TIC como agentes de cambio y con una gran potencialidad de revolucionar las prácticas en el aula, ésta hoy en día es muy difundida en los medios académicos (comunidad de especialistas e investigadores del uso de las TIC en educación; véase por ejemplo, Crook,1994); sin embargo, es difícil encontrar ejemplos de su implementación en el sistema educativo.

De manera general, en esta parte del proyecto se propone:

- Realizar la programación del módulo correspondiente del máximo común múltiplo a través del uso de representaciones.
- Realizar la programación del módulo operaciones gráficas con fracciones.
- Diseñar los módulos antes descritos utilizando ideas didácticas que apoyen el aprendizaje del tema.

Esta iniciativa intenta mostrar que es factible aprovechar las nuevas tecnologías (apoyadas en un método pedagógico que permita construir

ambientes de aprendizaje apropiados) para enriquecer y mejorar la enseñanza actual de las matemáticas, en este caso particular sobre el tema de Fracciones.

Traduciéndose en modelos específicos para la enseñanza de las matemáticas, bajo los siguientes principios:

- Didáctico, mediante el cual se diseñan actividades para el aula, siguiendo un tratamiento fenomenológico de los conceptos que se enseñan.
- De especialización, por el cual se seleccionan herramientas y piezas de software de contenido. Los criterios de selección se derivan de didácticas específicas acordes con las matemáticas.
- Cognitivo, por cuyo conducto se seleccionan herramientas que permiten la manipulación directa de objetos matemáticos y de modelos de fenómenos mediante representaciones ejecutables.
- Empírico, bajo el cual se seleccionan herramientas que han sido probadas en algún sistema educativo.
- Pedagógico, por cuyo intermedio se diseñan actividades de uso de las TIC, para que promuevan el aprendizaje colaborativo y de interacción entre los alumnos, así como entre profesores y alumnos.
- De equidad, con el que se seleccionan herramientas que permiten a los alumnos de bachillerato el acceso temprano a ideas importantes en matemáticas.

Entre las características principales del modelo que se propone en el proyecto general se encuentra la selección de herramientas, para lo cual se hicieron las siguientes consideraciones:

1. La utilización de *software educativo* como una herramienta que hace posible dar un tratamiento fenomenológico a los conceptos matemáticos; es decir, con dichas herramientas se puede concretar la idea de que los conceptos son organizadores de fenómenos. Así, la contextualización de las actividades matemáticas no es una mera ambientación, sino que las situaciones planteadas por la actividad corresponden a comportamientos de fenómenos que –en cierto modo- forman parte de la esencia del concepto que se busca enseñar.
2. La utilización de *software* y herramientas que impliquen representaciones ejecutables, es decir, que contemplen la manipulación directa de objetos o de representaciones de objetos (matemáticos).
3. La utilización de *software* y herramientas cuyo uso está relacionado con un área específica de la matemática escolar (aritmética, álgebra, geometría, geometría analítica, cálculo, probabilidad, modelación, matemática del cambio).
4. La puesta en marcha de un modelo de cooperación para el aprendizaje: los estudiantes trabajarán en parejas frente a la computadora en una misma actividad, lo que promoverá la discusión y el intercambio de ideas.

5. La práctica de un modelo pedagógico en el que el profesor promueve el intercambio de ideas y la discusión en grupo, y al mismo tiempo actúa como mediador entre el estudiante y la herramienta, es decir, el ambiente computacional, asistiendo a los estudiantes en su trabajo con las actividades de clase y compartiendo con ellos el mismo medio de expresión.

A continuación daremos una breve introducción a los capítulos que integrarán el trabajo de tesis que se propone:

En el Capítulo I se hará referencia a los antecedentes del proyecto global, los objetivos del trabajo que aquí se propone y se plantean las preguntas de investigación en las que se basará este trabajo.

En el Capítulo II se establecerán las bases teóricas que sustentan esta tesis, como son el uso de nuevas tecnologías en la enseñanza de las matemáticas y el aprendizaje cooperativo. Mismos que se entrelazan cuando hacemos las siguientes preguntas: ¿Por qué los alumnos no entienden o comprenden una idea o un concepto matemático?, ¿Por qué los conceptos “aprendidos” no son “desempacados” en una situación en la cual se demanda su utilización?, ¿Cómo favorecer el aprendizaje conceptual en los alumnos?, ¿Qué tipo de actividades o tareas favorecen este tipo de aprendizaje?

En el Capítulo III hablaremos acerca de las actividades planteadas en el software educativo, además se analizará el tiempo requerido para la elaboración de las actividades, el material didáctico que se requiere, el papel del maestro en este tipo de trabajo, así como algunos comentarios y observaciones del mismo.

Para, finalmente en el Capítulo IV dar paso a las conclusiones, observaciones, comentarios y sugerencias que se tengan como resultado de realizar el presente trabajo.

Por lo que se refiere a la educación matemática, ésta debe reflexionar sobre la influencia de la tecnología, tanto en las matemáticas como en la sociedad. Esta nueva tecnología requiere una nueva interpretación del proceso de enseñanza-aprendizaje, por lo que la extensa naturaleza de los recursos tecnológicos ahora disponibles pone de manifiesto los cambios significativos en el ámbito escolar y pone al alcance de los estudiantes una extensa disponibilidad tanto de software como de hardware.

Una apropiada tecnología computacional lleva al usuario a que tome el control de su propio aprendizaje. Lo cual fomenta tanto el aprendizaje cooperativo como el independiente, mientras extiende y soporta el proceso de aprendizaje.

b. Planteamiento del problema.

Las operaciones con fracciones, como es sabido por experiencia en la docencia, es una parte de las enseñanzas elementales de la matemática, en cuestión de las expresiones algebraicas, que los alumnos, en su mayoría, ha tenido un cierto rechazo al aprendizaje debido a su poco entender con este tipo de expresiones numéricas. Buscando en la literatura especializada (Lamon, S 1999; Tall 1994; ILCE 1999) se ha encontrado que muchas de las dificultades de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas es la falta de coordinación de los diferentes registros de representación y en caso particular de fracciones. Esta problemática intenta ser atacada a

través de usar un software educativo relacionado con el tema, como es el caso del software "Fracciones". Es claro que es necesario observar qué tan eficaz es el software y obtener una retroalimentación del funcionamiento del programa (tanto técnicamente como didácticamente). Ahora bien en este proyecto de Tesis se plantea el diseño y desarrollo informático de dos módulos que compondrán el software de "Fracciones". ***El problema al que nos enfrentamos es el de diseñar y desarrollar dos actividades de aprendizaje en las cuales esté presente el uso de múltiples representaciones y que apoyen a los estudiantes en el entendimiento y ejercitación del tema de fracciones. Por lo que se plantea lo siguiente:***

- 1. Dadas figuras geométricas y, según su operación, representarlas en forma de fracciones numéricas.***
- 2. Dadas dos fracciones numéricas y, según su operación, representar de manera gráfica su resultado.***
- 3. Entender y encontrar el máximo común divisor de dos o más fracciones.***
- 4. Entender y encontrar equivalencias entre fracciones.***
- 5. Entender y encontrar la simplificación de una fracción.***
- 6. Entender y encontrar, por medio de gráficas y de manera numérica, el concepto de fracción mixta y su conversión a una fracción simple.***

Podemos apreciar que para tratar estos problemas debemos observar las siguientes variables operativas: El aprendizaje del estudiante, el software "Fracciones" y la temática a tratar.

c. Hipótesis.

“Los conceptos involucrados en el aprendizaje de las fracciones serán mejor entendidos por el estudiante si se le presentan actividades de aprendizaje en forma interactiva utilizando software especializado como lo es “Fracciones”.

Ya que es un hecho que con las nuevas tecnologías el alumno se motiva más, si se le presenta un método diferente y divertido, que se salga un poco de lo que es la enseñanza tradicional y lo lleve poco a poco y a su ritmo, al entendimiento de los diferentes conceptos vistos en un curso tradicional de fracciones. Ayudándonos con el diseño de actividades con las que se pretende que el alumno desarrolle su capacidad creativa y analítica, mismas que se pueden llevar a cabo en tiempo “extra clase”. Ahora bien, el software de “Fracciones” intenta apoyar los procesos de visualización sobre esta temática ya que como señalan Zimmerman & Cunningham, (1990, p.3)

“Visualizar un diagrama significa simplemente formar una imagen mental del mismo, pero visualizar un problema significa entenderlo en términos de un diagrama o de una imagen visual. La visualización en matemática es el proceso de formación de imágenes (mentalmente, con lápiz y papel o con la ayuda de tecnología) y el uso de tales imágenes en forma efectiva ayuda para el descubrimiento matemático y el entendimiento”.

Por lo que creemos que la utilización de la computadora ayuda a la visualización de conceptos matemáticos y éstos a su vez, favorecen la comprensión. David Tall (1991) asegura que: “La visualización

matemática involucra la intuición que es el primer acercamiento a un nuevo conocimiento”, menciona también que “negar los métodos visuales es negar las raíces de una gran cantidad de ideas matemáticas profundas”.

d. Objetivos del trabajo.

Objetivo General:

- Este proyecto es parte de un trabajo de investigación en conjunto con un grupo de profesores de matemáticas, cuyo objetivo general es el **Diseño, Desarrollo y Evaluación de software educativo**. Este proyecto tiene como base la Teoría de R. Duval (Duval R. 1993) basada en el uso de múltiples registros de representación Semiótica. Todo lo anterior se pretende aterrizarlo a través del diseño y desarrollo del software que se ha denominado “Fracciones”.

Objetivos particulares.

- Diseñar una actividad de aprendizaje sobre el tema de máximo divisor común que estén de acuerdo con lo que ya está planteado en el mismo software.
- Diseñar una actividad de aprendizaje sobre el tema de operaciones gráficas con fracciones.
- Desarrollar y programar las dos actividades diseñadas e incorporarlas al software de “Fracciones”.

- Que el empleo del software en el aula no se reduzca a la simple práctica de utilizar algoritmos, sino que ayude al alumno a construir conceptos y técnicas mediante el ejercicio de la reflexión, de manera que la matemática pase a ser mucho más que una simple mecanización de procedimientos.
- Documentar el ambiente de trabajo del software de "Fracciones".
- Documentar las actividades que se presentan en el software de "Fracciones".

e) Justificación del trabajo.

La importancia que tiene el empleo de las computadoras para el aprendizaje de las matemáticas ha sido ampliamente discutida, siendo una de las conclusiones emitidas por diferentes investigadores en esta área, que la actividad a desarrollar utilizando computadora resulta muy importante. Es en este sentido que en el proyecto global de diseño, desarrollo y evaluación del software educativo se ha considerado a las actividades a presentar en el software como un paso importante a evaluar.

El trabajo de tesis que aquí se propone apoya en la construcción del software de "Fracciones" y permitirá una retroalimentación a los diseñadores y desarrolladores del software, para determinar si el contenido, la forma y el proceso de presentación son los adecuados y si permite que los estudiantes aprendan los conceptos relacionados con las fracciones y sus operaciones.

Otro punto importante es el de documentar de una manera estructurada el ambiente de trabajo y las actividades que se implementaron como parte importante del software de "Fracciones".

Por lo que este trabajo beneficiará en gran medida tanto a profesores como a los propios estudiantes, así como al grupo de diseñadores y desarrolladores de software educativo.

Aun cuando existe una metodología para el diseño y desarrollo de software (ingeniería de software), en el caso del software educativo no la hay. Por lo que parte de este trabajo permitirá que el proyecto global cuente con los elementos necesarios para desarrollar, tanto teórica como experimentalmente, una propuesta general para el diseño, desarrollo y evaluación del software educativo.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

a. Registros de Representación (Comprensión y Aprendizaje).

No es posible estudiar los fenómenos relativos al conocimiento sin recurrir a la noción de representación. Luego de Descartes y de Kant, la representación ha sido el centro de toda reflexión que se preocupe por todas las cuestiones que tienen que ver con la posibilidad y la constitución de un conocimiento. Y esto, porque no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación. No es sorprendente, pues, que igualmente se haya impuesto la noción de representación en los estudios psicológicos sobre la adquisición de los conocimientos o sobre sus tratamientos. Ahora bien, esta noción de representación se ha presentado en tres ocasiones distintas, cada una con una determinación totalmente diferente al fenómeno designado.

La primera vez que se presentó fue en los años 1924-1926, como representación **mental** en el estudio de Piaget sobre *La representación del mundo en el niño*, relativo a las **creencias** y las explicaciones de los niños pequeños sobre los fenómenos naturales y físicos. El método empleado para el estudio de las representaciones mentales fue esencialmente la entrevista, en lo que puede parecer un error, es considerado como una visión distinta de las cosas o de otra lógica. En *El nacimiento de la inteligencia en el niño* (1937), Piaget recurre a la noción de representación como “evocación de los objetos ausentes” para caracterizar la novedad del último de los estadios de la inteligencia sensomotriz (p.305-306).

La segunda vez, a partir de 1955-1960, como representación **interna o computacional** con las teorías que privilegian el **tratamiento**, por un sistema, de las representaciones recibidas de modo tal que produzcan una respuesta adaptada.

Y la tercera vez, como una representación **semiótica** en el marco de los trabajos sobre la adquisición de los conocimientos matemáticos y sobre los considerables problemas que su aprendizaje suscita. La especificidad de las representaciones semióticas consiste en que son relativas a un sistema particular de signos: el lenguaje, la escritura algebraica o los gráficos cartesianos y en que pueden ser convertidas en representaciones "equivalentes" en otro sistema semiótico, pero pudiendo tomar **significaciones** diferentes para el sujeto que las utiliza. La noción de representación semiótica presupone, pues, la consideración de sistemas semióticos diferentes y una operación cognitiva de conversión de las representaciones de un sistema semiótico a otro. Esta operación ha de ser descrita en primer lugar como un "cambio de forma". Ligar una representación gráfica con una fracción numérica, o pasar del enunciado de una relación a la escritura literal de esta relación, habrá de considerarse como el "cambio de la forma en que un conocimiento está representado".

Se ha probado (HITT F. 1999) que cambiar la forma de una representación es, para muchos alumnos en los diferentes niveles de enseñanza, una operación difícil e incluso en ocasiones resulta casi imposible. Todo sucede como si la comprensión de un contenido lograda por la mayoría de los alumnos quedara limitada a la forma de representación utilizada.

Existen dos aspectos importantes a considerar cuando se trabaja con representaciones, éstas son: la semiosis y la noesis. El

fenómeno que nos permite comprender el papel de la semiosis en el funcionamiento del pensamiento y en el desarrollo de los conocimientos no es el empleo de tal o cual tipo de signos, sino la variedad de los signos que pueden ser utilizados. La semiosis es inseparable de una diversidad inicial de tipos de signos disponibles.

Los sistemas semióticos deben permitir cumplir las tres actividades cognitivas inherentes a toda representación:

1. Construir una marca o un conjunto de marcas perceptibles que sean identificables como una representación de alguna cosa en un sistema determinado.
2. Transformar las representaciones de acuerdo con las únicas reglas propias al sistema, de modo que se obtengan otras representaciones que puedan construir una ganancia de conocimiento en comparación con las representaciones iniciales.
3. Convertir las representaciones producidas en un sistema de representaciones en otro sistema, de manera tal que estas últimas permitan explicitar otras significaciones relativas a aquello que es representado.

No todos los sistemas semióticos permiten estas tres actividades cognitivas fundamentales, por ejemplo el lenguaje Morse o la codificación de tránsito. Pero el lenguaje natural, las lenguas simbólicas, los gráficos, las figuras geométricas, etc. sí las permiten.

Los **registros de representación** constituyen los grados de libertad de los que puede disponer un sujeto para objetivarse él mismo de una idea aún confusa, un sentimiento latente, para explorar las informaciones o, simplemente, para comunicarlas a un interlocutor. La cuestión de la relación entre semiosis y noesis concierne únicamente a los sistemas que permiten las tres actividades de representación y no a todos los sistemas semióticos.

El análisis del desarrollo de los conocimientos y de los obstáculos encontrados en los aprendizajes fundamentales relativos al razonamiento, a la comprensión de textos y a la adquisición de tratamientos lógicos y matemáticos, enfrenta tres fenómenos que están estrechamente ligados.

1. **Diversificación de los registros de representación semiótica.** El lenguaje natural y las lenguas simbólicas no pueden considerarse como formando un único y mismo registro. Así como tampoco los esquemas, las figuras geométricas o los números fraccionarios.
2. **Diferenciación entre representante y representado,** o al menos entre forma y contenido de una representación semiótica. Esta diferenciación generalmente está asociada a la comprensión de lo que una representación representa y, por tanto, a la posibilidad de asociar estas representaciones y de integrarlas en los procedimientos de tratamiento.
3. **Coordinación entre los diferentes registros de representación semiótica disponibles:** el conocimiento de las reglas de correspondencia entre dos sistemas semióticos diferentes no es suficiente para que puedan ser movilizados y utilizados conjuntamente.

Generalmente no se distinguen las actividades de tratamiento y de conversión de las representaciones, no obstante ser, casi siempre, tan diferentes. En la descripción de los procedimientos, de los recorridos o de las estrategias de respuesta, esas actividades son reducidas a su tratamiento común, el de transformación de las representaciones dadas. Sin embargo es esencial separarlas muy bien. Un **tratamiento** es una transformación que se efectúa al interior de un mismo registro, aquél en que son utilizadas las reglas de funcionamiento: un tratamiento, pues, no moviliza más que un solo registro de representación. La **conversión** es, al contrario, una transformación que hace pasar de un registro a otro; requiere pues su coordinación por parte del sujeto que la efectúa. El estudio de esta actividad de conversión debe entonces permitir la naturaleza del estrecho lazo entre *semiosis* y *noesis*.

Representaciones semióticas y aprendizaje.

Una comprensión de las relaciones existentes entre representaciones mentales, representaciones computacionales y representaciones semióticas, jugando un papel en la cognición, pasa por la posibilidad de una clasificación de estos diferentes tipos de representación. Para caracterizarlas, los autores de Ny, 1985; Palvo, 1986; Larkin & Simon, 1987, (p.66) recurren generalmente a una de las dos oposiciones clásicas siguientes:

1. La oposición **consciente/no-consciente** es la oposición entre lo que aparece a un sujeto y él observa, de una parte; y lo que a él se le escapa y no puede observar, de otra. En este sentido, la conciencia se caracteriza por la mirada de "alguna cosa" que toma *ipso facto* el status de objeto para el sujeto que efectúa esta mirada. El pasaje de la no conciencia a la conciencia,

corresponde a un proceso de objetivación para el sujeto que toma conciencia. La objetivación corresponde al descubrimiento por el sujeto mismo de aquello que hasta entonces no sospecha, incluso si otros se lo hubieran explicado. Las representaciones conscientes son aquellas que presentan este carácter intencional y que cumplen una función de objetivación. La significación es la condición necesaria de la objetivación para el sujeto, es decir, de la posibilidad de tomar conciencia.

2. La oposición **externo/interno** es la oposición entre lo que de un individuo, de un organismo o de un sistema es directamente visible y observable y lo que, al contrario, no lo es. Esta oposición permite dividir el dominio de las representaciones mediante dos precisiones suplementarias. La primera es que todas las representaciones llamadas "externas" son representaciones producidas como tales por un sujeto o por un sistema: no son síntomas. Como por ejemplo, la expresión de las emociones que se percibe en la cara, La segunda es que la producción de una representación externa sólo puede efectuarse a través de la aplicación de un sistema semiótico. Las representaciones externas son, por naturaleza, representaciones semióticas. Estas representaciones están por tanto estrechamente ligadas a un estado de desarrollo y de dominio de un sistema semiótico. Son accesibles a todos los sujetos que han aprendido el sistema semiótico utilizado. Las representaciones internas son las representaciones que pertenecen a un sujeto y que no son comunicadas a otro por la producción de una representación externa.

Una representación interna puede ser consciente o no-consciente, mientras que una representación consciente puede ser exteriorizada

o no. El cruce de estas dos oposiciones permite distinguir tres grandes tipos de representaciones.

1. Representaciones semióticas, son a la vez conscientes y externas.
2. Representaciones mentales, son todas aquellas que permiten una mirada del objeto en ausencia total de significante perceptible. Generalmente son identificadas con las "imágenes mentales" en tanto que entidades psicológicas que han tenido una relación con la percepción.
3. Representaciones computacionales, son todas aquellas cuyos significantes, de naturaleza homogénea, no requieren de la mirada al objeto y permiten una transformación algorítmica de una serie de significantes en otra. Estas representaciones expresan la información externa en un sistema de manera tal que la hacen direccionable, recuperable y combinable al interior de ese sistema.

Representaciones semióticas, tratamientos intencionales y aprendizaje.

A pesar del parentesco aparente, las representaciones computacionales y las representaciones semióticas no tienen la misma naturaleza. Unas son representaciones internas a un sistema e independientes de toda visión del objeto. Otras son representaciones conscientes, inseparables de la visión de alguna cosa que toma *ipso facto* el status del objeto. Esta diferencia de naturaleza se expresa en la existencia de dos tipos de tratamiento, cuya complementariedad es indispensable para dar cuenta del

funcionamiento y del desarrollo cognitivo del pensamiento humano: los tratamientos cuasi-instantáneos y los tratamientos intencionales.

Los **tratamientos cuasi-instantáneos** son aquellos que son efectuados antes de haber sido observados y que producen las informaciones y las significaciones de las cuales un sujeto tiene inmediatamente conciencia. Intuitivamente, los tratamientos cuasi-instantáneos corresponden a la familiaridad o a la experiencia que resulta de una larga práctica o de una competencia adquirida en un dominio.

Los **tratamientos intencionales** son aquellos que para ser efectuados toman al menos el tiempo de un control consciente y que se dirigen exclusivamente a los datos previamente observados, en una visión incluso furtiva del objeto.

Toda actividad cognitiva humana se basa en la complementariedad de estos dos tipos de tratamientos.

Las actividades cognitivas fundamentales de la representación ligadas a la semiosis.

Hay tres actividades cognitivas de representación inherentes a la semiosis. La primera es, evidentemente, la **formación** de representaciones en un registro semiótico particular, ora para “expresar” una representación mental, ora para “evocar” un objeto real. Esta formación implica siempre una selección en el conjunto de los caracteres y de las determinaciones que constituyen lo que se “quiere” representar. Las otras dos actividades están directamente ligadas a la propiedad fundamental de las representaciones semióticas: su transformabilidad en otras representaciones que

conservan sea todo el contenido de la representación inicial, sea sólo una parte de ese contenido. Hablaremos de **“tratamiento”** cuando la transformación produce otra representación en el mismo registro. Y hablaremos de **“conversión”** cuando la transformación produce una representación en un registro distinto al de la representación inicial. Formación, tratamiento y conversión son las actividades cognitivas fundamentales de la semiosis.

Estas diferentes actividades están reagrupadas en lo que generalmente se llaman tareas de producción y tareas de comprensión

Formación de representaciones semióticas y conformidad a las restricciones de un sistema semiótico.

La formación de una representación semiótica es el recurso a un(os) signo(s) para actualizar la mirada de un objeto o para sustituir la visión de ese objeto. Excepto los casos de idiosincrasia, los signos utilizados pertenecen a un sistema semiótico ya constituido y ya utilizado por otros: la lengua materna, un código icónico de representación gráfica o artística, una lengua formal, etc. Los actos más elementales de formación son, según los registros, la designación nominal de objetos, la reproducción de su contorno percibido, la codificación de relaciones o de algunas propiedades de un movimiento. Naturalmente, estos actos elementales son interesantes sólo en la medida en que las representaciones así formadas están, implícita o explícitamente, articuladas en representaciones de orden superior: frase, imagen, esquema, tabla, etc. Esta articulación en representaciones de orden superior depende de las posibilidades de estructuración propias a cada sistema semiótico. Por tanto, es importante que la formación de

representaciones semióticas respete las reglas propias al sistema empleado no sólo por razones de comunicabilidad, sino también para hacer posible la utilización de los medios de tratamiento que ofrece ese sistema semiótico empleado. Así, más que de reglas de producción, preferimos hablar de **reglas de conformidad**.

Las reglas de conformidad son aquellas que definen un sistema de representación y, en consecuencia, los tipos de unidades constitutivas de todas las representaciones posibles en un registro. Éstas se refieren esencialmente a:

- La determinación (estrictamente limitada, o al contrario, abierta) de unidades elementales (funcionalmente homogéneas o heterogéneas...): símbolos, vocabulario...
- Las combinaciones admisibles de unidades elementales para formar unidades de nivel superior: reglas de formación de un sistema formal, gramática de las lenguas naturales...
- Las condiciones para que una representación de orden superior sea una producción pertinente y completa: reglas canónicas propias a un género literario o a un tipo de producción en un registro.

Las reglas de conformidad permiten identificar un conjunto de elementos físicos o de trazos (sonidos, posiciones opuestas de un circuito, caracteres, rayas...) como una representación de alguna cosa en un sistema semiótico: es un enunciado en alemán, es un cálculo, es una fórmula física, es una figura geométrica, es una caricatura, es un esquema de un circuito eléctrico... Las reglas, pues, permiten el reconocimiento de las representaciones en un registro determinado.

Tratamiento de las representaciones semióticas y expansión informacional.

Un **tratamiento** es la transformación de una representación (inicial) en otra representación (terminal), respecto a una cuestión, a un problema o a una necesidad, que proporcionan el criterio de interrupción en la serie de las transformaciones efectuadas. Un tratamiento es una **transformación de representación interna a un registro de representación o a un sistema**. El *cálculo* es un tratamiento interno al registro de una escritura simbólica de cifras o de letras: sustituye, en el mismo registro de escritura de los números, expresiones nuevas por expresiones dadas.

Las reglas de expansión de una representación son, por definición, reglas cuya aplicación da una representación del mismo registro que la representación de partida, estas reglas son totalmente distintas a las reglas de conformidad. Las primeras reglas de expansión informacional explícitamente realizadas, lo han sido en el marco de la lógica, bajo la apelación de *reglas de derivación* (regla de apelación y regla de sustitución). Las reglas de producción, reglas de naturaleza inferencial definidas en el marco de la Inteligencia Artificial, reglas de coherencia temática y las reglas asociativas de contigüidad y de similitud.

Conversión de las representaciones y cambio de registro.

La **conversión** es la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información dada en un registro, en una representación de este mismo objeto, esta misma situación o de la misma información en otro registro. Las operaciones que habitualmente se han designado con los términos "traducción", "ilustración", "transposición", "interpretación", "codificación", etc.,

son operaciones que hacen corresponder una representación dada en un registro con otra representación en otro registro. La conversión es pues, una transformación externa relativa al registro de la representación de partida. Por ejemplo: el planteamiento en ecuación de los datos del enunciado de un problema, es la conversión de las diferentes expresiones lingüísticas de las relaciones en otras expresiones de esas relaciones en el registro de una escritura simbólica.

b. Uso de tecnologías en la enseñanza de las matemáticas.

Estudios realizados en los últimos años (Waldegg G 2002, Mochon C 2000) han demostrado que el uso de nuevas tecnologías abre perspectivas interesantes para la enseñanza de las matemáticas y de otras ciencias. Entre los beneficios que brindan podemos mencionar los siguientes:

- Ofrece al estudiante ambientes de trabajo que estimulan la reflexión y lo convierten en un ser activo y responsable de su propio aprendizaje.
- Provee un espacio problemático común al maestro y al estudiante, para construir significados.
- Elimina la carga de los algoritmos rutinarios para concentrarse en la conceptualización y la resolución de problemas.
- Da un soporte basado en la retroalimentación.

- Reduce el miedo del estudiante a expresar algo erróneo y, por lo tanto, se aventura más a explorar sus ideas.

En el área de las Matemáticas es posible destacar un sinnúmero de herramientas físicas e intelectuales que se han venido manejando a través de los años, hasta llegar hoy en día al uso de la computadora, la cual es calificada como una herramienta general, limitada en su aplicación sólo por la imaginación del usuario.

Por lo que respecta a su uso en la enseñanza de las matemáticas, debemos de reflexionar sobre la gran influencia que ha tenido tanto en la educación matemática como en la sociedad, ya que esta nueva tecnología requiere una nueva interpretación del proceso que se lleva a cabo en la enseñanza y en todo lo concerniente con el proceso de educar a las nuevas generaciones.

Tomando en cuenta la extensa variedad de los recursos tecnológicos que se manejan actualmente, incluyendo el desarrollo de nuevos programas para computadora, ponen de manifiesto la necesidad de que el alumno tenga una nueva visión sobre las distintas alternativas que se le pueden presentar para su enseñanza de las matemáticas. Actualmente existe un gran acceso al manejo de una computadora, tanto en los hogares como en las escuelas, esto se debe a la demanda que existe por parte de la sociedad al uso de nuevas tecnologías.

Es de manejo cotidiano el escuchar el uso de calculadoras en las escuelas, por lo que es importante destacar la diferencia existente entre las calculadoras y la tecnología computacional. Las calculadoras por un lado podrían distinguirse por su naturaleza manual, ya que fueron pensadas con propósitos específicos de herramientas de

cálculo para matemáticas, cuyo rango de modelos va desde las más simples con operaciones básicas, hasta las que incluyen graficación, resolución de ecuaciones, capacidad de programación, manipulación simbólica, etc. Mientras que por el otro lado, las computadoras son de naturaleza más general, funcionalmente definidas por su software, mismas que incluyen modelos manuales los cuales han sido diseñados con las necesidades de las matemáticas de hoy en día.

Las actividades matemáticas que incluyen la tecnología computacional a todos los niveles son:

- Comunicación
- Modelado matemático
- Buscar, recuperar, analizar y presentar información
- Manipulación de números, símbolos y figuras
- Representación de ideas matemáticas y procesos usando una variedad de formas
- Estimación de la racionalidad de resultados
- Investigación de patrones de problemas

El uso de la apropiada tecnología lleva al usuario a que tome control de su propio aprendizaje. Lo cual fomenta tanto el aprendizaje cooperativo (ya que el manejo de, por ejemplo, la computadora lo llevará a asociarse con otros, para compartir dudas y experiencias) como el independiente, mientras se extiende y soporta el proceso de aprendizaje.

Las herramientas de software apropiadas para el aprendizaje matemático en todos los niveles, incluye procesadores de texto, bases de datos, paquetes para dibujar, para pintar, para comunicarse, etc. Más específicamente, existe software matemático,

tal como LOGO, hojas de cálculo, graficadores, manipuladores simbólicos, geometría dinámica, paquetes estadísticos, etc.

En el presente trabajo, como ya lo hemos dicho, se utilizará un software para el aprendizaje de operaciones con fracciones llamado "Fracciones". Su uso se hará con la finalidad de que el alumno explore, analice, manipule y en general utilice su imaginación y creatividad para la completa comprensión de los conceptos involucrados en las operaciones con fracciones numéricas.

En tanto que el uso de las calculadoras y las computadoras se ha hecho más accesible, los profesores de matemáticas en todos los niveles han estado experimentando las diferentes formas de incrementar el aprendizaje de los conceptos matemáticos por parte de los estudiantes; una de ellas es el trabajo de los estudiantes en grupos o equipos de trabajo, lo que ha llevado a los profesores a observar que a medida que aumenta la interacción entre los estudiantes, aparentemente se profundiza más en los conceptos que se están aprendiendo, así como su interés en la solución de problemas.

Algo que es importante destacar es que ni la calculadora ni la computadora van a llegar a sustituir al maestro, sino que hay que tomarlos como instrumentos de apoyo, tal como lo son el gís y el pizarrón, aunque sus características sean esencialmente diferentes.

Siendo el objetivo principal del empleo de la tecnología en el aula, no el reducir la práctica de algoritmos, sino el de ayudar al estudiante a descubrir y construir conceptos y técnicas mediante el ejercicio de la reflexión. De esta manera, la matemática pasa a ser mucho más que una simple mecanización de procedimientos.

c. Aprendizaje cooperativo.

A medida que las calculadoras y las computadoras se han hecho más accesibles, los profesores de matemáticas, en todos los niveles han estado experimentando en las diversas formas de utilizarlas mejor, haciendo uso de diferentes software para mejorar el entendimiento de los estudiantes de matemáticas. A medida que los estudiantes han trabajado con esta herramienta, los educadores han observado un incremento en la interacción de los estudiantes.

Algunos profesores comenzaron a notar que los estudiantes recuerdan más profundamente algunos conceptos importantes cuando interactúan dos o más estudiantes. Por lo que se comenzó primero informalmente, luego en una forma más estructurada, a usar el aprendizaje cooperativo como un componente en sus cursos.

La investigación le da soporte a estos hechos. En conferencias (Moreno M 1997), la gente comenzó a hablar informalmente acerca de sus experiencias usando grupos de aprendizaje cooperativo. Artículos de aprendizaje cooperativo comenzaron a aparecer en revistas tales como: "*Education a leater Ship*", "*Journal for research in mathematics education*", "*Mathematics teacher*" y "*Black issues in Higher education*", las cuales hablan de utilizar grupos de aprendizaje cooperativo en el salón de clases.

Es por eso que en el presente trabajo nosotros estructuraremos grupos de trabajo, esperando que a menudo exista una comunicación entre ellos, donde se discuta y se reflexione acerca de ideas matemáticas, así como también se busquen otras alternativas para la

solución de algún problema. Por otro lado, la interacción que tiene el alumno con el profesor se modifica y al parecer se da de una manera más natural y fructífera, convirtiéndose, el profesor, en un guía que ayuda al estudiante a resolver dudas que tiene y no es ya el rol tradicional de expositor del tema.

Las actividades que se plantean en el software "Fracciones" están diseñadas para que el estudiante discuta diferentes alternativas para llegar a su solución. Y esté consciente de que pueden existir dificultades en cuanto al manejo del software, pero lo que al estudiante lo que le debe de interesar, son los problemas que surjan en cuanto al entendimiento de algún concepto matemático.

Cuando se trabaja en grupo se espera que los integrantes desarrollen un "espíritu de equipo", y se les sugiere que se nombren de algún modo, así cuando el profesor se refiera a ellos, lo hará con el nombre puesto por ellos mismos.

También cuando se trabaja en grupo se espera un espíritu responsable de cada miembro, en ocasiones cuando algún elemento por alguna razón falta, se espera que tome notas de algún integrante que estuvo presente en la sesión.

En los trabajos que se realizan en grupo se logran obtener calificaciones o notas más elevadas que si se trabajara de manera individual.

Algunas de las características en el aprendizaje cooperativo son:

- Una cantidad significativa de trabajos que se realizan en grupos cooperativos.
- Existe un espíritu de unión entre los integrantes del equipo.

- Existe una responsabilidad mutua entre los miembros del grupo.
- La permanencia de los miembros del grupo es estable.
- El trabajo del grupo está incluido en el proceso de evaluación.

Cabe destacar que una de las dificultades para trabajar en grupos de aprendizaje cooperativo en la resolución de problemas, o bien, en la construcción de un concepto, es el conocer cómo iniciar el análisis. A lo anterior, Polya sugiere que para resolver un problema con éxito, deben seguirse los pasos:

- 1.- Entender el problema.
- 2.-Trazar un plan (una guía).
- 3.- Llevar a cabo el plan.
- 4.- Regresar sobre los resultados.

Otra sugerencia es la utilización del método socrático de preguntas y respuestas.

CAPÍTULO III

ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

a) Presentación del Software de Fracciones.

Para estudiantes de primaria y secundaria el entendimiento de lo que es un número fraccionario no es fácil. Un número fraccionario se representa de la forma $\frac{a}{b}$, lo cual hace que los estudiantes consideren a este número como una operación que se debe realizar. En este sentido, Lamon (Lamon 1999) menciona que los niños muestran un obstáculo cognitivo debido a la experiencia que de ellos tiene y que intentan hacer conexiones entre números y operaciones con los que están familiarizados (Lamon, 1999, p.25); es decir, dividir a entre b siendo el resultado el número buscado, para ellos resulta complicado entender que un número puede ser representado de la manera $\frac{a}{b}$. Este razonamiento es lógico debido a que los estudiantes, antes de trabajar con números fraccionarios, han conocido los números naturales y las operaciones entre ellos. Es difícil entender que la forma de representar a los números fraccionarios y la representación de operaciones entre números naturales es diferente, aun cuando se escriben igual.

En el software que se diseñó y desarrolló se utilizan actividades que promueven la representación de números en forma de fracciones simples $\frac{a}{b}$ y mixtas $a\frac{b}{c}$. Primeramente se utiliza una representación gráfica y se pide el valor numérico, posteriormente se da la representación numérica y se pide la gráfica. Considerando que cuando el estudiante realiza operaciones gráficas con fracciones se le facilitará el entendimiento de números fraccionarios.

Secuencia de actividades de aprendizaje en el software "Fracciones".

A continuación se explica la secuencia de actividades de aprendizaje que se promueven en el software fracciones. Primeramente se muestra la pantalla de inicio y se dan las opciones en la barra del menú.

Si tiene problemas con la visualización de los módulos que se observa en la pantalla, vea la nota1 al final del capítulo III.

Pantalla de inicio:

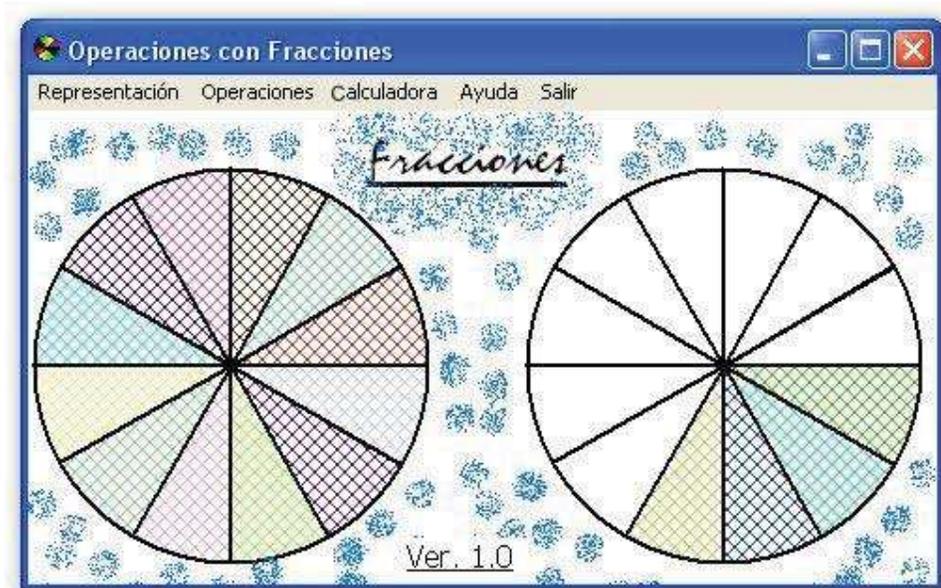
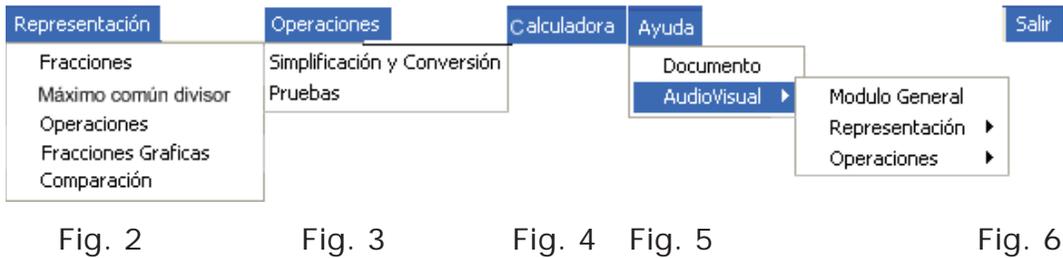


Figura 1

Opciones de menús:

El modulo de Fracciones cuenta con 5 menús principales que son: Representaciones (figura 2), Operaciones (figura 3), calculadora (figura 4), Ayuda (figura 5) y Salir (figura 6).



A su vez, algunas de las opciones cuentan con sub-menús tal y como se muestra en las anteriores figuras (de la fig. 2 a la fig. 6).

Las actividades que realizará el estudiante están dadas en cada una de las opciones. Se han agrupado en dos rubros que son Representaciones y Operaciones. En los siguientes apartados explicaremos cada una de las actividades.

Representaciones: *opción Fracciones.*

En esta parte, la idea principal de esta actividad es presentar gráficamente una fracción y también su representación numérica. La pantalla principal de la actividad se muestra a continuación (figura 7).

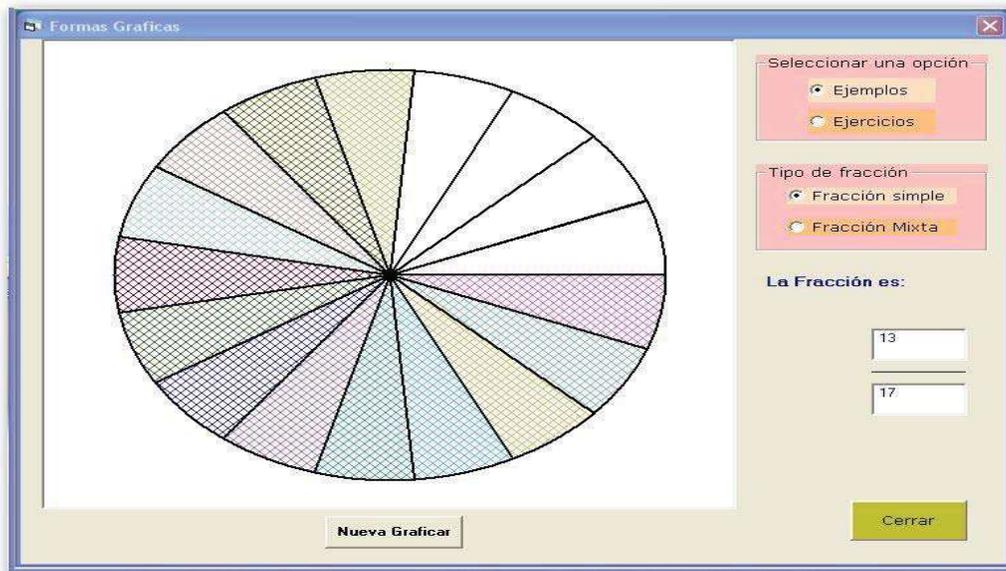


Figura 7

Las actividades están compuestas de ejemplos y de ejercicios, los cuales pueden ser seleccionados, además de poder elegir si desea usar fracción simple o fracción mixta (formada por un entero y una fracción). Cuando la selección es "ejemplos" se muestra el valor numérico de la fracción equivalente a la gráfica mostrada, además podemos decidir con qué tipo de fracción trabajar (figura 8).

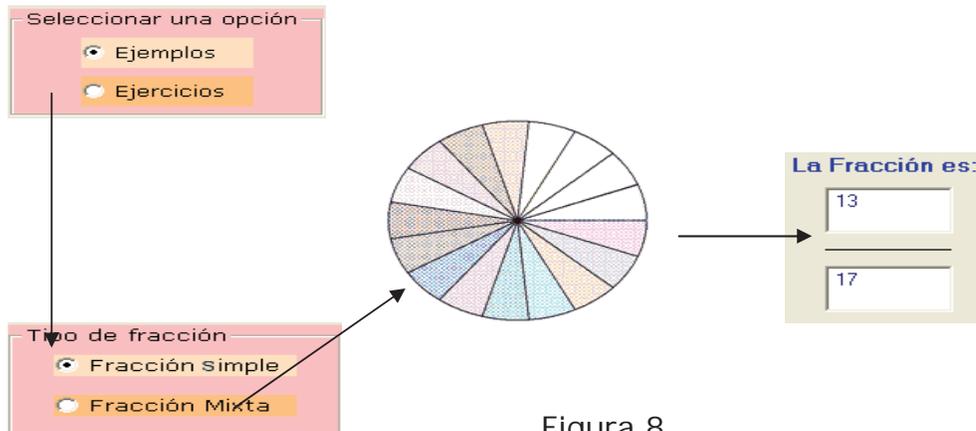


Figura 8

Cuando seleccionamos ejercicios, el software muestra la representación gráfica y el estudiante tendrá que introducir el valor numérico. El software comprobará el valor introducido y responderá si es correcto o incorrecto, tal y como se muestra en la figura 9.

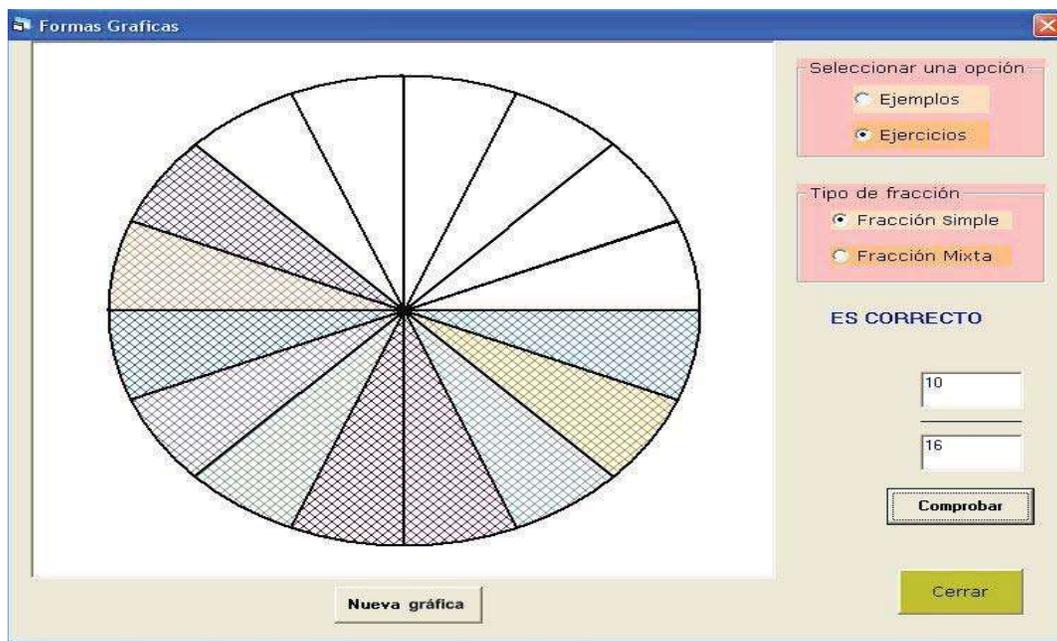


Figura 9

La actividad que se espera realice el estudiante es la de convertir una representación gráfica en una fracción numérica.

Representaciones: *opción Máximo común divisor*

En esta parte se pretende que se adquiera la habilidad de, dadas dos (ó tres) fracciones, analizar y encontrar el valor máximo que cumple con la característica de ser divisible entre los denominadores de las fracciones presentes, y dicho valor encontrado sea representado gráficamente. Su pantalla se muestra en la fig. 10.

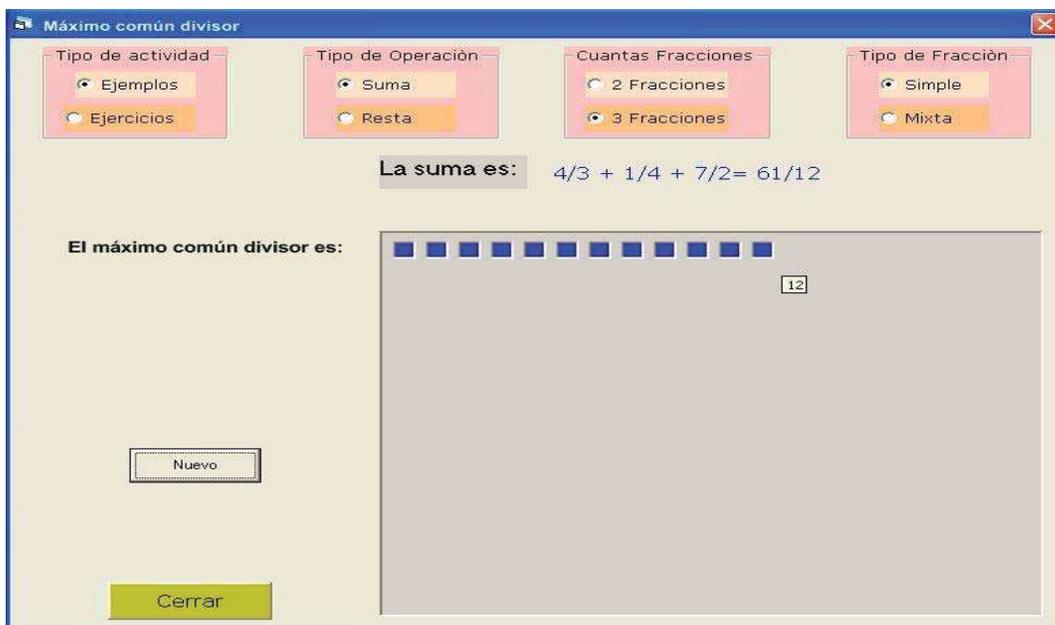


Figura 10

S podrá elegir entre si se desea suma o resta, con dos ó tres fracciones o si desea usar fracciones simples o mixtas, véase fig. 11.

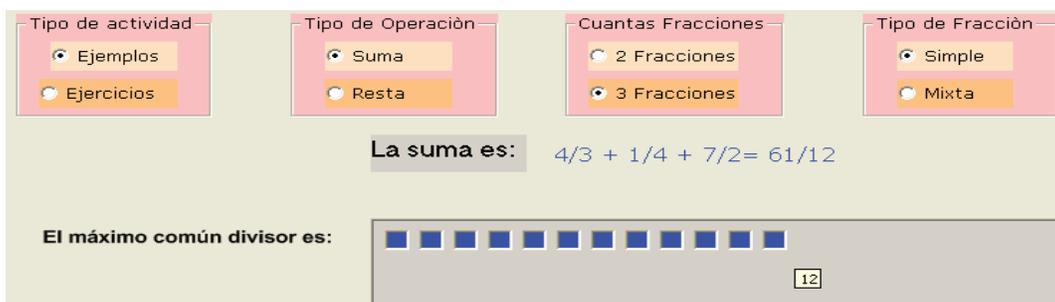


Figura 11.

Cuando se ha elegido Ejemplos, se mostrará el resultado de las operaciones de las fracciones de manera gráfica. Para que se muestre cuántos cuadritos en azul son, basta con poner el puntero del Mouse en el último cuadro y se mostrara el número del mismo. Para ver otros ejemplos solamente hay que dar click en el botón que dice nuevo.

Si se elige Ejercicios, se tendrá que buscar el valor numérico que cumple como máximo común divisor y una vez hallado se indicará de manera gráfica dando un click en el cuadrito deseado y, automáticamente, se seleccionarán todos los cuadritos, poniéndose en azul, desde el primero de la izquierda hasta el cuadro elegido. Dando click en Comprobar, se sabrá si la representación dada fue la indicada o no. Para referencia, vea la figura 12 y Figura 13.

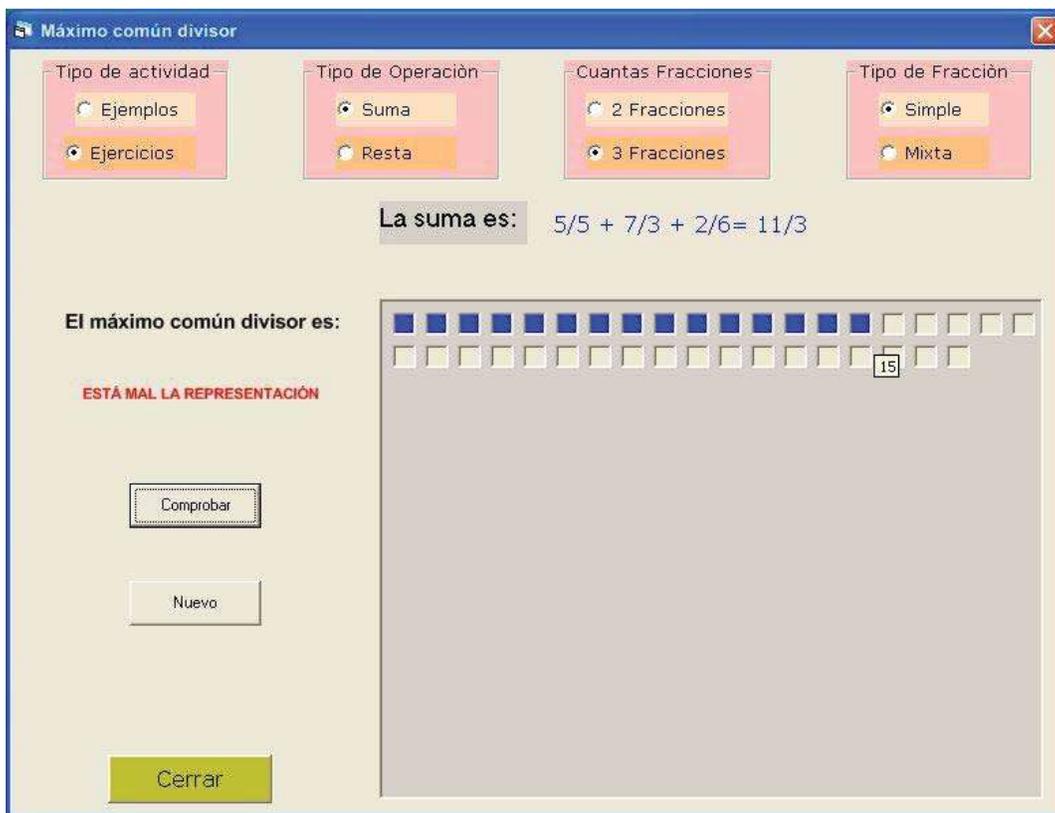


Figura 12



Figura 13

En este ejercicio, el máximo común divisor es 30, ya que es el valor máximo que es divisible entre los denominadores de todas las fracciones involucradas. Se entiende por divisible cuando la división entre los dos números arroja un entero con residuo cero. Por ejemplo $30/5$ arroja entero 6 y residuo cero.

Cómo hallar el máximo común divisor: Primero se analiza si algún denominador es divisible por los demás denominadores, si es así, éste es el elegido.

En caso que no, se calcula el número que resulte de la multiplicación del denominador de la primer fracción por el denominador de la segunda fracción, por el denominador de la tercer fracción y así sucesivamente. Es obvio que si más de un denominador tiene el mismo valor, multiplicarlo una sola vez. En nuestro ejemplo $1/3 + 2/5 + 4/3$ su número calculado es $3 \times 5 = 15$ y no $3 \times 5 \times 3 = 45$.

Una vez hallado el número, se deberá analizar si su mitad o tercera, cuarta quinta o la parte que es divisible entre los denominadores, si lo es, entonces éste es el común divisor; si no, entonces será el número hallado. Como ejemplo la suma de fracciones $6/4 + 7/6$ se halla como número calculado 24, el cual dividido entre dos da 12 y dicho número es divisible por el 6 y el 4, siendo 12 su común divisor. Si se divide 24 entre tres da 8, el cual es divisible por el número 4, pero no por el número 6.

Representaciones: *opción operaciones*

En esta parte, la idea principal es convertir de una representación numérica a una gráfica. La pantalla principal se muestra en la figura 14.

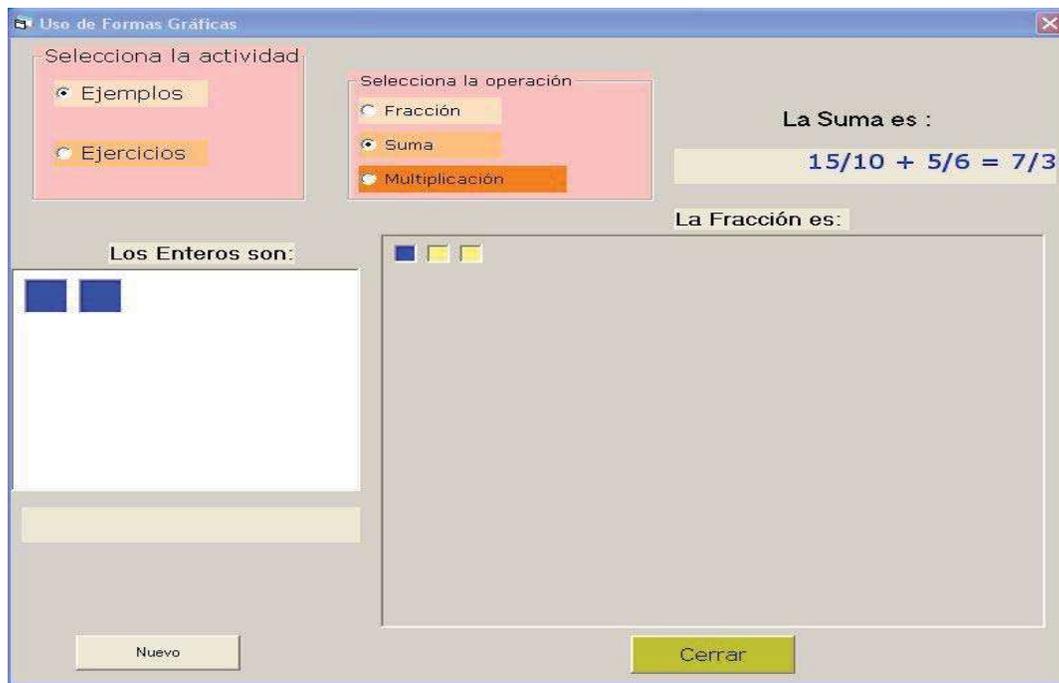


Figura 14

Al igual que en las actividades anteriores, tenemos ejemplos y ejercicios de una fracción, de suma de fracciones y de multiplicación. Un ejemplo de suma de fracciones es como el mostrado en la siguiente figura. Las operaciones se representan gráficamente en la

forma de fracción mixta, por lo que tenemos parte entera y parte fraccionaria. Los cuadros azules representan la parte seleccionada y los amarillos la unidad. Por ejemplo, el resultado de la suma $15/10$ más $5/6$ es $7/3$ que corresponde a dos entero y $1/3$ (ver figura 15).

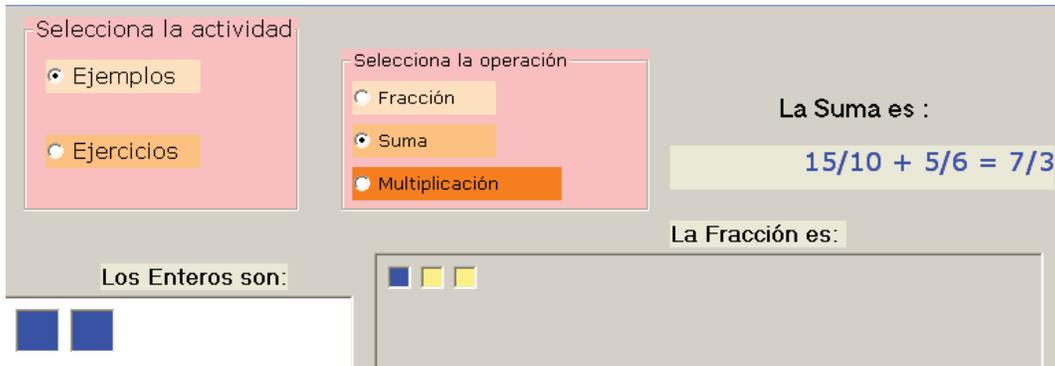


Figura 15

En la actividad relacionada con ejercicios, el estudiante tiene que seleccionar la cantidad de cuadros que corresponden a la fracción mostrada numéricamente. Por ejemplo, en la figura 16 se pide representar gráficamente la fracción $10/13$.

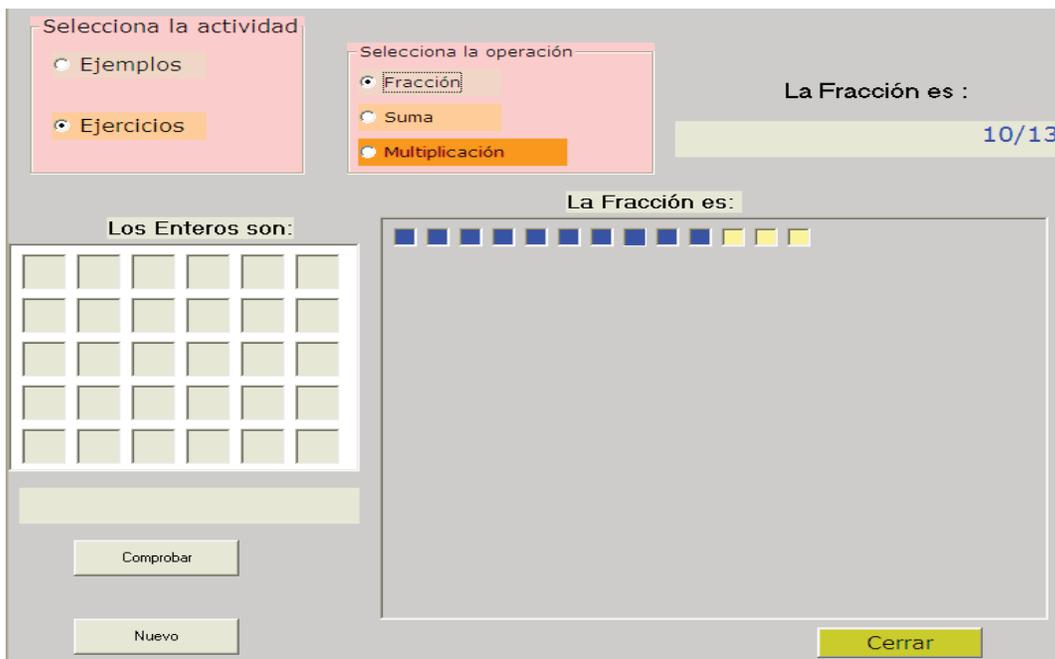


Figura 16

El estudiante tendrá que seleccionar la fracción correspondiente dando un click en el cuadro amarillo deseado (contando de izquierda a derecha) y se seleccionarán todos los cuadros desde el primero de la izquierda hasta el cuadro elegido. En caso de existir enteros debemos dar un click en el cuadro seleccionado de la ventana de enteros. Para deseleccionar la opción tomada se dan dos clicks en el cuadro elegido y listo. Para validar si es correcta la respuesta, se da click en el botón "comprobar" y sabremos si lo es o no, tal y como se muestra en las figuras 17 y 18.

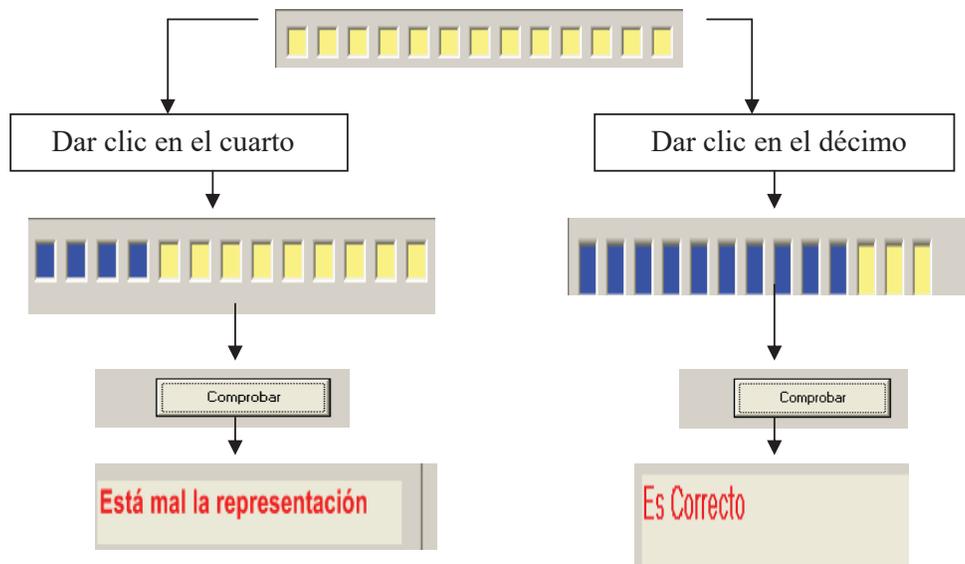


Figura 17



Figura 18

Representaciones: *opción fracciones gráficas*

La finalidad de esta parte es que mediante gráficas y su operación entre ellas se obtenga e introduzca el valor numérico del resultado de la suma o resta de dos fracciones simples o mixtas, además de obtener el máximo común divisor de las dos fracciones.

Al llamar este sub-menú, se desplegará una pantalla similar a la figura 19, la cual nos permitirá elegir varias opciones.

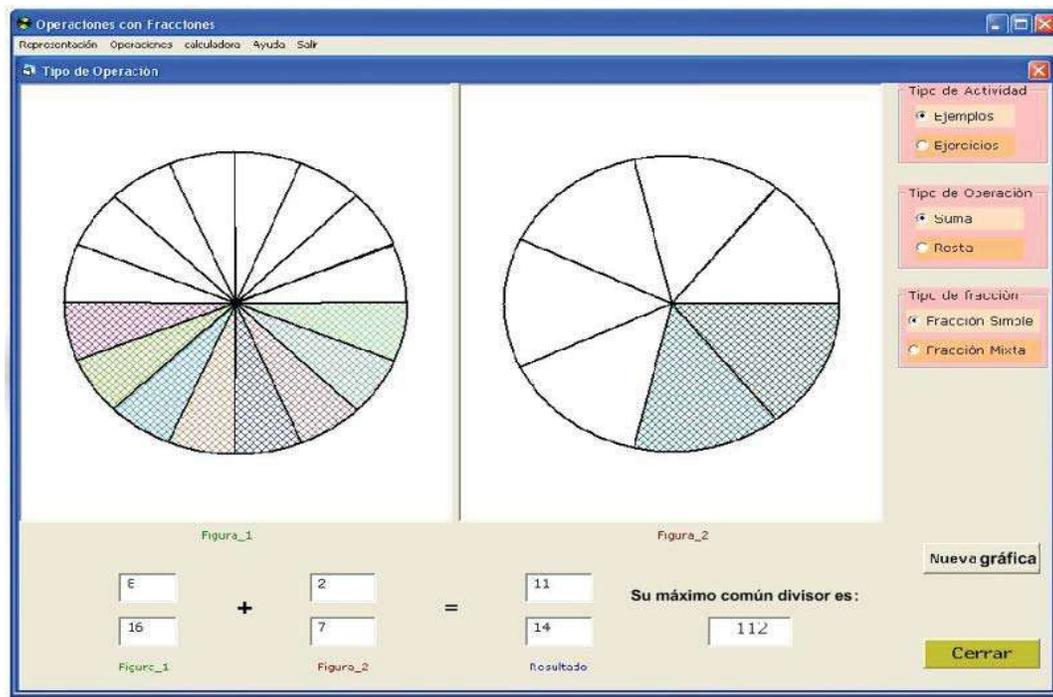


Figura 19.

Las opciones que encontraremos serán si se desea un ejemplo o un ejercicio, o bien una suma o una resta, o usar fracciones simples o mixtas, tal como se muestra en la figura 20.

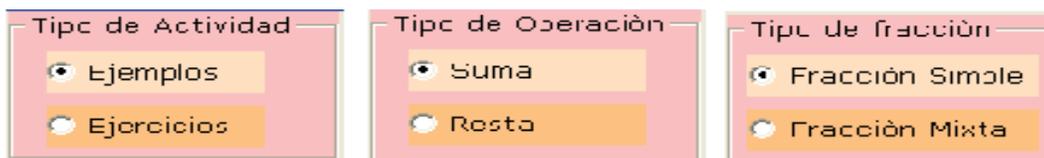


Figura 20.

Cada fracción de la operación en cuestión, está representada por una gráfica, excepto la del resultado. Los ejemplos mostrarán los resultados tanto de la operación de las fracciones (reducida a su mínima expresión) como el máximo común divisor de las dos fracciones. Si elegimos un ejercicio, tendremos que teclear el resultado de la operación de las dos fracciones (reducida a su mínima expresión) además del máximo común divisor. Para ver si lo tecleado está bien basta con dar click en comprobar.

Es conveniente hacer notar que el resultado de la operación de las fracciones se debe de simplificar hasta donde se pueda (reducida a su mínima expresión), ya que de lo contrario no será correcto. Por ejemplo, en la figura 21 el resultado normal es 78/60, si se da click en comprobar nos indicará que el resultado es erróneo.

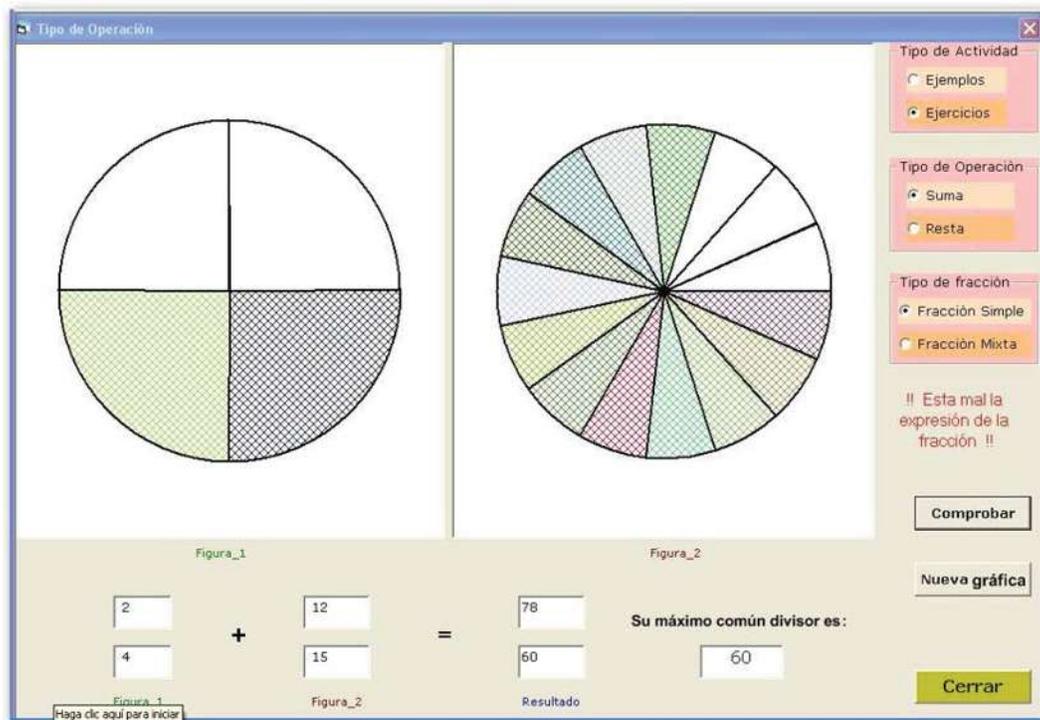


Figura 21

Simplificando la fracción, encontramos que su mínima expresión es 13/10 (la sexta parte de 78/60). Dando click en Comprobar nos desplegará la figura 22, indicando que es correcto el resultado.

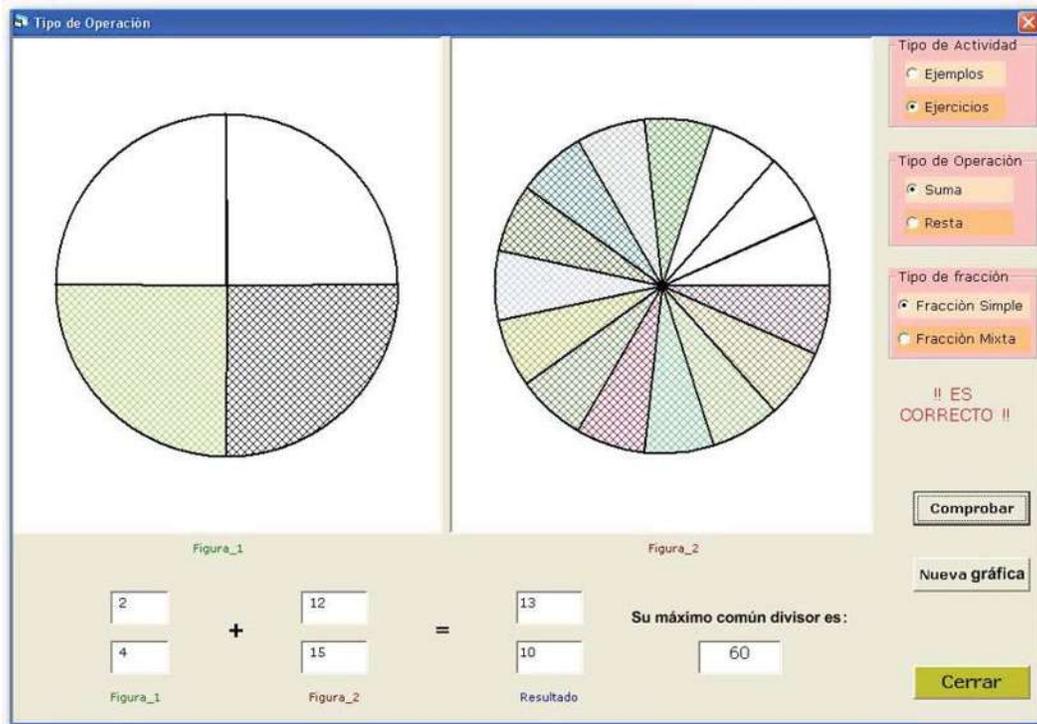


Figura 22.

Como se observa, hay que poner tanto el resultado como el máximo común divisor entre las dos fracciones para que se valide la respuesta.

Representaciones: *opción comparaciones*

La idea principal de esta parte es:

- a) Buscar la equivalencia de una fracción dada con alguna de las 12 posibles mostradas.
- b) Dado el resultado buscar, entre las 12 posibles mostradas, dos fracciones cuya operación, según se indique entre las dos, sea su equivalente.
- c) Dadas dos fracciones buscar, entre las 12 posibles mostradas, una fracción que sea su resultado equivalente.

Su pantalla de inicio nos mostrará la elección de equivalencias, como se aprecia en la figura 23.

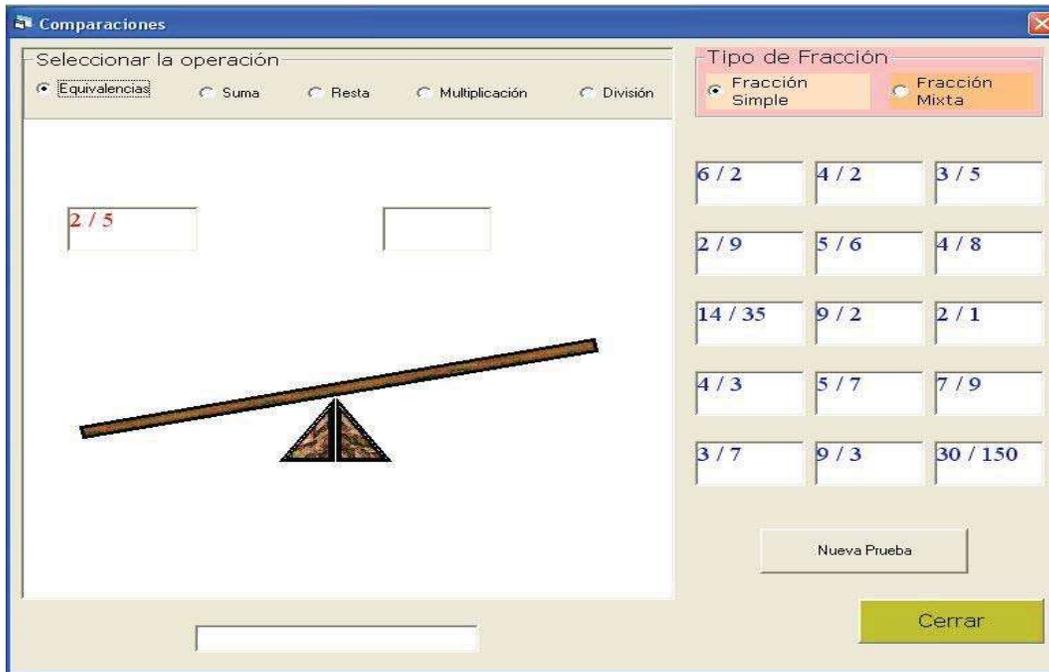


Figura 23

En la cual podremos tener las opciones a elegir del tipo de ejercicio, ya sea equivalencia, suma, resta, multiplicación o división. Y si deseamos usar fracciones simples o mixtas (véase Figura 24).

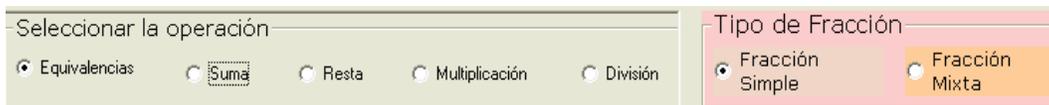


Figura 24.

Si elegimos que el tipo de operación no sean equivalencias simples, sino mediante otra operación, tendremos la opción de elegir cómo deseamos hallar las equivalencias, según se aprecia en la figura 25.



Figura 25.

Si elegimos, dado el resultado hallar 2 fracciones cuya operación sea equivalente a la dada, se mostrará una pantalla similar a la fig. 26.

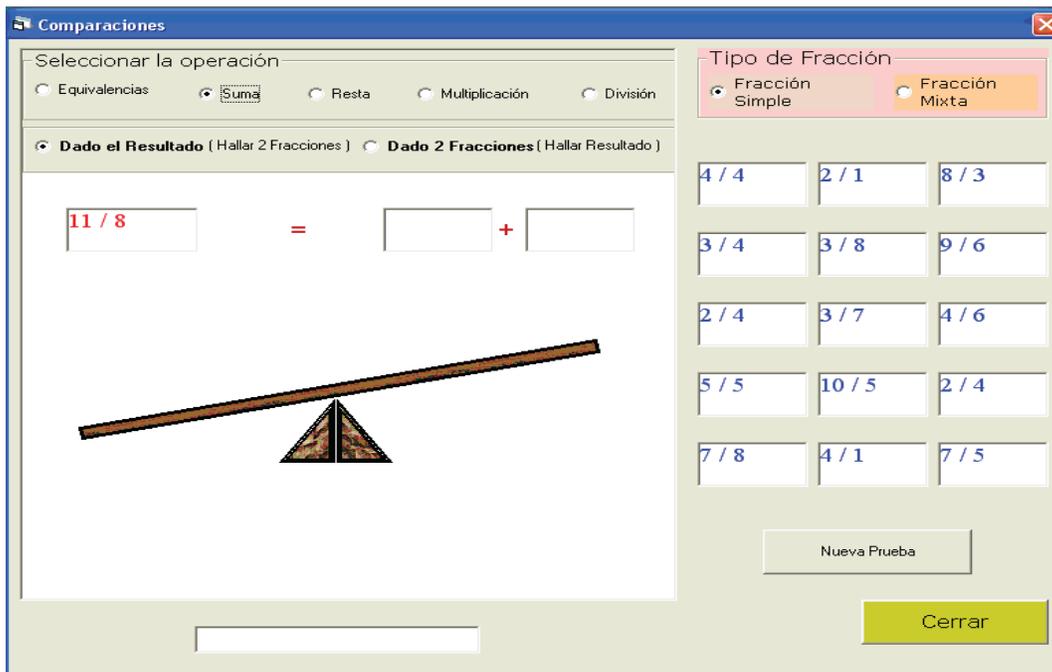


Figura 26.

O si elegimos, dadas dos fracciones hallar el resultado que sea el equivalente a la operación de las dos fracciones, se mostrará una pantalla semejante a la de la figura 27.

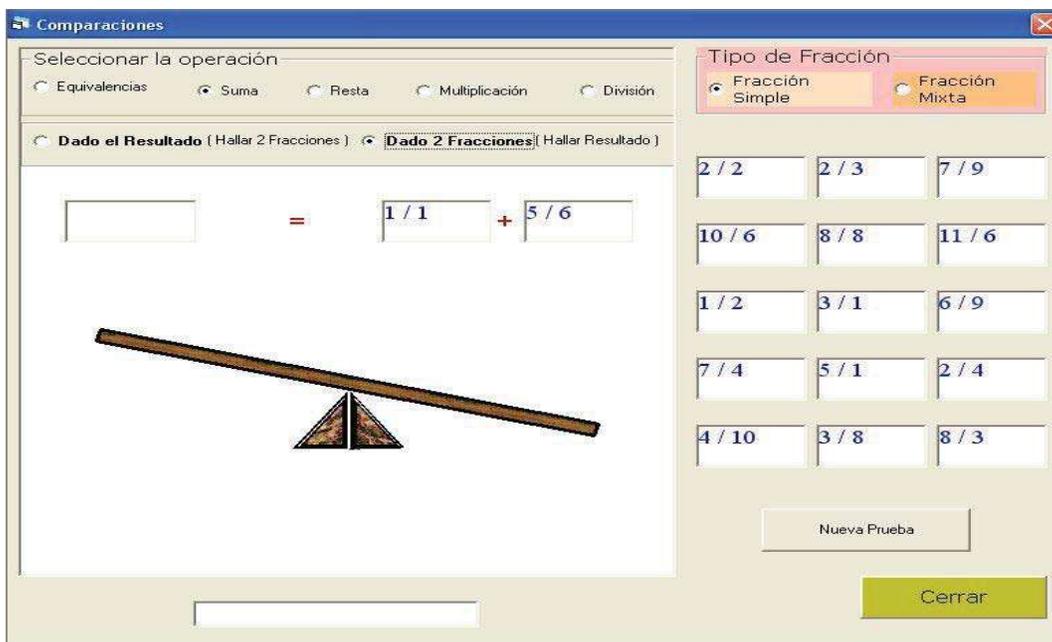


Figura 27.

Seleccione una fracción dando click en la deseada y arrástrela hacia el espacio de la o las fracciones en blanco. Si los valores elegidos son correctos la balanza estará en equilibrio. Ver fig. 28.

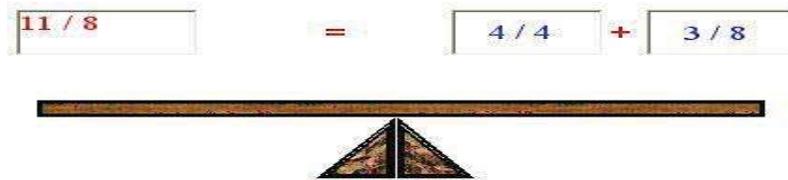


Figura 28

Si los valores son incorrectos y mayores entonces la balanza se irá hacia la derecha y si son menores se irá a la izquierda, figura 29.

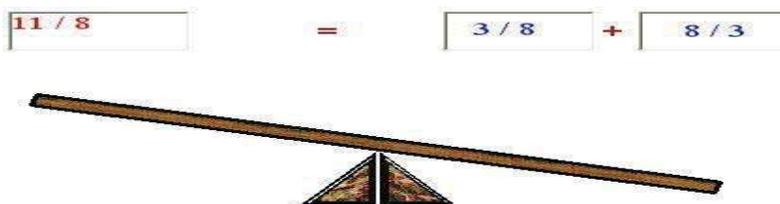


Figura 29

La figura 30 muestra los valores que se presentan, como posibles soluciones, de los cuales se deberá seleccionar uno o dos, dependiendo de lo que se pida. La forma de hacerlo es elegir la fracción deseada y dar click en ella y, sin soltar el botón del Mouse, arrastrarlo hacia las ventanas en blanco, y una vez posicionados en el espacio deseado soltar el botón del Mouse para dejar "caer" en el espacio elegido la fracción seleccionada, tal y como se muestra en dicha ilustración.

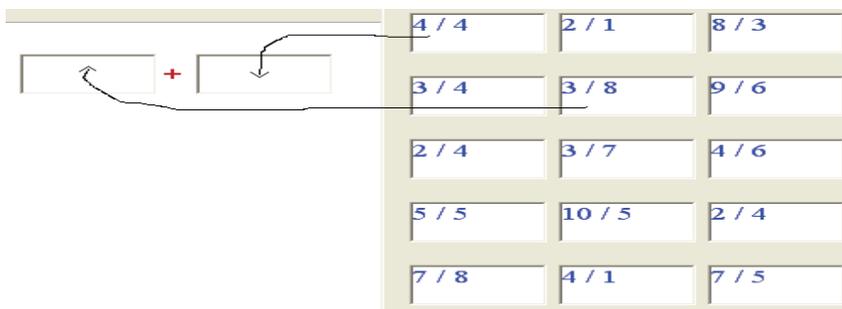


Figura 30

Observe que, en este módulo, el indicador de si la respuesta es correcta o no, será la posición del equilibrio de la balanza.

Operaciones

En la secuencia de actividades relacionadas con *Operaciones*, se deja a un lado el resultado gráfico para pasar al resultado de forma numérica, ya que es importante que el estudiante deje a un lado la representación gráfica para centrarse exclusivamente en la construcción de los algoritmos para realizar operaciones numéricas. La secuencia de *Operaciones* se compone de tres actividades: simplificación, conversión y pruebas. Al igual que en las otras actividades, tenemos ejemplos y ejercicios para cada una de ellas.

Operaciones: *opción conversiones y simplificación*

Al elegir esta parte, aparecerá una pantalla similar a la fig. 31.

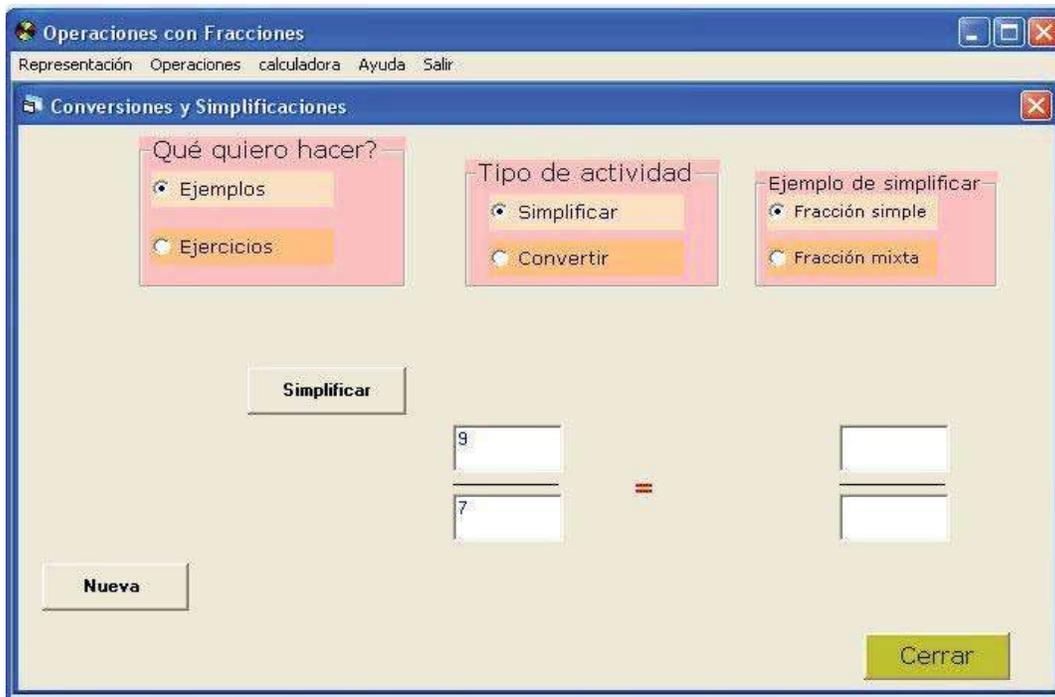


Figura 31

La actividad se compone de dos tipos: simplificación y conversión, además de permitir elegir de si deseamos trabajar con fracciones mixtas o simples, o bien con ejemplos o ejercicios, como se muestra en la figura 32.



Figura 32

Si seleccionamos simplificar, estando en ejemplos, al oprimir el botón "simplificar" el software mostrará la simplificación, similar a la mostrada en la figura 33.

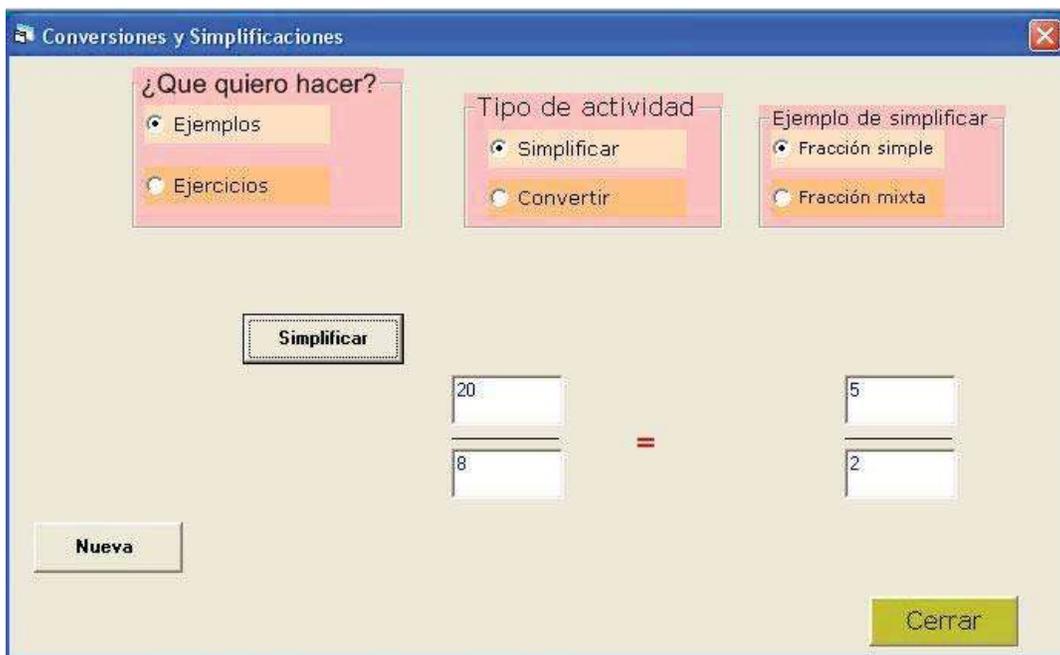


Figura 33.

Si estamos en la opción de ejercicios entonces el software muestra una fracción y el estudiante deberá introducir el valor de la fracción simplificada. Posteriormente oprimir el botón "comprobar

simplificación”, el valor introducido es probando mostrando si es correcto o incorrecto, como lo muestra la figura 34 y la Figura 35.

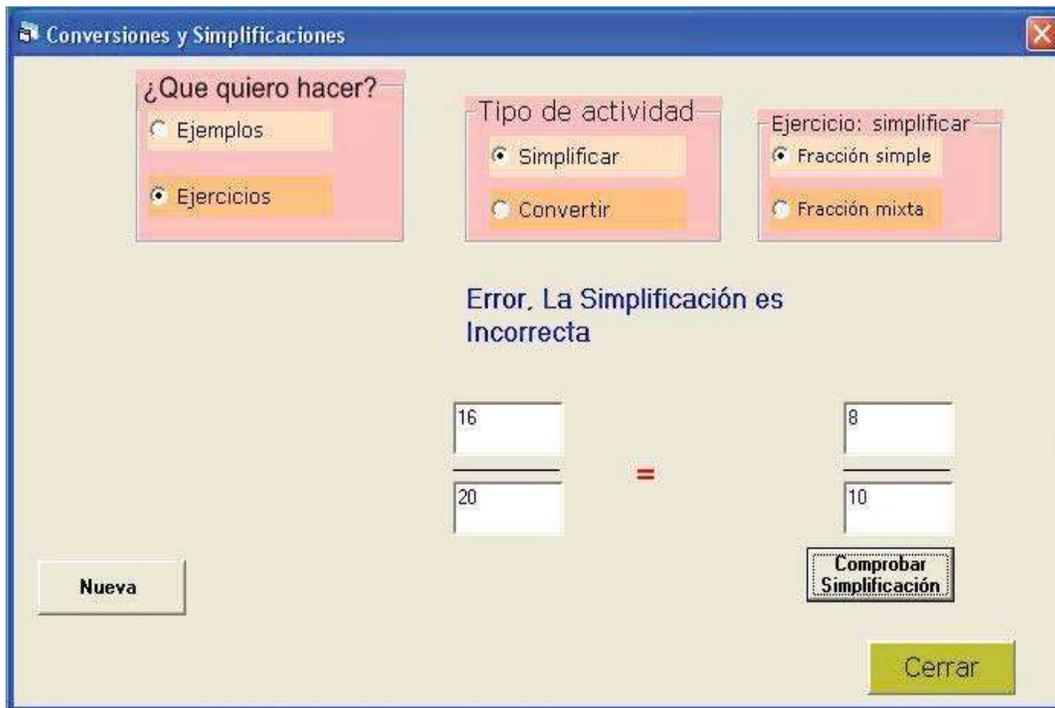


Figura 34.

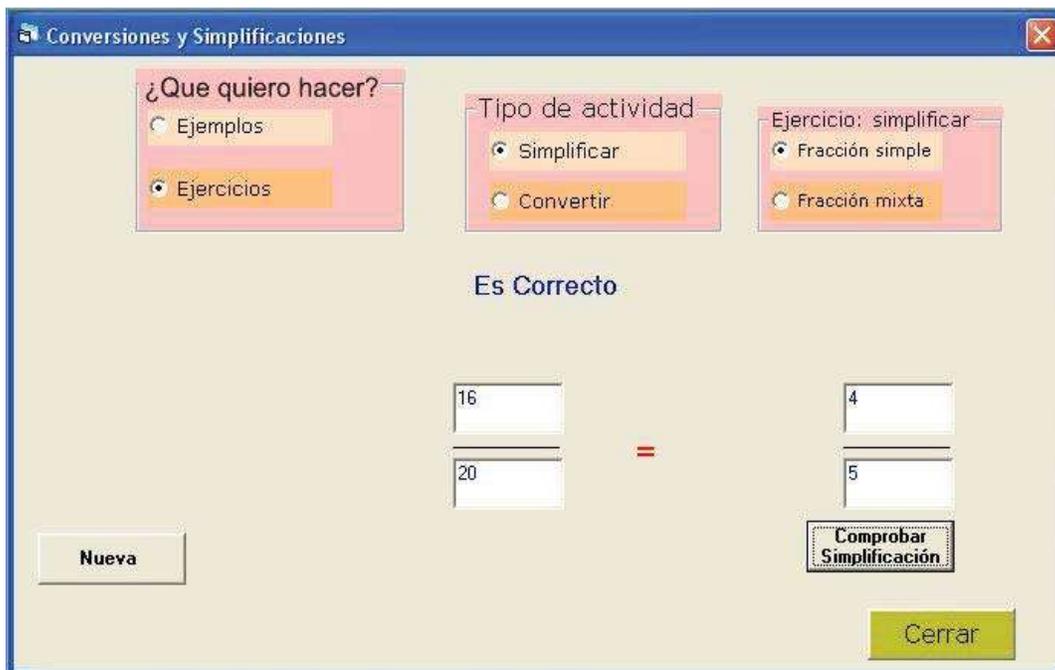


Figura 35.

Recordemos que simplificar una fracción es reducirla a su mínima expresión.

De similar manera, cuando seleccionamos la opción convertir tendremos una pantalla parecida a la mostrada en la figura 36.

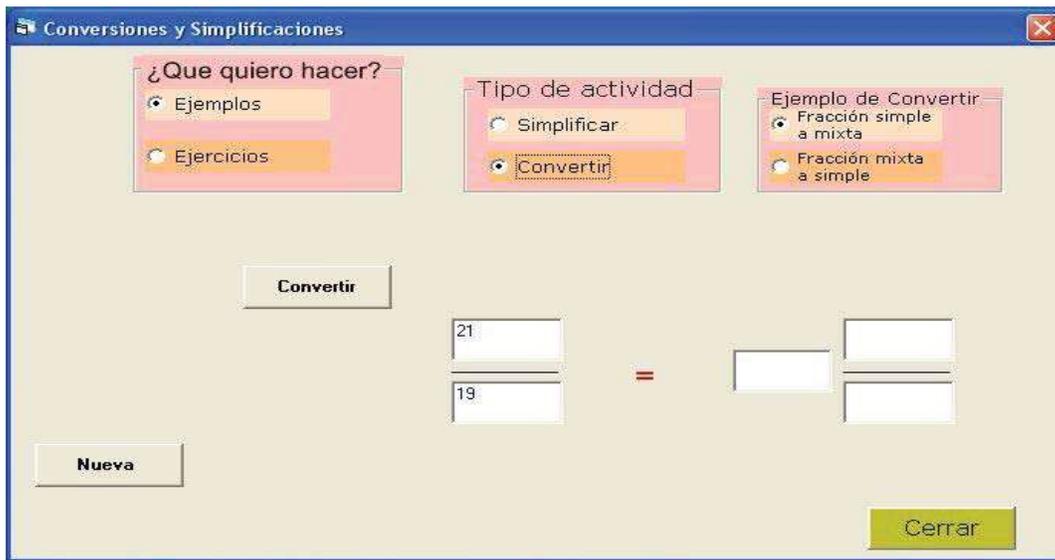


Figura 36.

Como se observa, tendremos la opción de elegir si deseamos convertir una fracción simple a mixta (ver fig. 36) o de una fracción mixta convertirla a fracción (como se muestra en la figura 37).

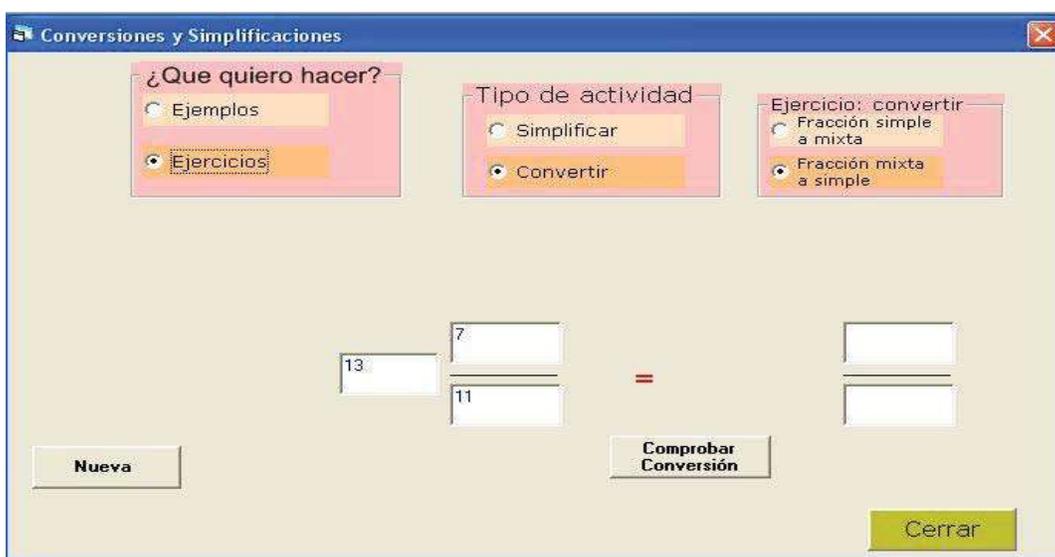


Figura 37.

Operaciones: opción pruebas

La idea principal de esta parte es que el estudiante realice operaciones numéricas (suma, resta, multiplicación o división) con dos o tres fracciones, para que reafirme lo aprendido en los anteriores sub-menús. Al seleccionar este módulo se desplegará una pantalla similar a la de la figura 38.

The screenshot shows a software window titled "Operaciones con Fracciones" with a menu bar containing "Representación", "Operaciones", "calculadora", "Ayuda", and "Salir". Below the menu bar is a sub-window titled "Preguntas de Operaciones".

On the left, under "Tipo de operación", there are four radio buttons: "Suma" (selected), "Resta", "Multiplicación", and "División".

On the right, under "Selecciona el tipo de ejercicio", there are two radio buttons: "Con 2 números" (selected) and "Con 3 números".

The main area displays a fraction addition problem:

$$\frac{13}{18} + \frac{4}{4}$$

Below the problem, there are two empty input boxes for the numerator and denominator of the result, followed by an equals sign. To the left of the input boxes are two buttons: "Otro ejercicio" and "Prueba". At the bottom right, there is a "Cerrar" button.

Figura 38.

Y de manera similar, a lo que se explicó en las partes anteriores, se puede elegir el tipo de operación y con cuántas fracciones deseamos trabajar, además de si queremos realizar otro ejercicio. El estudiante deberá introducir el resultado correspondiente a la operación de fracciones que se presenta, y oprimir el botón "prueba" para que el software le confirme si es correcta o incorrecta su respuesta, mandando el mensaje respectivo.

Calculadora

La Calculadora nos servirá para, como su nombre lo indica, calcular la operación de las fracciones que le indiquemos, desplegándonos el resultado. Se podrán realizar sumas, restas multiplicaciones y divisiones con dos o tres fracciones. Dando click en el botón resultado se desplegará el resultado de la operación deseada.

Será de buena ayuda para en los ejercicios de los anteriores sub-menús. Al seleccionar esta parte, se desplegará una pantalla similar a la de la figura 39.

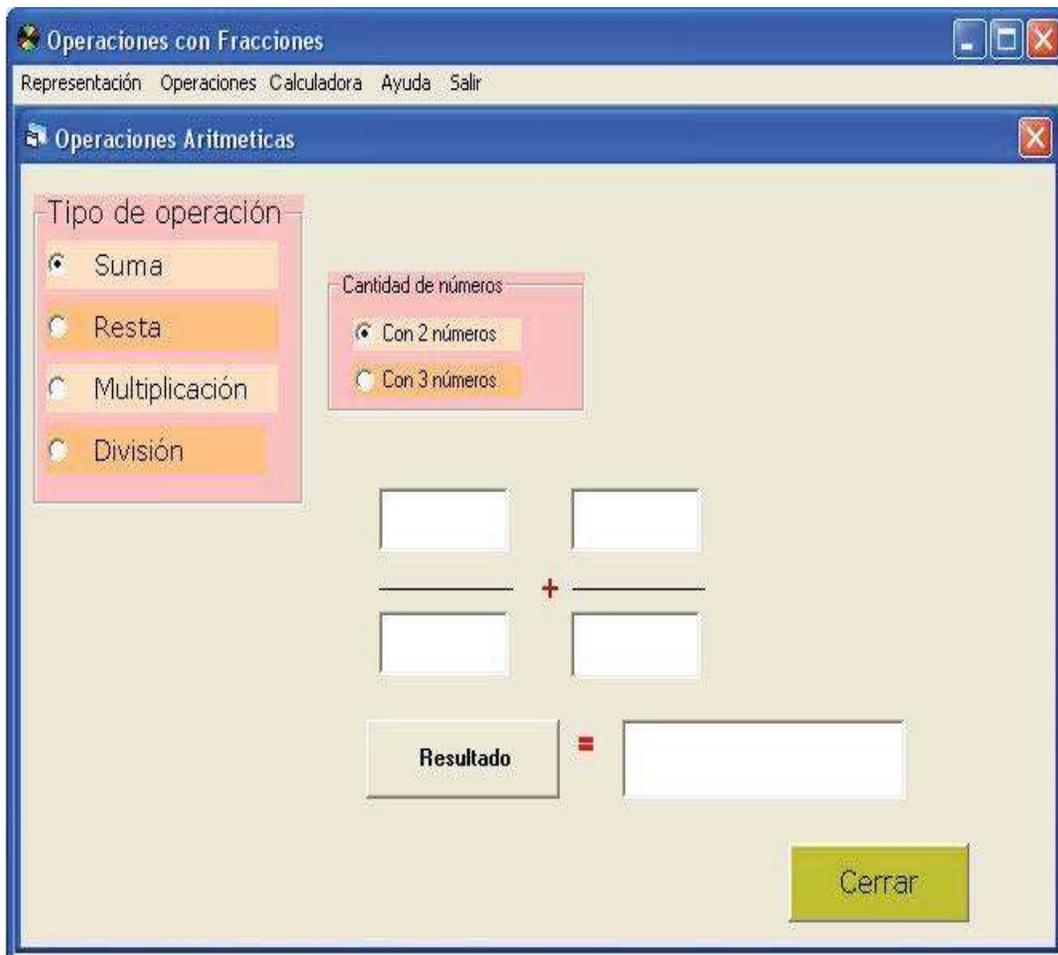


Figura 39.

Ayuda

Al seleccionar la parte de ayuda, se desplegará un sub-menú, como el de la figura 40.

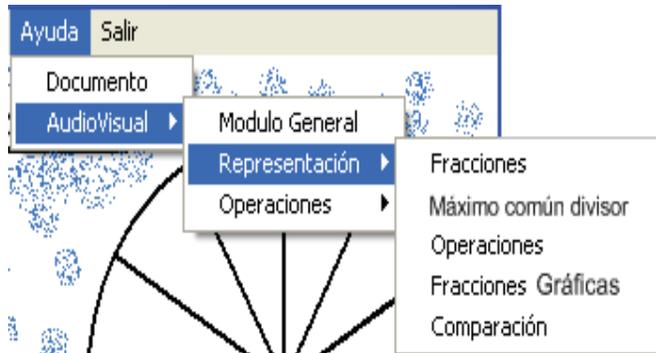


Figura 40.

En el cual podremos elegir si deseamos la ayuda por medio de un documento o de manera audiovisual. Si elegimos por documento se abre ésta opción y estaremos en la posibilidad de leerlo, desplegándose una pantalla similar a la figura 41.

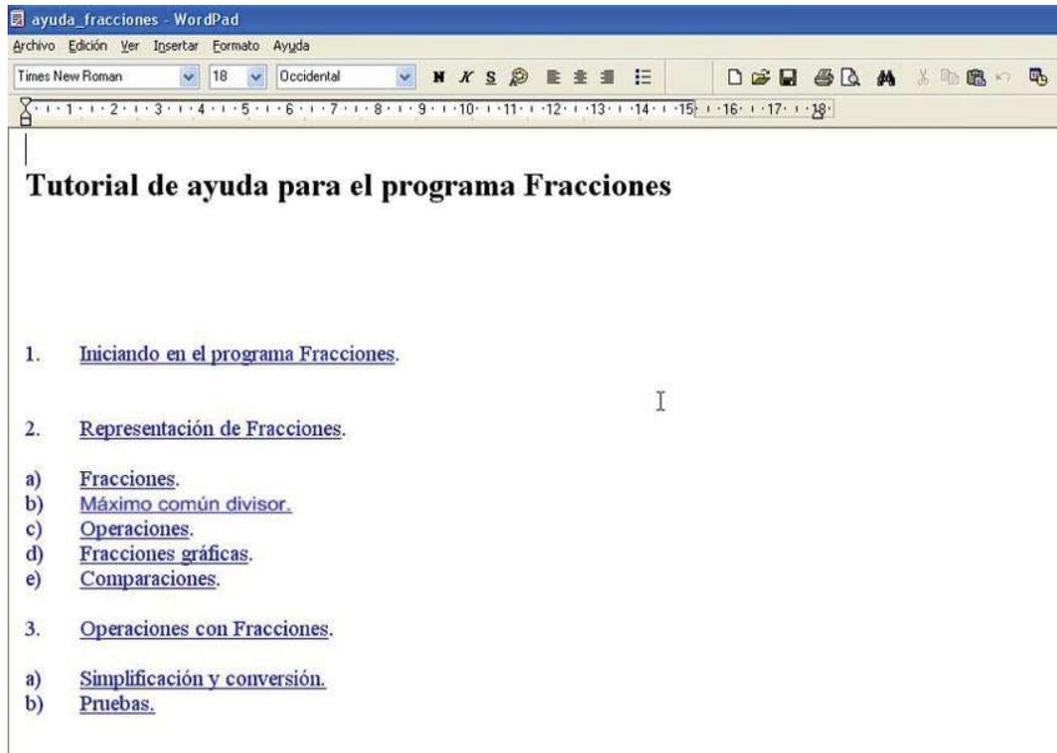


Figura 41.

Cuando se desee salir del documento, basta con darle click en la cruz blanca y fondo rojo que se encuentra en el lado superior derecho de la pantalla, o bien del menú Archivo elegir la opción salir.

Si se elige ayuda por video y, por ejemplo, el tema de módulo general, se desplegará la pantalla del reproductor ViPlayer (que viene incluido en la carpeta de Fracciones) con el video del tema a reproducir. El cual nos permitirá pausar o terminar o repetir el video.

Cuando estemos viendo un video, las teclas a usar son: **P**=para pausar, **T**=para terminar (sin salirse del video), **R**=para volver a reiniciar el video y **C**= para cerrar el video y salir de ViPlayer. Además de las teclas Flecha Arriba y Flecha Abajo para subir o bajar el volumen.

Con las teclas 1, 2 y 3 se permite aumentar o disminuir la pantalla de video en un 50%, 100% ó 200% y con las teclas + y – también se puede aumentar o disminuir la pantalla de video de forma gradual, además de que dando click en la pantalla con el botón izquierdo del mouse y sin soltarlo se puede mover la pantalla.

Por otra parte, con las teclas Flecha Derecha y Flecha Izquierda se puede adelantar o retroceder el video en un 1%. Si desea aumentar o disminuir la velocidad del video, más rápido, presione F5 ó F6 o con las teclas SHIFT-F5 ó SHIFT-F6.

En ambos casos, al salir se desplegará una pantalla semejante a la fig. 42.

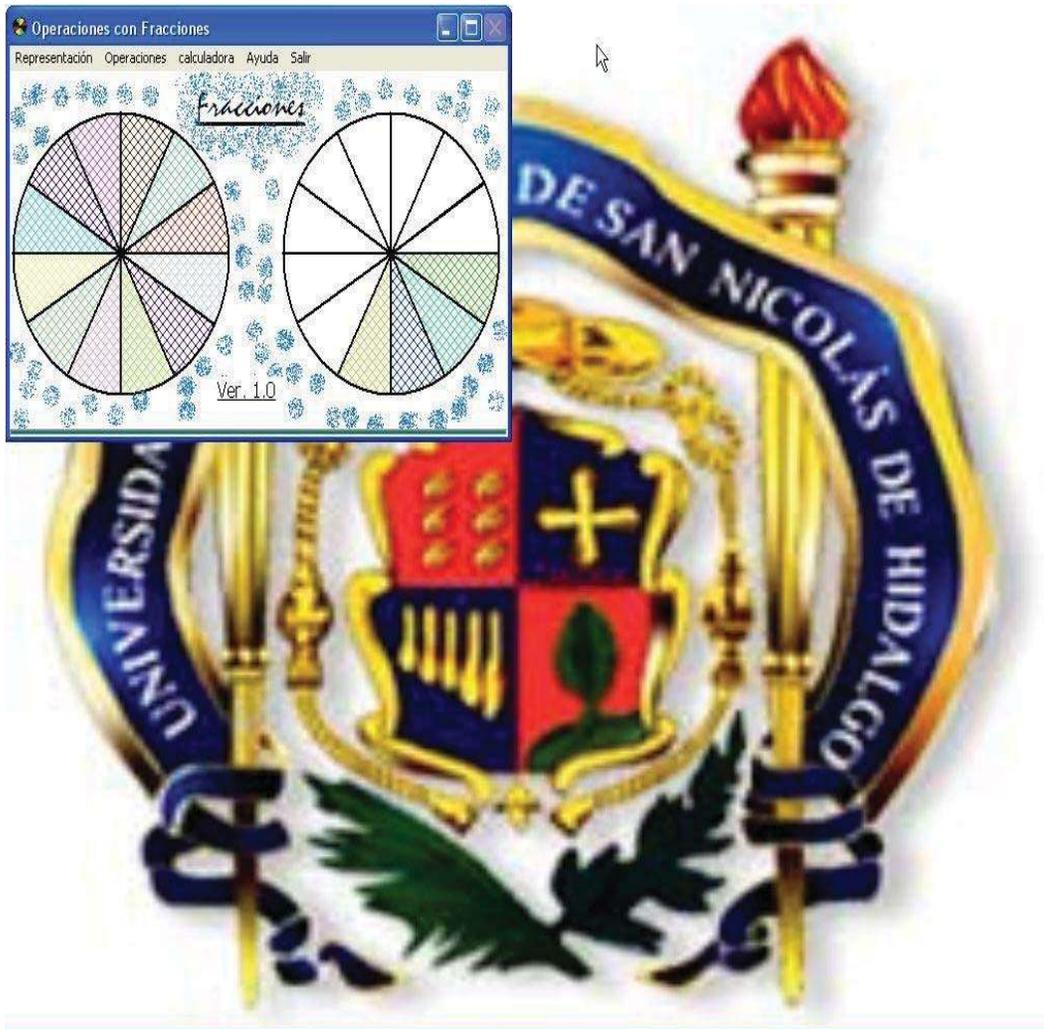


Figura 42.

Salir

Al seleccionar esta parte, abandonamos el modulo general de "Operación con fracciones"

Capítulo IV

CONCLUSIONES

A medida que las nuevas tecnologías abren un paradigma educacional, gracias a la integración del software, las actividades de aprendizaje, el objeto de conocimiento, el alumno como el principal actor en la construcción de sus conocimientos y el profesor como un mediador y facilitador del aprendizaje, se han logrado *crear ambientes de aprendizaje interactivos* que abren nuevas posibilidades al proceso de enseñanza-aprendizaje. Especialmente en la enseñanza de áreas que por su naturaleza requieren de una gran interactividad, como es el caso de las matemáticas.

Para llevar a cabo la implementación de estos ambientes, es necesario evaluar varios factores, entre los cuales se encuentran los aportes de la tecnología, las estrategias metodológicas apropiadas para el uso de las mismas y la participación del docente en el proceso.

Dentro de este contexto, el software "Fracciones" tiene como propósito observar los alcances y las limitaciones que tiene este programa informático para que, a través de un ambiente interactivo, los estudiantes aprendan las fracciones y sus operaciones.

Asimismo, se deben tomar en cuenta algunos alcances que tienen los ambientes interactivos en el aprendizaje de las matemáticas:

1. La interactividad entre los diferentes actores, la computadora y el objeto de conocimiento se fortalecieron.
2. La motivación y el dinamismo en los estudiantes con respecto a los tradicionales.
3. Fortalecer de sobremanera el aprendizaje colaborativo cuando se trabaja en estos tipos de ambientes.

4. La experiencia en un medio interactivo deberá ser más productiva si la tecnología se combina, además con una estrategia metodológica adecuada.
5. Los estudiantes participantes adquieren un aprendizaje mayor, con un soporte técnico adecuado que les permita manejar las herramientas del ambiente de aprendizaje.
6. Se fortalece la capacidad para identificar, acceder y manejar fuentes de información.
7. Se presupone que a la mayoría de los alumnos les gustará este ambiente, aunque esto pueda ocasionar una mayor responsabilidad en su actividad y ansiedad que en un curso tradicional.
8. El ambiente de interactividad tiende a ser exitoso (según las teorías constructivistas) y con efectos positivos sobre el aprendizaje de los alumnos.

Por otra parte, hay que tomar en cuenta que, al cambiar de escenario para la enseñanza también se deberán cambiar diferentes actitudes de todos los involucrados:

1. Si el profesor no se desprende de los hábitos que se adquieren en la enseñanza tradicional, será imposible lograr un aprendizaje significativo utilizando estos ambientes.
2. Es necesario estar pendiente de que el alumno trabaje de tal forma que la interacción, si no con compañeros que tenga a su lado, sí con él mismo y comente (o se comente) dudas y sugerencias al respecto para, en su momento, plantearlas. Si esta parte se descuida el ambiente de aprendizaje corre el riesgo de caer en una clase tradicional.
3. En ocasiones muchas escuelas tienen laboratorios de computación improvisados que no cubren los requerimientos máximos. El espacio físico debe ser adecuado a las necesidades

de trabajo, es decir, amplio, con mobiliario cómodo y con espacio suficiente en los escritorios para que los estudiantes pongan sus libretas cuando están resolviendo en forma escrita cada una de sus actividades.

4. En algunas ocasiones los centros educativos no cuentan con el tiempo necesario en el aula de cómputo, para materias diferentes a las de informática que puedan acceder por lo menos dos veces por semana al mismo.

Podemos concluir que la implementación de ambientes interactivos de aprendizaje asistidos por la computadora permitirá, de acuerdo a las observaciones recopiladas, modificar el modelo tradicional de la enseñanza, llevándolo a un modelo más activo basado en la construcción del conocimiento, haciendo que tanto el educador como el aprendiz ejercen un rol protagónico. En el caso del *aprendiz*, implica que éste sea un individuo creativo, analítico, capaz de pensar, razonar y abstraer, resolver problemas, diseñar, desarrollar y evaluar trabajos colaborativamente. El rol del educador también se transforma, dejando de ser un emisor de información, para convertirse en un facilitador del conocimiento, un mediador que organice y diseñe actividades de aprendizaje significativas para el aprendiz.

Desde esta perspectiva, el proceso de enseñanza-aprendizaje es un proceso activo, producto de la interacción del aprendiz con el medio que lo rodea.

La secuencia de actividades que se presentan en el software "Fracciones" permitirá al estudiante entender lo que es una fracción y ejercitarse en las operaciones básicas con números fraccionarios. Generando con ello el que pueda calcular y reconocer el máximo común divisor de sumas y restas de fracciones, debiendo saber simplificar fracciones y su conversión de fracción simple a mixta y

viceversa, además de poder interpretar numéricamente una gráfica de fracciones.

Este software se ha probado, de manera informal, con algunos estudiantes de primaria y de secundaria, y según lo dicho por ellos se les hace una manera agradable de aprender.

Anexos

Breve descripción de las metas que se pretenden alcanzar con la aplicación del software de “Fracciones” (anexo 1) y de cómo está constituido el software (anexo 2).

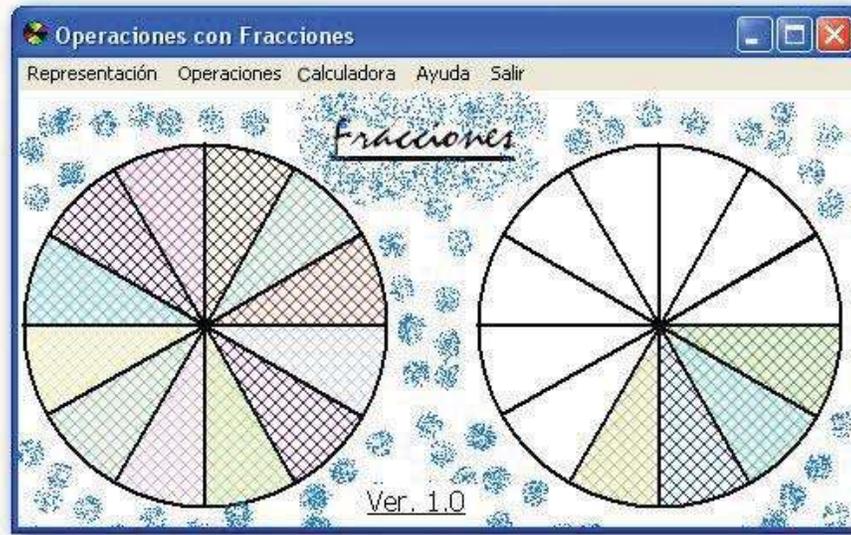
ANEXO 1

GUIONES DE PREGUNTAS DEL MÓDULO FRACCIONES

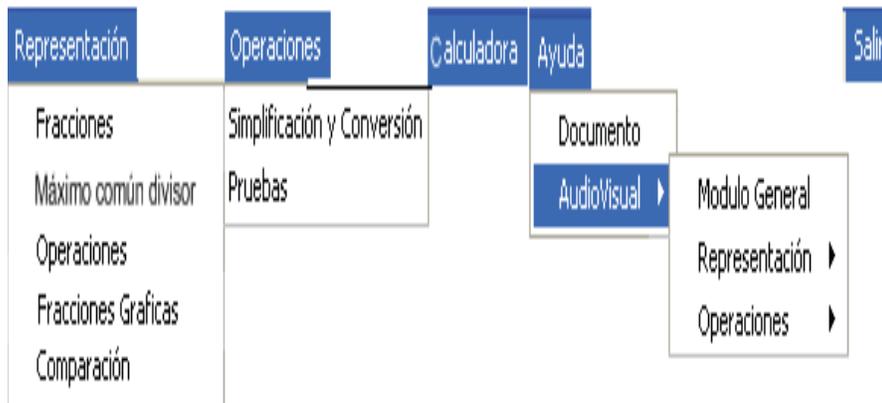
- ¿Cuál es la diferencia entre una fracción simple y una fracción mixta?
- ¿Puede convertir una fracción simple a una fracción mixta y una fracción mixta a una fracción simple?
- ¿Sabe qué significa que 2 o más fracciones sean equivalentes?
- ¿Sabe qué es simplificar una fracción?
- ¿Sabe qué es convertir una fracción simple a mixta y una fracción mixta a simple?
- ¿Sabe distinguir entre los procedimientos que se deben de realizar para sumar, restar, multiplicar y dividir ¿entre fracciones simples? y ¿entre fracciones mixtas? Y ¿entre fracciones simples y mixtas?
- Dada la representación de la figuras ¿podría representarlas en forma numérica con fracciones simples y mixtas?
- ¿Dada una suma de fracciones, puede identificar su máximo común divisor?
- Si conoce el resultado de una operación de fracciones, ¿puede hallar qué fracciones tomar para realizar la operación y llegar al resultado?

Anexo II

DESCRIPCIÓN DE “FRACCIONES”:

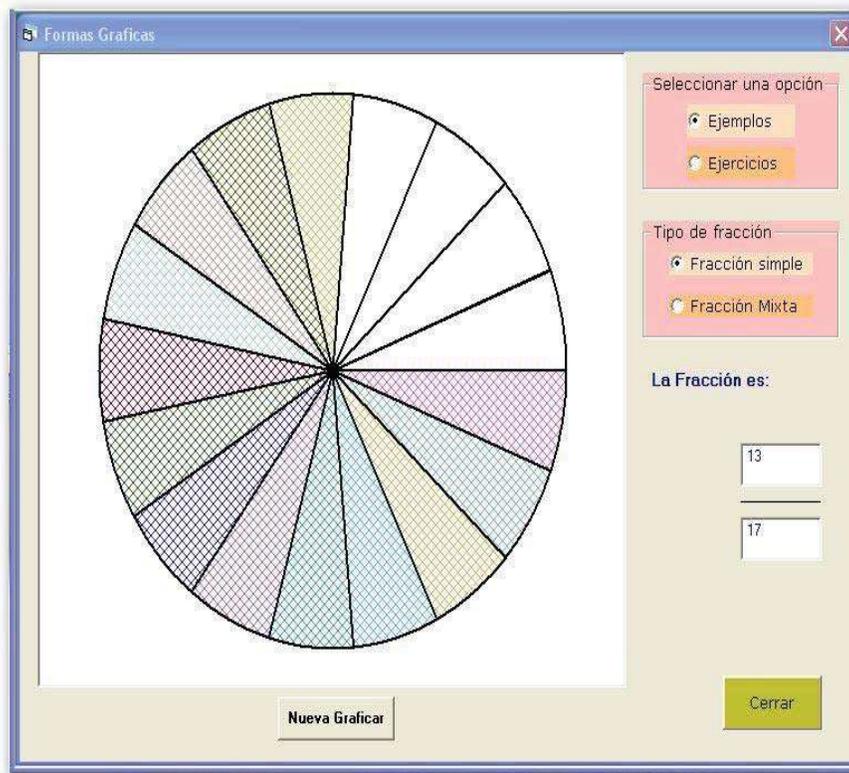


Módulo Fracciones: Para iniciar con algún menú, haga clic sobre el que desee (o bien, puede seleccionarlo con las tecla Alt. Y las flechas izquierda, derecha, arriba y abajo).

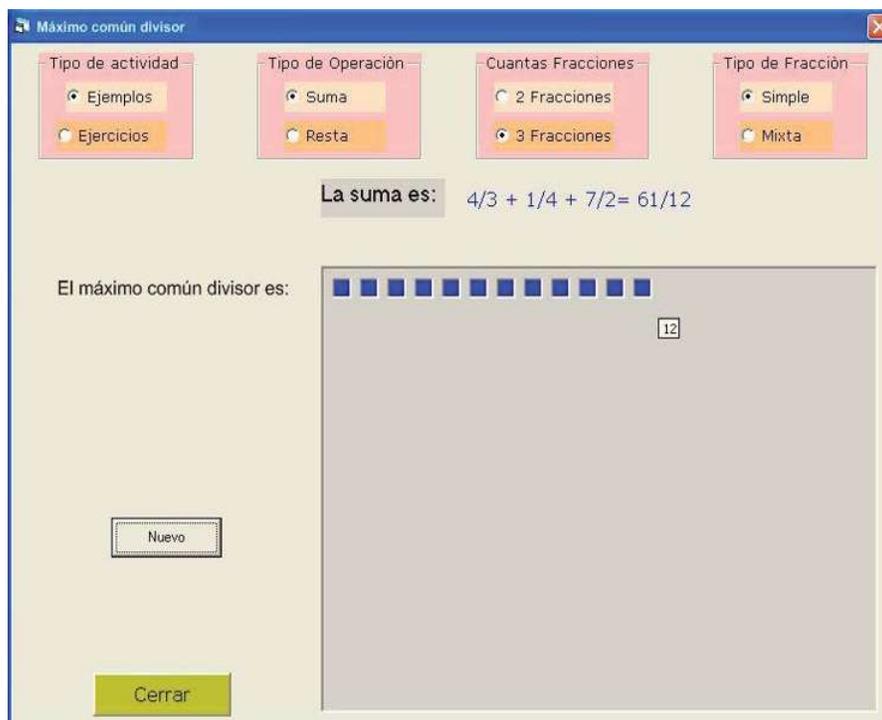


Sub-menús: Como se notará, hay menús que tienen sub-menús, los cuales, cada uno de ellos, traen sus respectivas representaciones que permitirán realizar un ejemplo o ejercicio.

Representación:



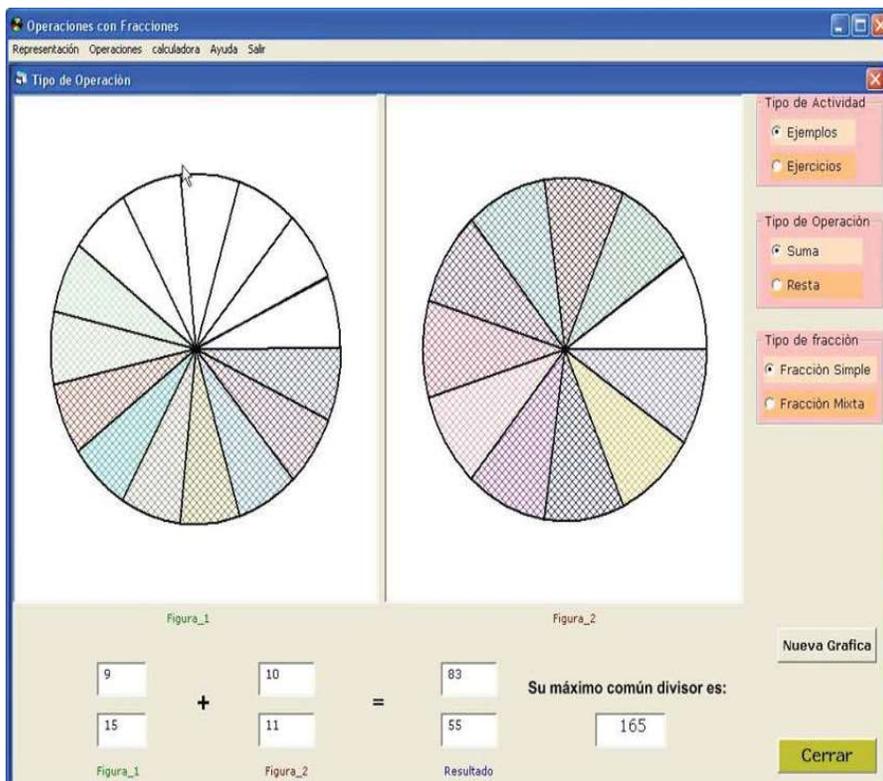
Fraciones: En este menú, se pretende que el alumno trate de captar la representación gráfica de una fracción con una expresión numérica. Para ello se le da la facilidad de elegir diferentes ejemplos para que los analice y se familiarice, mediante gráficos con las fracciones. Dándosele la oportunidad de que, cuando él lo decida, seleccione la opción de ejercicios para comprobar si ha entendido a expresar de manera numérica las graficas que se le exponen.



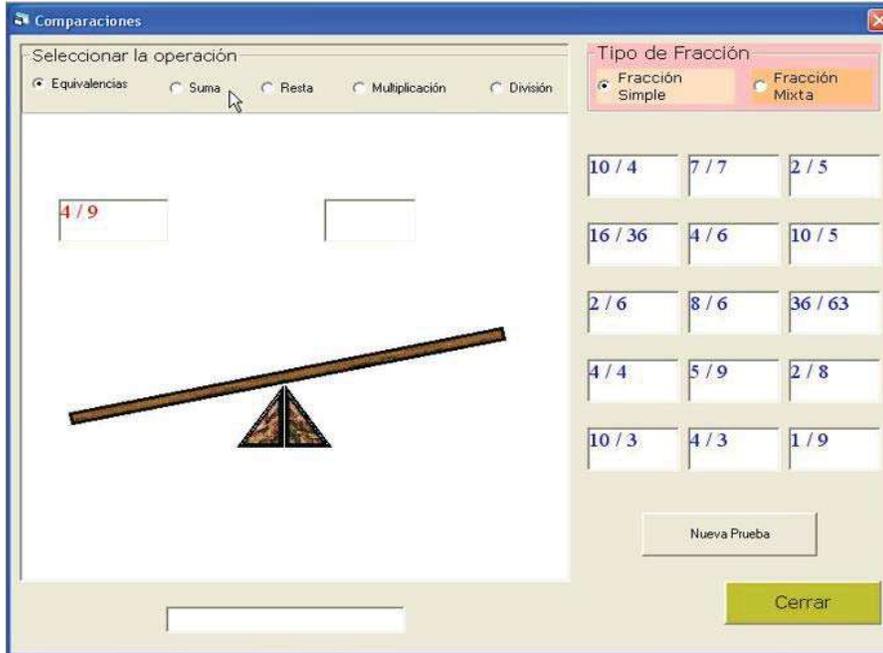
Máximo común divisor: Este menú tiene como finalidad que el alumno aprenda, mediante graficas, lo que es y representa el máximo común divisor en las sumas y restas de fracciones. Aquí se introduce el concepto de fracción mixta. El alumno, mediante ejemplos y ejercicios de diversos tipos, según el lo seleccione, analizará y entenderá el concepto del máximo común divisor.



Operaciones: En este menú, se pretende que el alumno trate de captar la representación numérica de una fracción y la exprese de manera gráfica, tanto en enteros como en su parte fraccionaria. Asimismo, el número de fracción mixta se le tendrá más presente.

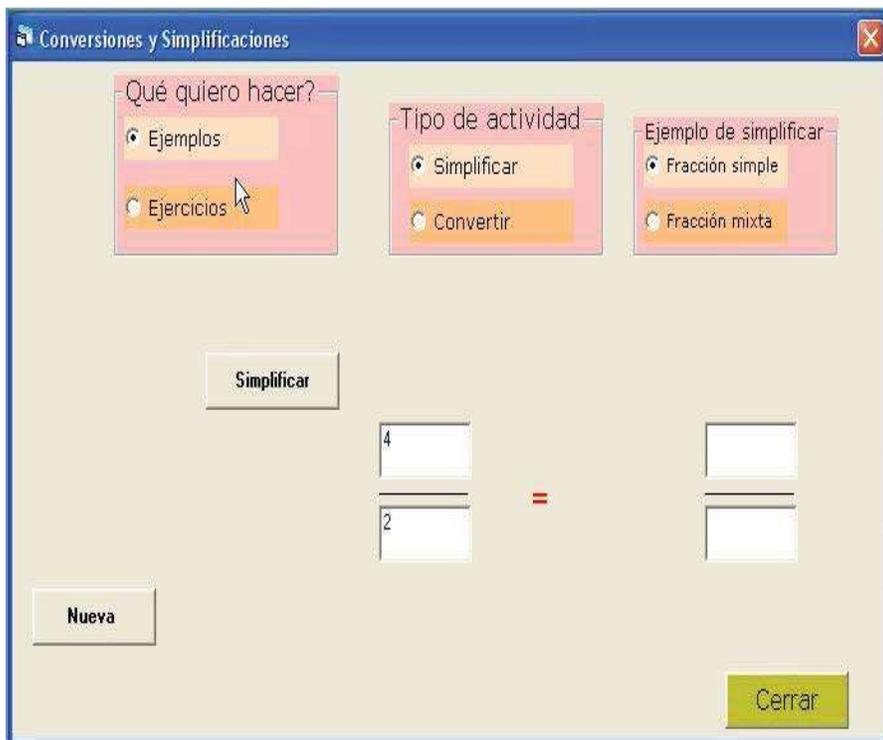


Fracciones Gráficas: Este menú tiene como finalidad que el alumno aprenda, mediante gráficas, las operaciones de sumas y restas de fracciones simples o mixtas. A la vez de que se le reafirme el concepto y su cálculo del común divisor.

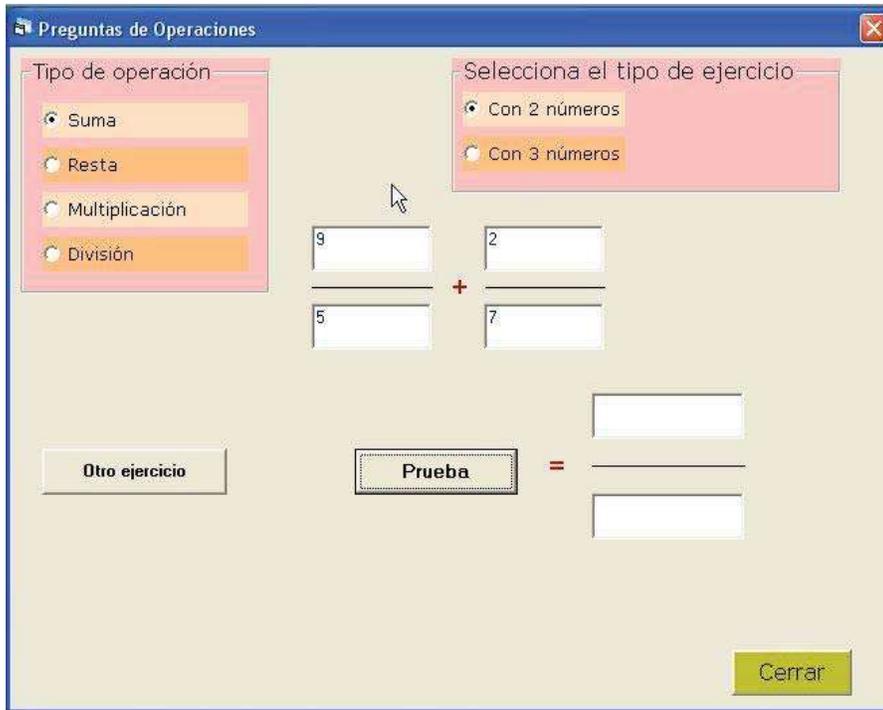


Comparación: En este menú, se pretende que el alumno trate de captar, por una representación gráfica, la igualdad de fracciones; ya sea dando su resultado y buscando entre las fracciones posibles dadas, cuáles son las adecuadas para llegar a la equivalencia o bien dado dos fracciones buscar entre los resultados posibles cuál es su equivalente.

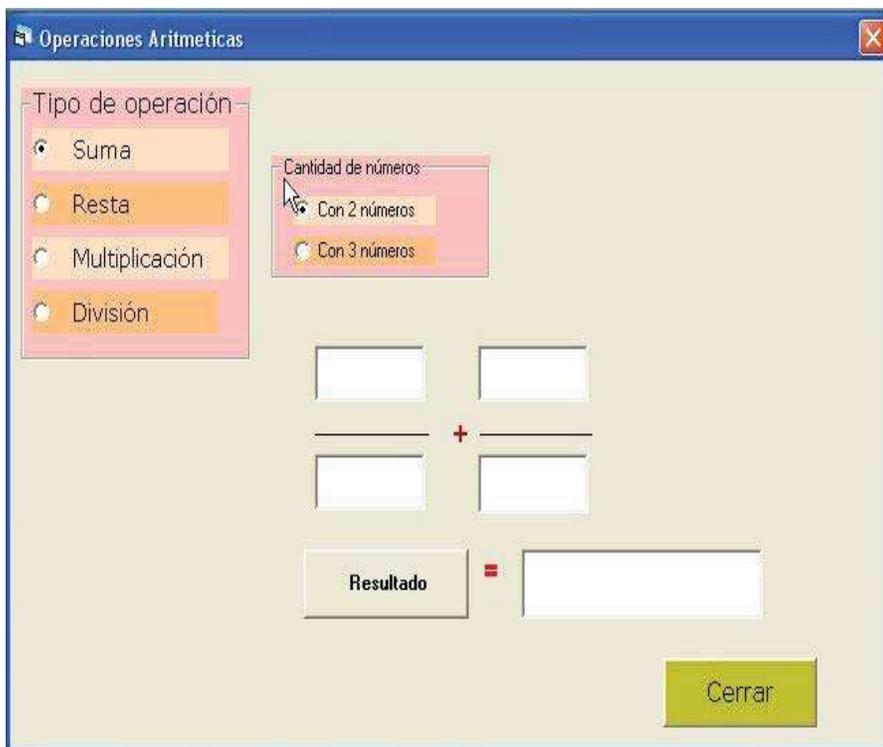
Operaciones:



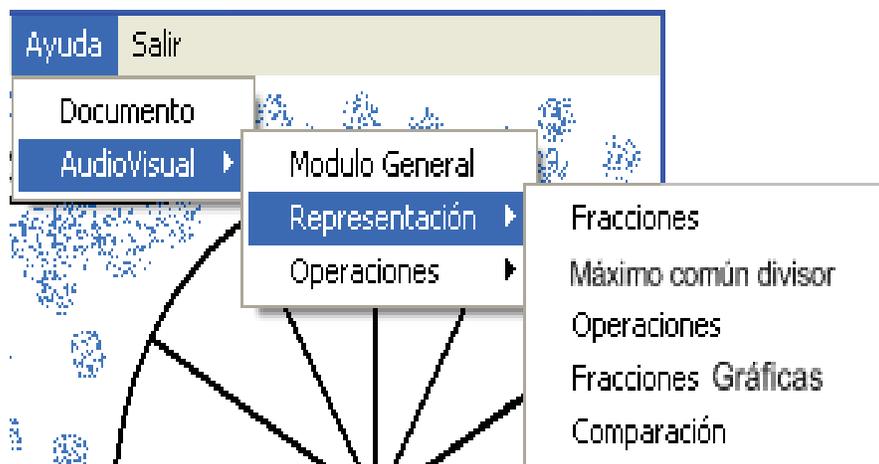
Simplificación y Conversión: En este menú, se pretende que el alumno trate de entender lo que es el concepto de simplificar una fracción y el de convertir una fracción de simple a mixta o de mixta a simple. Como se notará, se dejó a un lado el concepto de gráficos para entrar al concepto de operaciones de fracciones numéricas.



Pruebas: Este menú tiene como finalidad, una vez visto los demás menús, el practicar las operaciones con fracciones, tanto con dos o tres números. Es importante que use este menú ya que le servirá para reafirmar sus conocimientos adquiridos en lo referente a las fracciones y sus operaciones.



Calculadora: En este menú, se desplegará una calculadora, la cual nos servirá para hallar el resultado de una operación con dos o tres fracciones. Aquí se deberá de teclear cuáles son las fracciones que se quieren y el tipo de operación que se desea realizar, dándonos el resultado al dar click en "resultado". Esta calculadora será de utilidad para los otros menús, cuando se desee conocer algún resultado.



Ayuda: Este menú tiene como finalidad la de brindar ayuda al alumno, tanto por medio de un documento electrónico como por medio audiovisual, pudiendo elegir el tema deseado, tanto en un medio como en el otro.

SALIR: Al elegir este menú, abandonará el módulo de “Fracciones”.

BIBLIOGRAFÍA

5.2 REFERENCIAS

5. **BRUFFE, K. (1993);** *Collaborative learning*. Baltimore: Johns Hopkins University Press.
6. **CARRETERO M. (2002);** *Constructivismo y educación*. Segunda Edición Ed. Progreso S. A. de C. V. México.
7. **COBB P., WHITENACK J. (1996);** *A method for Conducting Longitudinal Analyses of Classroom Videorecordings and Transcripts*. Educational Studies in Mathematics 30: 213-228. Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.
8. **DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN Y COMUNICACIÓN EDUCATIVA, (ILCE). (1999);** *Diseños de ambientes de aprendizaje*. Tecnología y Comunicación Educativa, 29, 55-58.
9. **DUVAL R. (1993);** *Semiosis y Noesis, lecturas en didáctica de las matemáticas*. SME-CINVESTAV, México 1993. pp. 118-144.
10. **DUVAL R. (1993);** *Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento*.
11. **FERREIRO G., CALDERON E. (2001);** *El ABC del aprendizaje cooperativo, Trabajo en equipo para enseñar y aprender*. Ed. Trillas. México.
12. **HERNÁNDEZ G. (2002);** *Paradigmas en Psicología de la Educación*. Segunda edición. Ed. Paidós Educador. México.
13. **HERNÁNDEZ SAMPIERI R., FERNÁNDEZ C., BAPTISTA P. (2003);** *Metodología de la Investigación*. Tercera Edición. Ed. McGraw-Hill, Interamericana.
14. **HITT F. (1995);** *Intuición primera versus pensamiento analítico: dificultades en el paso de una representación gráfica a un contexto real y viceversa en Educación Matemática*. Vol. 1, no. 1, 1995. pp. 63-75.
15. **HITT F. (1998);** *Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículo*. Dpto. de Matemática Educativa. CINVESTAV-IPN, CONACYT. Revista Educación Matemática.

16. **HITT F. (1999)**; *Funciones en Contexto. Proyecto sobre Visualización Matemática*. Departamento de Matemática Educativa. CINVESTAV-IPN.
17. **KILPATRICK J.; RICO L.; GÓMEZ P. (1994)**; *Educación Matemática*. Ed. Iberoamericana. Colombia.
18. **MOCHÓN C.; ROJANO C.; URSINI L. (2000)**; *Matemáticas Con la hoja electrónica de cálculo*. EMAT. SEP. DF México.
19. **MOCHON C. (2000)**; *Enseñanza de las ciencias a través de Modelos Matemáticos*. Química. Secretaría de Educación Pública. D. F. México.
20. **MORENO M. (1997)**; *El desarrollo de ambientes de aprendizaje a distancia. VII encuentro internacional de educación a distancia*. Universidad de Guadalajara. Dic. 1997.
21. **NASSIF R. (1984)**; *Teoría de la educación*. Kapeluz. Madrid.
22. **NOVAK J. (1998)**; *Conocimiento y Aprendizaje*. Ed. Alianza, España.
23. **PÁEZ, J. (1999)**; *Ambientes de Aprendizaje Interactivos: un aporte a la enseñanza de la ciencia*.
24. **SÁNCHEZ, J. (1999)**; *Construyendo y aprendiendo con el computador*. (1ª Ed.). Chile: Centro Zonal Universidad de Chile.
25. **SANTAROSA, L. M. (1999)**; *Escola Virtual: Ambientes de Aprendizagem alternativos para a educacao peral e especial*. Tecnología y Educación Educativas, 29, 31-42.
26. **SUTHERLAND R.; ROJANO T.; MOCHÓN S. (1996)**; *Mathematical Modelling in the Sciences through the eyes of Marina and Adam*. En proceedings of PME-20, vol.4; Valencia (citado por Mochón, 2002).
27. **TALL D. (1994)**; *Computer Environments for the Learning of Mathematics*. Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline, 189-199. Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.
28. **WALDEGG G. (2002)**; *El uso de las nuevas tecnologías para la enseñanza y aprendizaje de las ciencias*. Revista electrónica de investigación educativa. Vol. 4, No. 1.
29. **Duval, R. (1988)**. "Graphiques et Equations: l'Articulation de deux registers". en *Annales de Didactique et de Scianges Cognitives* (1988). pp. 235-253.
30. **Duval, R. (1993)**. *Semiosis y noesis, lecturas en didáctica de las matemáticas* SME-CINVESTAV, México, pp. 118-144.

31. **Lamon, S (1999)**. Teaching fractions and rations for understanding.
Lawrence erlbaum associates, publishers. London 1999. p. 21-32.
32. **Cortés, C. (2005)**. Manual del Software FRACCIONES.

33. jcortes@umich.mx para obtener de manera gratuita FRACCIONES.