**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE**
**SAN NICOLÁS DE HIDALGO**

**FACULTAD DE CIENCIAS FISICO-MATEMÁTICAS**
**“MAT. LUIS MANUEL RIVERA”**

**TESIS**

# EVALUACIÓN EMPÍRICA DEL TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE Y SU RELACIÓN EN LA PRUEBA DE T

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
**LICENCIADO EN CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS**

PRESENTA:
**EPIFANIO INFANTE ALVARADO**

ASESOR:
**DR. IGNACIO MÉNDEZ RAMÍREZ**
Instituto de Investigaciones Matemáticas Aplicadas, UNAM

Diciembre 2008

# EVALUACIÓN EMPÍRICA DEL TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE Y SU RELACIÓN EN LA PRUEBA DE T

PRESENTA: EPIFANIO INFANTE ALVARADO
ASESOR: DR. IGNACIO MÉNDEZ RAMÍREZ

# Índice general

# Capítulo 1

# Introducción

El objetivo central de la tesis es demostrar que los niveles de significación no se alteran cuando el tamaño de las muestras son grandes a pesar de que las distribuciones no sean normales, es decir, los promedios de las distribuciones que no son normales tienden a la distribución normal en virtud del Teorema Central del Límite. En esta tesis no se valorará la potencia de la prueba, la cual consiste en la probabilidad de rechazar la hipótesis nula $H_0$ cuando la hipótesis alternativa es verdadera.

Entenderemos como nivel de significancia a la probabilidad de rechazar la hipótesis, cuando esta es cierta, es decir, es la proporción de veces que se rechaza la hipótesis siendo esta cierta.

En nuestro caso únicamente consideramos la hipótesis nula $H_0$, ya que las muestras provienen de la misma distribución por lo cual tienen la misma media y la misma varianza.

La parte correspondiente a la simulación se realizó considerando dos muestras con tamaños específicos como si fueran de dos poblaciones distintas. Se realizaron 10,000 extracciones de parejas de muestras para cada tamaño y se obtuvo el número de veces que la estadística T resulto significativa, para tres distribuciones, normal, uniforme y exponencial.

Finalmente en la parte de conclusiones se incluyen los histogramas de 10,000 pares de muestras al 1 % y al 5 %. De esta manera se pueden notar las diferencias que existen en los niveles de significancia.

# Capítulo 2

# Antecedentes Estadísticos

**Definicion:** Una variable aleatoria es una variable casi siempre representada por x que tiene un solo valor numérico determinado al azar para cada resultado de un experimento.

## 2.1. Distribución Normal

A la distribución continua que tiene densidad

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \qquad (para \quad -\infty \leq x \leq \infty \quad y \quad \sigma > 0) \tag{2.1}$$

se le llama **distribución normal** o *distribución gaussiana*. Se dice que una variable aleatoria que tiene esta distribución es **normal** o está *distribuida normalmente* con media $\mu$ y varianza $\sigma^2$.

La distribución gaussiana o distribución normal fue introducida por Carl Friedrich Gauss en relación con la teoría de los errores de las medidas físicas. La distribución normal es la distribución continua más importante, por las siguientes razones.

1. Muchas variables aleatorias que aparecen en relación con experimentos u observaciones prácticas están distribuidas normalmente.

2. Otras variables están distribuidas normalmente en forma aproximada.

3. Algunas veces una variable no está distribuida normalmente, ni siquiera en forma aproximada, pero se puede convertir en una variable con distribución normal por medio de una transformación sencilla.

4. Ciertas distribuciones más complicadas se pueden aproximar mediante la distribución normal. Esto se cumple para la distribución binomial.

5. Ciertas variables que son básicas para justificar pruebas estadísticas están distribuidas normalmente.

6. En virtud del Teorema del Límite Central, los promedios de muestras tienden a tener distribución normal independientemente de la distribución que tenga la variable original.

Como con otras variables aleatorias continuas, los cálculos de probabilidad con cualquier distribución normal se lleva a cabo determinando las áreas bajo la gráfica de la función de densidad de probabilidad. Así, para determinar la probabilidad de que una variable aleatoria normal esté dentro de un intervalo específico debemos calcular el área bajo la curva normal en ese intervalo.

**Propiedades de la Distribución Normal**

Una de las propiedades de la distribución normal nos dice que es unitaria sobre el eje de las x's:

**Prueba**

Como ya sabemos la distribución normal tiene la forma

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Por lo que

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx \qquad (2.2)$$

Considerando un cambio de variable dado por

$$y = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

De manera que

$$x = \mu + \sigma y$$

En consecuencia

$$dx = \sigma dy$$

Considerando lo anterior,entonces la ecuación (2.2) nos queda como

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}y^2} \mathrm{d}y \tag{2.3}$$

Sea

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}y^2} \mathrm{d}y \tag{2.4}$$

Por lo que

$$I^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)} \mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{2.5}$$

Pasando a coordenadas polares la integral anterior nos queda

$$I^2 = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\infty} re^{-\frac{1}{2}r^2} \mathrm{d}r\mathrm{d}\theta \tag{2.6}$$

Resolviendo la integral (2.6):

Observemos que:

$$\begin{aligned}
\int_0^{\infty} re^{-\frac{1}{2}r^2}\mathrm{d}r &= \lim_{R\to\infty} \int_0^{R} re^{-\frac{1}{2}r^2}\mathrm{d}r \\
\int_0^{\infty} re^{-\frac{1}{2}r^2}\mathrm{d}r &= -\lim_{R\to\infty} \int_0^{R} e^{-\frac{1}{2}r^2}(-r\mathrm{d}r) \\
\int_0^{\infty} re^{-\frac{1}{2}r^2}\mathrm{d}r &= -\lim_{R\to\infty} e^{-\frac{1}{2}r^2}|_0^R \\
\int_0^{\infty} re^{-\frac{1}{2}r^2}\mathrm{d}r &= -\lim_{R\to\infty} (e^{-\frac{1}{2}R^2} - 1)
\end{aligned}$$

$$\int_0^\infty re^{-\frac{1}{2}r^2}\mathrm{d}r = 1 \tag{2.7}$$

Enseguida notemos que:

$$\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\theta = \theta|_0^{2\pi}$$
$$\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\theta = 2\pi \tag{2.8}$$

Sustituyendo (2.7) y (2.8) en (2.6) se obtiene:

$$I^2 = 2\pi \tag{2.9}$$

Es decir,

$$I = \sqrt{2\pi} \tag{2.10}$$

Sustituyendo (2.10) en (2.3) se tiene

$$\int_{-\infty}^\infty f(x)dx = 1$$

Con lo anterior hemos mostrado que la integral de la distribución normal es unitaria sobre el eje de las x's

Otra de las propiedades de la distribución normal es que su función generatriz de momentos es:

$$\psi(t) = e^{\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2} \qquad para \qquad -\infty < t < \infty$$

**Prueba**

Sabemos que la función generatriz de momentos es

$$\psi(t) = E(e^{tX})$$

Por ser la distribución normal continua la función generatriz de momentos nos queda

$$\psi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x) dx \tag{2.11}$$

Tomando en cuenta que la densidad de $f(x)$ es

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$$

La ecuación (2.11) nos queda como

$$\psi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{tx} e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}} dx \tag{2.12}$$

Consideremos un cambio de variable dado por

$$\xi = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

De modo que

$$x = \mu + \sigma\xi$$

En consecuencia

$$dx = \sigma d\xi$$

Sustituyendo lo enterior en (2.12) se obtiene

$$\psi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{t(\mu+\sigma\xi)} e^{-\frac{1}{2}\xi^2} (\sigma d\xi)$$

$$\psi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{t\mu} e^{\sigma t\xi} e^{-\frac{1}{2}\xi^2} d\xi$$

$$\psi(t) = \frac{e^{t\mu}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(\frac{1}{2}\xi^2 - \sigma t\xi)} d\xi \tag{2.13}$$

Observemos que al completar el trinomio cuadrado se obtiene

$$\frac{1}{2}\xi^2 - \sigma t\xi = \frac{(\xi - \sigma t)^2}{2} - \frac{\sigma^2 t^2}{2}$$

Por lo que la ecuación (2.13) nos queda como

$$\psi(t) = \frac{e^{t\mu}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(\frac{(\xi-\sigma t)^2}{2} - \frac{\sigma^2 t^2}{2})} d\xi$$

$$\psi(t) = \frac{e^{t\mu + \frac{\sigma^2 t^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(\xi-\sigma t)^2}{2}} d\xi \tag{2.14}$$

Nuevamente consideremos un cambio de variable dado por

$$\eta = \xi - \sigma t$$

Por lo que

$$\xi = \eta + \sigma t$$

De lo que obtenemos

$$d\xi = d\eta$$

Sustituyendo lo anterior en la ecuación (2.14) se obtiene

$$\psi(t) = \frac{e^{t\mu + \frac{\sigma^2 t^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\eta^2}{2}} d\eta \tag{2.15}$$

Observemos que la integral de la ecuación (2.15) tiene la forma de la integral de la ecuación (2.4), por lo que en base a esto concluimos que

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\eta^2}{2}} d\eta = \sqrt{2\pi}$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación (2.15) se obtiene

$$\psi(t) = \frac{e^{t\mu + \frac{\sigma^2 t^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{2\pi}$$

Simplificando la expresión anterior obtenemos el resultado deseado

$$\psi(t) = e^{t\mu + \frac{\sigma^2 t^2}{2}}$$

## 2.2. Distribución Rectangular o Uniforme

Una variable aleatoria X está distribuida uniformemente en a ≤ x ≤ b si su función de densidad es:

$$f(x) = \begin{cases} 1/(b-a) & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases}$$

y la distribución se llama distribución uniforme.

La función de distribución está dada por

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ (x-a)/(b-a) & a \leq x < b \\ 1 & \text{x} \geq \text{b} \end{cases}$$

La media y la varianza son respectivamente

$$\mu = \frac{1}{2}(a+b)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{12}(b-a)^2$$

## 2.3. Función Gamma

Para cualquier número positivo $\alpha$, el valor $\Gamma(\alpha)$ se define como la siguiente integral

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx \tag{2.16}$$

La función $\Gamma$, cuyos valores se definen por la ecuación (2.16) para $\alpha > 0$, se denominan función gamma.

**Teorema 2.3.1** *Si $\alpha > 0$, entonces*

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)\Gamma(\alpha - 1)$$

**Prueba**

Se aplicará el método de integración por partes a la integral de la ecuación (2.16). Si consideramos un cambio de variable dado por u $= x^{\alpha-1}$ y $dv = e^{-x}dx$, entonces $du = (\alpha-1)x^{\alpha-2}dx$ y $v = -e^{-x}$. Por tanto,

$$\begin{aligned}
\Gamma(\alpha) &= \int_0^\infty udv \\
&= [uv]_0^\infty - \int_0^\infty vdu \\
&= [-x^{\alpha-1}]_0^\infty + (\alpha-1)\int_0^\infty x^{\alpha-2}e^{-x}dx \\
&= (\alpha-1)\int_0^\infty x^{\alpha-2}e^{-x}dx \\
&= (\alpha-1)\Gamma(\alpha-1)
\end{aligned}$$

Del teorema (2.3.1) resulta que para cualquier entero n≥2.

$$\begin{aligned}
\Gamma(n) &= (n-1)\Gamma(n-1) \\
&= (n-1)(n-2)\Gamma(n-2) \\
&= (n-1)(n-2)\cdots 1 \cdot \Gamma(1) \\
&= (n-1)!\Gamma(1)
\end{aligned}$$

Además, por la ecuación (2.16),

$$
\begin{aligned}
\Gamma(1) &= \int_0^{\infty} x^0 e^{-x} dx \\
&= \lim_{a\to\infty} \int_0^{a} e^{-x} dx \\
&= -\lim_{a\to\infty} e^{-x}|_0^a \\
&= -\lim_{a\to\infty} (e^{-a}-1) \\
&= 1
\end{aligned}
$$

Por tanto, $\Gamma$(n)=(n-1)! para n=2,3,$\cdots$

## 2.4. Distribución Gamma

Se dice que una variable aleatoria X tiene una distribución gamma con parametros $\alpha$ y $\beta$ ($\alpha > 0$ y $\beta > 0$) si X tiene una distribución continua cuya función de densidad de probabilidad f($x|\alpha$,$\beta$) se especifica como sigue:

$$
f(x) = \begin{cases} \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x} & \text{para } x > 0 \\ 0 & \text{para } x \leq 0 \end{cases} \tag{2.17}
$$

La integral de esta función de densidad de probabilidad es 1, puesto que de la definición de la función gamma resulta que

$$
\int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-\beta x} dx = \frac{\Gamma(\alpha)}{\beta^\alpha} \tag{2.18}
$$

Si X tiene una distribución gamma con parametros $\alpha$ y $\beta$, entonces los momentos de X se determinan facilmente a partir de las ecuaciones (2.17) y (2.18). Para k = 1,2,$\cdots$, resulta que

$$
\begin{aligned}
E(X^k) &= \int_0^{\infty} x^k f(x) dx \\
&= \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} x^{\alpha+k-1} e^{-\beta x} dx \\
&= \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \cdot \frac{\Gamma(\alpha+k)}{\beta^{\alpha+k}} \\
&= \frac{\Gamma(\alpha+k)}{\beta^k \Gamma(\alpha)} \\
&= \frac{\alpha(\alpha+1)\cdots(\alpha+k-1)}{\beta^k}
\end{aligned}
$$

Por lo que

$$E(X) = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$\sigma^2 = \frac{\alpha(\alpha+1)}{\beta^2} - \frac{\alpha^2}{\beta^2} = \frac{\alpha}{\beta^2}$$

La función generatriz de momentos se obtiene como sigue

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \int_0^{\infty} e^{tx} f(x) dx \\ &= \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-(\beta-t)x} dx \end{aligned}$$

Esta integral será finita para cualquier valor de t tal que $t < \beta$. Por tanto, de la ecuación (2.18) resulta que

$$\psi(t) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \cdot \frac{\Gamma(\alpha)}{(\beta-t)^\alpha} = (\frac{\beta}{\beta-t})^\alpha \qquad para \;\; t < \beta \tag{2.19}$$

## 2.5. Distribución ji cuadrada

La distribución ji cuadrada es un tipo particular de la distribución gamma. Para cualquier entero positivo n, la distribución gamma para la que $\alpha = \frac{n}{2}$ y $\beta = 2$ se denomina distribución $\chi^2$ con n grados de libertad, la función de distribución de probabilidad de X para x¿0 es:

$$f(x) = \frac{1}{2^{n/2}\Gamma(\frac{n}{2})} x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}$$

donde n es un entero positivo.

La media y la varianza de la distribución ji cuadrada son:

$$\mu = n \quad y \quad \sigma^2 = 2n$$

La distribución ji cuadrada juega un papel vital en la inferencia estadística.

## 2.6. Distribución Exponencial

Se dice que una variable aleatoria X tiene una distribución exponencial con párametro $\beta$ ($\beta > 0$) si X tiene una distribución continua cuya de densidad de probabilidad f($x|\beta$) se especifica como sigue:

$$f(x) = \begin{cases} \beta e^{-\beta x} & \text{para } x > 0 \\ 0 & \text{para } x \leq 0 \end{cases} \tag{2.20}$$

Se puede observar en la ecuación (2.20)que la distribución exponencial con parámetro $\beta$ es una distribución gamma con parámetros $\alpha = 1$ y $\beta$. Por tanto, si X tiene una distribución exponencial con parámetro $\beta$, de las expresiones deducidas para la distribución gamma resulta que

$$E(X) = \tfrac{1}{\beta} \text{ y } \sigma^2 = \tfrac{1}{\beta^2}$$

Análogamente, de la ecuación (2.19) resulta que la función generatriz de momentos de X es

$$\psi(t) = \frac{\beta}{\beta - 1} \qquad para \quad t < \beta$$

## 2.7. Teorema Central del Límite

Sean $X_1, X_2, X_3$,... variables aleatorias independientes que tienen la misma función de distribución y, por lo tanto, la misma media $\mu$ y la misma varianza $\sigma^2$. Sean $Y_n = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$. Entonces, la variable aleatoria tipificada es

$$Z_n = \frac{Y_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \tag{2.21}$$

es asintóticamente normal con media 0 y varianza 1,esto es, la función de distribución de $Z_n$, satisface la relación

$$\lim_{n\to\infty} P(a \leq \frac{Y_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \leq b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{u^2}{2}} du \tag{2.22}$$

Prueba:

Si $\psi$(t) denota la función generatriz de momentos para $Z_n$, entonces

$$\psi(t) = E[e^{tz_n}] \tag{2.23}$$

Sustituyendo la ecuación (2.21) en la ecuación (2.23) se tiene

$$\psi(t) = E[e^{t(Y_n - n\mu)/\sigma\sqrt{n}}]$$

Recordemos que: $Y_n = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$ , por lo que la ecuación anterior nos queda como sigue

$$\psi(t) = E[e^{t(X_1-\mu)/\sigma\sqrt{n}} \cdot e^{t(X_2-\mu)/\sigma\sqrt{n}} \ldots e^{t(X_n-\mu)/\sigma\sqrt{n}}]$$

Tomando en cuenta que las $X_n$ son independientes se obtiene

$$\psi(t) = E[e^{t(X_1-\mu)/\sigma\sqrt{n}}] \cdot E[e^{t(X_2-\mu)/\sigma\sqrt{n}}] \ldots E[e^{t(X_n-\mu)/\sigma\sqrt{n}}]$$

Por ser las $X_n$ identicamente distribuidas tenemos

$$\psi(t) = \{E[e^{t(X_1-\mu)/\sigma\sqrt{n}}]\}^n \tag{2.24}$$

Notemos que mediante una expansión en serie de Taylor, la expresión para la esperanza resulta ser

$$E[e^{t(X_1-\mu)/\sigma\sqrt{n}}] = E[1 + \frac{t}{\sigma\sqrt{n}}(X_1-\mu) + \frac{t^2}{2\sigma^2 n}(X_1-\mu)^2 + \cdots]$$

$$E[e^{t(X_1-\mu)/\sigma\sqrt{n}}] = E(1) + \frac{t}{\sigma\sqrt{n}}E(X_1-\mu) + \frac{t^2}{2\sigma^2 n}E(X_1-\mu)^2 + \cdots$$

$$E[e^{t(X_1-\mu)/\sigma\sqrt{n}}] = E(1) + \frac{t}{\sigma\sqrt{n}}(0) + \frac{t^2}{2\sigma^2 n}\sigma^2 + \cdots$$

$$E[e^{t(X_1-\mu)/\sigma\sqrt{n}}] = 1 + \frac{t^2}{2n} + \cdots \tag{2.25}$$

Sustituyendo la ecuación (2.25) en la ecuación (2.24) se obtiene

$$\psi(t) = (1 + \frac{t^2}{2n} + \cdots)^n$$

La ecuación anterior la podemos reescribir como sigue

$$\psi(t) = (1 + \frac{\frac{t^2}{2}}{n} + \cdots)^n$$

Tomando el límite de la ecuación anterior cuando n$\mapsto \infty$ se obtiene

$$\lim_{n\to\infty} \psi(t) = \lim_{n\to\infty} (1 + \frac{\frac{t^2}{2}}{n} + \cdots)^n \tag{2.26}$$

Consideremos el siguiente límite

$$\lim_{n\to\infty} (1 + \frac{x_n}{n})^n = e^x$$

$$si \lim_{n\to\infty} x_n = x$$

En base al límite anterior podemos concluir que la ecuación (2.26) se puede expresar como

$$\lim_{n\to\infty} \psi(t) = e^{\frac{t^2}{2}} \tag{2.27}$$

Puesto que la parte derecha de la ecuación (2.27) es la función generatriz de momentos de la distribución normal tipificada, obtenemos que la distribución asintotica de $Z_n$ debe ser la distribución normal tipificada con lo cual se concluye la prueba.

## 2.8. Distribución t

**Teorema 2.8.1** *Sea Z una variable aleatoria y V una variable aleatoria ji cuadrada con k grados de libertad. Si Z y V son independientes, entonces la variable aleatoria*

$$T = \frac{Z}{\sqrt{\frac{\nu}{k}}}$$

*tiene la función de densidad de probabilidad*

$$f(t) = \frac{\Gamma[(k+1)/2]}{\sqrt{\pi k}\Gamma(\frac{k}{2})} \frac{1}{[\frac{t^2}{k}+1]^{(k+1)/2}} \qquad -\infty < t < \infty \tag{2.28}$$

*y se afirma que sigue la distribución t con k grados de libertad, lo que se abrevia $t_k$.*

**Prueba**

Puesto que Z y V son independientes su función de densidad conjunta es:

$$f(z,v) = \frac{\nu^{\frac{k}{2}-1}}{2^{\frac{k}{2}}\Gamma(\frac{k}{2})\sqrt{2\pi}} e^{-(z^2+\nu)/2} \qquad -\infty < z < \infty, \quad 0 < v < \infty \tag{2.29}$$

Definamos una variable aleatoria u=v. De tal modo que las soluciones inversas de

$$t = \frac{z}{\sqrt{\frac{\nu}{k}}} \quad \text{y} \quad u = v \qquad \text{son} \qquad z = t\sqrt{\frac{u}{k}} \quad \text{y} \quad v = u$$

El jacobiano es:

$$\mathbf{J} = \begin{vmatrix} \frac{\partial z}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial v}{\partial t} & \frac{\partial v}{\partial u} \end{vmatrix}$$

En base a lo anterior se tiene

$$\mathbf{J} = \begin{vmatrix} \sqrt{\frac{u}{k}} & \frac{t}{2\sqrt{uk}} \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Por consiguiente

$$|J| = \sqrt{\frac{u}{k}}$$

y

$$g(t,u) = \frac{u^{\frac{k}{2}-1}\sqrt{u}}{2^{\frac{k}{2}}\Gamma(\frac{k}{2})\sqrt{2\pi k}} e^{-[(\frac{u}{k})t^2+u]/2} \tag{2.30}$$

Luego, puesto que V>0 debemos requerir que u>0, y como -$\infty < z < \infty$, entonces -$\infty < t < \infty$. De la ecuación de la ecuación (2.30) se obtiene:

$$g(t,u) = \frac{u^{\frac{k+1}{2}-1}}{2^{\frac{k}{2}}\Gamma(\frac{k}{2})\sqrt{2\pi k}} e^{-(u/2)(\frac{t^2}{k}+1)} \qquad 0 < u < \infty, \quad -\infty < t < \infty$$

y como $f(t) = \int_0^\infty g(t,u)du$, obtenemos

$$f(t) = \frac{1}{2^{\frac{k}{2}}\Gamma(\frac{k}{2})\sqrt{2\pi k}} \int_0^\infty u^{(k-1)/2} e^{-(\frac{u}{2})(\frac{t^2}{k}+1)} du \quad 0 < u < \infty, \quad -\infty < t < \infty$$

Recordar que: $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1}e^{-x}dx$ para $\alpha > 0$ la ecuación anterior nos queda como

$$f(t) = \frac{\Gamma(\frac{k+1}{2})}{\Gamma(\frac{k}{2})\sqrt{2\pi k}} \frac{1}{[\frac{t^2}{k}+1]^{(k+1)/2}} \qquad -\infty < t < \infty$$

## 2.9. Intervalos de confianza

Una estimación por intervalos de un parámetro desconocido $\theta$ es un intervalo de la forma $\ell \leq \theta \leq u$, donde los puntos extremos $\ell$ y u dependen del valor numérico de la estadística $\hat{\theta}$ para una muestra en particular, y de la distribución de muestreo de $\hat{\Theta}$. Puesto que muestras diferentes producen valores distintos de $\hat{\theta}$ y, en consecuencia, valores diferentes de los puntos extremos $\ell$ y u, estos puntos son valores de variables aleatorias. De la distribución de muestreo de $\hat{\Theta}$ es posible determinar los valores de L y U tales que la siguiente proposición de probabilidad es verdadera:

$$P(L \leq \theta \leq U) = 1 - \alpha \tag{2.31}$$

donde $0 < \alpha < 1$. Por tanto, se tiene una probabilidad de 1-$\alpha$ de seleccionar una muestra que produzca un intervalo que contiene el valor verdadero de $\theta$.

El intervalo resultante

$$\ell \leq \theta \leq u \tag{2.32}$$

se conoce como intervalo de confianza del 100(1-$\alpha$) por ciento para el parámetro desconocido $\theta$. Las cantidades $\ell$ y u reciben el nombre de límites de confianza inferior y superior, respectivamente, y 1-$\alpha$ es el coeficiente de confianza. La interpretación de un intervalo de confianza es que, si se recopila un número infinito de muestras aleatorias y se calcula un intervalo de confianza del 100(1-$\alpha$) por ciento para $\theta$, para cada una de las muestras, entonces el 100(1-$\alpha$) por ciento de esos intervalos contienen el valor verdadero de $\theta$.

El intervalo de confianza de la ecuación (2.32) recibe el nombre más apropiado de intervalo de confianza bilateral, ya que especifica los límites inferior y superior de $\theta$. En ocasiones, puede resultar más apropiado un intervalo de confianza unilateral. Un intervalo de confianza unilateral inferior del 100(1-$\alpha$) para $\theta$ está dado por el intervalo

$$\ell \leq \theta$$

donde el límite inferior de confianza $\ell$ se elige de modo que

$$P(L \leq \theta) = 1 - \alpha$$

De manera similar, un intervalo de confianza unilateral superior del 100(1-$\alpha$) para $\theta$ está dado por el intervalo

$$\theta \leq u$$

donde el límite de confianza superior u se escoge de modo que

$$P(\theta \leq U) = 1 - \alpha$$

La longitud u-$\ell$ del intervalo de confianza observado es una medida importante de la calidad de la imformación obtenida de la muestra. El semiintervalo $\theta$-$\ell$ o u-$\theta$ se conoce como precisión del estimador. Entre más grande sea el intervalo de confianza, mayor es la seguridad de que el intervalo en realidad contenga el valor verdadero de $\theta$. Por otra parte, entre más grande sea el intervalo, menor información se tiene acerca del valor verdadero de $\theta$. En una situación ideal, se tiene un intervalo relativamente pequeño con una confianza grande.

## 2.10. Pruebas de hipótesis

Una hipótesis estadística es una suposición que se hace relativa a la distribución de una variable aleatoria. Una prueba estadística de una hipótesis es un procedimiento en el cual se usa una muestra con el fin de determinar cuándo podemos “no rechazar ”la hipótesis, es decir, actuar como si fuera cierta, o cuando debemos “rechazar ”ésta, es decir, actuar como si fuera falsa. La decisión de “no rechazar ”se toma cuando la muestra tiene elevada probabilidad de provenir de la distribución hipótetica. La decisión de “rechazar ”se toma cuando la muestra obtenida es improbable de provenir de la distribución hipotética. Se usa como límite de improbable un valor $\alpha$ pequeño. Llamado el límite de significancia. Los mas comunes son $\alpha = 0.05$ y $\alpha = 0.01$, expresados como 5 % y 1 %. Si se tiene “rechazar ”se dice que los valores de la muestra difieren significativamente de los esperados. Si se tiene “no rechazar ”no difieren significativamente y se dice que se deben al azar.

Algunas fuentes comunes para generar hipótesis son las siguientes.

1. La hipótesis puede aparecer de un requisito de calidad.
2. La hipótesis está basada en valores conocidos por experiencias anteriores.
3. La hipótesis resulta de una teoría que se desea comprobar.
4. La hipótesis es nada más una sospecha provocada por observaciones casuales.

Las pruebas de significación o de hipótesis permiten valorar la veracidad de alguna hipótesis establecida acerca de una población, determinando si los valores difieren significativamente de los esperados por la hipótesis o si las diferencias observadas se consideran debidas solo al azar.

En las pruebas de hipótesis se distinguen dos tipos de hipótesis: **la hipótesis nula**, designada por $H_0$, conocida tambien como hipótesis de no diferencia y la **hipótesis alternativa** , $H_1$, que es cualquier suposición que difiera de la nula. Las hipótesis nula y alternativa deben ser mutuamente exclusivas.

El procedimiento mediante el cual se decide aceptar o rechazar una hipótesis estadística, o se trata de determinar, cuando las muestras observadas difieren significativamente de los resultados esperados se denomina prueba o contraste de hipótesis. Así, hablamos de probar una hipótesis nula contra una alternativa en el supuesto de que la hipótesis nula es verdadera.

**Tipos de prueba**

Hay dos tipos de pruebas, bilaterales y unilaterales; las *bilaterales o de dos colas* cuya forma general es:

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_1 : \theta \neq \theta_0$$

Donde $\theta$ representa cualquier párametro y $\theta_0$ es un valor supuesto del parámetro.

Las pruebas unilaterales o de una cola, pueden ser:

a)*unilaterales de cola inferior o de cola izquierda*, cuya forma general es:

$$H_0 : \theta \geq \theta_0$$

$$H_1 : \theta < \theta_0$$

b)*unilateral de cola superior o de cola derecha* de la forma:

$$H_0 : \theta \leq \theta_0$$

$$H_1 : \theta > \theta_0$$

**Tipos de errores**

El procedimiento de probar una hipótesis nula contra una alternativa sobre la base de información obtenida de la muestra, conducirá a dos tipos de errores posibles, debido a fluctuaciones al azar en el muestreo. Si la hipótesis nula es en realidad cierta, pero los datos de la muestra son incompatibles con ella y se rechaza, se comete un *error de tipo I*; es decir, un error de tipo I se comete cuando se rechaza una hipótesis nula verdadera. Por otro lado, se comete un error de tipo II cuando se acepta una hipótesis nula falsa.

Las probabilidades de cometer errores de tipo I y II, pueden considerarse como los riesgos de decisiones incorrectas. La probabilidad de cometer un error de tipo I se llama nivel de significancia o de significación y se designa por $\alpha$; la probabilidad de cometer un error de tipo II no tiene un nombre en particular, pero se representa por $\beta$. Esto es;

$$P(E.T.I) = P(Rechazar \quad H_0 \quad | \quad H_0 \quad V) = \alpha$$

$$P(E.T.II) = P(Aceptar \quad H_0 \quad | \quad H_0 \quad F) = \beta$$

En esta tesis no se averigua el error tipo II; ya que el objetivo es estudiar la alteración de los niveles de significancia en función del tamaño de la muestra y el alejamiento de la distribución normal.

## 2.11. Pruebas de hipótesis sobre las medias

Consideremos las pruebas de hipótesis sobre la igualdad de las medias $\mu_1$ y $\mu_2$ de dos distribuciones normales donde las varianzas $\sigma_1^2$ y $\sigma_2^2$ son desconocidas. Para probar esta hipótesis se usará una estadística t. Se requiere la hipótesis de normalidad para desarrollar el procedimiento de prueba, pero los alejamientos moderados de la normalidad no tendrán efectos adversos sobre el procedimiento. Se supondrá que las varianzas de las dos distribuciones normales son desconocidas pero iguales; esto es, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$. Considerando esta situación supóngase que se tienen dos poblaciones normales independientes con medias desconocidas $\mu_1$ y $\mu_2$, y varianzas desconocidas pero iguales, $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$. Se desea probar

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \tag{2.33}$$

Sean $X_{11}, X_{12}, \cdots, X_{1n_1}$ una muestra aleatoria de $n_1$ observaciones tomadas de la primera población, y $X_{21}, X_{22}, \cdots, X_{2n_2}$ una muestra aleatoria de $n_2$ observaciones tomadas de la segunda población. Sean $\overline{X}_1$,$\overline{X}_2$,$S_1^2$,$S_2^2$ las medias muestrales y las varianzas muestrales, respectivamente. Puesto que tanto $S_1^2$ como $S_2^2$ son estimaciones de la varianza común $\sigma^2$, pueden combinarse para formar un solo estimador,como el que se muestra enseguida

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \tag{2.34}$$

Para probar

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

Se calcula el estadístico de prueba

$$T_0 = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \tag{2.35}$$

Si $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ es verdadera, $T_0$ tiene una distribución $t_{n_1+n_2-2}$. Si $t_0$ es el valor calculado del estadístico de prueba, entonces si

$$t_0 > t_{\frac{\alpha}{2},n_1+n_2-2}$$

o si

$$t_0 < -t_{\frac{\alpha}{2},n_1+n_2-2}$$

debe rechazarse $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

Las alternativas unilaterales se tratan de manera similar. Para probar

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 > \mu_2$$

Se calcula el estadístico de prueba $t_0$ de la ecuación (2.34) y se rechaza $H_0$: $\mu_1 = \mu_2$ si

$$t_0 > t_{\alpha, n_1+n_2-2}$$

Para la otra hipótesis alternativa unilateral,

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 < \mu_2$$

se calcula el estadístico de prueba $t_0$ y se rechaza $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ si

$$t_0 < -t_{\alpha, n_1+n_2-2}$$

La prueba t para dos muestras a menudo recibe el nombre de **prueba t combinada**, ya que las varianzas muestrales se combinan para estimar la varianza común. También se conoce como **prueba t independiente**, debido a que se supone que las dos poblaciones normales son independientes.

## 2.12. Tabla para los grados de libertad

| **tamaño de muestra** | **grados de libertad** | **5 %** | **1 %** |
|---|---|---|---|
| 10 | 8 | 2.3060 | 3.3554 |
| 20 | 18 | 2.1009 | 2.8784 |
| 25 | 23 | 2.0687 | 2.8073 |
| 30 | 28 | 2.0484 | 2.7633 |
| 35 | 33 | 2.0345 | 2.7333 |
| 40 | 38 | 2.0244 | 2.7116 |
| 45 | 43 | 2.0167 | 2.6951 |
| 50 | 48 | 2.0106 | 2.6822 |
| 55 | 53 | 2.0057 | 2.6718 |
| 60 | 58 | 2.0017 | 2.6633 |
| 80 | 78 | 1.9908 | 2.6403 |
| 100 | 98 | 1.9845 | 2.6269 |
| 105 | 103 | 1.9833 | 2.6244 |
| 130 | 128 | 1.9787 | 2.6148 |
| 200 | 198 | 1.9720 | 2.6009 |

# Capítulo 3

# Descripción de la Simulación

## 3.1. Poblaciones con 10,000 parejas de muestras y 5 datos cada muestra

Para esta simulación generamos dos poblaciones aleatoriamente de una distribución normal a las cuales llamamos A y B cada una de ellas con 10,000 parejas de muestras y cada muestra con 5 datos, una vez generadas las poblaciones, estas se consideran como arreglos bidimensionales los cuales serán analizados mediante la siguiente rutina:

```
n = input(Cuantas corridasdesea de esta rutina);
for i=1:n

% Genero la semilla para la población A
A=random(Normal,0,1,10000,5);
save A.txt A -ascii

% Cargo una matriz A con los datos de la semilla
fid = fopen(A.txt);
for i=1:10000
    for j=1:5
        m(i,j) = fscanf(fid,g,[1,1]);
    end
end
```

```
% Inicializo el arreglo suma(i) y el arreglo varianza(i)
for i=1:10000
      suma(i) = 0;
      varianza(i) = 0;
end

% Calculo la suma, la media y varianza de cada muestra de la población
diferencia = 0;
for i=1:10000
      for j=1:5
         suma(i) = suma(i) + m(i,j);
      end

      media(i) = suma(i)/5;

      for j=1:5
          diferencia = m(i,j) - media(i);
          varianza(i) = varianza(i) + diferencia*diferencia;
      end

      varianza(i) = varianza(i)/4;
end

% Genero la semilla para la población B
B=random(Normal,0,1,10000,5);
save B.txt B -ascii

% Cargo una matriz B con los datos de la semilla
fid = fopen(B.txt);
for i=1:10000
      for j=1:5
          m2(i,j) = fscanf(fid,g,[1,1]);
      end
end

% Inicializo el arreglo suma2(i) y el arreglo varianza2(i)
for i=1:10000
      suma2(i) = 0;
      varianza2(i) = 0;
end
```

```
% Calculo la suma2, la media2 y varianza2 de cada muestra de la
población

diferencia2 = 0;
for i=1:10000
    for j=1:5
        suma2(i) = suma2(i) + m2(i,j);
    end

    media2(i) = suma2(i)/5;

    for j=1:5
        diferencia2 = m2(i,j) - media2(i);
        varianza2(i) = varianza2(i) + diferencia2*diferencia2;
    end

    varianza2(i) = varianza2(i)/4;
end

% Posteriormente se calculan los valores de t para las parejas de
muestras de las poblaciones A y B

for i=1:10000
```

$$t(i) = \frac{media(i) - media2(i)}{sqrt((varianza(i) + varianza2(i))/2 * (1/5 + 1/5))}$$

```
end

% Enseguida se calculan los niveles de significancia

% Estimo el porcentaje o el número de ts fuera del rango de la
distribución t para 8 grados de libertad al 5%

cont = 0;
for i=1:10000
    if(t(i)>2.3060 | t(i)<-2.3060)
        cont = cont + 1;
    end
end

disp( Muestro la cantidad de números t's que cumplen que t>2.3060
    o t<-2.3060 al 5% con 8 grados de libertad);

disp(cont);
```

```
% Estimo el porcentaje o el número de t's fuera del rango de la
distribución t para 8 grados de libertad al 1 %.

cont2 = 0;
for i=1:10000
    if(t(i)>3.3554 | t(i)<-3.3554)
        cont2 = cont2 + 1;
    end
end

disp(Muestro la cantidad de números t que cumplen que t>3.3554
    o t<-3.3554 al 1 % con 8 grados de libertad);

disp(cont2);

end
```

## 3.2. Poblaciones con 10,000 parejas de muestras y 15 datos cada muestra

Para esta simulación generamos dos poblaciones aleatoriamente de una distribución rectangular o uniforme a las cuales llamamos A y B cada una de ellas con 10,000 parejas de muestras y cada muestra con 15 datos, una vez generadas las poblaciones, estas se consideran como arreglos bidimensionales los cuales serán analizados mediante la siguiente rutina:

```
n = input(Cuantas corridas desea de esta rutina);
for i=1:n

% Genero la semilla para la población A
A=unifrnd(0,1,10000,15);
save A.txt A -ascii

% Cargo una matriz A con los datos de la semilla
fid = fopen(A.txt);
for i=1:10000
    for j=1:15
        m(i,j) = fscanf(fid,g,[1,1]);
    end
end

% Inicializo el arreglo suma(i) y el arreglo varianza(i)
for i=1:10000
    suma(i) = 0;
    varianza(i) = 0;
end

% Calculo la suma, la media y varianza de cada muestra de la población
diferencia = 0;
for i=1:10000
    for j=1:15
        suma(i) = suma(i) + m(i,j);
    end

    media(i) = suma(i)/15;

    for j=1:15
        diferencia = m(i,j) - media(i);
        varianza(i) = varianza(i) + diferencia*diferencia;
    end
    varianza(i) = varianza(i)/14;
end
```

```
% Genero la semilla para la población B
B=unifrnd(0,1,10000,15);
save B.txt B -ascii

% Cargo una matriz B con los datos de la semilla
fid = fopen(B.txt);
for i=1:10000
     for j=1:15
         m2(i,j) = fscanf(fid,g,[1,1]);
     end
end

% Inicializo el arreglo suma2(i) y el arreglo varianza2(i)
for i=1:10000
     suma2(i) = 0;
     varianza2(i) = 0;
end

% Calculo la suma2, la media2 y varianza2 de cada muestra de la
población

diferencia2 = 0;
for i=1:10000
     for j=1:15
          suma2(i) = suma2(i) + m2(i,j);
     end

     media2(i) = suma2(i)/15;

     for
          diferencia2 = m2(i,j) - media2(i);
          varianza2(i) = varianza2(i) + diferencia2*diferencia2;
     end

     varianza2(i) = varianza2(i)/14;

end

% Posteriormente se calculan los valores de t para las parejas de
muestras de las poblaciones A y B

for i=1:10000
```

$$t(i) = \frac{media(i) - media2(i)}{sqrt((varianza(i) + varianza2(i))/2 * (1/15 + 1/15))}$$

```
end
```

```
% Enseguida se calculan los niveles de significancia

% Estimo el porcentaje o el número de ts fuera del rango de la
distribución t para 28 grados de libertad al 5 %

cont = 0;
for i=1:10000
    if(t(i)>2.0484 | t(i)<-2.0484)
        cont = cont + 1;
    end
end

disp(Muestro la cantidad de números t's que cumplen que
 t>2.0484 o t<-2.0484 al 5 % con 28 grados de libertad);

disp(cont);

% Estimo el porcentaje o el número de t's fuera del rango de la
distribución t para 28 grados de libertad al 1 % .

cont2 = 0;
for i=1:10000
    if(t(i)>2.7633 | t(i)<-2.7633)
        cont2 = cont2 + 1;
    end
end

disp(Muestro la cantidad de números t que cumplen que
 t>2.7633 o t<-2.7633 al 1 % con 28 grados de libertad);

disp(cont2);

end
```

## 3.3. Poblaciones con 10,000 parejas de muestras 5 y 15 datos cada muestra

Para esta simulación generamos dos poblaciones aleatoriamente de una distribución exponencial a las cuales llamamos A y B cada una de ellas con 10,000 parejas de muestras y cada muestra con 5 y 15 datos respectivamente, una vez generadas las poblaciones, estas se consideran como arreglos bidimensionales los cuales serán analizados mediante la siguiente rutina:

```
n = input(Cuantas corridas desea de esta rutina);
for i=1:n

% Genero la semilla para la población A
A=exprnd(1,10000,5);
save A.txt A -ascii

% Cargo una matriz A con los datos de la semilla
fid = fopen(A.txt);
for i=1:10000
    for j=1:5
        m(i,j) = fscanf(fid,g,[1,1]);
    end
end

% Inicializo el arreglo suma(i) y el arreglo varianza(i)
for i=1:10000
    suma(i) = 0;
    varianza(i) = 0;
end

% Calculo la suma, la media y varianza de cada muestra de la población
diferencia = 0;
for i=1:10000
    for j=1:5
        suma(i) = suma(i) + m(i,j);
    end

    media(i) = suma(i)/5;

    for j=1:5
        diferencia = m(i,j) - media(i);
        varianza(i) = varianza(i) + diferencia*diferencia;
    end
    varianza(i) = varianza(i)/4;
end
```

```
% Genero la semilla para la población B
B=exprnd(1,10000,15);
save B.txt B -ascii

% Cargo una matriz B con los datos de la semilla
fid = fopen(B.txt);
for i=1:10000
    for j=1:15
        m2(i,j) = fscanf(fid,g,[1,1]);
    end
end

% Inicializo el arreglo suma2(i) y el arreglo varianza2(i)
for i=1:10000
    suma2(i) = 0;
    varianza2(i) = 0;
end

% Calculo la suma2, la media2 y varianza2 de cada muestra
de la población

diferencia2 = 0;
for i=1:10000
    for j=1:15
        suma2(i) = suma2(i) + m2(i,j);
    end

    media2(i) = suma2(i)/15;

    for j=1:15
        diferencia2 = m2(i,j) - media2(i);
        varianza2(i) = varianza2(i) + diferencia2*diferencia2;
    end

    varianza2(i) = varianza2(i)/14;

end

%Posteriormente se calculan los valores de t para las parejas de
muestras de las poblaciones A y B

for i=1:10000
```

$$t(i) = \frac{media(i) - media2(i)}{sqrt((4 * varianza(i) + 14 * varianza2(i))/18 * (1/5 + 1/15))}$$

```
end
```

```
% Enseguida se calculan los niveles de significancia

%Estimo el porcentaje o el número de ts fuera del rango de la
distribución t para 18 grados de libertad al 5 %

cont = 0;
for i=1:10000
     if(t(i)>2.1009 | t(i)<-2.1009)
          cont = cont + 1;
     end
end

disp(Muestro la cantidad de números t's que cumplen que
t>2.1009 o t<-2.1009 al 5 % con 18 grados de libertad);

disp(cont);

%Estimo el porcentaje o el número de t's fuera del rango de la
distribución t para 18 grados de libertad al 1 % .

cont2 = 0;
for i=1:10000
     if(t(i)>2.8784 | t(i)<-2.8784)
          cont2 = cont2 + 1;
     end
end

disp(Muestro la cantidad de números t que cumplen que
t>2.8784 o t<-2.8784 al 1 porciento con 18 grados de libertad);

disp(cont2);

end
```

Las simulaciones para los diferentes tamaños de muestra se realizaron ajustando la rutina, para cada uno de los tamaños de muestra, asi como para la distribución, la cual fue normal, uniforme y exponencial.

La rutina utilizada para calcular la media y la desviación estándar para cada muestra de la población es la siguiente:

```
% Cargo una matriz con los datos del archivo
fid = fopen(archivo.txt);
for i=1:n
    arreglo(i) = fscanf(fid,g,[1,1]);
 end

% Sumo los datos del arreglo y encuentro la media, y desviación estándar
media = 0;
for i=1:n
    media = media + arreglo(i);
end

 media = media/n;
disp(La media es); disp(media);

varianza = 0;
for i=1:n
    diferencia = arreglo(i) - media;
     varianza=varianza+diferencia*diferencia;
end

varianza = varianza/n-1;

disp(varianza);

desviación estandar =sqrt(varianza);

disp(desviación estandar);
```

# Capítulo 4

# Resultados de la Prueba de T

## 4.1. Promedio del número de rechazos intentados al 5 %

Los promedios de rechazos empíricos intentados al 5 % fueron en 10,000 parejas de muestras

| **Población** | | **Distribución Normal** | |
|---|---|---|---|
| **A** | **B** | **media** | **desviación estándar** |
| 5 | 5 | 501.1 | 21.3 |
| 5 | 15 | 502.1 | 19.9 |
| 15 | 15 | 503.3 | 22.8 |
| 5 | 20 | 502.1 | 17.9 |
| 15 | 20 | 501.9 | 20.2 |
| 20 | 20 | 496.5 | 22.7 |
| 5 | 25 | 503.4 | 20.8 |

| Población | | Distribución Normal | |
|---|---|---|---|
| **A** | **B** | **media** | **desviación estándar** |
| 15 | 25 | 499.8 | 19.4 |
| 20 | 25 | 499.2 | 22.8 |
| 25 | 25 | 502.1 | 21.1 |
| 5 | 30 | 496.8 | 20.9 |
| 15 | 30 | 498.4 | 23.6 |
| 20 | 30 | 506.7 | 22.9 |
| 25 | 30 | 503.1 | 20.3 |
| 30 | 30 | 499.7 | 25.0 |
| 50 | 50 | 500.1 | 20.9 |
| 50 | 5 | 499.2 | 23.1 |
| 100 | 100 | 499.7 | 23.4 |

| **Población** | | **Distribución Rectangular** | |
|---|---|---|---|
| **A** | **B** | **media** | **desviación estándar** |
| 5 | 5 | 540.0 | 21.8 |
| 5 | 15 | 505.6 | 18.1 |
| 15 | 15 | 503.0 | 22.0 |
| 5 | 20 | 498.2 | 22.4 |
| 15 | 20 | 505.4 | 23.6 |
| 20 | 20 | 503.7 | 21.6 |
| 5 | 25 | 493.3 | 20.9 |
| 15 | 25 | 509.3 | 20.6 |
| 20 | 25 | 501.5 | 21.6 |
| 25 | 25 | 505.3 | 22.7 |
| 5 | 30 | 491.3 | 23.4 |
| 15 | 30 | 505.6 | 24.7 |
| 20 | 30 | 505.5 | 21.2 |
| 25 | 30 | 505.6 | 22.9 |
| 30 | 30 | 505.1 | 21.2 |
| 50 | 50 | 504.2 | 20.4 |
| 50 | 5 | 488.8 | 21.6 |
| 100 | 100 | 503.1 | 21.7 |
| 100 | 5 | 482.9 | 20.1 |

| Población | | Distribución Exponencial | |
|---|---|---|---|
| **A** | **B** | **media** | **desviación estándar** |
| 5 | 5 | 388.9 | 17.3 |
| 5 | 15 | 448.7 | 22.6 |
| 15 | 15 | 457.9 | 18.1 |
| 5 | 20 | 450.2 | 19.6 |
| 15 | 20 | 462.9 | 20.7 |
| 20 | 20 | 465.8 | 20.9 |
| 5 | 25 | 457.3 | 18.1 |
| 15 | 25 | 465.4 | 19.5 |
| 20 | 25 | 472.8 | 19.6 |
| 25 | 25 | 472.4 | 22.4 |
| 5 | 30 | 457.1 | 19.5 |
| 15 | 30 | 468.7 | 21.1 |
| 20 | 30 | 472.8 | 21.1 |
| 25 | 30 | 476.3 | 18.9 |
| 30 | 30 | 479.7 | 21.5 |
| 50 | 50 | 488.8 | 20.8 |
| 50 | 5 | 457.4 | 18.6 |
| 50 | 30 | 485.7 | 21.2 |
| 100 | 100 | 494.0 | 24.0 |
| 100 | 5 | 451.5 | 20.7 |
| 100 | 30 | 486.1 | 23.6 |

## 4.2. Promedio del número de rechazos intentados al 1 %

Los promedios de los rechazos empíricos intentados al 1 % fueron en 10,000 parejas de muestras

| **Población** | | **Distribución Normal** | |
|---|---|---|---|
| **A** | **B** | **media** | **desviación estándar** |
| 5 | 5 | 100.6 | 09.8 |
| 5 | 15 | 099.2 | 09.1 |
| 15 | 15 | 101.2 | 09.9 |
| 5 | 20 | 100.4 | 08.7 |
| 15 | 20 | 098.1 | 09.8 |
| 20 | 20 | 099.2 | 08.9 |
| 5 | 25 | 099.5 | 08.8 |
| 15 | 25 | 102.8 | 10.1 |
| 20 | 25 | 101.5 | 09.1 |
| 25 | 25 | 100.2 | 09.6 |
| 5 | 30 | 099.6 | 09.7 |
| 15 | 30 | 097.3 | 09.9 |
| 20 | 30 | 099.4 | 10.6 |
| 25 | 30 | 099.5 | 08.9 |
| 30 | 30 | 100.7 | 10.3 |
| 50 | 50 | 100.2 | 11.1 |
| 50 | 5 | 099.8 | 09.8 |
| 100 | 100 | 098.9 | 10.4 |

| Población | | Distribución Rectangular | |
|---|---|---|---|
| **A** | **B** | **media** | **desviación estándar** |
| 5 | 5 | 139.6 | 10.5 |
| 5 | 15 | 102.1 | 09.9 |
| 15 | 15 | 111.6 | 10.1 |
| 5 | 20 | 094.9 | 09.9 |
| 15 | 20 | 107.1 | 10.5 |
| 20 | 20 | 107.2 | 08.4 |
| 5 | 25 | 092.1 | 10.1 |
| 15 | 25 | 108.2 | 10.2 |
| 20 | 25 | 105.5 | 11.6 |
| 25 | 25 | 107.5 | 09.6 |
| 5 | 30 | 087.2 | 09.6 |
| 15 | 30 | 103.4 | 09.7 |
| 20 | 30 | 104.9 | 11.2 |
| 25 | 30 | 103.9 | 10.7 |
| 30 | 30 | 105.4 | 10.3 |
| 50 | 50 | 103.0 | 10.9 |
| 50 | 5 | 079.3 | 08.6 |
| 100 | 100 | 102.6 | 09.8 |
| 100 | 5 | 073.9 | 09.2 |

| **Población** | | **Distribución Exponencial** | |
|---|---|---|---|
| **A** | **B** | **media** | **desviación estándar** |
| 5 | 5 | 065.9 | 07.9 |
| 5 | 15 | 105.1 | 10.1 |
| 15 | 15 | 071.3 | 08.2 |
| 5 | 20 | 119.9 | 11.0 |
| 15 | 20 | 074.7 | 09.4 |
| 20 | 20 | 077.3 | 08.2 |
| 5 | 25 | 129.9 | 11.7 |
| 15 | 25 | 081.7 | 08.8 |
| 20 | 25 | 079.3 | 08.9 |
| 25 | 25 | 079.4 | 09.4 |
| 5 | 30 | 136.4 | 12.1 |
| 15 | 30 | 085.4 | 09.5 |
| 20 | 30 | 081.2 | 09.8 |
| 25 | 30 | 079.9 | 09.2 |
| 30 | 30 | 082.1 | 08.4 |
| 50 | 50 | 088.1 | 09.3 |
| 50 | 5 | 156.5 | 12.8 |
| 50 | 30 | 087.5 | 09.1 |
| 100 | 100 | 094.7 | 09.0 |
| 100 | 5 | 169.5 | 13.4 |
| 100 | 30 | 098.1 | 10.4 |

# Capítulo 5

# Conclusiones

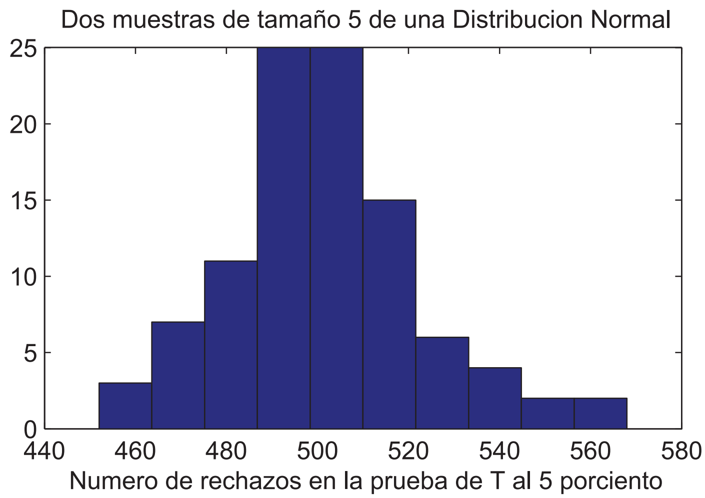
Se concluye de la simulación que cuando una de las muestras es pequeña aún cuando la otra sea grande se distorcionan los niveles de significancia empíricos intentados tanto al 5 % como al 1 %.

Para el caso de la distribución rectangular con los niveles de significancia intentados al 5 %, cuando las dos muestras son pequeñas hay un exceso de rechazos pero cuando al menos, una de las dos muestras es de 15 ó más el número de rechazos esta cercano al esperado tanto al 5 % y al 1 %. Cuando una de las muestras es de 5 aún cuando la otra sea grande el número de rechazos es ligeramente menor al esperado.

En la distribución exponencial con los niveles de significancia empíricos intentados 1 % y al 5 % con muestras menores o iguales a 50 se esta por debajo del número esperado y cuando una de las muestras es de tamaño 5 y la otra es de entre 20 y 100 hay un exceso en el número de rechazos al 1 %. Para la exponencial se requiere un tamaño de muestra superior al 50 para estar próximos al número de rechazos esperado. Cuando una de las muestras es de 100 y la otra es de 30 se esta cercano al número de rechazos esperado.

Se comporta mejor la distribución rectangular porque es una distribución simetrica. Para la exponencial se requieren muestras más grandes para que el número de rechazos este cercano al esperado, debido probablemente a la asimetria de la distribución.

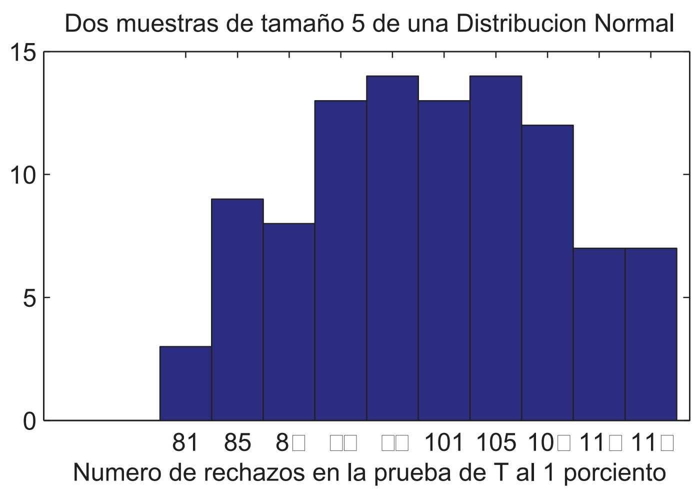
Finalmente en la distribución exponencial cuando la asimetria es fuerte,es decir, una muestra es pequeña y la otra es grande el número de rechazos estan por arriba de lo esperado al 1 %, mientras que al 5 % se mantienen por debajo del número de rechazos esperado. Cuando ambos tamaños de muestra son arriba de 15 sin llegar a 100 los níveles de significancia estan por abajo del número de rechazos esperado.

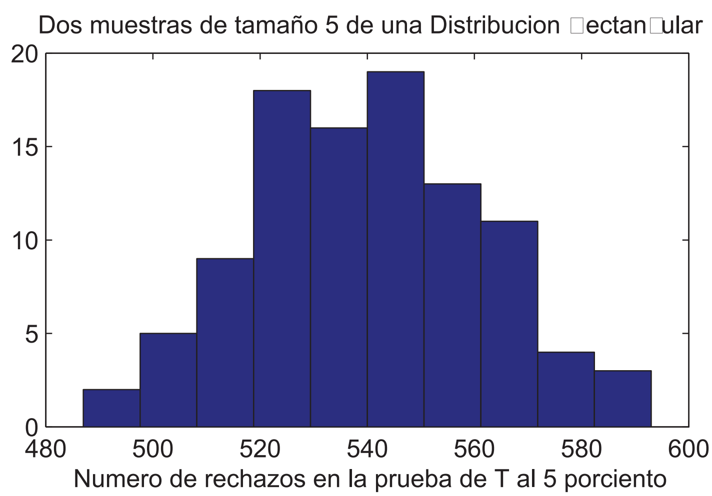


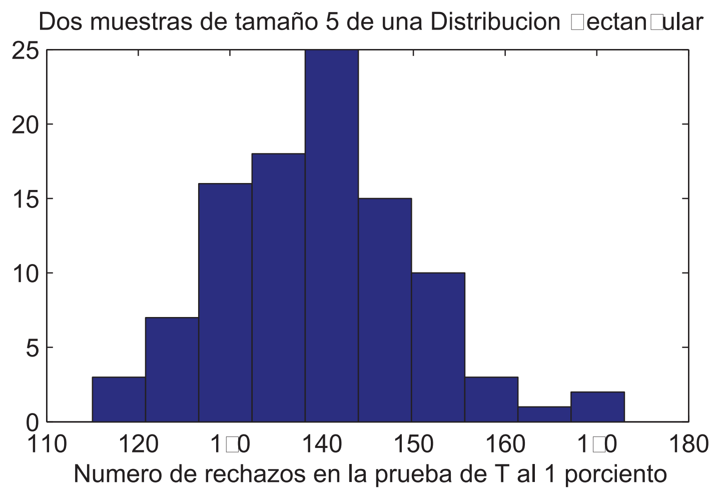

**Descripción de la gráfica**

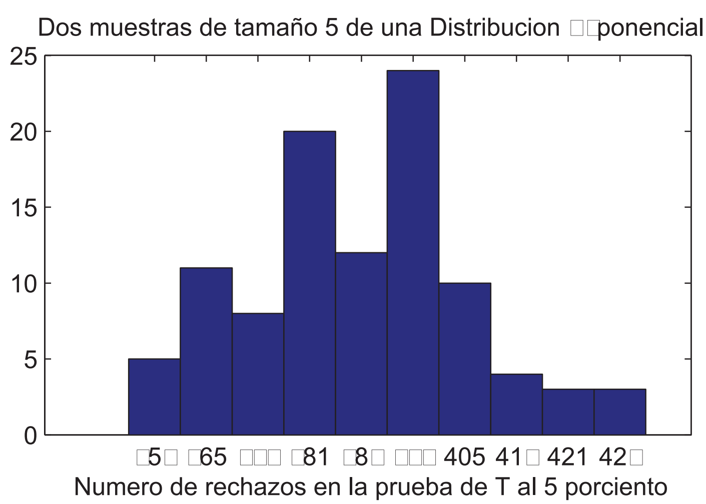
La parte correspondiente al eje X nos muestra los datos númericos que se refiere al número de rechazos que tuvo la hipótesis nula siendo esta cierta, los cuales provienen de la simulación en la cual se generan dos poblaciones con 10000 parejas de muestras, una vez calculada la media y la varianza de cada muestra se calcula el estadístico de prueba el cual esencialmente proviene de las medias y de las varianzas muestrales,las cuales pueden ser esperadas o ponderadas.Asi como tambien de los grados de libertad.Estos últimos nos dan los intervalos de confianza.

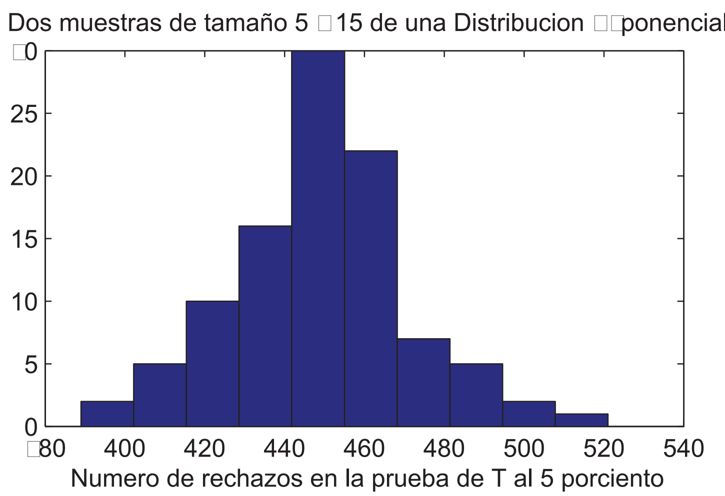
La parte correspondiente al eje Y nos muestra la frecuencia relativa con la que se presentaron los rechazos. La frecuencia relativa es la proporción del número total de observaciones que caen en esa categoría.

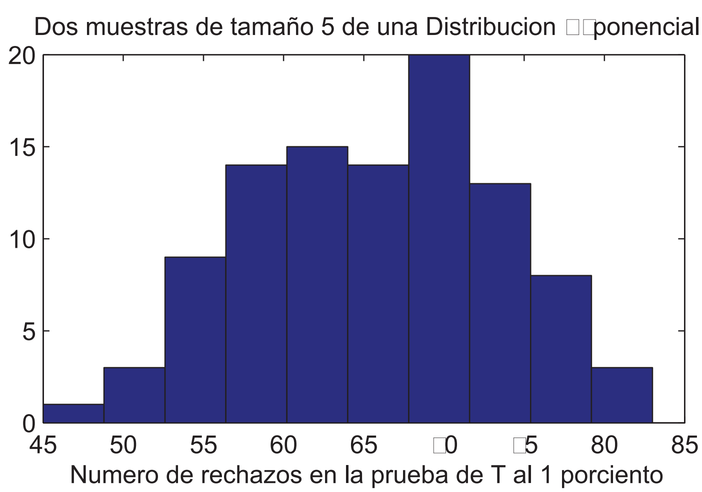

Dos muestras de tamaño 5 de una Distribucion Normal
15
10
5
0
81 85 8□ □□ □□ 101 105 10□ 11□ 11□
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

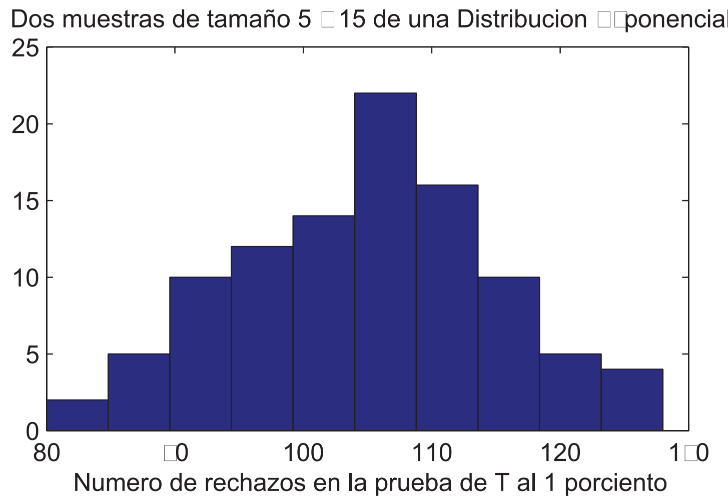

Dos muestras de tamaño 5 de una Distribucion □ectan□ular
20
15
10
5
0
480 500 520 540 560 580 600
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

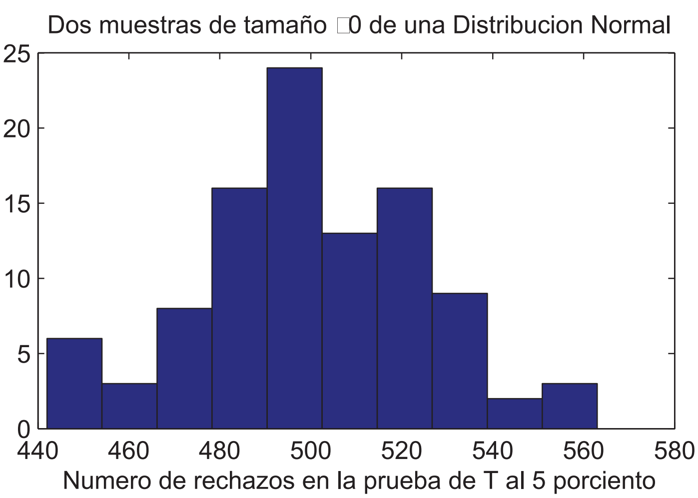

Dos muestras de tamaño 5 de una Distribucion
25
20
15
10
5
0
110
120
140
150
160
180
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

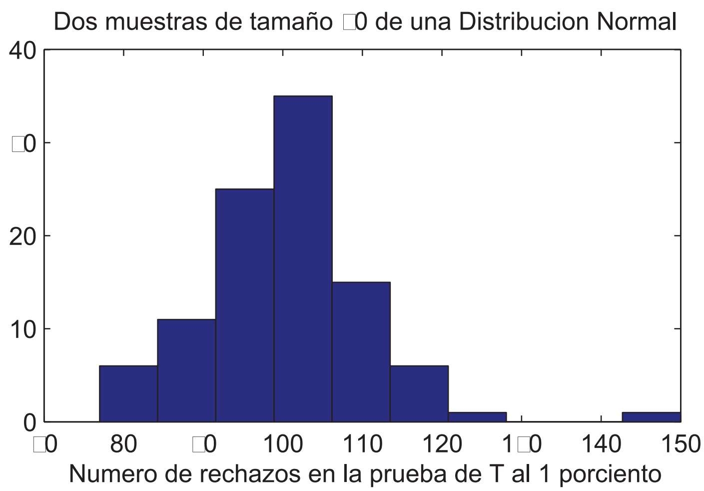

Dos muestras de tamaño 5 de una Distribucion
25
20
15
10
5
0
405
421
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

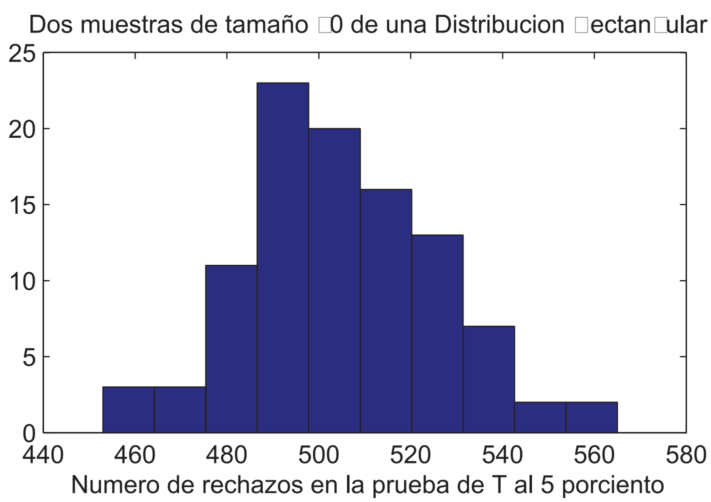

Dos muestras de tamaño 5 15 de una Distribucion ponencial
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

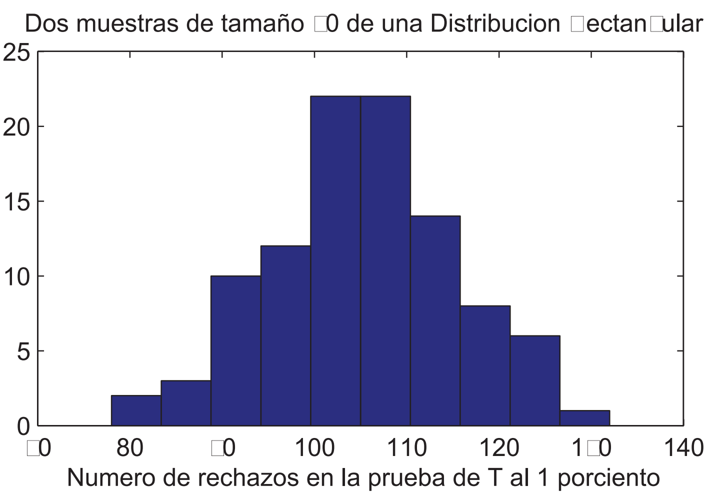

Dos muestras de tamaño 5 de una Distribucion ponencial
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

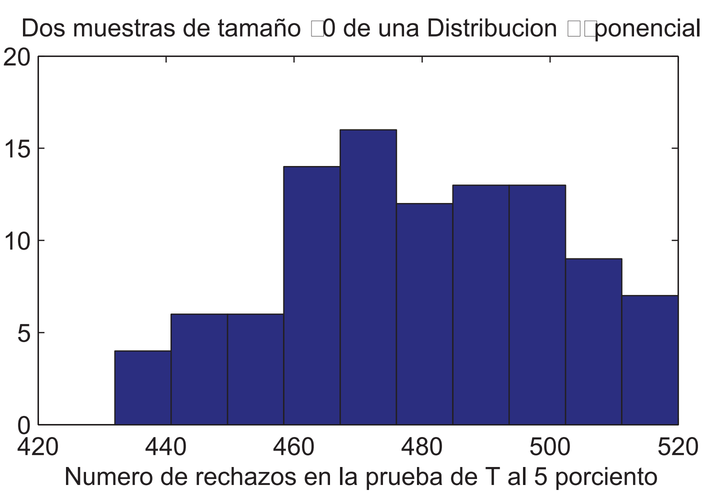

Dos muestras de tamaño 5 □15 de una Distribucion □□ponencial
25
20
15
10
5
0
80
□0
100
110
120
1□0
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

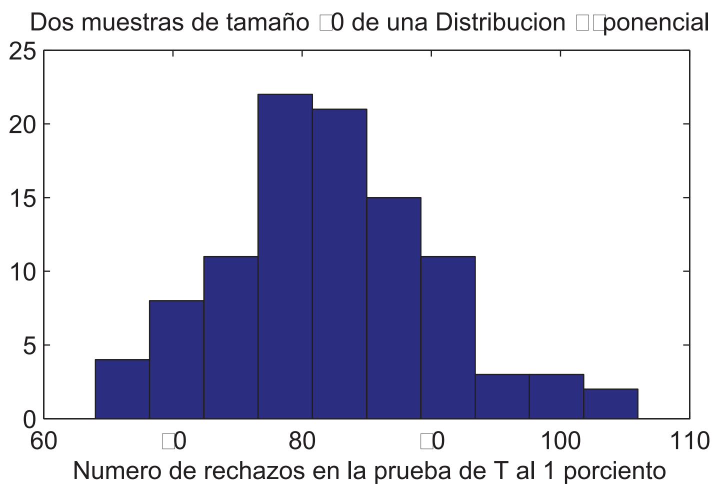

Dos muestras de tamaño □0 de una Distribucion Normal
25
20
15
10
5
0
440
460
480
500
520
540
560
580
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

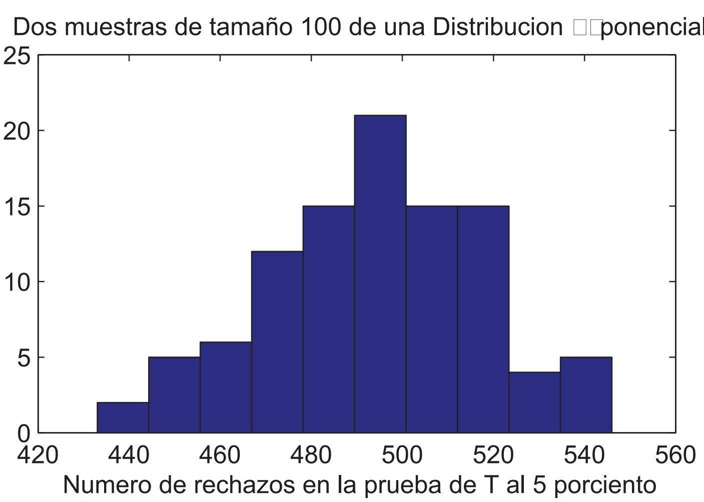

Dos muestras de tamaño □0 de una Distribucion Normal
40
□0
20
10
0
□0
80
□0
100
110
120
1□0
140
150
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

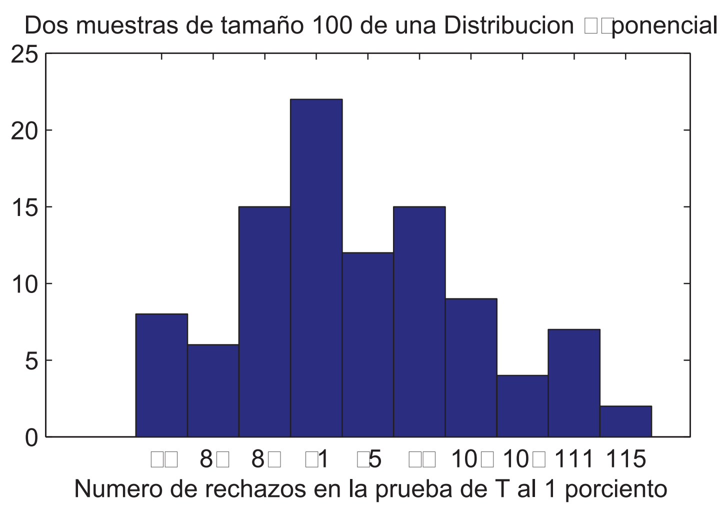

Dos muestras de tamaño □0 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
440
460
480
500
520
540
560
580
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento


25
20
15
10
5
0
80
100
110
120
140
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

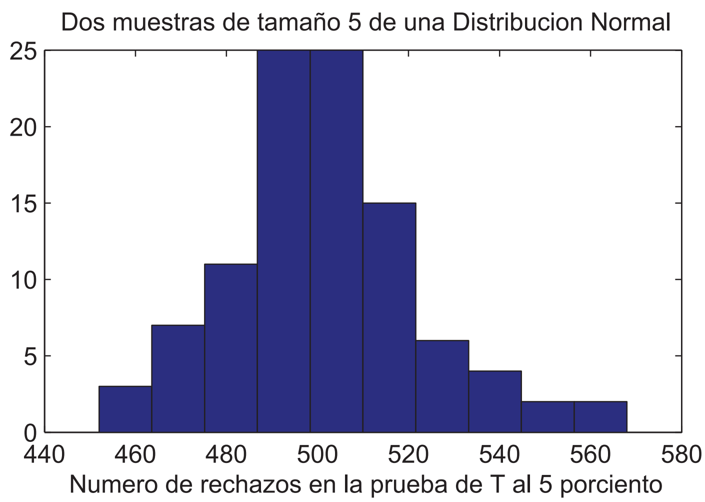

20
15
10
5
0
420
440
460
480
500
520
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

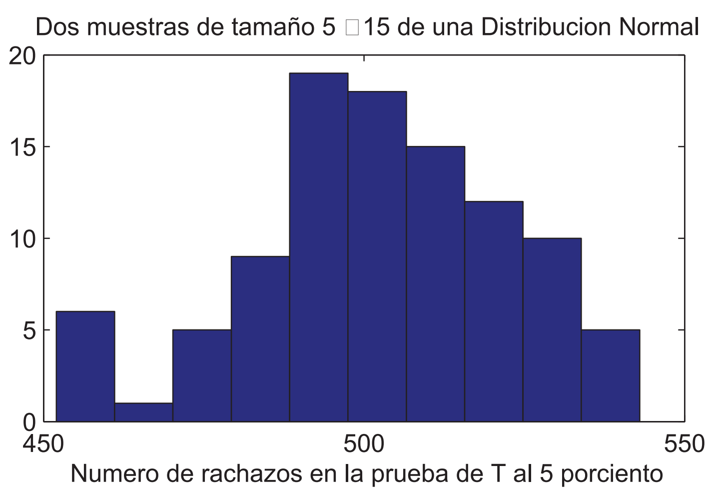

Dos muestras de tamaño □0 de una Distribucion □□ponencial
25
20
15
10
5
0
60
□0
80
□0
100
110
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

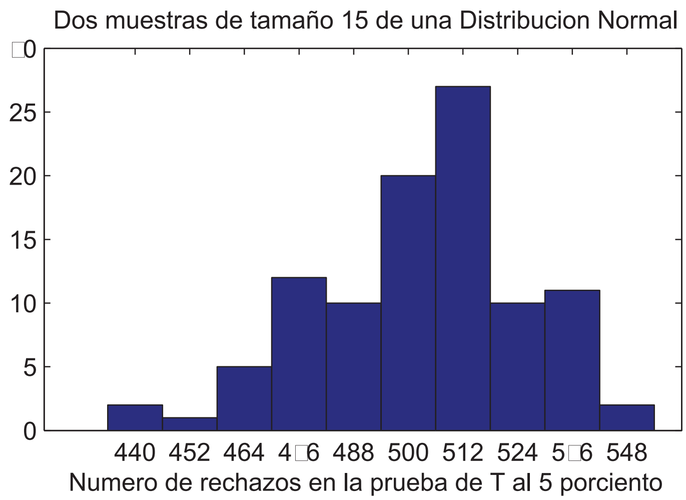

Dos muestras de tamaño 100 de una Distribucion □□ponencial
25
20
15
10
5
0
420
440
460
480
500
520
540
560
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

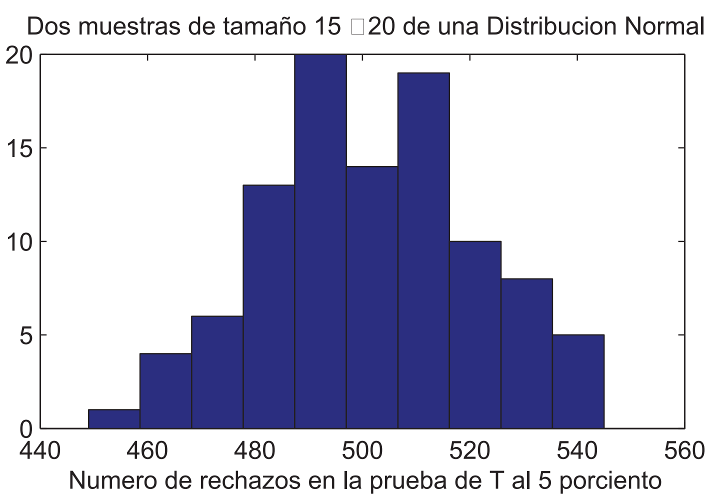

Dos muestras de tamaño 100 de una Distribucion ponencial
25
20
15
10
5
0
111 115
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

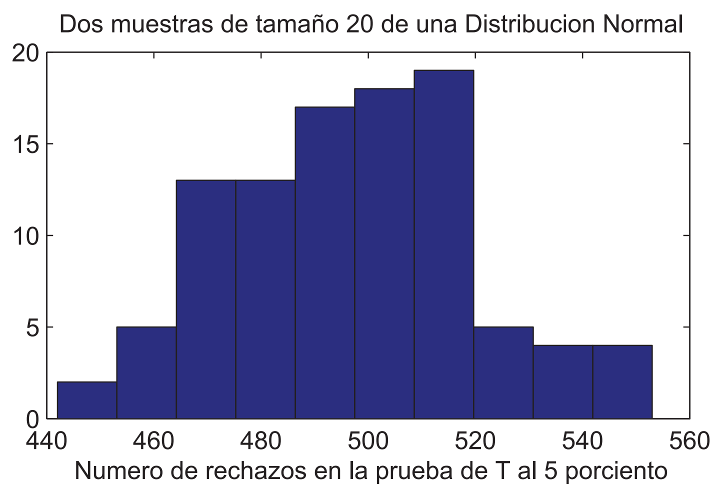
# Apéndice A

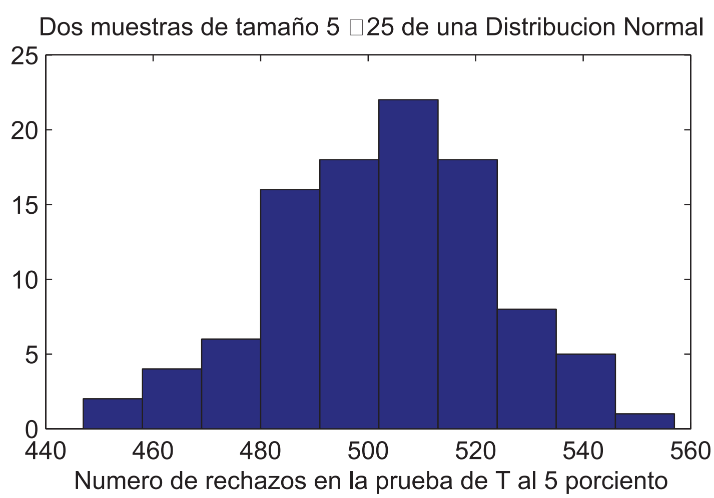

Dos muestras de tamaño 5 de una Distribucion Normal
25
20
15
10
5
0
440
460
480
500
520
540
560
580
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

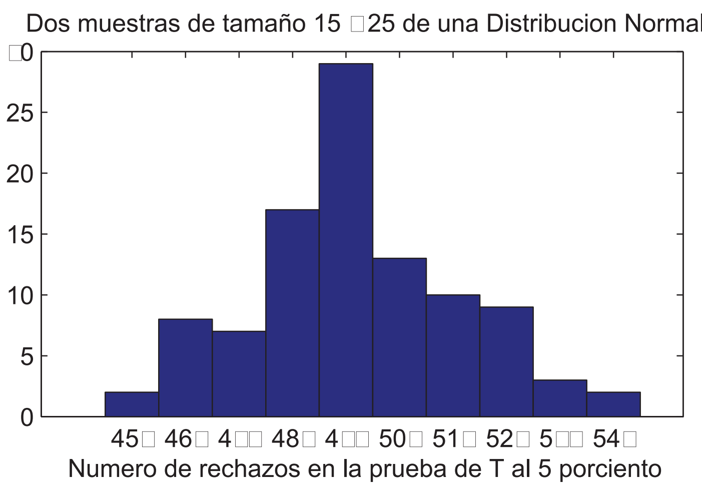

Dos muestras de tamaño 5 15 de una Distribucion Normal
20
15
10
5
0
450
500
550
Numero de rachazos en la prueba de T al 5 porciento

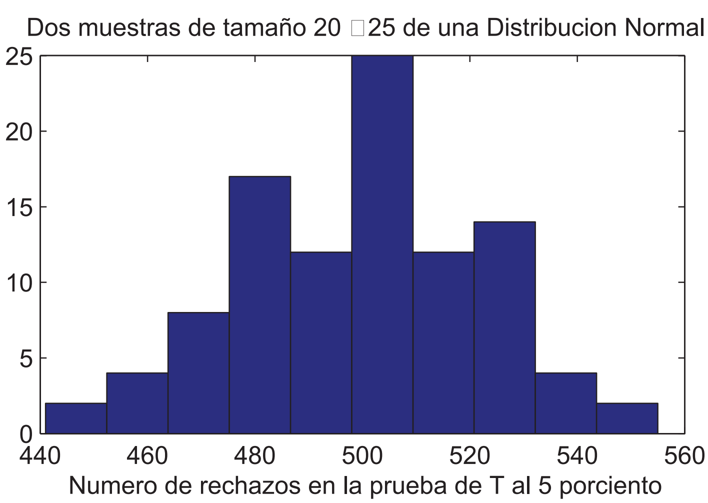

Dos muestras de tamaño 15 de una Distribucion Normal
0
25
20
15
10
5
0
440 452 464 488 500 512 524 548
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

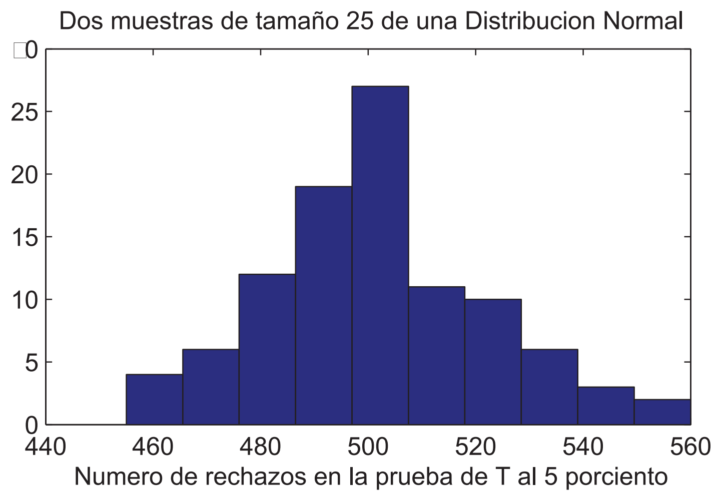

Dos muestras de tamaño 15 20 de una Distribucion Normal
20
15
10
5
0
440 460 480 500 520 540 560
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

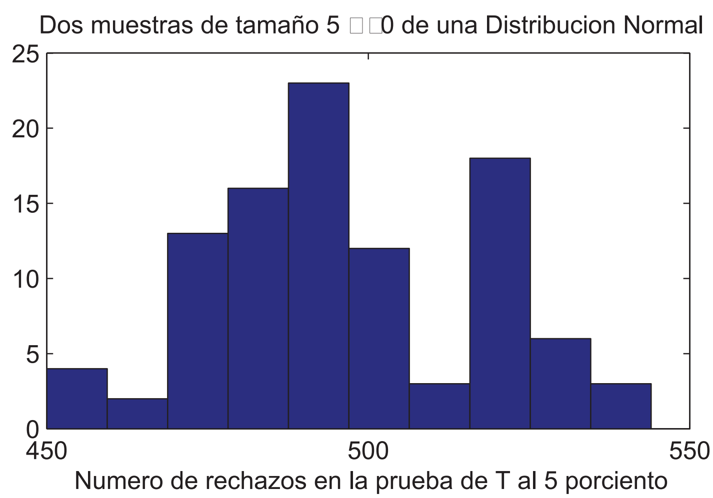

Dos muestras de tamaño 20 de una Distribucion Normal
20
15
10
5
0
440
460
480
500
520
540
560
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

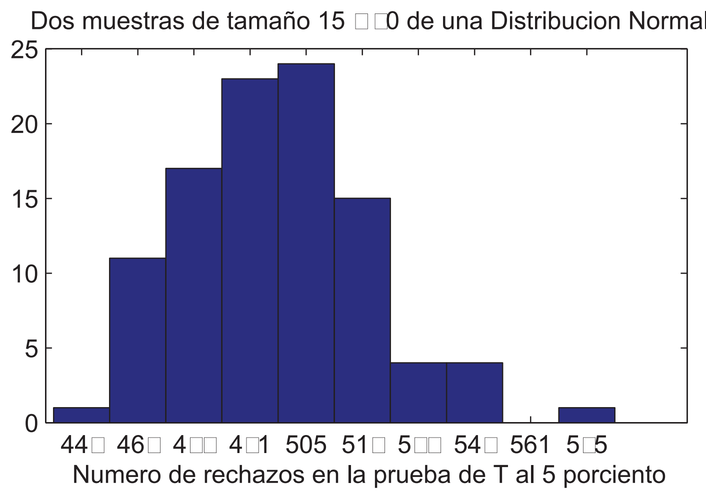

Dos muestras de tamaño 5 □25 de una Distribucion Normal
25
20
15
10
5
0
440
460
480
500
520
540
560
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

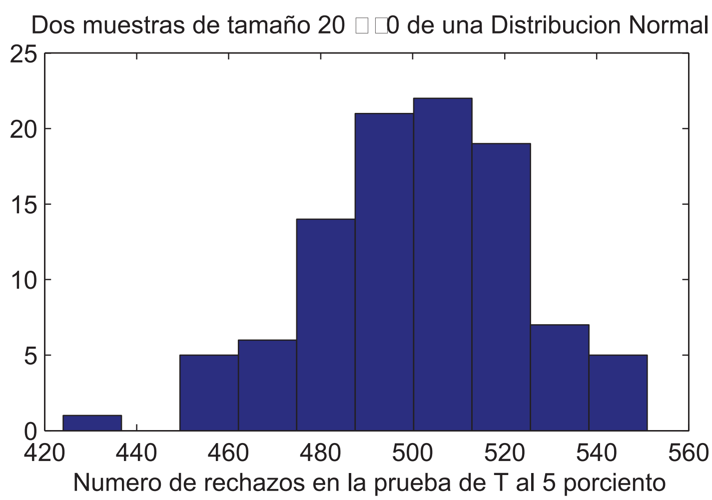

Dos muestras de tamaño 15 □25 de una Distribucion Normal
25
20
15
10
5
0
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

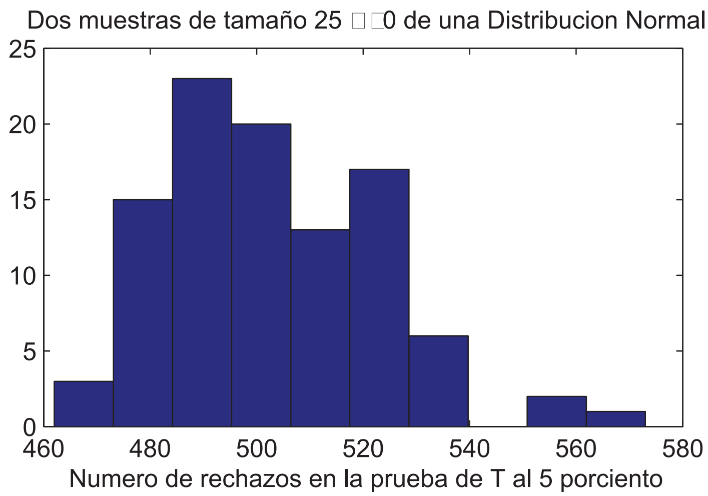

Dos muestras de tamaño 20 □25 de una Distribucion Normal
25
20
15
10
5
0
440
460
480
500
520
540
560
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

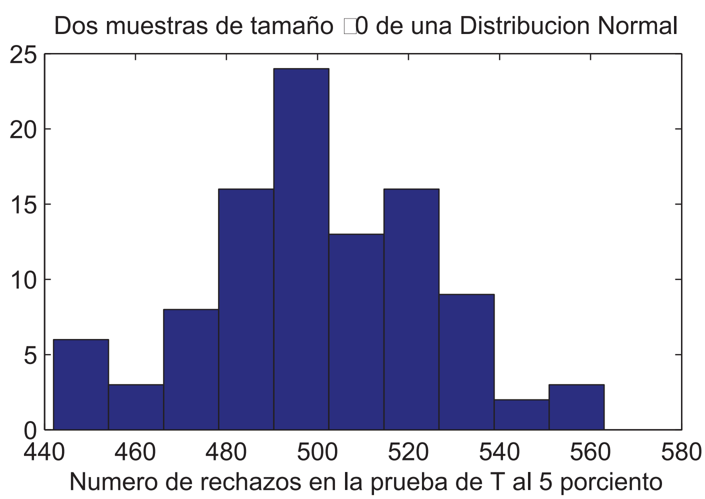

Dos muestras de tamaño 25 de una Distribucion Normal
0
5
10
15
20
25
440
460
480
500
520
540
560
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

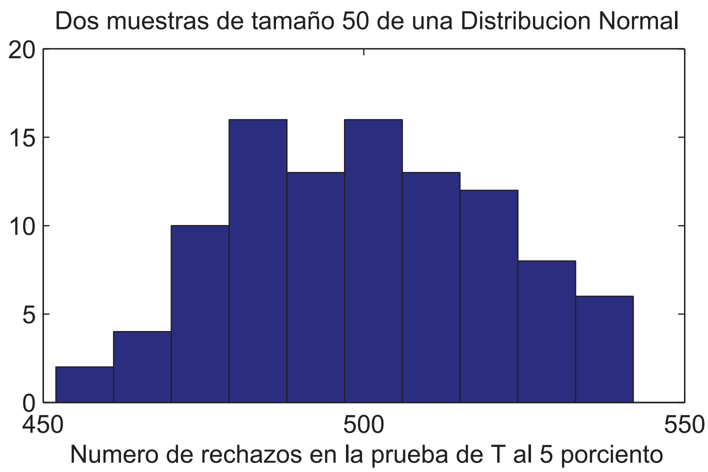

Dos muestras de tamaño 5□□0 de una Distribucion Normal
0
5
10
15
20
25
450
500
550
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

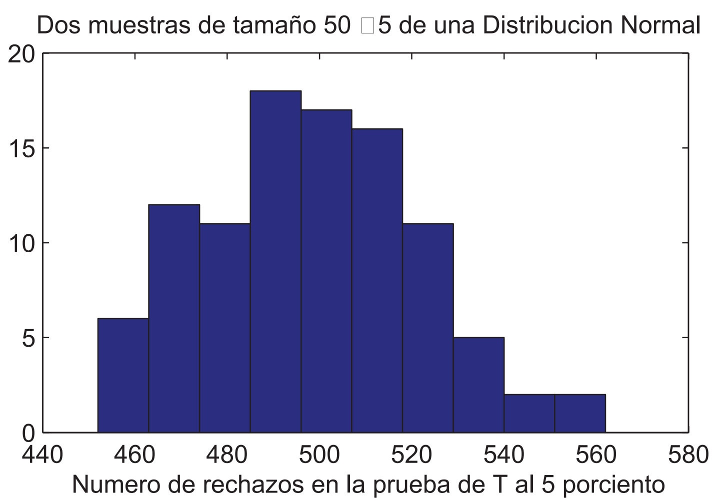

25
20
15
10
5
0
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

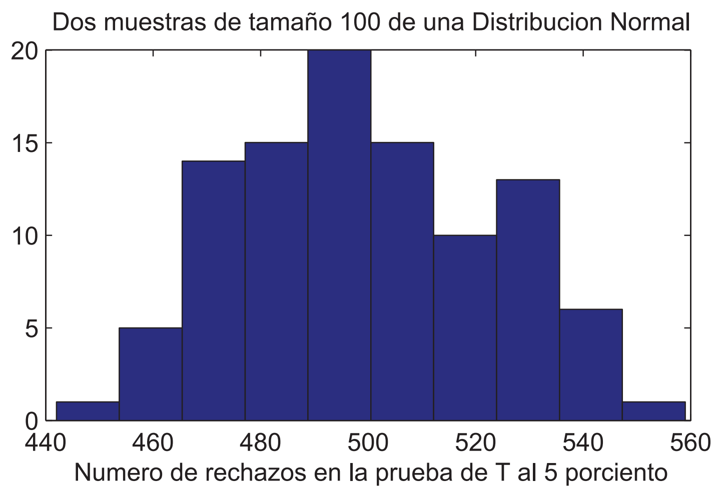

Dos muestras de tamaño 20 de una Distribucion Normal
25
20
15
10
5
0
420 440 460 480 500 520 540 560
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento


Dos muestras de tamaño 25 □□0 de una Distribucion Normal
25
20
15
10
5
0
460
480
500
520
540
560
580
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

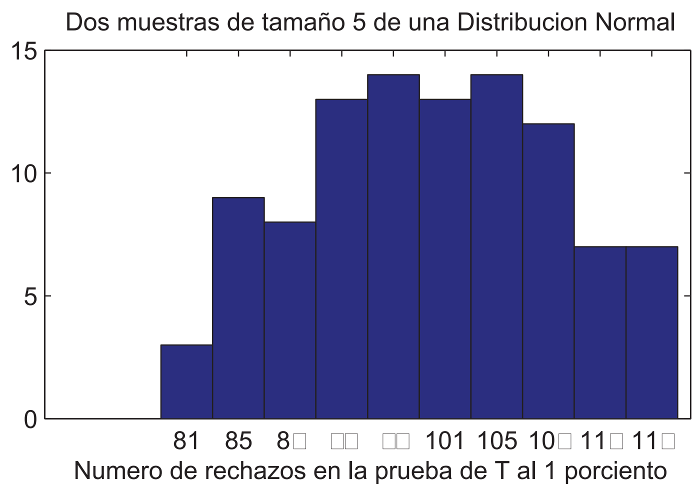

Dos muestras de tamaño □0 de una Distribucion Normal
25
20
15
10
5
0
440
460
480
500
520
540
560
580
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

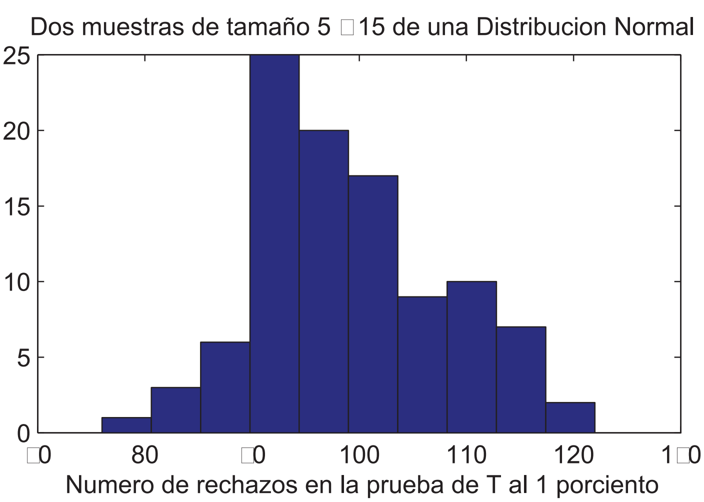

Dos muestras de tamaño 50 de una Distribucion Normal
20
15
10
5
0
450
500
550
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

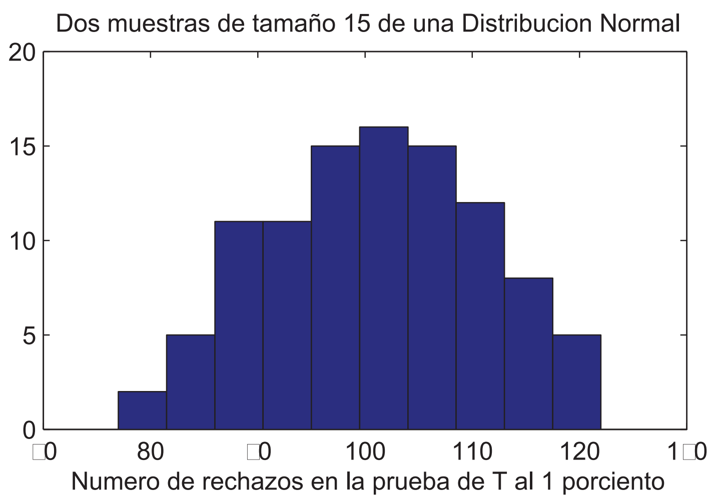

Dos muestras de tamaño 50 5 de una Distribucion Normal
20
15
10
5
0
440
460
480
500
520
540
560
580
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

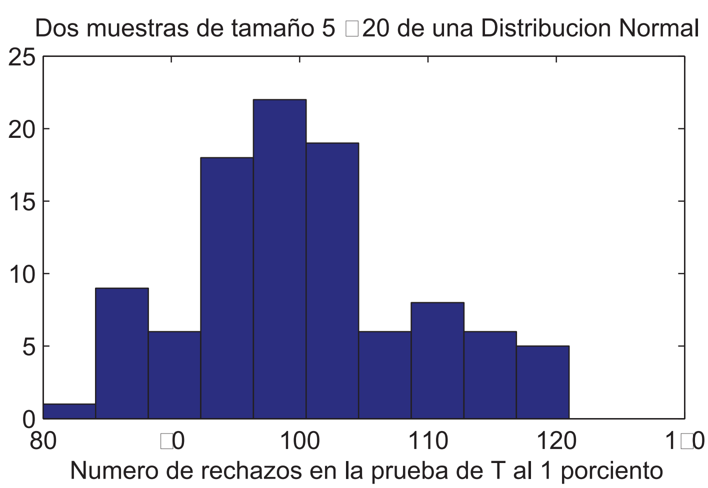

Dos muestras de tamaño 100 de una Distribucion Normal
20
15
10
5
0
440
460
480
500
520
540
560
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

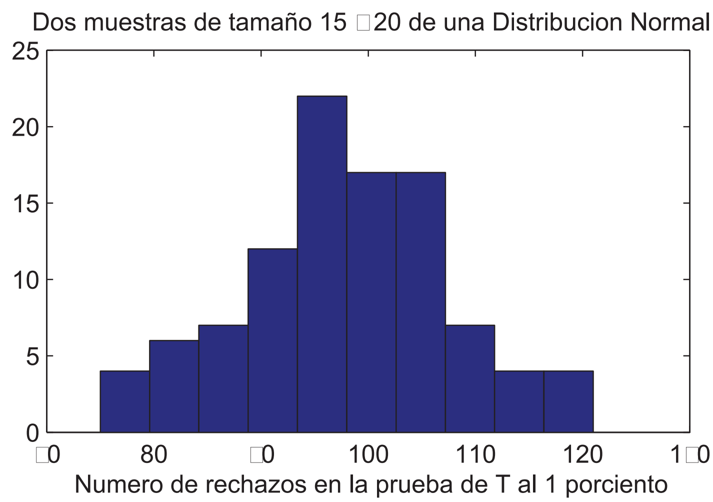
# Apéndice B

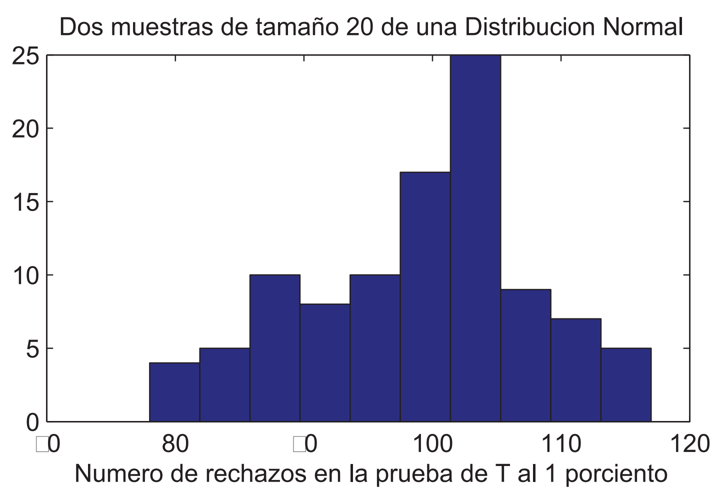

Dos muestras de tamaño 5 de una Distribucion Normal
15
10
5
0
81 85 101 105
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

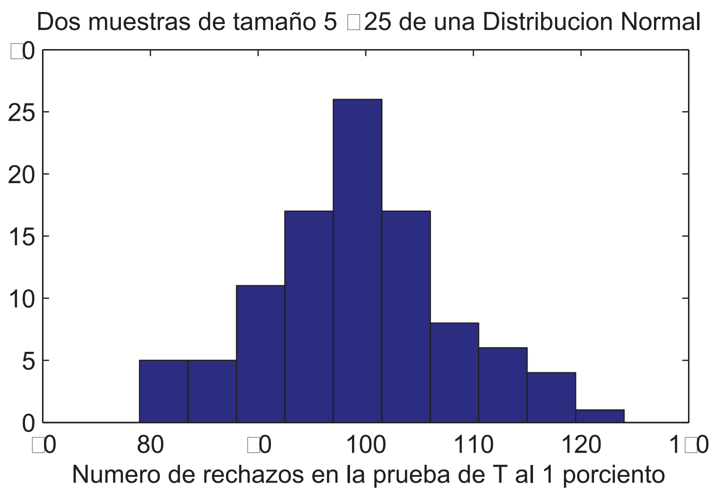

Dos muestras de tamaño 5 15 de una Distribucion Normal
25
20
15
10
5
0
80 100 110 120
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

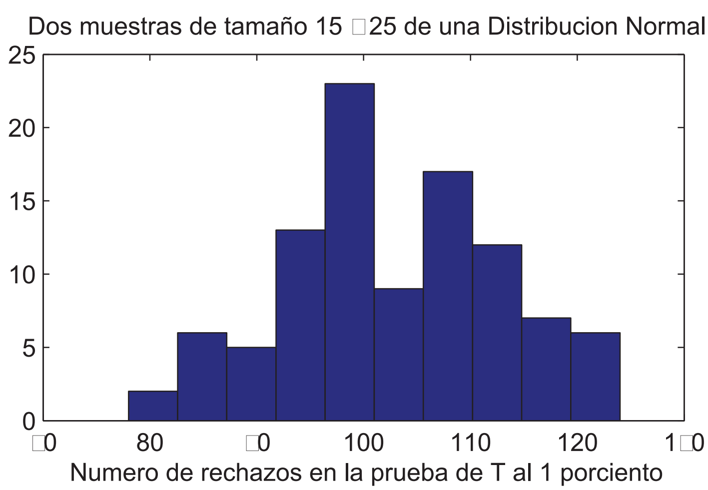

Dos muestras de tamaño 15 de una Distribucion Normal
20
15
10
5
0
80
100
110
120
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

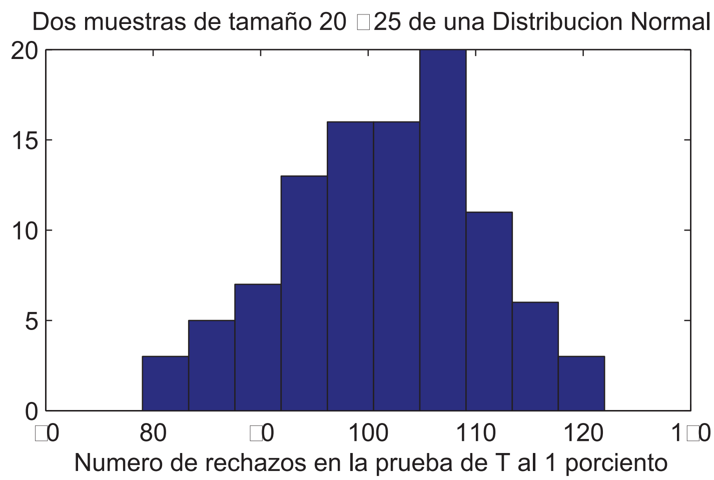

25
20
15
10
5
0
80
100
110
120
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

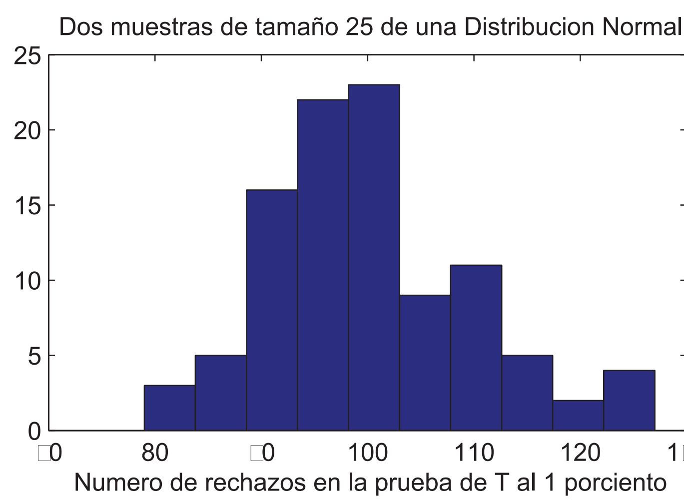

Dos muestras de tamaño 15 20 de una Distribucion Normal
25
20
15
10
5
0
80
100
110
120
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

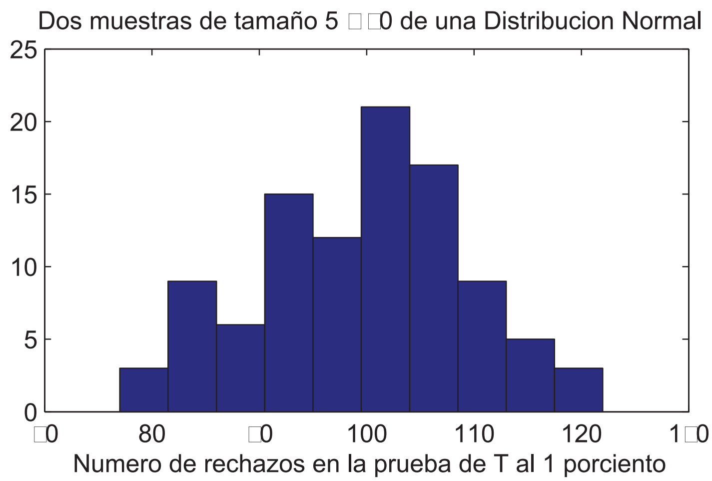

Dos muestras de tamaño 20 de una Distribucion Normal
25
20
15
10
5
0
80
100
110
120
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

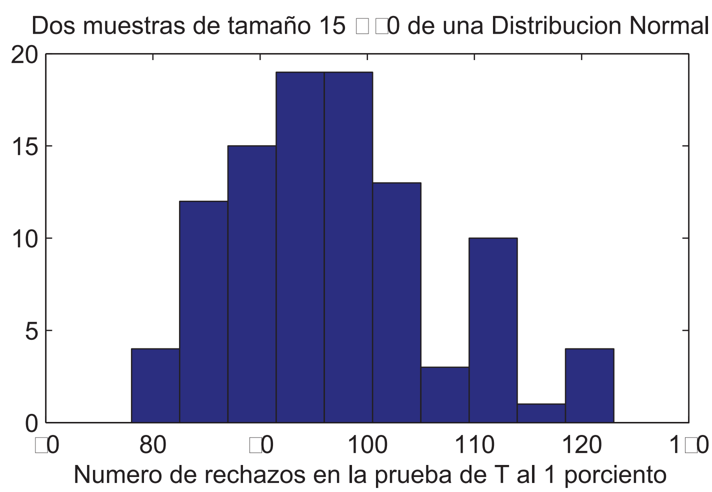

Dos muestras de tamaño 5 □25 de una Distribucion Normal
0
5
10
15
20
25
80
100
110
120
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

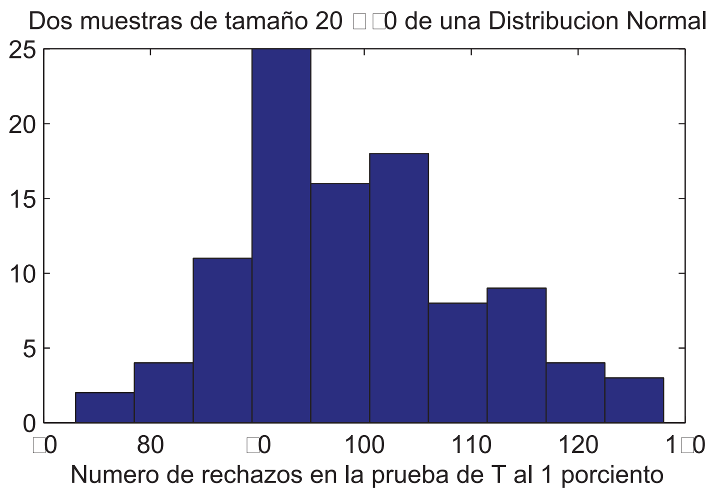

Dos muestras de tamaño 15 □25 de una Distribucion Normal
0
5
10
15
20
25
80
100
110
120
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

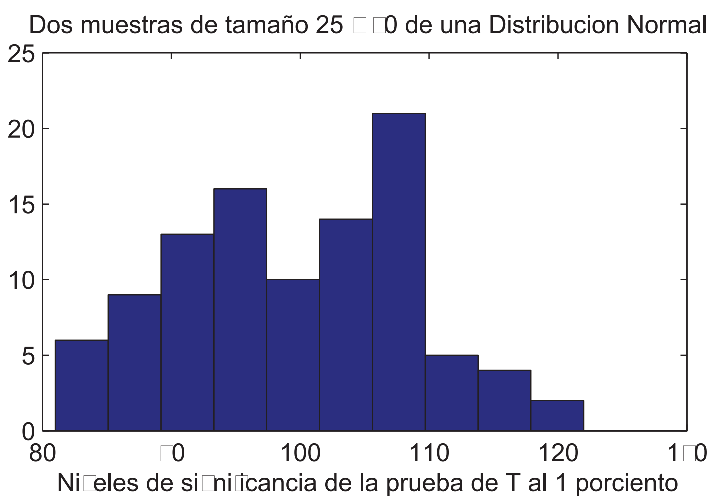

Dos muestras de tamaño 20 25 de una Distribucion Normal
0
5
10
15
20
80
100
110
120
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

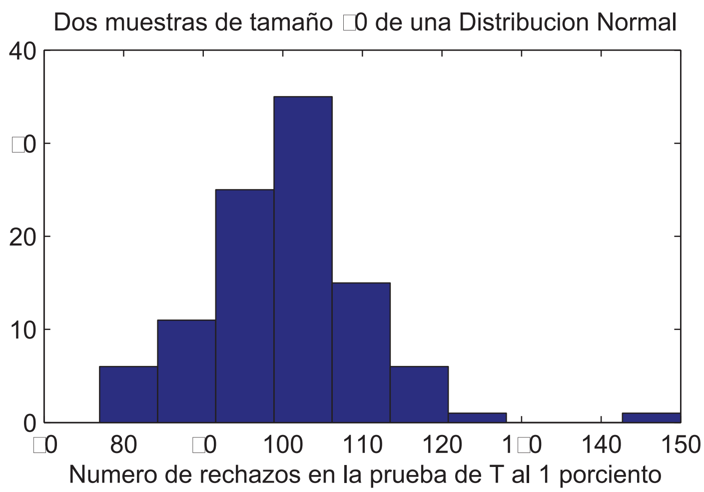

Dos muestras de tamaño 25 de una Distribucion Normal
0
5
10
15
20
25
80
100
110
120
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

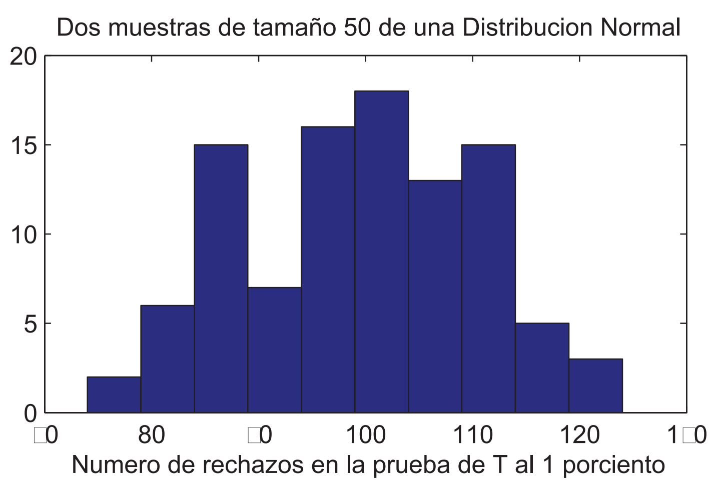

Dos muestras de tamaño 5 □□0 de una Distribucion Normal
25
20
15
10
5
0
□0
80
□0
100
110
120
1□0
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

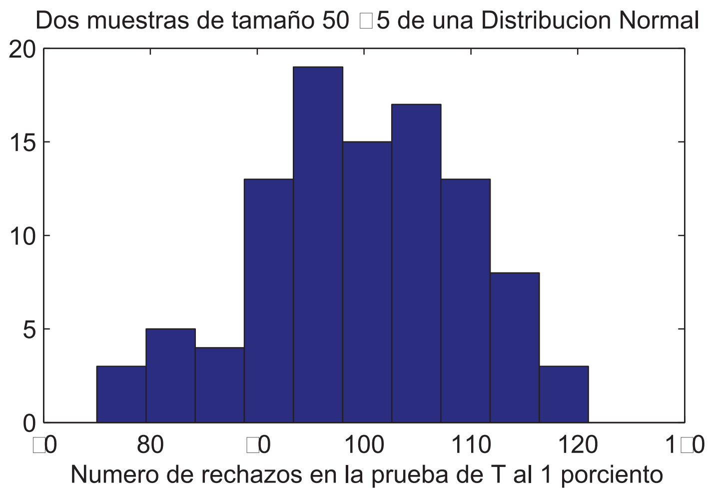

Dos muestras de tamaño 15 □□0 de una Distribucion Normal
20
15
10
5
0
□0
80
□0
100
110
120
1□0
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

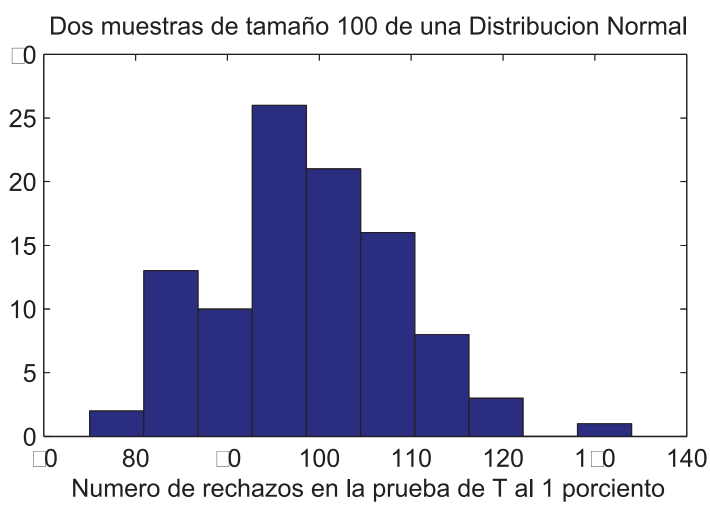

Dos muestras de tamaño 20 de una Distribucion Normal
25
20
15
10
5
0
80
100
110
120
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento


Dos muestras de tamaño 25 de una Distribucion Normal
25
20
15
10
5
0
80
100
110
120

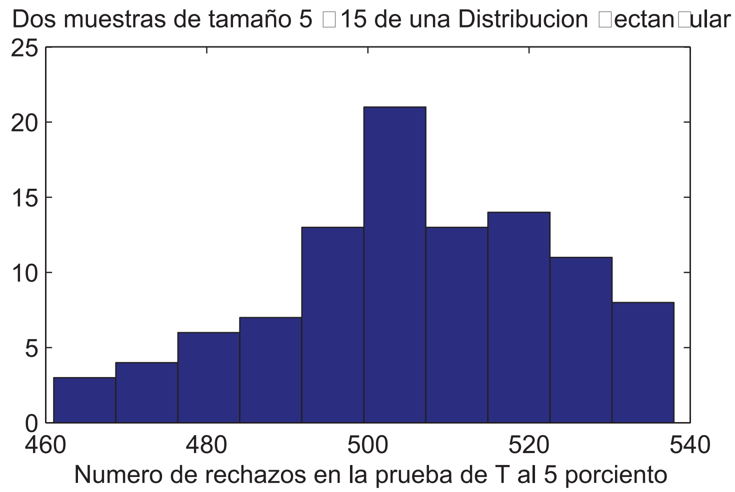

Dos muestras de tamaño □0 de una Distribucion Normal
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

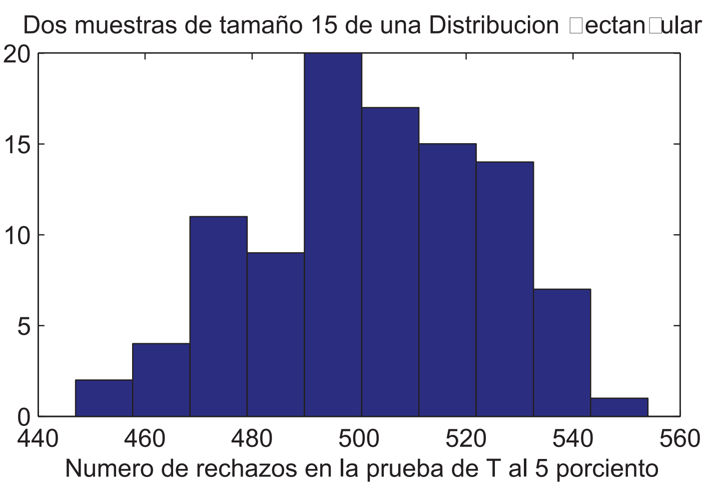

Dos muestras de tamaño 50 de una Distribucion Normal
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

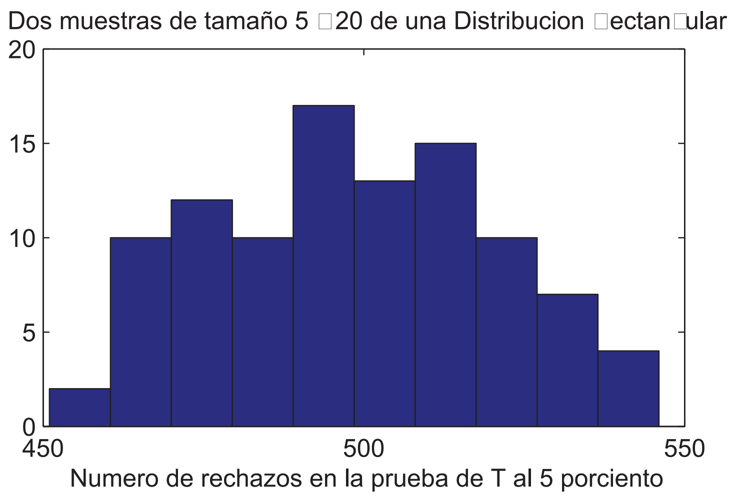

Dos muestras de tamaño 50
5 de una Distribucion Normal
20
15
10
5
0
80
100
110
120
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

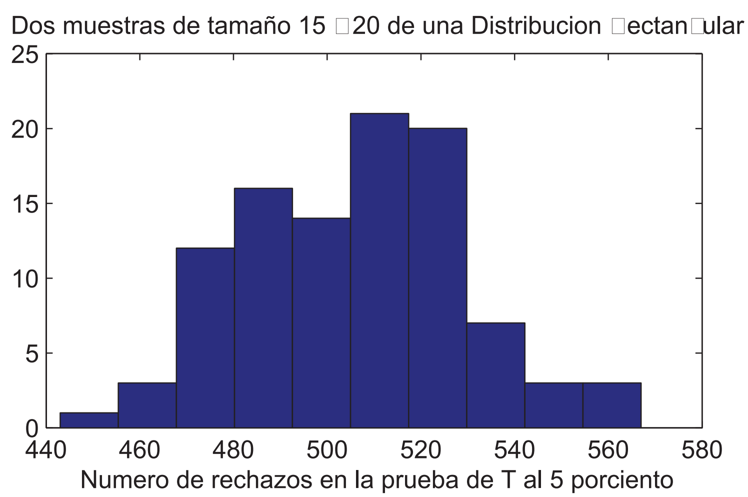

Dos muestras de tamaño 100 de una Distribucion Normal
25
20
15
10
5
0
80
100
110
120
140
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

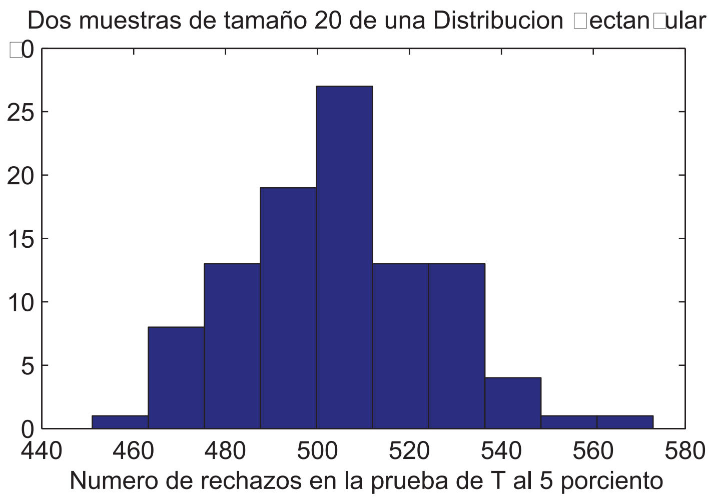
# Apéndice C

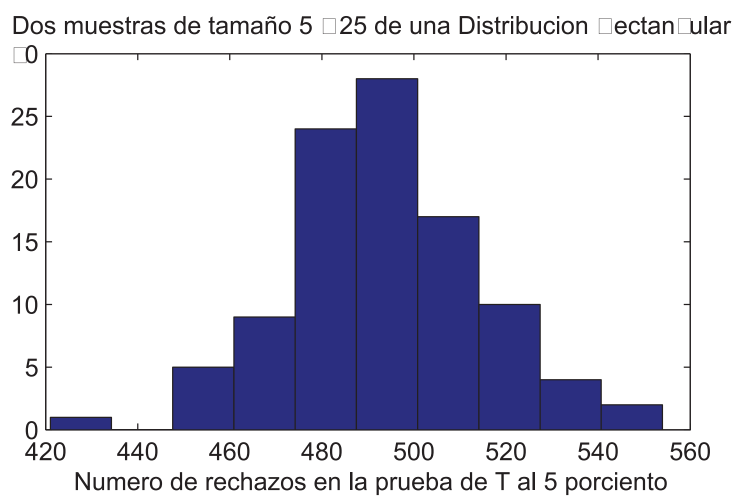

Dos muestras de tamaño 5 □15 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
460
480
500
520
540
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

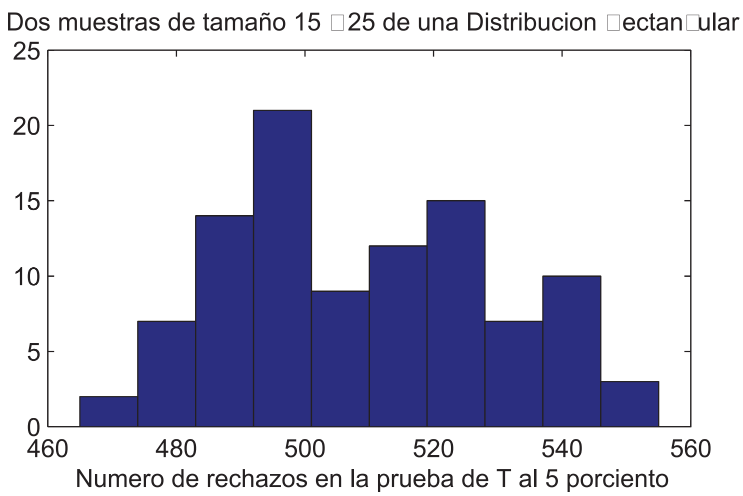

Dos muestras de tamaño 15 de una Distribucion □ectan□ular
20
15
10
5
0
440
460
480
500
520
540
560
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

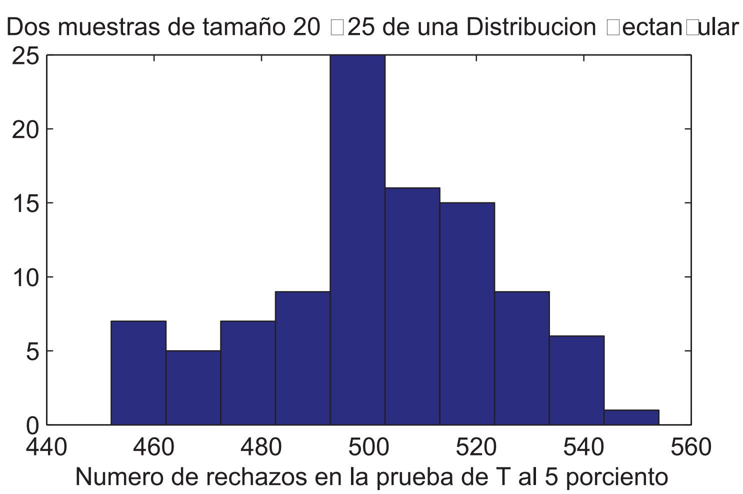

Dos muestras de tamaño 5 □20 de una Distribucion □ectan□ular
20
15
10
5
0
450
500
550
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

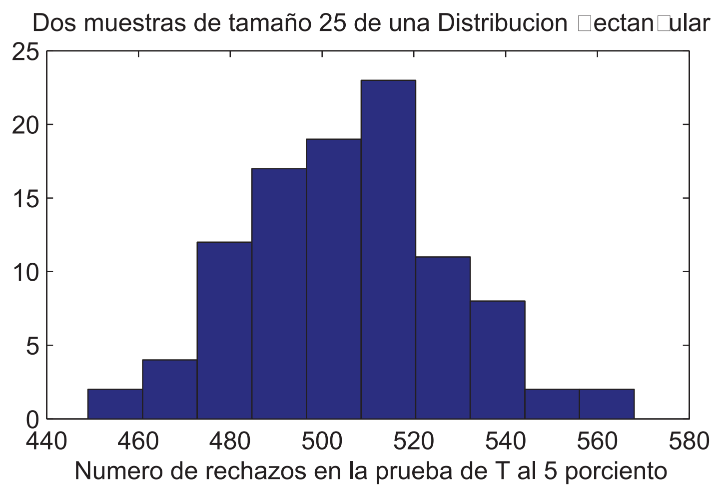

Dos muestras de tamaño 15 □20 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
440
460
480
500
520
540
560
580
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

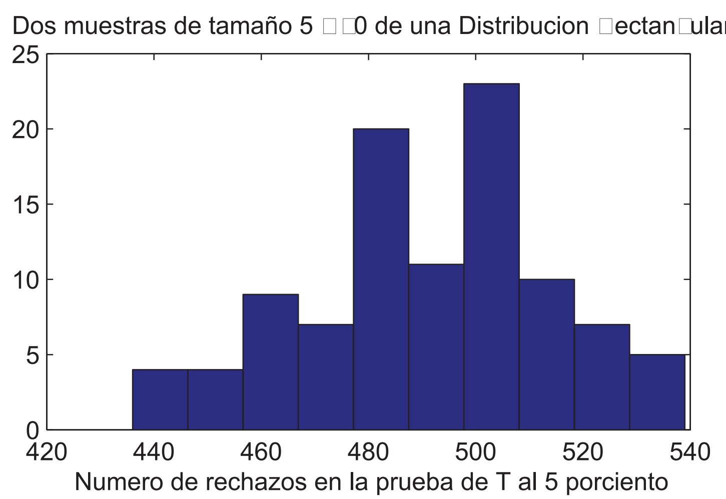

Dos muestras de tamaño 20 de una Distribucion □ectan□ular
□0
25
20
15
10
5
0
440
460
480
500
520
540
560
580
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

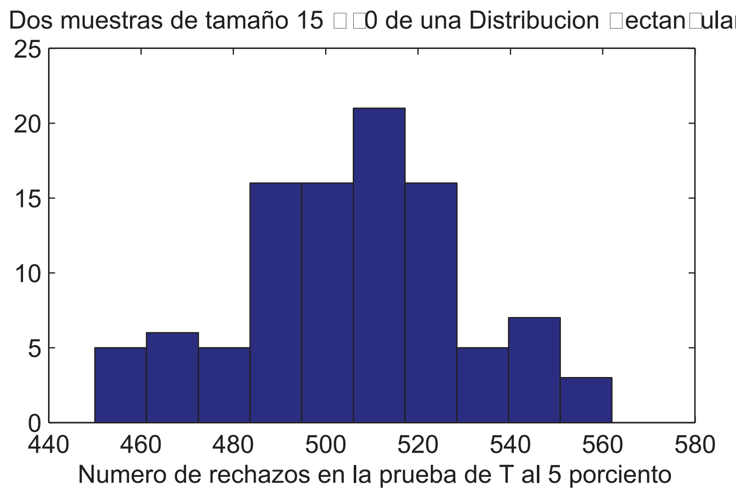

Dos muestras de tamaño 5 □25 de una Distribucion □ectan□ular
□0
25
20
15
10
5
0
420
440
460
480
500
520
540
560
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

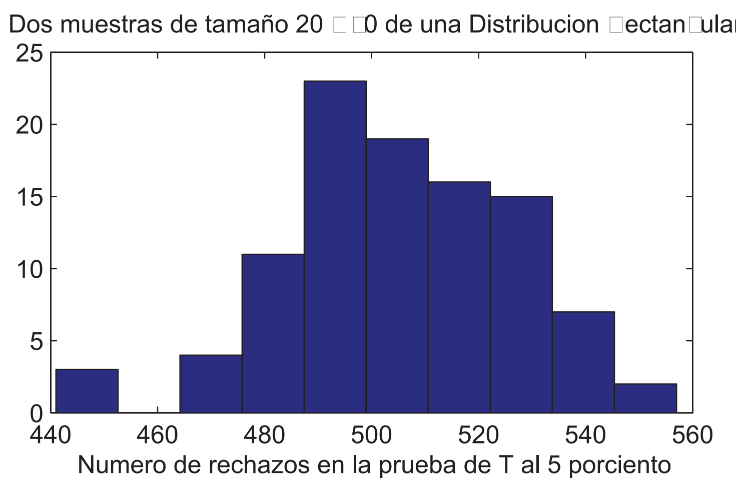

Dos muestras de tamaño 15 □25 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
460
480
500
520
540
560
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

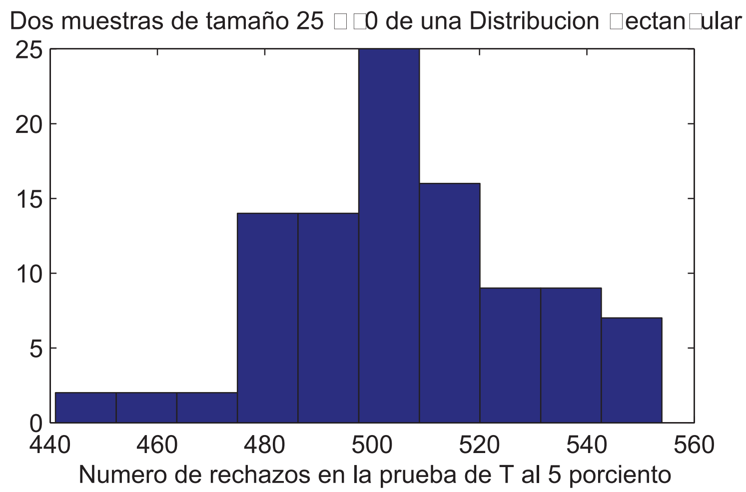

Dos muestras de tamaño 20 □25 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
440
460
480
500
520
540
560
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

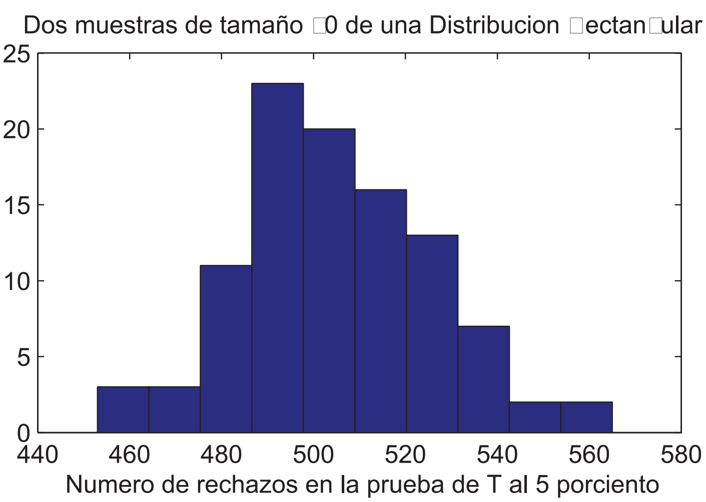

Dos muestras de tamaño 25 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
440
460
480
500
520
540
560
580
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

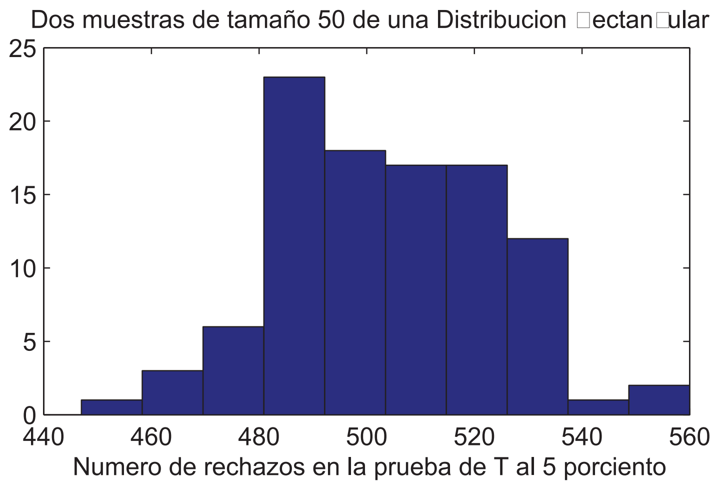

Dos muestras de tamaño 5 □□0 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
420
440
460
480
500
520
540
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

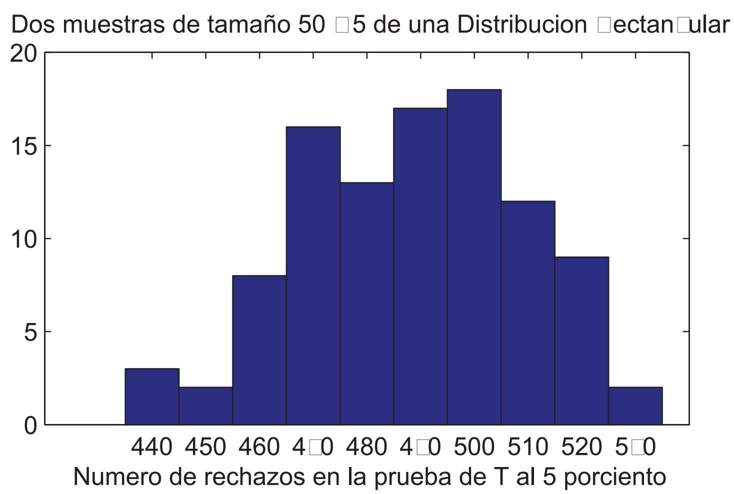

Dos muestras de tamaño 15 □□0 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
440 460 480 500 520 540 560 580
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

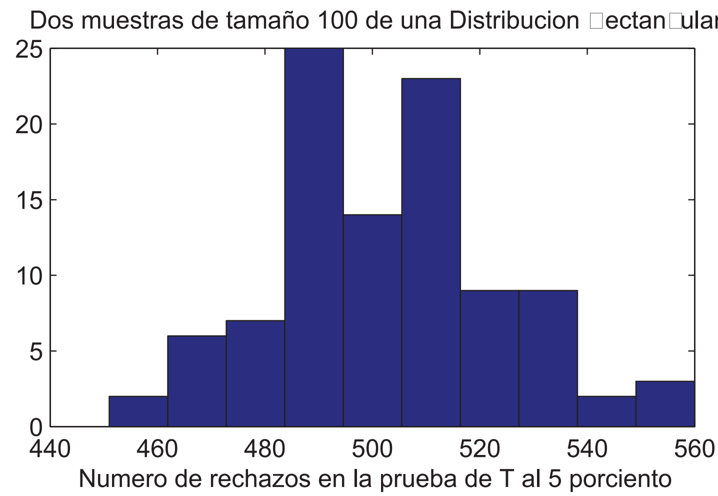

Dos muestras de tamaño 20 □□0 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
440 460 480 500 520 540 560
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

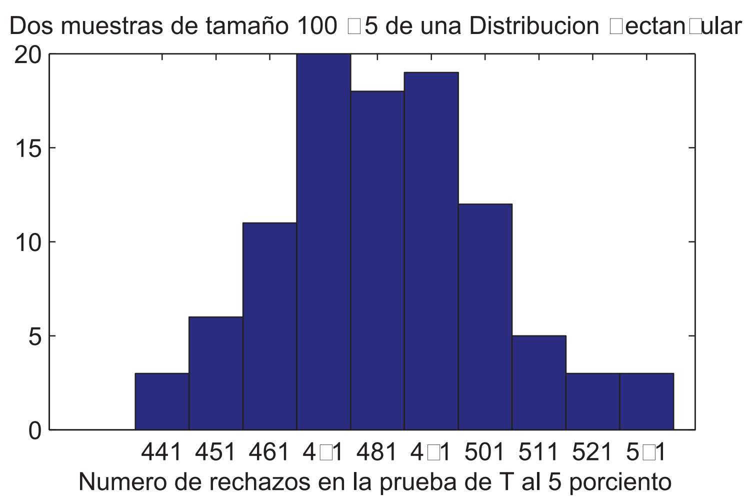

Dos muestras de tamaño 25 □□0 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
440
460
480
500
520
540
560
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento


Dos muestras de tamaño □0 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
440
460
480
500
520
540
560
580
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

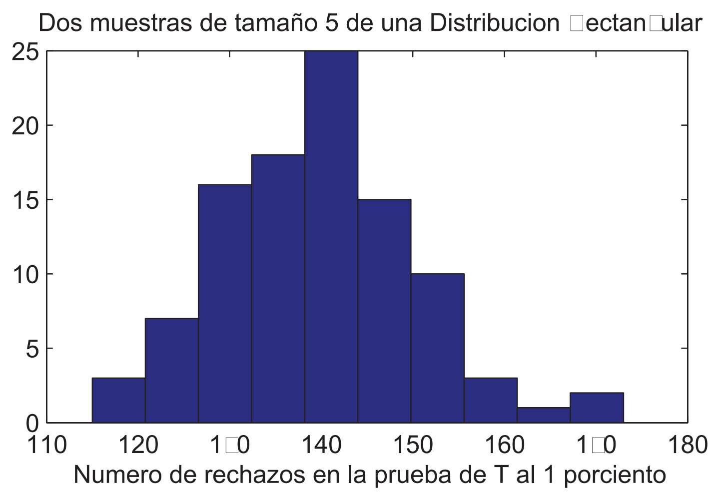

Dos muestras de tamaño 50 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
440
460
480
500
520
540
560
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

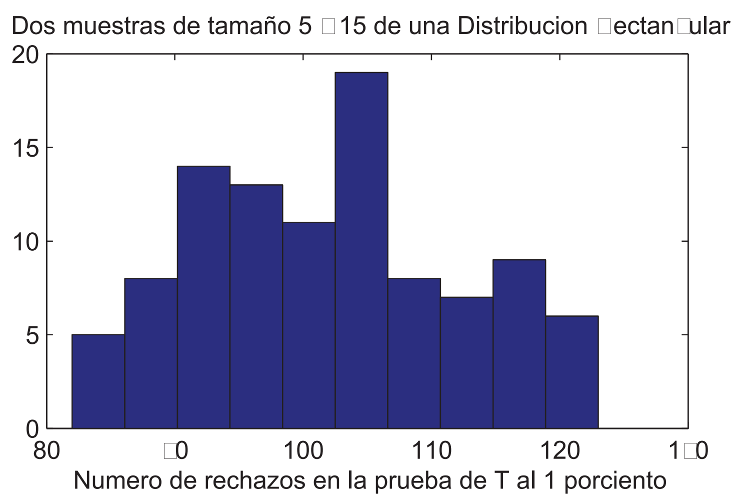

Dos muestras de tamaño 50 □5 de una Distribucion □ectan□ular
20
15
10
5
0
440 450 460 4□0 480 4□0 500 510 520 5□0
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

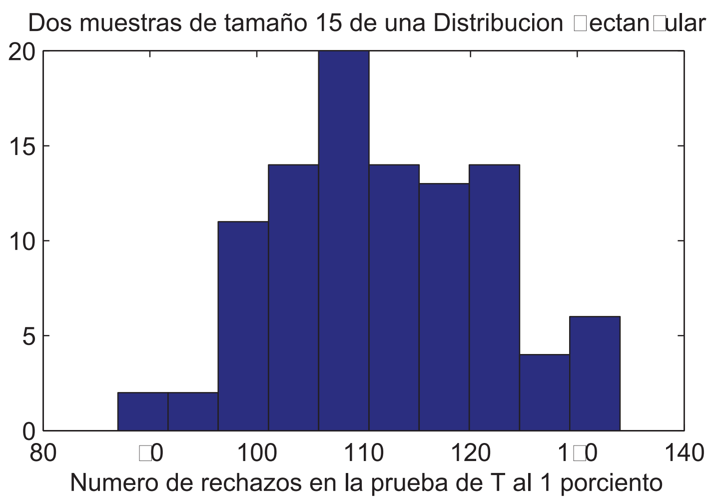

Dos muestras de tamaño 100 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
440 460 480 500 520 540 560
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

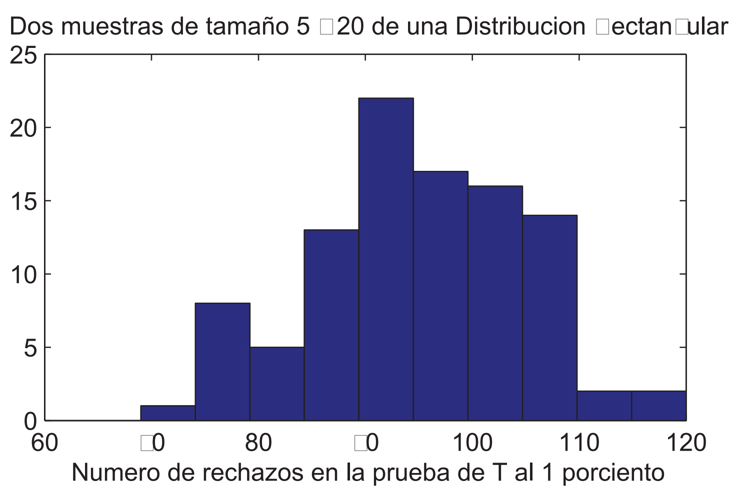

Dos muestras de tamaño 100 □5 de una Distribucion □ectan□ular
20
15
10
5
0
441 451 461 4□1 481 4□1 501 511 521 5□1
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

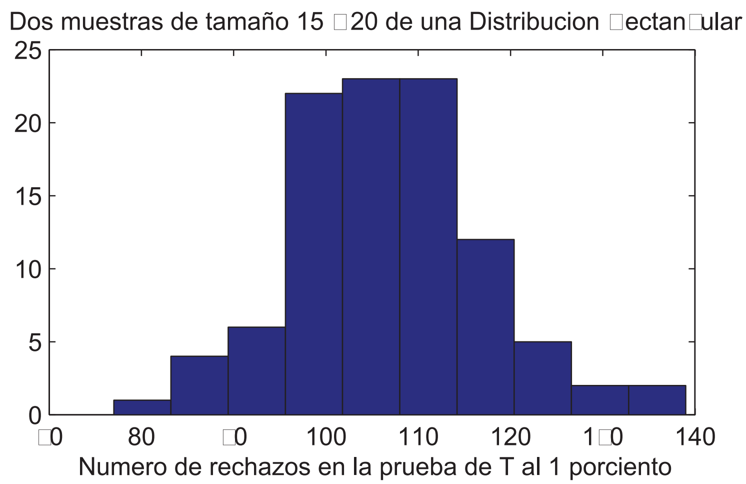
# Apéndice D

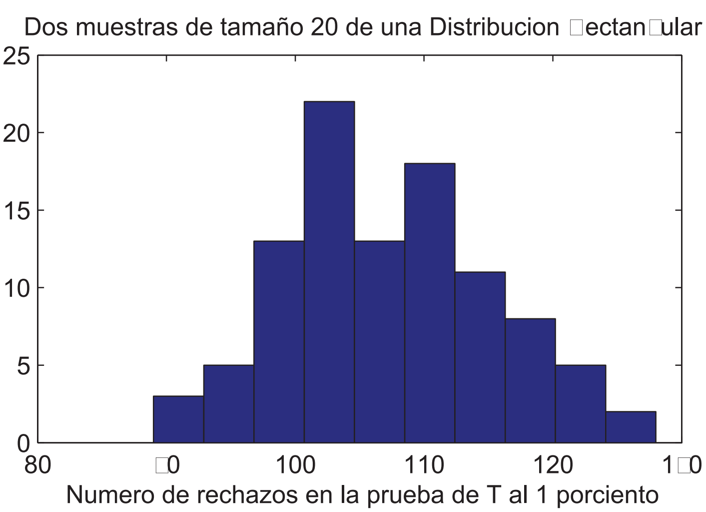

Dos muestras de tamaño 5 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
110
120
1□0
140
150
160
1□0
180
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

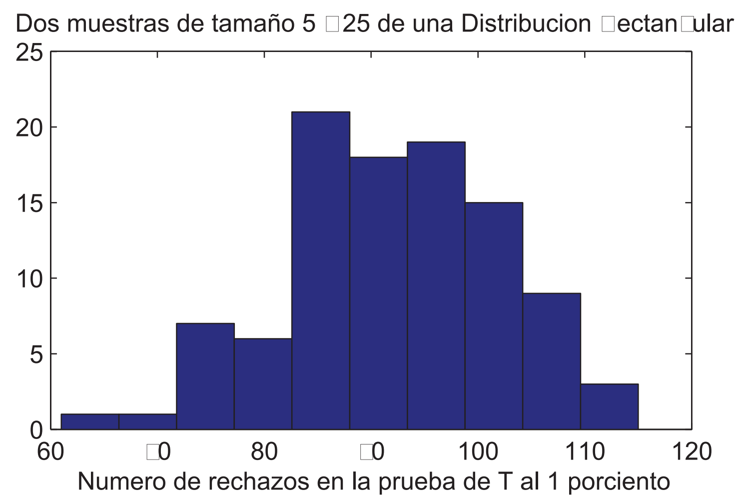

Dos muestras de tamaño 5 □15 de una Distribucion □ectan□ular
20
15
10
5
0
80
□0
100
110
120
1□0
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

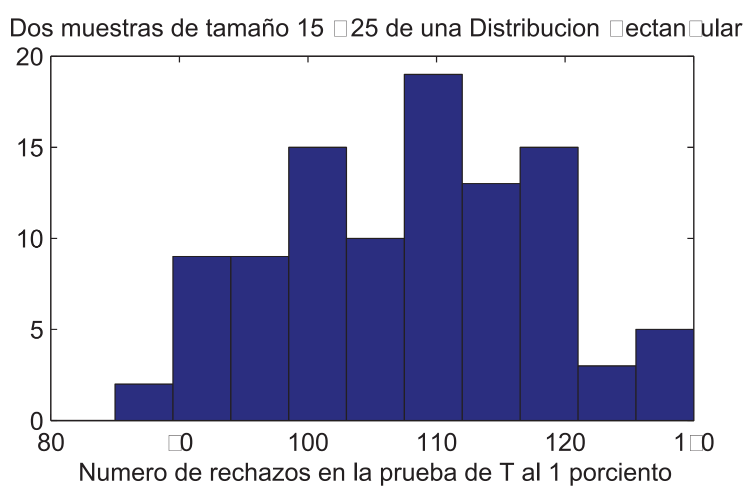

Dos muestras de tamaño 15 de una Distribucion □ectan□ular
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

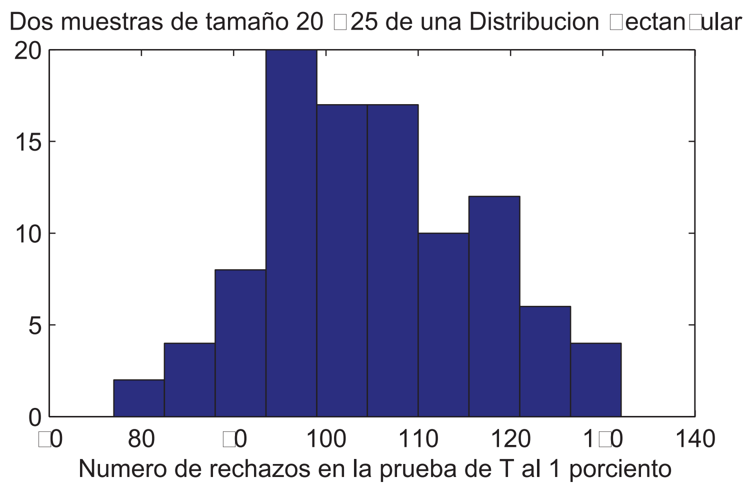

Dos muestras de tamaño 5 □20 de una Distribucion □ectan□ular
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

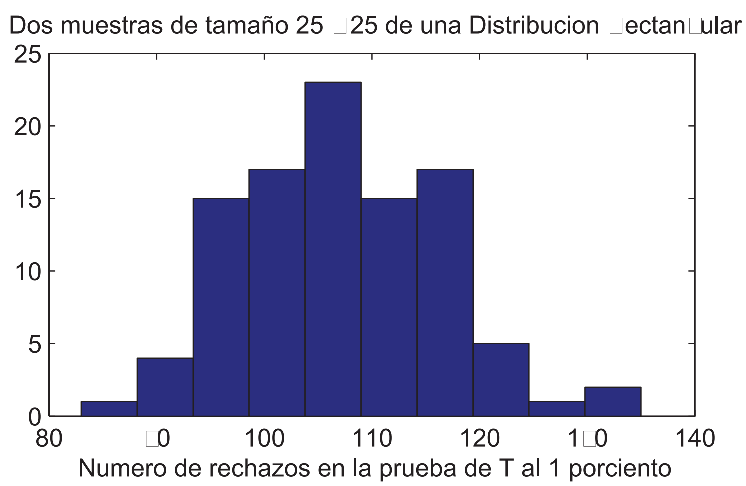

Dos muestras de tamaño 15 □20 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
□0
80
□0
100
110
120
1□0
140
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

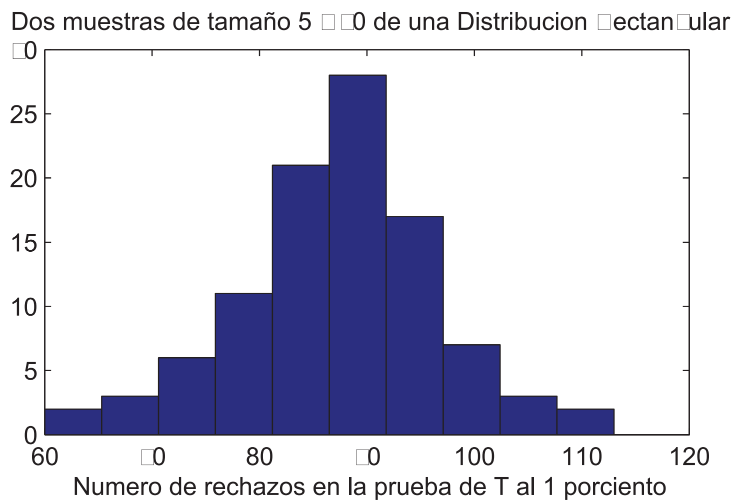

Dos muestras de tamaño 20 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
80
□0
100
110
120
1□0
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

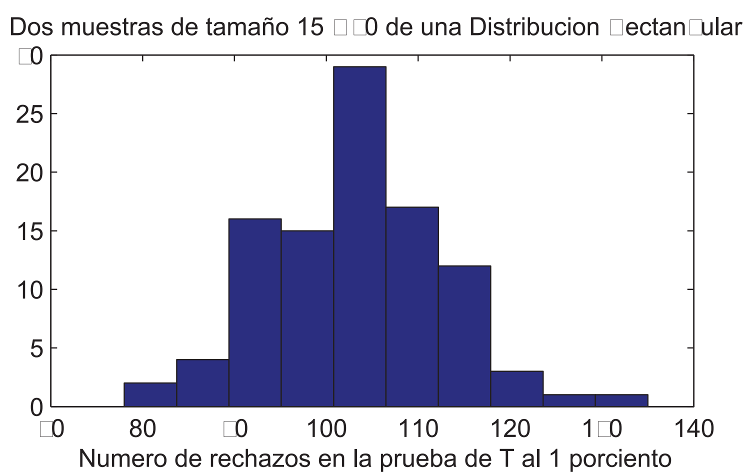

Dos muestras de tamaño 5 □25 de una Distribucion □ectan□ular
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

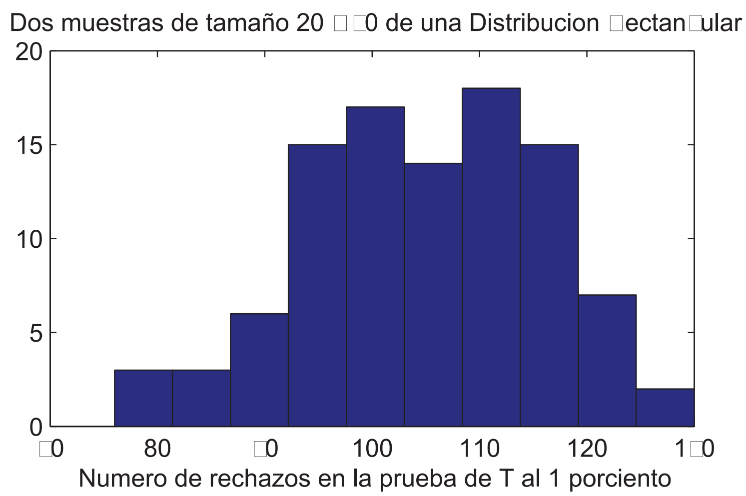

Dos muestras de tamaño 15 □25 de una Distribucion □ectan□ular
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

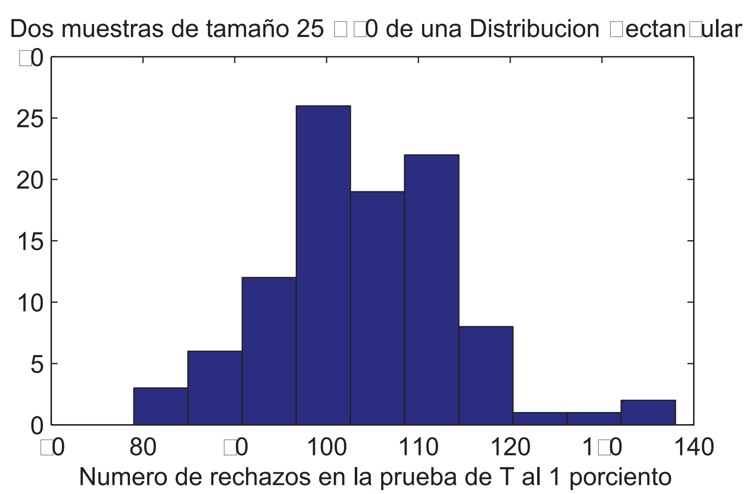

Dos muestras de tamaño 20 □25 de una Distribucion □ectan□ular
20
15
10
5
0
□0
80
□0
100
110
120
1□0
140
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

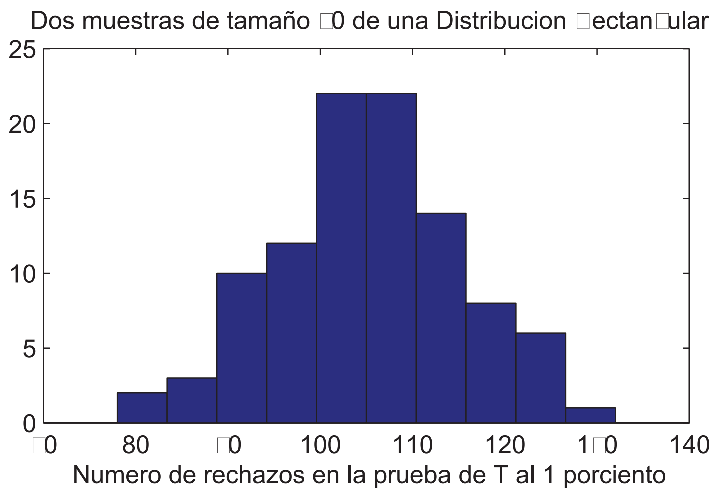

Dos muestras de tamaño 25 □25 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
80
□0
100
110
120
1□0
140
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

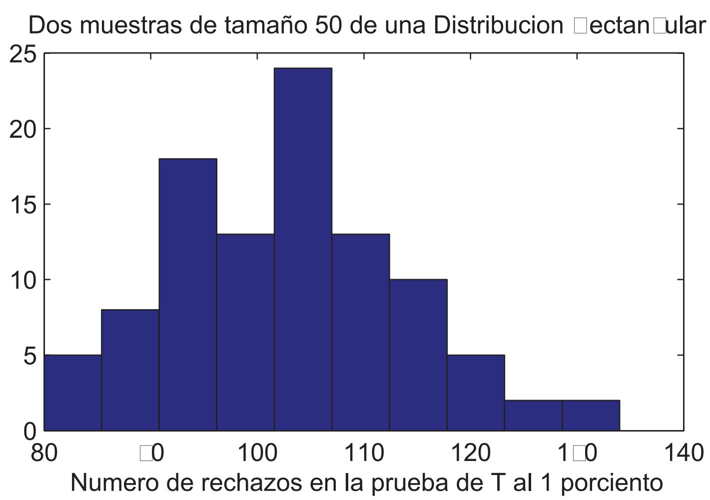

Dos muestras de tamaño 5 □□0 de una Distribucion □ectan□ular
□0
25
20
15
10
5
0
60
□0
80
□0
100
110
120
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

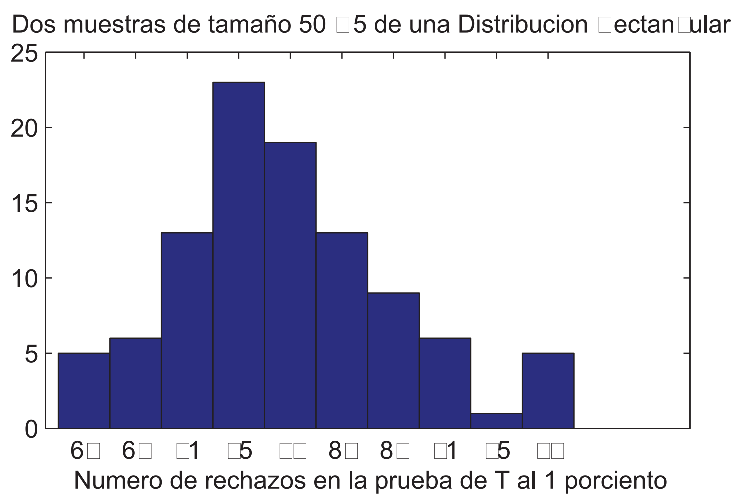

Dos muestras de tamaño 15 □□0 de una Distribucion □ectan□ular
□0
25
20
15
10
5
0
□0
80
□0
100
110
120
1□0
140
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

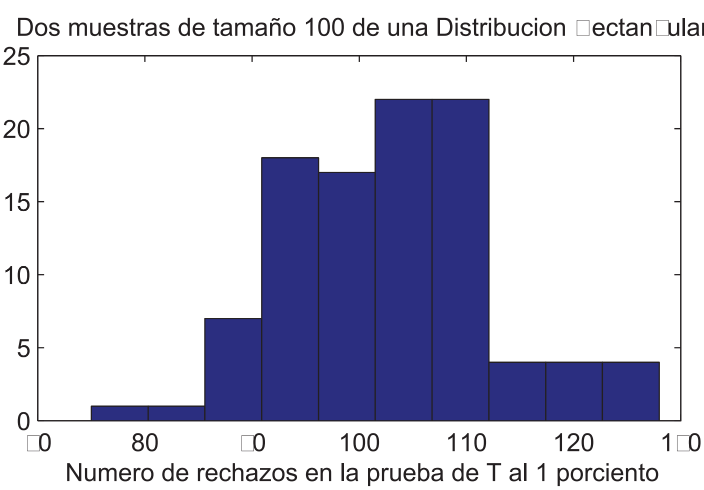

Dos muestras de tamaño 20 □□0 de una Distribucion □ectan□ular
20
15
10
5
0
□0
80
□0
100
110
120
1□0
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento


Dos muestras de tamaño 25 □□0 de una Distribucion □ectan□ular
□0
25
20
15
10
5
0
□0
80
□0
100
110
120
1□0
140
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

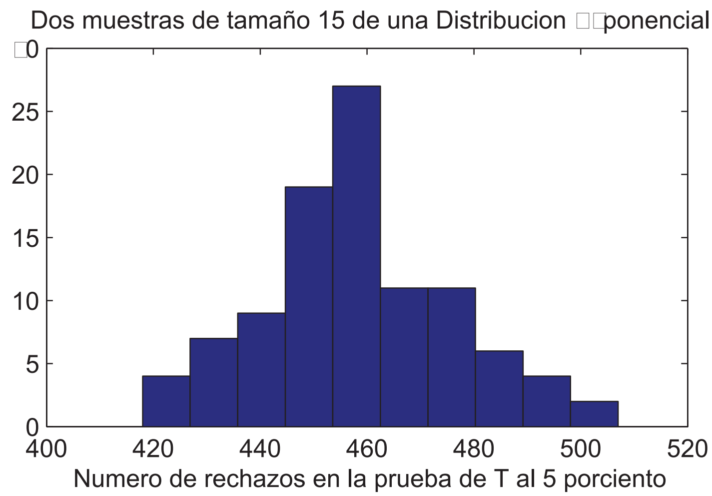

Dos muestras de tamaño □0 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
□0
80
□0
100
110
120
1□0
140
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

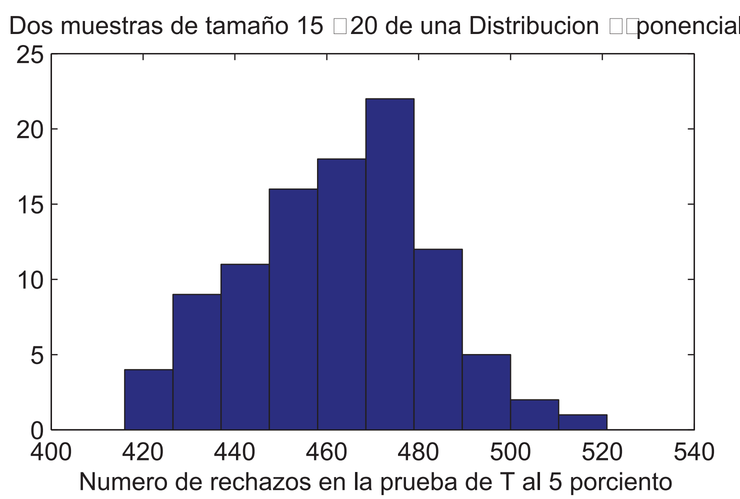

Dos muestras de tamaño 50 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
80
□0
100
110
120
1□0
140
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

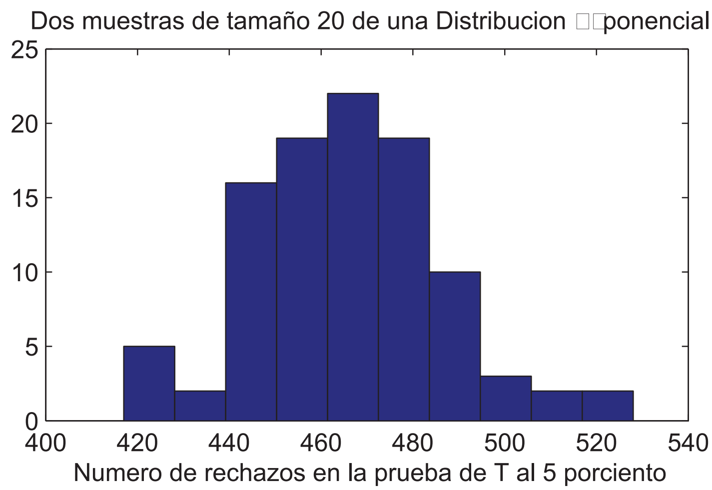

Dos muestras de tamaño 50 □5 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
6□ 6□ □1 □5 □□ 8□ 8□ □1 □5 □□
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

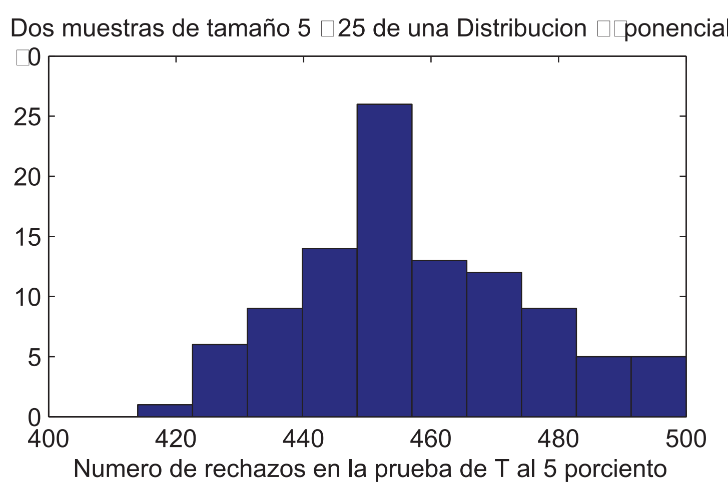

Dos muestras de tamaño 100 de una Distribucion □ectan□ular
25
20
15
10
5
0
□0 80 □0 100 110 120 1□0
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

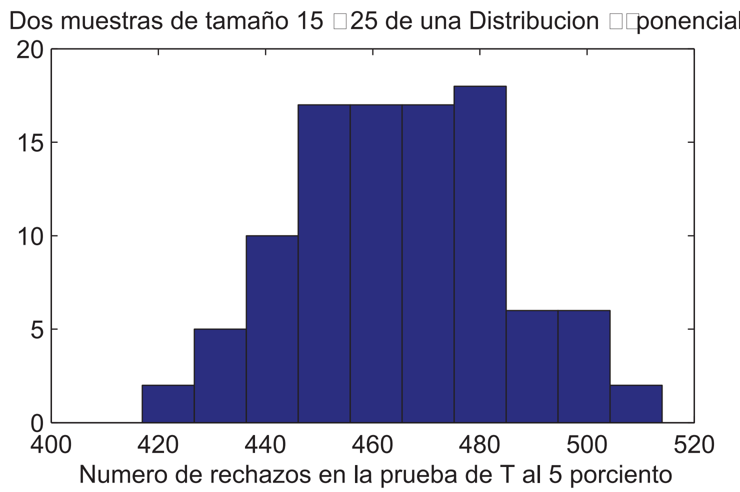
# Apéndice E

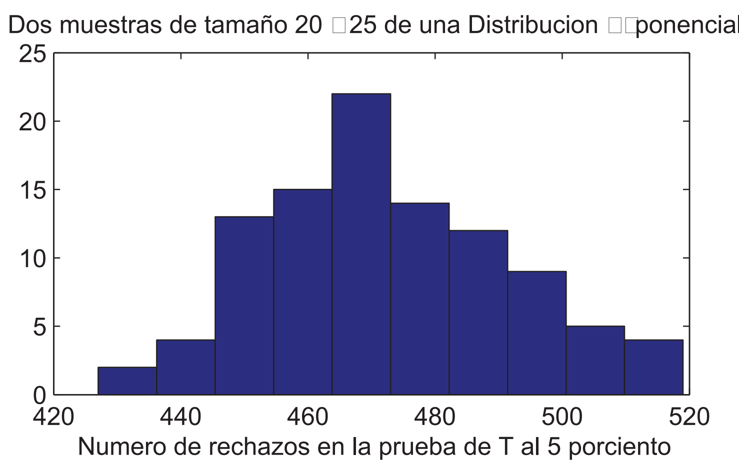

Dos muestras de tamaño 15 de una Distribucion ponencial
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

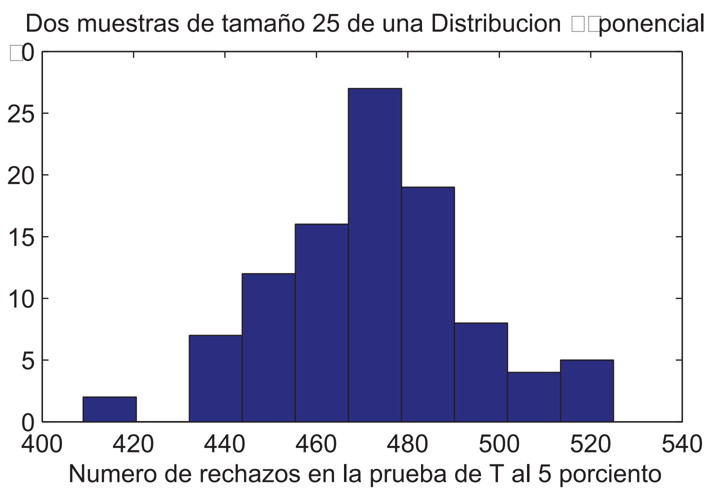

Dos muestras de tamaño 15 20 de una Distribucion ponencial
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

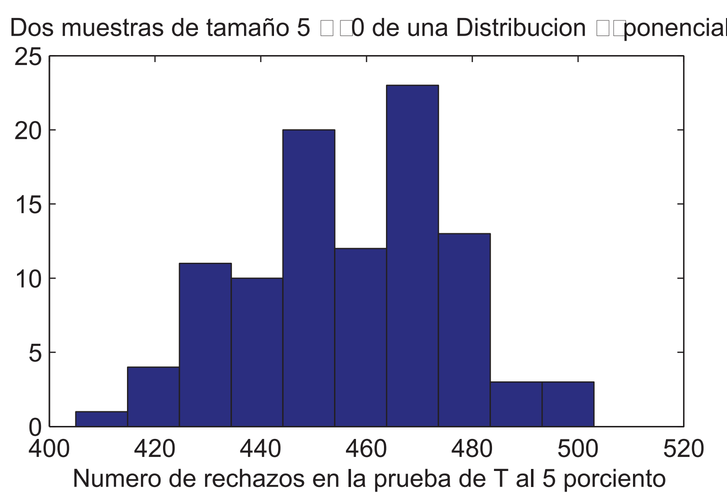

Dos muestras de tamaño 20 de una Distribucion ponencial
25
20
15
10
5
0
400
420
440
460
480
500
520
540
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

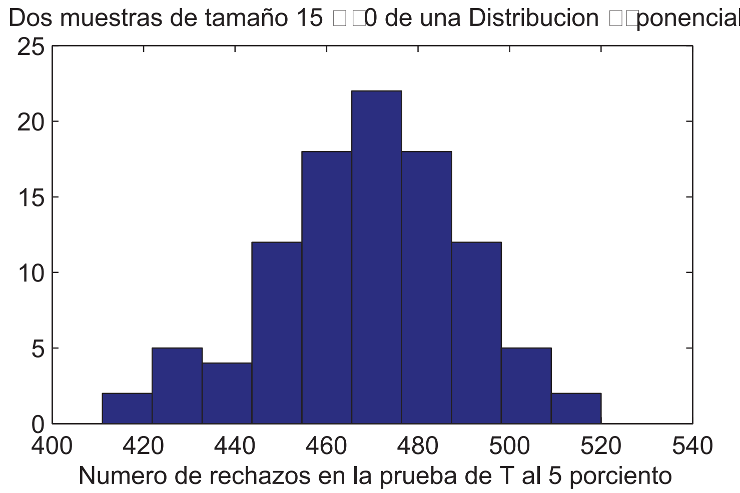

Dos muestras de tamaño 5 25 de una Distribucion ponencial
0
25
20
15
10
5
0
400
420
440
460
480
500
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

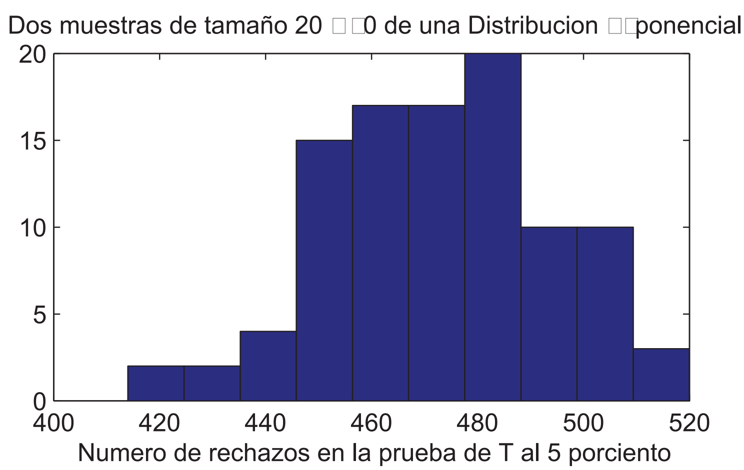

Dos muestras de tamaño 15 □25 de una Distribucion □□ponencial
0
5
10
15
20
400
420
440
460
480
500
520
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

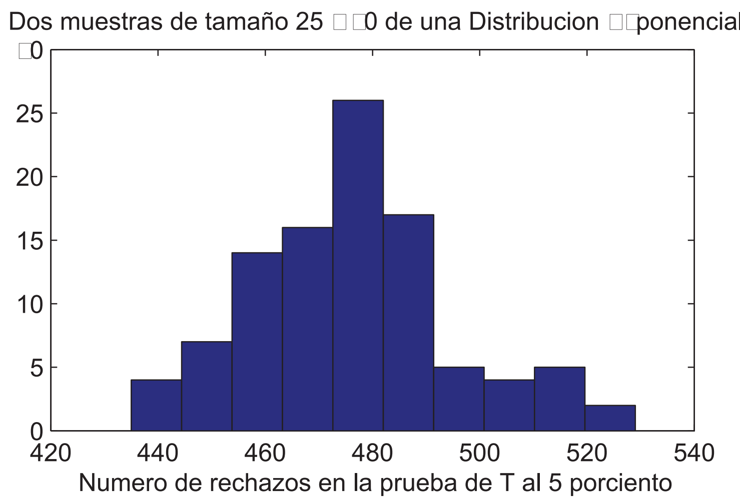

Dos muestras de tamaño 20 □25 de una Distribucion □□ponencial
0
5
10
15
20
25
420
440
460
480
500
520
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

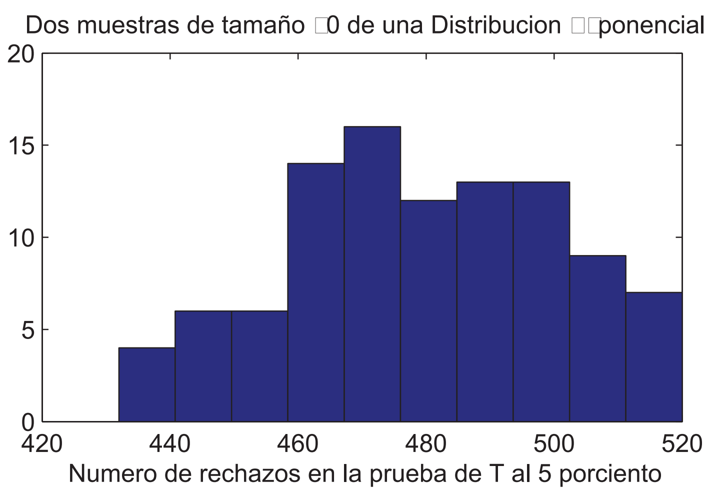

Dos muestras de tamaño 25 de una Distribucion ponencial
0
25
20
15
10
5
0
400
420
440
460
480
500
520
540
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

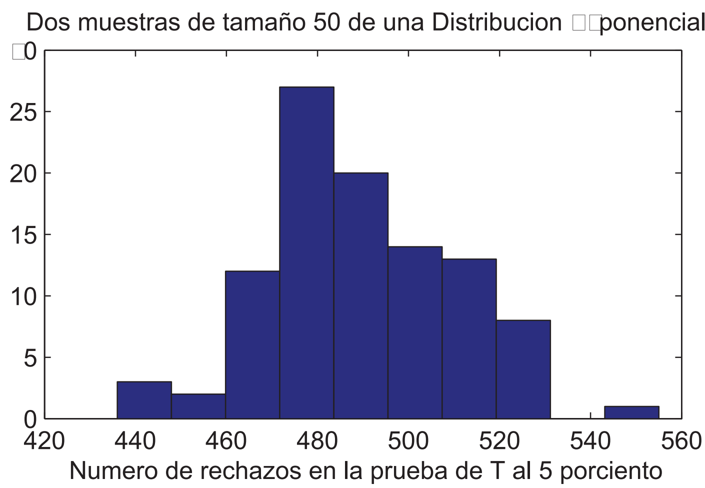

Dos muestras de tamaño 5 0 de una Distribucion ponencial
25
20
15
10
5
0
400
420
440
460
480
500
520
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

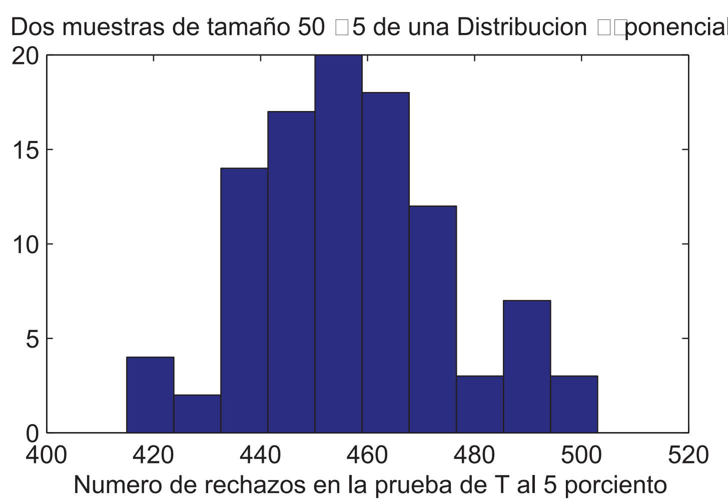

Dos muestras de tamaño 15 0 de una Distribucion ponencial
25
20
15
10
5
0
400
420
440
460
480
500
520
540
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

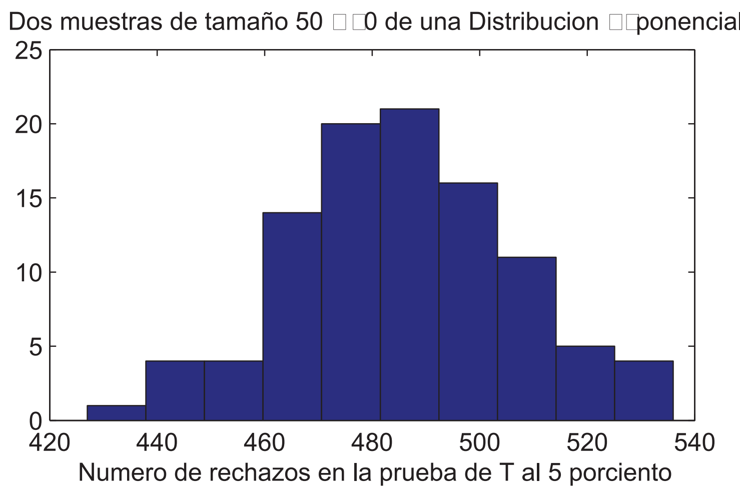

Dos muestras de tamaño 20 0 de una Distribucion ponencial
20
15
10
5
0
400
420
440
460
480
500
520
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

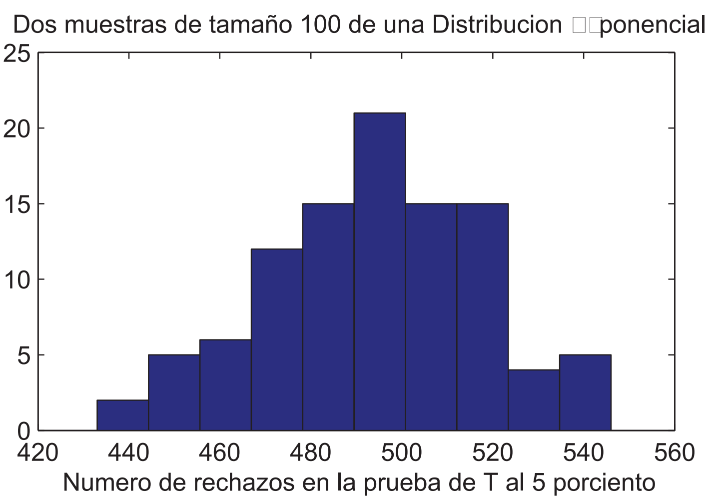

Dos muestras de tamaño 25 □□0 de una Distribucion □□ponencial
□0
25
20
15
10
5
0
420
440
460
480
500
520
540
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

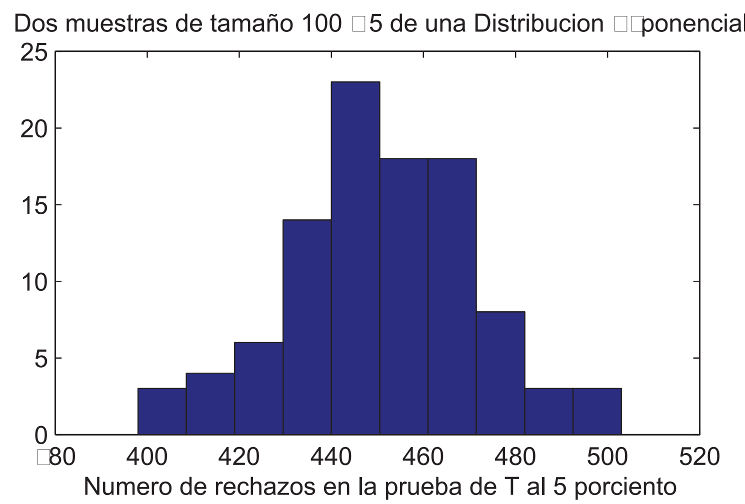

Dos muestras de tamaño □0 de una Distribucion □□ponencial
20
15
10
5
0
420
440
460
480
500
520
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

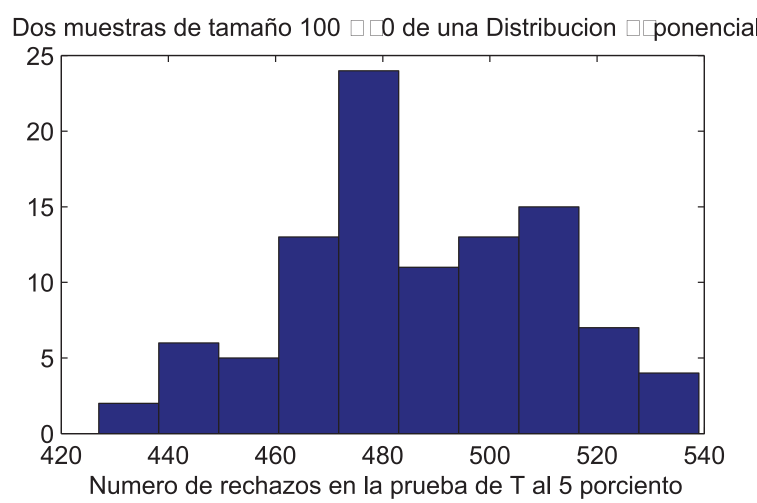

Dos muestras de tamaño 50 de una Distribucion ponencial
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento


Dos muestras de tamaño 50 5 de una Distribucion ponencial
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

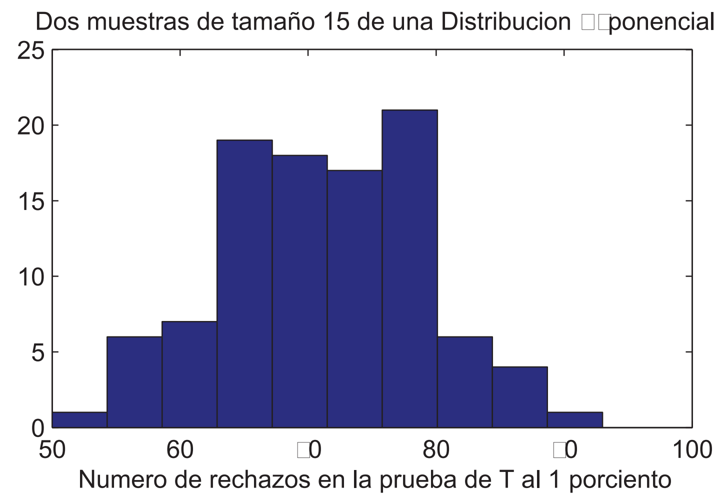

Dos muestras de tamaño 50 0 de una Distribucion ponencial
25
20
15
10
5
0
420
440
460
480
500
520
540
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

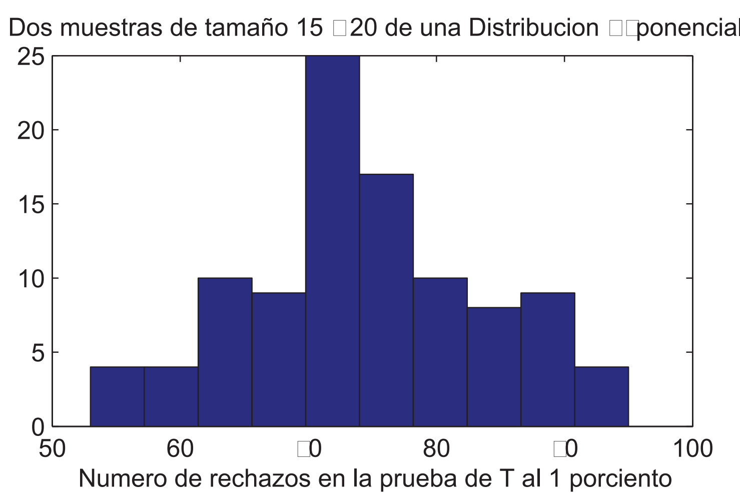

Dos muestras de tamaño 100 de una Distribucion ponencial
25
20
15
10
5
0
420
440
460
480
500
520
540
560
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

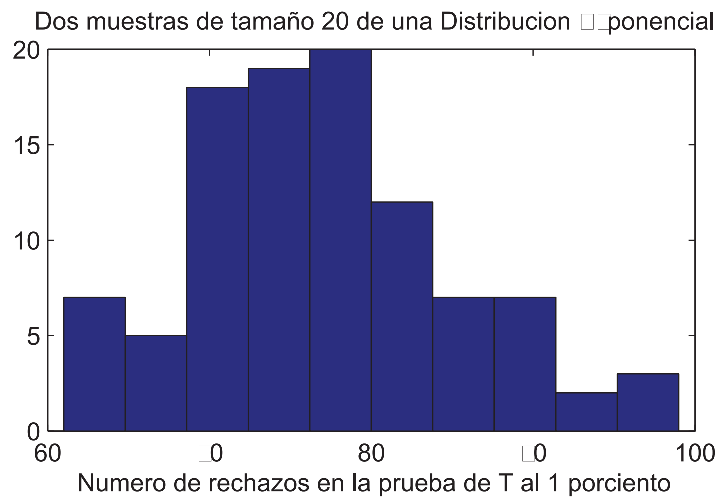

Dos muestras de tamaño 100 5 de una Distribucion ponencial
25
20
15
10
5
0
80
400
420
440
460
480
500
520
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

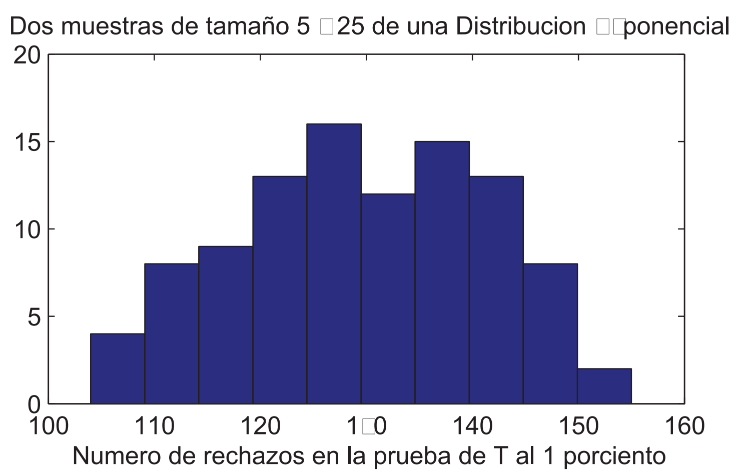

Dos muestras de tamaño 100 0 de una Distribucion ponencial
25
20
15
10
5
0
420
440
460
480
500
520
540
Numero de rechazos en la prueba de T al 5 porciento

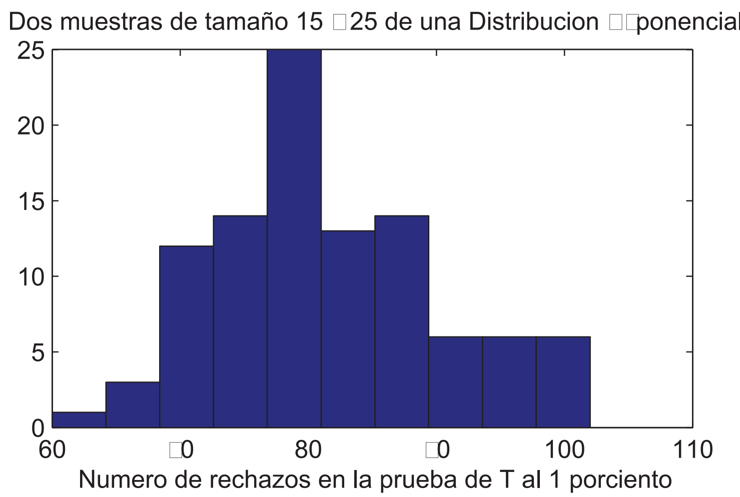
# Apéndice F

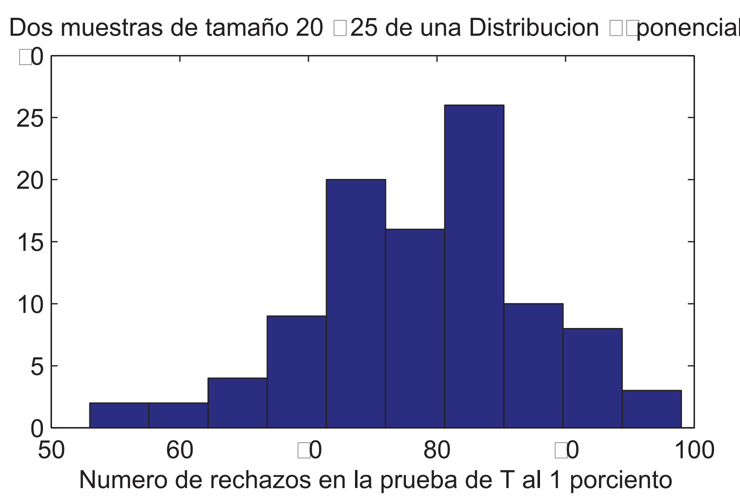

Dos muestras de tamaño 15 de una Distribucion □□ponencial
25
20
15
10
5
0
50
60
□0
80
□0
100
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

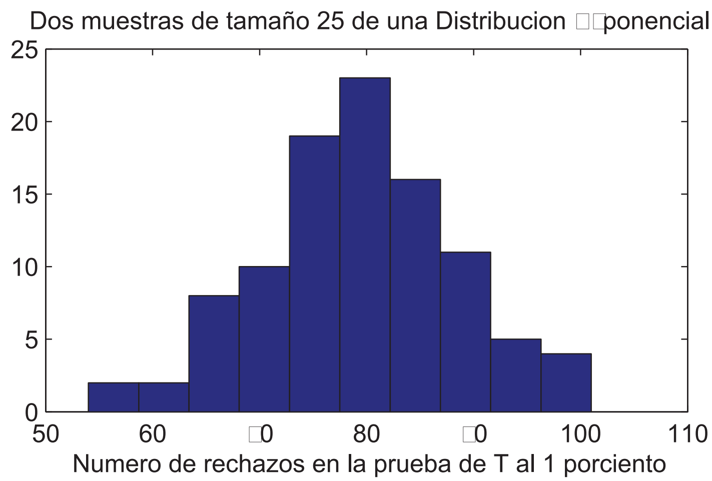

Dos muestras de tamaño 15 □20 de una Distribucion □□ponencial
25
20
15
10
5
0
50
60
□0
80
□0
100
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

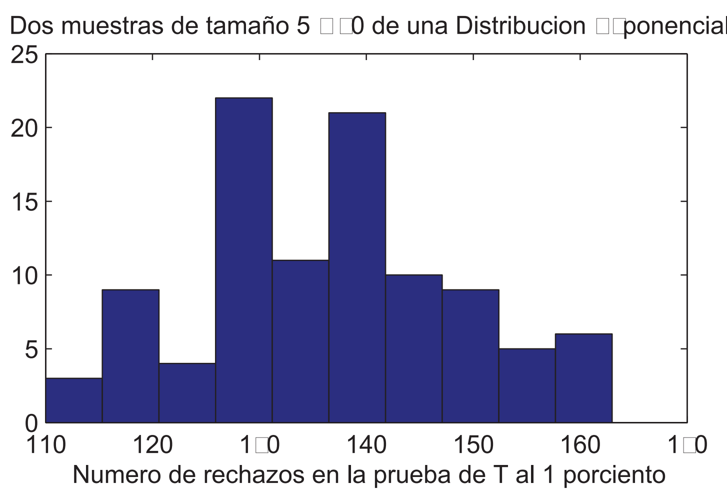

Dos muestras de tamaño 20 de una Distribucion ponencial
20
15
10
5
0
60
0
80
0
100
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

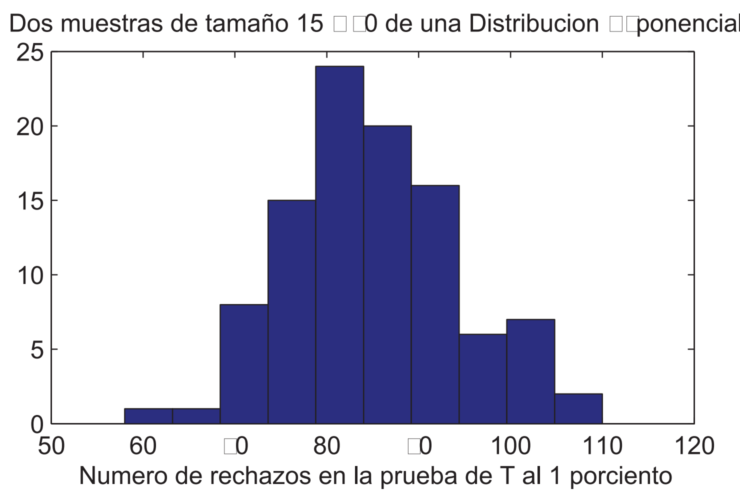

Dos muestras de tamaño 5 25 de una Distribucion ponencial
20
15
10
5
0
100
110
120
1 0
140
150
160
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

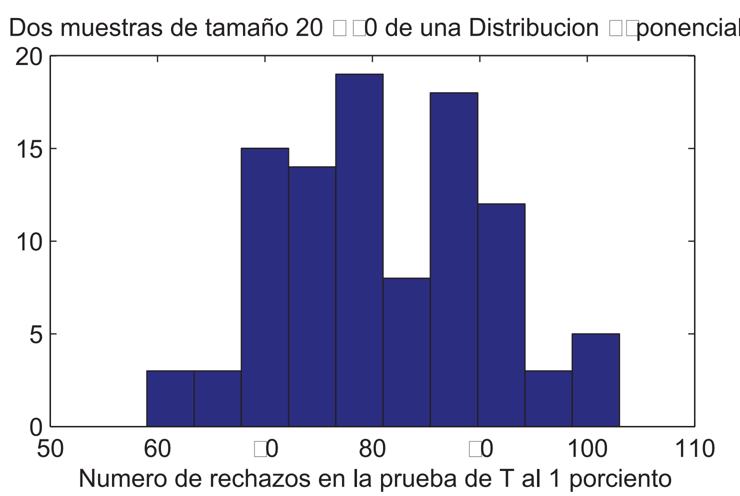

Dos muestras de tamaño 15 □25 de una Distribucion □□ponencial
25
20
15
10
5
0
60
□0
80
□0
100
110
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

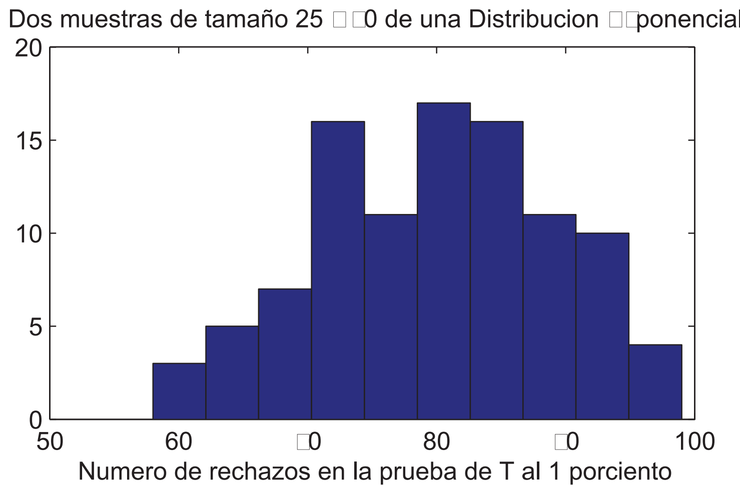

Dos muestras de tamaño 20 □25 de una Distribucion □□ponencial
□0
25
20
15
10
5
0
50
60
□0
80
□0
100
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

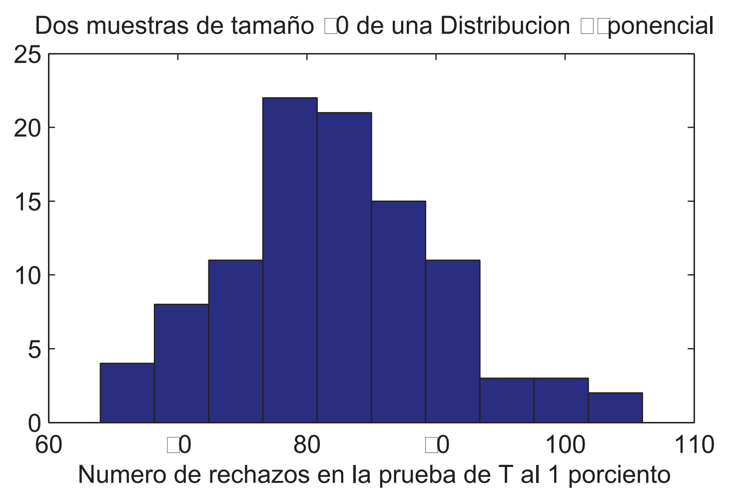

Dos muestras de tamaño 25 de una Distribucion □□ponencial
25
20
15
10
5
0
50
60
□0
80
□0
100
110
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

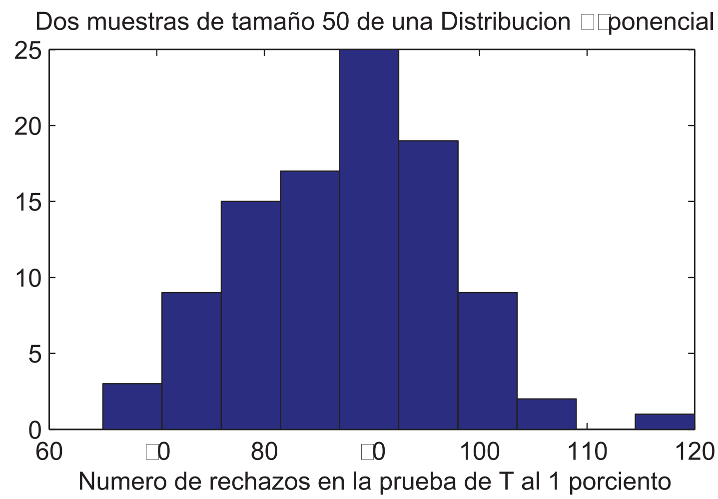

Dos muestras de tamaño 5 □□0 de una Distribucion □□ponencial
25
20
15
10
5
0
110
120
1□0
140
150
160
1□0
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

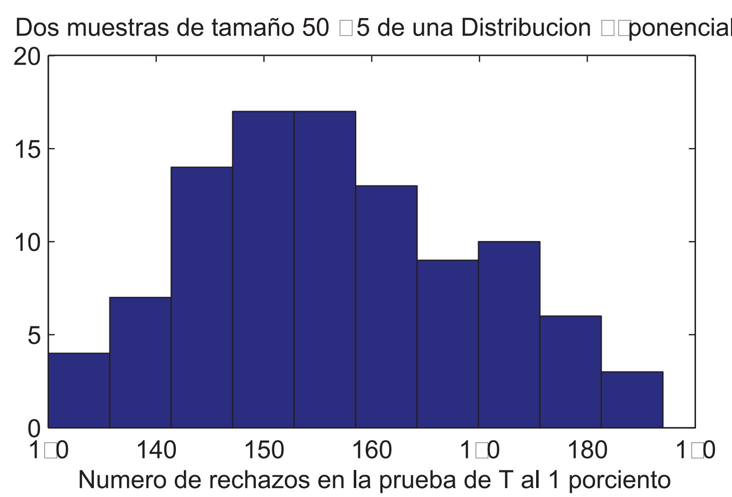

Dos muestras de tamaño 15 □□0 de una Distribucion □□ponencial
25
20
15
10
5
0
50
60
□0
80
□0
100
110
120
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

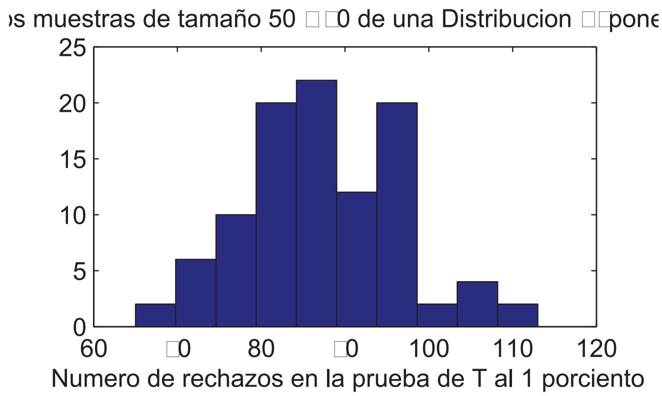

Dos muestras de tamaño 20 □□0 de una Distribucion □□ponencial
20
15
10
5
0
50
60
□0
80
□0
100
110
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

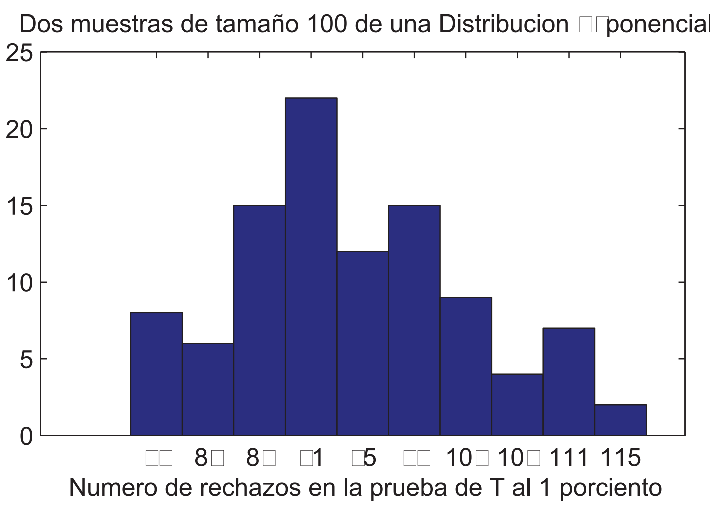

Dos muestras de tamaño 25 □□0 de una Distribucion □□ponencial
20
15
10
5
0
50
60
□0
80
□0
100
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

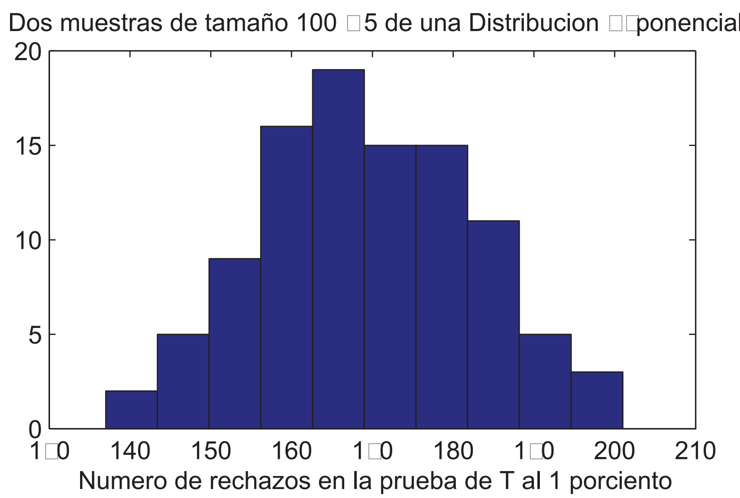

Dos muestras de tamaño □0 de una Distribucion □□ponencial
25
20
15
10
5
0
60
□0
80
□0
100
110
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

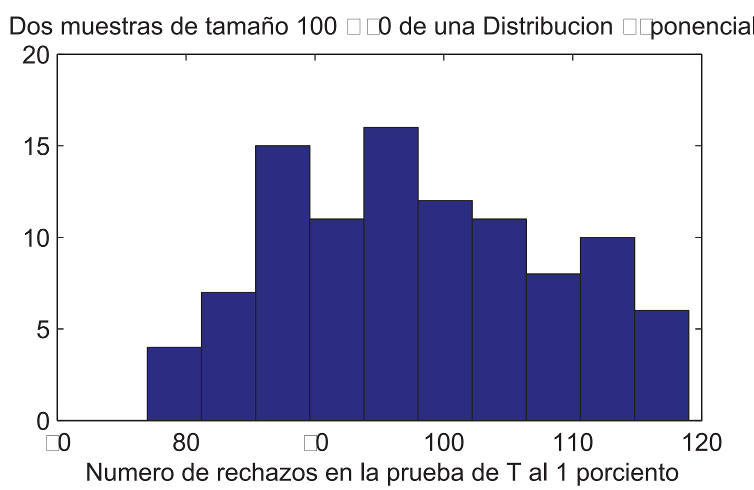

Dos muestras de tamaño 50 de una Distribucion ponencial
25
20
15
10
5
0
60
80
100
110
120
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento


Dos muestras de tamaño 50 5 de una Distribucion ponencial
20
15
10
5
0
140
150
160
180
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento


de una Distribucion
25
20
15
10
5
0
60
80
100
110
120
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento


Dos muestras de tamaño 100 de una Distribucion
25
20
15
10
5
0
111
115
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento


Dos muestras de tamaño 100
5 de una Distribucion
ponencial
0
5
10
15
20
140
150
160
180
200
210
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento


Dos muestras de tamaño 100
0 de una Distribucion
ponencial
0
5
10
15
20
80
100
110
120
Numero de rechazos en la prueba de T al 1 porciento

# Bibliografía


[1] Douglas Curran Everett, Sue Taylor and Karen Kafadar. Fundamental Concepts in Statistics. The American Physiological Society's journals. 85: 775-786. 1998

[2] Guillermo A. Correa Londoño y Alberto Castillo Morales. Sample size for Approximating a Statistic to the Normal Distribution. Departamento de Agronomia. 34: 467-476. 2000

[3] Douglas C. Montgomery, George C. Runger. Probabilidad y Estadística. McGraw-Hill.pag. 477-490. 1996

[4] Morris H. DeGroot. Probabilidad y Estadística. 1988. Addison Wesley Iberoamericana

[5] Adrián Hernández del Valle, Onésimo Hernández Lerma. Elementos de Probabilidad y Estadística. Sociedad Matemática Mexicana. 2003

[6] Erwin Kreyszing. Estadística Matemática. Limusa. 1987

[7] Bernhardt Lieberman. Contemporary Problems in Statistics. Oxford University Press. 1971

[8] Helen M. Walker. Degrees of Freedom. Columbia University. Journal of Educational Psychology. pag. 253-269.

[9] Thomas Lumley, Paul Diehr, Scott Emerson, and Lu Chen. 2002. The Importance of the Normality Assumption in Large Public Health Data Sets. 23:151-69

[10] Antonio Valera Espín y Julio Sánchez Meca. Pruebas de significación y magnitud del efecto.Anales de psicología 1997, vol.13, $n^o$, 85-90