UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD EN CIENCIAS FÍSICO - MATEMÁTICAS

"MAT. LUIS MANUEL RIVERA GUTIÉRREZ"

Tesis

Actividades de Generalización con Profesores de Matemáticas de Secundaria

TESIS PARA OBTENER EL TÍTULO EN:

LIC. EN CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS

PRESENTA

Omar Gerónimo Aguilar

Director: Dr. José Carlos Cortés Zavala

Mayo del 2011

AGRADECIMIENTOS

Para todos aquellos que me han apoyado en cada atapa de mi vida en la cual he tenido buenos momentos y otros no tanto, a los amigos de mi juventud con los que compartí momentos inolvidables: Héctor Toledo, Jaime Equihua, José Luis Talavera, Raúl Barocio, Alejandro Torres, Remigio Aguilar y otros más que no menciono aquí. A los compañeros que ahora me acompañan en mi vida laboral: Armando Barrera, Rafael Pérez, Marcelino Méndez, el mismo Remigio Aguilar antes mencionado, además puedo presumir que son mis amigos, a sus esposas y a todos mis compañeros que han fomentado un ambiente de trabajo agradable durante los 18 años que hemos trabajado juntos. Muchas gracias a todos ellos.

A mi familia: Mi padre Sergio Jerónimo, que con su ejemplo nos ha inculcado a mis hermanos y a mí, el deseo de superación, dedicación y responsabilidad en el trabajo, además del amor a la profesión de maestro que por generaciones se nos ha heredado. A mi madre María Luisa Aguilar, la cual considero una profesionista, abuela, madre, hermana e hija ejemplar que con su amor y dedicación nos ha dado lo que muy pocas madres logran dar a todos sus hijos: Una profesión y un gran amor por la vida. A mis hermanos: Sergio, Eric y Lizbeth con los que crecí jugando, riendo, disfrutando y a veces peleando, pero siempre unidos y apoyándonos, gracias carnales. Y muy especialmente a mi hermano Urén al cual le debemos una gran lección de vida y aunque ya no se encuentra con nosotros, seguramente desde algún lugar del cielo vigila con atención nuestros pasos. A mi esposa Fabiola que con su amor y apoyo incondicional me ha impulsado a seguir adelante, a mis hijos Urén, Xally y Omar los cuales me llenan de alegría día con día, a mis suegros, cuñados, primos, tíos, tías, sobrinos, en fin, a toda mi familia, muchas gracias por su apoyo.

A mis compañeros: Gera, Rosy y Raúl con los que hemos hecho un equipo de trabajo en secundarias bastante sólido, con los que tenemos planes de seguir adelante en un futuro y con los que me he apoyado fuertemente en éste trabajo.

Un agradecimiento especial al Dr. José Carlos Cortés Zavala, mi asesor de tesis, que me ha dedicado tiempo que posiblemente hubiera podido utilizar con su familia en las tardes y hasta en los sábados, además de impulsarnos y promovernos académicamente como profesores de matemáticas en los simposios y congresos que se ofrecen en el estado y en el país, muchas gracias Dr. Carlos.

Omar Gerónimo Aguilar
Octubre de 2010

ÍNDICE

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

CAPÍTULO 3. ACTIVIDADES PROPUESTAS

CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

CAPÍTULO 5. ANÁLISIS DE LA EXPERIMENTACIÓN Y RESULTADOS

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS

ANEXO

CAPITULO 1. INTRODUCCIÓN

1.1 Introducción

Cierto es que la tecnología, dentro de la didáctica de las matemáticas, ha sido útil en aplicaciones específicas y ámbitos locales, como el caso del programa EMAT (Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología) en México (Rojano, 2006); en donde el eje central para la adquisición de un concepto matemático radica en que la actividad pueda ser realizada en las diferentes representaciones con la ayuda de la tecnología; esto implica el desarrollo de la tarea en un registro, su tratamiento, conversión (Duval, 1999) y posterior coordinación entre éstos. Por esto, apoyarse en la tecnología se ha convertido en un reto para los profesores de educación media básica. Por otro lado, en el "fichero de actividades didácticas" de matemáticas para educación secundaria se presenta un conjunto de actividades que contribuyen al trabajo docente y son viables para ser introducidas usando tecnología (computadoras o calculadoras); por lo que en este trabajo de tesis nos enfocamos a plantear cuatro de las actividades propuestas haciendo uso de la calculadora TI-nspire y aplicar una de ellas con profesores de secundaria utilizando la computadora como herramienta auxiliar.

Uno de los aspectos importantes que se tocan en estas actividades es la generalización matemática ya que como es sabido, es una habilidad matemática difícil de desarrollar en nuestros alumnos, es por ello que el presente trabajo es motivado por la necesidad de encontrar alternativas que nos ayuden a promover esta habilidad con los docentes, lo que se espera repercuta directamente con sus alumnos de secundaria.

Este trabajo consistió en dos partes: 1) el rediseño, usando tecnología, de cuatro actividades propuestas en el "fichero de actividades didácticas" (SEP 2002a y SEP 2002b) y 2) la experimentación con docentes de una de ellas.

Las actividades que se tomaron fueron: Fórmula de Pick (Los clavos y las áreas); El perro guardián; La velocidad y las matemáticas y Dando tumbos. En el capítulo tres de este trabajo se explica a fondo cada una de ellas.

La experimentación se realizó con 24 profesores de matemáticas de secundaria, a los que se les planteó la actividad "Fórmula de Pick", haciendo videograbación de cómo desarrollaron la actividad y posteriormente haciendo un análisis de esta información.

En el capítulo II se expone el marco teórico que explica el porqué es benéfico el uso de la tecnología computacional, así mismo se dan datos sobre autores que promueven su uso.

Como ya se dijo con anterioridad, el capítulo III está dedicado a la explicación de las actividades didácticas rediseñadas, se explica cual es el objetivo principal de cada una de ellas, se muestran las hojas de trabajo que se hicieron y en el caso de la Fórmula de Pick se muestra la actividad original y los cambios hechos a ésta.

En el capítulo IV se menciona la metodología que se empleo para realizar la experimentación, se expone también la metodología empleada para realizar la exploración y posterior análisis de la información obtenida a través de las videograbaciones y se da un panorama general de los profesores con los que se realizó la experimentación.

El análisis de la información se expone en el capítulo V y las conclusiones y sugerencias son dadas en el capítulo VI.

1.2 Beneficios que ofrece el uso de la calculadora TI-nspire CAS

La última tecnología de aprendizaje de TI para matemáticas y ciencias de la educación secundaria/media y bachillerato, incluye a la familia de productos y servicios TI-Nspire. Esta tecnología va más allá de la tecnología graficadora tradicional y ayuda a los estudiantes a ver las matemáticas y ciencias en nuevas y distintas maneras.

La tecnología TI-Nspire y TI-Nspire CAS fueron desarrolladas mano a mano con los educadores del mundo y fue construida sobre tecnología graficadora reconocida por investigaciones por tener un impacto positivo en el rendimiento académico de los estudiantes. Esta excitante tecnología de aprendizaje ofrece ambos, tanto calculadoras gráficas como software para el computador, para proveer así la flexibilidad necesaria para satisfacer las necesidades del salón de clases.

Algunas de las características únicas de la tecnología TI-Nspire le permite:

- Ver representaciones múltiples de un problema, individualmente o juntos en una misma pantalla.
- Enlazar dinámicamente representaciones de un problema para ver como los cambios en uno afectan a los otros.
- Seleccionar y arrastrar funciones graficadas en tiempo real y observar relaciones y patrones.
- Activar Press-to-Test en los exámenes que bloquea el acceso a ciertas aplicaciones de geometría no permitidas en los exámenes.
- Guardar y editar documentos, como en una computadora.
- También se puede utilizar el software TI-Nspire CAS Teacher Edition para la computadora que contiene un emulador y características avanzadas para editar documentos.

Características específicas

- Memoria: 27.8 MB
- Pantalla de alta resolución y contraste, incluye la posibilidad de ver 4 pantallas dentro de una sola (4 vistas).
- Crea, edita y guarda los trabajos.
- Hoja de Cálculo
- Resolución de problemas, números complejos, operaciones Hex/Oct, operaciones de lógica, funciones trigonométricas, hiperbólicas
- Diferenciación/Integración numérica
- Compatible con algunos dispositivos de recolección de datos para construcciones geométricas, gráficos o experimentos de ciencias.
- Puerto USB para conectar la unidad a otra unidad, al computador o a herramientas de presentación en clases.
- Menú de selección: xmin, xmax, ymin, ymax, scales.
- CAS: Sistema de Cómputo Simbólico

1.3 Antecedentes del Uso de la Tecnología en las Escuelas Secundarias de Michoacán

La Subsecretaría de Educación Básica y Normal de la SEP, en colaboración con el Instituto Latinoamericano de Comunicación Educativa (ILCE), toma la iniciativa de incorporar las nuevas tecnologías de información y comunicación (TIC) a secundarias públicas, con el fin de hacer accesible ideas científicas y de matemáticas avanzadas a maestros y alumnos de este nivel escolar. Esta iniciativa se concretó en un proyecto piloto de desarrollo educativo denominado Enseñanza de las Matemáticas a través de la Tecnología en la Escuela Secundaria (EMAT).

En la fase piloto se puso a prueba un modelo pedagógico y didáctico en veintiocho escuelas secundarias, distribuidas en catorce estados del país (Michoacán no formó parte de los estados piloto). Para lograr lo anterior, los ambientes computacionales se emplearon como mediadores en el aprendizaje y la enseñanza, al tomar en cuenta situaciones que no pueden estudiarse dentro del contexto tradicional de la educación.

Los ambientes seleccionados son piezas de software experimentadas ampliamente en diversos proyectos educativos, algunos de ellos en sus países de origen, inicialmente, y luego a nivel internacional.

En el año 2004 se presenta, por parte de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la UMSNH a la Secretaría de Educación del Estado, un proyecto para introducir EMAT en las escuelas secundarias del Estado. El proyecto se inicia en su primera fase en 2005 y consiste en la capacitación de instructores, quienes inician en 2006 la capacitación directa a docentes.

El proyecto EMAT- Michoacán en la primera etapa de desarrollo consistió en la capacitación de Instructores y Docentes. Para ello se implementaron tres diplomados, uno en el año 2005, otro en 2006 y posteriormente en 2008.

El diplomado impartido en 2005 se realizó en dos lugares, la Escuela Secundaria Técnica No. 77 y la Escuela Secundaría Técnica No. 108 ambas de la ciudad de Morelia. Uno de los grupos estuvo compuesto por profesores de matemáticas en activo tanto de escuelas técnicas como de generales y el otro grupo fue compuesto por jefes de enseñanza, supervisores y mandos medios de escuelas secundarias técnicas y generales.

El diplomado estuvo compuesto de cuatro módulos: Hoja de cálculo, Geometría dinámica, Lenguaje de programación LOGO y uso de la calculadora ti-92.

De los dos grupos se seleccionaron 16 profesores a los cuales se les invitó a participar como instructores. A los jefes de enseñanza y supervisores se les invitó a participar como coordinadores de sede.

Al grupo de profesores que participarían como instructores se les impartieron dos módulos más: Aspectos teóricos relacionados con el uso de la tecnología y Diseño de actividades de aprendizaje.

En el año 2006 se impartió el diplomado EMAT en seis lugares diferentes: Lázaro Cárdenas, Maravatío, Tangancícuaro, Zamora, Uruapan y Morelia. Las seis sedes fueron Escuelas Técnicas.

Las sedes se conformaron de la siguiente manera: Tangancícuaro 22 profesores, Maravatío 22 profesores, Zamora 30 profesores, Lázaro Cárdenas 26 profesores, Morelia 30 profesores y Uruapan 16 profesores. En total 146 profesores de matemáticas de Escuelas Técnicas del Estado.

El Diplomado EMAT se impartió durante 2008 en seis sedes: Coahuayana (7 profesores), Jacona (20 profesores), Zitácuaro (18 profesores), Apatzingan (24 profesores), Sahuayo (16 profesores) y Morelia (20 profesores). En esta ocasión y por cuestiones de tiempo el diplomado consistió en 3 módulos: 1) Hoja de cálculo, 2) Geometría Dinámica y 3) Uso de la calculadora Voyage 200. En esta ocasión el diplomado se realizó en 120 horas.

El proyecto EMAT-Michoacán se truncó debido al cambio de autoridades en la dirección que estaba a cargo de la operación de este proyecto, por lo que no se llevó a cabo la segunda etapa que consistía en el trabajo directo con estudiantes de las diferentes secundarias de Michoacán.

1.4 Objetivos

El objetivo general de este trabajo es documentar y promover el uso de la tecnología computacional en las Escuelas Secundarías del Estado. Para ello se plantean dos objetivos específicos:

1. Rediseñar cuatro actividades propuestas en el Fichero de actividades didácticas para que puedan ser utilizadas usando la calculadora TI-Nspire. Para ello se diseñan cuatro hojas de trabajo, en las que se plantea el objetivo de cada una de ellas, los pasos a seguir para realizarla y se hacen una serie de preguntas.
2. Experimentar una de las hojas de trabajo diseñadas con profesores de matemáticas de secundaría de tal manera que se obtenga información relacionada con: el uso de la tecnología y la viabilidad de la misma para que sea usada por los estudiantes de secundaría.

Este proyecto enfrentó el reto de conjugar un currículo elaborado sobre bases teóricas constructivistas y un modelo pedagógico (con uso de tecnología) basado en la noción de aprendizaje colaborativo (noción con un origen vygotskiano).

La mediación computacional en el aprendizaje y la enseñanza permite crear situaciones de carácter cognitivo y epistémico que no podrían desarrollarse en un contexto de enseñanza que utiliza sólo medios tradicionales. Una característica única de los ambientes interactivos computacionales es su naturaleza intrínsecamente cognitiva.

En dichos ambientes es posible realizar cálculos mediante representaciones ejecutables de los objetos matemáticos y esto permite que, en ellos, se promueva una transformación de la experiencia matemática del estudiante a un nivel epistemológico. Este carácter de mediadores en el aprendizaje de los medios informáticos determina la forma en que estos medios son utilizados en EMAT y de la misma manera, dicho carácter determina la manera en que es evaluado el aprendizaje.

Por otro lado, en el diseño didáctico y pedagógico del modelo puesto a prueba se recurrió al concepto de micromundo computacional, el cual está compuesto por: objetos primitivos, operaciones y un dominio fenomenológico (Balacheff y Kaput, 1996). El micromundo computacional es un sistema en constante evolución, en el cual la actividad del sujeto puede fluctuar entre una exploración libre y una exploración guiada. Esta última modalidad es la que se adopta en el modelo EMAT, desde el momento en que los alumnos trabajan en el entorno tecnológico:

a) utilizando hojas de trabajo previamente diseñadas, con objetivos didácticos bien definidos.

b) por parejas, resolviendo colaborativamente las preguntas de la hoja de trabajo.

c) participando en las discusiones grupales organizadas por el maestro. En esta modalidad, el rol de maestro, como mediador, se caracteriza por intervenciones oportunas en el trabajo por parejas y organizando discusiones grupales para recuperar la experiencia exploratoria de los alumnos en un nivel de mayor conceptualización.

1.4 Preguntas de investigación.

1. ¿Es necesario el uso introductorio de la herramienta a utilizar para abordar las actividades?

2. ¿La tecnología propuesta (computadoras y calculadoras TI-nspire CAS) es la adecuada para trabajar las actividades?

3. Estas actividades están planteadas para trabajarlas sin el uso de alguna herramienta tecnológica en el Fichero de Actividades Didácticas, ¿qué beneficios otorga el uso de la tecnología en dichas actividades?

4. ¿El entorno tecnológico utilizado durante el desarrollo de la actividad, puede en un momento dado ofrecer mayor posibilidad de visualización y manipulación, incluso, para llegar a generalizar por parte de los alumnos?

5. ¿La metodología utilizada en la aplicación de las hojas de trabajo con los profesores es la adecuada para llevar a buen término la actividad?

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

Un antecedente importante que se tomó en cuenta para la elaboración de este trabajo de tesis es el programa EMAT (Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología) (Rojano, 2006), en donde se propone como eje central para la adquisición de un concepto matemático, que en las actividades por realizar se utilicen las diferentes representaciones con la ayuda de la tecnología; esto implica el desarrollo de la tarea en un registro, su tratamiento, conversión y posterior coordinación entre éstos (Duval, 1999). Por esto, apoyarse en la tecnología se ha convertido en un reto para los profesores de matemáticas de Secundaria. De ahí que la calculadora como herramienta didáctica surge ante un reto emergente de mejorar los niveles de aprovechamiento escolar ante la atención de su inminente implementación curricular; pudiendo aprovecharse para apoyar la discusión colectiva y con ello promover una o más soluciones que a su vez utilicen múltiples representaciones y que promueva la articulación entre éstas por parte de los estudiantes.

Respecto a la introducción de una calculadora simbólica en la clase, se pueden distinguir dos actitudes opuestas de parte de los profesores. Una se traduce en el rechazo a utilizarla al interior de la clase, siendo el argumento que ella bloquea el desarrollo de habilidades en los aprendizajes técnicos y que los ejercicios comunes adquieran una gran banalidad si se le utiliza. La otra lleva a pensar que basta el dominar la calculadora para poder, con una técnica "presione-botón", acceder rápidamente a las representaciones múltiples de un concepto y por consecuencia al conocimiento. En el caso de este trabajo se parte del uso racional y organizado de la calculadora como un medio para estructurar la actividad matemática.

Para que un profesor modifique su punto de vista sobre esta cuestión, es necesario que viva una experiencia rica en sentido con una calculadora simbólica. Por ejemplo una experiencia donde ésta juegue el papel de promotor de articulaciones entre las representaciones, en la construcción de conceptos y la resolución de problemas. Para que esto se produzca, es imperativo concebir nuevas estrategias de enseñanza en las cuales una utilización creativa y reflexiva de una calculadora sea necesaria.

2.1 La formación docente y las TIC

La National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) es la asociación de profesores de matemáticas de EE.UU., quien publicó en el año 2000 el documento llamado Principios y Estándares para la Educación Matemática, el cual es un recurso y guía para quienes toman decisiones en esta área de enseñanza. En los principios referidos a la tecnología enuncian:

Las calculadoras y los ordenadores, son herramientas esenciales para enseñar, aprender y hacer matemáticas. Proporcionan imágenes visuales de ideas matemáticas, facilitan la organización y el análisis de datos y hacen cálculos con eficacia y exactitud, pueden apoyar la investigación de los estudiantes en cada área temática, incluyendo geometría, estadística, álgebra, medida y números. Cuando disponen de estas herramientas tecnológicas, los alumnos pueden centrar su atención en tomar decisiones, reflexionar, razonar y resolver problemas.

Con un uso apropiado de la tecnología, los estudiantes pueden aprender más matemáticas y con mayor profundidad (Rojano, 1996, Waldeg 2002.); la tecnología no debería utilizarse como sustituto de los conocimientos e intuiciones básicos, sino que puede y debería usarse para potenciarlos. En los programas de enseñanza de las matemáticas, la tecnología debería utilizarse, amplia y responsablemente, con el objetivo de enriquecer el aprendizaje.

La existencia, versatilidad y potencia de la tecnología hacen posible y necesario reexaminar qué matemáticas deberían aprender los alumnos, además de cómo aprenderlas mejor. En las aulas de matemáticas que se proponen en (Principios y Estándares), todos los alumnos tienen acceso a la tecnología.

Indudablemente, el rol docente tiene otro gran desafío con la implementación en las aulas de las nuevas tecnologías. La mayoría de los profesores realizó sus estudios de grado cuando todavía no estaban incorporadas las TIC (Tecnologías de la información y la comunicación) en las escuelas, o en sus planes de estudio, todavía no se han incorporado (aún hoy) espacios que las incluyan, por lo tanto es un tema importante en la mayoría de los planes globales, y debería ser tema de discusión en los lugares donde todavía no estén instalados.

La Unesco (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura) ha publicado un documento titulado: "Formación docente y las tecnologías de información y comunicación. Estudios de casos en Bolivia, Chile, Colombia, Ecuador, México, Panamá, Paraguay y Perú" (agosto de 2005). Y en su presentación remarca algunas ideas para reflexionar:

Un docente que no maneje las tecnologías de información y comunicación está en clara desventaja con relación a los alumnos. La tecnología avanza en la vida cotidiana más rápido que en las escuelas, inclusive en zonas alejadas y pobres con servicios básicos deficitarios. Desafortunadamente, la sociedad moderna no ha sido capaz de imprimir el mismo ritmo a los cambios que ocurren en la educación.

Si bien todavía un importante número de escuelas no posee computadoras, proyector de imágenes o acceso a internet, esto no necesariamente quiere decir que los estudiantes no estén siendo usuarios de juegos de video, aparatos de audio, internet, telefonía celular, etc. En el campo de las tecnologías los estudiantes, de todas maneras, las aprenden y utilizan en otros contextos.

La incorporación de las tecnologías de comunicación e información a la formación docente es un imperativo, tanto para la propia formación de los maestros como para el aprendizaje de sus alumnos. No sólo implica apoyar que los docentes conozcan y manejen equipos tecnológicos. Hace falta, sobre todo, contribuir a una reflexión acerca de su impacto en el aprendizaje, su uso adecuado, potencialidades y límites. A esta altura del debate educativo, hay certeza de que ni las tecnologías son la panacea para los problemas de las escuelas, ni la educación puede seguir de espaldas a los cambios que ocurren a su alrededor.

Y en otro documento titulado: *Las tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente*, de la Unesco. División de Educación Superior (2004), se sintetizan aspectos importantes sobre la problemática de la formación docente y su relación con las nuevas tecnologías:

Los sistemas educativos de todo el mundo se enfrentan actualmente al desafío de utilizar las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC) para proveer a sus alumnos las herramientas y conocimientos necesarios para el siglo XXI (pág. 13).

En 1998, el Informe Mundial sobre la Educación de la Unesco, "Los docentes y la enseñanza en un mundo en mutación", describió el profundo impacto de las TIC en los métodos convencionales de enseñanza y de aprendizaje, augurando también la transformación del proceso de enseñanza-aprendizaje y la forma en que docentes y alumnos acceden al conocimiento y la información.

Las instituciones de educación docente deberán optar entre asumir un papel de liderazgo en la transformación de la educación, o bien quedar rezagadas en el camino del incesante cambio tecnológico. Para que la educación pueda explotar al máximo los beneficios de las TIC en el proceso de aprendizaje, es esencial que tanto los futuros docentes como los docentes en actividad sepan utilizar estas herramientas. Las instituciones y los programas de formación deben liderar y servir como modelo para la capacitación tanto de futuros docentes como de docentes en actividad, en lo que respecta a nuevos métodos pedagógicos y nuevas herramientas de aprendizaje.

En la Escuela Pedagógica Experimental (Malagon J, et *al* 2009.) se afirma que la clase de matemáticas gira en torno al desarrollo del Pensamiento Matemático, que caracterizamos con elementos que normalmente no se dan en el contexto escolar. El pensamiento matemático, al menos inicialmente, puede referirse a cuatro elementos: el razonamiento lógico, la creatividad, el modelaje matemático y la operatoria, de los cuales sólo el último suele recibir en la escuela un tratamiento sistemático[1]. De hecho, cuando predomina la enseñanza de procedimientos para resolver problemas prototipo, no se posibilita a los estudiantes la opción de resolver los problemas por métodos propios.

Para propiciar que "los niños piensen" y generen formas de solución propias privilegiamos una metodología de resolución de problemas, con trabajo en grupo y socialización de las elaboraciones. Con esto, permitimos e incentivamos que los estudiantes se aventuren en las búsquedas, ganen confianza, aprendan del error y reconozcan como fuentes de conocimiento no sólo al maestro y al texto, sino a la argumentación y a ellos mismos. La clase desde el "hacer matemáticas" permite que el niño se entusiasme, que vea la actividad como un reto: En este caso, sus búsquedas no tengan más recompensa que la satisfacción de haber construido por sí mismo.

La enseñanza tradicional ha dado importancia durante mucho tiempo al aspecto algebraico. Esto ha producido como resultado una visión limitada de los estudiantes alrededor de este tema.

Partimos de la idea de que los objetos matemáticos son por naturaleza abstractos. Duval (1993) considera que son accesibles sólo por medio de sus representaciones y que su conceptualización pasa por la capacidad de identificar un concepto en diferentes registros. Por lo tanto, se necesita un trabajo específico en los estudiantes cuyo objetivo sea la articulación de diferentes registros alrededor de un objeto matemático en particular.(Pág.39)

---

[1] Las Matemáticas en el aula: Posibilidad de construcción significativa en Planteamientos de educación 2, pg. 10.

¿Cuál es la labor de los profesores al trabajar con nuevas tecnologías en el aula?

Los profesores modernos deben prepararse conscientemente para ofrecer a sus estudiantes acciones de aprendizaje apoyadas en las nuevas tecnologías; ésta es una destreza ineludible para quienes deseen ejercitar la labor educativa en el presente siglo, las destrezas en el uso de las TICS deben convertirse en parte de los recursos profesionales de cada docente. Deben, por lo tanto, darse cuenta que el mundo va en una dirección tal que la tecnología y particularmente las tecnologías de la información, van cada día copando más espacios y ofreciendo más soluciones a las personas. No pareciera, en el corto ni mediano plazo, que vaya a haber una involución en este sentido y por eso sólo queda prepararse conscientemente para interactuar con alumnos del siglo XXI y con metodologías significativas también contemporáneas. El profesor debe ser capaz de incorporar a sus contenidos habituales el plus tecnológico o, dicho de otra manera, debe ser capaz de enseñar apoyándose en la tecnología y demostrando que ésta es una herramienta eficaz para la resolución de algunos problemas que tienen como sustrato la investigación, simulación o producción de contenidos habituales de la asignatura. Lo importante es que el profesor conozca dichas herramientas y sea capaz de ponerlas al servicio de la educación de los alumnos a partir de la asignatura que enseña y de unos contenidos predefinidos y significativos, pues no debemos olvidar que la tecnología (y la alfabetización tecnológica) es un medio y no un fin. Para enfrentar este problema se requiere una planificación adecuada que sea capaz de prever algunas situaciones que van a ocurrir en el laboratorio computacional.

2.2 Uso de tecnologías en la enseñanza de las matemáticas.

Estudios realizados en los últimos años han demostrado que el uso de nuevas tecnologías abre perspectivas interesantes para la enseñanza de las matemáticas y de otras ciencias. Entre los beneficios que brindan podemos mencionar los siguientes:

- Ofrece al estudiante ambientes de trabajo que estimulan la reflexión y lo convierten en un ser activo y responsable de su propio aprendizaje.
- Provee un espacio problemático común al maestro y al estudiante, para construir significados.
- Elimina la carga de los algoritmos rutinarios para concentrarse en la conceptualización y la resolución de problemas.
- Da un soporte basado en la retroalimentación.
- Reduce el miedo del estudiante a expresar algo erróneo y, por lo tanto, se aventura más a explorar sus ideas.

En el área de las Matemáticas es posible destacar un sinnúmero de herramientas físicas e intelectuales que se han venido manejando a través de los años, hasta llegar hoy en día al uso de la computadora, la cual es calificada como una herramienta general, limitada en su aplicación sólo por la imaginación del usuario.

Por lo que respecta a su uso en la enseñanza de las matemáticas, debemos de reflexionar la gran influencia que ha tenido tanto en la educación matemática como en la sociedad, ya que esta nueva tecnología requiere una nueva interpretación del proceso que se lleva a cabo en la enseñanza y en todo lo concerniente con el proceso de educar a las nuevas generaciones.

Tomando en cuenta la extensa variedad de los recursos tecnológicos que se manejan actualmente, incluyendo el desarrollo de nuevos programas para computadora, ponen de manifiesto la necesidad de que el alumno tenga una nueva visión sobre las distintas alternativas que se le pueden presentar para su enseñanza de las matemáticas. Actualmente existe un gran acceso al manejo de una computadora, tanto en los hogares como en las escuelas, esto se debe a la demanda que existe por parte de la sociedad al uso de nuevas tecnologías.

Es de manejo cotidiano el escuchar el uso de calculadoras en las escuelas, por lo que es importante destacar la diferencia existente entre las calculadoras y la tecnología computacional. Las calculadoras por un lado podrían distinguirse por su naturaleza manual, ya que fueron pensadas con propósitos específicos de herramientas de cálculo para matemáticas, cuyo rango de modelos va desde las más simples con operaciones básicas, hasta las que incluyen graficación, resolución de ecuaciones, capacidad de programación, manipulación simbólica, etc. Mientras que por el otro lado, las computadoras son de naturaleza más general, funcionalmente definidas por su software, mismas que incluyen modelos manuales los cuales han sido diseñados con las necesidades de las matemáticas de hoy en día.

Algunas de las actividades matemáticas que incluyen la tecnología computacional a todos los niveles son:

- Comunicación
- Modelado matemático
- Búsqueda, recuperación, análisis y presentación de información
- Manipulación de números, símbolos y figuras
- Representación de ideas matemáticas y procesos usando una variedad de formas
- Estimación de la racionalidad de resultados
- Investigación de patrones de problemas
- Apoyo a la generalización matemática

El uso de la tecnología apropiada lleva al usuario a que tome control de su propia instrucción. Lo cual fomenta tanto el cooperativismo como el individualismo, mientras se extiende y soporta el proceso de aprendizaje.

Las herramientas de software apropiadas para el aprendizaje matemático en todos los niveles, incluyen procesadores de texto, bases de datos, paquetes para dibujar, para pintar, para comunicarse, etc. Más específicamente, existe software matemático, tal como LOGO, hojas de cálculo, graficadores, manipuladores simbólicos, geometría dinámica, paquetes estadísticos, etc.

En tanto que el uso de las calculadoras y las computadoras se ha hecho más accesible, los profesores de matemáticas en todos los niveles han estado experimentando las diferentes formas de incrementar el aprendizaje de los conceptos matemáticos por parte de los estudiantes; una de ellas es el trabajo de los estudiantes en grupos o equipos de trabajo, lo que ha llevado a los profesores a observar que a medida que aumenta la interacción entre los estudiantes, aparentemente se incrementa su profundización en los conceptos que se están aprendiendo, así como su interés en la solución de problemas. (Rojano 2006, Waldeg 2002).

Algo que es importante destacar es que ni la calculadora ni la computadora van a llegar a sustituir al maestro, sino que hay que tomarlos como instrumentos de apoyo, tal como lo son el gis y el pizarrón, aunque sus características sean esencialmente diferentes.

Siendo el objetivo principal del empleo de la tecnología en el aula, no el reducir la práctica de algoritmos, sino el de ayudar al estudiante a descubrir y construir conceptos y técnicas mediante el ejercicio de la reflexión. De esta manera la matemática pasa a ser mucho más que una simple mecanización de procedimientos.

En éste trabajo se intenta hacer que el maestro vea las ventajas de trabajar de esta manera apoyándose en la tecnología, para ello se utilizó la calculadora Voyage 200, la Ti-nspire cas y el programa de Cabri-geometre para redescubrir patrones, partiendo de la elaboración de tablas, hasta llegar a generalizar en una fórmula simbólica.

2.3 Representaciones

Cuando hablamos de representaciones en matemáticas nos referimos a la forma externa en que se muestran los objetos matemáticos, está forma externa está sujeta al manejo de símbolos y signos (por ejemplo al realizar una gráfica tenemos el plano cartesiano, las escalas etc.), en este sentido es que la semiótica forma parte del quehacer matemático. Llamaremos un Registro Semiótico de Representación (RSR) a aquella representación externa que permite tres actividades cognitivas. La primera es, evidentemente, la **formación** de representaciones en un registro semiótico particular, ora para "expresar" una representación mental, ora para "evocar" un objeto real. Esta formación implica siempre una selección en el conjunto de los caracteres y de las determinaciones que constituyen lo que se "quiere" representar. Las otras dos actividades están directamente ligadas a la propiedad fundamental de las representaciones semióticas: su transformabilidad en otras representaciones que conservan sea todo el contenido de la representación inicial, sea sólo una parte de ese contenido. La segunda es **"el tratamiento"** que ocurre cuando la transformación produce otra representación en el mismo registro. Y la última será **"la conversión"** cuando la transformación produce una representación en un registro distinto al de la representación inicial. Formación, tratamiento y conversión son las actividades cognitivas fundamentales de un RSR.

Estas diferentes actividades están reagrupadas en la que generalmente se llaman tareas de producción y tareas de comprensión

2.3.1 Formación de representaciones semióticas y conformidad a las restricciones de un sistema semiótico.

La formación de una representación semiótica es el recurrir a un(os) signo(s) para actualizar la mirada de un objeto o para sustituir la visión de ese objeto (Duval, 1999: 41). Los signos utilizados pertenecen a un sistema semiótico ya constituido y ya utilizado por otros: la lengua materna, un código icónico de representación gráfica o artística, una lengua formal, etc. Por tanto, es importante que la formación de representaciones semióticas respete las reglas propias al sistema empleado no sólo por razones de comunicabilidad, sino también para hacer posible la utilización de los medios de tratamiento que ofrece ese sistema semiótico empleado. (idem)

2.3.2 Tratamiento de las representaciones semióticas y expansión informacional.

Un **tratamiento** es la transformación de una representación (inicial) en otra representación (terminal), respecto a una cuestión, a un problema o a una necesidad, que proporcionan el criterio de interrupción en la serie de las transformaciones efectuadas. Un tratamiento es una **transformación de representación interna a un registro** de representación o a un sistema. El *cálculo* es un tratamiento interno al registro de una escritura simbólica de cifras o de letras: sustituye, en el mismo registro de escritura de los números, expresiones nuevas por expresiones dadas.

Las reglas de expansión de una representación son: por definición, reglas cuya aplicación da una representación del mismo registro que la representación de partida, estas reglas son totalmente distintas a las reglas de conformidad. Las primeras reglas de expansión informacional explícitamente realzadas, lo han sido en el marco de la lógica, bajo la apelación de *reglas de derivación* (regla de apelación y regla de sustitución). Las reglas de producción, reglas de naturaleza inferencial definidas en el marco de la Inteligencia Artificial, reglas de coherencia temática y las reglas asociativas de contiguidad y de similitud.

2.3.3 Conversión de las representaciones y cambio de registro

La **conversión** es la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información dada en un registro, en una representación de este mismo objeto, esta misma situación o de la misma información en otro registro. Las operaciones que habitualmente se han designado con los términos "traducción", “ilustración”, “transposición”, “interpretación”, “codificación”, etc., son operaciones que hacen corresponder una representación dada en un registro con otra representación en otro registro. La conversión es pues una transformación externa relativa al registro de la representación de partida. Por ejemplo: el planteamiento en ecuación de los datos del enunciado de un problema, es la conversión de las diferentes expresiones lingüísticas de las relaciones en otras expresiones de esas relaciones en el registro de una escritura simbólica.

En el caso de este trabajo se propone la formación de registros gráficos y tabulares, el tratamiento en cada uno de ellos y se quiere llegar a la conversión de estos registros al registro simbólico a través del análisis de datos obtenidos y la generalización a través del estudio de su comportamiento.

CAPÍTULO 3. ACTIVIDADES PROPUESTAS

3.1 Introducción.

Las actividades que se reestructuraron están incluidas en el fichero de actividades didácticas para matemáticas de educación secundaria (SEP, 2002), el cual es un material de apoyo, dirigido a los maestros de este nivel educativo, en el que se sugieren actividades de estudio para realizarlas con los alumnos.

Las actividades aquí propuestas fueron rediseñadas para trabajarse con el apoyo de las herramientas tecnológicas que de alguna manera se han ido utilizando y desarrollando para la enseñanza de las matemáticas y otras ciencias.

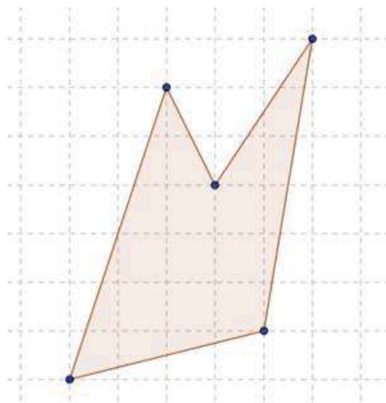
Para el rediseño de las actividades se consideró un enfoque didáctico para el estudio, la enseñanza y el aprendizaje para las matemáticas que tiene como propósito fundamental el desarrollo de las habilidades operatorias, de comunicación y de descubrimiento en los alumnos. Para cumplir con este propósito, las actividades propuestas deberán permitir:

- Adquirir seguridad y destreza en el empleo de técnicas y procedimientos básicos a través de su solución.
- Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema.
- Elaborar conjeturas, comunicarlas y validarlas.
- Reconocer situaciones análogas.
- Escoger o adaptar la estrategia que resulte adecuada para la resolución de un problema.
- Comunicar estrategias, procedimientos y resultados de manera clara y concisa, además de predecir y generalizar resultados.
- Desarrollar gradualmente el razonamiento deductivo.

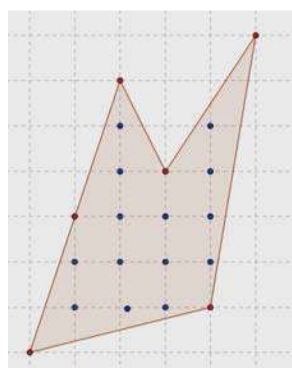
En este capítulo se presentan: la demostración del Teorema de Pick, cuatro actividades del fichero de actividades didácticas y sus propuestas para aplicarse utilizando tecnología.

3.1.1 El Teorema de Pick

Fórmula originalmente descubierta por Pick en 1899[1], para calcular el área de polígonos simples (esto es, sus lados no se cortan entre sí) cuyos vértices son nodos de una cuadrícula, como ocurre en la siguiente figura:



El área, se obtiene en función de los nodos de la cuadrícula que están en el perímetro del polígono y de los que están en el interior del polígono:



La unidad de medida del área que tomaremos es el área de los cuadrados que forman la cuadrícula. Denotaremos por I el número de nodos interiores, y por B el número de nodos del perímetro.

[1] Georg Alexander Pick nació en Viena en 1859 y murió en 1943 en un campo de concentración nazi. Publicó su resultado en un artículo titulado Geometrisches zur Zahlenlehre, en la revista Sitzungber. Lotos, Naturwissen Zeitschrift 19 (1899), páginas 311-319, Praga.

Teorema de Pick (1899): El área de todo polígono simple cuyos vértices son nodos de la cuadrícula es

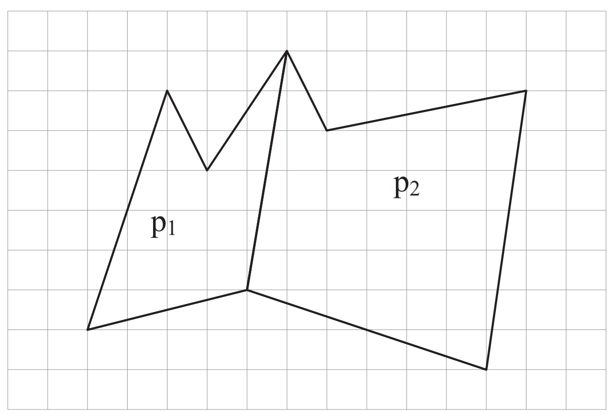
$$A = I + \frac{1}{2}B - 1$$

3.1.1.1 Demostración del Teorema de Pick

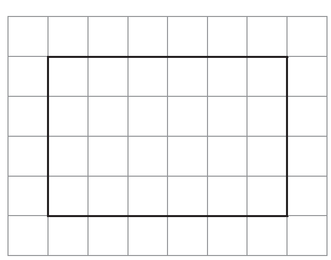
El objetivo es demostrar que esta fórmula es válida para cualquier polígono simple cuyos vértices están en la cuadrícula.

Para ello, procederemos como sigue:

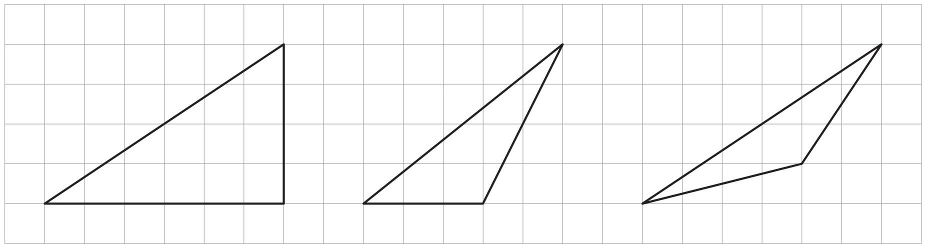
Primer paso: Probar que si la fórmula es válida para dos polígonos con interiores disjuntos, pero que están unidos por una arista común, entonces también es válida para el polígono formado por la unión de los dos anteriores.



Segundo paso: Probar que la fórmula es válida para rectángulos con lados horizontales y verticales.



Tercer paso: Probar que la fórmula es válida para triángulos.



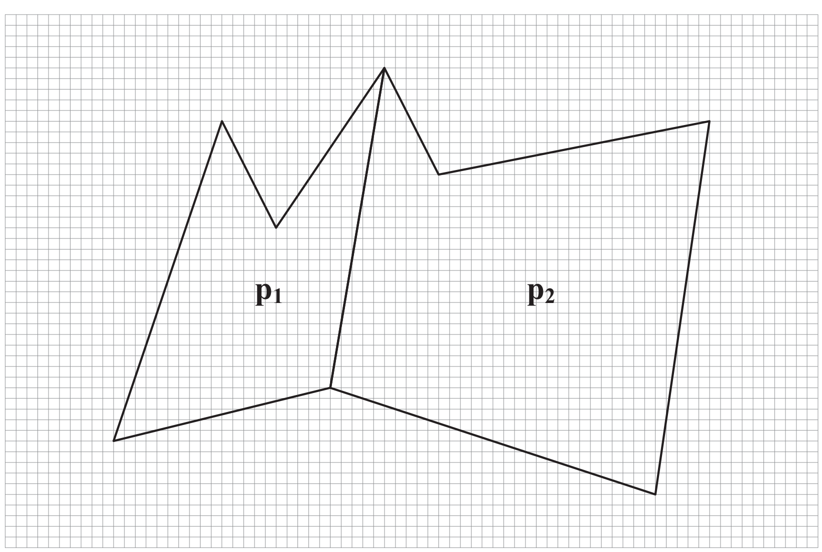
Puesto que todo polígono se puede poner como unión de triángulos (unidos por aristas), estos pasos garantizan la validez de la fórmula para cualquier polígono simple con vértices en la cuadrícula.

Soluciones

Primer paso: Sean $\mathbf{p_1}$ y $\mathbf{p_2}$ dos polígonos como en la figura, y sea **p** el polígono obtenido uniéndolos. Llamaremos número de Pick de **p** al número

$$P = I + \frac{1}{2}B - 1$$

donde **I** y **B** son, respectivamente, el número de nodos interiores y en el perímetro de **p**. Análogamente denotamos por $\mathbf{P_1}$ el número de Pick de $\mathbf{p_1}$, siendo $\mathbf{I_1}$ y $\mathbf{B_1}$ los números de nodos interiores y en el perímetro de **p1**, y por **P2**, $\mathbf{I_2}$ y $\mathbf{B_2}$ los de $\mathbf{p_2}$.



Sea **E** el número de nodos de la cuadrícula en la arista común. Entonces:

$$B = (B_1 - E) + (B_2 - E) + 2$$

(el 2 corresponde a los vértices de la arista común)

$$= B_1 + B_2 - 2E + 2$$
$$I = I_1 + I_2 + E - 2$$

Luego

$$P = I + \frac{1}{2}B - 1$$

$$= (I_1 + I_2 + E - 2) + ½\,(B_1 + B_2 - 2E + 2) - 1$$

$$= I_1 + I_2 + ½\,(B_1 + B_2) - 2$$

$$= P_1 + P_2$$

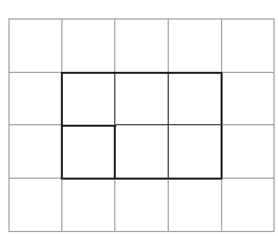
Así, como suponemos que el Teorema de Pick es válido para $\mathbf{p_1}$ y $\mathbf{p_2}$, y el área de **p** es la suma de las áreas de $\mathbf{p_1}$ y de $\mathbf{p_2}$, se tiene, denotando por A, A1 y A2 las áreas respectivas:

$A = A1 + A2$

$= P1 + P2$ (pues el resultado es válido para $\mathbf{p_1}$ y $\mathbf{p_2}$)

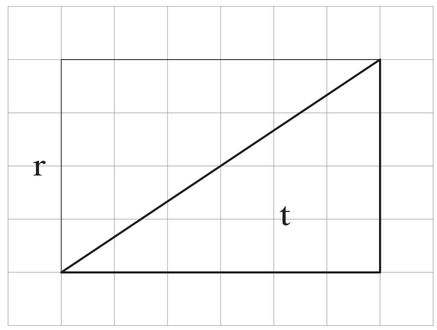
$= P$ como deseábamos.

Segundo paso: Quizá el modo más fácil de probar que la fórmula de Pick es válida para rectángulos de lados horizontales y verticales es darse cuenta de que dichos rectángulos se obtienen uniendo cuadrados de área 1 (y número de Pick 0 + ½ 4 − 1 = 1), y aplicar el resultado probado en el paso anterior. También se puede dar una demostración directa.



Tercer paso: Nos aparecen tres posibilidades.

1. Si el triángulo es rectángulo con catetos horizontales y verticales, procedemos así:



Sea t el triángulo y r el rectángulo formado uniendo t y su simétrico respecto a la hipotenusa. Con notaciones obvias sabemos:

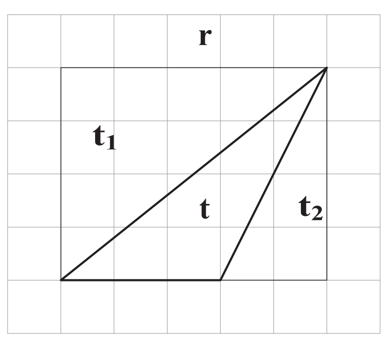
Ar = Pr, gracias al segundo paso,

Pr = 2Pt, gracias al primer paso, y

El área de **r** es el doble que el área de **t**: $A_r = 2A_t$.

Concluimos, por tanto, que $A_t = P_t$, como deseábamos.

2. Si nuestro triángulo **t** tiene sólo un lado horizontal (o vertical), como en la figura:



en este caso, formamos el rectángulo **r** uniendo a nuestro triángulo **t** los triángulos $\mathbf{t_1}$ **y** $\mathbf{t_2}$. Ahora sabemos:

$A_r = P_r$, gracias al segundo paso,

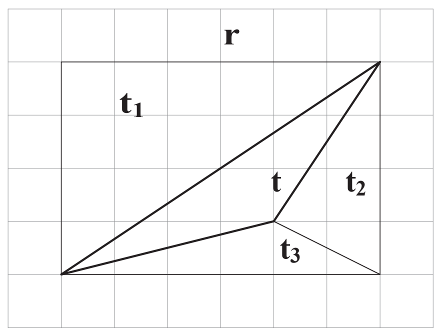
$A_{t1} = P_{t1}$ y $A_{t2} = P_{t2}$ por el caso anterior

$P_r = P_{t1} + P_t + P_{t2}$ gracias al primer paso, y

el área verifica $A_r = A_{t1} + A_t + A_{t2}$.

De nuevo concluimos que $A_t = P_t$

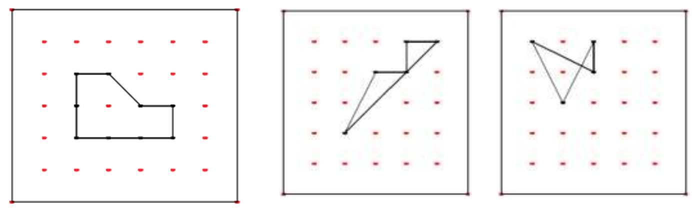
3. Por último, si nuestro triángulo **t** no tiene ningún lado horizontal ni vertical, como en la figura



hacemos un razonamiento análogo al del caso anterior, terminando así la demostración del Teorema de Pick.

3.1.2 Fórmula de Pick (del fichero de actividades didácticas)

1. Organice al grupo en equipos de cuatro alumnos y propóngales que realicen la primera parte de la siguiente actividad. Una vez que se haya discutido en grupo esta primera parte, lleve a cabo (con los mismos equipos) la segunda.



Aceptable *No aceptable* *No aceptable*

Primera parte:
Formen en el geoplano polígonos que cumplan con estas condiciones:

a) El polígono debe tener en su interior un clavo.
b) La liga no debe cruzarse consigo misma.

Cuando la mayoría de los equipos termine, pida que, por cada polígono construido, calculen el área* y cuenten el número de clavos que hay en el perímetro. Anote los datos en el pizarrón y destaque lo siguiente: Todos los polígonos tienen un clavo en su interior. No todos tienen el mismo número de clavos en el perímetro. No todos tienen igual área.

Segunda parte:
Con las mismas condiciones a) y b), formen en el geoplano polígonos con el número de clavos indicado por x en la tabla.

x	*y*
3	1 ½
4	2
5	2½
6	3
7	3½
8	4
9	4½
10	5

x = número de clavos en el perímetro
y = área del polígono resultante

Una vez que hayan completado la tabla, planteen y respondan lo siguiente:

- ¿Se reconoce algún patrón en la forma de variación de y cuando varía x?
- Localicen en el plano cartesiano los puntos de la tabla anterior.
- ¿Son colineales esos puntos.
- Construyan una expresión algebraica que relacione y con x.

*Se recomienda que, antes de llevar a cabo las actividades propuestas en esta ficha, los alumnos, si no la han hecho, trabajen con el cálculo de áreas en el geoplano.

Si los alumnos han tabulado y graficado correctamente, observarán que los puntos son colineales (éste es un buen momento para repasar o explicar en qué consiste la colinealidad de puntos). Aproveche para mencionar que la relación entre x e y en este problema es una relación lineal.

Finalmente promueva el análisis de la tabla y de la gráfica para que sean los alumnos quienes encuentren la expresión que relaciona ambas variables. Es probable que lleguen a alguna de las siguientes expresiones:

y = x/2	El valor de **y** es la mitad del valor de **x.**
x = 2y	El valor de **x** es el doble del valor de **y.**

Es posible que algunos alumnos lleguen a expresiones que son válidas para alguna pareja. En este caso propicie que los alumnos se den cuenta de que la expresión debe ser válida para todas las parejas.

2. En esta actividad se propone llevar a cabo un análisis semejante al de la actividad 1 pero cambiando una de las condiciones del problema. Plantéelo así:

El polígono debe tener en su interior dos clavos.

Hagan lo mismo que se propone para la actividad 1, segunda parte (la tabla y gráfica correspondientes, etcétera), agregando la siguiente pregunta:

- ¿Es lineal la relación? ¿Por qué?

Analizando la tabla, y comparándola con la anterior, se espera que los alumnos noten que para cada valor de x el valor de y es uno más que en la tabla anterior, por lo que las expresiones correctas a las que pueden llegar los alumnos son:

$Y = \frac{1}{2}x + 1$
$Y = \frac{x}{2} + 1$
$Y = \frac{x+2}{2}$

Localizar los puntos notarán que son colineales, por lo que podrá concluirse que la relación entre **x** y **y** es lineal.

VARIANTE

Si se quiere profundizar más en el problema, puede analizar con el grupo qué sucede si se pide que dentro del polígono queden 3 clavos, 4 clavos…o ningún clavo, y llegar a la generalización buscando la expresión para calcular el área con n clavos dentro. Esta expresión corresponde al teorema de Pick, según el cual el área de un

Polígono en el geoplano es igual a:

$$\frac{\text{número de clavos que toca la liga}}{2} + \text{número de clavos en el interior} - 1$$

Podrá observar que la fórmula de Pick es una función de dos variables, sin embargo, en cada una de las actividades propuestas en esta ficha, una de las variables se considera constante (el número de clavos en el interior).

3.1.3 Fórmula de Pick con Cabri-geometre (actividad propuesta)

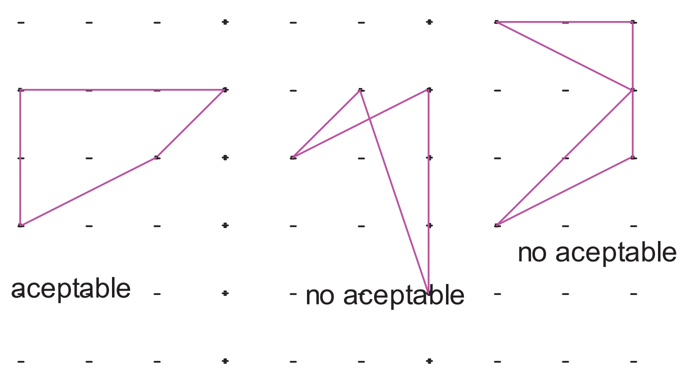
Tema. Proporcionalidad y funciones lineales (Tercer grado)

NOMBRES___________ ____________ _____________ ____________

INSTRUCCIONES:

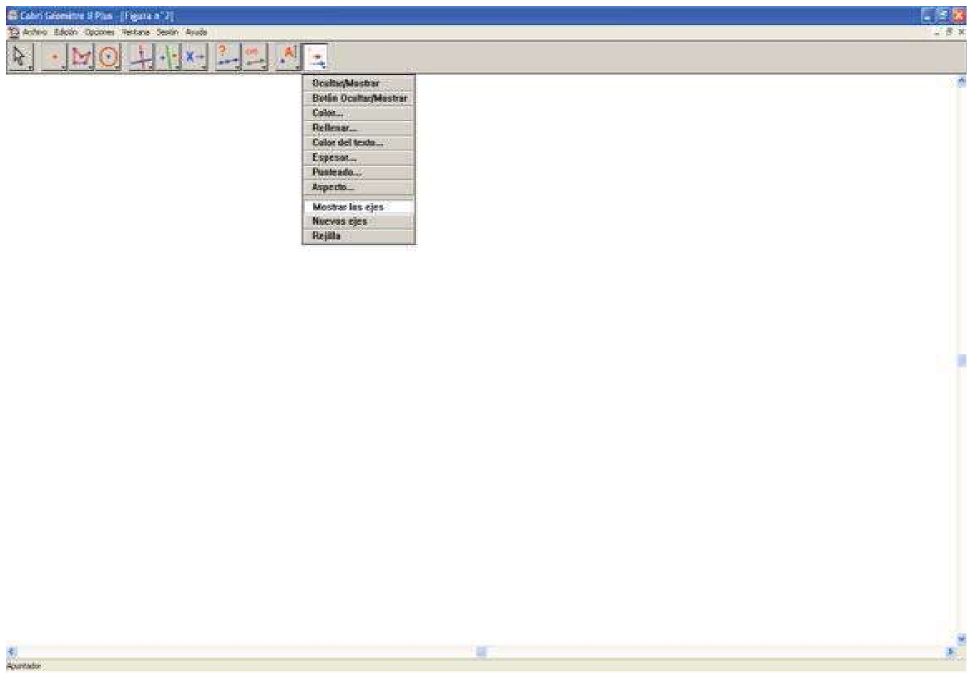
I. Formar en el geoplano de Cabri-Geometre polígonos que cumplan con las condiciones:

- El polígono debe tener en su interior un clavo
- El perímetro no debe cruzar sus lados

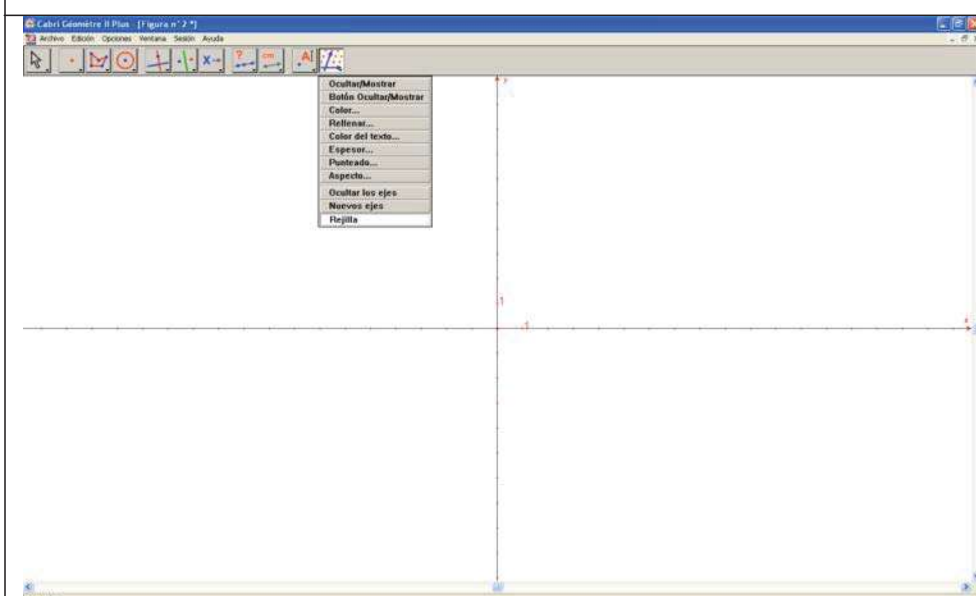


PROCEDIMIENTO PARA UTILIZAR LA COMPUTADORA CON EL PROGRAMA DE “Cabri Geometre"

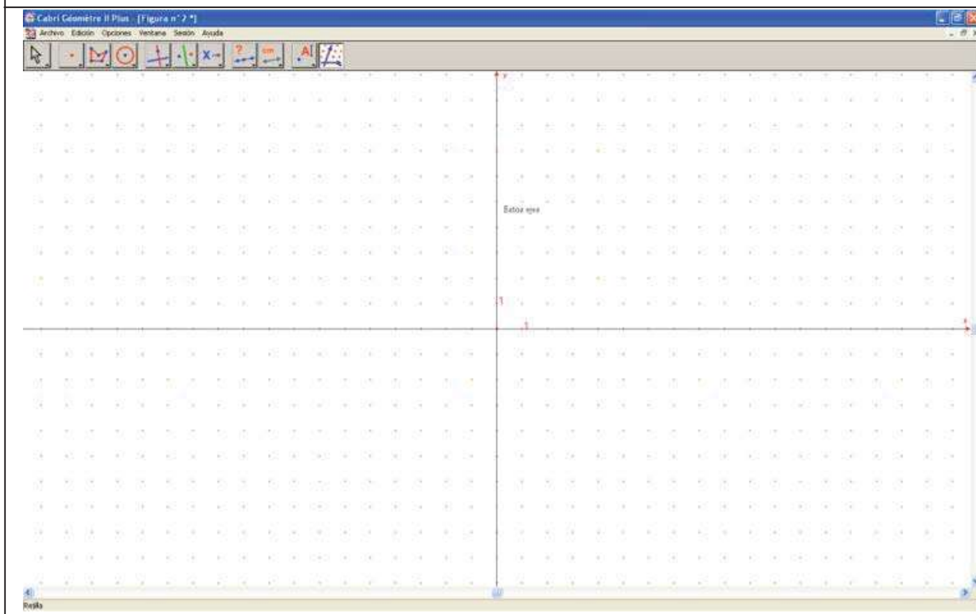
1. Activa el último menú de comandos y selecciona (Mostrar los ejes).



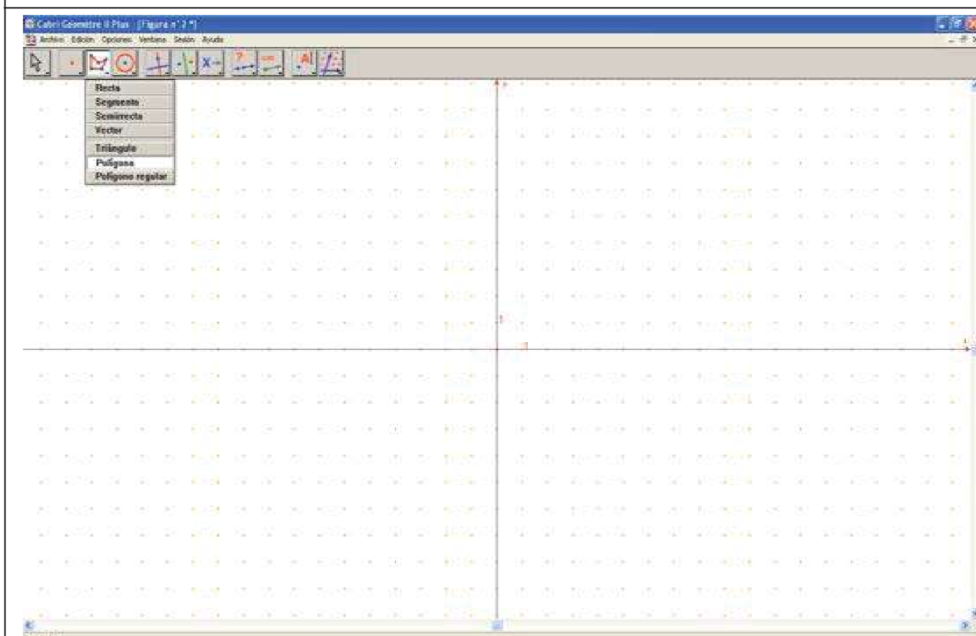
2. Nuevamente activa el último menú y selecciona rejilla



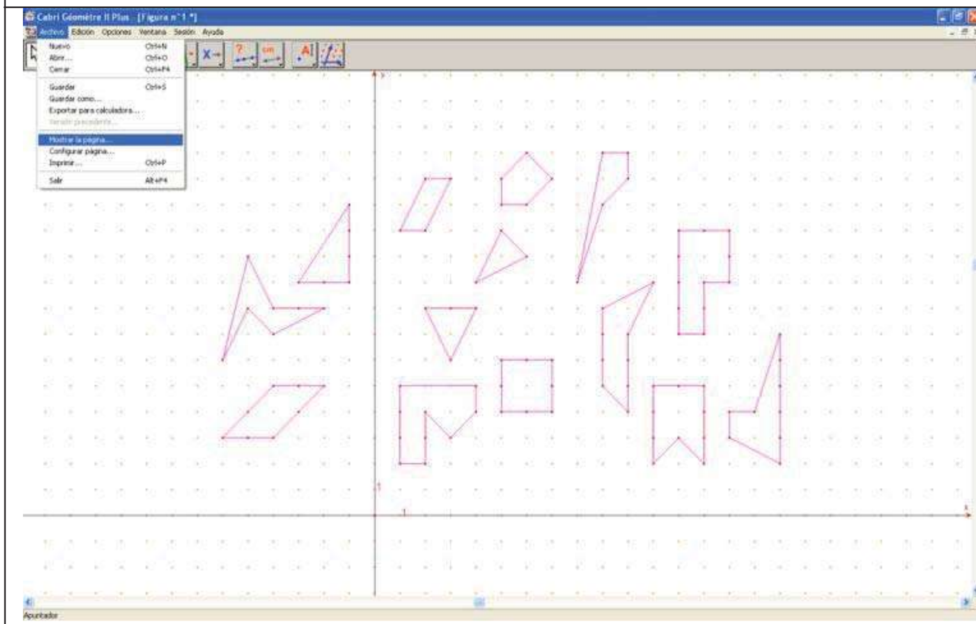
3. Da un clic con el ratón sobre el eje de las abscisas (x) o sobre el eje de las ordenadas (y). Te aparecerá una pantalla como la de abajo, es la rejilla que será utilizada como geoplano en ésta actividad.



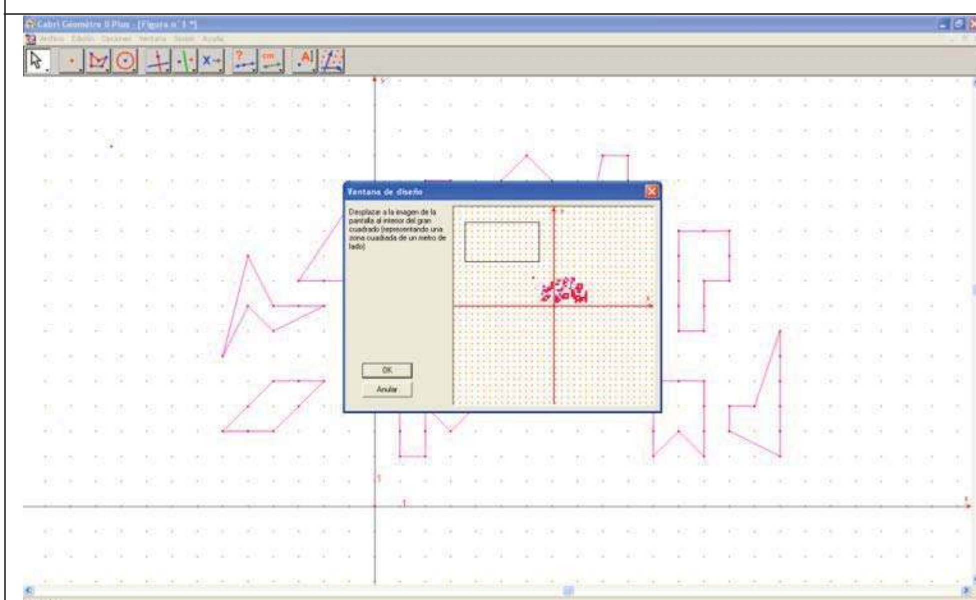
4. Activa el 3er. menú y selecciona (Polígono)



5. Si necesitas espacio para trazar más polígonos, activa el menú "Archivo" y selecciona "Mostrar la página"



6. Con el ratón mueve la pantalla activa (rectángulo) a otra posición y dá clic en Ok .



7. Encuentra el área de todos los polígonos que trazaste , con esa información llena la tabla:

(NOTA. Es importante que no utilices la herramienta "Área" de Cabri)

Nº de clavos que toca	Y = Área (figuras con 1 clavo adentro)
3	
4	
5	
6	
10	
20	
50	
X	Y=

- ¿Reconoces algún patrón en la forma de de variación del Área cuando varían los clavos?____________________
- Traza la gráfica de la tabla
- ¿Son colineales los puntos? _____________
- Construye una expresión algebraica que relacione X con Y____________

II. Formar en el geoplano de "Cabri Geometre"" polígonos que cumplan con las condiciones:

- El polígono debe tener en su interior dos clavos (Modifica las figuras que tienes con un clavo adentro, posiciona el puntero sobre uno de los vértices de la primer figura, da clic en él y sin soltar muévelo hacia la derecha o izquierda)
- El perímetro no debe cruzar sus lados

Con los polígonos que formaste, llena la tabla:

Nº de clavos que toca	Y = Área (figuras con 2 clavos adentro)
3	
4	
5	

6	
10	
20	
50	
X	Y=

- ¿Reconoces algún patrón en la forma de de variación del Área cuando varían los clavos?____________________
- Construye una expresión algebraica que relacione X con Y_____________

III. Formar en el geoplano de "Cabri Geometre" polígonos que cumplan con las condiciones:

- El polígono debe tener en su interior tres clavos (Modifica las figuras que ya tienes)
- El perímetro no debe cruzar sus lados

Con los polígonos que formaste, llena la tabla:

Nº de clavos que toca	Y = Área (figuras con 3 clavos adentro)
3	
4	
5	
6	
10	
20	
50	
X	Y=

- ¿Reconoces algún patrón en la forma de de variación del Área cuando varían los clavos?____________________

- Construye una expresión algebraica que relacione X con Y______________

IV. Con la información que tienes, llena la siguiente tabla:

	AREA DEL POLIGONO										
	1 clavo adentro	2 clavos adentro	3 clavos adentro	4 clavos adentro	5 clavos adentro	6 clavos adentro	7 clavos adentro	10 clavos adentro	20 clavos adentro	50 clavos adentro	**N clavos adentro**
3											
4											
5											
6											
7											
10											
20											
50											
X											

X= Clavos que toca el contorno del polígono

N = Clavos adentro

Solución

C.Q.TOC	1 clavo adentro	2 clavos adentro	3 clavos adentro	4 clavos adentro	5 clavos adentro	6 clavos adentro	7 clavos adentro	10 clavos adentro	20 clavos adentro	50 clavos adentro	**n clavos adentro**
3	1.5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	10.5	20.5	50.5	**3/2+n-1**
4	2	3	4	5	6	7	8	11	21	51	**4/2+n-1**
5	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	11.5	21.5	51.5	**5/2+n-1**
6	3	4	5	6	7	8	9	12	22	52	**6/2+n-1**
7	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5	9.5	12.5	22.5	52.5	**7/2+n-1**
10	5	6	7	8	9	10	11	14	24	54	**10/2+n-1**
20	10	11	12	13	14	15	17	19	29	59	**20/2+n-1**
50	25	26	27	28	29	30	31	34	44	74	**50/2+n-1**
x	**x/2**	**x/2+2-1**	**x/2+3-1**	**x/2+4-1**	**x/2+5-1**	**x/2+6-1**	**x/2+7-1**	**x/2+10-1**	**x/2+20-1**	**x/2+50-1**	**x/2+n-1**

3.1.3.1 Descripción y cambios realizados a la actividad Fórmula de Pick (Los clavos y las áreas)

Fórmula de Pick (Los clavos y las áreas). En un primer momento se intenta llevar al estudiante a deducir la fórmula para calcular el área de cualquier polígono con 1 clavo en su interior, en un segundo momento, se intenta deducir la fórmula para calcular el área de cualquier polígono con 2 clavos en su interior, en el tercer momento se hace algo similar que en los momentos anteriores, para finalmente, llenar una tabla que los inducirá a descubrir la fórmula de Pick que nos servirá para calcular el área de cualquier polígono con cualquier cantidad de clavos en su interior. Esta actividad, tiene como propósito utilizar constantemente los diversos medios de expresión matemática (lenguaje algebraico, tablas y gráficas) apoyándonos en la computadora como herramienta auxiliar. Los cambios que se le hacen a esta actividad con respecto a la original del Fichero de Actividades Didácticas (FAD) son:

Actividad original del Fichero de Actividades Didácticas	**Actividad reestructurada propuesta para usarse con tecnología**
Se usa el geoplano tradicional (De madera o plástico con clavos y ligas).	Se Utiliza el geoplano que tiene en una de sus herramientas el programa “Cabri”.
El maestro explica como formar los polígonos.	Se detalla paso a paso como activar el geoplano en Cabri y cómo utilizarlo.
Cada producto se concentra en una tabla	Cada producto se concentra en una tabla, pero se contempla la relación de las variables.
Sólo si se pretende profundizar en el tema se trabaja la actividad que se plantea como variante.	Los productos de cada caso se concentran en una tabla general donde el producto final es el redescubrimiento de la fórmula de Pick.

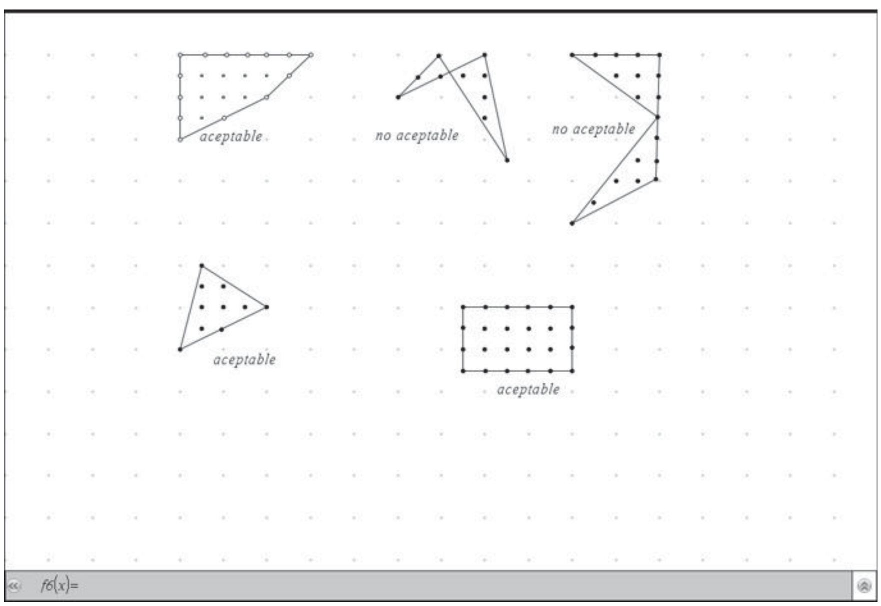
3.1.4 *Fórmula de Pick con la TI-nspire CAS (Actividad propuesta)*

Tema. Proporcionalidad y funciones lineales (Tercer grado)

NOMBRES___________ ___________ ____________ ___________

Usando la calculadora Ti-nspire CAS, se redescubrirá la fórmula de George Alexander Pick (1899) para calcular el área de Polígonos, buscando que el estudiante descubra la expresión algebraica a partir de las tablas generadas por los polígonos trazados en el geoplano de la Ti-nspire CAS.

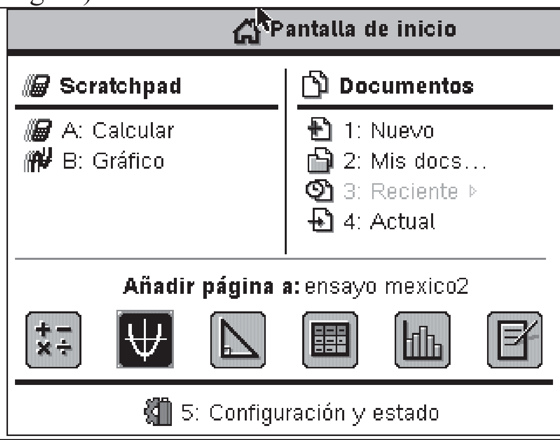
INSTRUCCIONES:
Formar en el geoplano de la Ti-nspire CAS polígonos que cumplan con las condiciones:
- El polígono debe tener en su interior un clavo
- El perímetro no debe cruzar sus lados



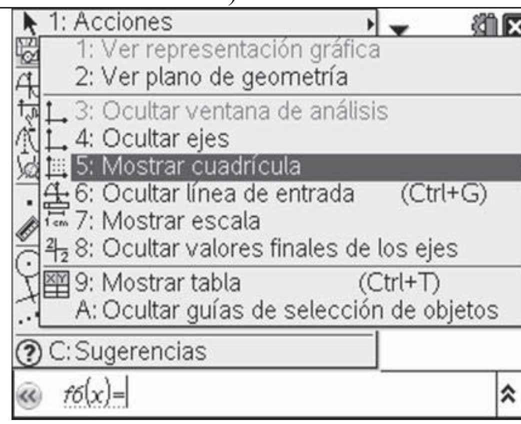
Activar el geoplano en la *TI-nspire CAS*

- Oprime la tecla inicio

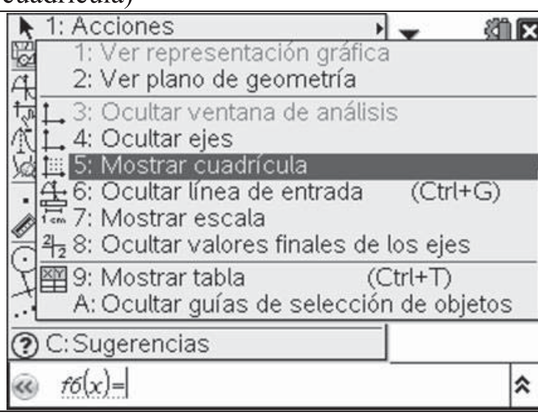
Selecciona " gráficos" (la ventana que está en negrita)



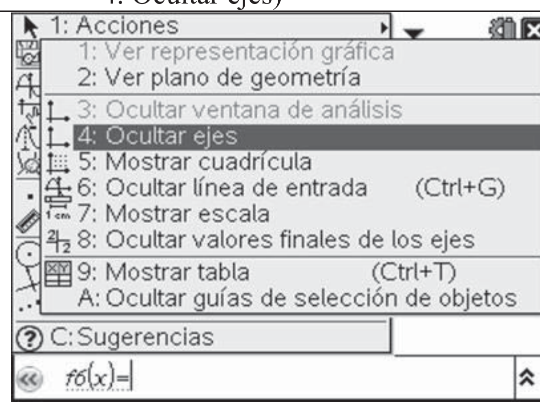
Oprime la tecla "menú" (2. Ver 5. Mostrar cuadricula)



Oprime la tecla "menú" (2. Ver 5. Mostrar cuadricula)



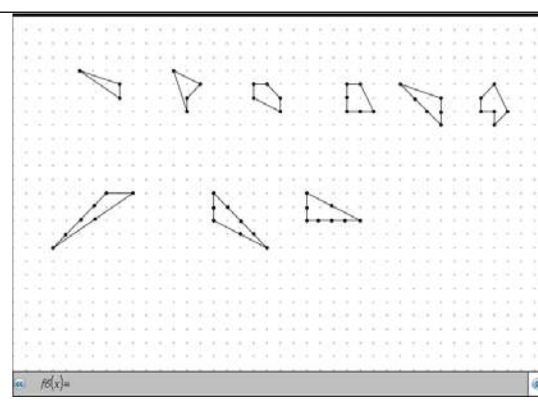
- Oprime nuevamente "menú" (2. Ver 4. Ocultar ejes)



Como construir tus polígonos

Oprime la tecla "menú"
Selecciona 9. Formas, 4. Polígono

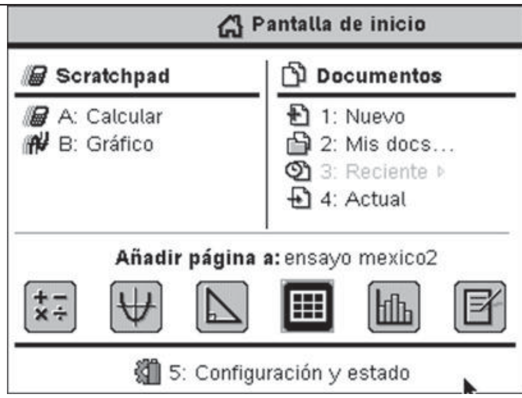
- Traza un polígono semejante como los que se muestran a continuación

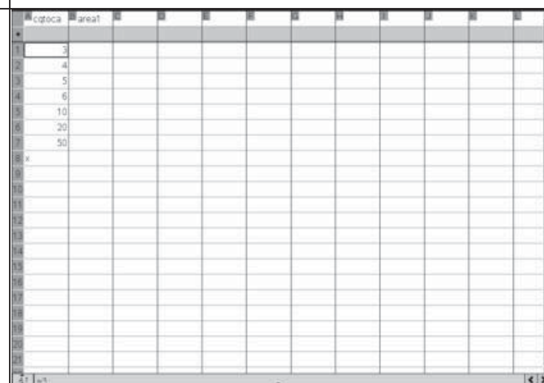


- Calcula el área del polígono y regístrala en la tabla para cuando tienen sólo un clavo en el interior del polígono.

Activar la tabla en la *TI-nspire CAS*

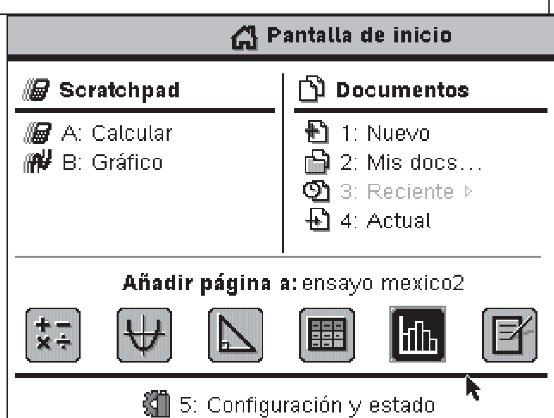
- Oprime la tecla inicio - Selecciona " listas y hoja de cálculo" (la ventana que está en negrita)	Captura, los datos que registraste en la tabla.

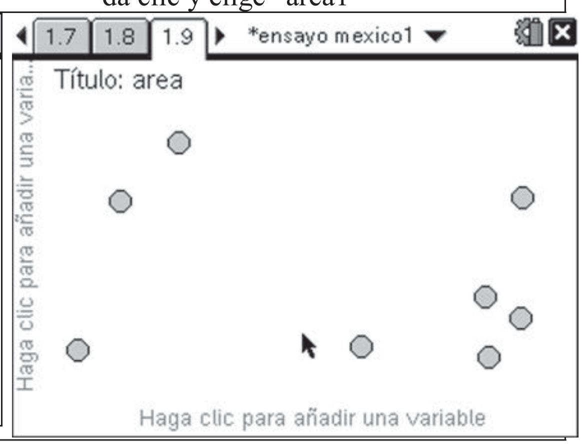




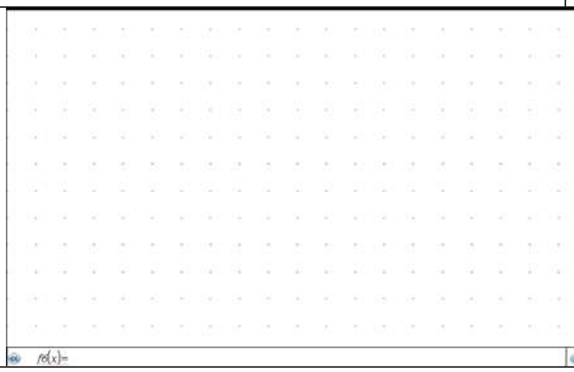
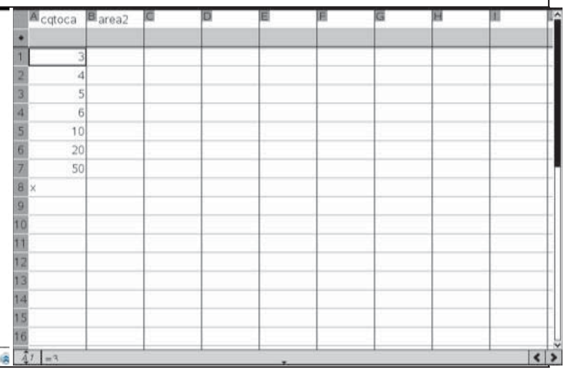
Activar la gráfica en la *TI-nspire CAS*

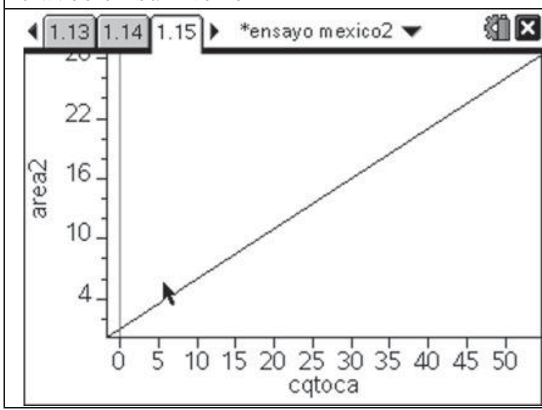
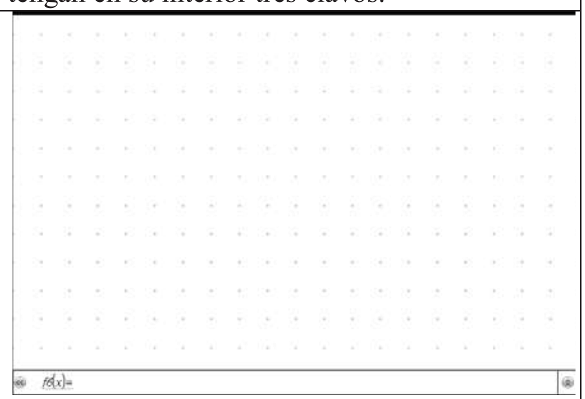
- Oprime la tecla inicio - Selecciona " datos y estadística" (la ventana que está en negrita)	- apunta en "haga clic para añadir una variable" - da clic y elige "cqtoca" - da clic y elige "area1"

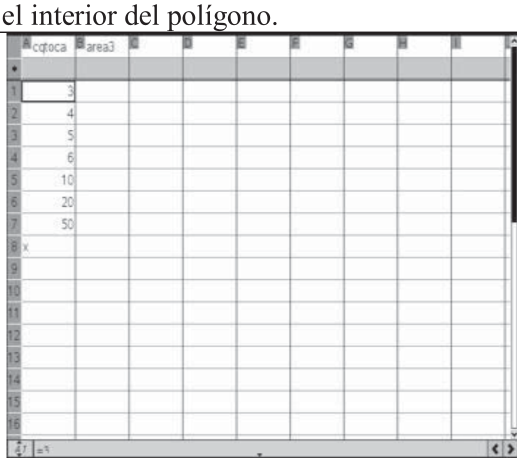
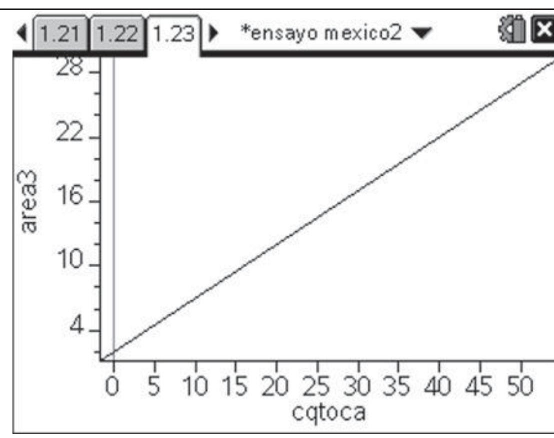




Localiza la pantalla donde trazaste los primeros polígonos, con el puntero da clic sobre uno de los vértices hasta que la manita se cierre y muévelo a otro punto de la rejilla, notarás cómo se modifica el polígono. Haz lo mismo con otro vértice u otro polígono, siempre cuidando que ahora tengan dos clavos en su interior.

Modifica tus polígonos	Calcula el área de los polígonos y regístrala en la tabla para cuando tienen dos clavos en el interior del polígono.
	

Activa la grafica para cuando tienes dos clavos en su interior	Modifica tus polígonos de manera que ahora tengan en su interior tres clavos.
	

Calcula el área de los polígonos y regístrala en la tabla para cuando tienen tres clavos en el interior del polígono.	Activa la grafica para cuando tienes tres clavos en su interior
	

- Con los datos que tienes, llena la siguiente tabla que te guiará a redescubrir la fórmula de George Alexander Pick.
-

La fórmula que vas a obtener en la celda L8 es la fórmula de Pick

	A cqtoca	B area1	C area2	D area3	E area4	F area5	G area6	H area7	I area10
♦									
1	3								
2	4								
3	5								
4	6								
5	10								
6	20								
7	50								
8	x								
9									

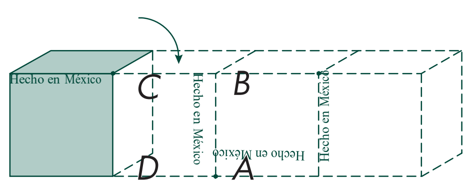
3.1.5 Dando tumbos (del fichero de actividades didácticas)

Tema	Dibujos y trazos geométricos (Primer grado)
Propósitos	Practicar trazos geométricos. Desarrollar la imaginación espacial.
Contenidos	Utilización de la regla graduada, compás y escuadras en la reproducción y trazo de diseños, patrones y figuras geométricas. Familiarización con el vocabulario y los trazos geométricos. Cálculo de áreas.
Material	Juego de geometría, una caja en forma de cubo y colores.

1 Organice al grupo en equipos de cinco integrantes y dibuje en el pizarrón la figura que se muestra en el planteamiento del problema. Explique a sus alumnos que la actividad consiste en encontrar y colorear diseños geométricos.

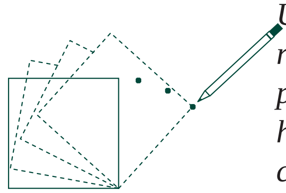
Luego plantee el siguiente problema:

Hay que girar y trasladar una caja en forma de cubo de tal forma que en el primer movimiento la arista DC quede en la parte superior, en el segundo quede a la derecha, luego abajo, después a la izquierda y así sucesivamente. Observen la trayectoria que sigue el punto B en cada movimiento. Dibujen la trayectoria y remárquela con color. Comparen las figuras que obtuvieron.

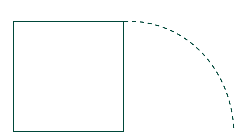


Mientras los estudiantes exploran el problema, observe sus acciones,

cuestiónelos sobre la figura que están obteniendo y anímelos a continuar. Una vez que la mayoría haya terminado, confronte las diversas formas de solución.



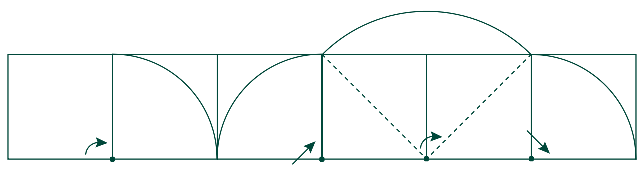
Una estrategia de solución puede ser que recorten un cuadrado de papel o cartulina para representar la cara de la caja y lo hagan girar sobre una recta marcando con puntos la trayectoria del punto B.



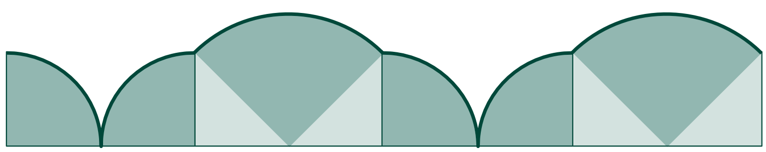
Otra estrategia de solución puede ser que los alumnos utilicen directamente escuadra y compás, Considerando que todas las trayectorias están formadas por arcos de circunferencia debido a que la caja gira en todos los casos en función de una de sus aristas.
Lo importante es considerar las soluciones que aporten los estudiantes, sólo a partir de ellas introduzca los términos geométricos apropiados tales como circunferencia, centro, radio, ángulo, arista, puntos u otros que surjan.

1. Una vez obtenida la figura básica al trasladar el punto *B*, dibújela en el pizarrón y pida a los estudiantes que la reproduzcan varias veces en su cuaderno sobre una línea recta utilizando su juego geométrico y la coloreen a su gusto.

Cuando la mayoría haya terminado pida que algunos estudiantes pasen al frente a mostrar su diseño y comenten cómo obtuvieron la figura.



Un ejemplo de estrategia de reproducción del diseño consiste en dibujar varios cuadrados y trazar después convenientemente con el compás los arcos como se muestra:



Lo importante es que a partir de las estrategias de reproducción, introduzca y precise la idea de regularidad o patrón geométrico, y que confronte las diversas maneras de utilizar las escuadras y el compás.

2. Una vez clarificada la idea de patrón o de regularidad geométrica escriba en el pizarrón este problema:

Suponiendo que la caja siguiera dando tumbos en línea recta, ¿en qué posición quedará el letrero de la caja en el décimo tumbo? ¿Y en el centésimo tumbo? ¿Y en el milésimo primer tumbo?

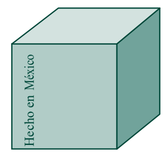
indíqueles que individualmente intenten resolver el problema de la manera que quieran y después comparen y comenten sus resultados en el equipo. Finalmente deben elegir el procedimiento que consideraron más adecuado. Cuando la mayoría haya terminado, un representante de cada equipo pasará al frente a explicar su estrategia de solución. Por ejemplo, un equipo pudo haber observado que en las diferentes orientaciones del letrero existe una regularidad numérica: el letrero está a la derecha en los tumbos 2, 6, 10...

⇧	⇨	⇩	⇦	⇧	⇨	⇩	⇦	⇧	⇨
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

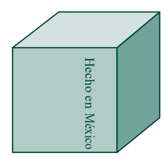
N	E	S	O	N	E	S	O	N	E
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Otro equipo pudo haber representado la regularidad utilizando los puntos cardinales:

En ambas estrategias se puede apreciar que cuando el letrero está a la derecha aparecen múltiplos de cuatro más dos: 2, 6, 10... Mientras que cuando el letrero está a la izquierda aparecen múltiplos de cuatro: 4, 8, 12...



De tal manera que para saber la posición del décimo tumbo de la caja basta dividir 10 entre cuatro y ver el residuo, con lo que se determina que 10 es múltiplo de cuatro más dos, y por tanto el letrero está a la derecha.



4. Pida a los alumnos que calculen el área de la figura básica que se obtiene en la actividad 2.

VARIANTES

Dependiendo del tiempo y las condiciones del grupo, proponga a los alumnos otras variantes de estas actividades aumentando el nivel de complejidad.

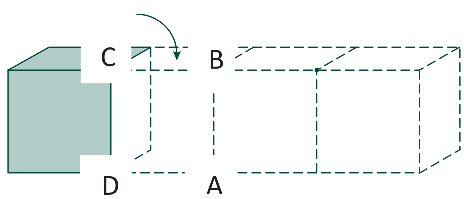
1. ¿Qué camino sigue el punto medio de la arista *AB*? Hagan lo mismo que en las actividades 1, 2, 3 y 4.
2. ¿Qué camino sigue el centro de la cara *ABCD*? Hagan lo mismo que en las actividades 1, 2, 3 y 4.
3. Construyan un pentágono regular. Investiguen la trayectoria que describe el punto medio de uno de sus lados al rotarla a lo largo de una línea recta.

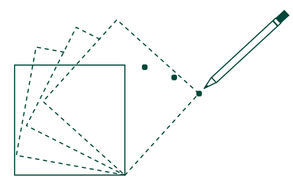
3.1.6 Dando tumbos con la TI-nspire CAS (Actividad propuesta)

Tema. Dibujos y trazos geométricos (Primer grado)

NOMBRES_______________ ________________ ________________

1. Hay que girar y trasladar una caja en forma de cubo de tal forma que en el primer movimiento la arista DC quede en la parte superior, en el segundo quede a la derecha, luego abajo, después a la izquierda y así sucesivamente. Observen la trayectoria que sigue el punto B en cada movimiento. Dibujen la trayectoria y remárquenla con color. Comparen las figuras que obtuvieron.





2. Una vez obtenida la figura básica al trasladar el punto B (Figura que traza el punto B al ir dando tumbos el cubo), reprodúzcanla varias veces en su cuaderno sobre una línea recta utilizando su juego geométrico y la coloreen a su gusto.

3. Suponiendo que la caja siguiera dando tumbos en línea recta, ¿En qué posición quedará el letrero de la caja en el décimo tumbo?____ ¿Y en el centésimo tumbo?____ ¿Y en el milésimo primer tumbo?____

Completa la tabla:

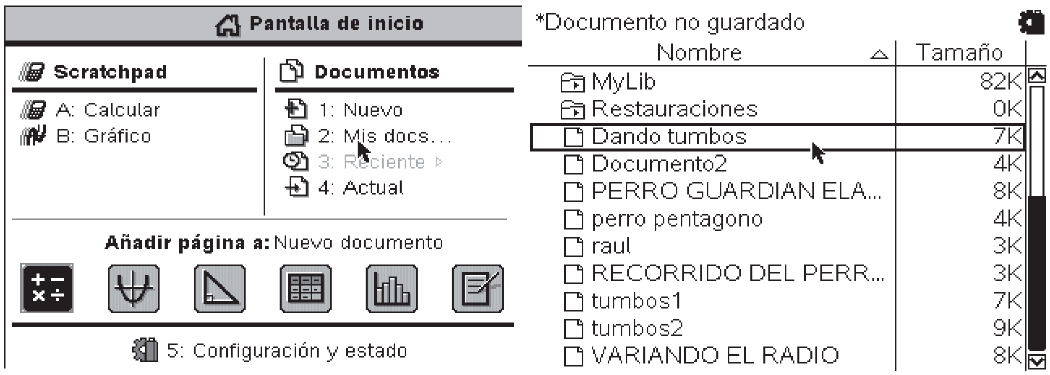
N = Norte **S** = Sur **E** = Este **O** = Oeste

POSICIÓN	N	E	S	O										
Nº TUMBO	0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	20	100	503	1001

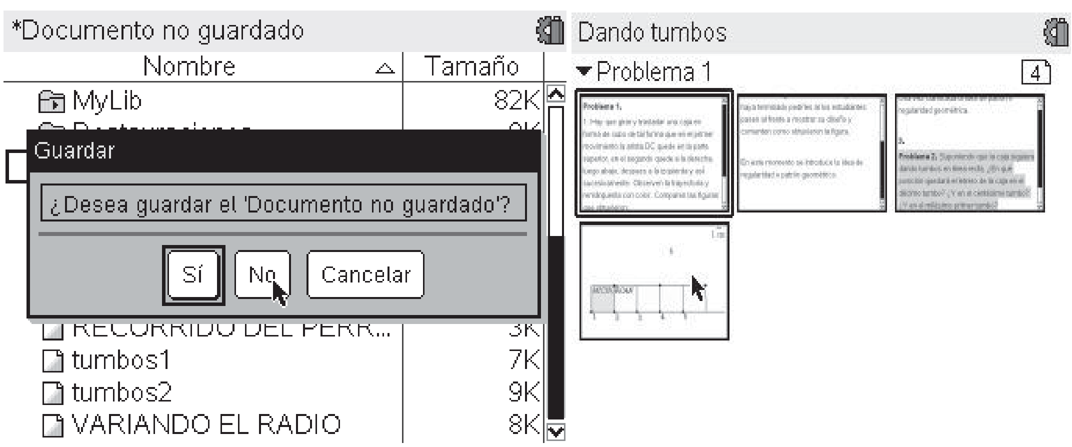
4. Calcula el área de la figura básica que se obtiene en la actividad 2.__________________

____

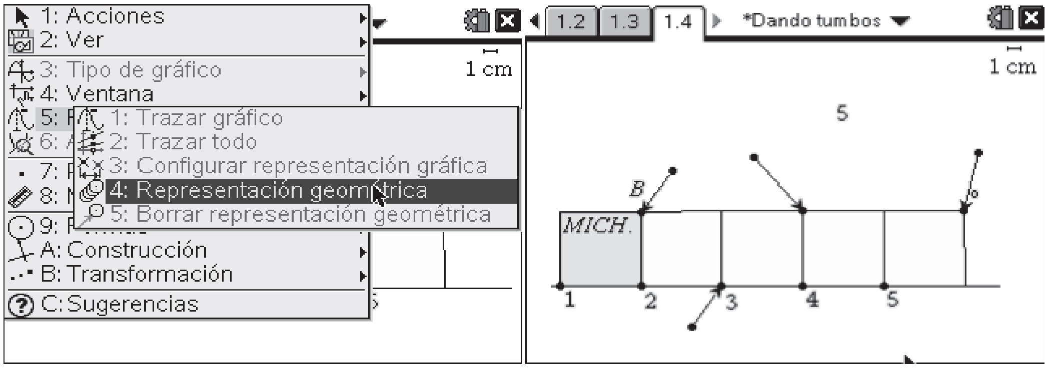
1. Abre el archivo “Dando tumbos” en la Calculadora Ti-nspire
   Selecciona Mis documentos, Dando tumbos



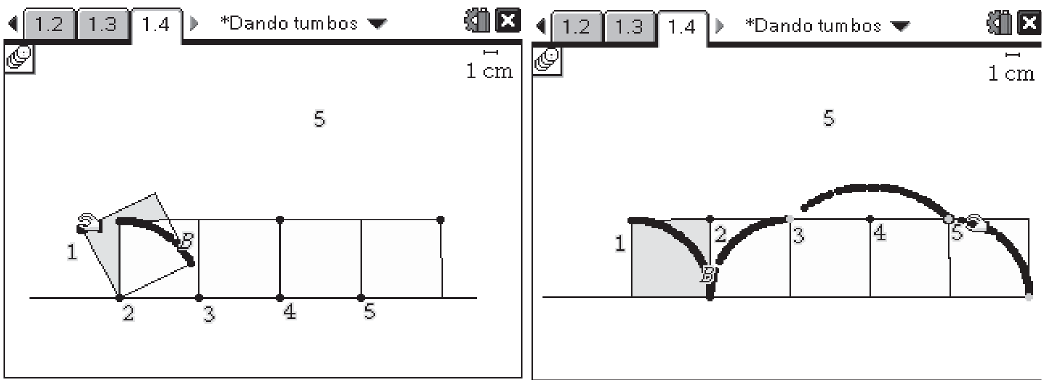
2. Te preguntará que si deseas guardar el documento anterior, da clic en “no”
   Oprime la tecla “Ctrl” y “arriba del puntero”, te aparece una pantalla como la de la derecha, da clic en la última.



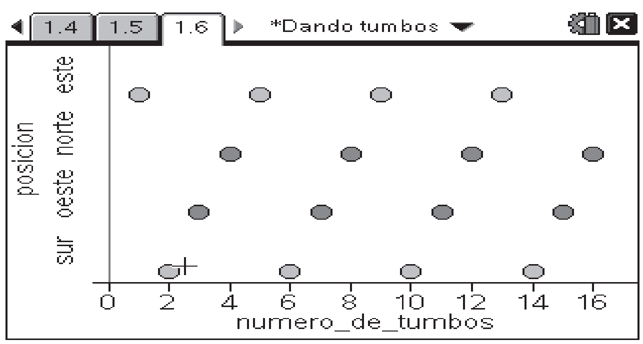
3. Oprime “Menú” “Representar geométricamente” “Representación geométrica” Da un clic en los 4 puntos que se indican con flechitas.



4. Da un clic sobre el punto 1 hasta que la manita se cierre indicando que ha tomado el punto. Muévelo como si quisieras darle un giro a la caja. Y haz lo mismo con los puntos 2, 3, 4 y 5.



5. Ahora abre el histograma que se encuentra en la hoja 6 y analiza:



¿Cada cuántos tumbos el letrero queda hacia el sur?_________

¿Cada cuántos tumbos el letrero queda hacia el oeste?_________

¿Cada cuántos tumbos el letrero queda hacia el norte?_________

¿Cada cuántos tumbos el letrero queda hacia el este?_________

¿Hacia dónde quedan los múltiplos de 4?__________

3.1.6.1 Descripción y cambios realizados a la actividad "Dando tumbos"

Además de practicar los trazos geométricos, también se pretende desarrollar la imaginación espacial al pensar el estudiante de la situación que se está generando al ir dando tumbos la caja.

A esta actividad no se le hacen cambios con respecto a la original del Fichero de Actividades Didácticas (FAD), se incluye el uso de la calculadora TI-nspire CAS donde el estudiante podrá explorar diversas situaciones que se presentan con el giro de la caja.

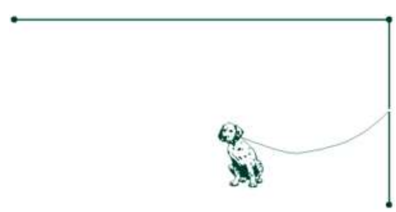
Actividad original del Fichero de Actividades Didácticas	**Actividad reestructurada para usarse con tecnología**
El análisis de los tumbos de la caja se hace con los trazos que se hacen en la libreta con el juego de geometría.	El análisis de los tumbos de la caja se puede hacer utilizando el histograma previamente cargado en la calculadora
Mientras los estudiantes exploran el problema y confrontan sus diversas formas de solución, encuentran la figura básica que se forma al trasladar el punto B.	Mientras los estudiantes exploran el problema y confrontan sus diversas formas de solución, encuentran la figura básica que se forma al trasladar el punto B. (Podrán explorar en la calculadora el movimiento del punto B).

3.1.7 El perro guardián (del fichero de actividades didácticas)

Propósitos	Practicar los trazos geométricos como una forma de acostumbrarse y de perfeccionar el uso de los instrumentos de dibujo y medición. Resolver problemas que conduzcan al cálculo de áreas de figuras usuales.
Contenidos	Área del círculo. Ejercicios y problemas sobre cálculo de áreas.
Material	Escuadras y compás.

Organice al grupo en equipos de cuatro o cinco alumnos y plantee el siguiente problema:

Un perro está atado a una cadena que le permite un alcance máximo de 2 m, unida a una argolla, que se desplaza en una barra en forma de ángulo recto cuyos lados miden 2 m y 4 m.



La argolla de la cadena puede desplazarse por toda la barra, en ambos lados.
Sombreen toda la región en la que el perro puede estar y contesten la siguiente pregunta:

¿Cuál es el área de la región que abarca el perro?

2. Organizados de la misma manera, plantee a los alumnos el siguiente problema:
Si se mantiene constante la cadena y la barra tiene la forma y medidas abajo indicadas.
(3 m x 3 m), la superficie que alcanza el perro ¿es mayor o menor que la anterior? _________ ¿Por cuánto? __________

V ARIANTES

1. Cambiando Si alguna de las variables del problema, como el largo de la cadena, las medidas de la barra o incluso su forma, se obtienen interesantes regiones de alcance. Por ejemplo: considerando una cadena de 2 m y una barra semicircular como la que se ilustra, ¿cuál es la región de alcance del perro? ¿Es mayor o menor que las anteriores?
2. Si s e quiere repasar el cálculo de perímetros, pueden aprovecharse las figuras obtenidas.

3.1.8 El perro guardián (Actividad propuesta)

Tema. Longitud de la circunferencia y área del círculo (Primer grado)

NOMBRES _______________ ________________ ________________

Un perro esta sujetado mediante una correa que se encuentra asegurada al tubo de un barandal con una argolla, lo que facilita que el perro pueda desplazarse cierta área a su alrededor, se pretende encontrar el área que resguarda el perro).

1. Haz un bosquejo del área que resguarda el perro, tomando como datos:

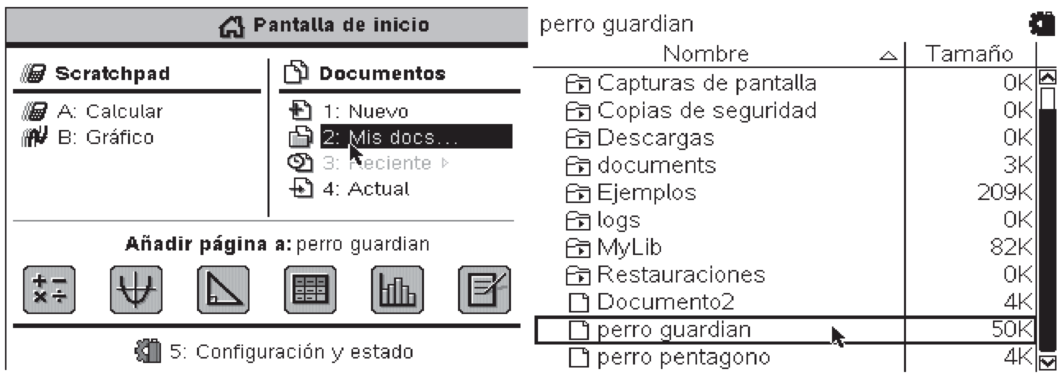
a) longitud del tubo del barandal = 10 metros b) longitud de la cadena del perro = 2 metros

2. Si el perro sólo pudiera desplazarse 1 metro, ¿Cómo quedaría el bosquejo? ¿Cuál sería el área que resguardaría?

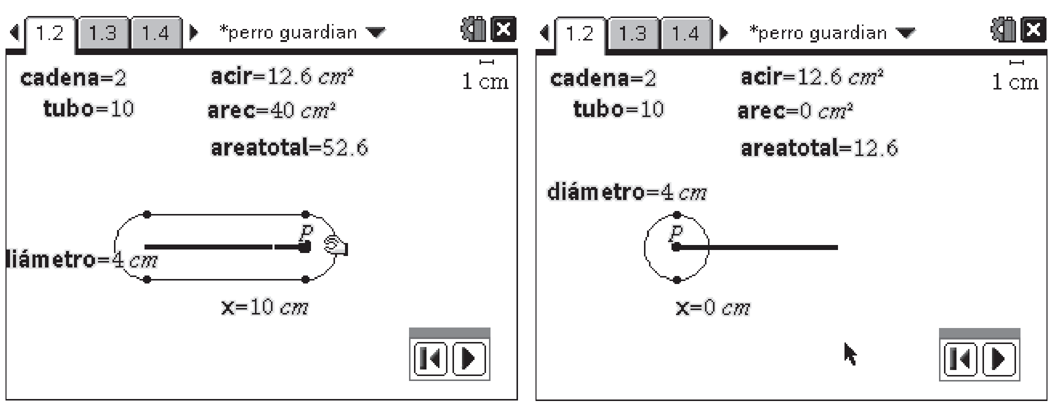
3. Si el perro pudiera desplazarse hasta 2 metros, ¿Cuál sería el área que resguardaría?

4. Si el perro pudiera desplazarse hasta 5 metros, ¿Cuál sería el área que resguardaría?

6. Abre el archivo “El perro guardián” en la Calculadora TI-nspire CAS
   Selecciona Mis documentos, “El perro guardián”



7. Da clic en el punto P hasta que la manita se cierre y muévelo hacia la izquierda y hacia la derecha. Observa lo que pasa con el área del círculo, con el área del rectángulo y con el área total que en este caso es el área que está resguardando el perro.



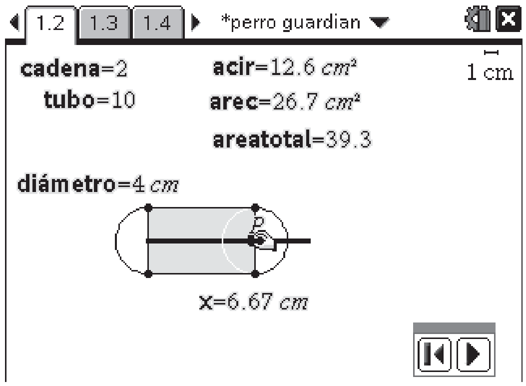
8. ¿Cuál es el área que resguarda el perro cuando la argolla no se desliza sobre el barandal?____
9. ¿Y cuando se puede deslizar hasta 1 metro?____________________________
10. ¿Y cuando se puede deslizar hasta 2 metros?____________________________
11. ¿Y cuando se puede deslizar hasta 3 metros?____________________________
12. ¿Y cuando se puede deslizar hasta 4 metros?____________________________

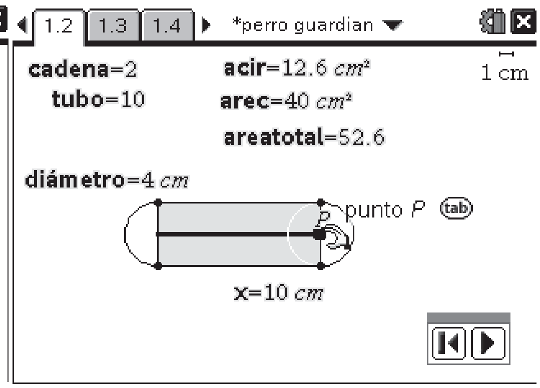
13. ¿Y cuando se puede deslizar hasta 5 metro?________________________

____

14. ¿Y cuando se puede deslizar hasta x metros?________________________

____

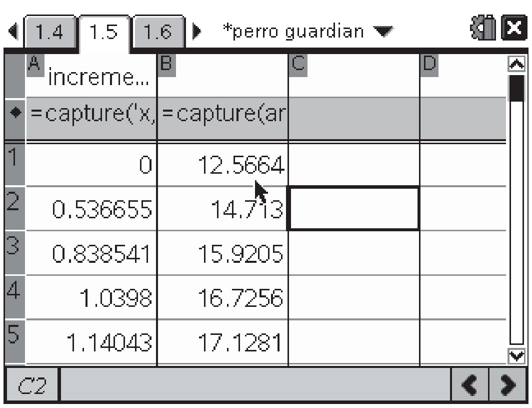


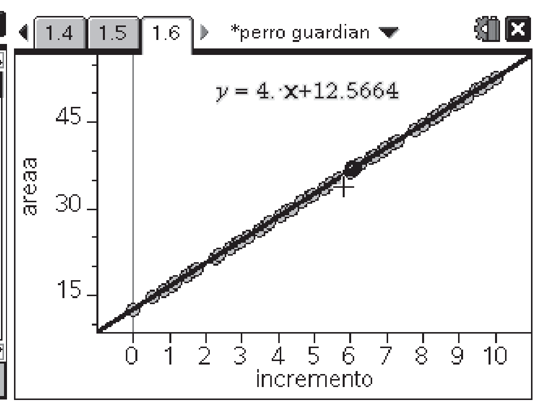


15. ¿Qué pasa cuando retiras la argolla hasta el final del barandal?__________

____

16. El área que el perro resguarda se va moviendo sobre el barandal se capturan automáticamente cuando tu mueves el punto P hacia la izquierda y hacia la derecha, pasa a la hoja 1.5 y observa la tabla.
    Pasa a la hoja 1.6, ve la gráfica de los datos capturados con el movimiento del perro sobre el barandal y observa que la ecuación que rige el área resguardada conforme el perro se desliza sobre el barandal es: Y = 4X + 12.5664, donde x es el tamaño del barandal por donde se puede deslizar el perro.





3.1.8.1 Descripción y cambios realizados a la actividad "El perro guardián"

En ésta actividad se pretende desarrollar la imaginación espacial del estudiante, además de calcular el área de figuras como el círculo, el rectángulo y sectores circulares, con el apoyo de la tecnología (Ti-nspire CAS) el alumno podrá observar y analizar lo que sucede cuando el perro se va moviendo sobre el barandal y cuando este aumenta de tamaño.

Fichero de Actividades Didácticas	**Actividad reestructurada propuesta para usarse con tecnología**
Se pretende que el estudiante trabaje con dos tubos formando un ángulo recto buscando encontrar el área que resguarda el perro sin hacer notar que existe una relación lineal entre el área que resguarda el perro y el desplazamiento de este sobre el barandal.	Se pretende que el estudiante trabaje con un con un solo tubo (barandal) y que pueda ir explorando el comportamiento de la relación lineal que se obtiene entre el área que resguarda el perro y la distancia que se mueve este sobre el barandal.
	Puede manipular el punto donde se junta la cadena con el barandal y observar: 1. La superficie que va resguardando el perro 2. El área en metros cuadrados que resguarda el perro 3. La relación lineal entre el área resguardada y el desplazamiento del perro. 4. La gráfica de esta relación lineal.

3.1.9 La velocidad y las matemáticas (del fichero de actividades didácticas)

Tema Ecuaciones y problemas (continuación)

Propósitos	Practicar los procedimientos algebraicos para resolver ecuaciones lineales, sistemas de ecuaciones 2 x 2 y ecuaciones cuadráticas. Aplicar los productos notables para factorizar polinomios de segundo grado.
Contenidos	Planteamiento de problemas que conducen a un sistema 2 x 2 de ecuaciones lineales simultáneas: su solución por el método de sustitución.

1. Organice a los alumnos en equipos de cuatro y plantee el siguiente problema:

Dos muchachos se dirigen uno hacia el otro separados por una distancia de 50 m: uno corriendo y otro caminando. El que va corriendo lo hace a una velocidad constante de 2.5 m/s y el que va caminando lleva una velocidad de 1 m/s.

¿Cuántos metros habrá recorrido el compañero que va caminando cuando se encuentre con el que va corriendo?

VARIANTES

Existen muchos problemas relacionados con la velocidad que dan lugar a sistemas de ecuaciones. Pueden trabajarse en equipo o con todo el grupo.

1. Dos personas se dirigen de un pueblo a otro, entre los cuales hay una distancia de 40 km. Una de ellas va 2 km por hora más rápido que la otra y llega una hora antes. Calculen la velocidad y el tiempo que cada una de las personas invierte en su recorrido.
2. Durante un sismo las ondas primaria y secundaria viajan a una velocidad de 8 km/s y 4.8 km/s, respectivamente. Si a una estación sismica la onda primaria llegó 15 segundos antes que la secundaria, ¿a qué distancia se encontraba el epicentro del temblor?

3.1.10 La velocidad y las matemáticas con la Ti-nspire CAS (Actividad propuesta)

Tema. Ecuaciones y problemas (Tercer grado)

NOMBRES ________________ _________________ ________________

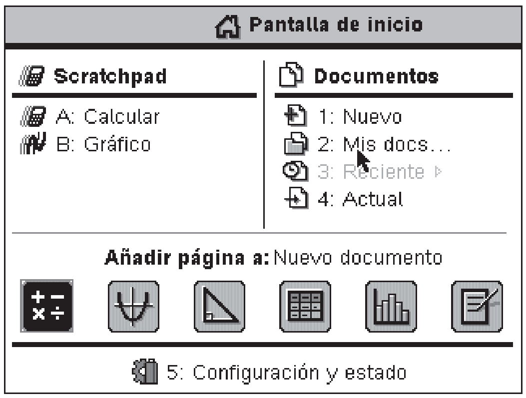
Problema. Dos muchachos se dirigen uno hacia el otro separados por una distancia de 50 metros, uno corriendo y otro caminando. El que va corriendo lo hace a una velocidad constante de 2.5 m/s y el que va caminando lleva una velocidad de 1 m/s.

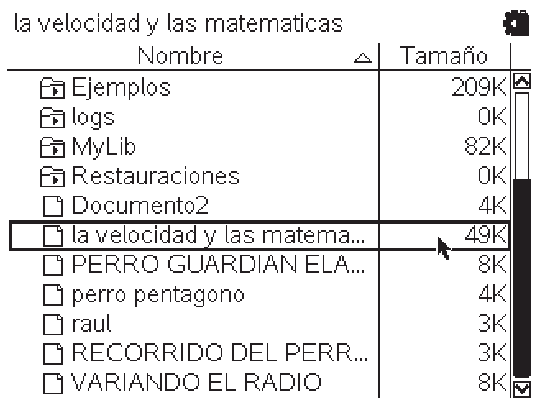
¿Cuántos metros habrá recorrido el compañero que va caminando cuando se encuentre con el que va corriendo?

50 metros

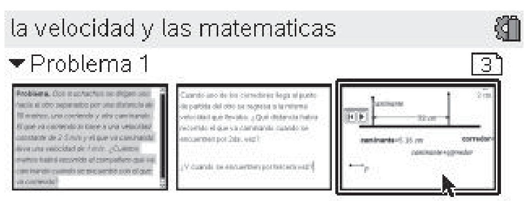
TI-nspire CAS

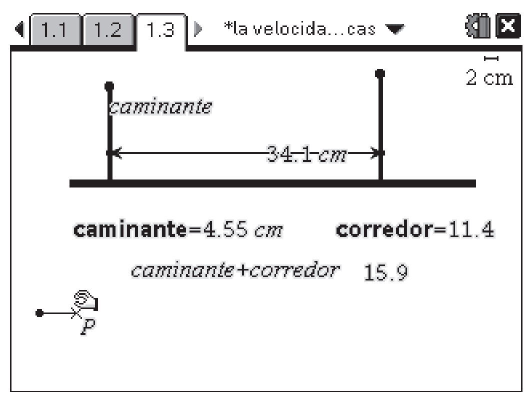
1. Clic en "Mis documentos", abre el archivo "La velocidad y las matemáticas"





2. Te preguntará que si deseas guardar el documento anterior, da clic en "no" Oprime la tecla "Ctrl" y "arriba del puntero", te aparece una pantalla como la de la izquierda, da clic en la hoja 1.3





Toma el punto P, da clic en P hasta que la manita se cierre muévelo lentamente hacia la izquierda y hacia la derecha y observa que pasa con el caminante y con el corredor, además, con los datos numéricos que están ahí.

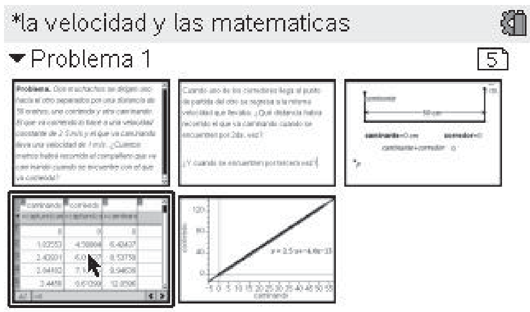
Explica lo que sucede

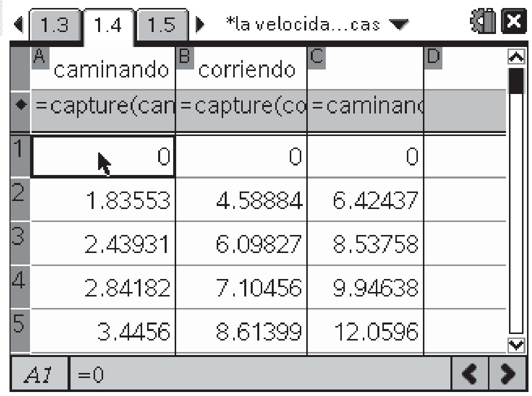
____

____

____

Ahora pasa a la hoja 1.4, oprime “ctrl” y “derecha del puntero” observa la hoja de cálculo capturada con el movimiento del corredor y del caminante.





¿En qué momento la suma del corredor y del caminante es de 50 metros)?____

Explica porqué____

____

____

____

Escribe una ecuación que te resuelva el problema_____________________________

¿Qué distancia habrá recorrido el que va caminando cuando se encuentren?________

____

3.1.10.1 Descripción y cambios realizados a la actividad "Dando tumbos"

La velocidad y las matemáticas. Existen muchos problemas de velocidad, pero este en particular permite a los estudiantes encontrar diversas maneras de solucionarlo, lo que nos puede enriquecer los procedimientos. En este caso proponemos la tecnología (Ti-nspire CAS) para ver poco a poco lo que camina uno y lo que corre el otro a la vez que se va elaborando una tabla que nos permite ver y analizar lo que se desplazan los dos.

Fichero de Actividades Didácticas	**Actividad reestructurada propuesta para usarse con tecnología**
Se espera que el estudiante elabore una tabla en la que se observe y compare lo que avanza uno y el otro conforme avanza el tiempo hasta encontrar el punto donde se cruzan.	En este caso proponemos la tecnología (Ti-nspire CAS) para ver poco a poco lo que camina uno y lo que corre el otro a la vez que se va elaborando una tabla que nos permite ver y analizar lo que se desplazan los dos, y localizar el punto exacto donde se cruzan.

CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

4.1 Diagrama de la metodología.

A través del diagrama de la ***fig. 1*** se explica la metodología que se siguió.

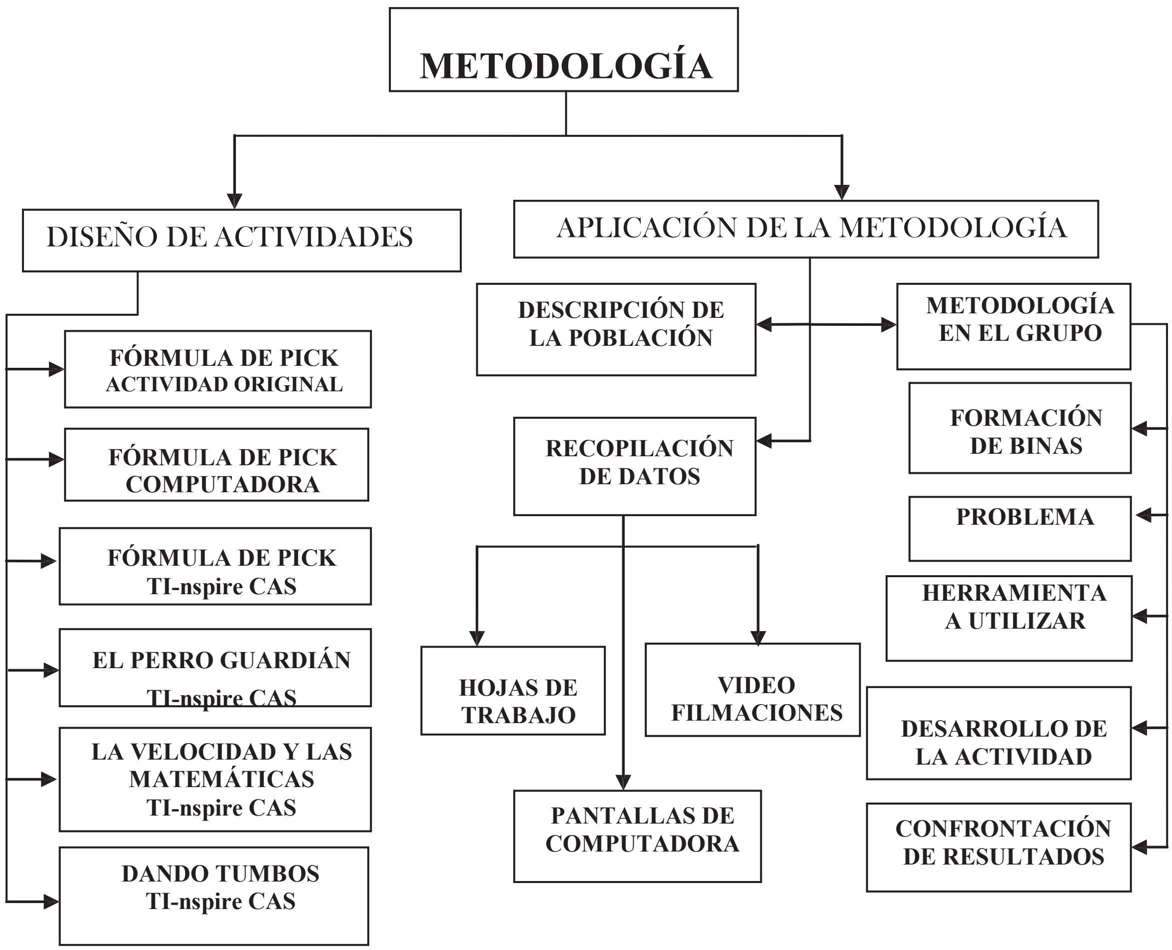


Figura 4.1. Organización del contenido del capítulo 4.

Como se muestra en la figura 4.1, la metodología fue dividida en dos partes; la correspondiente al diseño de actividades y la de aplicación.

En el capítulo 3 se abordó la parte correspondiente al diseño de actividades, por lo que en este capítulo nos enfocaremos a la aplicación de la metodología y exclusivamente a la actividad “Fórmula de Pick con computadora” utilizando geometría dinámica, las otras 4 actividades no se experimentaron.

4.2. Aplicación de la metodología

Las unidades de este capítulo son descritas basándonos en la segunda parte de la ***fig. 4.1*** que nos muestra de manera general cómo fue abordada la metodología en esta investigación.

4.2.1 Descripción de la población

La actividad fue aplicada a un grupo de 24 profesores que en ese momento eran alumnos del diplomado de EMAT en Michoacán. Todos los profesores-alumnos pertenecen a la región de Apatzingan, y estaban cursando este diplomado de 8:00 a 16:00 hrs durante 20 sábados seguidos. Cabe señalar que para las fechas en que se trabajó la actividad ellos estaban prácticamente a la mitad de su diplomado, por lo que podemos decir que ya tenían una práctica aceptable en el manejo del programa de geometría dinámica (Cabri-geometre).

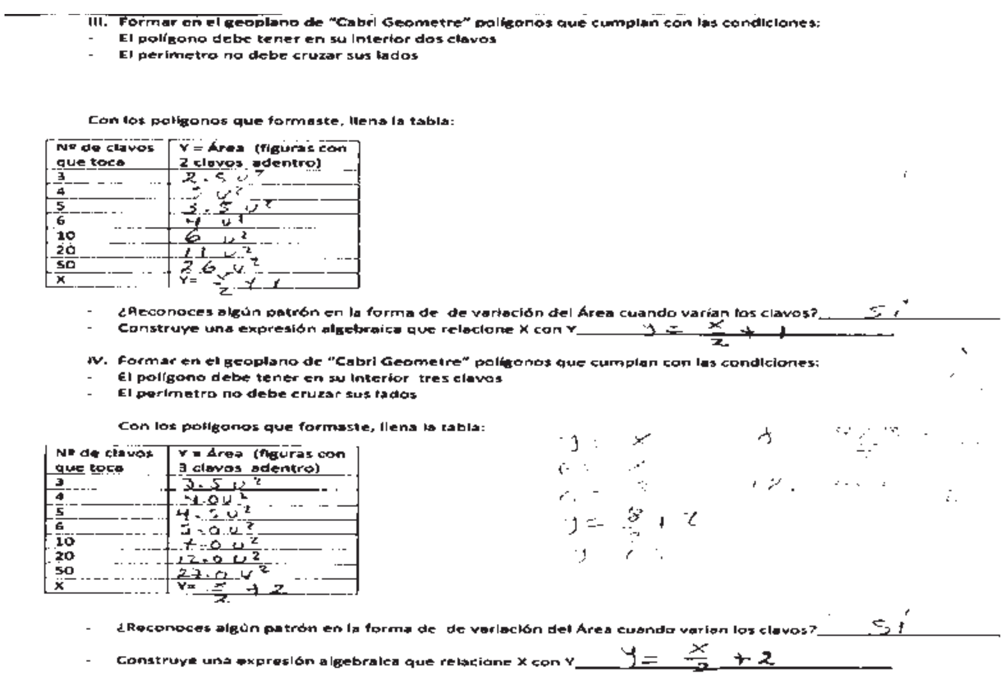
4.2.2. Recopilación de datos

Aquí describimos la manera en que fue recabada la información en nuestra investigación de las hojas de trabajo, de las pantallas de las computadoras y de la video filmación.

4.2.2.1. Hojas de trabajo

La actividad “Fórmula de Pick” fue diseñada en 5 hojas de trabajo en las que se insertaron tablas donde se recabaron los datos obtenidos durante el proceso de trabajo en equipo, siendo éstas las que deberán ser discutidas primeramente en su equipo (bina) y posteriormente en la socialización con todo el grupo. Las tablas son las consideradas para su análisis en las actividades realizadas por los profesores.

La ***fig. 4.2*** muestra parte de una de las hojas de trabajo contestadas por una de las binas.



III. Formar en el geoplano de "Cabri Geometre" polígonos que cumplan con las condiciones:

- El polígono debe tener en su interior dos clavos
- El perímetro no debe cruzar sus lados

Con los polígonos que formaste, llena la tabla:

Nº de clavos que toca	Y = Área (figuras con 2 clavos adentro)
3	2.5 u²
4	3 u²
5	3.5 u²
6	4 u²
10	6 u²
20	11 u²
50	26 u²
X	Y= $\frac{x}{2}+1$

- ¿Reconoces algún patrón en la forma de de variación del Área cuando varían los clavos? Sí
- Construye una expresión algebraica que relacione X con Y $y=\frac{x}{2}+1$

IV. Formar en el geoplano de "Cabri Geometre" polígonos que cumplan con las condiciones:

- El polígono debe tener en su interior tres clavos
- El perímetro no debe cruzar sus lados

Con los polígonos que formaste, llena la tabla:

Nº de clavos que toca	Y = Área (figuras con 3 clavos adentro)
3	3.5 u²
4	4.0 u²
5	4.5 u²
6	5.0 u²
10	7.0 u²
20	12.0 u²
50	27.0 u²
X	Y= $\frac{x}{2}+2$

- ¿Reconoces algún patrón en la forma de de variación del Área cuando varían los clavos? Sí
- Construye una expresión algebraica que relacione X con Y $y=\frac{x}{2}+2$

Figura 4.2. Parte de la hoja de trabajo cuatro, contestada por una de las binas.

4.2.2.2. Pantallas de computadoras

La computadora, a través de las pantallas (monitores) en su mayoría de 15 pulgadas nos muestran la facilidad con la que los profesores podían construir y de ser necesario borrar algunos de los polígonos que se les pidió para esta actividad, además, la fácil manipulación de las figuras con sólo tomar uno de los vértices y moverlo sobre los puntos del geoplano, puede también, de ser necesario, calcular el área de los polígonos para aquellos casos donde los polígonos quedan muy irregulares y es complicado encontrar la superficie de éstos.

La figura 4.3 muestra el trabajo de una bina cuando tenía serios problemas para encontrar el área del polígono que trazó, se alcanza apreciar que hizo un polígono tan complicado que ni los clavos que toca podía contar.

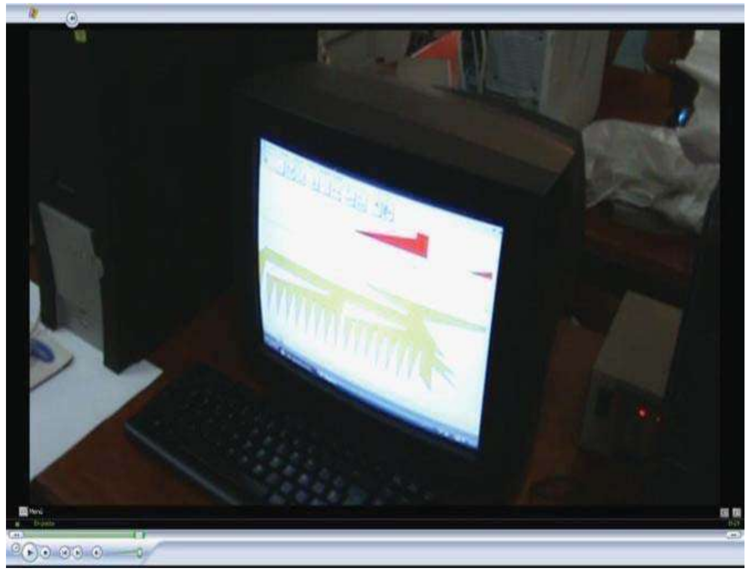


Figura 4.3. Este monitor muestra el trabajo de uno de los equipos cuando traza sus polígonos y se le pide calcular el área del mismo.

4.2.2.3 Video filmaciones

La filmación de la sesión de trabajo se llevó a cabo con dos cámaras; una fija y una móvil, la fija se colocó de manera estratégica en una esquina del salón donde se podía captar el desarrollo de la clase, sólo que no consideramos que al encender el aire acondicionado y al estar tan cerca de la cámara de video nos iba a modificar el audio de la grabación, lo cual sucedió y de ésta cámara sólo captamos video con audio distorsionado por el ruido del aire acondicionado. La cámara móvil se encargó de captar las preguntas, actitudes, expresiones y los diálogos entre las binas participantes que nos permiten un análisis más profundo de las situaciones didácticas que se dieron.

Las dos cámaras con las que nos apoyamos para estas grabaciones fueron de formato digital, lo que nos permite un acceso a los videos más rápido que los de formato analógico.

Los diálogos se organizaron de tres maneras, en la primera se toman seis columnas para la organización de los videos: tiempo, participante, qué sucede, ¿me interesa o no?, diálogos de los maestros y diálogo de mi parte con ellos (***tabla 4.1***)

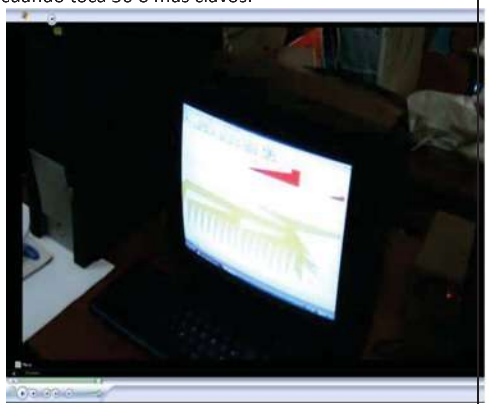
				DIÁLOGO	
TIEMPO	PARTICIPANTE	QUÉ SUCEDE	¿Interesante?	MAESTROS	OMAR
0:14:17 - 0:18:13	Omar – C6	Le pregunto al maestro que si la figura grande que trazó es sólo para comprobar y él dice que en la actividad le están pidiendo el área de la figura que toca 50 clavos, se les hace la aclaración a todos que si ya descubrieron el patrón que relaciona las figuras, no es necesario hacerlas, basta con encontrar el área cuándo toca 50 o más clavos.  Él me muestra otras figuras y le digo que el área que él encontró no coincide con la que debería haberle salido, al contarme los clavos que toca su figura nos damos cuenta que no está contando todos los clavos que debería haber contado, aunque el área si la está calculando bien descomponiendo la figura. La figura que él estaba considerando como que tocaba 6 clavos, en realidad estaba tocando 9 clavos.	si		¿Esa figura grande es para comprobar solamente?
				No, es que dice aquí que 50 clavos.	"Maestros" Si ustedes ven que la de 50 queda muy grande, la de 20 o la de 10, no las hagan, si ustedes descubren un patrón entre….

Tabla 4.1. Parte del diálogo con uno de los participantes, donde él quería trazar el polígono que tiene 50 lados.

En la segunda, se toman para la organización de la información sólo tres columnas: Diálogo, Explicación y Conclusión (***tabla 4.2***).

DIÁLOGO	EXPLICACIÓN	CONCLUSIÓN
B1: n sobre dos, más entre paréntesis n-1 **B2:** ¿Para sacarlo?, si me da el área. **B1:** Aquí es 1 y medio, aquí es 2, aquí va a ser……..la uno X entre dos más n+1 **B2:** ¿n+1? **B1:** Creo que sí, haber; seria x entre dos…..x entre dos……es menos uno, si lo único que está mal es lo único que está mal es n la primera, la segunda está bien, aquí ésta n, es x en lugar de n, x entre dos más n-1, …	Está generalizando la concentración final, B1 le explica a B2 como encontro la generalización final. Todos los datos que tienen en su tabla son correctos.	Encuentran que tienen un error en la fórmula general y lo corrigen, de quí se concluye que pueden localizar ellos sus propios errores con el análisis de cada una de las fórmulas que habían encontrado previamente y

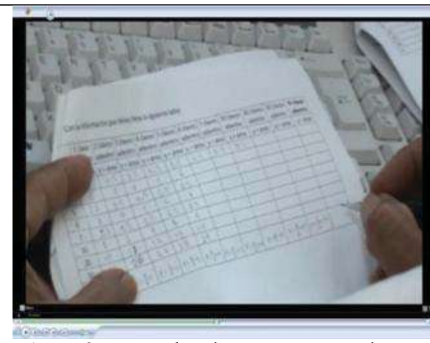
porqué, porque aquí sería: x entre 2 es 1 y medio más n-1, aquí n es 1 clavo, 1-1 es cero, entonces: x entre dos más cero, aquí sería; x entre 2 mas n que vale dos menos 1, 2 menos 1 es 1, x entre dos más 1, aquí es x entre 2 mas n -1, 3-1 es 2, entonces, aquí, aquí está bien, aquí nada más es:.. **B2:** x/2 **B1:** x/2 + n – 1, así es, y ahí ya cumple. Nomás que habíamos puesto n en lugar de x, **B2:** ya está, ahora si nos podemos ir a almorzar. **Rosy:** Cuál es la corrección. **B1:** La corrección es Y = x/2 + n – 1, la corrección es que habíamos puesto n, en lugar de x.	 B1 está tratando de encontrar el error que tiene su compañero en la fórmula general de la última tabla, cuando lo encuentra le dice en dónde está mal. Le dice que en la última fórmula es: x/2 +(n-1) en lugar de n/2 + (n-1), lo cuál es correcto y le explica el porqué llegó él a ese razonamiento.	que la interacción entre parejas les permite aprender del otro.

Tabla 4.2. Diálogo con una de las binas donde ellos descubren que tienen un error.

Y la tercera, en donde se asigna a cada profesor participante una clave, el tiempo exacto del episodio, se hace la explicación de lo que sucede en él, se describen los diálogos completos y se hacen las observaciones y conclusiones (***tabla 4.3***).

DIÁLOGOS DEL VIDEO

SESIÓN DE APATZINGAN

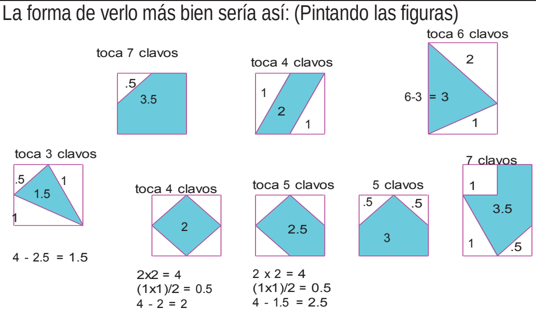
Claves:

Claves:	M:	Maestro
	B1:	Alumno del equipo B
	B2:	Alumno del equipo B
	C1:	Alumno del equipo C
	C2:	Alumno del equipo C
	D1:	Alumno del equipo D
	D2:	Alumno del equipo D
	M1:	Maestro auxiliar 1
	M2:	Maestro auxiliar 2
	G:	Grupo

Tiempo 0:7:30 – 0:13:30

En este episodio se observa que uno de los integrantes de la bina le explica a su compañero; como las figuras que él trazó tocan los clavos, se apoya en la pantalla de la computadora para hacer su explicación. Le explica sobre la pantalla cuál es la base y la altura del triángulo y que para encontrar el área de los polígonos hace lo siguiente: Alrededor se la figura traza un cuadrado o un rectángulo, encuentra el área de las figuras que quedan rodeando el polígono azul y se las resta a el área que encontró del cuadrado o rectángulo.

B2	Son 4 unidades, ésta es la mitad, si lo ves así, ahí tiene la mitad adentro y la mitad afuera, si lo volteamos así, también ahí la mitad está afuera. Si miramos, queda de éste lado una unidad, de ésta unidad hay una mitad afuera, de 4 hay 2.5 afuera.
B1	Tiene 3
B2	Tiene 1 ½ de área. Éstas son las partes de las que estamos hablando.

<table>
<tr><td>B1</td><td>Si, si, si</td></tr>
<tr><td>B2</td><td>La forma de verlo más bien sería así: (Pintando las figuras)

</td></tr>
<tr><td>B2</td><td>Éste tiene 7</td></tr>
<tr><td>B1</td><td>Tiene 3 ½ el de 7. El que sea, todos tienen la misma área.</td></tr>
<tr><td>B2</td><td>Si, dá lo mismo.</td></tr>
</table>

Observaciones y conclusiones

- El maestro B1 que tenía problemas para encontrar el área de los polígonos, con la explicación que le dá su compañero sobre el monitor comprende cómo calcular el área de sus polígonos.
- Descubren observando en el monitor que todas las figuras que tocan 7 clavos con un clavo en el interior tienen un área de 3.5, con lo que se alcanza apreciar que la computadora nos ofrece la posibilidad de manipular y nos hace mas obvias las áreas de los poligonos trazados.

Tabla 4.3. Descripción total de lo que sucedió en un episodio completo.

4.2.3 Metodología en el grupo

En este apartado presentamos el cómo se trabajó con el grupo, que corresponde a la metodología sugerida para profesores de secundaria para abordar algunos temas del programa con sus alumnos.

La actividad de "La fórmula de Pick" fue trabajada con dos grupos de maestros de Matemáticas, los dos integrantes del Diplomado EMAT que se imparte en Michoacán, donde se especializan en el uso de cuatro herramientas tecnológicas:

1. Geometría dinámica (Cabri-geometre)
2. Calculadora Voyage 200
3. Hoja de cálculo (Excel)
4. Logo (Lenguaje de programación)

Uno de los grupos era de la región Morelia, el cual estaba tomando el diplomado en la Secundaria Técnica 108, a este grupo se le aplicaron las hojas de trabajo diseñadas para Calculadora Voyage 200, era la primera vez que utilizaban el software de geometría dinámica, aunque ya habían tomado dos sesiones previas con esta herramienta.

Otro de los grupos fue el de la región de Apatzingan, el cual estaba tomando el diplomado en la Secundaria Técnica 5, a este grupo se la aplicaron las hojas de trabajo diseñadas para trabajarlas con el software de Cabri-geometre, pero con la computadora.

Aunque el trabajo de Morelia fue muy interesante, sólo presentamos el de Cabri en computadora de Apatzingan debido a que las grabaciones en Morelia fueron muy deficientes y no se captaron momentos importantes.

Lo que sí podemos afirmar es que a los profesores se les facilita más manipular el Cabri de la computadora por lo sencillo del manejo del puntero con el mouse y la rapidez con la que se puede trabajar con él, a diferencia de manejar el Cabri en la calculadora, donde se tiene que trabajar el puntero con las teclas direccionales.

4.2.3.1 Formación de binas

Las binas fueron formadas procurando que en cada una de ellas quedara un maestro con más dominio de la computadora con la finalidad que al interactuar entre ellos uno aprendiera del otro como se pudo observar en la mayoría de las binas casi siempre hay uno que tiene mayor dominio de las herramientas tecnológicas y más cuando los profesores en su gran mayoría jamás habían tenido roce con éstas.

4.2.3.2 Problema

Se explicó que la actividad estaba enfocada a desarrollar la generalización por lo cual se les presentaba para que de forma inducida encontraran las generalizaciones con el apoyo de tablas y de la tecnología.

4.2.3.3 Herramienta a utilizar

Las hojas de trabajo explicaban cómo utilizar la herramienta (Cabri en computadora) de modo que los problemas que tuvieron para trabajar con ella fueron mínimos.

4.2.3.4 Desarrollo de la actividad

La actividad consta de 4 partes:

I. Los profesores (alumnos del diplomado EMAT), en este caso maestros de secundaria, utilizando la computadora, la herramienta de Cabri, construyen varios polígonos dejando solo un clavo (punto) en el interior del polígono, tomando en cuenta que el polígono no debe cruzar sus lados.

Posteriormente, calcularon el área de todos los polígonos que encontraron y con estos resultados llenaron la tabla que tienen en la hoja 4, que concentra las áreas de los polígonos que tocan 3, 4, 5, 6, 10, 20 y 50 clavos en su perímetro, además de que encontraron la fórmula que te calcula el área de cualquier polígono con 1 clavo adentro en función de x, que serían los clavos que toca el polígono.

II. Utilizando la misma herramienta y aprovechando las figuras que trazaron en la parte I, modificaron sus polígonos colocando el puntero sobre uno de los vértices del primer polígono, dando un clic y sin soltar moverlo hacia otro punto del geoplano, teniendo en cuenta que ahora la figura tenga en su interior dos clavos. Lo mismo hicieron con todas las figuras que habían trazado.

Enseguida, calcularon el área de todos los polígonos que modificaron y con estos resultados llenaron la tabla que tienen en la hoja 4, que concentra las áreas de los polígonos que tocan 3, 4, 5, 6, 10, 20 y 50 clavos en su perímetro, además de que dedujeron la fórmula que te calcula el área de cualquier polígono con 2 clavos adentro en función de x, que serían los clavos que tocan el polígono.

III. Utilizando la misma herramienta y aprovechando las figuras que trazaron en la parte II, modificaron sus polígonos colocando el puntero sobre uno de los vértices del primer polígono, dando un clic y sin soltar moverlo hacia otro punto del geoplano, teniendo en cuenta que ahora la figura tenga en su interior tres clavos, haciendo lo mismo con todas sus figuras (***fig. 4.4***)

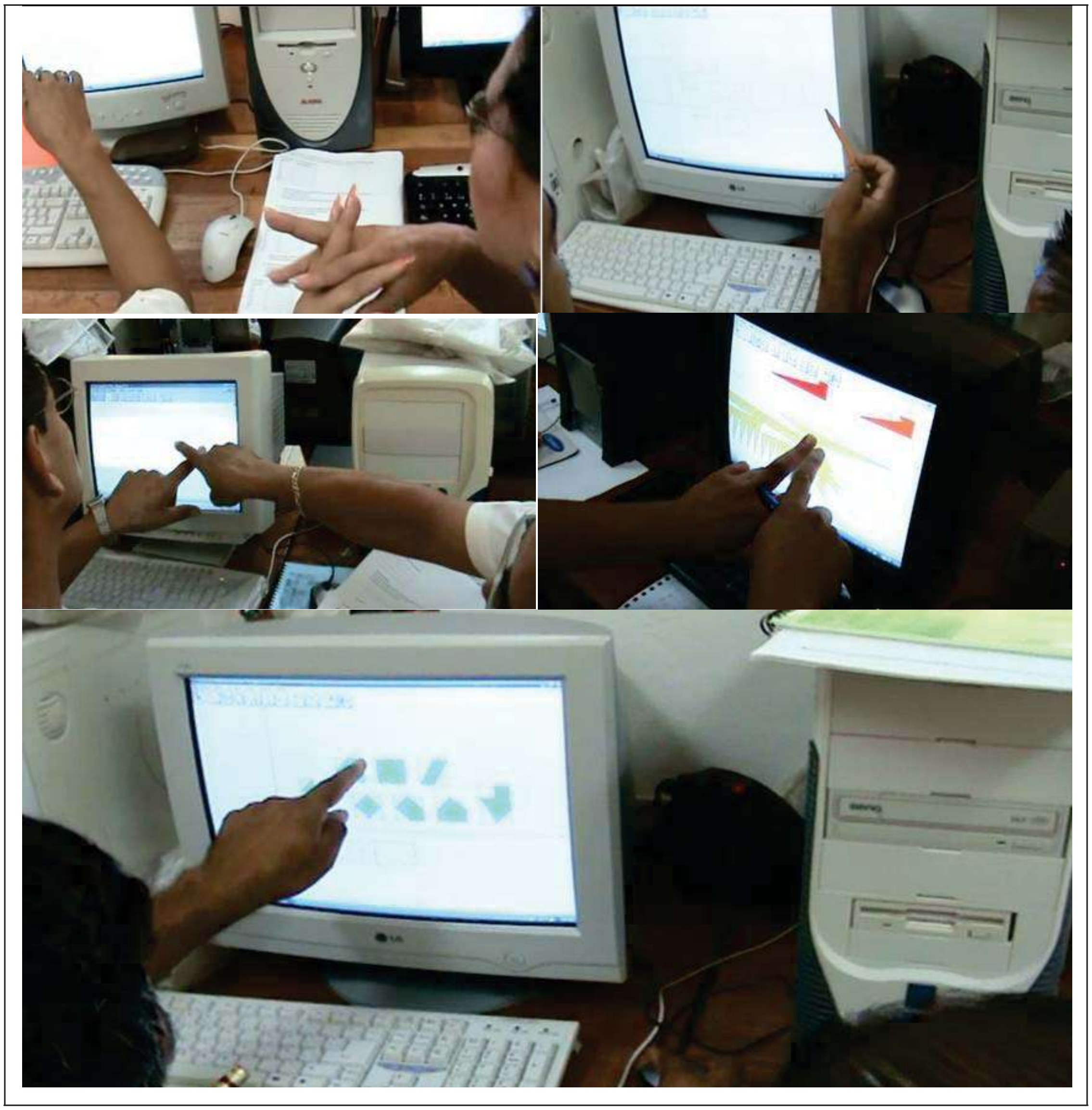


Figura 4.4 Durante el desarrollo de la actividad, todas las binas utilizan la pantalla de la computadora para calcular el área de sus polígonos o para mostrarle a su compañero sus procedimientos.

Enseguida, calcularon el área de todos los polígonos que modificaron y con estos resultados llenaron la tabla que tienen en la hoja 5, que concentra las áreas de los polígonos que tocan 3, 4, 5, 6, 10, 20 y 50 clavos en su perímetro, además de que dedujeron la fórmula que te calcula el área de cualquier polígono con 3 clavos adentro en función de x, que serían los clavos que toca el polígono.

IV. Con los datos obtenidos y concentrados en las 3 tablas anteriores ellos pudieron intuir el comportamiento de lo que serían las áreas para cuando el polígono tenía **4, 5, 6, 7, 10, 20, 50** y **n** clavos en el interior.

Entonces ahora estarían en condiciones de llenar la tabla de la hoja 5, donde hacen un concentrado de los resultados encontrados con lápiz y por deducción, logrando 6 binas de las 12 que participaron en la actividad redescubrir la fórmula de **George Alexander Pick (1899).**
Cuando algún equipo preguntaba, se trataba de orientar sobre la actividad, no de contestarla.

4.2.3.5 Confrontación de resultados

En ésta parte se escogieron dos binas para que expusieran sus conclusiones y cómo llegaron a redescubrir la fórmula de Pick:

a) **Primer pareja**. Esta comenzó su explicación con la fórmula encontrada por ellos, para el primer caso intentan demostrar que funciona para cuando tiene 6 clavos adentro y 10 clavos en el perímetro del polígono (***fig. 4.5***). Al darse cuenta el grupo que el resultado no coincidía con los suyos, el profesor C1 demuestra que sí funciona para cuando tiene 3 clavos en su interior, pero ahí nos damos cuenta que la expresión encontrada por ellos no es una expresión general, cuando explicaron su razonamiento y comprobaron algunos resultados encontraron que solo funcionaba para cuando tiene 3 clavos en su interior (***fig. 4.6***).

b) **Segunda pareja**. Ellos tenían todo su proceso correcto, llenaron la tabla final explicando cómo fueron deduciendo las fórmulas parciales de Pick hasta deducir la fórmula general donde intervienen ya dos variables; los clavos que toca en su perímetro y los clavos en su interior.

En las dos binas se procuro que fuera el grupo quien validara o desechara sus resultados.

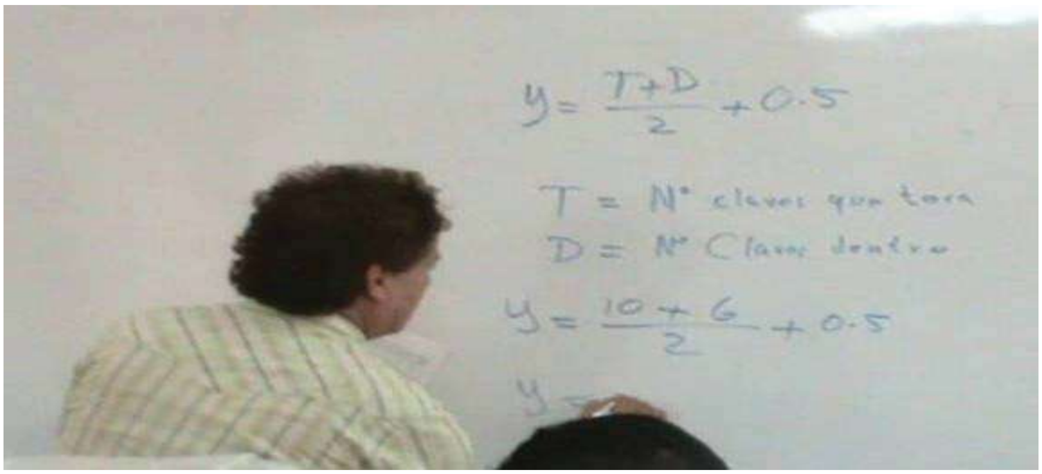


Figura 4.5. El profesor C1 en la etapa de confrontación de resultados, dónde expone la fórmula encontrada por su equipo (bina) y el grupo le hace ver que no es válida para cuando tiene 6 clavos en su interior.

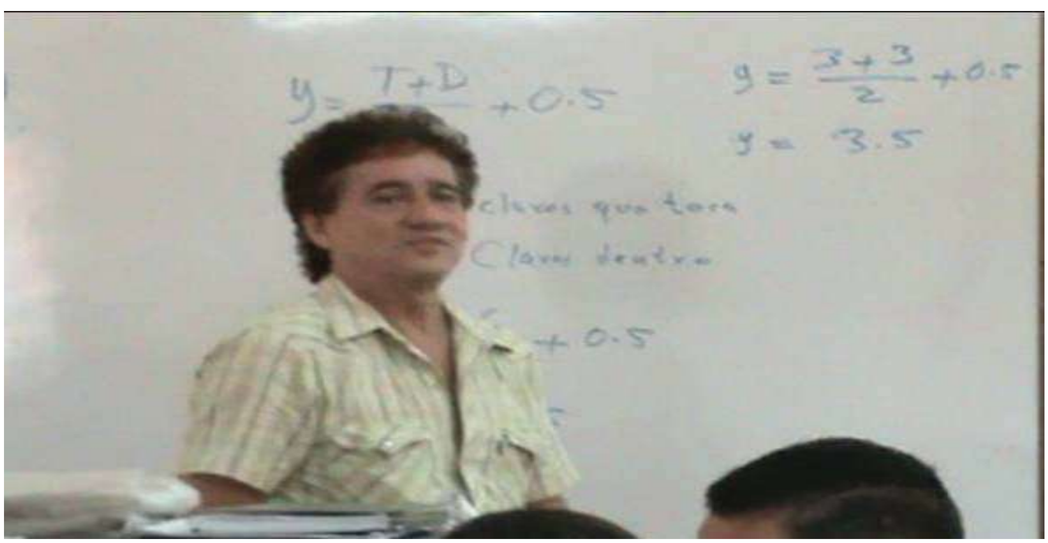


Figura 4.5 El profesor C1 en la etapa de confrontación de resultados, dónde expone la fórmula encontrada por su equipo (bina), demostrando que es válida para cuando tiene 3 clavos en su interior y cuando toca en su perímetro 3 clavos.

CAPÍTULO 5. ANÁLISIS DE LA EXPERIMENTACIÓN Y RESULTADOS

En el proceso del desarrollo de la metodología ya descrita en el capítulo anterior se recabó información emanada de la recopilación de datos, la cual se organizó y analizó de la siguiente manera:

5.1 Organización de la información

En este apartado se describe la forma en que se organizó la información, desde las hojas de trabajo hasta los datos de los videos.

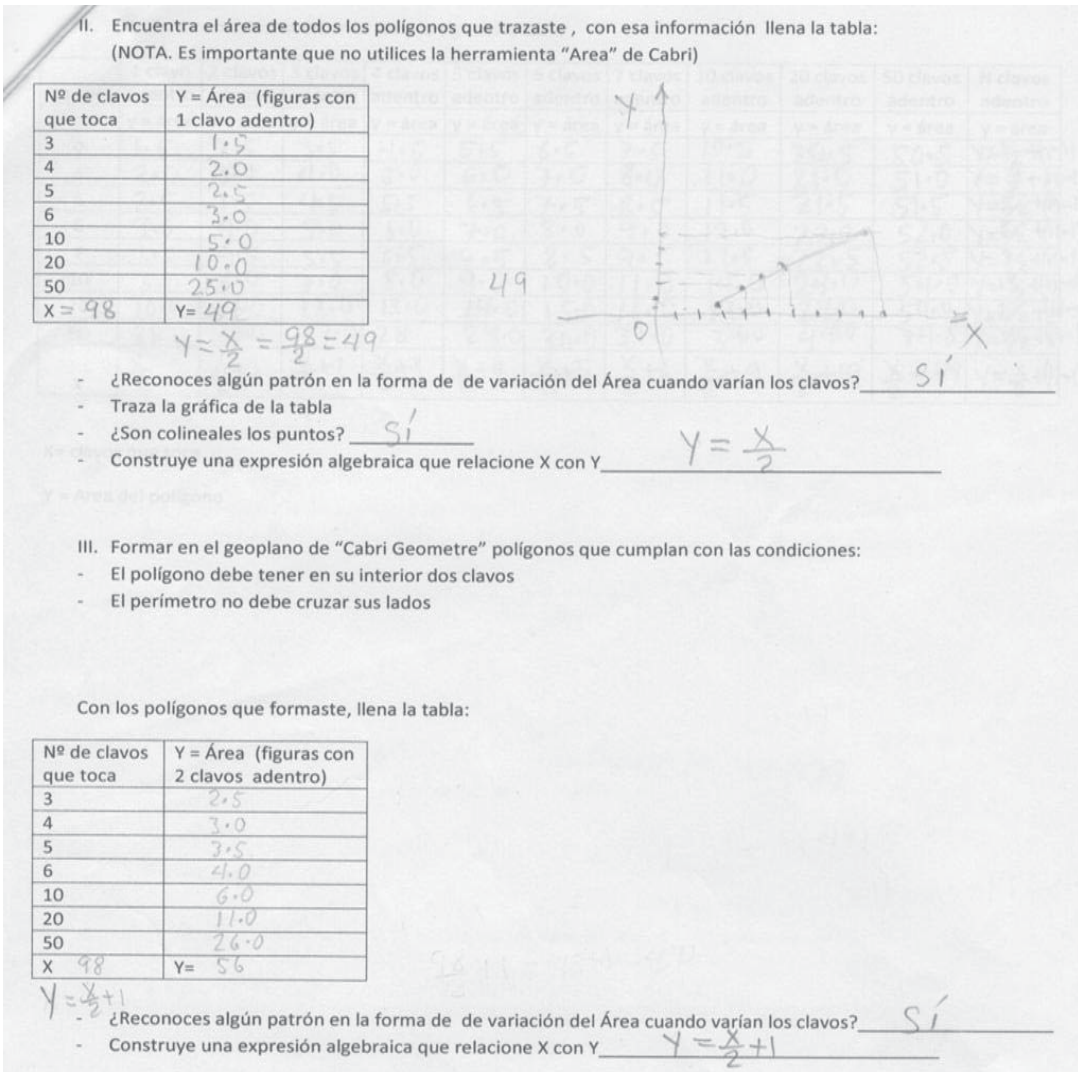
5.1.1 Organización de las hojas de trabajo

La actividad que se experimentó constaba de 5 hojas de trabajo, de las cuales, en las primeras 3 se detallan las instrucciones para trabajar con la computadora como herramienta auxiliar, en la hoja 4 se encuentran las tabas que el estudiante llenará con los datos recabados en la pantalla de la computadora.

En la (***fig. 5.1***) podemos observar la hoja 4 de una pareja de profesores, donde contestan prácticamente lo que se espera, más no así en la (***fig. 5.2***) donde se observa que esta bina no contestó las preguntas, pero sí llenó las tablas, incluso encontraron la fórmula de Pick para los primeros 2 casos.

Debido a que la mayoría contestó correctamente lo que tenía en su hoja de trabajo, un referente para la organización de las hojas de trabajo fue la cantidad de reactivos que contestaron, es decir; primero seleccionamos las hojas de trabajo concluidas (5), posteriormente las que dejaron inconclusas (4) y al final una que también estaba inconclusa porque ellos consideraron que no era necesario llenar la tabla final para llegar a la fórmula general de Pick (***fig. 5.3***), por lo cual fue una de las binas elegidas para exponer su trabajo.

Como en la hoja 5 de la actividad se concentraban todas las tablas que nos llevarían a descubrir la fórmula de George Alexander Pick, consideramos como actividad concluida aquella que había terminado la hoja 5, pero si le faltaba un solo dato la consideramos inconclusa.



II. Encuentra el área de todos los polígonos que trazaste , con esa información llena la tabla:
(NOTA. Es importante que no utilices la herramienta "Area" de Cabri)

Nº de clavos que toca	Y = Área (figuras con 1 clavo adentro)
3	1.5
4	2.0
5	2.5
6	3.0
10	5.0
20	10.0
50	25.0
X = 98	Y= 49

$Y = \frac{X}{2} = \frac{98}{2} = 49$

- ¿Reconoces algún patrón en la forma de de variación del Área cuando varían los clavos? Sí
- Traza la gráfica de la tabla
- ¿Son colineales los puntos? Sí
- Construye una expresión algebraica que relacione X con Y $Y = \frac{X}{2}$

III. Formar en el geoplano de "Cabri Geometre" polígonos que cumplan con las condiciones:
- El polígono debe tener en su interior dos clavos
- El perímetro no debe cruzar sus lados

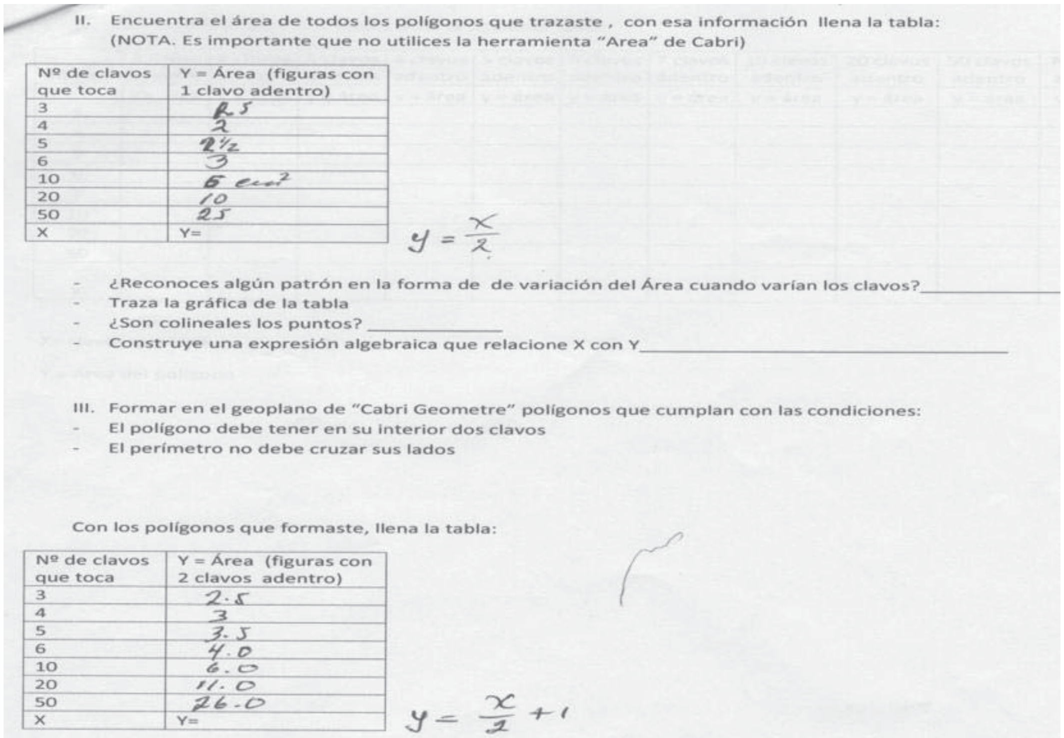
Con los polígonos que formaste, llena la tabla:

Nº de clavos que toca	Y = Área (figuras con 2 clavos adentro)
3	2.5
4	3.0
5	3.5
6	4.0
10	6.0
20	11.0
50	26.0
X 98	Y= 56

$Y = \frac{X}{2} + 1$

- ¿Reconoces algún patrón en la forma de de variación del Área cuando varían los clavos? Sí
- Construye una expresión algebraica que relacione X con Y $Y = \frac{X}{2} + 1$

Figura 5.1. Hoja de trabajo de una bina donde contestan todo correctamente.



II. Encuentra el área de todos los polígonos que trazaste , con esa información llena la tabla:
(NOTA. Es importante que no utilices la herramienta "Area" de Cabri)

Nº de clavos que toca	Y = Área (figuras con 1 clavo adentro)
3	1.5
4	2
5	2½
6	3
10	5 cm²
20	10
50	25
X	Y=

$y = \frac{x}{2}$

- ¿Reconoces algún patrón en la forma de de variación del Área cuando varían los clavos?__________
- Traza la gráfica de la tabla
- ¿Son colineales los puntos? __________
- Construye una expresión algebraica que relacione X con Y__________

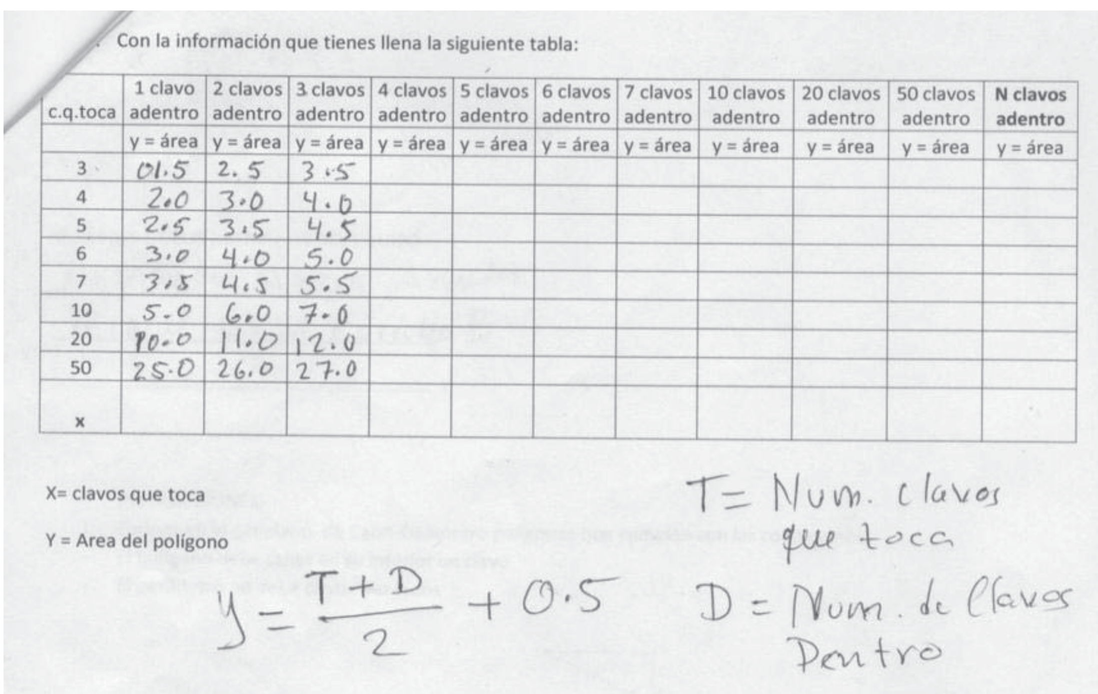
III. Formar en el geoplano de "Cabri Geometre" polígonos que cumplan con las condiciones:
- El polígono debe tener en su interior dos clavos
- El perímetro no debe cruzar sus lados

Con los polígonos que formaste, llena la tabla:

Nº de clavos que toca	Y = Área (figuras con 2 clavos adentro)
3	2.5
4	3
5	3.5
6	4.0
10	6.0
20	11.0
50	26.0
X	Y=

$y = \frac{x}{2} + 1$

Figura 5.2. Hoja de trabajo de una bina donde contestan las tablas, pero las preguntas no.



Con la información que tienes llena la siguiente tabla:

c.q.toca	1 clavo adentro	2 clavos adentro	3 clavos adentro	4 clavos adentro	5 clavos adentro	6 clavos adentro	7 clavos adentro	10 clavos adentro	20 clavos adentro	50 clavos adentro	**N clavos adentro**
	y = área	y = área	y = área	y = área	y = área	y = área	y = área	y = área	y = área	y = área	y = área
3	01.5	2.5	3.5								
4	2.0	3.0	4.0								
5	2.5	3.5	4.5								
6	3.0	4.0	5.0								
7	3.5	4.5	5.5								
10	5.0	6.0	7.0								
20	10.0	11.0	12.0								
50	25.0	26.0	27.0								
x											

X= clavos que toca

Y = Area del polígono

T= Num. clavos que toca

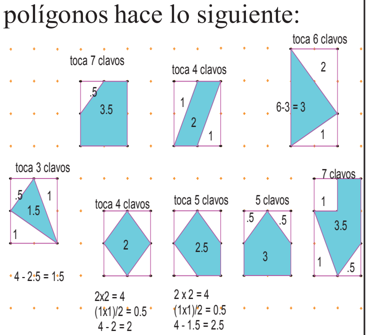
$y = \frac{T+D}{2} + 0.5$

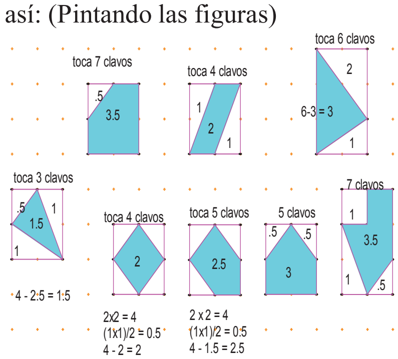
D = Num. de Clavos Dentro

Figura 5.3 Tabla inconclusa debido a que la pareja de profesores estaba convencido de que la fórmula que habían encontrado era una relación general.

5.1.2 Organización de los videos

Al ir viendo el video de la investigación íbamos tomando el tiempo exacto, los profesores que intervenían en él, la explicación de lo que sucede, para clasificar si lo íbamos a tomar en cuenta en la investigación lo marcamos con un **sí,** y por último el diálogo entre los actores de esa parte del video (***tabla 5.1***)

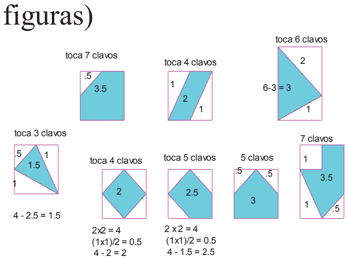
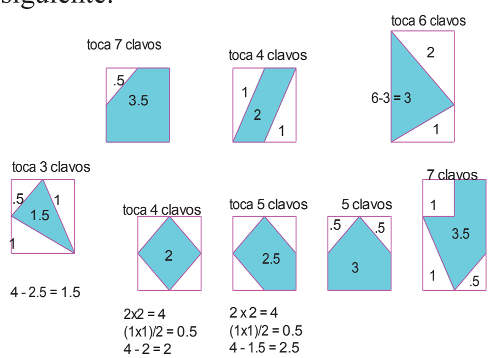
<table>
<tr><td colspan="4"></td><td colspan="2">DIÁLOGO</td></tr>
<tr><td>TIEMPO</td><td>PARTI CIPAN TE</td><td>QUÉ SUCEDE</td><td>¿ME INTER ESA O NO?</td><td>PROFESORES</td><td>OMAR</td></tr>
<tr><td>0:7:30
–
0:13:30</td><td>B1, B2</td><td>Le explica a su compañero; como las figuras que él trazó tocan los clavos, se apoya en la pantalla de la computadora para hacer su explicación. Le explica sobre la pantalla cuál es la base y la altura del triángulo y que para encontrar el área de los polígonos hace lo siguiente:


Alrededor se la figura traza un cuadrado o un rectángulo, encuentra su área encuentra el área de las figuras que quedan rodeando el polígono azul y se las resta a el área que encontró del cuadrado o rectángulo.</td><td>si</td><td>B2: Son 4 unidades, ésta es la mitad, si lo ves así, ahí tiene la mitad adentro y la mitad afuera, si lo volteamos así, también ahí la mitad está afuera. Si miramos, queda de éste lado una unidad, de ésta unidad hay una mitad afuera, de 4 hay 2.5 afuera.
B1: Tiene 3
B2: Tiene 1 ½ de área. Éstas son las partes de las que estamos hablando.
B1: Si, si, si
B2: La forma de verlo más bien sería así: (Pintando las figuras)


B2: Éste tiene 7
B1: Tiene 3 ½ el de 7. El que sea, todos tienen la misma área.
B2: Si, dá lo mismo.</td><td></td></tr>
</table>

Tabla 5.1. La información del video en cada episodio en un primer momento se organizo así.

Se puede observar que el formato de la tabla 5.1 en la cuarta columna, nos indica si el diálogo nos interesa o no, si nos interesa se concentra en un formato donde aparte del diálogo y la explicación se agrega la conclusión de lo que sucedió (***tabla 5.2***).

DIÁLOGO	EXPLICACIÓN	CONCLUSIÓN
No se escucha por el ventilador del aire acondicionado del aula. **B2:** Son 4 unidades, ésta es la mitad, si lo ves así, ahí tiene la mitad adentro y la mitad afuera, si lo volteamos así, también ahí la mitad está afuera. Si miramos, queda de éste lado una unidad, de ésta unidad hay una mitad afuera, de 4 hay 2.5 afuera. **B1:** Tiene 3 **B2:** Tiene 1 ½ de área. Éstas son las partes de las que estamos hablando. **B1:** Si, si, si **B2:** La forma de verlo más bien sería así: (Pintando las figuras)  **B2:** Éste tiene 7 **B1:** Tiene 3 ½ el de 7. El que sea, todos tienen la misma área. **B2:** Si, dá lo mismo.	Le explica a su compañero; como las figuras que él trazó tocan los clavos, se apoya en la pantalla de la computadora para hacer su explicación. Le explica sobre la pantalla cuál es la base y la altura del triángulo y que para encontrar el área de los polígonos hace lo siguiente:  Alrededor de la figura traza un cuadrado o un rectángulo, encuentra el área de las figuras que quedan rodeando el polígono azul y se las resta a el área que encontró del cuadrado o rectángulo.	El maestro B1 que tenía problemas para encontrar el área de los polígonos, con la explicación que le dá su compañero sobre el monitor comprende cómo calcular el área de sus polígonos.
B1: n sobre dos, más entre paréntesis n-1 **B2:** ¿Para sacarlo?, si me da el área.	Está generalizando la concentración final, B1 le explica a B2 como encontro la generalización final. Todos los datos que tienen en su tabla son correctos.	Encuentran que tienen un error en la fórmula general y lo corrigen, de aquí se

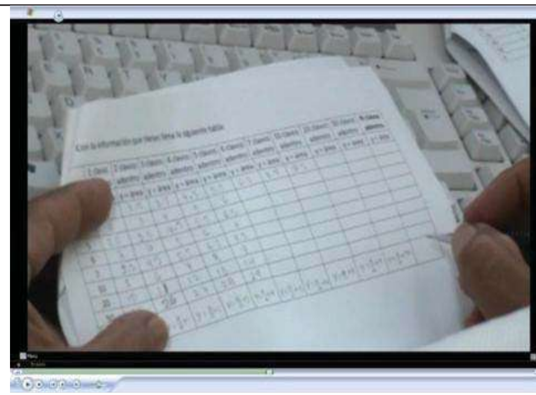
B1: Aquí es 1 y medio, aquí es 2, aquí va a ser……..la uno X entre dos más n+1 **B2:** ¿n+1? **B1:** Creo que sí, haber; seria x entre dos…..x entre dos……es menos uno, si lo único que está mal es n la primera, la segunda está bien, aquí ésta n, es x en lugar de n, x entre dos más n-1, … porqué, porque aquí sería: x entre 2 es 1 y medio más n-1, aquí n es 1 clavo, 1-1 es cero, entonces: x entre dos más cero, aquí sería; x entre 2 mas n que vale dos menos 1, 2 menos 1 es 1, x entre dos más 1, aquí es x entre 2 mas n -1, 3-1 es 2, entonces, aquí, aquí está bien, aquí nada más es:.. **B2:** x/2 **B1:** x/2 + n – 1, así es, y ahí ya cumple. Nomás que habíamos puesto n en lugar de x, **B2:** ya está, ahora si nos podemos ir a almorzar. **Rosy:** Cuál es la corrección. **B1:** La corrección es Y = x/2 + n – 1, la corrección es que habíamos puesto n, en lugar de x.	 B1 está tratando de encontrar el error que tiene su compañero en la fórmula general de la última tabla, cuando lo encuentra le dice en dónde está mal. Le dice que en la última fórmula es: x/2 +(n-1) en lugar de n/2 + (n-1), lo cuál es correcto y le explica el porqué llegó él a ese razonamiento.	concluye que pueden localizar ellos sus propios errores con el análisis de cada una de las fórmulas que habían encontrado previamente y que la interacción entre parejas les permite aprender del otro.

Tabla 5.2. Los diálogos que en el formato del cuadro 5.1 están marcados con un sí, fueron modificados con sólo 3 columnas pero ahora con la conclusión de lo que sucedió.

Finalmente se organizaron de la forma como se describe en el apartado **5.2**, donde intentamos explicar de una forma coherente algunos de los capítulos marcados como interesantes en la investigación.

5.2 Análisis de los episodios

A continuación se detalla el formato final de los episodios, cada uno de ellos se trabajó de la siguiente manera:

a) **Participantes.** Se asigna una clave a cada participante.
b) **Tiempo.** Se escribe de dónde a dónde se encuentra esta información en el video.
c) **Descripción del episodio.** Se describe lo que sucede en el lapso de tiempo marcado.
d) **Diálogos.** Se escriben los diálogos tal y como fueron hablados por los actores.
e) **Hojas de trabajo.** Se hacen las observaciones sobre lo que sucede en el video y lo que escribieron en sus hojas de trabajo.
f) **Observaciones y conclusiones.** Se hacen las observaciones y conclusiones de lo que sucede en el episodio.

DIÁLOGOS DEL VIDEO

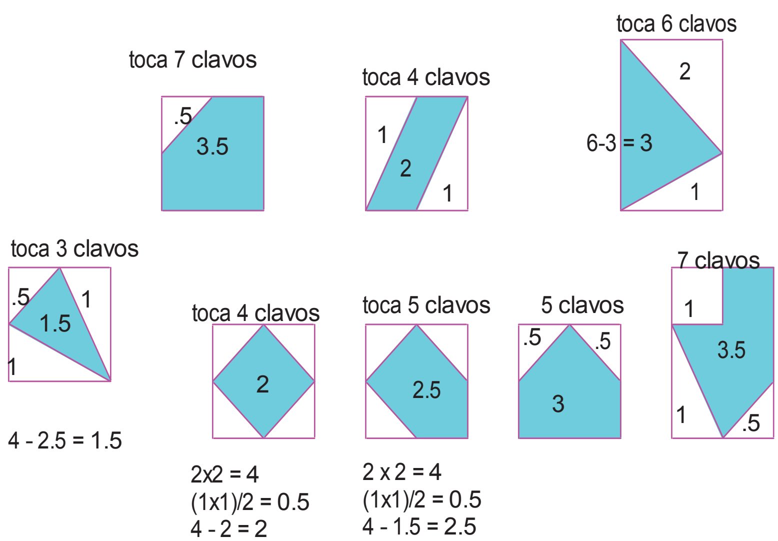
Claves:

M:	Maestro
B1:	Alumno del equipo B
B2:	Alumno del equipo B
C1:	Alumno del equipo C
C2:	Alumno del equipo C
D1:	Alumno del equipo D
D2:	Alumno del equipo D
E1:	Alumno del equipo E
E2:	Alumno del equipo E
M1:	Maestro auxiliar 1
M2:	Maestro auxiliar 2
G:	Grupo

5.2.1 Episodio 1

Tiempo 0:7:30 – 0:13:30

En este episodio se observa que uno de los integrantes de la bina B le explica a su compañero; cómo las figuras que él trazó tocan los clavos, se apoya en la pantalla de la computadora para hacer su explicación. Le explica sobre la pantalla cuál es la base y la altura del triángulo y que para encontrar el área de los polígonos hace lo siguiente: Alrededor de la figura traza un cuadrado o un rectángulo, encuentra el área de las figuras que quedan rodeando el polígono azul y se las resta a el área que encontró del cuadrado o rectángulo.

B2	Son 4 unidades, ésta es la mitad, si lo ves así, ahí tiene la mitad adentro y la mitad afuera, si lo volteamos así, también ahí la mitad está afuera. Si miramos, queda de éste lado una unidad, de ésta unidad hay una mitad afuera, de 4 hay 2.5 afuera.
B1	Tiene 3
B2	Tiene 1 – de área. Éstas son las partes de las que estamos hablando.
B1	Si, si, si
B2	La forma de verlo más bien sería así: (Pintando las figuras) 
B2	Éste tiene 7
B1	Tiene 3 – el de 7. El que sea, todos tienen la misma área.
B2	Si, da lo mismo.

Observaciones y conclusiones:

- El maestro B1 que tenía problemas para encontrar el área de los polígonos, con la explicación que le dá su compañero sobre el monitor comprende cómo calcular el área de sus polígonos.
- Descubren observando en el monitor que todas las figuras que tocan 7 clavos con un clavo en el interior tienen un área de 3.5, con lo que podemos concluir que la computadora nos puede ayudar a manipular y a encontrar las áreas de los polígonos trazados.

5.2.2 Episodio 2

Tiempo: 0:14:17 - 0:18:13

Interacción entre el Maestro y un alumno de la bina E, tratando de entender la actividad, porque se le está complicando debido a los polígonos tan grandes que está trazando en la computadora.

M	Esa figura grande es para comprobar solamente?
E1	No, es que dice aquí que 50 clavos.
M	"Maestros" Si ustedes ven que la de 50 queda muy grande, la de 20 o la de 10, no las hagan, si ustedes descubren un patrón entre….
E1	Ha , si, ya está.
M	Ya no es necesario que la hagan ¿verdad?. Si descubren el patrón , ya no es necesario que la hagan. Si no lo descubren, hay que hacerlo, pero lo más seguro es que ya lo descubrieron. ¿Cuánto le salió esa grande?
E1	59.75
M	¿La puede poner otra vez?
E1	La forma como la estoy haciendo es: aquí es 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 sería la mitad 4 y aquí 1, 2, 3, 4, 5, entonces aquí es 2.5, entonces 4+2.5 y 1 son 7.5.

M	Aquí es un trapecio ¿no?
E1	Si ve, aquí tenemos 2 unidades, es éste y éste, son 2, ahí es 2.5, ahí es 1, perdón. O sea, son 2. Un rectángulo son 2 y nos quedaría ésta parte.
M	Si, si está bien, pero lo extraño es que haya salido 35, ¿éste es de aquí?
E1	Si tomamos que ahí serían 2, es esta parte blanca, es 1, entonces el resto que nos queda es otro 1. Pero
M	Es 1x1
E1	Como aquí le quito la mitad, Ha, ya vi.
M	Ahí estuvo el detalle, ¿verdad?
E1	C6: Si
M	Si corriges ahí también Debe de salir 25. Haber deja ver los demás. ¿La de 6 cuál es?
E1	La de 6, es ésta; 2, 4, 6
M	El error es de apreciación, hay que corregir eso, los clavos que toca son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 clavos  Es que usted está pensando en los vértices.
E1	Yo pensé que eran los puntos.
M	Ya corrigiendo eso, entonces hay que llenar la tabla
E1	Ha, entonces acá..
M	Por eso acá falla.
E1	Seguramente está correcta ésta área, como la calculó. Pero, ya eso, ya no son 50 puntos, han de ser muchos más. ¿Si verdad? Son muchos más.

E1	Entonces ésta…
M	Aquí le falló por 1, alguno de los enteros no lo consideró. Algunos que no están considerados ahí.
E1	Ah, entonces ese fue el error.

Observaciones y conclusiones:

- El maestro encuentra que su error fue no considerar que el perímetro de sus poligonos tocaba más clavos, ya que sólo consideró los vértices de sus figuras.
- El maestro quiso trazar el polígono de 50 lados cuando no era esta la finalidad, por lo que podemos concluir que antes de comenzar la actividad se tiene que tener bien claro lo que se está buscando no se puede comenzar a trabajar si no se tiene bien definido lo que se pretende.

5.2.3 Episodio 3

Tiempo: 0:21:40 – 0:26:02

Interacción entre los integrantes de la bina D y el maestro, ellos encuentran la manera de calcular el área de los polígonos que tocan x clavos con un clavo en el interior, pero tienen duda cuando al utilizar la herramienta área del programa Cabri les da 2.48.

D2	Me da 2.48, aquí es donde no da, le medimos con la medir (medir distancia)
M	¿No funciona? ¿Cuánto les sale de área?
D2	La del cuadrado me da 2.4881,
M	Más la del triángulo
D2	La del triángulo, medio.
M	Debe de darles 3
D2	La altura va de aquí a donde va la raya No, pero es un triángulo rectángulo, es base por altura sobre dos
M	No le sale 3, porque se pierden muchos decimales, después del 1hacia allá, no

	le sale 3, pero debe salirles 3. Lo que tienen que hacer es cuadrar o triangular, para imaginarse el área de esa figura. Si Ud. traza en triángulos, puros medios triángulos, no son 3, son 2 ½ ; son 5 medios triángulos los que salen ahí, entonces, son 2 ½ lo que debe salir, el área de esa figura es 2 ½ .
D2	Aquí sale 2.48
M	Ha, pues casi.
D2	Son 5 medios
M	Los decimales que se pierden aquí, que no considera Ud., se pierden.
D2	Ha si, por eso
M	Mire esa figura es igual a ésta, bueno, no es igual, pero debe tener la misma área ¿Cuántos clavos tiene?
D2	4
M	No tiene 4
D2	Ha, ¿se toman los que no están marcados?
M	Todos por donde pasa la figura, los que está tocando
D2	Entonces tiene 5
M	Tiene 5 clavos y uno adentro y debe de ser 2 ½ Pero, ¿Cómo le harían para encontrar el área de esa figura? Ustedes tendrían que triangular aquí, aquí tienen un triángulo, aquí arriba, aquí tienen otro y
D2	Y aquí otro
M	Aquí otro y tienen un cuadrado completo. ¿Si lo ven?
D2	Si
M	Todos esos triángulos que quedan por fuera tienen uno de base por uno de altura y éste; uno de base y uno de altura. Si éste es de ½ , éste de ½ y éste de ½ y el que quedó entero, son 2 1/2 . Aunque lo pueden descomponer de otras maneras, pero son la manera más fácil de encontrar el área.
M	Entonces, éste por ejemplo ¿Cuánto tiene? éste está fácil, es un paralelogramo:

	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, tiene ocho clavos que toca, ¿Cuál es el área de esa figura? Seria 4, es nada más base por altura ¿no?, 2x2, 4……8 y entonces Uds. podrían ir viendo una relación por ahí Éste otro ¿cuántos toca? 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, toca los mismos que éste ¿Cuál es el área? 4 también
D2	Número de clavos entre dos
M	Número de clavos entre dos, ándele y puede ir llenando la tabla, la primer tabla. El área exacta de esa figura es 2.5, no 2.48
D2	Se pierden decimales ahí
M	Si esos ya no se recuperan
D2	Si queremos comprobar, ¿le podemos ir poniendo ahí área? (en la computadora)
M	Sí, sí puede, pero conste que nomás es para comprobar
D2	Es para comprobar
M	Hay que darle clic al contorno de la figura
D2	Está comprobado.

Observaciones y conclusiones:

- El maestro dice que el área no le sale que le debe dar 2.5 y le sale 2.48, parece que él marcó no exactamente en la rejilla y por eso la diferencia en decimales, además no tenía que medir, sólo contar la medida de la base y la medida de la altura de los triángulos que le quedan.

- Al cuestionarles sobre el área de diferentes figuras que tiene 1 clavo adentro y que tocan 8 clavos en todas contestan 4 y su compañero dice que la fórmula es número de clavos entre 2, ellos descubren el patrón que hay entre las áreas de un determinado número de clavos en el contorno con un clavo adentro, están seguros de que la relación que encontraron para un clavo adentro es la correcta pero al utilizar la herramienta para calcular el área de un polígono de Cabri-geometre dudaron, por lo que podemos concluir que las bases matemáticas que ellos tenían las reforzaron con la ayuda de la tecnología al encontrar el error que tenían al marcar un punto del polígono fuera de la rejilla.

5.2.4 Episodio 4

Tiempo 0:26:02 – 0:27:30

Interacción entre un alumno de la bina E y el maestro, el maestro busca despejar sus dudas sobre el cálculo de áreas de figuras compuestas.

E1	Cómo descompone en dos triángulos? O sea, ¿qué herramienta utiliza?
M	Triángulo
E1	Pero, ¿Necesito colocar éste en..
M	Los vértices.
E1	En los tres…?
M	Sí, los tres, pero se cierra sólo
E1	Aquí son 2, esta figura es de 4 clavos; uno, dos, tres, cuatro.
M	Es de 4 y el área es 2
E1	Se forman 2 triángulos iguales, nada más que la base es 1 y la altura es dos
M	Aja (si)
E1	Otra figura de 4 clavos es ésta, que toca uno, dos, tres, cuatro.
M	Si, debe salir la misma área en esa que en la de arriba.
E1	Se puede descomponer así: base por altura entre dos a 1, serian dos de 1.
M	De cada uno, el área seria 2

Observaciones y conclusiones:

- El maestro pregunta qué herramienta utiliza para descomponer un paralelogramo en dos triángulos. Lo extraño es que ya tiene un paralelogramo y quiere descomponerlo en triángulos para encontrar su área, cuando el área del paralelogramo sale directamente multiplicando base por altura, de aquí podemos concluir que a pesar de que somos maestros de matemáticas no podemos dar por hecho de que sabemos encontrar el área de las figuras básicas.

5.2.4 Episodio 5

Tiempo 1:30:50

En este episodio se observa la confrontación de resultados. El equipo C explica que la fórmula que ellos encontraron (diferente a la fórmula de Pick) funciona también para los valores de la tabla final que se presenta en la hoja 5

C2	Yo aplique la siguiente: — —, donde t = nº de clavos que toca, donde d = nº de clavos dentro y 0.5 cte. y 2 cte.
M1	Un ejemplo Profe. Aproveche ahí.
C2	**C2:** Un ejemplo, en uno de ¿qué les gustaría? Nº de clavos y=10 — — Y = 8.5
M	¿Cuál hizo?
M1	La de 10, 10 con 10. Cheque acá en la tabla profe.
M1 M	10 pero acá si le checó. Pero no es general
M	— Esta es la misma expresión. Si fuera verdad esto, tendría que ser la misma a

	aquella que está en la esquina. Aquí nada más faltaría comprobar que estas dos son iguales, si comprobamos que son iguales algebraicamente entonces sí tendría razón el maestro, pero vemos que ahí un ejemplo ya nos falló, entonces, ésta podría funcionar para alguna columna o para una línea, pero no es general y entonces ésta no la podemos dar como una fórmula general.
M1	Para el número de clavos si funciona profe, para 3, 3 adentro, hágalo para que vea.
C2	2 y 3 también.
M	Para 1 no, si funciona para 2 debe funcionar para todos
M1	1,2 y 3 Raúl: ¿No? Pues vamos a comprobar. Hágalo para 3 profe.
C2	Y = 3.5 ¿si?
M2	3 con 3 no checa
G	Si está bien.
M1	Esa si coincide
C2	Si obedece algunas.
M	Qué pasaría aquí si resolviéramos ésta ecuación ¿Qué pasaría aquí? Haber, cómo le hacemos para comprobar que son iguales?
M1	Dándole v*alores*
M	¿Multiplico por 2 los dos lados?
G	Si
M	Aquí, ¿qué me queda? Y del otro lado ¿qué me queda? $x + n + 1 = x + 2n - 2$

	Aquí me queda: n + 1 = 2n – 2 ¿Quito una n?
G	Si
M	Me queda: **1 = n – 2** Se va a cumplir para algunos casos verdad? ¿Para cuáles casos se va a cumplir? Para cuando valga 3, para ningún otro caso.
G	Para cuando valga 1
M	Solamente para cuando la n valga 3, que fue el que usted hizo (C2)
M1	También el profe B2 hizo otra
B2	Es la misma que está en la tabla.

Observaciones y conclusiones:

- El equipo 3 estaba convencido que la fórmula encontrada por ellos también funcionaba al igual que la Fórmula de Pick y así lo muestran en sus hojas de trabajo ***(fig. 5.3).***

- Se evidencía que la expresión (Fórmula) que encontró C2 no es una fórmula general, de manera que sólo se cumple para cuando la n=3, para ningún otro caso.

- De este episodio podemos concluir que no es suficiente encontrar una relación y con ella dar por hecho que esta relación funciona con todas las demás sin haberlo comprobado.

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS

Aquí presentamos algunas conclusiones que a nuestro parecer son importantes porque nos dan una idea en cuanto al uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas, además creemos conveniente dar nuestro punto de vista en cuanto a lo que se debe agregar o quitar a la actividad por lo que incluimos algunas sugerencias que pueden ser de utilidad.

6.1 Conclusiones

1. Aunque ésta actividad fue presentada con profesores de matemáticas, las primeras tres hojas son del uso exclusivo del programa de geometría dinámica (ya habían tenido una clase anterior en el uso de Cabri-geometre aunque ellos no habían usado aún la rejilla como geoplano). Creemos que es necesario que el estudiante tenga un acercamiento previo con la herramienta que va a utilizar para facilitar el avance en la actividad, con esto no queremos decir que todas las actividades tengan que trabajarse así, habrá algunas que por la facilidad de la herramienta a utilizar no sea necesario.

2. Descubren observando en el monitor que todas las figuras que tocan 7 clavos con un clavo en el interior tienen un área de *3.5 unidades*^{2}, con lo que podemos concluir que la computadora nos puede ayudar a manipular y a encontrar las áreas de los polígonos trazados.

3. Al utilizar la computadora como herramienta auxiliar en la actividad "Fórmula de Pick", después de haber trazado el polígono comienzan a descomponerlo en figuras básicas conocidas como rectángulos, triángulos, cuadrados y paralelogramos para calcular su área, por lo que en éste caso, nos ofrece más rapidez para trazar los polígonos y manipular los mismos.

Además, si el polígono está muy complicado para encontrar su área, se puede utilizar la herramienta *"Área"* del programa Cabri para el cálculo de ésta.

4. La etapa de confrontación de resultados es muy importante ya que de no haberse dado, la bina C hubiera quedado convencida de que había encontrado la fórmula general de Pick. El análisis de las video-filmaciones muestra evidencias de que la metodología aplicada en la actividad "Fórmula de Pick" puede concluir en un aprendizaje significativo cuando los participantes se involucran en las diferentes etapas. Además se observa que los profesores pueden equivocarse y que luego pueden corregir ellos mismos o con la participación del grupo.

5. El maestro B1 tenía problemas para encontrar el área de los polígonos, su compañero al ver que no podía descomponerlo, búsca otra manera de explicarle, traza un rectángulo alrededor del polígono, calcula el área de los triángulo que quedan rodeando al polígono pero dentro del rectángulo, y se los resta al área del rectángulo, por lo tanto podemos concluir que la computadora les dió más posibilidades visuales para calcular el área.

6. El maestro encuentra que su error fue no considerar que el perímetro de sus poligonos tocaba más clavos, ya que sólo consideró los vértices de sus figuras.

7. El maestro quiso trazar el polígono de 50 lados cuando no era esta la finalidad, por lo que podemos concluir que antes de comenzar la actividad se tiene que tener bien claro lo que se está buscando no se puede comenzar a trabajar si no se tiene bien definido lo que se pretende.

8. El maestro dice que el área no le sale que le debe dar 2.5 y le sale 2.48, parece que él marcó no exactamente en la rejilla y por eso la diferencia en decimales.

9. Al cuestionarles sobre el área de diferentes figuras que tiene 1 clavo adentro y que tocan 8 clavos en todas contestan 4 y su compañero dice que la fórmula es número de clavos entre 2, ellos descubren el patrón que hay entre las áreas de un determinado número de clavos en el contorno con un clavo adentro, están seguros de que la relación que encontraron para un clavo adentro es la correcta pero al utilizar la herramienta para calcular el área de un polígono de Cabri-geometre dudaron, por lo que podemos concluir que las bases matemáticas que ellos tenían las reforzaron con la ayuda de la tecnología al encontrar el error que tenían al marcar un punto del polígono fuera de la rejilla.

10. El maestro pregunta qué herramienta utiliza para descomponer un paralelogramo en dos triángulos. Lo extraño es que ya tiene un paralelogramo y quiere descomponerlo en triángulos para encontrar su área, de aquí podemos concluir que a pesar de que son maestros de matemáticas no podemos dar por hecho de que saben encontrar el área de las figuras básicas.

11. El equipo C estaba convencido que la fórmula encontrada por ellos también funcionaba al igual que la Fórmula de Pick y así lo muestran en sus hojas de trabajo ***(fig. 5.3).*** por lo que podemos decir que, el no seguir las instrucciones como están marcadas en la secuencia didáctica nos puede llevar a éste tipo de percepciones

12. La expresión (Fórmula) que encontró C2 no es una fórmula general, de manera que sólo se cumple para cuando la n=3, para ningún otro caso. No es suficiente encontrar una relación y con ella dar por hecho que esta relación funciona con todas las demás sin haberlo comprobado.

6.2. Sugerencias

1. Antes de llevar a cabo las actividades propuestas para la fórmula de Pick, los alumnos, si no lo han hecho, trabajen con el cálculo de áreas en el geoplano, tal como lo sugiere la actividad original.

2. Que tengan un acercamiento previo con la herramienta que se utilizará en la actividad.

3. Que las binas sean escogidas heterogéneamente para que el nivel académico de todas las binas en la medida de lo posible sea homogéneo.

ANEXO 1

ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS

CAPÍTULO 4

CAPÍTULO 5

FIGURA	EXPLICACIÓN
1	*Hoja de trabajo de una bina donde contestan todo correctamente.*
2	*Hoja de trabajo de una bina donde contestan las tablas, pero las preguntas no.*
3	*Tabla inconclusa debido a que la pareja de profesores estaba convencida de que la fórmula que habían encontrado era una relación general.*

TABLA	EXPLICACIÓN
1	*La información del video en cada episodio en un primer momento se organizó así.*
2	*Los diálogos que en el formato del cuadro 5.1 están marcados con un sí, fueron modificados con sólo 3 columnas pero ahora con la conclusión de lo que sucedió.*

BIBLIOGRAFÍA

Alarcón, J. et all. *Libro para el maestro de Matemáticas de educación secundaria*. Edit. Offset S.A. de C.V.(SEP) D.F. México.

Balacheff y Kaput 1996: Balacheff, N., Kaput, J. (1996), Computer-Based Environments in Mathematics, pp. 469-501. En International Handbook of Mathematical Education, Bishop, A. et al (eds), Kluwer Academic Publishers.

Duval, R. (1993) Registres de représentation sémiotique et functionnement cognitif de la pensé. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 5(1993), págs. 37-65, IREM de Strasbourg. Traducción para fines educativos (Hitt F., Ojeda A. M.). Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav – IPN, 1997. México.

Duval, R. (1996) Quel cognitive retenir en Didactique des Mathématiques? *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Vol. 16, No. 3 (pp. 357-382).

Duval, R. (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales.* Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática. (Ed. en francés 1995, Berne: Peter Lang).

DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN Y COMUNICACIÓN EDUCATIVA, (ILCE). (1999); *Diseños de ambientes de aprendizaje*. Tecnología y Comunicación Educativa, 29, 55-58.

Espinosa, H. et *al* (1999). *Fichero de actividades didácticas*. Secretaría de Educación Pública, México, D.F.

Malagón, J. et *al* (2009). *La búsqueda de generalizaciones cuando en la clase de matemáticas se propicia el pensamiento*. Consultado en internet: http://ensino.univates.br/~4iberoamericano/trabalhos/trabalho259.pdf.

NCTM (2000). National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*.. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

Rojano, M. (Ed.). (2006). *Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología. Modelos de transformación de las prácticas y la interacción social en el aula.* México, D.F.: Secretaría de Educación Pública.

Segura D., y Romero, J., (1992). Las Matemáticas en el aula: Posibilidades de construcción significativa. En la Revista Planteamientos en Educación Nº 3. Escuela Pedagógica Experimental; Bogotá. Págs. 6 -24

SEP (2002 a). Secretaría de Educación Pública. (1999). *Fichero de actividades didácticas. Matemáticas. Educación secundaria*. Primera edición: 1999; segunda edición revisada: 2002. México, D.F.: Secretaría de Educación Pública.

SEP (2002 b). Secretaría de Educación Pública. (2000). *Secuencia y organización de contenidos. Matemáticas. Educación secundaria.* Primera impresión: 1994, Segunda reimpresión: 2002. México, D.F.: Secretaría de Educación Pública.

Walddeg G. (2002); *El uso de las nuevas tecnologías para la enseñanza y aprendizaje de las ciencias*. Revista electrónica de investigación educativa. Vol. 4, No. 1.