Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Facultad de Ciencias Físico- Matemáticas

"Luis Manuel Rivera Gutiérrez"

"EXPERIMENTACIÓN EN EL AULA DE ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE DE GEOMETRÍA ANALÍTICA DEL BACHILLERATO USANDO TECNOLOGÍA"

Tesis

Que para obtener el grado de Licenciado en Ciencias Físico-Matemáticas

Presenta:

Armando Ramos Corona

Asesores:

Dr. José Carlos Cortés Zavala

M.C. Armando López Zamudio

Morelia, Michoacán, Junio del 2013

AGRADECIMIENTOS

Primero y antes que nada, dar gracias a Dios, por estar conmigo en cada paso que doy, por fortalecer mi corazón e iluminar mi mente y por haber puesto en mi camino a aquellas personas que han sido mi soporte y compañía durante todo el periodo de estudio. Gracias por la familia que me has regalado ya que con ella tengo la dicha de ver al mundo lleno de oportunidades.

A mi familia, a mis padres, José Refugio Ramos Méndez, María Corona Reynoso y mis hermanos Leonardo y Héctor, por siempre creer en mí y apoyarme en los buenos momentos, y sobre todo en los malos.

A mi abuelita Pilar Q.E.P.D. que siempre me ah cuidado y acompañado. A mi abuelita María Corona por su apoyo incondicional, gracias.

A todos mis tíos, en especial a mi tío José Vidal por siempre confiar en mí, por su apoyo moral, económico y por siempre estar cuando lo eh necesitado. A mi tía Rosa María, mi tío Marco por su gran apoyo durante estos años. A mi tío Rafael, muchas gracias.

A mi novia Aline Itzel, por siempre insistir en mi superación, por su apoyo, amor, paciencia y comprensión que me brindas día a día para alcanzar mis metas tanto profesionales como personales y a su familia, gracias.

A mis asesores de tesis Dr. Carlos Cortés y M.C. Armando López Zamudio gracias por su tiempo, por su apoyo, así como por la sabiduría que me transmitieron en el desarrollo de mi formación profesional y por haber guiado el desarrollo de este trabajo y llegar a la culminación del mismo.

A mis sinodales por tomarse el tiempo de revisar mí trabajo, gracias por sus aportaciones, sus comentarios y por legarme un poquito de su gran conocimiento. Dra. Erendira Núñez, Dra. Ma. Lourdes Guerrero y M.C. Christian Morales, gracias.

A mis amigas Adriana Paz, Verónica Paz y Georgina Gonzales, por ser un gran apoyo a lo largo de estos años, muchas gracias por sus consejos.

A mis compañeros de la Licenciatura, Tulio, Mares, Lucas, Rafa, Hugo, Luis, Lucy, Joss, Erika, Maggy, Lua, Paco, Esteban, José, ya que me brindaron el apoyo, la alegría y la fortaleza necesaria para seguir adelante, y sobre todo por esa gran amistad que me manifestaron y me brindan, por escucharme y aconsejarme siempre. Y a esos amigos que encontré a lo largo de este tiempo, Tea, Arturo, Pita, Jorge, Rox, Ulises, Jorge H., muchas gracias por su amistad.

A todos los que de una u otra manera contribuyeron en el logro del presente trabajo de investigación, y que pido a la vida sea el primero de muchos otros, mi agradecimiento por siempre.

Mis más sinceros agradecimientos

Armando Ramos Corona

RESUMEN 7

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN……..…… 9

1.1. INTRODUCCIÓN 10

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN 12

1.3. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN 19

1.4. HIPÓTESIS 20

1.5. OBJETIVOS 21

1.5.1 GENERAL 21

1.5.2. ESPECÍFICOS 21

1.6. IMPLEMENTACIÓN DE LA PROPUESTA 22

CAPÍTULO 2: MARCO REFERENCIAL……23

2.1. RENDIMIENTO EN LAS HABILIDADES MATEMÁTICAS 24

2.2. CONTEXTO ESCOLAR EN LA COMUNIDAD 25

2.3. CARACTERÍSTICAS DE LA INSTITUCIÓN ESCOLAR 26

2.4. CARACTERIZACIÓN DEL GRUPO ESCOLAR Y DE LOS ALUMNOS 27

2.5. TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN (TIC) 28

2.6. INTRODUCCIÓN DE LAS TIC EN EL AULA 29

2.7. LAS TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN (TIC) EN LA ENSEÑANZA 30

2.8. USO DE LAS TIC EN MATEMÁTICAS 31

2.9. EL DOCENTE Y LAS COMPETENCIAS BÁSICAS EN EL USO DE LAS TIC 36

2.10. RECURSOS MATEMÁTICOS EN INTERNET 38

2.11. EL ENFOQUE POR COMPETENCIAS EN EL PLAN NACIONAL DE DESARROLLO 39

CAPÍTULO 3: MARCO TEÓRICO……..43

3.1. EL CONCEPTO DE REPRESENTACIÓN 44

3.2. REGISTROS DE REPRESENTACIÓN PARA EL CONOCIMIENTO 44

3.3. REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICAS 45

3.4. TIPOS DE REPRESENTACIONES 46

3.5. REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS Y TRANSFORMACIONES INTENCIONALES 49

3.6. LAS REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS EN LA CONSTRUCCIÓN DE LAS REPRESENTACIONES MENTALES 50

3.7. LAS ACTIVIDADES COGNITIVAS FUNDAMENTALES DE LA REPRESENTACIÓN LIGADAS A LA SEMIOSIS 51

3.8. COORDINACIÓN DE REGISTROS DE REPRESENTACIÓN 55

3.9. LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS POR TRATAMIENTO Y CONVERSIÓN 56

3.10. APRENDIZAJE COLABORATIVO 57

3.11. TEORÍA SOCIOCULTURAL DE VIGOTSKY 61

3.11.1. LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO 62

3.12. TEORÍA GENÉTICA DE PIAGET Y LA ESCUELA DE PSICOLOGÍA SOCIAL DE GINEBRA .. 63

CAPÍTULO 4: DISEÑO DE LA SECUENCIA DE APRENDIZAJE…….67

4.1. EXAMEN DIAGNÓSTICO 68

4.1.1. REACTIVO 1 68

4.1.2. REACTIVO 2 69

4.1.3. REACTIVO 3 70

4.1.4. REACTIVO 4 71

4.1.5. REACTIVO 5 72

4.1.6. REACTIVO 6 73

4.1.7. REACTIVO 7 73

4.1.8. REACTIVO 8 74

4.1.9. REACTIVO 9 75

4.1.10 REACTIVO 10 76

4.2. COMPETENCIAS A DESARROLLAR CON LAS HOJAS DE TRABAJO 77

4.2.1. HOJA DE TRABAJO 1 77

4.2.2. HOJA DE TRABAJO 2 78

4.2.3. HOJA DE TRABAJO 3 80

4.2.4. HOJA DE TRABAJO 4 81

4.2.5. HOJA DE TRABAJO 5 83

CAPÍTULO 5: METODOLOGÍA……..……..85

5.1. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN 86

5.2. LA MUESTRA DE LA EXPERIMENTACIÓN 86

5.3. ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO 87

5.4. ESTADÍSTICA NO PARAMÉTRICA: PRUEBA DE LA SUMA DE RANGOS WILCOXON PARA DOS MUESTRAS INDEPENDIENTES. 90

5.5. APLICACIÓN COMPARATIVA DE GRUPOS CON LA PRUEBA DE LA SUMA DE RANGOS DE WILCOXON 93

CAPÍTULOS 6: RESULTADOS……..…….100

RESULTADOS 101

6.1 EVALUACIÓNES DIAGNÓSTICO 101

6.2. EVALUACIÓN DESPUES DE LAS ACTIVIDADES 104

CAPÍTULO 7: CONCLUCIONES……..…….111

7.1. CONCLUCIONES 112

7.2. RESPUESTA A LAS PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN 117

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 119

ANEXOS 126

ANEXO 1: EXAMEN DIAGNÓSTICO Y POSTEST 126

ANEXO 2: HOJA DE TRABAJO 1 130

ANEXO 3: HOJA DE TRABAJO 2 134

ANEXO 4: HOJA DE TRABAJO 3 141

ANEXO 5: HOJA DE TRABAJO 4 145

ANEXO 6: HOJA DE TRABAJO 5 150

ANEXO 7: ENTREVISTA DE RETROALIMENTACIÓN SOBRE EL USO LA TI-NSPIRE CAS 153

ANEXO 8: HOJA DE INTERÉS SOBRE LAS MATEMÁTICAS 154

APÉNDICE A 156

PRIMEROS PASOS CON EL TI-NAVIGATOR 156

RESUMEN

En un mundo globalizado en donde el cambio que está desarrollándose hoy en día es constante, tanto en lo social, lo tecnológico, en la forma de comunicarnos, y más aun la forma en la que se comunican los jóvenes actualmente influye de gran manera en pensar en nuevos métodos de enseñanza en los centros educativos. Estos cambios se manifiestan al observar que la sociedad es mucho más dinámica y competitiva, exigiendo que las nuevas generaciones estén mejor capacitadas.

Proponer y promover nuevas formas en materias que ocupan un alto grado de reprobación y que son un problema, como son las matemáticas, es importante para que los jóvenes se apropien del conocimiento de esta materia y de otras disciplinas que también la requieren.

En este trabajo se dan a conocer los resultados que se obtuvieron al implementar actividades en temas de Geometría Analítica, que incorporan tecnología y que propician el aprendizaje colaborativo a través de la calculadora TI-Nspire CX CAS y el software TI-Navigator, y que de esta manera los estudiantes hagan suyas las competencias matemáticas. El proyecto se llevó a cabo con estudiantes del CBTis 94 de Pátzcuaro.

Con el propósito de evaluar los conocimientos matemáticos se aplicó un PreTest y un PostTest. Se seleccionó un grupo experimental en el cual se utilizó una estrategia didáctica basada en la teoría de representación semiótica, y un grupo de control con el que se usó un enfoque de enseñanza tradicional.

Para constatar los resultados, se hizo uso de estadística descriptiva y de inferencia para comparar el rendimiento alcanzado por el grupo experimental respecto al grupo control.

Se adelanta que los aprendizajes fueron muy satisfactorios (Ver capítulo 6). El balance general de la investigación respecto de la eficiencia de conocimientos favorece al grupo experimental, ya que elevó en los alumnos su nivel de comprensión sobre los

conceptos y contenidos de la Geometría Analítica tratados, además de incidir positivamente en la actitud hacia el aprendizaje de las matemáticas.

La organización de la tesis incluye siete capítulos:

En el capítulo 1, *Introducción*, se presenta la descripción del tema del presente trabajo investigación, así como la hipótesis, los objetivos, las preguntas de investigación y la justificación del mismo.

En el capítulo 2, *Marco Referencial*, se plantea las características del plantel educativo, la situación actual de la educación en nuestro país, el plan por competencias y se resume la presencia de las TIC en el ámbito educativo.

En el capítulo 3, *Marco Teórico*, se destacan los elementos teóricos que sustentan la propuesta metodológica, incluye un planteamiento acerca del aprendizaje colaborativo y del concepto de representación así como de los procesos psicológicos en los cuales está involucrada la construcción de representaciones.

En el capítulo 4, *Diseño de la secuencia de aprendizaje*, se presenta el examen diagnóstico, un análisis del mismo y un análisis de las hojas de trabajo de la propuesta

En el capítulo 5, *Metodología*, se incluye el diseño de investigación. Comprende la descripción de las etapas que fueron consideradas en el desarrollo del proyecto y la descripción de la estadística no paramétrica para validar los resultados.

En el capítulo 6, *Resultados*, se incorpora la exposición de los resultados obtenidos en el trabajo de investigación, mediante estadística descriptiva.

En el capítulo 7, *Conclusiones*, se presentan las conclusiones del análisis y resultados presentados del trabajo de investigación sobre la estrategia didáctica que incorpora tecnología de la calculadora.

Después de los capítulos descritos, se incorporan las *Referencias Bibliográficas* que dan soporte al presente estudio, seguidas de estas se incluyen los *Anexos y un Apéndice*.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

El capítulo 1 presenta la descripción del tema del presente trabajo de investigación, así como la hipótesis, los objetivos, las preguntas de investigación y la justificación del mismo.

"Normalmente en la escuela, se enseñan temas del siglo XIX, con profesores del siglo XX a alumnos del siglo XXI".

Fernando Hitt

1.1. INTRODUCCIÓN

En la formación de jóvenes integrales, es importante la continua actualización de los contenidos planteados en el currículo escolar sobre las disciplinas y las tecnologías a utilizar. Este planteamiento aduce claramente, que la forma tradicional, asociada estrechamente al conductismo, no es lo que el alumno hoy y en un futuro requiere, ya que su entorno ha cambiando sustancialmente debido sobre todo a la presencia de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC). Indudablemente los tiempos que viven los estudiantes demandan otras modalidades y actitudes de enseñanza. Fuera del aula los alumnos son constantemente bombardeados por imágenes para comunicarles infinidad de información y la mayoría de esta información es trasmitida por TIC que los jóvenes usan frecuentemente, esto requiere una actitud renovada por parte de los planteles educativos de todos los niveles sobre el uso de estas Tecnologías de la Información y la Comunicación, y sobre todo del docente para hacer de la educación una instancia motivadora para el estudiante, diseñando procedimientos de enseñanza alternativos basados en estas nuevas tecnologías desarrolladas.

Cognitivamente, el uso de la tecnología ha permitido el manejo dinámico de múltiples sistemas de representación de los objetos matemáticos, la capacidad de graficación de las computadoras y calculadoras impulsaron el estudio del rol que juegan las diferentes representaciones de un concepto matemático en su construcción. Ésta es una importantísima contribución desde el punto de vista del aprendizaje de las Matemáticas. Gonzáles-Martín, Hitt y Morasse (2008) consideran el rol de las representaciones, señalan que un concepto matemático es construido por la forma en que se articulan las diferentes representaciones del concepto, mencionan que el uso espontáneo de las representaciones usadas por los estudiantes es importante, y son influenciados por la institucionalización del maestro o los textos. En la teoría de Raymond Duval (1993), los sistemas de representación juegan un papel preponderante en la comprensión del estudiante acerca de los objetos matemáticos. Los sistemas de representación son de cuatro tipos: registro algebraico, registro gráfico, registro tabular y registro de la lengua natural; cada uno con sus propias reglas y significación. También se señala que esta articulación se debe dar en la coordinación de al menos dos registros de representación. Por lo tanto el tratamiento de las diferentes representaciones de un concepto matemático es lo que nos permite su construcción.

En los primeros momentos de implementación de las nuevas tecnologías, los planteamientos fueron distintos a los actuales, debido en primer lugar, a que los primeros software matemáticos (de ejercitar y practicar) no lograban poner al alumno en un modelo de aprendizaje apropiado para incorporar el nuevo conocimiento, además el acceso que tenía el estudiante a las computadoras era muy restringido. Hoy en día se ha desarrollado una diversidad de software matemático con intencionalidades distintas, de acuerdo con el contenido matemático que se desee hacer aprender. Así, tenemos software para aritmética, estadística, geometría, álgebra, cálculo, entre otros.

Uno de los primeros beneficios que se vislumbran con el uso de la tecnología en los procesos de enseñanza y de aprendizaje, es la posibilidad de manejar dinámicamente los objetos matemáticos en múltiples registros de representación dentro de esquemas interactivos, difíciles de lograr con los medios tradicionales como el lápiz y el papel, en los que no se pueden manipular directamente y explorar estos objetos. Así, el conocimiento matemático obtenido a través de la exploración de los objetos asume características no tradicionales. Gracias a éstas se han ido salvando algunas de las dificultades que habitualmente surgen en el estudio de la geometría clásica, como por ejemplo la falta de dinamismo, la dificultad en la construcción y la falta de visión del problema en su conjunto. Además, el tener programas de geometría dinámica favorece el desarrollo de los conceptos matemáticos, permitiendo visualizar, experimentar, consultar propiedades, simular, descubrir regularidades, etcétera.

Actualmente disponemos de una nueva generación de tecnología para la enseñanza y el aprendizaje, adicionalmente a las tecnologías ya presentes, éstas son las tecnologías que nos permiten trabajar juntos, compartir nuestras estrategias de solución, discutir sobre un tema, dar y recibir retroalimentación sobre nuestro trabajo en tiempo real. La inclusión de estas nuevas tecnologías en los ambientes educativos nos enfrenta con una disparidad en la formación de recursos humanos capacitados para su uso, y más aún para repensar los modelos didácticos de su implementación como medio de aprendizaje en las aulas de todos los niveles. Las nuevas competencias que se requieren pasan por un buen manejo del recurso, el conocimiento del software desarrollado para el efecto, la adecuación a los contenidos curriculares, la relación entre el usuario, el medio (software) y el estudiante.

Así, la interrogante del desafío para la educación matemática está en la introducción y manejo de estas nuevas utilerías, las cuales no son simples herramientas sino nuevos sistemas de trabajo (Hivon, 2008). Esto plantea a los docentes nuevos retos respecto de su rol. Si aceptan este desafío e incorporan a sus clases las calculadoras de distintos tipos y/ o computadoras, deberán determinar *cuáles serán las cuestiones o problemas que propondrán en las clases para que den sentido al conocimiento que están construyendo los alumnos, y cuáles serán las tareas rutinarias a delegar en estas nuevas tecnologías.*

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y JUSTIFICACIÓN

El aprendizaje de las matemáticas es un problema (Ver Moreno, 1998 y Duval, 2006) para la mayoría de los estudiantes de secundaria, preparatorio e inclusive de nivel universitario. Las investigaciones en el campo de la didáctica de las matemáticas, reflejan que los estudiantes confrontan dificultades para la comprensión, asimilación, interpretación y aplicación a situaciones concretas de conocimientos relativos a diferentes tópicos de esta materia, la cual constituye una disciplina básica para las carreras universitarias.

EL profesor no puede conformarse con dominar las asignaturas que enseña, ni limitarse exclusivamente a transmitir ciegamente esa información, sino que tiene la obligación de plantearse cuestiones metodológicas en cuanto al proceso de enseñanza y aprendizaje, y cómo lograr que este proceso sea lo más exitoso posible. Habitualmente en el bachillerato, el estudio de la geometría analítica es una exposición de tipo algebraico, en donde los estudiantes memorizan las ecuaciones sin interiorizar la relación existente entre los diferentes parámetros que intervienen en dichas ecuaciones y su representación grafica, ni el por qué de su definición como lugar geométrico, lo cual limita significativamente la comprensión y el alcance que tienen en otros campos de la ciencia.

Sobre la construcción de los conceptos matemáticos Duval (1997) establece que, dado que cada representación es parcial con respecto al concepto que representa,

debemos considerar como absolutamente necesaria la interacción entre diferentes representaciones del objeto matemático para su formación. Dentro de este marco de referencia, la visualización matemática de un problema juega un papel importante, y tiene que ver con entender un enunciado mediante la puesta en juego de diferentes representaciones de la situación en cuestión y esto permite realizar una acción que posiblemente puede conducir hacia la solución del problema.

El papel que juegan las representaciones dentro de este marco tiene una importancia muy relevante, así queda patente en el gran número de programas instruccionales tanto nacionales como a nivel internacional que consideran básico en su estructura un análisis pormenorizado de los sistemas representacionales que intervienen en la educación matemática. El NCTM (2000) dentro de sus Principios y Estándares para las Matemáticas Escolares del 2000, señala que:

> *"Los programas de instrucción matemática, deberían enfatizar las representaciones matemáticas para fomentar la comprensión de las matemáticas de forma que todos los estudiantes:*
>
> • *Creen y usen representaciones para organizar, memorizar y comunicar ideas matemáticas.*
>
> • *Desarrollen un repertorio de representaciones matemáticas que puedan usarse de forma útil, flexible y apropiada.*
>
> • *Usen representaciones para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos."*

Desde este punto de vista, en un primer acercamiento, no solamente es importante entender las dificultades para manipular cada una de esas representaciones, también lo es el análisis de las tareas de conversión entre representaciones que debemos proponer a nuestros estudiantes. De acuerdo con estos planteamientos, autores como Papert (1993), Roht y Bowen (1999) subrayan la importancia de las representaciones externas (semióticas) en el aprendizaje, argumentando que su construcción y la interacción con éstas son cruciales para aprender ya que los individuos están inmersos en una cultura visual llena de representaciones.

Las representaciones gráficas cartesianas, son usadas frecuentemente en varios medios de comunicación para ilustrar temas tan variados como el cambio en la oferta y la demandada de diferentes productos a través del tiempo, el crecimiento económico, etc. De Guzmán (1984) propone que la construcción de gráficas cartesianas y su interpretación matemática, sean consideradas como temas pertenecientes al equipamiento mínimo que debe de poseer un ciudadano promedio. Así como las representaciones gráficas son significativas, la conversión a la representación analítica es también muy importante, la representación gráfica sólo nos muestra una parte de ésta, mientras que la algebraica nos permite predecir valores que la gráfica puede no mostrar.

Varios estudios sobre la enseñanza del uso de los diferentes registros algebraico y gráfico utilizados en la enseñanza de la función lineal (Duval, 1988), han mostrado que la coordinación entre estos dos registros no se da de manera natural, el alumno no distingue el mismo objeto entre sus distintas representaciones (Duval, 1988). Se reconoce que la conversión favorece la coordinación entre registros, pero, esa ausencia de comprensión, al hacer uso de un sólo registro se limita a la transferencia de los conocimientos adquiridos a otros contextos donde deberían ser utilizadas, por lo que esta comprensión monoregistro no da posibilidades de contrastar los resultados obtenidos con otro registro, como lo señala Duval (1998) esta comprensión monoregistro conduce a un trabajo a ciegas.

Aunque numerosos diseños didácticos recientes han considerado los cambios entre distintos sistemas de representación para tratar de relacionarlos y promover su coordinación. Generalmente, se ha privilegiado el paso de la representación analítica a la gráfica y muchas veces utilizando una representación tabular como intermediaria. El paso de la gráfica a la expresión simbólica ha sido muy poco explotado en el ámbito escolar. Al respecto Hitt (2001) señala:

> *"Un ejemplo muy claro relativo al tema de funciones es que generalmente al aprendiz de la matemática se le propone tareas de conversión de una representación como la algebraica a su correspondiente gráfica, y es poco usual que se le solicite el proceso inverso, que es, dada una grafica de una función, construir una función algebraica asociada a esa gráfica" (pág. 118)*

Con la introducción del software de Geometría dinámica se abren nuevas plataformas de aprendizaje y comunicación en el aula. Los softwares nos permiten

trabajar con diferentes representaciones de los objetos matemáticos, como lo señala el mismo Duval (2000):

> *"El uso de sistemas de representaciones semióticas para el pensamiento matemático es esencial, debido a que a diferencia de otros campos de conocimiento (biología, geología, física), no existen otras maneras de lograr el acceso a los objetos matemáticos sino producir algunas representaciones". (pág. 4)*

En este sentido, las representaciones semióticas, como lo son, la representación gráfica, simbólica o tabular, permiten el acceso al objeto matemático. Sin el uso del software el profesor se limita a querer explicar diferentes vertientes de temas que así lo requieran como por ejemplo: al querer dibujar en dos o en tres dimensiones.

Las tradicionales representaciones analíticas se han visto ampliamente complementadas y enriquecidas con estas tecnologías, desaparece el carácter estático que por lo general presentaban. Las representaciones que suministra la calculadora, poseen ciertas cualidades que las hacen especialmente productivas para el aprendizaje de las matemáticas. Son representaciones ejecutables (Lupiáñez & Moreno, 2000), portadoras de la potencialidad de simular acciones cognitivas con independencia de quién sea el usuario de la calculadora, por ejemplo: al graficar una función, lo que varía con el usuario es la interpretación que puede darse a la información que suministra la máquina. Podríamos concebir la calculadora como un sistema cognitivo artificial, con el que podemos comunicarnos, y que puede colaborar en la resolución de problemas, pues ofrece la oportunidad de que el estudiante interactúe con un nuevo socio cognitivo, y pueda construir nuevos significados. Desde la óptica del profesor, la calculadora es un nuevo agente de enseñanza, el conocimiento que vive en la máquina es un referente para el estudiante durante el proceso de socializar su conocimiento. Dentro del entorno de geometría dinámica de la calculadora TI-Nspire CX CAS cobran especial relevancia las representaciones ejecutables, pues se convierten en manipulables, permiten actuar directamente sobre ellas. Esto viene a destacar esa idea de representaciones ejecutables que brindan estas herramientas, en contraposición a las representaciones estáticas tradicionales, con las que resulta imposible visualizar ciertas propiedades de objetos matemáticos.

Para esta propuesta se hará uso de la tecnología de Texas Instrument, usando calculadoras graficadoras TI-Nspire CX CAS y el Sistema TI-Navigator. Con la introducción del software TI-Navigator como complemento de la calculadora se pretende trabajar y fomentar el trabajo colaborativo en la clase de matemáticas. La enseñanza tradicional fracasa cuando se facilita el diálogo y la comunicación. Tal como señaló irónicamente el físico Jorge Wagensberg: *"La palabra silencio se inventó en la escuela"*. Wagensberg expresaba de esta manera el escándalo que supone que en un aula, donde convive un grupo de personas con el fin de aprender valores y conocimientos, no existen los medios que permitan el diálogo y la conversación. No obstante las matemáticas históricamente, son un área dominada por una mitología del individualismo y del genio matemático, ahora estamos viendo que estas asunciones están cambiando. Por ejemplo: Timothy Gowers, ganador del Fields Medal, máximo honor para los matemáticos, ha empezado un experimento muy interesante. Su proyecto, "Polymath" tiene el objetivo de hacer la investigación en matemáticas por medio de la "colaboración masiva" (Gowers, 2009; Gowers & Nielsen, 2009). En sus primeros intentos, el grupo Polymath ha resuelto varios problemas profundos con grupos de más de 20 participantes. A pesar de este éxito, Gowers todavía está buscando maneras de involucrar más gente, para una realización cada vez más adecuada a su idea de la colaboración masiva. En el nivel escolar, vemos aún más fuerte una realización de las ventajas del trabajo en grupos. Junto con un movimiento hacia el constructivismo y la teoría de la cognición sociocultural, la pedagógica matemática se ha enfocado cada vez más en los recursos humanos específicos que aparecen en cada aula de estudiantes. Con esta forma de trabajo se pretende evitar las características básicas del aula tradicional tal como el individualismo, en donde el aprendizaje es un proceso individual en el que el alumno debe progresar independiente del resto de sus compañeros y es el único responsable de lo que se aprende en clase o no. Así con las calculadoras TI-Nspire CX CAS se cuenta con un ambiente rico para la exploración, creando en los estudiantes la necesidad y el deseo por el trabajo colaborativo, el sistema TI-Navigator nos permite dar este paso, pues nos brinda una red local en el aula abriéndonos un canal de comunicación no solamente entre un estudiante y un software, sino también entre cada estudiante y sus compañeros. La experiencia del aprendizaje adquiere un fuerte aspecto social. Entonces, ¿Por qué no aprovechamos en beneficio de la educación la inclinación que sienten los jóvenes por las tecnologías? ¿Por qué no usamos las tecnologías para facilitar la comunicación y la transmisión de información?. El aula tendría que ser el

reflejo de una sociedad que se apoya en la conversación y la comunicación para progresar. No se quiere decir que el uso de la tecnología sea un método que invalide al método tradicional de enseñanza, sino que se puede complementar. Los nuevos medios TIC son útiles para el acceso y consulta de más información, pero, por si mismos no garantizan el aprendizaje. Por ejemplo: se recure a la idea de aprendizaje a distancia mediante ordenador, pero, incluso así un gran porcentaje del alumnado requiere de la ayuda del profesor.

Los cursos de matemáticas de niveles medio superior y superior, buscan que los estudiantes se apropien de conceptos matemáticos y que puedan ser aplicados en otros contextos diferentes al cual se aprendieron. En ellos, también se espera que los estudiantes desarrollen competencias y habilidades en el manejo de dichos conceptos en sus diferentes representaciones: algebraico, numérico, gráfico e inclusive en el lenguaje natural.

El documento Competencias Genéricas que Expresan el Perfil del Egresado de la Educación Media Superior (EMS), incluye las competencias genéricas elaboradas y validadas por grupos de trabajo nacionales, con representación del Consejo Nacional de Autoridades Educativas (CONAEDU) y la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES), así como una definición del concepto de competencias genéricas y una descripción sobre las orientaciones que guiaron su elaboración. Las competencias disciplinares básicas, integran con las competencias genéricas, del Marco Curricular Común del Sistema Nacional de Bachillerato (SNB) (SEP, Acuerdo 442). Son enunciados que expresan conocimientos, habilidades y actitudes, que se consideran los mínimos necesarios de cada campo disciplinar para que los estudiantes se desarrollen de manera eficaz en diferentes contextos y situaciones a lo largo de la vida. La incorporación de competencias básicas al currículo permite poner el acento en aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles, desde un planteamiento integrador y orientado a la aplicación de los saberes adquiridos; de ahí su carácter básico.

De acuerdo a PISA (2003), la competencia matemática enfatiza el uso funcional del conocimiento matemático en situaciones diversas de manera reflexiva y basada en una comprensión profunda, se aclara que la competencia y el conocimiento no son antagónicos, sino más bien existe una dependencia y una interrelación entre ambos, el

conocimiento matemático no debe verse solamente desde una perspectiva conceptual, es decir una persona no es competente sólo por saber algo, o sólo por saber hacer algo, sino por saber hacer algo a partir del saber, es decir saber hacer a partir del saber comprendiendo lo que se hace, cómo se hace y por qué se hace, en este sentido la teoría y la práctica no pueden estar disociadas.

De acuerdo a lo anterior, el problema de investigación que se pretende abordar es saber sí a través de actividades de aprendizaje de la unidad 1 y 2 del programa Geometría Analítica, existe diferencia en las competencias matemáticas y genéricas en los alumnos de bachillerato cuando son sometidos a una estrategia didáctica alterna que incorpora la tecnología de la calculadora TI-Nspire CX CAS y el software TI-Navigator, en las cuales la estrategia didáctica y el software, promueve el aprendizaje colaborativo.

Para ello nos basaremos en un trabajo realizado por Robutti (2011), quien ha experimentado observando los procesos de los estudiantes en actividades de modelación, donde el uso de la calculadora graficadora y el software de conectividad (Navigator) ofrece un espacio común en la clase, hace un análisis de la novedad del software en la introducción de nuevas formas de apoyar las comunidades de aprendizaje en la construcción de significados matemáticos, el estudio se condujo en un marco semiótico cultural que considera la introducción y la evolución de los símbolos, tales como palabras, ademanes y la interacción con las tecnologías, para entender cómo los estudiantes construyen significados matemáticos, trabajando como una comunidad de práctica, Robutti señala:

> *"La novedad de los resultados consiste en la presencia de dos tecnologías para los estudiantes: las calculadoras graficadoras "privadas" y la pantalla "pública" del software de conectividad. Los símbolos para la construcción del conocimiento están mediados por ambas, pero la segunda lo hace una forma social, sustentando el trabajo fuertemente en la comunidad de aprendizaje" (pág. 2).*

1.3. PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

1) ¿A través del uso de la calculadora TI-Nspire CX CAS y el software TI-Navigator como herramienta didáctica, se logrará que los alumnos adquieran las competencias disciplinares de Matemáticas y algunas Genéricas?

Competencias a desarrollar

Competencias disciplinares de Matemáticas

- Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos, y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
- Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Cuantifica, representa y contrasta, experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
- Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

Las competencias **genéricas** que se van a impactar son las siguientes:

- Expresar ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
- Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo cómo cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- Construir hipótesis, diseñar y aplicar modelos para probar su validez.
- Utilizar las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.

- Proponer maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.

2) ¿Con la calculadora TI-Nspire CX CAS y el software TI-Navigator como complemento de ésta, se promoverá el aprendizaje colaborativo en el aula y se mejorara el desempeño escolar de manera social?

3) ¿Se podrá aumentar el aprovechamiento académico de los estudiantes en el curso de la Geometría Analítica con el uso de la calculadora TI-Nspire CX CAS y el software TI-Navigator?

4) ¿Se podrá aumentar el interés y la motivación en el estudio de la Geometría Analítica en los alumnos con el uso de la calculadora TI-Nspire CX CAS y el software TI-Navigator?

5) ¿Se podrá lograr que los estudiantes construyan representaciones de conceptos como la gráfica y la analítica?

1.4. HIPÓTESIS

Los alumnos adquieren las competencias disciplinares de Matemáticas y mejoran su rendimiento, motivación e interés en la Geometría Analítica aplicando como estrategia didáctica el uso de la calculadora TI-Nspire CX CAS el software TI-Navigator y el aprendizaje colaborativo.

Variable Independiente: Calculadora TI-Nspire CX CAS y el Software TI-Navigator.

Variables Dependientes: Adquisición de las competencias disciplinares de Matemáticas y mejor entendimiento, motivación e interés en el estudio de la Geometría Analítica.

1.5. OBJETIVOS

1.5.1 GENERAL

Diseñar e implementar actividades, para cubrir parte del estudio de la Geometría Analítica en la asignatura de Matemáticas III del bachillerato, acorde a los lineamientos institucionales, empleando y trabajando con Calculadoras Gráficadoras TI Nspire CX CAS y el Sistema TI-Navigator, que propicien el aprendizaje de competencias matemáticas de forma colaborativa.

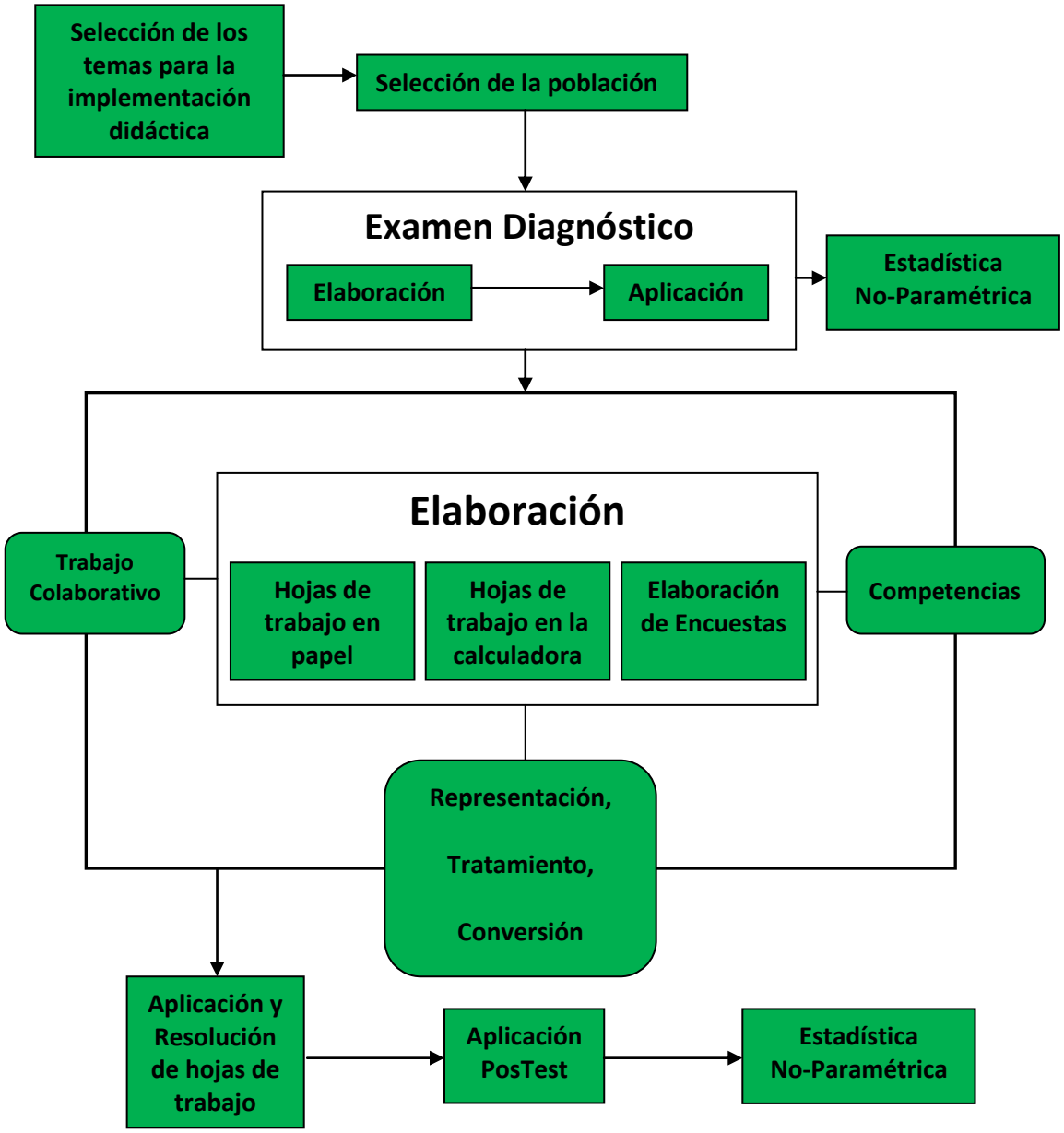
1.5.2. ESPECÍFICOS

Con el uso de las Calculadora TI-Nspire CX CAS y el software TI-Navigator como estrategia didáctica se pretende que el alumno:

1) Disminuya la dificultad en la compresión y aprendizaje de la Geometría Analítica.
2) Aumente su interés y motivación para el estudio de la Geometría Analítica.
3) Proporcionar elementos para que los alumnos aprendan a utilizar la Calculadora TI-Nspire CX CAS.

1.6. IMPLEMENTACIÓN DE LA PROPUESTA

En el siguiente diagrama se exponen las acciones llevadas a cabo para la implementación de la investigación.



CAPÍTULO II

MARCO REFERENCIAL

En este capítulo se hace referencia a las características del plantel educativo, la situación actual de la educación en nuestro país, el plan por competencias y se resume la presencia de las TIC en el ámbito educativo.

"Nunca consideres el estudio como una obligación, sino como una oportunidad para penetrar en el bello y maravilloso mundo del saber".

Albert Einstein

2.1. RENDIMIENTO EN LAS HABILIDADES MATEMÁTICAS

Según Moreno (1998), enseñanza y aprendizaje no mantienen una relación causal, uno no es consecuencia del otro. La enseñanza se correlaciona positivamente con el aprendizaje, pero no necesariamente lo causa; puede orientarlo, y esto ya es bastante. Así que la aceptación del aprendizaje de las matemáticas como proceso activo de parte del estudiante abre la posibilidad de otra estrategia didáctica, articulada alrededor de la idea de construcción, donde el alumno construye y el profesor también construye. El profesor tiene que construir las condiciones necesarias para la construcción del conocimiento matemático en el alumno. Esto hace al alumno dependiente en un alto grado de sus profesores y se exponen a la posibilidad de adquirir un temor duradero y disgusto en relación a las matemáticas, esto conlleva a un bajo rendimiento académico en lo jóvenes.

Actualmente indicadores internacionales como el Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos (PISA) y nacionales como lo es la Evaluación Nacional de Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE), han dejado en evidencia los magros resultados que obtienen estudiantes mexicanos de educación básica a lo largo de la presente década que recién concluyó. La prueba PISA es un examen de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), cuyo propósito principal es determinar en qué medida los estudiantes de 15 años que están por concluir o han concluido su educación obligatoria, han adquirido los conocimientos y habilidades relevantes para participar activa y plenamente en la sociedad moderna. Esta prueba ha mostrado con estadísticas y estudios serios los pobres niveles de competitividad y aprendizaje de las nuevas generaciones, su escaso manejo de lectura y comprensión de textos, así como la insuficiencia mental en el manejo de las matemáticas y equipos informáticos. Estos resultados muestran que nuestro país sigue estando entre los últimos lugares en desempeño educativo. El reciente resultado de la prueba PISA 2009 avalada por la OCDE, muestra que México alcanza puntajes de 425 en lectura, 419 en matemáticas y 416 en ciencias, debajo de la provincia China Shanghái quien participa por vez primera en dicha prueba y alcanza indicadores de 556 en lectura, 600 en matemáticas y 575 en ciencias. México agrupa sólo a 5% de sus

estudiantes en los niveles altos, a 44% en los niveles intermedios (Niveles 2 y 3), y a 51% en los niveles inferiores (Nivel 1 y debajo del Nivel1). La prueba ENLACE del 2011 se aplicó a 12,755 escuelas y 912,878 alumnos, los resultados de la prueba en habilidad Matemática arrojan que el 75.3% de los alumnos están en un nivel insuficiente y elemental, mientras que el 24.7% se encuentran en un nivel bueno o excelente.

2.2. CONTEXTO ESCOLAR EN LA COMUNIDAD

La ciudad de Pátzcuaro, Michoacán, es una comunidad que vive principalmente de turismo nacional y extranjero, además del comercio formal e informal. No se cuenta con grandes empresas, por lo que los empleos son principalmente de burócratas y de pequeñas empresas, los ingresos económicos en la zona son en general muy bajos. No se tiene una cultura ecológica, así que la contaminación de la ciudad y de su lago es muy grave, ya que no se tiene una amplia cultura de separar la basura. No se cuenta con el número suficiente de plantas tratadoras de agua en los alrededores del lago, esto propicia que varias poblaciones descarguen sus aguas negras al lago sin tener un tratamiento alguno. Por otra parte, la tala inmoderada no sustentable en la región ha ocasionado la erosión de los cerros y por consecuencia el azolvamiento del lago. Al acabarse los bosques, se perdieron empleos en los aserraderos que había en la ciudad.

La ciudad de Pátzcuaro tiene el título de Pueblo Mágico, pero, éste está en riesgo por el crecimiento urbano desmedido, el problema social de grafiti y el ambulantaje. Lo anterior nos da el contexto, para señalar la importancia de que los jóvenes se preparen para que adquieran un nivel cultural y educativo mayor, para que pueda hacer consciencia de sus problemáticas y a la vez que propongan soluciones. En la ciudad existen sólo dos escuelas públicas de Nivel Medio Superior (NMS), el CONALEP y el CBTIS 94, una preparatoria por cooperación y dos preparatorias privadas. En cuanto al nivel superior, se cuenta con el Instituto Tecnológico Superior de Pátzcuaro (ITSPA), el cual ofrece 4 carreras y la Universidad Pedagógica Nacional “Pátzcuaro” con una licenciatura en educación preescolar. Es por ello que la mayoría de los jóvenes que

concluyen el nivel bachillerato, buscan continuar sus estudios en otras ciudades como Morelia y Uruapan principalmente.

2.3. CARACTERÍSTICAS DE LA INSTITUCIÓN ESCOLAR

El presente diagnóstico se sitúa en el Centro de Bachillerato Tecnológico Industrial y de Servicios 94 (CBTIS 94) de Pátzcuaro Michoacán, el 14 de septiembre de 2012 cumplió 35 años. Cuenta con 103 trabajadores entre ellos 68 docentes, 35 administrativos y 1526 alumnos en un sólo turno. Las especialidades que se ofertan son, turismo (un grupo), electricidad (un grupo), trabajo social (un grupo), contabilidad (un grupo), computación (dos grupos) y puericultura (cinco grupos).

La operatividad del plantel se proyecta mediante el Plan Académico de Mejora (PAM), el cual se sube a una plataforma que administra la DGETI y su nombre es Sistema de Gestión de la Educación Media Superior, en este sistema se ingresan cerca de 260 indicadores que tienen que ver con infraestructura, control escolar, capacitación, etcétera. Sin embargo, son 24 indicadores llamados estrella, los cuales se ordenan por prioridad acorde a la visión que se quiere proyectar en un ciclo escolar, en el CBTIS 94, los primeros cuatro indicadores del ciclo 2010-2011 fueron:

1) **Aprobación**: El 71,14% de los alumnos aprobaron sin ningún examen extraordinario.
2) **Deserción:** El 5.86% de los alumnos abandona la escuela en el ciclo escolar.
3) **Eficiencia terminal:** El 72.4% de los alumnos que iniciaron estudios en la escuela se graduaron.
4) **Promoción:** El 95.88% son los alumnos que por reglamento escolar se pueden inscribir de un semestre a otro.

Los indicadores están por arriba de la media nacional, por lo que la institución está en un proceso de consolidación. Lo principal es mantener estos indicadores o elevarlos, en la medida de lo posible. Para conocer de la calidad del servicio que se ofrece es necesario que un organismo externo evalué la institución, es por eso que la

evaluación de la Prueba ENLACE se aplica con seriedad, ha participado en los años 2009, 2010 y 2011. Cada año se ha visto un aumento obteniendo mejores porcentajes entre bueno y excelente. Este año se obtuvo 25% más que la media nacional en habilidad lectora y habilidad matemática. De los 1526 alumnos que están actualmente en la escuela, 8 pertenecen a municipios del estado, conformándose en 28 localidades, sin embargo, 1208 alumnos pertenecen a la localidad de Pátzcuaro, es decir, el 79.16%, y sólo 318 alumnos que representan el 20.84% son del resto de los municipios circunvecinos a Pátzcuaro. En años pasados el porcentaje de alumnos de estos municipios era mayor, pero año con año se abren escuelas que ofertan EMS y ya no tienen que trasladarse a Pátzcuaro. Como se señaló, la localidad tiene en promedio un bajo ingreso, por lo que cerca de 370 alumnos tiene beca oportunidades, 360 becas de la Subsecretaría de Educación Media Superior (SEMS), 90 beca alimenticia otorgada por la cooperativa de la escuela, lo que hace un total de 820 alumnos becados que representa el 53.7%.

2.4. CARACTERIZACIÓN DEL GRUPO ESCOLAR Y DE LOS ALUMNOS

La comunidad académica en la opinión de la comunidad escolar, nos dicen que las relaciones interpersonales entre docentes, directivos y alumnos son de buenas a regulares. Se tiene un orientador y un psicólogo que los apoya, es bueno contar con ese servicio. Las instalaciones con las que cuenta el plantel son buenas, los laboratorios están bien equipados y en general se puede decir que cuenta con los recursos necesarios para las carreras que se ofrecen. Los profesores emplean más los recursos técnico-instrumentales que recursos didácticos, que deberían equilibrarse y combinarse para su uso. Teniendo un panorama global del entorno en que se desarrollan los estudiantes, se deduce que la escases de un trabajo fijo, y los escasos ingresos de los padres de familia, repercuten en el poco apoyo económico para los estudiantes, por lo cual, se ven obligados a trabajar en su tiempo libre para cubrir sus necesidades.

La mayoría de los estudiantes usan el internet, son capaces de bajar y obtener información científica y técnica para sus materias. Utilizarlo como espacio social de

acción individual y colectiva, pocos utilizan este espacio de trabajo para: crear, producir, compartir, intercambiar, distribuir, colaborar, obtener asistencia técnica y profesional.

El plantel aplica desde el año 2011 el Sistema de Alerta Temprana, este es un sistema que permite detectar a los alumnos en riesgo de deserción. Son varias causas que la provocan, sin embargo, sólo se considera dos variables: el número de faltas y las materias reprobadas. Con el resultado del análisis de estos datos, se ha podido detectar que en el plantel CBTIS 94 la materia que más reprueban los alumnos es química, la segunda es matemáticas y la tercera es lectura expresión oral y escrita.

2.5. TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN (TIC)

El termino Tecnologías de la Información y la comunicación (TIC) contempla toda forma de tecnología usada para la gestión y la transformación de la información en particular, se refiere al uso de computadoras y programas que permiten crear, modificar, almacenar, proteger, transmitir y recuperar la información, la cual se puede presentar en varias formas: como datos, conversaciones de voz, imágenes fijas o en movimiento, presentaciones multimedia, gráficas, etc. Por lo anterior, las TIC están íntimamente relacionadas con computadoras, calculadoras, software y telecomunicaciones (Educare, 2007).

Se han de conocer los límites y los peligros que las nuevas tecnologías plantean a la educación, reflexionar sobre el nuevo modelo de sociedad que surge de esta tecnología y sus consecuencias. Las innovaciones tecnológicas han proporcionado a la humanidad nuevos canales de comunicación e inmensas fuentes de información, que difunden modelos de comportamiento social, actitudes, valores, formas de organización, etc. Hemos pasado de una situación donde la información era un bien escaso a otra en donde la información es abundante, incluso excesiva. Vivimos inmersos en la llamada sociedad de la información, el auge de las nuevas tecnologías, y en especial el arribo del "tercer entorno" (el mundo virtual) tiene importantes incidencias en educación.

Así, las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) pueden contribuir al acceso universal, a la educación, la igualdad en la instrucción, el ejercicio de la enseñanza, el aprendizaje de calidad y el desarrollo profesional de los docentes, así como a la gestión dirección y administración más eficientes del sistema educativo.

2.6. INTRODUCCIÓN DE LAS TIC EN EL AULA

La introducción de las TIC en el aula representa un reto pedagógico y social, éste se inscribe en primer lugar de manera muy clara dentro de un proyecto político, dentro de una política global. La era tecnológica en la que vivimos exige cambios en el mundo educativo, y los profesionales de la educación tienen múltiples razones para aprovechar las nuevas posibilidades que proporcionan las TIC para impulsar este cambio hacia un nuevo paradigma educativo más personalizado y centrado en la actividad de los estudiantes.

Un porcentaje considerable de escuelas no cuenta con recursos educativos como computadoras, calculadoras, libros, pizarrones entre otros, sobre todo, en las comunidades rurales, lo que provoca que las oportunidades de elaborar trabajos de buena calidad sean muy difíciles, pero no imposibles. Además de la necesaria alfabetización digital de los alumnos, del aprovechamiento de las TIC para la mejora de la productividad en general, el alto índice de fracaso escolar (insuficientes habilidades lingüísticas, matemáticas, etc.) y la creciente multiculturalidad de la sociedad con el consiguiente aumento de la diversidad del alumnado en las aulas, constituyen poderosas razones para aprovechar las posibilidades de innovación metodológica que ofrecen las TIC para lograr una escuela más eficaz e inclusiva.

Actualmente diversos programas de gobierno, sociales y empresariales, aportan recursos para dotar de tecnología a las escuelas de nuestro país con una cantidad considerable de computadoras, pero sin la capacitación, el mantenimiento y soporte adecuado, estos recursos no son aprovechados en su total potencialidad. A pesar de estas limitaciones, la educación en el país ha empezado a transformarse con la creación

de nuevos planes y programas de estudio que proponen el desarrollo de competencias, y que contemplan la incorporación de la tecnología a las actividades educativas con la finalidad de emplear menos esfuerzos en alcanzar buenos resultados, o bien, aplicar la misma cantidad de esfuerzo para lograr óptimos resultados.

Los primeros pasos se han dado sobre el uso de las TIC en el sistema educativo mexicano, así, a partir del momento en que las instituciones escolares introduzcan las tecnologías en las aulas deberán tener en cuenta la importancia de dar una utilización adecuada, para que se aproveche de los beneficios al máximo que estas tecnologías pueden proporcionar. El reto está en reflexionar sobre el lugar que ellas ocupan, dominar las funciones que pueden desempeñar y proporcionar.

2.7. LAS TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN (TIC) EN LA ENSEÑANZA

Los planes de estudio 2006 del bachillerato, marcan que es necesario el aprovechamiento de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en la enseñanza, si se tiene en cuenta por un lado, que uno de los objetivos básicos de la educación es la preparación de los alumnos para ser ciudadanos de una sociedad plural, democrática y tecnológicamente avanzada, y por otro, que estas tecnologías ofrecen posibilidades didácticas y pedagógicas de gran alcance. Para que las TIC incidan de manera favorable en el aprendizaje, su aplicación debe promover la interacción de los alumnos, entre sí y con el profesor durante la realización de las actividades didácticas. Entonces habrá que promover modelos en los que utilización de las TIC que permitan nuevas formas de apropiación del conocimiento, en las que los alumnos sean agentes activos de su propio aprendizaje, pongan de manifiesto sus concepciones y reflexionen sobre lo que aprenden. En congruencia con esta perspectiva del uso educativo de las TIC, será necesaria una selección adecuada de herramientas y de paquetes de cómputo, así como un diseño de actividades de aprendizaje que promuevan el trabajo en equipo, las discusiones grupales, y las intervenciones oportunas y enriquecedoras por parte del docente. La utilización de las TIC en el aula con las características antes señaladas,

ayudará a que los alumnos desarrollen habilidades como pensamiento lógico, la resolución de problemas y el análisis de datos al utilizar paquetes de graficación, hojas de cálculo y manipuladores simbólicos. Además de su uso por asignatura, las TIC favorecen el trabajo interdisciplinario en el salón de clases por la posibilidad de desplegar en pantalla representaciones múltiples de una misma situación o un fenómeno, y de manejar simultánea distintos entornos computacionales (por ejemplo, tablas numéricas, gráficas, ecuaciones, textos, datos, diagramas, imágenes). Así, el diseño de actividades transversales al currículo, como actividades de exploración sobre el comportamiento de fenómenos de las ciencias naturales o sociales a través de la manipulación de representaciones numéricas o gráficas de modelos matemáticos de tales fenómenos, fomentará en los estudiantes la movilización de conocimientos provenientes de distintos campos del conocimiento. Este tipo de acercamiento interdisciplinario a la enseñanza redundará en que los estudiantes alcancen y apliquen competencias cognitivas superiores, no sólo en su trabajo escolar sino en su preparación como ciudadanos capaces de poner en juego dichas competencias más allá del ámbito de la escuela.

2.8. USO DE LAS TIC EN MATEMÁTICAS

Ya se ha hablado del creciente avance tecnológico en el que nos encontramos. En cualquier situación de nuestra vida cotidiana hacemos uso de las TIC, desde un simple mensaje de texto, el envió de un correo electrónico, retirar dinero en un cajero estamos haciendo uso de las TIC. Por ello, si nuestras conductas cotidianas están basadas en el uso constante de la tecnología deben incorporarse a la educación para garantizar la alfabetización tecnológica de nuestros estudiantes. Son muchos los trabajos (como los que se señalan acontinuación) que mencionan las posibilidades de cómo la informática puede ayudar a los alumnos a acceder a la información, pero indudablemente puede ayudar también a que los profesores puedan faciliten sus actividades de enseñanza y trabajar en todas las áreas del currículum utilizando dichos recursos (Poole, 1999).

En uno de los estudios previos realizados (García y Romero, 2007), el propósito era explorar la potencialidad del uso de TIC: Internet, software educativo, etc. en las aulas. En él se comprobó que las siguientes funciones atribuidas a las tecnologías (Zabalza, 1989) se pusieron de manifiesto en el aula:

- Función innovadora. Permite el diseño de novedosas actividades, ya que cambia la interacción sujeto-aprendizaje.
- Función motivadora. Estimulan la participación del alumnado acercando el aprendizaje de la materia al mundo real.
- Función estructuradora de la realidad. Nos llevan a conocer mejor, determinados contenidos, mostrando de forma diferente (efecto visual) la realidad. Mejoran los aprendizajes al dotarlos de sentido real.
- Función solicitadora u operativa del aprendizaje. Facilitan y organizan las acciones instructivas, incluyendo no sólo el contacto con los contenidos presentados a través del medio, sino el contacto con el propio medio.
- Función formativa global. Ayuda a transmitir valores educativos y actitudes: cooperación, implicación emocional, intensidad de esfuerzo exigido, etc.

No solamente se comprobó que las TIC cumplían estas funciones, sino que se encontraron otras ventajas de su uso, coincidiendo en este punto con Alemán de Sánchez (2002, citado en Macias, 2007), quien señala como ventajas del uso de la computadora en la enseñanza las siguientes:

- Participación activa del alumno en la construcción de su propio aprendizaje.
- Interacción entre el alumno y la máquina.
- La posibilidad de dar una atención individual al estudiante.
- La posibilidad de crear micromundos que le permiten explorar y conjeturar.
- Permite el desarrollo cognitivo del estudiante.
- Control del tiempo y secuencia del aprendizaje por el alumno.
- A través de la retroalimentación inmediata y efectiva, el alumno puede aprender de sus errores.

Así, se puede justificar que desde hace unos años el uso educativo de las TIC se ha convertido en un tema de debate e investigación en el campo de la Educación Matemática, son muchos los autores que han indagado acerca de la potencialidad de tales herramientas.

Según Beeland (2002) y Weaver (2000), la instrucción con tecnología ha demostrado tener efectos positivos, tanto en el rendimiento en matemáticas de los estudiantes como en sus actitudes hacia las matemáticas. Reflexión compartida por Pellegrino et al. (1991), quienes trabajando las mismas tareas con dos grupos de estudiantes obtuvieron mejoras observables en la resolución de problemas complejos, así como en las actitudes hacia las matemáticas del grupo de estudiantes que usó TIC con respecto al grupo que usó lápiz y papel.

Preiner (2008) aporta una visión comparativa de las ventajas que según su experiencia, proporciona el ordenador con respecto a otros medios o herramientas no tecnológicas, tanto para los estudiantes como para los profesores:

- Permite enseñanza individualizada y por tanto la acomodación a gran número de alumnos y a estudiantes con dificultades de aprendizaje, variando el punto de entrada al programa informático, el tipo y cantidad de retroalimentación y el tiempo y lugar de aprendizaje.
- Desde el punto de vista de la organización docente, permite un trabajo más autónomo del estudiante, adecuando su ritmo de trabajo a su situación personal al tiempo que favorece el trabajo en equipo. En definitiva, permite el aprendizaje centrado en el estudiante, responsabilizándole de su propio aprendizaje.
- Crea situaciones de enseñanza impersonal donde los estudiantes pueden cometer errores en privado.
- Obvia las dificultades de muchos alumnos con la operatoria, gracias a su potencia de cómputo y evita los errores de cálculo.
- Da oportunidades a los estudiantes de consolidar y demostrar dominio de conceptos previamente aprendidos.
- Permite a los estudiantes practicar la toma de decisiones y destrezas de resolución de problemas.

- Proporciona una ayuda a los profesores para que reconsideren los objetivos y métodos de su enseñanza. Puede suministrar información a los profesores del rendimiento de los estudiantes.
- Permite que prime la reflexión y el análisis de resultados porque se requiere menos tiempo para hacer cálculos rutinarios.
- Incrementa la posibilidad de hacer matemáticas experimentales en el aula. A veces, la mejor forma de comprender el alcance de un teorema o la efectividad de un algoritmo es analizar los resultados que se obtienen al variar las hipótesis, condiciones iniciales, etc.

Del mismo modo, se tienen en consideración los aspectos positivos de estudiar matemáticas con TIC, no pueden obviarse los posibles inconvenientes que su introducción en el aula puede provocar. Sordo (2005) advierte lo que él llama peligros a tener en cuenta, al integrar las TIC en el aula de matemáticas:

- La posibilidad de perder el sentido de las operaciones que realiza el ordenador de forma automática. Esta pérdida de sentido operativo puede provocar una pérdida de destrezas aritméticas básicas.
- Podemos confundir manipulación con conocimiento matemático, típico de cuando se adquiere un aprendizaje memorístico de las matemáticas consistente en el almacenamiento de algoritmos, definiciones y teoremas, en vez de una construcción matemática para la resolución de problemas. Los ordenadores no ofrecen garantías de la comprensión de los objetos manipulados.
- Debemos tener en cuenta la limitación del medio, ya que si no podemos caer en el error de creer que el ordenador lo resuelve todo. Se puede perder el sentido crítico debido a la fe ciega en la máquina.
- Podemos caer en peligros como la infodependencia. Podemos llegar a no saber resolver problemas si no es con el uso del ordenador.

Sobre estos aspectos, el NCTM (2003) advierte de que:

> *"El uso eficaz de la tecnología en clase de matemáticas depende del profesor. La tecnología no es una panacea. Como cualquier herramienta puede ser usada bien o deficientemente. La tecnología no sustituye al profesor…Al trabajar con medios tecnológicos, los alumnos*

pueden mostrar sus formas de pensar sobre las matemáticas que, de otro modo, son con frecuencia difíciles de observar" (pág. 27).

Por su parte, Lagrange, Artigue, Laborde y Trouche (2001), afirman que existe la creencia bastante extendida de que si los estudiantes usan herramientas tecnológicas para trabajar en matemáticas, entonces la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas mejorará. Sin embargo, esta afirmación no reconoce que la introducción de nuevas herramientas tecnológicas en el aula implica la redefinición de los contenidos, de la metodología y del papel del profesor, puesto que las TIC son un recurso más cuya bondad está ligada a su uso coherente. Por ello, es importante analizar cómo garantizar una efectiva integración de las TIC en las aulas, se hace necesario que el profesor planifique de antemano el modo de integrarlas en sus clases, diseñando actividades que brinden oportunidades para aprovechar sus bondades y a la vez resulten útiles para la consecución de sus objetivos de aprendizaje.

Bottino y Chiappini (2002) citados por Leung, lamentan que en el caso concreto de los ordenadores, las altas expectativas sobre su potencial para impulsar el cambio e innovación en las escuelas parecen haber permanecido en gran medida incumplidas. La revisión de los reportes de evaluaciones internacionales realizados en la última década, que informaron del uso de los ordenadores en el aula de matemáticas por los estudiantes, avalan esta afirmación. Así, los resultados del Estudio internacional de tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS) 1999 (Mullis et al., 2000, p. 299), pusieron de relieve que entre los países en los que se realizó el estudio, el 80% de los estudiantes (valor medio internacional) informó no usar nunca los ordenadores en clase de matemáticas. Al comparar estos resultados con los datos del TIMSS en 1995, encontraron que había un pequeño, pero estadísticamente significativo cambio desde la categoría de respuesta "nunca" a "de vez en cuando", mostrando que aunque el uso de ordenadores en las clases de matemáticas era muy escaso en países de todo el mundo, había una señal de un ligero aumento en su uso entre 1995 y 1999.

Todos los resultados presentados reflejan una necesidad de cambio en los métodos de enseñanza-aprendizaje, que involucre un mayor uso de estas tecnologías en las aulas para salvar la distancia entre el uso de TIC de los escolares en las aulas y en los hogares, y como modo de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los

estudiantes (los resultados del informe de la OCDE (2005), informaron de resultados menos positivos para aquellos estudiantes con escasa experiencia en el uso de los ordenadores con fines educativos).

En este sentido este trabajo puede ser útil, pues la secuencia de enseñanza basada en el uso de TIC que se ha diseñado y llevado a la práctica, puede ser implementada directamente por otros profesores en sus aulas o puede servirles de modelo para el diseño de otras secuencias que les resulten de interés.

2.9. EL DOCENTE Y LAS COMPETENCIAS BÁSICAS EN EL USO DE LAS TIC

Gracias a la utilización continua y eficaz de las TIC en procesos educativos, los estudiantes tienen la oportunidad de adquirir capacidades importantes en el uso de éstas. El docente es la persona que desempeña el papel más importante en la tarea de ayudar a los estudiantes a adquirir esas capacidades. Además, es el responsable de diseñar tanto oportunidades de aprendizaje como el entorno propicio en el aula que facilite el uso de las TIC por parte de los estudiantes para aprender y comunicar. Por esto, es fundamental que todos los docentes estén preparados para ofrecer esas oportunidades a sus estudiantes.

Las prácticas educativas tradicionales de formación de futuros docentes, ya no contribuyen a que estos adquieran todas las capacidades necesarias para enseñar a sus estudiantes y poderles ayudar a desarrollar las competencias imprescindibles para sobrevivir económicamente en el mercado laboral actual. Es por eso, que los docentes necesitan estar preparados para otorgar a los estudiantes con las ventajas que les aportan las TIC. Escuelas y aulas deben contar con docentes que posean las competencias y los recursos necesarios en materia de TIC y que puedan enseñar de manera eficaz las asignaturas exigidas, integrando al mismo tiempo en su enseñanza conceptos y habilidades de estas. Las simulaciones interactivas, los recursos educativos digitales y abiertos (REA), los instrumentos sofisticados de recolección y análisis de datos son

algunos de los muchos recursos que permiten a los docentes ofrecer a sus estudiantes posibilidades, antes inimaginables, para asimilar conceptos.

Las recientes tecnologías (TIC) exigen que los docentes desempeñen nuevas funciones y también, requieren diferentes pedagogías y planteamientos en la formación docente (Makrakis, 2005). Lograr la integración de las TIC en el aula dependerá de la capacidad de los maestros para estructurar el ambiente de aprendizaje de forma no tradicional, fusionar las TIC con nuevas pedagogías y fomentar clases dinámicas en el plano social, estimulando la interacción cooperativa, el aprendizaje colaborativo y el trabajo en grupo. Esto exige adquirir un conjunto diferente de competencias para manejar la clase. En el futuro, las competencias fundamentales comprenderán la capacidad tanto para desarrollar métodos innovadores de utilización de TIC en el mejoramiento del entorno de aprendizaje, como para estimular la adquisición de nociones básicas en TIC, profundizar el conocimiento y generarlo.

Según Marqués (2008), se entiende por competencias digitales del profesorado las competencias relacionadas con el uso de las TIC. En el caso de los docentes, serán las mismas que requieren todos los ciudadanos y además, las específicas derivadas de la aplicación de las TIC en su labor profesional, para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje. Al igual que los alumnos, los profesores necesitan una alfabetización digital que permita utilizar de manera eficaz y eficiente, estos nuevos instrumentos tecnológicos que constituyen las TIC en las actividades profesionales (docentes, de investigación, de gestión) y personales. Necesitan competencias instrumentales para usar los programas y los recursos de Internet, pero sobre todo adquirir competencias didácticas para el uso de todos estos medios en los distintos roles docentes como mediador, orientador, asesor, tutor, proveedor de recursos para el aprendizaje, fuente de información, organizador de aprendizajes, motivador, etc.

El Centre for Learning & Performance Technologies (CLPT), en colaboración con profesionales de la Educación de todo el mundo, elaboraron un directorio con los tipos de herramientas de mayor utilidad para la enseñanza/aprendizaje (tanto libres como de pago), que agruparon en una docena de categorías por funciones, que resultan de utilidad para el desarrollo de las competencias digitales siguientes:

1) Navegación: navegadores y extensiones (utilidades para configurar tu navegador con más funciones.
2) Búsqueda: buscadores e investigación.
3) Ofimática: textos, hojas de cálculo y bases de datos, calculadoras, agendas y localizadores, escritorios, apuntes y pizarras compartidas, conversores PDF, lectores PDF, gestores de información personal y herramientas diversas de productividad personal.
4) Etiquetado de recursos favoritos y sindicación de contenidos: marcadores sociales, lectores y alertas RSS, páginas de inicio, creación y gestión de canales RSS.
5) Comunicación: correo y mensajería, foros, voz sobre IP y vídeo-llamadas, salas de chat y videoconferencia, herramientas para telefonía móvil, multiconferencia y pantallas compartidas.
6) Redes sociales y comunidades virtuales, herramientas de trabajo en grupo, entornos virtuales multiusuario.
7) Uso de repositorios y alojamiento de archivos en plataformas sociales.
8) Gestión y publicación de contenidos: creación de blogs, CMS (sistemas de gestión de contenidos, portales), wikis, edición de páginas web, portafolios, accesorios para sitios web.
9) Gestión de cursos y aprendizaje: creación de cursos, LMS (edición y gestión de cursos).
10) Edición multimedia, presentaciones, vídeo-tutoriales, simulaciones y capturas de pantalla.
11) Generación de contenidos en canales multimedia: tv/vídeo, audio.
12) Creación de materiales didácticos: materiales interactivos, ejercicios y cuestionarios, juegos, mapas conceptuales, libros electrónicos, encuestas.

2.10. RECURSOS MATEMÁTICOS EN INTERNET

Ha sido de gran provecho, la red Internet que como espacio educativo ofrece un gran abanico de posibilidades para el desarrollo de procesos innovadores de aprendizaje,

incluyendo las señaladas por los autores anteriores. De entre todas las utilidades o aplicaciones de Internet, destaca la World Wide Web (www), como el espacio de mayor potencialidad y difusión de materiales. Las llamadas páginas www permiten publicar cualquier elemento informático (texto, foto, música, vídeo) o creaciones personales de tipo educativo sin la ayuda de editores comerciales, de ahí su crecimiento exponencial en los últimos años. Además de los materiales didácticos y contenidos alojados en sitios web, accesibles desde cualquier punto de la red y en cualquier momento y lugar.

Otras de las herramientas anteriores que han sido de gran utilidad para este trabajo son las Plataformas de Gestión del Conocimiento, dado que ofrecen un espacio educativo ubicado en la red en el que cada docente puede diseñar e incluir actividades, cuestionarios, tareas, etc., para realizar con el alumnado y puedan adaptarse a las necesidades de cada cual. Son muchas las plataformas diseñadas que se encuentran en Internet, que permiten el acceso y uso para educación.

Los docentes pueden encontrar en Internet miles de recursos y aplicaciones para enriquecer la clase de matemáticas, como simulaciones, proyectos de clase, calculadoras, software para resolver ecuaciones, graficar funciones, encontrar derivadas, elaborar exámenes y ejercicios, convertir unidades de medida, ejercitar operaciones básicas, construir y visualizar figuras geométricas.

2.11. EL ENFOQUE POR COMPETENCIAS EN EL PLAN NACIONAL DE DESARROLLO

La Secretaria de Educación Pública se propuso dentro del Programa Sectorial de Educación 2007-2012 elevar la calidad de la educación para que los estudiantes mejoren su nivel de logro educativo, y así tengan una mayor calidad de vida. Una estrategia es fomentar el desarrollo de valores, habilidades y competencias para mejorar su productividad y competividad al iniciar su vida profesional. Las competencias son la unidad común, para establecer los mínimos requeridos para obtener el certificado de bachillerato sin que las instituciones renuncien a su particular forma de organización

curricular. Además de permitir definir en una unidad común los conocimientos, habilidades y actitudes que el egresado debe poseer, sería posible la convivencia de estructuras curriculares y planes de estudios diversos, asimismo se facilitaría ubicar patrones y perfiles compartidos para el reconocimiento de equivalencias y certificaciones conjuntas. En el 2008 y para certeza de la comunidad escolar la Secretario de Educación Pública a través del diario oficial mediante el acuerdo 442 (2009), define competencia como:

> *"La integración de habilidades, conocimientos y actitudes en un contexto específico" (pág. 2)*

La educación basada en competencias, reordena y enriquece los planes y programas de estudio, no busca reemplazarlos sino complementarlos, define un estándar del perfil de egreso flexible y pertinente al currículo de la Educación Media Superior (EMS). De acuerdo a PISA (2003), la competencia matemática enfatiza en el uso funcional del conocimiento matemático en situaciones diversas de manera reflexiva y basada en una comprensión profunda, se aclara que la competencia y el conocimiento no son antagónicos, sino mas bien existe una dependencia y una interrelación entre ambos, el conocimiento matemático no debe verse solamente desde una perspectiva conceptual, es decir una persona no es competente sólo por saber algo, o sólo por saber hacer algo, sino por saber hacer algo, a partir del saber, es decir saber hacer a partir del saber comprendiendo lo que se hace, como se hace y por qué se hace. En este sentido la teoría y la práctica no pueden estar disociadas. La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE, 2005) define la competencia como:

> *"Una competencia es más que conocimiento y habilidades. Implica la capacidad de responder a demandas complejas, utilizando y movilizando recursos psicosociales (incluyendo habilidades y actitudes) en un contexto particular". (pág. 4)*

Otra definición que vale la pena traer a colación, es la de la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES, 2006), que definen las competencias como:

> *"Conjunto de conocimientos, habilidades y destrezas, tanto específicas como transversales, que debe reunir un titulado para satisfacer plenamente las exigencias sociales. Fomentar las competencias es el objetivo de los programas educativos. Las competencias son capacidades que la persona desarrolla en forma gradual y a lo largo de todo el proceso educativo y son evaluadas en diferentes etapas. Pueden estar divididas en competencias relacionadas con la formación profesional en general (competencias genéricas) o con un área de conocimiento (específicas de un campo de estudio)". (pág. 4)*

Las competencias son la orientación fundamental de diversos proyectos internacionales de educación, como el Proyecto Tuning de la Unión Europea o el proyecto Alfa Tuning Latinoamérica. México no puede quedar al margen de estos cambios mundiales, por lo que en nuestro país se ha impulsado que los alumnos egresados del bachillerato desplieguen una serie de competencias para que desarrollen su potencial, tanto para adquirir una mejor calidad de vida, como para aportar a la sociedad y retribuir en un círculo virtuoso. Como señala Tobón (2006 p.44) "Las competencias son un enfoque para la educación y no un modelo pedagógico". Este nuevo enfoque incorpora en los planes y programas de estudio, contenidos y actividades de aprendizaje dirigidas al desarrollo de competencias tanto para la vida como para el trabajo, donde el estudiante ya no sólo recuerda sino que piensa, sabe buscar información, indaga sobre métodos de investigación y aprendizaje. Les capacita para continuar aprendiendo en forma autónoma a lo largo de sus vidas, y para desarrollar relaciones armónicas con quienes los rodean, así como participar eficazmente en los ámbitos social, profesional y político.

La Reforma de la Educación Media Superior se desarrolla en torno a cuatro ejes: la construcción e implantación de un Marco Curricular Común (MCC), la definición y regulación de las distintas modalidades de oferta de la EMS, la instrumentación de mecanismos de gestión que permitan el adecuado tránsito de la propuesta y un modelo de certificación de los egresados del SNB. El MCC permite articular los programas de distintas opciones de EMS, en el país comprende 11 competencias genéricas, éstas son clave para su vida, trasversales por influir en todas las disciplinas; transferibles por reforzar la capacidad de los estudiantes en adquirir otras competencias; competencias

disciplinares comunes (del campo de las matemáticas son 8, ciencias experimentales son 14, humanidades y ciencias sociales son 10 y comunicación son 12) y extendidas (estas amplían y profundizan las competencias anteriores). Las competencias profesionales básicas, se refieren a un campo del quehacer laboral y las competencias profesionales extendidas preparan a los jóvenes con una calificación de nivel técnico para incorporarse al ejercicio profesional. (Acuerdo secretarial 444, 2009)

En nuestro país, algunas instituciones de educación media superior ya han comenzado a estructurar sus planes de estudio, o parte de ellos, en términos de competencias. Asimismo, un número creciente de programas universitarios de estudios se encuentra organizado en términos de competencias. Este contexto justifica de manera suficiente que la articulación académica de la educación media superior en México introduzca el concepto de las competencias.

CAPÍTULO III

MARCO TEÓRICO

El capitulo 3 destaca los elementos teóricos que sustentan la propuesta metodológica, incluye un planteamiento acerca del aprendizaje colaborativo y del concepto de representación, así como de los procesos psicológicos en los cuales está involucrada la construcción de representaciones.

"Libre, y para mi sagrado, es el derecho de pensar… La educación es fundamental para la felicidad social; es el principio en el que descansan la libertad y el engrandecimiento de los pueblos".

Benito Juárez

3.1. EL CONCEPTO DE REPRESENTACIÓN

La palabra representación, según Duval (1993), tiene un doble valor en matemáticas, es a la vez importante y marginal, además es un término difícil de definir (Llinares, 1994). Una escritura, una notación, un símbolo representando, un objeto matemático, las figuras geométricas son ejemplos de representaciones (Kaput, 1987).

Una representación, es una construcción que realizan los sujetos y que se refiere a objetos o fenómenos con los cuales ellos entran en interacción. De esta forma, la representación puede ser utilizada para remplazar a los objetos y fenómenos representados. Este remplazo se ejecuta a efectos comunicativos e intelectuales. Es decir, la representación se utiliza para la interacción con los objetos y para operar sobre ellos sin necesidad de su presencia física. En el ámbito de las matemáticas las representaciones se entienden como notaciones simbólicas o gráficas, o bien manifestaciones verbales, mediante las que se expresan los conceptos y procedimientos en esta disciplina así como sus características y propiedades más relevantes.

3.2. REGISTROS DE REPRESENTACIÓN PARA EL CONOCIMIENTO

No es posible estudiar los fenómenos relativos al conocimiento sin recurrir a la noción de representación. El aprendizaje de las matemáticas constituye un campo de estudio privilegiado para el análisis de actividades cognitivas fundamentales como lo son la conceptualización, el razonamiento, resolución de problemas, incluso la comprensión de textos. Es por esto, que es necesaria la utilización de varios sistemas de expresión y de representación, distinta a los del lenguaje natural o de las imágenes.

En la Crítica de la razón pura, Kant postula que el conocimiento es el resultado de un contacto entre un sujeto que aprende y un objeto de conocimiento. Él recurre a una comparación: así como el líquido adopta la forma del recipiente que lo contiene, las impresiones sensoriales adoptan las formas que se le imponen por parte de las estructuras cognitivas. Pero para que eso suceda, es la bien conocida hipótesis fuerte de

Kant, se necesitan formas innatas de sensibilidad, como espacio, tiempo, causalidad, permanencia del objeto, permanencia y uso de experiencias precedentes etc. Por lo que el conocimiento no es más una simple representación de la realidad externa, es en cambio el resultado de la interacción entre el sujeto que aprende (sus estructuras cognitivas) y sus "experiencias sensoriales". Además, el sujeto que aprende abandona la típica pasividad y construye, estructura sus experiencias, participando activamente en el proceso de aprendizaje en una verdadera y propia construcción. Se trata de una transformación: un objeto de conocimiento, entrando en contacto con un sujeto que aprende, se transforma, reconstruye, gracias a los instrumentos cognitivos que tiene.

Por lo tanto, el saber adquirido puede verse como el producto de la elaboración de la experiencia con la cual entra en contacto el sujeto que aprende, esta elaboración consiste en la interacción entre el individuo y su ambiente, y en el modo en el cual el individuo interioriza el mundo externo. Independientemente de las peculiaridades de estas actividades, el sujeto que aprende debe comprometerse en algo que necesariamente lo lleva a simbolizar. Se trata de una necesidad típicamente humana, la única sobre la cual todos los autores concuerdan. Se trata de una elaboración (con características internas o sociales, o incluso ambas) que se organiza alrededor o en los sistemas semióticos de representación. Se puede decir más, el conocimiento es la intervención y el uso de los signos. Por lo tanto, el mecanismo de producción y de uso subjetivo e intersubjetivo de estos signos y de la representación de los "objetos" de la adquisición conceptual, es crucial para el conocimiento.

3.3. REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICAS

La hipótesis de que las diferentes representaciones de los objetos matemáticos son elementos fundamentales para su comprensión y por tanto para su enseñanza y aprendizaje, ha llevado a que el interés de especialistas se focalice en su estudio durante los últimos tiempos.

La primera vez que se presentó fue en los años 1924-1926, como representación mental en el estudio de Piaget sobre la representación del mundo en el niño, relativo a las creencias y las explicaciones de los niños pequeños sobre los fenómenos naturales y físicos. La segunda vez, a partir de 1955-1960, como representación interna o computacional con las teorías que privilegian el tratamiento, por un sistema de las representaciones recibidas de modo tal que produzcan una respuesta adaptada.

Recientemente no hace más de 20 años aparece esté concepto como representación semiótica en la teoría de de registros de representación de Raymon Duval. Las representaciones semióticas son producciones constituidas por el empleo de signos (el lenguaje, la escritura algebraica, los gráficos cartesianos), que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias restricciones de significado y de funcionamiento. Las representaciones semióticas, son el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los otros. En matemáticas, las representaciones semióticas no sólo son indispensables para fines de comunicación, sino que son necesarias para el desarrollo de la actividad matemática misma.

La especificidad de las representaciones semióticas, consiste en que son relativas a un sistema particular de signos: el lenguaje, la escritura algebraica o los gráficos cartesianos y en que pueden ser convertidas en representaciones "equivalentes" en otro sistema semiótico, pero pudiendo tomar significaciones diferentes para el sujeto que las utiliza. La noción de representación semiótica presupone, pues, la consideración de sistemas semióticos diferentes y una operación cognitiva de conversión de las representaciones de un sistema semiótico a otro.

3.4. TIPOS DE REPRESENTACIONES

Desde el punto de vista cognitivo, la comprensión de un objeto matemático se entiende básicamente en términos de integración de representaciones mentales. Las representaciones mentales las podemos definir como el conjunto de imágenes y concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación y sobre

aquellos que le está asociado. Esta integración de representaciones mentales es la que asegura la competencia en el uso de las representaciones externas asociadas al objeto.

De acuerdo con este punto de vista, las personas tendríamos un conjunto (probablemente infinito) de representaciones mentales que se pueden agrupar en tres tipos:

1) Las que la persona considera externas (las representaciones internas que son el resultado de la codificación de estímulos externos).
2) Las propiamente internas (símbolos mentales que son contenidos propios de la conciencia como palabras pensadas, evocación de experiencias vividas, imágenes mentales, etc.).
3) Las representaciones internas que sirven para realizar representaciones consideradas externas (representaciones internas que se pueden descodificar produciendo respuestas en el medio exterior).

Si se considera la clasificación anterior en un contexto social, se tiene que el primer tipo de representación y el tercer tipo son socialmente compartibles. Por ejemplo: un profesor, siguiendo una representación del tercer tipo, dibuja en la pizarra una tabla de una función y el alumno genera una representación del primer tipo. Cuando se dice que estas representaciones mentales son socialmente compartibles, se quiere decir que el profesorado y el alumnado dialogan sobre ellas como si fuesen exteriores. Muchos autores hacen referencia a las representaciones del tipo 1 y 3 como "significante", y al conjunto de conexiones que el alumno puede establecer con otras representaciones del tipo 2 como "significado".

Duval (1999), clasifica las representaciones en consientes y no-consientes. Por conscientes, se entiende aquellas en las que aparece "algo" y están al alcance de la percepción del sujeto, y por no-conscientes, las que se escapan completamente a la percepción del sujeto. En este sentido, la conciencia se caracteriza por la mirada de "alguna cosa" que toma ipso facto el status de objeto para el sujeto que efectúa esta mirada. El pasaje de la no conciencia a la conciencia, corresponde a un proceso de objetivación para el sujeto que toma conciencia. La objetivación corresponde al descubrimiento por el sujeto mismo de aquello que hasta entonces no sospecha, incluso si otros se lo hubieran explicado. Las representaciones conscientes, son aquellas que

presentan este carácter intencional y que cumplen una función de objetivación. La significación, es la condición necesaria de la objetivación para el sujeto, es decir, de la posibilidad de tomar conciencia.

En segundo lugar, Duval (1999) también postula la existencia de representaciones mentales internas y de representaciones semióticas externas, entendiendo por externas aquellas que son visibles y observables públicamente, y por internas, las privadas que no la son. Duval considera que las representaciones externas son por naturaleza semióticas, ya que se producen mediante un sistema de signos y son accesibles a todos los sujetos capaces de interpretar este sistema de signos. Las representaciones externas tienen diferentes funciones: sirven para comunicar, para objetivar y pueden ser manipuladas. Las representaciones internas, son las representaciones que pertenecen a un sujeto y que no son comunicadas a otro por la producción de una representación externa, es decir, son de carácter privado.

Una representación interna puede ser consciente o no-consciente, mientras que una representación consciente puede ser exteriorizada o no. El cruce de estas dos oposiciones (Tabla 5.1) permite a Duval (1995) distinguir tres tipos de representaciones.

	INTERNA	**EXTERNA**
CONSCIENTE	**Mental**: Tiene una función de objetivación (descubrimiento por el sujeto mismo).	**Semiótica:** Presenta las siguientes funciones: Función de objetivación función de expresión y función de tratamiento intencional.
NO-CONSCIENTE	**Computacional:** Su función es el tratamiento automático o casi-automático	

Tabla 5.1 Tipos de representaciones de acuerdo con Duval.

1. Representaciones semióticas, son a la vez conscientes y externas.

2. Representaciones mentales, son consientes e internas y son todas aquellas que permiten una mirada del objeto en ausencia total de significante perceptible. Generalmente son identificadas con las “imágenes mentales”.

3. Representaciones computacionales, son no-consientes e internas y son todas aquellas cuyos significantes, de naturaleza homogénea, no requieren de la mirada al objeto y permiten una transformación algorítmica de una serie de significantes en otra. Estas representaciones expresan la información externa en un sistema de manera tal que la hacen direccionable, recuperable y combinable al interior de ese sistema.

Para Duval (1995) no existe una correspondiente estricta entre las representaciones mentales internas y las representaciones semióticas externas. Para esto expone varias razones. Primeramente las representaciones semióticas no son dependientes de las de tipo mental sino al revés. Es decir, el desarrollo de las representaciones mentales requiere de la adquisición e interiorización de diferentes sistemas de representación semiótica y en particular del lenguaje natural (Vigotsky, 1979). Un segundo argumento, es que las representaciones mentales son diferentes a las representaciones semióticas que se generan para expresarlas. Por último, las representaciones semióticas, al ser expresadas, pueden comunicar diversos contenidos al mismo tiempo, mientras que las de carácter mental sólo pueden referirse a un contenido único.

3.5. REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS Y TRANSFORMACIONES INTENCIONALES

A pesar del aparente parentesco, las representaciones computacionales y las representaciones semióticas no tienen la misma naturaleza, esta diferencia se expresa en la existencia de dos tipos de transformaciones:

Las transformaciones cuasi-instantáneas, son las que se efectúan incluso antes de haber sido observados, producen las informaciones y las significaciones de las cuales un

sujeto toma inmediatamente consciencia. Su particularidad es que pueden efectuarse simultáneamente y así ser insensibles a la cantidad de elementos que se deben integrar. Resultan de una larga práctica o de una competencia adquirida en un dominio.

Las transformaciones intencionales, son aquellas que para ser efectuadas toman al menos el tiempo de un control consciente, y que se dirigen exclusivamente a los datos previamente observados, incluso en el caso de una visión furtiva del objeto. Sólo pueden dirigirse a lo que el sujeto "ve" u observa de manera cuasi-instantánea, sólo pueden ser efectuadas una después de la otra y son muy sensibles al número de elementos que se han de integrar.

Toda actividad cognitiva se basa en la complementariedad de estos dos tipos de transformaciones. La función de las transformaciones instantáneas, es suministrar a la "percepción inmediata" de la consciencia unidades informacionales más y más ricas, para poder aspirar a objetos más complejos o más generales.

3.6. LAS REPRESENTACIONES SEMIÓTICAS EN LA CONSTRUCCIÓN DE LAS REPRESENTACIONES MENTALES

Duval (1993), identifica una actividad ligada a la producción de representaciones, y otra ligada a la aprehensión conceptual de los objetos matemáticos representados. Llama semiosis al primer tipo de actividad y noesis a la aprehensión conceptual de un objeto. La Semiosis es cualquier forma de actividad, conducta o proceso que involucre signos de un sistema semiótico pueden ser iconos, símbolos, índices, etc.

Para Duval, la hipótesis de una correspondencia directa entre las representaciones mentales y las semióticas, implica la subordinación de éstas a aquéllas, es decir, supone que la noesis dirige la semiosis. Dos de las razones que da Duval para cuestionar esta hipótesis son: 1) el gran desfase que hay entre las representaciones mentales del sujeto y las representaciones semióticas que produce para expresar sus representaciones mentales y 2) Las representaciones semióticas, a diferencia de las

mentales, presentan el grado de libertad necesario para todo tratamiento de la información, pudiendo expresar contenidos diferentes puesto que se sitúan en el plano de la expresión. No así las representaciones mentales, que al situarse en el plano del contenido, son de contenido único. Para Duval, la diversificación de representaciones semióticas de un mismo objeto aumenta la comprensión de los sujetos. Recíprocamente, las representaciones externas (enunciados, fórmulas, gráficas, etc.), son el medio por el cual las personas exteriorizan sus imágenes y representaciones mentales haciéndolas accesibles a las otras personas. Las representaciones externas juegan un doble papel: 1) actúan como un estímulo para los sentidos en los procesos de construcción de nuevas estructuras mentales y 2) expresan la red de significados personales de los sujetos que los usan. Duval remarca la existencia de diversos sistemas de representación ligados a un mismo objeto matemático. Cada uno de estos sistemas tiene potencialidades y limitaciones, por lo que su utilización conjunta es esencial para producir diferentes sentidos o bien para escoger uno de ellos.

De esta manera, Duval no está de acuerdo con que la noesis dirige a la semiosis, sino que es partidario de la hipótesis contraria:

> *"no hay noesis sin semiosis, es decir, es la semiosis la que determina las condiciones de posibilidad de la noesis". (Duval 1995, pág. 4.*

3.7. LAS ACTIVIDADES COGNITIVAS FUNDAMENTALES DE LA REPRESENTACIÓN LIGADAS A LA SEMIOSIS

Para que las representaciones puedan ser utilizadas en la actividad matemática, deben de pertenecer a sistemas semióticos que sean registros de representación, y para que un sistema semiótico pueda ser un registro de representación debe permitir tres actividades cognoscitivas fundamentales asociadas a toda representación. Según Duval (1999), existen tres actividades cognitivas de representación relacionadas con la semiosis: la formación de representaciones, el tratamiento de las representaciones y la conversión de las representaciones.

Para Duval, la comprensión de un tema implica los tres tipos de actividad cognitiva.

- Formación de representaciones semióticas.

Según Duval (1999), formar una representación semiótica es seleccionar un conjunto de caracteres o de signos dentro de un sistema semiótico de acuerdo con las posibilidades de representación propias de este registro, para que representen las características principales del objeto. De esta manera, la representación construida remplaza la imagen percibida del objeto al hacerla presente cada vez que se necesite. Formamos representaciones semióticas cuando se asignan nombres a los objetos, se generan imágenes esquemáticas sobre ellos o se codifican relaciones o propiedades pertinentes a una transformación a la misma. Duval también afirma que representaciones primitivas se pueden articular para formar representaciones más complejas como frases, imágenes, esquemas, tablas, etc.

Esta formación implica una selección de rasgos y de datos en el contenido por representar, esto es, si se quiere representar a la función lineal en el registro algebraico, se identifica la siguiente representación $y = 3x + 1$, la selección se hace en función de las unidades y de las reglas de formación que son propias de cada registro, esas reglas ya están dadas en el registro, lo importante de esta actividad es reconocerlas, no diseñarlas. Si se quiere representar una función de la siguiente manera $y =* 3x + +1$, esta representación no es coherente con las reglas de formación del registro algebraico.

- Tratamiento de las representaciones semióticas.

Cuando se efectúa la operación de tratamiento sobre una representación inicial, se le transforma en otra representación terminal, que está construida utilizando el mismo sistema semiótico. Es decir, no se cambia el sistema de signos en el cual está expresada la representación inicial. A este tipo de representación también se le conoce como transformación interna a un registro semiótico. La operación de tratamiento, por lo general se realiza cuando se debe responder a una pregunta, solucionar un problema o satisfacer una necesidad. Por ejemplo: $y = 3x + 1$ y $y - 3x - 1 = 0$, existen reglas de tratamiento propias de cada registro, su naturaleza y número varía de un registro a otro.

- Conversión de las representaciones y cambio de registro

La conversión, es la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información dada en un registro, en una representación de este mismo objeto, esta misma situación o de la misma información en otro registro. Las operaciones que habitualmente se han designado con los términos "traducción", "ilustración", "transposición", "interpretación", "codificación", etc., son operaciones que hacen corresponder una representación dada en un registro con otra representación en otro registro. La conversión, es pues una transformación externa relativa al registro de la representación de partida. Por ejemplo: el planteamiento en ecuación de los datos del enunciado de un problema, es la conversión de las diferentes expresiones lingüísticas de las relaciones en otras expresiones de esas relaciones en el registro de una escritura simbólica.

Cuando se convierte un contenido lingüístico en una figura o en uno de sus componentes, se lleva a cabo una ilustración. Cuando se representa una imagen a través de un texto, se realiza una descripción o una interpretación. Al representar el enunciado de un problema a través de un conjunto de ecuaciones, se pasa del lenguaje natural al registro algebraico o formal propio de la escritura simbólica.

El proceso de conversión requiere de poner en correspondencia los dos tipos de representaciones, la inicial y la final. Esta correspondencia puede ser establecida entre las unidades elementales que conforman cada registro semiótico. Cuando existe correspondencia término a término la conversión inversa genera la representación inicial y la conversión suele ser automática, a esta situación se le llama congruencia de de las representaciones (Clark 1974). Cuando esto no ocurre, requiere la reorganización de la representación inicial para generar la representación final en el registro semiótico diferente y la conversión inversa no genera la representación inicial. Este tipo de conversión requiere mayor tiempo para llevarse a cabo, por lo tanto, un mayor costo cognitivo. Este segundo caso se denomina incongruencia de las representaciones.

Según Duval (1999), dos representaciones son congruentes cuando cumplen los siguientes requisitos:

- Tiene una semántica de los elementos significantes: es decir, a cada una de las unidades significantes simples de cada una de las dos representaciones

comparadas se les puede asignar un único significado definido dentro del registro semiótico en el cual se expresa.

- Presentar univocidad semántica terminal: o sea, a cada unidad significante elemental del registro en el cual está expresada la representación inicial, sólo le corresponde una única unidad significante elemental en el registro semiótico en el cual esta expresada la representación final. En otras palabras, existe una relación uno a uno entre los elementos que componen la representación inicial y aquellos que componen la representación final.
- Las unidades significantes correspondientes a cada una de las dos representaciones comparadas están organizadas de tal manera que las unidades en correspondencia semántica (con el mismo significado) son aprehendidas según el mismo orden en las dos representaciones. Es decir, este criterio exige correspondencia en el orden de arreglo de las unidades que componen cada una de las representaciones. Este criterio es muy importante cuando se comparan frases y formulas literales.

En la actividad matemática, es esencial poder movilizar y coordinar varios registros de representaciones semióticas en una situación dada, y poder escoger entre un registro y otro.

No todos los sistemas semióticos permiten las tres actividades fundamentales asociadas a toda representación. Los principales registros que se utilizan en matemáticas si permiten estas tres actividades, tales como las graficas, expresiones algebraicas, expresiones numéricas, enunciados en la lengua natural, etc.

Desde esta perspectiva, un objetivo central en la enseñanza de las matemáticas consiste en conseguir que los estudiantes sean capaces de pasar desde una representación a otra, pero se reconoce que este objetivo es difícil de lograr.

"La conversión de representaciones es un problema crucial en el aprendizaje de las matemáticas." Duval (2002, pág. 318).

3.8. COORDINACIÓN DE REGISTROS DE REPRESENTACIÓN

El funcionamiento del pensamiento humano a diferencia de la inteligencia animal, requiere de varios registros de representación. Tres razones pueden ofrecerse para el uso de distintos registros de representación semiótica relacionados con el pensamiento humano.

- Los costos de tratamiento

La diversidad de registros brinda la oportunidad de usar un registro en lugar de otro con la finalidad de efectuar tratamientos de una manera más económica y más poderosa, por ejemplo: cuando tienen que realizarse operaciones de tipo cálculo con funciones el tratamiento, es mejor en el registro algebraico que en el gráfico.

- Las limitaciones especificas de cada registro

Los cambios modifican las características representadas del objeto, según Duval (1998), toda representación es cognitivamente parcial en referencia a lo que representa. Por ejemplo: identificar si una función es lineal o no, se facilita más en su representación grafica que tabular o la pendiente de una recta se puede identificar con mayor facilidad de su forma algebraica que su forma grafica.

- La relación existente entre conceptualización y coordinación de registros de representación

La diversidad de registros de acuerdo con Duval es que la conceptualización de los objetos matemáticos guarda una relación estrecha con la coordinación, de por lo menos dos registros de representación. Para que una representación funcione como una verdadera representación, es necesario que no se confunda el objeto con su representación y para lograr esto deben cumplir las siguientes dos condiciones: primeramente, que existan al menos dos sistemas semióticos diferentes para la representación del objeto y en segundo lugar, que puedan convertir los estudiantes las representaciones de un sistema a otro en forma rápida y espontanea. Esto último es lo que Duval conoce como una coordinación entre registros de representación, es la

actividad que considera como necesaria para la aprehensión conceptual de los objetos matemáticos y no significa más que la noesis.

Sobre la construcción de conceptos matemáticos Duval establece que dado que cada representación es parcial con respecto a lo que representa, debemos considerar como absolutamente necesario la interacción entre diferentes representaciones del objeto matemático para la formación del concepto. "La comprensión integradora de un contenido conceptual, reposa en la coordinación de al menos, dos registros de representación, y esta coordinación se manifiesta por la rapidez y la espontaneidad de la actividad cognitiva de conversión". El siguiente esquema muestra este proceso (Figura 5.1).

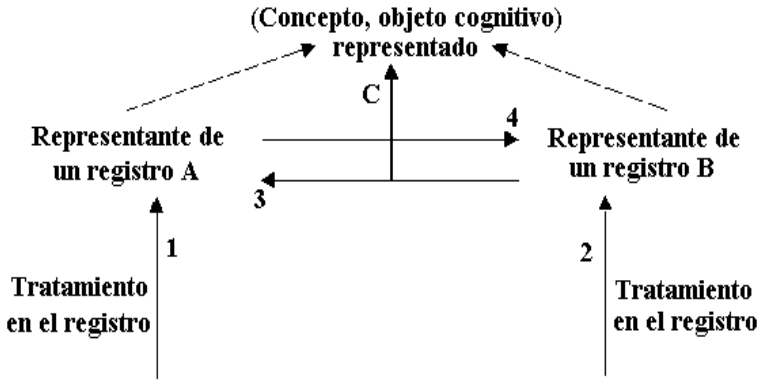
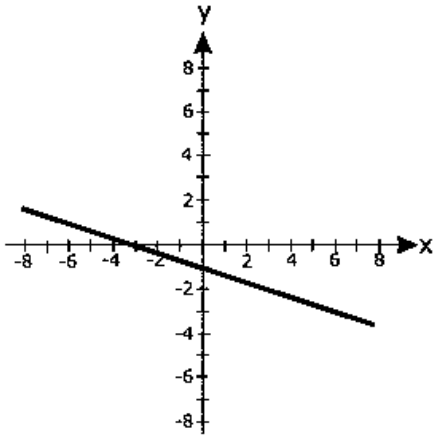


Figura 5.1 Modelo de la representación centrado en la función de objetivación. Las flechas 1 y 2 corresponden a las transformaciones internas a un registro. Las flechas 3 y 4 corresponden a las transformaciones externas, es decir, a las conversiones por cambio de registro. La flecha C corresponde a lo que llamaremos comprensión integradora de una representación: supone una coordinación de dos registros. Las flechas punteadas corresponden a la clásica distinción entre representante y representado. Naturalmente, este esquema considera el caso más simple de la coordinación entre dos registros.

3.9. LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS POR TRATAMIENTO Y CONVERSIÓN

La conversión de las representaciones en la resolución de problemas es importante porque se relaciona con la construcción de un modelo sobre la información presentada en el problema y con las posibilidades que presente ese modelo para ayudar a resolverlo. El individuo que se enfrenta al problema puede necesitar transformar una

representación menos expresiva en una más expresiva que utiliza el mismo registro semiótico. Por ejemplo, el reactivo 4 del examen diagnóstico: dada la ecuación de la recta 3x-y+5=0, identifique la gráfica de la recta perpendicular a ésta cuya ordenada al origen es -1. La representación semiótica inicial en este ejemplo es la ecuación 3x-y+5=0, pero se sigue una transformación de tratamiento más expresiva $y = 3x + 5$, y con esto identificar la pendiente de la recta $m = 3$ para obtener la pendiente $m´$ de la recta perpendicular buscada con la formula $mm´ = -1$, y así $m´ = -1/3$. La ecuación de la recta buscada se expresa algebraicamente como $y = -\frac{1}{3}x - 1$, que se representa como:



Que es interpretada universalmente como una recta. Dicha representación semiótica obtenida por tratamiento y conversión de representaciones semióticas, a partir de la representación inicial, no se le reconoce como el mismo objeto matemático de partida, ésta asume otro sentido.

3.10. APRENDIZAJE COLABORATIVO

A la hora de trabajar con TIC, uno de los aspectos que se debe cuidar es el clima social de aula, de modo que no se produzcan situaciones indeseadas. Es decir, debe prestar especial atención en mantener condiciones de equidad para el acceso de todos y cada uno de los estudiantes a los recursos tecnológicos y generar un clima de trabajo que fomente la colaboración entre iguales.

Los alumnos no aprenden porque el profesor los enseña, sino que básicamente aprenden gracias a la interacción que se produce entre ellos y no sólo aprendiendo contenidos académicos sino también a trabajar juntos, como un contenido escolar más, en un ambiente de aprendizaje colaborativo. Del trabajo colaborativo, se deriva el aprendizaje colaborativo, el cual es entendido según Ralph y Yang (1993) como:

> *"El intercambio y cooperación social entre grupos de estudiantes para el propósito de facilitar la toma de decisiones y/o la solución de problemas. La colaboración entre aprendices les permite compartir hipótesis, enmendar sus pensamientos y trabajar mediante sus discrepancias cognitivas."(pág. 304)*

Se trata de una propuesta metodológica a utilizar en el aula, una forma de trabajar la asignatura donde la responsabilidad del proceso de enseñanza y aprendizaje no recae exclusivamente en el profesorado, sino en el equipo de alumnos. Se aprende de una forma más sólida cuando las interacciones y las ayudas mutuas entre los alumnos se suceden de una manera continuada. Donaire, Gallardo, Aguado y Macías., (2006) señalan que:

> *"Es además otro modo eficaz de que nos ocupemos de la diversidad, ya que la organización de la clase en equipos permite dedicar mayor y mejor atención a los distintos niveles, ritmos y estilos de aprendizaje."(pág. 3)*

A medida que las calculadoras y las computadoras se han hecho más accesibles, los profesores de matemáticas, en todos los niveles han estado experimentando en las diversas formas de utilizarlas mejor, utilizando diferente software para mejorar el entendimiento de los estudiantes de matemáticas. A medida que los estudiantes han trabajado con esta herramienta, los educadores han observado un incremento en la interacción de los estudiantes.

Desde las perspectivas constructivistas de los procesos de enseñanza y aprendizaje aplicados a la educación con TIC, entre las que se encuentra la enseñanza para fomentar el aprendizaje por descubrimiento guiado, los procesos de enseñanza y aprendizaje confluirían en los procesos de interacción, en los que se produciría la

construcción de significados compartidos entre los elementos del ámbito didáctico (entre profesor y estudiante y entre estudiantes). Según Wilson (1995), el aprendizaje colaborativo es otro de los postulados constructivistas, que parte de concebir a la educación como proceso de socioconstrucción que permite conocer las diferentes perspectivas para abordar un determinado problema, desarrollar tolerancia en torno a la diversidad y pericia para reelaborar una alternativa conjunta.

Calzadilla (2001), afirma que el aprender en forma colaborativa permite al individuo recibir retroalimentación, conocer mejor su ritmo y estilo de aprendizaje, lo que facilita la aplicación de estrategias metacognitivas para regular el desempeño y optimizar el rendimiento, por otra parte, este tipo de aprendizaje incrementa la motivación, pues genera en los individuos fuertes sentimientos de pertenencia y cohesión, a través de la identificación de metas comunes, atribuciones compartidas, que incidirá directamente en su autoestima y desarrollo. Prendes (2000), afirma, citando a Martí (1997), que los procesos psicológicos que se desarrollan en la dinámica interna del grupo al trabajar de modo colaborativo son los siguientes:

- Distinción, oposición y confrontación de puntos de vista; juegos de argumentaciones y reconsideración del propio punto de vista; resolución de conflictos sociocognitivos y divergencias.
- Distribución de roles: reparto de cargas cognitivas y afectivas, lo que permite lograr objetivos difíciles de alcanzar yendo por separado; reparto de responsabilidades y esfuerzo compartido; se facilitan procesos de toma de conciencia y autorregulación.
- Interacciones basadas en procesos en los cuales se comparten significados, se crean lazos comunicativos en un ajuste progresivo de actuaciones.
- Procesos conjuntos de toma de decisión y elaboración de posibles soluciones a problemas.

En cuanto a la relación entre trabajo colaborativo y entorno tecnológico, Sordo (2005), afirma que los ordenadores y los programas diseñados para la enseñanza de las matemáticas, ofrecen posibilidades educativas que se diferencian de los sistemas tradicionales de enseñanza, destacando entre ellas que, el uso del ordenador potencia el aprendizaje colaborativo de los alumnos, al tiempo que facilita unas condiciones

adecuadas para reforzar la dimensión social de la educación. Asimismo, Calzadilla (2001), establece una relación bilateral entre ambos. Por un lado, el desarrollo de las nuevas tecnologías y su utilización en el proceso educativo, requiere del soporte que proporciona el aprendizaje colaborativo para optimizar su intervención y generar verdaderos ambientes de aprendizaje que promuevan el desarrollo integral de los aprendices y sus múltiples capacidades. Por otra parte, las tecnologías también benefician el logro del aprendizaje colaborativo, porque permiten desarrollar, extender y profundizar las habilidades interpersonales y penetrar en las barreras culturales, a medida que estudiantes y docentes aprenden a comunicarse mediante las nuevas formas que propone este medio. Además, favorecen experiencias positivas de aprendizaje cuando los alumnos comparten sus descubrimientos, se brindan apoyo para resolver problemas y trabajan en proyectos conjuntos.

El trabajo de Lavy y Leron (2004), hace hincapié en el papel del entorno tecnológico para facilitar la interacción social entre estudiantes, llegando a la conclusión de que el entorno proporciona a los estudiantes un lenguaje común para hablar acerca de sus exploraciones matemáticas, y facilita su participación en los procesos de generalización, abstracción, resolución de problemas y el refinamiento de sus sucesivas intuiciones matemáticas.

La investigación realizada por Sinclair (2005), aporta conclusiones tales como:

> *"Los estudiantes se mostraron activamente comprometidos con sus compañeros durante todas las sesiones: señalaron detalles en la pantalla, se corrigieron el uno al otro, se mantuvieron mutuamente en la tarea, y argumentaron sobre sus interpretaciones. De hecho, el papel del 'compañero' tuvo un impacto mucho mayor sobre el ambiente de aprendizaje del que el investigador esperaba" (p. 100).*

Los buenos resultados que se obtienen trabajando en grupos de trabajo colaborativo, son explicados en la teoría de Piaget y Vigotsky, en tanto que la construcción del conocimiento individual se construye mediante la interacción con el entorno.

3.11. TEORÍA SOCIOCULTURAL DE VIGOTSKY

Vigotsky defiende que el desarrollo humano está sujeto a procesos históricos, culturales y sociales más que a procesos naturales o biológicos: el desarrollo psicológico del individuo es el resultado de su interacción constante con el contexto socio-histórico en el que vive.

El hecho de tener experiencias sociales diferentes no sólo proporciona un conocimiento distinto, sino que estimula el desarrollo de diferentes tipos de procesos mentales.

Por tanto, la sociedad es la primera premisa necesaria para que exista la mente humana tal como la concebimos, desarrollada a través del aprendizaje en sociedad.

Todo lo anterior se demuestra a través de las experiencias de aislamiento social: un individuo recién nacido es separado de su grupo específico, crece fuera de él y vuelve cuando es adulto. Una hormiga no tendría problemas, ya que sus mecanismos innatos le permitirían realizar casi el 100% de los comportamientos propios de su especie. Sin embargo, esto no ocurre en el caso de un ser humano.

Así pues, el aprendizaje es un proceso donde lo social y lo individual se interrelacionan: las personas construyen el conocimiento dentro del medio social en el que viven. Toda función cognitiva aparece dos veces o en dos planos distintos: primero en el plano interpersonal o social y después se reconstruye en un plano intrapersonal o psicológico, mediante un proceso de interiorización en el que el lenguaje cumple una doble función como:

- Vehículo social, que permite al individuo comunicarse con los demás, intercambiar y contrastar opiniones, y crear conocimiento compartido.
- Herramienta de pensamiento, que permite al individuo organizar su pensamiento, convirtiéndose en un elemento fundamental de los procesos psicológicos superiores.

De este modo, el individuo aprende en su interacción con los demás, a partir de la cual, procesa la nueva información hasta incorporarla en su estructura cognitiva.

3.11.1. LA ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO

Para explicar el aprendizaje, Vygotsky (1988), propuso su concepto de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), que definió como:

> *"La distancia entre el nivel de desarrollo real del niño, determinado por la capacidad de resolver problemas de manera independiente, y el nivel de desarrollo potencial, determinado por la capacidad de resolver problemas bajo la orientación de un adulto o en colaboración con pares más capacitados." (pág. 133).*

La ZDP no puede entenderse como un espacio fijo o estático, sino como un espacio dinámico, en constante proceso de cambio con la propia interacción:

> *"Lo que una persona es capaz de hacer hoy con ayuda de alguien, mañana podrá hacerlo por sí sola" (Vigotsky, 1996, pág. 35).*

La ZDP está muy ligada a los conceptos de:

- Andamiaje: el experto va construyendo el andamiaje sobre el que se va levantando el conocimiento del aprendiz. Se trata de un conjunto de ayudas (explicaciones, demostraciones, evaluación del progreso, refuerzo de contenidos) ajustadas al nivel del aprendiz, que le permiten acceder al conocimiento. Este andamiaje se autodestruye gradualmente conforme aumenta la capacidad del aprendiz. La ayuda del tutor, que en un primer momento es imprescindible, se va replegando conforme aumenta la capacidad del tutorado.

- Autorregulación: en la relación experto-aprendiz, éste último no sólo adquiere conocimientos, sino además la capacidad de autorregular su propia conducta. En

> un principio el experto lleva todo el peso de la actuación y, gradualmente, el aprendiz va tomando el control de la situación. Kozulin (1996), define la autorregulación como la integración en una sola persona de las funciones del amo y el esclavo: un sistema de órdenes que originalmente se destina a los demás (función del amo) puede llegar a convertirse en órdenes para uno mismo (función del esclavo).

Según Aljaafreh y Lantolf (1994), citado por Otha (2000), el proceso de autorregulación que se produce dentro de la ZDP, pasa por cinco niveles:

1) El aprendiz no es capaz de darse cuenta o de corregir el error, incluso con la intervención del experto, que asume la responsabilidad de corregirlo.

2) El aprendiz se da cuenta del error pero no puede corregirlo, incluso con la intervención del experto.

3) El aprendiz es capaz de darse cuenta del error y de corregirlo, pero bajo la supervisión y la regulación del experto.

4) El aprendiz se da cuenta y corrige el error con ayuda mínima del experto y comienza a asumir una responsabilidad completa en la corrección de errores.

5) El aprendiz usa los conocimientos correctamente en todos los contextos. Se ha convertido en un individuo autorregulado.

3.12. TEORÍA GENÉTICA DE PIAGET Y LA ESCUELA DE PSICOLOGÍA SOCIAL DE GINEBRA

Según Piaget (1970), nuestros procesos mentales cambian de forma radical, aunque lenta, desde el nacimiento hasta la madurez, debido a que constantemente nos

esforzamos por darle un sentido al mundo. Piaget identificó cuatro factores, la maduración biológica, la actividad, las experiencias sociales y el equilibrio.

La maduración biológica, es el despliegue de los cambios biológicos que están genéticamente programados. Los padres y profesores influyen muy poco en este aspecto del desarrollo cognoscitivo, con excepción de asegurarse de que los niños reciban la nutrición y los cuidados necesarios para estar sanos.

La actividad, con la maduración física, se presenta la creciente capacidad de actuar sobre el ambiente, y de aprender de él. Así, cuando actuamos sobre el ambiente, exploramos probamos, observamos y finalmente organizamos la información y es probable que al mismo tiempo alteremos nuestros procesos de pensamiento.

Conforme nos desarrollamos, también estamos interactuando con la gente que nos rodea. Según Piaget (1970), nuestro desarrollo cognoscitivo recibe la influencia de la transmisión social o aprendizaje de los demás. Sin transmisión social, necesitaríamos reinventar todos los conocimientos que nos ofrece nuestra cultura. La interacción social es fundamental para el desarrollo de las estructuras intelectuales superiores (razonamiento, planificación, memoria, atención voluntaria, creatividad), cuyo papel resulta decisivo para el aprendizaje.

Conforme los procesos mentales de un individuo se vuelven más organizados y se desarrollan nuevos esquemas, la conducta, también se vuelve más compleja y más adecuada al ambiente. Además de la tendencia a organizar sus estructuras psicológicas, los seres humanos también heredan la tendencia a adaptarse a su ambiente. Existen dos procesos básicos que se relacionan con la adaptación: la asimilación y la acomodación. La asimilación se lleva a cabo cuando los individuos utilizan sus esquemas existentes para darle sentido a los eventos de su mundo. La asimilación implica tratar de comprender algo nuevo al ajustarlo a lo que ya conocemos. La acomodación ocurre cuando una persona debe cambiar esquemas existentes para responder a una situación nueva. Si los datos no pueden ajustarse a ningún esquema existente, entonces deben crearse estructuras más adecuadas. Ajustamos nuestro pensamiento para acomodar la información a nuestro pensamiento.

El último factor que identificó Piaget que influye en el desarrollo cognoscitivo, es el equilibrio. Según Piaget, la asimilación y la acomodación podrían considerarse como un tipo de acto de equilibrio complejo. Los cambios reales del pensamiento ocurren mediante el proceso de equilibrio: el acto de búsqueda de balance.

El progreso intelectual es una sucesión de situaciones de

EQUILIBRIO-DESEQUILIBRIO-REEQUILIBRIO

en las estructuras cognitivas.

1) La estructura cognitiva se abre para incorporar nueva información.
2) Cuando esta nueva información entra en conflicto con la estructura cognitiva previa, se produce un desequilibrio ó conflicto cognitivo.
3) El sistema cognitivo trata de reequilibrarse, realizando las modificaciones necesarias en el esquema previo hasta conseguir la acomodación de los nuevos elementos.
4) Así, se consigue un equilibrio superior y el sistema se cierra.

Partiendo de las ideas de Piaget, los autores de la ESCUELA DE PSICOLOGÍA SOCIAL DE GINEBRA, sostienen que el núcleo de todo proceso enseñanza-aprendizaje es la interacción social, ya que, el conocimiento no se construye, sino que se co-construye cuando interactúan dos o más personas.

Las conclusiones más importantes de sus investigaciones son:

- En cooperación, el sujeto accede a un nivel de rendimiento superior a la individual, por lo que la producción colectiva es superior a la suma de capacidades individuales. (Sinergia)
- Los niños que han participado en ciertas coordinaciones sociales son capaces de efectuar solos esas coordinaciones. (Autorregulación)
- Las operaciones cognitivas realizadas sobre un material dado, y en una situación social específica son, en una cierta medida, transferibles a otras situaciones y otros materiales.

- La interacción social conduce al progreso intelectual debido a los conflictos socio-cognitivos que se derivan de la confrontación simultánea de diferentes perspectivas.
- Para que se produzca el desarrollo intelectual derivado del conflicto socio-cognitivo, no es necesario que uno de los individuos se encuentre en un nivel cognitivo más avanzado.

Por tanto, el trabajo en grupo debe constituir el núcleo de la dinámica escolar, ya que permite la confrontación de puntos de vista moderadamente divergentes acerca de una misma tarea, lo que hace posible la descentración cognitiva y se traduce en un conflicto socio-cognitivo que moviliza las estructuras intelectuales existentes y obliga a reestructurarlas, dando lugar al progreso intelectual.

CAPÍTULO IV

DISEÑO DE LA SECUENCIA DE APRENDIZAJE

En el presente capítulo se presenta el examen diagnóstico, un análisis del mismo y un análisis de las hojas de trabajo de la propuesta.

"Dime y lo olvido, enséñame y lo recuerdo, involúcrame y lo aprendo".

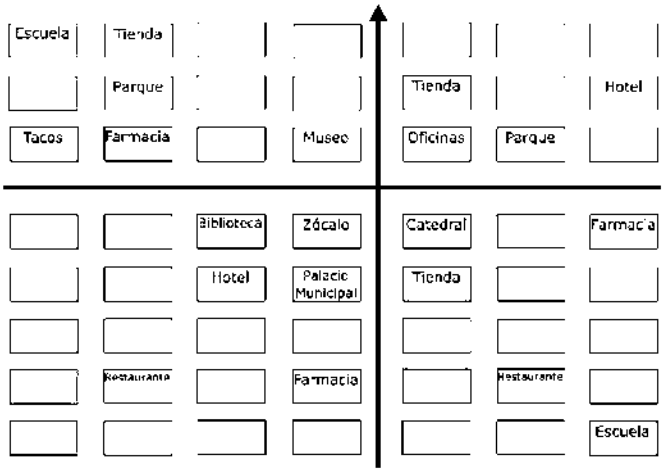
Benjamin Franklin

4.1. EXAMEN DIAGNÓSTICO

El primer instrumento realizado para la experimentación, fue el examen diagnóstico (Ver anexo 1), que consistió en 10 reactivos seleccionados de las pruebas ENLACE 2008-2011. Se incluyeron solamente preguntas de opción múltiple, una correcta y tres distractores, con la finalidad de enfatizar de manera más objetiva en el aprovechamiento de los grupos control y experimental. Cabe señalar que en la aplicación de los instrumentos de medición no se permitió el uso de libros ni calculadora. Los reactivos fueron escogidos para detectar dificultades relativas en los alumnos sobre los temas de localización de puntos en el plano, distancia entre dos puntos, interpretación de gráficas, condiciones de perpendicularidad entre dos rectas y ecuación de la línea recta en sus diferentes formas, además de que la mayoría de las preguntas tiene una formulación en un contexto real o hipotético. Se tomó en cuenta las consideraciones de los criterios de Contreras, Bachhoff y Larrazolo (2004), para la construcción de exámenes alineados con el currículum, ya que involucran amplitud en contenidos conceptuales y procedimentales, los cuales han sido estudiados y tratados por los estudiantes. En las sucesivas hojas se presentan los reactivos y se puntualiza el por qué de cada reactivo del examen diagnóstico.

4.1.1. REACTIVO 1

Éste es el mapa del centro de un pueblo.



Determina las coordenadas de la ubicación de los hoteles.

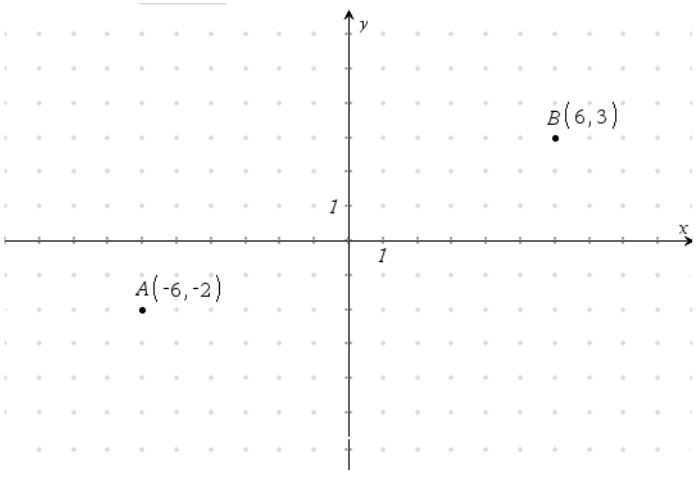
A) (2, 3), (1,-2)
B) (2, 3), (2, 2)
C) (3, 2), (-2,-2)
D) (3, 2), (-2, 2)

PROPÓSITO: Detectar si los estudiantes tienen problemas con la localización de puntos en el plano cartesiano.

JUSTIFICACIÓN: La localización de puntos en el plano, es fundamental en el estudio de la Geometría Analítica, es necesario para todos los temas posteriores, por ejemplo: para construir la gráfica cartesiana de una ecuación lineal.

4.1.2. REACTIVO 2

Observa el siguiente plano. De acuerdo con los datos, ¿Cuál es la distancia entre los puntos A y B?



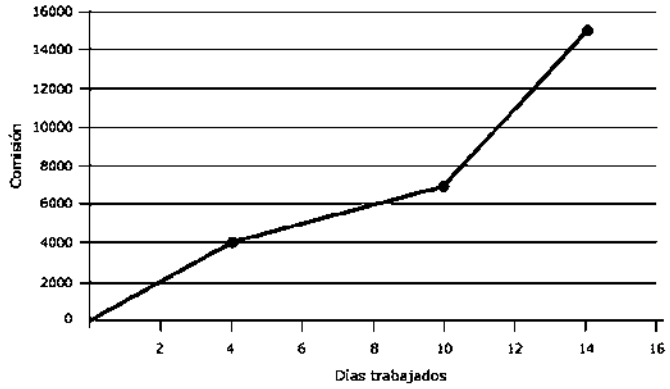
A. 5
B. 12
C. 13
D. 17

PROPÓSITO: Identificar si los estudiantes recuerdan y aplican correctamente la fórmula de distancia entre dos puntos.

JUSTIFICACIÓN: La distancia entre dos puntos o la fórmula de distancia, al igual que la localización de puntos en el plano, son conceptos fundamentales en el sentido de que son bases para el estudio de la Geometría Analítica.

4.1.3. REACTIVO 3

Un vendedor de autos recibe una comisión diaria que depende de la cantidad de días trabajados como se observa en la gráfica.



¿Cuál es la expresión algebraica que describe su comisión en los días 4 al 10?

A) $y = 500x + 2000$
B) $y = 700x$
C) $y = 1000x$
D) $y = 2000x - 13000$

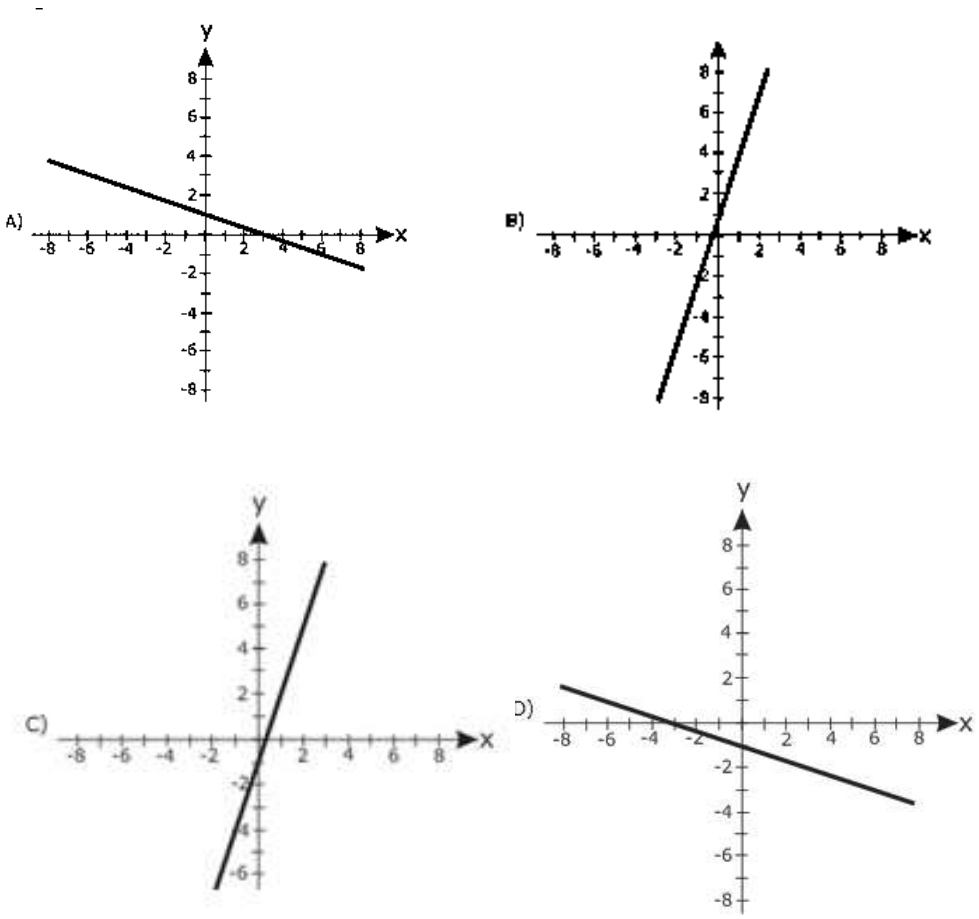
PROPÓSITO: Identificar si los estudiantes interpretan gráficas, y las relacionan con su ecuación, en este caso, en la forma pendiente ordenada al origen.

JUSTIFICACIÓN: Este reactivo fue seleccionado por la variedad de soluciones que pueden utilizar los estudiantes. Por ejemplo: por simple inspección y sustitución de algunos puntos en las ecuaciones dadas. Al mismo tiempo, la importancia de la pregunta

recae en el hecho de poder identificar si los estudiantes realizan la conversión del contenido, en la forma en que Duval (1998) lo plantea, entre los registros de representación de una ecuación lineal y su representación gráfica. Sobre este mismo tema, Thomas (1993), encontró que al comparar el desempeño de los estudiantes al interpretar diversos tipos de representaciones gráficas, a ellos les es más difícil interpretar las gráficas cartesianas.

4.1.4. REACTIVO 4

Dada la recta 3x-y+5=0, identifique la gráfica de la recta perpendicular a ésta cuya ordenada al origen es -1.



PROPÓSITO: Identificar si los estudiantes conocen o dominan el concepto de perpendicularidad, y si conocen las condiciones suficientes y necesarias para que las rectas sean perpendiculares.

JUSTIFICACIÓN: La resolución de este problema sobrelleva una transformación de la ecuación general de la línea recta, implica una transformación para obtener una ecuación de la forma pendiente ordenada al origen, y con esto usar las condiciones necesarias para la perpendicularidad ($mm' = -1$) entre rectas para encontrar la pendiente de la recta buscada y así la ecuación de la misma. Desde la perspectiva teórica de Duval (1996), conlleva la realización de un tratamiento de la representación algebraica de la ecuación original, para obtener sucesivas ecuaciones equivalentes a partir de la aplicación iterada de la propiedad uniforme según la conveniencia para realizar la transformación que se requiere. Conocer si lo anterior se presenta en los estudiantes, es importante para fortalecer cognitivamente el vínculo entre las rectas perpendiculares, el conocimiento de la ecuación pendiente ordenada al origen y los registros de representación algebraica con su representación gráfica.

4.1.5. REACTIVO 5

¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto P (4,-7) y cuya pendiente es m=5/3?

A) $y + 7 = \frac{5}{3}(x + 4)$ B) $y + 4 = \frac{5}{3}(x + 7)$ C) $y + 7 = \frac{5}{3}(x - 4)$ D) $y - 4 = \frac{5}{3}(x - 7)$

PROPÓSITO: Detectar si los alumnos identifican y recuerdan la ecuación de la línea recta de la forma punto-pendiente, dado un punto por donde pasa y su pendiente.

JUSTIFICACIÓN: La ecuación de la línea recta tiene diferentes representaciones algebraicas, una de ellas es la ecuación punto pendiente. Se quiere identificar si los alumnos identifican las ecuaciones de la línea recta con su tabla o su gráfica, también se quiere identificar si los estudiantes reconocen los registros de representación algebraica de la línea recta en sus diferentes formas. Tareas de conversión entre representaciones y la manipulación coherente de tales representaciones permitirán una sólida construcción del concepto.

4.1.6. REACTIVO 6

El crecimiento en centímetros de una planta de maíz se muestra en la siguiente tabla:

Día	1	2	3	4	5
Altura (cm)	4	7	10	13	16

Determine la relación algebraica que muestra dicho crecimiento, donde y es la altura en centímetros y x es el número de días.

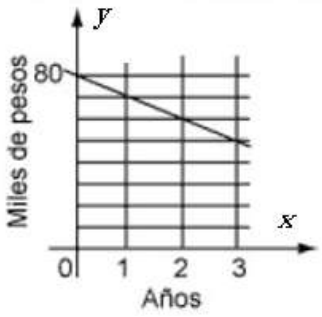
A) $y = x + 3$ B) $y = 2x + 2$ C) $y = 3x + 1$ D) $y = 4x$

PROPÓSITO: Identificar si los estudiantes interpretan las tablas correctamente, y la relacionan con su ecuación lineal.

JUSTIFICACIÓN: La importancia de la pregunta recae en el hecho de poder identificar si los estudiantes realizan la conversión del contenido, en la forma en que Duval (1998) lo plantea, entre los registros de representación tabular y su representación simbólica algebraica de la línea recta en la forma pendiente ordenada al origen.

4.1.7. REACTIVO 7

Una persona adquiere un auto en $80, 000.00 el cual se devalúa $10,000.00 cada año, como se muestra en la gráfica.



¿Cuál es la regla de correspondencia si *y* representa el valor del auto y *x* el año?

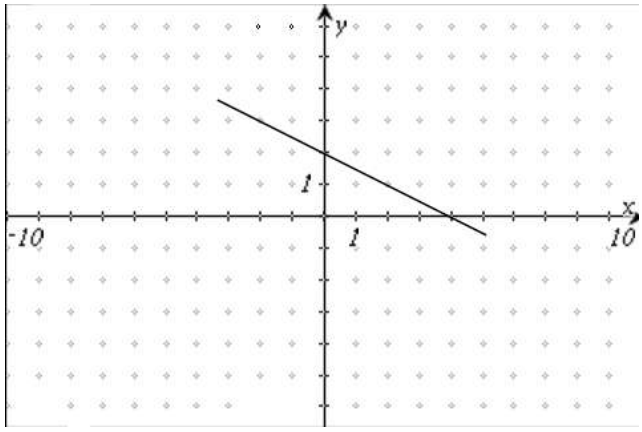
A) $y = 80 - 10x$ B) $y = 80 + 10x$ C) $y = 10 - 80x$ D) $y = 10 + 80x$

PROPÓSITO: Detectar si los alumnos relacionan las gráficas lineales con su respectiva ecuación.

JUSTIFICACIÓN: Un aspecto que debe ser considerado en las actividades fundamentadas en la teoría de los Registros Semióticos de Representación, es la forma en que se hacen las conversiones entre registros de representación. Es conveniente retomar lo dicho por Duval (1988), la lectura de representaciones gráficas presupone la discriminación de las variables visuales pertinentes y la percepción de las variaciones correspondientes de la escritura algebraica. Con respecto a esto, Roth y Bowen (1999), señalan que los estudiantes tienen dificultades al interpretar las representaciones gráficas por qué se hace poco uso de ellas en las aulas. Es decir, construir e interpretar gráficas no constituye un aspecto importante de la instrucción.

4.1.8. REACTIVO 8

¿Cuál es el valor de la pendiente (m) y la ordenada en el origen (b) de la recta que se muestra en la gráfica?



A) $m = -\frac{1}{2}$, b=4 B) $m = -2$, b=4 C) $m = -\frac{1}{2}$, b=2 D) $m = -2$, b=2

PROPÓSITO: Identificar si los estudiantes son capaces de identificar los elementos básicos de la línea recta a partir de su representación gráfica.

JUSTIFICACIÓN: Aunque numerosos diseños didácticos recientes han considerado los cambios entre distintos sistemas de representación para tratar de relacionarlos y promover su coordinación (NTCM, 2000), generalmente se ha privilegiado el paso de la representación analítica a la gráfica, y muchas veces utilizando una representación tabular como intermediaria. El paso de la gráfica a la expresión simbólica ha sido muy poco explotado en el ámbito escolar. Al respecto Hitt (2000) señala: *"Un ejemplo muy claro relativo al tema de funciones es que generalmente al aprendiz de la matemática se le propone tareas de conversión de una representación como la algebraica a su correspondiente gráfica, y es poco usual que se le solicite el proceso inverso, que es, dada una grafica y su forma de una función, construir una expresión algebraica asociada a esa gráfica".*

4.1.9. REACTIVO 9

Dada la ecuación lineal 3y -4x +9=0 determine los valores de la pendiente (m) y la ordenada al origen (b).

A) $m = -\frac{3}{4}$, b=-3 B) $m = -4$, b=9 C) $m = 4$, b=-9 D) $m = \frac{4}{3}$, b=-3.

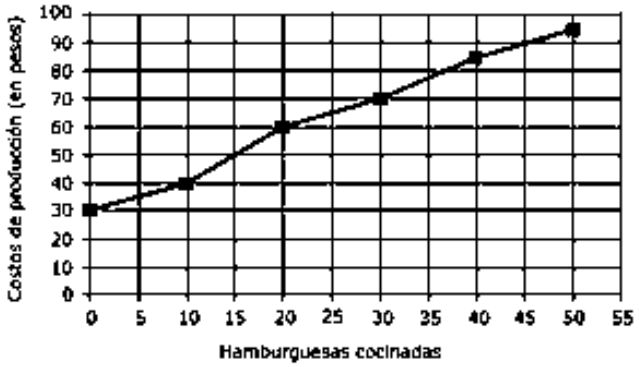
PROPÓSITO: Detectar si los estudiantes son capaces de identificar los elementos básicos de una línea recta a partir de la ecuación general.

JUSTIFICACIÓN: Una de las actividades cognitivas fundamentales de las representaciones semióticas según Duval (1988), es el tratamiento de las representaciones. Cuando se efectúa la operación de tratamiento sobre una representación inicial, se le transforma en otra representación terminal, que está construida utilizando el mismo sistema semiótico. Es decir, no se cambia el sistema de signos en el cual está expresada la representación inicial. A este tipo de representación también se le conoce como transformación interna a un registro semiótico. La operación de tratamiento por lo general se realiza cuando se debe responder a una pregunta,

solucionar un problema o satisfacer una necesidad. En este ejemplo la ecuación $3y - 4x + 9 = 0$, implica un tratamiento para obtener $y = \frac{4}{3}x - 3$, y así identificar los elementos de la línea recta.

4.1.10 REACTIVO 10

El dueño de un puesto de hamburguesas registró sus costos de acuerdo con las hamburguesas que cocina, con ello obtuvo la siguiente gráfica.



¿Cuánto se incrementa el costo de producción al aumentar la producción de 15 a 50 hamburguesas?

A) $35 B) $45 C) $65 D) $95

PROPÓSITO: Identificar si los alumnos interpretan correctamente las gráficas.

JUSTIFICACIÓN: Muchos investigadores (Leinhardt, Zalavsky y Stein 1990; Schnotz 1993; Roth y Bowen 1999), hablan sobre la comprensión que presentan los estudiantes de las representaciones gráficas cartesianas, de sus estudios realizados afirman, que los estudiantes pertenecientes a los niveles de educación superior presentan dificultades para la comprensión de este de gráficas más allá de un nivel elemental. Es decir, no logran una manipulación más elaborada de las gráficas ni una interpretación normativa de las mismas. Así mismo, Roth y Bowen (1999), sugieren que los estudiantes deben participar permanentemente en actividades prácticas que requieran la construcción, el uso, la interpretación y la selección de gráficas para desarrollar habilidades requeridas para estas tareas.

4.2. COMPETENCIAS A DESARROLLAR CON LAS HOJAS DE TRABAJO

La estrategia didáctica en su totalidad se conformó mediante 5 hojas de trabajo en donde los conceptos matemáticos involucrados en esta propuesta se van alternando. Estas actividades incorporan para su desarrollo la calculadora, con el propósito que él estudiante interactúe de manera virtual con los conceptos matemáticos a tratar. Cada actividad fue descrita en cuanto a las actividades cognitivas relacionadas (representación, tratamiento y conversión) y a la competencia genérica y matemática preponderante. De esta manera, se pretende que el estudiante se involucre en la construcción del conocimiento matemático en situaciones diversas de forma reflexiva, y basada en una comprensión profunda.

4.2.1. HOJA DE TRABAJO 1

La pregunta uno del examen diagnóstico tiene la finalidad de identificar si los alumnos ostentan problemas con la localización de puntos en el plano cartesiano como se mencionó anteriormente. De los 33 estudiantes, 25 contestaron correctamente, esto representa el 75.75%, precisamente se esperaba un numero alto de respuestas correctas, no obstante, en la fase de exploración de la calculadora, se hicieron varias preguntas rápidas, se detectaron que los alumnos tenían problemas con la identificación de los cuadrantes, y con los signos de las abscisas y las ordenadas en los cuadrantes. Es por eso que en esta hoja de trabajo (Ver anexo 2) se estudiará la manera de ubicar puntos en el plano.

COMPETENCIA GENÉRICA Y SUS ATRIBUTOS

- Expresar ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
- Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- Construir hipótesis, diseñar y aplicar modelos para probar su validez.

- Utilizar las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.
- Proponer maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.

COMPETENCIA DISCIPLINAR

- Construir e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formular y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explicar e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos, y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumentar la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
- Cuantificar, representa y contrasta, experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
- Interpretar tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

4.2.2. HOJA DE TRABAJO 2

La hoja de trabajo número 2 (Ver anexo 3) trata el tema de la distancia entre dos puntos en el sistema coordenado cartesiano. En el reactivo dos del examen diagnóstico, se pregunta la distancia entre dos puntos dados, de los 33 alumnos, sólo 15 contestaron correctamente, esto es el 45.45% del total, por eso se optó por tratar este tema. De la pregunta 1 a la 3 de la hoja de trabajo, se trata la distancia entre dos puntos que están horizontalmente, primero de un punto en el origen a uno fuera del origen, y después de dos puntos fuera del origen, con la finalidad de que los alumnos se den cuenta que en este caso, las ordenadas son iguales y que las resta de las abscisas nos da la distancia. La pregunta 4 y 5, se trabaja de la misma manera que las anteriores, pero esta vez las distancias son verticales. Se pretende que los alumnos se den cuenta que las abscisas

son iguales, y la resta de las ordenadas nos da la distancia en este caso. En la pregunta 6, se les pide a los alumnos que coloquen 2 puntos que no estén en la misma recta vertical u horizontal, con la finalidad de que los alumnos se den cuenta que se forma un triangulo rectángulo, y en este caso se necesita el Teorema de Pitágoras para calcular la distancia entre los puntos y que las longitudes de los lados de los catetos son la resta de las ordenadas y la resta de las abscisas. La hoja de trabajo en general tiene el propósito que los alumnos se apropien de la fórmula $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

COMPETENCIA GENÉRICA Y SUS ATRIBUTOS

- Expresar ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
- Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- Construir hipótesis, diseñar y aplicar modelos para probar su validez.
- Utilizar las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.
- Proponer maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.

COMPETENCIA DISCIPLINAR

- Construir e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formular y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explicar e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos, y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumentar la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
- Analizar las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.

- Cuantificar, representar y contrastar, experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
- Interpretar tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

4.2.3. HOJA DE TRABAJO 3

La hoja de trabajo numero tres **(Ver anexo 4)** dará la oportunidad al alumno de manipular directamente rectas para una investigación de la idea de ángulo de inclinación de una recta y el concepto de pendiente. Aprenderá a identificar la relación entre las coordenadas de los puntos, las pendientes cero e indefinida en una recta horizontal y una recta vertical respectivamente. Estudiará las características de las pendientes de dos rectas paralelas y perpendiculares. La actividad involucra el examen de cambios verticales y horizontales cuando existe un movimiento de un punto a otro en una recta. Está diseñada para ayudar a los estudiantes a comprender, que cuando el cambio vertical entre dos puntos es cero, la pendiente es cero, y que cuando el cambio horizontal entre dos puntos es cero, la pendiente es indefinida. Los estudiantes moverán puntos y observarán el movimiento de la recta, así como los cambios vertical y horizontal. El punto principal de la pregunta 2 a la 9 de la hoja de trabajo, es enfocarse sobre el valor de los cambios vertical y horizontal. Los estudiantes pueden determinar esto simplemente contando unidades. Algunos estudiantes podrían decir algo acerca de la substracción de coordenadas. Si esto sucede es buena oportunidad para discutir la fórmula de la pendiente. Si los estudiantes sólo desean hablar sobre la fracción que se encuentra en la parte superior de la pantalla, enfatizaremos el conteo para determinar cada cambio. En la pregunta 10, los alumnos manipulan una recta en la calculadora, esta pregunta relaciona el ángulo de inclinación y la pendiente para que observen en qué momento la pendiente es positiva o negativa, que medida tiene que tener el ángulo de inclinación para que la pendiente sea mayor o menor que 1. Las preguntas 11 y 12, hacen énfasis en las condiciones necesarias y suficientes para que las rectas sean perpendiculares o paralelas. Algunos de los reactivos del examen diagnóstico que necesitan este tipo de conceptos, son el número 4 y 8, pero tuvieron un número muy bajo de respuestas correctas, solamente la tercera parte del grupo contestó correctamente

el reactivo 4 y el 18.88% contesto cabalmente el reactivo 8, lo que deja en evidencia el poco entendimiento de estos conceptos.

COMPETENCIA GENÉRICA Y SUS ATRIBUTOS

- Expresar ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
- Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- Construir hipótesis, diseña y aplica modelos para probar su validez.
- Utilizar las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.
- Proponer maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.

COMPETENCIA DISCIPLINAR

- Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos, y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumentar la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
- Analizar las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Interpretar tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos**.**

4.2.4. HOJA DE TRABAJO 4

El estudio de la línea recta, es una de las actividades centrales en la Geometría Analítica del bachillerato. Entre los objetivos de la hoja de trabajo número 4 (Ver anexo

5) está el empleo de distintas representaciones, identificando características fundamentales, y ejercitando los procesos de transformación dentro de una misma representación (proceso de tratamiento, de acuerdo con Duval (1988)), así como de una representación a otra (conversión de representaciones). Duval (1988), habla sobre las distintas representaciones de los conceptos matemáticos, en el caso de la línea recta es su representación numérica, gráfica y algebraica en sus diferentes formas. En esta hoja de trabajo, el alumno tendrá la oportunidad de interactuar con líneas rectas en sus diferentes formas algebraicas (Ecuación Punto-Pendiente, Ecuación que pasa por dos puntos dados, Ecuación en su forma pendiente-ordenada al origen, Ecuación General, Ecuación Simétrica), es un ambiente rico en representaciones para que los alumnos obtengan información sobre los elementos de la recta. Por ejemplo: dada una gráfica de una línea recta, obtener sus elementos y su representación simbólica en alguna de sus formas, y dada una línea recta en forma simbólica obtener su gráfica y sus elementos. Al menos 7 reactivos del examen diagnóstico necesitan éste tipo de conceptualización, por ejemplo: el reactivo número 6, implica la conversión de la representación tabular a la gráfica, el número 9, involucra obtener los elementos de la recta, dada su ecuación general, estos reactivos tuvieron un porcentaje muy bajo de respuestas correctas con tan sólo 18.18% y 12.12% respectivamente.

COMPETENCIA GENÉRICA Y SUS ATRIBUTOS

- Expresar ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
- Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- Utilizar las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.
- Proponer maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.

COMPETENCIA DISCIPLINAR

- Construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumentar la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
- Analizar las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Interpretar tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

4.2.5. HOJA DE TRABAJO 5

En la década pasada y lo que va de ésta, una corriente de investigadores impulsa el uso de la matemática en contextos reales para la adquisición de conceptos (Ver Hitt, 1994). En esta hoja de trabajo se considera y resalta la importancia del estudio de la línea recta, tiene como resultado interpretar situaciones reales que tengan un comportamiento lineal. La simulación de un contexto en un la calculadora, sirve para que mediante la interacción con el estudiante, éste adquiera habilidades que le ayuden a la apropiación del concepto. La hoja de trabajo número 5 (Ver anexo 6), tiene la finalidad de aplicar las ecuaciones lineales en hechos de la vida diaria, observar sus diferentes representaciones de la línea recta y formular problemas de hechos reales o hipotéticos que tengan un modelo lineal. Se pretende que los problemas sean del agrado del alumno y se dé cuenta que los modelos lineales están presentes en su vida cotidiana. Al respecto Hitt (1994), comenta que contextualizar problemas matemáticos es un intento por rescatar las ideas intuitivas precursoras de abstracciones y así reducir obstáculos de aprendizaje. A su vez, este proceso de abstracción se refuerza al tener la posibilidad de ver su aplicación en la situación real. Un elemento para su justificación, es la posibilidad de que la abstracción se realice a partir de consideraciones más

tangibles. En particular, se ha señalado el uso de la simulación para la apropiación de conceptos matemáticos cuando la intención es crear un contexto para mostrar la interrelación de la situación real con el concepto matemático para lograr la comprensión de éste. Además, se dice que con la simulación se puede ir construyendo a la vez un puente entre ideas intuitivas y conceptos formales, así como un ambiente de experimentación en el aula misma.

COMPETENCIA GENÉRICA Y SUS ATRIBUTOS

- Expresar ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.
- Seguir instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.
- Construir hipótesis, diseña y aplica modelos para probar su validez.
- Utilizar las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.
- Proponer maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.

COMPETENCIA DISCIPLINAR

- Construir e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
- Formular y resolver problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
- Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
- Argumentar la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
- Analizar las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
- Interpretar tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

CAPÍTULO V

METODOLOGÍA

En el presente capítulo se presenta el diseño de investigación. Comprende la descripción de las etapas que fueron consideradas en el desarrollo del proyecto y la descripción de la estadística no paramétrica para validar los resultados.

"La educación es el gran motor del desarrollo personal. Es a través de la educación como la hija de un campesino puede convertirse en una médica, el hijo de un minero puede convertirse en el jefe de la mina, o el hijo de trabajadores agrícolas puede llegar a ser presidente de una gran nación".

Nelson Mandela

5.1. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

El presente trabajo de investigación es de enfoque cuantitativo e inferencial, por lo que se contaron con dos grupos, un grupo control y un grupo experimental. Se llevó a cabo un análisis previo a manera de examen diagnóstico y un examen posterior (fue el mismo que el examen diagnóstico) para comparar la equivalencia entre los grupos por medio de estadística no paramétrica. Está comparación nos permitirá obtener conclusiones respecto a las variables a consideración y establecer criterios de validación que permita sustentarla. El objeto de aprendizaje, es el contenido que se establece en el programa de la asignatura Matemáticas III, que trata lo relativo a la Geometría Analítica, específicamente la unidad 1 y 2.

El método se resume en la siguiente tabla:

Grupos	PreTest	Intervención	PosTest
Experimental	Si	Si	Si
De Control	Si	No	SI

Tabla 3.1 Resumen del Método

5.2. LA MUESTRA DE LA EXPERIMENTACIÓN

La intervención educativa para la investigación se realizó con alumnos del Centro de Bachillerato Tecnológico industrial y de servicios No 94 de Pátzcuaro, Michoacán. El CBTis 94 tiene la tecnología necesaria para la experimentación. De los 59 alumnos que reprobaron la asignatura de Geometría Analítica, se formaron 2 grupos aleatoriamente (por medio de Excel) para darles el recursamiento, 33 alumnos formaron el grupo experimental y 26 alumnos conformaron el grupo control. El grupo experimental contó con más integrantes para poder ocupar el total de calculadoras con el que cuenta el plantel. Cuando se desea hacer inferencias en dos muestras independientes no es necesario que las muestras sean del mismo tamaño, sin embargo, resulta adecuado verificar que entre los grupos no existan diferencias significativas que

lleven a interpretaciones sesgadas. En virtud de esto, se optó por la prueba de la suma de los rangos de Wilcoxon para verificar la igualdad de condiciones entre los grupos.

Como se explicó anteriormente a ambos grupos se les aplicó un examen diagnóstico que consistió en 10 reactivos de las pruebas ENLACE 2008, 2009, 2010 y 2011 sobre los temas de localización de puntos en el plano, distancia entre dos puntos, interpretación de gráficas, condiciones de perpendicularidad entre dos rectas y ecuación de la línea recta en sus diferentes formas. La decisión de trabajar con este grupo de alumnos fue tomada por que los estudiantes reprobaron la materia de Geometría Analítica y por consiguiente no tienen elementos necesarios sobre los temas a tratar, esto fue reafirmado mediante el examen diagnóstico.

El grupo control laboró en un horario de 12 p.m. a 3 p.m., el curso fue impartido por un docente que cuenta con 12 años de experiencia, ha impartido la materia durante 8 años; su formación es de Ingeniero Químico y cuenta con una especialización sobre competencias docentes, una estancia en Estados Unidos y ocupó el cargo de Director en una preparatoria en el mismo país. Impartió la materia siguiendo un diseño y planeación a través de secuencias didácticas que él creó, pero basadas en una enseñanza tradicional. El grupo experimental trabajó en un horario de 8 a.m. a 11 a.m., sumando un total de 15 horas, en donde se cubrió la Unidad 1 y 2 de un curso de Geometría Analítica.

5.3. ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO

El diseño y desarrollo de la intervención, metodológicamente se vinculó con una concepción de aprendizaje y de enseñanza sustentada en el trabajo colaborativo, caracterizado éste por la aceptación compartida de responsabilidades mutuas de los miembros participantes en un equipo o en el grupo, en el que los roles del profesor y los alumnos son pieza fundamental, así también, se relacionaron al diseño y desarrollo del modelo interactivo con una reflexión individual acerca de lo que se requería aprender.

Una de las características más importantes de esta propuesta, es la implementación de la tecnología de Texas Instrument, pues a la fecha se tiene pocos antecedentes de su uso en México, particularmente del sistema Navigator, de hecho en el mundo, es tecnología de vanguardia.

El grupo experimental siempre contó con la siguiente tecnología:

- Calculadoras TI-Nspire™ CX CAS para los estudiantes.
- Computadora del profesor con software de conectividad TI-Navigator™ instalado.
- Sistema TI-Navigator™.
- Hubs (concentradores) que conectan las calculadoras de los concentradores permiten que el profesor y los estudiantes se comuniquen inalámbricamente
- Un proyector.

Materiales audiovisuales:

- Videos tutoriales sobre uso de las calculadoras TI Nspire CX CAS.
- Software de GeoGebra.
- Imágenes fijas proyectables (fotos): diapositivas, fotografías, cuestionarios.
- Videos de youtube.

Materiales convencionales:

- Hojas de trabajo.
- Pizarrón blanco.

Dado que los alumnos no habían manejado la calculadora, se les dio una sesión previa de dos horas sobre el manejo básico de la calculadora TI-Nspire CX CAS. Se dieron 5 sesiones de tres horas, en cada una de las sesiones se repartieron hojas de trabajo y calculadoras por alumno. Para la resolución de las hojas de trabajo, se hizo uso de la metodología de enseñanza secuenciada denominada Aprendizaje en Colaboración, Debate científico y Autoreflexión (ACODESA). ACODESA (para una versión más completa, ver Hitt, 2007) como metodología de enseñanza, es una formulación con enfoque socio-constructivista, relativamente reciente, que se soporta en dos perspectivas de naturaleza diferenciada, una sociológica: el aprendizaje colaborativo y el debate científico, y otra con centro en el individuo, la autoreflexión. Por lo anterior, en un primer paso, se les pidió a los alumnos que leyeran la hoja de trabajo para la comprensión de las actividades a realizar, dándoles para esto un tiempo de 15 a 20

minutos**.** En una segunda fase, como la experimentación contempla el trabajo colaborativo, ésta etapa se resuelve en parejas, Corredor (2010), en relación a la cantidad de elementos que deben conformar los equipos señala: *"No existe un número mágico ideal, depende de la tarea; la experiencia de la aplicación de aprendizaje colaborativo en el aula nos dice que entre menor sea el número de integrantes, mejor"*, por lo que el trabajo en parejas en primer instancia, encuentra sustento en este comentario. Integradas las parejas, contestaban las hojas de trabajo a la vez que lo hacían en la calculadora, para luego compartir los resultados con otra pareja, y conciliar diferencias, formando un equipo de 4 alumnos. En reunión plenaria moderada por el docente se discuten los resultados, usando las diferentes plataformas con las que cuenta el sistema TI-Navigator, hasta lograr la institucionalización del conocimiento en los alumnos. Por último, se realizaron evaluaciones a través de encuestas rápidas usando el sistema TI-Navigator, cuidando que las respuestas erróneas fueran descartadas por los propios alumnos.

Para lograr el desarrollo de las competencias en los estudiantes, las actividades contemplan: interpretar, formular, resolver, explicar, argumentar, analizar y representar problemas de situaciones reales o hipotéticas. Una de las categorías de las competencias genéricas es el trabajo en forma colaborativa y el uso de las TIC, por lo que trabajar las matemáticas en un ambiente colaborativo y de pantallas donde la visualización juega un papel primordial, es por eso que las actividades involucran las tecnologías y el trabajo colaborativo. Las técnicas didácticas usadas serán basadas en la resolución de problemas y encuestas, aunque también usaremos la lluvia de ideas, la simulación y mapas mentales. Cabe mencionar que en las actividades, el docente puede ir percibiendo los avances de los alumnos por medio de la captura de pantallas de las calculadoras, esta función nos la permite hacer el software TI-Navigator, de esta manera, cuando se observaba algo interesante en las pantallas de las calculadoras de los alumnos, se puede capturar la pantalla en modo presentación y proyectarla por medio del cañón para poder hacer una discusión constructiva sobre lo que estaba pasando en la pantalla del estudiante. Otra cosa interesante es que el alumno podía participar de forma anónima o no. El potencial de este equipo radica en la simultaneidad y el anonimato de las comunicaciones de los estudiantes. En medios tradicionales, la participación no puede ser simultánea ni anónima. Los estudiantes tienen que esperar su turno para contribuir a

la discusión, y cuando un estudiante contribuye a la clase verbalmente, es inevitable que revele su identidad como el que haga una pregunta o comentario. El TI- Navigator elimina éstas y otras limitaciones. El anonimato permite al estudiante hacer contribuciones a los límites de su capacidad, sin tener miedo a estar expuesto (Brady, 2010). De esta manera, utilizando la calculadora, los estudiantes pueden crear objetos matemáticos y luego enviarlos a un espacio común en el que aparece el conjunto de contribuciones. El cronograma de actividades de trabajo se especifica en la tabla 3.2.

Actividades	Fecha	Horario
Examen Diagnóstico	**10/01/2012**	**9 a.m.- 11 a.m.**
Introducción al manejo de la calculadora TI-Nspire™ CX	**11/01/2012**	**9 a.m.- 11 a.m.**
Actividad 1	**19/01/2012**	**8 a.m.- 11 a.m.**
Actividad 2	**20/01/2012**	**8 a.m.- 11 a.m.**
Actividad 3	**23/01/2012**	**8 a.m.- 11 a.m.**
Actividad 4	**25/01/2012**	**8 a.m.- 11 a.m.**
Actividad 5	**26/01/2012**	**8 a.m.- 11 a.m.**
PosTest	**27/01/2012**	**8 a.m.- 9 a.m.**
Cuestionario de actitudes hacia el aprendizaje de las matemáticas	**27/01/2012**	**9 a.m.-10 a.m.**
Cuestionario de actitudes hacia el uso de la Calculadora TI Nspire CX CAS	**27/01/2012**	**9 a.m.-10 a.m.**

Tabla 3.2 Tabla de actividades realizadas con el Grupo Experimental

5.4. ESTADÍSTICA NO PARAMÉTRICA: PRUEBA DE LA SUMA DE RANGOS WILCOXON PARA DOS MUESTRAS INDEPENDIENTES.

Los métodos paramétricos de la estadística inferencial se basan en el muestreo de una población con parámetros específicos, como la media μ, la desviación estándar σ o la proporción *p*. Por lo regular, estos métodos paramétricos deben cumplir con algunas condiciones bastante estrictas, como el requisito de que los datos muestrales provengan de una población distribuida normalmente. A diferencia de los métodos paramétricos, los métodos no paramétricos no requieren que las muestran provengan de una

poblaciones con distribuciones normales o con cualquier tipo particular de distribución. En consecuencia, las pruebas de hipótesis no paramétricas suelen llamarse pruebas de distribución libre.

En virtud de lo anterior, se optó por trabajar con la prueba estadística no paramétrica llamada: prueba de la suma de rangos de Wilcoxon:

> La prueba de la suma de los rangos de Wilcoxon es una prueba no paramétrica que utiliza los rangos de datos muestrales de dos grupos independientes. Se utiliza para probar la hipótesis nula de que las dos muestras independientes provienen de la misma población con la misma mediana. La hipótesis alternativa especifica que las muestras provienen de distintas poblaciones con medianas diferentes.

H_0=Las dos muestras provienen de la misma población con medianas iguales.

H_1= Existe diferencia entre las medianas de las muestras.

La idea fundamental que subyace en la prueba de la suma de rangos de Wilcoxon es la siguiente: si dos muestras se obtienen de la misma población y los valores individuales se acomodan en rangos como un conjunto combinado de valores, entonces el rango alto y el bajo deberían caer de manera uniforme entre las dos muestras. Si los rangos bajos se encuentran predominantes en una muestra y los rangos altos se encuentran predominantes en la otra muestra, sospechamos que las dos muestras tienen medianas diferentes.

Entonces, la prueba de la suma de rangos de Wilcoxon se usará en una primera instancia para verificar que entre los grupos no existan diferencias significativas que lleven a interpretaciones sesgadas y en una segunda instancia para verificar si las variables dependientes propuestas en la experimentación han incidido en el resultado o no.

Prueba de la suma de rangos de Wilcoxon

Requisitos

1.- Hay dos muestras de datos seleccionadas al azar.

2.- Cada una de las dos muestras tienen más de diez valores.

3.- No existe el requisito de que las dos poblaciones tengan una distribución normal o cualquier otra distribución particular.

Notación

n_1= Tamaño de la muestra 1.

n_2= Tamaño de la muestra 2.

R_1= Suma de los rangos de la muestra 1.

R_2= Suma de los rangos de la muestra 2.

R= Lo mismo que R_1 (suma de rangos de la muestra 1).

μ_R = Media de los valores muestrales R que se espera cuando las dos poblaciones tienen medianas iguales.

σ_R = Desviación estándar de los valores muestrales R que se espera cuando las dos poblaciones tienen medianas iguales.

Estadístico de la prueba

$$z = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R}$$

$$\mu_R = \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2}$$

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$$

El procedimiento para calcular el valor del estadístico de prueba es el siguiente:

1. Combine temporalmente las dos muestras en una muestra grande, entonces reemplace cada valor muestral por su rango. (El valor más bajo toma un rango de 1, el siguiente valor más bajo toma un rango de 2, etcétera. Si los valores están empatados, asígneles la media de los rangos implicados en el empate).
2. Calcule la suma de los rangos de las dos muestras.
3. Calcule el valor del estadístico de prueba *z* como se indicó, donde cualquier muestra puede utilizarse como la "muestra 1" (Si ambos tamaños muestrales son mayores que 10, entonces la distribución muestral de R es aproximadamente normal, con media μ_R y desviación estándar σ_R, y el estadístico como se mostró anteriormente).

5.5. APLICACIÓN COMPARATIVA DE GRUPOS CON LA PRUEBA DE LA SUMA DE RANGOS DE WILCOXON

La prueba de suma de rangos de Wilcoxon requiere de dos muestras independientes y aleatorias, cada una con más de 10 valores. Contamos con dos muestras independientes y aleatorias, el grupo experimental y el grupo control, con datos muestrales de 33 y 26 respectivamente. Los datos son independientes, ya que de la muestra de 59 alumnos que reprobaron la materia de geometría analítica, se asignaron al azar un sujeto a uno de dos tratamientos. Los requisitos se satisfacen, así que procedemos con la prueba.

La hipótesis nula y alternativa son las siguientes:

H_0= Los grupos no son diferentes.

H_1= Los grupos son diferentes.

Calificaciones De Ambos Grupos	Rango Preliminar	Rango	Calificaciones De Ambos Grupos	Rango Preliminar	Rango
1	1	2.5	4	31	27
1	2	2.5	5	32	39.5
1	3	2.5	5	33	39.5
1	4	2.5	5	34	39.5
2	5	9.5	5	35	39.5
2	6	9.5	5	36	39.5
2	7	9.5	5	37	39.5
2	8	9.5	5	38	39.5
2	9	9.5	5	39	39.5
2	10	9.5	5	40	39.5
2	11	9.5	5	41	39.5
2	12	9.5	5	42	39.5
2	13	9.5	5	43	39.5
2	14	9.5	5	44	39.5
3	15	18.5	5	45	39.5
3	16	18.5	5	46	39.5
3	17	18.5	5	47	39.5
3	18	18.5	6	48	53
3	19	18.5	6	49	53
3	20	18.5	6	50	53
3	21	18.5	6	51	53
3	22	18.5	6	52	53
4	23	27	6	53	53
4	24	27	6	54	53
4	25	27	6	55	53
4	26	27	6	56	53
4	27	27	6	57	53
4	28	27	6	58	53
4	29	27	7	59	59

4	30	27			

Calificaciones Grupo Experimental Calificaciones Grupo Control

Como se mencionó anteriormente, en los empates de los rangos calculamos la media de los rangos implicados y asignamos este rango medio a cada uno de los valores empatados. Por ejemplo: los valores del primero, segundo, tercero y cuarto son todos 1, entonces se suman los rangos preliminares que es 10 y se divide entre 4, por tanto, se asigna un rango de 2.5 a cada uno de estos valores.

Elegimos al grupo experimental como la muestra 1, entonces R denota la suma de rangos de esta muestra.

R=2.5+2.5+2.5+9.5+9.5+9.5+9.5+9.5+9.5+9.5+9.5+18.5+18.5+27+27+27+27+39.5+39.5+39.5+39.5+39.5+39.5+39.5+39.5+39.5+39.5+53+53+53+53+53+53= **941.5**

Puesto que existen 33 valores para el grupo experimental y 26 para el grupo control, se tiene $\boldsymbol{n_1}$=33 y $\boldsymbol{n_2}$=26. Ahora podemos determinar los valores $\boldsymbol{\mu_R}$, $\boldsymbol{\sigma_R}$ y el estadístico ***z*** para la prueba.

$$\boldsymbol{\mu_R = \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2} = \frac{33(33 + 26 + 1)}{2} = 990}$$

$$\boldsymbol{\sigma_R = \sqrt{\frac{n_1 n_2(n_1 + n_2 + 1)}{12}} = \sqrt{\frac{33 * 26(33 + 26 + 1}{12}} = \sqrt{4290} = 65.5}$$

$$\boldsymbol{z = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} = \frac{941.5 - 990}{65.5} = -0.74}$$

Usamos un nivel de significancia de $\boldsymbol{\alpha}$=0.05.

Estamos probando la hipótesis de que las dos poblaciones tienen medianas iguales, de manera que se tiene una prueba de dos colas con valores críticos ***z*** de 1.96 y -1.96. El estadístico de la prueba de ***z=-0.74*** no cae dentro de la región critica, por lo que no rechazamos la hipótesis nula $\boldsymbol{H_0}$ de que los grupos no son diferentes. Concluimos entonces que los grupos son iguales, es decir, las muestras provienen de la misma población y tienen la misma mediana, por lo que se puede afirmar que en los resultados

que se obtengan posteriormente, ningún grupo será favorecido por que cuente con un mayor número de integrantes o que en promedio destaque del otro.

Dado que los dos grupos tomarán los mismos contenidos y con maestros competentes, pero el grupo experimental trabajará las secciones con la calculadora y el software TI-Navigator y el grupo control no, tomaremos el uso de la calculadora y el software como la única variable que influirá en mayor o menor grado de desarrollo en el aprendizaje de los temas a tratar.

Una vez concluida la experimentación, se obtuvieron las calificaciones, tanto del grupo experimental como del grupo control. Nuevamente se usó la prueba de la suma de rangos de Wilcoxon para inferir los resultados. Los datos muestrales son independientes y aleatorios, y los datos muestrales son 33 y 26. Los requisitos se satisfacen, así que procedemos con la prueba.

Calificaciones De Ambos Grupos	Rango Preliminar	Rango	Calificaciones De Ambos Grupos	Rango Preliminar	Rango
0	1	1	8	31	34.5
1	2	2	8	32	34.5
2	3	3	8	33	34.5
3	4	6	8	34	34.5
3	5	6	8	35	34.5
3	6	6	8	36	34.5
3	7	6	8	37	34.5
3	8	6	8	38	34.5
4	9	11	8	39	34.5
4	10	11	8	40	34.5
4	11	11	9	41	48
4	12	11	9	42	48
4	13	11	9	43	48
5	14	15	9	44	48
5	15	15	9	45	48

5	16	15	9	46	48
6	17	21	9	47	48
6	18	21	9	48	48
6	19	21	9	49	48
6	20	21	9	50	48
6	21	21	9	51	48
6	22	21	9	52	48
6	23	21	9	53	48
6	24	21	9	54	48
6	25	21	9	55	48
7	26	27	10	56	57.5
7	27	27	10	57	57.5
7	28	27	10	58	57.5
8	29	34.5	10	59	57.5
8	30	34.5			

Calificaciones Grupo Experimental Calificaciones Grupo Control

La hipótesis nula y alternativa son las siguientes:

H_0= Los grupos no son diferentes. La enseñanza de los conocimientos matemáticos de la unidad 1 y 2 en el programa de Geometría Analítica mediante una estrategia didáctica que incorpora la calculadora y el software Navigator tiene igual influencia en el nivel de eficiencia que alcanzan los alumnos, que la enseñanza basada en un esquema tradicionalista.

H_1= Los grupos son diferentes. La enseñanza de los conocimientos matemáticos de la unidad 1 y 2 en el programa de Geometría Analítica mediante una estrategia didáctica que incorpora la calculadora y el software Navigator tiene una mayor influencia en el nivel de eficiencia que alcanzan los alumnos, que la enseñanza basada en un esquema tradicionalista.

Como se mencionó anteriormente, en los empates en los rangos calculamos la media de los rangos implicados, y asignamos este rango medio a cada uno de los valores empatados.

Elegimos al grupo experimental como la muestra 1, entonces R denota la suma de rangos de esta muestra.

R=6+21+27+34.5+34.5+34.5+34.5+34.5+34.5+34.5+34.5+34.5+34.5+34.5+48+48+48+48+48+48+48+48+48+48+48+48+48+48+48+48+48+48+48+48+57.5+57.5+57.5+57.5= **1383.5**

Nuevamente existen 33 valores para el grupo experimental y 26 para el grupo control, con n_1=33 y n_2=26. Ahora podemos determinar los valores μ_R, σ_R y el estadístico ***z*** para la prueba.

$$\mu_R = \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2} = \frac{33(33 + 26 + 1)}{2} = 990$$

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{n_1 n_2(n_1 + n_2 + 1)}{12}} = \sqrt{\frac{33 * 26(33 + 26 + 1)}{12}} = \sqrt{4290} = 65.5$$

$$z = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} = \frac{1383.5 - 990}{65.5} = 6.007$$

Usamos un nivel de significancia de α=0.05.

Se tiene una prueba de dos colas con valores críticos ***z*** de 1.96 y -1.96. El estadístico de la prueba de ***z=6.007*** cae dentro de la región critica, por lo que rechazamos la hipótesis nula H_0 de que los grupos no son diferentes y se acepta la hipótesis alternativa H_a de que los grupos son diferentes. En otras palabras, antes de la intervención no se podía decir que el grupo experimental fuera mejor que el grupo control, pero después de la intervención sí se puede afirmar, lo que conduce a pensar que se debe a la aplicación de la estrategia de aprendizaje propuesta.

CAPÍTULO VI

RESULTADOS

En este capítulo se incorpora la exposición de los resultados obtenidos en esté trabajo de investigación, mediante estadística descriptiva.

"El objetivo principal de la educación es crear personas capaces de hacer cosas nuevas, y no simplemente repetir lo que otras generaciones hicieron".

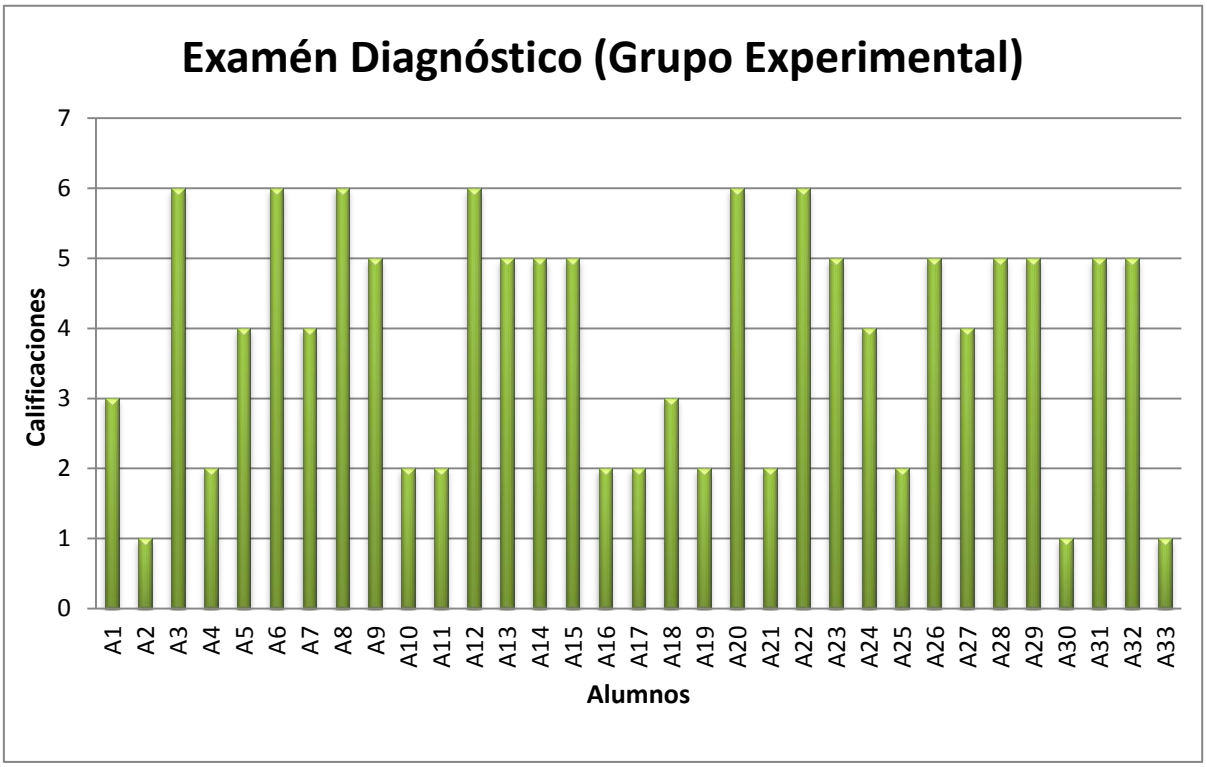
Jean Piaget

RESULTADOS

La presentación de resultados de los alumnos que usaron el software y los que no lo usaron, se hará mediante estadística descriptiva, ésta permitirá exponer de manera visual y comparativa el comportamiento de las calificaciones que obtuvieron el grupo control y el grupo experimental.

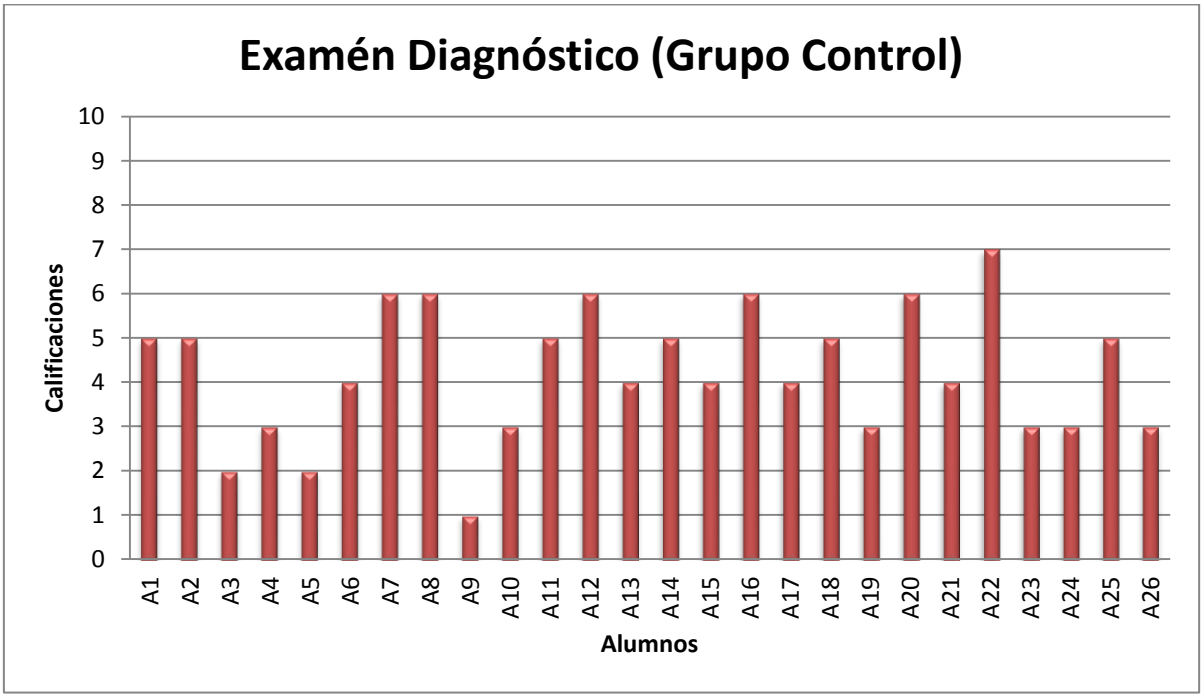
6.1 EVALUACIÓNES DIAGNÓSTICO

En la Gráfica 6.1, se exhiben las calificaciones individuales obtenidas en el examen diagnostico por los alumnos que posteriormente constituirían el grupo experimental. Los alumnos aprueban este examen diagnóstico cuando obtienen una puntuación igual o superior a 6. Se observa que sólo 6 de los 33 alumnos tuvieron calificaciones aprobatorias, esto es el 18% de los estudiantes del grupo.



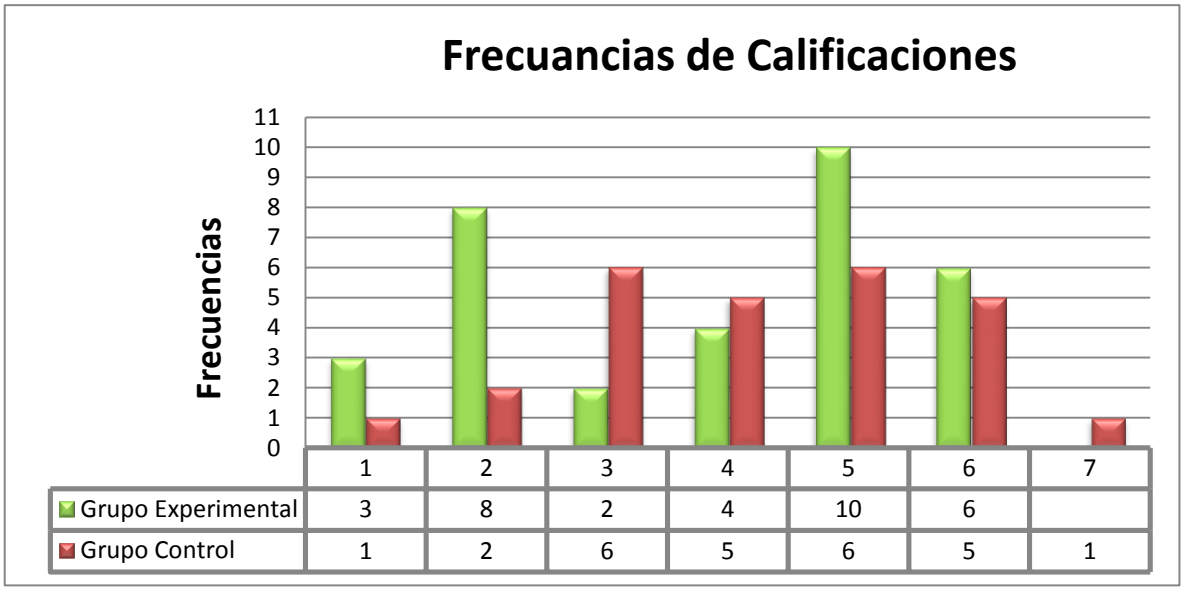
Gráfica 6.1 Calificaciones individuales del grupo experimental

En la Gráfica 6.2, se muestran las calificaciones obtenidas en el examen diagnóstico del grupo control, en este grupo se obtuvieron 6 calificaciones aprobatorias, lo cual representa el 23% de los alumnos.



Gráfica 6.2 Calificaciones individuales del grupo control

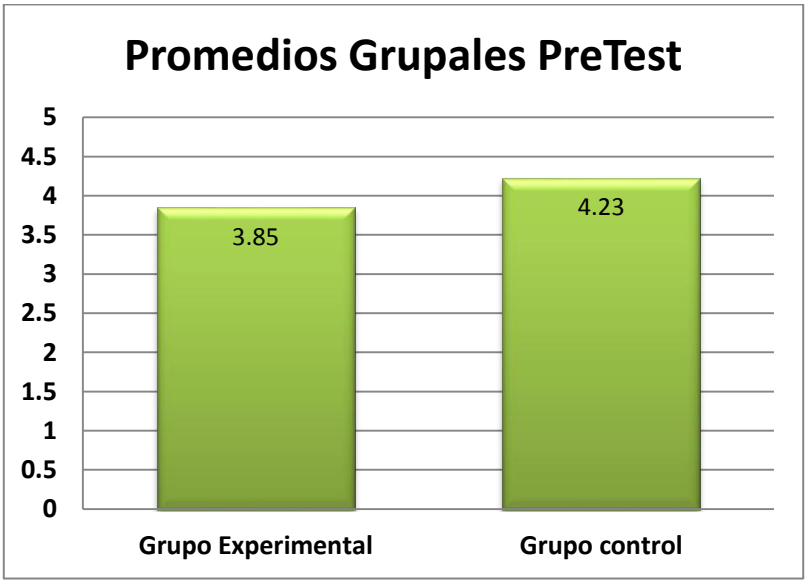
La distribución de frecuencias se muestra en la gráfica 6.3, se observa que la moda del grupo experimental fue 5, mientras que el grupo control es bimodal.



	1	2	3	4	5	6	7
Grupo Experimental	3	8	2	4	10	6	
Grupo Control	1	2	6	5	6	5	1

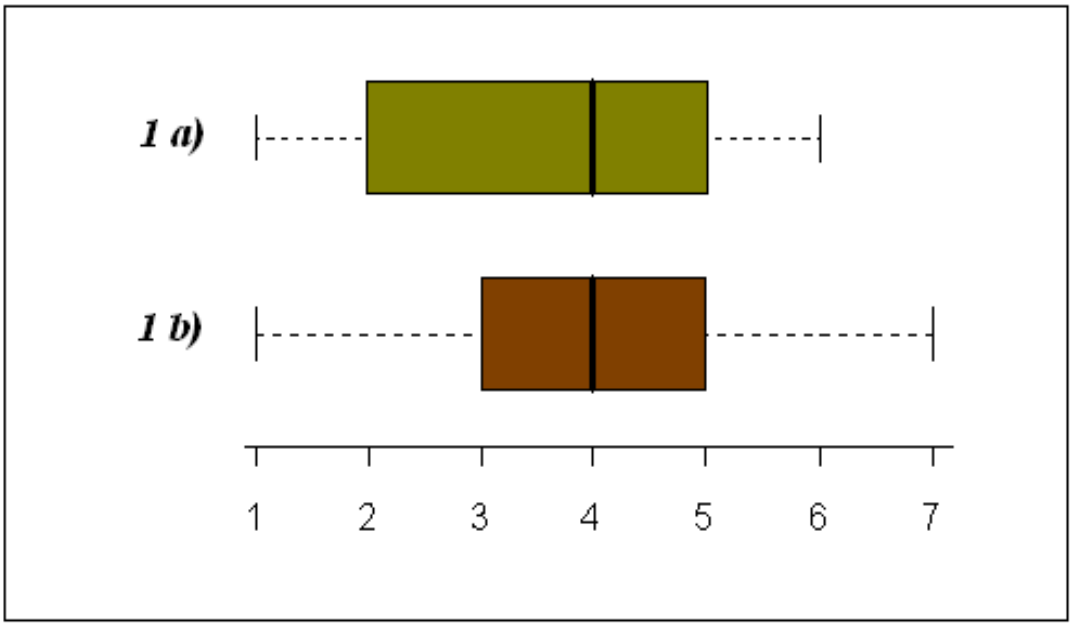
Gráfica 6.3 Gráfica de distribución de frecuencias de ambos grupos.

La media de los grupos testigo y experimental se muestran en la Gráfica 6.4, independientemente del número de alumnos que forma cada grupo, sus promedios fueron muy similares, hubo una diferencia de 0.38 puntos. Se podría decir que son grupos muy similares.



Gráfica 6.4 Promedios Grupales

A continuación se presenta la gráfica de cuadro de las calificaciones de ambos grupos de la evaluación de diagnóstico.



Gráfica 6.5 Gráficas de cuadro de las calificaciones. Grupo experimental 1a) y Grupo Control 1b)

En la tabla 6.1, se presentan el resumen de los seis puntos para el grupo experimental.

Resumen de 6 puntos para el grupo experimental (PreTest)					
Mínimo	1er Cuartil	Mediana	Media	3er Cuartil	Máximo
1	2	4	3.85	5	6

Tabla5.1 Resumen de 6 puntos para el grupo experimental

El resumen de los seis puntos para el grupo control después del PreTest se presenta en la tabla 6.2.

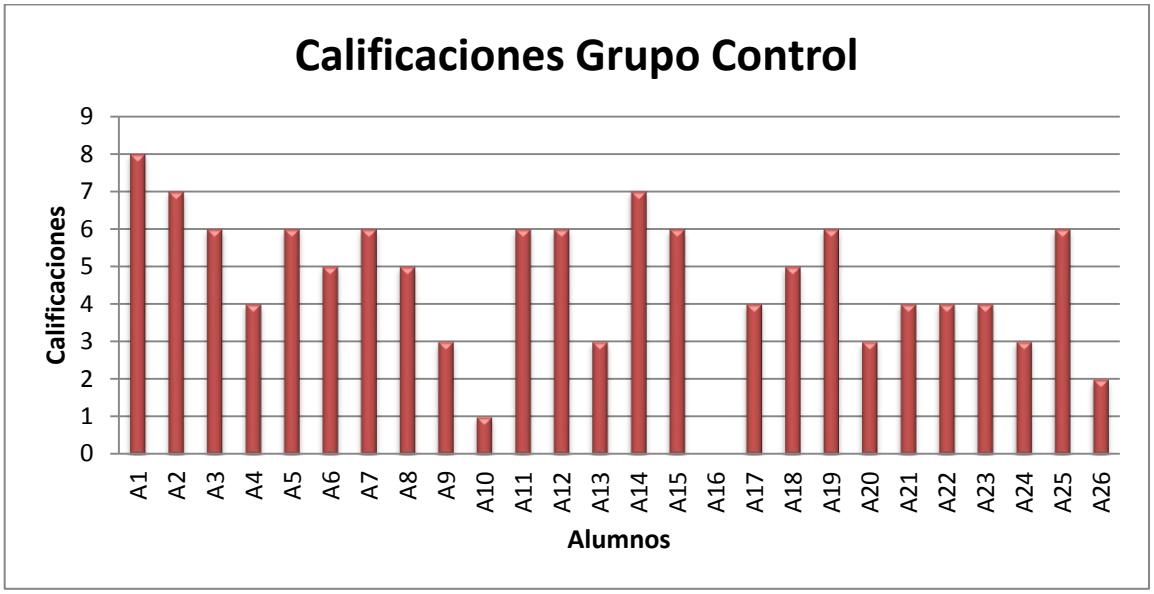
Resumen de 6 puntos para el grupo control (PreTest)					
Mínimo	1er Cuartil	Mediana	Media	3er Cuartil	Máximo
1	3	4	4.23	5	7

Tabla6.2 Resumen de 6 puntos para el grupo control

6.2. EVALUACIÓN DESPUES DE LAS ACTIVIDADES

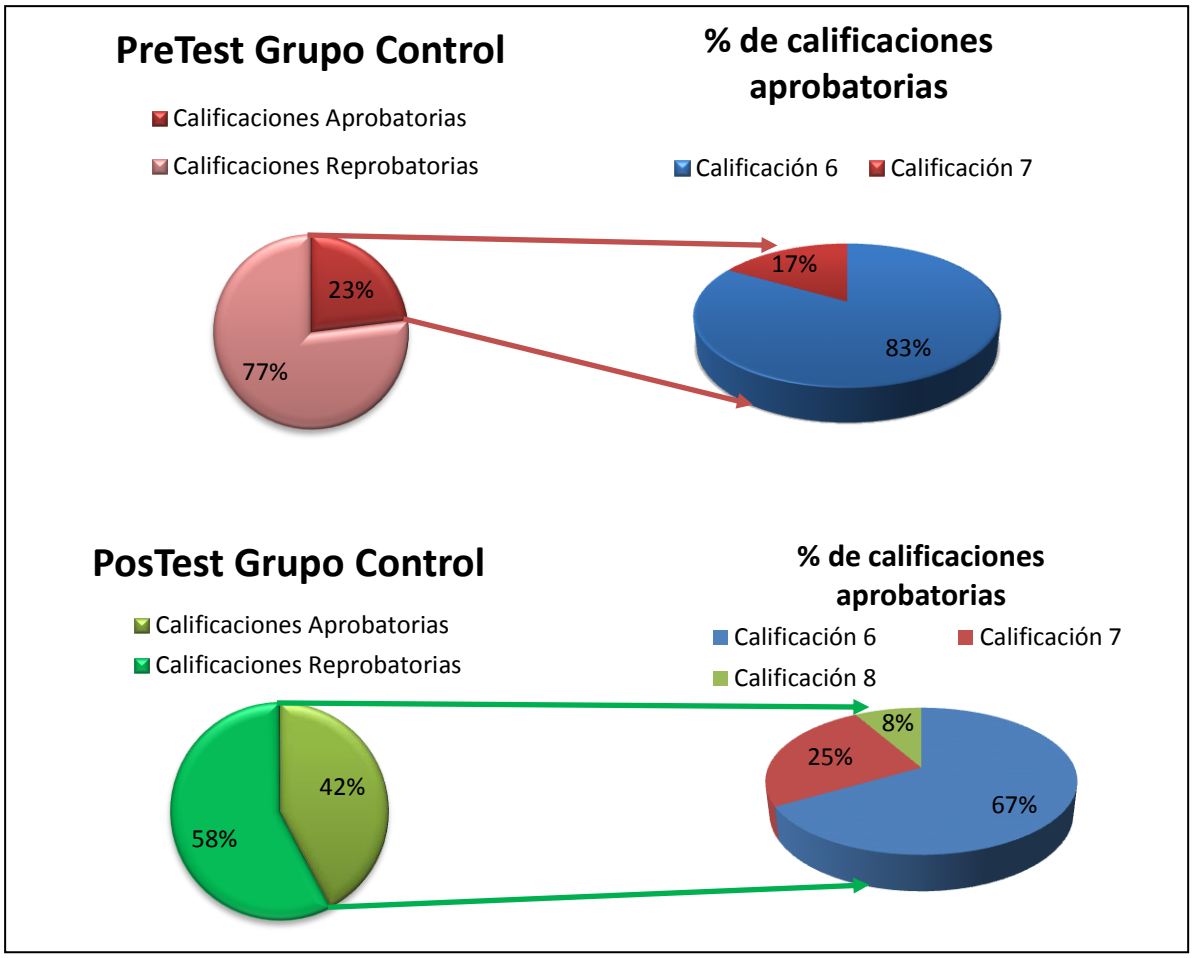
Las Gráficas 6.6 y 6.7, muestran las calificaciones individuales obtenidas por los alumnos del grupo experimental y el grupo control posteriores a las actividades con la metodología de la experimentación y al curso impartido tradicionalmente.

Gráfica 6.6 Calificaciones de los alumnos que usaron el software



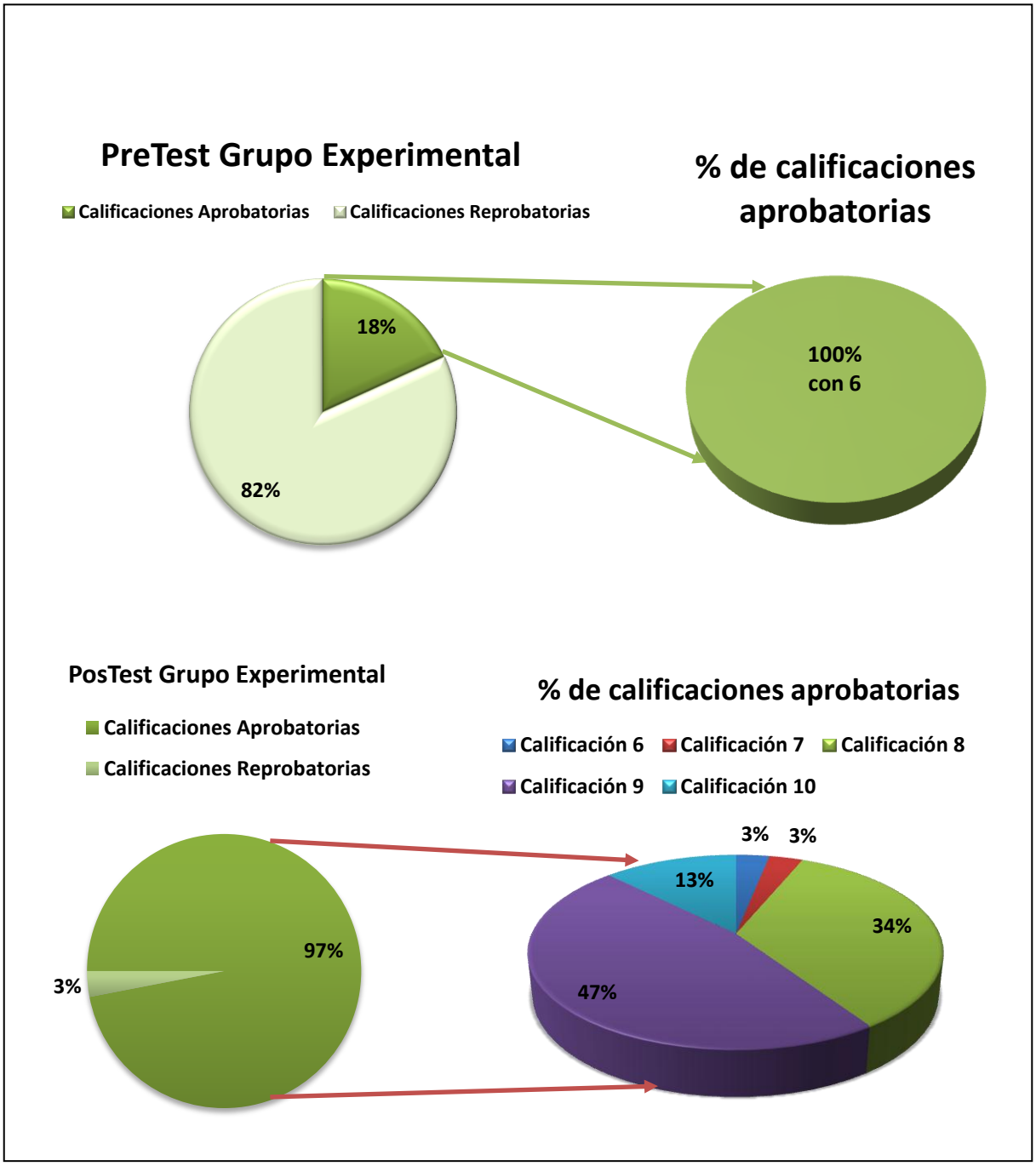
Gráfica 6.7 Calificaciones de los alumnos que no usaron el software

El porcentaje de alumnos aprobados aumento en ambos grupos, esto se puede apreciar en las gráficas 6.8 y 6.9.



Gráfica 6.8 Comparación porcentual de calificaciones aprobatorias del grupo control

El porcentaje de calificaciones aprobatorias del grupo control tuvo un aumento después del curso impartido tradicionalmente por el docente, esté aumento fue del 19% como se observa en la Gráfica 6.9. La calificación aprobatoria más predominante en el examen diagnóstico como en el PosTest fue el 6.

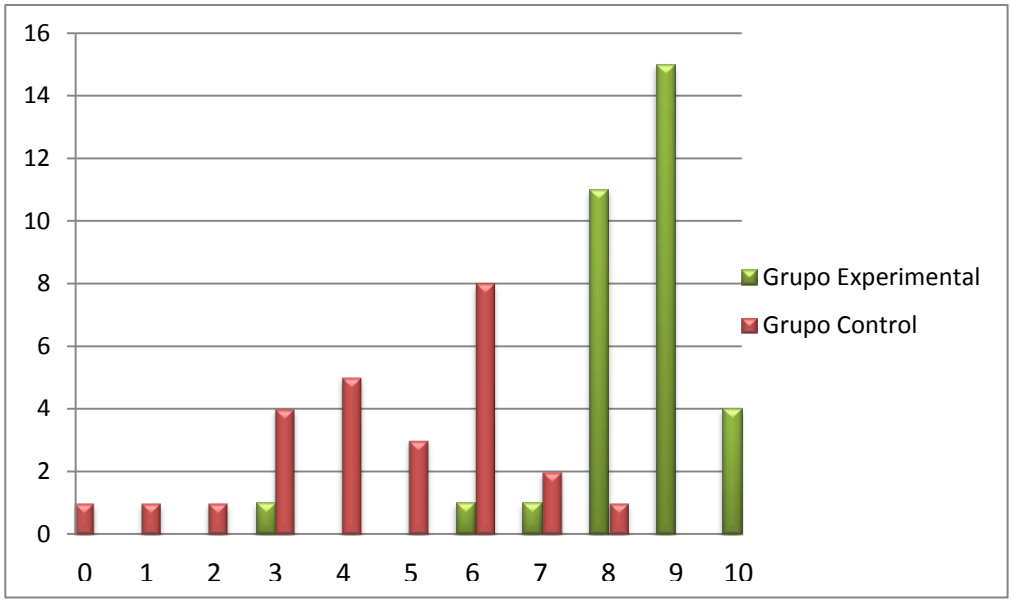


Gráfica 6.9 Comparación porcentual de calificaciones aprobatorias del grupo experimental

El incremento de calificaciones aprobatorias del grupo experimental fue considerable, tuvo un aumento del 79%, destacándose el hecho de contar con tan sólo un alumno reprobado

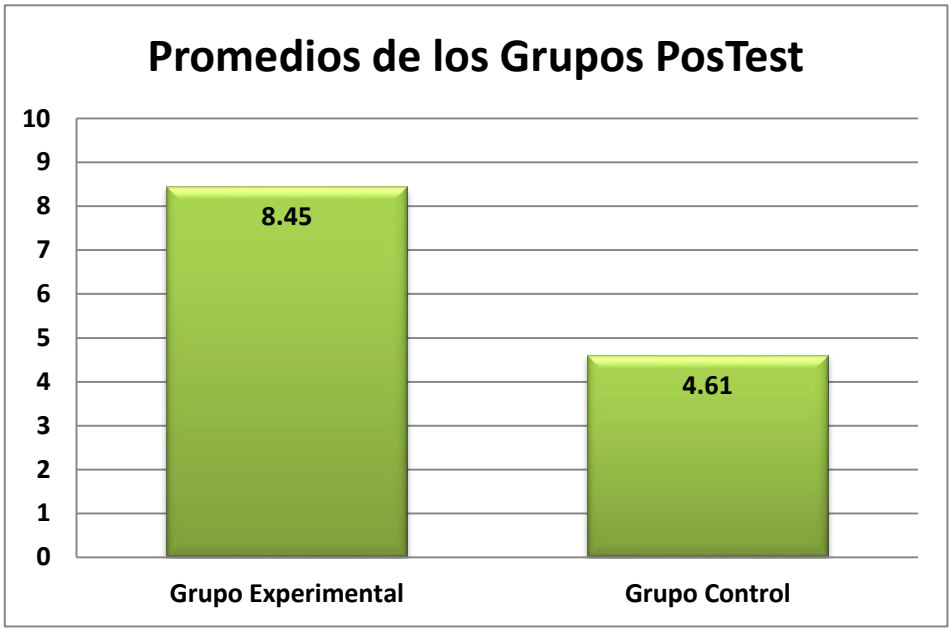
que representa el 3%. La nota predominante aprobatoria fue el 9 con un 47%, también se puede observar que el 13% de los alumnos obtuvieron la calificación máxima.

La distribución de frecuencias se muestra en la gráfica 6.10, se observa que la moda del grupo experimental fue 9, mientras que la moda del grupo control fue 6.



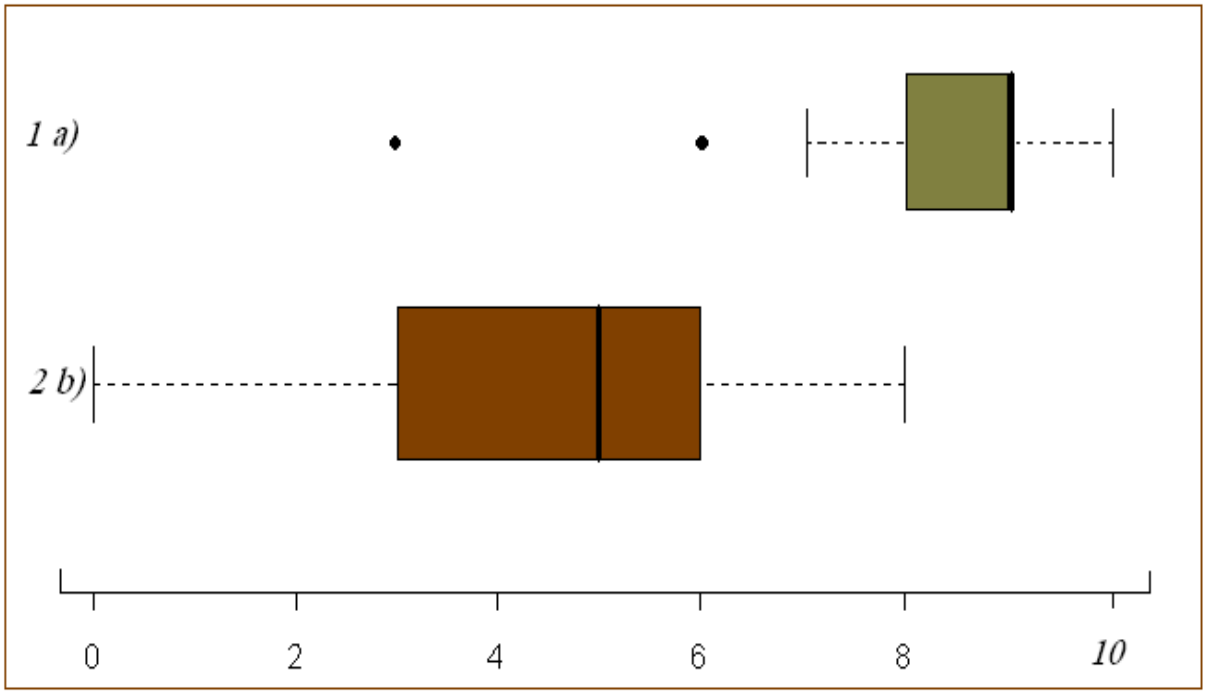
Gráfica 6.10 Gráfica de distribución de frecuencias de ambos grupos.

La media de ambos grupos después de la evaluación final se observan en la Gráfica 6.11.



Gráfica 6.11 Promedios Posteriores de los Grupos.

A continuación, se presenta la gráfica de cuadro de las calificaciones del grupo experimental y del grupo control en la evaluación final (PosTest).



Gráfica 6.12 Gráficas de cuadro de las calificaciones. Grupo experimental 1a) y Grupo Control 2b)

En la tabla 6.3, se presentan el resumen de los seis puntos para el grupo experimental de las calificaciones del PosTest.

Resumen de 6 puntos para el grupo experimental (PreTest)					
Mínimo	1er Cuartil	Mediana	Media	3er Cuartil	Máximo
3	8	9	8.45	9	10

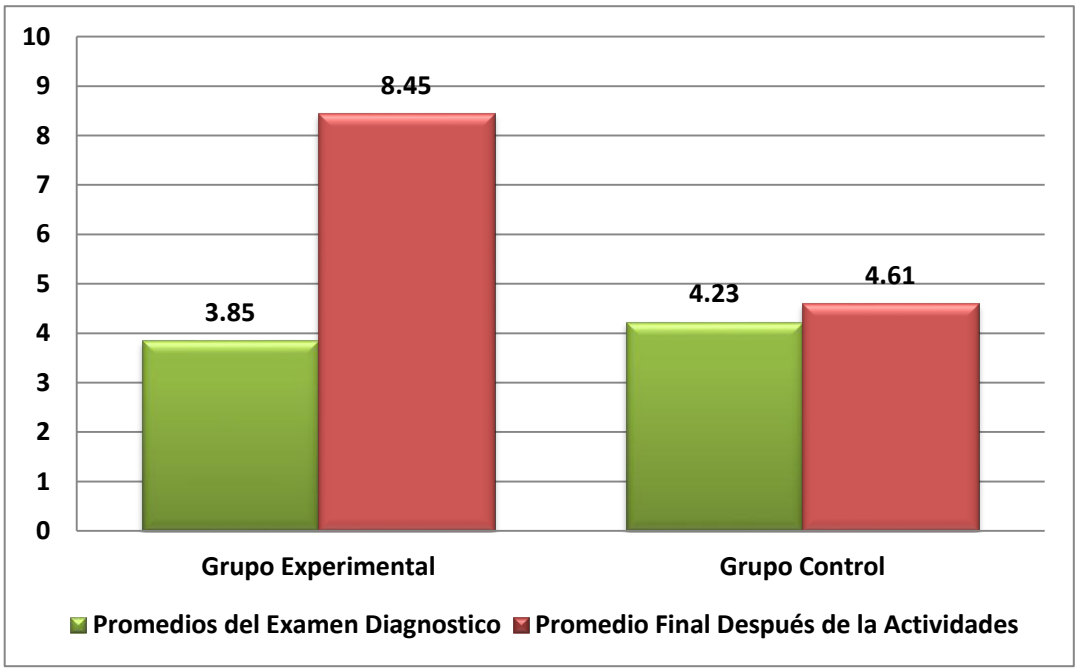
Tabla6.3 Resumen de 6 puntos para el grupo experimental

El resumen de los seis puntos para el grupo control después del PosTest se presenta en la tabla 6.4.

Resumen de 6 puntos para el grupo control (PreTest)					
Mínimo	1er Cuartil	Mediana	Media	3er Cuartil	Máximo
0	3	5	4.61	6	8

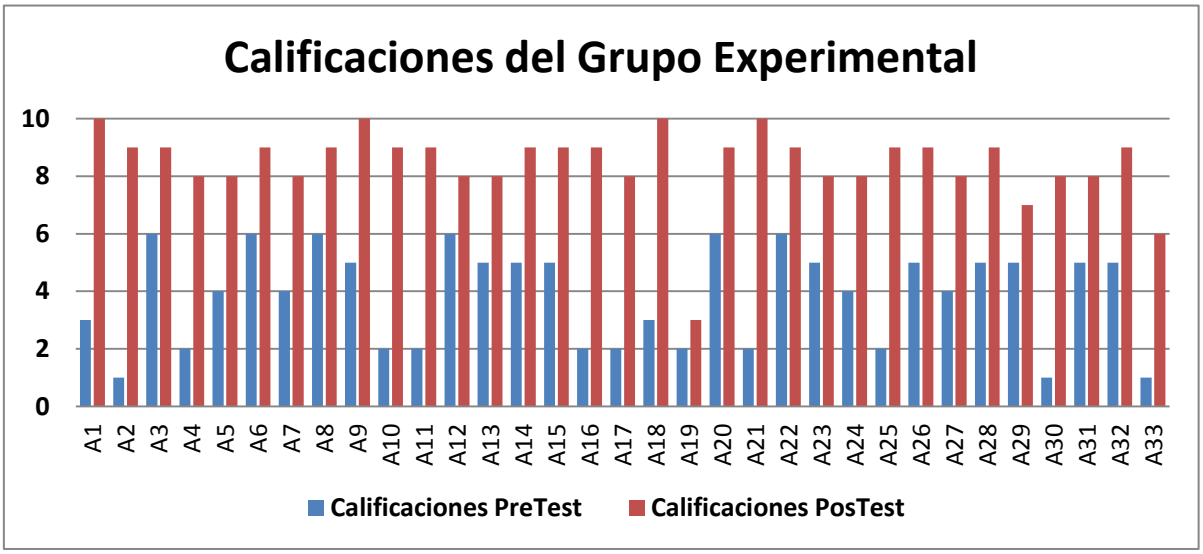
Tabla6.4 Resumen de 6 puntos para el grupo control

El promedio de los dos grupos subieron, esto se puede observar en la Gráfica 6.13, donde se presenta el contraste de los efectos antes y después de las actividades.



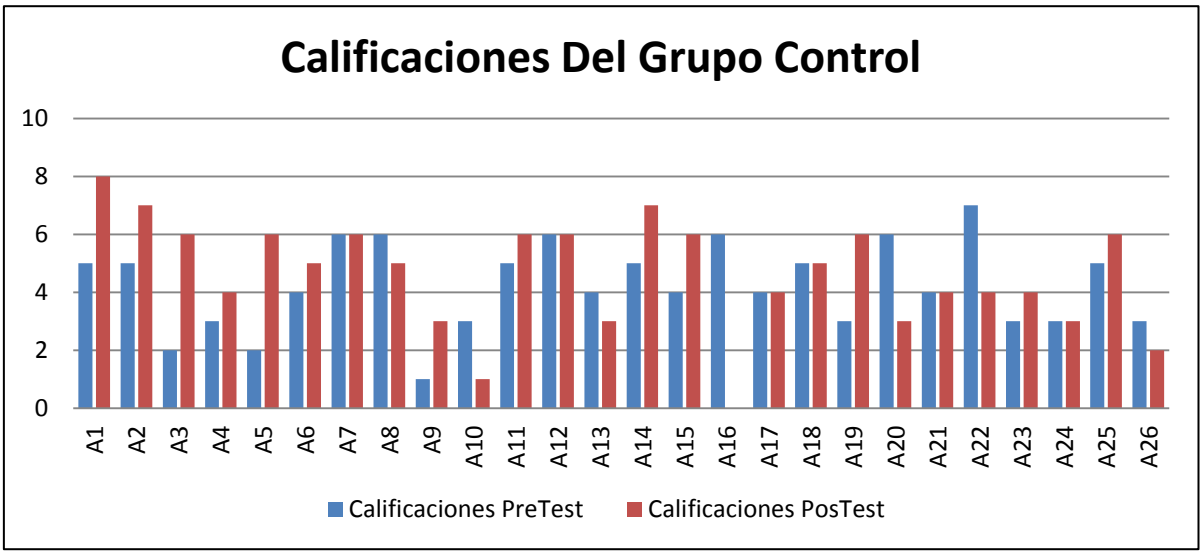
Gráfica 6.13 Comparación de promedios del grupo experimental y grupo control

El promedio de calificaciones del grupo experimental subió de manera significativa, obtuvo un trascendente acrecentamiento, mientras que el grupo control tuvo un comportamiento prácticamente equivalente, presento un incremento de 8.9%. Como ya se menciono anteriormente, en el grupo experimental solamente un alumno obtuvo calificación reprobatoria, y tan sólo un alumno obtuvo la mínima calificación aprobatoria.



Gráfica 6.14 Comparación de calificaciones del grupo experimental antes y después de usar el software

Las gráficas 6.14 y 6.15 presentan los cuadros comparativos de los resultados individuales en los grupos experimental y grupo control.



Gráfica 6.14 Comparación de calificaciones del grupo control antes y después.

CAPÍTULO VII

CONCLUCIONES

En el presente capítulo se presentan las conclusiones del análisis y resultados del trabajo de investigación sobre la estrategia didáctica que incorpora tecnología de la calculadora.

"Tan sólo por la educación puede el hombre llegar a ser hombre. El hombre no es más que lo que la educación hace de él".

Immanuel Kant

7.1. CONCLUCIONES

- De las gráficas comparativas 6.6-6.11 de la estadística descriptiva, se concluye que los alumnos del grupo experimental obtuvieron mejores resultados que los del grupo testigo, lo cual hace presumir que la asimilación de los contenidos programáticos de la asignatura de geometría analítica fue hecha de mejor manera en el grupo experimental.

- De la tabla 6.13 de la estadística descriptiva, se concluye que el grupo experimental tuvo un incremento importante en el promedio, mientras que el grupo control permaneció prácticamente igual.

- De la prueba de la suma de los rangos de Wilcoxon aplicada a las calificaciones que se obtuvieron del examen diagnóstico, se concluye que los alumnos quedaron distribuidos de manera indistinta en ambos grupos, es decir, la probabilidad de encontrar un alumno con x rendimiento es la misma en cualquiera de los grupos: los grupos son iguales, parten de situaciones iniciales iguales en cuanto a conocimientos previos.

- Posteriormente al experimento, al aplicar la prueba de la suma de los rangos de Wilcoxon a las calificaciones del PosTest de los alumnos que se les aplicó la estrategia didáctica y al grupo que llevó una metodología tradicional, se concluye que los grupos resultan diferentes, esto con un nivel de significancia de $\alpha=0.05$.

- En el grupo experimental se redujo prácticamente el índice de reprobación, con lo que se concluye que de esta implementación disminuye la dificultad en el aprendizaje de las primeras unidades de la Geometría Analítica, mediante el uso de la Calculadora TI Nspire CAS y el software TI-Navigator.

- Para medir la adquisición de competencias, se tomó como indicador de la variable dependiente, la calificación obtenida en el examen final (PosTest) sin considerar otros aspectos (Participaciones, tareas, hojas de trabajo, portafolio de evidencias, etc.). Se realizó de esta manera para ponderar únicamente esta

variable de interés, y teniendo en cuente que las pruebas enlace están basada en competencias.

- Para constatar la motivación y el interés por el estudio de la Geometría Analítica, se cotejo mediante el cuestionario de actitudes hacia el aprendizaje de las matemáticas y el cuestionario de actitudes hacia el uso de la Calculadora TI-Nspire CX CAS.

  Del cuestionario de actitud hacia el aprendizaje de las matemáticas se recopilan respuestas como las siguientes:

  PREGUNTA 2. Antes de este curso me gustaba la Geometría Analítica.

  A16. b) Parcialmente de acuerdo

  Explica:

  No la entendía muy bien, sabia poco pero ahora ya se más y me gustan.

  A27. d) Totalmente en desacuerdo

  Explica:

  Pues no entendía gran parte de sus definiciones.

  A7. b) Parcialmente de acuerdo

  Explica:

  Pues las entendía más o menos.

  PREGUNTA 3. Al finalizar este curso me gusta la Geometría Analítica.

  A16. a) Totalmente de acuerdo

  Explica:

  Por que las voy a necesitar durante mi vida y me supongo que mucho.

  A27. b) Parcialmente de acuerdo

  Explica:

Pues me ayudo a desarrollar problemas por medio de fórmulas que no entendía.

A7. a) Totalmente de acuerdo

Explica:

Por que se me facilitó más las clases usando la calculadora y más corta y divertida y aprendía cada día más.

- La calculadora TI-Nspire CAS ayudó y facilitó el aprendizaje en los alumnos, las características de la calculadora de interactuar con varias ventanas y diferentes registros fue un aspecto importante, los alumnos evidenciaron mejoras en sus capacidades matemáticas. Las respuestas en el cuestionario de actitudes hacia el uso de la Calculadora TI Nspire CX CAS (Anexo 7) nos da evidencia sobre el uso de la calculadora para comprender las matemáticas. Algunas de las respuestas de este cuestionario se muestran en las siguientes líneas.

1. ¿Qué piensa usted de la TI Nspire CAS?

   A6. Que es una buena forma de aprender, ya que esto nos demuestra de una manera didáctica lo que aprendemos.

2. ¿Fue fácil aprender a usar la TI Nspire CAS?

   A22. Pues al principio fue algo difícil usarla pero ya después se me facilitó mucho, así que sí me ayudo.

3. ¿Cómo se sintió usted la TI Nspire CAS?, ¿le ayudó a entender el material que estaba usted estudiando?

   A30. Sí, fue más fácil que a que lo tracen en el pizarrón y es más entendible porque podemos mover puntos y rectas y en el pizarrón no.

4. ¿Qué cosas que uso de la TI Nspire CAS le ayudaron a recordar algún concepto en particular?

   A2. Me ayudo a aprender a sacar la distancia entre dos puntos, la pendiente, saber gráficar y poder usar bien las fórmulas.

Entonces, se puede concluir finalmente que: aplicando como estrategia didáctica la implementación de actividades con el uso de la calculadora TI-Nspire CX CAS y el software TI-Navigator como complemento de la calculadora, se logra mejorar el estudio y la comprensión de temas de Geometría Analítica, y de esta forma desarrollar las competencias matemáticas en los alumnos de tercer semestre de bachillerato. Además, de fomentar el interés y la motivación por el estudio de la Geometría Analítica.

De este análisis de resultados se desprenden varias conclusiones:

- La incorporación de la tecnología al implementar la estrategia didáctica puede extenderse a otros temas y conceptos en la materia de Geometría Analítica, tales como la circunferencia, la parábola, elipse o la hipérbola, pues consecuentemente con la teoría de Duval de las transformaciones semióticas, se enfatizaría en el aprendizaje de las competencias matemáticas sobre la manipulación algebraica gráfica y numérica.

- La utilización de problemas o actividades que incorporen contextos extra-matemáticos (de contexto real o hipotético), promueve en los estudiantes que visualicen la similitud en nuevos contextos, toda vez que es más probable encontrar este tipo de situaciones en la vida cotidiana, como se refleja en la estrategia didáctica de este trabajo de investigación. Esto permite la evaluación de competencias, y no simplemente de conocimientos. Esta similitud de problemas en nuevos contextos se aprecia en la hoja de trabajo número 5, pregunta 10.

  PREGUNTA 10. Propón una situación real o hipotética que cumpla con la ecuación $y=2x + 6$.

  A6. Un celular cobra 6 pesos por entrar al internet y 2 pesos más por descargar cualquier canción.

  A22. En la colonia revolución se está organizando para celebrar la fiesta del carnaval para ello realizan un cooperación por cada casa se les cobra 6 pesos y por cada integrante 2 pesos más.

A31. Un licuado me cuesta 6 pesos y por cada cucharada de canela cuesta 2 pesos más.

- El abordar las transformaciones semióticas de Duval en sus componentes de representación, tratamiento y conversión, permite el aprendizaje y adquisición de competencias matemáticas. En el PosTest se observan estos procedimientos algo que en el examen diagnóstico, nunca se presentó.

DEL POSTEST

PREGUNTA 4: Dada la ecuación de la recta 3x-y+5=0, identifique la gráfica de la recta perpendicular a ésta cuya ordenada al origen es -1.

A3.

$$\boldsymbol{3x - y + 5 = 0}$$

$$\boldsymbol{y = 3x + 5}$$

$$\boldsymbol{m_1 \times m_2 = -1}$$

$$\boldsymbol{3 \times m_2 = -1}$$

$$\boldsymbol{m_2 = -\frac{1}{3}}$$

$$\boldsymbol{y = -\frac{1}{3}x - 1}$$

PREGUNTA 9: Dada la ecuación lineal 3y-4x+9=0 determine los valores de la pendiente (m) y la ordenada al origen (b).

A4.

$$\boldsymbol{3y - 4x + 9 = 0}$$

$$\boldsymbol{3y = 4x - 9}$$

$$\boldsymbol{y = \frac{4}{3}x - \frac{9}{3}}$$

$$\boldsymbol{m = \frac{4}{3}, \qquad b = -3}$$

- Las diferentes representaciones dentro del mismo sistema semiótico compartido y producido por los alumnos a través del TI-Navigator por medio de la pantalla pública, nos permite la comunicación y fomentación de actividades colaborativas, las cuales son ambientes expresivos y medios de participación en el aula de matemáticas.

- Las diferentes representaciones en diferentes registros semióticos expresados en la pantalla de la calculadora, permitió la construcción de los objetos matemáticos estudiados, ya que la interacción entre diferentes representaciones del objeto matemático permite su formación.

7.2. RESPUESTA A LAS PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Las respuestas a las preguntas de investigación planteadas en el primer capítulo se pueden resumir en las siguientes afirmaciones:

- Los reactivos del PosTest fueron extraídos de pruebas ENLACE, estas pruebas están basadas en competencias, de esta manera se puede constatar por las calificaciones obtenidas en el grupo experimental, que con el uso de la calculadora TI-Nspire CAS CX y el software TI-Navigator como estrategia didáctica, se logró la adquisición de las competencias disciplinares y genéricas en los alumnos.

- La conexión de la calculadora con el software TI-Navigator, permite la retroalimentación de manera grupal, esta tecnología fomenta actividades colaborativas en ambientes expresivos y medios de participación en el aula entre estudiantes y el profesor, y entre un estudiante y sus compañeros. Esta red de comunicación da realidad a la visión del trabajo colaborativo al nivel de pequeños grupos de trabajo hasta un nivel del aula completa.

- Las resultados obtenidos en las calificaciones finales de los estudiantes del grupo experimental, dejan en claro que el uso de la calculadora TI-Nspire CX CAS y el software TI-Navigator fueron factores muy importantes para lograr un mejor aprovechamiento académico, ayudaron a los alumnos a comprender de una mejor manera el estudio de las dos primeras unidades de un curso de Geometría Analítica.

- El uso de las TIC utilizadas en esta estrategia didáctica fue muy motivante y un factor importante para lograr un mayor interés en el estudio de la geometría analítica y así lograr mejores resultados. Con el aumento de la comprensión de los contenidos de la materia se aumenta la motivación y el interés.

- El manejo de diferentes registros de representación al mismo tiempo en la pantalla de la calculadora y la pantalla pública (pantalla producida por el proyector), ayudó a los alumnos en la comprensión de los conceptos. Esto se puede constar en los reactivos del PostTest que implicaban cambios de representación del gráfico al algebraico y viceversa.

Debido a los exitosos resultados obtenidos en el presente trabajo de investigación, éstos fueron reportados en la revista innovaciones educativas de Texas Instruments duodécima edición.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acuerdo 442 (2009) Por el que se establecen el Sistema Nacional de Bachillerato en un marco de diversidad, publicado el martes 26 de septiembre de 2008 y modificado el 23 de junio del 2009 del Diario Oficial, SEP, Primera Sección. México.

Alatorre, S., Rojano, T., & Sepúlveda, A. (Eds.), (2008). Proceedings of the Joint Meetiing of PME 32 and PME-NA XXX. Vol. 3 México: Cinvestav-UMSNH pp. 3-89, 3-96.

Alemán de Sánchez, A. (2002): La enseñanza de la matemática asistida por computador. Recuperado el 30 de enero de 2005 de http://www.scribd.com/doc/7795982/La-Tecnologia-y-La-Mat

Anuies. La educación superior en el siglo XXI. ANUIES, México 2006.

Beeland, J. W. D. (2002). Student engagement, visual learning and technology: Can interactive white-boards help? Action Research Exchange, 1(1). Recuperado el 18 de octubre de 2007 de http://chiron.valdosta.edu/are/Artmanscrpt/vol1no1/beeland_ma.pdf

Bottino, R. y Chiappini, G. (2002). Technological advances and learning environments. En L. English (Ed.), Handbook of international research in Mathematics Education (pp.757-786). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Brady C. (2010) El aprendizaje colaborativo con tecnología. Innovaciones Educativas. Texas Instruments.

Calzadilla, M. E. (2001). Aprendizaje colaborativo y tecnologías de la información y comunicación. EOI-Revista Iberoamericana de Educación, 1-10.

Contreras, L., Bachhoff, E. y Larrazolo, N., Educación, aprendizaje y cognición. Teoría en la práctica. Edit. Manual Moderno, México, (2004).

Corredor M. (2003) El aprendizaje colaborativo: una estrategia de aprendizaje para la vida. disponible en http://upn4.sems.gob.mx/moodle/file.php/4/Modulo_2/Unidad_3/M_Corredor (acceso marzo 5, 2012).

De Guzmán, M. (1984). El papel de la matematica en el proceso educativo inicial. Enseñanza de las ciencias, 2, (3), 91-95.

Díaz Barriga Arceo F, Hernández Rojas G. (2003) Estrategias Docentes Para un Aprendizaje Significativo Una interpretación Constructivista Ed. McGraw-Hill, México. Página 31.

Donaire Castillo Isabel Ma. Gallardo Arrebola J. Auado S. P. Macías (2006) NUEVAS METODOLOGIAS EN EL AULA: APRENDIZAJE COOPERATIVO, Revista Digital Práctica Docente, No. 3, CEP de Granada, ISSN: 1885-6667. DL: GR-2475/05. SEP. Educare, Renovación Educativa, Año 1. Numero 1. Ago. 2007, pág. 11

Duval, R. (1993), Registros de representaciones semióticas y funcionamiento cognoscitivo del pensamiento. Traducción: Departamento de Matemática Educativa CINVESTAV-IPN.

Duval, R. (1993). Semiosis y noesis. En Sánchez y Zubieta (Eds.), Lecturas en Didáctica de las Matemáticas: Escuela Francesa, 118-144. México: Departamento de Didáctica Educativa del CINVESTAV-IPN.

Duval, R. (1995). Sémiosis et penseé humaine. Berna: Peter Lang S.A.

Duval, R. (1998) Gráficas y ecuaciones: la articulación de dos registros. Traducción en Antología de Educación Matemática (Editor E. Sánchez). Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN, México

Duval, R. (2000), Representación, visión y visualización: Funciones cognitivas en el pensamiento matemático., Université du Littoral Côte-d'Opale, Boulogne, et Centre IUFM Nord Pas-de Calais, Lille, (2000).

Duval, R. (2002) Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. Basic issues for learning. En F. Hitt, (ed.), Representations and Mathematics Visualization, (pp. 311-335). North American Chapter of PME: Cinvestav-IPN.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics.

Triola, Mario F. Estadística. Décima edición. Pearson Educación, México (2009).

García, M. M. y Romero, I. M. (2007). Influencia de las nuevas tecnologías en el aprendizaje de las matemáticas. Almería: Editorial Universidad de Almería.

Goldin, G. y Stheingold, (2001). System of representations and the development of mathematical concepts. En A. Cuoco y F. R. Curcio (Eds.), The roles of representation in school mathematics (pp. 1-23).Yearbook 2001. Reston, VA: NCTM.

González-Martín, Hitt Fernando & Morasse Christian (2008) The Introduction Of The Graphic Representation Of Functions Through The Concept Of Co-Variation And Spontaneous Representations . A Case Study. In Figueras, O., Cortina, J. L.,

Gowers, T., & Nielsen, M. (2009). Massively collaborative mathematics. Nature, 461(7266), 879-881.

Hitt E., Fernando (1994), Desarrollo de conceptos apoyándose en la simulación de fenómenos con la microcomputadora, Cuadernos de Investigación No. 31, Edotores E. Filloy, F Hitt y E. Peraza, Departamento de Matemática Educativa Cinvestav &endash; IPN, 1-13.

Hitt, F., Cortes C. (2001). Hacia el Siglo XXI: Funciones en Contexto en Formato. Memorias del Noveno Encuentro de Profesores de Matemáticas del Nivel Medio Superior, UMSNH, Morelia, Michoacán.

F. Hitt, (2007). "Utilisation de calculatrices symboliques dans le cadre d'une méthode d'apprentissage collaboratif", de débat scientifique et d'autoréflexion. In M. Baron, D. Guin et L. Trouche (Éds.), Environnements informatisés pour l'éducation et la formation scientifique et technique : modèles, dispositifs et pratiques. Paris : Éditorial Hermes.

Hivon, L, Pean, M., & Trouche, L. (2008). From a network of calculators to collaborative Knowledge construction in the class, Repe`res IREM no. 72, http://educmath.inrp.fr//Educmath/lectures/ dossier_mutualisation/crome-english.pdf.Accessed 17 June 2009.

Kaput, J.J. (1987). Representation Systems and Mathematics. In Janvier (Ed.), Problems of representation in the teaching and learning of Mathematics, 19-26. Hillsdale: LEA.

Kozulin, A. (1996). "*Individualismo epistemológico frente a una posición sociocultural: Piaget, Vygotsky y la teoría del aprendizaje mediado"*. En Páez, D. & Blanco, A. (eds.) (2006,1ª edición en 1996) La teoría sociocultural y la psicología social actual. Madrid: Fundación Infancia y Aprendizaje.

Lagrange, J. B., Artigue, M., Laborde, C. y Trouche, L. (2001). A meta study on IC technologies in education. Towards a multidimensional framework to tackle their integration. En M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1, (pp. 111- 122). Utrecht, Países Bajos: PME.

Lavy, I. y Leron, U. (2004). The emergence of mathematical collaboration in an interactive computer environment. International Journal of Computer for Mathematical Learning, 9(1), 1-23.

Leinhardt, G., Zalavsky, O. y Stein, M.K. (1990) Functions, Graphs, and graphing. Task a Learning, and teaching. Review of Educational Research, 60, (1), 1-64.

Llinares, S. (1994). Los aprendices y las matemáticas. En Santaló y otros, La enseñanza de las matemáticas en la educación intermedia, 183-225. Madrid: Rialp.

López Zamudio Armando (2012), Aprendizaje Colaborativo Un Caso de Éxito en la Enseñanza de la Geometría Analítica Usando TI-Navigator y la TI-Nspire CX CAS, Innovaciones Educativas Duodécima Edición. Ed. Texas Instruments, USA.

Lupiañez J.L., Moreno, L. (2000) tecnología y representaciones.

Makrakis, V., 2005. "Training teachers for new roles in the new era: Experiences from the United Arab Emirates ICT program", en Actas de la Tercera Conferencia Panhelénica sobre Didáctica de la Informática, Corinto (Grecia)

Marqués, P. (2008). Las competencias digitales de los docentes. Recuperado el 5 de abril de 2008 de http://www.peremarques.net/competenciasdigitales.htm#uno.

Martí, E. (1997). Trabajamos juntos cuando… Cuadernos de Pedagogía, 255, 54-58.

Moreno Armella L. (1998). Piaget en la educación. Debate en torno de sus aportaciones. Paldós Mexicana, UNAM, México 1998.

Mullis, I., Martin, M., Gonzalez, E., Gregory, K., Garden, R., O'Connor, K., et al. (2000). TIMSS 1999 International Mathematics Report. Boston, MA: International Study Center. Lynch School of Education. Boston College.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.

NCTM (2003). Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

OCDE (2005). The definition and selection of key competencies. Executive summary. Recuperado el 23 de abril de 2006 de http://www.oecd.org/dataoecd/47/61/35070376.pdf

Otha, A.S. (2000), "Rethinking interaction in SLA: Developmentally appropiate assistance in the zone pf proximal development and the acquisition of L2 grammar", en Lantolf J.P. (ed) Sociocultural Theory and Second Lenguage Learning, Oxford, Oxford University, Press.

Papert, S. (1993). The Children"S Machine: Rethin Khing the School in the Age of the Computer. NY: Basic Books. New York.

Piaget, J. (1970). La teoría de Piaget. En PH Mussen (Ed.), Manual del hijo de Carmichael psicología (pp. 703-732). New York: Wiley.

PISA, Pruebas de Matemáticas y Solución de Problemas, Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo, Ministerio de Educación y Ciencia, Madrid, (2003).

Poole, B. (1999). Tecnología Educativa. Educar para la sociocultura de la comunicación y del conocimiento. Editorial McGraw Hill. España.

Preiner, J. (2008). Introducing dynamic mathematics software to mathematics teachers: The case of geogebra. Tesis doctoral. Universidad de Salzburgo, Austria. Recuperada el 17 de febrero de 2009 de http://www.geogebra.org/publications/jpreiner-dissertation.pdf

Robutti Ornella (2011) Las calculadoras Graficadoras y el Software de Conectividad para Construir una Comunidad de Practicantes de Matemáticas, Reporte de Investigación. Departamento de Matemáticas, universidad de Torino Torino Italia. Traducción de Socorro Valero para Texas Instrumets.

Roth, W.M. y Bowen, G.M. (1999). Complexities of graphical representations during ecology lectures, an analysis rootedin semiotics and hermeneutic fenomenology. Learning and Istruction, 9, 235-255.

Schnotz, W. (1993). On the relation betwen dual coding and mental models in graphics comprehension. Learning and Intruction, 3, 247-249.

Siegel, Sidney y N. Castellan, John. (2003). Estadistica no paramétrica aplicada a la ciencia de la conducta. Cuarta Edición. Editorial Trillas.

RICO, L. (2000). Semióticas en el Aprendizaje de las Matemáticas. Estudios de Doctorado: Iniciación a la Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro. Universidad de Granada, España.

Sinclair, M. P. (2005). Peer interactions in a computer lab: Reflections on results of a case study involving web-based dynamic geometry sketches. Journal of Mathematical Behavior, 24(1), 89-107.

Sordo, J. M. (2005). Estudio de una estrategia didáctica basada en las nuevas tecnologías para la enseñanza de la geometría. Tesis doctoral. Universidad Complutense de Madrid, España.

Thomas, K.C. (1993). The ability of childrens to interpretet graphs. In Guy M. Whiple (Ed). The Teaching of Geography. Thirty-Second Yearbook. NSSE, 492-494.
Tobón, S. (2004). Formación basada en competencias: Pensamiento complejo, diseño curricular y didáctica. Bogotá: ECOE.

Vigotsky, L. (1988). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores, México: Editorial Crítica, Grupo editorial Grijalbo.

Vigotsky, Lev S. (1996). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores, Editorial: Grijalbo.

Weaver, G. (2000). An examination of the national educational longitudinal study (NELS: 88) database to probe the correlation between computer use in school and improvemenin test scores. Journal of Science Education and Technology, 9, 121-133.

Wilson, J. D. (1995). Cómo valorar la calidad de la enseñanza. Madrid: Paidós.

Zabalza, M. A. (1989). Diseño y desarrollo curricular. Madrid: Narcea.

ANEXOS

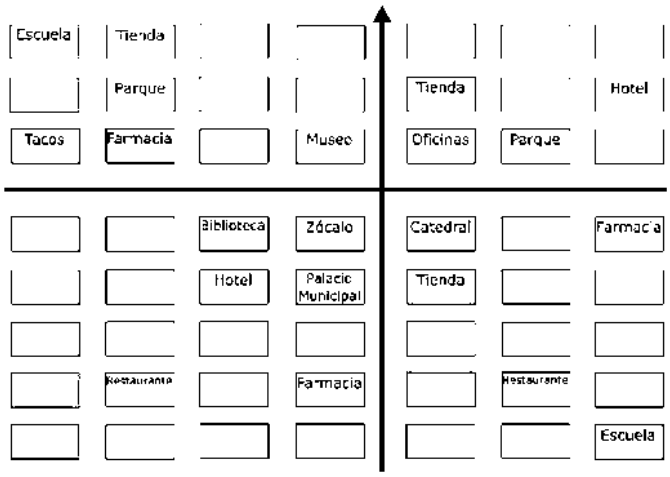
ANEXO 1

EXAMEN DIAGNÓSTICO Y POSTEST

Nombre: _____

Fecha: _____ **Grupo: _____**

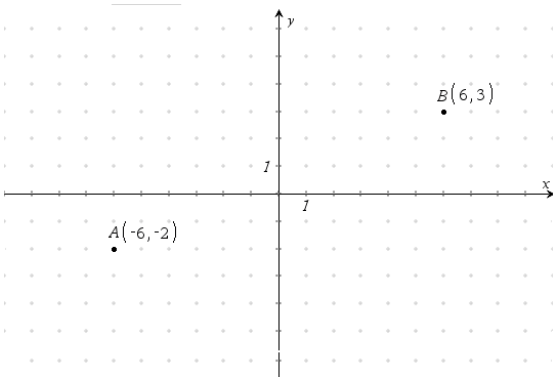
1.- Este es el mapa del centro de un pueblo.



Determina las coordenadas de la ubicación de los hoteles.

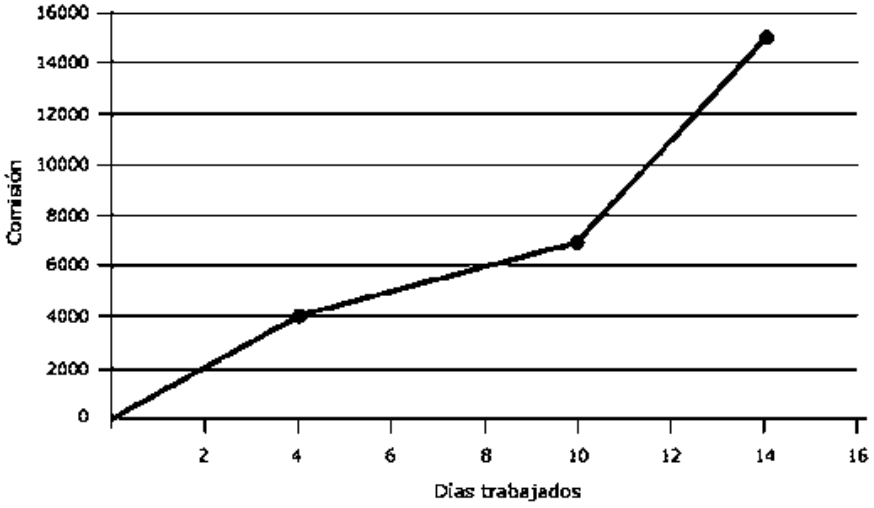
A) (2, 3), (1,-2)
B) (2, 3), (2, 2)
C) (3, 2), (-2,-2)
D) (3, 2), (-2, 2)

2.- Observa el siguiente plano. De acuerdo con los datos, ¿Cuál es la distancia entre los puntos A y B?



E. 5
F. 12
G. 13
H. 17

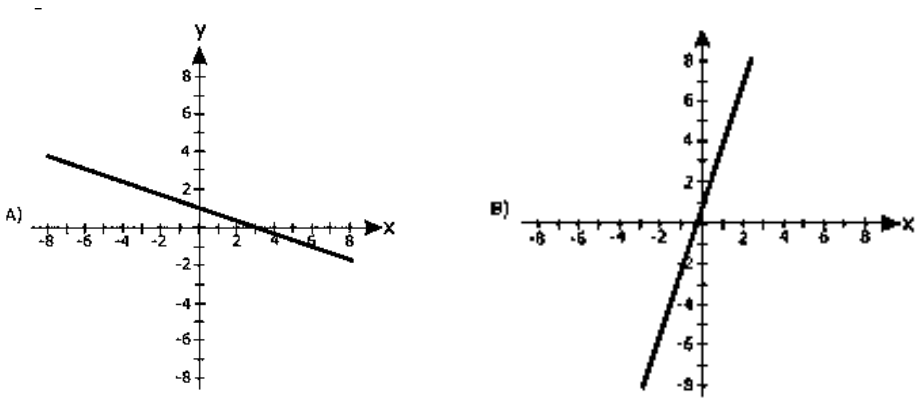
3.- Un vendedor de autos recibe una comisión diaria que depende de la cantidad de días trabajados como se observa en la gráfica.



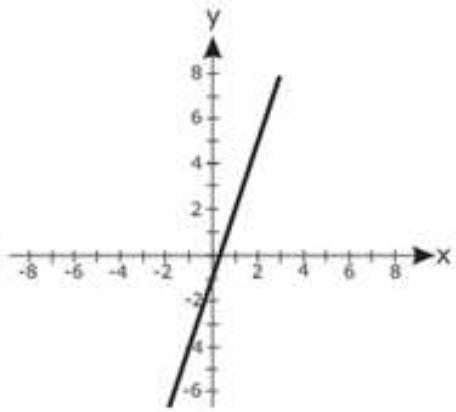
¿Cuál es la expresión algebraica que describe su comisión de los días 4 al 10?

A) $y = 500x + 2000$
B) $y = 700x$
C) $y = 1000x$
D) $y = 2000x - 13000$

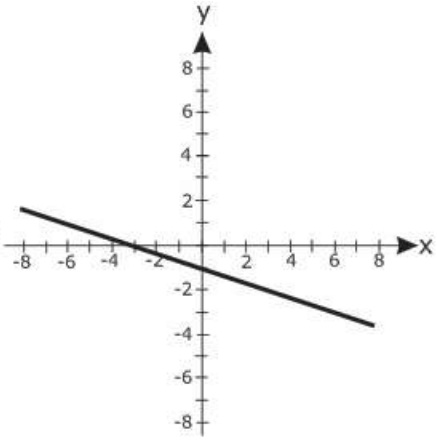
4.- Dada la ecuación de la recta 3x-y+5=0, identifique la gráfica de la recta perpendicular a ésta cuya ordenada al origen es -1.



C)



D)



5.- ¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto P (4,-7) y cuya pendiente es m=5/3?

A) $y + 7 = \frac{5}{3}(x + 4)$ B) $y + 4 = \frac{5}{3}(x + 7)$ C) $y + 7 = \frac{5}{3}(x - 4)$ D) $y - 4 = \frac{5}{3}(x - 7)$

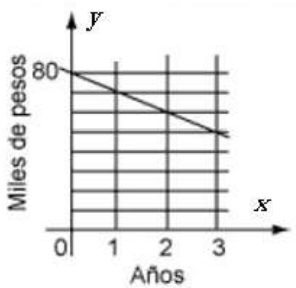
6.- El crecimiento en centímetros de una planta de maíz se muestra en la siguiente tabla:

Día	1	2	3	4	5
Altura (cm)	4	7	10	13	16

Determine la relación algebraica que muestra dicho crecimiento, donde y es la altura en centímetros y x es el número de días.

B) $y = x + 3$ B) $y = 2x + 2$ C) $y = 3x + 1$ D) $y = 4x$

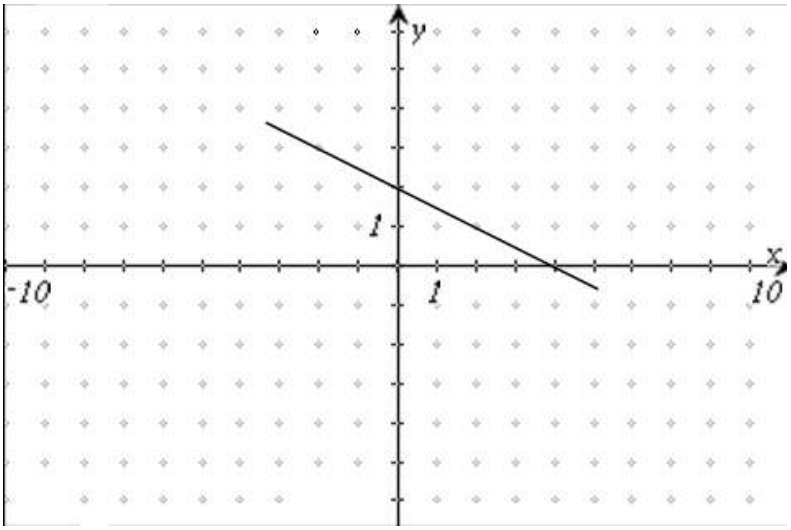
7.- Una persona adquiere un auto en $80, 000.00 el cual se devalúa $10,000.00 cada año, como se muestra en la grafica.



¿Cuál es la regla de correspondencia si *y* representa el valor del auto y *x* el año?

A) $y = 80 - 10x$ B) $y = 80 + 10x$ C) $y = 10 - 80x$ D) $y = 10 + 80x$

8.- ¿Cuál es el valor de la pendiente (m) y la ordenada en el origen (b) de la recta que se muestra en la gráfica?

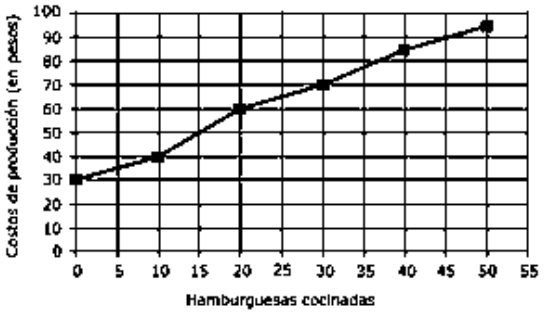


A) $m = -\frac{1}{2}$, b=4 B) $m = -2$, b=4 C) $m = -\frac{1}{2}$, b=2 D) $m = -2$, b=2

9.- Dada la ecuación lineal 3y -4x +9=0 determine los valores de la pendiente (m) y la ordenada al origen (b).

A) $m = -\frac{3}{4}$, b=-3 B) $m = -4$, b=9 C) $m = 4$, b=-9 D) $m = \frac{4}{3}$, b=-3.

10.- El dueño de un puesto de hamburguesas registró sus costos de acuerdo con las hamburguesas que cocina, con ello obtuvo la siguiente gráfica.



¿Cuánto se incrementa el costo al aumentar la producción de 15 a 50 hamburguesas?

B) $35 B) $45 C) $65 D) $95

ANEXO 2

Hoja de trabajo número 1

Nombre: _____

Grado: _____ **Fecha: _____**

Objetivo: Se estudiará la manera de ubicar puntos en el plano; el sistema de coordenadas cartesiana. Este sistema te servirá para representar gráficamente relaciones matemáticas, como las funciones lineales.

Instrucciones: Abre el documento Loc de Puntos.tns

Coloca un punto en el plano cartesiano de la página siguiente (Para cambiar de pagina presiona CTRL▸ o presionando ▸ que está en la parte superior) presionando la tecla menú, del menú que se despliega selecciona la opción 7: Puntos y Líneas, y del submenú selecciona 1: Punto.

Para ver la coordenada del punto presiona la tecla menú, selecciona el menú 1: Acciones, del submenú que se despliega selecciona 7: Coordenadas y Ecuaciones. Da un clic sobre el punto y aparecerán las coordenadas, da otro clic para soltarlas en el plano.

Para mover el punto con tu cursor pulsa la tecla de "la manita" un instante hasta que observes que la manita se cierra. Después, desliza tu cursor.

1.- Mueve el punto al **primer cuadrante,** que signo tiene la **abscisa x**: _____, y la **ordenada y**: _____. Da un punto perteneciente a este cuadrante_____.

2.- Mueve el punto en el **segundo cuadrante** que signo tiene la **abscisa x**: _____, y la **ordenada y**: _____. Da un punto perteneciente a este cuadrante_____.

¿Cambió de signo alguna de las **coordenadas**? _____.

3.- Mueve el punto en el **tercer cuadrante,** que signo tiene la **abscisa x**: _____, y la **ordenada y**: _____. Da un punto perteneciente a este cuadrante_____.

¿Cambió de signo alguna de las coordenadas del **cuadrante 2 al 3**?

4.- Mueve el punto al **cuarto cuadrante**, que signo tiene la **abscisa x**: _____, y **la ordenada y**: _____. Da un punto perteneciente a este cuadrante_____.

¿Cambió de signo alguna de las coordenadas del **cuadrante 3 al 4**?

5.- a) Coloca el punto sobre el **eje de las x, y deslízalo sobre el eje** ¿Cómo son las coordenadas?

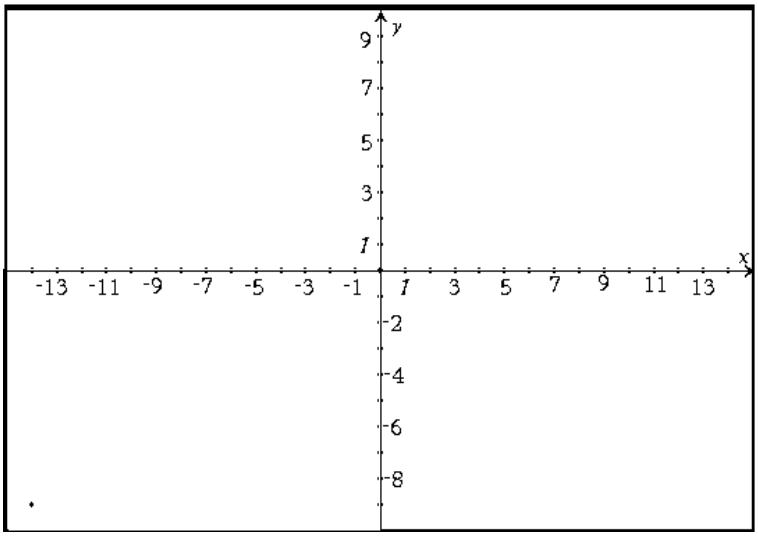
b) Coloca el punto sobre el **eje de las y** ¿Cómo son las coordenadas?

6.- a) ¿Qué cuadrantes tienen **coordenadas con signo igual**? _____

b) ¿Qué cuadrantes tienen **coordenadas con signo diferentes**? _____

7.-

Representa en el plano cartesiano los puntos R (-2,1), P (-4,-2), Q (0,2), S (2,-3), T (4,0), U (1,5), V (0,-3), W (0,-2).



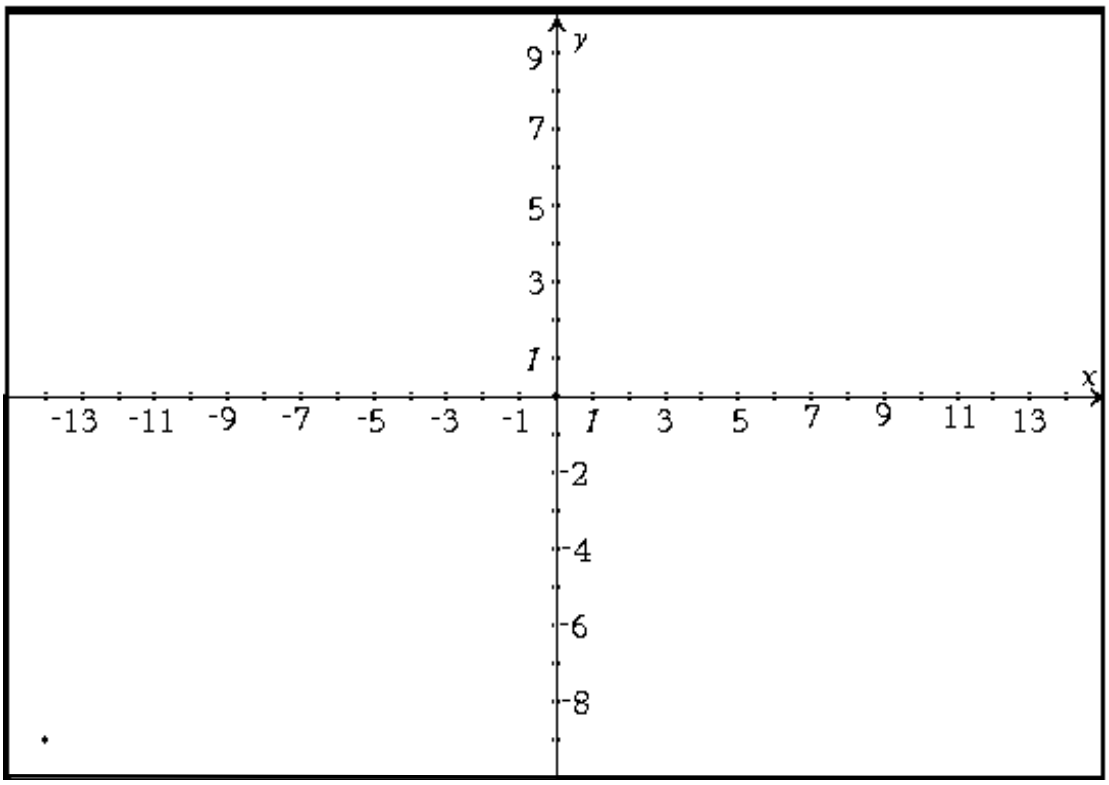
8.-

A) Localiza en el plano un punto en el que la abscisa "x", y la ordenada "y", sean iguales y nómbralo A.

B) Localiza en el plano un punto en el que la ordenada "y" sea igual al doble de la abscisa "x", y nómbralo B.

C) Localiza en el plano un punto en el que la ordenada "y" sea igual a la abscisa "x" pero con signo contrario y nómbralo C.

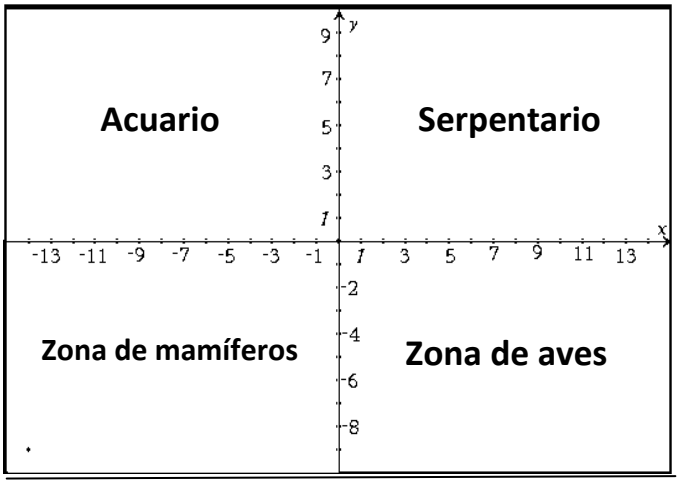
D) Localiza en el plano un punto en el que la ordenada "y" sea igual al doble de la abscisa "x" pero con signo contrario y nómbralo D.



9.- El maestro de Matemáticas decidió suspender la clase de mañana por una excursión al zoológico. El zoológico está dividido en 4 partes como se muestra en la figura, el serpentario, el acuario, la zona de mamíferos y la zona de aves. El Profesor decidió hacer el recorrido en dos partes.

1) Se recorrerá primeramente la zona o zonas que cumplan con la desigualdad $x * y > 0$ (x=abscisa, y=ordenadas).

2) Por último se recorrerá la zona o zonas que cumplan con la desigualdad $x * y < 0$. (x=abscisa, y=ordenadas)



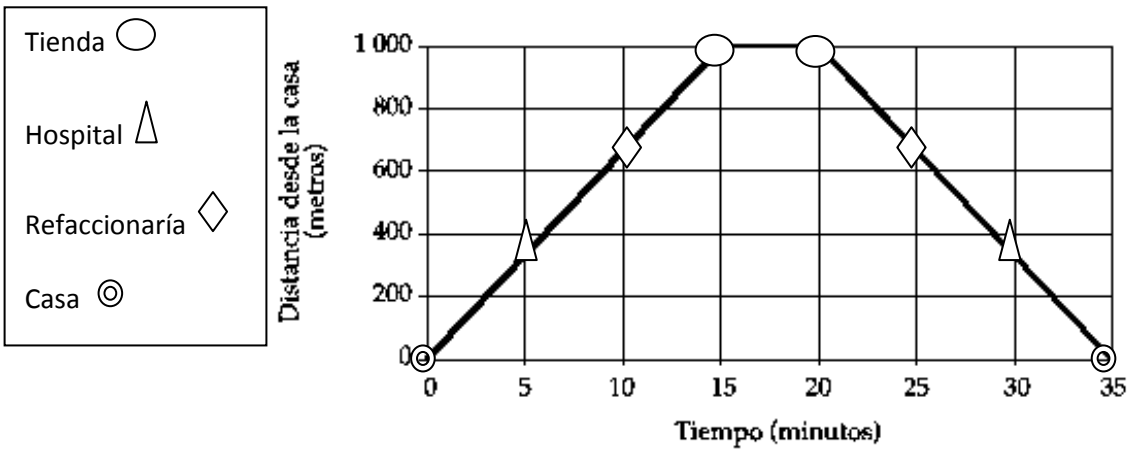
a) ¿Qué zona o zonas se recorrerán primeramente?

¿Explica tu respuesta?

b) ¿Qué zona o zonas se recorrerán después?

¿Explica tu respuesta?

10.- La siguiente gráfica muestra el recorrido de un automóvil cuando salió de casa. El eje y representa la distancia recorrida en metros y el eje de las x el tiempo transcurrido medido en minutos.



a) Representa en coordenadas el momento en el que el auto pasa por el hospital_____.

¿Qué significan estas coordenadas?

b) ¿Cuál es la distancia de la casa a la tienda?_____, ¿Cuánto tiempo tardó en llegar a la tienda?_____, ¿Representa esto en coordenadas?_____.

c) ¿Qué significa la coordenada (35,0)?

d) ¿Qué representa el lapso de 15 a 20 minutos?

e) Si el automóvil salió de la casa a las 16:20 horas, ¿en dónde estaba a las 16:45 horas?

ANEXO 3

Hoja de trabajo número 2

Nombre: _____

Grado: _____ **Fecha: _____**

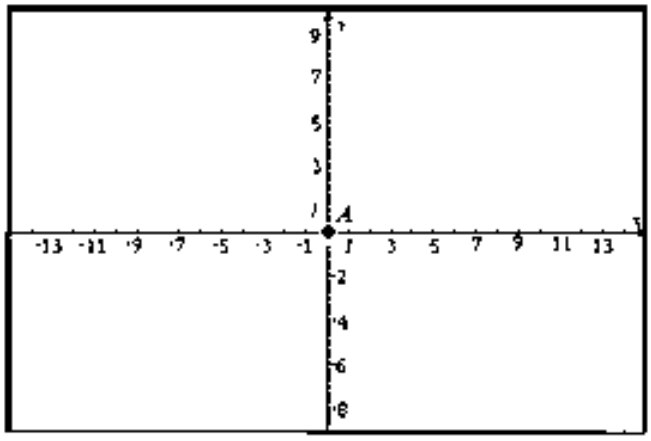
Objetivo: Aprenderás a calcular la distancia entre dos puntos en el sistema coordenado cartesiano, este tema es muy importante para el estudio de los siguientes temas, así que pon mucha atención en su desarrollo.

Instrucciones: Abre el documento Distancia entre dos puntos Tesis.tns

Para mover el punto con tu cursor, pulsa la tecla de "la manita" un instante hasta que observes que la manita se cierra. Después, desliza tu cursor.

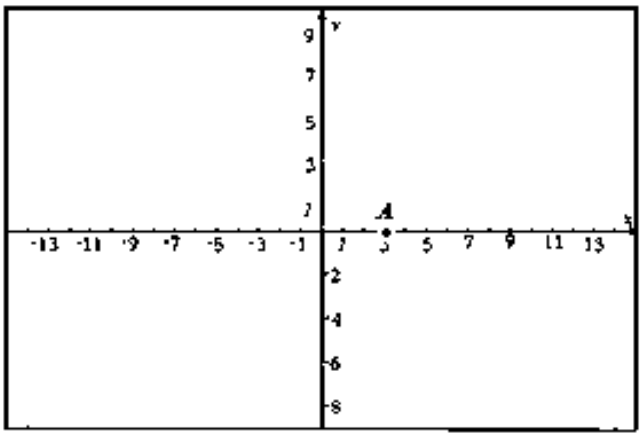
Si en una misma línea recta se toman dos puntos distintos entonces la parte de la línea comprendida entre estos dos puntos es un segmento rectilíneo. Así que cuando se calcula la distancia entre dos puntos, de hecho se está calculando la longitud del segmento cuyos extremos son esos puntos.

1.- **Hoja 1.2** a) Coloca **un punto B** sobre el **eje x**, para que la **distancia** de A (0,0) a B **sea 12.** Escribe las coordenadas de B, _____.



b) ¿Qué otro punto sobre el eje x está a 12 unidades de A (0,0)?

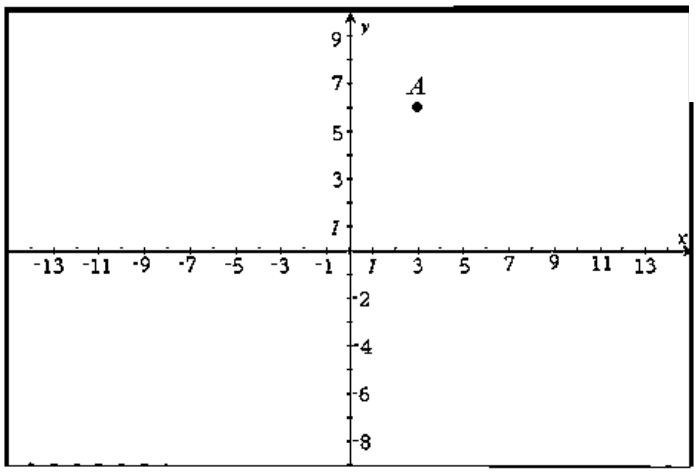
2.- **Hoja 1.3** a) Coloca **un punto B y un punto C** sobre el **eje x**, para que la **distancia** de **A (3,0)** a B y A (3,0) a C **sea 7. Escribe** las coordenadas de B (,) y C (,).



b) A partir de las coordenadas de A y B ¿Cómo sabes que la distancia de AB es 7?

c) A partir de las coordenadas de A y C ¿Cómo sabes que la distancia de AC es 7?

3.- **Hoja 1.4** a) Coloca **un punto B y un punto C** (Horizontalmente a A), para que la **distancia** de A (3,6) a B, y A (3,6) a C **sea 11.** Escribe las coordenadas de B (,) y C (,).



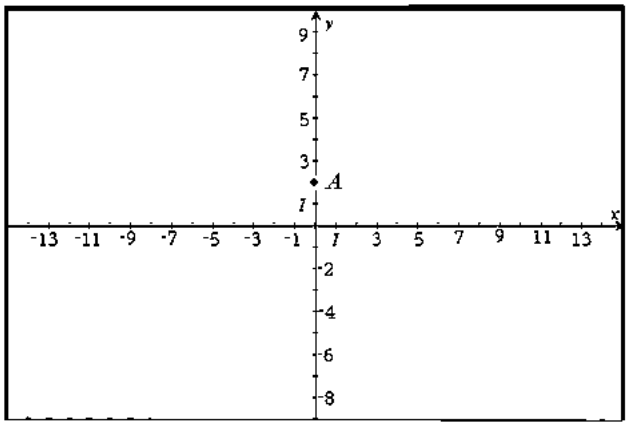
b) ¿Qué coordenada de A y B no cambió?

c) ¿Qué coordenada de A y C no cambió?

d) A partir de las coordenadas de A y B ¿Cómo sabes que la distancia de AB es 11?

e) A partir de las coordenadas de A y C ¿Cómo sabes que la distancia de AC es 11?

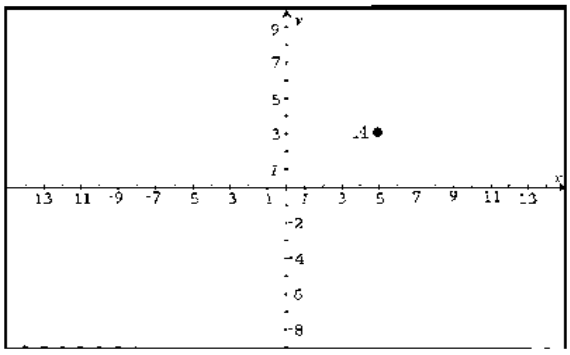
4.- **Hoja 1.5** a) Coloca **un punto B y un punto C** sobre el **eje y**, para que la **distancia** de **A (2,0)** a B y A (2,0) a C **sea 7. Escribe** las coordenadas de B (,) y C (,).



b) A partir de las coordenadas de A y B ¿Cómo sabes que la distancia de AB es 7?

c) A partir de las coordenadas de A y C ¿Cómo sabes que la distancia de AC es 7?

5.- **Hoja 1.6** a) Coloca **un punto B y un punto C** (Verticalmente a A), para que la **distancia** de A (5,3) a B, y A (5,3) a C **sea 6.** Escribe las coordenadas de B (,) y C (,).



b) ¿Qué coordenada de A y B no cambió?

c) ¿Qué coordenada de A y C no cambió?

d) A partir de las coordenadas de A y B ¿Cómo sabes que la distancia de AB es 6?

e) A partir de las coordenadas de A y C ¿Cómo sabes que la distancia de AC es 6?

Distancia entre dos puntos que no están Alineados horizontal ni verticalmente.

En este momento debes de estar en la hoja 1.7 de la calculadora.

6.-a) Coloca el punto A en la coordenada (0,3) y el punto B en la coordenada (0,4).

b) ¿Qué figura se forma?_____.

c) ¿Cómo calculas la distancia del punto B al punto A?

d) Calcula la distancia AB.

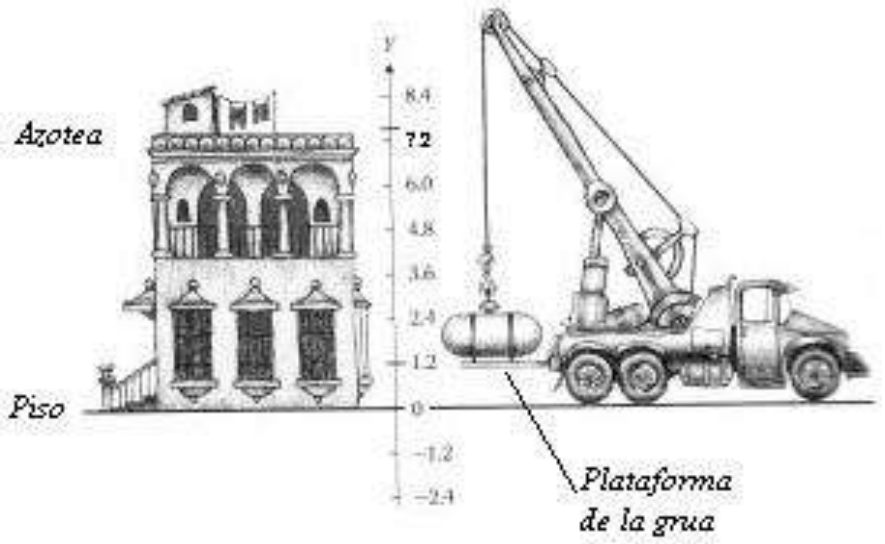
7.- **Hoja 1.7** a) Mueve el punto A en la coordenada (12,2) y el punto B en la coordenada (6,10). Con base en las coordenadas A y B ¿Qué coordenadas tiene el punto C? Explica.

b) Calcula la distancia AB.

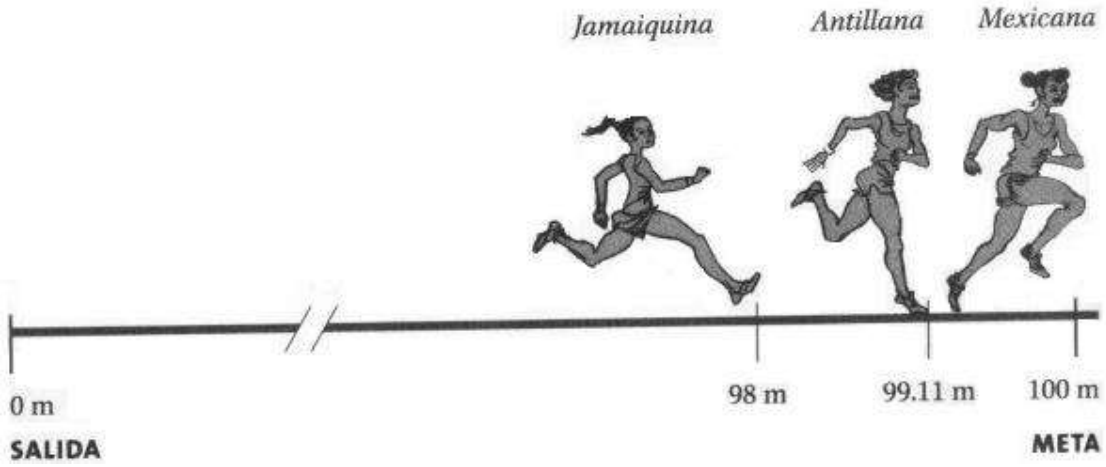
En general la fórmula para calcular la distancia entre dos puntos en un plano coordenado, cuyos puntos de coordenadas son $A(x_1, y_1)$ y $B(x_2, y_2)$ es:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

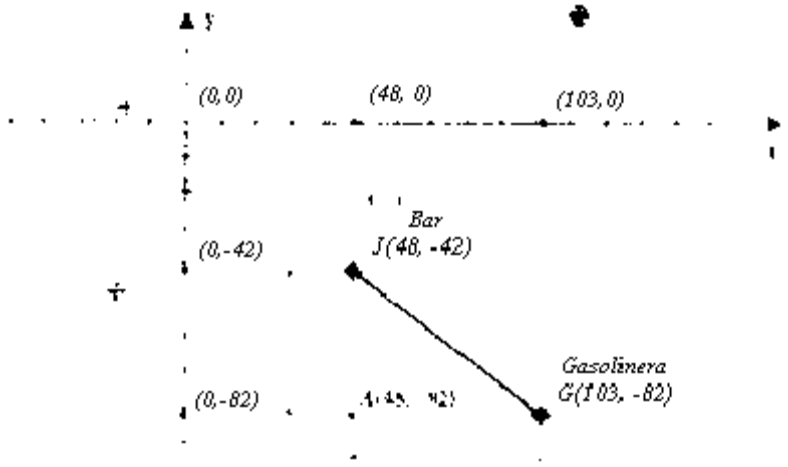
1.- Se tiene que colocar un tanque estacionario para gas LP en la azotea de un departamento, la cual se encuentra a 7.5 metros de altura respecto del piso. La grúa que se va a usar para subir el tanque a la azotea tiene una plataforma, en la que se ha colocado el tanque, que está a 1.2 metros de altura como se muestra en la figura. ¿Cuál es la distancia (altura) entre la plataforma de la grúa y la azotea del departamento?



2.- En los juegos deportivos centroamericanos de 2002, la mexicana Liliana Allen obtuvo el primer lugar en la prueba de atletismo de los cien metros planos cronometrando 11.34 s; el segundo lugar lo obtuvo la antillana H. Samuel, quien cronometró 11.44 s, y el tercer lugar fue para la jamaiquina Melocia Clarke, con un tiempo de 11.57s. Posteriormente se determinó que cuando la mexicana había llegado a la meta, la antillana había recorrido 99.11m, mientras que la jamaiquina llevaba recorridos 98 m. a) ¿Qué distancia había entre Liliana y H. Samuel en el momento en que la mexicana pasó por la línea de meta? b) ¿Qué distancia había entre Melocia y H. Samuel en el momento en que la mexicana llegó a la meta?



3.- En una colonia de la ciudad de Morelia, se quiere instalar una gasolinera en el punto G (103, -82) como se muestra en la figura. En la colonia también se encuentra un Bar en el punto J (48, -42). Si los lineamientos Generales para la instalación de las Estaciones de Servicio de Gasolina de la ciudad de Morelia señalan en su artículo 36, que la colindancia del previo propuesto para la gasolinera deberá de estar a una distancia de resguardo de 50 metros de distancia respecto a lugares de concentración masiva. ¿Qué recomendación le podrías dar al ayuntamiento municipal sobre si se permite instalar la gasolinera o no?



ANEXO 4

Hoja de trabajo número 3

Nombre: _____

Grado: _____ **Fecha: _____**

Objetivo: Esta actividad te dará la oportunidad de manipular directamente rectas para una investigación de la idea de pendiente, aprenderás cuando una recta tiene pendiente positiva o negativa, cuando es cero y cuando indefinida.

Para mover la recta con tú cursor, pulsa la tecla de "la manita" un instante hasta que observes que la manita se cierra, después, desliza tu cursor.

Moverse a la **página 1.1** de la calculadora para comenzar la lección.

Se llama **ángulo de inclinación de una recta** el formado por la **parte positiva del eje X y la recta.**

Se llama **pendiente** de una recta a la **tangente** de su ángulo de inclinación.

$$\tan\theta = m$$

1. **Hoja 1.2** Completa la siguiente tabla:

θ	46º	60º	130º	20º	0º
m					

Hoja 1.3 Para obtener un ángulo de inclinación de pendiente m se usa la fórmula:

$$\tan^{-1}(m) = \theta$$

Hoja 1.4 Completa la siguiente tabla:

m	2	3	-2	0	-1
θ					

Ahora veremos cómo calcular la pendiente de una recta a través de dos puntos diferentes cualesquiera de una línea recta

La pendiente es el cociente del cambio vertical entre el cambio horizontal cuando pasamos de un punto a otro punto de la recta.

Hoja 1.6 a. Siguiendo las flechas del punto *A* al punto *B*, ¿Cuál es el valor del cambio **vertical**?

b. ¿Y el Cambio **Horizontal**?

3. Mueve alguno de los dos puntos hasta que el valor del cambio vertical sea cero y el valor del cambio horizontal no sea cero. Describe la recta.

4. Mueve los puntos hasta el valor en que el cambio horizontal sea cero y el valor para el cambio vertical no sea cero. Describe la recta.

5. Supón que tienes dos puntos con coordenadas *x* iguales. ¿Qué sabes sobre la recta que pasas a través de estos dos puntos y sobre la pendiente? Explica tu razonamiento.

6. Supón que tienes dos puntos con las mismas coordenadas ***y***. ¿Cambiaría tu respuesta de la pregunta 5? _____ ¿Por qué si o por qué no?

7. ¿Por qué la pendiente es cero cuando el cambio vertical es cero?

8. ¿Por qué la pendiente es indefinida cuando el cambio horizontal es cero?

9. a. ¿A qué conclusión puedes llegar respecto de la **pendiente** de las **recta horizontal**?

b. ¿A qué conclusión puedes llegar respecto de la **pendiente** de la **recta vertical**?

Hoja 1.7 Ya estudiaste como es la pendiente de una recta horizontal y perpendicular.

10.- Desliza la línea recta para cambiar el ángulo de inclinación y observa los cambios en la pendiente.

a. ¿Cuándo es la pendiente es positiva? _____

b. ¿En qué momento la pendiente es negativa?_____

c. ¿Cuánto vale la pendiente cuando el ángulo vale 45^{o}? _____

d. Según el ángulo, ¿cuándo la pendiente es menor que 1? _____

e. Según el ángulo, ¿cuándo la pendiente es mayor que 1? _____

f. ¿A qué conclusión puedes llegar sobre el signo de la pendiente?

Condiciones de Paralelismo y Perpendicularidad de líneas rectas.

Hoja 1.8 Mueve la línea recta l_1.

11. ¿Cómo son las pendientes?

¿A qué conclusión puedes llegar respecto a las líneas rectas paralelas?

Hoja 1.9. Mueve la recta l_1 y contesta las preguntas

12. a. ¿Qué ángulo forman las líneas rectas l_1 y l_2?_____.

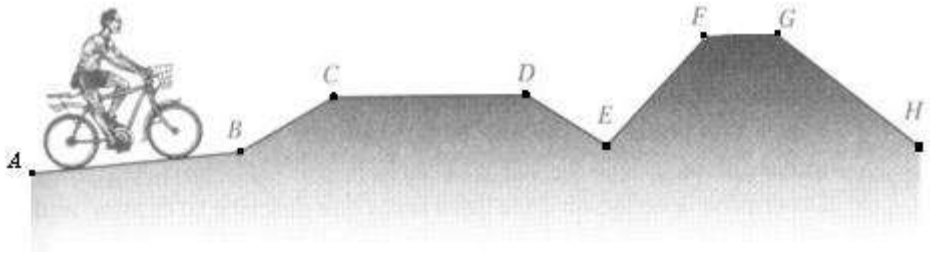
b. ¿Cómo son las líneas rectas l_1 y l_2 según el ángulo que forman?_____.

c. ¿Cuál es el resultado del producto de las pendientes de las rectas l_1 y l_2?_____.

d. ¿Los signos de las pendientes de las rectas l_1 y l_2 son siempre iguales o siempre diferentes? _____.

e. ¿A qué conclusión puedes llegar respecto a las líneas rectas perpendiculares?

1.- El campeón nacional de ciclismo de montaña del año 2000, Ziranda Madrigal originario de Uruapan, Michoacán, siguió una ruta que tiene tramos con diferentes pendientes como lo muestra la figura.



a) ¿Cuáles tramos de la ruta tienen pendiente positiva?_____

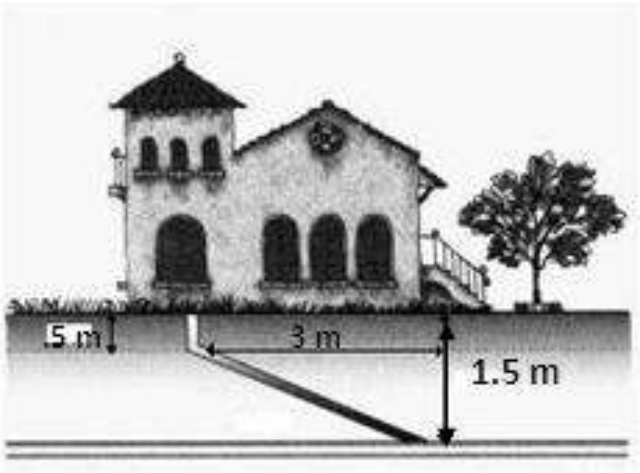
b) ¿Cuáles tramos de la ruta tienen pendiente negativa?_____

c) ¿Cuáles tramos de la ruta tienen pendiente cero?_____

d) ¿Cuál fue el tramo con el mayor valor de la pendiente y que por lo tanto requirió más fuerza en las piernas para pedalear? _____

2.- Un constructor instalará un drenaje en una casa. Se desea que le drenaje tenga una profundidad de 50 cm en su punto más cercano al piso y que su punto más profundo esté a 1.5 m.

a) Sitúa la casa en un sistema de coordenadas cartesianas, y determina las coordenadas de los extremos del drenaje.
b) ¿Cuál es la medida del ángulo de inclinación de la línea del drenaje respecto del mismo sistema de coordenadas?



ANEXO 5

Hoja de trabajo número 4

Nombre: _____

Grado: _____ **Fecha:** _____

Objetivo: Aprenderás las diferentes formas de la ecuación de una línea recta, identificar los elementos característicos de está dada su ecuación y el trazado de su gráfica.

Instrucciones: Abre el documento Ecua Línea Recta.tns

Hasta este momento se han señalado como elementos característicos de la línea recta

1.- Su ángulo de inclinación.

2.- Su pendiente, $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ Dados dos puntos (x_1, y_1), (x_2, y_2).

Ecuación de la línea recta, dada su pendiente m y un punto *(x_0, y_0)* por donde pasa (Ecuación punto-pendiente).

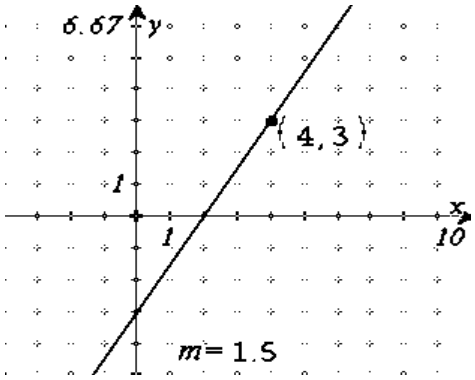
Hoja 1.1. Dada la ***pendiente m*** y ***un punto (x_0, y_0)*** por donde pasa la recta encontraremos una ecuación tal que cualquier punto (x, y) que este sobre la recta satisface la ecuación.

La ***pendiente m*** dada debe ser igual ha $m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$ y está ecuación puede ser escrita:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

Hoja1.2 1.- Encontrar la ecuación de la línea recta en su forma punto pendiente, si la recta pasa por el punto (-2,1) con pendiente m=-3.

Hoja 1.3 2.- La pendiente de una línea recta es 2, y se sabe que pasa por el punto P (3,5). ¿Cuál es la ecuación de esta línea recta?



Hoja 1.4 3.- ¿Cuál es la ecuación de la línea recta de la gráfica dada su pendiente?

Ecuación de la línea recta que pasa por dos puntos dados.

Hoja 1.5 Para llegar a esta ecuación nos dan **dos** puntos $\mathbf{P_1(x_1, y_1)}$ **y** $\mathbf{P_2(x_2, y_2)}$ por donde pasa la línea recta pero el valor de la pendiente no lo la dan, pero la encontramos sustituyendo los puntos dados con la formula:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

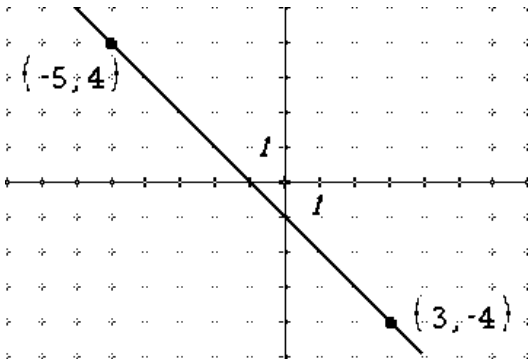
Sustituyendo ***m*** en la ecuación ***punto-pendiente*** se tiene que:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

Hoja 1.6 4.- ¿Cuál es la ecuación de la línea recta en su forma punto pendiente sí sabemos que P (3,3) y Q (-2,-2) pertenecen a la recta?

Hoja 1.7 5.- Dada la ecuación y+5=-3(x+2), ¿Qué valor tiene la pendiente? m_____

Da un punto que pertenezca a la recta: P (,).

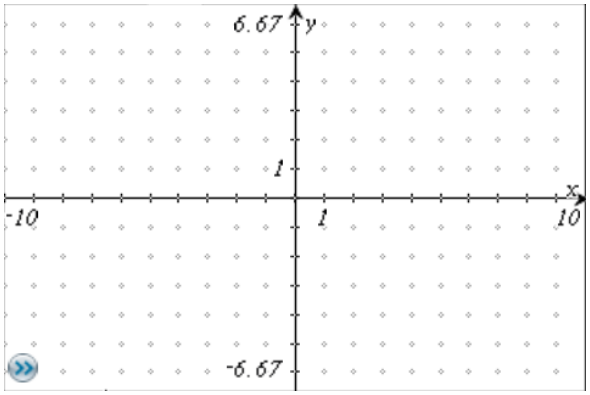


Hoja 1.8 6.- ¿Cuál es la ecuación de la línea recta del gráfico dados dos puntos?

Hoja 1.9 7.- Gráfica la línea que pasa por los puntos (1,2) y (-3,-2).

¿Cuál es la pendiente?

¿Cuál es la ecuación de la línea recta?



Ecuación de la línea recta en su forma pendiente-ordenada al origen.

Hoja 1.10 Esta ecuación es muy útil porque nos permite identificar rápidamente elementos de la línea recta y así graficar rápidamente.

Da clic sobre los deslizadores para mover los parámetros de la ecuación y=mx +b.

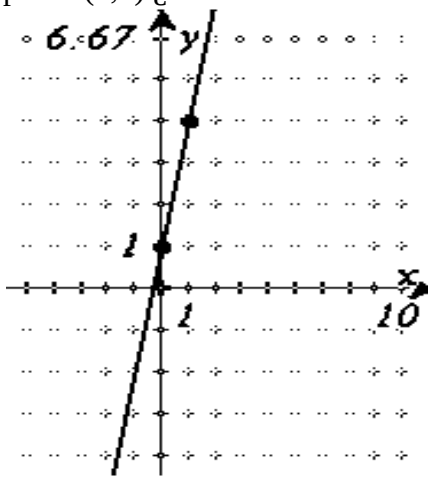
a) Cambia el valor del deslizador m, ¿qué cambios hay en la grafica de la línea recta?

b) ¿Que nos indica este valor m en la ecuación $y = mx + b$?

c) Cambia el valor del deslizador b, ¿qué cambios hay en la grafica de la línea recta?

d) ¿Qué nos indica el valor **b** en la ecuación $y = mx + b$?

Hoja 1.11 8.- Sí una recta tiene pendiente m=2 y se interseca con el eje de las y en el punto (0,7) ¿Cuál es su ecuación en la forma pendiente-ordenada al origen?



Hoja 1.12 9.- ¿Cuál es la ecuación de la recta en su forma pendiente ordenada al origen de la recta graficada?

Hoja 1.13 10.- ¿Cuál es la ecuación de la línea recta en su forma pendiente ordenada al origen, dada su tabla de valores?

x	y
-1	1
0	-1
2	-5
4	-9

Ecuación General de la línea recta.

Hoja 1.14 Otra alternativa para escribir la ecuación de una línea recta es la forma

$$ax + by + c = 0$$

Esta forma de la ecuación es llamada **ecuación general de la línea recta,** la cual **se usa** con **bastante frecuencia**. Esta ecuación no nos da mucha información sobre la línea recta, pero podemos despejar ***y*** para obtener la ecuación de la recta de la forma **pendiente-ordenada** al origen.

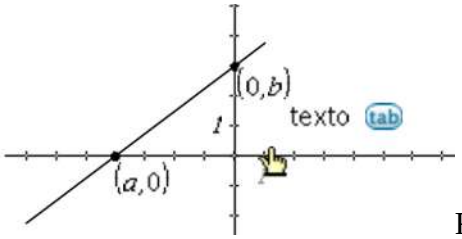
Hoja 1.15 11.- Representa la ecuación 2y -4x +5=0 en su forma pendiente ordenada al origen, consigue la pendiente y el punto de corte con el eje y.

m=_____. Coordenada del punto de corte con el eje y: (,)

Ecuación Simétrica de una Línea Recta.

El valor de la abscisa x del punto de intersección de una línea recta con el eje X se le llama abscisa al origen y se denota con la letra a.

El valor de la ordenada y del punto de intersección de una línea recta con el eje Y se le llama ordenada al origen y se denota con la letra b.



12.- ¿Qué valor tiene la pendiente daos los puntos en la gráfica? Recuerda la fórmula de la pendiente dados dos puntos.

R:

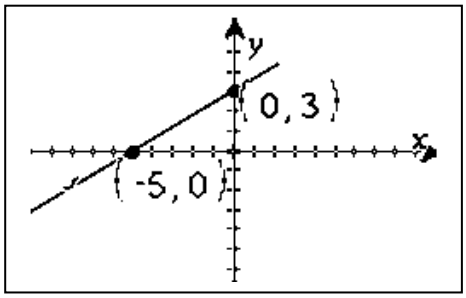
Hoja 1.16 La ecuación de en su forma **simétrica** de una línea recta es:

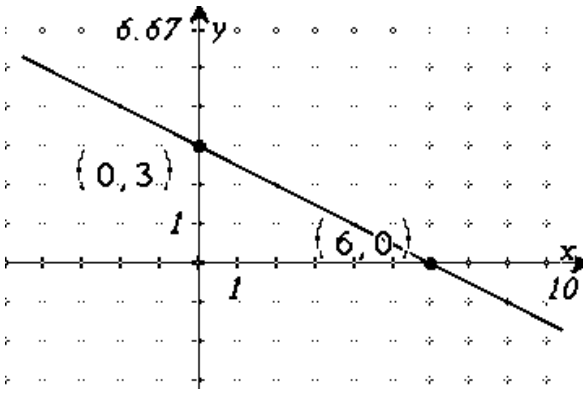
$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

a) Mueve el punto A y observa los cambios en la ecuación, ¿qué interpretación le das a **a** en la ecuación simétrica?

b) Mueve el punto B y observa los cambios en la ecuación, ¿qué interpretación le das a **b** en la ecuación simétrica?

Hoja 1.17.- 13.- ¿Cuál es la ecuación simétrica de la línea recta y cuanto vale su pendiente?





Hoja 1.18 14.- ¿Cuál es la ecuación de la recta en su forma simétrica?

Hoja 1.19 15.- ¿Cuál es la ecuación simétrica de la recta dada su representación tabular?

x	y
0	-1
-1	1
-1/2	0
4	-9

Hoja 1.14 16.- El crecimiento en centímetros de una planta de maíz se muestra en la siguiente tabla:

Día	1	2	3	4	5
Altura (cm)	4	7	10	13	16

Determine la relación algebraica que muestra dicho crecimiento, donde y es la altura en centímetros y x es el número de días.

$A)\ y = x + 3$ B) $y = 2x + 2$ C) $y = 3x + 1$ D) $y = 4x$

Actividad Grupal. Abre el documento Dif Representaciones.
Está actividad la realizaras en forma grupal al final de todas las actividades

ANEXO 6

Hoja de trabajo número 5

Nombre: _____

Grado: _____ **Fecha: _____**

Objetivo: Aplicar las ecuaciones lineales en hechos de la vida diaria, observar sus diferentes representaciones de la línea recta y formular problemas de hechos reales o hipotéticos que tengan un modelo lineal.

Instrucciones: Abre el documento Regala tiempo aire1.tns

Actividad 1

Hoja 1.1 Contesta lo que se te pide en el documento de la calculadora☺.

Hoja 1.2 1.- En la siguiente página, realiza una dispersión de puntos, graficando en el eje de las x la variable dinero, y en el eje de las y la variable saldo.

2. Una vez realizad la instrucción 1, realiza lo siguiente: Presiona la tecla **"menú" escoge el submenú 4: Analizar y ejecuta el comando 6: Regresión**. Escoge el **subcomando 1: Mostrar lineal $\boldsymbol{y = mx + b}$**, Esto mostrará el modelo lineal que mejor se ajusta a los datos.

3. Escribe la expresión algebraica que te aparece.

Hoja 1.3 Realiza lo que se te pide en la hoja anterior.

Escribe la expresión algebraica que aparece cuando haces la regresión: _____

Hoja 1.4 Contesta lo que se te pide.

Hoja 1.5 En la siguiente página, se muestra cuatro registros de nuestra situación hasta el momento discutida, comenta con el grupo las cosas que te llaman la atención de cada uno de los registros.

Hoja 1.6 Se observan los registros ☺.

Hoja 1.7 Instrucciones. En la página 8 se muestran cuatro registros, el registro gráfico es el resultado de una modificación al modelo lineal del problema anterior, interpreta las consecuencias de esta modificación en los otros tres registros de representación.

Hoja 1.8 Realiza la actividad.

a) ¿Qué interpretación puedes dar a la gráfica en el contexto de la compañía telefónica?

b) ¿Cuál es la expresión simbólica que le corresponde?, da tu respuesta en la página de la derecha del la calculadora_____.

c) Con esa interpretación llena los espacios que están en cero en la tabla.

Hoja 1.9 Contesta lo que se te pide.

Hoja 1.10 Lee las instrucciones y contesta lo que se te pide en la **Hoja 1.11.**

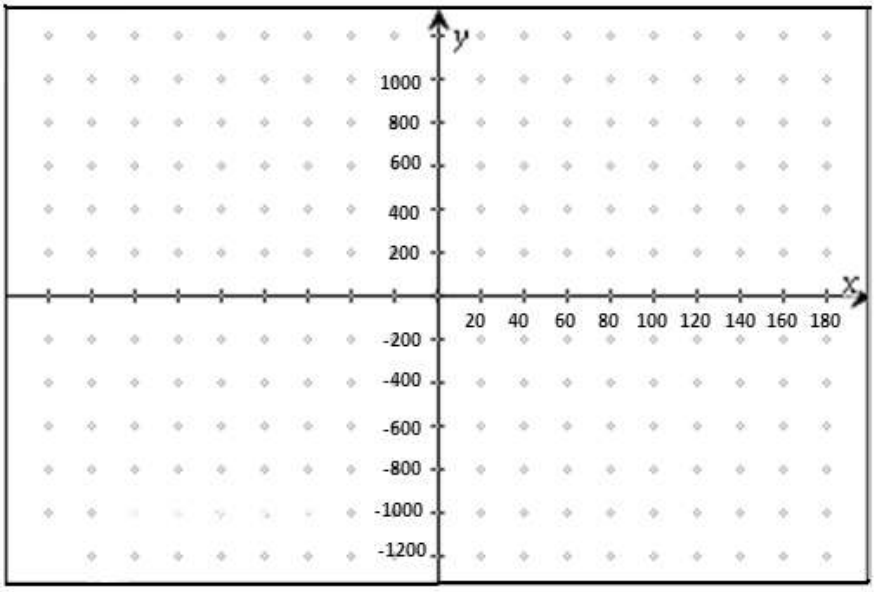
Actividad 2

Los alumnos del CBTis 94 están organizando un viaje de prácticas a la ciudad de México, para ello realizaran una rifa de un celular que tuvo un costo de $1000.00 pesos. Si piensan vender cada boleto en $10.00.

1.- ¿Cuál es el modelo lineal que representa este hecho, representando X como el número de boletos y Y como el dinero obtenido por ganancia de la rifa? _____.

2.- Evalúa la función modelo para 5 valores y registra los datos en la tabla cuando se venden 20, 40, 100, 140, 160. (Indica que representa cada columna)

3.- Grafica algunos puntos y traza la gráfica.



4.- ¿Cuántos boletos se deben de vender para obtener una ganancia de $1000.00?

5.- ¿Cuántos boletos se deben de vender para recuperar la inversión del celular?

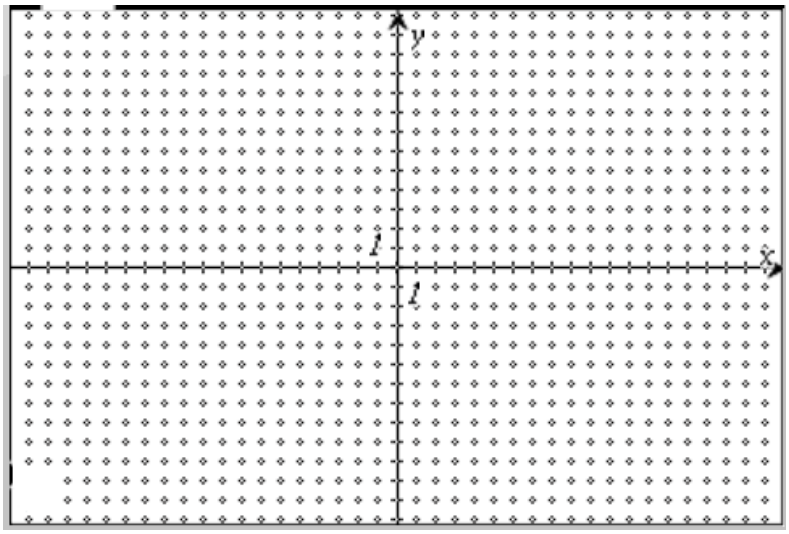
6.- Sí se desea obtener una ganancia de $7000.00 ¿Cuántos boletos se deben de vender?

Actividad 3

1.- Propón una situación real o hipotética que cumpla con la ecuación y=2x +6.

2.- Evalúa la situación propuesta para algunos puntos y registra los datos en la tabla.

3.- Traza la gráfica.



4.- Fórmula algunas preguntas interesantes sobre la situación que elegiste.

ANEXO 7

Entrevista que retroalimenta acerca de cómo usando la TI-Nspire CAS ayudó o no a entender las matemáticas

Nombre del alumno: _____

Edad: _____ Grupo: _____

5. ¿Qué piensa usted de la TI Nspire CAS?

6. ¿Fue fácil aprender a usar la TI Nspire CAS?

7. ¿Se sintió usted cómodo usando la TI Nspire CAS?

8. ¿Puede usted describir algunas de las actividades para las que usó la TI Nspire CAS?

9. ¿Cómo se sintió usted la TI Nspire CAS?, ¿le ayudó a entender el material que estaba usted estudiando?

10. ¿Qué cosas que usó de la TI Nspire CAS le ayudaron a recordar algún concepto en particular?

11. En general, ¿recomendaría usted el uso de la TI Nspire CAS, para otras clases?

12. ¿Qué sugerencias le daría usted a un estudiante que está aprendiendo a utilizar esta tecnología?

ANEXO 8

HOJA DE INTERÉS SOBRE LAS MATEMÁTICAS

Nombre: _____

Grado: _____ **Fecha: _____**

1.- ¿Me gustan las matemáticas?

a) Totalmente de acuerdo
b) Parcialmente de acuerdo
c) En desacuerdo
d) Totalmente en desacuerdo

Explica el por qué de tu respuesta:

_____
_____
_____

2.- Antes de este curso ¿me gustaba la Geometría Analítica?

a) Totalmente de acuerdo
b) Parcialmente de acuerdo
c) En desacuerdo
d) Totalmente en desacuerdo

Explica el por qué de tu respuesta:

_____
_____
_____

3.- Al finalizar este curso, ¿me gusta la Geometría Analítica?

a) Totalmente de acuerdo
b) Parcialmente de acuerdo
c) En desacuerdo
d) Totalmente en desacuerdo.

Explica el por qué de tu respuesta:

_____
_____
_____

4.- ¿Usted estableció un horario de estudios para la materia de Geometría Analítica fuera del horario de clases?

a) Sí
b) No

5.- ¿Nos podría decir específicamente, qué influyó para no aprobar el curso de Geometría Analítica?

a) No entendía las explicaciones del profesor.
b) No tenía interés por la materia.
c) La metodología del profesor era inadecuada.
d) Las malas relaciones con el grupo influyo para que no aprobara.
e) No tenía los conocimientos previos.
f) Hubo otros motivos.

¿Cuáles?_____
_____
_____

6.- A qué atribuye usted el hecho de que obtenga notas altas en una evaluación.

a) La cantidad de tiempo y trabajo que dedico para estudiar.
b) Al interés que tengo por el tema.
c) Al hecho que las explicaciones del profesor son claras.
d) A la flexibilidad del profesor.
e) Al hecho de que usted tuvo suerte o estaba de buenas el día de la evaluación.

APÉNDICE A

PRIMEROS PASOS CON EL TI-NAVIGATOR

El sistema de aprendizaje escolar de TI-Navigator pone a su disposición el equipo de hardware y las herramientas de software que le permitirán configurar una red inalámbrica de aula, en esta sección se hará una breve explicación de las principales funciones del software utilizadas en este trabajo. Con TI-Navigator podrá:

- Crear y administrar clases en la red del aula.
- Transferir archivos entre el ordenador del profesor y las calculadoras de los alumnos.
- Controlar el progreso de los alumnos mediante capturas de pantalla y sondeos.
- Realizar actividades interactivas con los alumnos para ayudarles a asimilar mejor las lecciones.
- Utilizar diversas herramientas para crear, distribuir y analizar contenidos educativos.
- Instalar aplicaciones (Apps) de calculadora gráfica TI en las calculadoras de los alumnos.

TI-Navigator funciona con dos componentes principales:

- Software de TI-Navigator para ordenador, que contiene las herramientas y opciones necesarias para ejecutar la red inalámbrica de aula.
- Software de TI-Navigator para calculadora, que contiene las herramientas que permiten el intercambio de información entre el profesor y los alumnos a través de la red de TI-Navigator.

En esta sección encontrará la información básica para trabajar con TI-Navigator y sus dos componentes principales, software para ordenador y software para calculadora.

INICIO DE TI-NAVIGATOR EN EL ORDENADOR Y PANTALLA DE BIENVENIDA

Puede iniciar el sistema de aprendizaje escolar de TI-Navigator desde el menú inicio del ordenador.

Para iniciar TI-Navigator en el ordenador

- Seleccione **Inicio > Programas > TI Tools > TI-Navigator > TI-Navigator™**.

Aparece la pantalla de inicio de TI-Navigator para ordenador.

La ventana de bienvenida nos permite abrir de manera directa aplicaciones y herramientas con las que cuenta el software.

1 **CALCULADORA**

2 **GRÁFICOS**

3 **GEOMETRÍA**

4 **LISTAS Y HOJAS DE CÁLCULO**

5 **DATOS Y ESTADÍSTICAS**

6 **NOTAS**

7 **VERNIR DATAQUEST:** Crea un documento con una aplicación de recopilación de datos.

8 **PREGUNTA:** Crea una aplicación de Pregunta como primera página.

9 **VER CONTENIDO:** Buscar contenido en el ordenador, la web o las unidades portátiles conectadas.

10 **ADMINISTRACIÓN DE UNIDADES PORTATILES:** Ver las unidades portátiles conectadas.

11 **TRANSFERIR DOCUMENTOS:** Enviar documentos a las unidades conectadas.

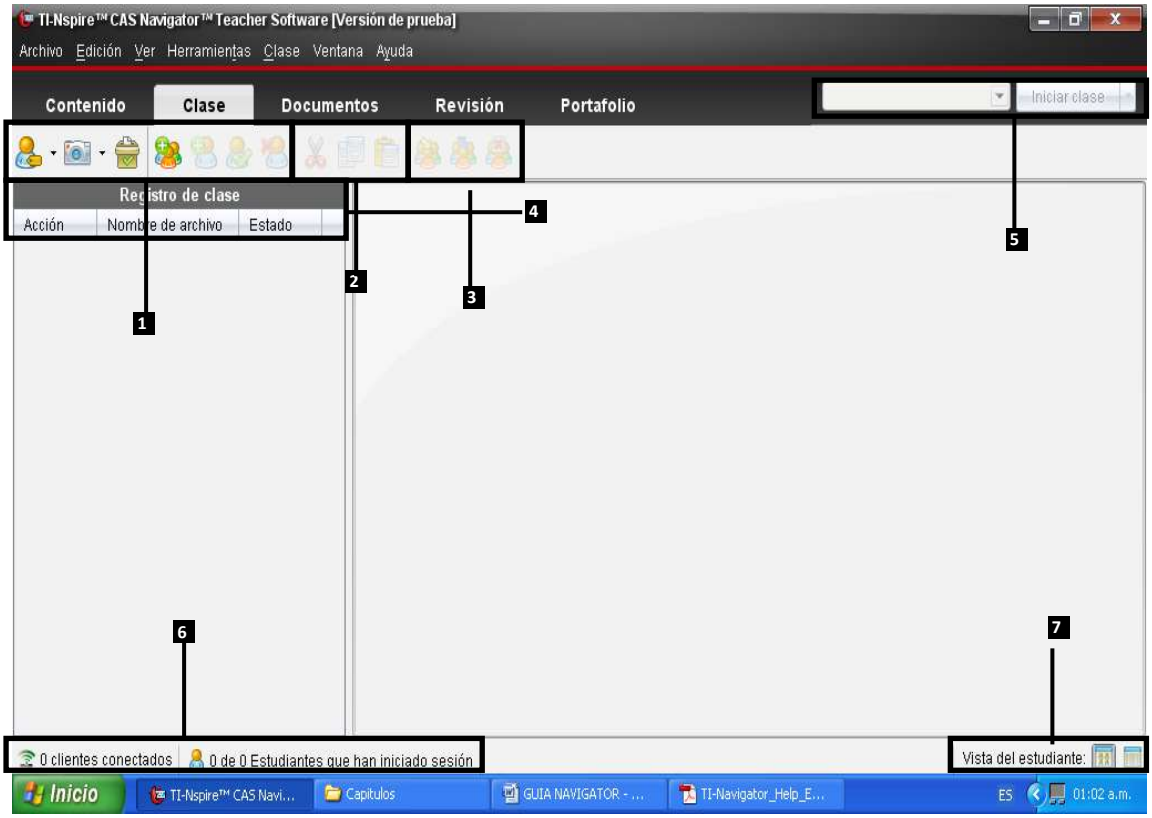
12 **VER CLASES Y ESTUDIANTES:** Ver los estudiantes de la clase o crear nuevas clases y/o estudiantes.

13 **ABRIR:** Buscar un documento creado anteriormente con TI-Nspire

14 **DOCUMENTOS RECIENTES**

PANTALLA DE INICIO DE TI-NAVIGATOR

La pantalla de inicio de TI-Navigator para ordenador contiene las herramientas y las opciones necesarias para trabajar con el programa. A continuación se incluye un ejemplo de la pantalla de inicio de TI-Navigator para ordenador con etiquetas que señalan sus componentes principales.



1 Iconos que inician herramientas de tareas del software de TI-Navigator, por ejemplo, Formato de nombre de estudiante, Añadir clase, Añadir estudiantes, Editar estudiantes seleccionado, Eliminar estudiante seleccionado, Borrar de la clase, así como las herramientas Captura de pantalla y Sondeo rápido (Encuesta).

2 Herramientas para Cortar, Pegar y Copiar estudiantes de una clase a otra.

3 Iconos que inician herramientas de tareas del software de TI-Navigator, por ejemplo, Enviar a clase, Recopilar de la clase y eliminar archivo de la clase.

4 REGISTRO DE CLASE: Sección que contiene la actividad actual y un registro con el historial de las actividades de la clase seleccionada.

5

CLASE ACTUAL: La opción Clase Actual permite seleccionar las clases que ha creado, así como iniciar y finalizar sesiones de clase para la seleccionada.

6 **Estado:** Indica el progreso de los equipos portátiles conectados. Por ejemplo, "23 de 25" indica que 23 de los 25 alumnos de la clase se han conectado.

7 **Selector de Vista**: Permite pasar alternativamente de un tipo de vista a otro.

GESTIÓN DE CLASES

El sistema de aprendizaje escolar de TI-Navigator™ suele incluir una o varias clases. Para poder trabajar con TI-Navigator deberá crear y utilizar clases por cada periodo lectivo que imparta. En esta sección encontrará la información necesaria para crear y administrar las clases con el máximo de eficacia.

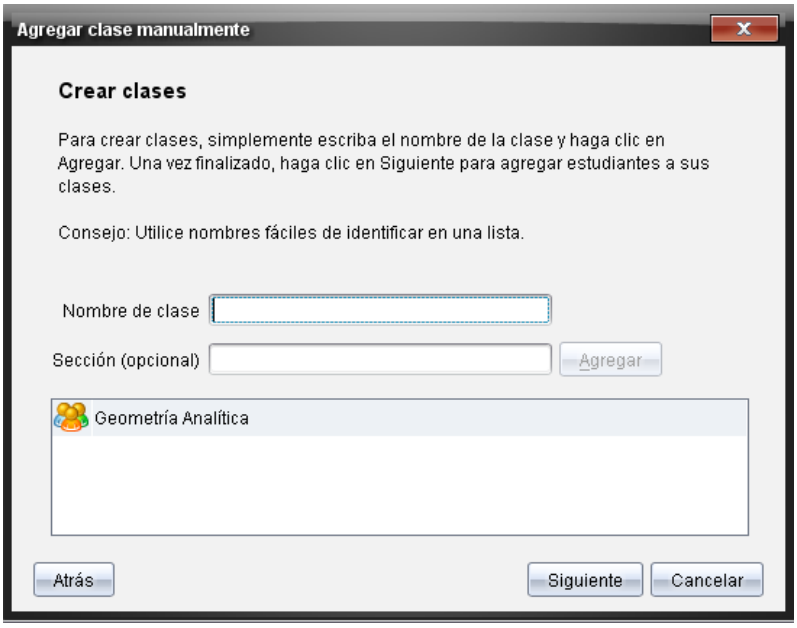
CREACIÓN DE CLASES

Una de las primeras tareas que debe realizar al empezar a trabajar con el sistema de aprendizaje escolar de TI-Navigator™ es crear clases. Asegúrese de que crea una clase por cada uno de los periodos lectivos en los que piensa utilizar TI-Navigator.

PARA CREAR CLASES

1. Si hay una sesión de clase en curso, finalícela antes de continuar.

2. Seleccione **Clase > Añadir clase o** Haga clic en el icono **Añadir clase** .
Se abre el cuadro de diálogo Crear una clase.



3. Introduzca un nombre para la clase.

4. Haga clic en el botón **Agregar**.

La nueva clase aparece en el cuadro de diálogo.

PARA AÑADIR ALUMNOS A LAS CLASES

1. Seleccione la clase a la que desee añadir los alumnos.

   Nota: Si hay una sesión de clase en curso, finalícela antes de continuar.

2. Seleccione **Clase) > Añadir alumno** o haga clic en el icono **Añadir alumno** .

Se abre el cuadro de diálogo Añadir alumno.

3. Escriba el nombre del alumno.

4. Escriba el apellido del alumno.

5. Escriba un nombre de usuario.

   Nota: Cada nombre de usuario debe ser único para todas las clases. No puede existir uno igual en la clase actual ni en ninguna otra.

6. Si desea que el alumno cree su propia contraseña, haga clic en el botón **Selección del alumno**.

7. (Opcional) Introduzca un nombre para mostrar en pantalla.

Nota: Si deja en blanco el nombre para mostrar en pantalla, TI-Navigator utilizará el nombre del alumno.

8. (Opcional) Introduzca un identificador para el alumno.

9. (Opcional) Asigne el alumno a otras clases:

a) Haga clic en el botón **Asignar clases**. Se abre el cuadro de diálogo Asignar clases.

b) Marque las casillas de verificación correspondientes a las clases del alumno.

c) Borre la marca de las casillas de verificación de las clases a las que no pertenece el alumno.

d) Haga clic en el botón **Aceptar**.

10. Si necesita añadir otro alumno, haga clic en el botón **Añadir siguiente alumno** y repita los pasos del 3 al 9.

11. Haga clic en el botón **Finalizar**.

INICIO DE SESIÓN CON TI-NAVIGATOR (INSTRUCCIONES PARA EL ALUMNO)

El ordenador del profesor y las calculadoras de los alumnos se pueden comunicar a través de una sesión de red de TI-Navigator. Para que la comunicación sea posible es necesario que los alumnos se conecten a la red desde sus calculadoras. A continuación se indican las instrucciones que puede seguir para indicar a los alumnos cómo deben conectarse a la red de TI-Navigator.

Antes de que los alumnos se conecten

• Cree cuentas para los alumnos.

• Facilite a los alumnos un nombre de usuario y, en caso necesario, una contraseña.

Punto de vista del alumno: Los pasos que se indican a continuación corresponden al punto de vista del alumno.

Para establecer conexión con la red de TI-Navigator

1. En la calculadora, pulse **Configuración**.

Se abre el menú.

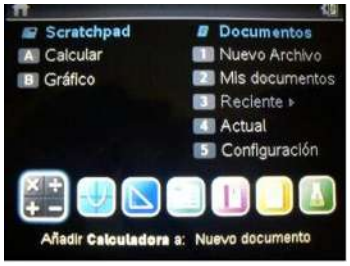
2. Seleccionar **Ingresar.** Se abre un cuadro de dialogo (Pantalla de Conexión).

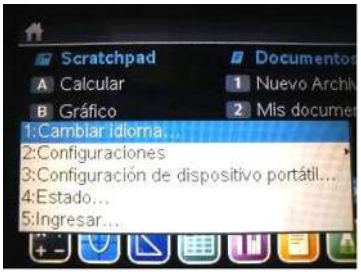
Nota: Un atajo para llegar hasta este paso es apretar la tecla 5 de la calculadora dos veces.

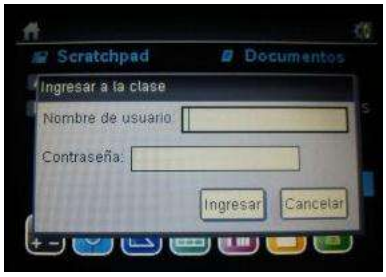
3. Escriba su nombre de usuario y su contraseña.

Nota: Si desconoce su nombre de usuario y su contraseña, pregunte al profesor.

4. Haga clic en el botón **Ingresar**.







INTERCAMBIO DE ARCHIVOS CON LOS ALUMNOS

El sistema de aprendizaje escolar TI-Navigator permite intercambiar información con los alumnos durante las clases. Desde TI-Navigator, puede enviar archivos a los alumnos, recopilar archivos de los alumnos y borrar archivos de las calculadoras de los alumnos. Del mismo modo, los alumnos pueden enviar y recibir archivos del profesor. En esta sección se describen los distintos métodos para trabajar con archivos en TI-Navigator; incluye además dos tipos de instrucciones, unas para el profesor y otras para que el profesor las indique a los alumnos.

Envío de archivos

Puede optar por:

• Enviar archivos a toda la clase, a los miembros de la clase que estén conectados en un cierto momento, o a alumnos concretos.

• Forzar o no el envío de archivos. Si opta por un envío no forzado, los alumnos deberán recibir los archivos desde la pantalla de transferencias. Si opta por un envío forzado, el envío se realiza inmediata y automáticamente a las calculadoras de los alumnos.

PARA ENVIAR ARCHIVOS DESDE EL ORDENADOR

1. Si no lo ha hecho todavía, inicie la sesión de clase.

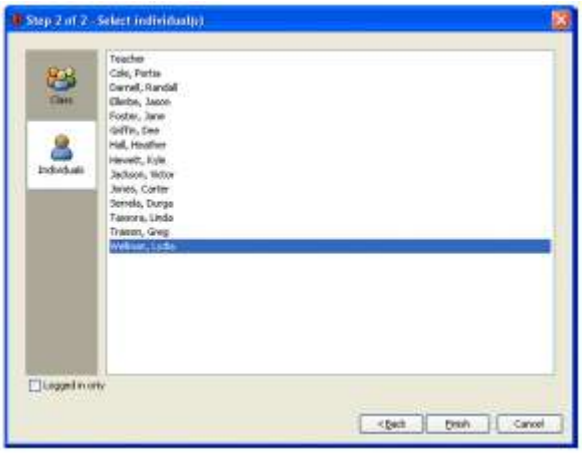
2. Seleccione **Herramientas > Enviar a clase** o haga clic en el icono **Enviar a clase** .

Se abre el cuadro de diálogo Seleccionar archivos(s) para enviar.

3. Desplácese al archivo que desee enviar y haga clic sobre él para seleccionarlo.

Nota: También puede arrastrar archivos desde una ventana de Windows Explorer y soltarlos en la ventana de Navigator.

4. Haga clic en el botón **Siguiente**. Se abre el cuadro de diálogo Seleccionar alumno(s).



5. Seleccione el alumno o los alumnos a los que desee enviar el archivo:

- Para enviar el archivo a toda la clase, haga clic en el icono **Clase** .
- Para enviar el archivo sólo a los miembros de la clase que estén conectados, marque la casilla de verificación **Sólo alumnos conectados**.
- Para enviar el archivo a un alumno concreto, haga clic en el icono **Alumnos** y luego en el alumno en cuestión.

Nota: Si previamente había seleccionado algún alumno en la ficha Clase, el software de TI-Navigator lo mostrará ya como seleccionado.

6. Si desea que los alumnos reciban el archivo en sus calculadoras al instante, marque la casilla de verificación **Forzar envío ahora**.

7. Haga clic en el botón **Finalizar**.

Si fuerza el envío del archivo, el sistema de aprendizaje escolar TI-Navigator transfiere el archivo del ordenador del profesor a las calculadoras de los alumnos seleccionados. Si los alumnos no están conectados, el software de TI-Navigator transferirá el archivo tan pronto como se conecten. Si se trata de un envío de archivo no forzado, los alumnos

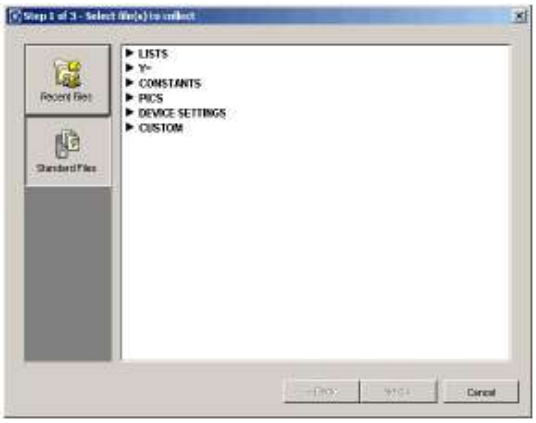
pueden recibirlo desde la pantalla de transferencias tan pronto como se conecten con las calculadoras. El archivo transferido aparece en el registro de clase. Los alumnos podrán abrir el archivo en sus calculadoras en cuanto lo reciban.

RECOPILACIÓN DE ARCHIVOS

Es posible recopilar en el ordenador archivos compatibles (por ejemplo, archivos de listas, matrices y EDC) de las calculadoras de los alumnos.

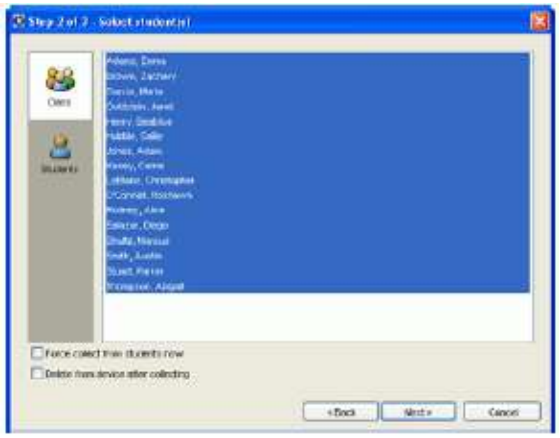
Puede hacerlo mediante una recopilación de archivos forzada o sin forzar. En una recopilación de archivos no forzada, los alumnos deben enviar los archivos desde la pantalla de transferencias de sus calculadoras. En una recopilación de archivos forzada, los archivos se envían desde la calculadora inmediata y automáticamente. También tiene la opción de borrar los archivos recopilados de las calculadoras de los alumnos.

PARA RECOPILAR ARCHIVOS



1. Si no lo ha hecho todavía, inicie la sesión de clase.
2. Seleccione **Tools Herramientas** > **Recopilar de la clase** o haga clic en el icono **Recopilar de la clase** .

Se abre el cuadro de diálogo Seleccionar archivos(s) para recopilar.



Nota: El cuadro mostrará sólo los elementos válidos para el tipo de clase en cuestión.

3. Para recopilar un archivo que ya aparece en la lista del cuadro de diálogo, desplácese hasta el archivo y haga clic en él.
4. Haga clic en el botón **Siguiente**. Se abre el cuadro de diálogo Seleccionar alumno(s).

5. Seleccione el alumno o los alumnos de los que desee recopilar el archivo:

- Para recopilar un archivo de toda la clase, haga clic en el icono **Clase** .
- Para recopilar un archivo de un alumno concreto, haga clic en el icono **Alumnos** y en el nombre del alumno.

Nota: Si previamente había seleccionado algún alumno en la ficha Clase, el software de TI Navigator lo mostrará como ya seleccionado.

6. Si desea forzar la recopilación de archivos, marque la casilla de verificación **Forzar recopilación ahora**.

7. Si prefiere borrar el archivo de las calculadoras de los alumnos después de recopilarlos, marque la casilla de verificación **Borrar del dispositivo después de recopilar**.

8. Haga clic en el botón **Siguiente** .Se abre el cuadro de diálogo Seleccionar carpeta para recopilar.

9. Desplácese a la carpeta de recopilación que desee y haga clic en ella.

10. Haga clic en el botón **(Finalizar)**.

Si fuerza la recopilación del archivo, el sistema de aprendizaje escolar TI-Navigator recopila los archivos de las calculadoras de los alumnos seleccionados y los transfiere al ordenador del profesor.

Si los datos se obtienen mediante una recopilación no forzada, los alumnos podrán enviar el archivo desde las respectivas pantallas de transferencias después de haberse conectado con las calculadoras. El archivo transferido aparece en el registro de clase.

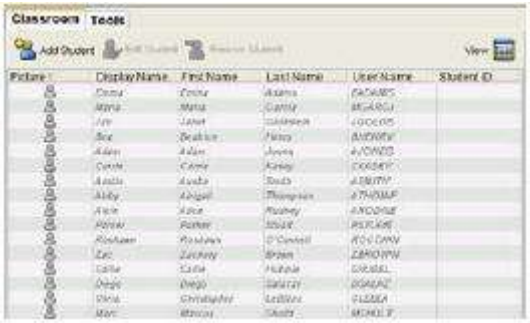
COMPROBACIÓN DEL ESTADO DE LAS TRANSFERENCIAS DE ARCHIVOS

Es posible comprobar el envío o la recepción de los archivos que se transfieren entre el profesor y los alumnos durante una clase.

PARA COMPROBAR EL ESTADO DE LAS TRANSFERENCIAS

1. Haga clic en la ficha **Classroom (Aula)**. La ficha Aula aparece abierta.

Nota: El contenido de la ficha Aula varía en función de la clase y la vista seleccionadas.



2. En el registro de clase, haga clic en el archivo cuyo estado desee comprobar.

TI-Navigator utiliza los colores siguientes para indicar el estado de los alumnos:

• Un fondo verde indica que el alumno ha enviado o recibido el archivo.

• Un fondo amarillo indica que el alumno ha recibido la acción para recopilar o suprimir pero todavía tiene el archivo en la calculadora.

• Un fondo rojo indica que el alumno no ha enviado, recibido o borrado el archivo todavía.

Nota: También puede ver el estado de la transferencia de archivos en el cuadro de diálogo de propiedades del archivo.

ENCUESTA RÁPIDA A LOS ALUMNOS

La herramienta Sondeo rápido del sistema de aprendizaje escolar TI-Navigator™ permite llevar a cabo "sondeos" entre los alumnos. Un sondeo es una encuesta que se envía a los alumnos y que éstos reciben al instante en sus calculadoras. Después de recibir el sondeo, los alumnos pueden enviar las respuestas de vuelta al ordenador. Cuando el profesor recibe las respuestas de los alumnos puede utilizar la

herramienta Sondeo rápido para revisarlas, ya sea en privado o durante una clase. En esta sección encontrará la información necesaria para conocer y utilizar la herramienta Encuesta rápida en sus tareas de clase.

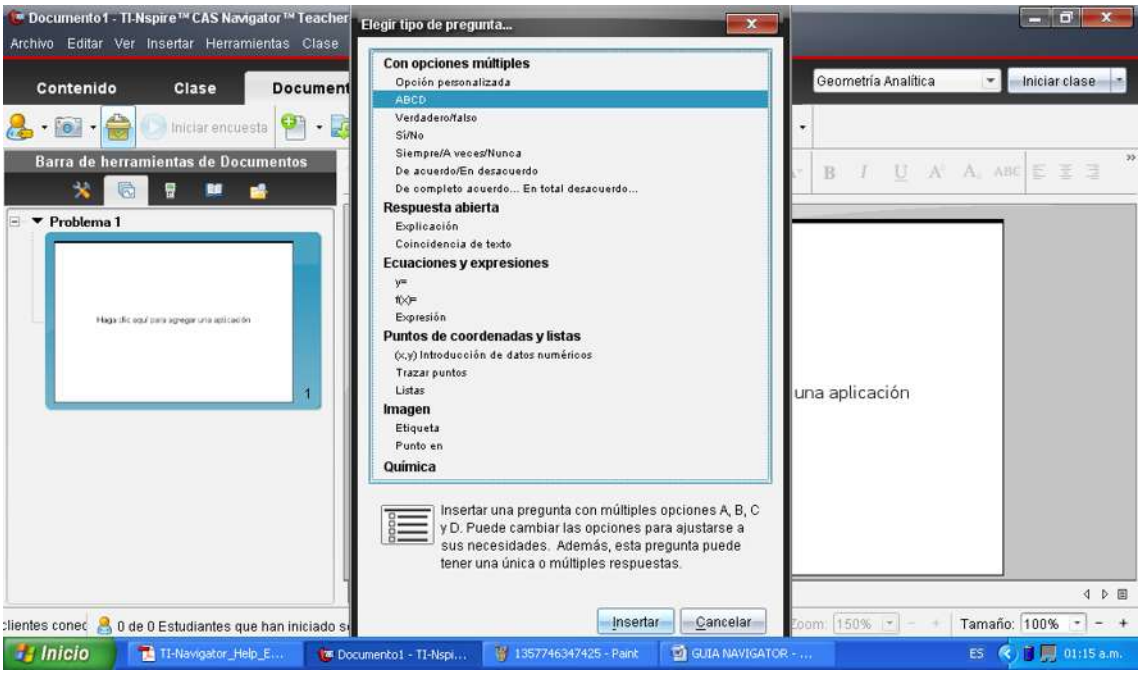
APERTURA DE LA HERRAMIENTA SONDEO RÁPIDO

Puede abrir la herramienta Sondeo rápido desde la pantalla de inicio del sistema de aprendizaje escolar TI-Navigator.

Para abrir la herramienta Sondeo rápido

1. Si no lo ha hecho todavía, inicie la sesión de clase.
2. Seleccione **Herramientas> Encuesta Rápida** o haga clic en el icono **Encuesta rápida** .

Se abre la ventana Encuesta rápida.



ENCUESTA RÁPIDA A LOS ALUMNOS

La herramienta Encuesta rápida permite utilizar el sistema de aprendizaje escolar TI-Navigator para conocer la opinión de la clase. Hay varios tipos de preguntas para sondear la opinión de los alumnos, entre ellos:

- Con opciones múltiples

  Opción Personalizada

De acuerdo/En desacuerdo

Sí/No

Verdadero/Falso

Correcto/Erróneo

Siempre/A veces/Nunca

ABCD

- Respuesta abierta

  Explicación

  Coincidencia de Texto

- Ecuaciones y Expresiones

  y=

  f(x)=

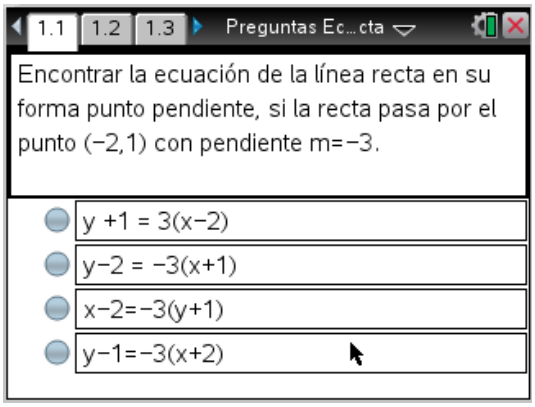
  Expresión

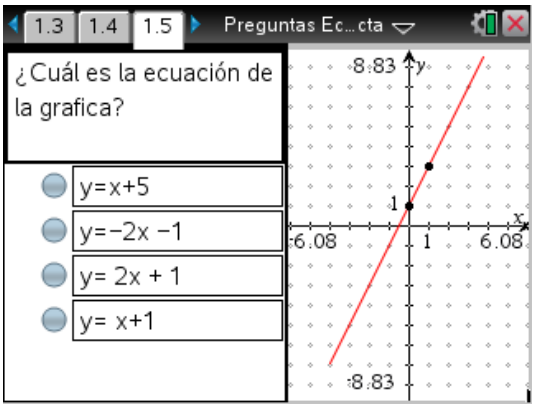
- Puntos de Coordenadas y listas

  (x, y) Introducción de datos numéricos

  Trazar puntos

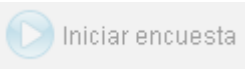
  Listas





PARA SONDEAR A LOS ALUMNOS DESDE EL ORDENADOR

1. Marque o borre la marca de la casilla de verificación **(Reenviar)**.
2. Seleccione un tipo de pregunta de la lista desplegable.
3. Introduzca la pregunta.

4. Seleccione **Sondeo**> **Iniciar sondeo** o haga clic en el icono **Iniciar sondeo** 

.

Los alumnos reciben el sondeo en sus calculadoras.

5. Indique a los alumnos lo que deben hacer para responder al sondeo.

PARADA DE SONDEOS

Los sondeos se pueden detener cuando lo precise. Ahora bien, no es posible reiniciar un sondeo parado, por lo que si piensa que va a necesitar reanudar el sondeo es preferible interrumpirlo en lugar de pararlo. Los alumnos no necesitan realizar ninguna acción en las calculadoras para detener el sondeo.

Para detener los sondeos enviados desde el ordenador

1. Seleccione **Parar sondeo** o haga clic en el icono **Parar sondeo** .

RESPUESTA A SONDEOS (INSTRUCCIONES PARA EL ALUMNO)

El sondeo que se envía a los alumnos interrumpe cualquier otra acción que estén realizando. Cuando reciben el sondeo pueden optar por responder de inmediato o por salir del sondeo y reanudarlo cuando haya terminado la tarea en curso. En esta sección se describen las instrucciones que debe facilitar a los alumnos para responder a los sondeos que les envíe, incluidos los sondeos de varias respuestas y los de respuestas abiertas.

Nota: Las respuestas con varias opciones se refiere a preguntas con respuestas de tipo De acuerdo/En desacuerdo, Sí/No, Verdadero/Falso, Correcto/Erróneo y Siempre/A veces/Nunca, y preguntas de tipo elección múltiple.

PARA RESPONDER A SONDEOS CON VARIAS OPCIONES

1. Si el sondeo indica Marque una solución, espere hasta que el profesor haya formulado la pregunta del sondeo.

2. Utilice las teclas de flecha arriba y abajo de la calculadora para desplazarse hasta la respuesta que elija.

3. Seleccione **Enviar**.

La calculadora envía la respuesta al profesor y vuelve a mostrar la última pantalla utilizada. La respuesta aparece en la ventana de la herramienta Sondeo rápido del ordenador del profesor.

Nota: El contenido de la ventana de la herramienta Sondeo rápido variará dependiendo de la ficha que el profesor haya seleccionado y de las respuestas enviadas por los alumnos.

CAPTURA DE PANTALLAS DE CALCULADORA

La herramienta Captura de pantalla del sistema de aprendizaje escolar TI-Navigator™ permite capturar y ver las pantallas de las calculadoras de los alumnos. En esta sección encontrará la información necesaria para aprender a utilizar la herramienta Captura de pantalla en el aula.

Captura de pantallas de calculadora

En el sistema de aprendizaje escolar TI-Navigator puede utilizar la herramienta Captura de pantalla para capturar y ver las pantallas de las calculadoras de los alumnos. Puede capturar pantallas de alumnos concretos o de todos los alumnos de la clase.

Notas:

• Si los alumnos no están conectados a la red de TI-Navigator no será posible realizar ninguna función con la herramienta Captura de pantalla.

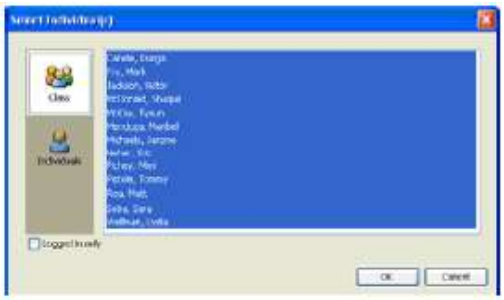
Para capturar pantallas de calculadora

1. Si no lo ha hecho todavía, inicie la sesión de clase desde el ordenador y pida a los alumnos que se conecten.

2. Seleccione **Herramientas> Captura de pantalla** o haga clic en el icono **Captura de pantalla** . Se abre el cuadro de diálogo Seleccionar alumnos.

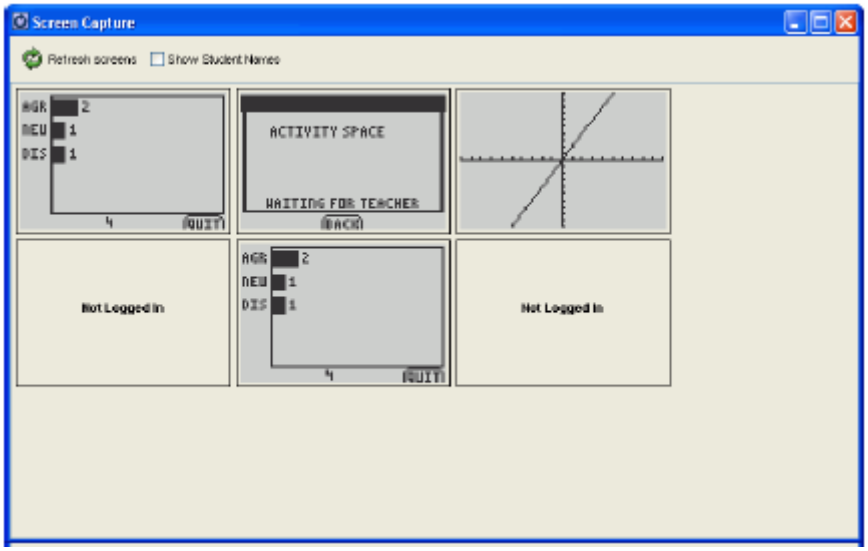
Nota: Si ha seleccionado uno o varios alumnos en la ficha Clase antes de iniciar la herramienta Captura de pantalla, TI-Navigator mostrará los alumnos preseleccionados en el cuadro de diálogo Seleccionar alumnos.

3. Seleccione los alumnos cuyas pantallas de calculadora desee capturar:



• Para capturar las pantallas de las calculadoras de todos los alumnos, haga clic en el icono **Clase** .

• Para capturar las pantallas de las calculadoras de alumnos concretos, haga clic en el icono **Alumnos** y seleccione los Alumnos.

4. Haga clic en el botón **Aceptar**.

El software de TI-Navigator captura las pantallas de los alumnos seleccionados y las muestra en la ventana de la herramienta Captura de pantalla.