



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
“Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez”

Evaluación de indicadores de variabilidad de la frecuencia cardiaca mediante
hojas de Excel. Aplicación en un estudio sobre efectos anestésicos en perros

TESIS

**PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADO EN CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS**

PRESENTA:

CECILIA DUEÑAS PEREZ

DIRECTOR DE TESIS:

M.C. HUMBERTO RUIZ VEGA

MORELIA MICHOACAN, SEPTIEMBRE 2013



Resumen

Las ciencias físico-matemáticas tienen una gran aplicación en el área de la salud, por ejemplo en las áreas de radiación, dosimetría, generación de imágenes, modelos farmacológicos y análisis de señales fisiológicas, por mencionar algunos de los temas donde la física y las matemáticas juegan un papel central.

El análisis de la señal electrocardiográfica, en lo que concierne a la variabilidad de la frecuencia cardiaca (VFC), ha resultado de gran utilidad en las ciencias médicas, por ser un método no invasivo que proporciona indicadores numéricos de valor diagnóstico y pronóstico en importantes alteraciones del funcionamiento normal del organismo.

Pese a su utilidad clínica demostrada, el análisis de la VFC se realiza poco en las investigaciones médicas, por no contar los investigadores en dicha área con una explicación básica de la manera de obtener indicadores de utilidad. Por ello, el objetivo del presente trabajo de tesis es presentar en forma sencilla y con una herramienta básica (Excel) la forma de calcular los indicadores básicos de la VFC como son: desviación estándar de los periodos RR (SDNN), la raíz cuadrada media de las diferencias entre intervalos RR sucesivos (RMSSD) y el porcentaje de la diferencia entre intervalos sucesivos que difieren del anterior en más de 50 ms (pNN50), así como el análisis espectral de las variaciones de la VFC.

Se espera que este trabajo pueda servir de referencia para investigadores de las áreas biológicas y de la salud para el desarrollo de proyectos de investigación que se vean enriquecidos con el uso de esta herramienta de análisis.

Por otra parte, para aplicar la herramienta desarrollada, se realizó un estudio clínico experimental interdisciplinario para evaluar la actividad autonómica mediante el análisis de VFC durante la anestesia inducida por dos diferentes procedimientos anestésicos en perros. Los resultados del análisis conducen a seleccionar el mejor procedimiento anestésico entre los dos que se compararon.

En el capítulo 1 se da una pequeña introducción, abarcando temas sobre fisiología cardiovascular, frecuencia cardíaca y variabilidad de la frecuencia cardíaca. En el capítulo 2 se realizan los cálculos de los indicadores de variabilidad de frecuencia cardíaca, como son SDNN, RMSSD y pNN50. En el capítulo 3 se calcula los indicadores de potencia espectral con ayuda de herramientas matemáticas como son: tendencia lineal, interpolación, ventana y análisis de Fourier, con esto da pie al cálculo de LF, HF, VLF y VHF. El capítulo 4 trata sobre el estudio clínico experimental, los resultados, discusión y conclusiones del estudio.

Abstract

Physics and mathematics are sciences that have a lot of applications in health areas, for example in the areas of radiation, dosimetry, generation of images, pharmacological models and analysis of physiological signals, for mention somewhere physics and mathematics play a central role.

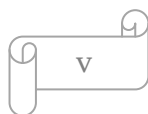
The analysis of electrocardiographical signals, referring to variance of cardiac frequency (VFC), has been a great utility in medical science, for been a non invasive method that provides numerical indicators of diagnosis values and prognosis in important alterations of the normal operation of the organism.

Despite of the utility in the clinical probes, the analysis of VFC is not usually used in clinical investigations, because the researchers of this area don't have a basic explanation of the way of getting useful indicators. Because the above, the objective of the present work of thesis is to present in a simple way y with a basic tool (Excel) the way to calculate the basic indicators of VFC like: standard deviation of the RR periods (SDNN), the half square root of the differences between successive RR intervals (RMSSD) and the percent of the difference of successive intervals that differ of the last one in more than 50 ms (pNN50), like the spectral analysis of the variances of VFC.

It is expected that this work might help of reference for researchers of biological and health areas for development of researching projects that could be enriched by the use of this analysis tool.

Otherwise, to apply the tool developed, an interdisciplinary experimental clinical study was made in order to evaluate the autonomic activity by the analysis of VFC during the anesthetic induced by two different anesthetics procedures in dogs. The results of the analysis drive to select the better anesthetic procedure between the two that were compared.

In chapter 1, a brief introduction is given, covering cardiovascular physiology topics, cardiac frequency and variability in cardiac frequency. In chapter 2, the calculus of the indicators of cardiac frequency variability was made, such as SDNN, RMSSD and pNN50. In chapter 3, the spectral power indicators are calculated, with help of mathematical tool, like: linear trend, interpolation, windows and Fourier analysis, with this LF, HF, VLF y VHF were calculated. In chapter 4, the experimental clinical study was reviewed, the results, discussion and conclusions.



Dedicatoria

Mi niña; no existe mayor recompensa que tu vida, ni mayor inspiración que tu amor.

A mis papás, por su eterno apoyo incondicional y su firme convicción de darnos un futuro mejor.

A mi esposo, por enseñarme a no ser conformista y a luchar por lo que vale la pena.

A mi hermano, por siempre poner el ejemplo de que las cosas se pueden hacer mejor y que no existe un límite cuando se trata de avanzar.

AGRADECIMIENTOS

A mis amigos, ya que su paciencia y entusiasmo me ayudaron a ser la persona que soy hoy en día.

A mi asesor, por tener siempre la paciencia y el tiempo para ayudarme.

A mis sinodales, por apoyarme en todo momento.

Contenido

1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 Modulación de la frecuencia cardiaca por el sistema nervioso autónomo.....	1
1.2 Variabilidad de la frecuencia cardiaca	4
2 CÁLCULO DE LOS INDICADORES DE VFC.....	10
2.1 Cálculo de SDNN	11
2.2 Cálculo de RMSSD.....	12
2.3 Cálculo de pNN50.....	14
3 CÁLCULO DE LOS INDICADORES DE POTENCIA ESPECTRAL.	18
3.1 Eliminación de Tendencia Lineal	18
3.2 Remuestreo de la señal.....	24
3.3 Interpolación lineal	26
3.4 Aplicación de ventana.....	29
3.5 Análisis de Fourier	32
4 ESTUDIO CLÍNICO EXPERIMENTAL.....	42
4.1 Antecedentes	42
4.2 Material y Métodos	44
4.3 Resultados	44
4.4 DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES	46
Referencias.....	48
Anexos	50
Anexo 1.....	50
Anexo 2. Ajuste de mínimos cuadrados.	51
Anexo 3. Interpolación por Splines	52

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Modulación de la frecuencia cardiaca por el sistema nervioso autónomo.

El sistema cardiovascular está compuesto por el corazón y los vasos sanguíneos. Tiene como función principal el transporte de la sangre y de las sustancias que ella contiene. Así como, el aporte y remoción de gases, nutrientes, hormonas, etc. de los diferentes órganos y tejidos del cuerpo. El gasto cardíaco corresponde a la suma de los diferentes flujos sanguíneos regionales. En condiciones normales estos flujos se regulan por diferentes mecanismos de carácter local o general: pH, dióxido de fósforo, tono simpático, hormonas, etc. que mantienen un flujo sanguíneo acorde a las características de funcionamiento de cada órgano o tejidos en particular. Por tanto, podemos decir que la función fundamental del corazón es la de responder a los cambios de demanda de los flujos regionales y del retorno venoso.

El gasto cardíaco (Q) del corazón es el volumen de sangre expulsado por un ventrículo en un minuto, depende de la frecuencia cardiaca (FC), que es el número de contracciones del corazón por unidad de tiempo y del volumen latido (vl), que es el volumen de sangre que el corazón expulsa por cada contracción.

$$Q = (FC) \times (vl) \quad (1)$$

De esta manera, son dos los factores principales de los cuales depende el gasto cardíaco: volumen de expulsión y frecuencia cardiaca, parámetros asociados con un ciclo eléctrico y un ciclo mecánico en sincronía. El gasto cardíaco es directamente proporcional a ambos: el volumen de expulsión y la frecuencia cardiaca; un cambio en cualquiera de estos factores siempre requiere análisis para predecir si realmente está aumentando el gasto cardíaco.

Al considerar que el correcto funcionamiento de todos los órganos del cuerpo dependen de un adecuado flujo sanguíneo, y que la frecuencia cardíaca es un factor determinante para ello, es de esperarse que este parámetro se encuentre sujeto a delicados controles, como de hecho ocurre a través del sistema nervioso autónomo, como más adelante se anota.

La señal eléctrica que da inicio al latido cardíaco se origina en el nodo sinoauricular, que es un conjunto de células autorrítmicas que funcionan como marcapaso generando impulsos eléctricos. Las fibras del músculo cardíaco, como todas las células, presentan exteriormente una carga eléctrica positiva y una carga eléctrica negativa en el interior. En el "marcapasos" se produce una descarga espontánea setenta veces por cada minuto. Esto, a la vez, produce la descarga en las fibras musculares circundantes de la aurícula; a su turno, esto causa una tenue onda eléctrica que recorre las aurículas y hace que estas se contraigan.

Hay varios marcapasos fisiológicos, aunque el que debe regir el ritmo cardíaco es el sinusal, esa es su función.

Son los siguientes:

1. Nodo sinusal o de Keith/Flack
2. Nodo auriculoventricular (av) o de Aschoff-Tawara
3. Haz de His
4. Fibras de Purkinje

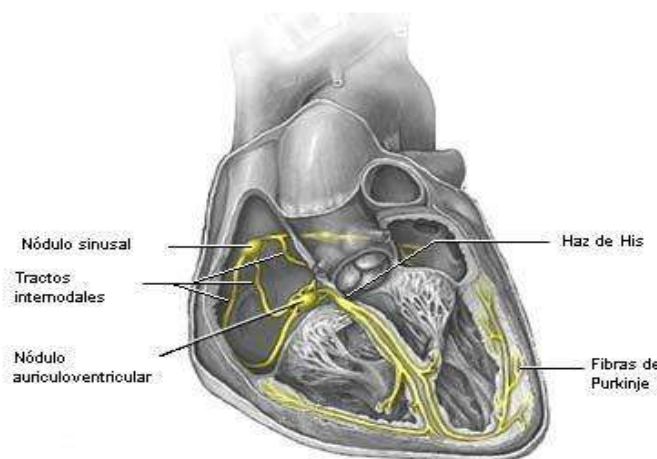


Ilustración 1. Ilustración del corazón y ubicación de los marcapasos fisiológicos que contiene. (Fuente: http://www.electrocardiografia.es/a_electrica.html)

Cada uno de estos marcapasos entra en función, a una frecuencia más baja, si el anterior falla.

El nodo sino-auricular recibe estímulos del Sistema Nervioso Autónomo (SNA), que controla los procesos involuntarios innervando las vísceras. Tiene dos ramas, la simpática (SNS) que se encarga de propiciar las condiciones necesarias del organismo para afrontar situaciones de desgaste, acelerando la respiración y la actividad cardíaca entre otros efectos fisiológicos. Por otro lado se encuentra la rama parasimpática (SNP), encargada de mantener un estado corporal de descanso y de recuperación del organismo, como las funciones de digestión; realiza funciones opuestas al sistema simpático.

El sistema nervioso simpático es estimulado por el ejercicio físico y es el responsable del aumento de la actividad en general del organismo en condiciones de estrés, ocasionando un aumento de la presión arterial, dilatación de las pupilas, aumento de la frecuencia respiratoria y erizamiento de los cabellos, entre otros efectos. Al mismo tiempo, se reduce la actividad peristáltica y la secreción de las glándulas intestinales. Sus efectos sobre el corazón son aumentar la frecuencia cardíaca e incrementar su contractilidad. Los efectos del sistema parasimpático sobre el corazón están mediados por la liberación de acetilcolina por parte del nervio vago. La acetilcolina¹ es un neurotransmisor que entre otras cosas disminuye la frecuencia cardíaca y la fuerza de contracción del miocardio por múltiples mecanismos como:

- Disminución de la velocidad de despolarización del nodo sinusal.
- Retraso de la conducción de los impulsos a su paso por la musculatura auricular.
- Alargamiento del periodo refractario.
- Disminución de la velocidad de conducción a través del nódulo auriculoventricular.
- Inhibición de las terminaciones nerviosas del sistema nervioso simpático sobre las fibras miocárdicas.

Para un buen funcionamiento de las ramas simpática y parasimpática es necesario que haya ausencia de estrés, para evitar descargas hormonales o vágales, que alteren la sincronía.

1.2 Variabilidad de la frecuencia cardiaca

La FC es controlada latido a latido a través de barorreceptores que se encuentran en la arteria aorta y en las arterias carótida, de aquí se desencadena los ajustes del sistema cardiovascular dependiendo del SNS o el SNP. Cuando se activa el SNS, el funcionamiento cardiovascular se modificara y dará como consecuencia el aumento del ritmo y gasto cardiaco, resultado de un incremento de la frecuencia de descarga del nodo sinusal, de la velocidad de la conducción de los impulsos cardiacos en todas las zonas del corazón y de la fuerza de contracción tanto el músculo auricular como ventricular, y como consecuencia aumenta la FC. En cambio, si se activa el SNP, habrá una disminución de la velocidad de descarga del nodo sinusal y de la excitabilidad celular en el músculo auricular en el nodo AV y disminuye la FC.

El trazado típico de un electrocardiograma (Figura 1) registrando un latido cardíaco normal consiste en una onda P, un complejo QRS y una onda T. La pequeña onda U normalmente es invisible. La sístole mecánica o contracción ventricular comienza justo después del inicio del complejo QRS y culmina justo antes de terminar la onda T. La diástole, que es la relajación y relleno ventricular, comienza después que culmina la sístole correspondiendo con la contracción de las aurículas, justo después de iniciarse la onda P.

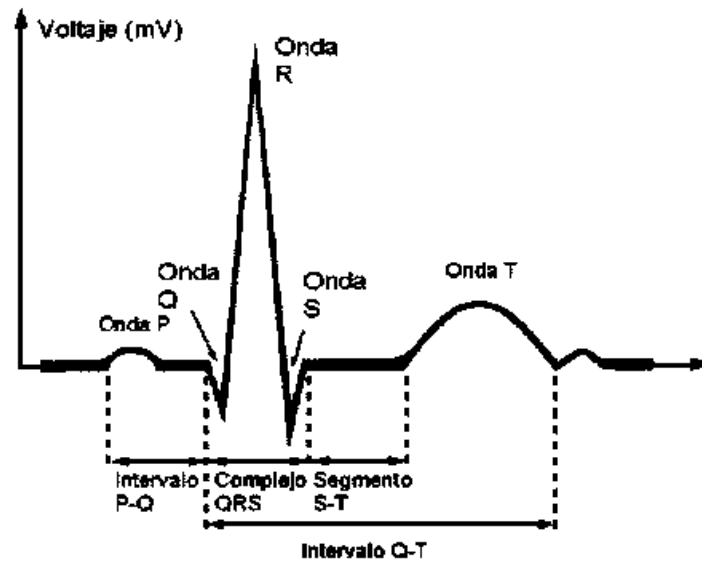


Figura 1. Ondas P y complejo QRS obtenidas de un electrocardiograma normal. (Fuente: http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S1692-72732004000200005&script=sci_arttext)

La onda P es la señal eléctrica que corresponde a la despolarización auricular. Resulta de la superposición de la despolarización de la aurícula derecha (Parte inicial de la onda P) y de la izquierda (Final de la onda P). La repolarización de la onda P (Llamada Onda T auricular) queda eclipsada por la despolarización ventricular (Complejo QRS).

El complejo QRS corresponde a la corriente eléctrica que causa la contracción de los ventrículos derecho e izquierdo (despolarización ventricular), la cual es mucho más potente que la de las aurículas y compete a más masa muscular, produciendo de este modo una mayor deflexión en el electrocardiograma.

La onda Q, cuando está presente, representa la pequeña corriente horizontal (de izquierda a derecha) del potencial de acción viajando a través del septum interventricular; las ondas Q que son demasiado anchas y profundas no tienen un origen septal, sino que indican un infarto de miocardio. Las ondas R y S indican contracción del miocardio. Las anomalías en el complejo QRS pueden indicar bloqueo de rama (cuando es ancho), taquicardia de origen ventricular, hipertrofia ventricular u otras anomalías ventriculares. Los complejos son a menudo pequeños en las pericarditis.

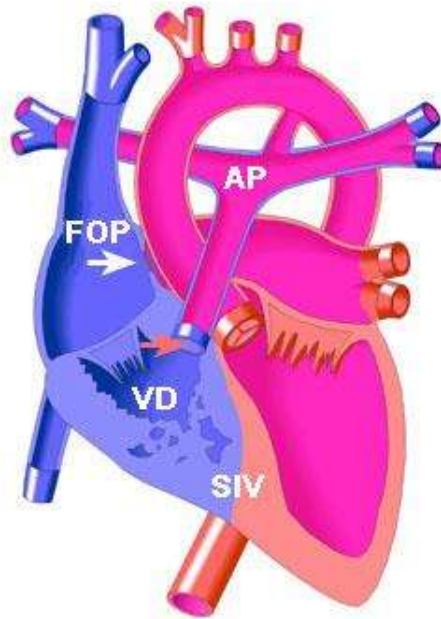


Ilustración 2. Ubicación del septum intraventricular (SIV). (Fuente: <http://www.pted.org/?id=sp/pulmonaryatresia1>)

La onda T representa la repolarización de los ventrículos. Durante la formación del complejo QRS, generalmente también ocurre la repolarización auricular que no se registra en el ECG normal, ya que es superada en magnitud por el complejo QRS. Eléctricamente, las células del músculo cardíaco son como muelles cargados; un pequeño impulso las dispara, despolarizan y se contraen; la recarga del muelle es la repolarización.

Para evaluar el periodo cardiaco latido a latido, y registrar de esta manera la variabilidad de la frecuencia cardiaca, se puede escoger cualquier punto característico del registro electrocardiográfico. En general, se elige la onda R como punto de referencia, por estar caracterizada, como ya se explicó, por una mayor amplitud y mayor pendiente que es más fácil de reconocer. Así, son los intervalos de tiempo R-R los que se utilizan para calcular los periodos cardiacos.

A consecuencia de la modulación continua del SNA sobre la frecuencia cardiaca (SNS incrementando y SNP disminuyendo), el periodo cardiaco no se mantiene constante sino que cambia latido a latido, como se ilustra en la figura 2, evaluando el tiempo en milisegundos. A este fenómeno se le reconoce como Variabilidad de la Frecuencia Cardiaca (VFC)

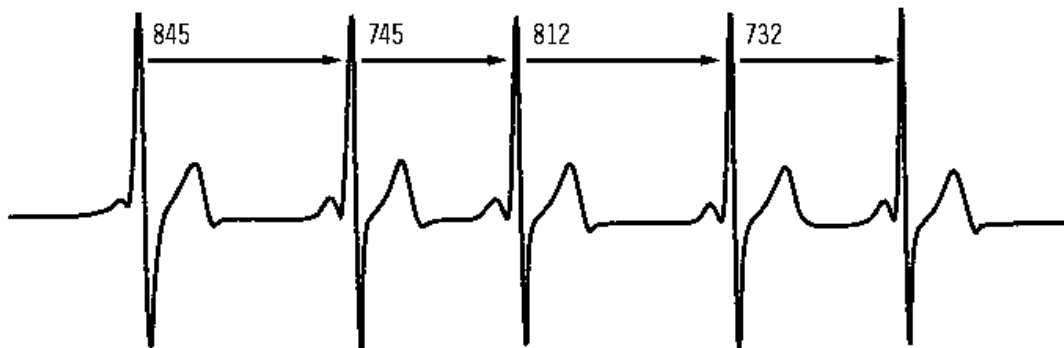
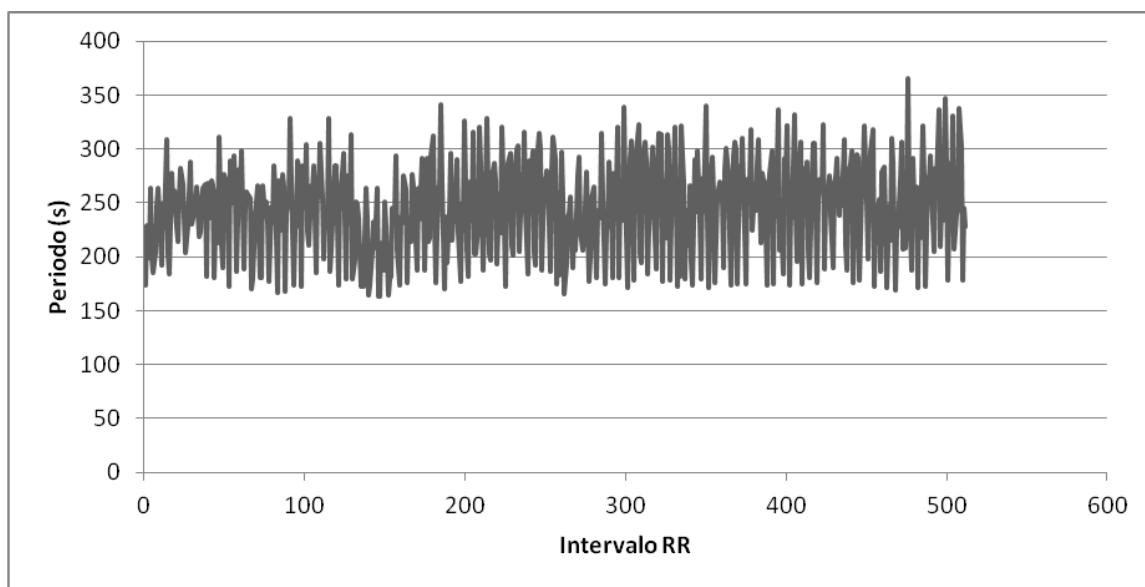


Figura 2. Muestra de la variabilidad de el periodo cardiaco normal medido en milisegundos. (Fuente: http://femede.es/documentos/revision_variabilidad_119_124.pdf)

A la gráfica que representa los periodos cardiacos en función del tiempo se le llama tacograma (Grafica 1), y el análisis de dicho comportamiento temporal es el que proporciona indicadores numéricos de la VFC.



Grafica 1. Registro de un tacograma de intervalos de latidos sucesivos.

Se pueden construir indicadores de VFC en el dominio del tiempo²⁻⁴, utiliza varios indicadores que reflejan en nivel de influencia del SNA sobre el latido cardiaco. Los indicadores más frecuentes son los que se muestran a continuación:

SDNN: Desviación estándar de los intervalos NN (intervalos normales entre dos ondas RR), refleja la modulación autonómica normal. Se calcula mediante la fórmula:

$$SDNN = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=2}^N [I(n) - T]^2} \quad (2)$$

RMSSD: Raíz cuadrada media de las diferencias entre los intervalos RR sucesivos, refleja la actividad del sistema nervioso parasimpático. Se calcula mediante la fórmula:

$$RMSSD = \sqrt{\frac{1}{N-2} \sum_{n=3}^N [I(n) - I(n-1)]^2} \quad (3)$$

pNN50: Porcentaje de la diferencia entre intervalos sucesivos que difieren de su anterior en más de 50 ms, reflejan la actividad del sistema nervioso parasimpático.

Mediante un análisis en el dominio de las frecuencias o espectral²⁻⁵, que consiste en descomponer un tacograma, que se asemeje a una onda compleja, en sus frecuencias básicas. De esta forma, la mayor parte de la potencia de la señal se encuentra en un margen de 0 a 0.4 Hz y se clasifican de la siguiente manera:

VLF: Muy Bajas Frecuencia, entre 0.003 a 0.04 Hz.

LF: Bajas frecuencias, entre 0.04 a 0.15 Hz.

HF: Altas frecuencias, entre 0.15 a 0.4 Hz.

LF/HF: Cociente de bajas frecuencias entre altas frecuencias.

LFn: Bajas frecuencias en unidades normalizadas [LFn=LF/(LF+HF)].

HFn: Altas frecuencias en unidades normalizadas [HFn=HF/(HF+LF)].

Los estudios clínicos han mostrado que la magnitud de los indicadores RMSSD, pNN50, HF y HFn se encuentran asociados con actividad del SNP, en tanto que los indicadores LF, LF/HF y LFn se relacionan con la actividad del SNS. Por otra parte, SDNN se encuentra asociado con la actividad global del SNA y VLF no tiene una clara asociación con la actividad del SNA.

La VFC se correlaciona con adaptaciones fisiológicas a cambios en el medio interno, externo y a la presencia de enfermedades. La enfermedad

cardiovascular es la causa más común de muerte en el mundo occidental. La muerte súbita, tiene una frecuencia de 0,1 a 0,2 % en la población global, y su presentación se incrementa dramáticamente en los individuos que sufren de enfermedad coronaria⁶.

En los últimos años, se ha reconocido la relación existente entre el funcionamiento del sistema nervioso autónomo (SNA) y la mortalidad cardiovascular, incluyendo los eventos de muerte súbita⁷. Hay evidencias experimentales de una asociación entre el aumento de la actividad simpática, la disminución de la actividad parasimpática y la mayor probabilidad de desarrollar arritmias letales⁸. Estos hallazgos llevaron al desarrollo de indicadores cuantitativos de la Variabilidad de la VFC, como ya se explicó, con la capacidad de proveer información sobre las condiciones fisiopatológicas de los pacientes, con la posibilidad de estratificar el riesgo⁹⁻¹¹.

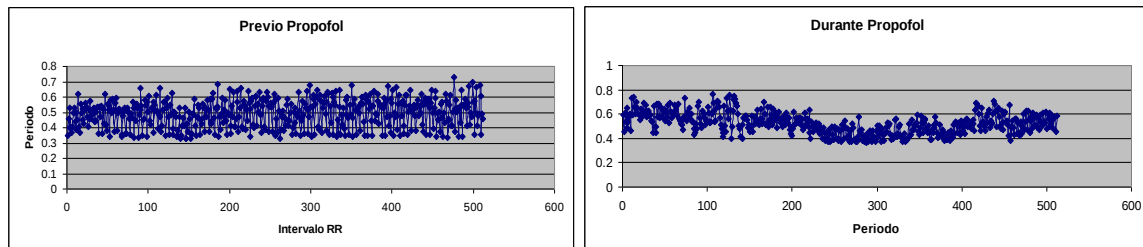
Los indicadores de VFC han sido de utilidad en estudios relacionados a pacientes con anemia ferropriva, donde se encontró en aumento de la actividad simpática en pacientes con este padecimiento, lo cual está relacionado con un mayor riesgo cardiovascular^{12,13}. También se ha utilizado la medición de VFC antes de la realización de una cirugía y se han utilizado los parámetros descritos como predictores de hipotensión durante un procedimiento quirúrgico con anestesia general en pacientes diabéticos y sin diabetes¹⁴; se ha descrito el curso de la actividad del SNA sobre el sistema cardiovascular en pacientes con riesgo cardiovascular, bajo los efectos de diferentes anestésicos y en relación con el riesgo de muerte súbita tanto en humanos como en animales de experimentación¹⁵⁻¹⁷. Es sobre este tema que en la segunda parte de este trabajo se ejemplifica la aplicación de los indicadores de la VFC para evaluar los riesgos de anestesia en animales de experimentación.

CAPÍTULO 2

CÁLCULO DE LOS INDICADORES DE VFC

A continuación se procederá a explicar cómo se generan los indicadores de la variabilidad de frecuencia cardiaca, con una base de datos reales que se obtuvieron durante el estudio presentado, en el cual se mostraran los resultados obtenidos.

El primer paso es contar con valores de los periodos cardiacos latido a latido, que se obtienen de un registro electrocardiográfico en donde se miden los intervalos RR. En la tabla 4 (localizada en el anexo) se muestran, como ejemplo, los periodos cardiacos iniciales previos y durante la administración de uno de los anestésicos que más adelante se describirán. La grafica 1 muestra los tacogramas correspondientes.



Grafica 1. Tacograma de intervalos entre latidos sucesivos en las diferentes condiciones experimentales. Previo y durante la administración del anestésico Propofol.

En nuestro caso, los periodos de la tabla 4 se obtuvieron de un prototipo desarrollado en la división de posgrado de ingeniería eléctrica de la UMSNH¹⁸, en trabajo conjunto con nuestro grupo de investigación, en plataforma Labview 6.1®. El análisis de datos fue realizado en un software desarrollado en la UMSNH¹⁸ y en Excel®.

El análisis del tacograma para la construcción de indicadores numéricos de la VFC puede realizarse a través de varios programas, pero es intención del presente trabajo ilustrar el cálculo de dichos indicadores mediante la hoja de cálculo de Excel®, considerando que dicha herramienta es de uso común para los investigadores de diferentes áreas, y que de esta manera se les puede proporcionar una mejor comprensión del análisis realizado y estar en condiciones de aplicar esta valiosa herramienta en la interpretación de resultados.

2.1 Cálculo de SDNN

El cálculo de SDNN nos indica la desviación estándar de los promedios de intervalos RR. Con los periodos obtenidos de manera experimental, usando herramientas de Excel®, procederemos a realizar el cálculo:

Se introduce una columna con los valores de los periodos en milisegundos, que en este caso van a ser 512 valores. Es de señalar que podría introducirse cualquier número de valores, pero se consideran 2 condiciones restrictivas: se ha consensuado evaluar la VFC en intervalos de alrededor de 5 minutos de registro y además se considera elegir 2^n valores (n entero), para poder realizar el análisis espectral mediante la transformada rápida de Fourier.

Con la columna ya generada como se muestra en la figura 3, se utiliza la siguiente herramienta de Excel: =DESVEST(numero1;numero2;...). Aquí automáticamente se muestra el valor buscado.

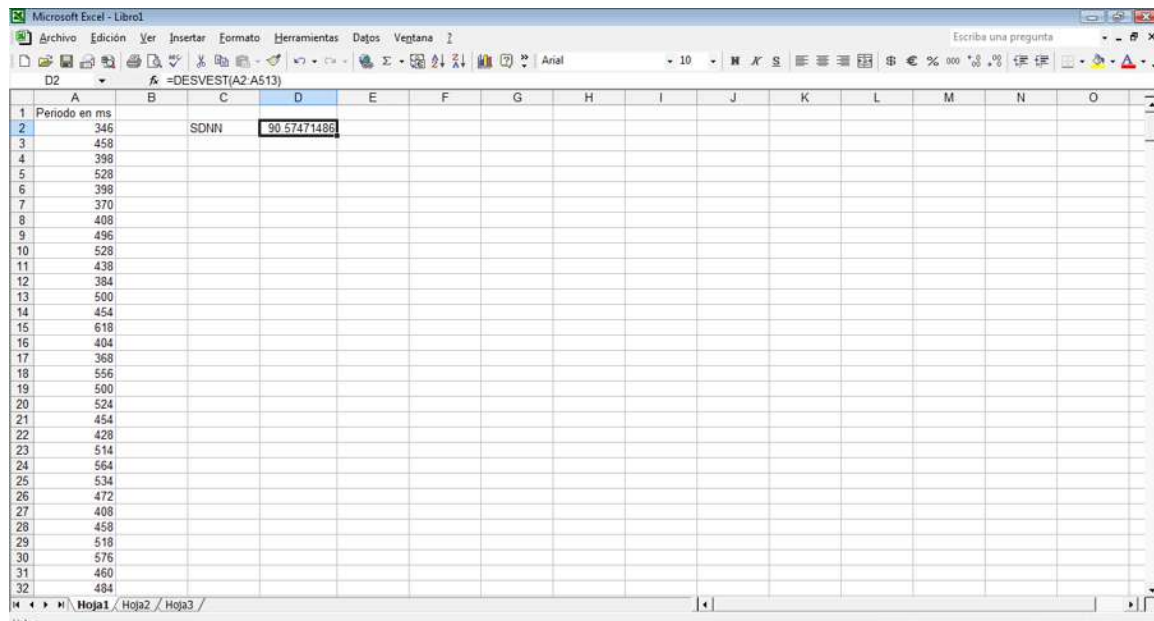


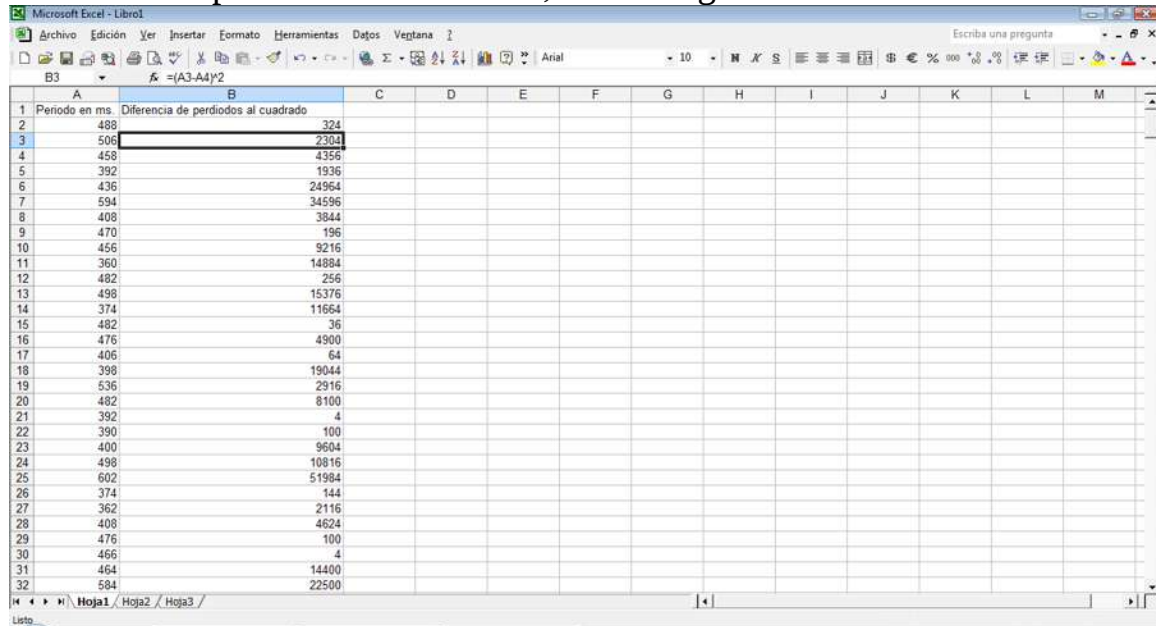
Figura 3. Procedimiento en el que se muestra como se puede encontrar el valor de SDNN utilizando un comando DESVEST como auxiliar.

La función DESVEST calcula la desviación estándar. La desviación estándar es la medida de la dispersión de los valores respecto a la media (valor promedio).

2.2 Cálculo de RMSSD

RMSSD se calcula como la raíz cuadrada de la media de las diferencias entre los intervalos RR sucesivos, no es una función que se encuentra en Excel®, por lo tanto:

Se tiene que generar una columna en donde se encontrará el cuadrado de la diferencia de periodos consecutivos, en milisegundos.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Periodo en ms.	Diferencia de periodos al cuadrado											
2	488	324											
3	506	2304											
4	458	4356											
5	392	1936											
6	436	24964											
7	594	34596											
8	408	3844											
9	470	196											
10	456	9216											
11	360	14884											
12	482	256											
13	498	15376											
14	374	11664											
15	482	36											
16	476	4900											
17	406	64											
18	398	19044											
19	536	2916											
20	482	8100											
21	392	4											
22	390	100											
23	400	9604											
24	498	10816											
25	602	51984											
26	374	144											
27	362	2116											
28	408	4624											
29	476	100											
30	466	4											
31	464	14400											
32	584	22500											

Figura 4. El cálculo de RMSSD es el cuadrado de las diferencias de periodos consecutivos en milisegundos, en donde la fórmula empleada en este caso es: $=(A3-A2)^2$.

Una vez obtenida la columna, realizando la misma operación en las demás celdas, en una nueva celda se realiza la sumatoria de los resultados obtenidos.

En otra celda se genera el promedio

	A	B	D
1	Periodo en ms.	Diferencia de periodos al cuadrado	
2	488	324	
3	506	2304	SUMA 4068912
4	458	4356	
5	392	1936	PROMEDIO 7962.64579
6	436	24964	
7	594	34596	
8	408	3844	
9	470	196	
10	456	9216	
11	360	14884	
12	482	256	
13	498	15376	
14	374	11664	
15	482	36	
16	476	4900	
17	406	64	
18	398	19044	
19	536	2916	
20	482	8100	
21	392	4	
22	390	100	
23	400	9604	
24	498	10816	
25	602	51984	
26	374	144	
27	362	2116	
28	408	4624	
29	476	100	
30	466	4	
31	464	14400	
32	584	22500	

Figura 5. El método para obtener el promedio es, empleando la formula: $=E3/511$.

Como en la celda E3 tenemos la sumatoria de la diferencia de períodos al cuadrado, solo hace falta dividir entre el número de celdas sumadas. Esto nos dará el valor buscado del promedio.

Ahora sí, lo que resta por hacer es encontrar el valor de RMSSD es, la raíz cuadrada del promedio obtenido, que se genera como:

	A	B	C	D	E
1	Periodo en ms.	Diferencia de periodos al cuadrado			
2	488	324			
3	506	2304		SUMA	4068912
4	458	4356			
5	392	1936		PROMEDIO	7962.64579
6	436	24964			
7	594	34596		RMSSD	89.2336584
8	408	3844			
9	470	196			
10	456	9216			
11	360	14884			
12	482	256			
13	498	15376			
14	374	11664			
15	482	36			
16	476	4900			
17	406	64			
18	398	19044			
19	536	2916			
20	482	8100			
21	392	4			
22	390	100			
23	400	9604			
24	498	10816			
25	602	51984			
26	374	144			
27	362	2116			
28	408	4624			
29	476	100			
30	466	4			
31	464	14400			
32	584	22500			

Figura 6. Procedimiento para encontrar RMSSD. La ecuación empleada es $=RAIZ(E5)$.

La ecuación que se utiliza es:

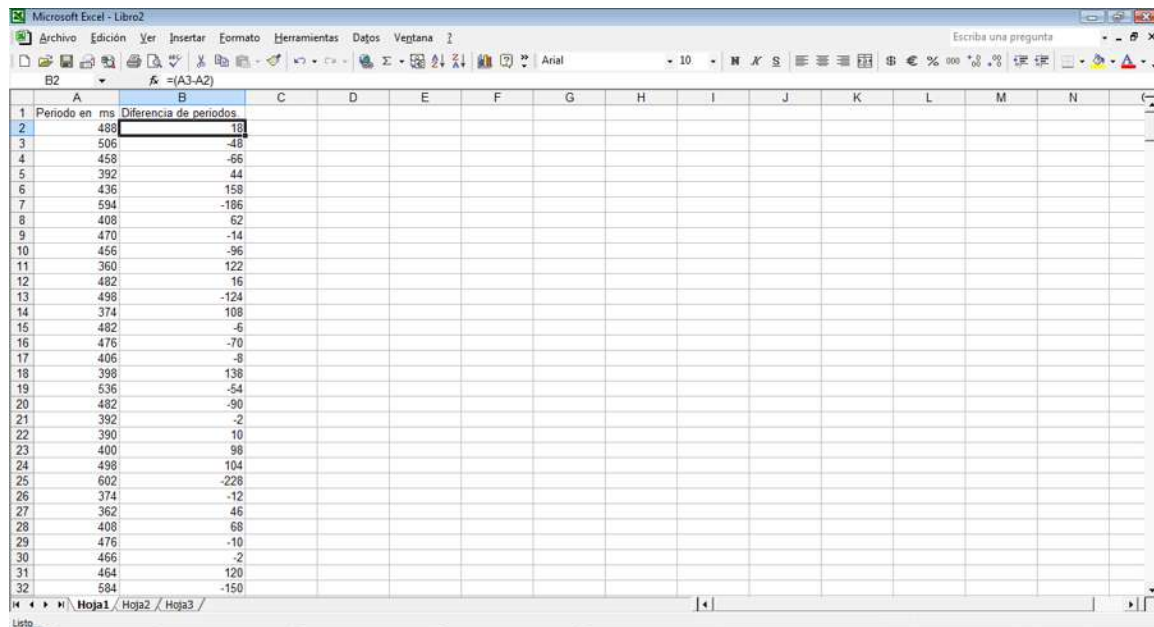
RAIZ(numero)

Cuando se genera este comando, el valor resultante obtenido, es el valor para RMSSD.

2.3 Cálculo de pNN50

La expresión NN50 se refiere al número de periodos que difieren de su anterior en más de 50 ms; NN expresa que estamos tomando como referencia 2 latidos normales para calcular el periodo, es decir, que no están asociados con algún tipo de arritmia. Para poder encontrar este resultado se tiene que:

Se genera una nueva columna con la diferencia de cada periodo, en milisegundos, respecto al anterior.



Periodo en ms	Diferencia de periodos
488	18
506	-48
458	-66
392	44
436	158
594	-186
408	62
470	-14
456	-96
360	122
482	16
498	-124
374	108
482	-6
476	-70
406	-8
398	138
536	-54
482	-90
392	-2
390	10
400	98
498	104
602	-228
374	-12
362	46
408	68
476	-10
466	-2
464	120
584	-150

Figura 7. En esta figura se muestra como obtener la diferencia de periodos. La fórmula que aparece en la imagen es $=A3-A2$.

Como en esta nueva columna generada se pueden encontrar valores positivos como negativos, hay que obtener el valor absoluto de cada valor en una nueva columna.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Periodo en ms	Diferencia de periodos	Valor Absoluto											
2	488	18	18											
3	506	-48	48											
4	458	-66	66											
5	392	44	44											
6	436	158	158											
7	594	-186	186											
8	408	62	62											
9	470	-14	14											
10	456	-96	96											
11	360	122	122											
12	482	16	16											
13	498	-124	124											
14	374	108	108											
15	482	-6	6											
16	476	-70	70											
17	406	-8	8											
18	398	138	138											
19	536	-54	54											
20	482	-90	90											
21	392	-2	2											
22	390	10	10											
23	400	98	98											
24	498	104	104											
25	602	-228	228											
26	374	-12	12											
27	362	46	46											
28	408	68	68											
29	476	-10	10											
30	466	-2	2											
31	464	120	120											
32	584	-150	150											

Figura 8. En esta figura se muestra la nueva columna generada con el valor absoluto.

La fórmula empleada para generar el valor absoluto es: =ABS(número).

Como el mismo nombre NN50 lo dice, se busca una diferencia de 50 ms entre un intervalo y otro.

Para esto se utiliza un nuevo comando en Excel que es:

=SI(prueba_lógica; [valor_si_verdadero]; [valor_si_falso]).

Lo que realiza esta fórmula, es un análisis de los datos generando un 1 si es mayor a 50, o 0 si es menor a 50.

Con este comando generamos una nueva columna con 1 y 0.

	A	B	C	D
1	Periodo en ms	Diferencia de periodos	Valor Absoluto	Columna de 1 y 0
2	488	18	18	0
3	506	-48	48	1
4	458	-66	66	0
5	392	44	44	1
6	436	158	158	1
7	594	-186	186	1
8	408	62	62	0
9	470	-14	14	1
10	456	-96	96	1
11	360	122	122	0
12	482	16	16	1
13	498	-124	124	1
14	374	108	108	0
15	482	-6	6	1
16	476	-70	70	0
17	406	-8	8	1
18	398	138	138	1
19	536	-54	54	1
20	482	-90	90	0
21	392	-2	2	0
22	390	10	10	1
23	400	98	98	1
24	498	104	104	1
25	602	-228	228	0
26	374	-12	12	0
27	362	46	46	1
28	408	68	68	0
29	476	-10	10	0
30	466	-2	2	1
31	464	120	120	1
32	584	-150	150	0

Figura 9. En esta imagen se muestra la columna generada con el comando =SI(C>50,1,0).

Los dos pasos anteriores se podrían fusionar en uno sólo, con la instrucción =SI(ABS(número)>50,1,0), pero se describe por pasos para mayor claridad.

Ahora bien, para encontrar pNN50, que es el porcentaje de la diferencia entre latidos sucesivos que difieren de su anterior en más de 50 ms, se procede de la siguiente manera:

Se hace la sumatoria de todos los números 1 obtenidos en la columna generada, omitiendo la última celda (513) debido a la diferencia realizada en la columna B.

Para concluir el procedimiento solo resta encontrar el promedio de la sumatoria.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Periodo en ms	Diferencia de periodos	Valor Absoluto	Columna de 1 y 0										
2	488	18	18	0										
3	506	-48	48	1		SUMA	296							
4	458	-66	66	0										
5	392	44	44	1		pNN50	0.57925636							
6	436	158	158	1										
7	584	-186	186	1										
8	408	62	62	0										
9	470	-14	14	1										
10	456	-96	96	1										
11	360	122	122	0										
12	482	16	16	1										
13	498	-124	124	1										
14	374	108	108	0										
15	482	-6	6	1										
16	476	-70	70	0										
17	406	-8	8	1										
18	398	138	138	1										
19	536	-54	54	1										
20	482	-90	90	0										
21	392	-2	2	0										
22	390	10	10	1										
23	400	98	98	1										
24	498	104	104	1										
25	602	-228	228	0										
26	374	-12	12	0										
27	362	46	46	1										
28	408	68	68	0										
29	476	-10	10	0										
30	466	-2	2	1										
31	464	120	120	1										
32	584	-150	150	0										

Figura 10. Se muestra el promedio de la sumatoria obtenida. Se utilizo la fórmula =G3/511.

Con esto, al resultado obtenido solo resta multiplicarlo por 100 y es el valor de pNN50.

CAPÍTULO 3

CÁLCULO DE LOS INDICADORES DE POTENCIA ESPECTRAL.

Para el análisis de la VFC se utiliza un tacograma. El tacograma se asemeja a una onda compleja con aspecto ruidoso. Una onda compuesta esta compuesta por una suma de ondas simples que pueden ser identificadas por medio del análisis espectral²⁰.

Pero antes de realizar el análisis espectral se tienen que hacer ciertos procedimientos previos descritos a continuación.

3.1 Eliminación de Tendencia Lineal

Es necesario eliminar cualquier tendencia lineal que presente nuestra serie temporal de periodos, como se ilustra en el tacograma de la grafica 1, donde se aprecia que los periodos se distribuyen alrededor de una recta con pendiente diferente de cero, lo que hace que el punto final de la secuencia quede por arriba (o abajo) del punto inicial; esto provocaría que en el análisis de Fourier, al considerar esta serie de datos como repetitiva, mostrara discontinuidades de salto, lo que arrojaría frecuencias altas en el análisis de Fourier que no corresponden a la variación de datos.

Esto se logra por ajuste de una recta de mínimos cuadrados, que busca la recta que más cerca quede de los puntos experimentales, bajo el criterio de que la sumatoria de los cuadrados de las distancias verticales de los puntos experimentales a la recta en cuestión sea lo más pequeña posible.

Éste cálculo, cuyos resultados se muestran en el anexo 4, nos llevan a encontrar la ecuación de la recta de mínimos cuadrados: $y = a x + b$, donde las constantes b (ordenada al origen) y a (pendiente), son lo parámetros que se pretenden encontrar que mejor se ajusten a los datos experimentales y que finalmente estarán dados por las siguientes ecuaciones:

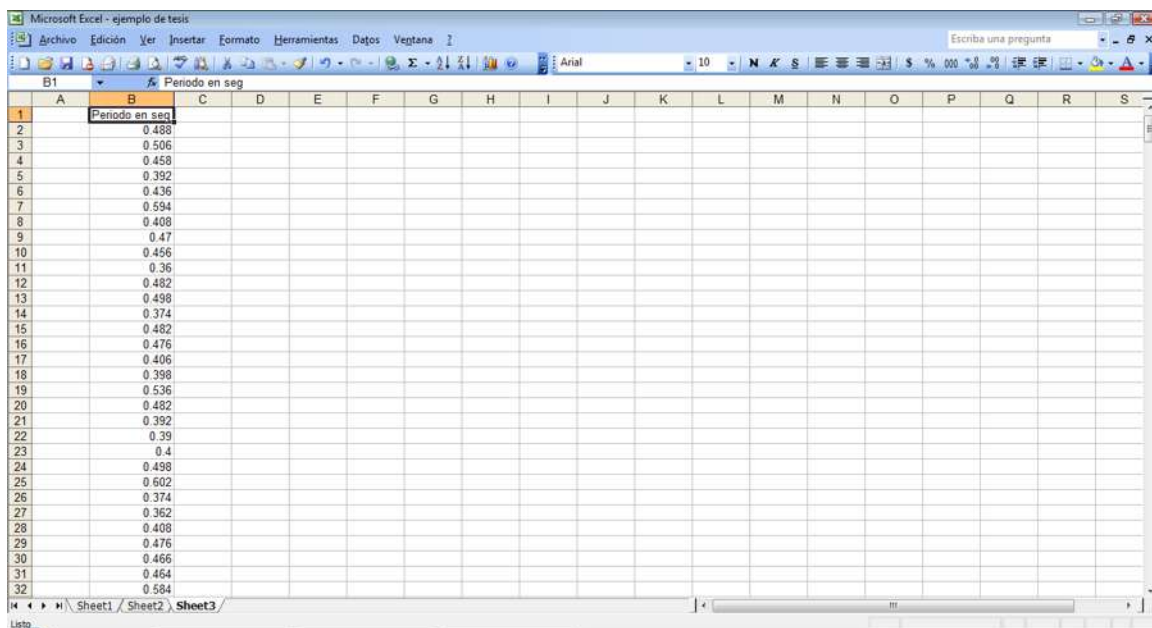
$$a = \frac{n(\sum x_i y_i) - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \quad (4)$$

$$b = \frac{(\sum y_i) - a(\sum x_i)}{n} \quad (5)$$

Donde n es numero de medidas y $\sum$ con $i=1...n$ representa la suma de todos los datos que se indican.

A continuación vamos a indicar el procedimiento basado en la utilización de Excel, que nos facilita los cálculos anteriores.

En la segunda columna (B) se introduce en periodo en segundos. Se puede introducir el valor en milisegundos, el procedimiento es el mismo; en la presente descripción se transforma a milisegundos más adelante.



A	B
	Periodo en seg
	0.488
	0.506
	0.458
	0.392
	0.436
	0.594
	0.408
	0.47
	0.456
	0.36
	0.482
	0.498
	0.374
	0.482
	0.476
	0.406
	0.398
	0.536
	0.482
	0.392
	0.39
	0.4
	0.498
	0.602
	0.374
	0.362
	0.408
	0.476
	0.466
	0.464
	0.584

Figura 11. En esta figura se muestra la columna con los periodos en segundos.

Se introduce en la primera columna (A) el tiempo. Así se consigue que el tiempo este representado en el eje x.

El primer valor del tiempo siempre es igual al primer valor del periodo. Para obtener el segundo valor del tiempo, se realiza la suma de el primer valor del tiempo con el segundo valor del periodo (como se muestra en el ejemplo), para el tercer valor del tiempo se suma el segundo valor del tiempo y el tercero del periodo, etc. Así sucesivamente hasta haber obtenido todos los valores de tiempo para la serie.

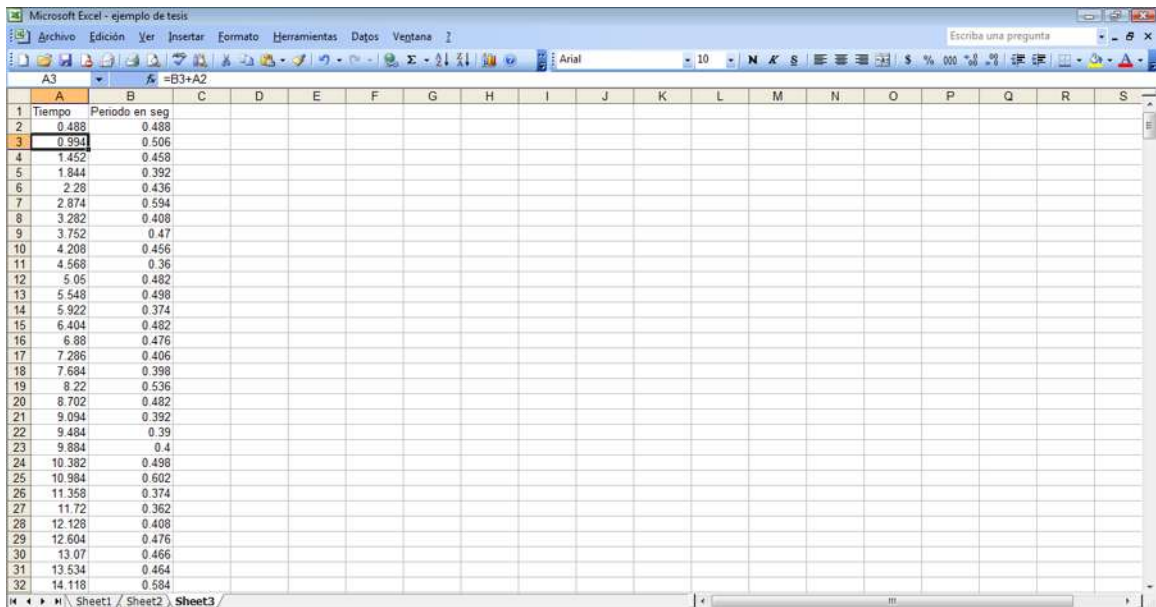


Figura 12. En esta imagen se muestra la columna de tiempo. El valor de la celda A2=B2, el valor de la celda A3=B3+A2..., así sucesivamente.

Se seleccionan las dos columnas y se da clic en el icono de grafica, y se selecciona la grafica dispersa.

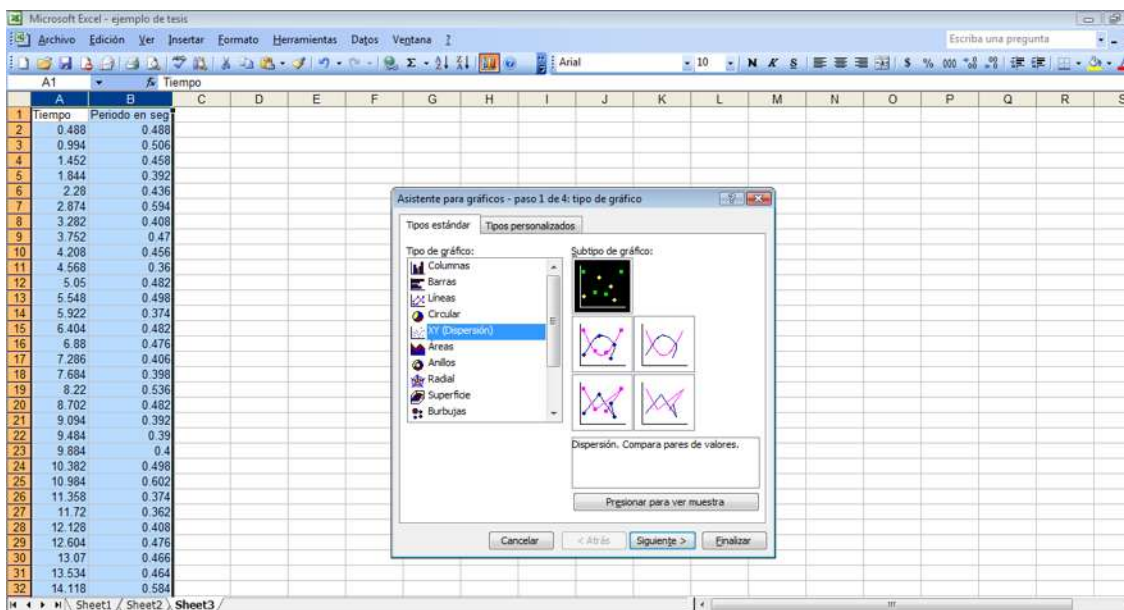


Figura 13. En esta imagen se muestra el cuadro de selección de tipo de grafico.

Se da clic en finalizar y aparecerá una grafica representando los valores de las columnas.

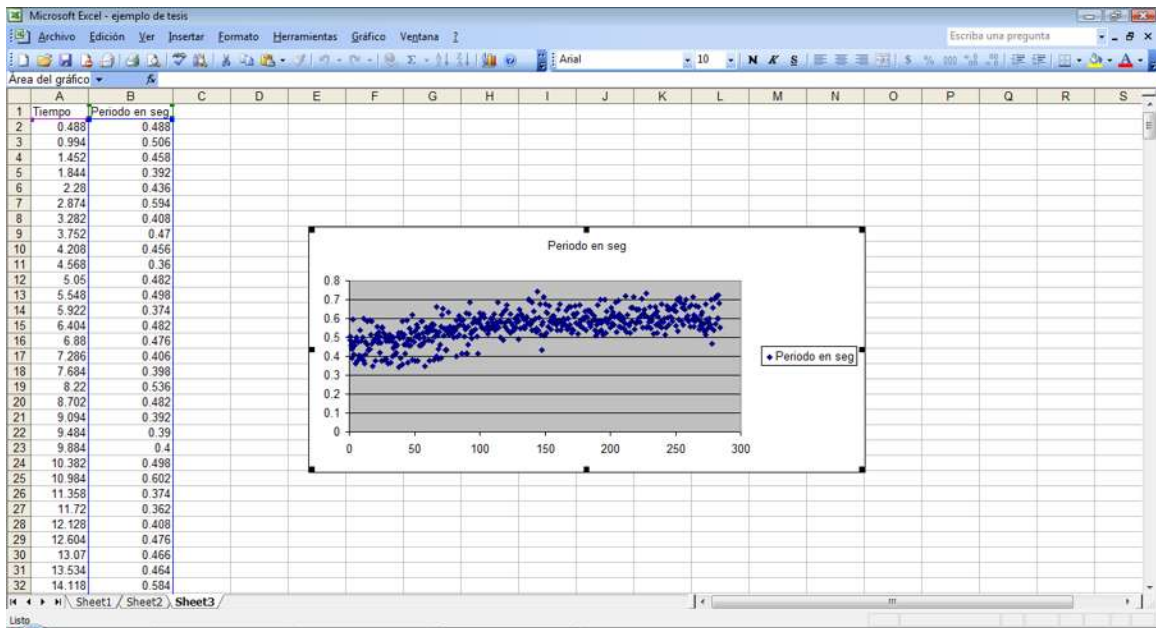


Figura 14. En esta imagen se muestra la grafica resultante de los datos obtenidos de el tiempo (en el eje x) y el periodo en segundos (eje y).

Ahora se va a buscar un ajuste de recta. Para esto, se da clic en el grafico y se selecciona agregar lineal de tendencia.

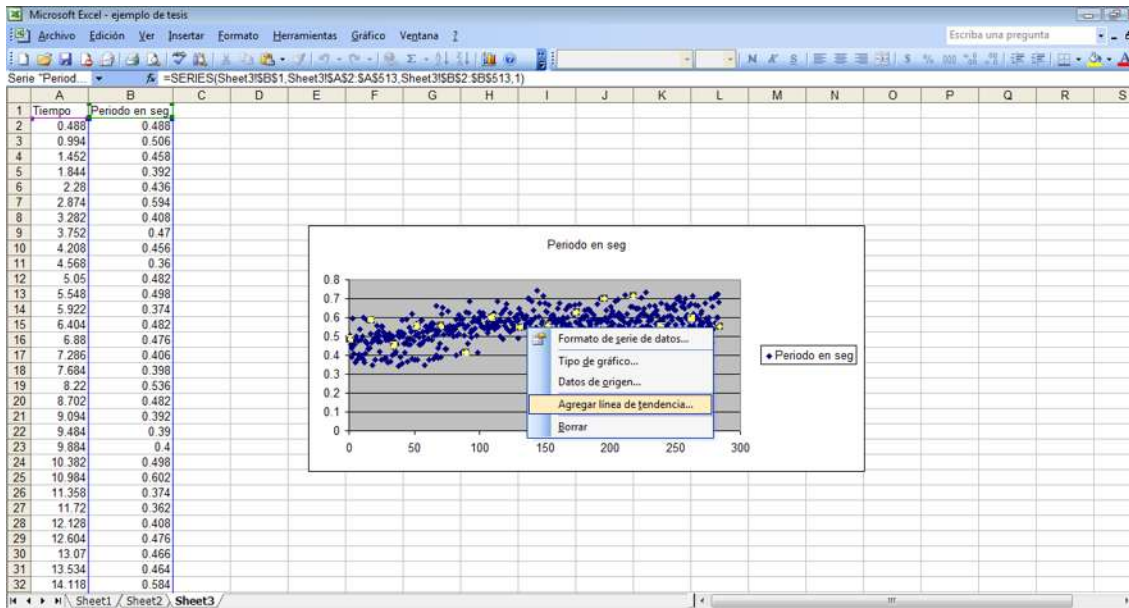


Figura 15. Se muestra el cuadro de texto para selecciona agregar tendencia lineal.

A continuación aparece un recuadro en pide que selecciones que tipo de representación. Se da clic en Lineal.

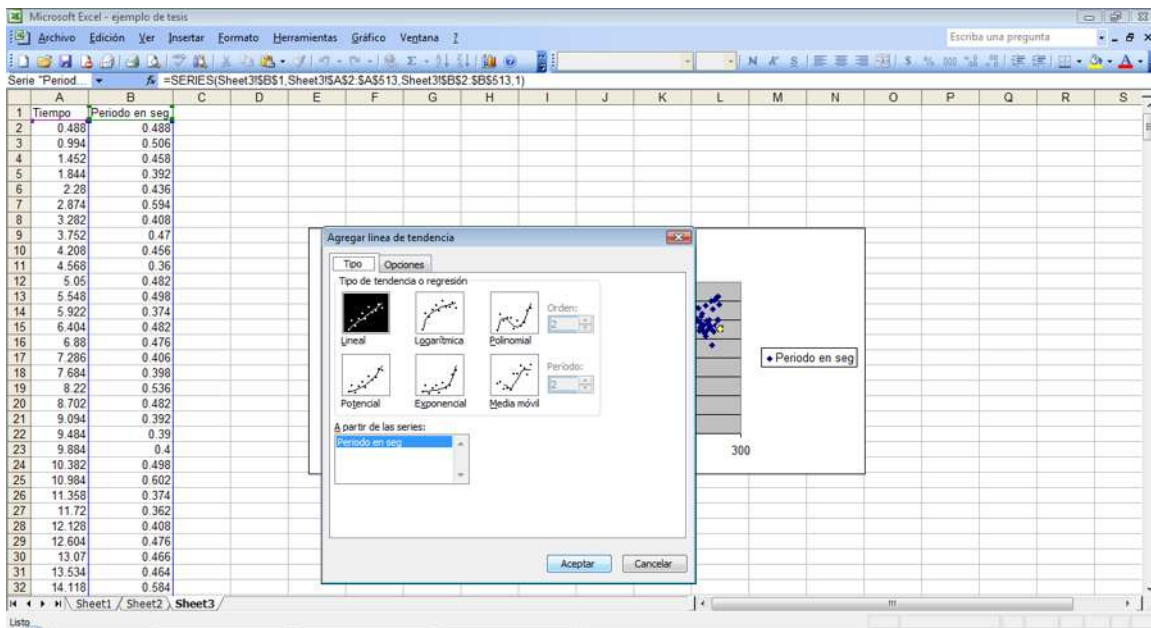


Figura 16. Se muestra como selección el tipo lineal.

Luego se da clic en opciones. Aquí se marcamos presentar ecuación en grafico.

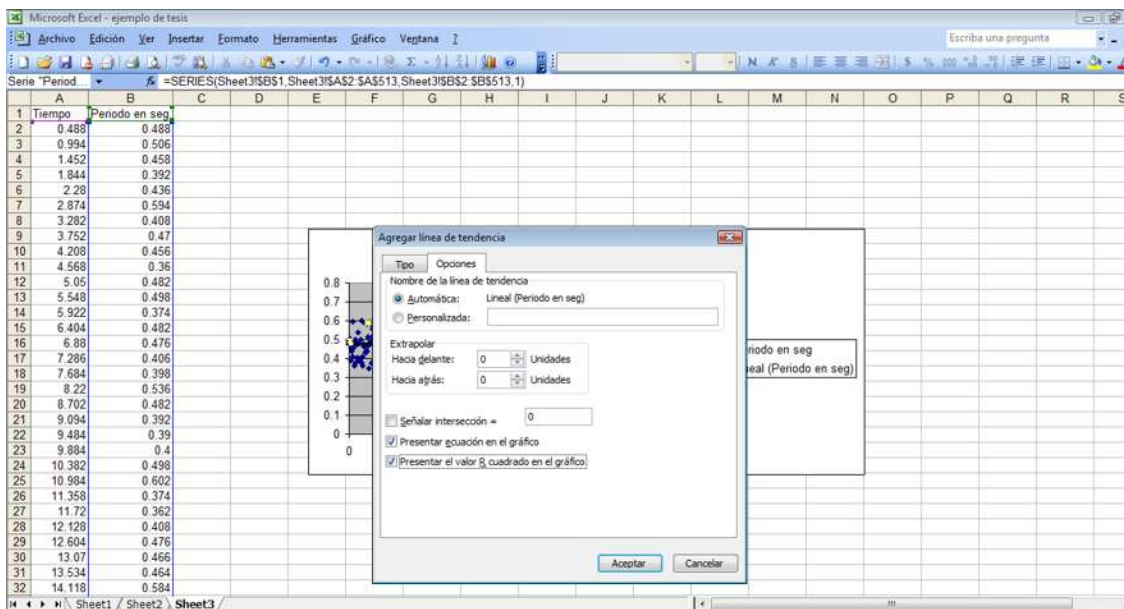


Figura 17. En esta imagen se muestra como marcar la opción que se requiere en la grafica.

Cuando se presiona aceptar, aparecerá en el grafico las ecuaciones requeridas.

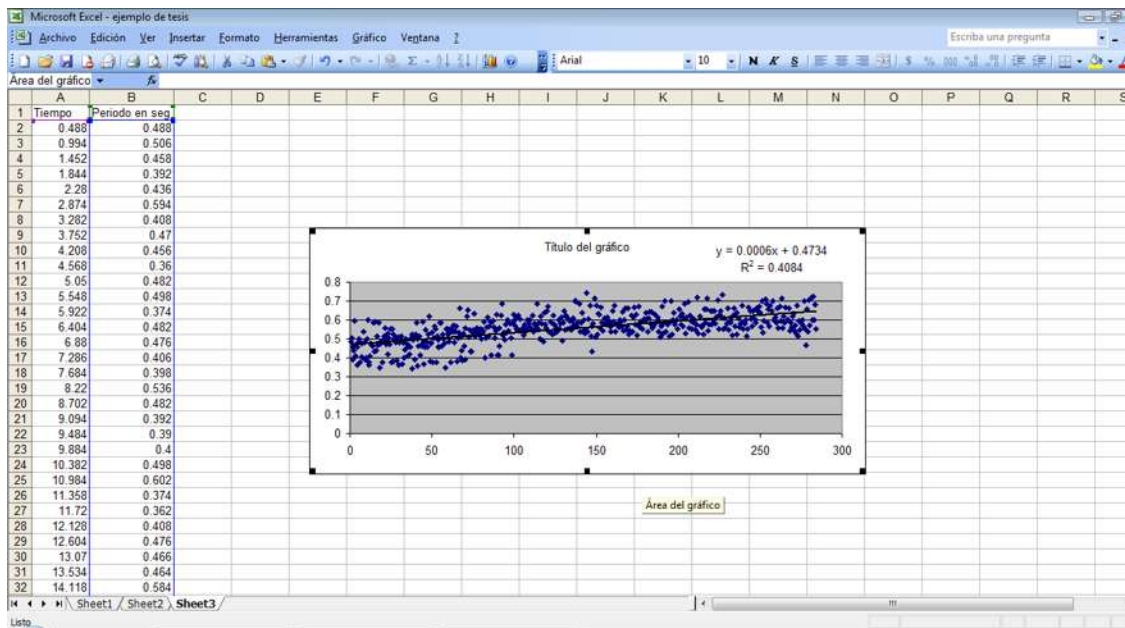


Figura 18. En esta imagen se muestra la grafica junto con la ecuación que representa el grafico.

La pendiente de una recta, el coeficiente que acompaña a x en nuestra ecuación, es el grado de inclinación de una recta, con la razón de cambio en y respecto a x. Para eliminar la tendencia lineal, en una columna nueva al valor de periodo en segundos se le resta el valor de la pendiente por el tiempo para cada uno de los valores obtenidos. En nuestro ejemplo, la pendiente tiene el valor de 0.0006

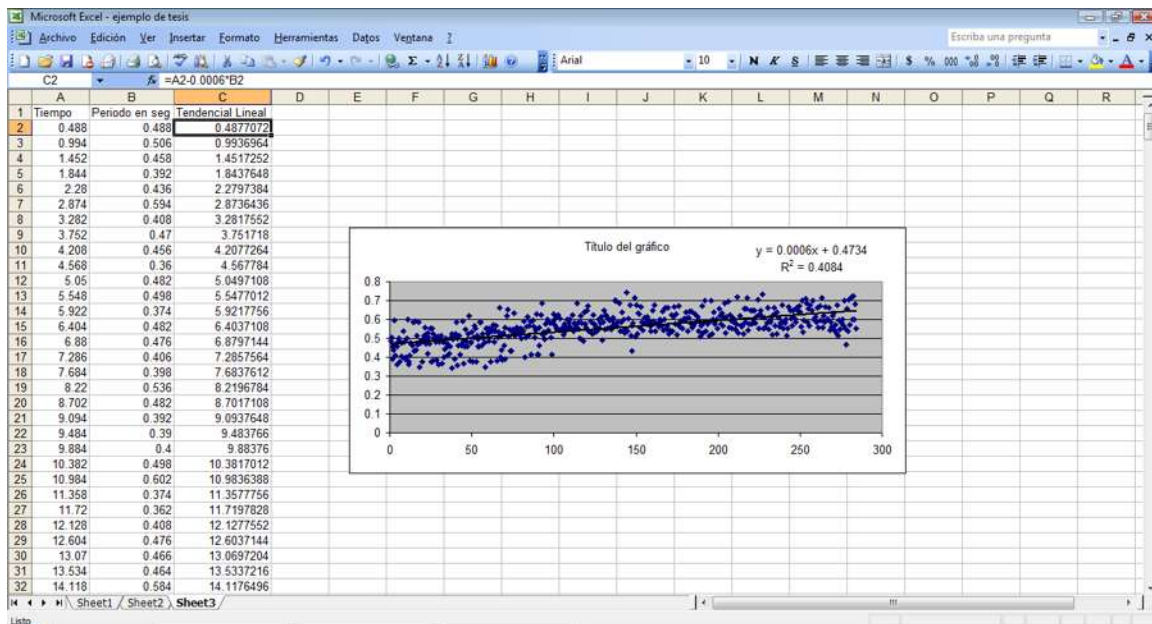
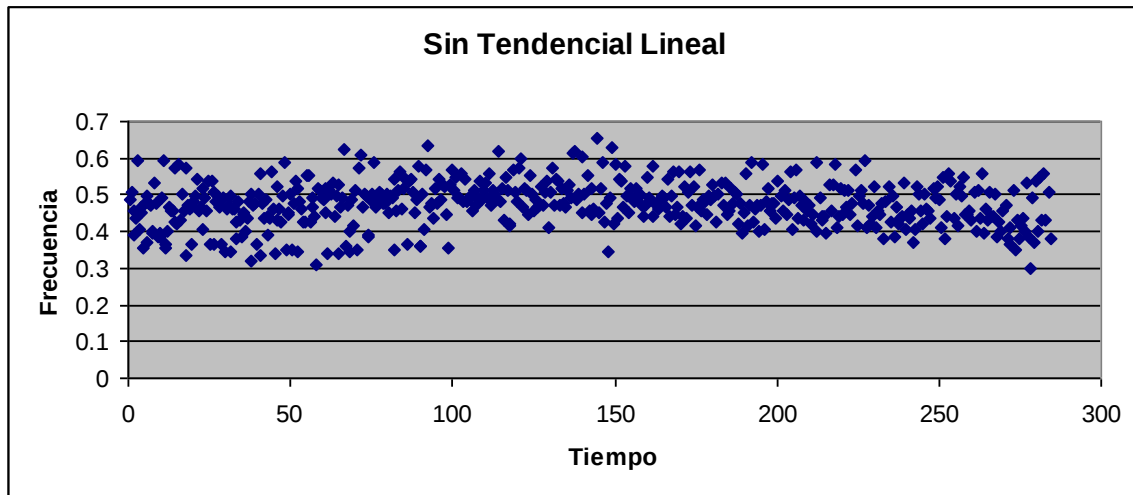


Figura 19. La fórmula que se muestra en la celda C2 es $=B2-0.0006*A2$.

La grafica generada con los nuevos datos es:



Grafica 2. La grafica esta generada por los datos obtenidos restando la tendencia lineal.

Un procedimiento alternativo, más inmediato, para remover la tendencia lineal lo encontramos con la función de Excel =ESTIMACION.LINEAL(Valores de y, Valores de x)

Que en nuestro ejemplo (Figura 20), es

=ESTIMACION.LINEAL(A2:A513,B2:B513)

Que nos arroja directamente el valor de la pendiente y se procede como ya se indicó. Se prefirió desarrollar el método más largo porque ilustra de mejor manera el procedimiento.

3.2 Remuestreo de la señal

Hay que proceder enseguida a un remuestreo de la señal, ya que para el subsecuente análisis de Fourier es necesario contar con datos a intervalos iguales de tiempo. Este procedimiento consiste en lo siguiente:

Se tiene que encontrar un promedio de los tiempos.

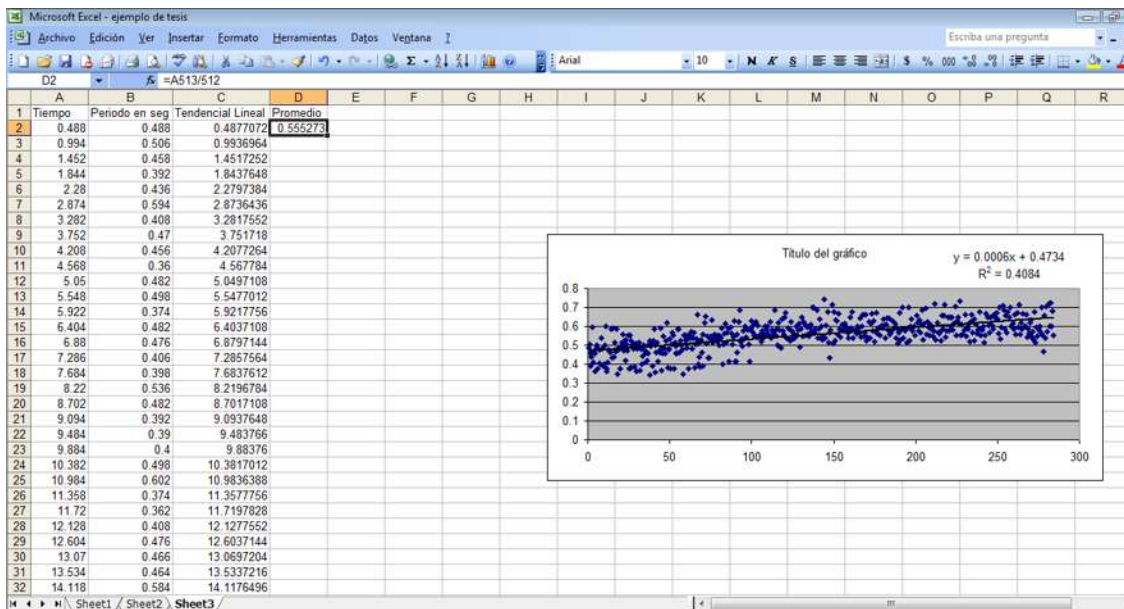


Figura 20. Para encontrar el promedio es la suma de los tiempo entre la cantidad de los tiempo utilizados. En este caso la suma de los tiempos esta dada por la casilla A513. La fórmula empleada para calcular el promedio en el ejemplo es: =A513/512.

Se genera enseguida una columna de números consecutivos.

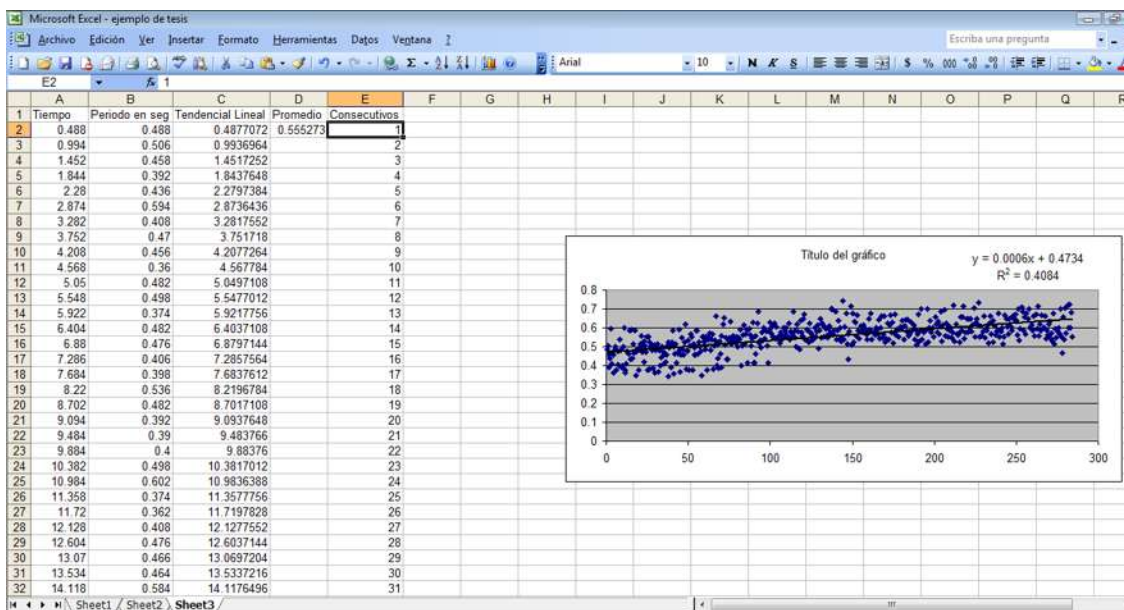


Figura 21. En esta imagen se muestra la sucesión de números consecutivos en la columna E.

Para obtener la columna de tiempos iguales solo resta hacer la multiplicación de cada número consecutivo por el promedio.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	Tiempo	Periodo en seg	Tendencial Lineal	Promedio Consecutivos		Tiempo iguales											
2	0.488	0.488	0.4877072	0.555273		0.555273438											
3	0.994	0.506	0.9936964		2	1.110546875											
4	1.452	0.458	1.4517252		3	1.665820313											
5	1.844	0.392	1.8437648		4	2.22109375											
6	2.28	0.436	2.2797384		5	2.776367188											
7	2.874	0.594	2.8736436		6	3.331640625											
8	3.282	0.408	3.2817552		7	3.886914063											
9	3.752	0.47	3.751718		8	4.4421875											
10	4.208	0.456	4.2077264		9	4.997460938											
11	4.568	0.36	4.567784		10	5.552734375											
12	5.05	0.482	5.0497108		11	6.108007813											
13	5.548	0.498	5.5477012		12	6.66328125											
14	5.922	0.374	5.9217756		13	7.21854688											
15	6.404	0.482	6.4037108		14	7.773828125											
16	6.88	0.476	6.8797144		15	8.329101563											
17	7.286	0.406	7.2857564		16	8.884375											
18	7.684	0.398	7.6837612		17	9.439648438											
19	8.22	0.536	8.2196784		18	9.994921875											
20	8.702	0.482	8.7017108		19	10.55019631											
21	9.094	0.392	9.0937648		20	11.10546875											
22	9.484	0.39	9.483766		21	11.66074219											
23	9.884	0.4	9.88376		22	12.21601563											
24	10.382	0.498	10.3817012		23	12.77128906											
25	10.984	0.602	10.9836388		24	13.3265625											
26	11.358	0.374	11.3577756		25	13.88183594											
27	11.72	0.362	11.7197828		26	14.43710938											
28	12.128	0.408	12.1277552		27	14.99238281											
29	12.604	0.476	12.6037144		28	15.54765625											
30	13.07	0.466	13.0697204		29	16.10292969											
31	13.534	0.464	13.5337216		30	16.65820313											
32	14.118	0.584	14.1176496		31	17.21347656											

Figura 22. La fórmula utilizada en este ejemplo es: =E2*D\$2. Los signos \$ se utilizan para dejar fija la celda deseada.

3.3 Interpolación lineal

La interpolación lineal consiste en hallar un dato dentro de un intervalo en el que conocemos los valores en los extremos. Si se supone que las variaciones son proporcionales se utiliza la interpolación lineal.

Sean dos puntos (x_1, y_1) y (x_3, y_3) , entonces la interpolación lineal consiste en hallar una estimación del valor y_2 , para un valor x_2 tal que $x_1 < x_2 < x_3$.

Teniendo en cuenta que las variaciones en una relación lineal son constantes entonces podemos determinar por ejemplo las siguientes proporciones:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} \quad (6)$$

De igual forma podemos determinar por ejemplo que:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} \quad (7)$$

O lo que es equivalente

$$\frac{x_2 - x_1}{x_3 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{y_3 - y_1} \quad (8)$$

Despejando y_2 obtenemos que:

$$y_2 = y_1 + \frac{(y_3 - y_1)(x_2 - x_1)}{(x_3 - x_1)} \quad (9)$$

Para poder realizar las interpolaciones en Excel automáticamente, se tiene que instalar un complemento llamada Interpolacion.xla. Se puede encontrar de manera fácil y gratuita en Internet.

Ya una vez instalado el complemento, se procede de la siguiente manera:

De los datos antes obtenidos se genera una nueva columna con el comando interpo. Utilizada cada valor individual obtenido en “tiempos iguales”, así como toda la columna de “tiempo” y “tendencia lineal”.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
	Tiempo	Periodo en seg	Tendencia Lineal	Promedio	Consecutivos	Tiempo iguales	Interpolacion lineal								
2	0.488	0.488	0.4877072	0.555273		0.555273438	0.554979202								
3	0.994	0.506	0.9936964			1.110546875	1.110250604								
4	1.452	0.458	1.4517252			1.665820313	1.66567113								
5	1.844	0.392	1.8437648			2.22109375	2.220835717								
6	2.28	0.436	2.2797384			2.776367188	2.776026369								
7	2.874	0.594	2.8736436			3.331640625	3.331391896								
8	3.282	0.408	3.2817552			3.886914063	3.886634548								
9	3.752	0.47	3.751718			4.4421875	4.44195137								
10	4.208	0.456	4.2077264			4.997460938	4.997179716								
11	4.568	0.36	4.567784			5.552734375	5.552436517								
12	5.05	0.482	5.0497108			6.108007813	6.107758406								
13	5.548	0.498	5.5477012			6.66328125	6.662994011								
14	5.922	0.374	5.9217756			7.218554688	7.21830411								
15	6.404	0.482	6.4037108			7.773828125	7.773575449								
16	6.88	0.476	6.8797144			8.329101563	8.328787296								
17	7.286	0.406	7.2857564			8.884375	8.884110923								
18	7.684	0.398	7.6837612			9.439648438	9.439414301								
19	8.22	0.536	8.2196784			9.994921875	9.994668778								
20	8.702	0.482	8.7017108			10.55019531	10.54987908								
21	9.094	0.392	9.0937648			11.10546875	11.10515198								
22	9.484	0.38	9.483766			11.66074219	11.66052381								
23	9.884	0.4	9.88376			12.21601563	12.21576328								
24	10.382	0.498	10.3817012			12.77128906	12.77100562								
25	10.984	0.602	10.9836388			13.3265625	13.32628356								
26	11.358	0.374	11.3577756			13.88183594	13.88151465								
27	11.72	0.362	11.7197828			14.43710938	14.43682515								
28	12.128	0.408	12.1277552			14.99238281	14.99212225								
29	12.604	0.476	12.6037144			15.54765625	15.54730565								
30	13.07	0.466	13.0697204			16.10292969	16.10265835								
31	13.534	0.464	13.5337216			16.65820313	16.65790364								
32	14.118	0.584	14.1176496			17.21347656	17.21317035								

Figura 23. Esta figura se muestra la columna generada por la interpolación lineal. El comando utilizado en la celda G2 es: =INTERPO(F2,\$A\$2:\$A\$513,\$C\$2:\$C\$513).

Existen otras maneras de interpolar, la más utilizada es la interpolación por Splines (la deducción se encuentra en el anexo 4). A continuación se muestran algunos resultados obtenidos trabajando los mismos datos con

interpolación lineal y con interpolación por Splines. Aquí se puede observar como los resultados no varían mucho uno de otro respectivamente.

Interpolación por Splines	Interpolación lineal
0.492109023	0.490059962
0.499799087	0.493119152
0.416627151	0.421000149
0.417178766	0.428722676
0.601316785	0.566364509
0.396636394	0.412549353
0.486343279	0.463525753
0.3792727	0.390884687
0.462015156	0.465703255
0.49322635	0.493098674
0.389589955	0.412013294
0.496839125	0.47473378

Tabla 1. En esta tabla se comparan los resultados de la interpolación Lineal vs Splines, mostrando que no hay mucha variación.

Si se desea, puede realizarse una interpolación por Splines en Excel, con el siguiente procedimiento:

Parecido a la interpolación lineal, solo se usara un comando que en este caso es CERCHA, del cual ya se dispone en el complemento instalado de Excel. También se toman los valores individuales de “tiempos iguales” y todas las columnas de “tiempos” y “tendencia lineal”.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Periodo en seg	Tiempo	Tendencial Lineal	Promedio	Consecutivos	Tiempo iguales	Interpolacion por Splines								
2	0.488	0.488	0.4877072	0.555273438	1	0.555273438	0.492109023								
3	0.506	0.994	0.5054036		2	1.110546875	0.499799087								
4	0.458	1.452	0.4571288		3	1.665820313	0.416627151								
5	0.392	1.844	0.3908936		4	2.22109375	0.417178766								
6	0.436	2.28	0.434632		5	2.776367188	0.601316785								
7	0.594	2.874	0.5922756		6	3.331640625	0.396636394								
8	0.408	3.282	0.4060308		7	3.886914063	0.486343279								
9	0.47	3.752	0.4677488		8	4.4421875	0.3792727								
10	0.456	4.208	0.4534752		9	4.997460938	0.462015156								
11	0.36	4.568	0.3572592		10	5.552734375	0.49322635								
12	0.482	5.05	0.47897		11	6.108007813	0.389589955								
13	0.498	5.548	0.4946712		12	6.66328125	0.496839125								
14	0.374	5.922	0.3704468		13	7.218546688	0.412101103								
15	0.482	6.404	0.4781576		14	7.773828125	0.412196311								
16	0.476	6.88	0.471872		15	8.329101563	0.537077224								
17	0.406	7.286	0.4016284		16	8.884375	0.428088727								
18	0.398	7.684	0.3933896		17	9.439648438	0.382902082								
19	0.536	8.22	0.531068		18	9.994921875	0.404062086								
20	0.482	8.702	0.4767788		19	10.55019531	0.556075484								
21	0.392	9.094	0.3865436		20	11.10546875	0.527154739								
22	0.39	9.484	0.3843096		21	11.66074219	0.347213453								
23	0.4	9.884	0.3940696		22	12.21601563	0.413804163								
24	0.498	10.382	0.4917708		23	12.77128906	0.473930636								
25	0.602	10.984	0.5954096		24	13.3265625	0.440962833								
26	0.374	11.358	0.3671852		25	13.88183594	0.552898618								
27	0.362	11.72	0.354968		26	14.43710938	0.467571989								
28	0.408	12.128	0.4007232		27	14.99238281	0.425439264								
29	0.476	12.604	0.4684376		28	15.54765625	0.585646054								
30	0.466	13.07	0.458158		29	16.10292969	0.426777873								
31	0.464	13.534	0.4558796		30	16.65820313	0.490810616								
32	0.584	14.118	0.5755292		31	17.21347656	0.528315257								

Figura 24. En esta figura se muestra la columna generada con la interpolación por Splines. La fórmula que se utilizó en la celda G2 es: =CERCHA(F2,\$B\$2:\$C\$513).

3.4 Aplicación de ventana

La ventana es una función matemática utilizada en el análisis y procesamiento de señales para evitar las discontinuidades al principio y al final de los bloques analizados. Se utiliza cuando nos interesa una señal voluntariamente limitada. Por ejemplo, una función que es constante dentro del intervalo pero cero fuera de este, llamada ventana rectangular por la figura que representa. Cuando otra función o señal es multiplicada por la función ventana, el producto también es cero fuera del intervalo, todo lo que resta es la parte en la que se superponen.

Es de utilidad aplicar una ventana antes del análisis de Fourier, porque esto nos asegura que no haya discontinuidades, ya que el primer valor se está multiplicando por cero y el último también.

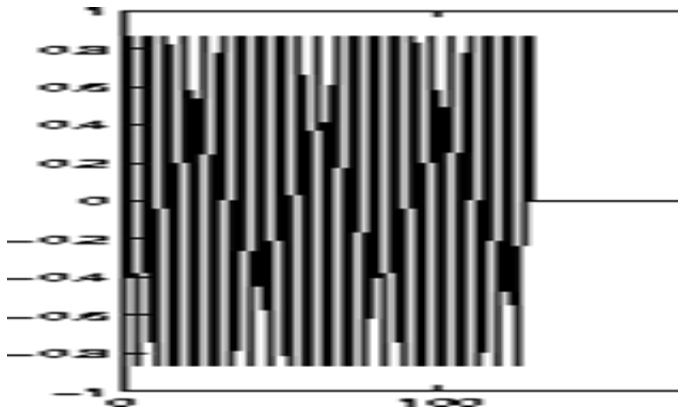


Figura 25. Señal original, sin haber realizado el análisis de la ventana.

Pero aparte de acabar con la discontinuidad, hace que los datos originales se modifiquen.

Eso afecta el análisis de Fourier, pero de una manera favorable, porque elimina las frecuencias de los lados que se generaban por las discontinuidades. Esto ayuda a que no haya otras frecuencias artificiales y a que la señal original se convierta en:

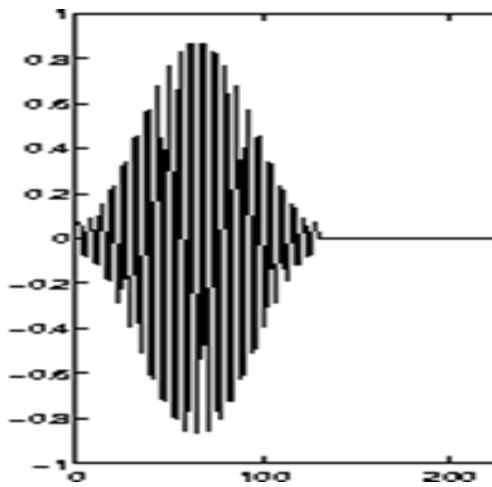


Figura 26. Se muestra la señal modificada por la ventana.

En este caso se aplica la ventana de Hamming, la que nos manifiesta la siguiente función:

$$v(n) = a_0 - a_1 \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) \quad (10)$$

En esta caso los valores para $a_0 = 0.54$ y $a_1 = 0.46$.

La ventana en Excel se realiza de la siguiente manera:

Se generan dos columnas con los datos previamente obtenidos. En una se agregan los valores del “interpolación lineal” y en la siguiente el “factor de ventana”, la cual se obtiene por la formula de Hamming.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Interpolación lineal	Factor de ventana													
2	0.490059962	0.080034773													
3	0.493119152	0.080139086													
4	0.421000149	0.080312924													
5	0.428722676	0.08055626													
6	0.566364509	0.080869058													
7	0.412549353	0.081251271													
8	0.463525753	0.08170284													
9	0.390884687	0.082223697													
10	0.465703255	0.082813763													
11	0.493098674	0.08347295													
12	0.412013294	0.084201158													
13	0.47473378	0.084998276													
14	0.413297369	0.085864184													
15	0.416463094	0.086798751													
16	0.518779542	0.087801836													
17	0.434797564	0.088873287													
18	0.384563655	0.090012943													
19	0.415831046	0.09122063													
20	0.52072688	0.092496166													
21	0.521286251	0.093839359													
22	0.356967902	0.095250006													
23	0.413244051	0.096727892													
24	0.464747333	0.098272795													
25	0.45689819	0.099884482													
26	0.527144036	0.101562707													
27	0.465046476	0.103307219													
28	0.425270195	0.105117752													
29	0.575010933	0.106994034													
30	0.442562729	0.10893578													
31	0.489152409	0.110942697													
32	0.500018206	0.113014482													

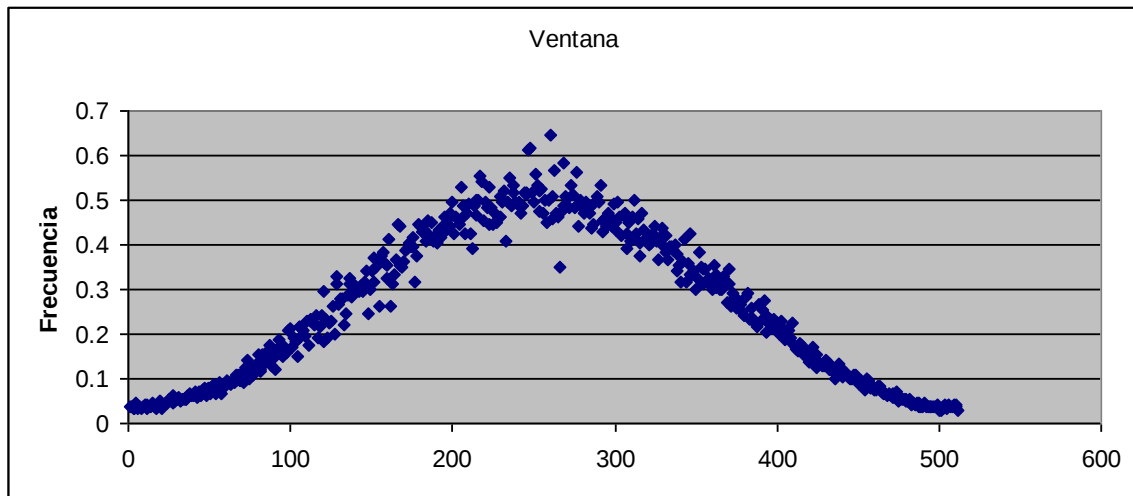
Figura 27. En esta figura se muestran las columnas de “Interpolación Lineal” (previamente conseguidos) y la columna de “Función de ventana”.

Para generar la columna de “ventana”, se multiplican individualmente cada valor de las dos columnas anteriores.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Interpolación lineal	Factor de ventana	Ventana												
2	0.490059962	0.080034773	0.03922184												
3	0.493119152	0.080139086	0.03951812												
4	0.421000149	0.080312924	0.03381175												
5	0.428722676	0.08055626	0.0345363												
6	0.566364509	0.080869058	0.04580136												
7	0.412549353	0.081251271	0.03352016												
8	0.463525753	0.08170284	0.03787137												
9	0.390884687	0.082223697	0.03213998												
10	0.465703255	0.082813763	0.03856664												
11	0.493098674	0.08347295	0.0411604												
12	0.412013294	0.084201158	0.034692												
13	0.47473378	0.084998276	0.04035155												
14	0.413297369	0.085864184	0.03548744												
15	0.416463094	0.086798751	0.03614848												
16	0.518779542	0.087801836	0.0455498												
17	0.434797564	0.088873287	0.03864189												
18	0.384563655	0.090012943	0.03461571												
19	0.415831046	0.09122063	0.03793237												
20	0.52072688	0.092496166	0.04816524												
21	0.521286251	0.093839359	0.04891717												
22	0.356967902	0.095250006	0.03400119												
23	0.413244051	0.096727892	0.03997223												
24	0.464747333	0.098272795	0.04567202												
25	0.45689819	0.099884482	0.04563704												
26	0.527144036	0.101562707	0.05353818												
27	0.465046476	0.103307219	0.04804266												
28	0.425270195	0.105117752	0.04470345												
29	0.575010933	0.106994034	0.06152274												
30	0.442562729	0.10893578	0.04821092												
31	0.489152409	0.110942697	0.05426789												
32	0.500018206	0.113014482	0.0565093												

Figura 28. En esta imagen se muestra la columna generada para “ventana”. La ecuación que se utilizó en la celda C2 es: $=A2*B2$.

A continuación se muestra la grafica para los nuevos datos obtenidos por el análisis de ventana realizado.



Grafica 3. Grafica de datos de la columna “ventana”.

3.5 Análisis de Fourier

El análisis de Fourier, es un tipo de análisis que descompone una señal en componentes senoidales elementales. El desarrollo de estas formulas se muestra en el anexo 5.

Se realiza enseguida el análisis de Fourier.

En análisis de Fourier es muy simple utilizando adecuadamente las herramientas de Excel. El procedimiento es el siguiente:

Los datos obtenidos en la “ventana” de el procedimiento anterior, se transforman a milisegundos. Esto se genera multiplicando por 1000 cada valor individualmente.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Interpolación lineal	Factor de ventana	Ventana	Ventana en ms										
2	0.490059962	0.080034773	0.03922184	39.22183776										
3	0.493119152	0.080139086	0.03951812	39.51811822										
4	0.421000149	0.080312924	0.03381175	33.81175303										
5	0.428722676	0.08055626	0.0345363	34.53629559										
6	0.566364509	0.080869058	0.04580136	45.80136458										
7	0.412549353	0.081251271	0.03352016	33.5201592										
8	0.463525753	0.08170284	0.03787137	37.87137023										
9	0.390884687	0.082223697	0.03213998	32.13998395										
10	0.465703255	0.082813763	0.03856664	38.56663902										
11	0.493098674	0.08347295	0.0411604	41.16040094										
12	0.412013294	0.084201158	0.034692	34.69199631										
13	0.47473378	0.084998276	0.04035155	40.35155269										
14	0.413297369	0.085864184	0.03548744	35.48744124										
15	0.416463094	0.086798751	0.03614848	36.14847631										
16	0.518779542	0.087801836	0.0455498	45.54979626										
17	0.434797564	0.088873287	0.03864189	38.64188873										
18	0.384563655	0.090012943	0.03461571	34.61570615										
19	0.415831046	0.09122063	0.03793237	37.93236993										
20	0.52072688	0.092496166	0.04816524	48.16524014										
21	0.521286251	0.093839359	0.04891717	48.91716781										
22	0.356967902	0.095250006	0.03400119	34.00119472										
23	0.413244051	0.096727892	0.03997223	39.97222607										
24	0.464747333	0.098272795	0.04567202	45.67201953										
25	0.45689819	0.099884482	0.04563704	45.63703887										
26	0.527144036	0.101562707	0.05353818	53.53817553										
27	0.465046476	0.103307219	0.04804266	48.04265806										
28	0.425270195	0.105117752	0.04470345	44.70344705										
29	0.575010933	0.106994034	0.06152274	61.52273931										
30	0.442562729	0.10893578	0.04821092	48.21091621										
31	0.489152409	0.110942697	0.05426789	54.26788771										
32	0.500018206	0.113014482	0.0565093	56.50929864										

Figura 29. En esta imagen se muestra la columna generada de “ventana en ms”, en donde la ecuación utilizada en la celda D2 es: $=C2*1000$.

Es importante agregar un complemento de análisis para que aparezca la función de Análisis de Fourier, para esto seleccionamos Herramientas y selecciona complementos.

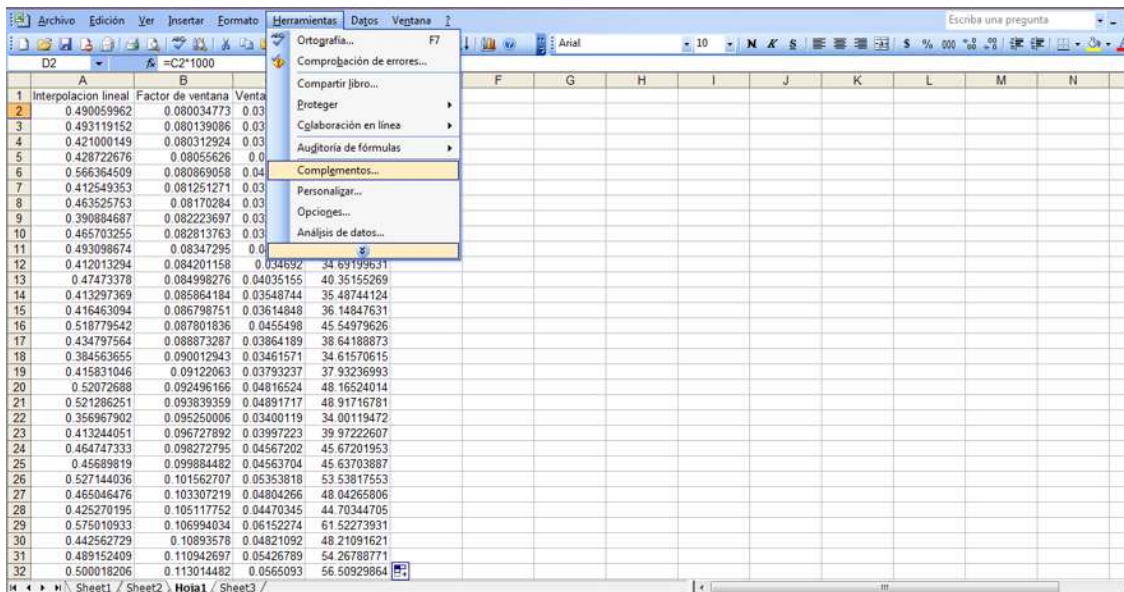


Figura 30. En esta imagen se muestra como agregar el complemento para en Análisis de Fourier.

Se selecciona la opción de Herramientas para Análisis.

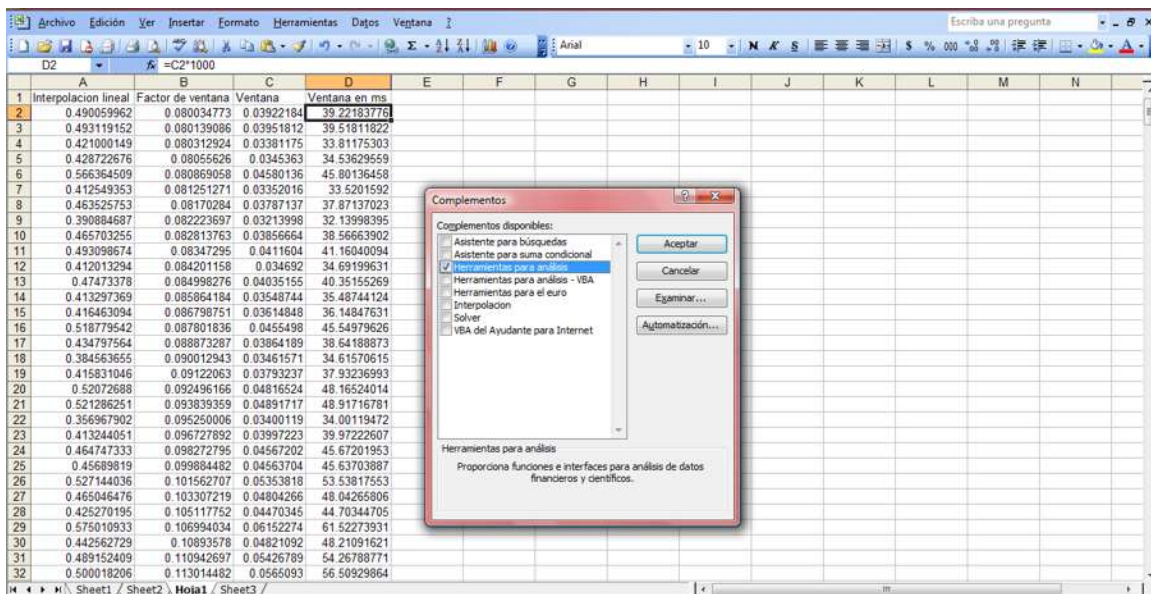


Figura 31. En esta imagen se muestra la selección de Herramientas de Análisis.

Ya con el complemento adicionado, ahora si se puede hacer el Análisis de Fourier. Se va de nuevo al menú de Herramientas y se selecciona Análisis de Datos.

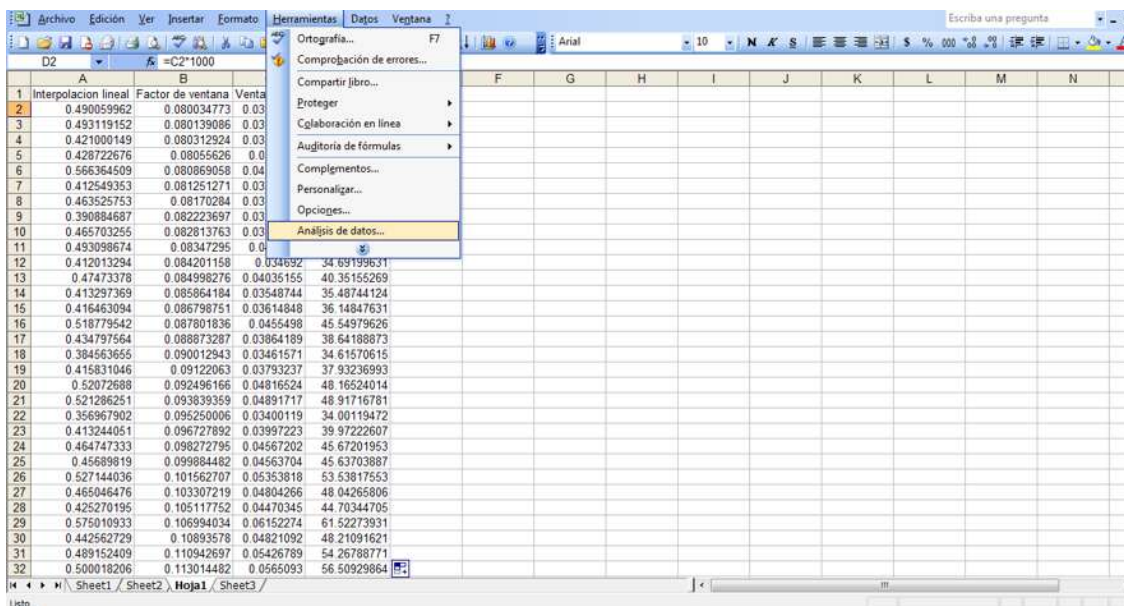


Figura 32. En esta figura se muestra la selección de Análisis de Datos.

Se selecciona Análisis de Fourier y se clic en OK.

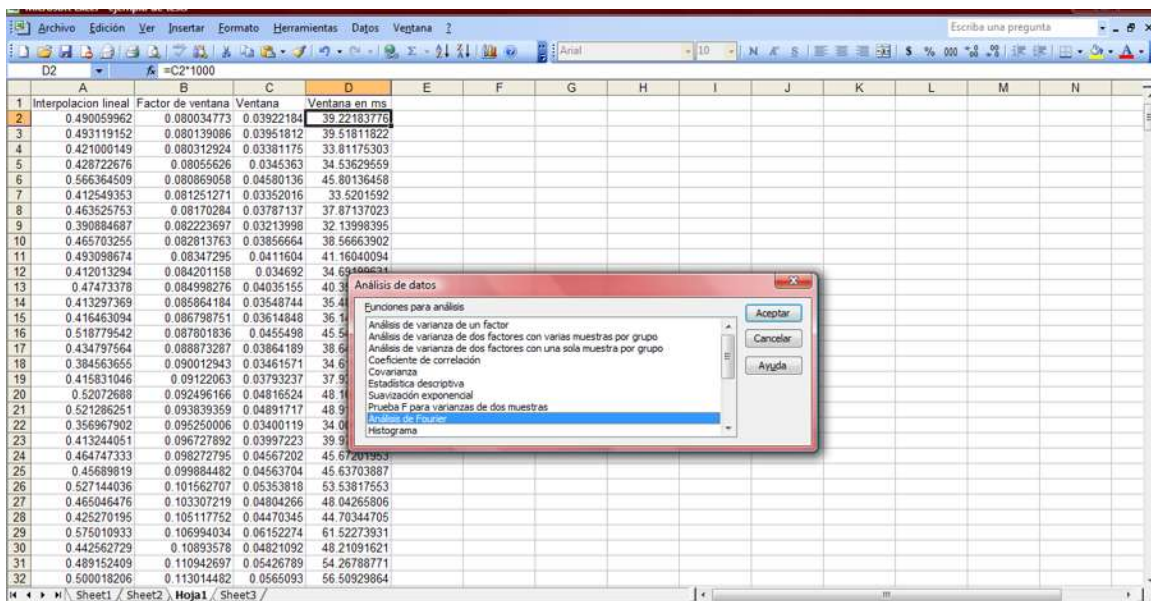


Figura 33. En esta imagen se muestra la selección del Análisis de Fourier.

Va a aparecer una ventana en donde se tienen que ingresar los datos a los que se le quiere realizar el análisis. En este caso los datos de entrada van a ser todos los datos de la columna de “ventana en ms” y los datos de salida va a ser la columna en donde se quieren generar los datos.

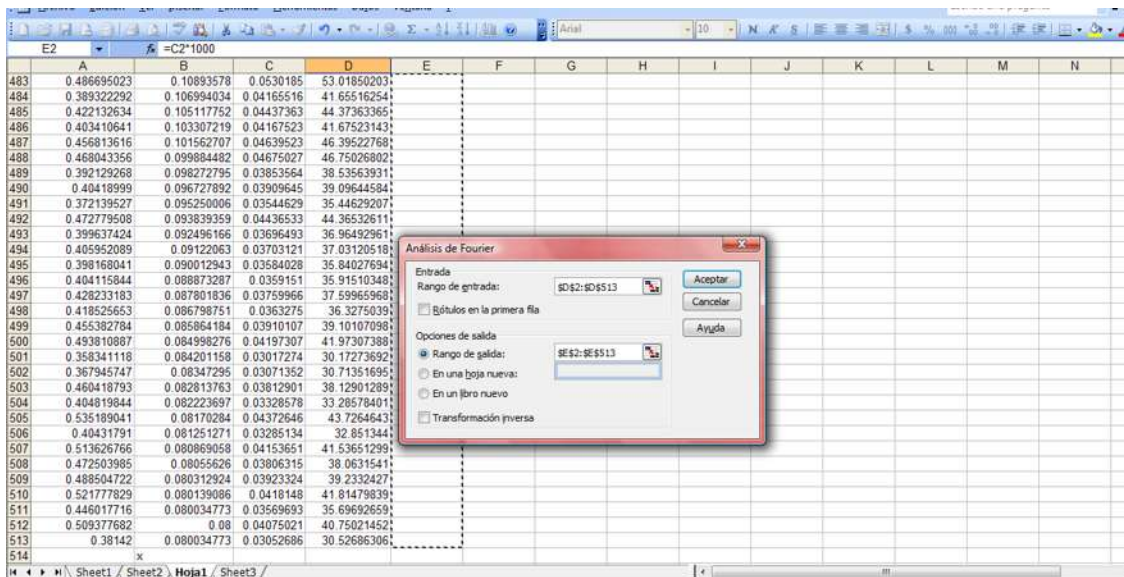


Figura 34. En esta imagen los datos de entrada son: \$D\$2:\$D\$513. Los datos de salida son: \$E\$2:\$E\$513.

Así se obtiene ya una columna generada con el Análisis de Fourier.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Interpolación lineal	Factor de ventana	Ventana	Ventana en ms	Análisis de Fourier							
2	0.490059962	0.080034773	0.03922184	39.22183776	134907.925817174							
3	0.493119152	0.080139086	0.03951812	39.51811822	-59970.9823243848-1820.97211290032i							
4	0.421000149	0.080312924	0.03381175	33.81175303	1831.95159805199+1165.37770070048i							
5	0.428722676	0.08055626	0.0345363	34.53629659	-183.165616129542-522.370490812437i							
6	0.566364509	0.080869058	0.04580136	45.80136458	294.739517176699-6.42870626091923i							
7	0.412549353	0.081251271	0.03352016	33.5201592	-277.61495296675+24.9537738862632i							
8	0.463525753	0.08170284	0.03787137	37.87137023	113.767696905632-108.426876859029i							
9	0.390884687	0.082223697	0.03213998	32.13998395	-496.85750227295-391.670749172974i							
10	0.465703255	0.082813763	0.03856664	38.56663902	407.239672623635-98.6773906097495i							
11	0.493098674	0.08347295	0.0411604	41.16040094	-261.585386116232-192.034153674317i							
12	0.412013294	0.084201158	0.034692	34.69199631	494.098295539706+497.135125388915i							
13	0.47473378	0.084998276	0.04035155	40.35155269	32.0350335135997+106.632946084194i							
14	0.413297369	0.085864184	0.03548744	35.48744124	-185.496215848404+298.735708030894i							
15	0.416463094	0.086798751	0.03614848	36.14847631	-52.167881778351-734.937782843742i							
16	0.518779542	0.087801836	0.0455498	45.54979626	428.172035889434+708.413182134527i							
17	0.434797564	0.08873287	0.03864189	38.64188873	175.568944970809-337.117219090488i							
18	0.384563655	0.090012943	0.03461571	34.61570615	-379.041435323438+194.856629959156i							
19	0.415831046	0.09122063	0.03793237	37.93236993	254.4775561159-430.041718648651i							
20	0.52072688	0.092496168	0.04816524	48.16524014	-199.007295483337+622.375546974152i							
21	0.521286251	0.093839359	0.04091717	40.91716781	345.570622418003-229.071492115219i							
22	0.356967902	0.095250006	0.03400119	34.00119472	-208.59809950142+217.26081085605i							
23	0.413244051	0.096727892	0.03997223	39.97222607	78.6401182857561-352.851532140342i							
24	0.464747333	0.098272795	0.04567202	45.67201953	-243.124191156115+396.634173478382i							
25	0.45689819	0.099884482	0.04563704	45.63703887	437.23958519842+12.1572621802903i							
26	0.527144036	0.101562707	0.05353818	53.53817553	-132.454394512813-726.720393191188i							
27	0.465046476	0.103307219	0.04804266	48.04265806	-106.220518087251-3.46164415080142i							
28	0.425270195	0.105117752	0.04470345	44.70344705	89.995860340339+312.7441155284i							
29	0.575010933	0.106994034	0.06152274	61.52273931	-388.405792960922-256.862107316164i							
30	0.442562729	0.10893578	0.04821092	48.21091621	546.815120851099+46.049498865783i							
31	0.489152409	0.110942697	0.05426789	54.26788771	-342.4429279655-380.520024477955i							
32	0.500018206	0.113014482	0.0565093	56.50929864	-12.065853518909+626.117940763829i							

Figura 35. Es esta imagen se muestra la columna generada con en Análisis de Fourier.

El propósito del análisis de Fourier es representar una señal compleja como la sumatoria de ondas senoidales simples; cada una de estas ondas está caracterizada por una amplitud y un ángulo de fase, que pueden describirse de varias maneras:

A $\cos(\omega t - \phi)$

B $\sin(\omega t) + D \cos(\omega t)$

C $e^{i(\omega t)} = C \cos(\omega t) + iC \sin(\omega t) = a + ib = z$

Excel da la respuesta en forma de número complejo, como en la última expresión, donde la unidad imaginaria aparece asociada con el ángulo de fase de la función senoidal que representa y la amplitud de la onda se encuentra asociada con el valor absoluto del número complejo z . Considerando el algoritmo que Excel utiliza en los cálculos, es necesario dividir el valor absoluto del número complejo que calcula Excel entre $N/2$ (donde N es el número de datos utilizados) para obtener la amplitud buscada. Es de señalar que, para utilizar una forma de cálculo conocida como transformada rápida de Fourier (FFT), Excel requiere que N sea de la forma 2^n , con $n = 2, 3, 4, \dots$

Para encontrar los valores de LF, HF, VLF y VHF es necesario encontrar con que frecuencias se encuentran asociados los valores absolutos de los números complejos que arrojó el análisis de Fourier, mismos que representan la amplitud de la onda simple senoidal a la frecuencia

especificada. Para ello, se realizan ciertas operaciones a los datos obtenidos en la Serie de Fourier, explicadas a continuación. Los pasos son los siguientes:

Se tienen que utilizar en valor absoluto de los valores obtenidos en la Serie de Fourier. Para esto, se utiliza una simple formula en Excel.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Interpolacion lineal	Factor de ventana	Ventana	Ventana en ms	Analisis de Fourier	Valor Absoluto						
2	0.490059962	0.080034773	0.03922184	39.22183776	134907.925817174	526.9840852						
3	0.493119152	0.080139086	0.03951812	39.51811822	-59970.9823243848	234.3696178						
4	0.421000149	0.080312924	0.03381175	33.81175303	1831.95159805199+1165.37770070048i	8.481288144						
5	0.428722676	0.080556626	0.0345363	34.53629569	-183.165616129542-522.370490812437i	2.162315167						
6	0.566364509	0.080869058	0.04580136	45.80136458	294.739517176699-6.42870626091923i	1.151600073						
7	0.412549353	0.081251271	0.03352016	33.5201592	-277.61495296675+24.9537738862632i	1.08880546						
8	0.463525753	0.08170284	0.03787137	37.87137023	113.767696905632-108.426876859029i	0.613908871						
9	0.390884687	0.082223697	0.03213998	32.13998395	-496.85750227295-391.670749172974i	2.471373437						
10	0.465703255	0.082813763	0.03856664	38.56663902	407.239672623635-98.6773906097495i	1.636813739						
11	0.493098674	0.08347295	0.0411604	41.16040094	-261.585386116232-192.034153674317i	1.267600879						
12	0.412013294	0.084201158	0.034692	34.69199631	494.098295539706+497.135125388915i	2.737934231						
13	0.47473378	0.084998276	0.04035155	40.35155269	32.0350335135997+106.632946084194i	0.434925962						
14	0.413297369	0.085864184	0.03548744	35.48744124	-185.496215848404+298.735708030894i	1.373600303						
15	0.416463094	0.086798751	0.03614848	36.14847631	-52.167881778351-734.937782843742i	2.878074084						
16	0.518779542	0.087801836	0.0455498	45.54979626	428.172035889434+708.413182134527i	3.233423134						
17	0.434797564	0.088873287	0.03864189	38.64188873	175.568944970809-337.117219090488i	1.484747455						
18	0.384563655	0.090012943	0.03461571	34.61570615	-379.041435323438+194.856629959156i	1.664821185						
19	0.415831046	0.09122063	0.03793237	37.93236993	254.4775561159-430.041718648651i	1.951932082						
20	0.52072688	0.092496166	0.04816524	48.16524014	-199.007295483337+622.375546974152i	2.552414488						
21	0.521286251	0.093839359	0.04891717	48.91716781	345.570622418803-229.071492115219i	1.619529571						
22	0.356967902	0.095250006	0.03400119	34.00119472	-208.59909550142+217.260810865605i	1.176526203						
23	0.413244051	0.096727892	0.03997223	39.97222607	78.6401162857561-352.851532140342i	1.412142991						
24	0.464747333	0.098272795	0.04567202	45.67201953	-243.124191156115+396.634173478382i	1.817258872						
25	0.45689819	0.099884482	0.04563704	45.63703887	437.239585519842+12.1672621802903i	1.708627213						
26	0.527144036	0.101562707	0.05353818	53.53817553	-132.454394512813-276.720393191188i	1.198387223						
27	0.465046476	0.103307219	0.04804266	48.04265806	-106.220518087251-3.46164415080142i	0.415144177						
28	0.425270195	0.105117752	0.04470345	44.70344705	89.9995860340339+312.7441155284i	1.271235678						
29	0.575010933	0.106994034	0.06152274	61.52273931	-388.405792960922-256.862107316164i	1.818975846						
30	0.442552729	0.10893578	0.04821092	48.21091621	546.815120851099+46.0494988655783i	2.143557429						
31	0.489152409	0.110942697	0.05426789	54.26788771	-342.4429279655-380.520024477956i	1.999689642						
32	0.500018206	0.113014482	0.0565093	56.50929864	-12.065853518909+626.117940763829i	2.446227304						

Figura 36. En esta imagen se muestra como se encontró el valor absoluto de los valores de la Serie de Fourier. La fórmula empleada en la celda F2 fue: $= (2/512) * \text{IM.ABS}(E2)$.

Ahora se prosigue a encontrar la potencia de la onda con los valores obtenidos. Para esto solo se multiplica el valor absoluto por si mismo o lo que sería el valor absoluto al cuadrado. Esto es debido a que con la potencia de la onda se puede obtener un espectro de potencia, misma que se encuentra asociada con el cuadrado de la amplitud.

G2 =F2^2											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Interpolación lineal	Factor de ventana	Ventana	Ventana en ms	Análisis de Fourier	Valor Absoluto	Potencia				
2	0.49005962	0.080034773	0.03922184	39.22183776	134907.925817174	526.9840852	277172.226				
3	0.493119152	0.080139086	0.03951812	39.51811822	-59970.9823243848-1820.97211290032i	234.3696178	54929.1177				
4	0.421000149	0.080312924	0.03381175	33.81175303	1831.95159805199+1165.37770070048i	8.481288144	71.9322486				
5	0.428722676	0.08055626	0.0345363	34.53629559	-183.165616129542-522.370490812437i	2.162315167	4.67560688				
6	0.566364509	0.080869058	0.04580136	45.80136458	294.739517176699-6.42870626091923i	1.151600073	1.32618273				
7	0.412549353	0.081251271	0.03352016	33.5201592	-277.61495296675+24.9537738862632i	1.08880546	1.18549733				
8	0.463525753	0.081720284	0.03787137	37.87137023	113.767696905632-108.426876859029i	0.613908871	0.3768841				
9	0.390884687	0.082223697	0.03213998	32.13998395	-496.85750227295-391.670749172974i	2.471373437	6.10768667				
10	0.465703255	0.082813763	0.03656664	38.56663902	407.239672623635-98.6773906097495i	1.636813739	2.67915922				
11	0.493098674	0.08347295	0.0411604	41.16040094	-261.585386116232-192.034153674317i	1.267600879	1.60681199				
12	0.412013294	0.084201158	0.034692	34.69199631	494.098296539706+497.135125388915i	2.737934231	7.49628385				
13	0.474733378	0.084998276	0.04035155	40.35155269	32.035035135997+106.632946084194i	0.434925962	0.18916059				
14	0.413297369	0.08564184	0.03548744	35.48744124	-185.496215848404+298.735708030894i	1.373600303	1.89677779				
15	0.416463094	0.086798751	0.03614848	36.14847631	-52.167881778351-734.937782843742i	2.878074084	8.28331043				
16	0.518779542	0.087801836	0.0455498	45.54979626	428.17203589434+708.413182134527i	3.233423134	10.4550252				
17	0.434797564	0.088873287	0.03864189	38.64188873	175.568944970809-337.117219090488i	1.484747455	2.204475				
18	0.384563655	0.090012943	0.03461571	34.61570615	-379.041435323438+194.856629959156i	1.664821185	2.77162858				
19	0.415831046	0.09122063	0.03793237	37.93236993	254.4775561159-430.041718648651i	1.951932082	3.81003885				
20	0.52072688	0.092496166	0.04816524	48.16524014	-199.007295483337+622.375546974152i	2.552414488	6.51481972				
21	0.521286251	0.093839359	0.04891717	48.91716781	345.570622418803-229.071492115219i	1.619529571	2.62287603				
22	0.356967902	0.095250006	0.03400119	34.00119472	-208.59909550142+217.260810865605i	1.176526203	1.38421391				
23	0.413244051	0.096727892	0.03997223	39.97222607	78.6401182857561-352.851532140342i	1.412142991	1.99414783				
24	0.464747333	0.098272795	0.04567202	45.67201953	-243.124191156115+396.634173478382i	1.817258872	3.30242981				
25	0.45689819	0.098884482	0.04563704	45.63703887	437.239585519842+12.1572621802903i	1.708627213	2.91940695				
26	0.527144036	0.101562707	0.05353818	53.53817553	-132.454394512813-276.720393191188i	1.198387223	1.43613194				
27	0.465046476	0.103307219	0.04804266	48.04265806	-106.220518087251-3.46164415080142i	0.415144177	0.17234469				
28	0.425270195	0.105117752	0.04470345	44.70344705	89.9995860340339+312.7441155284i	1.271235678	1.61604015				
29	0.575010933	0.106994034	0.06152274	61.52273931	-388.405792960922-256.862107316164i	1.818975846	3.30867313				
30	0.442562729	0.10893578	0.04821092	48.21091621	546.815120851099+46.0494988655783i	2.143557429	4.59483845				
31	0.489152409	0.110942697	0.05426789	54.26788771	-342.4429279655-380.520024477956i	1.999689642	3.99875867				
32	0.500018206	0.113014482	0.0565093	56.50929864	-12.065853518909+626.117940763829i	2.446227304	5.98402802				

Figura 37. En esta figura se muestra la columna generada para los valores de “Potencia”. La fórmula empleada en la celda G2 es: =F2*F2 o bien =F2^2.

Con la potencia generada se puede hacer la identificación de los valores de VLF, VL, HF y VHF gracias a los valores de la columna Frecuencia, que es la relativa contribución de armónicos a la frecuencia. Esta permanecerá constante durante todos los demás análisis.

La forma de generar esta columna “Frecuencia” es la siguiente:

El tiempo entre los puntos de los datos obtenidos es $\Delta t = \frac{T}{N}$, como la

frecuencia es $f = \frac{1}{T}$, el incremento en la frecuencia está definida por $\Delta f = \frac{1}{T}$,

donde T es el tiempo total de las muestras. Para el primer valor, $F(1\Delta f)$. Para el segundo valor, $F(2\Delta f)$. Así sucesivamente hasta haber trabajado los 512 datos.

H1	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Interpolación lineal	Factor de ventana	Ventana	Ventana en ms	Análisis de Fourier	Valor Absoluto	Potencia	Frecuencia				
2	0.490059962	0.080034773	0.03922184	39.22183776	134907.925817174	526.9840852	277712.226					
3	0.493119152	0.080139086	0.03951812	39.51811822	-59970.9823243848-1820.97211290032i	234.3696178	54929.1177	0.003517411				
4	0.421000149	0.080312924	0.03381175	33.81175303	1831.95159805199+1165.37770070048i	8.481288144	71.9322486	0.007034822				
5	0.428722676	0.08055626	0.0345363	34.53629569	-183.165616129542-522.370490812437i	2.162315167	4.67560688	0.010552233				
6	0.566364509	0.08069058	0.04580136	45.80136458	294.739517176699-6.42870626091923i	1.151600073	1.32618273	0.014069644				
7	0.412549353	0.081251271	0.03352016	33.5201592	-277.61495296675+24.9537738862632i	1.08880546	1.18549733	0.017587055				
8	0.463525753	0.08170284	0.03787137	37.87137023	113.767696905632-108.426876859029i	0.613908871	0.3768841	0.021104466				
9	0.390884687	0.082223697	0.03213998	32.13998395	-496.85750227295-391.670749172974i	2.471373437	6.10768667	0.024621877				
10	0.465703255	0.082813763	0.03856664	38.56663902	407.239672623635-98.6773906097495i	1.636813739	2.67915922	0.028139288				
11	0.493098674	0.08347295	0.0411604	41.16040094	-261.585386116232-192.034153674317i	1.267600879	1.60681199	0.031656699				
12	0.412013294	0.084201158	0.034692	34.69199631	494.098295539706+497.135125388915i	2.737934231	7.49628385	0.03517411				
13	0.47473378	0.084998276	0.04035155	40.35155269	32.0350335135997+106.632946084194i	0.434925962	0.18916059	0.038691521				
14	0.413297369	0.085864184	0.03548744	35.48744124	-185.496215848404+298.735708030894i	1.373600303	1.88677779	0.042208932				
15	0.416463094	0.086798751	0.03614848	36.14847631	-52.167881778351-734.937782843742i	2.878074084	8.28331043	0.045726343				
16	0.518779542	0.087801836	0.0455498	45.54979626	428.172035889434+708.413182134527i	3.233423134	10.4550252	0.049243754				
17	0.434797564	0.088873287	0.03864189	38.64188873	175.568944970809-337.117219090488i	1.484747455	2.204475	0.052761165				
18	0.384563655	0.090012943	0.03461571	34.61570615	-379.041435323438+194.856629959156i	1.664821185	2.77162958	0.056278576				
19	0.415831046	0.09122063	0.03793237	37.93236993	254.4775561159-430.041718648651i	1.951932082	3.81003885	0.059795987				
20	0.52072688	0.092496166	0.04816524	48.16524014	-199.007295483337+622.375546974152i	2.552414488	6.51481972	0.063313398				
21	0.521286251	0.093839359	0.04891717	48.91716781	345.570622418803-229.071492115219i	1.619529571	2.62287603	0.066830809				
22	0.356967902	0.095250006	0.03400119	34.00119472	-208.59909550142+217.260810865605i	1.176526203	1.38421391	0.07034822				
23	0.413244051	0.096727892	0.03997223	39.97222607	78.6401182857561-352.851532140342i	1.412142991	1.99414783	0.073865631				
24	0.464747333	0.098272795	0.04567202	45.67201953	-243.124191156115+396.634173478382i	1.817258872	3.30242981	0.077383042				
25	0.45689819	0.098848482	0.04563704	45.63703887	437.239585519842+12.1572621802903i	1.708627213	2.91940695	0.080900453				
26	0.527144036	0.101562707	0.05353818	53.53817553	-132.454394512813-276.720393191188i	1.198387223	1.43613194	0.084417864				
27	0.465046476	0.103307219	0.04804266	48.04265806	-106.220518087251-3.46164415080142i	0.415144177	0.17234469	0.087935275				
28	0.425270195	0.105117752	0.04470345	44.70344705	89.9995860340339+312.7441155284i	1.271235678	1.61604015	0.091452686				
29	0.575010933	0.106994034	0.06152274	61.52273931	-388.405792960922-256.862107316164i	1.818975846	3.30867313	0.094970097				
30	0.442562729	0.10893578	0.04821092	48.21091621	546.815120851099+46.0494988655783i	2.143557429	4.59483845	0.098487508				
31	0.489152409	0.110942697	0.05426789	54.26788771	-342.4429279655-380.520024477955i	1.999689642	3.99875867	0.102004919				
32	0.500018206	0.113014482	0.06505093	56.50929864	-12.065853518909+626.117940763829i	2.446227304	5.98402802	0.10552233				

Figura 38. En esta figura se muestra la columna generada de “Frecuencia”.

Como los valores para VLF van de 0.003 a 0.04 hz, se toma como referencia los valores de la columna “Frecuencia” y la suma se realiza con los valores de la columna “Potencia”.

Escriba una pregunta												
Arial												
=SUMA(G3:G13)												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Interpolación lineal	Factor de ventana	Ventana	Ventana en ms	Análisis de Fourier	Valor Absoluto	Potencia	Frecuencia				
2	0.490059962	0.080034773	0.03922184	39.22183776	134907.925817174	526.9840852	277712.226					
3	0.493119152	0.080139086	0.03951812	39.51811822	-59970.9823243848-1820.97211290032i	234.3696178	54929.1177	0.003517411				
4	0.421000149	0.080312924	0.03381175	33.81175303	1831.95159805199+1165.37770070048i	8.481288144	71.9322486	0.007034822				
5	0.428722676	0.08055626	0.0345363	34.53629569	-183.165616129542-522.370490812437i	2.162315167	4.67560688	0.010552233				
6	0.566364509	0.08069058	0.04580136	45.80136458	294.739517176699-6.42870626091923i	1.151600073	1.32618273	0.014069644				
7	0.412549353	0.081251271	0.03352016	33.5201592	-277.61495296675+24.9537738862632i	1.08880546	1.18549733	0.017587055				
8	0.463525753	0.08170284	0.03787137	37.87137023	113.767696905632-108.426876859029i	0.613908871	0.3768841	0.021104466				
9	0.390884687	0.082223697	0.03213998	32.13998395	-496.85750227295-391.670749172974i	2.471373437	6.10768667	0.024621877				
10	0.465703255	0.082813763	0.03856664	38.56663902	407.239672623635-98.6773906097495i	1.636813739	2.67915922	0.028139288				
11	0.493098674	0.08347295	0.0411604	41.16040094	-261.585386116232-192.034153674317i	1.267600879	1.60681199	0.031656699				
12	0.412013294	0.084201158	0.034692	34.69199631	494.098295539706+497.135125388915i	2.737934231	7.49628385	0.03517411				
13	0.47473378	0.084998276	0.04035155	40.35155269	32.0350335135997+106.632946084194i	0.434925962	0.18916059	0.038691521				
14	0.413297369	0.085864184	0.03548744	35.48744124	-185.496215848404+298.735708030894i	1.373600303	1.88677779	0.042208932	55026.6933			
15	0.416463094	0.086798751	0.03614848	36.14847631	-52.167881778351-734.937782843742i	2.87807408	8.28331043	0.045726343				
16	0.518779542	0.087801836	0.0455498	45.54979626	428.172035889434+708.413182134527i	3.23342313	10.4550252	0.049243754				
17	0.434797564	0.088873287	0.03864189	38.64188873	175.568944970809-337.117219090488i	1.484747455	2.204475	0.052761165				
18	0.384563655	0.090012943	0.03461571	34.61570615	-379.041435323438+194.856629959156i	1.664821185	2.77162958	0.056278576				
19	0.415831046	0.09122063	0.03793237	37.93236993	254.4775561159-430.041718648651i	1.951932082	3.81003885	0.059795987				
20	0.52072688	0.092496166	0.04816524	48.16524014	-199.007295483337+622.375546974152i	2.552414488	6.51481972	0.063313398				
21	0.521286251	0.093839359	0.04891717	48.91716781	345.570622418803-229.071492115219i	1.619529571	2.62287603	0.066830809				
22	0.356967902	0.095250006	0.03400119	34.00119472	-208.59909550142+217.260810865605i	1.176526203	1.38421391	0.07034822				
23	0.413244051	0.096727892	0.03997223	39.97222607	78.6401182857561-352.851532140342i	1.412142991	1.99414783	0.073865631				
24	0.464747333	0.098272795	0.04567202	45.67201953	-243.124191156115+396.634173478382i	1.817258872	3.30242981	0.077383042				
25	0.45689819	0.098848482	0.04563704	45.63703887	437.239585519842+12.1572621802903i	1.708627213	2.91940695	0.080900453				
26	0.527144036	0.101562707	0.05353818	53.53817553	-132.454394512813-276.720393191188i	1.198387223	1.43613194	0.084417864				
27	0.465046476	0.103307219	0.04804266	48.04265806	-106.220518087251-3.46164415080142i	0.415144177	0.17234469	0.087935275				
28	0.425270195	0.105117752	0.04470345	44.70344705	89.9995860340339+312.7441155284i	1.271235678	1.61604015	0.091452686				
29	0.575010933	0.106994034	0.06152274	61.52273931	-388.405792960922-256.862107316164i	1.818975846	3.30867313	0.094970097				
30	0.442562729	0.10893578	0.04821092	48.21091621	546.815120851099+46.0494988655783i	2.143557429	4.59483845	0.098487508				
31	0.489152409	0.110942697	0.05426789	54.26788771	-342.4429279655-380.520024477955i	1.999689642	3.99875867	0.102004919				
32	0.500018206	0.113014482	0.06505093	50.50929864	-12.065853518909+626.117940736829i	2.446227304	5.98402802	0.10552233				

LF toma los valores entre 0.05 a 0.015 HZ, tomando de nuevo como referencia los valores de la columna “Frecuencia” pero siempre realizando la sumatoria con los datos de la columna “Potencia”.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
17	0.434797564	0.088873287	0.03964189	38.64188873	175.568944970809-337.117219090488i	1.484747455	2.204475	0.052761165				
18	0.384563655	0.090012943	0.03461571	34.61570615	-379.041435323438+194.856629959156i	1.664821185	2.77162958	0.056278576				
19	0.415831046	0.09122063	0.03793237	37.93236993	254.4775661159-430.041718648651i	1.951932082	3.81003885	0.059795987				
20	0.52072688	0.092496166	0.04816524	48.16524014	-199.007295483337+622.375546974152i	2.552414488	6.51481972	0.063313398				
21	0.521286251	0.093839359	0.04891717	48.91176781	345.570622418803-229.071492115219i	1.619529671	2.62287603	0.066830809				
22	0.356967902	0.095250006	0.03400119	34.0119472	-208.59909550142+217.260810865605i	1.176526203	1.38421391	0.07034822				
23	0.413244051	0.096727892	0.03997223	39.97222607	78.6401182857561-352.851532140342i	1.412142991	1.99414783	0.073865631				
24	0.464747333	0.098272795	0.04567202	45.67201953	-243.124191156115+396.634173478382i	1.817258872	3.30242981	0.077383042				
25	0.45689819	0.09884482	0.04563704	45.63703887	437.239585519842+12.1572621802903i	1.708627213	2.91940695	0.080900453				
26	0.527144036	0.101562707	0.05353818	53.53817553	-132.454394512813-276.720393191188i	1.198387223	1.43613194	0.084417864				
27	0.465046476	0.103072719	0.04804266	48.04265806	-106.220518087251-3.46164415080142i	0.415144177	0.17234469	0.087935275				
28	0.425270195	0.105117752	0.04470345	44.70344705	89.9995860340339+312.7441155284i	1.271235678	1.61604015	0.091452686				
29	0.575010933	0.106994034	0.06152274	61.52273931	-388.405792960922-256.862107316164i	1.818975846	3.30867313	0.094970097				
30	0.442562729	0.10893578	0.04821092	48.21091621	546.815120851099+46.0494988655783i	2.143557429	4.59483845	0.098487508				
31	0.489152409	0.110942697	0.05426789	54.26788771	-342.4429279655-380.520024477955i	1.999689642	3.99875867	0.102004919				
32	0.500018206	0.113014482	0.0565093	56.50929864	-12.065853518909+626.117940736829i	2.446227304	5.98402802	0.10525323				
33	0.443979555	0.115150821	0.05112461	51.12461041	457.103452277547-168.617741977676i	1.903171779	3.62206282	0.109039741				
34	0.448846882	0.117351392	0.05267281	52.67280644	-639.619146287848-101.193045477442i	2.529587745	6.39881416	0.112557152				
35	0.462771644	0.119615861	0.05354883	55.35482875	401.421623660345+269.155210958101i	1.887910659	3.56420666	0.116074563				
36	0.449296475	0.121943887	0.05478896	54.78895851	-167.631478425709-621.345349331164i	2.513908927	6.31973809	0.119591974				
37	0.424689921	0.124335117	0.05283856	52.83856046	-230.93572471556+864.614409021254i	3.49579779	12.2206022	0.12310385				
38	0.493270342	0.12678919	0.06254135	62.54134686	133.822036939351-301.132657799048i	1.287221787	1.65693993	0.126627696				
39	0.52706852	0.129305734	0.06815298	68.15298194	307.891990670044+392.877368778576i	1.949002271	3.80172889	0.130144207				
40	0.480778251	0.13198437	0.06340714	63.40713684	-423.219240931127+1153.7589290271i	4.800516152	23.0449553	0.133651618				
41	0.467655543	0.134524708	0.06291123	62.91122519	191.04922365126+1122.14979882285i	4.446472513	19.7711178	0.137179029				
42	0.514185792	0.137226347	0.07055984	70.5598381	218.623736608811-396.073958004955i	1.76720977	3.12303037	0.14069644				
43	0.423371507	0.139988881	0.0592673	59.26730343	-196.497259006702+131.496740547992i	0.923582945	0.85300546	0.144213851				
44	0.477755295	0.142811369	0.06822914	68.22913699	-238.36392413558-290.43331162763i	1.467673667	2.15406599	0.147731262				
45	0.491708963	0.14569495	0.07163951	71.63951276	505.936240495945+289.083528695194i	2.276176822	5.18098093	0.151248673				
46	0.418837223	0.148637623	0.06225497	62.25497021	-236.26353206936-84.9305308169078i	0.980722803	0.96181722	0.154766084				
47	0.499030601	0.151639464	0.07567273	75.67273293	-84.3876461475792+55.5639290133624i	0.394678674	0.15577126	0.158283495	99.4622997	LF		
48	0.513051511	0.15470002	0.07936908	79.36907914	94.9797886058328-706.210346871857i	2.783471654	7.74771445	0.161800906				

Figura 40. LF se toma en este ejemplo desde G14 hasta G47.

Para HF se toman los valores de 0.15 a 0.40 Hz.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
84	0.509457927	0.299469838	0.15256728	152.5672827	-435.026846213707+732.370396072117i	3.329477146	11.0854181	0.288427702				
85	0.459946236	0.30430915	0.13996585	139.9658484	524.392476756665-166.84457713777i	2.149589828	4.62073643	0.291945113				
86	0.440689583	0.309184096	0.13625421	136.2542104	120.529846160655-264.15140075507i	1.134181597	1.28636789	0.295462524				
87	0.515351885	0.314093938	0.16186889	161.8689034	-342.398843624353+574.825834235621i	2.613575247	6.83077557	0.298979935				
88	0.545931051	0.319037935	0.17417271	174.1727148	-143.129084382044-389.548877325137i	1.621137342	2.62808628	0.302497346				
89	0.401527917	0.324015337	0.1301012	130.1012032	236.520845218305+208.37516137059i	1.231319882	1.51614865	0.306014757				
90	0.446306171	0.329025393	0.14684606	146.8460636	-294.121634341728-433.862107151401i	2.04750059	4.19225866	0.309532168				
91	0.487690693	0.334067346	0.16292154	162.9215354	100.524884957662-199.548015343807i	0.872805763	0.7617899	0.313049579				
92	0.35928879	0.339140433	0.12184936	121.8493568	118.76071046796+363.586948475075i	1.494106543	2.23235634	0.31656699				
93	0.48573568	0.344243888	0.16721154	167.2115388	-438.426954318481+27.2812516289099i	1.715917681	2.94437349	0.320084401				
94	0.534318043	0.349376938	0.1866784	186.6784016	616.337564807847-256.843413245923i	2.608253562	6.80298664	0.323601812				
95	0.478096558	0.354538807	0.16950378	169.5037831	-375.305112630736+48.7753178742105i	1.478364472	2.18556151	0.327119223				
96	0.416027946	0.359728716	0.1496572	149.6571989	70.9266483587191-232.319633341359i	0.948848963	0.90031435	0.330636634				
97	0.469536493	0.365495879	0.17135541	171.3554081	151.935248298039+605.052528142261i	2.436864154	5.93630891	0.334154045				
98	0.430894666	0.370189508	0.15951076	159.5107955	11.7442369991313-653.779804346377i	2.554239376	6.52413879	0.337671456				
99	0.427736986	0.37545881	0.16059762	160.5976198	-416.975092935725-5.27432477643526i	1.628939254	2.65344309	0.341188867				
100	0.550168358	0.380752989	0.20947825	209.4782463	86.900836693776+168.12757343888i	0.739288185	0.54654702	0.344706278				
101	0.552863308	0.386071243	0.21344662	213.4446245	313.444434772695+613.144752584603i	2.689911656	7.23562471	0.348223689				
102	0.431555582	0.391412769	0.16891637	168.9163656	-163.374090025914-640.701464734423i	2.582842375	6.67098175	0.3517411				
103	0.486470516	0.39677676	0.1930202	193.020195	-220.487778461365-257.9590299934i	1.325572618	1.75714277	0.35258511				
104	0.459739312	0.402162404	0.18488987	184.889867	218.4156607247301+446.607496284601i	2.012488222	4.05010884	0.358775922				
105	0.364594435	0.407568887	0.14859735	148.5973481	333.846632391501+228.940542844349i	1.581270777	2.50041727	0.362293333				
106	0.466156275	0.412995392	0.19252039	192.5203939	-542.850759739509-622.261286961734i	3.225663977	10.4049081	0.365810744				
107	0.51516103	0.418441099	0.21556455	215.5645474	363.183792124613+825.277428858351i	3.52209756	12.4051712	0.369328155				
108	0.496674036	0.423905183	0.2105427	210.5426984	95.2500004905309-142.421403781909i	0.669285741	0.4479434	0.372845566				
109	0.486828267	0.42938682	0.20903764	209.0376412	-506.186871150458-238.928879357004i	2.186495856	4.78076413	0.376362977				
110	0.451907741	0.434885179	0.19652798	196.5279791	329.712268231262+301.757644049745i	1.745913964	3.04821557	0.379880388				
111	0.517122993	0.440399431	0.22274067	227.7406718	477.668025682732-165.985271911452i	1.975334094	3.90194478	0.383397799				
112	0.395856005	0.44592874	0.17552357	175.5235696	-609.370903549646-44.0317522902975i	2.386561131	5.69567403	0.386915121				
113	0.509340718	0.451472272	0.22995321	229.9532111	302.65239437376+145.859786601173i	1.31236994	1.72231368	0.390432621				
114	0.512662905	0.457029188	0.23430191	234.3019114	211.939064881718+160.988702763199i	1.039646228	1.0808644	0.393950032				
115	0.498942274	0.462598649	0.23081002	230.8100218	124.715803904424-277.056814262769i	1.186847783	1.40860764	0.397467443	423.835318	HF		

Figura 41. En este ejemplo HF se toma desde G48 hasta G115.

VHF va desde 0.41 a 0.80 Hz. Entonces, se repite el mismo procedimiento de la sumatoria. Es de señalar que no se ha reportado ninguna asociación de

VHF con la actividad del SNA, motivo por el que no se reportó este parámetro como un indicador de la VFC.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
227	0.485653938	0.970068889	0.471117761	471.1177761	-31.2396215702958-98.2215706076235i	0.402616543	0.16210008	0.791417475				
228	0.46482308	0.972043258	0.45182814	451.828141	51.2293780630205-231.050229656927i	0.92445892	0.8546243	0.794934886				
229	0.474416311	0.973952308	0.46205886	462.0588611	63.1404650016872+133.102358466959i	0.57546575	0.33116083	0.798452297				
230	0.521040657	0.97579575	0.50842926	508.4292588	11.5999618336077+265.299150116139i	1.037314953	1.07602231	0.801969708				
231	0.474081029	0.977573306	0.46344896	463.4489585	49.0706843607313-423.922584439464i	1.667004669	2.77890457	0.805487119				
232	0.504278363	0.979284707	0.49383209	493.8320888	-289.445245412333+66.6531641255132i	1.16023644	1.3461486	0.80900453				
233	0.532924179	0.980929694	0.52276115	522.7611516	634.341865741535+207.342190937717i	2.606907243	6.79596537	0.812521941				
234	0.414217353	0.982508019	0.40697187	406.9718704	-124.417237188955-120.689576229723i	0.67709661	0.45845982	0.816039352				
235	0.501811794	0.984019442	0.49379256	493.7925613	-186.746118736851+167.213905139413i	0.979173096	0.95877995	0.819556763				
236	0.558636445	0.985463736	0.55051596	550.5159585	89.6039292789088-193.800274217542i	0.834031582	0.69560868	0.823074174				
237	0.492726954	0.986840682	0.486243	486.2430029	90.8029209391487-136.028781173912i	0.638871932	0.40815734	0.826591585				
238	0.521388124	0.988150071	0.51520971	515.2097119	-78.7590100483374+254.308828371884i	1.039942956	1.08148135	0.830108996				
239	0.540017627	0.989391707	0.53428896	534.2889614	393.708750596538+95.7485216270034i	1.582751378	2.50510192	0.833626407				
240	0.501550419	0.9905654	0.49681849	496.818492	-210.434674280497-52.5171274796224i	0.847222319	0.71778566	0.837143818				
241	0.494455893	0.991670974	0.49033756	490.3375576	-74.0889626470267-158.590166012156i	0.683761309	0.46752953	0.840661229				
242	0.497803983	0.992708262	0.49417413	494.1741269	-53.4378345579192+389.991020921312i	1.537637142	2.36432798	0.84417864				
243	0.472626635	0.993677107	0.46963827	469.6382671	141.603402514245+76.0975817499067i	0.627951594	0.3943232	0.847696051				
244	0.488580353	0.994577361	0.48593096	485.9309578	259.552858199572-215.030604974403i	1.316619786	1.73348766	0.851213462				
245	0.519182681	0.99540889	0.51679906	516.7990561	-462.850942910232+219.969256070891i	2.001805326	4.00722456	0.854730873				
246	0.515424247	0.996171567	0.51345098	513.4509803	5.75081682740688E-002+42.2862902746296i	0.165180974	0.02728475	0.858248284				
247	0.518430564	0.996865277	0.51680543	516.8054284	258.887656579715+175.147615404976i	1.220973445	1.49077615	0.861765695				
248	0.61579132	0.997489916	0.61424563	614.2456323	167.059512956628-379.790646375518i	1.620739871	2.62679773	0.865283106				
249	0.618622107	0.998045388	0.61741294	617.4129414	-94.9878320424387-139.469410569538i	0.659154713	0.43448494	0.868800517				
250	0.519229621	0.99853161	0.51846719	518.4671896	-351.768075374284+205.711274427289i	1.591804818	2.53384258	0.872317928				
251	0.49731388	0.998948509	0.49679096	496.790587	420.963611631475+203.607041637181i	1.826631124	3.33658126	0.875835339				
252	0.558658592	0.999296021	0.55826531	558.2653078	148.542330438538-216.882925317083i	1.026853697	1.05442852	0.879352575				
253	0.534024466	0.999574093	0.53379702	533.7970212	-231.011103861005-254.363967978577i	1.342222733	1.80156186	0.882870161				
254	0.47442107	0.999782684	0.47431797	474.3179704	-186.053349623105+353.735278951458i	1.561251926	2.43750758	0.886387572				
255	0.520566865	0.999921762	0.52052614	520.526137	301.020948278815+251.356520937277i	1.531896148	2.34670581	0.889904983				
256	0.525326121	0.999991307	0.52532155	525.3215544	226.005927049699-213.323107585797i	1.213992035	1.47377666	0.893422394				
257	0.472012326	0.999991307	0.47200822	472.0082222	-169.343314634483-234.482266427798i	1.129839117	1.27653643	0.896939805	785.815066	VHF		
258	0.499901954	0.999921762	0.49986284	499.8628427	-210.470536448309	0.822150533	0.6759315	0.900457216				

Figura 42. La sumatoria para VHF en este ejemplo fue de G116 a G257.

Estos resultados se realizaron con interpolación lineal, así como todo este trabajo. Para generarlos con interpolación por Splines es el mismo procedimiento solo que en donde se realizó la columna de interpolación lineal, se generara una de interpolación por Splines.

En esta primera parte del trabajo se ha mostrado como obtener indicadores de la VFC, asociados con el funcionamiento autonómico. Aun cuando existen programas que realizan los cálculos indicados de manera automática, se espera que la exposición de los procedimientos realizados con una herramienta de uso común, como la hoja de Excel, contribuya a que los investigadores del área de la salud tengan una mejor comprensión de la naturaleza de los parámetros que se calculan, motivándolo a utilizarlos en sus investigaciones.

A continuación se exponen los resultados obtenidos, utilizando las herramientas descritas en esta primera parte, de un estudio clínico experimental realizado de manera interdisciplinaria.

CAPITULO 4

ESTUDIO CLÍNICO EXPERIMENTAL

4.1 Antecedentes

El estudio, cuyos resultados a continuación se exponen, se realizó de manera interdisciplinaria, colaborando con el MVZ Manuel López Rodríguez, estudiante de la Maestría en Ciencias de la Salud de la División de Posgrado en la Fac. de Ciencias Médicas y Biológicas “Dr. Ignacio Chávez”, también bajo la tutoría del M. C. Humberto Ruiz Vega.

La importancia del estudio radica en que la estabilidad en la actividad del sistema nervioso autónomo es una condición que reviste gran importancia durante los procedimientos anestésico-quirúrgicos, debido a que de dicha estabilidad depende el correcto funcionamiento de los sistemas cardiovascular y respiratorio.

En el estudio se evaluó la actividad autonómica mediante el análisis de la VFC durante la anestesia inducida por dos diferentes procedimientos anestésicos, de uso común en la práctica médica: Propofol o Ketamina-Xilacina, en 8 perros criollos, sanos (2-5 años de edad; 6-8 kg de peso), mantenidos en condiciones estándar de bioterio con suministro de agua y comida ad libitum.

La Hipótesis del estudio fue que el equilibrio simpático/parasimpático de la actividad autonómica, evaluado a través de indicadores de VFC, se modifica de manera diferente de acuerdo al protocolo anestésico utilizado.

No se realizó intervención quirúrgica alguna en los animales, tan sólo se les aplicaron los procedimientos anestésicos descritos y se atendieron hasta su recuperación total. El trabajo se realizó bajo los lineamientos metodológicos y éticos establecidos por el Comité de Investigación y Comisión de Bioética de la Facultad de Ciencias Médicas y Biológicas “Dr. Ignacio Chávez”, de acuerdo con la Ley General de Salud de los Estados Unidos Mexicanos en materia de investigación, así como la Norma Oficial Mexicana (NOM-062-ZOO-1999) y la guía de los Institutos de Salud de los Estados Unidos de Norteamérica (NIH No. 80-23, 1996) para el cuidado y uso de los animales de laboratorio.

El estado de salud de los animales se determinó mediante examen físico, historia clínica y Biometría Hemática. Los animales que presentaron alguna anomalía o signo de algún proceso patológico no fueron incluidos en el estudio.

Se registró el electrocardiograma mediante el Equipo y Software de captura prototipo desarrollado en UMSNH en plataforma LabView 6.1®, para el análisis de los datos se utilizó el procedimiento descrito en el presente trabajo de tesis. Las evaluaciones se realizaron en condiciones de reposo antes y durante de la anestesia, bajo dos procedimientos anestésicos.

Antes del procedimiento anestésico, se colocaron en cada uno de los animales electrodos de uso veterinario, en forma de caimán, en la superficie del tórax para el registro del electrocardiograma. El registro se realizó por un periodo de 10 min., para obtener al menos 512 periodos entre una onda R y la onda R consecutiva.

Previo al registro ECG se canalizo al animal, mediante la colocación de un catéter (0.70 x 14mm) en la vena cefálica, con equipo de venoclisis y solución salina al 0.9%, con el objetivo de tener una vía permeable para la administración de la anestesia. Inmediatamente después se colocaron los electrodos y se registro el ECG en condiciones de reposo y despierto, con el animal colocado en decúbito lateral derecho.

Posterior al primer registro se realizó la administración de un bolo de propofol (5 mg/kg) y se realizo un segundo registro de ECG que inicio en el momento que se observo la pérdida del reflejo oculopalpebral, como indicador de estado de inconciencia provocado por la administración del anestésico.

Cinco días después de haberse realizado el primer procedimiento anestésico, se canalizaron nuevamente a los animales y bajo las mismas condiciones de reposo y despierto, con el animal recostado en decúbito lateral derecho se realizo el tercer registro de ECG. Posterior al tercer registro se realizó la administración de un bolo de Ketamina-Xilacina (10-2 mg/kg) y se realizo el cuarto registro del ECG, que inicio en el momento que se observo la perdida del reflejo oculopalpebral.

4.2 Material y Métodos

El presente trabajo se realizó bajo los lineamientos metodológicos y éticos establecidos por el Comité de Investigación y Comisión de Bioética de la Facultad de Ciencias Médicas y Biológicas “Dr. Ignacio Chávez”, de acuerdo con la Ley General de Salud de los Estados Unidos Mexicanos en materia de investigación, así como la Norma Oficial Mexicana (NOM-062-ZOO-1999) y la guía de los Institutos de Salud de los Estados Unidos de Norteamérica (NIH No. 80-23, 1996) para el cuidado y uso de los animales de laboratorio.

El estado de salud de los animales se determinó mediante examen físico, historia clínica y Biometría Hemática. Los animales que presentaron alguna anomalía o signo de algún proceso patológico no fueron incluidos en el estudio.

Se registró el electrocardiograma mediante el Equipo y Software de captura prototipo desarrollado en UMSNH en plataforma LabView 6.1®, para el análisis de los datos se utilizó un software de análisis desarrollado en la UMSNH y Excel®. Las evaluaciones se realizaron en condiciones de reposo antes y durante de la anestesia, bajo dos procedimientos anestésicos.

4.3 Resultados

El registro del ECG en el grupo de animales de experimentación, en las dos condiciones de control previas a la administración de Propofol o a la administración de Ketamina-Xilacina, mostró valores de la frecuencia cardíaca sin diferencias estadísticamente significativas entre los dos registros previos a la administración de uno u otro anestésico (control antes del Propofol: 116 ± 27 latidos por minuto; control antes de Ketamina-Xilacina: 118 ± 22 latidos por minuto). Así mismo la administración de Propofol no provocó cambios significativos de la frecuencia cardíaca en comparación con el valor de control previo (134 ± 14 latidos por minuto); mientras que la administración de Ketamina-Xilacina provocó un incremento significativo ($p < 0.01$) de la frecuencia cardíaca con respecto al valor de control previo (156 ± 11 latidos por minuto). Recordemos que la p es una medida de azar y no de asociación, y que por tanto, al incrementar el número de comparaciones también aumentamos la probabilidad de encontrar diferencias o asociaciones con una $p < 0.05$. La frecuencia cardíaca mostró

una diferencia significativa ($p < 0.01$) durante la anestesia con Propofol en comparación con la anestesia con Ketamina-Xilacina.

En la tabla 5 se puede observar una reducción significativa de los valores de los indicadores de la VFC en el dominio del tiempo (* $p < 0.05$), tanto bajo los efectos de Propofol como de Ketamina-Xilacina. Asimismo, se observa que dichos parámetros disminuyen a valores significativamente menores ($+p < 0.05$) con Ketamina-Xilacina que con Propofol.

Tabla 2. Indicadores de VFC en el Dominio del Tiempo (Media $\pm$ DE).			
* $p < 0.05$ Control vs Anestesia; + $p < 0.05$ Ketamina-Xilacina vs Propofol durante anestesia; sin diferencias significativas Propofol vs K-X en control. Pruebas Wilcoxon-Mann-Whitney.			
Parámetro	Anestésico	Control	Durante anestesia
SDNN (ms)	Propofol	139.76 $\pm$ 66.34*	90.80 $\pm$ 57.35
	K-X	125.82 $\pm$ 85.50*	30.03 $\pm$ 25.41 +
RMSSD (ms)	Propofol	195.50 $\pm$ 122.71*	93.86 $\pm$ 64.92
	K-X	141.48 $\pm$ 101.42*	11.76 $\pm$ 11.70 +
pNN50%	Propofol	0.708 $\pm$ 0.246*	0.425 $\pm$ 0.270
	K-X	0.598 $\pm$ 0.224*	0.030 $\pm$ 0.046 +

Los resultados del análisis espectral de la VFC, en el dominio de la frecuencias mediante la transformada de Fourier, se encuentran descritos en la Tabla 3 para los diferentes parámetros evaluados: Bajas frecuencias (LF), Altas frecuencias (HF), Bajas frecuencias normalizadas (LFn), Altas frecuencias normalizadas (HF_n) y cociente de bajas frecuencias con altas (LF/HF).

En condiciones de control, previo a la administración de Propofol o Ketamina-Xilacina, ninguno de los indicadores en el espacio de las frecuencias mostró diferencias significativas. Bajo anestesia, los valores de LF, HF y HF_n fueron significativamente mayores en el caso de Propofol, en tanto que LF/HF y LFn lo fueron en el caso de Ketamina-Xilacina como se muestra en la Tabla 3. Así mismo, durante anestesia en comparación con su control previo no se observan cambios significativos para Propofol, sin embargo los valores de estos parámetros cambiaron significativamente durante la anestesia con Ketamina-Xilacina con respecto a su control previo: disminuyeron LF, HF y HF_n y se incrementaron LF/HF y LFn.

Tabla 3. Indicadores de VFC en el dominio de las frecuencias (Media $\pm$ DE). * $p < 0.05$ Control vs Anestesia; + $p < 0.05$ Ketamina-Xilacina vs Propofol durante anestesia; sin diferencias significativas Propofol vs K-X en control. Pruebas Wilcoxon-Mann-Whitney.			
Parametro	Anestesia	Control	Durante Anestesia
LF	Propofol	482.33 $\pm$ 259.75	600.41 $\pm$ 804.6
	K-X	366.36 $\pm$ 463.13 *	61.07 $\pm$ 92 +
HF	Propofol	5277.73 $\pm$ 8323.28	3620.46 $\pm$ 5706.47
	K-X	9039.95 $\pm$ 15285.98 *	286.4 $\pm$ 696.13 +
LF/HF	Propofol	0.22 $\pm$ 0.16	0.63 $\pm$ 0.58
	K-X	0.15 $\pm$ 0.14 *	5.84 $\pm$ 12.35 +
LFn	Propofol	0.17 $\pm$ 0.10	0.32 $\pm$ 0.22
	K-X	0.12 $\pm$ 0.10 *	0.55 $\pm$ 0.27 +
HFn	Propofol	0.83 $\pm$ 0.10	0.68 $\pm$ 0.22
	K-X	0.88 $\pm$ 0.10 *	0.45 $\pm$ 0.27 +

4.4 DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Aun cuando todos los indicadores de VFC en el espacio del tiempo disminuyeron con ambos procedimientos anestésicos (Tabla 2), los valores menores de RMSSD y pNN50 para Ketamina-Xilacina indican una actividad disminuida de la actividad parasimpática, en comparación con los efectos del Propofol.

En el espacio de las frecuencias, los indicadores de VFC no muestran cambios significativos durante la anestesia con Propofol. Sin embargo, bajo anestesia con Ketamina-Xilacina se incrementan LF/HF y LFn, ambos indicadores de actividad simpática, con valores estadísticamente mayores que los mostrados bajo anestesia con Propofol; consistentemente, HFn disminuye ($p < 0.05$).

Ambas comparaciones de indicadores de VFC, en los dominios del tiempo y de las frecuencias, nos indican que el equilibrio autonómico tiende al predominio de la actividad simpática cuando se administra Ketamina-Xilacina, no así en el caso del Propofol.

Dado que los valores de LFn y HFn presentan una distribución normal, se realizó una prueba ANOVA (Denominada ANOVA o análisis de la varianza, en realidad nos va a servir no solo para estudiar las dispersiones o varianzas de los grupos, sino para estudiar sus medias y la posibilidad de crear subconjuntos de grupos con medias iguales.) de dos factores con medidas repetidas, en donde se observan que para LFn se encuentra diferencia significativa para el tiempo de evaluación $p=(0.010)$ y entre los tipos de anestesia ($p=0.048$), con un término de interacción también significativo ($p=0.017$). Este resultado nos ratifica, mediante esta prueba estadística más rigurosa, el resultado obtenido en el análisis anterior: existe un incremento mayor de LFn para el caso de anestesia Ketamina-Xilacina, y una disminución de HFn para ambos anestésicos, pero mayor para Ketamina-Xilacina.

Se concluye que es más seguro el procedimiento anestésico con Propofol, dado que el uso de Ketamina-Xilacina incrementa la actividad simpática, comprometiendo con ello las funciones cardiovascular y respiratoria.

Referencias

1. Rodas G, Pedret C, Ramos J, Capdevila L. Variabilidad de la Frecuencia Cardiaca: Conceptos, medidas y relación con los aspectos clínicos. Archivos de medicina del deporte: revista de la Federación Española de Medicina del Deporte y de la Confederación Iberoamericana de Medicina del Deporte, ISSN 0212-8799, N°. 123, 2008: 41-48.
2. Sztajzel, J. Heart rate variability: a noninvasive electrocardiographic method to measure the autonomic nervous system. Swiss Med Wkly 2004; 134: 514-522.
3. Task Force of the European Society of Cardiology and the North American Society of Pacing and Electrophysiology. Heart rate Variability: Standards of Measurement, physiological, and clinical use. Eur Heart J 1996; 17: 354-381.
4. Malpas S. C, Neural influences on cardiovascular variability: possibilities and pitfalls. En: J Physiol Heart Circ Physiol 2002; 282:1:6-20.
5. Gallo J, Farbiarz J, Alvarez D. Analisis espectral de la variabilidad de la frecuencia cardiaca. IATREIA, 1999; 12:2: 61-71.
6. Lown B. Sudden Cardiac Death: The Major Challenge Confronting Contemporary Cardiology. Am J Cardiol 1979; 43: 313-328.
7. Tsuji H, Larson MG, Venditti FJ, Maderes ES, Evans JC, Feldman CL, et al. Impact of Reduced Heart Rate Variability on Risk for Cardiac Events. The Framingham Heart Study. Circulation 1996; 94: 2850-2855.
8. Task Force of the European Society of Cardiology and the North American Society of Pacing and Electrophysiology, "Heart Rate Variability- Standards of Measurement, Physiological Interpretation, and Clinical Use", Special Report. Circulation 1996; 93: 1043-1065.
9. Yoshio H, Shimizu M, Sugihara N, Kita Y, Shimizu K, Minagawa F, et al. Assessment of Autonomic Nervous Activity by Heart Rate Spectral Analysis in Patients with Variant Angina. Am Heart J 1993; 125: 324-329.
10. Valkama J, Huikuri HV, Koistinen MJ, Yli-Mayry S, Airaksinen KEJ, Myerburg RJ. Relation between heart rate variability and spontaneous and induced ventricular arrhythmias in patients with coronary artery disease. J Am Coll Cardiol 1995; 25: 437-443.

11. Tsuji H, Venditti FJ, Manders ES, Evans JC, Larson MG, Feldman CL, et al. Reduced heart rate variability and mortality risk in an elderly cohort. The Framingham heart study. *Circulation* 1994; 90: 878-883.
12. Tuncer M. Gunes Y. Guntekin U. Ali Gumrukcuoglu H. Eryonucu B. Guler N. Dilek I. Demir C. Variabilidad de la Frecuencia Cardiaca en Pacientes con Anemia Ferropriva. *Arq Bras Cardiol* 2009;92(5):385-388.
13. Hedge N, Rich NW, Gayomali C. The Cardiomyopathy of iron deficiency. *Tex Heart Inst J*. 2006; 33: 340-344.
14. Huang C J, Kuok C H, Kuo T B J, Hsu Y W, Tsai P S. Pre-operative measurment of heart rate variability predicts hypotension during general anesthesia. *Anesthesiol. Scandinavica Acta* 2006; 50: 542-548.
15. Baumert J H, Hein M, Hecker K E, Satlow S, Schnoor J, Rossaint R. Autonomic Cardiac Control with Xenon Anesthesia in Patients al Cardiovascular Risk. *Br J Anaesth* 2007; 98: 722-727.
16. Zipes D P, Wllens H J J. Sudden Cardiac Death. *Circulation* 1998; 98: 2334-2351.
17. Hull S S, Evans A R, Vanoli E, Adamson P B, Stramba-Badiale M, Albert D E, Foreman R D, Schwart P J. Heart Rate Variability Before an After Myocardial Infarction in Conscious Dogs at High and Low of Risk of Sudden Death. *JACC* 1990; 16:4:978-985.
18. Fabian A A, Barrera C E, Ruiz V H, Barrera C G. Design og an Equipment for Acquisition and Processing of the Electrocardiogramand Breathing Signals for the Analysis of the Heart Rate Variability. *IFMBE Proceidings* 2007; 18: 464-467.
19. J. Nieto. El recurso del Experimento Métodos y Técnicas. *MoreValladoEditores* 1999; 5:5:65-66.
20. Lown B. Sudden Caridac Death: The Major Challenge Confronting Contemporany Cardiology. *Am J Cardiol* 1979; 43: 313-328.

Anexos

Anexo 1.

Previo Propofol	Durante Propofol
0.346	0.594
0.458	0.452
0.398	0.612
0.528	0.54
0.398	0.65
0.37	0.49
0.408	0.534
0.496	0.578
0.528	0.604
0.438	0.46
0.384	0.728
0.5	0.592
0.454	0.738
0.618	0.658
0.404	0.602
0.368	0.702
0.556	0.65
0.5	0.65
0.524	0.598
0.454	0.594
0.428	0.554
0.514	0.644
0.564	0.58
0.534	0.626
0.472	0.694
0.408	0.59
0.458	0.676
0.518	0.574
0.576	0.626
0.46	0.586
0.484	0.63
0.498	0.582
0.53	0.596
0.438	0.546
0.446	0.536
0.502	0.446
0.528	0.67

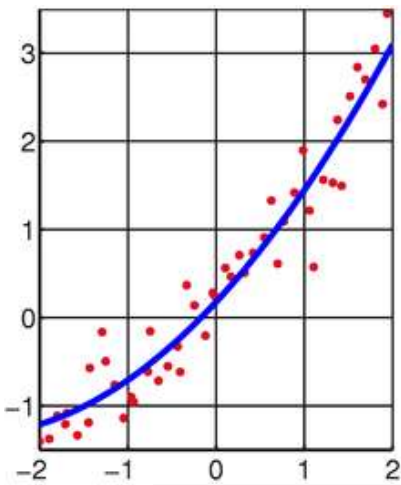
Previo K-X	Durante K-X
0.488	0.44
0.506	0.548
0.458	0.4
0.392	0.392
0.436	0.494
0.594	0.466
0.408	0.616
0.47	0.354
0.456	0.52
0.36	0.416
0.482	0.656
0.498	0.42
0.374	0.554
0.482	0.556
0.476	0.484
0.406	0.514
0.398	0.564
0.536	0.534
0.482	0.672
0.392	0.502
0.39	0.418
0.4	0.552
0.498	0.634
0.602	0.52
0.374	0.55
0.362	0.524
0.408	0.588
0.476	0.544
0.466	0.556
0.464	0.546
0.584	0.602
0.434	0.542
0.432	0.572
0.592	0.52
0.44	0.608
0.512	0.522
0.466	0.55

Tabla 4. Secuencia de periodos cardiacos obtenidos previos y durante a la administración de Propofol, así como previo y durante la administración de Ketamina-Xilacina.

Anexo 2. Ajuste de mínimos cuadrados.

El problema de los mínimos cuadrados¹⁹ intenta encontrar la curva que sea la que mejor se ajuste a una colección de puntos. Siendo este el caso, se intenta minimizar la suma de los cuadrados de las desviaciones $(y_i - (y))^2$ del promedio de la ec. 1.

$$S_{oy}^2 = \sum \sigma_{iy}^2 \equiv \sum_{i=1}^N (y_i - (y))^2 \quad (11)$$



Gráfica 3. El resultado del ajuste de un conjunto de datos a una función cuadrática. (Fuente: <http://www.esacademic.com/dic.nsf/eswiki/801282>)

Consideremos primero un punto cualesquiera $P_i (x_i, y_i)$ que suponemos sobre la “mejor recta” $y = m_y x + b_y$. Por tanto, sus coordenadas deberán satisfacer, a $y_i = m_y x_i + b_y$, por otra parte, su desviación será:

$$(y_i - (y))^2 = ((m_y x_i + b_y) - (y))^2 \quad (12)$$

La suma S_{σ}^2 de todas las distancias verticales de los puntos experimentales de la recta se deberán minimizar de acuerdo con el criterio preestablecido. Para ello, basta tomar las derivadas parciales respecto de m_y y b_y , iguales a cero,

$$\frac{\partial^2 S_{\sigma}}{\partial m_y} = \sum_{i=1}^N x_i (y_i - m_y x_i - b_y) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial S_{\sigma}^2}{\partial m_y} = \sum_{i=1}^N (y_i - m_y x_i - b_y) = 0 \quad (14)$$

Estas dos expresiones establecen condiciones para determinar a m_y y b_y , cuando solo hemos considerado las desviaciones de las ordenadas, σ_y para N puntos experimentales.

Resolviendo estas dos ecuaciones simultaneas, obtendremos los valores de la pendiente y el intercepto.

$$m_y = \frac{N \sum_{i=1}^N y_i x_i - (\sum_{i=1}^N x_i)(\sum_{i=1}^N y_i)}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - (\sum_{i=1}^N x_i)^2} \quad (15)$$

$$b_y = \frac{(\sum_{i=1}^N y_i)(\sum_{i=1}^N x_i^2) - (\sum_{i=1}^N x_i y_i)(\sum_{i=1}^N x_i)}{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - (\sum_{i=1}^N x_i)^2} \quad (16)$$

De tal manera que la recta de “mejor ajuste” será,

$$y = m_y x + b_y \quad (17)$$

Anexo 3. Interpolación por Splines

Supongamos que tenemos $n + 1$ puntos:

$p_k(x_k, y_k)$, donde $y_k = f(x_k)$, $k = 0, 1, \dots, n$

En los cuales se requiere interpolar f . Las abscisas no es necesario que sean equidistantes, pero se suponen ordenados, o sea,

$$x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n$$

La idea es encontrar polinomios cúbicos $q_k(x)$ que interpolen la función f en el subintervalo $[x_k, x_{k+1}]$, $k = 0, 1, \dots, n - 1$.

La función $s(x)$ se llama cúbica a trozos en $[x_0, x_n]$ si existen polinomios cúbicos $q_0(x), q_1(x), \dots, q_{n-1}(x)$ tales que:

$$s(x) = q_k(x) \text{ en } [x_k, x_{k+1}], \text{ para } k=0, 1, \dots, n-1$$

Para que $s(x)$ interpole en los puntos $p_0, p_1, \dots, p_n$ los que $q_k(x)$ hay que verificar:

$$\begin{cases} q_k(x_k) = y_k \\ q_k(x_{k+1}) = y_{k+1} \end{cases} \quad \text{para } k=0,1,\dots, n-1 \quad (18)$$

Lo cual supone $2n$ condiciones. Llamaremos a $s(x)$ spline cúbico, si los polinomios $q_k(x)$ tienen la misma pendiente y la misma concavidad de los nodos que las unen, ósea:

$$\begin{cases} q'_{k-1}(x_k) = q'_k(x_k) \\ q''_{k-1}(x_k) = q''_k(x_k) \end{cases} \quad \text{para } k=0, 1, \dots, n-1 \quad (19)$$

Lo cual supone $2(n-1)$ condiciones por cumplir. Al tener que verificar las condiciones (18) y (19) se asegura que $s(x)$ tiene su primera y segunda derivadas continuas en $[x_0, x_n]$. En este caso se dice que $s(x)$ es un spline interpolador para $p_0, p_1, \dots, p_n$.

Si $s(x)$ es cúbica a trozos en el intervalo $[x_0, x_n]$ su segunda derivada es lineal en el mismo intervalo e interpola en los puntos $(x_k, s''(x_k))$ y $(x_{k+1}, s''(x_{k+1}))$ en $[x_k, x_{k+1}]$.

Por tanto, $q_k(x)$ es un polinomio de grado uno que interpola en los puntos $(x_k, s''(x_k))$ y $(x_{k+1}, s''(x_{k+1}))$;

$$q''_k(x) = s''(x_k) \frac{x - x_{k+1}}{x_k - x_{k+1}} + s''(x_{k+1}) \frac{x - x_k}{x_{k+1} - x_k} \quad \text{para } k=0,1,\dots,n-1$$

Denotando con

$$h_k = x_{k+1} - x_k \quad \text{para } k = 0, 1, \dots, n-1$$

y

$$\sigma_k = s''(x_k) \quad \text{para } k = 0, 1, \dots, n$$

Tenemos:

$$q''_k(x) = \frac{\sigma_k}{h_k}(x_{k+1} - x) + \frac{\sigma_{k+1}}{h_k}(x - x_k) \quad \text{para } k = 0, 1, \dots, n-1 \quad (20)$$

Donde h_k y σ_k son constantes (σ_k a determinar). Integrando dos veces:

$$q_k(x) = \frac{\sigma_k}{h_k} \frac{(x_{k+1} - x)^3}{6} + \frac{\sigma_{k+1}}{h_k} \frac{(x - x_k)^3}{6} + C_k + D_k x \quad (21)$$

Donde el término lineal lo podemos escribir como:

$$C_k + D_k x = A_k (x - x_k) + B_k (x_{k+1} - x)$$

Siendo A_k y B_k constantes arbitrarias, quedamos entonces:

$$q_k(x) = \frac{\sigma_k}{h_k} \frac{(x_{k+1} - x)^3}{6} + \frac{\sigma_{k+1}}{h_k} \frac{(x - x_k)^3}{6} + A_k (x - x_k) + B_k (x_{k+1} - x) \quad (22)$$

Aplicando a (22) las condiciones (18):

$$y_k = \frac{\sigma_k}{6} h_k^2 + B_k h_k \quad (23)$$

$$y_{k+1} = \frac{\sigma_{k+1}}{6} h_k^2 + A_k h_k \quad (24)$$

Despejando de aquí A_k y B_k y sustituyendo en (22) resulta:

$$q_k(x) = \frac{\sigma_k}{6} \left[\frac{(x_{k+1} - x)^3}{h_k} - h_k (x_{k+1} - x) \right] + \frac{\sigma_{k+1}}{6} \left[\frac{(x - x_k)^3}{h_k} - h_k (x - x_k) \right] + y_k \left[\frac{x_{k+1} - x}{h_k} \right] + y_{k+1} \left[\frac{x - x_k}{h_k} \right] \quad (25)$$

Para $k = 0, 1, \dots, n-1$

Que es la ecuación de spline $q_k(x)$.

Nos falta aún conocer los valores $\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_n$ ($n+1$ incógnitas) para la cual usamos (19); derivando en (25) tenemos:

$$q'_k(x) = \frac{\sigma_k}{6} \left[\frac{-3(x_{k+1} - x)^2}{h_k} + h_k \right] + \frac{\sigma_{k+1}}{6} \left[\frac{3(x - x_k)^2}{h_k} - h_k \right] + \frac{y_{k+1} - y_k}{h_k}$$

Por tanto:

$$q'_k(x_k) = \frac{\sigma_k}{6} (-2h_k) + \frac{\sigma_{k+1}}{6} (-h_k) + \frac{y_{k+1} - y_k}{h_k} \quad (26)$$

$$q'_k(x_{k+1}) = \frac{\sigma_k}{6}(h_k) + \frac{\sigma_{k+1}}{6}(2h_k) + \frac{y_{k+1} - y_k}{h_k} \quad (27)$$

Reemplazando k por $k-1$ en (27) para obtener $q'_{k-1}(x_k)$ e igualando a (26) nos da:

$$h_{k-1}\sigma_{k-1} + 2(h_{k-1} + h_k)\sigma_k + h_k\sigma_{k+1} = 6(f[x_k, x_{k+1}] - f[x_{k-1}, x_k]) \quad (28)$$

Para $k = 1, 2, \dots, n-1$.

Como el índice k varia de 1 a $n-1$, se producen $n-1$ ecuaciones lineales con $n+1$ incógnitas $\sigma_0, \sigma_1, \dots, \sigma_n$ lo cual produce un sistema subdeterminado que tiene infinitas soluciones.

Anexo 5. Serie de Fourier

La cuestión de representar una función mediante una serie trigonométrica de la forma

$$\frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)) \quad (29)$$

surge de manera natural en muchos problemas.

Antes de empezar la discusión de las series (1), obsérvese que si converge o diverge en un punto x_0 , entonces converge o diverge en $x_0 + 2\pi$, puesto que cada periodo tiene 2π ; porque la periodicidad implica que las sumas parciales en x_0 son idénticas a las sumas parciales en $x_0 + 2\pi$, o bien, por ese hecho, en $x_0 + 2n\pi$, donde n es cualquier entero, positivo o negativo. Así que, siempre que la serie (1) representa una función, representa una función periódica con periodo 2π ; esto es, la función f debe satisfacer la ecuación funcional $f(x + 2\pi) = f(x)$.

A primera vista, este requerimiento parece constituir una fuerte restricción sobre la clase de funciones con la cual puede trabajarse. No obstante, la situación no es tan seria como podría parecer; porque si se tiene una función f , definida en $\{-\pi < x < \pi\}$, puede definirse extensión periódica de f .

En estos cálculos m y n son enteros no negativos, no necesariamente diferentes. Primero recordemos las siguientes formulas trigonométricas:

$$\begin{aligned}\operatorname{sen}(\alpha)\cos(\beta) &= \left[\frac{\operatorname{sen}(\alpha + \beta) - \operatorname{sen}(\alpha - \beta)}{2} \right] \\ \operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(\beta) &= \left[\frac{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)}{2} \right] \\ \cos(\alpha)\cos(\beta) &= \left[\frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2} \right]\end{aligned}$$

A partir de estas expresiones se obtiene inmediatamente

$$\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen}(mx)\cos(nx)dx = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen}(m+n)x dx - \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen}(m-n)x dx = 0 \quad (30)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen}(mx)\operatorname{sen}(nx)dx = \begin{cases} 0; m \neq n \\ \pi; m = n > 0 \end{cases} \quad (31)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(mx)\cos(nx)dx = \begin{cases} 0; m \neq n \\ \pi; m = n > 0 \\ 2\pi; m = n = 0 \end{cases} \quad (32)$$

Estas formulas integrales (30), (31) y (32) se llamaran formulas de ortogonalidad, por las razones que se aclararan posteriormente.

Ahora supóngase que una serie trigonométrica de la forma (29) converge. Por tanto, su suma será una función de x , dada por

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_0^{\infty} (a_n \cos(nx) + b_n \operatorname{sen}(nx))$$

Primero se desea inquirir acerca de todas las relaciones entre f y los coeficientes $\{a_n\}$, $\{b_n\}$. Si la convergencia de la serie es tal que permita la integración término a término, entonces se obtiene.

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx = \frac{1}{2} a_0 \int_{-\pi}^{\pi} dx + \sum_1^{\infty} \left(a_n \int_{-\pi}^{\pi} \cos(nx)dx + b_n \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen}(nx)dx \right) = \pi a_0$$

Así que

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx \quad (33)$$

Para $k \geq 1$.

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(kx) dx = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2} a_0 \cos(kx) dx + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \int_{-\pi}^{\pi} \cos(nx) \cos(kx) dx + b_n \int_{-\pi}^{\pi} \sin(nx) \sin(kx) dx \right).$$

Por las formulas de ortogonalidad, solamente existe un termino que no se nulifica en esta serie, y esto sucede cuando $n = k$. De donde

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(kx) dx = a_k \pi$$

O bien

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(kx) dx. \quad (34)$$

Nótese que (33) se obtiene de (34) haciendo $k=0$. Esta es la razón para tomar el termino constante como $a_0/2$ en lugar de a_0 , porque ahora (34) cubre ambos casos. De modo semejante, calculemos

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(kx) dx. \quad (35)$$

Es conveniente señalar que puesto que f , por su propia definición, es periódica, las integrales en (23) y (24) pueden tomarse con igual propiedad sobre cualquier intervalo de longitud 2π . En particular, esto será un comentario útil cuando se discuta la convergencia de las series trigonométricas.

Volviendo al problema original, puede preguntarse como deben escogerse a_n y b_n y de manera que para una función f dada se tenga

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)$$

Y se ve que si pueden escogerse de manera que sea posible la integración termino a termino, entonces se determinan mediante las formulas (23) y (24). En general, si f solamente es integrable en $\{-\pi < x < \pi\}$, los coeficientes $\{a_n\}$ y $\{b_n\}$ pueden calcularse mediante las formulas (23) y (24). En este caso la serie (18) resultante se llama serie de Fourier de f y los números se llaman coeficientes de Fourier.

