



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE  
SAN NICOLAS DE HIDALGO**  
FACULTAD E CIENCIAS FÍSICO – MATEMÁTICAS  
“MAT. LUIS MANEL RIVERA GUTIÉRREZ”

**EVALUACIÓN DE UNA METODOLOGÍA DE FALLA  
FINITA PARA EL MODELADO CINEMÁTICO DE  
FUENTES SÍSMICAS**

**TESIS**

**PARA OBTENER EL TITULO DE  
LICENCIADA EN CIENCIAS FÍSICO – MATEMÁTICAS**

**PRESENTA**

**SILVIA CASTRO TORRES**

**DIRECTOR DE TESIS**

**DR. EN GEOFISICA CARLOS MENDOZA**

**UNAM, CAMPUS JURIQUILLA**

**CO-ASESOR**

**DR. EN MAT. APLICADAS JOSÉ GERARDO TINOCO RUÍZ**

**UMSNH**

**MORELIA, MICHOACÁN DICIEMBRE 2013**

# INDICE

CAPITULO	PAGINA
1. RESUMEN	3
2. INTRODUCCION	4
3. EN EL INTERIOR DE LA TIERRA	6
3.1 Esfuerzos	6
3.1.1 Deformaciones	8
3.1.2 Fallas	11
3.1.3 Características de una falla	12
3.2 Terremotos	13
3.2.1 Clasificación de los terremotos	17
3.2.2 Ondas	18
3.2.2.1 Transmisión de la energía sísmica	23
3.2.2.2 Atenuación de la energía sísmica	24
3.2.2.3 Reflexiones y conversiones	27
3.2.2.4 Difracción	29
3.2.3 Sismógrafos y sismogramas	30
3.2.4 Tamaño de los terremotos	32
4. ANTECEDENTES	33
4.1 Modelando la forma de onda	34
4.1.1 Función fuente	38
4.2 Método Hartzell & Heaton	45
4.3 Propuesta para estabilizar la inversión	52
5. DESCRIPCIÓN DEL EVENTO	54
5.1 Generalidades del evento y estudios previos	54
5.2 Generando mi matriz de sintéticos	56
5.3 Base Teórica	60
5.4 Pruebas	62

6. RESULTADOS	63
6.1 Resultados de la base teórica	63
6.2 Comparación de resultados	66
7. CONCLUSIONES Y SUGERENCIAS	89
8. REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	90
9. APENDICES	97
9.1 Función de Green	97
9.2 Mínimos Cuadrados	102
9.2.1 Aproximación por mínimos cuadrados	103
9.2.2 Mínimos Cuadrados con restricción de desigualdad lineal	108
9.2.3 Método NNLS	109
9.2.4 Algoritmo NNLS	114
9.3 Los ajustes correspondientes a las 38 estaciones analizadas	116
10. LISTA DE FIGURAS	122
11. LISTA DE TABLAS	124

## 1.-Resumen

Actualmente la preocupación por explicar los fenómenos naturales que ocurren en el planeta, como son los sismos, ocupa gran interés en el desarrollo científico; de ahí surge la necesidad de proponer e implementar nuevas metodologías que nos permitan analizar los fenómenos sísmicos.

Dada la complejidad del fenómeno se recurre a la información directamente obtenida durante el sismo, esta es extraída de una red global de estaciones sismológicas. Para el análisis de los registros se emplean métodos de inversión de la forma de onda; con estos se examina a detalle la distribución del deslizamiento cosísmico sobre la falla y se obtiene información sobre las dimensiones de la ruptura y la cantidad de deslizamiento.

En este trabajo se evalúa una nueva metodología que permite empezar el análisis al momento de recibir la primera onda sísmica, como consecuencia este método da la oportunidad de conocer sus efectos y saber cuales son los lugares con mayor afectación, para poder alertar a la población.

En conclusión la metodología arroja resultados confiables respecto a la ubicación de las fuentes principales y a la estimación de las dimensiones de la ruptura; el patrón general de la ruptura se reproduce conforme a lo esperado; aunque existe una sobre estimación de los valores pico del deslizamiento, consecuencia tal vez de la manera en que se estabiliza la inversión.

## 2. Introducción

La metodología de Hartzell & Heaton (1983) es una de las más usadas para el análisis de la fuente sísmica en el cual se propone un sistema lineal el cual se resuelve usando Mínimos Cuadrados No Negativos (NNLS, Non negative least squares). Esta técnica, al igual que los otros métodos empleados actualmente para la inversión de la forma de onda no permite un análisis en tiempo real, es decir, al momento de recibir la primera llegada de la onda sísmica en la estación, lo que retrasa el análisis.

La variación propuesta por Mendoza (1996) de la metodología Hartzell & Heaton (1983), tiene como finalidad principal reducir la inversión de tiempo empleado, lo que implicaría poder estudiar el evento en tiempo real, lo que significa que al momento de recibir la llegada de la onda Primaria P, seríamos capaces de realizar la inversión e identificar en corto tiempo los efectos esperados. A futuro esto permitiría el desarrollo de programas de alerta sísmica temprana a nivel regional.

El objetivo de esta tesis es determinar si es o no factible la implementación rutinaria de la variación propuesta Mendoza (1996). Para esto se escogió el sismo del 14 de Octubre de 1995, ocurrido en Colima – Jalisco. Un estudio previo que realizó Mendoza & Hartzell (1999) se utiliza como marco de referencia, pero debido a que las características computacionales han cambiado mucho en los últimos 10 años; se hace la reproducción del artículo usando exactamente los mismos valores y los mismos programas con la finalidad de

establecer un marco teórico real y no incurrir en limitantes de tipo computacionales.

En el Capítulo 2 trato de explicar de manera muy básica los conceptos geológicos, para ofrecer al lector una idea general de las necesidades, importancia y sustento teórico que tienen cada uno de los elementos considerados para el desarrollo del trabajo.

Dentro del Capítulo 3 se puede encontrar la descripción de como se realiza el modelado de la forma de onda, se describen además los componentes de un registro y como son considerados para el desarrollo del estudio. También se describe la metodología de Hartzell & Heaton (1983) original y la variación propuesta por Mendoza (1996). Todos estos conceptos mencionados anteriormente se explicarán a detalle en el interior del trabajo.

Dentro del Capítulo 4 podemos encontrar las características generales del evento de Colima – Jalisco 1995 y el planteamiento de las pruebas.

Los resultados obtenidos así como una explicación general de las implicaciones de ellos se puede encontrar dentro del Capítulo 5.

El Capítulo 6 muestran las conclusiones de las pruebas y se proponen investigaciones futuras.

### 3. En el Interior de la Tierra

#### 3.1 Esfuerzos

Un cuerpo sometido a fuerzas externas tiende a deformarse, esto genera que en su interior las fuerzas busquen regresar al cuerpo a su forma natural. La fuerza generada en el interior del cuerpo deformado se le conoce como **esfuerzo interno** ( $\sigma$ ) (Levi, 1971), se define como una fuerza por unidad de área; es decir:

$$\sigma = \frac{\Delta F}{\Delta S}$$

donde  $\sigma$  es el esfuerzo,  $\Delta F$  la fuerza y  $\Delta S$  el área.

En la Geología Estructural se utiliza el término de esfuerzo para describir las fuerzas que deforman las rocas. La magnitud de los esfuerzos esta en función del la cantidad de fuerza y el área sobre la cual actúan (Farbuck & Lutgens, 2005).

Cuando se aplica un esfuerzo en una dirección determinada decimos que es un **esfuerzo diferencial**. Cuando los esfuerzo diferenciales provocan acortamientos de un cuerpo rocoso decimos que se trata de un **esfuerzo**

**compresivo**; si por el contrario estos esfuerzos diferenciales provocan un alargamiento del cuerpo rocoso decimos que se realizó un **esfuerzo tensional**.

Los esfuerzos diferenciales también pueden hacer que la roca se corte (cizalle)

Figura 1 (Tarbuck & Lutgens, 2005).

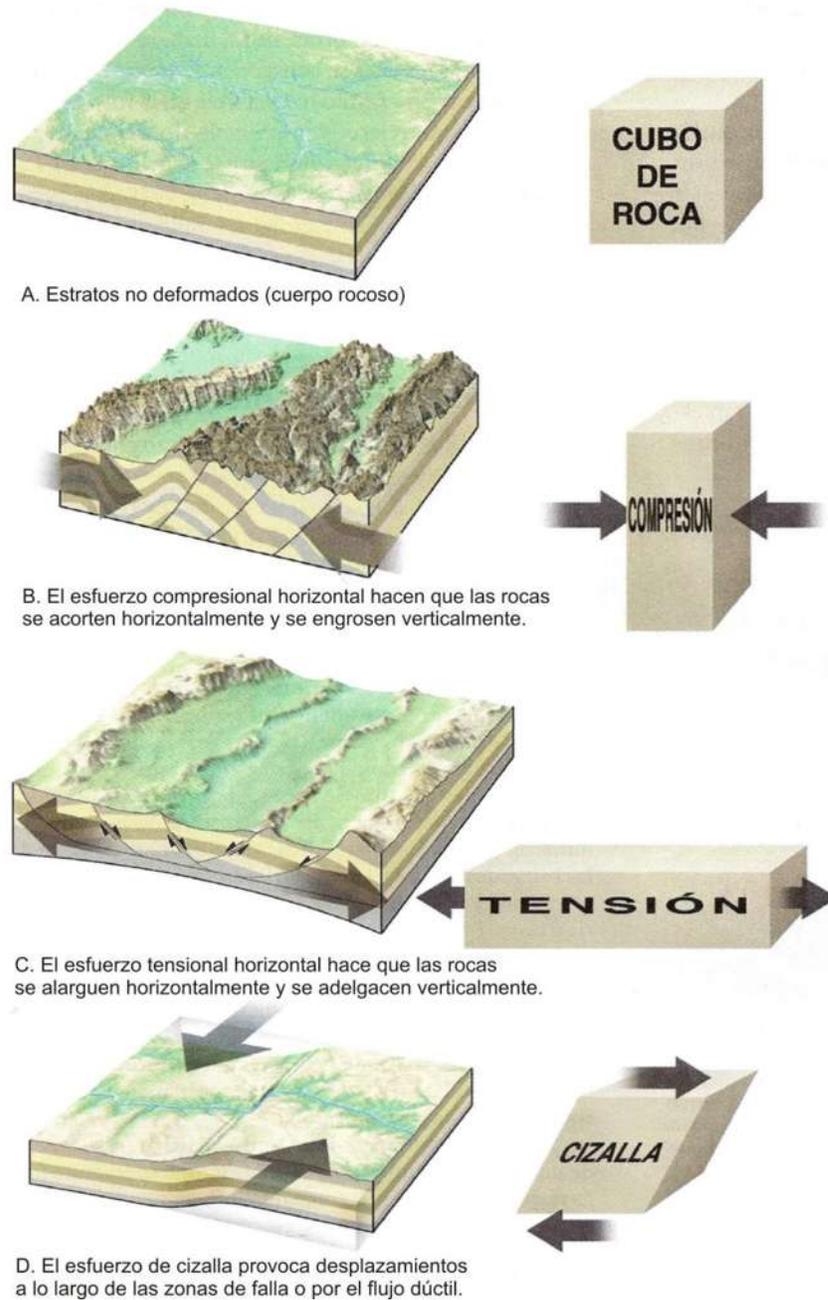


Figura 1. (De arriba para abajo). A muestra el macizo rocoso antes de la deformación, B presenta al macizo rocoso sometido a una compresión. C muestra al macizo sometido a una tensión, y D muestra la ruptura de un macizo rocoso (Tarbuck & Lutgens, 2005).

### 3.1.1 Deformaciones

La tensión es la medida relativa a la deformación de una roca cuando el esfuerzo está actuando. Si una roca es sometida a esfuerzos axiales  $\sigma_x$  de tal manera que su longitud cambia a un valor  $x$ , entonces la deformación axial en la dirección OX es:

$$\varepsilon_x = \frac{x - x_0}{x_0} = \frac{\Delta x}{x_0} = \frac{\partial u_x}{\partial x}$$

donde  $\varepsilon_x$  es la deformación en dirección  $x$ ,  $\Delta x$  es el incremento de la longitud, y  $x_0$  es la longitud inicial (Bundschuh & Suarez, 2010).

Cuando hablamos de deformación en una roca, nos referimos al cambio de tamaño, forma, orientación o posición de un macizo rocoso. Las deformaciones en las rocas pueden tener comportamiento **elástico o plástico** (figura 2)(Tarbuck & Lutgens, 2005).

- **Comportamiento Elástico:** Se produce si el esfuerzo es nulo; es decir, cuando se elimina la tensión y la roca vuelve a su forma original (Bundschuh & Suarez, 2010).

- **Comportamiento Plástico:** Si el esfuerzo no es cero, la roca se deforma permanentemente sin recuperar su estado inicial al cesar el esfuerzo, sufriendo cambios de tamaño y forma (Bundschuh & Suarez, 2010).

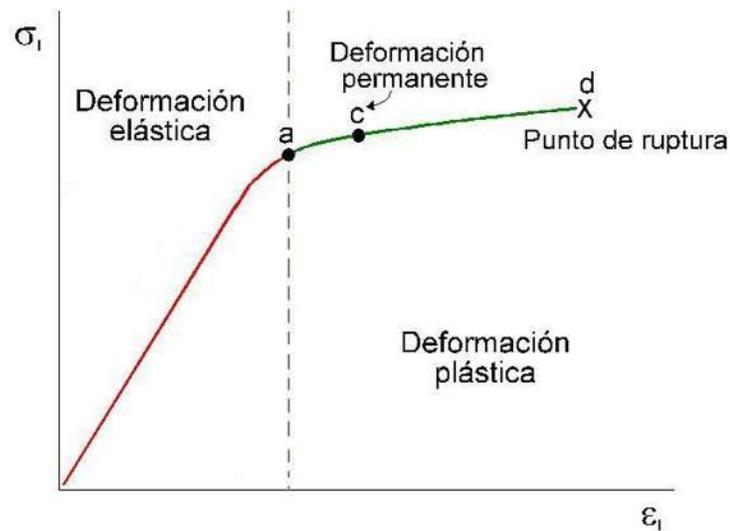


Figura 2. Esquema de la deformación, el punto a indica el límite entre una deformación elástica y una deformación plástica, el punto c se ejemplifica en donde ocurre una deformación permanente y el d es el lugar donde se origina la ruptura de la roca (Tarbuck & Lutgens, 2005).

❖ **Modulo de Young:** se define como la relación del esfuerzo longitudinal y la tensión longitudinal que describe la respuesta de la tensión lineal (Bundschuh & Suarez, 2010). En el eje OX:

$$E = \frac{F_x/A}{\Delta x/x_0} = \frac{\sigma_x}{\epsilon_x}$$

❖ **Modulo de Lamé y Rigidez:** Este parámetro mide la resistencia de la roca para cambiar de forma. Modulo de rigidez describe la respuesta al cizallamiento (Bundschuh & Suarez, 2010), es decir;

$$G = \frac{\text{Esfuerzo Cortante}}{\text{Tensión Cortante}} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{xy}}{\varepsilon_{xy}}$$

En modulo de Lamé  $\lambda$ , expresa la respuesta de la roca a tensión o compresión:

$$\lambda = G \left( \frac{E - 2G}{3G - E} \right)$$

❖ **Modulo de Poisson:** Este parámetro mide perpendicularmente la compresibilidad de la roca debido a la tensión aplicada (Bundschuh & Suarez, 2010). Se define como:

$$\nu = \frac{E}{2G} - 1$$

El comportamiento de la roca depende de tres factores principales:

- **Las condiciones de presión y temperatura a la que está confinado el material**
- **La resistencia de los materiales**
- **El tiempo**

Cuando las rocas se encuentran en condiciones de bajas temperaturas y presiones de confinamiento, estas tienden a comportarse frágilmente. Este comportamiento se manifiesta con la formación de fracturas. Existen dos tipos principales de fracturas fallas y pliegues (Tarbuck & Lutgens, 2005).

### 3.1.2 Fallas

Las fallas son fracturas en la corteza a lo largo de las cuales ha tenido lugar un desplazamiento apreciable. Estas fracturas están definidas por un plano el cual separa dos bloques (Figura 3).



Figura 3. Claramente se observan el desplazamiento de los dos bloques, por su movimiento esta imagen corresponde a una falla normal, ubicada en el Yosemite Natl Pk, CA. (<http://virtual.yosemite.cc.ca.us>).

### 3.1.3 Características de una falla

Para determinar la orientación de una superficie de falla es necesario definir dos medidas (Figura 4):

- **Rumbo o Azimut:** Ángulo entre el norte magnético y una línea horizontal contenida en el plano de falla.
- **Ángulo de deslizamiento:** Indica la dirección en la que se desliza la falla, y se mide sobre el plano de falla.
- **Buzamiento e inclinación:** Ángulo de inclinación de un plano geológico, medido desde un plano horizontal.

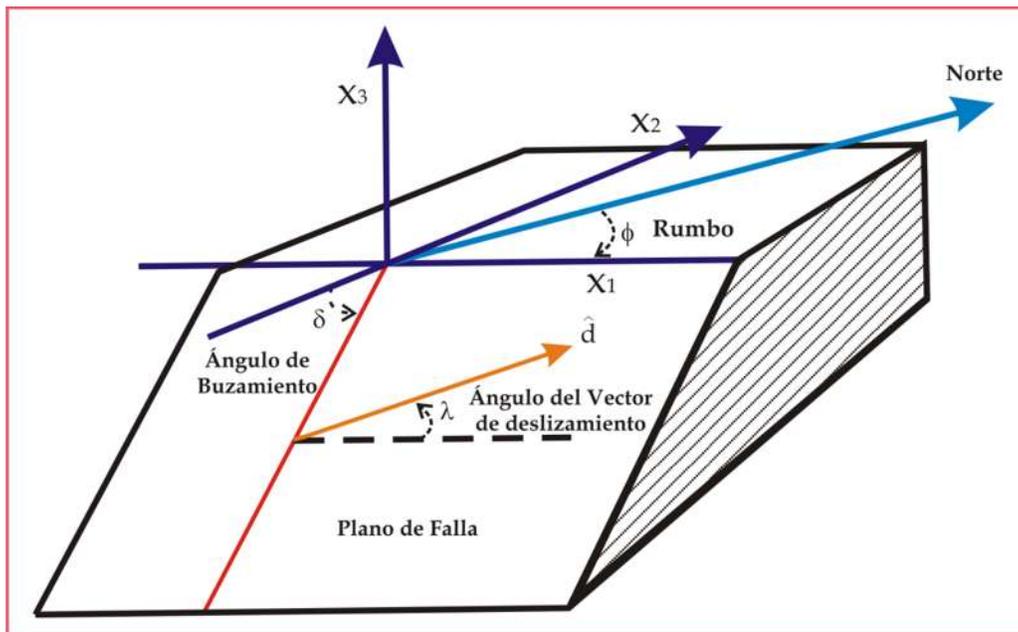


Figura 4. Muestra como se mide el rumbo  $\phi$ , el buzamiento  $\delta$  y el ángulo de deslizamiento  $\lambda$  (modificada de Stein & Wysession, 2003).

### 3.2 Terremotos

Cuando hablamos de terremotos nos referimos a movimientos bruscos del terreno, producto de la abrupta liberación de energía acumulada durante un largo tiempo. Es frecuente que los terremotos se produzcan por el desplazamiento de la corteza terrestre a lo largo de una falla, y que la energía liberada se irradie en todas direcciones desde el foco o hipocentro en forma de ondas sísmicas (Figura 5). Aun cuando la energía de las ondas sísmicas se disipa rápidamente conforme se aleja del foco, los instrumentos localizados alrededor del mundo registran las ondas que se propagan (Tarbuck & Lutgens, 2005).

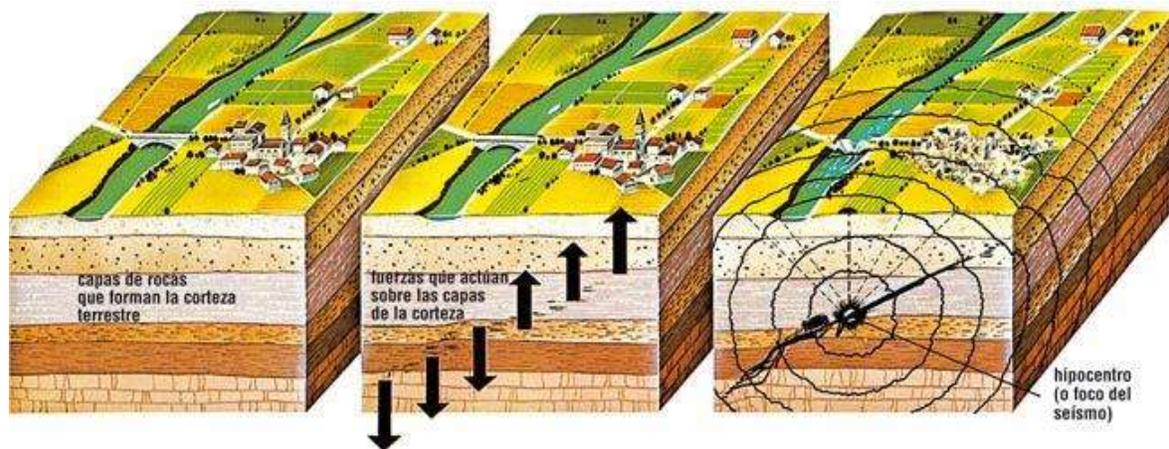


Figura 5. Las fuerzas en la corteza presionan los lados de la falla. La fricción sobre la superficie de la falla mantiene las rocas juntas y no permite que se deslicen. Con el tiempo, suficiente tensión se acumula hasta vencer la resistencia de la roca, la cual se resaca bruscamente, liberando energía en forma de vibraciones que viajan a través de la roca para causar el movimiento que sentimos durante un terremoto (Imagen tomada de <http://www.earthquakecountry.info/>).

En promedio por año se estiman más de 500, 000 terremotos perceptibles alrededor del Mundo. Es estos solo se siente alrededor de 100,000, ya que en su mayoría se trata de temblores pequeños. Y únicamente 100 terremotos por año son considerados significativos debido a que su magnitud es  $\geq 5$  (USGS, 2009).

Todavía no se conoce que es lo que desencadena la ruptura inicial, pero si se sabe que empiezan en un único punto (**hipocentro**) y que se propaga alejándose del origen y continua extendiéndose hasta que algo la detiene (Figura 6), este deslizamiento se da a lo largo de una superficie de la falla, a la cual se le conoce como **superficie de ruptura** (Tarbuck & Lutgens, 2005).

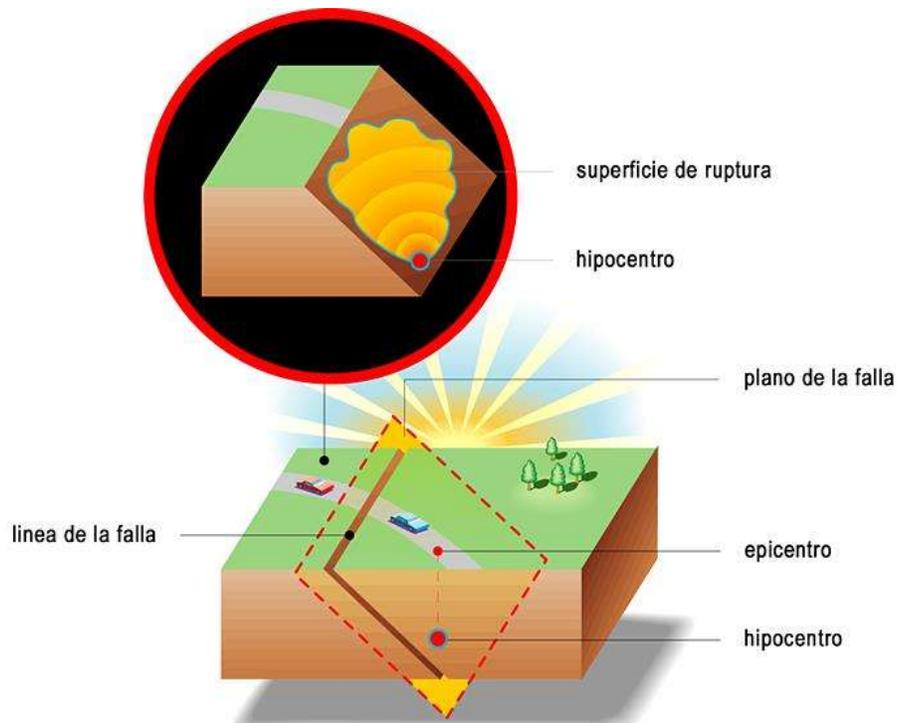


Figura 6. Se observan los dos bloques interactuando La superficie de ruptura generalmente esta bien definida sobre el plano de falla y su formación se acompaña de un deslizamiento tangencial de la roca (<http://www.earthquakecountry.info/>).

Para terremotos pequeños, el deslizamiento total a largo de la superficie de la falla es comparativamente pequeña, por lo que la superficie de ruptura puede propagarse rápidamente y la vida del terremoto es corta. Por el contrario, los grandes terremotos implican un deslizamiento sobre un segmento grande de la falla, lo que implica una duración más prolongada (Farbuck & Lutgens, 2005).

Los terremotos ocurren en segmentos de falla cada cientos o miles de años. El proceso se repite de forma sistemática entre un terremoto y el subsiguiente; a este proceso se le conoce como **ciclo sísmico** (Figura 7), consta de cuatro etapas:

- **Periodo Intersísmico:** la falla está bloqueada, es decir tiene un movimiento estable y “continuo” en su interior, además puede ocurrir deslizamiento asísmico.

- **Periodo Presísmico:** antes de la ruptura se presenta una estabilidad relativa; este periodo se asocia con pequeños temblores (foreshocks) y otros precursores.

○ **Periodo Cosísmico:** comienza a partir de la ruptura, con movimientos rápidos en el plano de falla, estos generan ondas sísmicas. Su duración es de pocos segundos, y libera la energía acumulada.

○ **Periodo Postsísmico:** Comienza después del terremoto, se presentan los aftershocks (replicas) y ocurren deslizamientos lentos en la falla (afterslip). Esta etapa dura varios años, hasta que la falla adquiere su estado de equilibrio.

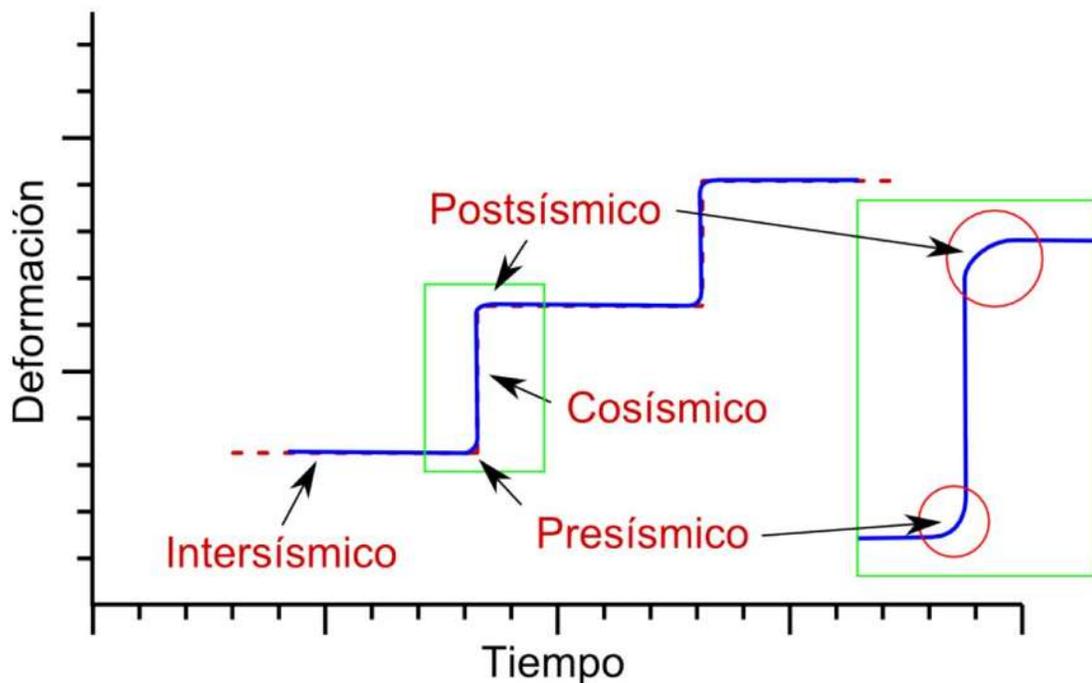


Figura 7. Se observan las fases del ciclo sísmico representadas en una grafica de tiempo vs. deformación, los periodos presísmico, cosísmico y post-sísmico tienen una duración corta (segundos), mientras que el Intersísmico puede tener una duración muy prolongada (años) (<http://www.earthquakecountry.info>)

### 3.2.1 Clasificación de los Terremotos

Según la profundidad a la que se originan los terremotos estos pueden clasificarse (figura 8), en:

- **Superficiales:** Los que se originan entre los primeros 70 kilómetros.
- **Intermedios:** Los que se encuentran entre los 70 y 300 kilómetros.
- **Profundos:** Los de más de 300 kilómetros de profundidad.

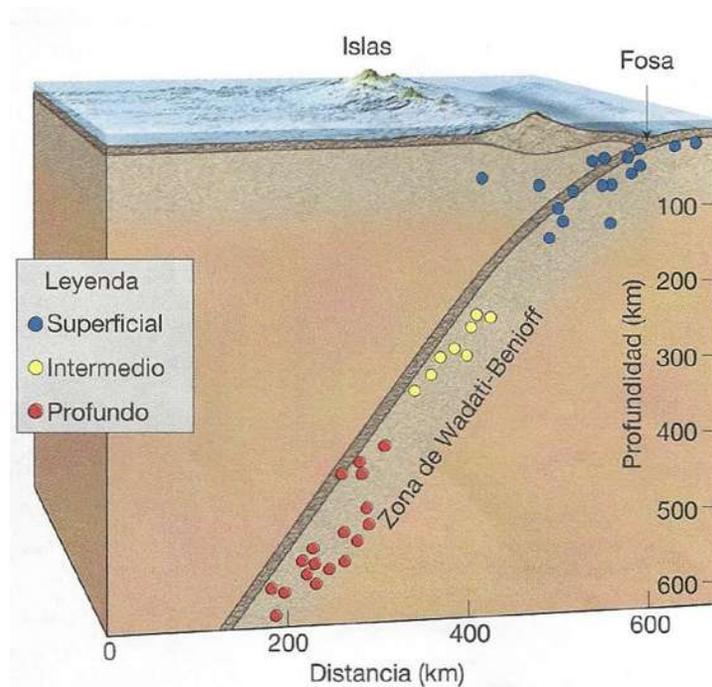


Figura 8. La imagen muestra la localización de los focos sísmicos a profundidad. Estos presentan una alineación debajo de la trinchera que definen la zona de Wadati-Benioff la cual representa el contacto entre las placas de subducción (Tarbuck & Lutgens, 2005)

### 3.2.2 Ondas Sísmicas

Una onda sísmica es la vibración que produce la energía que se libera durante un sismo (Espíndola & Jiménez, 1984). Estas se propagan a través de la Tierra, tanto en su interior como en su superficie. Las ondas se clasifican en dos tipos:

#### **Ondas de Cuerpo**

Su propagación es el interior de la Tierra. Siguen caminos curvos debido a la variada densidad y composición del interior de la Tierra. Este efecto es similar al de la refracción de ondas de luz. Se clasifican en 2 tipos:

- **Ondas Primarias (P)**: Son las primeras en llegar al sismógrafo. Se propagan mediante deformaciones compresivas y extensivas uniaxiales en la dirección de propagación de la onda (Figura 9).

La velocidad de las ondas P viene dada por:

$$V_P = \sqrt{\frac{k + \frac{4}{3}\mu}{\rho}}$$

donde  $k$  es el coeficiente de incompresibilidad,  $\mu$  es el coeficiente de rigidez,  $\rho$  es la densidad del material (Stein & Wysession, 2003).

Debido a la estructura de la Tierra, las ondas P disminuyen y finalmente desaparecen por completo a unos  $105^\circ$  desde el evento y cerca de los  $140^\circ$  reaparecen (Figura 10), con un retraso de 2 minutos. A estos  $35^\circ$  en los cuales hay ausencia de ondas P se le conoce como **zona de sombra de la onda P** (Tarbuck & Lutgens, 2005).

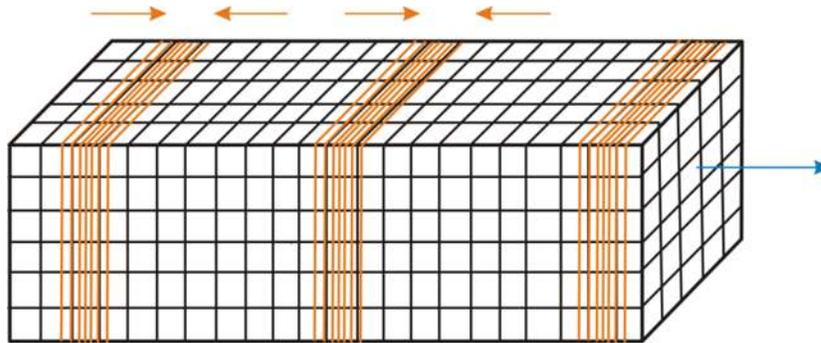


Figura 9. Las ondas compresionales, llamadas **P** en la terminología sismológica, comprimen (fechas nájara) y dilatan el medio donde se propagan en una dirección paralela a la dirección de propagación del frente de ondas (fecha azul) (modificado de <http://ar.kalipedia.com/>).

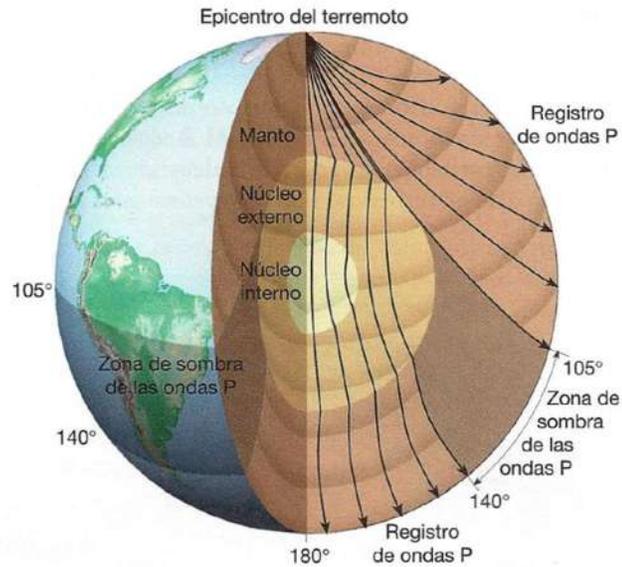


Figura 10. La zona de sombra de las ondas P se produce por efectos de reflexiones, refracciones y difracciones de las ondas, debido a que el núcleo interno de la Tierra es líquido (Tarbuck & Lutgens, 2005).

• **Ondas Secundarias (S) o de Cizalla:** Son las segundas en llegar; son transversales y se relacionan con cambios de forma pero no de volumen, como se muestra en la Figura 11. Su velocidad es:

$$V_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

donde  $\mu$  coeficiente de rigidez,  $\rho$  densidad del material (Stein & Wysession, 2003).

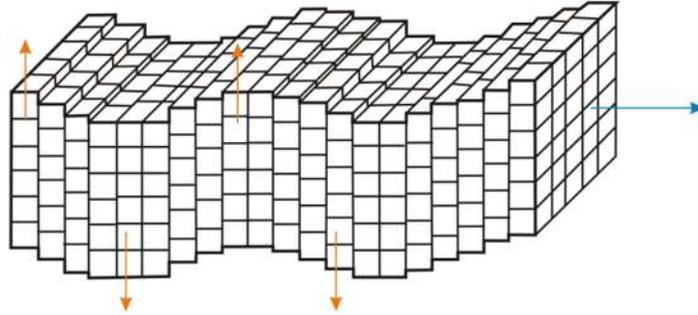


Figura 11. El movimiento de las partículas es una oscilación sobre un punto fijo en un plano perpendicular a la dirección de viaje de las ondas (modificado de <http://ar.kalipedia.com/>).

La velocidad de las ondas varía según la densidad y las propiedades elásticas del material. La relación aproximada entre ambas es:

$$\frac{V_P}{V_S} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{1-2\nu}}$$

donde  $\nu$  es el coeficiente de Poisson (Stein & Wysession, 2003).

### Ondas Superficiales.

El resto de la energía sísmica se propagan por ondas que viajan en la superficie de la Tierra. A una velocidad de propagación menor que las ondas S. Su amplitud decrece con la profundidad.

• **Ondas Rayleigh ( $L_R$ ):** el movimiento de las partículas es elíptico en un plano perpendicular a la superficie; el sentido del movimiento es contrario al de la propagación como se observa en la figura 12 (*arriba*).

• **Ondas Love ( $L_Q$ ):** Son ondas polarizadas con un movimiento de en un plano paralelo a la superficie libre y perpendicular a la dirección del movimiento, como se muestra en la figura 12 (*abajo*).

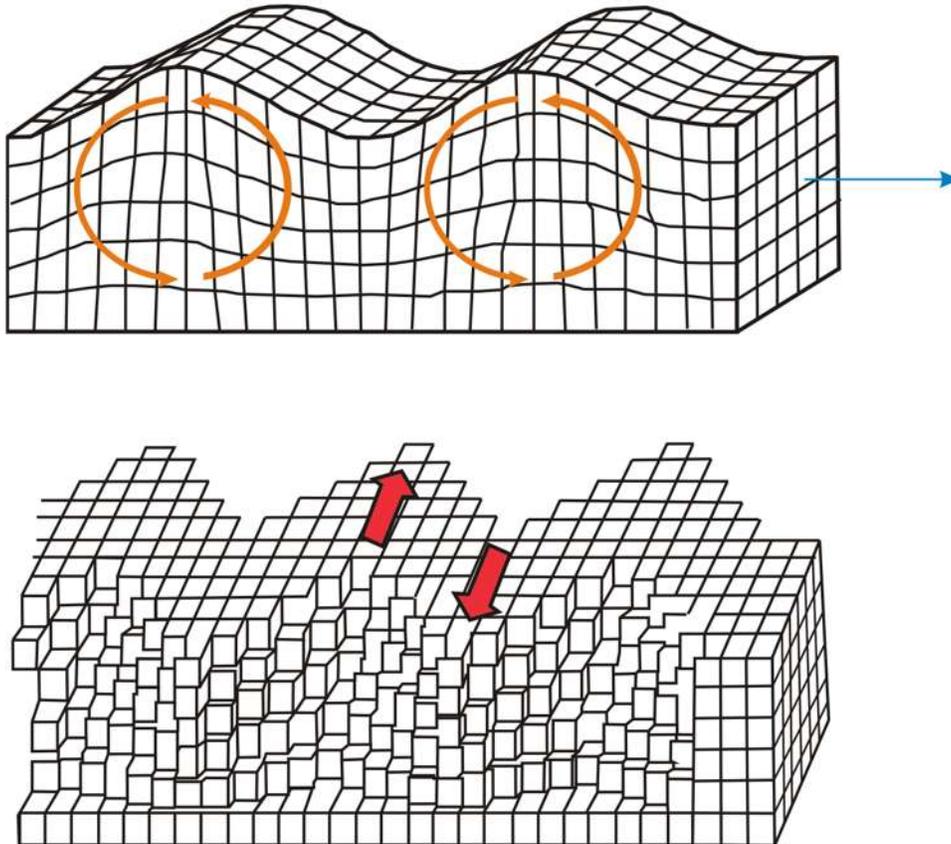


Figura 12. La flecha azul indica la dirección de propagación del frente de ondas. *Arriba* movimiento de las ondas Rayleigh; *abajo* movimiento de las ondas Love. La velocidad de las ondas superficiales es menor que la velocidad de las ondas de cuerpo (modificado de <http://ar.kalipedia.com/>)

### 3.2.2.1 Transmisión de la energía sísmica

La energía sísmica liberada se transmite mediante desplazamientos elásticos de las partículas del medio. La onda se repite en el espacio y en el tiempo; la repetición armónica nos permite expresar la variación en amplitud por una función seno o coseno. Cuando pasa una onda, la amplitud se repite en intervalos de tiempo, lo que nos permite definir una serie de parámetros (<http://www.ucm.es/>):

- **Período ( $T$ ):** Intervalo de tiempo regular en el que se repite la amplitud de la perturbación
- **Frecuencia ( $f$ ):** Número de veces que se repite la amplitud por segundo
- **Longitud de onda ( $\lambda$ ):** Distancia a la que se repite la perturbación a lo largo del medio, en un instante dado.
- **Número de onda ( $k$ ):**  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$
- **Frecuencia angular ( $\omega$ )**  $\omega = 2\pi f$

### 3.2.2.2 Atenuación de las ondas sísmicas

A la disminución de la amplitud de las ondas sísmicas, debido a la amortiguación inelástica de la vibración de las partículas se le llama **atenuación**.

Cuando se propaga un impulso sísmico, la energía que se transmite hacia el exterior de la fuente, comienza a distribuirse sobre una esfera cuyo radio va aumentando. Si el radio de la esfera es  $r$ , la cantidad de energía contenida de la esfera es:

$$\frac{E}{4\pi r^2}$$

donde  $E$  es la energía.

Por lo tanto, la energía contenida en el rayo va disminuyendo a lo largo del mismo en función de  $r^{-2}$ , debido al efecto de la expansión geométrica.

Dado que la amplitud de la onda dentro de un material homogéneo es proporcional al la raíz cuadrada de la energía de la onda, la amplitud disminuye en función de  $r^{-1}$ .

Cuando el medio no es perfectamente elástico, ante el paso de la onda sísmica responde adsorbiendo parte de la energía por calentamiento friccional. El **coeficiente de absorción** ( $\alpha$ ) expresa la proporción de pérdida de energía durante la transmisión a través de una distancia equivalente una longitud de onda completa ( $\lambda$ ) (Figura 13). Los valores de  $\alpha$  para los materiales comunes en la tierra varían de **0.25 a 0.75  $dB \cdot \lambda^{-1}$**  (<http://www.ucm.es/>).

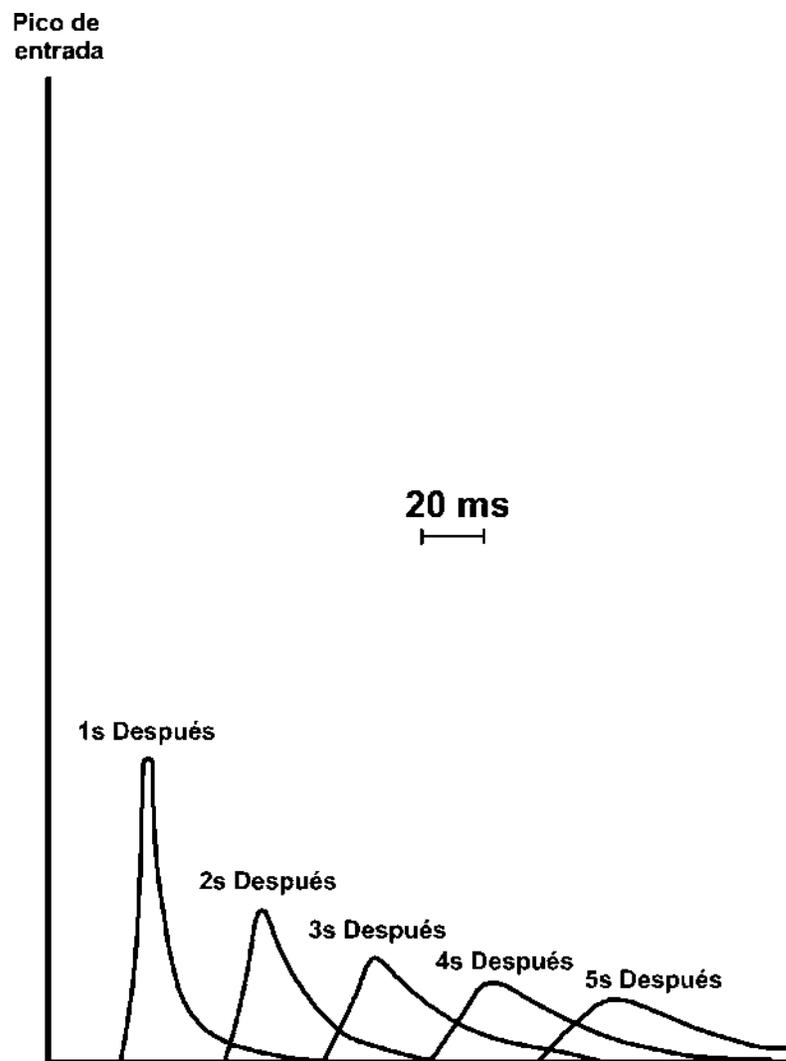


Figura 13. Progresivo cambio de forma de un pulso durante su propagación a través del interior de la tierra a los efectos de la absorción (<http://www.ucm.es/>).

En consecuencia cuanto más viaja la onda, más energía se pierde por absorción. Además, la difusión del frente de ondas elásticas, provoca una pérdida en la amplitud. Por lo general el efecto combinado de la atenuación y la propagación geométrica del frente de onda, conllevan que cuando más alejado se está de la fuente, se experimenta en el terreno un movimiento menos intenso (<http://www.ucm.es/info/>).

La atenuación de una oscilación armónica amortiguada con frecuencia  $\omega$  decae con el tiempo:

$$f(t) = Ae^{i\omega t} e^{-\omega t/2Q}$$

donde  $A$  es la amplitud de la onda,  $\omega$  el periodo y  $Q$  es el factor de calidad que caracteriza a la atenuación.

La amplitud de una onda decae un factor de  $e^{-1}$  en un tiempo  $2t/\omega$ , entonces cuando el valor de  $Q$  es grande, el decaimiento será más lento y su atenuación será menor.

### 3.2.2.3 Reflexiones y conversiones

Cuando una onda sísmica encuentra un cambio en las propiedades elásticas del material (lo que ocurre cuando atraviesa dos tipos diferentes de rocas), parte de la energía continua en el mismo medio (onda incidente), parte se refleja (onda reflejada) y el resto se transmite al otro medio (ondas refractadas) con cambios en la dirección de propagación, en la velocidad y en el modo de vibración (Figura 14).

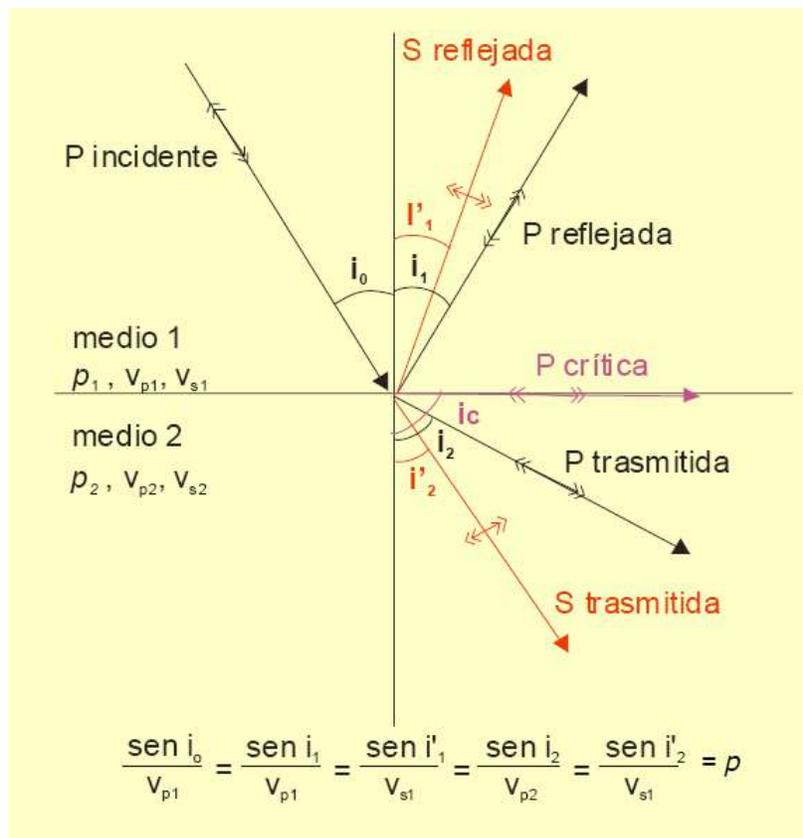


Figura 14. Conversión de una onda incidente P. Las ondas sísmicas que viajan por el subsuelo se reflejan y se refractan siguiendo la ley de Snell. La cantidad de energía de las ondas incidentes se reparte entre las ondas reflejadas, las refractadas y la absorción natural del terreno (<http://www.scribd.com/>).

En general, cuando una onda P interactúa con un límite, se genera no solo una onda P reflejada y una onda P refractada, también se pueden generar ondas S reflejadas y ondas S refractadas. Inversamente, las ondas S que interactúan con límites pueden generar ondas P reflejadas y ondas P refractadas (Figura 15 arriba).

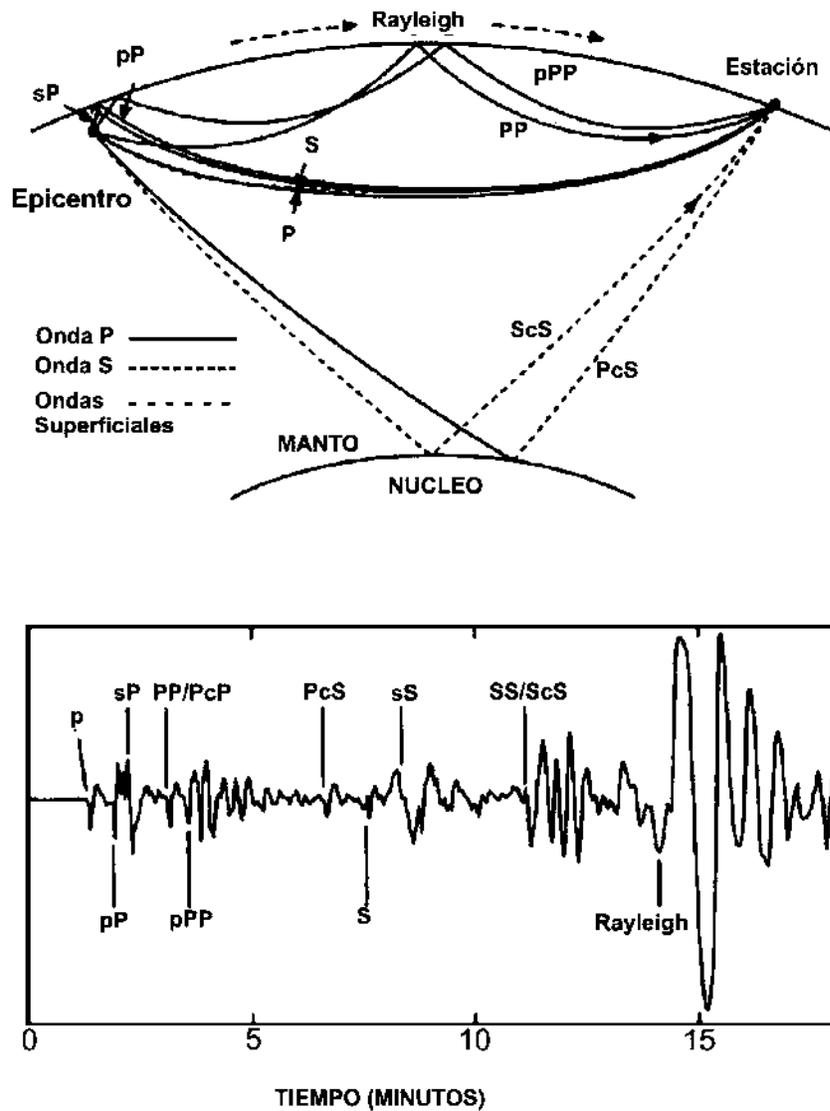


Figura 15. *Arriba* se muestra las reflexiones y conversiones de los rayos en el manto de la tierra; *Abajo* se observa un registro que detalla la correspondencia que corresponde a onda (Stein & Wysession, 2003).

### 3.2.2.4 Difracción

La reflexión y transmisión de energía sísmica asume que las superficies son continuas y de baja curvatura. Entonces en las discontinuidades abruptas, o estructuras cuyos radios de curvatura son más cortas que la longitud de la onda incidente, causa a una dispersión radial de la energía sísmica (Figura 16).

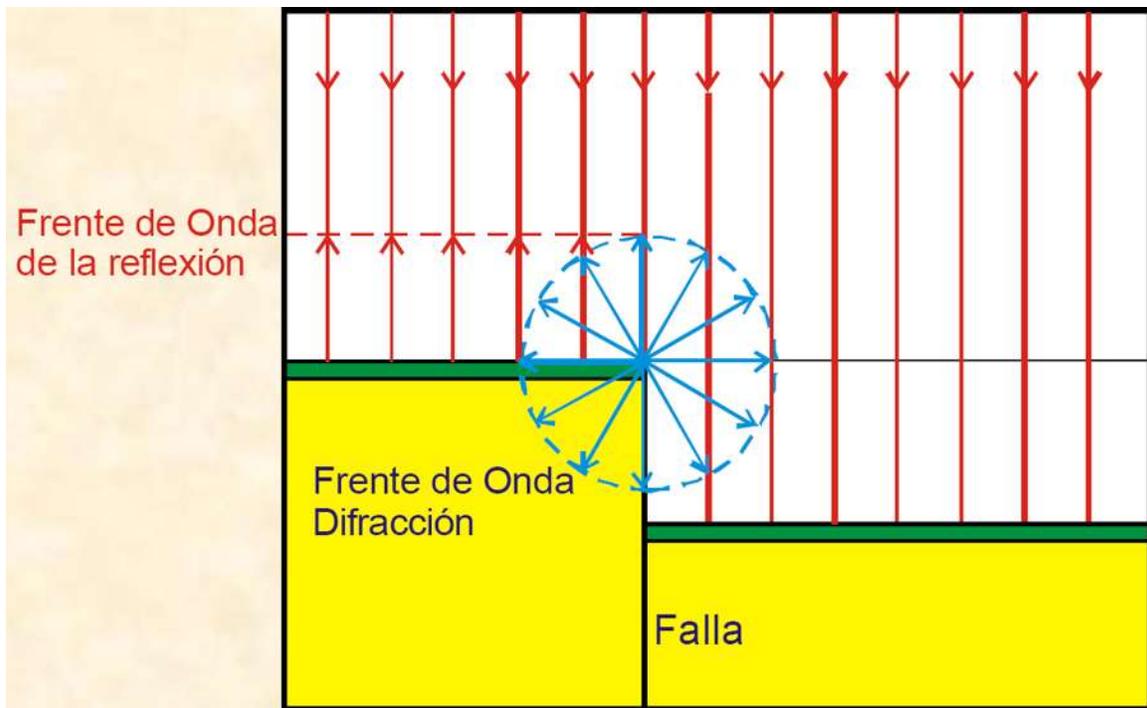


Figura 16. Difracción de la energía sísmica causada por el final truncado de una capa fallada (<http://www.scribd.com/>).

### 3.2.3 Sismógrafos y Sismogramas

Los sismógrafos son aparatos que registran el movimiento del suelo. en una dirección (ya sea vertical y horizontal. Por tal motivo hay que registrar las oscilaciones en ambas direcciones como se muestra en la Figura 17).

La mayoría de los sismógrafos se basan en el principio de inercia de los cuerpos (todos los cuerpos tiene una resistencia al movimiento o a variar su velocidad).

Así, el movimiento del suelo puede ser medido con respecto a la posición de una masa suspendida por un elemento que le permita permanecer en reposo por algunos instantes con respecto al suelo (principio del péndulo) (<http://www.ucm.es/>).

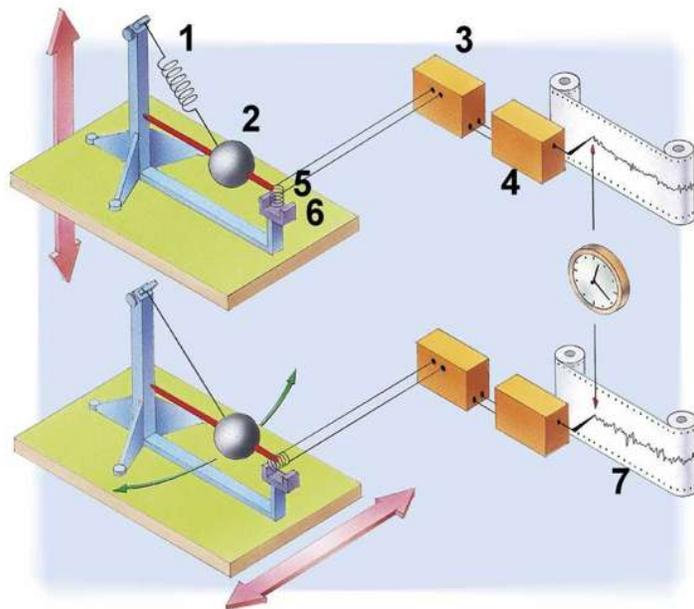


Figura 17. Se observa el principio básico del funcionamiento de un sismógrafo; cada uno de ellos registra el movimiento del suelo en una dirección vertical (arriba) y horizontal (abajo) (<http://www.schulelaupen.ch>).

Para las mediciones de los sismógrafos se deben tomar en cuenta ciertos parámetros:

- Frecuencia del movimiento del suelo  $\omega$
- Frecuencia natural del sismógrafo  $\omega_0$
- Factor de amortiguación  $\lambda$
- Rango dinámico, es el rango entre las señales más fuertes y las más débiles.

El registro que se obtiene en un sismógrafo dado por el movimiento del suelo en función del tiempo se llama **sismograma** (Figura 18).

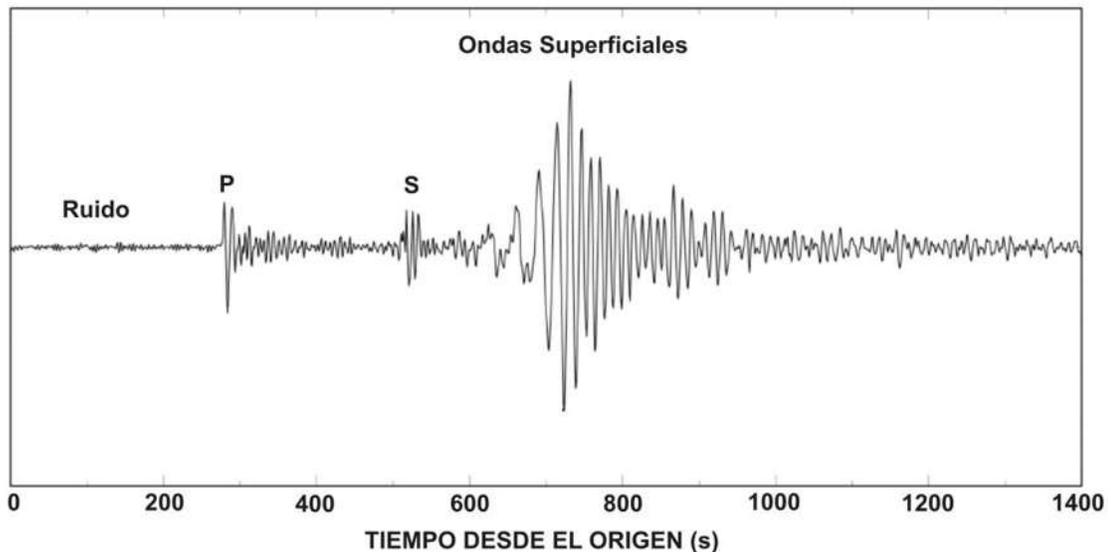


Figura 18. Sismograma correspondiente a un evento de magnitud 5°; ocurrido en la Isla Jan Mayen (71.84N, 1.49W) el 15 de Junio de 1995; registrado por la estación NARS (NORTH AREA RECOVERY STATION, ubicada a 2,300km. en Narach, Bielorusia (<http://chuma.cas.usf.edu/>)).

### 3.2.4 Escalas de Magnitud Sísmica

○ **Magnitud  $M_s$** : Richter desarrolló un método que considera la disminución de la amplitud de la onda con el incremento de la distancia, para representar la energía sísmica liberada durante un terremoto, se basa en el análisis de los registros sismográficos.

○ **Magnitud del momento sísmico  $M_w$** : Se basa en la medición de la energía total que se libera en un terremoto. Es una magnitud ligada directamente con el momento sísmico, y por lo tanto representa mejor el tamaño de la fuente sísmica. Se define por Hanks & Kanamori (1979):

$$M_w = \frac{2}{3} \log M_0 - 10.7$$

donde  $M_0$  (esta relacionado con las dimensiones de la fractura (Aki, 1996)), y está dado por  $M_0 = \mu \mathbf{A} \Delta u$  donde  $\mu$  es el módulo de rigidez;  $\Delta u$  el valor medio de la dislocación y  $\mathbf{A}$  el área de ruptura.

## 4.- Antecedentes

Cuando se analiza un evento sísmico, se busca conocer a detalle la historia temporal de la ruptura, así como la distribución del desplazamiento cosísmico sobre el plano de falla.

La base fundamental de la modelación de la forma de onda, es la determinación de sismogramas sintéticos de un terremoto. Para ello se emplean modelos de fuentes definidas en términos de la profundidad, orientación del plano de falla, la función temporal de la fuente y el momento sísmico. La idea general es comparar los sismogramas sintéticos con las observaciones para cada estación, de tal manera que permitan ajustar los parámetros que definen el modelo de la fuente sísmica.

Actualmente se hacen estudios de falla finita que plantean sistemas lineales o no lineales, los cuales se solucionan con diferentes métodos de inversión de la forma de onda (Deschamps et al, 1980; Hartzell & Heaton, 1983; Kikuchi & Fukao, 1985; Yoshida,1986; Fukuyama & Irikura, 1986; Takeo, 1987; Beroza & Spudich, 1988; Hartzell,1989; Das & Kostrov, 1990; Kikuchi & Kanamori, 1982, 1991, 1993), en todos se necesita un conocimiento geométrico de la falla.

## 4.1 Modelando la forma de onda

El modelado de la forma de onda se hace para tratar de determinar el mecanismo focal, así como las propiedades de la fuente. También nos sirve para comprender el proceso de ruptura y además restringe la profundidad del evento. Para generar sintéticos de la forma de onda, se considera que el movimiento del suelo  $u(t)$  que se registra en un sismograma es una combinación de tres factores (Figura 19) (Stein & Wysession, 2003):

1. La fuente sísmica
2. Estructura de la Tierra
3. El Instrumento (sismómetro)

Cada uno de los factores se puede pensar como una operación cuyos efectos dependen de la frecuencia de las ondas sísmicas. De ahí que muchas veces resulta útil pensar en el sismograma  $u(t)$  en términos de la transformada de Fourier,  $U(\omega)$  representa las contribuciones a diferentes frecuencias:

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(\omega) e^{i\omega t} d\omega \tag{1}$$

$$U(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-i\omega t} dt$$

donde  $\omega$  es la frecuencia y  $t$  el tiempo que dura el movimiento.

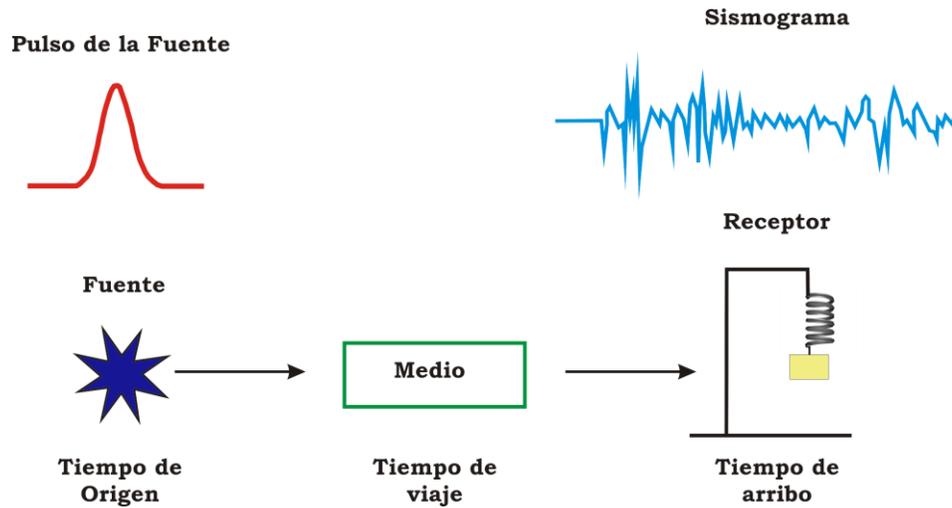


Figura 19. Representa los factores que intervienen en la generación de sintéticos, en el lado superior izquierdo se ve el pulso emitido por la fuente (representada en la parte inferior izquierda estrella azul); al centro el medio representa las capas donde viajan las ondas; del lado inferior derecho vemos el receptor (sismógrafo) en la parte superior derecha vemos el registro que se genera en la estación. Cada uno de los factores esta dado en función del tiempo. (Modificada de S. Stein & M. Wysession, 2003)

La esencia de esta aproximación radica en poder representar al sismograma o a los factores individuales como una serie de tiempo o como su transformada de Fourier, según resulte conveniente. (Stein & Wysession, 2003).

Para generar los sismogramas sintéticos, se describen los efectos combinados de varios factores como una convolución de series de tiempo que representa a cada factor. Así que el sismograma  $u(t)$  puede escribirse como la convolución de:

$$u(t) = x(t) * q(t) * e(t) * i(t) \quad (2)$$

donde  $x(t)$  es la función de la fuente, los efectos de propagación a través del medio se representan por  $q(t)$  y  $e(t)$  representan los efectos de la estructura e  $i(t)$  describe la respuesta del sismómetro (Stein & Wysession, 2003).

Si la convolución de una serie de tiempo es equivalente a la multiplicación en dominio de frecuencias, entonces la ecuación (2) puede ser escrita como el producto de las transformadas de Fourier, tal que:

$$U(\omega) = X(\omega)Q(\omega)I(\omega)E(\omega) \quad (3)$$

donde  $U(\omega)$  es la fuente, la estructura de la tierra (medio) está representada por  $Q(\omega)$  y  $E(\omega)$  y sea  $I(\omega)$  el instrumento, respectivamente (Stein & Wysession, 2003).

La respuesta del sismómetro también puede describirse en el dominio del tiempo mediante la transformada inversa de Fourier. La serie resultante  $i(t)$  es la respuesta del sismómetro a un impulso (Stein & Wysession, 2003).

Para el modelo básico los efectos de la estructura de la tierra se dividen en dos factores. Uno  $e(t)$  da el efecto de las reflexiones y las conversiones de las ondas sísmicas en las diferentes interfaces a lo largo de la trayectoria del rayo y el efecto de la expansión geométrica de los rayos. Y otro dado por  $q(t)$  que describe la atenuación inelástica, debido a que algunas ondas sísmicas pierden energía mecánica mediante la conversión de calor (Stein & Wysession, 2003).

Los operadores  $q(t)$  y  $Q(\omega)$  describen el efecto de la atenuación en el rango de frecuencias que compone el sismograma sintético (Stein & Wysession, 2003).

### 4.1.1. Función fuente

Llamamos  $x(t)$  a la función que describe a la fuente que produce el fallamiento durante el terremoto, entonces se dice que si el fallamiento fuera instantáneo (caso ideal), nuestra función fuente  $x(t)$  estaría representada como la función delta (un pulso). Pero, en la realidad el fallamiento ocurre en un lapso de tiempo y sobre un área finita, por consecuencia la fuente se describe por funciones de tiempo complejas (Stein & Wysession, 2003).

Si la ruptura en cada punto de la falla irradia un impulso; la señal total irradiada será la unión de los impulsos puesto que la ruptura de la falla finita no ocurre toda al mismo tiempo sino se propaga a una velocidad  $V_R$ . Por el contrario, las primeras ondas que se registran corresponden al punto donde inicia la ruptura y más tarde llegan la que provienen del punto más lejano de la falla (Stein & Wysession, 2003).

Se asume que sobre el plano de falla existe una ruptura que se propaga a una velocidad  $V_R$  a lo largo de la longitud de la falla. Se considera un receptor (estación sísmica) a una distancia  $r_0$  y a un azimut  $\theta$  (Stein & Wysession, 2003).

El primer arribo que se registra en la estación será a un tiempo  $t_0 = \frac{r_0}{V}$ ;

donde  $r_0$  es la distancia del punto donde comienza la ruptura hasta la estación y  $V$  es la velocidad de la onda (Stein & Wysession, 2003).

Si el otro extremo de la falla se rompe a un tiempo  $t = \frac{L}{V_R}$ ; donde  $L$  es

la longitud de la ruptura y  $V_R$  la velocidad con la que se propaga la ruptura (Figura 20), entonces el tiempo de arribo desde el punto en donde comienza la ruptura hasta donde termina esta dado por:

$$t_F = \frac{L}{V_R} + \frac{r}{V}$$

el tamaño del pulso es:

$$t_R = t_F - t_0 = \left( \frac{L}{V_R} + \frac{r}{V} \right) - \frac{r_0}{V} \quad (4)$$

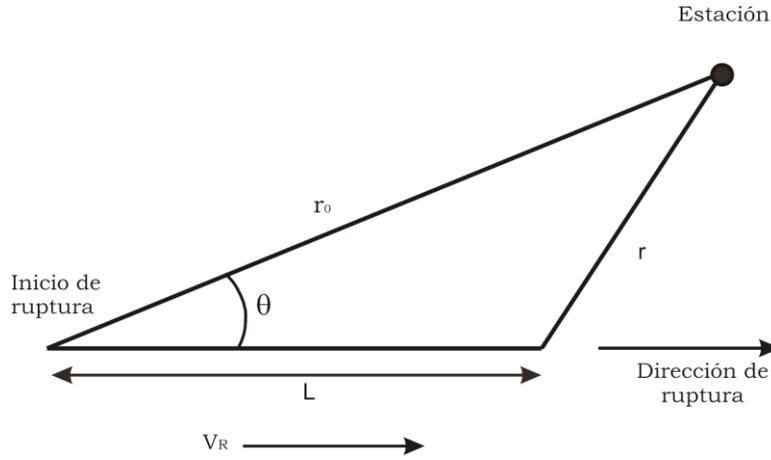


Figura 20. Sea  $L$  la longitud de la ruptura,  $r_0$  es la distancia a la estación desde el punto donde comenzó la ruptura y  $r$  es la distancia a la estación del punto donde termina la ruptura (modificada de Stein & Wysession, 2003).

Aplicando la ley de cósenos tenemos:  $r^2 = r_0^2 + L^2 - 2r_0 L \cos \theta$ , para los puntos lejanos de la falla  $r \gg L$  entonces  $r \approx r_0 - L \cos \theta$  (Stein & Wysession, 2003).

De ahí que la ecuación (4) se puede reescribir como:

$$t_R = \left( \frac{L}{V_R} + \frac{r_0 - L \cos \theta}{V} \right) - \frac{r_0}{V} = L \left( \frac{1}{V_R} - \frac{\cos \theta}{V} \right) \quad (5)$$

entonces el pulso de tiempo registrado en la estación debido a la longitud  $L$  de la falla; está dado por un “boxcar” (función caja) de duración  $t_R$  (figura 21) (Stein & Wysession, 2003).

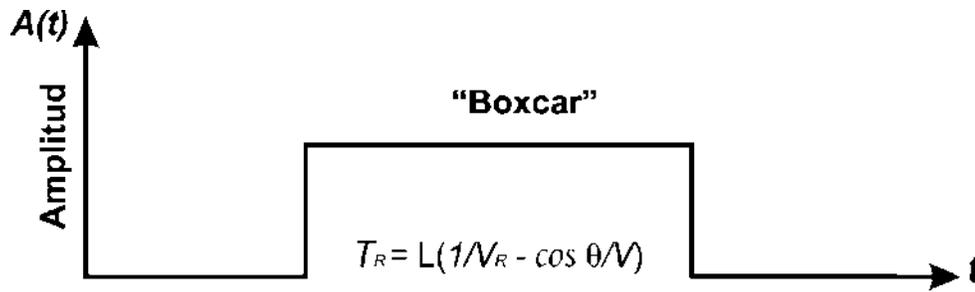


Figura 21. La ruptura define una función para la fuente que dependerá de la velocidad de ruptura  $V_R$  y del azimut  $\theta$ . La duración del pulso esta dada por el tiempo de ruptura (modificada de Stein & Wysession, 2003).

Dado a que el pulso depende de  $\theta$  azimut, podemos entonces decir:

- Hay un máximo en la dirección opuesta a la propagación de la ruptura, para  $\theta = 180^\circ$
- Un mínimo en la dirección repropagación de la ruptura o para  $\theta = 0^\circ$ .

Se puede pensar de manera errónea que la longitud de la falla y la velocidad de la ruptura son los dos únicos factores que determinan la duración de la fuente, contrario a eso nuevamente se considera que el deslizamiento a lo largo de la falla no es instantáneo, inicia en cada punto al pasar la ruptura, pero no se detiene de inmediato, se incrementa hasta llegar a un deslizamiento final (Stein & Wysession, 2003).

El tiempo que tarda en llegar a su valor final de deslizamiento se le conoce como tiempo de dislocación o Rise Time (Figura 23 *abajo*). Si el incremento en el deslizamiento es lineal, se dice que su comportamiento se describe con una función rampa (Figura 22 *arriba*) (Stein & Wysession, 2003).

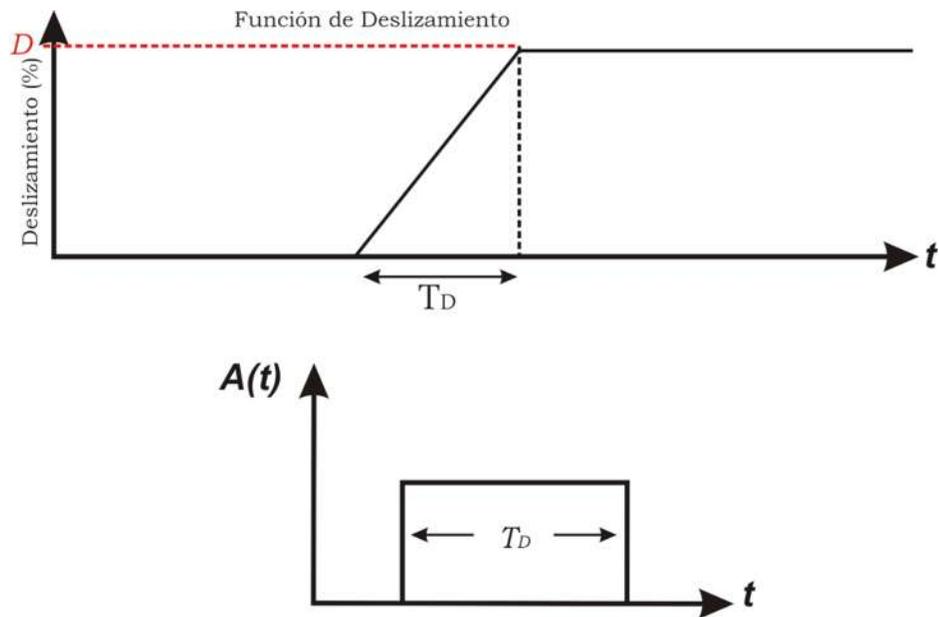


Figura 22. La función de tiempo de la fuente depende del derivado de la historia del desplazamiento de la falla. *Arriba* La historia temporal de la función rampa con una duración  $t_D$  tiene una deriva en el tiempo como una función caja “boxcar”. *Abajo* se muestra el “boxcar” correspondiente al tiempo de dislocación (modificada de Stein & Wysession, 2003).

La función fuente para el terremoto se define por la convolución de los boxcar correspondientes a los tiempos de ruptura y de dislocación respectivamente (Figura 23) y se representa por un trapecoide cuya duración es la suma de las duraciones de los boxcar (Stein & Wysession, 2003).

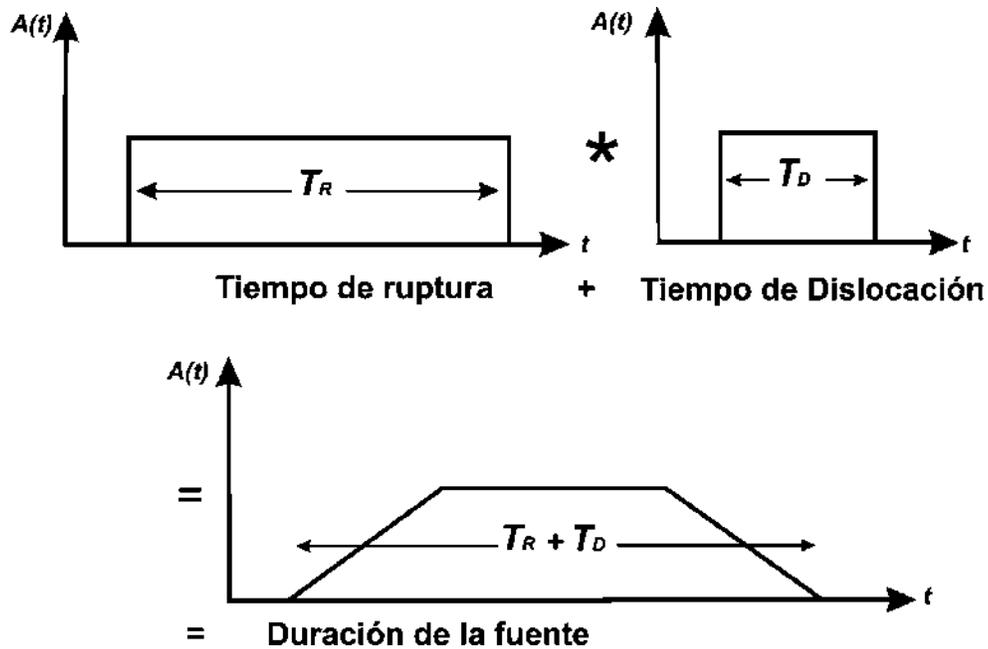


Figura 23. Se hace la convolución de las funciones de tiempo (arriba), y resulta una función de tiempo trapezoidal para la fuente (modificada de Stein & Wysession, 2003).

El tiempo de duración del pulso radiado varía en función del azimut y de la dirección de propagación de la ruptura, debido a que la ruptura tiene una longitud finita. (Stein & Wysession, 2003).

Debido a que el área del pulso es la misma en todos los azimuts, la magnitud de la función temporal de la fuente es inversamente proporcional a su duración (Figura 24) (Stein & Wysession, 2003).

En algunos casos este efecto, llamado **directividad**, se puede utilizar para identificar el plano de falla y estudiar la propagación de la ruptura (Stein & Wysession, 2003).

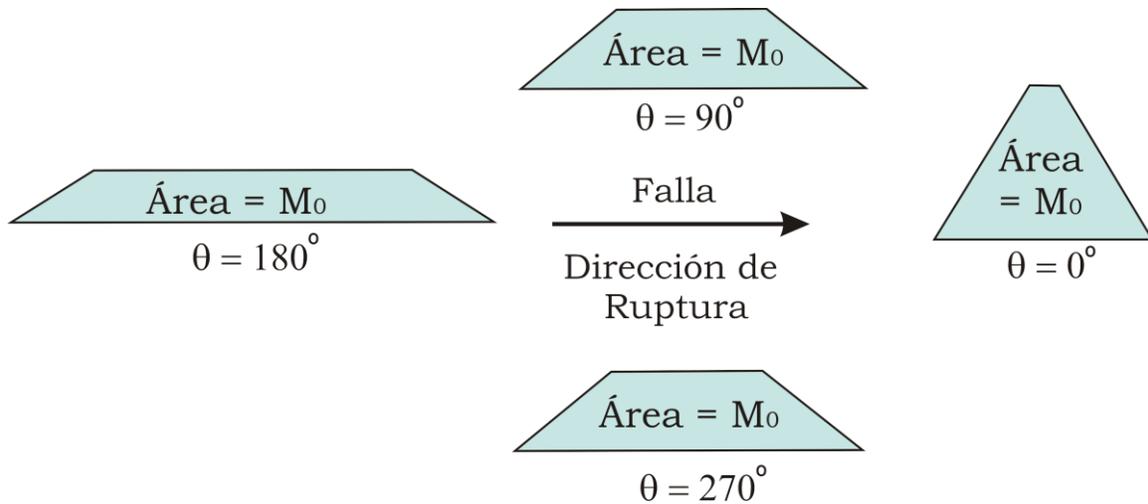


Figura 24. Se muestran los efectos de la directividad de la ruptura sobre la función de la fuente para diferentes azimuts. Como la energía que se recibe es la misma, el área de cada función que corresponde al momento sísmico es igual. (modificada de Stein & Wysession, 2003).

Para saber cuando se deben considerar los efectos de una fuente finita. Se tiene que ver como se comporta la relación:  $\frac{t_R}{T} = \frac{L/V}{\lambda/V} = \frac{L}{\lambda}$  donde  $T$  es el periodo de la onda sísmica,  $V$  es la velocidad de la onda sísmica y  $\lambda$  es la longitud de la onda (Stein & Wysession, 2003).

- Si  $L/\lambda$  es pequeña, entonces  $L = \lambda$ , la fuente se comporta como una fuente puntual.
- Si  $L/\lambda$  es grande, entonces hay efectos de fuente finita.

## 4.2 Método de Hartzell & Heaton

El método de Hartzell & Heaton (1983) es una técnica de inversión de la forma de onda aplicada en varios eventos fuertes ocurridos en California y en zonas de subducción (Hartzell & Heaton, 1983, 1985; Mendoza & Hartzell, 1988, 1989; Hartzell, 1989, 1992; Hartzell & Lida, 1990; Hartzell et al, 1991; Mendoza, 1993, 1995, 1996; Wald et al, 1990).

La metodología examina a detalle la distribución del desplazamiento cosísmico sobre el plano de falla, de ahí que es necesario definir la geometría de la falla previamente. Esta metodología nos permite calcular la duración del deslizamiento en cada punto de la falla, con esto se obtiene una representación completa de la historia temporal de la ruptura (Hartzell & Heaton, 1983).

Para generar sismogramas sintéticos de la forma de onda, se definen las características de la falla en tres dimensiones, y se ubica dentro de una estructura geológica conocida, a una profundidad coherente con la profundidad del evento (Hartzell & Heaton, 1983).

El hipocentro se coloca dentro del plano de falla y se asume que este representa el punto donde comienza la ruptura, se considera que está propaga

en forma radial a una velocidad constante sobre el plano de falla (Figura 25). Tanto ángulo de deslizamiento y el desplazamiento se suponen uniformes en todo el plano de falla (Hartzell & Heaton, 1983).

La superficie de ruptura se representa por un plano de falla. Este plano de falla se subdivide en un número determinado de subfallas del mismo tamaño, si el deslizamiento es homogéneo dentro de la subfallas, entonces la dislocación varía de una subfallas a otra. Dentro de cada subfallas se colocan una serie de fuentes puntuales equiseparadas como se ve en la figura 26 (Hartzell & Heaton, 1983).

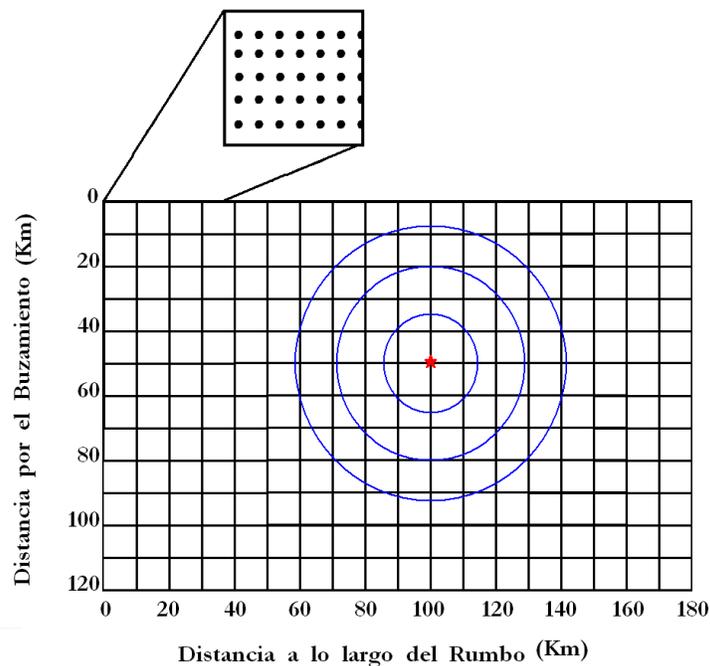


Figura 25. En este ejemplo, la falla esta subdividida en 216 subfallas de 10×10 km cada una. En ellas se colocan N fuentes puntuales. La estrella marca el hipocentro y los círculos indican forma como se propaga la velocidad de ruptura sobre el plano de falla, es una vista perpendicular al plano de falla.

Para cada estación que registro el evento se calcula la respuesta (funciones de Green (este desarrollo se explica en el apéndice 1) para cada fuente puntual. Al final la suma de las respuestas en cada celda genera el sintético para cada una de las estaciones; se considera un retraso producto de la propagación de la ruptura desde el hipocentro (Hartzell & Heaton, 1983).

Los sismogramas sintéticos de ondas de P a distancias telesísmicas incluyen las respuestas de todos los rayos con un máximo de dos reflexiones internas en las capas interiores. Todas las conversiones entre las fases que ocurren en la superficie libre están incluidas, así como las conversiones internas más importantes. Las amplitudes de los rayos con mayor número de reflexiones internas se omiten. Las respuestas para las fuentes que están dentro de la estructura se calculan utilizando la teoría generalizada de rayos (Helmberger, 1974).

Para el parámetro de atenuación se emplea el operador de Futterman  $Q$  (Futterman, 1962) tal que  $t^* = \frac{T}{Q}$  (Carpenter, 1966) donde  $T$  es el tiempo de viaje y  $Q$  el factor medio de calidad sísmica a lo largo del rayo (Hartzell & Heaton, 1983).

Con los registros observados y los sintéticos que se generan se plantea un sistema lineal (considerado sobredeterminado):

$$\mathbf{Ax} \approx \mathbf{b} \quad (6)$$

donde  $\mathbf{A}$  es la matriz de sintéticos,  $\mathbf{b}$  es un vector de datos y  $\mathbf{x}$  es el vector solución del desplazamiento. Este sistema se muestra esquemáticamente en la figura 26. Cada columna de  $\mathbf{A}$  se compone de los sintéticos, introducidos de un extremo a otro, para cada subfalla y un mecanismo en particular para todas las estaciones. Del mismo modo  $\mathbf{b}$  esta formado por la unión de todos los registros observados. El número de columnas de  $\mathbf{A}$  va a depender del número de elementos de  $\mathbf{x}$  (Hartzell & Heaton, 1983).

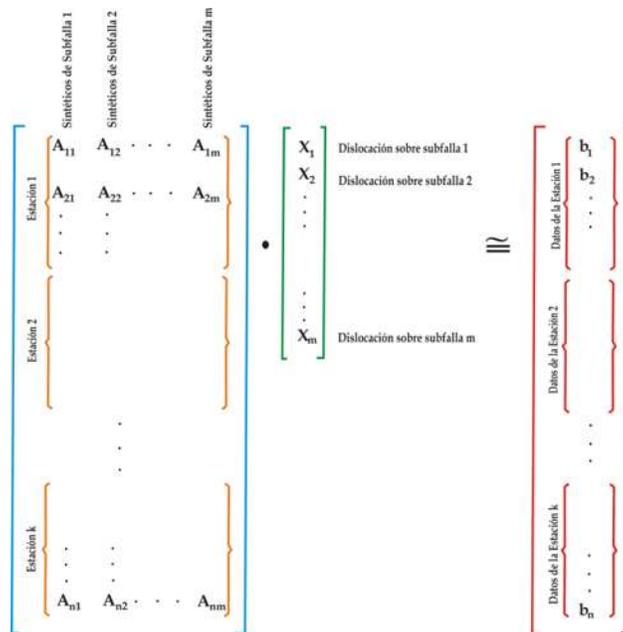


Figura 26. La matriz  $\mathbf{A}$  se compone de submatrices, cada una se compone por la suma de las respuesta de las fuentes puntuales (funciones de Green) para cada estación. Esta es la representación para una ventana de tiempo

La ecuación (6) se resuelve usando mínimos cuadrados, pero la solución que se obtiene es inestable, ya que la matriz  $\mathbf{A}$  esta mal condicionada, lo que significa que un pequeño cambio en los datos origina un gran cambio en la solución (Hartzell & Heaton, 1983).

La inversión se estabiliza un poco cuando se aplica una restricción de positividad en la solución, es decir obliga a la solución a no ser negativa ( $\mathbf{x} \geq 0$ ), ya que sin esta limitación los desplazamientos adyacentes en la subfallas son libres de cambiar significativamente. Tendrían además una afectación que generaría a una interferencia destructiva entre las subfallas y generaría una solución inestable. Para resolver esto se emplea la rutina de Mínimos Cuadrados no negativos (NNLS; Lawson & Hanson, 1974).

El problema se soluciona estabilizando la matriz mediante la adición de estabilidad lineal con limitaciones dada por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \lambda \mathbf{F} \end{bmatrix} \mathbf{x} \approx \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \lambda \mathbf{d} \end{bmatrix} \quad (7)$$

donde  $\mathbf{F}\mathbf{x} \approx \mathbf{d}$  es el conjunto de restricciones lineales y esta dado por un peso escalar (Hartzell & Heaton, 1983).

Las restricciones son:

1. Minimiza el momento sísmico. Si  $\mathbf{F} = \mathbf{I}$  la matriz identidad y  $\mathbf{d}$  el vector nulo entonces:

$$\|\mathbf{x}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i^2}$$

mientras que se minimiza, permite que los valores sean aptos para la solución. Los elementos de  $\mathbf{x}$  que no contribuyan significativamente a nivelar las formas de onda se anulan.

2. Da un suavizamiento sobre el plano de falla. De manera opcional o también adicional, si el conjunto de ecuaciones de:

$$\mathbf{F}\mathbf{x} \approx \mathbf{d}$$

tiene una forma tal que:

$$\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j = 0$$

donde  $i$  y  $j$  son los índices de las subfallas adyacentes, entonces la solución se ve obligada a tener una distribución espacial uniforme. Estabilizar por suavizamiento funciona bien si el plano de falla se subdivide en un número adecuado de subfallas de lo contrario no habría suficiente resolución espacial de los datos.

Todos los registros (observados y sintéticos) se normalizan a una amplitud máxima de  $|\mathbf{x}|=1$ . Así, cada registro tiene el mismo peso en la inversión. Sin esta normalización, la inversión consideraría únicamente los registros de amplitudes grandes e ignoraría los registros que tuvieran amplitudes pequeñas (Hartzell & Heaton, 1983).

Para encontrar el valor adecuado de las  $\lambda$ 's, se van proponiendo valores para cada una de ellas y se resuelve la inversión, se grafican empatados los observados y los sintéticos con el fin de juzgar (a ojo) como ajustan los registros. Este proceso se hace varias veces (prueba y error) a fin de encontrar valores de  $\lambda$ 's que simplifiquen de la solución y que sigan ajustando más o menos bien (Hartzell & Heaton, 1983).

Por la complejidad de los eventos se necesita flexibilidad en el tiempo de inicio de la ruptura en cada celda, para determinarlos se emplean “ventanas de tiempo” las cuales permiten intervalos consecutivos de deslizamiento sobre la falla. Esto permite discretizar la duración del deslizamiento para cada celda y variar el tiempo de inicio de la ruptura.

En la sección 4.1 se vio que para calcular los sintéticos se necesita definir un boxcar para cada fuente puntual, la duración del boxcar corresponde a una ventana, y al momento de resolver el sistema se calcula la contribución del deslizamiento para una serie de boxcar consecutivos en el tiempo, lo que determina la función del deslizamiento en cualquier punto de la falla (Hartzell & Heaton, 1983).

### **4.3 Propuesta para estabilizar la inversión**

En la sección 4.2 se dice que al momento de hacer la inversión debido al mal condicionamiento de la matriz  $\mathbf{A}$ , es necesario incluir un factor que estabilice la solución, esto se hace mediante la adición de dos restricciones lineales, los cuales conllevan una búsqueda de dos valores para  $\lambda$ .

Esta búsqueda implica que los procesos de inversión de ondas requieran de un excesivo gasto de tiempo hasta encontrar la solución, dado que cada una de las pruebas para determinar los valores correctos para las  $\lambda$ 's puede ser un proceso tardado debido a las dimensiones de la matriz a invertir, y además este tipo de metodología requiere una intervención constante por parte de quien realiza el análisis.

La modificación propuesta para la metodología radica en la manera de estabilizar la matriz  $\mathbf{A}$  de sintéticos, por lo que solo basta decir que los aspectos generales del método de Hartzell & Heaton (1983) se respetan (no hay alteraciones en como se construye la matriz de sintéticos).

Esta simplificación propuesta inicialmente por Mendoza (1996), establece al momento sísmico  $M_0$  como la única restricción que estabiliza la solución. Por definición el momento sísmico esta dado por  $m_i \mathbf{x} = M_0$  donde  $m_i = \mu_i A_i$  para cada celda ( $i = 1:N$ ) tal que  $N$  es el número de subfallas,  $\mu_i$  el valor de rigidez y  $A_i$  es el área de cada subfalla.

De ahí que la matriz estabilizada se define como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{m}_i \end{bmatrix} \mathbf{x} \approx \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ \mathbf{M}_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

y se resuelve por Mínimos cuadrados con la restricción  $\mathbf{x} \geq 0$ , es decir el Método de NNLS (Non negative Least Square, Lawson & Hanson, 1974).

## 5.- Descripción del evento

### 5.1 Generalidades del evento y estudios previos

El Lunes 9 de Octubre de 1995 a las 15h 36m GMT (9h 36m hora local), se registro un terremoto de magnitud  $M_w = 7.9$  ocurrido en la zona de subducción del pacifico Mexicano. La profundidad del hipocentro calculada (Domínguez et al, 1997) esta alrededor de los 17 km. y 20 km., el epicentro tiene una ubicación geográfica de  $18^{\circ}44'24''$  N,  $104^{\circ}40'12''$  W , frente a las costas del Colima-Jalisco, México (Figura 28).

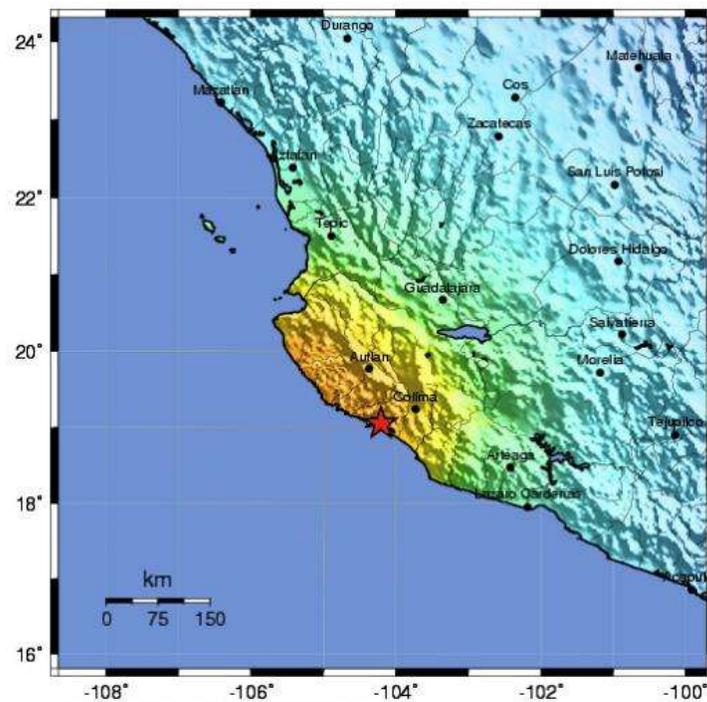


Figura 28. Según los registros de la USGS el epicentro se localiza en  $18^{\circ}44'24''$  N,  $104^{\circ}40'12''$  W (<http://earthquake.usgs.gov>).

El evento ha sido ampliamente estudiado usando registros de la forma de onda (Courboulex et al, 1997; Pacheco et al 1997; Zobin, 1997; Escobedo et al, 1998; Mendoza & Hartzell, 1999), analizando mediciones GPS de los desplazamientos cosísmicos obtenidos directamente en la zona de ruptura (Melbourne et al, 1997) y análisis de los registros de tsunamis (Ortiz et al, 2000).

En particular se escogen los resultados presentados por Mendoza & Hartzell (1999) como marco de comparación para las pruebas realizadas en este trabajo, por dos cosas: la primera, los resultados son consistentes con la noción de una distribución no uniforme del deslizamiento cosísmico presentadas por Zobin (1997) y por Melbourne et al (1997) y además contamos con acceso total a la información (geometría, mecanismo focal, estaciones, modelo de corteza, etc.) y a los programas que se utilizaron para su desarrollo.

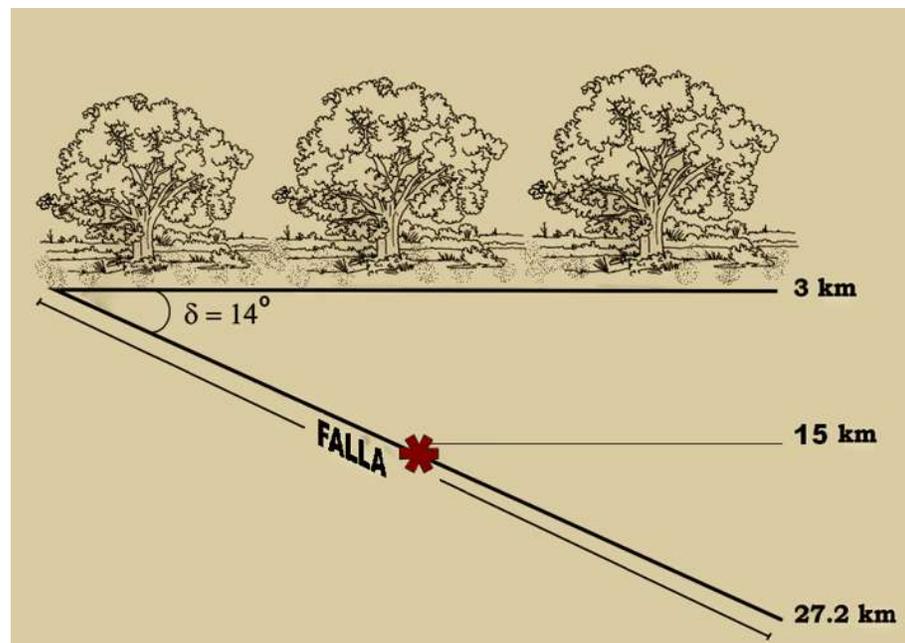
Con la finalidad de lograr que la comparación de los resultados obtenidos en la pruebas y los presentados por Mendoza & Hartzell (1999) no estén limitados por las características (en particular capacidades de memoria) de los equipos computacionales empleados, se rehace el análisis de Mendoza & Hartzell (1999) usan los mismos valores y utilizando los mismos programas.

## 5.2 Generando mi matriz de sintéticos

Para generar la matriz **A** de sintéticos necesito definir características del evento, especificar una geometría para la falla y algunas otras consideraciones necesarias.

Primero se considera una falla de dimensiones  $200 \times 100$  km. (esta medida se escoge conociendo la magnitud), orientada paralela a la trinchera con un azimut de  $309^\circ$ , con un buzamiento de  $14^\circ$  y un ángulo de deslizamiento sobre el plano de  $92^\circ$ . Se coloca entre 3 km. y 27.2 km. de profundidad (Figura 30). El hipocentro se encuentra a una profundidad de 17 km.

Figura 30. Se ve la falla a profundidad, la estrella representa la localización del hipocentro.



Los sismogramas se pasan por un filtro paso banda que filtra la señal en un intervalo de 1–60 seg.. Para generar el sismograma sintético se considera un intervalo de muestreo  $\Delta t = 0.5$  seg., lo que nos permite que el sismograma tenga una longitud de 100 seg.

En el interior de la falla se localiza el hipocentro a una profundidad de 17 km.. Situado a 50 km. sureste y 150 km. noroeste de los limites de la falla. (Figura 31). Se asume que la ruptura se propaga a 2.8 km/seg desde el hipocentro.

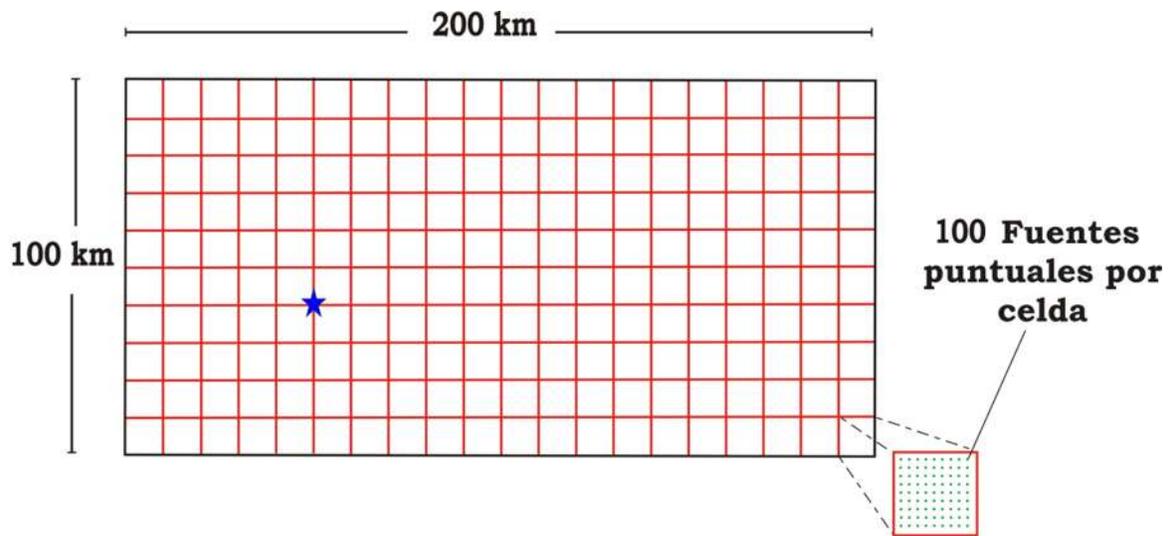


Figura 31. Vista del plano de falla, la estrella azul corresponde al hipocentro, del lado inferior derecho se puede ver la distribución de las fuentes puntuales en cada celda

Se usa un modelo de velocidad en capas (Tabla 1), que se basa en la estructura de la corteza de Reyes et al (1979).

La atenuación se incluye mediante el operador  $t^* = 0.7$  para las ondas P. Se analizan los registros de banda ancha para onda P de 38 estaciones (Tabla 2) perteneciente a la GDSN (Global Digital Seismograph Network), una red digital que registra sismos a nivel mundial.

La falla se divide en 200 subfallas de  $10 \times 10$  km. cada una, en su interior se colocan 100 fuentes puntuales equiseparadas. Se la aplican 10 ventanas de tiempo, cada una con una duración de 2 seg.; permitiendo una duración máxima para el deslizamiento de 20 seg..

**Tabla 1. MODELO DE CORTEZA POR CAPAS  
(Reyes et al, 1979)**

$V_p$ (km/seg)	$V_s$ (km/seg)	DENSIDAD ( $g/cm^3$ )	RIGIDEZ ( $gm/m^3$ )	ESPESOR (km)
5.800	3.350	2.680	$3.00 \times 10^{11}$	6.000
6.400	3.690	2.780	$3.78 \times 10^{11}$	19.000
7.000	4.040	2.850	$4.60 \times 10^{11}$	10.000
8.000	4.620	3.000		50.000

**Tabla 2. LAS 38 ESTACIONES UTILIZADAS**

<b>Estación</b>	<b>Distancia (°)</b>	<b>Azimut (°)</b>	<b>Estación</b>	<b>Distancia (°)</b>	<b>Azimut (°)</b>
<b>MDJ</b>	99.898	-35.804	<b>SDV</b>	34.051	102.6
<b>DPC</b>	93.404	33.52	<b>SJG</b>	36.038	85.2
<b>BDFB</b>	65.157	118.098	<b>SSPA</b>	31.157	40.693
<b>DBIC</b>	96.614	80.644	<b>YAK</b>	88.664	-22.395
<b>LPAZ</b>	49.926	132.353	<b>FFC</b>	35.841	2.144
<b>ADK</b>	64.46	-40.928	<b>NNA</b>	40.789	136.61
<b>AFI</b>	74.162	-111.088	<b>ALE</b>	65.72	5.51
<b>BOCO</b>	32.753	112.215	<b>BORG</b>	70.062	26.92
<b>COL</b>	54.145	-21.277	<b>MSVF</b>	84.643	-110.663
<b>COR</b>	30.036	-27.846	<b>ASCN</b>	92.319	97.536
<b>GRFO</b>	90.974	35.918	<b>ESK</b>	80.743	34.658
<b>HNR</b>	98.506	-97.049	<b>ERM</b>	93.333	-43.524
<b>HRV</b>	36.157	42.543	<b>LVZ</b>	88.412	14.443
<b>KBS</b>	76.244	10.293	<b>OBN</b>	99.102	21.622
<b>KEV</b>	84.993	15.241	<b>EYMN</b>	30.79	16.712
<b>KONO</b>	85.086	27.799	<b>KIP</b>	50.44	-77.46
<b>MAJO</b>	99.231	-46.315	<b>LSCT</b>	34.773	42.445
<b>PAB</b>	85.379	49.845	<b>RAR</b>	67.464	-123.504
<b>PET</b>	79.192	-37.606	<b>YSNY</b>	32.01	37.098

### 5.3 Base Teórica

Cuando se realizan evaluaciones de metodologías sin tener la certeza de que los resultados se asemejen a la realidad dado la complejidad del estudio y la poca información de la que se puede echar mano (como es el caso de este trabajo, ya que no es posible medir físicamente el deslizamiento sobre el plano de falla), se buscan argumentos con los cuales se pueda comparar y determinar si los resultados que se obtienen son consistentes.

Como he mencionado con anterioridad para evaluar la funcionalidad de la modificación propuesta este trabajo utiliza los resultados obtenidos por Mendoza & Hartzell (1999), los cuales fueron recalculados.

Recordemos entonces que la matriz  $A$  de sintéticos es sobredeterminada, y que en la metodología de Hartzell & Heaton (1983), al invertir la matriz se emplean dos restricciones que me estabilizan la solución. Encontrar los valores correctos para  $\lambda$  resulta tedioso ya que se hace en 2 partes. Primero se busca uno de los valores de  $\lambda$  y luego el otro.

Para esto se asigna a un valor de  $\lambda$  tal que  $\lambda \rightarrow 1$ , y posteriormente se corre la inversión. Después se revisan los ajustes entre observados y sintéticos:

- Si los sismogramas sintéticos se ajustan a los sismogramas observados entonces se necesita saber si el valor que se le dio a  $\lambda$  simplifica la solución. Para verificar esto es necesario correr nuevamente la inversión, asignando a  $\lambda$  un valor mayor que el anterior, nuevamente se revisa si los sismogramas ajustan (se corre otra vez con un valor de  $\lambda$  mayor al anterior, repetidamente hasta encontrar el valor adecuado), si no ajustan (se corre de nuevo con un valor de  $\lambda$  mayor al penúltimo que se asigno, pero menor al último, a fin de acotar el valor buscado).

- Si se observa que las soluciones no ajustan, indica que el valor que se le dio a  $\lambda$  es muy grande, entonces se necesita volver a correr la inversión, pero ahora con un valor cercano a  $\lambda \rightarrow 0$ ; se vuelven a revisar los sismogramas sintéticos y se determina si ajustan (se corre otra vez con un valor de  $\lambda$  mayor al anterior, repetidamente hasta encontrar el valor adecuado) y si no ajustan (se corre de nuevo con un valor de  $\lambda$  mayor al penúltimo que se asigno, pero menor al anterior, y nuevamente se pretende acotar la valor buscado).

Esto demuestra un proceso que puede tardar mucho debido a que todo es a prueba-error y a ojo (porque se necesita el criterio suficiente para determinar cual es el mejor ajuste). Originalmente se pensó en hacer la búsqueda de las  $\lambda$ 's, después se concluyó que no era la importancia del trabajo así que simplemente se usaron los de Mendoza & Hartzell (1999); es decir  $\lambda_{1,2} = 3 \times 10^{-9}$  (no necesariamente las  $\lambda$ 's tienen que ser iguales, pero por lo general andan en el mismo orden).

#### 5.4 Pruebas

Para definir cuales valores se deben evaluar, se toma el momento sísmico de la base teórica  $M_0 = 9.0 \times 10^{27}$  dinas·cm que corresponde a un evento magnitud  $M_w = 7.9$  y se escogen 4 magnitudes más (tabla 3).

**Tabla 3. VALORES EVALUADOS**

Magnitud	$M_w$	Momento Sísmico $M_0$ (dinas·cm)
7.7		$4.5 \times 10^{27}$
7.8		<del><math>6.5 \times 10^{27}</math></del>
7.9		$9.0 \times 10^{27}$
8.0		$12.6 \times 10^{27}$
8.1		$17.8 \times 10^{27}$

Para estas pruebas se utilizaron 10 ventanas de tiempo

## 6. Resultados

### 6.1 Resultados de la base teórica

Los resultados de la inversión (Figura 32) muestran 3 principales zonas de deslizamiento, una de ellas **A** muy cercana al hipocentro (estrella roja), la cual presenta un deslizamiento de 2.95 m. Las otras dos **B** y **C** se ubican en la región noroeste de la falla, dentro de los primeros 15 km. de profundidad muy cerca de la superficie de la tierra; en esta zona se presentan deslizamientos pico alrededor de 4 m.

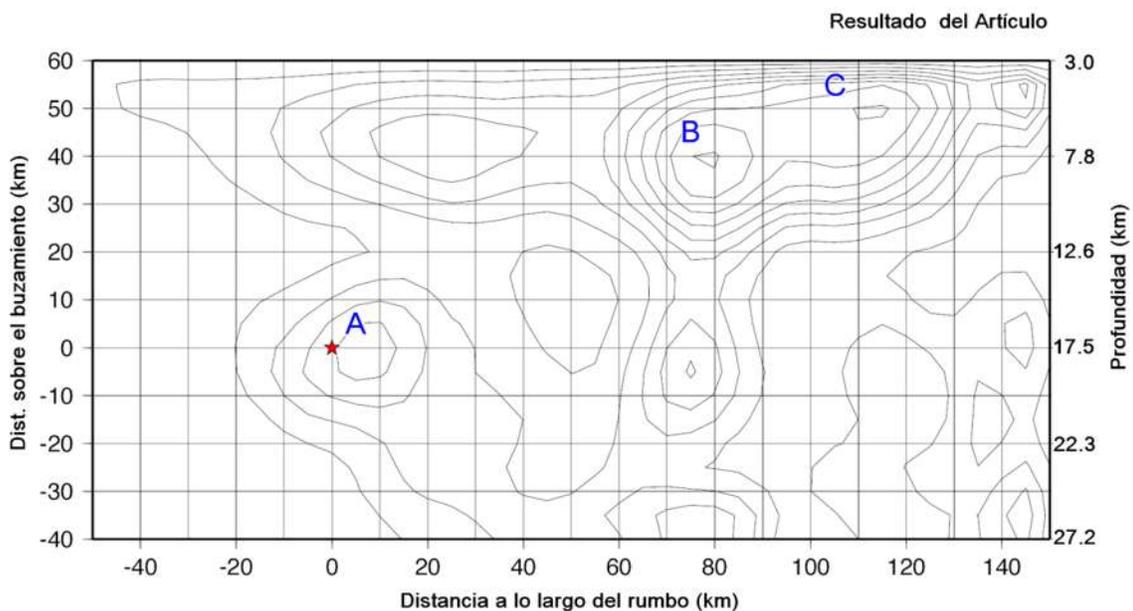


Figura 32. Distribución del deslizamiento cosísmico obtenido para el terremoto de Colima – Jalisco 1995 mediante el procedimiento de Hartzell & Heaton (1983). El hipocentro (estrella) está a una profundidad de 17 km. El deslizamiento máximo es superior a 4 m, los contornos están a intervalos de 50 cm. Vista desde arriba en una posición perpendicular al plano de falla

Para determinar cuanto tiempo dura el deslizamiento en cada una de las subfallas **A**, **B** y **C**, es necesario revisar las graficas (figura 33) que muestran el tiempo de dislocación para cada celda.

Para las celdas **A** y **B** se observa un tiempo de dislocación de 8 seg. Mientras que la celda **C** muestra un retraso debido a la propagación de la ruptura, y su tiempo de dislocación es de 6 seg..

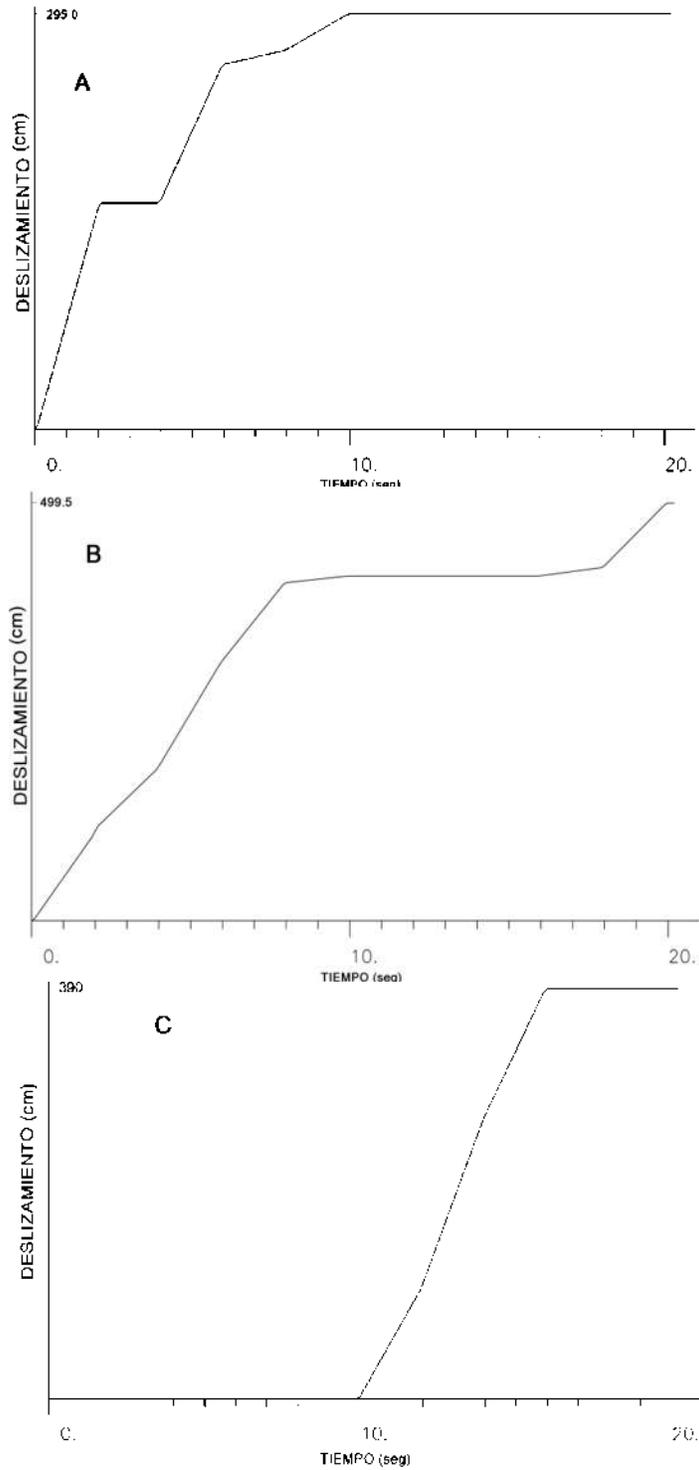


Figura 33. Funciones de deslizamiento para las fuentes **A**, **B** y **C** (marcadas en la figura 33).

El momento sísmico total es de  $M_0 = 9.0 \times 10^{27}$  dinas  $\cdot$  cm equivalente a una magnitud  $M_w = 7.9$ , el cual se libera totalmente dentro de los primeros 52 seg. (Figura 34). La duración de la ruptura anda alrededor de 74 seg. y la duración de la dislocación en la zona de mayor deslizamiento (**B**) es de aproximadamente 53 seg..

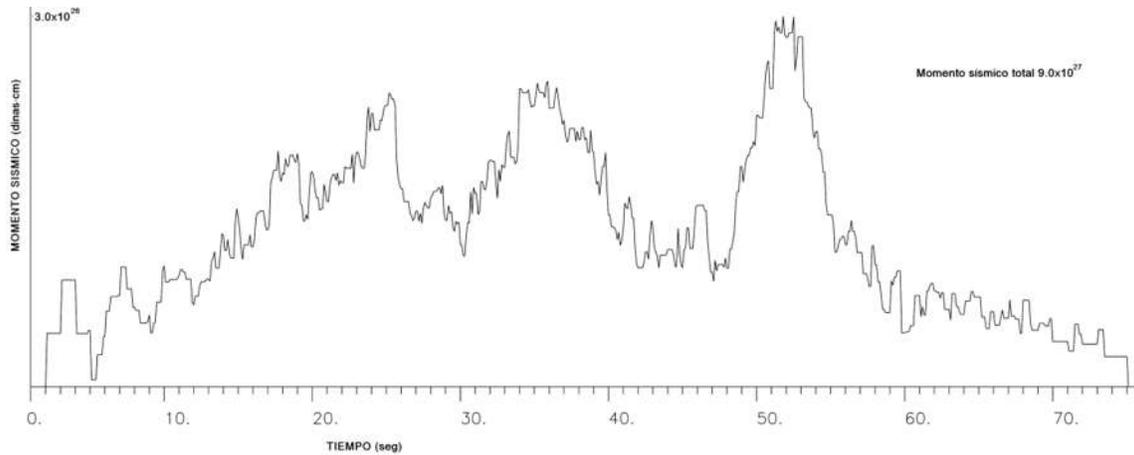


Figura 34. El momento sísmico en función del tiempo.

Los ajustes entre las observaciones de las 38 estaciones consideradas para el trabajo, y los sintéticos obtenidos haciendo la inversión de la manera convencional (Mendoza & Hartzell, 1999), se encuentran en el apéndice 3.

## 6.2 Comparación de resultados

Al examinar los resultados podemos decir que aunque el momento sísmico ha variado para cada una de las inversiones, el patrón de deslizamiento que obtenemos (figuras 35-39) es similar. En todos los casos se presentan 3 zonas principales de deslizamiento sobre el plano de falla.

En los alrededores del hipocentro se percibe la región **A**, la cual presenta deslizamientos considerables aunque en menor proporción. En la parte noroeste del plano de falla a una profundidad menor de 15 km. por debajo de la superficie de la tierra, se presentan dos zonas **B** y **C** de deslizamiento.

Observando a detalle la tabla 4 vemos que los valores del deslizamiento que se obtuvieron están muy por encima de los valores esperados (deslizamientos de 3 m. en celdas cercanas al hipocentro y 4 m. en la región noroeste), incluso están muy por encima del rango de deslizamiento que se considera real (no existen deslizamientos mayores a 15 m.).

**Tabla 4. DESLIZAMIENTOS POR CELDA**

	Momento sísmico $M_0$ (dinas · cm)	Magnitud $M_w$	A		B		C	
			Slip (m)	# de celda	Slip (m)	# de celda	Slip (m)	# de celda
<b>Artículo</b>	<b><math>9.0 \times 10^{27}</math></b>	<b>7.9</b>	<b>2.95</b>	<b>56</b>	<b>4.99</b>	<b>122</b>	<b>3.90</b>	<b>151</b>
<b>Pruebas</b>	$4.5 \times 10^{27}$	7.7	5.99	67	8.03	132	7.57	151
	$6.3 \times 10^{27}$	7.8	5.51	66	13.30	132	9.27	151
	$9.0 \times 10^{27}$	7.9	6.99	56	35.63	122	9.09	151
	$12.6 \times 10^{27}$	8.0	7.20	65	63.43	122	11.61	151
	$17.8 \times 10^{27}$	8.1	8.37	65	99.70	122	37.42	152

El renglón en verde corresponde a los valores de mi base teórica

Por último de la tabla 4 también podemos decir que:

- Los deslizamientos en la zona **A** son los más estables y oscilan entre los 6 m. y los 8 m.
- La zona que presenta en todos los casos los máximos deslizamientos sobre el plano de falla es **B**.
- Mientras que la celda 151 coincide la mayoría de las veces con la zona de deslizamiento **C**.

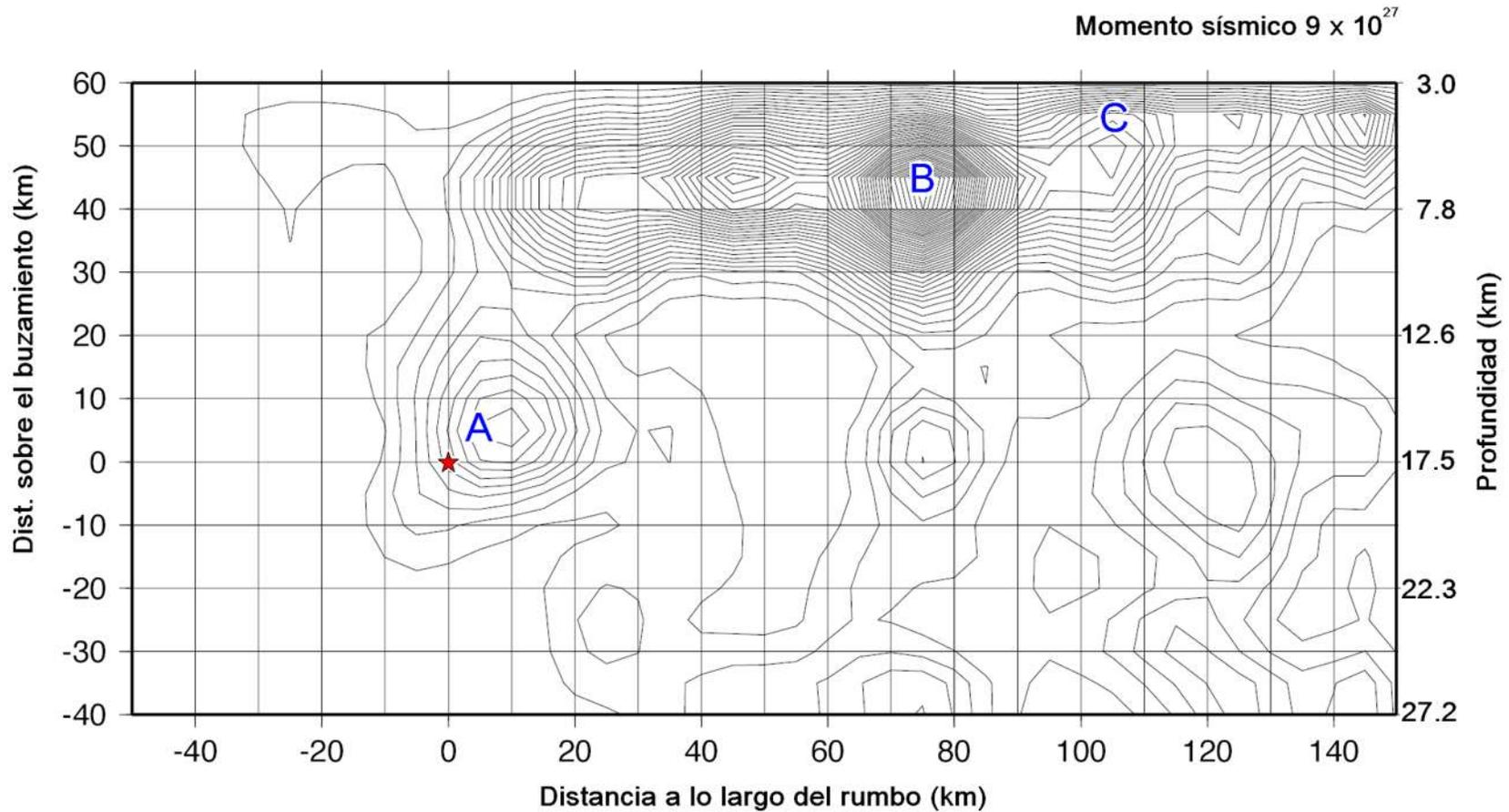


Figura 35. La distribución del deslizamiento cosísmico obtenido correspondiente a una magnitud  $M_w = 7.9$ . El hipocentro (estrella) está a una profundidad de 17 km. conforme a lo esperado se observan 3 zonas principales de deslizamiento **A** (6.99 m.), **B** (35.6 m.) y **C** (9.09 m.), aunque los valores obtenidos están muy por encima de los resultados esperados. El deslizamiento máximo es superior a 35 m, los contornos están a intervalos de 50 cm. Vista desde arriba en una posición perpendicular al plano de falla.

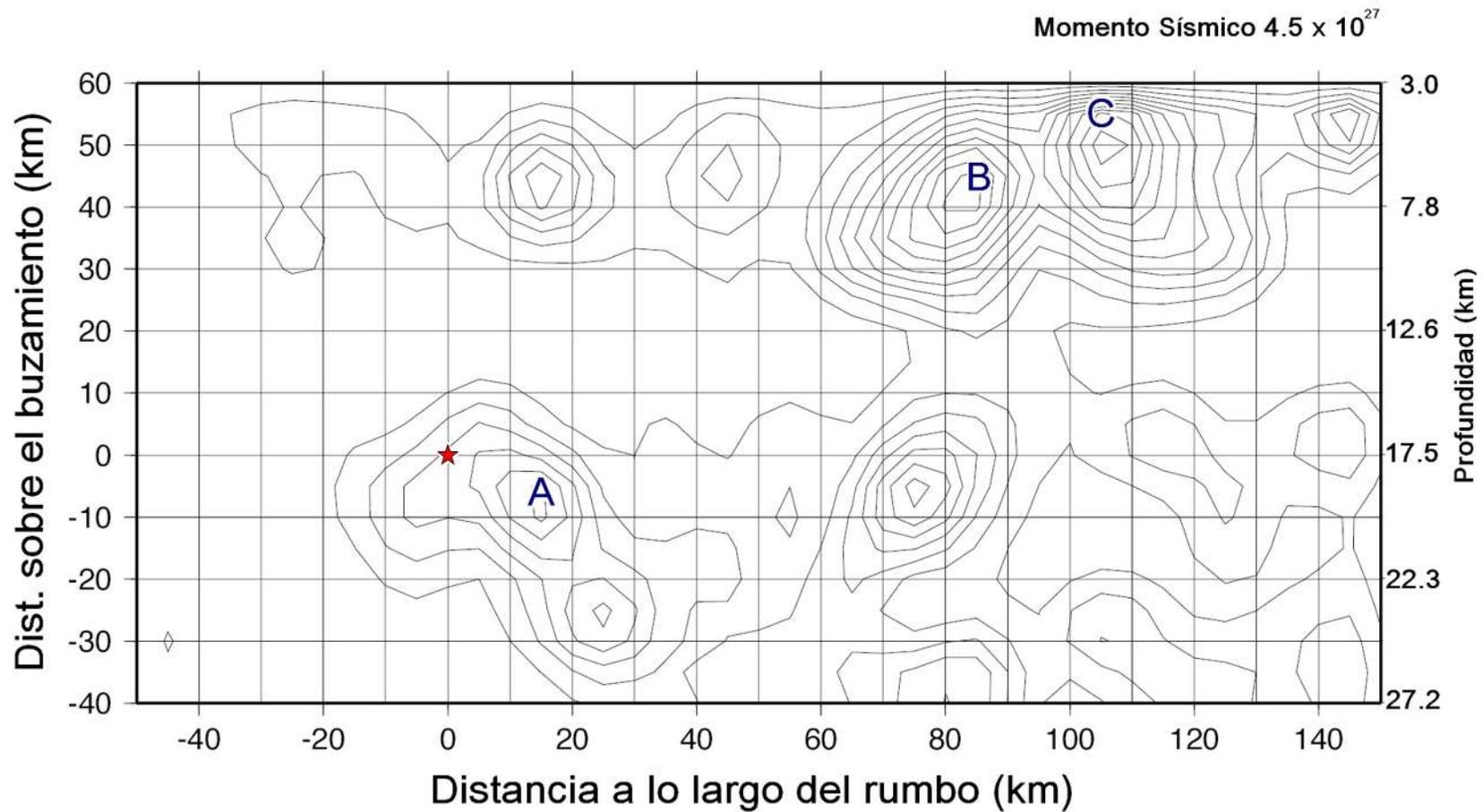


Figura 36. Corresponde a una distribución del deslizamiento cosísmico obtenido para una magnitud  $M_w = 7.7$ . Conforme a lo esperado se observan las 3 zonas de deslizamiento **A** (5.99 m.), **B** (8.03 m.) y **C** (7.59 m.), los contornos están intervalos de 50 cm. Esta es una vista desde arriba de plano de falla en una posición perpendicular.

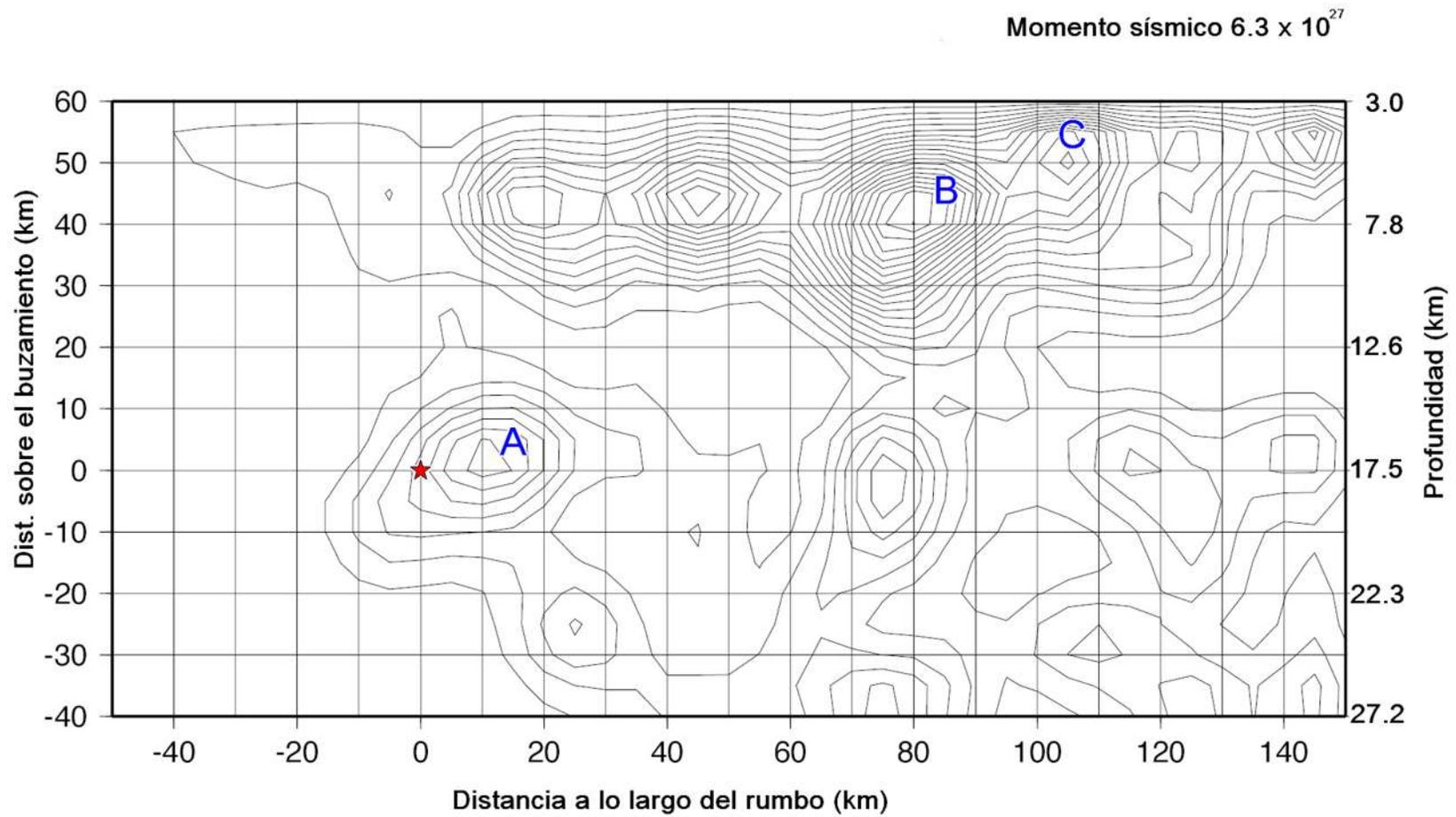


Figura 37. Corresponde a la zona de ruptura de magnitud  $M_w = 7.8$  vista desde arriba en una posición perpendicular al plano de falla. El hipocentro esta representado por la estrella roja. Los contornos están hechos a 50 cm. se observan las 3 zonas de deslizamiento **A** (5.51 m.), **B** (13.30 m.) y **C** (9.27 m.), los valores obtenidos están por encima de lo que se esperaba. de 50 cm.

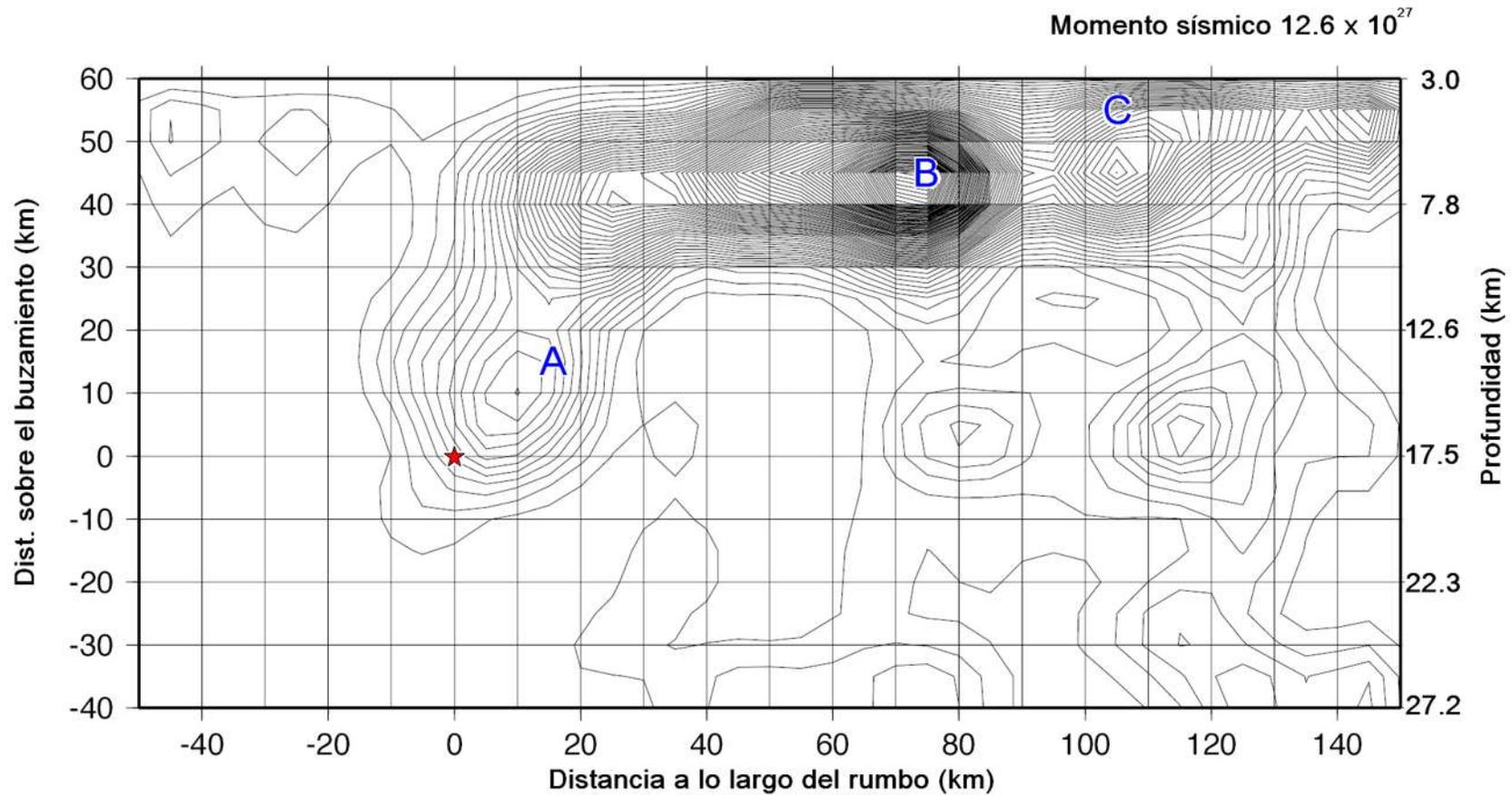


Figura 38. EL hipocentro (estrella roja) se encuentra a una profundidad de 17 km. Corresponde a la distribución del deslizamiento cosísmico del evento suponiendo una magnitud  $M_w = 8.0$ , se ven las 3 principales zonas de deslizamiento **A** (7.20 m.), **B** (63.43 m.) y **C** (11.61 m.), los contornos están a intervalos de 50 cm. Vista desde arriba en una posición perpendicular al plano de falla.

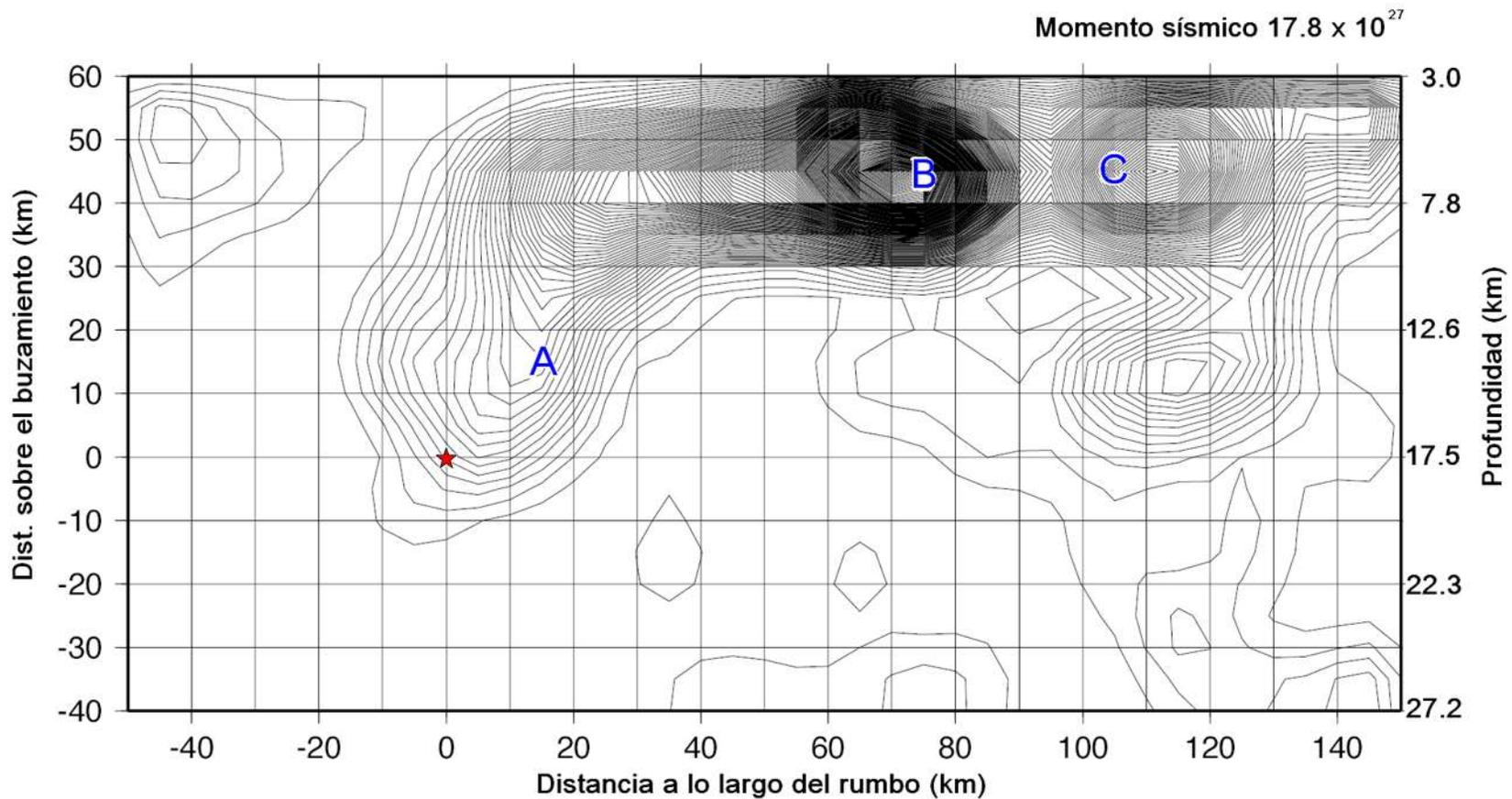


Figura 39. Corresponde a una imagen vista desde arriba en una posición perpendicular al plano de falla, se observa la distribución del deslizamiento cosísmico obtenido con una magnitud  $M_w = 8.1$ , **A** (8.37 m.), **B** (99.70 m.) y **C** (37.42 m.) representan las 3 principales zonas de deslizamiento, la estrella representa el hipocentro. El deslizamiento máximo es cercano a 100m, los contornos están a intervalos de 50 cm.

Al momento de comparar el tiempo de dislocación de la base teórica (figura 34) con los tiempos de dislocación obtenidos para las pruebas donde se ha variado el momento sísmico (Figuras 40-44), se observa, que:

- ◆ Para la celda **A** los tiempos de dislocación se mantienen estables alrededor de 8 seg. Mientras que para **B**, oscilan entre los 6-10 seg.
- ◆ Por otro lado los tiempos de dislocación para la celda **C** oscilan entre los 4 – 6 seg.
- ◆ Los efectos de la propagación de la ruptura no afectan a los tiempos de dislocación de **A** y **B**. Por el contrario los tiempos de dislocación de **C** exhiben una demora de aproximadamente 12 seg.

**Tabla 5. TIEMPO DE DISLOCACIÓN**

	Momento sísmico $M_0$ (dinas · cm)	Magnitud $M_w$	Tiempo de dislocación $T_R$ (seg)		
			Celda A	Celda B	Celda C
<b>Artículo</b>	$9.0 \times 10^{27}$	7.9	8	8	4
<b>Pruebas</b>	$4.5 \times 10^{27}$	7.7	8	6	4
	$6.3 \times 10^{27}$	7.8	8	6	4
	$9.0 \times 10^{27}$	7.9	8	8	5
	$12.6 \times 10^{27}$	8.0	8	8	6
	$17.8 \times 10^{27}$	8.1	6	10	6

La fila marcada en verde corresponde a la base teórica, Los tiempos de dislocación de la celda **A**. son muy estables a diferencia de los de **B** y **C**.

Al graficar deslizamiento vs. tiempo (Figura 41) obtenemos los tiempos de dislocación para las zonas de deslizamiento **A**, **B** y **C**. Corresponde a la corrida usando un Momento sísmico de equivalente a una magnitud  $M_w = 7.9$ .

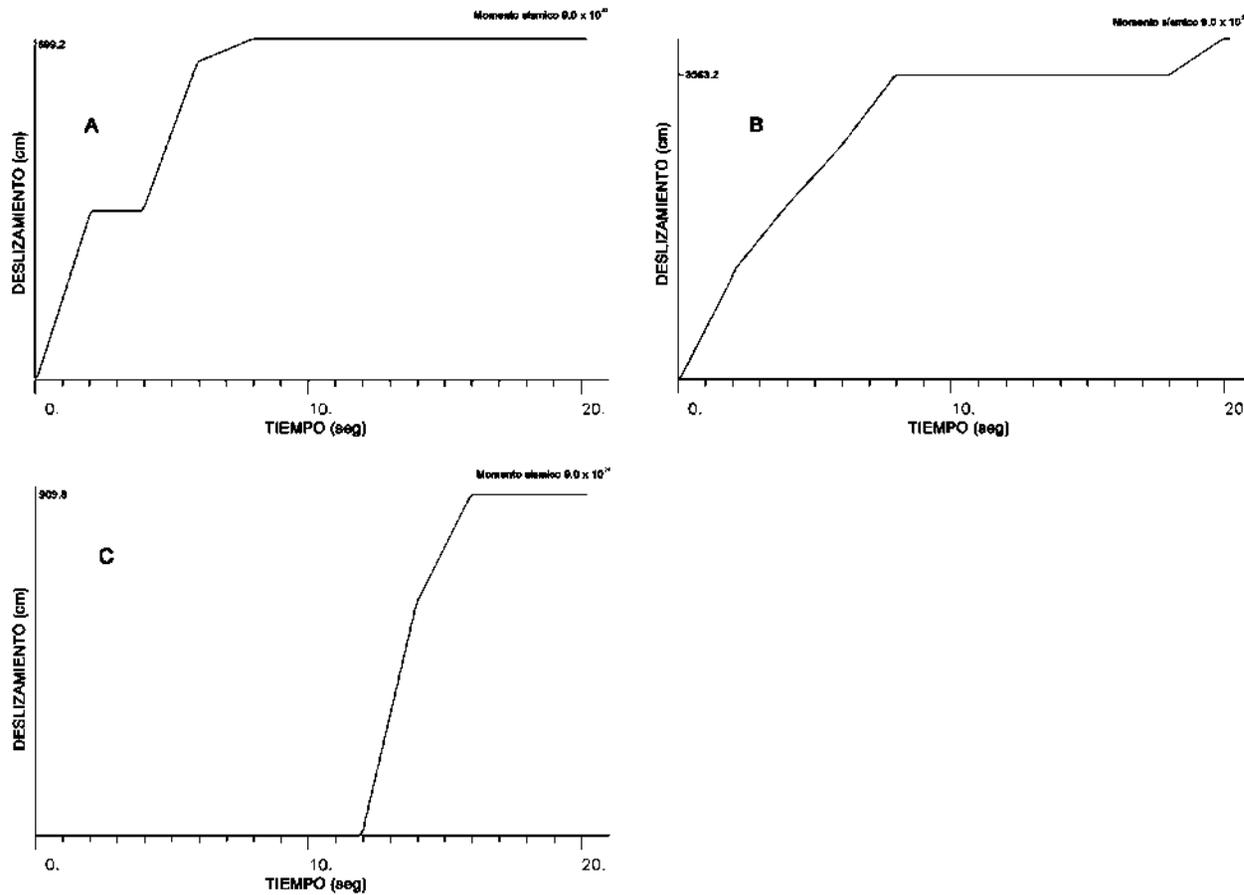


Figura 40. Las celdas **A** y **B** se tardan casi 8 seg. en llegar a su máximo deslizamiento, mientras que **C** durante los primeros 12 seg. permanece sin deslizamiento y alcanza su máximo 4 seg. después.

Corresponde a la corrida usando un Momento sísmico de equivalente a una magnitud  $M_W = 7.7$ . De la grafica de deslizamiento vs. tiempo (Figura 42) obtenemos los tiempos de dislocación para las zonas de deslizamiento **A**, **B** y **C**.

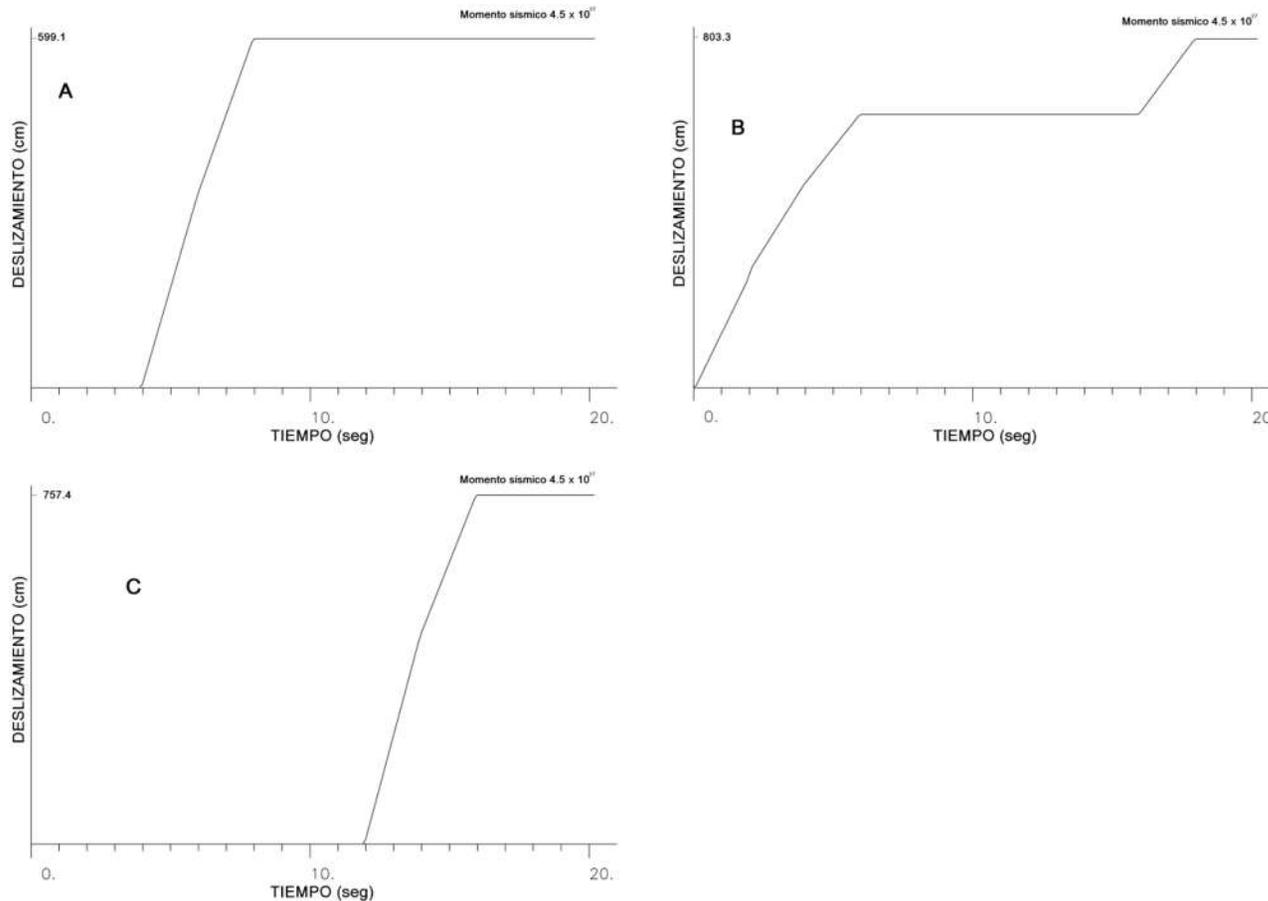


Figura 41. La celda **A** presenta un retraso de 4 seg. y después se desliza por otros 4 seg., **B** llega a su máximo deslizamiento en 6 seg. y **C** presenta el mismo retraso (12 seg.) que en la prueba con Magnitud  $M_W = 7.7$  y alcanza su máximo pasados 4 seg.

Al graficar deslizamiento vs. tiempo (Figura 43) obtenemos los tiempos de dislocación para las zonas de deslizamiento **A**, **B** y **C**. Corresponde a la corrida usando un Momento sísmico de equivalente a una magnitud  $M_w = 7.8$ .

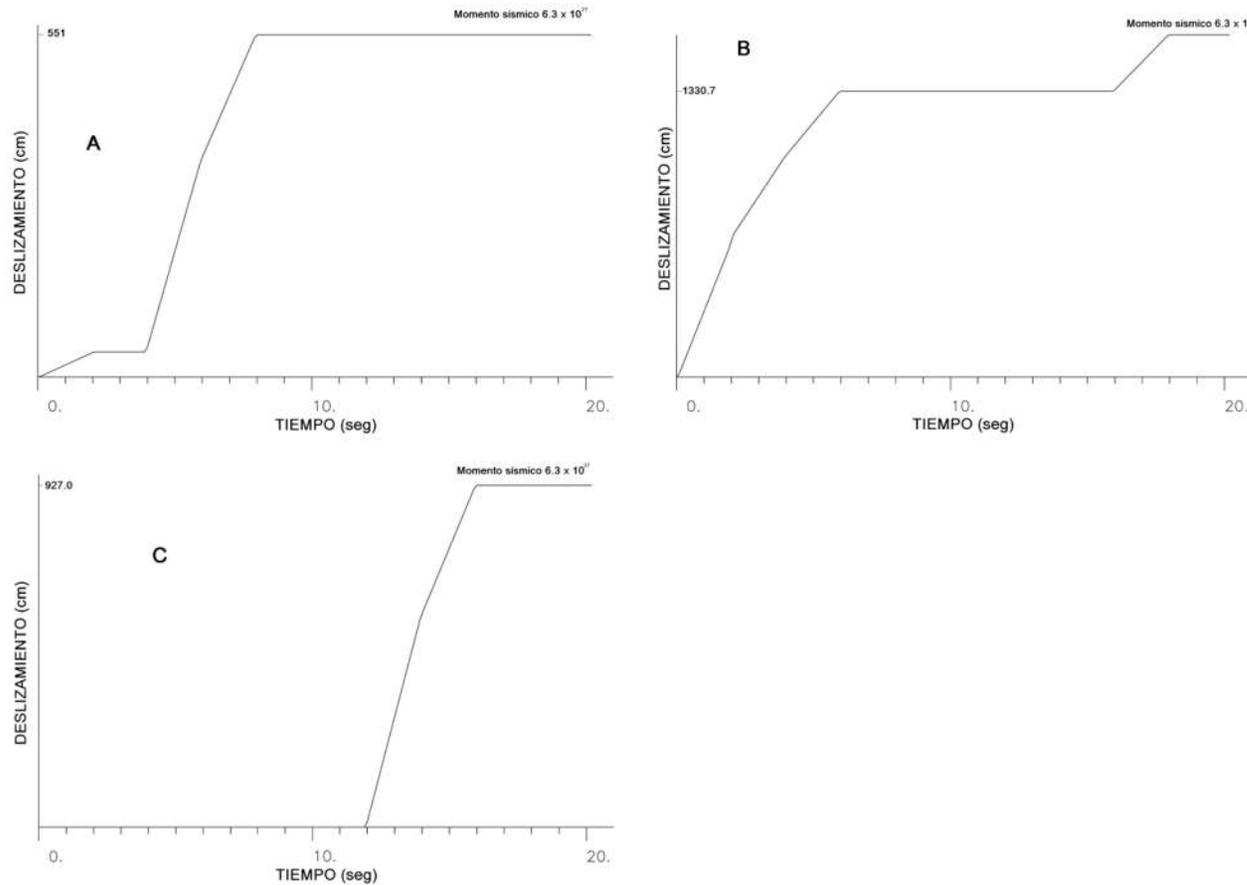


Figura 42. **A** presenta dos intervalos de deslizamiento y alcanza su máximo a los 8 seg., **B** llega a su deslizamiento máximo en 6 seg., se observa que como a los 16 seg. nuevamente comienza a deslizarse aunque ya no de manera considerable y **C** se comporta de la misma manera que con las magnitudes  $M_w = 7.7$  y  $M_w = 7.9$ , se observa un retraso de 12 seg. y una duración de la dislocación de 4 seg.

Corresponde a la corrida usando un Momento sísmico de equivalente a una magnitud  $M_w = 8.0$ . De la grafica deslizamiento vs. tiempo (Figura 41) obtenemos los tiempos de dislocación para las zonas de deslizamiento **A**, **B** y **C**.

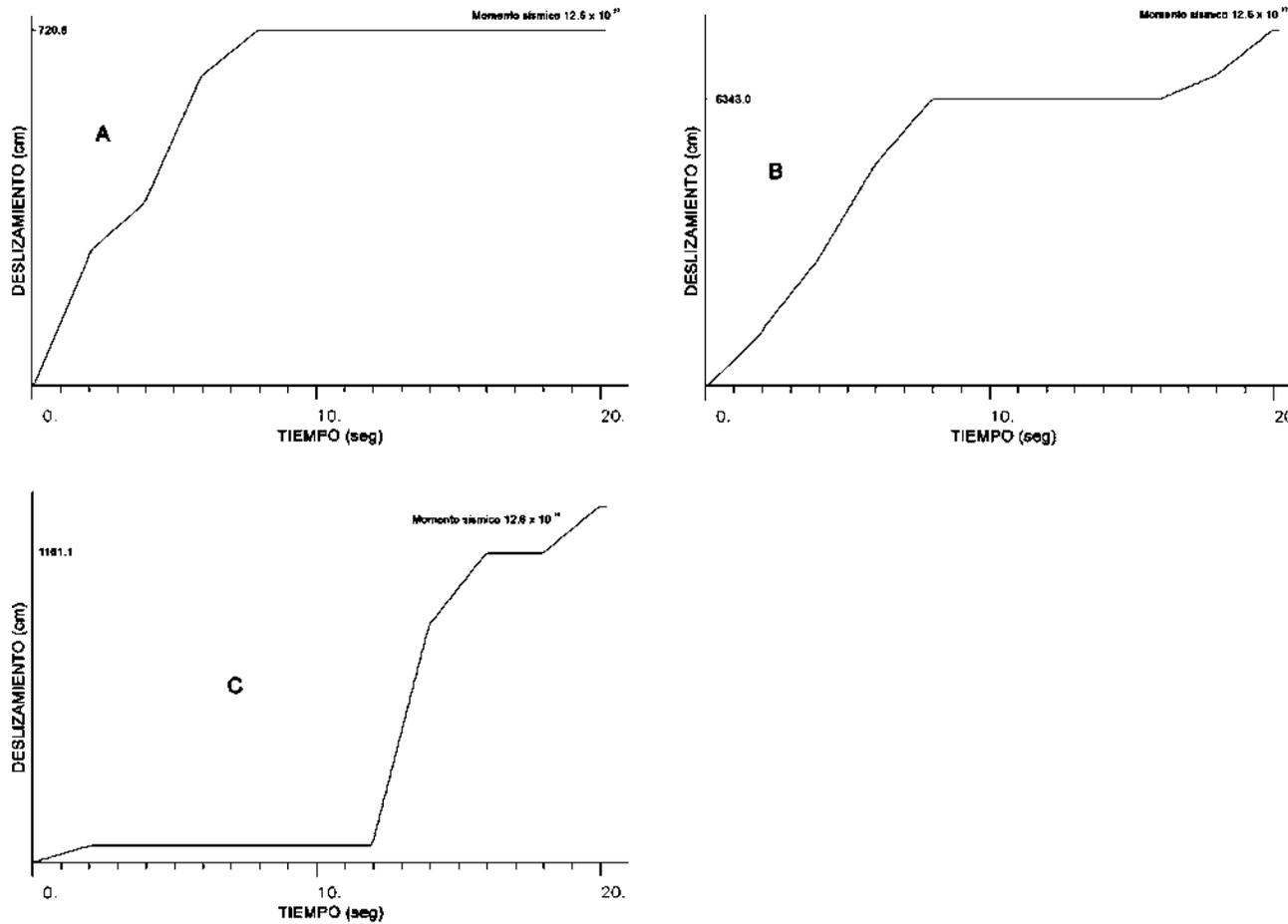


Figura 43. Las celdas **A** y **B** en llegar a su máximo deslizamiento 8 seg. después de iniciada la ruptura, mientras que **C** presenta 2 seg. de movimiento seguidos de un retraso y llega a su deslizamiento máximo 6 seg. después.

Al graficar deslizamiento vs. tiempo (Figura 45) obtenemos los tiempos de dislocación para las zonas de deslizamiento **A**, **B** y **C**. Corresponde a la corrida usando un Momento sísmico de equivalente a una magnitud  $M_w = 8.1$ .

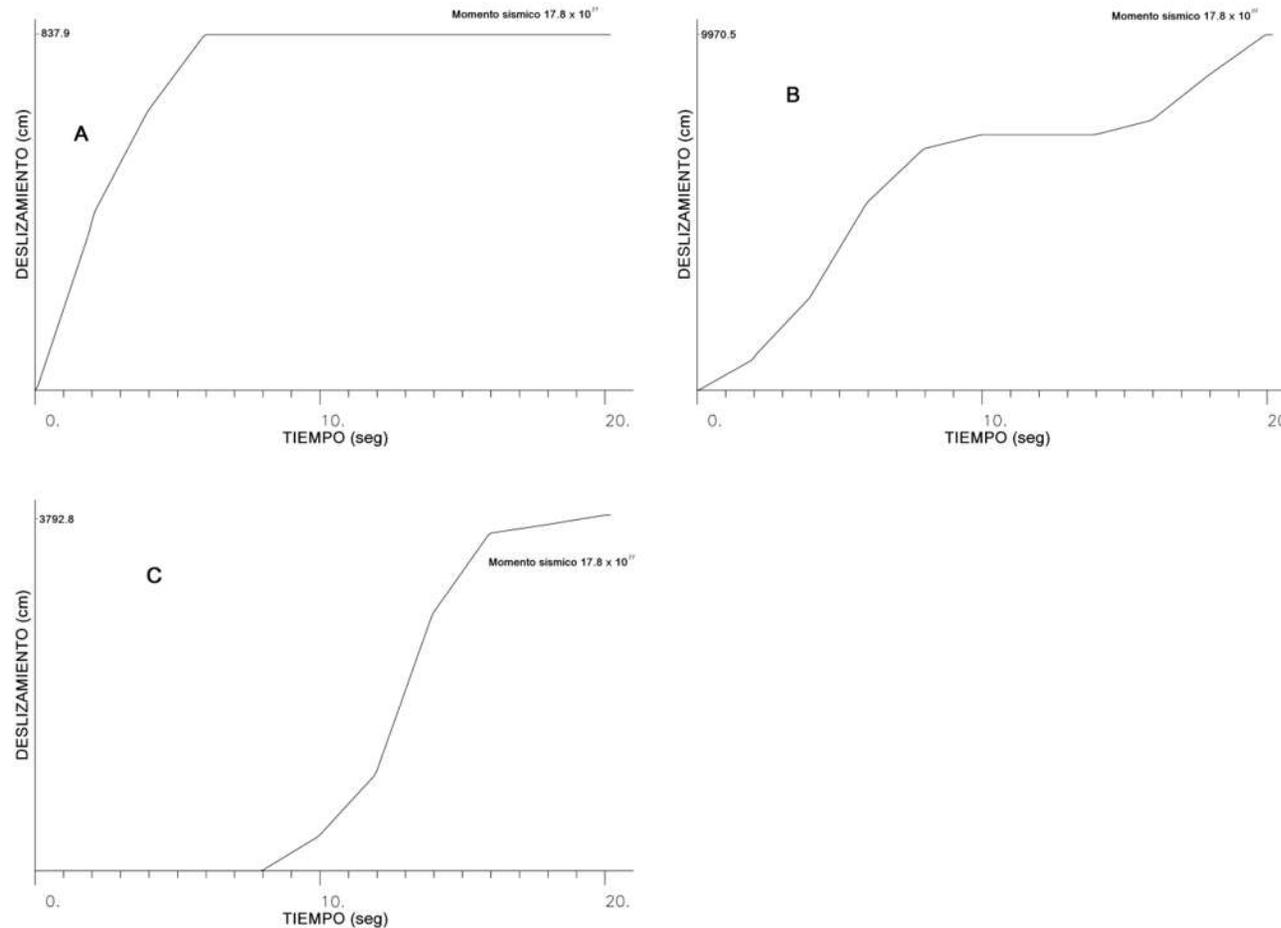


Figura 44. **A** alcanza su deslizamiento máximo después de 8 seg., por otro lado **B** llega a su máximo 6 seg. después de iniciada la ruptura aunque continua deslizándose este ya no es considerable, mientras que en **C** comienza a deslizarse después de 8 seg. y continua por 8 seg. hasta que alcanza su deslizamiento máximo.

Las graficas del momento sísmico en función del tiempo (figuras 45-49), demuestran que la duración de la ruptura obtenida para todos los casos se aproxima a la duración de la ruptura esperada (74 seg.). Además la mayora parte del momento sísmico se libera dentro de los primeros 55 seg. (tabla 6).

**Tabla 6. FUNCIÓN DE TASA DE MOMENTO SÍSMICO**

	Momento sísmico $M_0$ (dina·cm)	Tiempo de liberación del momento sísmico (seg)	Duración de la ruptura (seg)
<b>Artículo</b>	$9.0 \times 10^{27}$	55	74
<b>Pruebas</b>	$4.5 \times 10^{27}$	56	75
	$6.3 \times 10^{27}$	56	75
	$9.0 \times 10^{27}$	55	75
	$12.6 \times 10^{27}$	55	75
	$17.8 \times 10^{27}$	55	75

El renglón en verde es la base de comparación

La grafica describe la tasa de energía liberada en función del tiempo, se observa que durante los primeros 55 seg. se ha liberado la mayor parte de la energía sísmica. La ruptura tiene una duración aproximada de 75 seg.

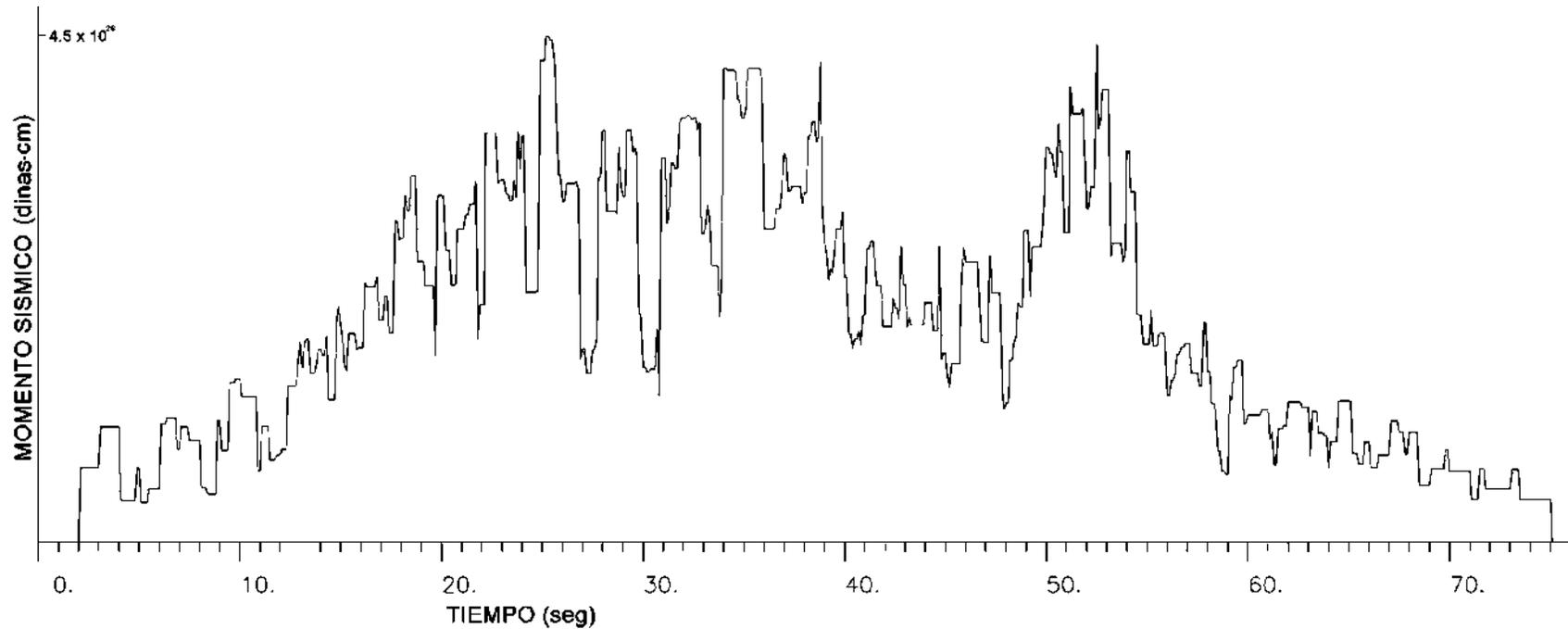


Figura 45. Se muestra la función de tiempo para la fuente obtenida para el momento sísmico  $M_0 = 9.0 \times 10^{27}$  dinas·cm . Equivalente a una magnitud  $M_w = 7.9$ .

En la grafica se muestra la mayor parte de la energía sísmica se libera durante los primeros 52 seg., mientras que la ruptura tiene una duración aproximada de 75 seg.

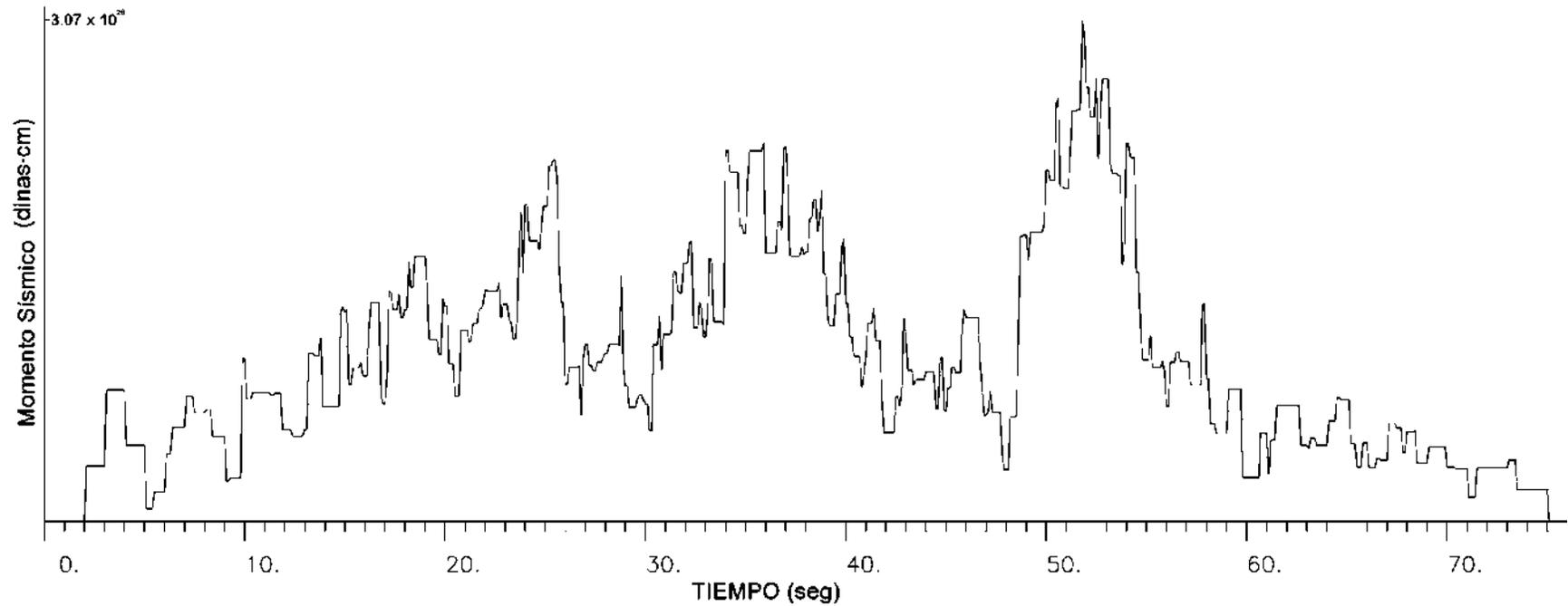


Figura 46. Se observa la función de tiempo para la fuente obtenida para el momento sísmico  $M_0 = 4.5 \times 10^{27}$  dinas·cm Equivalente a una magnitud  $M_W = 7.7$ .

La grafica describe la tasa de energía liberada en función del tiempo, se observa que durante los primeros 52 seg. se ha liberado la mayor parte de la energía sísmica. La ruptura tiene una duración aproximada de 75 seg.

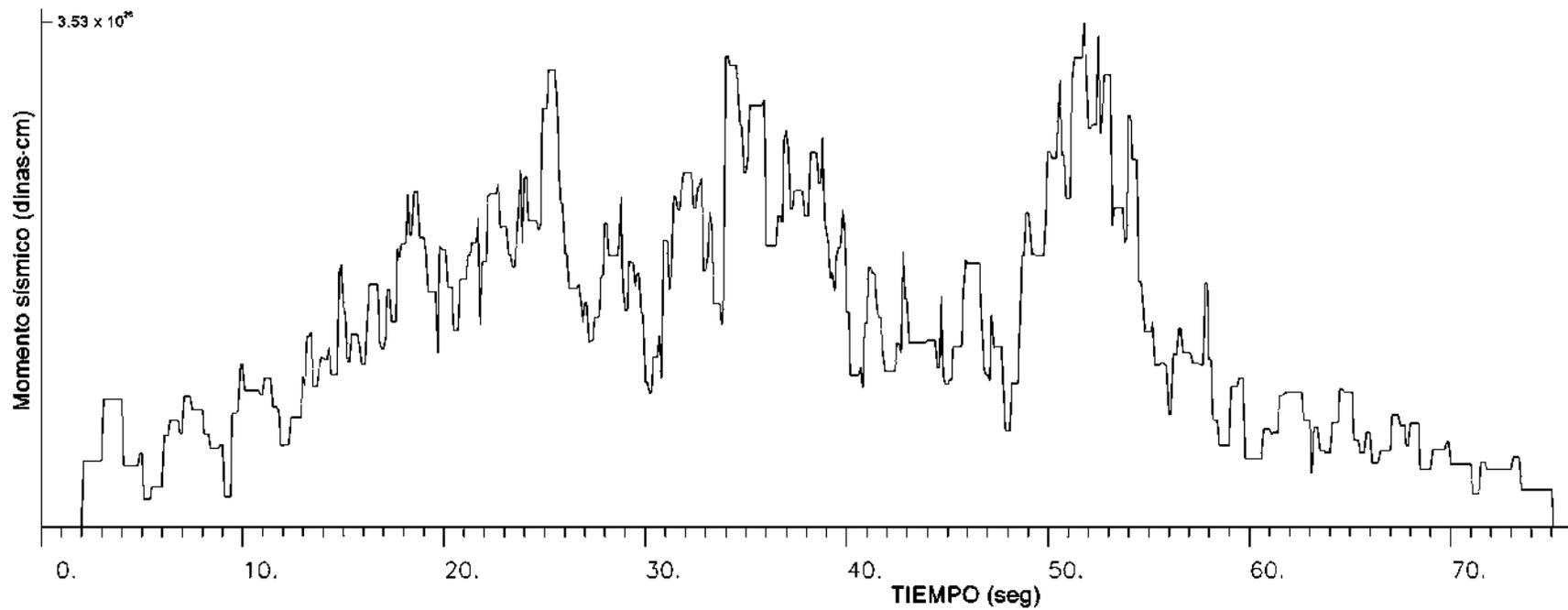


Figura 47. Se muestra la función de tiempo para la fuente obtenida para el momento sísmico  $M_0 = 6.3 \times 10^{27}$  dinas·cm Equivalente a una magnitud  $M_w = 7.8$ .

En la grafica se presenta la tasa de energía liberada en función del tiempo, se observa que durante los primeros 53 seg. se ha liberado la mayor parte de la energía sísmica. La ruptura tiene una duración aproximada de 75 seg.

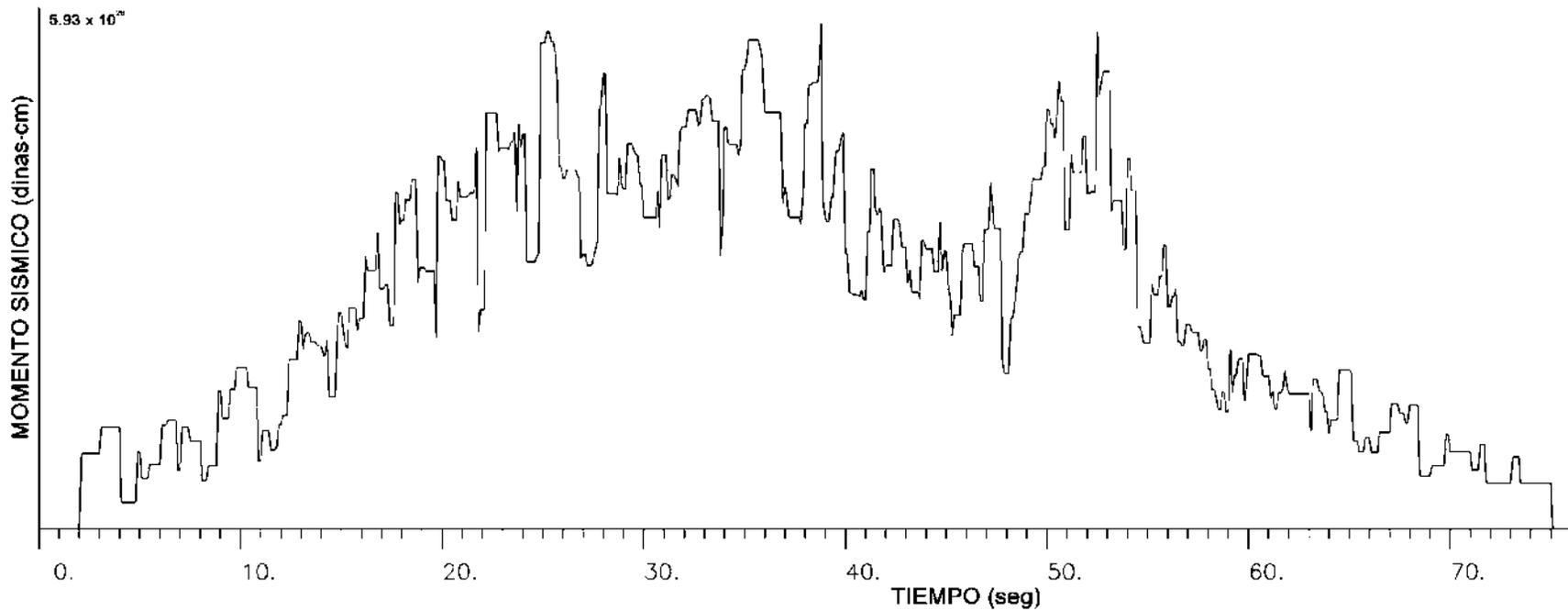


Figura 48. Se muestra la función de tiempo para la fuente obtenida para el momento sísmico  $M_0 = 12.6 \times 10^{27}$  dinas·cm Equivalente a una magnitud  $M_W = 8.0$ .

En la grafica se muestran de energía liberada en función del tiempo, se observa que durante los primeros 53 seg. se ha liberado la mayor parte de la energía sísmica. La ruptura tiene una duración aproximada de 75 seg.

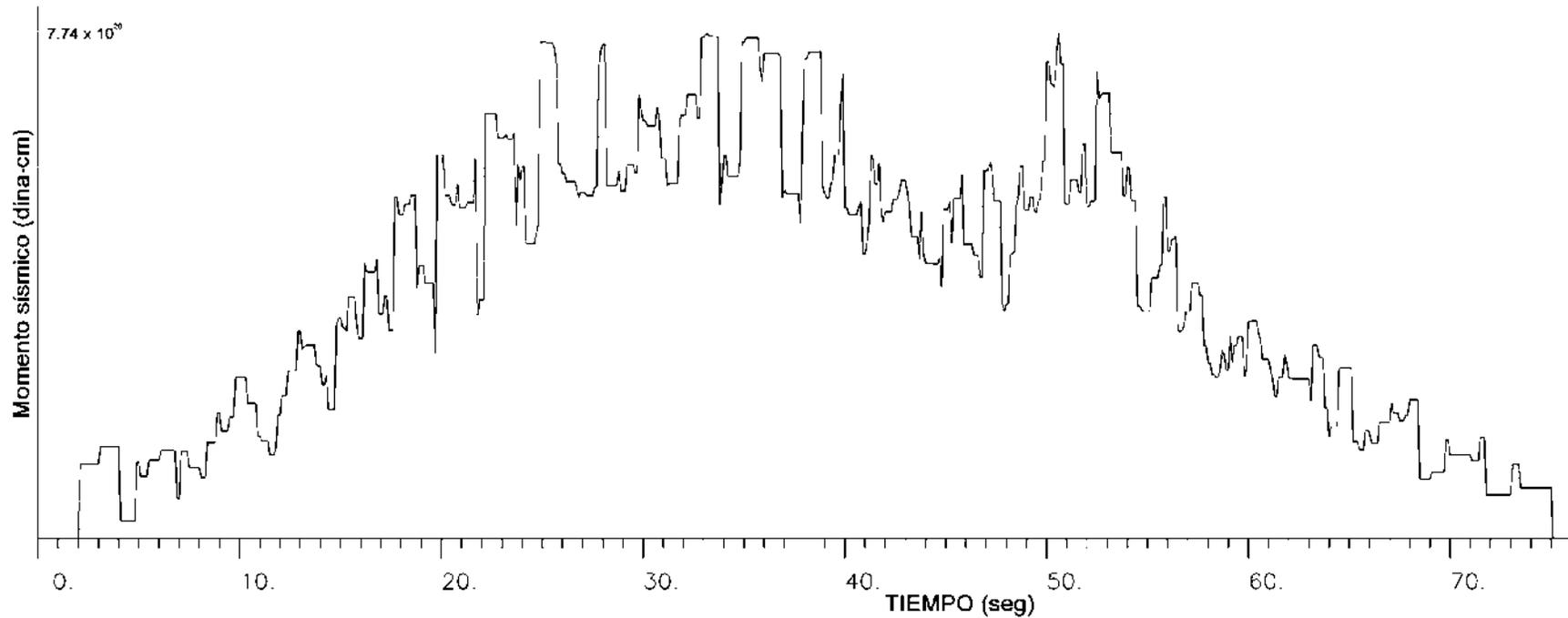


Figura 49. Se muestra la función de tiempo para la fuente obtenida para el momento sísmico  $M_0 = 17.8 \times 10^{27}$  dinas · cm Equivalente a una magnitud  $M_W = 8.1$

Por último necesitamos ver que tanto se ajustan los sintéticos (de cada prueba) a las observaciones registradas en las 38 estaciones que se consideraron (los sintéticos de cada corrida están dentro del apéndice 3).

Para la prueba con magnitud  $M_w = 7.9$ , se puede observar que los sintéticos ajustan principalmente las zonas con mayor amplitud y además que esta amplitud esta muy cercana a 1 en más del 50 % de las estaciones.

Ocurre algo muy similar a lo anterior para la magnitud  $M_w = 7.7$ , en los picos principales el ajuste es muy bueno mientras que en regiones de poca amplitud se ven como se estuvieran desfasadas.

Los ajustes para la magnitud  $M_w = 7.8$ , son mejores que para la magnitud  $M_w = 7.9$ , y su amplitud es casi 1 en más de 70% de las estaciones.

Los sintéticos de magnitud  $M_w = 8.0$ , se comportan muy similar a los de  $M_w = 7.9$ .

En el caso de magnitud  $M_w = 8.1$  no se observa como si se forzara a la amplitud a ser 1 aun cuando los ajusten no respeten ni los picos principales.

Para las magnitudes cercanas a la magnitud real del evento los ajustes entre observados y sintéticos son aceptables. Por lo que podemos concluir que ambos resultados están dentro del espacio de solución del problema.

Al observar detenidamente los resultados y encontrar deslizamientos superiores a los 15 m., comienza a surgir un cuestionamiento, ¿Será posible que se le esté dando demasiada flexibilidad en la duración del evento?, es decir el tiempo que se esta permitiendo a la falla deslizarse, podría ser el responsable de agregar mas deslizamiento en la falla del que realmente puede haber.

Para resolver esta interrogante se hicieron un par de pruebas más en las cuales se disminuye el número de ventanas de tiempo, permitiendo una duración menor del sismo.

**Tabla 7. LIMITANDO LA DURACIÓN**

# de Ventanas de Tiempo	$M_0$ ( <i>dinas·cm</i> )	$M_W$	Celda A		Celda B		Celda C	
			$T_R$ (s)	$D_{MAX}$ (m)	$T_R$ (s)	$D_{MAX}$ (m)	$T_R$ (s)	$D_{MAX}$ (m)
10	$1.43 \times 10^{28}$	8.0	8	7.0	8	31.4	4	9.1
5	$1.47 \times 10^{28}$	8.0	6	6.8	6	34.9	6	10.9
1	$1.45 \times 10^{28}$	8.0	2	8.4	2	30.6	2	12.7

La fila verde corresponde al número de ventanas de las pruebas

Dado a que los resultados (figura 50) de las tres corridas son muy parecidos en cuanto a la distribución de las fuentes principales sobre el plano de falla, y además los valores de deslizamiento están dentro de intervalos pequeños, podemos concluir que la sobre estimación de los valores de deslizamiento en este caso no se debe a la libertad que tiene la inversión al permitir un tiempo de dislocación de larga duración.

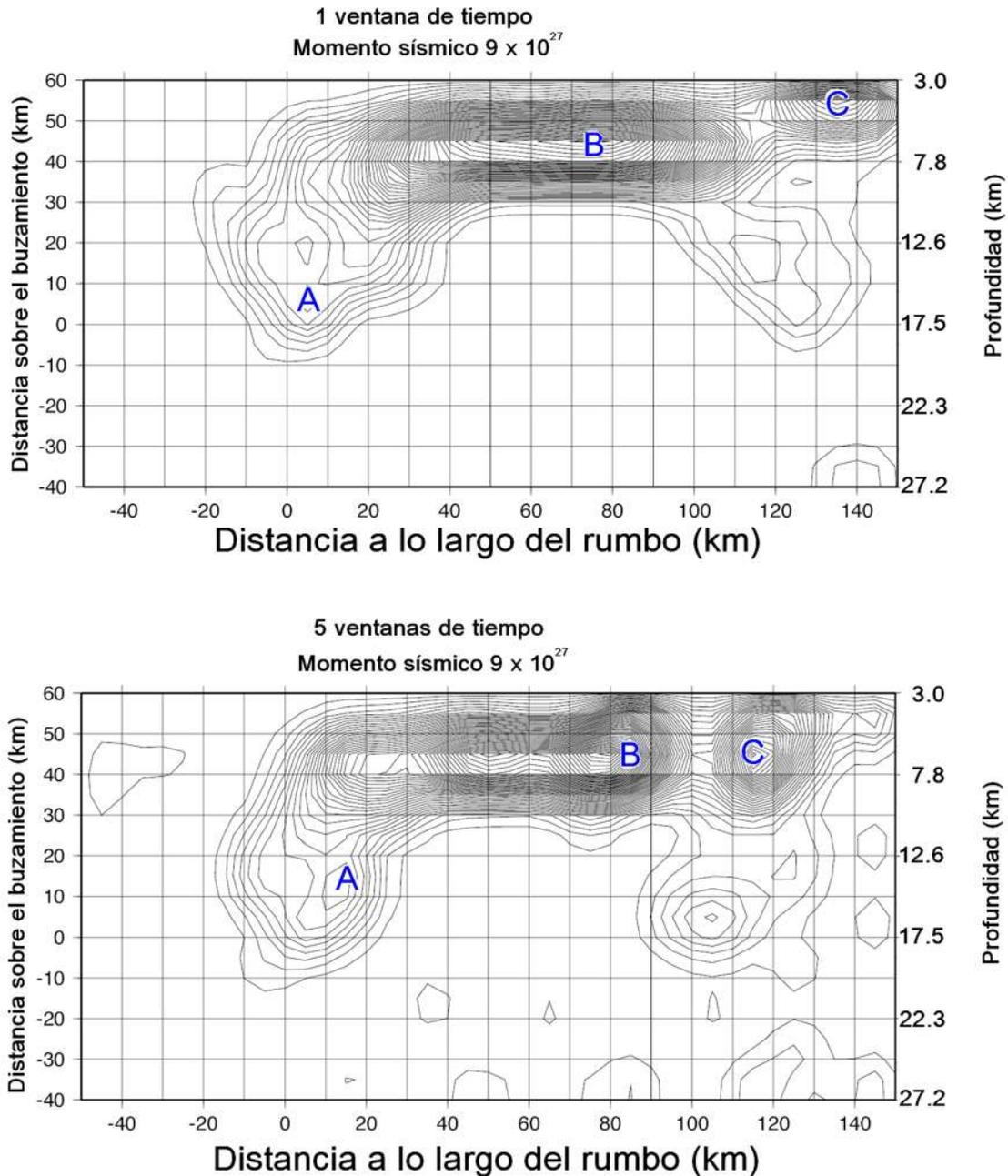


Figura 50. El hipocentro (estrella) está a una profundidad de 17 km. El deslizamiento máximo es superior a 30 m., los contornos están a intervalos de 50 cm. Vista desde arriba en una posición perpendicular al plano de falla. *Arriba* La distribución del deslizamiento cosísmico obtenido correspondiente a una magnitud  $M_w = 7.9$ . Para una ventana de tiempo. Conforme a lo esperado se observan 3 zonas principales de deslizamiento **A** (8.4 m.), **B** (30.6 m.) y **C** (12.7 m.). *Abajo* La distribución del deslizamiento cosísmico obtenido correspondiente a una magnitud  $M_w = 7.9$ . Para 5 ventanas de tiempo. Se observan las 3 zonas de deslizamiento **A** (6.8 m.), **B** (34.9 m.) y **C** (10.9 m.).

## 7. Conclusiones y sugerencias

- ◆ Preliminarmente podemos decir que la metodología, es capaz de obtener un patrón general de la ruptura.

- ◆ La ubicación de las fuentes principales y la estimación de las dimensiones de ruptura obtenidas sobre el plano de falla son confiables.

- ◆ Existe una sobre estimación de los valores pico del deslizamiento sobre el plano de falla, consecuencia de fijar el momento sísmico ya que no solo estabiliza la inversión, si no también limita los deslizamientos.

- ◆ De los resultados obtenidos al haber variado las ventanas de tiempo, dejando el mismo momento sísmico podemos decir que no se necesario considerar varias ventanas de tiempo para estimar la distribución general del deslizamiento.

- ◆ Se proponen nuevos estudios, que sigan evaluando la metodología, con la finalidad de solucionar el problema de la sobre estimación de los deslizamientos.

## 8. Referencias y bibliografía

Beroza, G. y P. Spudich (1988). “Linearized inversion for fault rupture behavior: Application to the 1984 Morgan Hill, California earthquake”, *J. Geophys. Res.* **93**, 6275-6296.

Biot, M.A., (1962). “Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media”, *Journal of Applied Physics*, **33**, 1482-1498

Bundschuh, J y M.C. Suarez A. (2012). “Introduction to the Numerical Modeling of Groundwater and Geothermal Systems”, London

Courboux, F. S. K. Singh, J. F. Pacheco y C. Ammon (1997). “The 1995 Colima-Jalisco, Mexico, earthquake (Mw 8): A study of the rupture process”. *Geophys. Res. Lett.*, **24**, 1019-1022.

Carpenter, E. W. (1966). Absorption of elastic waves-An operator for a constant Q mechanism, Atomic Weapons Research Establishment, Report 0-4366, Her Majesty's Station Office, London, England.

Espíndola J.M. y Z. Jiménez (1984). “Terremotos y ondas sísmicas”, *Cuadernos de Geofísica, No 1, Instituto de Geofísica, UNAM, México, D.F.*

- Das, S. y B.V. Kostrov (1990). "Inversion for seismic slip rate history and distribution with stabilizing constraints: Application to the 1986 Andean of Islands earthquake", *J. Geophys. Res.* **95**, 6899-6913.
- Deschamps, A., H. Lyon-Caen, y R. Madariaga (1980), "Observations on computation methods for long period experimental seismograms", *Ann. Geophys.*, **36**, 167-177.
- Fukuyama, E. y K. Irikura (1986). "Rupture process of the 1983 Japan Sea (Akita-Oki) earthquake using a waveform inversion method", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **76**, 1623-1640.
- Futterman, W.I. (1962). "Dispersive body waves", *J. Geophys. Res.*, **67**, 5279-5291.
- Hanks T.C. y H. Kanamori (1979). "A moment magnitude scale", *J. Geophys. Res.*, **84**, 2348-2350.
- Hartzell, S.H. (1989). "Comparison of seismic waveform inversion results for the rupture history of a finite fault: Application to the 1986 North Palm Springs", California, earthquake, ", *J. Geophys. Res.*, **94**, 7515-7534.
- Hartzell, S.H. (1992). "Estimation of near-source ground motions from a teleseismically derived rupture model of the 1989 Loma Prieta, California, earthquake", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **82**, 1991-2013

Hartzell, S.H. & Heaton T.H. (1983). "Inversion of Sorong ground motion an teleseismic waveform data for the fault rupture history of the 1979 Imperial Valley, California, earthquake", *Bull. Seis. Soc. Am.* **73**,1553-1583.

Hartzell, S.H. y T. H. Heaton (1985). "Rupture history of the 1984 Morgan Hill, California, earthquake from the inversion of strong motion records", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **76**, 649-674.

Hartzell S.H. y M. Lida (1990). "Source complexity of the 1987 Whittier Narrows, California, earthquake from the inversion of strong-motion records", *J. Geophys. Res.*, **95**, 12475-12485.

Hartzell, S.H., S.G. Stewart y C. Mendoza (1991). "Comparison of L1 and L2 norms in a teleseismic waveform inversion for the slip history of the Loma Prieta, California, earthquake". *Bull. Seism. Soc. Am.*, **81**, 1518-1539

Heaton, T.H. (1982). "The 1971 San Fernando earthquake a double event", *Bull. Seis. Soc. Am.*, **72**, 2037-2062.

Helmberger D.V.(1974). "Generalized ray theory for shear dislocations", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **64**, 45-64

Juarez-García, H., R.A Whitney., J.J. Guerrero, A. Gama, R. Vera y F. Hurtado (1997). "The October 9, 1995, Manzanillo, México, earthquake", *Seism. Res. Lett.* **68**, 413-425.

Kikuchi, M y Y. Fukao (1985). “Iterative deconvolution of complex body waves -The Tokachi-Oki earthquake of 1968”, *Phys. Earth Planet. Int.*, **37**, 235-248.

Kikuchi, M. y H. Kanamori (1982). “Inversion of complex body waves I”, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **72**, 491-506.

Kikuchi, M. y H. Kanamori (1986). “Inversion of complex body waves II”, *Phys. Earth Planet. Int.*, **43**, 205-222.

Kikuchi, M. y H. Kanamori (1991). “Inversion of complex body waves III”, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **81**, 2335-2350.

Lawson, C.L. & Hanson, R.J. (1974). “Solving Least Squares Problems”, *Prentice-Hall*, Englewood Cliffs, New Jersey. 337 pp.

Levi, E. (1971) “Elementos de mecánica del medio continuo”, *Editorial Limusa*, México, D.F. 287pp.

Melbournet, T., I. Carmichael, C. DeMets, K. Hudnut, O. Sanchez, J. Stock, G. Suárez, y F. Webb (1997). “The geodetic signature of the M 8.0 October 9, 1995, Jalisco subduction earthquake”, *Geophys. Res. Lett.*, **24**, 715-718.

- Mendoza, C. (1994). "Modelado cinemático de fuentes sísmicas en un falla finita: aplicaciones. Kinematic modelling of seismic sources in a finite fault: applications". *Física de la Tierra*, **6**, 141-156.
- Mendoza, C. (1993). "Coseismic slip of two large Mexican earthquakes from teleseismic body waveforms: implications for asperity interaction in the Michoacan plate-boundary segment", *J. Geophys. Res.*, **98**, 8197-8210.
- Mendoza, C. (1995). "Finite-fault analysis of the 14 March 1979 Petatlan, Mexico, earthquake using teleseismic *P* waveforms", *Geophys. J. Int.*, **121**, 675-683.
- Mendoza C., (1996). "Rapid derivation of rupture history for earthquakes", *Seism. Res. Lett.*, **67**, 19-26
- Mendoza, C. y S. H. Hartzell (1988). "Inversion for slip distribution using teleseismic *P* waveforms: North Palm Springs, Borah Peak. and Michoacan earthquakes", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **78**, 1092-1111.
- Mendoza, C. y S. H. Hartzell (1989). "Slip distribution of the 19 September 1985 Michoacan, Mexico, earthquake: near-source and teleseismic constrains", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **79**, 655-669.
- Mendoza, C. and S.H. Hartzell (1999). "Fault-slip Distribution of the 1995 Colima-Jalisco, Mexico, Earthquake", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **89**, 1338-1344.

- Ortiz, M., S.K. Singh, J. Pacheco y V. Kostoglodov (1998). "Rupture length of the October 9, 1995 Colima-Jalisco (Mw 8) estimated from tsunami data", *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 2857-2860.
- Ortiz, M., V. Kostoglodov, S.K. Singh y J. Pacheco (2000). "New constraints on the uplift of October 9, 1995 Jalisco-Colima earthquake (Mw 8) based on the analysis of tsunami records at Manzanillo and Navidad", Mexico. *Geophys. Res. Lett.*, **39**, 349-357.
- Pacheco, F.J., S.K. Singh, J. Domínguez, A. Hurtado, L. Quintanar, Z. Jiménez, J. Yamamoto, C. Gutiérrez, M. Santoyo, W. Bandy, M. Guzmán y V. Kostoglodov (1997). The October 9, 1995 Colima-Jalisco, Mexico earthquake (Mw 8): An aftershock study and a comparison of this earthquake with those of 1932. *Geophys. Res. Lett.*, **24**, 2223-2226.
- Reyes, A., J.N. Brune, y C. Lomnitz, (1979). "Source mechanism and aftershock study of the Colima, Mexico earthquake of January 30, 1973", *Bull. Seism. Soc. Am.*, **69**, 1819-1840.
- Stein, S. y M. Wysession (2003). "An Introduction to Seismology, Earthquakes, and Earth Structure", *Blackwell Publishing*. 498 pp.
- Takeo, M. (1987). "An inversion method to analyze the rupture processes of earthquakes using near-field seismograms". *Bull. Seism. Soc. Am.*, **77**, 490-513.

Tarback E. y F. Lutgens, (2005). “Ciencias de la Tierra: una introducción a la geología física”, *Prentice Hall*, 736 pp.

Wald, D.J., D.V. Helmberger y S.H. Hartzell (1990). “Rupture process of the 1987 Supertiton Hills earthquake from the inversion of strong-motion data”, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **80**, 1079-1098.

Yoshida, S. (1986). “A method of waveform inversion for earthquake rupture process”, *J. Phys. Earth*, **34**, 235-255.

Zobin, V.M. (1997). “The rupture history of the  $M_w$  8.0 Jalisco, Mexico, earthquake of 1995 October 9”, *Geophys. J. Int.*, **130**, 220-228.

Zobin, V.M y J.F. Ventura-Ramirez (1998). “The macroseismic field generated by the  $M_w$  8.0 Jalisco, México, earthquake of 9 October 1995”, *Bull Seism. Soc. Am.*, **88**,703-711

## 9. Apéndices.

### 9.1 Función de Green

Considere una falla con la geometría dada por la figura (A1). Se asume que el desplazamiento  $U(t)$  se puede escribir como:

$$U(t) = \int_0^l \int_0^w u(x, y, t) dy dx \quad (\text{A1})$$

donde  $x$  y  $y$  corren a lo largo del rumbo y el hundimiento falla respectivamente,  $l$  es el largo y  $w$  el ancho y  $u(x, y, t)$  describe la historia del desplazamiento debido a la dislocación el punto  $(x, y)$  en la falla.

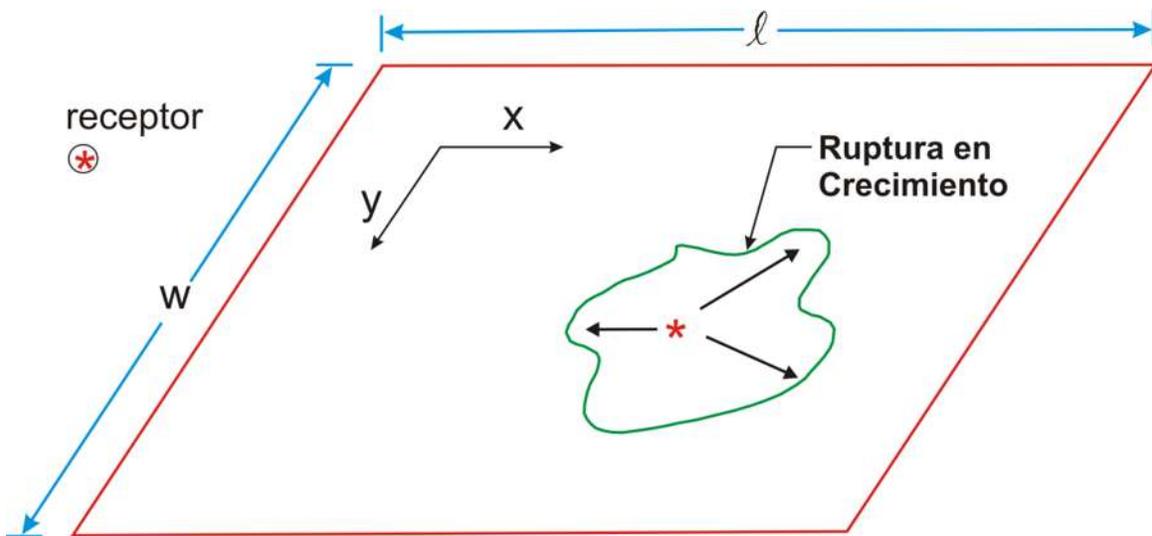


Figura A1. Geometría de falla simplificada.

Por simplicidad, se asume que los vectores del deslizamiento es paralelo a los lados de la falla, entonces la ecuación (A1) puede reescribirse como:

$$U(t) = \int_0^l \int_0^w D(x, y, t) * G(x, y, t) dy dx \quad (\text{A2})$$

donde  $D(x, y, t)$  representa la localización de la historia temporal para cada punto de la falla,  $G(x, y, t)$  es el desplazamiento en el receptor debido a una dislocación en el punto  $(x, y)$ .

Suponemos que se trata de un espacio de capas verticales, por simplicidad, se supone también que la falla esta confinada en una capa. Podemos descomponer la respuesta del punto  $G(x, y, t)$  en de una suma infinita encima de los rayos generalizados (Helmberger, 1968) según se indica

$$G(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} G_i(x, y, t) \quad (\text{A3})$$

donde  $i$  indexa todos los rayos generalizados.

Si solamente vemos las ondas de cuerpo a grandes distancias, entonces podemos hacer la siguiente aproximación:

$$G_i(x, y, t) \approx G_i[x_0, y_0, t - T_i(x, y)] \quad (\text{A4})$$

donde  $(x_0, y_0)$  es algún punto en el plano de falla, y  $T_i(x, y)$  es el diferente tiempo de arribo para 2 rayos idénticos que arriban de puntos  $(x, y)$  y  $(x_0, y_0)$ . Inmediatamente se reescribe esa aproximación como:

$$G_i(x, y, t) \approx G_i(x_0, y_0, t) * \delta[t - T_i(x, y)] \quad (\text{A5})$$

donde  $\delta$  es la delta de Dirac.

Sustituyendo la ecuación (A5) en (A3) y (A2), se obtienen:

$$\begin{aligned} U(t) &\approx \int_0^l \int_0^w \sum_{i=1}^{\infty} G_i(x_0, y_0, t) * \delta[t - T_i(x, y)] * \dot{D}(x, y, t) dy dx \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ G_i(x_0, y_0, t) * \int_0^l \int_0^w \dot{D}[x, y, t - T_i(x, y)] dy dx \right\} \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} G_i(x_0, y_0, t) * F_i(t) \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

donde

$$F_i(t) = \int_0^l \int_0^w \dot{D}[x, y, t - T_i(x, y)] dy dx \quad (\text{A7})$$

$F_i(t)$  es la función del tiempo para un campo lejano para el rayo  $i$ -ésimo. Si usamos la aproximación del primer movimiento apropiado para la onda de cuerpo (Langston & Helmberger, 1975) entonces la solución se convierte en algo particularmente simple:

$$G_i(x_0, y_0, t) \approx A_i \delta(t - \tau_i) * Q_i(t)$$

y, así

$$U(t) \approx \sum_{i=1}^{\infty} A_i F_i(t - \tau_i) * Q_i(t) \quad (\text{A8})$$

donde  $A_i$  es el vector de la amplitud a lo largo del movimiento de las partículas de la onda P, que incluye los efectos del patrón de radiación, coeficientes de reflexión y transmisión y expansión geométrica,  $\tau_i$  es el tiempo de viaje hipocentral del rayo  $i$ -ésimo,  $Q_i(t)$  es el operador atenuación (Futterman,

1962) con constante  $t^* = \frac{T}{Q}$  (Carpenter, 1966) donde  $T$  es el tiempo de viaje de los rayos y  $Q$  es el factor de calidad a lo largo del rayo.

Cuando las ondas son telesísmicas, no hay reflexiones con ángulo crítico, por lo tanto la amplitud de los rayos con múltiples reflexiones se hace muy pequeña, y la suma de la ecuación **(A8)** será sobre un número finito de rayos. Tampoco se calcula nuevamente la función de tiempo para cada rayo adicional en un campo lejano ya que los rayos con parámetros similares tienen funciones de tiempo similares.

Si la fuente implica que la falla está en más de una capa, entonces la solución puede construirse simplemente sumando las contribuciones de las fallas, cada contribución representa una falla en una capa individual.

## 9.2 Mínimos Cuadrados

Sea  $b$  un punto en el espacio  $n$ -dimensional, si se requiere encontrar la distancia de  $b$  una recta  $l$  que esta en la dirección del vector  $\mathbf{a}$ . Dado  $p$  un punto sobre la recta  $l$ , tal que  $p$  y  $b$  forman una recta perpendicular al vector  $\mathbf{a}$  (obsérvese la figura **A2**), entonces podemos decir que  $p$  es el punto más cercano a  $b$  de la recta  $l$ .

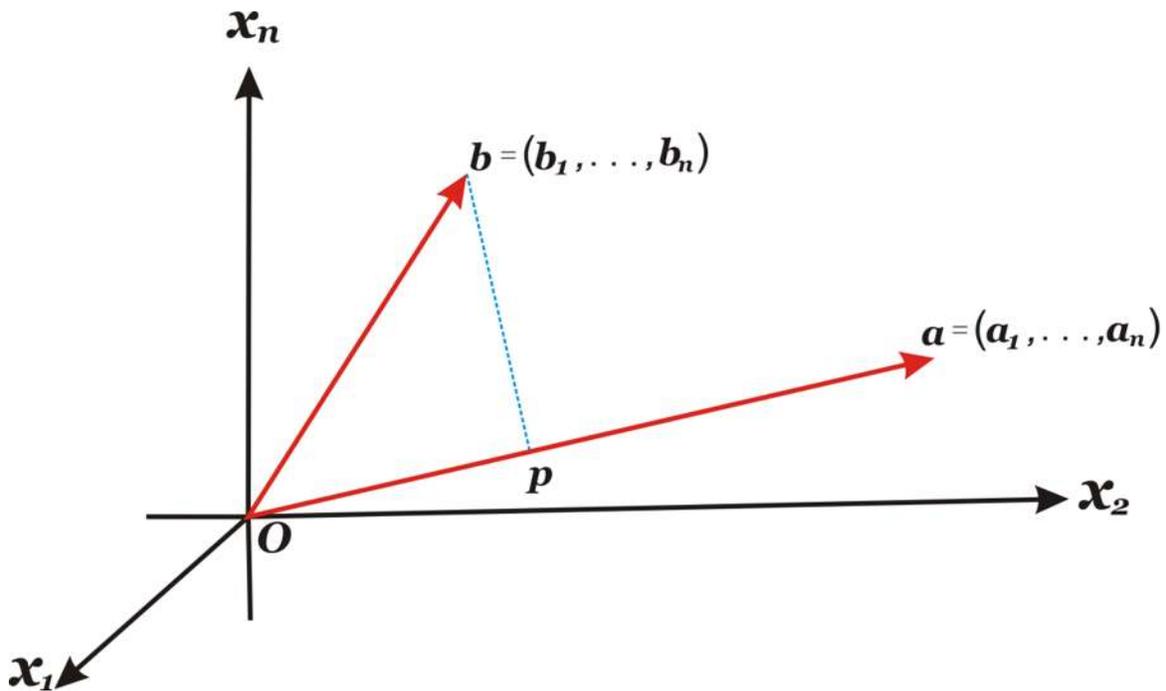


Figura A2. Proyecciones en el espacio

De manera similar sucede en cualquier subespacio  $S \subset \mathbb{R}^n$ , el punto  $p$  más cercano al subespacio  $S$  se describe por la proyección de  $\mathbf{b}$  sobre el subespacio. El problema descrito hasta ahora en términos geométricos, es la solución al problema mediante mínimos cuadrados para un sistema sobre determinado.

El vector  $\mathbf{b}$  representa los datos, dados por una serie de experimentos o cuestionarios, y contiene demasiados errores como para poder encontrarse en el subespacio dado. En otras palabras, cuando tratamos de escribir  $\mathbf{b}$  en el subespacio  $S$ , no es posible hacerlo ya que las ecuaciones son inconsistentes y no tienen solución. Entonces el método de los mínimos cuadrados selecciona el punto  $p$  como la mejor elección posible.

### 9.2.1 Aproximación por mínimos cuadrados

Hasta ahora se ha dicho que un sistema de la forma  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  puede o no tener solución. Si  $\mathbf{b}$  no está en el espacio columna  $\mathfrak{R}(\mathbf{A})$ , el sistema es inconsistente y la eliminación Gaussiana falla. Esta es casi siempre el caso para un sistema de  $m > 1$  ecuaciones con una sola incógnita.

Una posibilidad es determinar  $\mathbf{x}$  de una parte del sistema e ignorar el resto; esto es difícil de justificar si las  $m$  ecuaciones provienen de la misma fuente. En lugar de suponer ningún error en algunas ecuaciones y grandes errores en las otras, es más razonable escoger  $\mathbf{x}$  de modo que se minimice el error promedio en las  $m$  ecuaciones. El error  $E$  no es más que la longitud del vector  $a\mathbf{x} - b$

$$E = \|a\mathbf{x} - b\| = \left[ (a_1\mathbf{x} - b_1)^2 + \dots + (a_m\mathbf{x} - b_m)^2 \right]^{1/2} \quad (\mathbf{A9})$$

Al elevar al cuadrado, tenemos:

$$E^2 = (a\mathbf{x} - b)^T (a\mathbf{x} - b) = a^T a\mathbf{x}^2 - 2a^T b\mathbf{x} + b^T b \quad (\mathbf{A10})$$

Entonces  $E$  tiene un mínimo en el punto:

$$\frac{dE^2}{d\mathbf{x}} = 2a^T a\mathbf{x} - 2a^T b = 0$$

De ahí que la solución en términos de mínimos cuadrados para el problema  $a\mathbf{x} = b$  es una incógnita es

$$\bar{\mathbf{x}} = \frac{a^T b}{a^T a} \quad (\text{A11})$$

Geoméricamente, esta solución es idéntica a la proyección:  $p = \bar{\mathbf{x}}a$  es el punto en la recta que pasa por  $a$ , más cercano a  $b$ .

Para un problema con varias variables, supongamos que tenemos de nuevo el sistema  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ , tal que  $\mathbf{A}$  es una matriz de  $m \times n$ . Si  $m > n$  ( $m$  es el número de observaciones y  $n$  el número de incógnitas), entonces el sistema  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  será inconsistente.

Es problema se resumen en seleccionar  $\bar{\mathbf{x}}$  que minimice el error dado por  $\mathbf{E} = \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|$ , que es exactamente la distancia de  $\mathbf{b}$  al punto  $\mathbf{Ax}$  en el espacio columna de  $\mathbf{A}$ . (Sin olvidar que  $\mathbf{Ax}$  es una combinación lineal de las columnas usando los coeficientes  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ). Por lo tanto, buscar la solución  $\bar{\mathbf{x}}$  en mínimos cuadrados, que minimice el error  $\mathbf{E}$ , es lo mismo que localizar el punto  $p = \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}}$  que está más cerca de  $\mathbf{b}$  que cualquier otro punto en el espacio columna.

Con ayuda de la geometría es posible determinar  $\bar{\mathbf{x}}$ ,  $p$  debe ser la proyección de  $\mathbf{b}$  sobre el espacio columna, y el vector error  $\mathbf{E}$  debe ser perpendicular a este espacio (figura **A3**). Esta perpendicularidad se expresa como si cada vector en el espacio columna de  $\mathbf{A}$  es una combinación lineal de las columnas, con algunos coeficientes  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , es decir, es de la forma  $\mathbf{A}\mathbf{y}$ . Para cualquier selección de  $\mathbf{y}$ , estos vectores en el plano deben ser perpendiculares al vector error  $\mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{b}$ :

$$(\mathbf{A})^T (\mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{b}) = 0 \quad \text{o} \quad \mathbf{y}^T [\mathbf{A}^T \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}} - \mathbf{A}^T \mathbf{b}] = 0 \quad (\mathbf{A12})$$

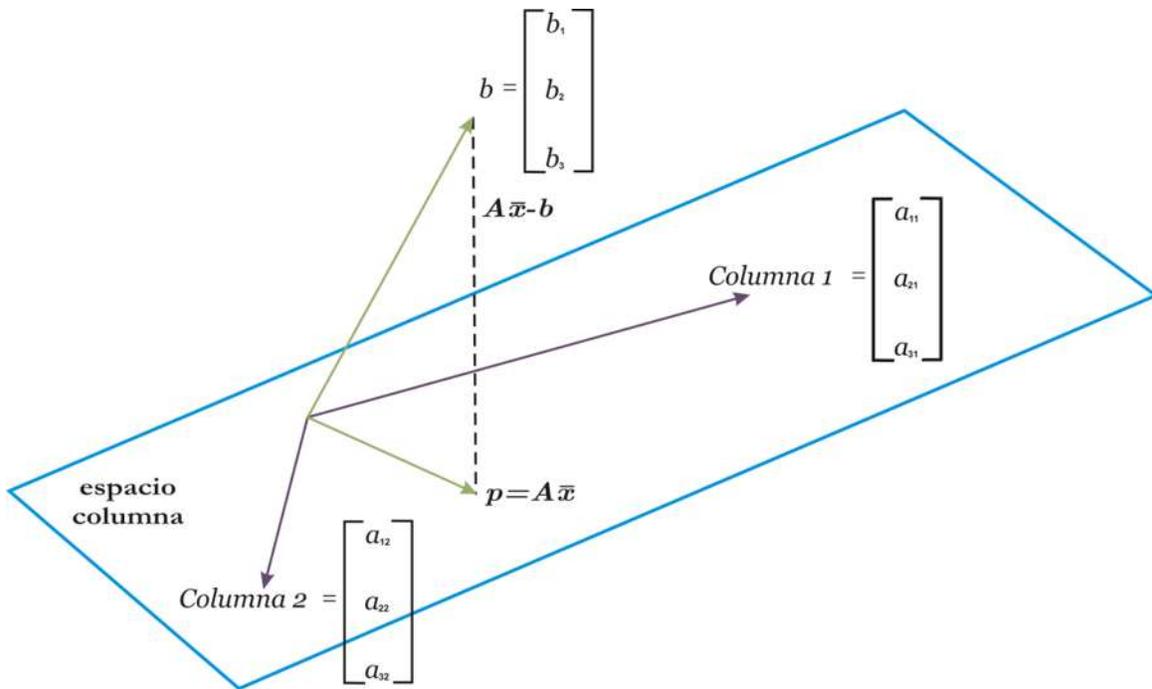


Figura A3. Proyecciones sobre el espacio columna de una matriz de  $3 \times 2$ .

Esto se cumple para cada  $\mathbf{y}$ , ya que  $\mathbf{A}^T \mathbf{A} \bar{\mathbf{x}} - \mathbf{A}^T \mathbf{b} = 0$ . La solución en términos de los mínimos cuadrados para un sistema inconsistente  $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{b}$  de  $m$  ecuaciones con  $n$  incógnitas satisface:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \bar{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (\text{A13})$$

Estas son las **ecuaciones normales**. Si las columnas de  $\mathbf{A}$  son linealmente independientes, de modo que  $m = n$  entonces  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  es una matriz cuadrada, simétrica e invertible, y la única solución en mínimos cuadrados es:

$$\bar{\mathbf{x}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (\text{A14})$$

Por lo tanto, la proyección de  $\mathbf{b}$  sobre el espacio columna es:

$$\hat{p} = \mathbf{A} \bar{\mathbf{x}} = \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (\text{A15})$$

### 9.2.2 Mínimos Cuadrados con restricción de desigualdad lineal

Existen muchos problemas en las matemáticas aplicadas, la física, la estadística, la economía y otras áreas científicas, en las que al plantear problemas con mínimos cuadrados es necesario introducir una cierta desigualdad que restrinja, esta restricción constituye información adicional acerca del problema.

La capacidad de considerar problemas de mínimos cuadrados con desigualdad lineal nos permite, en particular, tener limitantes tales como no permitir soluciones negativas, o que cada variable puede tener límite superior o inferior independiente, o que la suma de todas las variables no puede superar un valor específico o que una curva de ajuste puede ser monótona o convexa.

Sea  $\mathbf{E}$  una matriz de  $m_2 \times n$ ,  $\mathbf{f}$  un vector de longitud  $m_2$ ,  $\mathbf{G}$  una matriz de  $m \times n$ , y  $\mathbf{h}$  un vector de longitud  $m$ .

El problema de mínimos cuadrados con restricciones de desigualdad lineal señala que:

**\*Problema LSI**

Minimiza  $\|\mathbf{E}\mathbf{x} - \mathbf{f}\|$  sujeto a  $\mathbf{G}\mathbf{x} \geq \mathbf{h}$

**\*Problema NNLS (nonnegative Least Square)**

Minimiza  $\|\mathbf{E}\mathbf{x} - \mathbf{f}\|$  sujeto a  $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$ .

**\*Problema LDP (least Distance Programming)**

Minimiza  $\|\mathbf{x}\|$  sujeto a  $\mathbf{G}\mathbf{x} \geq \mathbf{h}$

### 9.2.3 Método NNLS

NNLS define un algoritmo para resolver el problema de mínimos cuadrados donde no se permiten valores negativos, y se garantiza la convergencia del algoritmo.

Inicialmente definimos a  $\mathbf{E}$  como una matriz de  $m_2 \times n$ , con  $m_2, n \in \mathbb{N}$ , y  $\mathbf{f}$  un vector de longitud  $m_2$ . Los  $n$ -vectores  $\mathbf{w}$  y  $\mathbf{z}$  proporcionan espacio de trabajo.

Los índices de los conjuntos  $P$  y  $Z$  se definen y modifican durante la ejecución del algoritmo. Las variables indexadas en el conjunto  $Z$  tendrán valor nulo, mientras que las variables indexadas en el conjunto  $P$  son libres y pueden tomar valores diferentes al cero. Si esta variable toma un valor no positivo, el algoritmo puede mover la variable a un valor positivo o bien establecer la variable como cero y pasar su índice del conjunto  $P$  al conjunto  $Z$ .

Al terminar  $\mathbf{x}$  será solución del problema de mínimos cuadrados  $\mathbf{E}_P \mathbf{x} \cong \mathbf{f}$  y debe satisfacer:

$$\begin{aligned} x_j &> 0 \quad \forall j \in P \\ x_j &= 0 \quad \forall j \in Z \end{aligned}$$

Y el vector dual  $\mathbf{w}$  debe satisfacer:

$$\begin{aligned} x_j &= 0 \quad \forall j \in Z \\ w_j &\leq 0 \quad \forall j \in P \end{aligned}$$

Y además de define como

$$\mathbf{w} = \mathbf{E}^T (\mathbf{f} - \mathbf{E}\mathbf{x})$$

Para demostrar que el algoritmo converge, necesitamos definir un lema.

**Lema.** Sea  $\mathbf{A}$  una matriz de  $m \times n$  de rango  $n$  y sea  $\mathbf{b}$  un  $m$ -vector tal que se cumple:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{b} = \left. \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \omega \end{array} \right] \right\} \begin{array}{l} n-1 \\ 1 \end{array} \text{ con } \omega > 0 \quad (\mathbf{A16})$$

Si  $\mathbf{x}$  es solución de los mínimos cuadrados de  $\mathbf{A}\mathbf{x} \cong \mathbf{b}$ , entonces  $x_n > 0$ , donde  $x_n$  denota al  $n$ -ésimo componente de  $x$



De la ecuación **(A17)** se deduce que el  $n$ -ésimo componente del vector solución  $\mathbf{x}$  es una solución para el problema reducido de mínimos cuadrados

$$t\mathbf{x}_n \cong v \quad (\mathbf{A20})$$

donde la pseudoinversa del vector columna  $t$  es  $t^T/t^T t$ , la solución del problema **(A20)** puede reescribirse como:

$$x_n = \frac{t^T}{t^T t} = \frac{\omega}{t^T t} > 0 \quad \square$$

### 9.2.4 Algoritmo NNLS $(\mathbf{E}, m_2, n, \mathbf{f}, \mathbf{x}, \mathbf{z}, P, Z)$

Paso	Descripción
	$P := \text{NULO}$
1	Definimos los conjuntos $Z := \{1, 2, \dots, n\}$ $X := 0$

2 Calculamos el  $n$ -vector  $w := \mathbf{E}^T (\mathbf{f} - \mathbf{E}\mathbf{x})$

3 Si  $\begin{cases} Z = \emptyset \\ w_j \leq 0 \text{ para } j \in Z \end{cases}$  ir al **paso 12**

4 Busca un índice  $t \in Z$  para el cual  $w_t = \max\{w_j : j \in Z\}$

5 Mueve el índice  $t \in Z$  para el conjunto  $P$

Sea  $\mathbf{E}$  la matriz de  $m_2 \times n$  tal que:

6 Columna  $j$  de  $E_p := \begin{cases} \text{columna } j \text{ de } \mathbf{E} & \text{si } j \in P \\ 0 & \text{si } j \in Z \end{cases}$

Se calcula el  $n$ -vector  $\mathbf{z}$  que sea solución del problema de mínimos cuadrados  $\mathbf{E}_p \mathbf{z} \cong \mathbf{f}$ . Nota solo los componentes  $z_j : j \in P$ , están determinados por este problema. Se define  $z_j = 0$  para  $j \in Z$

7 Si  $\bar{x}_j > 0 \forall j \in P$ , el conjunto  $X := Z$  regresamos al **paso 2**

8 Busca un índice  $q \in P : \frac{x_q}{x_q - \bar{x}_q} = \min \left\{ \frac{x_j}{x_j - \bar{x}_j} : \bar{x}_j \leq 0, j \in P \right\}$

9 Definimos al conjunto  $\alpha := \frac{x_q}{x_q - \bar{x}_q}$

10 Definimos al conjunto  $X := X + \alpha(\bar{x} - x)$

11 Mueve del conjunto  $P$  al conjunto  $Z$  todos los índices  $j \in P$  para los cuales  $x_j = 0$ . Ve al **paso 6**

12 El calculo esta completo

### 9.3 Ajustes correspondientes a las 38 estaciones analizadas

Correspondiente al marco comparativo, las amplitudes de los sismogramas están normalizadas a 1.

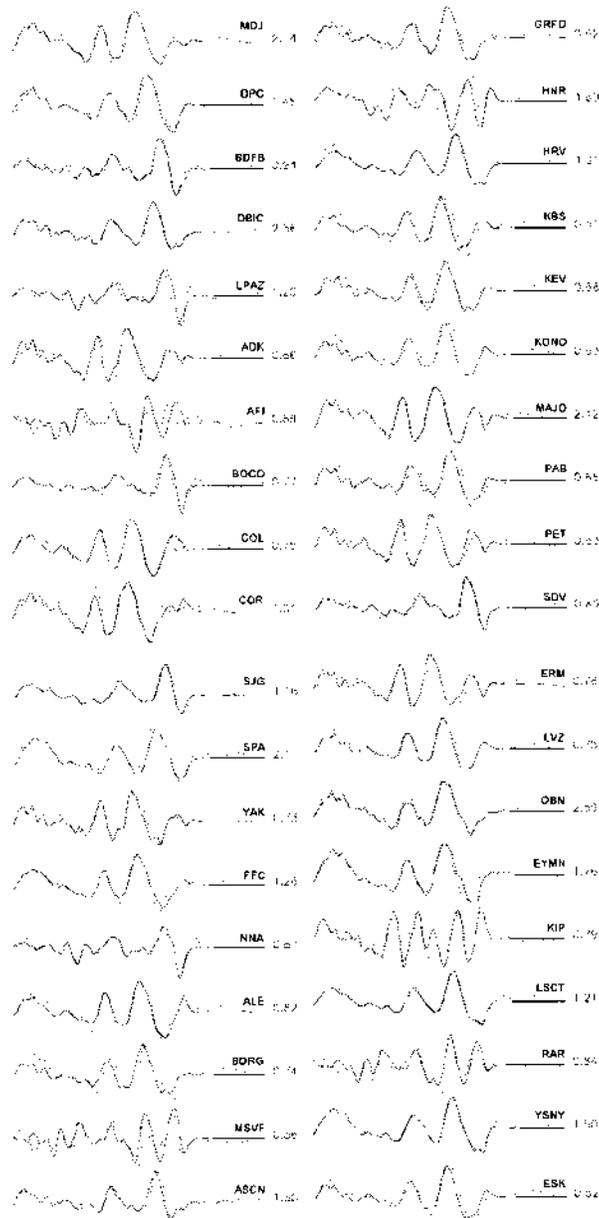


Figura A4. Correspondiente al marco comparativo. La línea continua corresponde a las observaciones mientras que la discontinua corresponde a los sintéticos encontrados.

Correspondiente una magnitud de  $M_w = 7.7$ , las amplitudes de los sismogramas están normalizados a 1. La línea continua corresponde a las observaciones mientras que la discontinua corresponde a los sintéticos encontrados.

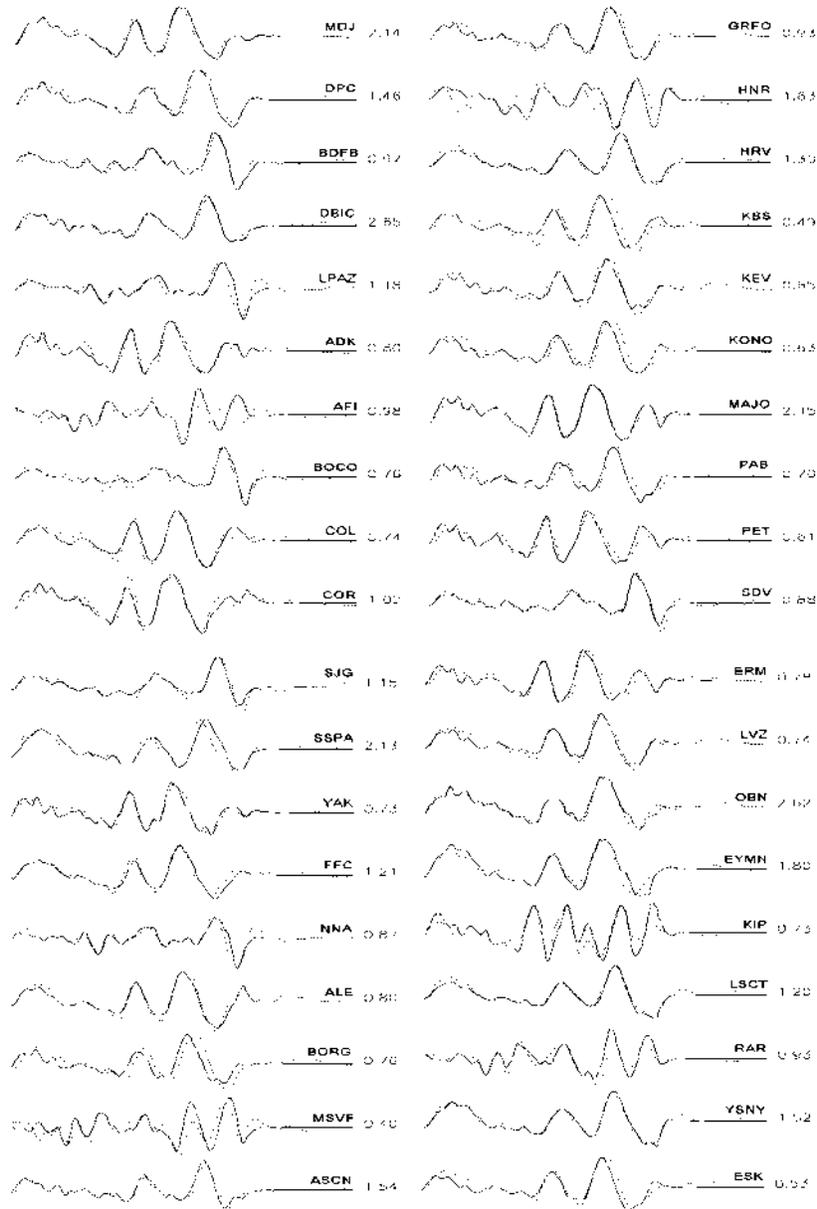


Figura A5. Corresponde a un Momento sísmico  $M_0 = 4.5 \times 10^{27}$  dinas  $\cdot$  cm

Correspondiente una magnitud de  $M_w = 7.8$ . La línea continua corresponde a las observaciones mientras que la discontinua corresponde a los sintéticos encontrados. Las amplitudes de los sismogramas están normalizadas a 1

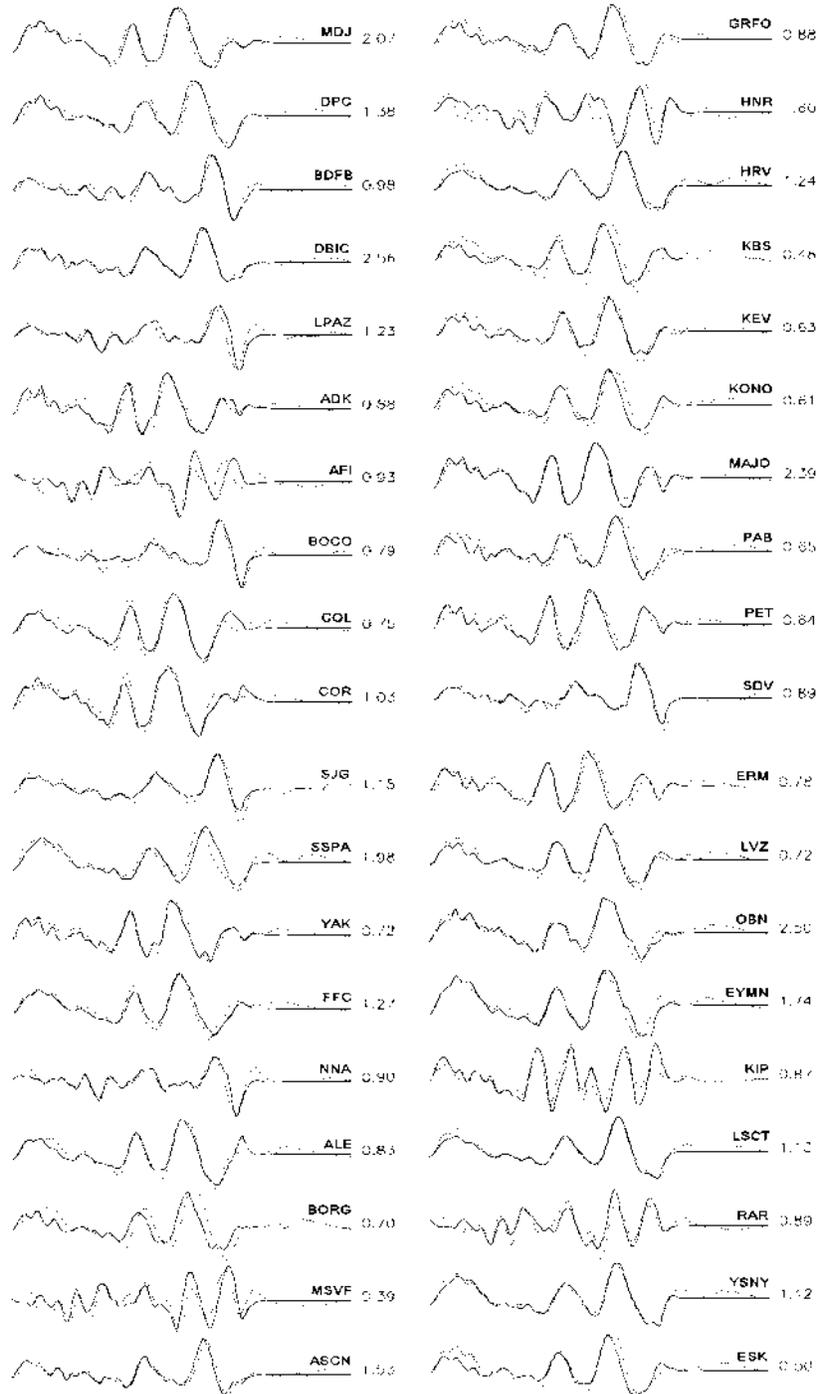


Figura A6. Corresponde a un Momento sísmico  $M_0 = 6.3 \times 10^{27}$  dinas  $\cdot$  cm

Las amplitudes de los sismogramas están normalizadas a 1. Correspondiente una magnitud de  $M_w = 7.9$ . La línea continua corresponde a las observaciones mientras que la discontinua corresponde a los sintéticos encontrados

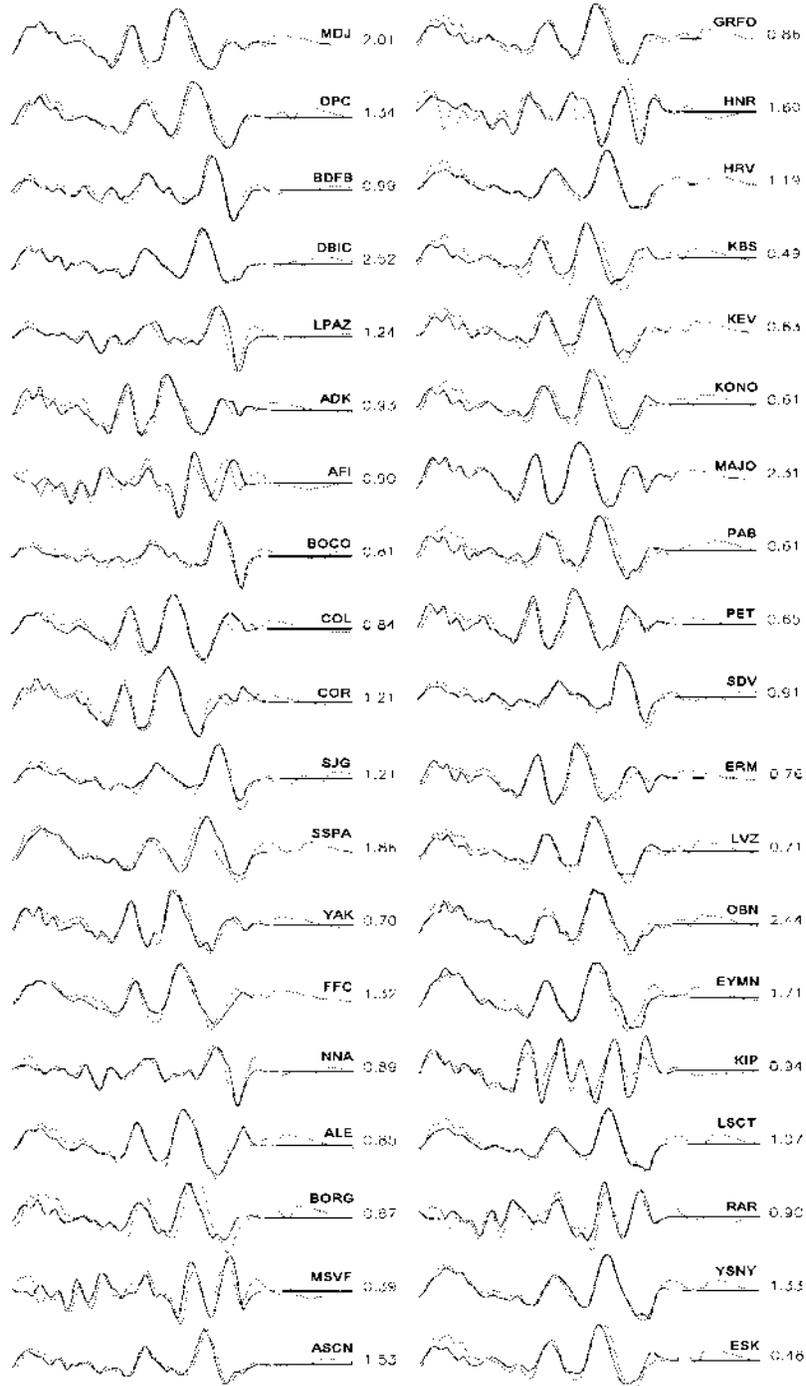


Figura A7. Corresponde a un Momento sísmico  $M_0 = 9.0 \times 10^{27}$  dinas  $\cdot$  cm

Correspondiente una magnitud de  $M_w = 8.0$ , las amplitudes de los sismogramas están normalizadas a 1. La línea continua corresponde a las observaciones mientras que la discontinua corresponde a los sintéticos encontrados.

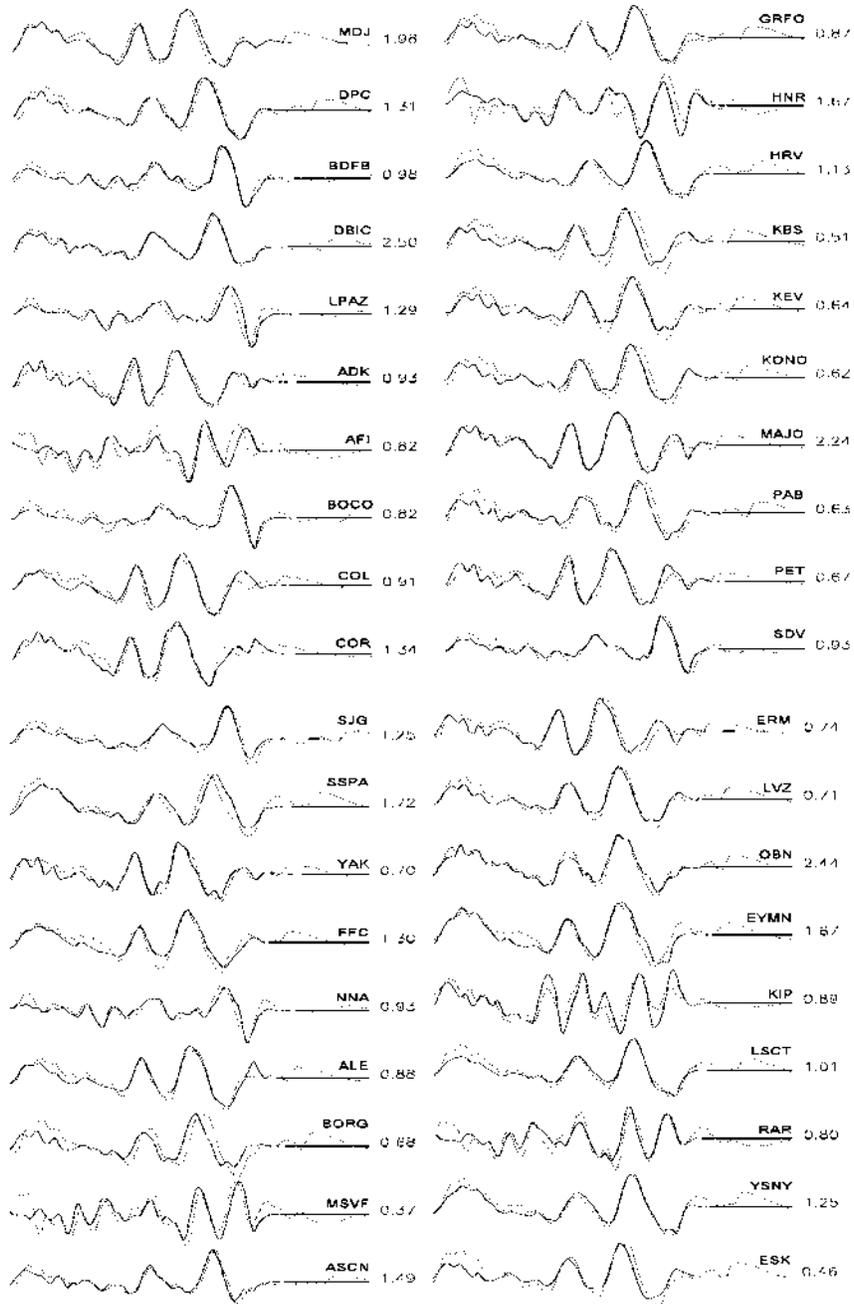


Figura A8. Corresponde a un Momento sísmico  $M_0 = 12.6 \times 10^{27}$  dinas  $\cdot$  cm

La línea continua corresponde a las observaciones mientras que la discontinua corresponde a los sintéticos encontrados. Correspondiente una magnitud de  $M_W = 8.1$ , las amplitudes de los sismogramas están normalizadas a 1.

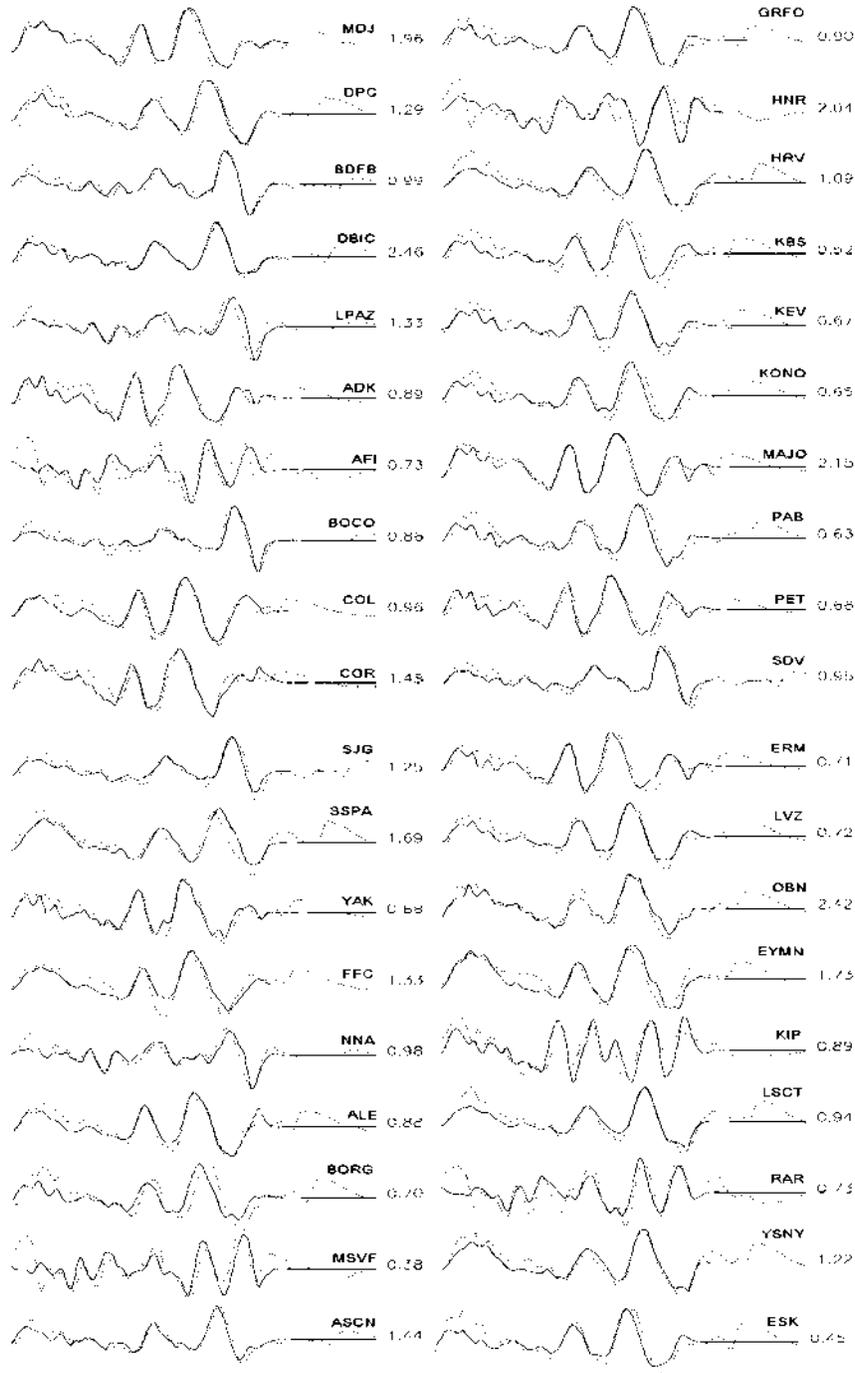


Figura A9. Corresponde a un Momento sísmico  $M_0 = 17.8 \times 10^{27}$  dinas  $\cdot$  cm

## 10. Lista de Figura

<b>FIGURA</b>		<b>PÁGINA</b>
Figura 1	Esfuerzos diferenciales	7
Figura 2	Curva de esfuerzo vs deformación	9
Figura 3	Falla	11
Figura 4	Características de una falla	12
Figura 5	Terremoto	13
Figura 6	Plano de falla	14
Figura 7	Ciclo sísmico	16
Figura 8	Clasificación de los terremotos según su profundidad	17
Figura 9	Propagación de las ondas P	19
Figura 10	Zona de sombra de las ondas P	20
Figura 11	Propagación ondas S	21
Figura 12	Propagación ondas superficiales	22
Figura 13	Progresivo cambio de forma de un pulso durante su propagación	25
Figura 14	Conversión de onda incidente	27
Figura 15	Reflexiones y conversiones de los rayos en capas interiores.	28
Figura 16	Difracción de la energía sísmica	29
Figura 17	Sismógrafos	30
Figura 18	Ejemplo de sismograma	31
Figura 19	Factores que intervienen en la generación de sintéticos	35
Figura 20	Proceso de ruptura de la fuente sísmica	40
Figura 21	Boxcar	41
Figura 22	Tiempo de dislocación o Rise time	42
Figura 23	Duración de la fuente	43
Figura 24	Directividad	44
Figura 25	Modelo Hartzell & Heaton	46
Figura 26	Contribuciones de la onda P	46
Figura 27	Esquema del sistema lineal	48
Figura 28	Localización del sismo Colima- Jalisco 1995	54
Figura 30	Vista lateral de la falla	56
Figura 31	Distribución de las fuentes sobre el plano de falla	57
Figura 32	Contorno correspondiente a la base teórica	63

Figura 33	Tiempos de dislocación correspondientes a la base teórica	64
Figura 34	Graficas de momento sísmico vs tiempo correspondiente a la base teórica	65
Figura 35	Contorno de magnitud 7.9	68
Figura 36	Contorno de magnitud 7.7	69
Figura 37	Contorno de magnitud 7.8	70
Figura 38	Contorno de magnitud 8.0	71
Figura 39	Contorno de magnitud 8.1	72
Figura 40	Tiempos de dislocación de magnitud 7.9	74
Figura 41	Tiempos de dislocación de magnitud 7.7	75
Figura 42	Tiempos de dislocación de magnitud 7.8	76
Figura 43	Tiempos de dislocación de magnitud 8.0	77
Figura 44	Tiempos de dislocación de magnitud 8.1	78
Figura 45	Función fuente de magnitud 7.9	80
Figura 46	Función fuente de magnitud 7.7	81
Figura 47	Función fuente de magnitud 7.8	82
Figura 48	Función fuente de magnitud 8.0	83
Figura 49	Función fuente de magnitud 8.1	84
Figura 50	Contornos de magnitud 7.9, ventanas de tiempo	88
Figura A1	Geometría de la falla Simplificada	97
Figura A2	Proyecciones en el espacio	102
Figura A3	Proyección sobre el espacio columna de una matriz de $3 \times 2$	106
Figura A4	Ajuste correspondiente al marco comparativo	116
Figura A5	Ajuste correspondiente a un momento sísmico de $M_0 = 4.5 \times 10^{27}$ dinas $\cdot$ cm	117
Figura A6	Ajuste correspondiente a un momento sísmico de $M_0 = 6.3 \times 10^{27}$ dinas $\cdot$ cm	118
Figura A7	Ajuste correspondiente a un momento sísmico de $M_0 = 9.0 \times 10^{27}$ dinas $\cdot$ cm	119
Figura A8	Ajuste correspondiente a un momento sísmico de $M_0 = 12.6 \times 10^{27}$ dinas $\cdot$ cm	120
Figura A9	Ajuste correspondiente a un momento sísmico de $M_0 = 17.8 \times 10^{27}$ dinas $\cdot$ cm	121

## 11. Lista de Tablas

<b>TABLA</b>		<b>PÁGINA</b>
Tabla 1	Modelo de corteza por capaz	58
Tabla 2	Estaciones utilizadas	59
Tabla 3	Valores evaluados	62
Tabla 4	Deslizamiento por celda	67
Tabla 5	Tiempo de Dislocación	73
Tabla 6	Función fuente	79
Tabla 7	Limitando la dislocación	87