UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLAS DE HIDALGO

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

"Luis Manuel Rivera Gutiérrez"

Tesis profesional para obtener el grado de

Licenciado en Ciencias Físico-Matemáticas

"ACTIVIDADES CON PATRONES, UNA INTRODUCCIÓN A LA GENERALIZACIÓN USANDO LA TECNOLOGÍA"

Presenta:

Alejandra Guadalupe García Pimentel

Asesor:
Doctora en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa:
María de Lourdes Guerrero Magaña

Co-asesor:
Doctor en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa:
José Carlos Cortes Zavala

Morelia Michoacán, Agosto de 2014

Índice

RESUMEN

El proyecto de investigación que a continuación se presenta tiene como objetivo determinar si el uso de la tecnología juega un papel importante en la construcción del razonamiento de generalización que realizan los alumnos de primer grado de educación secundaria cuando resuelven actividades con patrones, éstas con la finalidad de introducir al alumno en el uso y la comprensión del concepto de variable.

Para llevar a cabo el proyecto se trabajó con un grupo de 27 alumnos de primer grado de educación secundaria en el Colegio Uruapan, ubicado en la calle Dr. Miguel Silva de la colonia centro en la ciudad de Uruapan Michoacán. Se diseñaron siete actividades, de las cuales seis se resolvieron con el uso del software educativo EXPRESSER y la última a lápiz y papel, en las cuales se incrementa gradualmente la necesidad del razonamiento de generalización por parte de los alumnos. Cada sesión tuvo una duración aproximada de 60 minutos y debido a la falta de equipo de cómputo algunos alumnos trabajaron en pareja.

Es importante señalar que dichas actividades fueron realizadas por los alumnos unos meses antes de que en su salón de clases fuera presentado el concepto y uso de variable. Es decir, el único antecedente de los alumnos fue la formación básica de educación primaria.

El presente trabajo muestra, en su cuarto capítulo, el desarrollo del razonamiento de generalización que cada alumno realizó a lo largo de cada una de las actividades. A continuación se identificaron los casos de interés para realizar un análisis más completo y poder así realizar las conclusiones correspondientes.

Palabras clave: Razonamiento de generalización - actividades con patrones - software EXPRESSER – variable – lenguaje simbólico.

Abstract

This research project has as objective determine whether the use of technology plays an important role in building generalization reasoning that the students of seven grade middle school develop while they solve activity patterns, these in the aim of introduce students to the use and understanding of the concept of a variable.

To make this project possible I worked with a group of 27 students of seven grade middle school in “The Uruapan College” located on Dr. Miguel Silva Street in the downtown of Uruapan Michoacán, Mexico. Seven activities were designed, six of them were solved using the educative software EXPRESSER and the last one was solved using just pencil and paper. During these activities the need of generalization reasoning was gradually increased by students. Each session had duration of sixty minutes and some students worked in couple because there were not enough computers.

Is important the fact that these activities were solved by students who did not know anything about the concept of variable. I mean that their only previous knowledge was the one that they got through elementary school.

In the fourth chapter of this project I show the development of each student´s generalization reasoning through every activity. Then I made the identification of the main cases of interest to realize a complete analysis of them and be capable to do the right conclusions.

Keywords: generalization reasoning – pattern activities – EXPRESSER software – variable – symbolic language.

Capítulo I. Introducción

Introducción

Uno de los ejes principales que rigen la educación básica en México, es la enseñanza de las matemáticas. En el programa de estudios actual (Secretaria de Educación Pública, Programa de estudios 2011), haciendo referencia al nivel secundaria, la introducción al álgebra es uno de los focos principales (Programa de estudios 2011, Sentido numérico y pensamiento algebraico, 1.4.Patrones y ecuaciones).

Tanto en el plan de estudios de nuestro país como en el de otros países (United States Department of Education, seventh grade), dentro de las actividades didácticas que se presentan para llevar al alumno por el camino del álgebra se encuentran las actividades con patrones. El objetivo principal que persiguen éstas actividades es que el alumno de sentido al concepto de variable (Diofanto de Alejandría, 214 - 298), el cómo una letra puede sustituir a un número, y más aún, cómo ésta letra pueda tener más de un valor numérico.

El objetivo anteriormente mencionado es uno de los principales retos para el docente, en la educación primaria se presentan a los alumnos los números como un conjunto de símbolos a los que, a cada cual, se le asigna una cantidad en específico; por esta razón cuando el docente le pide al alumno que vea a una letra del abecedario, que comúnmente la utiliza para escribir palabras y no cantidades, como un símbolo que puede representar más de una cantidad, el alumno se encuentra inmerso en un mar de dudas, tales cómo ¿y cuáles números representa?, ¿cuántos números debe representar?, ¿por qué si ya existe un símbolo para dicho número, tengo que utilizar otro?

Desgraciadamente, es una realidad que frente a este tipo de adversidades algunos profesores deciden dejar de lado las actividades con patrones, y enfocan su trabajo en lo que ellos consideran de mayor importancia. Sin darse cuenta de que además de que éste tipo de actividades definitivamente despierta el razonamiento matemático de los alumnos (Programa de estudios 2011, Sentido numérico y pensamiento algebraico, 1.4.Patrones y ecuaciones), pueden ayudar también de forma significativa a localizar a los alumnos con verdadera facilidad en la asignatura.

Antecedentes

Durante el ciclo escolar 2010 – 2011 tuve la oportunidad de impartir la asignatura de Matemáticas para primer grado de nivel secundaria en el Colegio Uruapan, ubicado en la calle Dr. Miguel Silva de la colonia centro en la ciudad de Uruapan Michoacán. Durante mi trabajo como docente pude darme cuenta de que la preparación o educación de nivel primaria, en lo que a Matemáticas se refiere, se centra totalmente en el campo de la Aritmética y un poco de Geometría, pues al llegar al nivel secundaria la mayoría de los alumnos domina los temas básicos como suma, resta, multiplicación, división, operaciones con fracciones, lectura y escritura de números, medida y trazos de ángulos, perímetros y áreas de figuras básicas, y la resolución de problemas que abordan algunos de estos temas.

En lo que a la introducción al álgebra se refiere, los alumnos no cuentan con algún cimiento base formado durante la educación primaria.

Durante los dos primeros meses del curso de Matemáticas en el nivel de educación secundaria se realiza una retroalimentación de los temas básicos de la educación primaria antes mencionados. Para el tercer mes del curso comienza la introducción al álgebra, la cual da inicio con actividades que incluyen sucesiones numéricas.

La forma en la que el programa de estudios plantea llevar a cabo este tema es la siguiente: Se definen textualmente conceptos de patrones matemáticos, razón de una sucesión, sucesiones numéricas aritméticas y sucesiones numéricas geométricas.

El siguiente paso es mostrar a los alumnos las fórmulas para encontrar valores generales dentro de las sucesiones, es decir la fórmula para encontrar el término enésimo y la fórmula para encontrar la suma de los n primeros términos de la sucesión. Las fórmulas que se presentan al alumno son las siguientes:

Para encontrar el término enésimo: $a_n = a_1 + (n-1)r$

Para encontrar la suma de los n primeros términos: $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Los ejercicios que los alumnos deben resolver mediante el uso de éstas fórmulas se plantean así:

Para la siguiente serie calcula el término que se encuentra en la posición que se solicita y la suma de los términos que se piden.

$\{2,5,8,11,14,17,20,23,\ldots\}$ encuentra $r =$ ______ $a_{14} =$ ___ $S_7 =$ ________

Después de realizar varios ejercicios como el anterior se presenta al alumno el tema "Sucesiones figurativas" (Hernández, M. G., 2010) en el cual se le plantean ejercicios como el siguiente:

Dada la siguiente sucesión de figuras obtén el número de cuadros que formarán la figura en la posición que se te solicita:

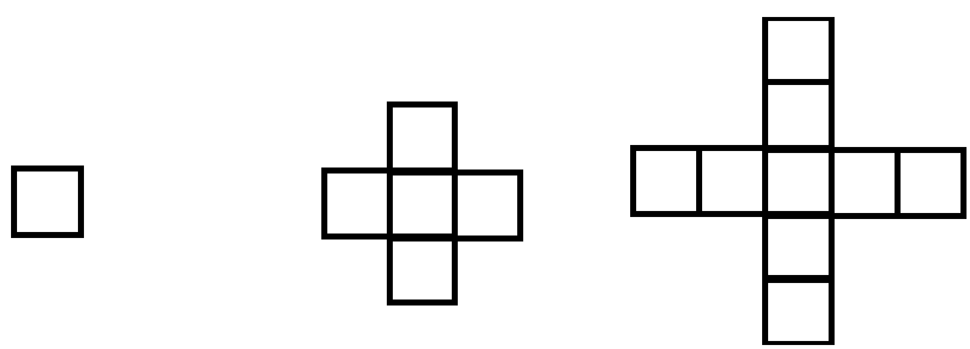


Figura 1 Figura 2 Figura 3

¿Cuántos cuadritos formarán la figura en la posición 48?
¿Cuántos cuadritos formarán la figura en la posición 70?

Las dificultades que presentaron los alumnos ante estas situaciones fueron varias; comenzando por las fórmulas, para el alumno es difícil comprender quién o qué es el enésimo término o la enésima suma; ambas fórmulas incluyen a la letra n como el elemento fundamental y la mayoría de los alumnos siempre se planteaba la pregunta ¿Cuánto vale n? ¿Qué es n?;

Algunos alumnos concluyen de forma correcta que la n tomará el valor del lugar por el cual se está preguntando, pero no son capaces de comprender que éste término es parte de una sucesión.

Los alumnos que muestran más dificultad deciden continuar la serie sumando la razón hasta encontrar el que se les solicita, pero esta actividad les lleva demasiado tiempo, y cuando se trata de una posición muy "alejada" deciden no contestar la pregunta. Al igual si desean encontrar la suma por este camino se vuelve un procedimiento muy tedioso.

Cuando los alumnos se enfrentan con las sucesiones de figuras éstos muestran un interés mucho mayor y varias veces comienzan a dibujar las figuras que seguirán. O de la simple observación de las figuras encuentran la respuesta a las preguntas planteadas, pero muy pocas veces logran encontrar la relación que existe entre el número de cuadritos de la figura y la posición de la misma.

Debe entonces existir una mejor forma de llevar al alumno por el camino de la generalización algebraica, del concepto de una variable y su comprensión, y mejor aún por el camino de la elaboración de expresiones simbólicas que le permitan resolver problemas.

Planteamiento del problema y preguntas de investigación

El presente proyecto plantea como problema de investigación:

> **La necesidad de hacer nuevas propuestas de aprendizaje utilizando software dinámico interactivo para introducir el álgebra escolar a través del estudio de patrones, tratando de suavizar el paso del reconocimiento de un patrón a su simbolización algebraica.**

Las siguientes preguntas han sido planteadas con el fin de guiar el trabajo de investigación:

– ¿Qué características deben tener las actividades basadas en el uso del software eXpresser, para promover el desarrollo paulatino del lenguaje simbólico en los estudiantes de secundaria?

– ¿Cuáles son los recursos matemáticos que utilizan los estudiantes de primer año de secundaria cuando resuelven actividades de reconocimiento de patrones, utilizando un software como eXpresser?

– ¿Cuáles son las formas que utilizan los estudiantes para comunicar y justificar sus resultados?

– ¿Qué tipo de dificultades (conocimientos, procesos, representaciones, inducciones incompletas, etc.) enfrentan los estudiantes cuando trabajan con las actividades?

Objetivos

El objetivo general del presente trabajo es:

Contar con una alternativa para la enseñanza inicial del álgebra que sea útil para el aprendizaje de los estudiantes de secundaria a través del estudio de patrones, implementando actividades escolares que induzcan al estudiante a la identificación de conceptos básicos como constantes, variables y relaciones en un entorno tecnológico de representación visual.

De éste se desprenden los siguientes objetivos específicos:

– Identificar los recursos matemáticos y las ideas de los estudiantes del primer grado de secundaria cuando tratan con actividades de reconocimiento de patrones.

– Documentar y analizar los procesos de razonamiento que siguen los alumnos cuando tratan de identificar regularidades y generalizar en tareas de reconocimiento de patrones organizadas por nivel de complejidad.

– Contar con un conjunto de tareas de reconocimiento de patrones bien documentadas por contenido y nivel de dificultad propias para estudiantes de primer año de secundaria.

Metodología

Se elaboró un proyecto de investigación que incluyó el uso de un software llamado "EXPRESSER" el cual permite al alumno construir y analizar patrones a partir de figuras conformadas por cuadros de colores.

Se diseñaron siete sesiones con duración de 1 hora; en cada una de estas sesiones el alumno debía resolver una actividad relacionada con la construcción de patrones apoyándose en el software "EXPRESSER".

Las primeras actividades tienen como objetivo que el alumno aprenda a manejar el software y crear por su propia cuenta algunas figuras con patrones. Las actividades van tomando dificultad en forma gradual, después de aprender a construir patrones, el alumno es cuestionado acerca del número de cuadros que conforman dichos patrones. Por último se incluyen actividades en las que el alumno se enfrente a problemas relacionados con patrones los cuales debe resolver sin el uso del software, basándose solamente en la experiencia alcanzada a través de las actividades anteriores.

El diseño de estas actividades tomó como base tres preguntas de investigación, la primera, ¿es el alumno capaz de expresar textualmente o con palabras un camino que le permita siempre encontrar el número de cuadros que conforman un patrón?; segunda, a partir de lo anterior ¿puede el alumno expresar simbólicamente su razonamiento, es decir construir una fórmula?; y tercera, después de apoyarse en el software para resolver actividades con patrones, ¿puede el alumno resolver situaciones similares prescindiendo de ésta herramienta?

La población que se eligió para llevar a cabo éste proyecto fue un grupo de primer grado de secundaria, el cual había cursado apenas los primeros dos meses del programa de estudios, por tal razón, el grupo aún no se enfrentaba a ninguna actividad con patrones o algún tipo de introducción al álgebra.

El grupo de trabajo estaba conformado por 19 mujeres y 8 hombres, la mayoría de entre 11 y 12 años de edad. Cuatro de los ocho hombres trabajaron de forma individual y los cuatro restantes formaron dos equipos de dos integrantes. Las mujeres por su parte trabajaron en nueve equipos de dos integrantes y una de ellas trabajo de forma individual.

Cabe mencionar que la mayoría de estos alumnos contaba con la misma preparación previa a estas actividades, ya que casi todos habían cursado juntos la educación primaria.

Capítulo II. Marco teórico

Introducción

Una de las principales preocupaciones docentes es la introducción del algebra en la escuela, para ello, existen distintos recursos didácticos y uno de los más importantes es la generalización de patrones.

Las figuras con patrones, ya sea definidas de una forma ambigua o bien definidas, consisten en una serie de figuras que pueden ser interpretadas o construidas hacia un camino determinado. La primera actividad para los estudiantes es encontrar un significativo y matemáticamente viable patrón de generalización, para lo cual el alumno muestra sus habilidades de percepción y de inferencia simbólica que le permite construir y justificar una estructura algebraicamente útil, la cual puede converger en una formula directa.

Niveles de generalidad y tipos de generalización en actividades de patrones

Se diseñó una actividad para llevar a cabo una investigación, la cual tenía como meta profundizar nuestra comprensión acerca del pensamiento algebraico de los alumnos, principalmente, cómo emerge de ellos, cómo lo desarrollan, las adversidades con las que se encuentran mientras practican álgebra y cómo las enfrentan.

Pero, ¿qué entendemos por pensamiento algebraico? Si aún no tenemos una definición profunda y concisa, es tal vez por el gran número de objetos (ecuaciones, funciones o patrones) y procesos algebraicos (simplificación o inversión) así como los distintos caminos en los que podemos entender la palabra **pensamiento**.

El pensamiento algebraico es una forma particular del pensamiento matemático, para caracterizar un poco lo que es en sí, mencionamos tres elementos muy importantes, el primero se refiere al sentido de indeterminación, que es propio de objetos algebraicos básicos como lo es una variable. El segundo se refiere a los objetos indeterminados que pueden ser manipulados analíticamente, y el tercero se refiere al peculiar modo simbólico con el que podemos presentar objetos.

Enfoquémonos ahora en la generalización de patrones, comenzando con la distinción entre generalización e inducción, pues así como no todas las simbolizaciones se refieren al álgebra, no todas las actividades de patrones nos permiten obtener pensamiento algebraico.

Las actividades de patrones como recurso didáctico para la introducción al álgebra, deben ser muy cuidadosas para no confundir las generalizaciones algebraicas con algunas otras formas en las que los estudiantes se enfrentan a lo general, además, los maestros deben estar bien capacitados pedagógicamente para lograr que los estudiantes interactúen con los patrones en un sentido totalmente algebraico.

Hacia una definición de generalización algebraica de patrones

Una de las actividades introductorias al simbolismo algebraico propuesta a estudiantes de secundaria fue la mostrada a continuación:

OO OOO	OOO OOOO	OOOO OOOOO
Fig. 2.1	Fig. 2.2	Fig. 2.3

Para realizar esta actividad se formaron grupos de 2 a 4 estudiantes, a los cuales en una primera etapa se les cuestiono acerca del número de círculos en las figuras 2.1 y 2.2. Sus estrategias recaen en dos principales categorías.

La primera de ellas sigue el camino de ensayo y error, los estudiantes proponen reglas simples y verifican su validez en algunos casos. La simbolización puede variar, una de las fórmulas dadas por uno de los grupos fue **nx2(+3)** pero cuando se les pregunto acerca de cómo la habían encontrado solo respondieron “por accidente”

En la segunda categoría, los estudiantes se enfocan en buscar un aspecto en común entre las figuras dadas. Un estudiante escribe: “la línea de arriba tiene siempre un circulo más que el número de la figura y la línea de abajo tiene siempre dos círculos más que el número de la figura” así que escribe la fórmula **(n+1) + (n+2) =**

Aunque ambos procedimientos nos dejan una simbolización válida, las heurísticas utilizadas son infinitamente distintas. La segunda se basa en la búsqueda de precisos aspectos en común entre las figuras dadas para de ahí generalizar esa regla a las figuras que siguen en la secuencia. En términos más precisos, es un tipo de inducción. Es decir en este segundo caso, a diferencia del primero, los estudiantes realizaron una inducción y no una generalización.

En contraste, la primera categoría encuentra la regla correcta adivinando. Reglas encontradas de esta forma son en realidad hipótesis. Este tipo de razonamiento se basa en la búsqueda de una regla que nos permita ir más allá de lo contenido en las primeras figuras.

La comparación entre estas dos estrategias nos deja uno de los rasgos más importantes en la generalización de patrones, el cual se refiere a la capacidad de encontrar algo general en lo particular.

Sin embargo, Kieran (1989) señala que éste rasgo en sí no es suficiente para caracterizar a la generalización algebraica de patrones, pues argumenta que además de poder encontrar lo general en lo particular, “se debe poder expresar algebraicamente”

Kieran también señala que el pensamiento algebraico es más que solo pensar en lo general, es pensar en lo general o lo generalizable de una forma que lo distinga algebraicamente en su forma de razonamiento así como en su expresión, “un componente necesario (de la generalización algebraica) es el uso de simbolismo algebraico que nos permita razonar y expresar la generalización”

Con lo anterior, nos permitimos entonces dar la siguiente definición. La generalización algebraica de patrones se basa en la capacidad de comprender y encontrar una relación entre algunos elementos de la secuencia, estar conscientes de que ésta relación se puede aplicar a todos los términos de la secuencia y ser capaces de utilizar lo anterior para escribir una fórmula que nos permita encontrar cualquier término de la secuencia.

Objetivación del conocimiento

Para un estudiante considerado principiante, encontrar la relación que existe entre los términos de un patrón es algo que no sucede de forma repentina. Por el contrario, es un proceso gradual basado en subrayar relaciones y diferencias entre los términos.
En la secuencia anterior existen varios caminos para señalar las similitudes y diferencias entre las figuras dadas. Un alumno señala: “todas las figuras toman la misma forma, pero a la vez, son todas distintas: son los dos últimos círculos de cada figura los que las hacen distintas”

OO OOO	OO O OOO O	OOO O OOOO O
Fig. 2.1	Fig. 2.2	Fig. 2.3

Al mismo tiempo que esto ocurre, otro alumno del mismo grado ve la situación en una forma distinta; ve cada figura formada por dos líneas horizontales y expresa la generalidad de una forma verbal. El primer alumno en cambio ve las figuras formadas recursivamente añadiendo al final dos círculos en diagonal, y expresa lo anterior dinámicamente mediante distintos movimientos, gestos y palabras.

En términos generales, lo que acabamos de observar es un acto de percepción del desarrollo de un proceso mediante actividades semióticas (palabras habladas, gestos, dibujos, fórmulas, etc.) el cual sucede de forma progresiva. A este proceso de percepción lo llamaremos **proceso de objetivación.**

Etimológicamente el termino objetivación se relaciona con aquellas acciones que ponemos en práctica para presentar algo, es decir, para hacerlo aparente, por ejemplo algún aspecto de un objeto en concreto como su talla, su color o alguna propiedad matemática en general. Para hacer algo aparente, maestros y estudiantes recurren al uso de distintos artefactos (símbolos matemáticos, graficas, palabras, gestos, calculadoras, etc.). Estos artefactos, gestos, signos y otros recursos semióticos utilizados con el fin de la objetivación del conocimiento lo llamaremos el **significado semiótico de la objetivación.**

En nuestro ejemplo anterior, el alumno comienza por hacer aparente una estructura matemática, es decir, objetivándola. Para complementar lo anterior, recurre a dos significados semióticos de objetivación: palabras y gestos. Además, para señalar los dos últimos círculos de la figura, la rítmica repetición de movimientos le permiten hacer algo notable. A través de éste proceso el alumno expresa la idea de algo general, algo que continua más y más en espacio y tiempo.

Con lo anterior, no se sugiere que el alumno hizo notar totalmente la estructura matemática que encierra el patrón y tampoco que escribió una fórmula para encontrar cualquier término. Para lograr lo anterior, el proceso de objetivación por parte del alumno debe continuar. Lo que se quiere decir con todo esto es que la objetivación de lo general sucede a través de varios niveles de conocimiento.

La objetivación del conocimiento es una construcción teórica que nos permite recorrer el camino en el cual los estudiantes se relacionan con un objeto, para presentarlo y darle algún sentido.

Comprendiendo y generalizando una característica en común

Mediante el uso de distintas técnicas, los estudiantes casi siempre tienen éxito al contestar las preguntas acerca de las figuras en las posiciones 10, 25 y 100. Una estrategia muy común entre los estudiantes consiste en notar la relación que existe entre figuras consecutivas, por ejemplo, “siempre hay que sumar dos a la figura anterior para obtener la siguiente” pero esto los lleva a la encrucijada de que si se van por ese camino, les tomara demasiado tiempo encontrar una figura muy “grande”.

De acuerdo con nuestra definición de generalización algebraica estos estudiantes aún no se encuentran dentro del campo del álgebra. Ya lograron generalizar algo pero están dentro del campo de la aritmética. Lo que ellos han generalizado es una relación en común observada en algunas figuras, pero no son capaces de utilizar esta información para crear una expresión que permita calcular cualquier término de la secuencia. A una generalización de este tipo la llamaremos **generalización aritmética.**

Intentando encontrar una mejor estrategia un alumno propone un proceso más directo y dice: "siempre es el siguiente. Mira! Uno más dos, dos más tres, tres más cuatro….. y su compañera concluye: "entonces la figura 25 es 25 más 26"

Las palabras "siempre es el siguiente" indican cómo el alumno asume que esa relación puede aplicarse a todos los términos de la secuencia, pues con ello su compañera es capaz de dar una expresión que les permite encontrar la figura 25. Esta estrategia es un ejemplo de una generalización algebraica que llamaremos **generalización factual**. Este tipo de generalización factual ocurre en un nivel muy básico de generalización algebraica, pues el alumno es capaz de contestar la pregunta a la cual se enfrentó, pero aún no logra utilizar la información para crear una expresión que le permita encontrar cualquier término de la secuencia.

Dentro de otro grupo de jóvenes ocurre algo totalmente distinto. Trabajando con el patrón de la **figura 2,** encuentran primero que el número de círculos en las figuras 10 y 100 son 23 y 203 respectivamente, de lo cual el número tres llama su atención. Perciben una figura de manera que está formada por dos renglones horizontales y realizan una generalización factual ("11 más 12, 101 más 102"), una de las estudiantes, intrigada por el hecho de que ambas respuestas terminan con el digito 3, trata de realizar un esquema diferente que le permita utilizar dicho digito. Su compañero se interesa en su idea, y comienza a observar detenidamente el patrón y de pronto dice: "suma 3"

Ambos estudiantes comienzan a observar la figura 2.1 tratando de encontrar algún camino que los lleve a sumar 3, y después de una serie de gestos, ademanes y palabras inconclusas uno de ellos señala: "OK! Sería como, para la figura 2.1, uno, uno, más tres, para la figura 2.2, dos, dos, más tres, para la figura 2.3, tres, tres, más tres. Con lo anterior, hace aparente una relación común entre el número de círculos y el número de la figura. Pero, ¿Cómo maneja toda esta información para generalizar la relación a todos los términos de la secuencia? He aquí el núcleo del proceso de generalización.

A través de la repetición de palabras y gestos coordinados, el alumno generaliza una relación en común para todas las figuras, y se mueve de lo particular a lo general.
Además de las palabras y gestos, se lleva un ritmo, el ritmo crea una sensación de que algo sucederá y constituye un significado semiótico de objetivación muy importante, pues el ritmo hace aparente el presentimiento de que la relación puede ir más allá de unas figuras en particular. Esta generalización que se realiza permite a los estudiantes determinar directamente el número de círculos de cualquier figura de la secuencia. Es decir, es una generalización factual que sale de un nivel básico de generalización algebraica.

Escribirlo vs decirlo

Veamos ahora como se enfrentan los alumnos al desafío de expresar la generalidad que han encontrado en un lenguaje natural (textual). El nivel de generalización que se requiere para esta cuestión es definitivamente alto, pues las generalizaciones factuales no siempre son suficientes.
La dificultad radica en expresar con palabras algo general que a la vez es fácil de mostrar mediante números y gestos. Esto es de hecho, un gran hueco entre escribir (textual) y decir (palabras y gestos).

La expresión para generar la secuencia (que los estudiantes lograron identificar) tiene que pasar ahora al campo del lenguaje. La indeterminación debe llevar un nombre. Para lo anterior, los estudiantes transforman las palabras “cualquier figura” en “la figura”, una expresión lingüística que no designa un término en particular de la secuencia pero si designa cualquier término que queramos considerar.
Las acciones concretas en las cuales los estudiantes realizaron una generalización factual (al señalar que la primer figura es 1más 2, la segunda, 2 más 3 etc) aparecen ahora en una simple acción “debes sumar la figura y la siguiente figura”. Ahora los estudiantes tienen que trabajar en el sentido de reducir y mejorar la expresión, en estos niveles de generalización el estudiante debe compensar la baja de recursos semióticos con una concentración de significado en un número corto de palabras a través de las cuales la

generalización sea nuevamente expresada. Esta reducción de palabras y concentración de significado constituye una contracción semiótica.

Para diferenciar entre este tipo de generalizaciones y las factuales, las llamaremos **generalizaciones contextuales.** Contextual pues incorpora objetos como “la siguiente figura” el cual supone un privilegiado punto de vista desde el cual es posible apreciar el origen de la secuencia, y así poder hablar de la figura y la siguiente figura.

Regresemos un poco a la situación de generalización factual que generó el grupo de estudiantes de la situación antes mencionada. Cuando fueron requeridos a generar una expresión textual que les permitiera encontrar cualquier término de la secuencia mencionaron lo siguiente:

“debes duplicar el número de la figura y sumar tres, ¿cierto? Así, la figura 25 sería cincuenta… y tres. Así es….”

“dos veces la figura más tres”

La expresión escrita fue: “el número de la figura X 2, + 3. Esto te dará como resultado el número de círculos”

El mensaje es una mezcla de símbolos matemáticos y lenguaje natural, pero indudablemente lo más interesante es la coma, pues se traduce en la distinción del espacio y tiempo de un evento, el cual es fruto de la experiencia matemática del estudiante.

Expresar la generalización a través de símbolos alfanuméricos, como lo hizo este grupo de estudiantes, lo llamaremos aquí **generalización simbólica.**

La habilidad para ver diferencias en objetos es uno de nuestros más básicos componentes cognitivos. Sin ello seriamos incapaces de ordenar el amplio número de estímulos sensoriales que recibimos del exterior y el mundo frente a nosotros sería reducido a una visión amorfa.

Sin embargo, no debemos limitarnos solo a lo que vemos materialmente, la percepción de particularidades es importante también. Ir más allá del campo en particular y notar algo más, algo general, conceptual, y tratar de darle un sentido. Nos referiremos a este proceso de comprensión conceptual y significado, como un proceso de objetivación.

Como se mencionó en un principio, las actividades con patrones ha sido uno de los recursos didácticos más importantes para la introducción del álgebra en la escuela, sin embargo, no todas las actividades de patrones nos permiten entrar a éste campo. Es el caso de los procesos de inducción, basados en una regla formada por ensayo y error y otros procesos similares. Dichos procesos no se encuentran en el campo del álgebra, pues algebra no se refiere a procesos de "adivinación", se refiere más bien, al uso de signos que nos permiten pensar en un camino distinto. Algebra se refiere a generalización. Según un ejemplo de Kant, hablar de generalización es hablar de dos cosas: a) el objeto que va a ser generalizado y b) el objeto ya generalizado. Como lo escriben Kieran (1989) y Love (1986) Un proceso para ir de un punto al otro incluye dos componentes relacionados: el primero es notar una relación entre algunos términos en particular, el segundo es formar un concepto general mediante la generalización a todos los términos de la relación notada en lo particular. Para llamar algebraica a una generalización de patrones se ha citado aquí un tercer componente, expresar dicho concepto de generalización mediante un esquema, una regla que nos permita encontrar cualquier término de la secuencia. (Una generalización aritmética será aquella en la que falle el tercer componente) se han propuesto entonces tres niveles de generalización y sus correspondientes modos de expresión: factual, contextual y simbólica.

Estos niveles de generalización están caracterizados por significados semióticos de objetivación a los cuales los estudiantes recurren para complementar sus generalizaciones. En la generalización factual, la indeterminación permanece sin nombre; la generalidad se basa en acciones representadas por números, las generalizaciones están hechas mediante palabras, gestos y actividades de percepción. En los niveles contextual y simbólico, la indeterminación es lingüísticamente explicita: es nombrada. Mientras que en la generalización contextual es nombrada a través de completas descripciones de ella, ("la siguiente figura", "el renglón superior") en la generalización simbólica los objetos generalizados y los operadores que ellos conllevan están expresados en el sistema alfanumérico del álgebra.

Relación entre generalización y demostración: razonamiento de los estudiantes con relaciones lineales.

Estudios sobre las habilidades que los estudiantes presentan para generalizar y demostrar en un contexto algebraico, sugieren que el estudiante experimenta dificultad a la hora de generalizar y hacer demostraciones apropiadamente.

La generalización y demostración son consideradas componentes esenciales en la actividad algebraica.

La habilidad con que los estudiantes demuestran sus generalizaciones ha sido ligada a lo que significa el razonamiento algebraico. Blanton y Kaput (2002) señalan que "la demostración de algún modo es una parte esencial del razonamiento algebraico, pues, induce un hábito mental con el cual de manera natural se realizan preguntas y conjeturas, en orden, para establecer una generalización".

Al examinar el trabajo de los estudiantes en actividades relacionadas con patrones algebraicos, podemos notar que a pesar de que el estudiante logra identificar múltiples patrones, podría no darse cuenta de aquellos que son algebraicamente útiles o generalizables. Incluso aun cuando los estudiantes son capaces de identificar una regla o patrón, muy pocos son capaces de explicar porque éste ocurre.

Aunque varias investigaciones han documentado la existencia de la dificultad que los estudiantes experimentan con la generalización y demostración, pocos han puesto énfasis en la fuerte relación que existe entre ambas. Sofisticados razonamientos matemáticos dependen de una profunda relación entre ambas actividades. Como Lannin (2005) dice, "más investigaciones acerca de la conexión que los estudiantes establecen entre sus demostraciones y generalizaciones es importante, pues estos dos componentes están estrechamente ligados". Si un estudiante realiza su generalización basándose solamente en patrones empíricos, no nos debe sorprender si su demostración está limitada al uso de ejemplos específicos. En contraste, un estudiante que toma en cuenta relaciones cuantitativas en un problema, puede producir un argumento más general en su demostración.

Una clase enfocada en la demostración puede incitar a los estudiantes a conjeturar en orden para establecer generalizaciones. Un enfoque en demostraciones podría no solo ayudar a los estudiantes a establecer mejor sus generalizaciones, sino también, puede ayudar en el desarrollo de generalizaciones más poderosas. Estudios cualitativos acerca de las generalizaciones y demostraciones de los estudiantes así como de la estrecha relación entre ambas, nos permiten identificar cuatro mecanismos de evolución cognitiva que los estudiantes experimentan.

El actor-orientado un acercamiento a la generalización y demostración

A pesar de que muchas de las investigaciones realizadas para identificar las habilidades que los estudiantes muestran en sus generalizaciones, definen la generalización como una regla matemática que existe en una relación, la generalización también ha sido vista como un proceso de expansión más allá del caso o los casos considerados, el cual ha sido conectado con el proceso de abstracción.

Un creciente número de investigadores han también explorado como la generalización es vista a través de múltiples agentes, en específicos contextos sociales y matemáticos. Reid (2002) sugiere que la generalización debería ser vista como una construcción colectiva, mientras que otros argumentan que la generalización no puede considerarse en ausencia del contexto social, histórico y matemático en el cual ocurre. Estas investigaciones nos permiten dejar de ver a la generalización como un fenómeno cognitivo individual.

La transferencia es la aplicación del conocimiento de una situación a otra, Lobato (2003) desarrolla la perspectiva de la transferencia del actor-orientado. Dicha perspectiva ve a la transferencia como un proceso dinámico en el cual se crean relaciones de similitud.

Entonces ésta perspectiva nos provee de un mecanismo para explicar cómo características en el ambiente de instrucción pueden influir en las generalizaciones de los estudiantes.

Taxonomía de la generalización

Se extiende la perspectiva del actor-orientado para describir distintos tipos de generalización que los estudiantes crean mientras razonan algebraicamente. Bajo esta perspectiva se desarrolla la definición de generalización en dos caminos: primero, la generalización es vista como un proceso dinámico y no como un proceso estacionario; segundo, la evidencia para la generalización no está predeterminada, sin embargo, puede encontrarse mediante la identificación de similitudes y extensiones que los estudiantes perciben en general.

La taxonomía de la generalización hace distinción entre las acciones de generalización (actividades que el estudiante realiza mientras generaliza) y las llamadas reflexiones de generalización (los enunciados finales de generalización que el estudiante establece). Las acciones de generalización caen dentro de tres categorías:

Relacionando, es cuando los estudiantes asocian dos o más problemas, situaciones, ideas u objetos matemáticos. Lo relacionan citando una situación a priori, inventando una nueva o enfocándose en alguna situación con propiedades u objetos matemáticos similares.

Buscando, el estudiante se enfoca en una acción matemática repetida con el objetivo de encontrar una relación, un patrón o alguna razón o regla dentro de una estructura más general. El estudiante se enfoca en la búsqueda de patrones, reglas, procedimientos o soluciones.

Extendiendo, esto se refiere a la expansión de una regla o patrón dentro de una estructura más general. El estudiante extiende su razonamiento más allá del problema, situación o el caso en el que fue originado el razonamiento.

Las Generalizaciones reflexivas representan una habilidad tanto para la identificación de una generalización como para el uso de una ya existente. Las generalizaciones reflexivas se refieren al enunciado final de una generalización (verbal o escrita) o el uso de una generalización anterior. El enunciado de generalización que un estudiante construye toma la forma de un patrón general, propiedad, regla o común elemento.

Esquemas de prueba

En el proceso de identificación de los esquemas de prueba que los estudiantes realizan, Harel y Sowder categorizan los esquemas de los estudiantes de forma individual, esquemas de dudas, verdades y convicciones. Prueba, se define como el proceso mediante el cual, el estudiante remueve o crea dudas acerca de la verdad que encierra alguna observación, Harel y Sowder distinguen entre <u>determinación</u>, en la cual el estudiante remueve sus propias dudas, y <u>persuasión</u>, en la cual el estudiante remueve las dudas de otros.

Bajo la empírica familia de esquemas de prueba, conjeturas son validadas o invalidadas mediante casos específicos (inducción) o la experiencia sensorial (percepción). El esquema final de prueba, llamado ***transformacional***, cae dentro de la categoría deductiva pues incluye la validación de una conjetura mediante el significado de deducciones lógicas.

Mientras se analizan las generalizaciones de los estudiantes, se emplean tres criterios para evaluar los cambios en el razonamiento: a) moverse del *Tipo I* (relacionando) al *Tipo II* (buscando) y al *Tipo III* (extendiendo), b) generar nuevas ideas, y c) apoyo a las demostraciones vinculadas con el esquema de prueba transformacional.

El primer criterio refleja el razonamiento del estudiante mientras pasa de relacionar a buscar y a extender. <u>Relacionar</u>, representa conexiones que casi siempre son espontaneas o no necesariamente deliberadas o intencionales, <u>buscar,</u> es una acción deliberada que envuelve tanto la anticipación de la existencia de una relación de similitud así como el coordinado esfuerzo para localizarla. Distinto a relacionar y buscar, extender envuelve razonamientos acerca de objetos que no se encuentran presentes, los cuales promueven la creación de un nuevo conocimiento.

En el segundo criterio, desarrollado debido a ciclos repetidos de generalización, se produce una nueva comprensión así como la creación de nuevas ideas. A través de la generalización los estudiantes pueden desarrollar nuevas intuiciones dentro de una situación problema. Entonces, si la evolución de las generalizaciones de los estudiantes resulta en atención a diferentes aspectos de un problema, la creación de una idea previamente desarrollada o una conexión más inclusiva, o la promoción de una comprensión más compleja o matizada, su actividad de generalización se considera con un crecimiento de sofisticación.

El tercer y último criterio representa la creencia de que la generalización para aquellos estudiantes que proveen demostraciones de acuerdo al esquema de prueba transformacional, reflejará conocimientos más sofisticados que aquellas generalizaciones de estudiantes que no proveen demostraciones de acuerdo a dicho esquema. Las generalizaciones que los estudiantes pueden justificar de acuerdo al esquema de prueba transformacional resultan ser las únicas fuertes y bien conectadas con otros conocimientos.

Los cuatro mecanismos de cambio

Resultados de experimentos de enseñanza sugieren que generalización y demostración son rara vez ajenas. Los cuatro mecanismos surgen como un camino para describir la forma en la que los estudiantes demuestran y generalizan, mutuamente influenciada una actividad con la otra, para respaldar el desarrollo de razonamiento más sofisticado.

Mecanismo 1. Acción/reflexión

Los estudiantes muestran ciclos de acciones iterativas: se involucran en una acción en particular de generalización, las formalizan y realizan una reflexión, después pasan a una nueva acción de generalización y así sucesivamente. Aunque las primeras generalizaciones que realizan frecuentemente son limitadas e incluso incorrectas, subsecuentes ciclos construyen una generalización más sofisticada.

Mecanismo 2. Concentración

Los aspectos matemáticos del problema en los cuales el estudiante enfoca su atención, afectan sus generalizaciones y demostraciones. El término "concentración" hace referencia a la concentración individual o colectiva de los estudiantes en algún aspecto del problema, esto independientemente de si el profesor desea que el estudiante se enfoque en dicho aspecto o no.

Los datos sugieren que la concentración de los estudiantes afecta tanto sus demostraciones como generalizaciones. Entonces surgen dos relaciones entre concentración y generalización/demostración. Primero, los estudiantes se enfocan en patrones numéricos, muestran sus acciones de generalización **buscando** patrones y **extendiendo** continuamente, y reflejan su generalización en enunciados de principios relacionados con patrones. Segundo, concentración en relaciones cuantitativas vinculan acciones de generalización al buscar una misma relación y reflejan su generalización en enunciados de fenómenos continuos o repetitivos y enunciados relacionados con cantidades. Estos dos resultados sugieren que las propiedades matemáticas en las cuales el estudiante se enfoca promueven un crecimiento en la sofisticación del razonamiento.

Mecanismo 3. Generalizaciones que promueven razonamiento deductivo

El esquema de prueba transformacional es el único en el cual los estudiantes validan sus conjeturas mediante deducciones lógicas. Aquellos que operan con el esquema de prueba transformacional pueden: a) considerar aspectos generales de una observación, b) aplicar metas orientadas y operaciones mentales anticipadas y c) transformar imágenes mentales como parte de su proceso de deducción. Esto representa un paso hacia adelante sobre la creencia de que es apropiado justificar o demostrar mediante ejemplos o principios externos.

Tres clases de generalizaciones son relacionadas al uso del esquema de prueba transformacional: a) las acciones de generalización **buscando una misma relación**, b) las acciones de generalización **extendiendo** y c) las reflexiones de generalización de enunciados de **fenómenos continuos o repetitivos**.

Mecanismo 4. Influencia del razonamiento deductivo en la generalización

El mecanismo final aborda el papel del esquema de prueba transformacional en la promoción de generalizaciones más poderosas. Este hallazgo sugiere que los estudiantes pueden comenzar con generalizaciones que podrían ser limitadas o de poca ayuda, pero después de realizar demostraciones mediante el esquema de prueba transformacional, ellos podrán hacer generalizaciones más correctas y sofisticadas. Los resultados indican que el esquema de prueba transformacional promueve dos tipos de generalizaciones de reflexión: a) *enunciados de fenómenos continuos*, demostrando su relación bidireccional; b) *nuevos principios generales* como reglas de patrones generales y reglas mundiales.

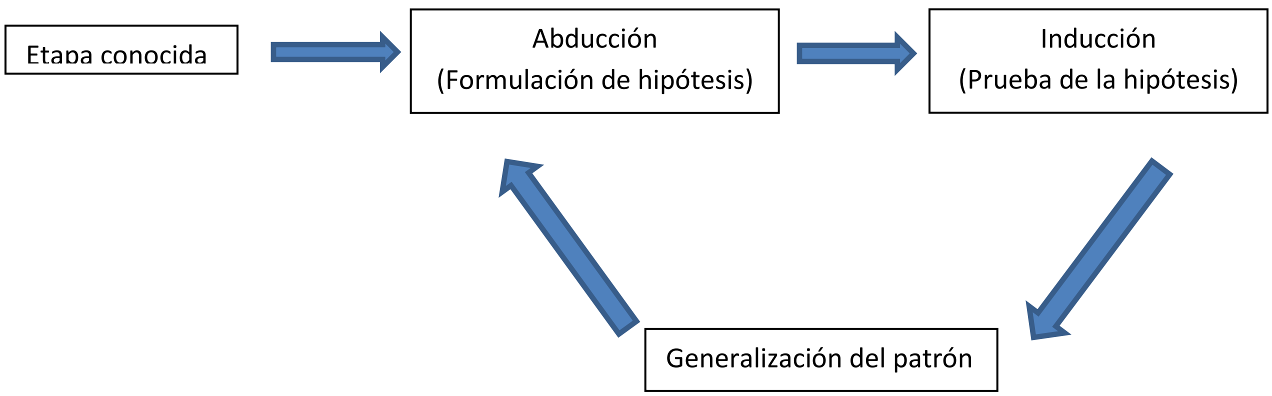
Plantillas visuales en actividades con generalización de patrones

Una generalización de patrones envuelve la coordinación de dos acciones independientes:

a) acción abductora-inductiva sobre objetos, la cual se refiere al uso de distintos caminos para contar y estructurar objetos discretos en un patrón de manera algebraicamente útil.

b) acción simbólica, la cual envuelve la translación de la acción abductora-inductiva en forma de una generalización algebraica.

La idea de la acción abductora-inductiva se muestra con el siguiente diagrama:



Tal como se muestra en el diagrama, la abducción se sitúa en el núcleo del proceso de generalización, en la cual el estudiante comienza a explorar la posibilidad de una regla que le permita explicar la etapa en la que se encuentra y además construir las siguientes. La fase de abducción es en la cual el estudiante ofrece una hipótesis para un patrón, con base en las etapas que ya se tienen, la cual entonces se pueda "probar" repetidamente para extender el patrón, lo anterior es la fase de inducción, la cual le permite al estudiante confirmar su hipótesis, o bien formular una nueva acción de abducción.

Naturaleza de las plantillas visuales

Las plantillas visuales se refieren a las implicaciones cognitivas que deja un esquema de generalización de patrones. El termino plantilla visual pertenece a Giaquinto (2007), quien desarrolló su definición a partir de Resnik (1997), el cual describe una plantilla como "una herramienta concreta que permite representar cómo los objetos están hechos, estructurados o diseñados".

Por otro lado, Neisser (1976), menciona los prototipos o formas canónicas como un modelo estándar, los cuales juegan un rol importante al incitar a los estudiantes ya sea a aprender las características de un nuevo objeto, o bien a comparar el nuevo objeto con alguno ya existente.

El aspecto visual de estas plantillas da un papel muy importante a "los ojos" como un órgano legítimo de descubrimiento e inferencia. Davis (1993), astutamente señala que "el descubrimiento no es siempre realizado por un camino deductivo", es decir, no solamente en un contexto de inferencia lógica y deducción verbal, sino simplemente a través de la capacidad de observar.

Las plantillas visuales son entonces una estrategia visual que permite a los estudiantes ver lo "no visto" en un mundo abstracto dominado por relaciones y estructuras conceptuales que no siempre son directamente evidentes.

Tipos de plantillas visuales: aditivas, multiplicativas, y esquemas pragmáticos

Al referirse a las diferencias fundamentales entre un esquema aditivo y un esquema multiplicativo que envuelve un número entero de objetos en términos del nivel de abstracción y complejidad de las relaciones de inclusión, Clark y Kamii (1996), comparten la idea y señalan que "la multiplicación es una operación que requiere mayor orden de pensamiento y los estudiantes la construyen a partir de su pensamiento aditivo".

Señalan que mientras que la adición es inherente a la construcción de un número, el cual es completado mediante la repetida suma de "unos", la multiplicación es una operación más compleja que se construye a partir de la adición en un nivel de abstracción mucho mayor.

La noción de unidad juega un papel fundamental en la construcción de los esquemas aditivo y multiplicativo.

En un esquema aditivo, el cual envuelve un simple nivel de abstracción, se emplea a la unidad como algo que puede ser o no ser independiente a las cantidades que envuelve la adición (o substracción). Por ejemplo, en una situación de comparación, "Luis es 30cm más alto que Alberto", la unidad "cm" es una unidad de longitud, bien se pudo haber utilizado alguna otra como Pies y no cambiaría el sentido de la comparación.

En un esquema multiplicativo, el cual envuelve múltiples niveles de abstracción, se emplea a la unidad como algo que se define a partir de una de las cantidades envueltas en la multiplicación (o división). Por ejemplo, en una situación de comparación, "María es dos veces más alta que su hermana Elena", la unidad es la estatura de Elena, la cual entonces es utilizada para compararse con la estatura de María.

Los estudiantes tienden a desarrollar generalizaciones constructivas estándar y no estándar. En lo constructivo se refiere al hecho de que una estructura de interpretarse en relación con algún patrón es vista como un conjunto de partes que no se superponen y que cuando se añaden juntas forman la forma percibida que se aplica a través de las etapas en el patrón. Los términos estándar y no estándar se refieren a los términos algebraicos en una expresión directa, es decir, estándar significa que los términos algebraicos ya están simplificados mientras que las no estándar contienen términos que aún pueden simplificarse. Generalizaciones constructivas reflejan el uso de cualquiera de los dos esquemas ya sea aditivo o multiplicativo.

No tan frecuentemente como las generalizaciones constructivas, los estudiantes también tienden a desarrollar generalizaciones no constructivas, es decir, los estudiantes ven a las partes del patrón como superpuestas y que pueden separarse convenientemente.

Existen pocos casos en los que el estudiante realiza una generalización mediante la transformación, es decir, se envuelven en acciones de movimiento, reorganización y transformación de las partes que constituyen una figura en algún nivel del patrón y así convertirla en una estructura familiar a ellos.

Los esquemas pragmáticos suceden cuando un estudiante combina los esquemas aditivo y multiplicativo.

Capítulo III. Metodología

Introducción

En este capítulo se presenta y describe a detalle cada una de las actividades que se aplicaron a los alumnos que participaron en este proyecto, además se menciona el objetivo que se perseguía con cada una de ellas. Se señala también la forma en la QUE se procedió a aplicar estas actividades a lo largo de las 7 sesiones del proyecto.

Otro factor importante dentro de éste trabajo es la descripción detallada de la población con la cual se trabajó, pues es de suma importancia siempre que se va a realizar un estudio o trabajo de investigación saber el rubro social con el que estamos trabajando, el rango de edad, los antecedentes acerca del tema, etc.

Desarrollo de actividades

La primera sesión de este proyecto se llevó a cabo el día miércoles 26 de octubre de 2011 y tuvo una duración de una hora con treinta minutos.

Esta primera sesión estuvo conformada por una actividad dividida en dos partes, la primera de ellas tuvo como objetivo que el alumno se familiarizara con el uso del software “EXPRESSER”, que aprendiera a crear bloques de construcción y a su vez algunos patrones sencillos que le permitieran inferir reglas asociadas a éstos y una vez conformados animarlos para que cambiaran automáticamente.

La actividad tuvo lugar en el salón de cómputo de la escuela, participaron 27 alumnos de los cuales 22 trabajaron por pareja en una sola computadora, dos equipos de varones y nueve equipos de mujeres, los 9 alumnos restantes, ocho varones y una mujer, trabajaron en forma individual, es decir, uno por computadora. Los alumnos fueron videograbados mientras realizaban la actividad. Se les cuestionaba acerca de algunas de sus respuestas y se les resolvían dudas acerca de la actividad en general siempre promoviendo su propio razonamiento para ellos satisfacer sus propias dudas.

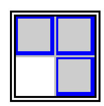
La sesión comenzó con una descripción, mediante ejemplos, del uso de las herramientas que el software EXPRESSER ofrece. Con ello se les señalo lo que era un bloque de construcción y como utilizarlo para construir un patrón en sus pantallas. A continuación se les entregó ésta primera parte de la actividad.

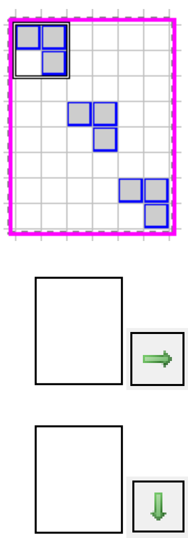
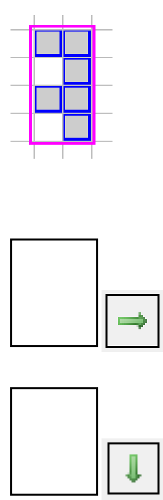
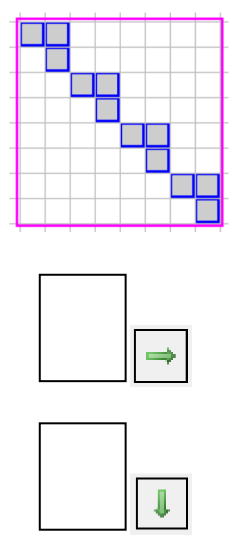
MI PRIMER PATRÓN CON EXPRESSER

Con esta actividad aprenderás a usar eXpresser para construir patrones con cuadros de colores y obtener reglas asociadas con ellos. Puedes también animarlos para que cambien automáticamente.

NOMBRE: ___________________________________ Fecha: ________ Grupo: __________

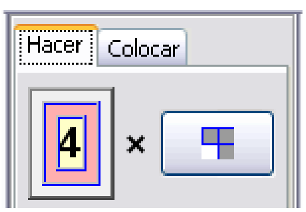
1. ¿Qué cantidad debes colocar en cada una de las entradas de números para construir cada uno de los patrones que se muestran a continuación? Escríbelos a continuación en el cuadro de la izquierda. EN CADA UNO DE LOS TRES CASOS UTILIZA EL MISMO BLOQUE DE CONSTRUCCIÓN.

BLOQUE DE CONSTRUCCIÓN: 

CASO A	CASO B	CASO C
		

2. Desbloquea los números que se indican en la siguiente tabla, y responde las preguntas:

	¿Qué cambia? ¿Qué no cambia?

	¿Qué cambia? ¿Qué no cambia?

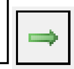
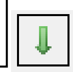
La segunda parte de ésta actividad tuvo como objetivo que el alumno construyera su propio patrón en la pantalla y a la vez lo dibujara en su prueba, lo anterior para comprobar la comprensión de los conceptos de <u>bloque de construcción</u> y <u>patrón.</u>

El objetivo primordial de ésta segunda parte consistió en que mediante la manipulación de su propio patrón el alumno pudiera inferir la relación entre el número de bloques de construcción y el número de cuadritos en el patrón, y de ser así el alumno fuera capaz de expresar dicha relación mediante una fórmula que incluyera <u>n bloques</u>.
La segunda parte de la actividad es la que se muestra a continuación.

NOMBRE: ___________________________________ Fecha: ________ Grupo: ________

3. Construye tu propio patrón y reprodúcelo enseguida.

   SOLO USA MOSAICOS DE COLOR AZUL

BLOQUE DE CONSTRUCCIÓN	**PATRÓN**	**DATOS**
		
		
		Número de repeticiones
		

4. ¿Cuántos **bloques de construcción** tiene el patrón? ___________________

5. ¿Cuántos cuadros hay en cada **bloque de construcción**? ____________

6. ¿Cuántos cuadros hay en el **patrón**? ____________

7. Llenen la siguiente tabla usando el mismo patrón construido en ***eXpresser***.

Asegúrense de que el patrón siempre esté coloreado.

Número de **bloques**	4	6	2	1	8	10
Número total de cuadritos en el patrón						

8. Utiliza la siguiente regla para completar las multiplicaciones de la tabla siguiente. El resultado de ellas debe ser el número total de cuadros en el patrón.

Total de cuadritos en el patrón = Número de mosaicos en cada bloque × Número de bloques

Número de **bloques**	4	6	2	1	8	10
Número total de cuadritos en el patrón	____ × 4	____ × 6	____ × 2	____ × 1	____ × 8	____ × 10
Resultado						

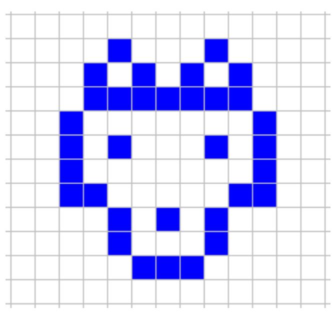
9. Demos al número de bloques el nombre ***n***, ¿Cómo puede expresarse el número total de cuadros en una fórmula que incluya a ***n***? ____________________________________.

10. Llena la siguiente tabla usando la fórmula anterior

n	19	15	23	51	17	83	47
Número total de cuadritos							

11. Realiza el siguiente diseño y reprodúcelo 7 veces usando un patrón. Cuántos cuadros hay en total en:

Cada bloque: _____________ En el patrón completo: ______________



12. Llena la siguiente tabla usando el patrón del ejercicio anterior, donde **R** es número de bloques en el patrón.

R	7	1	0	3	5	8	6
Número total de cuadrito							

La segunda sesión de este proyecto se llevó a cabo el día miércoles 9 de noviembre de 2011 y tuvo una duración de una hora.

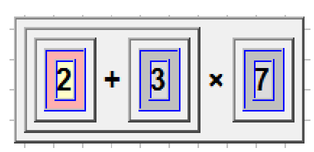
La actividad tuvo lugar en el salón de cómputo de la escuela, participaron 27 alumnos de los cuales 22 trabajaron por pareja en una sola computadora, dos equipos de varones y nueve equipos de mujeres, los 9 alumnos restantes, ocho varones y una mujer, trabajaron en forma individual, es decir, uno por computadora. Los alumnos fueron videograbados mientras realizaban la actividad. Se les cuestionaba acerca de algunas de sus respuestas y se les resolvían dudas acerca de la actividad en general siempre promoviendo su propio razonamiento para ellos satisfacer sus propias dudas.

La actividad programada para ésta sesión tuvo como objetivo que el alumno pudiera escribir y manipular una fórmula mediante el software EXPRESSER, para lograr este objetivo, en la actividad el alumno debe manipular comandos o herramientas del software muy específicas. Como un camino que nos ayude a saber si el alumno logro lo que se requería, finalmente, se presentan dos tablas y una situación que el alumno debe resolver mediante el uso de la fórmula que construyo previamente.
Ésta segunda actividad es la que se muestra a continuación.

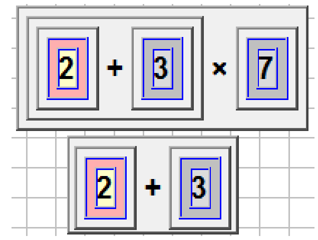
TRABAJANDO CON FÓRMULAS NUMÉRICAS

NOMBRE(S): ___________________________________ Fecha: ______ Grupo: ______

1. Escribe la siguiente secuencia de operaciones en eXpresser. Utiliza las opciones de SUMA (**ADD**) Y MULTIPLICACIÓN (**MULTIPLY**) del menú de los números. Asegúrate que quede como en la figura de la derecha.



2. Haz una copia de la operación realizada. Utiliza la opción COPIAR (**COPY)** del menú de números. Obtén el resultado de la operación (Usando la opción CALCULAR VALOR (**CALCULATE VALUE**) del menú de números).



3. Desbloquea y da el nombre de “**z**” al número 2 de la operación del ejercicio anterior.

4. Cambia el valor de “z”, para que sea 9 en lugar de 2. Observa qué pasa con la copia hecha en el ejercicio 2 y con el resultado de la operación. Expresa tu observación: ____
__

5. Obtén los valores que faltan en las siguientes tablas. UTILIZA la operación realizada en el ejercicio 1, cambiando el valor de “z” de manera conveniente.

Z	**9**	7		0	-1	-5			
Resultado	**84**		175				0	-7	70

Z	27	89	44	-222	-123	-57	188	432	236
Resultado									

6. Construye en eXpresser una operación que de cómo resultado 4327. Indícala enseguida:

____

____

La tercera sesión de este proyecto se llevó a cabo el día miércoles 16 de noviembre de 2011 y tuvo una duración de una hora.

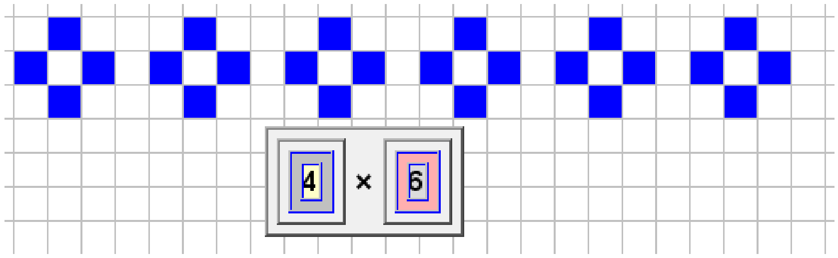
La actividad tuvo lugar en el salón de cómputo de la escuela, participaron 27 alumnos de los cuales 22 trabajaron por pareja en una sola computadora, dos equipos de varones y nueve equipos de mujeres, los 9 alumnos restantes, ocho varones y una mujer, trabajaron en forma individual, es decir, uno por computadora. Los alumnos fueron videograbados mientras realizaban la actividad. Se les cuestionaba acerca de algunas de sus respuestas y se les resolvían dudas acerca de la actividad en general siempre promoviendo su propio razonamiento para ellos satisfacer sus propias dudas.

La actividad programada para ésta sesión tuvo como objetivo trasladar y aplicar lo aprendido en la sesión anterior, acerca de las fórmulas numéricas en EXPRESSER, a un patrón o patrones. Ésta tercera actividad se muestra a continuación.

DE FÓRMULAS NUMÉRICAS A PATRONES

NOMBRES: ____ Fecha: 16 de Nov de 2011

1. Observa el siguiente patrón y la fórmula numérica que se obtuvo con él.

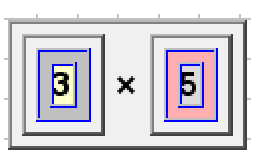


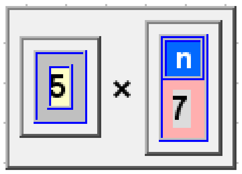
Señala la opción correcta:

a) El número 4 es el número de: ( ) Cuadros ( ) Bloques ( ) Patrones

b) El número 6 es el número de: ( ) Cuadros ( ) Bloques ( ) Patrones

2. Construye un patrón que tenga la fórmula que se indica en cada caso. Dibújalo en el espacio que corresponde.

	Fórmula	Patrón
a)		

b)		

La cuarta sesión de este proyecto se llevó a cabo el día miércoles 23 de noviembre de 2011 y tuvo una duración de una hora.

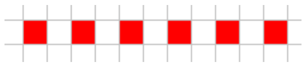
La actividad tuvo lugar en el salón de cómputo de la escuela, participaron 27 alumnos de los cuales 22 trabajaron por pareja en una sola computadora, dos equipos de varones y nueve equipos de mujeres, los 9 alumnos restantes, ocho varones y una mujer, trabajaron en forma individual, es decir, uno por computadora. Los alumnos fueron videograbados mientras realizaban la actividad. Se les cuestionaba acerca de algunas de sus respuestas y se les resolvían dudas acerca de la actividad en general siempre promoviendo su propio razonamiento para ellos satisfacer sus propias dudas.

La actividad programada para ésta sesión tuvo como objetivo construir un patrón utilizando como base la construcción de un patrón previo, cada patrón de distinto color, esto para que el alumno pudiera inferir la relación que existe entre el número de cuadritos de un patrón con el número de cuadritos del otro, y así, poder expresar en forma textual y/o simbólica la fórmula que le permitiera calcular el número de cuadritos de un patrón conociendo el número de cuadritos del otro. Ésta cuarta actividad se muestra a continuación.

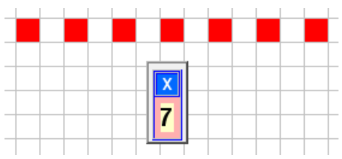
NOMBRES: ____ Fecha: _______

En esta actividad construiremos primero un patrón que servirá de base para la construcción de otro.

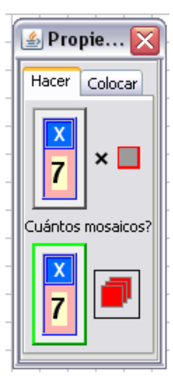
1. Utilizando eXpresser, construyan un patrón como el que se muestra en la figura siguiente, utilicen solo cuadros de **color rojo**.

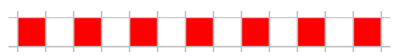


2. Denle el nombre "**X**" al número de cuadros rojos y desbloquéenlo.



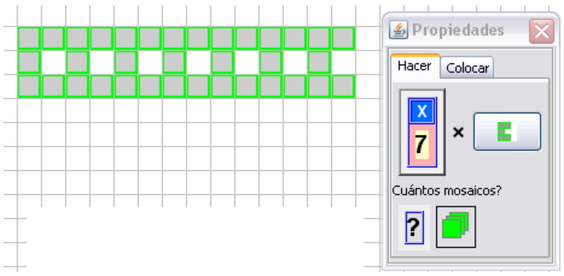
3. Arrastren el número **X** a la casilla de "Cuántos cuadros?" ("How many tiles?"). El patrón deberá quedar coloreado.



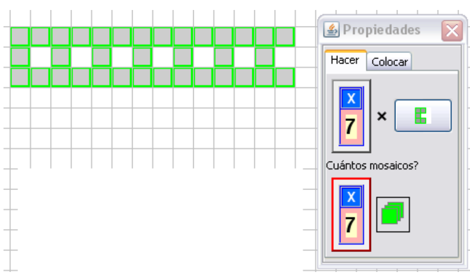


4. En la misma pantalla, construyan un segundo patrón con cuadros verdes, que represente un sendero por el que se pueda pasear alrededor. Usen los siguientes pasos de construcción.

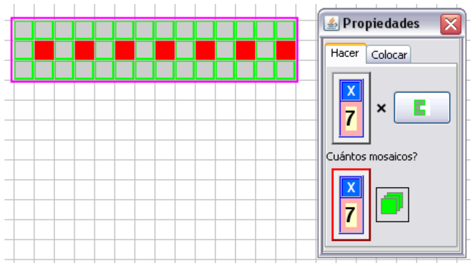
Paso 1. Construir el patrón utilizando como número de repeticiones a X.



Paso 2. Arrastrar el número X a la casilla de “Cuántos cuadros?” (“How many tiles?”).



Paso 3. Mover uno de los patrones para que quede sobre el otro y formar el diseño que se quiere.



5. Si hay 7 cuadros rojos, ¿cuántos cuadros verdes debe haber para rodear completamente a los rojos? ____________

6. Si se tienen 12 cuadros rojos, ¿cuántos cuadros verdes deberá haber?__________

7. ¿Cuál es el número por el que hay que multiplicar al valor de X para obtener el total de cuadros verdes? _________ Comprueben su resultado en la computadora.

8. Escriban la fórmula completa para calcular el número de cuadros verdes.

____

9. Llenen la siguiente tabla usando la fórmula del ejercicio anterior.

Número de cuadros rojos	1	7	11	15	20
Número de cuadros verdes					

10. Describan con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuadros rojos.

____

La quinta sesión de este proyecto se llevó a cabo el día miércoles 7 de diciembre de 2011 y tuvo una duración de una hora.

La actividad tuvo lugar en el salón de cómputo de la escuela, participaron 27 alumnos de los cuales 22 trabajaron por pareja en una sola computadora, dos equipos de varones y nueve equipos de mujeres, los 9 alumnos restantes, ocho varones y una mujer, trabajaron en forma individual, es decir, uno por computadora. Los alumnos fueron videograbados mientras realizaban la actividad. Se les cuestionaba acerca de algunas de sus respuestas y se les resolvían dudas acerca de la actividad en general siempre promoviendo su propio razonamiento para ellos satisfacer sus propias dudas.

La actividad programada para ésta sesión tuvo como objetivo que el alumno fuera capaz de construir un modelo semejante a una vía del tren utilizando dos colores distintos, lo cual implica construir un patrón utilizando como base otro patrón construido previamente. Cabe señalar que en la sesión anterior el alumno realizó algo similar pero se le fue indicando paso a paso como hacerlo, y en esta ocasión él debía ser capaz de hacerlo totalmente por su cuenta. Nuevamente se busca que el alumno sea capaz de inferir la relación que tiene el número de cuadritos de un patrón con el número de cuadritos del otro patrón, pero ahora lo anterior debía expresarlo mediante la construcción de una fórmula utilizando lo aprendido en la tercera sesión.

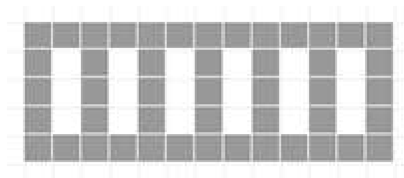
Antes de comenzar con ésta actividad se recordó a los alumnos cómo construir un modelo a partir de dos patrones distintos y cómo animarlo, lo cual era indispensable para poder llevar a cabo la actividad.

La actividad para ésta quinta sesión se muestra a continuación.

NOMBRES: ____ Fecha: _______ Grupo: ______

Construye **un modelo** que se asemeje a una vía del tren, como se muestra en la figura siguiente.

Usa **dos colores diferentes**, de tal manera que puedas mostrar cómo construiste el modelo.



11. Para los dos colores que utilizaste, desbloquea el número de repeticiones del bloque.

12. Para los dos colores, arrastra el número de repeticiones del bloque a la casilla que corresponde a “Cuántos mosaicos?”

13. **Realiza operaciones** con cada uno de los números de las casillas “Cuántos mosaicos?” para construir las fórmulas que te permitan mantener siempre coloreados todos los mosaicos.

14. Asegúrate también de que tu modelo **no se descomponga** cuando lo animas.

15. Completa la siguiente tabla, utilizando las fórmulas obtenidas.

Número de bloques	6	12	1	600	0
Número de mosaicos en total					

16. **Da un nombre** a los números que se desbloquearon; escribe la fórmula obtenida ______________________________.

17. Escribe con tus propias palabras la relación que hay entre el patrón y la fórmula obtenida.

La sexta sesión de éste proyecto se llevó a cabo el día miércoles 14 de diciembre de 2011 y tuvo una duración de una hora.

La actividad tuvo lugar en el salón de cómputo de la escuela, participaron 27 alumnos de los cuales 22 trabajaron por pareja en una sola computadora, dos equipos de varones y nueve equipos de mujeres, los 9 alumnos restantes, ocho varones y una mujer, trabajaron en forma individual, es decir, uno por computadora. Los alumnos fueron videograbados mientras realizaban la actividad. Se les cuestionaba acerca de algunas de sus respuestas y se les resolvían dudas acerca de la actividad en general siempre promoviendo su propio razonamiento para ellos satisfacer sus propias dudas.

En ésta sexta sesión se continuó con la actividad de la quinta sesión debido a que los alumnos presentaron algunas complicaciones en la sesión anterior. Se les recordó nuevamente el cómo construir un modelo a partir de dos patrones distintos.

La séptima y última sesión de éste proyecto se llevó a cabo el día miércoles 11 de enero de 2011 y tuvo una duración de una hora.

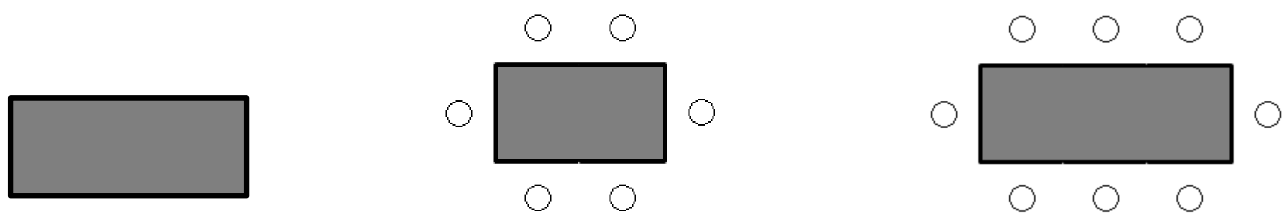
La actividad tuvo lugar en el salón de clases y los alumnos trabajaron sólo con lápiz y papel, en esta ocasión no utilizaron la computadora. Participaron 26 alumnos, los cuales trabajaron todos en forma individual. Los alumnos nuevamente fueron videograbados mientras realizaban la actividad. Se les cuestionaba acerca de algunas de sus respuestas y se les resolvían algunas dudas acerca de la actividad en general siempre promoviendo su propio razonamiento para ellos satisfacer sus propias dudas.

La actividad programada para ésta sesión tuvo como objetivo verificar si el alumno sería capaz de resolver una situación problema identificando un patrón, resolviendo algunos casos particulares del mismo y posteriormente expresar una fórmula en forma textual y simbólica que permitiera siempre encontrar el número total de elementos del patrón, todo lo anterior ahora sin la herramienta tan importante que representaba la computadora. La actividad para ésta séptima sesión es la siguiente.

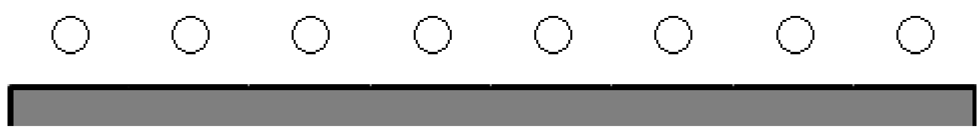
La mesa mágica

NOMBRE: ____ Fecha: ______

La figura de la izquierda representa una mesa que puede alargarse o contraerse tanto como se quiera, dando la posibilidad de sentar a diferente número de personas; esto se debe a que es una mesa mágica. Por ejemplo, en la figura de en medio se colocaron seis personas y en la de la derecha, 8 personas.



1. Si en uno de los lados largos de la mesa se colocan 8 personas, ¿cuántas personas en total se pueden colocar alrededor de la mesa mágica? Muestra tus cálculos u operaciones.

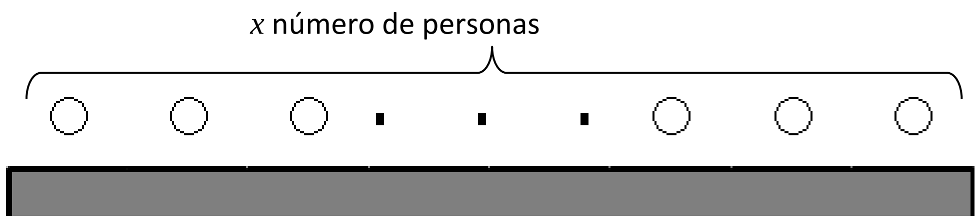


2. Haz un dibujo colocando a 22 personas alrededor de la mesa mágica.

3. ¿Se pueden colocar 50 personas alrededor de la misma mesa, conservando la distribución anterior? Explica tu respuesta.

4. ¿Se puede colocar cualquier número de personas alrededor de esa mesa? Explica tu respuesta

5. Si de un lado de la mesa colocamos un número *x* de personas, ¿cuántas personas en total caben alrededor? Explica tu respuesta y muestra el resultado con una fórmula matemática.



Al terminar la actividad anterior se les entregó a los alumnos una última actividad para realizarla de tarea en casa. Ésta última actividad tenía como objetivo resolver una situación problema planteada a partir de un modelo que incluía dos patrones construidos uno a partir del otro, lo cual el alumno debía ser capaz de identificar pues ya no podía apoyarse en el software. Nuevamente el alumno fue cuestionado persiguiendo el objetivo de que fuera capaz de inferir la relación del número de cuadritos de un patrón con el número de cuadritos del otro patrón, y así expresar primero en forma textual una fórmula y después poder expresar la misma fórmula en forma simbólica.

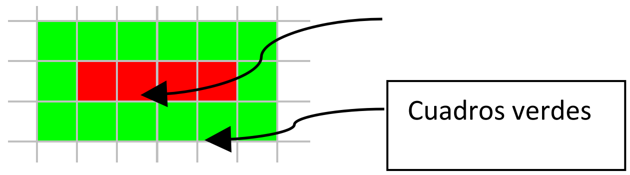
Es importante señalar que el objetivo fundamental de éstas dos últimas actividades era sin duda saber si los alumnos serían capaces de resolver problemas similares a los que se realizaron con el software, pero ahora prescindiendo de ésta herramienta tan fundamental en todas las actividades anteriores.

La última actividad que los alumnos trabajaron de forma individual y en casa fue la siguiente.

EL JARDÍN CON ROSAS

NOMBRE: ____ **Fecha:** _______

1. Supón que en la figura siguiente los cuadros rojos (los de en medio) representan rosas rojas que éstas están rodeadas por un jardín (representado con los cuadros verdes del derredor). Contesta las siguientes preguntas usando construcción.



a. Si en el centro hubiese 5 cuadros rojos, ¿cuántos cuadros verdes deberá haber para rodear completamente a las rosas?_________ . Y si hay 8 rosas rojas, ¿cuántos cuadros verdes debe haber? _____________.

b. Llena las siguientes tablas en la que el número de cuadros rojos está cambiando.

Número de cuadros rojos	1	2	3	4	5
Número de cuadros verdes que se necesitan para el jardín					

Número de cuadros rojos	12	27	48	121	5532
Número de cuadros verdes que se necesitan para el jardín					

c. Describe con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay.

____

____

____

2. Escribe la(s) operación(es) que realizaste para calcular el número de cuadros verdes de la tabla anterior.

3. Escribe una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de rojos que se tenga: ____

4. Dibuja al reverso de la hoja **tres diseños** como el de la figura de arriba pero cada uno con un número de cuadros rojos distinto (indica cuántos son). Indica también el

número de cuadros verdes que se requirieron para rodear cada una de las figuras que dibujaste.

5. Comprueba que tu fórmula del ejercicio 3, de los mismos resultados (del número de cuadros verdes) que los que obtuviste en cada uno de tus diseños del ejercicio 4.

Descripción de la población

Para el desarrollo de éste proyecto se eligió un grupo de 27 alumnos, que cursaban el primer grado del nivel secundaria de la escuela “Colegio Uruapan Secundaria” ubicada en la calle Dr. Miguel Silva No. 5 de la colonia centro, en la ciudad de Uruapan municipio del estado de Michoacán.

El grupo de los 27alumnos estaba conformado por 19 mujeres y 8 hombres, la mayoría de entre 11 y 12 años de edad. Cuatro de los ocho hombres trabajaron de forma individual y los cuatro restantes formaron dos equipos de dos integrantes. Las mujeres por su parte trabajaron en nueve equipos de dos integrantes y una de ellas trabajo de forma individual.

Éstos 27 alumnos cursaban apenas el tercer mes del curso de primer grado, por lo cual no contaban con un conocimiento previo de las actividades con patrones y tampoco alguna actividad relacionada con la introducción al algebra.

Es importante señalar que la escuela antes mencionada pertenece al sector privado, por lo cual la población con la que se trabajó pertenece a la clase media-alta de la ciudad de Uruapan. Lo anterior influye directamente en los resultados del proyecto pues al pertenecer a éste rubro de la sociedad, el 100% de los alumnos están totalmente relacionados con el uso de la computadora, lo que les facilita en cierta forma aprender a utilizar el software. También se puede asegurar que el 100% de los alumnos tienen un conocimiento básico del idioma inglés y que incluso más del 50% del total de la población lo dominan en 70%, lo cual también repercute directamente en el dominio del software, pues en la mayoría de las computadoras el idioma de éste fue el inglés.

De los 27 alumnos que participaron en el proyecto, 22 habían cursado juntos la educación primaria por lo que podemos inferir una homogeneidad de conocimientos previos por parte de la población.

Como se describió en párrafos anteriores es notoria la mayoría de mujeres dentro de nuestra población y de cómo ellas prefirieron trabajar en equipos. Sin embargo, los pocos hombres incluidos en ésta población, la mayoría trabajando de forma individual, mostraron mejores resultados a lo lardo de las actividades, lo cual habrá de mostrarse en el capítulo siguiente.

Capítulo IV. Resultados

Introducción

Siempre que se realiza un proyecto de investigación, la parte fundamental y esencial es sin duda el análisis de resultados, en el cual debe mostrarse con gran claridad qué es lo que los alumnos sentían, pensaban, razonaban, escribían, intuían, relacionaban, etc. Es decir mostrar todos los pensamientos y acciones que realizó el alumno mientras se desempeñaba a lo largo del proyecto.

El objetivo de lo anterior es responder a las preguntas de investigación que se plantearon al inicio del proyecto, y a lo largo de cada una de nuestras respuestas dejar claro nuestras propias conclusiones acerca del porqué de los resultados obtenidos.

En éste último capítulo se muestran a detalle los resultados que arrojó cada una de las siete sesiones que conformaron el proyecto. Se inicia con un cuadro que nos permite observar el desempeño de cada uno de los equipos por cada prueba realizada.

Más adelante se retoma el trabajo de cuatro equipos que muestran los resultados más interesantes y se analizan a detalle, con la finalidad de mostrar si se cumplieron o no los objetivos del proyecto así como dar respuesta a las preguntas de investigación planteadas al inicio.

EQUIPO	**Mi primer patrón con Expresser**
HAIDÉ Y SILVANA	Contestaron correctamente los casos A, B y C, pero batallaron para crear los bloques de construcción de acuerdo a lo que se indicaba. Para responder a la pregunta ¿Cuántos mosaicos? Borraron varias veces hasta obtener el resultado correcto y a pesar de la instrucción no expresaron el resultado como una multiplicación. Cuando desbloquearon el recuadro que indica las repeticiones del bloque de construcción ellas responde a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: “cambia a color rosa el recuadro y que se puede cambiar el número”. Y a la pregunta ¿Qué no cambia? responden, “no cambian los números que pusimos en los cuadros para la derecha y abajo”. Cuando desbloquearon el recuadro que indica el recorrido a la derecha respondieron a la pregunta ¿Qué no cambia? diciendo: “cambia a color rosa y el número de cuadros para separarlos”. Y a la pregunta ¿Qué no cambia? responden, “el número de veces que se reproduce el patrón ni los mosaicos para abajo”
ANGEL	Contesto correctamente los casos A y C, pero en el caso B colocó un número 3 en el recorrido hacia abajo cuando lo correcto era 2. No tuvo ninguna duda para contestar a la pregunta ¿Cuántos mosaicos? Pero a pesar de la instrucción no expresó el resultado como una multiplicación. Cuando desbloqueó el recuadro que indica las repeticiones del bloque de construcción respondió a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: “aumentan los mosaicos al valor cuádruple por la operación introducida”. Y a la pregunta ¿Qué no cambia? respondió, “las columnas”. Cuando desbloquea el recuadro que indica el recorrido a la derecha respondió a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: “los mosaicos disminuyen de su valor por la

	disminución en los valores de la operación". Y a la pregunta ¿Qué no cambia? respondió, "las columnas".
MARIA ELENA Y MARIANA	Contestaron correctamente los casos A, B y C. No tuvieron ninguna duda para contestar a la pregunta ¿Cuántos mosaicos? Pero a pesar de la instrucción no expresaron el resultado como una multiplicación. Cabe señalar que la mayor parte del trabajo sólo la realizó María Elena. Cuando desbloquearon el recuadro que indica las repeticiones del bloque de construcción respondieron a la pregunta ¿Qué no cambia? diciendo: "aumentan los bloques". Y a la pregunta ¿Qué no cambia? responden, " la forma en que está sino que solo aumentan los bloques". Cuando desbloquearon el recuadro que indica el recorrido a la derecha responden a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: "que se separan y quitan solo un bloque". Y a la pregunta ¿Qué no cambia? respondieron, "la forma de los bloques ni los cuadritos que están dentro de él, porque todo lo demás cambia".
GUSTAVO	Contestó correctamente los casos A, B y C, realizando los patrones de cada uno sobre la misma ventana y sin borrar. No tuvo ninguna dudad para contestar a la pregunta ¿cuántos mosaicos? Pero a pesar de la instrucción no expresó el resultado como una multiplicación. Cuando desbloqueó el recuadro que indica las repeticiones del bloque de construcción respondió a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: "cambia que la reproducción de los mosaicos se hacen más". Y a la pregunta ¿Qué no cambia? responde: "todo lo alto y lo ancho queda igual". Cuando desbloquea el recuadro que indica el recorrido a la derecha respondió a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: "se hace más ancho el trabajo". Y a la

	pregunta ¿Qué no cambia? responde, “se queda igual de reproducciones y altura”.

EQUIPO	Mi primer patrón con Expresser
AIMARA Y MONSERRAT	Contestaron correctamente los casos A, B y C aunque al principio mostraron un poco de dificultad para la construcción de los mismos. No tuvieron ninguna duda para contestar a la pregunta ¿cuántos mosaicos? Y fue el único equipo que hizo caso a la instrucción de expresar el resultado como una multiplicación. Cuando desbloquearon el recuadro que indica las repeticiones del bloque de construcción contestaron a la pregunta ¿qué cambia? diciendo: “el color y el número cuando lo quieras cambiar y que puedes poner el número en el recuadrito cuando lo desbloquees” y que no cambia el número de cuadritos. Cuando desbloquearon el recuadro que indica el recorrido a la derecha contestaron a la pregunta ¿qué cambia? diciendo: el número que es diagonal, que es más junto y más pequeño y la posición” y que no cambia el número de cuadritos.
PEDRO	Contestó correctamente los casos A, B y C, cuando realizaba el inciso A creyó que ya lo tenía pero lo engaño la vista. A la pregunta ¿cuántos mosaicos? respondió correctamente pero sin expresar el resultado como una multiplicación. Al principio había colocado la respuesta a la pregunta ¿Cuántos mosaicos? en el recuadro que indica el número de repeticiones del bloque de construcción. Cuando desbloquea el recuadro que indica las repeticiones del bloque de construcción responde a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: “el resultado lo cambia”. Y a la pregunta ¿Qué no cambia? responde diciendo: “los cuadritos o las figuras que se colocaron”

	Cuando desbloquearon el recuadro que indica el recorrido a la derecha responde a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: "Lo largo, la figura se separa más". Y a la pregunta ¿Qué no cambia? responde diciendo: " los cuadritos o las figuras que se colocaron"
ALFREDO Y ANTONIO	Contestaron correctamente los casos A, B y C, aunque al principio, en el recuadro que indica el número de repeticiones del bloque de construcción del Caso B, colocaron el número total de cuadritos y luego corrigieron. Por otro lado, en el recuadro que indica el número de repeticiones del bloque de construcción del Caso C, habían escrito el resultado correctamente pero como una multiplicación y luego corrigieron. A la pregunta ¿Cuántos mosaicos? respondieron correctamente pero no expresaron como una multiplicación. Cuando desbloquearon el recuadro que indica las repeticiones del bloque de construcción solamente indican que "el color del contorno cambia a rosa" y que no cambia "el número" Cuando desbloquearon el recuadro que indica el recorrido a la derecha solamente indican que "el contorno cambia a rosa porque estaba azul" y que no cambia "el número".
SALMA Y CHELSEA	Contestaron correctamente los casos A, B y C, aunque al principio, en el recuadro que indica el número de repeticiones del bloque de construcción del Caso B, colocaron el número total de cuadritos y luego corrigieron. En ningún caso expresaron la respuesta a la pregunta ¿Cuántos mosaicos? como una multiplicación. Cuando desbloquearon el recuadro que indica las repeticiones del bloque de construcción solamente indican que cambia "el patrón" y que no cambia "el

	color, la forma de los cuadros”. Cuando desbloquearon el recuadro que indica el recorrido a la derecha solamente indican que cambia “el patrón” y que no cambia “el color, la forma del patrón”.

EQUIPO	Mi primer patrón con Expresser
SOFÍA Y LAURA	Contestaron correctamente los casos A, B y C. No tuvieron dudas para responder a la pregunta ¿Cuántos mosaicos? pero no expresaron el resultado como una multiplicación. Cuando desbloquearon el recuadro que indica las repeticiones del bloque de construcción responden a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: “el color del recuadro, estaba en gris y cambio a rosa”. Y a la pregunta ¿Qué no cambia? responden, “el número de cuadros, la figura”. Cuando desbloquearon el recuadro que indica el recorrido a la derecha responden a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: “el cuadro que tiene el número y el contorno del bloque” y que no cambia “el número y la figura”.
LEONARDO Y GUILLERMO	Contestaron correctamente los casos A, B y C realizando las tres construcciones en la misma ventana. No tuvieron dudas para responder a la pregunta ¿Cuántos mosaicos?, pero no expresaron el resultado como una multiplicación. Cuando desbloquearon el recuadro que indica las repeticiones del bloque de construcción responden a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: “el color del contorno y que ya podemos escribir directamente ahí”. Y a la pregunta ¿Qué no cambia? responden, “el número, y queda igual”. Cuando desbloquearon el recuadro que indica el recorrido a la derecha responden a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: “el color y que ya podemos

	escribir directamente ahí". Y a la pregunta ¿Qué no cambia? responden, "que sigue siendo el mismo número".
DULCE Y ALEJANDRA	Contestaron correctamente los casos A, B y C. No tuvieron dudas para responder a la pregunta ¿Cuántos mosaicos? pero no expresaron el resultado como una multiplicación. Cuando desbloquearon el recuadro que indica las repeticiones del bloque de construcción responden a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: "se pusieron más bloques en la tabla de la izquierda y en esa misma tabla se puso un 9 en". Y a la pregunta ¿Qué no cambia? responden, "se quedan igual los cuadros en la tabla de la derecha". Cuando desbloquearon el recuadro que indica el recorrido a la derecha responde a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: "se fueron hacia el lado derecho y no tanto hacia abajo y se separaron en la tabla de (General Model)". Y a la pregunta ¿Qué no cambia? responden, "los cuadros de la derecha".
LUIS ERIK	Al inicio de la prueba pregunto si podía dibujar cuadrito por cuadrito lo que se pedía en cada caso de la prueba, se le indico que debía realizarlo de acuerdo a las instrucciones, creando un bloque de construcción y un patrón. Contesto correctamente los casos A y C. En el caso B cometió dos errores, el primero al indicar que el recorrido hacia abajo debe ser de un espacio, y el segundo error al indicar que el número de repeticiones del bloque de construcción es una sola vez. A pesar de las complicaciones respondió correctamente a la pregunta ¿Cuántos mosaicos? pero no expresó el resultado como una multiplicación. Cuando desbloqueó el recuadro que indica las repeticiones del bloque de construcción respondió a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: "cuando le cambie el número se pusieron más". Y a la pregunta ¿Qué no cambia?

	respondió, “la figura y el color”. Cuando desbloqueó el recuadro que indica el recorrido a la derecha respondió a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: “que cambie el 2 por el 8 y se alargó”. Y a la pregunta ¿Qué no cambia? respondió, “el color y la altura”.

EQUIPO	Mi primer patrón con Expresser
ANA LUISA	Contestó correctamente los casos A, B y C pero en un principio tuvo dificultades para construir los patrones requeridos. La respuesta a la pregunta ¿Cuántos mosaicos? fue correcta pero no expresó el resultado como una multiplicación. Cuando desbloqueo el recuadro que indica las repeticiones del bloque de construcción respondió a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: “el color del cuadrito de encima del número”. Y a la pregunta ¿Qué no cambia? respondió, “el número del cuadrito de adentro”. Cuando desbloqueo el recuadro que indica el recorrido a la derecha respondió a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: “el color del cuadrito de encima del número”. Y a la pregunta ¿Qué no cambia? respondió, “el número del cuadrito del centro”.
SHAMARA Y ARLETTE	Solamente contestaron correctamente el caso A. En el caso B erraron en el número de espacios hacia abajo y en el número de repeticiones del bloque de construcción, pero el número total de cuadritos es correcto. En el caso C erraron en el número de espacios hacia abajo y en el número total de cuadritos. Cuando desbloquearon el recuadro que indica las repeticiones del bloque de construcción respondieron solamente a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: “el

	color del cuadrito”. Las preguntas siguientes las dejaron en blanco.
GABRIELA Y BRENDA	Contestaron correctamente los casos A y C. En el caso B erraron en el número de espacios hacia abajo y en el número de repeticiones del bloque de construcción, pero el número total de cuadritos es correcto. Cuando desbloquearon el recuadro que indica las repeticiones del bloque de construcción respondieron a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: “cuando pusimos el ocho, se pusieron el doble de las que tenía. Su color cambió a gris”. Y a la pregunta ¿Qué no cambia? respondieron, “lo que no cambió fue su acomodación”. Cuando desbloquearon el recuadro que indica el recorrido a la derecha respondieron a la pregunta ¿Qué cambia? diciendo: “en el momento que cambie el 2 por el 4 cambió su separación”. Y a la pregunta ¿Qué no cambia? respondieron, “su color no cambió”.
ESTEFANIA Y XIODANE	Contestaron correctamente los casos A y B. En el caso C erraron en todas las respuestas. Éste equipo presento varias dificultades pues a pesar de las indicaciones, utilizaron tres colores distintos de cuadritos. No dieron respuesta a las demás preguntas.

EQUIPO	**Mi primer patrón con Expresser. Parte II**
HAIDÉ Y SILVANA	Diseñaron un bloque de construcción de diez cuadritos azules intentando formar un corazón, para construir el patrón dejaron ocho espacios a la derecha, dos espacios hacia abajo e hicieron dos repeticiones. Llenaron correctamente el cuadro para construir el patrón y contestaron correctamente las preguntas 2, 3 y 4, es decir comprendieron la diferencia entre bloque de construcción y patrón. Llenaron de forma correcta las tablas 5 y 6. Cuando se les pidió expresar el número total de cuadros en una fórmula que incluyera ***n*** bloques de construcción, solamente escribieron “n(10)” indicando con los paréntesis una multiplicación. Llenaron correctamente la tabla 8. Realizaron correctamente el diseño y el patrón de la pregunta 9. Llenaron también de forma correcta la tabla 11 realizando las multiplicaciones correspondientes sobre la misma hoja.
ANGEL	Diseñó un bloque de construcción de cinco cuadritos azules, para construir el patrón dejó dos espacios a la derecha, 3 espacios hacia abajo e indicó cuatro repeticiones. Llenó correctamente el cuadro para construir el patrón y contestó correctamente las preguntas 2, 3 y 4, es decir comprendió la diferencia entre bloque de construcción y patrón. Llenó de forma incorrecta las tablas 5 y 6, pues al parecer se confundió y supuso que cada bloque de construcción contaba con cuatro cuadritos cuando en realidad eran cinco. Cuando se le pidió expresar el número total de cuadros en una fórmula que incluyera ***n*** bloques de construcción, escribió “ n x 4 = ” lo cual sería correcto si el número de cuadritos por bloque de construcción fuera 4. Llenó correctamente la tabla 8 realizando las multiplicaciones en la calculadora de la computadora que estaba utilizando. Realizó correctamente el diseño y el patrón de la pregunta 9. Lleno también de forma correcta la tabla 11 realizando las multiplicaciones también con calculadora.

MARIA ELENA Y MARIANA	Diseñaron un bloque de construcción de cuatro cuadritos azules acomodados de forma escalonada, para construir el patrón dejaron dos espacios a la derecha, cinco espacios hacia abajo e hicieron tres repeticiones. Llenaron correctamente el cuadro para construir el patrón y contestaron correctamente las preguntas 2, 3 y 4, es decir comprendieron la diferencia entre bloque de construcción y patrón. En la tabla 5 erraron en un resultado al colocar debajo del 8 el número 34, cuando debía ser 32. Cometieron el mismo error en la tabla 6, lo cual puede decirnos que no dominan en su totalidad las tablas de multiplicar. Cuando se les pidió expresar el número total de cuadros en una fórmula que incluyera ***n*** bloques de construcción, escribieron “multiplicando lo que equivale “n” por el número de cuadritos”. Llenaron correctamente la tabla 8. Realizaron correctamente el diseño y patrón de la pregunta 9. En la tabla 10 erraron en un resultado al colocar debajo del 5 el número 126, cuando debía ser 165.
GUSTAVO	Diseñó un bloque de construcción de cuatro cuadritos azules, para construir el patrón dejó tres espacios a la derecha, tres espacios hacia abajo e indico cuatro repeticiones. Llenó correctamente el cuadro para construir el patrón y contestó correctamente las preguntas 2, 3 y 4, es decir comprendió la diferencia entre bloque de construcción y patrón. Llenó de forma correcta las tablas 5 y 6. Cuando se le pidió expresar el número total de cuadros en una fórmula que incluyera ***n*** bloques de construcción, escribió “multiplicando 11x4” lo que nos dice que confundió la ***n*** con un 11. Llenó correctamente la tabla 8. Realizó correctamente el diseño y patrón de la pregunta 9. Lleno también correctamente la tabla 10.

EQUIPO	Mi primer patrón con Expresser. Parte II
AIMARA Y MONSERRAT	Diseñaron un bloque de construcción de tres cuadritos azules de forma escalonada, para construir el patrón dejaron cinco espacios a la derecha, dos espacios hacia abajo e indicaron cuatro repeticiones. Al parecer querían formar una escalera larga al construir el patrón pero no dejaron los espacios que debían, y no hicieron ninguna corrección para lograrlo. Llenaron correctamente el cuadro para la construcción del patrón y contestaron correctamente las preguntas 2, 3 y 4, es decir comprendieron la diferencia entre bloque de construcción y patrón. Llenaron correctamente las tablas 5 y 6. Aunque en la tabla 5 tuvieron que corregir todas las casillas pues erróneamente habían tomado al número cuatro para realizar las multiplicaciones. Cuando se les pidió expresar el número total de cuadros en una fórmula que incluyera ***n*** bloques de construcción, escribieron “multiplicando 3x***n***” Llenaron correctamente la tabla 8. Realizaron las operaciones al reverso. Realizaron correctamente el diseño y patrón de la pregunta 9. Llenaron también correctamente la tabla 10.
PEDRO	Diseñó un bloque de construcción de seis cuadritos azules, para construir el patrón dejó tres espacios a la derecha, tres espacios hacia abajo e indicó cinco repeticiones. Llenó correctamente el cuadro para la construcción del patrón y contestó correctamente las preguntas 2, 3 y 4, es decir comprendió la diferencia entre bloque de construcción y patrón. Llenó correctamente las tablas 5 y 6. Cuando se le pidió expresar el número total de cuadros en una fórmula que incluyera ***n*** bloques de construcción, escribió “***n***x6 = 30”. Llenó correctamente la tabla 8. Realizó correctamente el diseño y patrón dela pregunta 9, aunque tuvo problemas para lograrlo. Lleno correctamente la tabla 10.
ALFREDO Y	Diseñaron un bloque de construcción de seis cuadritos azules, para construir el

ANTONIO	patrón dejaron dos espacios a la derecha, tres espacios hacia abajo e indicaron cinco repeticiones. Llenaron correctamente el cuadro para la construcción del patrón y contestaron correctamente las preguntas 2, 3 y 4, es decir comprendieron la diferencia entre bloque de construcción y patrón. Llenaron correctamente las tablas 5 y 6. Cuando se les pidió expresar el número total de cuadros en una fórmula que incluyera ***n*** bloques de construcción, escribieron “multiplicando nx6”. Llenaron correctamente la tabla 8. Realizaron correctamente el diseño y patrón de la pregunta 9. Llenaron también correctamente la tabla 10.
SALMA Y CHELSEA	Es bastante claro que no comprendieron la diferencia entre bloque de construcción y patrón, pues en el cuadro para la construcción del patrón, en la columna que se refiere al bloque de construcción dibujaron cuatro diferentes bloques, en la columna que se refiere al patrón dibujaron repeticiones distintas para cada bloque, y en la columna de los datos colocaron el número de repeticiones del bloque para el segundo y tercer diseño, pero para el primer diseño colocaron el número de cuadritos del bloque y para el cuarto diseño colocaron el número total de cuadritos. Es necesario observar la hoja para entender bien lo antes descrito. A las preguntas 2 y 3 contestaron colocando el número tres. A la pregunta número 4 que dice ¿Cuántos cuadros hay en el patrón?, respondieron: “todos los necesarios”. Lo cual nos deja en claro la poca comprensión de lo que estaban haciendo. Llenaron las tablas 5 y 6 multiplicando por diferentes números. No contestaron lo que resta de la actividad.

EQUIPO	Mi primer patrón con Expresser. Parte II
SOFÍA Y LAURA	Diseñaron un bloque de construcción de cuatro cuadritos azules, para construir el patrón dejaron cuatro espacios a la derecha, tres espacios hacia abajo e

	indicaron tres repeticiones. Llenaron correctamente el cuadro para la construcción del patrón. Contestaron correctamente la pregunta 2, pero erraron en las preguntas 3 y 4, es decir no comprendieron por completo la diferencia entre bloque de construcción y patrón. Llenaron de forma incorrecta la tabla 5. Pues colocaron el cuadrado del número de bloques para llenar el espacio del número total de cuadritos del patrón. A pesar de errar en la tabla 5, llenaron correctamente la tabla 6. Cuando se les pidió expresar el número total de cuadros en una fórmula que incluyera ***n*** bloques de construcción, escribieron “***n***x4”. Llenaron correctamente la tabla 8. Realizaron correctamente el diseño y patrón de la pregunta 9. Llenaron también correctamente la tabla 10.
LEONARDO Y GUILLERMO	Diseñaron un bloque de construcción de doce cuadritos azules formando una especie de diamante, para construir el patrón dejaron seis espacios a la derecha, tres espacios hacia abajo e indicaron cuatro repeticiones. Llenaron correctamente el cuadro para la construcción del patrón. Contestaron correctamente las preguntas 2,3 y 4, es decir comprendieron la diferencia entre bloque de construcción y patrón. Llenaron de forma correcta las tabla 5. Al parecer no comprendieron las instrucciones para el llenado de la tabla 6 y lo hicieron de forma incorrecta. Cuando se les pidió expresar el número total de cuadros en una fórmula que incluyera ***n*** bloques de construcción, escribieron “a_n = No. de mosaicos a cada bloque x No. d bloques”. Llenaron de forma incorrecta la tabla 8, multiplicando por 2, 12, 6, y los restantes por 14. Realizaron correctamente el diseño y patrón de la pregunta 9. Llenaron también correctamente la tabla 10.
DULCE Y ALEJANDRA	Diseñaron un bloque de construcción de cuatro cuadritos azules, para construir el patrón dejaron tres espacios a la derecha, dos espacios hacia abajo e

	indicaron cuatro repeticiones. Llenaron correctamente el cuadro para la construcción del patrón. Contestaron correctamente las preguntas 3 y 4, pero erraron en la pregunta 2, es decir no comprendieron por completo la definición de bloque de construcción. Llenaron correctamente la tabla 5. Debido a dudas que se presentaron dejaron en blanco la tabla 6, la pregunta 7 y la tabla 8. Realizaron correctamente el diseño y patrón de la pregunta 9. Llenaron correctamente la tabla 10 excepto por el último recuadro.
LUIS ERIK	Diseñó un bloque de construcción de cinco cuadritos azules formando una flor, para construir el patrón dejó tres espacios a la derecha, dos espacios hacia abajo e indicó tres repeticiones. Llenó correctamente el cuadro para la construcción del patrón. Contestó correctamente las preguntas 2, 3 y 4, es decir comprendió la diferencia entre bloque de construcción y patrón. Llenó correctamente la tabla 5. No contestó el resto de la actividad.

EQUIPO	Mi primer patrón con Expresser. Parte II
ANA LUISA	Diseñó un bloque de construcción de 26 cuadritos azules formado una cara, para construir el patrón dejó tres espacios a la derecha, nueve espacios hacia abajo e indicó tres repeticiones. Llenó correctamente el cuadro para la construcción del patrón pero no lleno el recuadro de la pregunta ¿cuántos mosaicos? Contestó correctamente las preguntas 2, 3 y 4, es decir comprendió la diferencia entre bloque de construcción y patrón. Llenó correctamente las tablas 5 y 6. Cuando se le pidió expresar el número total de cuadros en una fórmula que incluyera ***n*** bloques de construcción, escribió "***n***". Dejó en blanco la tabla 8. Realizó correctamente el diseño y patrón de la pregunta 9. Pero erró en las preguntas acerca del número de cuadros en el bloque y en el patrón. Dejó en blanco la tabla 10.
SHAMARA Y ARLETTE	Diseñaron un bloque de construcción de seis cuadritos azules, para construir el patrón dejaron dos espacios a la derecha, cuatro espacios hacia abajo e indicaron cinco repeticiones. Llenaron correctamente el cuadro para la construcción del patrón. Contestaron correctamente las preguntas 2, 3 y 4, es decir comprendieron la diferencia entre bloque de construcción y patrón. Llenaron correctamente las tablas 5 y 6. Dejaron en blanco la pregunta 7. Llenaron correctamente la tabla 8 excepto por un recuadro. Dejaron en banco las preguntas 9 y 10.
GABRIELA Y BRENDA	Diseñaron un bloque de construcción de tres cuadritos azules en forma escalonada, para construir el patrón dejaron tres espacios a la derecha, dos espacios hacia abajo e indicaron dos repeticiones. Llenaron correctamente el cuadro para la construcción del patrón. Contestaron correctamente las preguntas 2, 3 y 4, es decir comprendieron la diferencia entre bloque de

	construcción y patrón. Llenaron correctamente las tablas 5 y 6. Dejaron en blanco la pregunta 7. Llenaron correctamente la tabla 8. Dejaron en blanco las preguntas 9 y la tabla 10.
ESTEFANIA Y XIODANE	Solamente llenaron el cuadro para la construcción del patrón, pero el bloque de construcción lo dibujaron con seis cuadritos azules y el patrón con cinco cuadritos cada bloque. Para construir el patrón dejaron cuatro espacios a la derecha, cinco espacios hacia abajo e indicaron seis repeticiones. No mostraron interés por contestar el resto de la actividad.

EQUIPO	**Trabajando con fórmulas numéricas**
HAIDÉ Y SILVANA	Desarrollaron correctamente los pasos 1, 2 y 3. En el paso 4 expresaron su observación diciendo: “El número dos cambia en la original y en la copia y el resultado aumentó según a la operación porque se cambió el valor de Z”. Llenaron correctamente las tablas del paso 5. En el paso 6 indicaron la operación **4324 + 3 x 1 = 4327**
ANGEL	Desarrolló correctamente los pasos 1, 2 y 3. En el paso 4 expresó su observación diciendo: “El resultado cambió y se cambió la operación”. Llenó correctamente las tablas del paso 5, excepto por un recuadro, en el cual se le solicitaba un valor para **Z** que arrojara como resultado -**7,** pero el encontró y escribió un valor que arroja como resultado **7**. En el paso 6 indicó la operación **62 x 68 + 111**
MARIA ELENA Y MARIANA	Desarrollaron correctamente los pasos 1, 2 y 3. En el paso 4 expresaron su observación diciendo: “Cambia el resultado”. Llenaron correctamente las tablas del paso 5, excepto por un recuadro, en el cual se da el valor de **-1** para **Z,** ellas colocaron como resultado **-14** cuando lo correcto era **14.** En el paso 6 no escribieron ninguna operación.
GUSTAVO	Desarrolló correctamente los pasos 1, 2 y 3. En el paso 4 expresó su observación diciendo: “Cambia la suma y también el resultado de la multiplicación”. Llenó correctamente las tablas del paso 5. En el paso 6 indicó la operación **4327 + 0 x 1**
AIMARA Y MONSERRAT	No contestaron la actividad.

PEDRO	Desarrolló correctamente los pasos 1, 2 y 3. En el paso 4 expresó su observación diciendo: “El número cambia”. Al llenar las tablas del paso 5 presentó varios errores; cuando el valor de **z** es **7,** cuando el resultado es **175** y cuando el resultado es **-7.** En la segunda tabla todos los resultados son incorrectos. En el paso 6 indicó la operación **4327 x 1**
ALFREDO Y ANTONIO	Desarrollaron correctamente los pasos 1, 2 y 3. En el paso 4 expresaron su observación diciendo: “El número cambia en los dos cuadros”. Llenaron correctamente las tablas del paso 5. En el paso 6 no escribieron ninguna operación.
SALMA Y CHELSEA	No contestaron la actividad.
SOFÍA Y LAURA	Desarrollaron correctamente los pasos 1, 2 y 3. En el paso 4 expresaron su observación diciendo: “Cambia el resultado de la suma y la multiplicación”. Llenaron correctamente la primera tabla del paso 5. En la segunda tabla contestaron cuatro de los nueve recuadros de los cuales uno es incorrecto. En el paso 6 no escribieron ninguna operación.

EQUIPO	Trabajando con fórmulas numéricas
LEONARDO Y GUILLERMO	Desarrollaron correctamente los pasos 1, 2 y 3. En el paso 4 no expresaron ninguna observación. Llenaron correctamente las tablas del paso 5. En el paso 6 no escribieron ninguna operación.
DULCE Y ALEJANDRA	No contestaron la actividad.
LUIS ERIK	No contestó la actividad.
ANA LUISA	No contesto la actividad.
SHAMARA Y ARLETTE	No contestaron la actividad.
GABRIELA Y BRENDA	No contestaron la actividad.
ESTEFANIA Y XIODANE	No contestaron la actividad.

EQUIPO	**De fórmulas numéricas a patrones**
HAIDÉ Y SILVANA	En la pregunta 1 contestaron: a) cuadros y b) bloques; pero escribieron por un lado una observación: "4 puede ser el número de cuadros de separación". (Refiriéndose a la separación entre los bloques de construcción). Dibujaron correctamente los patrones que requerían las fórmulas del cuadro 2. Para realizarlo utilizaron EXPRESSER y tomaron el primer número de la fórmula para indicar la separación entre los bloques de construcción.
ANGEL	En la pregunta 1 contestó: a) cuadros y b) bloques. Dibujó correctamente los patrones que requerían las fórmulas del cuadro 2. Para realizarlo utilizó EXPRESSER.
MARIA ELENA Y MARIANA	En la pregunta 1 contestaron: a) cuadros y b) bloques. Dibujaron correctamente los patrones que requerían las fórmulas del cuadro 2. Para realizarlo utilizaron EXPRESSER.
GUSTAVO	En la pregunta 1 contestó: a) cuadros y b) bloques. Sin embargo al principio había contestado a) bloques y b) patrones. Así que le hice la pregunta ¿Qué es un patrón?, le tomo un momento y después corrigió sin decir nada. No dibujo los patrones que requerían las fórmulas del cuadro 2, lo que nos indica que no comprendió la diferencia entre cuadros, bloques y patrones.
AIMARA Y MONSERRAT	En la pregunta 1 contestaron: a) cuadros y b) bloques. Dibujaron correctamente los patrones que requerían las fórmulas del cuadro 2. Para realizarlo utilizaron EXPRESSER.
PEDRO	En la pregunta 1 contestó: a) cuadros y b) bloques. Sin embargo al principio había contestado b) patrones. Así que le hice la pregunta ¿Qué es un patrón?, de inmediato corrigió sin decir nada. Dibujó correctamente los patrones que requerían las fórmulas del cuadro 2. Para realizarlo utilizó EXPRESSER.

ALFREDO Y ANTONIO	En la pregunta 1 contestaron: a) cuadros y b) patrones. Al ver su respuesta les hice la pregunta ¿Qué es un patrón?, a la cual Luis contestó: “cada figura es un patrón así que tenemos seis patrones”. Pero Alfredo después de pensarlo un momento contestó: “No, el patrón son las seis figuras juntas, y cada figura es un bloque”. Dibujaron correctamente los patrones que requerían las fórmulas del cuadro 2. Para realizarlo utilizaron EXPRESSER.
SALMA Y CHELSEA	En la pregunta 1 contestaron: a) cuadros y b) bloques. Dibujaron correctamente los patrones que requerían las fórmulas del cuadro 2. Para realizarlo utilizaron EXPRESSER.
SOFÍA Y LAURA	En la pregunta 1 contestó: a) cuadros y b) bloques. Dibujó correctamente los patrones que requerían las fórmulas del cuadro 2. Para realizarlo utilizó EXPRESSER. Laura no asistió a la sesión.

EQUIPO	De fórmulas numéricas a patrones
LEONARDO Y GUILLERMO	En la pregunta 1 contestaron: a) cuadros y b) bloques. En el cuadro 2 dibujaron correctamente el patrón que requería la fórmula del primer inciso. En el segundo inciso debían construir un bloque con cinco cuadritos y utilizaron seis, aun así las repeticiones fueron correctas. Para todo lo anterior utilizaron EXPRESSER.
DULCE Y ALEJANDRA	En la pregunta 1 contestaron: a) cuadros y b) bloques. Dibujaron correctamente los patrones que requerían las fórmulas del cuadro 2. Para realizarlo utilizaron EXPRESSER.
LUIS ERIK	En la pregunta 1 contestó: a) cuadros y b) bloques. En el cuadro 2 dibujó correctamente el patrón que requería la fórmula del primer inciso. En el segundo inciso debía repetir el bloque de construcción siete veces y sólo lo repitió cinco veces, aun así el número de cuadros del bloque de construcción fue el correcto. Para todo lo anterior utilizó EXPRESSER.
ANA LUISA	En la pregunta 1 contestó: a) cuadros y b) patrones. Al ver su respuesta le hice la pregunta ¿Qué es un patrón? a la cual contestó: “Cada una de las figuritas es un patrón por eso tenemos seis patrones”. En el cuadro 2 dibujó correctamente el patrón que requería la fórmula del primer inciso. En el segundo inciso debía repetir el bloque de construcción siete veces y sólo lo repitió cinco veces, aun así el número de cuadros del bloque de construcción fue el correcto. Para todo lo anterior utilizó EXPRESSER.
SHAMARA Y ARLETTE	En la pregunta 1 contestó: a) cuadros y b) bloques. En el cuadro 2 dibujó correctamente el patrón que requería la fórmula del primer inciso. En el segundo inciso debía repetir el bloque de construcción siete veces y sólo lo repitió cinco veces, aun así el número de cuadros del bloque de construcción fue el correcto. Para todo lo anterior utilizó EXPRESSER. Shamara no asistió a la sesión.

GABRIELA Y BRENDA	En la pregunta 1 contestó: a) cuadros y b) bloques. Dibujó correctamente los patrones que requerían las fórmulas del cuadro 2. Para realizarlo utilizó EXPRESSER. Brenda no asistió a la sesión.
ESTEFANIA Y XIODANE	En la pregunta 1 contestaron: a) cuadros y b) bloques. Dibujaron correctamente los patrones que requerían las fórmulas del cuadro 2. Para realizarlo utilizaron EXPRESSER.

EQUIPO	**El sendero**
HAIDÉ Y SILVANA	Construyeron correctamente los dos patrones, el rojo y el verde, y los ensamblaron también de forma correcta. Contestaron correctamente las preguntas 5, 6 y 7. En el número 8 se les indica que escriban la fórmula completa para calcular el número de cuadros verdes. Ellas escribieron: "12 x 5 = 12 es el número de cuadros rojos y 5 es el número de bloques verdes". Lo cual es solamente un caso particular. Llenaron correctamente la tabla 9. En el número 10 se les pide que describan con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuadros rojos. Ellas escribieron: "Multiplicar el número de los cuadros rojos y luego multiplicar dependiendo del número de cuadros verdes que se quieren tener".
ANGEL	Construyó correctamente los dos patrones, el rojo y el verde, y los ensambló también de forma correcta. Contestó correctamente las preguntas 5, 6 y 7. En el número 8 se les indica que escriban la fórmula completa para calcular el número de cuadros verdes. Él escribió: "Por cada cuadro rojo son 5 verdes". Llenó correctamente la tabla 9, excepto por una casilla en la que el número de cuadros rojos es 15, el escribió 85 cuadros verdes cuando debían ser 75. En el número 10 se les pide que describan con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuados rojos. Él escribió: "multiplicar por cinco el número de cuadros rojos".
MARIA ELENA Y MARIANA	Construyeron correctamente los dos patrones, el rojo y el verde, y los ensamblaron también de forma correcta. Contestaron correctamente las preguntas 5, 6 y 7. En el número 8 se les indica que escriban la fórmula completa para calcular el número de cuadros verdes. Ellas escribieron: "12 x 5 = 60 cuadritos verdes". Llenaron correctamente la tabla 9.

	En el número 10 se les pide que describan con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuadros rojos. Ellas escribieron: “Multiplicando el número de cuadritos rojos por 5 que son los cuadritos verdes que rodean a un rojo”.
GUSTAVO	Construyó correctamente los dos patrones, el rojo y el verde, y los ensambló también de forma correcta. Contestó correctamente las preguntas 5, 6 y 7. En el número 8 se les indica que escriban la fórmula completa para calcular el número de cuadros verdes. Él escribió: “Multiplicar x 5”. Llenó correctamente la tabla 9. En el número 10 se les pide que describan con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuados rojos. El escribió: “Como por cada 5 se cubre entonces esto se tiene que multiplicar x 5 para los cuadros rojos".

EQUIPO	El sendero
AIMARA Y MONSERRAT	Construyeron correctamente los dos patrones, el rojo y el verde, y los ensamblaron también de forma correcta. Contestaron correctamente las preguntas 5 y 6. En la pregunta 7 responden con la multiplicación 12 x 5. En el número 8 se les indica que escriban la fórmula completa para calcular el número de cuadros verdes. Ellas escribieron: “12 x 5”. Llenaron la tabla 9 de forma incorrecta pues multiplicaron por el número 12 cuando lo correcto era multiplicar por el número 5. En el número 10 se les pide que describan con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuadros rojos. Ellas escribieron: “Porque para rodearlos se necesita el número de contorno para rodear el cuadrito rojo”.
PEDRO	Construyó correctamente los dos patrones, el rojo y el verde, y los ensambló también de forma correcta. Contestó correctamente las preguntas 5, 6 y 7. En el número 8 se les indica que escriban la fórmula completa para calcular el número de cuadros verdes. Él escribió: “5 X $\frac{X}{7}$ =”. Llenó correctamente la tabla 9. En el número 10 se les pide que describan con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuados rojos. El escribió: “Viendo cómo podemos encerrarlo".
ALFREDO Y ANTONIO	Construyeron correctamente los dos patrones, el rojo y el verde, y los ensamblaron también de forma correcta. Contestaron correctamente las preguntas 6 y 7. En la pregunta 5 respondieron con el número 45 cuando lo correcto era el número 35. En el número 8 se les indica que escriban la fórmula completa para calcular el número de cuadros verdes. Ellos escribieron: “12 x 5 = “. Llenaron correctamente el cuadro 9.

	En el número 10 se les pide que describan con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuadros rojos. Ellos escribieron: “Multiplicando el número de cuadros rojos por 5”.
SALMA Y CHELSEA	A primera vista parece que construyeron bien ambos patrones, pero no se apegaron a las instrucciones y no arrastraron el número X cuando se indicaba, lo cual provocó que los valores no cambiaran a la vez en todos los cuadros nombrados con X. Contestaron correctamente las preguntas 5 y 6. Erraron en la pregunta 7 al colocar como respuesta el número 12. Llenaron el cuadro 9 de forma incorrecta y sin tomar en cuenta el número 12 de su respuesta anterior. No contestaron el número 10.

EQUIPO	El sendero
SOFÍA Y LAURA	Construyó correctamente los dos patrones, el rojo y el verde, y los ensambló también de forma correcta. Contestó correctamente las preguntas 5, 6 y 7. En el número 8 se les indica que escriban la fórmula completa para calcular el número de cuadros verdes. Ella escribió: “Multiplicando el número de cuadros con el de cuadros rojos y el de copias”. Llenó correctamente la tabla 9. En el número 10 se les pide que describan con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuados rojos. Ella escribió: “Multiplicar lo que tienes por 5 porque esos son los cuadros verdes". Laura no asistió a la sesión.
LEONARDO Y GUILLERMO	Construyeron correctamente los dos patrones, el rojo y el verde, y los ensamblaron también de forma correcta. Contestaron correctamente la pregunta 5, pero dejaron en blanco las preguntas 6, 7 y 8. Llenaron correctamente la tabla 9. No contestaron el número 10. Tal vez les faltó tiempo.
DULCE Y ALEJANDRA	Construyeron correctamente los dos patrones, el rojo y el verde, y los ensamblaron también de forma correcta. Contestaron correctamente las preguntas 5 y 7. En la pregunta 6 ellas contestaron con el número 420 cuando lo correcto era el número 60. Es interesante notar que 420 = 12 x 35. En el número 8 se les indica que escriban la fórmula completa para calcular el número de cuadros verdes. Ellas escribieron: “multiplicar el número de cuadros por el número de veces”. Llenaron correctamente la tabla 9.

	En el número 10 se les pide que describan con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuadros rojos. Ellas escribieron “Multiplicar x el número de cuadros que hay en 1 bloque”.
LUIS ERIK	Construyó correctamente los dos patrones, el rojo y el verde, y los ensambló también de forma correcta. Contestó correctamente las preguntas 5, 6 y 7. En el número 8 se les indica que escriban la fórmula completa para calcular el número de cuadros verdes. Él escribió: “Multiplico los cuadros verde por cuanto quieres tener”. Llenó correctamente la tabla 9. En el número 10 se les pide que describan con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuadros rojos. Él escribió: “Le multiplicas el número de cuadros rojos y el número de cuadros verdes”.

EQUIPO	El sendero
ANA LUISA	Construyó correctamente los dos patrones, el rojo y el verde, y los ensambló también de forma correcta. Contestó correctamente las preguntas 5, 6 y 7. En el número 8 se les indica que escriban la fórmula completa para calcular el número de cuadros verdes. Ella escribió: “5 X 5 = 25”. Llenó correctamente la tabla 9. En el número 10 se les pide que describan con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuadros rojos. Ella escribió: “Intentado multiplicar la figura o mejor dicho sus números por el número de cuadritos rojos”.
SHAMARA Y ARLETTE	Dejaron la prueba en blanco porque no lograron construir el patrón de cuadros verdes.
GABRIELA Y BRENDA	Mostraron apatía por contestar la prueba. Sin embargo, construyeron los dos patrones y los ensamblaron pero sin arrastrar a la X. Contestaron correctamente las preguntas 5 y 6, pero en la pregunta 7 respondieron con el número 7 cuando lo correcta era el número 5. No respondieron el resto de la prueba.
ESTEFANIA Y XIODANE	Construyeron los dos patrones y los ensamblaron pero sin arrastrar a la X. Contestaron correctamente las preguntas 5 y 6. No contestaron las preguntas 7 y 8. Llenaron de forma correcta la tabla 9 excepto por una casilla en la que colocaron el número 70 cuando lo correcto era el número 75. No contestaron el número 10.

EQUIPO	**La vía del tren**
HAIDÉ Y SILVANA	No lograron construir el modelo correctamente. Llenaron la tabla del inciso **e** correctamente excepto por un valor, para 600 bloques escribieron un número total de mosaicos de 4148 cuando lo correcto era 4198. En el inciso **f** escribieron las fórmulas: x = 5x3 = 15 verdes, x = 5+6 x 2 =22 amarillos. En el inciso **g** se les pide que escriban la relación que hay entre el patrón y la fórmula obtenida, ellas escribieron: “No nos salió la figura porque siempre sobraban 4 amarillos”.
ANGEL	Después de intentarlo varias veces logró construir el modelo correctamente. Llenó incorrectamente la tabla del inciso **e**. En el inciso **f** escribió las fórmulas: A = (x)(3). Azules = (x)(4) – 2 En el inciso **g** se les pide que escriban la relación que hay entre el patrón y la fórmula obtenida, él escribió: “Cuando el número de repeticiones se multiplica por el número de cuadros del bloque de construcción te dará el número total de mosaicos que existen en el patrón”.
MARIA ELENA Y MARIANA	No lograron construir el modelo correctamente. Llenaron incorrectamente la tabla del inciso **e**. En el inciso **f** no escribieron fórmulas, solamente escribieron: **x** En el inciso **g** se les pide que escriban la relación que hay entre el patrón y la fórmula obtenida, ellas escribieron: “Que todo el patrón se llama X que es lo mismo y pasa lo mismo solo con diferente resultado”.
GUSTAVO	Construyó correctamente el modelo. Llenó la tabla del inciso **e** correctamente excepto por un valor, para 600 bloques escribió un número total de mosaicos de 4148 cuando lo correcto era 4198. En el inciso **f** escribió las fórmulas: (x)(3) y (x)(4) – 2 En el inciso **g** se les pide que escriban la relación que hay entre el patrón y la

	fórmula obtenida, él escribió: "Que si cambias los patrones va a tener que cambiar la fórmula que has hecho".
AIMARA Y MONSERRAT	No lograron construir el modelo correctamente. No llenaron la tabla del inciso **e**. No contestaron el inciso **f**. En el inciso **g** se les pide que escriban la relación que hay entre el patrón y la fórmula obtenida, ellas escribieron: "Que cuando arrastramos un número y le damos un nombre se cambia también el nombre al mismo número que arrastramos".
PEDRO	Construyó correctamente el modelo. Llenó correctamente la tabla del inciso **e**. En el inciso **f** no escribió fórmulas, solamente escribió: **x** En el inciso **g** se les pide que escriban la relación que hay entre el patrón y la fórmula obtenida, él escribió: "Se ocupa el patrón para hacer la fórmula R = 2 x 6 – 2, V = 6 x 5, en ambas fórmulas encierra al número seis e indica que lleva el nombre de **X**".
ALFREDO Y ANTONIO	Construyeron correctamente el modelo. Llenaron correctamente la tabla del inciso **e** excepto por un valor, para 600 bloques escribió un número total de mosaicos de 4148 cuando lo correcto era 4198. En el inciso **f** escribieron las fórmulas: "x", rojos = (x)(4) – 2 . Azules = (x)(3) En el inciso **g** se les pide que escriban la relación que hay entre el patrón y la fórmula obtenida, ellos escribieron: "Todos se basan en un solo número".

EQUIPO	La vía del tren
SALMA Y CHELSEA	Después de intentarlo varias veces construyeron el modelo correctamente, sin embargo no contestaron nada de la actividad.
SOFÍA Y LAURA	Construyó el modelo correctamente. Llenó correctamente la tabla del inciso **e** excepto por un valor, para 600 bloques escribió un número total de mosaicos de 4248 cuando lo correcto era 4198. En el inciso **f** escribieron las fórmulas: “para calcular los verdes es 6 x 3 y los otros es 6 x 4 – 2”. En ambas fórmulas indica que el número seis lleva el nombre de x. En el inciso **g** se les pide que escriban la relación que hay entre el patrón y la fórmula obtenida, ella escribió: “Todos los cuadritos y patrones es como si fueran un solo número”. Laura no asistió a la sesión.
LEONARDO Y GUILLERMO	Construyeron correctamente el modelo. Llenaron correctamente la tabla del inciso **e** excepto por un valor, para 600 bloques escribió un número total de mosaicos de 4148 cuando lo correcto era 4198. En el inciso **f** escribieron las fórmulas: (x)(3) (rojos) (x)(4) – 2 (azules). En el inciso **g** se les pide que escriban la relación que hay entre el patrón y la fórmula obtenida, ellos escribieron: “Que entre más cuadritos haya en el patrón, si se multiplica, más resultado dará”.
DULCE Y ALEJANDRA	Después de intentarlo varias veces no lograron construir el modelo, así que no contestaron nada de la actividad.
LUIS ERIK	Construyó correctamente el modelo. Llenó correctamente la tabla del inciso **e** excepto por un valor, para 600 bloques escribió un número total de mosaicos de 4148 cuando lo correcto era 4198. En el inciso **f** escribieron las fórmulas: (x)(2) – 1 y (x)(4) – 2

	En el inciso **g** se les pide que escriban la relación que hay entre el patrón y la fórmula obtenida, ellos escribieron: “Se ocupa el patrón para hacer la fórmula (x)(2) – 1 y (x)(4) – 2”.
ANA LUISA	Construyo el modelo pero no de la forma indicada. (solo algo parecido) Lleno incorrectamente la tabla del inciso **e**. En el inciso **f** no escribió fórmulas, solamente escribió: les llamé x”. En el inciso **g** se les pide que escriban la relación que hay entre el patrón y la fórmula obtenida, ellos escribieron: “Hay muchas maneras pero yo decidí hacerlo diferente, poner dos cuadritos rojos separados por 2 y hacer que se repitiera 6 veces y en las líneas puse 4 los separé por dos y los multipliqué 7 veces”.
SHAMARA Y ARLETTE	No lograron construir el modelo de forma correcta. Llenaron la tabla del inciso **e** incorrectamente simplemente duplicando el valor de cada casilla referente al número de bloques. En el inciso **f** no escribieron fórmulas, solamente escribieron: “x 4”. No contestaron el inciso **g**.
GABRIELA Y BRENDA	No lograron construir el modelo de forma correcta. Llenaron la tabla del inciso **e** incorrectamente simplemente duplicando el valor de cada casilla referente al número de bloques. En el inciso **f** no escribieron fórmulas, solamente escribieron: “x 4”. No contestaron el inciso **g**.
ESTEFANIA Y XIODANE	Después de intentarlo varias veces no lograron construir el modelo, así que no contestaron nada de la actividad.

EQUIPO	**La mesa mágica**
HAIDÉ	En la pregunta número 1 respondió correctamente pero no muestra sus operaciones. Sin embargo realizó correctamente un dibujo de las 18 personas alrededor de la mesa. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió: “Si se puede porque es un número par”. Además realizó correctamente el dibujo correspondiente y anotó las operaciones necesarias. En la pregunta número 4 respondió: “Si porque dice que es una mesa mágica”. En la pregunta número 5 no respondió con una fórmula matemática. Realizó un dibujo en el cual acomodó a 34 personas alrededor de la mesa.
SILVANA	En la pregunta número 1 respondió correctamente mostrando una suma de 8 + 8 + 1 + 1 = 18 y realizó el dibujo correctamente. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió: “Si, porque ya que la mesa se puede alargar tanto como se dese o se acomodan los lugares más cerca”. Además realizo correctamente el dibujo correspondiente. En la pregunta número 4 respondió: “Si, poniendo los espacios más separados”. En la pregunta número 5 respondió: “X = X (2) Ya que como X es el número de personas lo vamos a multiplicar por 2 ya que tiene dos lados con el mismo número de personas”.
ANGEL	En la pregunta número 1 respondió correctamente mostrando las operaciones 8 + 8 = 16 + 2 = 18. En la pregunta número 2 realizo correctamente el dibujo requerido y anotó con número a cada lado de la mesa cuantas personas se acomodan. En la pregunta número 3 respondió: “Si, porque la mesa puede alargarse según el número de personas”. En la pregunta número 4 respondió: “Si, porque el número que sea de personas se alarga la mesa”.

	En la pregunta número 5 no respondió con una fórmula matemática. Realizó las operaciones para acomodar 32 personas alrededor de la mesa: (15)(2) = 30 + 2.
MARIA ELENA	No respondió correctamente la pregunta número 1, anotó las operaciones 8 + 8 + 2 + 2 = 20. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió: “Si porque es mágica y se puede alargar lo que sea”. Además realizó correctamente el dibujo correspondiente. En la pregunta número 4 respondió: “Si porque es mágica y se puede alargar lo que uno quiera”. En la pregunta número 5 respondió: “Puede ser cualquier número de personas porque se puede alargarla y para contar las personas es sumar dos veces las personas que están a lo largo y también sumar dos veces las personas que están en lo ancho de la mesa y después sumar todo: fórmula: 2(b) + 2(h)”.
MARIANA	En la pregunta número respondió correctamente mostrando las operaciones 8 x 2 = 16 y luego 16 + 2 = 18. Además realizó correctamente el dibujo correspondiente. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió realizando un dibujo de la mesa en la cual acomodó en los lados largos 30 personas de un lado y 16 del otro, y 2 personas a cada lado corto de la mesa. En la pregunta número 4 respondió: “Si porque la mesa se alarga porque es mágica”. En la pregunta número 5 solamente respondió: “R = 12 y R = 20”. Para esto tomo en cuenta que a cada lado largo de la mesa había 9 personas contando los 6 círculos y los 3 puntitos.

EQUIPO	La mesa mágica
GUSTAVO	En la pregunta número 1 respondió correctamente mostrando las operaciones 8 x 2 = 16 + 2 = 18. En la pregunta número 2 realizo correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió: “Si porque podríamos poner 24 personas por cada lado son 48 más los otros dos de cada orilla suman 50”. En la pregunta número 4 respondió: “No porque siempre será el doble y no se puede poner 1 y así”. En la pregunta número 5 respondió: “(x)(2) + 2, yo multiplico X por 2 y luego sumo las orillas”.
AIMARA	En la pregunta número 1 respondió correctamente mostrando las operaciones 8 x 2 = 16 + 2 = 18. Además realizó correctamente el dibujo correspondiente. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió: “Si porque solamente la alargas, a los lados le pones 24 y a los frentes 1 y 1”. En la pregunta número 4 respondió: “Si, solo la alargas o contraes”. En la pregunta número 5 no contestó con una fórmula matemática. Respondió anotando y ejemplificando dos casos particulares uno para acomodar 14 personas y otro para acomodar 202 personas.
MONSERRAT	En la pregunta número 1 respondió correctamente pero no muestra las operaciones. Sin embrago realizó correctamente un dibujo de las 18 personas alrededor de la mesa”. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió: “Si porque es mesa mágica”. Además realizó correctamente el dibujo correspondiente. En la pregunta número 4 respondió: “Si porque está grande y también porque es mágica”. En la pregunta número 5 respondió: “R = 20 personas, X = 9 + 9 = 18 + 2 de los lados = 20”. Para esto contó como personas los tres puntitos del dibujo.

PEDRO	En la pregunta número 1 respondió correctamente mostrando las operaciones 8 x 2 = 16 + 2 = 18. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió realizando correctamente el dibujo de las 50 personas alrededor de la mesa. En la pregunta número 4 respondió: “Si porque conforme de que crece la mesa y aumenta el número de personas”. En la pregunta número 5 respondió con las operaciones 9 x 2 = 18 + 2 = 20 y anotó dirigiéndose al número nueve: “Cambio el número y cambia el número de personas”. Para esto conto como personas los tres puntitos del dibujo.
ALFREDO	En la pregunta número 1 respondió correctamente mostrando las operaciones 8 x 2 = 16 + 2 = 18. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió: “Si, alargando la mesa para que haya 24 personas en cada lado y una de cada extremo, cabrán las 50 personas”. En la pregunta número 4 respondió: “No, solo se puede poner un número de personas que sea múltiplo de dos”. En la pregunta número 5 respondió: “(2)(x) + 2 = número total de personas. Porque siempre va a haber el mismo número de personas por los dos lados y a los extremos siempre habrá dos”.

EQUIPO	La mesa mágica
ANTONIO	En la pregunta número 1 respondió correctamente mostrando las operaciones 8 + 8 + 2 = 18. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió realizando correctamente el dibujo de las 50 personas alrededor de la mesa. En la pregunta número 4 respondió: “No, a los lados solo una persona y a los otros lados las personas que quieran”. En la pregunta número 5 respondió: “Caben 20 personas porque en un lado son 9 y se x.2, y a los lados en total son 2”. Además anota las operaciones 9 x 2 = 18 + 2 = 20. Para esto contó como personas los tres puntitos del dibujo”.
SALMA	En la pregunta número 1 respondió correctamente pero no muestra sus operaciones. Sin embargo realizó correctamente un dibujo de las 18 personas alrededor de la mesa. Además escribió: “Porque se supone que si son 8 por un lado debe ser igual por el otro y en los anchos sobrantes (izq. y dere.) se pone en cada lado. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió realizando correctamente el dibujo de las 50 personas alrededor de la mesa. Además anotó las operaciones 24 + 24 + 1 + 1 = 50. En la pregunta número 4 respondió: “Si, pero mientras tanto se respete el orden en el que pone el número de personas”. En la pregunta número 5 respondió: “Si se pusieran nueve por encima y por debajo incluyendo los anchos que son 1 en cada lado daría el total de 20 personas”. Supongo que menciona nueve personas porque contó los tres puntitos del dibujo.
CHELSEA	En la pregunta número 1 respondió correctamente mostrando las operaciones 8 x 2 = 16 + 2 = 18. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. Además

	anotó las operaciones 10 x 2 = 20 + 2 = 22. En la pregunta número 3 respondió: “Si porque la mesa se alarga”. En la pregunta número 4 respondió: “Si, se coloca la mesa todas las personas que sean necesarias”. En la pregunta número 5 respondió: (x)(2) = x + 2 = x , (12)(2) = 24 + 2 = 26
SOFÍA	En la pregunta número 1 respondió correctamente mostrando las operaciones 8 x 2 = 16 + 2 = 18. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió: “Si, haciendo la mesa más larga o puede ser también amontonando a las personas, pero creo que la primera es mejor”. Además realizó correctamente el dibujo de las 50 personas alrededor de la mesa, señalando con número a cada lado cuantas personas se acomodan. En la pregunta número 4 respondió: “Si porque la mesa se puede alargar tanto como quieras”. En la pregunta número 5 respondió: “Si de un lado de la mesa hay una cantidad de personas del otro lado debe ser igual. Y de las orillas solamente debe haber 1 persona en cada una”.
LAURA	No asistió a la sesión.

EQUIPO	La mesa mágica
LEONARDO	En la pregunta número 1 respondió correctamente mostrando las operaciones 8 x 2 = 16 + 2 = 18. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió: “Si porque la mesa se alarga”. En la pregunta número 4 respondió: “Si porque se alarga”. En la pregunta número 5 respondió: “serian catorce”. Para esto solamente tomó en cuenta los círculos del dibujo.
GUILLERMO	En la pregunta número 1 respondió correctamente mostrando la operación 16 + 2 = 18. Además realizó correctamente el dibujo correspondiente. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió: “Si porque se pueden poner 24 + 24 + 1 + 1”. Además realizó correctamente el dibujo correspondiente. En la pregunta número 4 respondió: “No porque con 1, 2 y 3 no se conserva una característica de la mesa que es que todos los lados de la mesa tengan al menos una persona”. En la pregunta número 5 respondió: “18 porque son 8 x 2 + 1 x 2 = 18 y la fórmula es (x)(2)(x)(2)”.
DULCE	No contesto correctamente la pregunta número 1. Anotó las operaciones 8 + 8 = 16 ó 8 x 2 = 16 pues no tomó en cuenta las 2 personas que se acomodan a los costados. No realizó correctamente el dibujo requerido en la pregunta número 2. Dibujó 11 personas a cada lado de la mesa y nada en los costados. En la pregunta número 3 respondió: “Si porque se acomoda depende el número que quieras”. En la pregunta número 4 respondió: “Si porque según es mágica y se hace grande y chica depende de lo que quiera se acomoda su tamaño”. En la pegunta número 5 respondió: “Dan 18 porque si en un lado caben 9 del otro 9 da un igual de 18 personas”. Para esto contó los tres puntitos del dibujo y

	no tomó en cuenta las personas de los costados.
ALEJANDRA	En la pregunta número 1 respondió correctamente mostrando las operaciones 8 x 2 = 16 + 2 = 18. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió: “Si porque es una mesa mágica y se alarga”. En la pregunta número 4 respondió: “Si porque se alarga y se encoge todo lo que quieras”. En la pregunta número 5 respondió con la fórmula: (x)(2) + 2 = __
LUIS ERIK	En la pregunta número 1 respondió correctamente mostrando las operaciones 2 x 8 = 16 + 2 = 18. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió realizando correctamente el dibujo de las 50 personas alrededor de la mesa. En la pregunta número 4 respondió: “Si porque si la mesa es mágica se puede hacer más, más y más grande pero una persona tiene que quedar en los lados izquierdo y derecho”. En la pregunta número 5 respondió: “Si son 9 personas en lado largo en el otro van a ser igual y se suman 2 en los cortos: 9 x 2 = 18 + 2 = 20”. Para esto contó los tres puntitos del dibujo.

EQUIPO	La mesa mágica
ANA LUISA	En la pregunta número 1 respondió correctamente mostrando las operaciones 8 x 2 = 16 + 2 = 18. Además realizó correctamente el dibujo de las 18 personas alrededor de la mesa. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 realizó correctamente un dibujo con las 50 personas alrededor de la mesa. En la pregunta número 4 respondió: “Si, depende si el número tiene una mitad se podría poner cualquier número”. En la pregunta número 5 respondió: “En un lado hay 9 de un lado lo que se haría multiplicar por 2 y añadir o sumar 2”.
SHAMARA	En la pregunta número 1 respondió correctamente sin mostrar operaciones, pero escribió: “Porque una parte de la mesa hay 8 y del otro lado 0, y una de cada lado son 18”. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió: “Si y no porque si se alarga más la mesa si y si se queda así pues no”. En la pregunta número 4 respondió: “Si”. En la pregunta número 5 respondió: “20 personas"
ARLETTE	En la pregunta número 1 respondió correctamente pero escribió la operación 8 + 8 + 2 + 2 = 18. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió: “Si porque se acomodan a los lados más y 1 se queda a las orillas”. En la pregunta número 4 respondió: “Si porque no afecta a la mesa”. En la pregunta número 5 respondió: “Serian en total 14 porque es un número X y puede ser cualquiera”.
GABRIELA	En la pregunta número 1 respondió correctamente mostrando las operaciones 8

	+ 2 + 8 = 18. Además realizo correctamente el dibujo correspondiente. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió realizando correctamente el dibujo de las 50 personas alrededor de la mesa. En la pregunta número 4 respondió: “Si pero solo los pares y los nones no se puede porque quedaría disparejo”. En la pregunta número 5 solamente anotó las operaciones 10 + 2 + 10 = 22.

EQUIPO	La mesa mágica
BRENDA	En la pregunta número 1 respondió correctamente mostrando las operaciones 8 + 2 + 2 = 18. Además realizó correctamente el dibujo correspondiente. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. Además anotó las operaciones 10 + 2 + 10 = 22. En la pregunta número 3 respondió realizando correctamente un dibujo de las 50 personas alrededor de la mesa. Además anotó las operaciones 24 + 2 + 24 = 50. En la pregunta número 4 respondió: "Si porque la mesa es mágica y siempre se va a poder alargar. Y puede caber más gente y su tamaño también será mayor". En la pregunta número 5 respondió con las operaciones 9 + 2 + 9 = 20. Para esto conto los tres puntitos del dibujo".
ESTEFANIA	En la pregunta número 1 respondió correctamente mostrando las operaciones 8 + 8 + 2 = 18. En la pregunta número 2 realizó correctamente el dibujo requerido. En la pregunta número 3 respondió: "Si porque la mesa se hace más larga". En la pregunta número 4 respondió: "Si porque la mesa es mágica y se puede alargar más". En la pregunta número 5 respondió: (x)(2) y x + 2.
XIODANE	En la pregunta número no respondió con algún número pero realizó correctamente el dibujo de las 18 personas alrededor de la mesa. En la pregunta número 2 realizo correctamente el dibujo requerido pero anoto las operaciones 10 + 2 + 10 = 12. En la pregunta número 3 respondió realizando correctamente el dibujo de las 50 personas alrededor de la mesa y anotó las operaciones 24 + 2 + 24 = 50. En la pregunta número 4 respondió: "No porque el tamaño de la mesa puede ser más chico y el número de personas puede ser mayor".

EQUIPO	**El jardín con rosas**
HAIDÉ	En el inciso **a** de la primera parte contestó correctamente para rodear 5 cuadros rojos, pero se equivocó por una unidad para rodear 8 cuadros rojos. Llenó correctamente la primera tabla del inciso **b**, pero en la segunda tabla solamente respondió correctamente en dos de los cinco recuadros. En el inciso **c** se le pide que describa con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay. Ella escribió: "Cubrimos todos los cuadros rojos y ese será el número de cuadros verdes". En el número 2 se le pide que escriba las operaciones que realizó para llenar las tablas anteriores. Ella escribió "Se iba de 2 en 2". No contestó el resto de la prueba.
SILVANA	En el inciso **a** de la primera parte contestó correctamente para ambos casos. Llenó correctamente las dos tablas del inciso **b**. En el inciso **c** se le pide que describa con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay. Ella escribió: "Multiplicando el número de cuadros rojos por dos y luego sumarle 6". En el número 2 se le pide que escriba las operaciones que realizó para llenar las tablas anteriores. Ella escribió: 12 x 2 = 24, 24 + 6 = 30, 27 x 2 = 54, 54 + 6 = 60. En el número 3 se le pide que escriba una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de cuadros rojos que se tenga. Ella escribió: (x)(2) + (3)(2) y señaló a X como el número de cuadros rojos. En el número 4 dibujó correctamente los 3 diseños indicados. En el número 5 comprobó su fórmula del ejercicio 3.
ANGEL	En el inciso **a** de la primera parte contestó correctamente para ambos casos. Llenó correctamente la primera tabla del inciso **b**, pero la segunda es totalmente incorrecta. En el inciso **c** se le pide que describa con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay. Él escribió: "Por cada cuadro son 8, entonces multipliqué (x)(8) y salía el resultado".

	En el número 2 se le pide que escriba las operaciones que realizó para llenar las tablas anteriores. Él escribió: 8 + 2 = 10, 16 + 2 = 12 + 2 = 14 + 2 = 16, 12 x 8 = 36, 27 x 8 = 78. En el número 3 se le pide que escriba una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de cuadros rojos que se tenga. Él escribió: “8 por el número de cuadros rojos”. No contestó el resto de la prueba.
MARIA ELENA	En el inciso **a** de la primera parte contestó correctamente para ambos casos. Llenó correctamente las dos tablas del inciso **b**. En el inciso **c** se le pide que describa con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay. Ella escribió: “Multiplicando el número de rosas por 2 mas 6”. En el número 2 se le pide que escriba las operaciones que realizó para llenar las tablas anteriores. Ella escribió: # x 2 + 6 (# de cuadros rojos). En el número 3 se le pide que escriba una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de cuadros rojos que se tenga. Ella escribió: # x 2 + 6 (# = número de cuadros rojos). En el número 4 dibujó correctamente los 3 diseños indicados. En el número 5 comprobó su fórmula del ejercicio 3.

EQUIPO	El jardín con rosas
MARIANA	No realizó la actividad.
GUSTAVO	En el inciso **a** de la primera parte contestó correctamente para ambos casos. Llenó correctamente las dos tablas del inciso **b**. En el inciso **c** se les pide que describan con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay. Él escribió: "Multiplicar por 2 y sumarle 6". En el número 2 se le pide que escriba las operaciones que realizó para llenar las tablas anteriores. Él escribió: (x)(2) + 6 En el número 3 se le pide que escriba una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de cuadros rojos que se tenga. Él escribió: (x)(2) + 6 En el número 4 dibujó correctamente los tres diseños indicados. No comprobó su fórmula del ejercicio 3 como se indica en el número 5.
AIMARA	En el inciso **a** de la primera parte contestó correctamente para ambos casos. Llenó correctamente las dos tablas del inciso **b**. En el inciso **c** se le pide que describa con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay. Ella escribió: "De los que son iguales le aumentas 2 abajo lo multiplicas por 2 y le sumas 2". En el número 2 se le pide que escriba las operaciones que realizó para llenar las tablas anteriores. Ella escribió: 14 x 2 = 28 + 2 = 30, 29 + 29 = 58 + 2 = 60, 50 x 2 = 100 + 2 = 102, 123 + 123 = 246 + 2 = 248, 5534 x 2 = 11068 + 2 =11070. En el número 3 se le pide que escriba una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de cuadros rojos que se tenga. Ella escribió: "Son 10 rojos: 10 + 2 x 2 + 2=26. Son 15 rojos: 15 + 2 x 2 + 2 = 36". En el número 4 dibujó correctamente los tres diseños indicados. En el número 5 comprobó su fórmula del ejercicio 3.
MONSERRAT	En el inciso **a** de la primera parte contestó correctamente para ambos casos. Llenó correctamente la primera tabla del inciso **b**, pero en la segunda tabla

	solamente respondió correctamente en dos de los cinco recuadros. En el inciso **c** se le pide que describa con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay. Ella escribió: “Multiplicando por 2 y sumándole 6”. En el número 2 se le pide que escriba las operaciones que realizó para llenar las tablas anteriores. Ella escribió: “Pues en la de arriba se iba de 2 en 2 y en la otra eran y = 2x + 6”. En el número 3 se le pide que escriba una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de cuadros rojos que se tenga. Ella escribió: y = 2x + 6 En el número 4 solamente dibujó correctamente un diseño de los tres indicados, pero no anotó correctamente el número de cuadros verdes. No comprobó su fórmula del ejercicio 3 en el diseño que dibujó.
PEDRO	En el inciso **a** de la primera parte contestó correctamente para rodear 5 cuadros rojos, pero se equivocó por cuatro unidades para rodear 8 cuadros rojos. Lleno correctamente la primera tabla del inciso **b** excepto por un recuadro en el que colocó el número 13 cuando lo correcto era el número 12. En la segunda tabla contesto correctamente 3 de los 5 recuadros. En el inciso **c** se le pide que describa con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay. Él escribió: “Aumentándole dos al número multiplicamos por dos y le sumamos dos”. En el número 2 se le pide que escriba las operaciones que realizó para llenar las tablas anteriores. Él escribió: 121 + 2 = 123 x 2 = 246 + 2 = 248 En el número 3 se le pide que escriba una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de cuadros rojos que se tenga. Él escribió: “Se le suma a la cantidad dos y se suman y luego se suman dos”. En el número 4 dibujó correctamente los tres diseños indicados. En el número 5 comprobó su fórmula del ejercicio 3.

EQUIPO	El jardín con rosas
ALFREDO	No realizó la actividad.
ANTONIO	No realizó la actividad.
SALMA	No realizó la actividad.
CHELSEA	No realizó la actividad.
SOFÍA	No contestó correctamente el inciso **a** de la primera parte. Solamente llenó correctamente un recuadro de las tablas del inciso **b** y es el del dibujo que se presenta como ejemplo. En el inciso **c** se le pide que describa con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay. Ella escribió: “Haciendo una regla de tres el número de cuadros rojos que te dan por los cuadros verdes entre los cuadros rojos que ya tenías”. En el número 2 se le pide que escriba las operaciones que realizó para llenar las tablas anteriores. Ella escribió: “Regla de tres”. En el número 3 se le pide que escriba una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de cuadros rojos que se tenga. Ella escribió: “Pues la más simple es la regla de tres, pero igual puedes multiplicar o poner alguna otra fórmula”. En el número 4 dibujó correctamente dos de los tres diseños indicados y el tercero lo dibujó de forma incorrecta. A pesar de que sus diseños tomaron valores de la tabla no corrigió sus respuestas. En el número 5 se pide comprobar la fórmula que escribieron en el ejercicio 3. Ella escribió varias reglas de tres pero no con los valores de sus tres diseños.
LAURA	No realizó la actividad.
LEONARDO	No realizó la actividad.
GUILLERMO	En el inciso **a** de la primera parte contestó correctamente para ambos casos. Llenó correctamente las dos tablas del inciso **b**. En el inciso **c** se le pide que describa con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay. Él escribió: “Duplicando el número de cuadros rojos y sumarle 6”.

	En el número 2 se le pide que escriba las operaciones que realizó para llenar las tablas anteriores. Él escribió: “Cuadros rojos x 2 + 6”. En el número 3 se le pide que escriba una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de cuadros rojos que se tenga. Él escribió: (x)(2) + 6. En el número 4 dibujó correctamente los tres diseños indicados. No comprobó su fórmula del ejercicio 3 como se indica en el número 5.
DULCE	No realizó la actividad.
ALEJANDRA	En el inciso **a** de la primera parte contestó correctamente para ambos casos. Llenó correctamente la primera tabla del inciso **b**, pero la segunda tabla es totalmente incorrecta. En el inciso **c** se le pide que describa con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay. Ella escribió: “Con una recta porque iba aumentando de 2 en 2 y con regla de 3”. En el número 2 se le pide que escriba las operaciones que realizó para llenar las tablas anteriores. Ella escribió: 121 x 28 = 3388 ÷ 12 = 282, 5532 x 28 = 154896 ÷ 12 = 12908. En el número 3 se le pide que escriba una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de cuadros rojos que se tenga. Ella escribió: “Número x por 28 y lo dividen entre 12”. En el número 4 dibujó correctamente los tres diseños indicados pero escribió de forma incorrecta el número de cuadros verdes porque utilizó su fórmula escrita en el ejercicio 3 como se indica en el número 5.

EQUIPO	El jardín con rosas
LUIS ERIK	En el inciso **a** de la primera parte contestó correctamente para ambos casos. Llenó correctamente la primera tabla del inciso **b**, pero la segunda tabla es totalmente incorrecta. En el inciso **c** se le pide que describa con palabras, cómo se puede calcular el

	número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay. Él escribió: “Porque si sabes cuantos hay en el 1 nadamas los multiplicas por lo que te den”. En el número 2 se le pide que escriba las operaciones que realizó para llenar las tablas anteriores. Él escribió: 18 + 18 = 36, 36 + 36 = 72 + 12 = 84, 72 + 72 = 144, 121 x 8 = 968, 5532 x 8 = 44256. En el número 3 se le pide que escriba una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de cuadros rojos que se tenga. Él escribió: (x)(8) = “lo que salga”. En el número 4 dejó inconclusos los tres diseños que se indican. No comprobó la fórmula del ejercicio 3 como se indica en el número 5.
ANA LUISA	En el inciso **a** de la primera parte contestó correctamente para rodear 5 cuadros rojos, pero se equivocó por una unidad para rodear 8 cuadros rojos. Llenó correctamente la primera tabla del inciso **b**, pero en la segunda tabla solamente respondió correctamente en dos de los cinco recuadros. En el inciso **c** se le pide que describa con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay. Ella escribió: “Contando los cuadritos de alrededor”. En la pregunta número 2 se le pide que escriba las operaciones que realizó para llenar las tablas anteriores. Ella escribió: “Conté todos los cuadritos alrededor de cada uno”. En el número 3 se le pide que escriba una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de cuadros rojos que se tenga. Ella escribió: “Cuenta todos los lados”. En el número 4 dibujó correctamente los tres diseños que se indican pero no anotó la cantidad de cuadros rojos, solamente anotó la cantidad de cuadros verdes. No realizó el paso 5 porque no escribió ninguna fórmula.
SHAMARA	No realizó la actividad.
ARLETTE	No realizó la actividad.

GABRIELA	En el inciso **a** de la primera parte contestó correctamente para rodear 8 cuadros rojos, pero se equivocó por una unidad para rodear 5 cuadros rojos. En la primera tabla del inciso **b** contestó correctamente tres de los cinco recuadros. En la segunda tabla del mismo inciso tiene todos los valores incorrectos. En el inciso **c** se le pide que describa con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay. Ella escribió: “Los números que tiene le aumentas 2 y luego 3 por los de abajo”. En la pregunta número 2 se le pide que escriba las operaciones que realizó para llenar las tablas anteriores. Ella escribió: “esta en mi mente y arriba”. Se observan las siguientes operaciones: 50 + 50 + 6 = 106, 123 + 123 + 6 = 252, 29 + 29 + 6 = 64, 5534 + 5534 + 6 = 11074. En el número 3 se le pide que escriba una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de cuadros rojos que se tenga. Ella escribió: “Los rojos y nada más le pones los verdes en medio”. En el número 4 dibujó correctamente dos de los tres diseños requeridos, el tercero lo dibujo de forma incorrecta. No realizó el paso 5 porque no escribió ninguna fórmula.

EQUIPO	
BRENDA	No contestó el inciso **a** de la primera. parte de la actividad. Lleno correctamente solo una casilla de la primera tabla del inciso **b**. La segunda tabla la lleno de forma incorrecta. En el inciso **c** se le pide que describa con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay. Ella escribió: “La cantidad de los rojos más 14 y ese es el resultado”. No contestó a la pregunta número 2. En el número 3 se le pide que escriba una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de cuadros rojos que se tenga. Ella escribió: “Los cuadros rojos más 14 y ese es el resultado”. No contestó el resto de la actividad.
ESTEFANIA	No realizó la actividad.
XIODANE	No realizó la actividad.

Primer caso de estudio: Gustavo

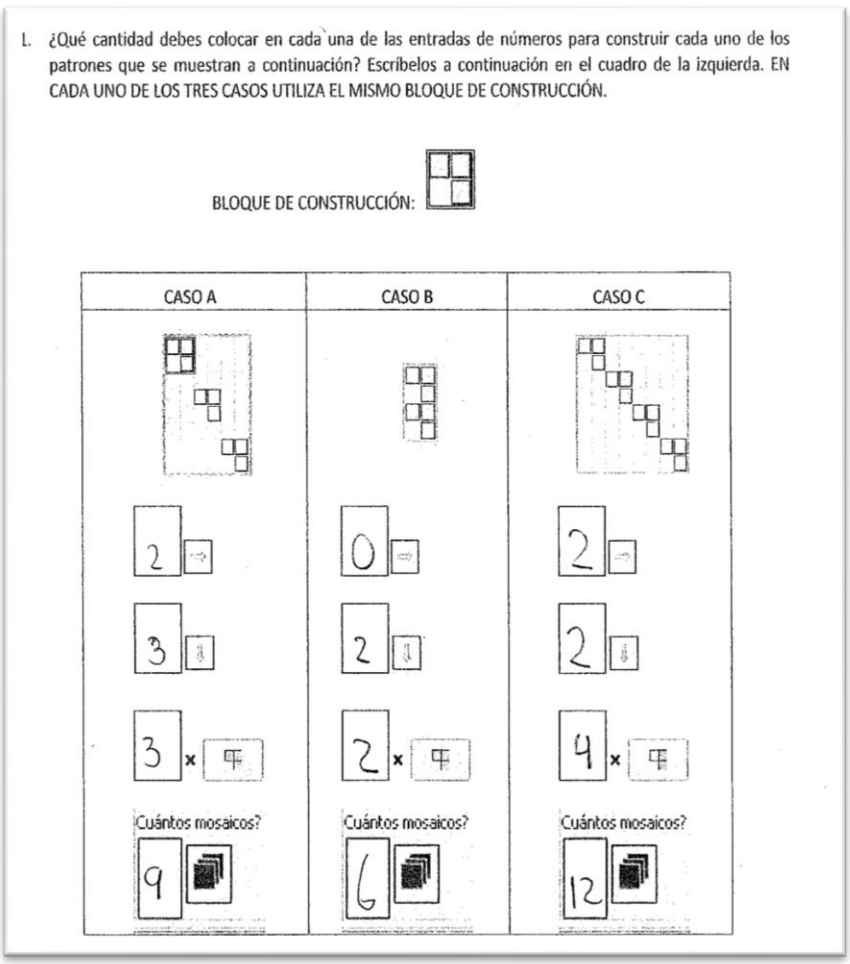
ACTIVIDAD: Mi primer patrón con EXPRESSER

Se familiarizó con el software rápidamente y realizó toda la actividad satisfactoriamente.

En la primera parte se le indica colocar en las entradas los números adecuados para construir tres distintos patrones.

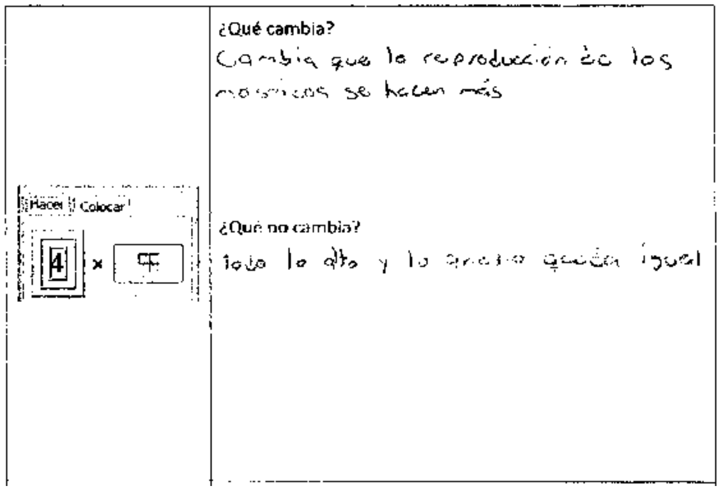
Contestó correctamente los tres casos, realizando los patrones de cada uno sobre la misma ventana y sin borrar para construir el siguiente.

Al inicio de la actividad se le indicó que expresara como una multiplicación la respuesta a la pregunta ¿cuántos mosaicos? pero en su prueba solamente escribió el resultado de la multiplicación.



Se le pide desbloquear el número que indica las repeticiones del bloque de construcción y dar respuesta a dos preguntas.

Desbloquea los números que se indican en la siguiente tabla, y responde las preguntas:



Hacer | Colocar

4 × 4

¿Qué cambia?

Cambia que la reproducción de los mosaicos se hacen más

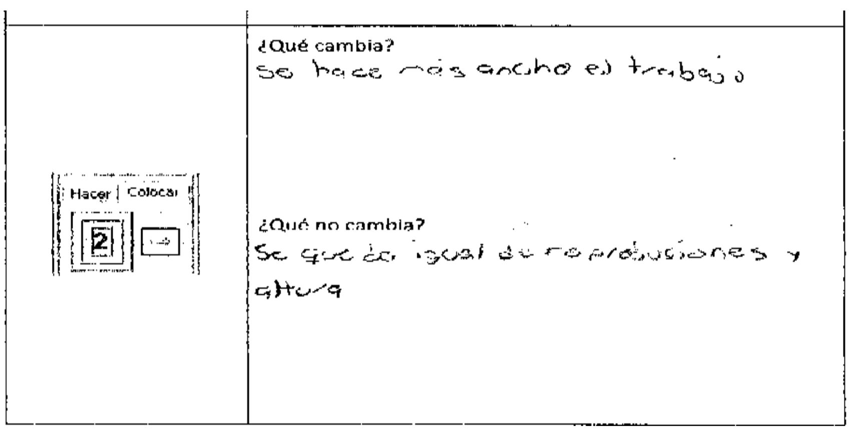
¿Qué no cambia?

todo lo alto y lo ancho queda igual

Respecto a su primera respuesta, las palabras clave son “se hacen más” pues con ellas se refiere a que al cambiar el número por uno más grande obtiene más repeticiones.

Respecto a su segunda respuesta, al escribir “lo alto y lo ancho” se refiere a los espacios que se indican entre cada bloque de construcción hacia la derecha y hacia abajo cuando se construye un patrón.

Se le pide también desbloquear el número que indica los espacios libres hacia la derecha y responder dos preguntas.



Hacer | Colocar

2

¿Qué cambia?

se hace más ancho el trabajo

¿Qué no cambia?

Se queda igual de reproduciones y altura

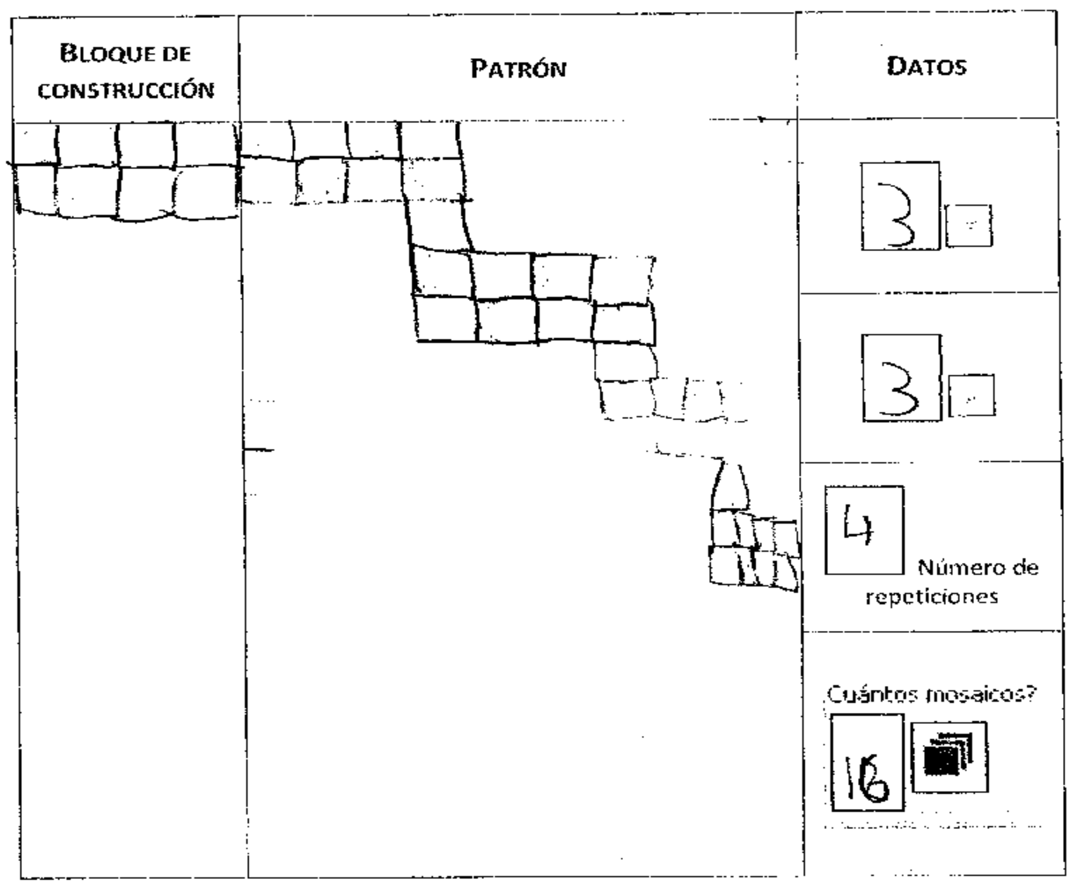
Respecto a su primera respuesta, la palabra “ancho” se refiere a que al cambiar el número por uno más grande los bloques quedaran más separados, lo que le da la impresión de obtener un patrón “más ancho”.

Respecto a su segunda respuesta, las “reproducciones” se refiere a las repeticiones del bloque de construcción y la “altura” se refiere al espacio que libre que se deja hacia abajo entre cada bloque de construcción.

ACTIVIDAD: Mi primer patrón con EXPRESSER. Parte II

En la primera página de la actividad todas las respuestas son correctas por lo que podemos confirmar que Gustavo logró comprender los conceptos de **bloque de construcción** y **patrón.**

1. Construye tu propio patrón y reprodúcelo enseguida.
   SOLO USA MOSAICOS DE COLOR AZUL



2. ¿Cuántos bloques de construcción tiene el patrón? 4
3. ¿Cuántos cuadros hay en cada bloque de construcción? 4
4. ¿Cuántos cuadros hay en el patrón? 16
5. Llenen la siguiente tabla usando el mismo patrón construido en ***eXpresser***.
   Asegúrense de que el patrón siempre esté coloreado.

Número de bloques	4	6	2	1	8	10
Número total de cuadritos en el patrón	16	24	8	4	32	40

Los puntos 6, 7 y 8 se refieren a la comprensión y construcción de una fórmula que permita obtener siempre el número total de cuadritos en el patrón pero a pesar de que las tablas 6 y 8 se llenan correctamente, Gustavo no logra escribir una fórmula porque parece confundir la letra **n** con el número **11.**

6. Utiliza la siguiente regla para completar las multiplicaciones de la tabla siguiente. El resultado de ellas debe ser el número total de cuadros en el patrón.

Total de cuadritos en el patrón = Número de mosaicos en cada bloque X Número de bloques

Número de bloques	4	6	2	1	8	10
Número total de cuadritos en el patrón	4 × 4	4 × 6	4 × 2	4 × 1	4 × 8	4 × 10
Resultado	16	24	8	4	32	40

7. Demos al número de bloques el nombre *n*, ¿Cómo puede expresarse el número total de cuadros en una fórmul que incluya a *n*? multiplicando 11 x 4.

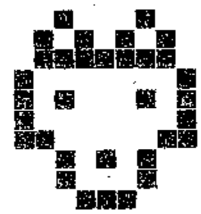
8. Llena la siguiente tabla usando la fórmula anterior

n	19	15	23	51	17	83	47
Número total de cuadritos	76	60	92	204	68	332	188

En los puntos 9 y 10 también podemos confirmar la comprensión de los conceptos de **bloque de construcción** y **patrón**, pero ahora en un nivel un poco más alto, pues se trata de un patrón más complicado que el construido por el mismo alumno.

9. Realiza el siguiente diseño y reprodúcelo 7 veces usando un patrón. Cuántos cuadros hay en total en:

Cada bloque: 33 En el patrón completo: 231



10. Llena la siguiente tabla usando el patrón del ejercicio anterior, donde R es número de bloques en el patrón.

R	7	1	0	3	5	8	6
Número total de cuadrito	231	33	0	99	165	264	198

ACTIVIDAD: Trabajando con fórmulas numéricas

En esta actividad es muy importante seguir las indicaciones estrictamente. Gustavo lo hizo y logró aprender a elaborar fórmulas numéricas mediante el software EXPRESSER. Prueba de lo anterior es la respuesta al punto número 4, con esta respuesta podemos confirmar que Gustavo construyó correctamente la fórmula requerida y además comprendió la jerarquía de operaciones envuelta en la misma.

Al construir correctamente su fórmula Gustavo simplemente va cambiando el valor de “z” y obtiene los resultados correctos para ambas tablas del número 5. Gustavo comenta que ya conoce los números negativos por lo que los anota con naturalidad.

4. Cambia el valor de "z", para que sea 9 en lugar de 2. Observa qué pasa con la copia hecha en el ejercicio 2 y con el resultado de la operación. Expresa tu observación:
cambia la suma y tambien el resultado de la multiplicación

5. Obtén los valores que faltan en las siguientes tablas. UTILIZA la operación realizada en el ejercicio 1, cambiando el valor de "z" de manera conveniente.

Z	9	7	22	0	-1	-5	-3	-4	7
Resultado	**84**	70	175	21	14	-14	0	-7	70

Z	27	89	44	-222	-123	-57	188	432	236
Resultado	210	644	329	-1533	-840	-378	1337	3045	1673

ACTIVIDAD: De fórmulas numéricas a patrones

A pesar de su buen desempeño a lo largo de las actividades, Gustavo se mostró un poco confundido al contestar esta actividad.

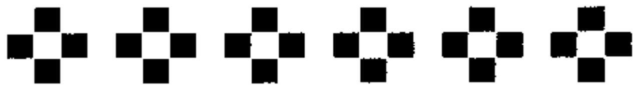
En la primera parte de la actividad había elegido las respuestas erróneas a) bloques y b) patrones así que le hice la pregunta ¿Qué es un patrón? Después de pensar un momento corrigió ambas respuestas sin mencionar una palabra.

Aunque corrigió su respuesta anterior, parece que Gustavo no logro comprender la diferencia entre cuadros, bloques y patrones, pues no dibujó correctamente los patrones que requerían las fórmulas en la segunda parte de la actividad.

DE FÓRMULAS NUMÉRICAS A PATRONES

NOMBRES: [redacted] **Fecha: 16 de Nov de 2011**

1. Observa el siguiente patrón y la fórmula numérica que se obtuvo con él.



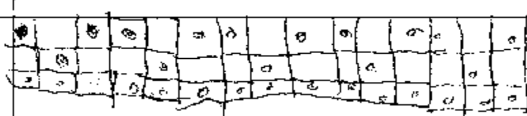
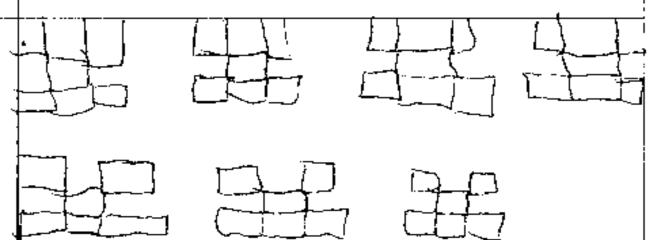
$\boxed{4} \times \boxed{6}$

Señala la opción correcta:

a) El número 4 es el número de: (x) Cuadros ~~(x) Bloques~~ ( ) Patrones

b) El número 6 es el número de: ( ) Cuadros (x) Bloques ~~( ) Patrones~~

2. Construye un patrón que tenga la fórmula que se indica en cada caso. Dibújalo en el espacio que corresponde.

	Fórmula	Patrón
a)	$\boxed{3} \times \boxed{6}$	
b)	$\boxed{5} \times \boxed{7}$	

ACTIVIDAD: El sendero

Gustavo siguió las instrucciones y construyo correctamente ambos patrones para después ensamblarlos.

Contesto correctamente las preguntas 5, 6 y 7 lo cual nos dice que logró darse cuenta de las operaciones que tenía que realizar para encontrar el número de cuadros verdes a partir del número de cuadros rojos. A pesar de lo anterior, Gustavo no escribió una fórmula como se requería en la pregunta 8 pero su respuesta de multiplicar por 5 es correcta.

Llenó correctamente la tabla 9 y da una descripción convincente de cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuadros rojos.

5. Si hay 7 cuadros rojos, ¿cuántos cuadros verdes debe haber para rodear completamente a los rojos? 35

6. Si se tienen 12 cuadros rojos, ¿cuántos cuadros verdes deberá haber? 60

7. ¿Cuál es el número por el que hay que multiplicar al valor de X para obtener el total de cuadros verdes? x5 Comprueben su resultado en la computadora.

8. Escriban la fórmula completa para calcular el número de cuadros verdes.

multiplicar x5

9. Llenen la siguiente tabla usando la fórmula del ejercicio anterior.

Número de cuadros rojos	1	7	11	15	20
Número de cuadros verdes	5	35	55	75	100

10. Describan con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuadros rojos.

como por cada 5 se cubre 1 entonces esto se tiene que multiplicar x5 para los cuadros rojos

ACTIVIDAD: La vía del tren

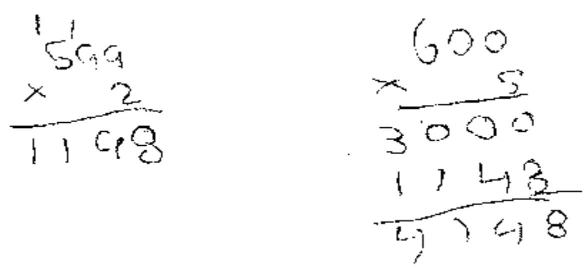
Construyo correctamente el modelo de la vía del tren, su primer patrón consistió en tres cuadritos formando una línea vertical y el segundo en dos cuadritos, uno separado del otro por tres espacios hacia abajo.

Llenó correctamente la tabla de la actividad excepto por una casilla, para 600 bloques escribió un número total de mosaicos de 4148 cuando lo correcto era 4198.

e) Completa la siguiente tabla, utilizando las fórmulas obtenidas.

Número de bloques	6	12	1	600	0
Número de mosaicos en total	40	82	5	4148	0

Este error no debió existir pues al revisar las operaciones de Gustavo nos damos cuenta de que fue un error al escribir el número 1198 en la suma.



En f) el nombre que da a los números desbloqueados es x y escribe una fórmula correcta pero a la vez incompleta.

f) Da un nombre a los números que se desbloquearon; escribe la fórmula obtenida

$x \cdot 3$ y $x \cdot 4 - 2$

Gustavo escribe dos fórmulas separadas por “y”. Desgraciadamente no se dio cuenta que podría ser solamente una fórmula si en lugar de “y” hubiese colocado “+” pues era lo que realizaba para obtener el número total de mosaicos.

En g) se buscaba que escribiera la relación entre su patrón y su fórmula obtenida en la actividad. Pero al parecer no lo entendió de esta manera.

g) Escribe con tus propias palabras la relación que hay entre el patrón y la fórmula obtenida.

Que si cambias los patrones va a tener que cambiar la formula que haz hecho

ACTIVIDAD: La mesa mágica

En esta actividad Gustavo comprendió perfectamente el comportamiento de la mesa mágica y confirmó los aprendizajes obtenidos a lo largo de las otras actividades.

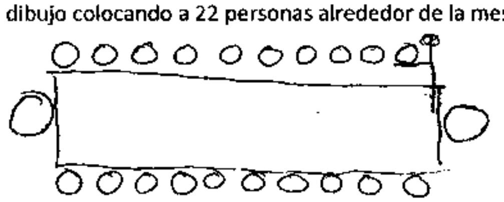
En la primera hoja (ejercicios 1, 2 y 3) realizo correctamente lo que se requería.

1. Si en uno de los lados largos de la mesa se colocan 8 personas, ¿cuántas personas en total se pueden colocar alrededor de la mesa mágica? Muestra tus cálculos u operaciones.

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times\ 2 \\ \hline 16 \\ +\ 2 \\ \hline 18 \end{array}$$

R= 18

2. Haz un dibujo colocando a 22 personas alrededor de la mesa mágica.



3. ¿Se pueden colocar 50 personas alrededor de la mesa, conservando la distribución anterior? Explica tu respuesta. si porque podríamos poner 24 personas por cada lado son 48 mas los otros 2 de cada orilla suman 50

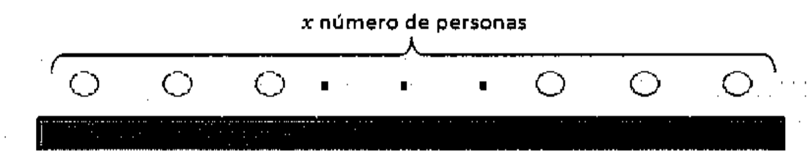
En la segunda hoja su respuesta a la pregunta 4 no es la que se esperaba, sin embargo sus palabras “siempre será el doble” se refieren a un número par y sus palabras “no se puede poner 1 y así” se refieren indudablemente a los números impares. Entonces su razonamiento es correcto.

4. ¿Se puede colocar cualquier número de personas alrededor de esa mesa? Explica tu respuesta

no porque siempre sera el doble y no se puede poner 1 y asi

En la pregunta número 5 definitivamente se reafirman los aprendizajes obtenidos a lo largo de las actividades, pues escribe una fórmula completamente correcta y la explica con sus palabras.

5. Si de un lado de la mesa colocamos un número x de personas, ¿cuántas personas en total caben alrededor? Explica tu respuesta y muestra el resultado con una fórmula matemática.



$x \cdot 2+2$

yo multiplico x por 2 y luego sumo las orillas

ACTIVIDAD: El jardín con rosas

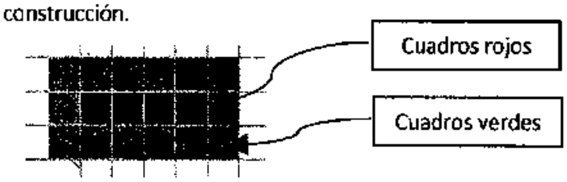
En esta actividad nuevamente Gustavo nos muestra los aprendizajes obtenidos a lo largo de las actividades.

Encontró la fórmula correcta para calcular el número de cuadros verdes sabiendo cuantos rojos hay, y lo deja muy claro en la primera parte de la actividad.

EL JARDÍN CON ROSAS

NOMBRE: [redacted]________________________________ **Fecha:** _______

1. Supón que en la figura siguiente los cuadros rojos (los de en medio) representan rosas rojas que éstas están rodeadas por un jardín (representado con los cuadros verdes del derredor). Contesta las siguientes preguntas usando este esquema de construcción.



a) Si en el centro hubiese 5 cuadros rojos, ¿cuántos cuadros verdes deberá haber para rodear completamente a las rosas? 16 . Y si hay 8 rosas rojas, ¿cuántos cuadros verdes debe haber? 22.

b) Llena las siguientes tablas en la que el número de cuadros rojos está cambiando.

Número de cuadros rojos	1	2	3	4	5
Número de cuadros verdes que se necesitan para el jardín	8	10	12	14	16

Número de cuadros rojos	12	27	48	121	5532
Número de cuadros verdes que se necesitan para el jardín	30	60	102	248	11 070

En el inciso c) Gustavo escribe “multiplicar por 2”, esto lo escribe porque nota que para cada cuadro rojo se necesita uno por encima y otro por debajo; después escribe “y sumarle 6” estos seis representan los seis cuadros que se colocan a las orillas, tres de cada una, para que los cuadros rojos queden completamente rodeados.

c) Describe con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay.

multiplicarlo por 2 y sumarle 6

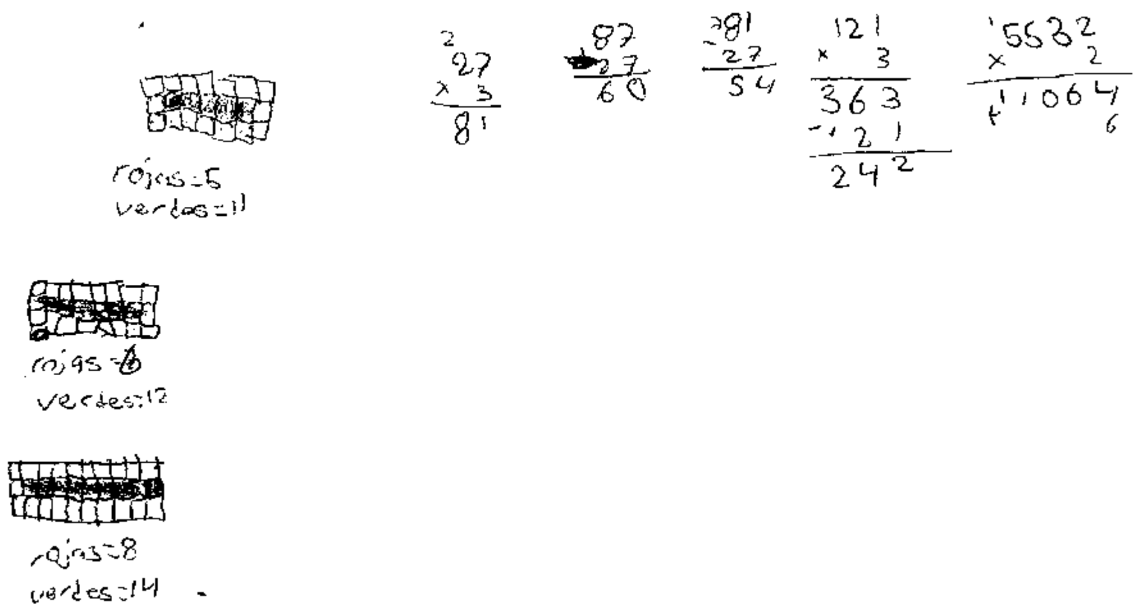
En el número 2 se le pide que escriba las operaciones que realizó para llenar las tablas anteriores, pero Gustavo solamente escribe la fórmula al igual que en el número 3. Aunque en la parte de atrás de la hoja tiene algunas operaciones.

2. **Escribe la(s) operación(es) que realizaste para calcular el número de cuadros verdes de la tabla anterior.**

x.2+6

3. **Escribe una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de rojos que se tenga:** x.2+6

En la cuarta y quinta parte de esta actividad se indica que dibuje tres diseños del jardín pero con un número de cuadros rojos distintos, que indique el número de cuadros rojos y verdes para cada diseño y que compruebe la fórmula que escribió en el número 3, pero Gustavo solamente realizo lo siguiente:



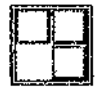
Los tres diseños son correctos e indica bien el número de cuadros rojos, sin embargo en los tres diseños el número de cuadros verdes es incorrecto y no escribe ninguna comprobación de su fórmula obtenida en el número 3.

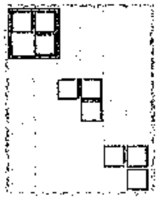
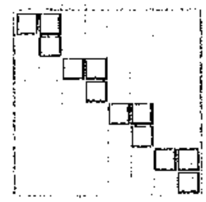
Segundo caso de estudio: Alfredo

ACTIVIDAD: Mi primer patrón con EXPRESSER

Alfredo tardo un poco en familiarizarse con el software, pero logró construir cada uno de los patrones que indicaba la actividad de forma correcta.
Borraba el patrón anterior para construir el siguiente.

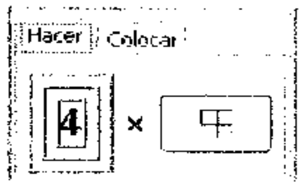
A pesar de que se dio la indicación de responder a la pregunta ¿cuántos mosaicos? con una multiplicación, Alfredo solamente colocó el resultado.

BLOQUE DE CONSTRUCCIÓN: 

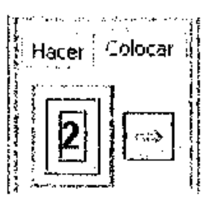
CASO A	CASO B	CASO C
		
2	0	2
3	2	2
3 ×	2 ×	4 ×
Cuántos mosaicos? 9	Cuántos mosaicos? 6	Cuántos mosaicos? 12

En la segunda parte de la actividad se les indico desbloquear el número que indica las repeticiones del bloque de construcción y dar respuesta a dos preguntas.

Desbloquea los números que se indican en la siguiente tabla, y responde las preguntas:

	¿Qué cambia? El color del contorno cambia a rosa. ¿Qué no cambia? El Número.

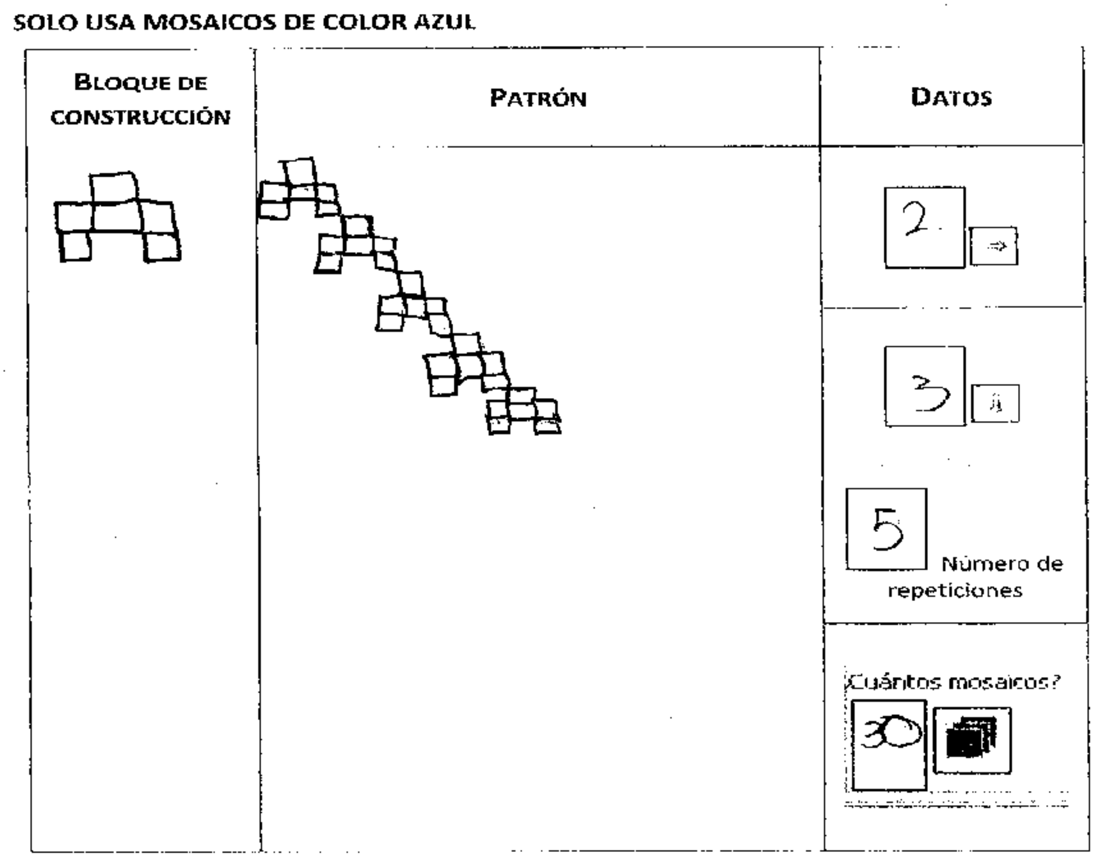
A continuación se indica desbloquear el número que indica los espacios libres hacia la derecha y responder dos preguntas.

	¿Qué cambia? El color del contorno cambia a rosa porque estaba azul ¿Qué no cambia? El número

En ambos casos podemos notar que Alfredo no comprendió que debía cambiar el número de la casilla para poder notar cambios, pues el color del contorno cambia justamente para indicar que el número está desbloqueado. Además el indica que lo no cambió fue el número de la casilla.

ACTIVIDAD: Mi primer patrón con EXPRESSER. Parte II

En la primera página de la actividad todas las respuestas son correctas por lo que podemos confirmar que Alfredo logró comprender los conceptos de **bloque de construcción** y **patrón.**



2. ¿Cuántos bloques de construcción tiene el patrón? 5
3. ¿Cuántos cuadros hay en cada bloque de construcción? 6
4. ¿Cuántos cuadros hay en el patrón? 30
5. Llenen la siguiente tabla usando el mismo patrón construido en *eXpresser*. Asegúrense de que el patrón siempre esté coloreado.

Número de bloques	4	6	2	1	8	10
Número total de cuadritos en el patrón	24	36	12	6	48	60

Los puntos 6, 7 y 8 se refieren a la comprensión y construcción de una fórmula que permita obtener siempre el número total de cuadritos en el patrón. Cuando se generaliza la pregunta a un número **n** de bloques Alfredo contesta correctamente.

Utiliza la siguiente regla para completar las multiplicaciones de la tabla siguiente. El resultado de ellas debe ser el número total de cuadros en el patrón.

Total de cuadritos en el patrón = Número de mosaicos en cada bloque X Número de bloques

Número de bloques	4	6	2	1	8	10
Número total de cuadritos en el patrón	6 × 4	6 × 6	6 × 2	6 × 1	6 × 8	6 × 10
Resultado	24	36	12	6	48	60

7. Demos al número de bloques el nombre *n*, ¿Cómo puede expresarse el número total de cuadros en una fórmula que incluya a *n*? Multiplicaria n x 6.

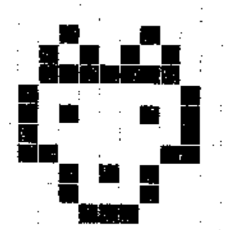
8. Llena la siguiente tabla usando la fórmula anterior

n	19	15	23	51	17	83	47
Número total de cuadritos	114	90	138	306	102	498	282

En los puntos 9 y 10 también podemos confirmar la comprensión de los conceptos de **bloque de construcción** y **patrón**, pero ahora en un nivel un poco más alto, pues se trata de un patrón más complicado que el construido por el mismo alumno.

9. Realiza el siguiente diseño y reprodúcelo 7 veces usando un patrón. Cuántos cuadros hay en total en:

Cada bloque: 33 En el patrón completo: 231



10. Llena la siguiente tabla usando el patrón del ejercicio anterior, donde **R** es número de bloques en el patrón.

R	7	1	0	3	5	8	6
Número total de cuadrito	231	33	0	99	165	264	198

ACTIVIDAD: Trabajando con fórmulas numéricas

En esta actividad es muy importante seguir las indicaciones estrictamente. Alfredo lo hizo y logró aprender a elaborar fórmulas numéricas mediante el software EXPRESSER.

La respuesta de Alfredo “el número cambió en los dos cuadros” nos confirma que realizó correctamente la actividad pues de lo contrario no hubiese cambiado el número en ambos cuadros.

Al construir correctamente su fórmula simplemente va cambiando el valor de “z” y obtiene los resultados correctos para ambas tablas del número 5.

4. Cambia el valor de "z", para que sea 9 en lugar de 2. Observa qué pasa con la copia hecha en el ejercicio 2 y con el resultado de la operación. Expresa tu observación: El numero cambio en los dos cuadros.

5. Obtén los valores que faltan en las siguientes tablas. UTILIZA la operación realizada en el ejercicio 1, cambiando el valor de "z" de manera conveniente.

Z	9	7	22	0	-1	-5	-3	-4	7
Resultado	84	70	175	21	14	-14	0	-7	70

Z	27	89	44	-222	-123	-57	188	432	236
Resultado	210	644	329	-1533	-840	-378	1337	3045	1673

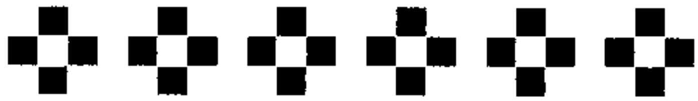
ACTIVIDAD: De fórmulas numéricas a patrones

En esta actividad el alumno debe ser capaz de distinguir la diferencia entre, cuadros, bloques de construcción y patrón.

Alfredo contestó correctamente el primer inciso de la actividad pero no fue así para el segundo. Sin embargo, al hacerle la pregunta ¿Qué es un patrón?, contestó: "el patrón son las seis figuritas juntas ¿no?".

A pesar de las dudas que surgieron, el alumno construyó correctamente los modelos indicados en la segunda parte.

1. Observa el siguiente patrón y la fórmula numérica que se obtuvo con él.



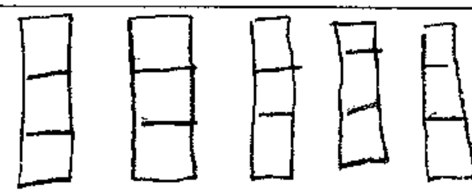
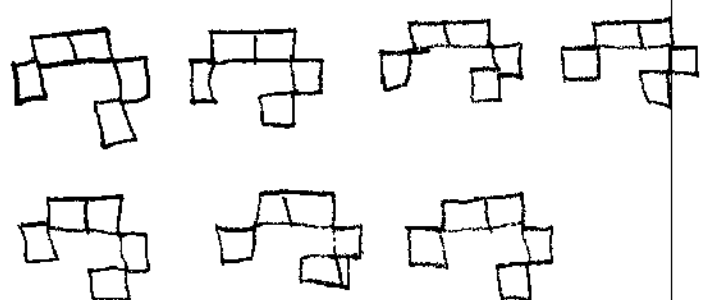
4 × 6

Señala la opción correcta:

a) El número 4 es el número de: (✓) Cuadros ( ) Bloques ( ) Patrones

b) El número 6 es el número de: ( ) Cuadros ( ) Bloques (✓) Patrones

2. Construye un patrón que tenga la fórmula que se indica en cada caso. Dibújalo en el espacio que corresponde.

	Fórmula	Patrón
a)	3 × 5	
b)	5 × 7	

ACTIVIDAD: El sendero

Alfredo siguió las instrucciones y construyó correctamente ambos patrones para después ensamblarlos.

Contestó de forma incorrecta la pregunta 5, pero correctamente las preguntas 6 y 7 lo cual nos dice que logró darse cuenta de las operaciones que tenía que realizar para encontrar el número de cuadros verdes a partir del número de cuadros rojos, y que tal vez su error se debió a una mala memorización de las tablas de multiplicar.

Alfredo no escribió una fórmula como se indica en el número 8, pero al dibujar al número 12 dentro del recuadro con el nombre de "x" podemos percibir una fórmula , pues enseguida del signo igual no escribe 60 sino un cuadrito.

Llenó correctamente la tabla 9 y da una descripción convincente de cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuadros rojos.

5. Si hay 7 cuadros rojos, ¿cuántos cuadros verdes debe haber para rodear completamente a los rojos? 45
6. Si se tienen 12 cuadros rojos, ¿cuántos cuadros verdes deberá haber? 60
7. ¿Cuál es el número por el que hay que multiplicar al valor de X para obtener el total de cuadros verdes? 5 Comprueben su resultado en la computadora.
8. Escriban la fórmula completa para calcular el número de cuadros verdes.
   $\boxed{\begin{matrix}x\\12\end{matrix}} \times \boxed{5} = \boxed{\square}$
9. Llenen la siguiente tabla usando la fórmula del ejercicio anterior.

Número de cuadros rojos	1	7	11	15	20
Número de cuadros verdes	5	35	55	75	100

10. Describan con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuadros rojos.
    multiplicando el numero de cuadrs rojos por 5

ACTIVIDAD: La vía del tren

Construyó correctamente el modelo de la vía del tren, su primer patrón consistió en tres cuadritos formando una línea vertical y el segundo en dos cuadritos, uno separado del otro por tres espacios hacia abajo.

Llenó correctamente la tabla de la actividad excepto por una casilla, para 600 bloques escribió un número total de mosaicos de 4148 cuando lo correcto era 4198. Sin embargo, las operaciones que escribió a los costados muestran que realizo los cálculos correctamente.

En f) asigna a los números desbloqueados el nombre de “x” y escribe una fórmula para los cuadros rojos y otra fórmula para los cuadros azules sin darse cuenta que pudo haberlas unido con un símbolo de “+”.

En g) se da cuenta que es la misma “x” la que debe utilizar para calcular el número de cuadritos de ambos colores pero no logra relacionarlos en la fórmula.

d) Asegúrate también de que tu modelo **no se descomponga** cuando lo animas.

e) Completa la siguiente tabla, utilizando las fórmulas obtenidas.

Número de bloques	6	12	1	600	0
Número de mosaicos en total	40	82	5	4148	0

46 + 36 = 82 12 × 3 = 36 1800 600 × 4 = 2400 2398 + 1800 = 4148

f) Da **un nombre** a los números que se desbloquearon; escribe la fórmula obtenida

"X", Rojos = X·4 −2 . Azules = X · 3

g) Escribe con tus propias palabras la relación que hay entre el patrón y la fórmula obtenida.

todos se basan en un solo numero

ACTIVIDAD: La mesa mágica

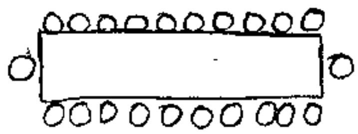
En esta actividad Alfredo comprendió perfectamente el comportamiento de la mesa mágica y confirmó los aprendizajes obtenidos a lo largo de las otras actividades. En la primera hoja (ejercicios 1, 2 y 3) realizó correctamente lo que se requería.

1. Si en uno de los lados largos de la mesa se colocan 8 personas, ¿cuántas personas en total se pueden colocar alrededor de la mesa mágica? Muestra tus cálculos u operaciones.

$$8 \times 2 = 16, \quad 16 + 2 = 18$$

R= 18 personas en total

2. Haz un dibujo colocando a 22 personas alrededor de la mesa mágica.



3. ¿Se pueden colocar 50 personas alrededor de la misma mesa, conservando la distribución anterior? Explica tu respuesta.

si, Alargando la mesa para que haya 24 personas en cada lado y una de cada extremo cabran las 50 personas.

En la segunda hoja su respuesta a la pregunta 4 es correcta, pues Alfredo logró percatarse de que solamente un número par de personas puede sentarse alrededor de la mesa mágica.

4. ¿Se puede colocar cualquier número de personas alrededor de esa mesa? Explica tu respuesta

No, solo se pueden poner un numero de personas que sean multiplo de dos.

En la pregunta número 5 definitivamente se reafirman los aprendizajes obtenidos a lo largo de las actividades, pues escribe una fórmula completamente correcta y la explica con sus palabras.

5. Si de un lado de la mesa colocamos un número x de personas, ¿cuántas personas en total caben alrededor? Explica tu respuesta y muestra el resultado con una fórmula matemática.

$2 \cdot x + 2 =$ numero total de personas porque siempre va a haber el mismo numero de personas por los dos lados y a los extremos siempre habra dos.

Tercer caso de estudio: Pedro

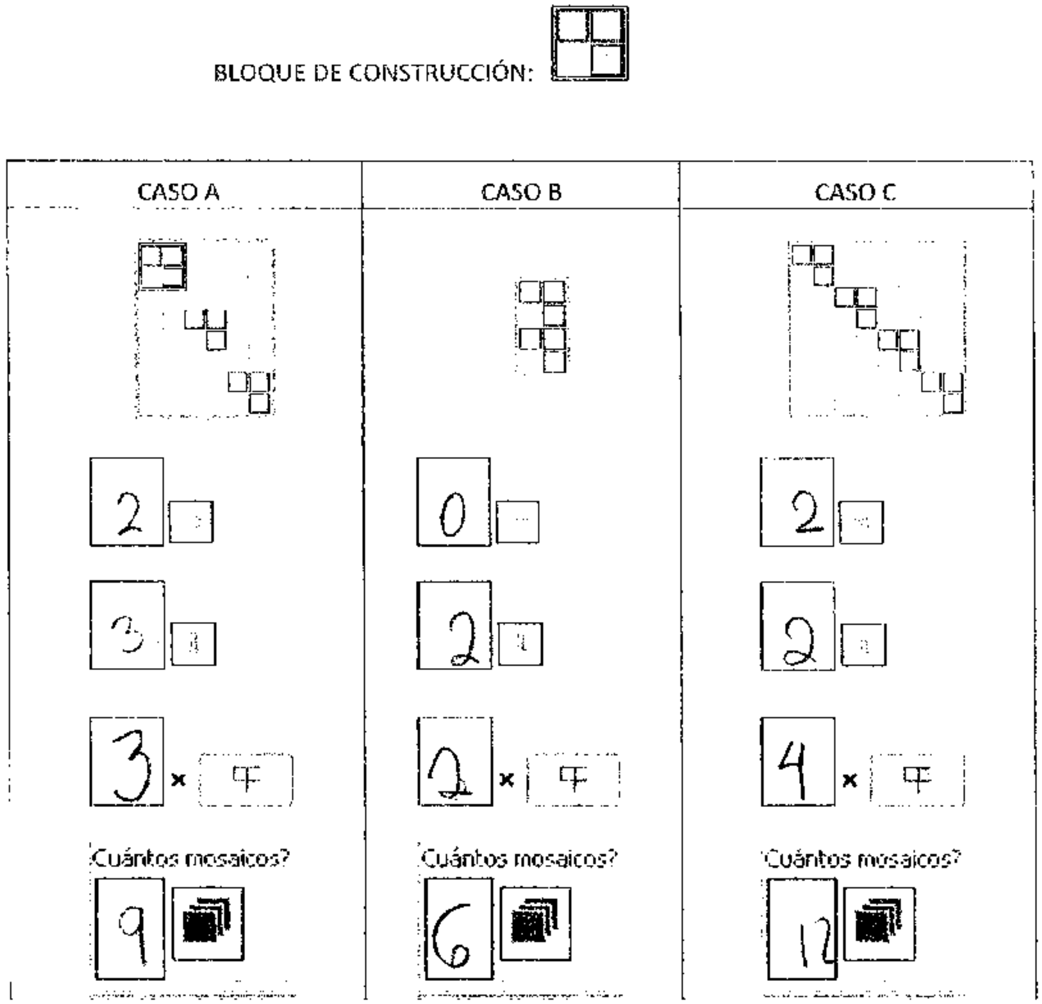
ACTIVIDAD: Mi primer patrón con EXPRESSER

Se familiarizó con el software y realizó toda la actividad satisfactoriamente.

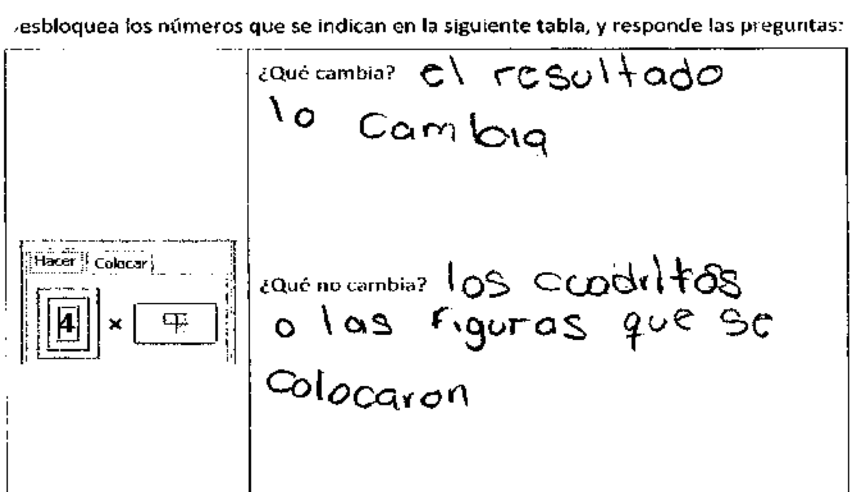
En la primera parte se le indica colocar en las entradas los números adecuados para construir tres distintos patrones.

Contestó correctamente los tres casos, borrando el patrón anterior para construir el siguiente.

Al inicio de la actividad se le indicó que expresara como una multiplicación la respuesta a la pregunta ¿cuántos mosaicos? pero en su prueba solamente escribió el resultado de la multiplicación.



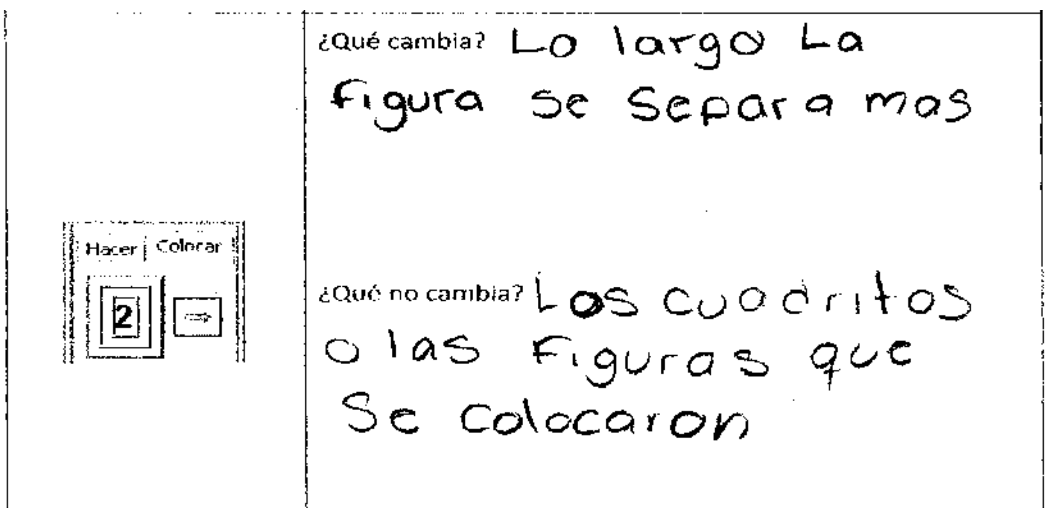
Se le pide desbloquear el número que indica las repeticiones del bloque de construcción y dar respuesta a dos preguntas.



Respecto a su primera respuesta, “el resultado”, se refiere a que cuando cambia el número cambian también el número de figuras o bloques de construcción en la pantalla.

Respecto a su segunda respuesta, al escribir “los cuadritos y las figuras que se colocaron”, él se refiere solamente a cada bloque de construcción, es decir, que las figuras se ven iguales aunque no sea el mismo número de ellas.

Se le pide también desbloquear el número que indica los espacios libres hacia la derecha y responder dos preguntas.



Su primera respuesta es muy clara, el cambió el número por uno más grande y entonces notó que las figuras se separaban aún más.

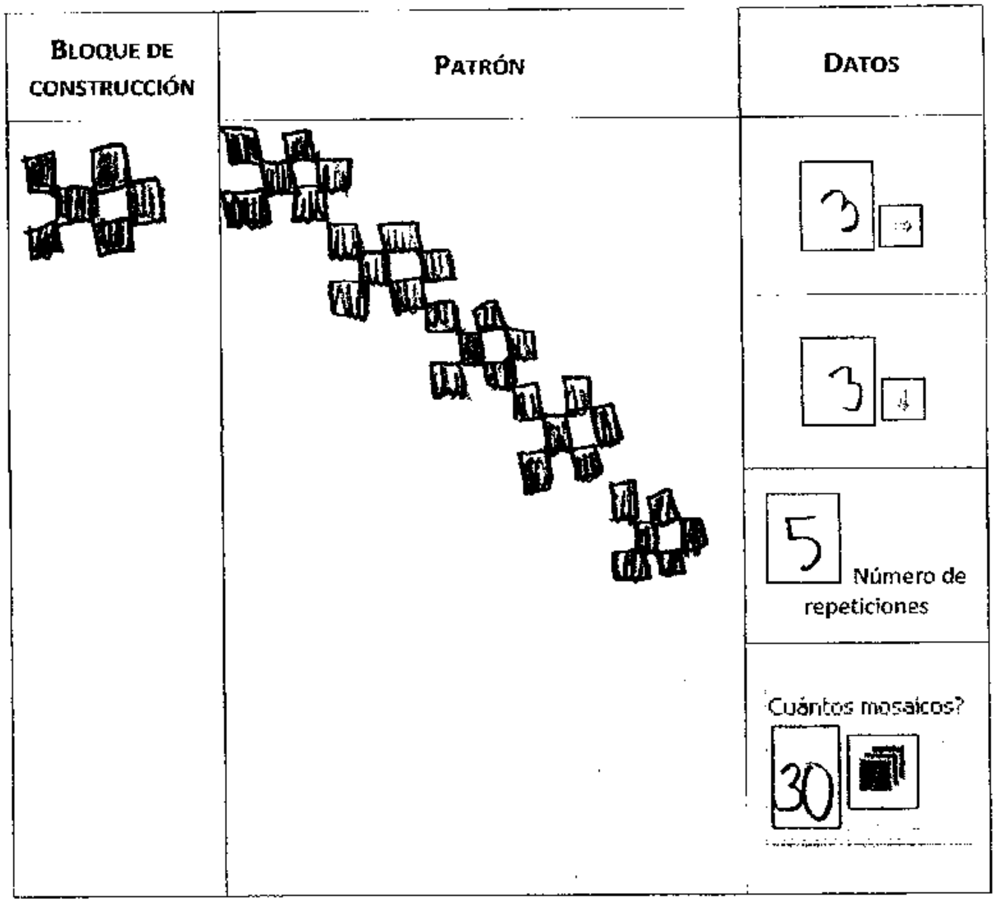
Respecto a su segunda respuesta, al escribir “los cuadritos y las figuras que se colocaron”, él se refiere solamente a cada bloque de construcción, es decir, que las figuras se ven iguales aunque ahora estén más separadas unas de otras.

ACTIVIDAD: Mi primer patrón con EXPRESSER. Parte II

En la primera página de la actividad todas las respuestas son correctas por lo que podemos confirmar que Pedro logró comprender los conceptos de **bloque de construcción** y **patrón.**

1. Construye tu propio patrón y reprodúcelo enseguida.

SOLO USA MOSAICOS DE COLOR AZUL



2. ¿Cuántos bloques de construcción tiene el patrón? 5
3. ¿Cuántos cuadros hay en cada bloque de construcción? 6
4. ¿Cuántos cuadros hay en el patrón? 30
5. Llenen la siguiente tabla usando el mismo patrón construido en ***eXpresser***. Asegúrense de que el patrón siempre esté coloreado.

Número de bloques	4	6	2	1	8	10
Número total de cuadritos en el patrón	24	36	12	6	48	60

Los puntos 6, 7 y 8 se refieren a la comprensión y construcción de una fórmula que permita obtener siempre el número total de cuadritos en el patrón. Cuando se generaliza la pregunta a un número **n** de bloques, Pedro tiene una respuesta parcialmente correcta, pues menciona el producto de **n** por 6, pero después le da un valor particular a **n** y con ello coloca el resultado de 30.

Utiliza la siguiente regla para completar las multiplicaciones de la tabla siguiente. El resultado de ellas debe ser el número total de cuadros en el patrón.

Total de cuadritos en el patrón = Número de mosaicos en cada bloque X Número de bloques

Número de bloques	4	6	2	1	8	10
Número total de cuadritos en el patrón	6 × 4	6 × 6	6 × 2	6 × 1	6 × 8	6 × 10
Resultado	24	36	12	6	48	60

7. Demos al número de bloques el nombre *n*, ¿Cómo puede expresarse el número total de cuadros en una fórmula que incluya a *n*? n×6 = 30.

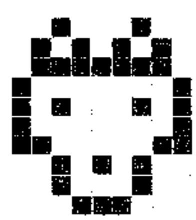
8. Llena la siguiente tabla usando la fórmula anterior

n	19	15	23	51	17	83	47
Número total de cuadritos	114	90	138	306	102	498	282

En los puntos 9 y 10 también podemos confirmar la comprensión de los conceptos de **bloque de construcción** y **patrón**, pero ahora en un nivel un poco más alto, pues se trata de un patrón más complicado que el construido por el mismo alumno.

9. Realiza el siguiente diseño y reprodúcelo 7 veces usando un patrón. Cuántos cuadros hay en total en:

Cada bloque: 33 En el patrón completo: 231



10. Llena la siguiente tabla usando el patrón del ejercicio anterior, donde R es número de bloques en el patrón.

R	7	1	0	3	5	8	6
Número total de cuadrito	231	33	0	99	165	264	198

ACTIVIDAD: Trabajando con fórmulas numéricas

En esta actividad es muy importante seguir las indicaciones estrictamente.

Desgraciadamente Pedro cometió algunos errores y aunque construyó fórmulas, éstas no fueron las correctas. En consecuencia las tablas no se llenaron correctamente.

4. Cambia el valor de "z", para que sea 9 en lugar de 2. Observa qué pasa con la copia hecha en el ejercicio 2 y con el resultado de la operación. Expresa tu observación:

El numero cambio

5. Obtén los valores que faltan en las siguientes tablas. UTILIZA la operación realizada en el ejercicio 1, cambiando el valor de "z" de manera conveniente.

Z	9	7	25	0	-1	-5	-3	-2	7
Resultado	84	63	175	21	14	-14	0	-7	70

Z	27	89	44	-222	-123	-57	188	432	236
Resultado	270	828	423	-1971	1080	-486	1719	3915	2151

ACTIVIDAD: De fórmulas numéricas a patrones

En esta actividad el alumno debe ser capaz de distinguir la diferencia entre, cuadros, bloques de construcción y patrón.

Pedro contesto correctamente ambos incisos, demostrando su comprensión de los elementos antes mencionados.

Cuando se le indico construir sus propios patrones de acuerdo a las fórmulas indicadas lo hizo de forma correcta y rápida.

1. **Observa el siguiente patrón y la fórmula numérica que se obtuvo con él.**

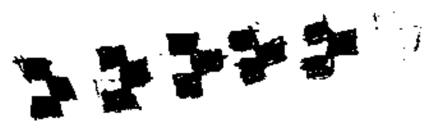
$\boxed{4} \times \boxed{6}$

Señala la opción correcta:

a) El número 4 es el número de: (●) Cuadros ( ) Bloques ( ) Patrones

b) El número 6 es el número de: ( ) Cuadros (●) Bloques ( ) Patrones

2. **Construye un patrón que tenga la fórmula que se indica en cada caso. Dibújalo en el espacio que corresponde.**

	Fórmula	Patrón
a)	$\boxed{3} \times \boxed{5}$	
b)	$\boxed{5} \times \boxed{7}$	

ACTIVIDAD: El sendero

Pedro siguió las instrucciones y construyó correctamente ambos patrones para después ensamblarlos.

Contestó de forma correcta las preguntas 5, 6 y 7 lo cual nos dice que logró darse cuenta de las operaciones que tenía que realizar para encontrar el número de cuadros verdes a partir del número de cuadros rojos.

Pedro no escribió una fórmula como se indica en el número 8, pero al dibujar al número 7 dentro del recuadro con el nombre de "x" podemos percibir una fórmula, pues enseguida del signo igual no escribe ningún resultado.

Aunque no describe como se esperaba la forma de calcular el número de cuadros verdes cuando se conoce el número de cuadros rojos, Pedro llenó correctamente la tabla 9.

5. Si hay 7 cuadros rojos, ¿cuántos cuadros verdes debe haber para rodear completamente a los rojos? 35
6. Si se tienen 12 cuadros rojos, ¿cuántos cuadros verdes deberá haber? 60
7. ¿Cuál es el número por el que hay que multiplicar al valor de X para obtener el total de cuadros verdes? 5 Comprueben su resultado en la computadora.
8. Escriban la fórmula completa para calcular el número de cuadros verdes.

$5 \times \frac{x}{7} =$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 12 \\ \times\ 5 \\ \hline 60 \end{array}$$

9. Llenen la siguiente tabla usando la fórmula del ejercicio anterior.

Número de cuadros rojos	1	7	11	15	20
Número de cuadros verdes	5	35	55	75	100

10. Describan con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuadros rojos.

Viendo como podemos encontrarlo

ACTIVIDAD: La vía del tren

Construyó el modelo de la vía del tren de la siguiente manera: su primer patrón consistió en cinco cuadritos formando una línea vertical y el segundo en dos cuadritos, uno separado del otro por tres espacios hacia abajo.

Llenó correctamente la tabla de la actividad que se incluye en el inciso f. Nombró como **X** a los números que se desbloquearon y escribió las fórmulas que utilizó en los renglones en los que se le pedía explicar la relación entre el patrón y la fórmula.

Construye un modelo que se asemeje a una vía del tren, como se muestra en la figura siguiente. Usa **dos colores diferentes**, de tal manera que puedas mostrar cómo construiste el modelo.

a) Para los dos colores que utilizaste, desbloquea el número de repeticiones del bloque.

b) Para los dos colores, arrastra el número de repeticiones del bloque a la casilla que corresponde a "Cuántos mosaicos?"

c) **Realiza operaciones** con cada uno de los números de las casillas "Cuántos mosaicos?" para construir las fórmulas que te permitan mantener siempre coloreados todos los mosaicos.

d) Asegúrate también de que tu modelo **no se descomponga** cuando lo animas.

e) Completa la siguiente tabla, utilizando las fórmulas obtenidas.

Número de bloques	6	12	1	600	0
Número de mosaicos en total	40	82	5	4198	0

f) **Da un nombre** a los números que se desbloquearon; escribe **la fórmula obtenida** X ____________________.

g) Escribe con tus propias palabras la relación que hay entre el patrón y la fórmula obtenida.

Se ocupa el patron para ascr la formula

X

R= 2×6-2

V= 6×5

ACTIVIDAD: La mesa mágica

En esta actividad Pedro mostró algunas dificultades para comprender el comportamiento de la mesa mágica. En la primera hoja (ejercicios 1, 2 y 3) realizó correctamente lo que se requería.

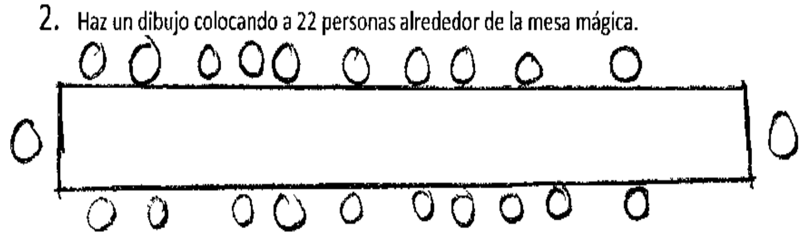
En la pregunta número 1 muestra sus operaciones de forma correcta, en la pregunta número 2 realiza un dibujo también de forma correcta y en la pregunta número 3 no explica ninguna respuesta sino simplemente realiza el dibujo de las 50 personas alrededor de la mesa.

1. Si en uno de los lados largos de la mesa se colocan 8 personas, ¿cuántas personas en total se pueden colocar alrededor de la mesa mágica? Muestra tus cálculos u operaciones.

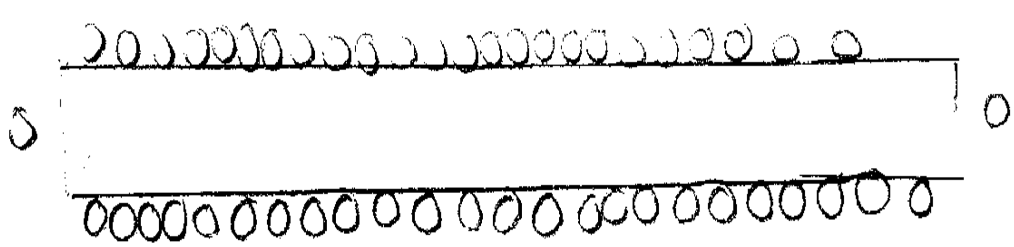
$8 \times 2 = 16$

$$\begin{array}{r} 16 \\ +2 \\ \hline 18 \end{array}$$

2. Haz un dibujo colocando a 22 personas alrededor de la mesa mágica.



3. ¿Se pueden colocar 50 personas alrededor de la misma mesa, conservando la distribución anterior? Explica tu respuesta.



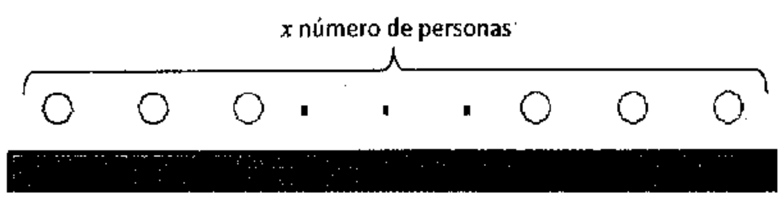
En la segunda hoja su respuesta a la pregunta 4 no es la que se esperaba, pues a pesar de contestar correctamente las tres preguntas anteriores, Pedro no logró darse cuenta de que aunque la mesa era mágica había que acomodar siempre a un número par de personas.

4. ¿Se puede colocar cualquier número de personas alrededor de esa mesa? Explica tu respuesta

Si porque conforme de que Crecela mesa y aumenta el numero de personas

En la pregunta número 5 definitivamente Pedro no fue capaz de generalizar el patrón y mucho menos mostrar una fórmula matemática. Para contestar a esta pregunta Pedro imaginó que los tres puntos centrales del dibujo eran también personas acomodadas alrededor de la mesa y realizó cálculos para un caso particular de 20 personas.

5. Si de un lado de la mesa colocamos un número x de personas, ¿cuántas personas en total caben alrededor? Explica tu respuesta y muestra el resultado con una fórmula matemática.



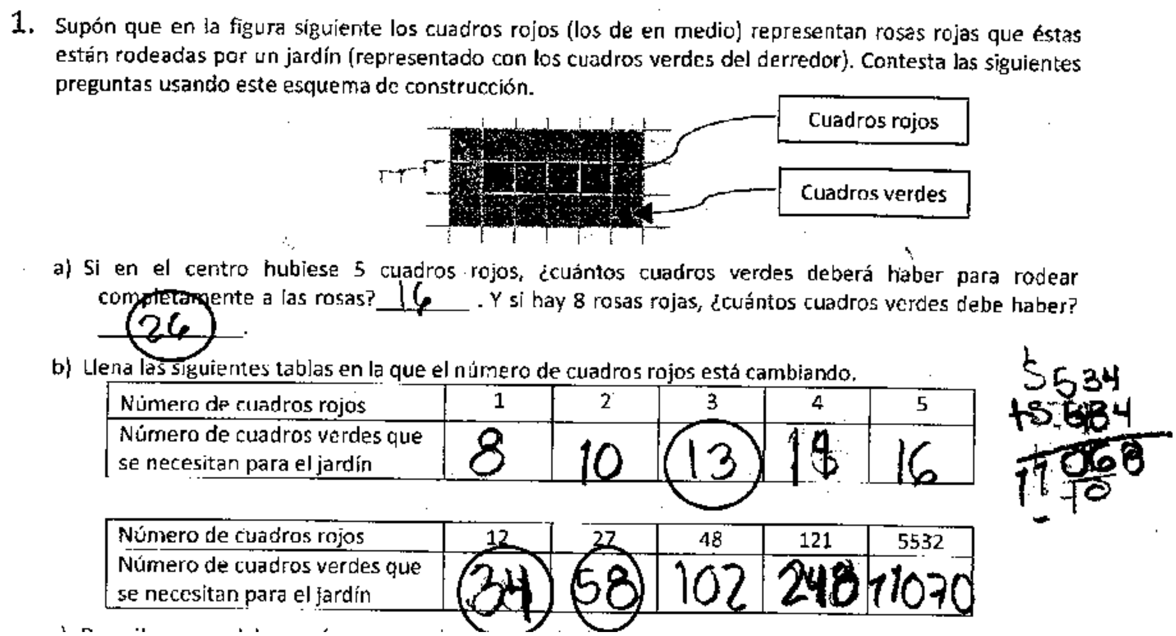
$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 2 \\ \hline 18 \\ +2 \\ \hline 20 \end{array}$$

→ Cambio el numero y cambia el numero de personas

ACTIVIDAD: El jardín con rosas

En esta actividad nuevamente Pedro mostró ciertas dificultades y errores al contestar las preguntas.

Encontró manera correcta para calcular el número de cuadros verdes sabiendo cuantos rojos hay, pero se equivocó en varios de sus cálculos. Los números encerrados en círculos muestran los errores.



1. Supón que en la figura siguiente los cuadros rojos (los de en medio) representan rosas rojas que éstas están rodeadas por un jardín (representado con los cuadros verdes del derredor). Contesta las siguientes preguntas usando este esquema de construcción.

a) Si en el centro hubiese 5 cuadros rojos, ¿cuántos cuadros verdes deberá haber para rodear completamente a las rosas? 16 . Y si hay 8 rosas rojas, ¿cuántos cuadros verdes debe haber? 26 .

b) Llena las siguientes tablas en la que el número de cuadros rojos está cambiando.

Número de cuadros rojos	1	2	3	4	5
Número de cuadros verdes que se necesitan para el jardín	8	10	13	14	16

Número de cuadros rojos	12	27	48	121	5532
Número de cuadros verdes que se necesitan para el jardín	34	58	102	248	11070

Pedro describe la forma en la que calculó el número de cuadros verdes a partir de los cuadros rojos que hay. Sin embargo, solo lo escribe con palabras y no escribe ninguna fórmula matemática. Pedro indica que suma dos al número de cuadros rojos, después al resultado lo multiplica por dos y finalmente le suma dos al nuevo resultado.

c) Describe con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay.

aumentandole dos al numero multiplicamos por dos y le sumamos dos

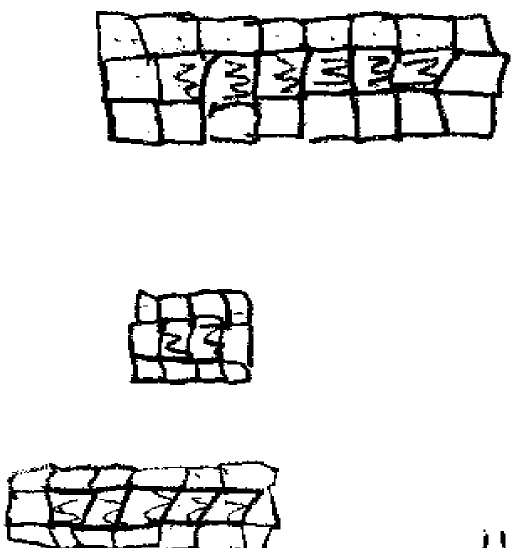
2. Escribe la(s) operación(es) que realizaste para calcular el número de cuadros verdes de la tabla anterior.

$$121 + 2 = 123$$
$$\begin{array}{r} 123 \\ \times\ 2 \\ \hline 246 \\ +\ 2 \\ \hline 248 \end{array}$$

3. Escribe una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de rojos que se tenga: se le suma a la cantidad dos y se suman y luego se suman dos

4. Dibuja al reverso de la hoja tres diseños como el de la figura de arriba pero cada uno con un número de

En la cuarta y quinta parte de esta actividad se indica que dibuje tres diseños del jardín pero con un número de cuadros rojos distintos, que indique el número de cuadros rojos y verdes para cada diseño y que compruebe la fórmula que escribió en el número 3, Pedro realizó lo siguiente:



$$6 + 2 = 8$$
$$\begin{array}{r} 8 \\ +\ 8 \\ \hline 16 \\ +\ 2 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$2 + 2 = 4$$
$$\begin{array}{r} 4 \\ +\ 4 \\ \hline 8 \\ +\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$4 + 2 = 6$$
$$\begin{array}{r} 6 \\ +\ 6 \\ \hline 12 \\ +\ 2 \\ \hline 14 \end{array}$$

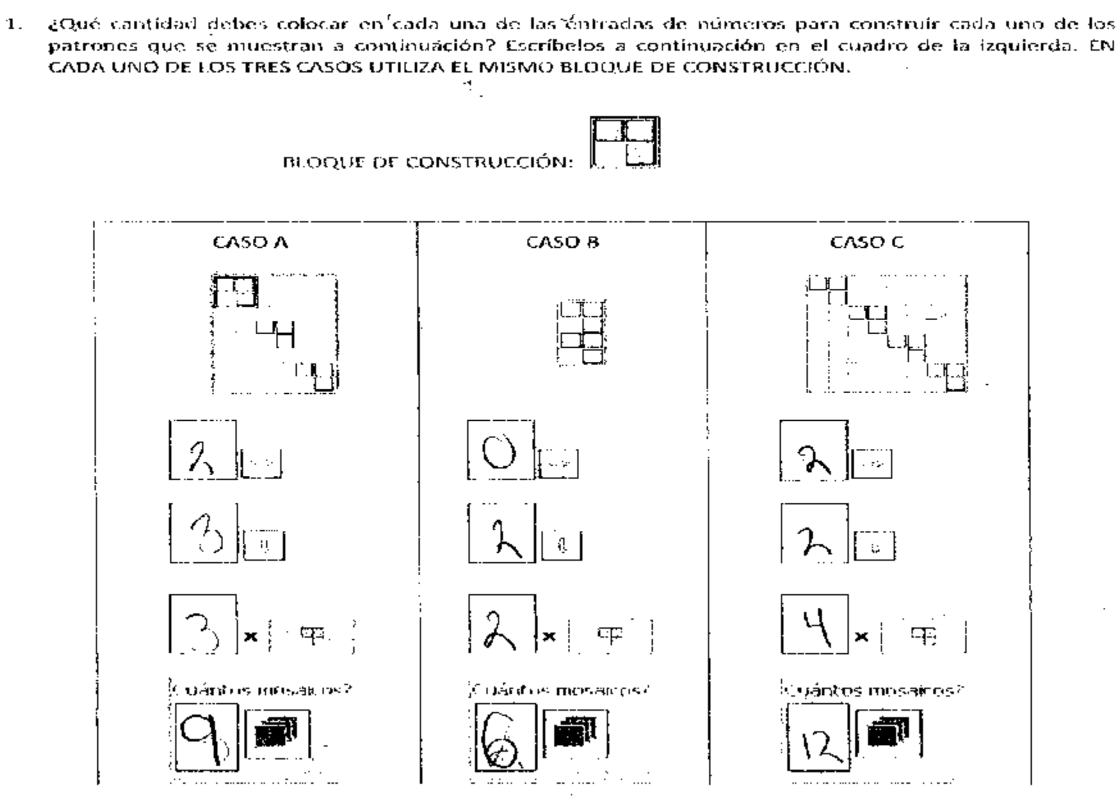
Los tres diseños son correctos, pero en el tercero menciona que son cuatro cuadros rojos cuando en el dibujo se aprecian cinco. En cada diseño escribe correctamente el procedimiento para calcular el número de cuadros verdes; primero suma dos al número de cuadros rojos, después duplica el resultado y finalmente suma dos unidades.

Cuarto caso de estudio: Silvana

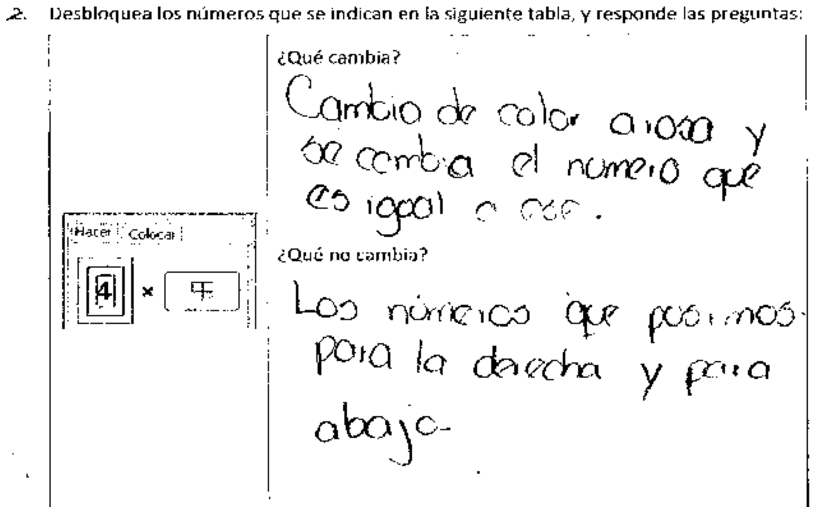
ACTIVIDAD: Mi primer patrón con EXPRESSER

Silvana tardó un poco en familiarizarse con el software, pero logró construir cada uno de los patrones que indicaba la actividad de forma correcta.
Borraba el patrón anterior para construir el siguiente.

A pesar de que se dio la indicación de responder a la pregunta ¿cuántos mosaicos? con una multiplicación, Silvana solamente colocó el resultado.



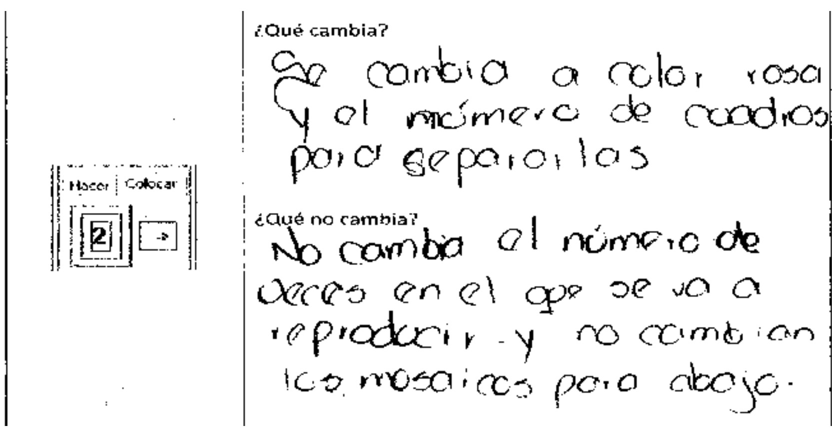
En la segunda parte de la actividad se les indico desbloquear el número que indica las repeticiones del bloque de construcción y dar respuesta a dos preguntas.



En su primera respuesta Silvana menciona que cambia el color del recuadro y se da cuenta de que ya puede cambiar el número del mismo. Sin embargo, no menciona lo que sucede con el patrón en la pantalla al cambiar el número.

En su segunda respuesta menciona los números que no cambió dentro de los recuadros, pero tampoco menciona que no cambia en el patrón dibujado en la pantalla.

Se le pide también desbloquear el número que indica los espacios libres hacia la derecha y responder dos preguntas.



En su primera respuesta Silvana menciona que cambia el color del recuadro y se da cuenta que ya puede cambiar el número del mismo. En esta ocasión Silvana si menciona qué cambia en el patrón al cambiar el número, “cambia el número de cuadros para separarlos". Se da cuenta de que lo que cambia en el patrón es la separación de los bloques de construcción.

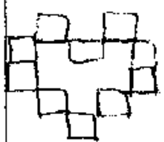
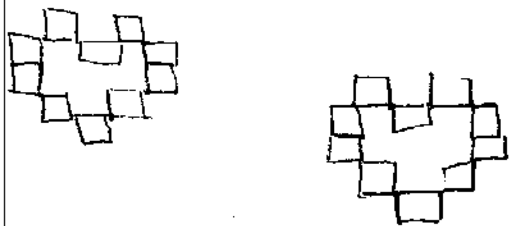
En su segunda respuesta Silvana escribe "no cambia el número de veces en el que se va a reproducir", lo cual nos deja ver que noto este cambio en la primera parte aunque no lo anotó. También menciona que "no cambian los mosaicos para abajo" otro recuadro en el que no cambia el número que colocó.

ACTIVIDAD: Mi primer patrón con EXPRESSER. Parte II

En la primera página de la actividad todas las respuestas son correctas por lo que podemos confirmar que Silvana logró comprender los conceptos de **bloque de construcción** y **patrón.**

1. Construye tu propio patrón y reprodúcelo enseguida.

SOLO USA MOSAICOS DE COLOR AZUL

BLOQUE DE CONSTRUCCIÓN	PATRÓN	DATOS
		8 2 2 Número de repeticiones ¿Cuántos mosaicos? 20

2. ¿Cuántos bloques de construcción tiene el patrón? 2

3. ¿Cuántos cuadros hay en cada bloque de construcción? 10

4. ¿Cuántos cuadros hay en el patrón? 20

5. Llenen la siguiente tabla usando el mismo patrón construido en ***eXpresser***.

   Asegúrense de que el patrón siempre esté coloreado.

Número de bloques	4	6	2	1	8	10
Número total de cuadritos en el patrón	40	60	20	10	80	100

Los puntos 6, 7 y 8 se refieren a la comprensión y construcción de una fórmula que permita obtener siempre el número total de cuadritos en el patrón. Cuando se generaliza la pregunta a un número **n** de bloques Silvana contesta correctamente utilizando los paréntesis para indicar una multiplicación.

Utiliza la siguiente regla para completar las multiplicaciones de la tabla siguiente. El resultado de ellas debe ser el número total de cuadros en el patrón.

Total de cuadritos en el patrón = Número de mosaicos en cada bloque × Número de bloques

Número de bloques	4	6	2	1	8	10
Número total de cuadritos en el patrón	10 × 4	10 × 6	10 × 2	10 × 1	10 × 8	10 × 10
Resultado	40	60	20	10	80	100

7. Demos al número de bloques el nombre *n*, ¿Cómo puede expresarse el número total de cuadros en una fórmula que incluya a *n*? n (10).

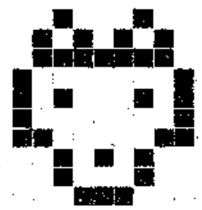
8. Llena la siguiente tabla usando la fórmula anterior

n	19	15	23	51	17	83	47
Número total de cuadritos	190	150	230	510	170	830	470

En los puntos 9 y 10 también podemos confirmar la comprensión de los conceptos de **bloque de construcción** y **patrón**, pero ahora en un nivel un poco más alto, pues se trata de un patrón más complicado que el construido por la misma alumna.

9. Realiza el siguiente diseño y reprodúcelo 7 veces usando un patrón. Cuántos cuadros hay en total en:

Cada bloque: 33 En el patrón completo: 231



10. Llena la siguiente tabla usando el patrón del ejercicio anterior, donde R es número de bloques en el patrón.

R	7	1	0	3	5	8	6
Número total de cuadrito	231	33	0	99	165	264	198

33 × 7 = 231 33 × 3 = 99 33 + 5 = 165 33 × 8 = 264 33 × 6 = 198

ACTIVIDAD: Trabajando con fórmulas numéricas

En esta actividad es muy importante seguir las indicaciones estrictamente. Silvana lo hizo y logró aprender a elaborar fórmulas numéricas mediante el software EXPRESSER.
La respuesta de Silvana en la pregunta número cuatro nos confirma que realizó correctamente la actividad.
Al construir correctamente su fórmula simplemente va cambiando el valor de “z” y obtiene los resultados correctos para ambas tablas del número 5.

Silvana fue uno de los dos equipos que contesto la pregunta número 6 de esta actividad.

4. Cambia el valor de "z", para que sea 9 en lugar de 2. Observa qué pasa con la copia hecha en el ejercicio 2 y con el resultado de la operación. Expresa tu observación:
El numero dos cambio en la original y en la copia y el resultado aumento segun a la operación porque se cambio el valor "z"

5. Obtén los valores que faltan en las siguientes tablas. UTILIZA la operación realizada en el ejercicio 1, cambiando el valor de "z" de manera conveniente.

Z	9	7	22	0	-1	-5	-3	-4	7
Resultado	84	70	175	21	14	-14	0	-7	70

Z	27	89	44	-222	-123	-57	188	432	236
Resultado	210	644	329	-1533	-840	-378	1337	3045	1673

6. Construye en eXpresser una operación que de cómo resultado 4327. Indícala enseguida:

□ + □ × □ =

4324 + 3 × 1 = 4327.

1

ACTIVIDAD: De fórmulas numéricas a patrones

En esta actividad el alumno debe ser capaz de distinguir la diferencia entre, cuadros, bloques de construcción y patrón.

Silvana contestó correctamente ambos incisos y además coloca una nota del lado derecho de la activad, la cual es correcta y muestra la gran comprensión de cada uno de los elementos de un patrón.

En la segunda parte construyó correctamente ambos diseños de acuerdo a las fómulas.

1. Observa el siguiente patrón y la fórmula numérica que se obtuvo con él.

4 × 6

4 puede ser el número de cuadros de separación

Señala la opción correcta:

a) El número 4 es el número de: (●) Cuadros ( ) Bloques ( ) Patrones

b) El número 6 es el número de: ( ) Cuadros (●) Bloques ( ) Patrones

2. Construye un patrón que tenga la fórmula que se indica en cada caso. Dibújalo en el espacio que corresponde.

	Fórmula	Patrón
a)	3 × 5	
b)	5 × 7	

ACTIVIDAD: El sendero

Silvana siguió las instrucciones y construyó correctamente ambos patrones para después ensamblarlos.

Contestó de forma correcta las preguntas 5, 6 y 7 lo cual nos dice que logró darse cuenta de las operaciones que tenía que realizar para encontrar el número de cuadros verdes a partir del número de cuadros rojos.

Silvana no escribió una fórmula como se indica en el número 8, en su lugar escribió el caso particular para 12 cuadros rojos.

Aunque no escribe una fórmula para calcular el número de cuadros verdes cuando se conoce el número de cuadros rojos, Silvana llenó correctamente la tabla 9.

En la última parte de la actividad se le indica que describa con palabras la forma en la que puede calcular el número de cuadros verdes a partir del número de cuadros rojos, su respuesta no menciona el hecho de multiplicar por cinco.

5. Si hay 7 cuadros rojos, ¿cuántos cuadros verdes debe haber para rodear completamente a los rojos? 35

6. Si se tienen 12 cuadros rojos, ¿cuántos cuadros verdes deberá haber? 60

7. ¿Cuál es el número por el que hay que multiplicar al valor de X para obtener el total de cuadros verdes? 5 Comprueben su resultado en la computadora.

8. Escriban la fórmula completa para calcular el número de cuadros verdes.

12x5 = 12 es el número de cuadros rojos y 5 el número de bloques verdes.

9. Llenen la siguiente tabla usando la fórmula del ejercicio anterior.

Número de cuadros rojos	1	7	11	15	20
Número de cuadros verdes	5	35	55	75	100

10. Describan con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes cuando conocemos el número de cuadros rojos.

Multiplicar el número de los cuadros rojos y luego multiplicar dependiendo del número de cuadros verdes que se quieren tener.

ACTIVIDAD: La vía del tren

Silvana no pudo construir el modelo de la vía del tren como se indicaba en la actividad, menciona al final que siempre le sobraban 4 cuadritos. Sin embargo, llenó correctamente la tabla que se incluye en el inciso f excepto por un recuadro que señalamos con un círculo.

Nombró como **X** a los números que se desbloquearon y escribió las fórmulas que utilizó pero no son correctas.

d) Asegúrate también de que tu modelo **no se descomponga** cuando lo animas.

e) Completa la siguiente tabla, utilizando las fórmulas obtenidas.

X=

Número de bloques	6	12	1	600	0
Número de mosaicos en total	40	82	5	4148	0

f) **Da un nombre** a los números que se desbloquearon; escribe la fórmula obtenida

X=5 • 3 =15 verdes, X=5 +6 • 2=22, amarillos

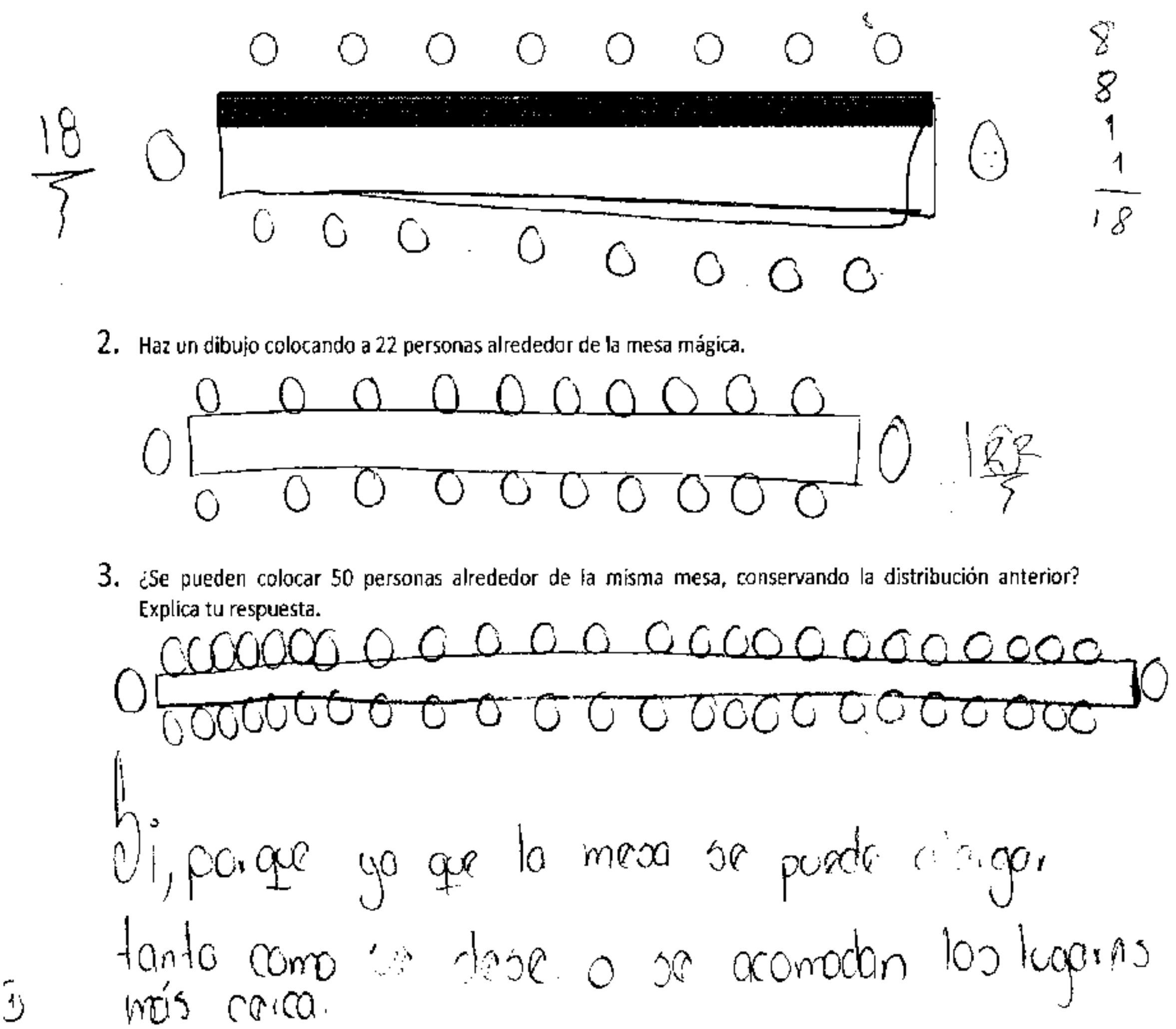
g) Escribe con tus propias palabras la relación que hay entre el patrón y la fórmula obtenida.

No nos salio la figora porque siempre sobraban 4 amarillos

ACTIVIDAD. La mesa mágica

En esta actividad Silvana comprendió el comportamiento de la mesa mágica pero presentó errores importantes. En la primera hoja (ejercicios 1, 2 y 3) realizó correctamente lo que se requería.

EL número uno y dos son correctos, pero en la tercer pregunta Silvana no explica su respuesta en el sentido que se esperaba, pues no habla de números sino de la magia de la mesa que le permite hacer lo que desee.



1. Si en uno de los lados largos de la mesa se colocan 8 personas, ¿cuántas personas en total se pueden colocar alrededor de la mesa mágica? Muestra tus cálculos u operaciones.

18

8
8
1
1
18

2. Haz un dibujo colocando a 22 personas alrededor de la mesa mágica.

3. ¿Se pueden colocar 50 personas alrededor de la misma mesa, conservando la distribución anterior? Explica tu respuesta.

Si, porque ya que la mesa se puede alargar tanto como se desee o se acomodan los lugares más cerca.

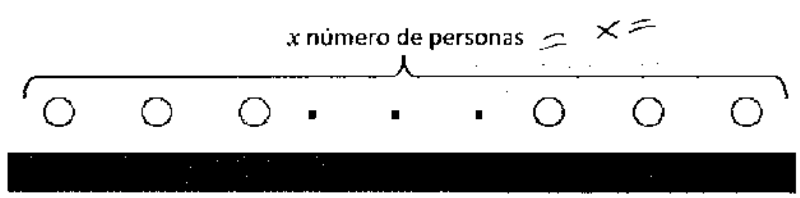
En la pregunta número 4 su respuesta no es la que se esperaba, pues nuevamente se deja llevar por la "magia" de la mesa y no se da cuenta de que solamente los números pares de personas pueden acomodarse alrededor.

En la pregunta número 5 Silvana nos da una respuesta parcial, pues menciona la multiplicación del número de personas por dos, ya que son dos lados largos iguales de la mesa pero olvida por completo las dos personas que van siempre a cada costado.

4. ¿Se puede colocar cualquier número de personas alrededor de esa mesa? Explica tu respuesta

Si, nadamás poniendo los espacios más separados

5. Si de un lado de la mesa colocamos un número x de personas, ¿cuántas personas en total caben alrededor? Explica tu respuesta y muestra el resultado con una fórmula matemática.



$X = X(2)$

Ya que como $\underline{X}$ es el número de personas lo vamos a multiplicar por 2 ya que tiene 2 lados, con el mismo números de personas.

ACTVIDAD: El jardín con rosas

En esta actividad Silvana nos muestra los aprendizajes obtenidos a lo largo de las actividades.

Encontró la fórmula correcta para calcular el número de cuadros verdes sabiendo cuantos rojos hay, y lo deja muy claro en la primera parte de la actividad.

a) Si en el centro hubiese 5 cuadros rojos, ¿cuántos cuadros verdes deberá haber para rodear completamente a las rosas? 16 . Y si hay 8 rosas rojas, ¿cuántos cuadros verdes debe haber? 22 .

b) Llena las siguientes tablas en la que el número de cuadros rojos está cambiando.

Número de cuadros rojos	1	2	3	4	5
Número de cuadros verdes que se necesitan para el jardín	8	10	12	14	16

Número de cuadros rojos	12	27	48	121	5532
Número de cuadros verdes que se necesitan para el jardín	30	60	102	248	11070

En el inciso c) Silvana escribe "multiplicar por 2", esto lo escribe porque nota que para cada cuadro rojo se necesita uno por encima y otro por debajo; después escribe "y sumarle 6" estos seis representan los seis cuadros que se colocan a las orillas, tres de cada una, para que los cuadros rojos queden completamente rodeados.

c) Describe con palabras, cómo se puede calcular el número de cuadros verdes si sabemos cuántos rojos hay.

multiplicando el número de cuadros Rojos por dos y luego sumarle 6

En el número 2 se le pide que escriba las operaciones que realizó para llenar las tablas anteriores y en el número 3 que escriba la fórmula que le permita calcular el número de cuadros verdes sabiendo el número de cuadros rojos; ambas preguntas la contestó correctamente.

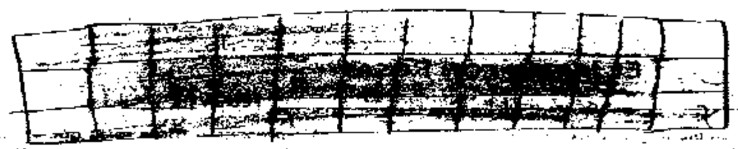
2. Escribe la(s) operación(es) que realizaste para calcular el número de cuadros verdes de la tabla anterior.

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 2 \\ \hline 24 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24 \\ + 6 \\ \hline 30 \end{array} \qquad \Bigg| \qquad \begin{array}{r} 27 \\ \times 2 \\ \hline 54 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 54 \\ + 6 \\ \hline 60 \end{array}$$

3. Escribe una fórmula para calcular el número de cuadros verdes para cualquier número de rojos que se tenga: $X(2) + (3)(2)$

Número de cuadros rojos.

En la cuarta y quinta parte de esta actividad se indica que dibuje tres diseños del jardín pero con un número de cuadros rojos distintos, que indique el número de cuadros rojos y verdes para cada diseño y que compruebe la fórmula que escribió en el número 3, Silvana realizó todo lo anterior de forma correcta.



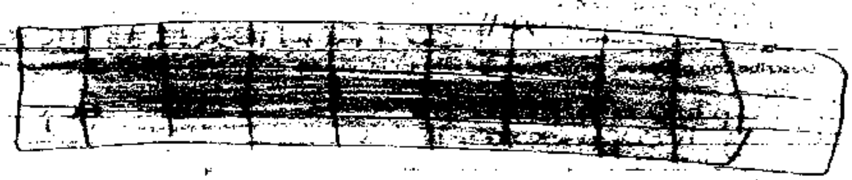
10 CR. (cuadros Rojos)

$x = x(2) + (3)(2)$

$x = 10(2) + 6$

$x = 20 + 6$

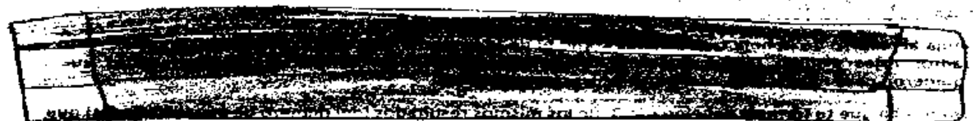
$x = \boxed{26}$



$x = 8(2) + 6$

$x = 16 + 6$

$x = \boxed{22}$



$x = 13(2) + 6$

$x = 26 + 6$

$x = \boxed{32}$

Capítulo IV. Conclusiones

La controversia que existe en el salón de clases acerca de si debe usarse o no la tecnología para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ha ido en aumento en los últimos años, la revolución tecnológica que se vive hoy en día hace inconcebible la idea de trabajar en el aula sin algún software educativo.

A lo largo de éste proyecto se llevó de la mano a un grupo de alumnos por el camino de la construcción de patrones utilizando un software educativo. Durante éste recorrido pudimos observar cómo el alumno fue adquiriendo habilidades tanto en el uso del software como de razonamientos importantes acerca de las características de un patrón.

La primer pregunta de investigación que se planteó al inicio de éste proyecto fue la siguiente: ¿Qué características deben tener las actividades basadas en el uso del software eXpresser, para promover el desarrollo paulatino del lenguaje simbólico en los estudiantes de secundaria?; Me parece que una de las características fundamentales para los alumnos es que las actividades sean divertidas e interesantes, pues existieron pruebas como "trabajando con fórmulas numéricas" en la cual el alumno mostró indiferencia al grado de dejar la prueba en blanco. En contraste, en pruebas como "Mi primer patrón con eXpresser. Parte II" o "La vía del tren", los alumnos mostraron mucho interés por construir los patrones que se les solicitaba. También es importante señalar que las actividades deben tener instrucciones muy específicas y a su vez sencillas, porque hubo algunas ocasiones en las que los alumnos no comprendían lo que debían realizar. Lo anterior debe ser siempre sin perder de vista el objetivo fundamental de cada prueba, formar una secuencia lógica que permita, a través de éstas, desarrollar en el alumno el lenguaje simbólico.

La segunda pregunta de investigación fue la siguiente, ¿Cuáles son los recursos matemáticos que utilizan los estudiantes de primer año de secundaria cuando resuelven actividades de reconocimiento de patrones con eXpresser?; Los recursos utilizados van desde lo más básico, como es contar con los dedos, hasta enunciados complejos que envuelven ecuaciones, formulas o algún tipo de variable. Por ejemplo, cuando el alumno se enfrenta a las primeras pruebas, cuenta los cuadritos con sus dedos señalando cada uno de ellos; más adelante se basa en las operaciones básicas de suma y multiplicación para mencionar el número total de cuadritos; conforme la dificultad de las pruebas se intensifica, el alumno debe valerse también de la jerarquía de operaciones para escribir las fórmulas que se le solicitan. Fundamentalmente, el razonamiento lógico-deductivo es una herramienta matemática que el alumno de primer año de secundaria hace notar a lo largo de las pruebas.

La tercer pregunta de investigación es la siguiente, ¿Cuáles son las formas que utilizan los estudiantes para comunicar y justificar sus resultados?; un recurso que me parece importante señalar es que, el alumno, al sentirse tan limitado para poder escribir una fórmula como las pruebas se lo demandan, opta por escribir textualmente las operaciones que se deben realizar para calcular algún termino. En algunas ocasiones utiliza casos particulares para ejemplificar lo que quiere comunicar. También realizan esquemas o dibujos que les permiten expresar sus ideas. En algunos casos el alumno logra comunicar sus ideas mediante la construcción de fórmulas sencillas.

La cuarta y última pregunta de investigación es la siguiente, ¿Qué tipo de dificultades (conocimientos, procesos, representaciones, inducciones incompletas, etc.) enfrentan los estudiantes cuando trabajan con las actividades? Una de sus dificultades principales es sin duda la comprensión de la variable "n", en varias de las actividades de éste proyecto se solicita al alumno llenar tablas que comienzan con el cálculo del número de mosaicos en casos particulares para terminar con un caso general que incluye alguna variable; la realidad es que muy pocos alumnos logran dar el salto a lo general y se quedan atorados preguntándose qué valor tiene la letra "n".

Otra dificultad muy marcada es la construcción de una fórmula, cuando se requiere que el alumno escriba textualmente la forma en la que podría realizar el cálculo de cualquier número de bloques, por lo regular puede expresar lo que piensa. Pero cuando se requiere que el alumno escriba una fórmula matemática que le permita expresarse de la misma manera, el alumno presenta problemas para representar a "cualquier número de bloques", o bien, "n bloques". En ocasiones no es capaz tampoco de expresar multiplicaciones, sumas e incluso colocar el símbolo de igual.

Haciendo un análisis de lo anterior, convendría hacernos la siguiente pregunta, ¿Consideramos que el software eXpresser logró el cometido de desarrollar en el alumno el lenguaje simbólico?; Me parece que es válido decir que el software eXpresser logró su cometido de desarrollar lenguaje simbólico, pues entre los resultados podemos notar algunos casos importantes, en los que es claro el desarrollo paulatino del lenguaje simbólico que el alumno maneja. Es interesante observar la evolución del razonamiento que manejan los alumnos, el cómo se valen de las herramientas matemáticas con que cuentan hasta el momento para poder introducirse en el ámbito de la generalización.

Algunos podrían señalar que los resultados muestran que varios de los alumnos que realizaron las actividades de este proyecto, no lograron escribir fórmulas que demuestren el uso del lenguaje simbólico; lo anterior es sin duda innegable, pero me parece que el desarrollo paulatino del lenguaje simbólico se logró en estos alumnos, solo que tal vez no se llegó a la culminación de éste desarrollo, que en este caso sería el planteamiento de alguna fórmula matemática.

No podemos afirmar que el uso del software garantiza el desarrollo del lenguaje simbólico en los alumnos, pues el proyecto que aquí se presenta no representa una muestra significativa para hacer un señalamiento de esa talla. Algo que definitivamente podemos afirmar es que después de resolver estas actividades los alumnos despertaron su interés por los patrones, lograron comprender la definición de una incógnita y por consecuencia se encontraron por primera vez con la generalización de una situación y pudieron comprender su naturaleza. Todo lo anterior es sin duda una base muy importante para el desarrollo del lenguaje simbólico de los alumnos. Entonces podemos decir que el uso del software garantiza bases concisas para el desarrollo del lenguaje simbólico, y en algunos alumnos, logra éste desarrollo por completo.

Bibliografía

Ellis, A. B., 2007, Connections between generalizing and justifying: Student´s reasoning with linear relationships, Journal for Research in Mathematics Education, Vol. 38, No. 3, 194-229.

Radford, L., 2010, Layers of generality and types of generalization in pattern activities, PNA, 4(2),37-62.

Rivera, F. D. 2009, Visual templates in pattern generalization activity, Department of Mathematics, San Jose State University.

Programa de estudios 2011, Matemáticas, Sentido numérico y pensamiento algebraico, 1.4. Patrones y ecuaciones.

Hernández, M. G., 2010, Matemáticas 1, Patrones y fórmulas.