



Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS
“Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez”

*“IMPLEMENTACIÓN DEL INTERFERÓMETRO CÍCLICO
PARA LA DEMOSTRACIÓN EXPERIMENTAL
DE LAS LEYES DE FRESNEL-ARAGO”*

Tesis Para Obtener el Título de:
LICENCIADA EN CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

PRESENTA:
Nayeli Casillas Rodríguez

DIRIGIDA POR:
Doctor en Ciencias con especialidad en óptica
Mauricio Ortiz Gutiérrez

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas
”Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez”
U.M.S.N.H.

Morelia Michoacán - Agosto 2014.

A Francisca, Antonino, Toto, Dely, Antuninu y Mycol.

Agradecimientos

Agradezco infinitamente a mis padres por creer siempre en mí, por su apoyo, amor, esfuerzo, paciencia y por todo eso que nunca voy a poder pagarles, Antonino y Francisca son los mejores padres que pude haber tenido. A mis hermanos que han sabido ser mis amigos y los mejores compañeros de aventuras, que siempre me hacen reír y que amo profundamente. A los 81 miembros de mi familia que han estado conmigo compartiendo momentos muy especiales y a los cuales quiero mucho. A Mycol que siempre estuvo conmigo recordandome las cosas que valen la pena, por su ayuda, comprensión y amor. A mis mejores amigos por su cariño, consejos y regaños: Miguel, Kary, Iván, Jebus, Ari, Jesy, Thalia, Vania, Cesarín, Gabino, Isaac, Paco y Pelayus, recordando siempre que los amigos son la familia que uno escoge. A mi asesor y amigo el profe Mauricio que no se rindió conmigo. A Alejandro Cendejas quien es uno de los principales culpables de que ahora pueda presentar este trabajo, un gran amigo y maestro. A mis amigos ópticos por su gran ayuda y paciencia: Marco, Ulises y Adrian. Y al laboratorio de Holografía. En memoria de Hugo M.

Resumen

En el presente trabajo se implementa un interferómetro cíclico para probar experimentalmente las llamadas leyes de interferencia de Fresnel-Arago para haces de luz polarizada. Como parte del arreglo experimental se utiliza una fuente monocromática y algunos elementos ópticos lineales tales como polarizadores, retardadores, divisores de haz y lentes. Los elementos de laboratorio estarán cambiando ya sea de orientación o posición de tal forma que puedan cumplir las condiciones necesarias para observar en cada caso el patrón de interferencia correspondiente a cada ley. En la posición del plano de observación será colocada una cámara y las imágenes capturadas por ella se procesarán en un algoritmo sencillo en el programa Mathematica para obtener más información acerca de los experimentos. También algunas de las leyes, por su grado de complejidad, serán analizadas matemáticamente usando el formalismo de Jones.

Palabras clave: Interferómetro cíclico, coherencia, interferencia, polarización.

Abstract

In this paper a cyclic interferometer is implemented to prove experimentally the so-called laws of Fresnel-Arago interference for polarized light beams. As part of the experimental setup a monochromatic source and some linear optical elements such as polarizers, retarders, beam splitters and lenses are used. Laboratory elements are either changing orientation or position such that they can meet the requirements for each case seen in the pattern for each law interference conditions. In the position of the observation plane will be placed a camera and images captured by it will be processed in a simple algorithm in Mathematica program for more information about the experiments. Also some of the laws, by their degree of complexity, will be analyzed mathematically using the Jones formalism.

Keywords: Cyclic interferometer, coherence, interference, polarization.

Índice general

1. Introducción	2
1.1. Objetivos	4
1.1.1. Objetivo general	4
1.1.2. Objetivos específicos	4
1.2. Descripción de capítulos	4
2. Interferencia	6
2.1. Interferencia de dos ondas monocromáticas	6
2.2. Interferómetro de división de frente de onda	8
2.3. Interferómetro de división de amplitud	11
2.4. Franjas de luz cuasimonocromática y luz blanca	13
2.5. Franjas de interferencia de ondas esféricas	14
3. Coherencia	17
3.1. Coherencia parcial y visibilidad de franjas	18
3.2. Coherencia temporal y longitud de coherencia	20
3.3. Coherencia espacial	23
4. Física de los aparatos utilizados	28
4.1. Láser	28
4.1.1. Diseño del láser	29
4.1.2. El láser de He-Ne	29
4.2. Lentes	31
4.2.1. Una lente delgada como una transformación de fase	31
4.2.2. La función de espesor	32
4.2.3. La transformación de fase y su significado físico	34
4.3. Retardadores	35
4.3.1. Cristales birrefringentes	35
4.3.2. Láminas de onda	37
4.3.3. Retardador de cuarto de onda	39
4.4. Divisores de haz	39
4.5. Reflexión en un espejo	41
4.5.1. Las ecuaciones de Fresnel	41
4.5.2. Interpretación de las ecuaciones de Fresnel	44

5. Resultados	46
5.1. Algoritmo de computadora	48
5.2. Primera ley de Fresnel-Arago	49
5.3. Segunda ley de Fresnel-Arago	51
5.4. Tercera ley de Fresnel-Arago	53
5.5. Cuarta ley de Fresnel-Arago	55
5.5.1. Desplazamiento de las franjas de interferencia	56
5.6. Formación de diferentes patrones de interferencia	57
6. Conclusiones	61
A. Demostraciones de la tercera y cuarta ley de Fresnel-Arago usando el formalismo de Jones	63
A.1. Desarrollo matemático de la tercera ley de Fresnel-Arago	64
A.2. Desarrollo matemático de la cuarta ley de Fresnel-Arago	65
A.3. Demostración del desplazamiento de las franjas de interferencia	67
Referencias	69

Capítulo 1

Introducción

La interferencia es el fenómeno que se lleva a cabo cuando dos ondas o más se superponen. Éstas ondas pueden ser de cualquier tipo, por ejemplo, las ondas que se forman al perturbar en dos puntos un estanque de agua, lo que provocará que la superficie del agua ya no se vea plana, en su lugar se formarán crestas que suben, bajan y se desplazan radialmente. Si los dos puntos de la superficie que se perturbaron están lo suficientemente cerca, éstas ondas o crestas y valles que se desplazan transversalmente, llegarán a chocar y, dependiendo del momento en que se encuentren podría pasar que se superpongan. Entonces las ondas resultantes tendrán una amplitud dada por la suma de las amplitudes de las ondas individuales o puede ocurrir que las ondas originales desaparezcan totalmente. En la zona donde se encuentran las dos ondas pueden ocurrir dos casos: el primer caso sucede cuando las ondas están en fase, quiere decir que las crestas de ambas ondas coinciden; y generan interferencia constructiva. Al segundo caso se le llama superposición destructiva y ocurre lo contrario, es decir, los valles y las crestas coinciden y se anulan mutuamente.

En este trabajo se estudia la interferencia de la luz y, como se sabe la luz puede ser tratada como ondas, por lo que se hablará de interferencia de ondas electromagnéticas. En específico se estudiarán ciertas leyes que predicen la interferencia de haces de luz polarizados y coherentes. Estas leyes se llaman "Las leyes de Fresnel-Arago". Que la luz sea polarizada quiere decir que la orientación de oscilación del campo eléctrico es constante en el tiempo, aunque la magnitud esté variando, mientras que la coherencia tiene que ver con la correlación que existe entre dos o más haces de luz. La interferencia de haces de luz se representa físicamente como un patrón de franjas de intensidad variable. La visibilidad de este patrón de interferencia nos dará un parámetro para saber como se dará la superposición, será total o parcialmente constructiva cuando el patrón sea visible y destructiva si el patrón no se puede observar.

Cerca de 200 años atrás, Augustin Jean Fresnel y Dominique Frenacois Jean Arago empezaron a desarrollar leyes que describían la superposición de haces de luz. Estas leyes han ayudado para aclarar la naturaleza y el comportamiento de la luz. Las leyes de Fresnel-Arago son las siguientes:

1. Dos haces de luz polarizada paralelamente interferirán de la misma manera que la luz ordinaria.
2. Dos haces de luz polarizada a ángulos rectos no producen el fenómeno de interferencia.
3. Dos haces que estaban originalmente polarizados a ángulos rectos pueden ser traídos al mismo plano de polarización sin necesariamente adquirir la habilidad de interferir.
4. Dos haces polarizados a ángulos rectos, en caso que se deriven del mismo haz polarizado y, consecuentemente sean llevados al mismo plano de polarización, pueden interferir.

Al enumerarse estas leyes, la teoría de coherencia todavía no se conocía. Este hecho no es una sorpresa porque el concepto de coherencia no fue introducido sino hasta mucho más tarde. En algunos trabajos acerca de la demostración teórica de las leyes de Fresnel-Arago, se están desarrollando métodos en los cuales se unifican las teorías de coherencia, coherencia espacial y polarización, en general para haces electromagnéticos aleatorios [1].

Fresnel y Arago fueron incapaces de desarrollar un método analítico para demostrar sus leyes, no fue hasta el año de 1852 cuando Stokes, desarrolló un apartado matemático utilizando los ahora llamados "Parámetros de Stokes", para cuantificar el concepto de polarización parcial de la luz, en conjunto con los casos extremos de polarización total y polarización parcial [2].

Se han desarrollado también interferómetros modernos de luz blanca [8]. Estos fueron los primeros interferómetros usados para explicar fenómenos de interferencia, ya que aún no se contaba con la existencia de láseres que hacen más fácil la obtención de resultados. El propósito de hacer interferómetros de luz blanca, por difícil que sea en comparación a los láseres radica en poder comprobar la veracidad de los resultados obtenidos en un experimento de interferometría con un láser, ya que generar un patrón de interferencia es relativamente fácil y se pueden confundir patrones reales con patrones de interferencia generados por reflexiones en el mismo arreglo.

En el marco de la teoría de la coherencia espacial de paquetes de onda, en la referencia [3] se ha estudiado la existencia de dominios de polarización a partir del plano de observación de ciertos experimentos, en este caso el experimento de Young realizado con campos electromagnéticos aleatorios y estados de polarización y de coherencia arbitrarios. Se muestra que es posible controlar localmente ese dominio de polarización por medio de correlación de las ondas electromagnéticas. Los modelos numéricos de

las leyes de Fresnel-Arago es una herramienta utilizada para demostrar el enfoque.

Existen otras formas de demostrar las leyes de Fresnel-Arago experimentalmente, tal es el caso de un experimento que representa una versión modificada del interferómetro de Young [5]. En la misma referencia se comprueban los resultados experimentales utilizando álgebra compleja y la representación matricial de polarizadores, retardadores y del campo electromagnético. Además se hace uso de espejos y prismas divisores de haz .

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo general

Demostrar experimentalmente las leyes de Fresnel-Arago utilizando un interferómetro cíclico implementado en el laboratorio. Éste interferómetro cíclico funciona no sólo para demostrar las cuatro leyes, sino también para generar diferentes tipos de patrones de interferencia, es decir, patrones como franjas o círculos concéntricos. Estas leyes se demuestran capturando los patrones generados en este interferómetro y midiendo la intensidad de los patrones obtenidos en un programa de computadora para obtener mayor información de los experimentos realizados.

1.1.2. Objetivos específicos

- Comprender los conceptos necesarios para entender las leyes de Fresnel-Arago y aplicarlos en la implementación del arreglo. Estos conceptos son básicos y van desde entender la interferencia y la coherencia de la luz, hasta comprender las propiedades físicas que cambian en la luz al atravesar los aparatos que conforman el arreglo.
- Implementar un arreglo experimental basado en un interferómetro cíclico que permita el entendimiento de las leyes de Fresnel Arago.
- Crear un algoritmo sencillo en Mathematica para analizar los resultados obtenidos.
- Desarrollar una nueva forma de explicar a los estudiantes interesados en el área de la óptica los fenómenos de interferencia. En específico las leyes de Fresnel-Arago, con un arreglo como el interferómetro cíclico.

1.2. Descripción de capítulos

La distribución de los capítulos en esta tesis es como sigue. En el capítulo 1 se plantea la teoría de la interferencia desarrollando las ecuaciones necesarias para poder explicar

el concepto matemática y físicamente. Además se habla también de los diferentes tipos de interferómetros y franjas de interferencia. En el capítulo 2 se inicia con el concepto de coherencia y se sigue con coherencia espacial y coherencia temporal, como una condición para que se lleve a cabo la interferencia. En el capítulo 3 se detalla el funcionamiento de una lente como parte de los instrumentos utilizados en el arreglo experimental. En el capítulo 4 se escriben los resultados de los experimentos que demuestran las leyes y se presenta el procesamiento de las imágenes haciendo la comparación de resultados. Por último, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones principales del trabajo.

Capítulo 2

Interferencia

Cuando dos o más haces de luz son superpuestos, la distribución de la intensidad no puede ser descrita, en general, de una manera simple. Por consiguiente si la fuente de luz es dividida en dos o más haces por un mecanismo adecuado, los cuales después se superponen, la intensidad resultante producida por las ondas se desvía de la suma de las intensidades componentes. A este fenómeno se le llama interferencia óptica.

De acuerdo a este principio, el campo eléctrico \vec{E} producido en un punto en el vacío por diferentes fuentes, es igual a la suma vectorial:

$$\vec{E} = \vec{E}_{(1)} + \vec{E}_{(2)} + \vec{E}_{(3)} + \dots, \quad (2.1)$$

donde $\vec{E}_{(1)}$, $\vec{E}_{(2)}$, $\vec{E}_{(3)}$... son los campos producidos por las diferentes fuentes.

Para entender el fenómeno de interferencia, se suponen dos haces que interfieren entre sí, tal como se detalla en la siguiente sección.

2.1. Interferencia de dos ondas monocromáticas

Se consideran ahora dos ondas planas armónicas, monocromáticas y linealmente polarizadas a la misma frecuencia ω , provenientes de una fuente puntual y monocromática. Los campos eléctricos son entonces:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{(1)}(r, t) &= \vec{E}_1 \exp i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_1), \\ \vec{E}_{(2)}(r, t) &= \vec{E}_2 \exp i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_2), \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde \vec{k}_1 y \vec{k}_2 son los vectores de propagación y si ambas ondas viajan en el mismo medio entonces $|\vec{k}_1| = |\vec{k}_2| = 2\pi/\lambda_0$. En las ecuaciones (2.2) las cantidades ϕ_1 y ϕ_2 han sido introducidas para permitir cualquier diferencia de fase entre los caminos de las dos ondas.

La intensidad o irradiancia es un concepto clave para describir la interferencia de haces de luz, entonces se define a la intensidad I como el promedio en el tiempo de la cantidad de energía que cruza por unidad de tiempo en cierta área, perpendicular a la dirección del flujo de energía. Se puede demostrar que la irradiancia en un punto es proporcional al cuadrado de la amplitud del campo de luz en el punto en cuestión, es decir, para la onda 1 se tiene que $I_1 \propto |\vec{E}_1|^2$ y similarmente $I_2 \propto |\vec{E}_2|^2$.

La superposición de dos ondas planas monocromáticas, dejando de lado un factor constante de proporcionalidad, resulta en una función de irradiancia,

$$\begin{aligned} I = |\vec{E}|^2 = \vec{E} \cdot \vec{E}^* &= (\vec{E}_{(1)} + \vec{E}_{(2)}) \cdot (\vec{E}_{(1)}^* + \vec{E}_{(2)}^*) \\ &= |\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \cos \delta \\ &= I_1 + I_2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \cos \delta, \end{aligned} \quad (2.3)$$

donde

$$\delta = \vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \phi_1 - \phi_2, \quad (2.4)$$

el término $2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \cos \delta$ es llamado “*término de interferencia*”. Este término indica que I puede ser más grande o más chico que la suma de $I_1 + I_2$, dependiendo del valor de δ . Ya que δ depende de \vec{r} , se produce intensidad con variaciones espaciales periódicas. Estas variaciones son franjas de interferencia que son vistas cuando dos haces de luz son combinados.

Evidentemente habrá un máximo de intensidad

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}, \quad (2.5)$$

cuando $|\delta| = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$, o $|\delta| = 2\pi m$ con $m = 0, 1, 2, \dots$ y un mínimo de intensidad

$$I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}, \quad (2.6)$$

cuando $|\delta| = \pi, 3\pi, \dots$ o $|\delta| = 2\pi(m+1)$ con $m = 0, 1, 2, \dots$

En el caso especial cuando $I_1 = I_2 = I_0$, la ecuación (2.3) se reduce a

$$I = 2I_0(1 + \cos(\delta)) = 4I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2}, \quad (2.7)$$

y la intensidad varía entre un valor máximo de $I_{max} = 4I_0$ y un valor mínimo de $I_{min} = 0$, véase la figura (2.1).

Hay diversas formas para obtener haces de un solo haz de luz y, éstas formas provienen de una clasificación básica de los arreglos que suelen producir interferencia. Uno de los métodos es llamado interferómetro de *división de frente de onda* y el otro interferómetro de *división de amplitud*.

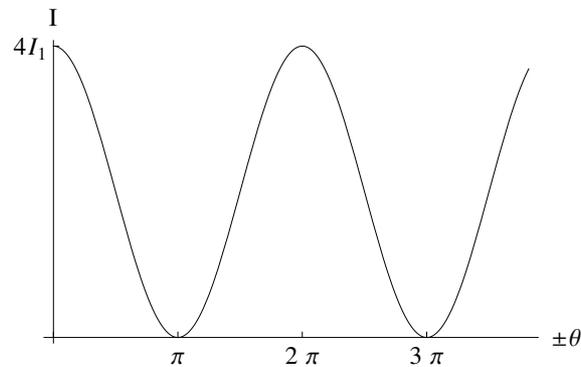


Figura 2.1: Perfil de patrón de interferencia de dos haces. La función representa la irradiancia de la superposición de dos haces de igual intensidad.

Se discutirá ahora el patrón de interferencia producido por ondas de luz, estos patrones son difíciles de observar cuando no son estacionarios. Por ejemplo, cuando se usan dos fuentes de luz (como lámparas de sodio), que iluminan dos agujeros y después interfieren, no se observará ningún patrón de interferencia en la pantalla. La razón de este fenómeno puede ser comprendido, ya que en las fuentes convencionales, la luz viene de las pulsaciones de un gran número de átomos independientes y, cada átomo emite luz en un pulso que dura aproximadamente $10^{-10} s$, esto implica que cada pequeño pulso consiste en cerca de un millón de oscilaciones, que son casi las oscilaciones de luz monocromática, pero aunque todos los átomos tengan parecidas condiciones, como el número de oscilaciones, falta tomar en cuenta la diferencia de fase inicial de cada átomo, que puede ser el factor que impida ver un patrón de interferencia.

2.2. Interferómetro de división de frente de onda

El interferómetro de división de frente de onda se puede usar con fuentes puntuales o extendidas que emiten ondas en diferentes direcciones, utiliza aberturas para aislar dos haces a partir de porciones separadas del frente de onda primario. Éstas aberturas pueden ser consideradas como fuentes de luz secundarias como se muestra en la figura (2.2) que están ubicadas en los puntos S_1 y S_2 .

Supóngase que el patrón de interferencia es generado por la superposición de dos haces provenientes de la fuente 1 ubicada en el punto S_1 y el proveniente de la fuente

2 ubicada en el punto S_2 y es observado sobre un plano $x'y'$ normal al bisector perpendicular z de $\overline{S_1S_2}$, ver la figura (2.2). Siendo d la separación de las aberturas y a la distancia entre la línea que une las aberturas y el plano de observación. Para el punto $P(x', y')$ en el plano de observación,

$$r_1 = \overline{S_1P} = \sqrt{a^2 + y'^2 + \left(x' - \frac{d}{2}\right)^2}, \quad (2.8)$$

$$r_2 = \overline{S_2P} = \sqrt{a^2 + y'^2 + \left(x' + \frac{d}{2}\right)^2}, \quad (2.9)$$

tal que

$$r_2^2 - r_1^2 = 2x'd. \quad (2.10)$$

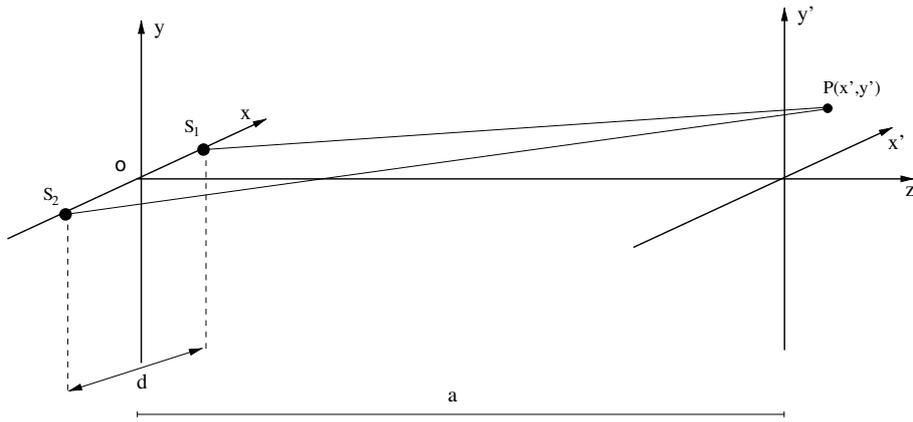


Figura 2.2: Esquema que muestra la interferencia de dos fuentes puntuales.

Por lo tanto, la diferencia del camino geométrico de la luz para llegar a P de S_2 y S_1 puede ser expresado por

$$\Delta s = s_2 - s_1 = \frac{2xd}{s_2 + s_1}. \quad (2.11)$$

En la práctica, debido a la corta longitud de onda de la luz visible, el patrón puede ser observado convenientemente sólo si d es mucho más pequeña que a . Entonces siempre que x' y y' sean también pequeñas comparadas con a ,

$$s_2 + s_1 \sim 2a, \quad (2.12)$$

por lo tanto, de las ecuaciones (2.11) y (2.12)

$$\Delta s = \frac{x'd}{a}. \quad (2.13)$$

Si n es el índice de refracción del medio, la diferencia de camino óptico de S_1 y S_2 a P es entonces

$$\Delta = n\Delta s = \frac{nx'd}{a} \quad (2.14)$$

y la correspondiente diferencia de fase es

$$\delta = \frac{2\pi nx'd}{\lambda_0 a}. \quad (2.15)$$

Ya que el ángulo S_1PS_2 es muy pequeño, se pueden considerar que las ondas S_1 y S_2 se propagan en la misma dirección hacia P , tal que la intensidad se puede calcular como en la ecuación (2.3) y de acuerdo a la ecuación (2.5) hay máximos de intensidad cuando $|\delta| = 0, 2\pi, \dots$, es decir, la posición de los máximos se encuentra en

$$x_m = \frac{ma\lambda_0}{nd}, \quad |m| = 0, 1, 2, \dots \quad (2.16)$$

y mínimos de intensidad cuando

$$x_{m'} = \frac{m'a\lambda_0}{nd}, \quad |m'| = m' = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots \quad (2.17)$$

El patrón de interferencia en una vecindad inmediata de O consiste en bandas brillantes y oscuras llamadas franjas de interferencia, equidistantes y corriendo a ángulos rectos con respecto a la línea S_1S_2 que une las dos fuentes. La separación de las franjas brillantes adyacentes es $a\lambda_0/nd$. En cualquier punto del patrón de interferencia el número m está definido por

$$m = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{\Delta}{\lambda_0}, \quad (2.18)$$

este número m es llamado el orden de interferencia en el punto.

2.3. Interferómetro de división de amplitud

Alternativamente si el haz es dividido en uno o más haces por superficies parcialmente reflejantes; es decir una parte de la luz será reflejada y la otra transmitida. Se dice entonces que su amplitud ha sido dividida de ahí el nombre de interferómetro de *división de amplitud* y puede ser usado para fuentes extendidas.

Supóngase una placa de caras paralelas de un material transparente iluminada por una fuente puntual S emite luz monocromática, tal como se muestra en la figura (2.3).

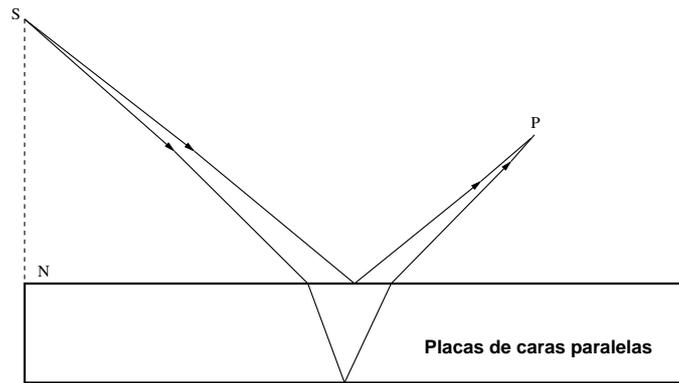


Figura 2.3: Placas paralelas con una fuente puntual.

Cualquiera que sea su posición, un punto P del mismo lado que S de la placa, será dividido por dos haces, uno reflejado y el otro transmitido por la superficie de la placa, de modo que no hay un patrón de interferencia localizado en el mismo lado que S . Los dos haces de S a P , llamados $SADP$ y $SABCEP$, ver figura (2.4), derivados del mismo haz incidente son paralelos al salir de la placa. La diferencia de camino óptico entre ellos es:

$$\Delta = n'(AB + BC) - nAN, \quad (2.19)$$

donde n' y n son los índices de refracción de la placa y del medio, respectivamente y N es la base de la perpendicular de C a AD . Si h es el grosor de la placa, θ el ángulo de incidencia y θ' el ángulo de refracción de la superficie superior, se tiene entonces

$$AB = BC = \frac{h}{\cos \theta}, \quad (2.20)$$

por lo que, el segmento AN está dado por, (ver figura (2.4))

$$AN = AC \sen \theta = 2h \tan \theta' \sen \theta. \quad (2.21)$$

entonces considerando la ley de Snell:

$$n' \operatorname{sen} \theta' = n \operatorname{sen} \theta, \quad (2.22)$$

ahora partiendo de las ecuaciones (2.19),(2.20),(2.21) y (2.22) se llega a

$$\Delta = 2n' h \cos \theta, \quad (2.23)$$

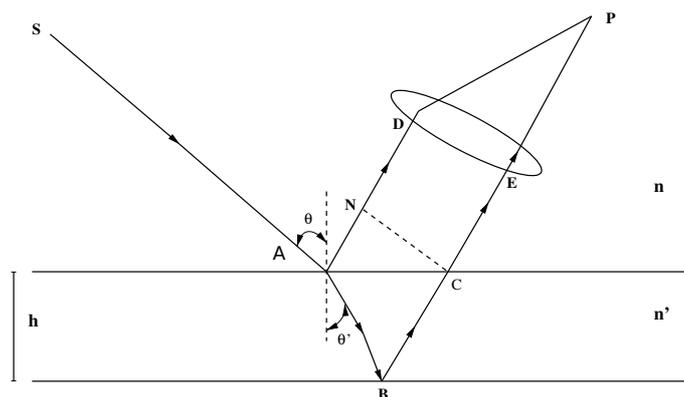


Figura 2.4: Placas paralelas: ilustrando la formación de franjas localizadas en el infinito.

y la correspondiente diferencia de fase es

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda_0} n' h \cos \theta'. \quad (2.24)$$

Se debe tener en cuenta que para ángulos hasta unos 30 grados, independientemente de la polarización de la luz incidente, los dos haces, uno reflejado internamente y el otro externamente, sufrirán un desfase relativo de π radianes. La diferencia de fase total en P es entonces

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda_0} n' h \cos \theta' \pm \pi \quad (2.25)$$

$$= \frac{4\pi h}{\lambda_0} \sqrt{n'^2 - n^2 \operatorname{sen}^2 \theta} \pm \pi. \quad (2.26)$$

La intensidad en el patrón de interferencia varía de acuerdo a las relaciones (2.3), (2.5), (2.26) hay franjas brillantes cuando

$$2n' h \cos \theta' \pm \frac{\lambda_0}{2} = m \lambda_0, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad (2.27)$$

y hay franjas oscuras cuando

$$2n' h \cos \theta' \pm \frac{\lambda_0}{2} = m \lambda_0, \quad m = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots, \quad (2.28)$$

2.4. Franjas de luz cuasimonocromática y luz blanca

Hasta el momento se ha supuesto el uso una fuente puntual y monocromática, ahora se removerá esta restricción y se supondrá una fuente S de luz policromática. Este tipo de luz puede ser representada por una combinación de componentes mutuamente incoherentes extendidas sobre un rango de frecuencias y cada componente produce un patrón de interferencia y la intensidad total en todos los puntos es la suma de las intensidades en esos patrones monocromáticos. Supóngase que las componentes cubren un rango de longitudes de onda $\Delta\lambda_0$ alrededor de una longitud de onda promedio $\bar{\lambda}_0$. El máximo central de todos los patrones monocromáticos, correspondientes a la igualdad de los caminos S_1 y S_2 (ver la figura 2.2), coinciden al pasar a través del origen pero en cualquier otra parte los patrones están desplazados. El máximo orden m , esta extendido sobre una distancia Δx en el plano de observación, ver ecuaciones (2.16) y (2.17), donde

$$\Delta x = \frac{|m| a}{nd} \Delta\lambda_0. \quad (2.29)$$

Considérese primero el caso cuando el rango de la longitud de onda $\Delta\lambda_0$ es pequeña comparada con longitud de onda promedio $\bar{\lambda}_0$, es decir

$$\frac{\Delta\lambda_0}{\bar{\lambda}_0} \ll 1. \quad (2.30)$$

Se le llama a la luz que corresponde a esta condición, luz cuasimonocromática.

Si sobre el campo de observación

$$|m| \ll \frac{\Delta\lambda_0}{\bar{\lambda}_0}, \quad (2.31)$$

o sustituyendo en la ecuación (2.14), se tiene la relación

$$|\Delta| \ll \frac{\bar{\lambda}_0^2}{\Delta\lambda_0}, \quad (2.32)$$

donde Δx se puede despreciar si se compara con la separación de los máximos contiguos, tal separación es $a\lambda_0/nd$. En consecuencia las componentes de los patrones coinciden, se forman entonces franjas en el mismo plano de observación y con la misma

aparición de las franjas de luz monocromática de una longitud de onda de λ_0 . Si la luz es cuasimonocromática, pero la ecuación (2.32) no se satisface, las franjas de interferencia son menos distinguibles que con luz monocromática. La intensidad total depende de la distribución de la intensidad entre las componentes monocromáticas.

Un caso práctico es aquel que ocurre cuando la luz es blanca y es observable, este tipo de luz cuenta con una razón de longitudes de onda $\Delta\lambda_0/\bar{\lambda}_0$ del orden de $1/2$. Hay entonces una franja de color blanco en la posición donde se encuentra el orden cero de la luz monocromática, y a los lados máximos y mínimos de colores, de ahí la importancia de un patrón de franjas de luz blanca en la interferometría ya que en casos particulares, puede hacer reconocible a las franjas monocromáticas correspondientes a la diferencia de camino cero.

En el caso de un interferómetro real de luz blanca, necesita satisfacer dos condiciones, la primera es que el orden cero de las franjas de interferencia debe ser independiente de la longitud de onda, y la segunda es que el espaciamiento de las franjas de interferencia debe ser también independiente de la longitud de onda. Generalmente en un interferómetro de luz blanca sólo satisface la primera condición.

2.5. Franjas de interferencia de ondas esféricas

La ecuación (2.3) se puede usar de la misma manera para ondas esféricas emitidas por fuentes S_1 y S_2 . Estas ondas son expresadas como

$$\begin{aligned}\vec{E}_1(r_1, t) &= \vec{E}_{01}(r_1)\exp[i(kr_1 - \omega t + \epsilon_1)], \\ \vec{E}_2(r_2, t) &= \vec{E}_{02}(r_2)\exp[i(kr_2 - \omega t + \epsilon_2)],\end{aligned}\quad (2.33)$$

donde r_1 y r_2 son los radios de los frentes de onda cuando se superponen en P . Además el radio de cada onda especifica la distancia a la cual está ubicada la fuente con respecto al punto P .

En este caso

$$\delta = k(r_1 - r_2) + (\epsilon_1 - \epsilon_2),\quad (2.34)$$

donde ϵ_1 y ϵ_2 son las fases iniciales respectivas de cada onda esférica.

La densidad de flujo en la región alrededor de S_1 y S_2 estará variando de la misma manera que varía $(r_1 - r_2)$.

La ecuación (2.7) se aplicará cuando la separación entre S_1 y S_2 sea pequeña en comparación con r_1 y r_2 . Si las fuentes examinadas tienen la misma intensidad, es decir, $\vec{E}_{01} = \vec{E}_{02}$, $I_1 = I_2 = I_0$ se tiene entonces que

$$I = 4I_0 \cos^2 \left[\frac{1}{2} [k(r_1 - r_2) + (\epsilon_1 - \epsilon_2)] \right]. \quad (2.35)$$

La irradiancia máxima ocurre cuando

$$\delta = 2\pi m,$$

siempre que $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ Similarmente, el mínimo, para el cual $I = 0$, surge cuando

$$\delta = 2\pi m',$$

donde $m' = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$ o si se quiere, $m' = 2m + 1$. Usando la ecuación (2.34), estas dos expresiones de δ pueden ser reescritas de tal forma que el máximo de irradiancia ocurre cuando

$$(r_1 - r_2) = [2\pi m + (\epsilon_2 - \epsilon_1)]/k \quad (2.36)$$

y un mínimo cuando

$$(r_1 - r_2) = [\pi m' + (\epsilon_2 - \epsilon_1)]/k. \quad (2.37)$$

Cada una de estas ecuaciones definen una familia de superficies, estas superficies son hipérbolas de revolución. Los vértices de las hipérbolas están separadas por las mismas distancias que marcan los lados derechos de las ecuaciones (2.36) y (2.37). Los focos están localizados en S_1 y S_2 . Si las ondas están en fase en el lugar donde se emiten, $\epsilon_1 - \epsilon_2 = 0$, y las ecuaciones (2.36) y (2.37) pueden ser simplificadas como

$$(r_1 - r_2) = 2\pi m/k = m\lambda, \quad (2.38)$$

$$(r_1 - r_2) = 2\pi m'/k = \frac{1}{2}m'\lambda, \quad (2.39)$$

para el máximo y mínimo de irradiancia, respectivamente. En una pantalla se verán como regiones claras y oscuras, es decir franjas de interferencia, ver figura (2.5) y (2.6). Nótese que la banda central brillante, equidista de las dos fuentes, esta banda es la llamada la franja de orden 0 para la cual $m = 0$.

En general, la longitud de onda de la luz λ es muy pequeña, es por eso que hay muchas superficies cercanas al plano de orden $m = 0$. Por lo tanto muchas franjas paralelas

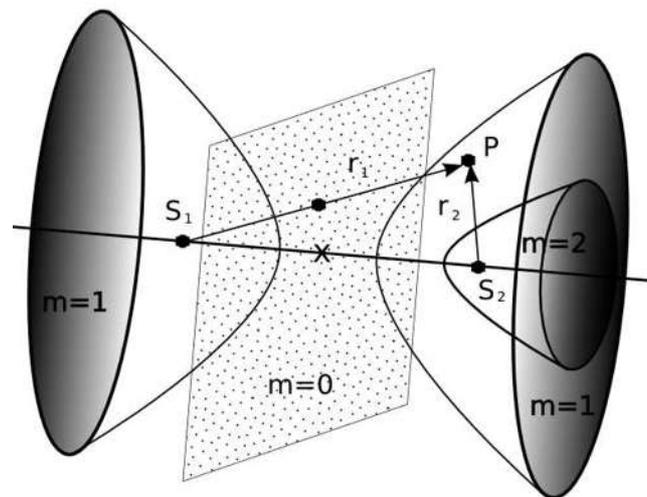


Figura 2.5: Muestra algunas superficies sobre las cuales hay máximos de irradiancia.

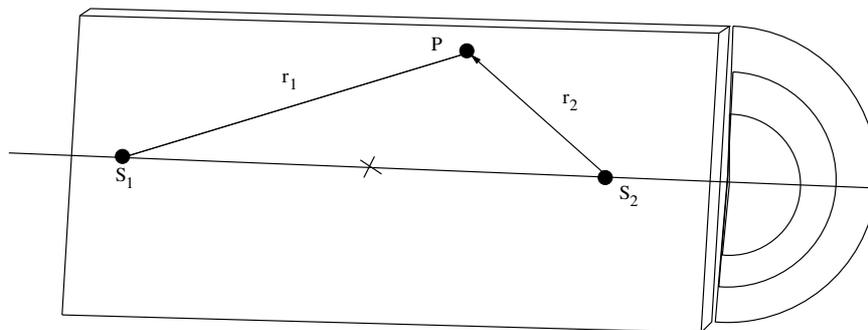


Figura 2.6: Región de las franjas de interferencia.

bastante rectas aparecerán en la pantalla que se encuentra acomodada perpendicularmente al plano ($m = 0$) y en la vecindad de él. Si S_1 y S_2 son desplazados normalmente a la línea $\overline{S_1S_2}$, las franjas van a desplazarse sólo paralelamente a ellas mismas. Esto quiere decir que dependiendo en que plano se analicen las franjas de interferencia se observan diferentes formas de ellas, por ejemplo cuando se coloca una pantalla las franjas en un plano perpendicular al plano ($m = 0$), se proyectarán franjas de interferencia, en cambio si se coloca la pantalla paralela a ese plano, se observarán círculos concéntricos. Lo anterior se debe a la forma de las hipérbolas de revolución, ver figura (2.5).

Capítulo 3

Coherencia

Si dos haces son originarios de una misma fuente, las fluctuaciones de los dos haces están en general correlacionadas, estos haces se dice que son parcial o completamente coherentes, dependiendo si la correlación es parcial o total. En haces de diferentes fuentes, las fluctuaciones no tienen correlación y los haces se dicen que son mutuamente incoherentes.

La luz de una fuente física real nunca es estrictamente monocromática, más aún una fuente física no es una fuente puntual. En un campo electromagnético, la amplitud de la vibración oscila en cualquier punto P , mientras que la fase varía aleatoriamente con el tiempo. La componente compleja del campo continua siendo contante, sólo durante un intervalo de tiempo Δt , el cual es pequeño comparado al recíproco del ancho espectral efectivo $\Delta\nu$, el tiempo característico $\Delta t = \frac{1}{\Delta\nu}$ es del orden del tiempo de coherencia, del cual se hablará más adelante.

En el capítulo de interferencia se consideraron dos ondas planas armónicas, monocromáticas y linealmente polarizadas, los campos eléctricos respectivos a las ondas eran los siguientes:

$$\begin{aligned}\vec{E}_{(1)}(r, t) &= \vec{E}_1 \exp i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_1), \\ \vec{E}_{(2)}(r, t) &= \vec{E}_2 \exp i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_2),\end{aligned}\tag{3.1}$$

donde las cantidades ϕ_1 y ϕ_2 representan la diferencia de fase entre los caminos de las dos ondas. Si los caminos de las dos ondas son mutuamente incoherentes, entonces la cantidad $\phi_1 - \phi_2$ varía con el tiempo de una manera aleatoria. El resultado es que el valor del $\cos \delta$ es cero, y por lo tanto no hay interferencia. Esa es la razón por la que no se observan franjas de interferencia con dos fuentes de luz (ordinaria) separadas.

En el caso en que las dos ondas sean polarizadas los términos de interferencia dependerán también de la polarización. En particular, si la polarización es mutuamente ortogonal entonces $\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = 0$ y no habría interferencia; esto es verdad no sólo para

ondas linealmente polarizadas sino también para ondas polarizadas circular y elípticamente.

3.1. Coherencia parcial y visibilidad de franjas

Hasta ahora se han discutido conceptos referentes a la interferencia asumiendo que los campos ópticos son completamente coherentes, monocromáticos y constantes en amplitud. En el caso real de interferencia de dos o más ondas de luz, las amplitudes y fases usualmente varían con el tiempo de manera aleatoria. El flujo instantáneo de luz en un punto dado fluctúa rápidamente, lo que puede verse más profundamente al definir la irradiancia en un tiempo promedio. En el caso de dos campos \vec{E}_1 y \vec{E}_2 la irradiancia I puede ser expresada como:

$$\begin{aligned} I &= \langle \vec{E} \cdot \vec{E}^* \rangle = \langle (\vec{E}_1 + \vec{E}_2) \cdot (\vec{E}_1^* + \vec{E}_2^*) \rangle \\ &= \langle |\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2 + 2\text{Re}\{(\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2^*)\} \rangle, \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde los brackets denotan el promedio temporal definido como:

$$\langle f \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt. \quad (3.3)$$

Se asumirá que todas las cantidades son estacionarias, quiere decir que el promedio temporal es independiente del origen que se escoja en el tiempo. También por conveniencia, se asume que los campos ópticos tengan la misma polarización, entonces su naturaleza vectorial puede ser ignorada, con estas suposiciones la ecuación (3.2) puede ser escrita como:

$$I = I_1 + I_2 + 2\text{Re}\{\langle E_1 E_2^* \rangle\}, \quad (3.4)$$

donde

$$I_1 = \langle |E_1|^2 \rangle \quad I_2 = \langle |E_2|^2 \rangle. \quad (3.5)$$

En un experimento habitual, la interferencia de dos campos E_1 y E_2 es originada por una misma fuente y estos campos difieren a causa de la diferencia de caminos ópticos. Consideremos la figura (3.1) en donde se muestra dos haces de luz que viajan por dos caminos diferentes.

Se le llama t al tiempo que tarda una de las señales de luz en atravesar el camino 1 y, $t + \tau$ a lo que tarda en atravesar el camino 2 la otra señal. Entonces el término de interferencia de la ecuación (3.4) puede ser escrito como:

$$2 \operatorname{Re}\{\Gamma_{12}(\tau)\}, \quad (3.6)$$

donde

$$\Gamma_{12}(\tau) = \langle E_1(t)E_2^*(t + \tau) \rangle, \quad (3.7)$$

es llamada la función de coherencia mutua o la función de correlación de los dos campos E_1 y E_2 . La función

$$\Gamma_{11}(\tau) = \langle E_1(t)E_1^*(t + \tau) \rangle, \quad (3.8)$$

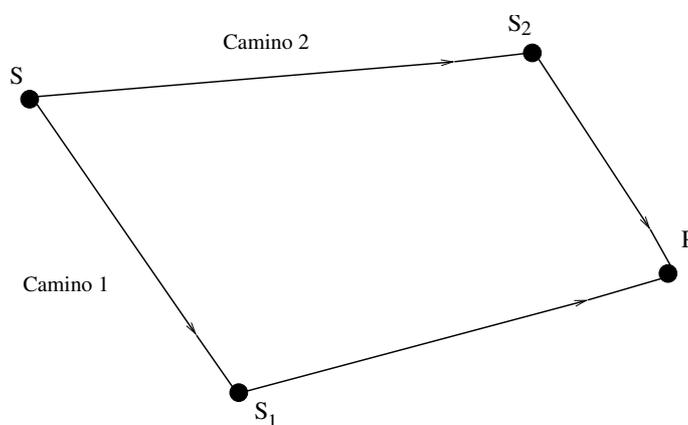


Figura 3.1: Caminos de luz generalizados en un arreglo de interferencia.

es conocida como la función de autocorrelación. De la definición se ve que $\Gamma_{11}(0) = I_1$ y $\Gamma_{22}(0) = I_2$.

Algunas veces es conveniente usar una normalización de la función de correlación, cuando se normaliza tal función es llamada el grado de coherencia parcial:

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)\Gamma_{22}(0)}} = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{I_1 I_2}}. \quad (3.9)$$

La irradiancia es entonces expresada como sigue:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \operatorname{Re}\{\gamma_{12}(\tau)\}. \quad (3.10)$$

La función $\gamma_{12}(\tau)$ es en general una función periódica compleja de τ . En términos de $|\gamma_{12}(\tau)|$ se puede tener varios tipos de coherencia:

$$\begin{aligned} |\gamma_{12}(\tau)| &= 1 \\ 0 < |\gamma_{12}(\tau)| &< 1 \\ |\gamma_{12}(\tau)| &= 0. \end{aligned}$$

En un patrón de franjas de interferencia, la intensidad varía entre dos límites I_{max} y I_{min} . De la ecuación (3.10) se deduce que los límites están dados de la siguiente forma

$$\begin{aligned} I_{max} &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma_{12}| \\ I_{min} &= I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma_{12}|. \end{aligned} \quad (3.11)$$

La visibilidad de las franjas V es definida como la relación

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \quad (3.12)$$

se sigue que

$$V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma_{12}|}{I_1 + I_2}, \quad (3.13)$$

en particular si $I_1 = I_2$ entonces

$$V = |\gamma_{12}|. \quad (3.14)$$

La visibilidad de las franjas se pueden expresar matemáticamente como el módulo del grado de coherencia parcial. En el caso de coherencia completa ($|\gamma_{12}| = 1$) las franjas de interferencia tienen el máximo contraste, en cambio para incoherencia completa ($|\gamma_{12}| = 0$) el contraste es cero lo que es equivalente a no tener franjas.

3.2. Coherencia temporal y longitud de coherencia

Otra forma de observar como el grado de coherencia parcial está relacionado con las características de la fuente. Al considerar el caso hipotético de una fuente “cuasimonocromática”, quiere decir que en esta fuente existe una variación y oscilación del campo sinusoidal para un cierto tiempo τ_0 . Después se presenta un cambio de fase abrupto, donde la misma secuencia se mantiene repitiendo indefinidamente ver gráfica (3.2).

Se le llama τ_0 al tiempo de coherencia. El cambio de fase que se da después que se cumple el tiempo de coherencia que está distribuida aleatoriamente entre 0 y 2π . El

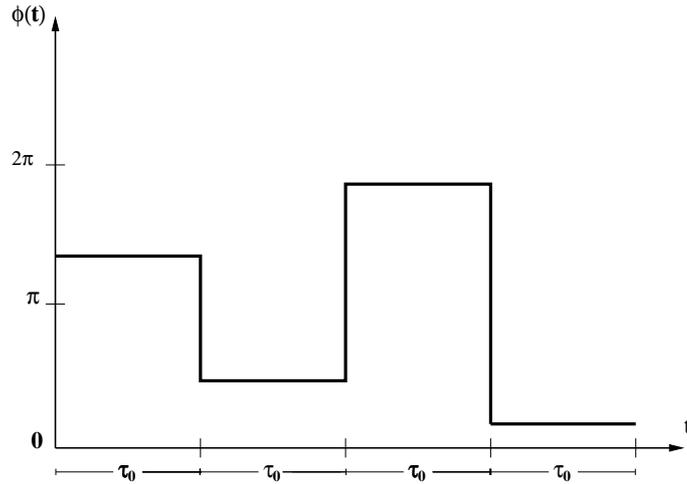


Figura 3.2: Gráfica de la fase $\phi(t)$ de una fuente cuasimonocromática.

tiempo de coherencia depende del campo cuasimonocromático, que puede ser expresado como

$$E(t) = E_0 e^{-i\omega t} e^{i\phi(t)}, \quad (3.15)$$

donde el ángulo de fase $\phi(t)$ es una función de paso aleatoria.

Ahora se supone un haz de luz representado por la ecuación (3.15) el cual será dividido después en dos haces que posteriormente serán traídos juntos para producir interferencia. El grado de coherencia parcial de tales haces puede ser evaluada de la siguiente manera tomando en cuenta que:

$$|E_1| = |E_2| = |E|. \quad (3.16)$$

Asumiendo lo anterior y eliminando subíndices, se escribe el grado de coherencia o coherencia propia como

$$\gamma(\tau) = \frac{\langle E(t)E^*(t+\tau) \rangle}{\langle |E|^2 \rangle}, \quad (3.17)$$

sustituyendo el valor de $E(t)$ de la (3.15) se tiene que

$$\begin{aligned} \gamma(\tau) &= \langle e^{i\omega\tau} e^{i[\phi(t)-\phi(t+\tau)]} \rangle \\ &= e^{i\omega\tau} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T e^{i[\phi(t)-\phi(t+\tau)]} dt, \end{aligned} \quad (3.18)$$

considérese la cantidad $\phi(t) - \phi(t + \tau)$ ver figura (3.3), en el primer intervalo de coherencia temporal $0 < t < \tau$, se observa que $\phi(t) - \phi(t + \tau) = 0$ para $0 < t < \tau_0 - \tau$. Por otra parte para $\tau_0 - \tau < t < \tau_0$ es asumido algún valor aleatorio entre 0 y 2π . Lo mismo es verdad para cada uno de los intervalos de coherencia temporal siguientes.

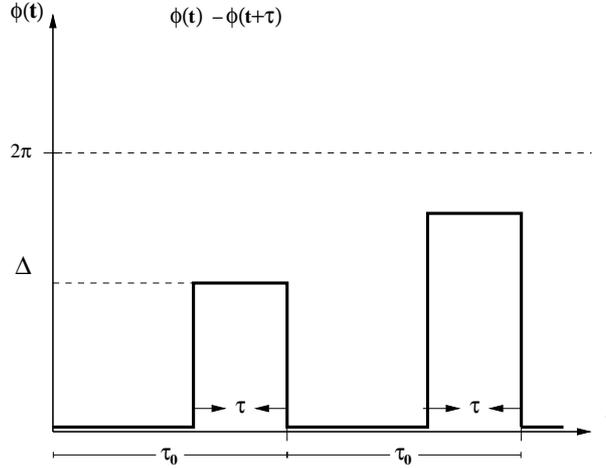


Figura 3.3: Gráfica de la diferencia de fase $\phi(t) - \phi(t + \tau)$.

La integral de la ecuación (3.18) es fácilmente evaluada, en el primer intervalo, como sigue:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} e^{i[\phi(t) - \phi(t + \tau)]} dt &= \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0 - \tau} dt + \frac{1}{\tau_0} \int_{\tau_0 - \tau}^{\tau_0} e^{i\Delta} dt \\ &= \frac{\tau_0 - \tau}{\tau_0} + \frac{\tau}{\tau_0} e^{i\Delta}, \end{aligned} \quad (3.19)$$

donde Δ es una diferencia de fase aleatoria.

El mismo resultado se obtiene de los intervalos subsecuentes, con la excepción de que Δ es diferente para cada intervalo. Puesto que Δ es aleatoria, los términos que involucran a $e^{i\Delta}$ serán en promedio cero. El otro término, $(\tau_0 - \tau)/\tau_0$ es el mismo para todos los intervalos, por lo tanto es igual al valor promedio de la integral en cuestión. Por supuesto, si $\tau > \tau_0$ entonces la diferencia de fase $\phi(t) - \phi(t + \tau)$ es siempre aleatoria y, consecuentemente el promedio de toda la integral es cero.

De los resultados anteriores se encuentra que la función de correlación normalizada para una fuente cuasimonocromática está dada por:

$$\begin{aligned} \gamma(t) &= \left(1 - \frac{\tau}{\tau_0}\right) e^{i\omega\tau} & \tau < \tau_0 \\ &= 0 & \tau \geq \tau_0, \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned}
 |\gamma(t)| &= 1 - \frac{\tau}{\tau_0} & \tau < \tau_0 \\
 &= 0 & \tau \geq \tau_0.
 \end{aligned}
 \tag{3.21}$$

Se sabe que $|\gamma(\tau)|$ es proporcional a la visibilidad de las franjas para el caso de amplitudes iguales en un arreglo de interferencia de dos haces. Evidentemente la visibilidad de las franjas es cero si τ excede el tiempo de coherencia τ_0 . Lo cual significa que la diferencia de caminos entre los dos haces no deberá exceder el valor de

$$c\tau_0 = l_c. \tag{3.22}$$

para obtener franjas de interferencia, y a la cantidad l_c se le llama la longitud de coherencia.

De hecho en la forma matemática del grado de coherencia y la visibilidad de las franjas, dependerán de una precisa distribución estadística de las longitudes de los trenes de onda. En cualquier caso, la visibilidad de las franjas será grande (del orden de la unidad) para la diferencia de caminos que sea pequeña comparada al promedio de la longitud de coherencia y viceversa, la visibilidad de las franjas será pequeña y aproximadamente cero conforme la diferencia de camino se haga más grande que la longitud de coherencia.

3.3. Coherencia espacial

En esta sección se discutirá el problema más general de coherencia entre dos campos en diferentes puntos en el espacio. Supóngase primero que se tiene una sola fuente puntual S , tres puntos receptores P_1 , P_2 y P_3 son localizados, a estos puntos les corresponden E_1 , E_2 y E_3 , respectivamente. Los puntos P_1 y P_3 se encuentran en la misma dirección de la fuente y difieren solamente por la distancia a la que se encuentran de la fuente S . En consecuencia, la coherencia entre los campos E_1 y E_3 mide la coherencia espacial longitudinal del campo, ver figura (3.4).

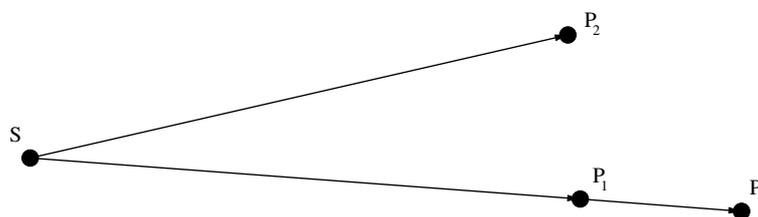


Figura 3.4: Diagrama que ilustra la coherencia transversal y longitudinal.

Por otra parte el punto P_2 está localizado a la misma distancia que el punto P_1 de S , para este caso la coherencia que se mide entre E_1 y E_2 será la coherencia espacial

transversal del campo. Es evidente que la coherencia longitudinal dependerá meramente de que tan grande sea r_{13} en comparación con la coherencia de longitud de la fuente o de manera equivalente se compara el valor de $t_{13} = r_{13}/c$ con el tiempo de coherencia τ_0 . E_3 varía en el tiempo de la misma manera que $E_1(t)$ pero con un tiempo de retraso de t_{13} . Si $t_{13} \ll \tau_0$, habrá una coherencia alta entre E_1 y E_3 , mientras que si $t_{13} \gg \tau_0$, habrá poca o ninguna coherencia.

Regresando a la coherencia espacial transversal, si S es una verdadera fuente puntual, entonces la dependencia del tiempo de los dos campos E_1 y E_2 será la misma, quiere decir que serán mutuamente “completamente coherentes”. La coherencia parcial entre E_1 y E_2 ocurrirá si la fuente es extendida, ya que este tipo de fuentes pueden considerarse compuestas de otras que son puntuales e independientes. También es conveniente estudiar el caso de dos fuentes puntuales, ver figura (3.5).

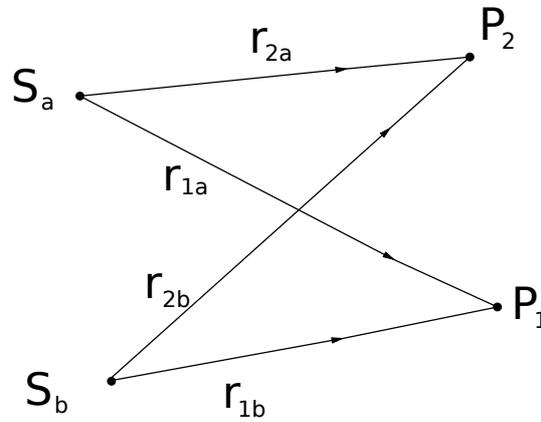


Figura 3.5: Geometría para analizar la coherencia lateral de dos fuentes.

Las dos fuentes puntuales cuasicromáticas S_a y S_b son consideradas iguales, con la excepción de que sus fases varían aleatoria e independientemente, en otras palabras son mutuamente incoherentes. Por lo tanto,

$$\begin{aligned} E_1 &= E_{1a} + E_{1b} \\ E_2 &= E_{2a} + E_{2b}, \end{aligned}$$

donde E_{1a} es la contribución al campo en P_1 de la fuente S_a , lo mismo pasa en el caso E_{1b} y los demás campos.

La función de correlación normalizada para dos puntos receptores está dada por

$$\begin{aligned}
\gamma_{12}(t) &= \left\langle \frac{E_1(t)E_2^*(t+\tau)}{\sqrt{I_1 I_2}} \right\rangle \\
&= \left\langle \frac{[E_{1a}(t) + E_{1b}(t)][E_{2a}^*(t+\tau) + E_{2b}^*(t+\tau)]}{\sqrt{I_1 I_2}} \right\rangle \quad (3.23) \\
&= \left\langle \frac{E_{1a}(t)E_{2a}^*(t+\tau)}{\sqrt{I_1 I_2}} \right\rangle + \left\langle \frac{E_{1b}(t)E_{2b}^*(t+\tau)}{\sqrt{I_1 I_2}} \right\rangle.
\end{aligned}$$

En la segunda igualdad se usa el hecho de que S_a y S_b son mutuamente incoherentes por lo tanto, los términos cruzados $\langle E_{1a}E_{2b}^* \rangle$ y $\langle E_{1b}E_{2a}^* \rangle$ se anulan.

Si se asume que ambos campos E_{1b} y E_{2a} tienen la forma de la ecuación (3.20) y tomando en cuenta que los tiempos de viaje son diferentes para las respectivas fuentes en los puntos receptores, entonces la función de correlación normalizada pueden ser expresada de la siguiente forma:

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{1}{2}\gamma(\tau_a) + \frac{1}{2}\gamma(\tau_b), \quad (3.24)$$

donde

$$\gamma(\tau) = e^{i\omega\tau} \left(1 - \frac{\tau}{\tau_0} \right),$$

es la función de autocorrelación para cualquier fuente, y

$$\tau_a = \frac{r_{2a} - r_{1a}}{c} + \tau,$$

$$\tau_b = \frac{r_{2b} - r_{1b}}{c} + \tau.$$

Realizando el álgebra necesaria [14], se encuentra que

$$|\gamma_{12}(\tau)|^2 \approx \left(\frac{1 + \cos[\omega(\tau_b - \tau_a)]}{2} \right) \left(1 - \frac{\tau_a}{\tau_0} \right) \left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_0} \right). \quad (3.25)$$

Para llegar a los resultados anteriores se asumió que $(\tau_a - \tau_b)$ es pequeña en comparación con τ_a y con τ_b .

El análisis anterior muestra que la coherencia mutua entre los campos de los puntos receptores depende no sólo del tiempo de coherencia propio de las fuentes τ_0 , sino

también de la cantidad $(\tau_b - \tau_a)$ de una manera periódica, como se expresa en el coseno de la ecuación (3.25). En otras palabras la coherencia mutua entre un punto receptor fijo dado y cualquier otro punto que está iluminado por dos fuentes mutuamente incoherentes exhiben una dependencia de periodo espacial, que es parecida a un patrón de interferencia, aunque la iluminación total es bastante uniforme.

Supóngase por ejemplo, que se toma el punto P_1 simétricamente localizado con respecto a las dos fuentes, tal que $r_{1a} = r_{1b}$. Se tiene entonces que $\tau_b - \tau_a = (r_{2b} - r_{1b})/c$ o aproximadamente:

$$\tau_b - \tau_a \approx \frac{sl}{2cr}, \quad (3.26)$$

donde s es la distancia entre las dos fuentes, l es la distancia entre los dos puntos receptores y r es la distancia media de las fuentes a los puntos receptores. El resultado aproximado es obtenido suponiendo que r es muy grande comparado con s y l la geometría es similar a la del experimento de interferencia de Young, ver figura (3.6)

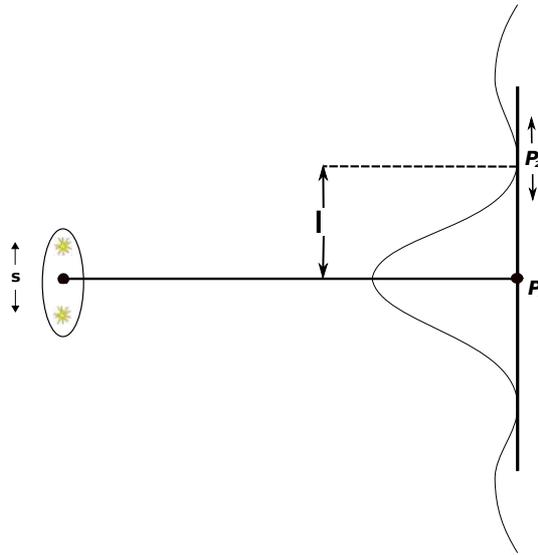


Figura 3.6: Diagrama que ilustra la coherencia lateral de una fuente extendida.

La variación de $|\gamma_{12}|$ es ilustrada como una curva con un máximo y un mínimo y la coherencia mutua es más grande en el centro donde P_1 y P_2 coinciden. La coherencia mutua tiende a cero en cada lado de la línea central a una distancia l , tal que el $\cos[\omega(\tau_b - \tau_a)] = -1$, o mejor dicho:

$$\omega(\tau_b - \tau_a) = \left[\frac{\omega sl_t}{2cr} \right] = \pi, \quad (3.27)$$

donde $\omega = 2\pi c/\lambda$, se encuentra también que

$$l_t = \frac{r\lambda}{s}. \quad (3.28)$$

En términos de la separación angular θ_s entre las dos fuentes, como se ha visto en el punto P_1 se tiene $\theta_s \cong s/r$. Por lo tanto

$$l_t = \frac{\lambda}{\theta_s}, \quad (3.29)$$

que es aproximadamente el ancho de la región de alta coherencia mutua entre P_1 y P_2 la cual se llamará ancho de coherencia transversal.

Capítulo 4

Física de los aparatos utilizados

4.1. Láser

La palabra láser es el acrónimo para “Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation”. Se usa como un dispositivo mecánico-cuántico que consigue producir luz aprovechando la forma en que los átomos interactúan con la radiación electromagnética. Una de las características más especiales de un láser es que la luz que emite es coherente que aunado a la emisión estimulada fue determinante para su realización.

Considérese la situación donde un gas encerrado en un recipiente contiene átomos libres en diferentes estados de energía. Haciendo brillar una luz blanca dentro del recipiente muchos átomos se pueden subir, a través de la resonancia, desde un estado base a estados excitados y, al menos uno de esos estados es metaestable, es decir, un estado en el cual se quedan provisionalmente antes de bajar al azar o espontáneamente a un estado base. Si la luz incidente es más intensa se puede tener más electrones en un estado metaestable que en el estado base, a esto se le llama inversión de población.

Cuando un electrón en un estado metaestable decae al estado base, como eventualmente pasará, el electrón emite un fotón de energía $h\nu$ a este fenómeno se le llama fluorescencia o radiación fluorescente. Como el fotón emitido pasará por otro átomo cercano, puede ser, por el principio de resonancia que estimule al átomo a irradiar otro fotón de exactamente la misma frecuencia y devolver al átomo a su estado base. El fotón estimulado tiene la misma frecuencia, dirección, polarización, fase y velocidad que el primario, por lo tanto, existe coherencia espacial y temporal entre ellos.

Ambos fotones pueden considerarse ondas primarias, y al pasar cerca de otros átomos en estados metaestables, pueden estimularlos a irradiar en la misma dirección y con la misma fase, ver figura (4.1). Sin embargo, la transición de estados base a estados excitados puede ser estimulada por la absorción de la onda primaria, por tanto una emisión estimulada requiere de una inversión de población. Si estas condiciones se cumplen se puede desarrollar una reacción en cadena que resulte en una radiación

altamente coherente.

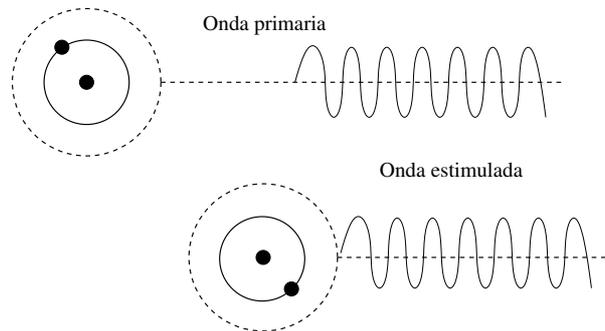


Figura 4.1: Principio de emisión estimulada de luz de un átomo. Ambas ondas tienen la misma longitud de onda λ y están en fase además están vibrando en planos paralelos.

4.1.1. Diseño del láser

Si se quiere construir un láser, la emisión de luz estimulada y coherente se debe colimar, por lo que se debe diseñar una cavidad donde las ondas se puedan utilizar una y otra vez. Para este caso se hace uso de dos espejos paralelos, uno frente al otro y ambos con un alto poder de reflexión separados por una cierta distancia. A este sistema de arreglo de espejos se le llama resonador. Entre los espejos se encuentra un medio activo con átomos en estados metaestables en su estructura y, se necesita que de alguna manera, se exciten los electrones de los átomos y se cree una inversión de población, entonces algunos átomos en estado metaestable radiarán espontáneamente. Los fotones emitidos que tengan una dirección con algún ángulo suficientemente grande con respecto al eje x escapan de la cavidad y serán perdidos, pero habrá otros que se muevan con una dirección paralela al eje del resonador, esos fotones se reflejarán y se conducirán de un extremo a otro. La oportunidad ahora de estimular a las emisiones de más átomos dependerá de que los espejos finales tengan una alta reflectancia y que la densidad de átomos en estados metaestables dentro de la cavidad sea elevada también. Si se cumplen estos requerimientos la acumulación de fotones será creciente conforme estos circulen en la cavidad y el sistema puede oscilar de manera auto-sustentable. La salida de energía del sistema se dará porque la reflexión de los espejos será un poco diferente y uno de ellos dejará escapar una porción de la radiación, ver figura (4.2).

4.1.2. El láser de He-Ne

El láser de He-Ne fue el primer láser de gas que se construyó exitosamente. El cual consiste en una mezcla de Helio y Neón con una concentración de 10 a 1, puesta a lo largo de un tubo de descarga, la presión dentro del tubo es de 1 torr. El gas está encerrado entre un par de espejos cóncavos que forman el sistema de resonador del láser. Uno de los espejos cuenta con una alta reflectancia mientras que el otro es parcialmente

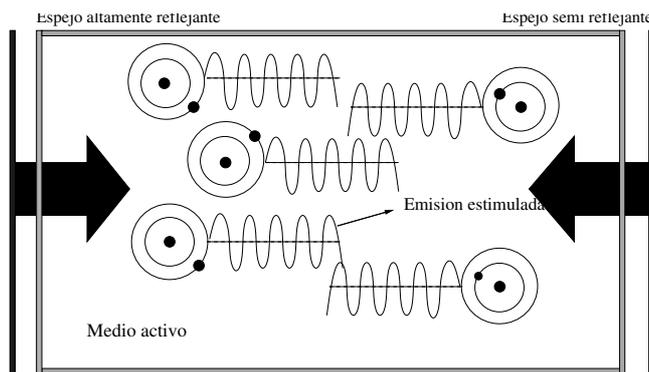


Figura 4.2: Una cavidad de un láser con dos espejos con distinto nivel de reflexión, muestra también la emisión estimulada de los átomos dentro.

transparente de esa manera la energía puede salir del tubo.

Los primeros niveles de energía del Helio y el Neón se muestran en la figura (4.3), cuando una descarga eléctrica pasa a través del gas, los electrones que viajan por el tubo colisionan con los átomos del He, los excitan y pasan de un estado base F_1 a los niveles marcados como F_2 y F_3 . Estos son los estados metaestables del He, a consecuencia de esas colisiones los átomos del Ne son excitados a los niveles marcados como E_4 y E_6 los cuales tienen una energía cercana a la de los niveles F_2 y F_3 del He. Entonces cuando los átomos de los niveles F_2 y F_3 colisionan con los átomos no excitados del Ne, ellos se elevan a los niveles E_4 y E_6 , respectivamente. Esto resulta en una población bastante grande en los niveles E_4 y E_6 , la población en estos niveles pasa a ser más grande que la de los niveles E_3 y E_5 , esta inversión de población es exitosa y cualquier fotón emitido espontáneamente puede disipar la acción del láser en cualquiera de los tres niveles de transición vistos en la figura (4.3).

Los átomos de Ne decaen del nivel de energía más bajo del láser al nivel E_2 gracias a la emisión espontánea, del nivel E_2 los átomos del Ne regresan al estado base por la colisión entre las paredes. La transición de E_6 a E_5 , de E_4 a E_3 , y la de E_6 a E_3 resulta en emisión de radiación con longitudes de onda de $3.39\mu\text{m}$, $1.15\mu\text{m}$ y 6328\AA , respectivamente. Las transiciones correspondientes a $3.39\mu\text{m}$ y $1.15\mu\text{m}$ no se encuentran en el rango visible, por esa razón 6328\AA es la longitud de onda conocida del láser de He-Ne que se muestra visiblemente en color rojo.

Como ya se dijo un láser es altamente coherente por la forma en que se construye, al igual que monocromático. Estas propiedades especiales son muy importantes, por eso es que el láser es un elemento óptico básico para la realización de múltiples experimentos, en específico para los experimentos planteados en este trabajo, pues su alta longitud de coherencia y la longitud de onda constante del haz de luz saliente son las condiciones ideales que permiten la visualización de las franjas de interferencia, como se habló en

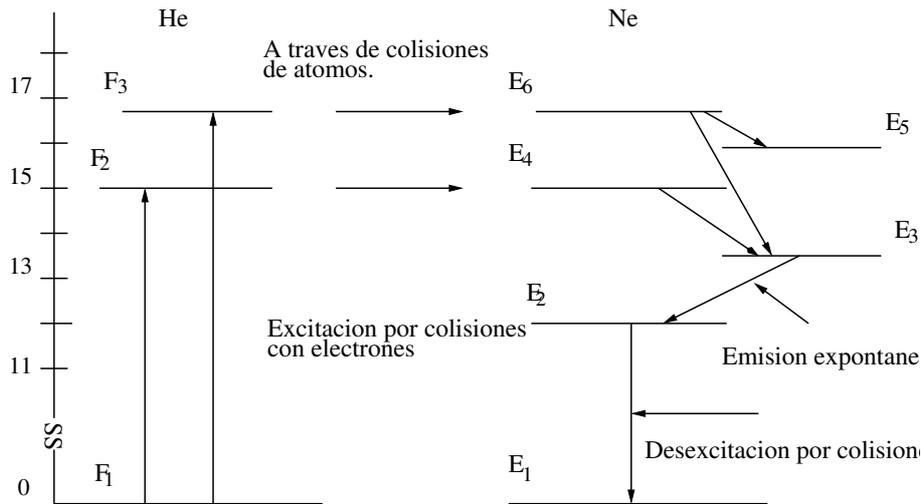


Figura 4.3: Niveles de energía relevantes para el Helio y Neón.

la sección (3.2) del capítulo de coherencia.

4.2. Lentes

Las componentes más importantes para la formación de imágenes ópticas y sistemas de procesamiento de datos son las lentes.

4.2.1. Una lente delgada como una transformación de fase

Se dice que una lente es delgada si un rayo que la atraviesa e incide con coordenadas (x, y) en una cara de la lente sale de ella con aproximadamente las mismas coordenadas en el lado opuesto y, es por lo tanto que una lente delgada retrasa un frente de onda incidente de forma proporcional al espesor de la lente en cada punto.

Para analizar el cambio de fase o retraso del frente de onda que produce una lente a un haz de luz que pasa a través de ella, se utilizará el esquema de la figura (4.4) en la que se muestra a una lente vista de frente y vista de perfil.

Se toma a Δ_0 como el máximo de espesor de la lente en el eje x , y las partes menos gruesas con coordenadas (x, y) , el grosor estará dado por $\Delta(x, y)$ (ver figura 4.4), entonces el retardo de fase que sufre la onda en las coordenadas (x, y) a través de la lente puede ser descrita por

$$\phi(x, y) = kn\Delta(x, y) + k[\Delta_0 - \Delta(x, y)], \quad (4.1)$$

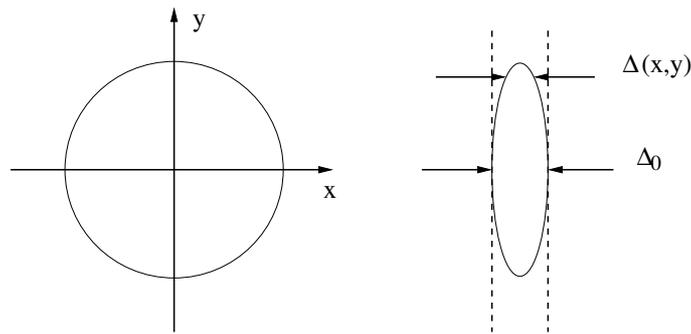


Figura 4.4: La función de espesor. Vista de frente y de lado, respectivamente.

donde $kn\Delta(x, y)$ es el retraso de fase introducido por las lentes y $k[\Delta_0 - \Delta(x, y)]$ es el retraso de fase por la región de espacio libre entre los dos planos. De la misma forma, las lentes pueden representarse por una transformación de fase multiplicativa que se expresa de la siguiente manera

$$t_1(x, y) = \exp[\phi(x, y)jk\Delta(x, y)]\exp[jk[(n - 1)\Delta(x, y)]]. \quad (4.2)$$

Inmediatamente después de atravesar la lente se obtiene un campo complejo $\vec{E}'_1(x, y)$ que está relacionado de la siguiente forma con el campo complejo $\vec{E}_1(x, y)$

$$\vec{E}'_1(x, y) = t_1(x, y)\vec{E}_1(x, y). \quad (4.3)$$

El problema central es hallar una forma matemática de encontrar la función de espesor $\Delta(x, y)$.

4.2.2. La función de espesor

Con el fin de especificar las formas de la transformación de fase introducida por diferentes tipos de lentes, se adoptará una convención de signos, en cada superficie convexa se toma el radio de curvatura como positivo R_1 , mientras que en la superficie cóncava se tomará un radio de curvatura negativo R_2 .

Para encontrar la función de espesor $\Delta(x, y)$, se dividirá la lente en tres partes (ver figura (4.5)) y se escribirá a la función como la suma de las tres funciones de espesor individuales,

$$\Delta(x, y) = \Delta_1(x, y) + \Delta_2(x, y) + \Delta_3(x, y). \quad (4.4)$$

Con referencia a la figura (4.5), la función de espesor $\Delta_1(x, y)$ está dada por

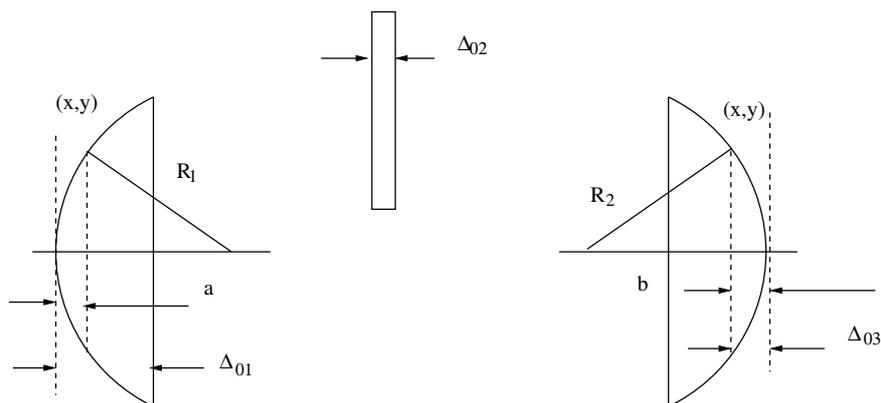


Figura 4.5: Cálculo de la función de espesor. Geometría para cada uno de los espesores. Donde $a = R_1 - \sqrt{R_1^2 - x^2 - y^2}$ y $b = -R_2 - \sqrt{R_2^2 - x^2 - y^2}$.

$$\begin{aligned}\Delta_1(x, y) &= \Delta_{01} - \left(R_1 - \sqrt{R_1^2 - x^2 - y^2} \right) \\ &= \Delta_{01} - R_1 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{R_1^2}} \right).\end{aligned}\quad (4.5)$$

La segunda componente de la función de espesor viene de una región de vidrio con una Δ_{02} constante. Y por último la tercera componente está dada por

$$\begin{aligned}\Delta_3(x, y) &= \Delta_{03} - \left(-R_2 - \sqrt{R_2^2 - x^2 - y^2} \right) \\ &= \Delta_{03} - R_2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{R_2^2}} \right),\end{aligned}\quad (4.6)$$

donde se tiene un número ($-R_2$) factorizado fuera de la raíz cuadrada. Combinando las tres expresiones de espesor, se tiene lo siguiente

$$\Delta(x, y) = \Delta_0 - R_1 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{R_1^2}} \right) + R_2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{R_2^2}} \right),\quad (4.7)$$

donde $\Delta_0 = \Delta_{01} + \Delta_{02} + \Delta_{03}$.

La expresión de la función de espesor puede ser sustancialmente simplificada si sólo se consideran rayos paraxiales, quiere decir que se supondrá que las trayectorias de los

rayos de luz forman ángulos pequeños con el eje óptico. Se consideran sólo los valores de x y y suficientemente pequeños para tener la siguiente aproximación:

$$\begin{aligned}\sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{R_1^2}} &\approx 1 - \frac{x^2 + y^2}{2R_1^2} \\ \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{R_2^2}} &\approx 1 - \frac{x^2 + y^2}{2R_2^2}.\end{aligned}\quad (4.8)$$

Nótese que las ecuaciones (4.8) pueden aproximar las superficies esféricas de la lente a superficies parabólicas, con la ayuda de esta aproximación la función de espesor se convierte en

$$\Delta(x, y) = \Delta_0 - \frac{x^2 + y^2}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (4.9)$$

4.2.3. La transformación de fase y su significado físico

Sustituyendo la ecuación (4.9) en la ecuación (4.2) se obtiene la siguiente aproximación a la transformación de la lente:

$$t_1(x, y) = \exp[jkn\Delta_0] \exp \left[-jk(n-1) \frac{x^2 + y^2}{2} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right]. \quad (4.10)$$

Las propiedades físicas de las lentes (n , R_1 y R_2), pueden ser combinadas en un solo número f llamado longitud focal el cual está definido por

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right). \quad (4.11)$$

Omitiendo el factor de fase constante, la transformación de fase puede ser reescrita como

$$t_1(x, y) = \exp \left[-j \frac{k}{2f} (x^2 + y^2) \right]. \quad (4.12)$$

Esta ecuación servirá como una representación básica de los efectos de una lente delgada sobre una perturbación incidente. El significado físico de la transformación de la lente se puede entender considerando el efecto de la lente en una onda plana incidente, normal y con una amplitud igual a la unidad. La distribución del campo \vec{E}_1 enfrente de la lente es la unidad, y las ecuaciones (4.2) y (4.12) dan la forma al campo \vec{E}'_1 detrás de la lente:

$$\vec{E}_1'(x, y) = \exp\left[-j\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right]. \quad (4.13)$$

Se puede interpretar esta expresión como una aproximación cuadrática para una onda esférica. Si la distancia focal es positiva, entonces la onda esférica converge a un punto localizado a una distancia f por detrás de la lente en el eje de la lente. Si f es negativa, entonces la onda esférica es divergente respecto a un punto en el eje de la lente a una distancia f enfrente de la lente (ver figura 4.6). A una lente con una longitud focal positiva se le llama una lente positiva o convergente, mientras que a una lente con una longitud focal negativa se le llama negativa o divergente.

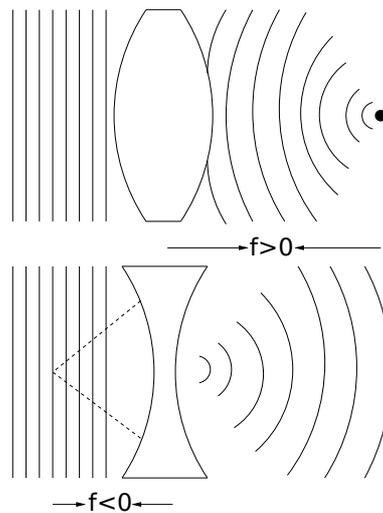


Figura 4.6: Efecto de convergencia y divergencia de lentes para una onda plana normalmente incidente.

4.3. Retardadores

Un retardador o lámina retardadora es un elemento óptico que cambia la polarización de una onda incidente. De alguna manera el retardador retrasa uno de los estados coherentes constitutivos con respecto al otro e introduce un cambio de fase, al salir del retardador las dos componentes de la onda tendrán una fase diferente a la inicial y, por lo tanto, un estado de polarización diferente.

4.3.1. Cristales birrefringentes

La luz se propaga a través de una substancia transparente por excitación de los átomos dentro del medio, los electrones son impulsados por el campo \vec{E} y radian nuevamente,

lo cual genera ondas secundarias que se recombinan y la onda resultante avanza dentro de la substancia. Por lo tanto, la velocidad de la onda dentro de un material está determinada por la diferencia de la frecuencia del campo y de la frecuencia característica de los átomos. Los cristales, por ejemplo, tienen una estructura atómica simétrica, en especial los cristales cúbicos los cuales tienen cuatro ejes de simetría simple. En el caso de estos cristales la luz no tiene problemas en propagarse y lo hará de manera uniforme y en todas las direcciones, es decir, no tiene una dirección preferencial, lo mismo pasa para sólidos amorfos (la composición de sus átomos no tiene simetría).

A un material se le llama birrefringente porque exhibe dos índices de refracción. Este fenómeno se debe a la estructura de los electrones en la substancia y a la orientación del campo \vec{E} entrante.

Para cristales con estructura hexagonal, tetragonal y triagonal la luz encontrará una estructura asimétrica. Tales substancias son ópticamente anisotrópicas y birrefringentes. Además de tener un eje óptico que corresponde a una única dirección donde los átomos se encuentran ubicados simétricamente, a ese tipo de cristales se les llama uniaxiales.

Un cristal birrefringente abundante en la naturaleza es la calcita. Las muestras de calcita se pueden tomar formando superficies lisas, llamados planos de exfoliación. El cristal está hecho de manera que se partirá específicamente entre esos planos de átomos donde el enlace interatómico es más débil. Cuando se manda incidir un rayo de luz natural sobre la calcita de tal forma que el haz sea normal a un plano de exfoliación, al salir del cristal se dividirá en dos haces paralelos; lo que generará que al observar un punto en alguna superficie a través de la calcita, la imagen ya no consiste en un punto sino en dos de ellos, y al girar la calcita uno de los dos estará fijo mientras que el otro girará alrededor de él, estos dos puntos están polarizados y son mutuamente ortogonales. A los rayos que generan el punto estático se le conoce como rayos ordinarios o rayos o y a los rayos del otro punto que se comporta de forma inusual se les conoce como rayos extraordinarios o rayos e .

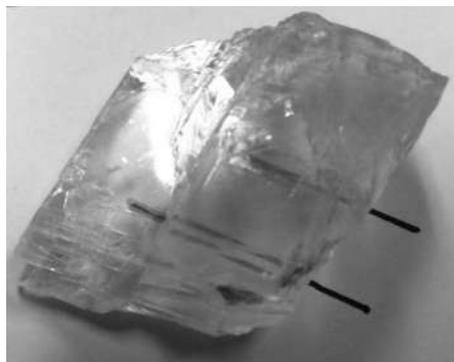


Figura 4.7: Doble imagen formada por la calcita.

Una fuente puntual de luz natural que atraviese un cristal birrefringente dará lugar a dos tipos de ondas, las ondas esféricas o y las ondas elipsoidales e , como se desplacen estas ondas depende de la dirección del eje óptico. Normal a esta dirección, el campo \vec{E} de una onda o es normal al eje óptico y se mueve en todas direcciones con una velocidad v_{\perp} , la onda e se mueve y tiene una velocidad v_{\parallel} en la dirección del eje óptico. Por lo tanto, siempre será tangente a la onda o . Cuando el campo \vec{E} es paralelo al eje óptico la porción de onda que le corresponde se expande con una velocidad v_{\parallel} .

Todo material uniaxial tiene dos índices de refracción $n_o \equiv c/v_{\perp}$ y $n_e \equiv c/v_{\parallel}$. Para medir la birrefringencia de un material se debe tomar la diferencia de índices $\Delta n = (n_e - n_o)$. Existen cristales positivos y negativos y corresponden respectivamente a $\Delta n > 0$ y $\Delta n < 0$, ver figura (4.7).

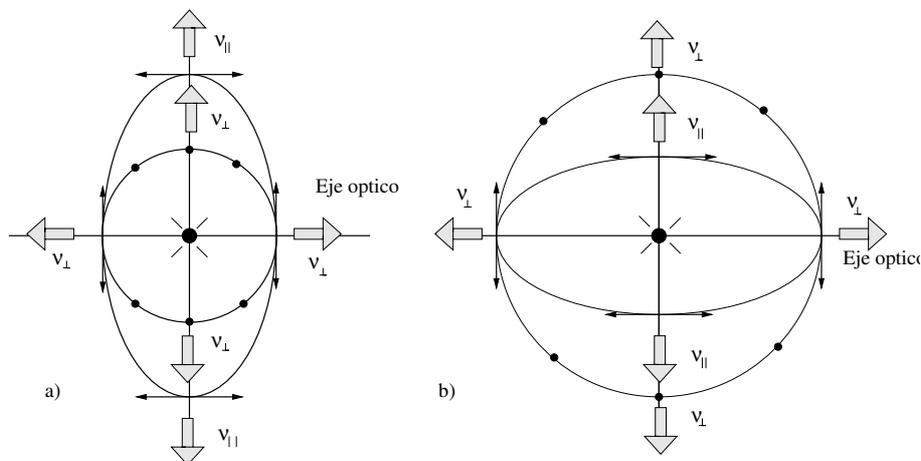


Figura 4.8: a) Paquete de ondas en un cristal uniaxial negativo. Las flechas y los puntos representan el campo \vec{E} de las ondas ordinarias y extraordinarias, respectivamente. El campo \vec{E} de la onda o es en todas partes perpendicular al eje óptico. b) Paquete de ondas en un cristal uniaxial positivo. Las flechas y los puntos representan el campo \vec{E} de las ondas ordinarias y extraordinarias, respectivamente. El campo \vec{E} de la onda e es en todas partes perpendicular al eje óptico.

4.3.2. Láminas de onda

Una onda plana monocromática que incide en un material uniaxial, por ejemplo la calcita, se dividirá generalmente en dos haces salientes, uno ordinario y el otro extraordinario. Pero si al cristal de calcita se le puede cortar y pulir de tal manera que su eje óptico sea normal a la superficie frontal como a la posterior (ver figura (4.9)). El campo \vec{E} de una onda plana normal puede ser sólo perpendicular al eje óptico, entonces las ondas secundarias esféricas y elipsoidales serán tangentes unas con otras en la dirección del eje óptico. Las ondas o y e al ser envolventes de las primeras coincidirán y una

onda plana única pasará a través del cristal sin ningún desfase relativo ni con dobles imágenes.

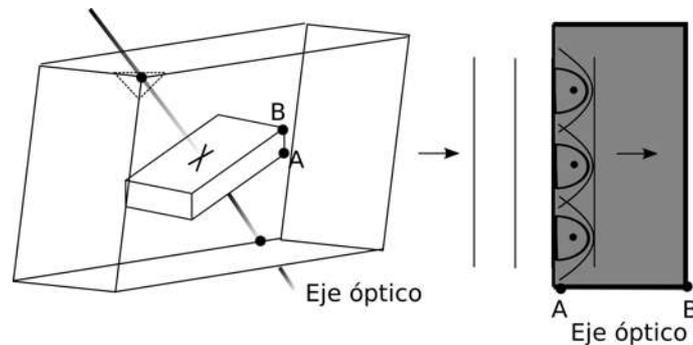


Figura 4.9: Una lámina de calcita cortada perpendicularmente al eje óptico.

Se supone ahora que la dirección del eje óptico es paralela a la superficie frontal y a las posteriores, ver figura (4.10). Si el campo \vec{E} de una onda plana monocromática que incide tiene componentes perpendiculares y paralelas al eje óptico, dos ondas separadas se propagarán por el cristal, ya que en la calcita $v_{\parallel} > v_{\perp}$, $n_o > n_e$ y la onda e se desplazará más rápido en el cristal que la onda o . Entonces al atravesar la onda electromagnética una lámina de espesor d , la onda resultante será la superposición de las ondas o y e con una diferencia de fase $\Delta\phi$, y la diferencia de camino óptico estará dada por

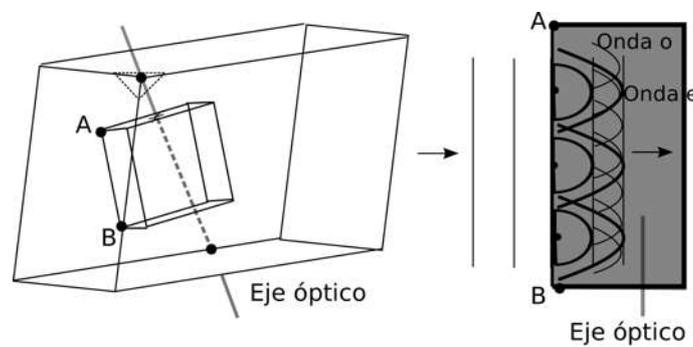


Figura 4.10: Una lámina de calcita cortada perpendicularmente al eje óptico.

$$\Lambda = d(|n_o - n_e|), \quad (4.14)$$

y ya que $\Delta\phi = k_0\Lambda$

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0}d(|n_o - n_e|), \quad (4.15)$$

donde λ_0 es la longitud de onda en el vacío. Entonces el estado de polarización de la luz que emerge del material birrefringente depende de las amplitudes de las componentes ortogonales del campo incidente y de $\Delta\phi$.

4.3.3. Retardador de cuarto de onda

Existen diferentes tipos de retardador que inducen un desfase relativo, las hay de fase completa donde $\Delta\phi = 2\pi$, es decir, una longitud de onda; las ondas *o* y *e* están de nuevo en fase y no se afecta de ningún modo la polarización. El retardador de media onda, desfasa a las ondas ortogonales *o* y *e* por π radianes.

El retardador de más importancia para este trabajo, es la retardador de cuarto de onda el cual introduce un desfase relativo de $\Delta\phi = \pi/2$ entre las componentes ortogonales *o* y *e* de una onda. Un desfase de este tipo transforma ondas linealmente polarizadas a ondas polarizadas elípticamente polarizadas y viceversa. Ver figura (4.10).

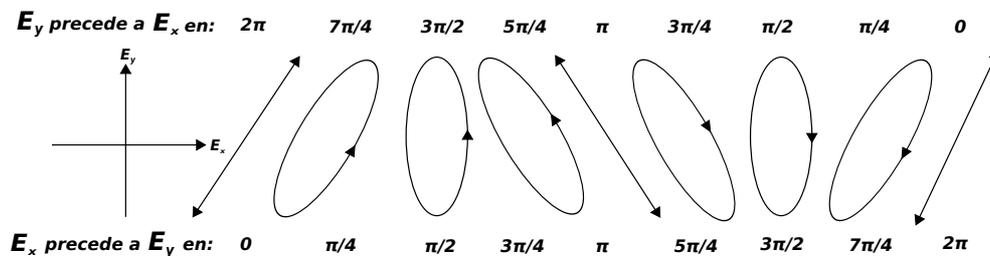


Figura 4.11: Varias configuraciones de polarización.

Cuando se hace incidir luz natural en una lámina de cualquier tipo, el efecto del elemento óptico será irrelevante, ya que las dos componentes *o* y *e* de la onda son mutuamente incoherentes y la fase está variando rápidamente entre ellas. Si se quiere un cambio de fase real, por ejemplo, cuando se utilizan haces con polarización lineal, se deben tener haces que no sean paralelos a alguno de los ejes principales del retardador, ya que se deben tener las dos componentes de los ejes para generar algún retraso.

Cuando la luz incide con polarización lineal 45° respecto a la horizontal en una lámina de cuarto de onda con su eje rápido horizontal o vertical para cualquiera de los ejes principales la amplitud de las componente *o* y *e* serán iguales, por lo que un desfase de 90° resultará en polarización circular.

4.4. Divisores de haz

Un divisor de haz es un instrumento que divide a un rayo de luz que incide en él, de tal forma que al salir del componente, el haz se separe en dos haces iguales, uno reflejado

y el otro transmitido. Existen divisores de formas variadas, el empleado en los arreglos experimentales de este trabajo es el divisor con geometría cúbica. El divisor está formado por dos prismas de ángulos rectos, ver figura (4.12). Los prismas se encuentran unidos por la hipotenusa y el recubrimiento que los une es un dieléctrico que es el que permite el efecto de reflexión y transmisión. El tipo de recubrimiento depende también del tipo de luz que se utilice. Los hay para varios rangos de longitudes de onda.

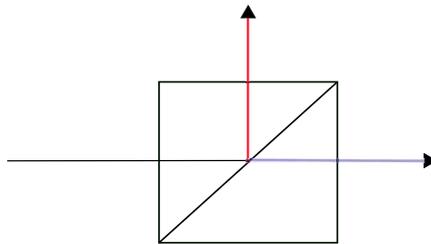


Figura 4.12: Divisor de haz sin polarizar.

El divisor de la figura (4.12) es un divisor que no cambia el estado de polarización de la luz incidente. Los haces que salen de él tienen la misma forma que el original. En cambio existen divisores que seleccionan estados de polarización de un haz, es decir, una de las componentes salientes del haz tendrá una polarización horizontal y la otra vertical, ver figura (4.13).

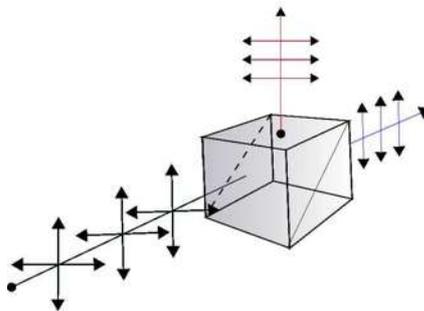


Figura 4.13: Divisor de haz polarizado.

La luz puede entrar en cualquiera de las caras del divisor, los cubos cuentan con recubrimientos en la entrada y salida del haz para evitar reflexiones que puedan afectar en los experimentos que se realicen. En un divisor polarizado la componente horizontal del haz es la que refleja en el dieléctrico del divisor y a la componente vertical la deja pasar.

Enseguida se muestran las especificaciones de cada uno de los divisores utilizados.

Cubo divisor de haz polarizado para luz láser.	
Material	N-BK7, grado A, fino cristal óptico recocido.
Distorsión del frente de onda	$\leq \lambda/4$ a $632,8nm$ sobre la abertura clara.
Apertura clara	Diámetro central, $> 80\%$ de dimensión.
Calidad de la superficie	20 – 10 scratch-dig.
Eficiencia	$T_p > 95\%$, $R_s > 99,8\%$.
Desviación del haz transmitido	≤ 5 min arc.
Desviación del haz reflejado	$90^\circ \pm 5$ min arc.
Ángulo de incidencia	$0^\circ \pm 3^\circ$.
Recubrimiento antireflexiones	Recubrimiento multicapa, $R < 0,25\%$ por superficie.
Rango de temperatura	$50^\circ C$, $90^\circ C$.

Tabla 4.1: Especificaciones del divisor de haz polarizado.

Cubo divisor de haz no polarizado para luz láser.	
Rango de longitud de onda	400 – 500nm
AR recubrimiento	$R_{avg} < 0,5\%$ a 0° AOI de 400 a 500nm.
Material	N-BK7.
Apertura clara	Diámetro central, $> 80\%$ de la cara entrante.
Calidad de la superficie	40 – 20 scratch-dig.
Distorsión del frente de onda	$< \lambda/4$.
Planura de la superficie	$< \lambda/10$
Máxima desviación del haz transmitido	≤ 5 min arc.
Desviación del haz reflejado	$90^\circ \pm 5$ min arc.
Tolerancia del rango de separación	< 15 sobre todo el rango de longitudes de onda $ T_s - T_p < 15\%$ y $ R_s - R_p < 15\%$.

Tabla 4.2: Especificaciones del divisor de haz no polarizado.

4.5. Reflexión en un espejo

Cuando un rayo incide en la superficie de algún material transparente observará una distribución de átomos muy próximos entre sí que hará que la onda se esparza. Cuando la luz de un haz alcanza una interfaz siempre hay una parte de la onda que se esparce hacia atrás, a este fenómeno se le llama reflexión. La forma en que se comporta un haz al reflejarse tiene que ver directamente con el índice de refracción del medio incidente (n_i) y del medio de transmisión de la onda (n_t), cuando $n_i > n_t$ se le llama reflexión externa y cuando $n_i < n_t$ se le llama reflexión interna.

4.5.1. Las ecuaciones de Fresnel

Las ecuaciones de Fresnel son afirmaciones absolutamente generales y que se aplican a cualquier medio homogéneo, isótropo y lineal, acerca del comportamiento de los cam-

pos \vec{E} y B al reflejarse y transmitirse. Suponiendo que se tiene una onda monocromática incidente en una superficie plana que separa dos medios isotrópico, las componentes de los campos se tratan en estas ecuaciones de manera independiente.

Caso 1. Supóngase que \vec{E} sea perpendicular al plano de incidencia y B es paralelo a él, ver figura (4.14), el plano de incidencia es perpendicular a la superficie de la interfaz, entonces

$$\hat{k} \times \vec{E} = \nu B \quad (4.16)$$

y,

$$\hat{k} \cdot \vec{E} = 0. \quad (4.17)$$

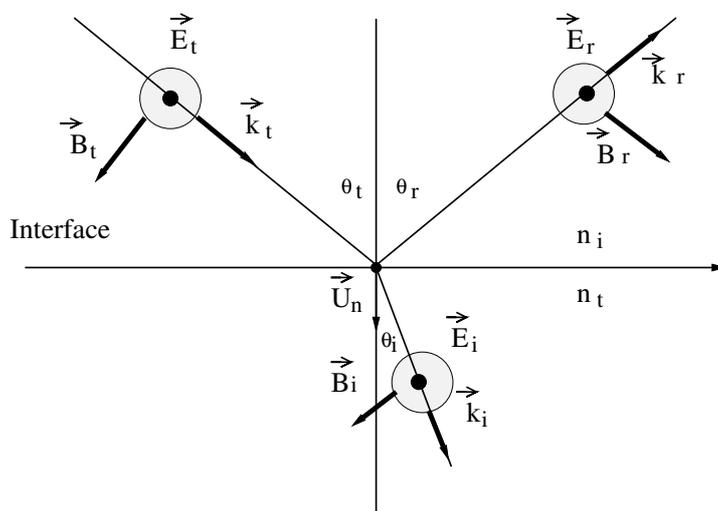


Figura 4.14: Una onda entrante con un campo \vec{E} normal al plano de incidencia.

Haciendo uso de la continuidad de las componentes tangenciales del campo \vec{E} se tiene que en cualquier tiempo y punto sobre la interfaz

$$\vec{E}_{0i} + \vec{E}_{0r} = \vec{E}_{0t}, \quad (4.18)$$

donde \vec{E}_{0i} , \vec{E}_{0r} y \vec{E}_{0t} son las componentes tangenciales del campo incidente, del campo reflejado y del campo transmitido, respectivamente y, los cosenos correspondientes se anulan. La continuidad de la componente tangencial de B/ν requiere que

$$-\frac{B_i}{\nu_i} \cos\theta_i + \frac{B_r}{\nu_r} \cos\theta_r = -\frac{B_t}{\nu_t} \cos\theta_t, \quad (4.19)$$

donde los lados izquierdo y derecho son magnitudes totales de B/v paralelas a la interfaz del medio incidente y del medio transmitido respectivamente. De la ecuación (4.18) se tiene que

$$B_i = \vec{E}_i/v_i, \quad (4.20)$$

$$B_r = \vec{E}_r/v_r, \quad (4.21)$$

$$B_t = \vec{E}_t/v_t, \quad (4.22)$$

dado que $v_i = v_r$ y $\theta_i = \theta_r$, las ecuaciones anteriores pueden llevarse a la forma

$$r_{\perp} = \left(\frac{\vec{E}_{0r}}{\vec{E}_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}, \quad (4.23)$$

y

$$t_{\perp} = \left(\frac{\vec{E}_{0t}}{\vec{E}_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}, \quad (4.24)$$

donde r_{\perp} denota el coeficiente de reflexión de la amplitud y t_{\perp} denota al coeficiente de transmisión de la amplitud.

Caso 2. Cuando \vec{E} es paralelo al plano de incidencia, ver figura (4.15), es posible deducir ecuaciones similares. La continuidad de las componentes tangenciales de \vec{E} para ambos lados de la frontera serán ahora

$$\vec{E}_{0i} \cos \theta_i - \vec{E}_{0r} \cos \theta_r = \vec{E}_{0t} \cos \theta_t, \quad (4.25)$$

Las coeficientes de amplitud resultantes, después de algunas operaciones, son iguales a

$$r_{\parallel} = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_t + n_t \cos \theta_i}, \quad (4.26)$$

y

$$t_{\parallel} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_t + n_t \cos \theta_i}, \quad (4.27)$$

Usando la ley de Snell las ecuaciones pueden simplificarse aún más y presentarán la forma

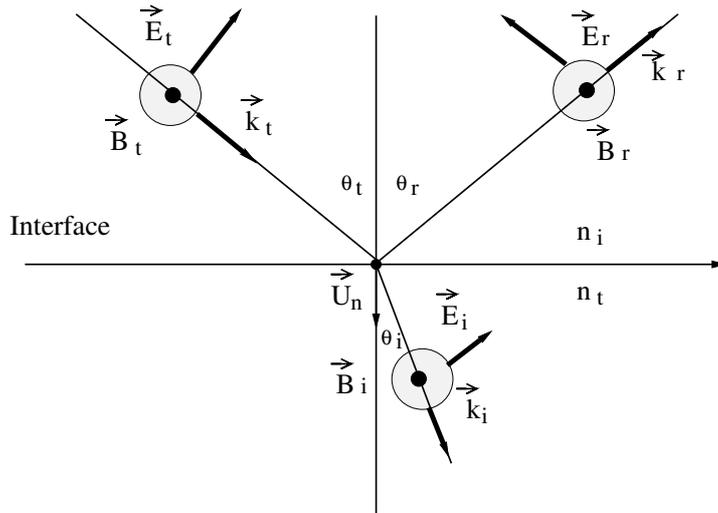


Figura 4.15: Una onda entrante con un campo \vec{E} en el plano de incidencia.

$$r_{\perp} = -\frac{\text{sen}(\theta_i - \theta_t)}{\text{sen}(\theta_i + \theta_t)}, \quad (4.28)$$

$$r_{\parallel} = +\frac{\text{tan}(\theta_i - \theta_t)}{\text{tan}(\theta_i + \theta_t)}, \quad (4.29)$$

$$t_{\perp} = +\frac{2\text{sen}\theta_t\text{cos}\theta_i}{\text{sen}(\theta_i + \theta_t)}, \quad (4.30)$$

$$r_{\parallel} = +\frac{2\text{sen}\theta_t\text{cos}\theta_i}{\text{sen}(\theta_i + \theta_t)\text{cos}(\theta_i - \theta_t)}. \quad (4.31)$$

4.5.2. Interpretación de las ecuaciones de Fresnel

En el caso de los espejos los coeficientes de amplitud que son importantes son los reflejados, porque la transmitancia de los espejos en este caso, es despreciable. A continuación se analizarán las implicaciones físicas de las ecuaciones de Fresnel, en específico, cualquier desplazamiento de fase que se pueda dar en el proceso.

Desplazamientos de fase

Supóngase que $n_t < n_i$, entonces el signo de r_{\perp} está asociado con las direcciones relativas de $[\vec{E}_{0i}]_{\perp}$ y $[\vec{E}_{0r}]_{\perp}$. Entonces una inversión de $[\vec{E}_{0r}]_{\perp}$ es equivalente a introducir un desplazamiento de fase, $\Delta\phi_{\perp}$, de π radianes en $[\vec{E}_{0r}]_{\perp}$. Así en la frontera de $[\vec{E}_{0i}]_{\perp}$ y $[\vec{E}_{0r}]_{\perp}$ estarán desfasados en π entre sí, como lo indica el valor negativo de r_{\perp} . En resumen, la componente del campo eléctrico normal al plano de incidencia sufre un desplazamiento de fase de π radianes bajo reflexión cuando el medio incidente tiene un índice más bajo que el medio transmisor. Además, cuando $n_i > n_t$, no se produce ningún

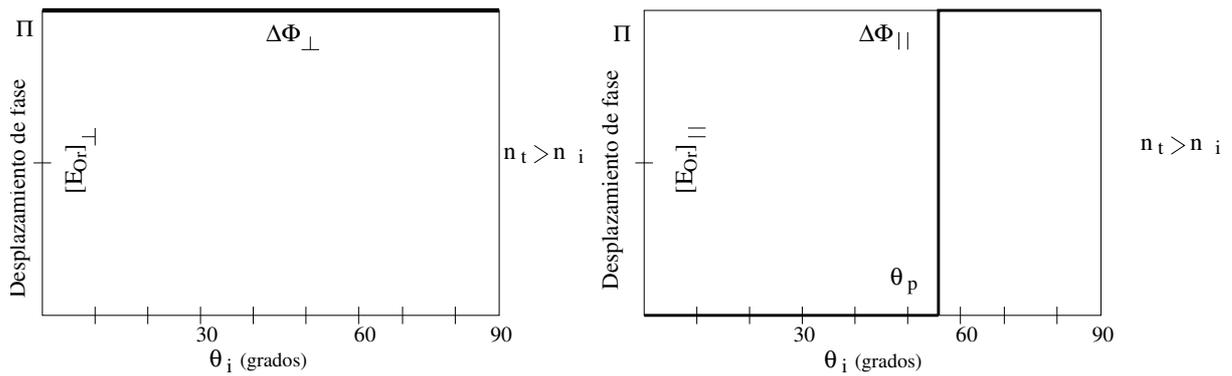


Figura 4.16: Desplazamiento de fase para las componentes paralelas y perpendiculares del campo \vec{E} que corresponden a la reflexión interna y externa.

desplazamiento de fase en la componente normal bajo reflexión, es decir $\Delta\phi_{\perp} = 0$ siempre que $\theta_i < \theta_c$, donde θ_c es llamado el ángulo crítico un valor especial del ángulo θ_i para el cual $\theta_t = 90^\circ$, ver figura (4.16).

Ahora es necesario definir que se quiere decir con las palabras *en fase*, dos campos en el plano incidente están en fase si sus componentes y son paralelas y están desfasados si sus componentes son antiparalelas. Cuando $n_i < n_t$, $[\vec{E}_{or}]_{\parallel}$ y $[\vec{E}_{oi}]_{\parallel}$ estarán en fase ($\Delta\phi_{\parallel} = 0$) hasta que $\theta_i = \theta_p$ y desfasados en π radianes de ahí en adelante, el ángulo θ_p se llama ángulo de polarización y tiene un valor aproximado de $56,3^\circ$ cuando $n_t/n_i = 1,5$. La transición no es discontinua ya que $[\vec{E}_{or}]_{\parallel}$ va a cero en θ_p . Por el contrario, para la reflexión interna r_{\parallel} es negativo hasta θ'_p , lo cual significa que $\Delta\phi_{\parallel} = \phi$. Desde θ'_p hasta θ_c , r_{\parallel} es positivo y $\Delta\phi_{\parallel} = 0$. Más allá de θ_c , r_{\parallel} se hace complejo y $\Delta\phi_{\parallel} = 0$ aumenta gradualmente hasta ϕ cuando $\theta_i = 90^\circ$.

Capítulo 5

Resultados

Un interferómetro cíclico es una clase de interferómetro en la cual los haces de luz que se superponen comparten una trayectoria común, es decir, en cualquier otro interferómetro los haces toman un camino óptico diferente y no llegan a superponerse hasta el final del arreglo. Pero en un interferómetro cíclico comparten el mismo camino aunque en dirección contraria, este tipo de arreglo es limitado pues una vez que los haces empiezan la trayectoria en común es imposible variar alguno de los dos haces por separado y no puede tener los usos convencionales. En este caso el interferómetro cíclico es caracterizado por ser un interferómetro de división de amplitud, ya que la luz incidente producida por una fuente láser es dividida por un divisor de haz. Es importante mencionar que a la salida del interferómetro se medirá la irradiancia y no propiamente los campos eléctricos y magnéticos ya que la irradiancia puede medirse fácil y directamente con gran variedad de instrumentos o técnicas. En la figura (5.1) se muestra un esquema del interferómetro empleado.

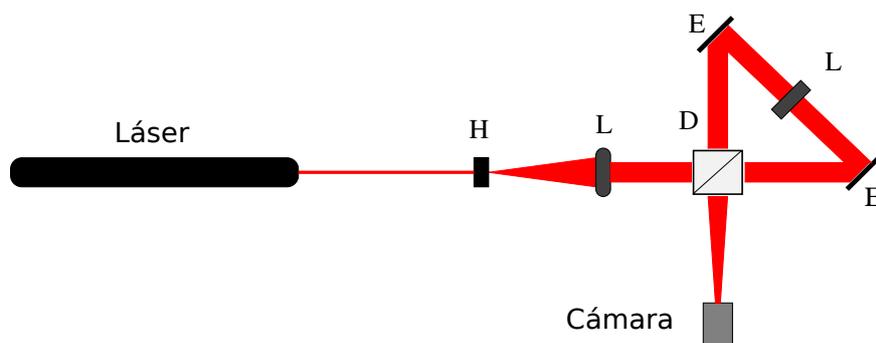


Figura 5.1: Esquema del interferómetro cíclico. H representa al pinhole, L son cada una de las lentes, D es el divisor de haz no polarizado y E los respectivos espejos.

Al arreglo mostrado en la figura (5.1) se le llamará arreglo estándar. La figura muestra la forma básica que tendrán los arreglos que se utilizan para demostrar las leyes de Fresnel-Arago. Aunque para cada ley se introducirán o cambiarán diferentes elemen-

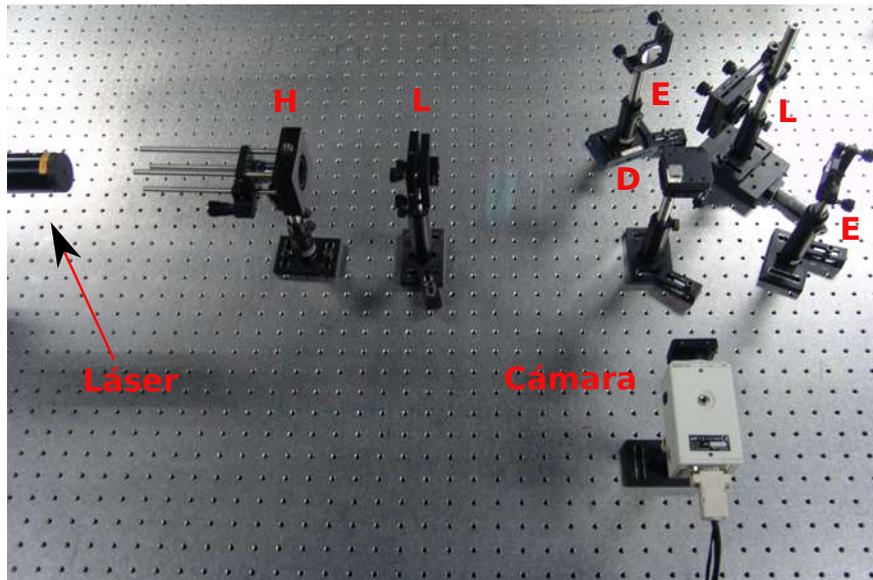


Figura 5.2: Fotografía del interferómetro cíclico estándar.

tos, el arreglo estándar está compuesto, primero por un láser de He-Ne de longitud de onda $\lambda = 633 \text{ nm}$ no polarizado, un pinhole colocado en una montura con un objetivo de microscopio que tiene la función de expandir la luz del láser. El objetivo también cambiará la forma de las ondas del láser a ondas esféricas divergentes por lo que ésta expansión de la luz será cada vez mayor conforme la distancia con respecto al láser crezca. Para contrarrestar el efecto de expansión creciente una lente es colocada a una distancia 50 mm del pinhole que coincide con su punto focal, de manera que la lente colime el haz y convierta ondas esféricas en ondas planas. Enseguida se coloca un divisor de haz el cual será cambiado a conveniencia, puede o no ser polarizado. Si el divisor es polarizado los dos haces que saldrán de éste tendrán una polarización lineal y serán mutuamente ortogonales. En este caso el divisor es un cubo entonces cada uno de los haces saldrá por una cara del cubo, al salir del divisor se reflejarán totalmente en diferentes espejos colocados a cada lado a una distancia de 14 cm con respecto al cubo. Los dos espejos estarán inclinados de tal forma que los haces se reflejen nuevamente en el espejo contrario y, es aquí donde los haces están compartiendo el mismo camino pero en direcciones opuestas. A mitad de la distancia que existe entre los dos espejos se coloca una lente con distancia focal de 400 mm . Esta lente es atravesada por los haces que serán traídos nuevamente al divisor de haz, la lente tiene la función de enfocar en un solo punto los dos haces, este punto estará aproximadamente a 20 cm después de la salida de los haces a través del divisor. Por último, se coloca una cámara donde se estará observando si hay o no interferencia. Todos los instrumentos de laboratorio que se nombraron se encuentran alineados con respecto al láser.

5.1. Algoritmo de computadora

Cada imagen tomada por la cámara donde se lleva a cabo la proyección de las franjas de interferencia, serán analizadas en un algoritmo sencillo de computadora realizado en Mathematica que es un lenguaje de programación de propósito general. La imagen será procesada de la siguiente manera: se sabe que en un mapa de bits, los colores se codifican en 3 bytes representando su descomposición en los tres colores primarios, matemáticamente se puede interpretar a un color como un vector en el espacio tridimensional donde las entradas del vector son rojo, verde y azul, que serán representadas como números, ver figura (5.3).

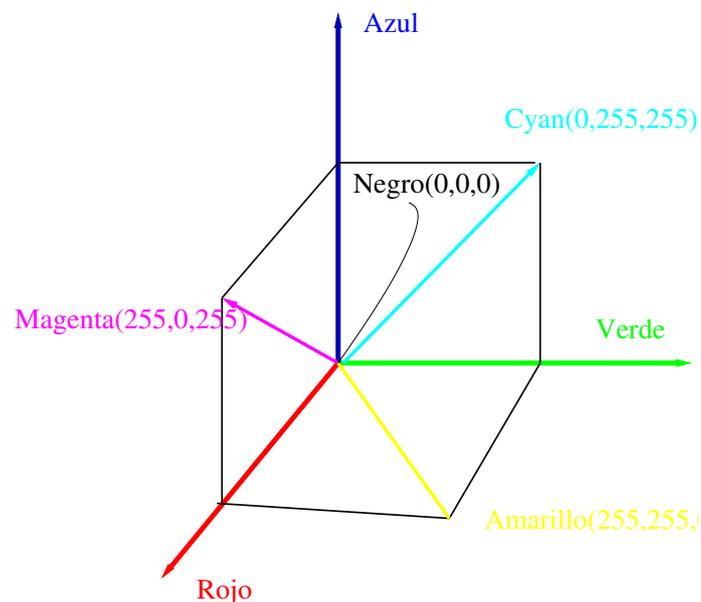


Figura 5.3: Interpretación matemática de un color en un mapa de bits.

Para tratar a la imagen y procesarla es necesario cambiar el número de entradas de tres a una sola, ya que de otra forma no se puede tratar a la imagen fácilmente como una matriz con entradas $n \times m$, donde n es número de pixeles a lo ancho de la imagen y m el número de pixeles a lo largo. Con el fin de tener una sola componente por entrada de la matriz, se pueden utilizar varios métodos que dan el mismo resultado pues lo que interesa conocer es el valor de la irradiancia. Una manera de reducir al vector es tomar una sola de las componentes del mismo. Esto tendrá como salida la imagen con la base de color de la componente que se escogió. Otro de los métodos involucra una transformación de la imagen a escala de grises. Cuando se aplica este procedimiento resulta también un solo valor que se encuentra en un intervalo entre 0 y 1.

La imagen se representará entonces como una matriz con entradas de una sola componente, se tomará un solo renglón de la matriz para analizar y se normalizará tal

renglón. De este procedimiento se obtendrá un perfil del renglón, este perfil deberá ser una curva suave, la cual es una manifestación cuantitativa de la existencia de las franjas de interferencia. La normalización N_j del renglón j -ésimo de una matriz de $n \times m$ elementos se expresa de la siguiente manera:

$$N_j = \frac{r(i) - r_{min}}{r_{max} - r_{min}} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, m, \quad \text{y } j = 1, 2, \dots, n, \quad (5.1)$$

donde m es el tamaño del renglón, $r(i)$ es el valor del pixel en la posición i del arreglo, r_{max} el valor máximo del pixel que esta en el arreglo, mientras que r_{min} es el valor mínimo.

5.2. Primera ley de Fresnel-Arago

La primera ley establece que: “Dos haces de luz polarizada paralelamente interferirán de la misma manera que la luz ordinaria”. Para generar un fenómeno de interferencia basta con que la fuente de luz sea coherente y monocromática. Esta primera ley expone que dos haces que tienen el mismo ángulo de polarización interferirán como luz ordinaria, o mejor dicho como luz polarizada aleatoriamente.

En base al arreglo estándar se debe visualizar un patrón de interferencia con las condiciones que marca la primera ley, para lograr que los dos haces que van a interferir sean polarizados paralelamente se coloca un polarizador con eje de transmisión a 45° justo después de la salida del láser y en este caso el divisor de haz que se utiliza es un divisor no polarizado, ver figura (5.4).

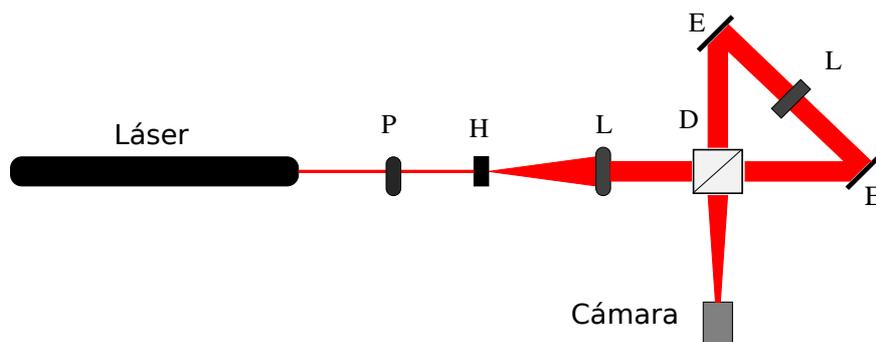


Figura 5.4: Esquema del arreglo experimental que demuestra la primera ley de Fresnel-Arago. P representa el polarizador con su eje de transmisión a 45° , H es el pinhole, L son cada una de las lentes, D es el divisor de haz no polarizado, y E los respectivos espejos.

El polarizador colocado en el arreglo hará que el haz que entre al divisor sea separado en dos haces de igual intensidad, un haz que se refleja en el divisor y otro que se

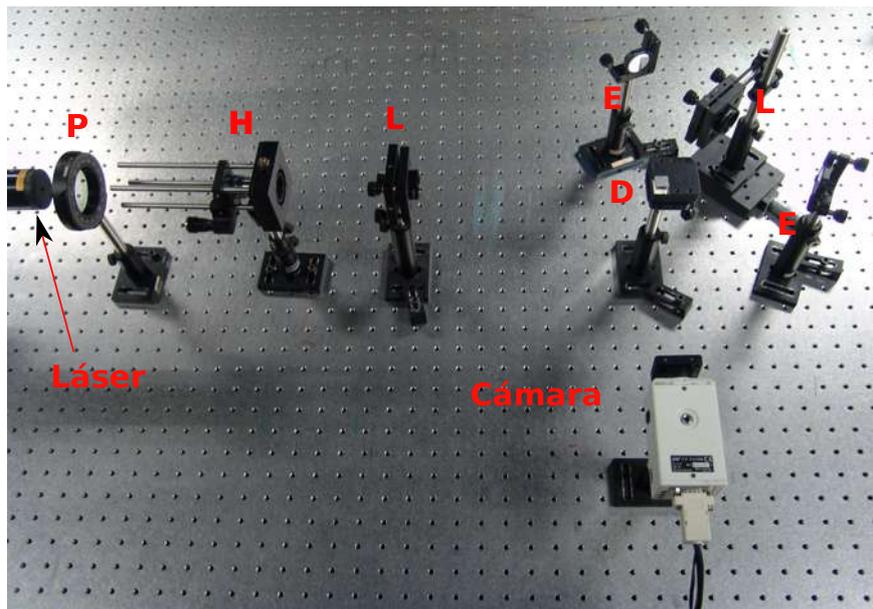


Figura 5.5: Fotografía del arreglo experimental que demuestra la primera ley de Fresnel-Arago.

transmite. El haz reflejado rota su estado de polarización debido a la reflexión interna en la cara del divisor de haz, por lo que existe un cambio de fase de 180° . Para este caso la rotación no influye ya que los haces salientes seguirán siendo paralelos. Cuando los haces incidan sobre los espejos un giro en la polarización de los haces se llevará a cabo, pero al final del arreglo el número de reflexiones anularán los cambios totales de polarización. La lente no causará ningún efecto que pudiera cambiar de alguna manera la interferencia, así que al volver a entrar y salir del divisor seguirán con la misma forma y al momento de enfocarse y después de proyectarse en la cámara se debe observar un patrón de interferencia. Algunas de las fotos capturadas de la cámara se muestran a continuación junto con el perfil de la imagen. En la fotografía de la figura (5.5) se muestra la composición de instrumentos utilizada para probar experimentalmente las leyes de Fresnel-Arago.

En la tabla (5.1) muestran las imágenes capturadas de algunos patrones de interferencia producidos por el arreglo empleado para demostrar la primera ley. En las fotografías se muestran regiones claras del color correspondiente al láser y regiones oscuras que son los mínimos de irradiancia. La forma que toman los máximos y mínimos de irradiancia son franjas rectas y paralelas. También en la misma tabla se exponen en las gráficas los perfiles correspondientes al renglón $n = 95$ de la primera imagen y $n = 190$ de la segunda y, se comprueba un comportamiento similar al de una función armónica de las franjas.

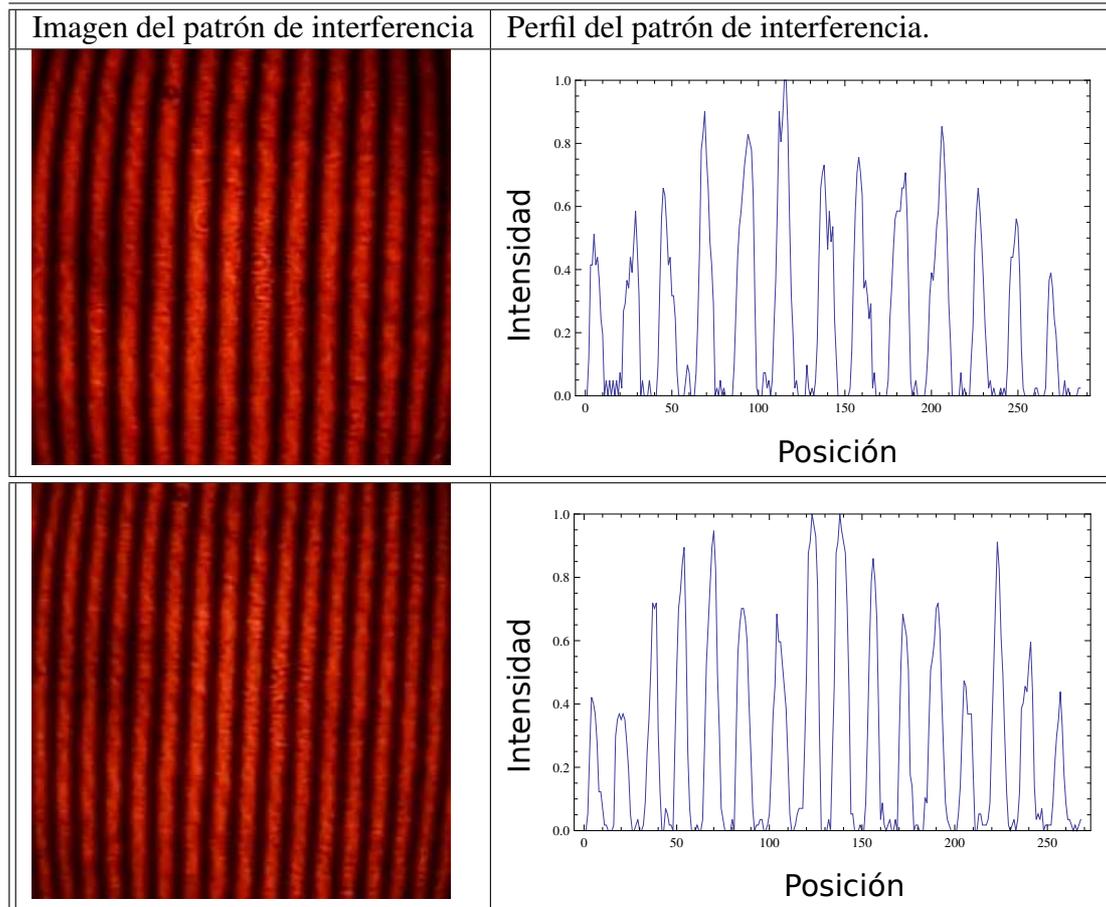


Tabla 5.1: Fotografía y perfil del patrón de interferencia que se genera en el interferómetro cíclico de la primera ley de Fresnel-Arago. Obsérvese la forma armónica en las gráficas de la derecha.

5.3. Segunda ley de Fresnel-Arago

La segunda ley plantea que: “Dos haces de luz polarizada a ángulos rectos no producen el fenómeno de interferencia”. En el capítulo de interferencia se llega a una expresión llamada el término de interferencia, el cual se representa de la siguiente manera $2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \cos \delta$. Para el caso de la segunda ley se tiene dos haces polarizados que son mutuamente ortogonales, por lo tanto, si a uno de estos haces se le llama \vec{E} y al otro \vec{E}' , al sustituirlos en el término de interferencia resulta que el término se anula, ya que $\vec{E} \cdot \vec{E}'$ es igual a cero, entonces se deduce que no habrá franjas de interferencia.

Para representar lo que describe la segunda ley se cambiará en el arreglo estándar el divisor de haz por un divisor polarizado, alineado respecto al arreglo. Como se sabe, a la salida de este divisor uno de los haces será ortogonal con respecto al otro y, al salir por segunda vez del divisor de haz mantendrán la misma polarización. Por lo tanto, en la cámara no se debe observar ningún patrón de interferencia, ver el esquema (5.6).

En la figura (5.7) se muestra la fotografía del arreglo experimental que se utilizó en el laboratorio para la demostración de la segunda ley de Fresnel-Arago.

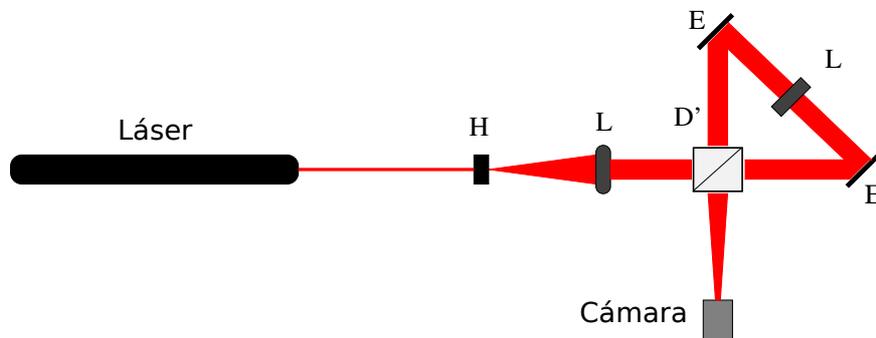


Figura 5.6: Esquema del arreglo experimental que demuestra la segunda ley de Fresnel-Arago. H representa al pinhole, L son cada una de las lentes, D' es el divisor de haz polarizado, y E los respectivos espejos.

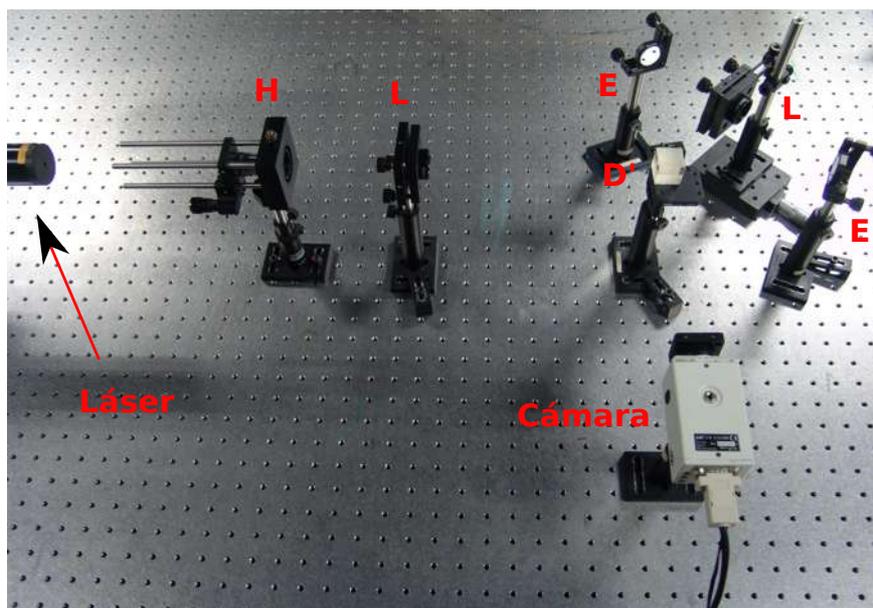


Figura 5.7: Fotografía del arreglo experimental que demuestra la segunda ley de Fresnel-Arago.

En esta propuesta el polarizador que se encontraba en el arreglo de la primera ley no figurará en el arreglo ya que no se requiere que el haz inicial esté polarizado antes de atravesar cualquier componente del arreglo. De nuevo al reflejarse los haces en los espejos sufrirán un cambio de fase que se anulará con la siguiente reflexión de los haces.

Como se observa en la fotografía de la tabla (5.2) la irradiancia en todas partes es constante por eso no se observa ningún patrón en la imagen, lo que comprueba el perfil del renglón $n = 180$ de la imagen.

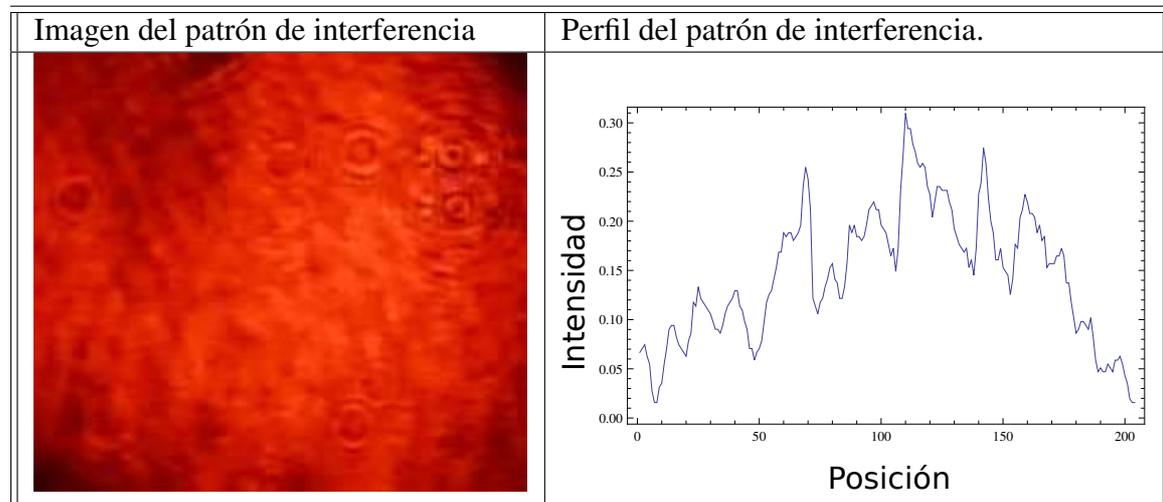


Tabla 5.2: Fotografía y perfil del patrón de interferencia que se genera en el interferómetro cíclico de la segunda ley, el perfil del renglón $n = 180$ no está normalizado.

5.4. Tercera ley de Fresnel-Arago

La tercera ley establece que: “Dos haces que estaban originalmente polarizados a ángulos rectos pueden ser traídos al mismo plano de polarización sin necesariamente adquirir la habilidad de interferir”. Esta ley es un poco más complicada de describir que las leyes anteriores ya que implica más condiciones para demostrarse experimentalmente. En primer lugar los haces están polarizados ortogonalmente y como se detalló en la ley anterior en principio estos haces no deben crear ningún patrón, pero ahora se deben rotar las polarizaciones de los haces para que ambos sean paralelos. De este modo en principio se deberían mostrar franjas de interferencia como lo plantea la primera ley, pero los haces no consiguen generar las franjas.

En el arreglo estándar se deja el divisor de haz polarizado que será el instrumento del cual se van a obtener los dos haces con polarizaciones ortogonales entre sí. El recorrido de los haces polarizados seguirá siendo el mismo que el mostrado en el arreglo estándar hasta que los haces llegan a juntarse en un punto a la distancia donde la segunda lente tiene su punto focal. En este sitio del arreglo estará colocado un polarizador con eje de transmisión a 45° , ver figura (5.8).

En la figura (5.9) se muestra la fotografía del arreglo experimental que se utilizó en el laboratorio para la demostración de la tercera ley de Fresnel-Arago.

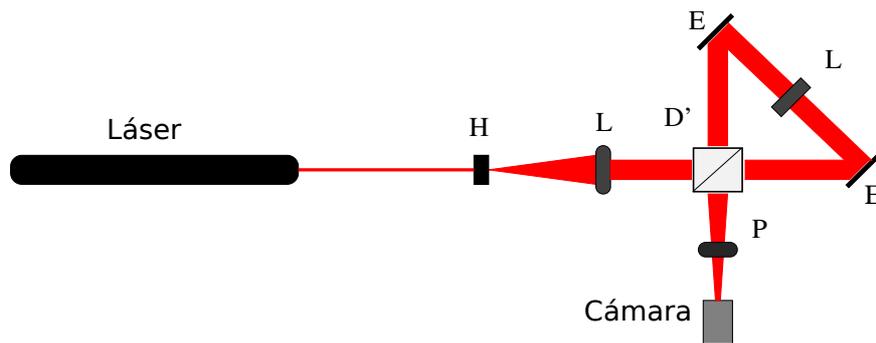


Figura 5.8: Esquema del arreglo experimental que demuestra la tercera ley de Fresnel-Arago. H representa el pinhole, L son cada una de las lentes, D' es el divisor de haz polarizado, E los respectivos espejos y P es el polarizador a 45°

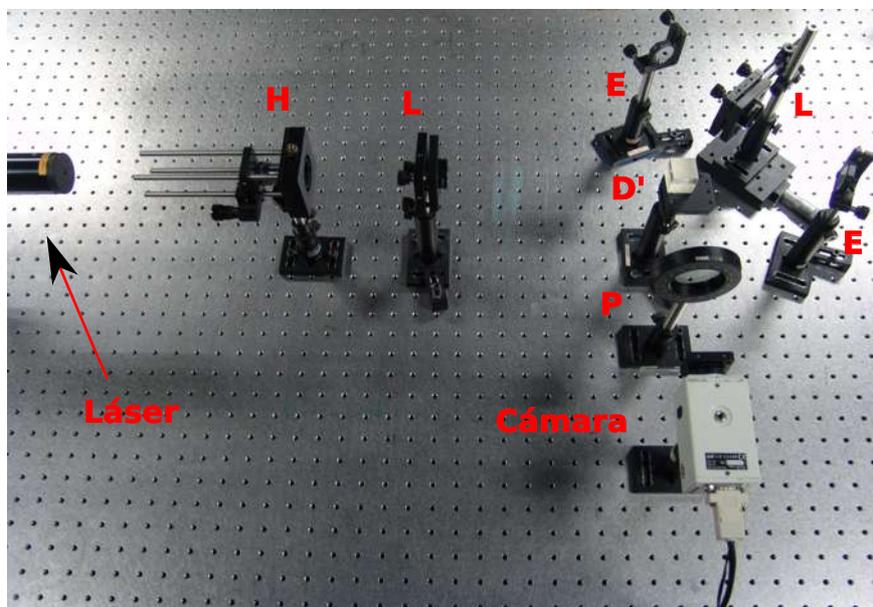


Figura 5.9: Fotografía del arreglo experimental que demuestra la tercera ley de Fresnel-Arago.

La inclinación del polarizador es importante porque permite que la proyección de una de las componentes de los haces ortogonales atraviesen el polarizador y, de esa manera se logra que los dos haces tengan la misma polarización al salir del arreglo, pero como indica la tercera ley no habrá fenómeno de interferencia que se muestre en la cámara. La demostración matemática de la tercera ley se encuentra desarrollada en el apéndice (A).

La imagen de la tabla (5.3) muestra que no existe ningún fenómeno de interferencia al hacer que los dos haces proveniente del arreglo (5.8) interfieran, por lo tanto, en el perfil del renglón $n = 145$ de la imagen no se muestra ninguna variación armónica.

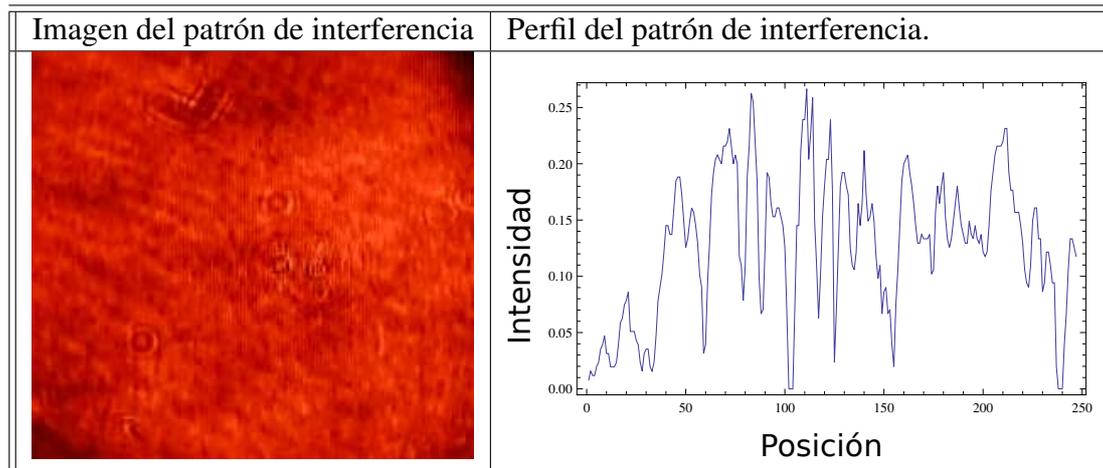


Tabla 5.3: Fotografía y perfil del patrón de interferencia que se genera en el interferómetro cíclico de la tercera ley, el perfil del renglón $n = 145$ no está normalizado.

5.5. Cuarta ley de Fresnel-Arago

La cuarta ley especifica que: “Dos haces polarizados a ángulos rectos, en caso que se deriven del mismo haz polarizado y, consecuentemente sean llevados al mismo plano de polarización, pueden interferir.”. La presente ley es un caso especial de la tercera ley aunque con mayores resultados ya que tiene las condiciones suficientes para que existan franjas de interferencia, la única diferencia que existe con la tercera es que el haz incidente es polarizado, y será la razón principal del porque hay un patrón de franjas al final del arreglo.

El arreglo experimental consta de un polarizador inmediatamente después del láser y otro al final del arreglo, ambos elementos ópticos deben polarizar la luz del láser a 45° . De esta manera la componente horizontal y vertical del láser puedan atravesar el divisor, la inclinación del polarizador garantiza que las dos componentes que salen del divisor tengan aproximadamente la misma magnitud. El divisor de haz sigue siendo, como en la tercera ley, un divisor polarizado, ver figura (5.10).

En la figura (5.11) se muestra la fotografía del arreglo experimental que se utilizó en el laboratorio para la demostración de la cuarta ley de Fresnel-Arago.

Las imágenes capturadas de las franjas formadas al hacer interferir los haces en el arreglo (5.10), se encuentran en la tabla (5.4), al igual que los respectivos perfiles de los patrones. El renglón analizado de la primera imagen fue el número $n = 115$ y de la segunda fue el $n = 190$. En las gráficas se puede apreciar la forma del conjunto de franjas y se muestra claramente que la cuarta ley de Fresnel-Arago se cumple. La demostración matemática de la cuarta ley se encuentra desarrollada en el apéndice (A).

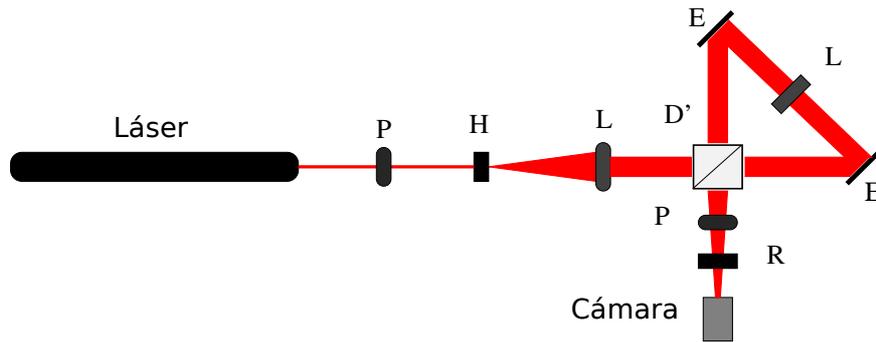


Figura 5.10: Esquema del arreglo experimental que demuestra la cuarta ley de Fresnel-Arago. P representa al polarizador con eje de transmisión a 45° y después otro polarizador, H representa al pinhole, L son cada una de las lentes, D' es el divisor de haz polarizado, E son los respectivos espejos y R que representa a un retardador de $\lambda/4$ con eje rápido a 45° .

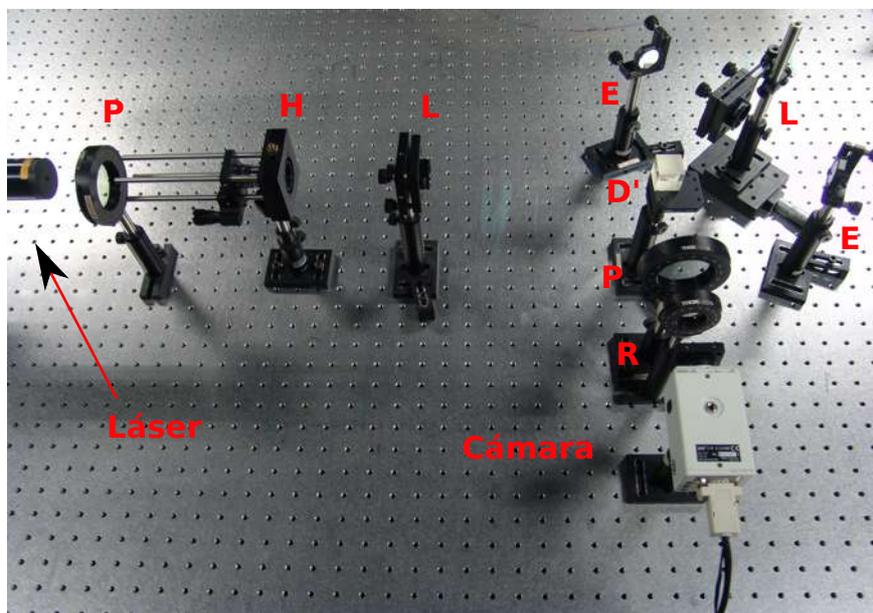


Figura 5.11: Fotografía del arreglo experimental que demuestra la cuarta ley de Fresnel-Arago y desplaza las franjas de interferencia lateralmente.

5.5.1. Desplazamiento de las franjas de interferencia

Al final del arreglo, como se muestra en el esquema (5.10) se encuentra otro polarizador, el cual se hará rotar a voluntad y, por último un retardador de $\lambda/4$ a 45° respecto a la horizontal. Estos dos dispositivos servirán para hacer notar un desplazamiento de las franjas de interferencia al momento que se gire el polarizador. Esto se demuestra haciendo uso del formalismo matemático de Jones, ver apéndice (A). El desplazamiento de las franjas se encuentra en función del ángulo α al que se rote el polarizador de la

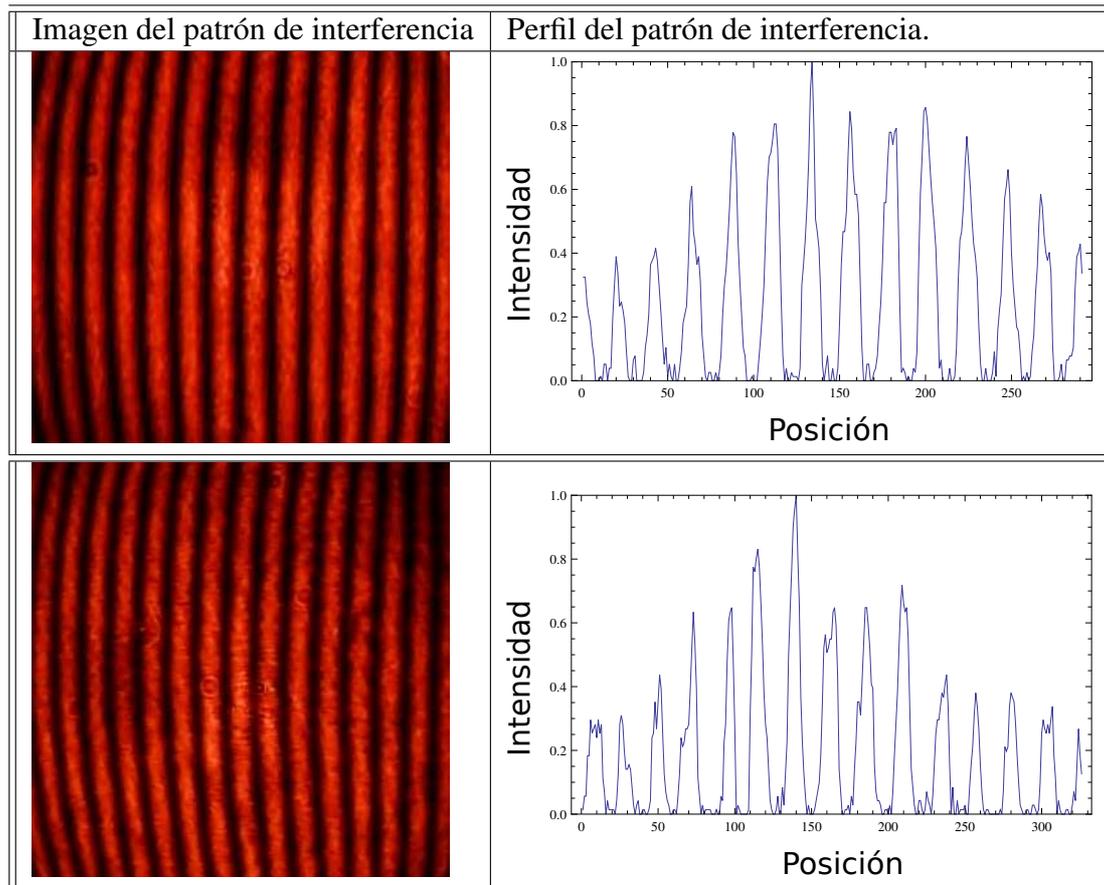


Tabla 5.4: Fotografía y perfil del patrón de interferencia que se genera en el interferómetro cíclico de la cuarta ley. Obsérvese la forma armónica en las gráficas de la derecha.

siguiente manera

$$I = \frac{I_0}{2}(1 + (\cos(\phi_2 - \phi_3) \sin(2\alpha))), \quad (5.2)$$

donde I es la irradiancia en el plano de observación y $\cos(\phi_2 - \phi_3 + \pi/2 - 2\alpha)$ es el responsable de la modulación de la irradiancia, es decir, el término de interferencia. Esto verifica el desplazamiento de las franjas de interferencia debido al funcionamiento de polarizador y del retardador de $\lambda/4$.

El desplazar las franjas de interferencia puede ser usado en otros experimentos, por ejemplo, al reconstruir imágenes digitales en 3-D proyectando estas franjas en el objeto.

5.6. Formación de diferentes patrones de interferencia

En los arreglos que se utilizan para demostrar la primera y segunda ley de Fresnel-Arago, se pueden observar los efectos de una intensidad variable periódicamente. La

forma geométrica de estas variaciones puede cambiar y depende de la manipulación de los elementos ópticos del arreglo.

En el capítulo (2) sección (2.5), se discutió acerca de los métodos para generar diversos patrones de interferencia, los cuales se referían a la dirección del plano en la que se encuentra la cámara que proyecta las franjas de interferencia y la localización de los haces que van a interferir, ver figura (5.12).

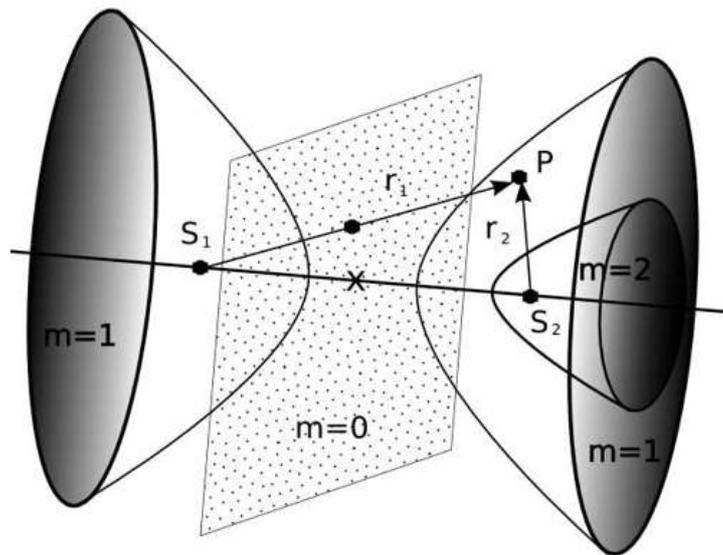


Figura 5.12: Muestra algunas superficies sobre las cuales hay máximos de irradiancia.

En el arreglo estándar la segunda lente que se encuentra entre los caminos ópticos de los dos haces, está dispuesta en una montura que se mueve a lo largo de esa dirección, ver fotografía (5.11). Cuando la lente se localiza exactamente a la misma distancia de los dos espejos, el lugar donde los dos haces se enfocan estará a la misma distancia al salir del divisor, en cambio cuando la montura se mueve y la lente ya no se encuentra en esa posición privilegiada sino más cerca de un espejo que de otro, entonces los haces tendrán un punto focal diferente relacionado con la distancia que la lente se movió del centro de la recta que une los dos espejos.

Para el caso cuando los dos haces comparten un punto de enfoque y las condiciones para crear interferencia son las correctas, las franjas que se dibujan en una pantalla colocada paralelamente al plano donde $m = 0$, ver figura (5.13), (m se refiere al orden de las franjas de interferencia), serán círculos concéntricos.

En la tabla (5.5) se muestra una secuencia de fotografías que ilustra la transformación de las franjas de interferencia de círculos concéntricos a líneas rectas paralelas

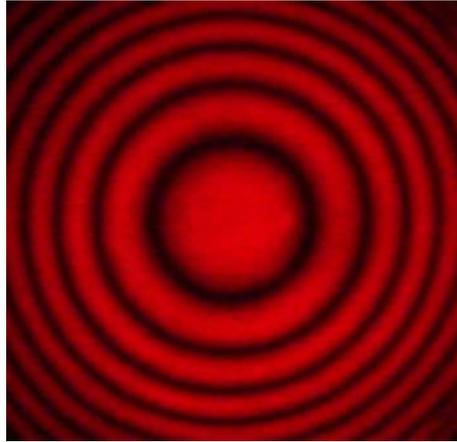


Figura 5.13: Muestra algunas superficies sobre las cuales hay máximos de irradiancia.

obtenidas en el laboratorio.

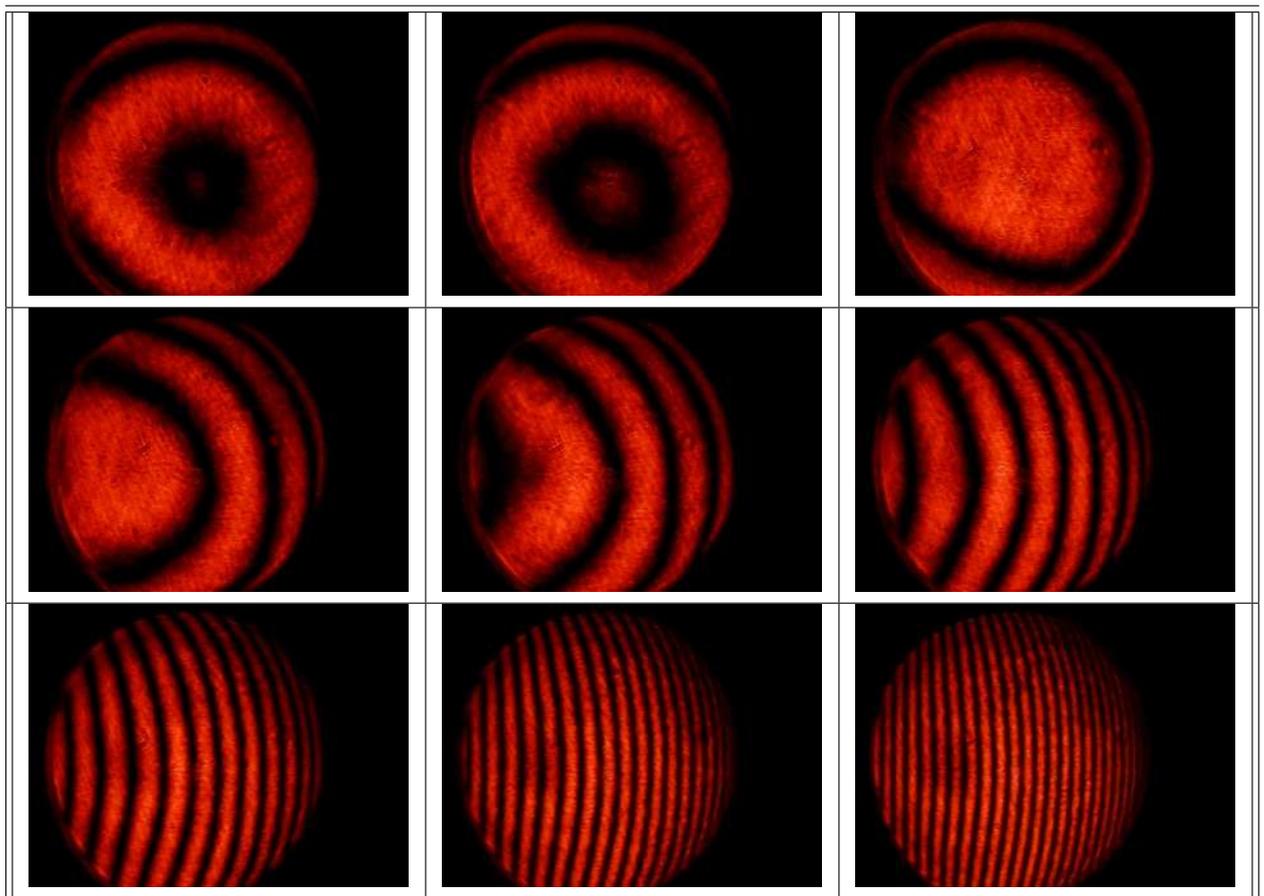


Tabla 5.5: Formación de diferentes patrones de interferencia.

Una forma de hacer que los círculos concéntricos se conviertan a líneas rectas claras y oscuras según lo descrito en el capítulo 2, se refiere a cambiar la orientación de la pantalla donde se observan las franjas, pero ya que en el arreglo empleado es imposible colocar la pantalla perpendicular a la posición original y visualizar algún tipo de comportamiento, se necesita idear otro mecanismo para llevar a cabo tal efecto.

Cuando la lente está en posición para que los dos haces tengan puntos de enfoque diferentes, las franjas concéntricas se deberían seguir observando. Pero si uno de los espejos ya no refleja el primer haz que incide en él hacia el centro del otro espejo, es decir, el haz que incide se mueve hacia cualquier otro punto del espejo, en especial a la derecha o izquierda del centro, entonces los haces al enfocarse no sólo se estarán desplazando normalmente respecto al plano de observación, también se desplazarán de manera transversal. A medida que los haces se alejen más uno del otro transversalmente las franjas rectas serán más notorias. El cambio de la orientación de los espejos y posición de la lente, equivale a un cambio de orientación del plano de observación para ver ese tipo de patrones, como se mencionó en la descripción del capítulo (2).

Capítulo 6

Conclusiones

Para demostrar las leyes de Fresnel-Arago se recurrió al método experimental completado con argumentos matemáticos. En el laboratorio se implementó un interferómetro cíclico que ayudó no solamente a probar cada una de las leyes, sino que sirvió también para observar diferentes formas de los patrones de interferencia. En el desarrollo matemático se utilizó la representación matricial de un haz de luz polarizado, así como de retardadores y polarizadores.

El arreglo experimental donde se construye un interferómetro cíclico es bastante práctico porque se pueden cambiar de manera relativamente simple cada uno de los componentes y utilizar varios componentes básicos para muchos otros experimentos, tales como polarizadores, retardadores y lentes. Se puede familiarizar con el manejo de todos y aprender a usarlos en otros casos.

Los resultados de los experimentos fueron satisfactorios porque se pudieron demostrar con éxito todos los argumentos planteados en las 4 leyes de Fresnel-Arago. Las imágenes capturadas de todos los patrones de interferencia al ser procesadas revelan una buena aproximación a una función armónica y al introducir algunos instrumentos también se logró pasar, de una manera simple, de franjas paralelas a círculos concéntricos de interferencia y viceversa.

Las gráficas que acompañan a las fotografías de los patrones de interferencia o a las imágenes donde no se dibuja ningún cambio de irradiancia, dan una idea importante de la forma de las franjas y reafirman la demostración de las leyes. Donde se observa interferencia, tal es el caso de las leyes 1 y 4, se muestra un perfil que asemeja una función armónica normalizando o no el perfil. Esto se observa claramente cuando se analizan los renglones $n = 95$ y $n = 190$, $n = 115$ y $n = 160$, respectivamente. En cambio al analizar en el programa las fotografías para las leyes 2 y 3, sólo se obtiene un perfil aleatorio que se observa en los renglones $n = 180$ y $n = 145$.

Otra utilidad del interferómetro cíclico, cuando se implementa un arreglo que expone patrones de interferencia, es que al agregar un polarizador y un retardador de $\lambda/4$ las

franjas de interferencia se pueden desplazar lateralmente, esta acción podría ser usada en otros experimentos, por ejemplo, al reconstruir imágenes digitales en 3-D proyectando estas franjas en el objeto.

El uso del interferómetro cíclico para demostrar las leyes de Fresnel-Arago es importante porque descarta la interferencia por diferencia de camino óptico y se centra específicamente en generar el fenómeno de interferencia, al cumplir lo que dicta cada ley.

Las ventajas de haber planteado experimentalmente estas leyes son que además de aprender más acerca del fenómeno de interferencia también se crea un conocimiento intelectual y práctico sobre la manipulación de los aparatos y elementos ópticos del laboratorio y su aplicación y, además con las fotografías obtenidas se aprende acerca del procesamiento de imágenes.

Apéndice A

Demostraciones de la tercera y cuarta ley de Fresnel-Arago usando el formalismo de Jones

La luz polarizada y algunos elementos ópticos lineales pueden ser representados por vectores y matrices, este formalismo fue inventado por R. C. Jones en 1941 [9]. En la tabla (A.1) se muestran algunos de los vectores para ciertos estados de polarización y matrices para elementos ópticos tales como polarizadores y retardadores.

Estado de polarización o elemento óptico	Vectores y matrices de Jones
Estado de polarización horizontal	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
Estado de polarización vertical	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
Polarizador lineal horizontal	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
Polarizador lineal vertical	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
Polarizador lineal a 45°	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$
Retardador de cuarto de onda, eje rápido horizontal	$e^{i\pi/4} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$

Tabla A.1: Vectores y matrices de Jones para algunos estados de polarización y elementos ópticos lineales.

Este formalismo será utilizado para demostrar matemáticamente la tercera y cuarta ley de Fresnel-Arago.

A.1. Desarrollo matemático de la tercera ley de Fresnel-Arago

Un haz de luz no polarizada se puede dividir en dos componentes, una lineal vertical y otra lineal horizontal. El campo saliente del láser es un campo sin polarizar $E(t)$ que se puede representar vectorialmente como

$$E(t) = [E_x(t), E_y(t)] = E_0(t) \begin{bmatrix} e^{-i\omega t} \\ e^{-i(\omega t + \phi(t))} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.1})$$

donde $E_0(t)$ es la amplitud instantánea, ω la frecuencia angular y $\phi(t)$ es la diferencia de fase instantánea entre las componentes del campo eléctrico x y y .

Después el haz pasará a través del divisor de haz polarizado, resultando dos haces uno con polarización horizontal y el otro con polarización vertical, a los cuales se les llamará $E_1(t)$ y $E_2(t)$, respectivamente

$$E_1(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} E(t) \quad (\text{A.2})$$

$$= E_0(t) \begin{bmatrix} e^{-i\omega t} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

y

$$E_2(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} E(t) \quad (\text{A.4})$$

$$= E_0(t) \begin{bmatrix} 0, e^{-i(\omega t + \phi(t))} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.5})$$

donde la representación del haz que sale del láser $E(t)$ es multiplicado por las matrices de Jones correspondientes a un polarizador lineal horizontal y un polarizador lineal vertical.

Los campos $E_1(t)$ y $E_2(t)$ se mantendrán en la misma forma hasta que salgan de nuevo a través del divisor de haz, ya que al salir del polarizador con eje de transmisión a 45° , el cual como indica la tercera ley, los haces serán traídos a una mismo plano de polarización y resultará en un campo E_3 de la forma

$$E_3(t) = \frac{E_0(t)}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} (E_2(t) + E_3(t)) \quad (\text{A.6})$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\omega t} e^{-i\phi_2} \\ e^{-i(\omega t + \phi(t))} e^{-i\phi_3} \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

$$= \frac{E_0(t)}{2} \left[e^{-i\omega t} e^{-i\phi_2} + e^{-i(\omega t + \phi(t))} e^{-i\phi_3}, e^{-i\omega t} e^{-i\phi_2} + e^{-i(\omega t + \phi(t))} e^{-i\phi_3} \right], \quad (\text{A.8})$$

donde $e^{-i\phi_2}$ y $e^{-i\phi_3}$ representan un cambio de fase adicional a $\phi(t)$ por la diferencia de camino óptico.

La intensidad en el plano de observación está dada por

$$I \propto \langle E_3(t)^* E_3(t) \rangle, \quad (\text{A.9})$$

donde el operador $*$ indica el complejo conjugado y $\langle \text{angle} \rangle$ indican el promedio temporal. El promedio temporal de una función *coseno*² dependiente del tiempo es 1/2 y el promedio temporal de una función *coseno* dependiente del tiempo es 0. Sustituyendo el valor de $E_3(t)$ en la ecuación anterior se tiene

$$\begin{aligned} I &\propto \left\langle 2 \left(\frac{E_0(t)}{2} \right)^2 (e^{+i\omega t} e^{+i\phi_2} + e^{+i(\omega t + \phi(t))} e^{+i\phi_3}) (e^{-i\omega t} e^{-i\phi_2} + e^{-i(\omega t + \phi(t))} e^{-i\phi_3}) \right\rangle \\ &= \left\langle 2 \left(\frac{E_0(t)}{2} \right)^2 (2 + 2\cos(\phi(t) + \phi_2 + \phi_3)) \right\rangle \\ &= \langle E_0(t)^2 \rangle \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Entonces el promedio temporal de la ecuación (A.10) es

$$I \propto I_0 \quad (\text{A.11})$$

donde I_0 es la irradiancia instantánea y es igual a $\langle E_0(t)^* E_0(t) \rangle$ lo que indica que la intensidad es constante y no se producen franjas de interferencia. Esto demuestra la tercera ley de Fresnel-Arago.

A.2. Desarrollo matemático de la cuarta ley de Fresnel-Arago

El campo saliente del láser es un campo sin polarizar $E(t)$ que se puede representar vectorialmente como

$$E(t) = [E_x(t), E_y(t)] = E_0(t) \begin{bmatrix} e^{-i\omega t} \\ e^{-i(\omega t + \phi(t))} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.12})$$

Enseguida del láser el haz pasará a través del polarizador con eje de transmisión a 45°, entonces el campo $E(t)$ cambiará. La representación del haz al salir del polarizador está dada por

$$E_1(t) = \frac{E_0(t)}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\omega t} \\ e^{-i(\omega t + \phi(t))} \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

$$= \frac{E_0(t)}{2} (e^{-i\omega t} + e^{-i(\omega t + \phi(t))}) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.14})$$

Al salir del primer elemento óptico el haz incide en el divisor de haz que polariza cada uno de los haces ortogonalmente respecto al otro. El campo que corresponde a la polarización horizontal será $E_2(t)$ y el de la polarización vertical $E_3(t)$, los cuales se representan por

$$E_2(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} E_1(t) \quad (\text{A.15})$$

$$= \frac{E_0(t)}{2} (e^{-i\omega t} + e^{-i(\omega t + \phi(t))}) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

y

$$E_3(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} E_1(t) \quad (\text{A.17})$$

$$= \frac{E_0(t)}{2} (e^{-i\omega t} + e^{-i(\omega t + \phi(t))}) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.18})$$

Al igual que en la demostración de la tercera ley, los campos $E_2(t)$ y $E_3(t)$ serán multiplicados por $e^{-i\phi_2}$ y $e^{-i\phi_3}$ respectivamente, que representan un cambio de fase adicional a $\phi(t)$ por la diferencia de camino óptico. Ambos campos se superponen y atraviesan el último polarizador con eje de transmisión también a 45° . En este caso $E_4(t)$ es de la forma

$$E_4(t) = \frac{E_0(t)}{4} (e^{-i\omega t} + e^{-i(\omega t + \phi(t))}) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\phi_2} \\ e^{-i\phi_3} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.19})$$

multiplicando la matriz de Jones que representa al polarizador y la suma de los campos $E_2(t)$ y $E_3(t)$ con el correspondiente cambio de fase tenemos

$$E_4(t) = \frac{E_0(t)}{4} (e^{-i\omega t} + e^{-i(\omega t + \phi(t))}) \begin{bmatrix} e^{-i\phi_2} + e^{-i\phi_3} \\ e^{-i\phi_2} + e^{-i\phi_3} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.20})$$

La intensidad en el plano de observación está dada por

$$I \propto \langle E_4(t)^* E_4(t) \rangle. \quad (\text{A.21})$$

Sustituyendo el valor de $E_4(t)$ en la ecuación (A.21) se tiene

$$\begin{aligned}
I &\propto \left\langle 2 \left(\frac{E_0(t)}{4} \right)^2 [(e^{-i\omega t} + e^{-i(\omega t + \phi(t))})(e^{-i\phi_2} + e^{-i\phi_3})(e^{i\omega t} + e^{i(\omega t + \phi(t))})(e^{i\phi_2} + e^{i\phi_3})] \right\rangle \\
&= \left\langle 2 \left(\frac{E_0(t)}{4} \right)^2 [(2 + e^{-i\omega t} + e^{i\omega t})(2 + e^{-i(\phi_2 - \phi_3)} + e^{i(\phi_2 - \phi_3)})] \right\rangle \\
&= \left\langle 2 \left(\frac{E_0(t)}{4} \right)^2 [(2 + 2\cos(\phi(t)))(2 + 2\cos(\phi_2 - \phi_3))] \right\rangle \\
&= \left\langle \frac{E_0(t)^2}{4} [(2 + 2\cos(\phi_2 - \phi_3))] \right\rangle \\
&= \frac{E_0(t)^2}{2} [1 + \cos(\phi_2 - \phi_3)]. \tag{A.22}
\end{aligned}$$

donde I_0 es la irradiancia instantánea y es igual a $\langle E_0(t)^* E_0(t) \rangle$.

En la ecuación (A.22) el término $\cos(\phi_2 - \phi_3)$ es el responsable de la modulación de la irradiancia, es decir, el término de interferencia. La diferencia de fase $\phi_2 - \phi_3$ que surge debido a la diferencia en los caminos es constante en el tiempo y da franjas de interferencia estables, esto verifica la cuarta ley de Fresnel y Arago.

A.3. Demostración del desplazamiento de las franjas de interferencia

A partir del arreglo experimental de la cuarta ley de Fresnel-Arago y de su desarrollo matemático podemos llegar a la expresión matemática que va a regir el desplazamiento de las franjas de interferencia. Para desplazar las franjas, el polarizador que se encuentra a la salida del divisor de haz, cuando los haces ya se encuentran superpuestos, se hace girar a voluntad y enseguida de este polarizador se encuentra el retardador de $\lambda/4$ a 45° respecto a su eje rápido horizontal, se espera que el ángulo α al cual se encuentre transmitiendo el polarizador sea el que regule el movimiento lateral de las franjas.

El haz saliente del divisor de haz estará dado por la superposición de los campos (A.18) y (A.19) multiplicados respectivamente por $e^{-i\phi_2}$ y $e^{-i\phi_3}$ que representan el cambio de fase por diferencia de camino óptico. A este campo resultante se le llamará $E_4(t)$

$$E_4(t) = \frac{E_0(t)}{2} (e^{-i\omega t} + e^{-i(\omega t + \phi(t))}) \begin{bmatrix} e^{-i\phi_2} \\ e^{-i\phi_3} \end{bmatrix}. \tag{A.23}$$

Como el polarizador que se encuentra enseguida se podrá manipular girando su ángulo de transmisión, se usará para representarlo la matriz de Jones generalizada, la

cual cambiará de forma dependiendo del ángulo del eje de transmisión del polarizador α . El campo al salir del polarizador $E_5(t)$ será

$$\begin{aligned} E_5(t) &= \frac{E_0(t)}{2}(e^{-i\omega t} + e^{-i(\omega t + \phi(t))}) \begin{pmatrix} \cos^2\alpha & \cos\alpha\operatorname{sen}\alpha \\ \cos\alpha\operatorname{sen}\alpha & \operatorname{sen}^2\alpha \end{pmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\phi_2} \\ e^{-i\phi_3} \end{bmatrix} \\ &= \frac{E_0(t)}{2}(e^{-i\omega t} + e^{-i(\omega t + \phi(t))}) \begin{bmatrix} e^{-i\phi_2}\cos^2\alpha + e^{-i\phi_3}\cos\alpha\operatorname{sen}\alpha \\ e^{-i\phi_2}\cos\alpha\operatorname{sen}\alpha + e^{-i\phi_3}\operatorname{sen}^2\alpha \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Este campo a su vez deberá ser multiplicado por la matriz de la lámina retardadora a 45° respecto a su eje óptico horizontal y resultará en un campo $E_6(t)$ de la forma

$$\begin{aligned} E_6(t) &= e^{i\pi/4} \left(\frac{E_0(t)}{2} \right) (e^{-i\omega t} + e^{-i(\omega t + \phi(t))}) \begin{pmatrix} \frac{1+i}{2} & \frac{1-i}{2} \\ \frac{1-i}{2} & \frac{1+i}{2} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} e^{-i\phi_2}\cos^2\alpha + e^{-i\phi_3}\cos\alpha\operatorname{sen}\alpha \\ e^{-i\phi_2}\cos\alpha\operatorname{sen}\alpha + e^{-i\phi_3}\operatorname{sen}^2\alpha \end{bmatrix} \\ &= e^{i\pi/4} \left(\frac{E_0(t)}{2} \right) (e^{-i\omega t} + e^{-i(\omega t + \phi(t))}) \begin{bmatrix} \frac{(1+i)e^{-i(\phi_2+\phi_3)}(\cos\alpha - i\operatorname{sen}\alpha)(e^{i\phi_3}\cos\alpha + e^{i\phi_2}\operatorname{sen}\alpha)}{2} \\ \frac{(1+i)e^{-i(\phi_2+\phi_3)}(-i\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha)(e^{i\phi_3}\cos\alpha + e^{i\phi_2}\operatorname{sen}\alpha)}{2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

La intensidad en el plano de observación está dada por

$$I \propto \langle E_6(t)^* E_6(t) \rangle. \quad (\text{A.26})$$

Sustituyendo el valor de $E_6(t)$ en la ecuación (A.26) se tiene

$$\begin{aligned} I &\propto \left\langle \frac{1}{2} \left(\frac{E_0(t)}{2} \right)^2 (e^{i\omega t} + e^{i(\omega t + \phi(t))})(e^{-i\omega t} + e^{-i(\omega t + \phi(t))}) [((1+i)e^{-i(\phi_2+\phi_3)}(\cos\alpha - i\operatorname{sen}\alpha)(e^{i\phi_3}\cos\alpha + e^{i\phi_2}\operatorname{sen}\alpha)) \right. \\ &\quad ((1-i)e^{i(\phi_2+\phi_3)}(\cos\alpha + i\operatorname{sen}\alpha)(e^{-i\phi_3}\cos\alpha + e^{-i\phi_2}\operatorname{sen}\alpha) + (1+i)e^{-i(\phi_2+\phi_3)}(-i\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha) \\ &\quad (e^{i\phi_3}\cos\alpha + e^{i\phi_2}\operatorname{sen}\alpha))((1-i)e^{i(\phi_2+\phi_3)}(i\cos\alpha + \operatorname{sen}\alpha)(e^{-i\phi_3}\cos\alpha + e^{-i\phi_2}\operatorname{sen}\alpha))] \right\rangle \\ &= \left\langle \left(\frac{E_0(t)}{2} \right)^2 (2 + 2\cos\phi(t))(1 + \cos(\phi_2 - \phi_3)\operatorname{sen}(2\alpha)) \right\rangle \\ &= \frac{I_0}{2} (1 + (\cos(\phi_2 - \phi_3 + \pi/2 - 2\alpha))), \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

donde I_0 es la irradiancia instantánea y es igual a $\langle E_0(t)^* E_0(t) \rangle$.

En la ecuación (A.22) el término $\cos(\phi_2 - \phi_3 + \pi/2 - 2\alpha)$ es el responsable de la modulación de la irradiancia, es decir, el término de interferencia. La diferencia de fase $(\phi_2 - \phi_3 + \pi/2 - 2\alpha)$ que surge debido a la diferencia en los caminos y a la rotación del polarizador, es constante en el tiempo y da franjas de interferencia estables dependientes del ángulo α . Esto verifica el desplazamiento de las franjas de interferencia debido al funcionamiento de polarizador y del retardador de $\lambda/4$.

Referencias

- [1] Mujat, Mircea; DOGARIU, Aristide; WOLF, Emil. A law of interference of electromagnetic beams of any state of coherence and polarization and the Fresnel–Arago interference laws. *JOSA A*, 2004, vol. 21, no 12, p. 2414-2417.
- [2] Barakat, Richard. Analytic proofs of the Arago-Fresnel laws for the interference of polarized light. *JOSA A*, 1993, vol. 10, no 1, p. 180-185.
- [3] Castaneda, Román; Carrasquilla, Juan; García-Sucerquia, Jorge. Young’s experiment with electromagnetic spatial coherence wavelets. *JOSA A*, 2006, vol. 23, no 10, p. 2519-2529.
- [4] Castaneda, Román; Carrasquilla, Juan; García-Sucerquia, Jorge. Definition and invariance properties of the complex degree of spatial coherence. *JOSA A*, 2009, vol. 26, no 11, p. 2459-2465.
- [5] Kanseri, Bhaskar, et al. A modified version of Young’s interferometer to study the Fresnel and Arago interference laws. *European Journal of Physics*, 2009, vol. 30, no 4, p. 835.
- [6] P. Hariharan. *Basics of Interferometry*. 2a ed. Academic Press, 2010. ISBN: 0080465455, 9780080465456.
- [7] Bahaa E. A. Saleh, M. C. Teich. *Fundamentals of Photonics*. 2a ed. 81 de Wiley Series in Pure and Applied Optics. Wiley, 2013. ISBN: 111858581X, 9781118585818.
- [8] Wyant, James C. White light interferometry. En *AeroSense 2002*. International Society for Optics and Photonics, 2002. p. 98-107.
- [9] Eugene Hecht. *Optics*. 4a ed. Pearson Education, 2012. ISBN: 8131718077, 9788131718070.
- [10] Kailash K. Sharma. *Optics: Principles and Applications*. Academic Press, 2006. ISBN: 0080463916, 9780080463919
- [11] Justin Peatross, Michael Ware. *Physics of Light and Optics*. Brigham Young University, Department of Physics, 2011.

-
- [12] Max Born, Emil Wolf, A. B. Bhatia, P. C. Clemmow, D. Gabor, A. R. Stokes, A. M. Taylor, P. A. Wayman, W. L. Wilcock Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light. 7a (expanded) ed. CUP Archive, 1999. ISBN: 0521784492, 9780521784498.
- [13] Ajoy Ghatak. Optics, McGraw Hill Higher Education. McGraw-Hill Education, 2009. ISBN: 0073380482, 9780073380483.
- [14] Grant R. Fowles. Introduction to Modern Optics, Dover Books on Physics. Ed. reimpresada. Courier Dover Publications, 2012. ISBN: 048613492X, 9780486134925.
- [15] Joseph W. Goodman. Introduction to Fourier Optics McGraw-Hill physical and quantum electronics series. 3 ed, ilustrada. Roberts and Company, 2005. ISBN: 0974707724, 9780974707723.