



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN  
NICOLÁS DE HIDALGO

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas  
"Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez"

*Tesis presentada en cumplimiento de los requisitos para la obtención  
del grado de Licenciado en Ciencias Físico-Matemáticas*

TESIS DE LICENCIATURA

---

## Interacciones de rayos cósmicos ultraenergéticos con neutrinos reliquia de halos galácticos

---

*Autor:*  
Angelo Martínez

*Asesor:*  
Doctor en Ciencias Juan Carlos Arteaga  
Velázquez

Morelia Mich. Diciembre 2014





**Asesor**

Dr. Juan Carlos Arteaga Velázquez

**Sinodales**

Dr. Fernando Iguazú Ramírez Zavaleta

Dr. Joaquín Estevez Delgado

Dr. Eduardo Salvador Tútuti Hernández

Dr. Hector Igor Pérez Aguilar

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

## *Resumen*

Facultad de Cs. Físico-Matemáticas, "Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez"

Licenciado en Ciencias Físico-Matemáticas

### **Interacciones de rayos cósmicos ultraenergéticos con neutrinos reliquia de halos galácticos**

por Angelo Martínez

En este trabajo se estudia el potencial de una nueva técnica para explorar las propiedades de la materia oscura. En particular, se trata de emplear a los rayos cósmicos ultraenergéticos como sondas del espacio intergaláctico, en especial, de la materia oscura en el halo galáctico de la Vía Láctea. Asumimos que la materia oscura está formada totalmente de neutrinos derechos masivos que interaccionan con la materia normal por medio de nuevas interacciones débiles derechas mediadas por bosones masivos cargados  $W_R^\pm$ , suponiendo la validez del Modelo Mínimo Izquierdo-Derecho. Con la técnica en cuestión se obtuvieron límites, con diferentes niveles de confianza, sobre la densidad de neutrinos derechos masivos en el halo de nuestra galaxia para diferentes valores de las masas de los neutrinos derechos y masas del bosón cargado derecho  $W_R^\pm$ . Los resultados se confrontan con cotas observacionales sobre la densidad de materia oscura y límites experimentales sobre las masas de los neutrinos y bosones cargados derechos.

*Palabras clave:* Física de Partículas, Materia Oscura, Neutrinos, Rayos Cósmicos.

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

## *Abstract*

Facultad de Cs. Físico-Matemáticas, "Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez"

Mathematical Physics Degree

### **Interactions of ultrahigh energy cosmic ray with relic neutrino in galactic halos**

by Angelo Martínez

In this work, we study the potential of a new technique to explore the dark matter properties. In particular, we employ the ultra high energies cosmic rays as probes in the intergalactic space, in this case, we use it to explore the dark matter in the galactic halo of the Milky Way. We assume the dark matter is formed of right neutrinos and that interact with the ordinary matter through new weak interactions intermediated by charged bosons  $W_R^\pm$ , assuming the validity of the Minimal Left-Right Model. Using the technique described we find limits, with various confidence levels, to the right neutrino density in the galactic halo of the Milky Way using various values of right neutrino mass and right charged boson mass  $W_R^\pm$ . The results were compared with the observational limits to the dark matter density and the experimental limits to the right neutrinos and right charged boson mass .

*Keywords:* Cosmic Rays, Dark Matter, Neutrino, Particle Physics.

# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. Mecánica cuántica relativista</b>	<b>5</b>
1.1. Ecuación de Dirac . . . . .	5
1.2. Soluciones de la ecuación de Dirac . . . . .	7
1.3. Helicidad y Quiralidad . . . . .	10
1.4. Representación de interacción . . . . .	12
1.5. Teoría de Perturbaciones . . . . .	13
1.6. Amplitud invariante . . . . .	15
1.7. Diagramas de Feynman . . . . .	16
<b>2. Interacciones débiles</b>	<b>19</b>
2.1. Decaimiento beta, la solución de Fermi y el neutrino . . . . .	19
2.2. Violación de la simetría de paridad y el experimento de Wu y Ambler .	20
2.3. El neutrino . . . . .	24
2.4. Modelo estándar de las partículas e interacciones fundamentales . . . .	25
2.5. Lagrangiano para interacciones débiles . . . . .	28
<b>3. Neutrinos estériles y el modelo izquierdo-derecho (“Left-Right”)</b>	<b>31</b>
3.1. Neutrinos estériles . . . . .	31
3.2. El experimento LSND y MiniBooNe . . . . .	32
3.3. La anomalía del Galio . . . . .	33
3.4. Deficiencia de neutrinos en reactores nucleares . . . . .	35
3.5. Mediciones del telescopio espacial Planck . . . . .	35
3.6. Experimentos en el LHC . . . . .	36
3.7. Modelo mínimo izquierdo-derecho y el lagrangiano para interacciones electrodébiles derechas . . . . .	37
<b>4. Materia oscura y rayos cósmicos</b>	<b>41</b>
4.1. Materia oscura . . . . .	41
4.2. Modelo de Einasto de distribución de materia oscura en la Vía Láctea .	45
4.3. Rayos cósmicos . . . . .	46
4.4. Descubrimiento de los rayos cósmicos . . . . .	47
4.5. Detección de rayos cósmicos . . . . .	47

4.6.	El observatorio Pierre Auger . . . . .	49
4.7.	Flujo medido por el observatorio Pierre Auger . . . . .	50
<b>5.</b>	<b>Sección eficaz neutrino-protón</b>	<b>51</b>
5.1.	Diagramas representativos para las interacciones neutrino-quark . . . . .	51
5.2.	Definición de la sección eficaz diferencial . . . . .	53
5.3.	Amplitudes invariantes para los procesos cargados $\nu_R + q_d \rightarrow q'_u + \ell^-$ y $\nu_R + \bar{q}_u \rightarrow \bar{q}'_d + \ell^-$ . . . . .	53
5.4.	Restricciones cinemáticas . . . . .	63
5.5.	Funciones de distribución partónicas . . . . .	65
<b>6.</b>	<b>Metodología e hipótesis</b>	<b>69</b>
6.1.	Hipótesis de trabajo . . . . .	69
6.2.	Atenuación del flujo de rayos cósmicos . . . . .	70
6.3.	Parámetros a estimar . . . . .	71
6.4.	Niveles de confianza . . . . .	72
6.5.	Densidad promedio de materia oscura en la Vía Láctea . . . . .	73
<b>7.</b>	<b>Resultados y discusiones</b>	<b>75</b>
7.1.	Sección eficaz neutrino estéril-quark . . . . .	75
7.2.	Sección eficaz total . . . . .	80
7.3.	Niveles de confianza para la densidad de neutrinos estériles . . . . .	83
<b>8.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>89</b>
8.1.	Conclusiones . . . . .	89
	<b>Bibliografía</b>	<b>91</b>

# Introducción

Desde sus inicios a mediados del siglo XX, el Modelo Estándar de partículas ha sido una de las teorías físicas más exitosas que tenemos. Este éxito se logró gracias al esfuerzo y las ideas de grandes científicos como Dirac, Feynman, Glashow, Salam, Weinberg, etc., que lograron darle forma a lo que parecía un caos a mediados del siglo XX.

Una de las observaciones que no se han podido explicar, ni con la relatividad general, ni con el Modelo Estándar, es la materia oscura de la cual, actualmente se cree que constituye el 26.8 % del universo [1]. La constitución de la materia oscura es un misterio para la física moderna, sin embargo, sabemos que está ahí gracias a las observaciones hechas sobre la rotación de los discos galácticos [2] y los lentes gravitacionales que esta genera [3]. En este trabajo nos enfocaremos en uno de los posibles constituyentes de la materia oscura, los neutrinos estériles.

Como bien se sabe, los neutrinos en el Modelo Estándar constituyen las partículas más evasivas en lo que a interacciones se refieren, que sólo interactúan débil y gravitacionalmente [4]. Actualmente, los neutrinos son considerados partículas sin masa en el Modelo Estándar (ME), aunque esto está entredicho por los experimentos de oscilaciones de neutrinos que muestran que existen diferencias en las masas de estos [5].

Aunque existen restricciones, tanto teóricas como experimentales a las masas de los neutrinos que impiden que estos sean una componente importante de la materia oscura, no todas estas son aplicables a los neutrinos estériles, siendo en este caso posible, que esta clase de neutrinos sean un componente importante de la materia oscura. Queda la pregunta ¿Cuáles serían las características de dichas partículas? Las características de los neutrinos estériles se pueden explorar incorporando las llamadas “extensiones left-right” o “simétricas” al Modelo Estándar actual. Estas extensiones en su nivel más bajo, extienden el grupo de simetría ya conocido del modelo electrodébil  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  a uno de la forma  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ , incorporando neutrinos con acoplamientos derechos y bosones de norma débiles igualmente derechos. Algunas de las características de estos “neutrinos estériles” o “neutrinos derechos” (por el tipo de acoplamiento) son: estos interactúan sólo gravitacional y débilmente, aunque no interactuarían por medio de las interacciones débiles izquierdas del ME (ni por medio de las otras interacciones del ME, por eso el nombre de “neutrinos estériles”), únicamente mediante las interacciones débiles derechas introducidas por la nueva extensión del ME. Otra de las propiedades de estos neutrinos es que pueden llegar a ser muy masivos gracias al

mecanismo de “see-saw” [6], lo que les permite ser un candidato ideal para la materia oscura.

En este trabajo, asumiendo que la materia oscura se compone de neutrinos estériles, daremos restricciones a la densidad de estas partículas en el halo galáctico de la Vía Láctea usando diferentes valores para las masas de los neutrinos estériles y la masa de los bosones de norma  $W_R^\pm$ . De los valores estimados en este trabajo, trataremos de encontrar si existe una región del espacio de parámetros para la masa de los neutrinos estériles y de los bosones  $W_R^\pm$ , que este de acuerdo con los valores observados de materia oscura y las restricciones de aceleradores a las masas de dichas partículas. Para esto, calcularemos la sección eficaz neutrino-nucleón, para después usar rayos cósmicos de ultra altas energías para sondear el espacio, y así, comparando el espectro de energía calculado con el medido experimentalmente, poner restricciones a las propiedades mencionadas.

Otro de los objetivos de esta tesis es la de explorar el potencial de nuevas técnicas para tratar de imponer restricciones a las propiedades de la materia oscura. En particular, exploraremos una técnica que ha sido usada para colocar límites sobre invarianza de Lorentz empleando rayos cósmicos [7].

Esta tesis se organiza de la siguiente manera: en el primer capítulo describiremos la ecuación de Dirac y sus soluciones, así como de las técnicas de cálculo empleadas para encontrar las amplitudes invariantes y secciones eficaces de procesos de dispersión. Aquí introduciremos las reglas de Feynman. En el segundo capítulo exploraremos un poco más a fondo el Modelo Estándar, enfocándonos en las interacciones débiles y en el neutrino. También presentaremos el lagrangiano de las interacciones débiles cargadas y neutras. En el tercer capítulo introduciremos la extensión mínimo izquierdo-derecha del Modelo Estándar y veremos como es introducido el neutrino derecho (estéril en el Modelo Estándar) en esta teoría. Además, presentaremos el lagrangiano de las interacciones electrodébiles derechas. En el cuarto capítulo abordaremos el tema de la materia oscura, sus propiedades y algunos candidatos a materia oscura, finalmente, hablaremos de manera breve acerca de los rayos cósmicos, ya que serán usados como técnica para estudiar la materia oscura. También hablaremos del telescopio Pierre Auger. Usando las herramientas del capítulo 1, 2 y 3, haremos el cálculo formal, en el capítulo 5, de la sección eficaz para diferentes procesos de dispersión neutrino estéril – quark (antiquark). Además, mostraremos como calcular la sección eficaz total neutrino estéril – protón y derivaremos las restricciones cinemáticas respectivas. En el capítulo 6, discutiremos la técnica que se usará para tratar de estudiar las propiedades de la materia oscura, la cual está basada en el estudio de la atenuación de rayos cósmicos ultraenergéticos como consecuencia de su posible interacción con el halo de materia oscura de nuestra galaxia. En el capítulo 7 se presentarán los resultados de los cálculos de la sección 5, se obtendrán las restricciones a las masas de los neutrinos estériles y a las masas de los bosones cargados derechos  $W_R^\pm$ , además, los límites a la densidad de neutrinos estériles en el halo de materia oscura de nuestra galaxia, para la cual

la presente técnica es sensible. Al final de este capítulo se mostrará una breve discusión acerca de los resultados. Para terminar, en el capítulo 8 se darán a conocer las conclusiones de este trabajo.



# 1 Mecánica cuántica relativista

## 1.1. Ecuación de Dirac

Una de las ecuaciones más importantes de la física moderna es sin duda la ecuación de Dirac, ésta ecuación nos permite describir el comportamiento cuántico-relativista de los fermiones con espín  $\frac{1}{2}$ . Los neutrinos al ser partículas con espín  $\frac{1}{2}$ , también son descritos por esta ecuación.

Después del éxito de la ecuación de Schrödinger, los físicos enfocaron sus esfuerzos en encontrar una ecuación que describiera las partículas relativistas (i.e. partículas altamente energéticas), para esto, era necesario encontrar una ecuación que fuera compatible con la relatividad especial de Einstein. Como resultado de esta búsqueda surgieron la ecuación de Klein-Gordon (que describe partículas con espín 0) y la ecuación de Dirac.

Uno de los métodos para obtener la ecuación de Dirac parte de la relación entre la energía y el momento relativista  $E^2 - p^2 = m^2$  que en forma cuadrimensional es

$$p^\mu p_\mu - m^2 = 0, \quad (1.1)$$

nótese que se está usando la convención de suma de Einstein y las cantidades están dadas en unidades naturales, esto es,  $\hbar, c = 1$ . Ahora se “factoriza” (1.1),

$$p^\mu p_\mu - m^2 = (\beta^\kappa p_\kappa + m)(\gamma^\lambda p_\lambda - m) = 0, \quad (1.2)$$

donde  $\beta^\kappa$  y  $\gamma^\lambda$  son ocho coeficientes a determinar. Expandiendo el lado derecho de (1.2) obtenemos

$$\beta^\kappa \gamma^\lambda p_\kappa p_\lambda - m(\beta^\kappa - \gamma^\kappa)p_\kappa - m^2 = 0.$$

Como nosotros no queremos términos lineales en  $p_\kappa$  (esto con el objeto de no tener soluciones con energías negativas), elegimos  $\beta^\kappa = \gamma^\kappa$ . Finalmente, pedimos que los coeficientes  $\gamma^\kappa$  cumplan

$$p^\mu p_\mu = \beta^\kappa \gamma^\lambda p_\kappa p_\lambda,$$

lo anterior permite recuperar la ecuación (1.1).

Expandiendo la expresión anterior se obtiene

$$\begin{aligned}
(p^0)^2 - (p^1)^2 - (p^2)^2 - (p^3)^2 = & (\gamma^0)^2(p_0)^2 + (\gamma^1)^2(p_1)^2 + (\gamma^2)^2(p_2)^2 + (\gamma^3)^2(p_3)^2 \\
& + (\gamma^0\gamma^1 + \gamma^1\gamma^0)p_0p_1 + (\gamma^0\gamma^2 + \gamma^2\gamma^0)p_0p_2 \\
& + (\gamma^0\gamma^3 + \gamma^3\gamma^0)p_0p_3 + (\gamma^1\gamma^2 + \gamma^2\gamma^1)p_1p_2 \\
& + (\gamma^1\gamma^3 + \gamma^3\gamma^1)p_1p_3 + (\gamma^2\gamma^3 + \gamma^3\gamma^2)p_2p_3.
\end{aligned}$$

Por inspección se puede ver que, en general, no existen números complejos que hagan que esta igualdad se cumpla (aunque hagamos  $(\gamma^0)^2 = 1$  y  $(\gamma^1)^2 = (\gamma^2)^2 = (\gamma^3)^2 = -1$ , no hay forma de deshacerse de los términos cruzados en este caso). Una forma de que se cumpla la igualdad anterior es pedir que las constantes  $\gamma^\mu$  ahora sean matrices y cumplan con las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned}
(\gamma^0)^2 = 1, \quad (\gamma^1)^2 = (\gamma^2)^2 = (\gamma^3)^2 = -1, \\
\gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 0, \quad \text{para } \mu \neq \nu,
\end{aligned} \tag{1.3}$$

o, equivalentemente,

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}, \tag{1.4}$$

donde  $g^{\mu\nu}$  es la métrica de Minkowski y las llaves representan el anticonmutador. Explícitamente estas matrices gamma, como se las conoce, tienen la forma siguiente en la representación de Dirac (también llamada representación de Bjorken-Drell):

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \hat{I} & 0 \\ 0 & -\hat{I} \end{pmatrix}, \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^k \\ -\sigma^k & 0 \end{pmatrix}, \quad k = 1, 2, 3, \tag{1.5}$$

donde  $\hat{I}$  es la matriz identidad  $2 \times 2$  y  $\sigma^k$  son las matrices de Pauli

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \tag{1.6}$$

Finalmente, para obtener la ecuación de Dirac se toma cualquiera de los “factores” que ocupan la parte central de la relación (1.2) y se iguala a cero. Por convención se utiliza:

$$(\gamma^\mu p_\mu - m) = 0. \tag{1.7}$$

Ahora para cuantizar el sistema hacemos la sustitución  $\hat{p}_\mu \rightarrow i\hbar\partial_\mu$  y dejamos que actúe sobre una función de onda  $\psi$ :

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = 0, \tag{1.8}$$

que es la ecuación de Dirac. Nótese que en este caso la función de onda  $\psi$  posee cuatro componentes:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix},$$

a estos objetos se les da el nombre de espinores.

## 1.2. Soluciones de la ecuación de Dirac

Siguiendo con nuestro desarrollo, procederemos a encontrar las soluciones de la ecuación de Dirac (1.8). Para esto, primero consideremos el caso en donde  $\psi$  es independiente de la posición, esto es:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0,$$

Con esto la ecuación (1.8) se reduce a :

$$(i\gamma^0\partial_0 - m)\psi = 0, \tag{1.9}$$

o bien

$$i \begin{pmatrix} \hat{I} & 0 \\ 0 & -\hat{I} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \partial\varphi_A/\partial t \\ \partial\varphi_B/\partial t \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \end{pmatrix}, \tag{1.10}$$

donde

$$\varphi_A = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}, \tag{1.11}$$

$$\varphi_B = \begin{pmatrix} \psi_3 \\ \psi_4 \end{pmatrix}. \tag{1.12}$$

De esta manera nos quedan las ecuaciones

$$i\frac{\partial\varphi_A}{\partial t} = m\varphi_A, \quad -i\frac{\partial\varphi_B}{\partial t} = m\varphi_B, \tag{1.13}$$

cuyas soluciones son:

$$\varphi_A(t) = \varphi_A(0)e^{-imt}, \quad \varphi_B(t) = \varphi_B(0)e^{imt}. \tag{1.14}$$

Como  $\psi$  está formado por cuatro componentes, entonces la ecuación de Dirac admite cuatro soluciones independientes, que satisfacen (1.14), estas son:

$$\psi_1 = e^{-imt} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \psi_2 = e^{-imt} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.15)$$

$$\psi_3 = e^{imt} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \psi_4 = e^{imt} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (1.16)$$

La interpretación moderna de éstas soluciones es la siguiente: las soluciones (1.15) representan partículas con energías positivas y las soluciones (1.16) partículas con energía negativa (o antipartículas con energía positiva). Cada una está compuesta por un espinor de dos componentes que representan fermiones (partículas con espín  $\frac{1}{2}$ ). Por otra parte, las dos soluciones independientes (1.15) y (1.16) describen partículas con espín  $\frac{1}{2}$  (hacia arriba) y espín  $-\frac{1}{2}$  (hacia abajo), respectivamente.

Para obtener las soluciones a la ecuación de Dirac para partículas con  $\vec{p} \neq 0$ , proponemos soluciones de onda plana,

$$\psi(x) = Ae^{-ix \cdot p} u(p), \quad (1.17)$$

donde  $x_\mu = \begin{pmatrix} t \\ -\vec{x} \end{pmatrix}$ ,  $p^\mu = \begin{pmatrix} E \\ \vec{p} \end{pmatrix}$  y  $A$  es una constante de normalización. Introduciendo (1.17) en la ecuación de Dirac (1.8) obtenemos

$$A\gamma^\mu p_\mu e^{-ix \cdot p} u - Ame^{-ix \cdot p} u = 0, \quad (1.18)$$

o bien;

$$(\gamma^\mu p_\mu - m)u = 0. \quad (1.19)$$

A la ecuación anterior se le conoce como “ecuación de Dirac en el espacio de momentos”. Nótese que si  $\psi$  dada por (1.17) satisface la ecuación (1.19), entonces también cumple con la ecuación (1.8).

Ahora

$$(\gamma^\mu p_\mu - m)u = \begin{pmatrix} E - m & -\vec{p} \cdot \sigma \\ \vec{p} \cdot \sigma & -E - m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_A \\ u_B \end{pmatrix} = 0,$$

de donde obtenemos el sistema de ecuaciones

$$u_A = \frac{\vec{p} \cdot \sigma}{E - m} u_B, \quad (1.20)$$

$$u_B = \frac{\vec{p} \cdot \sigma}{E + m} u_A. \quad (1.21)$$

Desarrollando  $\vec{p} \cdot \sigma$  se obtiene

$$(\vec{p} \cdot \sigma) = \begin{pmatrix} p_z & (p_x - ip_y) \\ (p_x + ip_y) & -p_z \end{pmatrix}. \quad (1.22)$$

Lo que resta es construir cuatro soluciones independientes de la ecuación de Dirac compatibles con (1.20) y (1.21), esto es,

$$u_A^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow u_B = \frac{1}{E+m} (\vec{p} \cdot \sigma) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{E+m} \begin{pmatrix} p_z \\ p_x + ip_y \end{pmatrix}, \quad (1.23)$$

$$u_A^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow u_B = \frac{1}{E+m} (\vec{p} \cdot \sigma) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{E+m} \begin{pmatrix} p_x - ip_y \\ -p_z \end{pmatrix}, \quad (1.24)$$

$$u_B^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow u_A = \frac{1}{E-m} (\vec{p} \cdot \sigma) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{E-m} \begin{pmatrix} p_z \\ p_x + ip_y \end{pmatrix}, \quad (1.25)$$

$$u_B^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow u_A = \frac{1}{E-m} (\vec{p} \cdot \sigma) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{E-m} \begin{pmatrix} p_x - ip_y \\ -p_z \end{pmatrix}. \quad (1.26)$$

Si se normalizan los espinores de tal manera que

$$u^\dagger u = 2E,$$

con

$$u = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \eta \end{pmatrix} \implies u^\dagger = (\alpha^* \beta^* \gamma^* \eta^*),$$

entonces finalmente las cuatro soluciones serán:

$$u^{(1)} = N \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{p_z}{E+m} \\ \frac{p_x+ip_y}{E+m} \end{pmatrix}, \quad (1.27)$$

$$u^{(2)} = N \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{p_x+ip_y}{E+m} \\ \frac{-p_z}{E+m} \end{pmatrix}, \quad (1.28)$$

$$u^{(3)} = N \begin{pmatrix} \frac{p_z}{E-m} \\ \frac{p_x+ip_y}{E-m} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.29)$$

$$u^{(4)} = N \begin{pmatrix} \frac{p_x-ip_y}{E-m} \\ \frac{-p_z}{E-m} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1.30)$$

donde  $N$  es una constante de normalización, en este caso

$$N = \sqrt{E + m}. \quad (1.31)$$

Por convención, se denotan a los estados de partículas con  $E > 0$  como  $u^{(s)}$  donde  $s=1,2$ , y a los estados de antipartículas con  $0 > E$  como  $u^{(s)} = v^{(i)}$  donde  $v^{(1)} = u^{(3)}$  y  $v^{(2)} = u^{(4)}$ .

### 1.3. Helicidad y Quiralidad

Analizando las soluciones a la ecuación de Dirac, se puede notar que los estados  $u^{(s)}$  y  $v^{(s)}$ , son degeneradas en  $E$  y  $\vec{p}$  respectivamente. Existe una observable adicional que conmuta con  $\hat{H}$  y  $\hat{P}$ , que sirve para diferenciar dichos estados. Dicha observable es conocida como helicidad,

$$\hat{p} \cdot \Sigma = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} \cdot \hat{p} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \end{pmatrix}, \quad (1.32)$$

donde

$$\hat{p} = \frac{\vec{p}}{|\vec{p}|} \quad y \quad \vec{\Sigma} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix}$$

es la matriz de espín para partículas de Dirac. Tenemos que

$$[\hat{H}, \hat{p} \cdot \vec{\Sigma}] = 0, \quad (1.33)$$

$$[\hat{P}, \hat{p} \cdot \vec{\Sigma}] = 0, \quad (1.34)$$

lo cual nos dice que la helicidad ( $\lambda$ ) es un buen número cuántico que puede ser usado para etiquetar estados. Para una partícula de Dirac, la helicidad representa la proyección del espín en la dirección del movimiento. Los posibles eigenvalores del operador de helicidad son:

$$\lambda = \begin{cases} 1 & \text{helicidad positiva,} \\ -1 & \text{helicidad negativa.} \end{cases}$$

Si  $\lambda$  es positivo, la proyección del espín sobre el momento es paralela a la dirección del movimiento, en cambio, si  $\lambda$  es negativo, la proyección del espín sobre el momento es antiparalela a la dirección del movimiento.

Procederemos a definir otro operador conocido como quiralidad. Se definen los operadores de proyección de quiralidad izquierda y quiralidad derecha como:

$$P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5), \quad (1.35)$$

$$P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5), \quad (1.36)$$

respectivamente, donde

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

aplicando el operador  $P_L$  a un espinor de Dirac, tenemos

$$u_L(p) = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u(p). \quad (1.37)$$

Ahora, usando (1.20) y (1.21) en (1.37) nos queda

$$\gamma^5 u_L(p) = \begin{pmatrix} \frac{\vec{p} \cdot \vec{\sigma}}{E-m} & 0 \\ 0 & \frac{\vec{p} \cdot \vec{\sigma}}{E+m} \end{pmatrix} u(p), \quad (1.38)$$

notemos que haciendo  $m \rightarrow 0$  se tiene que  $E = |\vec{p}|$  y entonces (1.38) se transforma en

$$\gamma^5 u_L(p) = \begin{pmatrix} \hat{p} \cdot \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \hat{p} \cdot \vec{\sigma} \end{pmatrix} u(p), \quad (1.39)$$

esto es,

$$\gamma^5 u_L(p) = (\vec{p} \cdot \vec{\Sigma})u(p), \quad (1.40)$$

recordando que  $\hat{p} \cdot \vec{\Sigma}$  es el operador de helicidad con eigenvalores  $\pm 1$ . Entonces, para partículas de Dirac sin masa,

$$\frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u(p) = \begin{cases} 0 & \text{si } u(p) \text{ tiene helicidad } +1, \\ 1 & \text{si } u(p) \text{ tiene helicidad } -1. \end{cases}$$

Generalmente, el operador  $\frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$  se usa como un proyector, eligiendo la componente con helicidad  $-1$  de  $u(p)$ . Por otra parte, si la partícula es masiva, solo es en el régimen ultrarelativista en donde se cumple (1.40) y es en este límite en donde  $u_L$  tiene helicidad  $-1$ . Por otro lado se obtienen estados con  $\lambda = +1$  cuando se usa el operador de quiralidad derecha sobre  $u(p)$  en el caso  $m \rightarrow 0$  o ultrarelativista. Para una partícula masiva la quiralidad se vuelve una propiedad intrínseca de la partícula, esto es, una partícula masiva puede tener helicidad derecha o izquierda (esto solo depende del sistema de referencia en el que se vea la partícula), pero su quiralidad no va a cambiar ya que no depende de un sistema de referencia.

## 1.4. Representación de interacción

Uno de los objetivos de esta tesis es el cálculo de la sección eficaz de un neutrino de altas energías con la materia. Esta clase de interacciones pueden llegar a ser muy complicadas matemáticamente hablando, y encontrar soluciones exactas se vuelve una tarea prácticamente imposible. Debido a esto aproximaremos la solución por medio de teoría de perturbaciones. Para esto, en las siguientes subsecciones se abordarán los conceptos básicos de teoría de perturbaciones, esto nos permitirá calcular con un alto grado de precisión la sección eficaz que buscamos.

Como sabemos, la mecánica cuántica puede ser formulada en diferentes, pero completamente equivalentes, representaciones. Ejemplos son la representación de Schrödinger (los operadores no evolucionan mientras que los vectores de estado dependen del tiempo) y la representación de Heisenberg (los vectores de estado no evolucionan y los operadores son los que dependen del tiempo). Existe un tipo de representación que es un punto medio entre Schrödinger y Heisenberg, a esta formulación se le llama la representación de Dirac (o de interacción). Esta formulación tiene la ventaja que nos permite separar en la solución la contribución proveniente del hamiltoniano libre de la contribución del hamiltoniano de interacción entre los campos. Para esto, primero asumimos que el hamiltoniano del sistema con el cual estamos trabajando se puede separar en dos partes:

$$H = H_0 + H_I, \quad (1.41)$$

donde el hamiltoniano  $H_0$  corresponde al hamiltoniano de las partículas libres, mientras que  $H_I$  contiene toda la información que corresponde a la interacción de los campos que se están considerando. Con esto, la representación de interacción viene dada por las transformaciones

$$|\psi(t)\rangle^I = e^{i\hat{H}_0^S t} |\psi(t)\rangle^S, \quad (1.42)$$

$$\hat{O}^I(t) = e^{i\hat{H}_0^S t} \hat{O}^S e^{-i\hat{H}_0^S t}, \quad (1.43)$$

donde:

$|\psi(t)\rangle^I$  es el vector de estado del sistema en la representación de interacción,

$|\psi(t)\rangle^S$  es el vector de estado del sistema en la representación de Schrödinger,

$\hat{O}^I(t)$  es un operador en la representación de interacción (nótese que ahora depende del tiempo), mientras que

$\hat{O}$  es el mismo operador, pero en la representación de Schrödinger.

Entonces la ecuación de Schrödinger que describe la evolución temporal del vector  $|\psi(t)\rangle^I$  de estado, tiene la forma

$$i\partial_t |\psi(t)\rangle^I = -\hat{H}_0^S e^{i\hat{H}_0^S t} |\psi(t)\rangle^S + e^{i\hat{H}_0^S t} i\partial_t |\psi(t)\rangle^S \quad (1.44)$$

$$= -\hat{H}_0^S |\psi(t)\rangle^I + e^{i\hat{H}_0^S t} \hat{H}_0^S e^{-i\hat{H}_0^S t} e^{i\hat{H}_0^S t} |\psi(t)\rangle^S \quad (1.45)$$

$$= (\hat{H}^I - \hat{H}_0^S) |\psi(t)\rangle^I \quad (1.46)$$

$$= (\hat{H}^I - \hat{H}_0^I) |\psi(t)\rangle^I \quad (1.47)$$

donde se ha usado que

$$\hat{H}_0^I = e^{i\hat{H}_0^S t} \hat{H}_0^S e^{-i\hat{H}_0^S t} = \hat{H}_0^S,$$

en (1.44) para obtener (1.47). Finalmente, nos queda que

$$i\partial_t |\psi(t)\rangle^I = \hat{H}_I^I |\psi(t)\rangle^I. \quad (1.48)$$

## 1.5. Teoría de Perturbaciones

Ahora, para resolver la ec. (1.48) proponemos una solución de la forma

$$|\psi(t)\rangle^I = \hat{S}(t, t_0) |\psi(t_0)\rangle^I, \quad (1.49)$$

donde

$|\psi(t_0)\rangle^I$  es el vector de estado del sistema en el tiempo  $t = t_0$ , y  $\hat{S}(t, t_0)$  es el operador de evolución temporal.

Para obtener la ecuación de evolución del operador  $\hat{S}(t, t_0)$  se sustituye (1.49) en (1.48) obteniendo,

$$i\partial_t \hat{S}(t, t_0) = \hat{H}_I \hat{S}(t, t_0). \quad (1.50)$$

Fijando la condición inicial

$$\hat{S}(t_0, t_0) = \hat{I}, \quad (1.51)$$

se tiene la solución

$$\hat{S}(t, t_0) = \hat{T} \left[ e^{-i \int_{t_0}^t \hat{H}_I(x) dt} \right], \quad (1.52)$$

siendo  $\hat{T}$  el operador de orden cronológico. Resulta que primero se resuelve (1.50) integrando, luego la solución se expande en serie por iteración, de esto resulta un producto de integrales en  $t$ , los límites superiores de las integrales que se obtienen son mutuamente dependientes, lo que hace que su evaluación sea muy difícil. Las integrales están acomodadas de forma que sus límites cubran consecutivamente el intervalo de tiempo que dura la interacción. Esto se garantiza introduciendo el operador de orden cronológico. Este operador acomoda sus argumentos en orden descendente en el tiempo de tal manera que las integrales aparezcan en el orden señalado. La ec. (1.52) se puede expandir como

$$\hat{S}(t, t_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{S}_n(t, t_0), \quad (1.53)$$

con

$$\hat{S}_n(t, t_0) = \frac{(-i)^n}{n!} \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \dots \int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_n \hat{T}[\hat{H}_I^I(t_1) \dots \hat{H}_I^I(t_n)]. \quad (1.54)$$

A esta serie se le llama serie de Dyson.

En teoría de perturbaciones donde  $g$  es pequeña, se expresa  $\hat{H}_I^I$  en términos de la constante de acoplamiento:

$$\hat{H}_I^I = g \hat{V}_I \quad (1.55)$$

de forma tal que

$$\hat{S}(t, t_0) = \sum_{n=0}^{\infty} g^n \hat{s}(t, t_0), \quad (1.56)$$

y

$$\hat{s}(t, t_0) = \frac{(-i)^n}{n!} \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \dots \int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_n \hat{T}[\hat{V}_I(t_1) \dots \hat{V}_I(t_n)]. \quad (1.57)$$

Para trabajar con este formalismo se tiene que tomar en cuenta lo siguiente:

- Se comienza con un sistema inicial de partículas libres en  $t = -\infty$ . Estos estados se conocen como estados asintóticos.
- Las partículas después de la interacción cuando  $t = +\infty$  tienen que encontrarse igualmente en un estado de partículas libres en  $t = \infty$  (asintótico).
- En el caso de teoría de perturbaciones, cuando  $g \ll 1$ , se hace una aproximación a (1.57) conservando los primeros términos de la expansión.
- Para calcular la probabilidad de que después de una interacción el estado se encuentre en  $|\psi_f\rangle$ , se calcula la amplitud de probabilidad:

$$S_{fi} = \langle \psi_f | \psi(t = \infty) \rangle = \langle \psi_f | \hat{S} | \psi(t_0) \rangle. \quad (1.58)$$

Si se trabaja con el primer término diferente de cero en la serie, se dice que se está trabajando a nivel árbol.

Ahora bien, si tenemos la densidad lagrangiana  $\mathcal{L}$  (definida por  $L = \int \mathcal{L} d^3x$ , donde  $L$  es el lagrangiano) correspondiente a la interacción que deseamos estudiar, se puede obtener la densidad hamiltoniana  $\mathcal{H}$  (que se define por  $H = \int \mathcal{H} d^3x$ , donde  $H$  es el hamiltoniano) utilizando una transformación de Legendre,

$$\mathcal{H} = \pi \dot{\phi} - \mathcal{L}, \quad (1.59)$$

donde  $\phi$  es el campo a transformar y  $\pi$  es el momento conjugado dado por  $\partial_t \phi$ . Por lo que, si tenemos la densidad lagrangiana (de interacción)  $\mathcal{L}$  de un sistema, podemos obtener el hamiltoniano de interacción  $\mathcal{H}_I$  y proceder al cálculo de amplitudes de probabilidad de donde se obtienen secciones eficaces, etc.

## 1.6. Amplitud invariante

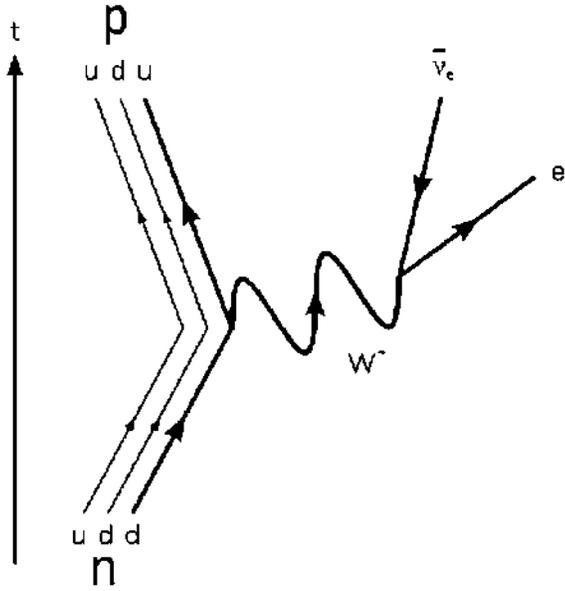
Finalmente, definimos la amplitud invariante  $M_{fi}$  utilizando el elemento de matriz  $S_{fi}$ . Para el proceso de dispersión  $p_1 + p_2 \rightarrow p_3 + p_4$  (ver fig. 1.2), se tiene:

$$S_{fi} = i(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) M_{fi} \frac{1}{\sqrt{2E_1 V}} \frac{1}{\sqrt{2E_2 V}} \frac{1}{\sqrt{2E_3 V}} \frac{1}{\sqrt{2E_4 V}} \quad (1.60)$$

donde la delta de Dirac impone la conservación de energía-momento y  $V$  es el volumen de la caja en donde estamos normalizando. Esta amplitud invariante  $M_{fi}$  es importante debido a que varias cantidades importantes se obtienen a partir de ella, como lo es la sección eficaz, tiempos de decaimiento, razones de decaimiento, etc.

## 1.7. Diagramas de Feynman

Los diagramas de Feynman son representaciones gráficas de cada uno de los términos de la serie de Dyson. Estos nos ayudan a calcular matrices de amplitud invariante de una manera sencilla y directa. Por ejemplo, el diagrama de Feynman correspondiente al decaimiento beta del neutrón  $n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$  se puede ver en la fig. 1.1.



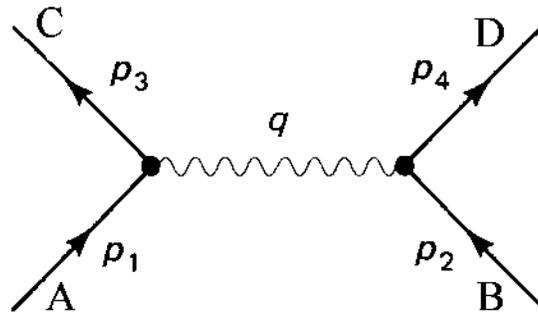
**Figura 1.1:** Ejemplo de diagrama de Feynman para el decaimiento beta del neutrón.

Consideremos la siguiente interacción de las partículas  $A + B \rightarrow C + D$  a nivel árbol mediada por el bosón intermediario  $Q$  con su diagrama correspondiente como se aprecia en la fig.1.2.

En este caso,  $p_1$  y  $p_2$  son los momentos asociados a las partículas entrantes  $A$  y  $B$ ,  $p_3$  y  $p_4$  los momentos asociados a las partículas salientes  $C$  y  $D$ , y  $q$  es el momento asociado al propagador  $Q$ .

Para el diagrama de la fig. 1.2 (con el tiempo apuntando hacia arriba y cada línea externa representando un fermión), las reglas para obtener  $-iM_{fi}$  son:

- A cada línea entrante apuntando hacia arriba se asocia un espinor  $u$ .
- A cada línea saliente apuntando hacia arriba se asocia un espinor  $\bar{u}$ .
- A cada línea saliente apuntando hacia abajo se asocia un espinor  $\bar{v}$ .
- A cada línea entrante apuntando hacia abajo se asocia un espinor  $v$



**Figura 1.2:** Diagrama de Feynman correspondiente a la interacción de  $A$  y  $B$ .

- Constante de acoplamiento: Cuando la interacción es mediada por la fuerza débil y el bosón mediador es el  $W^\pm$ , por cada vértice de interacción se escribe un factor

$$-i \frac{g}{\sqrt{2}} \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5),$$

donde  $g$  es la constante de acoplamiento para interacciones débiles.

- Propagador para interacciones débiles: por cada línea interna se escribe un factor

$$-i \left( \frac{-g_{\mu\delta} + \frac{q_\mu q_\delta}{M^2}}{q^2 - M^2} \right)$$

donde  $q$  es el cuadrimomento del propagador y  $M$  es la masa del bosón intermedio.

Con esto nos será fácil obtener las amplitudes invariantes y los elementos de matriz para las secciones eficaces que calcularemos en el capítulo 5.



## 2 Interacciones débiles

### 2.1. Decaimiento beta, la solución de Fermi y el neutrino

En 1911, Lise Meiter y Otto Hahn realizaron un experimento donde mostraron que la energía de los electrones emitidos en el decaimiento beta del neutrón (el cual se pensaba que consistía en la transformación del neutrón en un protón y la emisión de un electrón) tiene un espectro continuo en vez de discreto. El problema de este espectro continuo radica en que el cambio de energía inicial está bien determinado, y por la conservación de energía, los electrones emitidos tendrían una energía bien definida. Con un espectro continuo se ponía en duda el principio de conservación de energía. En 1930, Wolfgang Pauli <sup>1</sup>escribió una carta donde proponía la existencia de una partícula hipotética, el neutrino, que era emitida al mismo tiempo que el electrón y era la responsable de llevarse la energía faltante.

En 1932, Enrico Fermi dió una solución al problema del espectro de energía de los electrones emitidos en el decaimiento beta del neutrón. Esto lo logró utilizando un acoplamiento puntual entre corrientes parecidas a las utilizadas en Electrodinámica Cuántica (QED) e incorporando la partícula postulada por Wolfgang Pauli, el neutrino. Como ejemplo, la amplitud invariante para la dispersión electromagnética electrón-protón a bajas energías tiene la forma:

$$M_{fi} = (+e\bar{u}_p\gamma^\mu u_p) \left( \frac{-1}{q^2} \right) (-e\bar{u}_e\gamma_\mu u_e), \quad (2.1)$$

donde  $e$  es la carga del electrón mientras que  $u_p$  y  $u_e$  son los espinores asociados al protón y al electrón, respectivamente, y el término  $\frac{1}{q^2}$  es el propagador del fotón intermediario.

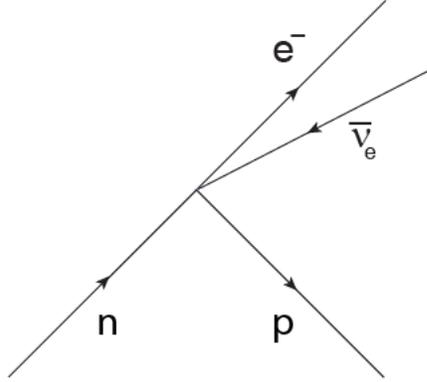
La forma de la amplitud invariante  $M_{fi}$  dada por Fermi para el decaimiento beta del neutrón,  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$  (fig. 2.1) es:

$$M_{fi} = G(\bar{u}_p\gamma^\mu u_n)(\bar{u}_e\gamma_\mu u_{\nu_e}), \quad (2.2)$$

---

<sup>1</sup>De hecho, Pauli nombró neutrón a esta partícula, después fue renombrada neutrino por Fermi ya que para cuando éste la utilizó en su teoría del decaimiento beta ya se había descubierto el neutrón en el núcleo atómico.

considerando al protón como una partícula de Dirac sin estructura interna. La constante  $G$  (que determina la fuerza con la que la interacción se lleva a cabo) es la constante de acoplamiento de Fermi y tiene el valor de  $1.6637 \times 10^{-5} GeV^{-2}$  mientras que  $u_n$ ,  $u_p$ ,  $u_{\nu_e}$  y  $u_e$  son los espinores asociados al neutrón, protón, neutrino del electrón y electrón, respectivamente. Hay que notar la ausencia de propagador en esta expresión.



**Figura 2.1:** Diagrama de Feynman correspondiente al decaimiento beta  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$  en el modelo de Fermi.

## 2.2. Violación de la simetría de paridad y el experimento de Wu y Ambler

Una transformación de paridad es aquella en donde se invierten las coordenadas espaciales, esto es  $x_i \rightarrow -x_i$ . Como ya habíamos mencionado, una partícula puede tener quiralidad derecha o quiralidad izquierda y la transformación que las relaciona es la de paridad. Cuando un fenómeno cuántico no es el mismo ante una transformación de paridad, a este fenómeno se le llama quiral.

A principios de los años 50, los científicos se encontraron con un problema algo particular conocido como el acertijo Tau-Theta (“Tau-Theta puzzle”). Resulta que se encontraron dos partículas llamadas Theta ( $\theta$ ) y Tau ( $\tau$ ) que decaían en dos y tres piones, respectivamente:  $\theta^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$  y  $\tau^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$ . El problema se hacía notar cuando se consideraban los tiempos de vida, la masa, el espín, la carga, etc., de las partículas  $\theta$  y  $\tau$ , resultaba que dichas propiedades eran idénticas, excepto el producto

de sus decaimientos. Del tiempo de vida de las partículas ( $1/\tau \sim 10^{-8}s$ ) se encontró que la fuerza débil debía ser responsable de los decaimientos. Si se asumía que éstas partículas eran iguales, se tenía un problema fundamental y éste era que las paridades de los estados finales del decaimiento de estas partículas eran opuestas indicando que la paridad no se conservaba, lo que no podía ser explicado con la teoría de Fermi de las interacciones débiles (esto debido a que en la interacción propuesta por Fermi se tienen acoplamientos entre corrientes vectoriales, las cuales no violan paridad). Por lo tanto, si se trataba de dos partículas  $\theta$  y  $\tau$  idénticas, entonces, la fuerza débil no debía respetar la paridad. Tiempo después en 1956, Yang y Lee buscaron en la literatura indicios de experimentos que evidenciaran la conservación de paridad en las interacciones débiles, al no encontrar evidencia de esto, propusieron varios experimentos con los cuales se podrían investigar si la simetría de paridad se conservaba. En ese mismo año, comenzaron varios de los experimentos para probar lo anterior. El primero y más famoso fue realizado por Chien-Shiung Wu y E. Ambler que confirmaría la violación de simetría de paridad en interacciones débiles [10]. Todo esto llevaría al desarrollo de la teoría V-A para interacciones débiles en donde los acoplamientos entre partículas que interactúan débilmente son descritos mediante el acoplamiento de corrientes formadas por la suma de un acoplamiento vectorial (V) menos una axial (A), donde la axial es el responsable de la violación de simetría de paridad en las interacciones débiles.

El experimento sugerido por Yang y Lee involucraba el decaimiento beta del  $Co^{60}$ . Este decaimiento está gobernado por las interacciones débiles e involucra la transformación de un neutrón en un protón en el núcleo atómico, acompañado por la creación de un electrón y un antineutrino del electrón ( $Co^{60} \rightarrow Ni^{60} + e^- + \bar{\nu}_e$ ). En el experimento, primeramente el espín del núcleo se alinea a lo largo de cierta dirección usando un campo magnético externo. Cuando el núcleo decae débilmente, se libera un electrón bajo un cierto ángulo como en la fig. 2.2.

Ahora, si colocamos al sistema frente a un espejo como en la fig. 2.3 veremos que en el sistema imagen, el electrón ahora es expulsado bajo un ángulo  $(\pi - \theta)$  respecto al espín del núcleo espejo. De esta manera, si la paridad es una simetría de la naturaleza bajo interacciones débiles, entonces la distribución angular de los decaimientos en el experimento sería tal que veríamos la misma situación en su imagen sin poder distinguir entre ellas (se emitiría el mismo número de electrones en la dirección  $\theta$  en el mundo real y en el mundo espejo, respecto a la dirección del espín del núcleo atómico respectivo). El experimento de Wu mostró que esto no se cumplía y que de hecho hay un ángulo preferencial para la emisión de los electrones correspondiente a la dirección opuesta al espín del núcleo atómico i.e.  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$  (en el mundo real).

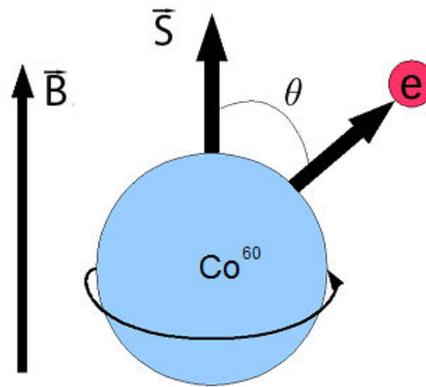


Figura 2.2: Electrón expulsado por un núcleo atómico

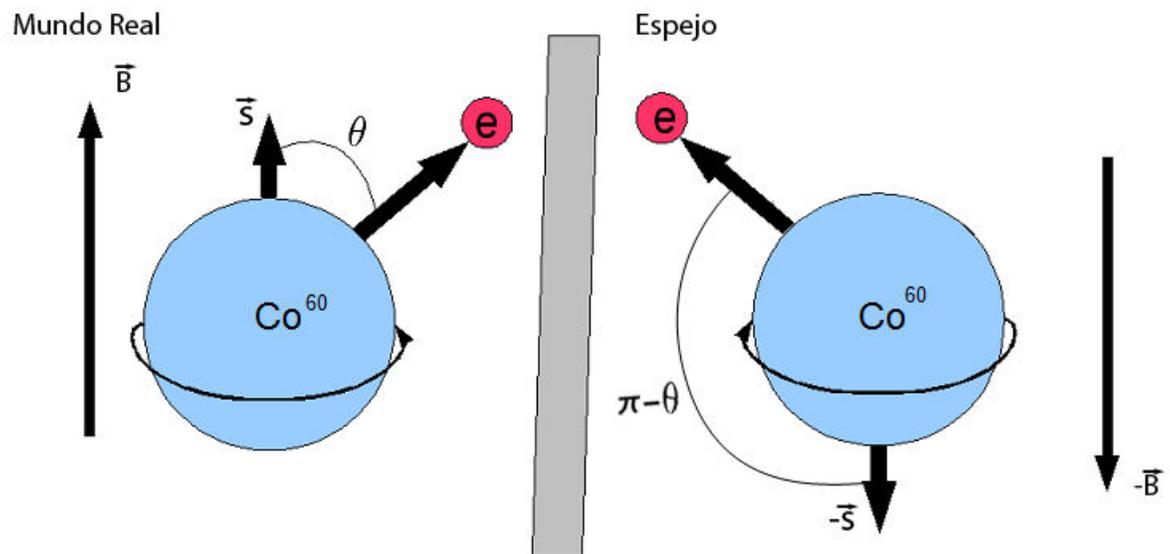
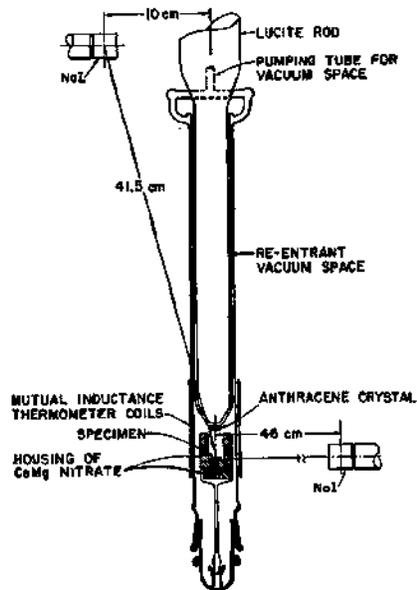


Figura 2.3: Comparación del decaimiento del  $Ni^{60}$  en el mundo real y el mundo espejo.

El experimento de Wu consistió en medir los electrones producto del decaimiento beta del  $Co^{60}$ . Este núcleo atómico fue elegido por que ya existía una forma de polarizarlo magnéticamente con el método de Rose-Gorter. El  $Co^{60}$  decae en  $Ni^{60}$  por decaimiento beta. El  $Ni^{60}$  que se produce del decaimiento se encuentra en un estado excitado y rápidamente se relaja emitiendo dos rayos gamma. Resulta que las direcciones en la que

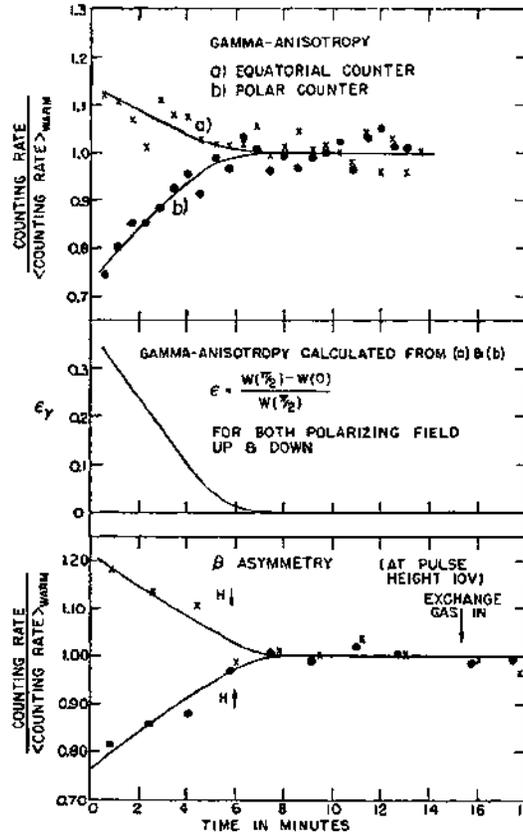
salen estos rayos gamma están relacionadas con la dirección del espín del  $Co^{60}$  y, así, en el experimento de Wu, el grado de polarización del  $Co^{60}$  se puede medir analizando la distribución de los rayos gamma emitidos en direcciones distintas. Para revisar esto, Wu usó dos centelladores de NaI colocados en los ángulos cenital y ecuatorial como se puede ver en la fig. 2.4.



**Figura 2.4:** Arreglo usado por Wu y Ambler en el experimento de violación de paridad en el decaimiento beta del  $Co^{60}$ .

Para detectar las partículas beta, un cristal de antraceno se colocó a 2 cm de la fuente de  $Co^{60}$ . Los destellos en el cristal eran transportados a través de una guía de luz de Lucita hasta un tubo fotomultiplicador para su detección.

Cuando se analizaron las asimetrías de los rayos gamma y de los electrones se encontró que la emisión de los electrones estaba más favorecida en la dirección opuesta a la del espín nuclear, lo que señalaba una violación de paridad (ver fig. 2.5). Aunque era difícil en el experimento cuantificar la cantidad de asimetría, Wu estimó que el 70 % de los electrones no eran despedidos en la dirección del espín del núcleo (si la simetría se respetara, uno esperaría que el número de electrones despedidos fuera igual en ambas direcciones respecto al espín), confirmando la violación de paridad de las interacciones débiles.



**Figura 2.5:** Resultados de experimento de Wu y Ambler. En la gráfica superior e inferior se aprecian los resultados de las mediciones de asimetría en la emisión de rayos gamma y electrones, respectivamente, en el decaimiento beta del  $Co^{60}$ , para diferentes direcciones de polarización del campo magnético (H). Este campo disminuye con el tiempo, y después de casi 6 minutos ha decaído casi en su totalidad.

### 2.3. El neutrino

Ahora hablaremos con más profundidad de las características del neutrino. El neutrino, el cual fue detectado experimentalmente por primera vez en 1956 por Clyde Cowan y Frederick Reines, es una partícula elemental con masa muy pequeña ( $\sum m_\nu \leq 0.62eV$ ), clasificada como fermión (espín  $\frac{1}{2}$ ), que no tiene carga eléctrica e interactúa solo débil y gravitacionalmente. Existen tres tipos o sabores de neutrinos correspondientes a cada una de las familias de leptones (más adelante hablaremos con más detalle de estas familias), esto es, existe un neutrino asociado al electrón (neutrino del electrón), otro asociado al muón (neutrino del muón) y otro al tau (neutrino del tau), así como sus

respectivas antipartículas.

Una particularidad del neutrino es que, a diferencia de los demás leptones, sólo parecen existir neutrinos con quiralidad izquierda y antineutrinos con quiralidad derecha, por lo tanto, las interacciones con los neutrinos (antineutrinos) tienen que ser mediante corrientes izquierdas (derechas).

A finales de los años 60, varios experimentos mostraron discrepancias entre el flujo de neutrinos provenientes del Sol y el predicho teóricamente, estos experimentos encontraron que el flujo detectado era aproximadamente entre  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{1}{2}$  del flujo predicho por el modelo estándar solar. Esto fue conocido como el problema de los neutrinos solares, y no fue resuelto hasta 30 años después con la confirmación de la oscilación de neutrinos en el vacío por el experimento de neutrinos solares SNO (Sudbury Neutrino Observatory) que era capaz de detectar los tres sabores de neutrinos provenientes del Sol.

La teoría de oscilación de neutrinos postula que éstas partículas cambian de sabor cuando viajan en el vacío, esto sucede ya que los estados físicos de los neutrinos corresponden a combinaciones lineales de los estados de masas y a que dichos estados poseen masas diferentes. De ésta forma, a raíz de los experimentos de oscilaciones se determinó, a su vez, que los neutrinos son masivos.

## 2.4. Modelo estándar de las partículas e interacciones fundamentales

El Modelo Estándar (ME) es un nombre dado en los años 70's a una teoría cuántica que describe a las partículas fundamentales y como estas interactúan mediante las fuerzas electromagnética, débil y fuerte. Está conformado por 17 partículas elementales (sin contar antipartículas ni cargas de color) esto es, que no poseen estructura interna, organizadas en los siguientes grupos o familias (ver fig. 2.6) :

Leptones: Partículas con espín  $\frac{1}{2}$  que interactúan por medio de la fuerza débil y gravitacional, aunque también algunos leptones pueden interactuar por medio de la fuerza electromagnética como el electrón.

Quarks: En la naturaleza estas partículas solo se encuentran en grupo formando hadrones (hecho que se conoce como confinamiento). Los hadrones se dividen en dos grupos: bariones (como los protones y los neutrones) formados por tres quarks y los mesones (como los piones) formados por dos quarks. Los quarks pueden interactuar electromagnéticamente (ya que tienen carga eléctrica fraccionaria), débilmente, fuertemente (ya que tienen carga de color) y gravitacionalmente. Al igual que los leptones, los quarks tienen espín  $\frac{1}{2}$ .

Bosones: Nombre dado a cualquier partícula con espín entero, además algunas de ellas son las responsables de la transmisión de las fuerzas fundamentales (por lo pronto, dejamos fuera la gravedad): el fotón es el transmisor de la fuerza electromagnética, los bosones  $W^\pm$  y  $Z^0$  son los transmisores de la fuerza débil en interacciones cargadas y neutras, respectivamente, el gluón es el transmisor de la fuerza fuerte.

Por otra parte encontramos el bosón de Higgs que es el resultado de la excitación del campo de Higgs, este último responsable de otorgarle masa a los fermiones (nombre dado a cualquier partícula de espín semientero, como los quarks y los leptones) y los bosones  $W^\pm$  y  $Z^0$ .

mass →	$\approx 2.3 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.275 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 173.07 \text{ GeV}/c^2$	0	$\approx 126 \text{ GeV}/c^2$
charge →	$2/3$	$2/3$	$2/3$	0	0
spin →	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	0
	<b>u</b> up	<b>c</b> charm	<b>t</b> top	<b>g</b> gluon	<b>H</b> Higgs boson
<b>QUARKS</b>	$\approx 4.8 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 95 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 4.18 \text{ GeV}/c^2$	0	
	$-1/3$	$-1/3$	$-1/3$	0	
	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	
	<b>d</b> down	<b>s</b> strange	<b>b</b> bottom	<b><math>\gamma</math></b> photon	
	$0.511 \text{ MeV}/c^2$	$105.7 \text{ MeV}/c^2$	$1.777 \text{ GeV}/c^2$	$91.2 \text{ GeV}/c^2$	
	-1	-1	-1	0	
	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	
	<b>e</b> electron	<b><math>\mu</math></b> muon	<b><math>\tau</math></b> tau	<b>Z</b> Z boson	
<b>LEPTONS</b>	$< 2.2 \text{ eV}/c^2$	$< 0.17 \text{ MeV}/c^2$	$< 15.5 \text{ MeV}/c^2$	$80.4 \text{ GeV}/c^2$	
	0	0	0	$\pm 1$	
	$1/2$	$1/2$	$1/2$	1	
	<b><math>\nu_e</math></b> electron neutrino	<b><math>\nu_\mu</math></b> muon neutrino	<b><math>\nu_\tau</math></b> tau neutrino	<b>W</b> W boson	
				<b>GAUGE BOSONS</b>	

Figura 2.6: Tabla de las partículas elementales del Modelo Estándar.

Matemáticamente, el Modelo Estándar utiliza el lenguaje de la teoría cuántica de campos que se basa en el principio de norma, con el cual se asocia un bosón de interacción a cada generador de las simetrías  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  que gobiernan la física en la teoría.

Al Modelo Estándar lo conforman:

- La electrodinámica cuántica (QED por sus siglas en inglés): Esta teoría integra el grupo de simetría  $U(1)_{em}$  y describe las interacciones entre partículas cargadas, entre los fotones y de partículas cargadas con fotones. Esta es una de las teorías

más precisas que se hayan creado, haciendo predicciones de algunas magnitudes físicas de hasta 20 cifras significativas (un ejemplo de esto es el valor de la constante de estructura fina  $\alpha$ ). Shin'ichirō Tomonaga, Julian Schwinger y Richard Feynman recibieron el premio Nobel de Física en 1965 por su desarrollo.

- La teoría de las interacciones débiles: Esta teoría describe los procesos mediados por las interacciones débiles. Estas interacciones son las responsables del decaimiento beta radioactivo y participa en ciertas reacciones nucleares, así como en una gran variedad de reacciones que involucran al neutrino. Las interacciones débiles son mediadas por los bosones de norma cargados  $W^\pm$  y el bosón  $Z^0$ . Dado que los bosones intermediarios son muy pesados, las interacciones débiles son de muy corta distancia. Un ejemplo de esta interacción es el decaimiento beta del neutrón.
- La cromodinámica cuántica (QCD por sus siglas en inglés): Esta teoría describe las interacciones fuertes. Fue propuesta a comienzos de los años 70 por David Politzer, Frank Wilczek y David Gross para describir la estructura de los bariones (partículas formadas por 3 quarks) y de los mesones (partículas formadas por 2 quarks), así como las interacciones entre los quarks y los gluones. Es una teoría de norma no-abeliana gobernada por el grupo de simetría  $SU(3)$ . Por su trabajo en cromodinámica cuántica, a Gross, Wilczek, y Politzer les fue concedido el Premio Nobel de Física del año 2004.

Cabe mencionar que en el Modelo Estándar, la Electrodinámica Cuántica y la Teoría débil forman parte de una sola teoría denominada Teoría Electrodébil que está gobernada por el grupo de norma  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , donde las interacciones débiles y electromagnéticas se unifican en una sola fuerza a altas energías. Arriba de  $E > 100$  GeV la fuerza electromagnética se une con la fuerza débil en una única fuerza bautizada como electrodébil. La Teoría Electrodébil fue desarrollada en la década de los sesenta por Sheldon Lee Glashow, Abdus Salam y Steven Weinberg quienes ganaron el premio Nobel de física en 1979 por dicho desarrollo.

Por otra parte, aunque el Modelo Estándar es una de las teorías científicas más precisas en cuanto a sus predicciones (tanto así que se le ha llamado la “teoría de casi todo”), como la predicción de la libertad asintótica, que nos dice que a muy altas energías los quarks que constituyen a los hadrones se comportan como partículas libres, aún existen toda una serie de fenómenos que no han podido ser explicados, como lo son: el problema de la materia oscura, la energía oscura y como adquieren masa los neutrinos, esto ya que en el Modelo Estándar los neutrinos no tienen masa, pero debido a los resultados de los experimentos de oscilaciones de neutrinos se sabe actualmente que tienen masa aunque puede ser muy pequeña. Finalmente el Modelo Estándar no integra a la fuerza de gravedad debido a que fue construido sin tomarla en consideración esto por que a las escalas de nuestros experimentos actuales su magnitud no es relevante en comparación con el de las otras fuerzas.

## 2.5. Lagrangiano para interacciones débiles

En este trabajo nos enfocaremos en las interacciones débiles ya que más adelante trabajaremos con interacciones similares.

En el Modelo Estándar, la densidad lagrangiana para las interacciones débiles mediadas por bosones  $W^\pm$  es dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{cc} = & \frac{-g}{2\sqrt{2}} \left[ \sum_{f=1}^n \bar{\nu}^f \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \ell^f + \sum_{f,g=1}^n \bar{u}^f \gamma^\mu (1 - \gamma^5) V_{fg} d^g \right] W_\mu^+ \\ & + \frac{-g}{2\sqrt{2}} \left[ \sum_{f=1}^n \bar{\ell}^f \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu^f + \sum_{f,g=1}^n \bar{d}^f \gamma^\mu (1 - \gamma^5) V_{fg}^* u^g \right] W_\mu^-, \end{aligned} \quad (2.3)$$

donde:

$\mathcal{L}$  es la densidad lagrangiana.

$n$  es el número de familias de fermiones.

$g$  es la constante de acoplamiento débil que se relaciona con la constante de Fermi por la relación  $G_F = \frac{\sqrt{2}}{8} \frac{g^2}{M_W^2}$ , siendo  $M_W^2$  la masa del bosón  $W^\pm$  intermediario de las interacciones débiles cargadas. Esta constante también se relaciona con la carga del electrón por medio de la ecuación  $g = \frac{e}{\sin(\theta_w)}$ .

$\nu^f$  es el neutrino correspondiente a la familia  $f$ .

$\ell^f$  es el leptón cargado correspondiente a la familia  $f$ .

$V_{fg}$  es la matriz de mezcla entre quarks con carga  $-1/3$ , también se le llama matriz CKM (siglas para Cabibbo–Kobayashi–Maskawa). En este trabajo tomaremos esta matriz como diagonal, ya que no tomaremos en cuenta las transiciones entre diferentes familias del quark.

$W_\mu^\pm$  es el bosón de norma de las interacciones débiles cargadas.

Este lagrangiano,  $\mathcal{L}_{cc}$  (2.3), describe las interacciones débiles entre fermiones mediadas por bosones de norma cargados  $W^\pm$ , además, rompe la simetría de paridad debido al término  $(1 - \gamma^5)$ , por lo tanto, solo permite interacciones donde intervengan fermiones con quiralidad izquierda y/o antifermiones con quiralidad derecha.

Para las interacciones mediadas por el bosón  $Z^0$  neutro en el Modelo Estándar se tiene la densidad lagrangiana:

$$\mathcal{L}_n = \frac{g}{4 \cos(\theta_w)} \sum_{f=1}^n [\bar{\nu}^f \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \nu^f + \bar{\ell}^f \gamma^\mu (-1 + 4 \sin^2(\theta_w) + \gamma^5) \ell^f]$$

$$+ \bar{u}^f \gamma^\mu \left(1 - \frac{8}{3} \sin^2(\theta_w) - \gamma^5\right) u^f + \bar{d}^f \gamma^\mu \left(-1 + \frac{4}{3} \sin^2(\theta_w) + \gamma^5\right) d^f \Big] Z_\mu \quad (2.4)$$

donde:

$u^f$  es el espinor asociado al quark *up* de la familia  $f$ .

$d^f$  es el espinor asociado al quark *down* de la familia  $f$ .

$g$  es la constante de acoplamiento débil.

$\theta_w$  es el ángulo de Weinberg o ángulo de mezcla electrodébil (“*electroweak mixing angle*”) definido como  $M_Z = \frac{M_W}{\cos(\theta_w)}$  (con  $M_Z$  la masa del bosón  $Z^0$  y  $M_W$ , la masa del bosón  $W$ ).



# 3 Neutrinos estériles y el modelo izquierdo-derecho (“Left-Right”)

## 3.1. Neutrinos estériles

El neutrino estéril<sup>1</sup> (también llamado neutrino derecho) es una partícula hipotética, que de existir, permitiría resolver ciertas discrepancias que se han presentado a raíz de los resultados de recientes experimentos y de ciertas observaciones del universo con telescopios espaciales. Más adelante, discutiremos algunas de estas discrepancias pero, por lo pronto, presentamos algunas de las propiedades más generales de los neutrinos estériles :

- Masa: Actualmente, existen varios estudios, tanto teóricos como experimentales, que sugieren que estos neutrinos pueden ser masivos. De ser masivos, los neutrinos estériles podrían dar lugar a dos términos diferentes de masa: un término de masa tipo Dirac, lo que implicaría que los neutrinos estériles no podrían ser su propia antipartícula, y otro tipo Majorana, lo que indicaría que los neutrinos estériles son su propia antipartícula. Uno de los mecanismos para explicar la masa de los neutrinos en el Modelo Estándar es el mecanismo de sube y baja (“Sew Saw”), este mecanismo requiere de la existencia de un nuevo neutrino masivo estéril.
- Interacciones: Los neutrinos estériles debido a sus números cuánticos, no interactúan mediante las fuerzas o interacciones del Modelo Estándar, de ahí el nombre de estéril. Sólo se verían afectados gravitacionalmente. Sin embargo, en ciertas extensiones del Modelo Estándar, los neutrinos estériles podrían tener ciertas interacciones aunque muy débiles. Un ejemplo de extensión del ME son los modelos izquierdo-derechos, esta clase de modelos son un ejemplo de teorías más allá del Modelo Estándar donde los neutrinos si pueden interactuar con la materia. Con estos modelos izquierdo-derechos se pretende restaurar la simetría de paridad a energías del orden de varios  $TeV's$  lo que requiere una pareja de quiralidad derecha por cada fermión izquierdo del Modelo Estándar. Entre los varios modelos izquierdo-derechos existentes nosotros nos concentraremos en

---

<sup>1</sup>Se les llama neutrinos estériles debido a que, si bien, se pueden integrar al Modelo Estándar sin la necesidad de hacer modificaciones, estos no interactuarían con ninguna otra partícula del Modelo Estándar.

el modelo mínimo izquierdo-derecho, el cual consiste en reemplazar la simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  por  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ , donde  $B$  es el número bariónico y  $L$  es el número leptónico. Gracias a este reemplazo esta extensión al Modelo Estándar, el modelo izquierdo-derecho, posee, además de las interacciones izquierdas del ME, otras del tipo derecho (cargadas y neutras) mediadas por bosones derechos débiles cargados y neutros.

- **Quiralidad:** Los neutrinos estériles, en los modelos izquierdo-derechos, poseen quiralidad derecha y corresponden a las contrapartes quirales del neutrino izquierdo ordinario del Modelo Estándar. Al igual que los neutrinos del Modelo Estándar los neutrinos estériles tienen carga neutra, espín  $\frac{1}{2}$  e isospín débil  $\frac{1}{2}$ , esto debido a que, si bien, en el Modelo Estándar el neutrino estéril se puede agregar sin hacer modificaciones, este tendría un isospín débil de 0, ya que forma parte de un singlete y, por tanto, no interactuaría con ninguna otra partícula, pero en el modelo mínimo izquierdo-derecho el neutrino estéril forma parte de un doblete en la simetría  $SU(2)_R$  por lo que podría interactuar con otras partículas del ME. Además, el neutrino estéril en este modelo tiene hipercarga  $-1$  y no tiene carga de color ya que no interactuaría con la fuerza fuerte.

Por otra parte, todas estas características de los neutrinos estériles se pueden aprovechar para resolver una serie de enigmas en la física moderna como los que se comentan a continuación.

## 3.2. El experimento LSND y MiniBooNe

La primera posible evidencia en torno a la existencia de los neutrinos derechos proviene de los experimentos LSND y su sucesor el experimento MiniBooNE [11]. Estos experimentos fueron diseñados para medir oscilaciones de neutrinos activos con diferencias de masa del orden de  $\Delta m^2 \approx 1eV^2$ . En esta clase de experimentos se genera un haz de neutrinos de cierta clase. Este haz se envía contra un detector, al final del cual se colocan detectores para saber si aparecieron neutrinos de otra clase por el fenómeno de oscilación. Los dos experimentos obtuvieron mediciones sobre la oscilación  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ . Adicionalmente, MiniBooNE obtuvo mediciones sobre las oscilaciones  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ . Los resultados de los experimentos mostraron un exceso de neutrinos en la oscilación  $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ . Por otra parte, el MiniBooNE también midió un exceso de neutrinos al final de la oscilación  $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ . Para explicar estos excesos de neutrinos en las mediciones, se analizaron escenarios con neutrinos estériles, ya que un escenario de tres neutrinos activos no explica los resultados de oscilaciones de neutrinos atmosféricos, solares, y de aceleradores, simultáneamente. En particular, se estudiaron modelos con  $3 + 1$  neutrinos (3 neutrinos activos y 1 neutrino estéril) y  $3 + 2$  neutrinos (3 neutrinos activos y 2 estériles).

Para el escenario de  $3 + 1$  (3 neutrinos activos y 1 neutrino estéril) el mejor ajuste de los resultados arrojó que la diferencia entre el primer estado de masa,  $\nu_1$ , activo, y el cuarto estado de masa,  $\nu_4$ , estéril, es:

$$\Delta m_{41}^2 = 0.92 \text{ eV}^2,$$

con un 55 % de nivel de confianza. Por otra parte, para el escenario  $3 + 2$  (3 neutrinos activos y 2 neutrino estériles) se obtuvo que el mejor ajuste de los datos es descrito con las siguientes diferencias de masa:

$$\Delta m_{41}^2 = 0.92 \text{ eV}^2,$$

$$\Delta m_{51}^2 = 17 \text{ eV}^2,$$

en donde  $\Delta m_{41}$  es la diferencia entre el estado de masa del neutrino  $\nu_4$ , estéril, y el estado de masa del neutrino  $\nu_1$ , activo, y  $\Delta m_{51}$  es la diferencia entre el estado de masa del neutrino  $\nu_5$ , estéril, y el  $\nu_1$ , activo, con un nivel de confianza del 69 %. Podemos ver los ajustes para los casos  $3 + 1$  y  $3 + 2$  en la Fig. 3.1.

Con estos resultados, los autores concluyeron que el escenario de  $3 + 2$  (3 neutrinos activos y 2 neutrinos estériles) es el que mejor explica los datos.

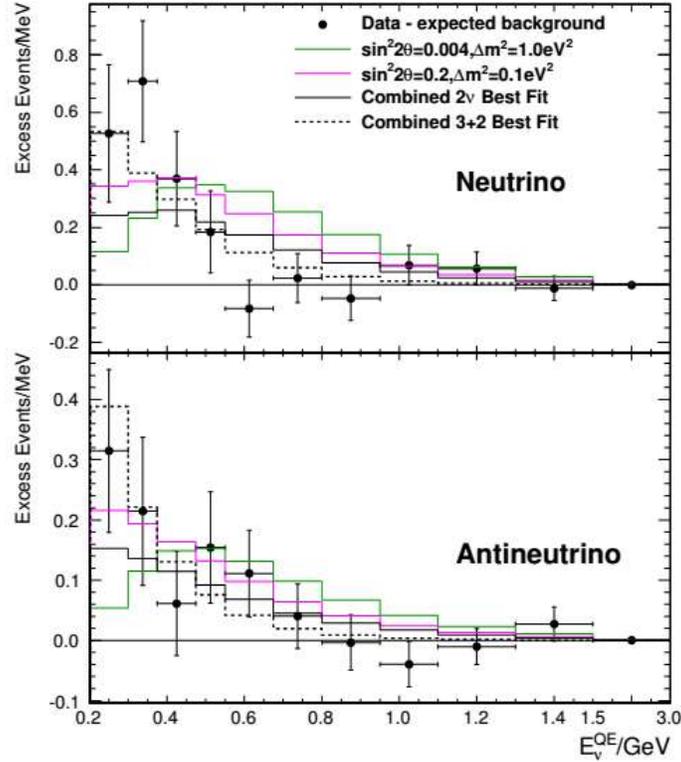
### 3.3. La anomalía del Galio

Los detectores de los experimentos de neutrinos solares GALLEX y SAGE [6](que contienen cámaras de  $^{71}\text{Ga}$ ) fueron calibrados colocando fuentes artificiales de radiación en los detectores. La calibración se llevó a cabo usando las fuentes radiactivas  $^{51}\text{Cr}$  y  $^{37}\text{Ar}$ . Las fuentes producen los neutrinos necesarios mediante reacciones de captura electrónica  $e^- + ^{51}\text{Cr} \rightarrow ^{51}\text{V} + \nu_e$  y  $e^- + ^{37}\text{Ar} \rightarrow ^{37}\text{Cl} + \nu_e$ . Los neutrinos resultantes de estas reacciones eran capturados por el  $^{71}\text{Ga}$  en las cámaras de los detectores por medio de la reacción  $\nu_e + ^{71}\text{Ga} \rightarrow ^{71}\text{Ge} + e^-$ .

Al obtener la razón de neutrinos medidos respecto a los predichos teóricamente, se encontró que en promedio dicha razón es  $R_B^{Ga} = 0.86 \pm 0.05$ , lo que implica que el número de eventos medidos es  $2.8\sigma$  menor al predicho. A esta discrepancia se le conoce como la anomalía del Galio.

Para explicar esta anomalía en el ritmo de producción de  $^{71}\text{Ge}$ , se podría considerar que parte de los neutrinos desaparecen. La desaparición del neutrino del electrón se puede deber a oscilaciones a corta distancia. La probabilidad de supervivencia del neutrino del electrón está dada por

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}^{SBL}(L, E) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left( \frac{\Delta m^2 L}{4E} \right), \quad (3.1)$$



**Figura 3.1:** Ajustes a los datos del experimento MiniBooNE. Se puede observar que el modelo 3+2 (línea punteada) se ajusta mejor a los datos experimentales.

donde  $\theta$  es el ángulo de mezcla,  $\Delta m^2$  es la diferencia cuadrática de las masas de la pareja de neutrinos que participa en la oscilación,  $L$  es la longitud del camino recorrido por el neutrino y  $E$  es la energía del haz. Los mejores ajustes de los resultados del experimento con la fórmula (3.1) para el déficit anterior resultaron en:

$$\sin^2 2\theta_{bf} = 0.50,$$

$$\Delta m_{bf}^2 \simeq 2.24 \text{ eV}^2.$$

En este caso  $\Delta m_{bf}^2$ , está bastante por encima de las diferencias para experimentos de neutrinos solares y atmosféricos. Por ejemplo, los experimentos con neutrinos solares dan  $\Delta m_{sol}^2 \simeq 8 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$  y atmosféricos,  $\Delta m_{atm}^2 \simeq 2 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ . Por lo que para agregar esta nueva diferencia se necesitaría un esquema de 4 neutrinos (3 activos y 1 estéril) debido a que los experimentos del acelerador LEP solo permiten la existencia de 3 neutrinos activos.

### 3.4. Deficiencia de neutrinos en reactores nucleares

Los experimentos de neutrinos con reactores nucleares estudian las oscilaciones de antineutrinos del electrón a corta distancia. Estos experimentos miden el flujo de antineutrinos a cierta distancia del reactor y lo comparan con el flujo de antineutrinos predicho. En particular los experimentos de antineutrinos de reactores nucleares miden la desaparición de antineutrinos debida a oscilaciones.

Para medir esta diferencia es necesario el cálculo teórico del flujo de antineutrinos producido por el reactor (todos los antineutrinos producidos en el reactor son del tipo  $\bar{\nu}_e$  debido al decaimiento beta inverso de los neutrones que se producen de forma abundante como producto de la fisión nuclear).

Hasta finales del 2010, los resultados de los experimentos de oscilaciones de antineutrinos en reactores estaban en total acuerdo con la mezcla de los sabores de neutrinos  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  y  $\nu_\tau$  y con la presencia de tres estados de masa con las diferencias de masas  $|\Delta m_{31}^2| \simeq 2.4 \times 10^{-3}$  y  $\Delta m_{21}^2/|m_{31}^2| \simeq 0.032$ . Por otra parte, el flujo de reactores anteriormente estimado también estaba en acuerdo con el flujo medido, con una razón entre flujo medido y predicho de

$$R_{old} = 0.980 \pm 0.024. \quad (3.2)$$

Ahora bien, recientemente, durante los preparativos para el experimento Double Chooz de neutrinos nucleares, el grupo Saclay reevaluó el flujo de antineutrinos del reactor Chooz y encontró que el flujo calculado por ellos es mayor que el estimado con anterioridad en  $\approx +3\%$  obteniendo una razón de  $R = 0.927 \pm 0.023$  [6]. En un intento por explicar esta discrepancia entre el flujo medido y el predicho, se incluyeron escenarios de  $3 + 1$  neutrinos (3 neutrinos activos y 1 neutrino estéril) con la finalidad de obtener un  $\Delta m_{new}^2$  mayor, que produciría oscilaciones a muy corta distancia que modificarían el valor de  $R$ . Mediante el ajuste de la fórmula de oscilación de la ec. (3.1) se obtuvieron los siguientes parámetros

$$\begin{aligned} |\Delta m^2| &= 2.4 \text{ eV}^2, \\ \sin^2 2\theta &= 0.14, \end{aligned}$$

donde  $|\Delta m^2|$  corresponde a la diferencia de masa del neutrino estéril y alguno de los neutrinos activos.

### 3.5. Mediciones del telescopio espacial Planck

Recientemente, el satélite espacial Planck expuso una potencial discrepancia entre las observaciones del universo a valores altos y bajos del corrimiento al rojo cuando las observaciones son interpretadas con el modelo Lambda-CDM de seis parámetros

[12]. En particular, Planck encontró un valor más alto de la densidad de materia en la época de la recombinación que la obtenida en mediciones previas. Estos ligeros cambios medidos a grandes corrimientos al rojo (“*redshifts*”) afectan los valores de las observables medidas en la época actual. En particular, el ritmo de expansión del universo  $H_0$  al día de hoy disminuiría y la formación de estructura a escala cosmológica se incrementaría. Estos cambios discrepan entre  $2\sigma$  y  $3\sigma$  con observaciones actuales directas de  $H_0$  y mediciones de la abundancia de cúmulos de galaxias, respectivamente.

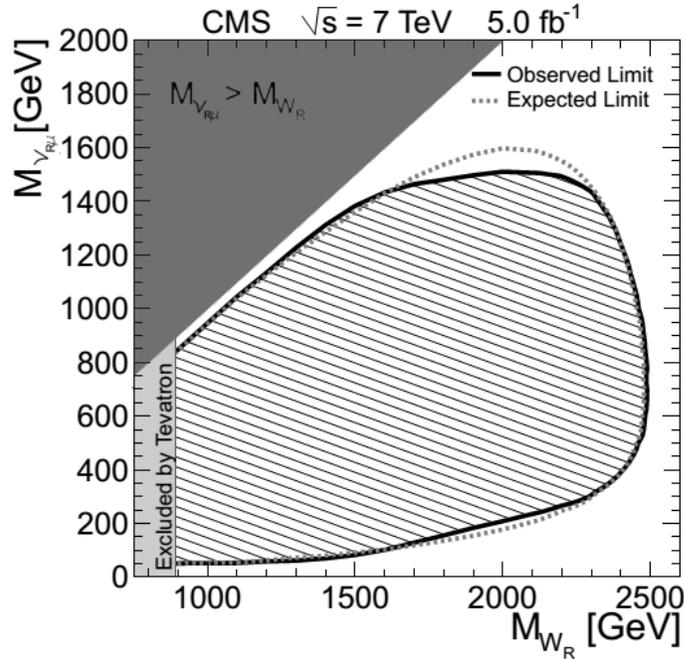
Los neutrinos masivos ofrecen una forma de reconciliar estas discrepancias con las observaciones. Estos cambian el ritmo de expansión en la época de la recombinación, aumentando  $H_0$ . Además, la formación de estructura a escala cosmológica se puede disminuir si se consideran neutrinos derechos masivos.

Finalmente, ajustando las especies de neutrinos y su masa, asumiendo el modelo Lambda-CDM de seis parámetros, para obtener el valor de  $H_0$  y la formación de estructura medida previamente, se encontró una masa efectiva para el neutrino estéril de  $m_\nu = 0.62 eV$  y para el número de especies de neutrinos de  $N_{eff} = 3.73$ , si los neutrinos estériles están distribuidos de forma proporcional al de los neutrinos activos debido a las oscilaciones.

## 3.6. Experimentos en el LHC

Por otra parte, de los datos extraídos de experimentos en el LHC [13] se han impuesto también límites a las masas tanto de los neutrinos estériles como de bosones de norma  $W_R$  que podrían mediar interacciones con otros fermiones mediante corrientes derechas en modelos más allá del estándar. De los datos tomados con el detector CMS, la colaboración del experimento CMS obtuvo una región de exclusión para las masas del neutrino estéril y del bosón  $W_R$  correspondiente a los intervalos  $0 < M_{W_R} \leq 2500 GeV$ ,  $0 < M_{\nu_{R\mu}} \leq 2000 GeV$ . No se incluyó en el estudio la región  $M_{\nu_{R\mu}} > M_{W_R}$ .

La región de exclusión determinada por la colaboración del CMS para las masas de los neutrinos estériles y de los bosones cargados derechos se puede ver en la Fig 3.2.



**Figura 3.2:** Región de exclusión (líneas diagonales) para las masas de neutrinos estériles establecidas por la colaboración del experimento CMS del LHC con un 95 % de nivel de confianza. La región más oscura es una región no explorada por el experimento. La región ligeramente oscura es una región de exclusión dada por la colaboración del Tevatrón.

### 3.7. Modelo mínimo izquierdo-derecho y el lagrangiano para interacciones electrodébiles derechas

En el Modelo Estándar los neutrinos estériles son neutrinos derechos que se pueden integrar sin la necesidad de hacer modificaciones a la teoría, pero en este caso los neutrinos derechos no interactúan por medio de las fuerzas electrodébil o fuertes, solamente gravitacionalmente. Sin embargo, como se mencionó anteriormente, existen extensiones tales como las izquierdo-derecho que permitirían al neutrino estéril tener algunas ligeras interacciones con la materia a través de nuevos portadores de fuerza [14] (ver cuadro 3.1). Por otra parte, otro de los objetivos de los modelos izquierdo-derecho es la restauración de la simetría de paridad a energías del orden de varios  $TeV$ 's, para esto se requiere una pareja derecha por cada fermión izquierdo en el Modelo Estándar.

El modelo mínimo izquierdo-derecho extiende el Modelo Estándar sustituyendo la si-

metría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  del ME por  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$ , donde  $B$  es el número bariónico,  $L$  es el número leptónico, y donde la hipercarga  $Y$  del ME es resultado de la combinación  $Y = T_{3R} + \frac{B-L}{2}$ , donde  $T_{3R}$  es la tercera componente del isospín derecho asociado con  $SU(2)_R$ . El modelo mínimo izquierdo-derecho es el que usaremos para llevar a cabo los cálculos en capítulos posteriores.

Las interacciones con corrientes débiles derechas requieren de un bosón de norma derecho  $W_R^\pm$  para las interacciones cargadas y un bosón derecho neutro  $Z_R^0$  para las interacciones neutras.

$SU(2)_L$	$SU(2)_R$
$(\nu_i)_R$	$(\nu_i)_L$
$\left( \begin{array}{c} \nu_i \\ i \end{array} \right)_L$	$\left( \begin{array}{c} \nu_i \\ i \end{array} \right)_R$

**Cuadro 3.1:** Singletes y dobletes de los leptones bajo las simetrías  $SU(2)_L$  y  $SU(2)_R$  dentro del modelo mínimo izquierdo-derecho.

Como se mencionó en este modelo, existen 3 sabores de neutrinos derechos en correspondencia con los neutrinos izquierdos del Modelo Estándar.

Finalmente, el lagrangiano para interacciones débiles derechas cargadas, que tiene una estructura similar al de las interacciones izquierdas excepto por la estructura quiral de las corrientes, que ahora son derechas, es:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I = & \frac{-g_R}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^3 \left( \bar{\ell}_i U_{\ell i} \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) \nu_i W_{R\mu}^- + \bar{d}_i \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) V_{ij} u_j W_{R\mu}^- \right) + \\ & + \frac{-g_R}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^3 \left( \bar{\nu}_i U_{i\ell}^\dagger \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) \ell_i W_{R\mu}^+ + \bar{u}_j \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) V_{ij}^\dagger d_i W_{R\mu}^+ \right), \end{aligned} \quad (3.3)$$

donde:

$g_R$  es la constante de acoplamiento para las interacciones débiles derechas cuyo valor aún está indeterminado, pero que en este trabajo tomaremos del mismo orden de magnitud que la constante  $g_L$  para las interacciones débiles izquierdas.

$\nu_i$  neutrino derecho de masa  $m_i$ .

$\ell$  representa un leptón cargado ( $e, \mu, \tau$ ).

$d$  es el espinor asociado a un quark de sabor down.

$u$  es el espinor asociado a un quark tipo up.

$W_R^\pm$  es el bosón mediador de las interacciones débiles derechas. Al igual que con el neutrino estéril aún se desconoce el valor que tiene su masa.

$V_{fg}$  es la matriz CKM (siglas para Cabibbo–Kobayashi–Maskawa). En este trabajo tomaremos esta matriz como diagonal, ya que no tomaremos en cuenta las transiciones entre diferentes familias del quark.

$U_{\ell i}$  es la matriz de Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata de mezcla de neutrinos. En esta tesis no consideraremos oscilaciones de neutrinos, por lo tanto, tomaremos  $U_{\ell i} = I$ .

Por otro lado las reglas de Feynman para este tipo de interacciones son prácticamente iguales que las de las interacciones débiles izquierdas, los únicos cambios se presentan para el término del vértice que se reemplaza por

$$-i \frac{g_R}{\sqrt{2}} \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 + \gamma^5),$$

y en el propagador del  $W_R^\pm$ , en donde la masa del bosón cargado  $W^\pm$  del Modelo Estándar se cambia por la masa del bosón derecho  $W_R^\pm$ , esto es  $M \rightarrow M_R$  por lo que el propagador es

$$-i \left( \frac{-g_{\mu\delta} + \frac{q_\mu q_\delta}{M_R^2}}{q^2 - M_R^2} \right).$$

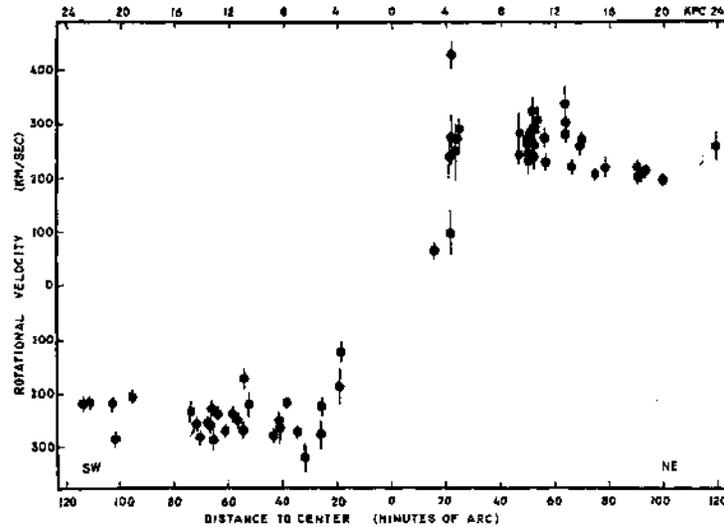


## 4 Materia oscura y rayos cósmicos

Uno de los grandes enigmas de la física actual es la materia oscura. Actualmente no se sabe cuál es la naturaleza de la materia oscura, podría tratarse de partículas exóticas, o bien, de algún problema con la teoría de la gravitación, es difícil saberlo debido a que lo único que se ha podido detectar de la materia oscura son sus efectos gravitacionales aunque podría tener interacciones débiles que le permitirían interaccionar con la materia, a ultra altas energías sería posible que los rayos cósmicos interactuaran con ella, lo que se vería reflejado en la forma del espectro de energía. Uno de nuestros objetivos es obtener límites para algunas de las propiedades de la materia oscura suponiendo que está formada completamente por neutrinos estériles, para esto es necesario revisar algunas de las propiedades conocidas de la materia oscura, cosa que haremos a continuación. En este capítulo, hablaremos brevemente acerca de la materia oscura, acerca de las primeras mediciones que permitieron inferir su existencia y sobre su distribución en la Vía Láctea, asumiendo que está formada por partículas. Lo anterior para tener una idea de las propiedades generales de la materia oscura y emplear parte de esta información para nuestros cálculos posteriores. Después exploraremos brevemente las propiedades de los rayos cósmicos y presentaremos un método con el cual los rayos cósmicos (originalmente propuesta por [7]) nos podrían ayudar a explorar la naturaleza de la materia oscura, bajo la hipótesis de que esta última pudiera estar formada por partículas exóticas (neutrinos derechos en nuestro caso) que interaccionan débilmente con la materia.

### 4.1. Materia oscura

La existencia de la materia oscura ha sido inferida gracias a varias mediciones astronómicas. Su existencia fue propuesta para resolver serias discrepancias encontradas al estimar la cantidad de materia en sistemas astrofísicos. El problema fue señalado por primera vez, en 1969 por Vera C. Rubin y W. Kent Ford durante el estudio de la curva de rotación de la galaxia M31 [15]. En dicha curva de rotación, se presentaba la velocidad del gas y las estrellas en función de la distancia,  $r$ , al centro de la galaxia. Ellos encontraron que para distancias grandes al centro galáctico, la velocidad del material visible en dicha galaxia se mantenía aproximadamente constante con el radio (ver Fig. 4.1.).



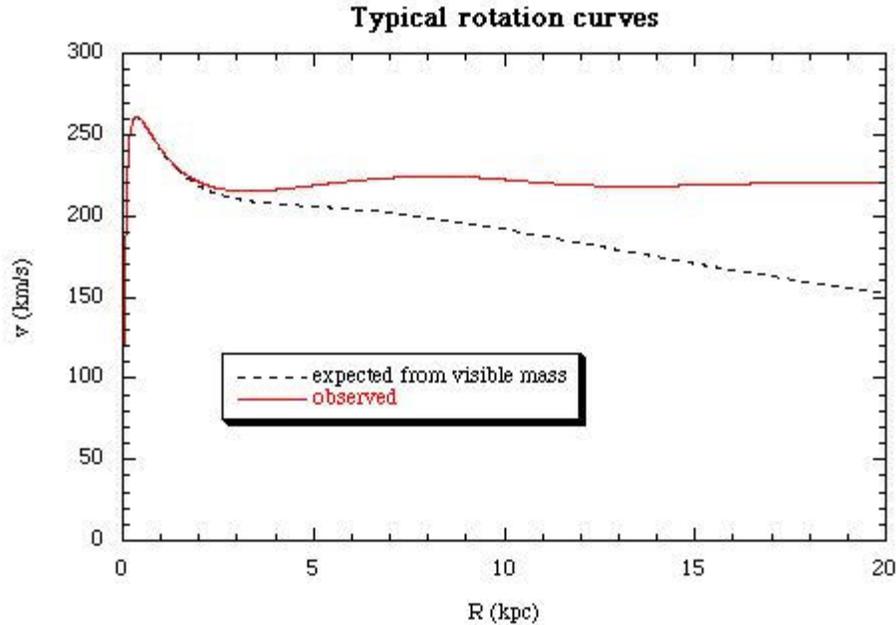
**Figura 4.1:** Distribución de las velocidades de rotación de la materia luminosa del disco galáctico de M31 medida por Vera C. Rubin y W. Kent Ford en 1979.

Vera C. Rubin y W. Kent Ford determinaron en base a la curva de rotación medida para M31 y a la ley de la gravitación universal que la densidad de masa de la galaxia debía ser uniforme a grandes distancias del centro galáctico (mas allá de la región que concentra a la mayoría de las estrellas). En particular, Rubin y Ford encontraron que para explicar el comportamiento de las curvas de rotación, la densidad de masa de la galaxia debía variar de forma proporcional a  $r$ , esto es,

$$M(r) \propto r, \quad (4.1)$$

lo que no era consistente con las observaciones de la densidad de materia luminosa en la galaxia, la cual varía de la forma  $v(r) \propto \frac{1}{\sqrt{r}}$  (ver Fig. 4.2).

En 1979, Vera C. Rubin, W. Kent Ford y Norbert Thonnard [2], basados en las curvas de rotación de 21 galaxias, infirieron que la masa de las galaxias no se encuentra concentrada en el centro y que existe materia más allá de los límites visibles de la galaxia (Fig. 4.3.) que no es visible y que es más abundante que la materia que si es visible. Esta fue una de las primeras evidencias verdaderamente importantes que sugería la existencia de materia oscura. Es importante mencionar que el término materia oscura engloba todo tipo de materia “invisible”, por ejemplo, cuerpos celestes poco brillantes como para ser detectados por los modernos instrumentos astronómicos, entre ellos podrían mencionarse los MACHOS, enanas café, agujeros negros, etc. Pero aún considerando estos cuerpos dentro de la materia oscura, las observaciones astronómicas indican que su contribución no es suficiente para obtener la cantidad de materia faltante que explique las discrepancias en las observaciones astronómicas.

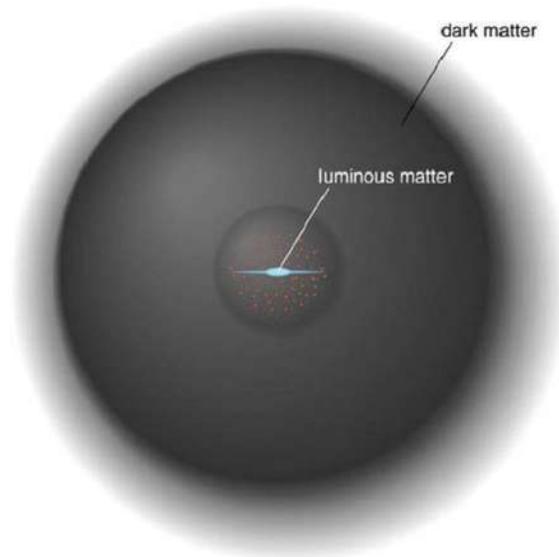


**Figura 4.2:** Comparación entre la curva de rotación esperada (línea punteada) para una distribución de masa semejante a la de la materia visible contra la curva de rotación inferida (línea sólida) de las observaciones astronómicas para la Vía Láctea.

Actualmente se emplean varios métodos indirectos para inferir la existencia de la materia oscura y su distribución. La mayoría consisten en estudiar los efectos gravitacionales de dicha materia sobre la luz y sistemas astrofísicos. Algunos de estos métodos son: lentes gravitacionales, estudio de la formación de estructuras a gran escala en el universo, etc. En dirección al cúmulo de Virgo se identificó lo que parece ser una galaxia formada de gas y materia oscura (también llamada galaxia oscura), esto se logró analizando la velocidad del gas de la galaxia a través de su corrimiento al rojo (“*redshift*”) [16]. El estudio mostró que el gas de la galaxia al parecer está girando en torno a un punto, y que la masa inferida para explicar las velocidades observadas debía ser mucho más grande que la cantidad total de materia inferida. Esta galaxia oscura lleva por nombre VIRGOHI21 y se encuentra en el cúmulo de Virgo (Ver Fig. 4.4).

En cuanto a la naturaleza de la materia oscura no se sabe casi nada, no se sabe si está compuesta de partículas o es un problema en nuestra teoría de la gravitación. Algunas propiedades de la materia oscura son; no poseer carga eléctrica, interactuar débilmente, no interactuar fuertemente e interactuar gravitacionalmente. Entre los posibles candidatos exóticos a materia oscura que cumplen estas características están:

WIMP´s: Siglas para “*Weakly Interactive Massive Particles*” (partículas masivas débil-



**Figura 4.3:** Distribución de materia en una típica galaxia espiral inferida por el ajuste a las curvas de rotación.

mente interactuantes). Para ser materia oscura los LSP tienen que ser estables o tener un tiempo largo de vida. Esto sucede en algunos modelos de supersimetría. Entre estas partículas se encuentran las llamadas LSP “lightest supersymmetric particle” (partícula supersimétrica más ligera) que corresponden a las partículas más ligeras en cada modelo de supersimetría (un ejemplo de LSP es el neutralino con una masa arriba de  $100 \text{ GeV}$ ). Otro tipo de WIMP’s son los neutrinos derechos masivos y estables. Los WIMP’s son una de las propuestas más viables, ya que de forma natural, WIMP’s como reliquias térmicas y sección eficaz  $\sigma_{prom} \approx 10^{-26} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$  podrían explicar las propiedades observadas de la materia oscura [17]. También pueden llegar a tener masas de hasta la escala de Planck o de las GUT.

**Axiones:** Estas partículas pseudoescalares surgen de un intento de explicar por qué la fuerza fuerte obedece la simetría CP. Entre otras cosas, la simetría CP evita que el neutrón tenga un momento dipolar eléctrico muy grande. Sin ella es muy difícil entender por qué no se ha detectado dicho momento dipolar. La mejor explicación para esto es la simetría cuya rotura espontánea predice la existencia de una nueva partícula ligera y neutra llamada axión.

Además de estas propuestas existen otras más entre las que se hallan los WIMPzillas, Q-balls, los gravitinos, materia espejo y los neutrinos derechos, entre otros. Sobre estos últimos se enfoca esta tesis.

También se ha considerado la posibilidad de que la materia oscura esté formada de neutrinos izquierdos relativistas del Modelo Estándar. En este panorama, se ha en-



**Figura 4.4:** La elipse muestra la región en la que se encontró la galaxia VIRGOHI21 compuesta de materia oscura en la dirección del cúmulo de Virgo.

contrado que aunque los neutrinos son masivos sus masas no son lo suficientemente grandes para contribuir en gran medida a la materia oscura y a pesar de que se puede considerar que existe un gran número de neutrinos, el exceso de neutrinos disolvería las estructuras observadas a pequeña escala en el universo, como las galaxias.

Otra posible explicación para la materia oscura son las teorías de dinámica newtoniana modificada (MOND, por sus siglas en inglés). Estas teorías proponen una modificación a la segunda ley de Newton de tal manera que se puedan explicar las curvas de de rotación galáctica. Sin embargo, presentan también serios problemas, por ejemplo, en el caso de cúmulos galácticos.

En la siguiente sección se discutirá un poco sobre la distribución de materia oscura en la Vía Láctea.

## **4.2. Modelo de Einasto de distribución de materia oscura en la Vía Láctea**

En base a las observaciones astronómicas se han propuesto ya varios modelos que pretenden describir la distribución de la materia oscura en la Vía Láctea y en galaxias

como la nuestra. Uno de los más conocidos, y el que usaremos en este trabajo, ya que no diverge para valores pequeños de  $r$ , es el propuesto por Jaan Einasto [18] en 1963. Originalmente este modelo apareció para describir la distribución de densidad de un sistema estelar esférico, aunque también se usa para describir la densidad de materia oscura en el halo galáctico [19]. La distribución de Einasto está dada por la expresión:

$$\rho_E = \rho_s \exp\left(-\frac{2}{\alpha} \left[\left(\frac{r}{r_s}\right)^\alpha - 1\right]\right), \quad (4.2)$$

donde:

$r$  es la distancia medida desde el centro de la galaxia.

$\rho_s$  es la densidad al radio  $r_s$  que define un volumen que contiene a la mitad de la masa total del halo.

$\alpha$  es un parámetro que gobierna la forma en que se aglomera la materia en el modelo.

Ajustando los parámetros de este modelo de forma que la fórmula (4.2) reproduzca las estimaciones de materia oscura en el Sistema Solar ( $\rho_{dm} = 0.039 \pm 0.03 \text{ GeV/cm}^3$  [20]) se obtiene  $\rho_s = 0.0715 \text{ GeV/cm}^3$ ,  $r_s = 21 \text{ kpc}$  y  $\alpha = 0.22$  [21].

A continuación hablaremos un poco acerca de los rayos cósmicos, ya que nos interesa investigar las posibles interacciones entre la materia oscura, que en nuestro caso está compuesta de neutrinos estériles, y las partículas que constituyen los rayos cósmicos.

### 4.3. Rayos cósmicos

Rayos cósmicos es el término dado a la radiación de altas energías que llega a la tierra, en forma de electrones, núcleos atómicos y neutrones, así como sus parejas de antimateria. Algunas de las partículas de esta radiación puede llegar a alcanzar energías del orden de  $10^{20} \text{ eV}$ , aunque hay evidencia de rayos cósmicos que pueden tomar energías mucho más elevadas. Muestra de esto es la llamada señal “Oh My God” en donde se detecto un rayo cósmico que poseía una energía del orden de  $3 \times 10^{20} \text{ eV}$  ( $3 \times 10^8 \text{ TeV}$ ).

Sabemos que esta radiación proviene del espacio exterior, y también, que su intensidad cambia con la latitud (a bajas energías) indicando que consiste, en su mayor parte, de partículas cargadas que son afectadas por el campo magnético de la Tierra.

Los rayos cósmicos están compuestos aproximadamente de un 89% de protones, un 9% de partículas alfa (núcleos de Helio), un 1% de electrones y el resto, de núcleos atómicos más pesados y partículas de antimateria. Los de bajas energías ( $E < 10 \text{ GeV}$ ) son generados por el Sol, los de altas energías ( $E < 10^9 \text{ GeV}$ ) se piensa que se originan en explosiones de supernovas y los de ultra altas energías ( $E > 10^9 \text{ GeV}$ ) se cree que se

originan en núcleos de galaxias activas, galaxias tipo “starburst”, etc. La colaboración del FermiLat ha comprobado que los remanentes de supernovas IC 443 y W44 son fuentes de rayos cósmicos con energías que pueden alcanzar hasta 100  $TeV$ .

Resulta que para rayos cósmicos de ultra alta energía formados por protones, existe un límite a la máxima energía con que podrían ser detectados en la Tierra, de provenir de fuentes extragalácticas de tipo astrofísico. Este límite se conoce como límite GZK (Greisen–Zatsepin–Kuzmin). En 1966, Kenneth Greisen, Vadim Kuzmin y Georgiy Zatsepin mostraron que este límite se debe a que los protones después de alcanzar cierta energía ( $\approx 10^{19}$   $eV$ ) son capaces de interactuar con los fotones del fondo cósmico de microondas. Estas interacciones le roban la energía a los protones generando un corte en el flujo medido de rayos cósmicos en el intervalo de energías  $\sim 10^{19.6}$   $eV$  [22].

## 4.4. Descubrimiento de los rayos cósmicos

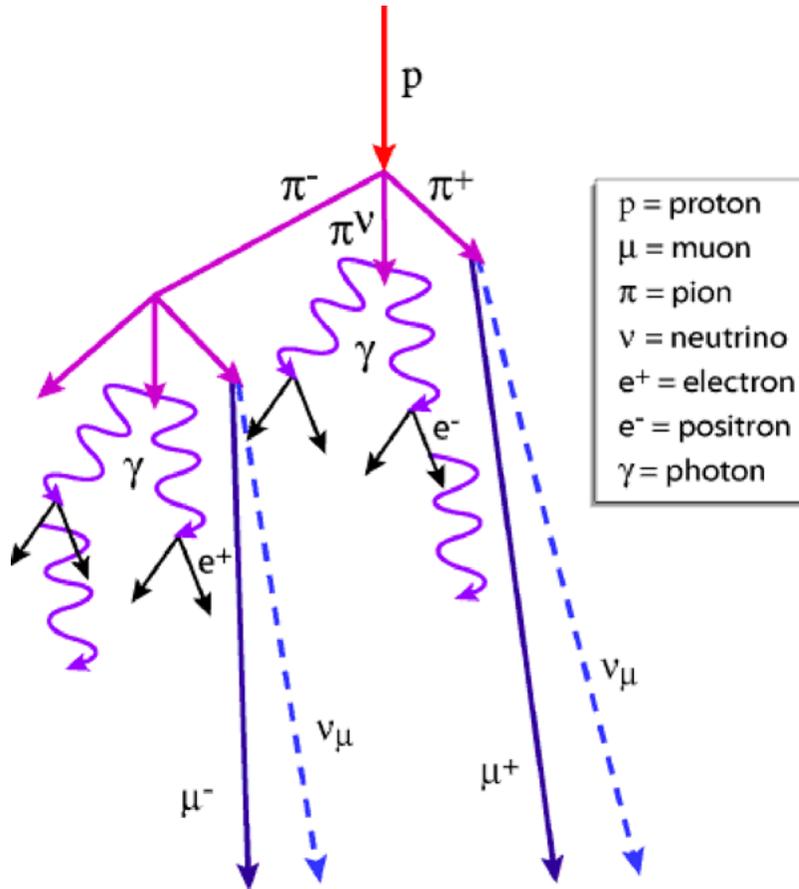
Los rayos cósmicos fueron descubiertos en 1912 por Víctor Hess. El encontró que un electroscópio cargado eléctricamente se descargaba mas rápido mientras mas ascendía en un globo aerostático. El atribuyó esto a una fuente de radiación que entraba a la atmósfera desde el espacio exterior. En 1936 le fue otorgado el premio Nobel por este descubrimiento. Por un tiempo se pensó que la radiación era electromagnética (de aquí el nombre “rayos”), sin embargo, durante la década de 1930 se encontró que la mayoría de los rayos cósmicos debían estar cargados eléctricamente ya que eran desviados por el campo magnético de la Tierra. Con esto se llegó a la conclusión de que en su mayoría, esta radiación está formada por partículas cargadas y no de radiación electromagnética.

Desde 1930 hasta 1950, antes de que se construyeran aceleradores que alcanzaran muy altas energías, los rayos cósmicos sirvieron como fuentes de partículas para experimentos en física de altas energías. Esta forma de emplear los rayos cósmicos llevó al descubrimiento del positrón (por Carl D. Anderson en 1932) y del muón (por Carl D. Anderson y Seth Neddermeyer en 1936).

## 4.5. Detección de rayos cósmicos

Cuando los rayos cósmicos colisionan con átomos de la atmósfera producen cascadas (o chubascos) de partículas secundarias que llegan a la superficie de la Tierra (ver. Fig. 4.5). Esta radiación secundaria incluye piones (que decaen rápidamente en muones, neutrinos y rayos gamma), además de electrones y positrones producidos por el decaimiento de muones y piones neutros, y la interacción de rayos gamma con los átomos de la atmósfera. También hay núcleos atómicos y fotones. El número de partículas que llega a la superficie de la Tierra es proporcional a  $E^\alpha$ , donde  $\alpha$  es una constante.

Los rayos cósmicos con energías mayores a  $10^{14} eV$  son estudiados con grandes redes de detectores al aire libre distribuidos sobre áreas que pueden cubrir kilómetros, esto debido al flujo extremadamente bajo de rayos cósmicos de altas energías ( $E \geq 10^{18} eV$ ) que es aproximadamente uno por  $km^2$  por semana. El flujo de rayos cósmicos disminuye rápidamente conforme aumenta la energía.



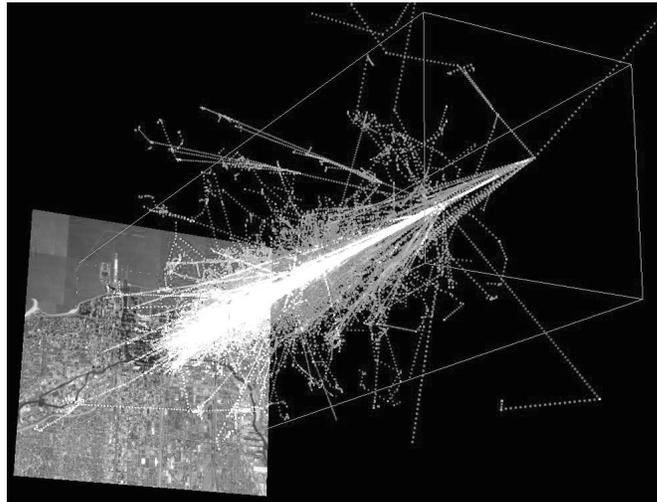
**Figura 4.5:** Cascada creada por un rayo cósmico (en este caso un protón) que interactúa con alguno de los átomos de la atmósfera [23].

En la actualidad, los rayos cósmicos forman parte de un campo de investigación muy activa y para eso se ha diseñado un notable número de experimentos y observatorios que tienen como objetivo el estudio de esta radiación. Uno de estos observatorios es el Pierre Auger, diseñado para detectar rayos cósmicos de ultra altas energías ( $E > 10^{18} eV$ ) mediante la detección de los chubascos de partículas que las partículas primarias producen en la atmósfera. Debido a que es uno de los más grandes en el mundo y tiene una gran cantidad de datos medidos con bastante precisión usaremos parte de sus mediciones en este trabajo.

## 4.6. El observatorio Pierre Auger

Ya que los rayos cósmicos de ultra altas energías se reciben a razón de 1 por  $km^2$  por siglo, el observatorio Auger fue diseñado y construido con un área de detección de  $3000 km^2$ [24]. El observatorio está localizado en la provincia de Mendoza, Argentina, cerca de los Andes. Este fue nombrado en honor del físico francés Pierre Víctor Auger.

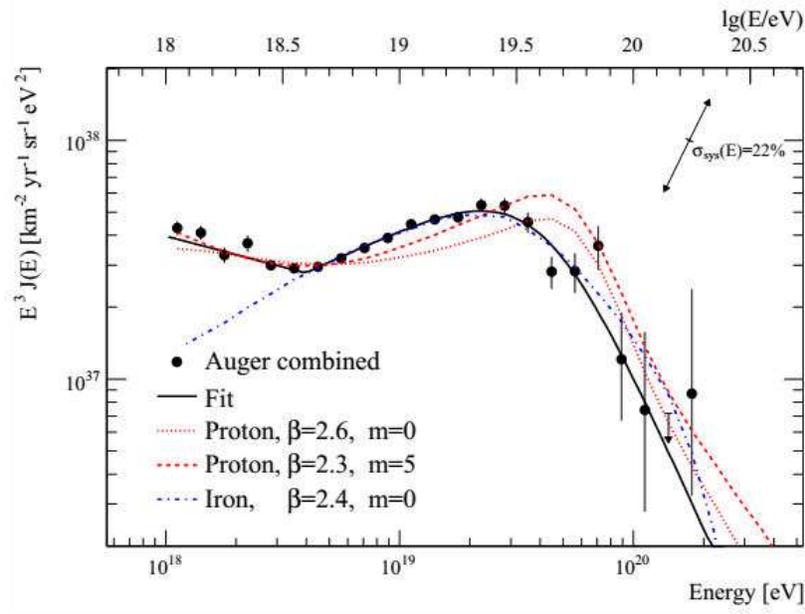
Cuando una partícula cósmica alcanza la atmósfera de la Tierra, su energía se disipa creando miles de millones de partículas entre ellas protones, electrones y muones, todas con velocidades cercanas a la de la luz. Estas partículas se esparcen de manera perpendicular a la trayectoria de la partícula cósmica, a la vez que avanzan en la dirección de movimiento del rayo cósmico original. Tal evento forma la así llamada cascada o chubasco de partículas secundarias (fig. 4.6). A medida que este disco o chubasco de partículas se mueve a través de la atmósfera, las partículas que lo componen interactúan con las moléculas de la atmósfera dejándolas excitadas. Estas generan luz ultravioleta al volver a su estado base, lo que se conoce como emisión fluorescente. De esta forma, la cascada deja una traza en la atmósfera a medida que la va recorriendo. El Pierre Auger puede detectar estas trazas de luz UV con telescopios especiales de alta velocidad llamados detectores fluorescentes. Después, cuando las partículas alcanzan la superficie de la Tierra, pueden ser registradas con detectores de partículas. En Auger, también se usan detectores Cherenkov, formados por tanques de agua cada uno equipado con 3 tubos fotomultiplicadores. Cuando las partículas relativistas del chubasco atraviesan el agua del tanque generan luz por efecto Cherenkov que es captada por los tubos fotomultiplicadores. El observatorio Auger cuenta con dos tipos de detectores: fluorescentes y Cherenkov.



**Figura 4.6:** Cascada producida por una partícula cósmica que interactúa con la atmósfera de la Tierra.

## 4.7. Flujo medido por el observatorio Pierre Auger

El flujo de rayos cósmicos reportado por la colaboración del telescopio Pierre Auger [25] tomando en cuenta los datos obtenidos por los detectores fluorescentes y los detectores Cherenkov se puede ver en fig 4.7.



**Figura 4.7:** Flujo reportado por la colaboración del telescopio Pierre Auger utilizando datos combinados de los detectores fluorescentes y los detectores Cherenkov.

En este trabajo utilizaremos el flujo medido por el telescopio Pierre Auger para los cálculos posteriores.

# 5 Sección eficaz neutrino-protón

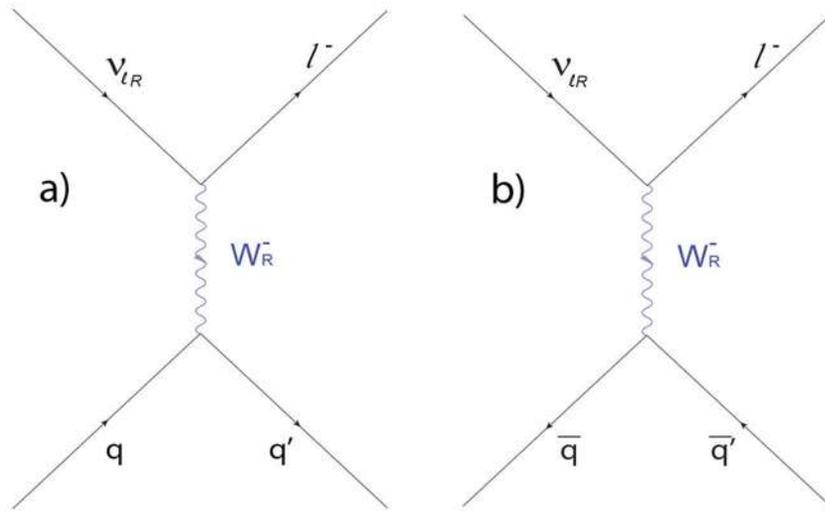
Uno de los objetivos de esta tesis es el cálculo de la sección eficaz neutrino derecho – nucleón en el marco del modelo Mínimo Izquierdo-Derecho. En el presente estudio tomaremos en cuenta la masa del neutrino derecho (que podrían llegar a ser muy masivos) además de la masa del quark final. Adicionalmente, solo vamos a calcular la sección eficaz para reacciones mediadas por bosones débiles cargados derechos  $W_R^\pm$  con transiciones entre la misma familia de quarks. Al final del capítulo haremos uso del modelo quark-partones para obtener la sección eficaz total neutrino derecho-protón.

## 5.1. Diagramas representativos para las interacciones neutrino-quark

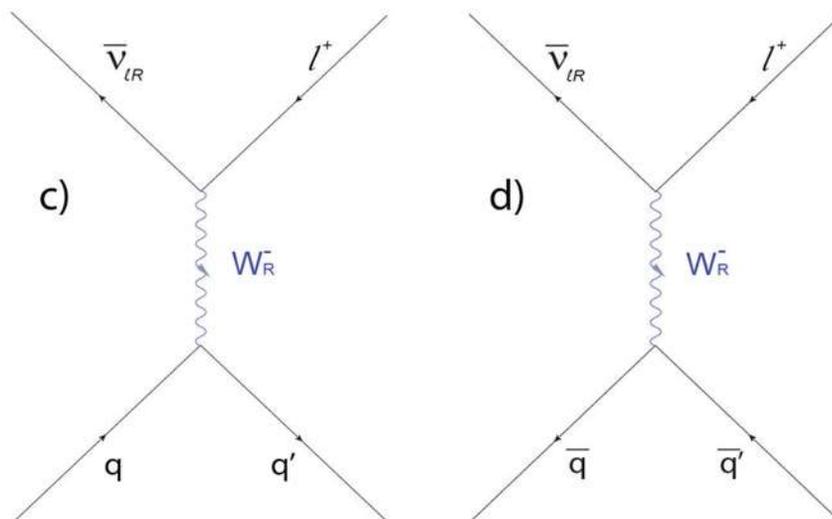
Las interacciones neutrino derecho-quark para las cuales se calculó la sección eficaz son las siguientes:

- $\nu_R + q_d \rightarrow q'_u + \ell^-$  (ver fig. 5.1. a)
- $\nu_R + \bar{q}_u \rightarrow \bar{q}'_d + \ell^-$  (ver fig. 5.1. b)
- $\bar{\nu}_R + q_u \rightarrow q'_d + \ell^+$  (ver fig. 5.2. c)
- $\bar{\nu}_R + \bar{q}_d \rightarrow \bar{q}'_u + \ell^+$  (ver fig. 5.2 d)

donde  $\nu_R$  es el neutrino derecho,  $q_u(\bar{q}_u)$  es el quark (antiquark) inicial de tipo up,  $q_d(\bar{q}_d)$  es el quark (antiquark) inicial de tipo down,  $q'_u(\bar{q}'_u)$  es el quark (antiquark) final de tipo up,  $q'_d(\bar{q}'_d)$  es el quark (antiquark) final de tipo down,  $\ell$  es el leptón cargado resultante de la interacción. Todas estas reacciones se llevan a través de interacciones cargadas derechas en el marco del modelo Mínimo Izquierdo-Derecho. De aquí en adelante se omitirá el subíndice  $R$  en  $\nu_R$  por simplicidad en la notación.



**Figura 5.1:** Diagramas correspondientes a los procesos cargados, a)  $\nu_R + q_d \rightarrow q'_u + \ell^-$  y b)  $\nu_R + \bar{q}_u \rightarrow \bar{q}'_d + \ell^-$ .  $W_R^-$  es el bosón mediador de las interacciones cargadas débiles derechas.



**Figura 5.2:** Diagramas correspondientes a los procesos cargados c)  $\bar{\nu}_R + q_u \rightarrow q'_d + \ell^+$  y d)  $\bar{\nu}_R + \bar{q}_d \rightarrow \bar{q}'_u + \ell^+$ .  $W_R^-$  es el bosón cargado mediador de la interacción.

## 5.2. Definición de la sección eficaz diferencial

Se define la sección eficaz diferencial para la reacción  $a + b \rightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + n_f$  como:

$$d\sigma = \frac{1}{4F} \frac{1}{(2\pi)^{3n_f-4}} \left( \prod_{f=1}^{n_f} \frac{d^3 f_f}{2E_f} \right) \delta^4 \left( \sum_{f=1}^{n_f} p_f - p_a - p_b \right) |M|^2, \quad (5.1)$$

donde  $F$  es el factor de flujo de Moller que es invariante bajo transformaciones de Lorentz

$$F = E_a E_b \upsilon_{ab} = \sqrt{(p_a \cdot p_b)^2 - m_a^2 m_b^2}. \quad (5.2)$$

## 5.3. Amplitudes invariantes para los procesos

**cargados**  $\nu_R + q_d \rightarrow q'_u + \ell^-$  y  $\nu_R + \bar{q}_u \rightarrow \bar{q}'_d + \ell^-$

Para calcular la sección eficaz, como primer paso, es necesario obtener la amplitud invariante  $M_{fi}^1$ . Siguiendo las reglas de Feynman de la sección 1.7 y 3.7, se pueden obtener las amplitudes invariantes  $M_{fi}^1$  de los procesos  $\nu_R + q_d \rightarrow q'_u + \ell^-$  y  $\nu_R + \bar{q}_u \rightarrow \bar{q}'_d + \ell^-$ . Cabe mencionar que, a su vez, a partir de las amplitudes para estas dos reacciones se pueden obtener las amplitudes de los procesos  $\bar{\nu}_R + q_u \rightarrow q'_d + \ell^+$  y  $\bar{\nu}_R + \bar{q}_d \rightarrow \bar{q}'_u + \ell^+$  aplicando los siguientes reemplazos:

$$\nu \leftrightarrow \bar{\nu},$$

$$q \leftrightarrow \bar{q}.$$

La amplitud invariante  $M_{fi}^1$  para el proceso  $\nu_R + q_d \rightarrow q'_u + \ell^-$  es:

$$-iM_{fi}^{(1)} = -i \left\{ \frac{g^2}{2} \left[ \bar{u}_\ell \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) u_\nu \right] \left( \frac{-g_{\mu\delta} + \frac{q_\mu q_\delta}{M^2}}{q^2 - M^2} \right) \left[ \bar{u}_{q'} \gamma^\delta \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) u_q \right] \right\}. \quad (5.3)$$

Similarmente, la amplitud invariante  $M_{fi}$  para el proceso  $\nu_R + \bar{q}_u \rightarrow \bar{q}'_d + \ell^-$  es:

$$-iM_{fi}^{(2)} = -i \left\{ \frac{g^2}{2} \left[ \bar{u}_\ell \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) u_\nu \right] \left( \frac{-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M^2}}{q^2 - M^2} \right) \left[ \bar{v}_{\bar{q}'} \gamma^\nu \frac{1}{2} (1 + \gamma^5) v_{\bar{q}} \right] \right\} \quad (5.4)$$

en este caso,  $g$  es la constante de acoplamiento para las interacciones derechas,  $u_\nu$  es el espinor asociado al neutrino,  $u_\ell$  es el espinor correspondiente al leptón final,  $v_{\bar{q}}$  ( $v_{\bar{q}'}$ ) es el espinor asociado al antiquark inicial (final)  $\bar{q}$  ( $\bar{q}'$ ),  $q_\eta$  es el cuadrivector del bosón

$W_R^-$  y, finalmente,  $M$  es la masa del bosón referido. Además,  $g_{\alpha\beta}$  es el tensor métrico de Minkowski, esto es

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Partiendo de la expresión 5.3, calculemos  $\frac{1}{2} \sum_s |M_{fi}|^2$  (la suma sobre los espines de las partículas finales y el promedio sobre los iniciales, ya que estamos considerando un blanco no polarizado, por otra parte, sumamos sobre espines iniciales del neutrino, notando que el proyector de quiralidad derecha de la corriente tomará el espín correcto para esta partícula neutrino), esto es,

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}\right) \sum_s |M_{fi}^1|^2 &= \frac{1}{2} \cdot \sum_s \left(\frac{g^2}{8}\right)^2 \frac{1}{(q^2 - M^2)^2} [\bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu] [\bar{u}_\ell \gamma^\sigma (1 + \gamma^5) u_\nu]^\dagger \cdot \\ &\cdot \left( g_{\mu\delta} g_{\sigma\alpha} - \frac{g_{\mu\delta} q_\sigma q_\alpha}{M^2} - \frac{g_{\sigma\alpha} q_\mu q_\delta}{M^2} + \frac{q_\mu q_\delta q_\sigma q_\alpha}{M^4} \right) \cdot \\ &\cdot [\bar{u}_{q'} \gamma^\delta (1 + \gamma^5) u_q] [\bar{u}_{q'} \gamma^\alpha (1 + \gamma^5) u_q]^\dagger, \end{aligned} \quad (5.5)$$

separando (5.5) tenemos

$$\left(\frac{1}{2}\right) \sum_s |M_{fi}^1|^2 = \frac{1}{2} \cdot \sum_s \left(\frac{g^2}{8}\right)^2 \frac{1}{(q^2 - M^2)^2} [A + B + C + D]$$

En la expresión anterior se tienen los términos

$$\sum_s A = \sum_s [\bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu] [\bar{u}_\ell \gamma^\sigma (1 + \gamma^5) u_\nu]^\dagger (g_{\mu\delta} g_{\sigma\alpha}) [\bar{u}_{q'} \gamma^\delta (1 + \gamma^5) u_q] [\bar{u}_{q'} \gamma^\alpha (1 + \gamma^5) u_q]^\dagger, \quad (5.6)$$

$$\sum_s B = \sum_s [\bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu] [\bar{u}_\ell \gamma^\sigma (1 + \gamma^5) u_\nu]^\dagger \left(-\frac{g_{\mu\delta} q_\sigma q_\alpha}{M^2}\right) [\bar{u}_{q'} \gamma^\delta (1 + \gamma^5) u_q] [\bar{u}_{q'} \gamma^\alpha (1 + \gamma^5) u_q]^\dagger, \quad (5.7)$$

$$\sum_s C = \sum_s [\bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu] [\bar{u}_\ell \gamma^\sigma (1 + \gamma^5) u_\nu]^\dagger \left(-\frac{g_{\sigma\alpha} q_\mu q_\delta}{M^2}\right) [\bar{u}_{q'} \gamma^\delta (1 + \gamma^5) u_q] [\bar{u}_{q'} \gamma^\alpha (1 + \gamma^5) u_q]^\dagger, \quad (5.8)$$

$$\sum_s D = \sum_s [\bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu] [\bar{u}_\ell \gamma^\sigma (1 + \gamma^5) u_\nu]^\dagger \left(\frac{q_\mu q_\delta q_\sigma q_\alpha}{M^4}\right) [\bar{u}_{q'} \gamma^\delta (1 + \gamma^5) u_q] [\bar{u}_{q'} \gamma^\alpha (1 + \gamma^5) u_q]^\dagger. \quad (5.9)$$

5.3 Amplitudes invariantes para los procesos cargados  $\nu_R + q_d \rightarrow q'_u + \ell^-$   
 $\nu_R + \bar{q}_u \rightarrow \bar{q}'_d + \ell^-$

---

Evaluaremos los términos anteriores por separado. Ahora, usando las identidades  $(\gamma^0)^2 = I$ ,  $\gamma^{0\dagger} = \gamma^0$ ,  $\bar{u} = u^\dagger \gamma^0$  y  $\bar{u}^\dagger = \gamma^{0\dagger} u$  en el factor leptónico del lado izquierdo de la expresión  $A$ , tenemos

$$\sum_{s_\nu, s_\ell=1,2} [\bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu] [\bar{u}_\ell \gamma^\sigma (1 + \gamma^5) u_\nu]^\dagger = \bar{u}_\ell \gamma_R^\mu u_\nu \bar{u}_\nu \gamma^0 \gamma_R^{\sigma\dagger} \gamma^0 u_\ell = \bar{u}_\ell \gamma_R^\mu u_\nu \bar{u}_\nu \bar{\gamma}_R^{\sigma\dagger} u_\ell, \quad (5.10)$$

con  $\gamma_R^\mu = \gamma^\mu (1 + \gamma^5)$ ,  $\gamma_R^\sigma = \gamma^\sigma (1 + \gamma^5)$  y  $\bar{\gamma}_R^{\sigma\dagger} = \gamma^0 \gamma_R^{\sigma\dagger} \gamma^0$ . Sumando sobre los espines del neutrino

$$\sum_{s_\nu, s_\ell=1,2} \bar{u}_\ell \gamma_R^\mu u_\nu \bar{u}_\nu \bar{\gamma}_R^{\sigma\dagger} u_\ell = \sum_{s_\ell=1,2} \bar{u}_\ell \gamma_R^\mu \left( \sum_{s_\nu=1,2} u_\nu \bar{u}_\nu \right) \bar{\gamma}_R^{\sigma\dagger} u_\ell = \bar{u}_\ell \gamma_R^\mu (\not{p}_\nu + m_\nu) \bar{\gamma}_R^{\sigma\dagger} u_\ell, \quad (5.11)$$

donde se usó

$$\sum_{s_\nu=1,2} u_\nu \bar{u}_\nu = (\not{p}_\nu + m_\nu).$$

Renombrando  $\Gamma^{\mu\sigma} = \gamma_R^\mu (\not{p}_\nu + m_\nu) \bar{\gamma}_R^{\sigma\dagger}$  y sumando sobre los espines del leptón cargado, tendremos que la ecuación (5.11) toma la forma

$$\begin{aligned} \sum_{s_\ell=1,2} \bar{u}_\ell^i \Gamma_{ij}^{\mu\sigma} u_\ell^j &= \sum_{s_\ell=1,2} \Gamma_{ij}^{\mu\sigma} \bar{u}_\ell^i u_\ell^j = \sum_{s_\ell=1,2} \Gamma_{ij}^{\mu\sigma} \{u_\ell \bar{u}_\ell\}^{ji} = \Gamma_{ij}^{\mu\sigma} \left\{ \sum_{s_\ell=1,2} u_\ell \bar{u}_\ell \right\}^{ji} \\ &= \Gamma_{ij}^{\mu\sigma} (\not{p}_\ell + m_\ell)^{ji} \\ &= Tr \left[ \Gamma^{\mu\sigma} (\not{p}_\ell + m_\ell) \right], \end{aligned} \quad (5.12)$$

donde hemos trabajado con las componentes de los espinores y de la matriz  $\Gamma^{\mu\sigma}$ . Sustituyendo las expresiones correspondientes a  $\Gamma^{\mu\sigma}$ ,  $\bar{\gamma}_R^{\sigma\dagger}$  y  $\gamma_R$  se tiene que la expresión (5.10) se convierte en

$$\sum_{s_\nu, s_\ell=1,2} [\bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu] [\bar{u}_\ell \gamma^\sigma (1 + \gamma^5) u_\nu]^\dagger = Tr \left[ \gamma^\mu (1 + \gamma^5) (\not{p}_\nu + m_\nu) \gamma^0 (1 + \gamma^5)^\dagger \gamma^{\sigma\dagger} \gamma^0 (\not{p}_\ell + m_\ell) \right], \quad (5.13)$$

usando  $(\gamma^5)^\dagger = \gamma^5$ ,  $\gamma^0 \gamma^5 = -\gamma^5 \gamma^0$ ,  $(\gamma^0)^2 = I$ ,  $\gamma^{\sigma\dagger} = -\gamma^\sigma$  y  $\gamma^0 \gamma^{\sigma\dagger} = \gamma^\sigma \gamma^0$  (estas dos últimas relaciones se cumplen cuando  $\sigma \neq 0$ , en el caso  $\sigma = 0$  las relaciones son triviales) se tiene

$$\sum_{s_\nu, s_\ell=1,2} [\bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu] [\bar{u}_\ell \gamma^\sigma (1 + \gamma^5) u_\nu]^\dagger = Tr \left[ \gamma^\mu (1 + \gamma^5) (\not{p}_\nu + m_\nu) (1 - \gamma^5) \gamma^\sigma (\not{p}_\ell + m_\ell) \right], \quad (5.14)$$

con  $\not{p}_\nu = p_{\nu\beta} \gamma^\beta$  y  $\not{p}_\ell = p_{\ell\lambda} \gamma^\lambda$ , entonces

$$\sum_{s_\nu, s_\ell=1,2} [\bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu] [\bar{u}_\ell \gamma^\sigma (1 + \gamma^5) u_\nu]^\dagger = Tr \left[ \gamma^\mu (1 + \gamma^5) (p_{\nu\beta} \gamma^\beta + m_\nu) (1 - \gamma^5) \gamma^\sigma (p_{\ell\lambda} \gamma^\lambda + m_\ell) \right]. \quad (5.15)$$

Finalmente, usando las identidades

$$Tr [\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\sigma] = 0$$

y

$$Tr [\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\sigma \gamma^5] = 0$$

llegamos a la expresión

$$\sum_{s_\nu, s_l=1,2} [\bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu] [\bar{u}_\ell \gamma^\sigma (1 + \gamma^5) u_\nu]^\dagger = 2p_{\nu\beta} p_{\ell\lambda} Tr [\gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^\sigma \gamma^\lambda] - 2p_{\nu\beta} p_{\ell\lambda} Tr [\gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^\sigma \gamma^\lambda \gamma^5]. \quad (5.16)$$

Ahora, con las relaciones

$$Tr [\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma] = 4 (g^{\mu\nu} g^{\lambda\sigma} - g^{\mu\lambda} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\lambda}),$$

$$Tr [\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\beta \gamma^\sigma \gamma^\lambda] = -4i\epsilon^{\mu\beta\sigma\lambda},$$

se encuentra la siguiente expresión:

$$\sum_{s_\nu, s_l=1,2} [\bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu] [\bar{u}_\ell \gamma^\sigma (1 + \gamma^5) u_\nu]^\dagger = 8p_{\nu\beta} p_{\ell\lambda} \{g^{\mu\beta} g^{\sigma\lambda} - g^{\mu\sigma} g^{\beta\lambda} + g^{\mu\lambda} g^{\beta\sigma} + i\epsilon^{\mu\beta\sigma\lambda}\}. \quad (5.17)$$

Igualmente, para los factores hadrónicos del lado derecho de la expresión  $A$ , tenemos

$$\sum_{s_q, s_{q'}=1,2} [\bar{u}_{q'} \gamma^\delta (1 + \gamma^5) u_q] [\bar{u}_{q'} \gamma^\alpha (1 + \gamma^5) u_q]^\dagger = 8p_{q\epsilon} p_{q's} \{g^{\delta\epsilon} g^{\alpha s} - g^{\delta\alpha} g^{\epsilon s} + g^{\delta s} g^{\epsilon\alpha} + i\epsilon^{\delta\epsilon\alpha s}\}. \quad (5.18)$$

Sustituyendo (5.17) y (5.18) en (5.6) y simplificando nos queda

$$A = 8p_{\nu\beta} p_{\ell\lambda} \{g^{\mu\beta} g^{\sigma\lambda} - g^{\mu\sigma} g^{\beta\lambda} + g^{\mu\lambda} g^{\beta\sigma} + i\epsilon^{\mu\beta\sigma\lambda}\} (g_{\mu\delta} g_{\sigma\alpha}) 8p_{q\epsilon} p_{q's} \{g^{\delta\epsilon} g^{\alpha s} - g^{\delta\alpha} g^{\epsilon s} + g^{\delta s} g^{\epsilon\alpha} + i\epsilon^{\delta\epsilon\alpha s}\},$$

$$A = 256 (p_q \cdot p_\nu) (p_\ell \cdot p_{q'}). \quad (5.19)$$

Para calcular  $B$  procederemos a calcular primero el producto del término leptónico con  $q_\sigma$ . Llamemos  $B_1$  a este término, esto es:

$$\sum_{s_\nu, s_l=1,2} [\bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu] [\bar{u}_\ell \gamma^\sigma (1 + \gamma^5) u_\nu]^\dagger q_\sigma = B_1 q_\sigma. \quad (5.20)$$

Por conservación de energía-momento

$$q_\sigma = p_{\nu\sigma} - p_{\ell\sigma}, \quad (5.21)$$

por lo que nos queda

$$B_1(p_{\nu\sigma} - p_{\ell\sigma}) = \sum_{s_\nu, s_l=1,2} [\bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu] [\bar{u}_\ell \gamma^\sigma (1 + \gamma^5) u_\nu]^\dagger (p_{\nu\sigma} - p_{\ell\sigma}). \quad (5.22)$$

Ahora separemos (5.22) y hagamos los productos individualmente, comenzando por

$$B_1 p_{\nu\sigma} = \sum_{s_\nu, s_l=1,2} [\bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu] [\bar{u}_\ell \gamma^\sigma (1 + \gamma^5) u_\nu]^\dagger p_{\nu\sigma} \quad (5.23)$$

si desarrollamos (5.23) obtenemos

$$B_1 p_{\nu\sigma} = \sum_{s_\nu, s_l=1,2} \bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu u_\nu^\dagger (1 + \gamma^5) \gamma^{\sigma\dagger} \bar{u}_\ell^\dagger p_{\nu\sigma}, \quad (5.24)$$

agrupando términos

$$B_1 p_{\nu\sigma} = \sum_{s_\nu, s_l=1,2} \bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu u_\nu^\dagger p_{\nu\sigma} \gamma^{\sigma\dagger} (1 - \gamma^5) \bar{u}_\ell^\dagger. \quad (5.25)$$

Por otra parte, consideremos las relaciones

$$p_{\nu\sigma} = p_{\nu\sigma}^\dagger, \quad (5.26)$$

y la relación

$$(\gamma^\mu p_\mu u_\nu)^\dagger = (m_\nu u_\nu)^\dagger \rightarrow u_\nu^\dagger p_\mu^\dagger \gamma^{\mu\dagger} = m_\nu u_\nu^\dagger, \quad (5.27)$$

la cual se obtiene de (1.7). Usando (5.26) y (5.27) en (5.25) tenemos

$$B_1 p_{\nu\sigma} = \sum_{s_\nu, s_l=1,2} m_\nu \bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu u_\nu^\dagger (1 - \gamma^5) \bar{u}_\ell^\dagger, \quad (5.28)$$

sumando sobre los espines en (5.28) justo como lo hicimos en (5.11) y (5.12) llegamos a

$$B_1 p_{\nu\sigma} = m_\nu \text{Tr} \left[ \gamma^\mu (1 + \gamma^5) (\not{p}_\nu + m_\nu) (1 + \gamma^5) (\not{p}_\ell + m_\ell) \right]. \quad (5.29)$$

Despreciando la masa del leptón final (esta suposición es válida ya que se está trabajando con partículas a muy altas energías) en (5.29), tenemos

$$B_1 p_{\nu\sigma} = m_\nu \text{Tr} \left[ \gamma^\mu (1 + \gamma^5) (\not{p}_\nu + m_\nu) (1 + \gamma^5) (\not{p}_\ell) \right], \quad (5.30)$$

haciendo los productos dentro de la traza en (5.30), finalmente, obtenemos

$$B_1 p_{\nu\sigma} = 2m_\nu^2 p_{\ell\lambda} \text{Tr} \left[ \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \gamma^\lambda \right] = 2m_\nu^2 p_{\ell\lambda} (4g^{\mu\lambda}) = 8m_\nu^2 p_\ell^\mu. \quad (5.31)$$

De la misma manera, el otro término de (5.22) es

$$B_1 p_{\ell\sigma} = \sum_{s_\nu, s_l=1,2} [\bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu] [\bar{u}_\ell \gamma^\sigma (1 + \gamma^5) u_\nu]^\dagger p_{\ell\sigma} = 8m_\ell^2 p_\nu^\mu = 0, \quad (5.32)$$

esto ya que despreciamos la masa del leptón inicial  $m_l = 0$ . Por lo tanto, (5.20) nos queda

$$B_1 q_\sigma = \sum_{s_\nu, s_l=1,2} [\bar{u}_\ell \gamma^\mu (1 + \gamma^5) u_\nu] [\bar{u}_\ell \gamma^\sigma (1 + \gamma^5) u_\nu]^\dagger q_\sigma = 8m_\nu^2 p_\nu^\mu. \quad (5.33)$$

Siguiendo los mismos pasos podemos calcular el producto del término hadrónico en  $B$  con  $q_\alpha$ , esto es,

$$\sum_{s_q, s_{q'}=1,2} q_\alpha [\bar{u}_{q'} \gamma^\delta (1 + \gamma^5) u_q] [\bar{u}_{q'} \gamma^\alpha (1 + \gamma^5) u_q]^\dagger, \quad (5.34)$$

tenemos

$$\sum_{s_q, s_{q'}=1,2} q_\alpha [\bar{u}_{q'} \gamma^\delta (1 + \gamma^5) u_q] [\bar{u}_{q'} \gamma^\alpha (1 + \gamma^5) u_q]^\dagger = 8m_{q'}^2 p_q^\delta - 8m_q^2 p_{q'}^\delta. \quad (5.35)$$

De (5.33) y (5.35), finalmente, obtenemos  $B$

$$B = 8m_\ell^2 p_\nu^\mu \left( -\frac{g_{\mu\delta}}{M^2} \right) (8m_{q'}^2 p_q^\delta - 8m_q^2 p_{q'}^\delta) = \frac{1}{M^2} [-64m_\nu^2 m_{q'}^2 (p_\ell \cdot p_q) + 64m_\nu^2 m_q^2 (p_\ell \cdot p_{q'})]. \quad (5.36)$$

Procediendo de manera similar para  $C$  y  $D$  tenemos:

$$C = \frac{1}{M^2} [-64m_\nu^2 m_{q'}^2 (p_\ell \cdot p_q) + 64m_q^2 m_\nu^2 (p_\ell \cdot p_{q'})], \quad (5.37)$$

$$D = \frac{1}{M^4} [64m_\nu^2 m_{q'}^2 (p_\ell \cdot p_\nu) (p_q \cdot p_{q'}) - 64m_\nu^2 m_{q'}^2 (p_\ell \cdot p_\nu) (p_q \cdot p_q) - 64m_\nu^2 m_q^2 (p_\ell \cdot p_\nu) (p_{q'} \cdot p_{q'}) + 64m_\nu^2 m_q^2 (p_\ell \cdot p_\nu) (p_{q'} \cdot p_q)]. \quad (5.38)$$

Sustituyendo las expresiones encontradas para  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$ , finalmente,  $\frac{1}{2} \sum_s |M_{fi}^1|^2$  nos queda

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_s |M_{fi}^1|^2 &= \left( \frac{1}{2} \right) g^2 \left( \frac{1}{8} \right)^2 \frac{1}{(q^2 - M^2)^2} [256 (p_q \cdot p_\nu) (p_\ell \cdot p_{q'}) \\ &+ \frac{128m_\nu^2 m_q^2 (p_\ell \cdot p_{q'}) - 128m_\nu^2 m_{q'}^2 (p_\ell \cdot p_q)}{M^2} \\ &+ \frac{64m_\nu^2 m_{q'}^2 (p_\ell \cdot p_\nu) (p_q \cdot p_{q'}) - 64m_\nu^2 m_{q'}^2 (p_\ell \cdot p_\nu) (p_q \cdot p_q)}{M^4} \\ &+ \frac{-64m_\nu^2 m_q^2 (p_\ell \cdot p_\nu) (p_{q'} \cdot p_{q'}) + 64m_\nu^2 m_q^2 (p_\ell \cdot p_\nu) (p_{q'} \cdot p_q)}{M^4}]. \end{aligned} \quad (5.39)$$

5.3 Amplitudes invariantes para los procesos cargados  $\nu_R + q_d \rightarrow q'_u + \ell^-$  y  $\nu_R + \bar{q}_u \rightarrow \bar{q}'_d + \ell^-$

---

La sección eficaz diferencial neutrino derecho-quark es

$$d\sigma = \frac{1}{4\sqrt{E_\nu^2 E_q^2 - m_\nu^2 m_q^2}} \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{d^3 p_\ell}{2E_\ell} \frac{d^3 p_{q'}}{2E_{q'}} \delta^4(p_\ell + p_{q'} - p_\nu - p_q) \frac{1}{2} \sum_s |M_{fi}^1|^2, \quad (5.40)$$

y en el sistema de referencia donde el quark inicial está en reposo

$$F = \sqrt{(p_\nu \cdot p_q)^2 - m_\nu^2 m_q^2} = \sqrt{E_\nu^2 E_q^2 - m_\nu^2 m_q^2},$$

(esto ya que en dicho sistema de referencia  $\vec{p}_q = \vec{0}$ ). Usando

$$\frac{d^3 p_{q'}}{2E_{q'}} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{E_{q'}} d^4 p_{q'} \delta(p_{q'}^2 - m_{q'}^2) \theta(E_{q'}), \quad (5.41)$$

en (5.40) se tiene

$$d\sigma = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{E_{q'}} 2 \cdot dE_{q'} d^3 p_{q'} \delta(p_{q'}^2 - m_{q'}^2) \theta(E_{q'}) \frac{1}{\sqrt{E_\nu^2 E_q^2 - m_\nu^2 m_q^2}} \frac{1}{(8\pi)^2} \frac{d^3 p_\ell}{E_\ell} \delta^4(p_\ell + p_{q'} - p_\nu - p_q) \left(\frac{1}{2}\right) \sum_s |M_{fi}^1|^2. \quad (5.42)$$

En este caso, podemos evaluar la segunda integral sobre  $E_{q'}$  donde se toma  $E_{q'} > 0$ , y, en consecuencia,  $\theta(E_{q'}) = 1$ . Evaluando además la integral sobre  $p_{q'}$  nos queda que (5.42) se reduce a

$$d\sigma = \delta(p_{q'}^2 - m_{q'}^2) \frac{1}{(8\pi)^2} \frac{1}{\sqrt{E_\nu^2 E_q^2 - m_\nu^2 m_q^2}} \frac{d^3 p_\ell}{E_\ell} \sum_s |M_{fi}^1|^2,$$

$$d\sigma = \delta(p_{q'}^2 - m_{q'}^2) \frac{1}{(8\pi)^2} \frac{1}{\sqrt{E_\nu^2 E_q^2 - m_\nu^2 m_q^2}} \frac{d^3 p_\ell}{E_\ell} \frac{1}{2} \cdot \sum_s \left(\frac{g^2}{8}\right)^2 \frac{1}{(q^2 - M^2)^2} [A + B + C + D], \quad (5.43)$$

con

$$p_{q'} = p_\nu + p_q - p_\ell. \quad (5.44)$$

Desarrollando  $A$  tendremos

$$\sum_s A = 256 (p_q \cdot p_\nu) (p_\ell \cdot p_{q'}) = E_q^2 E_\nu^2 \left[ 1 - \frac{q^2 + 2E_q \nu - m_\nu^2}{2E_\nu E_q} \right]. \quad (5.45)$$

Se obtuvo (5.45) considerando al quark inicial en reposo, despreciando la masa del leptón final,  $m_\ell \approx 0$ , y empleando las relaciones

$$\nu = E_\nu - E_\ell, \quad (5.46)$$

$$p_{q'}^2 = q^2 + p_q^2 + 2p_q \cdot q = q^2 + p_q^2 + 2p_q \cdot \nu. \quad (5.47)$$

Donde (5.47) es debido a la conservación del cuadrimento. Por otro lado, para los términos  $B$  y  $C$  se tiene

$$\begin{aligned} \sum_s (B + C) &= \frac{128m_\nu^2 m_q^2 (p_\ell \cdot p_{q'}) - 128m_\nu^2 m_{q'}^2 (p_\ell \cdot p_q)}{M^2} \\ &= \frac{1}{M^2} \left\{ 128m_\nu^2 m_q^2 \left[ \frac{m_\nu^2 - q^2}{2} + E_q (E_\nu - \nu) \right] - 128m_\nu^2 m_{q'}^2 E_q (E_\nu - \nu) \right\} \end{aligned} \quad (5.48)$$

donde se usó  $p_\nu \cdot p_\ell = \frac{m_\nu^2 - q^2}{2}$  esta relación se dedujo de la conservación de cuadrimento (5.21) y (5.46).

De la misma manera,

$$\begin{aligned} \sum_s D &= \frac{64m_\nu^2 m_{q'}^2 (p_\ell \cdot p_\nu) (p_q \cdot p_{q'}) - 64m_\nu^2 m_{q'}^2 (p_\ell \cdot p_\nu) (p_q \cdot p_q) + 64m_\nu^2 m_q^2 (p_\ell \cdot p_\nu) (p_{q'} \cdot p_{q'}) - 64m_\nu^2 m_q^2 (p_\ell \cdot p_\nu) (p_{q'} \cdot p_q)}{M^4} \\ &= \frac{64}{M^4} \left[ m_\nu^2 E_q (\nu + E_q) (m_q^2 + m_{q'}^2) \left( \frac{m_\nu - q^2}{2} \right) - 2m_\nu^2 m_q^2 m_{q'}^2 \left( \frac{m_\nu^2 - q^2}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (5.49)$$

Substituyendo (5.45), (5.48) y (5.49) en (5.43), obtenemos

$$\begin{aligned} d\sigma &= \delta(p_{q'}^2 - m_{q'}^2) \frac{1}{(8\pi)^2} \frac{1}{\sqrt{E_\nu^2 E_q^2 - m_\nu^2 m_q^2}} \frac{d^3 p_\ell}{E_\ell} \left\{ \frac{g^2}{(q^2 - M^2)^2} \left( 4E_q^2 E_\nu^2 \left[ 1 - \frac{q^2 + 2E_q \cdot \nu - m_\nu^2}{2E_\nu E_q} \right] \right) \right. \\ &+ \frac{1}{M^2} \left[ 2m_\nu^2 m_q^2 \left( \frac{m_\nu^2 - q^2}{2} + E_q (E_\nu - \nu) \right) - 2m_\nu^2 m_{q'}^2 E_q (E_\nu - \nu) \right] \\ &\left. + \frac{1}{M^4} \left[ m_\nu^2 E_q (\nu + E_q) (m_q^2 + m_{q'}^2) \left( \frac{m_\nu - q^2}{2} \right) - 2m_\nu^2 m_q^2 m_{q'}^2 \left( \frac{m_\nu^2 - q^2}{2} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (5.50)$$

Ahora trabajaremos en coordenadas esféricas haciendo

$$d^3 p_\ell = |\vec{p}_\ell|^2 d|\vec{p}_\ell| d\Omega = |\vec{p}_\ell|^2 d|\vec{p}_\ell| \sin \theta_\ell d\theta_\ell d\varphi_\ell \approx |E_\ell|^2 dE_\ell \sin \theta_\ell d\theta_\ell d\varphi_\ell, \quad (5.51)$$

tomando  $m_\ell \approx 0$  y, por tanto,  $p_\ell \approx E_\ell$ , lo que es válido para altas energías. Integrando sobre  $\varphi_\ell$  se obtiene:

$$\int_{\varphi_\ell} |E_\ell|^2 dE_\ell \sin \theta_\ell d\theta_\ell d\varphi_\ell = 2\pi E_\ell^2 dE_\ell \sin \theta_\ell d\theta_\ell = 2\pi E_\ell^2 dE_\ell d(\cos \theta_\ell). \quad (5.52)$$

Ahora llevaremos a cabo el siguiente cambio de variables, en particular, la transformación

$$\begin{aligned} \nu &= E_\nu - E_\ell, \\ Q^2 &= -q^2, \end{aligned} \quad (5.53)$$

con la relación

$$\cos \theta_\ell = \frac{E_\nu}{\sqrt{E_\nu^2 - m_\nu^2}} - \frac{m_\nu + Q^2}{2E_\ell \sqrt{E_\nu^2 - m_\nu^2}}. \quad (5.54)$$

La ecuación (5.54) se obtiene considerando

$$Q^2 = -(p_\ell - p_\nu)^2 = -m_\ell^2 - m_\nu^2 + 2p_\ell \cdot p_\nu \rightarrow p_\ell \cdot p_\nu = \frac{m_\nu^2 + Q^2}{2},$$

tomando  $m_\ell \approx 0$  y

$$p_\ell \cdot p_\nu = E_\ell E_\nu - |\vec{p}_\ell| |\vec{p}_\nu| \cos \theta_\ell = E_\ell E_\nu - E_\ell \sqrt{E_\nu^2 - m_\nu^2} \cos \theta_\ell = \frac{m_\nu^2 + Q^2}{2},$$

con  $|p_\ell| \approx E_\ell$ . Con esto (5.52) se transforma en

$$2\pi E_\ell^2 dE_\ell d(\cos \theta_\ell) = 2\pi E_\ell^2 \frac{1}{2E_\ell |\vec{p}_\nu|} d\nu dQ^2, \quad (5.55)$$

con  $E_\ell = (E_\nu - \nu)$ . Entonces, tenemos que, usando (5.53) y (5.55) en (5.50)

$$\begin{aligned} d\sigma &= \delta(p_q^2 - m_q^2) \frac{1}{(32\pi)} \frac{1}{\sqrt{E_\nu^2 E_q^2 - m_\nu^2 m_q^2}} \frac{d\nu dQ^2}{2|\vec{p}_\nu|} \left\{ \frac{g^2}{(Q^2 + M^2)^2} \left[ 4E_q^2 E_\nu^2 \left( 1 - \frac{-Q^2 + 2E_q \nu - m_\nu^2}{2E_\nu E_q} \right) \right] \right. \\ &+ \frac{1}{M^2} \left[ 2m_\nu^2 m_q^2 \left( \frac{m_\nu^2 + Q^2}{2} + E_q (E_\nu - \nu) \right) - 2m_\nu^2 m_q^2 E_q (E_\nu - \nu) \right] \\ &\left. + \frac{1}{M^4} \left[ m_\nu^2 E_q (\nu + E_q) (m_q^2 + m_q'^2) \left( \frac{m_\nu + Q^2}{2} \right) - 2m_\nu^2 m_q^2 m_q'^2 \left( \frac{m_\nu^2 + Q^2}{2} \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (5.56)$$

Finalmente, introducimos las variables de Bjorken

$$x = \frac{Q^2}{2p_N \cdot q} = \frac{Q^2}{2M_N E_\nu y}, \quad (5.57)$$

$$y = \frac{p_N \cdot q}{p_N \cdot p_\nu} = \frac{\nu}{E_\nu} \quad (5.58)$$

en (5.55), con  $M_N$  la masa del protón el cual consideramos en reposo. Con esto (5.55) queda como

$$2\pi E_\ell^2 \frac{1}{2E_\ell |\vec{p}_\nu|} d\nu dQ^2 = \left( 2\pi E_\ell^2 \frac{1}{2E_\ell |\vec{p}_\nu|} \right) 2M_N E_\nu^2 y dx dy \quad (5.59)$$

Para finalizar, empleamos los cambios de variables (5.57) y (5.58) en (5.56), simplificando, nuestra gran expresión queda

$$\begin{aligned}
 d\sigma = & \delta(p_{q'}^2 - m_q^2) \frac{1}{(32\pi)} \frac{1}{\sqrt{E_\nu^2 E_q^2 - m_\nu^2 m_q^2}} \frac{2M_N E_\nu^2 y dx dy}{2|\vec{p}_\nu|} \left[ \frac{g^4}{(2M_N E_\nu xy + M^2)^2} \left( 4E_q^2 E_\nu^2 \left[ 1 - \frac{2E_q E_\nu y - 2M_N E_\nu xy - m_\nu^2}{2E_\nu E_q} \right] \right) \right. \\
 & + \frac{1}{M^2} \left[ 2m_\nu^2 m_q^2 \left( \frac{m_\nu^2 + 2M_N E_\nu xy}{2} + E_q (E_\nu - E_\nu y) \right) - 2m_\nu^2 m_q^2 E_q (E_\nu - E_\nu y) \right] \\
 & \left. + \frac{1}{M^4} \left( m_\nu^2 E_q (E_\nu y + E_q) (m_q^2 + m_{q'}^2) \left( \frac{m_\nu + 2M_N E_\nu xy}{2} \right) - 2m_\nu^2 m_q^2 m_{q'}^2 \left( \frac{m_\nu^2 + 2M_N E_\nu xy}{2} \right) \right) \right]. \tag{5.60}
 \end{aligned}$$

Ya que se considerará que el quark es parte del protón, es necesario introducir el cuadrimento del quark como una fracción del cuadrimento del protón,  $p_q = \xi p_N$ , donde  $\xi$  es la fracción del cuadrimento del protón  $p_N$  que se lleva el quark  $p_q$  dentro del protón. Teniendo esto en cuenta, la delta de Dirac en (5.60) nos queda

$$\delta(p_{q'}^2 - m_q^2) = \delta((p_\nu - p_q + p_\ell)^2 - m_{q'}^2) = \frac{1}{2E_\nu M_N y} \delta \left[ \xi - x \left( 1 + \frac{m_{q'}^2 - m_q^2}{2E_\nu M_N xy} \right) \right]. \tag{5.61}$$

De manera similar, usando  $p_q = \xi p_N$  en (5.60) obtenemos la expresión final para el proceso (5.1 a)

$$\begin{aligned}
 d\sigma = & \frac{1}{2E_\nu M_N y} \delta \left[ \xi - x \left( 1 + \frac{m_{q'}^2 - m_q^2}{2E_\nu M_N xy} \right) \right] \frac{1}{(32\pi)} \frac{1}{\sqrt{E_\nu^2 (\xi M_N)^2 - m_\nu^2 m_q^2}} \frac{2M_N E_\nu^2 y dx dy}{2|\vec{p}_\nu|} \\
 & \cdot \frac{g^4}{(2M_N E_\nu xy + M^2)^2} \left\{ 4(\xi M_N)^2 E_\nu^2 \left( 1 - y + \frac{xy}{\xi} + \frac{m_\nu^2}{2E_\nu \xi M_N} \right) \right\} + \\
 & + \frac{1}{M^2} \left[ 2m_\nu^2 m_q^2 \left( \frac{m_\nu^2 + 2M_N E_\nu xy}{2} + \xi M_N (E_\nu - E_\nu y) \right) - 2m_\nu^2 m_q^2 \xi M_N (E_\nu - E_\nu y) \right] + \\
 & + \frac{1}{M^4} \left[ m_\nu^2 \xi M_N (E_\nu y + \xi M_N) (m_q^2 + m_{q'}^2) \left( \frac{m_\nu + 2M_N E_\nu xy}{2} \right) - 2m_\nu^2 m_q^2 m_{q'}^2 \left( \frac{m_\nu^2 + 2M_N E_\nu xy}{2} \right) \right] \}. \tag{5.62}
 \end{aligned}$$

Procediendo de manera similar que en el caso anterior, obtenemos la sección eficaz diferencial para el proceso de la figura (5.1 b):

$$\begin{aligned}
 d\sigma = & \frac{1}{2E_\nu M_N y} \delta \left[ \xi - x \left( 1 + \frac{m_{q'}^2 - m_q^2}{2E_\nu M_N xy} \right) \right] \frac{1}{(32\pi)} \frac{1}{\sqrt{E_\nu^2 (\xi M_N)^2 - m_\nu^2 m_q^2}} \frac{2M_N E_\nu^2 y dx dy}{2|\vec{p}_\nu|} \\
 & \cdot \frac{g^4}{(2M_N E_\nu xy + M^2)^2} \left\{ 4E_\nu^2 (\xi M_N)^2 (1 - y) \left( 1 + \frac{m_\nu^2}{2E_\nu E_q} - \frac{xy}{\xi} \right) \right\} \\
 & + \frac{1}{M^2} \left[ 2m_\nu^2 m_q^2 \left( \frac{m_\nu^2 + 2M_N E_\nu xy}{2} + \xi M_N (E_\nu - E_\nu y) \right) - 2m_\nu^2 m_q^2 \xi M_N (E_\nu - E_\nu y) \right] \\
 & + \frac{1}{M^4} \left[ m_\nu^2 \xi M_N (E_\nu y + \xi M_N) (m_q^2 + m_{q'}^2) \left( \frac{m_\nu + 2M_N E_\nu xy}{2} \right) - 2m_\nu^2 m_q^2 m_{q'}^2 \left( \frac{m_\nu^2 + 2M_N E_\nu xy}{2} \right) \right] \}. \tag{5.63}
 \end{aligned}$$

De esta manera, hemos encontrado las secciones eficaces diferenciales para los procesos de las figuras (5.1 a) y (5.1 b). Similarmente, obtenemos las secciones eficaces para los procesos de las figuras (5.2 c) y (5.2 d). El siguiente paso es integrar estas expresiones, pero antes de eso debemos considerar los límites de integración y el hecho de que los quarks no se encuentran aislados en la naturaleza.

## 5.4. Restricciones cinemáticas

Teniendo en cuenta la cinemática de los procesos de las figuras (5.1 a) y (5.1 b) se pueden encontrar límites para  $x$  e  $y$  (más adelante hablaremos de la fracción  $\xi$ ), después utilizaremos estos límites para integrar las expresiones (5.62) y (5.63).

Lo primero que tenemos que notar es que la delta de Dirac de las expresiones (5.61) y (5.62) nos indica

$$\xi = x \left( 1 + \frac{m_{q'}^2 - m_q^2}{2E_\nu M_N x y} \right). \quad (5.64)$$

Si consideramos la conservación del cuadrimomento (despreciando la masa del leptón) y haciendo  $|\vec{p}_\ell| \approx E_\ell$  tenemos que

$$-q^2 = Q^2 = -(p_\nu - p_\ell)^2 = -m_\nu^2 + 2E_\nu E_\ell - 2|\vec{p}_\nu||\vec{p}_\ell| \cos \theta = -m_\nu^2 + 2E_\nu E_\ell - 2|\vec{p}_\nu|E_\ell \cos \theta. \quad (5.65)$$

El valor máximo de  $Q^2$  se alcanza cuando  $\cos \theta = -1$ , por lo cual

$$Q^2 \leq -m_\nu^2 + 2E_\nu E_\ell + 2|\vec{p}_\nu|E_\ell. \quad (5.66)$$

Ahora, usando  $E_\ell = E_\nu - \nu$ , (5.57) y (5.58) llegamos a que

$$E_\ell = E_\nu \left( 1 - \frac{Q^2}{2M_N E_\nu x} \right). \quad (5.67)$$

Sustituyendo (5.67) en (5.66) y desarrollando llegamos a que

$$Q^2 \leq \frac{(2E_\nu^2 + 2E_\nu|\vec{p}_\nu| - m_\nu^2)}{M_N x + E_\nu + |\vec{p}_\nu|} M_N x. \quad (5.68)$$

De igual manera, el valor mínimo de  $Q^2$  se obtiene para  $\cos \theta = 1$ ,

$$Q^2 \geq \frac{(2E_\nu^2 - 2E_\nu|\vec{p}_\nu| - m_\nu^2)}{M_N x + E_\nu - |\vec{p}_\nu|} M_N x. \quad (5.69)$$

Así, procediendo como antes y usando (5.57) en (5.68) y (5.69) se obtienen los límites para  $y$

$$y \leq \frac{(2E_\nu^2 + 2E_\nu|\vec{p}_\nu| - m_\nu^2)}{2E_\nu(M_N x + E_\nu + |\vec{p}_\nu|)}, \quad (5.70)$$

$$y \geq \frac{(2E_\nu^2 - 2E_\nu|\vec{p}_\nu| - m_\nu^2)}{2E_\nu(M_N x + E_\nu - |\vec{p}_\nu|)}. \quad (5.71)$$

Podemos encontrar la energía mínima del neutrino,  $E_\nu$ , para que las reacciones (5.1 a), (5.1 b), (5.2 c) y (5.2 d) se lleven a cabo. Trabajando en el sistema de referencia en donde el quark está en reposo consideremos la conservación de cuádrimomento dada por la relación

$$p_\nu + p_\ell = p_q + p'_q, \quad (5.72)$$

reacomodando y elevando al cuadrado tenemos

$$\begin{aligned} (p_\nu - p_q)^2 &= (p_{q'} - p_\ell)^2 \\ m_\nu^2 + m_q^2 - 2p_\nu \cdot p_q &= m_{q'}^2 + m_\ell^2 - 2p_{q'} \cdot p_\ell \end{aligned} \quad (5.73)$$

Por otro lado la energía mínima para llevar a cabo la reacción es cuando

$$\vec{p}_\ell = \vec{p}_{q'} = 0. \quad (5.74)$$

Haciendo uso del hecho que el quark inicial está en reposo, esto es,  $\vec{p}_q = 0$ , en (5.73) tenemos

$$m_\nu^2 + m_q^2 - 2E_\nu \cdot E_q = m_{q'}^2 + m_\ell^2 - 2E_{q'} \cdot E_\ell. \quad (5.75)$$

Ya que consideramos que el leptón resultante es producido en reposo, su energía es aproximadamente su masa en reposo, esto es,

$$E_\ell \approx m_\ell, \quad (5.76)$$

aplicando la condición (5.76) en (5.75) y despreciando la masa del leptón resultante, obtenemos la energía umbral que tiene que tener el neutrino en reacciones (5.1 a), (5.1 b), (5.2 c) y (5.2 d)

$$E_\nu \geq \frac{m_\nu^2 + m_q^2 - m_{q'}^2}{2E_q}, \quad (5.77)$$

$$E_\nu \geq \frac{m_\nu^2 + m_q^2 - m_{q'}^2}{2\xi M_N} \quad (5.78)$$

Por otro lado otra condición para la cinemática de nuestras reacciones se puede encontrar considerando la relación (5.64) y el rango de valores que puede tomar la fracción de cuádrimomento del nucleón

$$0 \leq \xi \leq 1, \quad (5.79)$$

por lo que podemos restringir (5.64)

$$1 \geq x \left( 1 + \frac{m_{q'}^2 - m_q^2}{2E_\nu M_N x y} \right), \quad (5.80)$$

usando (5.57) obtenemos

$$1 \geq x \left( 1 + \frac{m_{q'}^2 - m_q^2}{Q^2} \right). \quad (5.81)$$

Podemos despejar  $Q^2$  para obtener la restricción

$$Q^2 \geq \frac{x M_N}{1 - x}. \quad (5.82)$$

Además, se puede considerar la energía mínima que tiene que tener  $Q^2$  para interactuar con un quark de sabor  $i$ , esto es

$$Q^2 \geq m_i^2 \quad (5.83)$$

donde  $i = u, d, s, c$ .

Una condición adicional que podemos imponer a  $E_\nu$  se obtiene teniendo en cuenta que el neutrino interactúa con un protón, esto impone un mínimo en la energía que tiene que tener el neutrino para poder resolver la estructura del protón, esta energía mínima es

$$E_\nu \geq 1 \text{ GeV}. \quad (5.84)$$

Para finalizar esta sección, mencionaremos que para nuestro cálculo de la sección eficaz, además de las restricciones mencionadas, despreciaremos la masa del quark inicial  $m_q$ . Esto debido a que las energías involucradas en la interacción son varios órdenes de magnitud mayores que la masa del quark inicial por lo que su contribución en este contexto es despreciable (en caso de los quarks pesados, habría una contradicción con la masa del protón si se toma la masa del quark diferente de cero).

## 5.5. Funciones de distribución partónicas

Hasta este momento hemos calculado la sección eficaz diferencial para la dispersión neutrino derecho-quark, sin embargo en la naturaleza, a bajas energías, los quarks se encuentran atrapados en los nucleones (fenómeno conocido como confinamiento). Para altas energías los quarks dentro de los nucleones se comportan como partículas libres (fenómeno conocido como libertad asintótica). A un quark dentro del nucleón se le asigna una fracción del cuadrimomento del nucleón  $0 \leq \xi \leq 1$ , con esto, el quark

puede tomar un amplio rango de momentos para cada valor de  $Q^2$ . Para describir como se distribuye el momento del nucleón entre los quarks que lo constituyen se usan las funciones de distribución,  $P(\xi, Q^2)$ . Estas funciones de distribución describen la probabilidad de que un quark de cierto tipo tenga una fracción del quadrimomento total del nucleón entre  $\xi$  y  $\xi+d\xi$  para cierto valor de  $Q^2$ . Estas funciones de distribución no dependen del proceso considerado, solamente dependen del hadrón, por lo que las funciones obtenidas en un proceso dado pueden ser usadas en cualquier otro proceso (en este caso una dispersión) mientras que se considere el mismo hadrón. Ya que los partones se comportan como partículas libres para valores grandes de  $Q^2$ , entonces la sección eficaz puede calcularse como la suma incoherente de las secciones eficaces de un neutrino con los quarks correspondientes  $i$ , donde el factor de peso lo proporcionan las funciones de distribución partónica. En el caso de la dispersión inelástica  $\nu_j(\bar{\nu}_j)p$  la sección eficaz se puede escribir como:

$$\frac{d^2\sigma'_{\nu(\bar{\nu})p}}{dxdy} = \sum_i \int d\xi P_i(\xi, Q^2) \frac{d^2\sigma_{\nu(\bar{\nu})i}}{dxdy} + \sum_{\bar{i}} \int d\xi P_{\bar{i}}(\xi, Q^2) \frac{d^2\sigma_{\nu(\bar{\nu})\bar{i}}}{dxdy}, \quad (5.85)$$

donde la suma corre sobre los sabores de quarks que pueden participar en la interacción con el neutrino o antineutrino. Las reacciones que se pueden presentar en el caso de una interacción cargada del neutrino con los protones son:

$$\begin{aligned} \nu_\ell + i_d &\rightarrow \ell^- + i_u, & \nu_\ell + \bar{i}_u &\rightarrow \ell^- + \bar{i}_d \\ \bar{\nu}_\ell + \bar{i}_u &\rightarrow \ell^+ + \bar{i}_d, & \bar{\nu}_\ell + i_d &\rightarrow \ell^+ + i_d \end{aligned} \quad (5.86)$$

con  $i_u = u, c$  e  $i_d = d, s$ . Cabe notar que en nuestro cálculo no tomaremos en consideración el quark top ya que las interacciones con este quark son despreciables en comparación con la de los otros quarks. En este trabajo utilizaremos las funciones de distribución partónica CTEQ6 a primer orden para nucleones que se obtienen de ajustes a datos experimentales con aceleradores en donde se analizan varios tipos de reacciones de dispersión.

Las funciones de distribución partónica dependen tanto de  $Q^2$  como de  $x$ . Experimentalmente las funciones de distribución partónica CTEQ6 tienen los límites siguientes:

$$10^{-6} < x < 1, \quad (5.87)$$

$$1.3 < Q^2 < 10^4 \text{ (GeV)}. \quad (5.88)$$

Para obtener la distribución de partones para valores que se salen de este rango emplearemos la llamada aproximación doble logarítmica [26] (DLA, “*Double Logarithmic Approximation*”) ya que estas tienen un comportamiento menos singular cuando  $x \rightarrow 0$ . Esta aproximación tiene la forma:

$$P(x, Q^2)_{DLA} = C(Q^2) \left[ \frac{2(\varsigma - \varsigma_0)}{\rho} \right]^{\frac{1}{2}} \exp [2(\varsigma - \varsigma_0)\rho]^{\frac{1}{2}}, \quad (5.89)$$

con:

$$\varsigma = \ln \ln \left[ \frac{Q^2}{167 \text{ MeV}} \right], \quad (5.90)$$

$$\varsigma_0 = \varsigma(Q_0^2) = \varsigma[(1.3 \text{ GeV})^2], \quad (5.91)$$

$$\rho = \left( \frac{8N_C}{b} \right) \ln \left( \frac{1}{x} \right), \quad (5.92)$$

$$b = \frac{1}{3}(11N_C - 2n_f), \quad (5.93)$$

donde se tiene que:

$N_C$  es el número de colores de un quark en QCD, esto es  $N_C = 3$ .

$n_f$  es el número de quarks de distinto sabor presentes en el mar. Como no estamos considerando al quark *top* ni al quark *bottom* entonces  $n_f = 5$ .

$C(Q^2)$  es una variable de normalización tal que en  $x_0 = 10^{-6}$  las distribuciones de quarks DLA y CTEQ6 coincidan, esto es,  $P(x_0, Q^2)_{DLA} = P(x_0, Q^2)_{CTEQ6}$ .

Con esto tenemos los elementos necesarios para calcular la sección eficaz cargada neutrino (antineutrino)-protón que se usará después en el estudio de la atenuación del flujo de rayos cósmicos por las interacciones con los neutrinos estériles, la técnica que emplearemos para el cálculo de la atenuación la presentaremos en la siguiente sección.



# 6 Metodología e hipótesis

## 6.1. Hipótesis de trabajo

En este trabajo se asumirá la existencia de neutrinos derechos, estables<sup>1</sup>, masivos y tipo Dirac que interactúan con la materia mediante el modelo Mínimo Izquierdo-Derecho descrito en la sección 3. También se supondrá que estos neutrinos conforman toda la materia oscura, la cual se distribuye en nuestra galaxia de acuerdo al modelo de densidad de Einasto (ver sección 4), el cual pretendemos estudiar mediante el uso de rayos cósmicos ultranenergéticos. La posible existencia de neutrinos estériles es sugerida por resultados de experimentos de oscilaciones de neutrinos (ver sección 3) y la posibilidad de que sean un componente de la materia oscura parece ser respaldada por las observaciones del telescopio Planck. Sin embargo, su densidad y propiedades aún no están determinadas.

Se propone un método de escrutinio de la materia oscura, asumiendo que está formada por neutrinos derechos, basado en el uso de los rayos cósmicos de energías extremas y propuesto, por primera vez, en la referencia [7] para restringir nueva física. Se explorará, así mismo, el alcance del método y que tan eficaz y sensible podría ser para establecer cotas y límites sobre las propiedades de la materia oscura en el marco del modelo aquí estudiado. El método está basado en el estudio de la posible atenuación del flujo de rayos cósmicos ultraenergéticos en el fondo de materia oscura a diferentes energías.

Se considerará que los rayos cósmicos de ultra-altas energías están en su mayoría constituidos de protones. Esto, sin embargo, es aún incierto. El flujo de rayos cósmicos que emplearemos será el reportado por la colaboración del observatorio Pierre Auger. Dejaremos de lado, por lo pronto, las mediciones del Telescope Array, las cuales presentan algunas diferencias con las del observatorio Auger y poseen menor estadística. Ahora bien, puesto que las interacciones débiles cargadas del neutrino derecho, en el contexto del modelo Mínimo Izquierdo-Derecho, son más probables que las neutras, entonces despreciaremos estas últimas en nuestros cálculos de la sección eficaz total del neutrino derecho con la materia. A continuación, se describirá de forma breve el método empleado para explorar las propiedades de la materia oscura y de los neutrinos estériles.

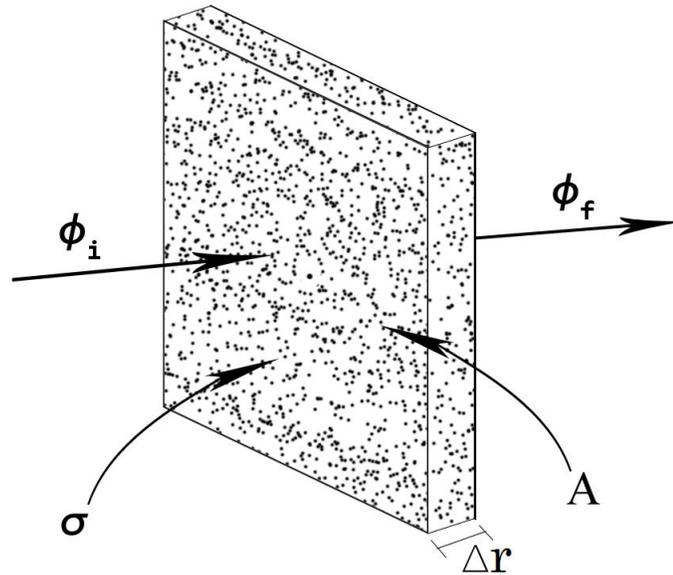
---

<sup>1</sup>Existen algunos modelos (ver ) izquierdo-derechos que predicen la existencia de neutrinos estériles estables.

## 6.2. Atenuación del flujo de rayos cósmicos

El método consiste en calcular la longitud de atenuación del flujo de rayos cósmicos en el halo galáctico de materia oscura de nuestra galaxia, asumiendo que está formado por neutrinos estériles y bajo la presencia de interacciones débiles cargadas derechas (ver sección 3). Con la longitud de atenuación encontraremos la modificación que experimenta el flujo observado de rayos cósmicos ultraenergéticos bajo la presencia de materia oscura dentro del modelo que estamos estudiando. Si la modificación al flujo observado está dentro de los límites de error experimental para una combinación  $m_\nu$ ,  $\rho_\nu$ ,  $M_w$  de parámetros del modelo, dicha combinación de parámetros es entonces permitida, de lo contrario, es rechazada con cierto grado de probabilidad (ver siguiente sección).

Para esto supongamos que en cierta región de la galaxia la densidad de neutrinos estériles es  $\rho(r)$ , donde  $r$  es la distancia desde el punto de referencia hasta donde se mide la densidad. En torno a este punto tomemos un volumen diferencial de área  $A$ , y ancho  $\Delta r$ , con  $N$ , el número de neutrinos contenido dentro de la caja. Sea  $\sigma$ , la sección eficaz de los rayos cósmicos con dicho medio (ver figura 6.1).



**Figura 6.1:** Volumen diferencial de área  $A$ , ancho  $\Delta r$  con un número fijo de partículas blanco  $N$  de sección eficaz  $\sigma$ .  $\phi_i$  es el flujo de partículas incidente normal a la superficie  $A$  y  $\phi_f$  es el flujo saliente de partículas.

Consideremos ahora un flujo de rayos cósmicos incidente  $\phi_i$ . Este flujo incidente se verá atenuado debido a las interacciones con los neutrinos del volumen diferencial (como

se mencionó en la sección 6.1) mientras atraviesa el medio. Llamaremos  $\phi_f$  al flujo atenuado que emerge de la caja. Definiremos la probabilidad de interacción del flujo dentro de la caja como:

$$P = -\frac{\phi_f - \phi_i}{\phi_i} = -\frac{\Delta\phi}{\phi_i}. \quad (6.1)$$

Por otra parte, la probabilidad de interacción se puede encontrar también a partir del cociente entre la sección eficaz de interacción (área blanco efectiva) de todas las partículas blanco,  $A_p$ , y el área total  $A$  expuesta por la caja al flujo, esto es:

$$P = \frac{A_p}{A} = \frac{N\sigma}{A} = \frac{(\rho(r)A\Delta r)\sigma}{A} = \rho(r)\sigma\Delta r, \quad (6.2)$$

entonces igualando 6.2 con 6.3 nos queda

$$-\frac{\Delta\phi}{\phi_i} = \rho(r)\sigma\Delta r, \quad (6.3)$$

tomando el límite  $\Delta\phi \rightarrow 0$  y  $\Delta r \rightarrow 0$ , tenemos la ecuación diferencial

$$-\frac{d\phi}{\phi_i} = \rho(r)\sigma dr, \quad (6.4)$$

resolviendo, obtenemos el flujo atenuado

$$\phi(X_0) = \phi_i e^{-\sigma \int_0^{X_0} \rho(r) dr} = \phi_i e^{-\sigma X_0}, \quad (6.5)$$

con  $X_0$ , densidad superficial de partículas blanco en *partículas/cm<sup>2</sup>* y  $\sigma$ , la sección eficaz débil cargada neutrino estéril-protón, en *cm<sup>2</sup>*.

### 6.3. Parámetros a estimar

Nuestro objetivo es estimar, con cierto nivel de confianza, la densidad de neutrinos estériles en forma de materia oscura en el medio interestelar para determinados valores de  $m_\nu$  y  $M_w$ . Para este fin, introduciremos un parámetro que nos permitirá modificar los valores de la densidad para el que calcularemos nuestro nivel de confianza. Llamaremos  $\alpha$  a este parámetro que estará definido como:

$$\alpha = \frac{X_p}{X_0}, \quad (6.6)$$

donde  $X_0$  es la densidad superficial de materia oscura que se obtuvo asumiendo el modelo de Einasto (ec. 6.5) para cierto valor de  $m_\nu$  y la densidad local de materia oscura

observada en nuestra galaxia  $0.22 \pm 0.07 \text{ GeV}/\text{cm}^3$  [27] correspondientes mientras que  $X_p$  es la densidad superficial de materia oscura, también en  $\text{partículas}/\text{cm}^2$ , estimada para cualquier valor galáctico local de densidad volumétrica con distribución como la del modelo de Einasto. Dada la definición (6.6), el parámetro  $\alpha$  se relaciona con la densidad volumétrica,  $\rho_{s0}$ , del modelo de Einasto de la siguiente manera:

$$\alpha = \frac{X_p}{X_0} = \frac{\rho_{sp}}{\rho_{s0}}, \quad (6.7)$$

donde  $\rho_{sp}$  es un parámetro libre en nuestro análisis asociado con  $X_p$  y definido como la densidad volumétrica del modelo de Einasto, mientras que  $\rho_{s0}$  es la densidad volumétrica de la que se obtiene  $X_0$  y definida de forma tal que reproduce el valor local de densidad de materia oscura en nuestra galaxia en el modelo de Einasto. Con esto, el flujo de rayos cósmicos atenuado por la densidad superficial  $X_p$  de neutrinos estériles en el halo de la Vía Láctea es

$$\phi_f(X_0) = \phi_i e^{-\alpha \sigma X_0}, \quad (6.8)$$

donde  $\phi_f(X_0)$  será el flujo de rayos cósmicos ultranenergéticos observado en la Tierra después de atravesar la densidad superficial,  $\alpha X_0$ , de materia oscura en nuestro halo galáctico.

Como podemos ver, si encontramos  $\alpha$ , automáticamente se obtiene el valor de  $X_p$  y de aquí, el de  $\rho_p$ . En nuestro trabajo estimamos  $\alpha$  con cierto nivel de confianza para diferentes valores de la masa del neutrino estéril,  $m_\nu$ , y diferentes valores de la masa del bosón  $W_R^\pm$ . Para calcular el intervalo de confianza utilizamos la prueba de hipótesis  $\chi^2$  de la cual hablaremos en la siguiente sección.

## 6.4. Niveles de confianza

Para el cálculo de los niveles de confianza (CL) utilizaremos la prueba de hipótesis  $\chi^2$ . El problema consiste en indagar si dentro de los errores sistemáticos y estadísticos del flujo observado de rayos cósmicos ultraenergéticos en la Tierra existen efectos de atenuación compatibles con interacciones del espectro de rayos cósmicos, dentro del modelo Mínimo Izquierdo-Derecho, y un halo de neutrinos estériles que pudiera existir en nuestra Vía Láctea. Sea  $\phi_f(E_j)$  el flujo atenuado de acuerdo a (6.8) y  $\phi_{obs}(E_j)$ , el flujo medido en la Tierra, ambos a una energía  $E_j$ . Además, sea  $\delta\phi_{obs}(E_j)$  el error experimental del flujo asociado con  $\phi_{obs}(E_j)$ , entonces se define la función  $\chi^2$  de la siguiente manera:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^N \frac{[\phi_f(E_j) - \phi_{obs}(E_j)]^2}{\delta\phi_{obs}(E_j)^2}, \quad (6.9)$$

Si el flujo  $\phi_f(E_j)$  es consistente con el flujo medido  $\phi_{obs}(E_j)$  entonces el valor de  $\chi^2$  es pequeño. En caso contrario, se espera un valor grande de  $\chi^2$ . Para una muestra de  $N$  puntos, la densidad de probabilidad para la distribución  $\chi^2$  es

$$p(\chi^2; N) = \frac{2^{N-2}}{\Gamma(N/2)} \chi^{N-2} e^{-\frac{\chi^2}{2}}, \quad (6.10)$$

llamaremos nivel de confianza (CL) a la cantidad dada por:

$$CL(\chi^2; N) = \int_{-\infty}^{\chi^2} p(\chi'^2; N) d\chi'^2. \quad (6.11)$$

Por lo tanto, (6.10) es la probabilidad de obtener un valor menor o igual que  $\chi^2$  de forma aleatoria. Un valor de  $CL$  muy grande implica que el valor estimado de  $\alpha$  tiene una probabilidad baja de ser consistente con los datos experimentales dentro de las incertidumbres respectivas. Para nuestras estimaciones de  $\alpha$  emplearemos los siguientes niveles de confianza: 68, 90 y 99 %. Los resultados serán presentados en el siguiente capítulo.

## 6.5. Densidad promedio de materia oscura en la Vía Láctea

Ahora procederemos a obtener la densidad superficial promedio de materia oscura que vería una partícula que se dirige a la Tierra y que se encuentra con el halo de materia oscura de nuestra galaxia. Para esto consideremos el modelo de Einasto dado por la ec. (4.2):

$$\rho_E(r) = \rho_{s0} \exp\left(-\frac{2}{\alpha} \left[\left(\frac{r}{r_s}\right)^\alpha - 1\right]\right). \quad (6.12)$$

En el modelo de Einasto  $r$ , es la distancia del centro de la Vía Láctea al punto de observación. Ya que la Tierra no se encuentra en el centro galáctico haremos un cambio de sistema de referencia de tal manera que la Tierra sea el origen. La transformación está dada por:

$$r = \sqrt{r'^2 + R_{gc}^2 - 2R_{gc}r' \cos(\theta)} \quad (6.13)$$

donde:

$r'$  es la distancia medida desde la Tierra a un punto de observación definido por el vector  $\vec{r}'$ .

$r$  es la distancia del centro de la Vía Láctea a un punto de observación.

$R_{gc}$  es la distancia del centro de la Tierra al centro de la Vía Láctea , esto es  $R_{gc} = 92 \text{ kpc}$ .

$\cos \theta$  es el ángulo formado por el vector  $\vec{R}_{gc}$  y el vector  $\vec{r}'$ .

Introduciendo esta transformación en (6.12) e integrando se obtiene la densidad superficial promedio  $X_0$ , esto es,

$$X_0 = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_{gc} \cos \theta + \sqrt{R_{gc}^2 \cos^2 \theta + r_{hg}^2 - R_{gc}^2}} \int_0^\pi \rho_E \left[ \sqrt{r'^2 + R_{gc}^2 - 2R_{gc}r' \cos(\theta)} \right] dr' d\theta d\phi, \quad (6.14)$$

en donde  $r_{hg}$  es la distancia del centro de la Vía Láctea al halo galáctico. Después de integrar la expresión (6.14) se tiene:

$$X_0 = 1.03927 \times 10^3 \frac{eV}{cm^2}, \quad (6.15)$$

suponiendo que la materia oscura está compuesta de neutrinos estériles de masa  $m_\nu$ , la densidad superficial de partículas  $\rho$  está dada por

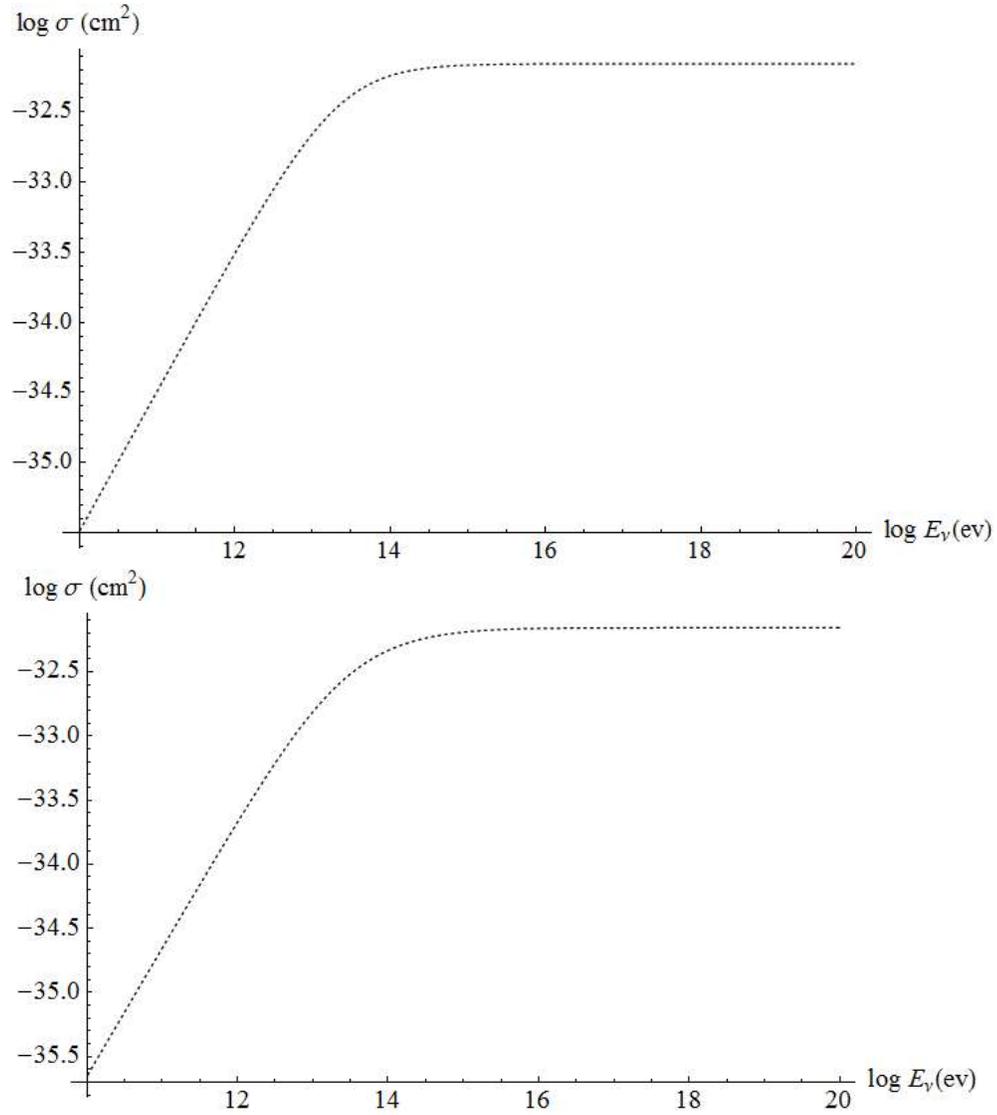
$$\rho = \frac{X_0}{m_\nu}. \quad (6.16)$$

# 7 Resultados y discusiones

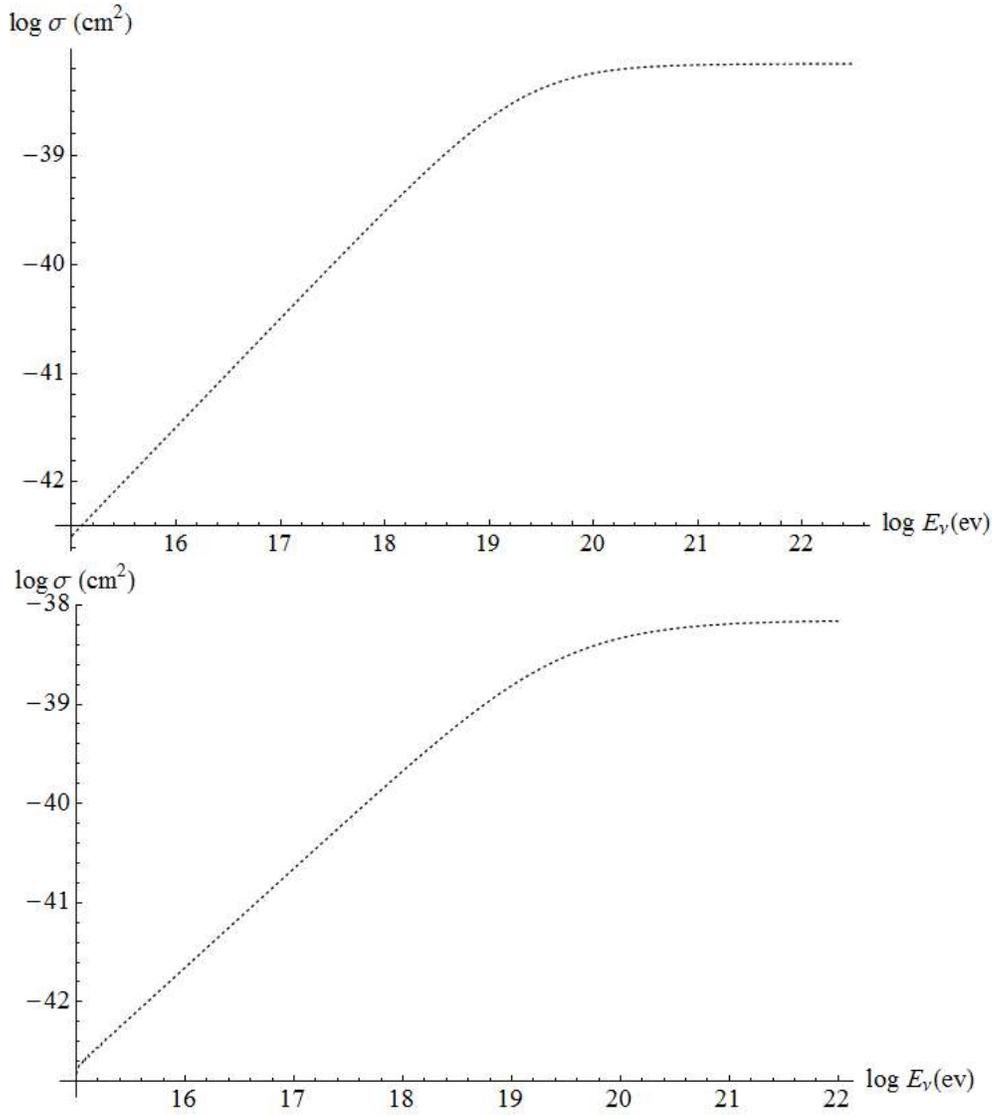
En este capítulo expondremos los resultados obtenidos utilizando las ideas presentadas en los capítulos 4, 5 y 6. De manera más específica primero expondremos algunos de los resultados obtenidos al integrar la sección eficaz neutrino estéril-quark que se obtuvo en el capítulo 5. Después, utilizando las funciones de distribución partónica (descritas en el capítulo 5) obtendremos la sección eficaz neutrino estéril-protón. Finalmente, estimaremos la densidad superficial promedio de materia oscura permitida en el halo galáctico de la Vía Láctea para diferentes niveles de confianza de acuerdo a la técnica descrita en el capítulo 6.

## 7.1. Sección eficaz neutrino estéril-quark

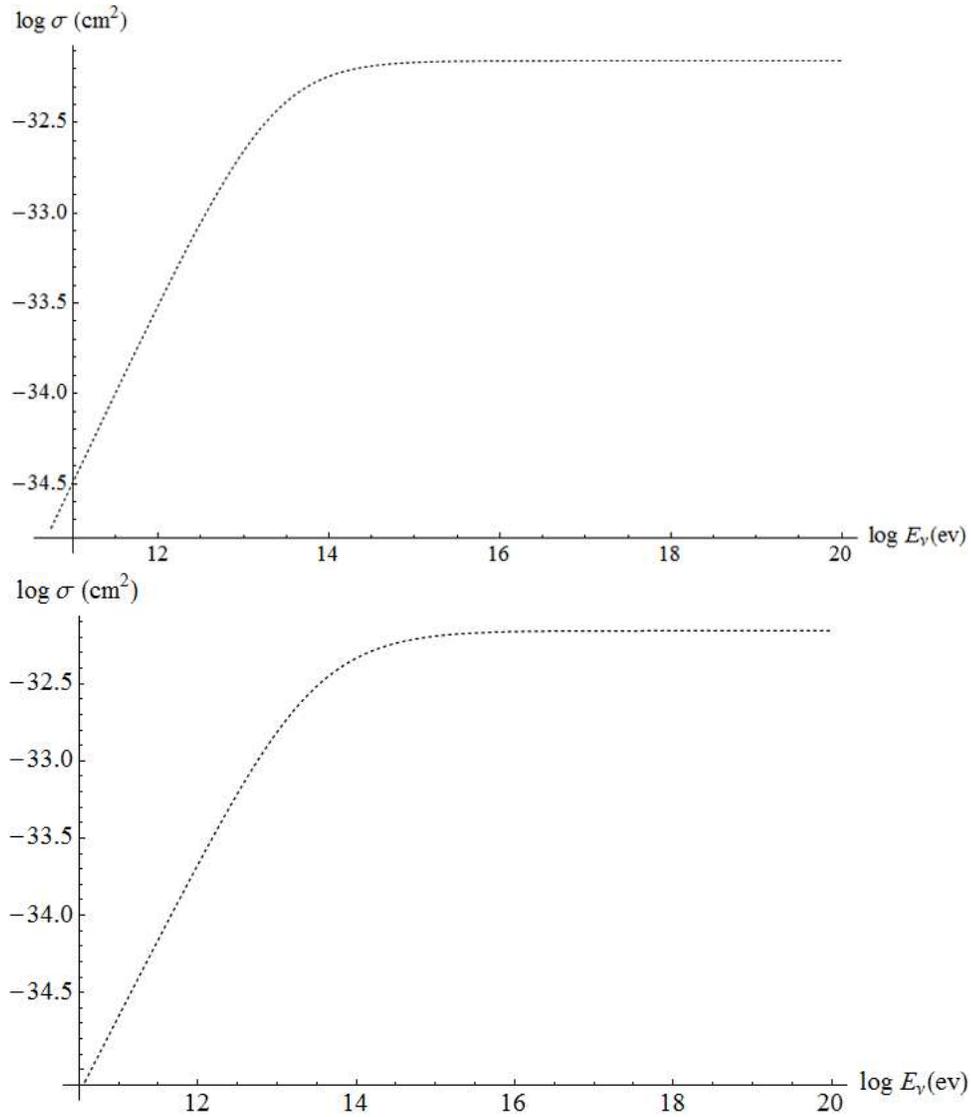
Integrando las relaciones (5.62) y (5.63) en el sistema de referencia en el que el quark se encuentra en reposo y tomando en cuenta las restricciones de la sección 5.4 se obtuvo la sección eficaz para las interacciones neutrino estéril-quark(antiquark). Los resultados se grafican en las figuras 7.1, 7.2 y 7.3. La gráfica 7.4 corresponde al cálculo estándar de la sección eficaz  $\nu + q_d \rightarrow e^- + q'_u$  (nuestra referencia) en donde  $m_\nu = 0$ ,  $M_W = 80 \times 10^9 \text{ eV}$ , se desprecian las masas de los quarks involucrados y la masa del leptón cargado resultante, en este caso, la del electrón. Nótese que la sección eficaz no varía mucho si la interacción se produce con un quark o un antiquark.



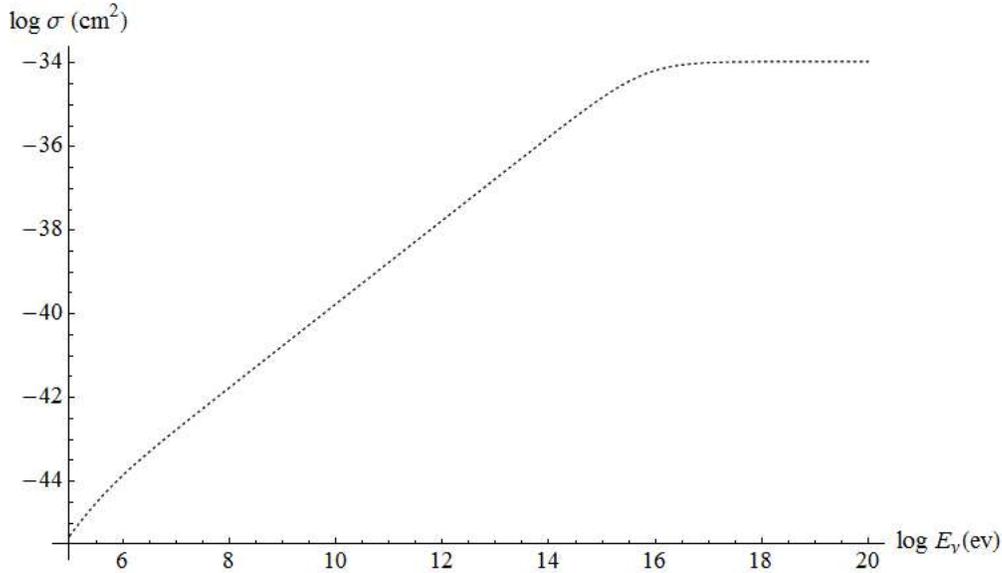
**Figura 7.1:** Sección eficaz en función de la energía del neutrino obtenida con  $m_\nu = 1 \text{ eV}$ ,  $m_{q_u} = 2.3 \times 10^6 \text{ eV}$ ,  $m_{q_d} = 4.8 \times 10^6 \text{ eV}$  y  $M_W = 10 \text{ GeV}$  para las reacciones  $\nu_R + q_d \rightarrow e^- + q'_u$  (gráfica superior) y  $\nu_R + \bar{q}_u \rightarrow e^- + \bar{q}_d$  (gráfica inferior).



**Figura 7.2:** Sección eficaz en función de la energía del neutrino obtenida con  $m_\nu = 1 \text{ eV}$ ,  $m_{q_u} = 2.3 \times 10^6 \text{ eV}$ ,  $m_{q_d} = 4.8 \times 10^6 \text{ eV}$  y  $M_W = 10^4 \text{ GeV}$  para las reacciones  $\nu_R + q_d \rightarrow e^- + q'_u$  (gráfica superior) y  $\nu_R + \bar{q}_u \rightarrow e^- + \bar{q}_d$  (gráfica inferior).



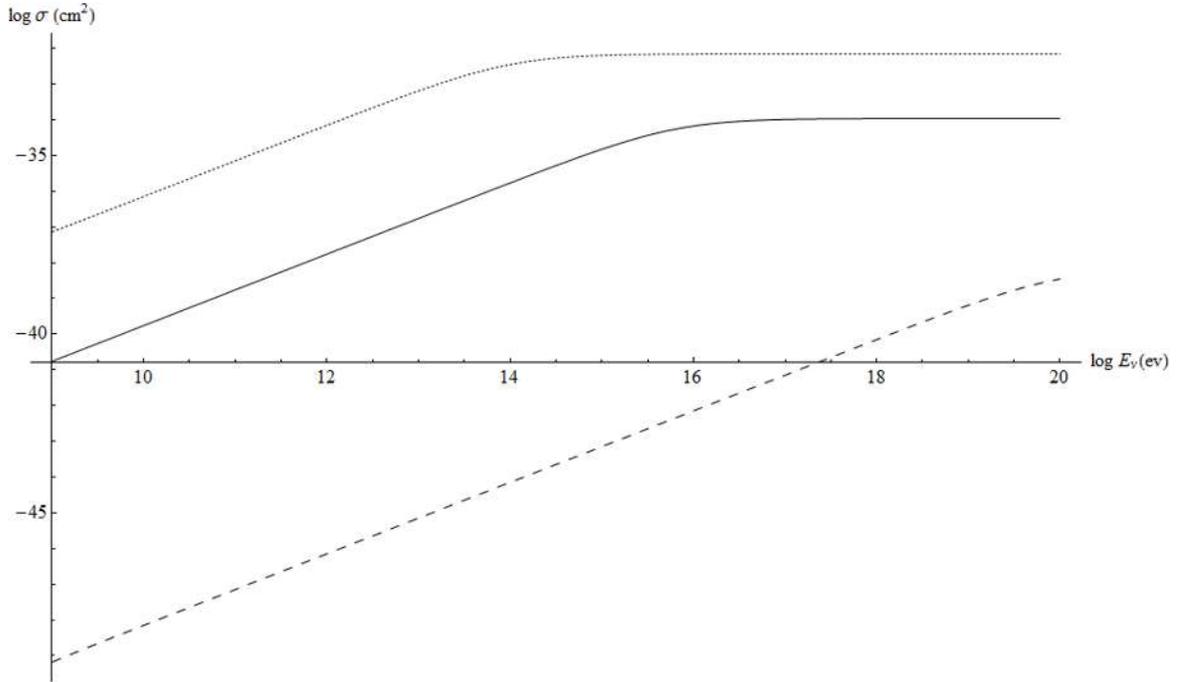
**Figura 7.3:** Sección eficaz en función de la energía del neutrino obtenida con  $m_\nu = 10^7 \text{ eV}$ ,  $m_{q_u} = 2.3 \times 10^6 \text{ eV}$ ,  $m_{q_d} = 4.8 \times 10^6 \text{ eV}$  y  $M_W = 10 \text{ GeV}$  para las reacciones  $\nu_R + q_d \rightarrow e^- + q'_u$  (gráfica superior) y  $\nu_R + \bar{q}_u \rightarrow e^- + \bar{q}_d$  (gráfica inferior).



**Figura 7.4:** Sección eficaz  $\nu + q_d \rightarrow e^- + q'_u$  en función de la energía del neutrino obtenida para  $m_{q'} = m_q = m_\nu = 0 \text{ eV}$  y  $M_W = 80 \text{ GeV}$ .

A muy altas energías, la transferencia de cuadrimomento  $Q^2$  tiende a dominar el propagador sobre el término  $M_W^2$ , limitando el crecimiento de la sección eficaz y evitando que esta siga creciendo, dando lugar al comportamiento plano observado en las gráficas a muy altas energías. El punto donde este comportamiento se presenta, se incrementa con el valor de  $M_W^2$ , como se aprecia de las figuras.

Se puede notar de las figuras 7.1 y 7.2 que la sección eficaz disminuyó en gran medida al aumentar la masa  $M_W$ , esto se debe a que en el propagador de la sección eficaz,  $M_W$  va cobrando importancia, esto es especialmente notable si comparamos 7.1 y 7.2 con el cálculo de referencia cuya gráfica se muestra en la figura 7.4. Además, comparando las figuras 7.1 y 7.3 se puede ver que la sección eficaz no varía de forma importante respecto a la masa del neutrino estéril,  $m_\nu$ . En la fig. 7.5 se muestran juntas las gráficas 7.2, 7.3 y 7.4 para la reacción  $\nu_R + q_d \rightarrow \ell + q'_u$ .



**Figura 7.5:** Sección eficaz para la reacción  $\nu_R + q_d \rightarrow e^- + q'_u$  con  $m_{q'} = 2.3 \times 10^6 \text{ eV}$ ,  $m_\nu = 10^7 \text{ eV}$ ,  $M_W = 10 \text{ GeV}$  (gráfica punteada),  $m_{q'} = 2.3 \times 10^6 \text{ eV}$ ,  $m_\nu = 0$ ,  $M_W = 80 \text{ GeV}$  (gráfica continua) y  $m_{q'} = 2.3 \times 10^6 \text{ eV}$ ,  $m_\nu = 1 \text{ eV}$ ,  $M_W = 10^4 \text{ GeV}$  (gráfica discontinua).

## 7.2. Sección eficaz total

Integrando la ec. (5.85) y tomando en cuenta las restricciones expuestas en la sección 5.4, se obtiene la sección eficaz total para la dispersión  $\nu_{R\ell}(\bar{\nu}_{R\ell}) + p \rightarrow \ell + X$  donde,  $\ell$  y  $X$  son el leptón cargado final y los hadrones resultantes, respectivamente. Antes de presentar las secciones eficaces totales neutrino derecho-protón obtenidas tenemos que considerar el rango de energías en el cual deben ser calculadas.

Con la finalidad de estudiar la atenuación del flujo de rayos cósmicos, es necesario obtener la sección eficaz de los mismos en el fondo de neutrinos estériles del halo galáctico en el rango de ultra altas energías en donde se tienen mediciones del flujo y pudieran ser más importantes las interacciones. El flujo de rayos cósmicos medido por la colaboración Pierre Auger (multiplicado por la energía al cubo para apreciar los detalles del espectro) fue presentado en la fig. 4.7. Como podemos ver de dicha figura el rango de energías de rayos cósmicos está entre  $10^{18}$  y  $10^{20} \text{ eV}$ . A estas energías, la probabilidad de interacción del flujo de rayos cósmicos con el fondo de neutrinos estériles se espera sea mayor que a más bajas energías. Dado que nuestra sección eficaz fue calculada en el sistema en donde el protón está en reposo tendremos que cambiar,

mediante una transformación de Lorentz, al sistema de laboratorio donde el protón se encuentra en movimiento y el neutrino estéril está en reposo (asumiendo que las partículas de la materia oscura tengan poca energía cinética, como parece ser el caso). Haciendo este cambio de sistema de referencia, se obtiene la relación:

$$E_\nu = E'_N \frac{m_\nu}{M_N} \quad (7.1)$$

donde:

$E_\nu$  es la energía del neutrino en el sistema de referencia donde el protón está en reposo.

$E'_N$  es la energía del protón en el sistema de referencia donde el neutrino está fijo. Las mediciones del telescopio Pierre Auger cubren el rango  $E'_N = 10^{18} - 10^{20} \text{ eV}$ .

$m_\nu$  es la masa del neutrino estéril.

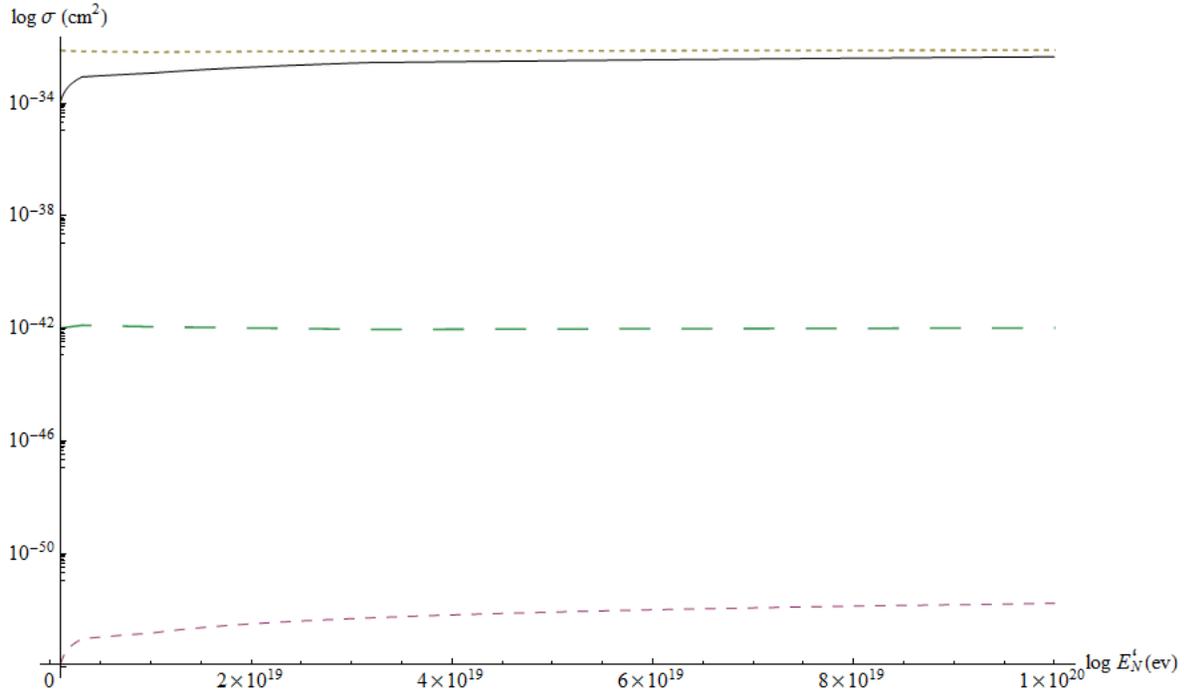
$M_N$  es la masa del protón, esto es  $M_N = 10^9 \text{ eV}$ .

Las secciones eficaces cargadas neutrino derecho-protón obtenidas usando (5.85) para el rango de energías  $E'_N = 10^{18} - 10^{20} \text{ eV}$ , calculadas de acuerdo a la expresión (7.1), se pueden ver en el cuadro 7.1 para diferentes valores de  $m_\nu$  y  $M_W$ . Por otra parte, algunas de las gráficas resultantes se presentan en la figura 7.6.

$E'_N = 10^{18}$			$m_\nu [eV]$		
$M_W [eV]$	1	$10^5$	$10^7$	$10^9$	$10^{13}$
$10^{10}$	$4.7593 \times 10^{-35}$	$4.1519 \times 10^{-33}$	$3.8875 \times 10^{-33}$	$3.8787 \times 10^{-33}$	$3.7852 \times 10^{-33}$
$10^{11}$	$4.8468 \times 10^{-39}$	$3.8055 \times 10^{-35}$	$4.3364 \times 10^{-35}$	$4.4370 \times 10^{-35}$	$4.3376 \times 10^{-35}$
$10^{12}$	$4.8476 \times 10^{-43}$	$8.8127 \times 10^{-38}$	$4.3812 \times 10^{-37}$	$4.7182 \times 10^{-37}$	$5.4732 \times 10^{-37}$
$10^{13}$	$4.8476 \times 10^{-47}$	$1.1854 \times 10^{-41}$	$1.0786 \times 10^{-39}$	$4.9128 \times 10^{-39}$	$6.1960 \times 10^{-39}$
$10^{14}$	$4.8476 \times 10^{-51}$	$1.1893 \times 10^{-45}$	$1.4776 \times 10^{-43}$	$1.2698 \times 10^{-41}$	$6.2192 \times 10^{-41}$
$10^{15}$	$4.8476 \times 10^{-55}$	$1.1894 \times 10^{-49}$	$1.4828 \times 10^{-47}$	$1.7640 \times 10^{-45}$	$5.1069 \times 10^{-43}$
$E'_N = 10^{18.5}$			$m_\nu [eV]$		
$M_W [eV]$	1	$10^5$	$10^7$	$10^9$	$10^{13}$
$10^{10}$	$4.0662 \times 10^{-34}$	$3.7374 \times 10^{-33}$	$3.6895 \times 10^{-33}$	$4.8704 \times 10^{-33}$	$3.5502 \times 10^{-33}$
$10^{11}$	$4.4341 \times 10^{-38}$	$4.0764 \times 10^{-35}$	$4.4647 \times 10^{-35}$	$4.6472 \times 10^{-35}$	$3.8393 \times 10^{-35}$
$10^{12}$	$4.4381 \times 10^{-42}$	$1.8304 \times 10^{-37}$	$4.4888 \times 10^{-37}$	$4.7239 \times 10^{-37}$	$4.6867 \times 10^{-37}$
$10^{13}$	$4.4381 \times 10^{-46}$	$3.9589 \times 10^{-41}$	$2.1363 \times 10^{-39}$	$5.0014 \times 10^{-39}$	$5.6297 \times 10^{-39}$
$10^{14}$	$4.4381 \times 10^{-50}$	$4.0015 \times 10^{-45}$	$4.8618 \times 10^{-43}$	$2.4261 \times 10^{-41}$	$6.4131 \times 10^{-41}$
$10^{15}$	$4.4381 \times 10^{-54}$	$4.0019 \times 10^{-49}$	$4.9167 \times 10^{-47}$	$5.7577 \times 10^{-45}$	$6.5315 \times 10^{-43}$
$E'_N = 10^{19}$			$m_\nu [eV]$		
$M_W [eV]$	1	$10^5$	$10^7$	$10^9$	$10^{13}$
$10^{10}$	$4.9366 \times 10^{-34}$	$4.9368 \times 10^{-33}$	$3.7905 \times 10^{-33}$	$3.6878 \times 10^{-33}$	$3.4217 \times 10^{-33}$
$10^{11}$	$6.1702 \times 10^{-38}$	$4.3052 \times 10^{-35}$	$4.2975 \times 10^{-35}$	$4.3813 \times 10^{-35}$	$3.5790 \times 10^{-35}$
$10^{12}$	$6.1858 \times 10^{-42}$	$2.7167 \times 10^{-37}$	$4.8203 \times 10^{-37}$	$5.1969 \times 10^{-37}$	$4.0656 \times 10^{-37}$
$10^{13}$	$6.1859 \times 10^{-46}$	$1.2912 \times 10^{-40}$	$2.9308 \times 10^{-39}$	$4.8229 \times 10^{-39}$	$4.6056 \times 10^{-39}$
$10^{14}$	$6.1859 \times 10^{-50}$	$1.3358 \times 10^{-44}$	$1.5695 \times 10^{-42}$	$3.0730 \times 10^{-41}$	$5.2260 \times 10^{-41}$
$10^{15}$	$6.1859 \times 10^{-54}$	$1.3363 \times 10^{-48}$	$1.6264 \times 10^{-46}$	$1.8443 \times 10^{-44}$	$5.7727 \times 10^{-43}$
$E'_N = 10^{19.5}$			$m_\nu [eV]$		
$M_W [eV]$	1	$10^5$	$10^7$	$10^9$	$10^{13}$
$10^{10}$	$1.2284 \times 10^{-33}$	$3.7252 \times 10^{-33}$	$4.3451 \times 10^{-33}$	$3.6877 \times 10^{-33}$	$3.7902 \times 10^{-33}$
$10^{11}$	$2.1774 \times 10^{-37}$	$4.2395 \times 10^{-35}$	$4.1911 \times 10^{-35}$	$4.0304 \times 10^{-35}$	$3.8269 \times 10^{-35}$
$10^{12}$	$2.1953 \times 10^{-41}$	$3.6442 \times 10^{-37}$	$5.0516 \times 10^{-37}$	$5.1928 \times 10^{-37}$	$4.1256 \times 10^{-37}$
$10^{13}$	$2.1955 \times 10^{-45}$	$4.0060 \times 10^{-40}$	$3.7937 \times 10^{-39}$	$5.4660 \times 10^{-39}$	$4.3295 \times 10^{-39}$
$10^{14}$	$2.1955 \times 10^{-49}$	$4.4544 \times 10^{-44}$	$4.8032 \times 10^{-42}$	$3.7051 \times 10^{-41}$	$4.4996 \times 10^{-41}$
$10^{15}$	$2.1955 \times 10^{-53}$	$4.4593 \times 10^{-48}$	$5.3658 \times 10^{-46}$	$5.5960 \times 10^{-44}$	$4.6403 \times 10^{-43}$
$E'_N = 10^{20}$			$m_\nu [eV]$		
$M_W [eV]$	1	$10^5$	$10^7$	$10^9$	$10^{13}$
$10^{10}$	$2.2119 \times 10^{-33}$	$3.8875 \times 10^{-33}$	$3.8787 \times 10^{-33}$	$3.9196 \times 10^{-33}$	$4.1049 \times 10^{-33}$
$10^{11}$	$7.1970 \times 10^{-37}$	$4.3364 \times 10^{-35}$	$4.4370 \times 10^{-35}$	$4.0547 \times 10^{-35}$	$4.4311 \times 10^{-35}$
$10^{12}$	$7.3941 \times 10^{-41}$	$4.3812 \times 10^{-37}$	$4.7182 \times 10^{-37}$	$4.6260 \times 10^{-37}$	$4.8733 \times 10^{-37}$
$10^{13}$	$7.3961 \times 10^{-45}$	$1.0786 \times 10^{-39}$	$4.9128 \times 10^{-39}$	$5.7246 \times 10^{-39}$	$5.1211 \times 10^{-39}$
$10^{14}$	$7.3961 \times 10^{-49}$	$1.4776 \times 10^{-43}$	$1.2697 \times 10^{-41}$	$5.1680 \times 10^{-41}$	$5.2435 \times 10^{-41}$
$10^{15}$	$7.3961 \times 10^{-53}$	$1.4828 \times 10^{-47}$	$1.7640 \times 10^{-45}$	$1.4609 \times 10^{-43}$	$5.2671 \times 10^{-43}$

**Cuadro 7.1:** Tabla de valores obtenidos para la sección eficaz cargada neutrino derecho-protón  $\sigma$  para energías del protón

$E'_N = 10^{18}, 10^{18.5}, 10^{19}, 10^{19.5}$  y  $10^{20}$  eV. En la parte superior se muestra la masa del neutrino estéril en eV, en la parte izquierda se muestra la masa del bosón  $W_R$  en eV. Las energías están en unidades de eV y la sección eficaz en  $cm^2$ .

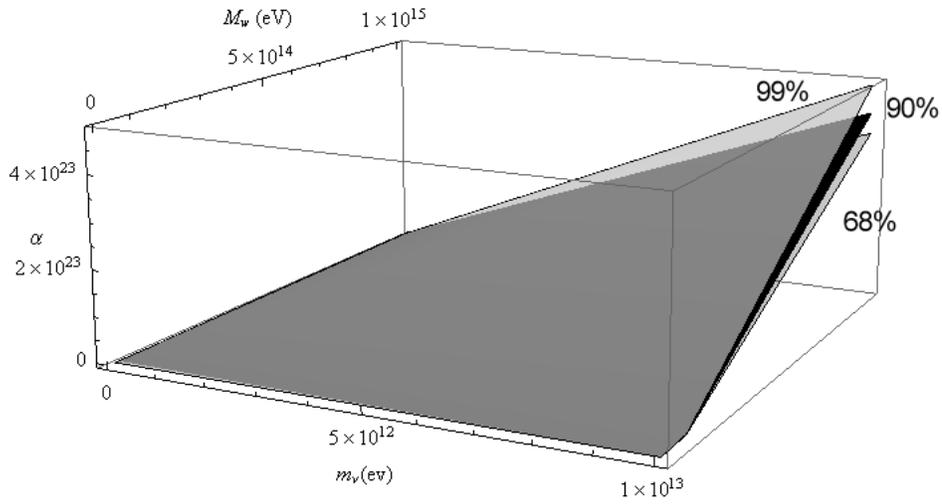


**Figura 7.6:** Secciones eficaces cargadas neutrino derecho-protón para el rango de energías  $E'_N = 10^{18} - 10^{20} \text{ eV}$ . De mayor a menor:  $m_\nu = 10^{13} \text{ eV}$  y  $M_W = 10 \text{ GeV}$ ,  $m_\nu = 1 \text{ eV}$  y  $M_W = 10 \text{ GeV}$ ,  $m_\nu = 10^{13} \text{ eV}$  y  $M_W = 10^6 \text{ GeV}$  y  $m_\nu = 1 \text{ eV}$  y  $M_W = 10^6 \text{ GeV}$ .

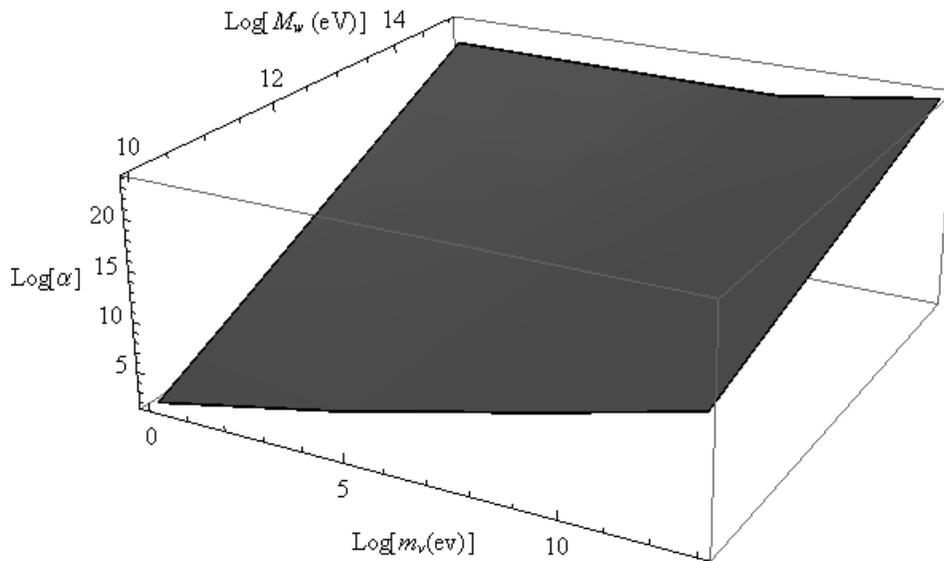
### 7.3. Niveles de confianza para la densidad de neutrinos estériles

Se generaron superficies para  $\alpha$  de tal manera que sus niveles de confianza fueran del 99 %, 90 % y 68 % (se eligieron estos niveles de confianza ya que son usados con bastante frecuencia), como se puede ver en la fig. 7.7, empleando la técnica descrita en la sección 6.4. Podemos notar que los valores de  $\alpha$  difieren en menos de un orden de magnitud entre los diferentes niveles de confianza obtenidos para valores fijos de  $m_\nu$  y  $M_W$ .

Los valores de  $\alpha$  y su nivel de confianza se pueden apreciar en el cuadro 7.2.



**Figura 7.7:** Superficies de nivel  $\alpha$  generadas para los niveles de confianza del 99 %, 90 % y 68 % mediante el análisis descrito en la sección 6.4.



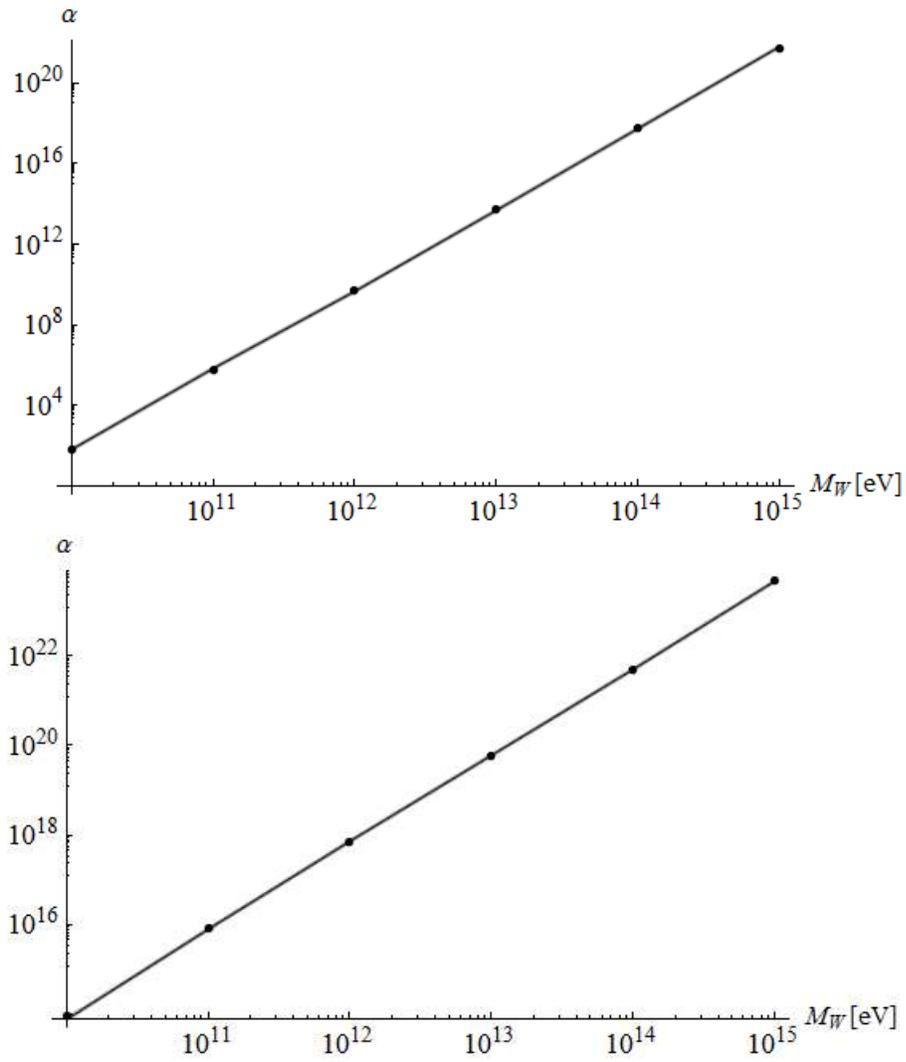
**Figura 7.8:** Superficies de nivel  $\alpha$  generadas para los niveles de confianza del 99 %, 90 % y 68 % mediante el análisis descrito en la sección 6.4 en escala logarítmica. Hay que mencionar que en este caso las tres superficies se superponen.

$M_W$ [eV]	$m_\nu$ [eV]					CL
	1	$10^5$	$10^7$	$10^9$	$10^{13}$	
$10^{10}$	51.5228	588843	$6.4565 \times 10^7$	$5.1286 \times 10^9$	$6.8233 \times 10^{13}$	68 %
	57.9428	663743	$7.2945 \times 10^7$	$5.7809 \times 10^9$	$7.7090 \times 10^{13}$	90 %
	66.8343	765596	$8.3945 \times 10^7$	$6.6680 \times 10^9$	$8.8715 \times 10^{13}$	99 %
$10^{11}$	422699	$5.8613 \times 10^7$	$5.4701 \times 10^9$	$5.2722 \times 10^{11}$	$6.3386 \times 10^{15}$	68 %
	477529	$6.6069 \times 10^7$	$6.1517 \times 10^9$	$5.9429 \times 10^{11}$	$7.1614 \times 10^{15}$	90 %
	552077	$7.6032 \times 10^7$	$7.0957 \times 10^9$	$6.8548 \times 10^{11}$	$8.2413 \times 10^{15}$	99 %
$10^{12}$	$4.2072 \times 10^9$	$1.1694 \times 10^{10}$	$5.2966 \times 10^{11}$	$4.9888 \times 10^{13}$	$5.2722 \times 10^{17}$	68 %
	$4.7533 \times 10^9$	$1.3182 \times 10^{10}$	$5.9566 \times 10^{11}$	$5.6234 \times 10^{13}$	$5.9566 \times 10^{17}$	90 %
	$5.4954 \times 10^9$	$1.5170 \times 10^{10}$	$6.8706 \times 10^{11}$	$6.4863 \times 10^{13}$	$6.8548 \times 10^{17}$	99 %
$10^{13}$	$4.2072 \times 10^{13}$	$2.7542 \times 10^{13}$	$1.0280 \times 10^{14}$	$4.8528 \times 10^{15}$	$4.4668 \times 10^{19}$	68 %
	$4.7533 \times 10^{13}$	$3.1117 \times 10^{13}$	$1.1614 \times 10^{14}$	$5.4827 \times 10^{15}$	$5.0350 \times 10^{19}$	90 %
	$5.4954 \times 10^{13}$	$3.5974 \times 10^{13}$	$1.3365 \times 10^{14}$	$6.3095 \times 10^{15}$	$5.7942 \times 10^{19}$	99 %
$10^{14}$	$4.2072 \times 10^{17}$	$2.5585 \times 10^{17}$	$2.2698 \times 10^{17}$	$9.2896 \times 10^{18}$	$3.9264 \times 10^{21}$	68 %
	$4.7533 \times 10^{17}$	$2.8973 \times 10^{17}$	$2.5703 \times 10^{17}$	$1.0471 \times 10^{18}$	$4.4157 \times 10^{21}$	90 %
	$5.4954 \times 10^{17}$	$3.3573 \times 10^{17}$	$2.9785 \times 10^{17}$	$1.2078 \times 10^{18}$	$5.0933 \times 10^{21}$	99 %
$10^{15}$	$4.2072 \times 10^{21}$	$2.5585 \times 10^{21}$	$2.1086 \times 10^{21}$	$1.9408 \times 10^{21}$	$3.7670 \times 10^{23}$	68 %
	$4.7533 \times 10^{21}$	$2.8973 \times 10^{21}$	$2.3933 \times 10^{21}$	$2.1928 \times 10^{21}$	$4.2461 \times 10^{23}$	90 %
	$5.4954 \times 10^{21}$	$3.3573 \times 10^{21}$	$2.7669 \times 10^{21}$	$2.5409 \times 10^{21}$	$4.8977 \times 10^{23}$	99 %

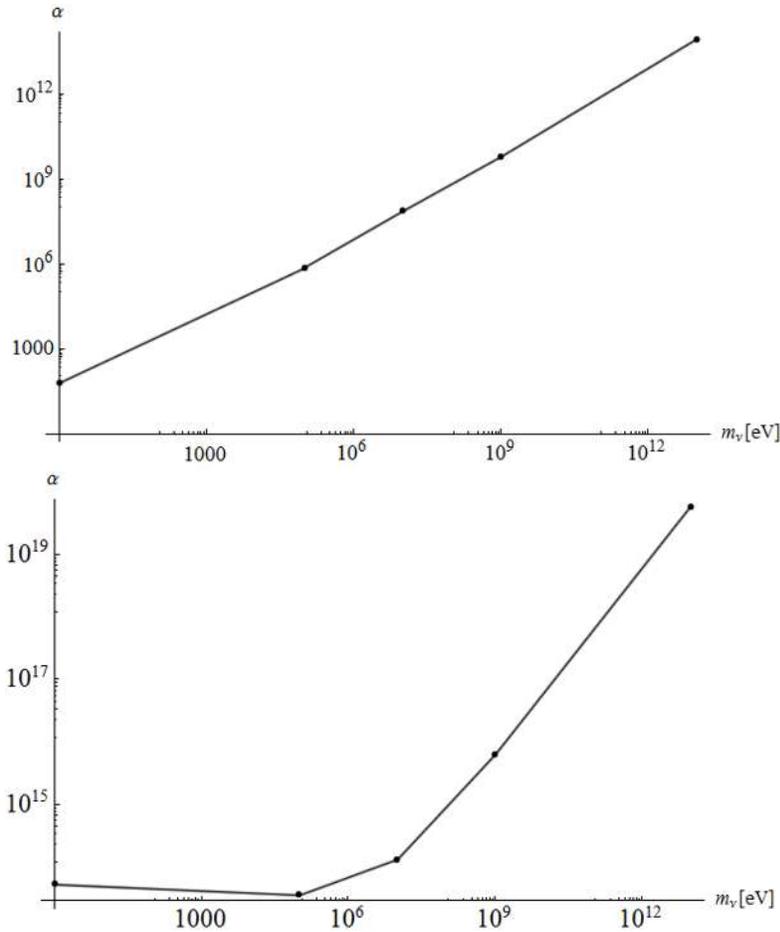
**Cuadro 7.2:** Valores de  $\alpha$  con sus correspondientes niveles de confianza para diferentes valores de  $m_\nu$  y  $M_W$ .  $\alpha$  se obtuvo mediante la técnica descrita en la sección 6.4.

Adicionalmente, en las figuras 7.9 y 7.10 se grafican los límites estimados de  $\alpha$  para distintos valores de  $m_\nu$  y  $M_W$  a un 99 % de nivel de confianza. En la fig 7.9 podemos notar que los valores de  $\alpha$  para  $m_\nu = 10^{13}$  eV son más grandes que en el caso de  $m_\nu = 1$  eV. Esto puede parecer algo contradictorio si tomamos en cuenta que la sección eficaz es mayor cuando  $m_\nu = 10^{13}$  eV (lo que parece requerir un valor de  $\alpha$  menor para que el factor de atenuación nos de el mismo CL), pero si observamos con más detenimiento el exponente del factor de atenuación (ec. 6.8),  $-\alpha\sigma\rho$ , y lo escribimos en términos de la densidad superficial de neutrinos estériles dado por la ec. (6.16),  $-\alpha\sigma\frac{X_0}{m_\nu}$  obtenemos que el exponente del factor de atenuación contiene la masa del neutrino estéril como denominador y aunque la sección eficaz aumenta con la masa del neutrino estéril este aumento no es suficiente como para compensar la disminución dada por la masa del neutrino estéril, resultando, que para mantener el mismo nivel de confianza, se necesita un valor de  $\alpha$  mayor para  $m_\nu = 10^{13}$  eV, que para  $m_\nu = 1$  eV.

Por otra parte, en la fig 7.10, comparando los valores de  $\alpha$ , se puede observar que para valores grandes de  $M_W$ , el  $\alpha$  requerido es mayor y crece más dramáticamente con  $m_\nu$ . Este comportamiento se debe principalmente a que la sección eficaz disminuye en gran medida conforme aumenta  $M_W$  por lo que  $\alpha$  aumenta para obtener el mismo CL, por otra parte, el exponente del factor de atenuación disminuye conforme aumenta  $m_\nu$  aumentando más el valor de  $\alpha$ .



**Figura 7.9:** Gráfica de los límites estimados sobre  $\alpha$  como función de  $M_W$  para  $m_\nu = 1 \text{ eV}$  (arriba) y  $m_\nu = 10^{13} \text{ eV}$  (abajo), con un 99% de nivel de confianza.

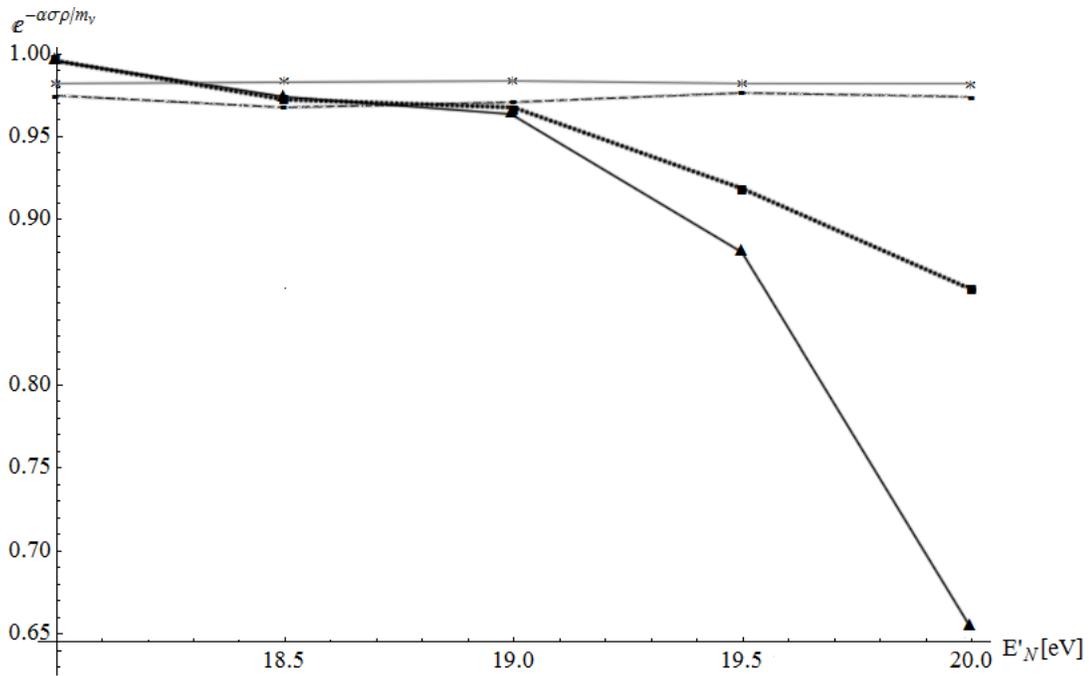


**Figura 7.10:** Gráfica de los límites estimados sobre  $\alpha$  como función de  $m_\nu$  para  $M_W = 10$  GeV (arriba) y  $M_W = 10^4$  GeV (abajo), con un 99% de nivel de confianza.

Recordando la definición de  $\alpha$  (ec. 6.7), podemos ver del cuadro 7.2 que la densidad necesaria para atenuar el flujo de rayos cósmicos de manera apreciable es muy alta para valores grandes de  $M_W \geq 10^3$  GeV o  $m_\nu \geq 10^7$  eV en comparación con la densidad de materia oscura esperada por el modelo de Einasto. Por otro lado, para valores pequeños de  $M_W$  y  $m_\nu$  la densidad estimada usando  $\alpha$  y la ec. 6.7 es más cercana a la estimada por el modelo de Einasto. Esto nos sugiere que este método puede no ser el adecuado para estudiar los neutrinos derechos, cuando estos son muy masivos  $m_\nu \geq 10^7$  eV, o cuando  $M_W$  es muy masivo  $M_W \geq 10^3$  GeV.

En la fig. 7.11 se presenta el factor de atenuación para diferentes valores de  $m_\nu$  y  $M_W$ , usando los valores obtenidos de  $\alpha$  con un 99% de nivel de confianza. Con esta gráfica podemos ver que la atenuación que sufriría un rayo cósmico ultraenergético en el fondo estimado de neutrinos estériles del halo galáctico sería en general pequeña para valores grandes de  $M_W$  y  $m_\nu$ . Como ejemplo, para los valores  $M_W = 10$  GeV,  $m_\nu = 10^{13}$  eV, la

gráfica nos muestra que la atenuación es prácticamente despreciable e independiente de la energía del rayo cósmico primario ( $E'_N$ ). De igual manera, la atenuación permanece prácticamente constante para  $M_W = 10^6 \text{ GeV}$  y  $m_\nu = 10^{13} \text{ eV}$ , pero a diferencia del caso anterior, la atenuación es ligeramente más pronunciada, siendo de entre el 3% y el 4%. Para el caso  $M_W = 10 \text{ GeV}$  y  $m_\nu = 1 \text{ eV}$  se tiene que el flujo a bajas energías ( $E'_N \sim 10^{18} \text{ eV}$ ) la atenuación no es importante ( $\approx .5\%$ ), pero conforme la energía aumenta, la atenuación se incrementa de manera considerable, superando el 10% para  $E'_N = 10^{20} \text{ eV}$ . De la figura 7.11 también se observa que el flujo inicial sufriría una mayor atenuación para valores pequeños de  $m_\nu$  y valores grandes de  $M_W$ , a las más altas energías. Por ejemplo, para  $M_W = 10^6 \text{ GeV}$  y  $m_\nu = 1 \text{ eV}$ , a bajas energías ( $E'_N \sim 10^{18} \text{ eV}$ ) la atenuación es muy poca ( $\approx .5\%$ ), sin embargo a energías extremas ( $E'_N \sim 10^{20} \text{ eV}$ ) la atenuación llega a ser del  $\approx 35\%$ .



**Figura 7.11:** Gráficas del factor de atenuación para un flujo de rayos cósmicos ultra-energéticos (protones) que interacciona con los neutrinos estériles del halo galáctico, según la ecuación (6.8), como función de la energía del rayo cósmico,  $E'_N$ . Se tomaron los valores de  $\alpha$  obtenidos de nuestro estudio a un 99% de nivel de confianza. La línea discontinua corresponde a  $M_W = 10^6 \text{ GeV}$  y  $m_\nu = 10^{13} \text{ eV}$ , la línea gris corresponde a  $M_W = 10 \text{ GeV}$  y  $m_\nu = 10^{13} \text{ eV}$ , línea formada por cuadrados y líneas corresponde a  $M_W = 10 \text{ GeV}$  y  $m_\nu = 1 \text{ eV}$  y la línea formada por triángulos y líneas corresponde a  $M_W = 10^6 \text{ GeV}$  y  $m_\nu = 1 \text{ eV}$ .

# 8 Conclusiones

## 8.1. Conclusiones

De los datos presentados en el cuadro 7.2 es fácil notar que conforme los valores de  $m_\nu$  y  $M_N$  aumentan, el valor de  $\alpha$  aumenta dramáticamente, también se puede observar que los valores de  $\alpha$  para los distintos niveles de confianza no varían en más de un orden de magnitud, esto se debe a que la sección eficaz  $\sigma$  obtenida para cualquier combinación de  $M_W$  y  $m_\nu$  es tan pequeña que prácticamente no hay mucha diferencia si se trabaja con un intervalo de confianza de 68 %, 90 % ó 99 %.

Por otro lado, si recordamos como definimos  $\alpha$  (Eq. 6.6), valores grandes de  $\alpha$  equivalen a valores grandes de la densidad de neutrinos estériles en el halo galáctico de la Vía Láctea. Por el cuadro 7.2 podemos ver que el rango de valores de  $\alpha$  abarca desde 66.83 (para  $M_W = 10 \text{ GeV}$  y  $m_\nu = 1 \text{ eV}$ ) hasta  $4.8 \times 10^{23}$  (para  $M_W = 10^6 \text{ GeV}$  y  $m_\nu = 10^{13} \text{ eV}$ ) con un 99 % de nivel de confianza. Hay que notar que el límite obtenido de  $\alpha = 66.83$  es físicamente improbable ya que involucra un bosón derecho de masa  $M_W = 10 \text{ GeV}$  que ya habría sido detectado. Los valores tan grandes de  $\alpha$  se deben a que la sección eficaz neutrino estéril-protón es muy pequeña, lo que implica, a su vez, valores pequeños para la probabilidad de interacción en este caso. Esta probabilidad se vuelve aún menor considerando valores grandes para  $m_\nu$  y  $M_W$ , ya que el valor de la sección eficaz disminuye conforme estos parámetros aumentan.

Otro de los objetivos de esta tesis es la de ver el potencial de la técnica propuesta para estudiar las partículas de la materia oscura del halo galáctico. En nuestro caso, la materia oscura está compuesta totalmente de neutrinos derechos. Aunque obtuvimos restricciones a la densidad de neutrinos derechos, en el caso  $m_\nu \geq 10^5 \text{ eV}$  o  $M_W \geq 10^2 \text{ GeV}$  la densidad obtenida sobrepasa por mucho los valores esperados en promedio en nuestro halo galáctico de acuerdo al modelo Einasto de nuestra galaxia, lo cual entra en conflicto con las estimaciones de este modelo. Sin embargo, si tenemos en cuenta el comportamiento de valor de  $\alpha$  (ver cuadro 7.2) para diferentes  $M_W$  y  $m_\nu$ , se puede notar que para valores pequeños de  $M_W \leq 10 \text{ GeV}$  o  $m_\nu \leq 1 \text{ eV}$  el valor de  $\alpha$  se hace pequeño ( $\leq 10^2$ ), por lo que la densidad encontrada se acerca a la densidad estimada por el modelo de Einasto. De esto último hay que notar, que si bien los valores de  $\alpha$  disminuyen conforme  $M_W$  y  $m_\nu$  disminuyen, existen límites inferiores para estos parámetros de masa, algunos de los cuales están dados por experimentos en el LHC (ver sec. 3.6). En particular hay que notar que los experimentos en el Tevatron excluyen

$m_\nu = 1 \text{ eV}$  y  $M_W = 10^{12} \text{ eV}$  esto, en nuestro estudio, corresponde a valores pequeños de  $\alpha$  ( $\leq 10^2$ ). Lo anterior descarta los valores de  $\alpha$  estimados en este trabajo que están más en acuerdo con la densidad de materia oscura estimada del modelo de Einasto (ver fig. 3.2). Estos resultados sugieren que esta técnica no es la más apropiada para el estudio de neutrinos derechos del halo galáctico debido a que su sección eficaz de interacción con la materia es muy pequeña. Sin embargo, es probable que el método sea más preciso en cuanto a sus resultados si se manejan partículas con secciones eficaces mayores.

# Bibliografía

- [1] P.A.R. Ade et al. Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters. *Astron.Astrophys.*, 571:A16, (2014).
- [2] V.C. Rubin, N. Thonnard, and Jr. Ford, W.K. Rotational properties of 21 SC galaxies with a large range of luminosities and radii, from NGC 4605 /R = 4kpc/ to UGC 2885 /R = 122 kpc/. *Astrophys.J.*, 238:471, (1980).
- [3] Xiang-Ping Wu, Tzihong Chiueh, Li-Zhi Fang, and Yan-Jie Xue. A comparison of different cluster mass estimates: consistency or discrepancy ? *arXiv:astro-ph/9808179*, (1998).
- [4] D. Griffiths. *Introduction to Elementary Particles*. WILEY, (1987).
- [5] K.A. Olive et al. (PDG). NEUTRINO MASS, MIXING, AND OSCILLATIONS. *Chin. Phys. C*, 38(9):090001, (2014).
- [6] K.N. Abazajian, M.A. Acero, S.K. Agarwalla, A.A. Aguilar-Arevalo, C.H. Albright, et al. Light Sterile Neutrinos: A White Paper. *arXiv:1204.5379*, (2012).
- [7] S.T. Scully and F.W. Stecker. Lorentz Invariance Violation and the Observed Spectrum of Ultrahigh Energy Cosmic Rays. *Astropart.Phys.*, 31:220–225, (2009).
- [8] W. Greiner and J. Reinhardt. *Field Quantization*. Springer, (1996).
- [9] F. Halzen and Alan D. Martin. *Quarks and Leptons: An introductory course in Modern Particle Physics*. JOHN WILEY & SONS, (1984).
- [10] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes, and R. P. Hudson. Experimental test of parity conservation in beta decay. *Phys. Rev.*, 105:1413–1415, Feb (1957).
- [11] Janet M. Conrad, William C. Louis, and Michael H. Shaevitz. The LSND and MiniBooNE Oscillation Searches at High  $\Delta m^2$ . *Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.*, 63:45–67, (2013).
- [12] Mark Wyman, Douglas H. Rudd, R. Ali Vanderveld, and Wayne Hu. Neutrinos help reconcile planck measurements with the local universe. *Phys. Rev. Lett.*, 112:051302, Feb (2014).
- [13] Serguei Chatrchyan et al. Search for heavy neutrinos and W[R] bosons with right-handed couplings in a left-right symmetric model in pp collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV. *Phys.Rev.Lett.*, 109:261802, (2012).

- 
- [14] Rabindra N. Mohapatra and Palash B. Pal. *Massive Neutrinos in Physics and Astrophysics*. World Scientific Lecture Notes in Physics, (2003).
- [15] Vera C. Rubin and Jr. Ford, W. Kent. Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions. *Astrophys.J.*, 159:379–403, (1970).
- [16] Robert Minchin, Jonathan Davies, Michael Disney, Marco Grossi, Sabina Sabatini, et al. 21-cm synthesis observations of VIRGOHI 21 - a possible dark galaxy in the Virgo Cluster. *arXiv:0706.1586*, (2007).
- [17] Gary Steigman, Basudeb Dasgupta, and John F. Beacom. Precise Relic WIMP Abundance and its Impact on Searches for Dark Matter Annihilation. *Phys.Rev.*, D86:023506, (2012).
- [18] J. Einasto. Kinematics and dynamics of stellar systems, Trudy Inst. *Astrofiz. Alma-Ata*, 5:87, (1965).
- [19] David Merritt, Julio F. Navarro, Aaron Ludlow, and Adrian Jenkins. A Universal density profile for dark and luminous matter? *Astrophys.J.*, 624:L85–L88, (2005).
- [20] J. Beringer et al. (Particle Data Group). Dark matter. *Phys. Rev.*, D86:010001, (2012).
- [21] A.U. Abeysekara et al. The Sensitivity of HAWC to High-Mass Dark Matter Annihilations. *arXiv:1405.1730*, (2014).
- [22] T. Yamamoto. The UHECR spectrum measured at the Pierre Auger Observatory and its astrophysical implications. *arXiv:0707.2638*, (2007).
- [23] K.-H. Kampert and A. A. Watson. Extensive air showers and ultra high-energy cosmic rays: a historical review. *European Physical Journal H*, 37:359–412, August (2012).
- [24] Miroslav Palatka, Petr Schovanek, Miroslav Hrabovsky, Martin Vlcek, Jan Ridky, Jiri Grygar, Ladislav Soukup, M. Prouza, and Martina Bohacova. The optical layout of the fluorescence detector of the pierre auger observatory. *Proc. SPIE*, 5259:215–222, (2003).
- [25] The Pierre Auger Collaboration, P. Abreu, M. Aglietta, E. J. Ahn, I. F. M. Albuquerque, D. Allard, I. Allekotte, J. Allen, P. Allison, J. Alvarez Castillo, and et al. The Pierre Auger Observatory I: The Cosmic Ray Energy Spectrum and Related Measurements. *arXiv:1107.4809*, July (2011).
- [26] Arteaga-Velázquez, J. C. *Estimaciones del flujo detectable de neutrinos astrofísicos de muy alta energía en detectores Cherenkov y de chubascos atmosféricos*. PhD thesis, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, (2005).
- [27] J. Bovy and H.-W. Rix. A Direct Dynamical Measurement of the Milky Way’s Disk Surface Density Profile, Disk Scale Length, and Dark Matter Profile at  $4 \text{ kpc} < R < 9 \text{ kpc}$ . *APJ*, 779:115, December (2013).