

UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

“Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez”



Propiedades electromagnéticas del quark top y cambio
de sabor

TESIS

Para obtener el título de:

LICENCIADO EN CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
PRESENTA:

Arturo Sosa Chávez

Directores de tesis: Doctor en Física Aplicada Ismael Cortés Maldonado

Doctor en Física Fernando Iguazú Ramírez Zavaleta

Morelia Michoacán
Marzo 2015

Dedicatoria:

Este trabajo de tesis está dedicado a mi familia. Especialmente a mis padres: Lucia Chávez Mendoza y Vicente Arturo Sosa Romo, a quienes con su apoyo y fe incondicional en mí, me otorgaron una educación, por haber estado ahí indistintamente ante toda adversidad y dificultad presente en esta etapa de mi vida. Por su esfuerzo en sustentarme una carrera con la esperanza de darme un mejor futuro para mí, por dejarme un gran legado, a ellos gracias por cada acto, deseo y esmero en haber hecho todo esto posible.

A mi hermano Edson Sosa Chávez por su presencia en los buenos y malos momentos en esta parte de mi vida, a él gracias por creer en mí siempre y por haber compartido conmigo lo mejor de ser estudiante.

A mis tías: Delia Sosa Romo y Francisca de Jesús Chavez Mendoza por haber creído siempre en mí todo estos años de mi licenciatura, por cada detalle dado, pero por su detalle más importante, su gran confianza en creer que todo esto era posible, a ellas gracias.

A mi tío Carlos Sosa Romo quién siempre ha estado en pensamiento a pesar de la distancia, a él por siempre tenernos en su mente y pensarnos como una gran familia, gracias.

A mis abuelos, que se nos adelantaron en el camino, esta tesis siempre será en honor a ellos.

A mis asesores Fernando e Ismael por su paciencia y fe en mí y mi trabajo de tesis, y por haber compartido sus conocimientos, gracias.

Resumen

Se presenta el estudio analítico del vértice $f_i f_i \gamma$ en el contexto de modelos que predicen corrientes neutras que cambian sabor, mediadas por un nuevo bosón de norma neutro masivo, conocido como bosón Z' . El análisis se centra en determinar las propiedades electromagnéticas estáticas para el fermión f_i , es decir, se calculan los momentos dipolares magnético y eléctrico anómalos. Se propone que tales propiedades electromagnéticas se inducen a nivel de fluctuación cuántica por medio de acoplamientos que violan sabor. Se encuentra que la amplitud dipolar asociada a dicho vértice es invariante de norma y es finita ultravioleta. Los resultados pueden ser aplicables a cualquier fermión cargado del modelo estándar de las interacciones fundamentales, sin embargo, en este trabajo se busca adaptar la generalidad del cálculo al sector de quarks, en particular, a las propiedades electromagnéticas del quark top inducidas por cambio de sabor mediado por el bosón Z' .

Palabras clave: Cambio de sabor, quark top, propiedades electromagnéticas anómalas.

Abstract

It is presented the analytical study for the $f_i f_i \gamma$ vertex in the context of models that predict flavor-changing neutral currents, which are mediated by a new neutral massive gauge boson, known as Z' . The analysis focuses on determining the static electromagnetic properties of the fermion f_i , *i.e.*, anomalous magnetic and electric dipole moments are calculated. It is proposed that such electromagnetic properties are induced at quantum-fluctuation level via flavor-violating couplings. It is found that the dipolar amplitude of this vertex is gauge invariant and is free of ultraviolet divergences. The results can be applicable to any charged fermion of the standard model of fundamental interactions, however, this work seeks to adapt the generality of the calculations to the quark sector, in particular, to the electromagnetic properties of the top quark.

Índice general

1. Introducción	1
2. Modelo Estándar	3
2.1. Descripción teórica del Modelo Estándar	4
2.1.1. Interacción Electrodébil	4
2.1.2. Sector de Higgs	6
2.1.3. Sector de Yang-Mills	9
2.1.4. Sector de Yukawa	10
2.1.5. Sector de Corrientes	13
2.2. El Lagrangiano de QCD	15
3. El modelo con violación de sabor	17
4. Propiedades electromagnéticas estáticas del quark top	19
4.1. La función vértice	20
4.2. Momentos dipolares electromagnéticos anómalos	21
5. Conclusiones y perspectivas	29
Bibliografía	31

Capítulo 1

Introducción

El modelo estándar de interacciones fundamentales (ME) es una teoría bastante exitosa debido a que sus predicciones teóricas han concordado con las mediciones experimentales a una precisión sin precedentes, donde los resultados teóricos han sido escrutados mediante los colisionadores de partículas en las últimas décadas. Sin embargo, el ME no ha sido capaz de explicar diversas cuestiones fundamentales, por ejemplo, el fenómeno de violación o cambio de sabor. Es así que surge la motivación por entender qué fenómenos están o estarían presentes más allá del ME y que no pueden ser explicados por este.

Una de las manifestaciones de nueva física, medida experimentalmente en la naturaleza, por la cual el ME es considerado una teoría incompleta, se conoce como fenómeno de corrientes neutras que cambian sabor (CNCS) en acoplamientos entre neutrinos de distinto sabor. Como es sabido, este fenómeno también está prohibido en el ME cuando sólo se consideran interacciones entre leptones, luego entonces, de manera natural se abre una brecha para búsqueda de nueva física en CNCS en el sector leptónico. Dado que este tipo de acoplamientos constituyen predicciones puras a nivel de fluctuación cuántica, darían lugar a manifestaciones de nueva física a energías alcanzables por los experimentos actuales. En el sector de quarks del ME las CNCS constituyen un fenómeno que está altamente suprimido; a nivel de un lazo se pueden inducir transiciones electromagnéticas que involucran violación de sabor leptónico en presencia de neutrinos masivos [1, 2], etcétera. En este contexto, la tesis se concentra en estudiar efectos de violación de sabor en el sector de quarks. En específico, analizando las propiedades electromagnéticas del quark top, a saber, su momento dipolar magnético anómalo y su momento dipolar eléctrico anómalo. El marco teórico de estudio consistirá en analizar modelos extendidos, que es en donde podemos estudiar este tipo de fenómenos que están prohibidos o altamente suprimidos en el ME.

El quark top (t) es la partícula más pesada ($m_t = 173.21$ GeV [3]) que predice el ME [4]. Su masa es tan grande que por sí misma podría constituir un vínculo con nueva física presente más allá de la escala de Fermi ($v = 246$ GeV). Un escenario obvio donde

los efectos de nueva física se harían evidentes es por medio de sus acoplamientos con los bosones de norma de la teoría, como por ejemplo, su acoplamiento a orden de un lazo con los bosones de norma neutros del ME, a saber, el fotón, el bosón débil Z y los gluones de la interacción fuerte, g ; pero también podría pensarse en acoplamientos con nuevos bosones de norma, como sería el caso del bosón Z' . Así, esta tesis tiene como objetivo primordial el estudio del impacto a orden de un lazo de los acoplamientos $q_i q_j Z'$ (donde q representa un tipo de quark y los subíndices i y j indican que los quarks son de distinto sabor) sobre las propiedades electromagnéticas estáticas del quark top. El bosón de norma Z' está predicho en el contexto de varios modelos de extensión y para el objeto de esta tesis estudiaremos la violación de sabor de quarks mediada por dicho bosón en el contexto de modelos que generan contribuciones adicionales (no presentes en el ME) en el sector de corrientes neutras, las cuales vienen mediadas por un bosón vectorial masivo neutro y además, poseen propiedades de conservación y violación de sabor explícito. El tratamiento teórico versará sobre un planteamiento general aplicable a cada uno de dichos modelos, los cuales se describirán muy brevemente en el Capítulo 3 [5, 6, 7, 8].

El principal objetivo de esta tesis consiste en buscar posibles efectos a nivel de fluctuaciones cuánticas relacionados con la presencia de violación de sabor en el sector de quarks, en específico, sobre las propiedades electromagnéticas del quark top; que a el día de hoy siguen sin poderse medir experimentalmente [3]. En particular, el estudio de esta tesis se basa en cuantificar efectos de nueva física en sectores extendidos de corrientes neutras [5, 6, 7, 8]. El trabajo de investigación se reporta en cinco capítulos, en los cuales se describe con gran detalle al ME, para después abordar el tratamiento de un problema de frontera en la física de partículas elementales relacionado con el estudio de posibles efectos de violación de sabor mediados por el nuevo bosón de norma Z' sobre el vértice $f_i f_i \gamma$, donde f_i representa a cualquier fermión del ME y γ simboliza al fotón. Los resultados encontrados se reportan de forma analítica y la perspectiva inmediata sería realizar un posterior análisis numérico para poder reportar en un artículo de investigación original las predicciones teóricas encontradas para las propiedades electromagnéticas estáticas del quark top en el contexto del modelo secuencial y algunos otros modelos extendidos.

El contenido de la tesis está organizado de la siguiente manera: en el capítulo 2 se describe con gran detalle al ME. En el capítulo 3 se presenta el Lagrangiano renormalizable más general que incluye CNCS, en donde aparecen operadores de dimensión cuatro que violan sabor y aquellos que lo conservan mediados por el bosón de norma Z' . En el capítulo 4 se estudia el vértice genérico $f_i f_i \gamma$, que a nivel de fluctuación cuántica viola sabor mediado por el bosón Z' ; además, se presenta su amplitud asociada y se extraen los momentos dipolares electromagnéticos anómalos. Finalmente, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones y perspectivas del trabajo de tesis.

Capítulo 2

Modelo Estándar

El modelo estándar es una teoría cuántica relativista que describe las interacciones electromagnéticas, débiles y fuertes. El ME unifica las interacciones electromagnéticas y débiles (electrodébil) [9, 10] y su base matemática está sustentada por el grupo de norma $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$. El grupo $SU_C(3)$ ¹ caracteriza las interacciones fuertes, mientras que el grupo $SU_L(2) \times U_Y(1)$ define las interacciones electrodébiles. Esta teoría de campo cuántica-relativista es consistente, renormalizable y está libre de anomalías [11]. El ME posee un conjunto de campos de norma asociados al grupo $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$, el cual se puede dividir en tres conjuntos: 8 asociados a $SU_C(3)$, 3 para $SU_L(2)$ y finalmente uno para $U_Y(1)$. La interacción fuerte es mediada por los gluones, los cuales se acoplan exclusivamente a las partículas de materia conocidas como quarks. La interacción débil resulta del intercambio de los bosones de norma masivos $W^\pm$ y Z , mientras que la interacción electromagnética es mediada por el fotón. Tres de los cuatro campos de norma del sector electrodébil adquieren masa, mientras que, el único campo sin masa es el fotón. Todo esto se debe al rompimiento espontáneo de la simetría (RES) del grupo electrodébil a través del mecanismo de Higgs. El grupo $SU_C(3)$ no se ve afectado por este mecanismo.

Por otra parte, en el ME, los fermiones son agrupados en tres “familias”. Cada familia contiene dos tipos de fermiones; quarks y leptones. En cada familia se aprecia el mismo patrón: los fermiones de helicidad izquierda son agrupados en una representación de dobletes en virtud de grupo $SU_L(2)$, mientras que los fermiones de helicidad derecha se agrupan en una representación de singuletes de $SU_R(2)$.

Finalmente, en cuanto a partículas de espín 0 se refiere, el campo escalar complejo Φ , constituye un doblete en virtud del grupo $SU(2)$ con hipercarga igual a 1, el cual después

¹El subíndice **C** indica que las transformaciones sólo actúan sobre las partículas con carga de color y subíndice **L** (proviene de *Left*) hace referencia a que la interacción débil viola paridad y por lo tanto únicamente los fermiones izquierdos pertenecen a la representación fundamental del grupo $SU_L(2)$. Por último, el subíndice **Y** denota la hipercarga.

de aplicarse el mecanismo de Higgs pierde tres de sus componentes, dejando sólo un campo escalar neutro real, conocido como el bosón de Higgs.

2.1. Descripción teórica del Modelo Estándar

2.1.1. Interacción Electrodébil

Los ingredientes esenciales para construir la interacción electrodébil $SU_L(2) \times U_Y(1)$ son la teoría de Yang-Mills y el RES. Para la interacción electrodébil se propone un Lagrangiano invariante bajo transformaciones de norma (gauge) locales del grupo $SU_L(2) \times U_Y(1)$. Una característica interesante de la interacción débil es que distingue estados de helicidad de fermiones, es decir, los bosones de norma $W^\pm$ y Z se acoplan con diferentes intensidades a dichos estados, lo cual debe reflejarse en sus representaciones bajo el grupo de norma $SU_L(2)$. Así, los quarks y leptones son agrupados en dobletes izquierdos de $SU_L(2)$ de la siguiente manera:

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}, \quad L_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_i \\ l_i \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

de donde $u_i = u, c, t$, $d_i = d, s, b$ son quarks de tipo up y down, respectivamente. Por otra parte, $l_i = e, \mu, \tau$ son los leptones cargados y $\nu_i = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ son los respectivos neutrinos. En esta notación i es un índice de sabor. Por otro lado, los estados de helicidad derecha son introducidos como singuletes de $SU_L(2) = l_{iR}, u_{iR}$ y d_{iR} . Para un fermión Ψ los estados de helicidad izquierda y derecha se definen como:

$$\Psi_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)\Psi \equiv P_{R,L}\Psi, \quad (2.2)$$

donde $P_{L,R}$ son los operadores de quiralidad. En el ME no se introducen los estados de helicidad derecha de neutrinos debido a que teóricamente los neutrinos sin masa sólo tienen helicidad izquierda. No obstante, hoy en día se sabe que esto es sólo una aproximación debido a que se ha verificado experimentalmente que los neutrinos poseen masa (se corroboró en estudios experimentales la existencia de oscilaciones de neutrinos) [12, 13]. Dicha evidencia experimental nos sugiere que en una versión moderna del ME se tienen que incluir neutrinos derechos.

Debido a que el grupo de simetría electrodébil es covariante bajo transformaciones de norma locales del grupo $SU_L(2) \times U_Y(1)$, la invariancia de la teoría electrodébil ante dichas transformaciones se garantiza al introducir una derivada covariante de la siguiente forma:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu - ig_2 \frac{\sigma^i}{2} W_\mu^i, \quad (2.3)$$

donde g_1 y g_2 son las constantes de acoplamiento asociados a los grupos $U_Y(1)$ y $SU_L(2)$, respectivamente. Los términos B_μ y $Y/2$ representan el campo de norma y el generador asociado con el grupo abeliano $U_Y(1)$, respectivamente. Similarmente, W_μ^i ($i = 1, 2, 3$) y $\sigma^i/2$ son los campos de norma y los generadores, en la representación de dobletes, asociados con el grupo $SU_L(2)$. Los campos de norma ($W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3, B_\mu$) definen mediante combinaciones lineales a los campos de masa ($W_\mu^-, W_\mu^+, Z_\mu, A_\mu$). También, la derivada covariante se introduce en los términos cinéticos fermiónicos, que a su vez inducen la presencia de acoplamientos entre fermiones y bosones de norma. Este tipo de interacciones conforman el llamado sector de corrientes.

Una característica importante de la interacción débil consiste en que los correspondientes bosones de norma son masivos. Sin embargo, se debe señalar que no es posible introducir los términos de masa de manera directa sin romper explícitamente la invariancia de norma de la teoría. Para evitar este problema, la solución más conocida para introducir las masas en la teoría consiste en implementar el RES, que es el mecanismo físico validado por el experimento, lo cual sucede a través del mecanismo de Higgs. Como es sabido, el rompimiento espontáneo de una simetría global conduce a la presencia de campos escalares de masa cero, conocidos con el nombre de bosones de Goldstone. El rompimiento espontáneo de una simetría de norma da lugar a la absorción de los bosones de Goldstone por alguno de los bosones de norma de grupo, fenómeno conocido con el nombre de “Mecanismo de Higgs”. Para generar las masas de los tres bosones de norma asociados con la interacción débil se requiere por lo menos de tres campos escalares, pero el número mínimo de tales campos que se pueden introducir de manera consistente son los cuatro contenidos en un doblete complejo $SU_L(2)$. El doblete que contiene a tales campos escalares es llamado doblete de Higgs. Esto se traduce, después de un rompimiento apropiado de la simetría, en la presencia de tres campos no masivos o pseudo-bosones de Goldstone y un campo escalar real físico, conocido con el nombre de escalar de Higgs. Los pseudobosones de Goldstone no representan grados de libertad verdaderos, por lo cual estos son eliminados en la norma unitaria. Al asignar un número de hipercarga igual a $+1$ al doblete de Higgs, el grupo electrodébil es roto espontáneamente al grupo electromagnético $U_{em}(1)$, cuyo generador queda expresado como una combinación lineal del generador $Y/2$ del grupo $U_Y(1)$, y del generador $T^3 = \sigma^3/2$ del grupo $SU_L(2)$, de acuerdo con

$$Q = T^3 + \frac{Y}{2}, \quad (2.4)$$

donde el operador de carga Q genera al grupo $U_{em}(1)$.

El mecanismo de Higgs permite dotar de masa a todas las partículas del ME. En el sector de Higgs, el cual está formado por el sector cinético y el potencial de Higgs, se generan las masas de los bosones débiles provenientes del término cinético; también se genera la masa del bosón de Higgs, justamente del término del potencial. Por otra parte,

las masas de los fermiones de la teoría son generadas cuando se forman invariantes con combinaciones entre el doblete de Higgs y los dobletes izquierdos y singuletes derechos de los fermiones, donde todos estos invariantes son agrupados en el sector de Yukawa. Más aún, el ME contiene, además, el sector de Yang-Mills, el cual contiene la esencia de la estructura de norma de la teoría.

El Lagrangiano de la teoría electrodébil se divide en dos partes, una contiene solamente los campos bosónicos y otra que contiene campos fermiónicos y bosónicos (ver Capítulo 11 de [14]). La parte bosónica se divide a su vez en los sectores de Higgs y de Yang-Mills. El sector bosónico-fermiónico está comprendido por los sectores de corrientes y de Yukawa. De este modo, el Lagrangiano electrodébil (ED) se puede escribir como:

$$\mathcal{L}^{ED} = \mathcal{L}^F + \mathcal{L}^B, \quad (2.5)$$

de donde

$$\mathcal{L}^F = \mathcal{L}^C + \mathcal{L}^Y, \quad (2.6)$$

$$\mathcal{L}^B = \mathcal{L}^H + \mathcal{L}^{YM}, \quad (2.7)$$

con $\mathcal{L}^C$, $\mathcal{L}^Y$, $\mathcal{L}^H$ y $\mathcal{L}^{YM}$ representando los sectores de corrientes, Yukawa, Higgs y Yang-Mills, respectivamente. En las siguientes secciones se discute de manera breve cada uno de los sectores.

2.1.2. Sector de Higgs

En el sector de Higgs, también conocido como sector escalar, es en donde se implementa el mecanismo de Higgs que permite dotar de masa a los bosones de norma débiles $W^\pm$ y Z , y también al bosón de Higgs. El Lagrangiano escalar está dado por:

$$\mathcal{L}^H = (D_\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger, \Phi), \quad (2.8)$$

donde D_μ es la derivada covariante en la representación de dobletes, dada por la ecuación (2.3) y $V(\Phi^\dagger, \Phi)$ es el potencial de Higgs, cuya estructura renormalizable tiene la forma:

$$V(\Phi^\dagger, \Phi) = \mu^2 (\Phi^\dagger \Phi) + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (2.9)$$

de donde

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi_{1,1} + i\phi_{1,2} \\ \phi_{2,1} + i\phi_{2,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

es el doblete de Higgs, al cual se asigna un número de hipercarga $Y = +1$. En la expresión para el potencial, el coeficiente λ representa un número real positivo y μ es un parámetro con dimensiones de masa, por medio del cual se establece la condición esencial para realizar el RES en la teoría. De este modo, si $\mu^2 > 0$, el vacío Φ_0 es único y no es posible realizar

el RES. De otro modo, si $\mu^2 < 0$, se tiene el caso de un vacío degenerado, es decir, existen un número infinito de estados de mínima energía que satisfacen la condición:

$$\Phi_0^\dagger \Phi_0 = |\Phi_1^0|^2 + |\Phi_2^0|^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda}, \quad (2.11)$$

donde $\Phi_0 = \langle |\Phi| \rangle$ es el valor esperado en el vacío del doblete de Higgs, el cual rompe espontáneamente la simetría electrodébil al grupo electromagnético. Esto significa que Φ_0 debe ser invariante bajo el grupo electromagnético (esto es necesario para garantizar la conservación de la carga eléctrica), es decir, si $U \in U_{em}(1)$, entonces, $U\Phi_0 = \Phi_0$, lo que implica que el generador de este grupo dado por la ecuación (2.4) lo aniquila, $Q\Phi_0 = 0$. Debido a la simetría $SU_L(2)$, puede elegirse sin pérdida de generalidad a:

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

con

$$v^2 = \frac{\mu^2}{2\lambda}, \quad (2.13)$$

ya que cualquier otra elección de Φ_0 esta relacionada con la ecuación (2.12) mediante una transformación global del grupo electrodébil.

El RES aparece como consecuencia de elegir un valor del vacío. Cabe mencionar también que cuando las simetrías involucradas son globales, el resultado es la presencia de campos escalares sin masa, conocidos con el nombre de bosones de Goldstone. Pero, cuando la simetría es de norma, el resultado es la presencia de bosones de norma masivos uno por cada generador roto de la simetría. A este fenómeno donde los bosones de Goldstone son absorbidos por los campos de norma asociados con los generadores rotos, se le conoce como el mecanismo de Higgs.

La teoría debe ser considerada en el entorno de este estado de mínima energía. Así que se introduce el desplazamiento:

$$\Phi \rightarrow \Phi_0 + \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_W^+ \\ (H + iG_Z/\sqrt{2}) \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

donde G_W^+ y G_Z son los pseudobosones de Goldstone asociados a los bosones de norma débiles $W^\pm$ y Z^0 respectivamente, en tanto que H representa al escalar de Higgs. En términos de la expresión anterior, el potencial de Higgs toma la forma:

$$\begin{aligned} V(\Phi^\dagger, \Phi) &= \mu^2(\Phi_0 + \Phi)^\dagger(\Phi_0 + \Phi) + \lambda[(\Phi_0 + \Phi)^\dagger(\Phi_0 + \Phi)]^2 \\ &= \frac{\lambda v^4}{4} - \frac{m_H^2}{2}H^2 - \lambda v H^3 - \frac{\lambda}{4}H^4 - 2\lambda v H(G_Z^2 + 2G_W^+ G_W^-) \\ &\quad - \frac{\lambda}{2}G_Z^2 H^2 - \lambda(H^2 + G_Z^2)G_W^+ G_W^- - \frac{\lambda}{4}G_Z^4 - \lambda(G_W^+ G_W^-)^2, \end{aligned} \quad (2.15)$$

de donde se puede apreciar que sólo el campo de Higgs, H , tiene masa distinta de cero dada por $m_H^2 = 2\lambda u^2$. Es en esta parte donde se dan los autoacoplamientos del bosón de Higgs.

En cuanto a la parte cinética del sector de Higgs se refiere, esta se puede expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} [D_\mu(\Phi_0 + \Phi)]^\dagger [D^\mu(\Phi_0 + \Phi)] &= (D_\mu\Phi_0)^\dagger (D^\mu\Phi_0) + (D_\mu\Phi_0)^\dagger (D^\mu\Phi) \\ &\quad + (D_\mu\Phi)^\dagger (D^\mu\Phi_0) + (D_\mu\Phi)^\dagger (D^\mu\Phi), \end{aligned} \quad (2.16)$$

de donde Φ y Φ_0 están dados en la ecuación (2.14). Así, se pueden identificar los términos de masa para los bosones débiles, dados por:

$$(D_\mu\Phi_0)^\dagger (D^\mu\Phi_0) = m_W^2 W_\mu^+ W_\mu^- + (W_\mu^3, B_\mu) M \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

donde $m_W = g_2 v/2$ es la masa asociada a los bosones de norma débiles, resultando ser:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp W_\mu^2). \quad (2.18)$$

Además,

$$M = \frac{1}{2} m_W^2 \begin{pmatrix} 1 & -g_1/g_2 \\ -g_1/g_2 & g_1^2/g_2^2 \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

es la matriz de masa asociada con los campos W_μ^3 y B_μ , la cual debe ser diagonalizada para eliminar el término bilineal $W_\mu^3 B^\mu$. Resolviendo el problema de eigenvalores y definiendo $c_W = g_2/\sqrt{g_1^2 + g_2^2}$, con $c_W = \cos \theta_W$ y $s_W = \sin \theta_W$ se encuentra que la matriz

$$S = \begin{pmatrix} c_W & s_W \\ -s_W & c_W \end{pmatrix}, \quad (2.20)$$

diagonalizada a M , en efecto

$$S^\dagger M S = \frac{1}{2} m_W^2 \begin{pmatrix} 1 + g_1^2/g_2^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.21)$$

además,

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

Por lo tanto,

$$(D_\mu\Phi_0)^\dagger (D^\mu\Phi_0) = m_W^2 W_\mu^- W_\mu^+ + \frac{m_Z^2}{2} Z_\mu Z^\mu, \quad (2.23)$$

donde $m_Z = m_W/c_W$ es la masa del bosón débil neutro Z_μ . El campo A_μ permanece sin masa y se identifica como el fotón. De los términos de la parte cinética que involucran la mezcla de Φ_0 y Φ resultan los acoplamientos trilineales HVV , mientras que el último término genera los términos cuánticos $HHVV$ ($V = W, Z$).

2.1.3. Sector de Yang-Mills

La estructura de este sector está completamente determinada por el carácter no abeliano del grupo electrodébil. Los invariantes correspondientes no pueden ser construidos con los campos de norma directamente, sino por medio de las estructuras covariantes dadas por el tensor de campo $W_{\mu\nu} = T^i W_{i\mu\nu}$, asociado con el grupo no abeliano $SU_2(2)$ y el correspondiente tensor $B_{\mu\nu}$ del grupo abeliano $U_Y(1)$, los cuales se transforman como:

$$W'_{\mu\nu} = U W_{\mu\nu} U^\dagger, \quad (2.24)$$

donde $U \in SU_L(2)$ y

$$B'_{\mu\nu} = B_{\mu\nu}. \quad (2.25)$$

Explicítamente, los tensores de campo están dados como:

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g_2 \epsilon^{ijk} W_{j\mu} W_{k\nu}, \quad (2.26)$$

y

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad (2.27)$$

donde ϵ^{ijk} es la constante de estructura del grupo $SU_L(2)$. Con estos objetos, se construye el siguiente Lagrangiano renormalizable

$$\mathcal{L}^{YM} = -\frac{1}{2} \text{Tr}[W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu}] - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \quad (2.28)$$

el cual, después de aplicar la normalización $\text{Tr}[T^i T^j] = \delta^{ij}/2$ para los generadores del grupo $SU_L(2)$, se puede reescribir como:

$$\mathcal{L}^{YM} = -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}. \quad (2.29)$$

Al hacer uso de los campos de masa $W_\mu^\pm$ (definidos en la ecuación (2.18)), Z_μ y A_μ (que surgen directamente de la ecuación (2.22)) dados por:

$$W_\mu^3 = c_W Z_\mu + s_W A_\mu, \quad (2.30)$$

$$B_\mu = -s_W Z_\mu + c_W A_\mu, \quad (2.31)$$

e introduciendo los siguientes tensores:

$$\widehat{W}_{\mu\nu}^\pm = \frac{1}{2} (W_{\mu\nu}^1 \mp i W_{\mu\nu}^2), \quad (2.32)$$

$$Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu, \quad (2.33)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad (2.34)$$

el Lagrangiano de Yang-Mills adquiere la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{YM} = & -\frac{1}{2}\widehat{W}_{\mu\nu}^-\widehat{W}_+^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu} - ig_2(s_W F_{\mu\nu} + c_W Z_{\mu\nu})W^{-\mu}W^{+\nu} \\ & + g_2^2(W_\mu^-W_\nu^+ - W_\mu^+W_\nu^-)(W^{-\mu}W^{+\nu} - W^{+\mu}W^{-\nu}). \end{aligned} \quad (2.35)$$

Este Lagrangiano contiene las partes cinéticas de los cuatro bosones de norma así como sus autointeracciones.

2.1.4. Sector de Yukawa

Este sector tiene el propósito de dotar de masa a los fermiones vía el RES electrodébil; ya que los estados de helicidad se definen en diferentes representaciones del grupo, no es posible definir sus masas en forma invariante de norma. Además, dicho sector contiene invariantes que se construyen como producto de campos de norma que vinculan fermiones de diferente helicidad acoplados al doblete de Higgs. En la TED, debido a la ausencia de neutrinos de helicidad derecha, están prohibidos los acoplamientos de Yukawa que generarían sus posibles masas, por lo tanto, estos no tienen ninguna manifestación física de dicho sector.

El Lagrangiano renormalizable más general que representa al sector de Yukawa se puede descomponer en dos partes independientes, tal como se aprecia a continuación:

$$\mathcal{L}^Y = \mathcal{L}_q^Y + \mathcal{L}_l^Y, \quad (2.36)$$

donde $\mathcal{L}_q^Y$ y $\mathcal{L}_l^Y$ son los Lagrangianos de los sectores de quarks y leptones respectivamente. A continuación se estudian brevemente cada uno de estos sectores.

Sector de Yukawa para Quarks

Debido a que en el caso de los quarks existen estados derechos asociados a los dos miembros del doblete izquierdo, es necesario considerar otro objeto que transforme covariantemente bajo el grupo $SU_L(2)$ cuya forma está dada enseguida:

$$\tilde{\Phi} = i\sigma^2\Phi^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi^- \\ \phi^{0*} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix}, \quad (2.37)$$

donde σ^2 es una de las matrices de Pauli, $\tilde{\Phi}$ también tiene valor de hipercarga $Y = +1$. Con la ayuda de este objeto se puede escribir el Lagrangiano del sector de Yukawa de quarks como:

$$\mathcal{L}_q^Y = -Y_{ij}^u \bar{Q}'_{iL} \tilde{\Phi} u'_{jR} - Y_{ij}^d \bar{Q}'_{iL} \Phi d'_{jR} + h.c., \quad (2.38)$$

donde Y_{ij}^u, Y_{ij}^d son constantes arbitrarias, llamadas constantes de acoplamiento de Yukawa. Aquí los símbolos primados denotan los estados de norma. Este Lagrangiano no conserva el sabor, ya que las matrices $Y^{u,d}$ no están sujetas a ningún tipo de restricción, en particular, no son diagonales y la presencia de dichas matrices indica que pueden existir mezclas entre fermiones, entonces es necesario diagonalizarlas para encontrar los eigenestados de masa.

En términos de los vectores en el espacio de sabor definidos por:

$$U' = \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}, \quad D' = \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}, \quad (2.39)$$

y de las matrices de masa

$$M_{ij}^u = \frac{u}{\sqrt{2}} Y_{ij}^u, \quad M_{ij}^d = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{ij}^d, \quad (2.40)$$

el Lagrangiano de Yukawa para quarks se puede reescribir como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_q^Y = & - \left(1 + \frac{H}{v} \right) (\bar{U}'_L M^u U'_R + \bar{D}'_L M^d D'_R + \frac{i}{v} G_Z (\bar{U}'_L M^u U'_R - \bar{D}'_L M^d D'_R)) \\ & - \frac{\sqrt{2}}{v} G_W^- \bar{D}'_L M^u U'_R + \frac{\sqrt{2}}{v} G_W^+ \bar{U}'_L M^d D'_R + h.c. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Las masas de los quarks se encuentran al diagonalizar la parte cuadrática de este Lagrangiano. Es así que se definen los campos de masa mediante las siguientes transformaciones:

$$U_{L,R} = V_{L,R}^u U'_{L,R}, \quad D_{L,R} = V_{L,R}^d D'_{L,R}, \quad (2.42)$$

donde las matrices $V_{L,R}^{u,d}$ son asumidas unitarias con el fin de conservar la estructura canónica de los términos cinéticos que aparecen en el sector de corrientes, que a su vez garantizan la existencia de propagadores en su forma canónica.

En álgebra lineal existe un teorema que garantiza que para cualquier matriz M , es posible encontrar dos matrices unitarias A y B , tales que AMB sea real y diagonal. Dado que las matrices $V_{L,R}^{u,d}$ son unitarias, el teorema mencionado nos garantiza que las matrices $V_L^{u,d} M^{u,d} V_R^{u,d+}$ serán reales y diagonales, como debe ser ya que los elementos de la diagonal representan a las masas de los quarks. Entonces, en términos de los campos de masa U y D , el lagrangiano de Yukawa para quarks se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_q^Y = & - \left(1 + \frac{H}{v} \right) (\bar{U} \bar{M}^u U + \bar{D} \bar{M}^d D) + \frac{i\gamma^5}{v} G_Z (\bar{U} \bar{M}^u U - \bar{D} \bar{M}^d D) \\ & - \frac{\sqrt{2}}{v} G_W^- \bar{D} (K^\dagger \bar{M}^u P_R - \bar{M}^d K^\dagger P_L) U + \frac{\sqrt{2}}{v} G_W^+ \bar{U} (K \bar{M}^d P_R - \bar{M}^u K P_L) D, \end{aligned} \quad (2.43)$$

donde

$$K = V_L^u V_L^{d\dagger}, \quad (2.44)$$

es la matriz de *Cabbibo-Kobayashi-Maskawa* (CKM), con $\bar{M}^{u,d}$ siendo matrices de masa dadas por

$$\bar{M}^u = V_L^u M^u V_R^{u\dagger} = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}, \quad \bar{M}^d = V_L^d M^d V_R^{d\dagger} = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}. \quad (2.45)$$

De esta manera, en términos de los campos de masa, el sector de Yukawa de quarks conserva el sabor, es decir, el bosón de Higgs sólo se acopla a pares del mismo tipo de quarks.

Sector de Yukawa para Leptones

En lo que corresponde a leptones, considerando que no existen estados de helicidad derecha de neutrinos, podemos escribir el Lagrangiano para este sector como:

$$\mathcal{L}_l^Y = -Y_{ij}^l \bar{L}'_{iL} \Phi'_{jR} + h.c. \quad (2.46)$$

donde Y_{ij}^l son las componentes de la matriz de Yukawa.

En términos de los campos en el espacio de sabor:

$$E' = \begin{pmatrix} e' \\ \mu' \\ \tau' \end{pmatrix}, \quad \nu' = \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix}, \quad (2.47)$$

y de la matriz de masa

$$M_{ij}^l = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{ij}^l, \quad (2.48)$$

podemos escribir el Lagrangiano de Yukawa para leptones como:

$$\mathcal{L}_l^Y = - \left(1 + \frac{H}{v} \right) \bar{E}'_L M^l E'_R - \frac{i}{v} G_Z \bar{E}'_L M^l E'_R - \frac{\sqrt{2}}{v} G_W^+ \bar{\nu}' M^l E'_R + h.c. \quad (2.49)$$

De manera análoga al caso de quarks, las masas de los leptones se definen diagonalizando la parte cuadrática del Lagrangiano anterior. Como antes, se definen los campos de masa mediante las siguientes transformaciones:

$$E_{L,R} = V'_{L,R} E'_{L,R}, \quad \nu_L = V'_L \nu'_L, \quad (2.50)$$

donde $V_{L,R}^l$ son las matrices de rotación unitarias. Así, en términos de los campos de masa, el Lagrangiano de Yukawa para leptones se escribe como:

$$\mathcal{L}_l^Y = - \left(1 + \frac{H}{v}\right) \bar{E} \bar{M}^l E - \frac{i\gamma}{v} G_Z \bar{E} \bar{M}^l E - \frac{\sqrt{2}}{v} (G_W^+ \bar{\nu} \bar{M}^l P_R E + G_W^- \bar{E} \bar{M}^l P_L \nu). \quad (2.51)$$

Puesto que siempre es posible encontrar las matrices unitarias $V_{L,R}^l$ tales que $\bar{M}^l = V_L^l M^l V_R^{l\dagger}$ sea real y diagonal, como se requiere para definir los términos de masa. La matriz $\bar{M}^l$ queda dada por:

$$\bar{M}^l = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\nu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix}, \quad (2.52)$$

donde los elementos de la diagonal son las masas de los respectivos leptones cargados.

Como ocurre en el sector de quarks, el sector de Yukawa para leptones conserva el sabor, es decir, el bosón de Higgs sólo se acopla al mismo tipo de lepton cargado.

2.1.5. Sector de Corrientes

En esta sección nos enfocamos en los sectores cinéticos de quarks y leptones, ya que es ahí donde se presentan las interacciones de los campos de norma del grupo electrodébil con los fermiones. A los acoplamientos de pares de fermiones con el bosón $W^\pm$ se le conoce como corrientes cargadas, mientras que a los acoplamientos de pares de fermiones con los bosones Z y γ se les denominan corrientes neutras. El Lagrangiano asociado, con la propiedad de invariancia de norma, se puede descomponer en dos partes, a saber:

$$\mathcal{L}^C = \mathcal{L}_q^C + \mathcal{L}_l^C, \quad (2.53)$$

donde $\mathcal{L}_q^C$ y $\mathcal{L}_l^C$ representan los sectores de quarks y leptones, respectivamente.

Sector de Corrientes para Quarks

El Lagrangiano para quarks, en términos de los campos de norma, conserva el sabor y esta dado por:

$$\mathcal{L}_q^C = i\bar{Q}'_{iL}\gamma^\mu D_\mu Q'_{iL} + i\bar{u}'_{iR}\gamma^\mu D_\mu u'_{iR} + i\bar{d}'_{iR}\gamma^\mu D_\mu d'_{iR}, \quad (2.54)$$

el cual, una vez expresado en términos de los campos de masa, toma la siguiente forma:

$$\mathcal{L}_q^C = i\bar{U}\gamma^\mu\partial_\mu U + i\bar{D}\gamma^\mu\partial_\mu D + \frac{g_2}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ J^{-\mu} + J_\mu^+ W^{-\mu}) + \frac{g_2}{2c_W} Z_\mu J_Z^\mu + eA_\mu J_A^\mu, \quad (2.55)$$

donde las corrientes cargadas $J^{-\mu}$ y neutras J_Z^μ y J_A^μ están definidas de la siguiente manera:

$$J^{-\mu} = \bar{U}_L \gamma^\mu K D_L, \quad (2.56)$$

$$J_Z^\mu = \bar{U}\gamma^\mu(g_v^u + g_A^u\gamma^5)U + \bar{D}\gamma^\mu(g_v^d + g_A^d\gamma^5)D, \quad (2.57)$$

$$J_A^\mu = \bar{U}\gamma^\mu U + \bar{D}\gamma^\mu D, \quad (2.58)$$

siendo K la matriz CKM dada en la ecuación (2.44), mientras que $g_v^{u_i}$ y $g_A^{u_i}$ son constantes de acoplamiento que dependen esencialmente de la carga del quark u_i ($u_i = u, d$). Se puede apreciar que debido a la unitariedad de las matrices $V_{L,R}^{u,d}$, en el ME las corrientes neutras conservan el sabor, sin embargo, en las corrientes cargadas se dan transiciones entre familias a través de la matriz CKM. La presencia de corrientes cargadas con cambio de sabor a nivel árbol da lugar a la aparición de corrientes neutras con cambio de sabor a nivel de un lazo.

Sector de Corrientes para Leptones

Debido a la ausencia de neutrinos derechos, el Lagrangiano de corrientes para leptones, está dado por:

$$\mathcal{L}_l^C = i\bar{L}'_{iL}\gamma^\mu D_\mu L'_{iL} + i\bar{l}'_{iR}\gamma^\mu D_\mu l'_{iR}, \quad (2.59)$$

el cual, como en el caso de quarks, conserva sabor. En la base de masas, este Lagrangiano se puede reescribir como:

$$\mathcal{L}_q^C = i\bar{E}\gamma^\mu\partial_\mu E + i\bar{\nu}\gamma^\mu\partial_\mu\nu_L + \frac{g_2}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ J^{-\mu} + J_\mu^+ W^{-\mu}) + \frac{g_2}{2c_W}Z_\mu J_Z^\mu + eA_\mu J_A^\mu, \quad (2.60)$$

de donde, al igual que para quarks, se han introducido las corrientes cargadas $J^{-\mu}$ y neutras J_Z^μ y J_A^μ , que están dadas de la siguiente manera:

$$J^{-\mu} = \bar{\nu}_L\gamma^\mu E_L, \quad (2.61)$$

$$J_Z^\mu = \bar{\nu}\gamma^\mu(g_V^\nu + g^\nu\gamma^5)\nu + \bar{E}\gamma^\mu(g_V^E + g_A^E\gamma^5)E, \quad (2.62)$$

$$J_A^\mu = \bar{\nu}_L\gamma^\mu\nu_L + \bar{E}\gamma^\mu E, \quad (2.63)$$

donde $g_V^{l_i}$ y $g_A^{l_i}$ ($l_i = \nu, E$) son constantes de acoplamiento que dependen de los números cuánticos con que se acoplan los leptones en el grupo electrodébil. En este caso, debido a la ausencia de neutrinos derechos, las corrientes cargadas y neutras conservan el sabor a todo orden en la serie perturbativa. Es importante señalar que la ausencia de interacciones entre leptones de diferentes familias mediadas por el bosón débil cargado, en contraste con lo que ocurre con los quarks, no sólo se debe a la inexistencia de neutrinos derechos, sino también a que el sector de corrientes es originalmente invariante de sabor.

2.2. El Lagrangiano de QCD

La cromodinámica cuántica (QCD por sus siglas en inglés) es la teoría que describe las interacciones entre gluones y quarks mediante el requerimiento de invariancia de norma local. Al imponer la condición de renormalización se termina por delinear la forma del Lagrangiano asociado; es así que esta teoría es de tipo Yang-Mills cimentada en el grupo de norma $SU_3(3)$, por lo cual el Lagrangiano de QCD adquiere la siguiente forma:

$$\mathcal{L}^{QCD} = -\frac{1}{2}Tr[G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}] + \bar{q}_i(i\gamma^\mu D_\mu - m_i)q_i, \quad (2.64)$$

donde $q_i = (u, d, s, c, b, t)$ son los campos de quarks con masas m_i y D_μ es la derivada covariante dada como:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s G_\mu, \quad (2.65)$$

y

$$G_{\mu\nu} = \partial_\mu G_\nu - \partial_\nu G_\mu - ig_s [G_\mu, G_\nu], \quad (2.66)$$

con $G_\mu = G_\mu^a \lambda^a / 2$, donde λ^a representa a las matrices de Gell-Mann (son los generadores del grupo $SU_C(3)$), las cuales satisfacen la siguiente relación de conmutación

$$[\lambda^a, \lambda^b] = 2if^{abc}\lambda_c, \quad (2.67)$$

cuya condición de normalización es

$$Tr[\lambda^a \lambda^b] = 2\delta^{ab}. \quad (2.68)$$

Los campos de norma de la interacción fuerte G_μ , son denominados *gluones*, y en acuerdo con la simetría de norma $SU_c(3)$ se deduce que existen 8 tipos de gluones. Incluso, como se trata de una teoría no abeliana, como en el caso de la interacción débil, los gluones interactúan entre sí, por lo tanto, surgen vértices trilineales y cuárticos. Además, en analogía con la parte electrodébil de la teoría, en el Lagrangiano de interacción entre fermiones y bosones de norma, aparecen los acoplamientos entre quarks y gluones.

Capítulo 3

El modelo con violación de sabor

Es bien sabido que el sector de Yukawa del ME conserva el sabor. Sin embargo, efectos de una corriente neutra con cambio de sabor (CNCS por sus siglas), pueden aparecer a nivel árbol en cualquier sector renormalizable de Yukawa siempre que se incorporen campos escalares adicionales, tal y como sucede en el modelo de dobletes de Higgs (THDM) [15]. Aunque este tipo de modelos que inducen cambio de sabor suelen ser lo más simples, debido a que las transiciones que violan el sabor se encuentran mediadas por el bosón de Higgs (bosón escalar neutro), existen procedimientos alternos en los cuales se hace uso de la presencia de bosones vectoriales neutros extra, conocidos con el nombre de bosones Z' . En principio, dichos bosones de norma neutros extra pueden inducir CNCS a nivel árbol por medio de acoplamientos del tipo $Z' f_i f_j$, donde f_i y f_j son fermiones cargados de distinto sabor. El modelo extendido más simple donde se predice la existencia de un bosón de norma neutro extra, identificado como Z' , es aquel que está basado en el grupo de norma electrodébil extendido $SU_l(2) \times U_Y(1) \times U'(1)$ (modelo secuencial), el cual una vez aplicado el RES genera mezclas (acoplamientos) entre los bosones Z y Z' que se encuentran fuertemente suprimidos [5, 16, 17]. Por lo que en este trabajo de tesis no será necesario considerar las transiciones $Z - Z'$.

Dado que el objetivo de esta tesis se centra en calcular analíticamente las propiedades electromagnéticas estáticas del quark top con cambio de sabor mediado por un Z' , nos enfocamos exclusivamente a estudiar la parte del sector electrodébil extendido en donde se generan las CNCS mediadas por el bosón de norma Z' . Para nuestro estudio haremos uso del Lagrangiano renormalizable más general en donde están incluidas las CNCS mediadas por un bosón de norma Z' , las cuales podrían surgir en modelos extendidos o modelos de gran unificación [18, 19, 20]. Para iniciar nuestro estudio partimos de una densidad lagrangiana dada por:

$$\mathcal{L}_{NC} = \sum_{i,j} [\bar{f}_i \gamma^\alpha (\Omega_{L f_i f_j} P_L + \Omega_{R f_i f_j} P_R) f_j + \bar{f}_j \gamma^\alpha (\Omega_{L f_j f_i}^* P_L + \Omega_{R f_j f_i}^* P_R) f_i] Z'_\alpha, \quad (3.1)$$

donde f_i (f_j) es cualquier fermión del ME, $P_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)$ son los proyectores de quiralidad y Z'_α es el nuevo bosón de norma neutro masivo predicho por diversas extensiones del ME [18, 19, 20, 21]. Los parámetros $\Omega_{Lq_i q_j}$, $\Omega_{Rq_i q_j}$ representan la intensidad del acoplamiento $Z'q_i q_j$, donde q_i (q_j) es cualquier quark del ME. Por simplicidad, se asumirá que $\Omega_{Lq_i q_j} = \Omega_{Lq_j q_i}$ y $\Omega_{Rq_i q_j} = \Omega_{Rq_j q_i}$ [22]. En contraste, los acoplamientos que conservan sabor (los valores de estos acoplamientos para diferentes modelos extendidos se muestran en el Cuadro 3.1), $Q_{L,R}^{f_i}$, están relacionados con las constantes de acoplamiento Ω de la siguiente forma: $\Omega_{L f_i f_i} = -g_2 Q_L^{f_i}$ y $\Omega_{R f_i f_i} = -g_2 Q_R^{f_i}$ [6, 7], donde g_2 es el acoplamiento de norma del bosón Z' . Además, se debe notar que el análisis de cambio de sabor puede efectuarse en el contexto de varios modelos extendidos en donde se predice cambio de sabor mediado por el bosón Z' . Específicamente, para bosones Z' provenientes del modelo secuencial (Z_S), del modelo con simetría izquierda-derecha (Z_{LR}), del modelo $SU(5) \times U(1)$ (Z_χ), del modelo $SO(10) \times U(1)$ (Z_ψ) y de modelos inspirados en teoría de cuerdas (Z_η) [5], entre otros. En dichos modelos extendidos el valor de la constante de acoplamiento g_2 se puede escribir genéricamente como:

$$g_2 = \sqrt{\frac{5}{3}} \sin \theta_W g_1 \lambda_g, \quad (3.2)$$

donde $g_1 = g / \cos \theta_W$, λ_g depende del patrón de rompimiento de simetría siendo del orden de la unidad [8] y g es la constante de acoplamiento débil. En el modelo secuencial, el acoplamiento de norma $g_2 = g_1$.

	Z_S	Z_{LR}	Z_χ	Z_ψ	Z_η
Q_L^u	0.3456	-0.08493	$\frac{-1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{-2}{2\sqrt{15}}$
Q_R^u	-0.1544	0.5038	$\frac{1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$	$\frac{2}{2\sqrt{15}}$
Q_L^d	-0.4228	-0.08493	$\frac{-1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{-2}{2\sqrt{15}}$
Q_R^d	0.0772	-0.6736	$\frac{1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$	$\frac{2}{2\sqrt{15}}$
Q_L^e	-0.2684	0.2548	$\frac{3}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{1}{2\sqrt{15}}$
Q_R^e	0.2316	-0.3339	$\frac{-3}{2\sqrt{10}}$	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$	$\frac{-1}{2\sqrt{15}}$
Q_L^ν	0.5	0.2548	$\frac{3}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{1}{2\sqrt{15}}$

Tabla 3.1: Acoplamientos diagonales de quiralidad de los modelos extendidos.

Capítulo 4

Propiedades electromagnéticas estáticas del quark top

En este capítulo se expone el cálculo de la amplitud para el vértice $f_i f_i \gamma$. Los cuádrimomentos que circulan en el lazo (en la fluctuación cuántica) se determinan por conservación del cuádrimomento en cada vértice al fijar alguno de ellos con la variable k , que será el cuádrimomento a integrarse en el lazo. Se usará la siguiente convención para las líneas fermiónicas externas: por cada fermión (anti-fermión) entrante se hará uso del espinor $u(p)$ ($v(p)$), mientras que para fermiones (anti-fermiones) salientes se utilizará el espinor $\bar{u}(p)$ ($\bar{v}(p)$). Finalmente, haremos uso del vector de polarización $\epsilon_\mu(p, \lambda)$ ($\epsilon_\mu^*(p, \lambda)$) para bosones vectoriales entrantes o salientes. En este cálculo las partículas externas involucradas están en su capa de masa, lo cual implica que tenemos las siguientes condiciones: $p_i^2 = m_i^2$, $p_j^2 = m_j^2$ y $q^2 = 0$.

Al continuar con el cálculo de las fluctuaciones cuánticas en el vértice $f_i f_i \gamma$ necesitamos conocer la forma explícita del propagador del bosón Z' , el cual se presenta a continuación para una norma arbitraria [23, 24]:

$$\frac{-i}{k^2 - M_{Z'}^2} \left(g_{\mu\nu} + (\alpha - 1) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2 - \alpha M_{Z'}^2} \right),$$

con α siendo un número real. Debido a la forma del propagador del bosón Z' existen muchas vertientes de este debido al parámetro α . Nosotros trabajaremos en la norma unitaria (unitarity gauge), es decir, el límite cuando α tiende a infinito (la norma para partículas físicas), entonces ante este límite el propagador del bosón Z' toma la forma de:

$$\frac{-i}{k^2 - M_{Z'}^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu k_\nu}{M_{Z'}^2} \right). \quad (4.1)$$

La Ec. (4.1) representa al propagador para el bosón Z' en la norma unitaria, el cual será el mediador de los acoplamientos que cambian sabor.

Ahora recordemos que para nuestro cálculo, es necesario considerar las fluctuaciones cuánticas provenientes de fermiones, por lo que en este caso, el propagador para quarks se puede escribir así:

$$i \frac{\not{p} + m}{p^2 - m^2} \delta_{AB},$$

donde $\not{p} = p^\mu \gamma_\mu$ es el operador de cuadrimomento de la ecuación de Dirac, $\not{p} u(p) = m u(p)$.

4.1. La función vértice

Cuando en un diagrama de Feynman se tiene un *loop* debido a la presencia de un fotón virtual fluctuando (ver Fig. 4.1), es posible analizar la contribución de éste en los vértices de interacción. De acuerdo a la matriz de dispersión, S [4], la amplitud para un electrón dispersándose por un objeto pesado puede escribirse como se aprecia a continuación:

$$i\mathcal{M} = ie^2 (\bar{u}(p') \Gamma^\mu(p', p) u(p)) \frac{1}{q^2} (\bar{u}(k') \gamma_\mu u(k)). \quad (4.2)$$

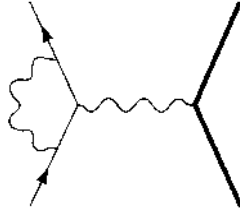


Figura 4.1: Diagrama de Feynman a nivel de un loop debido a la presencia de un fotón virtual.

En general, la función vértice Γ^μ es alguna expresión que involucra a p , p' , γ^μ , y constantes tales como m , e ; que para fines prácticos, contendrá toda la información sobre todos los procesos presentes en la dispersión. Por lo que la forma más general de ésta queda determinada de la siguiente manera [4]:

$$\Gamma^\mu = \gamma^\mu \cdot A + (p'^\mu + p^\mu) \cdot B + (p'^\mu - p^\mu) \cdot C. \quad (4.3)$$

Los coeficientes A , B y C pueden involucrar matrices de Dirac contraídas con cuadrimomentos. Pero ya que $\not{p} u(p) = m u(p)$ y $\bar{u}(p) \not{p}' = \bar{u}(p') m$, podemos reescribir los coeficientes en términos de números ordinarios como la masa. Es conveniente reescribir la Ec. (4.3) usando la identidad de Gordon (Ec. (4.4)):

$$\bar{u}(p') \gamma^\mu u(p) = \bar{u}(p') \left[\frac{p'^\mu + p^\mu}{2m} + \frac{i \sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m} \right] u(p). \quad (4.4)$$

Ahora, para demostrar esta identidad, partimos de la conocida fórmula [23]:

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu],$$

y usando las propiedades de anticonmutatividad de las matrices de Dirac, vemos que el conmutador se puede escribir como:

$$[\gamma^\mu, \gamma^\nu] = 2\gamma^\mu\gamma^\nu - 2g^{\mu\nu},$$

lo que nos genera

$$i\sigma^{\mu\nu} = \gamma^\nu\gamma^\mu - g^{\mu\nu},$$

de otra forma se tiene también que

$$i\sigma^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - \gamma^\mu\gamma^\nu.$$

Ahora calculamos

$$\begin{aligned} \bar{u}(p') i\sigma^{\mu\nu} (p'_\nu - p_\nu) u(p) &= \bar{u}(p') [(\gamma^\nu\gamma^\mu - g^{\mu\nu})p'_\nu - (g^{\mu\nu} - \gamma^\mu\gamma^\nu)p_\nu] u(p) \\ &= \bar{u}(p') [\gamma \cdot p' \gamma^\mu - (p' + p)^\mu + \gamma^\mu \gamma \cdot p] u(p). \end{aligned}$$

Al hacer uso de la ecuación de Dirac, la expresión anterior se reduce a:

$$\bar{u}(p') i\sigma^{\mu\nu} (p'_\nu - p_\nu) u(p) = \bar{u}(p') [2m\gamma^\mu - (p' + p)^\mu] u(p).$$

Finalmente, la ecuación de la función vértice Γ^μ puede ser reescrita de la forma:

$$\Gamma^\mu(p', p) = \gamma^\mu F_1(q^2) + \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m} F_2(q^2), \quad (4.5)$$

siendo F_1 y F_2 funciones desconocidas (a determinar) en términos de q^2 , identificadas como *factores de forma*.

4.2. Momentos dipolares electromagnéticos anómalos

La contribución del vértice $f_i f_i \gamma$ a los momentos dipolares electromagnéticos anómalos se determina a través del diagrama de Feynman mostrado en la Fig. 4.2.

La amplitud del vértice $f_i f_i \gamma$ con cambio de sabor en capa de masa puede ser escrita como:

$$\mathcal{M} = \bar{u}(p_2) \Gamma_\mu u(p_1) \epsilon^{*\mu}(q, \lambda), \quad (4.6)$$

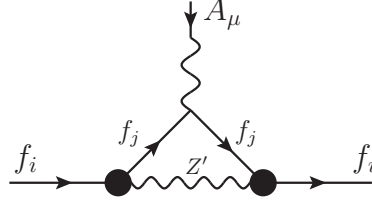


Figura 4.2: Diagrama de Feynman del vértice de interacción del quark top.

donde la función vértice está dada por:

$$\Gamma_\mu = e \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{T_\mu}{\mathcal{D}}. \quad (4.7)$$

Para calcular dichas contribuciones se requiere conocer las reglas de Feynman asociadas a los vértices que cambian sabor, las cuales pueden extraerse del Lagrangiano dado por la Ec. (3.1), entonces, a partir de las reglas de Feynman se puede construir la amplitud de la siguiente forma:

$$i\mathcal{M} = ie^2 \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \bar{u}(p_2) \frac{g^{\mu\nu}}{k^2 - M_{Z'}^2} \gamma^\alpha (\Omega_{Lij} P_L + \Omega_{Rij} P_R) \times \quad (4.8)$$

$$\frac{k_2 + m_j}{k_2^2 - m_j^2} \gamma^\nu \frac{(k_1 + m_j)}{k_1^2 - m_j^2} \gamma_\alpha (\Omega_{Lij}^* P_L + \Omega_{Rij}^* P_R) u(p_1),$$

donde $P_{R,L}$ son los proyectores de quiralidad. Tenemos que la forma explícita de esta expresión esta dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = ie^2 \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \bar{u}(p_2) \{ & \gamma^\alpha \Omega_{Lij} P_L (k_2 + m_j) \gamma^\mu (k_1 + m_j) \gamma_\alpha \Omega_{Lij}^* P_L \\ & + \gamma^\alpha \Omega_{Lij} P_L (k_2 + m_j) \gamma^\mu (k_1 + m_j) \gamma_\alpha \Omega_{Rij}^* P_R \\ & + \gamma^\alpha \Omega_{Rij} P_R (k_2 + m_j) \gamma^\mu (k_1 + m_j) \gamma_\alpha \Omega_{Lij}^* P_L \\ & + \gamma^\alpha \Omega_{Rij} P_R (k_2 + m_j) \gamma^\mu (k_1 + m_j) \gamma_\alpha \Omega_{Rij}^* P_R \} \frac{u(p_1)}{\mathcal{D}}, \end{aligned} \quad (4.9)$$

con $\mathcal{D} = (k^2 - m_{Z'}^2)(k_2^2 - m_j^2)(k_1^2 - m_j^2)$. Ahora, recordando algunas las propiedades de la matriz γ^5 , tales como $\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0$ y $(\gamma^5)^2 = I_4$; también, $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = g^{\mu\nu} I_4$. Con esta última propiedad se puede demostrar que $\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma_\mu = -2\gamma^\nu$, $\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma_\mu = 4g^{\mu\nu} I_4$ y $\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma_\mu = -2\gamma^\sigma \gamma^\rho \gamma^\nu$, lo cual nos servirán para reducir la Ec. (4.9) a la siguiente

forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = ie^2 \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \bar{u}(p_2) & \left(\gamma^\alpha (\not{k} + \not{p}_2) \gamma_\mu (\not{k} + \not{p}_1) \gamma_\alpha + m_j^2 \gamma^\alpha \gamma_\mu \gamma_\alpha \right) \\ & \times (G_{Vij} + G_{Aij} \gamma^5) + 4m_j (2k_\mu + p_{1\mu} + p_{2\mu}) (C_{Vij} + C_{Aij} \gamma^5) \frac{u(p_1)}{\mathcal{D}}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

donde los coeficientes vectoriales y axiales están dados por:

$$G_{Vij} = \frac{|\Omega_{Lij}|^2 + |\Omega_{Rij}|^2}{2}, \quad (4.11)$$

$$G_{Aij} = \frac{|\Omega_{Lij}|^2 - |\Omega_{Rij}|^2}{2}, \quad (4.12)$$

$$C_{Vij} = \frac{\Omega_{Lij} \Omega_{Rij}^* + \Omega_{Rij} \Omega_{Lij}^*}{2}, \quad (4.13)$$

$$C_{Aij} = \frac{\Omega_{Rij} \Omega_{Lij}^* - \Omega_{Lij} \Omega_{Rij}^*}{2}. \quad (4.14)$$

Para tratar este tipo de integrales usaremos el método conocido como *parametrización de Feynman* [4]. Por lo que es necesario escribir el denominador de la siguiente forma: $\mathcal{D} = (k^2 - M_{Z'}^2)((k + p_1)^2 - m_j^2)((k + p_2)^2 - m_j^2)$, para usar la siguiente identidad [4]:

$$\frac{1}{\mathcal{D}} = \int_0^1 dx dy dz \delta(x + y + z - 1) \frac{2}{\Delta^3}, \quad (4.15)$$

donde el nuevo denominador es:

$$\begin{aligned} \Delta &= z(k^2 - m_{Z'}^2) + x(k + p_1)^2 + y(k + p_2)^2 - m_j^2(x + y) \\ &= k^2 + 2k \cdot (xp_1 + yp_2) + xp_1^2 + yp_2^2 - (x + y)m_j^2 - zm_{Z'}^2, \\ &= k^2 + 2k \cdot (xp_1 + yp_2) + xm_i^2 + ym_i^2 - (x + y)m_j^2 - zm_{Z'}^2. \end{aligned} \quad (4.16)$$

La última igualdad se obtuvo a partir del hecho que estamos trabajando en capa de masa y que $2p_1 \cdot p_2 = 2m_i^2$. Por otro lado, la integración puede realizarse de manera más sencilla usando un cambio de variable dado por $l = k + xp_1 + yp_2$; entonces el denominador Δ toma la forma:

$$\begin{aligned} \Delta &= l^2 - (xp_1 + yp_2)^2 + (x + y)m_i^2 - (x + y)m_j^2 - zm_{Z'}^2, \\ &= l^2 - m_i^2(x + y)^2 + (x + y)m_i^2 - (x + y)m_j^2 - zm_{Z'}^2, \end{aligned} \quad (4.17)$$

luego, la amplitud nos queda:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M} = & ie^2 \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \int \frac{d^D l}{(2\pi)^D} (-2) \\
& \times \bar{u}(p_2) \left\{ \left[l \gamma_\mu l - l \gamma_\mu (x \not{p}_1 + y \not{p}_2) - (x \not{p}_1 + y \not{p}_2) \gamma_\mu l \right. \right. \\
& + (x \not{p}_1 + y \not{p}_2) \gamma_\mu (x \not{p}_1 + y \not{p}_2) - (x \not{p}_1 + y \not{p}_2) \gamma_\mu \not{p}_2 \\
& \left. \left. + l \gamma_\mu \not{p}_2 + \not{p}_1 \gamma_\mu l - \not{p}_1 \gamma_\mu (x \not{p}_1 + y \not{p}_2) + \not{p}_1 \gamma_\mu \not{p}_2 + m_j^2 \gamma_\mu \right] \right. \\
& \times (G_{Vij} + \gamma^5 G_{Aij}) + 4m_j [2l_\mu + (1-2x)p_{1\mu} + (1-2y)p_{2\mu}] \\
& \left. \times (C_{Vij} + C_{Aij} \gamma^5) \right\} u(p_1) \\
& \times \frac{1}{(l^2 - (x+y)^2 m_i^2 + (x+y)m_i^2 - (x+y)m_j^2 - zm_{Z'}^2)^3}. \tag{4.18}
\end{aligned}$$

La Ec. (4.18) puede reducirse al emplear las siguientes propiedades [4]:

$$\begin{aligned}
\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{l^\mu}{\Delta^3} &= 0, \\
\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{l^\mu l^\nu}{\Delta^3} &= \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{1}{4} \frac{g^{\mu\nu} l^2}{\Delta^3}. \tag{4.19}
\end{aligned}$$

Así, dicha ecuación puede ser reescrita como:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M} = & ie^2 \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \int \frac{d^D l}{(2\pi)^D} (-2) \\
& \times \bar{u}(p_2) \left\{ \left[l \gamma_\mu l + (x \not{p}_1 + y \not{p}_2) \gamma_\mu (x \not{p}_1 + y \not{p}_2) + m_j^2 \gamma_\mu \right. \right. \\
& \left. \left. - (x \not{p}_1 + y \not{p}_2) \gamma_\mu \not{p}_2 - \not{p}_1 \gamma_\mu (x \not{p}_1 + y \not{p}_2) + \not{p}_1 \gamma_\mu \not{p}_2 \right] \right. \\
& \times (G_{Vij} + \gamma^5 G_{Aij}) + 4m_j [(1-2x)p_{1\mu} + (1-2y)p_{2\mu}] \\
& \left. \times (C_{Vij} + C_{Aij} \gamma^5) \right\} u(p_1) \\
& \times \frac{1}{(l^2 - (x+y)^2 m_i^2 + (x+y)m_i^2 - (x+y)m_j^2 - zm_{Z'}^2)^3}. \tag{4.20}
\end{aligned}$$

La integración de la Ec. (4.20) requiere cambios de variables a coordenadas esféricas, en-

tonces, haciendo uso de las siguientes identidades para integrales en D dimensiones:

$$\begin{aligned} \int \frac{d^D l}{(2\pi)^D} \frac{1}{(l^2 - \Delta')^n} &= \frac{(-1)^n i}{(4\pi)^{D/2}} \frac{\Gamma(n - \frac{D}{2})}{\Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta'} \right)^{n - \frac{D}{2}}, \\ \int \frac{d^D l}{(2\pi)^D} \frac{l^2}{(l^2 - \Delta')^n} &= \frac{(-1)^{n-1} i}{(4\pi)^{D/2}} \frac{\Gamma(n - \frac{D}{2} - 1)}{\Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta'} \right)^{n - \frac{D}{2} - 1}, \end{aligned} \quad (4.21)$$

donde el denominador Δ se reescribió de la forma $\Delta = l^2 - \Delta'$, con $\Delta' = (x + y)^2 m_i^2 - (x + y) m_i^2 + (x + y) m_j^2 + z m_{Z'}^2$, de esta forma la Ec. (4.20) se expresa como:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= -e^2 \frac{(-1)^{n-1}}{(4\pi)^{D/2}} \frac{\Gamma(n - \frac{D}{2} - 1)}{\Gamma(n)} \int_0^1 dx dy dz \delta(x + y + z - 1) \\ &\quad \times (-4) \gamma_\mu \bar{u}(p_2) \left(\frac{1}{\Delta'} \right)^{n - \frac{D}{2} - 1} (G_{Vij} + \gamma^5 G_{Aij}) u(p_1) \\ &\quad - e^2 (-2) \frac{(-1)^{n-1}}{(4\pi)^{D/2}} \frac{\Gamma(n - \frac{D}{2})}{\Gamma(n)} \int_0^1 dx dy dz \delta(x + y + z - 1) \\ &\quad \times \left(\frac{1}{\Delta'} \right)^{n - \frac{D}{2}} \bar{u}(p_2) \left\{ \left[(x \not{p}_1 + y \not{p}_2) \gamma_\mu (x \not{p}_1 + y \not{p}_2) + \not{p}_1 \gamma_\mu \not{p}_2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + m_j^2 \gamma_\mu - \not{p}_1 \gamma_\mu (x \not{p}_1 + y \not{p}_2) - (x \not{p}_1 + y \not{p}_2) \gamma_\mu \not{p}_2 \right] (G_{Vij} + \gamma^5 G_{Aij}) \right. \\ &\quad \left. + 4m_j [(1 - 2x)p_{1\mu} + (1 - 2y)p_{2\mu}] (C_{Vij} + C_{Aij} \gamma^5) \right\} u(p_1). \end{aligned} \quad (4.22)$$

Al invocar el límite cuando D tiende a 4 y con $n = 3$ debido a la parametrización de Feynman, la expresión para la amplitud queda como:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= e^2 \frac{4}{6(4\pi)^2} \gamma_\mu \int_0^1 dx dy dz \delta(x + y + z - 1) \\ &\quad \times \bar{u}(p_2) (G_{Vij} + \gamma^5 G_{Aij}) u(p_1) \\ &\quad + e^2 \frac{2}{6(4\pi)^2} \int_0^1 dx dy dz \delta(x + y + z - 1) \frac{1}{\Delta'} \\ &\quad \times \bar{u}(p_2) \left\{ \left[(x \not{p}_1 + y \not{p}_2) \gamma_\mu (x \not{p}_1 + y \not{p}_2) - (x \not{p}_1 + y \not{p}_2) \gamma_\mu \not{p}_2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \not{p}_1 \gamma_\mu (x \not{p}_1 + y \not{p}_2) + \not{p}_1 \gamma_\mu \not{p}_2 + m_j^2 \gamma_\mu \right] (G_{Vij} + \gamma^5 G_{Aij}) \right. \\ &\quad \left. + 4m_j [(1 - 2x)p_{1\mu} + (1 - 2y)p_{2\mu}] (C_{Vij} + C_{Aij} \gamma^5) \right\} u(p_1). \end{aligned} \quad (4.23)$$

Al usar la ecuación de Dirac: $\bar{u}(p_2)\not{p}_2 = m_i\bar{u}(p_2)$, $\not{p}_1 u(p_1) = m_i u(p_1)$ y $\not{p}_1 \gamma^5 u(p_1) = -m_i \gamma^5 u(p_1)$ y recordando las propiedades: $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$ y $\{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0$, la Ec. (4.23) se reduce a la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & e^2 \frac{1}{24\pi^2} \gamma_\mu \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \bar{u}(p_2) (G_{Vij} + \gamma^5 G_{Aij}) u(p_1) \\ & + e^2 \frac{2}{6(4\pi)^2} \int_0^1 dx dy dz \delta(x+y+z-1) \frac{1}{\Delta'} \\ & \times \bar{u}(p_2) \left\{ [2m_i p_{1\mu} (x^2 - 2x + xy - y + 1) \right. \\ & + 2m_i p_{2\mu} (y^2 - 2y + xy - x + 1) + m_j^2 \gamma_\mu \\ & - m_i^2 \gamma_\mu ((x+y)^2 + 3 - 4(x+y))] G_{Vij} \\ & + [-2m_i p_{1\mu} (x^2 - xy + y - 1) \\ & + 2m_i p_{2\mu} (y^2 - xy + x - 1) + m_j^2 \gamma_\mu \\ & + m_i^2 \gamma_\mu (x^2 - 2xy - y(y-2))] G_{Aij} \gamma^5 \\ & \left. + 4m_j ((1-2x)p_{1\mu} + (1-2y)p_{2\mu}) (C_{Vij} + C_{Aij} \gamma^5) \right\} u(p_1). \end{aligned} \quad (4.24)$$

Después de integrar con respecto a z observamos que los coeficientes de G_{Vij} y G_{Aij} son:

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy 2m_i \frac{[p_{1\mu}(x^2 - 2x + xy - y + 1) + p_{2\mu}(y^2 - 2y + xy - x + 1)]}{(1 + x_i^2 - x_j^2)(x+y) - x_i^2(x+y)^2 - 1} \quad (4.25)$$

y

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy 2m_i \frac{[p_{1\mu}(-x^2 + xy - y + 1) + p_{2\mu}(y^2 - xy + x - 1)]}{(1 + x_i^2 - x_j^2)(x+y) - x_i^2(x+y)^2 - 1}, \quad (4.26)$$

respectivamente. Las contribuciones de los términos al monopolo son divergentes (coeficientes con γ^μ). Los x_i y x_j en el divisor están relacionados con las masas de los quarks y la masa del bosón de norma Z' como: $x_i = m_i/M_{Z'}$ y $x_j = m_j/M_{Z'}$.

Esto nos permite hacer una comparación entre los coeficientes que acompañan a los cuádrimomentos $p_{1\mu}$ y $p_{2\mu}$ de las integrales dadas en las Ecs. (4.25) y (4.26). Al realizar la integración numérica de la primera ecuación se observa que el resultado de integrar el coeficiente del cuádrimomento $p_{1\mu}$ es igual al resultado obtenido después de integrar el coeficiente del cuádrimomento $p_{2\mu}$. Para el caso de la segunda integral el resultado de la integración del coeficiente del cuádrimomento de $p_{1\mu}$ es de signo contrario al resultado de la integración del coeficiente $p_{2\mu}$. Lo que implica que estas integrales puede escribirse de la siguiente forma:

Para G_{Vij} se tiene:

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy 2m_i \frac{[(p_{1\mu} + p_{2\mu})(x^2 - 2x + xy - y + 1)]}{(1 + x_i^2 - x_j^2)(x+y) - x_i^2(x+y)^2 - 1}, \quad (4.27)$$

y para G_{Aij} :

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy 2m_i \frac{[(p_{1\mu} - p_{2\mu})(-x^2 + xy - y + 1)]}{(1 + x_i^2 - x_j^2)(x + y) - x_i^2(x + y)^2 - 1}. \quad (4.28)$$

Al analizar minuciosamente la integral dada en la Ec. (4.28) se observa una diferencia de cuádrimomentos lo que nos indica que *no hay contribuciones* de G_{Aij} a los momentos dipolares electromagnéticos anómalos.

En nuestros cálculos fue necesario hacer uso de la identidad de Gordon Axial

$$\bar{u}(p') \left[\frac{\gamma^5(p' + p)^\mu - i\sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma^5}{2m} \right] u(p) = \bar{u}(p') \gamma^\mu \gamma^5 u(p),$$

por lo tanto, en las siguientes líneas se presenta su obtención.

Sabemos que $\sigma^{\mu\nu} \gamma^5 = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] \gamma^5$, $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$, $[\gamma^\mu, \gamma^\nu] = 2\gamma^\mu \gamma^\nu - 2g^{\mu\nu}$ y $\{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0$. Empezamos por calcular:

$$\begin{aligned} \bar{u}(p') i\sigma^{\mu\nu} \gamma^5 (p'_\nu - p_\nu) u(p) &= \bar{u}(p') [(\gamma^\nu \gamma^\mu - g^{\mu\nu}) \gamma^5 p'_\nu - (g^{\mu\nu} - \gamma^\mu \gamma^\nu) \gamma^5 p_\nu] \gamma^5 u(p) \\ &= \bar{u}(p') [\gamma^\nu \gamma^\mu \gamma^5 p'_\nu - \gamma^5 p'^\mu - \gamma^5 p^\mu - \gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu p_\nu] \gamma^5 u(p) \\ &= \bar{u}(p') [\gamma^5 (2p'^\mu - \not{p}' \gamma^\mu) - \gamma^5 p'^\mu - \gamma^5 p^\mu + \gamma^5 (2p^\mu - \gamma^\mu \not{p})] \gamma^5 u(p). \end{aligned}$$

Al emplearse la ecuación de Dirac tenemos que

$$\bar{u}(p') i\sigma^{\mu\nu} \gamma^5 q_\nu u(p) = \bar{u}(p') [\gamma^5 p'^\mu + \gamma^5 p^\mu - 2m \gamma^5 \gamma^\mu] \gamma^5 u(p).$$

A partir de aquí es simple acceder a la identidad de Gordon Axial.

Después de usar las identidades de Gordon (vectorial y axial), es fácil ver que surgen contribuciones al monopolo $G(q^2)\gamma_\mu$ y contribuciones al momento dipolar magnético $i(a_i/2m_i\sigma_{\mu\nu}q^\nu)$ y momento dipolar eléctrico $-d_i\gamma^5\sigma_{\mu\nu}q^\nu$. Las contribuciones al monopolo son divergentes, pero no estamos interesados en profundizar en su estudio debido a que es necesario aplicar un método de renormalización y obtener contribuciones finitas [4]. Después de realizar el álgebra, los factores de forma asociados con los momentos dipolares electromagnéticos de f_i se pueden escribir como:

$$a_i = \frac{x_i}{4\pi^2} \left[(|\Omega_{Lij}|^2 + |\Omega_{Rij}|^2) f(x_i, x_j) + 2 \frac{x_j}{x_i} \text{Re}(\Omega_{Lij} \Omega_{Rij}^*) g(x_i, x_j) \right], \quad (4.29)$$

$$d_i = \frac{x_j}{4\pi^2} \text{Im}(\Omega_{Lij} \Omega_{Rij}^*) g(x_i, x_j), \quad (4.30)$$

donde

$$f(x_i, x_j) = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{x^2 - 2x + xy - y + 1}{(1 + x_i^2 - x_j^2)(x + y) - x_i^2(x + y)^2 - 1} \quad (4.31)$$

y

$$g(x_i, x_j) = \int_0^1 \int_0^{1-x} dy \frac{1 - 2x}{(1 + x_i^2 - x_j^2)(x + y) - x_i^2(x + y)^2 - 1}. \quad (4.32)$$

Es de destacarse que las funciones $f(x_i, x_j)$ y $g(x_i, x_j)$ son finitas ultravioletas, esto significa que dichas funciones poseen buen comportamiento a energías muy grandes.

Capítulo 5

Conclusiones y perspectivas

Se estudió el vértice $f_i f_i \gamma$ de forma analítica en el contexto de modelos extendidos que predicen CNCS mediadas por un bosón de norma neutro masivo identificado como bosón Z' . En particular, partiendo de dicho vértice genérico se calcularon las propiedades electromagnéticas estáticas del fermión f_i , a saber, su momento dipolar magnético anómalo y su momento dipolar eléctrico anómalo. Se encontró que la amplitud asociada a estas propiedades físicas es invariante de norma y es finita ultravioleta, lo cual indica que nuestro cálculo es consistente. La estructura de Lorentz asociada al vértice resultó ser de tipo dipolar como era de esperarse; se logró llegar a esa forma al hacer uso de las identidades de Gordon, tanto para contribuciones vectoriales como para contribuciones axiales. Enfatizamos que los resultados obtenidos en esta tesis son puramente analíticos y en principio, pueden ser aplicables a cualquier fermión cargado del ME. Sin embargo, el objetivo de esta tesis se centró en adaptar los resultados al sector de quarks puesto que estamos interesados en determinar numéricamente las predicciones teóricas para el quark top respecto a sus propiedades electromagnéticas y su relación con cambio de sabor mediado por el bosón Z' .

Este trabajo de tesis es el primer paso de un estudio más completo que requiere considerar la contribución de la parte longitudinal del propagador del bosón Z' , para así, determinar por completo y con toda precisión las propiedades electromagnéticas estáticas del quark top. Los resultados serían aplicables al contexto de los cinco modelos mencionados en esta tesis. Otra perspectiva de este estudio consiste en generalizar los métodos descritos en este trabajo para obtener las propiedades cromomagnéticas del quark top, las cuales pueden calcularse al sustituir el fotón por el gluón. Con el aglutinamiento de estos resultados generales se puede pensar en una publicación al nivel de una revista de circulación internacional y de arbitraje estricto.

Bibliografía

- [1] T-P. Cheng and L-F. Li, Phys. Rev. D16, 1425 (1977); B. W. Lee and R. E. Shrock, Phys. Rev. D16, 1444 (1977).
- [2] E. Arganda and M. J. Herrero, Phys. Rev. D73, 055003 (2006).
- [3] K. A. Olive *et al.*, Chin. Phys. C38, 090001 (2014).
- [4] Ver por ejemplo, M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An introduction to quantum field theory*, Addison-Wesley P.C. (1996).
- [5] P. Langacker and M. Luo, Phys. Rev. D45, 278 (1992).
- [6] R. W. Robinett and J. L. Rosner, Phys. Rev. D26, 2396 (1982).
- [7] A. Arhrib, K. Cheung, C.-W. Chiang, and T.-C. Yuan, Phys. Rev. D73, 075015 (2006).
- [8] R. W. Robinett and J. L. Rosner, Phys. Rev. D25, 3036 (1982); R. W. Robinett, Phys. Rev. D26, 2388 (1982).
- [9] S. L. Glashow, Nucl. Phys. 22, 579 (1961).
- [10] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19, 1264 (1967).
- [11] G. 't Hooft and M. Veltman, Nucl. Phys B44, 189 (1972).
- [12] R. Becker-Szendy *et al.*, Phys. Rev. D46, 3720 (1992); Y. Fukuda *et al.*, Phys. Lett. B335, 237 (1994); Phys. Rev. Lett. 81, 1562 (1998); H. Sobel, Nucl. Phys. B, Proc. Suppl. 91, 127 (2001); M. Ambrossio *et al.*, Phys. Lett. B566, 35 (2003); Y. Ashie *et al.*, Phys. Rev. D71, 112005 (2005); W. W. M. Allison *et al.*, Phys. Rev. D72, 052005 (2005); P. Adamson *et al.*, Phys. Rev. D73, 072002 (2006).

-
- [13] M. Apollonio *et al.*, Eur. Phys. J. C27, 331 (2003); S. N. Ahmed *et al.*, Phys. Rev. Lett. 92, 181301 (2004); M. B. Smy *et al.*, Phys. Rev. D69, 011104 (2004); E. Aliu *et al.*, Phys. Rev. Lett. 94, 081802 (2005).
 - [14] Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li, Gauge theory of elementary particle physics, Oxford University Press, Walton Street, Oxford, (1991).
 - [15] S. Dawson *et al.*, The Higgs Hunters Guide, Addison-Wesley, New York, 1990.
 - [16] M. A. Pérez and M. Soriano, Phys. Rev. D46, 284 (1992).
 - [17] P. Langacker, Rev. Mod. Phys. 81, 1199 (2008).
 - [18] L. S. Durkin and P. Langacker, Phys. Lett. B166, 436 (1986); M. Cvetič and P. Langacker, in *Proceedings of Ottawa 1992: Beyond the Standard Model III*, edited by S. Godfrey and P. Kalyniak (World Scientific, Singapore, 1992), p. 454; C.-W. Chiang, Y.-F. Lin, and J. Tandean, J. High Energy Phys. 11 (2011) 083.
 - [19] P. Langacker and M. Plümacher, Phys. Rev. D62, 013006 (2000); X.-G. He and G. Valencia, Phys. Rev. D74, 013011 (2006); C.-W. Chiang, N. G. Deshpande, and J. Jiang, J. High Energy Phys. 08 (2006) 075.
 - [20] J. C Pati and A. Salam, Phys. Rev. D10, 275 (1974); R. N. Mohapatra and J. C. Pati, Phys. Rev. D11, 566 (1975).
 - [21] F. Pisano and V. Pleitez, Phys. Rev. D46, 410 (1992); P. H. Frampton, Phys. Rev. Lett. 69, 2889 (1992).
 - [22] J. I. Aranda, J. Montaña, F. Ramírez-Zavaleta, J. J. Toscano and E. S Tututi, Phys. Rev. D86, 035008 (2012).
 - [23] F. Halzen and A. D. Martin, Quarks and leptons: An Introductory Course In Modern Particle Physics, John Wiley & Sons, (1984).
 - [24] W. Greiner and B. Müller, Gauge Theory of Weak Interactions, Springer, 2000.