



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**

**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS**

“Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez”

---

**ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA PROPAGACIÓN ACÚSTICA EN  
GUÍAS PERIÓDICAS DE PAREDES RUGOSAS**

---

**TESIS**

Para obtener el grado de

**LICENCIADA EN CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS**

PRESENTA:

**ANA KAREN REYES**

**ASESOR DE TESIS:**

Maestro en Ciencias

**M. C. GABRIEL ARROYO CORREA**

**CO-ASESOR DE TESIS:**

Doctorado en Ciencias en Óptica Física

**DR. HÉCTOR IGOR PÉREZ AGUILAR**

“Tesis apoyada por el Consejo Estatal de Ciencia, Tecnología e Innovación de Michoacán”

Morelia, Michoacán, Febrero de 2016

## RESUMEN

El objetivo principal del presente trabajo fue estudiar experimentalmente las transmitancias acústicas en guías de ondas periódicas con paredes rugosas. La motivación de este trabajo surge de las potenciales aplicaciones que tienen las estructuras acústicas no convencionales. Para lograr este objetivo usamos dos técnicas diferentes: análisis de los espectros de Fourier y medición de las transmitancias. Las guías se contruyeron con cartón y madera, usando perfiles rectos y sinusoidales. El trabajo experimental se desarrolló con instrumentación básica automatizada que se encuentra en el laboratorio de física de la facultad. Los resultados derivados de los espectros de Fourier nos permitieron identificar el efecto producido sobre la propagación del sonido debido al material y a la geometría de la guía. El análisis de las transmitancias nos llevó a concluir que en las guías lisas la transmitancia se vio afectada por el cambio de material; en el cartón identificamos bandas bien definidas de transmisión y de absorción mientras que en la madera estas bandas presentan modulaciones. Con respecto a las guías con paredes rugosas observamos que tenemos una pérdida mayor en el cartón, dado que este material no es compacto. En las guías con subestructura construidas en madera tenemos una pérdida menor pues ahora el material es más compacto; podemos atribuir las pérdidas a la subestructura incluida en la guía. Por último en las guías con perfil sinusoidal nos dimos cuenta que el desfase entre las estructuras producen modificaciones notables; este efecto se atribuye al hecho de que la separación entre los elementos de la subestructura es suave y del orden (o menor) que la longitud de onda de la radiación acústica en el rango de frecuencias analizado. Hasta donde sabemos los resultados presentados en esta tesis no han sido reportados en la literatura.

**Palabras clave:** Acústica, propagación en guías, guías rugosas, transmitancia acústica, bandas acústicas.

## ABSTRACT

The main objective of this work was to study experimentally the acoustic guide transmittances in periodic waves with rough walls. The motivation for this work stems from the potential applications with unconventional sound structures. To achieve this goal we use two different techniques: analysis of the Fourier spectra and measuring the transmittance. The guides were built from cardboard and wood, using straight and sinusoidal profiles. The experimental work was performed with basic automated instrumentation found in the physics laboratory of the faculty. The results from Fourier spectra allowed us to identify the effect on sound propagation due to material and geometry of the guide. The analysis of the transmittances led us to conclude that the smooth guides transmittance was affected by the change of material; in the cardboard identify distinct transmission and absorption bands were clearly identified, while in the wood these bands are modulated. With respect to the rough walls guides we noted that a greater loss on the cardboard, since this material is not compact. In the guides with substructure made of wood we have a lesser loss because the material is more compact; We can attribute the losses to the substructure in this guide. Finally in the guides with sinusoidal profile we noticed that the dephasing between structures produced significant changes; this effect can be attributed to the fact that the separation between the elements of the substructure is soft and the order (or lower) than the wavelength of the acoustic radiation in the frequency range analyzed. To our knowledge the results presented in this thesis have not been reported in the literature.

**Keywords:** Acoustics, guide propagation, rough guides, acoustical transmittance, acoustical gaps.

*A mi Madre, a mis Her-  
manos, a mis Sobrinos,  
a mis Amigos y a cada  
una de las personas que  
han estado en mi vida a  
lo largo de este viaje.*

# Agradecimientos

Como bien lo dijo Arquímedes, sólo se necesita un punto fijo para mover el mundo, cierto día yo pedí un punto de apoyo y hoy agradezco a Dios cumplir mi petición, poniendo en mi camino a todas las personas a las que hoy dedico mi tesis, las mismas personas a las que también les agradezco, a todas las personas que me han ayudado a mover mi mundo.

A mi madre, mujer guerrera, llena de fortaleza, humilde, sencilla, honesta y trabajadora. A ti madre te agradezco por darme educación, por enseñarme el valor del trabajo, de la perseverancia, de hacer lo que me hiciera feliz, por motivar mis sueños, por no abandonarme en el camino, gracias simplemente por estar aquí, por existir para mí.

A todos mis hermanos, que siempre han creído en mí, en especial a Luis y a Hugo que se alegran de mis logros y los comparten con satisfacción, que me acompañan siempre y procuran mi bienestar.

A mis amigos: Edith, por ayudarme tantas veces a estudiar, por no dejarme desistir de mis sueños, por confiar en mí, por hacerme ver cada día que sí podía y que lo lograría, gracias amiga, lo logré. A Ana, por las horas de estudio pero más aún por las horas de risas, por cada momento y cada detalle compartido a lo largo de este viaje, muchas gracias por tus días de sarcasmo y bromas, incluso por las veces que me llamaste la atención para que me pusiera las pilas. A Ricardo, que se convirtió en un hermano durante el trayecto, por ser tan especial, por brindarme la confianza de platicar sobre cualquier cosa con él, por siempre escucharme y apoyarme, por considerarme y preocuparse por mí, por explicarme cosas que muchas veces no lograba entender, por eso y muchas cosas más, muchas gracias Zurk. A Jessica, que se convirtió en mi confidente

y paño de lagrimas durante el último año de la carrera y durante estos seis meses de proceso de tesis, por alentarme y hacerme trabajar para que todo saliera en tiempo y forma. A Jesús que me apoyo tanto, de manera académica, moral y económica durante mi último año en la licenciatura, gracias amigo por ayudarme a lograr este gran sueño, y por último pero no menos importante, a Josh, por acompañarme en el proceso de tesis, por soportarme en mis días de estrés, por estar al pendiente de mi, por alentarme y confiar en mí.

A toda la planta académica de la Facultad de Ciencias en especial a mi asesor el M. C. Gabriel Arroyo, porque sin él nada de esto hubiese sido posible, por compartir tanto conocimiento conmigo, por trabajar a mi lado, por tenerme paciencia y por enseñarme que una calificación o un papel que diga que eres alguien no importa si no puedes demostrarlo con hechos, al Dr. Héctor a quien admiro por todo lo que es, por su intelecto y por su persona, por siempre mostrarse accesible para resolver mis dudas, por dejarme ser parte de su equipo, por hacerme ver desde mis primeros cursos lo importante que es la responsabilidad, el esfuerzo y la dedicación, gracias a los dos por confiar en mí y compartir este proyecto conmigo. También quiero agradecer al Dr. David Meza por hacer más divertido mi camino por la institución, por siempre apoyarme con mis dudas y por hacerme reír tantas veces durante la carrera.

A todos ustedes muchas gracias.

# Contenido

	Página
Resumen	i
Abstract	ii
Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Contenido	vi
Lista de Figuras	viii
<b>I. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>II. CONCEPTOS BÁSICOS DE ACÚSTICA</b>	<b>7</b>
II.1. CARACTERÍSTICAS DEL SONIDO . . . . .	9
II.1.1. SONIDO . . . . .	9
II.1.2. RUIDO . . . . .	10
II.1.3. VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN . . . . .	11
II.2. LA ONDA ARMÓNICA ACÚSTICA . . . . .	11
II.2.1. IMPEDANCIA ACÚSTICA . . . . .	14
II.3. INSTRUMENTACIÓN ACÚSTICA BÁSICA . . . . .	14
II.3.1. FUENTE SONORA/GENERADOR DE SEÑALES . . . . .	14
II.3.2. TRANSDUCTORES/MICRÓFONOS Y BOCINAS . . . . .	16
II.3.3. UNIDAD DE ADQUISICIÓN DE DATOS . . . . .	21
II.3.4. UNIDAD DE PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE DATOS	22
<b>III. PROPAGACIÓN DEL SONIDO EN CAVIDADES Y GUÍAS</b>	<b>24</b>
III.1. LA ECUACIÓN DE ONDA . . . . .	24
III.2. SOLUCIONES BÁSICAS DE LA ECUACIÓN DE ONDA . . . . .	26
III.2.1. ONDAS PLANAS . . . . .	26
III.2.2. ONDAS ESFÉRICAS . . . . .	29
III.3. REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN DEL SONIDO: LA IMPEDANCIA ACÚSTICA . . . . .	32
III.4. SONIDO EN CAVIDADES Y EN GUÍAS DE ONDAS . . . . .	40
III.4.1. EL SONIDO EN UNA CAVIDAD RECTANGULAR . . . . .	40
III.4.2. EL SONIDO EN UNA GUÍA RECTANGULAR . . . . .	42
<b>IV. DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE GUIAS DE ONDAS CON PARE- DES RUGOSAS</b>	<b>49</b>

## Contenido (continuación)

	Página
IV.1. GUÍAS DE ONDAS LISAS . . . . .	49
IV.2. GUÍAS DE ONDAS RUGOSAS CON PERFILES RECTOS . . . . .	50
IV.3. GUÍAS DE ONDAS RUGOSAS CON PERFILES SINUSOIDALES . . . . .	52
IV.4. MEDICIÓN DE LAS TRANSMITANCIAS . . . . .	53
<b>V. RESULTADOS EXPERIMENTALES Y CONCLUSIONES</b>	<b>56</b>
V.1. ESPECTROS DE FOURIER PARA DISTINTAS GUÍAS DE ONDAS	56
V.2. TRANSMITANCIAS EN DIFERENTES GUÍAS DE ONDAS . . . . .	68
V.2.1. TRANSMITANCIA EN UNA GUÍA DE ONDAS LISA . . . . .	68
V.2.2. TRANSMITANCIAS PARA UNA GUÍA DE ONDAS RUGOSA CON PERFILES RECTOS . . . . .	69
V.2.3. TRANSMITANCIAS PARA UNA GUÍA DE ONDAS RUGOSA CON PERFILES SINUSOIDALES . . . . .	70
<b>REFERENCIAS</b>	<b>72</b>

# Lista de Figuras

Figura		Página
1	(a) Estructura del órgano de Eusebio Sempere en Madrid. (b) Medición de la atenuación del sonido en función de la frecuencia. El recuadro ilustra la dirección de propagación de las ondas sonoras. Los corchetes [hkl] representan, en el vocabulario de difracción de rayos X, planos cristalográficos para el que se producen interferencias de Bragg. . . . .	3
2	El espectro audible. . . . .	10
3	Longitud de onda de una perturbación armónica. . . . .	12
4	Periodo de una perturbación armónica. . . . .	13
5	Perfil de una onda armónica viajera. . . . .	13
6	Diagrama de instrumentación acústica básica utilizada en nuestro trabajo.	15
7	Tipos de transductores. . . . .	17
8	Respuesta en frecuencia de un micrófono electrostático y de un micrófono de carbón. . . . .	19
9	Componentes básicos de una bocina. . . . .	21
10	Frentes (superficies) de onda de una onda plana. . . . .	28
11	Sección transversal de una onda esférica. . . . .	30
12	Coordenadas polares esféricas . . . . .	31
13	Reflexión y refracción sonora:(1) Rayo sonoro incidente. (2) Rayo sonoro reflejado. (3) Rayo sonoro refractado. (4) Rayo reflejado del refractado, energía absorbida por el tabique. (5) Rayo sonoro transmitido. La anchura de las flechas y el grosor del trazo, es proporcional a la energía de cada frente de ondas. . . . .	34
14	Contornos parte real ( $\xi$ ) y parte imaginaria ( $\eta$ ) de la impedancia de la pared en el plano complejo del factor de reflexión $ R  \cdot \text{Exp}(i\chi)$ . . . . .	38
15	Cavidad rectangular. . . . .	41

## Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
16	Patrones de una cavidad cúbica de 5 unidades de longitud para los modos: (a) (1,1,1) y (c) (5,5,5). Los contornos de presión corresponden a los valores de -0.1 (tono gris oscuro) y 0.1 (tono gris claro). (b) y (d) corresponden a las variaciones típicas en un plano transversal como el trazado en color rojo en las figuras (a) y (c). . . . .	43
17	Dos ondas planas cruzándose. . . . .	44
18	Croquis de una guía acústica rectangular. . . . .	46
19	Patrones de una guía cúbica de 5 unidades de longitud para el modo (1,1,1) y a diferentes tiempos: (a) 1/4 de periodo, (b) 1/2 periodo, (c) 3/4 de periodo y (d) un periodo. Los contornos de presión corresponden a los valores de -0.1 (tono gris oscuro) y 0.1 (tono gris claro). . . . .	47
20	Fotografías de guías de ondas construidas con cartón con: a) perfil escalonado y b) subestructura. . . . .	51
21	Fotografías de guías de onda con: (a) subestructura construida en madera y (b) perfil sinusoidal construida en MDF. . . . .	52
22	Arreglo experimental para la segunda etapa, donde se muestra que el único cambio fue nuestro generador de señales y la forma de aislar la bocina. . . . .	54
23	Espectros de Fourier a $f=340$ Hz con $H1=2.130$ y $H2=1.956$ . . . . .	58
24	Espectros de Fourier a $f=7480$ Hz con $H1=1.8$ y $H2=1.267$ . . . . .	60
25	Espectros de Fourier a $f=340$ Hz con $H1=0.8$ y $H2=2$ . . . . .	62
26	Espectros de Fourier a $f=7480$ Hz con $H1=2.909$ y $H2=0.0467$ . . . . .	63
27	Espectros de Fourier a $f=6460$ Hz con $H1=1.286$ y $H2=6$ . . . . .	65
28	Espectros de Fourier a $f=7480$ Hz con $H1=0.889$ y $H2=1.074$ . . . . .	67
29	Transmitancia para una guía de ondas lisa de: (a) cartón y (b) madera. . . . .	68
30	Transmitancia para una guía de ondas con subestructuras de: (a) cartón y (b) madera. . . . .	69
31	Transmitancia para una guía de ondas con perfil sinusoidal de: (a) cartón y (b) madera. . . . .	70

# Capítulo I

---

## INTRODUCCIÓN

---

El uso de las ondas acústicas para estudiar las propiedades mecánicas de los materiales es conocido en algunos sentidos (Kinsler *et al.*, 2000). Por ejemplo, es común la utilización de la tecnología del ultrasonido para inspeccionar la calidad de los ductos utilizados en la industria petrolera para monitorear el desarrollo de un bebé en el vientre de su madre. También las ondas acústicas pueden ser usadas para cuantificar el índice de firmeza de frutos (Arroyo *et al.*, 2005) y combinarse con otras técnicas para estudiar la calidad de los mismos (Manivel-Chávez *et al.*, 2011; Barriga-Téllez *et al.*, 2011).

La propagación de ondas acústicas en cavidades con geometrías simples y paredes lisas es estudiada en textos estándares de acústica (Beranek, 1993; Kuttruff, 2007). Uno de los efectos que merece la pena mencionar es el llamado resonador de Helmholtz. Los primeros resonadores Helmholtz fueron construidos por H. von Helmholtz en 1860, quien los utilizó, entre otras cosas, para demostrar que cualquier sonido musical complejo puede ser considerado como una mezcla de la frecuencia fundamental y sus armónicos con diferentes amplitudes. Un ejemplo de la resonancia Helmholtz es el sonido que se crea cuando uno sopla transversalmente sobre el cuello de una botella. Cuando se el aire se introduce en una cavidad, la presión interior de la misma crece. Una vez

que el agente externo que forza al aire hacia el interior de la cavidad desaparece y el aire comprimido del interior fluye hacia afuera. Este flujo de aire tiende a sobrecompensar la diferencia de presión. Debido a la inercia del aire en el cuello, una pequeña porción de aire sale al exterior de modo que la presión de la cavidad disminuye alcanzando un valor ligeramente menor que la externa y esto hace que el aire de nuevo fluya hacia el interior. Este proceso tiende a repetirse de manera continua; sin embargo, los cambios de presión van decreciendo. Todo el efecto mencionado anteriormente es el equivalente a practicar una perforación en la superficie de una cavidad, por lo que podemos entender que con un simple mecanismo podemos modificar de manera significativa la propagación de la onda acústica (Kinsler *et al.*, 2000). Desde hace algunas décadas el estudio de la propagación de ondas acústicas en medios desordenados empezó a tener mayor importancia en la comunidad científica (Baluni and Willemsen, 1985), lo que motivó después la investigación de la propagación de ondas acústicas en cavidades con estructuras periódicas no convencionales (Robertson and Rudy, 1998; Munday *et al.*, 2002; King and Cox, 2007). Los resultados de estos estudios han mostrado la posibilidad de construir cristales acústicos (Wu *et al.*, 2006; Torrent and Sánchez-Dehesa, 2009; Elford *et al.*, 2011) análogos a los cristales fotónicos conocidos desde finales de la década de los ochentas (Yablonovitch, 1987; John, 1987). Sin embargo, a diferencia de las dimensiones nanométricas de los cristales fotónicos, en donde el diseño y construcción de estas nano-estructuras requiere de técnicas avanzadas dadas las dimensiones con las que se trabaja, el amplio rango del espectro acústico, desde la región infrasónica, audible y hasta la región ultrasónica. Esto hace que desde el punto de vista técnico sea más sencillo diseñar y construir estructuras con geometrías no convencionales para modificar las propiedades de propagación de las ondas acústicas.

Desde el punto de vista tecnológico, el desarrollo de estructuras acústicas resulta

importante ya que pueden ser usadas como lentes acústicas (Sanchis *et al.*, 2010) y dispositivos para modificar la estructura de las ondas de sonido (Torrent and Sánchez-Dehesa, 2008; Lin *et al.*, 2009). En 1995, Francisco Meseguer y sus colegas determinaron experimentalmente las propiedades de un cristal fonónico perfectamente real, una estructura minimalista de la escultura de Eusebio Sempere que se muestra en la Fig. 1, la cual se encuentra en un parque en Madrid, España (Martinez-Sala *et al.*, 1995; Deymier, 2013). Esta escultura es un arreglo cuadrado periódico de tubos de acero en

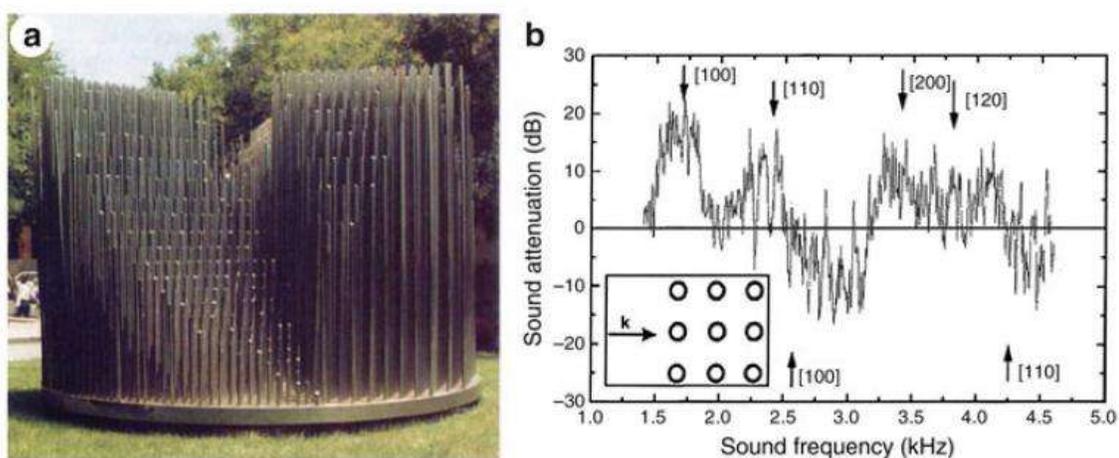


Figura 1. (a) Estructura del órgano de Eusebio Sempere en Madrid. (b) Medición de la atenuación del sonido en función de la frecuencia. El recuadro ilustra la dirección de propagación de las ondas sonoras. Los corchetes  $[hkl]$  representan, en el vocabulario de difracción de rayos X, planos cristalográficos para el que se producen interferencias de Bragg.

el aire, que a ciertas frecuencias produce una atenuación de las ondas acústicas ya que al ser el acero un material más rígido se comporta como un eficiente dispersor para las ondas sonoras. La disposición periódica de los tubos conduce a interferencias constructivas o destructivas, dependiendo de la frecuencia de las ondas. Las interferencias destructivas atenúan la amplitud de las ondas de transmisión, y la estructura fonónica se dice que exhibe bandas prohibidas o band gaps a estas frecuencias. Esta estructura está realizada con tubos de 3 cm de diámetro dispuestos en una estructura periódica

con una distancia de 10 cm entre los centros de los tubos, formando un círculo en una plataforma de 4 m de diámetro. Este cristal fonónico tiene un bandgap alrededor de la frecuencia (audible) de 1,6 kHz<sup>1</sup> (Martinez-Sala *et al.*, 1995).

El hecho de que exista un paralelismo desde el punto de vista teórico entre la óptica y la acústica, hace aun más relevante el desarrollo de estructuras no convencionales que se pueden escalar entre estos dos campos del conocimiento (Armenise *et al.*, 2010). Es decir, si en principio se puede diseñar y construir una estructura nanométrica en óptica, se puede buscar un análogo acústico y viceversa. En este sentido, el estudio de la propagación de ondas acústicas en guías con estructuras no estándares es relevante desde el punto de vista experimental. Esta tarea es la que se propone en la presente propuesta.

En esta tesis se presenta un estudio experimental en el que se analizó la propagación de ondas acústicas a través de una guía con estructura periódica y rugosa en el rango audible. Para abordar el problema se diseñaron y construyeron tres prototipos de guía con paredes rugosas periódicas usando dos materiales: cartón grueso de buena calidad y madera (Reyes *et al.*, 2015). Los perfiles de las rugosidades fueron de tipo escalón y de forma sinusoidal, tanto en la cara superior como inferior de la guía. La pared inferior de la guía así como las paredes laterales fueron ensambladas en una estructura rígida, en tanto que la cara superior de la guía era móvil para permitir un desfaseamiento relativo entre los perfiles rugosos periódicos. La guía tenía los extremos abiertos. En un extremo de la guía se fijó una bocina y en el otro extremo se colocó un sensor de sonido para recoger la señal acústica transmitida y procesarla posteriormente. Se usó instrumentación disponible en el Laboratorio de Física General de la Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas de la UMSNH, para generar, detectar y procesar las ondas

---

<sup>1</sup>Hz es la unidad de frecuencia, 1 Hz significa una oscilación por segundo.

acústicas, en el rango de 100 a 7 000 Hz, propagadas a través de la guía periódica rugosa. Se midió experimentalmente la transmitancia de la guía bajo estudio y se analizó también los espectros de Fourier de la señal acústica transmitida. Las mediciones de las transmitancias permitieron identificar las regiones de máxima y mínima transmitancia de las guías acústicas analizadas.

La estructura de la tesis es como sigue. En el capítulo 2 se presentan conceptos básicos de Acústica. En el capítulo 3 se habla sobre la propagación de ondas acústicas en cavidades y guías. En el capítulo 4 se detalla el diseño y construcción de las guías de ondas analizadas en el presente trabajo. Finalmente, en el capítulo 5 se presentan los resultados y conclusiones.



## Capítulo II

---

# CONCEPTOS BÁSICOS DE ACÚSTICA

---

La acústica tiene su origen en la Antigua Grecia y Roma, entre los siglos VI a. C. y I d. C. Comenzó con la música, que se venía practicando como arte desde miles de años atrás, pero no había sido estudiada de forma científica hasta que Pitágoras se interesó por la naturaleza de los intervalos musicales. Quería saber por qué algunos intervalos sonaban más bellos que otros, y llegó a respuestas en forma de proporciones numéricas. Aristóteles (384 a 322 a. C.) comprobó que el sonido consistía en contracciones y expansiones del aire «cayendo sobre y golpeando el aire próximo», una buena forma de expresar la naturaleza del movimiento de las ondas. Alrededor del año 20 a. C., el arquitecto e ingeniero romano Vitruvio escribió un tratado sobre las propiedades acústicas de los teatros, incluyendo temas como la interferencia, los ecos y la reverberación; esto supuso el comienzo de la acústica arquitectónica. La comprensión de la física de los procesos acústicos avanzó rápidamente durante y después de la Revolución Científica. Galileo (1564-1642) y Mersenne (1588-1648) descubrieron de forma independiente todas las leyes de la cuerda vibrante, terminando así el trabajo que Pitágoras había comenzado 2000 años antes. Galileo escribió «las ondas son producidas por las vibraciones de un cuerpo sonoro, que se difunden por el aire, llevando al tímpano del

oído un estímulo que la mente interpreta como sonido», sentando así el comienzo de la acústica fisiológica y de la psicológica. Entre 1630 y 1680 se realizaron mediciones experimentales de la velocidad del sonido en el aire por una serie de investigadores, destacando de entre ellos Mersenne. Mientras tanto, Newton (1642-1727) obtuvo la fórmula para la velocidad de onda en sólidos, uno de los pilares de la física acústica. En el siglo XVIII vio grandes avances en acústica a manos de los grandes matemáticos de la era (Rayleigh, Stokes, Thomson, Lamb, Helmholtz, König, Tyndall, Kundt entre otros), que aplicaron nuevas técnicas de cálculo a la elaboración de la teoría de la propagación de las ondas. En el siglo XIX, los gigantes de la acústica eran Helmholtz en Alemania, que consolidó la acústica fisiológica, y Lord Rayleigh en Inglaterra, que combinó los conocimientos previos con abundantes aportaciones propias en su monumental obra «La teoría del sonido». También durante ese siglo, Wheatstone, Ohm y Henry desarrollaron la analogía entre electricidad y acústica. Durante el siglo XX aparecieron muchas aplicaciones tecnológicas del conocimiento científico previo. La primera fue el trabajo de Wallace Clement Sabine en la acústica arquitectónica, seguido de muchos otros. La acústica subacuática fue utilizada para detectar submarinos en la Primera Guerra Mundial. La grabación sonora y el teléfono fueron importantes para la transformación de la sociedad global. La medición y análisis del sonido alcanzaron nuevos niveles de precisión y sofisticación a través del uso de la electrónica y la informática. El uso de las frecuencias ultrasónicas permitió nuevos tipos de aplicaciones en la medicina y la industria. También se inventaron nuevos tipos de transductores (generadores y receptores de energía acústica) (Beranek, 1993). En este capítulo pretendemos dar las bases acústicas para poder comprender el trabajo realizado.

## II.1. CARACTERÍSTICAS DEL SONIDO

### II.1.1. SONIDO

Desde un punto de vista físico el sonido es una vibración que se propaga en un medio elástico. Para que se produzca sonido se requiere la existencia de un cuerpo vibrante, denominado foco (cuerda tensa, varilla, una lengüeta) y de un medio elástico que transmita esas vibraciones, que se propagan por él constituyendo lo que se denomina onda sonora. Existen ondas unidimensionales, es decir que se propagan sólo en una línea recta, y también ondas bidimensionales, como las ondas que se propagan sobre la superficie de un líquido, o en un caso más general, ondas tridimensionales, como las ondas sonoras producidas por un foco puntual. En el caso de las ondas bidimensionales los frentes de onda son circunferencias concéntricas, mientras que en las tridimensionales son superficies esféricas concéntricas. El movimiento de un conjunto cualquiera de frentes de ondas puede indicarse mediante rayos, que son líneas perpendiculares en cada punto a los frentes de onda. En el caso de frentes circulares o esféricos, los rayos son rectas radiales.

El promedio de audición del oído humano es aproximadamente de 16 Hz a alrededor de 20 000 Hz. Estas cifras no deben tomarse demasiado en serio; a bajas frecuencias el límite entre oír y sentir es más bien difusa, y los espectáculos de límite superior varían de forma individual.

En la Fig. 2 se muestra que debajo de la gama de sonidos audibles está la gama infrasonidos. Sonidos con muy bajas frecuencias que pueden surgir, por ejemplo, de vibraciones de construcción o por los procesos industriales donde se mueven grandes cantidades de gas. Una exposición constante a ondas infrasónicas puede tener efectos muy desagradables en los seres humanos que se asocian con náuseas; en situaciones

extremas daños a la salud.

Las ondas sonoras con frecuencias por encima del límite superior audible, a 20 000 Hz, se les conoce como ultrasonido como se observa en la Fig. 2. En contraste con la situación en las frecuencias bajas en efecto, hay un límite superior de frecuencia de todos los fenómenos acústicos. Esto es debido al hecho de que toda la materia tiene una estructura discreta ya que se compone de átomos, moléculas o iones. Esta frecuencia límite superior depende del tipo de medio.

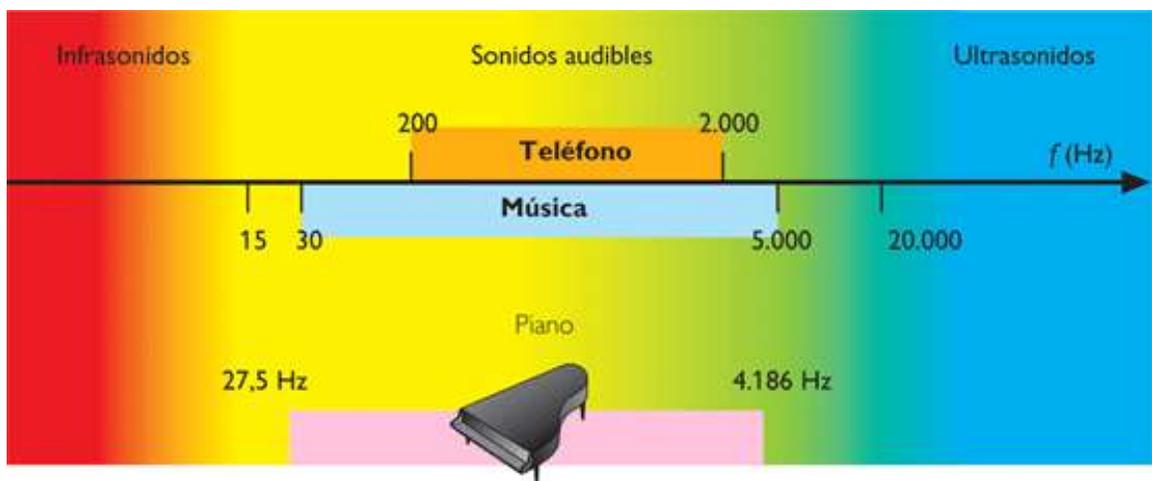


Figura 2. El espectro audible.

## II.1.2. RUIDO

Físicamente podemos definir al *ruido* de la misma forma que anteriormente hemos definido al sonido. Auditivamente acostumbramos llamar ruido a aquellos sonidos que no son agradables. En conclusión, sin importar la fuente, la distancia, lo agradable de la sensación auditiva, la diferencia entre un ruido y un sonido es circunstancial. Por ejemplo, un virtuoso músico interpretando su instrumento mientras tratamos de tener una conversación telefónica es considerado ruido en un instante.

Para fines experimentales decimos que el ruido es aquello que no nos genera un

espectro de Fourier definido, no hay máximos notables ni una estructura armónica mientras que en el sonido si lo hay.

### II.1.3. VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN

La onda sonora requiere de un medio para propagarse, sea cual fuere. De las características de ese medio, tales como temperatura, humedad, densidad y elasticidad, depende la velocidad de propagación. En este estudio el medio de propagación siempre será el aire. El sonido viaja por el aire aproximadamente a 343 m/s (a 20 °C de temperatura, con 50 % de humedad y a nivel del mar). La cercanía de las partículas de ese medio, que transportan la onda al chocar unas con otras, facilita la propagación. Podemos por consiguiente concluir que, en un medio de propagación más denso y menos elástico que el aire, por ejemplo, en la madera es de 3 700 m/s, muestra que la velocidad de propagación es más alta.

## II.2. LA ONDA ARMÓNICA ACÚSTICA

Cuando la fuente que produce la perturbación describe un movimiento armónico simple, la onda generada se denomina onda armónica. Muchos fenómenos físicos pueden ser descritos por estas ondas. Además cualquier movimiento ondulatorio puede expresarse como superposición de ondas armónicas (Teorema de Fourier).

Supongamos una cuerda infinita, a lo largo del eje  $x$ , en la que se fuerza a uno de sus extremos a realizar un movimiento armónico simple de amplitud  $A$  y de frecuencia  $f$ . Su desplazamiento vertical (eje  $y$ ) será (salvo un factor de fase constante):

$$y = A \cos(2\pi ft) = A \cos(\omega t),$$

donde  $\omega = 2\pi f$  y se conoce como frecuencia angular.

Cada uno de los pulsos de onda generados se propaga por la cuerda de forma continua produciendo una onda armónica de la misma amplitud y de la misma frecuencia. En un instante de tiempo determinado ( $t_0$ ) la cuerda tendría la forma que se muestra en la Fig. 3. La distancia entre dos puntos consecutivos con el mismo desplazamiento vertical se denomina longitud de onda ( $\lambda$ ) y en el sistema internacional de unidades (SI) se mide en metros. Se define también otra variable relacionada y se le conoce como el número de onda ( $k = 2\pi/\lambda$ ).

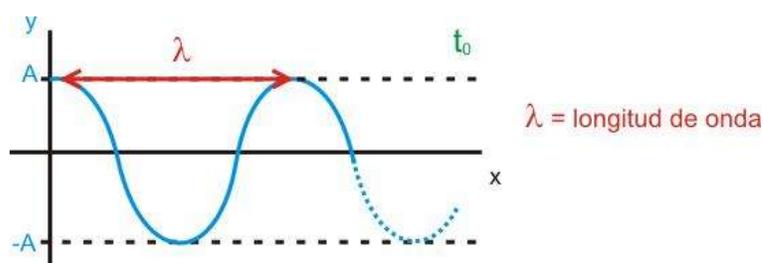


Figura 3. Longitud de onda de una perturbación armónica.

De manera similar, si se representa el desplazamiento vertical en función del tiempo para un punto de coordenadas fijo ( $x_0$ ), se obtiene una imagen como la que se muestra en la Fig. 4. El tiempo que tarda un punto en describir una oscilación completa es el periodo ( $T$ ) cuyas unidades en el SI son los segundos. El inverso del periodo es la frecuencia ( $f$ ), que representa el número de oscilaciones por segundo y se mide en Herzios.

La función de onda que describe el desplazamiento vertical  $y$  para un punto de coordenada  $x$  en función del tiempo, se expresa como:

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t + \phi). \quad (1)$$

En esta función se ha incorporado ya la constante de fase  $\phi$ , que queda determinada

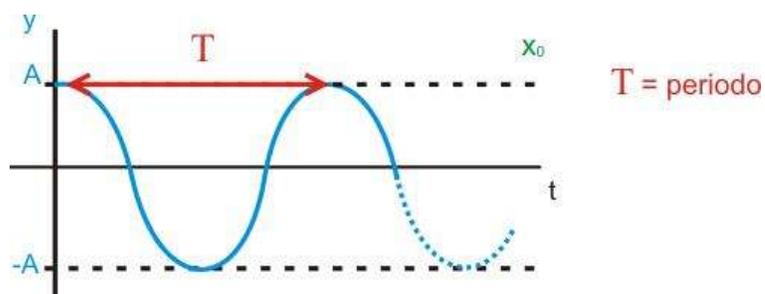


Figura 4. Periodo de una perturbación armónica.

por las condiciones iniciales. Se puede usar también la función seno, con la constante de fase correspondiente.

En la Fig. 5, se muestra el perfil de la onda armónica viajera dada por la Ec. (1). Los planos marcados en esta figura corresponden a los perfiles espacial y temporal que se muestran en la Figs. 3 y 4.

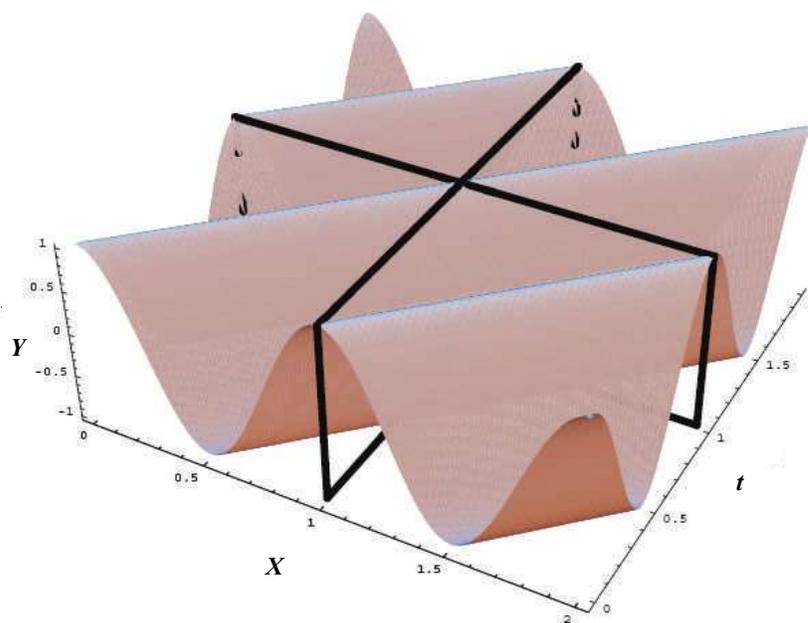


Figura 5. Perfil de una onda armónica viajera.

La velocidad de la propagación de la onda se calcula entonces como el cociente entre

la longitud de onda y el periodo:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f. \quad (2)$$

### **II.2.1. IMPEDANCIA ACÚSTICA**

La impedancia acústica es una función que varía con la frecuencia. La impedancia acústica a una frecuencia en particular indica cuánta presión es generada por la onda acústica a esa frecuencia. Dicho de otra forma, es la resistencia que opone un medio a las ondas que se propagan sobre éste. Este concepto de la impedancia acústica se discute en mayor detalle en el capítulo III, sección 4.

## **II.3. INSTRUMENTACIÓN ACÚSTICA BÁSICA**

En la Fig. 6 se muestra el diagrama de un sistema acústico básico para registrar y procesar señales sonoras. El sistema consta de una fuente sonora, que puede ser natural ó artificial, la cual produce la señal acústica (bloque I en la Fig. 6). La señal que proviene de la fuente sonora es registrada por un micrófono (bloque II en la Fig. 6) y es enviada a una unidad de adquisición de datos (bloque III en la Fig. 6). El análisis y procesamiento de los datos se realiza con un software apropiado instalado en una PC (bloque IV en la Fig. 6).

### **II.3.1. FUENTE SONORA/GENERADOR DE SEÑALES**

La fuente sonora es la encargada de emitir el sonido que se pretende analizar. El sonido puede ser natural, como el producido al hablar o el canto de aves, puede ser un sonido artificial cuyas características pueden ser controladas a voluntad. En este

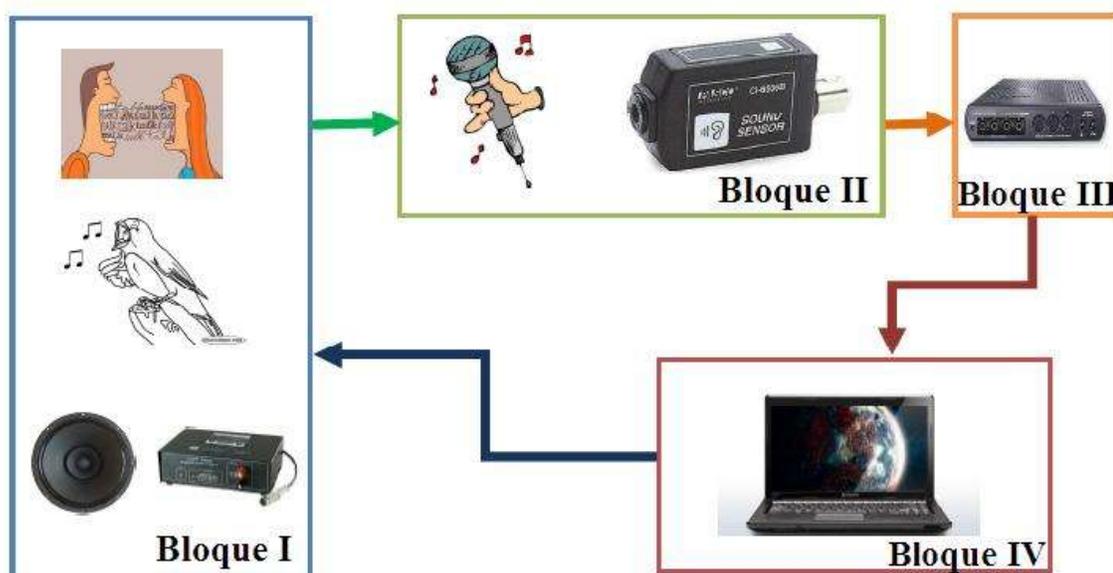


Figura 6. Diagrama de instrumentación acústica básica utilizada en nuestro trabajo.

caso se requiere de un generador de señales. Estos dispositivos se pueden adquirir como unidades integrales o se pueden configurar mediante una interfaz electrónica, un amplificador y un software apropiado.

Un generador de señales, de funciones o de formas de onda es un dispositivo electrónico de laboratorio que genera patrones de señales periódicas o no periódicas tanto analógicas como digitales.

Un componente esencial de un generador es el amplificador. Su misión es recibir una señal eléctrica de uno de los componentes del sistema, y aumentar su valor para que pueda ser utilizada por algún otro. Para entender el principio básico de un amplificador electrónico tenemos que hacer referencia en primer lugar al funcionamiento de un rectificador (convertidor de corriente alterna en corriente continua). El principal elemento de un circuito rectificador es el diodo. Los primeros diodos, desarrollados por Fleming en 1904, eran tubos de vacío que contenían dos elementos principales: un cátodo que emite electrones y un ánodo que los recoge. En la actualidad la mayoría de los diodos

que se utilizan son dispositivos semiconductores.

Un semiconductor es una sustancia en la que es relativamente fácil excitar térmicamente los electrones de la banda de valencia hasta la banda de conducción. La conductividad eléctrica de un semiconductor puede mejorarse mediante la adición de ciertas impurezas (dopado). Dependiendo del tipo de impureza, pueden obtenerse semiconductores de tipo p o de tipo n.

Cuando se pone en contacto un semiconductor de tipo p con otro de tipo n, existe una difusión de huecos de p hacia n y de electrones de n hacia p. Como consecuencia de esta doble difusión se crea una diferencia de potencial  $V$  a través de la unión, siendo mayor el potencial en el lado de tipo n que en el de tipo p. Ahora bien al colocar una capa delgada de un semiconductor p (base), entre dos semiconductores de tipo n (emisor y colector), la base se mantiene a un potencial positivo  $V$ , pequeño respecto del emisor, y el colector se mantiene a un potencial positivo  $V'$  pequeño respecto a la base. Aplicando un potencial variable entre el emisor y la base puede regularse el flujo de electrones entre el emisor y el colector. De esta forma la unión n-p-n funciona como amplificador.

En el caso particular de nuestro experimento utilizamos un amplificador de la marca PASCO (modelo CI-6552A), el cual conectaremos a una interfaz electrónica, permitiendo conducir los experimentos desde la PC. Una vez que se genera la señal eléctrica, esta se envía a un altavoz o bocina para que se emita una señal sonora artificial.

### **II.3.2. TRANSDUCTORES/MICRÓFONOS Y BOCINAS**

Un transductor es un dispositivo que convierte una señal de un tipo de energía en otra. La base es sencilla, se puede obtener la misma información de cualquier secuencia similar de oscilaciones, ya sean ondas sonoras (aire vibrando), vibraciones mecánicas

de un sólido, corrientes y voltajes alternos en circuitos eléctricos, vibraciones de ondas electromagnéticas radiadas en el espacio en forma de ondas de radio o las marcas permanentes grabadas en un disco o una cinta magnética. En la Fig. 7 se muestran los esquemas para los diferentes tipos de transductores que existen.

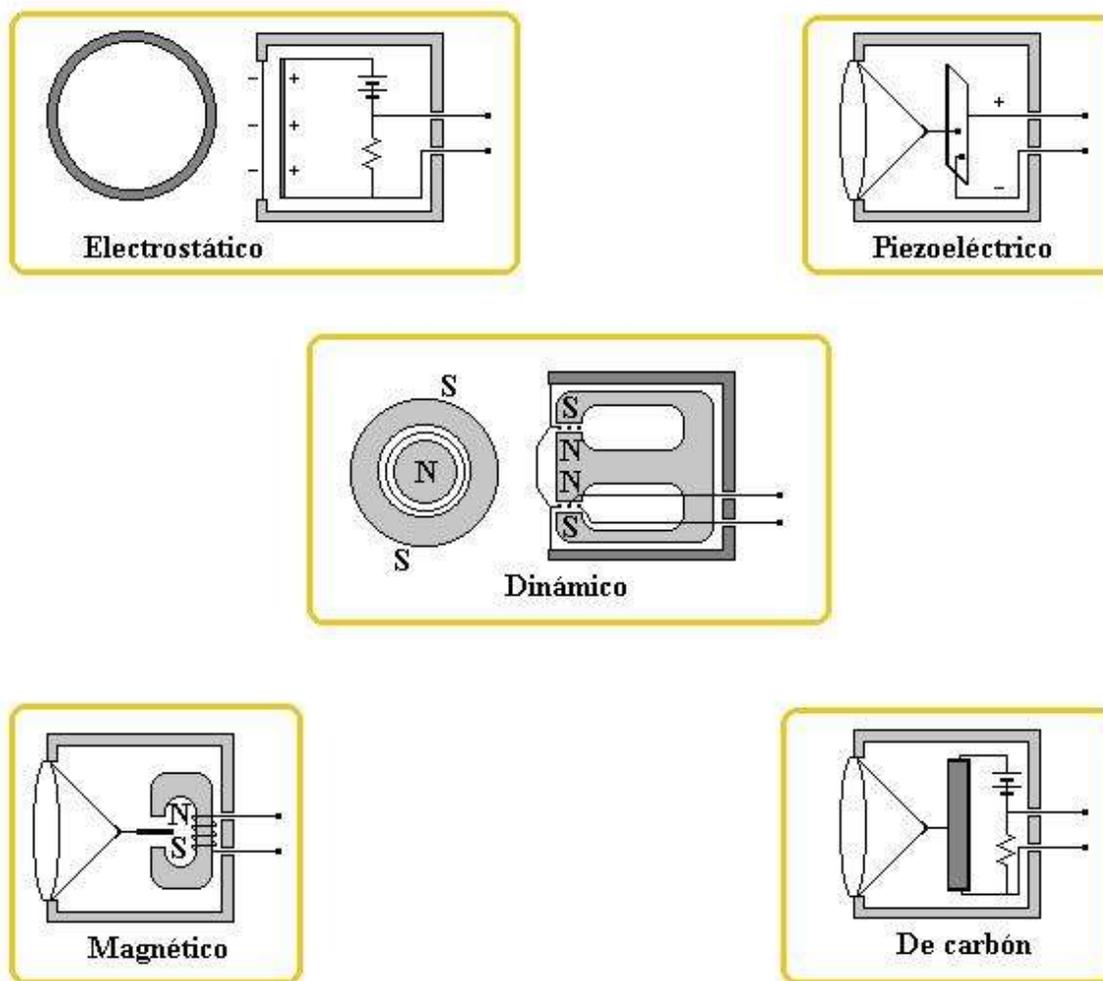


Figura 7. Tipos de transductores.

Los transductores usados en este trabajo son del tipo electroacústico, los cuales son capaces de transformar una señal eléctrica a acústica y viceversa, como lo son los micrófonos y las bocinas.

## MICRÓFONO O SENSOR DE SONIDO

Un micrófono es un elemento capaz de captar ondas sonoras convirtiendo la potencia acústica en eléctrica de similares características ondulatorias. Para ello se necesita la combinación escalonada de dos tipos de transductores. El primero de ellos consiste en una fina lámina, denominada diafragma. Su misión es transformar las variaciones de presión en vibraciones mecánicas, es por tanto un transductor mecanoacústico. El segundo transforma las vibraciones mecánicas recibidas en magnitudes eléctricas y se le conoce como transductor electromecánico. El conjunto de los dos transductores puede considerarse como uno electroacústico. Independientemente del mecanismo particular con el que funciona, un micrófono puede caracterizarse por varios aspectos relacionados con su respuesta a las ondas sonoras. Los más importantes de estos aspectos son: rango dinámico y respuesta en frecuencia. El rango dinámico se refiere al rango de niveles sonoros en los que la señal eléctrica que produce el micrófono es suficientemente alta para ser utilizada y la respuesta de frecuencia se caracteriza por la intensidad de la señal eléctrica producida por un micrófono, para una amplitud determinada de la presión de la onda sonora, a diferentes frecuencias. En el caso real, la respuesta en frecuencia está limitada para frecuencias bajas por la frecuencia de resonancia de la vibración mecánica del diafragma; y, para frecuencias altas decrece rápidamente cuando la longitud de onda de las ondas sonoras es menor que el tamaño del diafragma. En la Fig. 8 se muestra la respuesta en frecuencia de un micrófono electrostático y de un micrófono de carbón. Cuando se elige un micrófono es importante asegurarse que en el rango de frecuencias en que se pretende utilizar su respuesta sea constante.

En este trabajo se utilizó un sensor de sonido, del tipo electrostático, marca PASCO (modelo CI-6506B) que cuenta con un micrófono sensible diseñado para medir sonidos tan bajos equivalentes a 0.005 volts, que son difícilmente detectados por el oído humano.

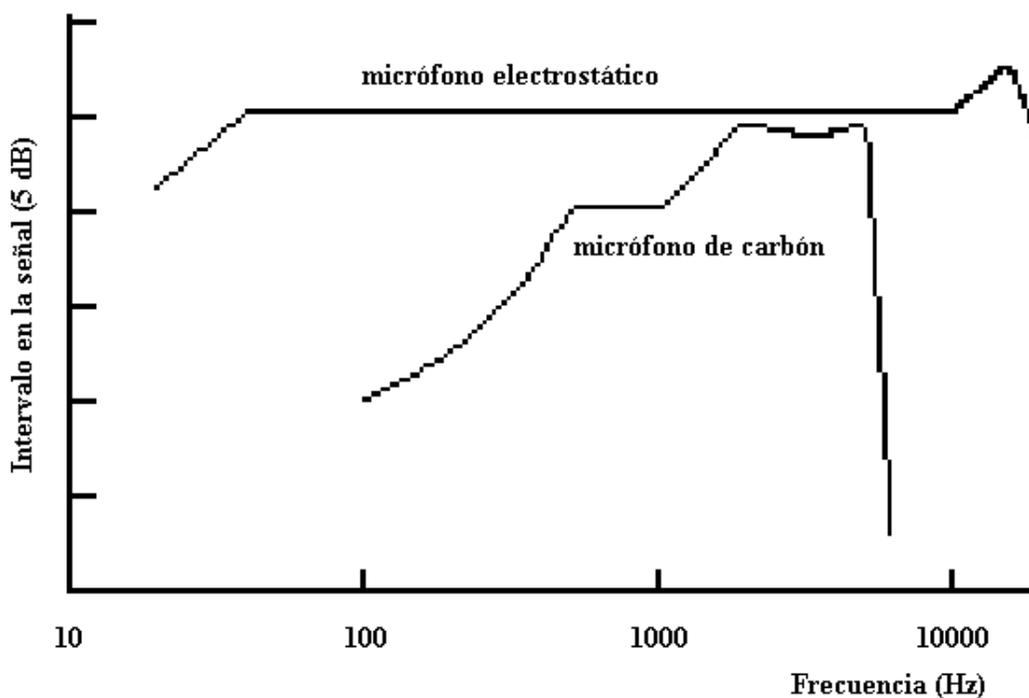


Figura 8. Respuesta en frecuencia de un micrófono electrostático y de un micrófono de carbón.

Cuenta con una respuesta de frecuencia de 20 a 16 000 Hz, soporta un voltaje de salida de  $\pm 10$  V y la relación de señal a ruido (S/N) es superior a 60 dB<sup>1</sup>.

El decibelio es la medida utilizada para expresar el nivel de potencia y el nivel de intensidad del sonido. Se utiliza una escala logarítmica porque la sensibilidad que presenta el oído humano a las variaciones de intensidad sonora sigue una escala aproximadamente logarítmica, no lineal. Por ello el belio (B) y su submúltiplo el decibelio (dB), resultan adecuados para valorar la percepción de los sonidos por un oyente. Se define como la comparación o relación entre dos sonidos porque en los estudios sobre acústica fisiológica se vio que un oyente, al que se le hace escuchar un sólo sonido, no puede dar una indicación fiable de su intensidad; mientras que, si se le hace escuchar dos sonidos diferentes, es capaz de distinguir la diferencia de intensidad. Así entendemos

<sup>1</sup>Un dB es un decibelio y es la unidad relativa empleada en acústica para expresar la relación entre dos magnitudes.

entonces, que una escala de 20 db es 100 veces más intensa que una de 10 dB (10 dB está relacionado por ejemplo con la intensidad del sonido que se percibe al respirar) y uno de 30 dB es 1 000 veces más intensa que uno de 10 dB y así sucesivamente. Se considera el umbral del dolor para el humano a partir de los 140 dB. Existen en el mercado sensores de sonido que pueden medir directamente la intensidad sonora en dB. Sin embargo, cuando se tiene un sensor de sonido análogo, como es el caso del sensor usado en este trabajo de tesis, la lectura en dB de la intensidad de un sonido específico  $I_s$  registrado por el sensor se puede calcular como:

$$I_s \text{ (dB)} = 20 \log \left| \frac{V_S}{V_E} \right|, \quad (3)$$

donde  $V_S$  es el voltaje asociado al sonido medido por el sensor y  $V_E$  el voltaje asociado a un sonido de referencia.

## **ALTAVOZ O BOCINA**

Un altavoz es un transductor electroacústico, es decir, convierte energía eléctrica en energía acústica. Esta conversión tiene lugar en dos etapas: la señal eléctrica produce el movimiento del diafragma del altavoz y este movimiento produce a su vez ondas de presión (sonido) en el aire que rodea al altavoz. La cantidad de aire que debe moverse depende de la potencia sonora deseada y de la frecuencia. Es muy difícil construir un altavoz que funcione en todo el espectro de frecuencias audible. Para producir un nivel acústico determinado a bajas frecuencias, es necesario mover una gran cantidad de aire, mientras que en los agudos se obtiene el mismo nivel acústico con una menor cantidad de aire. Por tanto, normalmente compramos sistemas de altavoces, de dos, de tres o incluso de más, montados en la misma carcasa junto con un circuito eléctrico. Los componentes básicos de una bocina son: una campana metálica, un imán (generalmente cerámico) y un cono de papel o de plástico como puede observarse en la Fig. 9. El

borde exterior del cono está sujeto a la campana con un montaje elástico de goma o con un ondulado del mismo material del cono que le confiere la posibilidad de moverse hacia adelante y hacia atrás alrededor de un punto de equilibrio mecánico. La bocina recibe energía eléctrica y la transforma en energía mecánica que mueve el cono generando energía acústica por compresión y expansión del aire. En este trabajo se utilizó una bocina de 5 cm de diámetro, 0.5 W de potencia y 8 Ohms de impedancia.

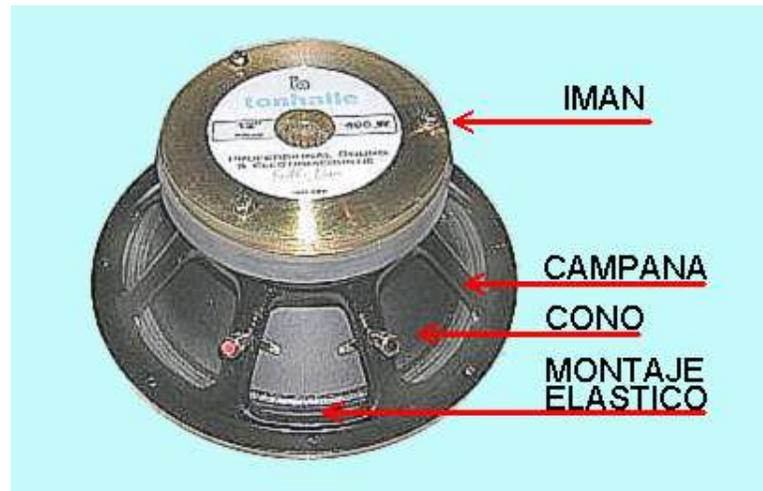


Figura 9. Componentes básicos de una bocina.

### II.3.3. UNIDAD DE ADQUISICIÓN DE DATOS

La adquisición de datos o adquisición de señales, consiste en la toma de muestras del mundo real (sistema analógico) para generar datos que puedan ser manipulados por un ordenador u otros sistemas digitales. Consiste, en tomar un conjunto de señales físicas, convertirlas en tensiones eléctricas y digitalizarlas de manera que se puedan procesar en una computadora. Se requiere una etapa de acondicionamiento, que adecúa la señal a niveles compatibles con el elemento que hace la transformación a señal digital. El elemento que hace dicha transformación es el módulo de digitalización o tarjeta de

adquisición de datos. En nuestro experimento utilizamos una interfaz electrónica de la marca PASCO (modelo CI-7650). Esta unidad de adquisición de datos nos permite capturar señales directamente al ordenador con una frecuencia de muestreo máxima de 250 000 Hz cuando se usa un sólo canal. Con esa velocidad de muestreo se convierte en un osciloscopio en tiempo real y además reduce el ruido logrando obtener con esto curvas más suaves y precisas del experimento en cuestión. La interfaz cuenta con 7 canales y pueden ser utilizados simultáneamente: 4 canales digitales y 3 analógicos. Como características únicas tenemos su salida y el tipo de conexión USB que puede grabar simultáneamente de forma analógica y digital. Además puede funcionar también como un generador de funciones que tiene un rango de 0 a 50 kHz de salida y es compatible con un amplificador de potencia.

### **II.3.4. UNIDAD DE PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS DE DATOS**

La unidad central de procesamiento o unidad de procesamiento central, es el hardware dentro de una computadora u otros dispositivos programables, que interpreta las instrucciones de un programa informático mediante la realización de las operaciones básicas aritméticas, lógicas y de entrada/salida del sistema. En el caso de nuestro experimento usamos como unidad de procesamiento de datos una laptop Lenovo G470 para poder llevar a cabo el procesamiento de datos y nos apoyamos del software llamado DataStudio que es un programa de recopilación, análisis y presentación de datos. El software hace uso de interfaces y sensores PASCO para recopilar y analizar los datos. DataStudio recopila y muestra los datos durante el experimento, lo cual fue de gran ayuda durante nuestro trabajo.

Una vez estudiado los conceptos importantes sobre el sonido y el comportamiento

de los dispositivos que utilizamos durante este trabajo, podemos dar paso al siguiente capítulo donde analizaremos la ecuación de onda y su solución general. También explicaremos cómo se comporta el sonido a través de una cavidad acústica rectangular y de una guía de ondas rectangular.

## Capítulo III

---

# PROPAGACIÓN DEL SONIDO EN CAVIDADES Y GUÍAS

---

En este capítulo se describe la teoría básica relacionada con la propagación del sonido en cavidades y guías de ondas. Las referencias básicas consultadas fueron los textos de Kuttruff, Kinsler y Beranek ((Kuttruff, 2007), (Beranek, 1993) y (Kinsler *et al.*, 2000)).

### III.1. LA ECUACIÓN DE ONDA

Gran parte del conocimiento actual del movimiento ondulatorio proviene del estudio acústico. Los antiguos filósofos griegos, muchos de los cuales estaban interesados en la música, tenían la hipótesis que había una conexión entre ondas y sonidos, y que las vibraciones, o alteraciones, debían ser las responsables de los sonidos. Pitágoras observó, 550 a. C. que cuando los hilos vibraban producían sonido, y determinó la relación matemática entre las longitudes de los hilos que creaban tonos armoniosos. Las teorías científicas de la propagación de las ondas cobraron gran importancia en el siglo XVII, cuando Galileo Galilei (1564-1642) publicó una clara proclamación sobre la conexión entre los cuerpos que vibran y los sonidos que producen. Para ello se ayudó de un péndulo, aparato que consta de un hilo y de una esfera u otro cuerpo que está suspendido

de él y oscila libremente. Con sus experimentos, Galileo descubrió los principios básicos del Movimiento Armónico Simple (MAS). Robert Boyle, en un clásico experimento de 1660, probó que el sonido no puede viajar a través del vacío, con lo cual se infiere que éste necesariamente deberá propagarse por un medio (el aire) y en forma de onda. Isaac Newton publicó una descripción matemática sobre cómo el sonido viaja en su recorrido. En el siglo XVIII, el matemático y científico Francés Jean Le Rond d'Alembert derivó la ecuación de la onda, una completa y general descripción matemática de las ondas. Esta ecuación constituyó la base para las siguientes generaciones de científicos que estudiaron y describieron el fenómeno de las ondas: Leonhard Euler (1748), Daniel Bernoulli (1753) y Joseph-Louis Lagrange (1759). Se hallaron soluciones en diversas formas que ocasionaron discusiones por más de veinticinco años.

La ecuación de onda, en una dimensión, que describe la forma en que la presión  $p$  en un fluido cambia debido a la propagación de un sonido está dada por (Kuttruff, 2007):

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \quad (4)$$

mientras que en tres dimensiones viene dada por

$$\Delta p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \quad (5)$$

donde  $\Delta$  es el laplaciano.

## III.2. SOLUCIONES BÁSICAS DE LA ECUACIÓN DE ONDA

### III.2.1. ONDAS PLANAS

En los tipos más simples de las ondas sonoras acústicas las variables tales como la presión de sonido o la velocidad de las partículas dependen sólo de una coordenada espacial, si en cualquier instante dado todas las variables son constantes en cualquier plano perpendicular a esta coordenada, llegamos a la onda plana.

Por lo tanto, el tratamiento formal de este tipo de onda es bastante simple. Por esta razón es muy adecuada la onda plana para explicar determinados fenómenos de propagación tales como la atenuación del sonido o la reflexión, refracción y difracción del sonido. Además, la onda plana es elemental en el sentido de que las formas de onda más complicadas se pueden descomponer en ondas planas.

Sin embargo, la onda plana representa una forma muy idealizada de la propagación del sonido. En nuestra vida cotidiana no se encuentra este tipo de onda, al menos no en su forma pura. La mejor forma de tratar al sonido es como una onda esférica que se puede aproximar por ondas planas en las regiones restringidas. Por otra parte, con ciertas precauciones se pueden generar y propagar ondas sonoras planas en tubos con paredes rígidas.

En aras de la simplicidad suponemos que la onda plana viaja a lo largo del eje  $x$  de un sistema de coordenadas rectangular. Entonces podemos tomar ventaja de la ecuación de onda unidimensional (Ec. (4)).

Es fácil ver que cualquier función  $p = f(x, t)$  con segundas derivadas existentes es una solución de esta ecuación diferencial parcial, siempre que contenga las variables  $x$  y  $t$  en la combinación  $x - ct$ . Para demostrar esto, introducimos la variable  $u = x - ct$

para formar las primeras derivadas

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{dp}{du} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{dp}{du} \quad (6)$$

y

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{dp}{du} \frac{\partial u}{\partial t} = -c \frac{dp}{du}. \quad (7)$$

Las segundas derivadas se calculan de la misma forma

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{d^2 p}{du^2} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{dp}{du} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{d^2 p}{du^2} \quad (8)$$

y

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{d^2 p}{du^2} \left( \frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \frac{dp}{du} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{d^2 p}{du^2}. \quad (9)$$

Al sustituir estas expresiones en la Ec. (4), se puede ver que  $p = f(x - ct)$  es una posible solución de la misma. Otra solución es  $p = g(x + ct)$ , donde  $g$  denota otra función arbitraria. Esto se prueba de la misma manera. Por lo tanto, la solución general de la ecuación de onda unidimensional será:

$$p(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct) \quad (10)$$

Para ilustrar el significado de esta expresión se considera la primera parte de la Ec. (10); es decir, propusimos  $p(x, t) = f(x - ct)$ . Esta expresión nos dice que una perturbación inicial dada por una función  $f(x)$  en el tiempo  $t = 0$  se desplazará en la dirección positiva de  $x$ , la distancia  $ct$  después de  $t$  segundos sin cambiar su forma. El mismo resultado se aplica a la segunda parte de la Ec. (10) con la diferencia que la

combinación  $x + ct$  indica que la perturbación se propaga en la dirección opuesta; es decir, en la dirección negativa de  $x$ .

Las ondas consideradas aquí se llaman ondas planas ya que los elementos de volumen que se encuentran en un frente de onda, tienen la misma coordenada  $x$  y por lo tanto se encuentran dentro de un plano perpendicular al eje  $x$  y en el mismo estado de vibración para cualquier instante dado; es decir, que se comprimen o se dilatan en el mismo grado. Generalmente, tales superficies de estado vibracional igual o fase de vibración igual se denominan superficies de onda o superficies de fase constante, y las líneas perpendiculares para ellas son las normales a la onda. Por lo tanto podemos decir que las superficies de onda de una onda plana son planos paralelos como se muestra en la Fig. 10.

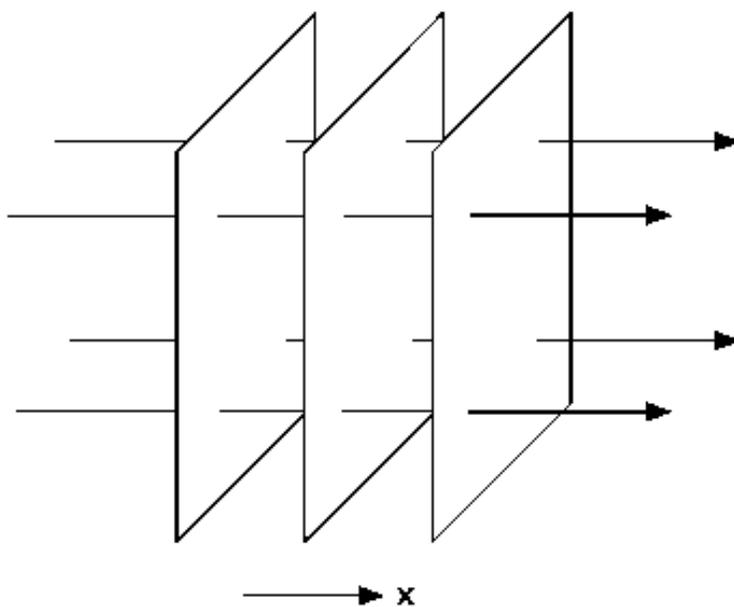


Figura 10. Frentes (superficies) de onda de una onda plana.

De esta forma podemos concluir diciendo que la ecuación general para el perfil de

presión sonora de una onda armónica plana está dada por:

$$p(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \phi) \quad (11)$$

Lo que muestra que los diferentes puntos del medio realizarán oscilaciones armónicas con diferentes fases relativas entre ellos. Como las soluciones pueden ser seno o coseno con una fase asociada, a la hora de realizar ciertos trabajos con las ondas armónicas conviene expresarlas como exponenciales complejas, así tendremos que:

$$p(x, t) = Ae^{i(\omega t \pm kx)}, \quad (12)$$

en la que el signo negativo indica una onda que se propaga en el sentido positivo del eje  $x$  y el signo positivo indica una onda que se propaga en el sentido negativo del eje  $x$ . La solución física o real será la parte real de la expresión anterior si trabajamos con cosenos o la parte imaginaria si trabajamos con senos.

### III.2.2. ONDAS ESFÉRICAS

Las ondas esféricas son ondas que se propagan a la misma velocidad en todas direcciones. Se llaman ondas esféricas porque sus frentes de ondas son esferas concéntricas, cuyo centro coincide con la posición de la fuente de la perturbación en todas las direcciones como puede verse en la Fig. 11. Las ondas sonoras son una onda esférica tridimensional cuando se propaga a través del aire en reposo; es decir tiene la forma de la Ec. (5).

Puede notarse que esta onda se origina en el centro común de todas las superficies de onda donde debemos imaginar alguna fuente de sonido. Este objeto algo abstracto se llama una fuente puntual. En nuestro caso como lo mencionamos en el capítulo II, se trata de una bocina de dimensiones pequeñas. Aunque la fuente puntual no existe en el mundo real, es un concepto muy útil que nos ayuda a entender la radiación sonora

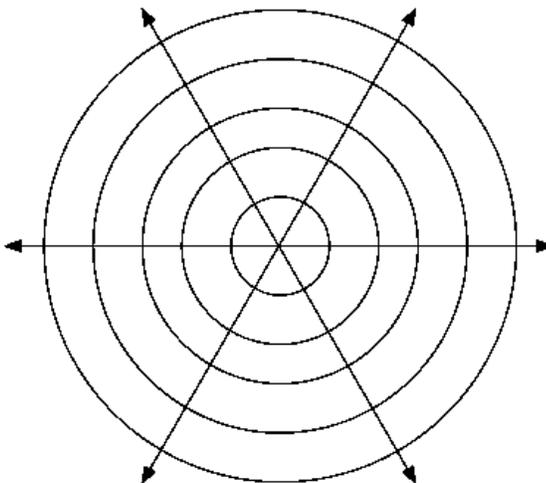


Figura 11. Sección transversal de una onda esférica.

de fuentes de sonido.

La propia estructura de la onda esférica sugiere la adopción de las coordenadas polares esféricas (ver Fig. 12 ) para su descripción cuantitativa. En este sistema una coordenada es la distancia  $r$  de algún punto del origen. Las otras coordenadas son dos ángulos que definen la dirección de la línea que conecta ese punto con el origen, a saber, el ángulo polar  $\theta$  subtendido por esa línea y un eje fijo, y el ángulo de  $\varphi$  entre la proyección de esa línea en un plano perpendicular al eje polar y una línea fija más situada en este plano.

Expresando en estas coordenadas el operador Laplaciano tenemos:

$$\Delta p = \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\cot \theta}{r^2} \frac{\partial p}{\partial \theta}. \quad (13)$$

Puesto que la presión de sonido en cada esfera se asume como constante, es decir, independiente de la coordenada angular, los tres últimos términos de la expresión anterior son cero. Entonces la ecuación de onda se lee:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (14)$$

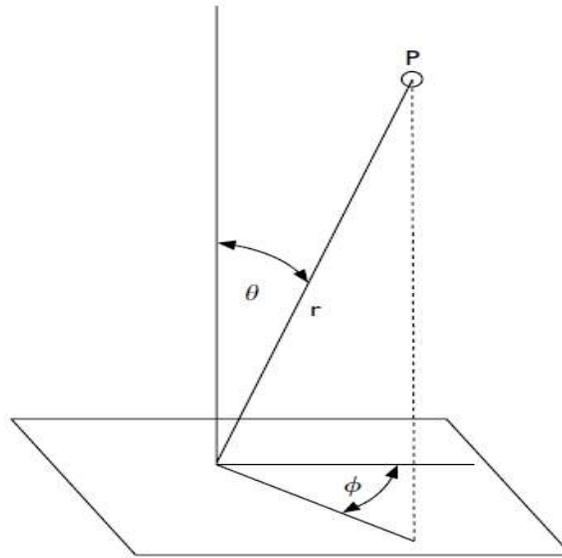


Figura 12. Coordenadas polares esféricas

Mediante la sustitución de  $p(r, t) = f(r, t)/r$  se transforma en la conocida ecuación de onda unidimensional,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}. \quad (15)$$

La Ec. (15) se resuelve de la misma manera que para una onda plana, por cualquier función con derivadas segundas existentes y con el argumento que contiene las variables en la combinación  $r - ct$ . Por lo tanto la presión armónica asociada a una onda acústica esférica se puede representar como:

$$p(r, t) = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr) = \frac{A}{r} e^{i(\omega t \pm kx)}. \quad (16)$$

Al igual que en una onda plana, una perturbación inicial de la presión se desplaza en la dirección del incremento de los valores de  $r$ ; es decir, lejos del origen. Sin embargo, al aumentar la distancia su intensidad disminuye gradualmente. Este comportamiento es muy comprensible ya que en el curso de la propagación la onda tiene que cubrir

regiones más y más grandes y por lo tanto se vuelve más "diluida".

### **III.3. REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN DEL SONIDO: LA IMPEDANCIA ACÚSTICA**

Probablemente todo el mundo está familiarizado con el eco producido por gritar o aplaudir delante de una fachada de un edificio o de una gran roca. Es decir, con el hecho de que una onda de sonido es reflejada hacia atrás por una superficie extendida. Una experiencia menos común, sin embargo, es la de una onda de sonido que llega en un ángulo oblicuo a una interfaz que se compone de dos medios diferentes y cambia de dirección al penetrar en ella.

El primer proceso se llama el reflejo de ondas de sonido; que se produce siempre que la onda incide en alguna pared, incluso si no hay eco audible. Por ejemplo, si observamos lo que ocurre en una sala de conciertos, en la que una puerta estuviera entreabierta, no podríamos oír los compases de un violín, o de cualquier solista, más que desde unas posiciones determinadas, que estarán en la dirección del rayo sonoro reflejado.

La refracción tiene que ver con que la onda incide oblicuamente sobre la superficie de separación de dos medios y si estos tienen índices de refracción distintos. La refracción se origina en el cambio de velocidad de propagación de la onda señalada. El índice de refracción es precisamente la relación entre la velocidad de la onda en un medio de referencia (el vacío para las ondas electromagnéticas) y su velocidad en el medio de que se trate. La refracción se debe a que al cambiar de medio, cambia la velocidad de propagación del sonido. La refracción también puede producirse dentro de un mismo medio, cuando las características de este no son homogéneas; por ejemplo, cuando de un

punto a otro de un medio aumenta o disminuye la temperatura, como en una superficie nevada, el sonido es capaz de desplazarse atravesando grandes distancias. Esto es posible gracias a las refracciones producidas bajo la nieve, que no es medio uniforme. Cada capa de nieve tiene una temperatura diferente. Las más profundas, donde no llega el sol, están más frías que las superficiales. En estas capas más frías próximas al suelo, el sonido se propaga con menor velocidad.

Sólo las ondas armónicas tienen el módulo de la velocidad bien determinado en un medio dispersivo. En un medio de estas características, cualquier otra vibración, no armónica, se deforma al propagarse.

En la frontera de un medio propagador, por decir la superficie de un tabique, hay siempre reflexión y refracción parciales. Una parte de la energía sonora se refleja sobre la pared, conforme a las leyes de reflexión de ondas esféricas sobre una superficie plana, cumpliéndose para cada rayo sonoro incidente la igualdad de los ángulos de incidencia y de reflexión (ver Fig. 13). Pero hay otra parte de la energía sonora que se refracta en la pared, que también la absorbe, y de la que sólo transmite una pequeña fracción al espacio contiguo tras una nueva reflexión y refracción parciales como lo muestra la Fig. 13. Si la longitud de onda del sonido es comparable a las dimensiones del tabique esto no es lo que ocurre, en este caso tenemos un efecto de difracción que consiste en que una onda puede rodear un obstáculo o propagarse a través de una pequeña abertura. Aunque este fenómeno es general, su magnitud depende de la relación que existe entre la longitud de onda y el tamaño del obstáculo o abertura. Si una abertura (obstáculo) es grande en comparación con la longitud de onda, el efecto de la difracción es pequeño, y la onda se propaga en líneas rectas o rayos, de forma semejante a como lo hace un haz de partículas. Sin embargo, cuando el tamaño de la abertura (obstáculo) es comparable a la longitud de onda, los efectos de la difracción son grandes y la onda

no se propaga simplemente en la dirección de los rayos rectilíneos, sino que se dispersa como si procediese de una fuente puntual localizada en la abertura.

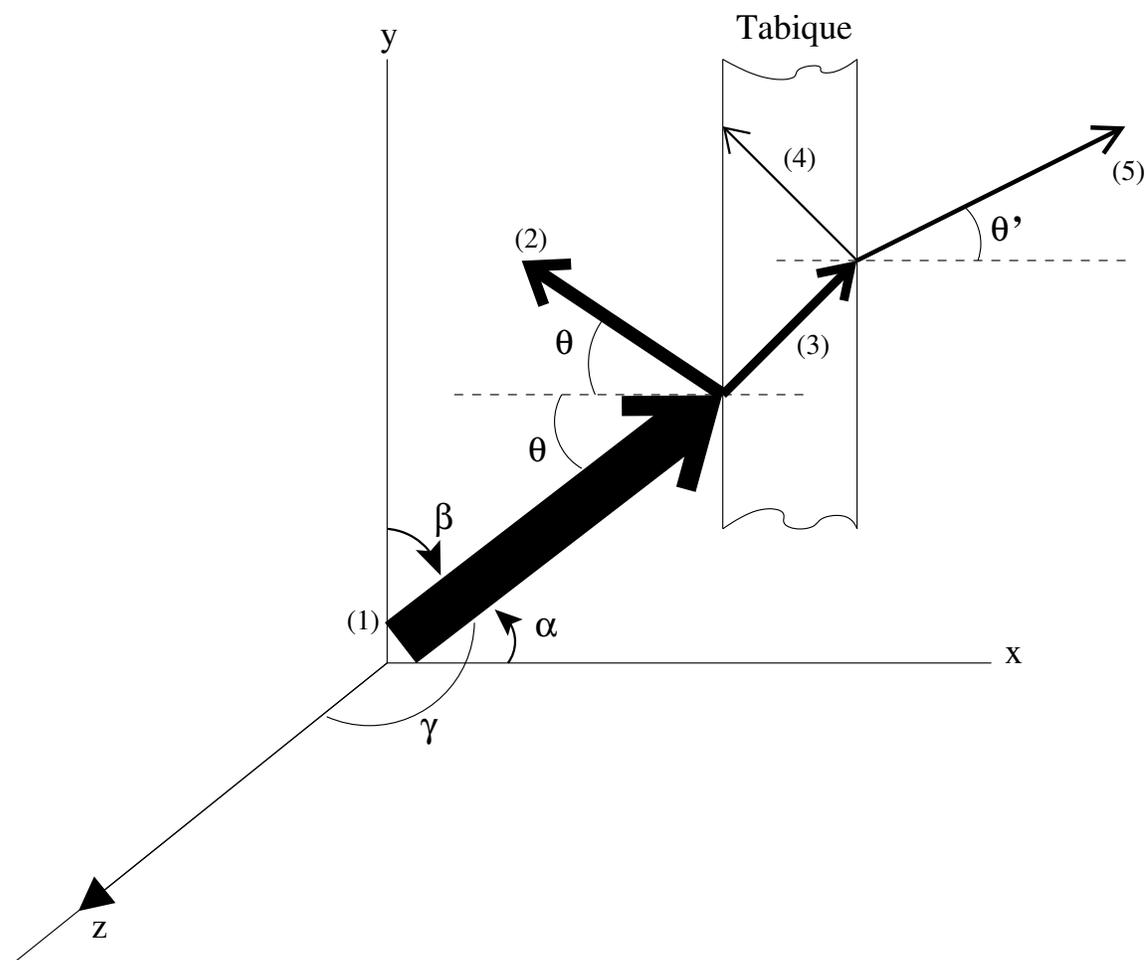


Figura 13. Reflexión y refracción sonora: (1) Rayo sonoro incidente. (2) Rayo sonoro reflejado. (3) Rayo sonoro refractado. (4) Rayo reflejado del refractado, energía absorbida por el tabique. (5) Rayo sonoro transmitido. La anchura de las flechas y el grosor del trazo, es proporcional a la energía de cada frente de ondas.

Para un tratamiento cuantitativo de la reflexión del sonido introducimos coordenadas cartesianas, el eje  $x$  está representado por la línea horizontal, mientras que el eje  $y$  es la línea vertical que indica la proyección de la pared reflectora; la intersección de ambas líneas marca el origen del sistema de coordenadas. El eje  $z$  es perpendicular al plano, como puede observarse en la Fig. 13.

Así una onda plana que viaja en dirección de  $\mathbf{n}$  se representa como

$$p(x, y, z, t) = pe^{i[\omega t - k(x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma)]}, \quad (17)$$

donde  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  son los ángulos directores de  $\mathbf{n}$ .

Ahora para obtener una expresión para la onda sonora incidente sustituimos  $\alpha$  en la Ec. (17), por el ángulo actual de incidencia  $\theta$  como se muestra en la Fig. 13. El ángulo  $\gamma$  es  $\pi/2$  ya que todas las ondas que consideramos en esta sección están viajando en el plano  $xy$ .

Así  $\beta = (\pi/2) - \alpha$  y, por tanto,  $\cos \beta = \sin \alpha$ . Entonces la presión del sonido de la onda incidente es:

$$p_i(x, y) = pe^{-ik(x \cos \theta + y \sin \theta)}. \quad (18)$$

Para facilitar el trabajo, solamente consideramos la parte espacial de la presión y no aparece el factor tiempo  $exp(i\omega t)$  en la Ec. (18.) y tampoco en las siguientes ecuaciones.

La reflexión perfecta se producirá cuando la superficie situada en  $x = 0$  sea completamente rígida y no porosa. Las paredes reales pueden acercarse a este caso límite, pero nunca llegar a ella por completo. En general, la amplitud de la presión será reducida por algún factor  $|R| < 1$  cuando se refleja, y al mismo tiempo su fase se someterá un cambio brusco por algunos ángulos  $\chi$ . Por lo tanto, la onda reflejada puede ser representada por:

$$p_r(x, y) = p |R| e^{-ik(-x \cos \theta + y \sin \theta) + i\chi}. \quad (19)$$

El cambio de la señal de  $x \cos \theta$  en la exponencial indica que la onda ha invertido su dirección con respecto a la coordenada  $x$ ; mientras que su dirección en  $y$  permanece inalterada.

Ambas cantidades,  $|R|$  y  $\exp(i\chi)$ , se pueden combinar en el factor de reflexión complejo, como

$$R = |R| e^{i\chi}, \quad (20)$$

que, en general, depende de la frecuencia y el ángulo de incidencia  $\theta$  de la onda primaria. Así, la presión del sonido de la onda reflejada es

$$p_r(x, y) = p \operatorname{Re}^{-ik(-x \cos \theta + y \sin \theta)}. \quad (21)$$

El campo de onda total en frente de la pared reflectora se obtiene sumando las Ecs. (20) y (21),

$$p(x, y) = p_i + p_r = p e^{-iky \sin \theta} (e^{-ikx \cos \theta} + R e^{ikx \cos \theta}). \quad (22)$$

El factor de reflexión contiene todas las propiedades acústicas de la pared en la medida en que sean pertinentes para la reflexión de las ondas sonoras. La presión de sonido de la onda primaria es una señal de entrada; mientras que la de la onda reflejada es la señal de salida. Por lo tanto, las siguientes relaciones son verdaderas (Kuttruff, 2007):

$$|R(-\omega)| = R(\omega) \quad \text{y} \quad \chi(-\omega) = -\chi\omega. \quad (23)$$

Las propiedades acústicas de una pared puede ser descritas alternativamente por su impedancia acústica específica,  $Z$ . Este concepto es análogo al que aparece en un circuito eléctrico de corriente alterna, o también en un sistema mecánico. Se define como la relación de la presión de sonido en la superficie de la pared a la componente normal de la velocidad de las partículas en el mismo lugar. En el presente caso esta componente es  $v_x$ . Por consiguiente,

$$Z = \left( \frac{p}{v_x} \right)_{x=0}. \quad (24)$$

En contraste con la impedancia mecánica, la impedancia acústica se refiere a la fuerza por unidad de área, por lo que la impedancia de la pared tiene dimensiones  $\text{Ns}/\text{m}^3$ .

Generalmente es compleja ya que la presión del sonido y la velocidad de la partícula no están en fase. La impedancia de la pared dividida por la impedancia característica, definida como la relación de la presión del sonido y de la velocidad de las partículas ( $Z_0$ ), define el parámetro llamado impedancia específica de la pared (Kuttruff, 2007):

$$\zeta = \frac{Z}{Z_0}. \quad (25)$$

Ambas cantidades, la impedancia de la pared y el factor de reflexión, están estrechamente relacionadas.

$$i\omega p_0 v_x(x, y) = -\frac{\partial p}{\partial x},$$

o, sustituyendo en la Ec. (22) a  $\omega = kc$  y  $p_0 = Z_0/c$ , obtenemos

$$v_x(x, y) = \frac{p}{Z_0} e^{-iky \sin \theta} (e^{-ikx \cos \theta} - R e^{ikx \cos \theta}) \cos \theta. \quad (26)$$

Por último, sustituimos las Ecs. (22) y (26) con  $x = 0$  en la definición dada en la Ec. (24)

$$Z = \frac{Z_0}{\cos \theta} \frac{1 + R}{1 - R}, \quad (27)$$

o en términos de  $R$ :

$$R = \frac{Z \cos \theta - Z_0}{Z \cos \theta + Z_0} = \frac{\zeta \cos \theta - 1}{\zeta \cos \theta + 1}. \quad (28)$$

La Fig. 14 muestra una representación gráfica de esta relación para la incidencia del sonido normal ( $\theta = 0$ ). Se muestra el plano complejo del factor de reflexión  $R$  y el círculo más exterior corresponde a  $|R| = 1$ . Dado que el valor absoluto de  $R$  no puede exceder la unidad sólo el interior de este círculo es de interés. Contiene los círculos de valor constante, tanto para la parte real  $\xi = Re \{ \zeta \}$  como de la parte imaginaria  $\eta = Im \{ \zeta \}$  de la impedancia específica de la pared. Para valores dados de  $\xi$  y  $\eta$  el factor de reflexión se determina a partir de la intersección de las curvas correspondientes; si

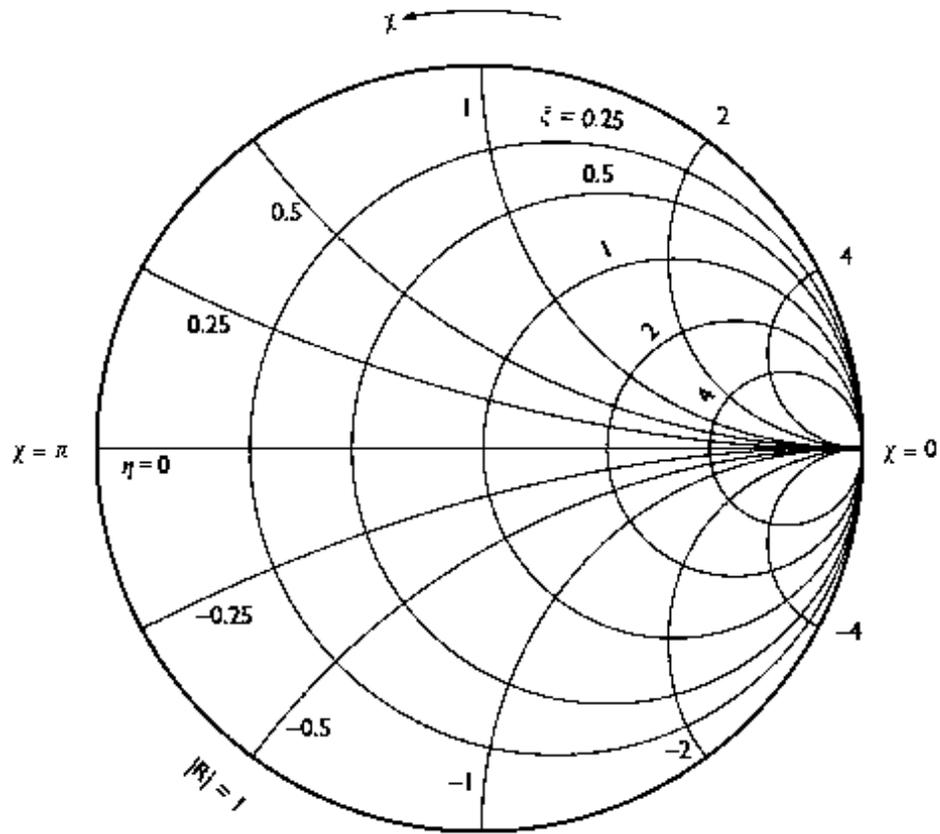


Figura 14. Contornos parte real ( $\xi$ ) y parte imaginaria ( $\eta$ ) de la impedancia de la pared en el plano complejo del factor de reflexión  $|R| \cdot \text{Exp}(i\chi)$ .

es necesario este punto debe ser determinada por interpolación. Su distancia desde el centro de la figura es el valor absoluto  $|R|$  y su coordenada angular medido desde el eje horizontal es el ángulo de fase  $\chi$  del factor de reflexión. De manera similar, la impedancia de la pared puede determinarse a partir del factor de reflexión complejo. Ahora tendremos en cuenta la interfaz entre dos fluidos diferentes, por ejemplo, dos líquidos que no se mezclan. La onda sonora incidente se dividirá en una reflejada y una refractada. Esta última entra en el medio detrás de la frontera en la que el número de onda angular es  $k' = \omega/c'$ . Su presión de sonido está representado por

$$p_t(x, y) = Tpe^{-ik'(x \cos \theta' + y \sin \theta')}. \quad (29)$$

El factor  $T$ , se llama el factor de transmisión de la interfaz. Para determinarlo se calcula la componente  $x$  de la velocidad de las partículas, teniendo entonces

$$v_{tx}(x, y) = \frac{Tp}{Z'_0} e^{-ik'(x \cos \theta' + y \sin \theta')} \cos \theta', \quad (30)$$

donde  $Z'_0 = \rho'_0 c'$  es la impedancia característica del medio a la derecha. En la interfaz las presiones sonoras en ambos lados deben coincidir. Igualando las Ecs. (22) y (29) con  $x = 0$ , tenemos que

$$k' \sin \theta' = k \sin \theta \quad (31)$$

y

$$p(1 + R) = pT \quad (32)$$

Por otra parte, las componentes de las velocidades de las partículas en  $x$  deben ser las mismas para ambos lados. A partir de las Ecs. (26) y (30), de nuevo con  $x = 0$  se obtiene una condición más de frontera:

$$\frac{p}{Z_0} (1 - R) \cos \theta = \frac{p}{Z'_0} T \cos \theta'. \quad (33)$$

De las Ecs. (32) y (33) el factor de reflexión y el factor de transmisión pueden ser calculados, cuyos resultados son:

$$R = \frac{Z'_0 \cos \theta - Z_0 \cos \theta'}{Z'_0 \cos \theta + Z_0 \cos \theta'} \quad (34)$$

y

$$T = \frac{2Z'_0 \cos \theta}{Z'_0 \cos \theta + Z_0 \cos \theta'}, \quad (35)$$

La Ec. (34) muestra que en un determinado ángulo de incidencia la onda reflejada puede desaparecer por completo. Una condición necesaria para que esto suceda es que, o bien

$$\frac{\rho'_0}{\rho_0} > \frac{c}{c'} > 1 \quad \text{o} \quad \frac{\rho'_0}{\rho_0} < \frac{c}{c'} < 1 \quad (36)$$

Cabe señalar que el factor de transmisión de acuerdo con la Ec. (35) puede exceder la unidad, es decir, la amplitud de la onda refractada puede superar la amplitud de la onda incidente. Esto puede parecer una violación del principio de energía a primera vista. Pero no lo es, ya que los factores  $R$  y  $T$  están relacionados con las presiones sonoras y no con las energías.

## III.4. SONIDO EN CAVIDADES Y EN GUÍAS DE ONDAS

### III.4.1. EL SONIDO EN UNA CAVIDAD RECTANGULAR

Encontremos ahora las frecuencias propias y modos normales de una habitación rectangular con las dimensiones  $L_x$ ,  $L_y$  y  $L_z$ ; todas las paredes de dicha habitación son rígidas (ver Fig. 15). Para ello consideramos un canal con dimensiones laterales arbitrarias  $L_y$  y  $L_z$ . De ahí se admite que los tipos de onda de orden superior, se propaguen en este canal, cada uno de ellos caracterizado por dos enteros  $m$  y  $n$ .

El número de onda  $k''$  de cualquier tipo de onda está dado por la expresión

$$k'' = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - (\omega_{mn}/\omega)^2} \quad (37)$$

y la frecuencia angular

$$\omega_{mn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi c}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n\pi c}{L_z}\right)^2}. \quad (38)$$

Por lo que la longitud de onda asociada a ella es  $\lambda'' = 2\pi/k''$ . El requisito de que un número entero de media longitud de onda encaja en la longitud  $L_x$  del canal es equivalente a  $L_x = l(\pi/k)$  con  $l = 0, 1, 2$ , etc. Combinado con la Ec.(38) encontramos

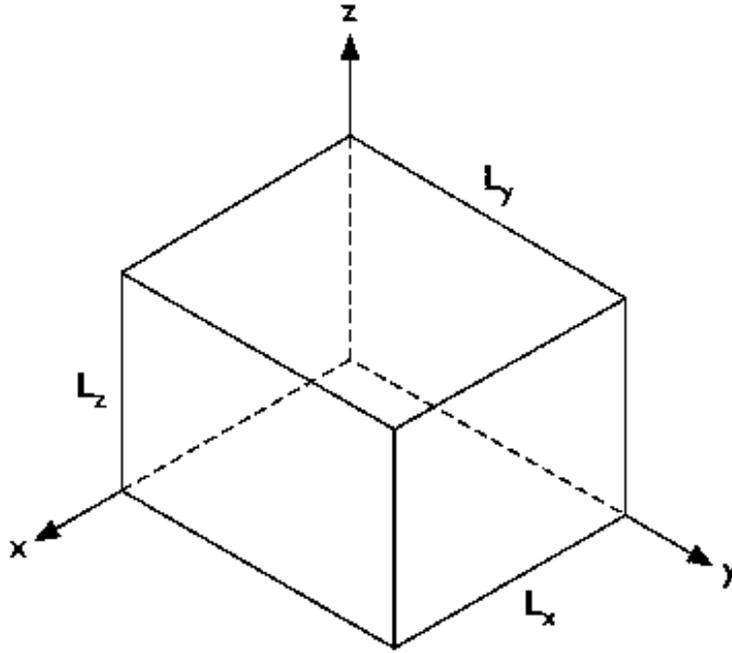


Figura 15. Cavidad rectangular.

las frecuencias angulares permitidas

$$\omega_{lmn}^2 = \left(\frac{l\pi c}{L_x}\right)^2 + \omega_{mn}^2. \quad (39)$$

Las frecuencias propias  $f_{lmn} = \frac{\omega_{lmn}}{2\pi}$  de la cavidad están dadas por:

$$f_{lmn} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{l}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{m}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n}{L_z}\right)^2}. \quad (40)$$

Los modos normales asociados con estas frecuencias propias se dan, en principio, por la onda estacionaria asociada con una frecuencia propia en particular, la cual está dada por  $p_n(x, t) = p \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right) e^{i\omega_n t}$ , después de reemplazar  $n$  con  $l$  y  $L$  con  $L_x$ . Sin embargo, la amplitud ya no es independiente de  $y$  y  $z$ , pero muestra una distribución lateral de acuerdo con las funciones coseno. Por lo tanto la presión de sonido de un modo normal marcado por los números enteros  $l$ ,  $m$  y  $n$  está dada por

$$p_{lmn}(x, y, z, t) = p \cos\left(\frac{l\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right) e^{i\omega_{lmn} t} \quad (41)$$

En la Fig. 16 se muestra una distribución típica de la variación espacial de esta ecuación, para dos modos en particular. El número de frecuencias propias en el intervalo de frecuencias de  $[0, f]$  puede estimarse si se considera una esfera con radio  $f$  descrito en torno al origen. El "volumen de frecuencia" ( $V^f$ ) del octante  $f_x \geq 0, f_y \geq 0$  y  $f_z \geq 0$  es  $V(f) = 3(4\pi/3)f^3/8$ ; que contiene todos los puntos de la red que caen en el intervalo de frecuencia dicho. Para cada uno de ellos tenemos una celda reticular con el "volumen de frecuencia",

$$\frac{c}{2L_x} \cdot \frac{c}{2L_y} \cdot \frac{c}{2L_z} = \frac{c^3}{8V}, \quad (42)$$

donde  $V$  es el volumen geométrico de la habitación. El número  $N_f$  de frecuencias propias hasta el límite  $f$  se obtiene dividiendo  $V^f$  por el volumen de la celda  $C^3/8V$  teniendo como resultado

$$N_f \approx \frac{4\pi}{3} V \left( \frac{f}{c} \right)^3,$$

lo cual podemos visualizarlo en la Fig. 16, al notar los compactamientos de los contornos de presión indicados en esta figura. La solución general al problema del sonido en una cavidad rectangular estará dada por la superposición (suma) de todos los modos dados por la Ec. (41).

### III.4.2. EL SONIDO EN UNA GUÍA RECTANGULAR

Para entender lo que sucede con el sonido cuando se propaga a través de una guía rectangular, se restringirá la discusión a las guías de sección transversal constante. En primer lugar, vamos a considerar dos ondas planas armónicas de igual frecuencia de propagación en direcciones que están inclinadas por un ángulo arbitrario  $\pm\varphi$  respecto al eje  $x$ . Sus normales a la onda se representan en la Fig. 17 como flechas.

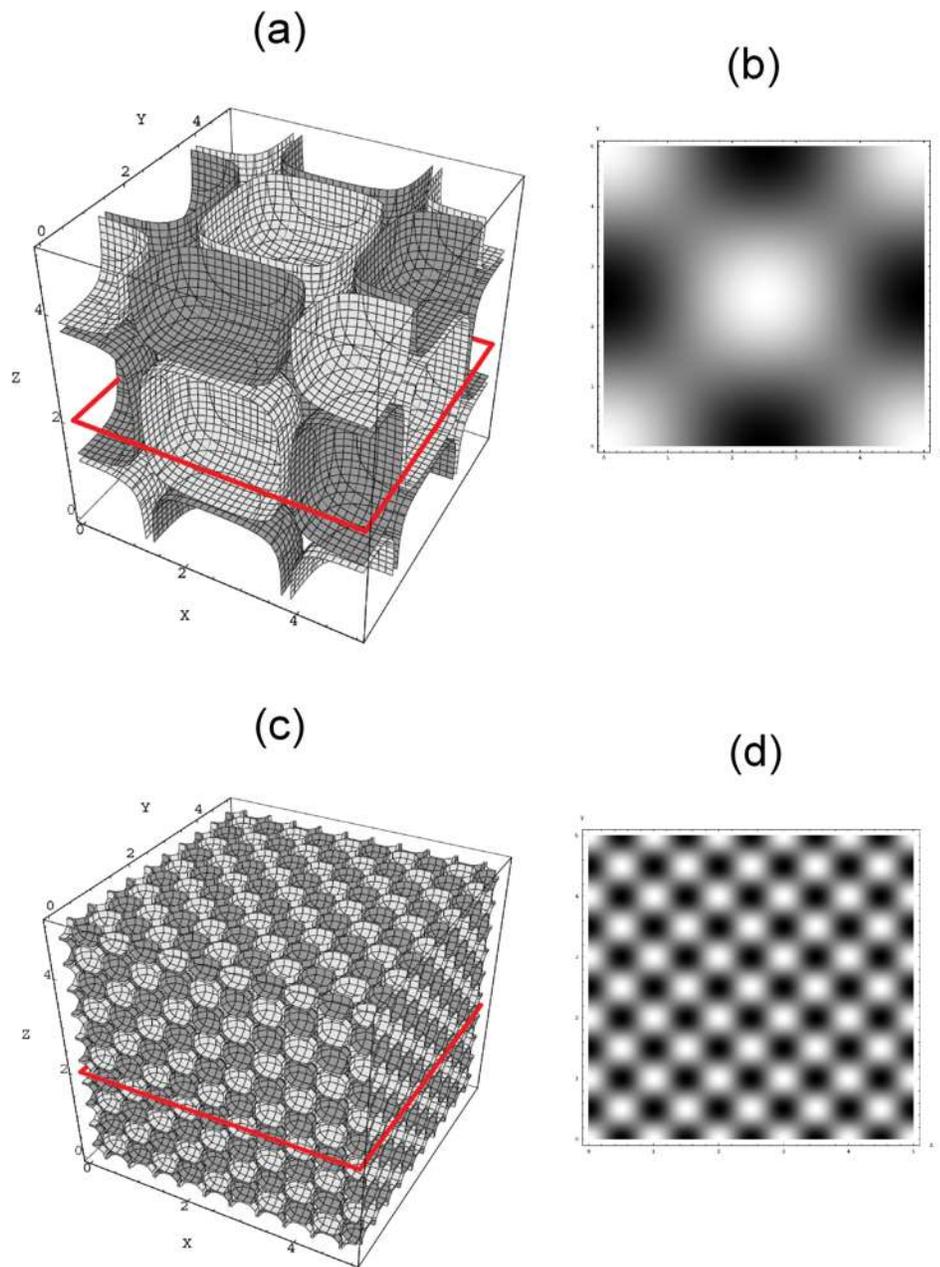


Figura 16. Patrones de una cavidad cúbica de 5 unidades de longitud para los modos: (a) (1,1,1) y (c) (5,5,5). Los contornos de presión corresponden a los valores de -0.1 (tono gris oscuro) y 0.1 (tono gris claro). (b) y (d) corresponden a las variaciones típicas en un plano transversal como el trazado en color rojo en las figuras (a) y (c).

De acuerdo con la Ec. (17) las presiones de sonido asociadas con  $\alpha = \varphi$ ,  $\cos \beta = \sin \varphi$

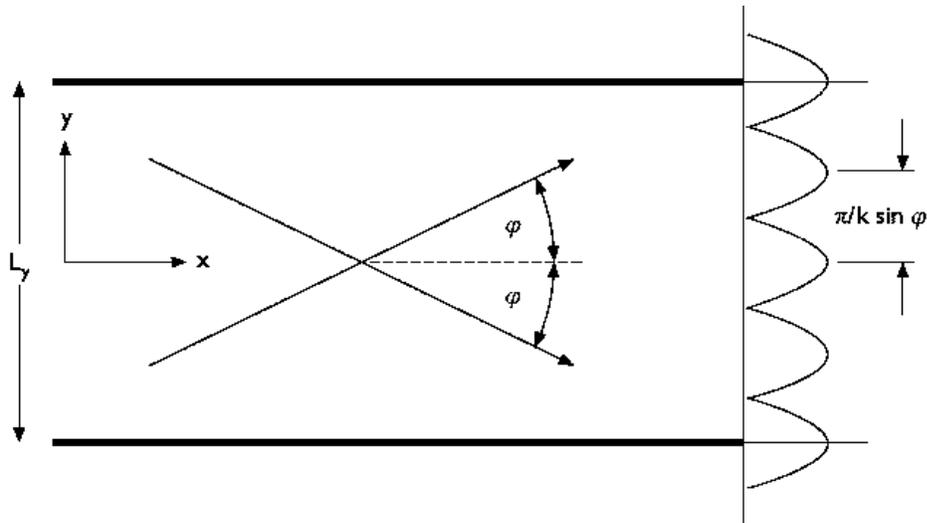


Figura 17. Dos ondas planas cruzándose.

y  $\cos \gamma = 0$  son:

$$p_{1,2}(x, y) = p e^{ik(-x \cos \varphi \pm y \sin \varphi)} \quad (43)$$

Mediante la adición de  $p_1$  y  $p_2$  y el uso de la fórmula de Euler se obtiene la presión sonora total:

$$p(x, y) = 2p \cos(ky \sin \varphi) \cdot e^{-ikx \cos \varphi}. \quad (44)$$

El factor exponencial  $\exp(i\omega t)$  que contiene la dependencia del tiempo será omitido. La Ec.(44) representa una onda progresiva en dirección positiva del eje  $x$  con número de onda angular  $k' = k \cos \varphi$ . Obviamente, esto no es una onda plana, ya que la medida de su amplitud se encuentra modulada con respecto a la coordenada  $y$  de la misma manera que una onda estacionaria. Las amplitudes máxima de presión acústica se producen cuando  $ky \sin \varphi$  es un múltiplo entero de  $\pi$ ; es decir, en los planos  $y = m\pi/(k \sin \varphi)$ , donde  $m$  es un número entero. En estas posiciones la componente vertical de la velocidad de la partícula es cero. En consecuencia, el campo de sonido no se vería perturbado mediante la sustitución de dos de estos planos con superficies rígidas. A la inversa, si la distancia  $L_y$  de dos superficies paralelas y rígidas es dada, una onda

sonora dada por la Ec (44) se puede propagar entre ellas si  $kL_y \sin \varphi = m\pi$ . Esta relación define el ángulo  $\varphi$  en la Ec. (44). A partir de esta condición se obtiene el número de onda angular relevante para la propagación en la dirección  $x$ :

$$k' = k \cos \varphi = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{m\pi c}{\omega L_y}\right)^2}. \quad (45)$$

Es real si la frecuencia angular  $\omega$  excede cierta frecuencia de corte  $\omega_m$  que depende del orden de  $m$  y la distancia  $L_y$  de ambas superficies, es decir:

$$\omega_m = \frac{m\pi c}{L_y} \quad (46)$$

La onda representada por la Ec. (44) se llama onda de orden  $m$  o modo de onda. La onda caracterizada por  $m = 0$  es la onda fundamental, y es idéntica a la onda plana de nuestras secciones anteriores y tiene una frecuencia de corte cero. La velocidad de la onda  $c' = \omega/k'$  del tipo de onda de orden  $m$  es:

$$c' = \frac{c}{\sqrt{1 - (\omega_m/\omega)^2}}. \quad (47)$$

Ahora podemos representar la presión del sonido como

$$p(x, y) = 2p \cos\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) e^{-ik'x}. \quad (48)$$

Las consideraciones anteriores pueden extenderse sin dificultad a una guía de ondas unidimensional; es decir, a un conducto rectangular de paredes rígidas. Para ello nos imaginamos un segundo par de planos rígidos con una distancia mutua  $L_z$  dispuestos perpendicularmente al eje  $z$  como lo muestra la Fig. 18.

De forma similar a como se procedió antes, el campo sonoro se puede considerar formado por dos ondas, de acuerdo a la Ec. (48), propagándose ahora en direcciones

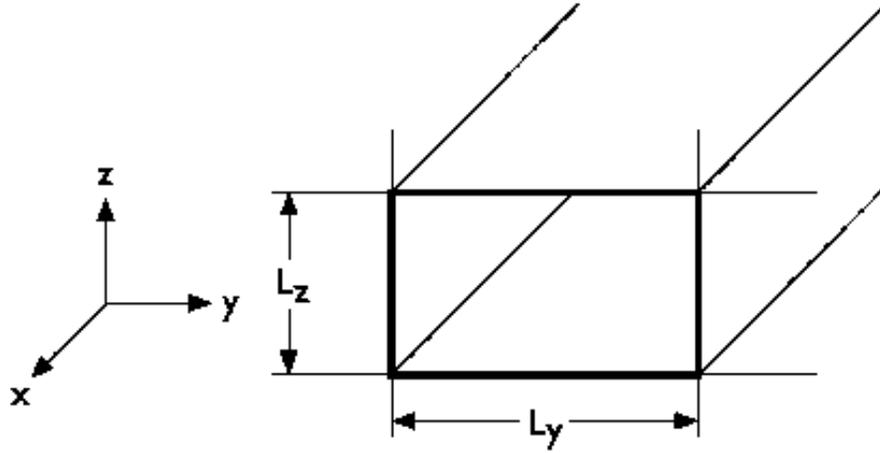


Figura 18. Croquis de una guía acústica rectangular.

que son paralelas al plano  $xz$ , subtendiendo ángulos  $\pm\varphi'$  con el eje  $x$ . Por lo tanto, de forma análoga a la Ec. (43) se tendrá que:

$$p_{1,2}(x, y, z) = 2p \cos\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) e^{-ik(x \cos \varphi' \pm z \sin \varphi')}. \quad (49)$$

Las mismas consideraciones hechas en la derivación de la Ec. (48), ahora con la Ec. (49), e incluyendo el factor temporal, obtenemos el perfil de presión de una onda sonora propagándose en una guía de ondas rectangular:

$$p(x, y, z, t) = 4p \cos\left(\frac{m\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{L_z}\right) e^{-i(\omega t - k'' x \cos \varphi')}, \quad (50)$$

con un segundo número entero  $n$ . En la Fig 19 se ilustra una representación típica de un modo de propagación. La solución general al problema de la propagación del sonido a través de una guía de onda rectangular está dada por la superposición (suma) de los modos dados por la Ec. (50). Ahora bien, el campo de ondas se compone de ondas estacionarias con respecto a la dirección  $y$  y  $z$  y que se desplazan a lo largo de la dirección  $x$  con el número de onda angular dado por

$$k'' = k \cos \varphi' = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - (\omega_{mn}/\omega)^2} \quad (51)$$

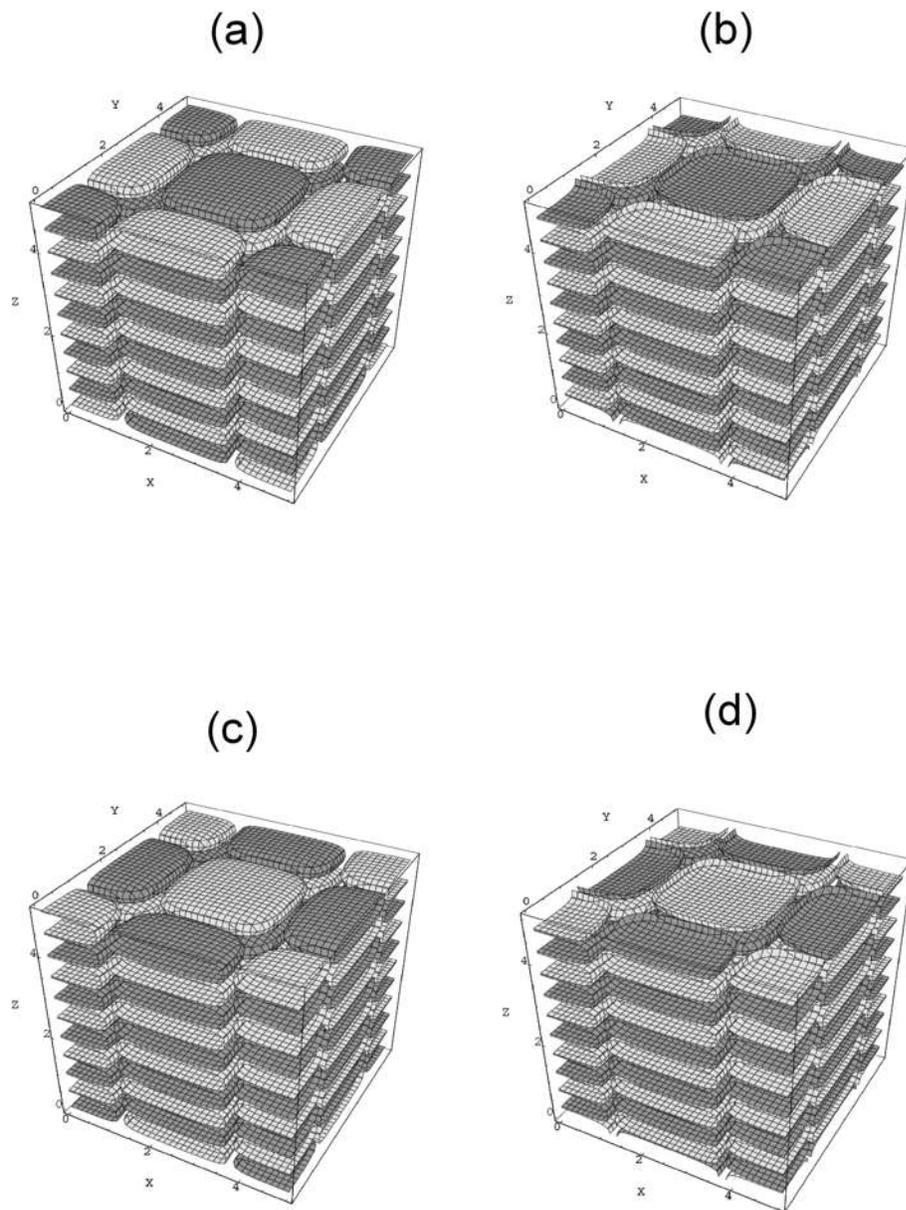


Figura 19. Patrones de una guía cúbica de 5 unidades de longitud para el modo (1,1,1) y a diferentes tiempos: (a) 1/4 de periodo, (b) 1/2 periodo, (c) 3/4 de periodo y (d) un periodo. Los contornos de presión corresponden a los valores de -0.1 (tono gris oscuro) y 0.1 (tono gris claro).

y su frecuencia de corte por

$$\omega_{mn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi c}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n\pi c}{L_z}\right)^2}. \quad (52)$$

Particularmente un modo de onda es caracterizado por dos números enteros  $m$  y  $n$  y será propagante sólo si la frecuencia  $\omega$  está por encima de la frecuencia de corte. Para  $\omega < \omega_{nm}$  el número de onda  $k''$  se convierte en imaginario. De acuerdo con la Ec. (50) esto corresponde a una oscilación de presión con fase constante y con una amplitud decreciente o creciente de manera exponencial con  $x$ . Por debajo del cero la frecuencia de corte de la onda fundamental más baja se encuentra con  $m = n = 0$  que es el único modo de onda que se propaga. Dependiendo de si  $L_y$  o  $L_z$  es la dimensión lateral más grande, esta frecuencia de corte es o bien  $\omega_{10}$  o  $\omega_{01}$ . Expresado en términos de la longitud de onda del campo  $\lambda$ , el rango en el que sólo la onda fundamental se puede propagar viene dado por:

$$\lambda > 2\text{Máx}\{L_y, L_z\}. \quad (53)$$

En el siguiente capítulo describiremos el arreglo y metodología experimental que utilizamos para la obtención de la transmitancia en guías de ondas rectangulares.

## Capítulo IV

---

# DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE GUIAS DE ONDAS CON PAREDES RUGOSAS

---

En este capítulo se describe la forma en que fueron diseñadas y construidas las diferentes guías de ondas que se utilizaron en esta investigación. Los materiales usados fueron cartón y madera. Las dimensiones de las guías se adecuaron tomando en cuenta la instrumentación con la que se disponía en el laboratorio de física de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la UMSNH.

### IV.1. GUÍAS DE ONDAS LISAS

Para el diseño de la cavidad lisa sólo se cortaron tiras de cartón para formar un prisma cuadrangular cuyas medidas del cuadrado que forman la base son de 5 cm y cuenta con una profundidad o altura de 39 cm. Se usaron dos guías de onda lisas, una construida en cartón y otra en madera. Anteriormente ya mencionamos que la construida en cartón tiene dimensiones de  $5 \times 5 \times 39$  cm y la de madera tiene dimensiones más amplias, midiendo  $5 \times 5 \times 100$  cm. Para la construcción de la guía en madera lo que se hizo fue cortar tiras de madera de las medidas que las necesitábamos con ayuda de herramienta especializada para poder hacer cortes finos. También practicamos en las

paredes unas canaletas que simulan unos rieles, de esta forma la tapa de nuestra guía puede desplazarse y al mismo tiempo mantener la rigidez de la guía.

## **IV.2. GUÍAS DE ONDAS RUGOSAS CON PERFILES RECTOS**

Para las guías en las que se tiene un perfil escalonado construimos la base con las mismas medidas que la guía lisa, esto quiere decir que mide  $5 \times 5 \times 39$  cm. Una vez obtenida la guía fuimos agregando escalones con 1 cm de altura cada 10 cm (ver Fig. 20(a)). Los 10 cm son medidos respecto del centro de un escalón al centro del escalón siguiente. Todos los escalones miden 1 cm de espesor y le adaptamos unas pestañas a la tapa de la guía para que ésta pudiera desplazarse y marcar desfases relativos entre los escalones. Para la cavidad que cuenta con escalones de 2 cm de altura sólo agregamos escalones similares de 1 cm de altura sobre los que teníamos anteriormente, formando así nuestra nueva guía. Posteriormente se agregaron escalones laterales como se muestra en la Fig. 20(b), tomando como escalón central al escalón con 2 cm de altura. El primer escalón lateral tiene una altura de 1.5 cm y se encuentra colocado a una distancia de 1.5 cm medida del centro del escalón central al centro del primer escalón lateral, el escalón lateral se coloca del lado derecho y del lado izquierdo con las mismas características y por último se coloca un escalón más al lado de cada uno de los escalones laterales colocados anteriormente, con características similares a 1.5 cm de distancia medidos de centro a centro de escalón pero con una altura de 0.8 cm. Esto forma una subestructura parecida a un perfil de diente de sierra. En este tipo de estructuras se realizan mediciones para cuando un máximo de la base coincide con un máximo de la tapa. También para cuando la tapa es desplazada un cuarto de periodo

equivalente a 2.5 cm y también para un desplazamiento de medio periodo ó 5 cm.

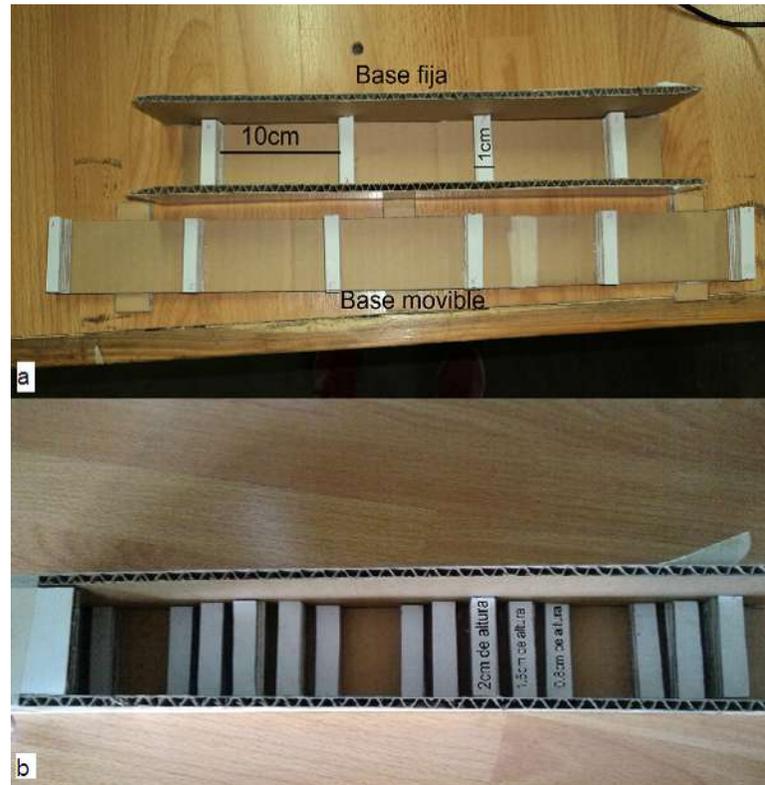


Figura 20. Fotografías de guías de ondas construidas con cartón con: a) perfil escalonado y b) subestructura.

Para la guía con perfil recto en madera se usaron escalones de 2 cm de altura y 1 cm de espesor, se dispusieron cada 10 cm a lo largo de la base y de la tapa de la guía lisa, formando así una nueva guía con perfil escalonado. Posteriormente de igual forma que en las guías de cartón se fueron agregando escalones laterales de 1.5 cm de altura y 0.8 cm de altura, con una separación de 1.5 cm medidos de centro a centro de cada escalón. De esta manera obtuvimos la misma guía con subestructura que en cartón, pero con una mayor cantidad de periodos como podemos ver en la Fig. 21(a).

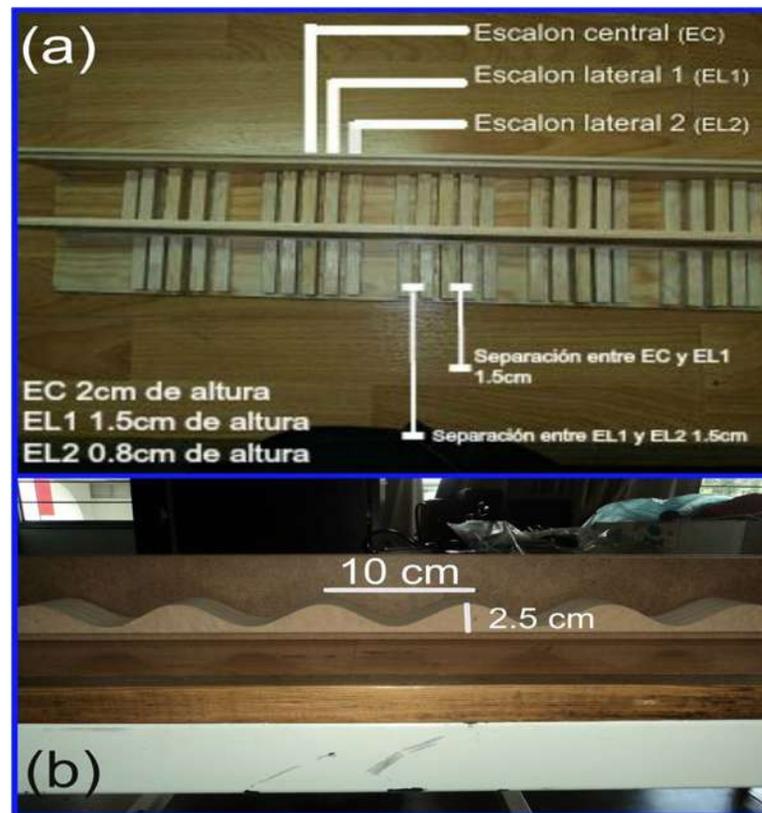


Figura 21. Fotografías de guías de onda con: (a) subestructura construida en madera y (b) perfil sinusoidal construida en MDF.

### IV.3. GUÍAS DE ONDAS RUGOSAS CON PERFILES SINUSOIDALES

En la Fig. 21(b) se muestran las guías de onda con perfil sinusoidal. Estas estructuras son guías complejas de construir por la precisión que se debe de tener al hacer los cortes. Por lo que fue necesario diseñar de manera vectorial una base sinusoidal y después hacer los cortes con un rayo láser. De esta forma garantizamos que todos los cortes fueran perfectos. Una vez hechos los cortes los unimos para formar la base y la tapa de nuestra guía, en cartón esta guía tiene las mismas medidas que una guía escalonada es decir  $5 \times 5 \times 39$  cm y de igual forma la tapa puede desplazarse para hacer variación en el desfase relativo de los máximos de la tapa con respecto a los máximos

de la base. La construcción de su equivalente en madera se hizo en un material llamado MDF<sup>1</sup>, que es un material con mucha flexibilidad para hacer cortes con un diseño más complejo en comparación con los cortes rectos que se hicieron anteriormente. En este caso perfiles ondulados suaves, los cuales gracias al material y a un torno de madera pudimos realizarlos sin mayor complicación, logrando de esta forma obtener nuestra guía con perfil sinusoidal en madera con dimensiones de  $5 \times 5 \times 100$  cm. En ambas cavidades sinusoidales se tiene un periodo de 10 cm y una amplitud de 2 cm con una base de 0.5 cm. Al igual que en las cavidades con subestructura la tapa puede deslizarse para tener desplazamientos relativos entre los máximos de la base y los máximos de la tapa.

## IV.4. MEDICIÓN DE LAS TRANSMITANCIAS

Una vez fabricadas nuestras guías, en esta segunda etapa obtuvimos los máximos y mínimos del voltaje de entrada y el voltaje de salida de la guía de ondas, respectivamente. Se muestra en la Fig. 22. Con esto pudimos calcular la transmitancia para cada guía, utilizando una razón de muestreo de 50 000 muestras/segundo, en un tiempo de 0.01 segundos, partiendo de 100 Hz a 7 000 Hz con incrementos de 50 Hz. En este proceso se usó un generador de funciones digital, el cual controlamos desde la computadora para indicarle la frecuencia de nuestra onda y se cambio la forma de aislar la bocina. La bocina ahora se sujetó a un tubo de PVC<sup>2</sup> de 10 cm de diámetro y 19 cm de largo. Además se volvió a rodear con hielo seco y una caja de cartón, para que de esta forma garantizaremos de una manera más estricta el aislamiento del ruido externo. Así recolectamos datos de máximos y mínimos para cada una de nuestras mediciones.

---

<sup>1</sup>Por sus siglas en inglés, Medium Density Fibreboard.

<sup>2</sup>Policloruro de vinilo.

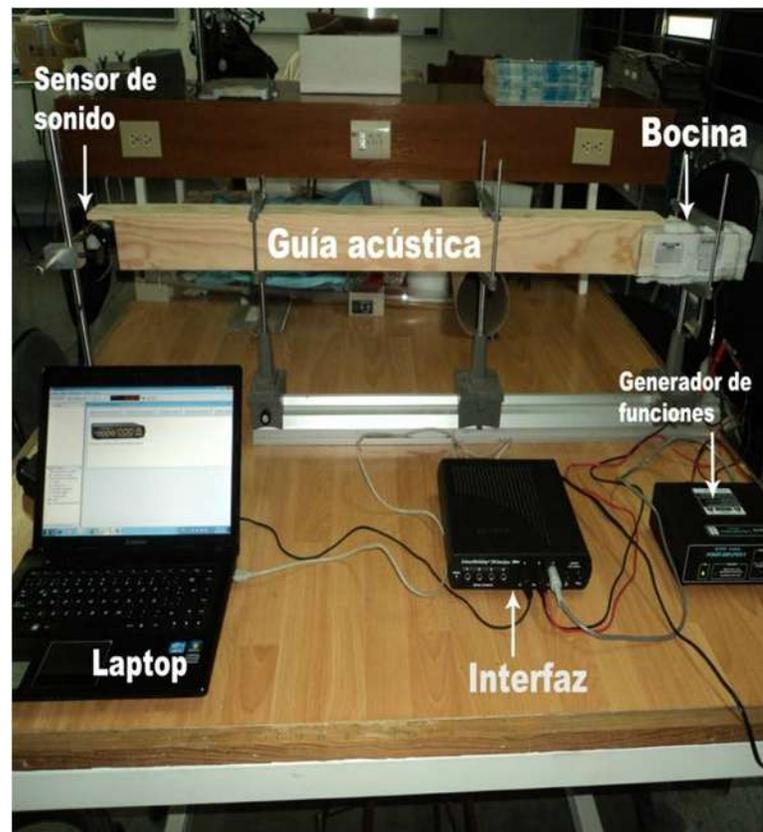


Figura 22. Arreglo experimental para la segunda etapa, donde se muestra que el único cambio fue nuestro generador de señales y la forma de aislar la bocina.

La metodología que se utilizó es la que a continuación se describe. Como ya mencionamos se utilizaron 7 guías distintas, pero bajo el mismo arreglo experimental, lo único que cambio fue la guía. Del lado derecho está dispuesta una bocina aislada de la forma anteriormente mencionada para evitar interferencia de ruidos externos entre la salida de la bocina y la entrada de la guía. Además está conectada a un generador de funciones, mientras que del lado izquierdo tendremos un sensor de sonido que nos ayudara a procesar la señal a la salida de la guía (Reyes *et al.*, 2015).

Previamente al acoplamiento de la bocina con la guía se midió con el sensor de sonido el voltaje de entrada a la guía, con una razón de 50 000 muestras/segundo. A la salida del extremo izquierdo de la guía se colocó el sensor de sonido en la parte central

para medir el voltaje de salida (50 000 muestras/segundo). La señal acústica se registró con una interfaz digital conectada a la PC, y con la ayuda de un software apropiado se desplegó una gráfica en la que podíamos ver el voltaje máximo y mínimo que alcanzó nuestra onda dentro de la guía para la frecuencia que le indicamos a nuestro generador de funciones que debía propagarse. La presión en nuestra guía se puede medir en base al voltaje que se está recibiendo. La transmitancia se calculó como el cuadrado de la razón del voltaje de salida ( $V_s$ ) y el voltaje de entrada ( $V_e$ ):

$$T = \left( \frac{V_s}{V_e} \right)^2 \quad (54)$$

En una primera serie de mediciones se analizó el caso de la guía lisa construida en cartón y en madera. También se hizo lo propio para la guía con perfil escalonado cuya altura del escalón es de 2 cm, estudiando los casos en que la separación relativa entre los escalones sean de 0 cm, 2.5 cm y 5 cm. Después se hizo una tercera serie de mediciones en donde se utilizaron las guías con subestructuras estudiando los mismos casos que en la guía con escalones de 2 cm de altura. Posteriormente se procedió a hacer las mismas mediciones pero ahora con las guías de perfil sinusoidal. Todo esto con el fin de obtener los espectros de las transmitancias de las guías analizadas para identificar las regiones de máxima y mínima transmisión. Esto se hizo graficando en Origin los valores dados por la Ec. (54) de 100 a 7 000 Hz para las distintas guías de ondas construidas, como se mostrará en el siguiente capítulo.

## Capítulo V

---

# RESULTADOS EXPERIMENTALES Y CONCLUSIONES

---

En este capítulo se presentan los resultados experimentales obtenidos de la propagación del sonido en las guías de ondas que se describieron en el capítulo anterior. Se presentan tanto los espectros de Fourier como las transmitancias de las diferentes guías de ondas. El capítulo termina con una descripción de las conclusiones de este trabajo de tesis.

### V.1. ESPECTROS DE FOURIER PARA DISTINTAS GUÍAS DE ONDAS

Como mencionamos anteriormente fueron varias mediciones las que se realizaron. En las primeras mediciones lo que hicimos fue obtener el espectro de Fourier en tiempo real de la propagación de nuestra onda a través de la guía acústica. Primero lo hicimos para la guía lisa, después para la guía que contenía escalones de 1 cm de altura, con sus respectivos desplazamientos; es decir, cuando los máximos de los escalones coincidían. Después cuando el máximo del escalón en la parte superior se encontraba en un cuarto de periodo más adelante respecto al escalón de la base y por último cuando el escalón de

la parte superior se encuentra adelantado medio periodo respecto al escalón de la parte inferior. En base a lo anterior logramos obtener resultados para algunas frecuencias que presentamos enseguida.

La secuencia de los espectros en la Fig. 23 es de la siguiente forma: el espectro superior izquierdo corresponde a la guía de ondas lisa y el resto de los espectros corresponde a la de la guía con paredes rugosas cuando el desfase relativo entre los escalones fue de 0 cm (espectro superior derecho), de 2.5 cm (espectro inferior izquierdo) y de 5 cm (espectro inferior derecho). Las unidades de las amplitudes de los espectros están en unidades arbitrarias. Se reportan las alturas relativas de los picos donde el desfase es 2.5 cm y 5 cm con respecto al pico donde el desfase es de 0 cm. A estos parámetros los designamos como H1 y H2.

La Fig. 23 muestra los espectros de Fourier de la señal detectada a la salida de la guía cuando la altura del escalón fue de 1 cm y para las frecuencias de 340 Hz y 7 480 Hz respectivamente. El primer cuadrante de la Fig. 23 muestra el espectro de Fourier para una guía lisa en cartón, el siguiente cuadrante (superior derecho) muestra el espectro de Fourier de una guía escalonada que contiene escalones de 1 cm de altura. Aquí los escalones de la base coinciden con los escalones de la tapa y podemos observar sin problema que al momento de agregar un escalón aparece un nuevo máximo en nuestro espectro de Fourier. Además, la amplitud de la onda que estamos inyectando, en este caso de 340 Hz disminuye, en la guía lisa vemos un máximo de amplitud en 0.33 y al momento de agregar el escalón se disminuye a tan sólo 0.023 pero aparece un nuevo máximo además del de 340 Hz en aproximadamente 1 000 Hz con una amplitud de 0.005. También puede observarse la aparición de una estructura más compleja, ya que pareciera que nuestro sensor capta mucho ruido comparado con el espectro de Fourier obtenido para la guía lisa. En la Fig 23 mostramos en la imagen situada en

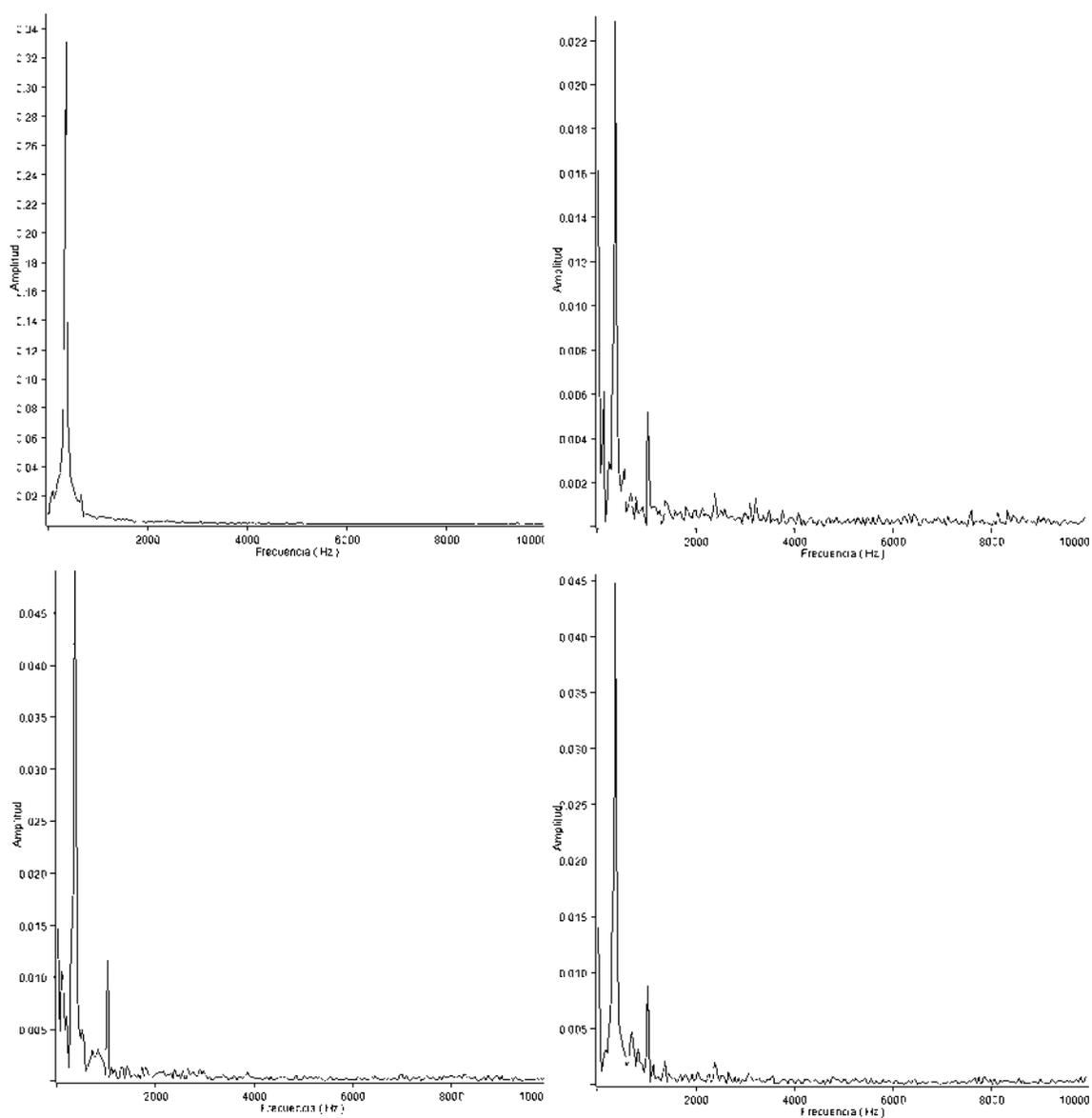


Figura 23. Espectros de Fourier a  $f=340$  Hz con  $H1=2.130$  y  $H2 =1.956$ .

la parte inferior izquierda una medición de la misma guía, con escalones de 1 cm de altura y con una separación de 10 cm en cada escalón a una frecuencia de 340 Hz, pero ahora existe un desplazamiento de la tapa de la guía. Con lo que conseguimos un desfaseamiento entre los escalones superiores e inferiores. De este modo los escalones de la tapa se encuentran adelantados un cuarto de periodo respecto a los escalones de la

base. En este caso podemos observar que sigue existiendo una disminución considerable en la amplitud respecto a la medición para la guía lisa, pero si lo comparamos para la medición donde los escalones coinciden, podemos darnos cuenta que recuperamos amplitud, pues el máximo de nuestra nueva medición ahora se encuentra en 0.050. Podemos seguir observando un segundo máximo en 1 000 Hz que ahora tiene una amplitud de 0.012 aproximadamente. Por último la imagen mostrada en el extremo inferior izquierdo de la Fig. 23 muestra una medición de la misma guía, pero ahora con un desfase relativo entre escalones de medio periodo. Seguimos teniendo dos máximos evidentes en 340 Hz que es la frecuencia que nosotros estamos inyectando y otro en aproximadamente 1 000 Hz, con una amplitud de 0.045 y 0.009, respectivamente.

Ahora observemos las distintas mediciones que se obtuvieron para la misma guía de la Fig. 23, pero ahora con una frecuencia más alta de aproximadamente 7 480 Hz, como se muestra en la Fig. 24.

El espectro superior izquierdo le pertenece a la guía lisa en cartón. El espectro superior derecho le pertenece a la guía con perfil escalonado, cuyos escalones cuentan con una altura de 1 cm. En este espectro podemos observar nuevamente la disminución considerable de la amplitud respecto a las mediciones de la guía lisa. También podemos observar la aparición de una subestructura bastante compleja, que nuevamente parece como si el sensor captara ruido, y seguimos teniendo un sólo máximo definido.

En el espectro que se encuentra en la parte inferior izquierda de la Fig. 24, contamos con el mismo efecto que para la Fig. 23. Seguimos teniendo una disminución considerable en la amplitud respecto a la guía lisa, pero respecto a la guía donde los escalones coinciden nuevamente se observa que la amplitud es recuperada. Ahora al aplicar un desfase de un cuarto de periodo tenemos un reforzamiento en la amplitud y además una disminución en la complejidad del espectro ya que pude observarse

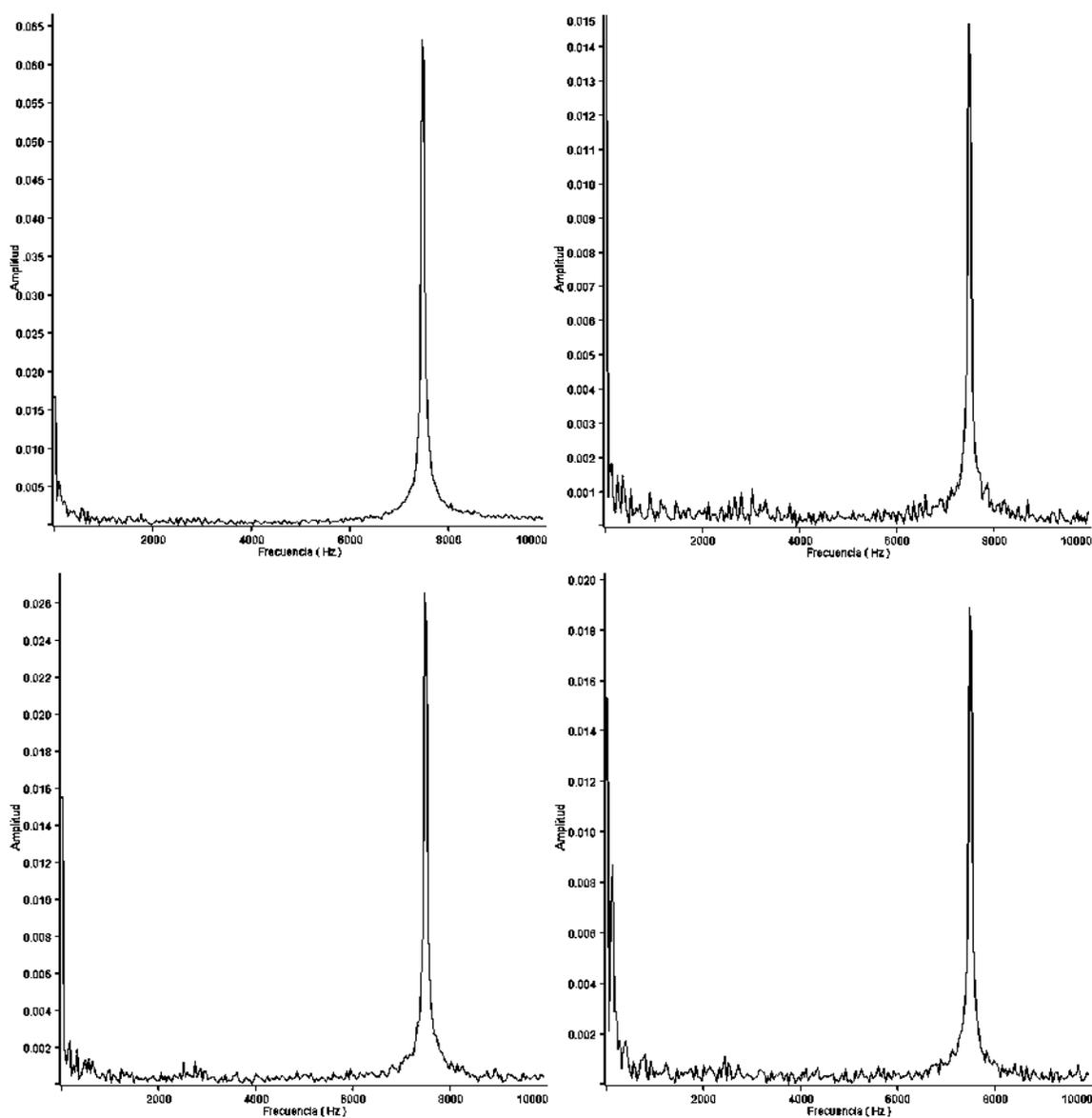


Figura 24. Espectros de Fourier a  $f=7480$  Hz con  $H1 = 1.8$  y  $H2 = 1.267$ .

un poco más suave. Por último en el extremo inferior izquierdo de la Fig. 24, observamos la medición para cuando existe un desfase de medio periodo entre los escalones. Aquí se observa que nuevamente la frecuencia refuerza su amplitud respecto a la medición cuando los escalones coinciden, y vuelve a aparecer la estructura compleja, no tan suave del espectro de Fourier. Puede verse como el punto medio entre

el espectro superior derecho y el espectro inferior izquierdo, puesto que recuperamos amplitud pero sin perder complejidad.

Podemos decir entonces que a frecuencias bajas (Fig. 23), es clara la aparición de subestructura en el espectro comparado con la de la guía lisa. Además, el desfase relativo entre los escalones favorece el reforzamiento de la amplitud del espectro (compárense las escalas verticales). A la frecuencia mayor que se analizó en este trabajo de 7 480 Hz (Fig 24), se observa una subestructura más complicada que la que ocurre a bajas frecuencias, pero que también es modificada por el desfase relativo entre los escalones.

En las Figs. 25 y 26 se muestra la secuencia de espectros a frecuencias similares a las de las Figs. 23 y 24, pero para cuando la altura del escalón fue de 2 cm.

La Fig. 25 nos muestra los distintos espectros de Fourier para una guía con perfil escalonado, donde los escalones cuentan con una altura de 2 cm. Nuevamente en el extremo superior izquierdo de la Fig. 25, tenemos el espectro de Fourier de la guía lisa a 340 Hz. Inmediatamente a su lado derecho tenemos la medición para la misma frecuencia, pero con la guía de perfil escalonado, cuyas alturas son 2 cm. Es importante mencionar que la separación entre los escalones sigue siendo de 10 cm. En este espectro (superior derecho) podemos observar respecto al de la guía lisa la disminución considerable en la amplitud. Además de la aparición de una subestructura compleja donde podemos observar 4 máximos muy bien definidos adicionalmente al que ya teníamos, cuando el desfase entre los escalones es de un cuarto de periodo (extremo inferior izquierdo). Nos damos cuenta que no tenemos un reforzamiento en la amplitud y seguimos manejando aproximadamente la misma que para la medición cuando los escalones coinciden, pero si podemos ver la desaparición de algunos de los máximos que habían aparecido anteriormente. Si bien no los desaparece por completo, si los atenúa

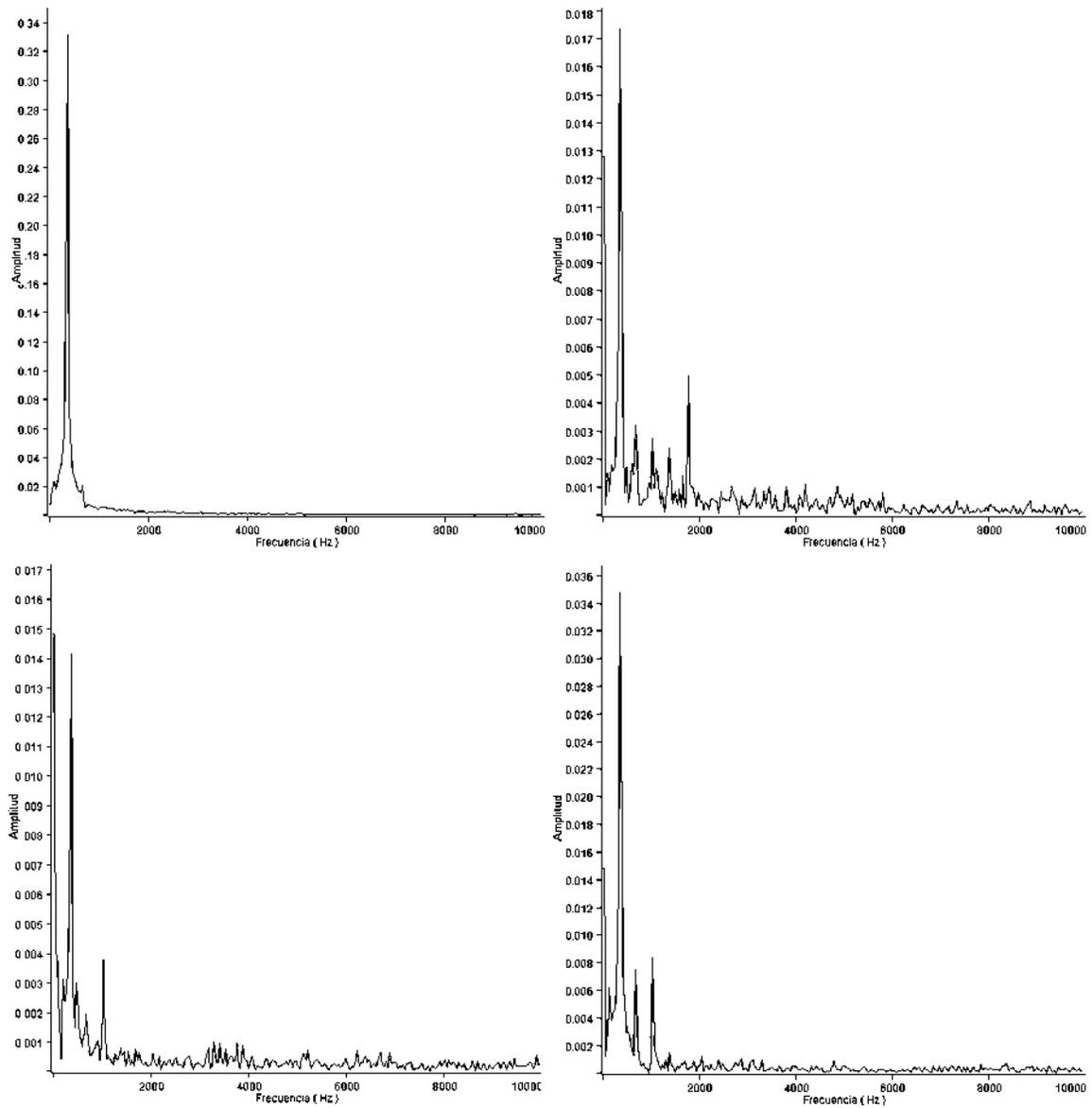


Figura 25. Espectros de Fourier a  $f=340$  Hz con  $H1=0.8$  y  $H2=2$ .

de manera considerable. Por último en la medición para cuando el desfaseamiento es de medio periodo se observan cosas interesantes, puesto que recuperamos de manera considerable la amplitud, y disminuimos el ruido logrando ver nuevamente un espectro más suave. También podemos observar que siguen existiendo dos máximos adicionales, pero ahora mejor definidos.

Ahora bien veamos la Fig. 26. En ella vamos a observar las mismas mediciones que para la figura anterior, pero a una frecuencia más alta. Estamos hablando ahora de una frecuencia de 7 480 Hz. La presentación de la figura es similar a la de la Fig. 25.

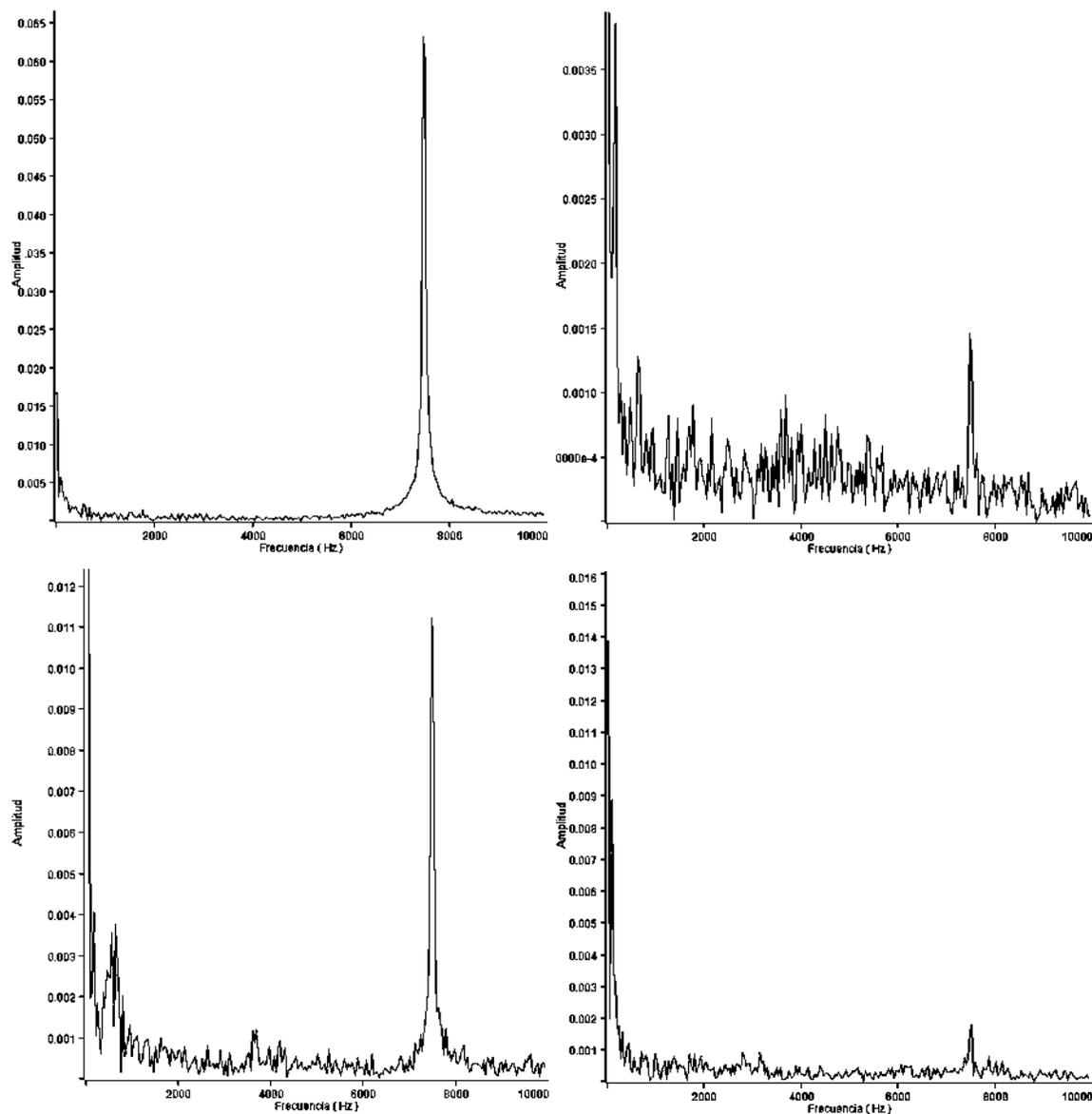


Figura 26. Espectros de Fourier a  $f=7480$  Hz con  $H1=2.909$  y  $H2=0.0467$ .

La guía lisa muestra un espectro definido, con un sólo máximo donde es de esperarse. Este máximo evidente se encuentra en 7 480 Hz que es la frecuencia que nosotros

estamos inyectando. Ahora bien, al lado derecho tenemos un espectro complejo donde aparece una subestructura complicada de observar, donde parecería que se están captando muchas frecuencias distintas. Para este caso se disminuye de manera notable la amplitud; sin embargo, en ningún caso anterior logramos notar tanta disminución. Pero que pasa cuando hacemos que exista un desfase entre los escalones, recuperamos intensidad aunque sigue siendo mínima y disminuimos el ruido dentro del espectro. Por último al generar un desfase de medio periodo entre los escalones, vemos desaparecer el pico de la frecuencia que estamos inyectando. El pico que antes en la guía lisa llegaba hasta 0.065 ahora no logra siquiera alcanzar el 0.002.

Podemos entonces concluir que, a bajas frecuencias la subestructura del espectro es más sensible al desfase relativo entre los escalones cuando la altura del escalón es mayor (compárense las Figs. 23 y 25). A frecuencias mayores, es notorio el cambio en la amplitud del espectro con el desfase relativo entre los escalones. A la frecuencia mayor analizada, Fig. 26, el desfase relativo puede inducir una disminución notable en la amplitud del espectro.

Las Figs. 27 y 28 presentan los resultados experimentales para la estructura de escalones de la Fig. 20(b) para frecuencias altas. Recordemos que esta guía cuenta con un escalón central de 2 cm de altura, los primeros escalones laterales tienen 1 cm de altura y por último los segundos escalones laterales cuentan con tan sólo 0.8 cm de altura.

Las mediciones mostradas en la Fig. 27 son para una frecuencia de 6 460 Hz. Si observamos a detalle, podemos notar que en las tres mediciones posteriores a la de la guía lisa tenemos pérdida considerable en la amplitud. En este caso, al no tener desfase (espectro superior izquierdo) entre los escalones centrales, observamos una mayor pérdida en la amplitud y en el espectro la aparición de una subestructura

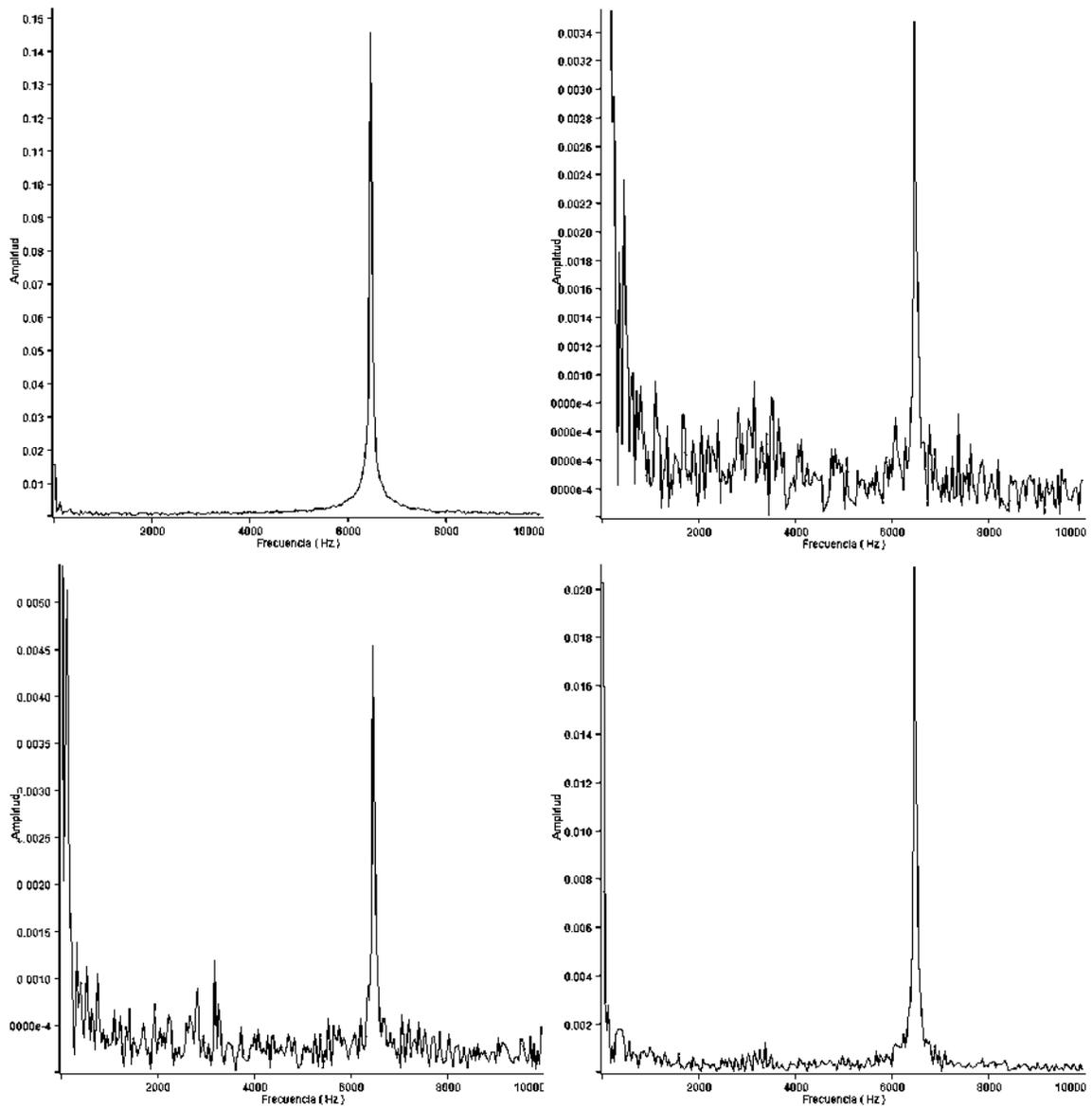


Figura 27. Espectros de Fourier a  $f=6460$  Hz con  $H1=1.286$  y  $H2=6$ .

compleja. Posteriormente, si observamos el espectro de cuando existe un desfase de un cuarto, de periodo, vemos que recuperamos amplitud y disminuimos el ruido que aparece en el espectro, lo que es aún más claro para cuando existe un desfase de medio periodo. La recuperación de amplitud es notable al igual que la disminución del ruido.

Ahora observemos las mismas mediciones pero para una frecuencia de 7 480 Hz (Fig. 28). Podemos observar nuevamente la disminución de la amplitud al momento de introducir una subestructura en la guía lisa, mostrando el efecto parecido al de la figura anterior. Para esto se introdujo una subestructura donde los escalones centrales coinciden teniendo una pérdida grande. Después se hizo un desfasamiento entre escalones y sigue manteniendo esa pérdida, pero ahora con la disminución de un poco de ruido y al hacer un desfasamiento mayor, recuperamos amplitud y disminuimos, de manera más notable el ruido de nuestro espectro de Fourier.

De las Figs. 27 y 28 se puede inferir que el efecto de la subestructura y el corrimiento relativo de los escalones producen mayores modificaciones al espectro acústico que lo que se observa en el caso de escalones simples. Esto desde luego es esperado ya que la separación entre los elementos de la subestructura es del orden o menor que la longitud de onda de la radiación acústica a estas frecuencias.

Por consiguiente, podemos concluir que:

- Cuando tenemos una guía con algunas modificaciones, como lo son los escalones en su pared inferior y superior, pueden aparecer subestructuras en el espectro acústico.
- El desfasamiento relativo entre los escalones también modifica el espectro acústico.
- En el caso de escalones simples, Fig. 20(a), se observa que el cambio en el espectro de Fourier es más notable a bajas frecuencias.
- En el caso de una subestructura adicional en los escalones, Fig. 20(b), se observa el cambio en el espectro de Fourier más bien a frecuencias altas.

Es conveniente enfatizar que el análisis de los espectros de Fourier para las guías de onda de cartón descritas arriba, tuvieron el propósito de establecer los criterios

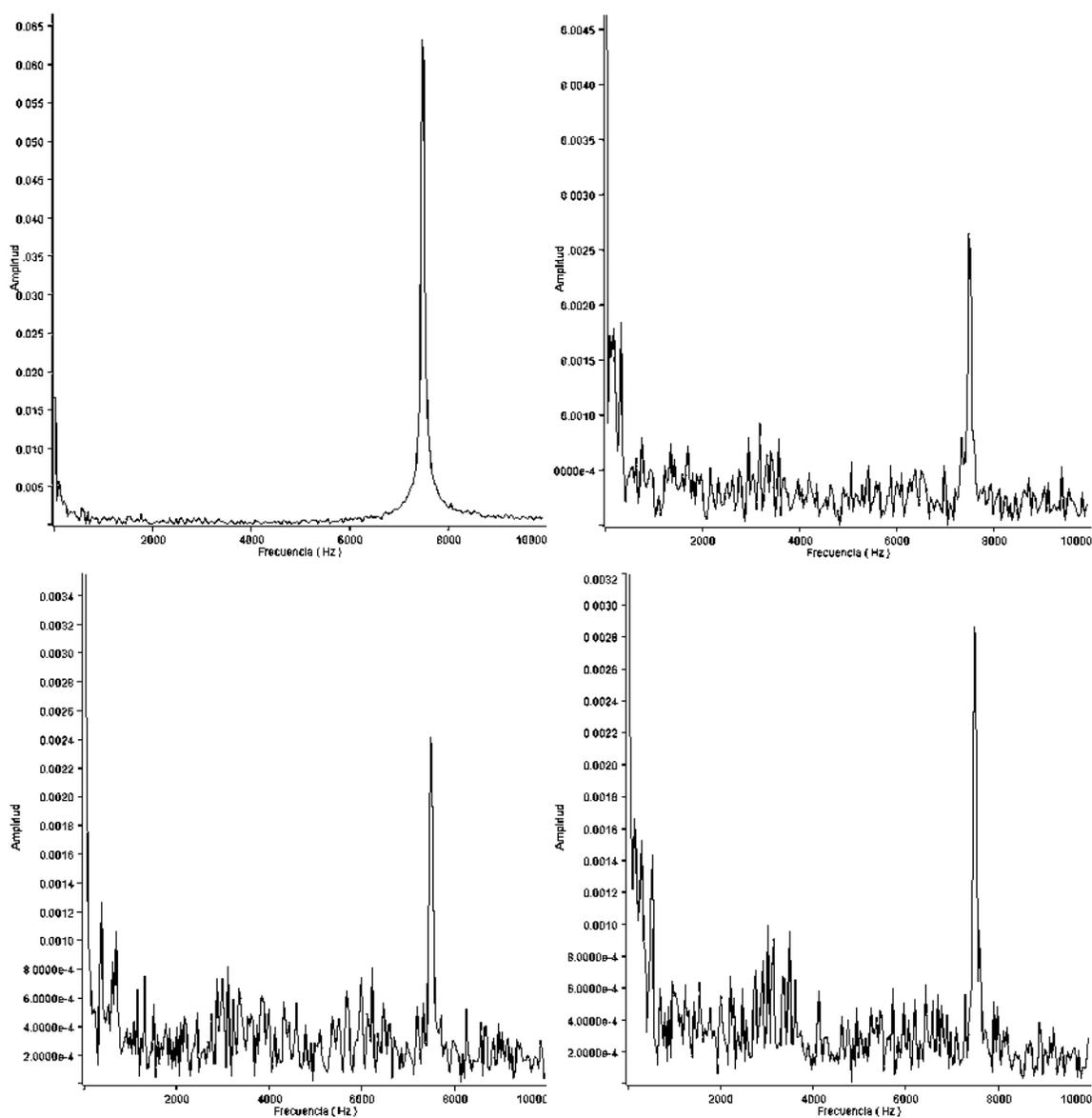


Figura 28. Espectros de Fourier a  $f=7480$  Hz con  $H1=0.889$  y  $H2=1.074$ .

para el diseño de las guías de madera que fueron construidas a partir de los resultados de este estudio.

## V.2. TRANSMITANCIAS EN DIFERENTES GUÍAS DE ONDAS

En la segunda etapa del experimento se obtuvieron los resultados experimentales de las transmitancias para las 7 guías que mencionamos en la descripción del experimento.

### V.2.1. TRANSMITANCIA EN UNA GUÍA DE ONDAS LISA

La Fig. 29(a) muestra la transmitancia obtenida para la guía lisa en cartón y la Fig. 29(b) muestra los resultados para la guía construida con madera.

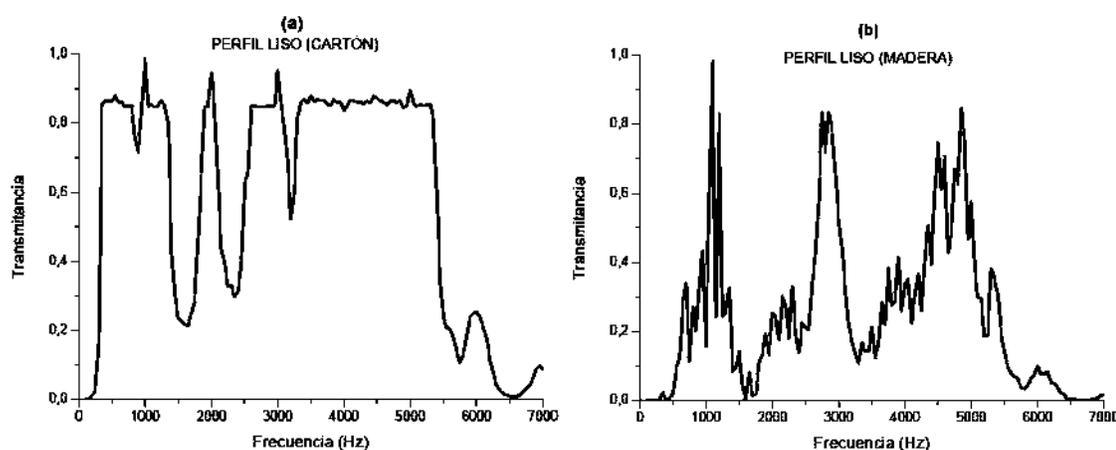


Figura 29. Transmitancia para una guía de ondas lisa de: (a) cartón y (b) madera.

En las Figs. 29(a) y 29(b) puede observarse como la transmitancia es afectada por el sólo hecho de cambiar de material. Para la guía de ondas de cartón tenemos bandas bien definidas de transmisión y de absorción. Podemos notar que la transmitancia no llega al 1, esto sucede debido a que en el laboratorio es complicado no tener pérdidas, por lo que tenemos un máximo de transmisión alrededor de 0.98. Es evidente que dejamos de tener transmitancia en cada uno de los mínimos, por ejemplo alrededor de los 2 500 Hz

y el más notorio aproximadamente en 6 500 Hz, donde la transmitancia es muy cercana a cero.

## V.2.2. TRANSMITANCIAS PARA UNA GUÍA DE ONDAS RUGOSA CON PERFILES RECTOS

En la Fig. 30, se muestran los resultados de la transmitancia para guías de onda con subestructura de cartón (Fig. 30(a)) y de madera (Fig. 30(b)). En cada una se identifican 3 curvas variando el desfase entre los perfiles de la guía de ondas. Los desfases están especificados en la gráfica tomando como desfase 0 cuando los máximos de la subestructura superior coinciden con los de la subestructura inferior

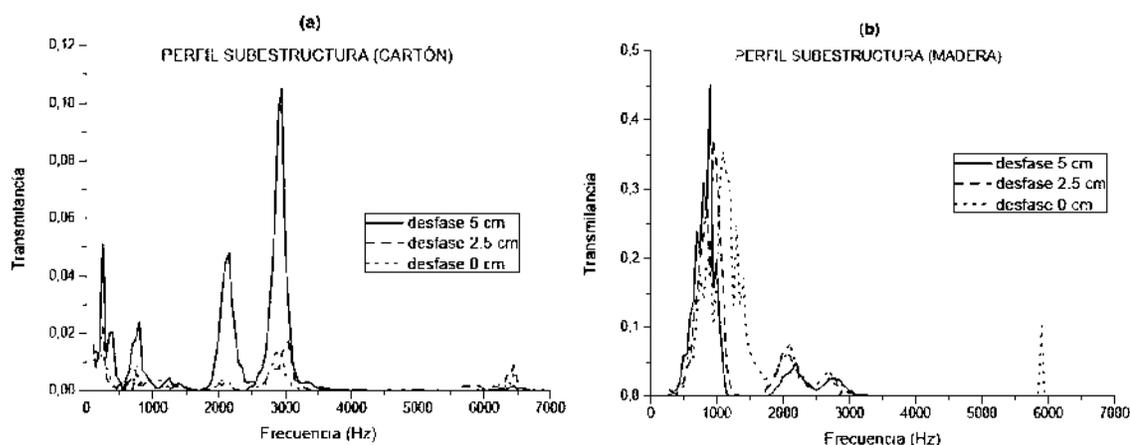


Figura 30. Transmitancia para una guía de ondas con subestructuras de: (a) cartón y (b) madera.

Para bajas frecuencias la subestructura del espectro es más sensible al desfaseamiento. En la Fig. 30(a) podemos observar como disminuimos en gran cantidad la trasmisión con el hecho de agregar subestructuras a la guía lisa. Aún así la pérdida es muy grande y se debe a la naturaleza de la guía ya que el cartón no es un material compacto y tenemos una pérdida por la vibración del material. Si hacemos la comparación directamente con la Fig. 30(b) podemos darnos cuenta que con la madera recuperamos trasmisión, dado

que la madera es más compacta. Aún así podemos ver que perdemos alrededor de un 40% a causa de las subestructuras.

### V.2.3. TRANSMITANCIAS PARA UNA GUÍA DE ONDAS RUGOSA CON PERFILES SINUSOIDALES

En la Fig. 31, se muestran los resultados para las guías con perfil sinusoidal de cartón (Fig. 31(a)) y de madera (Fig. 31(b)). Notamos nuevamente que las 3 curvas que se refieren al desfaseamiento entre máximos como se mencionó anteriormente.

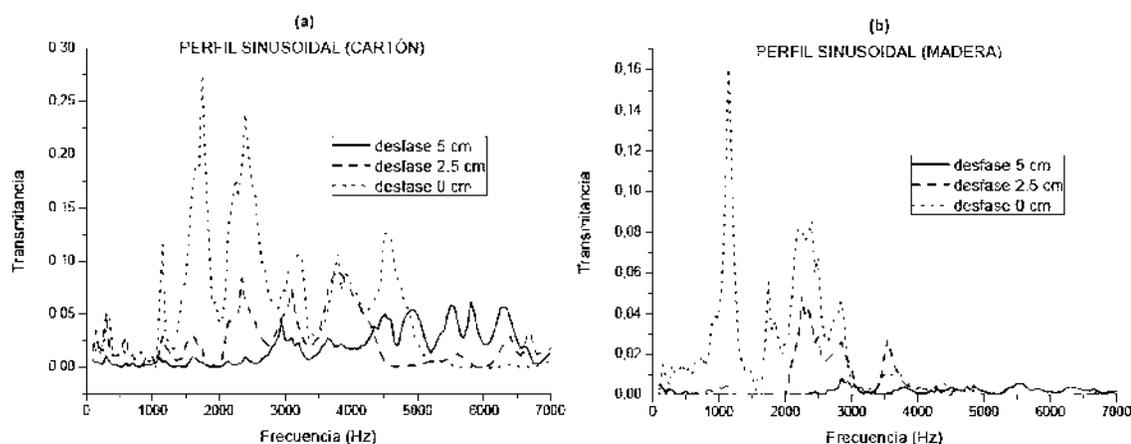


Figura 31. Transmitancia para una guía de ondas con perfil sinusoidal de: (a) cartón y (b) madera.

De la Fig. 31, se puede inferir que el efecto de la subestructura y el corrimiento relativo de los escalones producen mayores modificaciones al espectro acústico que lo que se observa en el caso de escalones simples. Esto desde luego es esperado ya que la separación entre los elementos de la subestructura es del orden o menor que la longitud de onda de la radiación acústica a estas frecuencias. Se puede notar de la Fig. 31 que en el caso del desfase de 0 cm y en el rango de 0 a 3 000 Hz, la transmitancia es mayor que para los otros desfases, tanto en la guía de cartón como en la de madera. También

puede notarse como en este mismo rango de frecuencias, el desfase de 5 cm inhibe de manera considerable la transmisión en las guías.

Hasta donde tenemos conocimiento los resultados presentados para los perfiles rectos con subestructura y los perfiles sinusoidales no han sido reportados en la literatura. En este sentido estos resultados son originales. No se ha intentado dar una descripción matemática del proceso porque no era el objetivo principal de este trabajo. Sin embargo, debemos mencionar que existen procedimientos apropiados (elementos finitos, matriz de transferencia, métodos de perturbación) que podrían utilizarse para analizar este tipo de estructuras. Esto se pretenderá hacer más adelante como una continuación de este trabajo.

## Referencias

- Armenise, M. N., Campanella, C. E., Ciminelli, C., Olio, F. D., and Passaro, V. M. N. (2010). Phononic and photonic band gap structures: modelling and applications. *Physics Procedia*, **3**: 357–364.
- Arroyo, G., Aranda, J. I., Baltasar, A., Patino, C., and Hernández, J. C. (2005). Técnica de impacto para el estudio del índice de firmeza de manzanas. *Ciencia Nicolaita*, **41**: 187–196.
- Baluni, V. and Willemsen, J. (1985). Transmission of acoustic waves in a random layered medium. *Phys. Rev. A*, **31**(5): 3358–3363.
- Barriga-Téllez, L. M., Garnica-Romo, M. G., Arroyo-Correa, G., Aranda-Sánchez, J. I., Camacho, G., and Martínez-Flores, H. E. (2011). Non-destructive tests for measuring the firmness of guava fruit stored and treated with methyl-jasmonate and calcium chloride. *International Journal of Food Science and Technology*, **46**: 1310–1315.
- Beranek, L. L. (1993). *Acoustics*. Bolt Beranek and Newman, Inc., Cambridge, segundo edición. 491 págs.
- Deymier, P. (2013). *Acoustic Metamaterials and Phononic Crystals*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg., Tucson, Arizona, segundo edición. 3-5 págs.
- Elford, D. P., Chalmers, L., Kusmartsev, F., and Swallowe, G. M. (2011). Matryoshka locally resonant sonic crystal. *J. Acoust. Soc. Am.*, **130**(5): 2746–2755.
- John, S. (1987). Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. *Phys. Rev. Lett.*, **58**(23): 2486–2489.
- King, P. D. C. and Cox, T. J. (2007). Acoustic band gaps in periodically and quasi-periodically modulated waveguides. *J. Appl. Phys.*, **102**: 014902.
- Kinsler, L. E., Frey, A. R., Coppers, A. B., and Sanders, J. V. (2000). *Fundamentals of Acoustics*. John Wiley and Sons, Inc., New York, NY, cuarto edición. 560 págs.
- Kuttruff, H. (2007). *Acoustics*. Taylor and Francis., New York, NY, primero edición. 457 págs.
- Lin, S. S., Tittmann, B. R., Sun, J., Wu, T., and Huang, T. J. (2009). Acoustic beamwidth compressor using gradient-index phononic crystals. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **42**: 185502.
- Manivel-Chávez, R. A., Garnica-Romo, M. G., Arroyo-Correa, G., and Aranda-Sánchez, J. I. (2011). Optical and mechanical nondestructive tests for measuring tomato fruit firmness. *Proceedings of SPIE*, **8011**: 176.

- Martinez-Sala, R., Sancho, J., Sánchez, J., V. Gomez, J. L., and Meseguer, F. (1995). Sound attenuation by sculpture. *Nature*, **378**: 241.
- Munday, J. N., Bennett, C. B., and Robertson, W. M. (2002). Band gaps and defect modes in periodically structured waveguides. *J. Acoust. Soc. Am.*, **112**(4): 1353–1358.
- Reyes, A. K., Arroyo-Correa, G., Pérez-Aguilar, H., and Mendoza-Suárez, A. (2015). Estudio experimental de la respuesta acústica en guías de ondas periódicas. *Memorias del XII encuentro Participación de la Mujer en la Ciencia*, página artículo.
- Robertson, W. M. and Rudy, J. F. (1998). Measurement of acoustic stop bands in two-dimensional periodic scattering arrays. *J. Acoust. Soc. Am.*, **104**(2): 694–699.
- Sanchis, L., Yáñez, A., Galindo, P. L., Pizarro, J., and Pastor, J. M. (2010). Three-dimensional acoustic lenses with axial symmetry. *Appl. Phys. Lett.*, **97**: 054103.
- Torrent, D. and Sánchez-Dehesa, J. (2008). Acoustic cloaking in two dimensions: a feasible approach. *New Jour. of Phys.*, **10**: 063015.
- Torrent, D. and Sánchez-Dehesa, J. (2009). Radial wave crystals: Radially periodic structures from anisotropic metamaterial for engineering acoustic or electromagnetic waves. *Phys. Rev. Lett.*, **103**: 064301.
- Wu, T., Hsu, C., and Sun, J. (2006). Design of a highly magnified directional acoustic source based on the resonant cavity of two-dimensional phononic crystals. *Appl. Phys. Lett.*, **89**: 171912.
- Yablonovitch, E. (1987). Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.*, **58**(20): 2059–2062.