



**UNIVERSIDAD MICHOCANA DE SAN
NICOLÁS DE HIDALGO**



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

“MAT. LUIS MANUEL RIVERA GUTIERREZ”

**“EXPERIMENTACIÓN CON UN GRUPO DE ESTUDIANTES
DE BACHILLERATO CON UNA PROPUESTA DE HOJAS DE
TRABAJO PARA CONSTRUIR EL APRENDIZAJE DEL
ÁLGEBRA. PARTICULARMENTE EL TEMA DE
FACTORIZACIÓN”**

**Tesis para obtener el grado de:
Licenciado en Ciencias Físico Matemáticas**

Presenta:

José Antonio Cortés Cervantes

Asesor:

MC. Christian Morales Ontiveros

Morelia, Michoacán

Julio de 2017

AGRADECIMIENTOS

A Dios por brindarme la sabiduría en cada etapa de mi vida hasta el día de hoy que puedo concluir mis estudios.

A mi esposa Samantha y mis hijos Antonio y Jorge por su amor y por compartir conmigo los malos y buenos momentos, por su motivación y gracias por creen en mí.

A mis padres Salvador y Rosa por brindarme la oportunidad de estudiar una licenciatura y ponerme el ejemplo día a día con su dedicación y esfuerzo en todo lo que hacen. Fue para mí muy importante todo el apoyo y paciencia que me dieron a lo largo de la carrera así como su cariño y sus consejos. Siempre valoraré cada gota de sudor y cansancio que sin duda realizaron para verme triunfar.

A mis suegros Jorge y Catalina por su apoyo incondicional, por sus consejos, pero sobre todo gracias por siempre creer en mí.

Finalmente agradezco a la máxima casa de estudios de Michoacán, la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo por ofrecer profesores de gran nivel y a través de la cual pude concluir esta licenciatura.

INDICE

CAPITULO 1

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	7
1.1. Introducción	8
1.2. Justificación	9
1.3. Objetivo de investigación.....	11
1.4. Objetivos de investigación particulares	11
1.5. Problema de Investigación	11
1.6. Preguntas de Investigación	12

CAPITULO 2

MARCO TEORICO	13
2.1. INTRODUCCION	14
2.2. Beneficios del uso de la tecnología en la educación.....	15
2.3. Evolución de la enseñanza de las Matemáticas.....	16
2.4. La tecnología en la enseñanza de las Matemáticas	18
2.5. El Software educativo.....	23
2.6. Las teorías de aprendizaje y el software educativo	25

CAPITULO 3

METODOLOGÍA	30
3.1. Plan de trabajo	31
3.2. Preparatoria Interamericana y descripción del grupo	31
3.3. Capacitación para la manipulación de la aplicación.....	32
3.4. Descripción del trabajo durante la sesión.....	33
3.5. Descripción de las actividades	34

CAPITULO 4

ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LAS HOJAS DE TRABAJO	38
4.1. Actividad I: Actividades de representación.....	39
4.2. Actividad II: Suma de números enteros	46
4.3. Actividad III: Resta de números enteros	62
4.4. Actividad IV: Multiplicación de números enteros.....	65
4.5. Actividad V: Conociendo las Variables	67

CAPITULO 5

CONCLUSIONES.....	71
Referencia Literaria.....	78
ANEXO 1	81
HOJAS DE TRABAJO DE EDITH.....	81
ANEXO 2	91
HOJAS DE TRABAJO DE JUAN MANUEL.....	91
ANEXO 3	100
EVALUACIONES DIAGNÓSTICO EDITH.....	100
ANEXO 4	103
EVALUACIONES DIAGNÓSTICO DE JUAN MANUEL	103

RESUMEN

En el presente trabajo, se propone la implementación de un software educativo, puntualmente a los temas que tienen que ver con la Factorización, para facilitar y mejorar la enseñanza y el aprendizaje de un tema concerniente al Álgebra, partiendo del supuesto que la Informática en la Educación, sobre todo en la Educación Matemática, es un medio poderoso para desarrollar en el alumno sus potencialidades, creatividad e imaginación. Con el objetivo de conocer el impacto que la utilización de este software causa sobre los diferentes actores del proceso de enseñanza y aprendizaje se aplicaron cinco paquetes de actividades que iban desde lo más simple, que tenía que ver con la representación de un número en la aplicación, hasta la representación y manipulación de todos los métodos algebraicos de Factorización.

Las actividades propuestas en esta investigación fueron diseñadas en tres etapas: la representación, la conjetura y finalmente la práctica. Sumadas a las actividades se aplicaron dos evaluaciones: la primera de diagnóstico y la segunda de evaluación del conocimiento obtenido.

Los resultados de la investigación son positivos y satisfactorios basados en las evaluaciones y las hojas de actividades, además de que los alumnos mostraron un avance significativo en los temas concernientes a la investigación así como también en sus habilidades de trabajo cooperativo.

Palabras clave: Factorización, software educativo, hojas de actividades, trabajo cooperativo, aprendizaje significativo.

ABSTRACT

In the present work, it is proposed the implementation of an educational software, punctually to the issues that have to do with Factorization, to facilitate and improve the teaching and learning of a topic concerning Algebra, starting from the assumption that Informatics in Education, especially in Mathematics Education, is a powerful means to develop in the student his potentialities, creativity and imagination. In order to know the impact that the use of this software causes on the different actors of the teaching and learning process, five packages of activities were applied ranging from the simplest, which had to do with the representation of a number in the application, to the representation and manipulation of all algebraic methods of Factorization.

The activities proposed in this research were designed in three stages: representation, conjecture and finally practice. In addition to the activities, two evaluations were applied: the first one of diagnosis and the second one of evaluation of the obtained knowledge.

The results of the research are positive and satisfactory based on assessments and activity sheets, in addition to the students showing a significant advance in research topics as well as their cooperative work skills.

Key words: Factorization, educational software, activity sheets, cooperative work, meaningful learning.

CAPITULO 1

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Introducción

En el presente trabajo de investigación, se propone la implementación de un software educativo para facilitar y mejorar la enseñanza y el aprendizaje de un tema concerniente a la Factorización Numérica, considerando que la Informática en la Educación, sobre todo en la Educación Matemática, es un medio poderoso para desarrollar en el alumno sus potencialidades, creatividad e imaginación.

Actualmente nos encontramos inmersos en un mundo donde los términos tecnología y educación están estrechamente vinculados, con el surgimiento de las nuevas tecnologías una de las áreas de investigación por la comunidad científica ha sido estudiar el papel que tiene la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas. Las computadoras proveen un aprendizaje dinámico e interactivo que permiten la rápida visualización de situaciones problemáticas. La posibilidad de visualizar gráficamente conceptos teóricos como así también la de modificar las diferentes variables que intervienen en la resolución de problemas, favorece el aprendizaje de los alumnos.

Tomando como base los principios anteriores surge este trabajo, a partir del cual se pretende incrementar el desarrollo de las destrezas y habilidades de los alumnos para que logren una mejora en su rendimiento académico; aumentar, además, su motivación, permitiéndoles que exploren las características de los diversos algoritmos numéricos de factorización interactuando con el software, para que logren aprendizajes significativos. No obstante, se debe tener en claro que si bien la tecnología educativa es un elemento importante para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje, esta mejora no depende solamente de

la utilización de un software educativo, sino de su adecuada integración curricular, es decir, del entorno educativo diseñado por el profesor.

Dentro de esta investigación se pusieron en práctica diferentes actividades teórico-prácticas de álgebra para estudiantes de bachillerato con el uso de la tecnología, en particular, el uso de una aplicación que promueve el aprendizaje de los temas de Factorización.

1.2. Justificación

En nuestra experiencia como maestros de matemáticas nos hemos dado cuenta que en muchas ocasiones pedimos a los estudiantes que se aprendan o peor aún memoricen una serie de reglas, pero no les damos la oportunidad de crearlas. Regularmente lo que hacemos es darle al alumno muchas definiciones y una serie de pasos específicos y luego discutir ejemplos. Esto lo que hace es bloquear en el alumno la capacidad de hacer matemáticas, a cambio de mecanizar los algoritmos sin aprender los conceptos matemáticos.

Cuando el alumno crea sus propias reglas a partir de la inducción (partiendo de ejemplos), son suyas para siempre; nunca se le olvidan porque siempre las puede volver a reconstruir.

Se ha observado que la mayoría de los errores en la enseñanza del álgebra, tienen que ver con un ambiente llevado a cabo a partir de papel y lápiz, esto limita en el alumno la capacidad de imaginación y manipulación gráfica de ciertos temas en matemáticas particularmente en la factorización numérica.

Actualmente, la computadora juega un rol primordial en la enseñanza y el aprendizaje de las diferentes ramas de las matemáticas. Sin embargo, en la mayoría de los casos, su rol es el de aportar su velocidad y exactitud para la realización de cálculos complicados. Con el desarrollo de esta herramienta, se pretende lograr que el alumno pueda aprender en forma significativa los contenidos propuestos, sumándole a la velocidad y exactitud de cálculos, la interactividad y visualización gráfica. Este recurso informático facilitará el aprendizaje y también la enseñanza, ya que se convertirá en una importante herramienta para ejemplificar contenidos que se estén desarrollando en una clase teórica. De esta forma, se logrará un ambiente de enseñanza y aprendizaje en el cual interactúen docentes, alumnos y software. Se constituirá así, una metodología de aprendizaje a partir de la incorporación de tecnología, no sólo como un recurso facilitador de los cálculos necesarios sino además, como una herramienta capaz de actuar sobre el proceso de aprendizaje del alumno, permitiéndole seguir su propio ritmo de aprendizaje sin depender de aquel que la clase tradicional impone.

Con la implementación de este software educativo, se pretende desarrollar una herramienta que permita al docente contar con un nuevo recurso didáctico a partir del cual se puedan abordar de manera simple pero con el rigor matemático necesario, los contenidos relacionados con la Factorización Numérica, a partir, de ejemplos que tienen que ver con la manipulación de objetos gráficos dentro de los cursos de algebra en el nivel medio superior.

1.3. Objetivo de investigación

Experimentar con actividades de trabajo en las que se hace uso de un software especializado en la enseñanza del Álgebra, puntualmente los temas de Factorización con el fin de investigar cómo se desarrolla el aprendizaje de estos temas de Álgebra en estudiantes de tercer semestre del bachillerato.

1.4. Objetivos de investigación particulares

Investigar si el uso del software educativo ayuda a los estudiantes en su proceso de desarrollo de conocimiento algebraico respecto al tema de la Factorización Algebraica.

Investigar si los alumnos de tercer semestre de bachillerato pueden construir su conocimiento de manera inductiva (a partir de ejemplos) respecto a los temas de la Factorización Algebraica.

1.5. Problema de Investigación

Desarrollar e implementar actividades de trabajo que permitan a los estudiantes obtener y hacer propio el conocimiento algebraico respecto al tema de factorización algebraica a través de un software educativo especializado.

1.6. Preguntas de Investigación

1. ¿Es recomendable que los estudiantes de bachillerato utilicen Software educativo en sus clases de algebra?
2. ¿Es posible que los alumnos de bachillerato obtengan su propio conocimiento a partir de ejemplos concretos de algebra?
3. ¿El debate científico ayuda a los alumnos a consolidar su conocimiento a partir de una situación dada?
4. ¿Las actividades planteadas ayudan a la mejor comprensión en el tema de factorización algebraica?

CAPITULO 2

MARCO TEORICO

2.1. INTRODUCCION

El mundo evoluciona y la educación también debería hacerlo, el modelo actual educativo que tiene que ver con el aprendizaje a través de libros y pizarrón ha finalizado. Hace varios años que la tecnología entró con fuerza para mejorar la educación y ahora ya es una parte vital de ella.

Los estudiantes de hoy en día son nativos digitales y no sería lógico apartarlos de su día a día en el mundo académico. El uso de la tecnología en la escuela incrementa el interés de los alumnos en las actividades académicas y ayuda a desarrollar el aprendizaje de los alumnos.

El alto nivel de abstracción que requieren algunos conceptos matemáticos, hace indispensable la utilización de recursos didácticos que apoyen el proceso de enseñanza y aprendizaje, así que la computadora permite además de la manipulación algebraica y gráfica, tener otras representaciones de éstas. Estos hechos han convertido a la computadora en un recurso didáctico muy importante. (Eréndira Núñez y Cortes, 2011).

El acceso a Internet y a dispositivos tecnológicos (celulares, Tablet, pizarras interactivas, etc.) tanto en el aula de clase como fuera de ella ha dado un giro importante en la educación aportando distintos beneficios.

2.2. Beneficios del uso de la tecnología en la educación

1. **Facilita la comprensión.** El uso de herramientas tecnológicas motiva y hace que los estudiantes mantengan la atención más fácilmente. Consecuentemente, los contenidos se asimilan más rápido.
2. **Autonomía.** Desarrollan el autoaprendizaje para formar personas autosuficientes capaces de resolver cualquier problema real. El uso de tecnologías permite hacer partícipes a los alumnos de la propia administración y gestión de los contenidos. Se trata de una metodología dónde se enseña a los alumnos a aprender a aprender, construir su propio conocimiento. Además, Internet permite infinidad de fuentes de información y propicia la habilidad de seleccionar y gestionar la más apropiada.
3. **Trabajo en equipo.** La tecnología genera interacción entre los alumnos y favorece el trabajo en equipo. En el ámbito profesional la mayoría de los proyectos que se desarrollan son en equipo y requieren la colaboración de diferentes profesionales. Desarrollar la capacidad de trabajo en equipo ya desde niños es fundamental.
4. **Pensamiento crítico.** Internet y las redes sociales significan compartir puntos de vista y opiniones, debatir es muy importante cuando los cerebros se están desarrollando. Además, la enorme posibilidad que te da la tecnología de romper el paradigma espacio y tiempo, permite interconectar infinitas fuentes de conocimiento a nivel mundial, conectar con personas de otros países y culturas e intercambiar información.
5. **Flexibilidad.** Los estudiantes pueden seguir ritmos distintos en su aprendizaje teniendo contenidos adicionales o materiales de apoyo dependiendo de sus propias necesidades.

2.3. Evolución de la enseñanza de las Matemáticas

Las dos inquietudes predominantes de quienes se interesan por las Ciencias son, según Canevet (1970), en primer lugar, la identificación de los fenómenos de modo que permita describir su evolución cualitativa, y en segundo lugar, la medida de tales fenómenos.

Para responder a la primera inquietud, se han desarrollado la observación y el ingenio exigiendo continuamente una mayor riqueza y precisión del lenguaje corriente.

La segunda cuestión ha obligado a crear un lenguaje específico, las matemáticas. Es así que podemos citar las palabras de Galileo quien afirmó:

“La filosofía está escrita en el gran libro del Universo, constantemente abierto para nuestro deleite, pero que no puede ser entendido salvo que aprendamos primero a comprender el lenguaje en que está escrito. El libro de la Naturaleza está escrito en el lenguaje de las matemáticas, y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es humanamente imposible entender una sola palabra suya; sin ellos uno está vagando a través de un oscuro laberinto”

De la necesidad de cuantificar los fenómenos de la naturaleza ha surgido en principio lenta y después cada vez más rápida, la creación de **entes** (tales como los números y las funciones), de **sistemas de representación** (tales como la numeración de posición) y el desarrollo de **instrumentación** (como la regla de cálculo o la computadora).

La elaboración de las Matemáticas ha evolucionado desde los primeros registros hallados hace aproximadamente 5000 años (tablillas sumerias y babilónicas y papiros egipcios) hasta nuestros días. Su enseñanza es una actividad que la humanidad viene

realizando desde ese mismo momento. A partir de los registros que se han obtenido, se puede establecer que en dichas actividades se utilizaban ejercicios que el alumno debía repetir un número de veces para lograr su aprendizaje.

Con algunas variantes, estas mismas prácticas se han reiterado hasta nuestros días. A lo largo de su historia, las Matemáticas fueron evolucionando con los diversos descubrimientos, pasando del empirismo inicial a la abstracción, y por diversos cambios que se fueron dando hasta adquirir el lenguaje en que está escrita, el método con el que se trabaja y la estructura abstracta en la que se mueve (Baquero y González, 2006).

Junto a los cambios que fueron surgiendo en las Matemáticas, también se fueron modificando las distintas teorías de cómo realizar su enseñanza. Así, esta tarea se ha desarrollado y se desarrolla aun siguiendo diferentes metodologías, tales como la realización repetitiva de ejercicios o los enfoques únicamente prácticos ignorando cualquier aporte teórico. También, se manifestaron metodologías que priorizaban la memorización de las propiedades formales de las operaciones, llegando a la resolución de problemas (considerando aquellos que generan teoría, que ofrecen resistencia al alumno y que fomentan su creatividad y su espíritu crítico) y a la incorporación de actividades que permitan el aprovechamiento de la potencialidad de calculadoras y computadoras.

Actualmente son muchas las investigaciones que estudian las diferentes formas de enseñar Matemáticas y cómo se produce el aprendizaje por parte de los alumnos. En esta búsqueda de nuevas metodologías, la inclusión de tecnologías y el aporte que estas realizan a la visualización de diferentes conceptos es muy amplia.

Esto se debe a que permiten que se desarrollen actividades desde más de un sistema de representación, es decir no sólo desde el enfoque algebraico sino que también logren visualizar el concepto desarrollado. Para ejemplificar la importancia de la visualización tomaré el ejemplo planteado por Hitt (2003):

“...podemos percibir una mosca que vuela y no prestamos atención a ese hecho, sin embargo, al querer atravesar una calle y vemos un coche que viene hacia nosotros, realizamos un acto de conocimiento directo en términos de evaluar su velocidad y decidir si es conveniente atravesar o no la calle. Esto último, visualizar, generalmente lo hacemos inconscientemente”

Lograr que el alumno visualice los contenidos temáticos para el aprendizaje de las Matemáticas es de fundamental importancia y la inclusión de tecnologías es una alternativa que puede ayudar a lograrlo.

2.4. La tecnología en la enseñanza de las Matemáticas

En varios aspectos de nuestras vidas, los diferentes avances tecnológicos fueron logrando su lugar hasta afianzarse definitivamente y experimentar una rápida evolución. La Educación es uno de los ámbitos en los cuales también se han incorporado diferentes medios tecnológicos, aunque en menor medida y no siempre acompañando los avances logrados, especialmente, en el ámbito de las comunicaciones. Sin duda, las Matemáticas es donde más se notan estos cambios con la incorporación de la calculadora desde hace ya bastante tiempo, reemplazando rápidamente a las tablas impresas que se utilizaban para la resolución de cálculos.

Los cambios son aún mayores si consideramos la inclusión de la computadora y toda su potencial gama de herramientas, tanto para el cálculo aritmético o simbólico, para la visualización de funciones, la aproximación a soluciones de problemas complejos como para otras aplicaciones. Si bien el grado de inclusión varía según el nivel educativo, está claro que la inclusión de las diferentes herramientas tecnológicas ha modificado y seguirán modificando la enseñanza de las Matemáticas. Es por ello que, como afirman Guzmán y Gil Pérez (1993):

“... el acento habrá que ponerlo, en la comprensión de los procesos matemáticos más bien que en la ejecución de ciertas rutinas que en nuestra situación actual, ocupan todavía gran parte de la energía de nuestros alumnos, con el consiguiente sentimiento de esterilidad del tiempo que en ello emplean. Lo verdaderamente importante vendrá a ser su preparación para el diálogo inteligente con las herramientas que ya existen, de las que algunos ya disponen y otros van a disponer en un futuro que ya casi es presente...”

Indudablemente, las diferentes versiones de software educativos desarrollados para las Matemáticas tienden a evitar el trabajo rutinario que los alumnos deberían realizar. Se produce así un ahorro de tiempo que podrá ser utilizado para el análisis y comprensión de los contenidos abordados, a lo que debemos sumar el gran apoyo que significa para el estudiante la posibilidad de graficar y por lo tanto, tratar de visualizar los conceptos en estudio.

Según Hernández et al. (1980), la educación científica debe tratar de desarrollar en los alumnos una forma de pensar que combine la comprensión y la profundización teórica con las actividades prácticas, a lo que puede contribuir en gran medida la inclusión de tecnologías, tales como la computadora.

La inclusión de las computadoras en la enseñanza de la Matemática debería ser un motivo de reformulación de la didáctica de esta ciencia y de las prácticas docentes. Como afirma Vílchez Quesada (2005), el desarrollo de las tecnologías digitales con sus consecuentes cambios sociales y culturales, está transformando el contexto de las instituciones de enseñanza superior.

Es a partir del nacimiento de la microcomputadora cuando surge un verdadero despegue en el uso de la computadora en la enseñanza de las Matemáticas. Así, han surgido propuestas que van desde la introducción en los cursos tradicionales de matemáticas de programas de cómputo que realizan cálculos numéricos, operaciones lógicas, operaciones simbólicas, entre otras, hasta la elaboración de ciertos lenguajes de computadora, con la pretensión de que su aprendizaje podría facilitar la adquisición, por parte del alumno, de conceptos matemáticos de alto nivel y aún más, conceptos con problemas crónicos de aprendizaje. Cabe mencionar que posiblemente ante la rapidez del cambio que la computación en la educación ha producido, no siempre ha dado el éxito esperado.

Esto se debe, fundamentalmente, a la ausencia de una cuidadosa planeación didáctica causando a menudo, una confusión tanto en el estudiante como en el docente, que más que beneficio ha traído desconcierto y perjuicio en el tradicional proceso de enseñanza - aprendizaje.

Una vez incluida la computadora en las clases, debemos considerar las diferentes formas de incluirla en la enseñanza de la Matemática. Para ello, consideremos la clasificación realizada por Cuevas Vallejos (2000). Este autor tiene en cuenta las siguientes categorías:

- La computadora como una herramienta que nos permite la creación de ambientes de aprendizaje inteligentes.

- La computadora como una herramienta de propósito general en la labor cotidiana del docente y/o el alumno.
- La computadora como una herramienta capaz de generar conocimiento matemático.

En la primera categoría, se destaca la inclusión de la computadora como una herramienta para que a través de la enseñanza de un lenguaje de computación se aprenda Matemáticas. En esta categoría, uno de los casos más conocidos es el lenguaje LOGO, cuyo autor (Papert, 1987) señala que el aprendizaje de este lenguaje facilitaría el aprendizaje de conceptos matemáticos.

Existen además, otros ejemplos similares en los cuales los creadores de las experiencias afirman que el alumno puede “construir” su conocimiento a partir de la utilización de diversos software. Dentro de esta categoría, se menciona también a los diferentes tutoriales desarrollados para la enseñanza de las Matemáticas que tienen que ver con apoyar la actividad del profesor pero no a sustituirlos.

Existen software interactivos comerciales o de características libres, que permiten utilizar herramientas de álgebra, geometría y cálculo, convirtiéndolo en una herramienta muy útil para trabajar en Física. Como ejemplo de estos podemos mencionar el Cabri y el Geogebra. Con estos software se pueden hacer construcciones con puntos, segmentos, líneas y cónicas que se modifican en forma dinámica como así también definir funciones reales de variable real, calcular y graficar sus derivadas, integrales, y demás.

En la segunda categoría, se menciona el uso que el profesor hace de la computadora en sus clases ya sea incluyéndola en tareas relacionadas con la organización de la información

(planillas, notas, listados) o como un herramienta de gran utilidad para la realización de cálculos y visualización de gráficos valiéndose de diversos software existentes como pueden ser el Mathematica, MatLab, Octave, entre otros.

Cada una de las herramientas anteriores, si bien presentan características particulares, por ejemplo algunos son comerciales y otros son libres, todas generan un ambiente que permite desarrollar cálculo numérico y simbólico, visualización y manipulación de datos, gráficos y objetos.

Además, estas aplicaciones poseen un lenguaje de programación de alto nivel, que son de gran utilidad al momento de desarrollar diferentes aplicaciones del campo de la ingeniería, las matemáticas, la computación o la física entre otras. Indudablemente, la incorporación de estos software han revolucionado el desarrollo de las actividades científicas, como así también los trabajos desarrollados en el campo de la enseñanza de las matemáticas.

En la última categoría mencionada, se indica el rol de la computadora como generadora de matemáticas ya que proporciona nuevos métodos de cálculo y nuevas formas de escritura que, además de afectar la enseñanza de las Matemáticas, modifica la forma de investigar Matemáticas. Esto ha llevado a que, utilizando las computadoras, se puedan demostrar teoremas como el de los Cuatro Colores, demostrado por Appel y Hankel en 1976 o el E8 demostrado entre otros por Adams en 2007.

En síntesis, podemos afirmar que considerando los distintos tipos de software de aplicación, los estadísticos y los de tratamiento simbólico en Matemáticas, el profesor cuenta en la actualidad con la posibilidad de tener un laboratorio en su clase, produciendo un cambio sustancial en la manera de enseñar e investigar Matemáticas.

2.5. El Software educativo

En los distintos trabajos de investigación se han propuesto diversas definiciones que tratan de describir el concepto de software educativo, estas definiciones surgen del análisis de ciertas características como lo son: finalidad del software, rol del alumno, modalidad, entre otras.

El diseño de software educativo debe tener un fundamento teórico explícito y empírico; además, debe interactuar con el desarrollo de la teoría y la investigación con el fin de alcanzar el ideal de examinar una teoría a través del software. Para que pueda contribuir al desarrollo de la educación matemática, tanto en el ámbito de la práctica educativa como en el desarrollo teórico y de investigación, el diseño e implementación de software educativo debe tomar en cuenta ciertas consideraciones y proceder en diferentes etapas que permitan aprovechar el potencial de la computadora para apoyar a la educación matemática. (Christian Morales, Carlos Cortés, et al, 2014)

De esta manera podemos enunciar algunas de las definiciones, entre las muchas que existen de acuerdo con los diferentes autores:

- “Con la expresión “software educativo” se representa a todos los programas educativos y didácticos creados para computadoras con fines específicos de ser utilizados como medio didáctico, para facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje” (Marqués, 1996).
- “Son los programas de computación realizados con la finalidad de ser utilizados como facilitadores del proceso de enseñanza y consecuentemente del aprendizaje, con

algunas características particulares tales como: la facilidad de uso, la interactividad y la posibilidad de personalización de la velocidad de los aprendizajes“(Cataldi, 2000).

- “Es un programa o conjunto de programas computacionales que se ejecutan dinámicamente según un propósito determinado. Se habla de software educativo cuando los programas incorporan una intencionalidad pedagógica, incluyendo uno o varios objetivos de aprendizaje” (Careaga Butter, 2001).
- “Entendemos que denota el software que se utiliza en un contexto educativo, es un término que abarca una variedad amplia y ecléctica de herramientas y recursos. De hecho, engloba un conjunto de entidades tan variables que el hecho de depender de un entorno informatizado crea una impresión de homogeneidad que no resiste un análisis meticuroso” (McFarlane y De Rijcke, 1999).

En este trabajo de investigación usaremos la primera definición, ya que en cierta manera engloba a la mayoría de las definiciones antes mencionadas. Según Marqués (1996), podemos incluir en esta definición a todos los programas que han sido elaborados con fines didácticos. Esto es, desde los tradicionales programas de Enseñanza Asistida por Ordenador (EAO), (programas basados en los modelos conductistas de la enseñanza), hasta los programas todavía experimentales de Enseñanza Inteligente Asistida por Ordenador (EIAO).

Estos últimos, utilizando técnicas propias del campo de los Sistemas Expertos y de la Inteligencia Artificial en general, pretenden imitar la labor tutorial personalizada que realizan los profesores y presentan modelos de representación del conocimiento en consonancia con los procesos cognitivos que desarrollan los alumnos.

De acuerdo con la definición de Marqués, en esta investigación no se considerara como software educativo a todos aquellos programas que han sido desarrollados con fines empresariales, tal es el caso de planillas de cálculo, procesadores de texto, etc. Aunque sean también utilizados en el área de educación con fines educativos.

2.6. Las teorías de aprendizaje y el software educativo

Al momento en que decidimos incorporar un software en nuestra clase para desarrollar actividades de enseñanza - aprendizaje, estamos eligiendo a su vez en forma directa o indirecta diferentes estrategias. Esto es, podemos pretender, por ejemplo, que los alumnos se ejerciten y practiquen, desarrollen actividades de simulación, las que a su vez se pueden planificar en forma individual o grupal.

Las diferentes teorías sobre cómo logramos nuestros aprendizajes, han incluido en sus estudios al rol de los software educativos. Como indica Salcedo Lagos (2000), los aportes de cada teoría no son necesariamente convergentes, como no lo es la perspectiva desde la cual se analiza el fenómeno de cada caso, ni los métodos usados para obtener el conocimiento. Si hubiera una teoría que atendiera todos los aspectos del fenómeno, que abarca a las demás teorías, no habría que estudiar las otras. Pero la realidad es diferente. Así surge la necesidad de por lo menos conocer los puntos más importantes de los diferentes aportes relacionados al tema.

Por este motivo, a continuación se describirán de manera breve las principales características de algunas teorías, considerando entre otros autores el trabajo de Urbina Ramírez (1999).El Conductismo considera que la asociación es uno de los mecanismos

centrales del aprendizaje teniendo en cuenta la secuencia básica estímulo-respuesta. Uno de los autores más representativo del conductismo es Skinner (1985).

Su teoría del condicionamiento operante es una gran influencia conductista en el diseño de software. Las primeras aplicaciones educativas de las computadoras se basan en la enseñanza programada de Skinner (1985). Esta enseñanza consiste en la formulación de preguntas y la sanción correspondiente de la respuesta de los alumnos.

Así, se constituyó la enseñanza asistida por ordenador (EAO). Esta enseñanza se centra en programas de ejercitación muy precisos y basados en la repetición. Están diseñados en pequeños módulos que se desarrollan en forma lineal, y el sujeto no debería tener inconvenientes en avanzar en la solución de la ejercitación. De lo contrario significaría que el software estaría mal elaborado.

La teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel et al. (1997) se centra en el aprendizaje de materias escolares, fundamentalmente. Con el término significativo se opone al memorístico. Aquí son muy importantes los conocimientos previos del alumno; para que un nuevo contenido sea significativo, el alumno los incorpora a los que ya posee previamente. Ausubel et al. (1997) consideran que la enseñanza asistida por ordenador constituye un medio eficaz para proponer situaciones de descubrimiento, pero no reemplaza a la realidad del laboratorio. Señalan además, la falta de interacción entre la computadora, los alumnos y el profesor. A este último, le adjudican un rol fundamental que no puede reemplazar una computadora.

En su teoría, Bruner (1972) le asigna gran importancia a la acción en los aprendizajes, surgiendo así la expresión Aprendizaje por Descubrimiento oponiéndose a la postura anterior de Ausubel et al. (1997), en la cual el aprendiz es sólo receptor del contenido a aprender.

En esta teoría de Bruner, es muy importante en la enseñanza de los conceptos básicos que se ayude a los estudiantes a pasar de un pensamiento concreto a un estado de representación conceptual y simbólica. De lo contrario, sólo se lograría la memorización sin establecer ningún tipo de relación.

Considerando los materiales para el aprendizaje, se propone la estimulación entrenando las operaciones lógicas básicas. Se persigue así el objetivo de reorganizar la evidencia, para poder obtener a partir de ella nuevos conocimientos.

El enfoque básico de Piaget (1985) consiste en el estudio de cómo se llega a conocer el mundo exterior a través de los sentidos, atendiendo a una perspectiva evolutiva. Piaget afirma que el desarrollo de la inteligencia se logra por la adaptación de la persona al medio, considerando la adaptación como una instancia en la cual ingresa información y otra de organización en la cual se estructura esta información.

Si bien Piaget no se mostraba a favor de la utilización de la computadora en la enseñanza, sus ideas influyeron en trabajos futuros de otros autores relacionados con la incorporación de la computadora en educación.

Para Papert (1987), creador del lenguaje LOGO, la computadora reconfigura las condiciones de aprendizaje y supone nuevas formas de aprender. Papert inicialmente trabajó con Piaget y tomará como base de su trabajo las obras de éste, surgiendo así la teoría del Procesamiento de la información. Sin embargo, mientras que Piaget no veía grandes ventajas

en el uso de la computadora para modelar la clase de estructuras mentales que postulaba, Papert se vio muy atraído por esta idea y trabajó con los principales investigadores de inteligencia artificial.

Papert indica que el uso adecuado de la computadora puede significar un importante cambio en las formas de aprender de los alumnos. La computadora se debe convertir para el alumno en una herramienta con la que va a llevar a cabo sus proyectos y debería ser tan funcional como el lápiz.

Ante la postura de Papert, surgen algunas críticas. Se sostiene que sus planteos son demasiados optimistas, dado que en las escuelas sólo se realizan con la computadora un conjunto de ejercicios rutinarios. Además, la posibilidad de que el alumno interactúe con la computadora es útil, pero se hace muy necesaria la figura de un profesor que le permita extraer conclusiones.

Si bien es importante que el alumno pueda reflexionar sobre sus errores, es posible que no pueda encontrar la solución si no se posee el acompañamiento de un profesor. Para superar estos inconvenientes, Martí (1992) realiza una propuesta basada en dos ejes:

- Aplicación a situaciones específicas instructivas del constructivismo.
- Mediación del aprendizaje a través del medio informático y de otras personas.

Se denomina aprendizaje cognitivo al proceso en el que los docentes proveen a los alumnos un sistema de andamios para apoyar su crecimiento y desarrollo cognitivo (UNESCO, 2004). De esta manera, se permite que los alumnos construyan por medio de la interacción sus propias estructuras.

Las TICs son herramientas muy importantes para apoyar el aprendizaje cognitivo, permitiendo que los grupos compartan ámbitos de trabajo desarrollando actividades y materiales en colaboración.

CAPITULO 3

METODOLOGÍA

3.1. Plan de trabajo

A continuación se describirá el proceso mediante el cual se realizó la experimentación a través de las hojas de trabajo y las distintas actividades que se realizaron con el grupo.

La experimentación consistió en aplicar actividades didácticas (hojas de trabajo), en total fueron 8 hojas de trabajo distintas, las cuales describiré más adelante detalladamente.

3.2. Preparatoria Interamericana y descripción del grupo

El lugar de la experimentación fue la preparatoria Interamericana que es un bachillerato situado en la ciudad de Morelia, imparte educación media superior (Bachillerato General) y es de control privado (particular).

Las hojas de trabajo se aplicaron en un grupo de tercer semestre de dicha institución que se encontraban cursando materias correspondientes al tronco común, particularmente en matemáticas el curso de Geometría Euclidiana, el grupo estuvo formado por 10 alumnos.

Para aplicar las hojas de trabajo se utilizaron 4 horas por semana, 2 horas consecutivas el día lunes y 2 horas consecutivas el día martes, cabe mencionar que estas horas fueron extra clase para no afectar el rol de sus cursos escolares.

Para motivar al grupo a la forma de trabajo que requeríamos, la profesora responsable del curso, la maestra Samantha López Baez, dio incentivos en su calificación final correspondiente a una de sus evaluaciones parciales, ya que la experimentación se llevó a cabo desde el día 10 de octubre del 2016 hasta el día 25 de octubre del 2016 con un total de

10 horas. Además de una evaluación posterior el día 14 de noviembre que utilizamos para contrastarla con evaluación final del curso.

Para la elección del grupo se seleccionaron 3 alumnos cuya calificación era muy buena a excelente (9-10), 4 que tenían calificación buena a regular (7-8) y el resto de los alumnos que tuvieran calificación mínima aprobatoria (6) en sus cursos anteriores de matemáticas.

Cabe mencionar que antes de la experimentación con las hojas de trabajo, se aplicó un examen diagnóstico con la finalidad de evaluar las capacidades de los alumnos, y de esta manera contrastar sus conocimientos hasta ese momento con las calificaciones reportadas en los cursos anteriores de matemáticas.

3.3. Capacitación para la manipulación de la aplicación

La primera etapa de la experimentación consistió en implementar una capacitación a los alumnos para la manipulación del software en una sesión de 1 hora. En esta sesión se les mostro a los alumnos la estética general de la aplicación y la manera en la que la aplicación representa los números enteros a través de bloques, se explicó que hay dos tipos de bloques, los positivos y los negativos; se explicó cuál era el comando para cambiar de un tipo al otro, también se explicó qué es una variable y como la aplicación la representa; para esto fue necesaria la ayuda de una computadora y un proyector que facilito la institución.

En esta sesión como en todas las demás, se trabajó de manera individual, aunque de cierta forma tenían la libertad de compartir resultados con los compañeros que tenían cerca de su mesa de trabajo.

Las mesas de trabajo y las computadoras las facilitó la institución, así como el proyector que se utilizó solo en la primera clase, las clases posteriores cada estudiante trabajo en su computadora después de que el profesor explico el objetivo de la sesión y como se procedería a trabajar con las actividades.

3.4. Descripción del trabajo durante la sesión

En la primera instancia de esta sesión se les mostro la estética general de la aplicación, se describió cuál era la función de cada pestaña y cada apartado dentro de la aplicación, también se habló de cuáles eran los comandos básicos para pasar de bloques positivos a bloques negativos y viceversa, así como el comando para girar los bloques noventa grados.

En esta clase introductoria se trabajó con una serie de ejercicios muy simples que consistían en representar números enteros, positivos y negativos, a través de los bloques de la aplicación; además se les cuestiono como podríamos representar el número cero con bloques y si es que esta representación sería la única posible forma de hacerlo, esto ya que era esencial la representación del cero para las actividades posteriores y se requería que la asimilación de este concepto fuera clara.

Para conclusión de esta primera sesión, se realizaron una serie de ejercicios muy simples cuya finalidad era representar números positivos y negativos en la aplicación y nuevamente representar el cero de dos maneras distintas y se les pidió que lo hicieran primero en la computadora y posteriormente escribieran el resultado en la hoja de trabajo.

3.5. Descripción de las actividades

Una vez terminada la sesión introductoria, comenzamos con el trabajo en las hojas de actividades, como se mencionó anteriormente se trabajó con un grupo de 10 personas, que lo hicieron de manera individual, cada uno en su mesa de trabajo y su computadora, aunque con total libertad de compartir resultados con el profesor o con sus compañeros que estaban en mesas de trabajo contiguas.

Las actividades que se implementaron fueron las siguientes:

- Actividad 1: Actividades de representación
- Actividad 2: Suma de números enteros
- Actividad 3: Resta de números enteros
- Actividad 4: Multiplicación de números enteros
- Actividad 5: Representación de variables

Cada una de estas actividades se divide en apartados, en algunos se tenía que proceder con papel y lápiz, mientras que en otras, exclusivamente se pedía que lo hicieran en la computadora, el tiempo que tenían los estudiantes para desarrollar dichos apartados fue libre pero bajo la supervisión del profesor.

Las hojas de trabajo consistían de tres partes:

- I. La parte de representación, que consistía en manipular el software y asociar cierta cantidad de bloques a un número entero, ya fuese positivo, negativo, cero o una variable.

- II.** Las preguntas de conjetura, que tenían por objeto que el alumno analizara cierto patrón y se planteara preguntas que en algunas ocasiones eran resultas por él mismo y otras veces por el profesor, con ello se pretendía que el alumno creara sus propias de factorización con ayuda del profesor.
- III.** Los ejercicios, que aunque en la mayoría de las ocasiones fueron muy simples sirvieron para que el alumno reforzara el conocimiento obtenido, cabe mencionar que los ejercicios primero los hacían en la computadora y posteriormente reportaban sus resultados en las hojas de actividades.

Para esta investigación se utilizó la metodología ACODESA (Aprendizaje en colaboración, debate científico y auto-reflexión) para cada una de las actividades, este método de enseñanza está dividido en etapas que toman en cuenta ambos enfoques, el individual y el social en la construcción del conocimiento matemático.

En la metodología que seguimos, las concepciones son conocimiento. Posiblemente un conocimiento mal adaptado a nuevas situaciones. Por tal motivo, en este marco teórico, las concepciones no se les debe catalogar como erróneas, ellas están en proceso de evolución para llegar a constituirse en un saber. En todo caso, se puede hablar de conocimientos incompletos que generan concepciones.

En las primeras etapas, el profesor es un guía y solo es en la etapa de institucionalización que el profesor presenta los resultados haciendo énfasis en las producciones de los estudiantes. Enseguida se presentan las etapas y su relación con el tipo de producción esperada:

1. Trabajo individual (producción de representaciones funcionales y producciones semióticas asociadas para comprender la situación problema),
2. Trabajo en equipo sobre una misma situación. Proceso de discusión y validación (refinamiento de las representaciones funcionales y producciones asociadas),
3. Debate (que puede convertirse en un debate científico). Proceso de discusión y validación (refinamiento de representaciones funcionales y producciones asociadas),
4. Institucionalización. Utilización de representaciones institucionales por parte del profesor dentro del proceso de institucionalización de saberes.

A continuación se muestra como se implementó cada etapa de la metodología ACODESA en el aula de clases:

1.- En la primera etapa como ya se mencionó anteriormente, se trabajó de manera individual con cada alumno en su mesa de trabajo y su computadora; el tiempo necesario para terminar con cada uno de los apartados fue libre bajo la supervisión del profesor.

2.- En la etapa de comparación los alumnos eran libres de compartir resultados y puntos de vista sobre las actividades realizadas con los compañeros que estaban en mesa contiguas a la suya, el tiempo aproximado que se les permitía esta discusión fue de 5 minutos.

3.- El debate grupal se realizó justo después de la comparación de resultados, dicha discusión fue dirigida en cada caso por el profesor a cargo de la implementación, que lanzaba una o varias preguntas de manera directa a uno o varios alumnos. En algunas ocasiones los alumnos se mostraban participativos y pasaban al pizarrón a compartir sus resultados con el resto del grupo, aunque la mayoría de las ocasiones lo hacían desde su lugar.


4.- Para la etapa de cierre, el profesor se encargaba de dar la idea general de la actividad y trataba de llegar a un acuerdo en la discusión grupal además de aclarar dudas que pudieran haber surgido en el transcurso de la actividad.


En la Figura 1 se muestra un ejemplo ilustrativo de las hojas de trabajo de uno de los estudiantes:

Edith Ruiz González

I.- Actividades de Representación:


Realiza las siguientes actividades mediante el programa de REPRESENTACION GRAFICA y contesta las preguntas indicadas.

1.- Representar con bloques el número +3. 


2.- Representar con bloques el número -3. 

¿Cómo se comparan el número +3 y el número -3?
uno es positivo & el otro es negativo


¿Cómo representarías el cero utilizando los bloques?

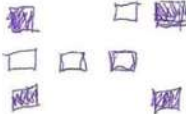


¿Qué número representa el siguiente diagrama?


0

Haz dos representaciones diferentes del número cero usando los bloques.





¿Cuántas representaciones podemos hacer del cero? Explica.
las que sean pero que sean número pares, porque mientras se tenga una de cada uno se puede representar el cero por lo cual es 2.

Ejercicios:

Representar los siguientes números usando los bloques del programa FACTORIZACION GRAFICA.







1) -1	2) 4	3) -4	4) 10	5) 0	6) -3
					

Figura 1. Ilustración de una de las actividades de las hojas de Trabajo Propuestas

CAPITULO 4

ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LAS HOJAS DE TRABAJO

4.1. Actividad I: Actividades de representación

El propósito de esta actividad es que los estudiantes de bachillerato aprendieran a asociar objetos gráficos con cantidades numéricas que en principio son de origen abstracto.


En la primera parte de ésta actividad se pedía a los alumnos que representaran ciertos números en la aplicación cuyo valor absoluto era el mismo, pero que diferían en el signo, para ello, se usa un comando (doble clic dentro del bloque) que lo que hace es cambiar el color del bloque, se le asignó el color azul a los números positivos y el azul marino para los números con signo negativo.


La segunda parte consistía en responder algunas preguntas, a continuación se muestran las respuestas de la hoja de trabajo de Edith:

Edith Ruiz González

I.- Actividades de Representación:


Realiza las siguientes actividades mediante el programa de REPRESENTACION GRAFICA y contesta las preguntas indicadas:

1.- Representar con bloques el número +3. 


2.- Representar con bloques el número -3. 

¿Cómo se comparan el número +3 y el número -3?
uno es positivo & el otro es negativo


¿Cómo representarías el cero utilizando los bloques?




¿Qué número representa el siguiente diagrama?


○

Haz dos representaciones diferentes del número cero usando los bloques:





¿Cuántas representaciones podemos hacer del cero? Explica:
las que sean pero que sean número por el porque
cuando se tira una de cada uno se puede realizar el cero
por lo cual es 2.

Ejercicios:

Representar los siguientes números usando los bloques del programa FACTORIZACION GRAFICA.







1) -1	2) 4	3) -4	4) 10	5) 0	6) -3
					

Imagen 1: Respuestas de la hoja de trabajo de Edith.

La respuesta de la primera pregunta es la esperada, en las siguientes preguntas se pedía representar el cero usando los bloques, se puede observar que a Edith le quedó claro el concepto de representación usando bloques, ya que en todos los casos representó el cero de formas distintas y de manera correcta; esto también se puede observar en la última parte que cuestiona de cuantas maneras se puede representar el cero, a lo que ella contestó de infinitas formas.

En la parte de ejercicios se les pidió a todos los estudiantes que representaran ciertos números, primero en la aplicación y posteriormente anotaran sus representaciones en las hojas de trabajo, se observa que Edith lo hizo de manera correcta en todos los casos.

En esta actividad se dio la primera discusión donde Edith tuvo participación, la pregunta que los hizo dudar fue la siguiente:

- *¿Cuántas representaciones podemos hacer del cero? Explique.*

La respuesta de Edith fue la siguiente:

- *Infinitas, siempre y cuando que pongamos un bloque positivo pongamos también un bloque negativo, entonces el número de bloques siempre debe ser un número par”.*

En esta discusión también participo Juan Manuel, esta fue su respuesta:

- *Creo que solo hay una forma de representar el cero porque el cero no tiene ningún valor numérico.*

También se sumó Jaqueline, su respuesta fue la siguiente:

- *No puede haber una sola representación, porque en las preguntas anteriores ya representamos el cero de cuatro maneras distintas.*

Todos los demás estudiantes coincidieron en que había una infinidad de formas para representar al número cero utilizando bloques.

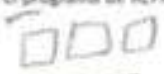
Después de esta discusión el profesor aclaro la confusión de Juan Manuel, pues él sabía que solo había un número que tenía las propiedades del número cero, pero en esta pregunta estamos hablando de las distintas representaciones de ese número cero, le quedó más claro con un par de ejemplos ($-1+1=0$ también $-2+2=0$).


- Ahí tienes dos representaciones distintas del cero pero por supuesto que hay una infinidad.

En esta actividad también se pudo observar alumnos a quien no les quedó del todo claro, sobre todo en un principio, tal es el caso del alumno Juan Manuel, a continuación, se muestra su hoja de trabajo:

Juan Manuel Alfaro Tapia


1- Actividades de Representación:
Realiza las siguientes actividades mediante el programa de REPRESENTACIÓN GRÁFICA y contesta las preguntas indicadas.

1- Representar con bloques el número +3. 


2- Representar con bloques el número -3. 

¿Cómo se comparan el número +3 y el número -3?
que uno representa el negativo del otro negativo

¿Cómo representarías el cero utilizando los bloques?

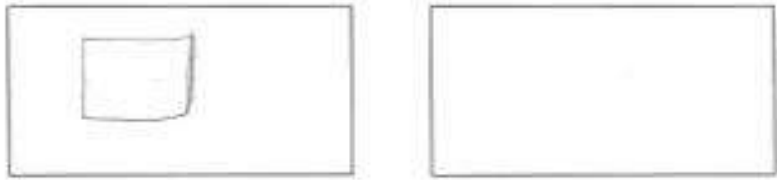


¿Qué número representa el siguiente diagrama?



-2

Haz dos representaciones diferentes del número cero usando los bloques.



¿Cuántas representaciones podemos hacer del cero? Explica.
nosotros creemos que una porque cero no tiene valor numérico

Ejercicios:
Representar los siguientes números usando los bloques del programa FACTORIZACIÓN GRÁFICA.

1) -1 2) 4 3) -4 4) 10 5) 0 6) -3

Imagen 2: Respuestas de la hoja de trabajo de Juan Manuel.


Se puede observar que en la primera parte Juan represento de manera correcta a los enteros 3 y -3, también represento de manera correcta el número cero. Los problemas comenzaron cuando se le pidió representar el cero de dos maneras distintas, aunque la indicación del profesor fue que no dejaran ninguna pregunta en blanco, Juan no represento lo que se le pidió.


En la parte de los ejercicios los represento en la aplicación de manera correcta, pero no anoto sus resultados en la hoja de trabajo, aunque la indicación fue captada por el resto de sus compañeros.

A continuación se muestra la hoja de trabajo de otra alumna que en un principio no le quedo muy clara la representación de números enteros a través de los bloques de la aplicación, pero que al final se observa como lo hizo de manera correcta en la parte de los ejercicios.


Martha Yareli GARCIA RODRIGUEZ


I- Actividades de Representación:
 Realiza las siguientes actividades mediante el programa de REPRESENTACION GRAFICA y contesta las preguntas indicadas.

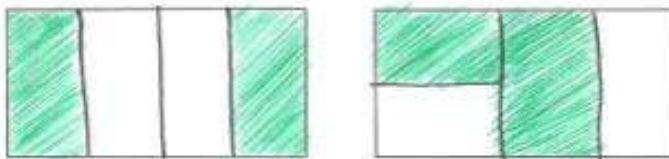
1.- Representar con bloques el número +3. 

2.- Representar con bloques el número -3. 

¿Cómo se comparan el número +3 y el número -3?
 Porque uno es positivo y el otro negativo y también porque uno está sellado y el otro no.

¿Cómo representarías el cero utilizando los bloques?


¿Qué número representa el siguiente diagrama?
 4

Haz dos representaciones diferentes del número cero usando los bloques.


¿Cuántas representaciones podemos hacer del cero? Explica.
 Todas las que quieras mientras hay dos bloques iguales.

Ejercicios:
 Representar los siguientes números usando los bloques del programa FACTORIZACION GRAFICA.

1) -1 2) 4 3) -4 4) 10 5) 0 6) -3

Imagen 3: Respuestas de la hoja de trabajo de Martha.

En la primera parte se puede observar que represento de manera correcta el número 3 pero de manera incorrecta el número -3; por otro lado, en la parte donde se pedía representar de dos maneras distintas el número cero, Martha hizo exactamente la misma representación en ambos casos. En la siguiente pregunta Martha estuvo de acuerdo en que había una infinidad de formas de representar el cero, aunque en sus propias palabras no lo pudo expresar del todo bien.

En la parte de los ejercicios se observa que le quedo claro este concepto de representación de números enteros, ya que contestó de manera correcta en cada uno de los casos, esto se puede observar en la siguiente imagen, que es la continuación de su hoja de actividades:

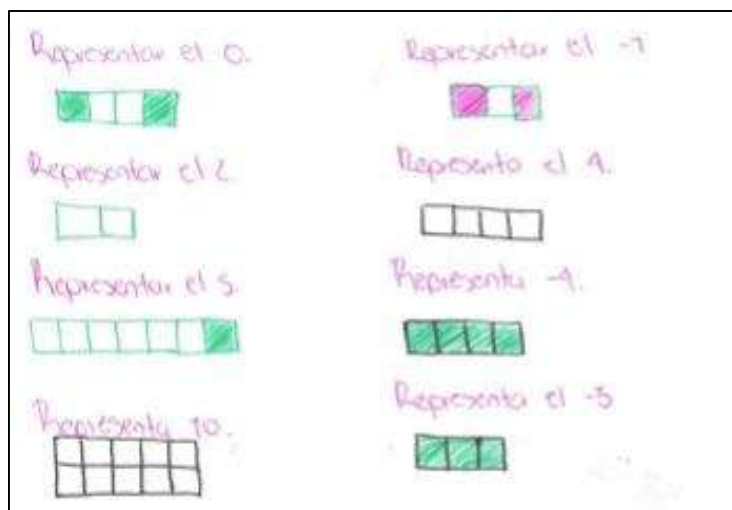


Imagen 3.1: Respuestas de la hoja de trabajo de Martha (continuación).

En el caso del resto de los estudiantes tuvieron respuestas semejantes que los obtenidos por Martha y Edith, lo que nos indica que en la mayoría de los casos los alumnos representaron de manera correcta los números enteros, que era el objetivo de esta actividad número 1.

También se observó que en esta primera actividad los estudiantes se mostraron poco participativos hacia el profesor pero que continuamente compartían dudas y resultados entre ellos sobre todo en las preguntas conceptuales.

4.2. Actividad II: Suma de números enteros

Una vez que los estudiantes comprendieron el concepto de la representación de números enteros, se introdujeron las nociones de suma, resta y multiplicación de enteros a partir de la necesidad de la manipulación de los números enteros.

En esta actividad se pretendía que los alumnos crearan sus propias reglas de suma a partir de la manipulación de los bloques y de la noción que sumar es equivalente a añadir. Para ello se dividió esta actividad en cuatro partes de las que hablaremos a continuación.

En la parte A de esta actividad se trataba de sumar exclusivamente números enteros positivos y comenzamos con un ejemplo sencillo $2+3$ usando este concepto de añadir para encontrar la suma y la primera pregunta fue la siguiente:

¿Obtendrás el mismo resultado si sumas $3+2$? Explique.

En esta pregunta la mayoría de los estudiantes se percataron de una regla básica de la suma, aunque no la enunciaron de manera correcta, ellos comentaron lo siguiente:

- *Se trata de la ley que dice el orden no altera el producto.*

El profesor inmediatamente intervino preguntando lo siguiente:

- *Ok. ¿De qué producto estamos hablando?*

Fue Edith quien compartió lo siguiente:

- *Se trata de la conmutatividad de la suma.*

El profesor complementó su intervención explicando:

- *Es correcto, y explico a los alumnos que conmutar quiere decir intercambiar, lo único que sucedió es que intercambiaron de lugar el 3 y el 2 la suma no se altera.*

Después de la discusión continuamos con una serie de ejercicios para reforzar, en esta ocasión se les pidió a los alumnos que solo trabajaran en la aplicación para encontrar el valor de las sumas indicadas.

Para concluir la parte A de esta actividad lo hicimos con dos preguntas:

1.- Explica con tus propias palabras lo que sucede cuando sumamos dos números enteros con signos positivos.

2.- ¿Cómo podríamos llamar a la propiedad que sugieren las expresiones $2+3$ y $3+2$?

Todos los alumnos estuvieron de acuerdo en la primera pregunta que se debería de tratar de un número positivo ya que se estaban sumando o añadiendo bloques todos con valor positivo, la suma deberían ser bloques positivos, es decir, un número positivo.

En la segunda pregunta después de la discusión anterior sabían que se trataba de la conmutatividad de la suma.


A continuación se muestra la hoja de trabajo de Jaqueline:

Jaqueline Villalobos Betancourt.

II.- Actividades de suma de números enteros:

Ahora que sabes representar números enteros con los bloques te será más fácil descubrir las reglas de suma. Es importante que entiendas que sumar quiere decir añadir.

La expresión $+2 + +3$ o simplemente $2+3$ quiere decir que a dos unidades positivas les vas a añadir tres unidades positivas.



2 + 3 = 5

Parte A.

¿Obtendrás el mismo resultado si sumas $3+2$? Explica.

Si porque no se altera nada y en pocas palabras el orden no afecta el producto ;D

Ejercicios:

Halle el resultado de las siguientes sumas usando los bloques del programa FACTORIZACION GRAFICA.

1) $1+5 = 6$ 2) $5+1 = 6$ 3) $3+3 = 6$ 4) $1+1 = 2$

Explica con tus propias palabras lo que sucede cuando sumamos dos números enteros con signos positivos.


El resultado da positivo.

¿Cómo podríamos llamar a la propiedad que sugieren las siguientes expresiones 2×3 y 3×2 ?

commutativa de la suma

Parte B.

Representa con los bloques la suma $3+2$.



¿Cuál es el resultado? 5. Verifica con otros compañeros tu resultado.

Imagen 4: Respuestas de la hoja de trabajo de Jaqueline.

También se muestra la hoja de trabajo de Edith:

Edith Ruiz González

II.- Actividades de suma de números enteros:

Ahora que sabes representar números enteros con los bloques te será más fácil descubrir las reglas de suma. Es importante que entiendas que sumar quiere decir añadir.

La expresión $+2 + +3$ o simplemente $2+3$ quiere decir que a dos unidades positivas les vas a añadir tres unidades positivas.

2 + 3 = 5

Parte A.

¿Obtendrás el mismo resultado si sumas $3+2$? Explica.

Si, por la conmutatividad de la suma.

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes sumas usando los bloques del programa **FACTORIZACION GRAFICA**

1) $2+5 = \underline{6}$ 2) $5+1 = \underline{6}$ 3) $3+3 = \underline{6}$ 4) $1+1 = \underline{2}$

Explica con tus propias palabras lo que sucede cuando sumamos dos números enteros con signos positivos.

El resultado es en positivo & se puede cambiar el orden

¿Cómo podríamos llamar a la propiedad que sugieren las siguientes expresiones $2+3$ y $3+2$?

Comutatividad

Parte B.

Representa con los bloques la suma $-3 + -2$.

¿Cuál es el resultado? -5 Verifica con otros compañeros tu resultado.

Imagen 5: Respuestas de la hoja de trabajo de Edith.

En la Parte B de esta actividad tenía por objeto sumar números enteros negativos, aunque al principio algunos alumnos estaban confundiendo la resta de enteros con sumar números con signo negativo, después de un ejemplo quedó todo entendido.

Al igual que en la parte A se les cuestiono lo siguiente:

1.- Explica con tus propias palabras lo que sucede cuando sumamos dos números enteros con signos negativos.

2.- ¿Cómo podríamos llamar a la propiedad que sugieren las expresiones $-2 + -3$ y $-3 + -2$?

Sin discusiones todos los alumnos estuvieron de acuerdo en que se suman los números pero se coloca el signo negativo al final de la suma.


En la segunda pregunta fue donde se notó la confusión de la mayoría de los estudiantes sobre si se la propiedad era sobre la suma o resta de números enteros.

A continuación se muestra un fragmento (la Parte B) de la hoja de trabajo de Nallely:

Nallely Guillón Barriga.

Parte B.

Representa con los bloques la suma $-3 + -2$.



¿Cuál es el resultado? -5. Verifica con otros compañeros tu resultado.

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes sumas usando los bloques del programa *FACTORIZACION GRAFICA*.

1) $1 + 5 = -6$. 2) $5 + 1 = -6$. 3) $3 + 3 = -6$. 4) $1 + 1 = -2$.

Explica con tus propias palabras lo que sucede cuando sumamos dos números enteros con signos negativos.

Al sumar números negativos el resultado será negativo.

¿Qué propiedad está presente en las siguientes expresiones $-2 + 3$ y $3 + 2$?

Commutatividad de la resta.

Imagen 6: Respuestas de la hoja de trabajo de Nallely (Parte B).

En la última pregunta de la imagen anterior se observa que es correcta la propiedad de conmutatividad pero no se trata de una resta sino de una suma. El resto de los estudiantes contestaron de manera semejante en la primera pregunta, la segunda pregunta simplemente contestaron que se trataba de la propiedad de conmutatividad.

En la Parte C, es donde quizá se presentaron la mayoría de las dudas de toda la actividad, ya que consistía en sumar enteros de signo positivo con enteros de signo negativo;

sobre todo donde se tenían que neutralizar los bloques de signo positivo con los bloques de signo negativo.

El profesor comenzó con la idea de que cuando sumamos números que tienen distinto signo lo que hacemos es formar ceros con los bloques, como se hizo en la actividad 1 de representación, posteriormente se observan los bloques que no han quedado neutralizados ya sean positivos o negativos y ese es el valor de la suma. En la siguiente imagen se muestra la Parte C de la hoja de trabajo de Valeria:

Parte C.


En esta parte es necesario que estudies cuidadosamente los ejercicios para que puedas hacer tu conjetura acerca de la suma de dos números enteros con signos diferentes.

¿Cuál es el resultado de sumar $2 + ^{-}4$? Escribe tu respuesta aquí: -2.


Fíjate que si unimos una unidad positiva (+) con una unidad negativa (-) lo que hacemos es formar ceros (neutralizar), como lo aprendiste cuando trabajaste en la parte de representar números enteros. Veamos lo siguiente:

Ejemplo:

Realizar la siguiente suma $2 + ^{-}4$ haciendo uso de los bloques y comprobar de manera algebraica.



Nos queda:



0 + 2 = 2

Tenemos que el resultado de $2 + ^{-}4 = -2$ ¿coincidió con tu respuesta inicial? Si.

Imagen 7: Respuestas de la hoja de trabajo de Valeria.

Finalmente en la sección de ejercicios de esta actividad se puede observar que la mayoría de los estudiantes captaron el concepto de sumar con los bloques de la aplicación como es el caso de Juan Manuel, uno de los estudiantes que más le costó en principio entender la idea de sumar números enteros utilizando bloques. En la siguiente imagen se muestran los ejercicios y las preguntas conceptuales de Juan Manuel, donde se puede apreciar que ha comprendido la mayoría de los conceptos que tenía como objetivo esta segunda hoja de actividades.

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes sumas usando los bloques del programa FACTORIZACION GRAFICA

1) $1 + 5 = 6$ 2) $5 + 2 = 7$ 3) $3 + 3 = 6$ 4) $5 + 1 = 6$ 5) $1 + 3 = 4$

Observa los ejercicios 3 y 5. ¿Qué tienen en común?
Por que ambos son pares.

¿Qué podemos decir de: $2 + 2$, $10 + 10$, $900 + 900$?
Se suman los mismos números.

Observa los ejercicios 1 y 4. ¿Podemos decir que $1 + 5 = 5 + 1$? Explica ¿por qué?
Es así porque son iguales solo se invierten los números.

¿Cómo podemos determinar el signo que prevalece, (+) o (-) en el resultado cuando trabajamos con los bloques? Explica.
Porque si se suman dos positivos son positivos y si se suman dos negativos son negativos.

Escribe brevemente como les explicarías a tus padres lo que sucede cuando se suman dos números enteros con signos diferentes.
Cuando sumas uno negativo con uno positivo el número mayor sea negativo se. Resultado sera dependiendo del signo.

Cuando llegues a tu casa hazlo.

Imagen 8: Respuestas de la hoja de trabajo de Juan Manuel.

Se puede observar, sobre todo en las últimas tres preguntas, que le ha quedado claro el concepto de conmutatividad de la suma, que si bien en un principio le costó trabajo ahora lo aplica de manera correcta; en las dos últimas preguntas de esta hoja de actividades de Juan Manuel concluye de manera correcta explicando que ocurre cuando sumamos números enteros que tienen signos diferentes que era el objetivo de la Parte C de esta actividad.

Sobre esta actividad los alumnos se cuestionaron si al sumar números con signos distintos, lo que realmente se estaba haciendo era sumar o restar, esto se notó mucho en los ejercicios donde el segundo sumando tenía signo negativo, esta confusión se aclaró en la aplicación, ya que por un lado se colocan los bloques del primer sumando y por el otro los bloques del segundo sumando, considerando el signo de cada uno de ellos por separado (imagen 9), así finalmente se procede a sumar (imagen 10).

A continuación se muestran un par de capturas de pantalla de la aplicación, donde se ejemplifica este caso.

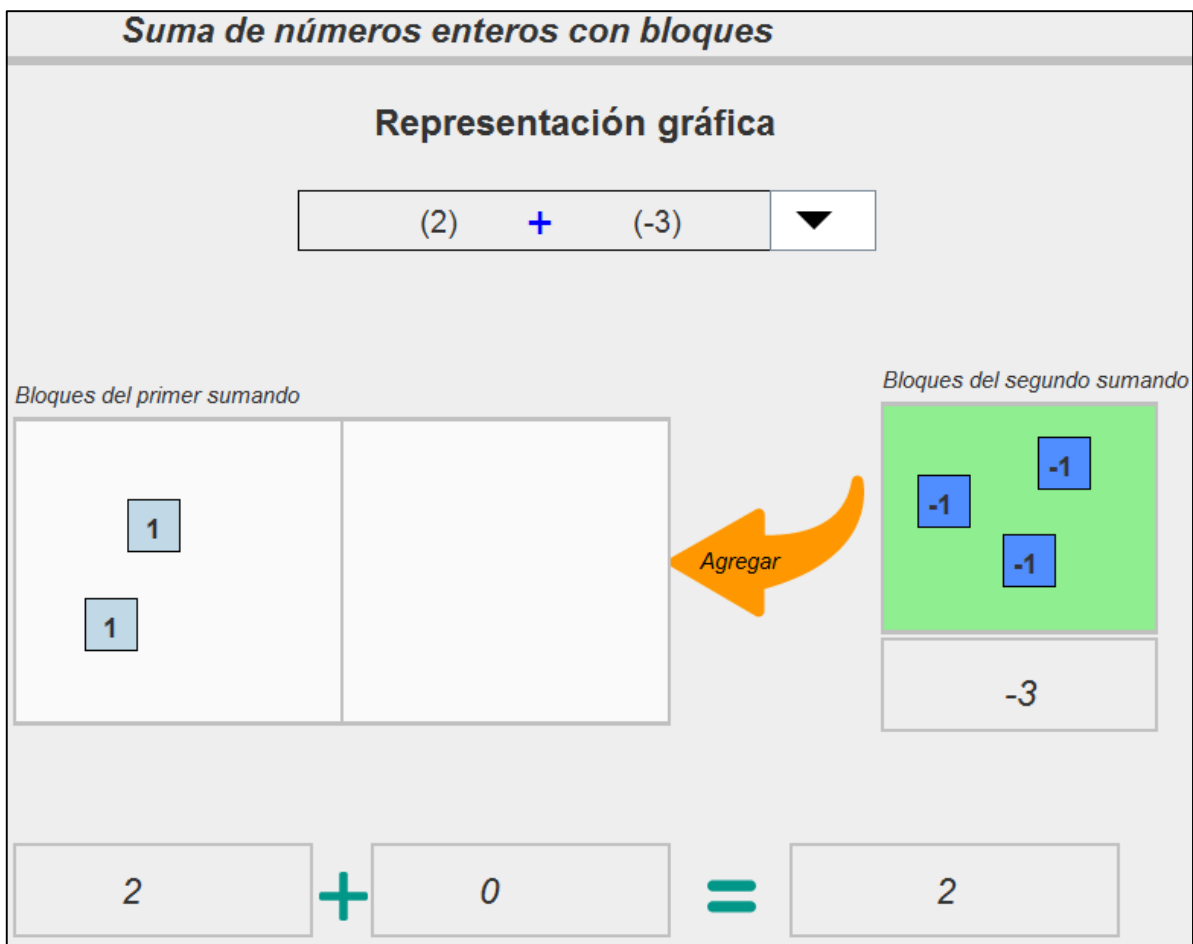


Imagen 9: Captura de pantalla de la aplicación realizando una suma.

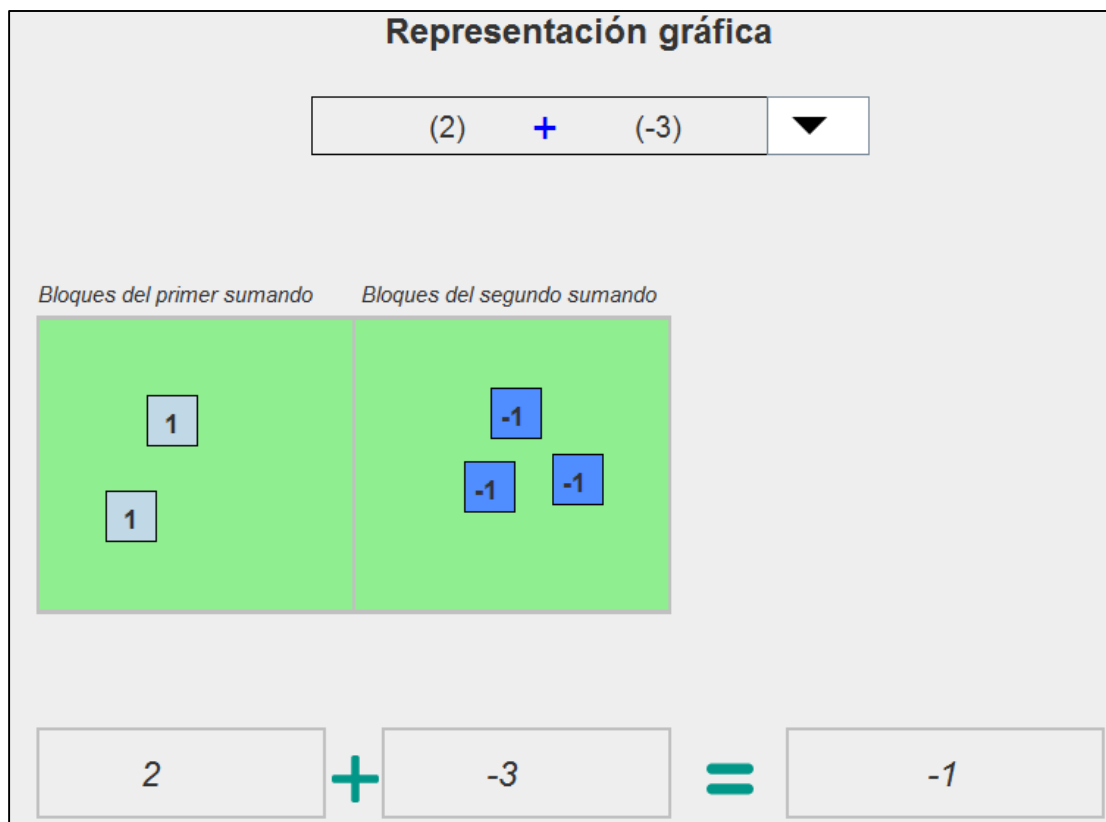


Imagen 10: Captura de pantalla de la aplicación realizada la suma.

En esta Parte C de la actividad se observó que la mayoría de los estudiantes contestaron de manera correcta a los cuestionamientos, aunque en algunos casos los alumnos tienden a contestar dos cuestionamientos semejantes de manera distinta, tal es el caso de Jaqueline. En la siguiente imagen se muestra su hoja de trabajo.

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes sumas usando los bloques del programa FACTORIZACION GRAFICA.

1) $1 + 5 = 4$, 2) $-6 + 2 = -4$, 3) $3 + 3 = 0$, 4) $-5 + 1 = -4$, 5) $1 + 2 = 0$.

Observa los ejercicios 3 y 5. ¿Qué tienen en común?
 Que el signo de uno de los sumandos es el opuesto del otro.

¿Qué podemos decir de: 2 y 2 , 10 y 10 , 900 y 900 ?
 Se duplican.

Observa los ejercicios 1 y 4. ¿Podemos decir que $1 + 5 = 5 + 1$? Explica ¿por qué?
 No, por que el orden se altera al producto.

¿Cómo podemos determinar el signo que prevalece, $+$ o $-$ en el resultado cuando trabajamos con los bloques? Explica.
 El signo que sea mayor es el signo que se queda.

Escribe brevemente como les explicarías a tus padres lo que sucede cuando se suman dos números enteros con signos diferentes.
 Con ejemplos y ejercicios.


Cuando llegues a tu casa hazlo. 

Imagen 11: Respuestas de la hoja de trabajo de Jaqueline.

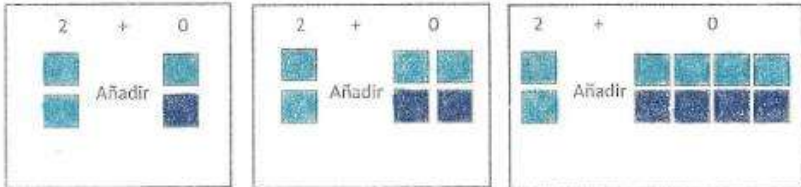
Intencionalmente se hicieron estas dos últimas preguntas con la finalidad de que el alumno por un lado le explicara al profesor y en la última pregunta le explicara a sus padres, se puede observar que en la penúltima pregunta la respuesta es correcta y clara, mientras que en la última, cuando se le pedía que se los explicara a sus padres la respuesta es completamente distinta, en ese cuestionamiento respondió: *con ejemplos y ejercicios*.

Esta actividad concluye con la Parte D, donde se pretendía que los alumnos de bachillerato encontraran las propiedades del neutro aditivo, para ello comenzamos la última parte de la actividad con tres ejemplos sumando cero a un entero, en cada caso se representó al cero de una manera distinta, en general todos los alumnos saben cuáles son las propiedades del número cero, en particular a uno de los estudiantes que más le costó hacer propio este conocimiento fue a Juan Manuel, quien en la actividad 1 participó en una de las discusiones, en esta ocasión no participó en la discusión pero se puede observar en su hoja de trabajo que aún no le ha quedado muy claro el concepto, aun así conoce las propiedades del número cero. A continuación mostramos su hoja de trabajo:

Parte D.

La representación del cero es un concepto muy importante para manipular números enteros, en este caso bloques, es por eso que debes tener bien claro como representarlo. Por ejemplo:

Representar la expresión $2 + 0$ de dos maneras diferentes usando los bloques de del programa FACTORIZACION GRAFICA.



¿Cuál es el resultado de $2 + 0$? 2

Observa las representaciones que hicimos. ¿Son las únicas posibles? Explica:
Si porque el cero casi es muy difícil de representar

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes sumas usando los bloques del programa FACTORIZACION GRAFICA.

1) $1 + 0 = 1$. 2) $6 + 0 = 6$. 3) $0 + 3 = 3$. 4) $0 + 1 = 1$. 5) $0 + 1 = 1$.

Después de encontrar los resultados del ejercicio anterior, obsérvalos ¿a qué conjetura puedes llegar?
que el cero como no tiene valor es descartado y es como si no pasara nada

Imagen 12: Hoja de trabajo de Juan Manuel Actividad II parte D.

Se observa en la segunda pregunta donde se cuestiona si las representaciones anteriores son las únicas posibles del número cero que Juan Manuel contesta: *Si, porque el cero casi es muy difícil de representar.* Lo me deja claro que la parte conceptual de la representación a la que estamos llamando grafica a través de los bloques no le ha quedado del todo clara, ya que en la actividad 1 a una pregunta similar contesto también de manera errónea. Sin embargo conoce la propiedad neutra del número cero en la adición, eso se aprecia en los ejercicios y en la última pregunta lo describe de manera correcta.

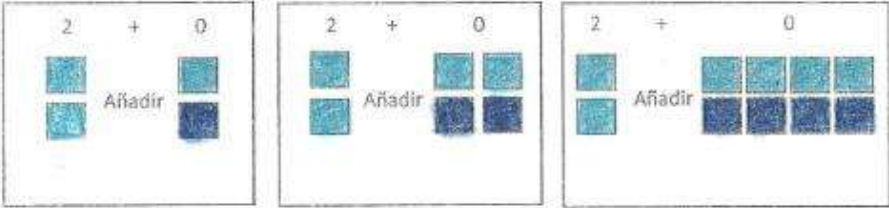
Podríamos suponer que todo alumno de bachillerato tiene bien claro el concepto y las propiedades del cero, ya que es un número con el que hay mucho contacto desde los primeros cursos de matemáticas, sin embargo la realidad es que hay muchos huecos en los estudiantes de bachillerato respecto a temas y conceptos que son muy básicos para comprender la manipulación y aplicación de las matemáticas. Otro caso que podemos analizar es el de Oscar, quien sabe aplicar las propiedades del número cero, pero cuando se habla de conceptos le cuesta trabajo expresarlo en palabras.

La imagen 13 es la hoja de trabajo de Oscar y se muestra a continuación:

Parte D.

La representación del cero es un concepto muy importante para manipular números enteros, en este caso bloques, es por eso que debes tener bien claro como representarlo. Por ejemplo:

Representar la expresión $2 + 0$ de dos maneras diferentes usando los bloques de del programa FACTORIZACION GRAFICA.



¿Cuál es el resultado de $2 + 0$? 2

Observa las representaciones que hicimos. ¿Son las únicas posibles? Explica:
Hay muchas formas de representar el 0

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes sumas usando los bloques del programa FACTORIZACION GRAFICA.

1) $1 + 0 = 1$, 2) $6 + 0 = -6$, 3) $0 + 3 = 3$, 4) $0 + 1 = 1$, 5) $0 + -1 = -1$

Después de encontrar los resultados del ejercicio anterior, obsérvalos. ¿a qué conjetura puedes llegar?
todo lo positivo se suma con positivo y lo negativo se resta.

Imagen 13: Hoja de trabajo de Oscar Actividad II parte D.

Se aprecia como usa de manera correcta la propiedad del neutro aditivo, pero cuando se trata de expresarla en sus propias palabras es cuando aparecen las dificultades. La respuesta a la última pregunta donde se le cuestiona, ¿a qué conjetura puedes llegar? Después de haber hecho los ejercicios anteriores, es la siguiente:

- *Todo lo positivo se suma y lo negativo se resta.*

Claramente es una respuesta que no tiene ninguna relación con los ejercicios anteriores.

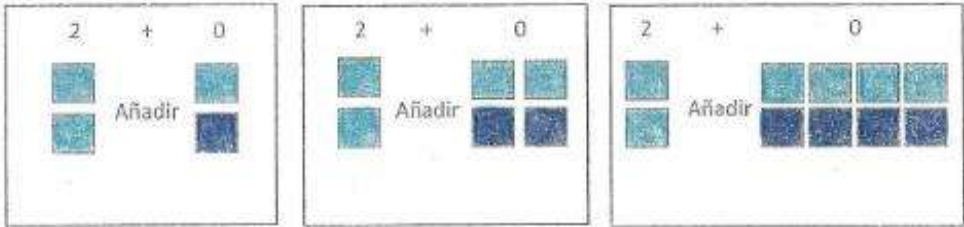
Por otro lado, tenemos el caso de Nallely, a quien también en la actividad I de representación le habían surgido algunas dudas conceptuales respecto al número cero, en esta actividad II Parte C, se aprecia que las esas dudas se aclararon y contesto la actividad de manera correcta, como se observa en la imagen 14.

El resto de los estudiantes contestaron sus hojas de trabajo de manera semejante a la de Nallely.

Parte D:

La representación del cero es un concepto muy importante para manipular números enteros, en este caso bloques, es por eso que debes tener bien claro como representarlo. Por ejemplo:

Representar la expresión $2 + 0$ de dos maneras diferentes usando los bloques de del programa *FACTORIZACION GRAFICA*.



¿Cuál es el resultado de $2 + 0$? 2.

Observa las representaciones que hicimos. ¿Son las únicas posibles? Explica:

NO, porque cualquier número al sumarle 0 se queda igual.

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes sumas usando los bloques del programa *FACTORIZACION GRAFICA*:

1) $1 + 0 = 1$. 2) $6 + 0 = 6$. 3) $0 + 3 = 3$. 4) $0 + 1 = 1$. 5) $0 + -1 = -1$.

Después de encontrar los resultados del ejercicio anterior, obsérvalos. ¿a qué conjetura puedes llegar?

Cualquier número ya sea positivo o negativo se queda igual al sumarle 0

Imagen 14: Hoja de trabajo de Nallely Actividad II parte D.

4.3. Actividad III: Resta de números enteros

Esta tercera actividad comenzamos recordando que la resta, en principio, es sinónimo de quitar o remover, dicho lo anterior continuamos con una serie de ejemplos comenzamos restando enteros de signo positivo, claramente este tipo de ejemplos no tuvieron mayor dificultad, simplemente extrajeron la cantidad de bloques que indicaba el sustraendo, de la misma manera cuando se trata de restar enteros con signo negativo; los problemas comenzaron cuando se tenían que restar números con signos distintos. Esto debido a que al tener por ejemplo cuatro unidades de signo positivo se deseaba restar o quitar dos unidades de signo negativo.

La mayoría de los estudiantes no tuvieron problema en encontrar la solución, lo que hicieron fue sumar un cero que constaba de dos unidades positivas y dos unidades negativas, de esta manera se podían quitar las dos unidades negativas que decía el sustraendo, dando así como resultado una resta de seis unidades positivas.


En la imagen 15 se muestra un fragmento de la hoja de trabajo de Juan Manuel, uno de los estuantes a quien más trabajo le costó entender como neutralizar usando los bloques, en esta ocasión lo hizo de manera correcta lo que nos permite ver como avanzo desde sus primeros ejercicios hasta este que en este contexto no era un ejercicio trivial como la mayoría de los ejercicios anteriores.

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes restas usando los bloques del programa *FACTORIZACION GRAFICA*.

1) $2 - 1 = 1$ 2) $3 - 1 = -4$ 3) $3 - 3 = 0$

¿Qué significará $+4 - 2$?


 ¿Puedes hacerlo? 6

De seguro como se presenta la situación te será difícil explicarlo. ¿Se te ocurre alguna idea para resolver el ejercicio? En este momento necesitarás recordar lo que aprendiste en la actividad anterior cuando sumaste números con signos diferentes y utilizaste el cero para neutralizar.

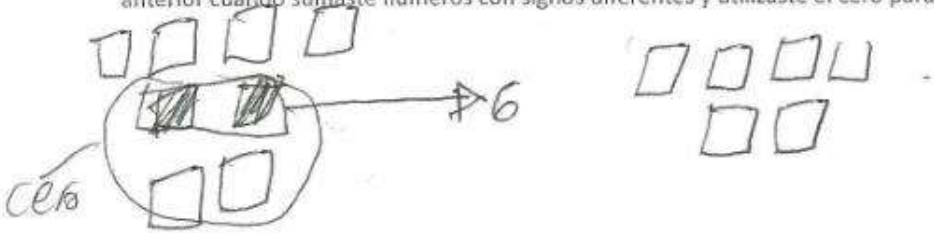


Imagen 15: Fragmento de la hoja de trabajo de Juan Manuel Actividad III

Solamente tres alumnos contestaron de manera errónea, uno de ellos es el caso de Valeria, quien simplemente tomo dos unidades de signo positivo y las resto sin darse cuenta que el sustraendo claramente pedía quitar dos unidades de signo negativo.

También se observa que no le ha quedado del todo claro el concepto de resta, ya que en el ejercicio inciso 2 donde se trataba de restar números con signo negativo, lo hizo de manera errónea. En la imagen 16 se muestra un fragmento de su hoja de trabajo.

Ejercicios:
Hallar el resultado de las siguientes restas usando los bloques del programa *FACTORIZACION GRAFICA*.

1) $2 - 1 = 1$ 2) $3 - 1 = 4$ 3) $3 - 3 = 0$

¿Qué significará $+4 - 2$?

¿Puedes hacerlo?

De seguro como se presenta la situación te será difícil explicarlo. ¿Se te ocurre alguna idea para resolver el ejercicio? En este momento necesitarás recordar lo que aprendiste en la actividad anterior cuando sumaste números con signos diferentes y utilizaste el cero para neutralizar.

Imagen 16: Fragmento de la hoja de trabajo de Valeria Actividad III

En esta actividad III se presentó otra discusión grupal, ya que algunos de los estudiantes no estaban de acuerdo con la respuesta del inciso 2, particularmente Martha quien decía:

- *No es posible la resta entre dos números negativos ya que se tenía el signo de resta y el signo del número por lo que no se podía resolver el ejercicio.*

Fue Jatziri quien le recordó que:

- *lo que pasa es que hay que usar las leyes de los signos para que salga menos por menos es más por eso la respuesta correcta es menos dos.*

Todos los estudiantes estuvieron de acuerdo con el argumento de Jatziri, aunque después de hacer el ejercicio en la aplicación entendieron que lo que estaban haciendo era quitarle una unidad de signo negativo a tres unidades de signo negativo que tenían en el minuendo, por lo que el resultado correcto era menos dos como lo anticipó Jatziri, tanto así que Oscar concluyo con un comentario:

- *Entonces por eso menos por menos es más.*

4.4. Actividad IV: Multiplicación de números enteros

Las reglas de multiplicación de números enteros regularmente se enseñan por memorización, esto hace que al poco tiempo nos olvidemos de ellas, o si las recordamos no podamos dar una explicación de cómo es que estas funcionan, este el caso de la mayoría de los alumnos que al cuestionarles

- *¿qué quiere decir 2 multiplicado por 3?*

Es una pregunta que debería ser trivial para alumnos de bachillerato, algunos contestaron con el producto de la operación en este caso seis, otros simplemente la dejaron en blanco. Algunos contestaron usando la palabra multiplicación tal es el caso de Jatziri:

- *que el dos se multiplica tres veces.*

Pocos contestaron como lo hizo Juan Manuel:

- *que se va a sumar dos veces tres.*

Nallely:

- *el dos es el número que se sumará y el tres indica las veces que será sumado.*

Edith:

- que dos se está sumando tres veces.

Profesor:

- Estas son algunas formas de explicar lo que es una multiplicación, pero recordemos que la multiplicación no es otra cosa que una forma corta de escribir una suma repetida, es decir, 2 multiplicado por 3 podemos representarlo como dos grupos con tres elementos cada uno. En particular, cuando se trata de solo dos factores podemos representar la multiplicación a partir del cálculo del área de un rectángulo o un cuadrado.

En la aplicación la multiplicación se representa a partir de la idea de calcular el área de un rectángulo o un cuadrado, a continuación se muestra una captura de pantalla de la aplicación en el apartado de multiplicación:

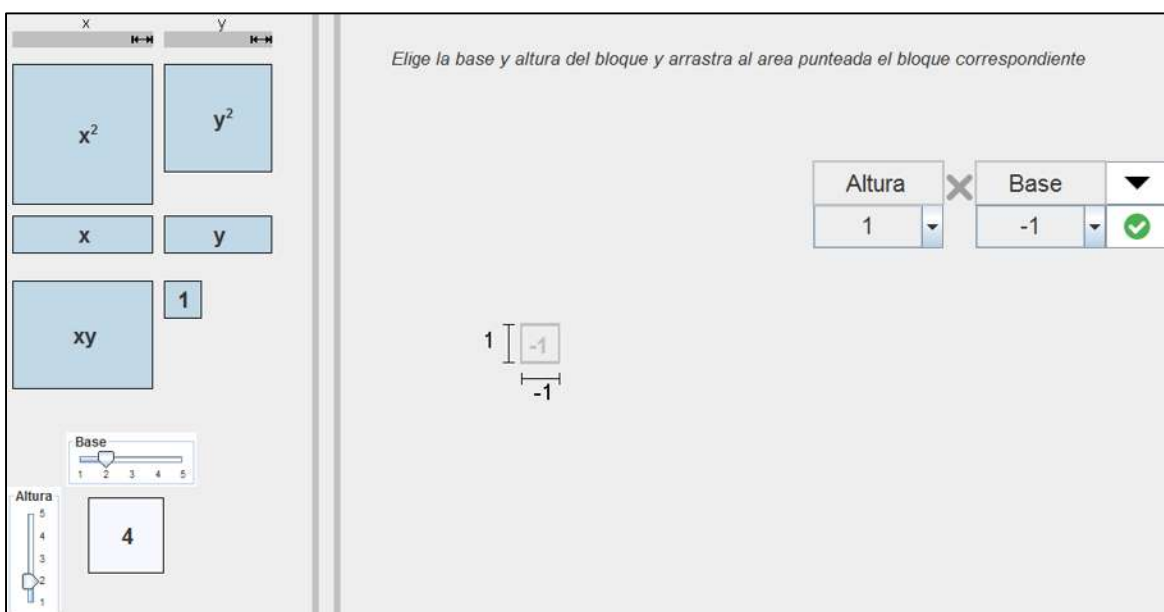


Imagen 17: Captura de pantalla de la aplicación en la sección de Multiplicación.

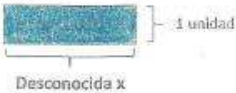
4.5. Actividad V: Conociendo las Variables

Es claro que en la parte de los tabuladores de la aplicación solo aparecen los factores que dan como resultado los rectángulos o cuadrados que aparecen en el lado izquierdo de la imagen 17, para continuar con el resto de los ejemplos de la aplicación era necesario era necesario explicar lo que es una variable.

Para ello se usó un ejemplo donde se pedía encontrar el área de un rectángulo que tenía altura uno y de base una cantidad que se desconocía a la cual llamamos x , para encontrar el área había que hacer la multiplicación $1(x) = x$. De esta manera se tendría que el bloque anterior representa a la variable que llamaríamos x .

Regularmente las variables están acompañados de números a los cuales llamamos coeficientes numéricos, usamos la nomenclatura CN para referirnos a ellos.

Ejemplo 1: Observa el siguiente bloque e investiga sus dimensiones.




Fijate que el bloque anterior tiene altura 1, como la base es desconocida le llamaremos dimensión x . Por lo tanto, tenemos que dimensión x por dimensión 1 nos da x , es decir $(x)(1)=x$. De esta manera tenemos que el bloque anterior representa a la variable x .

Si volteas el bloque, ¿Qué representa ahora? negativo $-x$

Comparte tu respuesta con tus compañeros.

Ejemplo 2: Representar $2x$.



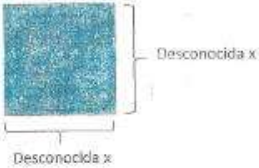
Observa que tenemos "2 veces x ". Decimos que $2x$ es un término y al número que acompaña a la variable se le conoce como coeficiente numérico (en este caso es el 2) regularmente se le denota como CN.

¿Cuál es el coeficiente numérico de x ? 1 ¿Y el de $-x$? -1

Ejercicio: Representa con los bloques los siguientes términos, para ello tienes que ir al apartado representación y luego a la pestaña que dice monomios, finalmente anota en esta actividad el coeficiente numérico en cada uno de ellos.

1) $3x$ CN 3, 2) $5x$ CN -5, 3) $4x$ CN 4, 4) $4x$ CN -4.

Ejemplo 3: Observa el siguiente bloque.



Por tener ambos lados iguales a la dimensión x podemos asegurar que se trata de un cuadrado, ¿qué variable crees que representa este bloque cuadrado? x^2

¿Cuál es su coeficiente numérico? 1

¿Cómo representarías la expresión $2x^2$ con los bloques? Representalo en el programa para ello tienes que ir al apartado representación y luego a la pestaña que dice monomios.


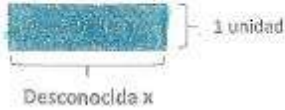



Imagen 18: Hoja de trabajo de Jatziri Actividad V.

En la imagen 18 la hoja de trabajo de Jatziri, se observa que no ha tenido ningún problema en comprender el concepto de variable. Por otro lado tenemos el caso de Juan Manuel quien tiene problemas para encontrar el coeficiente numérico de las expresiones dadas en los ejercicios.

Ejemplo 1: Observa el siguiente bloque e investiga sus dimensiones.




Fíjate que el bloque anterior tiene altura 1, como la base es desconocida le llamaremos dimensión x . Por lo tanto, tenemos que dimensión x por dimensión 1 nos da x , es decir $(x)(1)=x$. De esta manera tenemos que el bloque anterior representa a la variable x .

Si volteas el bloque,  ¿Qué representa ahora? que es negativo

Comparte tu respuesta con tus compañeros.

Ejemplo 2: Representar $2x$.



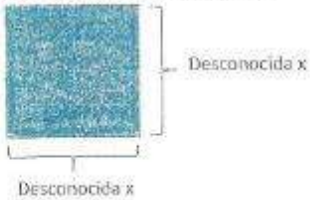
Observa que tenemos "2 veces x ". Decimos que $2x$ es un término y al número que acompaña a la variable se le conoce como coeficiente numérico (en este caso es el 2) regularmente se le denota como CN.

¿Cuál es el coeficiente numérico de x ? $1x$ ¿y el de $-x$? $-1x$

Ejercicio: Representa con los bloques los siguientes términos, para ello tienes que ir al apartado representación y luego a la pestaña que dice monomios, finalmente anota en esta actividad el coeficiente numérico en cada uno de ellos.

1) $3x$ CN $0x$ 2) $5x$ CN -5 3) $4x$ CN $0x$ 2) $-4x$ CN $0x$

Ejemplo 3: Observa el siguiente bloque.



Por tener ambos lados iguales a la dimensión x podemos asegurar que se trata de un cuadrado, ¿qué variable crees que representa este bloque cuadrado? x

¿Cuál es su coeficiente numérico? 1

¿Cómo representarías la expresión $2x^2$ con los bloques? Representalo en el programa para ello tienes que ir al apartado representación y luego a la pestaña que dice monomios.

Imagen 18: Hoja de trabajo de Juan Manuel, Actividad V.

Se observa también que cuando se le pide el coeficiente numérico también escribe a la variable y en ocasiones pone al cero como coeficiente numérico junto con su variable. En el ejemplo 3 no se da cuenta de que se trata de la variable x^2 y en su lugar lo llama variable x , su coeficiente numérico claramente es 1 y el coloca un 2. Finalmente cuando se le pide

representar la expresión $2X^2$ simplemente dejó en blanco la pregunta. En esta actividad Juan Manuel no hizo preguntas ni comentó nada.

Como se puede apreciar en este análisis, todos los estudiantes fueron de menos a más, ya que comenzaron desde no entender ni poder definir el concepto de la factorización un tema que suponemos los alumnos de bachillerato no solo deben conocer bien, sino que deberían dominarlo para poder continuar con sus cursos de matemáticas, hasta aprobar en su mayoría todos los cuestionamientos de su evaluación final.

Se pudo también apreciar que la mayoría de las actividades aplicadas en las hojas de trabajo fueron plenamente reforzadas con la aplicación, ya que les permitió en cierta forma manipular libremente las expresiones algebraicas y en propias palabras de los alumnos hizo menos tediosa la clase de matemáticas y en los resultados se puede apreciar como el conocimiento fue significativo y no solo para aprobar un examen como regularmente ocurre en las clases de matemáticas cuando se exponen de manera tradicional.

Revisando cada una de las discusiones grupales y entre parejas, así como las aclaraciones del profesor a las dudas del grupo se puede entender cómo fue que los alumnos superaron con éxito el tema de factorización con ayuda de la aplicación Factorización Gráfica y las hojas de trabajo que se muestran de manera detallada en los anexos de esta tesis. Esto les permitió contestar con una alta efectividad las respuestas de su evaluación final, ambos exámenes, el de diagnóstico y la evaluación final se encuentran también en los anexos.

CAPITULO 5

CONCLUSIONES

Las Matemáticas fueron, en el ámbito educativo, la primera actividad que incorporó recursos tecnológicos que facilitaron significativamente las tareas que esta Ciencia desarrolla. También son muy amplios los estudios que analizan la forma en que se debe desarrollar la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos de esta Ciencia. Es así que surgen trabajos destinados al estudio de la Didáctica de la Matemática, los que mencionan, entre otros aspectos, la importancia de la visualización. Para lograr este objetivo, los diferentes software educativos son herramientas muy valiosas ya que permiten representar gran cantidad de situaciones con diversas características con un mínimo esfuerzo y gran velocidad.

Es así que parece indiscutida la utilidad de los software en la enseñanza de la Matemática. Pese a esta situación, como sucede con la inclusión de las tecnologías en la educación en general, este proceso se da en muy pocas oportunidades. La mayoría de las clases se continúan desarrollando con los métodos tradicionales de papel y lápiz.

El trabajo de elaboración de software educativo es muy amplio y se necesita dedicarle importante cantidad de tiempo para su elaboración y aplicación, más aún cuando los equipos de trabajo son pequeños y en muchos casos, no se encuentran dedicados exclusivamente a ello. Sin embargo, el tiempo dedicado se encuentra compensado claramente al momento de desarrollar las diferentes clases prácticas o teóricas, ya que en las mismas se pueden mostrar una gran cantidad de ejemplos y situaciones problemáticas que en otras condiciones sería imposible implementar.

Los alumnos reciben además, la experiencia de incorporar software educativo en sus actividades de una forma muy positiva, ya que manifiestan gran expectativa por las posibilidades de experimentar nuevas alternativas a las que no están acostumbrados en el desarrollo de sus clases tradicionales. También, se manifiesta rápidamente en ellos cierta

inquietud para saber la forma en que el software se utilizará en las clases y de qué manera influirá en su evaluación. En muchos casos, los alumnos se manifiestan más preocupados por los resultados de sus evaluaciones que por lo novedosas que pueden resultar las clases de las que participan.

En esta investigación podemos de manera general evaluar el impacto del uso del software educativo en el desarrollo de las clases, podemos partir de considerar los resultados cuantitativos que medimos con los resultados de las evaluaciones parciales, los resultados cualitativos en cuanto a las actitudes que mostraron los alumnos en la implementación de la tecnología en el aula de clases a través del diseño de actividades creadas especialmente para la enseñanza – aprendizaje de los temas de factorización.

Considerando el primer aspecto se observó que el porcentaje de alumnos que reprobó en la prueba de diagnóstico fue muy alto, se puede analizar también que el número de ejercicios que quedaron sin resolver en esta prueba obedece a la gran mayoría, esto debido a que los alumnos no recordaban los métodos de factorización que se supone ya conocían de sus cursos pasados en matemáticas. Lo que nos lleva a pensar que el conocimiento que habían obtenido hasta ese momento era del tipo mecánico o memorístico.

Desde el análisis de los aspectos cualitativos detectados podemos decir que, en su mayoría, los alumnos vieron en forma satisfactoria la utilización del software y esto lo manifestaron en clase y a través de notas en sus evaluaciones, se puede registrar que los alumnos utilizando un software educativo se encuentran en una situación que no les resulta “natural”; no están familiarizados con esta circunstancia.

Por otro lado la actitud que manifiestan los alumnos es la de estar en una situación de experimentación que finalizará al momento de dejar de utilizar el software y no la necesitarán en ninguna instancia posterior. Por tal motivo se debe considerar la posibilidad de que el profesor recuerde frecuentemente a los alumnos “que el software se utilizara en las instancias de los exámenes”.

Luego de la utilización del software educativo desarrollado para la enseñanza y el aprendizaje de algunos temas concernientes a la factorización matemática, basados en el diseño y la implementación de las actividades que propusimos, así como de las evaluaciones podemos decir que se obtuvieron logros positivos ya que:

- El software utilizado resulto ser una valiosa herramienta didáctica, ya que les permitió a los alumnos ver otra forma de representar la factorización desde el punto de vista gráfico, un concepto con el que en general los alumnos no estaban familiarizados.
- Los alumnos experimentaron, en su gran mayoría por primera vez, la utilización formal de un software para la resolución de sus actividades prácticas como así también de sus evaluaciones, superando la etapa meramente ilustrativa que en muchos casos se le asigna a la utilización de software educativo.
- En gran medida el aumento de interés de los alumnos al sacarlos de un esquema donde el que el profesor es la fuente de conocimiento y los alumnos los receptores pasivos, y llevarlos a otro totalmente diferente donde los propios alumnos construyen su conocimiento a partir de ejemplos cuidadosamente seleccionados por el profesor, es esta situación el profesor se convierte en un mero facilitador de conocimiento.

- El proponer e implementar las actividades y las evaluaciones permite mantener en todo momento el control de la clase, además ayuda a que los alumnos interactúen de manera correcta y consiente con el software educativo.
- El debate científico entre los alumnos ayuda a aclarar dudas que de otra manera no podrían llegar al profesor ya que el alumno no tiene la confianza o no encuentra la manera de plantear la duda al profesor.

Respecto a las preguntas de investigación que planteamos en el capítulo 1, podemos mencionar lo siguiente:

1. ¿Es recomendable que los estudiantes de bachillerato utilicen Software educativo en sus clases de algebra?

De acuerdo con los resultados obtenidos en la investigación, concluimos que el software educativo ayuda en gran medida a la comprensión de ciertos conceptos, sobre todo que aquellos que son de origen abstracto, esto debido a que permite a los alumnos estudiar los mismos conceptos pero desde un ángulo diferente, además de que se observó en gran medida el aumento de interés por parte de los alumnos al saber que en la clase de matemáticas se haría uso de un software especializado. Por tanto basado en la prueba diagnóstico y las evaluaciones posteriores registradas en esta investigación, podemos afirmar que es totalmente recomendable el uso de software educativo en sus clases de algebra.

2. ¿Es posible que los alumnos de bachillerato obtengan su propio conocimiento a partir de ejemplos concretos de álgebra?

Las actividades propuestas en este trabajo de investigación pretendían justamente cambiar el esquema donde el que el profesor es la fuente de conocimiento y los alumnos son receptores pasivos, y llevarlos a otro totalmente diferente donde los propios alumnos construyen su conocimiento a partir de ejemplos cuidadosamente seleccionados por el profesor, así que podemos afirmar que sí. Siempre y cuando el ejemplo sea claro y auxiliado como en este caso por un software educativo especializado el alumno podrá inducir su propio conocimiento que será para siempre suyo ya que en caso de olvidarlo, siempre podrá reconstruirlo.

En esta parte es necesario mencionar que las actividades de papel y lápiz deben estar bien amalgamadas con las actividades sugeridas por el software, ya que si falla alguna de las dos podría conducir a dudas e incertidumbre en los alumnos que difícilmente recobrarán la confianza en el profesor.

3. ¿El debate científico ayuda a los alumnos a consolidar su conocimiento a partir de una situación dada?

Como ya se mencionó anteriormente esta investigación se basó en la metodología ACODESA y como se puede apreciar en el capítulo 3, una de las sugerencias de ésta metodología es el debate grupal, lo cierto es que el debate entre los alumnos ayuda a aclarar dudas que de otra manera no podrían llegar al profesor ya que el alumno no tiene la confianza o no encuentra la manera de plantear la duda al profesor (en algunos casos para evitar que los demás compañeros se burlen de él). Además la mayoría de los alumnos al ver como

participan sus compañeros se sienten motivados a compartir sus dudas; dudas que en la mayoría de los casos comparten más de un par de estudiantes pero que de otro modo no podrían ser resueltas por el profesor o por sus propios compañeros.

4. ¿Las actividades planteadas ayudan a la mejor comprensión en el tema de la factorización algebraica?

La factorización algebraica es un tema de carácter abstracto que en la mayoría de los alumnos no representa más que una serie de reglas a memorizar, en esta investigación se observó que al cambiar el paradigma de enseñanza – aprendizaje, apoyados del software educativo el alumno presenta en gran medida más interés a los temas, en este caso a la factorización, aunque ciertamente si las actividades están mal planteadas o son confusas rápidamente perderemos ese interés recién ganado y se convertirá en “una clase más de matemáticas”.

Basado en los resultados registrados en esta investigación podemos afirmar que efectivamente las actividades juegan un rol más que importante en la comprensión y asimilación del conocimiento particularmente de la factorización, ya que proponen una forma distinta de ver los conceptos que ya de por si son complicados para algunos alumnos, esto a través de ejemplos sencillos que tienen por objeto que los alumnos construyan su propio conocimiento apoyados en representaciones dinámicas que permiten al alumno en cierta forma “jugar” con la representación hasta encontrar la respuesta correcta del ejercicio y de esta manera concretar un aprendizaje significativo, que debería ser el objetivo en cada una de las asignaturas de su rol como estudiante.

Referencia Literaria

Ausubel, D., Novak J. y Hanesian H. (1997). Psicología educativa. Un punto de vista cognitiva. México. Trillas.

Bruner, J. (1972). Hacia una teoría de la Instrucción. México: Hispano Americana.

Baquero, M. y González, P. (2006). "Historia del Desarrollo y la Evolución de la llamada Matemática Moderna"

Disponible en:

<http://es.slideshare.net/guest37d5123/historia-del-desarrollo-y-evolucion-de-la-llamada>

Consultado 01-17

Canevet, G. (1970). "El cálculo Científico". Industria Gráfica Francisco Casamajó. Barcelona. España.

Careaga Butter, M. (2001) Centro de educación y tecnología de Chile. Proyecto Enlaces. Elaborado por. Centro Zonal Sur-Austral. Unidad N° 2 Software y su uso pedagógico. Chile.

Cataldi, Z. (2000). Una metodología para el diseño, desarrollo y evaluación de software educativo. Tesis para el Magister de Automatización de Oficinas.

Disponible en:

<http://laboratorios.fi.uba.ar/lsi/cataldi-tesisdemagistereninformatica.pdf>

Consultado 02-17

Conicet. Revista PRO Ciencia. (1994). "Matemática. Metodología de la enseñanza. Estructura Modular I". Buenos Aires. Argentina.

Cuevas Vallejos, C. (2000) "¿Que es Software Educativo o software para la enseñanza?"

Disponible en:

<http://www.matedu.cinvestav.mx/~ccuevas/SoftwareEducativo.htm>

Consultado 02-17

Guzmán, O., M. y Gil Pérez, D. (1993). Enseñanza de las ciencias y de la matemática. Tendencias e Innovaciones. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Editorial Popular.

Disponible en:

<http://www.oei.org.co/oeivirt/ciencias.htm#Indice>

Consultado 02-17

Hernández, J., Gil, D. Ortiz, E., Sevillana, C. y Soler, V. (1980). La experimentación asistida con calculadora (EXAC): una vía para la educación científico-tecnológica.

Hitt F. (2003). “Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología”.

Disponible en:

[https://www.academia.edu/807008/Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnologia](https://www.academia.edu/807008/Una_Reflexión_Sobre_la_Construcción_de_Conceptos_Matemáticos_en_Ambientes_con_Tecnologia)

Consultado 01-17

McFarlane y De Rijcke, 1999 en “Los Desafíos de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones en la Educación”

Marquès, P. (1998). Software educativo. Algunas tipologías. Universidad Autónoma de Barcelona.

Disponible en:

http://www.lmi.ub.es/te/any96/marques_software/

Consultado en 01-17

Morales Christian, Carlos Cortes, et al (2014). “Desarrollo de un ambiente tecnológico para promover la enseñanza y aprendizaje del álgebra, en particular el caso de las leyes de exponenciación”. Universidad Michoacana de San Nicolás Hidalgo, México

Disponible en:

<http://www.amiutem.edu.mx/pdfs/IPUTEM2014.pdf>

Consultado en 05-17

Núñez Eréndira y Cortés (2011). Desarrollo de Ambientes Tecnológicos Interactivos para el Aprendizaje de las Matemáticas: Una Experiencia con la Línea Recta

Disponible en:

http://www.amiutem.edu.mx/pdfs/UTEM_INV_PROP_2011_Ver_II.pdf

Consultado en 05-17

Otero Diéguez, A. (2004). Un acercamiento a la influencia de la Informática en la enseñanza de la Matemática. Universidad de Holguín, Holguín, Cuba.

Papert, S. (1987). Desafío de la mente: Computadoras y educación. Buenos Aires, Galápagos.

Piaget, J. (1985). Psicología y Pedagogía. Barcelona: Ariel.

Salcedo Lagos, P. (2000). Ingeniería de software educativo, teorías y metodologías que la sustentan. Universidad de Concepción. Departamento de Ingeniería, informática y Ciencias de la Computación. Revista Ingeniería Informática.

Skinner, B.F. (1985). Aprendizaje y comportamiento. Barcelona. Martínez Roca.

UNESCO. (2004). División de Educación Superior “Las tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente”

Disponible en:

<http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001295/129533s.pdf>

Consultado 02-17

Urbina Ramírez, S. (1999). Informática y teorías del aprendizaje. Universitat de les Illes Balears.

Vílchez Quesada, E. (2005). Impacto de las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación para la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior

ANEXO 1

HOJAS DE TRABAJO DE EDITH

En los siguientes anexos se muestra la propuesta de las hojas de trabajo de dos de los alumnos que participaron en la prueba piloto de la aplicación propuesta para la construcción del concepto de factorización, es importante puntualizar que aunque solo se muestran las actividades de dos de los alumnos para el análisis de esta investigación se hizo uso de las hojas de los diez alumnos participantes.

Se eligieron a estos dos alumnos basados en su participación en clase como en sus evaluaciones diagnóstico (que se muestran en el anexo 3 y anexo 4) donde se puede apreciar el avance significativo que tuvieron en los temas concernientes a la factorización.

Edith Ruiz González

I.- Actividades de Representación:

Realiza las siguientes actividades mediante el programa de REPRESENTACION GRAFICA y contesta las preguntas indicadas.

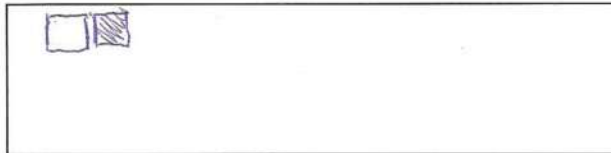
1.- Representar con bloques el número +3. 

2.- Representar con bloques el número -3. 

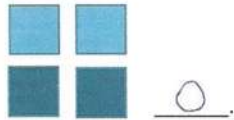
¿Cómo se comparan el número +3 y el número -3?

uno es positivo & el otro el negativo

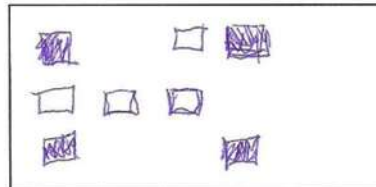
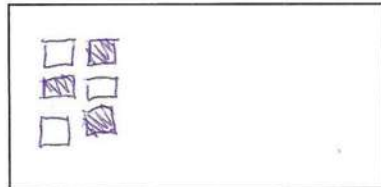
¿Cómo representarías el cero utilizando los bloques?



¿Qué número representa el siguiente diagrama?



Haz dos representaciones diferentes del número cero usando los bloques.

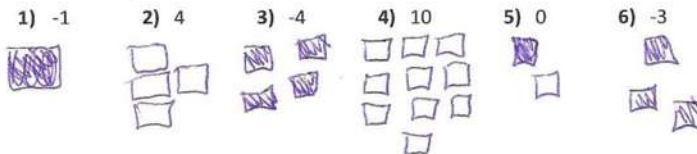


¿Cuántas representaciones podemos hacer del cero? Explica.

las que sean pero que sean número pares, porque mientras se tenga una de cada uno se puede realizar el cero por lo cual es 2.

Ejercicios:

Representar los siguientes números usando los bloques del programa FACTORIZACION GRAFICA.

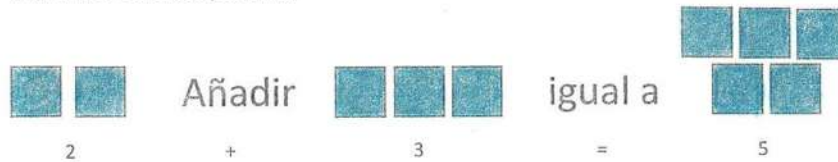


Edith Ruiz González

II.- Actividades de suma de números enteros:

Ahora que sabes representar números enteros con los bloques te será más fácil descubrir las reglas de suma. Es importante que entiendas que sumar quiere decir añadir.

La expresión $+2 + +3$ o simplemente $2+3$ quiere decir que a dos unidades positivas les vas a añadir tres unidades positivas.



Parte A.

¿Obtendrás el mismo resultado si sumas $3+2$? Explica.

Si, por la conmutatividad de la suma.

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes sumas usando los bloques del programa *FACTORIZACION GRAFICA*.

1) $1+5 = 6$. 2) $5+1 = 6$. 3) $3+3 = 6$. 4) $1+1 = 2$.

Explica con tus propias palabras lo que sucede cuando sumamos dos números enteros con signos positivos.

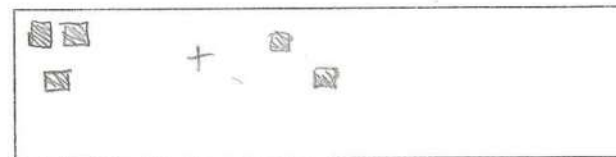
El resultado es en positivo & se puede cambiar el orden

¿Cómo podríamos llamar a la propiedad que sugieren las siguientes expresiones $2+3$ y $3+2$?

Conmutatividad

Parte B.

Representa con los bloques la suma $-3 + -2$.



¿Cuál es el resultado? -5. Verifica con otros compañeros tu resultado.

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes sumas usando los bloques del programa *FACTORIZACION GRAFICA*.

1) $1 + 5 = -6$. 2) $5 + 1 = -6$. 3) $3 + 3 = -6$. 4) $1 + 1 = -2$.

Explica con tus propias palabras lo que sucede cuando sumamos dos números enteros con signos negativos.

Da el resultado en negativo

¿Qué propiedad está presente en las siguientes expresiones $-2 + 3$ y $3 + -2$?

Commutatividad

Parte C.

En esta parte es necesario que estudies cuidadosamente los ejercicios para que puedas hacer tu conjetura acerca de la suma de dos números enteros con signos diferentes.

¿Cuál es el resultado de sumar $2 + -4$? Escribe tu respuesta aquí: -2.

Fijate que si unimos una unidad positiva (+) con una unidad negativa (-) lo que hacemos es formar ceros (neutralizar), como lo aprendiste cuando trabajaste en la parte de representar números enteros. Veamos lo siguiente:

Ejemplo:

Realizar la siguiente suma $2 + -4$ haciendo uso de los bloques y comprobar de manera algebraica.



Nos queda:



0 + -2 = -2

Tenemos que el resultado de $2 + -4 = -2$ ¿coincidió con tu respuesta inicial? Si.

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes sumas usando los bloques del programa FACTORIZACION GRAFICA.

1) $1 + 5 = -4$, 2) $-8 + 2 = -6$, 3) $8 + 3 = 11$, 4) $5 + 1 = 4$, 5) $1 + 1 = 0$.

Observa los ejercicios 3 y 5. ¿Qué tienen en común?

Que tienen el mismo número de positivos como de negativos por lo que se eliminan & queda cero.

¿Qué podemos decir de: $2 + 2$, $10 + 10$, $900 + 900$?

Es el mismo número, pero a positivo & el otro positivo.

Observa los ejercicios 1 y 4. ¿Podemos decir que $1 + 5 = 5 + 1$? Explica ¿por qué?

Es la conmutatividad, además de que el número negativo es mayor por eso el resultado es negativo.

¿Cómo podemos determinar el signo que prevalece, (+) o (-) en el resultado cuando trabajamos con los bloques? Explica.

Cuando el número tenga más de + signo.

Escribe brevemente como les explicarías a tus padres lo que sucede cuando se suman dos números enteros con signos diferentes.

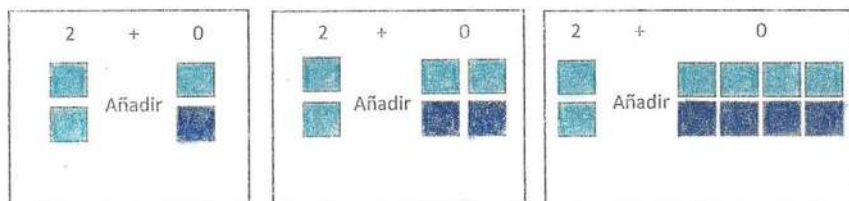
Dependiendo del número entero que sea mayor se queda el signo & ya dependiendo de eso uno le sumas los negativos al positivo o viceversa.

Cuando llegues a tu casa hazlo.

Parte D.

La representación del cero es un concepto muy importante para manipular números enteros, en este caso bloques, es por eso que debes tener bien claro como representarlo. Por ejemplo:

Representar la expresión $2 + 0$ de dos maneras diferentes usando los bloques de del programa FACTORIZACION GRAFICA.



¿Cuál es el resultado de $2 + 0$? 2.

Observa las representaciones que hicimos. ¿Son las únicas posibles? Explica:

No, hay infinitas representaciones de cero porque mientras haya números que se eliminen siempre hay el cero.

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes sumas usando los bloques del programa FACTORIZACION GRAFICA.

1) $1 + 0 = 1$. 2) $-6 + 0 = -6$. 3) $0 + 3 = 3$. 4) $0 + 1 = 1$. 5) $0 + -1 = -1$.

Después de encontrar los resultados del ejercicio anterior, obsérvalos ¿a qué conjetura puedes llegar?

que todo número sumado con cero dará lo mismo tanto en signo como en unidades.

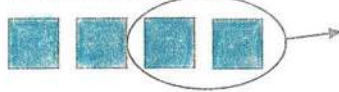
III.- Actividades de resta de números enteros:

En principio, es necesario entender que restar es sinónimo de quitar o remover. En los siguientes ejemplos repasaremos lo que esto significa.

Parte A.

Ejemplo 1.

A +4 le vamos a restar +2



Quedan dos bloques positivos, por lo que $+4 - +2$

Ejemplo 2.

¿Qué significa $-5 - -2$?

Significa que a 5 unidades negativas les quitaremos dos unidades negativas, esto es:



Por lo que $-5 - -2 = -3$.

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes restas usando los bloques del programa *FACTORIZACION GRAFICA*.

1) $2 - 1 = \underline{1}$.

2) $-3 - -1 = \underline{-2}$.

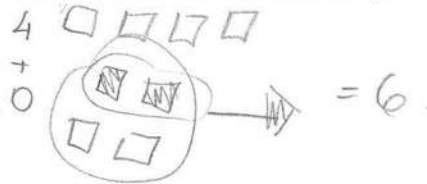
3) $3 - 3 = \underline{0}$.

¿Qué significará $+4 - -2$?



¿Puedes hacerlo?
SI

De seguro como se presenta la situación te será difícil explicarlo. ¿Se te ocurre alguna idea para resolver el ejercicio? En este momento necesitarás recordar lo que aprendiste en la actividad anterior cuando sumaste números con signos diferentes y utilizaste el cero para neutralizar.





IV.- Actividades de multiplicación de números enteros:

Las reglas de multiplicación de números enteros regularmente se enseñan por memorización, esto hace que al poco tiempo nos olvidemos de ellas o si las recordamos no podemos dar una explicación de cómo es que éstas funcionan. Mediante el uso de los bloques tendrás la oportunidad de crear tus propias reglas y luego utilizarlas con variables.

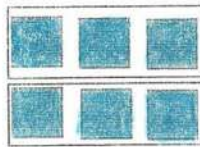
Ejemplo 1:

¿Qué quiere decir 2 multiplicado por 3?

Que el 2 se está sumando 3 veces.

Nota: Recuerda que la multiplicación es una forma corta de escribir una suma repetida, esto es 2 multiplicado por 3 quiere decir que tenemos 2 grupos de 3 elementos. En otras palabras $3 + 3$ que es igual a 6.

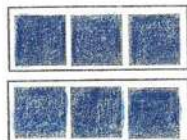
También sabemos que podemos escribir 2 multiplicado por 3 como ${}^+2({}^+3)$ lo que quiere decir dos veces ${}^+3$. Con los bloques lo representamos de la siguiente manera:



Finalmente podemos decir que ${}^+2({}^+3) = 6$.

Recordar: El signo del primer factor nos indica si los bloques se voltean o se quedan tal como están. Si es positivo (+) se quedan como están; si es negativo (-) los volteamos.

Ejemplo: ${}^+2({}^-3)$ quiere decir que vamos a formar dos grupos de 3 unidades negativas, como el signo del primer factor es positivo (en este caso +2) dejaremos los bloques tal como están. Esto es:

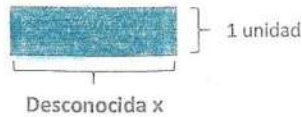


Finalmente podemos decir que ${}^+2({}^-3) = -6$.

V.- Conociendo las variables:

En álgebra se utiliza la combinación de números y variables para escribir expresiones las cuales reciben el nombre de "Expresiones algebraicas".

Ejemplo 1: Observa el siguiente bloque e investiga sus dimensiones.



Fíjate que el bloque anterior tiene altura 1, como la base es desconocida le llamaremos dimensión x . Por lo tanto, tenemos que dimensión x por dimensión 1 nos da x , es decir $(x)(1)=x$. De esta manera tenemos que el bloque anterior representa a la variable x .

Si volteas el bloque,  ¿Qué representa ahora? x .

Comparte tu respuesta con tus compañeros.

Ejemplo 2: Representar $2x$.



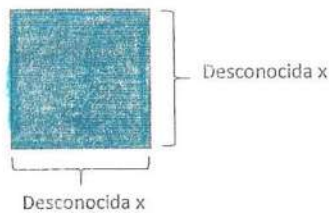
Observa que tenemos "2 veces x ". Decimos que $2x$ es un término y al número que acompaña a la variable se le conoce como coeficiente numérico (en este caso es el 2) regularmente se le denota como CN.

¿Cuál es el coeficiente numérico de x ? 1 ¿y el de $-x$? -1.

Ejercicio: Representa con los bloques los siguientes términos, para ello tienes que ir al apartado representación y luego a la pestaña que dice monomios, finalmente anota en esta actividad el coeficiente numérico en cada uno de ellos.

1) $3x$ CN 3. 2) $-5x$ CN -5. 3) $4x$ CN 4. 2) $-4x$ CN -4.

Ejemplo 3: Observa el siguiente bloque.



Por tener ambos lados iguales a la dimensión x podemos asegurar que se trata de un cuadrado, ¿qué variable crees que representa este bloque cuadrado? x^2 .

¿Cuál es su coeficiente numérico? 1.

¿Cómo representarías la expresión $2x^2$ con los bloques? Representalo en el programa para ello tienes que ir al apartado representación y luego a la pestaña que dice monomios.

$$x \begin{array}{|c|} \hline x^2 \\ \hline \end{array} \quad x \begin{array}{|c|} \hline x^2 \\ \hline \end{array} = 2x^2$$

ANEXO 2

HOJAS DE TRABAJO DE JUAN MANUEL

Juan Manuel Alfaro Tapia

I.- Actividades de Representación:

Realiza las siguientes actividades mediante el programa de REPRESENTACION GRAFICA y contesta las preguntas indicadas.

1.- Representar con bloques el número +3.



2.- Representar con bloques el número -3.



¿Cómo se comparan el número +3 y el número -3?

Que uno representa el negativo y el otro negativo.

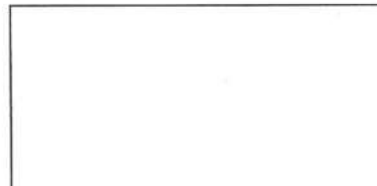
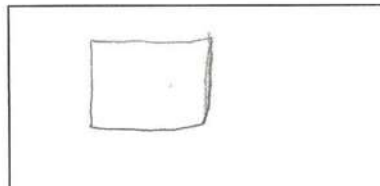
¿Cómo representarías el cero utilizando los bloques?



¿Qué número representa el siguiente diagrama?



Haz dos representaciones diferentes del número cero usando los bloques.



¿Cuántas representaciones podemos hacer del cero? Explica.

nose creo que una porque cero no no tiene valor numerico.

Ejercicios:

Representar los siguientes números usando los bloques del programa FACTORIZACION GRAFICA.

- 1) -1 2) 4 3) -4 4) 10 5) 0 6) -3

Juan Manuel Alfaro Tapia

II.- Actividades de suma de números enteros:

Ahora que sabes representar números enteros con los bloques te será más fácil descubrir las reglas de suma. Es importante que entiendas que sumar quiere decir añadir.

La expresión $+2 + +3$ o simplemente $2+3$ quiere decir que a dos unidades positivas les vas a añadir tres unidades positivas.



Parte A.

¿Obtendrás el mismo resultado si sumas $3+2$? Explica.

Si, porque el orden no importa
porque tienen el mismo número

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes sumas usando los bloques del programa *FACTORIZACION GRAFICA*.

1) $1 + 5 = 6$. 2) $5 + 1 = 6$. 3) $3 + 3 = 6$. 4) $1 + 1 = 2$.

Explica con tus propias palabras lo que sucede cuando sumamos dos números enteros con signos positivos.

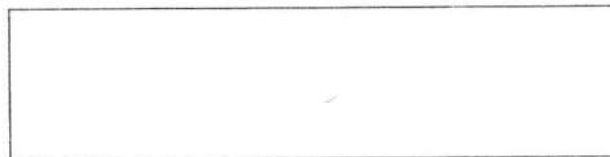
Se agrega la cantidad

¿Cómo podríamos llamar a la propiedad que sugieren las siguientes expresiones $2+3$ y $3+2$?

propiedad conmutativa

Parte B.

Representa con los bloques la suma $-3 + -2$.



¿Cuál es el resultado? -5. Verifica con otros compañeros tu resultado.

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes sumas usando los bloques del programa *FACTORIZACION GRAFICA*.

1) $-1 + -5 = -6$. 2) $-5 + -1 = -6$. 3) $-3 + -3 = -6$. 4) $-1 + -1 = -2$.

Explica con tus propias palabras lo que sucede cuando sumamos dos números enteros con signos negativos.

cuando sumas dos números negativos resultan negativo

¿Qué propiedad está presente en las siguientes expresiones $-2 + -3$ y $-3 + -2$?

commutatividad

Parte C.

En esta parte es necesario que estudies cuidadosamente los ejercicios para que puedas hacer tu conjetura acerca de la suma de dos números enteros con signos diferentes.

¿Cuál es el resultado de sumar $2 + -4$? Escribe tu respuesta aquí: -2

Fíjate que si unimos una unidad positiva (+) con una unidad negativa (-) lo que hacemos es formar ceros (neutralizar), como lo aprendiste cuando trabajaste en la parte de representar números enteros. Veamos lo siguiente:

Ejemplo:

Realizar la siguiente suma $2 + -4$ haciendo uso de los bloques y comprobar de manera algebraica.



Nos queda:



0 + -2 = -2

Tenemos que el resultado de $2 + -4 = -2$ ¿coincidió con tu respuesta inicial? Si

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes sumas usando los bloques del programa FACTORIZACION GRAFICA.

1) $1+5=4$ 2) $6+2=3$ 3) $3+3=6$ 4) $5+1=4$ 5) $1+1=0$

Observa los ejercicios 3 y 5. ¿Qué tienen en común?

Que son números pares

¿Qué podemos decir de: 2 y 2, 10 y 10, 900 y 900?

Que son n. pares que se repiten dos veces

Observa los ejercicios 1 y 4. ¿Podemos decir que $1+5 = 5+1$? Explica ¿por qué?

Es sí porque sin importar cómo lo escribas el número resultante siempre es el mismo

¿Cómo podemos determinar el signo que prevalece, (+) o (-) en el resultado cuando trabajamos con los bloques? Explica.

Porque si se suman dos positivos son positivos y si se suman dos negativos son negativos

Escribe brevemente como les explicarías a tus padres lo que sucede cuando se suman dos números enteros con signos diferentes.

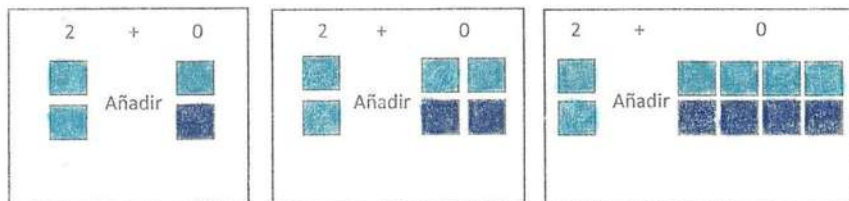
Quando sumas uno negativo con uno positivo el número mayor sea negativo el resultado sera dependiendo del signo.

Cuando llegues a tu casa hazlo.

Parte D.

La representación del cero es un concepto muy importante para manipular números enteros, en este caso bloques, es por eso que debes tener bien claro como representarlo. Por ejemplo:

Representar la expresión $2 + 0$ de dos maneras diferentes usando los bloques de del programa *FACTORIZACION GRAFICA*.



¿Cuál es el resultado de $2 + 0$? 2.

Observa las representaciones que hicimos. ¿Son las únicas posibles? Explica:

Si porque el cero casi es muy difícil de representar

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes sumas usando los bloques del programa *FACTORIZACION GRAFICA*.

1) $1 + 0 = 1$. 2) $6 + 0 = 6$. 3) $0 + 3 = 3$. 4) $0 + 1 = 1$. 5) $0 + 1 = 1$.

Después de encontrar los resultados del ejercicio anterior, obsérvalos ¿a qué conjetura puedes llegar?

que el cero como no tiene valor es descartado y es como si no pasara nada

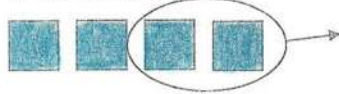
III.- Actividades de resta de números enteros:

En principio, es necesario entender que restar es sinónimo de quitar o remover. En los siguientes ejemplos repasaremos lo que esto significa.

Parte A.

Ejemplo 1.

A +4 le vamos a restar +2

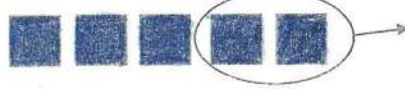


Quedan dos bloques positivos, por lo que $+4 - +2$

Ejemplo 2.

¿Qué significa $-5 - -2$?

Significa que a 5 unidades negativas les quitaremos dos unidades negativas, esto es:



Por lo que $-5 - -2 = -3$.

Ejercicios:

Hallar el resultado de las siguientes restas usando los bloques del programa FACTORIZACION GRAFICA.

1) $2 - 1 = 1$

2) $-3 - -1 = -4$

3) $3 - 3 = 0$

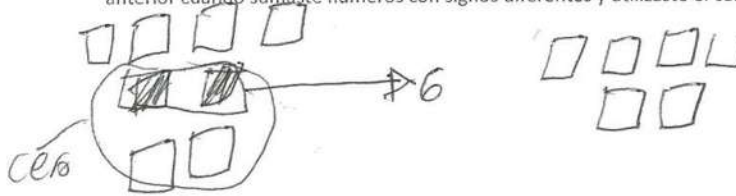
¿Qué significará $+4 - -2$?



¿Puedes hacerlo?

6

De seguro como se presenta la situación te será difícil explicarlo. ¿Se te ocurre alguna idea para resolver el ejercicio? En este momento necesitarás recordar lo que aprendiste en la actividad anterior cuando sumaste números con signos diferentes y utilizaste el cero para neutralizar.



IV.- Actividades de multiplicación de números enteros:

Las reglas de multiplicación de números enteros regularmente se enseñan por memorización, esto hace que al poco tiempo nos olvidemos de ellas o si las recordamos no podemos dar una explicación de cómo es que éstas funcionan. Mediante el uso de los bloques tendrás la oportunidad de crear tus propias reglas y luego utilizarlas con variables.

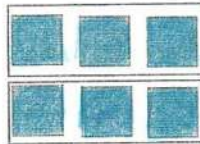
Ejemplo 1:

¿Qué quiere decir 2 multiplicado por 3?

que se van a sumar dos veces tres.

Nota: Recuerda que la multiplicación es una forma corta de escribir una suma repetida, esto es 2 multiplicado por 3 quiere decir que tenemos 2 grupos de 3 elementos. En otras palabras $3 + 3$ que es igual a 6.

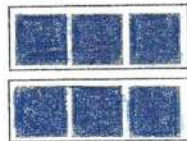
También sabemos que podemos escribir 2 multiplicado por 3 como $+2(+3)$ lo que quiere decir dos veces $+3$. Con los bloques lo representamos de la siguiente manera:



Finalmente podemos decir que $+2(+3) = 6$.

Recordar: El signo del primer factor nos indica si los bloques se voltean o se quedan tal como están. Si es positivo (+) se quedan como están; si es negativo (-) los volteamos.

Ejemplo: $+2(-3)$ quiere decir que vamos a formar dos grupos de 3 unidades negativas, como el signo del primer factor es positivo (en este caso $+2$) dejaremos los bloques tal como están. Esto es:

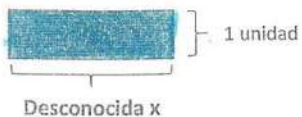


Finalmente podemos decir que $+2(-3) = -6$.

V.- Conociendo las variables:

En álgebra se utiliza la combinación de números y variables para escribir expresiones las cuales reciben el nombre de "Expresiones algebraicas".

Ejemplo 1: Observa el siguiente bloque e investiga sus dimensiones.



Fíjate que el bloque anterior tiene altura 1, como la base es desconocida le llamaremos dimensión x . Por lo tanto, tenemos que dimensión x por dimensión 1 nos da x , es decir $(x)(1)=x$. De esta manera tenemos que el bloque anterior representa a la variable x .

Si volteas el bloque,  ¿Qué representa ahora? que es negativo

Comparte tu respuesta con tus compañeros.

Ejemplo 2: Representar $2x$.



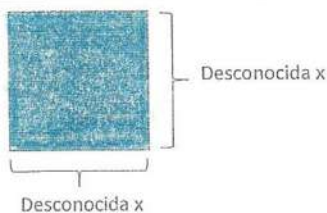
Observa que tenemos "2 veces x ". Decimos que $2x$ es un término y al número que acompaña a la variable se le conoce como **coeficiente numérico** (en este caso es el 2) regularmente se le denota como CN.

¿Cuál es el coeficiente numérico de x ? $1x$. ¿y el de $-x$? $-1x$.

Ejercicio: Representa con los bloques los siguientes términos, para ello tienes que ir al apartado representación y luego a la pestaña que dice monomios, finalmente anota en esta actividad el coeficiente numérico en cada uno de ellos.

1) $3x$ CN $3x$. 2) $-5x$ CN -5 . 3) $4x$ CN $4x$. 2) $-4x$ CN $4x$.

Ejemplo 3: Observa el siguiente bloque.



Por tener ambos lados iguales a la dimensión x podemos asegurar que se trata de un cuadrado, ¿qué variable crees que representa este bloque cuadrado? x .

¿Cuál es su coeficiente numérico? x .

¿Cómo representarías la expresión $2x^2$ con los bloques? Representalo en el programa para ello tienes que ir al apartado representación y luego a la pestaña que dice monomios.

ANEXO 3

EVALUACIONES DIAGNÓSTICO EDITH

Examen Diagnostico sobre la Factorización Algebraica

Nombre: Edith Ruth González

Indicaciones: Resuelve en cada caso como te sea posible, escribe todas la ideas que vengan a tu mente relacionadas con la resolución de los problemas. Indica de qué tipo de factorización se trata en cada caso.

1.- $3x + 3y = 3(x + y)$

2.- $4pq - 12pt = 4p(q - 3t)$

3.- $x(a+1) - t(a+1) + 5(a+1) = (a+1)x - t + 5$

4.- $49x^4y^2 - 64w^{20}z^{14} = 7x^2y(7x^2y) - 2w^5z^7(8w^5z^7)$

5.- $c^8 - d^8 = c^4(c^4) - d^4(d^4)$

6.- $4x^2 + 12xy^2 - 9y^4 =$

$(2x - 3y^2)^2$

$4x^2 - 12xy^2 + 9y^4$

7.- $x^2 - 2x - 15 =$

$(x+3)(x-5)$

¡¡ me encanto el curso !!

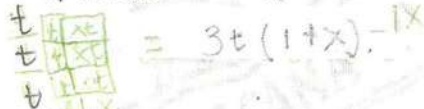
EXAMEN GENERAL DE CONOCIMIENTO DE LA APLICACIÓN FACTORIZACION GRAFICA.

Objetivo: Representar la factorización de las siguientes expresiones algebraicas usando los bloques de la aplicación Factorización Gráfica.

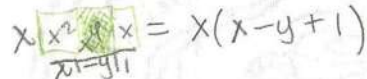
1) $3x^2 - 5x$



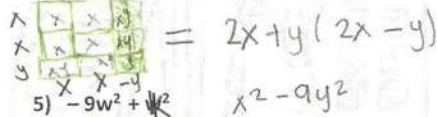
2) $3t + 3xt$



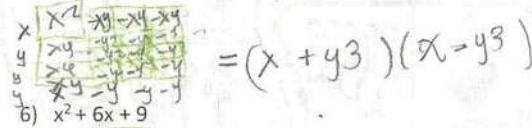
3) $x^2 - xy + x$



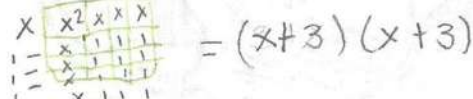
4) $4x^2 - y^2$



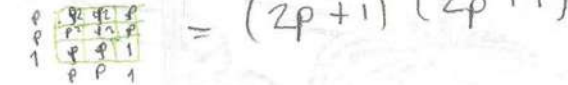
5) $x^2 - 9y^2$



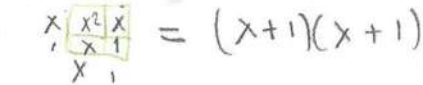
6) $x^2 + 6x + 9$



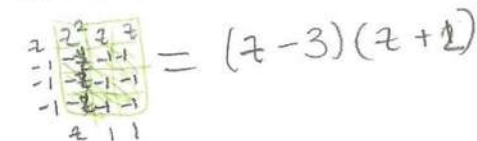
7) $4p^2 + 4p + 1$



8) $x^2 + 2x + 1$



9) $z^2 - z - 6$



Edith Ruiz Gonzalez

ANEXO 4

EVALUACIONES DIAGNÓSTICO DE JUAN MANUEL

Examen Diagnostico sobre la Factorización Algebraica

Nombre: Juan Manuel Alfaro Tupia

Indicaciones: Resuelve en cada caso como te sea posible, escribe todas las ideas que vengan a tu mente relacionadas con la resolución de los problemas. Indica de qué tipo de factorización se trata en cada caso.

1.- $3x + 3y = X = 3 - 3y =$

2.- $4pq - 12pt =$ no recuerdo muy bien la com o factorizar

3.- $x(a+1) - t(a+1) + 5(a+1) = X(1a) - t(a) + 5(1a)$

4.- $49x^4y^2 - 64w^{10}z^{14} =$ No se como factorizar

5.- $c^8 - d^8 = c^d$

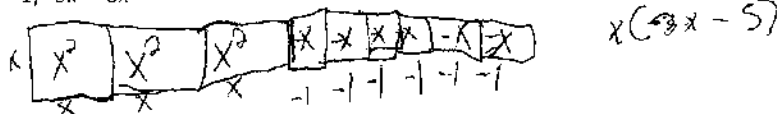
6.- $4x^2 + 12xy^2 - 9y^4 =$ No se como factorizar esta ecuación

7.- $x^2 - 2x - 15 =$ no se como factorizar

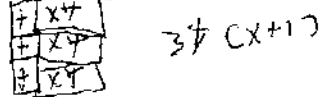
EXAMEN GENERAL DE CONOCIMIENTO DE LA APLICACIÓN FACTORIZACION GRAFICA.

Objetivo: Representar la factorización de las siguientes expresiones algebraicas usando los bloques de la aplicación Factorización Gráfica.

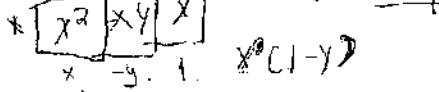
1) $3x^2 - 5x$



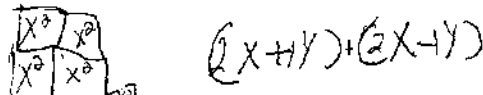
2) $3x^2 + 3xy$



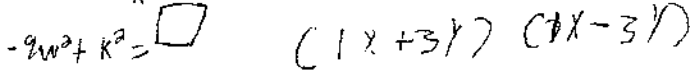
3) $x^2 - xy + x$



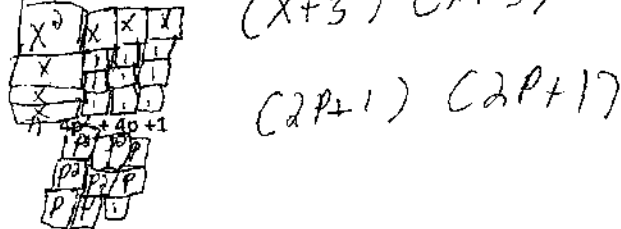
4) $4x^2 - y^2$



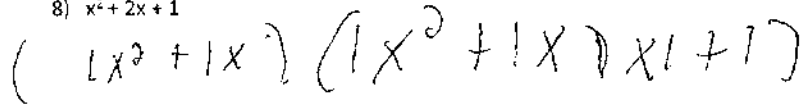
5) $-9w^2 + k^2 = -8w^2$



6) $x^2 + 6x + 9$



8) $x^2 + 2x + 1$



9) $z^2 - z - 6$

