



**UNIVERSIDAD MICHOACANA
DE SAN NICOLÁS DE
HIDALGO**

**FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICO - MATEMÁTICAS**

"MAT LUIS MANUEL RIVERA GUTIÉRREZ"

**RECONSTRUCCIÓN DEL PERFIL
TRIDIMENSIONAL DE UNA HUELLA
DIGITAL EJEMPLAR MEDIANTE LA
PROYECCIÓN DE FRANJAS GENERADAS
CON EL EFECTO TALBOT**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADO EN CIENCIAS
FÍSICO MATEMÁTICAS**

PRESENTA

**ALEJANDRO SÁNCHEZ
ORTEGA**

**ASESOR: DR. MAURICIO
ORTIZ GUTIÉRREZ**

MORELIA, MICHOACÁN.

AGOSTO 2019

DEDICATORIA

Dedico este trabajo a mi papá Rafa que a pesar de que estuvo en el comienzo de esta travesía, la vida no le permitió ver concluida esta anhelada meta.

A él, a toda mi familia y amigos les dedico esta tesis como una muestra de agradecimiento por sus valiosas enseñanzas esperando contar siempre con su apoyo incondicional.

Alejandro Sánchez Ortega

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la vida por haberme otorgado una familia maravillosa que siempre ha creído en mí, dándome a la vez ejemplos de humildad y sacrificio que me enseñaron a valorar todo lo que tengo.

Gracias a Galinzoga, Aarón, Quetzalken y Erika, mis mejores amigos, confidentes y compañeros de aventuras.

Agradezco a todos los profesores que me brindaron las herramientas necesarias para poder concluir esta etapa de formación profesional. A mi asesor de tesis, el Dr. Mauricio Ortiz Gutiérrez por su apoyo académico en la realización de este trabajo, así como a todos los compañeros del laboratorio de Óptica.

Índice general

1. Introducción	3
1.1. Antecedentes	3
1.2. Objetivo general	4
1.2.1. Objetivos específicos	5
1.3. Estructura de la tesis	5
2. Dactiloscopia y técnicas de adquisición de huellas	7
2.1. Reseña histórica	7
2.2. Correlación de huellas latentes y patrones dactilares	9
2.2.1. Patrones dactilográficos	10
2.3. Estructura biológica de la huella latente	11
2.3.1. Comportamiento de la luz al incidir sobre una huella latente	14
2.4. Detección de huellas latentes	14
2.4.1. Reveladores de huellas latentes	15
2.4.2. Técnicas para la adquisición de huellas dactilares la- tentes empleando reveladores físicos y químicos . . .	15
2.4.3. Técnicas láser	16
3. Propagación de la luz	17
3.1. Introducción	17
3.2. Dispersión e interferencia	17
3.3. Refracción y reflexión de la luz	18
3.4. Tratamiento electromagnético de la luz	19
3.4.1. Propagación de la luz y ecuaciones de Fresnel	21
3.5. Polarización de la luz	23

3.5.1. Polarización elíptica, circular y lineal	23
3.6. Métodos para obtener luz polarizada	25
3.6.1. Polarización por reflexión	25
4. Teoría de difracción. Efecto Talbot	27
4.1. Introducción	27
4.2. Reseña histórica	28
4.3. Principio de Huygens	29
4.4. Difracción de Kirchhoff	30
4.5. Difracción a través de una abertura	31
4.6. Aproximación de Fraunhofer	33
4.7. Aproximación de Fresnel	34
4.8. Efecto Talbot como caso particular de la difracción de Fresnel	35
5. Proyección de franjas y reconstrucción de superficies	41
5.1. Introducción	41
5.2. Proyección de franjas y métodos para la obtención de fase .	41
5.2.1. Método de Takeda por transformada de Fourier . . .	42
5.3. Desenvolvimiento de fase	44
5.3.1. Desenvolvimiento de fase en 1D	45
5.3.2. Desenvolvimiento de fase en 2D	47
5.3.3. El algoritmo de Goldstein	48
6. Detección de huellas latentes y adquisición de la topografía de huellas ejemplares	53
6.1. Introducción	53
6.2. Técnica de reflectometría para huellas latentes	53
6.2.1. Resultados	54
6.3. Técnica de reconstrucción 3D para huellas ejemplares . . .	56
6.3.1. Resultados	57
7. Conclusiones	65
Referencias	69

Proyección de franjas generadas con el efecto Talbot para reconstrucción de superficies

Por
Alejandro Sánchez Ortega

En la actualidad existen diferentes tipos de técnicas empleadas para revelar el patrón dactilográfico impreso sobre una superficie debido al contacto entre ambas superficies. En esta tesis se presentan los resultados obtenidos al aplicar dos técnicas diferentes.

La primera es una técnica basada en la reflexión de la luz y consiste en iluminar con luz no coherente una muestra donde se supone que está impresa la huella latente. La imagen de la huella revelada se obtiene al observar el reflejo de la luz al ángulo de Brewster.

La segunda técnica emplea el efecto Talbot para proyectar franjas sobre una muestra que contiene la impresión de la superficie de una huella ejemplar, se analiza el patrón de franjas deformadas y con ayuda de un algoritmo programado en Matlab se recupera el perfil tridimensional de la muestra.

Ambas técnicas tienen la ventaja de ser pruebas ópticas no destructivas, ya que únicamente se utiliza la proyección de luz estructurada evitando así el contacto directo con la muestra.

Palabras clave: huella dactilar, polarización por reflexión, difracción de Fresnel, desenvolvimiento de fase, digitalización 3D.

Abstract

Currently there are different types of techniques used to reveal the printed pattern on a surface due to contact between both surfaces, in this thesis the results obtained by applying two different techniques are presented.

The first is a technique based on the reflection of light and consists of illuminating with non-coherent light a sample where the latent imprint is supposed to be printed, the image of the revealed trace is obtained by observing the reflection of light at the angle of Brewster.

The second technique uses the Talbot effect to project stripes on a sample that contains the impression of the surface of an exemplary trace, the pattern of deformed stripes is analyzed and with the help of an algorithm programmed in Matlab the three-dimensional profile of the sample is recovered.

Both techniques have the advantage of being non-destructive optical tests, since only structured light projection is used, thus avoiding direct contact with the sample.

Capítulo 1

Introducción

En muchas ocasiones es necesario analizar la forma tridimensional de objetos para realizar cierto tipo de estudios. Uno de los principales problemas es que en ocasiones estos no pueden ser manipulados con facilidad, es entonces cuando surge la necesidad de generar modelos digitalizados que contengan toda la información referente al objeto real; por ejemplo, la topografía de la superficie, el volumen, las dimensiones del objeto, etc.

La huella digital es una herramienta biométrica que permite la identificación de individuos a partir de la impresión dactilar formada por las crestas y valles localizadas en la superficie de los dedos.

1.1. Antecedentes

A lo largo de la historia el hombre ha usado distintos métodos de identificación a fin de separar a un individuo del resto de sus semejantes; sin embargo, ninguno de estos métodos resultó adecuado hasta que la dactiloscopia fue adoptada.

En la actualidad existen diferentes tipos de técnicas empleadas para revelar el patrón dactilográfico impreso sobre alguna superficie tales como los que se explican en [1]. Sin embargo, estos métodos proporcionan únicamente la imagen del patrón en una dimensión; es decir, que no revelan ningún tipo de información referente a la profundidad de las crestas que generan dicha impresión.

La reconstrucción del perfil tridimensional es una herramienta que permite obtener la información referente a las dimensiones del objeto a reconstruir. Dentro de las técnicas más empleadas se encuentra la proyección de franjas sobre el objeto de estudio con el objetivo de analizar patrón de franjas deformado debido a la topografía de éste. La información de fase contenida en este patrón de franjas deformado puede ser obtenida de diferentes métodos, ya sea mediante el análisis de una serie de imágenes cuyas franjas proyectadas contiene cierto desfase entre sí, tal como se reporta en [2], o bien, mediante el análisis de una única imagen tal como en [3]. Estas técnicas reciben el nombre de corrimiento de fase y método de Takeda, respectivamente. En la mayoría de los trabajos previos a esta tesis se reporta la proyección de franjas sobre objetos de gran tamaño, debido a ello el uso de un proyector multimedia para proyectar las franjas sobre el objeto es la herramienta mas adecuada. Sin embargo, al querer obtener el perfil tridimensional de objetos nanométricos es necesario implementar una técnica que permita la proyección de franjas cuyo orden dimensional concuerde con el objeto de estudio.

Se tomó como referencia el trabajo de tesis de Ricardo Landín [1], a diferencia que en esta tesis se propone el uso del efecto Talbot para la proyección de franjas sobre el objeto. Además se propone también el uso del método de Takeda para obtener la información de fase envuelta a partir del patrón recuperado de franjas deformadas. También se tomaron como referencia los resultados reportados en la tesis de maestría de Jesús Alonzo Arriaga Hernández [4] debido a que la muestra de la cual se quiere obtener el perfil tridimensional en esta tesis es un objeto transparente al igual que los objetos estudiados en dicha tesis.

Como un resultado adicional en esta tesis se corrobora la técnica de reflectometría reportada en [1]. Ambas técnicas tienen la ventaja de ser pruebas ópticas no destructivas, ya que únicamente se utiliza la proyección de luz estructurada evitando así el contacto directo con la muestra.

1.2. Objetivo general

- Detectar la existencia de huellas latentes sobre la superficie de un portaobjetos a partir del principio de reflexión y obtener el perfil tridimensional de una huella ejemplar a partir del análisis de un patrón

de franjas deformadas.

1.2.1. Objetivos específicos

- Entender los conceptos y fenómenos relacionados con la reflectometría y las técnicas de recuperación del relieve de objetos reales.
- Diseñar arreglos experimentales que permitan realizar ambas técnicas en el laboratorio.

1.3. Estructura de la tesis

En el capítulo 2 se presentan las ideas principales de la dactiloscopía, así como un resumen de las técnicas más utilizadas para la detección de huellas latentes a partir del uso de la composición bioquímica del patrón dactilar impreso.

En el capítulo 3 se presenta un análisis de la forma en la que se propaga la luz al incidir en un medio, se estudian los conceptos de refracción y reflexión desde el punto de vista de la teoría electromagnética, así como el concepto de luz polarizada.

En el capítulo 4 se estudian los fenómenos relacionados con la difracción; en particular, se estudia la difracción de la luz al pasar por una rejilla periódica, se muestran las expresiones matemáticas para los patrones de intensidad generados haciendo uso de las aproximaciones de Fraunhofer y Fresnel así como en el fenómeno de Talbot producto de esta última aproximación.

En el capítulo 5 se habla de los métodos para la obtención de la información de fase envuelta así como de diferentes métodos para desenvolver dicha fase que se utiliza para la reconstrucción de superficies.

En el capítulo 6 se presentan en detalle las técnicas propuestas para la detección y adquisición de huellas digitales latentes y la técnica de obtención del perfil tridimensional para huellas ejemplares, así como los resultados obtenidos para ambas técnicas.

En el capítulo 7 se presentan las conclusiones obtenidas después de la realización de la parte experimental.

Capítulo 2

Dactiloscopía y técnicas de adquisición de huellas

2.1. Reseña histórica

La historia de la dactiloscopía comenzó hace varios siglos, cuando en la antigua China, alrededor del año 300 d.C. se usaban las huellas de la mano como evidencia en los juicios por robo. Después de la invención del papel en el año 105 d.C., en esta misma región se convirtió en práctica habitual estampar con tinta una marca del dedo o la palma de la mano en todas las hojas de un documento oficial. A partir de este periodo la dactiloscopía ha recorrido una trayectoria guiada por los descubrimientos de distintos protagonistas que aportaron sus propias observaciones para la consolidación de esta ciencia.

En el año de 1665 Marcelo Malpighi fue uno de los primeros en interesarse por el estudio de la huellas dactilares, considerado como el abuelo de la dactiloscopía, fue el primero en percatarse de la presencia de líneas circulares y líneas en forma de espiral en las huellas dactilares.

Posteriormente en el año de 1823 Juan Evangelista Purkinje publica en su tesis “Comentatio de Examine Phisiológico Organivesus et Systematis Cutanei” las diferentes formas de huellas digitales y un sistema para clasificarlas basado en 9 grupos.

En 1850 Sir William James Herschel comenzó a incluir las huellas dac-

tilares en los contratos de sus trabajadores. Por medio de la impresión con tinta plasmaba la huella dactilar en una hoja de registro que contenía los datos personales del individuo, con el fin de poder tener una pronta y precisa localización del sujeto en un futuro. Herschel también utilizó las huellas adquiridas del individuo por el procedimiento antes mencionado para la identificación de los reos de las penitenciarías, ya que el proceso de impresión por tinta presentaba un buen contraste, fácil identificación del individuo y una gran durabilidad.

Durante la década de 1880, el Doctor Henry Faulds desarrolló un método para clasificar e identificar los diferentes tipos de huellas dactilares en el que sugería que las huellas dactilares eran únicas y permanentes. Este procedimiento le fue expuesto a Charles Darwin, quién pasó la información a Sir Francis Galton. Posteriormente en el año de 1880 Galton publicó un artículo basado en el estudio de las huellas dactilares como medio de identificación personal y el uso de impresiones de tinta como el método para la obtención de éstas. A Galton se le atribuye la primera identificación de una huella digital latente obtenida de una botella de alcohol.

Por el año de 1891 Juan Vucetich Kovacevich, un oficial de la policía Argentina, comenzó la primera clasificación de ficheros de huellas dactilares basado en tipos de patrón de Galton. Ideó un método para comprobar la correspondencia entre huellas dactilares recogiendo muestras de 23 presos. Con este trabajo logra formar cuatro grupos de patrones fundamentales de dactilografías conocidos como arco, presilla interna, presilla externa y verticilo.

En 1892 Vucetich identificó al responsable de un asesinato a partir del estudio de una huella dactilar impresa con sangre en la escena del crimen, se comprobó que la huella pertenecía a Francisca Rojas, quien había asesinado a sus dos hijos.

Tan sólo 6 años después de que Vucetich pusiese en práctica el primer sistema eficaz de identificación mediante huellas dactilares, la Academia de Ciencias de París lo reconoció públicamente como el método más eficaz utilizado hasta el momento en la identificación de personas.

Durante esta misma época Galton fue capaz de demostrar científicamente lo que Herschel y Faulds ya sospechaban, que las huellas dactilares no cambian durante el transcurso de la vida de un individuo y que no hay dos huellas dactilares exactamente idénticas. Galton además identificó las

características por las que se pueden identificar las huellas dactilares. Estas características todavía están en uso hoy en día, y son conocidas a menudo como los detalles de Galton.

En la actualidad, las huellas dactilares no sólo son utilizadas en el ámbito criminal, sino que se han convertido en un método de identificación cotidiano debido a que las nuevas tecnologías facilitan el proceso de comparación y generan herramientas cada vez más precisas. Las huellas dactilares pueden ser utilizadas para la verificación de antecedentes penales a la hora de conseguir un empleo, como requisito para adquirir un arma de fuego e incluso desbloquear la pantalla de un teléfono celular.

Paradójicamente estas nuevas tecnologías han dado pie a que la identidad que corroboran las huellas se ponga en tela de juicio ya que incluso se ha llegado a hablar de la posibilidad del uso de las fotos en redes sociales en las que se pueden apreciar estas marcas para obtener la huella digital del individuo sin necesidad de tomar la impresión directamente de sus manos.

2.2. Correlación de huellas latentes y patrones dactilares

Una huella latente se define en el medio forense como toda figura, señal o vestigio, producidos en una superficie, por contacto suave o violento con una región del cuerpo humano, por lo general estas huellas poseen un contraste pobre a simple vista a menos de que hallan sido impresas con sustancias colorantes. Cuando la huella latente proviene de cualquier dedo de la mano se emplea la dactiloscopia para identificar al individuo que posee dicha huella dactilar.

Para hacer una identificación por medio del estudio de las impresiones dactilares, hay que comparar los puntos característicos entre la huella latente y la impresión dactilar del sujeto. Para poder realizar esta comparación es necesario contar con métodos de detección que no dañen la huella latente. La óptica es una buena herramienta que genera técnicas no destructivas mediante las cuales podemos observar la huella latente sin importar el poco contraste que se pueda tener a simple vista.

Los principios básicos de la dactiloscopia que han permitido demostrar que cada individuo es distinto a todos sus semejantes y la razón por la cual

esta ciencia ha sido utilizada por más de 100 años se basan en los hechos de que la huella dactilar permanece inalterable a lo largo de la vida del individuo, que éstas no sufren cambios por ninguna causa natural e incluso resisten a las heridas si las mismas no afectan las capas profundas de la piel y de que está comprobado que no hay dos impresiones dactilares iguales.

2.2.1. Patrones dactilográficos

El sistema dactiloscópico utilizado en México es esencialmente déltico, es decir que basa su estructura en la existencia o no del delta dentro del área del dactilograma. Para el estudio de los dactilogramas estos se dividen en 4 patrones distintos.

1. Arco. Se define como todo dactilograma carente de delta, las líneas cruzan transversalmente algo curvas y paralelas entre sí.(Figura 2.1(a)).
2. Presilla interna. Se caracteriza por tener un delta a la derecha del observador; las crestas que forman el núcleo nacen a la izquierda, corren hacia la derecha dando vueltas sobre sí mismas, para salir al mismo lado de partida. (Figura 2.1(b)).
3. Presilla externa. Este dactilograma se caracteriza por poseer un delta a la izquierda del observador, las crestas que forman su núcleo nacen a la derecha, corren un trayecto a la izquierda, dan vuelta y regresan al mismo lado de partida. (Figura 2.1(c)).
4. Verticilo. Se caracteriza porque tiene dos deltas, una a la derecha y otra a la izquierda, más o menos bien situados; sus núcleos adoptan formas espiroidales en sentido de las manecillas del reloj o contrarias a éstas, formas ovoides, círculos concéntricos u ovoides concéntricos. (Figura 2.1(d)).

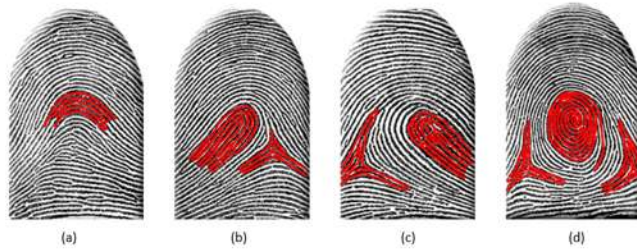


Figura 2.1: Clasificación de los patrones dactilográficos de una huella dactilar.

Para una comparación de las huellas dactilares y su correcta identificación es necesario identificar la forma de la cresta, la ubicación, posición y dirección de la delta, posición y longitud de las líneas, ángulos entre las líneas e inclusive las marcas dejadas por lesiones cortantes sobre la yema de los dedos. Todas estas características en conjunto son las que permite definir la individualidad de la huella digital y la posible identificación del individuo.

Debido a que esta tesis se centra en los métodos de detección de huellas latentes más que en su identificación y fichaje con el individuo, en las siguientes secciones hablaremos de la composición bioquímica de la huella impresa sobre un portaobjetos y la forma en la que ésta reacciona al ser iluminada con luz no coherente.

2.3. Estructura biológica de la huella latente

Las crestas papilares que forman el relieve de las yemas de los dedos están formadas por una capa gruesa y robusta de piel que carece de glándulas sebáceas pero que tiene una gran densidad de glándulas sudoríparas. Estas glándulas sudoríparas se encuentran situadas en la dermis y son las encargadas de secretar el sudor mediante un tubo situado en el tejido celular subcutáneo que atraviesa la dermis y conecta las glándulas sudoríparas con la capa córnea de la epidermis de tal forma que el sudor sale a través de los poros de la piel situados sobre las crestas papilares (Figura 2.2).

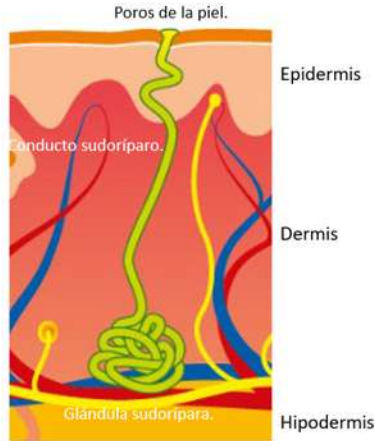


Figura 2.2: Estructura anatómica de la piel.

Una vez que el sudor llega a la superficie cutánea éste se acumula a lo largo de todas las crestas y se mezcla con la grasa natural de la piel.

La composición química de la huella latente es una mezcla de diversas sustancias provenientes de la grasa de la piel, el sudor y de la epidermis. La grasa de la piel contiene lípidos y ácidos grasos mezclados con desechos de piel muerta, el sudor por su parte está compuesto fundamentalmente por un 98 % de agua, vitamina C, sales minerales, azúcares, ácido úrico, amoníaco, urea, anticuerpos y ácido láctico. Esta mezcla de sudor, grasa y desechos de la piel, forman una película hidrolipídica que recubre la capa córnea de la epidermis. La capa córnea esta formada por 20 subcapas de células muertas que impregnadas por las grasa y azúcares se desprenden regularmente en un proceso conocido como descamación, lo que da lugar a que cuando se toque o manipule un objeto apto para la retención de huellas, las crestas dejen una impresión en él.

La composición química de la huella latente también está relacionada con la manera en la que se llevó a cabo el contacto entre la superficie de la piel involucrada y el material donde quedó impresa dicha huella, siendo importantes algunos factores como la presión de contacto, la duración del contacto, la dimensión del área de contacto y el aseo previo de la piel. La naturaleza de la superficie de impresión también juega un papel importante,

ya que dependiendo de su textura, su capacidad de retener compuestos o su estructura fisicoquímica, la composición química de la huella latente puede verse alterada.

Para analizar la interacción entre el patrón dactilar impreso sobre el portaobjetos y el haz de luz con el que se ilumina, surge la necesidad de estudiar la estructura de la capa superficial de la piel y la composición química de la mezcla de sudor y grasa para poder garantizar la existencia o no de ciertos fenómenos ópticos. En la siguiente sección se analiza dicha composición.

2.3.0.1. La piel

En la mayor parte del cuerpo humano el grosor de la piel está comprendido entre 1 y 2 mm. Pueden distinguirse dos tipos de piel, una piel delgada y fina que cuenta con pelo y glándulas sebáceas que se encuentra distribuida en la mayor parte superficial del cuerpo y una piel gruesa carente de pelo y glándulas sebáceas que se encuentra principalmente en las palmas de las manos y en las plantas de los pies.

La piel está formada por una capa superficial llamada epidermis y una capa más profunda denominada dermis. La dermis consta de 5 subcapas de células llamadas queratinocitos, entre estas subcapas están la capa basal, la capa espinosa, la capa granular, la capa clara y la capa córnea; mientras que la dermis consta únicamente de dos subcapas, la capa inferior y la capa superior.

Debido a que en esta tesis se analiza la interacción de la luz con las células que se quedan adheridas en la impresión de la huella latente, se estudiará únicamente la composición de la capa córnea debido a que es la subcapa de la epidermis más externa y de la cual se desprenden las células epiteliales.

La capa córnea es la subcapa de la epidermis mas gruesa y está formada por células planas queratinizadas y sin núcleo llamadas células córneas o corneocitos. Los corneocitos están compuestos mayormente por queratina soldados entre sí mediante uniones denominadas corneodesmosomas. En el transcurso de la renovación celular, determinadas enzimas debilitarán estos puentes de proteínas, provocando irremediablemente la separación de las células de sus vecinas más cercanas y su posterior desprendimiento de la

epidermis.

El grosor del estrato córneo depende del grosor general de la epidermis, de manera que cuantos más corneocitos se produzcan más grueso será el estrato córneo. En zonas como la palma de las manos la epidermis tiene un espesor aproximado de 1mm debido a que el rozamiento en esta zona es intenso y existe una mayor producción de corneocitos.

2.3.1. Comportamiento de la luz al incidir sobre una huella latente

Se puede concluir entonces que cuando una huella dactilar se queda impresa en una superficie, sobre el patrón de líneas formado se puede encontrar una mezcla de corneocitos, sudor y grasa de la piel, que en general se traduce en sustancias tales como azúcares, proteínas y lípidos.

Debido a que los corneocitos en ocasiones se desprenden en grupos de gran tamaño se puede suponer que estos son mucho mayores que la longitud de onda del haz con el que se ilumina la muestra, por lo tanto, cuando el haz choca con estas células, el haz es dispersado en diferentes direcciones.

Sin embargo, son escasos los estudios en donde se han identificado proteínas provenientes del proceso de descamación epidérmica en los residuos dejados por la huella digital.

Al observar el haz reflejado por la muestra a través de cierto ángulo las dispersiones realizadas por las células y la posible polarización de la luz debido a la composición química de las sustancias de la piel se traducen en un mayor contraste que nos puede permitir ver la huella latente a simple vista.

Una vez que se han detallado las características de las huellas así como sus compuestos químicos, a continuación se mencionan las técnicas actuales utilizadas para la detección de huellas latentes.

2.4. Detección de huellas latentes

Para la detección de huellas latentes se utilizan diversas técnicas y reveladores que aprovechan la composición química de la huella latente para revelar el patrón dactilográfico, permitiendo así que todos los componentes

de la huella digital impresa sobre alguna superficie sean visibles a simple vista.

2.4.1. Reveladores de huellas latentes

De acuerdo a la composición del revelador estos se pueden clasificar en físicos y químicos. Los reveladores físicos son sustancias químicas polvorizas que se adhieren a la grasa contenida en la impresión de la huella latente. Los reveladores químicos ya sean líquidos o gaseosos son sustancias que se combinan químicamente con los componentes del sudor, tales como los aminoácidos, grasas y sales presentes en la huella dactilar latente desencadenando reacciones químicas que dan como resultado el revelado de la huella dactilar latente [2].

2.4.2. Técnicas para la adquisición de huellas dactilares latentes empleando reveladores físicos y químicos

A pesar de la gran cantidad de técnicas modernas empleadas para el revelado de huellas latentes, el uso de reveladores físicos y químicos ha sido la herramienta más utilizada al momento de llevar a cabo esta tarea, ya sea por simple comodidad o porque el acceso a las nuevas técnicas representa un alto costo. Sin embargo, estas técnicas tradicionales se limitan en cuanto a su aplicación a determinadas superficies o espacios.

Dentro de las técnicas que emplean reveladores físicos tradicionales se encuentran los polvos óxidos, los polvos metálicos y los polvos magnéticos, por mencionar algunos. Cada uno de estos polvos se presentan en una gran variedad en colores que favorecen al revelado de la huella dactilar, en relación al fondo de la superficie donde se encuentran, así como también, el tipo de superficie. A esta gama de colores se unen los polvos fluorescentes, que poseen características luminiscentes que realzan los detalles de la huella al ser iluminados con luz ultravioleta.

Dentro de las técnicas más importantes que emplean reveladores químicos tradicionales se encuentran la técnica de revelado a partir de vapores de yodo y la técnica de revelado a partir del nitrato de plata [1].

Ambas técnicas tienen la desventaja de que el tiempo de la reacción química que permite el revelado de la huella suele ser muy corto.

2.4.3. Técnicas láser

Este tipo de técnicas emplean la proyección de luz coherente generada por un rayo láser para observar el patrón dactilográfico impreso sobre alguna superficie. Debido a que no es necesaria la aplicación de ningún revelador previo a la utilización del láser, estas técnicas no dañan el rastro de la huella latente. Como resultado de la interacción entre los componentes químicos de la huella y el haz de luz se presenta una fluorescencia sobre la huella latente que permite que ésta pueda ser observada a simple vista.

Dentro de las técnicas que emplean el láser se pueden encontrar aparatos que realizan esta tarea, tales como el Krimesite Scope, el Scene Scope Avance Imager, o bien, técnicas que utilizan la fluorescencia de micro rayos X [2].

Las desventajas de este tipo de técnicas es que las radiaciones generadas por los aparatos pueden causar lesiones graves en la piel, además, el precio de los equipos es muy elevado.

Capítulo 3

Propagación de la luz

3.1. Introducción

Debido a la naturaleza de la luz, los fenómenos de propagación pueden ser explicados considerando a la luz únicamente como una onda electromagnética, sin embargo, cuando la luz interactúa con la materia surge la necesidad de considerarla como un fenómeno corpuscular.

En este capítulo se describen los fenómenos de reflexión, transmisión y refracción de dos maneras, primero a través de las nociones básicas de la onda y posteriormente mediante un análisis desde la perspectiva de la teoría electromagnética.

3.2. Dispersión e interferencia

Cuando un haz de luz monocromática con cierta longitud de onda λ se propaga en el vacío lo hace sin ningún cambio en su intensidad ni en su estado de polarización. Si una partícula pequeña se interpone en la trayectoria del haz pueden ocurrir dos fenómenos. Uno, la partícula puede convertir parte de la energía del haz en otra forma de energía, presentándose así el fenómeno de absorción. Dos, la partícula puede extraer energía del haz incidente y desviarla en diferentes direcciones, presentándose así el fenómeno de dispersión.

Algunos de los factores que intervienen en estos fenómenos son el ta-

maño y composición química de la partícula y la longitud de onda del haz emisor. La composición química está relacionada con el índice de refracción del material, el tamaño de la partícula y la longitud de onda del haz incidente determinan la intensidad y el patrón de dispersión.

Si se asume que una onda se propaga a través de un medio que posee muchas partículas distribuidas de forma ordenada existirá una relación sistemática entre las fases de las ondas dispersadas por cada partícula, si las partículas están colocadas al azar, esta sistematización en la fase no existe.

Cuando el haz incidente es dispersado de manera constante por las partículas del material, las ondas dispersadas dan lugar a trenes de onda que, dependiendo de la estructura del material, estos pueden presentar ciertos patrones de interferencia.

La interferencia se refiere a la superposición de dos o más ondas que dan como resultado una perturbación dada por la suma de las contribuciones de las ondas superpuestas. Esta perturbación puede ser constructiva si todas las ondas superpuestas se encuentran en fase. Si las ondas superpuestas se encuentran desfasadas en π radianes, éstas tienden a anularse, presentándose así la interferencia destructiva.

Para partículas cuyo tamaño es mucho menor que la longitud de onda del haz incidente se emplea la teoría de la dispersión de Rayleigh, en cambio, para partículas cuyo tamaño es mucho mayor que la longitud de onda la interacción se puede describir en términos de la óptica geométrica.

3.3. Refracción y reflexión de la luz

Supóngase que un haz de ondas planas incide sobre la superficie de un medio transparente formado por una gran cantidad de moléculas de un tamaño mayor que la longitud de onda del haz incidente: una parte del haz logra viajar a través del medio siempre y cuando los trenes de onda dispersados por las moléculas estén aproximadamente en fase mientras que otra parte es reflejada por la superficie del material.

Si el haz incidente forma un ángulo θ_i con la normal a la superficie, los frentes de onda transmitidos al material avanzan con una velocidad menor que los frentes de onda incidentes, por lo que estos son desviados de su trayectoria original causando que el haz transmitido avance con una

dirección y velocidad diferente respecto al haz incidente. A este fenómeno se le conoce como refracción.

Si se considera que el haz proviene del aire e interactúa con la superficie del material transparente, la distribución superficial de átomos ocasiona que la onda se disperse y al haber una discontinuidad entre ambos medios una cantidad del haz de luz es dispersada hacia atrás. A este fenómeno se le conoce como reflexión. Si la transición de un medio a otro es gradual existe menor reflexión, en cambio, si esta transición se da de manera abrupta la reflexión aumentará debido a la diferencia en los índices de refracción de ambos medios.

Cuando sobre la superficie plana de un material homogéneo y transparente incide un frente de ondas planas a cierto ángulo θ_i cierta cantidad de energía del haz es reflejada mientras que otra parte es transmitida al material. Este conjunto de haces cumplen tanto la ley de la reflexión como la ley de Snell [5], donde

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_r. \quad (3.1)$$

Cabe mencionar que tanto el haz incidente, el haz reflejado y el haz transmitido se encuentran en un mismo plano denominado plano de incidencia, el cual es perpendicular a la superficie del medio.

3.4. Tratamiento electromagnético de la luz

En la sección anterior se explicaron los fenómenos de propagación considerando únicamente la dispersión que ocasionan los átomos del medio donde incide el haz, sin embargo, como se dijo al principio existe otra alternativa más rigurosa para estudiar dichos fenómenos. Este nuevo enfoque usa la teoría electromagnética para poder analizar las interacciones entre el campo eléctrico de la onda y el medio en el que ésta incide.

La luz está formada por un conjunto de ondas electromagnéticas cuyas longitudes de onda van desde el orden de kilómetros hasta la fracción del tamaño de un átomo, independientemente de la longitud de onda, la física de las ondas electromagnéticas es la misma.

Las propiedades de los campos electromagnéticos en un medio se des-

criben por las cuatro ecuaciones de Maxwell [6] dadas por

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}, \quad (3.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0, \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (3.4)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \mu\rho\vec{E} + \mu\epsilon\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (3.5)$$

Estas ecuaciones representan el comportamiento del campo eléctrico $\vec{E}$ y del campo magnético $\vec{H}$. De acuerdo con estas ecuaciones cuando en un punto del espacio se produce un campo eléctrico variable con el tiempo, dichas variaciones originan un campo magnético también variable, que a su vez da origen a un campo eléctrico. Al ser estos campos dependientes uno del otro, ambos se propagan en fase y de forma perpendicular en la dirección $\vec{r}$ (Figura 3.1).

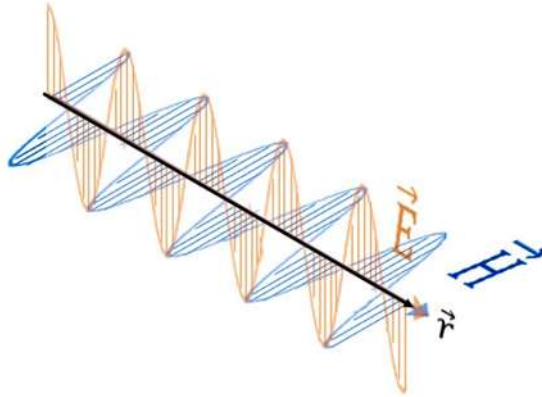


Figura 3.1: Propagación del campo eléctrico y magnético en la dirección $\vec{r}$.

Al manipular las ecuaciones de Maxwell y suponer que el medio de incidencia no posee propiedades magnéticas se llega a la ecuación de la

onda que se propaga a través del medio,

$$\nabla^2 E = \epsilon\mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \sigma\mu_0 \frac{\partial E}{\partial t}, \quad (3.6)$$

cuya solución es una función $E(r, t)$ que depende de la posición y del tiempo. Debido a que los campos son reales, basta con tomar la parte real de una función compleja $E_0(r, t)$ y separarla en su parte espacial y temporal, tal que

$$E(r, t) = E_0(r) \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t). \quad (3.7)$$

donde la magnitud de $E(r)$ representa la amplitud y el argumento representa la fase de la onda.

Según la teoría electromagnética para representar la onda basta con especificar únicamente el valor instantáneo del campo eléctrico E como función del tiempo t . Este campo se expresa en función de una amplitud E_0 , una longitud de onda λ y una velocidad angular ω , por lo que la ecuación anterior puede escribirse como

$$E(t) = E_0 \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t), \quad (3.8)$$

donde el término $\vec{k}\vec{r} - \omega t$ se conoce como la fase de la onda y $\vec{k}$ es el vector de propagación en la dirección $\vec{r}$, dado por

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}. \quad (3.9)$$

3.4.1. Propagación de la luz y ecuaciones de Fresnel

Sin tomar en cuenta el valor de la frecuencia, longitud de onda, fase o amplitud, el comportamiento de la amplitud del campo eléctrico reflejado y transmitido de una onda plana que incide sobre la superficie de una interfaz entre dos medios con diferente índice de refracción ésta descrito por las ecuaciones de Fresnel [6].

Las ecuaciones establecen que al considerar el campo eléctrico de la onda incidente perpendicular al plano de incidencia, los coeficientes de reflexión

y transmisión están dados por

$$\frac{E_{0r}}{E_{0i}} = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} = r_{\perp}. \quad (3.10)$$

$$\frac{E_{0t}}{E_{0i}} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t} = t_{\perp}. \quad (3.11)$$

Si se considera el caso en el que el campo eléctrico ésta contenido en el plano de incidencia, dichos coeficientes están dados por

$$\frac{E_{0r}}{E_{0i}} = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_t \cos \theta_i + n_i \cos \theta_t} = r_{\parallel} \quad (3.12)$$

$$\frac{E_{0t}}{E_{0i}} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_t + n_t \cos \theta_i} = t_{\parallel}. \quad (3.13)$$

Si se tiene una interfaz con $n_t > n_i$, los coeficientes de reflexión y transmisión para la amplitud como función del ángulo de incidencia se comportan de forma específica (Figura 3.2).

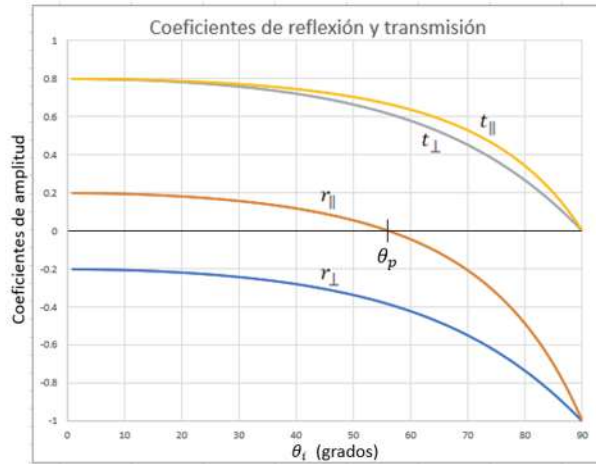


Figura 3.2: Comportamiento de los coeficientes de amplitud de las fórmulas de Fresnel en la interfaz aire-vidrio.

De la figura anterior se puede ver que a incidencia normal $\theta_i \approx 0$ se cumple que $r_{\parallel} = -r_{\perp}$. Se puede ver también que si $n_t > n_i$ el coeficiente

$r_{\perp}$ es siempre negativo para todos los valores de θ_i y que el coeficiente $r_{\parallel}$ comienza siendo positivo en $\theta_i = 0$ y se vuelve cero cuando $\theta_i + \theta_t = 90^\circ$, el valor particular de θ_i para el cual ocurre esto se denota por θ_p y se conoce como el ángulo de polarización o ángulo de Brewster. Cuando θ_i aumenta más allá de θ_p el coeficiente $r_{\parallel}$ se hace cada vez más negativo hasta llegar a -1 cuando $\theta_i = 90^\circ$.

Para los coeficientes de transmisión $t_{\parallel}$ y $t_{\perp}$ de la figura se puede ver que para cualquier valor de θ_i estos siempre son positivos y en $\theta_i = 0$ son casi nulos.

Si se considera el caso concreto de la interfaz aire-vidrio, con $n_{aire} = 1$ y $n_{vidrio} = 1,5$, los coeficientes de Fresnel indican que $\theta_p = 56,3^\circ$.

3.5. Polarización de la luz

La luz puede ser representada por una onda electromagnética que se propaga en el vacío, o bien en un medio, dicha onda posee un plano de vibración constante que contiene al vector de campo eléctrico y al vector de propagación en la dirección de movimiento. Si la magnitud, el signo y la orientación del campo eléctrico varían con el tiempo, se dice que la onda posee distintos estados de polarización.

3.5.1. Polarización elíptica, circular y lineal

Cuando el vector de campo eléctrico avanza en la dirección de propagación la punta de este puede trazar una elipse en cierto plano fijo perpendicular al vector de propagación debido a que puede girar y cambiar de magnitud.

La expresión de la curva trazada por el vector ésta dada por

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos(\delta_y) = \sin(\delta_y), \quad (3.14)$$

la cual representa la ecuación de una elipse que forma un ángulo α con respecto a los ejes E_x, E_y (Figura 3.3).

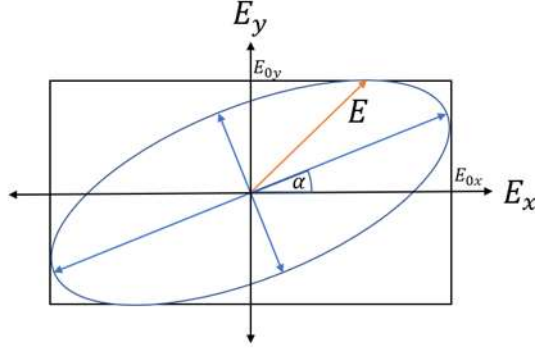


Figura 3.3: El vector de campo eléctrico traza una elipse en cierto plano conforme la onda se propaga.

El ángulo α ésta determinado por la expresión

$$\tan(2\alpha) = \frac{2E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \cos(\delta_y). \quad (3.15)$$

Considerando el caso mas simple en el que $\alpha = 0$ y $\cos(\delta_y) = 0$ la ecuación 3.14 puede escribirse como

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = 1, \quad (3.16)$$

la cual representa un estado de polarización elíptico en el que el vector de campo eléctrico traza una elipse conforme éste avanza en la dirección de propagación.

Si $E_{0x} = E_{0y} = E_0$, la ecuación anterior se transforma en

$$E_x^2 + E_y^2 = E_0^2, \quad (3.17)$$

la cual representa la ecuación de un círculo, es decir que si se supone que las amplitudes de las ondas son iguales se presenta un estado de polarización circular en el cual la curva trazada por el vector de campo eléctrico describe un círculo.

Si el término δ_y es un múltiplo par de π , la ecuación 3.14 se reduce a

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}} - \frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 = 0 \rightarrow E_y = \frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x, \quad (3.18)$$

mientras que si δ_y es un múltiplo impar de π la ecuación toma la forma

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}} + \frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 = 0 \rightarrow E_y = -\frac{E_{0y}}{E_{0x}} E_x, \quad (3.19)$$

Ambas expresiones representan la ecuación de una línea recta con pendiente $\pm E_{0y}/E_{0x}$, es decir, se presenta un estado de polarización lineal en el cual la curva trazada por el vector de campo eléctrico describe una línea recta.

En el caso de la polarización elíptica y circular si el vector de campo eléctrico gira en torno a las manecillas del reloj se presenta un estado de polarización derecho mientras que si el vector gira en sentido contrario a las manecillas del reloj el estado de polarización presente es izquierdo.

3.6. Métodos para obtener luz polarizada

Existen varios métodos para obtener luz polarizada a partir de luz natural, entre ellos destacan el método por absorción selectiva, el método por birrefringencia [5] y el método por reflexión, siendo este último de gran importancia ya que en este método se presenta un fenómeno muy interesante relacionado con el tema de esta tesis y será discutido en la siguiente sección.

3.6.1. Polarización por reflexión

Considérese que una onda plana formada por dos estados de polarización lineal ortogonales entre sí inciden en una interfaz con $n_t > n_i$. En un estado de polarización de la onda incidente el campo eléctrico E es perpendicular al plano de incidencia, mientras que en el otro estado el campo eléctrico está contenido en dicho plano. La onda se refracta en la interfaz y entra al material con un ángulo de transmisión θ_t , el campo eléctrico excita a los electrones y estos comienzan a vibrar generando energía, una parte de esta energía se propaga en el medio en forma de la onda transmitida y otra parte se convierte en la onda reflejada.

Debido a la geometría y distribución de energía de los átomos, la onda refractada y la reflejada deberían tener el mismo estado de polarización que el del estado de polarización incidente, es decir, tanto el campo eléctrico transmitido como el reflejado deberían ser normales al plano de incidencia o bien, estar contenidos en él.

En la sección de las ecuaciones de Fresnel se pudo ver que el coeficiente de reflexión paralelo al plano de incidencia $r_{\parallel}$ se vuelve cero para cierto ángulo de polarización θ_p , por lo que bajo esta condición se puede decir que, si una onda no polarizada formada por dos estados de polarización lineal ortogonales incide sobre una interfaz, se reflejará únicamente la componente cuyo estado de polarización sea normal al plano de incidencia. El ángulo θ_p al cual ocurre este fenómeno cumple con la condición $\theta_p + \theta_t = \frac{\pi}{2}$.

Para encontrar la expresión matemática de dicho ángulo de polarización, se parte de la relación

$$n_i \sin \theta_p = n_t \sin \theta_t, \quad (3.20)$$

sustituyendo $\theta_t = \frac{\pi}{2} - \theta_p$

$$n_i \sin \theta_p = n_t \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_p\right) \rightarrow n_i \sin \theta_p = n_t \cos \theta_p, \quad (3.21)$$

por lo que el ángulo de θ_p puede expresarse como

$$\tan \theta_p = \frac{n_t}{n_i}. \quad (3.22)$$

La expresión anterior es conocida como la ley de Brewster, en honor a Sir David Brewster quien fue el primero en descubrir la fórmula empíricamente.

Cabe destacar que el haz reflejado a pesar de estar completamente polarizado posee una intensidad en la amplitud de su campo eléctrico muy pequeña en comparación con la del haz incidente.

Capítulo 4

Teoría de difracción. Efecto Talbot

4.1. Introducción

Cuando una onda dada por la ecuación 3.8 o 3.7 se propaga en el espacio libre y después de cierto tiempo t se encuentra en su camino con un obstáculo o pasa a través de una ranura, ésta se desviará de su trayectoria rectilínea provocando la emisión de nuevas ondas. A este fenómeno se le conoce como difracción.

Si un haz de luz incide a través de una rendija lo suficientemente pequeña, se puede observar que al colocar en frente una pantalla, en lugar de producirse una sombra nítida sobre ésta, se observa una serie de máximos y mínimos en torno al centro de la pantalla donde se esperaría ver una distribución de luz parecida a la rendija. A esta distribución de máximos y mínimos se le conoce como patrón de difracción y no es más que la interferencia generada por las ondas difractadas.

Un factor importante a considerar en este fenómeno es el tamaño del objeto difractor, ya que si éste es más grande que la longitud de onda, se puede emplear la teoría escalar de difracción para convertir la ecuación de onda en una ecuación integral.

En este capítulo se analizará la difracción de dos maneras diferentes, una será considerando que la distancia entre el obstáculo difractor y la

pantalla donde se observa el patrón de intensidades están separados por una distancia muy grande. Bajo estas condiciones el fenómeno de difracción es conocido como difracción de Fraunhofer o difracción de campo lejano. La otra forma será considerando que la distancia entre el objeto difractor y la pantalla de observación es corta. A este fenómeno se le conoce como difracción de Fresnel o difracción de campo cercano.

4.2. Reseña histórica

El primer informe que describía el fenómeno de la difracción fue hecho por Grimaldi y se publicó en el año de 1665. En este informe se reportaban los datos de un experimento que consistía en iluminar una pantalla opaca que contenía una pequeña ranura y observar el patrón de intensidad que se generaba en una pantalla colocada a cierta distancia. En ese entonces la teoría corpuscular de la propagación de la luz, que era la teoría aceptada, predecía que la sombra de la abertura observada en la pantalla debería presentar bordes bien definidos. Sin embargo, las observaciones de Grimaldi indicaron que la transición entre la sombra de la ranura y la parte iluminada se presentaba de forma gradual y no de manera abrupta tal como lo predecía la teoría corpuscular.

En el año de 1678 Christian Huygens dio el paso inicial para explicar este tipo de fenómenos haciendo uso de la teoría ondulatoria de la luz. Huygens intuía que, si cada punto en el frente de onda fuese considerado una nueva fuente onda esférica secundaria, entonces el frente de onda en un instante más tarde se podría encontrar mediante la construcción de la envolvente de las ondas secundarias.

En el año de 1804, más de un siglo después de las aportaciones hechas por Huygens, Thomas Young introdujo el concepto de interferencia afirmando que en las condiciones adecuadas la luz podía sumarse o restarse y producir oscuridad.

En el año de 1818 Augustin Jean Fresnel reunió las ideas de Huygens y Young para calcular la distribución de la luz de ciertos patrones de difracción utilizando el hecho de que las ondas secundarias podrían interferir mutuamente.

En 1882 Gustav Kirchhoff puso en una base matemática firme las ideas de Huygens y Fresnel, logrando demostrar que la amplitud y la fase de las

ondas secundarias eran consecuencias lógicas de la naturaleza ondulatoria de la luz. Llegó a la conclusión de que los fenómenos de difracción podían ser explicados en términos de una teoría escalar, es decir, una teoría en la cual se dejará de lado la naturaleza vectorial de los campos electromagnéticos.

Debido a que la teoría de Kirchhoff tenía algunos inconvenientes formales de orden matemático, en 1894 Sommerfeld introdujo algunas modificaciones a dicha teoría, creando así, la teoría de la difracción de Rayleigh-Sommerfeld.

4.3. Principio de Huygens

El principio de Huygens es un método de análisis aplicado a los problemas de propagación de ondas. Este principio establece que cada punto localizado sobre un frente de onda, actúa como origen de un nuevo frente de onda que se extiende en todas las direcciones. Si el medio en el que se propaga la onda es homogéneo, el frente de onda es esférico en cualquier instante de tiempo t . La onda resultante es igual a la envolvente de todos los pequeños frentes de onda generados anteriormente (Figura 4.1).

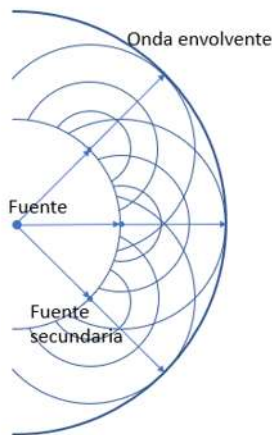


Figura 4.1: Propagación de ondas a partir del principio de Huygens.

Fresnel se percató de un problema asociado al principio de Huygens ya

que si se contemplaba el modelo en sus tres dimensiones, la parte trasera de la onda daba lugar a una nueva onda secundaria que se propagaba hacia atrás. Para solucionarlo Fresnel combinó las ideas de Huygens con el principio de interferencia, dando como resultado el principio de Huygens-Fresnel [7].

4.4. Difracción de Kirchhoff

La idea básica del principio de Huygens-Fresnel es que la perturbación de la luz en un punto P_2 surge de la superposición de ondas secundarias que proceden de una superficie situada entre el punto de observación y la fuente de luz.

Kirchhoff mostró que este principio puede ser considerado como una aproximación a cierto teorema integral que expresa la solución de la ecuación de onda homogénea en un punto arbitrario en el campo eléctrico, en términos de los valores de la solución y sus primeras derivadas en todos los puntos en una superficie cerrada que contenga a P_2 .

La formulación de esta teoría escalar de la difracción se basa en el uso del teorema de Green, el cual involucra dos funciones complejas $U(r)$ y $G(r)$ con primera y segunda derivada parcial continua sobre una superficie cerrada S que encierra un volumen V , para las cuales se cumple

$$\iiint_V (G \nabla^2 U - U \nabla^2 G) dV = \iint_S \left(G \frac{\partial U}{\partial n} - U \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS. \quad (4.1)$$

Para encontrar la expresión del campo eléctrico en el punto de observación, se supondrá que la función $U(\vec{r})$ representa la parte espacial de la onda electromagnética y $G(\vec{r})$ será una onda esférica dada por

$$G(\vec{r}) = \frac{e^{ikr_{12}}}{r_{12}}, \quad (4.2)$$

donde $\vec{r}$ es el vector que va del punto P_1 a P_2 y r_{12} representa su distancia.

Supóngase que las funciones $U(\vec{r})$ y $G(\vec{r})$ satisfacen la ecuación de Helmholtz

$$\nabla^2 U(\vec{r}) + k^2 U(\vec{r}) = 0. \quad (4.3)$$

$$\nabla^2 G(\vec{r}) + k^2 G(\vec{r}) = 0. \quad (4.4)$$

Siguiendo [8] el campo eléctrico difractado en el punto P_2 se puede expresar como

$$U(P_2) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S'} \left(G \frac{\partial U}{\partial n} - U \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS, \quad (4.5)$$

dicho resultado se conoce como el teorema integral de Helmholtz-Kirchhoff.

4.5. Difracción a través de una abertura

En esta sección se aplicará el teorema integral de Helmholtz-Kirchhoff para encontrar la expresión del campo eléctrico en un punto (x, y, z) debido a la propagación en la dirección positiva de z de una onda plana monocromática que pasa a través de una abertura localizada en el plano (x', y') (Figura 4.2).

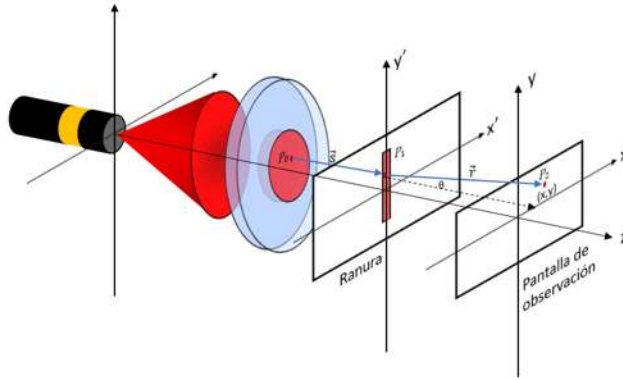


Figura 4.2: Difracción de campo cercano.

Para encontrar la perturbación en P_2 se tiene que integrar la ecuación 4.5 sobre una superficie S , la cual ésta formada por tres regiones: (1) la región S_1 que representa la abertura, (2) el disco S_2 que se extiende sobre el plano $z = 0$ (exceptuando la abertura) y (3) el casquete esférico de radio R (Figura 4.3).

De acuerdo a estas superficies, el teorema integral de Helmholtz-Kirchhoff

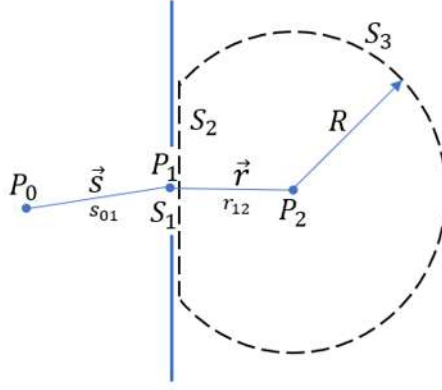


Figura 4.3: Regiones sobre las cuales se realiza la integral de Helmholtz-Kirchhoff.

se puede expresar como

$$U(P_2) = \frac{1}{4\pi} \left[\iint_{S_1} + \iint_{S_2} + \iint_{S_3} \right] \left[\left(G \frac{\partial U}{\partial n} - U \frac{\partial G}{\partial n} \right) \right] dS. \quad (4.6)$$

Aplicando las condiciones de contorno de Kirchhoff y sustituyendo el valor de la derivada normal de la función esférica $G(\vec{r})$ dada en [8], el campo eléctrico en el punto P_2 difractado por la abertura se puede expresar como

$$U(P_2) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_1} \left[\frac{e^{ikr_{12}}}{r_{12}} \left(\frac{\partial U}{\partial n} - ikU \cos(n, r) \right) \right] dS. \quad (4.7)$$

Si la abertura es iluminada por una onda plana $U(\vec{s})$ procedente de un punto P_0 situado a una distancia s_{01} del punto P_1 dada por

$$U(\vec{s}) = Ae^{iks_{01}}, \quad (4.8)$$

de acuerdo a [8] se puede expresar el campo eléctrico en el punto P_2 después de que la onda plana procedente del punto P_0 se propaga a través de la ranura colocada en P_1 como

$$U(P_2) = \frac{i}{2\lambda} \iint_{S_1} \left[A \frac{e^{ikr_{01}}}{r_{01}} \left(\cos(n, s) - e^{ikr_{21}} \cos(n, r) \right) \right] dS, \quad (4.9)$$

esta expresión se conoce como la fórmula de difracción de Fresnel-Kirchhoff para la difracción a través de una ranura.

Las ecuaciones de contorno de Kirchhoff han suscitado gran polémica debido a que éstas no son aproximaciones físicamente consistentes, debido a ello Sommerfeld desarrolló una teoría en la cual solamente es necesario imponer condiciones sobre una de las dos magnitudes (el campo o su derivada normal). Como resultado se llega a una expresión ligeramente diferente a la de Helmholtz-Kirchhoff, dada por

$$U(P_2) = \frac{1}{i\lambda} \iint_S U(P_1) \frac{e^{ikr_{12}}}{r_{12}} \cos \theta dS, \quad (4.10)$$

donde θ es el ángulo entre la normal $\hat{n}$ y el vector $\vec{r}$ y $U(P_1)$ representa la onda que emerge de la ranura evaluada en un punto P_1 . La ecuación anterior es la llamada fórmula de difracción de Rayleigh-Sommerfeld.

4.6. Aproximación de Fraunhofer

Supóngase que se tiene una pantalla con una pequeña ranura, la cual es iluminada con una fuente de ondas planas localizada a una distancia s respecto a ésta. Si se coloca a una distancia alejada un plano de observación paralelo al plano de la ranura, sobre la pantalla en un punto P_2 localizado a una distancia r de la ranura se observará el patrón de difracción de la onda electromagnética debido a la propagación a través de la ranura.

Para encontrar la expresión del campo eléctrico en el punto P_2 se utiliza la ecuación 4.10, bajo esta nueva consideración se supondrá que los rayos que llegan a la pantalla de observación son paralelos debido a que la distancia entre ambos planos es muy grande, por lo que $\cos \theta = 1$.

Recordando que la ranura está colocada en el plano $z = 0$ y que los puntos P_1 y P_2 están en (x', y') y (x, y) , respectivamente, se puede sustituir el valor de $\cos \theta = 1$ en la ecuación 4.10 para obtener la expresión del campo eléctrico en el punto P_2

$$U(x, y) = \frac{1}{i\lambda} \iint_S U(x', y') \frac{e^{ikr_{12}}}{r_{12}} dx' dy'. \quad (4.11)$$

Debido a que la distancia r_{12} entre los puntos P_1 y P_2 es muy grande, se puede considerar que $r_{12} \approx z$, sustituyendo esta aproximación en la

ecuación 4.10 se obtiene la expresión para el campo eléctrico en el punto (x, y)

$$U(x, y) = \frac{e^{ikz} e^{\frac{ik}{2z}(x^2+y^2)}}{i\lambda z} \iint_S U(x', y') e^{\frac{ik}{2z}(x'^2+y'^2)} e^{-\frac{ik}{z}(xx'+yy')} dx' dy'. \quad (4.12)$$

Supóngase que para la difracción de Fraunhofer se cumple que

$$z \gg \frac{k(x'^2 + y'^2)}{2}, \quad (4.13)$$

entonces el término $e^{\frac{ik}{2z}(x'^2+y'^2)}$ tiende a uno, por lo que se puede escribir la ecuación anterior como

$$U(x, y) = \frac{e^{ikz} e^{\frac{ik}{2z}(x^2+y^2)}}{i\lambda z} \iint_S U(x', y') e^{-\frac{ik}{z}(xx'+yy')} dx' dy'. \quad (4.14)$$

La expresión anterior es un caso particular de la aproximación de Fresnel y se utiliza para encontrar la expresión del campo eléctrico difractado debido a la difracción de Fraunhofer.

4.7. Aproximación de Fresnel

Supóngase que se tiene la misma situación que en la sección anterior, la única diferencia es que el plano de observación ahora se coloca cercano al plano de la ranura.

Para encontrar la expresión del campo en el punto P_2 se utiliza la ecuación 4.10, donde de acuerdo a la figura 4.2 se puede observar que el $\cos \theta$ está dado por $\cos \theta = \frac{z}{r_{12}}$.

Recordando que la ranura está colocada en el plano $z = 0$ y que los puntos P_1 y P_2 están en (x', y') y (x, y) , respectivamente, se puede sustituir la ecuación anterior en la ecuación 4.10 para obtener la expresión del campo eléctrico en el punto P_2

$$U(x, y) = \frac{z}{i\lambda} \iint_S U(x', y') \frac{e^{ikr_{12}}}{r_{12}^2} dx' dy', \quad (4.15)$$

donde z representa la distancia entre los dos planos y $U(x', y')$ representa la expresión de la onda sobre la ranura.

Si la distancia de observación es mucho mayor que la longitud de onda λ y la distancia entre los puntos P_1 y P_2 , esta puede escribirse como

$$r_{12} = z \sqrt{1 + \left(\frac{x-x'}{z}\right)^2 + \left(\frac{y-y'}{z}\right)^2}. \quad (4.16)$$

Haciendo una aproximación de la ecuación anterior se tiene que

$$r_{12} \approx z \left[1 + \frac{\left(\frac{x-x'}{z}\right)^2}{2} + \frac{\left(\frac{y-y'}{z}\right)^2}{2} \right], \quad (4.17)$$

sustituyendo esta aproximación en la ecuación 4.10 se obtiene la expresión para el campo eléctrico en el punto (x, y)

$$U(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \iint_{S_1} U(x', y') e^{\frac{ik}{2z}[(x-x')^2 + (y-y')^2]} dx' dy'. \quad (4.18)$$

La ecuación anterior recibe el nombre de integral de difracción de Fresnel.

4.8. Efecto Talbot como caso particular de la difracción de Fresnel

El efecto Talbot consiste en que, al transmitirse una onda plana a través de una rejilla periódica, el frente de onda se propaga en el campo cercano de tal manera que se forman múltiples réplicas de esta estructura a distancias llamadas distancias de Talbot (Figura 6.9).

El efecto es causado por la difracción que sufre la luz en su calidad de onda y que se genera cuando ésta pasa a través de las ranuras de la rejilla. Cada una de las ranuras se comporta como un foco emisor de ondas esféricas, y la interferencia entre las ondas que emergen de la rejilla son las causantes de que se presente dicho fenómeno.

Este efecto fue olvidado alrededor de medio siglo hasta que el artículo de Talbot llamó la atención de Lord Rayleigh en 1881. Rayleigh realizó sus observaciones a través de algunos cristales de color rojo y verde frente a sus ojos de tal manera que esto le permitiera observar el experimento como

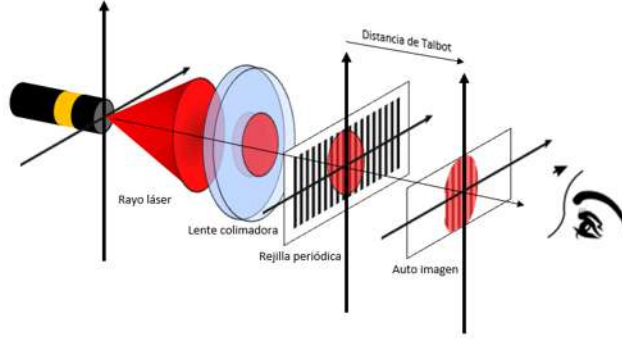


Figura 4.4: Arreglo experimental para observar el efecto Talbot.

si la luz emitida fuera monocromática y así realizar un análisis para una sola longitud de onda.

Con una aproximación de primer orden, Rayleigh encontró que la distancia de Talbot se podía obtener a partir de la longitud de onda λ de la luz con la que se ilumina la rejilla y de la separación L entre las ranuras. La fórmula obtenida por Rayleigh es la siguiente:

$$Z_T = \frac{\lambda}{1 - \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{L^2}}}. \quad (4.19)$$

Cuando $\lambda \ll L$, es aceptable truncar la expansión en serie de Taylor de la raíz cuadrada en $\sqrt{1 - x^2} = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{8} - \frac{x^6}{16}$, esto permite simplificar la expresión 4.19, consiguiendo

$$Z_T = \frac{2L^2}{\lambda}. \quad (4.20)$$

El principal criterio para localizar las autoimágenes es la visibilidad de la distribución de la intensidad, es decir, la autoimagen se localiza en el máximo de la visibilidad.

Esta afirmación se cumple para rejillas sinusoidales; sin embargo, es difícilmente aplicable a rejillas binarias o cualquier otro tipo de estructuras periódicas.

Para deducir la expresión 4.20 a partir de la difracción de campo cercano se considerará una rejilla formada por M ramuras equidistantes con separación L localizada en las dimensiones espaciales (x', y') y en el plano $z' = 0$ iluminada por una fuente de ondas planas. Dado que el origen de las ondas es la rejilla, la solución que se busca debe ser periódica en x' con periodo L , es decir, que si $U(x', t)$ es solución, $U(x' + L, t)$ también lo será, debido a ello, bastará con analizar la solución en el intervalo $0 \leq x' \leq L$ [9].

Suponiendo que en el plano $z' = 0$ la función de distribución de amplitud de la rejilla ésta dada por

$$t_A(x', y') = \frac{1}{2} \left[1 + m \cos \left(\frac{2\pi x'}{L} \right) \right], \quad (4.21)$$

donde $t_A(x', y')$ cumple con la relación

$$t_A(x', y') = \frac{U_t(x', y', 0)}{U_i(x', y', 0)}, \quad (4.22)$$

con U_t el campo transmitido por la estructura periódica y U_i es el campo incidente sobre dicha estructura.

Para encontrar la expresión del campo incidente se pueden seguir diferentes métodos, ya sea expresando la ecuación 4.18 como una convolución, como la transformada de Fourier, o bien, utilizar una función de respuesta al impulso [10].

Al utilizar este último método, dicha función se puede expresar como

$$H(f_X, f_Y) = e^{ikz} e^{-i\pi\lambda z(f_X^2 + f_Y^2)}, \quad (4.23)$$

donde f_X y f_Y son las frecuencias de la rejilla.

Al tratarse de una estructura periódica el término e^{ikz} de la ecuación 4.23 puede omitirse. Debido a la periodicidad de la solución $f_X = \pm \frac{1}{L}$ y $f_Y = 0$, sustituyendo ambos valores en la función de respuesta la impulso se tiene

$$H(\pm \frac{1}{L}, 0) = e^{-\frac{i\pi\lambda z}{L^2}}, \quad (4.24)$$

A partir de la ecuación 4.22 el campo difractado por la rejilla se puede expresar como

$$U_t(x', y') = t_A(x', y') U_i(x', y'). \quad (4.25)$$

Sustituyendo el campo incidente U_i por la función de respuesta al impulso H y de acuerdo a [10], se puede expresar el campo eléctrico como

$$\mathcal{F}(U(x, y)) = \frac{1}{2}\delta(f_X, f_Y) + \frac{m}{4}e^{-\frac{i\pi\lambda z}{L^2}}\delta(f_X - \frac{1}{L}, f_Y) + \frac{m}{4}e^{-\frac{i\pi\lambda z}{L^2}}\delta(f_X + \frac{1}{L}, f_Y), \quad (4.26)$$

donde $\mathcal{F}$ es el operador transformada de Fourier.

Al aplicar la transformada de Fourier inversa a la ecuación anterior, el campo difractado después de avanzar cierta distancia z respecto a la rejilla ésta dado por

$$U(x, y) = \frac{1}{2} \left[1 + me^{-\frac{i\pi\lambda z}{L^2}} \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \right]. \quad (4.27)$$

Como la magnitud física medible es la intensidad, se eleva al cuadrado el resultado anterior, con lo que se obtiene

$$I(x, y) = \frac{1}{4} \left[1 + 2m \cos\left(\frac{\pi\lambda z}{L^2}\right) \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) + m^2 \cos^2\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \right]. \quad (4.28)$$

Considérense ahora tres resultados interesantes que se presentan cuando la distancia z se escoge de manera específica. En cualquiera de los casos m representa un entero.

- Si $z = \frac{2mL^2}{\lambda}$ como en la ecuación 4.20 el patrón de intensidad anterior toma la forma de

$$I(x, y) = \frac{1}{4} \left[1 + m \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \right]^2, \quad (4.29)$$

por lo que el campo difractado en este caso es

$$U(x, y) = \frac{1}{2} \left[1 + m \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right) \right], \quad (4.30)$$

el cual corresponde a la distribución de amplitud de la rejilla original, es decir que a esta distancia se obtienen replicas exactas de la rejilla original. A este valor de z se le conoce como distancia de Talbot.

- Si $z = \frac{(2m+1)L^2}{\lambda}$ el patrón de intensidad toma la forma de

$$I(x, y) = \frac{1}{4} \left[1 - m \cos \left(\frac{2\pi x}{L} \right) \right]^2, \quad (4.31)$$

el cual corresponde a una autoimagen de la rejilla desfasada 180° , es decir, las partes oscuras de la rejilla se vuelven brillantes y viceversa.

- Si $z = \frac{(m-\frac{1}{2})L^2}{\lambda}$ el patrón de intensidad toma la forma de

$$I(x, y) = \frac{1}{4} \left[\left(1 + \frac{m^2}{2} \right) + \frac{m^2}{2} \cos \left(\frac{4\pi x}{L} \right) \right], \quad (4.32)$$

el cual corresponde a una sub-autoimagen con el doble de la frecuencia de la rejilla original.

En la Figura 6.5 se muestra el comportamiento del efecto Talbot de acuerdo a la elección de la distancia z

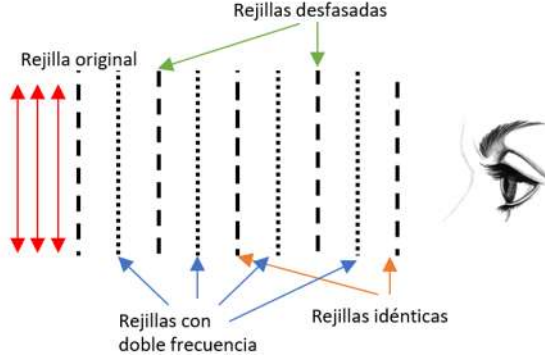


Figura 4.5: Autoimágenes observadas a diferentes múltiplos de la distancia Talbot.

Capítulo 5

Proyección de franjas y reconstrucción de superficies

5.1. Introducción

En este capítulo se presenta un método de reconstrucción de superficies en 3D a partir de la proyección de franjas sobre un objeto real, se hace uso de la Transformada de Fourier y de algoritmos en Matlab para recuperar la fase del patrón de franjas y con ello obtener modelos digitalizados de dicho objeto.

En este trabajo se utilizó el efecto Talbot para generar franjas oscuras y brillantes a partir de la proyección de luz estructurada sobre una rejilla periódica.

5.2. Proyección de franjas y métodos para la obtención de fase

La técnica de proyección de franjas consiste en proyectar sobre un objeto franjas paralelas brillantes y oscuras, que se deforman por la topografía superficial del objeto, a fin de extraer la información referente al volumen y textura y así poder reproducir un modelo virtual de dicho objeto.

Según [3] una imagen con patrones de franjas se puede modelar a través

de la ecuación

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \phi(x, y)], \quad (5.1)$$

donde $a(x, y)$ representa la iluminación del fondo, $b(x, y)$, $\phi(x, y)$ y f_0 son el contraste entre las franjas brillantes y las franjas oscuras, la fase y la frecuencia espacial del patrón de líneas deformadas, respectivamente.

Cuando el patrón de franjas deformadas se obtiene mediante reflexión, de acuerdo a [11] la fase puede expresarse como

$$\phi(x, y) = \frac{z \sin(\theta_1 + \theta_2)}{L \cos \theta_2}, \quad (5.2)$$

donde L representa el periodo de la rejilla y θ_1 y θ_2 el ángulo de incidencia del patrón de franjas y el ángulo de observación de la franjas deformadas respectivamente.

Basándose en que la fase posee información acerca de la profundidad de la superficie a medir, el problema al que se quiere encontrar solución es la manera en como separar el término $\phi(x, y)$ del resto de la información. Existen diferentes métodos para realizar esta tarea, entre ellos se encuentran la interferometría de fase escalonada que emplea el corrimiento de fase ya sea por la técnica de 3, 4 ó n pasos, la técnica de Carré [1] y el método de Takeda.

Debido a que en esta tesis se empleo el método de Takeda a continuación se describe brevemente en que consiste.

5.2.1. Método de Takeda por transformada de Fourier

Este método de medición de fase fue desarrollado por Mitsuo Takeda y Kazuhiro Mutoh a principios de 1980 [12]. El método consiste en recuperar la señal del patrón de franjas deformado y aplicar la transformada de Fourier para extraer la información de la fase envuelta para posteriormente procesar esta información en la computadora y poder obtener la reconstrucción virtual de la muestra.

Para describir matemáticamente el método de Takeda, se supondrá que el patrón de franjas deformado debido a la topografía del objeto ésta dado por la ecuación 5.1.

Teniendo en cuenta que $\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$ se puede escribir la ecuación 5.1 como

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \left[\frac{e^{i(2\pi f_0 x + \phi(x, y))} + e^{-i(2\pi f_0 x + \phi(x, y))}}{2} \right], \quad (5.3)$$

al desarrollarse ambas exponenciales y factorizar el $1/2$ se tiene

$$g(x, y) = a(x, y) + \frac{1}{2}b(x, y) \left[e^{i(2\pi f_0 x)} e^{i\phi(x, y)} + e^{-i(2\pi f_0 x)} e^{-i\phi(x, y)} \right]. \quad (5.4)$$

Se define $c(x, y)$ y $c^*(x, y)$ como

$$c(x, y) = \frac{1}{2}b(x, y)e^{i\phi(x, y)} \quad , \quad c^*(x, y) = \frac{1}{2}b(x, y)e^{-i\phi(x, y)}, \quad (5.5)$$

con lo cual se puede escribir la ecuación 5.1 como

$$g(x, y) = a(x, y) + c(x, y)e^{i2\pi f_0 x} + c^*(x, y)e^{-i2\pi f_0 x}. \quad (5.6)$$

Si se calcula la transformada unidimensional de Fourier a la expresión anterior a lo largo del eje x y manteniendo y constante se tiene que

$$G(u, v) = A(u, v) + C(u - u_0, v) + C^*(u + u_0, v), \quad (5.7)$$

en donde las letras mayúsculas representan el espectro de Fourier y u_0 representa la frecuencia espacial en la dirección de x . La interpretación geométrica de la expresión anterior puede apreciarse en la Figura 5.1.

Una vez que se tiene identificados los términos de la transformada de Fourier el siguiente paso es remover todas las señales utilizando un filtro que únicamente deje pasar el término $C(u - u_0, v)$ de la transformada de Fourier y trasladarlo al origen, para después obtener la transformada de Fourier inversa de dicha señal. Al seguir este procedimiento se obtiene como resultado la señal

$$\hat{g}(x, y) = \frac{1}{2}b(x, y)e^{i\phi(x, y)}. \quad (5.8)$$

Al realizarse el análisis anterior sobre un plano de referencia respecto al cual se calculará la altura del objeto de estudio se obtiene la siguiente expresión

$$\hat{g}_0(x, y) = \frac{1}{2}b(x, y)e^{i\phi_0(x, y)}, \quad (5.9)$$

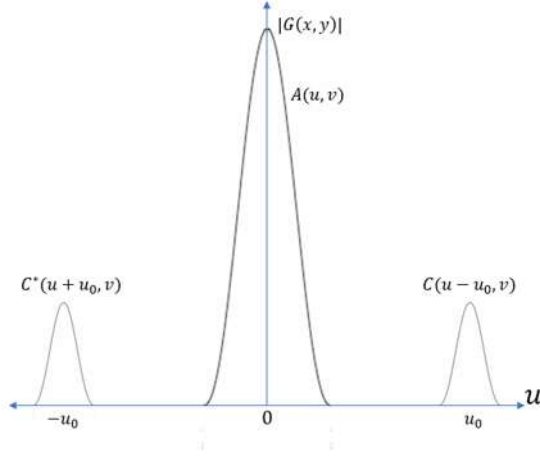


Figura 5.1: Representación genérica de la transformada de Fourier del patrón de franjas deformadas.

donde $\phi_0(x, y)$ representa la fase de la rejilla proyectada sobre el plano de referencia sin ningún tipo de deformación.

De la multiplicación de la ecuación 5.8 y el complejo conjugado de la ecuación 5.9 se obtiene una nueva señal dada por

$$\hat{g}(x, y)\hat{g}_0^*(x, y) = \left|\frac{1}{2}b(x, y)\right|^2 e^{i\Delta\phi(x, y)}, \quad (5.10)$$

donde $\Delta\phi(x, y) = \phi(x, y) - \phi_0(x, y)$ es el término que contiene información respecto a la altura del objeto analizado.

De acuerdo a [3] la fase envuelta $\Delta\phi(x, y)$ se puede obtener mediante la ecuación

$$\Delta\phi(x, y) = \arctan\left(\frac{\text{Im}(\hat{g}(x, y)\hat{g}_0^*(x, y))}{\text{Re}(\hat{g}(x, y)\hat{g}_0^*(x, y))}\right). \quad (5.11)$$

5.3. Desenvolvimiento de fase

En todas las técnicas de recuperación de fase los valores de ésta sólo se encuentran definidos en $\pm\pi$, por lo que se dice que la distribución de fase se

encuentra envuelta en este rango y consecuentemente tiene discontinuidades con saltos de fase de 2π . Para recuperar la verdadera fase es necesario aplicar un algoritmo de desdoblamiento que elimine las discontinuidades en los saltos de 2π . Sin embargo el desdoblamiento de fase no es un problema fácil debido a que muchas veces información importante es perdida en este proceso debido a la presencia de ruido en la señal o la mala calibración de los aparatos de medición, por lo tanto es muy importante la selección de un buen algoritmo para dicha tarea.

Dentro de los algoritmos más empleados se encuentra los técnicas de seguimiento de camino y de regularización, tales como el corte de rama, el seguimiento de camino guiado por mapas de calidad, el acercamiento de discontinuidad mínima de Flynn, el de la mínima norma de L^P , el de mínimos cuadrados o la técnica de la Función de costo Half-quadratic [13].

5.3.1. Desenvolvimiento de fase en 1D

Supóngase que $\Phi(n)$ con $n = 0, 1, \dots, N - 1$ representa la fase desenvuelta que se quiere encontrar, para la cual se cumple la condición

$$-\pi < \Delta\Phi(n) \leq \pi, \quad (5.12)$$

donde el operador Δ aplicado a la función $\Phi(n)$ se define como

$$\Delta\Phi(n) = \Phi(n+1) - \Phi(n) \quad \text{para } n = 0, 1, 2, \dots, N-2. \quad (5.13)$$

Sea Ω el operador que permite envolver la fase $\Phi(n)$, de tal forma que

$$\Omega(\Phi(n)) = \phi(n) = \Phi(n) + 2\pi k(n) \quad \text{para } n = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad (5.14)$$

donde $k(n)$ es una función entera tal que $-\pi < \Phi(n) < \pi$ y $\phi(n)$ representa la fase envuelta obtenida en la sección anterior.

Definiendo el operador Ω que permite envolver la señal en el intervalo $-\pi < \Omega \leq \pi$ como

$$\Omega(\Phi(n)) = \arctan \left[\frac{\sin \Phi(n)}{\cos \Phi(n)} \right]. \quad (5.15)$$

Aplicando el operador Δ a la ecuación 5.14 se tiene

$$\Delta(\Omega(\Phi(n))) = \Delta(\Phi(n)) + 2\pi\Delta(k(n)). \quad (5.16)$$

Ahora aplicando el operador Ω a la ecuación anterior

$$\Omega(\Delta(\Omega(\Phi(n)))) = \Delta\Phi(n) + 2\pi [\Delta k(n) + k_1(n)]. \quad (5.17)$$

Como $\Phi(n)$ cumple la condición 5.12 y $-\pi < \Omega(\Delta(\Omega(\Phi(n)))) \leq \pi$ se debe cumplir que

$$2\pi [\Delta k(n) + k_1(n)] = 0. \quad (5.18)$$

Sustituyendo la ecuación 5.14 y el resultado anterior, podemos escribir

$$\Omega(\Delta(\phi(n))) = \Delta\Phi(n), \quad (5.19)$$

es decir, que se puede encontrar $\Delta(\Phi(n))$ a partir de la fase envuelta $\Delta(\phi(n))$.

Se expresa la fase desenvuelta mediante una serie telescópica de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \Phi(n) &= \Phi(0) + [\Phi(1) - \Phi(0)] + \dots + [\Phi(n) - \Phi(n-1)] \\ \Phi(n) &= \Phi(0) + \sum_{i=0}^{n-1} [\Phi(i) - \Phi(i-1)] \\ \Phi(n) &= \Phi(0) + \sum_{i=0}^{n-1} [\Phi(i+1) - \Phi(i)] \\ \Phi(n) &= \Phi(0) + \sum_{i=0}^{n-1} \Delta\Phi(i) \\ \Phi(n) &= \Phi(0) + \sum_{i=0}^{n-1} \Omega[\Delta\phi(i)] \\ \Phi(n) &= \Phi(0) + \Omega[\Delta\phi(0)] + \dots + \Omega[\Delta\phi(n-1)] \\ \Phi(n) &= \Phi(0) + \Omega[\phi(1) - \phi(0)] + \dots + \Omega[\phi(n) - \phi(n-1)] \\ \Phi(n) &= \Phi(n-1) + \Omega[\Delta\phi(n-1)], \end{aligned} \quad (5.20)$$

5.3.1.1. Algoritmo de Itoh

El algoritmo de Itoh apareció en 1982 y la idea consiste en hallar la fase desenvuelta a partir de la integración de la fase envuelta a lo largo de una trayectoria.

De acuerdo al análisis anterior se puede implementar el siguiente algoritmo para encontrar la fase desenvuelta en términos de la fase envuelta

1. Calcular las diferencias $\Delta\phi(n-1)$ para $n = 0, 1, 2, \dots, N-2$.
2. Envolver las diferencias anteriores utilizando el operador Ω definido en la ecuación 5.15.
3. Inicializar la fase $\Phi(0) = \phi(0)$.
4. Utilizar la ecuación 5.20 para calcular la fase desenvuelta.

Aplicando el algoritmo anterior se puede encontrar la fase desenvuelta para cualquier valor de n de acuerdo a la siguiente relación de recurrencia

$$\begin{array}{l|l}
 n=0 & \Phi(0) = \phi(0) \\
 n=1 & \Phi(1) = \phi(0) - \Omega\phi(1) + \Omega\phi(0) \\
 n=2 & \Phi(2) = \Phi(1) - \Omega\phi(2) + \Omega\phi(1) \\
 n=3 & \Phi(3) = \Phi(2) - \Omega\phi(3) + \Omega\phi(2) \\
 \vdots & \vdots \\
 n=N-1 & \Phi(N-1) = \Phi(N-2) - \Omega\phi(N-1) + \Omega\phi(N-2)
 \end{array}$$

Si la diferencia $\Delta\phi$ es negativa, entonces se suma el valor 2π al píxel n y a todos los píxeles que están en seguida, si esta diferencia es positiva, entonces se resta el valor 2π al píxel n y a todos los píxeles a su derecha. Este proceso se repite hasta que se hayan eliminado todas las discontinuidades de 2π en la fase envuelta.

5.3.2. Desenvolvimiento de fase en 2D

Para resolver el problema de desenvolvimiento de fase en dos dimensiones, es posible extender algunas ideas del desenvolvimiento en una dimensión, sin embargo el proceso de integración que emplea el algoritmo de Itoh no es posible aplicarlo a este caso ya que ahora el proceso de integración no es independiente del camino de integración.

Por otro lado, el problema del desenvolvimiento de fase, es en general, un problema sin solución. No obstante, se pueden establecer algunas restricciones bajo las cuales sea posible encontrar una solución aproximada. Una de las restricciones más importantes que se establece, es que la frecuencia

local en cada dirección esté en el intervalo $(-\pi, \pi]$, o lo que es lo mismo, que las diferencias de fase envueltas sean menores que π en magnitud [13].

Bajo estas restricciones el problema de desenvolvimiento de fase se reduce a encontrar la fase desenvuelta $\Phi(x, y)$ en una retícula $\mathcal{L}$ a partir de la fase envuelta $\phi(x, y)$, de acuerdo a la siguiente ecuación

$$\phi(x, y) = \Phi(x, y) + 2\pi k(x, y) \quad -\pi < \phi \leq \pi, \quad (5.21)$$

con $k(x, y) \in \mathbb{Z}$ para todo punto (x, y) de $\mathcal{L}$.

5.3.3. El algoritmo de Goldstein

El algoritmo de Goldstein [14] es un método de seguimiento de camino que desenvuelve el mapa de fase detectando saltos de la fase de 2π entre los píxeles vecinos a lo largo de una trayectoria elegida bajo cierto criterio de calidad.

De manera general el algoritmo propuesto por Goldstein consta de tres etapas importantes para obtener la fase desenvuelta, tales etapas son la identificación de residuos, la generación de cortes y la integración. A continuación se explica a detalle cada una de ellas.

5.3.3.1. Identificación de residuos

Un residuo es una inconsistencia en el mapa de fase envuelta que indican la presencia de discontinuidades. Para determinar si un píxel es un residuo se toma un píxel p con coordenadas (x, y) y se calcula la suma de las diferencias de fase q que se definen como

$$q = \sum_{i=1}^4 \Delta_i = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4, \quad (5.22)$$

con

$$\Delta_1 = \phi(x, y) - \phi(x, y + 1) \quad (5.23)$$

$$\Delta_2 = \phi(x, y + 1) - \phi(x + 1, y + 1) \quad (5.24)$$

$$\Delta_3 = \phi(x + 1, y + 1) - \phi(x + 1, y) \quad (5.25)$$

$$\Delta_4 = \phi(x + 1, y) - \phi(x, y) \quad (5.26)$$

De tal manera se se tiene los siguientes casos:

- Si $q > 0$, entonces p se considera residuo positivo.
- Si $q < 0$, entonces p se considera residuo negativo.
- Si $q = 0$, entonces p no es residuo.

Determinado el valor del píxel, éste se guarda en una matriz usando las mismas coordenadas que las del píxel p . El proceso se repite píxel a píxel hasta que se recorra toda la matriz.

5.3.3.2. Generación de cortes

Un corte es una línea que une un residuo positivo con uno negativo o un residuo con un borde de la imagen, si es que no existe otro residuo de polaridad opuesta y si el residuo se encuentra cerca del borde de la imagen.

Para generar un corte se recorre la matriz del mapa de fase envuelta en búsqueda de un residuo, cuando éste es ubicado se busca alrededor otro residuo, si se encuentra se traza un corte, si el residuo ubicado es de polaridad contraria se termina el procedimiento. Si el residuo es de la misma polaridad se aumenta la búsqueda a un radio de 2 píxeles y se repite el procedimiento, pudiéndose aumentar hasta 3 píxeles como máximo el radio de búsqueda, si aun así no se encuentra el residuo de polaridad contraria se repite la búsqueda tomando ahora como centro el otro píxel que pertenece al corte. El proceso continúa hasta que exista el mismo número de residuos positivos y negativos en el corte.

Para que un corte se considere de buena calidad debe cumplir con las siguientes características:

1. Los cortes deben tener el mismo número de residuos positivos y negativos.
2. Un corte debe ser lo más pequeño posible.
3. Los cortes no deben aislar áreas de la imagen.
4. El grosor de un corte debe ser de un píxel.

5.3.3.3. Integración

Para obtener la fase desenvuelta $\Phi(x, y)$ se elige un píxel inicial p con coordenadas (x, y) de la imagen, que no sea residuo ni éste marcado como corte, la solución de ese píxel será su valor de fase envuelta $\phi(x, y)$, después se ingresan a una estructura de datos de cola las fases envueltas de los píxeles vecinos $\phi(x + 1, y)$, $\phi(x - 1, y)$, $\phi(x, y + 1)$ y $\phi(x, y - 1)$ siempre y cuando no estén marcados como corte o residuo; posteriormente se saca un valor de la cola y se repite la inserción de los respectivos vecinos, el procedimiento termina hasta que la cola quede vacía; por último, repite todo el procedimiento anterior para los píxeles que no son residuo o parte de un corte.

Las ecuaciones con las que se calcula la fase desenvuelta de los vecinos de un píxel p con coordenadas (x, y) están dadas por

$$\Phi(x + 1, y) = \Phi(x, y) - [\phi(x, y) - \phi(x + 1, y)] . \quad (5.27)$$

$$\Phi(x - 1, y) = \Phi(x, y) + [\phi(x, y) - \phi(x - 1, y)] . \quad (5.28)$$

$$\Phi(x, y + 1) = \Phi(x, y) - [\phi(x, y) - \phi(x, y + 1)] . \quad (5.29)$$

$$\Phi(x, y - 1) = \Phi(x, y) + [\phi(x, y) - \phi(x, y - 1)] . \quad (5.30)$$

En la Figura 5.2 se muestra el funcionamiento del algoritmo de Goldstein empleado en el desenvolvimiento de fase de una retícula de 10×10 píxeles formada por el mapa de la fase envuelta.

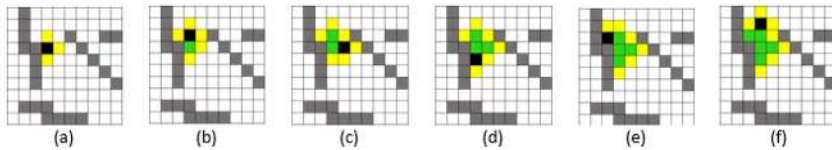


Figura 5.2: Proceso de integración en un mapa de fase con presencia de cortes. Los cuadros negros representan píxeles que se están procesando, los amarillos representan a sus vecinos, los verdes a píxeles resueltos y los de color gris a cortes.

Una vez que se obtuvo la información de fase desenvuelta sólo queda emplear algún método que sea capaz de decodificar el cambio de fase en

el patrón de franjas y con ello poder obtener mediciones de la altura del objeto real.

En esta tesis se utilizó la función **surf** definida en Matlab para mapear la información de fase en el espacio 3D. Este proceso se describe con mayor detalle en el siguiente capítulo.

Capítulo 6

Detección de huellas latentes y adquisición de la topografía de huellas ejemplares

6.1. Introducción

En este capítulo se describen los arreglos experimentales utilizados en cada técnica así como los resultados obtenidos.

6.2. Técnica de reflectometría para huellas latentes

El arreglo experimental para esta técnica esta formado por una fuente emisora de luz azul (LED's), una lente positiva de 5 cm de longitud focal que cumple la función de expandir la fuente de luz, un goniómetro donde se coloca el portaobjetos que contiene la huella latente, un polarizador y por último, una cámara CCD con una lente adaptada de 3.5 cm de longitud focal, la cual realiza la función de amplificar la imagen que se desea capturar (Figura 6.1).

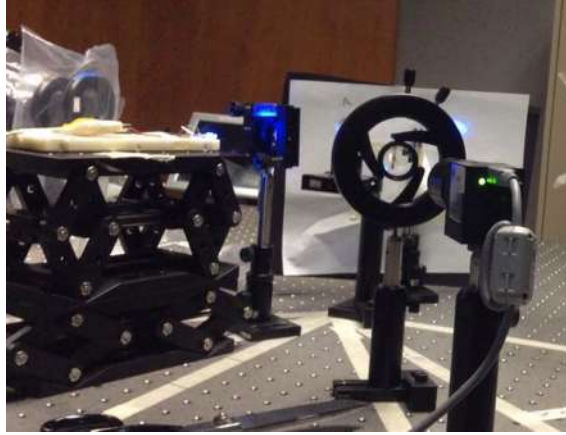


Figura 6.1: Arreglo experimental utilizado en la técnica de reflectometría.

6.2.1. Resultados

Sobre la mesa de trabajo se realizó un sistema de referencia para garantizar que la fuente emisora incidiera sobre la muestra al ángulo de Brewster, dicho ángulo, para el caso del vidrio tiene un valor aproximado de 56° .

La fuente emisora se colocó a una distancia de 5 cm de la lente, y la lente a 7 cm de la muestra, estas separaciones garantizaron que la huella se iluminará completamente, ya que para separaciones distintas el círculo de luz o bien, aumentaba de tamaño y disminuía en intensidad, o disminuía en tamaño pero aumentaba en intensidad, haciendo imposible la captura de las imágenes.

Sobre la línea marcada a 56° respecto a la normal se colocó el polarizador con su eje de polarización perpendicular al plano de incidencia y la cámara CCD con la lente de 3.5 cm, para un mejor control del tamaño de la imagen capturada se agregó entre el polarizador y la cámara CCD una lente positiva de 5 cm de longitud focal.

Para preparar la muestra de análisis se tocó el portaobjetos con uno de los dedos con el fin de dejar la huella impresa sobre el vidrio.

Una vez montadas las piezas en su lugar se encendió la fuente emisora de luz, se apagaron las luces del laboratorio y se observó el reflejo de la luz al incidir sobre la muestra.

Debido a los posibles errores de la colocación de la fuente de luz y el sistema de captura al ángulo de Brewster, se optó por girar el goniómetro en sentido contrario a las manecillas del reloj, obteniéndose como mejor resultado la imagen después de haber girado el goniómetro un grado (Figura 6.2).

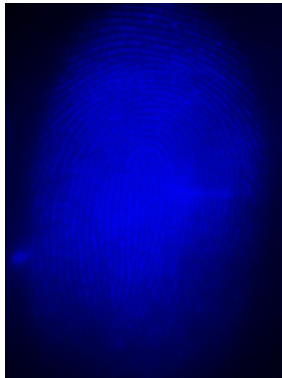


Figura 6.2: Huella digital capturada con la técnica de reflectometría.

Para apreciar mejor la imagen capturada se realizó una edición utilizando el programa Adobe Photoshop Express (Figura 6.3).



Figura 6.3: Huella digital editada y convertida a tonos de grises.

6.3. Técnica de reconstrucción 3D para huellas ejemplares

A diferencia de la técnica anterior, para que se pueda obtener el perfil tridimensional de la huella digital es necesario plasmar la topografía sobre un material capaz de deformarse debido al contacto entre ambas superficies.

En esta tesis se propuso el uso de una capa delgada de pegamento UHU para plasmar en ella la topografía de la huella ejemplar, se propuso también el efecto Talbot para la proyección del patrón de franjas sobre la muestra y se propuso un algoritmo programado en Matlab basado en el método de Goldstein para obtener la información de fase y con ello poder obtener el perfil tridimensional de la huella.

El arreglo experimental para esta técnica consta de un láser He-Ne de 633 nm de longitud de onda, un sistema colimador, una rejilla tipo Ronchi, una montura donde se coloca la muestra que contiene la huella, una lente positiva de 10 cm de longitud focal que sirve para controlar el tamaño de la imagen que se proyecta sobre una pantalla de observación (Figura 6.4).

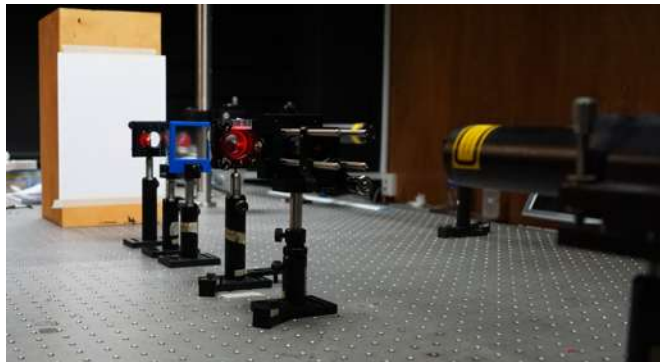


Figura 6.4: Arreglo experimental utilizado en la recuperación del perfil tridimensional de la huella ejemplar.

6.3.1. Resultados

Para poder proyectar las franjas mediante el efecto Talbot se iluminó la rejilla con una onda plana cuasimonocromática, esta onda plana se consiguió expandiendo el haz proveniente del láser con ayuda de un objetivo de microscopio, después se utilizó un pinhole para realizar el filtraje espacial y por ultimo una lente positiva de 10 cm de longitud focal para colimar el haz y así poder tener la onda plana.

Para proyectar las franjas se colocó en una posición fija una rejilla tipo Ronchi con una frecuencia de 150 líneas por pulgada, se utilizó la ecuación 4.19 para encontrar la distancia Talbot en la cual se encuentran las réplicas de la rejilla original, obteniendo como resultado

$$Z_T = \frac{633 \times 10^{-9} \text{ m}}{1 - \sqrt{1 - \frac{(633 \times 10^{-9} \text{ m})^2}{(0,0001693 \text{ m})^2}}} = 0,0905 \text{ m.} \quad (6.1)$$

Para preparar la muestra de análisis, se colocó sobre un portaobjetos de vidrio una pequeña cantidad de pegamento UHU, el cual al secarse se convierte en una capa muy delgada y transparente, sobre esta superficie se colocó el dedo índice haciendo presión por alrededor de 10 segundos para poder dejar impresa la huella, teniendo cuidado en no tocar toda la demás superficie del portaobjetos y asegurándose de que el dedo tuviera la menor cantidad de suciedad posible. Una vez preparada la muestra ésta se colocó en el lugar donde se formó la autoimagen de la rejilla.

Para garantizar que la muestra estaba colocada en el lugar donde se formaba la replica de la rejilla se utilizó un microscopio para observar la nitidez de las franjas.

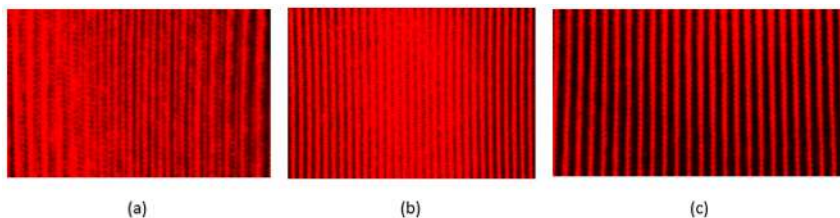


Figura 6.5: Nitidez de las franjas generadas con el efecto Talbot.

En la Figura 6.5 se muestran 3 imágenes de las franjas observadas a través del microscopio en distintos planos cercanos al plano de Talbot ($Z_T=9.05$ cm).

Una vez localizado el plano donde se formó la replica de la rejilla, tanto por la ecuación 6.1 como por la nitidez de las franjas (Figura 6.5 (c)), se procedió a colocar la muestra, para ello, se instaló una barrera para evitar observar las franjas, y como se tenía el microscopio enfocado en el plano de Talbot, se comenzó a mover la muestra hasta que el microscopio la enfocara, garantizando así, que ésta se encontraba también en el plano de Talbot.

Ya que la misma huella está formada por franjas, la muestra se colocó a cierto ángulo de tal forma que las franjas proyectadas no causaran interferencia entre las franjas de la superficie de la huella.

Debido a que esta técnica se realizó por transmisión, es decir, que la imagen que se analizó se obtuvo colocando una pantalla de observación en el eje de propagación del sistema, se colocó una lente positiva de 10 cm de longitud focal que permitiera controlar el tamaño de la imagen observada en la pantalla.

Una vez colocados todos los componentes del sistema en su lugar, se procedió a la captura de las imágenes utilizando una cámara digital, las imágenes obtenidas se muestran a continuación.

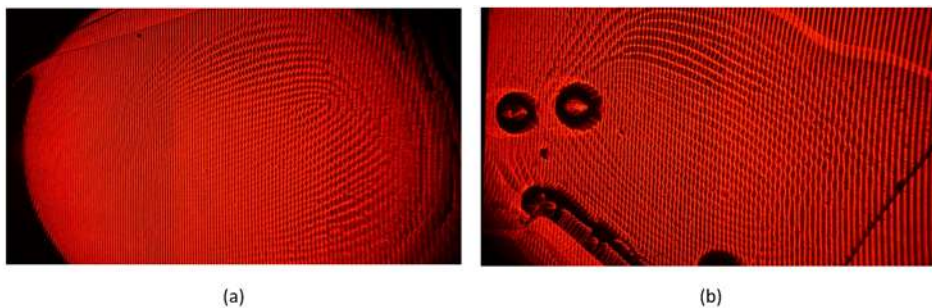


Figura 6.6: Patrón de franjas deformadas debido a la topografía de la huella impresa.

La figura 6.6(a) muestra la parte superior del dedo índice, mientras que la Figura 6.6(b) muestra la parte inferior.

Debido a que en las figuras anteriores el patrón de franjas deformadas no está bien definido en toda el área de la huella, se optó por elegir regiones donde éstas estuvieran bien definidas, es decir, regiones donde no existiera ruptura de franjas ni presencia de burbujas de aire en la capa de pegamento (Figura 6.7).

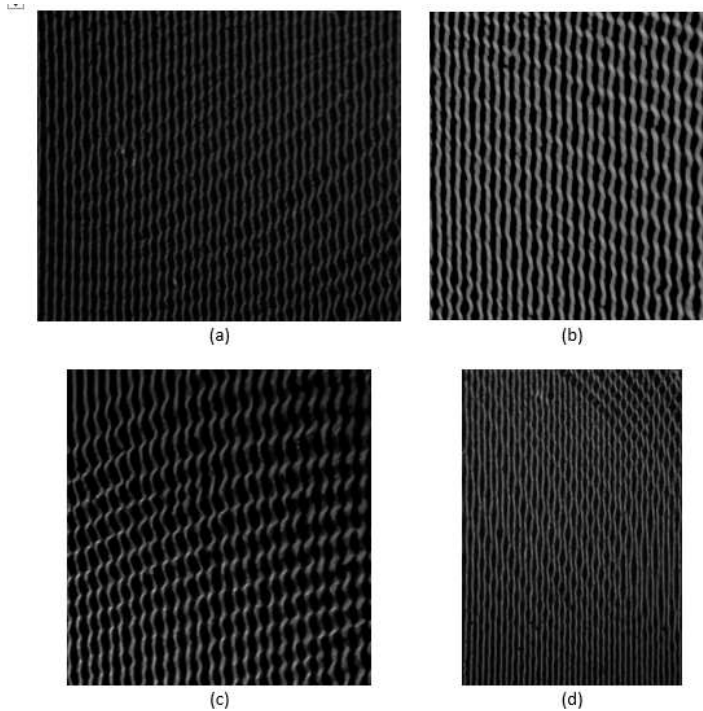


Figura 6.7: Regiones seleccionadas para la reconstrucción del perfil 3D.

Para la reconstrucción del perfil 3D se utilizó el método de Takeda descrito en la sección 5.2.1 del capítulo anterior.

Se usó un algoritmo programado en Matlab basado en el método de Goldstein proporcionado por el Dr. Mauricio Ortiz Gutierrez. Este algoritmo obtiene el perfil tridimensional a partir de las siguientes etapas:

1. Seleccionar una muestra con franjas bien definidas.

Se utilizó la imagen de la Figura 6.7(a), la cual tiene una resolución

de 3858 x 3090 píxeles, ésta en escala de grises y en formato jpg.

2. Obtener la transformada de Fourier de la imagen con franjas deformadas (Figura 6.8).

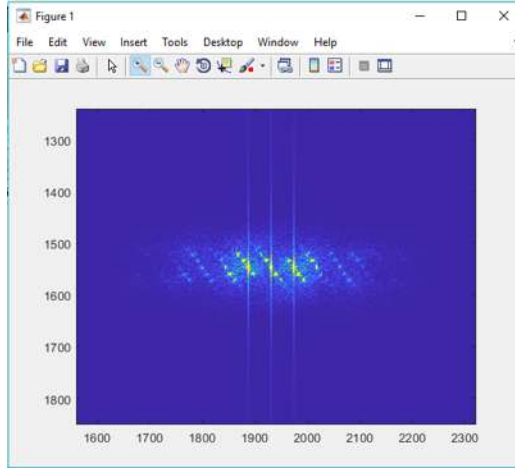


Figura 6.8: Transformada de Fourier del patrón de franjas deformado.

La transformada de Fourier se obtuvo mediante un algoritmo diseñado por Rafael Campos.

3. Filtrar el orden 1 de la transformada de Fourier.

Para filtrar el orden 1 se usó un filtro diseñado en Matlab, en este caso, el filtro es un círculo con un radio de 20 píxeles con centro en el orden 1 cuyas coordenadas son los píxeles (1974,1546), posteriormente, se multiplicó la Figura 6.8 con este filtro punto a punto.

4. Centrar el orden 1 en el origen.
5. Obtener la transformada de Fourier inversa de la imagen anterior (Figura 6.9).

Para obtener la transformada de Fourier inversa se utilizó un algoritmo diseñado por Rafael Campos.

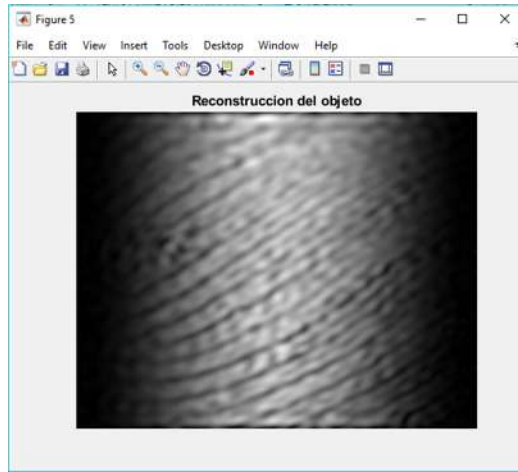


Figura 6.9: Transformada de Fourier inversa.

6. Graficar la información de la fase envuelta y utilizar el método de Goldstein para encontrar la fase desenvuelta (Figura 6.10).

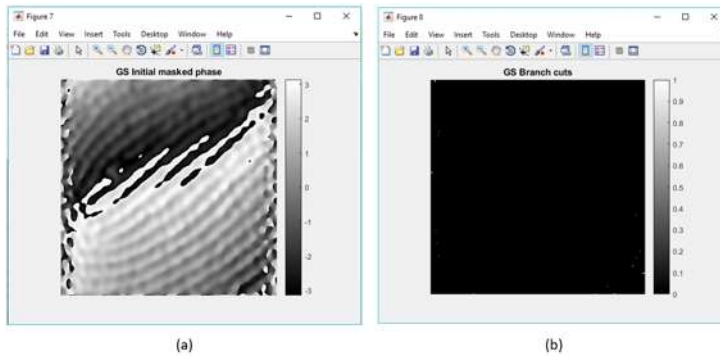


Figura 6.10: (a) Fase envuelta, (b) Cortes y ramas.

7. Reconstruir la superficie utilizando paquetería de Matlab (6.11).

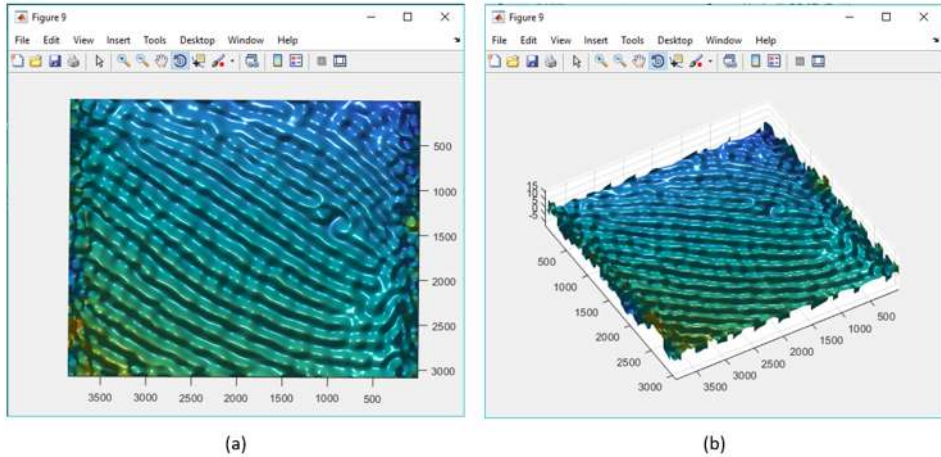


Figura 6.11: (a) Perfil tridimensional recuperado visto de frente, (b) Perfil tridimensional recuperado visto con cierto ángulo de inclinación.

El perfil tridimensional recuperado corresponde la sección del dedo índice mostrada en la Figura 6.12.

La Figura 6.12(a) muestra la superficie reconstruida utilizando el algoritmo proporcionado por el Dr. Mauricio, mientras que la Figura 6.12(b) muestra la misma superficie reconstruida empleando una función predeterminada en Matlab llamada **unwrap** para desenvolver la fase.

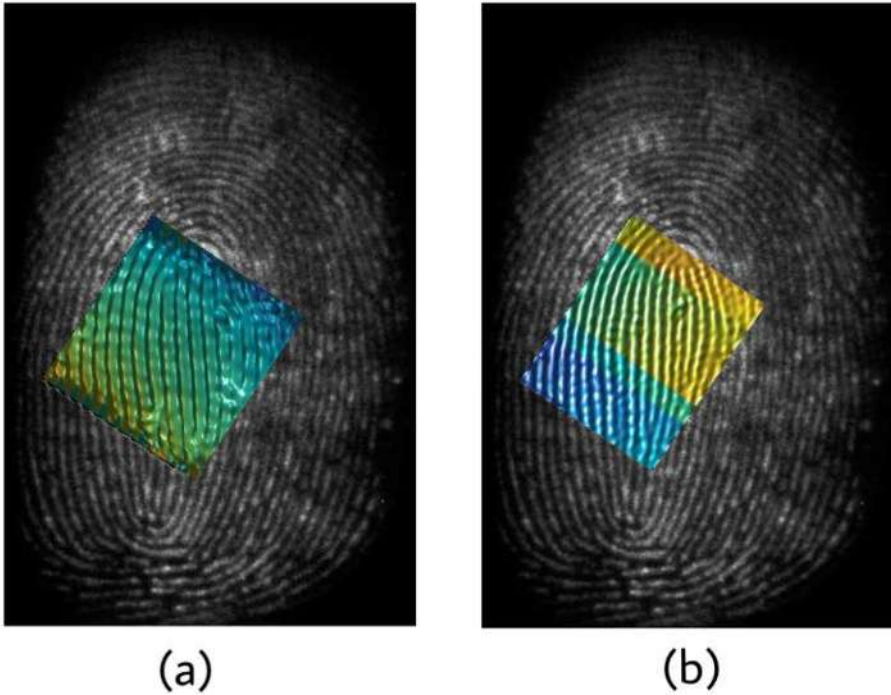
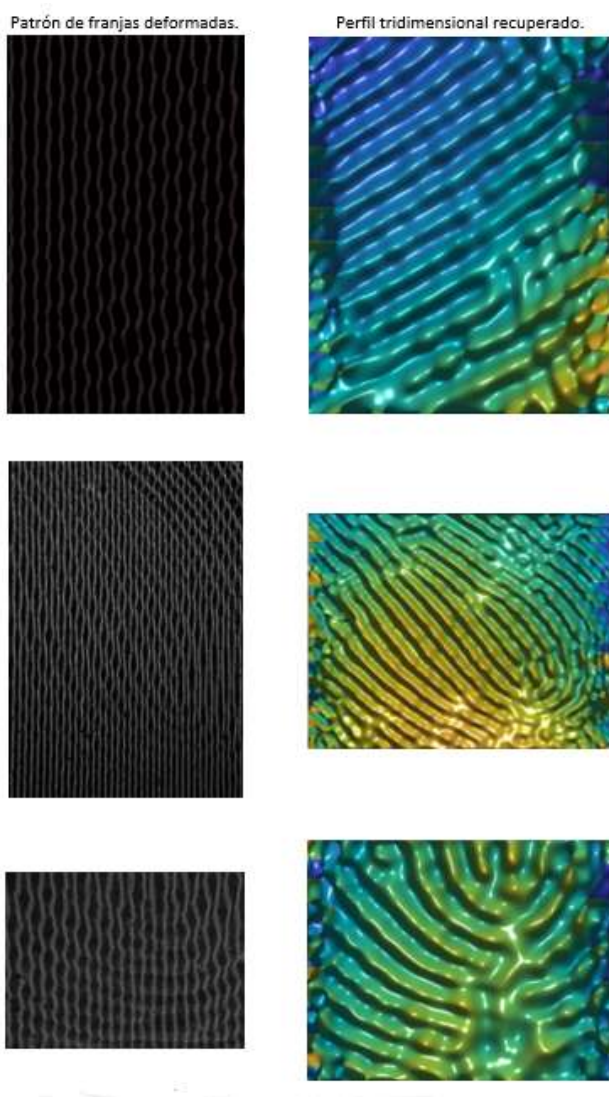


Figura 6.12: Sección tridimensional del dedo índice recuperada.

En las figuras anteriores se puede ver que el método de Goldstein para el desenvolvimiento de fase genera una superficie plana y continua, sin embargo, las curvas de la huella no están bien definidas. En cambio utilizando paquetería de Matlab las curvas del patrón dactilográfico están bien definidas, pero la superficie generada es discontinua.

En la siguiente tabla se muestran los perfiles tridimensionales recuperados para diferentes muestras.



Cuadro 6.1: Superficies tridimensionales para diferentes secciones de la huella digital.

Capítulo 7

Conclusiones

En esta tesis se presentaron dos técnicas, una basada en la reflexión de la luz, y la otra basada en la proyección de luz estructurada, ambas técnicas se emplearon para la detección y adquisición de huellas digitales.

La primer técnica consistió en iluminar con luz no coherente, en este caso un LED azul, una superficie en la cual se cree que existe una huella latente, para garantizar que toda la superficie de la huella fue iluminada se utilizó una lente positiva para expandir la luz del LED consiguiendo además uniformidad en la intensidad con la que se iluminó la muestra. Mediante un arreglo experimental se consiguió iluminar al ángulo de Brewster el material con la huella impresa, con ayuda de una cámara CCD y un sistema de lentes fue posible capturar la imagen reflejada por el material, con lo cual, fue posible revelar la huella latente y observarla en el monitor de la computadora, se utilizó un editor de fotos para generar más contraste entre el material y la huella.

Esta técnica tiene la ventaja de ser una prueba no destructiva, ya que en ningún momento se utilizaron químicos u otro medio de revelado para poder observar la huella latente, únicamente se observó la imagen reflejada al ángulo de Brewster aprovechando que a este ángulo la luz reflejada por el vidrio tiene su campo eléctrico perpendicular al plano de incidencia, por tal motivo, al colocar el polarizador con su eje de polarización paralelo al plano de incidencia, la luz reflejada por el vidrio se anula al pasar a través del polarizador, dejando pasar únicamente la luz dispersada por los residuos biológicos dejados sobre el rastro dactilar, consiguiendo así una

mayor nitidez en el patrón revelado, por lo que se puede concluir que los resultados obtenidos fueron buenos.

La segunda técnica consistió en proyectar una onda plana sobre una rejilla tipo Ronchi y mediante el efecto Talbot, generar una réplica de esta misma rejilla sobre una capa de pegamento UHU que contiene el relieve impreso de una huella ejemplar. Con ayuda de una pantalla, una lente y una cámara digital fue posible capturar la imagen transmitida con las franjas deformadas debido al relieve de la huella. Se utilizó un algoritmo programado en Matlab basado en la técnica de Takeda para obtener la información de la fase envuelta, y el método de Goldstein para desenvolver esta fase y poder recuperar el perfil tridimensional de la huella ejemplar.

Debido a la falta de un proceso controlado al momento de hacer las muestras de análisis, el grosor de la capa de pegamento no fue uniforme a lo largo de toda la superficie donde se imprimió el relieve de la huella y al momento de proyectar las franjas estas no estuvieron bien definidas en toda el área, ya que las franjas sólo aparecían cuando la posición de la muestra coincidía con la distancia de Talbot utilizada para el experimento, por lo tanto, como la muestra no tuvo un grosor uniforme, entonces las franjas no fueron visibles en toda la superficie de la huella al mismo tiempo. Una manera de solucionar este problema fue mover la muestra y analizarla por regiones donde las franjas fueran bien definidas.

Otro problema que se enfrentó fue la aparición de burbujas de aire al momento de colocar el pegamento sobre el portaobjetos, el cual se pudo solucionar colocando el porta objetos de forma vertical y depositando en la parte superior de éste una gran cantidad de pegamento dejando que la misma gravedad lo esparciera por toda la superficie para después dejarlo secar directo al sol. Con este procedimiento también se logró tener un mejor control del grosor de la capa de pegamento.

Al momento de utilizar el algoritmo para obtener el modelo tridimensional la elección del tamaño de la máscara para filtrar el orden uno de la transformada de Fourier jugó un papel importante, ya que dependiendo de la porción que se dejaba pasar, el modelo tridimensional podía presentar irregularidades en la superficie, por ejemplo, la aparición de picos en lugar de una superficie suave. Además el algoritmo empleado para desenvolver la fase permitió una buena reconstrucción de la superficie debido a que al momento de obtener la fase desenvuelta para cada píxel la presencia de

cortes y residuos fue muy poca.

Cabe destacar que se intentó combinar ambas técnicas, para ello se montó un arreglo experimental en el que se iluminó una rejilla con un LED azul y mediante una arreglo de lentes positivas se proyectaron las franjas sobre la muestra para posteriormente capturar la imagen reflejada con la cámara CCD, pero los resultados no fueron buenos, ya que las dimensiones del relieve de la huella latente impresa sobre el porta objetos eran muy pequeñas en comparación con la rejilla que se intentó proyectar debido a lo cual no fue posible apreciar ninguna deformación en las franjas.

En general se obtuvieron buenos resultados, ya que fue posible revelar la huella latente impresa sobre el portaobjetos, así como recuperar el perfil tridimensional de la huella después de analizar el patrón de franjas deformadas debido a la proyección de luz estructurada sobre la muestra que contenía la información del relieve.

Dentro de las posibles aplicaciones se encuentra la metrología facial, ya que a partir de la proyección de franjas milimétricas se puede obtener información de la topografía superficial de la piel, tal como la longitud y profundidad de estrías cutáneas. Por tal motivo ésta técnica puede ser implementada en cualquier aplicación relacionada con el procesamiento de imágenes biomédicas.

Referencias

- [1] Landín, M. (2010). Detección y adquisición de huellas digitales latentes mediante pruebas ópticas no destructivas. Tesis de licenciatura. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- [2] Armas, G. (2016). Análisis comparativo entre técnicas modernas y tradicionales que se utilizan para el revelado de huellas dactilares latentes en la escena del crimen. Tesis de licenciatura. Universidad Rafael Landívar.
- [3] Canchola, C. (2012). Medición de perfiles utilizando técnicas de proyección de franjas. Tesis de maestría. INAOE.
- [4] Arriaga, H. (2013). Reconstrucción de perfiles tridimensionales de objetos transparentes. Tesis de maestría. INAOE.
- [5] Hecht, E. (2000). Óptica. Madrid: Addison Wesley Iberoamericana. S. A.
- [6] Sanchis, E. & Ejea, B. (2008). Propagación de la luz en un medio. Universidad de Valencia. Recuperado el día 5 de marzo de 2019, de https://www.uv.es/~esanchis/cef/pdf/Temas/C_T2.pdf
- [7] Ortega, B. (2015). Aberturas arbitrarias mediante difracción de Fresnel. Tesis de licenciatura. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- [8] Gante, G. Generación y comparación de patrones de difracción de aberturas poligonales e hipocicloides. Tesis de licenciatura. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

- [9] Eceizabarrena, D. (2017). El efecto de Talbot: de la óptica a la ecuación de Schrödinger. BCAM. Recuperado el día 13 de enero de 2019, de <http://temat.anemat.com/articulo/2017-p91/>.
- [10] Goodman, W. (1996). Segunda edición. Introduction to Fourier Optics. United States of America: McGraw-Hill Companies. INC.
- [11] Gasvik, K. (2002). Tercera edición. Optical Metrology. Inglaterra: John Wiley & Sons, Ltd.
- [12] Mitsuo Takeda and Mutoh Kazuhiro. Fourier transform profilometry for the auto-matic measurement of 3d object shapes. Applied Optics, 22(24):3977–3982, December 1983.
- [13] Dalmau, C. (2006). Algoritmo rápido para recuperar fase de un solo interferograma con franjas abiertas y cerradas. Tesis de maestría. Centro de Investigación en Matemáticas A.C.
- [14] López, O. (2017). Optimización de las técnicas de desenvolvimiento de fase en dos dimensiones. Tesis de maestría. Universidad Autónoma del Estado de México.