



Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo  
Facultad de Ingeniería Eléctrica

# Formulación y Desarrollo del Problema de Flujos de Potencia Incluyendo Regulación Primaria

Por  
Uriel Fernando Sandoval Pérez

Asesores:  
Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel

Dr. Daniel Ruiz Vega

TESIS SOMETIDA PARA LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE  
INGENIERO ELECTRICISTA

Abril 2013

## Resumen

Este trabajo presenta una formulación para el análisis de flujos de potencia en sistemas eléctricos de potencia considerando la acción del gobernador de velocidad y del regulador automático de voltaje de los generadores síncronos. Esta formulación es denominada flujos de potencia inercial y también incluye modelos de carga dependientes de voltaje y frecuencia, y un modelo de motores de inducción.

El programa de flujos de potencia desarrollado se valida mediante el análisis del sistema de prueba del IEEE de 3 máquinas 9 nodos, comparando el punto de equilibrio obtenido mediante el análisis de flujos de potencia inercial con el obtenido mediante un análisis en el tiempo.

Después de la validación se concluye que el modelo es aceptable para la obtención de puntos de equilibrio después de un disturbio, los cuales pueden ser usados para análisis de seguridad y de estabilidad de voltaje de largo plazo.



## **Abstract**

This thesis presents a power flow formulation for power system analysis considering the action of the speed governor and voltage automatic regulator of synchronous machines. This formulation is called inertial power flow and also includes models of load dependent of voltage and frequency and a model of induction motors.

The developed power flow software is validated using the IEEE 3 machines 9 buses test system, by comparing the new equilibrium point obtained with the inertial power flow analysis with the one obtained with a time domain analysis.

It is concluded, after the validation, that the model is acceptable to get equilibrium points after a disturbance, which can be used to analyze security and long-term voltage stability.



## Índice general

Resumen	I
Abstract	III
Índice de figuras	VII
Índice de cuadros	IX
Nomenclatura	XI
Capítulo 1. Introducción	1
1.1. Introducción	1
1.2. Estado del Arte	3
1.3. Justificación y Motivación	5
1.4. Objetivo	6
1.5. Metodología	6
1.6. Estructura de la tesis	6
Capítulo 2. Modelado del sistema para estudios de flujos de potencia	9
2.1. Control de Frecuencia	10
2.2. Modelo del regulador automático de voltaje	17
2.3. Modelo de la carga	21
2.4. Modelo de las líneas de transmisión	26
2.5. Ecuaciones de flujo de potencia	28
2.6. Balance de Potencia Nodal	29
2.7. Tipos de Nodos	31
Capítulo 3. Flujos de Potencia Con Regulación Primaria	33
3.1. Solución al Problema de Flujos de Potencia Convencional	33
3.2. Flujos de Potencia Inercial	37
3.3. Descripción del Simulador Digital	41
Capítulo 4. Validación y análisis del modelo propuesto	45

4.1. Sistema de prueba	45
4.2. Comparación entre Modelos del Generador	46
4.3. Representación física de la reactancia $X_{mq}$	49
4.4. Validación de la obtención del punto de equilibrio	51
4.5. Convergencia y desempeño del método	62
Capítulo 5. Conclusiones y trabajos futuros	67
5.1. Conclusiones Generales	67
5.2. Aportaciones	68
5.3. Recomendaciones Para Trabajos Futuros	69
Apéndice A. Pruebas de laboratorio al motor de inducción.	71
Apéndice B. Datos del sistema de 10 nodos.	75
Apéndice C. Representación matricial de las ecuaciones de flujos de potencia	77
C.1. Introducción	77
C.2. Formación de la Matriz $\bar{Y}_{bus}$	77
C.3. Voltajes y Corrientes Nodales	79
C.4. Inyecciones de Potencia	80
C.5. Flujos de Potencia	81
Bibliografía	83

## Índice de figuras

2.1	Controles primarios de un generador . . . . .	9
2.2	Diagrama esquemática del controlador automático de generación. . . . .	11
2.3	Turbina de vapor de dos etapas con recalentador. . . . .	13
2.4	Diagrama de bloques del control de frecuencia en un sistema aislado. . . . .	16
2.5	Diagrama esquemático del regulador automático de voltaje. . . . .	18
2.6	Diagrama de bloques del regulador automático de voltaje. . . . .	20
2.7	Modelo del generador con controles primarios. . . . .	21
2.8	Circuito equivalente del motor de inducción. . . . .	24
2.9	Variación de la potencia activa (línea continua) y reactiva (línea punteada) en un motor de inducción ante cambios de voltaje con par mecánico constante. . . . .	26
2.10	Circuito $\pi$ de una línea de transmisión. . . . .	27
2.11	Balance de potencia nodal. . . . .	30
3.1	Diagrama de Flujo para la determinación del nuevo punto de equilibrio. . . . .	44
4.1	Caso base predisturbio del sistema de 9 nodos con un motor de inducción. . . . .	46
4.2	Comparación de los voltajes nodales usando los diferentes modelos de generación de potencia reactiva ante la pérdida de una línea de transmisión. . . . .	47
4.3	Error porcentual de voltaje ante la pérdida de una línea de transmisión. . . . .	48
4.4	Sistema de dos nodos de prueba. . . . .	49
4.5	Característica de operación $ \bar{V}  - Q_G$ del generador síncrono conectado en el nodo 1. . . . .	50

4.6	Característica de operación $ \bar{V}  - Q_G$ del generador síncrono conectado en el nodo 1 con una ganancia $K_A = 400$ . . . . .	50
4.7	Potencia activa y reactiva en los nodos de carga ante la apertura de una línea de transmisión. . . . .	52
4.8	Voltajes en los nodos de generación ante la apertura de una línea de transmisión. . . . .	53
4.9	Frecuencia en los nodos de generación ante una apertura de línea. . . . .	54
4.10	Potencia en los nodos de carga ante un aumento en la demanda. . . . .	55
4.11	Potencia en las unidades de generación ante un aumento en la demanda. . . . .	56
4.12	Frecuencia en los nodos de generación ante un aumento en la demanda. . . . .	57
4.13	Potencia en las unidades de generación ante la pérdida del generador 2. . . . .	59
4.14	Voltaje en los nodos de generación ante la pérdida del generador 2. . . . .	60
4.15	Voltaje en los nodos de carga ante la pérdida del generador 2. . . . .	61
4.16	Frecuencia en los nodos de generación ante la pérdida del generador 2. . . . .	63
A.1	Equipo empleado para la prueba del motor de inducción . . . . .	72
A.2	Respuesta de la potencia del motor de inducción ante variaciones del voltaje . . . . .	73
B.1	Caso base del sistema de 10 nodos con un motor de inducción . . . . .	75

## Índice de cuadros

4.1	Comparativa de los voltajes nodales con los dos modelos de generación de potencia reactiva. . . . .	48
4.2	Errores en las potencias de generación ante el aumento de demanda. . . . .	56
4.3	Error porcentual de la frecuencia en estado estable ante el aumento de demanda. . . . .	57
4.4	Error porcentual en la magnitud de los voltajes nodales ante la pérdida del generador 2. . . . .	59
4.5	Error porcentual en el ángulo de los voltajes nodales ante la pérdida del generador 2. . . . .	62
4.6	Error porcentual de la frecuencia en estado estable ante el aumento de demanda. . . . .	62
4.7	Tiempos de ejecución de los diferentes programas de simulación. .	63
4.8	Comparación de las diversas librerías de álgebra lineal en el análisis de flujos de potencia. . . . .	64
4.9	Comparativa en tiempos de ejecución . . . . .	64
A.1	Especificaciones técnicas de la máquina de inducción y el motor de CD . . . . .	71
B.1	Datos de las líneas del sistema de 10 nodos . . . . .	76
B.2	Datos de los transformadores del sistema de 10 nodos . . . . .	76
B.3	Datos de los generadores del sistema de 10 nodos . . . . .	76
B.4	Datos del motor de inducción conectado al nodo 10 . . . . .	76
B.5	Coefficientes de las cargas conectadas al sistema. . . . .	76



## Nomenclatura

$\bar{V}_p$	Voltaje nodal en el nodo $p$ -ésimo.
$\Delta f$	Desviación de frecuencia del sistema
$\Delta P_{Gp}$	Incremento de generación de potencia activa en el nodo $p$ -ésimo.
$P_{Gsetp}$	Generación de potencia activa predisturbio en el nodo $p$ -ésimo.
$P_{nomp}$	Potencia nominal de generación de la máquina en el nodo $p$ -ésimo.
$Q_{Gsetp}$	Generación de potencia reactiva predisturbio en el nodo $p$ -ésimo.
$R$	Estatismo o constante de regulacion
$V_{Refp}$	Voltaje de referencia en el RAV del nodo $p$ -ésimo.
$X_{mq}$	Reactancia equivalente de la máquina síncrona
$\bar{V}_{0p}$	Voltaje nodal en el nodo $p$ -ésimo pre-disturbio.
$K_{p1}, K_{q1}, K_{p2}$ y $K_{q2}$	Porcentaje de carga activa ó reactiva que tiene el modelo exponencial dependiente del voltaje
$K_{pc}$ y $K_{qc}$	Porcentaje de potencia constante.
$K_{pi}$ y $K_{qi}$	Porcentaje de corriente constante.
$K_{pz}$ y $K_{qz}$	Porcentaje de impedancia constante.
$P_{Dp}$ y $Q_{Dp}$	Potencia activa y reactiva de carga en el nodo $p$ -ésimo pre-disturbio
$P_{Dp}$ y $Q_{Dp}$	Potencia activa y reactiva de carga en el nodo $p$ -ésimo
$pv1, qv1, pv2$ y $qv2$	Sensitvidades de la carga con respecto a cambios del voltaje (modelo exponencial)
$E_q$	Voltaje en el eje cuadratura
$I_Q$	Corriente reactiva en el generador síncrono
$I_q$	Corriente en el eje cuadratura
$K_A$	Ganancia en trayectoria directa del RAV
$X_d$	Reactancia síncrona en el eje directo
$X_q$	Reactancia síncrona en el eje cuadratura
$\bar{A}$	Matriz, vector ó número complejo
$[A]$	Matriz diagonal, con el vector A sobre la diagonal.
$A(p, q)$	Elemento ubicado en el renglón $p$ -ésimo y la columna $q$ -ésima de la matriz A

$A^{-1}$	Matriz inversa de la matriz $A$
$A^T$	Transpuesta no conjugada de la matriz $A$
$P_{\text{motor}p}$	Potencia activa demandada por el motor conectado al nodo $p$ -ésimo
$Q_{\text{motor}p}$	Potencia reactiva demandada por el motor conectado al nodo $p$ -ésimo
$s$	Deslizamiento
$X_m$	Reactancia de magnetización en motor jaular de ardilla
$X_r$	Reactancia del rotor en motor jaular de ardilla
$X_s$	Reactancia del estator en motor jaular de ardilla
$\bar{I}_{\text{bus}}$	Vector complejo de inyecciones de corriente nodal
$\bar{V}_{\text{bus}}$	Vector complejo de voltajes nodales
$\bar{Y}_{\text{bus}}$	Matriz compleja complejo de admitancias
$\bar{Y}_{pq}$	Admitancia compleja conectada entre los nodos $p$ y $q$
$\Delta P_p$	Desbalance de potencia activa en el nodo $p$ -ésimo
$\Delta Q_p$	Desbalance de potencia reactiva en el nodo $p$ -ésimo
$P_p^{\text{cal}}$	Potencia activa calculada en el nodo $p$ -ésimo
$P_{Tp}$	Potencia total activa transmitida del nodo $p$ a los demas nodos del sistema
$Q_p^{\text{cal}}$	Potencia reactiva calculada en el nodo $p$ -ésimo
$Q_{Tp}$	Potencia total reactiva transmitida del nodo $p$ a los demas nodos del sistema
AGC	Control automático de generación
ALFC	Control automático de carga-frecuencia
AVR	Regulador automático de voltaje
SEP	Sistema Eléctrico de Potencia

## Capítulo 1

### Introducción

#### 1.1. Introducción

La capacidad de transferir energía eléctrica desde las plantas de generación a los centros de consumo es limitada por dos factores: la estabilidad angular y la capacidad térmica de los conductores (ampacidad). Durante muchos años estas condiciones rigieron la generación y transferencia de potencia en los sistemas eléctricos de potencia (SEP).

A partir de los años 80's ha habido grandes cambios en la industria eléctrica. Una reestructuración sin precedentes se está dando lugar a través de la apertura del sector eléctrico a la iniciativa privada, con ello se están operando los sistemas a su máxima capacidad aumentando el rendimiento económico de los nuevos dueños. Aunque estas nuevas políticas operativas afecten el buen funcionamiento y la seguridad de un SEP (Dunn Jr et al., 1995).

Por otro lado, el incremento en los gastos de porteo de los combustibles fósiles ha modificado los patrones geográficos de generación respecto a la carga, provocando que ciertas líneas de transmisión empiecen a operar en valores fuera de los originales en el diseño. De igual forma los costos de construcción y las penalizaciones medioambientales han impedido la construcción de nuevas líneas de transmisión. Entonces, tanto la generación como la transmisión han empezado a operar cerca de los límites de diseño, ocasionando que los sistemas estén funcionando en regiones de estrés (Balu et al., 1992).

Este nuevo panorama hace que todos los aspectos en la operación y control de los SEP tengan que ser reconsiderados y en muchos casos redefinidos. Nuevos paradigmas de control están siendo materia de discusión por los investigadores del área (Kremens and Labuzek, 2000).

Con los sistemas operando en regiones de estrés el análisis de seguridad y estabilidad es un factor importante para el suministro confiable de energía eléctrica. Este tipo de estudios permiten simular la respuesta del sistema ante un disturbio. Por disturbio se entiende como un evento no deseado que afecta la operación del sistema. El origen de estos disturbios es diverso, siendo los más frecuentes e im-

portantes: salidas de líneas de transmisión, disparo de unidades de generación ó un cambio abrupto en la demanda que afecte severamente el balance de potencia.

En caso de un disturbio las dos variables más afectadas son: la frecuencia del sistema y los voltajes nodales. Operar un sistema en valores de voltaje y frecuencia fuera del nominal es altamente indeseable. Un rango aceptable es de  $\pm 0.05\%$  para la frecuencia del sistema y  $\pm 1\%$  para la magnitud de los voltajes nodales (Elgerd, 1982). Un cambio en estas afecta de manera directa la estabilidad de un SEP.

DEFINICIÓN. La estabilidad de un SEP es su habilidad para permanecer en un estado de operación aceptable después de estar sujeto a disturbios repentinos, programados o normales (Kundur et al., 2004).

Por supuesto, la estabilidad puede presentarse por diferentes problemas, sin embargo las formas más estudiadas son :

- Estabilidad de voltaje: La inestabilidad de voltaje es causada por el intento de las cargas de restaurar su consumo de energía a un valor mayor que la capacidad combinada de los sistemas de generación y transmisión (Van Cutsem and Vournas, 1998).
- Estabilidad angular: Es la habilidad del SEP a mantenerse en sincronismo aún después de un disturbio (Kundur et al., 1994).

En ambos casos la inestabilidad es altamente indeseable y puede conllevar a un colapso total del sistema (Van Cutsem and Vournas, 1998). Para prevenir problemas de esta índole se tienen, principalmente, dos tipos de análisis : análisis de estabilidad estática y análisis de estabilidad dinámica.

La estabilidad estática analiza las condiciones del sistema en estado estacionario después de una perturbación, verificando que ningún valor nominal en los equipos o restricción de voltajes hayan sido violados (Kundur et al., 2004). Este nuevo punto de equilibrio obtenido será una aproximación al punto de estado estable de un análisis dinámico. Un estudio estático parte de la suposición de que el sistema permanece estable después de la respuesta transitoria. Para el caso de estabilidad de voltaje esta premisa puede ser comprobada rápidamente utilizando valores característicos de una matriz Jacobiana modificada (Morison et al., 1993; Van Cutsem and Vournas, 1998). Por otro lado la desviación de frecuencia modifica la carga y la generación de potencia activa afectando directamente la estabilidad angular y el nivel máximo de cargabilidad en un SEP (Ramírez-Betancour et al., 2010; Ramírez-Betancour, 2006).

En esta tesis se presenta una metodología para el estudio de flujos de potencia con la cual se pueda determinar y evitar problemas de inestabilidad de voltaje y de inestabilidad de frecuencia. A diferencia del análisis dinámico este tipo de estudio cuasi-estacionario disminuye de forma considerable los tiempos de computo requeridos para una evaluación de estabilidad de largo plazo.

Los estudios tradicionales de flujos de potencia para determinar el estado estable de un SEP han considerado que la frecuencia del sistema permanece constante, por lo tanto el desbalance carga-generación es regulado por un generador “ideal”, llamado Slack, el cual es un nodo omnipotente capaz de modular cualquier desbalance (Okamura et al., 1975). De igual forma se han considerado nodos PV que suponen una ganancia de regulación muy grande del AVR, tal que estando dentro de los límites de potencia reactiva el voltaje en terminales permanece constante. Además, no se considera la dependencia de la carga ante cambios de voltaje y mucho menos ante cambios en la frecuencia del sistema. Por otro lado, cerca del 60% de la carga en un SEP son motores de inducción, tal porcentaje tan alto requiere una representación detallada de su operación (Taylor, 1994; Ruiz Vega, 1996).

La presente metodología elimina la existencia de un nodo Slack, nodos PV, considera modelos detallados de cargas estáticas dependientes del voltaje y frecuencia, y un modelo estático del motor inducción.

## 1.2. Estado del Arte

La función clave de un estudio de flujos de potencia es calcular a través de variables conocidas (tradicionalmente potencias de generación y carga) los voltajes y ángulos nodales de un sistema de potencia. A través de esto es posible determinar mayor información útil para las empresas proveedoras de energía eléctrica. Este problema ha sido bien resuelto desde la propuesta original de estudios de flujos de potencia utilizando el método de Newton-Raphson (Tinney and Hart, 1967). Desde entonces el método de solución ha permanecido intacto, salvo con algunas variantes desarrolladas para mejorar el rendimiento computacional (Stott and Alsac, 1974; Stott, 1972). A partir de estas tres metodologías se han estado implementando modelos de los componentes más importantes de un sistema de potencia.

Uno de los modelos más importantes implementados en esta tesis es el del control de frecuencia y la técnica de “Slack distribuido” desarrollado en Okamura et al. (1975). Dicho modelo toma en cuenta dos aspectos correlacionados: 1) La

desviación de frecuencia ante un disturbio debe ser considerada como una nueva variable de estado (al igual que los voltajes y ángulos nodales) y debe incluirse en la formulación de flujos de potencia. 2) El gobernador de velocidad en cada generador debe regular la potencia activa entregada y de esta forma considerar únicamente al nodo Slack como un nodo de referencia angular, más no un nodo modulador del desbalance de potencia del sistema.

En Čalović and Strezoski (1981) muestran una ampliación al modelo de Okamura considerando el lazo de control secundario para el control de potencia a través del intercambio de áreas. El control del voltaje se mantiene en valores deseados siempre y cuando los generadores se mantengan en límites reactivos (nodos PV).

En Lotfalian et al. (1985) se presenta un estudio similar al modelo del Okamura. En este artículo satisfacen el balance de potencia activa con un redespacho de las unidades restantes después de la pérdida de un generador. Consideran la inercia de las máquinas síncronas, el control automático de generación (AGC) y factores de participación de un despacho económico.

Otro modelo similar a Okamura et al. (1975) es mostrado en Kremens and Labuzek (2000), en el cual hacen una linealización de la relación  $f - P_G$  considerando una proporcionalidad inversa entre la generación de potencia y la desviación de frecuencia. Consideran de igual forma cargas dependientes de la frecuencia. No se detalla claramente como obtener los factores de proporcionalidad.

Todos estos modelos no consideran el controlador automático de voltaje. Hacen suposiciones como considerar nodos PV o en el caso de Okamura proponen una regulación de voltaje como una función dependiente de la generación de potencia activa y por ende de la desviación de frecuencia.

Fue en 1984 cuando en el artículo Calvaer and Van Geert (1984) se propone un modelo para el regulador automático de voltaje como una función principalmente dependiente de la desviación de voltaje. Este modelo considera la ganancia del Regulador Automático de Voltaje y las propiedades físicas del generador síncrono (reactancia en eje directo y en eje cuadratura). Sin embargo dicho modelo aumenta la dimensión del sistema al tener que considerar nodos auxiliares y no toma en cuenta la desviación de frecuencia como variable de estado ni las anteriores mejoras obtenidas en materia de regulación primaria.

En cuanto a modelos de carga para estudios de flujos de potencia se fueron teniendo diversas variantes (algunos consideraban modelos de carga de potencia constante, corriente constante o impedancia constante) . Fue hasta 1993 que a través del artículo de Price et al. (1995) se estandarizaron dichos modelos. En el

artículo se muestra un modelo unificado que considera factores de ponderación que afectan la dependencia de la carga ante cambios de voltaje nodal y de frecuencia. Por las mismas fechas en Ruiz Vega (1996) se desarrolla un método para la inclusión del modelo tradicional del motor de inducción para estudios de flujos de potencia, el cual permite calcular la potencia reactiva y el deslizamiento del motor como una función de la desviación del voltaje. En este modelo la potencia activa se considera constante.

En García-Dominguez and Ruiz-Vega (2008) unifican los modelos presentados en Okamura et al. (1975); Calvaer and Van Geert (1984) y proponen un nuevo modelo del generador síncrono para estudios de flujos de potencia en estado Cuasi-Estacionario. Dicho modelo ya considera una independencia entre la potencia activa y reactiva entregada por el generador, quedando estas en función únicamente de la frecuencia y del voltaje nodal respectivamente.

En Ramírez-Betancour et al. (2010) se muestra la inclusión de modelos FACTS dentro de la matriz Jacobiana y se considera la acción del gobernador de velocidad y el concepto de “Slack distribuido” para el análisis de estabilidad estática de voltaje ante una perturbación.

Recientemente en Hazra and Sinha (2010) muestran una metodología para el “ranqueo” de contingencias a partir de la probabilidad de ocurrencia de las mismas. En el modelado incluyen el gobernador de velocidad de Okamura.

### 1.3. Justificación y Motivación

Una de las herramientas más importantes para el sector eléctrico es el estudio de flujos de potencia, herramienta básica para la obtención de voltajes nodales, flujos en líneas de transmisión, pérdidas y demás datos que pudieran ser de interés. Esta herramienta ha sido bien estudiada y desarrollada, sin embargo la forma convencional hace suposiciones poco aplicables para el estudio del efecto de una perturbación en un sistema real. Para casos donde se requiera conocer valores reales con errores mínimos se utilizan técnicas de análisis transitorio que no hacen suposiciones y consideran modelos más completos del sistema. Tales técnicas tienen el inconveniente de consumir grandes cantidades de recursos computacionales y por ende su tiempo de ejecución es muy largo.

Este trabajo tiene su principal justificación en la necesidad de contar con una metodología que permita obtener, de forma rápida, puntos de equilibrio en un SEP después de un disturbio. Esto se logra suponiendo que el sistema permanece estable aún después de la parte de respuesta transitoria.

Además con esta herramienta será posible analizar fenómenos de estabilidad de voltaje de largo plazo o realizar estudios de seguridad estática de manera rápida con un error muy pequeño.

#### 1.4. Objetivo

Mostrar y desarrollar una metodología para el estudio de flujos de potencia considerando controles primarios en los generadores, características de carga dependientes de voltaje y frecuencia y cargas tipo motor de inducción. Esto con la finalidad de tener una herramienta eficiente en términos computacionales y con un error de aproximación relativamente pequeño.

#### 1.5. Metodología

Con el fin de alcanzar los objetivos planteados, este trabajo fue desarrollado de acuerdo a la siguiente metodología:

- Revisar el estado del arte de los estudios de flujos de potencia utilizando regulación de frecuencia.
- Revisar el estado del arte de la regulación de voltaje para estudios cuasi-estacionarios.
- Desarrollo de los modelos de generación, transmisión y carga para el estudio de flujos de potencia inercial.
- Validar el modelo del motor de inducción realizando pruebas de laboratorio.
- Implementación computacional del estudio de flujos de potencia inercial utilizando el método de Newton-Raphson.
- Validación de los puntos de equilibrio obtenidos con el método formulado, comparándolos con resultados de simulaciones en el tiempo.
- Pruebas de rendimiento computacional y mejoramiento del código escrito.

#### 1.6. Estructura de la tesis

La tesis está seccionada en 5 capítulos de la siguiente forma:

- Capítulo 1: Se presenta un panorama del tópico de investigación sobre el cual versa la tesis. De igual forma se fundamentan los antecedentes de la propia línea de investigación y se describe de manera general el contenido de la tesis así como los objetivos planteados.
- Capítulo 2: Se formulan matemáticamente los modelos necesarios para el estudio de flujos de potencia inercial. Dichos modelos conciernen a las cargas del

sistema, generadores y topología propia del mismo. En el rubro de las cargas se muestra un modelo completo para la inclusión de cargas heterogéneas en un mismo nodo, así mismo se presenta un modelo clásico del motor de inducción jaula de ardilla considerando reactancias dependientes a variaciones de frecuencia. En la parte de generación se muestra el modelado del gobernador de velocidad y del regulador automático de voltaje como controles primarios. Y por último se describe el modelo de líneas de transmisión empleado, el cual es el clásico modelo II.

- Capítulo 3: Teniendo cada parte del sistema en términos de su modelo apropiado es necesario unificar tales modelos y resolver el sistema a través de un método numérico. Al estar considerando únicamente la respuesta del sistema en estado estable ante una perturbación, esta respuesta puede ser obtenida a través de la solución de un conjunto de ecuaciones algebraicas no lineales que satisfagan un punto de equilibrio del SEP. El método escogido para tal efecto es el método iterativo de Newton-Raphson del cual se presenta su algoritmo y la inclusión al problema de flujos de potencia. Se muestran, también, las modificaciones pertinentes al método numérico para el análisis de flujos de potencia con regulación primaria. Por último se menciona la herramienta computacional empleada (Python) y un diagrama de flujo del algoritmo.
- Capítulo 4: Al presentar un modelo completo del sistema de potencia para regulación primaria fue necesario validarlo a través de comparaciones con resultados de estudios dinámicos. En este capítulo se muestran resultados obtenidos de dichas comparaciones y se hace una cuantificación del error en la aproximación. De igual forma se presentan gráficas de la respuesta del sistema ante una perturbación, como pudiera ser: salida de una línea, pérdida de un generador ó un aumento de carga abrupto. Por último se muestran detalles del rendimiento computacional y la convergencia del método empleado.
- Capítulo 5: En este capítulo se exponen las conclusiones finales basadas en los resultados del capítulo anterior. Además se describen los objetivos alcanzados y las aportaciones del presente trabajo. De igual forma se proponen trabajos futuros que pudieran realizarse como continuación del trabajo realizado.



## Modelado del sistema para estudios de flujos de potencia

En cualquier sistema eléctrico de potencia debe preservarse el balance de potencia eléctrica. Esto quiere decir que la generación total del sistema debe ser igual a la potencia eléctrica demandada. El vapor o fluido usado en las turbinas de los generadores debe regularse continuamente para satisfacer la demanda de potencia activa (Kothari and Nagrath, 2003). Por otra parte cambios en la potencia activa ó reactiva repercuten en los voltajes nodales del sistema, una condición de operación con voltajes fuera de los nominales es indeseable.

Para lograr una frecuencia y voltaje nodal dentro de valores nominales la mayoría de los generadores de un sistema eléctrico cuentan con dos grandes lazos de control (Elgerd, 1982), el regulador automático de voltaje (AVR) y el control automático de carga-frecuencia (ALFC), los cuales son ilustrados en la Figura 2.1.

El AVR se encarga de controlar la magnitud del voltaje ( $|\bar{V}|$ ) en terminales

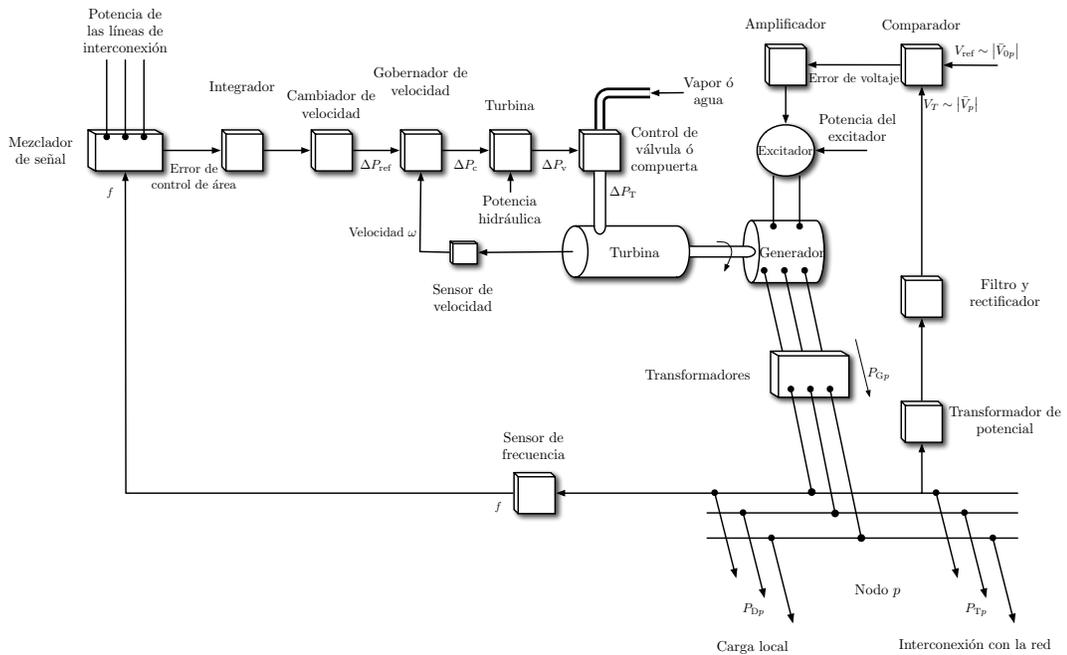


FIGURA 2.1. Controles primarios de un generador

del generador (Elgerd, 1982). Dicho voltaje es sensado continuamente, rectificado y filtrado para obtener una señal de C.D. proporcional a  $|\bar{V}|$ , la cual se compara con un voltaje de referencia  $V_{\text{Ref}}$ . El error de voltaje resultante es amplificado y entregado al excitador que proporcionará el voltaje de campo  $V_f$  al generador.

El lazo de control automático de carga-frecuencia (ALFC) regula la potencia activa de salida deseada y la frecuencia (velocidad) del generador. El lazo se divide en el lazo de control primario y secundario (Elgerd, 1982). El lazo primario del ALFC realiza el ajuste inicial de la frecuencia. Este lazo responde relativamente rápido a una señal de frecuencia medida en forma indirecta por el balance de potencia. Por “rápido” se entiende que los cambios ocurren en unos cuantos segundos. Mediante el gobernador de velocidad y las válvulas de control de flujo de vapor (o agua) se regula la potencia activa de salida para igualar las fluctuaciones relativamente rápidas en la carga (Elgerd, 1982).

En este trabajo únicamente se modelará el lazo primario del control automático de carga-frecuencia que está compuesto principalmente por el gobernador de velocidad.

## 2.1. Control de Frecuencia

**2.1.1. Modelo del gobernador de velocidad.** Para entender el problema del control de frecuencia, se considera un sistema aislado de un turbo-generador conectado a una carga (Figura 2.2)(Kothari and Nagrath, 2003):

- Gobernador de velocidad centrífugo: Es la parte más importante del sistema, ya que sensa la velocidad (frecuencia) del generador. Si la velocidad se incrementa las bolas centrífugas se mueven hacia afuera haciendo que el punto B del mecanismo de enlace descienda.
- Amplificador hidráulico: Comprende el arreglo de una válvula piloto y el pistón principal. Un movimiento hacia abajo de la válvula piloto es amplificado en una alta presión sobre el pistón principal. Este componente abre o cierra la válvula de vapor.
- Mecanismo de enlace: ABC es un enlace rígido pivoteado en B y CDE es otro enlace rígido pivoteado en D. Este mecanismo de enlace provee un movimiento para controlar la válvula en proporción a cambios en la velocidad. También provee una retroalimentación del movimiento de la válvula de vapor (enlace DE).

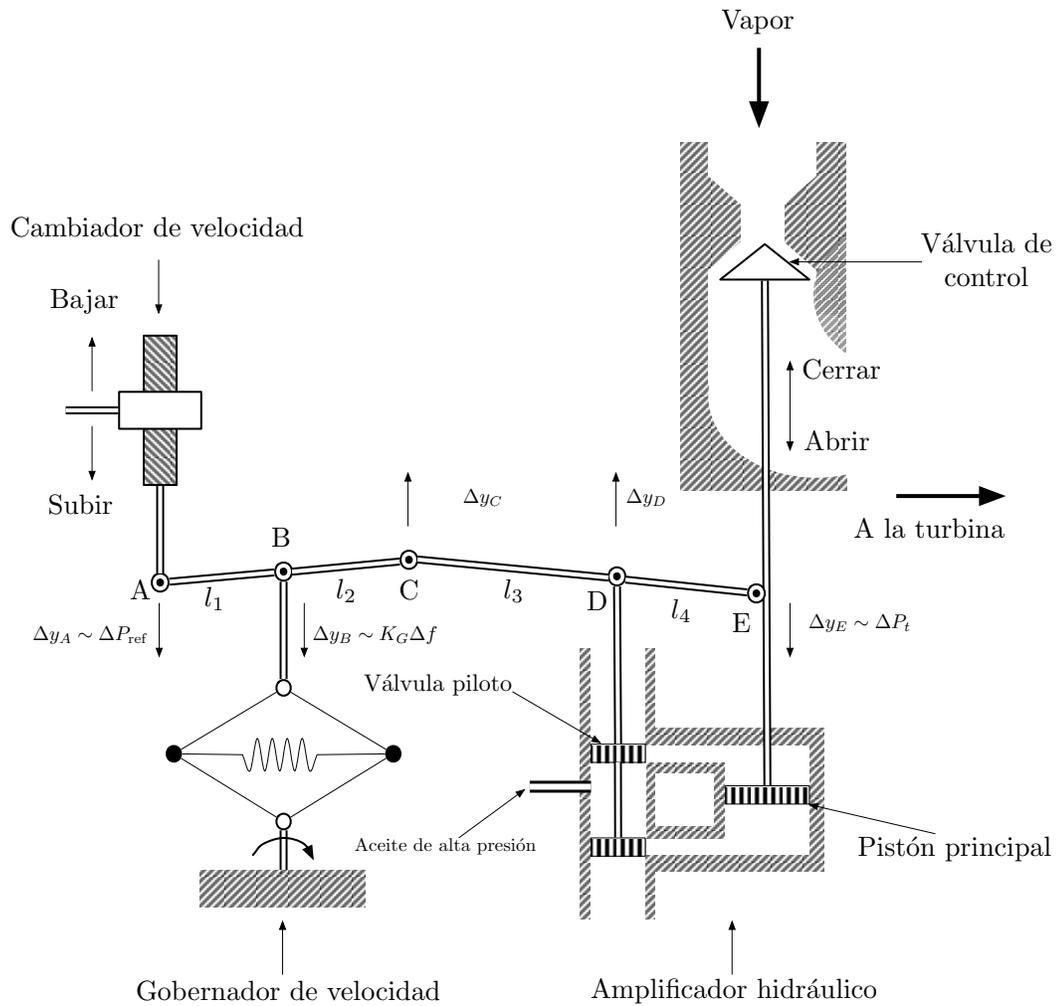


FIGURA 2.2. Diagrama esquemática del controlador automático de generación.

- Cambiador de velocidad: Establece un punto de operación para la salida de la potencia en estado estable. Si se mueve hacia abajo hace que la válvula piloto se mueva hacia arriba, lo que origina un mayor flujo de vapor hacia la turbina, por lo tanto más potencia generada. Si se mueve hacia arriba, la válvula piloto se mueve hacia abajo disminuyendo el flujo de vapor hacia la turbina.

A continuación se formula matemáticamente la función de transferencia correspondiente al gobernador de velocidad.

Un movimiento del punto “A”  $\Delta y_A$  es un comando que cambia la potencia de salida en la turbina (Kothari and Nagrath, 2003):

$$\Delta y_A = K_c \Delta P_{\text{ref}} \quad (2.1)$$

donde  $\Delta P_{\text{ref}}$  es el incremento deseado en la potencia de salida

Dos factores contribuyen al movimiento del punto C:

1.  $\Delta y_A$  contribuye con la relación que hay entre la varilla  $l_2$  y  $l_1$ :

$$-\left(\frac{l_2}{l_1}\right) \Delta y_A = -k_1 \Delta y_A = -k_1 K_c \Delta P_{\text{ref}} \quad (2.2)$$

2. Un incremento en la frecuencia  $\Delta f$  causa que las bolas centrífugas se muevan hacia afuera haciendo que “B” se mueva hacia abajo en una proporción  $k'_2 \Delta f$ . Si el punto A está fijo la relación de las varillas que afecta el movimiento de C:

$$\left(\frac{l_1 + l_2}{l_1}\right) k'_2 \Delta f = k_2 \Delta f \quad (2.3)$$

Por lo tanto el movimiento de C es:

$$\Delta y_C = -k_1 K_c \Delta P_c + k_2 \Delta f \quad (2.4)$$

El desplazamiento de D,  $\Delta y_D$ , es la proporción con la que la válvula piloto se abre el cual es afectado por  $\Delta y_C$  y  $\Delta y_E$ :

$$\Delta y_D = \left(\frac{l_4}{l_3 + l_4}\right) \Delta y_C + \left(\frac{l_3}{l_3 + l_4}\right) \Delta y_E \quad (2.5)$$

$$= k_3 \Delta y_C + k_4 \Delta y_E \quad (2.6)$$

Para el análisis del amplificador hidráulico se considera (Kothari and Nagrath, 2003):

- Las fuerzas de reacción del pistón principal y de la válvula de vapor son despreciables comparadas con la fuerza ejercida en el pistón por el aceite de alta presión.
- Por lo anterior, la tasa de inyección de aceite al cilindro es proporcional a  $\Delta y_D$ .

El volumen de aceite inyectado al cilindro es entonces proporcional a la integral en el tiempo de  $\Delta y_D$ . El movimiento de  $\Delta y_E$  es el producto del volumen de aceite por el inverso del área transversal del pistón ( $k_5$ ):

$$\Delta y_E = k_5 \int_0^t (-\Delta y_D) dt \quad (2.7)$$

El signo negativo es debido a que un movimiento positivo de  $\Delta y_D$  causa un movimiento negativo en  $\Delta y_E$ .

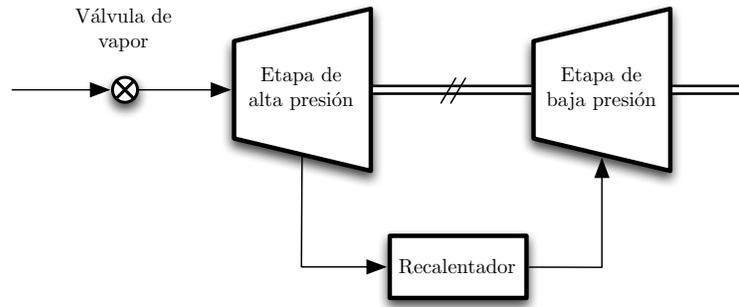


FIGURA 2.3. Turbina de vapor de dos etapas con recalentador.

Aplicando transformada de Laplace a las ecuaciones (2.4),(2.6) y (2.7):

$$\Delta Y_C(s) = -k_1 K_C \Delta P_{\text{ref}}(s) + k_2 \Delta F(s) \quad (2.8)$$

$$\Delta Y_D(s) = k_3 \Delta Y_C(s) + k_4 \Delta Y_E(s) \quad (2.9)$$

$$\Delta Y_E(s) = -k_5 \frac{1}{s} \Delta Y_D(s) \quad (2.10)$$

Sustituyendo (2.8) y (2.9) en (2.10) y despejando para  $\Delta Y_E(s)$

$$\Delta Y_E(s) = \frac{k_1 k_3 K_c \Delta P_{\text{ref}}(s) - k_2 k_3 \Delta F(s)}{k_4 + \frac{s}{k_5}} \quad (2.11)$$

$$= \left[ \Delta P_{\text{ref}}(s) - \frac{1}{R} \Delta F(s) \right] \left( \frac{K_{sg}}{1 + T_{sg} s} \right) \quad (2.12)$$

donde:

- $\Delta Y_E(s)$ : Incremento en la apertura de la válvula de vapor.  
 $R = \frac{k_1 K_c}{K_2}$ : Regulación de velocidad del gobernador.  
 $K_{sg} = \frac{k_1 k_3 K_c}{k_4}$ : Ganancia del gobernador de velocidad.  
 $T_{sg} = \frac{1}{k_4 k_5}$ : Constante de tiempo del gobernador de velocidad.

**2.1.2. Modelo de la turbina.** La Figura 2.3 muestra el diagrama de una turbina de vapor con una etapa de recalentamiento. Su respuesta dinámica es fuertemente influenciada por dos factores:

- El atraso en el flujo de vapor entre la válvula de admisión y la primera etapa de la turbina.
- Un atraso en la salida de vapor de la etapa de baja presión respecto a la salida de la etapa de alta presión.

Por lo anterior, la función de transferencia de la turbina de vapor es caracterizada por dos constantes de tiempo. Por simplificación se pueden agrupar las dos constantes en una sola constante de tiempo  $T_t$ .

$$\frac{\Delta P_t(s)}{\Delta Y_E(s)} = \frac{K_t}{1 + T_t s} \quad (2.13)$$

donde:

$\Delta P_t(s)$ : Variación en la potencia mecánica que entrega la turbina.

$K_t$ : Ganancia de la turbina.

$T_t$ : Constante de tiempo de la turbina cuyos valores típicos están entre 0.2 y 0.5.

**2.1.3. Modelo del generador.** Para preservar el balance de potencia se debe cumplir:

$$\Delta P_G = \Delta P_D \quad (2.14)$$

donde:

$\Delta P_G$ : Incremento en la generación de potencia activa.

$\Delta P_D$ : Incremento en la demanda de potencia activa.

El incremento en la potencia de generación puede ser debido:

1. A una determinada frecuencia ( $f_0$ ), la energía cinética almacenada es:

$$W_{ke0} = H \times P_{nom}(\text{segundos*kilojoules}) \quad (2.15)$$

donde:

$P_{nom}$ : Potencia nominal del turbo-generador.

$H$ : Constante de inercia del generador.

La energía cinética es proporcional al cuadrado de la velocidad, para una frecuencia diferente a la original ( $f_0 + \Delta f$ ) es:

$$W_{ke} = W_{ke0} \left( \frac{f_0 + \Delta f}{f_0} \right)^2 \quad (2.16)$$

$$= W_{ke0} \left( 1 + \frac{2\Delta f}{f_0} + \frac{(\Delta f)^2}{f_0^2} \right) \quad (2.17)$$

$$\simeq H \times P_{nom} \left( 1 + \frac{2\Delta f}{f_0} \right) \quad (2.18)$$

Derivando (2.18) se tiene razón de cambio en la energía cinética:

$$\frac{d}{dt}(W_{ke}) = \frac{2HP_{nom}}{f_o} \frac{d}{dt}(\Delta f) \quad (2.19)$$

2. La relación entre el cambio de potencia demandada y la variación de frecuencia  $\frac{\partial P_D}{\partial f}$  se considera constante para pequeños cambios de  $\Delta f$ :

$$\frac{\partial P_D}{\partial f} \Delta f = B \Delta f \quad (2.20)$$

donde:

$B$ : Constante de cambios de potencia demandada respecto a cambios en la frecuencia. Puede ser determinada de manera empírica y es positiva para cargas del tipo predominante motor.

Sustituyendo (2.19) y (2.20) en (2.14) :

$$\Delta P_G - \Delta P_D = \frac{2HP_{nom}}{f_o} \frac{d}{dt}(\Delta f) + B \Delta f \quad (2.21)$$

Afectando por  $\frac{1}{P_{nom}}$ :

$$\Delta P_G(\text{pu}) - \Delta P_D(\text{pu}) = \frac{2H}{f_o} \frac{d}{dt}(\Delta f) + B(\text{pu}) \Delta f \quad (2.22)$$

Aplicando la transformada de Laplace y reescribiendo para  $\Delta F(s)$ :

$$\Delta F(s) = \frac{\Delta P_G(s) - \Delta P_D(s)}{B + \frac{2H}{f_o} s} \quad (2.23)$$

$$= [\Delta P_G(s) - \Delta P_D(s)] \left( \frac{K_{ps}}{1 + T_{ps}s} \right) \quad (2.24)$$

donde:

$T_{ps} = \frac{2H}{Bf_o}$ : Constante de tiempo del sistema de potencia.

$K_{ps} = \frac{1}{B}$ : Ganancia del sistema de potencia.

Agrupando todas las funciones de transferencia de los elementos modelados se obtiene el diagrama de bloques mostrado en la Figura 2.4.

**2.1.4. Análisis de estado estable.** Considerando que el cambiador de velocidad permanece constante ( $\Delta P_{ref} = 0$ ) y hay una variación en la carga se tendría una operación libre del gobernador. Un cambio en la demanda de la carga (entrada escalón  $\Delta P_D(s) = \frac{\Delta P_D}{(s)}$ ) ocasiona un cambio en la frecuencia (Elgerd, 1982):

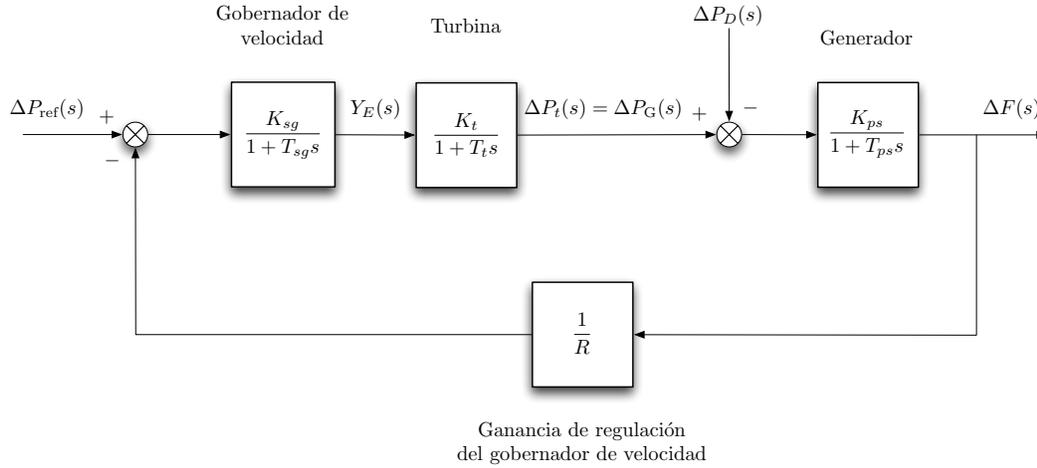


FIGURA 2.4. Diagrama de bloques del control de frecuencia en un sistema aislado.

$$\Delta F(s) \Big|_{\Delta P_{\text{ref}}(s)=0} = - \frac{K_{ps}}{(1 + T_{ps}s) + \frac{K_{sg}K_tK_{ps}}{(1+T_{ps}s)(1+T_t s)R}} \frac{\Delta P_D}{s} \quad (2.25)$$

Del teorema del valor final se tiene que el valor de la frecuencia en estado estable:

$$\Delta f \Big|_{\substack{\text{estado estable} \\ \Delta P_{\text{ref}}=0}} = \lim_{s \rightarrow 0} \Delta F(s)s \quad (2.26)$$

$$= - \left( \frac{K_{ps}}{1 + \left( \frac{K_{sg}K_tK_{ps}}{R} \right)} \right) \Delta P_D \quad (2.27)$$

Dado que las ganancias  $K_t$  y  $K_{ps}$  son fijas, la única ganancia que se puede ajustar es la del gobernador  $K_{sg}$  cambiando las longitudes de las varillas de unión. Por simplicidad se asume que la ganancia  $K_{sg}$  es ajustada para:

$$K_{sg}K_t \simeq 1 \quad (2.28)$$

Por lo tanto la Ecuación (2.27) puede ser reescrita:

$$\Delta f = - \left( \frac{1}{B + \frac{1}{R}} \right) \Delta P_D \quad (2.29)$$

La ecuación permite calcular el cambio de estado estable en la frecuencia debido a cambios en la potencia de demanda. La ganancia de regulación  $R$  (conocida coloquialmente como el estatismo de una máquina ó de un sistema en general) es

ajustada tal que los cambios en la frecuencia sean pequeños ( en el orden del 5 % desde una condición en vacío a demanda máxima).

La ganancia  $B$  es generalmente mucho más pequeña que  $\frac{1}{R}$  ( valores típicos de éstas son  $B = 0.01$  y  $\frac{1}{R} = \frac{1}{3}$ ) por lo tanto  $B$  puede ser despreciada:

$$\Delta f = -R(\Delta P_D) \quad (2.30)$$

Como se debe preservar el balance de potencia:

$$\Delta f = -R(\Delta P_G) \quad (2.31)$$

$$\Delta P_G = -\frac{1}{R}\Delta f \quad (2.32)$$

Recordando que en el proceso se dividió la Ecuación (2.21) por  $P_{nom}$  para manejar valores en pu es necesario ahora multiplicar (2.32) por la potencia nominal de la máquina a analizar. Para un generador conectado al nodo  $p$ -ésimo (Okamura et al., 1975):

$$P_{Gp} = P_{Gsetp} + \Delta P_{Gp} \quad (2.33)$$

$$\Delta P_{Gp} = \left(-\frac{P_{nomp}}{R}\Delta f\right) \quad (2.34)$$

donde:

$P_{nomp}$ : Potencial nominal de la máquina.

$R$ : Estatismo de la máquina.

$P_{Gsetp}$ : Generación predisturbio en la máquina.

## 2.2. Modelo del regulador automático de voltaje

Así como se modeló el gobernador de velocidad para el control automático de generación es necesario modelar el regulador automático de voltaje, que éste a su vez controla la generación de potencia reactiva. La Figura 2.5 muestra un diagrama esquemático del regulador automático de voltaje. Básicamente consiste en un excitador principal que actúa sobre el devanado de campo del generador. El excitador de campo es controlado a través del error  $e = V_{Ref} - V_T$  (Kothari and Nagrath, 2003).

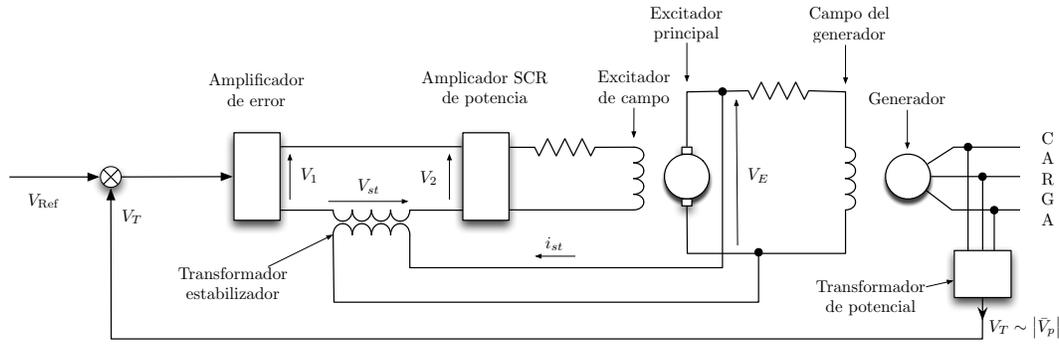


FIGURA 2.5. Diagrama esquemático del regulador automático de voltaje.

El diagrama de bloques se puede dividir de la siguiente forma:

- Transformador de potencial: Nos brinda una medición del voltaje en terminales del generador  $V_T$ .
- Dispositivo diferenciador: Proporciona el error del sistema  $e = V_{Ref} - V_T$ .
- Amplificador de error: Demodula y amplifica la señal de error a través de una ganancia  $K_a$
- Amplificador SCR de potencia y excitador de campo: El amplificador brinda la potencia necesaria para controlar el excitador de campo. Asumiendo que la constante de tiempo del amplificador es lo suficientemente pequeña para ser despreciada, la función de transferencia de estos dos elementos es (Kothari and Nagrath, 2003):

$$\frac{K_e}{1 + T_{ef}s} \tag{2.35}$$

donde:

$T_{ef}$ : Constante de tiempo del excitador.

$K_e$ : Ganancia del amplificador de potencia.

- Generador: El campo es excitado por el voltaje del excitador principal  $V_E$ . En vacío el generador brinda un voltaje proporcional a su corriente de campo. La función de transferencia en vacío es:

$$\frac{K_g}{1 + T_{gf}s} \tag{2.36}$$

donde:

$T_{gf}$ : Constante de tiempo del generador.

$K_g$ : Ganancia del generador.

- El efecto de la carga causa un decaimiento en el voltaje que no será modelado a detalle. El efecto es representado únicamente a través de un bloque con ganancia  $G_L$ .
- Transformador estabilizador: Las constantes  $T_{ef}$  y  $T_{gf}$  son lo suficientemente grandes para perjudicar la respuesta dinámica del sistema, este efecto se disminuye a través de un lazo de retroalimentación derivativo. El transformador estabilizador brinda tal lazo derivativo al sistema a través del voltaje del excitador  $V_E$ . Las terminales del amplificador SCR de potencia alimentan negativamente al transformador estabilizador.

Dado que el secundario del transformador está conectado a las terminales de entrada de un amplificador se puede asumir que se extrae una corriente cero. Entonces:

$$v_E = R_1 i_{st} + L_1 \frac{di_{st}}{dt} \quad (2.37)$$

$$v_{st} = M \frac{di_{st}}{dt} \quad (2.38)$$

Aplicando la transformada de Laplace:

$$\frac{V_{st}(s)}{V_E(s)} = \frac{sM}{R_1 + sL_1} = \frac{s \frac{M}{R_1}}{1 + T_{st}s} \quad (2.39)$$

$$= \frac{sK_{st}}{1 + T_{st}s} \quad (2.40)$$

Diagrama de bloques del regulador automático de voltaje es mostrado en la Figura 2.6.

El diagrama de bloques y las funciones de transferencia son aptos para estudios dinámicos de estabilidad transitoria. Sin embargo se requiere de un modelo estático para estudios de flujos de potencia.

En (Calvaer and Van Geert, 1984) se muestra el modelo del AVR y su inclusión al análisis en estado cuasi estacionario. Tal modelo considera que la inyección de potencia activa de los generadores es fija. En (Garcia-Dominguez and Ruiz-Vega, 2008) mejoran el modelo considerando que tanto la potencia activa y reactiva varían ante la presencia de un disturbio, combinando los trabajos de Okamura et al. y Calvaer and Van Geert.

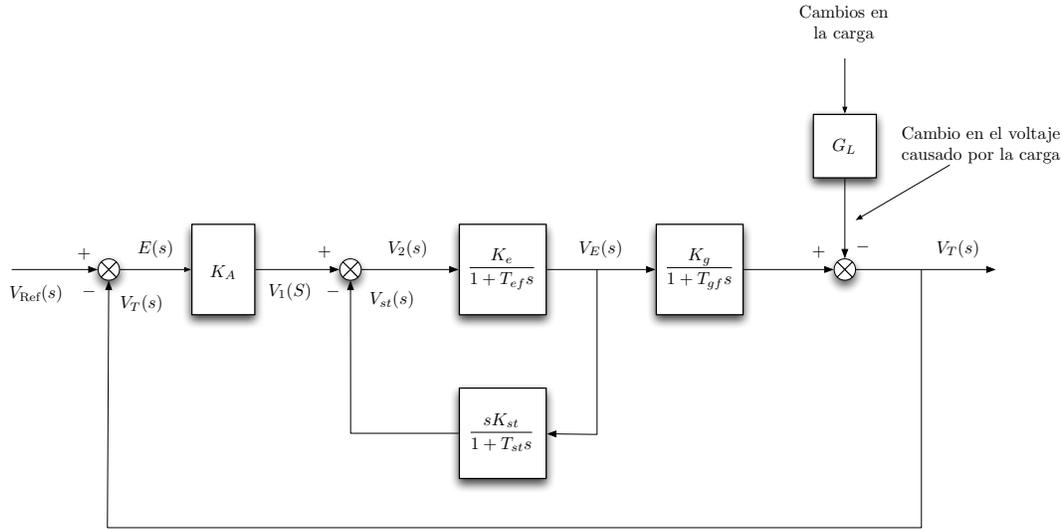


FIGURA 2.6. Diagrama de bloques del regulador automático de voltaje.

Para considerar el efecto del AVR sobre la generación de potencia reactiva se emplea la característica de la reactancia equivalente  $X_{mq}$ , quedando la potencia reactiva expresada de la siguiente forma (Calvaer and Van Geert, 1984):

$$Q_{G_p} = Q_{G_{setp}} + \frac{|\bar{V}_p| (V_{Refp} - |\bar{V}_p|)}{X_{mq}} \quad (2.41)$$

donde:

- $Q_{G_{setp}}$ : Potencia de generación reactiva predisturbio.
- $\bar{V}_{Refp}$ : Magnitud de voltaje de referencia.
- $|\bar{V}_p|$ : Magnitud de voltaje.
- $X_{mq}$ : Reactancia equivalente de la máquina síncrona.

Esta reactancia  $X_{mq}$  es la sensibilidad del voltaje terminal ante cambios de la corriente reactiva del generador (Calvaer and Van Geert, 1984):

$$X_{mq} = \frac{\partial V}{\partial I_Q} = \frac{X_d \cos \delta}{K_A + \cos \delta} + \frac{(X_d - X_q) I_q}{E_q} \frac{X_d K_A \cos \delta}{(K_A + \cos \delta)^2} \quad (2.42)$$

donde:

- $X_d$ : Reactancia síncrona en el eje directo.
- $X_q$ : Reactancia síncrona en el eje cuadratura.
- $E_q$ : Voltaje sobre el eje cuadratura.
- $K_A$ : Ganancia de lazo abierto del AVR.
- $I_q$ : Corriente en el eje directo.

$\delta$ : Ángulo de carga de la máquina

Habiendo agregado los controles primarios al generador síncrono la potencia activa es función de la desviación de la frecuencia y el estatismo, la potencia reactiva es función del voltaje en terminales y de la reactancia equivalente  $X_{mq}$  como se muestra en la Figura 2.7.

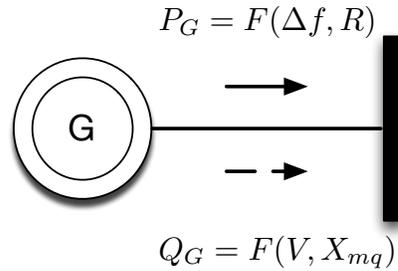


FIGURA 2.7. Modelo del generador con controles primarios

**2.2.1. Relación de la potencia reactiva y activa.** En (Okamura et al., 1975) muestran un modelo de generación de potencia reactiva en función de la potencia activa:

$$Q_{G_p} = Q_{G_{set_p}} + \alpha \Delta P_{G_p} + \beta \Delta P_{G_p}^2 \quad (2.43)$$

donde:

$\alpha$  y  $\beta$ : Son coeficientes de generación de potencia reactiva. En la literatura no se reportan valores típicos para estos coeficientes, por lo que en este trabajo se consideran unitarios.

$Q_{G_{set_p}}$ : Potencia reactiva generada predisturbio.

Dicho modelo de acuerdo al análisis matemático hecho previamente se apega muy poco a lo que pudiera ser el regulador automático de voltaje. Posteriormente se muestra la validación de éste modelo (Capítulo 4) y se compara con el modelo del AVR mostrado previamente.

### 2.3. Modelo de la carga

Las cargas en un sistema de potencia son en general heterogéneas y compuestas por infinidad de componentes y dispositivos individuales. Existe mucha información acerca de las características de cada componente. Conociendo tal información y la composición de la carga en cada bus del sistema es posible combinar las características individuales de los componentes (agregando porcentajes de ponderación

apropiados para cada tipo de carga conectada al bus) para obtener una expresión analíticamente válida (Pavella and Murthy, 1994).

Tradicionalmente se modelaban las cargas del sistema como elementos que absorbían una potencia constante, posteriormente algunos modelos comenzaron a incluir cargas de corriente constante. En este trabajo se usan modelos de carga que son más flexibles desde el punto de vista que se puedan tener varios tipos o características de carga conectadas a un mismo bus.

Las cargas para estudios de estabilidad se dividen en dos rubros (Taylor, 1994):

- Cargas estáticas: La potencia activa y reactiva en cualquier instante de tiempo son funciones de la magnitud de voltaje y de la frecuencia en ese mismo instante. Ej: Calefacción, luces incandescentes, pequeños motores etc.
- Cargas dinámicas: Son cargas que tienen una constante de tiempo de respuesta mayor ante disturbios (voltaje y frecuencia). Instantáneamente se comportan como cargas estáticas sin embargo la recuperación a su punto post-disturbio se rige por las constantes de tiempo en función del tipo de carga.

Debido a que en esta tesis solamente se harán estudios usando modelos estáticos de carga el análisis estático tendrá el mismo punto de post-contigencia que se obtendría con un análisis dinámico incluyendo cargas dinámicas.

### **2.3.1. Cargas estáticas dependientes del voltaje y la frecuencia.**

Para estudios de estabilidad transitoria, estudios dinámicos de largo plazo y estabilidad bajo pequeños disturbios se recomienda la estructura de múltiples tipos de carga conectados a un bus común. Algunos tipos de cargas estáticas pueden ser las lámparas de iluminación, motores de inducción, motores síncronos, entre otros. Para lograr esto es necesario un modelo flexible que a diferencia del modelo clásico de potencia constante sea susceptible a cambios en la potencia debido a variaciones de voltaje nodal y de la frecuencia.

En (Price et al., 1995) recomiendan usar un modelo de carga dependiente de frecuencia y de voltaje. En Ruiz Vega (1996) se muestra una modificación de dicho modelo agregando una dependencia exponencial de frecuencia de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \frac{P_{Dp}}{P_{D0p}} &= K_{pz} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right)^2 + K_{pi} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right) + K_{pc} \\ &+ K_{p1} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right)^{pv1} (1 + n_{pf1} \Delta f) + K_{p2} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right)^{pv2} (1 + \Delta f)^{pf2} \\ K_{pz} &= 1 - (K_{pi} + K_{pc} + K_{p1} + K_{p2}) \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} \frac{Q_{Dp}}{Q_{D0p}} &= K_{qz} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right)^2 + K_{qi} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right) + K_{qc} \\ &+ K_{q1} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right)^{qv1} (1 + n_{qf1} \Delta f) + K_{q2} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right)^{qv2} (1 + \Delta f)^{qf2} \\ K_{qz} &= 1 - (K_{qi} + K_{qc} + K_{q1} + K_{q2}) \end{aligned} \quad (2.45)$$

donde:

$P_{Dp}$ y $Q_{Dp}$ :	Potencia activa y reactiva demandada por la carga.
$P_{D0p}$ y $Q_{D0p}$ :	Potencia activa y reactiva demandada por la carga antes del disturbio.
$ \bar{V}_p $ :	Magnitud de voltaje en el nodo $p$ -ésimo.
$ \bar{V}_{0p} $ :	Magnitud de voltaje en el nodo $p$ -ésimo pre-disturbio.
$\Delta f$ :	Desviación de frecuencia del sistema.
$K_{pc}$ y $K_{qc}$ :	Porcentaje de potencia constante.
$K_{pi}$ y $K_{qi}$ :	Porcentaje de corriente constante.
$K_{pz}$ y $K_{qz}$ :	Porcentaje de impedancia constante.
$K_{p1}$ , $K_{q1}$ , $K_{p2}$ y $K_{q2}$ :	Porcentaje de carga activa o reactiva que tiene el modelo exponencial dependiente del voltaje.
$pv1$ , $qv1$ , $pv2$ y $qv2$ :	Sensitvidades de la carga con respecto a cambios del voltaje (modelo exponencial).

**2.3.2. Modelo de la Máquina de Inducción.** En un sistema eléctrico típico cerca del 60 % de la carga la conforman los motores (Pavella and Murthy, 1994), y de éstos la mayoría son motores de inducción. Los motores usados en pequeñas aplicaciones pueden ser agrupados y modelados a través de un modelo

de carga estática, como los descritos con anterioridad. Sin embargo grandes motores para aplicaciones industriales requieren una representación detallada de su operación (Taylor, 1994).

La representación simplificada del motor de inducción usada en estudios de estabilidad transitoria se muestra en la Figura 2.8 (Pavella and Murthy, 1994). Las reactancias tanto del estator  $jX_{s_0}$ , del rotor  $jX_{r_0}$  y de magnetización  $jX_{m_0}$  están dadas sobre una frecuencia del sistema  $\omega_0$ . Por tal motivo se debe hacer una corrección a las reactancias de la siguiente forma (Pavella and Murthy, 1994):

$$X_i = \left( \frac{\omega_{bus}}{\omega_0} \right) X_{i0} = \left( \frac{2\pi f_{bus}}{2\pi f_0} \right) X_{i0} = \left( \frac{f}{f_0} \right) X_{i0} \quad (2.46)$$

$$f = f_0 + \Delta f \quad (2.47)$$

donde  $X_i$  toma los valores de las tres reactancias del motor de inducción:

$$X_i = X_s, X_r, X_m$$

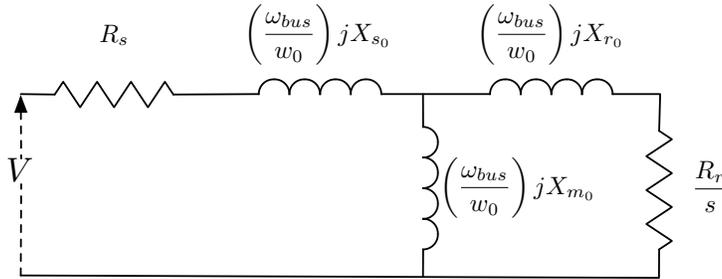


FIGURA 2.8. Circuito equivalente del motor de inducción.

La impedancia equivalente del circuito del motor de inducción es:

$$Z_{\text{motor}} = R_s + jX_s + \frac{jX_m \left( \frac{R_r}{s} + jX_r \right)}{\frac{R_r}{s} + j(X_r + X_m)} \quad (2.48)$$

La potencia absorbida por el motor:

$$S_p = \frac{|\bar{V}_p|^2}{R_s + jX_s + \frac{jX_m \left( \frac{R_r}{s} + jX_r \right)}{\frac{R_r}{s} + j(X_r + X_m)}} \quad (2.49)$$

donde:

$\bar{V}_p$ : Voltaje del nodo  $p$ -ésimo.

$R_r$ : Resistencia del rotor.  
 $R_s$ : Resistencia del estator.

$$\Re(S_p) = P_{\text{motorp}} = \frac{|\bar{V}_p|^2 \left\{ \left(\frac{R_r}{s}\right) \left[ \left(\frac{R_r}{s}\right) R_s - X_s K_1 - X_r X_m \right] + K_1 \left[ \left(\frac{R_r}{s}\right) (X_m + X_1) + R_s K_1 \right] \right\}}{\left[ \left(\frac{R_r}{s}\right) R_s - X_s K_1 - X_r X_m \right]^2 + \left[ \left(\frac{R_r}{s}\right) (X_m + X_1) + R_s K_1 \right]^2} \quad (2.50)$$

$$\Im(S_p) = Q_{\text{motorp}} = \frac{-|\bar{V}_p|^2 \left\{ K_1 \left[ \left(\frac{R_r}{s}\right) R_s - X_s K_1 - X_r X_m \right] + \frac{R_r}{s} \left[ \left(\frac{R_r}{s}\right) (X_m + X_1) + R_s K_1 \right] \right\}}{\left[ \left(\frac{R_r}{s}\right) R_s - X_s K_1 - X_r X_m \right]^2 + \left[ \left(\frac{R_r}{s}\right) (X_m + X_1) + R_s K_1 \right]^2} \quad (2.51)$$

$$K_1 = X_r + X_m \quad (2.52)$$

Estudios reportan un comportamiento invariante de potencia activa ante cambios de voltaje ( $\pm 15\%$ ) (Taylor, 1994). La Figura 2.9 fue reportada por el EPRI en donde realizaron pruebas a motores de inducción industriales. Se observa la potencia reactiva muy sensible a cambios de voltaje y la potencia activa mantiene un perfil de consumo prácticamente invariante.

Para corroborar lo dicho por el EPRI se hizo una breve prueba en el Laboratorio de Máquinas Eléctricas de la División de Estudios de Posgrado de la U.M.S.N.H. donde se prueba una máquina jaula de ardilla con un par mecánico constante y se observa el comportamiento de la máquina. El reporte de la prueba se encuentra en el Apéndice A.

Se considera, entonces, que la potencia activa absorbida por el motor permanece constante aún después de un disturbio en el sistema. La variable a calcular es la potencia reactiva que esta en función del deslizamiento, el voltaje y la frecuencia.

El deslizamiento se calcula a través de la siguiente ecuación que fue obtenida a partir de la ecuación de la potencia activa en (2.50) (Ruiz Vega, 1996).

$$\left(\frac{R_r}{s}\right)^2 A + \left(\frac{R_r}{s}\right) B + C = 0 \quad (2.53)$$

donde:

$$A = P_{\text{motorp}} (R_s^2 + K_3^2) - |\bar{V}_p|^2 R_s \quad (2.54)$$

$$B = 2 \cdot P_{\text{motorp}} (R_s^2 K_2 + K_3 K_4) - |\bar{V}_p|^2 (K_2 + K_1 K_3) \quad (2.55)$$

$$C = P_{\text{motorp}} (K_2^2 + K_4^2) - |\bar{V}_p|^2 K_1 K_4 \quad (2.56)$$

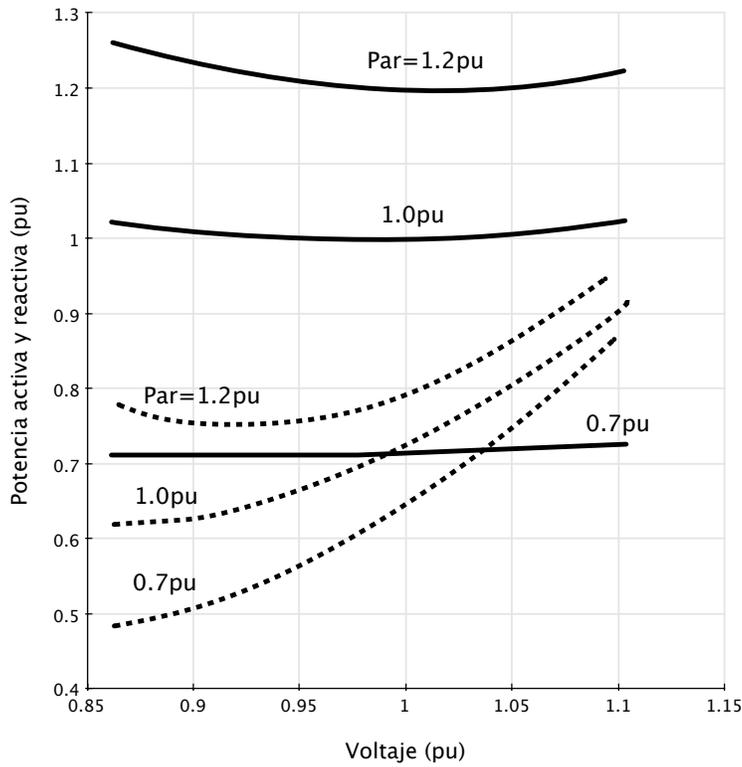


FIGURA 2.9. Variación de la potencia activa (línea continua) y reactiva (línea punteada) en un motor de inducción ante cambios de voltaje con par mecánico constante.

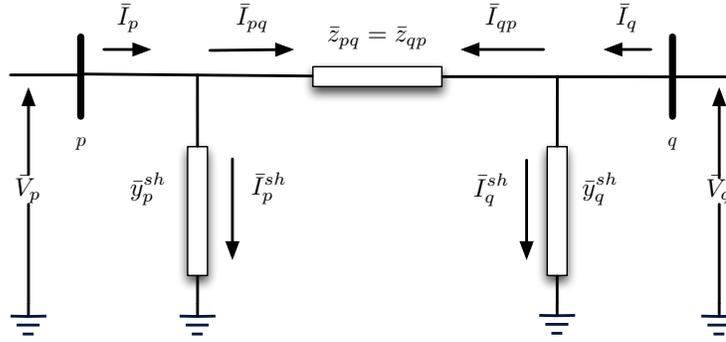
$$\begin{aligned}
 K_1 &= X_r + X_m \\
 K_2 &= -X_s K_1 - X_r X_m \\
 K_3 &= X_m + X_s \\
 K_4 &= R_s K_1
 \end{aligned} \tag{2.57}$$

$P_{\text{motor}p}$ : Potencia activa del motor conectado al nodo  $p$ -ésimo.

$Q_{\text{motor}p}$ : Potencia reactiva del motor conectado al nodo  $p$ -ésimo.

#### 2.4. Modelo de las líneas de transmisión

En (Fuerte Esquivel, 1997) se muestra como se obtienen las ecuaciones de la potencia activa y reactiva que fluyen a través de un elemento de transmisión como el que se muestra en la Figura 2.10.

FIGURA 2.10. Circuito  $\pi$  de una línea de transmisión.

Ley de corrientes de Kirchhoff al nodo  $p$ :

$$\bar{I}_p = \bar{I}_{pq} + \bar{I}_p^{sh} \quad (2.58)$$

Expresando (2.58) en términos de voltajes nodales:

$$\bar{I}_p = \frac{\bar{V}_p - \bar{V}_q}{\bar{Z}_{pq}} + \bar{y}_p^{sh} \bar{V}_p = \bar{y}_{pq} (\bar{V}_p - \bar{V}_q) + \bar{y}_p^{sh} \bar{V}_p \quad (2.59)$$

$$= (\bar{y}_{pq} + \bar{y}_p^{sh}) \bar{V}_p - \bar{y}_{pq} \bar{V}_q \quad (2.60)$$

La corriente nodal en el nodo  $q$ :

$$\bar{I}_q = (\bar{y}_{pq} + \bar{y}_q^{sh}) \bar{V}_q - \bar{y}_{pq} \bar{V}_p \quad (2.61)$$

Si se expresan las ecuaciones (2.60) y (2.61) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_p \\ \bar{I}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{pq} + \bar{y}_p^{sh} & -\bar{y}_{pq} \\ -\bar{y}_{pq} & \bar{y}_{pq} + \bar{y}_q^{sh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_p \\ \bar{V}_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{pp} & \bar{Y}_{pq} \\ \bar{Y}_{qp} & \bar{Y}_{qq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_p \\ \bar{V}_q \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Para un sistema multimodal con  $n$  nodos:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \vdots \\ \bar{I}_p \\ \vdots \\ \bar{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \cdots & \bar{Y}_{1p} & \cdots & \bar{Y}_{1n} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} & \cdots & \bar{Y}_{2p} & \cdots & \bar{Y}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{Y}_{p1} & \bar{Y}_{p2} & \cdots & \bar{Y}_{pp} & \cdots & \bar{Y}_{pn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{Y}_{n1} & \bar{Y}_{n2} & \cdots & \bar{Y}_{np} & \cdots & \bar{Y}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \vdots \\ \bar{V}_p \\ \vdots \\ \bar{V}_n \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

o simplemente:

$$\bar{I}_{\text{bus}} = \bar{Y}_{\text{bus}} \bar{V}_{\text{bus}} \quad (2.64)$$

donde:

- $\bar{I}_{\text{bus}} \in \mathbb{C}^n$ : Inyecciones de corriente nodal.  
 $\bar{V}_{\text{bus}} \in \mathbb{C}^n$ : Voltajes nodales.  
 $\bar{Y}_{\text{bus}} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ : Admitancias nodales.

## 2.5. Ecuaciones de flujo de potencia

Las ecuaciones de flujos de potencia pueden ser formuladas sistemáticamente en una gran variedad de formas. Sin embargo, el método de voltaje nodal es la forma más adecuada para muchos estudios de sistemas de potencia (Saadat, 1999). La formulación de las ecuaciones de la red en la forma de admitancia nodal genera un sistema de ecuaciones algebraicas en términos de las corrientes nodales. Cuando las corrientes nodales son dadas, el sistema de ecuaciones lineales puede ser resuelto para encontrar los voltajes nodales. Sin embargo, en un sistema de potencia, las potencias nodales son conocidas más no las corrientes. Resultando un sistema de ecuaciones en términos de potencia, conocidas como ecuaciones de flujo de potencia, que son un sistema de ecuaciones algebraicas no lineales y que por lo tanto deben ser resueltas por métodos iterativos.

La corriente inyectada a un nodo  $p$  utilizando la formulación nodal obtenida en (2.63):

$$\bar{I}_p = \bar{Y}_{p1} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{p2} \bar{V}_2 + \cdots + \bar{Y}_{pn} \bar{V}_n = \sum_{q=1}^n \bar{Y}_{pq} \bar{V}_q \quad (2.65)$$

donde:

- $\bar{I}_p$ : Corriente de inyección en el nodo  $p$ -ésimo.  
 $\bar{V}_q$ : Voltaje en el nodo  $q$ -ésimo.  
 $\bar{Y}_{pq}$ : Admitancia compleja entre los nodos  $p$  y  $q$ .

La potencia nodal es expresada:

$$P_p^{\text{cal}} - jQ_p^{\text{cal}} = \bar{V}_p^* \bar{I}_p \quad (2.66)$$

Sustituyendo (2.65) en (2.66) :

$$P_p^{\text{cal}} - jQ_p^{\text{cal}} = \bar{V}_p^* \sum_{q=1}^n \bar{Y}_{pq} \bar{V}_q \quad (2.67)$$

Desarrollando (2.67) y separando su parte real e imaginaria:

$$P_p^{\text{cal}} = \sum_{q=1}^n |\bar{V}_p| |\bar{V}_q| |\bar{Y}_{pq}| \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad (2.68)$$

$$Q_p^{\text{cal}} = - \sum_{q=1}^n |\bar{V}_p| |\bar{V}_q| |\bar{Y}_{pq}| \sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad (2.69)$$

Esta formulación da como resultado un sistema de ecuaciones no lineales, dos ecuaciones por nodo del sistema.

La potencia transmitida del nodo  $p$  hacia los demás nodos con los que se conecta es:

$$P_{Tp} = |\bar{V}_p| \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n |\bar{V}_q| |\bar{Y}_{pq}| \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad (2.70)$$

$$Q_{Tp} = |\bar{V}_p| \sum_{\substack{q=1 \\ q \neq p}}^n |\bar{V}_q| |\bar{Y}_{pq}| \sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad (2.71)$$

## 2.6. Balance de Potencia Nodal

De acuerdo a la premisa del balance de potencia se conjugan las ecuaciones anteriores en un par de ecuaciones conocidas como ecuaciones de balance de potencia nodal:

$$\Delta P_p = P_{Gp} - P_{Dp} - P_{\text{motor}p} - P_p^{\text{cal}} = 0 \quad (2.72)$$

$$\Delta Q_p = Q_{Gp} - Q_{Dp} - Q_{\text{motor}p} - Q_p^{\text{cal}} = 0 \quad (2.73)$$

donde:

- $\Delta P_p, \Delta Q_p$ : Desbalance de potencia activa y reactiva.
- $P_{Gp}, Q_{Gp}$ : Potencia activa y reactiva generada en el nodo  $p$  (ecuaciones (2.33) y (2.41) ).
- $P_{Dp}, Q_{dp}$ : Demanda (carga) de potencia activa y reactiva en el nodo  $p$  (ecuaciones (2.44),(2.45),(2.50) y (2.51)).
- $P_{\text{motor}p}$ : Potencia activa absorbida por el motor de inducción (ecuación (2.50)).

$Q_{\text{motor}p}$ : Potencia reactiva absorbida por el motor de inducción (ecuación (2.51)).

$P_p^{\text{cal}}, Q_p^{\text{cal}}$ : Potencia activa y reactiva inyectada al nodo p (ecuaciones (2.68) y (2.69)).

Tales expresiones se presentan gráficamente en la Figura 2.11.

Expandiendo 2.72 y 2.73 se puede expresar las ecuaciones de balance de potencia nodal para el nodo  $p$  de forma general:

$$\begin{aligned} \Delta P_p = & P_{G\text{set}p} - \frac{P_{\text{nom}p}}{R_p} \Delta f - P_{D0p} \left[ K_{pz} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right)^2 + K_{pi} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right) + K_{pc} \right. \\ & \left. + K_{p1} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right)^{pv1} (1 + n_{pf1} \Delta f) + K_{p2} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right)^{pv2} (1 + \Delta f)^{pf2} \right] \\ & - P_{\text{motor}p} \\ & - \sum_{q=1}^n |\bar{V}_p| |\bar{V}_q| |\bar{Y}_{pq}| \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \end{aligned} \quad (2.74)$$

$$\begin{aligned} \Delta Q_p = & Q_{G\text{set}p} + \frac{|\bar{V}_p| (V_{\text{Ref}p} + |\bar{V}_p|)}{X_{mq}} - Q_{D0p} \left[ K_{qz} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right)^2 + K_{qi} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right) + K_{qc} \right. \\ & \left. + K_{q1} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right)^{qv1} (1 + n_{qf1} \Delta f) + K_{q2} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right)^{qv2} (1 + \Delta f)^{qf2} \right] \\ & - Q_{\text{motor}p} \\ & - \sum_{q=1}^n |\bar{V}_p| |\bar{V}_q| |\bar{Y}_{pq}| \sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \end{aligned} \quad (2.75)$$

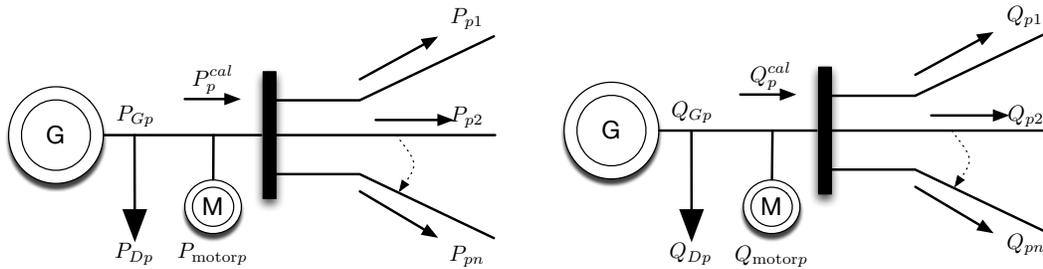


FIGURA 2.11. Balance de potencia nodal

## 2.7. Tipos de Nodos

La formulación del problema de flujos de potencia requiere una organización y clasificación de los nodos en función de cuatro variables principales: potencia activa, potencia reactiva, magnitud de voltaje y ángulo de voltaje. Debido a que solamente se tienen dos ecuaciones de flujos de potencia por nodo se deben especificar las otras dos variables. Los nodos son clasificados de acuerdo a cuales son las dos variables que son especificadas:

- **Nodo de carga (PQ):** Estos nodos no tienen generador por lo tanto las variables  $P_{Gp}$  y  $Q_{Gp}$  son cero. Las potencias activa y reactiva demandadas por la carga  $P_{Dp}$  y  $Q_{Dp}$  son conocidas a través de mediciones. La potencia activa y reactiva en estos nodos puede ser función del voltaje nodal y de la frecuencia del sistema (Ecuaciones 2.44 y 2.45) o pueden ser modelados como nodos que absorben una potencia constante ( $K_{pc} = K_{qc} = 1$ ). Las dos variables restantes que se deben calcular son  $|\bar{V}_p|$  y  $\delta_p$ .
- **Nodo generador PV:** En este caso cuando menos un generador está conectado al bus y tiene una ganancia de regulación muy grande tal que pueda mantener un voltaje terminal constante ( $|\bar{V}_p| = \bar{V}_{Refp}$ ). Así mismo este generador puede contribuir al AGC o tener una potencia de generación fija ( $P_{Gp} = P_{Gsetp}$ ). En el caso que el nodo no contribuya al AGC las variables a calcular son  $Q_{Gp}$  y  $\delta_p$ . La potencia de generación reactiva deberá de estar dentro de límites  $Q_{Gminp} < Q_{Gp} < Q_{Gmaxp}$ . En caso de que la potencia reactiva viole el límite,  $Q_{Gp}$  se fija en su valor violado y el nodo se modela como un nodo PQ.
- **Nodo generador regulador:** A diferencia del nodo PV éste tipo de nodos no son capaces de mantener un voltaje constante en terminales, sin embargo su contribución a la regulación de voltaje se realiza a través del AVR que se encarga de mantener el voltaje terminal lo más cercano al voltaje de referencia. Nodos con una ganancia de lazo abierto del AVR  $K_A > 150$  pueden ser modelados como nodos PV (Van Cutsem and Vournas, 1998). Estos nodos son contemplados para el AGC y por tanto regulan la frecuencia del sistema por lo que su potencia activa no es constante. Las cuatro variables deben ser calculadas, sin embargo se tiene dos ecuaciones adicionales con las cuales se puede calcular  $P_{Gp}$  y  $Q_{Gp}$  (Ecuaciones (2.33) y (2.41) respectivamente).
- **Nodo Slack (referencia):** Para el estudio de flujos de potencia se requiere un nodo de referencia angular ( $\delta_{Slack} = 0^\circ$  comúnmente). Este nodo de generación a pesar de que entra al AGC se considera ideal, es decir no tiene límites de

generación. La magnitud angular puede ser modelada como un nodo PV o como un nodo regulador por acción del AVR.

## Flujos de Potencia Con Regulación Primaria

El objetivo principal de un sistema eléctrico de potencia moderno es satisfacer continuamente la potencia eléctrica contratada por todos los clientes. Este es un problema de gran complejidad y de gran escala que requiere constante análisis y monitoreo. Siempre se deben cuidar ciertos aspectos operativos del sistema eléctrico (Acha et al., 2004):

1. Las magnitudes de voltaje nodal y la frecuencia del sistema deben mantenerse dentro de límites estrechos.
2. Se debe cuidar que la onda de voltaje y de corriente permanezcan mayoritariamente sinusoidales.
3. Las líneas de transmisión deben operar debajo de límites térmicos y de estabilidad.

Estos aspectos se deben cuidar siempre considerando la operación económica del sistema.

El principal objetivo de un estudio de flujos de potencia es determinar el punto de operación en estado estable de la red eléctrica. El estado estable puede ser determinado encontrando, para un determinado conjunto de condiciones de carga, el flujo de potencia activa y reactiva a través de la red y las magnitudes y ángulos de los voltajes en todos los nodos de la red.

### 3.1. Solución al Problema de Flujos de Potencia Convencional

Desde el punto de vista del modelado matemático del sistema, la solución de flujos de potencia consiste en resolver un conjunto de ecuaciones algebraicas no lineales que describen las condiciones de estado estable de la red de potencia. Dichas ecuaciones requieren de un método iterativo para llegar a la solución. En este caso el método más ampliamente usado para resolver este tipo de sistemas no lineales es el método de Newton-Raphson

**3.1.1. El método iterativo de Newton-Raphson.** Es un procedimiento de aproximaciones a partir de una estimación inicial de la variable desconocida.

Las aproximaciones son calculadas usando una expansión truncada de series de Taylor (Saadat, 1999).

La solución de una ecuación no lineal es expresada:

$$f(x) = 0 \quad (3.1)$$

Si  $x^0$  es la estimación inicial de la solución y  $\Delta x^0$  es una desviación pequeña de la solución correcta:

$$f(x^{(0)} + \Delta x^{(0)}) = 0 \quad (3.2)$$

Usando series de Taylor se expande  $x^0$  :

$$f(x^0) + \left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} \Delta x^{(0)} + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2f}{dx^2}\right)^{(0)} (\Delta x^{(0)})^2 + \dots = 0 \quad (3.3)$$

Asumiendo que el error  $\Delta x^0$  es muy pequeño, los términos de mayor orden pueden ser despreciados:

$$f(x^0) \simeq - \left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} \Delta x^{(0)}$$

$$\Delta x^{(0)} = - \frac{f(x^0)}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)}}$$

Añadiendo  $\Delta x^{(0)}$  a la estimación inicial se obtiene la segunda aproximación:

$$x^{(1)} = x^{(0)} - \frac{f(x^0)}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)}} \quad (3.4)$$

Para un procedimiento sucesivo del algoritmo de Newton-Raphson:

$$\Delta x^{(i)} = - \frac{f(x^i)}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(i)}} \quad (3.5)$$

$$x^{(i+1)} = x^{(i)} + \Delta x^{(i)} \quad (3.6)$$

Reordenando (3.5):

$$f(x)^{(i)} = - \left(\frac{df}{dx}\right)^{(i)} \Delta x^{(i)} \quad (3.7)$$

$$= -j^{(i)} \Delta x^{(i)} \quad (3.8)$$

Al término  $j^{(i)}$  se le conoce como el jacobiano de  $f(x)$ , y matemáticamente es la primera derivada de la función  $f(x)$  respecto a  $x$ . En un sistema de ecuaciones algebraicas no lineales:

$$\begin{bmatrix} f_1^{(i)} \\ f_2^{(i)} \\ \vdots \\ f_n^{(i)} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(i)} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(i)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(i)} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(i)} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(i)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(i)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(i)} & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(i)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(i)} \\ \Delta x_2^{(i)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(i)} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

La aproximación de  $\Delta x$  es calculada con la matriz jacobiana inversa y el vector de términos independientes:

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1^{(i)} \\ \Delta x_2^{(i)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(i)} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(i)} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(i)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(i)} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(i)} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(i)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(i)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(i)} & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(i)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(i)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f_1^{(i)} \\ f_2^{(i)} \\ \vdots \\ f_n^{(i)} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Con el fin de aplicar el método de Newton-Raphson al problema de flujos de potencia, las ecuaciones relevantes deben ser expresadas en la forma de la ecuación (3.9), donde  $x$  representa el conjunto de magnitudes y ángulos de los voltajes nodales. Las ecuaciones de balance de potencia  $\Delta P$  y  $\Delta Q$  ( $f(x)$ ) son expandidas alrededor de un punto base  $(\delta^{(0)}, |\bar{V}|^{(0)})$  y, entonces, el algoritmo de Newton-Raphson es expresado por la siguiente relación:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}^{(i)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P}{\partial \delta} & \frac{\partial P}{\partial |\bar{V}|} \\ \frac{\partial Q}{\partial \delta} & \frac{\partial Q}{\partial |\bar{V}|} \end{bmatrix}^{(i)} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |\bar{V}| \end{bmatrix}^{(i)} \quad (3.11)$$

Las diversas matrices Jacobianas pueden consistir hasta de  $n \times n$  elementos de la forma:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_p}{\partial \delta_q} & \frac{\partial P_p}{\partial |\bar{V}_q|} \\ \frac{\partial Q_p}{\partial \delta_q} & \frac{\partial Q_p}{\partial |\bar{V}_q|} \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

donde  $p = 1, \dots, n$ ,  $q = 1, \dots, n$  y  $n$  es el numero de nodos.

Las columnas y renglones correspondientes a la potencia reactiva y a la magnitud de voltaje para los nodos PV son descartados. Además, cuando los nodos

$p$  y  $q$  no están conectados de manera directa por un elemento de transmisión los elementos  $p, q$  de las submatrices jacobianas con nulos.

El programa desarrollado utiliza el método de flujos convencional para determinar el punto de operación predisturbio (caso base). Las ecuaciones de balance de potencia nodal ((2.74) y (2.75)) no consideran cargas dependientes de la frecuencia y voltaje, ni la inclusión de controles primarios, por lo tanto son constantes:

$$\Delta P_p = P_{Gsetp} - P_{D0p} - P_{motorp} - \sum_{q=1}^n |\bar{V}_p| |\bar{V}_q| |\bar{Y}_{pq}| \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad (3.13)$$

$$\Delta Q_p = Q_{Gsetp} - Q_{D0p} - Q_{motorp} - \sum_{q=1}^n |\bar{V}_p| |\bar{V}_q| |\bar{Y}_{pq}| \sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad (3.14)$$

Entonces los elementos de la matriz Jacobiana:

Para  $p \neq q$ :

$$\frac{\partial \Delta P_p}{\partial \delta_q} = H_{pq} = |\bar{V}_p| |\bar{V}_q| |\bar{Y}_{pq}| \sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \Delta P_p}{\partial |\bar{V}_q|} = N_{pq} = |\bar{V}_p| |\bar{Y}_{pq}| \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_p}{\partial \delta_q} = J_{pq} = -|\bar{V}_p| |\bar{V}_q| |\bar{Y}_{pq}| \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_p}{\partial |\bar{V}_q|} = L_{pq} = |\bar{V}_p| |\bar{Y}_{pq}| \sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad (3.18)$$

Para  $p = q$ :

$$\frac{\partial \Delta P_p}{\partial \delta_p} = H_{pp} = Q_p^{cal} + |\bar{V}_p|^2 |\Im(\bar{Y}_{pp})| = Q_p^{cal} + |\bar{V}_p|^2 |B_{pp}| \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial \Delta P_p}{\partial |\bar{V}_p|} = N_{pp} = \frac{P_p^{cal}}{|\bar{V}_p|} + |\bar{V}_p|^2 |\Re(\bar{Y}_{pp})| = \frac{P_p^{cal}}{|\bar{V}_p|} + |\bar{V}_p|^2 |G_{pp}| \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_p}{\partial \delta_p} = J_{pp} = P_p^{cal} - |\bar{V}_p|^2 |G_{pp}| \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_p}{\partial |\bar{V}_p|} = L_{pp} = -\frac{Q_p^{cal}}{|\bar{V}_p|} + |\bar{V}_p|^2 |B_{pp}| \quad (3.22)$$

Después de que los voltajes y ángulos han sido calculados por el método iterativo, los flujos de potencia activa y reactiva a través de la línea de transmisión

son determinados de manera directa.

Un punto importante a tener en cuenta es que las ecuaciones de balance de potencia  $\Delta P$  y  $\Delta Q$  del nodo Slack no se toman en cuenta en la Ecuación (3.11) y las variables  $P_{\text{slack}}$  y  $Q_{\text{slack}}$  deben ser calculadas una vez que los flujos de potencia y las pérdidas de potencia han sido determinadas. También, la potencia  $Q_G$  en los nodos PV es calculada en cada iteración cuidando que los generadores estén dentro de límites de potencia reactiva. Las ecuaciones de balance de potencia reactiva  $\Delta Q$  de los nodos PV tampoco son incluidas en la ecuación (3.11).

*3.1.1.1. Inicialización del método.* La efectividad de un método iterativo para alcanzar soluciones factibles es dependiente de la correcta selección de los valores iniciales. Los estudios de flujos de potencia utilizando el método de Newton-Raphson no son la excepción. En (Acha et al., 2004) recomiendan iniciar con voltajes de 1 p.u. en todos los nodos de carga y un ángulo de  $0^\circ$  para todos los nodos.

### 3.2. Flujos de Potencia Inercial

Generalmente los estudios de flujos de potencia han sido resueltos de manera convencional asumiendo:

- La frecuencia del sistema permanece constante.
- El balance carga-generación es regulado por un generador ideal, llamado Slack.
- Características nulas de la carga respecto a cambios en el voltaje y en la frecuencia de sistema.

Debido a tales consideraciones un estudio de flujos no es adecuado para encontrar un nuevo punto de estado estable después de un disturbio (Okamura et al., 1975).

En esta sección se muestran los cambios que se deben realizar al algoritmo de tal forma que se tenga lo que se conoce como “Slack distribuido”. Esto quiere decir que ante un balance de potencia determinados generadores (los que estén considerados para el AGC) van a modular el desbalance regulando a su vez la frecuencia del sistema. Así mismo en esta sección se muestra como modelar los generadores de tal forma que el voltaje en terminales sea afectado por el regulador automático de voltaje y no se tenga un regulador de voltaje con ganancia infinita.

**3.2.1. Modificación de la matriz Jacobiana.** Siendo las ecuaciones de balance de potencia funciones dependientes del voltaje nodal  $|V|$ , del ángulo nodal  $\delta$  y de la desviación de frecuencia del sistema  $\Delta f$ :

$$\Delta P = f_1(|V|, \delta, \Delta f) \quad (3.23)$$

$$\Delta Q = f_2(|V|, \delta, \Delta f) \quad (3.24)$$

Del método de Newton-Raphson se expande:

$$\begin{aligned} f_1(|V| + \Delta |V|, \delta + \Delta\delta, \Delta f + \Delta(\Delta f)) &= f_1(|V|, \delta, \Delta f) \quad (3.25) \\ &+ \frac{\partial f_1(|V|, \delta, \Delta f)}{\partial \delta} \Delta\delta \\ &+ \frac{\partial f_1(|V|, \delta, \Delta f)}{\partial \Delta f} \Delta(\Delta f) \\ &+ \frac{\partial f_1(|V|, \delta, \Delta f)}{\partial |V|} \Delta |V| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2(|V| + \Delta |V|, \delta + \Delta\delta, \Delta f + \Delta(\Delta f)) &= f_2(|V|, \delta, \Delta f) \quad (3.26) \\ &+ \frac{\partial f_2(|V|, \delta, \Delta f)}{\partial \delta} \Delta\delta \\ &+ \frac{\partial f_2(|V|, \delta, \Delta f)}{\partial \Delta f} \Delta(\Delta f) \\ &+ \frac{\partial f_2(|V|, \delta, \Delta f)}{\partial |V|} \Delta |V| \end{aligned}$$

Reordenando y expresando en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} f_1(|V|, \delta, \Delta f) \\ f_2(|V|, \delta, \Delta f) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(|V|, \delta, \Delta f)}{\partial \delta} & \frac{\partial f_1(|V|, \delta, \Delta f)}{\partial \Delta f} & \frac{\partial f_1(|V|, \delta, \Delta f)}{\partial |V|} \\ \frac{\partial f_2(|V|, \delta, \Delta f)}{\partial \delta} & \frac{\partial f_2(|V|, \delta, \Delta f)}{\partial \Delta f} & \frac{\partial f_2(|V|, \delta, \Delta f)}{\partial |V|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta(\Delta f) \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$= - \begin{bmatrix} \frac{\partial \Delta P}{\partial \delta} & \frac{\partial \Delta P}{\partial \Delta f} & \frac{\partial \Delta P}{\partial |V|} \\ \frac{\partial \Delta Q}{\partial \delta} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial \Delta f} & \frac{\partial \Delta Q}{\partial |V|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta(\Delta f) \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

donde las expresiones de los elementos que integran al Jacobiano modificado para un sistema multimodal de  $n$  nodos son:

Para  $p = q$ :

$$\frac{\partial \Delta P_p}{\partial \delta_p} = H_{pp} = Q_p^{cal} + |\bar{V}_p|^2 |B_{pp}| \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Delta P_p}{\partial |\bar{V}_p|} = N_{pp} &= \frac{P_p^{cal}}{|\bar{V}_p|} + |\bar{V}_p|^2 |G_{pp}| \\
&+ P_{D0p} \left[ 2K_{pz} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|^2} \right) + \frac{K_{pi}}{|\bar{V}_{0p}|} \right. \\
&+ pv1 \cdot K_{p1} \left( \frac{|\bar{V}_p|^{pv1-1}}{|\bar{V}_{0p}|^{pv1}} \right) (1 + n_{pf1} \Delta f) \\
&\left. + pv2 \cdot K_{p2} \left( \frac{|\bar{V}_p|^{pv2-1}}{|\bar{V}_{0p}|^{pv2}} \right) (1 + \Delta f)^{pf2} \right]
\end{aligned} \tag{3.30}$$

$$\frac{\partial \Delta Q_p}{\partial \delta_p} = J_{pp} = P_p^{cal} - |\bar{V}_p|^2 |G_{pp}| \tag{3.31}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Delta Q_p}{\partial |\bar{V}_p|} = L_{pp} &= -\frac{Q_p^{cal}}{|\bar{V}_p|} + |\bar{V}_p|^2 |B_{pp}| \\
&+ Q_{D0p} \left[ 2K_{qz} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|^2} \right) + \frac{K_{qi}}{|\bar{V}_{0p}|} \right. \\
&+ qv1 \cdot K_{q1} \left( \frac{|\bar{V}_p|^{qv1-1}}{|\bar{V}_{0p}|^{qv1}} \right) (1 + n_{qf1} \Delta f) \\
&\left. + qv2 \cdot K_{q2} \left( \frac{|\bar{V}_p|^{qv2-1}}{|\bar{V}_{0p}|^{qv2}} \right) (1 + \Delta f)^{qf2} \right] \\
&- \left( \frac{V_{Refp} - 2|\bar{V}_p|}{X_{mq}} \right) \\
&+ \left( 2 \frac{-Q_p^{motor}}{|\bar{V}_p|} \right)
\end{aligned} \tag{3.32}$$

Para  $p \neq q$ :

$$\frac{\partial \Delta P_p}{\partial \delta_q} = H_{pq} = |\bar{V}_p| |\bar{V}_q| |\bar{Y}_{pq}| \sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial \Delta P_p}{\partial |\bar{V}_q|} = N_{pq} = |\bar{V}_p| |\bar{Y}_{pq}| \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad (3.34)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_p}{\partial \delta_q} = J_{pq} = -|\bar{V}_p| |\bar{V}_q| |\bar{Y}_{pq}| \cos(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_p}{\partial |\bar{V}_q|} = L_{pq} = |\bar{V}_p| |\bar{Y}_{pq}| \sin(\theta_{pq} + \delta_p - \delta_q) \quad (3.36)$$

Para  $p = 1, 2, \dots, n$

$$\frac{\partial \Delta P_p}{\partial \Delta f} = F_p = \frac{P_{\text{nom}p}}{R_q} \quad (3.37)$$

$$+ P_{D0p} \left[ n_{pf1} \cdot K_{p1} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|^2} \right)^{pv1} \cdot \Delta f \right. \\ \left. + pf2 \cdot K_{p2} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right)^{pv2} (1 + \Delta f)^{pf2-1} \right]$$

$$\frac{\partial \Delta Q_p}{\partial \Delta f} = G_p = Q_{D0p} \left[ n_{qf1} \cdot K_{q1} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|^2} \right)^{qv1} \cdot \Delta f \quad (3.38)$$

$$+ qf2 \cdot K_{q2} \left( \frac{|\bar{V}_p|}{|\bar{V}_{0p}|} \right)^{qv2} (1 + \Delta f)^{qf2-1} \right] \\ + \frac{\partial Q_{\text{motor}p}}{\partial \Delta f} \quad (3.39)$$

donde,

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_{\text{motorp}}}{\partial \Delta f} &= \lambda |\bar{V}_p|^2 \{ 2R_r^3 R_s s X_{m0}^2 A \varphi^2 - 2R_r R_s s^3 X_{m0}^2 B (X_{r0} X_{s0} + X_{m0} C) \varphi^4 \\
&\quad - R_r^4 A (R_s - A \varphi) (R_s + A \varphi) \\
&\quad + [s^4 B (X_{r0} X_{s0} + X_{m0} C) \varphi^4 (-R_s B + (X_{m0} X_{r0} + B X_{s0}) \varphi) \\
&\quad \cdot (R_s B + (X_{m0} X_{r0} + B X_{s0}) \varphi)] \\
&\quad - R_r^2 s^2 (X_{m0}^2 - 2X_{r0} X_{s0} - 2X_{m0} C) \varphi^2 (-R_s^2 B + A (X_{m0} X_{r0} + B X_{s0}) \varphi^2) \} \\
\lambda &= [2R_r R_s s X_{m0}^2 \varphi^2 + R_r^2 (R_s^2 + A \varphi^2) + s^2 \varphi^2 (R_s^2 B + (X_{m0} X_{r0} + B X_{s0})^2 \varphi^2)]^{-1} \\
A &= X_{m0} + X_{s0} \\
B &= X_{m0} + X_{r0} \\
C &= X_{r0} + X_{s0} \\
\varphi &= 1 + \Delta f
\end{aligned}$$

De manera general el sistema de ecuaciones algebraicas linealizado por el método de Newton-Raphson:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \vdots \\ \Delta P_{n-1} \\ \Delta P_n \\ \Delta Q_1 \\ \vdots \\ \Delta Q_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} H_{11} & \cdots & H_{1(n-1)} & F_1 & N_{11} & \cdots & N_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{(n-1)1} & \cdots & H_{(n-1)(n-1)} & F_{(n-1)} & N_{(n-1)1} & \cdots & N_{(n-1)n} \\ H_{n1} & \cdots & H_{n(n-1)} & F_n & N_{n1} & \cdots & N_{nn} \\ J_{11} & \cdots & J_{1(n-1)} & G_1 & L_{11} & \cdots & L_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ J_{n1} & \cdots & J_{n(n-1)} & G_n & L_{n1} & \cdots & L_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_1 \\ \vdots \\ \Delta \delta_{n-1} \\ \Delta(\Delta f) \\ \Delta V_1 \\ \vdots \\ \Delta V_n \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Teniendo calculadas las magnitudes y ángulos de los voltajes nodales y la desviación de frecuencia, las potencias inyectadas a los nodos pueden ser determinadas para verificar que se cumpla el balance de potencia. En este método inercial también se pueden excluir las ecuaciones de balance de potencia reactiva asociada a los nodos PV, y calcularlas independientemente usando la ecuación (2.69).

### 3.3. Descripción del Simulador Digital

Parte fundamental del presente trabajo fue introducir los elementos del sistema, anteriormente presentados, en un programa de computadora digital. Para

tal efecto se desarrolló un programa bajo el lenguaje de programación Python. Se escogió tal lenguaje debido a la versatilidad que tiene a la hora de desarrollar proyectos de análisis científico. Actualmente está teniendo un gran auge en estudios de alto rendimiento (Milano, 2010). Además es un lenguaje de programación de Software Libre que a diferencia de Matlab<sup>®</sup>, y otros, no necesita ser comprado para desarrollar una aplicación. El rendimiento y las facilidades de programación en Python para computación numérica son tan buenas y en la mayoría de los casos mejores que Octave/Matlab<sup>®</sup> (Kiusalaas, 2010).

Por otro lado Python tiene la capacidad de interactuar de manera fácil con lenguajes de bajo nivel como C++ o Fortran. Esta ventaja fue aprovechada en el programa implementado, utilizando las siguientes librerías existentes de álgebra lineal (compiladas en C y Fortran): BLAS (Lawson et al., 1979) , LAPACK (Anderson et al., 1999) y para matrices dispersas la UMFPACK (Davis and Duff, 1997). La interacción con estas librerías fue hecha a través de los paquetes Scipy (Jones et al., 01 ) y CVXOPT (Dahl and Vandenberghe, 2006). El rendimiento de ambos paquetes se compara en la Sección 4.5.

**3.3.1. Estructura del simulador digital.** El Algoritmo 1 muestra el procedimiento que se programó para la obtención del nuevo punto de equilibrio después de una contingencia utilizando el modelo del AVR en los generadores.

---

**Algoritmo 1** Determinación del punto de equilibrio utilizando flujos de potencia con regulación primaria.

---

1. Se leen los datos del programa a través de un archivo de texto plano (\*.dat).
  2. Se calculan la matriz de admitancias del sistema  $Y_{bus}$ .
  3. Se determina la condición inicial del sistema realizando una corrida de flujos convencional (sin regulación primaria).
  4. Se calcula la reactancia equivalente  $X_{mq}$  de los generadores.
  5. Se aplica una contingencia que puede ser:
    - a) Se abre una línea de transmisión:  
Al abrir una línea de transmisión se afecta la topología del sistema por lo tanto se recalcula la matriz de admitancias  $Y_{bus}$ .
    - b) Pérdida de un generador:  
Se elimina la potencia de generación activa y reactiva y el nodo se cambia a un nodo tipo carga (PQ).
    - c) Variación de la carga:  
Se varia en un porcentaje (positivo ó negativo) la carga de potencia activa, reactiva ó ambas.
  6. Se hace una corrida de flujos de potencia integrando regulación primaria hasta la convergencia.
  7. Se recalcula la reactancia  $X_{mq}$  de los generadores y se obtiene un promedio con las reactancia obtenidas anteriormente.
  8. Se hace una nueva corrida de flujos de potencia con la nueva reactancia  $X_{mq}$  promediada.
  9. Desplegado de resultados.
- 

La estructura digital del programa visto desde un diagrama de flujo puede ser observada en la Figura 3.1.

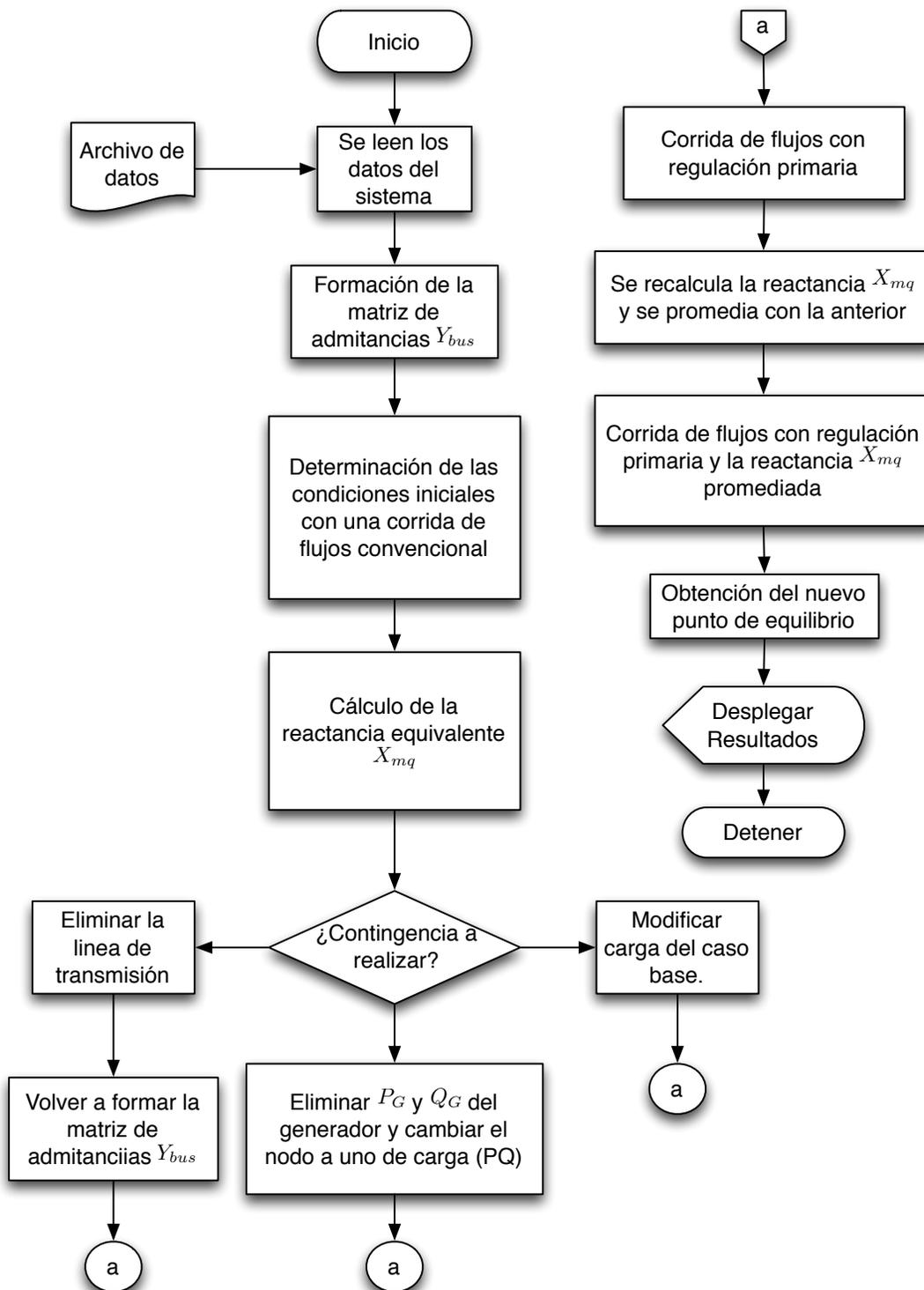


FIGURA 3.1. Diagrama de Flujo para la determinación del nuevo punto de equilibrio.

## Validación y análisis del modelo propuesto

Cualquier modelado requiere de una etapa de validación que corrobore los resultados de una simulación del nuevo modelo con datos correctos o validados con anterioridad. Ya que se tiene el modelo del sistema se hará la validación del mismo provocando un disturbio en la operación del sistema y de esta forma comparar el punto de estado estable obtenido con un análisis de respuesta transitoria. El análisis de estabilidad transitoria resuelve un conjunto de ecuaciones diferenciales que modelan detalladamente el sistema a prueba y nos da el punto más exacto del nuevo estado de equilibrio (Sauer, 2002). Para este efecto se usó el software comercial de análisis de redes “Power World Simulator 15”.

### 4.1. Sistema de prueba

El sistema de prueba que se usa es la red estándar de prueba del IEEE de 9 nodos y 3 máquinas la cual es mostrada detalladamente en (Anderson and Fouad, 2003). A éste sistema se le agregó un nuevo nodo (nodo 10) a través de un transformador conectado al nodo 4. Esto con la finalidad de conectar una carga tipo motor de inducción, el cual opera a par constante consumiendo una potencia activa de 1.6 MW. Los parámetros del motor son de un tipo industrial grande que opera a un voltaje 2300V con 2250 HP de potencia (Krause et al., 2002).

**4.1.1. Caso base.** Todas las simulaciones tanto con la metodología presentada como con las integraciones numéricas parten del caso base de la Figura 4.1. Las especificaciones de la topología del sistema se muestran en el Apéndice B.

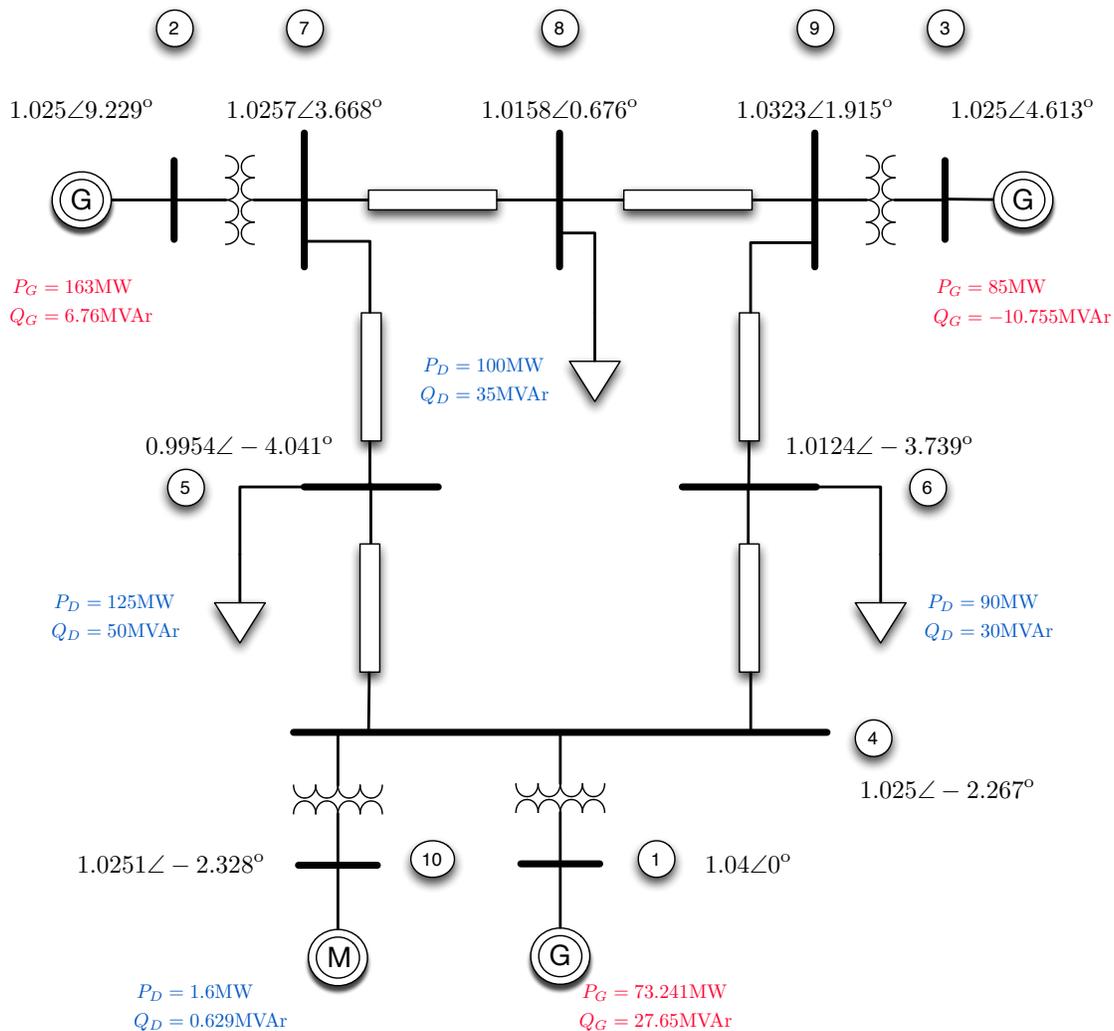


FIGURA 4.1. Caso base predisturbio del sistema de 9 nodos con un motor de inducción.

#### 4.2. Comparación entre Modelos del Generador

Antes de comenzar la validación del modelo es importante escoger cual modelo de regulación de voltaje es el óptimo.

En el Capítulo 2 se mostraron dos modelos del Regulador Automático de Voltaje:

##### 1. Modelo de Okamura:

Basado en el modelo publicado en (Okamura et al., 1975) en el cual la generación de potencia activa está en función del estatismo de la máquina.

Para el caso de la generación de potencia reactiva, esta es una función cuadrática dependiente de la generación de potencia activa.

## 2. Modelo Okamura-Calvaer:

Dicho modelo se basa en (Garcia-Dominguez and Ruiz-Vega, 2008) que es una combinación del modelo de generación de potencia activa propuesto por Okamura et al. y el modelo de generación de potencia reactiva incluyendo la dinámica del AVR propuesto por Calvaer and Van Geert.

Ambos modelos serán comparados bajo el marco de referencia obtenido del análisis transitorio.

En la Figura 4.2 se muestra el comportamiento de la magnitud de voltaje nodal ante la aplicación de un disturbio, en este caso la apertura de la línea de transmisión que va del nodo 4 al nodo 5.

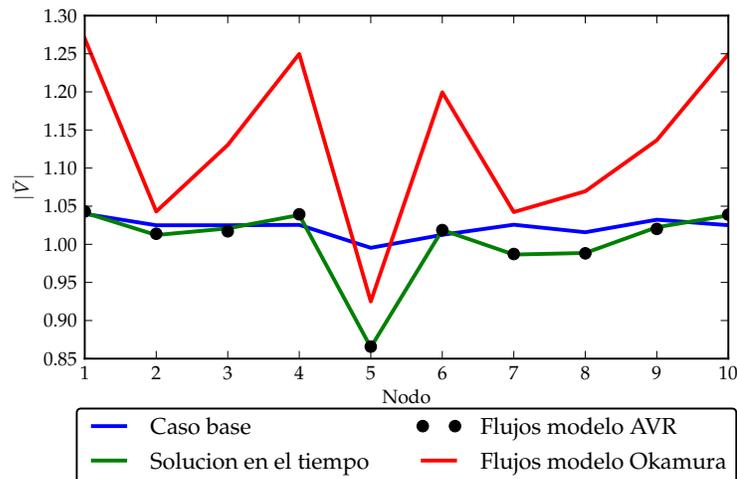


FIGURA 4.2. Comparación de los voltajes nodales usando los diferentes modelos de generación de potencia reactiva ante la pérdida de una línea de transmisión.

Se observa que la dependencia de la potencia reactiva con la potencia activa del modelo de Okamura ocasiona problemas de sobrevoltaje en todos los nodos. Al mismo tiempo la magnitud de voltaje es mucho muy diferente en comparación a la magnitud obtenida a través de la integración numérica.

La curva del AVR de Calvaer no se alcanza a distinguir debido a que es muy similar a la obtenida con la integración numérica. En la Figura 4.3 y Tabla 4.1 se aprecia de una mejor forma el gran error que presenta el modelo de generación de

potencia reactiva en comparación con el modelo del AVR. El error en todas las tablas y gráficas es calculado con la siguiente ecuación:

$$\text{error} = \frac{\text{Valor}_{\text{integración}} - \text{Valor}_{\text{flujos}}}{\text{Valor}_{\text{integración}}} * 100 \quad (4.1)$$

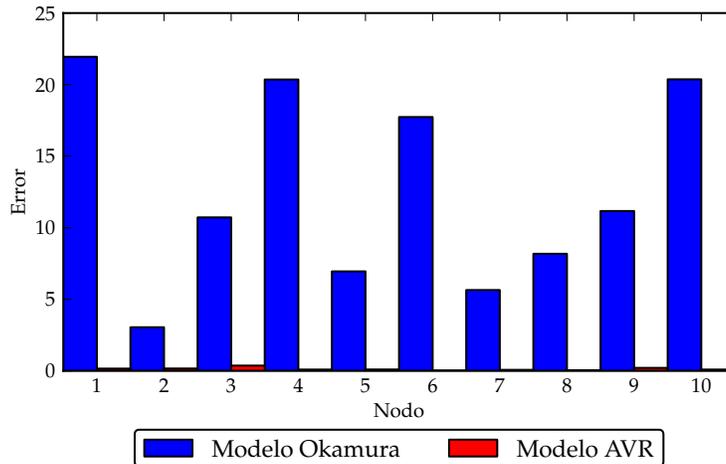


FIGURA 4.3. Error porcentual de voltaje ante la pérdida de una línea de transmisión.

CUADRO 4.1. Comparativa de los voltajes nodales con los dos modelos de generación de potencia reactiva.

Nodo	Voltaje (Integración en el tiempo)	Voltaje (Flujos Modelo Okamura)	Error (%)	Voltaje (Flujos Modelo AVR)	Error (%)
1	1.04148	1.27	-21.943	1.043	-0.162
2	1.01224	1.043	-3.051	1.015	-0.298
3	1.02088	1.13	-10.724	1.018	0.292
4	1.03842	1.25	-20.356	1.04	-0.112
5	0.86496	0.925	-6.953	0.867	-0.257
6	1.01885	1.2	-17.735	1.019	-0.029
7	0.98664	1.042	-5.65	0.989	-0.201
8	0.98871	1.07	-8.183	0.989	-0.06
9	1.02241	1.137	-11.168	1.021	0.131
10	1.03799	1.249	-20.369	1.039	-0.113

Los errores en la magnitud de voltajes nodales usando el modelo del AVR son menores al 1%. Para las próximas simulaciones se empleará el modelo del AVR de Calvaer y se descartará por completo el modelo de generación de potencia reactiva propuesto por Okamura debido al alto error que presenta.

### 4.3. Representación física de la reactancia $X_{mq}$

Después de seleccionar el modelo adecuado del AVR es importante conocer su dinámica y cual sería una representación física del mismo. Tradicionalmente se muestra la característica de operación del generador síncrono a través de su carta de operación  $P_G - Q_G$ , sin embargo para estudios de estabilidad de voltaje es mejor representar la operación del generador mediante curvas  $Q_G - |\bar{V}|$ .

Este tipo de curvas es posible trazarlas a través del modelo presentado por Calvaer and Van Geert (1984). De dicho modelo se obtiene una reactancia “ficticia” la cual relaciona cambios en el voltaje ante cambios en la corriente reactiva proporcionada por el generador. El comportamiento descrito por tal reactancia se asemeja a la característica estática de un compensador estático de VARS.

$$X_{mq} = \frac{\partial |\bar{V}|}{\partial I_Q}$$

Para trazar estas curvas se utilizará un sistema aislado de dos nodos. Un nodo de generación y un nodo de carga que nos permita variar la potencia reactiva en el nodo generador. El sistema de prueba se muestra en la Figura 4.4.

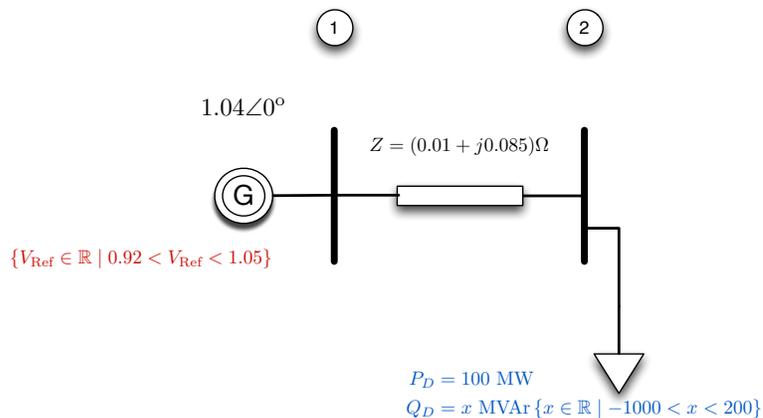


FIGURA 4.4. Sistema de dos nodos de prueba.

Utilizando los datos originales del sistema de excitación ( $K_A = 20$ ) y variando tanto la potencia reactiva demandada como el voltaje de ajuste en el AVR se obtiene la figura 4.5.

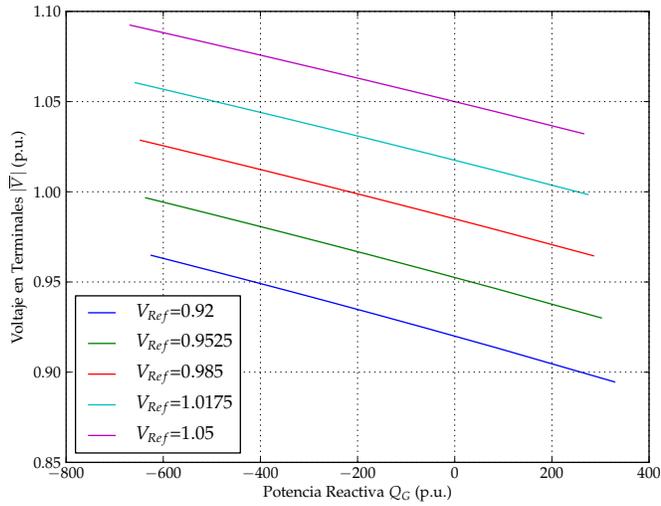


FIGURA 4.5. Característica de operación  $|\bar{V}| - Q_G$  del generador síncrono conectado en el nodo 1.

Aumentando la ganancia del sistema de excitación a  $K_A = 400$  se obtiene la Figura 4.6.

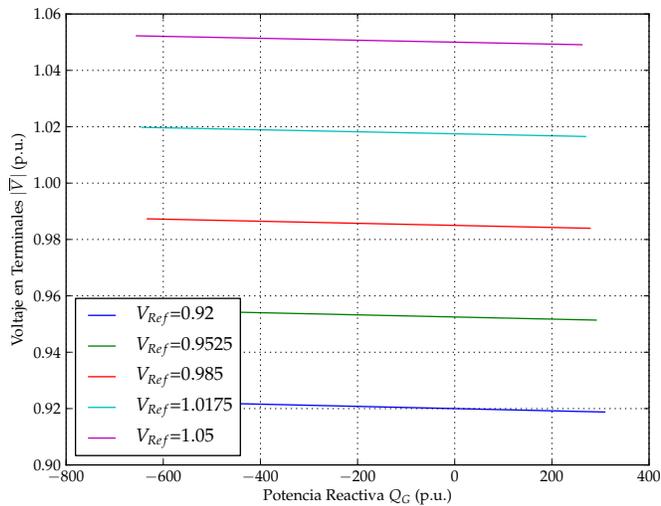


FIGURA 4.6. Característica de operación  $|\bar{V}| - Q_G$  del generador síncrono conectado en el nodo 1 con una ganancia  $K_A = 400$ .

Se observa que la reactancia  $X_{mq}$  es la pendiente de las líneas rectas obtenidas. La cual está afectada principalmente por la ganancia del AVR y en menor medida por el voltaje de referencia  $V_{\text{Ref}}$ . Para una ganancia de 20 el generador es más sensible a cambios en el voltaje debido a cambios en la potencia reactiva demandada. Por otro lado con una ganancia muy grande  $K_A = 400$  el sistema no presenta sensibilidad alguna ante cambios en la potencia reactiva. De tal forma que para ganancias muy grandes ( $K_A > 150$ ) el nodo generador puede ser considerado como un nodo PV y modelarse como tal (Van Cutsem and Vournas, 1998).

Este tipo de curvas QV han sido presentadas a detalle en Van Cutsem and Vournas (1998).

#### 4.4. Validación de la obtención del punto de equilibrio

**4.4.1. Metodología empleada.** Para llevar a cabo la validación del modelo del sistema y principalmente corroborar los modelos de controladores primarios y del motor de inducción, se usó la metodología descrita a continuación.

Para todas las simulaciones se utilizó el modelo mixto de carga mostrado en el Apéndice B y se utilizó una tolerancia a la convergencia de  $1 \times 10^{-12}$ . La contingencia realizada en ambos simuladores fue la siguiente:

1. Apertura de línea  
Se abre la línea que va del nodo 4 al nodo 5.
2. Aumento de carga  
Se simula el aumento repentino de carga en un 10%. Tal incremento afecta tanto la potencia activa y reactiva en los nodos de carga (menos en el motor).
3. Pérdida de unidad de generación  
Se simula la pérdida completa de generación en el nodo 2.

**4.4.2. Apertura de línea.** La Figura 4.7 muestra la variación de las cargas estáticas conectadas en los nodos 5,6 8 y 10. Recordar que en el nodo 10 se tiene conectado el motor de inducción, cuya potencia activa no presenta variación alguna en el estado estable respecto al estado predisturbio. En todos los casos el punto de equilibrio obtenido es el mismo al estado estable con la simulación transitoria.

Los voltajes y ángulos nodales de los generadores llegan al mismo punto después del disturbio (Figura 4.8).

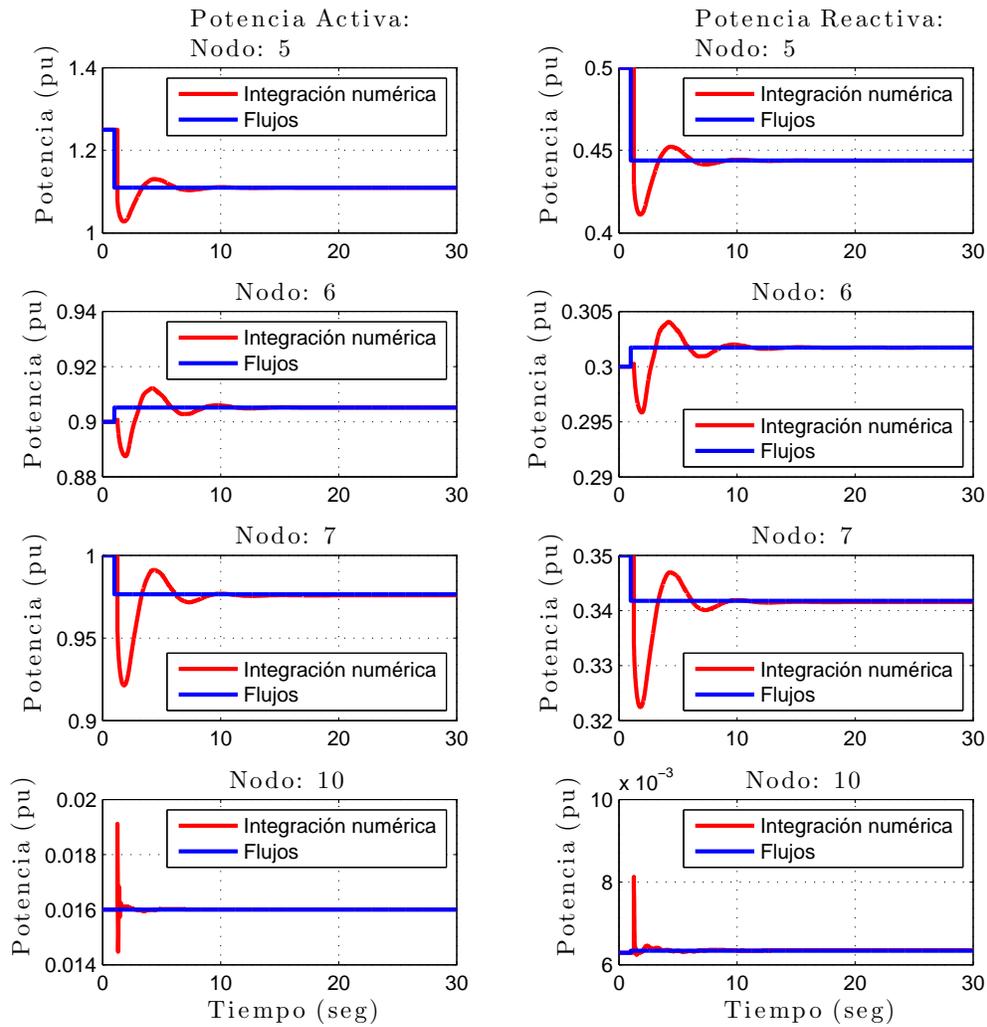


FIGURA 4.7. Potencia activa y reactiva en los nodos de carga ante la apertura de una línea de transmisión.

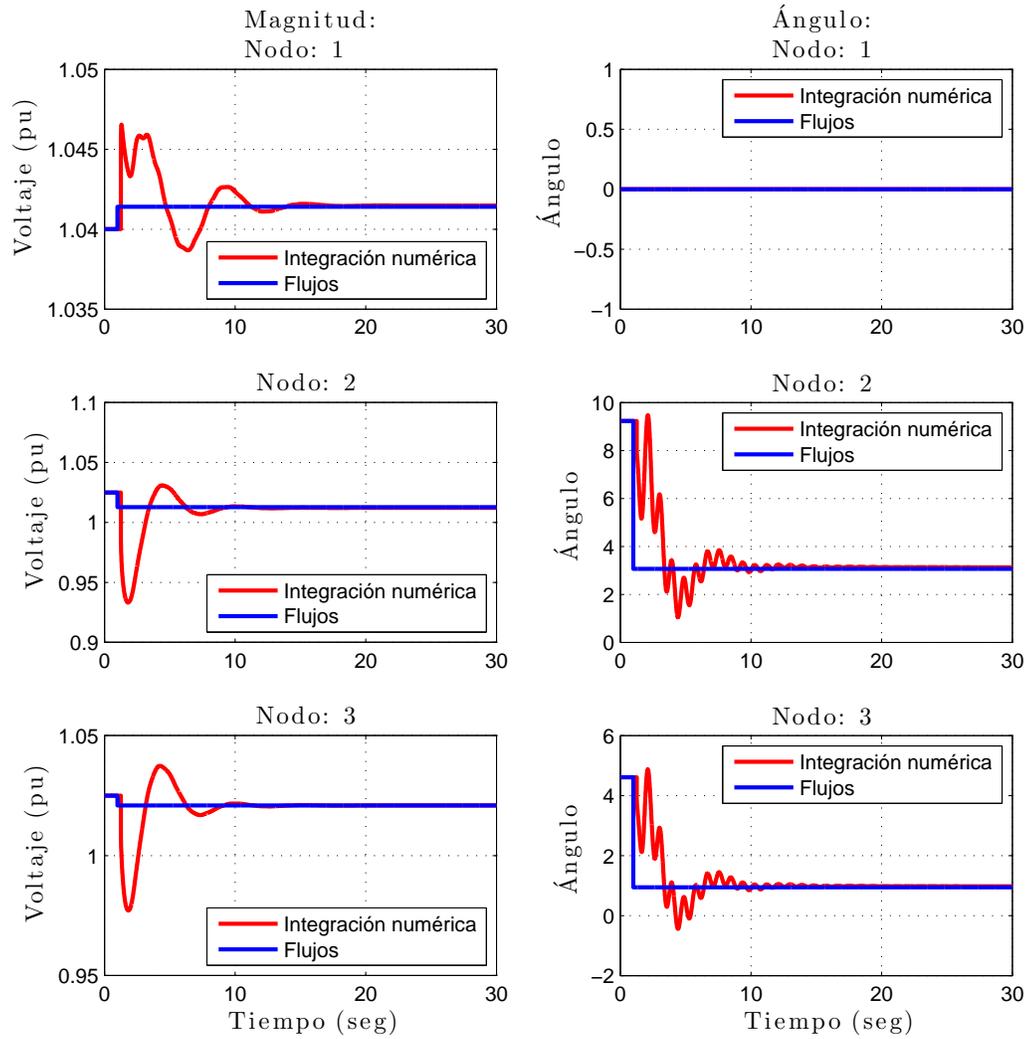


FIGURA 4.8. Voltajes en los nodos de generación ante la apertura de una línea de transmisión.

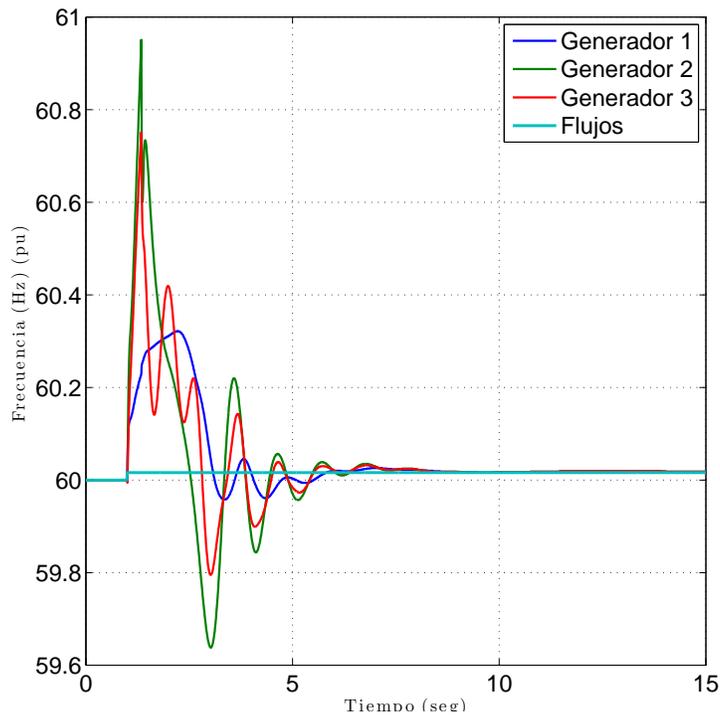


FIGURA 4.9. Frecuencia en los nodos de generación ante una apertura de línea.

La variación de la frecuencia llega al mismo punto en estado estable. En este caso la frecuencia aumenta debido a las cargas dependientes del voltaje. Al abatirse el voltaje disminuye la potencia de carga acelerando los generadores (Figura 4.9).

Con la representación de estas variables de estado fue posible considerar que el modelo es válido para disturbios referentes a la apertura de líneas. Las magnitudes y ángulos de los voltajes de generación son prácticamente iguales en ambos simuladores.

**4.4.3. Aumento de carga.** Otra contingencia interesante para un sistema eléctrico es un desbalance abrupto carga-generación. En este caso se aumenta la potencia demandada en un 10% tanto para la potencia activa y reactiva de todos los nodos (menos en el motor de inducción). Tal contingencia nos permite observar la respuesta de los generadores y su capacidad de modular el desbalance de potencia en el sistema.

La Figura 4.10 muestra el cambio abrupto en las potencias demandadas por las cargas del sistema. En todos los casos no se llega exactamente a 1.1 (110%)

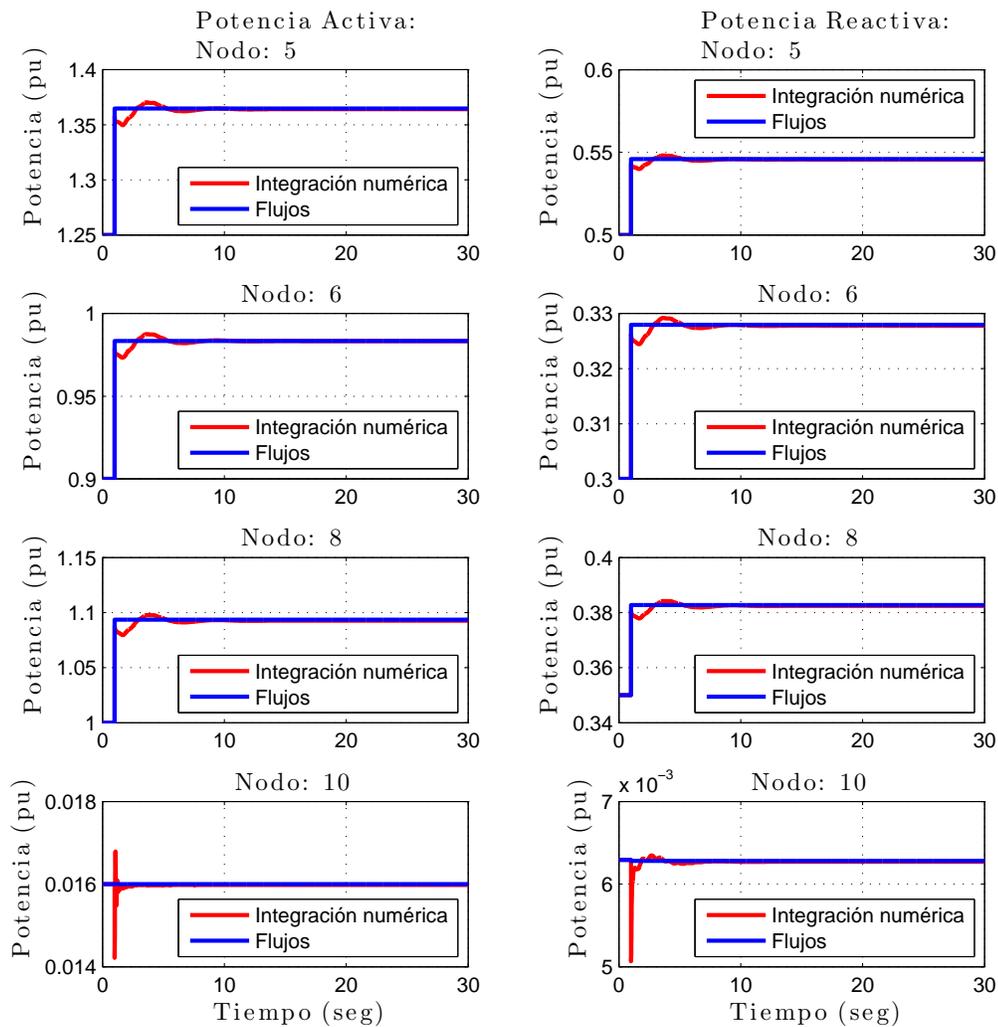


FIGURA 4.10. Potencia en los nodos de carga ante un aumento en la demanda.

veces el valor predisturbio, esto debido a la dependencia que tienen las cargas ante cambios de voltaje nodal y de frecuencia del sistema.

Por su parte los generadores deben aumentar sus potencias de generación para satisfacer la nueva demanda junto con las pérdidas que esto involucra (Figura 4.11). Para los tres generadores se observa que a diferencia de la metodología convencional de flujos de potencia, en esta metodología el desbalance se “reparte” entre todos los generadores que son considerados en el AGC. Notar que para el caso de la generación de potencia reactiva el punto de equilibrio obtenido tiene un pequeño error. Para cuantificar tal error se construyó la Tabla 4.2.

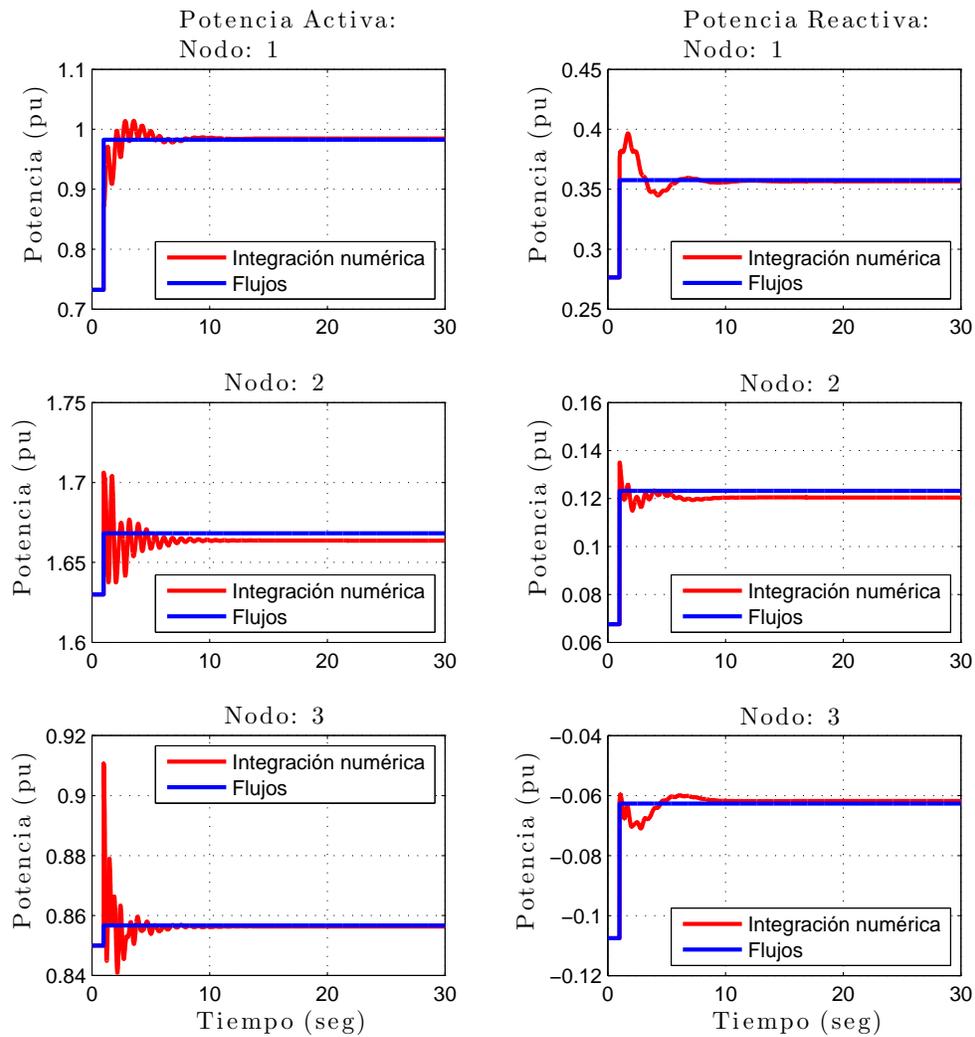


FIGURA 4.11. Potencia en las unidades de generación ante un aumento en la demanda.

CUADRO 4.2. Errores en las potencias de generación ante el aumento de demanda

Nodo	Caso Base	Integración Numérica	Flujos Inercial	Error (%)
Potencia Activa				
1	73.24	98.46	100.40	-1.97
2	163.00	166.36	166.63	-0.16
3	85.00	85.63	85.64	-0.01
Potencia Reactiva				
1	27.65	35.66	35.49	0.49
2	6.76	12.04	12.75	-5.89
3	-10.76	-6.18	-5.92	4.19

Del mismo modo, el desbalance en la potencia carga-generación ocasiona una aceleración (ó desaceleración) en los generadores síncronos de acuerdo a la ecuación de oscilación. Tal aceleración debe ser nulificada a través del regulador de velocidad en los generadores. Sin embargo mientras no se tenga el lazo secundario del control carga-generación, la frecuencia se va a estabilizar en un valor fuera del nominal. La Figura 4.12 muestra la aceleración (negativa en este caso) que presentan los generadores del sistema y el valor al que se llega en estado estable.

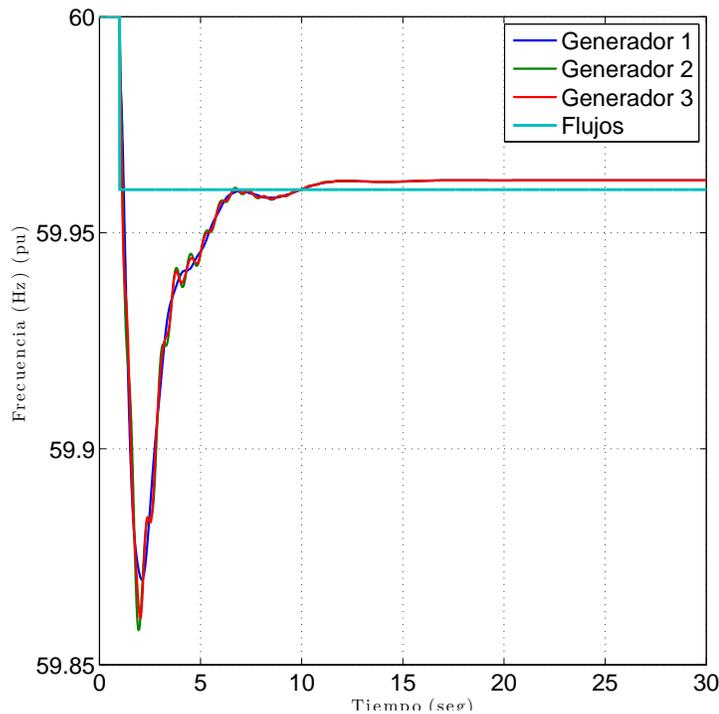


FIGURA 4.12. Frecuencia en los nodos de generación ante un aumento en la demanda.

Al igual que con las potencias de generación una mejor forma de cuantificar el error de estado estable es obteniendo el error porcentual que se muestra en la Tabla 4.3.

CUADRO 4.3. Error porcentual de la frecuencia en estado estable ante el aumento de demanda.

Caso Base	Integración Numérica	Flujos Inercial	Error (%)
60.0000	59.9622	59.9575	0.0078

Para disturbios grandes, como lo es el desbalance de potencia severo que se está aplicando, se observa que la metodología sigue siendo válida. Sin embargo se presentan errores menores al 5% que tendrán que ser ponderados y verificar que tan críticos son. Desde una apreciación personal los errores son grandes debido a que las potencias de generación son muy pequeñas (menores a 0.2 pu), en tal caso es conveniente realizar una validación con un sistema más grande y ver como se comportan tales errores. Notar que la frecuencia presenta un error muy pequeño y el método es apropiado para encontrar el nuevo punto de operación de estado estable.

**4.4.4. Pérdida de generador.** Una última contingencia que se puede realizar es la pérdida de un generador. El programa está diseñado para que se pierda cualquier generador. En caso de ser el nodo Slack, se cede la referencia angular al siguiente nodo regulador y con esto no se tiene una matriz jacobiana singular.

Esta contingencia simularía el disparo completo de un nodo de generación y por consiguiente un desbalance severo en la relación carga-generación. Es un caso similar al aumento de carga, sin embargo ahora no se tienen los tres generadores para modular el desbalance.

La Figura 4.13 muestra la pérdida de generación en el nodo 2 y la inmediata respuesta de los generadores restantes para satisfacer la demanda y mantener el sistema estable.

La magnitud y ángulo de voltaje en los nodos de generación llega prácticamente al mismo estado estable (Figura 4.14).

A pesar de la acción del AVR y del gobernador de velocidad los nodos de carga presentan un decaimiento en la magnitud de sus voltajes (Figura 4.15). Así mismo los ángulos nodales se abren provocando un redireccionamiento en los flujos de potencia a través de las líneas.

La Tabla 4.4 muestra que el error porcentual de la metodología es menor al 0.5% en todos los nodos.

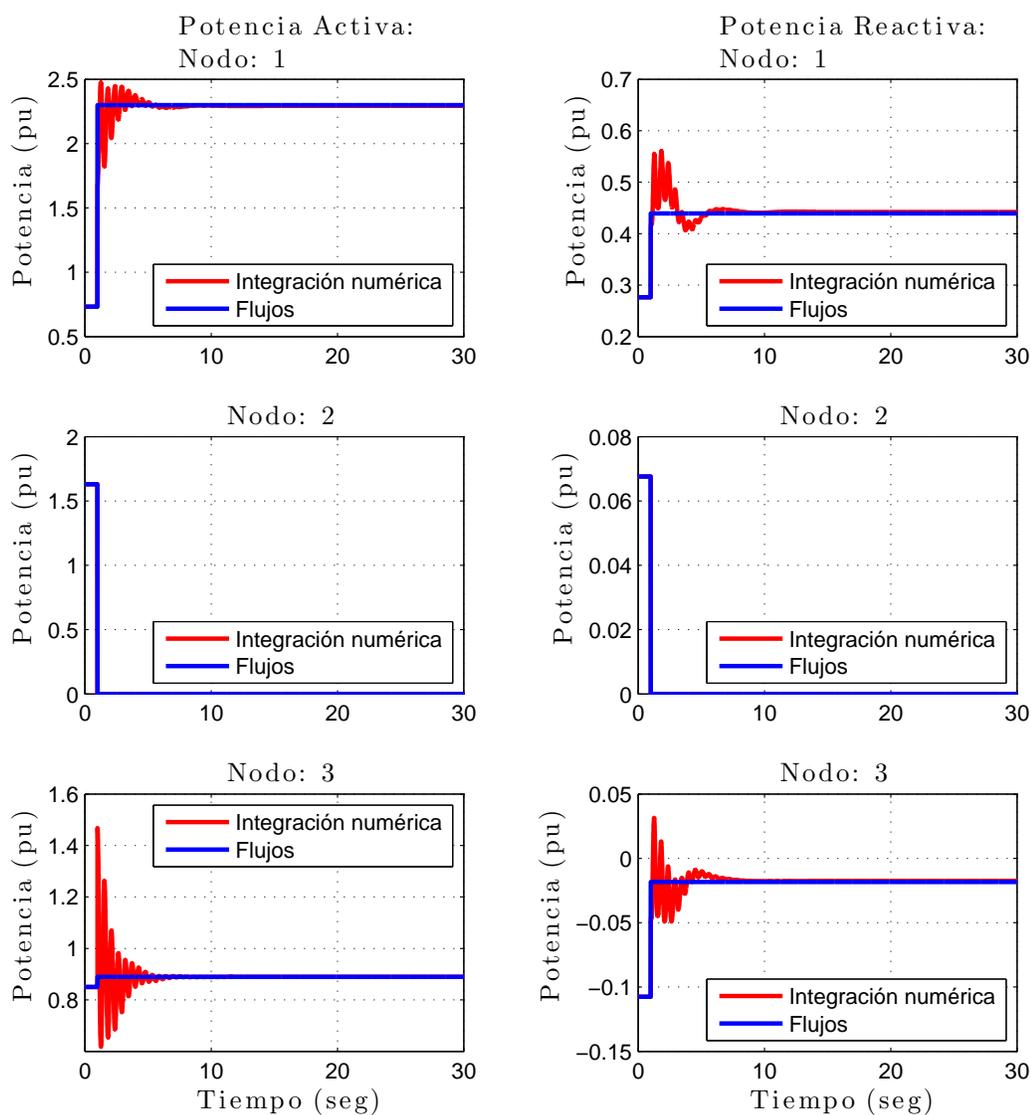


FIGURA 4.13. Potencia en las unidades de generación ante la pérdida del generador 2.

CUADRO 4.4. Error porcentual en la magnitud de los voltajes nodales ante la pérdida del generador 2.

Nodo	Caso Base	Integración Numérica	Flujos Inercial	Error (%)
1	1.040	1.037	1.039	-0.183
2	1.025	1.007	1.008	-0.139
3	1.025	1.019	1.021	-0.226
4	1.025	1.020	1.022	-0.206
5	0.995	0.989	0.991	-0.162
6	1.012	1.007	1.008	-0.109
7	1.026	1.007	1.008	-0.139
8	1.016	1.000	1.001	-0.090
9	1.032	1.021	1.023	-0.215

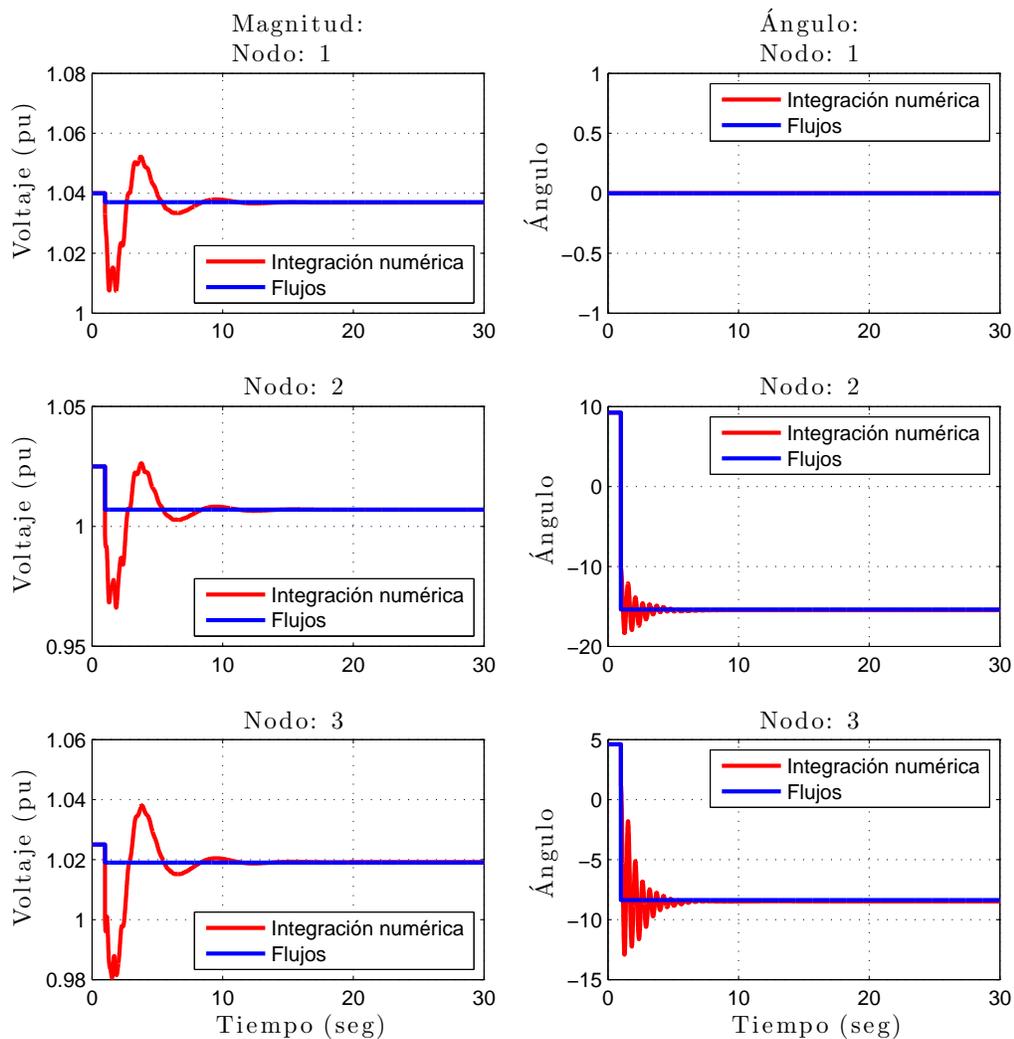


FIGURA 4.14. Voltaje en los nodos de generación ante la pérdida del generador 2.

De igual forma los errores en los ángulos nodales son relativamente pequeños (menores al 3%) (Tabla 4.5).

Por último la frecuencia del sistema sale de su valor nominal de 60Hz cayendo severamente en valores críticos (Figura 4.16 y Tabla 4.6).

Con esta última contingencia se valida la metodología incluso para contingencias mayores como lo es la pérdida de un generador. Destacar que dicha metodología no se propone como una herramienta para un análisis minucioso del sistema. Incluso a través de este flujos inercial no se puede determinar la estabilidad del sistema. Se parte de la premisa de que el sistema se mantiene estable después del disturbio y de la respuesta transitoria. Entonces, con la metodología de flu-

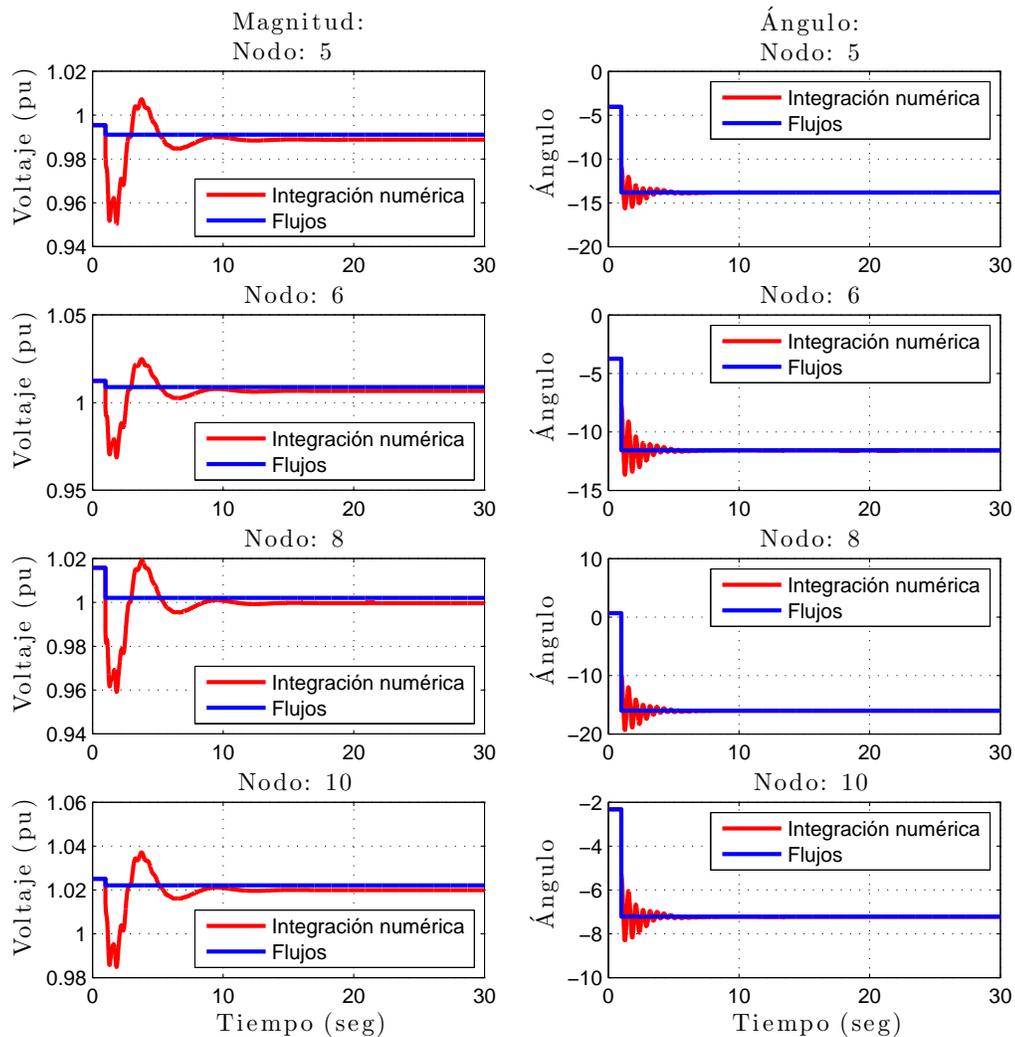


FIGURA 4.15. Voltaje en los nodos de carga ante la pérdida del generador 2.

jos inercial lo que se está determinando de manera rápida es el nuevo punto de operación del sistema ante el disturbio. Por lo tanto con esta metodología no se pueden obtener curvas de respuesta transitoria ya que en ningún momento se hace una integración de ecuaciones diferenciales.

Estos puntos de equilibrio también se pueden obtener al emplear la metodología de flujos convencional, sin embargo, como se ha mencionado antes, dicha metodología no puede representar cambios en la frecuencia del sistema y por consiguiente todo el desbalance va a ser modulado por el nodo Slack. Por lo tanto los puntos de equilibrio obtenidos no serían cercanos a los reales.

CUADRO 4.5. Error porcentual en el ángulo de los voltajes nodales ante la pérdida del generador 2.

Nodo	Caso Base	Integración Numérica	Flujos Inercial	Error (%)
1	0	0	0	0.000
2	9.229	-15.473	-15.623	-0.969
3	4.613	-8.479	-8.667	-2.217
4	-2.267	-7.169	-7.219	-0.697
5	-4.041	-13.834	-13.895	-0.441
6	-3.739	-11.587	-11.708	-1.044
7	3.668	-15.473	-15.623	-0.969
8	0.675	-16.038	-16.228	-1.185
9	1.915	-11.349	-11.527	-1.568
10	-2.328	-7.23	-7.281	-0.705

CUADRO 4.6. Error porcentual de la frecuencia en estado estable ante el aumento de demanda.

Caso Base	Integración Numérica	Flujos Inercial	Error (%)
60.0000	59.764	59.737	0.045

#### 4.5. Convergencia y desempeño del método

A partir del método desarrollado y validado es importante hacer pruebas de rendimiento y convergencia, esto con el fin de observar si existen ventajas en el tiempo de cómputo y en la convergencia del método respecto a otros tipos de análisis.

Analizando el tiempo de ejecución en cada uno de los simuladores (Tabla 4.7) se observa una diferencia sustancial entre los tiempos de cómputo utilizando un programa comercial que hace un análisis transitorio, y el método de flujos inercial que hace un análisis estático. Claro está que la mejor aproximación se obtiene con un análisis transitorio. Sin embargo en muchos casos se sabe que el sistema se mantendrá estable ante pequeños disturbios y lo único que se requiere conocer es el nuevo punto de operación o de equilibrio despreciando los errores pequeños que esto conlleva. La Tabla 4.7 muestra como el método de flujos inercial es casi 500 veces más rápido que un análisis transitorio. De igual forma el flujos convencional

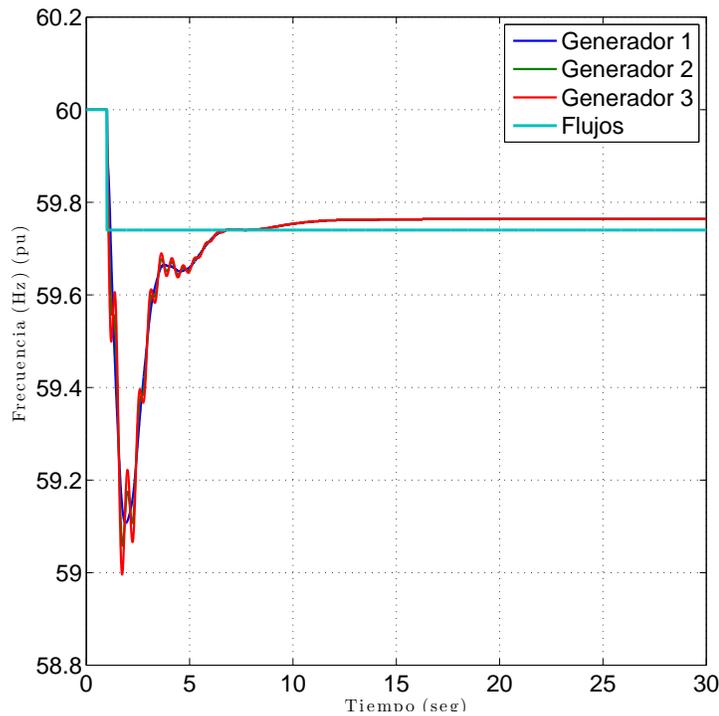


FIGURA 4.16. Frecuencia en los nodos de generación ante la pérdida del generador 2.

al no considerar controles primarios los cálculos se reducen y por ende el tiempo es menor.

CUADRO 4.7. Tiempos de ejecución de los diferentes programas de simulación.

Contingencia	PowerWorld	Flujos Inercial	Flujos Convencional
Salida línea (nodos 4-5) (seg)	5.422	0.011809 (6 iter.)	0.003902 (4 iter.)
Pérdida Generador 2 (seg)	5.078	0.009409 (7 iter.)	0.007755 (5 iter.)
Demanda al 110 % (seg)	4.969	0.015204 (6 iter.)	0.004361 (3 iter.)

Para el desarrollo del programa en Python se hizo uso de las librerías de álgebra lineal (BLAS (Lawson et al., 1979), LAPACK (Anderson et al., 1999) y UMFPACK (Davis and Duff, 1997)) a través de los paquetes Scipy (Jones et al., 01) y CVXOPT (Dahl and Vandenberghe, 2006). Ambos brindan gran facilidad al usuario a la hora de manejar matrices densas y dispersas y soluciones de ecuaciones lineales. CVXOPT es un paquete especializado en optimización no lineal

CUADRO 4.8. Comparación de las diversas librerías de álgebra lineal en el análisis de flujos de potencia

# Nodos	# Iter.	Scipy tiempo (s)	CVXOPT tiempo (s)
5	4	0.0241	0.0013
9	4	0.0234	0.0016
10	4	0.025	0.0038
14	8	0.0497	0.004
30	3	0.0196	0.0026
57	4	0.0283	0.0049
118	4	0.0416	0.0299
300	4	0.2091	0.1229

CUADRO 4.9. Comparativa en tiempos de ejecución

Fortran	Python/Scipy	Python/CVXOPT
0.03 seg	0.043492 seg	0.0038 seg

convexa. Por su parte Scipy incluye, además, transformaciones de Fourier, métodos de integración, entre otras rutinas para análisis científico. Se analizaron ambos paquetes, utilizando los sistemas clásicos de prueba del IEEE y otros: 5 nodos, IEEE 9 nodos, IEEE 9 nodos más un bus con motor (10 nodos), IEEE 14 nodos, IEEE 30 nodos, IEEE 57 nodos, IEEE 118 nodos y IEEE 300 nodos (obtenidos de of Washington (2012)). Debido a que sólo se tenían datos de los controles primarios del sistema de 9 nodos, únicamente se hicieron simulaciones con flujos de potencia convencional. El criterio de convergencia empleado fue de  $1 \times 10^{-12}$ :

Los resultados de dicha prueba de rendimiento se muestran en la Tabla 4.8. Notar que CVXOPT es prácticamente dos veces más rápido que el paquete Scipy. Por lo cual se decide que el mejor paquete para matrices dispersas es CVXOPT.

En Dominguez (2007) se muestra la obtención de puntos de equilibrio a través de un flujos inercial similar al presentado en este trabajo. Se compara el tiempo de ejecución obtenido en la tesis mencionada (programado en Fortran) con el programa desarrollado en Python/Scipy/CVXOPT (Tabla 4.9).

Se observa como la unión de Python con una librería tan consolidada como lo

es el BLAS/UMFPACK tiene grandes resultados, mejorando tiempos de cómputo y de desarrollo al reutilizar librerías ya existentes.



## Conclusiones y trabajos futuros

### 5.1. Conclusiones Generales

En este trabajo se cumplieron los objetivos planteados al implementar de forma satisfactoria los siguientes modelos en un programa de flujos de potencia:

- Gobernador de velocidad.
- Regulador automático de voltaje.
- Cargas estáticas dependientes del voltaje y frecuencia.
- Cargas tipo motor de inducción.
- Líneas de transmisión y transformadores.

Estos subsistemas fueron modelados a través de ecuaciones algebraicas no lineales que describen de manera aproximada su funcionamiento en estado estable. Éstas ecuaciones fueron resueltas a través del método numérico de Newton-Raphson. La inclusión de los efectos de las cargas dependientes y de los controles primarios aumentó el número de iteraciones, requiriéndose un par de iteraciones más que en la formulación convencional.

La formación de la matriz Jacobiana requiere de mayores cálculos ya que se tienen cargas dependientes del voltaje y de la frecuencia las cuales también deben ser derivadas e incluidas. Estas operaciones aumentan el número de cálculos necesarios.

Sin embargo, al integrar modelos más detallados se dejaron de hacer suposiciones y se tuvieron las siguientes mejoras respecto a la metodología de flujos convencional:

- La frecuencia del sistema no se considera constante.
- El desbalance de potencia activa es modulado a través del gobernador de velocidad que controla la potencia activa de cada generador en función de la desviación de frecuencia.
- El desbalance de potencia reactiva es compensado de forma indirecta a través de los reguladores automáticos de voltaje de cada generador.

- Al considerar frecuencias fuera de la nominal se pueden tener cargas dependientes de la frecuencia.
- No es necesario modelar generadores como nodos PV si se conocen los datos del regulador automático de voltaje.
- El nodo Slack actúa como un nodo de referencia, más no como un nodo omnipotente.
- Es posible modelar grandes motores de inducción.

Se validó el modelo cuantificando el error del punto de equilibrio obtenido con el punto de estado estable obtenido mediante un análisis en el tiempo. Se presentaron varios esquemas de perturbaciones que afectan el balance de potencia y llevan al sistema a nuevos puntos de operación. En la mayoría de los casos, los errores relativos fueron menores al 1%. En disturbios más severos, como lo fue la pérdida de una unidad de generación, algunos errores llegaron al 2%. Con estas validaciones el modelo resulta ser una alternativa rápida para determinar con precisión (error < 1%) puntos de equilibrio de corto plazo. Este modelo puede ser usado para determinar la evolución del sistema en el tiempo empleando métodos de simulación cuasi-estacionarios.

En la etapa del desarrollo de Software se implementaron varias versiones buscando siempre la disminución en los tiempos de cómputo. Las primeras versiones empleando Python puro llegaban a requerir hasta 15 segundos para la convergencia en el sistema de 300 nodos. La versión final empleó técnicas de dispersidad y el uso de librerías de álgebra lineal ya existentes para las operaciones matriciales. Estas librerías se emplearon debido a que están compiladas en lenguajes de programación de bajo nivel, algo que no se puede hacer en un lenguaje interpretado como lo es Python. Sin embargo la codificación de algoritmos matemáticos en Python es muy sencillo e intuitivo. Usando Python como un “mensajero” y las librerías de LAPACK/UMFPACK como el “núcleo” del programa fue posible aprovechar las bondades de ambos esquemas de programación (compilado e interpretado).

## 5.2. Aportaciones

1. Se presenta un modelo unificado de un Sistema Eléctrico de Potencia, el cual considera características de regulación de frecuencia y de voltaje, cargas dependientes del voltaje y la frecuencia y el modelado de un motor de inducción para estudios de flujos de potencia. El modelo es adecuado para estudios de simulación cuasi-estacionaria, determinación de puntos

de equilibrio después de una contingencia y para el análisis de estabilidad de voltaje de largo plazo.

2. Se desarrolló en Python un programa de análisis de seguridad estática, el cual permite aplicar diversas contingencias: nulificar un nodo de generación, abrir una línea y aumentar/disminuir potencia de carga. El programa grafica la convergencia del método y puede comparar la convergencia del método presentado con la metodología convencional de flujos. El programa puede ejecutarse en Windows y Mac OS.

### 5.3. Recomendaciones Para Trabajos Futuros

En el área de la simulaciones rápidas para el análisis estático de SEP se propone continuar este trabajo con las siguientes propuestas:

1. Realizar modificaciones al programa desarrollado para considerar modelos de dispositivos FACTS y HVDC.
2. Implementar el lazo secundario en el control de potencia activa. Con lo cual se pueda mantener la frecuencia dentro de límites operativos.
3. Implementar modelos de transformadores con cambio de derivación bajo carga.
4. Realizar pruebas a sistemas reales de mayores dimensiones (> 1000 nodos).
5. Desarrollar un programa de flujos óptimos (OPF) bajo el esquema de flujos inerciales que permita cuantificar el efecto de controles primarios sobre los costos de generación y pérdidas de energía eléctrica.
6. Se puede realizar un ranqueo de contingencias y un análisis de seguridad N-1 y N-1-1 considerando regulación primaria y las características de carga aquí presentadas.
7. Implementar el método de flujos potencia inercial en un método de continuación de flujos de potencia para obtener diagramas de bifurcación.
8. Realizar la “unión” entre el programa aquí desarrollado y el Software comercial PSS/E el cual soporta la interacción con el lenguaje Python.



## Apéndice A

### Pruebas de laboratorio al motor de inducción.

En las instalaciones del Laboratorio de Máquinas Eléctricas de la División de Estudios de Posgrado de la FIE-UMSNH se realizaron pruebas a un motor de inducción jaula de ardilla con la finalidad comprobar la dependencia  $|\bar{V}| - Q_{\text{motor}}$ . Para la prueba se usó una máquina de inducción jaula de ardilla y una máquina de corriente directa con las especificaciones mostradas en la Tabla A.1.

La máquina de inducción se operó como motor a par constante (10Nm y 5Nm) conectado a través del eje a una máquina de CD operando como generador, de esta forma se podía fijar la potencia mecánica en el nivel deseado. Se usó un VARIAC para variar el voltaje aplicado de manera “fina”. En las mediciones se emplearon medidores analógicos y multímetros para no sobrepasar límites operativos y un medidor de calidad de energía y potencia trifásica Power Platform PP1 de la marca “DRANETZ-BMI”.

La conexión empleada en la máquina de inducción fue estrella aterrizada, para la máquina de CD se utilizó la conexión en derivación auto-excitada.

Los resultados obtenidos a través de las mediciones se muestran en la Figura A.2. En ambos casos se aprecia una fuerte dependencia entre el consumo de potencia reactiva y las variaciones en el voltaje. La potencia activa no varió considerablemente ante estos cambios.

CUADRO A.1. Especificaciones técnicas de la máquina de inducción y el motor de CD

	Máquina de Inducción	Máquina de CD
$P_{\text{nom}}$	2Kw	2Kw
rpm	1770	1800
$ \bar{V} $	120/208 V AC-3f	120 V DC
$I_{\text{nom}}$	15.2/8.8 Amp	23 Amp



FIGURA A.1. Equipo empleado para la prueba del motor de inducción

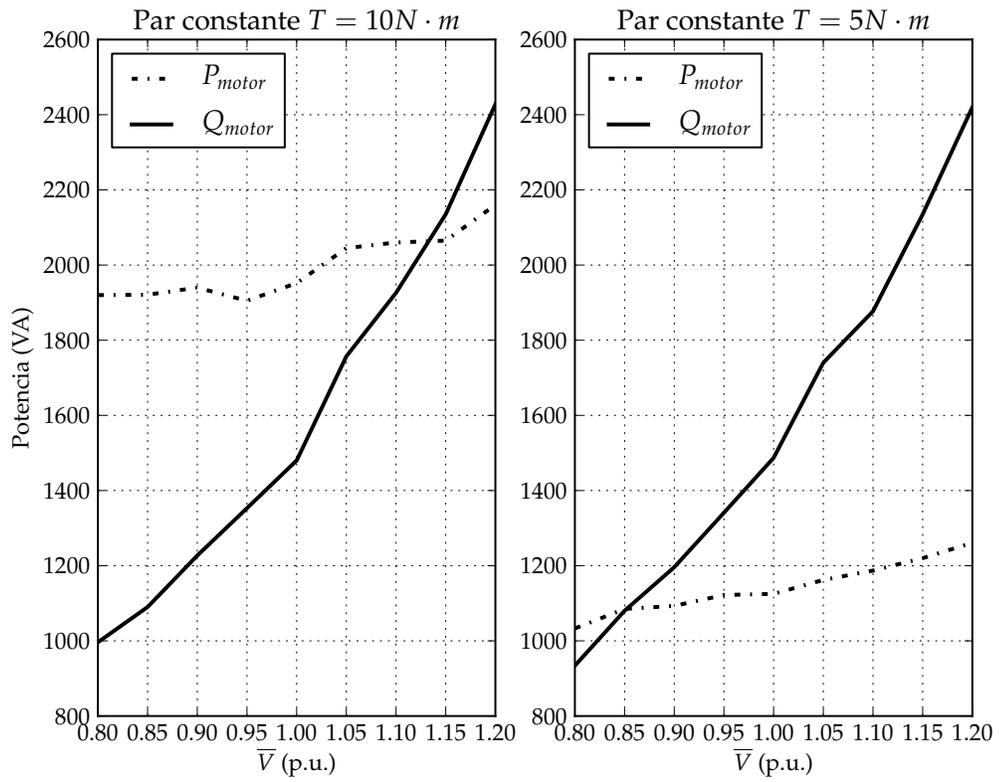


FIGURA A.2. Respuesta de la potencia del motor de inducción ante variaciones del voltaje



## Apéndice B

### Datos del sistema de 10 nodos.

Todos los datos mostrados a continuación están sobre una base de 100MVA.

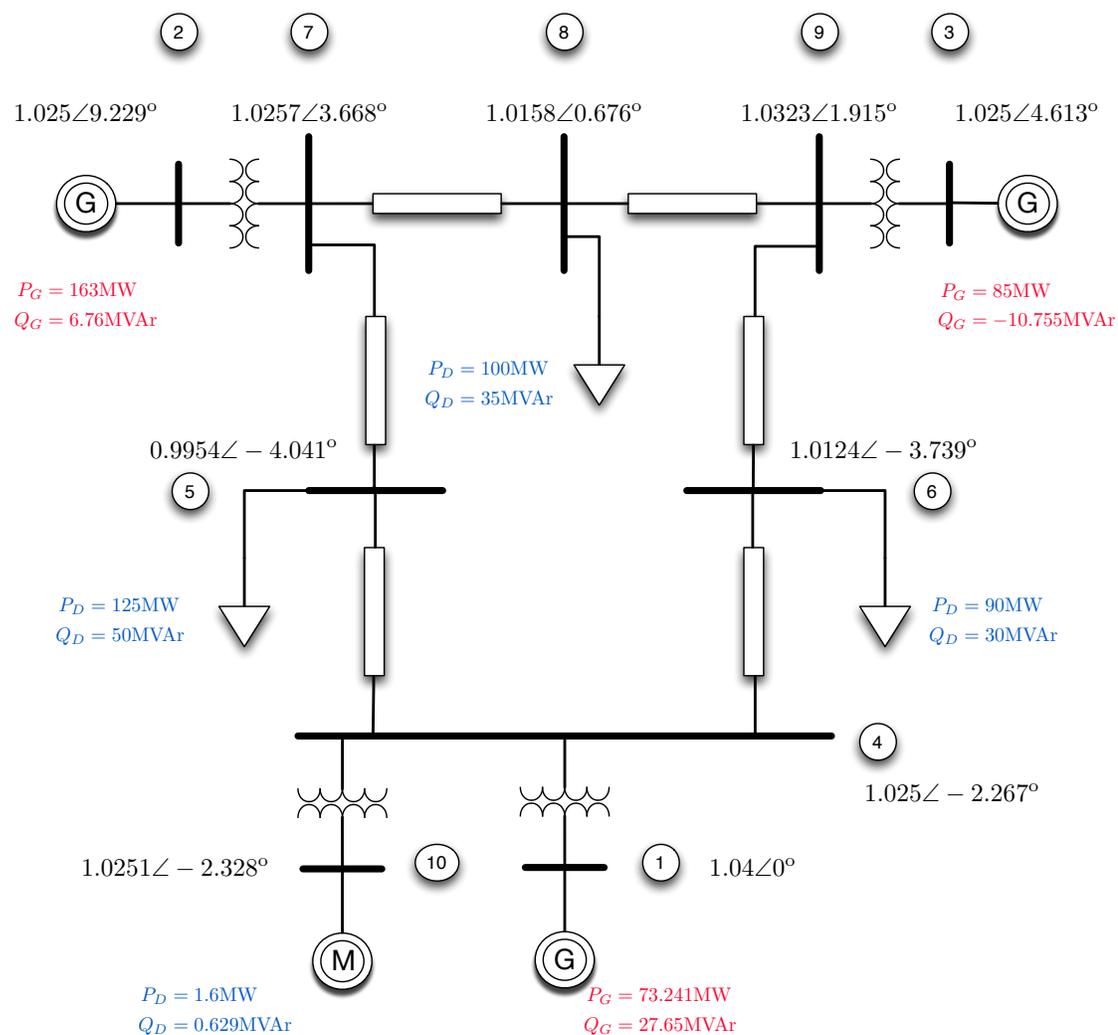


FIGURA B.1. Caso base del sistema de 10 nodos con un motor de inducción

CUADRO B.1. Datos de las líneas del sistema de 10 nodos

Nodo $p$	Nodo $q$	$R$ (p.u.)	$X$ (p.u.)	$\frac{B}{2}$ (p.u.)
4	5	0.01	0.085	0.088
5	7	0.032	0.161	0.153
7	8	0.0085	0.072	0.0745
8	9	0.0119	0.1008	0.1045
6	9	0.039	0.17	0.179
4	6	0.017	0.092	0.079

CUADRO B.2. Datos de los transformadores del sistema de 10 nodos

Nodo $p$	Nodo $q$	$R$ (p.u.)	$X$ (p.u.)	$\frac{B}{2}$ (p.u.)	Tap
4	1	0	0.057	0	1
7	2	0	0.0625	0	1
9	3	0	0.0586	0	1

CUADRO B.3. Datos de los generadores del sistema de 10 nodos

Nodo	Estatismo( $R$ )	$S_{nom}$ (MVA)	F.P.	$KA$	$X_d$	$X_q$	$X_{mq}$
1	1.2594	450	1	20	0.146	0.0969	-
2	4.68	240	1	20	0.8958	0.8645	-
3	9.9466	90	1	20	1.3125	1.2578	-

CUADRO B.4. Datos del motor de inducción conectado al nodo 10

Nodo	$R_s$	$jX_{s0}$	$jX_{m0}$	$R_r$	$jX_{r0}$	$P_{motor}$ (MW)
10	0.5482	4.2722	246.5	0.4158	4.2722	1.6

CUADRO B.5. Coeficientes de las cargas conectadas al sistema.

Potencia Activa									
Nodo	$P_0$	$K_{pi}$	$K_{pc}$	$K_{p1}$	$P_{v1}$	$n_{pf1}$	$K_{p2}$	$P_{v2}$	$P_{f2}$
5	1.25	0.3	0.2	0.2	0	0.04	0	0	0
6	0.9	0.3	0.2	0.2	0	0.04	0	0	0
8	1	0.3	0.2	0.2	0	0.04	0	0	0
Potencia Reactiva									
Nodo	$Q_0$	$K_{qi}$	$K_{qc}$	$K_{q1}$	$Q_{v1}$	$n_{qf1}$	$K_{q2}$	$Q_{v2}$	$Q_{f2}$
5	0.5	0.3	0.2	0.2	0	0.04	0	0	0
6	0.3	0.3	0.2	0.2	0	0.04	0	0	0
8	0.35	0.3	0.2	0.2	0	0.04	0	0	0

## Representación matricial de las ecuaciones de flujos de potencia

### C.1. Introducción

En éste apéndice se muestran las ecuaciones de flujos de potencia expresadas en forma matricial. Al utilizar una perspectiva de cálculo matricial se puede evitar el uso excesivo de ciclos en el algoritmo de Newton-Raphson y calcular todos los elementos de la matrices  $\bar{Y}_{\text{bus}}$  y jacobiana a través de transformaciones lineales. Dado que la matriz  $\bar{Y}_{\text{bus}}$  es altamente dispersa es recomendable utilizar técnicas de dispersidad para disminuir tiempos de computo y almacenamiento de datos.

Sea el vector  $C : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$  función de  $X \in \mathbb{R}^n$  el cual es el producto punto de los vectores función  $\{A, B\} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ :

$$C = [A] B = [B] A \quad (\text{C.1})$$

Aplicando la regla de la cadena se deriva el vector  $C$ :

$$\frac{\partial C}{\partial X} = [A] \frac{\partial B}{\partial X} + [B] \frac{\partial A}{\partial X} \quad (\text{C.2})$$

Esta ecuación será de gran utilidad para calcular las derivadas parciales de la matriz Jacobiana.

### C.2. Formación de la Matriz $\bar{Y}_{\text{bus}}$

La formación de la matriz  $\bar{Y}_{\text{bus}}$  se puede hacer por diversos algoritmos, el método aquí presentado usa transformaciones singulares sin usar ningún ciclo.

Teniendo un sistema con  $n$  nodos y  $nl$  líneas el usuario debe proporcionar los siguientes vectores de la topología del sistema:

$R \in \mathbb{R}^{nl}$ :	Resistencias propias de línea
$X \in \mathbb{R}^{nl}$ :	Reactancias propias de línea
$B \in \mathbb{R}^{nl}$ :	$\frac{1}{2}$ de la susceptancia total de la línea
$T \in \mathbb{R}^{nl}$ :	Magnitud del tap en líneas/transformadores, unitario para líneas

- $D \in \mathbb{R}^{nl}$ : Ángulo de defasamiento causado por los transformadores defasadores,  $0^\circ$  para líneas
- $NP \in \mathbb{R}^{nl}$ : Índices de los nodos de envío
- $NQ \in \mathbb{R}^{nl}$ : Índices de los nodos de llegada
- $B_{\text{shunt}} \in \mathbb{R}^n$ : Inyección de potencia reactiva “shunt” (p.u.) en cada nodo a un voltaje de 1.0 p.u.
- $G_{\text{shunt}} \in \mathbb{R}^n$ : Consumo de potencia activa “shunt” (p.u.) en cada nodo a un voltaje de 1.0 p.u.

Se calcula primero la admitancia serie de cada línea:

$$\bar{Y}_{\text{serie}} = \frac{1}{R + jX} \quad (\text{C.3})$$

la susceptancia de carga de cada línea:

$$\bar{Y}^{\text{sh}} = jB \quad (\text{C.4})$$

Se modifica el vector  $T$  de tal forma que se tenga un vector complejo que incluya el defasamiento:

$$\bar{T} = T * e^{\frac{j\pi D}{180}} \quad (\text{C.5})$$

donde,  $\{\bar{Y}_{\text{serie}}, \bar{Y}^{\text{sh}}, \bar{T}\} \in \mathbb{C}^{nl}$

Como se demostró en la Sección 2.4 la matriz  $\bar{Y}_{\text{bus}}$  para dos nodos conectados a través de una línea es:

$$\bar{Y}_{\text{bus}} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{pq} + \bar{y}_p^{\text{sh}} & -\bar{y}_{pq} \\ -\bar{y}_{qp} & \bar{y}_{pq} + \bar{y}_q^{\text{sh}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{pp} & \bar{Y}_{pq} \\ \bar{Y}_{qp} & \bar{Y}_{qq} \end{bmatrix} \quad (\text{C.6})$$

Para cada línea se tendrá entonces:

$$\bar{Y}_{pp} = \bar{Y}_{\text{serie}} + \bar{Y}^{\text{sh}} \quad (\text{C.7})$$

$$\bar{Y}_{qq} = \frac{\bar{Y}_{pp}}{\bar{T} \cdot \bar{T}^*} \quad (\text{C.8})$$

$$\bar{Y}_{pq} = \frac{-\bar{Y}_{\text{serie}}}{\bar{T}} \quad (\text{C.9})$$

$$\bar{Y}_{qp} = \frac{-\bar{Y}_{\text{serie}}}{\bar{T}^*} \quad (\text{C.10})$$

donde,  $\{\bar{Y}_{pp}, \bar{Y}_{qq}, \bar{Y}_{pq}, \bar{Y}_{qp}\} \in \mathbb{C}^{nl}$

La inyección/consumo de potencias nodales “shunt” se puede agrupar como una sola admitancia:

$$\bar{Y}_{\text{shunt}} = G_{\text{shunt}} - jB_{\text{shunt}} \quad (\text{C.11})$$

Para la construcción de la matriz  $\bar{Y}_{\text{bus}} \in \mathbb{C}^{n \times n}$  se requiere de dos matrices de conectividad  $C_p, C_q \in \mathbb{R}^{nl \times n}$ . El elemento  $k, p$  de la matriz  $C_p$  tiene un 1 si el nodo  $p$ -ésimo es el nodo de envío de la línea  $k$ -ésima. El elemento  $k, q$  de la matriz  $C_q$  tiene un 1 si el nodo  $q$ -ésimo es el nodo de llegada de la línea  $k$ -ésima.

$$C_p(k, p) = 1 \Leftrightarrow NP(k) = p \quad (\text{C.12})$$

$$C_q(k, q) = 1 \Leftrightarrow NQ(k) = q \quad (\text{C.13})$$

Para facilitar el cálculo del flujo de potencia en las líneas se propone construir dos submatrices  $\bar{Y}_p, \bar{Y}_q \in \mathbb{C}^{nl \times n}$  tal que  $\bar{Y}_p \bar{V}_{\text{bus}}$  y  $\bar{Y}_q \bar{V}_{\text{bus}}$  sean las corrientes inyectadas a los nodos de envío y de llegada respectivamente.

$$\bar{Y}_p(k, p) = \bar{Y}_{pp}(k, p) \quad (\text{C.14})$$

$$\bar{Y}_p(k, q) = \bar{Y}_{pq}(k, q) \quad (\text{C.15})$$

$$\bar{Y}_q(k, p) = \bar{Y}_{qp}(k, p) \quad (\text{C.16})$$

$$\bar{Y}_q(k, q) = \bar{Y}_{qq}(k, q) \quad (\text{C.17})$$

donde,

$$k = 1, 2, \dots, nl, p = NP(k), q = NQ(k)$$

Finalmente la matriz  $\bar{Y}_{\text{bus}}$ :

$$\bar{Y}_{\text{bus}} = C_p^T \bar{Y}_p + C_q^T \bar{Y}_q + [\bar{Y}_{\text{shunt}}] \quad (\text{C.18})$$

### C.3. Voltajes y Corrientes Nodales

Dado un vector de voltajes nodales  $\bar{V}_{\text{bus}} \in \mathbb{C}^n$  el cual puede ser escrito como  $\bar{V}_{\text{bus}} = |\bar{V}_{\text{bus}}| e^{j\Theta}$ , donde  $|\bar{V}_{\text{bus}}|, \Theta \in \mathbb{R}^n$  son las magnitudes y ángulos nodales respectivamente. El elemento  $i$ -ésimo es  $\bar{v}_i = |\bar{v}_i| e^{j\delta_i}$ . Aplicando identidad de Euler se puede reescribir como  $\bar{v}_i = |\bar{v}_i| (\cos \delta_i + j \sin \delta_i)$ , donde sus derivadas parciales:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial \delta_i} = |\bar{v}_i| (\cos \delta_i + j \sin \delta_i) \quad (\text{C.19})$$

$$= |\bar{v}_i| (-\sin \delta_i + j \cos \delta_i) \quad (\text{C.20})$$

$$= j \bar{v}_i \quad (\text{C.21})$$

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial |\bar{v}_i|} = |\bar{v}_i| (\cos \delta_i + j \sin \delta_i) \quad (\text{C.22})$$

$$= (\cos \delta_i + j \sin \delta_i) \quad (\text{C.23})$$

$$= \frac{\bar{v}_i}{|\bar{v}_i|} \quad (\text{C.24})$$

Se obtiene un vector normalizado de  $\bar{V}_{\text{bus}}$ :

$$\bar{E} = [|\bar{V}_{\text{bus}}|]^{-1} \bar{V}_{\text{bus}} \quad (\text{C.25})$$

Las derivadas parciales del vector  $\bar{V}_{\text{bus}}$  serán:

$$\frac{\partial \bar{V}_{\text{bus}}}{\partial \Theta} = j [\bar{V}_{\text{bus}}] \quad (\text{C.26})$$

$$\frac{\partial \bar{V}_{\text{bus}}}{\partial |\bar{V}_{\text{bus}}|} = \frac{[\bar{V}_{\text{bus}}]}{[|\bar{V}_{\text{bus}}|]} = [\bar{E}] \quad (\text{C.27})$$

La corriente inyectada a cada nodo se calcula como:

$$\bar{I}_{\text{bus}} = \bar{Y}_{\text{bus}} \bar{V}_{\text{bus}} \quad (\text{C.28})$$

Las derivadas parciales son calculadas:

$$\frac{\partial \bar{I}_{\text{bus}}}{\partial \Theta} = \bar{Y}_{\text{bus}} \frac{\partial \bar{V}_{\text{bus}}}{\partial \Theta} = j \bar{Y}_{\text{bus}} [\bar{V}_{\text{bus}}] \quad (\text{C.29})$$

$$\frac{\partial \bar{I}_{\text{bus}}}{\partial |\bar{V}_{\text{bus}}|} = \bar{Y}_{\text{bus}} \frac{\partial \bar{V}_{\text{bus}}}{\partial |\bar{V}_{\text{bus}}|} = \bar{Y}_{\text{bus}} [\bar{E}] \quad (\text{C.30})$$

#### C.4. Inyecciones de Potencia

La potencia inyectada a cada nodo es:

$$\bar{S}_{\text{bus}} = [\bar{V}_{\text{bus}}^*] \bar{I}_{\text{bus}} = [\bar{I}_{\text{bus}}] \bar{V}_{\text{bus}}^* = P_{\text{bus}} - jQ_{\text{bus}} \quad (\text{C.31})$$

Aplicando la identidad obtenida en la ecuación C.2 se deriva:

$$\frac{\partial \bar{S}_{\text{bus}}}{\partial \Theta} = [\bar{V}_{\text{bus}}^*] \frac{\partial \bar{I}_{\text{bus}}}{\partial \Theta} + [\bar{I}_{\text{bus}}] \frac{\partial \bar{V}_{\text{bus}}^*}{\partial \Theta} \quad (\text{C.32})$$

$$= [\bar{V}_{\text{bus}}^*] j \bar{Y}_{\text{bus}} [\bar{V}_{\text{bus}}] + [\bar{I}_{\text{bus}}] j^* [\bar{V}_{\text{bus}}^*] \quad (\text{C.33})$$

$$= j [\bar{V}_{\text{bus}}^*] \bar{Y}_{\text{bus}} [\bar{V}_{\text{bus}}] - j [\bar{I}_{\text{bus}}] [\bar{V}_{\text{bus}}^*] \quad (\text{C.34})$$

$$= j [\bar{V}_{\text{bus}}^*] (\bar{Y}_{\text{bus}} [\bar{V}_{\text{bus}}] - [\bar{I}_{\text{bus}}]) \quad (\text{C.35})$$

$$\frac{\partial \bar{S}_{\text{bus}}}{\partial |\bar{V}_{\text{bus}}|} = [\bar{V}_{\text{bus}}^*] \frac{\partial \bar{I}_{\text{bus}}}{\partial |\bar{V}_{\text{bus}}|} + [\bar{I}_{\text{bus}}] \frac{\partial \bar{V}_{\text{bus}}^*}{\partial |\bar{V}_{\text{bus}}|} \quad (\text{C.36})$$

$$= [\bar{V}_{\text{bus}}^*] \bar{Y}_{\text{bus}} [\bar{E}] + [\bar{I}_{\text{bus}}] [\bar{E}^*] \quad (\text{C.37})$$

La matriz jacobiana se puede construir a través de estas expresiones de la siguiente forma:

$$J = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Re \left( \frac{\partial \bar{S}_{\text{bus}}}{\partial \Theta} \right) & \Re \left( \frac{\partial \bar{S}_{\text{bus}}}{\partial |\bar{V}_{\text{bus}}|} \right) \\ \Im \left( \frac{\partial \bar{S}_{\text{bus}}}{\partial \Theta} \right) & \Im \left( \frac{\partial \bar{S}_{\text{bus}}}{\partial |\bar{V}_{\text{bus}}|} \right) \end{bmatrix} \quad (\text{C.38})$$

### C.5. Flujos de Potencia

Para poder calcular fácilmente los flujos de potencia a través de las líneas es necesario definir dos vectores de voltajes nodales más, los cuales sean los voltajes nodales en los nodos de envío y de llegada de las líneas de transmisión:

$$\bar{V}_{\text{bus}}^{\text{p}}(k) = \bar{V}_{\text{bus}}(NP(k)) \quad (\text{C.39})$$

$$\bar{V}_{\text{bus}}^{\text{q}}(k) = \bar{V}_{\text{bus}}(NQ(k)) \quad (\text{C.40})$$

O utilizando transformaciones singulares:

$$\bar{V}_{\text{bus}}^{\text{p}} = C_{\text{p}} \bar{V}_{\text{bus}} \quad (\text{C.41})$$

$$\bar{V}_{\text{bus}}^{\text{q}} = C_{\text{q}} \bar{V}_{\text{bus}} \quad (\text{C.42})$$

La potencia que fluye desde los nodos a través de las líneas:

$$\bar{S}_{\text{p}} = \bar{V}_{\text{bus}}^{\text{p}*} (\bar{Y}_{\text{p}} \bar{V}_{\text{bus}}) \quad (\text{C.43})$$

La potencia que fluye hacia los nodos a través de las líneas:

$$\bar{S}_q = \bar{V}_{\text{bus}}^{q*} (\bar{Y}_q \bar{V}_{\text{bus}}) \quad (\text{C.44})$$

Las pérdidas que hay en las líneas de transmisión finalmente se calculan:

$$\bar{S}_{\text{pérdidas}} = \bar{S}_p + \bar{S}_q \quad (\text{C.45})$$

Notar que en ningún momento existe la necesidad de manejar matrices densas, y todos los elementos pueden ser calculados utilizando operaciones matriciales. De igual forma las potencias que fluyen a través de las líneas son vectores densos complejos, en lugar de matrices dispersas.

## Bibliografía

- Acha, E., Fuerte-Esquivel, C., Ambriz-Perez, H., and Angeles-Camacho, C. (2004). *FACTS: Modelling and Simulation in Power Networks*. John Wiley & Sons Inc.
- Anderson, E., Bai, Z., Bischof, C., Blackford, S., Demmel, J., Dongarra, J., Du Croz, J., Greenbaum, A., Hammarling, S., McKenney, A., and Sorensen, D. (1999). *LAPACK Users' Guide*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, third edition.
- Anderson, P. and Fouad, A. (2003). *Power System Control and Stability*.
- Balu, N., Bertram, T., Bose, A., Brandwajn, V., Cauley, G., Curtice, D., Fouad, A., Fink, L., Lauby, M., Wollenberg, B., et al. (1992). On-line power system security analysis. *Proceedings of the IEEE*, 80(2):262–282.
- Ćalović, M. and Strezoski, V. (1981). Calculation of steady-state load flows incorporating system control effects and consumer self-regulation characteristics. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 3(2):65–74.
- Calvaer, A. and Van Geert, E. (1984). Quasi steady state synchronous machine linearization around an operating point and applications. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, 103(6):1466–1472.
- Dahl, J. and Vandenberghe, L. (2006). Cvxopt: A python package for convex optimization. In *Proc. Eur. Conf. Op. Res.*
- Davis, T. and Duff, I. (1997). An unsymmetric-pattern multifrontal method for sparse lu factorization. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, 18(1):140–158.
- Dominguez, M. A. G. (2007). *Modelo de Equilibrio del Generador Sincrono con Controles Primarios para Estudios de Simulacion Cuasi-Estacionaria en el Tiempo*. IPN.
- Dunn Jr, W., Rossi, M., and Avramovic, B. (1995). Impact of market restructuring on power systems operation. *Computer Applications in Power, IEEE*, 8(1):42–47.
- Elgerd, O. (1982). *Electric energy systems theory: an introduction*. McGraw-Hill Book Company, New York, NY.

- Fuerte Esquivel, C. (1997). *Steady state modelling and analysis of flexible AC transmission systems*. PhD thesis, University of Glasgow.
- Garcia-Dominguez, M. and Ruiz-Vega, D. (2008). An alternative synchronous machine model for quasi-steady-state simulations. In *Power Symposium, 2008. NAPS'08. 40th North American*, pages 1–7. IEEE.
- Hazra, J. and Sinha, A. (2010). A risk based contingency analysis method incorporating load and generation characteristics. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 32(5):433–442.
- Jones, E., Oliphant, T., Peterson, P., et al. (2001–). SciPy: Open source scientific tools for Python.
- Kiusalaas, J. (2010). *Numerical methods in engineering with Python*. Cambridge Univ Pr.
- Kothari, D. and Nagrath, I. (2003). *Modern power system analysis*. Tata McGraw-Hill Education.
- Krause, P., Wasynczuk, O., and Sudhoff, S. (2002). Analysis of electric machinery and drive systems. *IEEE/Wiley*.
- Kremens, Z. and Labuzek, M. (2000). Load flow analysis incorporating frequency as a state vector variable. In *Harmonics and Quality of Power, 2000. Proceedings. Ninth International Conference on*, volume 2, pages 526–530. IEEE.
- Kundur, P., Balu, N., and Lauby, M. (1994). *Power system stability and control*, volume 4. McGraw-hill New York.
- Kundur, P., Paserba, J., Ajarapu, V., Andersson, G., Bose, A., Canizares, C., Hatziargyriou, N., Hill, D., Stankovic, A., Taylor, C., et al. (2004). Definition and classification of power system stability iee/cigre joint task force on stability terms and definitions. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 19(3):1387–1401.
- Lawson, C., Hanson, R., Kincaid, D., and Krogh, F. (1979). Basic linear algebra subprograms for fortran usage. *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, 5(3):308–323.
- Lotfalian, M., Schlueter, R., Idizior, D., Rusche, P., Tedeschi, S., Shu, L., and Yazdankhah, A. (1985). Inertial, governor, and agc/economic dispatch load flow simulations of loss of generation contingencies. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, (11):3020–3028.
- Milano, F. (2010). *Power System Modelling and Scripting*. Springer Verlag.
- Morison, G., Gao, B., and Kundur, P. (1993). Voltage stability analysis using static and dynamic approaches. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 8(3):1159–1171.

- of Washington, U. (2012). Power systems test case archive.
- Okamura, M., Hayashi, S., Uemura, K., Ishiguro, F., et al. (1975). A new power flow model and solution method including load and generator characteristics and effects of system control devices. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, 94(3):1042–1050.
- Pavella, M. and Murthy, P. (1994). Transient stability of power systems: theory and practice.
- Price, W., Taylor, C., and Rogers, G. (1995). Standard load models for power flow and dynamic performance simulation. *IEEE Transactions on power systems*, 10(CONF-940702–).
- Ramírez-Betancour, R. (2006). Flujos de potencia con regulación primaria en sistemas flexibles de transmisión de corriente alterna. Master’s thesis, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- Ramírez-Betancour, R., Gutierrez-Martinez, V., and Fuerte-Esquivel, C. (2010). Static simulation of voltage instability considering effects of governor characteristics and voltage and frequency dependence of loads. In *North American Power Symposium (NAPS), 2010*, pages 1–7. IEEE.
- Ruiz Vega, D. (1996). Efecto de los modelos de motores de inducción en sistemas eléctricos de potencia. Master’s thesis, Instituto Politécnico Nacional.
- Saadat, H. (1999). *Power system analysis*. WCB/McGraw-Hill Singapore.
- Sauer, P. (2002). Post-contingency equilibrium analysis of power systems. In *System Sciences, 2002. HICSS. Proceedings of the 35th Annual Hawaii International Conference on*, pages 820–823. IEEE.
- Stott, B. (1972). Decoupled newton load flow. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, (5):1955–1959.
- Stott, B. and Alsac, O. (1974). Fast decoupled load flow. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, (3):859–869.
- Taylor, C. (1994). *Power system voltage stability*. McGraw-Hill Companies.
- Tinney, W. and Hart, C. (1967). Power flow solution by newton’s method. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, (11):1449–1460.
- Van Cutsem, T. and Vournas, C. (1998). *Voltage stability of electric power systems*, volume 441. Springer.