UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

T E S I S

CONTROL ÓPTIMO Y ESTIMACIÓN DE ESTADO DE UN INVERSOR MONOFÁSICO

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

INGENIERA EN ELECTRÓNICA

PRESENTA:

FEBE JOCABED ZAVALA MENDOZA

ASESOR DE TESIS:

DR. FERNANDO ORNELAS TELLEZ

Doctor en Ciencias en la especialidad de Ingeniería Eléctrica

Morelia, Michoacán, México, Octubre 2014

Agradecimientos

A Dios, por darme el maravilloso don de la vida, por guiarme espiritualmente y ayudarme a conocer el propósito de la vida.

A mis padres, que me han enseñado excelentes valores y brindado la mejor educación, por su gran amor, total apoyo, paciencia, dedicación, consejos y ejemplo de vida que me han servido para cumplir cada meta. A ustedes mis amados padres, a quienes admiro y aprecio con todo mi corazón, les doy las gracias.

A mis hermanos, Néstor, Omar, Janeth, Sandra, Eder, Mara y Yire, gracias por ser parte de mi vida, por sus buenos consejos y apoyo, los quiero mucho.

A mis amigos, que estuvieron conmigo apoyándome, por compartir buenos y malos momentos de mi vida, por su confianza y aprecio. Gracias por su valiosa amistad.

Al Dr. Fernando Ornelas Tellez, por ser mi asesor de Tesis, gracias por su apoyo, confianza, paciencia y gracias por compartir sus conocimientos conmigo.

Al PROMEP (PTC-361), por el apoyo económico otorgado a través de una beca.

Índice general

Índice de figuras iv

Índice de tablas vi

Lista de acrónimos vii

Resumen viii

Abstract ix

Capítulo 1 Introducción

1.1 Introducción 1

1.2 Objetivos 2

1.2.1 Objetivo principal 2

1.2.2 Objetivos particulares 2

1.3 Metodología 3

1.4 Justificación 3

1.5 Estado del Arte 3

1.5.1 Historia de la electrónica de potencia 3

1.5.2 Aplicaciones de la electrónica 5

1.5.3 El inversor 7

1.5.4 Panorama histórico del control 10

1.5.5 Control óptimo 14

1.6 Estructura de la tesis 16

Capítulo 2 Modelado del inversor

2.1 Introducción 17

2.2 Inversor de fuente de voltaje 17

2.3 Especificaciones del inversor 20

2.4 Modelado matemático 21

2.5 Diseño del filtro LCL 24

Capítulo 3 Control óptimo y estimación de estado

3.1 Introducción 27

3.2 Optimización y control óptimo 27

3.3 Control de seguimiento óptimo para sistemas no lineales SDCF (Factorización de Coeficientes Dependientes del Estado) 30

3.4 Estimación de estado 32

3.4.1 Observabilidad 33

3.5 Observador de orden reducido 34

3.5.1 Diseño del observador de orden reducido para el inversor 37

3.6 Sincronización con la red eléctrica 39

Capítulo 4 Simulaciones y resultados

4.1 Introducción 41

4.2 Simulación y resultados del observador de orden reducido 41

4.3 Simulación y resultados del inversor 42

Capítulo 5 Conclusiones y trabajo futuro

5.1 Conclusiones 46

5.2 Trabajo futuro 46

Referencias 48

Índice de figuras

Fig.1.1 Avances tecnológicos de la electrónica de potencia 5

Fig. 1.2 Familia de inversores 9

Fig. 1.3 a) Inversor monofásico, b) Patrón de conmutación 10

Fig. 1.4 Reloj de agua de Ktesibios 11

Fig. 1.5 Diagrama de un sistema de control 12

Fig. 1.6 Sistema de control de lazo abierto..... 13

Fig. 1.7 Sistema de control de lazo cerrado..... 13

Fig. 2.1 Esquema del inversor ideal 17

Fig. 2.2 Salida de tensión V_o..... 19

Fig. 2.3 a) Tensiones V_a y V_b, b) Tensión de salida V_o 20

Fig. 2.4 Esquema del inversor con resistencias mínimas presentes 23

Fig.3.1 Diagrama de bloques del observador de orden reducido 34

Fig. 4.1 Corriente i_0 y corriente $\hat{\imath}_0$ estimada 43

Fig. 4.2 Voltaje V_{CO} y voltaje $\hat{V}_{CO}$ estimado..... 43

Fig. 4.3 Seguimiento de trayectoria de la corriente i_0..... 43

Fig. 4.4 Corriente i_0 en fase con el voltaje de red V_S 44

Fig.4.5 Seguimiento del estado x_4 al voltaje V_S de la red 44

Fig. 4.6 Señal de control óptimo para el inversor..... 45

Índice de tablas

Tabla 1.1 Algunas aplicaciones de la electrónica de potencia 6

Tabla 2.1 Especificaciones de operación del inversor..... 20

Tabla 3.1 Equivalencias para escribir la ecuación de estimación de estado de orden mínimo a partir del orden completo..... 36

Lista de acrónimos

SCR	Rectificador controlado de Silicio (del acrónimo en inglés).
HVDC	Corriente directa en alto voltaje (del acrónimo en inglés).
AC	Corriente Alterna (del acrónimo en inglés).
DC	Corriente Directa (del acrónimo en inglés).
VAR	Volt ampere reactivo.
VLF	Muy baja frecuencia (del acrónimo en inglés).
a. C	antes de Cristo.
d. C	después de Cristo.
SAI	Sistema de Alimentación Interrumpida.
VSI	Inversor de fuente de voltaje (del acrónimo en inglés).
CSI	Inversor de fuente de corriente (del acrónimo en inglés).
IGBT	Transistor bipolar de puerta aislada (del acrónimo en inglés).
SISO	Una sola entrada una sola salida (del acrónimo en inglés).
MIMO	Múltiple entrada Múltiple salida (del acrónimo en inglés).
PWM	Modulación por ancho de pulso (del acrónimo en inglés).
LQR	Regulador Cuadrático Lineal (del acrónimo en inglés).
HJB	Hamilton-Jacobi-Bellman.
SDCF	Factorización de Coeficientes Dependientes del Estado (acrónimo en inglés).
PLL	Bucle de Enganche de Fase (del acrónimo en inglés).
THD	Distorsión total de armónicos (del acrónimo en inglés).
LCL	Inductancia-Capacitancia-Inductancia.
LC	Inductancia-Capacitancia.
UPS	Sistema de alimentación ininterrumpida (del acrónimo en inglés).

Resumen

En el presente documento se describe el diseño, modelado e implementación a nivel simulación de un inversor monofásico conectado a la red eléctrica a través de un filtro LCL (Inductancia-Capacitancia-Inductancia); se estudia su modelo para diseñar el esquema de control. La finalidad del inversor es convertir la corriente (o tensión) continua en alterna por medio de transistores que actúan como interruptores, permitiendo la interrupción en la corriente e invirtiendo la polaridad, de tal forma que adecúa las señales para transferir la energía a la red. Sin embargo, para la conexión inversor-red se requiere el uso de un filtro, ya que de otra manera se provocaría un cortocircuito en el sistema al no estar las frecuencias en fase y además es necesario para proveer energía de calidad (menor tasa de distorsión armónica) a la red. El filtro empleado en este caso será un filtro LCL, el cual reduce el contenido de armónicos producidos por el inversor, entregando de esta forma una corriente más limpia a la red eléctrica. Así mismo, se requiere de un esquema de control eficiente para controlar el sistema (inversor con filtro LCL) y una estimación de estado para implementar el controlador del inversor, asumiendo que no se tiene disponible todo el vector de estado. El esquema de control implementado está basado en control óptimo, el cual logra un desempeño adecuado en el funcionamiento del inversor. Finalmente se realizan las simulaciones necesarias con el fin de validar la respuesta del control óptimo propuesto, mediante el uso del software *Wolfram Mathematica®.*

Palabras clave: Inversor monofásico, red eléctrica, filtro LCL, estimación de estado, control óptimo.

Abstract

This paper describes the design, modeling and implementation to level simulation of a single-phase inverter connected to grid through a LCL filter (Inductance-Capacitance-Inductance); the model is studied to design the control scheme. The purpose of the inverter is to convert the constant current or voltage in alternate by means of transistors which act as switches, enabling the interruption in the current and reversing the polarity, so that adapts the signals to transfer energy to the grid. However, for the inverter-grid connection is required to use a filter, since otherwise it would cause a short circuit in the system since the frequencies would not have the same phase, also is necessary to provide energy of quality (less rate of harmonic distortion) to the grid. The filter used in this case will be a LCL filter, which reduces the harmonic content produced by the inverter, giving this way a current more clean to the electrical grid. Likewise, is required an efficient control scheme to control the system (inverter with LCL filter) and a state estimation to implement the controller of the inverter, assuming that isn't available all state vector. The control scheme implemented is based in optimal control, which achieves an adequate performance in inverter operation. Finally the necessary simulations are performed to validate the optimal control response proposed using the software *Wolfram Mathematica®.*

Keywords: Single-phase inverter, electrical grid, LCL filter, state estimation, optimal control.

Capítulo 1
Introducción

1.1 Introducción

El consumo mundial de energía eléctrica está en constante aumento y por lo tanto para una demanda continua se necesita incrementar la capacidad de generación de energía. Un porcentaje importante del aumento de la capacidad requerida se puede basar en las fuentes de energía renovables [1].

Debido a las propiedades de la energía captada a partir de las fuentes renovables se hace necesaria la utilización de sistemas electrónicos de potencia, tales como convertidores de potencia, que permitan adaptar la energía para su utilización e integración a la red eléctrica. De esta manera, la electrónica de potencia se convierte en la clave para todas las tecnologías de generación con energías alternativas.

En los últimos años se ha incrementado el uso de convertidores de potencia para transferir energía a partir de fuentes renovables de energía. Por esta razón, la solución más habitual es partir de corriente continua o alterna y convertirla a corriente alterna con las mismas características eléctricas de la red mediante la utilización de inversores. Estos inversores deben operar como una fuente de corriente en fase con la tensión de red, inyectando potencia a la red de distribución [2], [3].

Para conectar el convertidor de potencia a la red eléctrica es necesario colocar un filtro; éste se conecta entre la salida del inversor y la entrada de la red, ya que una conexión directa provocaría un cortocircuito al no estar las frecuencias en fase. Es importante recordar que la calidad de la señal de voltaje y corriente a la salida del inversor en gran medida depende del filtro. El filtro LCL es utilizado para interconectar el inversor con la red eléctrica con el fin de reducir los armónicos producidos por el inversor, ya que el filtro LCL presenta una

menor tasa de distorsión armónica total en las corrientes de salida, menor tamaño y peso del filtro físicamente, debido a su capacidad de filtrado y menor caída de tensión se ven reducidos los valores de inductancias en serie del inversor en comparación del filtro LC (Inductancia-Capacitancia), lo que permite trabajar con índices de modulación en amplitudes menores, mejorando así la forma de onda de la corriente [4].

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo principal

Desarrollar y aplicar un esquema de control óptimo para un inversor monofásico con un filtro LCL y así lograr una transferencia de energía eficiente y de calidad hacia la red eléctrica nacional.

1.2.2 Objetivos particulares

Se plantean los siguientes objetivos secundarios para cumplir el objetivo principal:

- Modelar matemáticamente el inversor monofásico, incluyendo un filtro LCL, para la conexión con la red eléctrica.
- Desarrollar una estrategia de control óptimo para el inversor.
- Diseñar un estimador de estado de orden reducido para estimar los estados no disponibles en el inversor.
- Diseñar una metodología para la sincronización con la red eléctrica.
- Implementación a nivel simulación del esquema de control y estimación de estado para el inversor.

1.3 Metodología

Para lograr los objetivos se realizará una revisión bibliográfica referente a los inversores de potencia, controladores, observadores, modelado y análisis de sistemas en espacio de estados con la finalidad de aclarar conceptos básicos de la electrónica de potencia, control clásico, moderno y el control óptimo; en lo cual se fórmula el estado del arte en el área de control óptimo e inversores monofásicos. Después se obtendrán las ecuaciones del sistema (formado por el inversor conectado a la red por medio de un filtro LCL), el cual se modelará en espacio de estados. Una vez modelado el sistema se procede al diseño e implementación del control óptimo y se diseña un observador de estado para el sistema. Así mismo es propuesto un método de sincronización a la red eléctrica. Para la simulación y análisis de los resultados obtenidos, se hará uso del software *Wolfram Mathematica®*.

1.4 Justificación

La demanda de producción de energía eléctrica ha crecido considerablemente, por lo cual, se necesitan nuevas fuentes y métodos de generación e integración eficiente de energía. Esto hace que los convertidores de potencia se encuentren en una posición estratégica para la solución de la demanda de producción de energía eléctrica.

1.5 Estado del Arte

1.5.1 Historia de la electrónica de potencia

La historia de la electrónica de potencia se inicia en 1900 con la introducción del rectificador de arco de mercurio. Después se introdujeron en forma gradual el rectificador de tanque metálico, el de tubo al vacío controlado por la rejilla, el ignitrón, el fanotrón y el tiratrón. Estos dispositivos se aplicaban para el control de potencia hasta la década de 1950.
La primera revolución electrónica comenzó en 1948, con la invención del transistor de silicio en los Bell Telephone Laboratories, por Bardeen, Brattain y Schockley. La mayor

parte de las tecnologías modernas de electrónica avanzada se pueden rastrear a partir de ese invento. La microelectrónica moderna ha evolucionado a través de los años a partir de los semiconductores de silicio. El siguiente adelanto, en 1956, también fue logrado en los Bell Laboratories, a partir de la invención del transistor de disparo *PNPN*, que se definió como tiristor, o rectificador controlado de silicio (SCR).

La segunda revolución electrónica comenzó en 1958, con el desarrollo del tiristor comercial, por la General Electric Company. Fue el principio de una nueva era de la electrónica de potencia.

Desde entonces se han introducido muchas clases distintas de dispositivos semiconductores de potencia y de técnicas de conversión. La revolución microelectrónica nos permitió tener la capacidad de procesar una gran cantidad de información con una rapidez increíble. La revolución en la electrónica de potencia nos está permitiendo conformar y controlar grandes cantidades de potencia con una eficiencia siempre creciente. Debido al enlace entre la electrónica de potencia, comparada al músculo, y la microelectrónica comparada al cerebro, están surgiendo hoy muchas aplicaciones potenciales de la electrónica de potencia, y esta tendencia va a continuar. Dentro de los siguientes 30 años, la electrónica de potencia conformará y acondicionará la electricidad en algún lugar de la red de transmisión entre su generación y todos los usuarios. La revolución de la electrónica de potencia ha adquirido impulso desde las postrimerías de la década de 1980 y a principios de 1990 [5]. En la Fig. 1.1 se muestran algunos avances tecnológicos de la electrónica de potencia en la sociedad a través de los años.

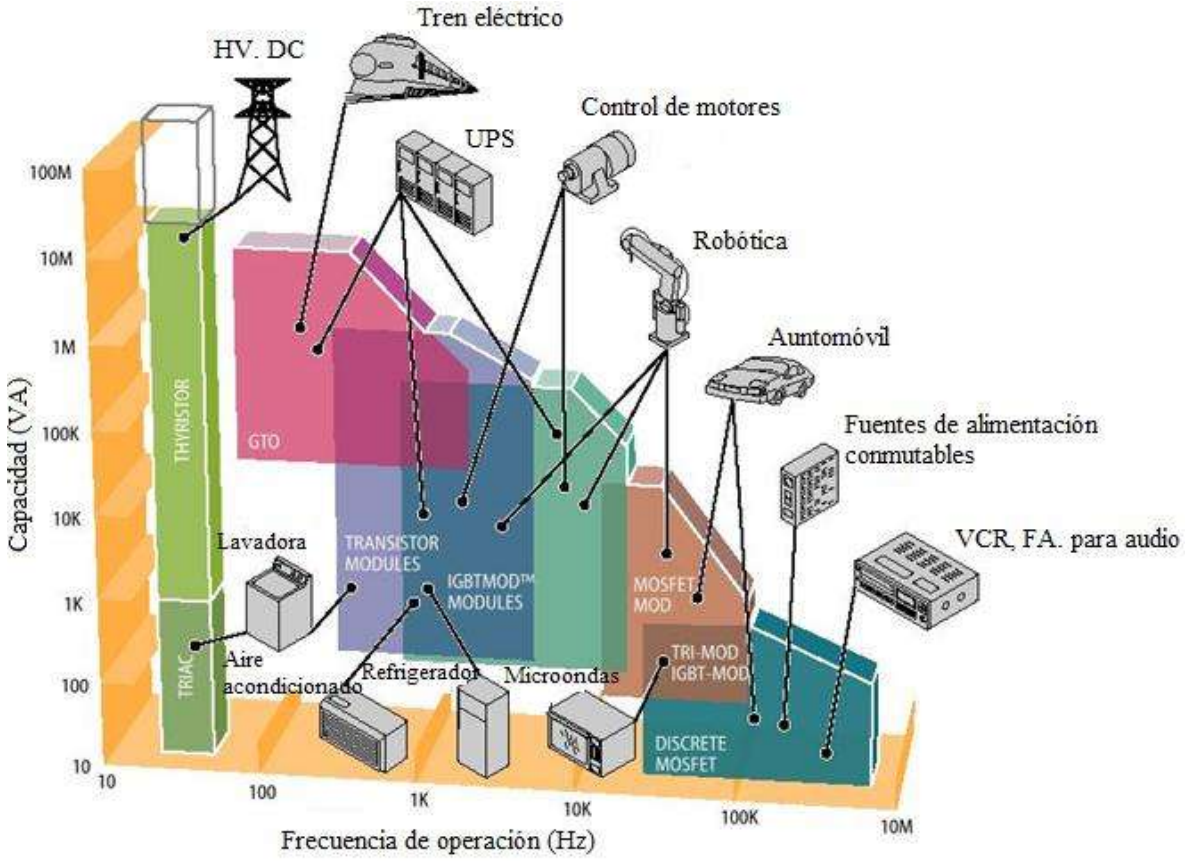


Fig.1.1 Avances tecnológicos de la electrónica de potencia.

1.5.2 Aplicaciones de la electrónica

La demanda de control de energía eléctrica para los sistemas de impulsión con motores eléctricos y de controles industriales ha existido durante muchos años, y ha conducido al temprano desarrollo del sistema Ward-Leonard para la obtención de voltajes variables de DC con los cuales es posible controlar los impulsores de motores de DC. La electrónica de potencia ha revolucionado el concepto de control de la potencia de conversión de energía y del control de accionamientos de motores eléctricos.

En la electrónica de potencia se combinan la potencia, la electrónica y el control. El control tiene que ver con la forma de operar el sistema, este proceso permite que se logren las características deseadas de funcionamiento en estado estable y dinámicas del sistema de control en lazo cerrado. La potencia tiene que ver con el equipo estático y rotatorio para la

generación, transmisión y distribución de la energía eléctrica. La electrónica tiene que ver con los dispositivos y circuitos de estado sólido para el procesamiento de señales que cumplan con los objetivos deseados en el control.

Por tanto, la electrónica de potencia se basa principalmente en la conmutación de dispositivos semiconductores de potencia. Con el desarrollo de la tecnología de los semiconductores de potencia, las capacidades de manejo de potencia y la rapidez de conmutación de los dispositivos de potencia ha mejorado en forma considerable.

La electrónica de potencia ocupa un lugar importante en la tecnología moderna, y se usa ahora en una gran diversidad de productos de gran potencia, como controles de temperatura, de iluminación, de motores, fuentes de poder, sistemas de impulsión de vehículos y sistemas de corriente directa en alto voltaje (HVDC, de sus siglas en inglés *high-voltage direct-current).* Es difícil establecer las fronteras de las transmisiones flexibles de AC (FACT, de *flexible ac transmissions)* para las aplicaciones de electrónica de potencia, en especial con las tendencias actuales del desarrollo de los dispositivos de potencia y los microprocesadores [5]. La Tabla 1.1 muestra algunas de las aplicaciones de la electrónica de potencia mencionadas en [6].

Tabla 1.1 Algunas aplicaciones de la electrónica de potencia

Abrepuertas de cochera	Montacargas
Abrepuertas eléctricos	Herramientas motorizadas de mano
Aceleradores de partículas	Horno de cemento
Acerías	Hornos
Accionamientos de motor	Ignición electrónica
Acondicionamiento de aire	Imanes
Alarmas	Imprentas
Alarmas antirrobo	Juegos
Alumbrado de alta frecuencia	Juguetes
Arnplificadores de audio	Láseres de potencia
Amplificadores de RF	Lavadoras
Arranque de máquinas síncronas	Licuadoras
Arranque de turbinas de gas	Locomotoras
Artículos de potencia espacial	Máquinas de coser
Artículos fotográficos	Máquinas herramienta
Aspiradoras	Mezcladoras de alimento

Balastras para lámpara de arco de mercurio	Minería
Bombas y compresores	Modelos de trenes
Calderas	Molinos
Calentamiento por inducción	Mostradores
Cargador de baterías	Movimiento masivo de personas
CD de alto voltaje (HVDC)	Perforación petrolera
Charolas de calentamiento de alimentos	Precipitadores electrostático
Circuitos de TV	Procesamiento químico
Cobijas eléctricas	Proyectores cinematográfico
Compensación de volt-amperes reactivos	Publicidad
(VAR)	Secadoras de ropa
Computadoras	Secadoras eléctricas
Contactores de estado sólido	Semáforos
Controles de hornos	Sistemas de seguridad
Controles de motor	Sistemas servomotores
Controles de temperatura	Soldadoras
Controles lineales de motor de inducción	Soldadura Sopladores
Deflexiones en cinescopios	Refrigeradores
Destelladores	Reguladores
Destelladores de luz	Reguladores de iluminación
Disyuntores estáticos	Reguladores de luz
Electrodomésticos	Reguladores de voltaje
Electroimanes	Relevadores de estado sólido
Elevadores	Relevadores de seguro
Excitatrices de generador	Relevadores estáticos
Fábricas de papel	Relojes
Fibras sintéticas	Transmisores en muy baja frecuencia
Fonógrafos	(VLF)
Fotocopias	Transportadores
Fuentes de energía solar	Transporte colectivo
Fuentes de poder	Trenes
Fuentes de poder en aviación	Varillas de control de reactores
Fuentes de poder ininterrumpibles	nucleares
Fuentes de poder para radar y sonar	Vehículos eléctricos
Galvanoplastia electromecánica	Vehículos estibadores
Generadores ultrasónicos	Ventiladores
Grabaciones magnéticas	Ventiladores eléctricos

1.5.3 El inversor

En los primeros días de la teoría de la electricidad, la corriente alterna y la corriente continua fueron directamente las tecnologías competidoras, aún más que el papel complementario que desempeñan hoy día. La corriente continua fue el primer tipo de

electricidad inventado, que se remonta al año 200 a.C, las estimaciones más conservadoras colocan estas baterías antiguas en el año 1 d.C. Los inversores, sin embargo, no fueron inventados sino hasta el año 1900 cuando Nikola Tesla inventó la serie de tecnologías que produjeron al inversor moderno, de acuerdo con la Oficina de Patentes de los Estados Unidos [7].

Los inversores son circuitos electrónicos de potencia que trabajan en conmutación, permitiendo así, convertir una tensión (o corriente) de naturaleza continua en alterna senoidal de baja frecuencia.

Las principales aplicaciones de este tipo de conversión son las siguientes:

- Variadores de frecuencia, destinados al control y la regulación de motores de corriente alterna, ya que la variación de la frecuencia de alimentación permite actuar directamente sobre la velocidad de giro.
- Sistemas de alimentación ininterrumpida (SAI's), que permite asegurar la continuidad de servicio en pequeñas redes eléctricas frente a eventuales cortes de suministro.
- Conexión a la red eléctrica de fuentes de energía alternativa, tales como paneles solares, molinos de viento, etc [8].

En los inversores ideales, las formas de onda del voltaje de salida deberían ser senoidales. Sin embargo, en los inversores reales no son senoidales y contienen ciertas armónicas. El uso de los inversores es muy común en aplicaciones industriales tales como la propulsión de motores de AC de velocidad variable, la calefacción por inducción, las fuentes de respaldo y las de poder, alimentaciones ininterrumpibles de potencia. La entrada puede ser una batería, una celda de combustible, una celda solar u otra fuente de DC. Las salidas normales monofásicas son, 1) 120V a 60Hz, 2) 220V a 50Hz y 3) 115V a 400Hz [5].

Tomando en consideración la naturaleza de la fuente de la etapa de continua, los inversores se clasifican en dos familias, tal como se ilustra en la Fig. 1.2:

1) Inversores de fuente de voltaje (VSI), en los cuales la entrada es una tensión continua (físicamente una batería de condensadores o de acumuladores). Este tipo de inversores son los más utilizados actualmente.

2) Inversores de fuente de corriente (CSI), en los cuales la etapa de continua es una fuente de intensidad (un inductor de potencia). La utilización de este tipo de inversores ha quedado relegado actualmente al control de motores de gran potencia.

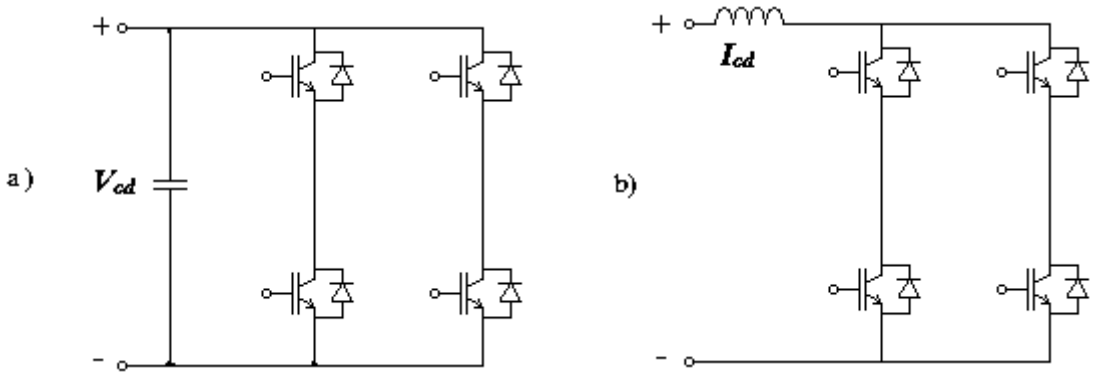
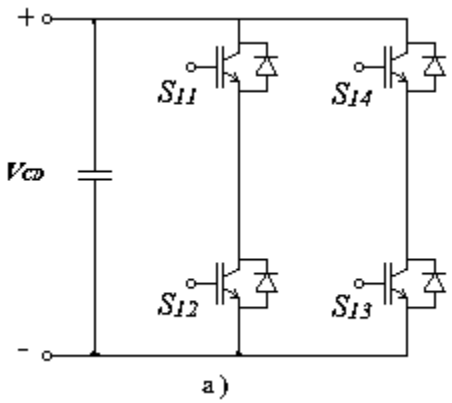


Fig. 1.2 Familia de inversores, a) Fuente de voltaje, b) Fuente de corriente.

En la Fig. 1.3a se observa un inversor monofásico. Si los IGBTs S_{11} y S_{13} conducen durante medio período, y los IGBTs S_{14} y S_{12} conducen durante la otra mitad, el voltaje de salida es alterno. El valor del voltaje se puede controlar variando el tiempo de conducción de los IGBTs. El patrón de conmutación se muestra en la Fig. 1.3b.



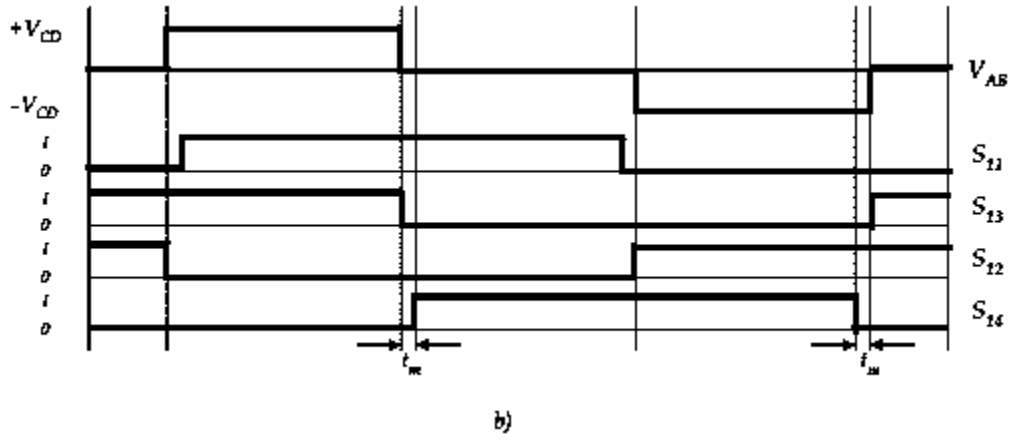


Fig. 1.3 a) Inversor monofásico, b) Patrón de conmutación.

Los inversores a través de los años han sido usados en diferentes aplicaciones; sin embargo, su implementación se hace más notable en las fuentes alternativas de energía, como una solución viable para la producción de energía limpia. Por lo cual se han llevado a cabo diversas investigaciones, en las cuales, el inversor monofásico forma parte crucial; en [9] debido a las propiedades que tiene la energía que se capta a partir de fuentes renovables, es necesario la utilización de convertidores de potencia que permitan adaptar las condiciones impuestas por la carga. Las aplicaciones fotovoltaicas están en pleno desarrollo, en [10], [11], y [12] se describe el diseño y control del VSI conectado a la red por un filtro LCL, teniendo todos los autores el fin de inyectar potencia a la red.

1.5.4 Panorama histórico del control

Los sistemas de control han sido conocidos y utilizados por muchos años, su historia puede dividirse principalmente en 4 períodos, dentro de los cuales se abordará lo más destacado y son los siguientes:

- Período del arte o inicios del control (hasta 1900)
- El período pre-clásico o de transición: (1900-1940)
- El período clásico o científico: (1935-1960)
- El control moderno: (después de 1955)

En el período del arte, los primeros relojes de agua surgen debido a la preocupación de medir el tiempo, en Egipto, Grecia y China. Así en el año 270 A.C. el griego Ktesibios invento un control de la taza de flujo para regular un reloj de agua [13]. En la Fig. 1.4 se muestra el reloj de agua de Ktesibios, en el cual el flotador está diseñado de tal forma que cuando desciende el nivel, el caudal del depósito aumenta y con ello el nivel sube, disminuyendo por lo tanto el caudal; el líquido que sale del primer depósito permite llevar el registro del tiempo [13].

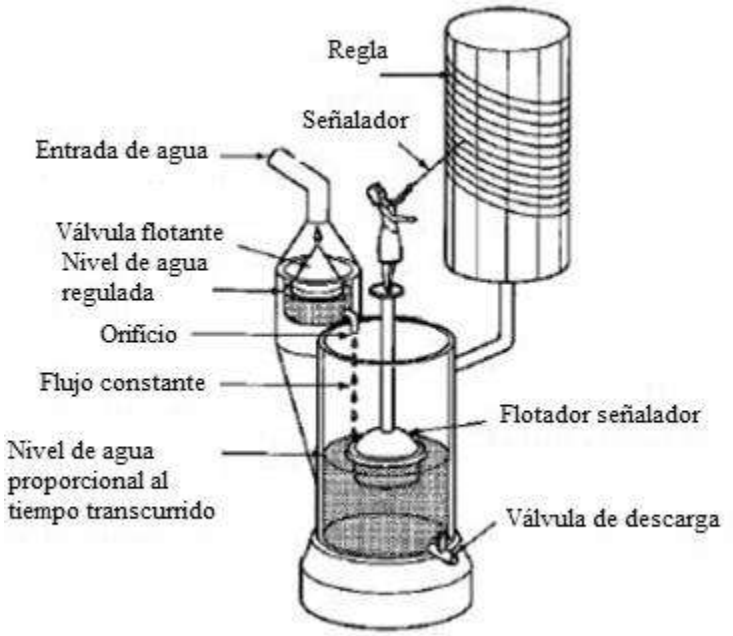


Fig. 1.4 Reloj de agua de Ktesibios.

Otros hechos relevantes del período del arte incluyen a René Antoine Ferchault de Réamur (1683-1757) quien propuso un control automático de temperatura para incubadoras basado en el invento de Cornelius Drebbel (1572-1663) [13].

En el siglo XVIII dentro del período pre-clásico, James Watt hace el regulador de velocidad centrífugo para el control de velocidad de una máquina de vapor. En 1932, Nyquist diseño un procedimiento relativamente simple para determinar la estabilidad de sistemas en lazo cerrado [14].

En 1947, período clásico o científico, James, Nichols y Philips publican el desarrollo completo de técnicas para el diseño de servomecanismos. Entre 1950 y 1970, años dentro del período del control moderno, el avance de la electrónica de estado sólido produjo cambios en las técnicas de control continuo y discreto, se desarrollaron controles digitales y sistemas de control automatizado para máquinas y herramientas [13].

El control automático ha sido vital en el avance de la ingeniería y la ciencia, ya que se ha vuelto parte importante e integral en los procesos modernos industriales y de manufactura. Gracias a los avances en la teoría y práctica del control, se puede obtener un desempeño óptimo de los sistemas dinámicos, mejorar la productividad, aligerar la carga de muchas operaciones manuales rutinarias y repetitivas, entre otras actividades [14].

El sistema de control es el conjunto de dispositivos que actúan juntos para lograr un objetivo de control, en la Fig. 1.5 se muestra el diagrama de un sistema de control, señalando los elementos que conforman al sistema.

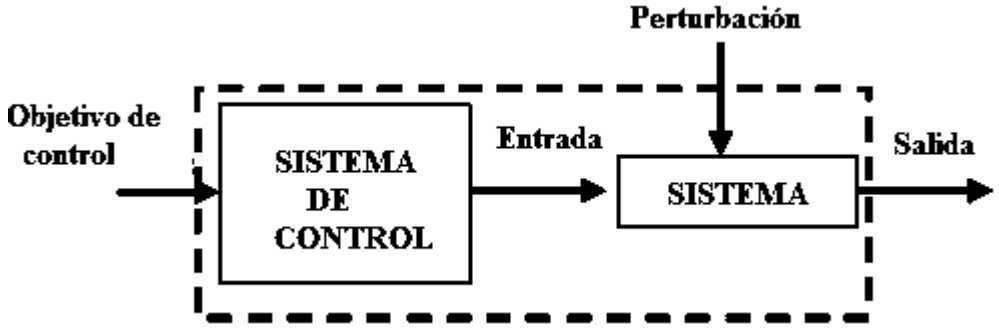


Fig. 1.5 Diagrama de un sistema de control.

La clasificación de los sistemas de control es en lazo abierto y lazo cerrado; en el sistema de lazo abierto la salida no afecta a la entrada de control, es decir, la salida de la planta no se mide ni se realimenta; por otro lado, en el sistema de lazo cerrado la salida si afecta a la entrada de control, es decir, es un sistema de control retroalimentado, ya que la salida es comparada con la referencia y la señal de error generada alimenta al controlador el cual aplica una nueva señal a la planta con el fin de reducir el error y llevar la salida del sistema al valor deseado [13]; en la Fig. 1.6 y Fig. 1.7, se muestran el control a lazo abierto y lazo cerrado respectivamente.

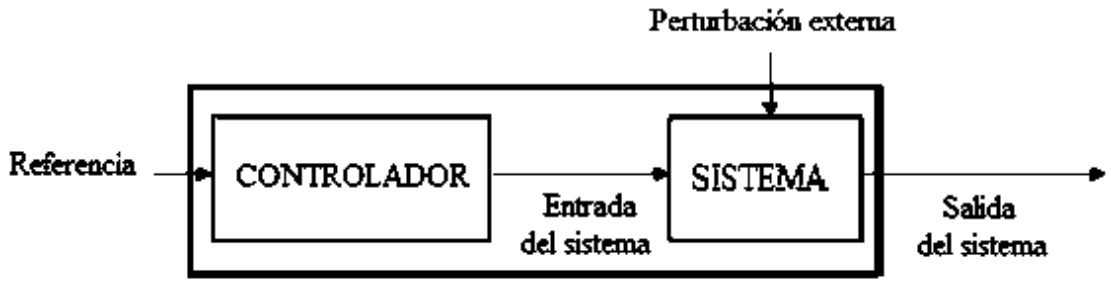


Fig. 1.6 Sistema de control de lazo abierto.

Algunos ejemplos del control en lazo abierto son:

- Lavadora:

  – Funciona sobre una base de tiempos.

  – Variable de salida "limpieza de la ropa" no afecta al funcionamiento de la lavadora.
- Semáforos de una ciudad:

  – Funcionan sobre una base de tiempo.

  – Variable de salida "estado del tráfico" no afecta el funcionamiento del sistema.

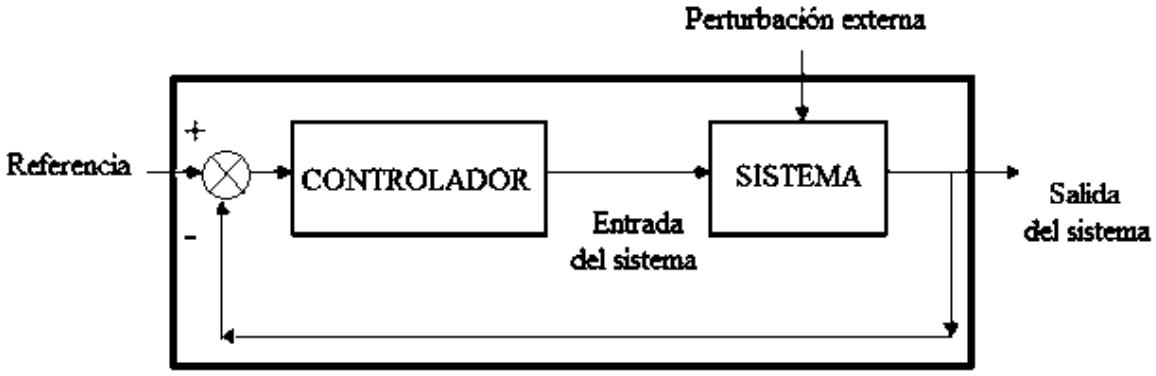


Fig. 1.7 Sistema de control de lazo cerrado.

Algunos ejemplos del control en lazo cerrado son:

- Control de temperatura de un intercambiador de calor usando vapor como medio calefactor.

- Sistema de control de nivel de líquido.

Un sistema de control clásico es generalmente un proceso de prueba y error, en el cual varios métodos de análisis son usados iterativamente para determinar el diseño de parámetros de un sistema aceptable. Un rendimiento aceptable es definido en términos del dominio del tiempo y la frecuencia, criterios tales como tiempo de subida, tiempo de establecimiento, pico máximo, margen de ganancia y fase, y ancho de banda [15].

La teoría de control cásico (convencional), generalmente trata con una sola entrada y una sola salida (SISO), principalmente basada en la trasformada de Laplace y se usa en la representación de sistemas de diagramas de bloques [16].

Por otro lado, la teoría de control moderno trata con múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO), basado en la representación de variables de estado en términos de conjuntos de ecuaciones diferenciales.

La teoría de control moderno dicta que todas las variables de estado deberían ser retroalimentadas después de una ponderación adecuada [16].

1.5.5 Control óptimo

El concepto de optimización se emplea habitualmente, cada vez que ante una determinada situación se presentan múltiples soluciones, y se adopta aquella que bajo ciertas condiciones se considera óptima

Un enfoque nuevo y directo para la síntesis de sistemas complejos [15], llamado control óptimo, es una rama particular del control moderno [17], también conocido como optimización dinámica que se encarga de estudiar el mejoramiento de los sistemas que evolucionan con el tiempo.

El control óptimo en origen estuvo estrictamente relacionado con la teoría del cálculo de variaciones desarrollada por Johann Bernoulli (1667-1748), Isaac Newton (1642-1727), Leonhard Euler (1707-1793), Giuseppe Luigi Lagrange (1736-1813), Andrien Legendre (1752-1833), Carl Jacobi (1804-1851), William Hamilton (1805-1865), Karl Weierstrass

(1815-1897), Adolph Mayer (1839-1907) y Oskar Bolza (1857-1942). Avances importantes en la teoría de control óptimo en el siglo XX fueron el desarrollo de la programación dinámica por Richard Bellman (1920-1984) y la formulación del principio del mínimo por Lev Pontryagin (1908-1988).

El objetivo principal de la teoría de control óptimo es determinar las señales de control que hagan que un sistema evolucione de manera tal que se satisfagan las limitaciones físicas, se cumplan los objetivos de control y al mismo tiempo se minimice o maximice un índice de desempeño [15].

La teoría de control óptimo permite resolver problemas dinámicos de naturaleza muy variada, donde la evolución del tiempo puede ser controlada en parte por las decisiones de un agente.

La formulación de problemas de control óptimo requiere:

1. Una descripción matemática o modelo del proceso para ser controlado.
2. Una especificación del índice de desempeño, también llamado funcional de costo.
3. Una declaración de condiciones de contorno y limitaciones físicas en los estados y controles [16].

El sistema que es el resultado final de un diseño óptimo no supone necesariamente que sea estable, que tenga cierto ancho de banda o que satisfaga cualquiera de las limitaciones deseadas asociadas con el control clásico, pero sí supone que es el mejor sistema posible de un tipo particular, de ahí, la palabra óptimo [17].

Como estrategia del control óptimo, el método LQR se consigue mediante la solución de la ecuación diferencial de Riccati, el cual se aplica en [18] para un inversor monofásico conectado a la red con un filtro LCL una vez que es modelado matemáticamente. Los sistemas de alimentación ininterrumpibles (UPS) son usados para proveer energía continua de alta calidad para cargas críticas, por ejemplo: para equipo médico. En [19] se utiliza el método LQR para la alimentación ininterrumpida (UPS) de un inversor monofásico.

1.6 Estructura de la tesis

La tesis está estructurada de la manera siguiente:

Capítulo 2: Trata sobre el inversor monofásico, mencionando su forma de operación y especificación, él cual es modelado matemáticamente siendo representado en variables de estado; además, la salida del inversor es conectada a la red eléctrica mediante un filtro LCL para la reducción de armónicos.

Capítulo 3: Este capítulo se introduce el concepto de optimización, una característica deseable en la vida diaria, se describe un esquema de control óptimo para el inversor, el cual permite el seguimiento de trayectoria deseada; así mismo, para lograr la sincronización con la red eléctrica es necesario estimar los estados que no son medibles por medio de un observador de orden reducido, cumpliendo el sistema modelado con la propiedad de observabilidad.

Capítulo 4: Describe la implementación del inversor y observador de orden reducido a nivel simulación y sus correspondientes resultados, dando validez a la parte teórica. Para llevar a cabo las simulaciones del sistema modelado se utilizó el software *Wolfram Mathematica®.*

Capítulo 5: Este capítulo contiene las conclusiones relacionadas con los objetivos que se plantearon al desarrollar este trabajo y se proponen ideas para trabajos futuros.

Capítulo 2
Modelado del inversor

2.1 Introducción

Para entender las ventajas que aporta el inversor monofásico, es necesario su estudio y análisis por medio de su modelado matemático, donde se presentan las ecuaciones que modelan el sistema formado por el inversor, el filtro LCL y la red. Además, se mencionan algunas características que se deben considerar para obtener un filtro LCL dentro de las especificaciones del sistema.

2.2 Inversor de fuente de voltaje

El inversor de fuente de voltaje (VSI) es usado para convertir energía de voltaje directo a voltaje alterno; este convertidor de potencia se encarga de acondicionar la energía para adecuarla a la red. Desde el punto de vista topológico, se trata de un inversor en puente completo, el filtro LCL requerido entre el VSI y la red, tal que se logre la reducción de armónicos de la corriente de salida. El esquema detallado del inversor se muestra en la Fig. 2.1.

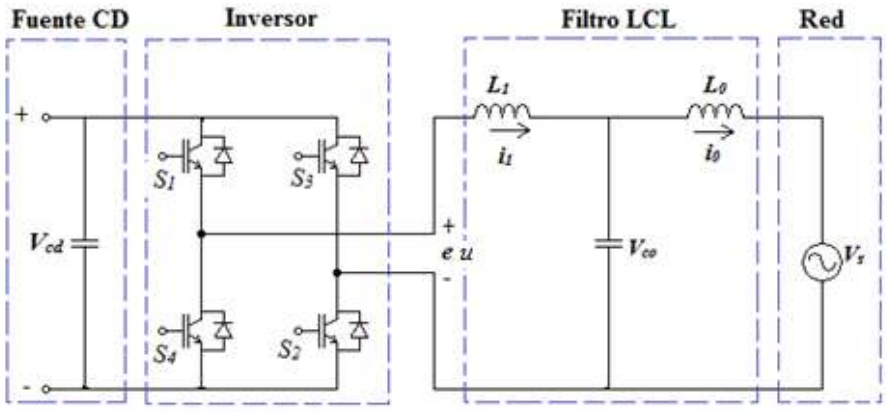


Fig. 2.1 Esquema del inversor.

El inversor puede operar de modo aislado, lo cual significa que el inversor actúa como una fuente de voltaje y proporciona a algunos dispositivos voltajes sinusoidales de parámetros de red comunes, tales como nivel de voltaje y frecuencia [10].

Para generar un voltaje senoidal con cualquier fase y amplitud deseada, se usa una técnica de modulación de ancho de pulso (PWM), que conmute los interruptores del inversor a alta frecuencia.

Además, el control de PWM proporciona un método para disminuir el factor de distorsión total de armónicos (THD) de la corriente de carga. Dos ventajas de la modulación PWM son:

- La reducción de los requerimientos del filtro para disminuir los armónicos generados por el VSI.
- El control de la amplitud de salida.

Sin embargo, también tiene desventajas como:

- Los circuitos de control de los interruptores son más complejos.
- Hay mayores pérdidas debido a la conmutación de alta frecuencia.

El control de los interruptores mediante el PWM para obtener la salida sinusoidal, requiere de una señal de referencia o de control (moduladora) y de una señal portadora (onda triangular) que controla la frecuencia de conmutación.

Cuando el valor instantáneo de la sinusoide de referencia V_{sin} es mayor que la portadora V_{tri}, la salida está en $+V_{cd}$ y cuando la referencia V_{sin} es menor a la portadora V_{tri}, la salida es $-V_{cd}$ [20]. Tal como se muestra en la Fig. 2.2.

$$V_o = +V_{cd} \quad \rightarrow V_{sin} > V_{tri} \tag{2.1}$$

$$V_o = -V_{cd} \quad \rightarrow V_{sin} < V_{tri} \tag{2.2}$$

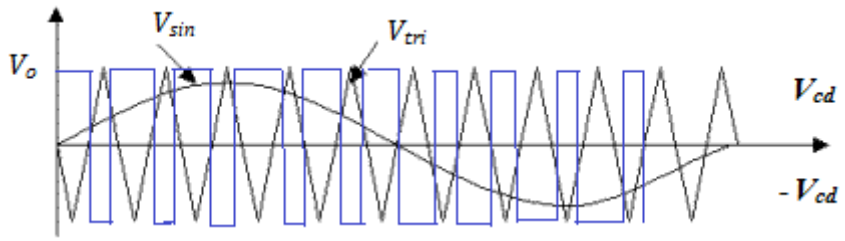


Fig. 2.2 Salida de tensión V_o.

La conmutación bipolar del control de los interruptores de la Fig. 2.1 es la siguiente:

S_1 y S_2 están conduciendo cuando $V_{sin} > V_{tri}$

S_3 y S_4 están conduciendo cuando $V_{sin} < V_{tri}$

La conmutación unipolar es cuando la salida toma valores de nivel alto a cero, o de nivel bajo a cero.

La conmutación unipolar del control de los interruptores de la Fig. 2.1 es la siguiente,

S_1 conduce cuando $V_{sin} > V_{tri}$

S_2 conduce cuando $-V_{sin} < V_{tri}$

S_3 conduce cuando $-V_{sin} > V_{tri}$

S_4 conduce cuando $V_{sin} < V_{tri}$

Observe que los pares de interruptores (S_1, S_4) y (S_2, S_3) son complementarios: cuando un interruptor de uno de los pares está cerrado, el otro está abierto. Las tensiones V_a y V_b en la Fig. 2.3a oscilan entre $+V_{cc}$ y cero. La tensión de salida $V_o = V_{ab} = V_a - V_b$, tal como en la Fig. 2.3b.

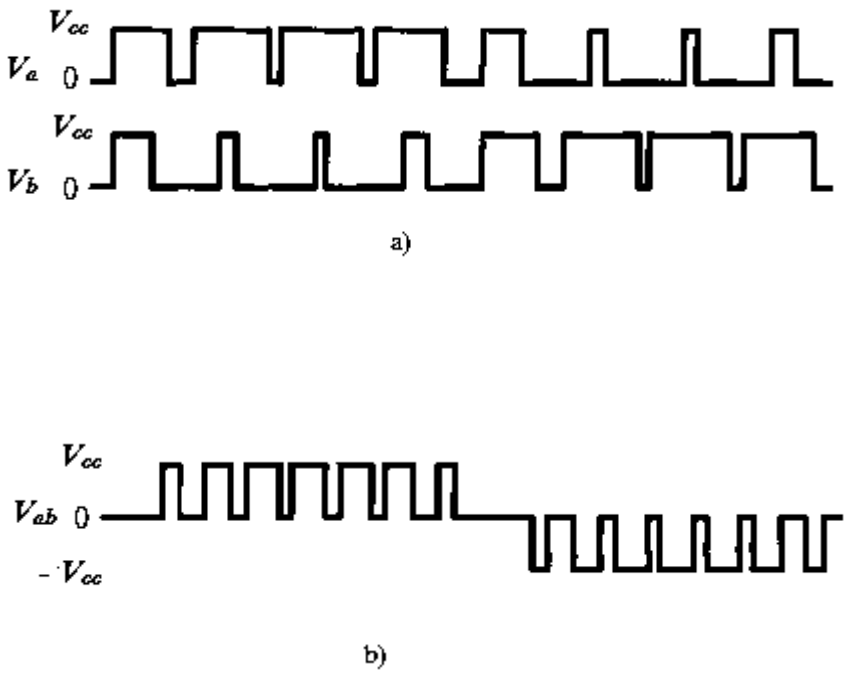


Fig. 2.3 a) Tensiones V_a y V_b, b) Tensión de salida V_{ab}.

2.3 Especificaciones del inversor

El inversor utilizado es de tipo monofásico en puente completo, el cual tiene la misión de convertir una tensión continua mediante unos semiconductores de potencia y un filtro, en una tensión sinusoidal a una frecuencia determinada en función de las necesidades del sistema.

Las especificaciones básicas del inversor modelado son las siguientes, mostradas en la Tabla 2.1,

Tabla 2.1 Especificaciones de operación del inversor

Potencia del inversor	2.5kW
Voltaje de CD del inversor	430V
Voltaje en la red	230V (RMS)
Frecuencia de switcheo	16kHz
Frecuencia en la red	50Hz

2.4 Modelado matemático

El modelo matemático promediado del inversor con el filtro LCL mostrado en la Fig. 2.1, está descrito por:

$$-eu + L_1 \frac{di_1}{dt} + V_{co} = 0 \tag{2.3}$$

$$-V_{co} + L_0 \frac{di_0}{dt} + V_s = 0 \tag{2.4}$$

$$C \frac{dV_{co}}{dt} = i_1 - i_0 \tag{2.5}$$

donde e es el voltaje de DC del inversor, u es la entrada de control, i_1 es la corriente del inductor L_1 referida como la corriente en el lado del inversor; i_0 es la corriente del inductor L_0 referida como la corriente en el lado de la red; V_{co} es el voltaje en el capacitor C_o y V_s es el voltaje en la red.

Reescribiendo las ecuaciones del sistema

$$L_1 \frac{di_1}{dt} = eu - V_{co} \tag{2.6}$$

$$L_0 \frac{di_0}{dt} = V_{co} - V_s \tag{2.7}$$

$$C \frac{dV_{co}}{dt} = i_1 - i_0 \, . \tag{2.8}$$

El voltaje de la red V_s puede modelarse definiendo

$$V_s = Asin(\omega t) \tag{2.9}$$

y

$$W_s = Acos(\omega t) \tag{2.10}$$

donde A es la amplitud de voltaje y $\omega = 2\pi f$, siendo f la frecuencia de la red eléctrica.

Entonces

$$\frac{dV_s}{dt} = \omega W_s \, , V_s[0] = 0 \tag{2.11}$$

$$\frac{dW_s}{dt} = -\omega V_s \, , W_s[0] = A \tag{2.12}$$

Haciendo su representación en variables de estado

$x_1 \rightarrow i_1$ $x_2 \rightarrow i_0$ $x_3 \rightarrow V_{co}$ $x_4 \rightarrow V_s$ $x_5 \rightarrow W_s$

el sistema (2.6) – (2.8) y (2.11) – (2.12) se puede escribir como

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{L_1} eu - \frac{1}{L_1} x_3$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{L_0} x_3 - \frac{1}{L_0} x_4$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{C_o} x_1 - \frac{1}{C_o} x_2$$

$$\dot{x}_4 = \omega x_5 + \gamma (V_s - x_4)$$

$$\dot{x}_5 = -\omega x_4$$

donde el término $\gamma(V_s - x_4)$, con $\gamma = 200$, es utilizado para identificar la amplitud del voltaje de la red eléctrica.

Mismo que se puede describir de manera compacta como

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{2.13}$$

$$y = Cx \tag{2.14}$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1/L_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/L_0 & -1/L_0 & 0 \\ 1/C_o & -1/C_o & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega \\ 0 & 0 & 0 & -\omega & 0 \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

$$B = \begin{bmatrix} e/L_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \tag{2.17}$$

Haciendo la consideración de resistencias mínimas presentes en el sistema, tal como se muestra en la Fig. 2.4, el inversor puede ser descrito por las siguientes ecuaciones:

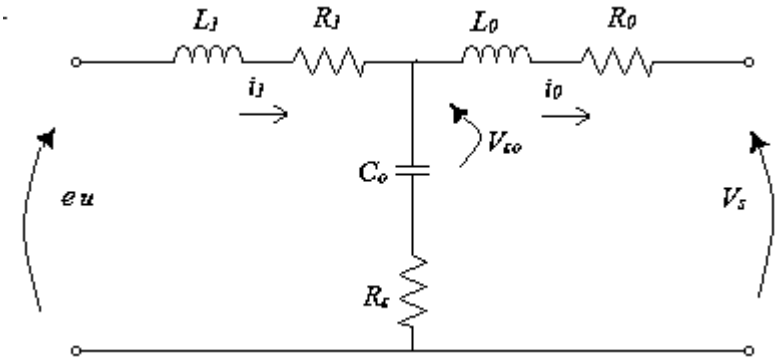


Fig. 2.4 Esquema del inversor con resistencias mínimas presentes.

$$L_1 \frac{di_1}{dt} = eu - i_1(R_1 + R_c) + i_0 R_c - V_{co} \tag{2.18}$$

$$L_0 \frac{di_0}{dt} = -i_0(R_0 + R_c) + i_1 R_c + V_{co} - V_S \tag{2.19}$$

$$C_o \frac{dV_{co}}{dt} = i_1 - i_0 \tag{2.20}$$

Su representación en variables de estado escribiendo el sistema (2.18) – (2.20) y (2.11) – (2.12)

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{L_1} eu - \frac{R_1 + R_c}{L_1} x_1 + \frac{R_c}{L_1} x_2 - \frac{1}{L_1} x_3$$

$$\dot{x}_2 = \frac{R_c}{L_0} x_1 - \frac{R_0 + R_c}{L_0} x_2 + \frac{1}{L_0} x_3 - \frac{1}{L_0} x_4$$

$$\dot{x}_3 = \frac{1}{C_o} x_1 - \frac{1}{C_o} x_2$$

$$\dot{x}_4 = \omega x_5 + \gamma(V_s - x_4)$$

$$\dot{x}_5 = -\omega x_4$$

mismo que se representa de manera compacta en (2.13) y (2.14), donde

$$A = \begin{bmatrix} -(R_1 + R_c/L_1) & R_c/L_1 & -1/L_1 & 0 & 0 \\ R_c/L_0 & -(R_c + R_0/L_0) & 1/L_0 & -1/L_0 & 0 \\ 1/C_o & -1/C_o & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega \\ 0 & 0 & 0 & -\omega & 0 \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

$$B = \begin{bmatrix} e/L_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

$$C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \tag{2.23}$$

2.5 Diseño del filtro LCL

El filtro LCL está formado por un inductor conectado a la salida del inversor, un condensador en paralelo y un segundo inductor conectado a la red eléctrica; este tipo de topología está diseñado especialmente para eliminar los armónicos de la corriente producidos por el inversor.

La principal ventaja es que para altas frecuencias, la atenuación es mucho mayor que la que se presenta en un filtro L, ya que la respuesta en frecuencia cae con una pendiente de 60dB/déc; además, tiene una baja distorsión de la corriente de red y baja producción de potencia reactiva [11].

Al diseñar el filtro, hay que tener presente algunas de las siguientes características:

- El filtro puede ser visto como un filtro LC más una inductancia de fugas.
- Referente a la frecuencia fundamental, el condensador debe absorber poca potencia reactiva.

Los parámetros necesarios para el diseño se toman de las especificaciones del inversor y de la red eléctrica, primero se calculan los valores base y posteriormente los componentes del filtro [10].

Valores base de impedancia y capacitancia:

$$Z_b = \frac{{E_n}^2}{S_n} \tag{2.24}$$

$$C_b = \frac{1}{\omega_n Z_b} \tag{2.25}$$

donde E_n es el voltaje en la red eléctrica, S_n es la potencia del inversor y $\omega_n = 2\pi f$, siendo f la frecuencia de la red.

La inductancia del inversor se calcula mediante

$$L_1 = \frac{U_{dc}}{16 f_s \Delta I_{L\,máx}} \tag{2.26}$$

donde U_{dc} es el voltaje de CD en el inversor, f_s es la frecuencia de switcheo y $\Delta I_{L\,máx}$ es el 10% de la corriente de rizado

$$\Delta I_{L\,máx} = 0.1 \frac{S_n \sqrt{2}}{E_n}\,. \tag{2.27}$$

La variación del factor de potencia máximo aceptado por la red es de 5%, así que

$$C_o = 0.05C_b \ . \tag{2.28}$$

La inductancia de red se puede calcular como

$$L_0 = rL_1 \ . \tag{2.29}$$

Los valores de los componentes del filtro LCL son tomados de [21] para llevar a cabo la simulación y son los siguientes:

L_1= 2mH

L_0= 833µH

C_o= 10µF.

Haciendo la consideración de las resistencias mínimas en el sistema, sus valores son los siguientes:

R_1= 80mΩ

R_0= 80mΩ

R_c= 0.2Ω.

Un modelo matemático de un sistema dinámico se define por un conjunto de ecuaciones que representan la dinámica del sistema. Así es que, una vez analizado el comportamiento dinámico del sistema expresado por ecuaciones diferenciales y haciendo su representación en variables de estado, se continúa con el control óptimo, el cual se aplicará al sistema.

Capítulo 3
Control óptimo y estimación de estado

3.1 Introducción

La palabra control significa comprobación, inspección, intervención; pero también puede hacerse referencia al dominio, mando, o a la regulación sobre un sistema. En la vida diaria aplicamos el control en diferentes aspectos y actividades. Este capítulo se desarrolla en cinco secciones, la sección 3.2 contiene conceptos como la optimización y el control óptimo, la sección 3.3 desarrolla el algoritmo de control para tener un seguimiento óptimo de la trayectoria deseada, la sección 3.4 analiza la estimación de estado y lo que esto conlleva, en la sección 3.5 se hace el diseño de un observador de orden reducido para el inversor, y la sección 3.6 desarrolla el método de sincronización con la red eléctrica.

3.2 Optimización y control óptimo

La optimización es una característica deseable en la vida diaria, ya que permite trabajar y hacer uso del tiempo y recursos de la manera más óptima posible. Existe una gran variedad de actividades en el mundo que pueden ser descritas como sistemas, tales como una planta industrial hasta entidades teóricas como los modelos económicos o administrativos, los cuales se enfrentan al problema constante de optimizar su rendimiento. Para obtener una operación eficiente del sistema se requiere optimizar varios índices que miden el desempeño del sistema, los cuales son cuantificados y representados como variables algebraicas.

Al proceso general de maximización o minimización se le denomina optimización. Se puede decir que un problema de optimización es, en general, un problema de decisión, ya que la decisión tomada afectará produciendo una ganancia (se maximice un beneficio) o una pérdida (se minimice un gasto), así en la solución se requiere tener en cuenta la toma de

dicha decisión y el criterio objetivo adecuado para evaluar las alternativas. Para poder resolver el problema de optimización se requiere expresar el problema en términos matemáticos, es decir, crear un modelo matemático del problema.

Un problema de optimización consiste en la buscar valores para determinadas variables de decisión, que cumplan un conjunto de requisitos representados mediante ecuaciones o inecuaciones algebraicas, las cuales limitarán la elección de los valores de las variables de decisión, proporcionando el mejor valor posible para una función (función objetivo) que es utilizada para medir el rendimiento del sistema que se estudia.

La solución óptima de un modelo sólo es la mejor para ese problema si satisface todas las restricciones, y además produce el mejor valor (máximo o mínimo) de la función objetivo, donde la calidad de la solución depende de la exactitud del modelo para representar el sistema real [22].

La optimización se puede clasificar en dos tipos: la optimización estática y la optimización dinámica; la optimización estática controla el sistema mediante un estado estacionario, en el cual las variables no cambian respecto al tiempo, y puede ser descrita mediante ecuaciones algebraicas; por otro lado, la optimización dinámica controla al sistema bajo condiciones dinámicas, en las cuales las variables cambian respecto al tiempo, dejando notar que el tiempo está involucrado en la descripción del sistema, así que al considerar un estado dinámico trataremos tanto con las variables como con el tiempo, siendo descrito dicho sistema por ecuaciones diferenciales. Ambas optimizaciones no tienen una sola técnica general, ya que todo depende de la clase y complejidad del modelo matemático y así determinar el método de solución [16].

Por tanto, si se requiere la mejor respuesta en un sistema es necesario optimizarlo. A través de la historia han surgido diferentes métodos para llevarlo a cabo, sin embargo, el ser humano siempre busca obtener lo mejor, de ahí que a pesar que evolucione el control se llegue al control óptimo.

El control óptimo es una rama del control moderno que se relaciona con el diseño de controladores de sistemas dinámicos, de tal manera que se minimice el índice de funcional de costo, es decir el desempeño del sistema. Este surge durante la segunda guerra mundial, en la obra de Wiener [16], quién resolvió el problema de diseños de filtros para reducir al mínimo el criterio de la media cuadrática de error, sin embargo, Bellman en 1957 [16] introduce la técnica de programación dinámica para la solución de problemas de control óptimo en tiempo discreto, en la que el modelo original se puede descomponer en subproblemas más pequeños, de tal manera que en vez de intentar optimizar alguna medida de desempeño viendo a todo el problema como una unidad, la programación dinámica optimiza una etapa a la vez a fin de producir un conjunto de decisiones óptimas para todo el proceso; remontando tiempo atrás en 1754, Riccati proporciona la solución de ecuaciones diferenciales de tipo no lineal, sin imaginarse que siglos después sería de utilidad y que formaría parte esencial en la solución de sistemas de control óptimo [16].

El objetivo principal de la teoría de control óptimo es determinar las señales de control que hagan que un sistema evolucione de manera tal que se satisfagan las limitaciones físicas, se cumplan los objetivos de control y al mismo tiempo se minimice o maximice un índice de desempeño [15].

El control óptimo tiene varias ventajas en comparación con los otros métodos como lo es el control clásico. Una de las ventajas es el esquema de control lineal LQR (Regulador Cuadrático Lineal), el cual tiene un índice de funcional de costo J que mide el desempeño del sistema de control.

El problema de LQR puede ser probado por el principio de optimalidad de Bellman, considere un control u, su aplicación sobre el sistema a controlar provocará una evolución de los estados que definen una trayectoria, la cual será óptima si el valor de control u minimiza J; según el principio de optimalidad de Bellman: “si una trayectoria entre dos estados $x(t_0)$ y $x(t_f)$ es óptima, entonces cualquier tramo de esa trayectoria, definido desde un punto $x(t_i)$, que pertenece a la trayectoria y el punto de $x(t_i)$, es en sí óptima,”

este principio está ligado con conceptos de programación dinámica que permiten simplificar problemas de optimización [23].

Mediante el uso del principio del máximo de Pontryagin y el método de programación dinámica, desarrollado por Bellman, se puede resolver el control óptimo. Este método conduce a una ecuación diferencial parcial no lineal llamada la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB), cuya solución proporciona controladores de realimentación de estado y trayectorias óptimas para cada condición inicial. La aplicación de esta ecuación está bien establecida en la solución del problema de control óptimo para sistemas lineales, donde el resultado se basa en la ecuación diferencial de Riccati [17].

3.3 Control de seguimiento óptimo para sistemas no lineales SDCF (Factorización de Coeficientes Dependientes del Estado)

Para muchas aplicaciones en las cuales se involucra el control, es importante que el controlador siga la trayectoria deseada; así pues se requiere que la salida del sistema en lazo cerrado siga la trayectoria deseada de la manera más cercana como sea posible en un sentido óptimo y con el mínimo esfuerzo de control [24].

Por tanto, el error de seguimiento se define como

$$e = r - y$$

$$= r - Cx \tag{3.1}$$

donde r es la referencia deseada (constante o variante en el tiempo) para ser seguida por la salida del sistema y.

El funcional de costo cuadrático J a ser minimizado, asociado al sistema (2.13), es definido del error de seguimiento como

$$J = \frac{1}{2}\int_{t_0}^{\infty}(e^T Q e + u^T R u)dt \tag{3.2}$$

donde Q es una matriz constante, simétrica y semidefinida positiva, y R es una matriz constante, simétrica y definida positiva [14]. De modo que, la estabilidad del control óptimo lineal (LQR) en lazo cerrado es garantizada sí el sistema (2.13) y (2.14) de control cumple que $R > 0$, $Q \geq 0$, el par (A, B) es estabilizable es decir,sí es controlable, sí existe una retroalimentación de estados tal que el sistema en lazo cerrado es estable (matriz $A+kB$ es *Hurwits,* donde k es el vector de ganancias de la matriz de controlabilidad), y el par (A, C) es detectable, es decir, sí es observable, sí la matriz $A+LC$ es estable, donde L es el vector de ganancias de la matriz de observabilidad, donde $Q = C^T C$ [17].

La solución de control óptimo está relacionada con determinar el control de entrada u, donde $t \in [t_0, \infty]$, tal que el criterio (3.2) es minimizado. La solución para el óptimo seguimiento de trayectoria es establecida en el siguiente teorema.

Teorema 3.1 [24]: Considere el sistema (2.13) y (2.14) como sistemas controlables dependientes del estado y observables dependientes del estado. Entonces la ley de control óptimo

$$u^*(x) = -R^{-1}B^T(Px - z) \tag{3.3}$$

consigue el seguimiento de trayectoria para el sistema (2.13) a lo largo de una trayectoria deseada r, donde P es la solución de la ecuación matricial diferencial simétrica de Riccati

$$\dot{P} = -C^T QC + PBR^{-1}B^T P - A^T P - PA \tag{3.4}$$

y z es la solución a la ecuación vectorial diferencial

$$\dot{z} = -[A - BR^{-1}B^T P]^T z - C^T Qr \tag{3.5}$$

Teniendo condiciones de frontera $P(\infty) = 0$ y $z(\infty) = 0$, respectivamente. La ley de control (3.3) es óptima en el sentido que minimiza el funcional de costo (3.2), el cual tiene una función de valor óptimo dado por

$$J^* = \frac{1}{2}x^T(t_0)P(t_0)x(t_0) - z^T(t_0)x(t_0) + \varphi(t_0) \tag{3.6}$$

donde φ es la solución de la función escalar diferenciable

$$\dot{\varphi} = -\frac{1}{2} r^T Q r + \frac{1}{2} z^T B R^{-1} B^T z \tag{3.7}$$

con $\varphi(\infty) = r^T(\infty) P(\infty) r(\infty)$. ■

3.4 Estimación de estado

Para cumplir con la ley de control óptimo (3.3), en la cual hay una retroalimentación de estados, es necesaria la estimación de estados. La estimación de estado está relacionada con la teoría de control [25], donde el diseño de estimadores de estado se basa en un modelo en el espacio de estados que describe el proceso físico de la aplicación. El diseño de un estimador de estado está también basado en un modelo de medidas que describe como los datos obtenidos a partir de un sistema de medida o de un sistema de sensores dependen de las variables de estado.

Usualmente, el problema de estimación está enfocado a tres áreas:

- Estimación en línea o filtrado óptimo.
- Predicción.
- Estimación fuera de línea.

La estimación en línea significa la estimación del estado presente utilizando todas las medidas que están disponibles. La predicción significa estimar estados futuros. La estimación fuera de línea es la estimación de estados pasados o bien es un proceso que explica un hecho que ha sucedido en el pasado.

Así, la estimación de estado realiza un análisis matemático del sistema basándose en datos recolectados por medidores e información sobre los parámetros de los modelos de los componentes de la red [26]. Y por tanto, el estimador de estado es, básicamente, una herramienta utilizada para una construcción, en tiempo real, del modelo del sistema; ejecutando un análisis estadístico empleando un conjunto de m datos redundantes e imperfectos que son medidos del sistema de potencia para determinar el estado del sistema [27].

Acerca de la estimación de estados en sistemas, en [28] se dice que la estimación de estados es el proceso de asignar un valor a una variable de estado de un sistema desconocido basado en medidas a partir del sistema y de acuerdo a un criterio. Usualmente el proceso involucra mediciones imperfectas que son redundantes y el proceso de estimar los estados del sistema está basado en un criterio estadístico que estima el verdadero valor de las variables de estado de modo a minimizar o maximizar el criterio elegido. Y de acuerdo con [27], la estimación de estados es ejecutada en forma periódica.

Hay diferentes métodos para llevar a cabo la estimación de estados, sin embargo en la siguiente sección se abordará el observador como estimador de estado, para ello es importante hacer mención de la observabilidad, requisito con el que debe cumplir el sistema.

3.4.1 Observabilidad

En la teoría de control, la observabilidad es una propiedad importante que define la existencia de una solución de control óptimo. Un sistema es completamente observable si el estado x_0 puede ser determinado a partir de la observación de la salida para un intervalo de tiempo finito.

Entonces, el sistema es completamente observable si todas las transiciones del estado afectan eventualmente a todos los elementos del vector de salida; la observabilidad es útil en la reconstrucción de variables de estado no medibles a partir de variables que sí son medibles [14].

Por tanto, el estimador de estados emplea un conjunto de mediciones efectuadas en el sistema de modo a estimar su estado. Dado ese conjunto de mediciones junto a sus ubicaciones, el análisis de observabilidad determinará si se puede encontrar una única estimación para el estado del sistema.

Para el sistema (2.13) y (2.14), se dice que es observable sí y sólo sí el rango de la matriz de observabilidad [14]

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{(n-1)} \end{bmatrix} \text{ es de rango n}$$

donde

n es el orden del sistema.

3.5 Observador de orden reducido

Un observador de estado estima las variables de estado con base en las mediciones de las variables de salida y de control. Los observadores permiten enviar información estimada acerca del valor que toman los estados del sistema, permitiendo así, conocer una aproximación al valor real; además, cuentan con poco margen de diferencia de error.

Por tanto, un observador puede diseñarse sólo sí satisface la condición de observabilidad. Existen dos tipos de observadores: observadores de orden completo y observadores de orden reducido o mínimo.

Los observadores de orden reducido son utilizados para observar o estimar sólo algunos estados de un sistema, como se muestra en la Fig. 3.1.

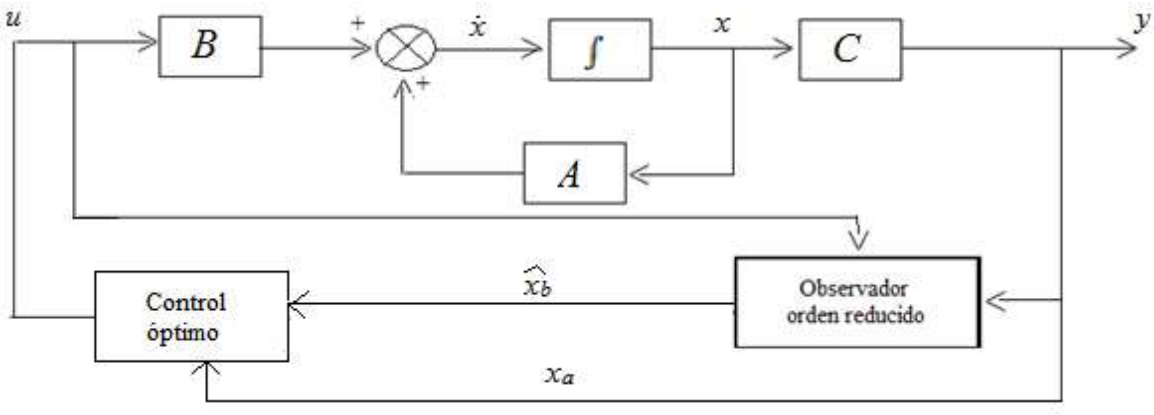


Fig.3.1 Diagrama de bloques del observador de orden reducido.

No todas las variables necesitan ser observadas, hay algunas que se pueden medir directamente y con buena precisión, por lo cual no será necesario un observador que estime todos los estados del sistema sino sólo los que no son medibles, tal como se mostró en la Fig. 3.1.

Considerando el sistema (2.13) y (2.14), en donde el vector de estado x se divide en dos partes x_a que corresponde a los estados medidos y x_b que corresponde a los estados observados de orden $(n-m)$ [14]. El estado x_1 es medible y los estados estimados son los del vector x_2.

Por tanto, el estado dividido es

$$\begin{bmatrix} \dot{x_a} \\ \dot{x_b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{aa} & A_{ab} \\ A_{ba} & A_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_a \\ B_b \end{bmatrix} u \tag{3.8}$$

donde

$A_{aa} = Matriz\ de\ (n-m) \times (n-m)$

$A_{ab} = Matriz\ de\ 1 \times (n-m)$

$A_{ba} = Matriz\ de\ (n-m) \times 1$

$A_{bb} = Matriz\ de\ (n-m) \times (n-m)$

$B_a = Matriz\ de\ (n-m) \times 1$

$B_b = Matriz\ de\ (n-m) \times 1$

El sistema queda de la siguiente manera:

$$\dot{x_a} = A_{aa}x_a + A_{ab}x_b + B_a u \tag{3.9}$$

$$\dot{x_b} = A_{ba}x_a + A_{bb}x_b + B_b u \tag{3.10}$$

Al hacer el diseño, se busca encontrar un vector de ganancias *L*, donde *L* es el vector de ganancias que permiten la observación de los estados.

La expresión de estimación de estado del observador de orden completo es

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L[y - \hat{y}] \tag{3.11}$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \tag{3.12}$$

En la siguiente Tabla 3.1 se muestran las equivalencias entre el observador de estado de orden completo y el observador de estado de orden reducido.

Tabla 3.1 Equivalencias para escribir la ecuación de estimación de estado de orden mínimo a partir del orden completo.

Observador de orden completo	Observador de orden reducido
$\dot{x}$	$\dot{x_b}$
A	A_{bb}
Bu	$A_{ba}x_a + B_b u$
y	$\dot{x_a} - A_{aa} - B_a u$
$\hat{y}$	$A_{ab}\hat{x}_b$
C	A_{ab}

Considerando la ecuación (3.11) – (3.12) y la Tabla 3.1 de equivalencias, la expresión de estimación de estado del observador de orden reducido es

$$\dot{\hat{x}_b} = A_{bb}\hat{x}_b + A_{ba}x_a + B_b u + L[\dot{x_a} - A_{aa}x_a - B_a u - A_{ab}\hat{x}_b]. \tag{3.13}$$

Agrupando términos se tiene

$$\dot{\hat{x}_b} = [A_{bb} - LA_{ab}]\hat{x}_b + [A_{ba}x_a + B_b u] + L[\dot{x_a} - A_{aa}x_a - B_a u] \tag{3.14}$$

$$\hat{y} = A_{ba}\hat{x}_b \tag{3.15}$$

donde $\hat{x}_b$ es el estado estimado, $\hat{y}$ representa a las salidas estimadas del sistema [14].

La ecuación de error es

$$e_b = x_b - \hat{x}_b \tag{3.16}$$

entonces la dinámica de error

$$\dot{e}_b = \dot{x}_b - \dot{\hat{x}}_b. \tag{3.17}$$

Sustituyendo la ecuación (3.10) y (3.14) en (3.17)

$$\dot{e}_b = A_{ba}x_a + A_{bb}x_b + B_b u - ([A_{bb} - LA_{ab}]\hat{x}_b + [A_{ba}x_a + B_b u] + L[\dot{x_a} - A_{aa}x_a - B_a u]). \quad (3.18)$$

Agrupando términos

$$\dot{e}_b = A_{bb}x_b - [A_{bb} - LA_{ab}]\hat{x}_b - L[\dot{x_a} - A_{aa}x_a - B_a u]. \quad (3.19)$$

3.5.1 Diseño del observador de orden reducido para el inversor

Ejemplo: en base al sistema (2.6) y (2.8), suponga que el estado x_1 se puede medir satisfactoriamente y los estados estimados son x_2 y x_3, se diseña el siguiente observador de orden reducido, con polos deseados en (-1400, -1200).

Para la ubicación de los polos deseados se propone que estos sean 10 veces más rápidos que los polos del sistema, es decir, que los nuevos polos se encuentren 10 veces más alejados a la izquierda del plano complejo *S*, con respecto a los del sistema. Se propone que los nuevos polos no tengan parte imaginaria para no tener oscilaciones en la convergencia del observador.

El orden para el sistema del observador es: 3-1= 2. Para el observador reducido se tiene que:

$$A_{aa} = [0], \qquad A_{ab} = \begin{bmatrix} 0 & -1/L_1 \end{bmatrix}, \qquad A_{ba} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/C_o \end{bmatrix}, \qquad A_{bb} = \begin{bmatrix} 0 & 1/L_0 \\ -1/C_o & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_a = \begin{bmatrix} e/L_1 \end{bmatrix}, \qquad B_b = [0]$$

El polinomio característico del sistema es

$$|sI - A_{bb}| = s^2 + \frac{1}{L_0 C_o}$$

Considerando los valores de los elementos, se tiene

$$s^2 + 120 \times 10^6 = 0$$

Con polos

$s_1 = 10954.45i$ $\quad$ $s_2 = -10954.45i$

El sistema es críticamente estable, por lo cual se proponen polos que tengan solo parte real, con polos deseados:

$s_1 = -1400$ $\quad$ $s_2 = -1200$

El polinomio característico con los polos deseados es

$$s^2 + 2600\, s + 1{,}680{,}000 = 0$$

Para el diseño del observador de orden reducido hay diferentes métodos, sin embargo en esta sección sólo se mostrarán dos, el método abreviado y usando MATLAB.

Usando el método abreviado

$$|sI - A_{bb} + LA_{ab}| = (s - 1400)(s - 1200)$$

Desarrollando la parte izquierda

$$= \begin{bmatrix} s & -1/L_0 \\ 1/C_o & s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1/L_1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} s & (-1/L_0 - l_1/L_1) \\ 1/C_o & (s - l_2/L_1) \end{bmatrix}$$

$$= s^2 - l_2/L_1\ s + \frac{L_0 C_o l_1 + L_1 C_o}{(L_1 C_o)(L_0 C_o)}$$

Por equivalencia

$$s^2 - {}^{l_2}/_{L_1}\ s + \frac{L_0C_o l_1 + L_1C_o}{(L_1C_o)(L_0C_o)} = s^2 + 2600\ s + 1{,}680{,}000$$

$$s^2 = s^2$$

$$-{}^{l_2}/_{L_1}\ s = 2600\ s$$

$$\frac{L_0C_o l_1 + L_1C_o}{(L_1C_o)(L_0C_o)} = 1{,}680{,}000$$

Por lo tanto, los valores del vector de ganancias del observador son

$$\begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.36 \\ -5.20 \end{bmatrix}$$

Usando Matlab para calcular las ganancias del observador

Abb=[0 1200.48 ; -100000 0]

Aab= [0 -500]

P= [-1400 -1200]

L= acker(Abb', Aab', P)'

$$\begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2.36 \\ -5.20 \end{bmatrix}$$

3.6 Sincronización con la red eléctrica

Puesto que la salida del inversor está conectada a la red eléctrica, el sincronismo con ésta es un aspecto fundamental en el funcionamiento del inversor. Por tanto, la frecuencia del inversor y de la red debe ser la misma.

Los algoritmos de sincronización son muy importantes para un sistema de distribución de energía y se basan en la fase del vector de la tensión de la red que se utiliza para sincronizar las variables de control.

Hay diferentes métodos para determinar el ángulo de fase, entre estos se encuentran, el detector de cruce por cero, y la técnica PLL (bucle de enganche de fase).

El detector de cruce por cero, es un método clásico y sencillo para obtener la información sobre la fase de la tensión en la red. En donde, los puntos de cruce por cero sólo pueden ser detectados en cada medio ciclo de la frecuencia de la red, por lo que la dinámica de control se ve perjudicada y su desventaja principal radica en que puede detectar falsos cruces por cero debido a los ruidos que existen en la red y a los diferentes tipos de cargas conectadas a ésta.

Por otro lado, la técnica PLL es el método más utilizado para extraer el ángulo de fase de la tensión de la red; el circuito PLL es un sistema realimentado cuyo objetivo consiste en la generación de una señal de salida con amplitud fija y frecuencia coincidente con la de la entrada, dentro de un margen determinado [29].

El PLL se comprende de un oscilador controlado por tensión (VCO) el cual genera una tensión con frecuencia dependiente del voltaje de salida en la etapa PL.

La sincronización con la red utilizada en el proceso de esta investigación se lleva a cabo por medio del observador, descrito en la sección anterior. Ya que una vez sensado el voltaje hace el seguimiento (estimación) para adecuarlo a la red, llegando a ser el mismo.

Además, al realizar la sincronización de esta manera, se presentan ventajas sobre los otros métodos de sincronización, dado que el detector por cruce de cero no garantiza una sincronización correcta porque puede hacer una lectura falsa de cruce debido a los ruidos existentes en la red, y también produce problemas en el control; por otro lado el observador una vez sensado el voltaje hace la estimación procurando así la sincronización y no provoca ningún inconveniente al control.

Capítulo 4

Simulación y Resultado

4.1 Introducción

En este capítulo se presenta los resultados obtenidos mediante simulaciones, que darán validez a la parte teórica del control óptimo y el observador de orden reducido utilizado para la sincronización, los cuales son propuestos en este trabajo.

Dado un modelo matemático de un sistema dinámico, se puede obtener información de él a través de métodos analíticos, pero también se puede lograr por medio de métodos de cómputo numéricos; uno de ellos es la simulación, en la cual se resuelven simultáneamente todas las ecuaciones del modelo con valores que crecen continuamente en el tiempo.

Según Robert E. Shannon define la simulación de la siguiente forma: "La simulación es el proceso de diseñar y desarrollar un modelo computarizado de un sistema o proceso y conducir experimentos con este modelo con el propósito de entender el comportamiento del sistema o evaluar varias estrategias con las cuales se puede operar el sistema" [30]. Todas las simulaciones se realizaron utilizando el software *Wolfram Mathematica*®**.**

4.2 Simulación y resultados del observador de orden reducido

Las ganancias del observador, l_1 y l_2 garantizan que $\hat{x}_2 \to x_2$ y $\hat{x}_3 \to x_3$ cuando $t \to \infty$, donde $l_1 = -2.36$ y $l_2 = -5.20$, teniendo una entrada $u = \sin(2\pi 60t)$ en lazo abierto.

En la Fig. 4.1 se muestra la señal de corriente $\hat{\imath}_0$ estimada siguiendo la trayectoria de la señal de corriente i_0 y en la Fig. 4.2 se muestra la señal de voltaje $\hat{V}_{CO}$ estimado siguiendo la trayectoria de la señal de voltaje V_{co}. En ambos gráficos se puede apreciar la variable real y la variable estimada.

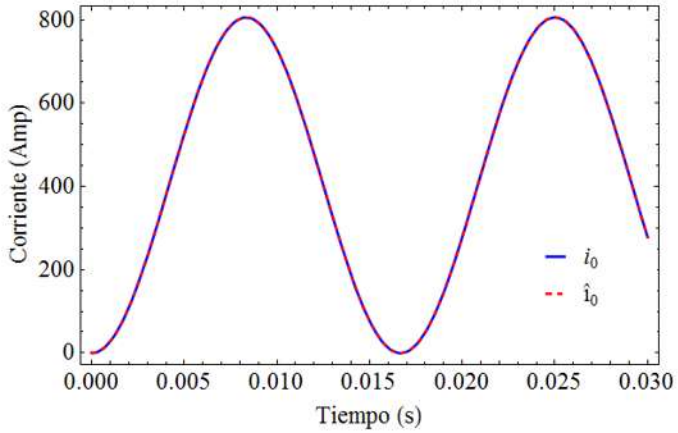


Fig.4.1 Corriente i_0 y corriente $\hat{\imath}_0$ estimada.

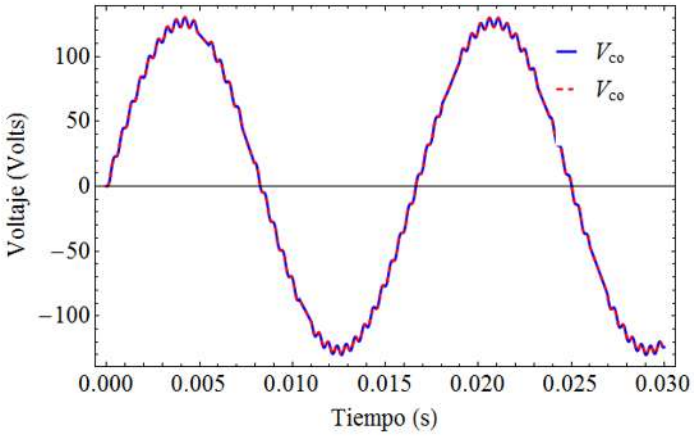


Fig. 4.2 Voltaje V_{co} y voltaje $\hat{V}_{co}$ estimado.

4.3 Simulación y resultados del inversor

El inversor monofásico conectado a la red mediante un filtro LCL mostrado en la Fig. 2.1 ha sido considerado para la simulación, en la cual, los parámetros utilizados son: L_1=2mH, L_0=833μH, C_0=10μF, ω=2πf, f=50Hz, V_s=230 √2 Sin[2π f t], e=430v, P=2.5kW, y las condiciones iniciales para los estados son: $x_1[0] = 0, x_2[0] = 0, x_3[0] = 0, x_4[0] = 0, x_5[0] = 0$; además, el parámetro de ganancia de estimación γ = 200.

Las matrices Q y R que dan solución a la ecuación matricial simétrica de Riccati (3.4), determinan la importancia relativa del error y del gasto del sistema [14], así también como la importancia relativa de cada variable de estado y de control; por lo cual, la selección de las matrices Q y R sea de manera intuitiva para determinar su valor.

Las matrices Q y R son las siguientes

$$\boldsymbol{Q} = [1000] \text{ y } \boldsymbol{R} = [0.1]$$

El vector de referencias para la ecuación diferencial *z* (3.5) es

$$\boldsymbol{r} = [\boldsymbol{r_2}] = [\boldsymbol{x_2}_{,Ref}]$$

donde $\boldsymbol{x_2}_{,\,Ref} = PV_S / {V_S}^2_{RMS.}$

En base a la ley de control óptimo (3.3), se obtienen los siguientes resultados de las simulaciones realizadas.

En la Fig. 4.3 se puede apreciar el seguimiento correcto de la señal de corriente $\boldsymbol{i_0}$ a la referencia $\boldsymbol{x_2}_{,\,Ref}$, teniendo así un seguimiento de trayectoria deseada.

En la Fig. 4.4 se muestra y la señal de corriente $\boldsymbol{i_0}$ en fase con el voltaje de la red eléctrica $\boldsymbol{V_s}$ y en la Fig. 4.5 se muestra la sincronización entre el inversor y la red eléctrica la cual se llevó acabo por medio del observador de estado de orden reducido, logrando el seguimiento en el voltaje de la red eléctrica.

Por último, en la Fig. 4.6 se muestra la señal de control óptimo es la señal moduladora para el PWM, la cual se encuentra dentro del intervalo cerrado [-1, 1] tal como se puede observar.

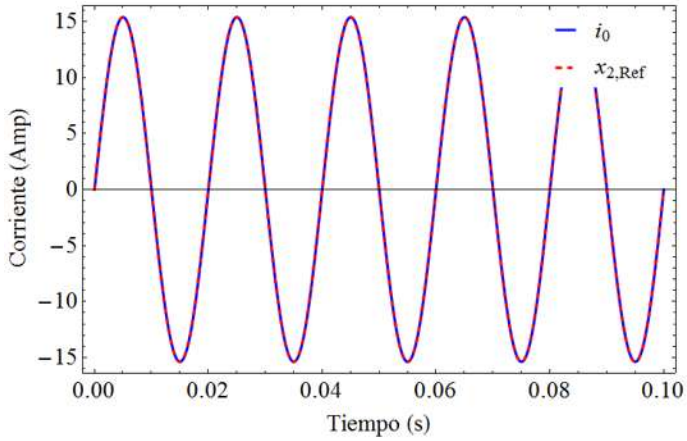


Fig. 4.3 Seguimiento de trayectoria de la corriente $\boldsymbol{i_0}$.

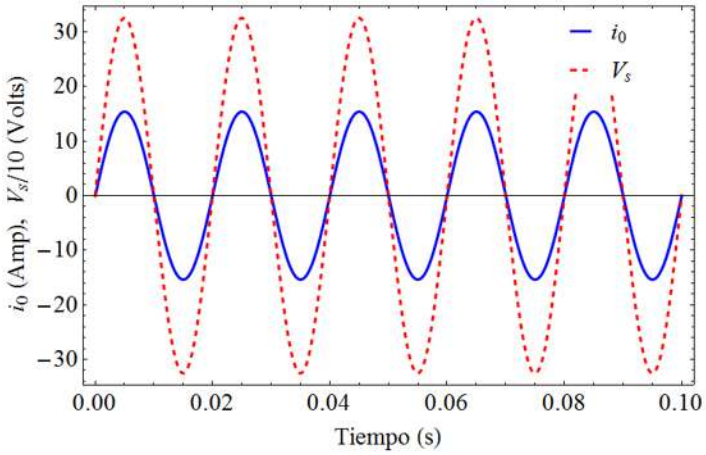


Fig. 4.4 Corriente i_0 en fase con el voltaje de red V_s.

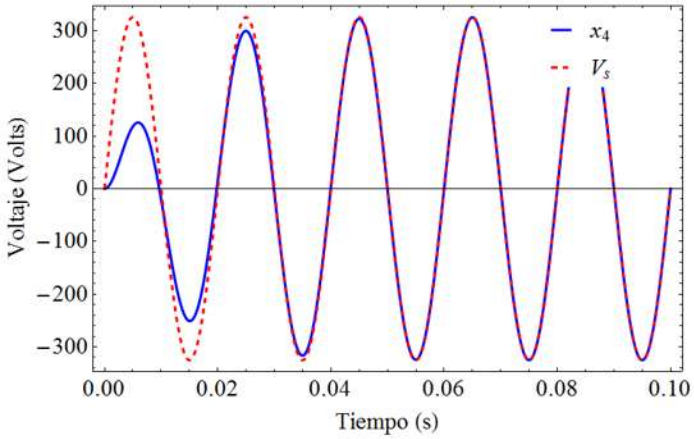


Fig. 4.5 Seguimiento del estado x_4 al voltaje V_s de la red para la sincronización.

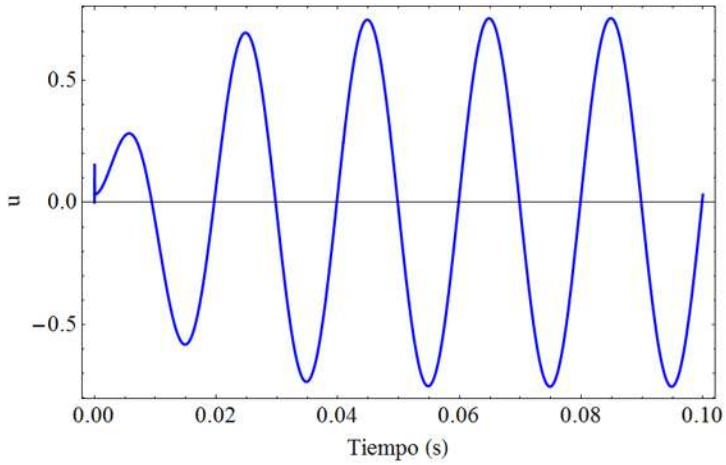


Fig. 4.6 Señal de control óptimo para el inversor, (señal moduladora para el PWM).

La simulación es una parte muy importante en el desarrollo de la investigación, ya que por medio de esta se puede validar la parte teórica. Se validó la ley de control óptimo para el inversor monofásico teniendo así una respuesta óptima para el sistema. También se validó el vector de ganancias del observador de orden reducido, las cuales garantizan que la variable estimada tienda a ser la variable real.

Capítulo 5
Conclusiones y trabajo futuro

5.1 Conclusiones

En este trabajo se propuso un control óptimo para un inversor monofásico conectado a la red eléctrica mediante un filtro LCL, en el cual,

- Se analizó el inversor conectado a la red eléctrica mediante un filtro LCL y del cual se obtuvo su modelado en espacio de estados; y se utilizó posteriormente en el diseño del observador y controlador.
- Se diseñó un observador de orden reducido para estimar las variables V_{co} e i_0, las cuales no están disponibles de mediciones.
- Se logró desarrollar un algoritmo de control óptimo para el inversor, el cual logra un seguimiento de la trayectoria deseada.
- Se implementó un método de sincronización a la red eléctrica, el cual consistió en el diseño de un observador para estimar voltaje y fase de la red eléctrica.

Se simuló el sistema conformado por el inversor, el filtro LCL y la red eléctrica, aplicándole el algoritmo de control óptimo, obteniendo los resultados deseados; también se simuló el observador de orden reducido y se obtuvo la estimación de estado para llevar acabo la sincronización.

Finalmente, en esta investigación, se ha conseguido cumplir con el objetivo principal, el desarrollo y la aplicación del control óptimo en un inversor monofásico.

5.2 Trabajo futuro

La investigación de este trabajo da la oportunidad de seguir investigando en este campo. A continuación, se plantean propuestas para trabajo futuro:

- Implementar los algoritmos desarrollados en un inversor en tiempo real.
- Hacer uso del software *NI Multisim*™ para modelar el inversor (modelo conmutado).
- Desarrollar una interfaz gráfica entre el software *NI Multisim*™ y *NI LabVIEW*™ para fines de implementación.

Referencias

[1] F. Blaabjerg, R. Teodorescu, Z. Chen, and M. Liserre. Power converters and control of renewable energy systems. In Procceding of ICPE, pages 2-20, 2004.

[2] Y. Chen, H. Wu, Y. Chen, K. Lee and S. Shyu. "The AC Line Current Regulation Strategy for the Grid-Connected PV System", *IEEE Trans. on Power Electronics*, vol. 25, no.1, pp. 209-218, Jan. 2010.

[3] J. Selvaraj and N. A. Rahim, "Multilevel Inverter For Grid-Connected PV System Employing Digital PI Controller", *Industrial Electronics, IEEE Transactions*, vol. 56, no.1, pp. 149-158, Jan. 2009.

[4] A. Villa Manrique. "Estudio del filtro LCL aplicado a inversores fotovoltaicos", M.S. thesis, Universidad Carlos III de Madrid, Departamento de Ingeniería Eléctrica, Leganés, Julio 2011.

[5] M. H. Rashid. Electrónica de potencia, Circuitos, dispositivos y aplicaciones. segunda edición, Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.

[6] R. G. Hoft, Semiconductor Power Electronics, New York: Van Nostrand Reinhold, 1986.

[7] D. R. Mueller, "Teoría del inversor", [online] http://www.ehowenespanol.com/teoria-del-inversor-hechos_49714/

[8] E. Figueres Amorós, J. M. Benavent García, G. Garcerá Sanfeliu. "Simulación de circuitos electrónicos de potencia con PSPICE", Editorial Alfaomega, Universidad politécnica de Valencia.

[9] C. L. Trujillo Rodríguez, D. Velasco de la Fuente, E. Figueres Amorós, G. Garcerá Sanfeliú, J. Guacaneme Moreno. "Diseño, modelado e implementación de inversor

conectado a la red eléctrica a partir de fuentes renovables", Tecnura Vol. 16 No. 32 pp. 12 - 28 Abril - Junio de 2012.

[10] J. Bauer. "Single Phase Voltage Source Inverter Photovoltaic Application", Acta Pplytechnica Vol. 50 No. 4/2010.

[11] X. Zong. "Single phase grid connected DC/AC inverter with reactive power control for residential PV application", M.S. thesis, University of Toronto 2011.

[12] L. E. Boyano Vannucchi. "Diseño, construcción y validación experimental de un inversor monofásico con control digital conectado a red para paneles fotovoltaicos", tesis de licenciatura, Universidad Carlos III de Madrid, Julio 2009.

[13] M.I. I. I. Lázaro Castillo. Ingeniería de sistemas de control continuo, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, primera edición.

[14] K. Ogatta. Ingeniería de control moderna, Prentice Hall 1998, tercera edición.

[15] D. E. Kirk. Optimal Control Theory an Introduction, Dover Publication, Inc. Mineola, New York 1998.

[16] D. S. Naidu. Optimal Control Systems, 2003 by CRC Press LLC.

[17] B. D. O. Anderson, John B. Moore. Optimal Control Linear Quadratic Methods, Prentice-Hall Internacional, Inc. 1989.

[18] H. Tang, R. Zhao, S. Tnag, Z. Zeng, Linear Quadratic Optimal Control of a Single-Phase Grid-Connected Inverter With an LCL Filter, College of Electrical Engineering, Zhejiang University, 978-1-4673-0158-9/12 IEEE.

[19] H. Komurcigil, O. Kukrer, A. Doganalp, Optimal control for single-phase UPS inverters based on linear quadratic regulater approach, Dep. of Comput. Eng. Eastern Mediterranean Univ. 1-4244-0193-3/06 IEEE.

[20] D. W. Hart. Electrónica de Potencia, Ed. Prentice Hall 2001, págs. 333-335.

[21] Escobar, S. Pettersson and C. N. M. Ho, “Control of single-phase inverter connected to the grid through an LCL filter”, Power electronics Group, Corporate Research Center – ABB Switzerland Ltd. 2012 IEEE.

[22] H. A. Taha, Investigación de operaciones, México, Pearson Educación, 2004.

[23] R. J. Mantz, “Introducción al control óptimo”, Universidad Nacional de la Plata, Departamento de Electrotecnia, 2003.

[24] F. Ornelas Tellez, J. J. Rico Melgoza, Optimal Tracking Control for Energy Management Systems in Microgrids, Electrical Engineering, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, 978-1-4799-0066-4/13 2013 IEEE.

[25] F. van der Heijden, R. P. W. Duin, D. de Ridder, D. M. J Tax, J. Wiley and Sons Inc. “Classification, Parameter Estimation and state estimation”, ISBN 0-470-09013-8, 2004.

[26] M. Granada, Scientia et Technia Año IX, No 22, Octubre 2003. UTP. ISSN 0122-1701.

[27] L. Grigsby. “Power System Stability and Control”, CRC Press, 2007, ISBN 13: 978-0-8493-9291-7.

[28] A. J. Wood, B. F. Wollenberg, J. Wiley and Sons Inc. “Power Generation, Operation and Control”, 1996, ISBN: 0-471-58699-4.

[29] R. Pindado, “Phase locked-loop (PLL): Fundamento y aplicaciones”, Universidad Politécnica de Catalunya, Departamento d’Enginyeria Electrònica E. U. E. T. I. T c/Colón, 1 08222 Terrassa.

[30] R. E. Shannon, J. D. Johannes, “Systems simulation: the art and science”, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. 1976, Vol. 6 (10) pp 723-724.