



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN
NICOLÁS DE HIDALGO**

FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

**DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN SISTEMA DE
CONTROL DE UN PÉNDULO INVERTIDO LINEAL
BASADO EN MICROCONTROLADOR**

TESIS

**Para obtener el título de
INGENIERO EN ELECTRÓNICA**

Presenta

EUTIQUIO CAMARENA MENDOZA

Asesor de Tesis

ING. ELECTRICISTA

IGNACIO FRANCO TORRES

Diciembre del 2016

Agradecimientos

El presente trabajo de tesis es la culminación de un proceso que llega a su final, sin embargo, me es grato recordar y agradecer a todas las personas que compartieron conmigo valiosos momentos.

Tales como a mis profesores que tenían el único interés de brindarme sus conocimientos, a mi institución que permitió a través de sus instalaciones mi formación. Y que al día de hoy puedo decir satisfactoriamente que lo han logrado.

Especialmente agradezco a la UMSNH, a la Facultad de Ingeniería Eléctrica, al Laboratorio de Electrónica y a mis asesores, el Dr. José Juan Rincón Pasaye y el Ing. Ignacio Franco Torres quienes me brindaron su tiempo y apoyo para la culminación de este proyecto.

Dedicatoria

Aunque este espacio sea insuficiente y con ello tenga que ser breve, agradezco y dedico de todo corazón el presente trabajo de tesis que implica la conclusión de mi carrera, a mi institución la UNMSNH, a la Facultad de Ingeniería Eléctrica, a mis asesores, el Dr. José Juan Rincón Pasaye y el Ing. Ignacio Franco Torres; a mis padres: Eutiquio Camarena Durán y María Dolores Mendoza Gutiérrez; a mis hermanos: Berenice Camarena Mendoza, Marlem Camarena Mendoza, Francisco Camarena Mendoza; a mi esposa Rocío Ortiz Amaya e hijo Iker Camarena Ortiz.

A pesar de los buenos y malos momentos agradezco el apoyo y la confianza que depositaron en mí, para concluir un ciclo importante en mi vida.

A ustedes amigos y compañeros con quienes conviví pasando infinidad de momentos memorables a su lado.

Índice

Agradecimientos	ii
Dedicatoria.....	iii
Índice	iv
Resumen.....	vii
Palabras Clave.....	viii
Abstract	ix
Keywords	x
Lista de Figuras.....	xi
Lista de Tablas	xiii
Lista de símbolos y abreviaciones	xiv
Capítulo 1 Introducción	1
1.1.- Introducción.....	1
1.2.- Antecedentes.....	4
1.3.- Objetivo general	6
1.4.- Justificación.....	6
1.5.- Descripción de los capítulos	7
Capítulo 2 Descripción del hardware.....	8
2.1.- Introducción.....	8
2.2.- Descripción general	8
2.3.- Estructura mecánica.....	12
2.4.- Sensores	20
2.4.1.- Potenciómetros lineales	20

2.4.2.- Encoder.....	23
2.5.- Actuador	24
2.6.- Microcontrolador.....	26
2.7.- Circuitos electrónicos auxiliares.....	28
2.7.1.- Circuito de acoplamiento óptico.....	28
2.7.2.- Circuito puente H	29
2.7.3.- Circuito decodificador	31
2.7.4.- Circuito de acondicionamiento de los potenciómetros lineales.	32
2.8.- Fuentes de alimentación	37
2.9.- Descripción del panel frontal.....	38
Capítulo 3 Modelado matemático.....	40
3.1.- Modelado matemático	40
3.1.1.- Función de transferencia del sistema.....	42
3.2.- Control del sistema.....	44
Capítulo 4 Descripción del software.....	46
4.1.- Introducción.....	46
4.2.- Herramienta de desarrollo	46
4.3.- Descripción general del software.	47
4.4.- Estrategia de control del prototipo.	50
4.4.1.- Controles PID.....	51
4.4.2.- Control swing-up.....	52
4.5.- Modo demostrativo.....	54
4.6.- Modo local.....	55
4.7.- Modo externo.....	55
Capítulo 5 Pruebas realizadas	56

5.1.- Descripción general	56
5.2.- Pruebas en lazo abierto	56
5.2.1.- Sensores	56
5.2.2.- Actuador	57
5.3.- Pruebas en lazo cerrado	57
5.3.1.- Operación normal	57
5.3.2.- Respuesta a perturbaciones.....	57
5.3.3.- Respuesta del swing-up	58
Capítulo 6 Conclusiones	59
Bibliografía	60
Apéndices.....	61

Resumen

En este trabajo se presenta el diseño, construcción, instrumentación y control de un prototipo de péndulo invertido de desplazamiento longitudinal, el cual tiene la finalidad de servir como una plataforma educativa para la enseñanza de técnicas de control retroalimentado para estudiantes tanto de nivel licenciatura como de nivel posgrado.

El prototipo construido consta básicamente de una varilla recta, rígida, que descansa en uno de sus extremos formando una articulación no actuada sobre un carro que puede moverse de forma horizontal a lo largo de un riel rectilíneo. La varilla se mueve libremente alrededor de la articulación sobre el carro y el objetivo del control es llevar la varilla desde la posición colgante inicial, a su posición erguida e inestable. A fin de estabilizar al péndulo en su posición erguida, el sistema cuenta con la instrumentación electrónica (sensores, actuadores y microcontrolador) necesaria para ejecutar las acciones de control.

La instrumentación desarrollada está conformada por un microcontrolador PIC18F4550 y los elementos electrónicos auxiliares que junto con el software desarrollado se encarga de adquirir el valor de la posición angular del brazo, la posición de referencia en la cual se debe de mantener el carro, ejecutar el algoritmo de control y generar una señal de control que reduce la desviación respecto a la referencia a cero o a un valor pequeño y simultáneamente mantiene erguida la posición del brazo. Para mover el carro se cuenta con un motor de corriente directa que transforma la señal de control en la fuerza que actúa sobre el carro.

Se resuelve el problema de estabilización mediante un control PID clásico con anti-windup y con compensación de zona muerta. Además, se resuelve el problema de “Swing-up” mediante una estrategia empírica que se describe en el interior de la tesis.

Palabras Clave

Actuador, Antiwindup, Amplificador, Articulación, Automático, Circuito, Control, Diagrama, Encoder, Estabilidad, Hardware, Instrumentación, Interfaz, Microcontrolador, Modelado Matemático, Péndulo invertido, Planta, Programación, Prototipo, Sensores, Sistema, Software, Subactuado, Swing-up, Tecnología

Abstract

In this work it will be present the design, construction, instrumentation and control of a prototype of a pendulum invested of longitudinal movement, which purpose is serving as a platform for education as a technique for teaching feedback control techniques for students from degree and postgraduate levels.

The built prototype basically consist of a straight rigid rod, which rests on one of its ends forming a joint no acted on a car that can move horizontally along a rectilinear rail. The rod moves freely around the joint on the carriage and the control objective is to carry the rod from the initial pendant position, to the unstable upright position. In order to stabilized the pendulum in the upright position, the system counts with the electronic instruments (such as sensors, actuators and microcontroller) that are required to run the control measures.

The developed instrumentation is conformed by a microcontroller PIC18F4550 and the other electronic auxiliary elements which together with the developed software, are responsables for some actions like: acquiring the value of the angular position of the arm, the reference position in which should be maintained for the carriage, run the control of the algorithm and generate a control signal that reduces the deviation in respect to the references to zero or to a small value and at the same time it maintains the arm in the upright position. To move the carriage, the pendulum counts with a direct power motor that transforms the control signal into the force that acts on the carriage.

It solves the problem of stabilization with a classic PID control with anti windup and with a dead zone compensation. It also resolves the “swinging-up” problem through an empirical strategy that is described in the thesis.

Keywords

Actuator, Antwindup, Application, Joint, Automatic, Circuit, Control, Diagram, Encoder, Stability, Hardware, Instrumentation, Interface, Microcontroller, Mathematical Modeling, inverted pendulum, Plant, Programming, Prototype, Sensors, System, software, Subactuated, Swinging, Technology

Lista de Figuras

Figura 1. 1: Péndulo con rueda de inercia	2
Figura 1. 2: Acrobot.....	2
Figura 1. 3: Pendubot.....	3
Figura 1. 4: Doble péndulo invertido.....	3
Figura 1. 5: Péndulo rotatorio o de Furuta.....	4
Figura 1. 6: Péndulo invertido de quanser academic	5
Figura 1. 7: Péndulo invertido de sumais crd labs	5
Figura 1. 8: Péndulo invertido de Shandong xingke intelligent technology.....	6
Figura 2. 1: Diagrama de bloques del sistema de péndulo invertido.....	8
Figura 2. 2: Estructura de un péndulo invertido lineal.	9
Figura 2. 3: Diagrama de bloques del hardware	11
Figura 2. 4: Estructura mecánica	12
Figura 2. 5: Base de la estructura del péndulo.....	13
Figura 2. 6: Barra guía de acero inoxidable.....	13
Figura 2. 7: Barra atornillándose a la base.....	14
Figura 2. 8: Rosca interna de la barra guía.	14
Figura 2. 9: Abrazadera tipo omega.....	14
Figura 2. 10: Abrazadera omega al costado izquierdo de la base.....	14
Figura 2. 11: Poleas.	15
Figura 2. 12: Polea acoplada al eje del motor.....	15
Figura 2. 13: Polea fija.....	16
Figura 2. 14: Banda de hilo de cáñamo.	16
Figura 2. 15: Rodamiento lineal cuadrado.....	17
Figura 2. 16: Soporte para la articulación del péndulo.....	17
Figura 2. 17: Soporte con rueda.....	18
Figura 2. 18: Tornillo para sujetar la banda.....	18
Figura 2. 19: Carro del péndulo.....	18

Figura 2. 20: Montaje del péndulo sobre el sensor en el carro.	19
Figura 2. 21: Potenciómetros lineales multivuelta.....	20
Figura 2. 22: Diagrama descriptivo del potenciómetro lineal multivuelta.	21
Figura 2. 23: Divisor de tensión.....	21
Figura 2. 24: Grafica de tensión de la salida y el desplazamiento angular del péndulo.	22
Figura 2. 25: Grafica de la tensión de salida y el desplazamiento horizontal del carro.	22
Figura 2. 26: Encoder incremental.....	23
Figura 2. 27: Pulsos generados por el encoder en sentido horario.	23
Figura 2. 28: Pulsos generados por el encoder en sentido antihorario.	24
Figura 2. 29: Motor de corriente directa.	24
Figura 2. 30: Fuerza necesaria para mover el carro.	25
Figura 2. 31: Diagrama de pines del microcontrolador PIC18F4550.....	27
Figura 2. 32: Circuito de acoplamiento óptico.	28
Figura 2. 33: Diagrama de pines del L293B.....	30
Figura 2. 34: Diagrama de bloques de puente H.....	30
Figura 2. 35: Control bidireccional del motor de corriente directa.	31
Figura 2. 36: Circuito decodificador.....	32
Figura 2. 37: Amplificador seguidor.....	33
Figura 2. 38: Amplificador diferencial.	33
Figura 2. 39: Circuito de acondicionamiento.....	36
Figura 2. 40: Regulador de voltaje 7805.....	37
Figura 2. 41: Circuito MAX232.	38
Figura 2. 42: Panel frontal.	39
Figura 3. 1: Diagrama de cuerpo libre	40
Figura 3. 2: Diagrama de bloques del sistema de control.....	44
Figura 4. 1: Logo de software de desarrollo	47

Lista de Tablas

Tabla 2. 1: Lógica de operación del motor.	29
Tabla 2. 2: Rangos máximos de operación del L293B.	29

Lista de símbolos y abreviaciones

<i>A</i>	Amperes
<i>cm</i>	Centímetros
<i>Convertidor A/D</i>	Convertidor Analógico / Digital
<i>CD</i>	Corriente Directa
<i>e_a</i>	Error de ángulo
<i>e_p</i>	Error de posición
<i>F</i>	Fuerza
<i>KD</i>	Ganancia Derivativa
<i>KD_p</i>	Ganancia Derivativa de posición
<i>KD_a</i>	Ganancia Derivativa del ángulo
<i>KI</i>	Ganancia Integral
<i>KI_p</i>	Ganancia Integral de posición
<i>KI_a</i>	Ganancia Integral del ángulo
<i>KP</i>	Ganancia Proporcional
<i>KP_p</i>	Ganancia Proporcional de posición
<i>KP_a</i>	Ganancia Proporcional del ángulo
<i>kg – cm</i>	Kilogramo por centímetro
<i>kg – mt</i>	Kilogramo por metro
\overrightarrow{Kg}	Kilogramos fuerza
<i>m</i>	Metro
$\frac{m}{s^2}$	Metro sobre segundo cuadrado
<i>μs</i>	Micro segundo
<i>mA</i>	Mili Amperes
<i>mm</i>	Milímetro
<i>N</i>	Newton
<i>PIC</i>	<i>Peripheral Interface Controller (controlador de interfaz periférico)</i>
<i>∴</i>	Por lo tanto

<i>PID</i>	Proporcional – Integral – Derivativo
<i>PWM</i>	<i>Pulse –width modulation (modulación por ancho de pulsos)</i>
<i>rpm</i>	Revoluciones por minuto
U. M. S. N. H	Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo
<i>V_{cc}</i>	Voltaje de corriente continúa
V	Volts

Capítulo 1

Introducción

1.1.- Introducción

El diseño, la construcción y operación del péndulo invertido lineal que se presenta en este trabajo se hace con el fin de desarrollar y construir un prototipo que ha ganado mucho interés en educación en la teoría de control moderna, ya que se trata de un sistema inestable, no lineal y subactuado que representa una serie de retos interesantes para los estudiantes en el área de control automático [1].

El péndulo invertido que se describe se compone básicamente de un brazo rígido que descansa en uno de sus extremos sobre un carro que puede moverse de forma horizontal. El brazo se mueve libremente alrededor de la articulación en el carro y el objetivo del control es llevar el brazo desde la posición colgante inicial, u otra posición inicial cualquiera, a las proximidades de la posición deseada, y estabilizar al péndulo en la posición invertida [1].

Por tanto, el control del péndulo invertido lo podemos dividir en dos problemas: el primer problema conocido como *swing up* consiste esencialmente en inyectar al péndulo energía para llevar el centro de gravedad desde la posición inicial a la posición invertida deseada final y el segundo problema consiste en estabilizar el péndulo en esa posición invertida [2].

Debido a que la inclinación del brazo no puede ser controlada directamente (no cuenta con un actuador en la articulación), el péndulo invertido se dice que es un sistema subactuado [1].

Existen diversos tipos de péndulo invertido como el péndulo con rueda de inercia, el acrobot, el pendubot (robot péndulo), el doble péndulo invertido, el péndulo rotatorio, etc.

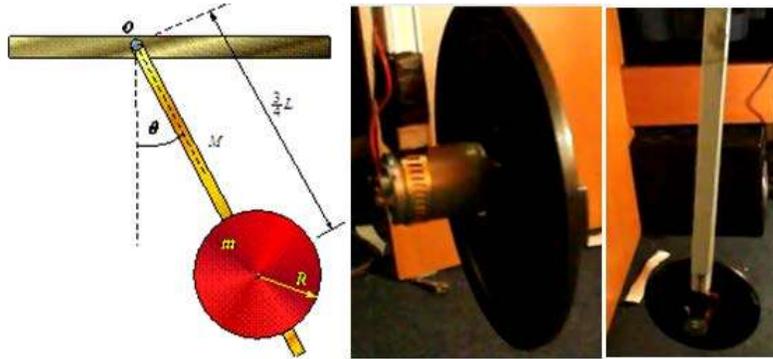


Figura 1. 1: Péndulo con rueda de inercia

El péndulo con rueda de inercia es un tipo de péndulo que oscila mediante el traspaso de momento angular generado por la rotación de un disco impulsado por un motor y montado en el extremo del péndulo, como se muestra en la figura 1.1.

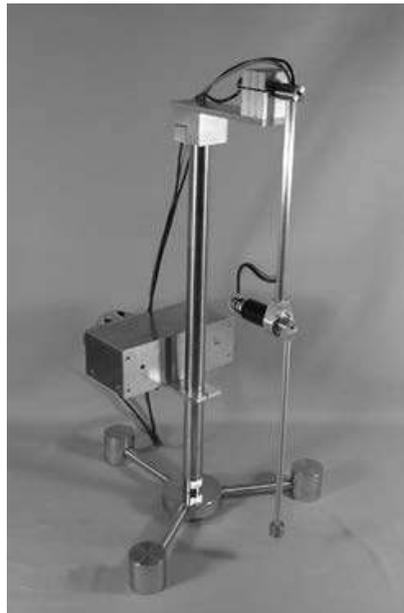


Figura 1. 2: Acrobot

El Acrobot es un brazo robot subactuado que ha sido estudiado como un problema difícil de control en la teoría de control, AI (Inteligencia artificial), Robótica, Aprendizaje automático y consiste en dos articulaciones giratorias de las cuales solo la segunda está actuada por un

motor, el objetivo de control también consiste en llevar las dos articulaciones a su posición vertical inestable como se muestra en la figura 1.2.

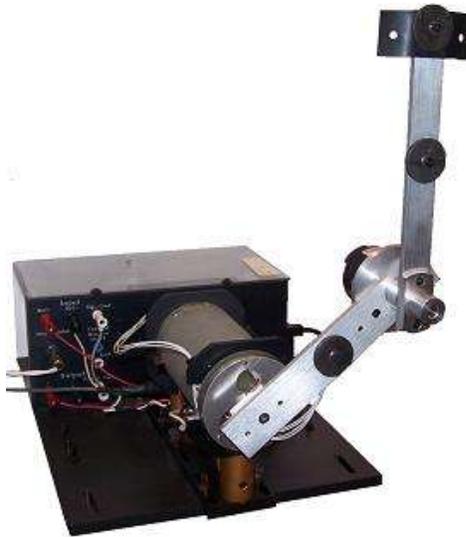


Figura 1. 3: Pendubot

El pendubot (conjunción de las palabras péndulo y robot) es una plataforma mecatrónica en la que se conjuga el análisis, diseño y estudio del doble péndulo invertido, aplicando conocimientos de diversas áreas de la matemática y la ingeniería. El pendubot consta de dos eslabones acoplados en un punto común. El extremo del segundo de ellos se encuentra libre mientras que el primero está sujeto a un torque aplicado por un motor (Figura 1.3).

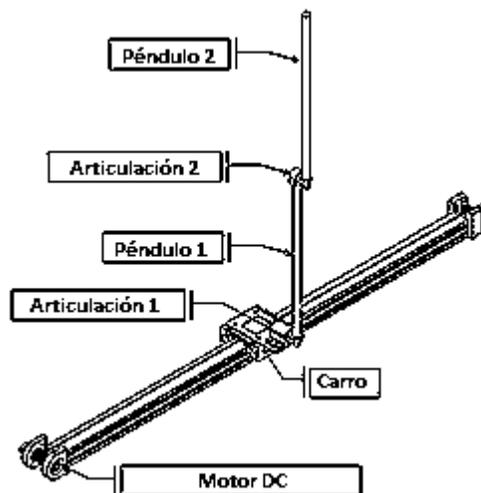


Figura 1. 4: Doble péndulo invertido

El doble péndulo invertido es un sistema compuesto por dos péndulos, donde el segundo cuelga del extremo del primero como se muestran en la figura 1.4.

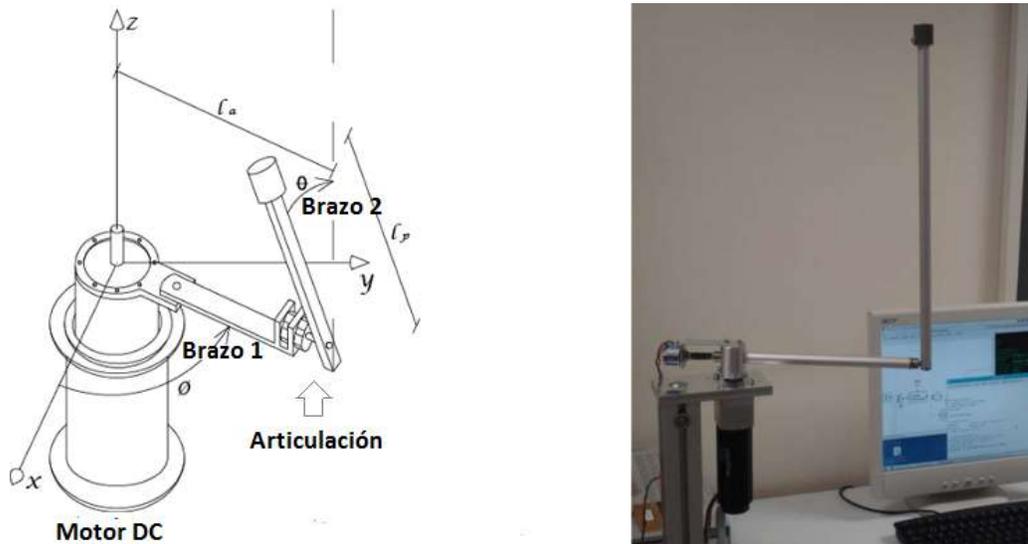


Figura 1. 5: Péndulo rotatorio o de Furuta

El péndulo rotatorio o péndulo de Furuta consta de un brazo accionado que gira en el plano horizontal y un péndulo unido a ese brazo que es libre de girar en el plano vertical, es muy similar al péndulo invertido lineal, solo que este en lugar de una base que se desplaza en línea recta, se monta sobre una base giratoria (Figura 1.5).

1.2.- Antecedentes

Inicialmente, en los años 60 del siglo pasado, el péndulo invertido lineal solo podía ser observado en los laboratorios de control de las universidades más prestigiosas. La demostración consistía en situar inicialmente de forma manual el péndulo en la posición vertical invertida, soltarlo y que de forma autónoma, el péndulo continuase en la posición invertida [2]. Sin embargo, tiempo después y con evolución del control automático el sistema es incorporado como producto educativo por empresas dedicadas al desarrollo de tecnología, argumentando ser un problema clásico en la dinámica y en la teoría de control.

Además se utiliza ampliamente como un punto de referencia para las pruebas de algoritmos de control (controladores PID, redes neuronales, control difuso, algoritmos genéticos, etc.).

En la actualidad el péndulo invertido es un sistema muy utilizado para la enseñanza de técnicas de control moderno, por ello han proliferado las compañías que comercializan sus prototipos equipados con el hardware y software correspondiente.

En las figuras 1.6, 1.7, 1.8 se muestran los prototipos comercializados por 3 compañías distintas.

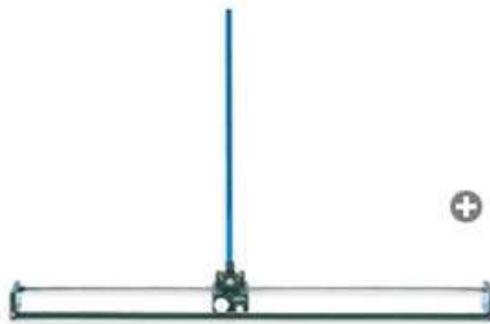


Figura 1. 6: Péndulo invertido de quanser academic



Figura 1. 7: Péndulo invertido de sumais crd labs



Figura 1. 8: Péndulo invertido de Shandong xingke intelligent technology

1.3.- Objetivo general

Diseñar y construir un sistema de control de péndulo invertido que pueda ser utilizado para la enseñanza de técnicas de control.

Para ello se plantean los siguientes objetivos secundarios:

- Construir la estructura mecánica del péndulo invertido de tal forma que las piezas que la constituyen sean económicas y accesibles.
- Montar en la estructura mecánica el motor y los sensores correspondientes al eje horizontal y al ángulo de inclinación.
- Diseñar los circuitos electrónicos necesarios, que permitan al microcontrolador PIC18F4550 controlar la planta.
- Construir un módulo que permita al alumno interactuar con el prototipo.

1.4.- Justificación

Muchos conceptos abstractos, tales como la estabilidad y la controlabilidad de un sistema, se pueden demostrar visualmente a través de un sistema con estas características. Además, el péndulo invertido es considerado actualmente un banco de pruebas para la investigación de las teorías de control modernas.

Los prototipos comerciales presentan un alto costo que hace difícil su adquisición, es por ello, que se ha optado por construir un prototipo que cumpla con las características descritas.

1.5.- Descripción de los capítulos

En el **capítulo 1** se plantea el panorama y fundamentos que definen el desarrollo de este trabajo de tesis.

En el **capítulo 2** se describe todo el hardware que da origen al sistema de péndulo invertido, además se detallan algunas razones que determinaron su diseño.

En el **capítulo 3** se establece el modelado matemático correspondiente al sistema de control de péndulo invertido.

En el **capítulo 4** se presenta el software desarrollado para el correcto funcionamiento del sistema, las estrategias de control utilizadas y los diferentes modos de operación.

En el **capítulo 5** se describen diferentes pruebas realizadas al prototipo, a la instrumentación y al software desarrollado.

En el **capítulo 6** se presentan las conclusiones obtenidas después de finalizar el prototipo.

Capítulo 2

Descripción del hardware

2.1.- Introducción

En este capítulo se describe el hardware desarrollado, es decir, se describe desde la estructura mecánica que permitió acoplar las partes del prototipo, hasta la circuitería desarrollada para los sensores y el actuador, así como para la interfaz con el microcontrolador.

2.2.- Descripción general

El sistema se ha construido tomando como punto de partida el diagrama de bloques de la figura 2.1 correspondiente al sistema de control de péndulo invertido sobre carro, debido, que en él se muestran los bloques representativos que conforman la etapa física del sistema y la manera en que interactúan.

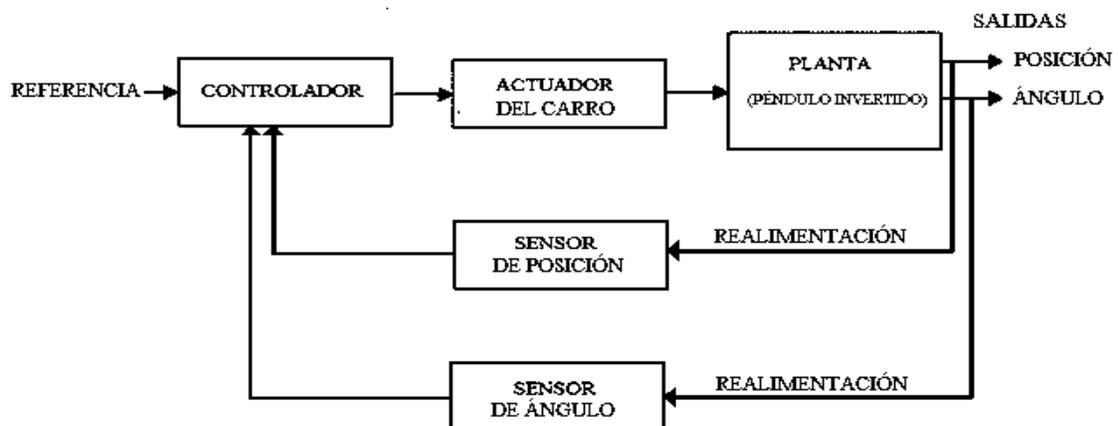


Figura 2. 1: Diagrama de bloques del sistema de péndulo invertido.

Lo que permitió centrar la problemática en la construcción de la planta en la selección de un controlador, un actuador y sensores adecuados.

La **planta** representa todo el sistema mecánico del péndulo y el carro, el cual es construido en forma similar al diagrama de la figura 2.2.

Este sistema cuenta con las siguientes características:

- El desplazamiento lineal del carro está acotado por la longitud de la barra.
- El péndulo articulado al carro cuenta con libertad de giro de 360° .
- La estructura cuenta con una polea fija que permite al actuador ejercer fuerza sobre el carro a través de una banda.

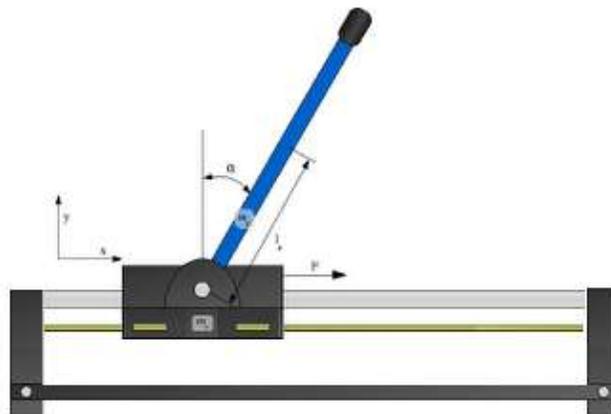


Figura 2. 2: Estructura de un péndulo invertido lineal.

Se utiliza un **microcontrolador** que es el encargado de comparar el valor real de las salidas de la planta con la entrada de referencia (el valor deseado), determinar la desviación y producir una señal de control que reducirá la desviación a cero o a un valor pequeño.

El **actuador** del carro es un motor de corriente directa, el cual recibe la señal de control tipo PWM del microcontrolador a través de un puente H que le proporciona la potencia necesaria.

Los **sensores** miden las variables de salida que tiene la planta, tal y como se observa en el diagrama de bloques de la figura 2.1. La primera variable (posición horizontal) se mide mediante dos maneras: con un potenciómetro lineal y con un encoder óptico de 100 pulsos/revolución, mientras, que la segunda variable (ángulo de inclinación del péndulo) solo se hará con un potenciómetro lineal.

El sistema cuenta con el siguiente conjunto de circuitos electrónicos que permiten al controlador interactuar con la planta.

- El **circuito de acoplamiento óptico** permite el paso de la acción de control aislando eléctricamente para proteger de una diferencia de potencial mayor al límite máximo del controlador.
- El **circuito puente H** maneja los niveles de corriente y de voltaje requeridos para el motor de CD y además permite controlar el motor de forma bidireccional.
- El **circuito de acondicionamiento** ajusta las señales que proporcionan los potenciómetros lineales al rango de máxima resolución seleccionado para el convertidor A/D.
- El **circuito decodificador** facilita al controlador adquirir el número de pulsos y el sentido de giro que proporcionan las señales desfasadas del encoder.

La figura 2.3 permite observar el diagrama completo que describe el hardware empleado para este sistema.

En las siguientes secciones se describe con mayor detalle la implementación de cada uno de los bloques de la figura 2.3.

2.3.- Estructura mecánica

La estructura mecánica completa del prototipo se muestra en la figura 2.4.

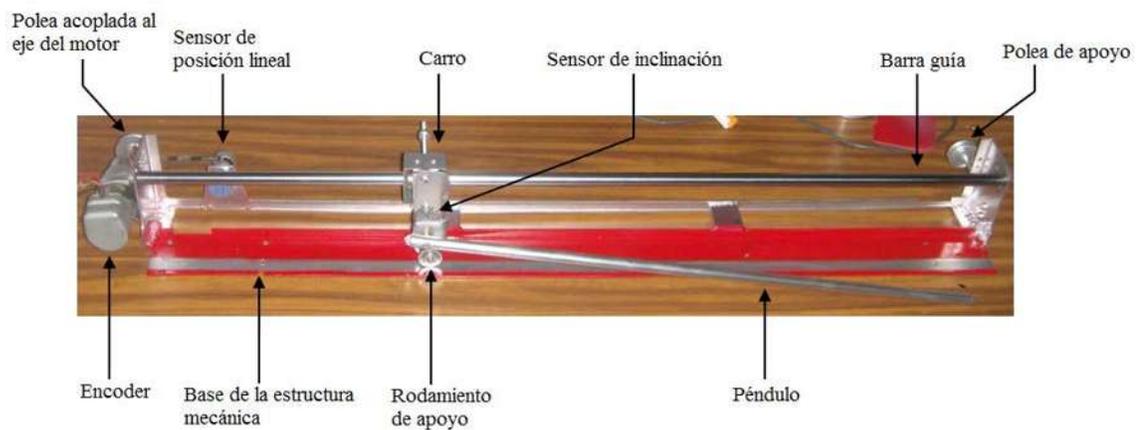


Figura 2. 4: Estructura mecánica

Como puede observarse, la estructura consta de varias partes que le permiten realizar los movimientos requeridos. A continuación, se irán describiendo las partes de la estructura.

Base

La base construida del péndulo (Figura 2.5) se encarga de mantener o sujetar todas las partes mecánicas involucradas con el prototipo incluyendo también la instrumentación electrónica.

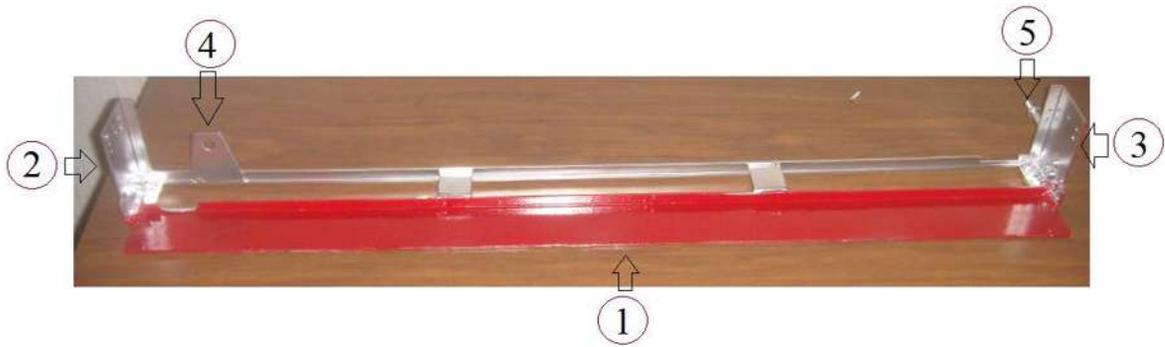


Figura 2. 5: Base de la estructura del péndulo

En la figura 2.5 se señalan con círculos numerados las partes principales de la base, las cuales son:

1. **Superficie de metal:** Permite al carro un desplazamiento estable.
2. **Costado izquierdo de la base:** Sujeta el motor de CD y la barra guía.
3. **Costado derecho de la base:** Sujeta la polea de apoyo y la barra guía.
4. **Placa de lámina de forma trapezoidal con orificio circular:** Sujeta el sensor de posición horizontal.
5. **Tornillo adherido al costado derecho:** Sujeta a polea de apoyo.

Barra guía de acero inoxidable

La barra de acero inoxidable (Figura 2.6) es la guía que permite al carro seguir una trayectoria lineal sobre la longitud de la superficie de metal de la estructura de la base.



Figura 2. 6: Barra guía de acero inoxidable

Esta se monta atornillando en sus extremos como se muestra en la figura 2.7, para esto la barra posee roscas internas (Figura 2.8).



Figura 2. 7: Barra atornillándose a la base.



Figura 2. 8: Rosca interna de la barra guía.

Soporte de motor

El soporte del motor de corriente directa es una abrazadera tipo omega (Figura 2.9) capaz de aprisionar la superficie cilíndrica del motor contra el costado izquierdo de la base haciendo uso de dos perforaciones y un par de tornillos (Figura 2.10).



Figura 2. 9: Abrazadera tipo omega.



Figura 2. 10: Abrazadera omega al costado izquierdo de la base.

Poleas

El sistema que emplea el actuador para ejercer la acción de fuerza sobre el carro se logra mediante el uso de dos poleas (Figura 2.11) encargadas de mover la banda que sujeta al carro.



Figura 2. 11: Poleas.

La primera de ellas se acopla al eje del motor (Figura 2.12), sobre ella se monta la banda (hilo) que mueve al carro. El radio de esta polea es de $r = 0.015\text{m}$.

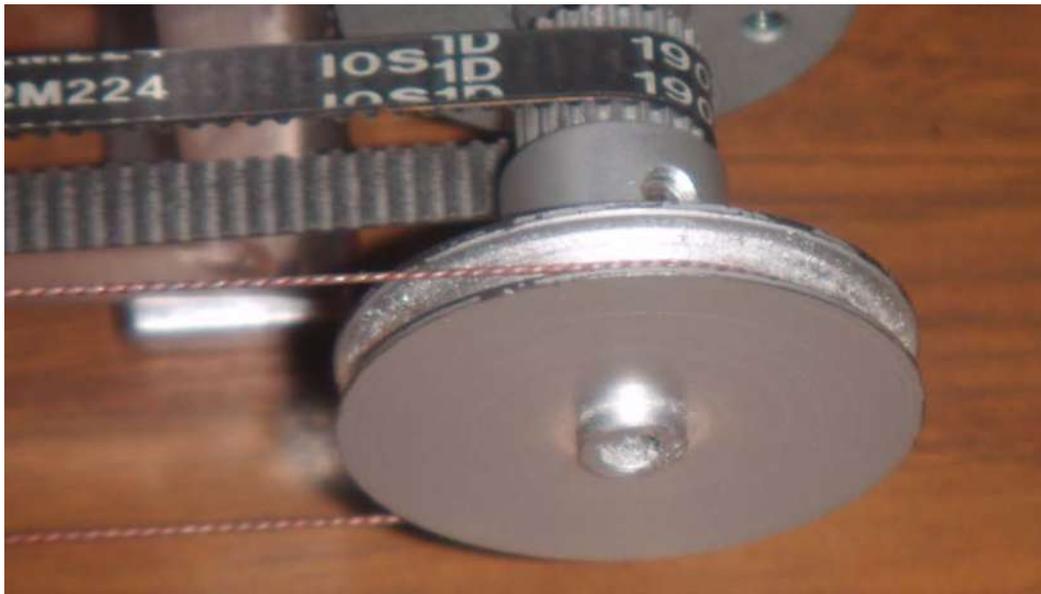


Figura 2. 12: Polea acoplada al eje del motor.

La segunda polea (Figura 2.13) se encuentra fija en el tornillo adherido al costado derecho de la base y solo es un punto de apoyo para la banda (hilo).



Figura 2. 13: Polea fija.

Banda (Hilo)

La banda que transmite el movimiento del motor de CD al carro se ha hecho a partir de hilo de cáñamo (Figura 2.14). Se eligió este mecanismo debido a que algunos prototipos comerciales como el de Quanser utiliza un engrane circular acoplado a un engrane lineal fijo y se ha observado que el engrane circular frecuentemente se derrapa o se rompe teniendo que remplazarlo frecuentemente por uno nuevo.

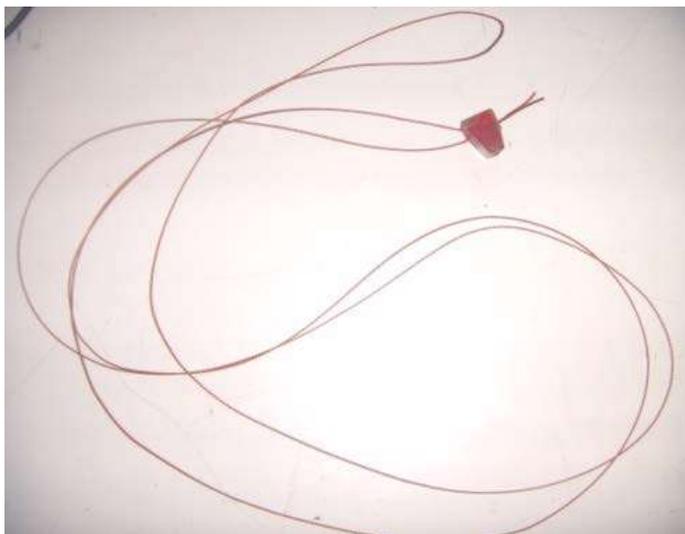


Figura 2. 14: Banda de hilo de cáñamo.

Carro

La construcción del carro está basada en un rodamiento lineal cuadrado (Figura 2.15), debido a que proporciona un desplazamiento de baja fricción sobre la barra guía de acero inoxidable.



Figura 2. 15: Rodamiento lineal cuadrado.

Para sujetar la articulación y para mantener al carro de forma horizontal fue necesario la implementación de dos soportes en la cara frontal del rodamiento, el primero de ellos sirve para sostener la articulación del péndulo y se aprecia en la figura 2.16 mientras el segundo sirve para apoyar el carro sobre la base horizontal a través de un balero y se muestra en la figura 2.17.



Figura 2. 16: Soporte para la articulación del péndulo.



Figura 2. 17: Soporte con rueda.

Para sujetar el cuerpo del carro con un punto fijo de la banda (hilo) se colocó un tornillo (Figura 2.18) en la cara trasera del carro.



Figura 2. 18: Tornillo para sujetar la banda

El conjunto de partes mencionadas constituye el cuerpo del carro, el cual se muestra con todas sus partes en la figura 2.19, en esta figura se señalan las partes que lo constituyen.

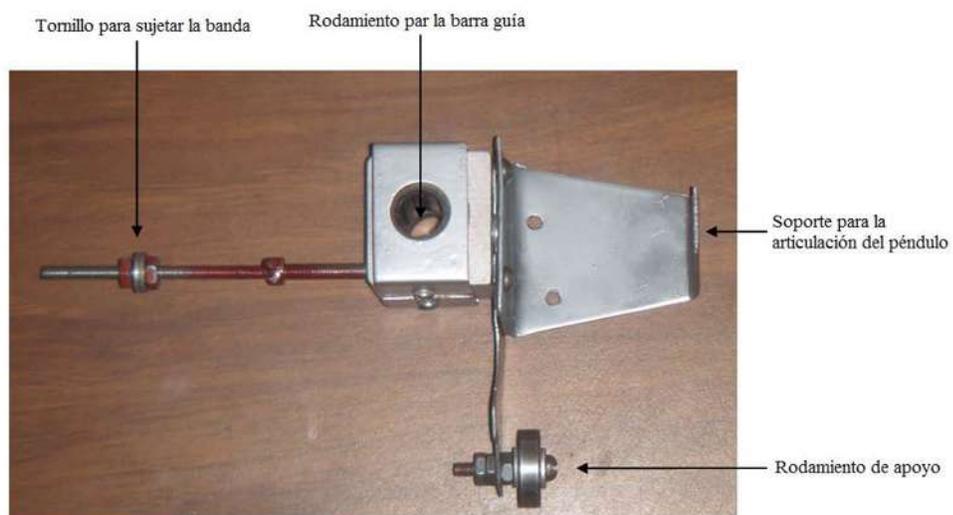


Figura 2. 19: Carro del péndulo

Péndulo

El péndulo consiste simplemente en una barra rígida de aluminio a la cual se le ha practicado una perforación circular en su base para permitir su montaje sobre un sensor lineal utilizado para medir el ángulo, éste va montado a su vez sobre el carro como se observa en la figura 2.20.



Figura 2. 20: Montaje del péndulo sobre el sensor en el carro.

El péndulo se monta mediante dos perforaciones, la primera para ingresar el eje del sensor o articulación del carro y la segunda para el tornillo de presión.

Sensor de posición horizontal

El sensor utilizado para medir la posición horizontal del carro es un potenciómetro lineal multivuelta, que permite convertir la posición angular del péndulo a un valor de voltaje proporcional como se describe en la sección de potenciómetros lineales.

2.4.- Sensores

Los sensores son dispositivos diseñados para recibir información de una magnitud del exterior y transformarla en otra magnitud, normalmente eléctrica fácil de cuantificar y manipular mediante la circuitería adecuada.

2.4.1.- Potenciómetros lineales

Un potenciómetro lineal (Figura 2.21) es un dispositivo electromecánico que consta de una resistencia de valor fijo sobre la que se desplaza un contacto deslizante, el cursor, que la divide eléctricamente.



Figura 2. 21: Potenciómetros lineales multivuelta.

El movimiento del cursor (Figura 2.22) origina un cambio en la resistencia medida entre el terminal central y uno cualquiera de los extremos. Este cambio de resistencia se utiliza para medir el desplazamiento lineal o angular de una pieza acoplada al eje del potenciómetro.

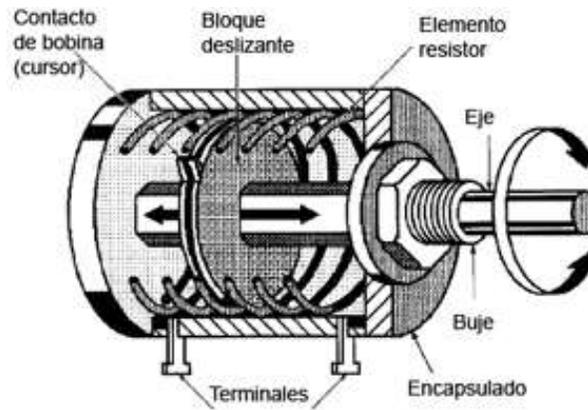


Figura 2. 22: Diagrama descriptivo del potenciómetro lineal multivuelta.

Para la obtención de una señal eléctrica relacionada con el desplazamiento se alimenta en general, con una tensión continua, adoptando la configuración de un simple divisor de tensión. En la figura 2.23 se muestra el divisor de tensión utilizado para convertir la posición angular en una señal de voltaje proporcional al ángulo, ésta configuración permite una linealidad entre la tensión de salida (V_o) y el desplazamiento angular (θ) como se muestra en la figura 2.24.

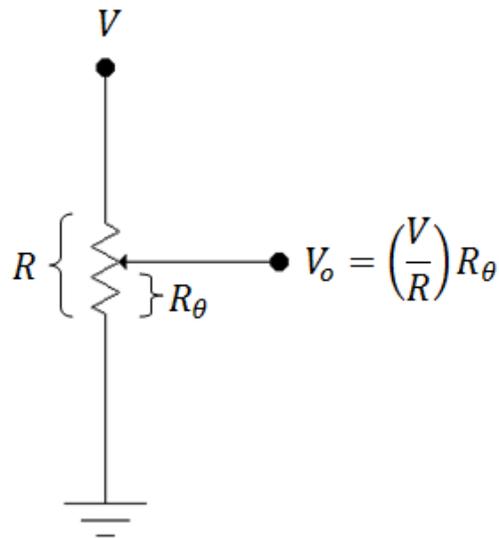


Figura 2. 23: Divisor de tensión.

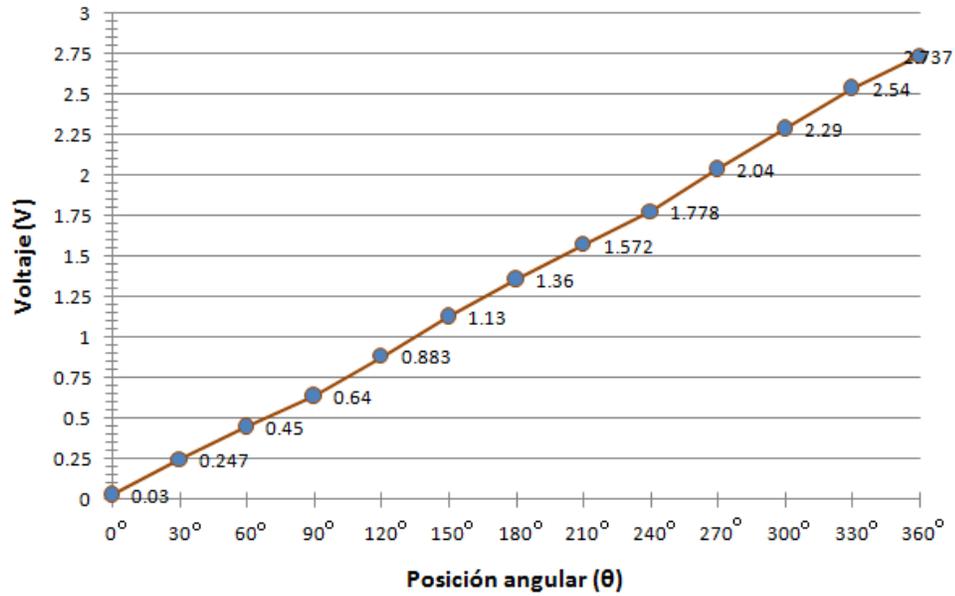


Figura 2. 24: Gráfica de tensión de la salida y el desplazamiento angular del péndulo.

De igual forma una configuración de divisor de tensión permite obtener una linealidad entre la tensión de salida y el desplazamiento horizontal que origina el carro (Figura 2.25).

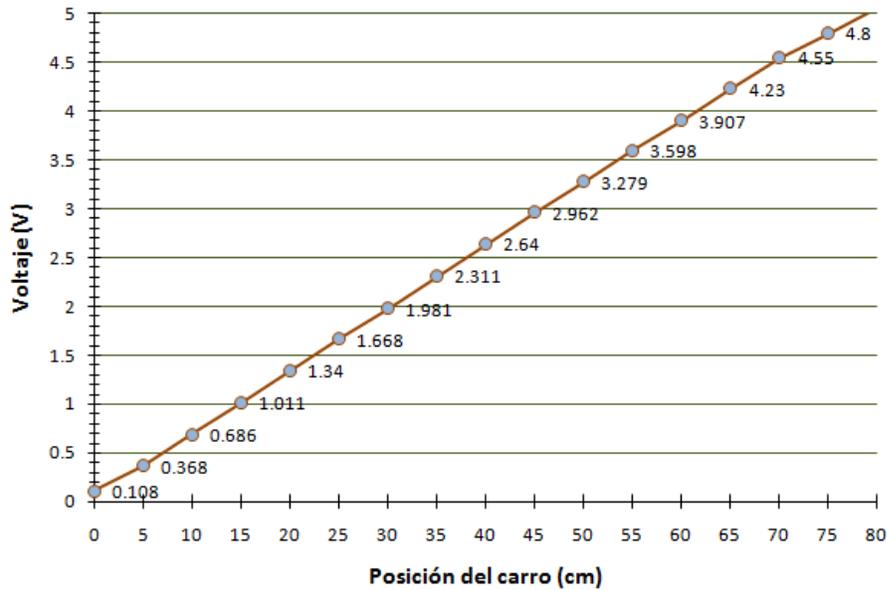


Figura 2. 25: Gráfica de la tensión de salida y el desplazamiento horizontal del carro.

2.4.2.- Encoder

Los encoders son sensores que generan señales digitales en respuesta al movimiento. Cuando son usados en conjunto con dispositivos mecánicos estos pueden ser utilizados para medir movimiento lineal, velocidad y posición angular.

Los encoders rotativos se fabrican en dos formas:

- Encoder incremental
- Encoder Absoluto

El encoder utilizado para el prototipo corresponde al tipo rotacional - incremental (Figura 2.26), este tipo de encoder se caracteriza por determinar su posición, generando pulsos digitales a medida que gira el eje sobre el cual está montado el disco óptico.

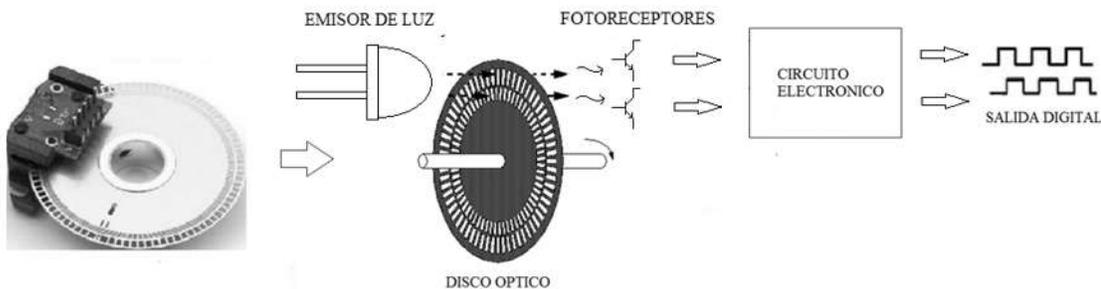


Figura 2. 26: Encoder incremental.

Al girar el rotor se generan dos señales cuadradas con desfase de $\frac{1}{4}$ de periodo si el rotor gira en un sentido (Figura 2.27) y de $\frac{3}{4}$ si gira en sentido contrario (Figura 2.28), lo que permite diferenciar el sentido de giro observando la fase entre las dos señales.

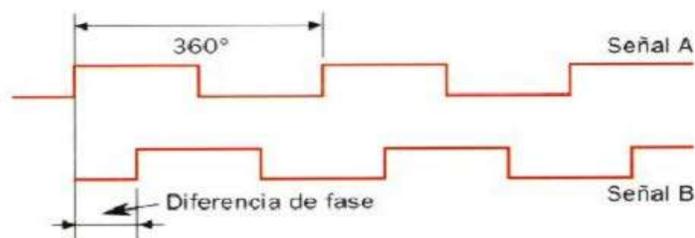


Figura 2. 27: Pulsos generados por el encoder en sentido horario.

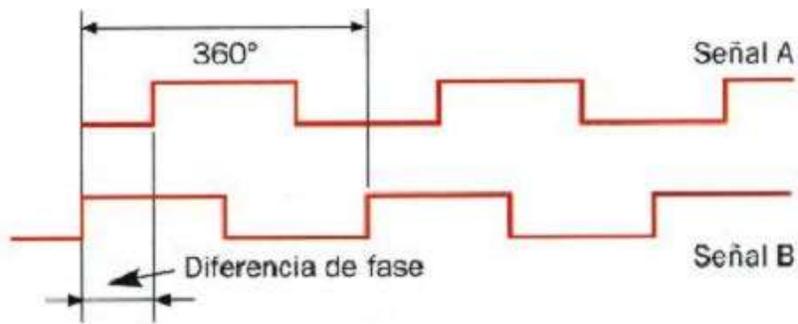


Figura 2. 28: Pulsos generados por el encoder en sentido antihorario.

2.5.- Actuador

El actuador utilizado es un motor eléctrico de corriente directa de imán permanente (Figura 2.29) controlado por voltaje de armadura.



Figura 2. 29: Motor de corriente directa.

Las características del motor son las siguientes:

- Voltaje: 5V – 24V
- Velocidad a 24V: 5000 rpm
- Torque máximo a rotor parado: 0.9 kg-cm / 0.009 kg-m

Dimensiones:

- Largo total: 12.5cm
- Diámetro: 3.5cm
- Diámetro de la flecha de salida: 5mm

La fuerza que debe proporcionar el motor para mover el carro, está dada por la segunda ley de Newton de acuerdo a la figura 2.30.

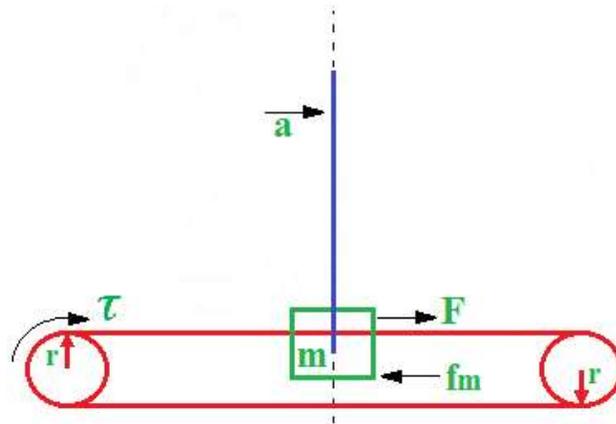


Figura 2. 30: Fuerza necesaria para mover el carro.

Como:

$$F = ma + fm$$

Donde:

m = Masa del carro del péndulo.

a = Aceleración del carro.

fm = Fuerza de fricción.

Una aceleración máxima razonable es de $0.5 \frac{m}{s^2}$. Sustituyendo $m = 0.1\text{kg}$ y despreciando la fricción:

$$F = \left(0.5 \frac{m}{s^2}\right) (0.1kg)$$

$$F = 0.05 \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

$$F = 0.05 \text{ N} \quad \text{ó} \quad F = 0.00509 \overrightarrow{Kg}$$

Por tanto, el par necesario es:

$$\tau = Fr$$

Donde:

$$r = 0.015\text{m}; \text{radio de la polea.}$$

$$\tau = (0.00509 \overrightarrow{Kg})(0.015\text{m}) = 0.00007635 \overrightarrow{Kg \cdot m}$$

Como se observa, el torque momentáneo (a rotor parado) es suficiente para proporcionar la aceleración deseada.

2.6.- Microcontrolador

El microcontrolador seleccionado es un PIC18F4550 en su versión de encapsulado DIP de 40 pines (Figura 2.31) de la empresa Microchip. Este microcontrolador fue principalmente seleccionado porque se tiene experiencia en su programación e implementación de aplicaciones, además cubre las necesidades del prototipo las cuales son:

- 6 entradas analógicas (para adquirir las señales de ángulo de inclinación, posición del carro, referencia de posición, constante KP, constante KI y constante KD).
- 1 salida PWM (para controlar el puente H).
- 1 salida PWM (para dar a conocer la posición del encoder).
- 2 entradas digitales (para adquirir las señales del encoder).
- 2 entradas analógicas (para adquirir las señales de control y referencia externas al sistema).
- 6 salidas digitales (para manejar el display LCD).

- 2 salidas digitales (para controlar la lógica del circuito de acoplamiento óptico).

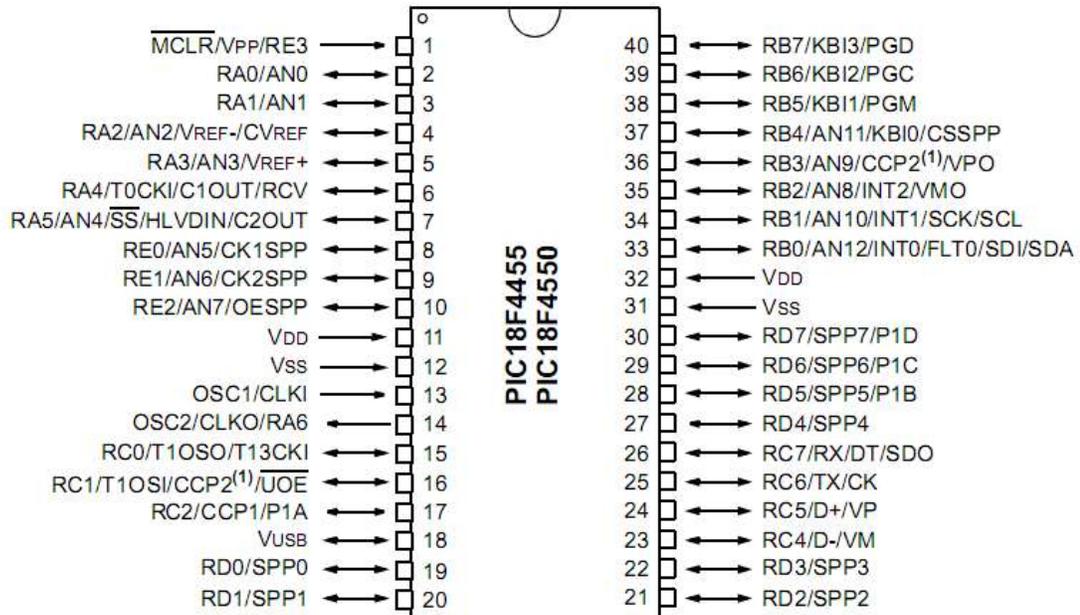


Figura 2. 31: Diagrama de pines del microcontrolador PIC18F4550.

Entre las características que posee el controlador las siguientes son fundamentales en el desarrollo del sistema de control:

- Arquitectura RISC avanzada HARDVARD:16-bit con 8-bit de datos
- Frecuencia de operación: hasta 48 MHz
- Memoria de programa: 32,768 bytes
- Memoria RAM de datos: 2,048 bytes
- Interrupciones: 20
- Líneas digitales de E/S: 35
- Temporizadores: 4
- Módulos de comparación/captura/pwm (CCP): 2
- Canales de conversión A/D de 10bits: 13
- Juego de instrucciones: 75(83 ext.)

Como puede apreciarse, las capacidades del microcontrolador superan las necesidades del prototipo por lo cual es factible utilizarlo y además brinda la posibilidad de alguna ampliación futura.

2.7.- Circuitos electrónicos auxiliares

Los circuitos electrónicos descritos a continuación son el medio que permite al controlador realizar sus funciones para interactuar con el prototipo.

2.7.1.- Circuito de acoplamiento óptico

El circuito de acoplamiento óptico (Figura 2.32) consta de dos optoacopladores 4N25 conectados bajo un arreglo que permite a través de la combinación de los bits RD6 y RD7 aislar eléctricamente la señal PWM generada por el controlador de las entradas denominadas PWM1 y PWM2 del puente H.

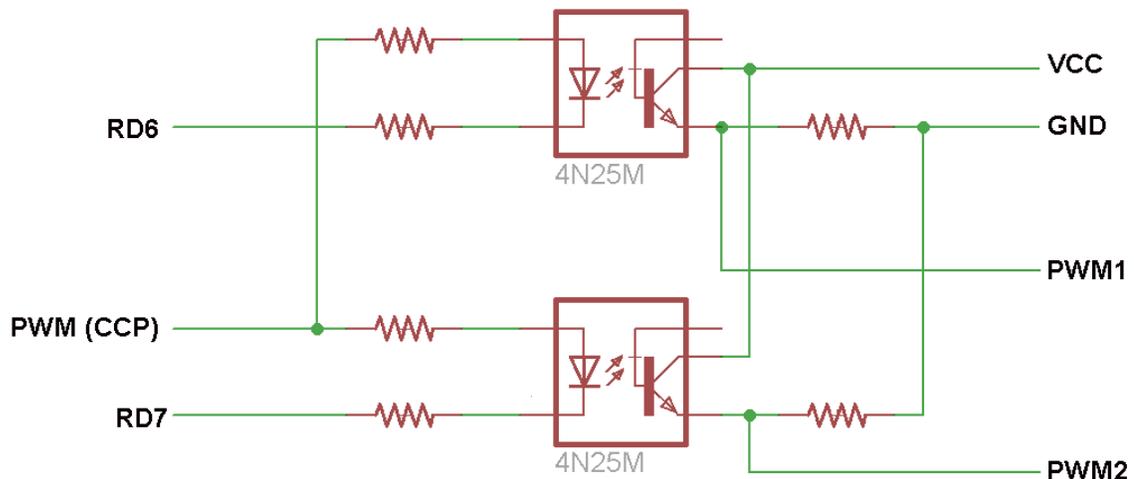


Figura 2. 32: Circuito de acoplamiento óptico.

De esta manera, la lógica de operación del motor responde de acuerdo a la tabla 2.1.

Tabla 2. 1: Lógica de operación del motor.

RD6	RD7	PWM1	PWM2
0	0	No permitido	
0	1	PWM	0
1	0	0	PWM
1	1	0	0

2.7.2.- Circuito puente H

El circuito puente H seleccionado es un L293B encapsulado DIP 16 pines (Figura 2.33). Este puente H es adecuado para manejar la corriente que demanda el motor y su voltaje de operación es compatible con el del motor tal como se aprecia en la tabla 2.2.

Tabla 2. 2: Rangos máximos de operación del L293B.

Symbol	Parameter	Value	Unit
V_s	Supply Voltage	36	V
V_{ss}	Logic Supply Voltage	36	V
V_i	Input Voltage	7	V
V_{inh}	Inhibit Voltage	7	V
I_{out}	Peak Output Current (non repetitive t = 5ms)	2	A
P_{tot}	Total Power Dissipation at $T_{ground-pins} = 80^{\circ}C$	5	W
T_{stg}, T_j	Storage and Junction Temperature	-40 to +150	$^{\circ}C$

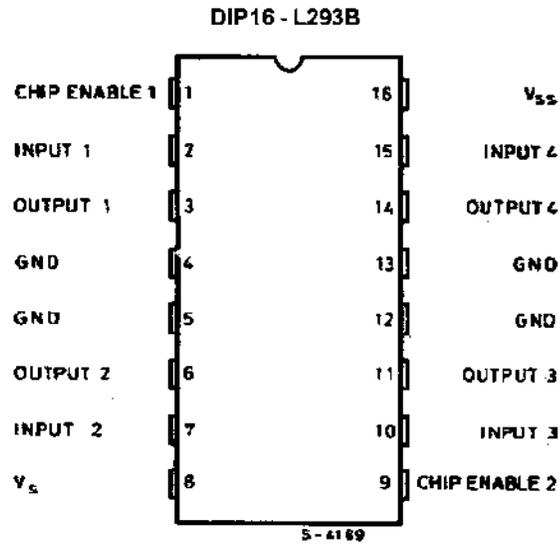


Figura 2. 33: Diagrama de pines del L293B.

Para controlar un motor de corriente directa de forma bidireccional mediante el puente H L293B el fabricante proporciona los diagramas de bloques de las figuras 2.34 y 2.35. La figura 2.34 establece las conexiones necesarias para el funcionamiento correcto del giro tanto unidireccional como bidireccional, mientras que la figura 2.35 complementa la información mostrando la lógica para aplicar el control bidireccional.

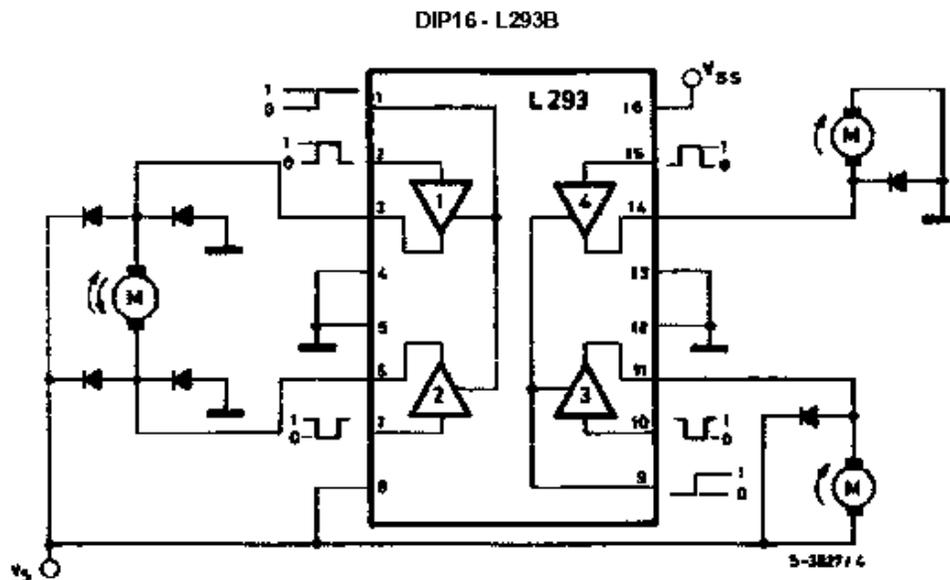
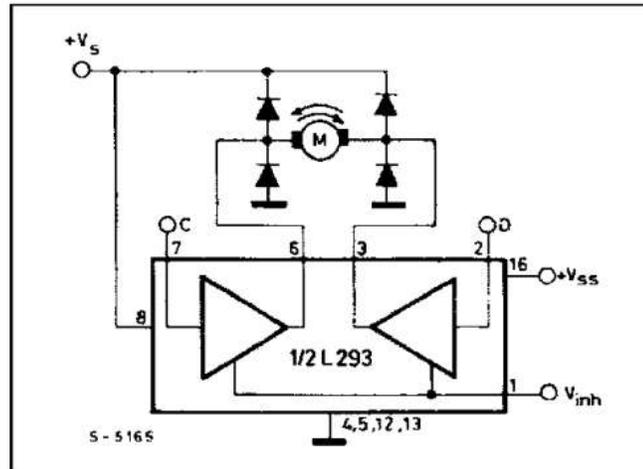


Figura 2. 34: Diagrama de bloques de puente H.



Inputs	Function	
$V_{inh} = H$	$C = H ; D = L$	Turn Right
	$C = L ; D = H$	Turn Left
	$C = D$	Fast Motor Stop
$V_{inh} = L$	$C = X ; D = X$	Free Running Motor Stop

L = Low H = High X = Don't Care

Figura 2. 35: Control bidireccional del motor de corriente directa.

En nuestro caso los pines denominados C, D fueron alambradas a las señales PWM1 y PWM2 respectivamente (ver figura 2.32)

2.7.3.- Circuito decodificador

El circuito decodificador (Figura 2.36) recibe las señales que proporcionan los canales “A” y “B” del encoder mediante un arreglo de filtro pasa bajas pasivo, eliminando así las frecuencias altas que pueden deberse a falsos disparos o “rebotes” típicos de las señales provenientes de encoders ópticos. La constante de tiempo τ elegida para este filtro pasabajos es de $0.1512\mu s$ con la cual se tiene una frecuencia de corte f_c de $6.614MHz$. Estas señales filtradas pasan por un inversor con disparador tipo schmitt, reduciendo con ello el umbral de incertidumbre. Finalmente, las señales con desfase llegan a los dos flips – flops tipo D que utilizan ambas señales como reloj, logrando que una salida Q conectada a

RB0 proporcione los pulsos correspondientes al sentido horario y la otra salida Q conectada a RB1, los pulsos del sentido antihorario.

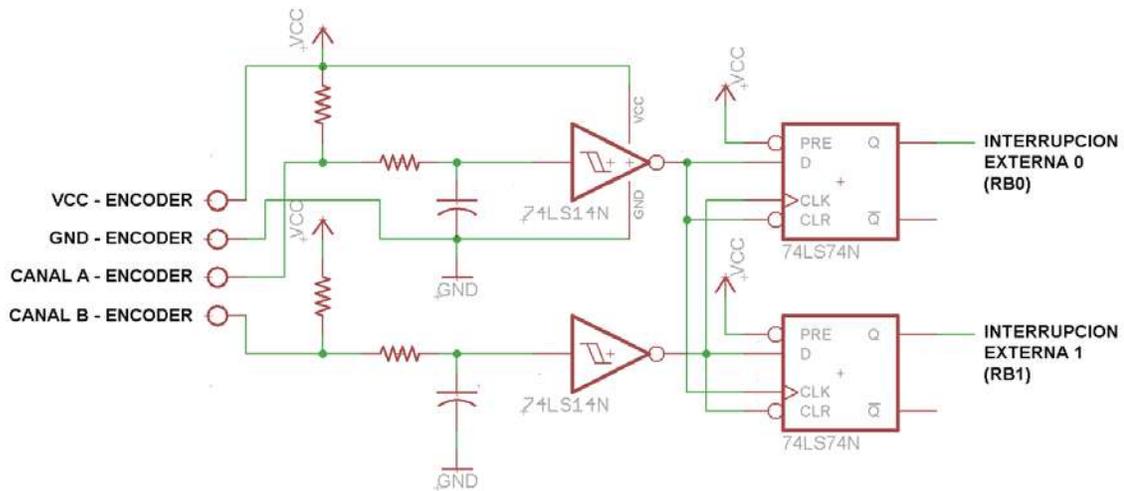


Figura 2. 36: Circuito decodificador.

2.7.4.- Circuito de acondicionamiento de los potenciómetros lineales.

El circuito de acondicionamiento realiza un escalamiento de las señales de los sensores de posición horizontal y posición angular (potenciómetros lineales), para que puedan ser adquiridos usando una resolución máxima por el convertidor analógico – digital del microcontrolador.

Este circuito emplea cuatro amplificadores operacionales, dos en configuración seguidor (Figura 2.37) y dos en configuración diferencial (Figura 2.38). El amplificador seguidor proporciona según su ecuación (2.1) una tensión de salida igual a la entrada, esto debido a que tiene una impedancia de entrada muy alta que no carga a la etapa del sensor.

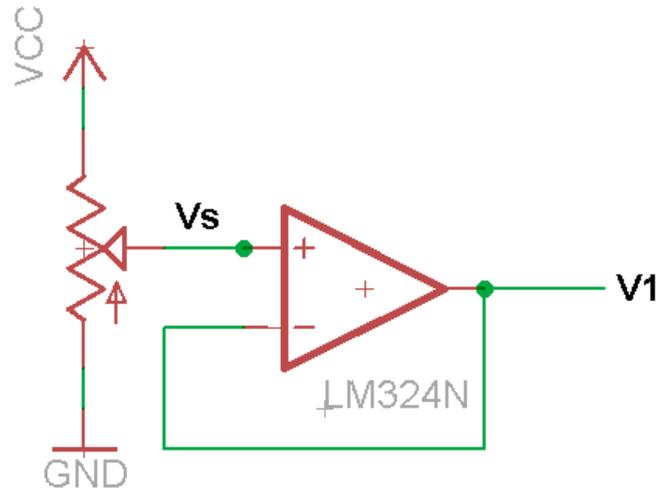


Figura 2. 37: Amplificador seguidor.

$$V1 = Vs \quad (2.1)$$

El amplificador diferencial (Figura 2.38) permite restar la señal entregada por el seguidor de voltaje respecto de un voltaje fijo para que el valor mínimo a la salida sea 0V, además proporciona una ganancia que permite establecer un voltaje máximo de 5V. La ecuación que gobierna al amplificador diferencial está dada por la ecuación (2.2).

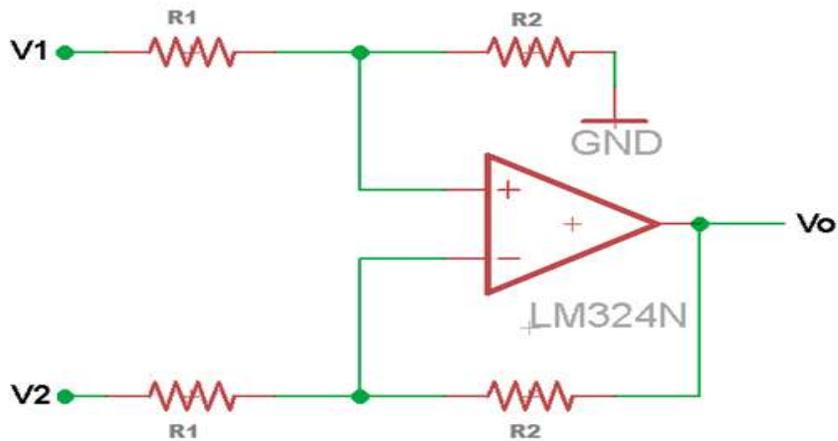


Figura 2. 38: Amplificador diferencial.

$$V_o = \frac{R_2}{R_1}(V_2 - V_1) \quad (2.2)$$

Donde:

- La ganancia del amplificador (Δ_v) la determina el cociente de la división de las resistencias R_2 y R_1 .
- V_2 es el voltaje que proporciona el sensor lineal.
- V_1 es un voltaje fijo proveniente de un divisor de tensión que permite ajustar a V_2 .

Considerando el rango que va desde 1V hasta 3.7V para el sensor de posición y desde 2V hasta 3V para el sensor de ángulo, el ajuste al rango configurado de máxima resolución del convertidor A/D establecido de 0V hasta 5V se realiza utilizando la ecuación (2.2).

Sensor de posición

Rango de voltaje que proporciona el sensor de posición: 1V a 3.7V

Debido a que el valor mínimo del rango de máxima resolución es 0V se debe ajustar el rango que proporciona el sensor posición, lo cual se logra haciendo:

$$V_1 = 1V$$

Lo que origina de acuerdo a la diferencia de la ecuación 2.2 un nuevo rango que varía de 0V a 2.7V.

El rango de máxima resolución se tiene cuando:

$$5V = \Delta_v(2.7V)$$

La ganancia (Δ_v) que satisface el rango de máxima escala es:

$$\Delta_v = \frac{5V}{(2.7V)} = 1.851$$

$$\Delta_v = \frac{R2}{R1} = 1.851$$

Si se supone un valor para $R1 = 1k\Omega$, se puede encontrar $R2$ despejando de la ecuación anterior:

$$R2 = (1.851)(R1)$$

$$R2 = (1.851)(1k\Omega) = 1.851k\Omega$$

Con $R1 = 1k\Omega$ y $R2 = 1.8k\Omega$ se cumple la ganancia que permite ajustar el sensor posición dentro del rango de máxima resolución.

Sensor de ángulo

Rango de voltaje que proporciona el sensor de posición: 2V a 3V

Debido a que el valor mínimo del rango de máxima resolución es 0V se debe ajustar el rango que proporciona el sensor posición, lo cual se logra haciendo:

$$V1 = 2V$$

Lo que origina de acuerdo a la diferencia de la ecuación 2.2 un nuevo rango que varía de 0V a 1V.

El rango de máxima resolución se tiene cuando:

$$5V = \Delta_v(1V)$$

La ganancia (Δ_v) que satisface el rango de máxima escala es:

$$\Delta_v = \frac{5V}{(1V)} = 5$$

$$\Delta_v = \frac{R2}{R1} = 5$$

Si se supone un valor para $R1 = 1k\Omega$, se puede encontrar $R2$ despejando de la ecuación anterior:

$$R2 = (5)(R1)$$

$$R2 = (5)(1k\Omega) = 5k\Omega$$

Con $R1 = 1k\Omega$ y $R2 = 5k\Omega$ se cumple la ganancia que permite ajustar el sensor posición dentro del rango de máxima resolución.

Finalmente, en la figura 2.39 se muestra el circuito de acondicionamiento completo para ambos sensores (obsérvese que se han agregado capacitores de $0.01\mu f$ en la entrada de los seguidores, para eliminar posibles ruidos de alta frecuencia).

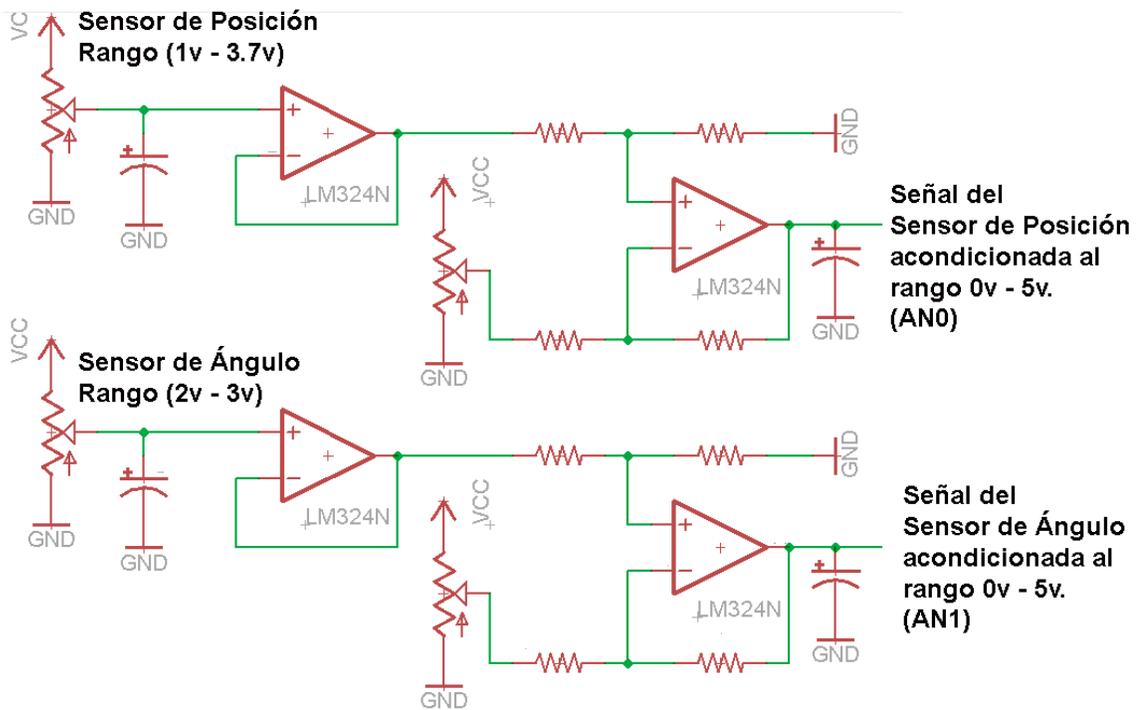


Figura 2. 39: Circuito de acondicionamiento.

2.8.- Fuentes de alimentación

El sistema se alimenta con dos fuentes externas independientes de 5v y 24v. La fuente de 5v es la responsable de alimentar al controlador, circuito de acondicionamiento, circuito del acoplamiento óptico y circuito decodificador; además también se utiliza para polarizar las terminales de los potenciómetros correspondientes a los sensores de posición e inclinación, referencia de posición y constantes KP, KI, KD del controlador P.I.D, todos ellos conectados bajo la configuración divisor de tensión; mientras que de la fuente de 24V se deriva la alimentación del motor de corriente directa y del circuito puente H por medio de un regulador 7805 (Figura 2.40).

En el caso del circuito de acondicionamiento los voltajes de alimentación positiva y negativa se consiguen a partir del circuito integrado MAX232 (Figura 2.41) el cual permite generar voltajes de $\pm 10V$ con baja capacidad de carga, lo cual es suficiente para alimentar el LM324.

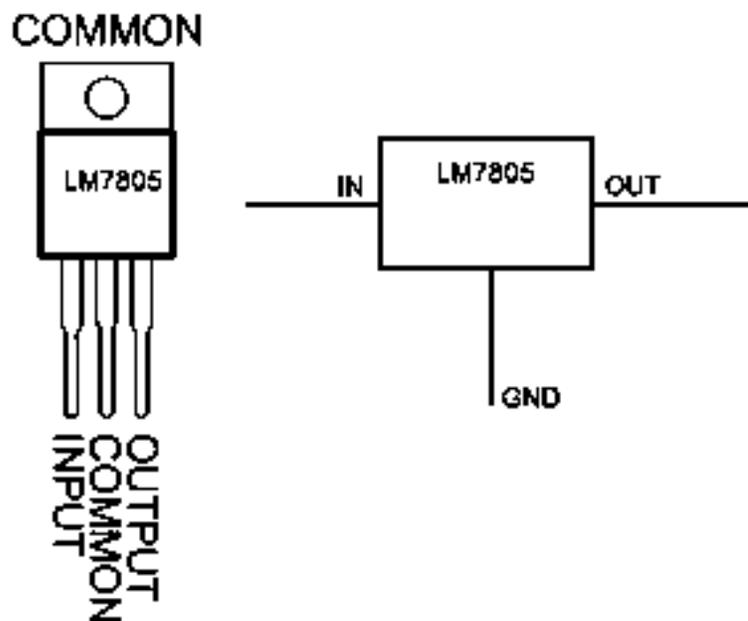


Figura 2. 40: Regulador de voltaje 7805.

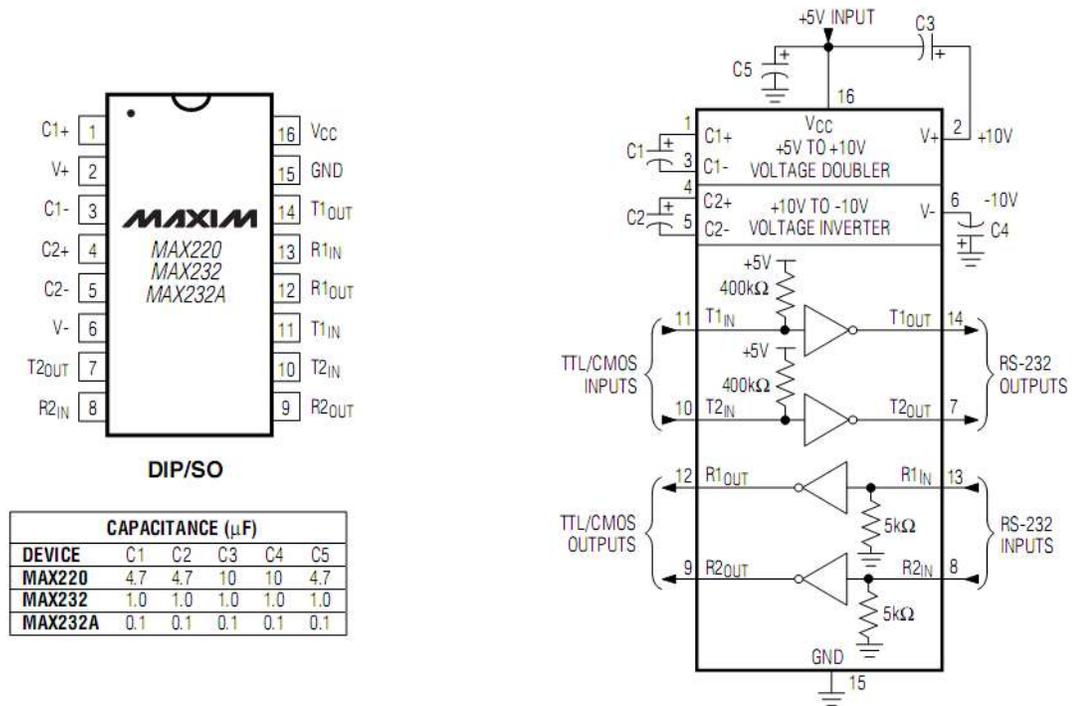


Figura 2. 41: Circuito MAX232.

2.9.- Descripción del panel frontal

El panel frontal (Figura 2.42) es la superficie del módulo en la que se encuentran los indicadores y mandos necesarios para interactuar con el prototipo.

- La **pantalla LCD** permite visualizar el comportamiento de variables (posición horizontal del carro, ángulo de inclinación del péndulo, referencia, constantes KP, KI y KD).
- Los **botones** permiten el desplazamiento y selección de las opciones del menú.
- Los **bornes** tienen la función de proporcionar la señal de los sensores y recibir señales externas de control y referencia.
- Los **potenciómetros** permiten ajustar las variables de referencia y ganancias KP, KI y KD del modo manual.

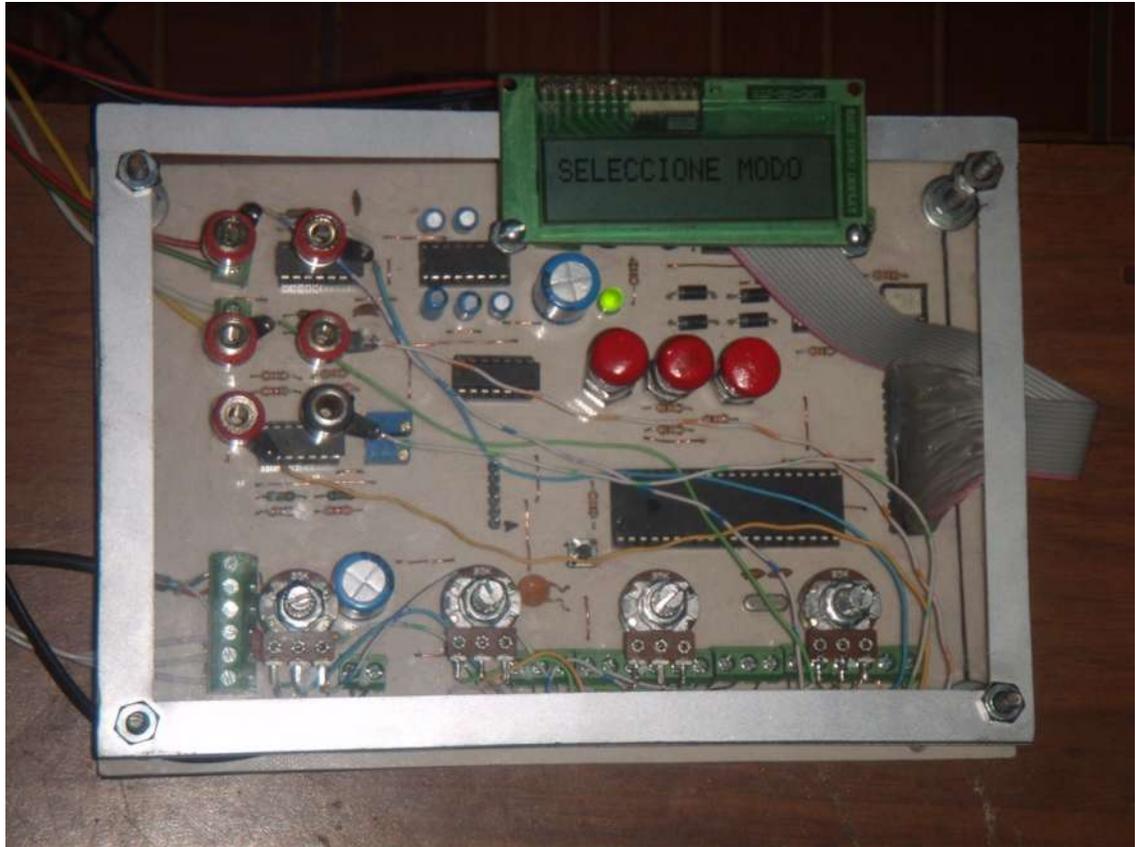


Figura 2. 42: Panel frontal.

En el apéndice A se describe con más detalle la operación del prototipo a través de este panel frontal.

Capítulo 3

Modelado matemático

3.1.- Modelado matemático

Para obtener las ecuaciones de movimiento para el sistema, considere el diagrama de cuerpo libre de la figura 3.1 [3].

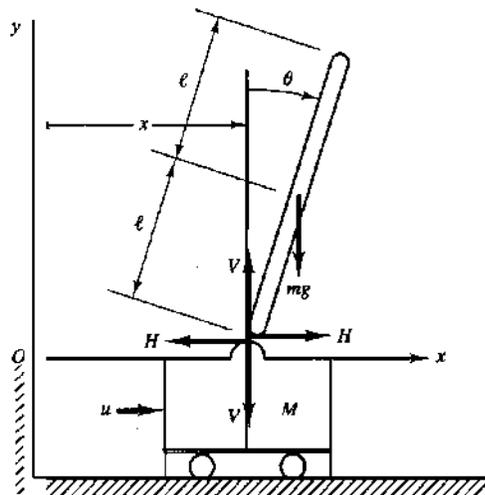


Figura 3. 1: Diagrama de cuerpo libre

El movimiento rotacional de la barra del péndulo alrededor de su centro de gravedad se describe mediante la segunda ley de Newton [3].

Donde τ_{ext} son los pares externos, es decir, $I\ddot{\theta} = \sum \tau_{ext}$.

$$I\ddot{\theta} = Vl \sin \theta - Hl \cos \theta \quad (3.1)$$

En donde I es el momento de inercia de la barra respecto de su centro de gravedad, V y H son la reacción vertical y horizontal del carro sobre la barra.

El movimiento horizontal del centro de gravedad de la barra del péndulo se obtiene mediante la segunda Ley de Newton, $m \frac{d^2 x_g}{dt^2} = \sum F_x$ [3].

Donde $x_g = x + l \sin \theta$:

$$m \frac{d^2}{dt^2} (x + l \sin \theta) = H \quad (3.2)$$

En forma similar, el movimiento vertical del centro de gravedad de la barra del péndulo está dado por: $m \frac{d^2 y_g}{dt^2} = \sum F_y$ [3].

Donde $y_g = y + l \cos \theta$:

$$m \frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta) = V = mg \quad (3.3)$$

El movimiento horizontal del carro se describe mediante:

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} = u - H \quad (3.4)$$

De (3.2), obtenemos:

$$m \ddot{x} + m l \cos \theta \ddot{\theta} - m l \sin \theta \dot{\theta}^2 = H \quad (3.5)$$

Sustituyendo (3.4) en (3.5) se obtiene:

$$m \ddot{x} + m l \cos \theta \ddot{\theta} - m l \sin \theta \dot{\theta}^2 = u M \ddot{x}$$

O bien:

$$(m + M) \ddot{x} + m l \dot{\theta} \cos \theta - m l \dot{\theta} \sin \theta = u M \ddot{x} \quad (3.6)$$

Ahora sustituyendo (3.6) en (3.1):

$$I \ddot{\theta} = m g l \sin \theta - (m \ddot{x} + m l \cos \theta \ddot{\theta} - m l \sin \theta \dot{\theta}^2) l \cos \theta$$

Simplificando:

$$(I + ml^2 \cos^2 \theta) \ddot{\theta} + ml \ddot{x} \cos \theta = mgl \sin \theta + ml^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\theta} \quad (3.7)$$

Las ecuaciones (3.6) y (3.7) describen el movimiento del sistema del péndulo invertido en el carro. Debido a que estas ecuaciones contienen $\sin \theta$ y $\cos \theta$, son ecuaciones diferenciales no lineales.

Si suponemos que el ángulo θ es pequeño, podemos aproximar $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1$ y $\sin \theta \dot{\theta} \approx 0$, entonces:

La ecuación (3.6) se aproxima por:

$$(M + m) \ddot{x} + ml \ddot{\theta} = u \quad (3.8)$$

Y la ecuación (3.7) queda:

$$(1 + ml^2) \ddot{\theta} + ml \ddot{x} = mgl \theta \quad (3.9)$$

Las ecuaciones (3.8) y (3.9) son un modelo lineal aproximado que describe el movimiento del sistema del péndulo invertido en el carro. Constituyen una aproximación lineal para θ pequeño.

3.1.1.- Función de transferencia del sistema.

Las ecuaciones diferenciales lineales (3.8), (3.9) se pueden transformar al dominio de Laplace como sigue (suponiendo condiciones iniciales de cero).

De (3.8) se obtiene:

$$(M + m)S^2 X(S) + ml\theta(S)S^2 = U(s) \quad (3.10)$$

Y de (3.9):

$$(I + ml^2)S^2 \theta(S) + mlS^2 X(S) = mgl\theta(s) \quad (3.11)$$

Despejando $\theta(S)$ de (3.11):

$$\theta(S) = \frac{mlS^2}{mgl - (I + ml^2)S^2} X(S)$$

Sustituyendo en (3.10):

$$\left[(M + m)S^2 + \frac{mLS^4}{mgl - (I + ml^2)S^2} \right] X(S) = U(S)$$

Despejando X(S):

$$X(S) = \frac{[mgl - (I + ml^2)S^2]U(s)}{S^2[(M + m)mgl - (M + m)(I + ml^2)S^2 + mL^2]} \quad (3.12)$$

Sustituyendo (3.12) en (3.11) se obtiene:

$$[mgl - (I + ml^2)S^2]\theta(S) = mL^2 \frac{[mgl - (I + ml^2)S^2]U(S)}{S^2\{(M + m)mgl - [(M + m)(I + ml^2) - ml]S^2\}}$$

$$\theta(S) = \frac{ml}{(M + m)mgl - [(M + m)(I + ml^2) - ml]S^2} U(S) \quad (3.13)$$

3.1.2 Polos y Ceros.

Ambas funciones de transferencia, la de posición horizontal (3.12) y la de ángulo de inclinación (3.13) tienen los mismos polos, los cuales son las raíces del denominador:

$$S = \pm \sqrt{\frac{(M + m)mgl}{(M + m)(I + ml^2) - ml}} \quad (3.14)$$

Como puede verse, habrá un polo positivo y uno negativo por lo cual el sistema es inestable.

La función de transferencia de X(S) además cuenta con dos polos adicionales en el origen, con lo que posee un efecto inestable de doble integrador. Además, esta función de transferencia tiene dos ceros dados por las raíces del numerador.

$$S = \pm \sqrt{\frac{mgl}{I + ml^2}} \quad (3.15)$$

Es decir, tiene un cero positivo y uno negativo por lo cual es un sistema de fase no – mínima por lo cual posee un efecto opuesto a la acción de control $U(S)$, es decir, puede producir un movimiento opuesto al aplicado por el actuador.

3.2.- Control del sistema.

El control del sistema se realiza bajo el diagrama de bloques representado en la figura 3.2.

Figura 3. 2: Diagrama de bloques del sistema de control.

Donde:

- **PID (Posición horizontal):** Se encarga de ejercer una acción de control PID en función de una señal de referencia y una señal de error e_p (resultante de la diferencia entre la posición deseada y la posición obtenida) que retroalimenta al sistema, con la finalidad de mantener la posición horizontal correcta deseada del carro.
- **PID (Angulo):** Se encarga de aplicar una acción de control PID en función de una señal de error e_a (resultante de la diferencia entre el ángulo deseado y el ángulo obtenido) con la finalidad de mantener al péndulo en el ángulo deseado.

La ecuación del control PID en su versión continua es:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.16)$$

Donde K_p , K_i , K_d son constantes que deberán elegir (sintonizar) para obtener el comportamiento deseado del sistema en lazo cerrado.

Simplificando la ecuación (3.16):

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.17)$$

La ecuación (3.17) también puede ser representada en su versión discreta como sigue:

$$u(t_k) = K_p e(t_k) + K_i \sum_{k=1}^n e(t_k) \Delta t + K_d \frac{e(t_k) - e(t_{k-1})}{\Delta t} \quad (3.18)$$

La ecuación (3.18) es la que se implementó en el microcontrolador para implementar los controladores PID de la figura 3.2.

Capítulo 4

Descripción del software

4.1.- Introducción

El software corresponde a la parte intangible del sistema. Es el programa desarrollado en lenguaje “C” para cumplir con las acciones de control que caracterizan al sistema de péndulo invertido.

4.2.- Herramienta de desarrollo

La plataforma MPLAB IDE (Figura 4.1) de Microchip es una herramienta específica para escribir y desarrollar código bajo los lenguajes de ensamblador y “C” para los microcontroladores de Microchip. Incorpora todas las herramientas necesarias para la realización de cualquier proyecto basado en estos microcontroladores, además del editor de textos cuenta también con un simulador para ver el código paso a paso observando así su evolución y el estado en el que se encuentran sus registros.

MPLAB es un software gratuito que se encuentra disponible en la página de Microchip, la versión actual (al momento de escribir este documento) es la 8.63 y es la versión utilizada para este proyecto.



Figura 4. 1: Logo de software de desarrollo

4.3.- Descripción general del software.

El software desarrollado e implementado en este prototipo de péndulo invertido es descrito por dos diagramas de bloques. El primero de ellos representa un diagrama general de bloques del software elaborado para el sistema de péndulo invertido (Figura 4.3), mientras el segundo es un complemento que describe a detalle el sistema de interrupciones utilizado (Figura 4.4).

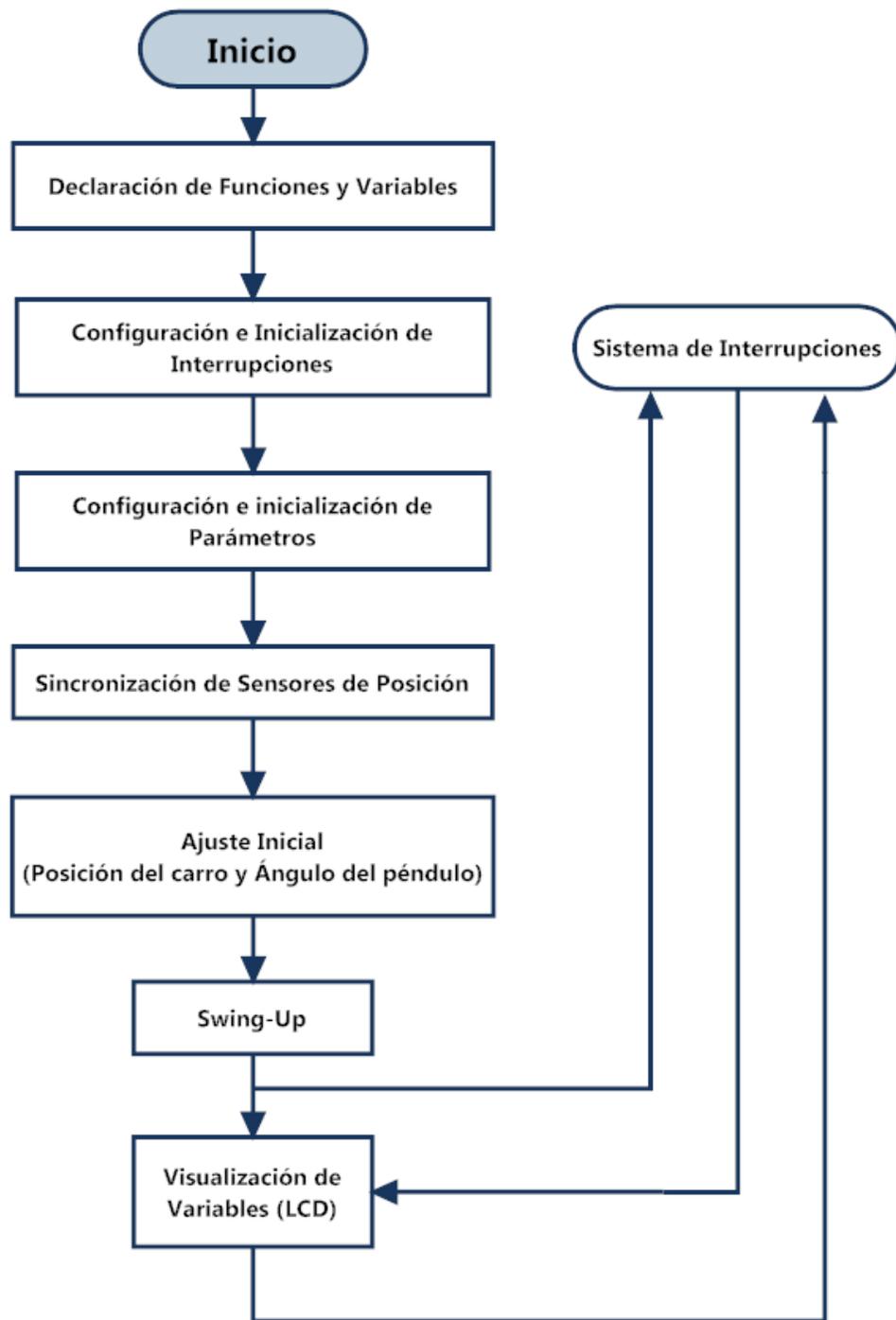


Figura 4.2: Diagramas de bloques del software.

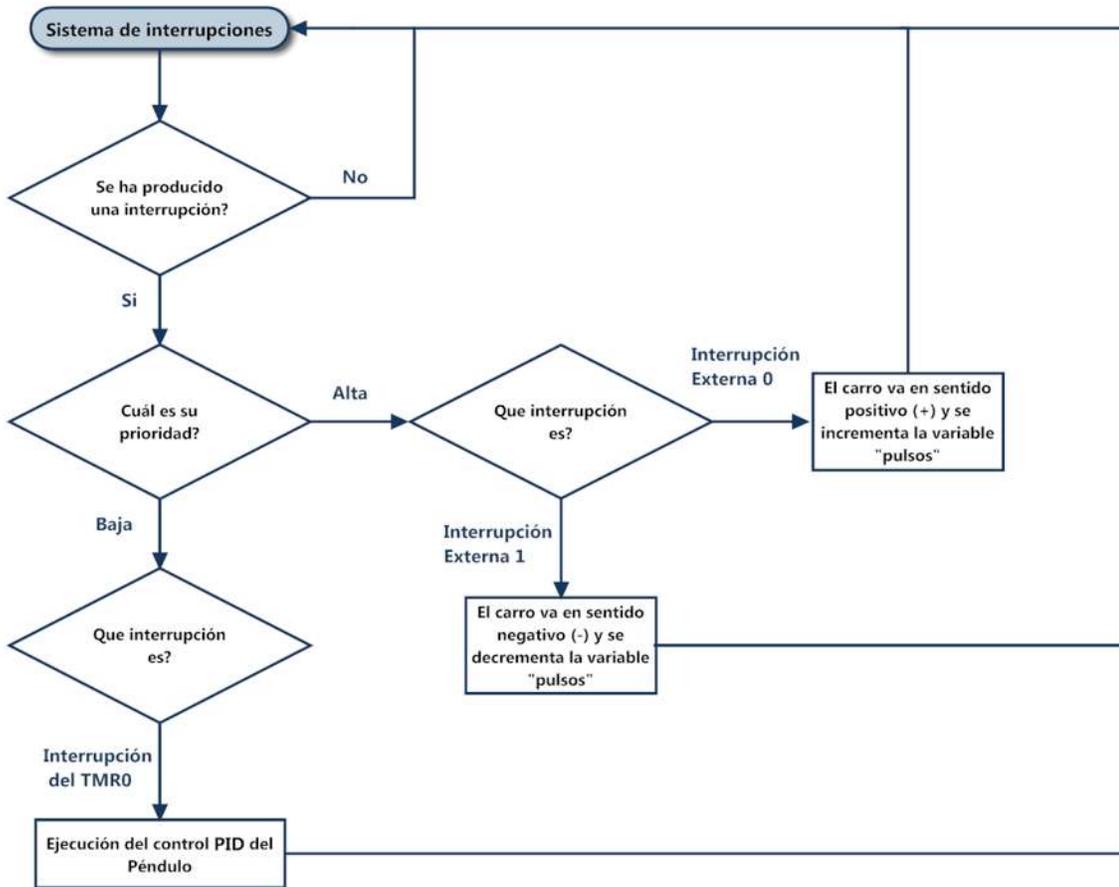


Figura 4.3: Diagramas de bloques de interrupciones

Declaración de funciones y Variables: Este bloque declara el conjunto de funciones y variables que fueron utilizadas en el proyecto.

Configuración e inicialización de interrupciones: Esta es la parte del programa en la que se configura el conjunto de interrupciones utilizadas, a fin de ejercer una determinada acción cuando estas se inicien.

Configuración e inicialización de parámetros: Es la parte donde se configuran e inicializan todos los parámetros (variables, cálculos, etc.) empleados para el funcionamiento del programa.

Sincronización de sensores posición: Consiste en sincronizar los dos sensores de referencia que posee el péndulo invertido para medir la posición del carro.

Ajuste inicial en la posición del carro y ángulo del péndulo: Se establecen condiciones iniciales en la posición del carro y péndulo para poder ejercer una acción de swing up constante.

Swing-up: Es la parte del programa que ejecuta una acción empírica para que el péndulo cambie de la posición colgante inicial a la invertida.

Visualización de variables (LCD): Es la parte del programa encargada de visualizar las variables de posición del carro, ángulo del péndulo, referencia del carro y número de pulsos (del encoder). Esta última parte del software además de visualizar algunas variables importantes tiene un comportamiento cíclico, permitiendo así bajo un tiempo determinado la ejecución de las interrupciones.

Interrupciones: Estas son las encargadas de interrumpir la ejecución normal del programa para atender un sector de programa previamente establecido, una vez concluida la interrupción simplemente retorna para continuar con la ejecución previa.

Son tres las interrupciones utilizadas (Interrupción externa 0, Interrupción externa 1, Interrupción del TMR0), sin embargo, cabe mencionar que la interrupción más importante es la del **TMR0** por ser la encargada de ejecutar el control de sistema empleando un periodo de muestreo constante T_s .

4.4.- Estrategia de control del prototipo.

Para controlar el sistema de péndulo invertido es necesario el uso de dos estrategias, la primera son dos controles PID que solucionan el posicionamiento del péndulo y carro; y la segunda un control swing-up para resolver el movimiento del péndulo desde la posición colgante hasta la posición invertida.

4.4.1.- Controles PID

```
//Ajuste de constantes de posición
Kpp= 4.0;
Kdp=0.15;
Kip=20.0;

//Ajuste de constantes de ángulo
Kpa=-10.0;
Kda=-1.0;
Kia=-2.0;

//Ajuste de Parámetros
ref_ang=0; //Valor del potenciómetro para la posición vertical del péndulo
ref_pos=0; //Centro del recorrido del carrito (para pruebas iniciales)
Ip=0; //Inicializa acción integral posición
Ia=0; //Inicializa acción integral ángulo
Ts=0.001; //Periodo de muestreo en seg --- rango de variación (1.3s -.05ms)

//Calcula errores respecto a lo deseado
error_pos = ref_pos-dato_pos;
error_ang = ref_ang-dato_ang;

//*****
//*** PID para el angulo del péndulo

//parte proporcional
Pa=Kpa*error_ang;

//parte derivativa
Da=Kda*(error_ang-errant_ang)/Ts;

//Calcula la parte de control del ángulo
control_ang=Pa+Ia+Da;

//*****
//*** PID para la posición del carrito
```

```

//parte proporcional
Pp=Kpp*error_pos;

//parte derivativa
Dp=Kdp*(error_pos-errant_pos)/Ts;

//Calcula la parte de control de la posición
control_pos=Pp+Ip+Dp;

//Suma de Controles PID
control=control_ang+control_pos;

//Proteccion Anti-windup
if(control>1000){control=1000;}
if(control<-1000){control=-1000;}
if((control>-1000)&&(control<1000))
{
//Deja correr el integrador de la acción integral de ambos controladores
Ia=Ia+Kia*error_ang*Ts;
Ip=Ip+Kip*error_pos*Ts;
}

//Errores anteriores
errant_ang = error_ang;
errant_pos = error_pos;

```

4.4.2.- Control swing-up

```

ip=1;// habilita oscilación.
posd=50;//recorrido inicial para generar la oscilación del péndulo
k=8; //Control de velocidad del carro para swing up
/*****SWING UP*****/
//En la rutina centrado del carro dato_pos=0;

```

```

dato_ang=angulo();//adquiere posición de ángulo
if(dato_ang<0){dato_ang=(-1)*(dato_ang);} //si el ángulo es negativo,
//se convierte a positivo.

while(dato_ang<180){
    Elevar();//Ejecuta la rutina elevar
    dato_ang=angulo();//adquiere la posición del ángulo
    if(dato_ang<0){dato_ang=(-1)*(dato_ang);} //si el ángulo es negativo, se
convierte a positivo.
}

/*****
/*****RUTINA ELEVAR*****/

void Elevar (void){
    /***Arranque de oscilación, solo se activa una vez**/
    if(ip==1){
        while(dato_pos<posd){
            control=50; //el carro se mueve hacia la derecha
            direccion();//hasta alcanzar la posición deseada.
            dato_pos=posicion();//adquiere posición del carro
        }

        control=0;//se da un valor de cero para tener un
        direccion();//ciclo de trabajo 0 y con esto detener el carro.
        ip=0;//se rompe el if, para evitar una futura oscilación.
    }
    for(chek=0; chek<2 ; chek++){
        do{
            Ant=angulo();//Ant almacena el valor del ángulo leído
            do{
                Act=angulo();//Act almacena el valor futuro de la variable Ant
            }while(Act==Ant);//mediante esta condición
        }while(Act<Ant);//mientras el péndulo vaya hacia la izquierda
    } //permanece Ant y Act actualizándose dentro del ciclo.

    while(Act<0 && Act>-180){ //si el péndulo esta en este cuadrante proporciona un impulso
        control=(k);//hacia la derecha cargando un ciclo de trabajo de valor k
        direccion();
        Act=angulo();//Act almacena el valor del ángulo leído
    }
}

```

```

    }
control=0; //Control = 0 equivale a un ciclo de trabajo 0 para el actuador con esto se frena el carro.
direccion();

for(chek=0; chek<2 ; chek++){
    do{
        Ant=angulo();//Ant almacena el valor del ángulo leído
        do{
            Act=angulo();//Act almacena el valor futuro de la variable Ant
        }while(Act==Ant);//mediante esta condición
    }while(Act>Ant);//mientras el péndulo vaya hacia la derecha
    } //permanece Ant y Act actualizándose dentro del ciclo.

while(Act>0 && Act<180){ // si el péndulo esta en este cuadrante proporciona un impulso
    control=(-k);// hacia la izquierda cargando un ciclo de trabajo de valor -k
    direccion();
    Act=angulo();//Act almacena el valor del ángulo leído
}

control=0; //Control = 0 equivale a un ciclo de trabajo 0 para el actuador con esto se frena el carro.
direccion();
}

```

4.5.- Modo demostrativo

El modo demostrativo realiza un control digital autónomo programado y ajustado para el sistema, es decir pone en funcionamiento el control swing-up encargado de mover el péndulo de la posición colgante a la posición invertida para después ejecutar el control equilibrante encargado de mantener el péndulo en la posición invertida. Este modo solo permite al usuario mover la referencia de posición del carro durante el control del sistema.

4.6.- Modo local

El modo local permite al usuario variar o manipular las constantes KP, KI y KD que afectan el control equilibrante a fin de experimentar de forma visual el efecto que tiene variar las partes proporcional, integral y derivativa de los controles PID que lo conforman (PID para la posición del péndulo y PID para la posición del carro), sin embargo la ejecución del control swing-up permanece intacta. Este modo también permite al usuario mover la referencia de posición del carro durante el control del sistema.

4.7.- Modo externo

El modo externo permite aplicar un control equilibrante ajeno al programado en el modo demostrativo. El control equilibrante puede ser analógico o digital que depende completamente del usuario debido que proporciona la señal de control y de referencia. Este modo se puede asociar con el modo demostrativo para comparar un control digital con un analógico. De igual manera que en los otros modos el control swing-up es independiente al usuario, para ello realiza de forma programada su trabajo.

Capítulo 5

Pruebas realizadas

5.1.- Descripción general

El funcionamiento correcto del sistema de péndulo invertido se logra empleando dos pruebas; la primera de ellas es una prueba en lazo abierto y la segunda es una prueba en lazo cerrado.

5.2.- Pruebas en lazo abierto

La prueba en lazo abierto permite obtener un análisis del sistema siempre que la salida no afecte la acción de control.

5.2.1.- Sensores

Las pruebas aplicadas en lazo abierto sobre los sensores son:

- **Prueba de linealidad de potenciómetros:** La prueba consiste en corroborar la linealidad de los potenciómetros lineales a partir de las gráficas resultantes que proporcionan los sensores correspondientes a la comparación entre voltaje de salida (V_o) y desplazamiento (lineal y/o angular) (ver figura 2.24 y 2.5).
- **Prueba de pulsos (encoder):** Esta prueba consiste en ejecutar el software de conteo de pulsos para medir la posición del carro, mover manualmente el carro de ida y vuelta a una misma posición y verificar que siempre se obtenga el mismo conteo de pulsos.

- **Prueba de sincronización sensores posición:** La prueba consiste en verificar la sincronización que debe existir entre el potenciómetro lineal y el encoder a fin de tener dos referencias correctas de posición.

5.2.2.- Actuador

Las pruebas aplicadas en lazo abierto sobre el actuador son:

- **Prueba de cambio de sentido del actuador (motor de CD):** La prueba consiste en manipular la variable control de forma manual a través de un potenciómetro logarítmico con el fin de verificar que el actuador (motor de CD) responde de forma correcta al cambio de signo de la variable.

5.3.- Pruebas en lazo cerrado

Las pruebas en lazo cerrado permiten observar el comportamiento del sistema siempre que la señal de salida tenga efecto sobre la acción de control.

5.3.1.- Operación normal

La operación del péndulo invertido en condiciones normales consiste en colocar el péndulo en una posición inicial cercana a la vertical, soltarlo y observar como el controlador se encarga de mantenerlo en la posición vertical.

5.3.2.- Respuesta a perturbaciones

El someter el sistema de péndulo invertido a señales indeseadas o perturbaciones permite de forma anticipada prever posibles riesgos que lleven a un mal funcionamiento el sistema, esto se puede realizar cuando el controlador está estabilizando al péndulo en su posición vertical, se introduce una perturbación dando un leve golpe al péndulo tratando de

derribarlos y se observa como el controlador reacciona oponiéndose a la perturbación y regresando al péndulo a su posición vertical.

5.3.3.- Respuesta del swing-up

En esta prueba se coloca el péndulo en su posición de reposo (vertical hacia abajo) y se ejecuta el modo swing-up, observando como el controlador comienza a hacerlo oscilar hasta llevarlo a su posición vertical invertida.

Capítulo 6

Conclusiones

6.1.- Conclusiones

Después de realizar el diseño y construcción de un sistema de control de péndulo invertido se tienen las siguientes conclusiones:

1. Se puede construir una estructura mecánica muy favorable con el reciclaje de algunas partes correspondientes a un sistema de funcionamiento similar, en este caso se usaron algunas partes de una impresora.
2. Los sensores seleccionados proporcionan señales adecuadas para el buen funcionamiento del sistema, sin embargo, se podrían obtener mejores resultados reemplazando éstos, con sensores de respuesta rápida y de mayor resolución.
3. Pese a las limitaciones económicas y de tiempo, se ha logrado incorporar una instrumentación adecuada para el buen funcionamiento del sistema. Logrando con ello cumplir las expectativas iniciales.
4. El código desarrollado para generar el programa principal que conforma todo el software, si bien cumple de forma satisfactoria la operación del sistema de péndulo invertido, éste no queda exento de mejoras y depuraciones.
5. Aún cuando el modo externo no está en funcionamiento para este proyecto, se han habilitado las características para que se desarrolle en un futuro próximo.
6. El sistema descrito en esta tesis, es un buen punto de referencia hacia una serie de mejoras o hacia la creación de otro sistema similar. Ya que éste trabajo permite ver todos los posibles aciertos y errores cometidos durante el desarrollo del prototipo.

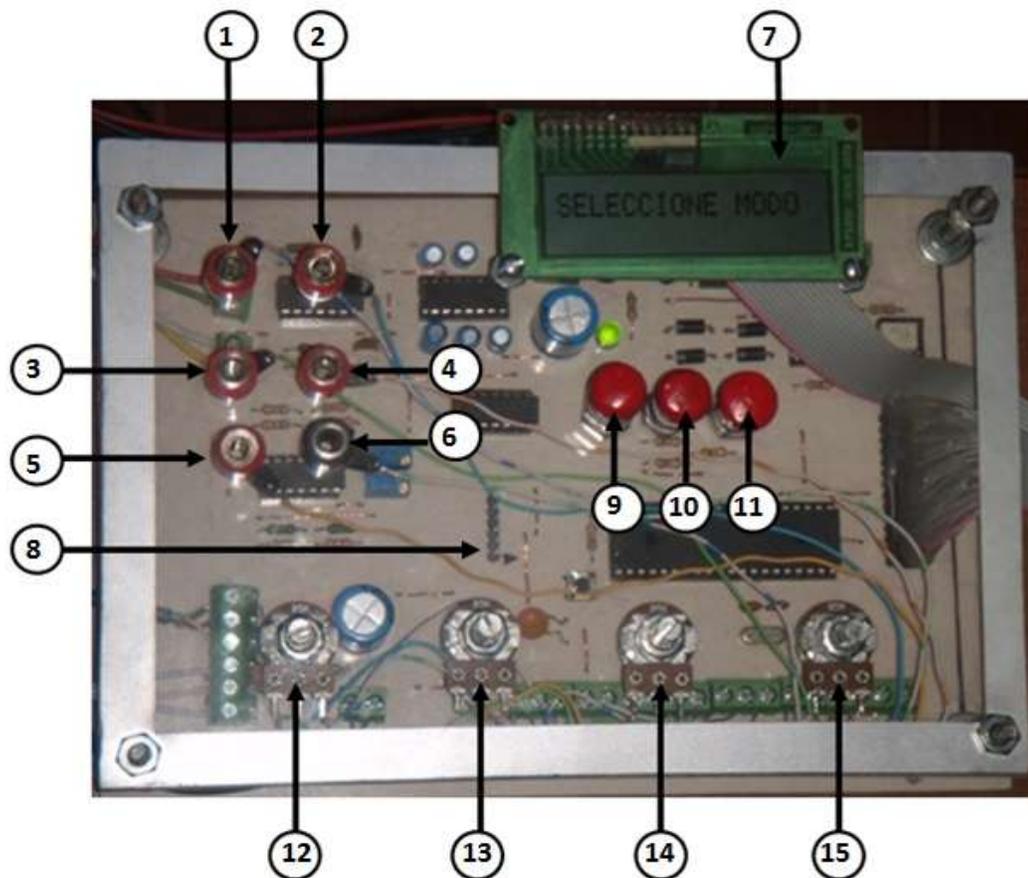
Bibliografía

- [1] F. S. J. A. y F. G. , «Control de un Pendulo Invertido Usando Metodos de Diseño no lineales,» Universidad de Sevilla, Sevilla, 2005.
- [2] J. A. y F. G. , «El PENDULO INVERTIDO: UN DESAFIO PARA EL CONTROL NO LINEAL,» *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, vol. 2, nº 2, p. 19, 2005.
- [3] K. Ogata, *Ingenieria de Control Moderna*, México: PRENTICE-HALL HISPANOAMERICANA, S.A., 1998.

Apéndices

Operación del prototipo a través del panel frontal

Elementos del panel frontal:



1. Entrada analógica para una señal de control externo.
2. Entrada analógica para una señal de referencia externa.
3. Salida de la señal analógica del sensor de posición angular.
4. Salida de la señal analógica del sensor de posición horizontal (potenciómetro).
5. Salida de la señal PWM de la posición horizontal (encoder).
6. Señal de GND.
7. Pantalla LCD.

8. Pines para programar a través del Pickit el microcontrolador PIC18F4550.
9. Botón para un desplazamiento hacia la izquierda en las opciones del menú.
10. Botón para la selección de opciones.
11. Botón para un desplazamiento hacia la derecha en las opciones del menú.
12. Potenciómetro para ajuste de la señal de Referencia de posición.
13. Potenciómetro para ajuste de la señal KP.
14. Potenciómetro para ajuste de la señal KI.
15. Potenciómetro para ajuste de la señal KD.

Modos de operación

Como ya se ha mencionado con anterioridad existen dos modos de operar el sistema del péndulo invertido; el primero de ellos es el modo **Demo** y el segundo el modo **Externo**.

El modo **Demo** ejecuta un control digital previamente programado y dependiente del sistema de péndulo invertido desarrollado. Este modo se logra operar seleccionando una de las siguientes dos formas:

- **Automático** (consulte el modo automático descrito en capítulos anteriores).
- **Manual** (consulte el modo manual descrito en capítulos anteriores).

El modo **Externo** ejecuta un control analógico o digital independiente al sistema. Este modo opera en conjunto con el usuario (el modo externo no se emplea en esta tesis, debido al enfoque de otras circunstancias, sin embargo, está habilitado).

Modo Demo

Para ingresar dentro del modo **Demo** solo basta seguir los siguientes pasos una vez iniciado el sistema y aparezca en la pantalla LCD “Seleccione modo de operación”:

1. Con los botones de desplazamiento localizar “Modo Demo”.
2. Oprimir botón de selección (botón central).

Operación del control automático en el modo Demo

Una vez dentro del modo demo aparecerá en la pantalla LCD “Select op demo”, aquí es donde los siguientes pasos permiten ejercer un control automático:

1. Con los botones de desplazamiento localizar “automático”.
2. Oprimir botón de selección (botón central).
3. Esperar a que el carro se situé en la posición de referencia.
4. Rotar péndulo hasta que la posición colgante este muy cercana a la posición correcta desplegada en la pantalla LCD.
5. Oprimir botón de selección (botón central).

Ya con estos pasos realizados el control **Automático** estará en ejecución.

Operación del control manual en el modo Demo

Una vez dentro del modo demo aparecerá en la pantalla LCD “Select op demo”, aquí es donde los siguientes pasos permiten ejercer un control manual:

1. Con los botones de desplazamiento localizar “manual”.
2. Oprimir botón de selección (botón central).
3. Configurar a través de los potenciómetros las variables empleadas para el control de posición (referencia de posición, K_{Pp} , K_{Ip} y K_{Dp}).
4. Oprimir botón de selección (botón central).
5. Configurar a través de los potenciómetros las variables empleadas para el control de ángulo (K_{Pa} , K_{Ia} y K_{Da}).
6. Oprimir botón de selección (botón central).
7. Esperar a que el carro se situé en la posición de referencia.
8. Rotar péndulo hasta que la posición colgante este muy cercana a la posición correcta desplegada en la pantalla LCD.
9. Oprimir botón de selección (botón central).

Ya con estos pasos realizados el control **Manual** estará en ejecución.