

**UNIVERSIDAD MICHOACANA
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

TESIS

SOFTWARE DE LUGAR DE LAS RAÍCES

Que para obtener el título de
INGENIERO EN COMPUTACIÓN

Presenta:

FABIOLA MEJIA PINEDA

Asesor de Tesis

Dr. Gilberto González Avalos

Morelia Michoacán

Noviembre 2021

Dedicatoria

A mis padres

Que sin ellos no hubiera logrado una meta más en mi vida profesional, cada uno me apoyo de distinta manera y estoy muy agradecida por ello, gracias por estar a mi lado toda la vida y en especial en esta etapa de mi carrera, su apoyo moral y entusiasmo que me brindaron para seguir adelante en mis propósitos, siempre sus consejos y palabras de aliento que me han ayudado a crecer como persona y a luchar siempre por lo que quiero, gracias por enseñarme valores que me han ayudado a alcanzar un éxito más, lo más hermosos que me hayan podido dar es el estudio y amor. Los quiero con todo mi corazón.

A mis hermanos

Gracias por siempre brindarme todo el cariño, apoyo y por siempre estar allí para mí y por estar en los momentos más importantes en la vida, siempre me ayudaron a no desistir y me dieron fortaleza, gracias por entender que algunas veces no podía estar con ustedes. Este logro también es para ustedes que han dado los privilegios.

A mis amigos

Gracias por todo el apoyo, las desveladas y todo el esfuerzo que hicieron por mí, gracias por cada materia en la que no entendía y estaban para explicarme con paciencia, gracias por esas tareas inentendibles que siempre buscaban una forma divertida de que yo entendiera, gracias por siempre levantarme el ánimo en aquellos exámenes donde sentía que la vida acababa, ustedes han hecho que la carrera fuera tan amena y divertida, que a pesar de que había momentos en los que sentía que no podía siempre han estado allí, por haber creado una gran familia y un lazo muy grande. Los quiero mucho mi Familia FIE.

A mis maestros

Gracias por el tiempo, esfuerzo y dedicación que me brindaron, los conocimientos y la sabiduría que me ayudaron a llegar a la meta, gracias por tenerme paciencia, ya que no ha sido sencillo el proceso, pero gracias a las ganas de transmitirme sus conocimientos, he logrado culminar el desarrollo de mi tesis con éxito y obtener mi título profesional.

Índice

| | |
|---|------|
| Dedicatoria..... | II |
| Índice | III |
| Resumen | V |
| Palabras clave..... | V |
| Abstract..... | VI |
| Keyword | VI |
| Lista de Figuras | VII |
| Lista de Tablas | VIII |
| Glosario de Términos | IX |
| CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN..... | 1 |
| 1.1 Software en sistemas de control..... | 1 |
| 1.2 Objetivo | 4 |
| 1.3 Justificación | 4 |
| 1.4 Metodología..... | 4 |
| 1.5 Contenido de la Tesis | 4 |
| CAPÍTULO 2 ANTECEDENTES DE SOFTWARE DE SIMULACIÓN | 6 |
| 2.1 Introducción..... | 6 |
| 2.2 Software más utilizado en la Ingeniería | 8 |
| 2.3 Software utilizado por Ingenieros en Computación..... | 9 |
| 2.4 Software utilizado por Ingenieros en Eléctrica..... | 15 |
| 2.5 Software utilizados por Ingenieros en Electrónica | 21 |
| CAPÍTULO 3 LUGAR DE LAS RAÍCES..... | 24 |
| 3.1 Introducción..... | 24 |

| | |
|---|----|
| 3.2 Condiciones de ángulo y magnitud..... | 24 |
| 3.3 Reglas generales para construir los lugares geométricos de las raíces | 26 |
| 3.3.1 Reglas básicas de construcción..... | 26 |
| 3.4 Gráficas del lugar de las raíces en Matlab..... | 34 |
| 3.4.1 Mostrar la Función de Transferencia | 35 |
| 3.4.2 Graficar polos y ceros | 37 |
| 3.4.3 Determinar y graficar las asíntotas en el lugar de las raíces | 37 |
| 3.4.4 Determinar los ángulos de llegada y de salida | 39 |
| CAPÍTULO 4 CASOS DE ESTUDIO | 41 |
| 4.1 Introducción..... | 41 |
| 4.2 Obteniendo resultados con 2 asíntotas | 41 |
| 4.3 Obteniendo resultados con 3 asíntotas | 44 |
| 4.4 Obteniendo resultados con 4 asíntotas | 47 |
| CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES..... | 50 |
| 5.1 Conclusiones..... | 50 |
| 5.2 Recomendaciones | 51 |
| BIBLIOGRAFÍA..... | 52 |

Resumen

En este trabajo se presenta una investigación sobre los sistemas de control, breve información y algunos ejemplos de ellos. Se explica un poco de cómo surgió el Lugar de las Raíces y quien fue su creador.

Así mismo se presentan muchos de los Software de Simulación, se muestra una breve historia sobre los años en los que se han utilizado los Software de Simulación y todo lo que se ha logrado gracias a estos. Los Software de Simulación se han clasificado para diferentes carreras como Ingeniería en Computación, Eléctrica y Electrónica y algunos de estos Software se podrían utilizar para todas estas ingenierías.

Se presenta una introducción sobre el lugar de las raíces, las reglas generales para su construcción y posteriormente utilizando el Software Matlab, se hace la implementación del Lugar de las Raíces y se presenta una interface y algunos códigos necesarios para mostrar algunas de sus reglas y sus funciones para que sea utilizado en el área de control.

Palabras clave

Programa de computación, Estabilidad, Criterio de Routh Hurwitz, Simulación y Sistemas de Control.

Abstract

This paper presents a research on systems of control, brief information and some examples of them. It explains a little of as the place of the roots was and who was its creator.

Also presented many Simulation Software, a brief history of the years in which have been used Simulation Software and everything that has been achieved through these shows.

Simulation Software have been classified for different careers as computer, electrical and electronics engineering, and some of this software could be used for all these engineering.

Presents an introduction to the place of the roots, the General rules for their construction and later with Matlab, the implementation of the place of the roots is made and presents an interface and some codes needed to show some of its rules and functions that are used in the control area.

Keyword

Computer program, Stability, Routh Hurwitz criterion, Simulation & Control systems.

Lista de Figuras

| | |
|---|----|
| Figura 1. 1 El regulador de velocidad centrifuga [3] | 2 |
| Figura 2. 1 J. V. Neumann y S. Ulam..... | 6 |
| Figura 3. 1 La función de transferencia en lazo cerrado [55]..... | 24 |
| Figura 3. 2 Ángulo de salida = $180^\circ - \theta_1 + \theta_2 + \phi$ | 33 |
| Figura 3. 3 Interface en Matlab..... | 35 |
| Figura 3. 4 Numerador de la función de transferencia. | 36 |
| Figura 3. 5 Denominador de la función de transferencia. | 36 |
| Figura 3. 6 Polos y Ceros..... | 37 |
| Figura 3. 7 Gráficas del lugar de las raíces..... | 37 |
| Figura 3. 8 Cantidad de polos, ceros y asíntotas..... | 38 |
| Figura 3. 9 Código de las asíntotas. | 38 |
| Figura 3. 10 Código de los ángulos de llegada. | 39 |
| Figura 3. 11 Código de los ángulos de salida. | 40 |
| Figura 4. 1 Resultado con dos asíntotas..... | 44 |
| Figura 4. 2 Resultado con tres asíntotas..... | 46 |
| Figura 4. 3 Resultado con cuatro asíntotas..... | 49 |

Lista de Tablas

| | |
|--|----|
| Tabla 3.1 Ángulos de las asíntotas..... | 30 |
| Tabla 4. 1 Criterio de Routh utilizando $s^4 + 12s^3 + (41 + K)s^2 + 30 + 5Ks + 6K$ | 42 |
| Tabla 4. 2 Criterio de Routh utilizando $s^3 + 3s^2 + 2s + K$ | 45 |
| Tabla 4. 3 Criterio de Routh utilizando $s^4 + 6s^3 + 11s^2 + 6s + K$ | 48 |

Glosario de Términos

B

BSD

Berkeley Software Distribution (en español, «distribución de software Berkeley») fue un sistema operativo derivado de Unix que nace a partir de los aportes realizados a ese sistema por la Universidad de California en Berkeley. _ 13, 15

C

C

Es un lenguaje de programación originalmente desarrollado por Dennis Ritchie entre 1969 y 1972 en los Laboratorios Bell, como evolución del anterior lenguaje B, a su vez basado en BCPL. 9, 11, 17, 23, 38, 42

CAE

La ingeniería asistida por computadora (CAE, por sus siglas en inglés) es el uso generalizado de software de computadora para ayudar en las tareas de análisis de ingeniería. _____ 18, 20

CAX

Las tecnologías asistidas por computadora o Computer-aided technologies (CAX) es el término amplio que se refiere al uso de tecnologías por computadora para ayudar en el diseño, análisis, y fabricación de productos. _____ 18

CFD

La fluidodinámica computacional (del inglés CFD-Computational Fluid Dynamics) consiste en el análisis de sistemas relacionados con el flujo de fluidos, transferencia de calor y otros fenómenos

asociados (como reacciones químicas) por medio de la simulación por computador. _____ 18, 20

CSV

Los archivos CSV (del inglés comma-separated values) son un tipo de documento en formato abierto sencillo para representar datos en forma de tabla, en las que las columnas se separan por comas (o punto y coma en donde la coma es el separador decimal).

F

FLTK

Fast Light Toolkit es una biblioteca de GUI multiplataforma, desarrollada inicialmente por Bill Spitzak y luego mantenida por un grupo de desarrolladores alrededor del mundo. La biblioteca fue desarrollada teniendo en cuenta programación de gráficos 3D en mente, para esto tiene una interfaz a OpenGL, pero es aún apropiada para desarrollar aplicaciones IGU de propósito general. _____ 22

FMI

Functional Mock-up Interface (FMI) es un estándar abierto que define una interfase para comunicar entre sí simuladores de sistemas (generalmente de carácter industrial) que se ejecutan concurrentemente (en co-simulación, según la jerga FMI). _____ 20

Fortran

Es un lenguaje de programación utilizado principalmente en matemáticas y en aplicaciones de cálculo científico. _____ 7, 9, 11, 17

G

GNU

Es un sistema operativo de tipo Unix desarrollado por y para el Proyecto GNU, y auspiciado por la Free Software Foundation. Está formado en su totalidad por software libre, mayoritariamente bajo términos de copyleft. 8, 9, 10, 11, 12, 15, 16, 17, 38

GPL

La Licencia Pública General de GNU o más conocida por su nombre en inglés GNU General Public License es una licencia de derecho de autor ampliamente usada en el mundo del software libre y código abierto, y garantiza a los usuarios finales (personas, organizaciones, compañías) la libertad de usar, estudiar, compartir (copiar) y modificar el software. 9, 10

GPSS

(Español
Simulación de Sistemas de Propósito General) Es un lenguaje de programación de propósito general de simulación a tiempo discreto. 7

I

IBM

International Business Machines Corporation es una reconocida empresa multinacional estadounidense de tecnología y consultoría con sede en Armonk, Nueva York. 7, 15

IDE

Es un entorno de programación que ha sido empaquetado como un programa de aplicación, o sea, consiste en un editor de código, un compilador, un depurador y un constructor de interfaz gráfica. 15

IDL

Lenguaje de descripción de interfaz o Interface definition language, como su propio nombre indica un lenguaje de especificación de interfaces que se utiliza en software de computación distribuida. 9, 11

iOS

Es un sistema operativo móvil de la multinacional Apple Inc. Originalmente desarrollado para el iPhone (iPhone OS), después se ha usado en dispositivos como el iPod touch y el iPad. 10

K

KDD

La minería de datos o exploración de datos (es la etapa de análisis de "Knowledge Discovery in Databases" o KDD) es un campo de la estadística y las ciencias de la computación referido al proceso que intenta descubrir patrones en grandes volúmenes de conjuntos de datos. 13

L

LaTeX

Es un sistema de composición de textos, orientado a la creación de documentos escritos que presenten una alta calidad tipográfica. Por sus características y posibilidades, es usado de forma especialmente intensa en la generación de artículos y libros científicos que incluyen, entre otros elementos, expresiones matemáticas. 23

LI

LLVM

(Anteriormente conocido como Low Level Virtual Machine, o Máquina Virtual de Nivel Bajo) Es una infraestructura para desarrollar compiladores, escrita a su vez en el lenguaje de programación

C++, que está diseñada para optimizar el tiempo de compilación, el tiempo de enlazado, el tiempo de ejecución y el "tiempo ocioso" en cualquier lenguaje de programación que el usuario quiera definir. _____ 9

M

MIT

El Instituto de Tecnología de Massachusetts es una universidad privada localizada en Cambridge, Massachusetts. _____ 9

P

PARI

Es una librería C diseñada para el cálculo rápido en teoría de números, incluyendo factorización de enteros y cálculos con curvas elípticas. _____ 22

PLC

Un controlador lógico programable, más conocido por sus siglas en inglés PLC (Programmable Logic Controller) o por autómatas programables, es una computadora utilizada en la ingeniería automática o automatización industrial, para automatizar procesos electromecánicos, tales como el control de la maquinaria de la fábrica en líneas de montaje o atracciones mecánicas. __ 20

Q

Qt

Es un framework multiplataforma orientado a objetos ampliamente usado para desarrollar programas (software) que utilicen interfaz gráfica de usuario, así como también diferentes tipos de herramientas para la línea de comandos y consolas para servidores que no necesitan una interfaz gráfica de usuario. _____ 11

S

SIMSCRIPT

Es un lenguaje de simulación de propósito general similar al inglés concebido por Harry Markowitz y Bernard Hausner en la RAND Corporation en 1962. Se implementó como un preprocesador de Fortran en el IBM 7090 y se diseñó para grandes eventos discretos, simulaciones. _____ 7

T

TeX

Es un sistema de tipografía escrito por Donald E. Knuth, muy popular en el entorno académico, especialmente entre las comunidades de matemáticos, físicos e informáticos. _____ 17

W

WYSIWYG

Acronimo de What You See Is What You Get (en español, "lo que ves es lo que obtienes"), es una frase aplicada a los procesadores de texto y otros editores de texto con formato (como los editores de HTML) que permiten escribir un documento mostrando directamente el resultado final, frecuentemente el resultado impreso. _____ 10

X

XLS

Es una extensión para los archivos de hoja de cálculo utilizados en la aplicación Microsoft Excel. Actualmente la extensión más usada de este formato es .xlsx (versión Excel 2007 en adelante). _____ 18

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 Software en sistemas de control

Un sistema de control es una interconexión de componentes que forman una configuración del sistema que proporcionará una respuesta deseada. La base para el análisis de un sistema es el fundamento proporcionado por la teoría de los sistemas lineales, que supone una relación entre causa y efecto para sus componentes [1].

Un componente o proceso que vaya a ser controlado puede representarse mediante un bloque, la relación entrada-salida representa la relación entre causa y efecto del proceso, que a su vez representa un procesamiento de la señal de entrada para proporcionar una señal de salida [1].

Un sistema de control en lazo abierto utilizará un regulador o actuador de control para obtener la respuesta deseada. Un sistema en lazo abierto es un sistema sin retroalimentación. Un sistema en lazo cerrado utiliza una medida adicional de la salida real, para compararla con la respuesta de la salida deseada [1].

Un sistema de control con retroalimentación es aquel que tiende a mantener una relación prescrita de una variable del sistema con otra, comparando funciones de estas variables y usando la diferencia como un medio de control [1].

Debido a la complejidad creciente del sistema bajo control y al interés en obtener comportamiento óptimo, en la pasada década ha crecido la importancia de la ingeniería de sistemas de control. Además, conforme los sistemas se hacen más complejos, deben considerarse en el esquema de control las interrelaciones de muchas variables controladas [1].

El control automático ha desempeñado una función vital en el avance de la ingeniería y la ciencia, algunos sistemas son de vehículos espaciales, de guiado de misiles, robóticos y

similares, el control automático se ha vuelto una parte importante e integral de los procesos modernos industriales y de manufactura [2].

El control automático es esencial en el control numérico de las máquinas-herramienta de las industrias de manufactura, en el diseño de sistemas de pilotos automáticos en la industria aeroespacial, y en el diseño de automóviles y camiones en la industria automotriz y también es esencial en las operaciones industriales como el control de presión, temperatura, humedad, viscosidad y flujo en las industrias de proceso [2].

El control automático aporta los medios para obtener un desempeño óptimo de los sistemas dinámicos, mejorar la productividad, aligerar la carga de muchas operaciones manuales repetitivas y rutinarias [2].

El regulador de velocidad centrífuga de James Watt como se muestra en la Figura 1. 1 para el control de la velocidad de una máquina de vapor fue el primer trabajo en control automático, en el siglo XVIII [2].

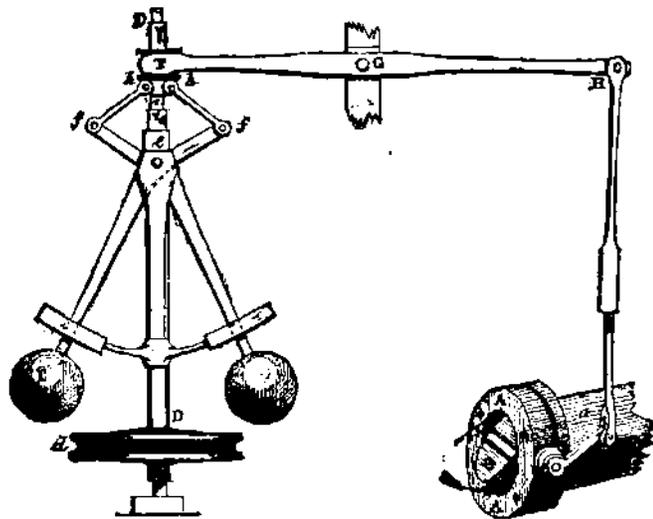


Figura 1. 1 El regulador de velocidad centrífuga [3].

Este regulador centrífugo es el sensor de una cadena mecánica de retroalimentación, que proporciona un parámetro que es función de la velocidad angular. Este parámetro puede ser

un desplazamiento mecánico que actúe sobre una válvula de control de retroalimentación negativa que se suministra a un motor para mantener constante su velocidad. Se compone de dos o más masas en rotación alrededor de un árbol giratorio. Como resultado de la fuerza centrífuga las masas tienden a alejarse del eje de rotación, pero al hacerlo se oponen a un sistema de resorte o a la fuerza de la gravedad a través de un sistema articulado, similar a un péndulo de Watt. Un sistema de palanca transforma el movimiento radial de las masas en deslizamiento axial sobre un collar. Una palanca de cambios tiene esta última para transferir el mecanismo que se quiere controlar, como puede ser la válvula de paso de vapor o de combustible, o de agua en una tubería de carga [3].

En 1922, Minorsky trabajó en los controladores automáticos para dirigir embarcaciones. En 1932, Nyquist diseñó un procedimiento relativamente simple para determinar la estabilidad de sistema en lazo cerrado, con base en la respuesta en lazo abierto en estado estable cuando la entrada aplicada es una senoidal. En 1934, Hazen, quien introdujo el término servomecanismos para los sistemas de control de posición y también analizó este con relevadores, capaces de seguir con precisión una entrada cambiante [2].

En la década de los cuarenta, gracias a los métodos de respuesta en frecuencia se pudieron diseñar los sistemas de control lineales en lazo cerrado que cumplieran con los requisitos de desempeño. A finales de los cuarenta y a principio de los cincuenta, se desarrolló por completo el método del lugar geométrico de las raíces propuesto por Evans [2].

Los métodos de respuesta en la frecuencia y del lugar geométrico de las raíces, conducen a sistemas estables que satisfacen un conjunto más o menos arbitrario de requerimientos de desempeño, estos sistemas son aceptables, pero no óptimos en forma significativa [2].

Conforme las plantas modernas con muchas entradas y salidas se vuelven más complejas, la descripción de un sistema de control moderno requiere de una gran cantidad de ecuaciones. La teoría del control clásico, que trata de los sistemas con una entrada y una salida, pierde su solidez ante sistemas con entradas y salidas múltiples, esto es debido a las computadoras digitales ya que hizo posible el análisis en el dominio del tiempo de sistemas complejos, la teoría de control moderna, basada en el análisis en el dominio del tiempo y la síntesis a partir

de variables de estado, se ha desarrollado para enfrentar la creciente complejidad de las plantas modernas y los requerimientos limitativos respecto a la precisión, el peso y el costo en aplicaciones militares espaciales e industriales [2].

Ahora que las computadoras digitales se han vuelto más baratas y más compactas, se usan como parte integral de los sistemas de control. Las aplicaciones recientes de la teoría de control moderna incluyen sistemas ajenos a la ingeniería, como los biológicos, biomédicos, económicos y socioeconómicos [2].

1.2 Objetivo

Desarrollar un software en Matlab que encuentre el lugar de las raíces, muestre datos y gráficas necesarias, y posteriormente para que sea aplicado a los sistemas de control, esto con la finalidad de obtener la información más simple sin necesidad de utilizar comandos.

1.3 Justificación

Es crear software propio ya que en la universidad se tienen Software sin licencia y algunas veces las que se tienen no se pueden pagar y no cuentan con las actualizaciones necesarias, además que ayudaría a reinventar como estudiantes y docentes, se tendría más experiencia y ayudaría a la universidad a no comprar Software.

1.4 Metodología

Mediante el software de Matlab, se crea una interface que muestre los datos necesarios para encontrar el lugar de las raíces, se aplican algunos algoritmos que pueden ayudar en las materias de sistema de control y se consigue hacer comprobaciones de datos y también gráficamente.

1.5 Contenido de la Tesis

Capítulo 1: Introducción

En este capítulo se habla un poco sobre los sistemas de control y en que son aplicados industrialmente, también sobre de los objetivos, la metodología y un breve resumen del tema en cuestión.

Capítulo 2: Antecedentes de Software de Simulación

En este capítulo se hablará un poco sobre los antecedentes de los Software de simulación, posteriormente se dan breves resúmenes de los diversos Software que existen y los más conocidos, estos se muestran divididos en tres categorías en las que pueden ser utilizados, las tres ramas de ingeniería eléctrica, las cuales son computación, eléctrica y electrónica.

Capítulo 3: Lugar de las Raíces

En este capítulo se explica más a fondo sobre el lugar de las raíces, ya que tiene ciertas reglas generales que se deben de cumplir, este consta de 8 pasos, los cuales ayudan a llegar al resultado, también se muestra sobre la interface hecha en Matlab y los algoritmos que se utilizan.

Capítulo 4: Casos de estudio

Se muestran ejemplos en los cuales se comparan con la Tabla 3.1 para corroborar cantidad de asíntotas y que coincida con los ángulos mostrados.

Capítulo 5: Conclusiones

Se analiza la controversia que se tuvo al principio de la investigación ya que no sabía exactamente los puntos clave hasta que se llegó más a fondo en la información encontrada.

CAPÍTULO 2

ANTECEDENTES DE SOFTWARE DE SIMULACIÓN

2.1 Introducción

La simulación por ordenador intenta modelizar sistemas reales o hipotéticos por ordenador de forma que su funcionamiento puede ser estudiado y podemos predecir su comportamiento [4].

La simulación se desarrolla con la teoría de muestreo estadístico y análisis de sistemas físicos probabilísticos complejos. El aspecto común en ambos es el uso de números y muestras aleatorias para aproximar soluciones [5].

La historia y la evolución de la simulación por ordenador han ido paralelas a la evolución de la Informática. Sus orígenes se encuentran en la segunda Guerra Mundial cuando dos matemáticos, J. V. Neumann y S. Ulam (se muestran en la Figura 2.1), tenían el reto de resolver un problema complejo relacionado con el comportamiento de los neutrones. Los experimentos basados en prueba y error eran muy caros y el problema era demasiado complicado para abordarlo mediante técnicas analíticas. La aproximación que tuvieron se basa en la utilización de números aleatorios y distribuciones de probabilidad. El método desarrollado fue llamado "método de Montecarlo" por el paralelismo entre la generación de números aleatorios y el juego de la ruleta [4] [5].



Figura 2. 1 J. V. Neumann y S. Ulam.

Durante la Guerra Fría se intensificó el uso de la simulación para resolver problemas de interés militar; trayectorias y dinámicas de satélites artificiales, guiar misiles, etc. Muchos de estos problemas exigen la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales. Para abordar estos problemas se utilizaron computadoras analógicas que usaban elementos electrónicos para resolver operaciones matemáticas: integración, suma, multiplicación, generación de funciones, etc. [5].

En las décadas de los 50 y los 60 la simulación era una herramienta muy cara y sofisticada solo al alcance de grandes corporaciones, principalmente en la industria del acero y la aeroespacial. Se utilizaban lenguajes de programación de la época, como por ejemplo el Fortran, y superordenadores, que, para hacerse una idea, eran menos potentes y rápidos que los ordenadores de sobremesa actuales [6].

A partir de la década de los 60 empiezan a aparecer en el mercado programas de simulación de sistemas de acontecimientos discretos que poco a poco se empezaron a utilizar para resolver problemas de ámbito civil. Los más destacables fueron el GPSS de IBM (General Purpose System Simulator) y el SIMSCRIPT. Los modelos de acontecimientos discretos son muy utilizados en la actualidad para estudiar problemas de fabricación de procesos, logística, transporte, comunicaciones y servicios. Estos problemas se caracterizan por centrar su interés en los cambios que hay en el sistema como consecuencia de los acontecimientos y en su capacidad para modelar los aspectos aleatorios del sistema. [4] [5].

Fue en los 70 y principios de los 80 cuando el uso de la simulación tuvo un impacto importante en la simulación por ordenador. El uso de simuladores se generaliza en prácticamente todos los ámbitos de la ciencia y la ingeniería, por ejemplo: en la predicción del tiempo y el entrenamiento de pilotos. [4] Se expandió gracias a que la velocidad de las computadoras aumentó y los costos disminuyeran. Comenzó a enseñarse en las universidades y se dio a conocer a un mayor número de empresas. Principalmente se utilizaba para averiguar las causas de accidentes de gravedad ocurridos en empresas [5].

En la segunda mitad de los 80 la simulación se asentó definitivamente gracias en gran parte a la aparición de las computadoras personales y la animación. Además del análisis de

accidentes se empezó a utilizar también como herramienta previa al comienzo de la producción [5].

La madurez llegó en los 90, cuando muchas pequeñas empresas comenzaron a usar la simulación en etapas tempranas de sus proyectos, donde realmente podía tener mayor impacto. La llegada de los procesadores de alta velocidad amplió el número de aplicaciones, y con ello, el número de problemas teóricos y prácticos abordables [5].

Hoy en día, la simulación se realiza mediante computadoras y software específicos, siendo una poderosa técnica de resolución de problemas reales, se experimenta con un modelo numérico, de tal forma que con los resultados se puede obtener una estimación de las características del sistema [5].

El uso de la simulación se ha ampliado al sector del ocio y ha entrado en el ámbito familiar con productos de software sofisticado, que utilizan muchos de los recursos de la computadora: gráficos potentes, bases de datos, computación intensiva, etc. Para añadir problemas reales se realizan una serie de simplificaciones que toman la forma de relaciones matemáticas o lógicas, constituyendo un modelo que se usa para comprender el comportamiento del sistema real. Se trata de trasladar la realidad a reglas matemáticas que lo representen de la forma más fidedigna posible. Si las relaciones matemáticas que componen el modelo son suficientemente simples, es posible usar métodos matemáticos (tales como álgebra, cálculo o teoría de la probabilidad), para obtener una información exacta de las cuestiones de interés; a esto se le llama solución analítica. Sin embargo, la mayoría de los sistemas del mundo real no pueden evaluarse analíticamente, y lo que se puede hacer, es estudiar dichos modelos mediante la simulación [5].

2.2 Software más utilizado en la Ingeniería

Hay una variedad de Software para utilizar en sistemas de control, algunos muy comunes son Matlab, GNU Octave, Mathematica, Julia, Scilab, Maxima, SMATH Studio, Arce, SageMath entre otros, gracias a ellos se facilitan los cálculos, se pueden crear gráficas, ayuda a ver el comportamiento de los sistemas de control y se pueden obtener todas las variantes necesarias,

esto favorece a poder encontrar soluciones a problemas de control y poder hacer modelado y diseño de estos.

2.3 Software utilizado por Ingenieros en Computación

GNU Octave, es un programa y lenguaje de programación para realizar cálculos numéricos, Octave es parte del proyecto GNU, es considerado el equivalente libre de Matlab y es orientado al análisis numérico [7].

Maxima es un sistema para la manipulación de expresiones simbólicas y numéricas, también produce resultados de alta precisión, puede graficar funciones y datos en dos y tres dimensiones, el código fuente de este puede ser compilado en varios sistemas operativos [8].

Julia, fue diseñada desde el principio para un alto rendimiento, sus programas compilan código nativo eficiente para múltiples plataformas a través de LLVM, también utiliza un despacho múltiple como paradigma, lo que facilita la expresión de muchos patrones de programación orientados a objetos. Julia sobresale en computación numérica y su sintaxis es excelente para las matemáticas, muchos tipos de datos numéricos son compatibles, y el paralelismo está disponible de fábrica [9].

FreeMat es un entorno gratuito para la ingeniería rápida y el prototipado científico y el procesamiento de datos. Es similar a sistemas comerciales como MATLAB de Mathworks e IDL de ResearchSystems, pero es de código abierto y se encuentra disponible bajo la licencia de GPL debido a que las versiones anteriores se lanzaron bajo licencia de MIT. FreeMat está diseñado para ir más allá de MATLAB e incluir funciones como una interfaz sin códigos para el código C, C++, Fortran externo, desarrollo de algoritmos paralelos, distribuidos y capacidades avanzadas de visualización de volumen y 3D [10].

Mathematica es un programa utilizado en áreas científicas, de ingeniería, matemática y áreas computacionales. Originalmente fue concebido por Stephen Wolfram, quien continúa siendo el líder del grupo de matemáticos y programadores que desarrollan el producto en Wolfram Research, compañía ubicada en Champaign, Illinois. Comúnmente considerado como un sistema de álgebra computacional, Mathematica es también un poderoso lenguaje de programación de propósito general [11].

SMath Studio Programa matemático pequeño, potente y gratuito con editor WYSIWYG y unidades completas de soporte de medidas. Proporciona numerosas funciones de computación y una rica interfaz de usuario traducida a aproximadamente 40 idiomas diferentes. La aplicación también contiene un libro de referencia matemático integrado [12].

SIMO es una aplicación de computación numérica. Crearon un intérprete para el lenguaje Matlab y lo pusieron en qt. SIMO permite crear, editar y ejecutar códigos de Matlab localmente en dispositivos. Hay más de 180 funciones integradas. No se necesita conexión a Internet, ya que la computación se realiza de manera totalmente local en su dispositivo. No pierde ni una sola característica de la aplicación, incluso si estás fuera de línea [13].

R (Lenguaje de Programación) es un entorno y lenguaje de programación con un enfoque al análisis estadístico. R es una implementación de software libre del lenguaje S pero con soporte de alcance estático. Se trata de uno de los lenguajes más utilizados en investigación por la comunidad estadística, siendo además muy popular en el campo de la minería de datos, la investigación biomédica, la bioinformática y las matemáticas financieras. A esto contribuye la posibilidad de cargar diferentes bibliotecas o paquetes con funcionalidades de cálculo y gráficas, Este lenguaje es parte del sistema GNU y se distribuye bajo la licencia GNU GPL [14].

FxSolver es una herramienta libre desarrollada por un equipo de ingenieros y de programadores con la intención única de proporcionar un servicio único, útil y libre. La visión del equipo del desarrollo es permitir que los estudiantes, los ingenieros, y los aficionados a los hobbies entren en contacto con matemáticas y que puedan solucionar problemas sin necesariamente ser al corriente de software profesional de las matemáticas o de lenguajes de programación [15].

Orange es una herramienta de visualización de datos de código abierto, aprendizaje automático y minería de datos. Cuenta con una interfaz de programación visual para el análisis exploratorio de datos y la visualización interactiva de datos, y también se puede utilizar como una biblioteca de Python. Los componentes Orange se denominan widgets y van desde la simple visualización de datos, la selección de subconjuntos y el pre

procesamiento, hasta la evaluación empírica de los algoritmos de aprendizaje y el modelado predictivo. La programación visual se implementa a través de una interfaz en la que los flujos de trabajo se crean vinculando widgets predefinidos o diseñados por el usuario, mientras que los usuarios avanzados pueden usar Orange como una biblioteca de Python para manipulación de datos y alteración de widgets [16].

Python (x, y) es un software gratuito de desarrollo científico y de ingeniería para cálculos numéricos, análisis de datos y visualización de datos basado en el lenguaje de programación Python, las interfaces gráficas de usuario Qt y el entorno de desarrollo científico interactivo Spyder. Python (x, y) es una Distribución de Python orientada a la ciencia basada en Qt y Spyder. Su propósito es ayudar a los programadores científicos a utilizar lenguajes interpretados (como MATLAB o IDL) o lenguajes compilados (C / C ++ o Fortran) para cambiar a Python [17].

ANKHOR FlowSheet es una plataforma revolucionaria para el procesamiento en memoria de datos de diversas fuentes y en formatos de datos variables. El corazón de esta plataforma es el banco de trabajo de datos FlowSheet para modelar aplicaciones, informes y servicios de datos, y el análisis ad-hoc de los datos. Cientos de operadores convierten FlowSheet en una herramienta universal y de industrias cruzadas. Además, el servidor modular ANKHOR ayuda a realizar proyectos de datos complejos, y también a escalarlos y trabajar en equipo [18].

Symbolic C++ es un sistema de álgebra computacional de propósito general incrustado en el lenguaje de programación C ++. Es un software gratuito publicado bajo los términos de la Licencia Pública General de GNU. SymbolicC ++ se usa al incluir un archivo de encabezado C ++ o al vincularlo con una biblioteca [19].

OpenAxiom es una plataforma de código abierto para cálculos simbólicos, algebraicos y numéricos. Ofrece un entorno interactivo, un lenguaje de programación expresivo, un compilador, un gran conjunto de bibliotecas matemáticas de interés para investigadores y profesionales de las ciencias computacionales. OpenAxiom se esfuerza por respaldar el álgebra computacional de código abierto ubicua, avanzada y de alta calidad en los principales

sistemas operativos, en particular las principales variantes de Unix, variantes de GNU / Linux, Windows y dispositivos de mano. Su objetivo es ser el sistema de álgebra computacional de código abierto de elección para investigación, enseñanza, ingeniería, etc. [20].

Singular (typeset Singular) es un sistema de álgebra computacional para cálculos polinomiales con énfasis especial en las necesidades del álgebra conmutativa y no conmutativa, la geometría algebraica y la teoría de la singularidad. Singular es un software gratuito publicado bajo la Licencia Pública General de GNU. Los problemas en el álgebra no conmutativa se pueden abordar con el descendiente Singular Plural. Singular se desarrolla bajo la dirección de Wolfram Decker, Gert-Martin Greuel, Gerhard Pfister y Hans Schönemann, que dirigen el equipo de desarrollo central de Singular dentro del Departamento de Matemáticas del Technische Universität Kaiserslautern. En la DFG Programa Prioritario 1489, interfaces a GAP, Polymake y Gfan se están desarrollando con el fin de cubrir las zonas de reciente creación de las matemáticas que implican convexa y la geometría algebraica, como tórico y geometría tropical [21].

Reinteract es un sistema de experimentación interactiva con Python. Las hojas de trabajo de Reinteract contienen el código de Python combinado con los resultados de ese código, formateado como texto o gráficos. Puede regresar y editar declaraciones previamente ingresadas, y los resultados se actualizarán. Reinteract es adecuado para la experimentación con el lenguaje Python y para el análisis de datos utilizando los paquetes NumPy y SciPy [22] [23].

FriCAS es un sistema de álgebra computacional de propósito general con un fuerte enfoque en la investigación matemática y el desarrollo de nuevos algoritmos. Comprende un intérprete, un compilador y una biblioteca aún en crecimiento [1] de más de 1.000 dominios y categorías. FriCAS proporciona un lenguaje de programación de alto nivel fuertemente tipado llamado SPAD y un lenguaje interactivo similar que utiliza el tipo de inferencia de texto para mayor comodidad. Aldor fue desarrollado intencionalmente como el compilador de próxima generación para Axiom y tenedores. FriCAS (opcionalmente) permite ejecutar programas de Aldor. Ambos lenguajes comparten una sintaxis similar y un sistema de tipo

sofisticado (dependiente). [2] [3] [4] FriCAS está ampliamente documentado y disponible como código fuente y como una distribución binaria para las plataformas más comunes. La compilación de las fuentes requiere, además de otros requisitos previos, un entorno Common Lisp (mediante el cual muchas de las principales implementaciones son compatibles y están disponibles libremente como código abierto). FriCAS se ejecuta en muchas plataformas POSIX, como Linux, macOS, Unix, BSD, así como en Cygwin y Microsoft Windows (restringido) [24].

Nerdamer es un ligero peso ligero y evaluador de expresión matemática simbólica escrito en JavaScript. El análisis se realiza exclusivamente en JavaScript y no utiliza ningún programa del lado del servidor. Puede exportar a una función de JavaScript puro, ideal para la entrada del usuario de filtrado [25].

ELKI (para el entorno para aplicaciones KDD de DeveLoping soportadas por Index-Structures) es un marco de software de descubrimiento de conocimiento en bases de datos (KDD, "data mining") desarrollado para uso en investigación y enseñanza originalmente en la unidad de investigación de sistemas de bases de datos del profesor Hans-Peter. Kriegel en la Universidad Ludwig Maximilian de Munich, Alemania. Su objetivo es permitir el desarrollo y la evaluación de algoritmos avanzados de extracción de datos y su interacción con las estructuras de índice de base de datos [26].

El marco ELKI está escrito en Java y construido alrededor de una arquitectura modular. La mayoría de los algoritmos incluidos actualmente pertenecen a agrupación, detección de valores atípicos e índices de base de datos. Un concepto clave de ELKI es permitir la combinación de algoritmos arbitrarios, tipos de datos, funciones de distancia e índices y evaluar estas combinaciones. Al desarrollar nuevos algoritmos o estructuras de índice, los componentes existentes se pueden reutilizar y combinar. ELKI se ha utilizado en ciencia de datos, por ejemplo, para agrupar codas de cachalotes, fonemas, operaciones de vuelo espacial, redistribución de intercambio de bicicletas, y predicción de tráfico [26].

GMDH Shell es una herramienta para la extracción del conocimiento de datasets del mundo real. Es solución fácil de utilizar, pero de gran alcance para el análisis de los datasets

multivariate obtenidos de diversos campos de la investigación y áreas comerciales. Intente crear el modelo matemático que revela patrones subyacentes en sus datos y pronostica así serie de tiempo, clasifican muestras, predicen el valor de la salida para fijado de valores de la entrada y más. GMDH Shell apunta los asuntos tales como analytics profético, descubrimiento del conocimiento, software del pronóstico de la serie de tiempo, las herramientas dato-que minan, la clasificación, la regresión y la predicción. La guarnición de curva puede también ser realizada [27].

Cisco Packet Tracer es uno de los simuladores de redes más completos. Desarrollado directamente por Cisco, es el recomendado por ejemplo para realizar pruebas con sus propios routers, switches, hubs y servidores. Este programa es uno de los más sencillos de usar y permite, de forma gratuita, realizar todo tipo de virtualizaciones de redes [28].

GNS3 o Graphical Network Simulator es un simulador de redes de código abierto diseñado para simular redes complejas de la forma más similar posible a como se harían en un entorno real. Es una herramienta gratuita ideal para administradores, ingenieros y aquellos que preparan certificados Juniper y Cisco [28].

GNS3 utiliza los módulos Dynamips, VirtualBox y Qemu para poder ofrecer experiencias lo más reales posibles a los sistemas operativos de los diferentes routers y dispositivos de red. GNS3 es una herramienta multiplataforma con clientes adaptados para Windows, Linux y Mac [28].

Dynamic Math Solver es una aplicación de software de este tipo, y logra abarcar tanto una potente calculadora matemática como un trazador de gráficos 2D, todo dentro de un paquete de software aparentemente liviano y cuenta con una interfaz de usuario extremadamente minimalista y fácil de usar, una utilidad de equilibrio perfecto. Esta aplicación de calculadora es diferente de las otras aplicaciones genéricas, ya que no viene con un teclado incorporado desde donde ingresas los números y símbolos. En su lugar, la entrada se realiza a través de una línea de comando que se procesa, y los datos del usuario se visualizan en una hoja de trabajo de forma más natural. Más aún, las expresiones matemáticas se visualizan de la manera habitual, tal como está formateada. Por lo tanto, Dynamic Math Solver permite no

solo realizar cálculos, sino también crear un informe formateado que está listo para imprimir, también se puede utilizar para construir modelos matemáticos básicos utilizando varias entidades básicas como variables, funciones, vectores y matrices. Todos los resultados obtenidos se pueden visualizar dentro de la aplicación, y los resultados se pueden utilizar como gráficos 2D. Todo el contenido escrito, incluidos los gráficos, se puede exportar aún más a otras herramientas de software populares como MS Excel [29].

Dynamic Math Solver logra aportar un montón de herramientas ordenadas a la mesa en cuanto a las herramientas de calculadora convencionales, y mientras sepa cómo escribir las operaciones con su teclado, no hay prácticamente nada que no pueda resolver [29].

Axiom es un programa de álgebra computacional (CAS) muy útil para la investigación y el desarrollo de los algoritmos matemáticos, para los cuales define una sintaxis rigurosa, con niveles de jerarquías matemáticas estructurados. Es decir, los objetos matemáticos (tales como anillos, campos, polinomios) así como las estructuras de datos de la informática (como listas, árboles, tablas hash) son escritos automáticamente. Cuando una operación es aplicada a un objeto, el tipo de objeto determina el comportamiento de la operación (similar a la programación orientada a objetos). Axiom está asociado, aunque separable, con el lenguaje de programación llamado A#. Originalmente desarrollado por investigadores en IBM bajo el nombre de Scratchpad, Axiom ha estado en desarrollo desde 1973, aunque originalmente fue un producto comercial, ahora es de código abierto y software libre. Es publicado bajo una licencia modificada tex [30].

2.4 Software utilizado por Ingenieros en Eléctrica

Matlab MATLAB (abreviatura de MATrix LABoratory, "laboratorio de matrices") es una herramienta de software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M). Está disponible para las plataformas Unix, Windows, Mac OS X y GNU/Linux. Es un software muy usado en universidades y centros de investigación y desarrollo. En los últimos años ha aumentado el número de prestaciones, como la de programar directamente procesadores digitales de señal o crear código VHDL [31].

OpenModelica es un entorno de código abierto y gratuito basado en el lenguaje de modelado Modelica para modelar, simular, optimizar y analizar sistemas dinámicos complejos. Este software está desarrollado activamente por Open Source Modelica Consortium, una organización no gubernamental sin fines de lucro. El Open Source Modelica Consortium se ejecuta como un proyecto de RISE SICS East AB en colaboración con Linköping University. OpenModelica se usa en entornos académicos e industriales. Las aplicaciones industriales incluyen el uso de OpenModelica junto con software propietario en los campos de optimización de plantas de energía, automotriz y tratamiento de agua [32],[33].

Jasymca es un sistema interactivo para resolver problemas matemáticos. Admite números de precisión arbitraria y variables simbólicas. Los escalares, vectores y matrices pueden construirse a partir de todos los tipos de datos y utilizarse en los cálculos. Desde el pseudoinverso de matrices simbólicas sobre simplificaciones trigonométricas hasta soluciones simbólicas de integrales y sistemas de ecuaciones, se proporcionan las principales funcionalidades de los programas CAS. Adicionalmente, se implementan rutinas numéricas de alto rendimiento de LAPACK y un diagrama de gráficos. La interfaz de usuario se puede seleccionar desde un lenguaje similar a Octave / Matlab / SciLab o un estilo GNU-Maxima. Se proporcionan tres versiones de Jasymca que cubren casi cualquier plataforma de computadora: una versión de Midlet para dispositivos portátiles como teléfonos celulares o PDA, una aplicación Java para PC de escritorio, laptops y estación de trabajo, y un applet que se puede integrar en páginas web. Jasymca es un software gratuito cubierto por la licencia pública GNU [34].

COMSOL Multiphysics (antes conocido como FEMLAB) es un paquete de software de análisis y resolución por elementos finitos para varias aplicaciones físicas y de ingeniería, especialmente fenómenos acoplados, o multifísicos. COMSOL Multiphysics también ofrece una amplia y bien gestionada interfaz a MATLAB y sus toolboxes que proporcionan una amplia variedad de posibilidades de programación, preprocesado y postprocesado. También proporciona una interfaz similar a COMSOL Script. Los paquetes son multiplataformas (Windows, Mac, Linux, Unix.) Además de las interfaces de usuario convencionales basadas en físicas, COMSOL Multiphysics también permite entrar sistemas acoplados de ecuaciones

en derivadas parciales (EDP). Las EDP se pueden entrar directamente o utilizando la llamada forma débil (ver el Método de los elementos finitos para una descripción de la formulación débil). COMSOL fue iniciado con base en los códigos desarrollados por varios estudiantes licenciados del Germund Dahlquist para un curso de la licenciatura en el Universidad Tecnológica Real (KTH) en Estocolmo, Suecia [35].

Cadabra es un software de álgebra computacional diseñado específicamente para la solución de problemas relacionados con la teoría de campos. Liberado bajo la Licencia Pública General de GNU, Cadabra es software libre y también posee gran cantidad de funcionalidades para la simplificación polinómica de tensor incluyendo simetrías, fermiones y variables antideslizamiento, transformadas de Fierz y álgebra de Clifford, dependencias implícitas coordenadas, múltiples índices y otras funciones más. El formato de entrada es un subconjunto de TeX. Cadabra puede funcionar bajo una interfaz de línea de comando como también bajo una interfaz gráfica [36].

PyDSTool es un entorno de simulación y análisis sofisticado e integrado para modelos de sistemas dinámicos de sistemas físicos (ODE, DAE, mapas y sistemas híbridos). PyDSTool es independiente de la plataforma, escrito principalmente en Python con algún código heredado de C y Fortran subyacente para una resolución rápida. Hace un uso extensivo de las bibliotecas numpy y scipy. PyDSTool admite matemática simbólica, optimización, análisis de plano de fase, análisis de continuación y bifurcación, análisis de datos y otras herramientas para modelado, especialmente para aplicaciones biológicas [37].

SigmaPlot es uno de los paquetes estadísticos más conocidos. A partir de una sencilla hoja de cálculo permite generar gráficas de alta calidad y efectuar análisis estadísticos complejos. Realiza gráficos profesionales en 2D y 3D y análisis de datos, de múltiples áreas y técnicas como ajuste lineal, polinomial, no lineal, análisis de pico, estadística univariante y multivariante, funciones matemáticas para Interpolación, Extrapolación, Derivación, Integración, Cálculo de áreas, etc. También permite importar y exportar datos en muchos formatos. SigmaPlot soporta los siguientes formatos: Axon, TXT, 123, XLS, DBF, SQL, Mocha, Systat, JNB, SPW, JNT, GRA, GPH [38].

SigmaPlot es similar en su ámbito de aplicación a Origin, así como aplicaciones gratuitas como SciDAVis, QtiPlot, o LabPlot. Una característica notable de SigmaPlot es la integración con la suite Office: acceder a hojas XLS o exportar resultados en presentaciones de PowerPoint es extremadamente sencillo. Y para quien quiere más control sobre el análisis, SigmaPlot se deja ampliar mediante macros escritas en Visual Basic [38].

SimulationX determina el nivel de modelado, simulación y optimización de sistemas técnicos complejos. El software modela la interacción de componentes de una multitud de dominios, incluyendo su interacción mutua y retroalimentación en una plataforma. Esto distingue significativamente a SimulationX de cualquier otro tipo de software CAE (FEM, CFD, MBS) [39].

SimulationX es el estándar en software para la evaluación de la interacción de todos los componentes en sistemas técnicos. Es la herramienta universal CAE para modelar, simular y analizar los efectos físicos - con librerías de modelos listos para el uso de la mecánica 1D, sistemas de múltiples cuerpos en 3D, transmisión de energía, hidráulica, neumática, termodinámica, electricidad, accionamientos eléctricos, magnéticos, así los controles - postprocesamiento incluido. SimulationX es compatible con el lenguaje de Modelica y ofrece una amplia gama de abiertos, interfaces CAx integrales. Además de esto, ITI proporciona soluciones completas y flexibles basadas en PC para la creación de prototipos en tiempo real de sistemas técnicos, incluidas las interfaces para las plataformas NI de prueba y simulación en tiempo real LabVIEW y NI VeriStand [39].

MathJournal es un programa interactivo para Tablet PC que proporciona un entorno natural e intuitivo para resolver problemas matemáticos y de ingeniería. MathJournal reconoce expresiones matemáticas escritas a mano, y luego muestra una lista de tipos de soluciones relevantes para el usuario. Siempre que sea posible, MathJournal ofrece la opción de trazar una expresión, este programa viene en dos ediciones: MathJournal y MathJournal Classic, algunas de sus características es guardar páginas de MathJournal como imágenes o pegar imágenes en archivos de este, capacidades de impresión mejorada, precisión numérica de 16 dígitos y es soportable en Windows Vista, Windows 7 y Windows 10 [40].

Doronix Math Toolbox (Caja de Herramientas de Matemáticas Doronix) es un entorno de computación numérica con lenguaje de programación que puede ser utilizado como pequeño MATLAB. Permite manipulaciones de la matriz, trazar de funciones y los datos, puesta en práctica de algoritmos, creación de los CSV-archivos de las funciones, de la importación y de la exportación del usuario. Puede realizar la función exponencial y los logaritmos, redondeo y resto, muestra factorial, del módulo y del número, y los órdenes [41].

Dymola, el laboratorio de modelado dinámico, es una completa herramienta de modelado y simulación de sistemas integrados y complejos para utilizar en los sectores aeroespacial, de automoción, de robótica y de procesos, así como en otras aplicaciones [42].

Dymola cuenta con capacidades únicas de ingeniería multidisciplinar, lo que significa que permite crear modelos formados por componentes de distintas áreas de la ingeniería. Se consiguen así modelos de sistemas completos que representan mejor el mundo real. Incluye bibliotecas de muchos dominios diferentes que contienen componentes mecánicos, eléctricos, de control, térmicos, neumáticos, hidráulicos, de transmisión, termodinámicos, de dinámica del vehículo, de aire acondicionado, etc. [42].

Las capacidades de Dymola permiten modelar y simular cualquier componente físico que se pueda describir mediante ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones algebraicas en el nivel más básico y, además, permiten arrastrar las composiciones y colocarlas en niveles superiores [42].

El editor gráfico de Dymola y las bibliotecas de ingeniería multidisciplinar hacen que el modelado sea muy sencillo. Las bibliotecas incluyen elementos correspondientes a dispositivos físicos que solo hay que arrastrar y colocar para crear el modelo. Las conexiones gráficas que modelan el acoplamiento físico de los componentes describen claramente las interacciones entre ellos. Esto significa que los modelos se organizan de forma intuitiva conforme a la composición del sistema físico [42].

Dymola ofrece excelentes capacidades para interactuar con otras herramientas de software y entornos de simulación mediante FMI y otros estándares [42].

Mathmatiz es mucho más que una calculadora gráfica científica. Es una herramienta conveniente para cálculos matemáticos, capaz de cálculos de números complejos y matrices (matrices, álgebra lineal), trazado de curvas y soporte de archivos tipo m. Este programa también se puede utilizar como administrador de archivos y editor de texto [43].

La operación de Mathmatiz es similar a Matlab, toma la expresión matemática como entrada. La interfaz de usuario amigable, el historial de entrada fácilmente recuperable hace que su experiencia de resolución de problemas sea mucho más agradable que cualquier otra aplicación [43].

DSHplus es un entorno de simulación especializado en el cálculo dinámico no lineal de sistemas y componentes hidráulicos y neumáticos complejos. En particular, DSHplus se utiliza para verificar la función del sistema, para el análisis de la dinámica del sistema, para las revisiones del sistema, para la selección y el diseño de componentes, en el diagnóstico de fallas y para fines de capacitación. Para el análisis y la optimización del sistema o componente, DSHplus ofrece a los usuarios una solución CAE integrada especializada de energía hidráulica. Muchas bibliotecas están disponibles para la representación realista de sistemas hidráulicos y neumáticos. Para automatizar la simulación, DSHplus proporciona varios módulos de preprocesamiento y postprocesamiento [44].

DSHplus también tiene numerosas interfaces y complementos para integrarse con casi cualquier entorno de desarrollo. Los estándares de tecnología abierta, como FMI o DSHplus-STC, garantizan un acceso de aplicación cruzada a programas de simulación externos, por ejemplo, mediante co-simulación. Para la puesta en marcha virtual de planta y maquinaria, DSHplus-PLCI permite la comunicación con controladores PLC [44].

Una especialidad de DSHplus es el análisis de oscilación de presión y la simulación de martillo de agua de sistemas de tuberías. Las aplicaciones prácticas han demostrado que los resultados son comparables a una simulación de CFD, pero solo necesitan una fracción del tiempo de cálculo del CFD. Por lo tanto, los modelos de tubería DSHplus son una solución ideal si se debe realizar un análisis de efecto o si las medidas de remedio deben prepararse u optimizarse [44].

Math Solver II es un programa de calculadora científica que ayuda a resolver todo tipo de problemas matemáticos, desde una simple adición hasta una complicada función geométrica. No solo resuelve la operación, sino que también dibuja un gráfico basado en él, si es posible, y brinda información adicional sobre el gráfico generado. El programa también incluye una excelente base de datos con constantes y funciones [45].

2.5 Software utilizados por Ingenieros en Electrónica

Scilab, es un software libre y de código abierto para el cálculo de números que proporciona un entorno informático poderoso para aplicaciones de ingeniería y científicas, incluye cientos de funciones matemáticas, tiene un lenguaje de programación de alto nivel que permite el acceso a estructuras de datos avanzadas, funciones de graficas 2-D y 3-D, Scilab también puede actuar como una plataforma única para reunir códigos escritos de diferentes lenguajes de programación en un solo lenguaje unificado, facilitando así su distribución, su respaldo y uso [46].

Arce (Maple en Ingles) Maple es un sistema de cálculo simbólico o algebraico. Mientras que los programas matemáticos tradicionales requieren valores numéricos para todas las variables, Maple mantiene y manipula los símbolos y las expresiones. Estas capacidades simbólicas permiten obtener soluciones analíticas exactas de los problemas matemáticos. Como complemento a las operaciones simbólicas existe un amplio conjunto de rutinas gráficas que permiten visualizar información matemática compleja, algoritmos numéricos que dan soluciones en precisión arbitraria de problemas cuya solución exacta no es calculable y un lenguaje de programación completa y comprensible que permite al usuario crear sus propias funciones y aplicaciones [47].

SAGE (iniciales de Software for Algebra and Geometry Experimentation – Software para experimentación de Algebra y Geometría) es un entorno de cálculos matemáticos que introduce datos matemáticos en forma textual y los despliega en forma textual o tradicional. Mientras que la mayor parte de los entornos de cálculo matemático son entidades independientes, SAGE provee algunos algoritmos por sí mismo y otros la toma de otros entornos de cálculo matemático. Esta estrategia le permite a SAGE proveer el poder de múltiples entornos de cálculo matemáticos dentro de una arquitectura capaz de evolucionar

para satisfacer futuras necesidades. SAGE está escrito en el poderoso y muy popular lenguaje de programación Python y el lenguaje de programación orientado a las matemáticas que SAGE hace disponible a los usuarios es una extensión de Python. Esto significa que los usuarios expertos en SAGE deben ser también expertos programadores en Python. Algo del conocimiento del lenguaje de programación Python es tan decisivo para utilizar con éxito SAGE que el nivel de conocimiento de Python de un usuario puede ser utilizado para ayudar a determinar su nivel o habilidad en SAGE [48].

Euler Math Toolbox es un paquete de software numérico gratuito y de código abierto. Contiene un lenguaje de matriz similar a MATLAB, una interfaz gráfica de estilo de cuaderno y una ventana de trazado. Euler está diseñado para matemáticas de nivel superior, como cálculos, optimización y estadísticas. El software puede manejar reales, complejos y de intervalo de números, vectores y matrices, puede producir 2D / 3D parcelas, y utiliza Maxima para las operaciones simbólicas. El software es compilable con Windows. Las versiones de Unix y Linux no contienen un subsistema de álgebra computacional [49] [50].

Giac / Xcas es un sistema gratuito de álgebra computacional para Windows, Mac OS X y Linux / Unix (licencia GPL3, para contacto comercial de licencia doble) y tiene un modo de compatibilidad para las personas que utilizan Maple o Mupad CAS, así como para los usuarios de las calculadoras TI (TI89, Voyage 200, TI Nspire CAS) [51].

Xcas es una interfaz para realizar álgebra computacional, gráficos de función, geometría interactiva (2D y 3D), hoja de cálculo y estadísticas, programación. Se puede usar como reemplazo de las calculadoras gráficas de alta gama, por ejemplo, en netbooks (por el mismo precio que una calculadora, pero con muchas más prestaciones), también se basa en el juego de herramientas gráficas FLTK, existe una interfaz alternativa menos madura basada en QT denominada qcas y sin conexión en su navegador es una interfaz para Giac con menos funcionalidades, pero trabajando en un navegador compatible sin instalación, se recomienda Firefox. Si desea ejecutar comandos PARI dentro de Xcas. [51]

Giac es una biblioteca de C ++, es el kernel de computación de CAS, se puede usar dentro de otros programas de C ++, y también en los programas de Python, Java y Javascript. [51]

Swift Calcs permite a los usuarios crear y colaborar sin esfuerzo en documentos computacionales interactivos, desde cualquier dispositivo. Swift Calcs está trayendo paradigmas de diseño basados en la nube y usuarios modernos al software computacional. Swift Calcs automáticamente formatea las expresiones matemáticas en forma legible para los humanos a medida que escribe. Sin LaTeX, sin sintaxis especial, sin programación. Desde el cálculo simbólico hasta el soporte total de la unidad y los solucionadores numéricos avanzados, Swift Calc tiene las herramientas para ayudarlo a obtener respuestas rápidamente. [52]

VisSim es una herramienta de software para la simulación microscópica y multimodal del tránsito, desarrollada por la empresa PTV (Planung Transport Verkehr AG en Karlsruhe), Alemania. El acrónimo deriva del alemán “Verkehr In Städten - SIMulation” (en castellano “Simulación de tránsito en ciudades”). El fundamento teórico de VISSIM se sitúa en la universidad de Karlsruhe en los años 80 y su primera aparición como herramienta comercial en entorno Windows de Microsoft fue en el año 1992, con la versión 2.03. Actualmente lidera el mercado mundial. [53]

MAGMA significa soluciones de fundición robustas e innovadoras, así como una sólida asociación con la industria de la fundición de metales. La cartera de productos de MAGMA basada en Ingeniería Autónoma da paso a soluciones robustas y rentables en el diseño de componentes, diseño de herramientas y producción. La aplicación del ENFOQUE MAGMA, combinado con el compromiso de atención al cliente, servicios de ingeniería y educación continua a través de la MAGMA academy, ofrece una metodología única y sistemática para la optimización y la resolución de problemas en los procesos de fundición de metales. Esto permite a nuestros clientes integrar y usar de manera eficaz las herramientas de MAGMA para lograr beneficios técnicos y ahorro de costos en sus organizaciones. [54]

CAPÍTULO 3

LUGAR DE LAS RAÍCES

3.1 Introducción

La característica básica de la respuesta transitoria de un sistema en lazo cerrado se relaciona estrechamente con la localización de los polos en lazo cerrado. Si el sistema tiene una ganancia de lazo variable, la localización de los polos en lazo cerrado depende del valor de la ganancia de lazo elegido [55].

Los polos en lazo cerrado son raíces de la ecuación característica, si esta llega a tener un grado superior a tres, es muy laborioso encontrar sus raíces y se quiere una solución por computadora. Sin embargo, simplemente encontrar las raíces de la ecuación característica puede tener un valor limitado, debido a que a medida que varía la ganancia de la función de transferencia en lazo abierto, la ecuación característica cambia y deben repetirse los cálculos [55].

3.2 Condiciones de ángulo y magnitud

Considerar el sistema de la Figura 3-1. La función de transferencia en lazo cerrado es:

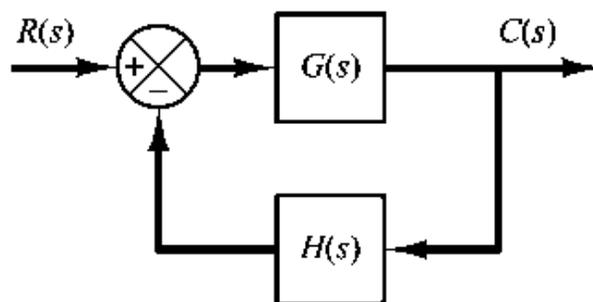


Figura 3. 1 La función de transferencia en lazo cerrado [55].

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{G(s)H(s) + 1} \quad (3-1)$$

La ecuación característica para este sistema en lazo cerrado se obtiene haciendo que el denominador del lado derecho de la Ecuación (3-1) sea igual a cero, es decir,

$$1 + G(s)H(s) = 0$$

o bien

$$G(s)H(s) = -1 \quad (3-2)$$

Aquí $G(s)H(s)$ es un cociente de polinomios de s . Debido a que $G(s)H(s)$ es una cantidad compleja, la Ecuación (3-2) se divide en dos ecuaciones igualando respectivamente los ángulos y magnitudes de ambos lados, para obtener:

$$\angle G(s)H(s) = \pm 180^\circ (2K + 1) \quad (K = 0, 1, 2, \dots) \quad (3-3)$$

Condición de magnitud:

$$|G(s)H(s)| = 1 \quad (3-4)$$

Los valores de s que cumplen tanto las condiciones de ángulo como las de magnitud son las raíces de la ecuación característica, o los polos en lazo cerrado. El lugar de las raíces es una gráfica de los puntos del plano complejo que solo satisfacen la condición de los ángulos. Las raíces de la ecuación característica (los polos en lazo cerrado) que corresponden a un valor específico de la ganancia se determina a partir de la condición de magnitud [55].

En muchos casos, $G(s)H(s)$ contiene un parámetro de ganancia K , y la ecuación característica se escribe como

$$1 + \frac{K(s + z_1)(s + z_2) \dots (s + z_m)}{(s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_n)} = 0$$

Entonces, los lugares de las raíces para el sistema son los lugares de los polos en lazo cerrado cuando la ganancia K varía de cero a infinito [55].

Para empezar a dibujar los lugares de las raíces de un sistema mediante el método analizado, es necesario conocer la localización de los polos y ceros de $G(s)H(s)$. Los ángulos de las cantidades complejas que se originan a partir de los polos y los ceros en lazo abierto para el punto de prueba s se miden en sentido contrario al de las agujas del reloj [55].

Debido a que los polos complejos conjugados y los ceros complejos conjugados en lazo abierto, si existen, siempre se sitúan simétricamente con respecto al eje real, los lugares de las raíces siempre son simétricos con respecto a este eje. Por tanto, solo es necesario construir la mitad superior de los lugares de las raíces y dibujar la imagen especular de la mitad superior en el plano s inferior [55].

3.3 Reglas generales para construir los lugares geométricos de las raíces

Para realizar la construcción de los lugares geométricos de las raíces es necesario utilizar las 8 reglas generales.

3.3.1 Reglas básicas de construcción

Para un sistema complejo en lazo abierto con muchos polos y ceros, se cree que es complicado construir una gráfica del lugar de las raíces, pero realmente no es difícil si se aplican las reglas para construir dicho lugar. Situando los puntos y las asíntotas específicos y calculando los ángulos de salida de los polos complejos y los ángulos de llegada a los ceros complejos, se puede construir la forma general de los lugares de las raíces sin dificultad. [55].

Primero se obtiene la ecuación característica

$$1 + G(s)H(s) = 0$$

Se ordena esta ecuación para que el parámetro de interés aparezca como el factor multiplicativo, en la forma

$$1 + \frac{K(s + z_1)(s + z_2) \dots (s + z_m)}{(s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_n)} = 0 \quad (3-5)$$

El parámetro de interés la ganancia K , donde $K > 0$. (Si $K < 0$, que corresponde al caso de realimentación positiva, debe modificarse la condición de ángulo) Sin embargo, el método todavía es aplicable a sistemas con parámetros de interés diferentes a la ganancia [55].

1. *Ubique los polos y ceros $G(s)H(s)$ en el plano s .* Las ramificaciones del lugar de las raíces empiezan en los polos en lazo abierto y terminan en los ceros (ceros finitos o ceros infinito) [2, p. 331] .

A partir de la forma factorizada de la función de transferencia en lazo abierto, ubicar los polos y ceros en lazo abierto en el plano s [55].

Observar:

- Los ceros en lazo abiertos son los de $G(s)H(s)$.
- Los ceros en lazo cerrado son los de $G(s)$ y los polos de $H(s)$.
- Los lugares de las raíces son simétricos con respecto al eje real del plano s , debido a que los polos y ceros complejos solo aparecen en pares conjugados.
- Una gráfica en el lugar de las raíces tendrá tantas ramas como raíces tenga la ecuación característica.
- Por lo general, el número de polos en lazo abierto es mayor que el de los ceros, el número de ramas es igual al de los polos.
- Si el número de polos en lazo cerrado es igual al número de polos en lazo abierto, el número de ramas individuales del lugar de las raíces que terminan en los ceros finitos en lazo abierto será igual al número m de ceros en lazo abierto.
- Las $n - m$ ramas terminan en infinito a lo largo de las asíntotas.
- Si se incluyen los polos y ceros en infinito, el número de polos en lazo abierto es igual al número de ceros en lazo abierto [55].

2. *Determine los lugares geométricos de las raíces sobre el eje real.* Los lugares geométricos de las raíces sobre el eje real se determinan mediante los polos y los ceros en lazo abierto que se encuentran sobre él [2].

Los polos y ceros complejos conjugados de la función de transferencia en lazo abierto no afectan a la localización de los lugares de las raíces sobre el eje real [55].

Observar:

- La contribución del ángulo de un par de polos o ceros complejos es de 360° sobre el eje real.
- Cada parte del lugar de las raíces sobre el eje real se extiende sobre el eje real, el cual se puede seleccionar un punto en este.
- Si el número total de polos y ceros reales a la derecha del punto de prueba que se haya seleccionado es impar, este punto se encuentra en el lugar de las raíces.
- Si los polos y ceros en lazo abierto son simples, el lugar de las raíces y su forma complementaria alternan segmentos a lo largo del eje real [55].

3. *Determine las asíntotas de los lugares geométricos de las raíces.* Si el punto de prueba s se ubica lejos del origen, se considera que no cambia el ángulo de cada cantidad compleja [2].

Un cero en lazo abierto y un polo en lazo abierto cancelan los efectos del otro. Por tanto, los lugares de las raíces para valores de s muy grandes deben ser asíntóticos para líneas rectas cuyos ángulos se obtengan mediante [55].

$$\text{Ángulos de las asíntotas} = \frac{\pm 180^\circ(2K + 1)}{n - m} \quad (K = 0, 1, 2, \dots)$$

Donde n = número de polos finitos de $G(s)H(s)$

m = número de ceros finitos de $G(s)H(s)$

Aquí, $k=0$ corresponde a las asíntotas con el ángulo más pequeño con el eje real. Aunque k supone un número infinito de valores, a medida que aumenta, el ángulo se repite a sí mismo y la cantidad de asíntotas distintas es $n-m$ [55].

Todas las asíntotas cortan en el eje real. El punto de intersección se obtiene del modo siguiente: si se desarrolla el numerador y el denominador de la función de transferencia en lazo abierto, el resultado es

$$G(s)H(s) = \frac{K[s^m + (z_1 + z_2 + \dots + z_m)s^{m-1} + \dots + z_1 z_2 \dots z_m]}{s^n + (p_1 + p_2 + \dots + p_n)s^{n-1} + \dots + p_1 p_2 \dots p_n} \quad (3-6)$$

Si un punto de prueba se localiza muy lejos del origen, entonces, dividiendo el denominador entre el número se puede escribir $G(s)H(s)$ como

$$G(s)H(s) = \frac{K}{\left[s + \frac{(p_1 + p_2 + \dots + p_n) - (z_1 + z_2 + \dots + z_m)}{n-m} \right]^{n-m}} \quad (3-7)$$

Las asíntotas muestran el comportamiento de los lugares de las raíces para $|s| \gg 1$, para ciertos valores de $p-z$, los ángulos de las asíntotas mostrados en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1 Ángulos de las asíntotas.

| p-z | Ángulos de las Asíntotas |
|----------|---------------------------------------|
| 0 | Sin asíntotas |
| 1 | π |
| 2 | $\pi/2, -\pi/2$ |
| 3 | $\pi/3, \pi, -\pi/3$ |
| 4 | $\pi/4, 3\pi/4, -\pi/4, -3\pi/4$ |
| 5 | $\pi/5, 3\pi/5, \pi, -\pi/5, -3\pi/5$ |

Una ramificación del lugar de las raíces puede encontrarse en un lado de la asíntota correspondiente o puede atravesar esta de un lado a otro [55].

4. *Encuentre los puntos de desprendimiento y de ingreso.* Debido a la simetría conjugada de los lugares geométricos de las raíces, los puntos de desprendimiento y de ingreso se encuentran sobre el eje real o bien ocurren en pares complejos conjugados [2].

Observar:

- Si un lugar de las raíces se encuentra entre dos polos en lazo abierto adyacentes sobre el eje real, existe al menos un punto de ruptura entre dichos dos polos.
- Si el lugar de las raíces está entre dos ceros adyacentes (un cero puede localizarse en $-\infty$) sobre el eje real, siempre existe al menos un punto de ingreso entre dos ceros.

- Si el lugar de las raíces se encuentra entre un polo en lazo abierto y un cero (finito o infinito) sobre el eje real, pueden no existir puntos de ruptura o de ingreso, o pueden existir ambos [55].

La ecuación característica es obtenida mediante

$$B(s) + KA(s) = 0$$

Los puntos de ruptura y los puntos de ingreso corresponden a las raíces múltiples de la ecuación característica.

$$\frac{dK}{ds} = \frac{B(s)A'(s) - B'(s)A(s)}{A^2(s)} = 0 \quad (3-8)$$

Donde la prima indica una diferenciación con respecto a s . Es importante señalar que los puntos de ruptura y los puntos de ingreso deben ser las raíces de la Ecuación (3-8) aunque no todas las raíces de esta ecuación son puntos de ruptura o de ingreso [55].

Observar:

- Si una raíz real de la Ecuación (3-8) se encuentra en la parte real del lugar de las raíces, es un punto de ruptura o de ingreso real.
- Si una raíz real de la Ecuación (3-8) no está en la parte del eje real del lugar de las raíces, esta raíz no corresponde a un punto de ruptura ni a un punto de ingreso.
- Si dos raíces $s = s_1$ y $s = -s_1$, de la Ecuación (3-8) son un par complejo conjugado, y si no es seguro que están en los lugares de las raíces, es necesario verificar el valor de K correspondiente.
- Si el valor de K que corresponde a la raíz $s = s_1$ de $dK/ds = 0$ es positivo, el punto $s = s_1$ es un punto de ruptura o de ingreso real [55].

5. *Determine el ángulo de salida (ángulo de llegada) de un lugar geométrico de las raíces a partir de un polo complejo (un cero complejo). Para trazar los lugares geométricos de las raíces con una precisión razonable, debemos encontrar las direcciones de los lugares geométricos de las raíces cercanas a los polos y ceros complejos [2].*

Observar:

- Si se selecciona un punto de prueba y se mueve en la cercanía precisa del polo complejo (o del cero complejo), se considera que no cambia la suma de las contribuciones angulares de todos los otros polos y ceros. Por tanto, el ángulo de llegada (o ángulo de salida) del lugar de las raíces de un polo complejo (o del cero complejo) se encuentra restado a 180° la suma de todos los ángulos de vectores, desde todos los otros polos y ceros hasta el polo complejo (o cero complejos) en cuestión, incluyendo los signos apropiados [55].

$$\text{Ángulo de salida desde un polo complejo} = 180^\circ - \sum AVPP + \sum AVPZ$$

Donde

$\sum AVPP$ = suma de los ángulos de vectores hacia el polo complejo en cuestión desde otros polos.

$\sum AVPZ$ = suma de los ángulos de vectores hacia el polo complejo en cuestión desde los ceros [55].

$$\text{Ángulo de llegada a un cero complejo} = 180^\circ - \sum AVZZ + \sum AVZP$$

Donde

$\sum AVZZ$ = suma de los ángulos de vectores hacia el cero complejo en cuestión desde otros ceros.

$\sum AVZP$ = suma de los ángulos de vectores hacia el cero complejo en cuestión desde los polos [55].

El ángulo de salida se muestra en la Figura 3-2.

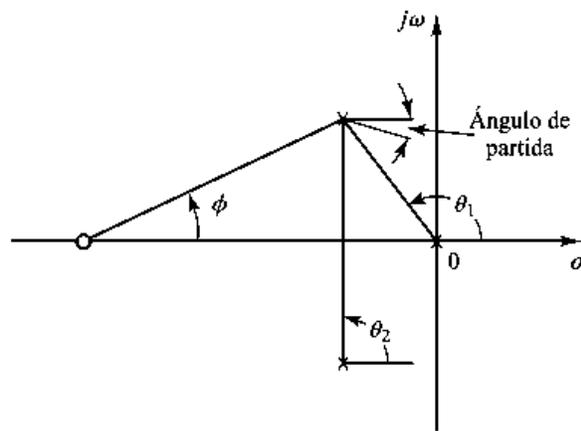


Figura 3. 2 $\text{Ángulo de salida} = 180^\circ - [\theta_1 + \theta_2] + \phi$

6. Encuentre los puntos en los que los lugares geométricos de las raíces cruzan el eje imaginario. Los puntos en donde los lugares geométricos de las raíces intersecan el eje $j\omega$ se encuentra con facilidad por medio de: (a) el criterio de Routh, o (b) suponiendo que $s=j\omega$ en la ecuación característica, igualando con cero la parte real y la parte imaginaria y despejando ω y K . En este caso los valores encontrados en ω representan las frecuencias en las cuales los lugares geométricos de las raíces cruzan el eje imaginario. El valor de K que corresponde a cada frecuencia de cruce produce la ganancia en el punto del cruce [2].
7. Tomando una serie de puntos de prueba en la vecindad amplia del origen del plano s , trace los lugares geométricos. Determine los lugares geométricos de las raíces en la vecindad amplia del eje ω y el origen. La parte más importante de los lugares geométricos de las raíces no está sobre el eje real ni en las asíntotas, sino en la parte de la vecindad amplia del eje $j\omega$ y el origen. La forma de los lugares geométricos de las raíces en esta región importante del plano s debe obtenerse con suficiente precisión [2].

8. *Determine los polos en lazo cerrado.* Un punto específico de cada ramificación del lugar geométrico de las raíces será un polo en lazo cerrado si el valor K en dicho punto satisface la condición de magnitud. Por otra parte, la condición de magnitud permite determinar el valor de la ganancia K en cualquier ubicación de las raíces específicas sobre el lugar geométrico. (Si es necesario, se establece una graduación de los lugares geométricos en términos de K. Los lugares geométricos de las raíces son continuos con K.) [2].

El valor de K que corresponde a cualquier punto s sobre el lugar geométrico de las raíces se obtiene a partir de la condición de magnitud, o bien

$$K = \frac{\text{producto de las longitudes entre el punto } s \text{ y los polos}}{\text{producto de las longitudes entre el punto } s \text{ y los ceros}}$$

Este valor se puede calcular de forma gráfica o analítica [2].

3.4 Gráficas del lugar de las raíces en Matlab

Para obtener resultados del lugar de las raíces se utilizó el software de Matlab en el cual se ingresarán algoritmos y también se utilizará una interface sencilla para que las personas puedan utilizarlo y sea cómodo, en la siguiente figura se muestra la interface en Matlab.

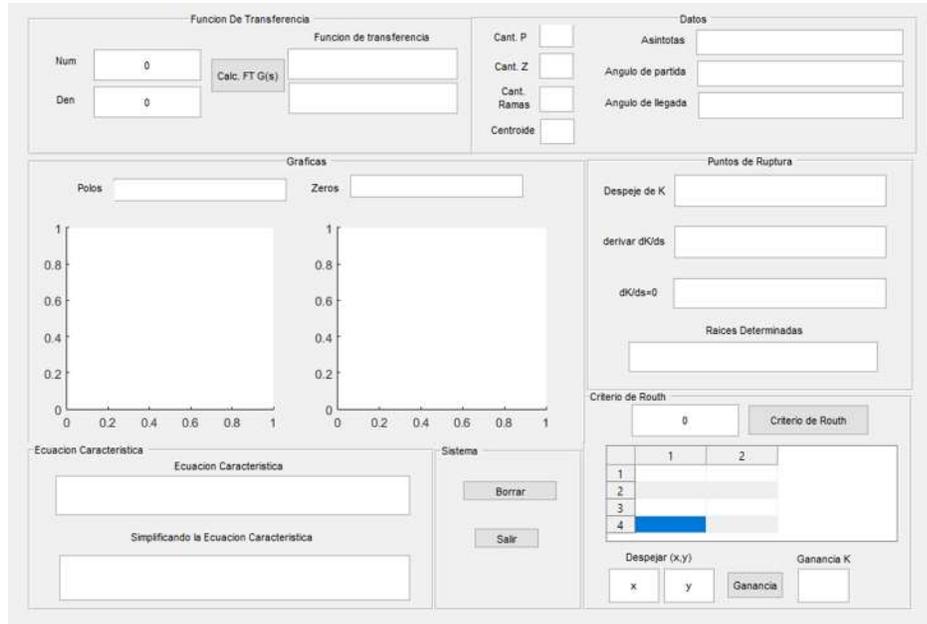


Figura 3. 3 Interface en Matlab.

3.4.1 Mostrar la Función de Transferencia

Se ingresa el numerador y denominador como vectores, en la Figura 3.4, se muestra el código para formar el numerador en función de S y en la Figura 3.5, se muestra el código para formar el denominador en función de S y ambas muestran la función de transferencia.

```

Num=handles.edit1;
Den=handles.edit2;

G=tf(Num,Den);
[nft, dft]=tfdata(G,'v');
##### Mostrar la funcion de transferencia
n=length(nft);
c=n+1;
a=true;
for i=1:n
    c=c-1;
    if nft(1,c)~=0
        if nft(1,c)>0
            sig=' + ';
        else
            sig=' - ';
        end
        if i==n
            sig='';
        end
        t=num2str(i-1);
        num=num2str(abs(nft(1,c)));
        if a==true
            respnft=strcat(sig,num,' s^',t); a=false;
        else
            respnft=strcat(sig,num,' s^',t,respnft);
        end
    end
end
end

```

Figura 3. 4 Numerador de la función de transferencia.

```

n=length(dft);
c=n+1;
a=true;
for i=1:n
    c=c-1;
    if dft(1,c)~=0
        if dft(1,c)>0
            sig=' + ';
        else
            sig=' - ';
        end
        if i==n
            sig='';
        end
        t=num2str(i-1);
        num=num2str(abs(dft(1,c)));
        if a==true
            respdft=strcat(sig,num,' s^',t); a=false;
        else
            respdft=strcat(sig,num,' s^',t,respdft);
        end
    end
end
end
#####
set(handles.edit3,'String',respnft);
set(handles.edit4,'String',respdft);

```

Figura 3. 5 Denominador de la función de transferencia.

3.4.2 Graficar polos y ceros

En la Figura 3.6, se muestra el código para obtener la ubicación de los polos y ceros de la función de transferencia.

```

polos1=pole(G);
polos=sort(polos1,'descend');
ceros1=zero(G);
ceros=sort(ceros1,'descend');

set(handles.edit5,'String',mat2str(polos));
set(handles.edit6,'String',mat2str(ceros));

```

Figura 3. 6 Polos y Ceros.

En la Figura 3.7, se muestra el código para determinar el lugar geométrico del lugar de las raíces, en axes1 se muestra solo los polos y ceros y en axes2 se muestra si hay conexión entre ellos.

```

##### Graficar
axes(handles.axes1);
pzmap(G); title('Grafica de Poloz y Ceros');
hold on;

%Lugar de las raices en el eje real
axes(handles.axes2); %muestra polos y ceros
plot(real(polos), imag(polos), '*', real(ceros), imag(ceros), 'o');
title('Grafica del Metodo de las raices');
hold on;

axes(handles.axes2);
lugar=[polos;ceros];
lugarpyc=sort(lugar,'descend');
Numero_pyc=length(lugarpyc);
i=0;
resto=rem(Numero_pyc,2); %resto de la division
if resto==0,
    i=1;
end
if i~=1,
    lugarpyc(Numero_pyc+1)=1.5*lugarpyc(Numero_pyc);
end
for i=1:2:Numero_pyc,
    plot([lugarpyc(i) lugarpyc(i+1)], [0 0], 'b--o')
end

```

Figura 3. 7 Gráficas del lugar de las raíces.

3.4.3 Determinar y graficar las asíntotas en el lugar de las raíces

En la Figura 3.8, se obtiene el total de polos y ceros, también la cantidad de asíntotas posibles.

```
tP=length(polos); %total de polos
tC=length(ceros); %total de ceros
CR=tP-tC;          %Cantidad de asintotas posibles
```

Figura 3. 8 Cantidad de polos, ceros y asintotas.

En la Figura 3.9, se muestra las condiciones para saber que efectivamente hay asintotas, la primera es si CR es mayor a 0 eso indica que hay alguna rama, la segunda es si CR es igual a 0, indica que no hay ramas. Por lo tanto, no hay asintotas y la tercera si CR es menor a 0 entonces será imposible que tenga asintotas.

```
if CR>0, % duda si el centroide es positivo
Centroide=(sum(pole(G))-sum(zero(G)))/(CR);
set(handles.edit10,'String',mat2str(Centroide));
plot(real(Centroide), imag(Centroide), 'r+')

for i=0:(CR-1)
    Aasintota(i+1)=(2*i+1)*180/(CR); %en grados
    Aasintotarad(i+1)=Aasintota(i+1)*(3.1416/180); % en radianes
end
Aasintota(i+1)=(2*i+1)*180/(CR);
for i=1:CR
    if Aasintota(i)==90,
        set(handles.edit11,'String',mat2str(Aasintota));
        axes(handles.axes2);
        plot([Centroide Centroide],[0 Centroide*2], 'r--', 'LineWidth',2);
    elseif Aasintota(i)==270,
        set(handles.edit11,'String',mat2str(Aasintota));
        axes(handles.axes2);
        plot([Centroide Centroide],[0 -Centroide*2], 'r--', 'LineWidth',2);

    elseif Aasintota(i)==180,
        set(handles.edit11,'String',mat2str(Aasintota));
        axes(handles.axes2);
        plot([Centroide Centroide*2],[0 0], 'b--', 'LineWidth',2);
    elseif ((Aasintota(i) <= 89 && Aasintota(i) >= 1) || ( Aasintota(i) <= 359 && Aasintota(i) >= 271)),
        set(handles.edit11,'String',mat2str(Aasintota));
        y=Centroide*tan(Aasintotarad(i));
        axes(handles.axes2);
        plot([Centroide 0],[0 y], 'g.-', 'LineWidth',2);
    elseif ((Aasintota(i) >= 91 && Aasintota(i) <= 179) || (Aasintota(i) <= 269 && Aasintota(i) >= 181)),
        set(handles.edit11,'String',mat2str(Aasintota));
        y=Centroide*tan(Aasintotarad(i));
        axes(handles.axes2);
        plot([Centroide Centroide*2],[0 y], 'g.-', 'LineWidth',2);
    end
end
elseif CR==0, %Si no hay ramas no tiene asintotas
set(handles.edit10,'String','Sin Cent');
set(handles.edit11,'String','Sin Asintotas');
else %si tienen mas zero que polos no es posible
set(handles.edit10,'String','Sin Cent');
set(handles.edit11,'String','No es posible');
end
```

Figura 3. 9 Código de las asintotas.

3.4.4 Determinar los ángulos de llegada y de salida

En la Figura 3.10, se muestra el código de los ángulos de llegada. Se tiene la variable A igual a 0, se ordena de menor a mayor los polos y ceros, si tP (total de polos) es mayor a 0 entonces ingresa al ciclo, para i igual a 1 hasta tP . La x es $ordenpolos(i)$, se ingresa al otro ciclo para j igual a 1 hasta tP . Primera condición, si $ordenpolos(j)$ equivale a x el pasa a la segunda condición, sino entonces $x2$ es igual a x menos $ordenpolos(j)$, $A1$ almacena el ángulo de $x2$ y va sumando los ángulos de cada punto. Segunda condición, si tC (total de ceros) es mayor a 0, se ingresa al ciclo para b igual a 1 hasta tC , entonces $x2$ es igual a x menos $ceros(b)$, $A1$ almacena el ángulo de $x2$ y va restando los ángulos de cada punto, termina los ciclos. $Ang_partida(i)$ es igual a π menos A .

```

A=0;
ordenpolos=sort(polos,'descend');
ordenceros=sort(ceros,'descend');
%partida
if tP>0
    for i=1:tP
        x=ordenpolos(i);
        for j=1:tP
            if ordenpolos(j)==x
            else
                x2=x-ordenpolos(j);
                A1=angle(x2);
                A=A+A1;
            end
        end
        if tC>0
            for b=1:tC
                x2=x-ceros(b);
                A1=angle(x2);
                A=A-A1;
            end
        end
        Ang_partidar(i)=pi-A;
    end
end
if tP>0
    Ang_partida=round(Ang_partidar*57.29578)
    resto1=rem(Ang_partida,360); %resto de la division
    set(handles.edit12,'String',num2str(resto1));
else
    set(handles.edit12,'String','Sin Ang_Partida');
end

```

Figura 3.10 Código de los ángulos de llegada.

En la Figura 3.11, se muestra el código de los ángulos de salida. si tC es mayor a 0 entonces ingresa al ciclo, para i igual a 1 hasta tC . La x es $ordenceros(i)$, se ingresa al otro ciclo para

j igual a 1 hasta tC . Si $ordenceros(j)$ equivale a x el pasa a la segunda condición, sino entonces $x2$ es igual a x menos $ordenceros(j)$, $A1$ almacena el ángulo de $x2$ y A va sumando los ángulos de cada punto. Se ingresa al ciclo para k igual a 1 hasta tP , entonces $x2$ es igual a x menos $polos(b)$, $A1$ almacena el ángulo de $x2$ y A va restando los ángulos de cada punto, termina los ciclos. $Ang_llegada(i)$ es igual a π menos A .

```

if tC>0
    for i=1:tC
        x=ordenceros(i);
        for j=1:tC
            if ordenceros[j]==x
            else
                x2=x-ordenceros(j);
                A1=angle(x2);
                A=A+A1;
            end
            for k=1:tP
                x2=x-polos(b);
                A1=angle(x2);
                A=A-A1;
            end
        end
        Ang_llegadar(i)=pi-A;
    end
end
if tC>0
    Ang_llegada=round(Ang_llegadar*57.2958)
    resto2=rem(Ang_llegada,360); %resto de la division
    set(handles.edit13,'String',mat2str(resto2));
else
    set(handles.edit13,'String','Sin Ang_Llegada');
end

```

Figura 3. 11 Código de los ángulos de salida.

CAPÍTULO 4

CASOS DE ESTUDIO

4.1 Introducción

En este capítulo se muestran algunos ejemplos basados en la cantidad de asíntotas, donde se demostrará que efectivamente los valores obtenidos son correctos y además que al momento de graficar se obtienen las asíntotas esperadas.

4.2 Obteniendo resultados con 2 asíntotas

Se emplea la función de transferencia en lazo abierto, utilizando $K=0$

$$GH(s) = \frac{K(s + 2)(s + 3)}{s(s + 1)(s + 5)(s + 6)}$$

Se observan 4 polos y 2 ceros

Polos

$p_1=0$, $p_2=-1$, $p_3=-5$ y $p_4=-6$

Ceros

$z_1=-2$ y $z_2=-3$.

El número de asíntotas $P - Z = 4 - 2 = 2$, se debe de observar la Tabla 3.1 para confirmar que los ángulos serán de 90° y -90° de cada asíntota.

Se calcula la intersección de las asíntotas

$$\text{Centroide} = \frac{(0 - 1 - 5 - 6) - (-2 - 3)}{2} = \frac{-7}{2} = -3.5$$

La función de transferencia de lazo cerrado es:

$$\frac{y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K(s+2)(s+3)}{s(s+1)(s+5)(s+6)}}{1 + \frac{K(s+2)(s+3)}{s(s+1)(s+5)(s+6)}} = \frac{K(s+2)(s+3)}{s(s+1)(s+5)(s+6) + K(s+2)(s+3)}$$

y la ecuación característica es $G(s)H(s) + 1 = 0$

$$s(s+1)(s+5)(s+6) + K(s+2)(s+3) = 0$$

Simplificando la ecuación característica

$$s^4 + 12s^3 + (41 + K)s^2 + (30 + 5K)s + 6K = 0$$

Se realiza el Criterio de Routh

Tabla 4. 1 Criterio de Routh utilizando $s^4 + 12s^3 + (41 + K)s^2 + (30 + 5K)s + 6K$.

| | | | |
|-------|--|-----------|------|
| s^4 | 1 | $41 + K$ | $6K$ |
| s^3 | 12 | $30 + 5K$ | 0 |
| s^2 | $(7 * K)/12 + 77/2$ | $6K$ | 0 |
| s^1 | $-(72 * K - (5 * K + 30) * ((7 * K)/12 + 77/2)) / ((7 * K)/12 + 77/2)$ | 0 | 0 |
| s^0 | $6K$ | 0 | 0 |

Para sacar la ganancia

$$K = \frac{(s^4 + 12s^3 + 41s^2 + 30s)}{(s^2 + 5s + 6)}$$

Para sacar los puntos de ruptura

$$\frac{dK}{ds} = \frac{(s^2 + 5s + 6)(4s^3 + 36s^2 + 82s + 30) - (s^4 + 12s^3 + 41s^2 + 30s)(2s + 5)}{(s^2 + 5s + 6)^2}$$

$$\frac{dK}{ds} = -\frac{2s^5 + 27s^4 + 144s^3 + 391s^2 + 492s + 180}{(s^2 + 5s + 6)^2}$$

Igualar

$$\frac{dK}{ds} = 0$$

$$2s^5 + 27s^4 + 144s^3 + 391s^2 + 492s + 180 = 0$$

Las raíces determinadas son:

$$s1 = -5.46$$

$$s2 = -2.44$$

$$s3 = -0.586$$

$$s4 = -2.501 \pm j2.286$$

$$s5 = -2.501 \pm j2.286$$

Se ingresará el numerador [1 5 6] y el denominador [1 12 41 30 0] después de obtener los polos, ceros y puntos de ruptura, se ingresará la ecuación característica como un vector [1 12 41+K 5K+30 6K] para realizar el Criterio de Routh y se elige la casilla de la tabla de la interface para despejar la ganancia K, en la Figura 4.1 se muestran los resultados en Matlab, se verifica que efectivamente se obtengan los datos y las gráficas correctas.

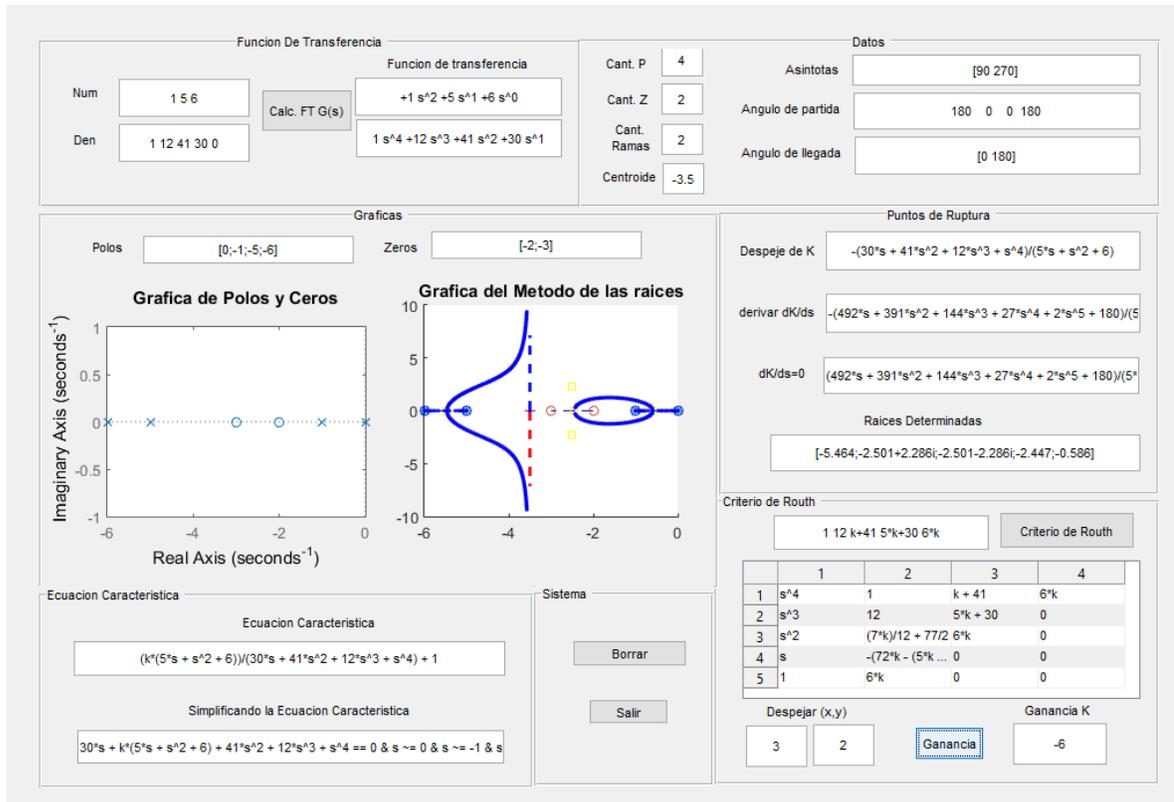


Figura 4. 1 Resultado con dos asíntotas.

4.3 Obteniendo resultados con 3 asíntotas

Se emplea la función de transferencia en lazo abierto, utilizando $K=0$

$$GH(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)}$$

Se observan 3 polos

Polos

$$p_1 = 0, p_2 = -1 \text{ y } p_3 = -2$$

El número de asíntotas $P - Z = 3 - 0 = 3$, se debe de observar la Tabla 3.1 para confirmar que los ángulos son de 60° , 180° y -60° .

Se calcula la intersección de las asíntotas

$$\text{Centroide} = \frac{(0 - 1 - 2)}{3} = \frac{-3}{3} = -1$$

La función de transferencia de lazo cerrado es:

$$\frac{y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{s(s+1)(s+2)}}{1 + \frac{K}{s(s+1)(s+2)}} = \frac{K}{s(s+1)(s+2) + K}$$

y la ecuación característica es $G(s)H(s) + 1 = 0$

$$K + s(s+1)(s+2) = 0$$

Simplificando la ecuación característica

$$s^3 + 3s^2 + 2s + K = 0$$

Se realiza el Criterio de Routh

Tabla 4. 2 Criterio de Routh utilizando $s^3 + 3s^2 + 2s + K$.

| | | |
|-------|-------------|-----|
| s^3 | 1 | 2 |
| s^2 | 3 | K |
| s^1 | $(6 - K)/3$ | 0 |
| s^0 | K | 0 |

Para sacar la ganancia

$$K = -s^3 - 3s^2 - 2s$$

Para sacar los puntos de ruptura

$$\frac{dK}{ds} = -3s^2 - 6s - 2$$

Igualar

$$\frac{dK}{ds} = 0$$

$$3s^2 + 6s + 2 = 0$$

Las raíces determinadas son:

$$s_1 = -0.42$$

$$s_2 = -1.57$$

Se ingresará el numerador [1] y el denominador [1 3 2 0] después de obtener los polos, ceros y puntos de ruptura, se ingresará la ecuación característica como un vector [1 3 2 K] para realizar el Criterio de Routh y se elige la casilla de la tabla de la interface para despejar la ganancia K, en la Figura 4.2, se muestran los resultados en Matlab, se verifica que efectivamente se obtengan los datos y las gráficas correctas.

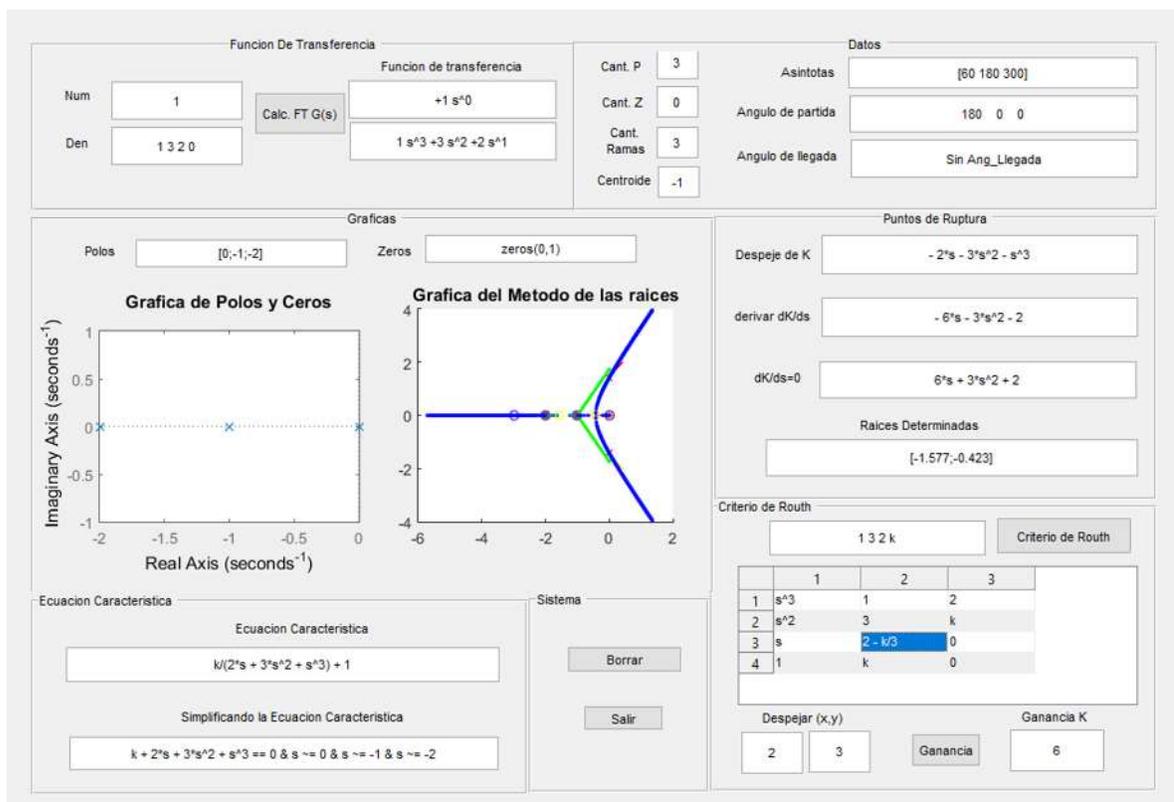


Figura 4. 2 Resultado con tres asíntotas.

4.4 Obteniendo resultados con 4 asíntotas

Se utilizará la función de transferencia en lazo abierto, utilizando $k=0$

$$GH(s) = \frac{K}{s(s+1)(s+2)(s+3)}$$

Se observan 4 polos

Polos

$$p_1=0, p_2=-1, p_3=-2 \text{ y } p_4=-3$$

El número de asíntotas $P - Z = 4 - 0 = 4$, se debe de observar la Tabla 3.1 para confirmar que los ángulos serán de 45° , 135° , -45° y -135° . de cada asíntota.

Se calcula la intersección de las asíntotas

$$\text{Centroide} = \frac{(0 - 1 - 2 - 3) - 0}{4} = \frac{-6}{4} = -1.5$$

La función de transferencia de lazo cerrado es:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K}{s(s+1)(s+2)(s+3)}}{1 + \frac{K}{s(s+1)(s+2)(s+3)}} = \frac{K}{s(s+1)(s+2)(s+3) + K}$$

y la ecuación característica es $G(s)H(s) + 1 = 0$

$$K + s(s+1)(s+2)(s+3) = 0$$

Simplificando la ecuación característica

$$s^4 + 6s^3 + 11s^2 + 6s + K = 0$$

Se realiza el Criterio de Routh

Tabla 4.3 Criterio de Routh utilizando $s^4 + 6s^3 + 11s^2 + 6s + K$.

| | | | |
|-------|---------------------------------|-----|-----|
| s^4 | 1 | 11 | K |
| s^3 | 6 | 6 | 0 |
| s^2 | 10 | K | 0 |
| s^1 | $6 - \left(\frac{3K}{5}\right)$ | 0 | 0 |
| s^0 | $6K$ | 0 | 0 |

Para sacar la ganancia

$$K = -s^4 - 6s^3 - 11s^2 - 6s$$

Para sacar los puntos de ruptura

$$\frac{dK}{ds} = -4s^3 - 18s^2 - 22s - 6$$

Igualar

$$\frac{dK}{ds} = 0$$

$$4s^3 + 18s^2 + 22s + 6 = 0$$

Las raíces determinadas son:

$$s_1 = -1.5$$

$$s_2 = -2.6180$$

$$s_3 = -0.3819$$

Se ingresará el numerador [1] y el denominador [1 6 11 6 0] después de obtener los polos, ceros y puntos de ruptura, se ingresará la ecuación característica como un vector [1 6 11 6 K] para realizar el Criterio de Routh y se elige la casilla de la tabla de la interface para despejar

SOFTWARE DE LUGAR DE LAS RAÍCES

la ganancia K, en la Figura 4.3 se muestran los resultados en Matlab, se verifica que efectivamente se obtengan los datos y las gráficas correctas.

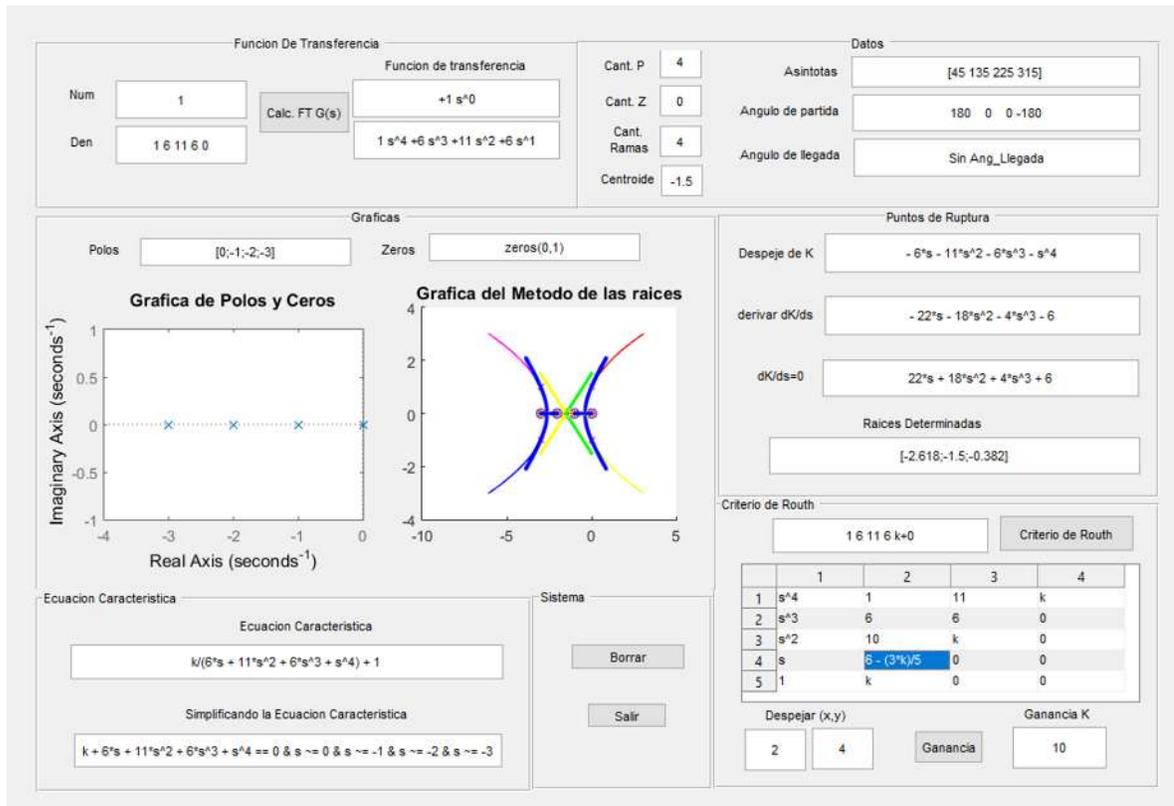


Figura 4. 3 Resultado con cuatro asíntotas.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

En la presente tesis se logró alcanzar con éxito el objetivo planteado en la tesis, de proporcionar un software para la determinación del lugar de las raíces de una función de transferencia de lazo cerrado partiendo de la función de transferencia de lazo abierto variando la ganancia del sistema, este tema es fundamental en el curso de Control Analógico II de esta facultad. Así mismo, se seleccionó Matlab debido a que tiene muchas funciones básicas para poder implementar el proyecto y la interface ha sido muy sencilla de modificar y adaptar a todos los códigos que se le han agregado.

Se desarrolló el software para fines académicos. Está diseñado principalmente por dos razones: 1) para encontrar el lugar de las raíces de una función de transferencia, pueda mostrar sus datos y gráficas necesarias, esto para que pueda ser aplicado en un sistema de control 2) porque es un sistema accesible para estudiantes y escuelas, ya que, de manera general, se han utilizado Software sin licencias debido a los costos elevados. En la Universidad se tienen Software sin actualizaciones que son necesarias para el desarrollo de proyectos. Por estos motivos, este software será de gran utilidad para obtener información más simple sin necesidad de utilizar comandos.

El software está desarrollado en Matlab ya que tiene una interface amigable para el usuario donde solo se ingresan sus datos en forma de vector, para obtener los datos se utiliza la función de transferencia y para mostrar las gráficas necesarias se ingresa la función característica simplificada, se puede sacar el valor de k indicando la posición en la tabla del Criterio de Routh mostrado en la misma interface. Se agregaron dos botones para la comodidad del usuario, borrar y salir.

Se utilizaron 3 ejemplos basados en la cantidad de las asíntotas, los algoritmos ingresados son fáciles de entender, se realizaron los ejercicios manualmente y en la interface se mostró que efectivamente se llegó al mismo resultado y se mostraron las gráficas correspondientes.

5.2 Recomendaciones

El Software aún puede extenderse a casos más complicados, se deben de ingresar los datos como vector para que funcione satisfactoriamente. También se observó que en el Criterio de Routh tarda en realizar la gráfica y mandar los datos de la tabla debido a las iteraciones dadas en el ciclo, ya que si hubiera realizado menos de 100 iteraciones no todos los ejemplos mostrarían el comportamiento completo generado por la función.

Sin embargo, con este software se puede mostrar que se pueden obtener resultados de simulación interesantes sin la necesidad de comprar software especializado costoso.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] R. C. Dorf y R. H. Bishop, *Sistemas de control moderno*, Madrid: PEARSON EDUCATION, S.A., 2005.
- [2] O. KATSUHIKO, *INGENIERIA DE CONTROL MODERNA*, Edo. de Mexico: PRENTICE-HALL, 1998.
- [3] Anonimo, «Wikipedia,» 5 Junio 2018. [En línea]. Available: https://es.wikipedia.org/wiki/Regulador_centralizado. [Último acceso: 19 Noviembre 2018].
- [4] «Retro Informatico, El pasado del futuro,» Facultat d'Informàtica de Barcelona (Universitat Politècnica de Catalunya), [En línea]. Available: <https://www.fib.upc.edu/retro-informatica/avui/simulacio.html>. [Último acceso: 16 Noviembre 2018].
- [5] D. I. J. A. V. Romero, «academia.edu,» Marzo 2016. [En línea]. Available: https://www.academia.edu/23539135/Simulacion_en_procesos_logisticos?auto=download. [Último acceso: 29 Noviembre 2018].
- [6] M. Ferreiro Villaluenga, C. Azcárate Camio y F. M. Giménez Pamplona, «academica-e.unavarra,» 20 Abril 2011. [En línea]. Available: <http://academica-e.unavarra.es/bitstream/handle/2454/4348/577431.pdf?sequence=1>. [Último acceso: 29 Noviembre 2018].
- [7] Anonimo, «wikipedia,» 4 Septiembre 2018. [En línea]. Available: https://es.wikipedia.org/wiki/GNU_Octave. [Último acceso: 18 Septiembre 2018].
- [8] «Maxima,» 28 Septiembre 2018. [En línea]. Available: <http://maxima.sourceforge.net/es/>. [Último acceso: 28 Septiembre 2018].
- [9] «Julia,» JuliaLang, 2018. [En línea]. Available: <https://julialang.org/>. [Último acceso: 18 Septiembre 2018].
- [10] «FreeMat,» 2013. [En línea]. Available: <http://freemat.sourceforge.net/>. [Último acceso: 19 Septiembre 2018].

- [11] Anonimo, «wikipedia,» 14 Octubre 2018. [En línea]. Available: <https://es.wikipedia.org/wiki/Mathematica>. [Último acceso: 20 Octubre 2018].
- [12] A. Ivashov, «SMathStudio,» на русском , 2018. [En línea]. Available: <https://en.smash.info/view/SMathStudio/summary>. [Último acceso: 19 Septiembre 2018].
- [13] «SIMO,» Numerical Co., 2018. [En línea]. Available: <http://www.simo.com.hk/features.html>. [Último acceso: 23 Septiembre 2018].
- [14] Anonimo, «wikipedia,» 9 septiembre 2018. [En línea]. Available: [https://es.wikipedia.org/wiki/R_\(lenguaje_de_programaci%C3%B3n\)](https://es.wikipedia.org/wiki/R_(lenguaje_de_programaci%C3%B3n)). [Último acceso: 24 septiembre 24].
- [15] «CNET,» 07 Febrero 2016. [En línea]. Available: http://descargar.cnet.com/fxSolver/3000-2053_4-76475858.html. [Último acceso: 2018 Septiembre 2018].
- [16] Anonimo, «wikipedia,» 29 Agosto 2018. [En línea]. Available: [https://en.wikipedia.org/wiki/Orange_\(software\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Orange_(software)). [Último acceso: 15 Septiembre 2018].
- [17] G. Davar y P. Raybaut , «Python (x, y),» Noviembre 2015. [En línea]. Available: <https://python-xy.github.io/>. [Último acceso: 12 Septiembre 2018].
- [18] «AlternativeTo,» GREAT APPS, COFFEE & GOOD MUSIC, 19 Septiembre 2018. [En línea]. Available: <https://alternativeto.net/software/ankhor-flowsheet/>. [Último acceso: 22 Septiembre 2018].
- [19] Anonimo, «wikipedia,» 29 Septiembre 2015. [En línea]. Available: <https://en.wikipedia.org/wiki/SymbolicC%2B%2B>. [Último acceso: 11 Septiembre 2018].
- [20] G. Dos Reis, «OpenAxiom,» 2013. [En línea]. Available: <http://www.open-axiom.org/>. [Último acceso: 22 Septiembre 2018].
- [21] Anonimo, «wikipedia,» 14 Febrero 2018. [En línea]. Available: [https://en.wikipedia.org/wiki/Singular_\(software\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Singular_(software)). [Último acceso: 18 Septiembre 2018].

- [22] «AlternativeTo,» GREAT APPS, COFFEE & GOOD MUSIC, 19 Septiembre 2018. [En línea]. Available: <https://alternativeto.net/software/reinteract/>. [Último acceso: 22 Septiembre 2018].
- [23] «Reinteract,» 2011. [En línea]. Available: <http://www.reinteract.org/>. [Último acceso: 22 Septiembre 2018].
- [24] Anonimo, «wikipedia,» 27 Junio 2018. [En línea]. Available: <https://en.wikipedia.org/wiki/FriCAS>. [Último acceso: 22 Septiembre 2018].
- [25] M. Donk, «alternativapara,» [En línea]. Available: <http://alternativapara.com.br/nerdamer>. [Último acceso: 2018 Septiembre 2018].
- [26] Anonimo, «Wikipedia,» 16 Marzo 2018. [En línea]. Available: <https://en.wikipedia.org/wiki/ELKI>. [Último acceso: 26 Noviembre 2018].
- [27] CBS Interactive Inc., «CNET,» 22 Octubre 2013. [En línea]. Available: http://descargar.cnet.com/GMDH-Shell/3000-2057_4-75179657.html. [Último acceso: 26 Noviembre 2018].
- [28] R. Velasco, «redeszone,» 20 Marzo 2014. [En línea]. Available: <https://www.redeszone.net/2014/03/20/lista-de-simuladores-de-redes-para-virtualizar-nuestra-propia-red/>. [Último acceso: 29 Noviembre 2018].
- [29] SoftNews NET SRL, «Softpedia,» 18 Octubre 2018. [En línea]. Available: <https://www.softpedia.com/get/Science-CAD/Dynamic-Math-Solver.shtml>. [Último acceso: 29 Noviembre 2018].
- [30] Anonimo, «Wikipedia,» Fundación Wikimedia, Inc., 10 Junio 2018. [En línea]. Available: <https://es.wikipedia.org/wiki/Axiom>. [Último acceso: 2018 Noviembre 2018].
- [31] Anonimo, «wikipedia,» 10 Julio 2018. [En línea]. Available: <https://es.wikipedia.org/wiki/MATLAB>. [Último acceso: 18 Septiembre 2018].
- [32] Anonimo, «wikipedia,» 20 Julio 2018. [En línea]. Available: <https://en.wikipedia.org/wiki/OpenModelica>. [Último acceso: 12 Septiembre 2018].
- [33] «openmodelica,» 24 Mayo 2017. [En línea]. Available: <https://openmodelica.org/>. [Último acceso: 19 Septiembre 2018].

- [34] «swMath,» 2015. [En línea]. Available: <https://www.swmath.org/software/5871>. [Último acceso: 16 Septiembre 2018].
- [35] Anonimo, «wikipedia,» 1 Septiembre 2018. [En línea]. Available: https://es.wikipedia.org/wiki/COMSOL_Multiphysics. [Último acceso: 18 Septiembre 2018].
- [36] Anonimo, «wikipedia,» 9 Enero 2018. [En línea]. Available: [https://es.wikipedia.org/wiki/Cadabra_\(software\)](https://es.wikipedia.org/wiki/Cadabra_(software)). [Último acceso: 15 Septiembre 2018].
- [37] R. Clewley, W. Sherwood, M. LaMar y J. Guckenheimer, «PYDSTOOLS,» 20 Septiembre 2018. [En línea]. Available: <http://www2.gsu.edu/~matrhc/PyDSTool.htm>. [Último acceso: 2018 Septiembre 25].
- [38] «Universidad Complutense Madrid,» MONCLOA Campus de Excelencia Internacional, [En línea]. Available: <https://www.ucm.es/pimcd2014-free-software/sigmaplot>. [Último acceso: 25 Septiembre 2018].
- [39] «National Instruments,» National Instruments Corporation, 2018. [En línea]. Available: <http://sine.ni.com/nips/cds/view/p/lang/es/nid/209104>. [Último acceso: 25 Septiembre 2018].
- [40] «MathJournal- Interactive Journal for Math,» xThink Corporation, 2018. [En línea]. Available: <https://www.xthink.com/mathjournal.html>. [Último acceso: 26 Septiembre 2018].
- [41] CBS Interactive Inc, «CNET,» 23 Marzo 2013. [En línea]. Available: http://descargar.cnet.com/Doronix-Math-Toolbox/3000-2053_4-75761821.html. [Último acceso: 26 Septiembre 2018].
- [42] 2002-2018 Dassault Systèmes , «Dassault Systèmes,» 2002-2018. [En línea]. Available: <https://www.3ds.com/es/productos-y-servicios/catia/productos/dymola/ventajas-clave/>. [Último acceso: 26 Noviembre 2018].
- [43] Softland , «soft112,» 15 Septiembre 2013. [En línea]. Available: <https://mathmatiz.soft112.com/>. [Último acceso: 2018 Noviembre 2018].

- [44] Altair Engineering, Inc., «altairhyperworks,» 2018. [En línea]. Available: <https://altairhyperworks.com/partner/dshplus>. [Último acceso: 2018 Noviembre 26].
- [45] «AlternativeTo,» GREAT APPS, COFFEE & GOOD MUSIC, 29 Noviembre 2018. [En línea]. Available: <https://alternativeto.net/software/math-solver-ii/>. [Último acceso: 29 Noviembre 2018].
- [46] «Scilab,» ESI Group, 2017. [En línea]. Available: <https://www.scilab.org/scilab/about>. [Último acceso: 19 Septiembre 2018].
- [47] H. M. C. Rubin, «Universidad Autónoma de Nayarit,» [En línea]. Available: <http://www.angelfire.com/planet/hmrc/CalculoDI.pdf>. [Último acceso: 20 Septiembre 2018].
- [48] H. Y. Parra, «Manual SAGE principiantes,» [En línea]. Available: http://www.sagemath.org/es/Manual_SAGE_principiantes.pdf. [Último acceso: 05 09 2018].
- [49] «Euler Math Toolbox,» Septiembre 2018. [En línea]. Available: <http://www.euler-math-toolbox.de/>. [Último acceso: 12 Septiembre 2018].
- [50] Anonimo, «wikipedia,» 21 Septiembre 2018. [En línea]. Available: [https://en.wikipedia.org/wiki/Euler_\(software\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Euler_(software)). [Último acceso: 22 Septiembre 2018].
- [51] P. Bernard, «Giac/Xcas, a free computer algebra system,» Marzo 2018. [En línea]. Available: <https://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~parisse/giac.html>. [Último acceso: 12 Septiembre 2018].
- [52] «AlternativeTo,» GREAT APPS, COFFEE & GOOD MUSIC, 19 Septiembre 2018. [En línea]. Available: <https://alternativeto.net/software/swift-calcs/>. [Último acceso: 20 septiembre 2018].
- [53] Anonimo, «wikipedia,» 8 Abril 2018. [En línea]. Available: <https://es.wikipedia.org/wiki/VISSIM>. [Último acceso: 15 Septiembre 2018].
- [54] MAGMA, «MAGMA,» [En línea]. Available: <https://www.magma-soft.com/es/>. [Último acceso: 16 Noviembre 2018].

- [55] O. KATSUHIKO, INGENIERIA DE CONTROL MODERNO, MEXICO:
PEARSON EDUCACION S.A., 2010.