



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

IDENTIFICACIÓN Y MONITOREO DE ARMÓNICAS EN
SISTEMAS DE POTENCIA RENOVABLES MEDIANTE LOS
MÉTODOS DE PRONY, ERA Y MATRIX PENCIL

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO ELECTRICISTA

P R E S E N T A :

MIGUEL GABRIEL JUÁREZ JIMÉNEZ

ASESOR



DR. ALEJANDRO ZAMORA MÉNDEZ
MORELIA, MICHOACÁN, NOVIEMBRE 2021

Agradecimientos

Una vez escuche una frase que decía: “Lo que hacemos en la tierra, resuena en la eternidad” no tengo la certeza de que sea cierta, pero espero que esta tesis le sea útil a la sociedad en la que vivo y beneficie a muchas personas, o cuando menos sea una contribución hacia algo que realmente nos beneficie a todos.

Me siento agradecido con cada profesor que me dio clases durante mi estancia en la FIE, ya que cada uno sumó algo valioso a mi formación académica, quiero resaltar el apoyo de dos de mi profesores: el Dr. Juan Carlos Silva Chávez, ya que desinteresadamente me apoyo con dudas que me surgieron en el desarrollo de mi tesis; y al Dr. Alejandro Zamora Méndez quien me proporcionó todas las herramientas que fueron necesarias para culminar esta tesis.

Quiero agradecer a mi Padre, Fidelmar Juarez, por que durante mi estancia en la Universidad no me tuve que preocupar por alimentos, un techo o un espacio cómodo para poder estudiar, ya que el me proveyó de todo lo necesario para cubrir mis necesidades tanto físicas como económicas.

También quiero agradecer a mi madre, a mis hermanos y a mi grupo de amigos más cercano por el apoyo emocional que me brindaron.

Por último, quiero agradecer a la Universidad por la educación que me dio.

Resumen

En esta tesis se identifica y miden las señales armónicas e inter-armónicas que se presentan en sistemas de energía renovables. Para ello, se implementan tres algoritmos que son el método de Prony, ERA (del inglés Eigensystem Realization Algorithm) y Matrix pencil. Dichos algoritmos se implementan en código Matlab, para posteriormente comprobarlos con una señal teórica y con la conocida transformada discreta de Fourier con la intención de comprobar el buen desempeño y funcionamiento al determinar la frecuencia y la magnitud de las señales armónicas e inter-armónicas presentes en una señal.

Para la parte de únicamente armónicas, se utiliza el sistema demo “**Harmonic Analysis of a Three-Phase Rectifier**”, que se encuentra en Matlab en la librería de ejemplos de Simulink. Este sistema utiliza un rectificador trifásico conectado a una carga de corriente alterna conectada en estrella y una carga de corriente directa conectada en paralelo al rectificador.

Para el caso de la identificación de las inter-armónicas y sub-armónicas, se utiliza una señal teórica proveniente de la referencia [1], además del sistema “**Renewable Power System**” conformado por diferentes demos de Simulink. Este sistema consiste básicamente en la interconexión de una planta fotovoltaica, un hidro generador y a una granja eólica a la red. Para este sistema, el análisis se lleva a cabo en las señales de voltaje y corriente correspondientes a uno de los nodos del sistema.

Además, para los análisis de inter-armónicas y sub-armónicas se utiliza el conocido teorema de Nyquist y la norma IEC- 61000 4-7, esto para realizar un cálculo más eficiente, mientras que para medir únicamente armónicas, nos limitaremos a realizar la identificación con las muestras que por default proporciona el sistema.

Al final del análisis, se realiza una comparativa con las componentes de magnitud y frecuencia encontradas entre los algoritmos propuestos y el algoritmo propuesto como referencia, el cual es FFT (por sus siglas en inglés Fast Fourier Transform).

Con los resultados obtenidos de magnitud, frecuencia y fase, se realiza una reconstrucción de la señal y se compara el resultado de los cuatro algoritmos con la señal original, a las reconstrucciones del sistema “**Renewable Power System**”, se realiza un

cálculo del RMSE (por sus siglas en inglés Root Mean Square Error), para ver cuál algoritmo realiza una reconstrucción más similar a la señal original y así evaluar su desempeño en la identificación de armónicas e inter-armónicas.

Una vez terminados los resultados, se detallan los beneficios obtenidos al realizar este trabajo de tesis, las ventajas y posibles desventajas de aplicar estos métodos al identificar armónicas e inter-armónicas, así como los posibles trabajos futuros que se pueden implementar gracias a este trabajo.

Palabras clave: Sistemas renovables de potencia, método Prony, algoritmo de la realización del eigensistema, método de matrix pencil, estimación de armónicas

Abstract

This thesis project, is intended to identify and measure the interharmonic signals that occur in renewable energy systems. For this, three algorithms will be implemented in order to measure and identify these signals, the three algorithms to be implemented are the Prony method, ERA (Eigensystem Realization Algorithm) and Matrix pencil. These algorithms will be implemented in matlab code and they will be checked with a theoretical signal and with the well-known discrete Fourier transform (DFT) to check their operation when determining the frequency and the magnitude of the signal inter harmonic endings.

To measure harmonics we will only use the system **Harmonic Analysis of a Three-Phase Rectifier** found in matlab in the simulink examples library. The system presented in this example uses a three phase rectifier connected to an AC star load and a DC load connected in parallel to the rectifier.

To measure interharmonics and subharmonics we will use a theoretical signal from the reference [1] and the system **Renewable Power System** created in Matlab/simulink, which consists of a photovoltaic farm connected to a hydroelectric generator and an electric farm. We are going to analyze this system for its current and its voltage at the 25kV node.

In the analysis of interharmonics and subharmonics we use the nyquist theorem and the IEC-61000 4-7 standard to perform a more efficient calculation, while to measure harmonics we limit ourselves to perform the calculation with the samples that the system provides us by default. At the end of the analysis, we will make a comparison with the magnitude and frequency components found between the proposed algorithms and the algorithm that we have as a reference, which is FFT (Fast Fourier Transform).

With the results obtained for magnitude, frequency and phase, we will perform a reconstruction of the signal and compare the result of the four algorithms with the original signal, to the reconstructions of the system **Renewable Power System** we will perform an RMSE (Root Mean Square Error) calculation to see which algorithm performed a reconstruction more similar to the original signal.

Once we have obtained the final results, the benefits obtained from carrying out this thesis work will be detailed. The advantages and possible disadvantages of applying

these methods when identifying harmonics and inter-harmonics and the future applications that can be implemented thanks to this work.

Contenido

Agradecimientos	3
Resumen	5
Abstract	7
Contenido	9
Lista de Figuras	11
Lista de Tablas	13
1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema	1
1.2. Antecedentes	2
1.3. Justificación	6
1.4. Objetivos	7
1.4.1. Objetivos generales	7
1.4.2. Objetivos particulares	7
1.5. Descripción de capítulos	9
2. Fundamentos matemáticos	11
2.1. Teoría de Fourier	11
2.1.1. Armónicas, inter-armónicas y sub-armónicas	13
2.2. Transformada Discreta de Fourier	13
2.2.1. Ejemplo	14
2.3. Método de Prony	17
2.3.1. Ejemplo del análisis de Prony	20
2.4. Algoritmo de la Realización del Eigensistema	25
2.4.1. Ejemplo del método de ERA	28
2.5. Método de Matrix Pencil	33
2.5.1. Ejemplo del método de Matrix Pencil	34
2.6. Resumen	38

3. Sistemas de prueba	41
3.1. Señal teórica	41
3.1.1. Resultados con el algoritmo de FFT	43
3.1.2. Resultados con el análisis de Prony	46
3.1.3. Resultados con ERA	46
3.1.4. Matrix Pencil	48
3.2. Sistema Harmonic Analysis of a Three-Phase Rectifier	49
3.2.1. Método de Prony	52
3.2.2. Método de ERA	52
3.2.3. Método de Matrix Pencil	52
3.3. Renewable Power System	56
3.3.1. Resultados	58
3.3.2. Identificación de armónicas e inter-armónicas acorde la norma IEC-61000-4-7 (Señal de voltaje)	65
3.3.3. Identificación de armónicas e inter-armónicas en la corriente acorde la norma IEC-61000-4-7 (señal de corriente)	73
3.4. Resumen	80
4. Conclusiones	83
4.1. Conclusiones generales	83
4.2. Trabajos futuros	84
Referencias	87

Lista de Figuras

2.1. Señal senoidal original periódica.	12
2.2. Descomposición de la señal senoidal original en mono componentes.	12
2.3. Señal de prueba para comprobar el funcionamiento de los métodos	15
2.4. Espectro de Fourier	16
2.5. Reconstrucción de la señal con el método de Prony.	24
2.6. Reconstrucción de la señal con el método de ERA.	32
2.7. Reconstrucción de la señal con el método de Matrix Pencil.	38
3.1. Señal original.	42
3.2. Espectro de Fourier con resolución 5 Hz.	44
3.3. Espectro de Fourier con resolución 1 Hz.	45
3.4. Reconstrucción de la señal de prueba con el algoritmo FFT.	45
3.5. Reconstrucción de la señal de prueba original con el método de Prony.	47
3.6. Reconstrucción de la señal de prueba original con el método de ERA	48
3.7. Reconstrucción de la señal de prueba original con el método de Matrix Pencil.	49
3.8. Demo Harmonic Analysis of a Three-Phase Rectifier.	50
3.9. Espectro de Fourier obtenido por el demo de Simulink en contraste con el espectro de Fourier calculado en esta tesis.	51
3.10. Señal extraída del rectificador más su reconstrucción con el método de Prony.	53
3.11. Señal extraída del rectificador más su reconstrucción con el método de ERA.	54
3.12. Señal extraída del rectificador más su reconstrucción con la técnica de Matrix Pencil.	55
3.13. Comparativa de armónicas encontradas en el rectificador trifásico.	56
3.14. Renewable power system.	57
3.15. Reconstrucción de la señal extraída del Renewable power system con FFT.	61
3.16. Reconstrucción de la señal extraída del Renewable power system con el método de Prony.	61
3.17. Reconstrucción de la señal extraída de Renewable power system con el método de ERA.	62

3.18. Reconstrucción de la señal extraída de Renewable power system con el método de Matrix Pencil.	63
3.19. Comparativa de las armónicas e inter-armónicas encontradas en Renewable Power System.	63
3.20. Reconstrucción de la señal extraída de Renewable power system con FFT.	70
3.21. Reconstrucción de la señal extraída de Renewable power system con el método de Prony.	70
3.22. Reconstrucción de la señal extraída de Renewable power system con el método de ERA.	71
3.23. Reconstrucción de la señal extraída de Renewable power system con el método Matrix Pencil	71
3.24. Comparativa de las armónicas e inter-armónicas encontradas en Renewable Power System.	73
3.25. Reconstrucción de la señal de corriente extraída de Renewable power system con FFT.	76
3.26. Reconstrucción de la señal de corriente extraída de Renewable power system con el método de Prony.	76
3.27. Reconstrucción de la señal de corriente extraída de Renewable power system con el método de ERA.	77
3.28. Reconstrucción de la señal de corriente extraída de Renewable power system con el método de Matrix Pencil.	77
3.29. Comparativa de las armónicas encontradas para la señal de corriente del Renewable Power System.	79

Lista de Tablas

2.1. Muestras de la señal acorde a (2.2)	15
2.2. Frecuencias con FFT	16
2.3. Magnitudes con FFT	16
2.4. Magnitudes con Prony	25
2.5. Frecuencias con Prony	25
2.6. Magnitudes con ERA	33
2.7. Frecuencias con ERA	33
2.8. Muestras de la señal acorde a (2.2)	34
2.9. Magnitudes con MP	38
2.10. Frecuencias con MP	38
3.1. Muestras de la señal teórica	43
3.2. Inter-armónicas encontradas en la señal de prueba con el algoritmo FFT con 160 muestras	43
3.3. Inter-armónicas encontradas en la señal de prueba con el algoritmo FFT con 800 muestras	44
3.4. Inter-armónicas encontradas en la señal de prueba con el método de Prony	46
3.5. Inter-armónicas encontradas en la señal de prueba con el método de ERA	47
3.6. Inter-armónicas encontradas en la señal de prueba con el método de Matrix Pencil	49
3.7. Armónicas encontradas en el rectificador trifásico con el método de Prony	52
3.8. Armónicas encontradas en el rectificador trifásico con el método ERA	53
3.9. Armónicas encontradas en el rectificador trifásico con el método Matrix Pencil	54
3.10. THD estimado con los algoritmos de Prony, ERA, MP y Fourier para la señal de corriente proveniente del demo del rectificador trifásico	55
3.11. Identificación de magnitudes de las armónicas e inter-armónicas mediante el análisis de Prony, ERA, MP y Fourier para el sistema Renewable Power System	59

3.12. Identificación de frecuencias de las armónicas e inter-armónicas mediante el análisis de Prony, ERA, MP y Fourier para el sistema Renewable Power System.	60
3.13. RMSE aplicado a los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier	64
3.14. Análisis del THD estimado con los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier para renewable power system	65
3.15. Identificación de la magnitud de armónicas e inter-armónicas con los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier del Renewable Power System	66
3.16. Identificación de la frecuencia de armónicas e inter-armónicas con los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier del Renewable Power System	67
3.17. Análisis del THD estimado con los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier para renewable power system	72
3.18. RMSE aplicado a los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier	72
3.19. Estimación de la magnitud de armónicas e inter-armónicas con los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier para la señal de corriente del Renewable Power System	74
3.20. Estimación de las frecuencias armónicas e inter-armónicas con los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier para la señal de corriente del Renewable Power System	75
3.21. Análisis del THD estimado con los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier para la corriente del renewable power system	78
3.22. RMSE aplicado a los resultados obtenidos por los métodos de ERA, MP y Fourier	80

Capítulo 1

Introducción

1.1. Planteamiento del problema

La proliferación del uso de dispositivos basados en la electrónica de potencia por medio de la integración de fuentes de energía renovable a pequeña y mediana escala en los sistemas eléctricos de potencia (SEPs) ha incrementado la contaminación armónica e inter-armónica en los SEPs, provocando un deterioro en la calidad de energía. Por esta razón, es importante monitorear e identificar los armónicos e inter-armónicos en los sistemas de potencia.

Es por esto, que esta tesis propone aplicar tres métodos de identificación de valores propios para la identificación y monitoreo de armónicos e inter-armónicos a partir de datos medidos: el análisis de Prony, el algoritmo de la realización del eigensistema (ERA del inglés Eigensystem Realization Algorithm) y el método de Matrix Pencil (MP). Estos métodos han sido ampliamente usados para la identificación de oscilaciones de baja frecuencia en SEPs, en donde los resultados que se obtienen son: *(i)* amplitud, *(ii)* fase, *(iii)* frecuencia y *(iv)* amortiguamiento. Todos estos parámetros corresponden a los parámetros modales de una señal medida.

De esta manera, para la identificación de armónicas e inter-armónicas mediante

las técnicas propuestas en esta tesis, solamente se enfoca en la estimación de las amplitudes y frecuencias de una señal medida, ésta puede ser de un voltaje o una corriente en alguno de los nodos de un SEP.

Por lo anterior, se proponen dos sistemas de prueba mediante el uso de la plataforma de Matlab & Simulink, donde los resultados de las simulaciones se utilizan para confirmar la eficacia de los métodos propuestos, y de esta forma, obtener estimaciones fiables de las armónicas e inter-armónicas transitorias del sistema de potencia. Además, para fines de comparación, se utiliza el método del ya conocido enfoque basado en la transformada de Fourier, el cual se aplica para obtener los valores de amplitud y frecuencia y así validar la propuesta de esta tesis.

1.2. Antecedentes

Como resultado de la integración masiva de la generación distribuida, la agregación de energías renovables, la proliferación de cargas no lineales y el uso de dispositivos de electrónica de potencia ampliamente desplegados en los sistemas eléctricos, ha provocado un aumento en la contaminación armónica e inter-armónica, y por ende, un deterioro en la calidad de energía en los sistemas de potencia [2, 3]. Así, las armónicas e inter-armónicas en los SEPs significa que existen señales superpuestas a la señal fundamental (60 Hz para los casos aquí propuestos), cuyas frecuencias, para el caso de las armónicas, corresponden a múltiplos enteros de la frecuencia fundamental [4]. Estas frecuencias provocan la variación de la forma de onda de voltaje y corriente de la forma senoidal ideal, creando perturbaciones en la calidad de energía, tales como la carga de potencia reactiva y baja eficiencia en el sistema [2, 5]. Por otro lado, los interarmónicos son cualquier mono-componentes en el voltaje y corriente que son periódicas con una frecuencia que no sea múltiplo a la frecuencia fundamental (frecuencia del sistema de potencia).

Algunos de los principales efectos de los armónicos incluyen [4]:

- Fallo de banco de capacitores por avería dieléctrica o sobrecarga de potencia reactiva.
- Interferencia con el control de ondulación y los sistemas portadores de la línea eléctrica, lo que causa un mal funcionamiento en sistemas que realizan conmutación remota, control de carga y medición.
- Pérdidas excesivas y calentamiento de máquinas síncronas y de inducción.
- Sobrevoltajes y sobrecorrientes excesivas en el sistema desde resonancia hasta voltajes armónicos o corrientes en la red.
- Ruptura dieléctrica de cables aislados como resultado de sobrevoltajes armónicos en el sistema.
- Interferencia inductiva con sistemas de telecomunicaciones.
- Errores en inducción de medidores *kWh*.
- Interferencia de señal y mal funcionamiento en relés, particularmente en sistemas de estado sólido y controlados por microprocesador.
- Interferencia con controladores de motores grandes y sistemas de excitación de centrales eléctricas.
- Oscilaciones mecánicas en máquinas de inducción y síncronas.
- Funcionamiento inestable de los circuitos de encendido basado en la detección de cruce de voltaje por cero o enclavamiento. Estos efectos dependen de la fuente de armónicos y su ubicación en el sistema de energía, y las características de la red que promueven la propagación de armónicos.

Uno de los métodos más comúnmente utilizado para el análisis de armónicos e interarmónicos en sistemas de potencia es la bien conocida Transformada de Fourier Discreta (DFT del inglés Discrete Fourier Transform) [3, 6].

La Transformada Rápida de Fourier (FFT) se considera una versión mejorada de la DFT. La invención de la FFT hizo que la DFT fuera prácticamente aplicable al análisis de secuencias de datos. La FFT se puede utilizar para el análisis armónico debido a su eficiencia computacional, donde Cooley y Tukey fueron los primeros matemáticos que hicieron público un artículo sobre este tema en 1965 y muestran el rápido cálculo de la FFT [7], lo cual se considera una ventaja. De esta manera, con esta herramienta es posible tener una estimación de la amplitud fundamental y sus armónicos con aproximación razonable [8].

Por otro lado, el trabajo de [9] actúa como una excelente reseña para profundizar en el estado del arte de diferentes enfoques para la estimación de armónicos e inter-armónicos, donde se presenta, revisa y agrupa en categorías una lista completa de alrededor de unos 40 métodos aplicados a este tema.

Las categorías principales en esta referencia son:

- Métodos paramétricos basados en el modelo. Estos métodos están basados en modelos que pueden dar una buena aproximación si el conocimiento previo sobre el contenido espectral de la señal está disponible, o si es posible hacer suposiciones razonables sobre esto. Cuando dicho conocimiento no esté disponible, o cuando se hacen suposiciones incorrectas del modelo, los métodos de parámetros puede dar resultados poco realistas. La suposición más común es que la señal consta de un número conocido de constantes u ondas sinusoidales exponencialmente amortiguadas con parámetros desconocidos, algunos métodos que se pueden señalar son el análisis de Prony [2, 10] y el algoritmo de filtrado de Kalman [4].
- Métodos no paramétricos avanzados basados en DFT. Los métodos avanzados basados en DFT pueden reducir los fenómenos como la fuga espectral y el efecto de valla que se produce en el método DFT básico. Entre estos métodos destaca la Transformada Rápida de Fourier Mejorada (e-FFT del inglés enhanced-Fast Fourier Transform) [1], donde un modelo FFT mejorado es propuesto para construir la relación entre la

frecuencia inter-armónica y la energía de fuga dispersa .

- Técnicas estadísticas. Con enfoques diferentes más allá del dominio de la frecuencia como se usa en la DFT, varios algoritmos han sido desarrollados y algunos de éstos han sido utilizados para analizar los inter-armónicos. Una limitación importante aquí, está en la interpretación de los resultados para aquellos familiarizados con los espectros de frecuencia basados en Fourier. Por ejemplo, análisis de componentes independientes de un solo canal.
- Métodos de aprendizaje automático. Se pueden aplicar en la detección y análisis de inter-armónicos. Como con cualquier método de aprendizaje automático, la limitación está en la cantidad disponible y la calidad de los datos de entrenamiento. Se necesitan datos sintéticos o mediciones correctamente etiquetadas. Un ejemplo son las máquinas de soporte vectorial (SVM del inglés Support Vector Machine).
- Métodos de optimización generalizados. De la misma forma que para las técnicas estadísticas, el desafío está en la interpretación de los resultados. Ya que si dos métodos dan resultados diferentes, esto significa que al menos uno de esos resultados es incorrecto. Un ejemplo de estos métodos es el algoritmo de optimización de enjambre de partículas (PSO del inglés Particle Swarm Optimization).
- Métodos basados en banco de filtros (FB del inglés Filter Bank). La DFT y especialmente el algoritmo de Short-Time Fourier Transform (STFT) puede reformularse como un FB. Varias publicaciones utilizan esto como una base para enfoques adaptativos y de auto ajuste y son estos filtros los que están sintonizados con precisión a los inter-armónicos presentes en la señal. Entre éstos destacan los métodos basados en PLL (del inglés Phase Locked Loop), tales como el EPLL (del inglés enhanced PLL) el cual se utiliza para el procesamiento de múltiples frecuencias de armónicos e inter-armónicos mediante un FB de análisis compuesto por filtros de respuesta de impulso infinito IIR (del inglés Infinite Impulse Response) filtros pasa banda paramétricos

convencionales.

- Métodos de estimación en línea. Estos métodos están desarrollados para el enfoque de aplicaciones en tiempo real: para la reducción de costos computacionales con técnicas que utilizan la información redundante en la señal de entrada que resulta en una reducción del número de muestras o en la detección rápida. Alternativamente, existen métodos para estimar los armónicos e inter-armónicos del sistema de potencia para casos muy variables en el tiempo, como se presenta en [11], donde se aplica un método basado en el algoritmo de búsqueda de vórtices (VSA del inglés Vortex Search Algorithm).

La contribución de esta tesis radica en estimar las armónicas e inter-armónicas en los sistemas de potencia, especialmente aquellos que utilizan energías renovables, mediante los tres principales métodos de identificación de valores propios, esto para identificar y monitorear los armónicos e inter-armónicos a partir de datos medidos: el análisis de Prony, el algoritmo de realización del eigensistema y el método de Matrix Pencil.

1.3. Justificación

Debido al uso cada vez mayor de sistemas de energía renovable, tales como la generación de energía eólica y solar, así como la utilización de la electrónica de potencia en éstos sistemas de generación distribuida; además de otros dispositivos eléctricos tales como los hornos de arco eléctrico utilizados en la industria, determinar los armónicos e inter-armónicos en los sistemas de potencia se ha convertido en un tema muy importante en los SEPs, ya que la contaminación en las líneas eléctricas que éstos representan, hacen que la calidad de la energía disminuya considerablemente. Esto se debe a que provoca formas de onda distorsionadas de voltaje o corriente en lugar de la señal puramente sinusoidal, que es la forma de onda esperada e ideal para el sistema de energía eléctrica. Además, debido al uso generalizado de sistemas fotovoltaicos en los últimos años, las corrientes armónicas

causadas por estos sistemas perjudican significativamente la calidad de la energía en la red de distribución [9]. Es por esto, que para mantener la calidad de la energía en la red de transmisión y/o distribución, los armónicos e inter-armónicos deben estimarse de forma rápida y precisa y de conformidad con las normas, de modo que se puedan tomar precauciones para mejorar la calidad de la energía [9, 1, 11].

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivos generales

La contribución principal de esta investigación radica en la propuesta de los tres principales métodos para la identificación de valores propios: el análisis de Prony, el algoritmo de la realización del eigensistema y el método Matrix Pencil para la identificación y monitoreo de armónicas e inter-armónicas en los SEPs, enfocándolos principalmente a los sistemas de potencia que integran energías renovables tales como la solar y eólica. Estas tres técnicas han sido probadas arduamente para la identificación de parámetros modales en oscilaciones de baja frecuencia en los SEPs, como se puede ver con mayor detalle en la referencia [12], obteniéndose muy buenos resultados como los presentados en [12, 13, 14]. Además, una de las ventajas principales de los métodos propuestos es que se pueden aplicar directamente a datos medidos, por ejemplo, voltajes o corrientes.

1.4.2. Objetivos particulares

- Comprender cabalmente lo que es la teoría de Fourier, la diferencia que existe entre una armónica y una inter-armónica, así como la importancia de su identificación en los SEPs.
- Programar el método de Prony, el algoritmo de la realización del eigensistema y el método de Matrix Pencil en código MatLab mediante archivos *.m, así como comprobar su funcionamiento a través de una señal de prueba teórica conocida.

- Utilizar una señal de prueba teórica proveniente de [1], página 3, para determinar la confiabilidad de cada algoritmo y contrastar su eficiencia al determinar las armónicas e inter-armónicas, para esto, se utiliza la transformada de Fourier para comparar los resultados.
- Aplicar los algoritmos a una segunda señal teórica que se propone en [1], página 5, para contrastar su eficiencia con el algoritmo FFT en la determinación de frecuencias armónicas e inter-armónicas, tomando como un parámetro a modificar el número de muestras.
- Buscar sistemas de potencia de prueba adecuados y que contengan ya sea, convertidores y/o fuentes de energía renovable, los cuales contengan mono-componentes tanto armónicas como inter-armónicas, a los cuales se les pueda realizar el análisis con los algoritmos propuestos.
- Familiarizarnos con los sistemas de potencia de prueba, como lo es el sistema de **Harmonic Analysis of a Three-Phase Rectifier** que contiene únicamente armónicas; y el sistema **Renewable Power System** compuesto por una granja de paneles solares, una granja eólica y un hidro generador. En particular, este sistema genera principalmente inter-armónicas.
- Extraer las señales de los sistemas de prueba implementados en Simulink para posteriormente realizar un análisis fuera de línea con los métodos propuestos, y de esta manera identificar las armónicas e inter-armónicas presentes.
- Realizar una reconstrucción, tanto de las señales de prueba teóricas como de las señales provenientes de los sistemas de prueba para aplicar el error medio cuadrático (RMSE, del inglés Root Mean Square Error) y de esta manera determinar el grado de similitud que existe entre las señales originales y las reconstrucciones realizadas con los algoritmos.

- Comparar el grado de similitud y los resultados de magnitud y frecuencia encontrados por los algoritmos propuestos para cada señal en particular.

1.5. Descripción de capítulos

En este Capítulo, se presentan los antecedentes, la justificación y planteamiento de la problemática, lo que permite desarrollar este trabajo de investigación. Así como una breve descripción de cada Capítulo.

En el Capítulo 2 se describe la formulación matemática de los tres métodos propuestos, así como la transformada de Fourier con motivos de comparación. Además, se muestra un ejemplo teórico del cual se conocen los parámetros a identificar con el objetivo de comprobar el correcto funcionamiento de los métodos.

El Capítulo 3 presenta la aplicación de los tres algoritmos propuestos y su comparación con la transformada de Fourier a tres casos de estudio: (i) otra señal teórica de prueba, la cual está compuesta de inter-armónicas y proviene de (17) en la referencia [1], (ii) el sistema demo **Harmonic Analysis of a Three-Phase Rectifier** de Simulink; y (iii) el sistema **Renewable Power System**. Éstos dos últimos implementados en la plataforma de MatLab & Simulink. También se presentan los resultados y la reconstrucción de cada señal a analizar, todo implementado tanto en código MatLab como en Simulink.

En el Capítulo 4, se presentan las conclusiones y los trabajos futuros que se pueden realizar gracias a esta tesis.

Capítulo 2

Fundamentos matemáticos

En este Capítulo, se describen brevemente los algoritmos de Prony, ERA, MP y la transformada de Fourier discreta (DFT del inglés Discrete Fourier Transform) para un solo canal y así abordar la identificación y monitoreo de armónicos e inter-armónicos aprovechando las respuestas medidas de los sistemas de potencia.

2.1. Teoría de Fourier

Esta teoría, llamada así en honor a Joseph Fourier, sugiere que una función periódica puede ser descrita como la suma de otras ondas sinusoidales, con magnitudes diferentes pero con las frecuencias siendo un múltiplo entero de la función periódica original. De igual forma, la suma de las ondas con magnitudes diferentes pero con las frecuencias siendo múltiplo entero de lo que se denomina frecuencia fundamental, puede dar como resultado una función periódica. Por ejemplo, se puede comparar esto a la melodía que genera una orquesta, donde cada instrumento genera una onda sonora y al tocarse de forma individual se pueden apreciar, además, si se agregan instrumentos hasta que cada uno este tocando su correspondiente onda sonora, se puede escuchar la melodía original. De igual forma, si se escucha la melodía original que genera la orquesta y se enfoca únicamente

en un instrumento, se podrá identificar y saber qué tipo de instrumento es. Para ejemplificar un poco más esto se representa una función periódica en el dominio del tiempo y con una amplitud unitaria, de igual forma esta función periódica se puede descomponer en mono-componentes.

La Fig. 2.1 muestra una función periódica, mientras que la Fig. 2.2 muestra la descomposición de la señal original (ver Fig. 2.1) en varias formas de onda senoidales.

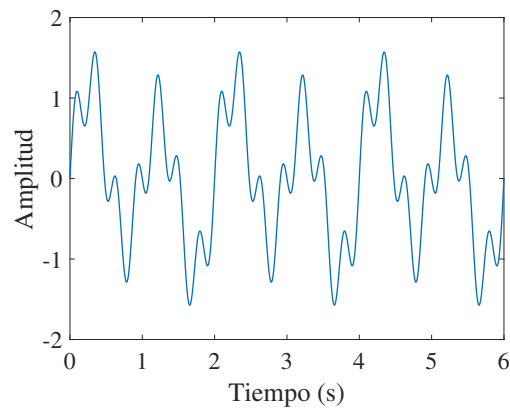


Figura 2.1: Señal senoidal original periódica.

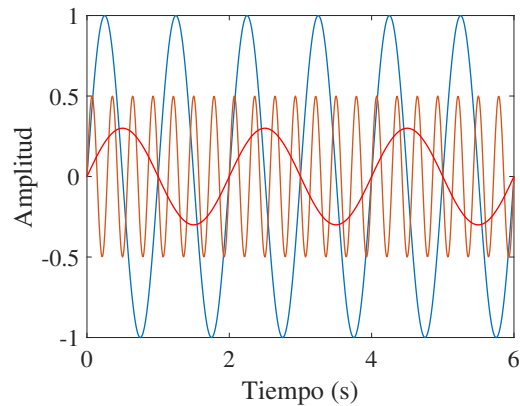


Figura 2.2: Descomposición de la señal senoidal original en mono componentes.

La suma de las senoideas mostradas en la Fig. 2.2 tiene como resultado la senoide

que se muestra en la Fig. 2.1, así lo que inicialmente sugiere Joseph Fourier es que la suma de las mono componentes también es igual a la señal original.

2.1.1. Armónicas, inter-armónicas y sub-armónicas

De acuerdo a lo mencionado en los párrafos anteriores, se denomina frecuencia armónica cuando en la descomposición de una señal en las senoidales generadas, la frecuencia es un múltiplo entero de la frecuencia fundamental, dicha frecuencia se denomina frecuencia armónica, donde matemáticamente se debe cumplir que $f_h = hF_0$, donde F_0 es la frecuencia fundamental y h es un número entero.

En contraste, cuando dicha frecuencia no es un múltiplo entero a la frecuencia fundamental significa que la señal no necesariamente es periódica y entonces, a esa frecuencia se le denomina como: (i) inter-armónica si no es un múltiplo entero de la frecuencia fundamental, o como (ii) sub-armónica si es inferior a la frecuencia fundamental. Matemáticamente, una inter-armónica sería $f_{h_i} = h_i f_0$ donde h_i es un número NO entero mayor a uno y f_0 es la frecuencia fundamental, como su nombre lo indica es una frecuencia que se encuentra entre dos frecuencias armónicas adyacentes. Por otro lado, una sub-armónica entonces sería $f_{h_k} = h_k f_0$ donde h_k es un número cualquiera entre 0 y 1, y f_0 es la frecuencia fundamental.

2.2. Transformada Discreta de Fourier

La transformada rápida de Fourier, es un algoritmo eficiente que permite calcular la transformada de Fourier discreta y su inversa. La FFT es de gran importancia en una amplia variedad de aplicaciones, desde el tratamiento digital de señales y filtrado digital en general, a la resolución de ecuaciones en derivadas parciales o los algoritmos de multiplicación rápida de grandes enteros [15].

Debido a que este algoritmo se utilizará únicamente como referencia y su popularidad en este tipo de análisis es basta, solamente se menciona que tiene como base la siguiente descripción matemática: Sea x_n una señal periódica discreta en el tiempo, por lo que la transformada discreta de Fourier de esta señal se define como:

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\frac{2\pi i}{N} kn}, \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (2.1)$$

donde $i = \sqrt{-1}$, X_k es un conjunto de números complejos y N es el número de muestras que utilizaremos para el análisis de armónicas y/o inter-armónicas. Por lo que, el algoritmo FFT consiste en una optimización de (2.1).

Es importante recalcar que el análisis FFT es eficaz para encontrar armónicas pero como menciona la referencia [1], sufre al intentar encontrar las inter-armónicas, por lo que existe una gran variedad de algoritmos basados en Fourier, que de cierta forma mejoran la identificación de las inter-armónicas, no presentados en esta tesis.

2.2.1. Ejemplo

Para esta sección se utiliza una señal de prueba para poder verificar y obtener una solución acorde a lo que sugiere el algoritmo de FFT.

La señal de prueba es la siguiente y se muestra en la Fig. 2.3:

$$y(t) = A_1 \sin(2\pi f_1 t) + A_2 \sin(2\pi f_2 t) \quad (2.2)$$

Las frecuencias y amplitudes para esta señal son: $f_1 = 33$ Hz, $f_2 = 238$ Hz, $A_1 = 0.25$ y $A_2 = 1$. Se observa que el resultado a esperar es de dos señales o dos componentes, las cuales generan la señal original.

Pasando la señal en (2.2) a tiempo discreto y_k y utilizando un número de muestras por ciclo $N = 256$ y con una frecuencia de muestreo $Fs = 1.28k Hz$, se tiene lo presentado

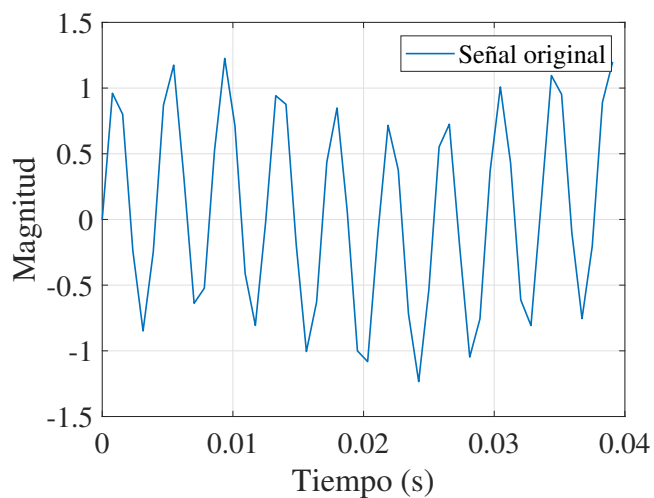


Figura 2.3: Señal de prueba para comprobar el funcionamiento de los métodos

Tabla 2.1: Muestras de la señal acorde a (2.2)

k	y_k
0	0
1	0.9604
2	0.8004
3	-0.2385
\vdots	\vdots
256	0.4017

en la Tabla 2.1 y en la Fig. 2.3, que es el mismo caso de estudio que la referencia [1] página 5.

En la Fig. 2.4 se muestra el resultado en gráfica de lo que arroja el algoritmo de FFT, donde se observa la identificación de las dos frecuencias con sus respectivas magnitudes, una en 35 Hz y la otra en 243.45 Hz; cada una con magnitud de 0.17214 y 0.7535, respectivamente. Estos resultados se pueden ver en las Tablas 2.2 y 2.3 para magnitud y frecuencia, respectivamente; y contrastados con las magnitudes y frecuencias originales acorde los parámetros en (2.2).

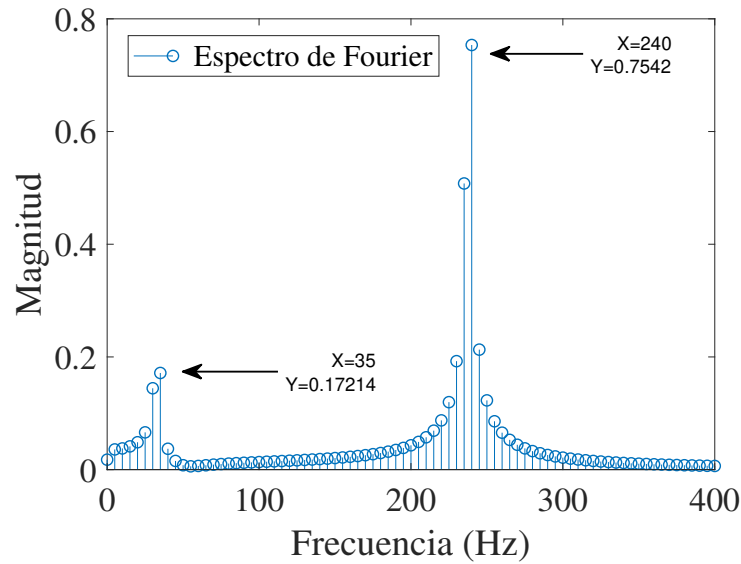


Figura 2.4: Espectro de Fourier

Tabla 2.2: Frecuencias con FFT

Frecuencia Original	Frecuencia FFT
238.00	240.00
33.00	35.00

Tabla 2.3: Magnitudes con FFT

Magnitud Original	Magnitud FFT
1.0000	0.75472
0.2500	0.17214

Como se puede observar en las Tablas 2.2, 2.3, y en la Fig. 2.4 la resolución de la FFT con $N = 256$ es de 5 Hz (es decir, el valor más pequeño que puede calcular) por lo que el algoritmo no es muy confiable a la hora de calcular inter-armónicos, ya que no puede encontrar las frecuencias y amplitudes originales, y estos valores no corresponden a los valores en (2.2).

Cabe recalcar que esto sucede en gran parte, debido al reducido número de muestras por ciclo utilizados en el análisis de la señal y a la resolución alcanzada de su espectro, ver Fig. 2.4. Es importante mencionar, que para una comparación justa con los métodos aquí propuestos, se deja el mismo número de muestras por ciclo, por lo que N será el mismo para el análisis de la misma señal en (2.2) para los tres algoritmos propuestos.

2.3. Método de Prony

El método de Prony extrae información de una señal uniformemente muestreada y construye una serie de exponenciales complejas sinusoidales, esto permite la estimación de las componentes de una señal tales como: frecuencia, amplitud, fase y amortiguamiento. Este método se puede denominar como un método “polinomial” en el sentido de que incluye la forma para determinar las raíces de un polinomio característico.

En esta sección, el análisis de Prony se describe con respecto a una suma de señales sinusoidales amortiguadas exponencialmente, lo que también se conoce como datos ringdown [12]. Este modelo de señal viene dado por [12, 14, 16]:

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\sigma_i t} \cos(f_i t + \theta_i) \quad (2.3)$$

donde A_i representa la amplitud, σ_i es el factor de amortiguación, f_i corresponde a la frecuencia y θ_i denota la fase de cada componente en $\hat{y}(t)$. n es el número total de componentes sinusoidales amortiguadas exponencialmente.

Por lo tanto, $n \leq N$, donde N es el número de muestras que contiene la señal, es el subconjunto de modos o señales mono-componentes por determinar. Ahora, sea Δt el tiempo de muestreo y considerando que $y(t)$ consta de N muestras, el modelo de señal en (2.3) se puede discretizar de la siguiente manera:

$$\hat{y}(t) = \sum_{i=1}^n B_i z_i^k \quad (2.4)$$

donde

$$z_i = \exp(\lambda_i \Delta t) \quad (2.5)$$

A su vez, los valores de z_i son las raíces del siguiente polinomio:

$$z^n - (a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \dots + a_{n-1} z^0) = 0 \quad (2.6)$$

donde los coeficientes a_i aún no son conocidos y se calculan a partir de los vectores de medición, que representan ventanas de análisis de las señales oscilantes provenientes del sistema de potencia.

Ahora, sea la matriz Toeplitz \mathbf{T} , que se muestra en (2.7) y se construye en cada ventana de análisis por medio de los elementos registrados de la señal, es decir

$$\begin{bmatrix} y(n) \\ y(n+1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(n-1) & y(n-2) & \cdots & Y(0) \\ y(n) & y(n-1) & \cdots & y(1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(N-2) & y(N-3) & \cdots & y(N-n-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Para determinar los coeficientes a_n pre-multiplicamos ambos lados de la ecuación por la pseudo-inversa de la matriz Toeplitz, lo cual queda de la siguiente manera.

$$(T^T T)^{-1} T^T \begin{bmatrix} y(n) \\ y(n+1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Una vez que los coeficientes a_n son calculados, se pueden calcular las raíces z_i del polinomio (2.6), que posteriormente se va a sustituir en (2.4) para obtener lo que se conoce como el problema de Vandermode:

$$\begin{bmatrix} z_1^0 & z_2^0 & \cdots & z_n^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & \cdots & z_n^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{N_1} & z_2^{N_1} & \cdots & z_n^{N_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

De la misma manera que con (2.7), pre-multiplicamos por la pseudo-inversa en ambos lados de la ecuación para obtener:

$$(V^T V)^{-1} V^T \begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_{N-1} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

donde los residuos B_1, B_2 hasta B_{N-1} corresponden al faser de las señales mono-componentes de la señal original.

Con los cálculos realizados hasta este momento, tenemos la información necesaria para calcular la frecuencia y el coeficiente de amortiguamiento, lo que constituye el fundamento para identificar las frecuencias armónicas e inter-armónicas, es decir, en este trabajo de tesis, únicamente se enfoca en la estimación de frecuencia y amplitud, ya que el coeficiente de amortiguamiento es cero, debido a que se consideran señales senoidales sin decaimiento exponencial. De lo anterior, se tiene que:

$$f_i = \text{Imag}\left(\frac{\lambda_i}{2\pi}\right) \quad (2.11)$$

donde $\text{Imag}(\cdot)$ denota la parte imaginaria y λ_i está dada por

$$\lambda_i = \frac{\ln(z_i)}{\Delta t} \quad (2.12)$$

Para la estimación de amplitud se tiene:

$$A_i = 2|B_i| \quad (2.13)$$

Orden para el análisis de Prony

Para realizar el análisis de Prony, es necesario saber el orden de la función original, sea periódica o no, lo que significa saber en cuantas señales se puede descomponer, o en otras palabras, cuántas armónicas o inter-armónicas tiene la función original, incluyendo la

componente fundamental. Para esto, el método de Prony sugiere que la matriz Toeplitz de $N \times n$ tenga un valor n de el doble de dicho orden (ya que se considera que se tienen pares conjugados en los eigenvalores por cada armónica o inter-armónica a identificar), de esta manera, $n = 2k$, donde k se refiere al número de armónicas o inter-armónicas a estimar.

Estrategia para el análisis de Prony

La estrategia consiste únicamente en 4 pasos:

Paso 1: Llenar la matriz Toeplitz con muestras de la señal original.

Paso 2: Ajustar los datos a un modelo lineal discreto.

Paso 3: Encontrar las raíces del polinomio característico, asociado al Paso 2, en (2.6).

Paso 4: Usando las raíces del Paso 3 como frecuencias complejas para la señal, determinar la amplitud y la fase inicial de cada elemento.

2.3.1. Ejemplo del análisis de Prony

Para esta sección, se utiliza la misma señal mostrada en (2.2) para la estimación de las frecuencias y amplitudes mediante el análisis de Prony, donde los parámetros son los mismos mostrados en la Sección 2.2.1 y presentados nuevamente aquí.

Las frecuencias y amplitudes de la señal son: $f_1 = 33$ Hz, $f_2 = 238$ Hz, $A_1 = 0.25$ y $A_2 = 1$. El número de muestras de la señal también es el mismo que para el ejemplo presentado en la Sección 2.2.1 y corresponde a $N = 256$, ver la Tabla 2.1 y Fig. 2.3, respectivamente.

Para esto, se siguen los pasos descritos anteriormente y presentados a continuación.

Paso 1 : Llenado de la Matriz Toeplitz

Esta matriz tiene una característica principal, la cual consiste en que los elementos en sus diagonales son constantes y se llenan de izquierda a derecha mediante las muestras de la señal original, en este caso, las muestras de la señal de (2.2).

Para este ejemplo, la matriz Toeplitz es de 4 columnas, ya que como se mencionó anteriormente, corresponde al doble de los elementos en la función a identificar, es decir, la señal original consta de dos señales mono-componentes, por lo que quedaría de la siguiente forma:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -0.2385 & 0.8004 & 0.9604 & 0 \\ -0.8483 & -0.2385 & 0.8004 & 0.9604 \\ -0.2465 & -0.8483 & -0.2385 & 0.8004 \\ 0.8707 & -0.2465 & -0.8483 & -0.2385 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0.9157 & 0.2265 & -0.7804 & -0.8321 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Paso 2: Ajustar los datos a un modelo lineal discreto

Para este paso, se utiliza un ajuste por el método de mínimos cuadrados, que en álgebra lineal podemos realizar de la siguiente manera:

$$\mathbf{T} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = y \quad (2.15)$$

donde \mathbf{T} es la matriz Toeplitz, y contiene las muestras de la señal original acorde a (2.7), y a_i son los coeficientes del polinomio en (2.6). De aquí, (2.16) determina los coeficientes

a_1, a_2 , etc., y está dada de la siguiente manera:

$$(\mathbf{T}^T \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T y = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Lo cual da los siguientes elementos:

$$(\mathbf{T}^T \mathbf{T})^{-1} \mathbf{T}^T y = \begin{bmatrix} 2.7573 \\ -3.5464 \\ 2.7573 \\ -1.0000 \end{bmatrix}$$

Paso 3: Encontrar las raíces del polinomio característico, asociado al Paso 2.

Con los coeficientes a_i calculados, el polinomio característico estará dado de la siguiente manera:

$$2.7573z^3 - 3.5464z^2 + 2.7573z - 1.0000 = 0$$

Por lo que las raíces para este polinomio están dadas por:

$$z_i = \begin{bmatrix} 0.3917 + 0.9201i \\ 0.3917 - 0.9201i \\ 0.9869 + 0.1613i \\ 0.9869 - 0.1613i \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Note que corresponden a dos pares de complejos conjugados.

Paso 4: Usando las raíces del paso 3 como frecuencias complejas para la señal, determinar la amplitud y la fase con la que inicia cada elemento.

Para esta sección se utiliza la matriz de Vandermonde que resuelve para encontrar los residuos B_i como en (2.9), y así poder determinar los elementos de amplitud y fase de las señales que conforman la función original.

$$V = \begin{bmatrix} 1.0000 + 0.0000i & 1.0000 + 0.0000i & 1.0000 + 0.0000i & 1.0000 + 0.0000i \\ 0.3917 + 0.9201i & 0.3917 - 0.9201i & 0.9869 + 0.1613i & 0.9869 - 0.1613i \\ -0.6931 + 0.7209i & -0.6931 - 0.7209i & 0.9480 + 0.3183i & 0.9480 - 0.3183i \\ -0.9347 - 0.3553i & -0.9347 + 0.3553i & 0.8842 + 0.4671i & 0.8842 - 0.4671i \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0.1370 + 0.9906i & 0.1370 - 0.9906i & -0.9540 - 0.2997i & -0.9540 + 0.2997i \\ -0.8577 + 0.5141i & -0.8577 - 0.5141i & -0.8932 - 0.4496i & -0.8932 + 0.4496i \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Tomando en cuenta esta matriz, nuestro resultado para \mathbf{B} está dado por:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.0000 - 0.5000i \\ 0.0000 + 0.5000i \\ 0.0000 - 0.1250i \\ 0.0000 + 0.1250i \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Por lo que la amplitud está dada por:

$$A = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.2500 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Y las frecuencias están dadas por:

$$f = \begin{bmatrix} 238.0000 \\ 33.0000 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Con los datos obtenidos se puede realizar una reconstrucción de la función original, ya que con la magnitud, la frecuencia y la ecuación (2.22), se puede comprobar si los datos

obtenidos son confiables.

$$R(k) = \sum_{k=1}^n A_k \cos(2\pi f_k + \theta_k) \quad (2.22)$$

donde A_k representa las amplitudes determinadas en (2.20) y las frecuencias f_k son determinadas en (2.21).

Como se puede observar en la Fig. 2.5, la señal punteada representa la reconstrucción con el método de Prony, y la parte continua representa la señal original, de esta manera, se puede observar que el método es muy confiable ya que regresa una función prácticamente idéntica a la original.

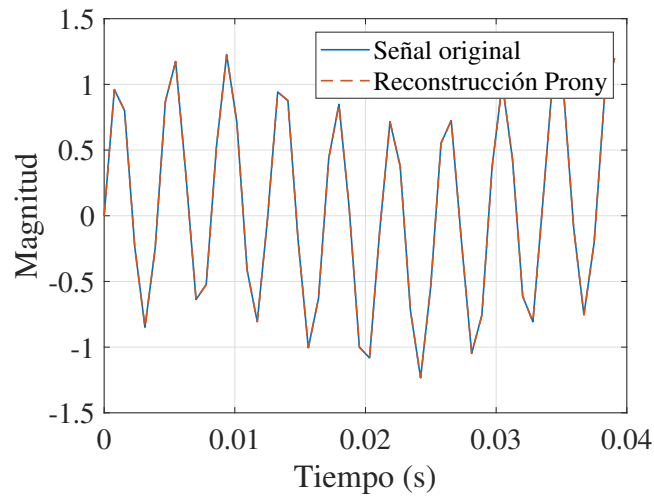


Figura 2.5: Reconstrucción de la señal con el método de Prony.

Similarmente, se observa en la Tabla 2.4 una comparación entre los elementos reales y los resultados arrojados por el análisis de Prony, los cuales son los mismos, por lo que su confiabilidad es buena.

De la misma manera que en la Tabla 2.4, la Tabla 2.5 muestra la comparación de las frecuencias, teniendo los mismos valores, ya que son los reales de la señal original.

Tabla 2.4: Magnitudes con Prony

Magnitud real	Magnitud de Prony
1.0000	1.0000
0.2500	0.2500

Tabla 2.5: Frecuencias con Prony

Frecuencia real	Frecuencia de Prony
238.0000	238.0000
33.0000	33.0000

Con los datos de las Tablas 2.4 y 2.5, además de la Fig. 2.5, se puede concluir que el método tiene un grado de confiabilidad alto.

2.4. Algoritmo de la Realización del Eigensistema

El algoritmo de la realización del eigensistema (ERA), permite la identificación modal y reducción de orden en modelos de sistemas lineales [12, 17]. El algoritmo se basa en la descomposición de valores singulares de la matriz Hankel \mathbf{H}_0 asociada con la parte ringdown lineal del sistema (para mayor detalle de qué significa el análisis ringdown, ver la referencia [12]). El método de ERA se inició en la ciencia aeroespacial donde se han desarrollado diversas aplicaciones incluyendo el área de los sistemas de potencia, esto debido a la simplicidad y versatilidad del método.

Matriz Hankel

La matriz Hankel está íntimamente relacionada con la matriz Toeplitz de la sección anterior, ya que es una matriz Toeplitz llenada de derecha a izquierda, es decir, los elementos en sus diagonales de derecha a izquierda son constantes y se construye con los

elementos de la señal a analizar, además que dicha matriz también es una matriz cuadrada.

$$\mathbf{H}_0 = \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \cdots & y_r \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_{r+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_r & y_{r+1} & \cdots & y_{N-1} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

y la matrix Hankel desplazada \mathbf{H}_1 se representa como

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_{r+1} \\ y_2 & y_3 & \cdots & y_{r+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{r+1} & y_{r+2} & \cdots & y_N \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

donde r está dada por $\frac{N}{2} - 1$, siendo N el número de muestras de la señal. Además, asumiendo que dicho número es lo suficiente para que la expresión $r > n$ sea válida.

Entonces, la formulación de ERA comienza separando la descomposición de valores singulares de \mathbf{H}_0 en dos componentes, de acuerdo con el tamaño relativo de los valores singulares, es decir:

$$\mathbf{H}_0 = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_n & \mathbf{U}_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n^T \\ \mathbf{V}_z^T \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

A los vectores $\mathbf{u}_n, \dots, \mathbf{u}_z$ y $\mathbf{v}_n, \dots, \mathbf{v}_z$ que forman las matrices \mathbf{U} y \mathbf{V} respectivamente, se les llama vectores propios de \mathbf{H}_0 por la izquierda y por la derecha. Σ_n y Σ_z son los valores singulares de \mathbf{H}_0 y son matrices diagonales ordenadas por su magnitud:

$$\Sigma_n = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$$

$$\Sigma_z = \text{diag}(\sigma_{n+1}, \sigma_{n+2}, \dots, \sigma_N)$$

donde los valores singulares están ordenados por magnitud tal que:

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_n > \sigma_{n+1} > \sigma_{n+2} > \dots > \sigma_N$$

La descomposición de valores singulares (SVD por sus siglas del inglés Singular Value Decomposition), es una herramienta muy útil para determinar los valores apropiados para n , que corresponde al número de señales mono-componentes más significativas de la señal a analizar. La proporción de los valores singulares contenidos en Σ puede proporcionar la mayor aproximación para n . La proporción de cada valor singular σ_i al valor singular más grande σ_{max} se compara con un valor umbral, donde p es el número de dígitos decimales que se toman en cuenta en los datos, es decir:

$$\frac{\sigma_i}{\sigma_{max}} \approx 10^{-p}$$

Todos los valores singulares que tengan un valor menor a la relación 10^{-p} se asume que son parte del ruido y no se incluyen en la reconstrucción del sistema. Por lo que el valor para n debe establecerse en el número de valores singulares con una relación por encima del umbral de 10^{-p} . Es posible demostrar que para un sistema lineal de orden n , los elementos Σ_z son cero (tomando en cuenta que no existe ruido en el sistema). Lo que significa que el tamaño relativo de los valores singulares da un indicativo del orden del sistema identificado. Si los valores singulares mostrados son tales que $\sigma_n \gg \sigma_{n+1}$ entonces se puede reducir (2.25) de la siguiente manera:

$$\mathbf{H}_0 \approx \mathbf{U}_n \Sigma_n \mathbf{V}_n^T \quad (2.26)$$

De aquí, la matriz \mathbf{A} identificada del sistema se puede reescribir mediante (2.26) (para más detalles, consultar [17], [18],[19]) como:

$$\mathbf{A} = \Sigma_n^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}_n \mathbf{H}_1 \mathbf{V}_n^T \Sigma_n^{-\frac{1}{2}} \quad (2.27)$$

donde los valores propios de \mathbf{A} son los mismos que los polos z_i del método de Prony, es decir, las raíces también son $z_i = eig(\mathbf{A})$. Por lo tanto, las frecuencias (\hat{f}_i) y sus correspondientes amplitudes (A_i) de la señal estarán dadas por (2.11) - (2.13), respectivamente. Observe que los residuos B_i se calculan mediante la solución de (2.9), donde la matriz de Vandermonde se ensambla utilizando los valores propios de \mathbf{A} .

El método de ERA se puede resumir mediante los siguientes pasos:

Paso 1: Construir las matrices Hankel \mathbf{H}_0 y \mathbf{H}_1 mediante los datos de la señal a analizar.

Paso 2: Realizar la descomposición de valores singulares de \mathbf{H}_0 y estimar el orden del sistema n basado en la magnitud de los valores singulares.

Paso 3: Calcular la matriz \mathbf{A} del sistema discreto.

Paso 4: Obtener las frecuencias y amplitudes de la señal analizada por medio de (2.9) a (2.13) usando los valores propios de la matriz \mathbf{A} calculados en el Paso 3.

2.4.1. Ejemplo del método de ERA

Para esta sección se utiliza la misma señal de prueba usada para el método de Prony y Fourier, cuya función se muestra en (2.2) y en la Fig. 2.3. Los parámetros son: $f_1 = 33$ Hz, $f_2 = 238$ Hz, $A_1 = 0.25$ y $A_2 = 1$. El número de muestras de la señal también es el mismo que para el ejemplo presentado en la Sección 2.2.1 y corresponde a $N = 256$, ver la Tabla 2.1 y Fig. 2.3, respectivamente.

Para esto, se siguen los pasos descritos anteriormente y se presenta el desarrollo a continuación.

Paso 1: Construir las matrices Hankel \mathbf{H}_0 y \mathbf{H}_1

$$\mathbf{H}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0.9604 & 0.8004 & -0.2385 & -0.8483 & -0.2465 & \cdots & -0.4098 \\ 0.9604 & 0.8004 & -0.2385 & -0.8483 & -0.2465 & 0.8707 & \cdots & -0.7133 \\ 0.8004 & -0.2385 & -0.8483 & -0.2465 & 0.8707 & 1.1745 & \cdots & 0.1339 \\ -0.2385 & -0.8483 & -0.2465 & 0.8707 & 1.1745 & 0.3191 & \cdots & 1.0827 \\ -0.8483 & -0.2465 & 0.8707 & 1.1745 & 0.3191 & -0.6381 & \cdots & 0.9534 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1.2451 & 0.6864 & -0.4098 & -0.7133 & 0.1339 & 1.0827 & \cdots & -0.7804 \\ 0.6864 & -0.4098 & -0.7133 & 0.1339 & 1.0827 & 0.9534 & \cdots & 0.2265 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$\mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} 0.9604 & 0.8004 & -0.2385 & -0.8483 & -0.2465 & 0.8707 & \cdots & -0.7133 \\ 0.8004 & -0.2385 & -0.8483 & -0.2465 & 0.8707 & 1.1745 & \cdots & 0.1339 \\ -0.2385 & -0.8483 & -0.2465 & 0.8707 & 1.1745 & 0.3191 & \cdots & 1.0827 \\ -0.8483 & -0.2465 & 0.8707 & 1.1745 & 0.3191 & -0.6381 & \cdots & 0.9534 \\ -0.2465 & 0.8707 & 1.1745 & 0.3191 & -0.6381 & -0.5233 & \cdots & -0.1285 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0.6864 & -0.4098 & -0.7133 & 0.1339 & 1.0827 & 0.9534 & \cdots & 0.2265 \\ -0.4098 & -0.7133 & 0.1339 & 1.0827 & 0.9534 & -0.1285 & \cdots & 0.9157 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Paso 2: Realizar la descomposición de valores singulares de \mathbf{H}_0 y estimar el orden del sistema n basado en la magnitud de los valores singulares

El número de elementos relevantes a considerar es similar al orden de Prony, en este caso corresponde a $n = 4$, por lo que la matriz \mathbf{U}_n y \mathbf{V}_n^T se reducirán a matrices de

$N \times 4$.

$$\mathbf{U}_n = \begin{bmatrix} -0.0717 & -0.1029 & 0.0892 & 0.0863 \\ -0.1230 & 0.0258 & 0.1000 & 0.0715 \\ -0.0245 & 0.1225 & 0.1110 & 0.0543 \\ 0.1038 & 0.0697 & 0.1203 & 0.0338 \\ 0.1056 & -0.0683 & 0.1243 & 0.0118 \\ -0.0213 & -0.1237 & 0.1224 & -0.0095 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -0.1071 & 0.0668 & 0.0949 & -0.0771 \\ 0.0191 & 0.1236 & 0.0838 & -0.0921 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\mathbf{\Sigma}_n = \begin{bmatrix} 63.8463 & & & \\ & 63.6516 & & \\ & & 16.6828 & \\ & & & 15.1833 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

$$\mathbf{V}_n^T = \begin{bmatrix} -0.1023 & 0.0721 & 0.0829 & -0.0916 \\ -0.1064 & -0.0662 & 0.0948 & -0.0774 \\ 0.0184 & -0.1236 & 0.1061 & -0.0631 \\ 0.1201 & -0.0303 & 0.1161 & -0.0455 \\ 0.0750 & 0.1002 & 0.1221 & -0.0235 \\ -0.0621 & 0.1090 & 0.1228 & -0.0001 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0.0600 & -0.1096 & 0.0899 & 0.0836 \\ 0.1235 & 0.0133 & 0.0773 & 0.0976 \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Paso 3: Calcular la matriz \mathbf{A} del sistema discreto

El cálculo de la matriz discreta \mathbf{A} se realiza con (2.27), por lo que queda de la siguiente manera:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.3953 & -0.9149 & -0.0040 & -0.0031 \\ 0.9251 & 0.3881 & 0.0094 & -0.0044 \\ 0.0007 & -0.0067 & 0.9864 & -0.1615 \\ 0.0088 & 0.0057 & 0.1612 & 0.9875 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Paso 4: Obtener las frecuencias y amplitudes de la señal analizada

De aquí, se pueden obtener los valores propios de la matriz \mathbf{A} , es decir,

$$eig(\mathbf{A}) = \begin{bmatrix} 0.3917 + 0.9201i \\ 0.3917 - 0.9201i \\ 0.9869 + 0.1613i \\ 0.9869 - 0.1613i \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Como se puede observar, son los mismos elementos que nos dieron como resultado de z_i en (2.17) del método de Prony. Para determinar los siguientes elementos, se utilizan las ecuaciones mencionadas en el método de Prony a partir de (2.9) hasta (2.13) pero mediante los valores propios resultantes de (2.34).

Además, los residuos \mathbf{B} se calculan mediante la solución de (2.9), donde la matriz de Vandermonde ahora se ensambla utilizando los valores propios de la matriz \mathbf{A} , es decir, los obtenidos en (2.34). Por lo que

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.0000 - 0.5000i \\ 0.0000 + 0.5000i \\ -0.0000 - 0.1250i \\ -0.0000 + 0.1250i \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Por lo tanto, las amplitudes de las señales mono-componentes están dadas por:

$$A = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.2500 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Y sus respectivas frecuencias están dadas por:

$$f = \begin{bmatrix} 238.0000 \\ 33.0000 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

De forma similar al caso con el método de Prony, para determinar la confiabilidad del método se utiliza la misma (2.22) y así poder realizar la reconstrucción de nuestra función original y comprobar nuestros resultados.

Nuevamente, A_k representa las amplitudes determinadas en (2.36) y las frecuencias f_k son las determinadas en (2.37) para el método de ERA. La línea continua mostrada en la Fig. 2.6 representa la función original, mientras que la línea punteada corresponde a la reconstrucción mediante el método de ERA.

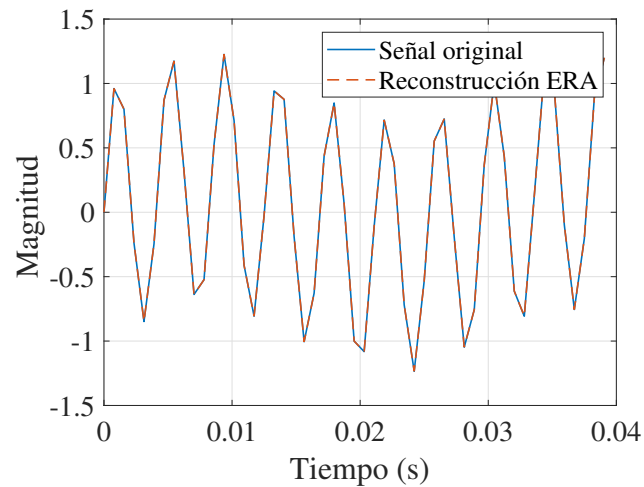


Figura 2.6: Reconstrucción de la señal con el método de ERA.

Se observa que la reconstrucción es igual que la función original, por lo que podemos concluir que el método de ERA es también confiable en la identificación de frecuencias.

Ahora bien, compararemos las magnitudes y frecuencias originales con los resultados procedentes de ERA, como muestran las Tablas 2.6 y 2.7, respectivamente.

Tabla 2.6: Magnitudes con ERA

Magnitud original	Magnitud de ERA
1.0000	1.0000
0.2500	0.2500

Tabla 2.7: Frecuencias con ERA

Frecuencia original	Frecuencia de ERA
238.0000	238.0000
33.0000	33.0000

Como se puede observar en la Tabla 2.6, las magnitudes originales y las determinadas con el método de ERA son idénticas, lo que ocurre también para las frecuencias en la Tabla 2.7, este hecho permite reconstruir la señal en un 100 %.

2.5. Método de Matrix Pencil

El método de MP [12, 14, 20] se utiliza para la estimación de polos y se utilizó inicialmente para extraer polos de las respuestas transitorias electromagnéticas en las antenas. El método MP produce una matriz que provee las raíces z_i , donde los polos se encuentran como la solución de un problema de valores propios generalizados.

El método MP es similar al método de ERA hasta el Paso 3 y se describe de la siguiente manera:

Paso 1: Construir la matriz Hankel mediante los datos de la señal.

Paso 2: Realizar la descomposición de valores singulares de la matriz Hankel mediante (2.25), donde solamente se utiliza la matriz \mathbf{V}_n^T .

Paso 3: Definir las matrices \mathbf{V}_1 y \mathbf{V}_2 por medio de (2.38) y (2.39), respectivamente.

$$\mathbf{V}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 & \cdots & \mathbf{v}_{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

$$\mathbf{V}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_2 & \mathbf{v}_3 & \mathbf{v}_4 & \cdots & \mathbf{v}_n \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

donde los vectores columna $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \dots$ corresponden a las columnas de la matriz \mathbf{V}_n^T obtenida al aplicar SVD a la matriz Hankel, como se muestra en (2.27).

Posteriormente, calcular las matrices \mathbf{Y}_1 y \mathbf{Y}_2 usando (2.40) y (2.41), respectivamente.

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{V}_1^T \mathbf{V}_1 \quad (2.40)$$

$$\mathbf{Y}_2 = \mathbf{V}_2^T \mathbf{V}_1 \quad (2.41)$$

Paso 4: Buscar el conjunto de valores propios en $\lambda(\mathbf{Y}_2, \mathbf{Y}_1)$ para encontrar las raíces en \mathbf{Y}_2 relativas a \mathbf{Y}_1 .

Paso 5: Obtener las frecuencias y amplitudes de la señal analizada por medio de (2.9) a (2.13) usando los valores propios encontrados en el Paso 4.

2.5.1. Ejemplo del método de Matrix Pencil

Para esta Sección, se utiliza la misma señal que en los tres métodos anteriores, Fourier, Prony y ERA, la cual es descrita por (2.2), recordando que las muestras son:

Tabla 2.8: Muestras de la señal acorde a (2.2)

k	y_k
0	0
1	0.9604
2	0.8004
3	-0.2385
\vdots	\vdots
256	0.4017

Paso 1: Construir la matriz Hankel \mathbf{H}_0 mediante los datos de la señal.

$$\mathbf{H}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0.9604 & 0.8004 & -0.2385 & -0.8483 & -0.2465 & \cdots & -0.4098 \\ 0.9604 & 0.8004 & -0.2385 & -0.8483 & -0.2465 & 0.8707 & \cdots & -0.7133 \\ 0.8004 & -0.2385 & -0.8483 & -0.2465 & 0.8707 & 1.1745 & \cdots & 0.1339 \\ -0.2385 & -0.8483 & -0.2465 & 0.8707 & 1.1745 & 0.3191 & \cdots & 1.0827 \\ -0.8483 & -0.2465 & 0.8707 & 1.1745 & 0.3191 & -0.6381 & \cdots & 0.9534 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1.2451 & 0.6864 & -0.4098 & -0.7133 & 0.1339 & 1.0827 & \cdots & -0.7804 \\ 0.6864 & -0.4098 & -0.7133 & 0.1339 & 1.0827 & 0.9534 & \cdots & 0.2265 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Paso 2 y 3: Realizar la descomposición en valores singulares (SVD) de \mathbf{H}_0 , para la extracción de las matrices \mathbf{V}_1 y \mathbf{V}_2 ; y cálculo de las matrices \mathbf{Y}_1 y \mathbf{Y}_2 .

$$\mathbf{V}_1 = \begin{bmatrix} -0.1023 & 0.0721 & 0.0829 & -0.0916 \\ -0.1064 & -0.0662 & 0.0948 & -0.0774 \\ 0.0184 & -0.1236 & 0.1061 & -0.0631 \\ 0.1201 & -0.0303 & 0.1161 & -0.0455 \\ 0.0750 & 0.1002 & 0.1221 & -0.0235 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -0.0771 & -0.0993 & 0.1008 & 0.0700 \\ 0.0600 & -0.1096 & 0.0899 & 0.0836 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$\mathbf{V}_2 = \begin{bmatrix} -0.1064 & -0.0662 & 0.0948 & -0.0774 \\ 0.0184 & -0.1236 & 0.1061 & -0.0631 \\ 0.1201 & -0.0303 & 0.1161 & -0.0455 \\ 0.0750 & 0.1002 & 0.1221 & -0.0235 \\ -0.0621 & 0.1090 & 0.1228 & -0.0001 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0.0600 & -0.1096 & 0.0899 & 0.0836 \\ 0.1235 & 0.0133 & 0.0773 & 0.0976 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

Las matrices \mathbf{Y}_1 y \mathbf{Y}_2 están dadas por:

$$\mathbf{Y}_1 = \begin{bmatrix} 0.9847 & -0.0016 & -0.0095 & -0.0121 \\ -0.0016 & 0.9998 & -0.0010 & -0.0013 \\ -0.0095 & -0.0010 & 0.9940 & -0.0075 \\ -0.0121 & -0.0013 & -0.0075 & 0.9905 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

$$\mathbf{Y}_2 = \begin{bmatrix} 0.3908 & -0.9140 & -0.0048 & -0.0051 \\ 0.9118 & 0.3865 & -0.0044 & -0.0138 \\ -0.0061 & -0.0138 & 0.9817 & -0.1600 \\ 0.0043 & 0.0101 & 0.1603 & 0.9766 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Paso 4: Calcular los valores propios

$$\text{eig}(\mathbf{Y}_1^T \mathbf{Y}_2) = \begin{bmatrix} 0.3917 + 0.9201i \\ 0.3917 - 0.9201i \\ 0.9869 + 0.1613i \\ 0.9869 - 0.1613i \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

Como se puede observar, son los mismos elementos que dieron como resultado de z_i en (2.17) del método de Prony y las mismas que en (2.34) del método de ERA.

Ahora, para determinar las frecuencias y amplitudes de la señal, se utilizan las ecuaciones mencionadas en el método de Prony a partir de (2.9) hasta (2.13).

Así, la matriz \mathbf{B} de residuos está definida por:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -0.0000 - 0.5000i \\ -0.0000 + 0.5000i \\ -0.0000 - 0.1250i \\ -0.0000 + 0.1250i \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Las amplitudes están dadas por:

$$A = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 0.2500 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Y sus respectivas frecuencias por:

$$f = \begin{bmatrix} 238.0000 \\ 33.0000 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Para determinar la confiabilidad del método se utiliza (2.22) y así poder realizar una reconstrucción de la función original y comprobar los resultados arrojados por el método de MP, ver la Fig. 2.7.

De igual manera que los casos anteriores, A_k representa las amplitudes determinadas en (2.49) y las frecuencias f_k son las determinadas en (2.50).

Se observa en la Fig. 2.7 que la reconstrucción es igual a la función original, por lo que se puede concluir que el método propuesto es muy confiable. De manera similar a los otros dos métodos, se comparan las magnitudes y frecuencias originales con los resultados procedentes del método de MP, esto se ilustra en las Tablas 2.9 y 2.10, respectivamente.

Se observa en la Tabla 2.9 que las magnitudes originales y las determinadas con el método de MP son idénticas, lo mismo ocurre para las frecuencias en la Tabla 2.10.

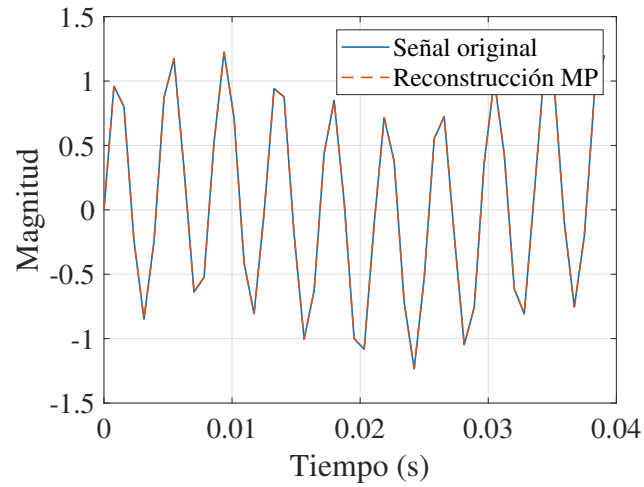


Figura 2.7: Reconstrucción de la señal con el método de Matrix Pencil.

Tabla 2.9: Magnitudes con MP

Magnitud original	Magnitud de MP
1.0000	1.0000
0.2500	0.2500

Tabla 2.10: Frecuencias con MP

Frecuencia original	Frecuencia de MP
238.0000	238.0000
33.0000	33.0000

2.6. Resumen

En este Capítulo se muestran los fundamentos matemáticos en los que se basan los algoritmos de Prony, ERA y MP, los cuales se proponen para la identificación y monitoreo de las armónicas e inter-armónicas contenidas en una señal. Además, también se describe la transformada de Fourier discreta, la cual se utiliza con motivos de comparación, ya que es un método muy reconocido y utilizado en diversas áreas debido a su simplicidad y

confiabilidad en sus resultados.

Para lo anterior, se muestra una señal teórica de prueba cuyos parámetros son conocidos. Por lo que, se le aplica el análisis con cada uno de los algoritmos propuestos, incluyendo Fourier, para descomponer la señal acorde a sus frecuencias contenidas originalmente. Con los resultados obtenidos se realiza la reconstrucción de dicha señal por medio de los valores obtenidos por cada método. El grado de semejanza que existe entre la señal original y la señal reconstruida da la pauta para proseguir con un estudio en un sistema de potencia que se asemeje a la realidad. Se puede observar en la Sección 2.2.1 que el algoritmo FFT tuvo complicaciones al realizar un cálculo adecuado, por lo que en los siguientes casos de estudio en los que se realice una estimación inter-armónica se aumentara el número de muestras por ciclo, es decir N , para que arroje un resultado más confiable.

Capítulo 3

Sistemas de prueba

En este Capítulo, se ponen a prueba los métodos de Prony, ERA y MP aplicados a sistemas de potencia que se asemejen a la realidad, para comprobar la confiabilidad de éstos en el procesamiento de señales medidas. Los casos de estudio utilizados en esta investigación son tres: *(i)* corresponde a una señal sinusoidal teórica, la cual contiene tanto frecuencias armónicas e inter-armónicas, esta señal de prueba se propone en [1]; los siguientes dos sistemas de prueba son simulados en la plataforma Matlab & Simulink y corresponden a: *(ii)* el demo de Simulink titulado “Harmonic Analysis of a Three-Phase Rectifier” (Análisis Armónico de un Rectificador Trifásico); y *(iii)* un Sistema de Energía Renovable. Los casos propuestos se describen con mayor detalle a continuación. Para los dos últimos sistemas de prueba, se realizan simulaciones de estabilidad transitoria utilizando la plataforma Matlab & Simulink.

3.1. Señal teórica

Para este caso se utiliza la señal de muestra que se encuentra en la referencia [1] (ecuación (17) de la referencia). Este ejemplo servirá para determinar el grado de confiabilidad que existe entre el algoritmo FFT y los algoritmos que se proponen para la

identificación y monitoreo de armónicas e inter-armónicas, los cuales son: Prony, ERA y MP. La señal de prueba es la siguiente:

$$y(t) = A_1 \sin(2\pi f_1 t) + A_2 \sin(2\pi f_2 t) + A_3 \sin(f_3 2\pi t) + A_4 \sin(f_4 2\pi t) + A_5 \sin(f_5 2\pi t) + A_6 \sin(f_6 2\pi t) \quad (3.1)$$

Se observa que el resultado a esperar es de 6 elementos inter-armónicos o 6 ondas que generan la señal original, cuyas frecuencias y amplitudes son: $f_1 = 50$ Hz, $f_2 = 68$ Hz, $f_3 = 96$ Hz, $f_4 = 134$ Hz, $f_5 = 183$ Hz, $f_6 = 253$ Hz y $A_1 = 1$, $A_2 = 0.3$, $A_3 = 0.4$, $A_4 = 0.2$, $A_5 = 0.2$ y $A_6 = 0.3$. Pasando la señal en (3.1) a tiempo discreto y_k , con una $F_s = 800$ Hz y utilizando un número de muestras por ciclo $N_c = 16$, con 10 ciclos y un número de muestras total $N = 160$, se tiene la señal que se muestra en la Fig. 3.1.

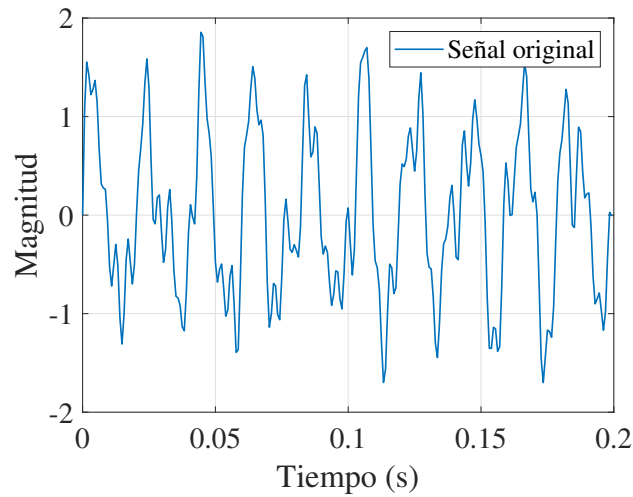


Figura 3.1: Señal original.

Las muestras y_k que se utilizan son las que se muestran en la Tabla 3.1.

De acuerdo al teorema de Nyquist

$$F_s > 2F_n \quad (3.2)$$

Tabla 3.1: Muestras de la señal teórica

k	y_k
0	0
1	1.4555
2	1.3722
3	1.2497
\vdots	\vdots
160	0.071853

En donde F_s es la frecuencia de muestreo y F_n es la frecuencia fundamental, con lo cual, se puede visualizar una armónica con hasta 400 Hz si fuera el caso.

3.1.1. Resultados con el algoritmo de FFT

Los resultados que se muestran en esta sección son el marco de referencia que se tiene para comparar los algoritmos propuestos, ya que los estudios que existen de armónicas e inter-armónicas, en su mayoría tienen como base el análisis de Fourier.

El espectro que se presenta en la Fig. 3.2 alcanza una resolución de 5 Hz (se refiere a que la frecuencia más pequeña que puede medir es 5 Hz), lo cual se logra con las 160 muestras.

Tabla 3.2: Inter-armónicas encontradas en la señal de prueba con el algoritmo FFT con 160 muestras

Señal Original y Espectro de Fourier (5 Hz)			
Frecuencia Original	Magnitud Original	Frecuencia Fourier	Magnitud Fourier
50.0000	1.0000	50.0000	0.9971
68.0000	0.3000	70.0000	0.20935
96.0000	0.4000	95.0000	0.3732
134.0000	0.2000	135.0000	0.1783
183.0000	0.2000	185.0000	0.1494
253.0000	0.3000	255.0000	0.23334

Como se observa en la Tabla 3.2 y en la Fig. 3.2, con un número de muestras

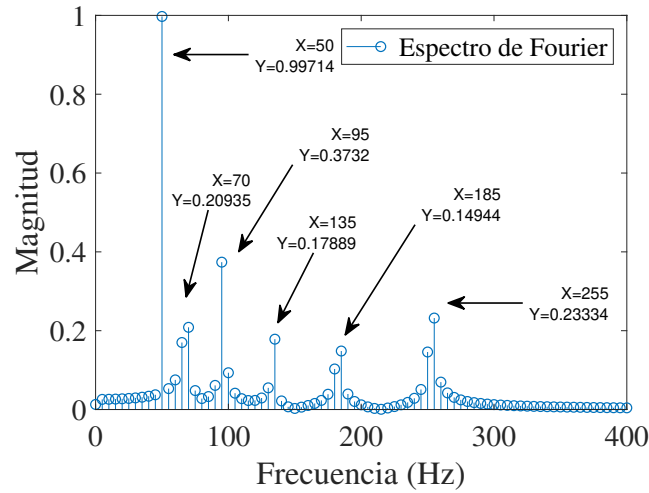


Figura 3.2: Espectro de Fourier con resolución 5 Hz.

$N = 160$ el resultado del algoritmo FFT aun no es confiable debido a que existe energía dispersa que no logra identificar correctamente, por lo que se procede a aumentar el número de muestras total a $N = 800$, es decir, ahora se proporciona al algoritmo FFT 50 ciclos en lugar de 10 ciclos, como inicialmente se hizo; y así el espectro alcance una resolución de 1 Hz. Ahora, se observa en la Tabla 3.3 y en la Fig. 3.3, que el espectro de Fourier es confiable, ya que logra encontrar las frecuencias y magnitudes que originalmente crearon la señal original.

Tabla 3.3: Inter-armónicas encontradas en la señal de prueba con el algoritmo FFT con 800 muestras

Señal Original y Espectro de Fourier (1 Hz)			
Frecuencia Original	Magnitud Original	Frecuencia Fourier	Magnitud Fourier
50.0000	1.0000	50.0000	1.0000
68.0000	0.3000	68.0000	0.3000
96.0000	0.4000	96.0000	0.4000
134.0000	0.2000	134.0000	0.2000
183.0000	0.2000	183.0000	0.2000
253.0000	0.3000	253.0000	0.3000

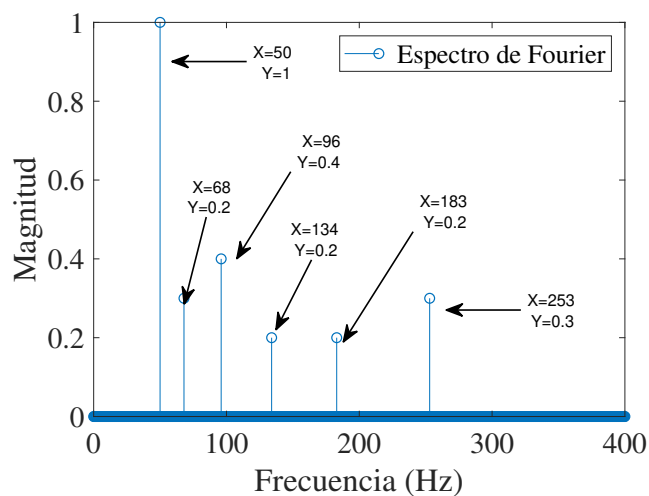


Figura 3.3: Espectro de Fourier con resolución 1 Hz.

Ahora se realiza una reconstrucción que prácticamente debe ser igual a la señal original. Como se puede apreciar en la Fig. 3.4, para este análisis se utilizó un período de tiempo 5 veces más largo que el que se utilizó para los algoritmos propuestos, algo que se puede catalogar como una gran ventaja.

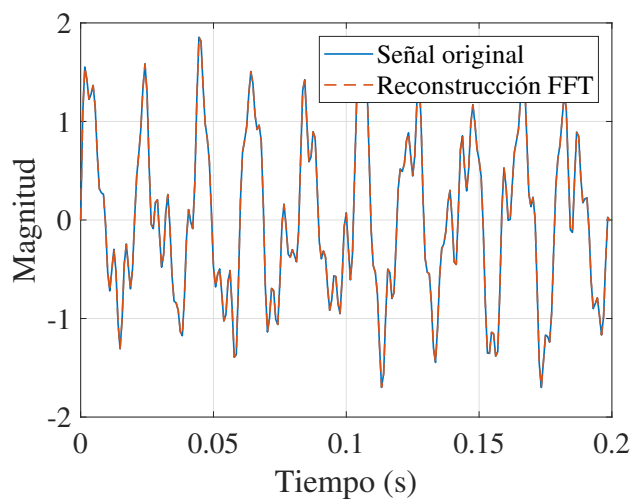


Figura 3.4: Reconstrucción de la señal de prueba con el algoritmo FFT.

3.1.2. Resultados con el análisis de Prony

Como se menciona al inicio de la Sección 3.1, se utiliza un número de muestras por ciclo $N_c = 16$, con 10 ciclos con un número de muestras total de $N = 160$ y una $F_s = 800$ Hz; de acuerdo a (3.2), se espera observar una frecuencia armónica de hasta 400 Hz si fuera el caso. Para esto, se comparan los resultados que se obtienen con el análisis de Prony y la señal original, esto debido a que se conocen las señales mono-componentes que generaron la señal original.

Como se observa en la Tabla 3.4, las señales mono-componentes resultantes son iguales a las mono-componentes con las que se creó la señal original, por lo que ahora se procede a realizar una reconstrucción y así intuir que hasta este punto, los resultados son confiables.

Tabla 3.4: Inter-armónicas encontradas en la señal de prueba con el método de Prony

Señal Original y Prony			
Frecuencia Original	Magnitud Original	Frecuencia Prony	Magnitud Prony
50.0000	1.0000	50.0000	1.0000
68.0000	0.3000	68.0000	0.3000
96.0000	0.4000	96.0000	0.4000
134.0000	0.2000	134.0000	0.2000
183.0000	0.2000	183.0000	0.2000
253.0000	0.3000	253.0000	0.3000

Como es de esperarse, la Fig. 3.5 muestra una reconstrucción idéntica a la función original.

3.1.3. Resultados con ERA

Al igual que en la Sección 3.1.2, se utilizan un número de muestras por ciclo $N_c = 16$, con 10 ciclos con un número de muestras total de $N = 160$ y una $F_s = 800$ Hz; y de acuerdo a (3.2) se espera observar una frecuencia armónica de hasta 400 Hz si fuera el caso.

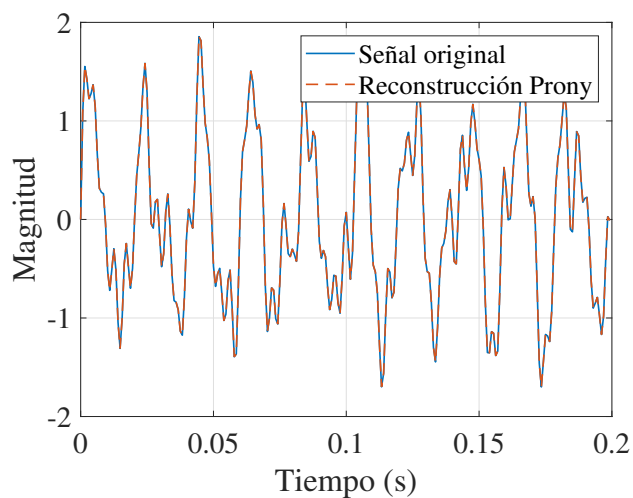


Figura 3.5: Reconstrucción de la señal de prueba original con el método de Prony.

Ahora, se comparan los resultados obtenidos con el método de ERA con las frecuencias y magnitudes que generaron a la señal original. Como se observa en la Tabla 3.5, las señales mono-componentes resultantes, al igual que con el método de Prony, son idénticas a la señal original.

Tabla 3.5: Inter-armónicas encontradas en la señal de prueba con el método de ERA

Señal Original y ERA			
Frecuencia Original	Magnitud Original	Frecuencia ERA	Magnitud ERA
50.0000	1.0000	50.0000	1.0000
68.0000	0.3000	68.0000	0.3000
96.0000	0.4000	96.0000	0.4000
134.0000	0.2000	134.0000	0.2000
183.0000	0.2000	183.0000	0.2000
253.0000	0.3000	253.0000	0.3000

Por otro lado, la reconstrucción de la señal se presenta en la Fig. 3.6, donde se nota que es prácticamente la misma que la señal original.

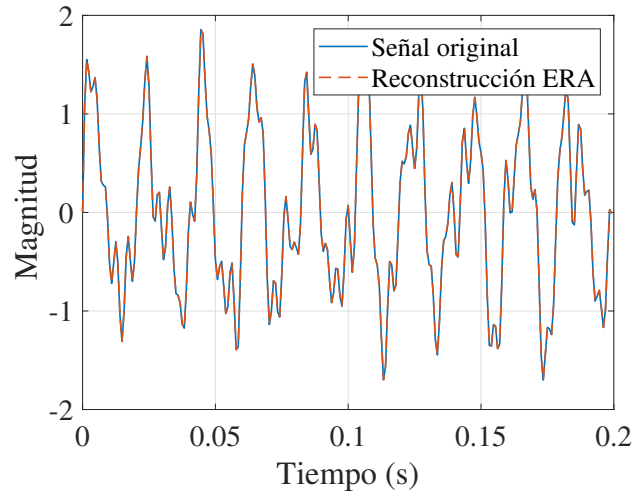


Figura 3.6: Reconstrucción de la señal de prueba original con el método de ERA

3.1.4. Matrix Pencil

Al igual que en las dos secciones anteriores, se utiliza un número de muestras por ciclo $N_c = 16$, con 10 ciclos y un número de muestras total de $N = 160$ con una $F_s = 800$ Hz; y de acuerdo a (3.2) se espera observar una frecuencia armónica de hasta 400 Hz si fuera el caso.

Para esto, como se muestra en la Tabla 3.6, se comparan las frecuencias y magnitudes originales con las encontradas con el método Matrix Pencil y como es de esperarse, la Fig. 3.7 muestra la reconstrucción, la cual es idéntica a la señal original.

Así, es importante mencionar que para los algoritmos propuestos, no fue necesario aumentar el número de muestras para crear una ventana de 1s y así poder identificar las inter-armónicas, lo cual fue necesario para el método de FFT. Es decir, que con un número de muestras menor, los algoritmos propuestos arrojan un mejor resultado que el algoritmo FFT, lo cual es una ventaja de dichos métodos.

Tabla 3.6: Inter-armónicas encontradas en la señal de prueba con el método de Matrix Pencil

Señal Original y Matrix Pencil			
Frecuencia Original	Magnitud Original	Frecuencia MP	Magnitud MP
50.0000	1.0000	50.0000	1.0000
68.0000	0.3000	68.0000	0.3000
96.0000	0.4000	96.0000	0.4000
134.0000	0.2000	134.0000	0.2000
183.0000	0.2000	183.0000	0.2000
253.0000	0.3000	253.0000	0.3000

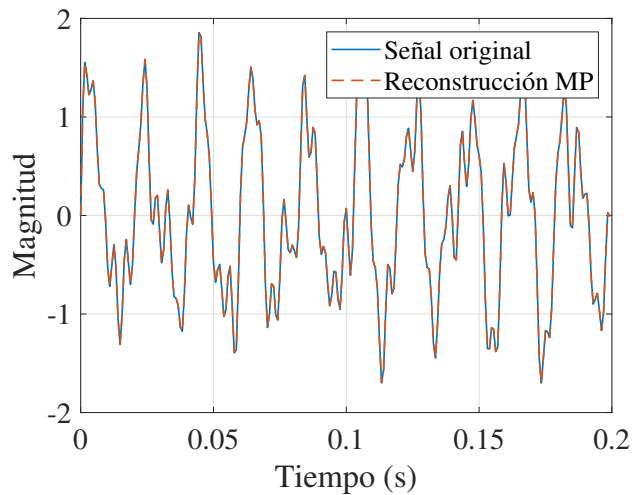


Figura 3.7: Reconstrucción de la señal de prueba original con el método de Matrix Pencil.

3.2. Sistema Harmonic Analysis of a Three-Phase Rectifier

Este sistema de prueba corresponde a un ejemplo demo de Simulink, el cual muestra cómo utilizar las funciones que analizan los datos registrados del SimscapeTM para obtener las magnitudes de las armónicas, cómo calcular el porcentaje de distorsión armónica total (THD del inglés Total Harmonic Distortion) y cómo se gráficas las magnitudes de las armónicas, todo esto incluido en el ejemplo demo, por lo que este ejemplo es de gran

ayuda para comparar sus resultados con los resultados de los métodos aquí propuestos. El modelo Simulink al que se le aplica todo este análisis es al de un rectificador trifásico y se ilustra en la Figura 3.8.

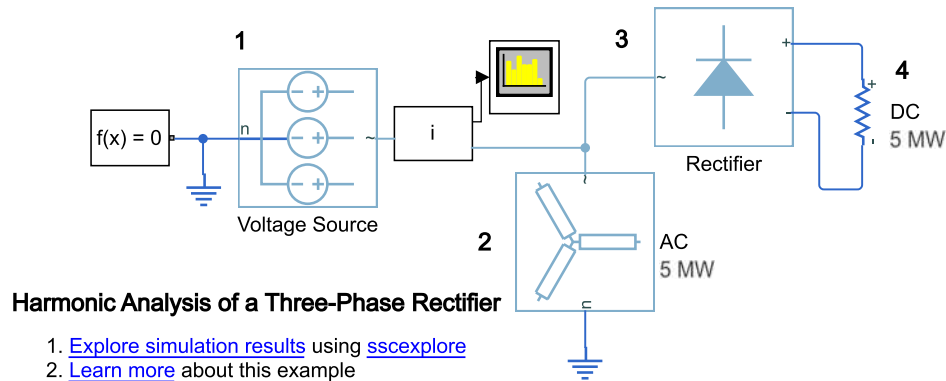


Figura 3.8: Demo Harmonic Analysis of a Three-Phase Rectifier.

El sistema se ejecuta con el comando de Matlab `pe_harmonics_rectifier` y tiene los siguientes parámetros:

- Fuente de voltaje de corriente alterna (CA), $V_{Rated} = 4160$ V.
- Carga de potencia activa en CA conectada en estrella, $P_{CA} = 5$ MW.
- Carga de potencia activa de corriente continua (CC), $P_{CC} = 5$ MW.

Además, para el circuito de prueba, la carga de CA está configurada para consumir 5 MW y la carga de CC está configurada para consumir aproximadamente 5 MW.

La Figura 3.9 muestra el espectro de Fourier proporcionado por el sistema del ejemplo demo, donde la señal analizada corresponde a la corriente de la fuente de voltaje y se pueden observar las armónicas de orden $h = 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29$. Además, la Fig.

3.9 también muestra el espectro de Fourier obtenido al realizar un análisis de Fourier directamente a la señal de corriente de la fuente de voltaje, esto con la finalidad de corroborar el algoritmo descrito en la Sección 2.2.

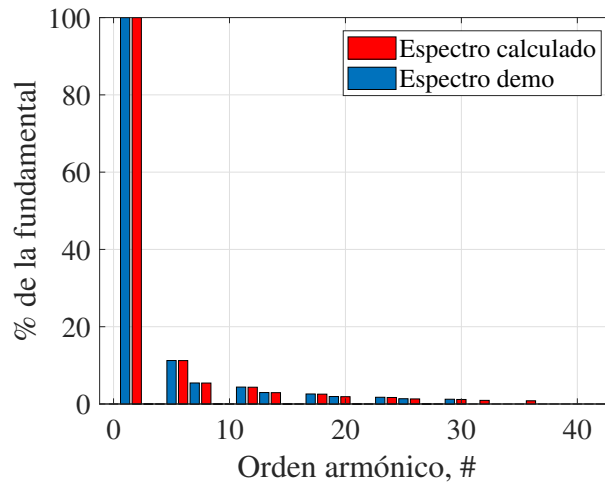


Figura 3.9: Espectro de Fourier obtenido por el demo de Simulink en contraste con el espectro de Fourier calculado en esta tesis.

Cabe mencionar, que esta comparación únicamente servirá para demostrar que el espectro de Fourier calculado es confiable, ya que se utiliza para determinar los armónicos para el siguiente sistema. También, es importante mencionar que para este análisis se utilizó una $F_s = 10,020$ Hz y un número total de muestras por ciclo $N_c = 167$. Con 12 ciclos, se alcanza un número de muestras total de $N = 2,004$.

De acuerdo a lo anterior, procederemos a realizar el análisis de este sistema con los métodos de Prony, ERA y Matrix Pencil, todos ellos con el mismo número de muestras que se mencionan anteriormente y la misma frecuencia de muestreo.

3.2.1. Método de Prony

Para este análisis, se utilizó un orden de $n = 58$, debido a que con un orden menor el resultado no es satisfactorio. Como se muestra en la Tabla 3.7, únicamente se analizan las primeras 9 armónicas y la fundamental, ya que se pueden comparar con el sistema original. Por otro lado, la Fig. 3.10 muestra la reconstrucción de Prony, la cual prácticamente está encima de la función original.

Tabla 3.7: Armónicas encontradas en el rectificador trifásico con el método de Prony

Armónica	Prony		Fourier	
	Frecuencia	Magnitud	Frecuencia	Magnitud
1	60.0	1945.7	60.0	1945.7
5	300.0	219.3	300.0	218.5
7	420.0	106.4	420.0	105.5
11	660.0	86.2	660.0	84.5
13	780.0	58.9	780.0	57.0
17	1020.0	52.5	1020.0	49.5
19	1140.0	40.0	1140.0	36.8
23	1380.0	37.7	1380.0	32.8
29	1740	28.125	1740.8	22.761

3.2.2. Método de ERA

Para este análisis, el resultado es satisfactorio al utilizar un orden superior a $n = 12$. Pero, para este caso, se utiliza un orden de $n = 20$ por que muestra un resultado prácticamente igual al calculado por el sistema original. La Tabla 3.8 y la Fig. 3.11 muestran las armónicas identificadas y la reconstrucción de la señal por medio de ERA, respectivamente.

3.2.3. Método de Matrix Pencil

Por último y de manera similar, se utiliza el método de MP, para este análisis el resultado es satisfactorio al utilizar un orden superior a 12, pero se utiliza un orden

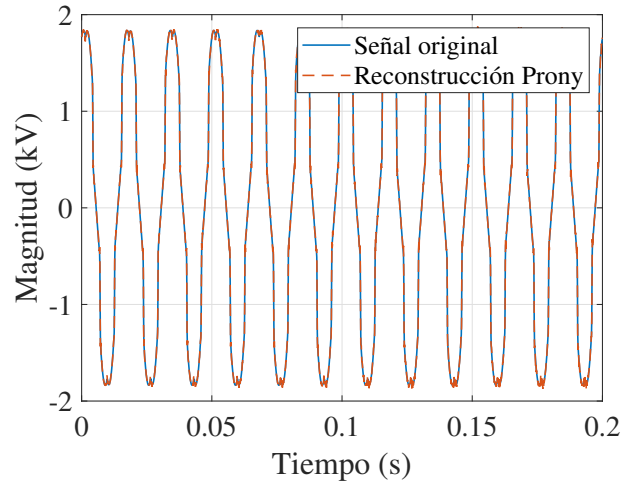


Figura 3.10: Señal extraída del rectificador más su reconstrucción con el método de Prony.

Tabla 3.8: Armónicas encontradas en el rectificador trifásico con el método ERA

Armónica	ERA		Fourier	
	Frecuencia	Magnitud	Frecuencia	Magnitud
1	60.0	1945.8	60.0	1945.7
5	300.0	218.9	300.0	218.5
7	420.0	105.8	420.0	105.5
11	660.0	85.1	660.0	84.5
13	780.0	57.6	780.0	57.0
17	1020.0	50.4	1020.0	49.5
19	1140.0	37.7	1140.0	36.8
23	1380.0	33.9	1380.0	32.8
29	1740	24.164	1740	22.761

de $n = 20$ por que muestra un mejor resultado. Similarmente, la Tabla 3.9 y la Fig. 3.12 ilustran las armónicas identificadas por MP, así como su reconstrucción.

Por último, la Tabla 3.10 muestra una comparativa del THD en porcentaje calculados con las magnitudes obtenidas por los métodos de Prony, ERA, Matrix Pencil y FFT. Este último arrojado directamente del demo en Simulink.

La distorsión armónica total es un parámetro que indica cuánta distorsión en la

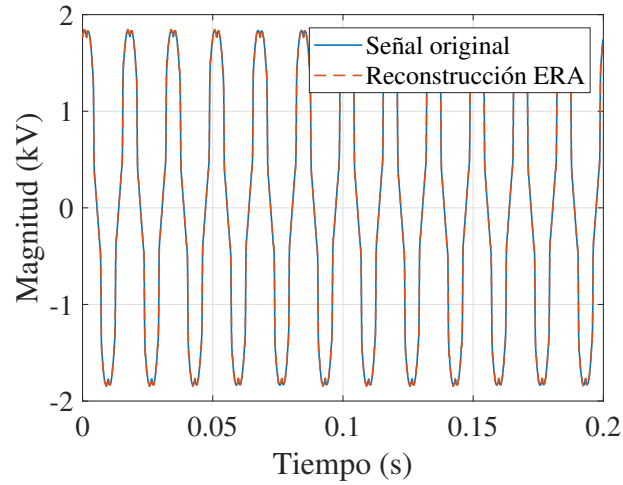


Figura 3.11: Señal extraída del rectificador más su reconstrucción con el método de ERA.

Tabla 3.9: Armónicas encontradas en el rectificador trifásico con el método Matrix Pencil

Armónica	Matrix pencil		Fourier	
	Frecuencia	Magnitud	Frecuencia	Magnitud
1	60.0	1945.8	60.0	1945.7
5	300.0	218.9	300.0	218.5
7	420.0	105.8	420.0	105.5
11	660.0	85.1	660.0	84.5
13	780.0	57.5	780.0	57.0
17	1020.0	50.4	1020.0	49.5
19	1140.0	37.5	1140.0	36.8
23	1380.0	33.9	1380.0	32.8
29	1740	24.08	1740	22.761

onda de voltaje o corriente es causada por las armónicas presentes en la señal. La definición matemática del THD (en este caso la fórmula es para el THD en la onda de voltaje, pero con la onda de corriente es similar), es la siguiente:

$$THD_v(\%) = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} V_h^2}}{V_1} \times 100 \quad (3.3)$$

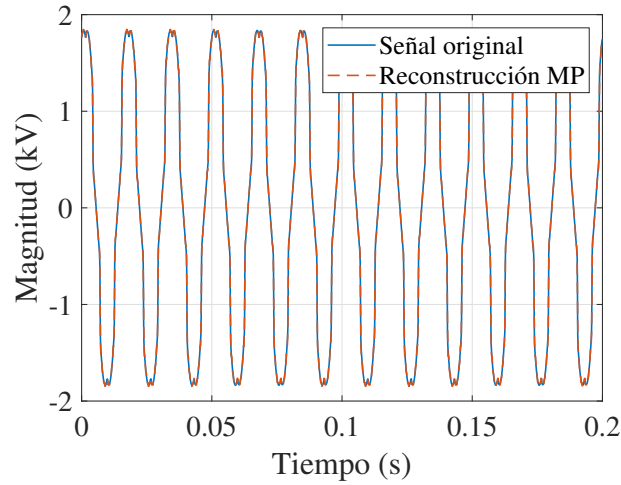


Figura 3.12: Señal extraída del rectificador más su reconstrucción con la técnica de Matrix Pencil.

donde V_h es el valor eficaz de cada armónica o inter-armónica de voltaje identificada y V_1 es la componente fundamental.

De aquí, la Tabla 3.10 muestra el THD obtenido con cada uno de los métodos propuestos usando los valores identificados en las Tablas 3.7 a 3.9 y sustituidos en (3.3) para cada método, respectivamente. Además, el THD obtenido con Fourier es el que arroja directamente el ejemplo demo de Simulink, lo cual permite tener una comparación adecuada con los algoritmos propuestos en este trabajo de tesis.

Tabla 3.10: THD estimado con los algoritmos de Prony, ERA, MP y Fourier para la señal de corriente proveniente del demo del rectificador trifásico

Metodo	THD_v (%)
Prony	14.10
ERA	14.6417
Matrix Pencil	14.1753
Fourier	14.1706

Por lo que se observa que los tres métodos arrojan resultados muy similares a lo proporcionado por Fourier.

Por otro lado, la Fig. 3.13 nos muestra una comparativa de las magnitudes de las armónicas obtenidas por los métodos de Prony, ERA, Matrix Pencil y FFT. Solamente se muestran las armónicas $h = 5, 7, 11, 13, 17$, esto, para que se puedan apreciar de mejor forma, esto debido a que las siguientes armónicas tienen un valor muy pequeño comparados con los valores de la armónica de orden cinco.

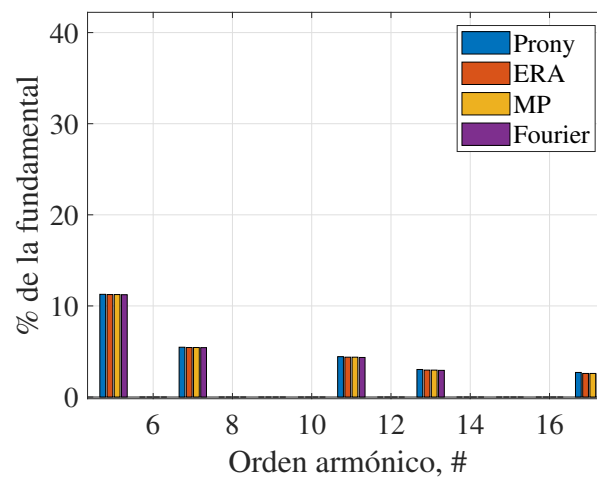


Figura 3.13: Comparativa de armónicas encontradas en el rectificador trifásico.

Nuevamente se observa que los cuatro métodos se comportan de manera muy similar, indicando que los algoritmos propuestos funcionan de una manera adecuada para la identificación de armónicas.

3.3. Renewable Power System

El último caso de estudio presentado en esta tesis, corresponde a un sistema de energía renovable, el cual está modelado en la plataforma Matlab/Simulink y consta de 3 tipos diferentes de sistemas de generación renovable, los cuales están interconectados entre

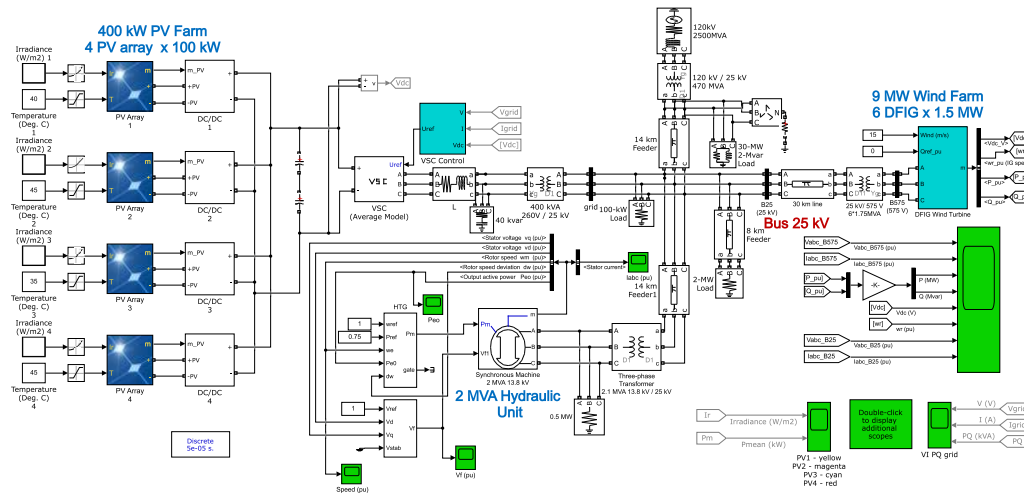


Figura 3.14: Renewable power system.

sí. La Fig. 3.14 ilustra el sistema de prueba y a continuación se describen los diferentes tipos de generación renovable con los cuales está conformado el sistema de prueba. Los diferentes sistemas de generación que conforman al sistema de prueba son:

- El primer sistema de generación corresponde a una central eólica compuesta por 6 generadores de inducción doblemente alimentados (DFIG, del inglés Doubly Fed Induction Generator) y un rotor devanado con una capacidad de 1.5 MW cada uno. El devanado del estator se conecta directamente a la red de 60 Hz, mientras que el rotor se alimenta a una frecuencia variable a través de un convertidor PWM AC/DC/AC basado en IGBTs, ver la parte izquierda de la Fig. 3.14.
- El segundo sistema de generación es un sistema fotovoltaico que consta de 4 arreglos de paneles fotovoltaicos, ver la parte derecha de la Fig. 3.14. Donde cada arreglo fotovoltaico implementado puede proporcionar un máximo de 100 kW a la red, donde se suministra una irradiación solar de 1000 W/m^2 . Además, cada arreglo está conectado a través de un convertidor de CD/CD. La interconexión con la red se realiza a través

de un convertidor de fuente de voltaje (VSC, del inglés Voltage Source Converter) y un transformador de acoplamiento de 400 kVA.

- Finalmente, la tercera planta de generación corresponde a una unidad hidráulica de 2 MVA con un sistema de excitación IEEE tipo 1. La planta se conecta a la red a través de un transformador de acoplamiento de 2.1 MVA, ver la parte central de la Fig. 3.14.

Nótese que la red de interconexión de las tres unidades generadoras y la red eléctrica se realiza mediante un alimentador de distribución de 25 kV. De lo anterior, el sistema integrado de energía renovable tiene un total de 2500 MVA.

Una vez descrito el sistema de prueba, procederemos a realizar el análisis de las señales de voltaje y corriente correspondiente al nodo de 25 kV (marcado en color rojo y descrito como Bus 25 kV en la Fig. 3.14) del sistema de prueba con los métodos de Prony, ERA y Matrix Pencil. También se realizará una comparación con los resultados que se obtengan del análisis de Fourier.

3.3.1. Resultados

En esta sección se muestran los resultados obtenidos del análisis con los métodos Prony, ERA y Matrix Pencil para el sistema “**Renewable power system**” en comparativa con el análisis de Fourier.

Para este análisis, primero se utiliza la señal de voltaje en el nodo de 25 kV (ver Fig. 3.14) a una frecuencia de muestreo $F_s = 20,040$ Hz, un número de muestras por ciclo $N_c = 334$ y 60 ciclos de la señal, con un número de muestras total de $N = 20,040$. Con este número de muestras y esta frecuencia de muestreo, de acuerdo al teorema de Nyquist descrito en (3.2), se puede observar hasta una mono-componente con frecuencia de hasta 10,020 Hz. Este número de muestras por ciclo y esta frecuencia de muestreo se utilizan por que son los datos con los que trabaja el sistema por defecto.

De aquí, la Tabla 3.11 muestra los resultados de las magnitudes de las armónicas identificadas por cada uno de los métodos propuestos, así como su comparación con lo obtenido con Fourier. De manera similar, la Tabla 3.12 ilustra los resultados de las frecuencias identificadas por las técnicas de Prony, ERA y MP, así como su comparación con lo obtenido por el análisis de Fourier.

Tabla 3.11: Identificación de magnitudes de las armónicas e inter-armónicas mediante el análisis de Prony, ERA, MP y Fourier para el sistema Renewable Power System

Orden	Prony	ERA	Matrix Pencil	Fourier
1	5838.4	25800	25801	25342
5	13774	117.06	116.67	71.92
5.83	11080	81.874	81.296	62.4513
6.33	11642	94.116	93.918	80.633
7	5388.3	123.48	122.77	114.67
7.66	—	99.069	98.484	120.35
8.33	4808.5	290.06	289.77	228.74
8.53	2024.8	56.541	55.858	79.423
8.75	10375	31.532	28.571	55.681
8.83	10327	39.627	39.479	68.042
8.94	499.07	72.19	70.424	67.487
9.15	23258	104.64	104.45	74.57
9.83	5188.3	63.128	62.299	67.027
10.33	4588.6	311.6	311.33	396.24
14.33	7449.2	94.379	93.261	116.27
43	1663.8	117.48	116.62	117.8
47	2356.6	92.696	90.723	77.818

Como se puede apreciar en las Tablas 3.11 y 3.12, los resultados que nos brinda el análisis de Prony no son confiables, ya que estos no coinciden con los arrojados por los otros métodos. Esto se puede deber a que se tiene un número muy grande de muestras, lo cual afecta el desempeño del método de Prony.

Para ver más plenamente la confiabilidad del análisis otorgado por los diferentes métodos aquí presentados, se realiza una reconstrucción con los datos obtenidos por cada uno de los métodos. Esta reconstrucción sólo la realizaremos para 6 ciclos de la señal, con

Tabla 3.12: Identificación de frecuencias de las armónicas e inter-armónicas mediante el análisis de Prony, ERA, MP y Fourier para el sistema Renewable Power System.

Orden	Prony	ERA	Matrix Pencil	Fourier
1	578.55	60.006	60.006	60.003
5	956.66	300.19	300.19	300.01
5.83	1475.6	349.58	349.58	349.02
6.33	1995.7	380.11	380.11	380.02
7	2579.2	420.31	420.31	420.02
7.66	2955.4	460.01	460.01	460.02
8.33	3340.9	499.92	499.92	500.02
8.53	4246	512.3	512.3	512.03
8.75	4507.5	525.45	525.45	526.03
8.83	4763.4	530.05	530.05	531.03
8.94	5401.6	536.74	536.74	537.03
9.15	5538.2	549.06	549.06	549.03
9.83	6285.4	589.94	589.94	590.03
10.33	6746.3	619.95	619.95	620.03
14.33	7453.9	859.96	859.96	860.04
43	7998.4	2580.1	2580.1	2580.1
47	8404.3	2820	2820	2820.1

la intención de poder mostrar con más detalle la onda reconstruida y su comparación con la señal original de voltaje.

La Fig. 3.15 muestra el resultado de la reconstrucción realizada con las muestras de Magnitud y Frecuencia obtenidas por el análisis de Fourier.

Por otro lado, la Fig. 3.16 presenta la reconstrucción obtenida por medio del análisis de Prony. Como se puede apreciar tanto en la Fig. 3.16, como en las Tablas 3.11 y 3.12, así como anteriormente se había mencionado, los resultados que nos brinda el análisis de Prony no son confiables, ya que no tienen alguna semejanza con la señal original, tanto la magnitud como la frecuencia son diferentes a lo presentado por la señal real, por consecuencia la reconstrucción no es correcta.

A diferencia de lo que se observa con el método de Prony, el método de ERA proporciona resultados más confiables, esto debido a su semejanza tanto en la reconstrucción

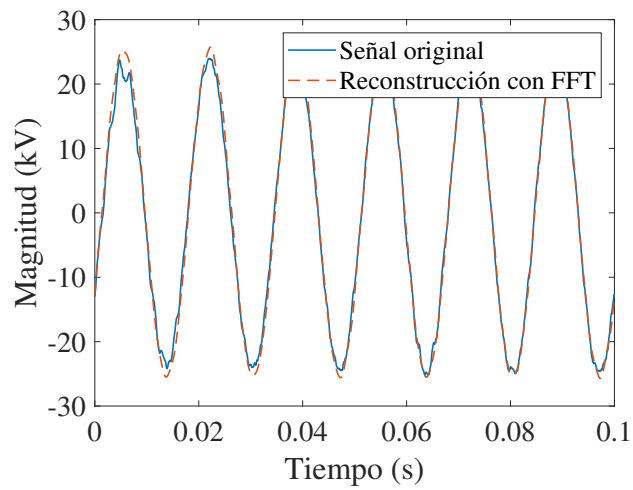


Figura 3.15: Reconstrucción de la señal extraída del Renewable power system con FFT.

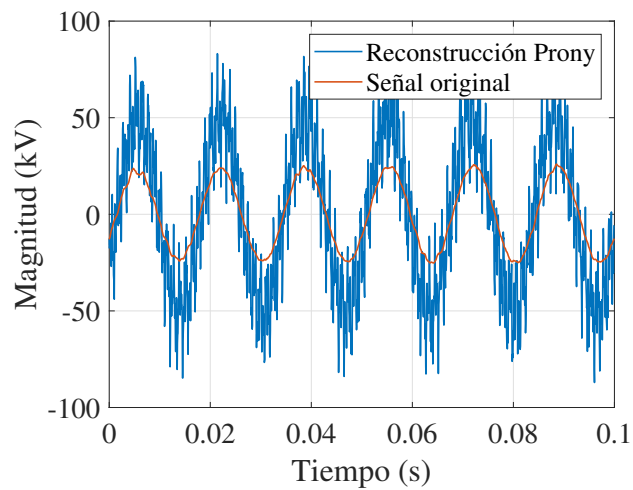


Figura 3.16: Reconstrucción de la señal extraída del Renewable power system con el método de Prony.

de la señal, como se muestra en la Fig. 3.17, así como por su semejanza que tiene con el análisis de Fourier, ver Tablas 3.11 y 3.12.

Por último, al igual que el método de ERA, el resultado obtenido con el método

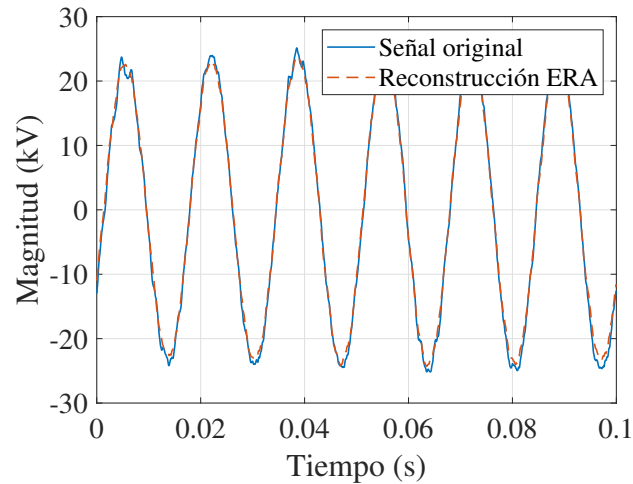


Figura 3.17: Reconstrucción de la señal extraída de Renewable power system con el método de ERA.

de Matrix Pencil también es muy confiable, ya que la reconstrucción que se observa en la Fig. 3.18 es muy similar a la señal original. Esto también puede corroborarse con base a las Tablas 3.11 y 3.12, donde se muestra una buena semejanza con el análisis hecho por Fourier.

La Fig. 3.19 ilustra la comparativa de las magnitudes de las armónicas e inter-armónicas obtenidas con los métodos de ERA, Matrix Pencil y Fourier, donde el análisis de Prony se omite debido al mal desempeño en la identificación para este sistema. De aquí, se observa que existe una buena similitud en las armónicas e inter-armónicas encontradas por los tres métodos, por lo que una buena pregunta es, ¿qué método realizó el cálculo más adecuado?, para contestar a esta incógnita, realizaremos el cálculo de error cuadrático medio, para determinar si existe una relación entre la señal original y la señal reconstruida, y qué tan estrecha es esta relación. Esto debido a que, el método de Fourier llega a fallar cuando de inter-armónicas se trata, de aquí la gran variedad de métodos basados en Fourier para el análisis de armónicas e inter-armónicas.

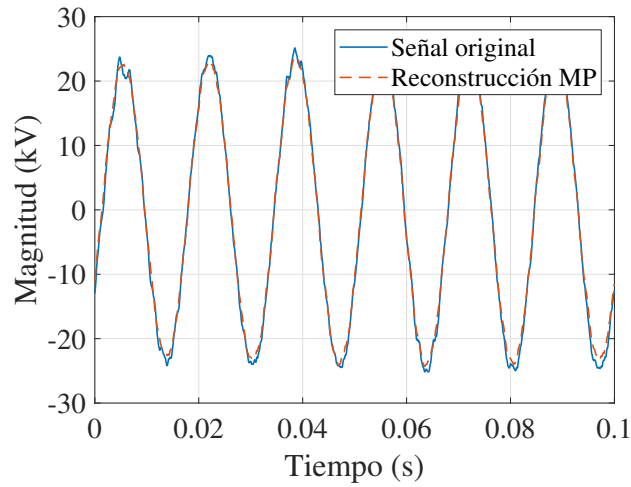


Figura 3.18: Reconstrucción de la señal extraída de Renewable power system con el método de Matrix Pencil.

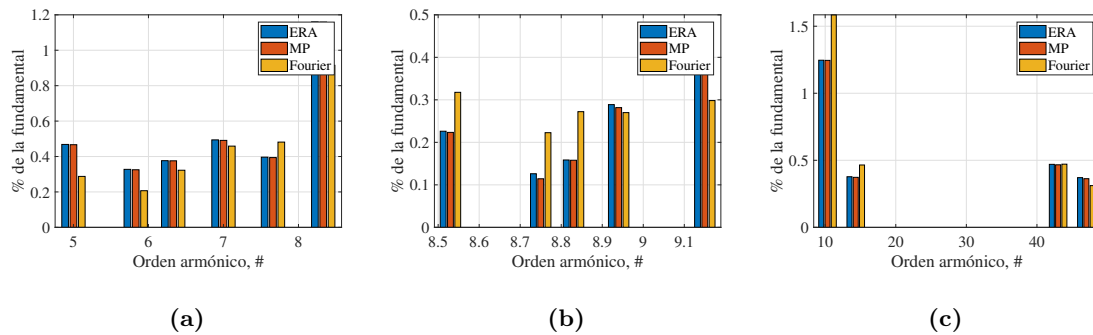


Figura 3.19: Comparativa de las armónicas e inter-armónicas encontradas en Renewable Power System.

Las armónicas e inter-armónicas presentadas en la Fig. 3.19 son separadas en los incisos (a), (b) y (c) con el objetivo de que se aprecien de una manera más detallada sin que la escala afecte su interpretación.

Además, la Tabla 3.13 muestra los resultados obtenidos al aplicar un análisis del RMSE, y así tener una idea más clara del desempeño de cada método. A continuación se

presenta cómo se obtiene el RMSE.

Error cuadrático medio El error cuadrático medio o RMSE , mide la cantidad de error que hay entre dos conjuntos de datos. En otras palabras, compara un valor estimado con un valor observado o conocido.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - R_i)^2}{N}} \times 100 \quad (3.4)$$

donde N es el número de muestras, Y_i son las muestras de la señal original y R_i son las muestras que nosotros obtenemos de (2.22) (reconstrucción de la señal).

Tabla 3.13: RMSE aplicado a los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier

Método	RMSE (%)
Prony	138.54
ERA	3.3596
Matrix Pencil	3.3569
Fourier	3.6259

Como era de esperarse, se observa que los resultados obtenidos para los métodos de ERA, MP y Fourier son confiables, ya que presentan porcentajes menores al 4% de error respecto con la señal original.

Por último, la Tabla 3.14 muestra la distorsión armónica total para el análisis de la señal de voltaje de este sistema (Bus 25 kV), donde se muestran los resultados de los métodos propuestos en comparativa con el análisis de Fourier, usando los valores presentados en la Tabla 3.11 para magnitudes y (3.3). Se observa que los métodos de ERA, MP y Fourier arrojan un THD de alrededor del 2%, mientras que el método de Prony rebasa el 44%.

Es importante mencionar que los parámetros elegidos para el análisis de la señal de voltaje, no se utilizo ninguna referencia en cuanto a qué frecuencia de muestreo se debe considerar, así como, cuál es el número de ciclos recomendado para la identificación de

Tabla 3.14: Análisis del THD estimado con los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier para renewable power system

Método	THD_v (%)
Prony	44.976
ERA	2.0972
Matrix Pencil	2.0889
Fourier	2.1596

armónicas e inter-armónicas, lo cual fue problemático al observar los resultados, ya que se observaron algunas mono-componentes que no parecían tener relación entre ERA y Matrix pencil con Fourier, por lo que únicamente agregamos las que tenían mayor similitud.

Es por esto que se realiza el mismo análisis, pero ahora tomando en cuenta lo que dice la norma IEC-61000-4-7, es decir, se realizan las estimaciones con un menor número de muestras y una F_s menor, también en parte, por que no es de interes encontrar armónicas de orden 160 o superior, si no demostrar la eficiencia de los métodos al estimar las inter-armónicas contenidas en la señal de voltaje.

3.3.2. Identificación de armónicas e inter-armónicas acorde la norma IEC-61000-4-7 (Señal de voltaje)

Para este análisis y de acuerdo con la norma IEC-61000-4-7, la cual recomienda una ventana de análisis de 200 ms, lo cual corresponde a 12 ciclos de la señal a 60 Hz para obtener una resolución FFT de 5 Hz. Para lo anterior, entonces se utiliza una frecuencia de muestro $F_s = 7,680$ Hz, con un número de muestras por ciclo $N_c = 128$ con lo cual se logra un número de muestras total de $N = 1536$. Con este número de muestras y esta frecuencia de muestreo, además, de acuerdo al teorema de Nyquist descrito en (3.2), se puede observar hasta la señal mono-componente con una frecuencia de hasta 3,840 Hz.

Con estos parámetros, las magnitudes y frecuencias identificadas por los algoritmos se muestran en las Tablas 3.15 y 3.16, respectivamente. Como se puede observar, es

difícil saber qué método es más acertado, pero la concordancia y similitud que existe entre los resultados obtenidos con ERA, Matrix Pencil y Fourier es un sólido argumento para declarar que los algoritmos propuestos son útiles para la identificación de inter-armónicas.

Tabla 3.15: Identificación de la magnitud de armónicas e inter-armónicas con los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier del Renewable Power System

Orden	Prony	ERA	Matrix Pencil	Fourier
1	27097	24121	24129	24775.9814
2.9947		77.452	74.188	64.771
4.0307		30.246	28.594	88.0238
5.0059		75.229	69.541	86.3819
5.2614		101.64	101.16	86.023
5.7063		99.395	92.438	109.5115
6.0461		57.192	47.949	107.4726
6.2218		109.36	102.02	147.2497
6.365		73.805	65.605	134.2168
6.6197		91.997	91.227	97.64
7.0235		443.1	435.34	376.6149
7.2797		356.67	353.26	147.2046
7.679		52.45	44.903	155.0783
7.8256		263.87	255.34	148.5193
8.1709	892.24	299.91	297.35	145.3144
8.3282		128.47	122.62	139.4588
8.5108		274.59	272.74	94.5417
8.7151		265.68	263.48	191.3456
9.0653		663.88	655.87	307.2785
9.4499		147.88	137.27	97.0799

Continúa en la siguiente página

Tabla 3.15 – *Continuación de la tabla anterior ...*

Orden	Prony	ERA	Matrix Pencil	Fourier
9.6037		42.931	29.074	132.554
9.9906		857.57	858.91	189.4123
10.309		84.189	73.683	132.1091
10.638		365.71	294.59	153.4269
10.816		219.82	180.76	75.8779
11.063		75.449	64.837	89.717
11.683		109.05	94.738	101.4009
11.889		114.07	110.2	64.4811
12.944	1264.2	151.04	142.94	132.6529
14.328		62.948	57.434	61.3093
14.888	3492	29.107	31.811	60.8468
18.746	2727.4	38.14	32.982	85.143
26.967	194.85	161.14	152.83	74.4737
42.988	195.94	124.83	116.94	64.699

Tabla 3.16: Identificación de la frecuencia de armónicas e inter-armónicas con los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier del Renewable Power System

Orden	Prony	ERA	Matrix Pencil	Fourier
1	60.083	60.001	60.001	60
2.9947		179.68	179.66	180
4.0307		241.84	241.83	245
5.0059		300.35	300.31	300
5.2614		315.68	315.65	315
5.7063		342.38	342.4	340

Continúa en la siguiente página

Tabla 3.16 – *Continuación de la tabla anterior ...*

Orden	Prony	ERA	Matrix Pencil	Fourier
6.0461		362.77	362.8	365
6.2218		373.31	373.27	375
6.365		381.9	381.9	385
6.6197		397.18	397.2	395
7.0235		421.41	421.41	420
7.2797		436.78	436.79	435
7.679		460.74	460.65	460
7.8256		469.53	469.52	470
8.1709	483.18	490.25	490.25	490
8.3282		499.69	499.73	500
8.5108		510.65	510.65	515
8.7151		522.91	522.9	525
9.0653		543.92	543.93	540
9.4499		566.99	567.05	560
9.6037		576.22	576.17	570
9.9906		599.44	599.47	600
10.309		618.52	618.59	620
10.638		638.3	638.06	645
10.816		648.94	649.25	655
11.063		663.78	663.75	660
11.683		700.96	700.9	705
11.889		713.31	713.45	715
12.944	735.99	776.63	776.68	775
14.328		859.68	859.69	860

Continúa en la siguiente página

Tabla 3.16 – *Continuación de la tabla anterior ...*

Orden	Prony	ERA	Matrix Pencil	Fourier
14.888	1110.9	893.3	893.33	895
18.746	1344.9	1124.8	1124.8	1140
26.967	1670.4	1618	1617.9	1620
42.988	2552	2579.3	2579.1	2580

Por otro lado, la Tabla 3.16 va de la mano con lo observado en la Sección 3.1, lo cual es una muestra de que los algoritmos propuestos pueden realizar una mejor estimación que el análisis de Fourier.

También es necesario comentar que el análisis de Prony tuvo dificultades para realizar las estimaciones, y como se puede observar en esta sección y en la Sección 3.3.1, no es confiable, pero sus resultados mejoraron, ya que el parámetro que se cambió fue la reducción del número de muestras y la frecuencia de muestreo.

Al igual que con los análisis anteriores, se realiza una reconstrucción con los resultados obtenidos con cada uno de los algoritmos. La Fig. 3.20 muestra la reconstrucción hecha con los datos obtenidos del análisis de Fourier, como se puede observar es una buena reconstrucción, ya que se parece mucho a la señal original.

La Fig. 3.21 muestra la reconstrucción de la señal por medio del análisis de Prony.

Como se puede apreciar tanto en la Fig. 3.21 como en las Tablas 3.15 y 3.16, los resultados que brinda el análisis de Prony aún no son confiables, ya que la semejanza con la señal original, tanto la magnitud como la frecuencia, son diferentes a lo real, y por consecuencia la reconstrucción no es correcta.

A diferencia con lo que se observa del método de Prony, el método de ERA proporciona resultados más confiables, esto debido a su semejanza tanto en la reconstrucción de la señal, como se muestra en la Fig. 3.22, y por la semejanza que tiene con la transformada de Fourier de acuerdo a los resultados presentados en las Tablas 3.15 y 3.16.

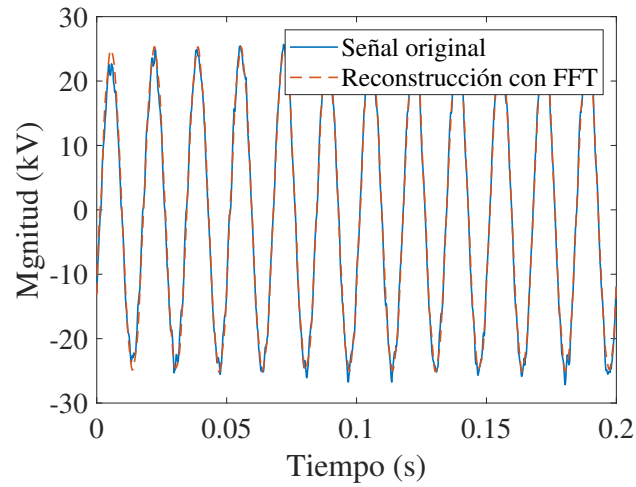


Figura 3.20: Reconstrucción de la señal extraída de Renewable power system con FFT.

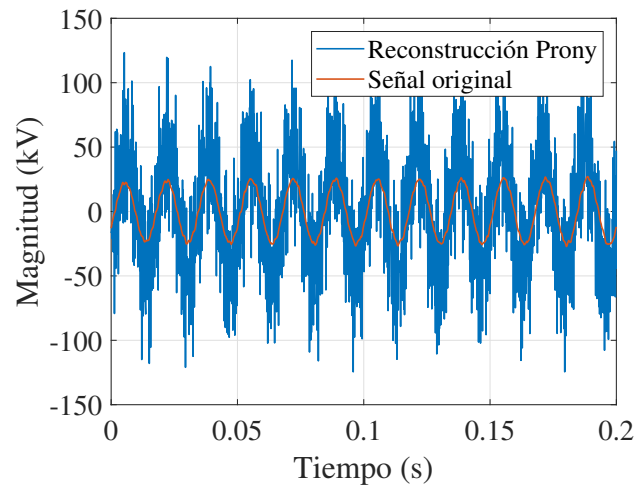


Figura 3.21: Reconstrucción de la señal extraída de Renewable power system con el método de Prony.

Al igual que el método de ERA, el resultado obtenido con el método de Matrix Pencil es muy confiable, ya que la reconstrucción que se observa en la Fig. 3.23 es muy similar a la señal original. Además, los resultados presentados en las Tablas 3.15 y 3.16

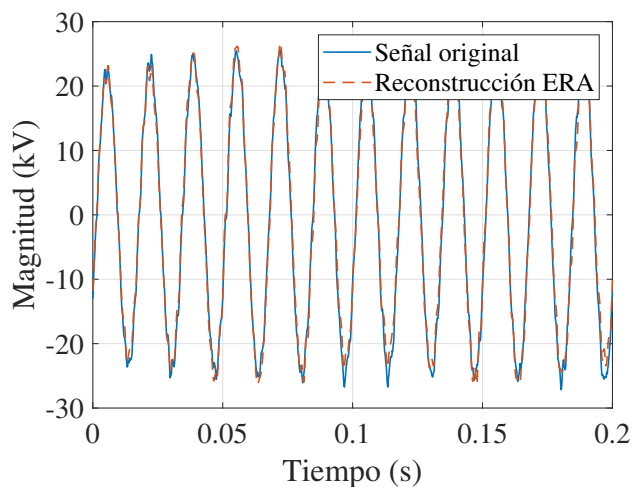


Figura 3.22: Reconstrucción de la señal extraída de Renewable power system con el método de ERA.

muestran una buena semejanza con el análisis hecho por Fourier.

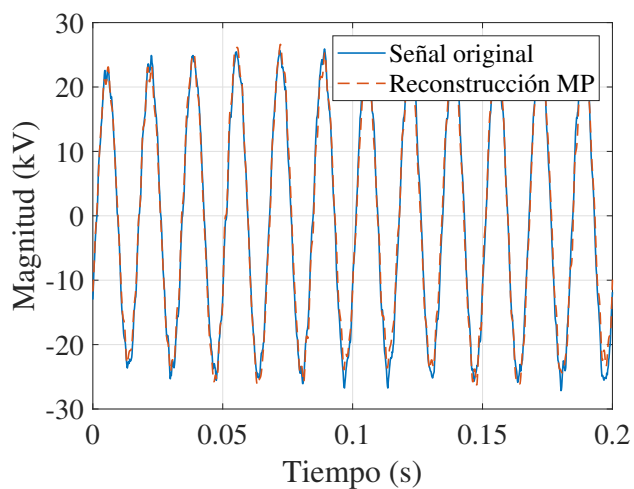


Figura 3.23: Reconstrucción de la señal extraída de Renewable power system con el método Matrix Pencil

Por otro lado, la distorsión armónica total se muestra en la Tabla 3.17, y se

observa que los resultados obtenidos con ERA, Matrix Pencil y Fourier son muy similares, obteniéndose un THD cercano al 6 %. Además, también se muestra una mejora en el análisis de Prony, el cual alcanza un valor de THD cercano al 5 %.

Tabla 3.17: Análisis del THD estimado con los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier para renewable power system

Método	THD_v (%)
Prony	4.7206
ERA	6.1499
Matrix Pencil	5.9839
Fourier	5.6865

También, es necesario saber cuál de los algoritmos presentados arroja un resultado más confiable, o en otras palabras más exacto. Para esto, la Tabla 3.18 muestra los valores del RMSE para las señales reconstruidas por las diferentes técnicas aquí presentadas. Se observa que la reconstrucción hecha por los algoritmos de ERA y Matrix Pencil es más acertada a la que se obtiene con el método de Fourier, esto debido a que arrojan valores más bajos, cercanos al 4 % de error.

Tabla 3.18: RMSE aplicado a los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier

Método	RMSE (%)
Prony	50.53
ERA	4.21
Matrix Pencil	4.20
Fourier	4.88

Para la comparación de las magnitudes de las armónicas e inter-armónicas, omitiremos la comparación con el método de Prony, ya que nuevamente presenta ciertas complicaciones para la estimación, donde se presenta un error cercano al 50 %. Por lo tanto, la Fig. 3.24 muestra la comparación de las armónicas e inter-armónicas entre los métodos de ERA, MP y Fourier.

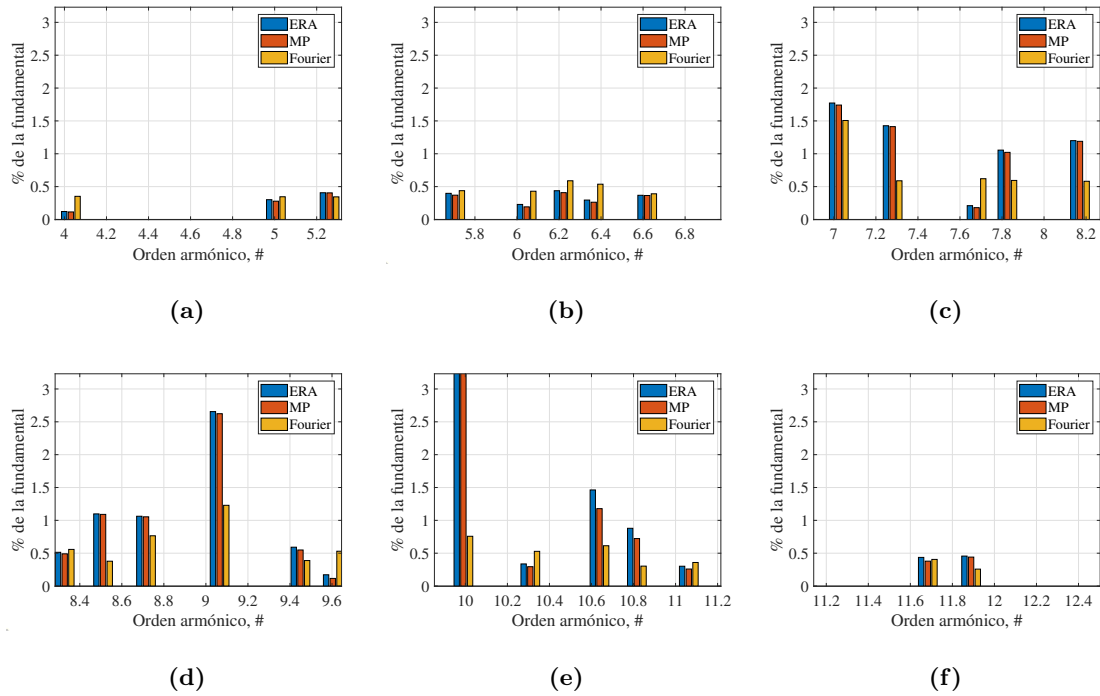


Figura 3.24: Comparativa de las armónicas e inter-armónicas encontradas en Renewable Power System.

Como se puede observar en la Fig. 3.24, la similitud que existe entre las magnitudes de las armónicas e inter-armónicas encontradas aún es buena, aunque presenta una ligera variación al realizar el cálculo del THD como se observa en la Tabla 3.17.

3.3.3. Identificación de armónicas e inter-armónicas en la corriente acorde la norma IEC-61000-4-7 (señal de corriente)

Ahora se identificarán las armónicas e inter-armónicas para la señal de corriente en el nodo de 25 kV (ver Fig. 3.14). Al igual que en el análisis anterior y de acuerdo con la norma IEC-61000-4-7, se utiliza una ventana de análisis de 200 ms, lo cual corresponde a 12 ciclos de la señal a 60 Hz. Para lo anterior, se utiliza una frecuencia de muestro $F_s = 7,680$

Hz con un número de muestras por ciclo $N_c = 128$ y un número de muestras total de $N = 1536$.

La Tabla 3.19 muestra los valores de las magnitudes identificadas para los algoritmos de Prony, ERA, MP y su comparación con Fourier.

Tabla 3.19: Estimación de la magnitud de armónicas e inter-armónicas con los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier para la señal de corriente del Renewable Power System

Orden	Prony	ERA	Matrix Pencil	Fourier
0.40904	–	2.7706	2.635	3.2182
0.74968	–	5.2524	4.9914	3.4452
1	402.36	302.81	302.76	302.08
2.6242	–	3.8949	3.6588	4.3174
2.9872	–	4.3492	4.2908	6.3573
3.4006	–	2.4337	2.3364	2.9801
3.8676	–	8.7202	8.597	2.4867
4.66	–	4.252	4.2853	3.2979
4.8401	53.524	1.3369	1.1576	3.2073
5.2985	–	4.1691	3.977	2.6561
5.4981	–	1.5719	1.2226	2.8626
5.9426	–	2.5674	2.5148	2.5179
6.9946	–	11.646	11.595	8.6156
8.9678	–	3.2446	3.0289	4.816

Como se puede observar, existe una buena similitud entre las magnitudes encontradas por Fourier y las encontradas por los algoritmos propuestos; y también se puede observar que el análisis de Prony sigue siendo sensible al ruido, por lo que sus resultados siguen sin ser adecuados.

Por otro lado, la Tabla 3.20 muestra los valores de las frecuencias identificadas con los algoritmos de Prony, ERA, MP y su comparación con Fourier.

Algo muy interesante que se puede observar en la Tabla 3.20, son los primeros dos datos, ya que muestra dos armónicas que tienen una frecuencia menor que la fundamental, estas armónicas en realidad pueden ser catalogadas como sub-armónicas, ya que su valor de frecuencia no llega a sobrepasar el valor de frecuencia de la componente fundamental.

Tabla 3.20: Estimación de las frecuencias armónicas e inter-armónicas con los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier para la señal de corriente del Renewable Power System

Orden	Prony	ERA	Matrix Pencil	Fourier
0.40904	–	24.542	24.55	20
0.74968	–	44.981	44.941	40
1	60.712	59.952	59.951	60
2.6242	–	157.45	157.48	160
2.9872	–	179.23	179.24	180
3.4006	–	204.04	204.01	200
3.8676	–	232.05	232.01	240
4.66	–	279.6	279.58	280
4.8401	475.74	290.41	290.24	290
5.2985	–	317.91	317.81	320
5.4981	–	329.89	330.05	325
5.9426	–	356.56	356.56	355
6.9946	–	419.68	419.67	420
8.9678	–	538.07	538.08	540

Al observar las Tablas 3.19 y 3.20, así como los resultados de la Sección 3.1, se puede decir que los resultados obtenidos por los algoritmos propuestos, principalmente los métodos de ERA y MP, son adecuados, tanto para la estimación de armónicas, inter-armónicas e incluso sub-armónicas, por lo que se realiza una reconstrucción con las frecuencias y magnitudes obtenidas.

La Fig. 3.25 muestra la reconstrucción obtenida con las frecuencias y amplitudes resultantes después de aplicar el algoritmo FFT. Se puede observar que es una reconstrucción confiable.

La Fig. 3.26 muestra el resultado de la reconstrucción realizada con los resultados obtenidos con el análisis de Prony, y como se puede observar no son favorables.

Ahora, la Fig. 3.27 muestra la reconstrucción hecha con los datos obtenidos con el método de ERA, y como se puede observar, es una reconstrucción muy buena, ya que muestra una muy buena similitud con la señal original.

Similarmente, la Fig. 3.28 muestra la reconstrucción hecha con los datos obtenidos

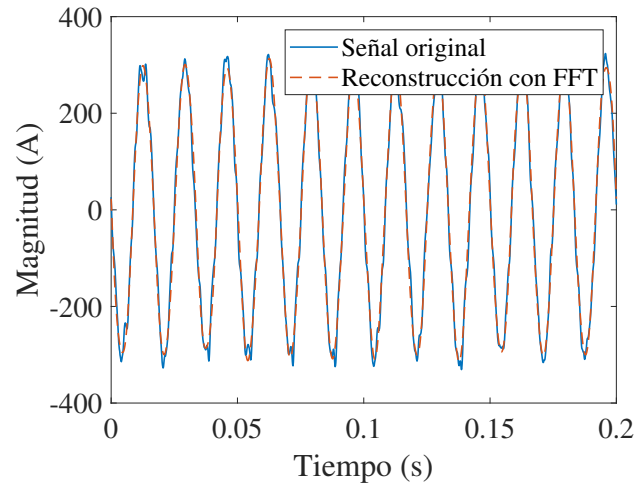


Figura 3.25: Reconstrucción de la señal de corriente extraída de Renewable power system con FFT.

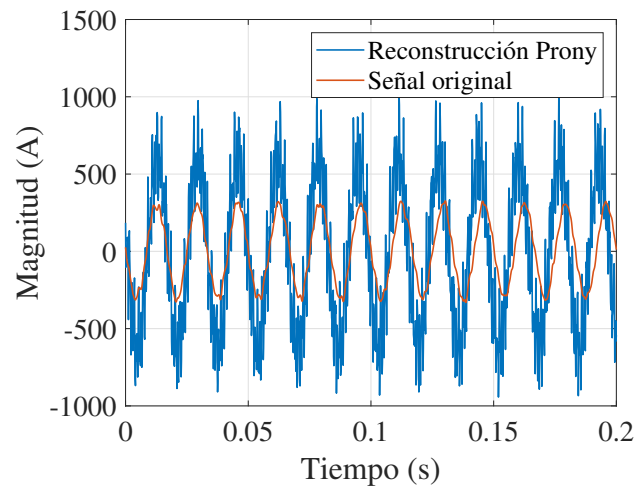


Figura 3.26: Reconstrucción de la señal de corriente extraída de Renewable power system con el método de Prony.

con el método de Matrix Pencil, y como se puede observar, es también una reconstrucción muy buena.

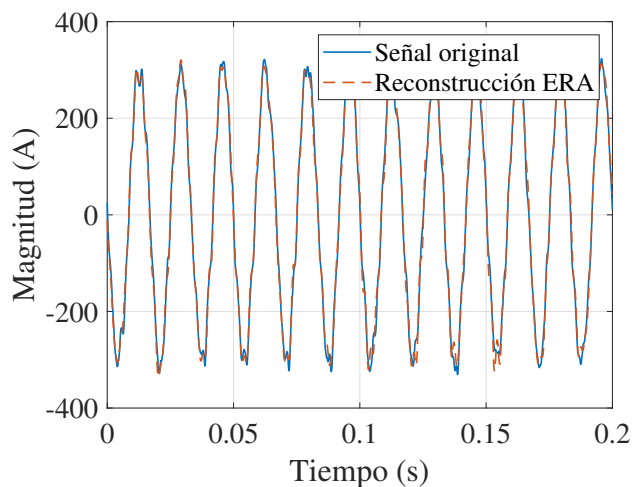


Figura 3.27: Reconstrucción de la señal de corriente extraída de Renewable power system con el método de ERA.

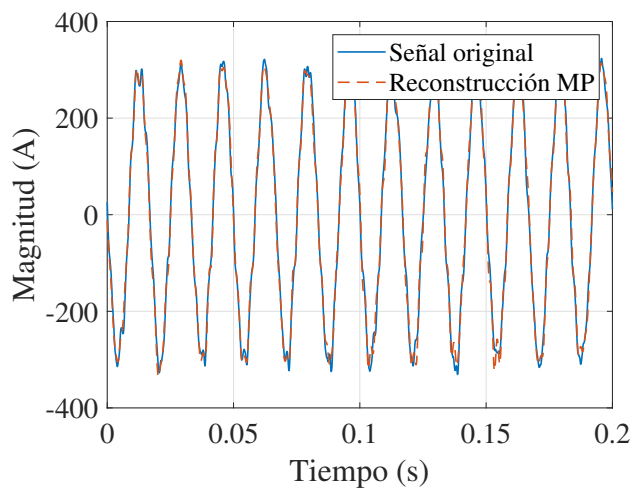


Figura 3.28: Reconstrucción de la señal de corriente extraída de Renewable power system con el método de Matrix Pencil.

Además, la Tabla 3.21 muestra el THD para la señal de corriente. Para esto, se utilizan los valores presentados en la Tabla 3.19 para magnitudes y (3.3). Se observa que

los métodos de ERA y MP arrojan un THD alrededor del 6%, mientras que el método de Fourier está alrededor del 5%. Para este cálculo, se omite el resultado arrojado por el método de Prony.

Tabla 3.21: Análisis del THD estimado con los métodos de Prony, ERA, MP y Fourier para la corriente del renewable power system

Método	THD_i (%)
ERA	6.1231
Matrix Pencil	5.9999
Fourier	5.0911

Similarmente que los casos anteriores, se realiza una comparación de las magnitudes de las armónicas e inter-armónicas, omitiendo la comparación con el método de Prony. Por lo tanto, la Fig. 3.29 muestra la comparación de las armónicas e inter-armónicas entre los métodos de ERA, MP y Fourier. Es importante ver lo que muestra la Fig. 3.29 (a), ya que muestra dos sub-armónicas, es decir, dos mono-componentes de menor frecuencia que la componente fundamental, lo cual es de gran importancia, ya que de esta forma se puede declarar que los algoritmos propuestos no sólo son útiles para la estimación de armónicas e inter-armónicas, si no que también para la estimación de sub-armónicas.

Por último, para saber que tan acertados son las estimaciones de los diferentes métodos, se realiza un análisis del RMSE a las reconstrucciones con los diferentes métodos. Los resultados se muestran en la Tabla 3.22 y como se puede ver en dichos resultados, lo obtenido es confiable, ya que tiene una gran similitud, sobre todo ERA y Matrix Pencil, ya que muestran una similitud mayor que los otros dos métodos.

Como se puede observar en la Tabla 3.22, el algoritmo que tuvo un menor margen de error, o un menor RMSE, fue el algoritmo de Matrix Pencil, aunque el algoritmo de ERA también tuvo un mejor resultado que el algoritmo de Fourier.

Por otro lado, el algoritmo con un mayor RMSE en los tres casos presentados, fue el análisis de Prony, esto en gran parte a su sensibilidad con el ruido, por lo que un

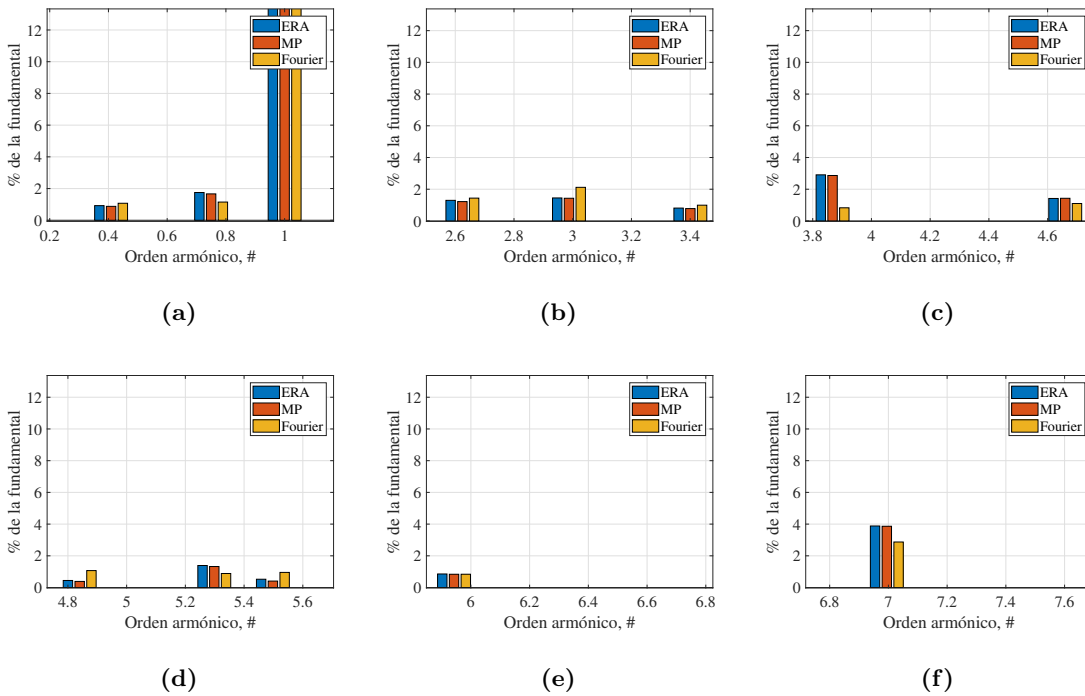


Figura 3.29: Comparativa de las armónicas encontradas para la señal de corriente del Renewable Power System.

trabajo interesante para realizar en el futuro, sería realizar el mismo análisis a la misma señal agregando un filtro que ayude a mejorar sus resultados.

Es importante mencionar que se define como inter-armónica cualquier mono-componente con una frecuencia que no sea múltiplo de la frecuencia fundamental y en esta definición entran lo que se denominó anteriormente como sub-armónicas, por lo que estos dos algoritmos ERA y Matrix Pencil son capaces de detectar este tipo de mono-componentes, en otras palabras, podríamos aseverar que los algoritmos de ERA y Matrix Pencil tienen la capacidad de detectar cualquier tipo de inter-armónicas incluyendo estas mono-componentes con una frecuencia menor a la componente fundamental, lo cual es asombroso.

Tabla 3.22: RMSE aplicado a los resultados obtenidos por los métodos de ERA, MP y Fourier

Método	RMSE (%)
ERA	5.3376
Matrix Pencil	5.3116
Fourier	6.2716

3.4. Resumen

En esta sección se realiza un análisis de Fourier, Prony, ERA y Matrix Pencil a señales de dos sistemas de prueba, así como a una señal teórica. Los casos de estudio son:

- La señal teórica que proviene de la referencia [1], donde se realizó un análisis con el algoritmo FFT en una ventana de 200 ms y otro en una ventana de 1 s, mientras que para el análisis de Prony, ERA y Matrix Pencil únicamente lo realizamos con 200 ms. En la ventana de 200 ms los algoritmos propuestos realizaron un cálculo exacto, es decir, lograron identificar exactamente cada una de las mono-componentes, mientras que Fourier, únicamente lo logro con la ventana de 1s.
- El primer sistema de prueba es el demo **Harmonic Analysis of a Three-Phase Rectifier**. Este corresponde a un sistema implementado en Matlab & Simulink que únicamente contiene armónicas. Se realizó una comparativa de magnitud y frecuencia entre los métodos propuestos de Prony, ERA y Matrix Pencil, y su comparación con el análisis típico de Fourier. Al igual que con la señal de prueba, con los resultados obtenidos se procedió a realizar una reconstrucción de la señal. No existen dudas de que el algoritmo FFT realiza un cálculo adecuado de armónicas y como los tres algoritmos propuestos realizaron un cálculo prácticamente idéntico al de FFT, los resultados son satisfactorios.
- Por último, el segundo sistema **Renewable Powe System**, es un sistema también

implementado en Matlab & Simulink que cuenta con tres fuentes de energía renovable distintas: una planta fotovoltaica, una granja eólica y un hidro generador. A este sistema con múltiples inter-armónicas se le realizó el análisis armónico con los tres métodos propuestos y el análisis típico de Fourier para su comparación. Se realizó una comparativa entre los cuatro métodos con las identificaciones de magnitud y frecuencia, y al igual que con el primer sistema, se procedió a realizar una reconstrucción con los datos obtenidos.

Al realizar el análisis con los parámetros por default se observan algunas anomalías en las mono-componentes encontradas, por lo que se realiza el análisis para corriente y voltaje acorde a la norma IEC-61000-4-7, en el cual se observa que los algoritmos propuestos (exceptuando el método de Prony) son capaces de identificar cualquier tipo de inter-armónica, incluso las que tienen una frecuencia menor a la componente fundamental, como lo son las sub-armónicas, con una exactitud mayor a la dada por FFT.

Por otro lado, el método de Prony tuvo algunas dificultades en este sistema por la gran cantidad de ruido que presentan las señales extraídas.

Capítulo 4

Conclusiones

4.1. Conclusiones generales

El trabajo fue satisfactorio, ya que se logró demostrar que los métodos de Prony, ERA y Matrix pencil son capaces de realizar un análisis de armónicas e inter-armónicas y en comparativa con el análisis de Fourier, el resultado fue satisfactorio. Esto permite diseñar un sistema para la identificación y monitoreo de armónicas, inter-armónicas y sub-armónicas en los sistemas de potencia con una alta integración de energías renovables.

Aunque en el último sistema de prueba el método de Prony no dio buenos resultados, sería imprudente descartarlo para realizar este tipo de análisis, ya que como se muestra en [14], gran parte de su ineficiencia es debido a su sensibilidad ante el ruido, y eso es algo que se puede solucionar en trabajos futuros.

Por otro lado, los algoritmos de ERA y Matrix Pencil otorgaron resultados muy satisfactorios; siendo Matrix Pencil el que tuvo un menor RMSE en los tres casos del sistema de prueba Renewable Powe System.

Algo que es importante destacar, es que los algoritmos propuestos de ERA y Matrix Pencil tuvieron un RMSE menor al que se obtiene del análisis de Fourier, es por eso que se puede declarar que los algoritmos propuestos pueden realizar una estimación

más adecuada de armónicas, inter-armónicas e incluso sub-armónicas que el algoritmo de FFT.

También, durante este trabajo percatamos de lo difícil que es realizar un cálculo adecuado de las inter-armónicas, como se puede observar en el Capítulo 3.

Una ventaja que se obtiene al realizar este trabajo, fue que la interpretación del resultado a nivel computacional es mucho más sencilla con los algoritmos propuestos, por lo que haría más versátil a un programa que únicamente necesite recibir la magnitud, fase y frecuencia de las inter-armónicas para ejecutar acciones.

Un factor que podría ser tomado como una desventaja de los algoritmos propuestos, es que el número de mono-componentes en las que se puede dividir la señal original, implica que las matrices en las que están basados los métodos se hagan más grandes; y como consecuencia esto puede demandar más recursos computacionales.

Por último, es importante mencionar que no existe evidencia en la literatura del uso del método de ERA para la identificación de armónicas e inter-armónicas. Mientras que para el algoritmo de Matrix Pencil es muy poca la información que hay al respecto, siendo más el uso del método de Prony para la identificación de armónicas e inter-armónicas.

4.2. Trabajos futuros

1. Comparativa con un mejor algoritmo basado en FFT tal como el método e-FFT.
2. Identificación de armónicas, inter-armónicas, sub-armónicas y supra-armónicas en SEPs usando los métodos presentados en esta tesis.
3. Mejora del análisis de Prony para la estimación de armónicas e inter-armónicas en SEPs.
4. Identificación de fuentes armónicas en SEPs.

5. Análisis fuera de línea de armónicas a un sistema de bombeo solar por medio de los métodos propuestos en este proyecto de tesis.

Referencias

- [1] H. C. Lin, “Development of interharmonics identification using enhanced-fft algorithm,” *The Journal of Engineering*, vol. 2017, no. 7, pp. 333–342, 2017.
- [2] L. Qi, L. Qian, S. Woodruff, and D. Cartes, “Prony analysis for power system transient harmonics,” *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, vol. 2007, no. 1, p. 048406, 2007.
- [3] I. Kamwa, ed., *Monitoring and Control using Synchrophasors in Power Systems with Renewables*. Energy Engineering, Institution of Engineering and Technology, 2020.
- [4] S. A. Soliman and A. M. Alkandari, “Electric power systems harmonics - identification and measurements,” in *Power Quality* (G. R. Rey and L. M. Muneta, eds.), ch. 1, Rijeka: IntechOpen, 2011.
- [5] A. Alizade, “Evaluating noise and dc offset due to inter-harmonics and supra-harmonics caused by back-to-back converter of (dfig) in ac distribution network,” *CIREN - Open Access Proceedings Journal*, vol. 2017, pp. 629–632(3), October 2017.
- [6] P. F. Ribeiro, C. A. Duque, P. M. Ribeiro, and A. S. Cerqueira, *Power Systems Signal Processing for Smart Grids*. Wiley, 2014.
- [7] J. W. Cooley and J. W. Tukey, “An algorithm for the machine calculation of complex fourier series,” *Mathematics of Computation*, vol. 19, no. 90, pp. 297–301, 1965.

-
- [8] R. Ratiba, K. Abdellah, and S. Slami, *Investigation to Harmonics Identification in Power System Based on Advanced Signal Processing Techniques*. PhD thesis, 07 2019.
- [9] V. Ravindran, S. K. Rönnerberg, and M. H. Bollen, “Interharmonics in pv systems: a review of analysis and estimation methods; considerations for selection of an apt method,” *IET Renewable Power Generation*, vol. 13, no. 12, pp. 2023–2032, 2019.
- [10] A. Andreotti, A. Bracale, P. Caramia, and G. Carpinelli, “Adaptive prony method for the calculation of power-quality indices in the presence of nonstationary disturbance waveforms,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 24, no. 2, pp. 874–883, 2009.
- [11] C. Altintasi, O. Aydin, M. C. Taplamacioglu, and O. Salor, “Power system harmonic and interharmonic estimation using vortex search algorithm,” *Electric Power Systems Research*, vol. 182, p. 106187, 2020.
- [12] J. Sanchez-Gasca and D. Trudnowski, “Identification of electromechanical modes in power system,” tech. rep., IEEE Task Force on Identification of Electromechanical Modes of the Power System Stability, Power & Energy Society, June 2012.
- [13] J. Hauer, C. Demeure, and L. Scharf, “Initial results in prony analysis of power system response signals,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 5, pp. 80–89, Feb 1990.
- [14] A. Almunif, L. Fan, and Z. Miao, “A tutorial on data-driven eigenvalue identification: Prony analysis, matrix pencil, and eigensystem realization algorithm,” *International Transactions on Electrical Energy Systems*, vol. 30, no. 4, p. e12283, 2020.
- [15] Wikipedia, “Transformada rápida de fourier — wikipedia, la enciclopedia libre,” 2021. [Internet; descargado 23-agosto-2021].
- [16] J. F. Hauer, C. Demeure, and L. Scharf, “Initial results in prony analysis of power system response signals,” *IEEE Transactions on power systems*, vol. 5, no. 1, pp. 80–89, 1990.

-
- [17] J.-N. Juang and R. S. Pappa, “An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction,” *Journal of guidance, control, and dynamics*, vol. 8, no. 5, pp. 620–627, 1985.
- [18] J. S. Bay, *Fundamentals of linear state space systems*, ch. System Realizations, pp. 393–397. WCB/McGraw-Hill: Boston, 1999.
- [19] R. A. D. Callafon, B. Moaveni, J. P. Conte, X. He, and E. Udd, “General realization algorithm for modal identification of linear dynamic systems,” *J. Eng. Mechan.*, vol. 134, no. 9, pp. 712–722, 2008.
- [20] T. K. Sarkar, S. Park, J. Koh, and S. M. Rao, “Application of the matrix pencil method for estimating the sem (singularity expansion method) poles of source-free transient responses from multiple look directions,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 48, no. 4, pp. 612–618, 2000.