



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO
MAESTRÍA EN CIENCIAS EN INGENIERÍA MECÁNICA

Tesis:

**DISEÑO DE UN REDUCTOR ARMÓNICO PARA UN
ARREGLO EXTREMIDAD-RUEDA**

**Para Obtener El Grado De Maestro En Ciencias De La
Ingeniería Mecánica**

Presenta:

Ing. Luis Enrique Ontiveros Rocha

Asesor De Tesis:

Dr. Juan Felipe Soriano Peña

Co-Asesor De Tesis:

M. C. Luis Alberto Valencia Garay



MORELIA, MICH., ABRIL DEL 2023

AGRADECIMIENTOS

A mi familia y amigos que me acompañaron en este gran proceso de aprendizaje, su apoyo es el motor que me impulsa en cada paso que doy, todo mi trabajo y dedicación son el reflejo de cada consejo, platica y minuto que comparten con migo.

A mis asesores y a mi mesa sinodal por su incuestionable apoyo en este proyecto en cada una de sus etapas; un agradecimiento especial por darme completa libertad creativa en este proyecto.

ABSTRACT

Inside the mobile robots, there are diverse subsystems that allow its mobility within its designated workspace. Such internal subsystems must also deal with its own design challenges such as: the space needed inside the mobile robot, the weight it contributes to the final system, its energy consumption and the means to integrate with other subsystems.

Thus, the design of each and every subsystem becomes critical, as each of them contributes certain characteristics to the mobile robot's final performance.

This study focus on the design of the power transmission subsystem to be utilized as propulsion system on a wheeled-legged mobile robot, focused in the harmonic drives, as they offer high transmission relations in relatively small configurations. The drive train must guarantee the mobile robot's displacement, look after its energy consumption and restrain to the maximum possible the drive train's final space and mass.

A design methodology with a logical reference frame is harnessed which provides structure and order to the followed process in order to achieve a final design solution.

This studies' importance resides in the design of the propulsion system made to the particular requirements of the wheeled-legged mobile robot, as well as the methodological approach with a logical frame of reference employed as design guide of a drive train. Achieving a systematic and organized solution of the earlier described design problematic, leaving the necessary guidelines for the further design of the other subsystems that integrate the mobile robot.

KEYWORDS: Robotic systems, drive train, harmonic drive, Speed reducer, design methodology.

RESUMEN

En los sistemas robóticos móviles, encontramos diversos subsistemas que permiten su movilidad dentro del entorno de trabajo designado para ellos. Estos subsistemas internos enfrentan también retos de diseño propios tales como: el espacio que necesitan dentro del robot móvil, el peso que aporta al sistema final, consumo de energía y la capacidad de integrarse con otros subsistemas.

Consecuentemente, el diseño de cada subsistema se vuelve crítico, debido a que cada uno de ellos aporta ciertas características al desempeño final del robot móvil.

Este estudio se enfoca en el diseño del subsistema de transmisión de potencia que será utilizado como propulsión de un robot móvil con extremidades y ruedas; centrado en los sistemas de engranajes armónicos, ya que brindan altas relaciones de transmisión en configuraciones relativamente pequeñas. El tren de transmisión debe garantizar el desplazamiento del robot móvil, cuidar su consumo de energía y restringir al máximo su espacio y masa final.

Se ha empleado una metodología de diseño con un marco de referencia lógico, que aporta estructura y orden al proceso seguido para alcanzar una solución final a la problemática de diseño.

La importancia de este estudio radica en el diseño del sistema de propulsión con los requerimientos específicos del sistema robótico móvil de arreglo extremidad-rueda; además del planteamiento metodológico con un marco de referencia lógico que se usa como guía para el diseño de un tren de transmisión. Logrando una solución sistemática y ordenada del problema de diseño del sistema de propulsión antes descrito, dejando las pautas necesarias para el subsecuente diseño de los otros subsistemas que integran al robot móvil.

PALABRAS CLAVE: Sistemas robóticos, tren de transmisión de potencia, engranajes armónicos, reductor de velocidad, metodología de diseño.

NOMENCLATURA

A menos que sea indicado de otra manera, la nomenclatura utilizada se muestra a continuación:

Símbolo	Descripción
RMR	Robot Móvil por Ruedas.
WG	Generador de ondas.
FS	Flexspline.
CS	Cercha circular.
BC	Carcasa Exterior.
AGV	Vehículos guiados automáticamente.
P	Potencia.
n	Velocidad de rotación.
th	Espesor.
r	Radio.
\emptyset	Diámetro.
OD	Diámetro exterior.
ID	Diámetro interior.
PC	Paso Circular.
M	Modulo.
PD	Paso Diametral.
R	Relación de transmisión.
Z_1	Número de dientes de la cercha circular.
Z_2	Número de dientes de la cercha flexible.
θ	Posición angular.
ω	Velocidad Angular.
τ	Torque.
v	Velocidad lineal.
$C_{sol\ x}$	Calificación de la solución x.
$\alpha_{Ascenso\ max}$	Angulo de ascenso máximo den rampas.
m_{RMR}	Masa del robot móvil por ruedas.
$V_{Max\ RMR}$	Velocidad máxima del robot móvil por ruedas.
a_{Max}	Aceleración máxima.
F_{app}	Fuerza aplicada.
F_N	Fuerza normal.
F_W	Fuerza inducida por el peso.
F_f	Fuerza inducida por la fricción.

μ	Coeficiente de fricción viscosa.
$\tau_{per\ motor}$	Torque requerido por motor.
r_{rueda}	Radio de la rueda.
Pd	Potencia de diseño.
Pt	Potencia de transmisión.
K_s	Coeficiente de sobrecarga calculado.
K_o	Factor de corrección de carga.
K_i	Factor de corrección de la polea tensora.
K_r	Factor de corrección de incremento de velocidad.
K_h	Factor de corrección de tiempo de operación.
C	Distancia entre ejes.
δ	Desviación de la banda en mm.
T_i	Tensión inicial normal a la banda.
T_d	Tensión normal necesaria para desviar en δ la banda.
Sim_Time	Tempo de simulación.
V_{in}	Voltaje de entrada del motor.
J_{wg}	Momento de inercia del generador de ondas.
J_{icat}	Momento de inercia de la catarina a la entrada.
J_{ish}	Momento de inercia del eje de entrada del WG.
J_{fs}	Momento de inercia del flexspline.
J_{ct}	Momento de inercia de la tapa superior.
J_{bir}	Momento de inercia del anillo interior del rodamiento.

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS	I
ABSTRACT	II
RESUMEN	III
NOMENCLATURA	IV
ÍNDICE	VI
ÍNDICE DE TABLAS	VIII
ÍNDICE DE FIGURAS	IX
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	1
1.1.1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	2
1.2. ALCANCES	3
1.3. JUSTIFICACIÓN	3
1.4. HIPÓTESIS	4
1.5. OBJETIVOS	4
1.5.1. OBJETIVO GENERAL	4
1.5.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	4
2. ANTECEDENTES	5
2.1. INTRODUCCIÓN	5
2.2. ROBOTS MÓVILES	6
2.2.1. ROBOTS de EXTREMIDADES	8
2.2.2. ROBOTS DE RUEDAS	9
2.2.3. ROBOTS MÓVILES HÍBRIDOS (EXTREMIDAD-RUEDA)	11
2.3. SISTEMAS DE TRANSMISIÓN DE POTENCIA USADOS EN ROBÓTS MÓVILES	11
2.4. SISTEMAS DE TRANSMISIÓN DE POTENCIA POR BANDAS	13
2.4.1. Bandas Síncronas	13
2.5. ENGRANAJES USADOS EN ROBÓTS MÓVILES	14
2.5.1. ENGRANAJES RECTOS	14
2.5.2. NOMENCLATURA DE LOS DIENTES DE ENGRANAJES	15
2.5.3. ENGRANAJES HELICOIDALES	16
2.5.4. ENGRANAJES DE ESPINAS DE PESCADO	17
2.5.5. ENGRANAJES INTERNOS	17
2.6. TRENES DE ENGRANAJES	18
2.6.1. TRENES DE ENGRANAJES EPICICLOIDALES	18
2.6.2. ENGRANAJES ARMÓNICOS	19

2.6.3.	PRINCIPIO DE OPERACIÓN DE LOS ENGRANAJES ARMÓNICOS.....	20
2.6.4.	ERROR CINEMÁTICO	22
2.6.5.	RIGIDEZ TORSIONAL	23
2.6.6.	PÉRDIDAS FRICCIONALES.....	24
2.6.7.	COMPORTAMIENTO DINÁMICO.....	24
2.6.8.	VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LOS SISTEMAS DE ENGRANAJES ARMÓNICOS.....	25
2.6.9.	SISTEMAS ARMÓNICOS MAGNÉTICOS	25
2.6.10.	PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DE LOS SISTEMAS ARMÓNICOS MAGNÉTICOS	26
2.6.11.	VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LOS SISTEMAS ARMÓNICOS MAGNÉTICOS	27
2.7.	MODELO IDEAL DE UN SISTEMA DE TRANSMISIÓN ARMÓNICO	27
3.	METODOLOGÍA DE DISEÑO.....	31
3.1.	CLARIFICACIÓN DE OBJETIVOS	32
3.2.	ESTABLECIMIENTO DE FUNCIONES	33
3.3.	FIJACIÓN DE REQUERIMIENTOS.....	34
3.4.	DETERMINACIÓN DE CARACTERÍSTICAS	35
3.5.	GENERACIÓN DE ALTERNATIVAS	36
3.5.1.	SOLUCIÓN 1.....	36
3.5.2.	SOLUCIÓN 2.....	37
3.5.3.	SOLUCIÓN 3.....	38
3.6.	EVALUACIÓN DE ALTERNATIVAS.....	40
4.1.	ANÁLISIS DINÁMICO DEL TREN DE TRANSMISIÓN	42
4.2.	MODELO DINÁMICO DEL SISTEMA ROBÓTICO DURANTE EL ASCENSO EN RAMPAS.....	42
4.2.1.	D.C.L. Y ANÁLISIS DEL SISTEMA ROBÓTICO DURANTE EL ASCENSO EN RAMPAS	42
4.2.2.	ELECCIÓN DEL MOTOR Y SUS PROPIEDADES.....	44
4.2.3.	DIMENSIONAMIENTO DEL REDUCTOR ARMÓNICO	46
4.2.4.	DETERMINANDO LA GEOMETRÍA DEL DIENTE	47
4.2.5.	CALCULO DE RESISTENCIA DE DIENTE	49
4.2.6.	DIMENSIONAMIENTO DE LA ETAPA DE REDUCCIÓN CON POLEAS Y BANDA	52
4.2.7.	DIMENSIONAMIENTO DEL TENSOR DE LA BANDA SÍNCRONA.....	55
4.3.	DISEÑO DE LA FLECHA DE ENTRADA AL REDUCTOR ARMÓNICO.....	56
4.4.	DISEÑO FINAL DEL TREN DE TRANSMISIÓN	60
5.	CONCLUSIONES.....	61
6.	ANEXOS.....	62
7.	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	84

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.	Tipos de ruedas convencionalmente usadas en robots.....	9
Tabla 2.	Ventajas de los diversos tipos de transmisiones (Jelaska, 2012).....	12
Tabla 3.	algunas bandas comunes en el mercado (Ugural, 2015).....	13
Tabla 4.	Tipos de engranajes comúnmente usados (Radzevich, 2012).....	14
Tabla 5.	Ventajas y desventajas de los engranajes rectos.....	15
Tabla 6.	Nomenclatura de engranajes rectos (Budynas & Nisbett, 2018).	16
Tabla 7.	Ventajas y desventajas de los engranajes helicoidales (Grote & Antonsson, 2009).	17
Tabla 8.	Ventajas y desventajas de los engranajes internos (Radzevich, 2012).....	18
Tabla 9.	Ventajas y desventajas de los trenes epicicloidales (Radzevich, 2012).....	19
Tabla 10.	Ventajas y desventajas de los sistemas de engranajes armónicos (Tuttle, D., 1992).....	25
Tabla 11.	Ventajas y desventajas de los sistemas armónicos magnéticos (J. L. Perez-Diaz et al., 2013; Jose Luis Perez-Diaz et al., 2015; Rens et al., 2008).....	27
Tabla 12.	Tabla de especificación de requerimientos.	34
Tabla 13.	Matriz de interacciones de requerimientos para el subsistema de movilidad.....	35
Tabla 14.	Diagrama Morfológico Para Obtención de Alternativas de Diseño.....	36
Tabla 15.	Características físicas de la solución 1.	37
Tabla 16.	Características físicas de la solución 2.	38
Tabla 17.	Características físicas de la solución 3.	39
Tabla 18.	Tabla comparativa de pares de objetivos.....	40
Tabla 19.	Tabla comparativa de los valores de utilidad de las soluciones.	41
Tabla 20.	Variables de entrada del robot conocidas.	42
Tabla 21.	Especificaciones técnicas motor RS-550:.....	45
Tabla 22.	Geometría de Diente.....	47
Tabla 23.	Propiedades mecánicas del plástico ABS.....	49
Tabla 24.	Catarina 1.....	54
Tabla 25.	Catarina 2.....	54
	54
Tabla 26.	Banda sincrónica.....	54
Tabla 27.	Dimensiones Polea Loca.....	55
Tabla 28.	Calculo fuerza del tensor requerida.....	56
Tabla 29.	Propiedades Mecánicas Del Aluminio 6061 T6.....	56

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.	Condiciones por las que sistema robótico se conducirá, a) Pasillos con obstáculos en movimiento, b) pasillos con rampas y escalones, c) escalones continuos y rampas prolongadas.....	1
Figura 2.	Dimensiones de los escalones y rampas que se pueden encontrar en la Universidad	2
Figura 3.	Subdivisión de la problemática de diseño en tres partes.	2
Figura 4.	Partes de un sistema de engranajes armónico.	6
Figura 5.	Foto del Pioneer, un robot diseñado para explorar “el Sarcófago” en Chernóbil © Wide World Photos.	7
Figura 6.	Tipos de Robots Móviles clasificados por el medio en el que se desplazan.	7
Figura 7.	Aqua, robot anfibio (Georgiades et al., 2004)	7
Figura 8.	ASIMO Robot de Honda, creado en 1986. (Twenty years in the making - ASIMO the humanoid robot (newatlas.com)).....	8
Figura 9.	Spot, Robot comercial de Boston Dynamics	8
Figura 10.	El robot Uranus de Carnegie Mellon, un robot omnidireccional con 4 ruedas suecas.....	9
Figura 11.	a) Rueda estándar: dos grados de libertad y rotación alrededor del eje motorizado de la rueda y el punto de contacto. b) Rueda de castor: dos grados de libertad; rotación alrededor de una junta de dirección descentrada. (c) Rueda sueca: tres grados de libertad; rotación alrededor del eje motorizado de la rueda, alrededor de los rodillo y alrededor del punto de contacto. (d) Rueda esférica o de bola: realización técnicamente difícil (Siegwart et al., 2011).	10
Figura 12.	Ruedas convencionales, (A) Rueda fija, (B) Rueda de castor, (C) Rueda de giro centrado, (D) Rueda de giro descentrado (Tzafestas, 2013).....	10
Figura 13.	Ruedas universales u omnidireccionales (Cortesía de https://www.omniawheel.com/)..	10
Figura 14.	Shrimp de EPFL, secuencia de escalado para un escalón de 22 cm de alto (el doble del diámetro de sus ruedas)(Estier et al., 2000).....	11
Figura 15.	Esquema de aplicación de un sistema de accionamiento mecánico (Jelaska, 2012).	11
Figura 16.	Catarinas y banda síncrona, Krupa Enterprise.	13
Figura 17.	Engranajes rectos (Darle W. Dudley, 1961).	15
Figura 18.	Nomenclatura de los dientes de engranes rectos (Budynas & Nisbett, 2018)	15
Figura 19.	Engranajes helicoidales con ángulo de hélice a 45° (Norton, 2006).....	16
Figura 20.	Arreglo de engranajes de espinas de pescado (Matzner Photography, Madison, WI.).	17
Figura 21.	Engranaje interno impulsado por un piñón externo (Norton, 2006).....	17
Figura 22.	Sistema de engranajes planetarios con tres planetas unidos por un portador: (a) corte de un tren de engranajes real, (b) modelo en 3-D simplificado (Jelaska, 2012).....	18
Figura 23.	Generador de onda (HarmonicDrive. (2022). Technology [Imagen].harmonicdrive. https://www.harmonicdrive.net/technology/harmonicdrive/).....	19

Figura 24.	Cercha flexible (HarmonicDrive. (2022). Technology [Imagen].harmonicdrive. https://www.harmonicdrive.net/technology/harmonicdrive/).....	19
Figura 25.	Cercha exterior (HarmonicDrive. (2022). Technology [Imagen].harmonicdrive. https://www.harmonicdrive.net/technology/harmonicdrive/).....	20
Figura 26.	Partes de un sistema de engranajes armónicos vista explosionada (Cortesía de https://www.harmonicdrive.net/).....	20
Figura 27.	Principio de operación de un sistema de engranajes armónico. Posición inicial, (b) Generador de ondas girado 90°, (c) Generador de ondas girado 180°, (d) Giro completo del generador de ondas (Jelaska, 2012).	21
Figura 28.	Error típico de transmisión para engranes armónicos (Tuttle, D., 1992)	23
Figura 29.	Perfil de rigidez típico para sistemas armónicos (Tuttle, D., 1992)	23
Figura 30.	Topología de los sistemas armónicos magnéticos (Rens et al., 2008).....	25
Figura 31.	(a) Engranaje armónico mecánico (b) y magnético (Rens et al., 2008).	26
Figura 32.	Diagrama De Malla De Un Motor De Corriente Directa.	27
Figura 33.	Diagrama de bloques motor-reductor armónico ideal.....	30
Figura 34.	Siete etapas de diseño por el método con marco de referencia lógico (Cross, 2000).	31
Figura 35.	Árbol de Objetivos para el diseño de un subsistema de movilidad.....	32
Figura 36.	Diagrama de caja negra y diagrama de bloques de funciones secundarias.	33
Figura 37.	Vista implosionada de la solución 1.....	36
Figura 38.	Vista explosionada de la solución 1.	37
Figura 39.	Vista implosionada de la solución 2.....	37
Figura 40.	Vista explosionada de la solución 2.	38
Figura 41.	Vista implosionada de la solución 3.....	38
Figura 42.	Vista explosionada de la solución 3 (Parte Reductor).	39
Figura 43.	Vista explosionada de la solución 3 (Parte Motor).	39
Figura 44.	Diagrama de Cuerpo Libre del sistema robótico ascendiendo una rampa.....	43
Figura 45.	Curva de Torque del Motor RS-550.	45
Figura 46.	Curva de Velocidad Angular Motor RS-550	45
Figura 47.	Curva de velocidad lineal motor RS-550 durante el ascenso en rampas.....	46
Figura 48.	Torque a la salida del reductor armónico.	46
Figura 49.	Velocidad lineal del RMR con reductores armónicos.	46
Figura 50.	Geometría de diente de la cercha flexible.....	47
Figura 51.	Diámetro exterior requerido para 310 dientes.....	48
Figura 52.	Diámetro exterior requerido para 100 dientes.....	48

Figura 53.	Torque a la salida del reductor armónico, N = 100.....	48
Figura 54.	Velocidad angular a la salida del reductor armónico, N = 100	49
Figura 55.	Velocidad lineal del RMR con reductores armónicos, N = 100	49
Figura 56.	Posición de los desplazamientos (A, B, C), y la carga (D).	50
Figura 57.	Mallado del Flexspline	50
Figura 58.	Esfuerzos Equivalentes Von-Mises del Flexspline. # Nodos: 1 634 598, # Elementos: 362804. 51	
Figura 59.	Detalle, Esfuerzos Equivalentes Von-Mises del Flexspline. # Nodos: 1 634 598, # Elementos: 362804.	51
Figura 60.	Factor de Seguridad del Flexspline. # Nodos: 1 634 598, # Elementos: 362804.	51
Figura 61.	Torque a la salida del reductor armónico con banda síncrona.....	52
Figura 62.	Velocidad Angular a la salida de la banda síncrona + reductor armónico.....	52
Figura 63.	Velocidad lineal del RMR con banda síncrona + reductor armónico.....	52
Figura 64.	Tabla de la guía de selección (serie 2GT-3GT)	53
Figura 65.	Velocidad Angular de la Polea 1 obtenida del modelo Anexo C.....	53
Figura 66.	Perfil de diente estándar tipo 3GT.....	53
Figura 67.	Forma de catarina 3GT tipo A	53
Figura 68.	Geometría banda sincrónica GBN.....	54
Figura 69.	Geometría de la polea loca de tensión en el exterior.....	55
Figura 70.	Geometría del sistema de catarinas y banda.....	56
Figura 71.	Brazo de palanca del punto de pivote al punto de contacto del tensor.....	56
Figura 72.	Posición de los soportes (A,C,D y E) y la carga (B) en el eje EPN02.	57
Figura 73.	Deformación total del eje EPN02, corrida 10, # Nodos: 941496, # Elemts.: 656010.	58
Figura 74.	Esfuerzos Equivalentes Von-Mises del eje EPN02, corrida 8, # Nodos: 201857, # Elemts.: 136623 58	
Figura 75.	Esfuerzos Equivalentes Von Mises en la ranura de la chaveta, eje EPN02.....	59
Figura 76.	Factor de Seguridad en la esquina de la ranura de la chaveta, eje EPN02.....	59
Figura 77.	Diseño final del tren de transmisión para un arreglo extremidad-rueda, vista explosionada. 60	
Figura 78.	Diseño final del tren de transmisión para un arreglo extremidad-rueda 2.	60
Figura 79.	Diseño final del tren de transmisión para un arreglo extremidad-rueda 3.	60
Figura 80.	Gráfico comparativo de capacidad de reducción de velocidad reductor armónico vs reductor epicicloidial.	61

1. INTRODUCCIÓN

La transmisión de potencia es uno de los problemas más comunes a los que se enfrenta el ingeniero desde el origen de esta profesión. No es entonces sorpresa que siga siendo un tema de gran interés en la comunidad académica y que sigan surgiendo nuevas formas de optimizar o de llevar a cabo dicha tarea.

En los diferentes subsistemas que integran a los sistemas robóticos es de gran interés entonces la transmisión de potencia no solo en términos energéticos sino de espacio y peso; que sean capaces de transmitir los movimientos de los diversos componentes en las distintas cadenas cinemáticas y así cumplir con la o las tareas para las que dichos sistemas robóticos son creados procurando su autonomía de desplazamiento y desenvolvimiento en su ambiente de trabajo.

Los sistemas reductores armónicos son entonces de gran interés en el campo de la robótica ya que brindan un espectro de posibilidades para el diseñador, permiten la reducción de tamaño de componentes y la integración de múltiples sistemas mecánicos en espacios más reducidos.

El presente trabajo de tesis estudia la posibilidad de crear un sistema de reducción de velocidad empleando engranajes armónicos para integrarse a la extremidad-rueda de una plataforma robótica.

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El sistema de reducción de engranajes armónico formará parte del subsistema de movilidad de un Robot Móvil por Ruedas (RMR) cuyo espacio de trabajo estará delimitado a los pasillos y andadores del campus universitario de la UMSNH en ciudad universitaria. Por ende deberá ser capaz de desplazarse con la destreza suficiente para sortear obstáculos como escalones, rampas, grietas, desniveles e irregularidades superficiales del suelo. **Figura 1.**

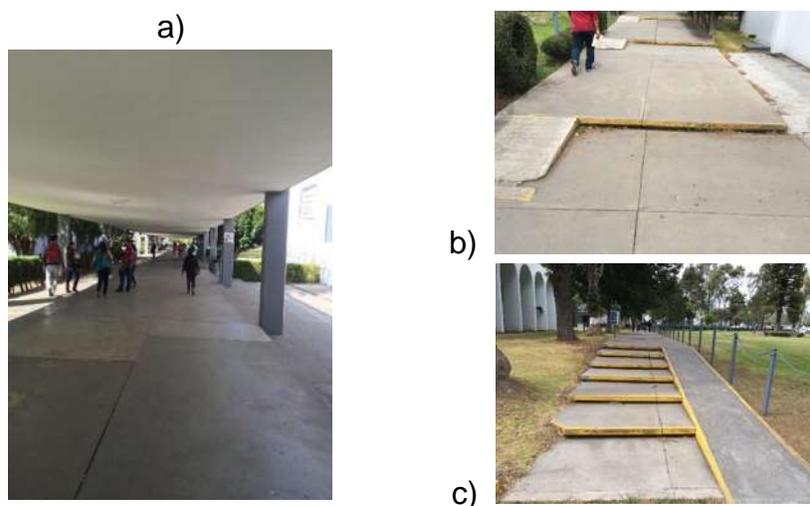


Figura 1. Condiciones por las que sistema robótico se conducirá, a) Pasillos con obstáculos en movimiento, b) pasillos con rampas y escalones, c) escalones continuos y rampas prolongadas.

Tanto el dimensionamiento de la plataforma robótica, como del subsistema de movilidad (y a su vez del sistema reductor armónico) dependerá del entorno de trabajo del RMR. **Figura 2.**

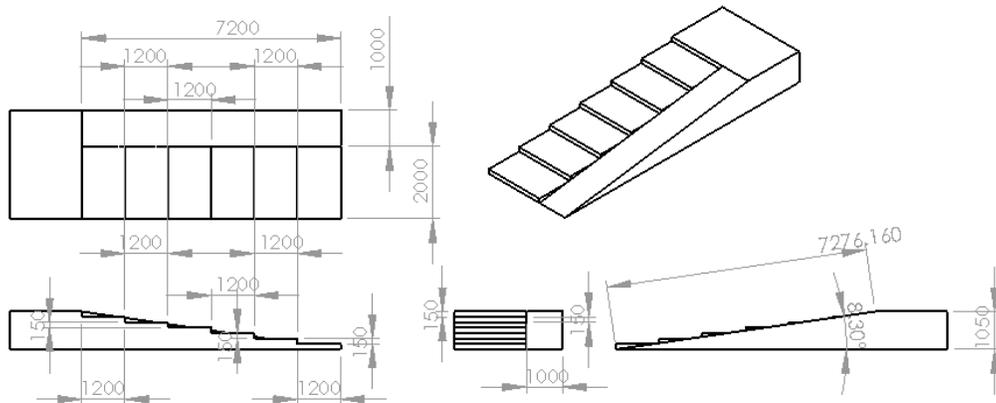


Figura 2. Dimensiones de los escalones y rampas que se pueden encontrar en la Universidad

1.1.1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Podemos dividir la problemática de diseño en tres preguntas puntuales:

- ¿Cuál deberá ser la capacidad y características de la fuente motriz necesaria para que el sistema desempeñe sus funciones en su espacio de trabajo?
- ¿Cuál será la geometría y configuración particular de la transmisión de engranajes armónicos?
- ¿Cómo será y de qué manera se integrará el sistema de frenado de la extremidad-rueda?

Por lo que el problema de diseño puede cotejarse de la siguiente manera:

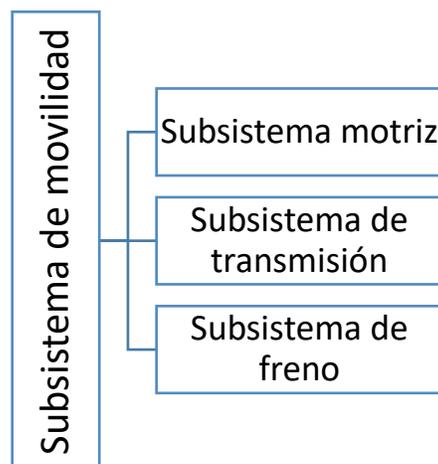


Figura 3. Subdivisión de la problemática de diseño en tres partes.

De manera que el problema de investigación queda definido de la siguiente forma:

El diseño del subsistema de movilidad capaz de integrarse a la plataforma de un robot anfitrión que brinde las características necesarias para desplazarse en su espacio de trabajo.

1.2. ALCANCES

Esta investigación se limitará al diseño del subsistema de movilidad que será parte de la plataforma robótica de un robot anfitrión, la construcción de un prototipo no será necesariamente cubierta por esta investigación; no obstante, la capacidad de construirse será uno de los factores principales a considerar durante el proceso de diseño.

1.3. JUSTIFICACIÓN

Los trenes de transmisión presentes en el mercado no atienden las necesidades particulares de la plataforma robótica ya descrita en el planteamiento del problema; por ello se busca diseñar un subsistema de movilidad que atienda los requerimientos particulares antes descritos empleando metodologías y tecnologías modernas tanto para su diseño como para su construcción.

Hay pocas o ninguna solución en el mercado para atender la problemática de crear una plataforma robótica que atienda todas las necesidades previamente definidas, aunado a ello las pocas soluciones del mercado disponibles son difíciles de conseguir y/o de elevado costo.

La concepción de un subsistema de transmisión de potencia hecho a medida es viable ya que se tiene acceso a una gran cantidad de nuevas metodologías de diseño, técnicas de análisis de modelos matemáticos y tecnología como softwares computacionales que vuelven posible (sino deseable) una solución a medida de las necesidades de robot móvil híbrido antes mencionado.

En el aspecto social, la creación de este subsistema de movilidad; busca acercar cada vez más los robots móviles por ruedas a los hogares y sitios de ocupación humana donde ya sea por impedimentos fisiológicos o simplemente por comodidad sea necesario un asistente personal.

En cuanto utilidad metodológica, este proyecto de investigación busca esclarecer y ayudar como guía para implementar un método de diseño con un marco de referencia lógico que ayude a diseñar de una forma más sistemática y ordenada, alcanzando soluciones no solo óptimas sino también justificables.

En el aspecto disciplinario, se busca facilitar subsecuentes diseños robóticos cuyas necesidades puedan ser satisfechas por el sistema de movilidad a diseñarse.

1.4. HIPÓTESIS

Apoyados en el estado del arte actual en sistemas de transmisión y el desarrollo de una metodología de diseño con un marco de referencia lógico, se elaborará el diseño de un prototipo de sistema motor-reductor tipo armónico para un arreglo extremidad rueda.

1.5. OBJETIVOS

1.5.1. OBJETIVO GENERAL

Diseñar un tren de transmisión de tipo armónica para el sistema motor de un arreglo extremidad rueda, utilizando técnicas avanzadas de diseño garantizando su funcionamiento.

1.5.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Valorar críticamente las restricciones cinemáticas y dinámicas de transmisiones por engranajes armónicos.
2. Analizar variantes de solución para el diseño del sistema motor del arreglo extremidad rueda.
3. Diseñar una transmisión tipo armónico para el sistema motor de un arreglo extremidad rueda.

2. ANTECEDENTES.

2.1. INTRODUCCIÓN.

Los sistemas de transmisión de potencia son complejos mecanismos cuya función consiste en recibir la potencia de algún tipo de fuente giratoria (como puede ser un motor eléctrico, un motor de combustión interna, una turbina de gas o vapor, un motor neumático, o hidráulico, etc.) y transmitir la potencia de un eje de entrada a uno de salida, cambiando (o no) la velocidad o el par torsional transmitido.

Existe una gran variedad de transmisiones por engranes (entre las que podemos encontrar a las transmisiones por engranajes armónicos); las características de una transmisión dependerán de múltiples parámetros como los son:

- La naturaleza de la máquina impulsada.
- La cantidad de potencia por transmitir.
- La velocidad de rotación de la fuente motriz.
- La velocidad de salida deseada en la transmisión.

Desde su concepción por C. Walton Musser [1], los sistemas de engranajes armónicos (ocasionalmente nombrados como engranaje de onda tensión) han encontrado una gran aceptación y uso entre los ingenieros mecánicos para un gran número de aplicaciones como la robótica, equipos médicos, prensas de impresión, vehículos y defensa gracias a su capacidad de entregar altas relaciones de transmisión en configuraciones relativamente pequeñas [2], [3].

En general, los arreglos de engranajes armónicos, emplean una onda continua de deflexión a lo largo de un engrane flexible que permite el contacto gradual de los dientes.

Todas las transmisiones de engranajes armónicos están compuestas por tres partes:

1. **Generador de onda elíptica.** Es el elemento que recibe la potencia del eje del motor de la fuente motriz, consiste en un arreglo de rodamientos con un elemento rígido y elíptico que se encuentra en el centro y un elemento flexible de pared delgada en el exterior.
2. **Cercha flexible (flexspline).** Es un casquillo cilíndrico de pared delgada dentado en el exterior de su porción cilíndrica.
3. **Cercha circular.** Un anillo rígido con dientes maquinados a lo largo del interior con un diámetro de paso ligeramente más grande que el de la cercha flexible.

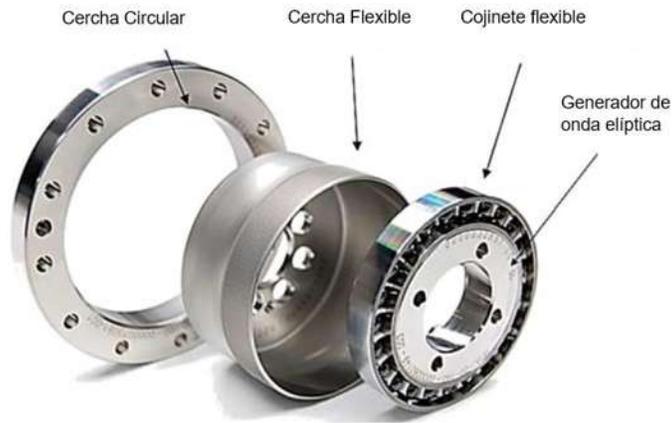


Figura 4. Partes de un sistema de engranajes armónico.

En los diferentes subsistemas que integran a los sistemas robóticos, se pueden presentar diversas condiciones, en donde, es necesario utilizar arreglos de elementos muy pequeños, debido al espacio reducido que se tiene, y transmitir, por lo común, movimiento entre diversos componentes dentro de las distintas cadenas cinemáticas, que ayudan a ejecutar la o las tareas, para las cuales los sistemas robóticos son creados. Por tanto, es importante considerar la fuerza que se transmite a estos componentes y la velocidad con la que se comportan. Esto nos lleva a tratar de diseñar sistemas mecánicos que cumplan con las necesidades dinámicas que se presentan en los diversos componentes que integran el sistema robótico, además de tener las dimensiones adecuadas para instalarse en el interior de estos.

Tomando en cuenta lo anterior, uno de los grandes retos de los sistemas robóticos ha sido y sigue siendo el sistema motriz, que tiene como función principal el desplazamiento en ambientes con diversos obstáculos, que pueden ser fijos o aleatorios, inclusive transitar en ambientes domésticos que permitan su interacción con los humanos.

2.2. ROBOTS MÓVILES

Los robots móviles son robots que pueden moverse libremente dentro de un espacio de trabajo determinado para lograr objetivos deseados. Esto los hace adecuados para un amplio repertorio de aplicaciones en ambientes estructurados y desestructurados. Los robots móviles son generalmente pequeños y ligeros, lo que les permite ser alimentados por baterías. Y mientras algunos son autónomos, la mayoría son semiautónomos; es decir, son directamente controlados desde una localización remota por operadores humanos [4], [5].

Los robots móviles son de muchas formas, muchos son de ruedas o orugas aunque algunos se mueven con piernas mecánicas sincronizadas; algunos otros nadan en la superficie del agua o se sumergen en las profundidades del océano. Además, hay un gran número de robots voladores o drones. Se deben mencionar los robots que hacen tareas de alto riesgo o aquellas tareas demasiado complicadas para los humanos debido

a sus limitantes fisiológicas; tales como los tres robots móviles que han explorado la superficie de marte o el robot científico terrestres que exploró peligrosos cráteres de volcanes[4].



Figura 5. Foto del Pioneer, un robot diseñado para explorar “el Sarcófago” en Chernóbil © Wide World Photos.

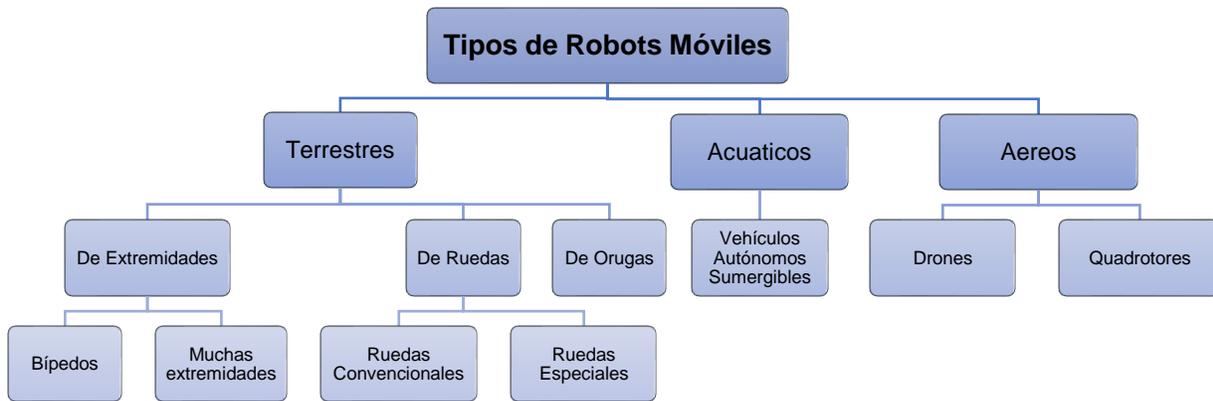


Figura 6. Tipos de Robots Móviles clasificados por el medio en el que se desplazan.

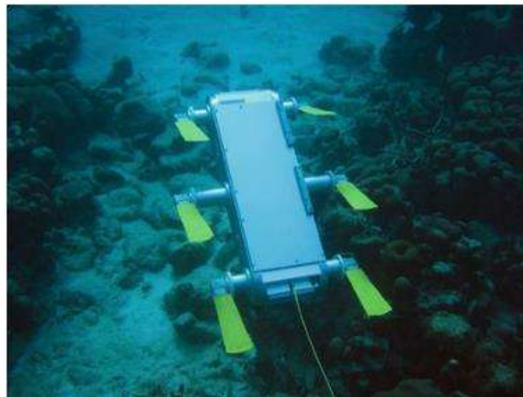


Figura 7. Aqua, robot anfibio [6]

2.2.1. ROBOTS DE EXTREMIDADES

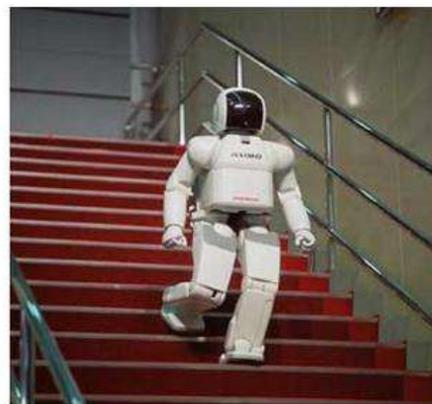
La locomoción de la mayoría de los animales altamente desarrollados es a través de piernas; esto les brinda la posibilidad de desplazarse en diversos y difíciles ambientes con obstáculos, terrenos accidentados, etc. Dado que solo un conjunto de puntos están en contacto con el suelo, el suelo entre esos puntos no importa mientras que el robot mantenga una separación con el suelo adecuada [5], [7].

Podemos dividir a los robots de piernas en:

- **Robots bípedos (de dos extremidades).** Es decir aquellos capaces de pararse, caminar y correr en dos piernas, clasificación en la que entran los robots humanoides como el ASIMO de Honda en 1986.



(A)



(B)

years in the making - ASIMO the humanoid robot (newatlas.com)

- **Robots de múltiples extremidades.** El número mínimo de piernas para que un robot camine de forma estable es de 3, y aunque pararse en más de dos piernas es más estable, el caminar de estos robots sigue siendo un reto ya que el centro de gravedad debe modificarse activamente durante el andar.

Un ejemplo de estos robots es Spot, un ágil robot móvil diseñado por Boston Dynamics que navega por el terreno con gran movilidad; esto le permite automatizar las tareas de inspección de rutina y captura de datos.



Figura 9. Spot, Robot comercial de Boston Dynamics

(Cortesía de <https://www.bostondynamics.com/>)

2.2.2. ROBOTS DE RUEDAS

Estos robots evolucionaron de sistemas predecesores llamados “vehículos guiados automáticamente” o AGVs por sus siglas en inglés. Originalmente estaban restringidos a pistas predefinidas (por rieles o cintas magnéticas pegadas al suelo) aunque podían realizar tareas con cierto grado de libertad. A diferencia de los robots de piernas, el balance no tiende a ser un problema en el diseño de robots de ruedas ya que estos son diseñados de tal manera que las ruedas estén siempre en el suelo. Entonces en lugar de preocuparse por el balance del robot, las investigaciones en robots de ruedas tienden a centrarse en problemas de tracción y estabilidad, maniobrabilidad y control [7], [8].

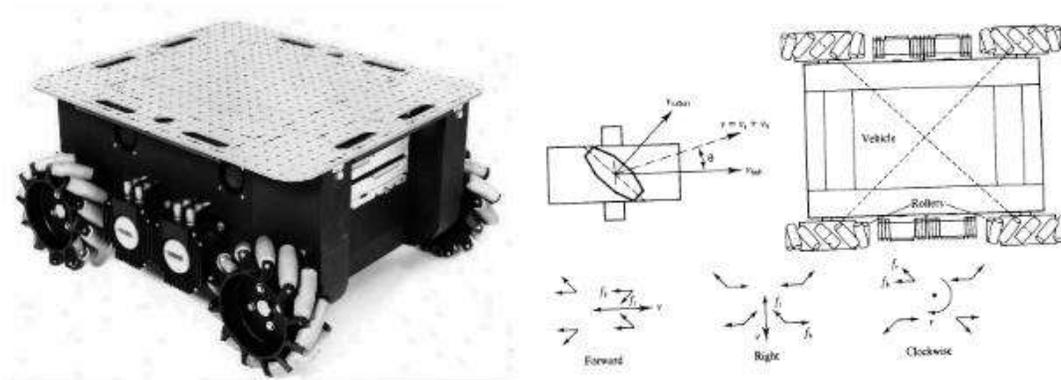


Figura 10. El robot Uranus de Carnegie Mellon, un robot omnidireccional con 4 ruedas suecas.

Se puede clasificar de manera sencilla a estos robots por su diseño de ruedas, esto ya que la maniobrabilidad y cinemática en general del robot depende fuertemente del tipo de ruedas seleccionadas:

TABLA 1. TIPOS DE RUEDAS CONVENCIONALMENTE USADAS EN ROBOTS.

Ruedas Convencionales	<ul style="list-style-type: none">• Ruedas Fijas Motorizadas• Ruedas de Castor• Ruedas de Giro Motorizadas
Ruedas Especiales	<ul style="list-style-type: none">• Ruedas Universales• Ruedas Mecanum (o suecas)• Ruedas Esfericas

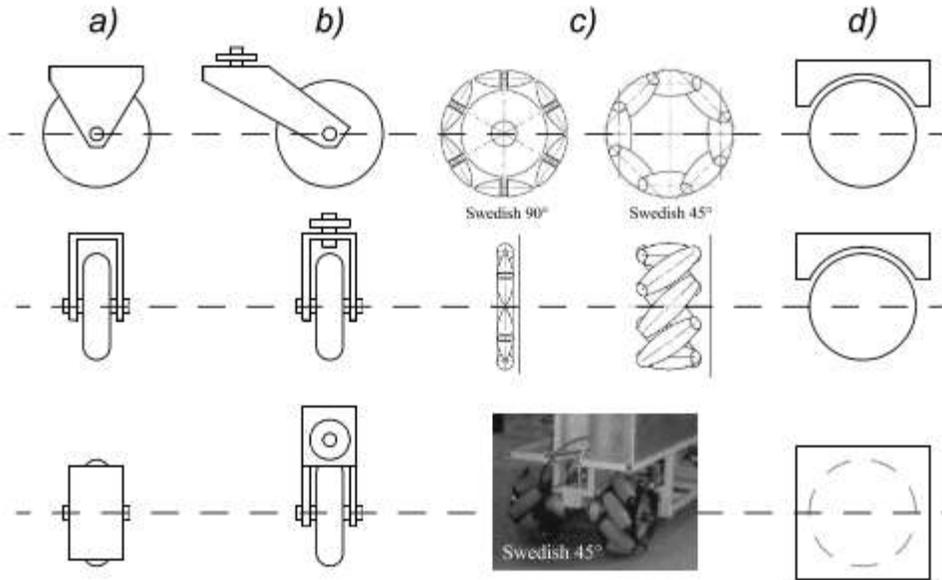


Figura 11. a) Rueda estándar: dos grados de libertad y rotación alrededor del eje motorizado de la rueda y el punto de contacto. b) Rueda de castor: dos grados de libertad; rotación alrededor de una junta de dirección descentrada. (c) Rueda sueca: tres grados de libertad; rotación alrededor del eje motorizado de la rueda, alrededor de los rodillo y alrededor del punto de contacto. (d) Rueda esférica o de bola: realización técnicamente difícil [7].

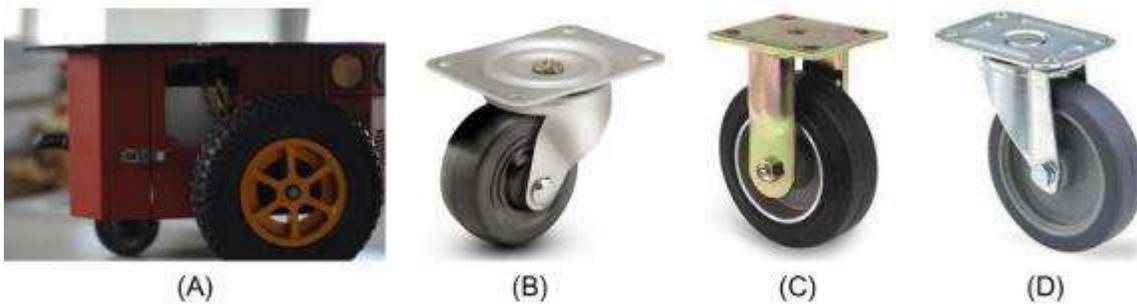


Figura 12. Ruedas convencionales, (A) Rueda fija, (B) Rueda de castor, (C) Rueda de giro centrado, (D) Rueda de giro descentrado [5].



Figura 13. Ruedas universales u omnidireccionales (Cortesía de <https://www.omniawheel.com/>)

2.2.3. ROBOTS MÓVILES HÍBRIDOS (EXTREMIDAD-RUEDA)

Los sistemas robóticos con extremidades y ruedas presentan una alternativa híbrida para situaciones en las que queramos aprovechar la maniobrabilidad en terrenos difíciles superior de los robots de piernas y la eficiencia de desplazamiento en terrenos planos.

El robot móvil producido por EPFL llamado “Shrimp”; por ejemplo, tiene seis ruedas motorizadas y es capaz de escalar objetos de hasta dos veces el tamaño de sus ruedas lo que le permite subir escaleras ordinarias [7].



Figura 14. Shrimp de EPFL, secuencia de escalado para un escalón de 22 cm de alto (el doble del diámetro de sus ruedas)[9].

2.3. SISTEMAS DE TRANSMISIÓN DE POTENCIA USADOS EN ROBÓTS MÓVILES

Los sistemas de transmisión de potencia mecánica son unidades que transfieren potencia desde un elemento motor primario a un elemento actuador (ya sea una máquina o un elemento de una maquina) a través de un movimiento rotativo [10].

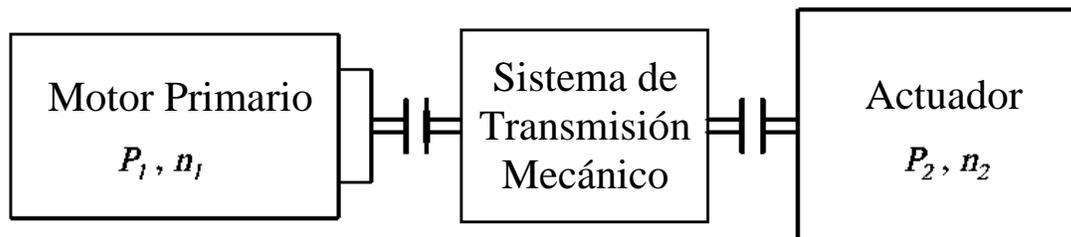


Figura 15. Esquema de aplicación de un sistema de accionamiento mecánico [10].

Existen múltiples motivos por los cuales se vuelve necesaria la implementación de un sistema de transmisión de potencia [10]:

- La velocidad del motor difiere a la velocidad de operación requerida del actuador final.
- Un motor debe mover múltiples actuadores.
- La velocidad del elemento conducido debe ser controlada constantemente (regulada).
- Requerimientos de torque del elemento conducido no son alcanzables por el elemento motriz.

- Motores estándar son diseñados para movimiento rotativo uniforme mientras que muchas maquinas diferentes requieren velocidades variables así como paradas periódicas.
- La implementación de un sistema de transmisión puede resolver problemas de resonancia de algún elemento.
- Por razones de seguridad, conveniencia de mantenimiento o restricciones dimensionales de la maquina (específicamente si no es posible acoplar directamente el motor a la flecha del elemento conducido).

Existen diversos tipos de sistemas de transmisión más allá de los de accionamiento mecánico cuyo empleo será restringido a múltiples factores como la accesibilidad de la fuente de energía, eficiencia general requerida, costo, características finales de la máquina, mantenimiento, etc.

Sin embargo se puede asegurar que la ventaja primordial de los sistemas de accionamiento mecánico sobre las transmisiones que emplean otros fenómenos como los eléctricos o hidráulicos es su alta eficiencia [10], [11].

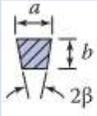
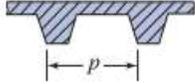
TABLA 2. VENTAJAS DE LOS DIVERSOS TIPOS DE TRANSMISIONES [10].

Ventajas	Transmisión		Transmisiones Mecánicas		
	Eléctrica	Hidráulica	Neumática	Fricción	Engraje
Fuente de energía centralizada	+		+		
Simplicidad de transmisión de potencia en largas distancias	+				
Fácil acumulación de potencia			+		
Cambio de velocidad paso a paso en un rango amplio	+			+	+
Mantenimiento preciso de la relación de transmisión					+
Alta velocidad de rotación	+		+		
Simplicidad de diseño de máquina para movimiento rectilíneo		+	+	+	+
No tiene efecto en la temperatura ambiente	+		+		+
Cargas prácticamente obtenibles comparativamente altas		+			+
Fácil control, automático y remoto	+				

2.4. SISTEMAS DE TRANSMISIÓN DE POTENCIA POR BANDAS

Junto con las cadenas, representan los principales elementos flexibles para transmisión de potencia, otorgan una forma conveniente de transferir movimiento de un eje a otro por medio de poleas dentadas llamadas catarinas, convirtiendo el movimiento rotativo de una flecha motriz a movimiento de traslación y de vuelta a movimiento rotativo en una segunda flecha conducida. Son extensivamente usadas como primera etapa en sistemas de transmisión de potencia como reductores de velocidad, esto debido a su capacidad de transmitir potencia entre ejes paralelos optimizando espacio [11]–[14].

TABLA 3. ALGUNAS BANDAS COMUNES EN EL MERCADO [12].

Tipo de Banda	Figura	Intervalo de tamaños	Distancia entre centros
Plana		$t = 0.75 - 5 \text{ mm}$	Sin límite superior
Redonda		$d = 3 - 19 \text{ mm}$	Sin límite superior
En V		$a = 13 - 38 \text{ mm}$ $b = 8 - 23 \text{ mm}$ $2\beta = 34^\circ - 40^\circ$	Limitado
Síncronas		$p = 2 \text{ mm y más}$	Limitado

2.4.1. BANDAS SÍNCRONAS

Dentro de los tipos de bandas más comunes podemos destacar las bandas de tiempo o correas de distribución; también llamadas bandas dentadas o síncronas, se caracterizan por no estirarse ni deslizarse, y por lo tanto, transmiten potencia a una velocidad angular constante lo cual permite su empleo en aplicaciones que requieren relaciones de velocidad constantes.



Figura 16. Catarinas y banda síncrona, Krupa Enterprise.

Entre sus principales ventajas; las bandas síncronas, a diferencia de las bandas en V, no se deslizan, no se estiran, no requieren una gran tensión inicial y además permiten arcos de contacto banda-catarina pequeños. En funcionamiento, la tensión del lado tenso de la banda es mucho menor que la que se desarrolla en una banda en V, y la tensión del lado flojo es cero, virtualmente. Por lo tanto existen menores fuerzas netas en la banda y en los ejes que sostienen las catarinas. Por otro lado, las bandas síncronas son relativamente más costosas que otros tipos de bandas [12], [13].

2.5. ENGRANAJES USADOS EN ROBÓTS MÓVILES

En la **tabla 4** podemos encontrar una limitada categorización de engranajes comúnmente usados en la ingeniería.

TABLA 4. TIPOS DE ENGRANAJES COMÚNMENTE USADOS [15].

Ejes paralelos	Ejes que se intersecan	Ejes que ni se intersecan ni son paralelos
Rectos <ul style="list-style-type: none"> • Externos • Internos 	Cónicos rectos	Helicoidales de ejes cruzados
Helicoidales <ul style="list-style-type: none"> • Externos • Internos 	Cónicos zero	Tornillo sin fin <ul style="list-style-type: none"> • Envolvente sencilla • Envolvente doble
De espinas de pescado (o Helicoidales Dobles) <ul style="list-style-type: none"> • Externos • Internos 	Cónicos espirales	Hipoides
	Cónicos de cara	Espiroides
	Beveloid	Planoides
		Helicones

Se hablara particularmente de los arreglos de engranajes de ejes paralelos ya que las ruedas utilizadas por el sistema robótico son de eje motorizado con giro centrado. Por esta razón, los engranajes de ejes paralelos brindan una mejor optimización del espacio disponible en las ruedas motrices.

2.5.1. ENGRANAJES RECTOS

Los engranes rectos tienen dientes rectos y paralelos al eje del árbol que los sostiene. La forma curva de las caras de los dientes de engranes rectos tiene una geometría especial, llama da curva involuta. La involuta es uno de los tipos de curvas geométricas llamadas curvas conjugadas. Cuando dos dientes con esos perfiles engranan y giran, existe una relación constante de velocidad angular entre ellos: Desde el momento del contacto inicial hasta el desengrane, la velocidad del engrane motriz está en una proporción constante respecto a la del engrane conducido. Con esta forma, es posible que dos engranes trabajen juntos con una transmisión de potencia uniforme y positiva [13].



Figura 17. Engranajes rectos (Darle W. Dudley, 1961).

TABLA 5. VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LOS ENGRANAJES RECTOS.

Ventajas	Desventajas
Alta capacidad de transmisión de carga. Alto factor de eficiencia (97-99.5%).	Ofrecen bajas velocidades Mas ruidosos a altas velocidades que otros tipos de engranajes
Fácil manufactura. Ejes y cojinetes sometidos a cargas pequeñas.	
Bajo costo Fácil mantenimiento	

2.5.2. NOMENCLATURA DE LOS DIENTES DE ENGRANAJES

La terminología de los dientes de engranajes se indica en la figura 2.14:

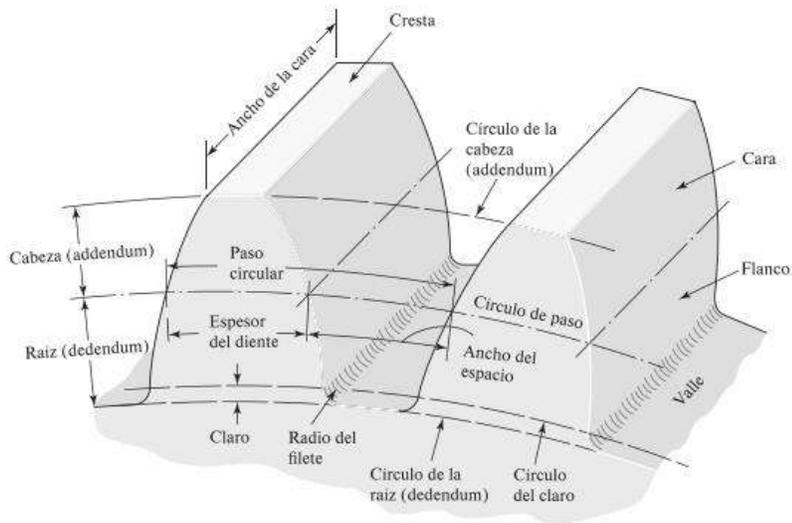


Figura 18. Nomenclatura de los dientes de engranes rectos [17]

TABLA 6. NOMENCLATURA DE ENGRANAJES RECTOS [17].

Círculo de paso: El círculo teórico en el que, por lo general, se basan todos los cálculos; su diámetro es el *diámetro de paso*. Los círculos de paso de un par de engranes acoplados son tangentes entre sí y el punto de tangencia es el punto de paso.

Paso circular (PC): Es la distancia, medida sobre el círculo de paso, desde un punto en un diente a un punto correspondiente en un diente adyacente. Es igual a la suma del espesor del diente y del ancho del espacio.

El módulo m : Representa la relación del diámetro de paso con el número de dientes. El módulo señala el índice del tamaño de los dientes en unidades SI.

El paso diametral (PD): Está dado por la relación del número de dientes en el engrane respecto del diámetro de paso. Por lo tanto, es el recíproco del módulo. Debido a que el paso diametral se utiliza sólo con unidades del sistema inglés, se expresa en dientes por pulgada.

La cabeza (addendum) a : Se determina por la distancia radial entre la cresta y el círculo de paso.

La raíz (dedendum) b : Equivale a la distancia radial desde el fondo hasta el círculo de paso.

La altura, o profundidad total h : Es la suma de la cabeza (addendum) y la raíz (dedendum).

El círculo del claro: Es un círculo tangente al círculo de la raíz (dedendum) del engrane acoplado.

El claro c : Está dado por la cantidad por la que la raíz (dedendum) en un engrane dado excede la cabeza (addendum) de su engrane acoplado.

La Holgura: Se determina mediante la cantidad por la cual el ancho del espacio de un diente excede el grosor o espesor del diente de acoplamiento medido en los círculos de paso.

2.5.3. ENGRANAJES HELICOIDALES

Los engranes helicoidales poseen dientes inclinados con respecto al eje de rotación, y se utilizan para las mismas aplicaciones que los engranes rectos y, cuando se utilizan en esta forma, no son tan ruidosos, debido al engranado más gradual de los dientes durante el acoplamiento. Asimismo, el diente inclinado desarrolla cargas de empuje y pares de flexión que no están presentes en los engranes rectos. En ocasiones, los engranes helicoidales se usan para transmitir movimiento entre ejes no paralelos [17].

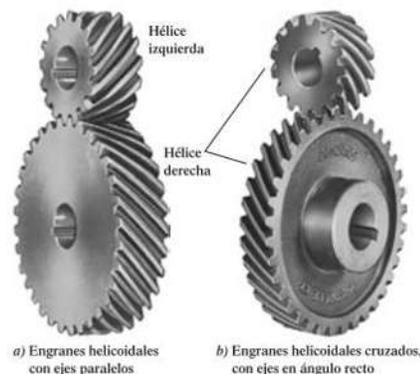


Figura 19. Engranes helicoidales con ángulo de hélice a 45° [13].

TABLA 7. VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LOS ENGRANAJES HELICOIDALES [18].

Ventajas	Desventajas
Funcionamiento más suave y silencioso debido al contacto gradual del diente	Pueden presentarse cargas en ejes y/o cojinetes
Alto factor de eficiencia (97-99.5%).	Riesgo de fractura en la esquina del diente
Mayor número de dientes engranados al mismo tiempo.	Costo más elevado
Capacidad de carga más alta.	Manufactura más complicada

2.5.4. ENGRANAJES DE ESPINAS DE PESCADO

También conocidos como helicoidales dobles, los engranajes de espinas de pescado son aquellos que tienen un corte helicoidal tanto derecho como izquierdo en el mismo engranaje bruto, se utilizan con frecuencia para obtener los beneficios de disminución de ruido de los engranajes helicoidales simples sin la desventaja de la carga de empuje que induce el ángulo de hélice en los engranajes helicoidales simples pero con la ventaja de tener un buen traslape de los dientes.



Figura 20. Arreglo de engranajes de espinas de pescado (Matzner Photography, Madison, WI.).

2.5.5. ENGRANAJES INTERNOS

Como se puede esperar, los engranajes externos e internos hacen alusión a la posición de sus dientes. Estos dientes pueden ser rectos o helicoidales. Los dientes de un engranaje interno tienen una forma cóncava en lugar de la forma convexa de los dientes de engranajes externos. Debido a la naturaleza cóncava del perfil del diente interno, su base es más gruesa que un diente de engranaje externo equivalente (ya sea recto o helicoidal). La resistencia de los dientes de un engranaje interno es mayor que la de un engranaje externo equivalente [15].

Los engranajes internos tienen su mejor aplicación en las varias formas de los sistemas de engranajes epicíclicos y coronas reductoras con rodamientos integrados [15].

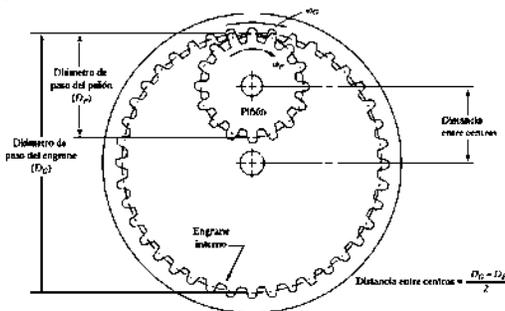


Figura 21. Engranaje interno impulsado por un piñón externo [13].

TABLA 8. VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LOS ENGRANAJES INTERNOS [15].

Ventajas	Desventajas
Sus dientes soportan más carga que los externos	No pueden ser usados cuando el número de dientes del piñón es casi el mismo que el del engranaje.
Diseño más compacto	Pocas herramientas de maquinado pueden producirlos.
Elimina el uso de un piñón loco cuando se necesita tener dos flechas paralelas que roten en el mismo sentido.	Montaje tiende a ser más difícil.
El exterior del engranaje protege los dientes del engranaje lo que los hace más seguros.	

2.6. TRENES DE ENGRANAJES

Varias aplicaciones surgen de la aplicación de sistemas donde más de dos engranajes están en contacto, a este tipo de sistemas se les llama trenes de engranajes. Los trenes de engranajes son usados para obtener una velocidad deseada o una velocidad en el eje de salida mientras el eje de entrada trabaja a otra velocidad.

2.6.1. TRENES DE ENGRANAJES EPICICLOIDALES

Un tren de engranajes planetarios es aquel en el que la potencia se transmite a través de dos o más rutas de carga en lugar de la ruta de carga única de una simple malla de engranajes. Cuando el soporte gira alrededor del centro del sistema, un punto en un engranaje planetario no solo gira alrededor del eje del engranaje planetario, sino también alrededor del centro del sistema y este tipo de accionamiento se llama epicicloidal [19].

El sistema está conformado por un engranaje sol (1), comúnmente al menos tres engranajes planetarios (2) distribuidos uniformemente alrededor de la periferia en engranaje solar y un engranaje anular (3), los engranajes planetarios sostenidos por un soporte (4).

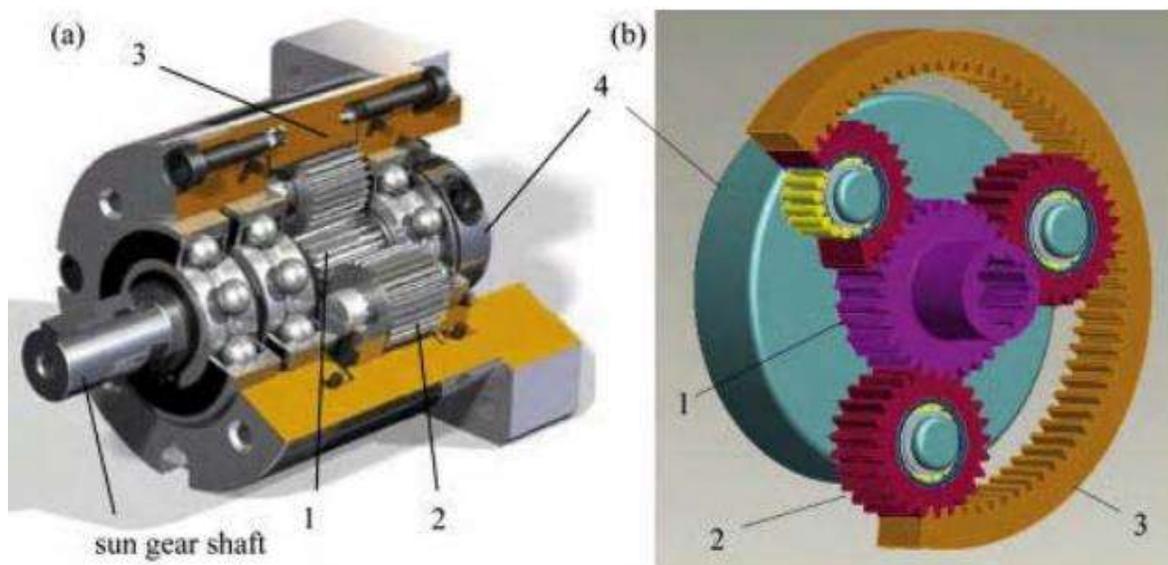


Figura 22. Sistema de engranajes planetarios con tres planetas unidos por un portador: (a) corte de un tren de engranajes real, (b) modelo en 3-D simplificado [10].

TABLA 9. VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LOS TRENES EPICICLOIDALES [15].

Ventajas	Desventajas
Coaxialidad de ejes de entrada y salida.	Diseños más complejos en comparación a sistemas de engranajes convencionales.
Velocidad de rotación de hasta 100 000 min ⁻¹	Aparecen fuerzas centrífugas considerables en los planetas y sus cojinetes.
Menos y más ligeros engranajes lo que vuelve más ligero el tren, con menos sobre cargas y menos ruido debido a la distribución de carga de los planetas.	Control y mantenimiento son más difíciles debido al diseño robusto.
Relación de transmisión prácticamente ilimitada.	Ya que sus dimensiones son más pequeñas, la cantidad de lubricante también es menos por lo que tiene que ser reemplazado más frecuentemente.
Eficiencia relativamente alta.	
Su diseño robusto de forma cilíndrica permite un acoplamiento más apropiado con máquinas rotativas.	

2.6.2. ENGRANAJES ARMÓNICOS

Desde su concepción por C. Walton Musser (Musser 1955), los sistemas de engranajes armónicos (ocasionalmente nombrados como engranaje de onda tensión) han encontrado una gran aceptación y uso entre los ingenieros mecánicos para un gran número de aplicaciones como la robótica, equipo médico, prensas de impresión, vehículos y defensa gracias a su capacidad de entregar altas relaciones de transmisión en configuraciones relativamente pequeñas [2], [3].

Un motorreductor armónico consta de 3 componentes básicos principales:

1. Un generador de ondas. Es un ensamble de rodamientos de bola con una pista interior rígida y elíptica y una pista exterior flexible de pared delgada.

Figura 23. Generador de onda (HarmonicDrive. (2022). Technology [Imagen].harmonicdrive. <https://www.harmonicdrive.net/technology/harmonicdrive/>).



2. Una cercha flexible o flexspline. Con forma de taza poco profunda, es un casquillo cilíndrico flexible con dentado radial situado alrededor de su parte exterior. De pared delgada en el extremo dentado que va incrementando su espesor al alejarse de la porción dentada.

Figura 24. Cercha flexible (HarmonicDrive. (2022). Technology [Imagen].harmonicdrive. <https://www.harmonicdrive.net/technology/harmonicdrive/>).



- Una cercha exterior o anillo exterior cilíndrico. Va sobre el generador de onda y la corona flexible, cuenta con un dentado interior que entra en contacto con el dentado de la corona flexible.



Figura 25. Cercha exterior (HarmonicDrive. (2022). Tecnología [Imagen].harmonicdrive. <https://www.harmonicdrive.net/technology/harmonicdrive/>).



Figura 26. Partes de un sistema de engranajes armónicos vista explosionada (Cortesía de <https://www.harmonicdrive.net/>).

2.6.3. PRINCIPIO DE OPERACIÓN DE LOS ENGRANAJES ARMÓNICOS

Cuando el sistema es ensamblado; como se muestra en la **figura 26**, el generador de onda queda anidado dentro de la cercha flexible, forzando al perfil dentado de pared delgada adoptar la forma elíptica del generador de ondas. A su vez, el subensamble del generador de ondas y la cercha flexible son introducidos dentro de la cercha circular, entonces los dientes externos de la cercha flexible engranan con los dientes internos de la cercha circular a lo largo del eje mayor de la elipse del generador de ondas[2], [10].

La velocidad de rotación de la cercha circular está definida por la relación de transmisión de acuerdo a la ecuación **2.1**:

$$R = \frac{z_2}{z_2 - z_1} \quad (2.1)$$

Donde z_2 es el número de dientes en la cercha flexible y z_1 el número de dientes en la cercha circular. Dado que z_2 es tomado comúnmente como $z_2 = 100 \dots 640$, y que $(z_1 - z_2) = 2$ entonces el radio de transmisión de estos sistemas están en el rango $R = 50 \dots 320(!)$.

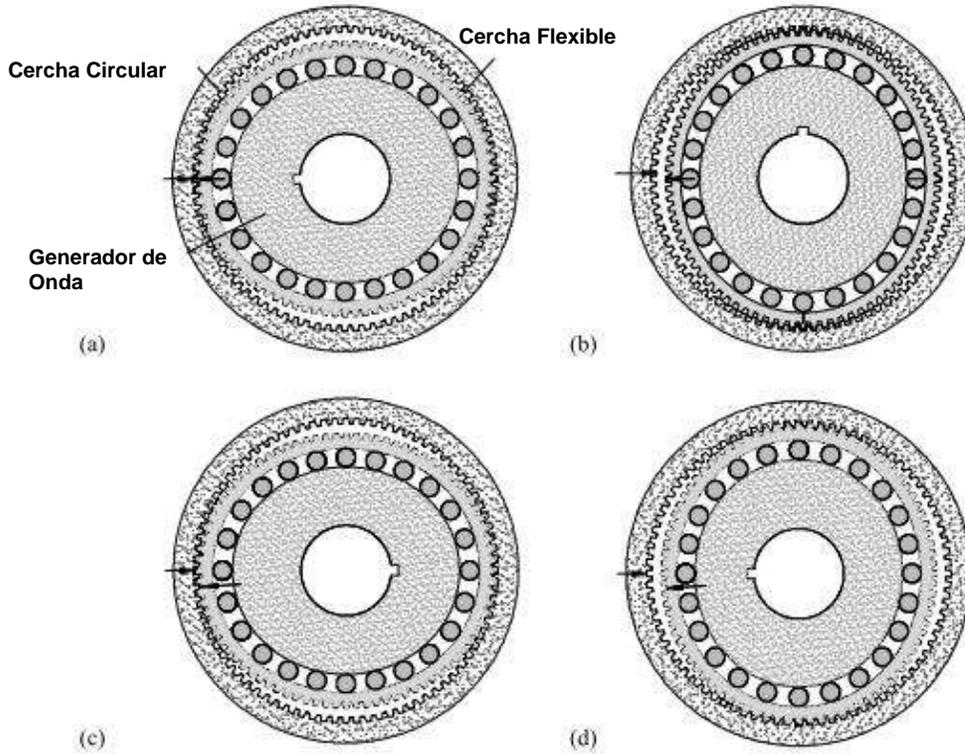


Figura 27. Principio de operación de un sistema de engranajes armónico. Posición inicial, (b) Generador de ondas girado 90°, (c) Generador de ondas girado 180°, (d) Giro completo del generador de ondas [10].

En los catálogos comerciales, se le asigna a cada reductor armónico una relación de transmisión, R , con la cual se describe el comportamiento de su posición, velocidad y torque. Específicamente dada una rotación conocida de dos o tres de los puertos del sistema armónico así como el valor de R , la rotación ideal del tercer puerto del sistema armónico puede ser predicho por la siguiente ecuación [2]:

$$\theta_{wg} = (R + 1)\theta_{cs} - R\theta_{fs} \quad (2.2)$$

Donde θ_{wg} es la posición angular del generador de onda, θ_{cs} es la posición angular de la cercha circular y θ_{fs} es la posición angular de la cercha flexible. La posición angular de los tres elementos descritas en la ecuación (2.2) están definidas en el mismo marco de referencia.

Entonces dado que R es constante bajo asunciones ideales, la derivada de esta relación produce una restricción de velocidad similar:

$$\omega_{wg} = (R + 1)\omega_{cs} - R\omega_{fs} \quad (2.3)$$

Donde ω_{wg} , ω_{cs} y ω_{fs} representa la velocidad angular de los tres componentes del sistema de engranajes armónicos. En estas ecuaciones, se puede observar que, si la

velocidad de la cercha circular es cero, el generador de onda puede rotar en dirección opuesta R-veces más rápido que la cercha flexible. En una configuración diferente, al fijar la cercha flexible, obliga a que el generador de onda gire (R +1) veces más rápido que la cercha circular en la misma dirección. Al aplicar la ley de conservación de la energía en las partes del sistema armónico, el comportamiento del torque ideal se puede definir de la siguiente forma:

$$\tau_{wg} = \frac{1}{(R + 1)} \tau_{cs} = -\frac{1}{R} \tau_{fs} \quad (2.4)$$

Donde τ_{wg} , τ_{cs} y τ_{fs} son los torques, definidos con una convención idéntica de signos, vista para los tres componentes del sistema armónico. Se puede observar que el torque en uno de los elementos del sistema armónico establece el comportamiento de los otros dos elementos. Se debe notar que el torque en la cercha flexible es cercanamente equivalente a el torque en la cercha circular, la cual es aproximadamente R-veces más grande que la del torque en el generador de onda. Así, al aplicar las ecuaciones de torque, velocidad y posición presentadas arriba, el comportamiento dinámico del sistema de transmisión armónico queda completamente definido bajo suposiciones ideales.

2.6.4. ERROR CINEMÁTICO

Los sistemas de transmisión armónicos contienen típicamente imprecisiones cinemáticas debido a errores de manufactura y ensamble; y aunque los sistemas de engranajes armónicos pueden reducir substancialmente la cantidad de errores debido a su cualidad de cero retroceso, los errores cinemáticos en la transmisión angular y las deformaciones elásticas no lineares en la cercha flexible aún son considerables. Y dado que estos errores cinemáticos pueden incitar vibraciones que alteren el desempeño dinámico, deben ser identificados en el modelo del sistema armónico [20], [21].

El error de posición, θ_{err} , es típicamente medido restando la rotación en la salida del sistema armónico de la rotación de entrada escalado por la relación de transmisión ideal para la configuración de transmisión dada.

$$\theta_{err} = \frac{\theta_{in}}{\text{relación del engranaje}} - \theta_{out} \quad (2.5)$$

Basándose en la observación experimental, los catálogos de los fabricantes reportan la magnitud del error en el posicionamiento típico varía periódicamente en una frecuencia del doble de la velocidad de rotación del generador de onda. Adicionalmente, la amplitud de este error periódico es frecuentemente modulada por el doble de la velocidad de la cercha flexible o la circular, esta se ilustra en la Figura 2.24.

La raíz de la imprecisión en los engranajes armónicos se le atribuye a múltiples fuentes. Algunos fabricantes atribuyen el error a las imperfecciones de fabricación y ensamblaje.

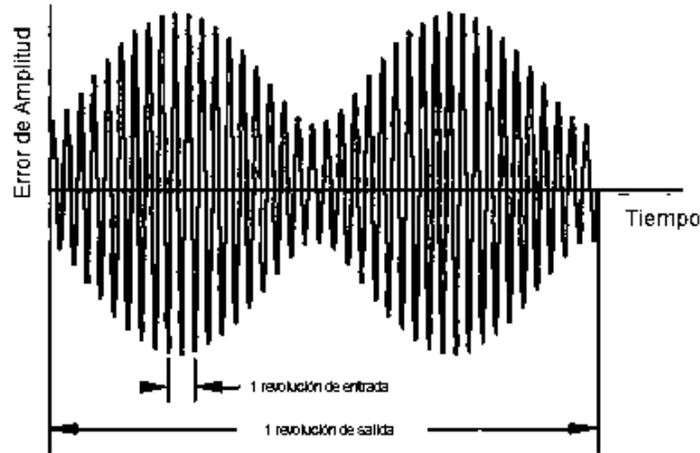


Figura 28. Error típico de transmisión para engranes armónicos [2]

2.6.5. RIGIDEZ TORSIONAL

Bajo suposiciones ideales, un sistema de transmisión armónico es tratado como un sistema reductor perfectamente rígido. Sin embargo, debido a la rigidez torsional relativamente baja de los sistemas armónicos, se requiere un entendimiento más detallado de flexibilidad en transmisiones para obtener un modelo preciso en aplicaciones de posicionamiento y precisión. Múltiples investigaciones se han enfocado en entender la forma característica y variación del perfil de rigidez no-lineal además de tratar de identificar las causas de la flexibilidad en la transmisión, entre las cuales se han identificado la exposición a torques elevados y la deformación en el generador de ondas. [2], [22].

La rigidez torsional es comúnmente medida bloqueando el generador de ondas y midiendo la rotación en la salida (en la cercha circular o en la cercha flexible) como resultado de una carga aplicada. La forma típica de la curva de rigidez de los sistemas armónicos es mostrada en la figura 2.25. Esta curva ilustra dos propiedades características de la flexibilidad de los sistemas armónicos: incremento de rigidez con el desplazamiento y pérdida de la histéresis.

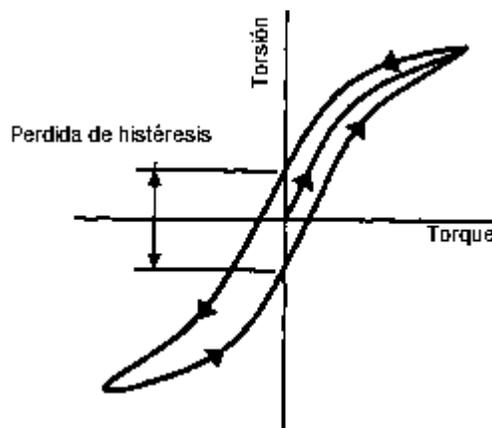


Figura 29. Perfil de rigidez típico para sistemas armónicos [2]

2.6.6. PÉRDIDAS FRICCIONALES

Todos los sistemas armónicos presentan pérdidas de potencia en operación debido a fricción en la transmisión. Catálogos de fabricantes reportan pérdidas de potencia por arriba de 10%. Esta gran cantidad de energía disipada se le atribuye principalmente a fricción en el momento del engrane de los dientes; pero además a fricción en los rodamientos del generador de ondas, fricción en rodamientos de salida y amortiguamiento estructural de la cercha flexible. Esto representa bajas de potencia en la salida considerables [2], [23].

Mediciones experimentales hechas por Tuttle (1992) indican que la fricción a velocidades distintas de cero en sistemas armónicos pueden caracterizarse por medio de tres componentes [20]:

1. Fricción independiente de la velocidad.
2. Fricción dependiente de la velocidad.
3. Fricción por resonancia de vibración.

2.6.7. COMPORTAMIENTO DINÁMICO

Fueron primeramente Tuttle y Seering los primeros en intentar modelar la rigidez, la posición con precisión, el mecanismo de engrane de los dientes y la fricción de los sistemas de engranajes armónicos. Sus estudios mostraron que la respuesta de velocidad a los comandos de paso en la corriente del motor no solo estaba contaminada por severas vibraciones sino también saltos repentinos. Estas observaciones fueron posteriormente usadas para desarrollar una serie de modelos complejos; de los cuales, los más complejos involucran errores cinemáticos, rigidez no lineal e interfaz de dientes de los engranes con pérdidas friccionales [23].

Modelos ideales de transmisión son frecuentemente insuficientes para describir de manera precisa el comportamiento dinámico de los sistemas de engranajes armónicos; esto es a causa del comportamiento no lineal que presentan en la precisión cinemática, rigidez torsional y pérdidas friccionales.

Para muchas aplicaciones en las que el comportamiento de transmisión no ideal se vuelve dominante, los fabricantes de transmisiones armónicas recomiendan con frecuencia el ajuste de la envolvente operativa a una región menos afectada por la dinámica de transmisión [2], [20].

2.6.8. VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LOS SISTEMAS DE ENGRANAJES ARMÓNICOS

TABLA 10. VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LOS SISTEMAS DE ENGRANAJES ARMÓNICOS [2].

Ventajas	Desventajas
Alta capacidad de torque con diámetros de paso pequeños gracias al contacto entre múltiples dientes al momento de transmitir potencia.	Alta flexibilidad debido a las altas cargas presenciadas en el generador de ondas y los dientes de engrane, torques moderados pueden producir torsión de transmisión substancial.
Geometría concéntrica permite reducir el tamaño y complejidad del tren de potencia.	Error cinemático debido a imprecisiones en la manufactura de los sistemas armónicos, existen errores de posición pequeños pero inherentes en la transmisión.
Peso ligero y diseño compacto ya que requiere solo tres elementos.	Resonancia debido a vibración ocasionada por errores cinemáticos que interactúan con la baja rigidez de la transmisión. En algunos rangos de operación se pueden generar altas amplitudes de vibración.
Cero retroceso gracias a la precarga natural de los engranajes y el acoplamiento de los dientes predominantemente radial que eliminen prácticamente todo el juego de la transmisión.	No linealidad en los comportamientos de la flexibilidad y perdidas friccionales.
Alta eficiencia si se encuentran propiamente lubricados, los sistemas armónicos pueden alcanzar de 80% a 90%.	Entendimiento reducido comparado con transmisiones convencionales.

2.6.9. SISTEMAS ARMÓNICOS MAGNÉTICOS

Los reductores magnéticos son mecanismos concebidos para la conversión de torque/velocidad, cuyos engranajes no se tocan entre si sino más bien están provistos de imanes que ejercen fuerza. El surgimiento de nuevos conceptos de diseño y la disponibilidad de imanes permanentes de alta energía han facilitado la concepción de engranajes magnéticos que exhiben densidades de fuerza y par de hasta 2MN/m^3 y 110kNm/m^3 respectivamente para topologías lineales y rotativas en relaciones de transmisión de hasta 20:1 [24], [25].

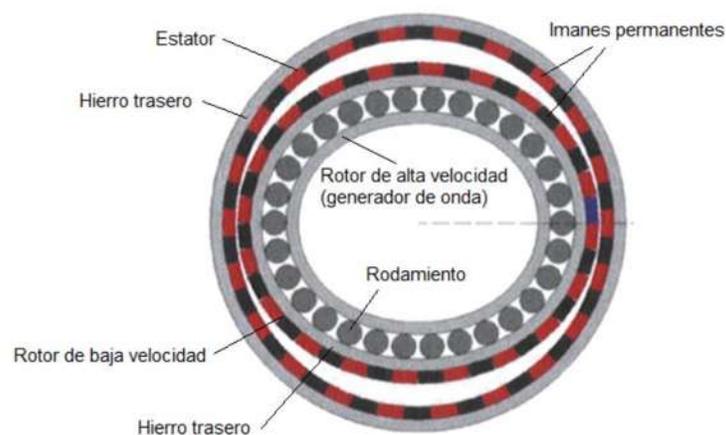


Figura 30. Topología de los sistemas armónicos magnéticos [24]

De manera que, el equivalente magnético a tener 2 dientes menos en la cercha flexible que en la cercha circular es tener dos pares de polos menos en el rotor de baja velocidad que en el estator.

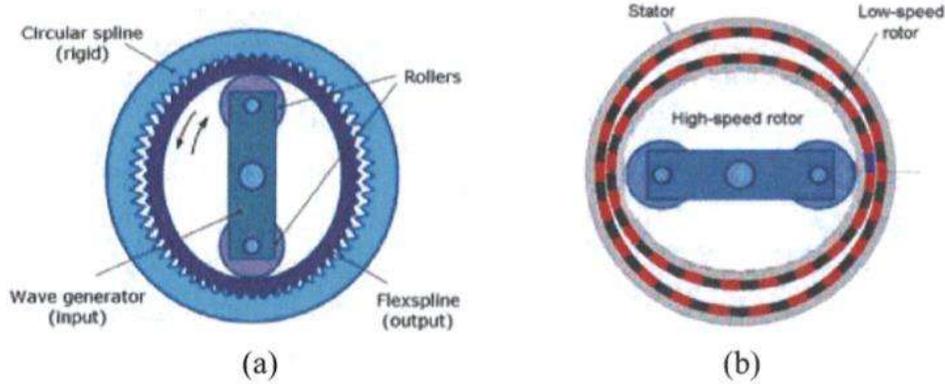


Figura 31. (a) Engranaje armónico mecánico (b) y magnético [24].

2.6.10. PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DE LOS SISTEMAS ARMÓNICOS MAGNÉTICOS

El rotor de alta velocidad deforma el rotor de imán permanente flexible de baja velocidad que gira dentro del estator de imán permanente exterior rígido. La variación sinusoidal que cambia en el tiempo resultante de la longitud del entrehierro modula el campo producido por los imanes en el rotor de baja velocidad y da como resultado un campo armónico espacial asincrónico dominante que interactúa con los imanes en el estator (y viceversa) para facilitar la transmisión del torque y la acción del engranaje magnético.

El entrehierro cambiante en el tiempo sinusoidal puede ser expresado como:

$$g(\theta, t) = \lambda_0 + \lambda_t \cos(P_\omega(\theta - \omega_h t)) \quad (2.6)$$

Donde ω_h es la velocidad angular del rotor de alta velocidad, P_ω es el número de ciclos sinusoidales que resultan en el entrehierro entre el rotor de baja velocidad y el estator, y puede ser 1, 2, 3 o más dependiente de la geometría del rotor de alta velocidad.

Y la densidad de flujo del entrehierro debido a los imanes del rotor de baja velocidad es:

$$\begin{aligned} B(r, \theta, t) &= B_r(r) \cos(p_l(\theta - \omega_l t)) \times \\ &\quad [\lambda_0 + \lambda_t \cos(2(\theta - \omega_h t))] \\ &= \lambda_0 B_r(r) \cos(p_l(\theta - \omega_l t)) \\ &\quad + \frac{\lambda_t}{2} [\cos((p_l - 2)\theta - (2\omega_h - p_l \omega_l)t)] \\ &\quad + \frac{\lambda_t}{2} [\cos((p_l + 2)\theta - (2\omega_h + p_l \omega_l)t)] \end{aligned} \quad (2.7)$$

Donde p_l es el número de pares de polos en el rotor de baja velocidad. De los dos campos armónicos, con pares de polos $(p_l + 2)$ y $(p_l - 2)$, el armónico $(p_l + 2)$ tiene la mayor densidad de flujo y se acopla con el campo magnético estático del estator para transmitir el par, siendo la velocidad angular del rotor de baja velocidad y la relación de transmisión:

$$\omega_l = \frac{-2\omega_h}{p_l}; G = \frac{-p_l}{2} \quad (2.8)$$

2.6.11. VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LOS SISTEMAS ARMÓNICOS MAGNÉTICOS

TABLA 11. VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LOS SISTEMAS ARMÓNICOS MAGNÉTICOS [3], [24], [25].

Ventajas	Desventajas
Prácticamente no presentan desgaste	La densidad de torque alcanzable se reduce a medida que la relación de transmisión aumenta más allá de -20:1
Operación silenciosa	Diseño del acoplamiento con la carga externa a través de un eje rígido se vuelve complicado.
Cierta flexibilidad que les permite reducir la transmisión de esfuerzos y vibraciones	Las partes giratorias de los engranajes magnéticos presentan inestabilidad de los rotores de imanes permanentes que imponen un requisito de rigidez para los cojinetes que sujetan los engranajes.
No requieren lubricación	
Mantenimiento reducido	
Confiabilidad mejorada	
Temperaturas de operación hasta niveles criogénicos (40 K o -233°C)	
Protección a la sobrecarga	

2.7. MODELO IDEAL DE UN SISTEMA DE TRANSMISIÓN ARMÓNICO

Para el modelo del motor debemos partir del siguiente esquema:

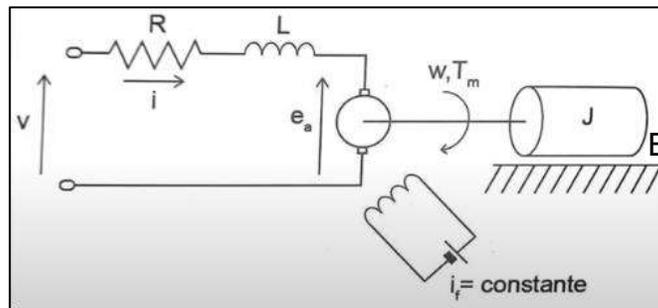


Figura 32. Diagrama De Malla De Un Motor De Corriente Directa.

A través del análisis de malla podemos obtener la primera ecuación:

$$v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + E_a(t)$$

$$L \frac{di(t)}{dt} = v(t) - Ri(t) - E_a(t) \quad (2.9)$$

El modelo de la porción mecánica del motor viene dado por:

$$T_m(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t)$$

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = T_m(t) - B\omega(t) \quad (2.10)$$

Se asume que existe una relación proporcional K_a entre el voltaje inducido en la armadura y la velocidad angular del eje del motor.

$$E_a(t) = K_a\omega(t) \quad (2.11)$$

El torque producido por el motor es dependiente del campo de flujo alrededor del circuito del conductor y ese flujo es controlado solamente por la corriente. El torque incrementa linealmente con una constante de proporcionalidad K_m .

$$T_m(t) = K_m i(t) \quad (2.12)$$

Aplicamos la Transformada de Laplace a las ecuaciones (2.9), (2.10), (2.11) y (2.12) :

$$Lsi(s) = v(s) - Ri(s) - E_a(s) \quad (2.13)$$

$$Js\omega(s) = T_m(s) - B\omega(s) \quad (2.14)$$

$$E_a(s) = K_a\omega(s) \quad (2.15)$$

$$T_m(s) = K_m i(s) \quad (2.16)$$

Sustituimos las ecuaciones (2.15) y (2.16) en la ecuación (2.13):

$$Ls \frac{T_m(s)}{K_m} = v(s) - R \frac{T_m(s)}{K_m} - K_a\omega(s)$$

$$v(s) = \frac{(R+Ls)T_m(s)}{K_m} + K_a\omega(s) \quad (2.17)$$

Despejamos $\omega(s)$ de la ecuación (2.14)

$$\omega(s) = \frac{T_m(s)}{Js+B} \quad (2.18)$$

Sustituyendo (2.18) en (2.17) tenemos:

$$v(s) = \frac{(R+Ls)T_m(s)}{K_m} + K_a \frac{T_m(s)}{Js+B} \quad (2.19)$$

Reorganizando la ecuación (2.19) para encontrar la función de transferencia que relacionará $v(s)$ y $T_m(s)$:

$$v(s) = \left(\frac{R + Ls}{K_m} + \frac{K_a}{Js + B} \right) T_m(s)$$

$$v(s) = \frac{(R+Ls)(Js+B) + K_a K_m}{K_m(Js+B)} T_m(s)$$

Esta función de transferencia nos relacionará la salida (torque) con la entrada (voltaje).

$$\frac{T_m(s)}{v(s)} = \frac{(R + Ls)(Js + B) + K_a K_m}{K_m(Js + B)} \quad \text{(I)}$$

De manera similar encontramos las funciones de transferencia que nos relacionaran la velocidad angular y el voltaje:

$$\frac{\omega(s)}{v(s)} = \frac{K_m}{LJs^2 + (RJ + LB)s + RB + K_a K_m} \quad \text{(II)}$$

Integrando la ecuación (II) encontramos la función de transferencia que nos relaciona la posición con el voltaje:

$$\frac{\theta(s)}{v(s)} = \frac{K_m}{s(LJs^2 + (RJ + LB)s + RB + K_a K_m)} \quad \text{(III)}$$

Una vez desarrollado el modelo matemático del motor se acoplará al modelo matemático del reductor armónico; idealmente, podemos describir el funcionamiento de un reductor armónico a través de las siguientes ecuaciones [2], [20].

$$\theta_{wg} = R\theta_{fs} \quad \text{(2.2)}$$

$$\omega_{wg} = R\omega_{fs} \quad \text{(2.3)}$$

$$\tau_{wg} = \frac{1}{R}\tau_{fs} \quad \text{(2.4)}$$

Se ha considerado que la velocidad angular, la posición y el torque de la flecha del motor son igual a la velocidad angular, la posición y el torque del generador de ondas (wave generator, wg).

A continuación se muestra el modelo matemático simulado en MatLab Simulink.

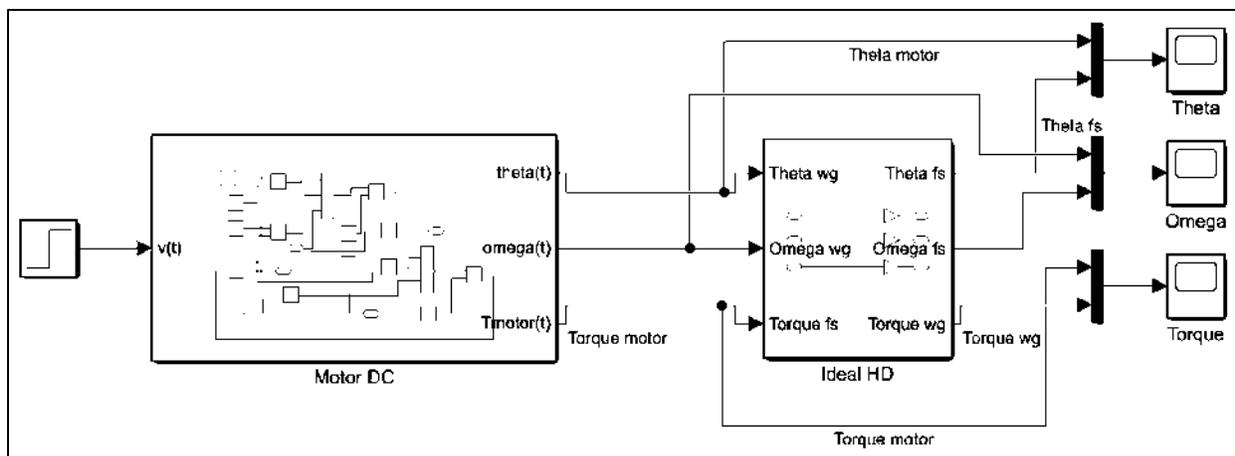


Figura 33. Diagrama de bloques motor-reductor armónico ideal.

3. METODOLOGÍA DE DISEÑO

En términos generales, cualquier forma identificable de trabajar, en el contexto del diseño, puede considerarse como un método de diseño. Sin embargo, los métodos de diseño con marco de referencia lógico han sido preferidos sobre otros en los últimos años, esto debido a que muchos procesos modernos se han vuelto demasiado complicados como para resolverlos con métodos tradicionales como el dibujo o la búsqueda en catálogos [26], [27].

Se empleará un método con marco de referencia lógico de manera que el proceso de diseño sea de forma sistemática y ordenada brindando un mayor esclarecimiento del trayecto que se siguió para llegar hasta la solución final de diseño.

En la **Figura 34** podemos observar las siete etapas de diseño colocadas dentro del modelo simétrico de problema/solución donde podemos observar cómo se relaciona cada etapa con los problemas y soluciones generales y secundarios.

- | | | |
|-------------------------------------|---|--|
| 1. Clarificación de objetivos | ➔ | 1. Árbol de Objetivos |
| 2. Establecimiento de funciones | | 2. Análisis de Funciones |
| 3. Fijación de requerimientos | | 3. Especificación del rendimiento |
| 4. Determinación de características | | 4. Despliegue de la función de calidad |
| 5. Generación de alternativas | | 5. Diagrama morfológico |
| 6. Evaluación de alternativas | | 6. Objetivos ponderados |
| 7. Mejora de detalles | | 7. Ingeniería del valor |

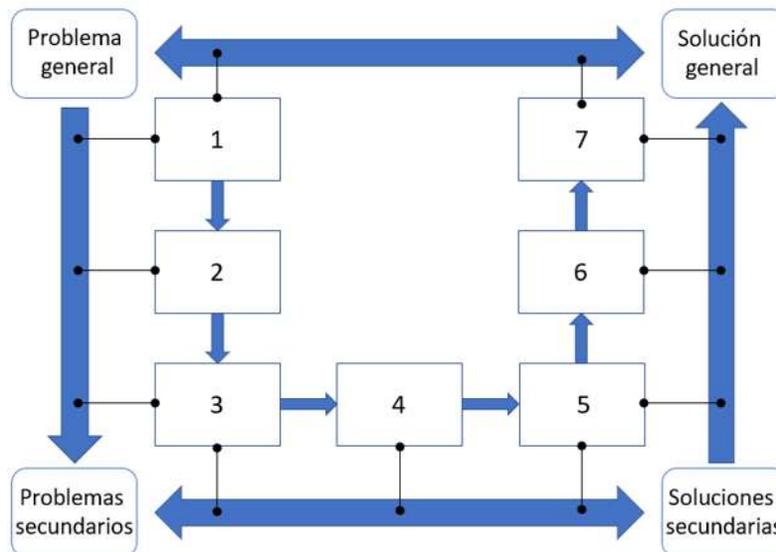


Figura 34. Siete etapas de diseño por el método con marco de referencia lógico [26].

3.1. CLARIFICACIÓN DE OBJETIVOS

El método del árbol de objetivos ofrece un formato claro y útil para el planteamiento del problema, entiéndase por objetivos de diseño a las necesidades del usuario o propósito del producto. Se clarificarán entonces los objetivos de diseño jerárquicamente así como las relaciones entre ellos por medio de un diagrama de árbol.

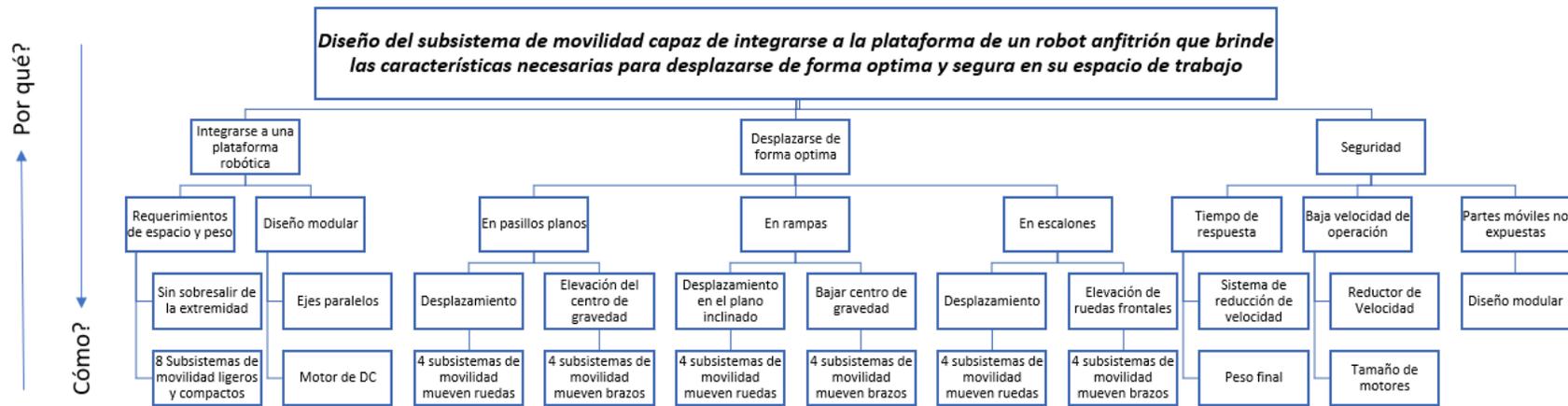


Figura 35. Árbol de Objetivos para el diseño de un subsistema de movilidad.

3.2. ESTABLECIMIENTO DE FUNCIONES

Se empleará el método de análisis de funciones para considerar aquellas funciones esenciales así como el nivel en el que el problema será abordado, entiéndase por funciones esenciales a aquellas que debe satisfacer el subsistema motriz que se diseñará independientemente de su morfología. En la figura 4 se muestra el modelo de caja negra del subsistema motriz así como el diagrama de bloques que muestra las interacciones entre las funciones secundarias:

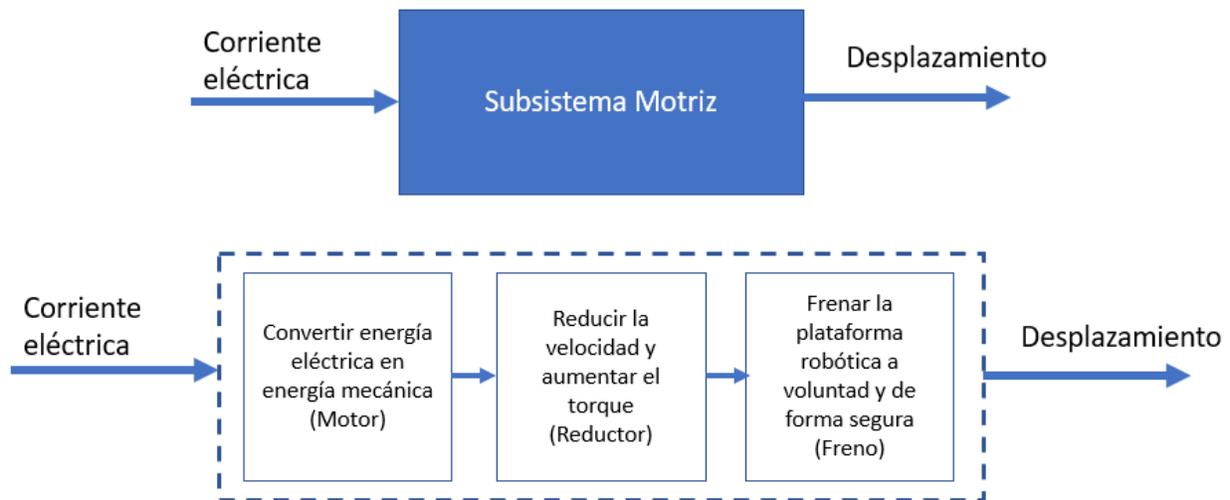


Figura 36. Diagrama de caja negra y diagrama de bloques de funciones secundarias.

3.3. FIJACIÓN DE REQUERIMIENTOS

Por medio del método de especificación del rendimiento se ayudará a definir el rendimiento requerido.

TABLA 12. TABLA DE ESPECIFICACIÓN DE REQUERIMIENTOS.

<i>Fijación de requerimientos para:</i>	
Subsistema de movilidad	
D y d	Requerimientos
D	1. Compacto (Un cubo de 150×150×150 mm aprox.)
D	2. Ligero (Menos de 1 Kg)
d	3. Partes integradas en una sola carcasa
D	4. Fácil de acoplar con los otros subsistemas de la plataforma robótica
D	5. Eficiencia energética
d	6. Estética
D	7. Freno de respuesta rápida
D	8. Velocidad de salida similar al andar de una persona (1.5 m/s aprox.)
D	9. Que use baterías
d	10. Que este protegido del polvo y tierra
D	11. Que las partes móviles internas no sean un riesgo para el usuario
D	12. Baja velocidad de rotación y alto torque
d	13. Ensamble sencillo
d	14. Pocas piezas
D	15. Costo reducido en comparación a los existentes en el mercado
d	16. Piezas de geometría simple
d	17. Resistente a la corrosión
D	18. Fácil lubricación

D – Demandas

d - deseos

3.4. DETERMINACIÓN DE CARACTERÍSTICAS

A continuación se presenta una matriz de atributos del producto contra las características de ingeniería con la finalidad de relacionar las propiedades de ingeniería que influyen en los atributos finales del subsistema de movilidad.

En la parte superior se muestran los atributos técnicos definidos como requerimientos de ingeniería y en la parte izquierda se muestran los atributos que representan el funcionamiento deseado del RMR, la matriz de atributos es entonces llenada estableciendo como es que los requerimientos de ingeniería impactan en los requerimientos del cliente, para ello se estableció una escala de relaciones que va del 1 al 9, donde 1 representa una relación débil y 9 una relación fuerte.

La importancia para el cliente es posteriormente multiplicada por cada valor de la matriz de relaciones para definir una puntuación ponderada de cada uno de los requerimientos del cliente y cada uno de los requerimientos de ingeniería.

TABLA 13. MATRIZ DE INTERACCIONES DE REQUERIMIENTOS PARA EL SUBSISTEMA DE MOVILIDAD.

Subsistema de movilidad			REQUERIMIENTOS DE INGENIERÍA													
			Importancia para el cliente	Peso máximo	Espacio máximo (15x15x15 cm)	Diámetro máximo	Velocidad máxima	T. para velocidad máx.	Angulo de ascenso máx.	Torque mínimo	Aceleración mínima	Eficiencia del motor	Eficiencia transmisión	# Baterías x Subsistema	Horas x Carga batería	Puntuación ponderada
Desempeño funcional	Ensamblaje	Piezas sencillas	2	3	1	3										14
		Fácil de ensamblar	3		3	3										18
		Pocas piezas	2	6	7	5										36
	Funcionamiento del RMR	Baterías como fuente	*													
		Fuerza de los brazos	5	8	8	6	8	7		9		8	9		8	355
		Baja velocidad	5				9	4	6	8		7	9			215
Espacio y peso	Acoplamiento al RMR	Fácil mantenimiento	4								9	9			72	
		Modular	4		9	7									64	
	Tiempo de respuesta ante obstáculos	No sobresalga	3		9	8									51	
		Ligero	5	9	7	5	6	5	6	8	7	7	7	9	8	420
	Apariencia	Freno rápido	4	8			9				8					100
		Maniobrabilidad	3	9			8	6		8	8	4	4	3		150
Apariencia	Robusto	3	9		7				5		5	5			93	
	Compacto	5		9	9	7	4	1	8	7					225	
	Silencioso	3.5									5	9			49	
Unidades			/	Kg	cm ³	cm	m/s	Seg	°	Nm	m/s ²	%	%	#	/	
Metas			/	1	3375	20	1.5	1	20	6	1.5	70	80	2	3	
Puntuación de importancia técnica			/	189	224	210	210	118	65	204	126	190.5	219.5	54	80	1890
Importancia %			/	10%	12%	11%	11%	6%	3%	11%	7%	10%	12%	3%	4%	100%
Rango de prioridades			/	7	1	3	3	9	11	5	8	6	2	12	10	

* Requerimientos ineludibles

Importancia para el cliente	
5	1
Fluente	Raja

Relaciones			
9	3	1	
Int. fuerte	Fl. débil	Del.	Ninguna

3.5. GENERACIÓN DE ALTERNATIVAS

La generación de alternativas se llevará a cabo por medio de un análisis morfológico con la finalidad de determinar las posibles formas que puede asumir el subsistema de movilidad. En la Tabla 4. se muestra el diagrama morfológico que resume dicho análisis:

TABLA 14. DIAGRAMA MORFOLÓGICO PARA OBTENCIÓN DE ALTERNATIVAS DE DISEÑO.

Soluciones Funciones Secundarias		Soluciones			
		1	2	3	4
1	Desplazamiento	Motor DC con escobillas	Motor DC sin escobillas	Motor DC flujo axial imanes de neodimio convencionales	Motor DC flujo axial imanes de neodimio arreglo Hallbach
2	Velocidad/Potencia	Armónica convencional	Armónica con cercha flexible recortada	/	/
3	Freno	Freno de tambor dentro de la cercha flexible	Freno de disco fuera de la cercha flexible	Sin sistema de freno	Sistema de freno regenerativo
4	Salida	Salida por banda a rueda o brazo	Conexión directa a rueda o brazo	/	/

3.5.1. SOLUCIÓN 1

Este diseño presenta un motor DC con escobillas, reductor armónico convencional y freno de tambor dentro de la cercha flexible. La salida del sistema debe ser conectada por medio de una banda a la rueda del RMR, aunque no es la propuesta con una mejor relación espacio/peso, el espacio que brinda la parte interna de la cercha circular es aprovechado para introducir un sistema de freno de tambor dentro de la cercha flexible. La propuesta es que este freno sea controlado por un micro servo-motor que moverá las zapatas.

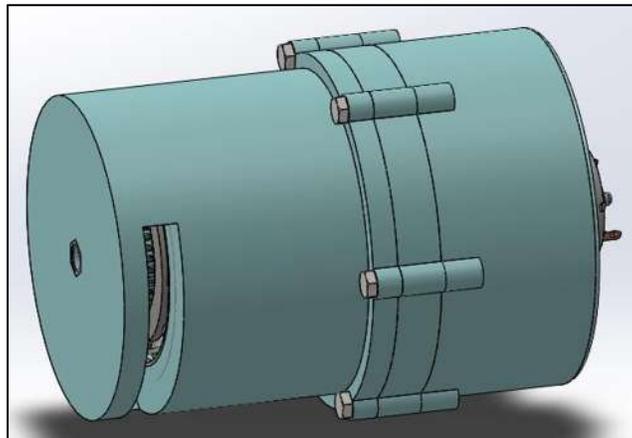


Figura 37. Vista implosionada de la solución 1.

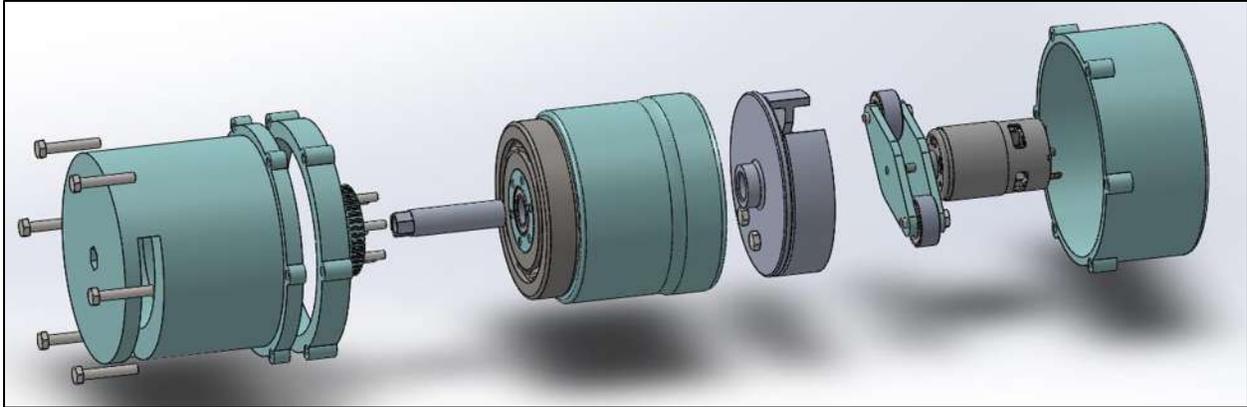


Figura 38. Vista explosionada de la solución 1.

TABLA 15. CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DE LA SOLUCIÓN 1.

Solución 1	Volumen (cm ³)	Largo (mm)	Diámetro (mm)	Masa (Kg)	# de Partes Transmisión
	948	175	138	1.356	31

3.5.2. SOLUCIÓN 2

Se ha elegido un motor de corriente directa con escobillas con un peso de 221g de uso común en el mercado, el RS-550 opera a 12V y brinda tanto la velocidad como el torque suficiente para ser tratado en la subsecuente etapa de reducción que representa el sistema armónico. El motor es conectado al reductor por medio de una banda lo cual puede representar reducción en la eficiencia final del subsistema; sin embargo esto representa una mejor optimización del espacio final de manera que el subsistema completo puede ser alineado al eje de la rueda del RMR.

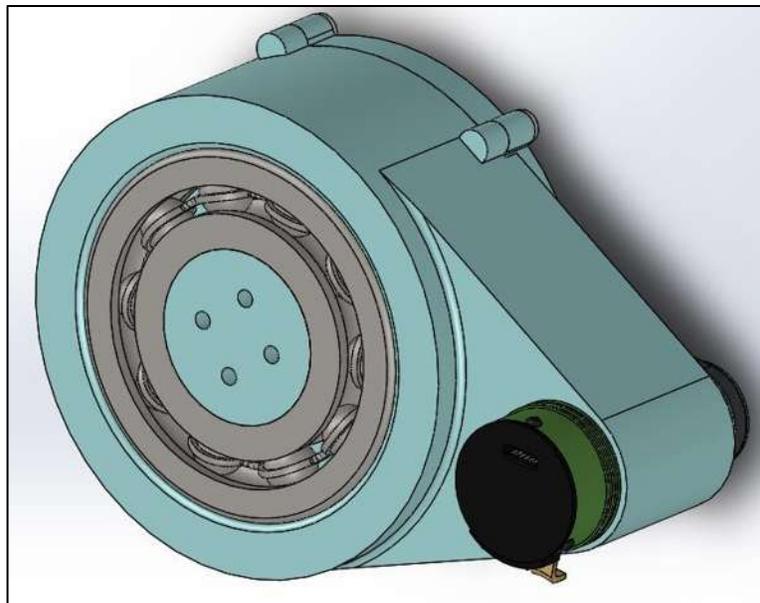


Figura 39. Vista implosionada de la solución 2.

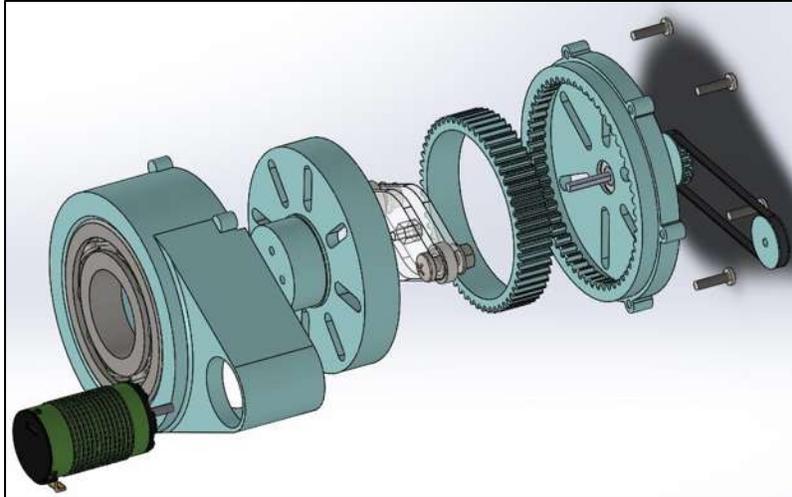


Figura 40. Vista explosionada de la solución 2.

TABLA 16. CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DE LA SOLUCIÓN 2.

Solución 2	Volumen (cm ³)	Largo (mm)	Ancho (mm)	Alto (mm)	Masa (Kg)	# de Partes Transmisión
	642	63.5	193.5	132	0.775	25

3.5.3. SOLUCIÓN 3

Motor de flujo axial PCB arreglo de imanes permanentes de neodimio, reductor de cercha flexible recortada sin sistema de freno mecánico. Esta propuesta brinda grandes ventajas en reducción de espacio y peso, además otorga la ventaja de no emplear bandas y alinearse con el eje de la rueda de robot. Desde luego la integración de un motor de flujo axial de PCB representa un esfuerzo extra en términos de fabricación; sin embargo hoy en día dichos motores están en gran auge por lo que existen ya softwares destinados al diseño y cálculo de ellos.

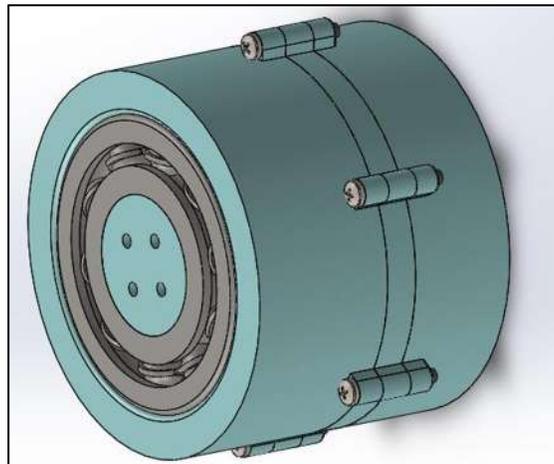


Figura 41. Vista implosionada de la solución 3.

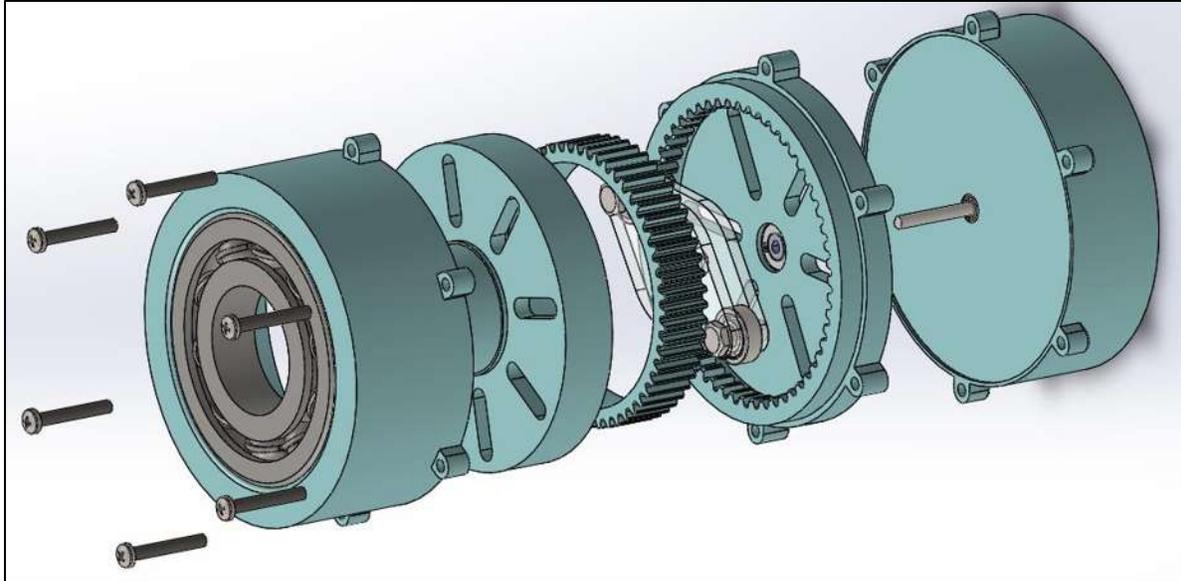


Figura 42. Vista explosionada de la solución 3 (Parte Reductor).

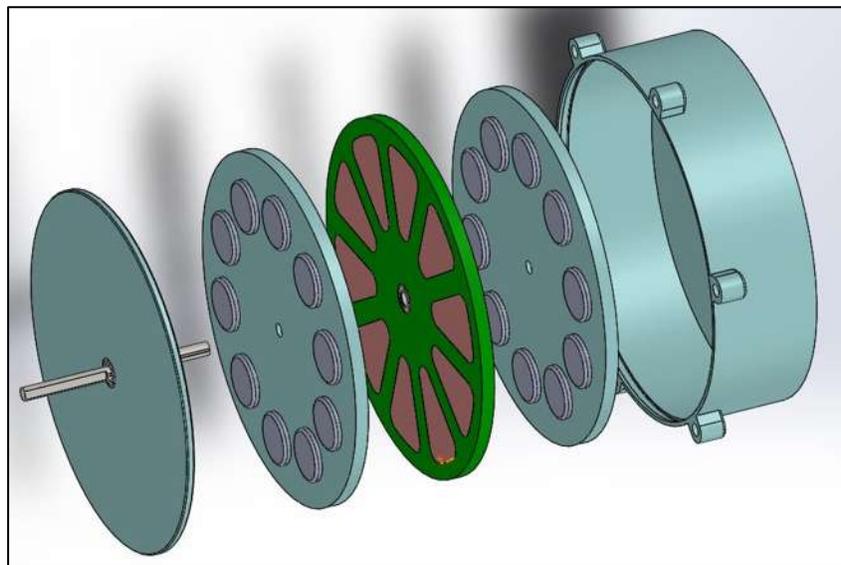


Figura 43. Vista explosionada de la solución 3 (Parte Motor).

TABLA 17. CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DE LA SOLUCIÓN 3.

Solución 3	Volumen (cm ³)	Diámetro (mm)	Largo (mm)	Masa (Kg)	# de Partes Transmisión
	1037	137	96.5	0.854	26

3.6. EVALUACIÓN DE ALTERNATIVAS

En este punto es crítico el empleo de un método que nos permita realizar una toma de decisiones más ordenada y lógica; ya que con frecuencia la elección suele hacerse basada en intuición, conjeturas o experiencia. De manera que la forma convencional de elegir un diseño no suele ser la más abierta para las personas fuera del proceso de diseño; es por esto que se empleará el método de objetivos ponderados.

De la matriz de objetivos ponderados (pág. 8) ya tenemos una lista ponderada clara de los objetivos a alcanzar basados tanto en los requerimientos del cliente como los de ingeniería sin embargo, se realizará una tabla de comparación sistemática de pares de objetivos, uno contra uno.

Objetivos de Diseño

- A. Volumen
- B. Diámetro
- C. Largo
- D. Peso
- E. Número de Piezas

TABLA 18. TABLA COMPARATIVA DE PARES DE OBJETIVOS.

Objetivos	A	B	C	D	E	Totales de fila
A	-	1	1	1	1	4
B	0	-	0	0	1	1
C	0	1	-	1	1	3
D	0	1	0	-	1	2
E	0	0	0	0	-	0

Por lo tanto, por orden de prioridad tenemos a los objetivos de la siguiente manera:

- A. Volumen
- C. Largo
- D. Peso
- B. Diámetro
- E. Número de Piezas

Una vez ordenados los objetivos por importancia les asignaremos valores numéricos a cada uno representando su peso en relación a los otros objetivos.

0.30 A
0.25 C
0.20 D
0.15 B
0.10 E

Esta escala representa valores de utilidad relativa entre los mismos objetivos de diseño, siendo el volumen del aparato final el requerimiento más importante y como los demás requerimientos se comparan contra él.

A continuación compararemos cada uno de los valores de utilidad relativa de los diseños alternativos, lo cual nos dará una puntuación final para cada diseño representada por un valor numérico.

TABLA 19. TABLA COMPARATIVA DE LOS VALORES DE UTILIDAD DE LAS SOLUCIONES.

Objetivo	Peso	Unidades	Alternativa 1			Alternativa 2			Alternativa 3		
			Magnitud	Calificación	Valor	Magnitud	Calificación	Valor	Magnitud	Calificación	Valor
Volumen	0.3	cm ³	948	6.8	2.0	642	10	3.0	1037	6.2	1.9
Largo	0.25	mm	175	3.6	0.9	63.5	10	2.5	96.5	6.6	1.6
Peso	0.2	Kg	1.356	5.7	1.1	0.775	10	2.0	0.854	9.1	1.8
Diámetro	0.15	mm	138	9.9	1.5	193.5	7.1	1.1	137	10	1.5
# de Piezas	0.1	/	31	8.1	0.8	25	10	1.0	26	9.6	1.0
Valor General de Utilidad						6.4				9.6	7.8

Se determinaron las calificaciones de manera que a la solución con la mejor magnitud de objetivo se le asignó la mayor calificación (10), a las otras dos soluciones se les asignó un valor determinado de la siguiente fórmula:

$$C_{sol\ x} = 10 \times \left(\frac{\text{Mejor magnitud}}{\text{Magnitud sol. } x} \right) \quad (3.1)$$

La solución 2 es la que brinda un mejor valor general de utilidad por lo tanto se procederá a avanzar con el cálculo de motores y dimensionamiento del reductor armónico.

4.1. ANÁLISIS DINÁMICO DEL TREN DE TRANSMISIÓN

En el capítulo anterior se propusieron tres soluciones que satisfacen los objetivos de diseño que competen a las características físicas de la máquina deseada, sin embargo se debe profundizar aun en el diseño de los componentes del tren de transmisión como el motor y el reductor armónico; es por esta razón que se procederá a realizar el análisis dinámico primero del sistema robótico y subsecuentemente del tren de transmisión para después ser modelado matemáticamente con ayuda de Simulink de Matlab.

Como ya se estableció en el planteamiento del problema, el robot debe realizar un numero de tareas una a la vez o coordinadas:

1. Desplazamiento en terrenos planos.
2. Ascenso de rampas prolongadas (15 grados de inclinación máxima).
3. Ascenso de escalones.
4. Evasión de obstáculos estáticos y en movimiento.

Nos centraremos en las tareas 2 y 3 ya que estas son las tareas que definirán los requerimientos de velocidad y torque del tren de transmisión.

4.2. MODELO DINÁMICO DEL SISTEMA ROBÓTICO DURANTE EL ASCENSO EN RAMPAS

Podemos modelar el escenario en el cual el RMR asciende en una rampa con el fin de obtener una pauta general de cuanto poder necesitar nuestro tren motriz, entonces realizara el análisis del sistema robótico considerando las variables físicas ya estimadas durante el diseño del RMR.

TABLA 20. VARIABLES DE ENTRADA DEL ROBOT CONOCIDAS.

Variables de entrada	Valor	Unidades
r_{rueda}	0.085	m
m_{RMR}	25	Kg
$V_{Max RMR}$	1.5	m/s
$\alpha_{Ascenso max}$	15	°
$t_{Para Vmax}$	1.5	s
a_{Max}	1	m/s ²

4.2.1. D.C.L. Y ANÁLISIS DEL SISTEMA ROBÓTICO DURANTE EL ASCENSO EN RAMPAS

Este diagrama de cuerpo libre nos muestra las fuerzas que actúan en el vehículo mientras escala por una pendiente. Gracias a este diagrama podemos entonces determinar el torque requerido por los motores del RMR para ascender [28].

Nuestro análisis partirá de la premisa de que necesitamos 4 motores (1 en cada rueda) y como ya se mencionó antes, el sistema debe ser diseñado para que pueda ascender rampas de un ángulo máximo de 15° a velocidad constante de 1.5 m/s.

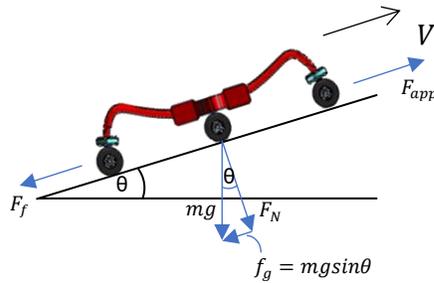


Figura 44. Diagrama de Cuerpo Libre del sistema robótico ascendiendo una rampa.

Podemos calcular el torque requerido basados en dos escenarios; el primero en el que se mueve a velocidad constante mientras asciende por la rampa, y un segundo escenario en el que asciende con una aceleración constante.

Para el primer escenario tenemos:

$$\Sigma F = ma = 0 \quad (4.1)$$

De manera que la fuerza aplicada por las ruedas, F_{app} , está actuando en dirección de subida mientras que balancea las fuerzas que se oponen a ella. Dichas fuerzas son la fuerza de fricción y la componente del peso del vehículo que actúa en dirección de bajada. Por lo que:

$$F_{app} = F_f + F_W \quad (4.2)$$

Donde:

$$F_f = \mu F_N = \mu mg \cos \theta$$

$$F_W = mg \sin \theta$$

Por lo que:

$$F_{app} = \mu mg \cos \theta + mg \sin \theta \quad (4.3)$$

Entonces la potencia requerida para los motores es :

$$P_m = F_{app} v \quad (4.4)$$

Y dado que cada motor debe proveer $\frac{1}{4}$ de la potencia total:

$$\frac{P}{4} = \frac{\tau\omega}{4} \quad \text{donde} \quad \omega = \frac{v}{r_{rueda}} \quad (4.5)$$

Ya que el torque requerido para comenzar a moverse es mayor que el requerido para mantenerse en movimiento, debemos enfocarnos en el segundo caso; en el que el robot acelera desde el reposo hasta su velocidad máxima.

$$\Sigma F = f_{total} = f_{app} - f_g = ma \quad (4.6)$$

Sustituyendo F_{app} para encontrar el Torque:

$$\begin{aligned} F_{app} &= ma + f_g \\ T/r_{rueda} &= ma + F_g \\ \tau &= m(a + g\sin(\theta))r_{rueda} \\ \tau &= 8.58 Nm \end{aligned} \quad (4.7)$$

Dado que cada motor debe proveer $\frac{1}{4}$ del torque total:

$$\tau_{per\ motor} = \frac{\tau}{4} = 2.15 Nm$$

A continuación se determinara la velocidad de giro requerida a la salida del tren de transmisión:

$$\omega = \frac{v}{r_{rueda}} = \frac{1.5}{0.085} = 17.65 \frac{rad}{s} \approx 168.5 RPM$$

Finalmente la potencia requerida será:

$$P = \tau_{per\ motor} \times \omega = 37.87 watts$$

Introduciendo un factor de seguridad para compensar las pérdidas de potencia por fricción en rodamientos, en los dientes de los engranes y efectos térmicos del motor:

$$\begin{aligned} FS &= 2 \\ \tau_{FS} &= 2 \times 2.15 = 4.3 Nm \end{aligned}$$

4.2.2. ELECCIÓN DEL MOTOR Y SUS PROPIEDADES

Hasta este punto se ha realizado un estudio extensivo del estado del arte de los motores eléctricos disponibles en el mercado, la elección final de motores quedo reducida a los motores con escobillas de corriente directa debido a su gran disponibilidad y a que brindan las características requeridas para el diseño del tren de transmisión. El motor elegido es el RS-550 de 12V cuyas características se encuentran en la tabla 11:

TABLA 21. ESPECIFICACIONES TÉCNICAS MOTOR RS-550:

Propiedades	Valores	Unidades
Voltaje Operativo	6 – 14.4	V
Velocidad sin carga	11780	RPM
Corriente sin carga	0.8	A
Par de parada	0.331	N-m
Corriente de parada	35	A
Kt	9.5	mN-m/A
Kv	982	RPM/V
Eficiencia	73%	-
Velocidad a eficiencia tope	10275	RPM
Corriente a eficiencia tope	5.1	A

A partir de las propiedades del motor definidas por el proveedor podemos modelar el comportamiento del torque y la velocidad del motor con Simulink, Simscape de MATLAB, como se puede observar en las imágenes A1 y A2, Anexo A.

Se ha definido un sistema con un motor eléctrico conectado a una rueda (simulando una de las ruedas del robot móvil) y una masa (equivalente a $\frac{1}{4}$ de la masa del sistema robótico).

El comportamiento del torque y la velocidad angular del motor eléctrico con escobillas RS-550 se muestra en las figuras 42 y 43 a continuación:

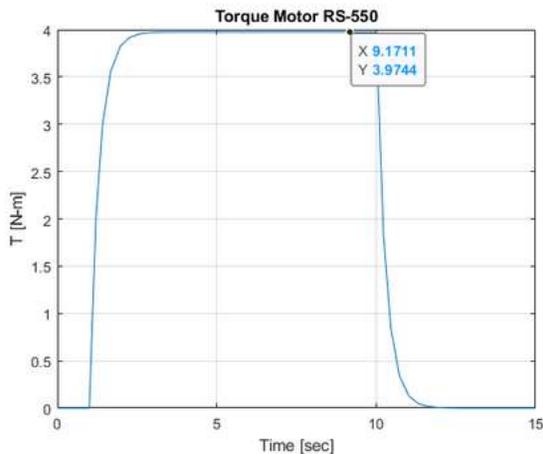


Figura 45. Curva de Torque del Motor RS-550.

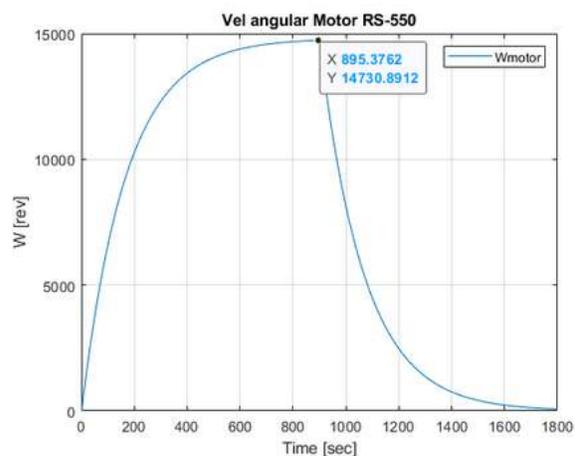


Figura 46. Curva de Velocidad Angular Motor RS-550

Como podemos observar en las curvas características del motor RS-550; aunque el torque máximo que brinda el motor (4.07 N-m) ya se encuentra sobre el toque requerido para cada una de las ruedas del sistema, la velocidad angular se encuentra aún muy por encima de la requerida por el RMR (14,790 RPM). De manera que es necesario reducir la velocidad del motor. Más aun, la velocidad del

Para brindar un análisis más acertado de las condiciones deseadas de operación del robot móvil, se ha modelado el cuerpo del robot móvil con 4 ruedas y 4 motores, considerando la masa del robot m_{RMR} y el ángulo $\theta_{Ascenso\ max}$; concluyendo que, además de que la velocidad lineal del robot sigue muy por encima de la velocidad de

desplazamiento deseada (ver figura 47), el uso únicamente de motores restringe el ángulo de ascenso en rampas a 8.2° .

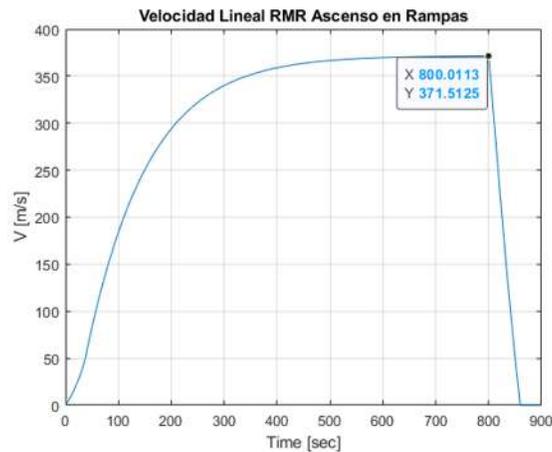


Figura 47. Curva de velocidad lineal motor RS-550 durante el ascenso en rampas.

4.2.3. DIMENSIONAMIENTO DEL REDUCTOR ARMÓNICO

Dado que se necesita reducir la velocidad lineal del robot a 1.5 m/s e incrementar el torque del motor RS-550 para alcanzar el ángulo $\theta_{Ascenso\ max} = 15^\circ$. Un sistema de reducción armónico es propuesto para alcanzar las condiciones de operación previamente mencionadas; al igual que con los motores, se ha modelado el sistema robótico considerando ahora un sistema reductor armónico. Al ir incrementando el número de dientes del reductor se ha conseguido alcanzar la velocidad lineal del robot objetivo de 1.5 m/s, las figuras 45 y 46 muestran las curvas de torque y velocidad del robot móvil con un sistema reductor armónico integrado en cada rueda.

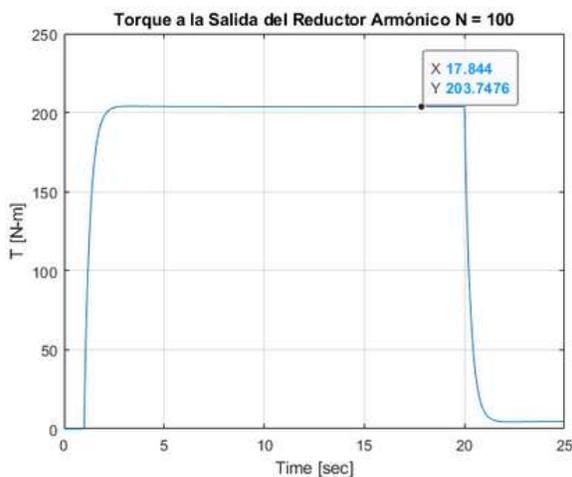


Figura 48. Torque a la salida del reductor armónico.

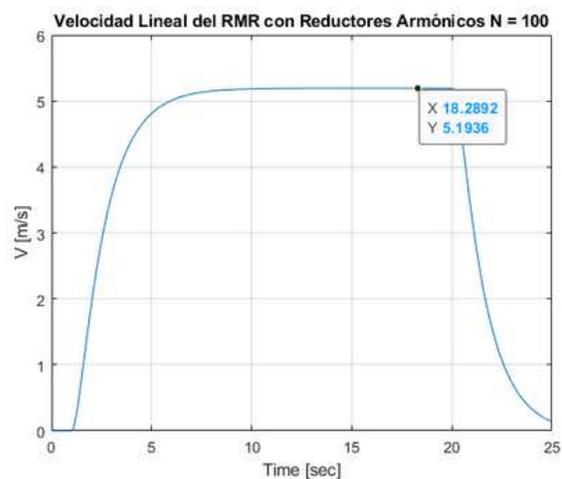


Figura 49. Velocidad lineal del RMR con reductores armónicos.

4.2.4. DETERMINANDO LA GEOMETRÍA DEL DIENTE

Se ha elegido fabricar el reductor armónico a través de impresión 3D; es por esta razón que existe dos restricciones de tamaño que se deben considerar para determinar la geometría que deben tener las piezas del tren reductor. La primera es la cama de impresión que se empleará, en impresoras 3D comerciales va de 120 mm a 220 mm; y la segunda restricción dimensional es el tamaño de la boquilla de impresión, la cual usualmente es de 0.4 mm pero se pueden conseguir boquillas de hasta 0.2 mm.

Se ha elegido una geometría de diente convencional con una curva involuta con fines de simplicidad; ya que, aunque existen geometrías de diente que han demostrado una mayor eficiencia al transmitir torque (perfil de diente de doble arco), son geometrías con contornos más agudos que pueden presentar problemas al momento de la manufactura [29]–[32].

La tabla 21 a continuación muestran los parámetros que rigen la geometría de diente del tren reductor:

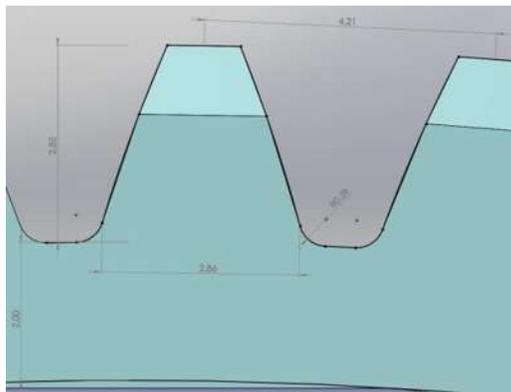


Figura 50. Geometría de diente de la cercha flexible.

TABLA 22. GEOMETRÍA DE DIENTE

Parametro	Valor
Modulo	1.315
Angulo de presión	20°
Paso Circular	4.21 mm
Ancho de Diente	2.86 mm
Alto de Diente	2.85 mm
Radio en la raíz	0.39 mm
Espesor de pared	2 mm

Como ya se definió en la etapa de propuestas de diseño, el sistema reductor armónico está diseñado para ser colocado coaxialmente con la rueda y es por esta razón que el diámetro de la rueda debe ser considerado para definir el diámetro máximo del exterior del reductor, como lo muestra la relación a continuación:

$$\phi_{Exterior\ reductor} < \phi_{Rueda} \quad \text{ó} \quad \phi_{Exterior\ reductor} < 170\ mm$$

De acuerdo a la geometría de diente definida y a la geometría del sistema reductor se ha graficado el diámetro del exterior de la carcasa del sistema con ayuda de las siguientes ecuaciones:

$$OD_{FS} = M_{FS}(R + 2) \tag{4.8}$$

$$ID_{BC} = (M_{FS}(R + 2)) + 1 \tag{4.9}$$

$$M_{BC} = \frac{(M_{FS}(R + 2)) + 1}{R - (2 * 1.167)} \tag{4.10}$$

$$OD_{Carcasa} = M_{BC}(N + 2) + th \tag{4.11}$$

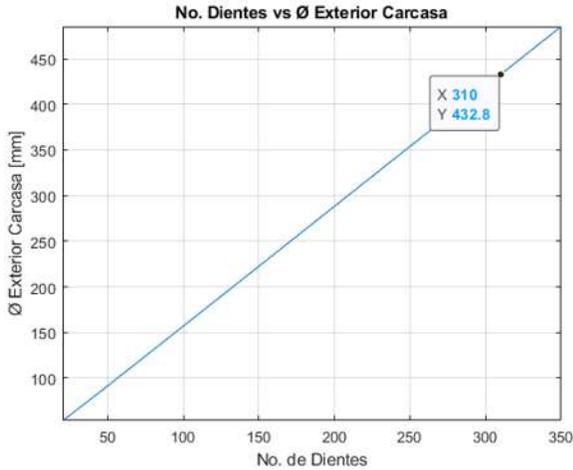


Figura 51. Diámetro exterior requerido para 310 dientes.

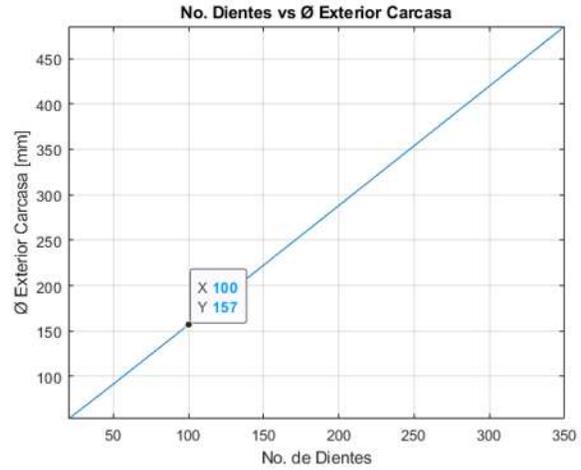


Figura 52. Diámetro exterior requerido para 100 dientes.

A partir de la figura 52 podemos observar que la carcasa del reductor armónico con 310 dientes alcanza un diámetro exterior de $\text{Ø}432.8 \text{ mm}$, recordando que el diámetro exterior del reductor completo no debe rebasar el diámetro de la rueda:

$$\text{Ø}_{\text{Exterior reductor}} = \text{Ø}432.8 \text{ mm} > 170 \text{ mm}$$

Por lo que el diámetro Exterior del sistema será restringido a $N = 100$ dientes, como se muestra en la figura 52.

Un nuevo modelo con $N = 100$ dientes se ha recalculado para obtener sus curvas características de torque, velocidad angular y velocidad lineal final del RMR, el Modelo de SimScape y su configuración se pueden observar en el Anexo B.

Como podemos observar en la figura 53, al recalcular el reductor con $N = 100$ la velocidad lineal del robot se encuentra en $V = 5.3 \text{ m/s}$, siendo aproximadamente 3 veces la velocidad objetivo de 1.5 m/s .

$$\text{Ø}_{\text{Exterior reductor}} = \text{Ø}157 \text{ mm} < 170 \text{ mm}$$

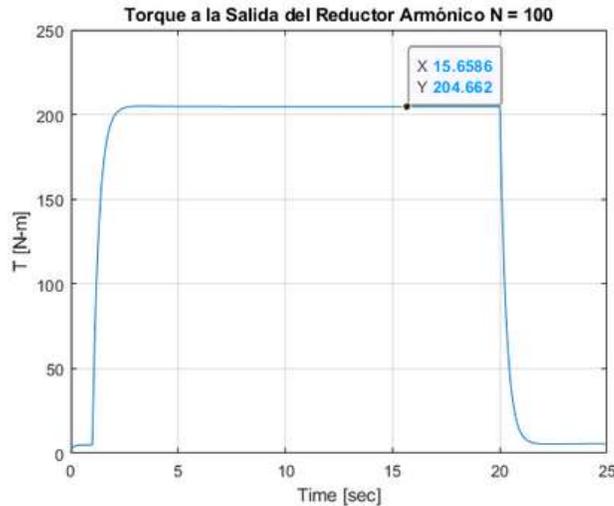


Figura 53. Torque a la salida del reductor armónico, $N = 100$

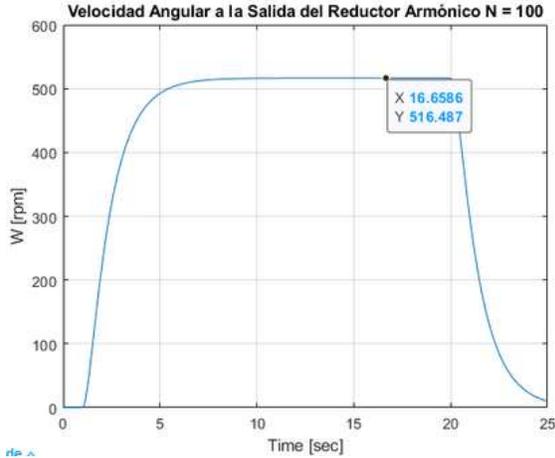


Figura 54. Velocidad angular a la salida del reductor armónico, $N = 100$

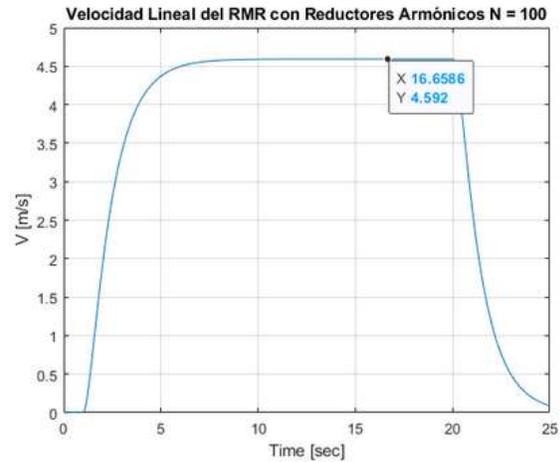


Figura 55. Velocidad lineal del RMR con reductores armónicos, $N = 100$

4.2.5. CALCULO DE RESISTENCIA DE DIENTE

Se ha empleado la teoría de la máxima energía de distorsión (Von Mises), con ayuda de la herramienta de Análisis de Elemento Finito ANSYS para determinar la integridad estructural sometido a cargas estáticas. Considerando el material del Flexspline como plástico ABS, el cual es frecuentemente usado como filamento en impresión 3D, con las propiedades mecánicas mostradas en la tabla 28, encontramos que el esfuerzo máximo Von Mises no debe exceder 41.4 MPa.

TABLA 23. PROPIEDADES MECÁNICAS DEL PLASTICO ABS

Propiedades Mecánicas del Plástico ABS	
Modulo de Young	2390 MPa
Modulo de Poisson	0.399
Modulo de compresibilidad	3943.9 MPa
Resistencia máxima a la tracción	44.3 MPa
Resistencia de fluencia a la tracción	41.4 MPa

Se han establecido las condiciones del modelo de acuerdo a la física del problema como se enlista a continuación:

- Una condición de simetría normal al eje Z analizando solo la mitad del Flexspline.
- Un par de desplazamientos (B,C) en la superficie generada en la mitad del Flexspline que restringen los desplazamientos en el eje Z y en Y.
- Un desplazamiento en Z de 3.5 mm (A) en la superficie del adendum del diente que representa el desplazamiento que tendrá el Flexspline dentro de la Cercha Circular.
- Una carga de 4.94 N (D) en dirección normal a la superficie del diente ($F_x = 4.642$ N, $F_z = -1.689$ N) equivalente al momento de 1.3 N-m que induce el generador de ondas en el Flexspline.

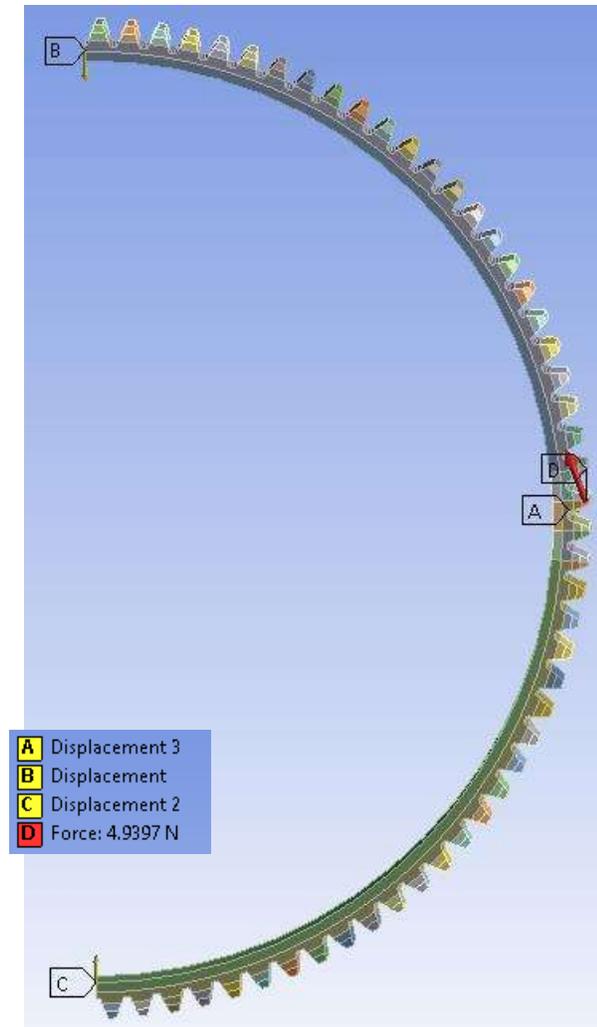


Figura 56. Posición de los desplazamientos (A, B, C), y la carga (D).

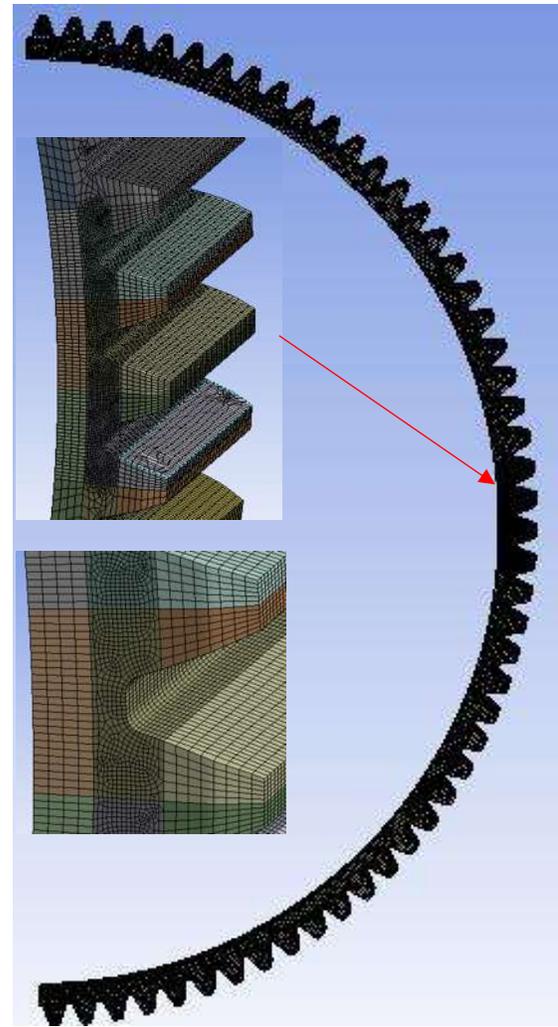


Figura 57. Mallado del Flexspline

Como se puede observar en la figura 58, el esfuerzo máximo equivalente Von-Mises en la raíz del diente engranado es de 37.9 MPa por lo cual se considera que la pieza no fallará bajo cargas estáticas y cuenta con un factor de seguridad mínimo de 1.09, apreciable en la figura 59.

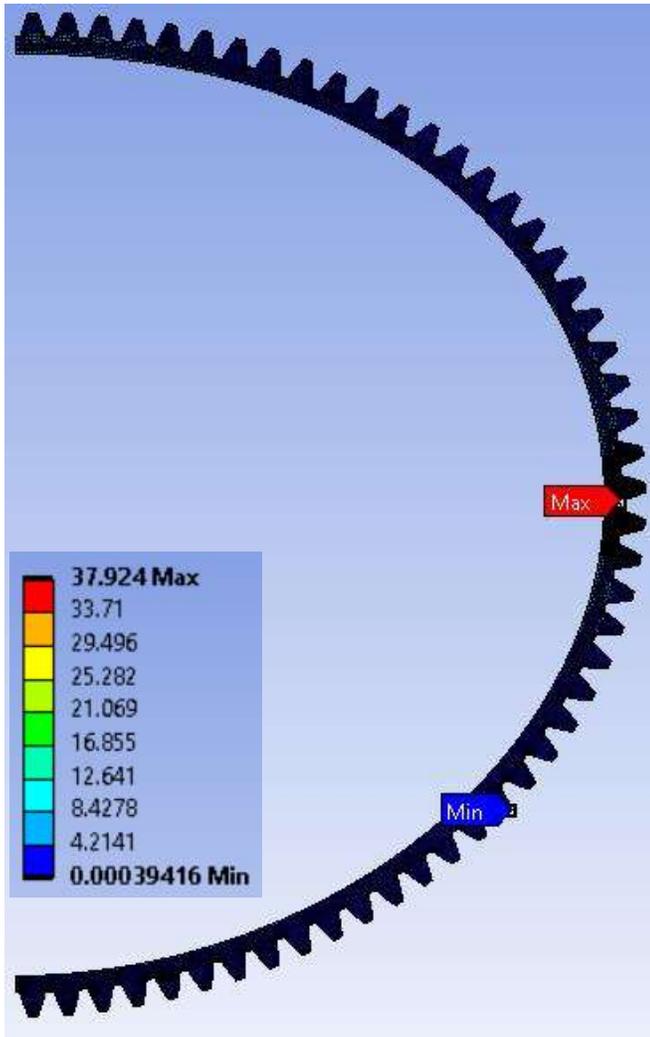


Figura 58. Esfuerzos Equivalentes Von-Mises del Flexspline. # Nodos: 1 634 598, # Elementos: 362804.

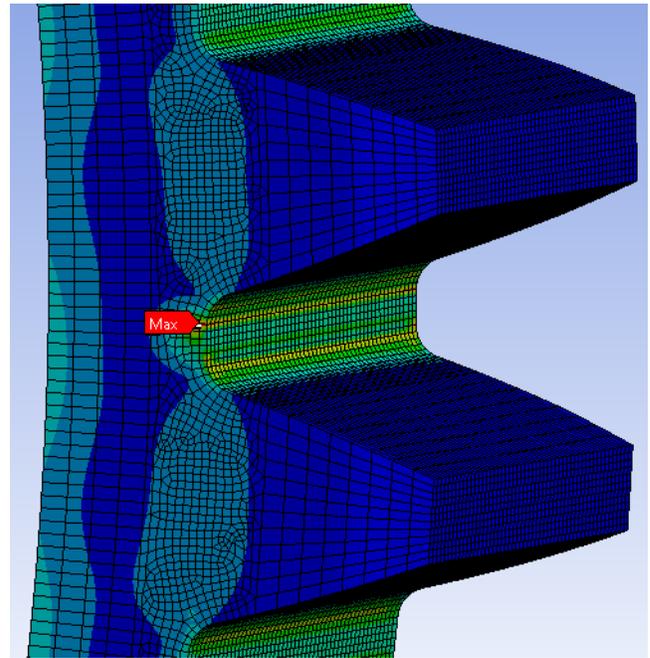


Figura 59. Detalle, Esfuerzos Equivalentes Von-Mises del Flexspline. # Nodos: 1 634 598, # Elementos: 362804.

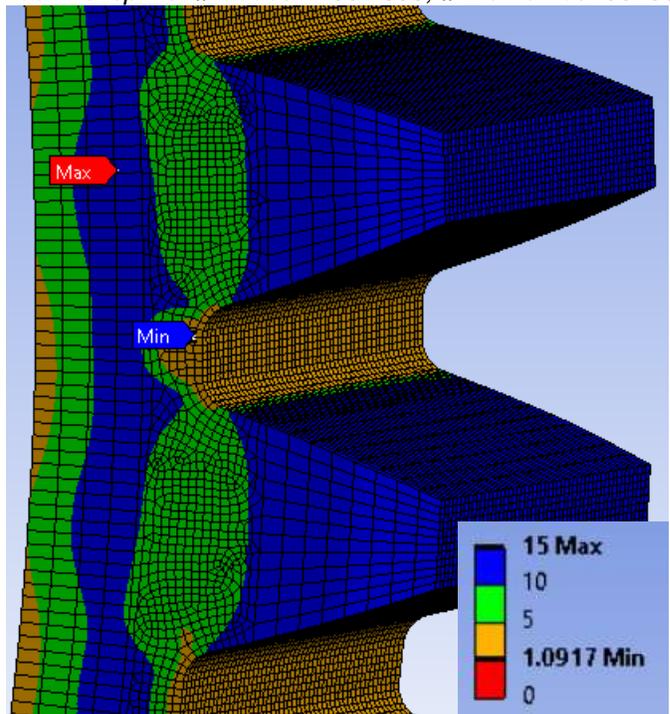


Figura 60. Factor de Seguridad del Flexspline. # Nodos: 1 634 598, # Elementos: 362804.

4.2.6. DIMENSIONAMIENTO DE LA ETAPA DE REDUCCIÓN CON POLEAS Y BANDA

Se requiere una etapa adicional de reducción para alcanzar la velocidad lineal objetivo del robot y dado que en el concepto original del diseño (con la finalidad de optimizar espacio) ya se había contemplado un sistema de poleas y banda síncrona con relación 1:1, se ha modificado esta relación de reducción para alcanzar la relación de transmisión necesaria.

La relación de transmisión ha sido modificada bajo la siguiente premisa:

$$R = \frac{\omega_{100 \text{ dientes}}}{\omega_{\text{Objetivo}}} = \frac{516.487 \text{ RPM}}{168.52 \text{ RPM}} \approx 3.1$$

Se ha creado un modelo de SimScape del sistema completo del RMR donde en cada rueda del RMR, se ha definido una primera etapa de reducción por medio de catarinas y banda y posteriormente una segunda etapa por medio de un reductor armónico (Ver anexo C). El comportamiento del torque y la velocidad angular a la salida del reductor armónico, así como la velocidad lineal del robot se muestran en las figuras 61, 62 y 63:

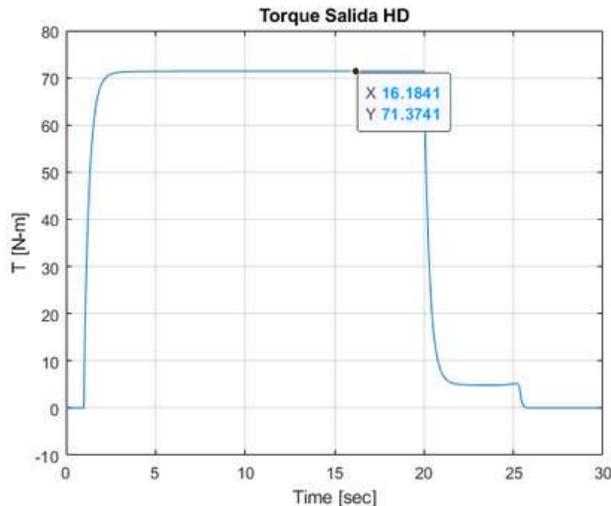


Figura 61. Torque a la salida del reductor armónico con banda síncrona

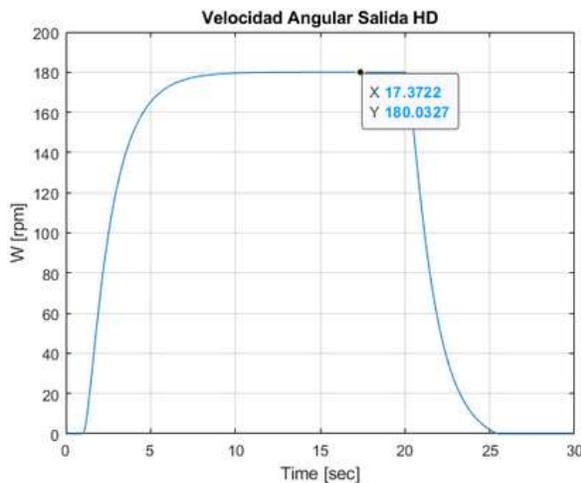


Figura 62. Velocidad Angular a la salida de la banda síncrona + reductor armónico.

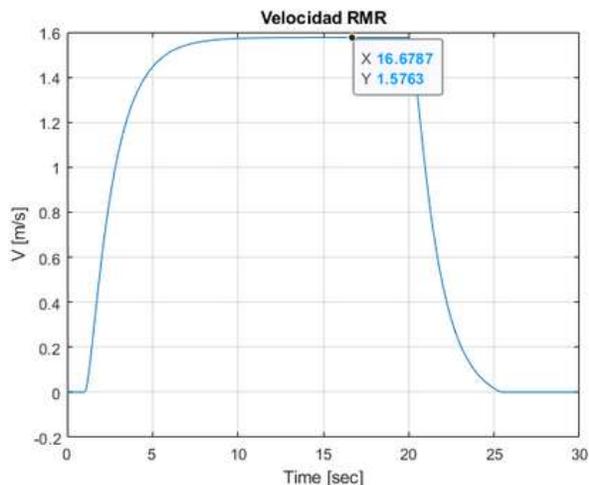


Figura 63. Velocidad lineal del RMR con banda síncrona + reductor armónico.

Tanto las catarinas como la banda síncrona han sido diseñadas basadas en las norma ISO 5294:2012 la cual especifica las principales características de sistemas de catarinas y bandas síncronas para transmisión de potencia.

Banda y catarinas de tipo 3GT han sido seleccionadas utilizando la “guía de selección de transmisiones de bandas síncronas” del proveedor misumi para el diseño de la etapa de reducción de velocidad 3:1. Ya que con un perfil de diente circular y un retroceso pequeño, éste tipo de catarinas y banda son ideales para posicionamiento de sistemas de alto torque (Ver anexo D).

$$K_s = K_o + K_i + K_r + K_h \quad (4.12)$$

$$P_d = P_t \times K_s \quad (4.13)$$

$$P_d = \tau \times \omega \times K_s = (0.3312)N - m \times \left(314.21 \frac{\text{rad}}{\text{s}}\right) \times 2.7 = 281 \text{ W}$$

Table 24. Selection Guide Table (2GT-3GT series)

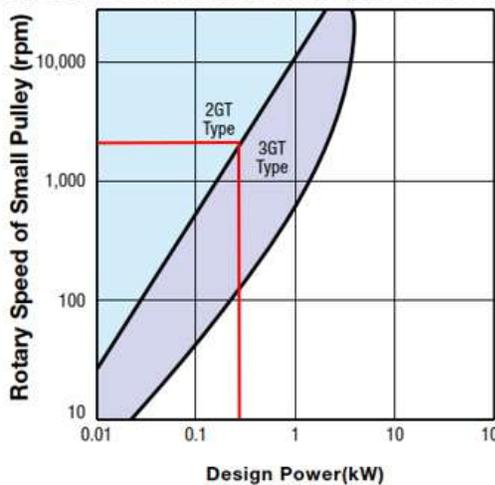


Figura 64. Tabla de la guía de selección (serie 2GT-3GT)

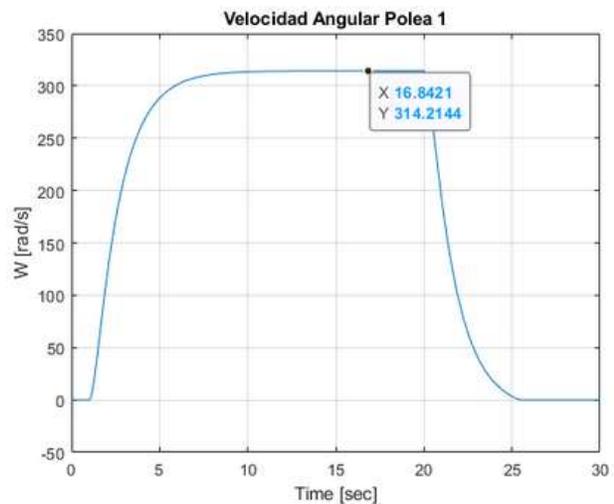
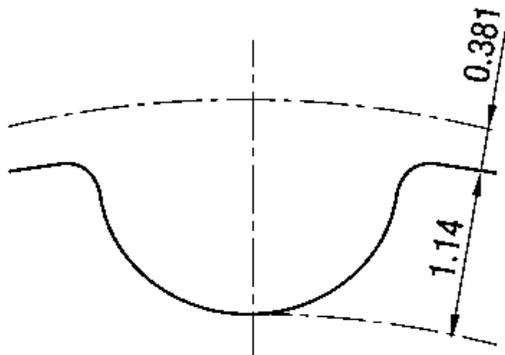


Figura 65. Velocidad Angular de la Polea 1 obtenida del modelo Anexo C

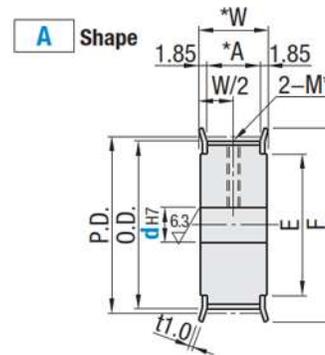
El perfil de diente es estándar 3GT y se muestra en la figura 29, la forma de ambas poleas síncronas es de tipo A como se muestra en la figura 30.



Unidades mostradas en mm

* Las dimensiones del surco de diente cambian ligeramente con el número de dientes. (Paso: 3.0 mm).

Figura 66. Perfil de diente estándar tipo 3GT



* Sin agujeros roscados ni tornillos de fijación

Figura 67. Forma de catarina 3GT tipo A

En las tablas 24 y 25 se enlistan las dimensiones principales de las catarinas:

TABLA 24. CATARINA 1

No. Dientes	Valor 20
Ancho de Banda	15.0
A	16.3
W	20.0
O.D.	18.34
P.D.	19.1
E	14
F	23
H	5
Material: Aleación de aluminio serie 2000 Tratamiento Superficial: Anodizado transparente	

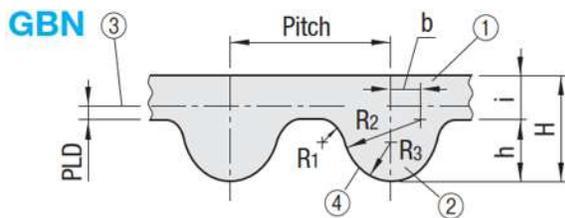
*Unidades en mm, todos los valores Nominales.

TABLA 25. CATARINA 2

No. Dientes	Valor 60
Ancho de Banda	15.0
A	16.3
W	20.0
O.D.	56.54
P.D.	57.3
E	52
F	61
H	12
Material: Aleación de aluminio serie 2000 Tratamiento Superficial: Anodizado transparente	

*Unidades en mm, todos los valores Nominales.

Dado que tanto el paso como la geometría del diente deben ser iguales tanto para las catarinas como parase empleará una banda sincrónica de caucho tipo 3GT, GBN con perfil de diente circular . La geometría de la banda sincrónica se muestra en la figura 68 y sus dimensiones en la tabla 26:



Temperatura de operación: 10 - 80°C

Figura 68. Geometría banda sincrónica GBN

TABLA 26. BANDA SINCRÓNICA

No. Dientes	Valor 108 (Nominal)
Ancho de Banda	15.0
Pitch	3
Longitud de Banda (Obtenida del modelo 3D)	324
C	100
R1	0.25
R2	1.52
R3	0.85
B	0.61
H	2.40
h	1.14
i	1.26
PLD	0.381

*Unidades en mm, todos los valores Nominales.

4.2.7. DIMENSIONAMIENTO DEL TENSOR DE LA BANDA SÍNCRONA

Cuando la banda síncrona está demasiado tensa su vida útil puede acortarse; sin embargo, cuando no está lo suficientemente tensa la banda puede saltar de la ranura de la catarina debido a un par de activación o a una carga de choque. Un sistema tensor con catarinas locas es propuesto en el sistema con la finalidad de contemplar el eventual elongación con el paso del tiempo de la banda síncrona.

El tensor ha sido concebido con dos poleas locas; una de cada lado de la banda síncrona, debido a que el sistema de transmisión de potencia está pensado para proporcionar tanto la marcha atrás como hacia adelante del RMR y por tanto se alterna el lado tenso y el lado holgado de la banda.

Tensores comerciales para bandas planas han sido elegidos sin borde de contención basándose en la norma ISO 5294:2012; esto considerando las restricciones de espacio que contempla el sistema reductor. Su geometría y dimensiones son mostradas a en la figura 69 y tabla 27:

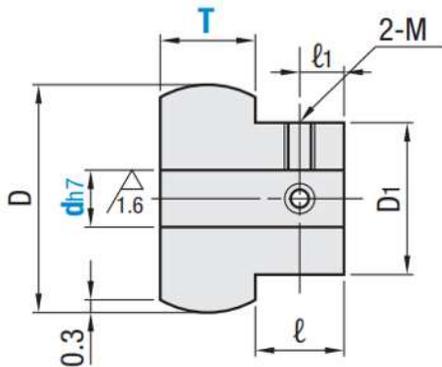


Figura 69. Geometría de la polea loca de tensión en el exterior

TABLA 27. DIMENSIONES POLEA LOCA

HBPCHA	Valor (Nominal)
T	16
D	20
D1	16
d	5
l	8
l1	4
M	3
Aleación de aluminio serie 2000 con acabado de anodizado transparente	

*Unidades en mm, todos los valores Nominales.

La carga necesaria para desviar la banda síncrona proporcionando la tensión óptima se puede calcular a partir de la geometría y las características brindadas por el fabricante. Ver anexo D:

$$t = \sqrt{C^2 - \frac{(Dp - dp)^2}{4}} \quad (4.14)$$

$$\delta = 0.016t \quad (4.15)$$

$$Td = \frac{Ti + \frac{t \times Y}{Lp}}{16} \quad (4.16)$$

TABLA 28. CALCULO FUERZA DEL TENSOR REQUERIDA

	Valor
Ti_{Max}	96 N
$Ti_{Recomendado}$	74 N
Y	-
t	98.16 mm
δ	1.57 mm
Td_{Max}	4.64 N
$Td_{Recomendado}$	6.02 N
Td_{Medio}	5.33 N

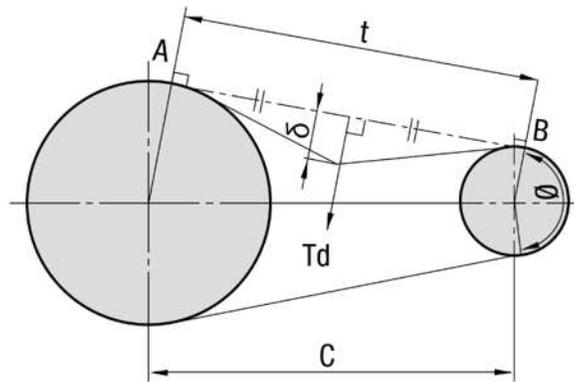


Figura 70. Geometría del sistema de catarinas y banda

Con la fuerza de tensión Td y la geometría del tensor se calcula el par de torsión efectivo que debe utilizarse en el punto de pivoteo del tensor empleando la ecuación 4.17. Se ha elegido un servomotor SG90 acoplado a un sistema de engranes para proporcionar el par necesario al sistema:

$$R = \frac{\tau_{tensor}}{\tau_{Requerido}} \text{ donde } R = 10/30$$

$$\tau_{Requerido} = \frac{10 \times 5.33 \text{ N} \times 0.05432 \text{ m}}{30} \quad (4.17)$$

$$\tau_{Requerido} = 0.0965 \text{ Nm}$$

$$\tau_{SG90} = 0.245 \text{ Nm} > \tau_{Req} = 0.0965 \text{ Nm}$$

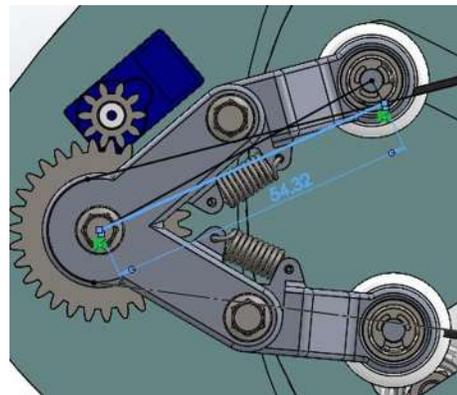


Figura 71. Brazo de palanca del punto de pivoteo al punto de contacto del tensor

4.3. DISEÑO DE LA FLECHA DE ENTRADA AL REDUCTOR ARMÓNICO

Nuevamente se ha empleado la teoría de la máxima energía de distorsión (Von-Mises), con ayuda de la herramienta de Análisis de Elemento Finito ANSYS para determinar el diámetro interno adecuado para la flecha de entrada al reductor armónico. Considerando un aluminio 6061-T6 con las propiedades mecánicas mostradas en la tabla 29, encontramos que el esfuerzo máximo equivalente Von-Mises no debe exceder 280 MPa.

TABLA 29. PROPIEDADES MECANICAS DEL ALUMINIO 6061 T6.

Propiedades Mecánicas del Aluminio 6061 T6	
Modulo de Young	71000 MPa
Modulo de Poisson	0.33
Modulo de compresibilidad	69608 MPa
Resistencia máxima a la tracción	310 MPa
Resistencia de fluencia a la tracción	280 MPa

Se han establecido las condiciones del modelo de acuerdo a la física del problema como se enlista a continuación:

- Dos soportes sin fricción, uno cerca del anillo de retención donde se ubica el rodamiento que sostiene el eje del lado del generador de ondas (A) y otro a la altura media del eje de transmisión (B) donde se ubica el rodamiento de la carcasa inferior del reductor armónico.
- Una fuerza de 119.38 N ($T_{i_{Recom}} + F_{Torque}$) en un ángulo de 9° equivalente al generado por la diferencia de tamaño entre catarinas, ejercida sobre la cara de la chaveta (C).
- Dos soportes cilíndricos donde se ubican los rodamientos que sostienen el eje, restringiendo los desplazamientos radiales y axiales tal como lo harían los rodamientos mismos (E).

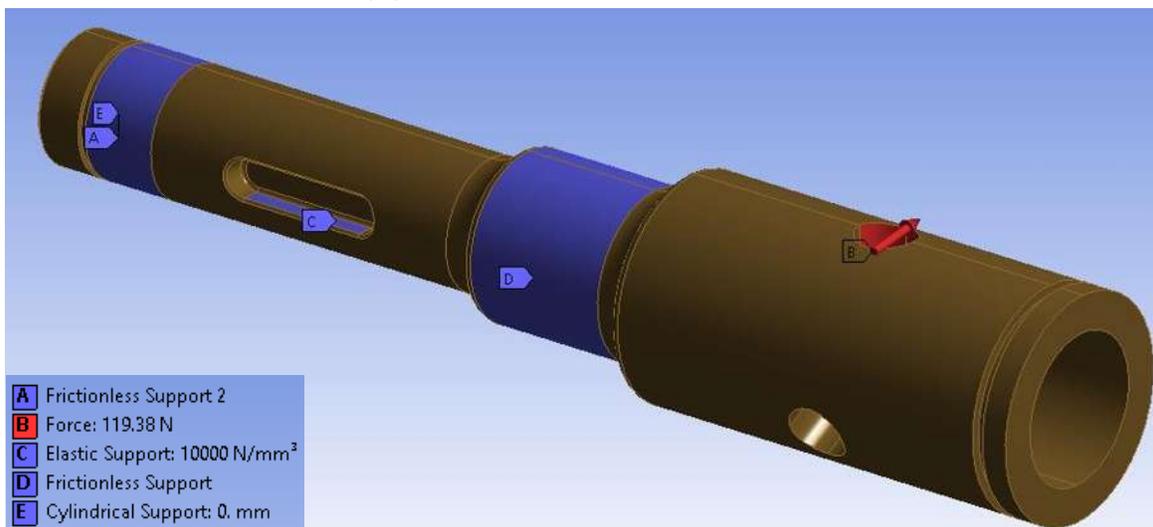


Figura 72. Posición de los soportes (A,C,D y E) y la carga (B) en el eje EPN02.

Se han llevado a cabo una serie de análisis partiendo de un tamaño de elemento de 2.0 mm, además se ha implementado un refinamiento de malla en la superficie exterior, un intervalo de ángulo de centro fino, una opción de inflado suave y un suavizado alto así como un refinamiento local en la ranura de la chaveta de 1 mm; para llegar hasta un refinamiento con tamaño de elemento de 0.4 mm y de 0.05 en la ranura de la chaveta.

En el anexo E se puede encontrar el análisis de convergencia de malla así como la configuración del refinamiento de malla, el número de elementos y de nodos además de los resultados de deformación total y esfuerzos equivalentes Von-Mises de cada una de las corridas del análisis.

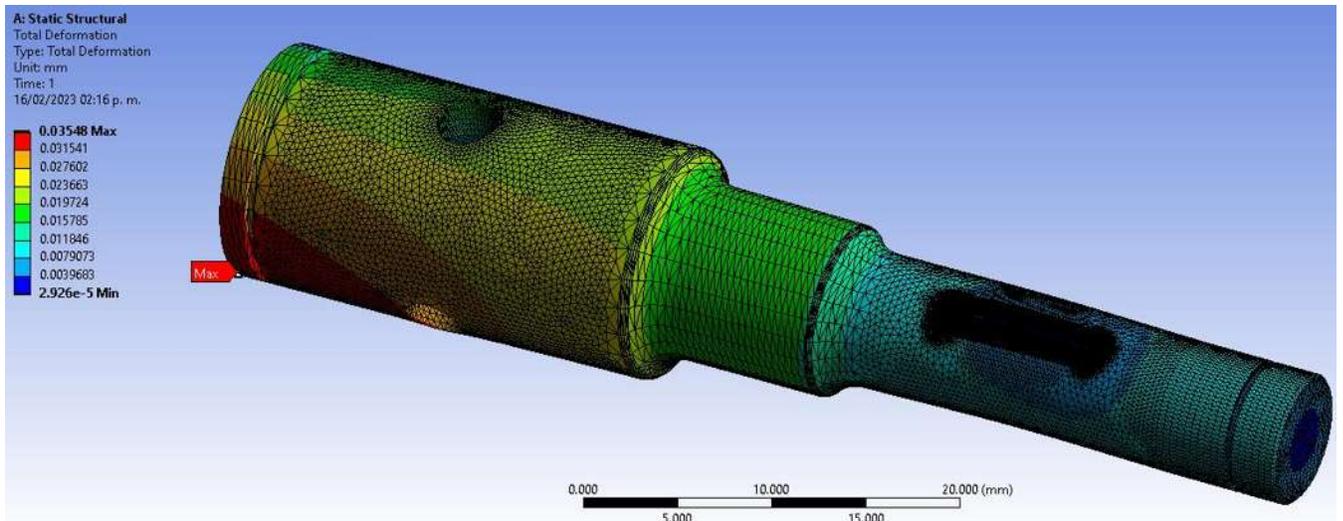


Figura 73. Deformación total del eje EPN02, corrida 10, # Nodos: 941496, # Elemts.: 656010.

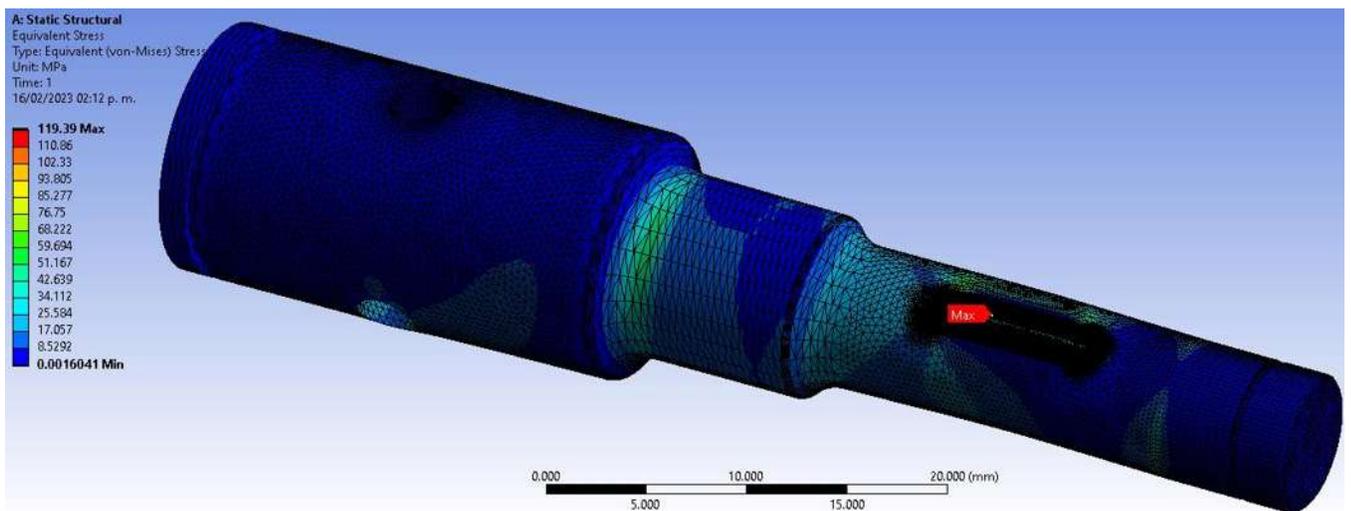


Figura 74. Esfuerzos Equivalentes Von-Mises del eje EPN02, corrida 8, # Nodos: 201857, # Elemts.: 136623

Después de 10 corridas del análisis encontramos que la solución no logra converger para los esfuerzos equivalentes Von-Mises; esto se debe a que, como se ve en la figura 74, la esquina inferior de la ranura genera un borde muy pequeño. No obstante podemos observar que, de acuerdo a la teoría de concentración de esfuerzos, el radio del chavetero es el punto en el que se concentrarán los esfuerzos.

Analizando los esfuerzos en la zona y realizando múltiples análisis encontramos que la malla converge a partir del décimo resultado como se puede ver en la figura 75, el análisis de convergencia de malla se puede ver en el anexo E:

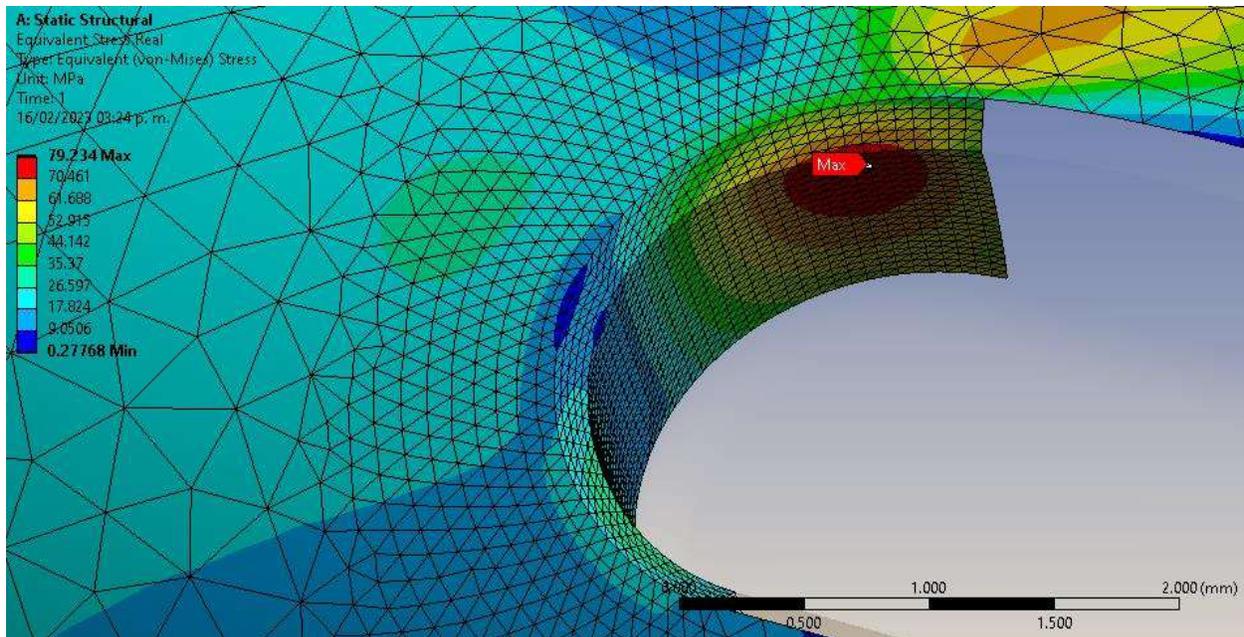


Figura 75. Esfuerzos Equivalentes Von Mises en la ranura de la chaveta, eje EPN02.

Dejando un margen de seguridad de 3.5 aproximadamente como se muestra en la figura 71 a continuación.

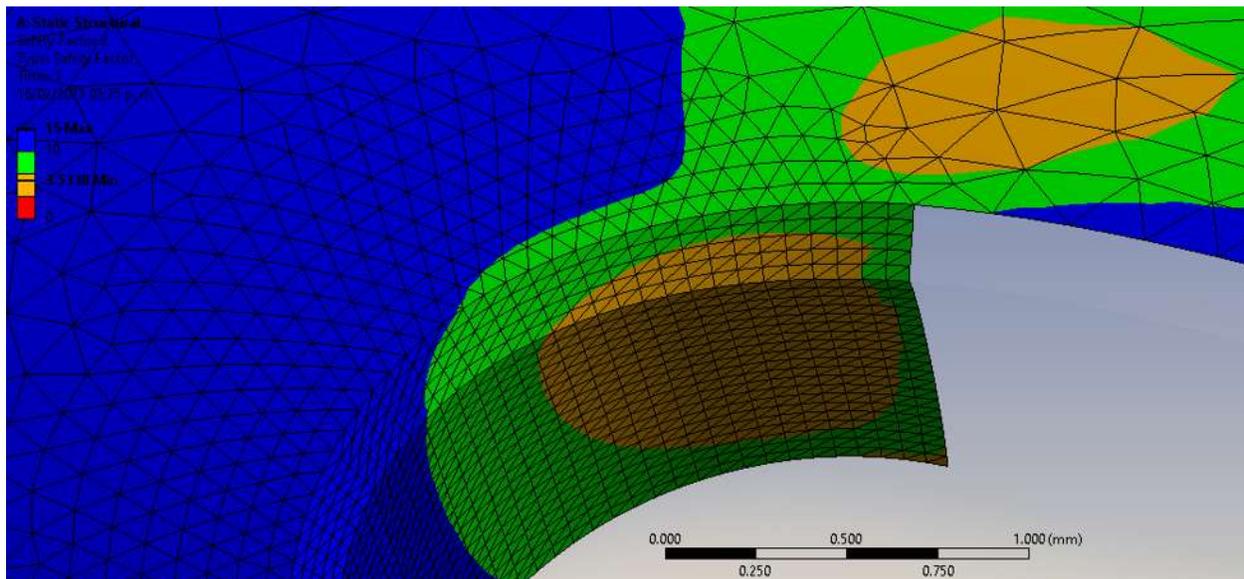


Figura 76. Factor de Seguridad en la esquina de la ranura de la chaveta, eje EPN02.

4.4. DISEÑO FINAL DEL TREN DE TRANSMISIÓN

Como la metodología de diseño establecida al inicio de este capítulo lo define, el diseño es un proceso iterativo que requiere múltiples ciclos para precisar todos los detalles que implica la asunción de decir que un diseño está completo. Se como el final de un primer ciclo de diseño todo el trabajo que se ha hecho previamente hasta este punto. En las figuras 77 a 79 y la tabla F1 (ver anexo F) se muestran las características finales del tren de transmisión para el RMR de locomoción por extremidades con ruedas.

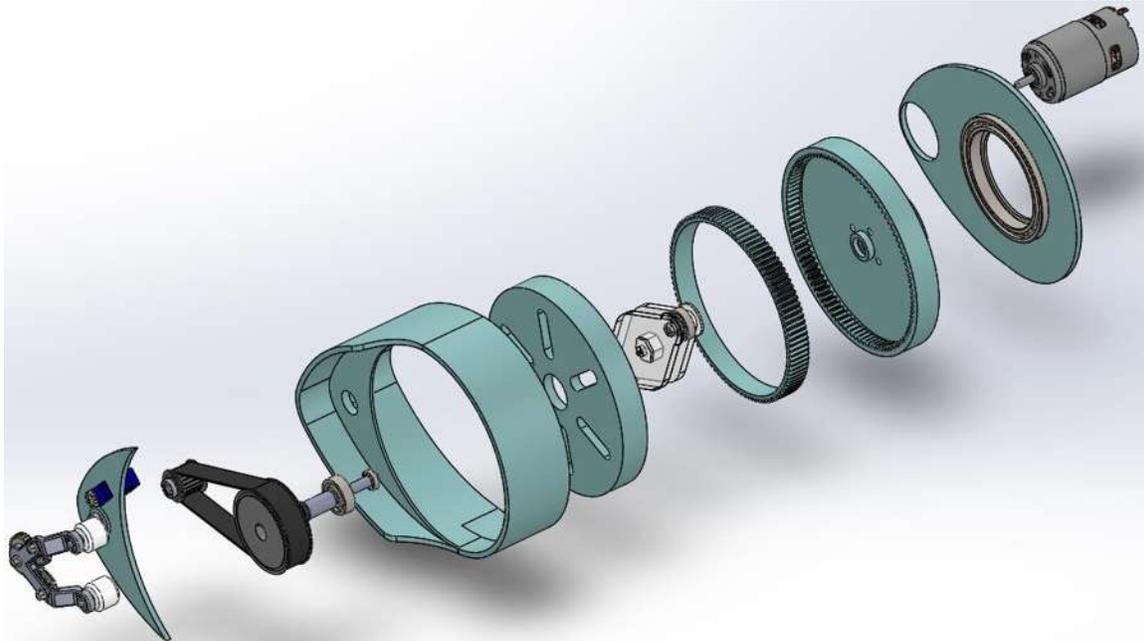


Figura 77. Diseño final del tren de transmisión para un arreglo extremidad-rueda, vista explosionada.

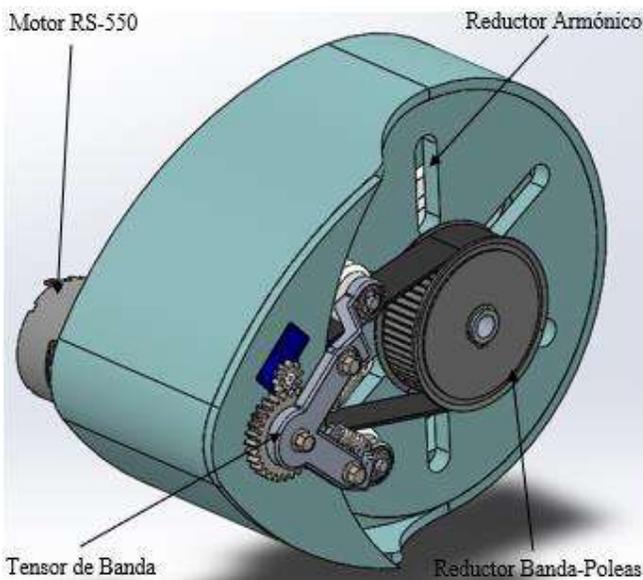


Figura 78. Diseño final del tren de transmisión para un arreglo extremidad-rueda 2.

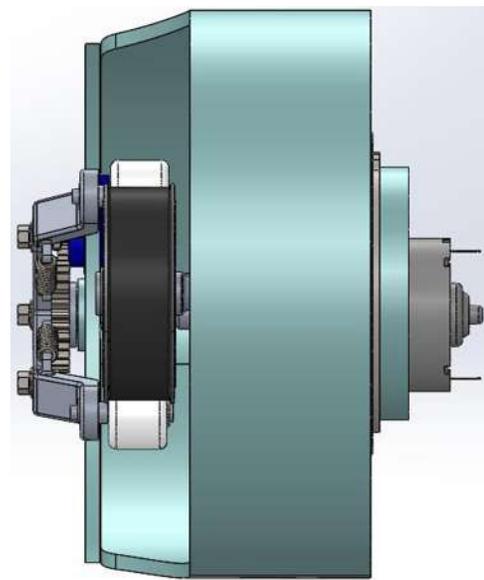


Figura 79. Diseño final del tren de transmisión para un arreglo extremidad-rueda 3.

5. CONCLUSIONES

- Los reductores armónicos son sistemas sumamente eficientes para reducir la velocidad contra el espacio que necesitan; comparando contra sistemas epicicloidales convencionales podemos observar una pendiente más pronunciada en la recta que representa la relación de reducción vs el diámetro del sistema.
- Se puede afirmar que el único parámetro que restringe la relación de reducción y el diámetro final del sistema es la geometría de diente del flexspline y de la corona circular; y por ende dependerá de las capacidades de manufactura.

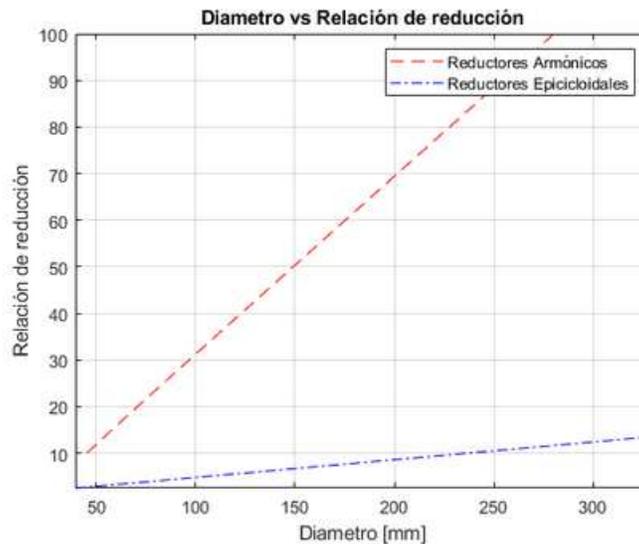


Figura 80. Gráfico comparativo de capacidad de reducción de velocidad reductor armónico vs reductor epicicloidal.

- Es posible emplear una metodología de diseño con un marco de referencia lógico a través de sus siete etapas para diseñar el tren de transmisión armónico de un robot móvil por ruedas y extremidades.
- Se ha diseñado un tren de transmisión híbrido con un sistema de poleas y banda síncronas cuya relación de reducción es de 3:1, en serie con un reductor armónico de relación 50:1; por lo que su velocidad final máxima es de 1.57 m/s y su torque pico es de 71 N-m. Dicho sistema ocupa un espacio de 205 × 156.9 × 119.6 mm en las tres coordenadas en sus elementos más alejados y su peso final es de 1102 g de acuerdo a las propiedades del modelo 3D.

6. ANEXOS

ANEXO A. MODELO SIMSCAPE MOTOR RS-550

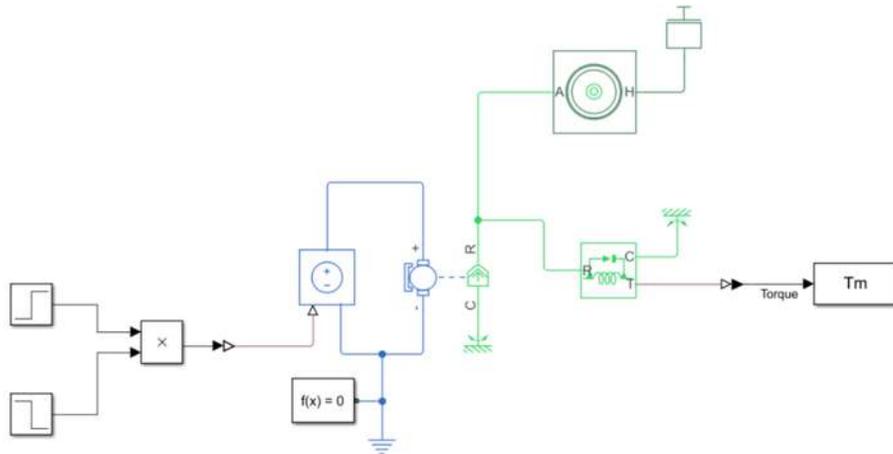


Figura A1. Modelo de bloques en Simulink Simscape del motor RS-550 acoplado a una rueda y una masa para obtener el comportamiento del torque.

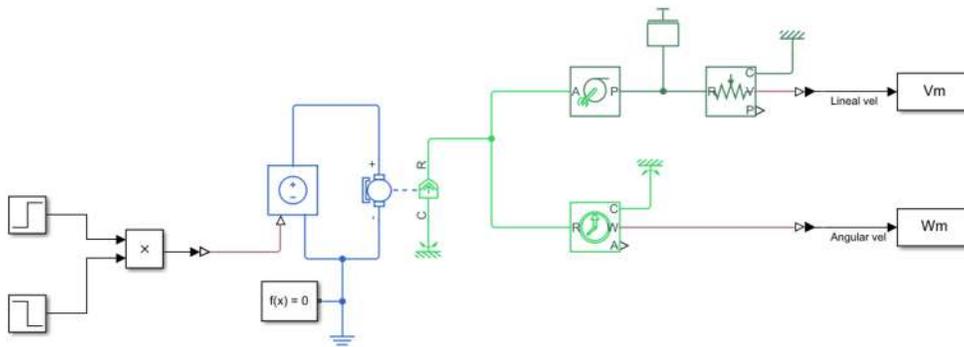


Figura A2. Modelo de bloques, Simulink Simscape motor RS-550 acoplado a rueda y masa para obtener el comportamiento de la velocidad angular y velocidad lineal del RMR.

```
1 %ajustes de simulación
2 Sim_Time1 = 15 ;
3 Sim_Time2 = 1000 ;
4 Vin = 12 ; %Voltaje de entrada del motor
5 Step_time1 = 10; %Tiempo de escalón Modelo 1
6 Step_time2 = 600; %Tiempo de escalón Modelo 2
7
8 %Propiedades de Rendimiento del Motor-RS550
9 Stall_torque = 0.3312; %N-m
10 Noload_speed = 11780; %rpm
11 Supply_voltage = 12; %V
12 Noload_current = 0.8; %A
13 DC_supplyvolt_noload = 6; %V
14 Rot_inertia = 2.8e-5; %kg*m^2
15
16 %Características del Robot
17 Rrueda = 0.075; %m
18 Mrobot = 25; %kg
```

Figura A3. Declaración de variables empleadas en los modelos del motor RS-550

ANEXO B. MODELO SIMSCAPE RMR, REDUCTORES ARMÓNICOS

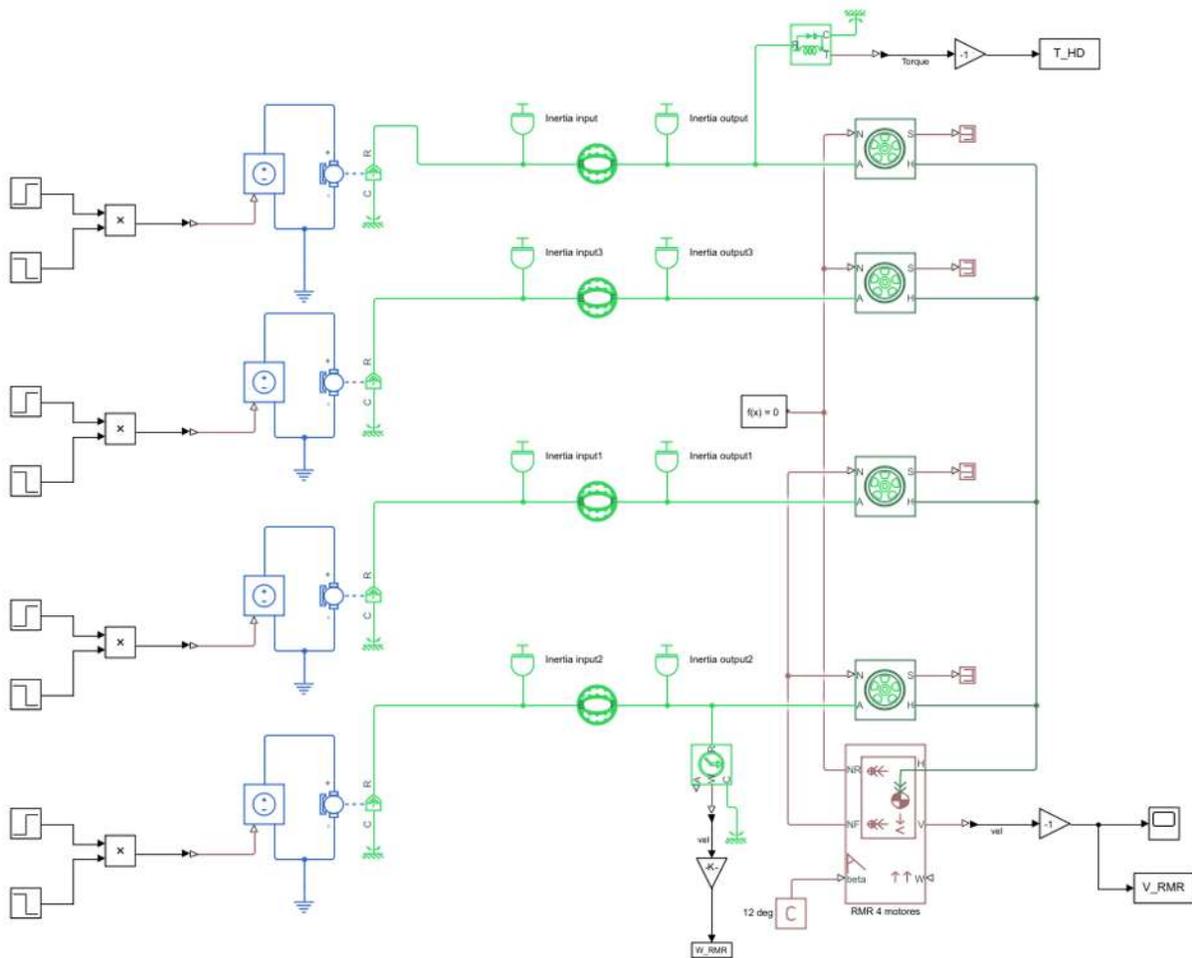


Figura B1. Modelo SimScape del RMR con motores y reductores armónicos (uno en cada rueda)

```

1 %Ajustes de simulación
2 Sim_Time = 25 ;
3 Vin = 12 ; %Voltaje de Entrada del motor
4 Step_time = 15 ; %Tiempo de bajada de voltaje
5
6 %Propiedades de rendimiento del Motor RS-550
7 Stall_torque = 0.3312; %N-m
8 Noload_speed = 11780; %rpm
9 Supply_voltage = 12; %V
10 Noload_current = 0.8; %A
11 DC_supplyvolt_noload = 6; %V
12 Rot_inertia = 2.8e-5; %kg*m^2
13
14 %Propiedades del reductor armónico
15 %total inertia input
16 Jwg = 0.0007598; %kg-m^2
17 Jicat = 0.0009719; %kg-m^2
18 Jish = 0.0000530; %kg-m^2
19
20 %total inertia output
21 Jfs = 0.0003716;
22 Jct = 0.0033976;
23 Jbir = 0.0003044;
24
25 Jin = Jwg + Jicat + Jish; %kg-m^2
26 Jout = Jfs + Jct + Jbir; %kg-m^2
27
28 %viscous friction coefficients at base and follower
29 b_in = 0.001; %(1.0e-7)*(180/pi); %N-m/(rad/seg)
30 b_out = 0.001; %0.0005*(180/pi); %N-m/(rad/seg)
31
32 Z1 = 102; %Number of teeth flexspline
33 Z2 = 100; %Number of teeth circular spline
34
35 %Características del robot
36 Rrueda = 0.085; %m
37 Mrobot = 25; %kg
38 Deg = 15; %deg Angulo de inclinación de rampa max.

```

Figura B2. Declaración de variables empleadas en el modelo de SimScape del RMR con motores y reductores armónicos

ANEXO C. MODELO SIMSCAPE RMR, BANDA Y REDUCTOR ARMÓNICO

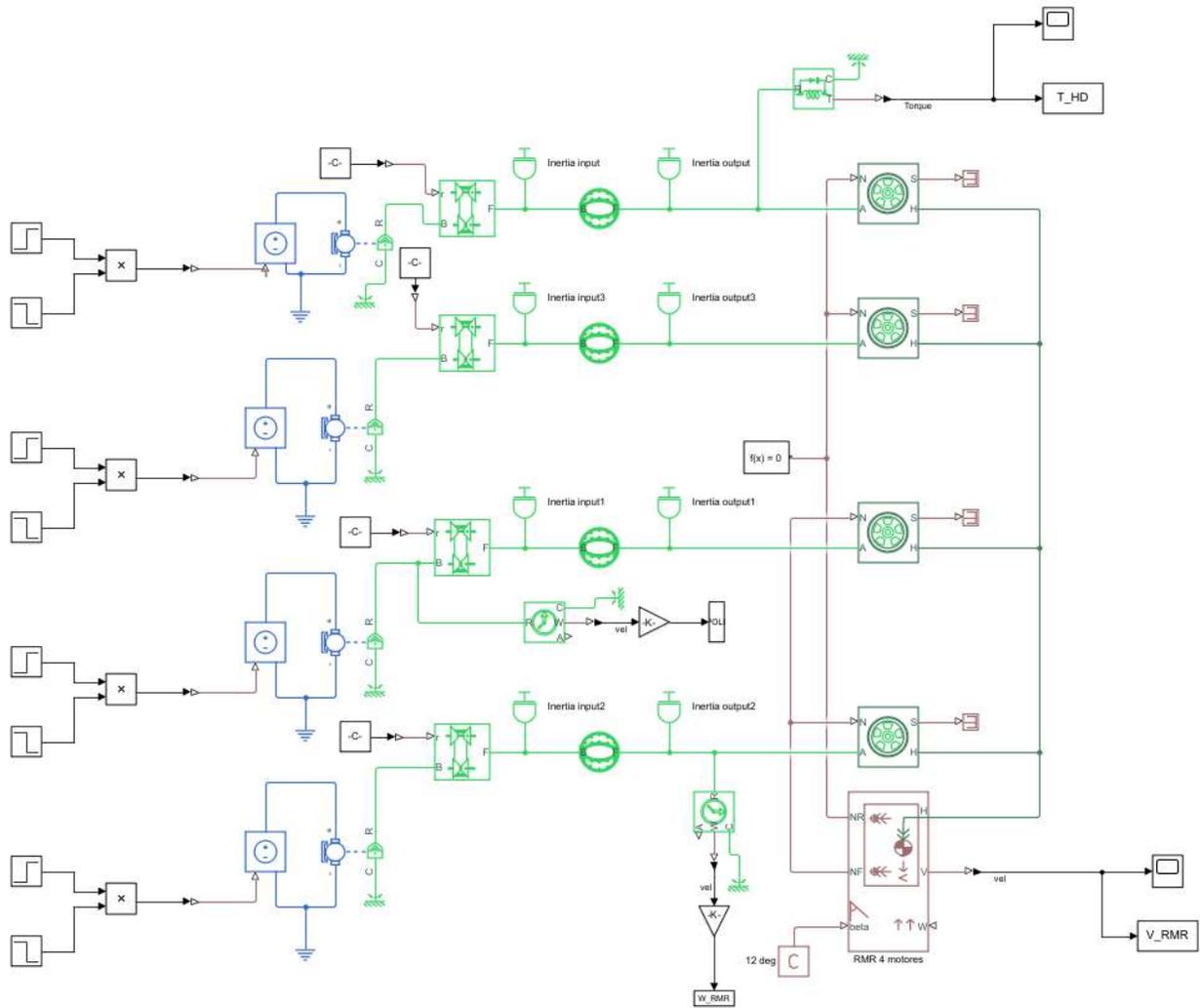


Figura C1. Modelo SimScape del RMR con motores, poleas y reductores armónicos (uno en cada rueda)

```

1 %Ajustes de simulación
2 Sim_Time = 20 ;
3 Vin = 12 ; %Voltaje de Entrada del motor
4 Step_time = 10 ; %Tiempo de bajada de voltaje
5
6 %Propiedades de rendimiento del Motor RS-550
7 Stall_torque = 0.3312; %N-m
8 Noload_speed = 11780; %rpm
9 Supply_voltage = 12; %V
10 Noload_current = 0.8; %A
11 DC_supplyvolt_noload = 6; %V
12 Rot_inertia = 2.8e-5; %kg*m^2
13
14 %Características de la Banda
15 B_ratio = 1/3; %Relación de transmisión
16 T_stiffnes_b = 3e5; %N*m/rad
17 T_damping_b = 0.05; %N*m/(rad/s)
18
19 %Propiedades del reductor armónico
20 %total inercia input
21 Jwg = 0.0007598; %kg-m^2
22 Jicat = 0.0009719; %kg-m^2
23 Jish = 0.0000530; %kg-m^2
24
25 %total inercia output
26 Jfs = 0.0003716;
27 Jct = 0.0033976;
28 Jbir = 0.0003044;
29
30 Jin = Jwg + Jicat + Jish; %kg-m^2
31 Jout = Jfs + Jct + Jbir; %kg-m^2
32
33 %viscous friction coefficients at base and follower
34 b_in = 0.001; %(1.0e-7)*(180/pi); %N-m/(rad/seg)
35 b_out = 0.001; %0.0005*(180/pi); %N-m/(rad/seg)
36
37 Z1 = 102; %Number of teeth flexspline
38 Z2 = 100; %Number of teeth circular spline
39
40 %Características del robot
41 Rrueda = 0.085; %m
42 Mrobot = 25; %kg
43 Deg = 15; %deg Angulo de inclinación de rampa max.

```

Figura C2. Declaración de variables empleadas en el modelo de SimScape del RMR con motores, bandas y reductores armónicos

ANEXO D. GUÍA DE SELECCIÓN DE TRANSMISIONES DE BANDAS SÍNCRONAS MISUMI

• Design Power (Pd) = Transmission Power (Pt) × Overload Coefficient (Ks)

- Calculate the Transmission Power (Pt) from the motor rated power (Originally, it is ideal to calculate from the actual load applied to the belt)
- Normal Motor Load Factor (Ks)=Ko+Ki+Kr+Kh

Ko : Load Correction Factor (Table 8)
 Ki : Idler Correction Factor (Table 9)
 Kr : Speed Increase Correction Factor (Table 10)
 Kh : Operation Time Correction Factor (Table 11)

<For Servo Motor Applications>

In the process of designing, apply Ko=2.5 for the rated torque and Ko=0.5 for the max. torque.

* If the max. torque is generated each time the belt system is started up or stopped, choose an applicable load correction factor Ko from the Table 8., "Load Correction Factors based on Frequency of Start/Stop (Ko) operation," and apply it to the above expression.

<For Spindle Motor Applications>

In the process of designing, apply Ko=2.2 for the rated output and the basic rotation speed.

Table 8. Load Correction Factor (Ko)

Type of Motor		I	II	III	
Peak Output/Basic Output		150% or Less	Over 150%-200% or Less	Over 250%	
AC Motor	Single-Phase	-	-	All Types	
	Squirrel Cage Type	2 Phase	-	-	
		4 Phase	-	37kw or More	30Kw or Less
		6 Phase · 8 Phase	-	-	All Types
	Wound Field Type	4 Phase	-	-	15Kw or Less
		6 Phase	-	-	11Kw or Less
8 Phase		-	-	5.5Kw or Less	
Synchronous Motor		-	Standard Torque Type	High Torque Type	
DC Motor		Shunt	Wound Field	Series	
Hydraulic Motor		-	-	All Types	
Office Machinery	Printer · Fax Machine · Copy Machine	-	1.2	1.4	
Home Appliance	Juicer	-	1.4	1.6	
	Vacuum Cleaner	1	1.2	1.4	
Finance Equipment	Money Exchanger · Ticket Machine · Ticket Gates · Bank Teller Machine	1.3	1.4	1.5	
	Bakery Equipment	1.2	1.4	1.6	
Food · Medicine · Medical Equipment	Mixer · Granulator	1.4	1.6	1.8	
	Centrifuge	1.5	1.7	1.9	
Medical Machinery · Measurement Equipment		1	1.2	1.4	
Machine Tool	Drill Press · Lathe	1.2	1.4	1.6	
	Milling Machine	1.3	1.5	1.7	
	Wood Lather	1.2	1.4	1.6	
Printing Book Making	Printer · Book Making Machine · Cutter	1.2	1.4	1.6	
Textile Machine	Textile · Knitting Machinery	1.3	1.5	1.7	
Sawing Machine	Sawing Machine – Home Use	-	1.2	1.4	
	Sawing Machine – Industrial	-	1.6	1.8	
Belt Conveyor · Packaging Machine	Belt Conveyor – Light Objects	1.1	1.3	1.5	
	Packaging Machine	1.2	1.4	1.6	
Film · Wire Making Machine	Calender · Extruder	1.4	1.6	1.8	
	Wire Making Machinery	1.4	1.6	1.8	

Table 9. Idler Correction Factor (Ki)

Idler Position	Inside	Outside
Loose Side of the Belt	0	+0.1
Tense Side of the Belt	+0.1	+0.2

Table 11. Operation Time Correction Factor (Kh)

Operation Time	Correction Factor
Less than 10 hours (Everyday)	0
10-16 Hours Continuous (Everyday)	+0.2
16-24 Hours Continuous (Everyday)	+0.4
300 Hours/Year or Less (Seasonal operations etc.)	-0.2

Table 13. Load Correction Factor based on Frequency of Start/Stop (Ko) operation

When the frequency of Start/Stop is less than 100 times per day	Ko=1.5
When the frequency of Start/Stop is 100 times or more but less than 1,000 times per day	Ko=2.0
When the frequency of Start/Stop is more than 1,000 times per day	Ko=2.5

Table 10. Speed Multiplication Correction Factor (Kr)

Speed Increase Ratio	Correction Factor
1 or More Less than 1.25	0
1.25 or More Less than 1.75	+0.1
1.75 or More Less than 2.5	+0.2
2.5 or More Less than 3.5	+0.3
3.5 or More	+0.4

Table 12. Special Motor Correction Factor (Kp)

Motor Type	Load Correction Factor
Servo Motor	Design as Kp=2.5 for Rated Output, and Kp=0.5 for Peak Output (Rational speed as applied speed)
Spindle Motor	Design as Kp=2.2 for Rated Output and Base Rotational Speed

- (1) Select the number of teeth of large and small pulley from **P.2261-2271**, which can satisfy the predetermined speed ratio.
(However, select the small pulley with number of teeth more than Min. Number of Teeth on Table 26.)

$$\text{Speed Ratio} = \frac{\text{Number of Teeth of Large Pulley}}{\text{Number of Teeth of Small Pulley}}$$

Table 26. Allowable min. number of teeth

Rotary Speed of Small Pulley (rpm)	Type of Belt, Minimum Number of Teeth																					
	MXL	XL	L	H	S2M	S3M	S5M	S8M	S14M	P2M	P3M	P5M	P8M	UP5M	UP8M	MTS8M	T5	T10	2GT	3GT	EV5GT	EV8YU
900 or Less	12	11	14	16	16	16	16	24	-	14	14	18	22	18	22	24	12	16	12	14	18	26
Over 900 1200 or Less	15	11	14	18	16	16	20	25	40	14	14	20	24	20	24	24	14	18	14	14	20	28
Over 1200 1800 or Less	15	12	16	20	18	18	24	28	48	14	14	24	26	24	26	26	16	20	16	16	24	32
Over 1800 3600 or Less	16	16	19	24	20	20	24	30	-	16	18	28	28	28	28	28	18	22	18	20	28	36
Over 3600 4800 or Less	-	16	20	24	20	20	24	32	-	18	20	30	30	30	30	28	18	22	20	20	30	-
Over 4800 10000 or Less	-	-	-	-	20	20	26	-	-	20	28	40	-	40	-	-	-	-	-	-	-	-

- (2) Determine approx. belt circum. length (Lp') in terms of temporary inter-shaft distance (C'), diameter of large pulley (Dp) and diameter of small pulley (dp).
(Calculate pulley diameter with P.D. dimensions.)

$$Lp' = 2C' + \frac{\pi(Dp+dp)}{2} + \frac{(Dp-dp)^2}{4C'}$$

C' : Temporary Inter-shaft Distance Dp : Pitch Diameter of Large Pulley (mm)
dp : Pitch Diameter of Small Pulley (mm) Lp' : Approx. Belt Circum. Length (mm)

- (3) Determine a belt circum. length (Lp) that is the nearest value to approx. belt circum. length referring to **P.1459-1470**, and then calculate the correct inter-shaft distance using the following formula.

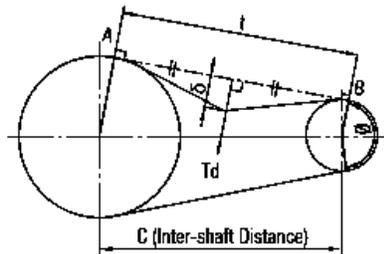
$$C = \frac{b + \sqrt{b^2 - 8(Dp-dp)^2}}{8}$$

$$b = 2Lp - \pi(Dp+dp)$$

Dp : Pitch Diameter of Large Pulley (mm) C : Inter-shaft Distance
dp : Pitch Diameter of Small Pulley (mm)
Lp : Belt Circum. Length (mm)

How to Extend Belt

When the belt is too taut, its service life can be shortened, while when it is not taut enough, the belt may (jump off) the groove of the pulley due to an activating torque or shock load. Keep the belt stationary and optimize its tautness. The warp load necessary to provide the optimum tautness can be calculated from values representing the belt, its width and the span in equation A below. Apply deflection load between max. value and recommended value.



$$Td = \frac{t \times Y}{16} \dots \dots \dots \text{Equation A}$$

Td: Load N Needed for Deflection d at the Center of Span t

- Ti : Initial Tension N From Table 31 Lp : Length of the Belt (mm)
- Y : Correction Coefficient From Table 31 C : Inter-shaft Distance (mm)
- δ : Deflection (mm) δ=0.016t dp : Diameter of the Pitch Circle of the Small Pulley (mm)
- t : Span Length (mm) $t = \sqrt{C^2 - \frac{(Dp-dp)^2}{4}}$ Dp : Diameter of the Pitch Circle of the Large Pulley (mm)

Table 32. Initial Tension (Ti) and Correction Coefficient (Y)

Type	Ti-Y	Belt Nominal Width Each width (mm)						
		4	6	9	12	15	20	25
2GT	Ti (N) Max. Value	12.2	20.5	32.8	-	-	-	-
	Ti (N) Recommended Value	9.4	15.8	25.2	-	-	-	-
	Coefficient Y	-	-	-	-	-	-	-
3GT	Ti (N) Max. Value	-	38	57	-	96	-	-
	Ti (N) Recommended Value	-	29	44	-	74	-	-
	Coefficient Y	-	-	-	-	-	-	-
EV5GT	Ti (N) Max. Value	-	-	92	127	163	-	-
	Ti (N) Recommended Value	-	-	71	98	125	-	-
	Coefficient Y	-	-	-	-	-	-	-
EV8YU	Ti (N) Max. Value	-	-	-	-	273	364	455
	Ti (N) Recommended Value	-	-	-	-	210	280	350
	Coefficient Y	-	-	-	-	-	-	-

ANEXO E. ANALISIS DE CONVERGENCIA DE MALLA

TABLA E1. INFORMACIÓN DETALLADA DE LOS ANÁLISIS DE ELEMENTO FINITO, EJE EPN02.

Iteración	Tamaño de elemento (mm)	Metodo	Refinamientos Locales	Nodos #	Elementos #	Desplazamientos Totales (mm)	Esfuerzo Equivalente Von Mises (MPa)	Error (%)	Esfuerzo Equivalente Von Mises en la Esquina (MPa)	Error Esquina (%)
1	2	Tetraedros	Face meshing Span Angle Centre Fine Inflation Option: Smooth Smoothing: High Sizing Notch: 1	125948	87552	3.48E-02	74.043	-	67.359	-
2	1.8	Tetraedros	Face meshing Span Angle Centre Fine Inflation Option: Smooth Smoothing: High Sizing Notch: 0.8	132186	91657	3.49E-02	76.751	3.5%	76.751	12.2%
3	1.6	Tetraedros	Face meshing Span Angle Centre Fine Inflation Option: Smooth Smoothing: High Sizing Notch: 0.6	136863	94501	3.50E-02	92.099	16.7%	74.061	3.6%
4	1.2	Tetraedros	Face meshing Span Angle Centre Fine Inflation Option: Smooth Smoothing: High Sizing Notch: 0.4	154600	106427	3.51E-02	114.8	19.8%	73.427	0.9%
5	1	Tetraedros	Face meshing Span Angle Centre Fine Inflation Option: Smooth Smoothing: High Sizing Notch: 0.3	160858	110355	3.51E-02	106.09	8.2%	76.378	3.9%
6	0.8	Tetraedros	Face meshing Span Angle Centre Fine Inflation Option: Smooth Smoothing: High Sizing Notch: 0.2	243687	167326	3.53E-02	122.97	13.7%	76.832	0.6%
7	0.6	Tetraedros	Face meshing Span Angle Centre Fine Inflation Option: Smooth Smoothing: High Sizing Notch: 0.1	400931	274733	3.54E-02	118.16	4.1%	78.964	2.7%
9	0.4	Tetraedros	Face meshing Span Angle Centre Fine Inflation Option: Smooth Smoothing: High Sizing Notch: 0.06	841489	586325	3.55E-02	116.91	1.1%	77.92	1.3%
10	0.4	Tetraedros	Face meshing Span Angle Centre Fine Inflation Option: Smooth Smoothing: High Sizing Notch: 0.05	941496	656010	3.55E-02	119.39	2.1%	79.234	1.7%



Figura E1. Porcentaje de error entre corridas refinando la malla para el eje EPN02.



Figura E2. Esfuerzos Equivalentes Von Mises refinando la malla para el eje EPN02.



Figura E3. Porcentaje de error entre corridas refinando la malla en la esquinade la ranura del eje EPN02.



Figura E4. Esfuerzos equivalentes Von Mises refinando la malla en la esquina de la ranura del eje EPN02.

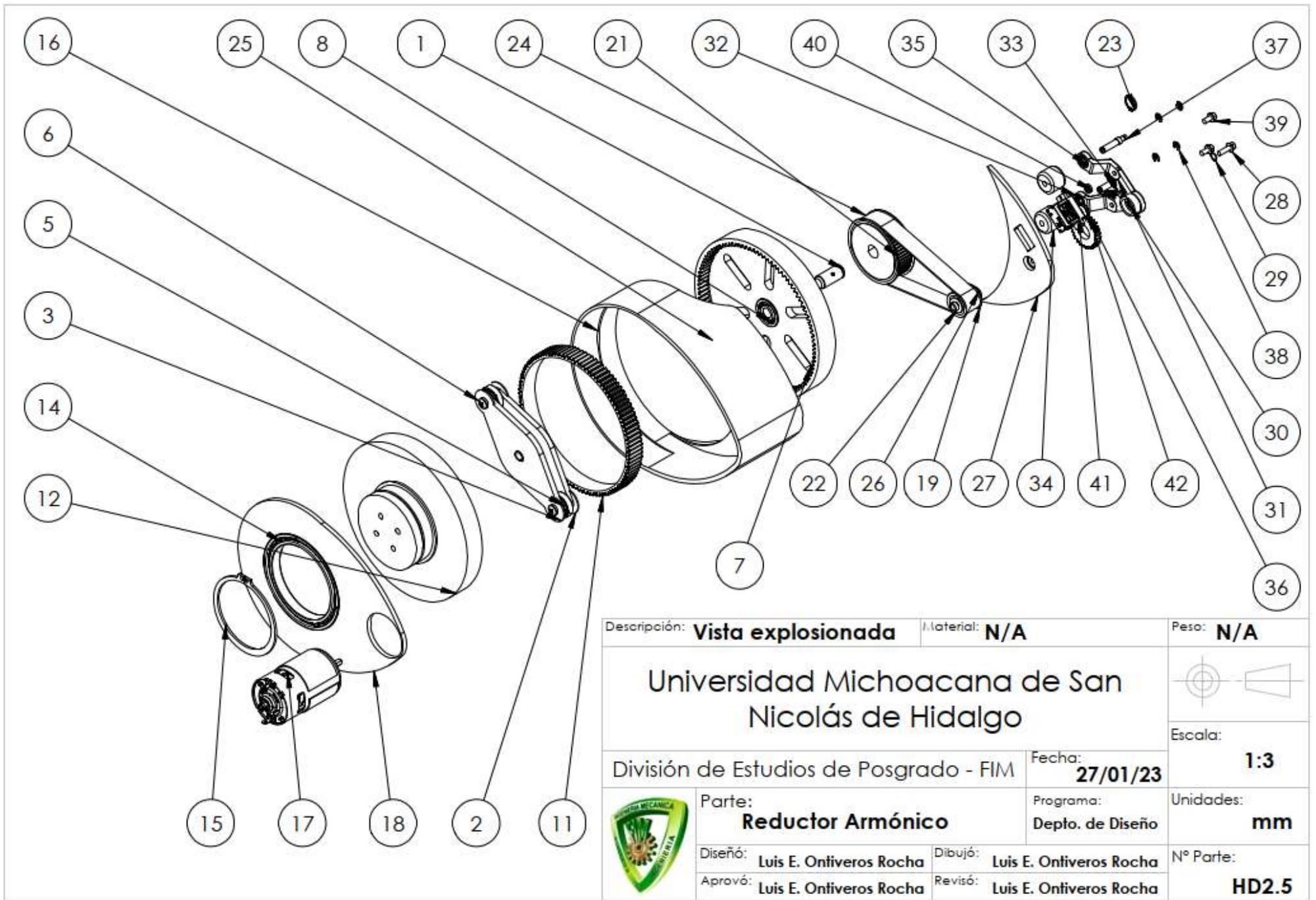
ANEXO F. PLANOS DE ENSAMBLE Y DE PARTES

Este anexo muestra una lista de partes detallada; con el material, peso y la cantidad requerida de cada una de ellas. Además se han incluido los planos de parte así como una vista explosionada que muestra el nombre de cada parte. Las dimensiones mostradas en los planos aun requieren una ingeniería de detalle para precisar tolerancias, no obstante el trabajo de esta tesis será delimitado hasta este punto, considerando que el objetivo de este proyecto era llegar a un prototipo.

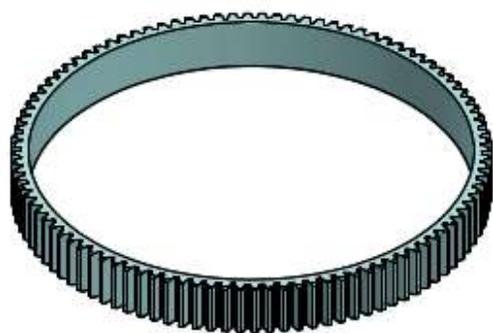
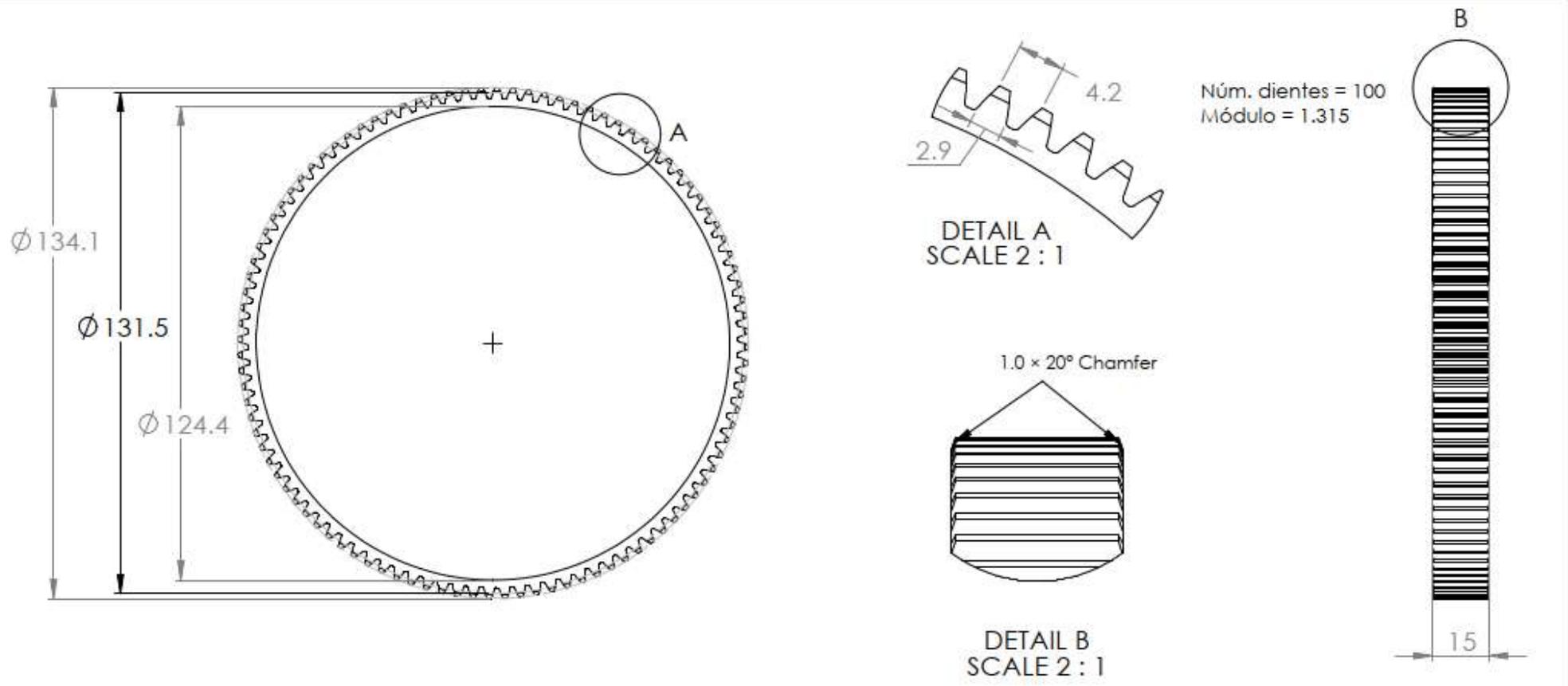
TABLA F1. LISTA DE PARTES DEL TREN DE TRANSMISIÓN

Nombre	Numero de Globo	Descripción	Material	Cantidad requerida
HPN01	11	Flexspline	Filamento PLA para impresión 3D	1
HPN02	2	Generador de Ondas		1
HPN03	7	Tapa Inferior		1
HPN04	12	Tapa Superior		1
HPN05	27,25,18	Carcasa Exterior		1
BPN01	8	Rodamiento de la tapa inferior	Principalmente Acero al alto carbono-cromo ASTM A 295 52100	1
BPN02	5	Rodamiento del generador de ondas		2
BPN03	14	Rodamiento de la carcasa		1
BPN04	35,32	Rodamiento de tensor		2
BPN05	26	Rodamiento de la flecha del motor		1
EPN01	22	Flecha de salida del motor	Aluminio de alta resistencia AW6061	1
EPN02	1	Flecha de entrada al reductor armónico		1
EPN03	37	Flecha de rodillo tensor		2
FPN01	30,31	Soporte tensor	Aleación de aluminio 2000 series	1
PPN01	19	Polea de salida del motor		1
PPN02	21	Polea de entrada del reductor armónico		1
PPN03	34	Polea tensora	2	
VPN01	24	Banda Síncrona	Caucho Cloropreno	1
GPN01	36	Engrane posicionador del tensor	Filamento PLA para impresión 3D	1
GPN02	42	Engrane posicionador motor SG90		1
RPN01	29	Anillo de retención de la flecha del motor	Acero al carbono SAE 1060-1090	1
RPN02	28	Anillo de retención a la entrada de la flecha del reductor armónico		1
RPN03	42	Anillo de retención a la salida de la flecha del reductor armónico		1
RPN04	15	Anillo de retención de la tapa superior		1
RPN05	38	Anillo de retención de la flecha de la polea tensora		4
SPN01	28	Tornillo de sujeción del tensor	Acero inoxidable 18/8	1
SPN02	6	Tornillo de sujeción del generador de ondas		2
NPN01	40	Tuercas de sujeción del tensor	-	2
MPN01	17	Motor principal del tren de transmisión	-	1
MPN02	41	Motor a pasos posicionador del tensor	-	1

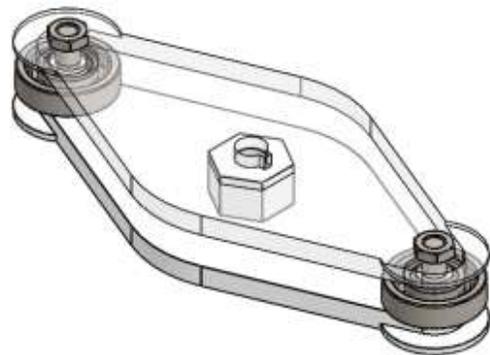
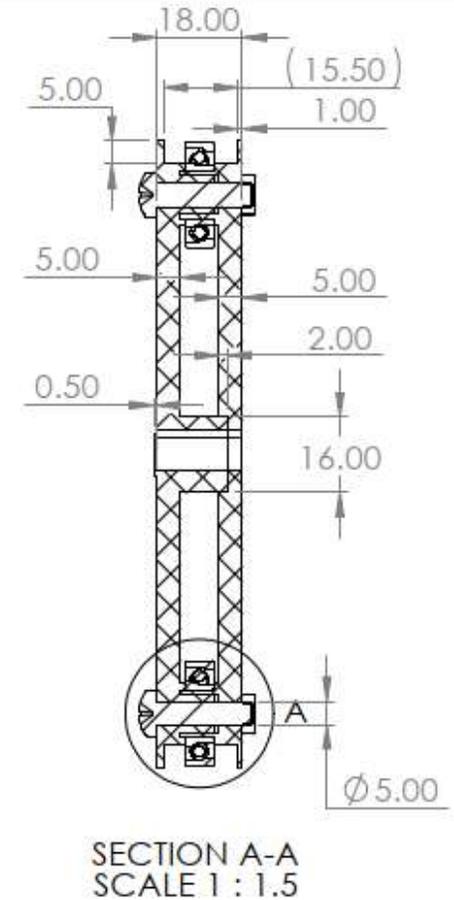
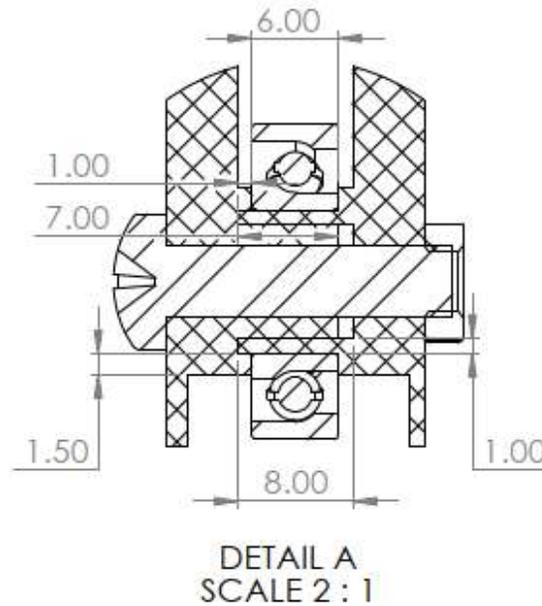
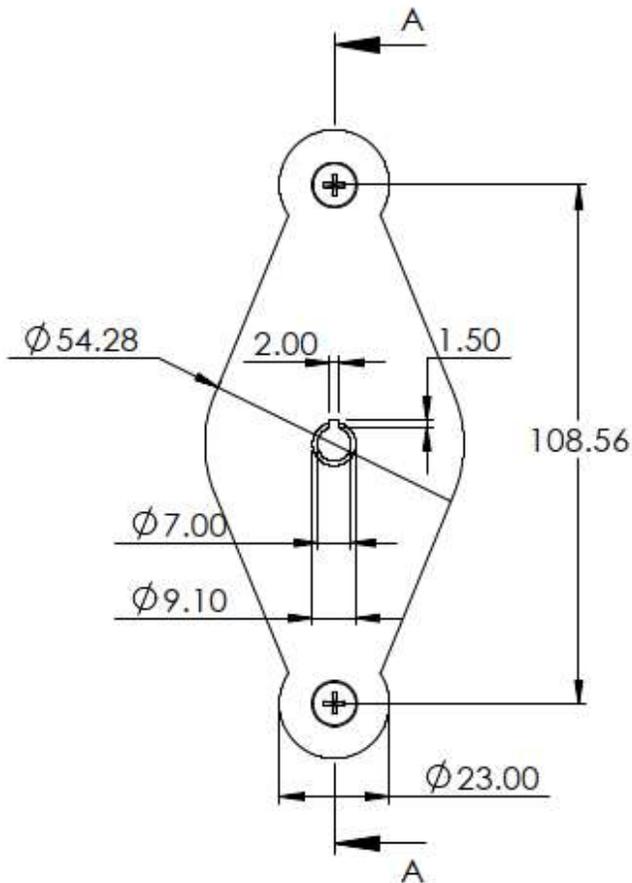
Peso Total Tren de Transmisión	1102.3 g
---------------------------------------	-----------------



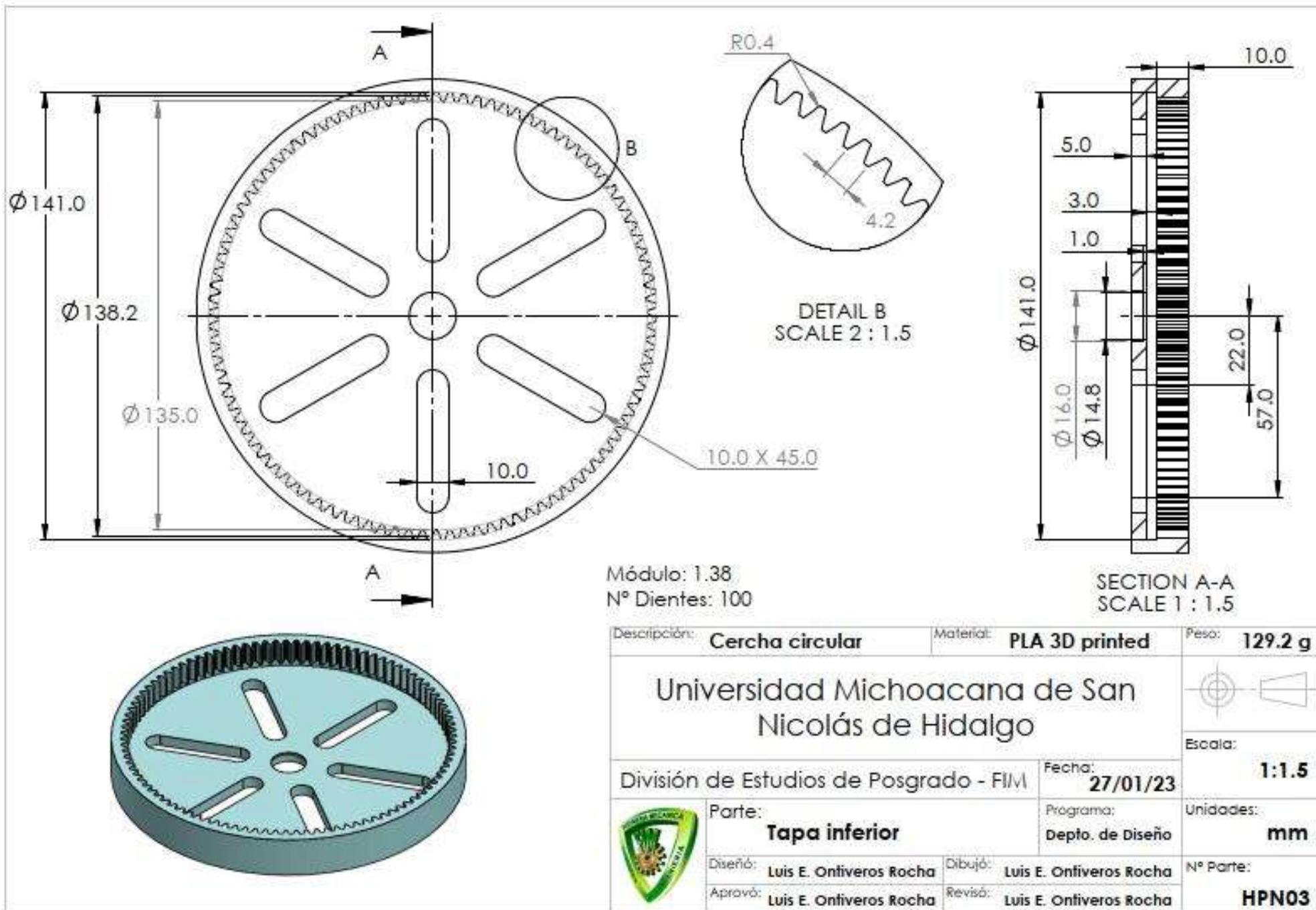
Descripción: Vista explosionada		Material: N/A	Peso: N/A
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo			
División de Estudios de Posgrado - FIM		Fecha: 27/01/23	Escala: 1:3
	Parte: Reductor Armónico	Programa: Depto. de Diseño	Unidades: mm
	Diseño: Luis E. Ontiveros Rocha	Dibujó: Luis E. Ontiveros Rocha	Nº Parte: HD2.5
	Aprovó: Luis E. Ontiveros Rocha	Revisó: Luis E. Ontiveros Rocha	

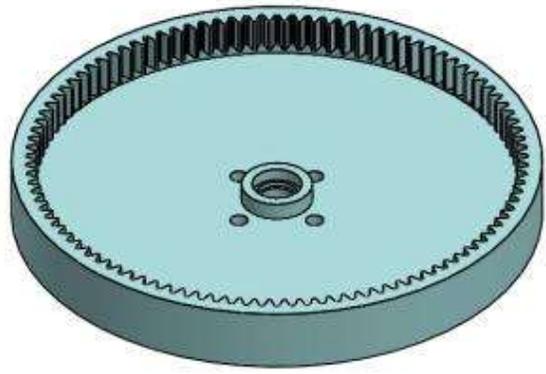
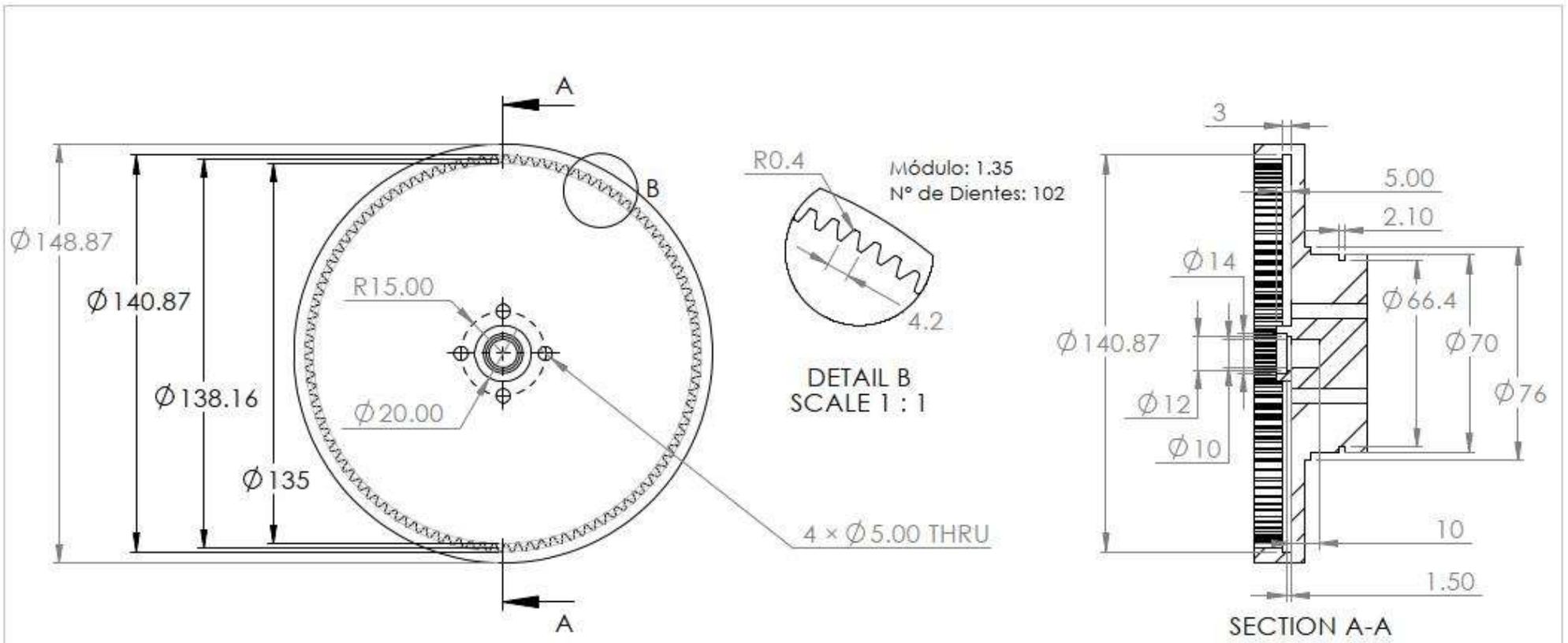


No. Pzs: 1	Descripción: Cercha flexible	Material: PLA 3D Printed	Peso: 26.2 g
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo			
División de Estudios de Posgrado - FIM		Fecha: 27/01/2023	Escala: 1:1.5
	Parte: Flexspline	Programa: Depto. de Diseño	Unidades: mm
	Diseño: Luis E. Ontiveros Rocha	Dibujó: Luis E. Ontiveros Rocha	N° Parte: HPN01
	Aprovó: Luis E. Ontiveros Rocha	Revisó: Luis E. Ontiveros Rocha	

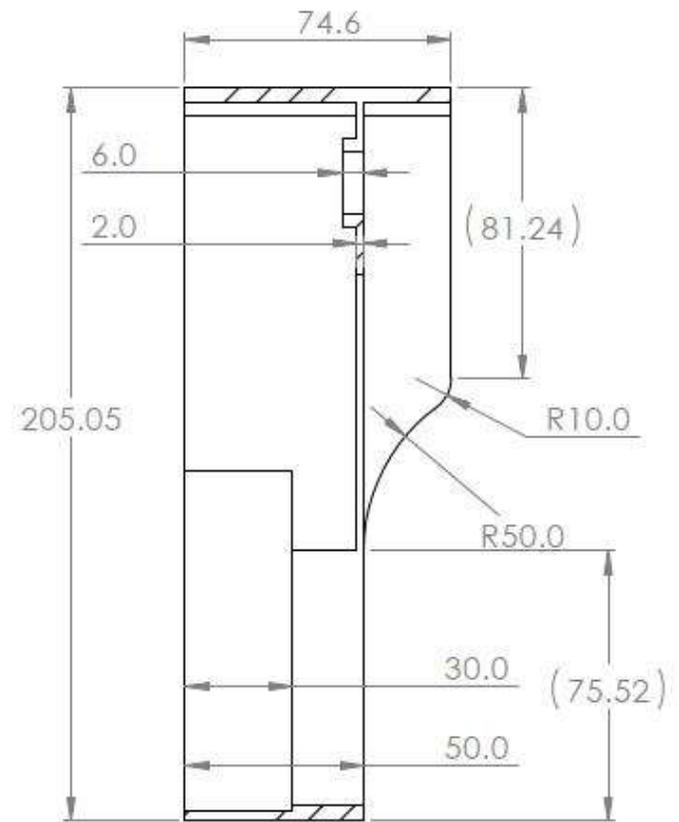
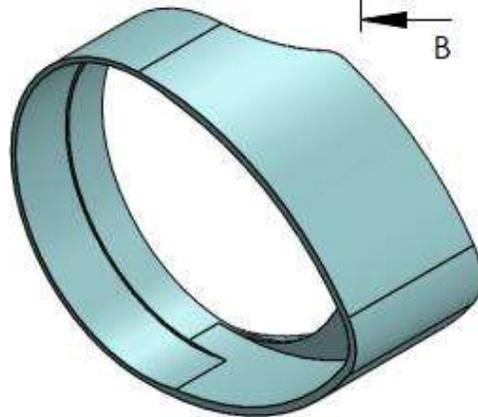
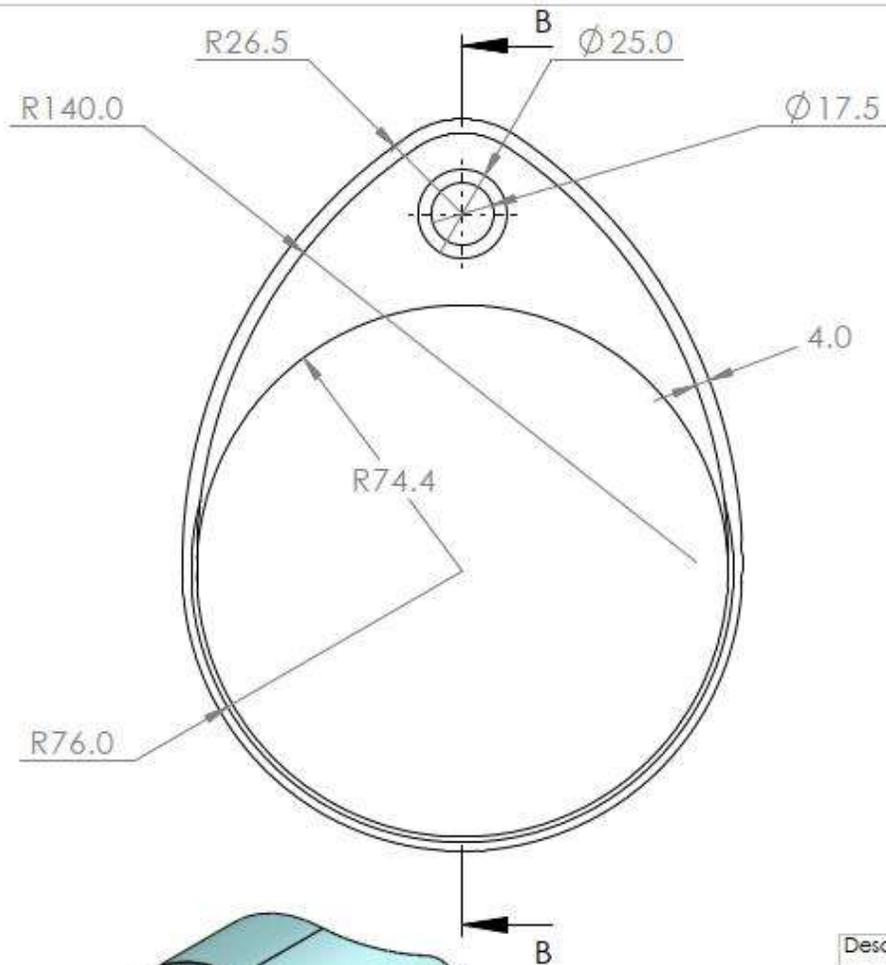


Descripción:	Generador de Ondas	Material:	N/A	Peso:	76.05 g	
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo						
División de Estudios de Posgrado - FIM				Fecha:	27/01/23	
Generador de Ondas					Escala:	1:1.5
				Programa:	Depto. de Diseño	
Diseño:		Luis E. Ontiveros Rocha		Dibujó:	Luis E. Ontiveros Rocha	
Aprovó:		Luis E. Ontiveros Rocha		Revisó:	Luis E. Ontiveros Rocha	
					Unidades:	mm
					Nº Parte:	HPN03

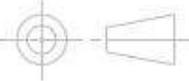


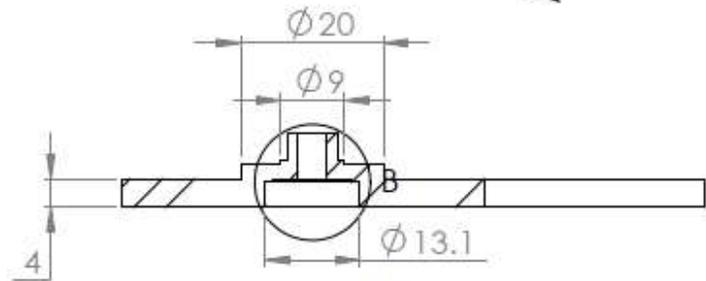
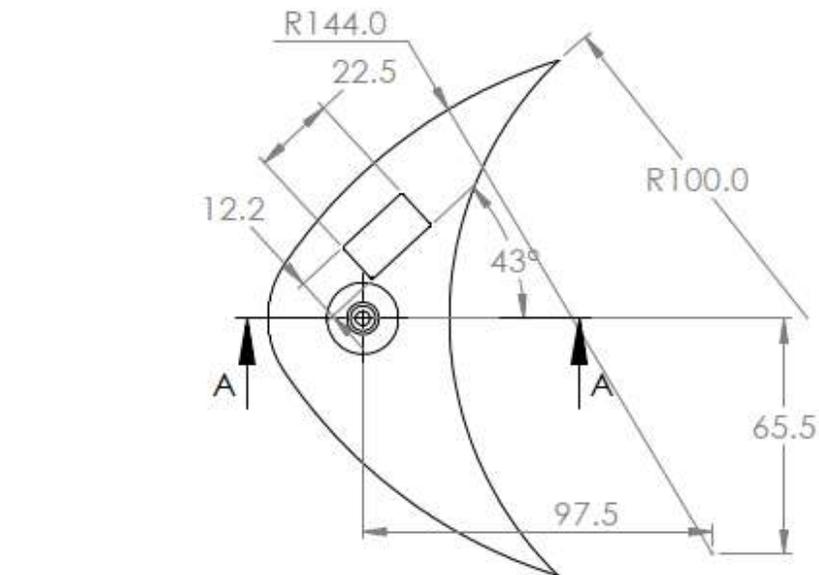


Descripción: Salida del Sistema		Material: PLA 3D Printed		Peso: 250.3 g	
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo					
				Escala: 1:2	
División de Estudios de Posgrado - FIM			Fecha: 27/01/23		Unidades: mm
Parte: Tapa Superior		Programa: Depto. de Diseño			
Diseño: Luis E. Ontiveros Rocha		Dibujó: Luis E. Ontiveros Rocha		N° Parte: HPN04	
Aprovó: Luis E. Ontiveros Rocha		Revisó: Luis E. Ontiveros Rocha			

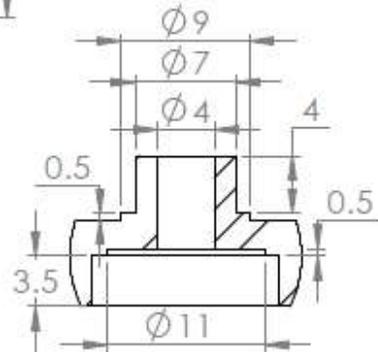


SECTION B-B
SCALE 1 : 2

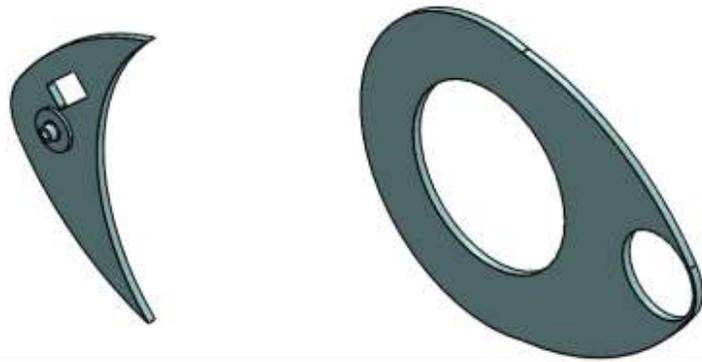
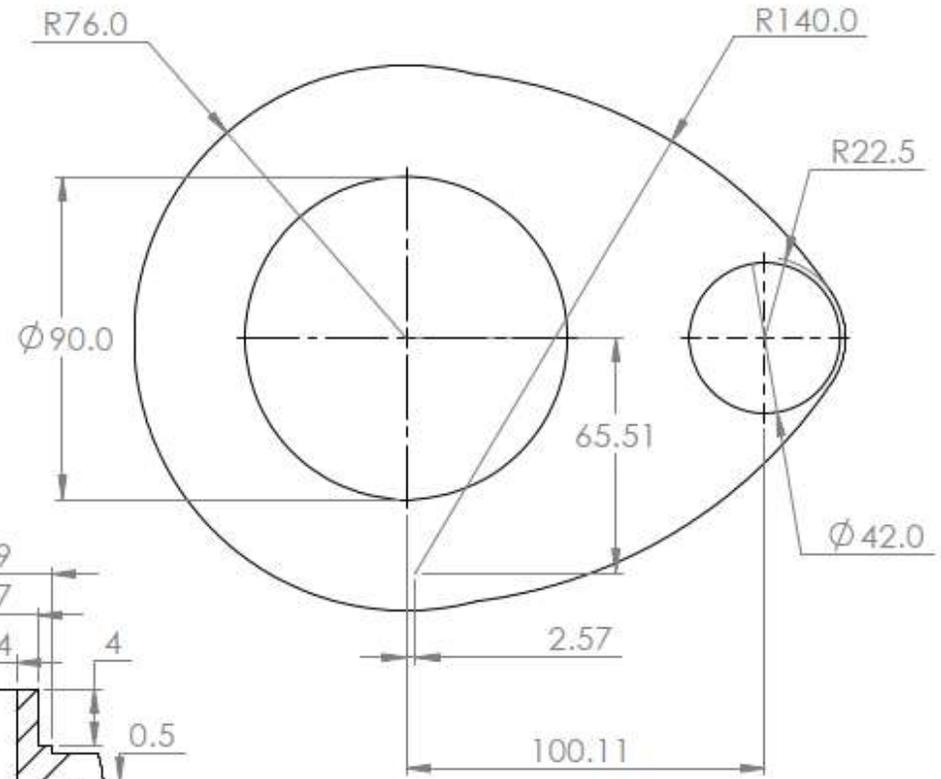
Descripción:	Carcasa Exterior	Materia:	PLA 3D Printed	Peso:	167.29 g
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo					
División de Estudios de Posgrado - FIM					Escala: 1:2
			Fecha:	27/01/23	
			Programa:	Unidades:	
			Depto. de Diseño	mm	
		Parte:		N° Parte:	
		Carcasa_1		HPN06	
		Diseño:	Luis E. Ontiveros Rocha	Dibujó:	Luis E. Ontiveros Rocha
		Aprovó:	Luis E. Ontiveros Rocha	Revisó:	Luis E. Ontiveros Rocha

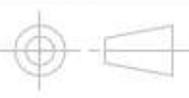


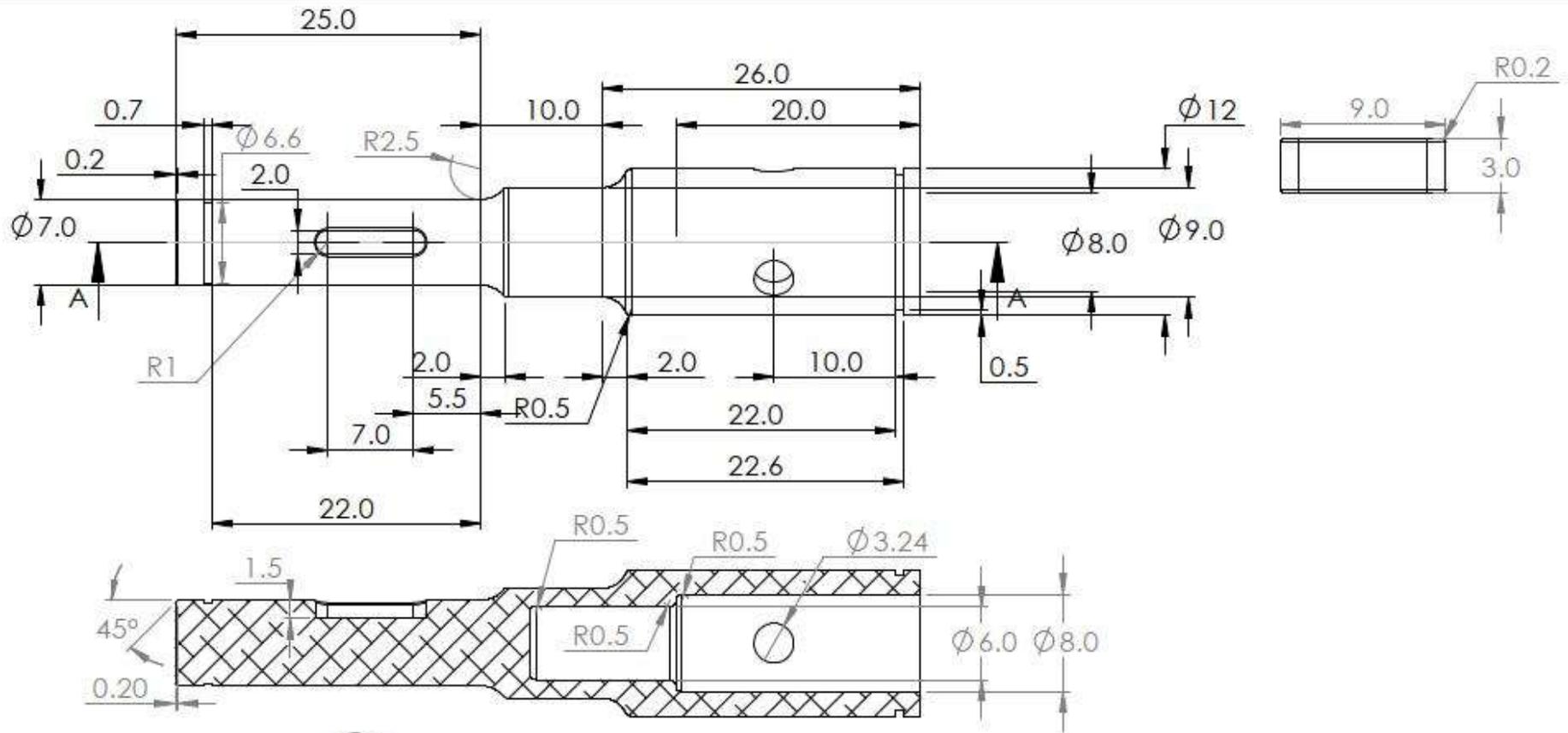
SECTION A-A
SCALE 1 : 1



DETAIL B
SCALE 2 : 1



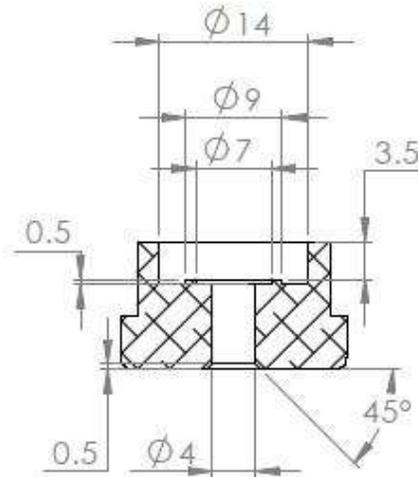
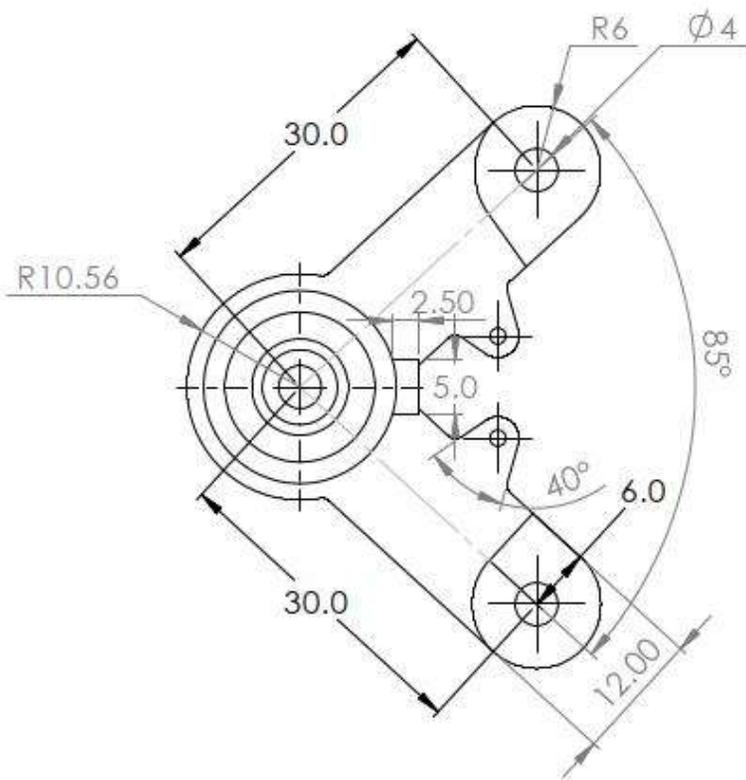
Descripción:	Tapas de la carcasa	Materia:	PLA 3D Printed	Peso:	22.74 + 74.37 g
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo					
División de Estudios de Posgrado - FIM				Fecha:	27/01/23
Tapas de la Carcasa				Programa:	Depto. de Diseño
Diseño:		Luis E. Ontiveros Rocha		Dibujó:	
Aprovó:		Luis E. Ontiveros Rocha		Revisó:	
				Nº Parte:	
				HPN06	
				Unidades:	mm
				Escala:	1:2



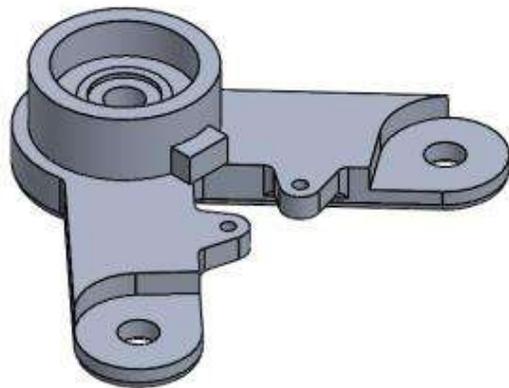
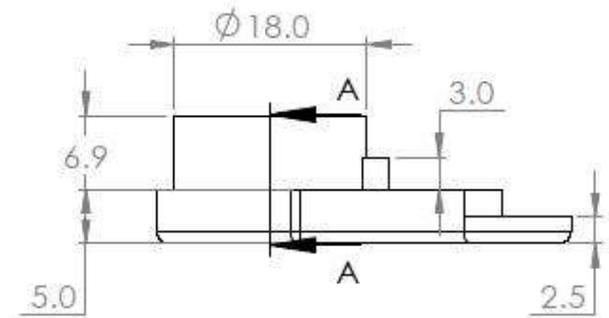
SECTION A-A
SCALE 2 : 1



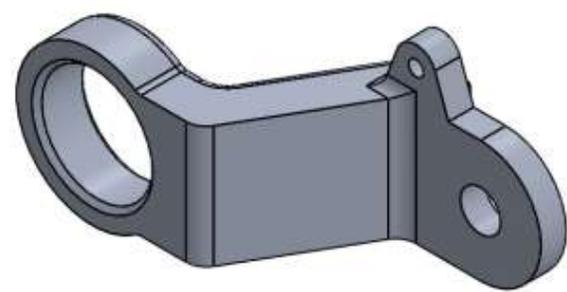
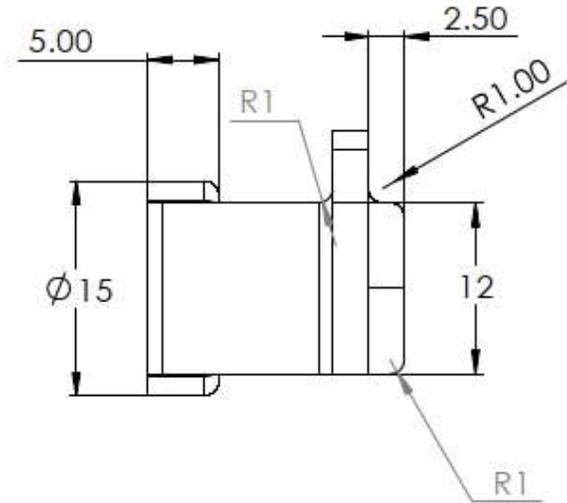
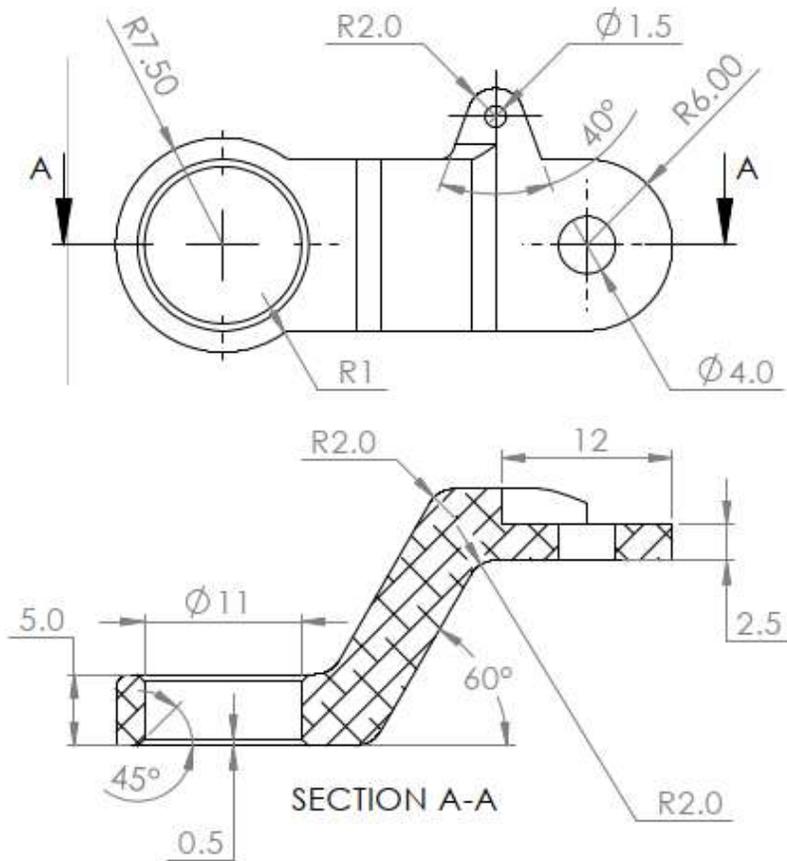
Descripción:	Eje principal	Material:	Aluminio 6061 - T6	Peso:	8.27 g	
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo						
División de Estudios de Posgrado - FIM				Fecha:	27/02/23	
Parte: Flecha de Admisión al Reductor Armónico					Unidades:	mm
Diseño: Luis E. Ontiveros Rocha		Dibujó: Luis E. Ontiveros Rocha		N° Parte:		
Aprovó: Luis E. Ontiveros Rocha		Revisó: Luis E. Ontiveros Rocha		EPN02		
					Escala: 3:1	

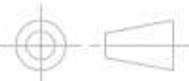


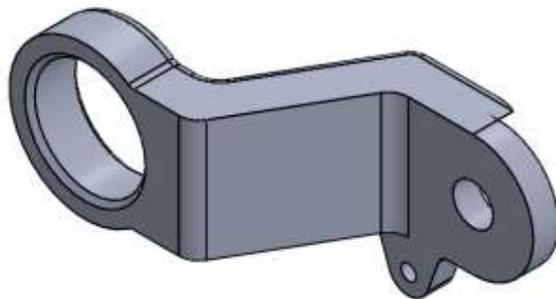
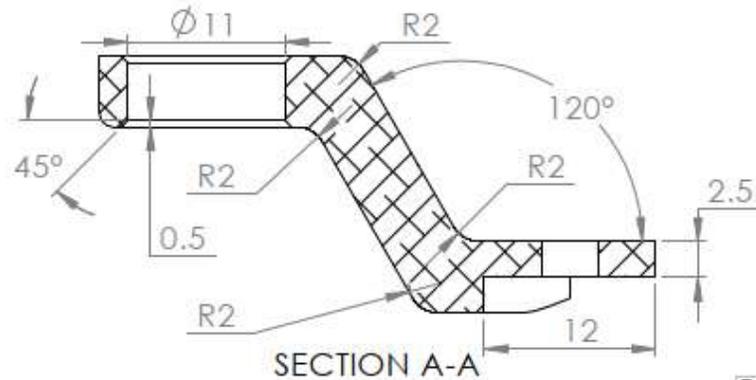
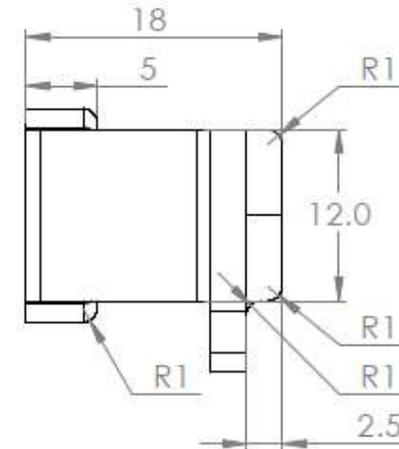
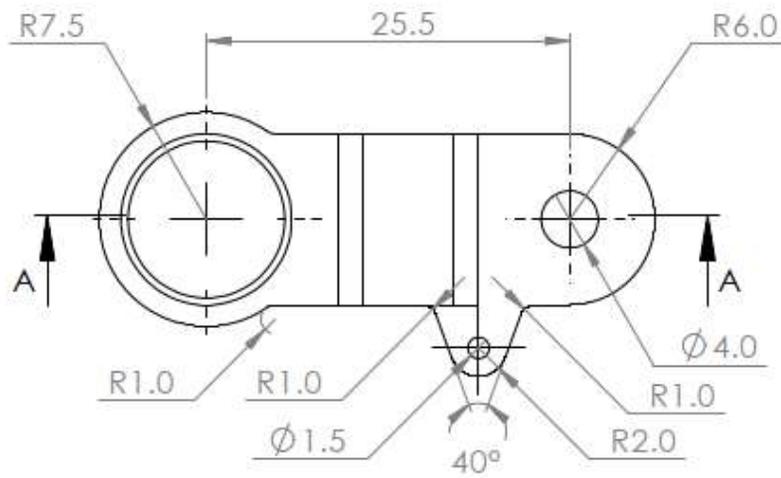
SECTION A-A
SCALE 1.5 : 1

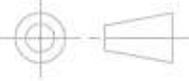


Descripción:	Pivote del Tensor	Materia:	Aluminio 6061-T6	Peso:	14.03 g
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo					
División de Estudios de Posgrado - FIM					Fecha: 27/02/23
Parte: Tensor_P1/2					Programa: Depto. de Diseño
Diseñó: Luis E. Ontiveros Rocha					Dibujó: Luis E. Ontiveros Rocha
Aprobó: Luis E. Ontiveros Rocha					Revisó: Luis E. Ontiveros Rocha
					Escala: 1.5:1
					Unidades: mm
					N° Parte: FPN01



Descripción: Brazo Tensor Arriba		Material: Aluminio 6061-T6		Peso: 5.31 g	
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo					
División de Estudios de Posgrado - FIM				Fecha: 27/01/23	
Parte: Tensor_P2/2				Programa: Depto. de Diseño	
Diseño: Luis E. Ontiveros Rocha		Dibujó: Luis E. Ontiveros Rocha		Unidades: mm	
Aprobó: Luis E. Ontiveros Rocha		Revisó: Luis E. Ontiveros Rocha		N° Parte: FPN01	



Descripción:	Brazo Tensor Abajo	Material:	Aluminio 6061-T6	Peso:	5.31 g
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo					
División de Estudios de Posgrado - FIM				Fecha:	27/02/23
				Programa:	Depto. de Diseño
Parte:		Tensor_P2/2		Unidades:	mm
Diseño:		Luis E. Ontiveros Rocha		N° Parte:	
Aprovó:		Luis E. Ontiveros Rocha		FPN01	
Dibujó:		Luis E. Ontiveros Rocha			
Revisó:		Luis E. Ontiveros Rocha			

7. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] C. W. Musser, "Strain Wave Gearing," 1959.
- [2] T. Tuttle, D., *Understanding and Modeling the Behavior of a Harmonic Drive Gear Transmission*. 1992.
- [3] J. L. Perez-Diaz *et al.*, "Performance of Magnetic-Superconductor Non-contact Harmonic Drive for Cryogenic space applications," *Machines*, vol. 3, no. 3, pp. 138–156, 2015, doi: 10.3390/machines3030138.
- [4] N. Sclater and N. P. Chironis, *Mechanisms and mechanical devices sourcebook*, vol. 49, no. 07. 2012.
- [5] S. G. Tzafestas, *Introduction to Mobile Robot Control*. ELSEVIER, 2013.
- [6] C. Georgiades *et al.*, "AQUA: An aquatic walking robot," *2004 IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robot. Syst.*, vol. 4, no. January 2014, pp. 3525–3531, 2004, doi: 10.1109/iros.2004.1389962.
- [7] R. Siegwart, I. R. Nourbakhsh, and D. Scaramuzza, *Introduction To Autonomous Mobile Robots*. 2011.
- [8] J. Angeles, *Fundamentals of Robotic Mechanical Systems*. 2007.
- [9] T. Estier, R. Piguet, R. Eichhorn, and R. Siegwart, "SHRIMP: A ROVER ARCHITECTURE FOR LONG RANGE MARTIAN MISSION," *Sixth ESA Work. Adv. Sp. Technol. Robot. Autom. (ASTRA), Netherlands, December 5-7, 2000*.
- [10] D. Jelaska, *Gears and Gear Drives*. 2012.
- [11] W. Jiang, *Analysis and Design of Machine Elements*, vol. 1. 2019.
- [12] A. Ugural, *Mechanical Design of Machine Components*. 2015.
- [13] R. L. Norton, *Diseño de Elementos de Máquinas*. 2006.
- [14] R. G. Budynas and K. J. Nisbett, "Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley," *Igarss 2014*, no. 1, pp. 1–5, 2014.
- [15] S. P. Radzevich, *Dudley's Handbook of Practical Gear Design and Manufacture*. 2012.
- [16] Darle W. Dudley, "Gear Hanbook, Manufactur and Application of Gear," p. 18, 1961.
- [17] R. G. Budynas and K. J. Nisbett, *Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley*, vol. 148. 2018.
- [18] K. Grote and E. Antonsson, *Handbook Mechanical Engineering*. 2009.
- [19] P. Lynwander, *Gear Drive Systems Design and Application*, vol. 1. 1983.
- [20] T. D. Tuttle, "IEEE Xplore - Modeling a harmonic drive gear transmission," pp. 624–629, 1993, [Online]. Available: http://ieeexplore.ieee.org.proxy2.lib.uwo.ca/xpl/articleDetails.jsp?tp=&arnumber=291889&ranges%3D1993_2013_p_Publication_Year%26matchBoolean%3Dtrue%26searchField%3DSearch_All%26queryText%3D%28harmonic+drive%29.
- [21] M. Yamamoto, M. Iwasaki, H. Hirai, Y. Okitsu, K. Sasaki, and T. Yajima, "Modeling and compensation for angular transmission error in harmonic drive gearings," *IEEJ Trans. Electr. Electron. Eng.*, vol. 4, no. 2, pp. 158–165, 2009, doi: 10.1002/tee.20393.

- [22] F. E. Rhéaume, H. Champlaud, and Z. Liu, "Understanding and modelling the torsional stiffness of harmonic drives through finite-element method," *Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci.*, vol. 223, no. 2, pp. 515–524, 2009, doi: 10.1243/09544062JMES949.
- [23] H. D. Taghirad and P. R. Belanger, "Experimental study on modelling and identification of harmonic drive systems," *Proc. IEEE Conf. Decis. Control*, vol. 4, no. December, pp. 4725–4730, 1996, doi: 10.1109/cdc.1996.577625.
- [24] J. Rens, R. Clark, S. Calverley, K. Atallah, and D. Howe, "Design, analysis and realization of a novel magnetic harmonic gear," *Proc. 2008 Int. Conf. Electr. Mach. IECM'08*, pp. 1–4, 2008, doi: 10.1109/ICELMACH.2008.4800163.
- [25] J. L. Perez-Diaz, E. Diez-Jimenez, E. Cristache, I. Valiente-Blanco, and M. A. Alvarez-Valenzuela, "Magnetic non-contact harmonic drive," 2013, pp. 21–24.
- [26] N. Cross, *Engineering design methods: Strategies for product design*, vol. 16, no. 2. JOHN WILEY & SONS, LTD, 2000.
- [27] K. T. Ulrich and S. D. Eppinger, *Diseño y desarrollo de productos*, vol. 5, no. 1. Mc Graw Hill, 2013.
- [28] J. L. Jones, B. A. Seiger, and A. M. Flynn, "Mobile Robots Inspiration to Implementation." 1998.
- [29] G. Chen and H. Li, "Double-arc harmonic gear profile design and meshing analysis for multi-section conjugation," vol. 11, no. 5, pp. 1–14, 2019, doi: 10.1177/1687814019850656.
- [30] X. Cao, S. Song, H. Xie, and M. Wang, "Design and Analysis of Double-Arc Tooth Profile Harmonic Drive," vol. 3, 2018, doi: 10.1007/978-3-319-70990-1.
- [31] Z. Yu, S. Ling, X. Wang, and L. Wang, "Study on tooth profile design of harmonic drive with deformation model of flexspline," *Meccanica*, vol. 56, no. 7, pp. 1883–1904, 2021, doi: 10.1007/s11012-021-01372-w.
- [32] Harmonic Drive AG, *Reducer Catalog*. Harmonic Drive Systems, Inc., 2019.