



**UNIVERSIDAD MICHOACANA
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

“Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez”

**“Momentos dipolares del leptón tau inducidos por
bosones Z’ en futuros colisionadores”**

Tesis

que para obtener el grado de:

Doctor en Ciencias en Ingeniería Física

Presenta:

M.C. Francisco Alberto Santoyo Valdez

Matrícula: 0466046G

Asesor de Tesis:

Dr. Fernando Iguazú Ramírez Zavaleta

Coasesor de Tesis:

Dr. Jorge Isidro Aranda Sánchez

Morelia, Michoacán. Julio 2024

DEDICATORIA
A mi madre

Índice general

Resumen	1
Abstract	2
Introducción	3
1. Modelo Estándar	6
1.1. Lagrangiano del Modelo Estándar	8
1.1.1. Sector electrodébil	9
1.1.2. Sector de Higgs	10
1.1.3. Sector de Yang-Mills	11
1.1.4. Sector de Yukawa	13
1.1.5. Sector de corrientes	14
1.2. El Lagrangiano de QCD	16
1.3. Rompimiento Espontáneo de Simetría	17
2. Momentos dipolares de leptones	19
2.1. Antecedentes	19
2.2. Momento electromagnético clásico	20
2.3. Momento magnético cuántico	22
2.4. Predicción de Dirac	23
2.5. La anomalía magnética del electrón y QED	24
2.6. Momentos dipolares del leptón Tau	25
3. Modelos Extendidos	27
3.1. Motivación para nueva física	27
3.2. Corrientes Neutras con Cambio de Sabor	27
3.3. Lagrangiano de Corrientes Neutras con Cambio de Sabor	28
4. Sección eficaz $\ell^+\ell^- \rightarrow Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma$	32
4.1. Descripción del proceso	32
4.2. Razón de decaimiento $Z' \rightarrow \ell^+\ell^-$	33
4.3. Razón de decaimiento $Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma$	37
4.4. Sección eficaz $\ell^+\ell^- \rightarrow Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma$	40
4.5. Caso con violación de sabor $\ell^+\ell^- \rightarrow Z' \rightarrow \tau^-[e^+, \mu^+]\gamma$	41

5. Análisis y Resultados	44
5.1. Cálculo numérico del dipolo del leptón tau	45
5.2. Caso con cambio de sabor	50
6. Conclusiones y perspectivas	53
A. Cinemática del espacio fase	54
A.1. Elemento diferencial de espacio fase (dLIPS)	54
A.2. Regla de oro de Fermi	55
A.2.1. Integración del espacio fase para una partícula	56
A.3. Espacio fase para el decaimiento a dos cuerpos	57
A.4. Espacio fase para el decaimiento de 3 cuerpos	58
A.4.1. Método energías y ángulos	58
A.4.2. Método de Dalitz plot o masas invariantes	60
B. Determinar nivel de confianza	63
Bibliografía	64
C. Anexos	70

Resumen

Reconsideramos el problema de la búsqueda de momentos eléctrico y anómalo magnético del leptón tau en el esquema de modelos extendidos. Estimamos límites en la predicción para los momentos dipolares eléctrico y anómalo magnético del leptón tau a través del proceso $\ell^+\ell^- \rightarrow Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma$, donde ℓ es ya sea un e o un μ , mediado por un nuevo bosón de norma neutro Z' dentro del contexto de Corrientes Neutrales de Cambio de Sabor (FCNC's) en el contexto de futuros colisionadores como el Colisionador Internacional Lineal (ILC) y el Colisionador Lineal Compacto (CLIC) con energías en el centro de masa $\sqrt{s}$ hasta los 100 TeV y luminosidades de $\mathcal{L} = 1000 - 10000 \text{ fb}^{-1}$. Finalmente, presentamos nuevos límites para los acoplamientos Ω en el vértice de cambio de sabor.

Palabras clave: violación de sabor, tau, lepton, dipolos, magnético, eléctrico.

Abstract

We reconsider the problem of searching for the electric and anomalous magnetic moments of the tau lepton in the framework of extended models. We estimate limits on the prediction for the electric and anomalous magnetic dipole moments of the tau lepton through the process $\ell^+\ell^- \rightarrow Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma$, where ℓ is either an e or a μ , mediated by a new neutral gauge boson Z' within the context of Flavor-Changing Neutral Currents (FCNCs) in future colliders such as the International Linear Collider (ILC) and the Compact Linear Collider (CLIC) with center-of-mass energies $\sqrt{s}$ up to 100 TeV and luminosities of $\mathcal{L} = 1000 - 10000 \text{ fb}^{-1}$. Finally, we present new limits for the Ω couplings at the flavor-changing vertex.

Key words: flavour violation, lepton, tau, dipoles, magnetic, electric.

Introducción

El estudio de la física del leptón tau desde un punto de vista teórico, fenomenológico y experimental ha sido un tema de interés en los últimos años. En particular, las propiedades electromagnéticas del tau son un tema muy activo, ya que se cree que está fuertemente relacionado con la física más allá del Modelo Estándar (EM) [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11]. En el lado experimental, las colaboraciones ATLAS y CMS en el Gran Colisionador de Hadrones (LHC) del CERN contemplan en su programa de física el estudio del tau. Recientemente, las colaboraciones ATLAS y CMS observaron la producción de pares de leptones tau y establecieron límites en el momento magnético anómalo del tau, a_τ .

Específicamente, la Colaboración ATLAS informa la primera observación de producción de pares de leptones tau en colisiones de plomo-plomo ultraperiféricas, $\text{Pb} + \text{Pb} \rightarrow \text{Pb}(\gamma\gamma \rightarrow \tau\tau)\text{Pb}$, con una significancia superior a 5σ en 1.44 nb^{-1} de datos a $\sqrt{s_{NN}} = 5.02 \text{ TeV}$ en el LHC [12]. El número observado de eventos es compatible con el esperado por la predicción del EM. Los eventos se utilizan para establecer límites en el momento magnético anómalo del leptón tau, correspondiendo a $-0.057 < a_\tau < 0.024$ al 95 % de nivel de confianza. En el caso de la Colaboración CMS, se informa sobre la observación de la producción de pares de leptones tau en colisiones nucleón-nucleón ultraperiféricas. La medición se basa en una muestra de datos recolectada por el experimento CMS a una energía en el centro de masa por nucleón de 5.02 TeV , correspondiente a una luminosidad integrada de $4.04 \mu\text{b}^{-1}$. La sección eficaz se mide en una región de espacio de fase fiducial y se encuentra en $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \tau\tau) = 4.8 \pm 0.6(\text{stat}) \pm 0.5(\text{syst}) \mu\text{b}$, lo que está en acuerdo con las predicciones de la electrodinámica cuántica con precisión de orden líder. Utilizando la sección eficaz medida, estiman un límite de $(-8.8 < a_\tau < 5.6) \times 10^{-2}$ al 68 % de nivel de confianza [13, 14, 15].

Motivados por estos recientes estudios experimentales sobre el momento magnético del leptón tau, llevamos a cabo un estudio sobre el Momento Magnético Anómalo (AMM) y el Momento Dipolar Eléctrico (EDM) del tau, en el contexto de varias extensiones del EM, donde el ingrediente principal de nuevos acoplamientos es el propuesto bosón Z' . Por lo tanto, es importante determinar el posible impacto en las propiedades electromagnéticas del leptón tau.

La predicción teórica para el AMM del leptón tau en el SM se da por [16, 17, 18]:

$$\text{SM} : a_\tau = 117721(5) \times 10^{-8}, \quad (1)$$

mientras que las colaboraciones ATLAS [12], CMS [13], DELPHI [19], L3 [20], OPAL [21], BELLE [22] y ARGUS [23] reportan los límites experimentales actuales sobre el AMM y el EDM en la Tabla 1.

Colaboración	Mejores límites experimentales sobre a_τ .	C. L.	Referencia
ATLAS	$-0.057 < a_\tau < 0.024$	95 %	[12]
CMS	$(-8.8 < a_\tau < 5.6) \times 10^{-2}$	68 %	[13, 14, 15]
DELPHI	$-0.052 < a_\tau < 0.013$	95 %	[19]
L3	$-0.052 < a_\tau < 0.058$	95 %	[20]
OPAL	$-0.068 < a_\tau < 0.065$	95 %	[21]
Colaboración	Mejores límites experimentales sobre d_τ	C. L.	Referencia
BELLE	$-2.2 < Re(d_\tau(10^{-17}ecm)) < 4.5$ $-2.5 < Im(d_\tau(10^{-17}ecm)) < 0.8$	95 % 95 %	[22]
DELPHI	$-0.22 < d_\tau(10^{-16}ecm) < 0.45$	95 %	[19]
L3	$ Re(d_\tau(10^{-16}ecm)) < 3.1$	95 %	[20]
OPAL	$ Re(d_\tau(10^{-16}ecm)) < 3.7$	95 %	[21]
ARGUS	$ Re(d_\tau(10^{-16}ecm)) < 4.6$ $ Im(d_\tau(10^{-16}ecm)) < 1.8$	95 % 95 %	[23]

Tabla 1: Los resultados experimentales para el momento dipolar magnético y eléctrico del leptón tau (τ).

Según la Tabla 1, los mejores resultados experimentales sobre el AMM y el EDM son informados por las colaboraciones DELPHI y BELLE utilizando los siguientes procesos $e^+e^- \rightarrow e^+\gamma^*\gamma^*e^- \rightarrow e^+e^-\tau^+\tau^-$ y $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$, respectivamente. El EDM del τ -leptón es una sonda muy sensible para la violación de CP inducida por nuevas fases de CP BSM [24, 25, 26]. Vale la pena mencionar que el límite actual del Grupo de Datos de Partículas fue obtenido por la Colaboración DELPHI [19] utilizando datos de la sección eficaz total $e^+e^- \rightarrow e^+\gamma^*\gamma^*e^- \rightarrow e^+e^-\tau^+\tau^-$ en LEP2.

Tanto el AMM como el EDM del τ -leptón permiten una prueba rigurosa para la nueva física y han sido ampliamente investigados por muchos autores. Consulte las referencias [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 16, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46] para un resumen sobre la sensibilidad alcanzable en los momentos dipolares anómalos del τ -leptón en diferentes contextos.

En este documento, para nuestro análisis fenomenológico nos enfocamos en el CLIC, que es un futuro colisionador de leptones e^+e^- y los futuros colisionadores de leptones $\mu^+\mu^-$. Debido a la naturaleza de las partículas colisionantes, los colisionadores de leptones son generalmente útiles para examinar los procesos. Debido a que las partículas elementales están completamente definidas a nivel fundamental, las colisiones en el colisionador de leptones son limpias sin ninguna actividad hadrónica, y las mediciones se realizan con mayor precisión. Los colisionadores de hadrones tienen mayores energías de colisión que los colisionadores de leptones. Sin embargo, las altas energías de colisión son cruciales para investigar las nuevas partículas y sus interacciones. Por otro lado, cada colisión en un colisionador de hadrones compone varios fondos para el análisis de física, creando una gran cantidad de procesos elementales. Por lo tanto, no es fácil analizar y realizar mediciones precisas en colisionadores de hadrones. El potencial de descubrimiento del LHC sería complementado por el CLIC, que es un colisionador lineal e^+e^- multi-TeV de alta

luminosidad en desarrollo.

En el caso de los futuros colisionadores de muones de alta energía, se propone e investiga explorar un rango de energías de colisión (de 1 a 100 TeV) y luminosidades en [47].

Este trabajo de tesis describe búsquedas para la sensibilidad esperada en la física de la medición del AMM y EDM del τ -leptón en el CLIC utilizando el proceso $\ell^+\ell^- \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma$. En el Capítulo 1, presentamos el marco teórico del ME. En el Capítulo 2 se da contexto de los momentos dipolares. En el Capítulo 3 se explican los Modelos extendidos. En el Capítulo 4 se describen los cálculos del proceso $\ell^+\ell^- \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma$ y determinamos la sección eficaz. En el Capítulo 5, presentamos resultados para los límites del AMM y EDM del leptón tau. En el Capítulo 6 se muestran las Conclusiones.

Capítulo 1

Modelo Estándar

Antes de adentrarnos en las propiedades dipolares del leptón tau y de analizar en detalle el proceso en cuestión, es necesario comenzar explicando los elementos fundamentales a los cuales este pertenece, así como el modelo que lo rige, que es el ME. Este modelo describe las interacciones fundamentales entre las partículas subatómicas y ha sido exitoso en predecir y explicar una amplia variedad de fenómenos subatómicos observados experimentalmente.

El ME ofrece una descripción precisa de las partículas fundamentales. Algunas de estas partículas son consideradas como los componentes más elementales de la materia [48]. La precisión del ME ha sido ampliamente medida en diferentes trabajos colaborativos [49, 50, 51], siendo esta teoría la encargada de describir los bloques que forman la materia y los encargados de las interacciones entre ellos.

Este modelo, construido a lo largo de varias décadas, surge con la idea de unificar en una sola teorías previas llevadas a cabo por figuras destacadas como Sheldon Glasgow [52], Steven Weinberg [53], y Abdus Salam [54]. Ellos lograron unir con éxito la Electrodinámica Cuántica (QED) con la teoría de las interacciones débiles, formando así la teoría electrodébil (EW). Posteriormente, esta teoría se vio enriquecida con la inclusión de una teoría de norma para las interacciones fuertes, conocida como Cromodinámica Cuántica (QCD) [55, 56, 57].

Dentro del marco del modelo, a los elementos que lo componen se les conoce como partículas elementales. Se distinguen dos categorías: los fermiones, considerados los bloques fundamentales de la materia, y los bosones, que actúan como portadores de las fuerzas que existen en la naturaleza [58, 59]. La robustez y precisión del ME ha sido confirmada repetidamente por experimentos y mediciones, sin embargo, también ha abierto la puerta a la búsqueda de teorías que puedan superar sus limitaciones y explicar fenómenos aún no investigados.

Las partículas que lo constituyen tienen diferentes características que las distinguen como puede ser la masa, la carga eléctrica, el espín, entre otras. De acuerdo a estas y otras características, las partículas se pueden clasificar en diferentes tipos, a continuación se explican algunos de ellos.

Fermiones

Una de las características que tienen estas partículas es la llamada espín, que para el caso de los fermiones tiene valor $s = \frac{1}{2}$, y además con base en su masa pueden ser agrupados lo que se conoce como las tres familias o generaciones [49]. Cada familia tiene dos tipos de fermiones [59, 60]: quarks y leptones. En las familias se tiene una estructura: fermiones con helicidad izquierda se representan en dobletes del grupo $SU_L(2)$, mientras que los de helicidad derecha se representan en singuletes $SU_L(2)$.

Existen seis tipos de quarks llamado sabores, que son los siguientes: u (up), d (down), c (charm), s (strange), t (top) y b (bottom). El tipo de quark puede cambiar a otro a través de interacciones débiles dadas por los $W^\pm$. Cada quark posee también un número cuántico adicional, denominado color, que toma uno de tres valores posibles, generalmente llamados rojo (red), azul (blue) y verde (green) [62].

Hadrones

Estos bloques del modelo son compuestos por quarks. Existen varios tipos de hadrones: algunos de estos están compuestos de tres quarks (qqq), llamados bariones, con número bariónico $B = 1$, como el protón $p = (uud)$, neutrón $n = (udd)$, $\Lambda = (uds)$, etc., los mesones que están compuestos por dos quarks, etc. [48]. Esta propiedad de confinamiento de los quarks en hadrones es una consecuencia de la interacción fuerte, descrita por QCD, la teoría que modela las interacciones entre quarks y gluones. La QCD, basada en la teoría de grupos,¹ explica cómo los quarks, al intentar separarse, no se encuentran en estado libre debido a la fuerza creciente que se manifiesta entre ellos a distancias cada vez mayores, dando lugar a la formación de los hadrones observados en la naturaleza [61].

Leptones

Por otro lado, el otro tipo de fermión que existe en la naturaleza es el leptón. Se tienen los siguientes leptones: electrón e , muón μ , tau τ , y sus correspondientes neutrinos ν_e , ν_μ , ν_τ . Los leptones son libres de interacción fuerte y no tienen carga de color. Los neutrinos poseen solo interacción débil, mientras que e , μ y τ tienen ambas interacciones: débil y electromagnética [61].

Bosones

Los bosones son el segundo tipo de partícula fundamental y son los encargados de las interacciones fundamentales.

El ME describe tres de las cuatro interacciones fundamentales que existen en la naturaleza: electromagnética, débil y fuerte. La interacción gravitacional no se describe ni es incluida debido a que es muy débil y como resultado de ello no tiene efectos medibles a la escala de energía de Fermi o hasta unidades de TeVs, ni manifestaciones que nos puedan guiar a establecer una teoría. De las tres fuerzas que el modelo describe, la interacción electromagnética es mediada por los fotones (γ); los encargados de la interacción débil son los bosones masivos débiles ($W^\pm$, Z) con masa; y los gluones son los mediadores de la fuerza fuerte [48, 61].

El ME se describe explícitamente en términos del Lagrangiano del sistema. El Lagrangiano es el que nos permite desarrollar las ecuaciones de movimiento o hallar todas las posibles interacciones. La invariancia del Lagrangiano respecto a alguna transformación de simetría lleva a leyes de conservación. Además de invariancia de Lorentz, paridad, inversión del tiempo, etc., existen simetrías internas como isoespín, sabor, color, etc. El desarrollo que se tiene en la descripción de las interacciones está basado, en gran medida, en el entendimiento de dichas simetrías en la naturaleza. Estas teorías basadas en simetrías se clasifican en dos tipos: (1) sin rompimiento y (2) rompimiento espontáneo de la simetría [48].

1.1. Lagrangiano del Modelo Estándar

La física teórica se fundamenta en la construcción de modelos que ofrecen descripciones precisas del comportamiento de sistemas. Uno de los marcos teóricos más fundamentales empleados en esta construcción es la formulación de Lagrangianos. En el contexto del ME, la formulación Lagrangiana es esencial para comprender las interacciones fundamentales y las partículas elementales. El Lagrangiano del ME consta de varios componentes principales que describen las fuerzas y partículas fundamentales. De manera resumida, el lagrangiano del ME es como sigue

$$\mathcal{L}_{ME} = -\frac{1}{4}F_a^{\mu\nu}F_{\mu\nu}^a + i\bar{q}_i\gamma^\mu D_\mu q_i + i\bar{l}_i\gamma^\mu D_\mu l_i + (D^\mu\phi)^\dagger D_\mu\phi - V(\phi) + h.c. \quad (1.1)$$

donde $F_a^{\mu\nu}$ es el tensor que describe los bosones norma, q_i son los quarks, l_i son los leptones, ϕ describel el Higgs, D_μ es la derivada covariante, $V(\phi)$ es el potencial del Higgs.

La base matemática del lagrangiano tiene su fundamento en la teoría de grupos, en específico en el grupo de simetría de norma $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ [61, 62]. En esta notación, $SU(3)_C$ se refiere a la interacción fuerte conocida como QCD. La $SU(2)_L$ indica que actúa en los estados izquierdos de las partículas. El $U(1)_Y$ representa la hipercarga, que es diferente al grupo electromagnético $U(1)_{em}$ para evitar confusiones. El modelo cuenta con un conjunto de campos de norma asociados al grupo $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, el cual puede dividirse en tres conjuntos principales:

1. 8 campos de norma G_μ^a , para los campos del gluón,
2. 3 campos de norma W_μ^i ,
3. Un campo de norma B_μ .

La fuerza fuerte es la interacción que existe entre los quarks y los gluones. La interacción débil se manifiesta a través del intercambio de bosones de norma masivos $W^\pm$ y Z , mientras que el responsable de la interacción electromagnética es mediada por el fotón. Tres de los cuatro campos de norma del sector electrodébil obtienen masa, mientras que el fotón permanece sin masa. Estas masas son adquiridas a través del mecanismo de Rompimiento Espontáneo de la Simetría (RES).

Este modelo se organiza en varios sectores que capturan diferentes aspectos de las fuerzas y partículas fundamentales. Entre estos sectores se encuentran el sector electrodébil, que unifica las interacciones electromagnética y débil; el sector Yukawa, que aborda las interacciones entre fermiones y el campo de Higgs; y el sector Yang-Mills, que trata las interacciones de partículas gauge mediante los campos de Yang-Mills. Cada uno de estos sectores juega un papel crucial en la comprensión de las propiedades y comportamientos de las partículas elementales, y su combinación proporciona una descripción completa de las fuerzas y partículas en el ME. En los siguientes párrafos, se explora detalladamente cada uno de estos sectores para comprender cómo contribuyen al marco teórico integral del ME [63].

1.1.1. Sector electrodébil

El sector electrodébil es un componente fundamental del ME de la física de partículas, que unifica la fuerza electromagnética y la fuerza nuclear débil en una teoría única. Describe las interacciones de los bosones de norma (fotón, W^+ , W^- , Z) y fermiones (quarks y leptones) bajo las interacciones electromagnéticas y débiles.

Los ingredientes esenciales para construir la interacción electrodébil, dada por $SU_L(2) \times U_Y(1)$, son la teoría de Yang-Mills y el RES. Para la interacción electrodébil se propone un lagrangiano invariante bajo las transformaciones de norma del grupo $SU_L(2) \times U_Y(1)$. Así, comenzamos proponiendo una manera de representar a los quarks y leptones, esto se hace de la siguiente manera:

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L, \quad L_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_i \\ l_i \end{pmatrix}_L, \quad (1.2)$$

donde $u_i = u, c, t$, $d_i = d, s, b$, son quarks de tipo up y down, respectivamente. Por otra parte, $l_i = e, \mu, \tau$, son los leptones cargados y $\nu_i = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$, son sus respectivos neutrinos. Los estados de helicidad izquierda y derecha de un fermión Ψ son definidos por:

$$\Psi_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)\Psi, \quad \Psi \equiv P_{L,R}\Psi, \quad (1.3)$$

donde $P_{L,R}$ es el operador de proyección quiral [64, 65, 66, 67, 68].

La covarianza de la teoría electrodébil ante transformaciones de norma está dada por el uso de una derivada covariante, que se propone de la siguiente forma:

$$D_\mu = \partial_\mu - ig' \frac{Y}{2} B_\mu - ig \frac{\sigma^i}{2} W_\mu^i, \quad (1.4)$$

donde g' y g son las constantes de acoplamiento para los grupos $U_Y(1)$ y $SU_L(2)$, respectivamente. B_μ y $\frac{Y}{2}$ representan el campo de norma y el generador asociado con el grupo abeliano $U_Y(1)$, respectivamente. Por otro lado, W_μ^i ($i = 1, 2, 3$) y $\frac{\sigma^i}{2}$ son los campos de norma y los generadores, en la representación de dobletes, asociados con el grupo $SU_L(2)$. Los campos de norma ($W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3, B_\mu$) definen, mediante combinaciones lineales, a los campos de masa ($W_\mu^-, W_\mu^+, Z_\mu, A_\mu$) después del RES.

El Lagrangiano de esta sección se divide en dos: los campos bosónicos ($\mathcal{L}^B$) y los campos fermiónicos y bosónicos ($\mathcal{L}^F$) [75]. $\mathcal{L}^B$ se divide a su vez en los sectores de Higgs y

de Yang-Mills. El sector $\mathcal{L}^F$ está comprendido por los sectores de corrientes y de Yukawa:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^F + \mathcal{L}^B, \quad (1.5)$$

donde

$$\mathcal{L}^F = \mathcal{L}^C + \mathcal{L}^Y, \quad (1.6)$$

$$\mathcal{L}^B = \mathcal{L}^H + \mathcal{L}^{YM}, \quad (1.7)$$

con $\mathcal{L}^C$, $\mathcal{L}^Y$, $\mathcal{L}^H$ y $\mathcal{L}^{YM}$ representando los sectores de corrientes, Yukawa, Higgs y Yang-Mills, respectivamente. En las siguientes secciones se discute de manera breve cada uno de estos sectores.

1.1.2. Sector de Higgs

En este sector se describe el bosón de Higgs. Este es una partícula que proporciona de masa a otras partículas a través del mecanismo de Higgs. El Lagrangiano está dado por:

$$\mathcal{L}^H = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger \Phi), \quad (1.8)$$

donde D_μ es la derivada covariante en la representación de dobletes, dada por la ecuación 1.4, y $V(\Phi^\dagger \Phi)$ es el llamado potencial de Higgs cuya estructura renormalizable tiene la forma:

$$V(\Phi^\dagger \Phi) = \mu^2 (\Phi^\dagger \Phi) + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (1.9)$$

donde $\Phi(x)$ está dado por la siguiente ecuación,

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi_{1,1} + i\phi_{1,2} \\ \phi_{2,1} + i\phi_{2,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \end{pmatrix}, \quad (1.10)$$

la cual es conocida como doblete de Higgs. El coeficiente λ es un número real positivo y μ es un parámetro con dimensiones de masa, por medio del cual se realiza el RES. De este modo, si $\mu^2 > 0$, el vacío Φ_0 es único y no es posible realizar el rompimiento [76]. De otro modo, si $\mu^2 < 0$, se tiene el caso de un vacío degenerado, es decir, existen un número infinito de estados de mínima energía que satisfacen la siguiente condición,

$$\Phi_0^\dagger \Phi_0 = |\phi_1^0|^2 + |\phi_2^0|^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda} \quad (1.11)$$

donde $\Phi_0 = \langle |\Phi| \rangle$ representa el valor esperado en el vacío [76].

Además, el rompimiento espontáneo de simetría global crea presencia de campos escalares de masa cero, que reciben el nombre de bosones de Goldstone [69, 70, 71, 72, 73]. Para generar las masas de los tres bosones de norma asociados con la interacción electrodébil se requieren al menos tres grados de libertad para los campos escalares pero la elección más simple es un doblete complejo del grupo $SU_L(2)$ de campos escalares [74].

1.1.3. Sector de Yang-Mills

Este sector está representado por la característica no abeliana del grupo. Los invariantes son construidos por medio de el tensor de campo $W_{\mu\nu} = T^i W_{\mu\nu}^i$, asociado al grupo $SU_L(2)$ y el correspondiente tensor $B_{\mu\nu}$ del grupo abeliano $U_Y(1)$, con la siguiente :

$$W'_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu + ig[W_\mu, W_\nu], \quad (1.12)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad (1.13)$$

donde

$$W_{\mu\nu} = T^i W_{\mu\nu}^i, \quad (1.14)$$

con T^i los generadores del grupo, que se normalizan como $\text{Tr}[T^i, T^j] = \frac{\delta^{ij}}{2}$.

El tensor de campo de Yang-Mills en la siguiente forma,

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g\epsilon^{ijk}W_\mu^j W_\nu^k. \quad (1.15)$$

La transformación covariante de los tensores de campo bajo el grupo electrodébil está dada por

$$W'_{\mu\nu} = UW_{\mu\nu}U^\dagger, \quad U \in SU_L(2), \quad (1.16)$$

$$B'_{\mu\nu} = B_{\mu\nu} \quad (1.17)$$

De tal forma que el Lagrangiano invariante de norma para este sector es como sigue

$$\mathcal{L}^{YM} = -\frac{1}{2}\text{Tr}[W_{\mu\nu}W^{\mu\nu}] - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}, \quad (1.18)$$

$$\mathcal{L}^{YM} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W^{i\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}. \quad (1.19)$$

Se introducen los términos $\hat{W}_{\mu\nu}^\pm$, que se definen por las siguientes ecuaciones

$$\hat{W}_{\mu\nu}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_{\mu\nu}^1 - iW_{\mu\nu}^2), \quad (1.20)$$

$$\hat{W}_{\mu\nu}^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_{\mu\nu}^1 + iW_{\mu\nu}^2), \quad (1.21)$$

los cuales permiten reescribir el Lagrangiano $\mathcal{L}^{YM}$ de la siguiente manera

$$\mathcal{L}^{YM} = -\frac{1}{2}\hat{W}_{\mu\nu}^+ \hat{W}^{-\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^3 W^{3\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}. \quad (1.22)$$

Se introducen de manera explícita los tensores con carga eléctrica, es decir, $W_{\mu\nu}^+$ y $W_{\mu\nu}^-$. Estos se definen a continuación,

$$\hat{W}_{\mu\nu}^+ = W_{\mu\nu}^+ + ig(W_\mu^+ W_\nu^3 - W_\mu^3 W_\nu^+), \quad (1.23)$$

$$\hat{W}_{\mu\nu}^+ = (\partial_\mu - igW_\mu^3)W_\nu^+ - (\partial_\nu - igW_\nu^3)W_\mu^+, \quad (1.24)$$

$$\hat{W}_{\mu\nu}^+ = \hat{D}_\mu W_\nu^+ - \hat{D}_\nu W_\mu^+, \quad (1.25)$$

donde $\hat{D}_\mu$ y $\hat{D}_\nu$ están dados como

$$\hat{D}_\mu = \partial_\mu - igW_\mu^3, \quad (1.26)$$

$$\hat{D}_\nu = \partial_\nu - igW_\nu^3, \quad (1.27)$$

por otro lado, la ecuación (1.20) cumple lo siguiente:

$$(\hat{W}_{\mu\nu}^+)^\dagger = \hat{W}_{\mu\nu}^-. \quad (1.28)$$

Los eigenestados W_μ^+ y W_μ^- , relacionados con $W^\pm$, se definen por W_μ^1 y W_μ^2 ,

$$W_\mu^+ = \frac{1}{2} \left(W_\mu^1 - iW_\mu^2 \right), \quad (1.29)$$

$$W_\mu^- = \frac{1}{2} \left(W_\mu^1 + iW_\mu^2 \right), \quad (1.30)$$

por otro lado, los campos asociados al bosón Z y al fotón A , son introducidos a través de una matriz de rotación,

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_W & s_W \\ -s_W & c_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}. \quad (1.31)$$

Al usar la ecuación (1.15) en términos de los campos de eigenestados de masa Z_μ , A_μ y $W^\pm$ se encuentra el tensor neutro

$$\hat{W}_{\mu\nu}^3 = W_{\mu\nu}^3 = s_W F_{\mu\nu} + c_W Z_{\mu\nu} + ig(W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-), \quad (1.32)$$

donde

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad (1.33)$$

$$Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu, \quad (1.34)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad (1.35)$$

lo cual implica que $\Rightarrow B_{\mu\nu} = c_W F_{\mu\nu} - s_W Z_{\mu\nu}$ con $F_{\mu\nu}$ representando el tensor de campo electromagnético.

De esta manera, el Lagrangiano del sector de Yang-Mills toma la siguiente forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{YM} = & -\frac{1}{2} W_\mu^+ W^{-\mu\nu} - \frac{1}{4} Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + ig s_W F_{\mu\nu} W^{-\mu} W^{+\nu} \\ & + ig c_W Z_{\mu\nu} W^{-\mu} W^{+\nu} - g^2 (W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-) (W^{-\mu} W^{+\nu} - W^{+\mu} W^{-\nu}). \end{aligned} \quad (1.36)$$

En este Lagrangiano se encuentran las partes cinéticas de los cuatro bosones de norma y sus autointeracciones.

1.1.4. Sector de Yukawa

El sector de Yukawa en el ME de la física de partículas se refiere a la inclusión de acoplamientos de Yukawa en la teoría para describir las interacciones de las partículas fermiónicas (quarks y leptones) con el bosón de Higgs. Estos acoplamientos son fundamentales para entender cómo las partículas obtienen su masa [77].

El Lagrangiano renormalizable que representa al sector de Yukawa se puede descomponer en dos partes independientes, tal como se aprecia a continuación:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_q^Y + \mathcal{L}_l^Y, \quad (1.37)$$

donde $\mathcal{L}_q^Y$ y $\mathcal{L}_l^Y$ son los lagrangianos de los sectores de quarks y de leptones, respectivamente. A continuación se estudian brevemente cada uno de estos sectores.

Sector de Yukawa para quarks

Para el sector de Yukawa de quarks

$$\mathcal{L}_q^Y = -Y_{ij}^u \bar{Q}'_{iL} \tilde{\Phi} u'_{jR} - Y_{ij}^d \bar{Q}'_{iL} \Phi d'_{jR} + h.c., \quad (1.38)$$

donde Y_{ij}^u , Y_{ij}^d son constantes arbitrarias, llamadas constantes de acoplamiento de Yukawa.

En términos de los vectores en el espacio de sabor definidos por

$$U' = \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ d' \end{pmatrix}, \quad D' = \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}, \quad (1.39)$$

y de las matrices de masa se tiene que

$$M_{ij}^u = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{ij}^u, \quad M_{ij}^d = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{ij}^d, \quad (1.40)$$

por tanto, se puede reescribir como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_q^Y = & - \left(1 + \frac{H}{v} \right) (\bar{U}'_L M^u U'_R + \bar{D}'_L M^d D'_R + \frac{i}{v} G_Z (\bar{U}'_L M^u U'_R - \bar{D}'_L M^d D'_R)) \\ & - \frac{\sqrt{2}}{v} G_W^- \bar{D}'_L M^u U'_R + \frac{\sqrt{2}}{v} G_W^+ \bar{U}'_L M^d D'_R + h.c. \end{aligned} \quad (1.41)$$

Las masas de los quarks se obtienen diagonalizando la parte cuadrática del Lagrangiano. A través de las siguientes transformaciones

$$U_{L,R} = V_{L,R}^u U'_{L,R}, \quad D_{L,R} = V_{L,R}^d D'_{L,R}, \quad (1.42)$$

donde las matrices $V_{L,R}^{u,d}$ son matrices unitarias.

Sector de Yukawa para leptones

Por otro lado, para los leptones, tomando en cuenta que no existen estados de helicidad derecha de neutrinos, se tiene el siguiente lagrangiano

$$\mathcal{L}_l^Y = -Y_{ij}^l \bar{L}'_{iL} \Phi'_{jR} + h.c., \quad (1.43)$$

donde Y_{ij}^l son las componentes de la matriz de Yukawa.

En términos de los campos en el espacio de sabor

$$E' = \begin{pmatrix} e' \\ \mu' \\ \tau' \end{pmatrix}, \quad \nu' = \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix} \quad (1.44)$$

y de la matriz de masa siguiente:

$$M_{ij}^l = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{ij}^l, \quad (1.45)$$

podemos escribir el Lagrangiano de Yukawa para leptones como

$$\mathcal{L}_l^Y = -\left(1 + \frac{H}{v}\right) \bar{E}'_L M^l E'_R - \frac{i}{v} G_Z \bar{E}'_L M^l E'_R - \frac{\sqrt{2}}{v} G_W^+ \bar{\nu}' M^l E'_R + h.c. \quad (1.46)$$

De manera análoga al caso de quarks, se hace para los leptones.

$$E_{L,R} = V_{L,R}^l E'_{L,R}, \quad \nu = V_L^l \nu'_L, \quad (1.47)$$

donde $V_{L,R}^l$ son matrices de rotación unitarias. Así, en términos de los campos de masa, el Lagrangiano de Yukawa para leptones se escribe como

$$\mathcal{L}_l^Y = -\left(1 + \frac{H}{v}\right) \bar{E} \bar{M}^l E - \frac{i\gamma^5}{v} G_Z \bar{E} \bar{M}^l E - \frac{\sqrt{2}}{v} (G_W^+ \bar{\nu} \bar{M}^l P_R E + G_W^- \bar{E} \bar{M}^l P_L \nu). \quad (1.48)$$

1.1.5. Sector de corrientes

En esta sección, se está describiendo cómo se incorporan las interacciones entre los bosones W y Z y los quarks y leptones. El enfoque está en los sectores cinéticos de los quarks y leptones, que corresponden a las partes de la teoría que describen la energía cinética y las interacciones asociadas con estos fermiones. Para entender estas interacciones, se realiza una sustitución en los términos cinéticos de los fermiones quirales (izquierdos) al utilizar la derivada covariante asociada al grupo electrodébil. La derivada covariante es la que asegura la invariancia de norma local bajo las transformaciones del grupo $SU(2) \times U(1)$. La expresión menciona la presencia de términos de interacción caracterizados por las estructuras de Lorentz γ_μ y $\gamma_\mu \gamma_5$ son las matrices gamma de Dirac que surgen en la teoría de campos relativistas. Estas matrices capturan la geometría del espacio-tiempo y son esenciales para describir partículas fermiónicas en contextos relativistas. Las corrientes

cargadas débiles son las únicas interacciones en el ME que cambian sabor, mientras que a los acoplamientos con los bosones Z y A se les denomina corrientes neutras. El Lagrangiano asociado, con la propiedad de invariancia de norma, se puede descomponer en dos partes, a saber,

$$\mathcal{L}^C = \mathcal{L}_q^C + \mathcal{L}_l^C, \quad (1.49)$$

donde $\mathcal{L}_q^C$ y $\mathcal{L}_l^C$ representan los sectores de corrientes de quarks y de leptones, respectivamente.

Sector de corrientes para quarks

El Lagrangiano para quarks en este sector, en términos de los campos de norma, conserva el sabor y está dado por

$$\mathcal{L}_q^C = i\bar{Q}'_{iL}\gamma^\mu D_\mu Q'_{iL} + i\bar{u}'_{iR}\gamma^\mu D_\mu u'_{iR} + i\bar{d}'_{iR}\gamma^\mu D_\mu d'_{iR}, \quad (1.50)$$

que se puede escribir de la siguiente manera,

$$\mathcal{L}_q^C = i\bar{Q}'_{iL}\not{D}Q'_{iL} + i\bar{u}'_{iR}\not{D}u'_{iR} + i\bar{d}'_{iR}\not{D}d'_{iR} \quad (1.51)$$

donde $Q' = \begin{pmatrix} u'_i \\ d'_i \end{pmatrix}_L$. Después de expresar en términos de los campos de masa el Lagrangiano de la ecuación (1.50) se reescribe como

$$\mathcal{L}_q^C = i\bar{U}\gamma^\mu\partial_\mu U + i\bar{D}\gamma^\mu\partial_\mu D + \frac{g}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ J^{-\mu} + J_\mu^+ W^{-\mu}) + \frac{g}{2c_W}Z_\mu J_Z^\mu + eA_\mu J_A^\mu, \quad (1.52)$$

donde las corrientes cargadas, $J^{-\mu}$, y neutras, J_Z^μ y J_A^μ , están definidas de la siguiente manera:

$$J^{-\mu} = \bar{U}_L\gamma^5 K D_L, \quad (1.53)$$

$$J_Z^\mu = \bar{U}\gamma^\mu(g_V^u + g_A^u\gamma^5)U + \bar{D}\gamma^\mu(g_V^d + g_A^d\gamma^5)D, \quad (1.54)$$

$$J_A^\mu = \bar{U}\gamma^\mu U + \bar{D}\gamma^\mu D, \quad (1.55)$$

siendo $K = V_L^u V_L^{d\dagger}$ la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM), mientras que $g_V^{u_i}$ y $g_A^{u_i}$ son constantes de acoplamiento que dependen esencialmente de la carga del quark u_i ($u_i = u, d$).

Sector de corrientes para leptones

Recordemos que aquí se tiene ausencia de neutrinos derechos, el Lagrangiano de corrientes para leptones, está dado por

$$\mathcal{L}_l^C = i\bar{\mathcal{L}}'_{iL}\gamma^\mu D_\mu L'_{iL} + i\bar{l}'_{iR}\gamma^\mu D_\mu l'_{iR}, \quad (1.56)$$

el cual conserva sabor como en el caso de los quarks. Tomando como base las masas podemos reescribir este Lagrangiano de la siguiente manera

$$\mathcal{L}_l^C = i\bar{E}_i\gamma^\mu\partial_\mu E_i + i\bar{\nu}_L\gamma^\mu\partial_\mu\nu_L + \frac{g}{\sqrt{2}}(W_\mu^+J^{-\mu} + J_\mu^+W^{-\mu}) + \frac{g}{2c_W}Z_\mu J_Z^\mu + eA_\mu J_A^\mu, \quad (1.57)$$

donde al igual que para los quarks, se han introducido las corrientes cargadas $J^{-\mu}$ y neutras J_Z^μ y J_A^μ , que están dadas de la siguiente manera

$$J^{-\mu} = \bar{\nu}_L\gamma^\mu E_L, \quad (1.58)$$

$$J_Z^\mu = \bar{\nu}\gamma^\mu(g_V^\mu + g^\nu\gamma^5)\nu + \bar{E}\gamma^\mu(g_V^E + g_A^E\gamma^5)E, \quad (1.59)$$

$$J_A^\mu = \bar{\nu}_L\gamma^\mu\nu_L + \bar{E}\gamma^5 E, \quad (1.60)$$

con $g_L^{l_i}$ y $g_A^{l_i}$ ($l_i = \nu, E$) son constantes de acoplamiento.

1.2. El Lagrangiano de QCD

Las interacción fuerte como su nombre lo indica es la de mayor magnitud observada en la actualidad, se deriva de preguntarse qué mantiene unidos a protones y neutrones en los núcleos. En el ME, todas las demás partículas que interactúan fuertemente, colectivamente llamadas hadrones, también se postulan como compuestos contruidos a partir de quarks, antiquarks y gluones, y la QCD es la interacción que se cree que es responsable de unirlos.

En la QCD, la noción de carga eléctrica se reemplaza por un nuevo tipo de carga que conocemos como color, con cada quark presentando tres variantes, cada una llevando uno de los tres colores. Hay ocho tipos de gluones de espín uno que se acoplan al color de manera similar a como los fotones se acoplan a la carga eléctrica [62].

El Lagrangiano de QCD adquiere la siguiente forma

$$L^{QCD} = -\frac{1}{2}\text{Tr}[G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}] + \bar{q}_i(i\gamma^\mu D_\mu - m_i)q_i, \quad (1.61)$$

donde $q_i = (u, d, s, c, b, t)$ son los campos de quarks con masas m_i y D_μ es la derivada covariante dada como

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s G_\mu \quad (1.62)$$

y

$$G_{\mu\nu} = \partial_\mu G_\nu - \partial_\nu G_\mu - ig_s [G_\mu, G_\nu], \quad (1.63)$$

con $G_\mu = G_\mu^a \lambda^a / 2$, siendo λ^a las matrices de Gell-Mann las cuales satisfacen

$$[\lambda^a, \lambda^b] = 2if^{abc}\lambda^c, \quad (1.64)$$

cuya condición de normalización es:

$$\text{Tr}[\lambda^a, \lambda^b] = 2\delta^{ab}, \quad (1.65)$$

Estos campos G_μ , son denominados “gluones” y existen 8 diferentes de acuerdo con la simetría de norma $SU_C(3)$ [62].

1.3. Rompimiento Espontáneo de Simetría

El RES es esencial ya que proporciona una explicación elegante y consistente para la existencia de masas en el ME.

Se dice que una cantidad exhibe cierta simetría cuando es invariante, es decir, cuando toma el mismo valor después de ser expuesta a cierta transformación. Uno de los principios fundamentales en física de partículas es que las interacciones entre las partículas elementales son descritas por principios de simetría. Un sistema invariante bajo traslación permanece igual ante cualquier traslación que se le aplique. Un sistema invariante ante rotaciones se ve idéntico aunque sea rotado alrededor de un eje arbitrario. Luego entonces, existe relación entre invariancia y conservación. Por ejemplo: la conservación del momento lineal se relaciona con las traslaciones espaciales; la conservación del momento angular se relaciona con la invariancia ante rotaciones; y la conservación de la energía se relaciona con la invariancia bajo traslaciones en el tiempo. La idea general es clara, invariancia lleva a leyes de conservación [62, 76].

Una simetría S existe en un sistema físico cuando este sistema es invariante bajo una transformación dada por S , es decir, si el Hamiltoniano es invariante,

$$SHS^\dagger = H. \quad (1.66)$$

Se tiene un grupo de simetría cuando el conjunto de simetrías independientes forman la estructura algebraica de un grupo.

Se introduce la transformación,

$$\Phi \rightarrow \Phi_0 + \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_W^+ \\ (H + iG_Z)/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (1.67)$$

donde G_W^+ y G_Z son los bosones de Goldstone asociados a $W^\pm$ y Z , respectivamente, H es el bosón Higgs.

Sustituyendo esta relación en la parte cinética de $\mathcal{L}$, $(D_\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi)$ conduce a

$$\begin{aligned} (D_\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) &= \left(\partial_\mu G_w^- \right) \left(\partial^\mu G_w^+ \right) + \frac{1}{2} \left(\partial_\mu G_z \right) \left(\partial^\mu G_z \right) \\ &+ \frac{(gv)^2}{4} W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{v^2}{8} \left(-gW_\mu^3 + g'B_\mu \right) \left(-gW^{\mu 3} + g'B^\mu \right) \\ &+ \frac{g^2}{2} W_\mu^+ W^{-\mu} G_w^- G_w^+ + \dots, \end{aligned} \quad (1.68)$$

en la cual se utilizó la derivada covariante redefinida por la siguiente ecuación:

$$D_\mu = \partial_\mu - \frac{ig}{2} \left(W_\mu^+ \tau + W_\mu^- \tau^\dagger \right) - \frac{i}{2} \left(gW_\mu^3 \tau^3 + g'B_\mu Y \right), \quad (1.69)$$

con los campos $W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)$ y el operador $\tau = \frac{1}{2}(\tau^1 + i\tau^2)$. De la ecuación (1.68) se identifica un término de masa para $W^\pm$ con $m_W = \frac{gv}{2}$. Si se aplica la siguiente rotación a los campos de norma W_μ^3 y B_μ ,

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_W & s_W \\ -s_W & c_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}, \quad (1.70)$$

o expresado de la siguiente manera,

$$W_\mu^3 = c_W Z_\mu + s_W A_\mu, \quad (1.71)$$

$$B_\mu = -s_W Z_\mu + c_W A_\mu, \quad (1.72)$$

donde c_W y s_W están definidos como $c_W \equiv \cos \theta_W$ y $s_W \equiv \sin \theta_W$, siendo θ_W el ángulo débil dado por $\tan \theta_W = g'/g$. Por lo tanto, se tiene,

$$c_W = \frac{g}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \quad (1.73)$$

y para s_W ,

$$s_W = \frac{g'}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \quad (1.74)$$

de lo anterior se obtiene lo siguiente,

$$\frac{v^2}{8} \left(-gW_\mu^3 + g'B_\mu \right) \left(-gW^{\mu 3} + g'B^\mu \right) = \frac{v^2}{8} \left(g^2 + g'^2 \right) Z^\mu Z_\mu + (0) A^\mu A_\mu, \quad (1.75)$$

de donde se puede identificar un término de masa para Z_μ , dado por

$$m_Z = \frac{v\sqrt{g^2 + g'^2}}{\sqrt{2^3}}, \quad (1.76)$$

mientras que el campo A_μ permanece sin masa, debido a lo cual se asocia con el campo electromagnético.

Por otro lado, el potencial de Higgs toma la forma siguiente:

$$\begin{aligned} V(\Phi^\dagger \Phi) &= \mu^2(\Phi_0 + \Phi)^\dagger(\Phi_0 + \Phi) + \lambda[(\Phi_0 + \Phi)^\dagger(\Phi_0 + \Phi)]^2, \\ &= \frac{\lambda v^4}{4} - \frac{m_H^2}{2} H^2 - \lambda v H^3 - \frac{\lambda}{4} H^4 - 2\lambda v H(G_Z^2 + 2G_W^+ G_W^-) \\ &\quad - \frac{\lambda}{2} G_Z^2 H^2 - \lambda(H^2 + G_Z^2)G_W^+ G_W^- - \frac{\lambda}{4} G_Z^4 - \lambda(G_W^+ G_W^-)^2, \end{aligned} \quad (1.77)$$

de lo anterior H , tiene masa distinta de cero dada por $m_H^2 = 2\lambda v^2$ [76].

Aunque el ME se mantiene como el marco que mejor describe a las partículas y sus interacciones, existen aspectos que aún no logra describir y que nos permite seguir en la búsqueda de extensiones al modelo o nueva física. Un camino intrigante más allá del modelo involucra examinar las propiedades intrínsecas de los leptones, como sus momentos dipolares magnéticos y eléctricos. Estos momentos dipolares, arraigados en las propiedades cuánticas de las partículas, ofrecen una comprensión más profunda de sus características subatómicas.

Capítulo 2

Momentos dipolares de leptones

El estudio de los momentos dipolares de los leptones constituye un área fundamental en la física de partículas, destacada por su relevancia y su profundo impacto en comprender la estructura y el como interactúan entre sí las partículas.

La historia de los momentos dipolares se remonta a los principios de la física clásica. Sin embargo, con el surgimiento de la mecánica cuántica, la comprensión de estos momentos dio paso a una nueva perspectiva. Desarrollos de nuevos modelos, como lo es la electrodinámica cuántica (QED), la teoría de Schwinger y otros desarrollos, han permitido un análisis detallado de los momentos dipolares, particularmente del momento magnético anómalo. Este parámetro ofrece una ventana hacia la física más allá del ME y se ha convertido en un banco de pruebas para evaluar discrepancias entre las predicciones teóricas y las mediciones experimentales.

Este capítulo explora desde los conceptos básicos hasta los desarrollos más recientes, se pretende ofrecer una visión integral de esta fascinante área de investigación en la física de partículas.

2.1. Antecedentes

Los inicios del estudio de los momentos dipolares se remonta al siglo XX. La noción del electrón como una partícula giratoria tuvo su inicio con Arthur Compton en la década de 1920. Esta teoría introdujo la idea de que el electrón no solo posee carga eléctrica, sino que también gira sobre su eje, dando lugar a propiedades magnéticas [78]. Sin embargo, la interpretación completa de esta teoría tomó tiempo y experimentos adicionales.

Uno de los experimentos más significativos fue el famoso experimento de Stern-Gerlach en 1922. En este experimento, Otto Stern y Walther Gerlach demostraron la existencia de la cuantización del momento angular en partículas. Al pasar un haz de plata a través de un campo magnético no homogéneo, observaron una separación cuantizada de los átomos de plata en dos direcciones específicas, lo que sugirió la existencia de componentes magnéticas intrínsecas en las partículas, una propiedad fundamental que más tarde se relacionaría con los momentos dipolares [79, 80, 81].

El experimento de Uhlenbeck y Goudsmit, llevado a cabo en 1925, aportó en gran medida a la física cuántica, ya que propuso por primera vez la existencia de un momento dipolar intrínseco asociado a las partículas subatómicas. Basándose en los resultados del

experimento de Stern-Gerlach, que mostraba la cuantización del momento angular del electrón, Uhlenbeck y Goudsmit plantearon la hipótesis de que los electrones podrían poseer un momento angular intrínseco adicional [82, 83].

Estos científicos postularon la existencia de un espín para los electrones, una propiedad cuántica que no tiene análogo en el mundo clásico. Esta nueva característica del electrón fue fundamental para explicar varios fenómenos en la física atómica y proporcionó una comprensión más profunda de la estructura de los átomos y las interacciones fundamentales.

La idea del espín revolucionó la física cuántica, siendo una contribución significativa que permitió explicar y predecir muchos fenómenos cuánticos. Además, marcó sustento para desarrollar la mecánica cuántica y la teoría cuántica de campos. El momento dipolar magnético del electrón se encuentra a lo largo de su espín

$$\vec{\mu} = g \left(\frac{q}{2m} \right) \vec{s} \quad (2.1)$$

donde $q = \pm e$ es la carga de la partícula en términos de la carga del electrón y g es el g-factor para el espín [83].

Estos descubrimientos iniciales sentaron las bases para la comprensión de los momentos dipolares en partículas subatómicas y condujeron a investigaciones posteriores en el campo de la física de partículas y la mecánica cuántica.

2.2. Momento electromagnético clásico

Antes de adentrarnos en el estudio detallado del dipolo del leptón tau y su papel en los modelos extendidos del ME, es fundamental comprender los principios y conceptos subyacentes a los dipolos magnéticos clásicos. Los dipolos magnéticos clásicos son piedras angulares en la comprensión de la interacción magnética.

En su esencia, un dipolo magnético consiste en una configuración que posee dos polos, uno norte y otro sur, separados por una distancia finita. Este dipolo puede ser representado por una barra magnética con polos opuestos en sus extremos. La interacción magnética entre dos dipolos magnéticos se rige por la ley de Coulomb para el magnetismo, que establece la fuerza y el campo magnético entre ellos.

El concepto de dipolo magnético clásico sienta las bases para comprender el comportamiento de los imanes y su influencia en la naturaleza. Un momento dipolar eléctrico clásico ($\mathbf{p}$) se origina por la separación de cargas positivas y negativas dentro de un sistema. Matemáticamente, se define como el producto de la carga q y el vector que apunta desde la carga negativa hacia la positiva, es decir, $\mathbf{p} = q \cdot \mathbf{d}$, donde $\mathbf{d}$ es el vector de separación.

De manera similar, un momento dipolar magnético clásico ($\boldsymbol{\mu}$) se origina a partir de un lazo de corriente eléctrica o una partícula cargada giratoria. La magnitud del momento dipolar magnético es el producto de la corriente I y el área del lazo (A), es decir,

$$|\boldsymbol{\mu}| = I \cdot A, \quad (2.2)$$

y su dirección es perpendicular al plano del lazo siguiendo la regla de la mano derecha.

El torque ($\boldsymbol{\tau}$) experimentado por un momento dipolar magnético ($\boldsymbol{\mu}$) en un campo magnético externo ($\mathbf{B}$) está dado por el producto cruz $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$. Este torque tiende a alinear el momento dipolar magnético con la dirección del campo externo.

La expresión

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B} \quad (2.3)$$

ilustra cómo un momento dipolar magnético ($\boldsymbol{\mu}$) interactúa con un campo magnético externo ($\mathbf{B}$). Cuando el dipolo no está alineado con el campo, experimenta un torque que intenta alinearlo con la dirección del campo. Esta ecuación es fundamental para comprender el comportamiento de los dipolos magnéticos en campos magnéticos.

El momento dipolar magnético ($\boldsymbol{\mu}$) puede estar asociado con el momento angular ($\mathbf{L}$) de una partícula giratoria cargada. Para una partícula con carga q girando con velocidad angular ω , su momento dipolar magnético está dado por

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{q}{2m} \mathbf{L}, \quad (2.4)$$

donde m es la masa de la partícula. Esta relación muestra que el momento dipolar magnético es proporcional al momento angular de la partícula. El momento dipolar magnético, cuando se coloca en un campo magnético externo ($\mathbf{B}$), experimentará un torque $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$, lo que dará lugar a una precesión del momento dipolar alrededor del campo magnético con una frecuencia llamada frecuencia de Larmor [84].

Precesión de Larmor

La precesión de Larmor es un fenómeno característico de la física que describe el movimiento giratorio de un momento dipolar magnético en respuesta a un campo magnético externo. Esta precesión es similar al giro de una peonza que gira mientras se inclina con respecto a la dirección vertical.

Este fenómeno es fundamental para comprender el comportamiento de los momentos dipolares magnéticos en presencia de campos magnéticos externos. La frecuencia de precesión, denotada como ω , está determinada por la magnitud del momento dipolar magnético $\vec{\mu}$ y la fuerza del campo magnético $\vec{B}$ según la fórmula:

$$\vec{\omega} = -\gamma \vec{\mu} \times \vec{B}$$

Aquí, γ es el llamado “ratio giromagnético”, una constante que depende de las propiedades intrínsecas de la partícula. La dirección de la precesión está dada por el producto cruz $\vec{\mu} \times \vec{B}$, lo que significa que el momento dipolar $\vec{\mu}$ precesará alrededor del campo magnético $\vec{B}$ con una velocidad angular proporcional al producto de estos vectores.

Este fenómeno de precesión es esencial en muchos campos de la física, incluyendo la resonancia magnética nuclear (RMN), la electrónica de estado sólido y la física de partículas, y proporciona información valiosa sobre las propiedades magnéticas y las interacciones de partículas y materiales a nivel microscópico.

El estudio de los momentos dipolares clásicos generados por partículas cargadas en movimiento nos proporciona una comprensión fundamental de la interacción entre los momentos magnéticos y campos magnéticos externos. Sin embargo, cuando nos adentramos

en el mundo de la mecánica cuántica, estas nociones clásicas se someten a transformaciones significativas. En el marco de la mecánica cuántica, el concepto de momentos dipolares toma un carácter más sutil y se encuentra intrínsecamente ligado a propiedades fundamentales de partículas subatómicas y su comportamiento ante campos electromagnéticos. Esta transición a la mecánica cuántica nos permite explorar los momentos dipolares desde una perspectiva más profunda y entender su papel crucial en la física de partículas [85].

2.3. Momento magnético cuántico

Los momentos dipolares en mecánica cuántica están íntimamente ligados al concepto de espín, una propiedad intrínseca de las partículas subatómicas. El descubrimiento del espín emergió de los experimentos pioneros de Stern y Gerlach en los años 20 [79, 80, 81], donde observaron la desviación cuantizada de partículas en un campo magnético no uniforme. El experimento consiste en estudiar la desviación de un haz de átomos paramagnéticos neutros (en este caso, átomos de plata) en un campo magnético altamente heterogéneo. Este fenómeno condujo a la noción de que las partículas poseen un momento angular intrínseco, conocido como espín.

Posteriormente, el experimento de Uhlenbeck y Goudsmit en 1925 [82, 83], tras observar las líneas espectrales de los átomos de gas, reveló que el momento angular intrínseco de un electrón es de $\frac{1}{2}\hbar$. Esto marcó un hito al introducir el concepto de espín como una propiedad fundamental de las partículas con carga. Esta nueva propiedad se integró en las teorías cuánticas y resultó en la formulación de la mecánica cuántica.

Partiendo de la ecuación de Schrödinger no relativista de ondas mecánicas:

$$\frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m}\Psi(\mathbf{r}, t) = \hat{E}\Psi(\mathbf{r}, t) \quad (2.5)$$

donde Ψ es la función de onda escalar compleja de Schrödinger. Haciendo uso de la identidad vectorial del espín siguiente

$$(\sigma \cdot \hat{\mathbf{a}}) \cdot (\sigma \cdot \hat{\mathbf{b}}) = (\hat{\mathbf{a}} \cdot \hat{\mathbf{b}})\mathbb{I} + i\sigma \cdot (\hat{\mathbf{a}} \times \hat{\mathbf{b}}) \quad (2.6)$$

donde $\hat{\mathbf{a}}$ y $\hat{\mathbf{b}}$ son dos operadores vectoriales cualquiera que conmutan con σ . Supongamos el ejemplo con $\hat{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{b}} = \hat{\mathbf{p}}$ se tiene que $(\sigma \cdot \hat{\mathbf{p}})^2 = \hat{\mathbf{p}}^2\mathbb{I}$. Como menciona Sakurai [86], reemplazando la función de onda Ψ por un espinor ψ de dos componentes, se tiene

$$\frac{(\sigma \cdot \hat{\mathbf{p}})^2}{2m}\psi(\mathbf{r}, t) = \hat{E}\psi(\mathbf{r}, t) \quad (2.7)$$

Los efectos del espín se manifiestan haciendo uso del acoplamiento mínimo invariante de norma de $\hat{\mathbf{p}}$ con $\hat{\pi} = \hat{\mathbf{p}} - q\mathbf{A}$, y $\hat{E}$ con $\hat{\epsilon} = \hat{E} - q\phi$, lo cual da lugar a la siguiente ecuación

$$\frac{(\sigma \cdot \hat{\pi})^2}{2m}\psi(\mathbf{r}, t) = \hat{\epsilon}\mathbb{I}\psi(\mathbf{r}, t) \quad (2.8)$$

De la identidad 2.6 con $\hat{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{b}} = \hat{\pi} = \hat{\mathbf{p}} - q\mathbf{A}$, se sustituye para obtener

$$\begin{aligned} (\sigma \cdot \hat{\pi})^2 &= \hat{\pi}^2\mathbb{I}\psi + i\sigma \cdot [(\hat{\mathbf{p}} - q\mathbf{A}) \times (\hat{\mathbf{p}} - q\mathbf{A})]\psi \\ &= \hat{\pi}^2\mathbb{I}\psi - iq\hbar\sigma \cdot [\nabla \times (\mathbf{A}\pi) + \mathbf{A} \times (\nabla\psi)] \end{aligned} \quad (2.9)$$

utilizando la identidad vectorial $\nabla \times (\mathbf{A}\pi) = \nabla\psi \times \mathbf{A} + (\nabla \times \mathbf{A})\psi$, reemplazando $\hat{\mathbf{p}} = -i\hbar\nabla$ así como $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$ se tiene

$$(\sigma \cdot \hat{\pi})^2 = \hat{\pi}^2 \mathbb{I} - q\hbar(\sigma \cdot \mathbf{B})\psi \quad (2.10)$$

Sustituyendo 2.10 y $\hat{\epsilon} = \hat{E} - q\phi$ tenemos

$$\left[\frac{1}{2m}(\hat{\mathbf{p}} - q\mathbf{A})^2 \mathbb{I} + q\phi \mathbb{I} - \mu_s \cdot \mathbf{B} \right] \psi(\mathbf{r}, t) = \hat{E} \mathbb{I} \psi(\mathbf{r}, t) \quad (2.11)$$

dado que

$$\mu_s = \left(\frac{q\hbar}{2m} \right) \sigma \quad (2.12)$$

que es un resultado previo a utilizar la ecuación de Dirac.

2.4. Predicción de Dirac

La predicción de Dirac para $g = 2$ para la relación giromagnética del electrón se basa en su teoría cuántica relativista para el electrón, descrita por la ecuación de Dirac, esta ecuación describe el comportamiento de los electrones relativistas y se expresa como:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

donde γ^μ son las matrices gamma de Dirac, ∂_μ es el operador de cuadrigradiante, m es la masa del electrón y ψ es la función de onda del electrón. A partir de la ecuación de Dirac, se puede derivar una expresión para el momento magnético del electrón en términos de la relación giromagnética g de la siguiente manera:

La aproximación no relativista del operador del momento magnético para una partícula cargada moviéndose en un campo magnético se expresa como:

$$\boldsymbol{\mu} = -\frac{e}{2m} \mathbf{S}$$

donde $\boldsymbol{\mu}$ es el operador del momento magnético, e es la carga del electrón, m es la masa del electrón y $\mathbf{S}$ es el operador de espín.

En términos de g , la relación giromagnética, la expresión para el momento magnético se convierte en:

$$\boldsymbol{\mu} = -g \frac{e}{2m} \mathbf{S}$$

Al considerar el espín intrínseco $\mathbf{S}$ del electrón y utilizando la ecuación de Dirac, Dirac concluyó que el valor de g debería ser 2. Este resultado surge del tratamiento relativista del espín del electrón y es una consecuencia de la naturaleza relativista de la ecuación de Dirac [87].

Al analizar el comportamiento del electrón dentro del marco de la ecuación de Dirac, Dirac dedujo que $g = 2$ es el valor que describe el momento magnético del electrón, asumiendo un electrón puntual, no interactuante y sin considerar correcciones cuánticas o

interacciones con el vacío. Esta predicción fue un éxito notable de la teoría de Dirac en ese momento, considerando su acuerdo con las mediciones experimentales disponibles en ese entonces. Sin embargo, avances posteriores e investigaciones experimentales meticulosas revelaron desviaciones sutiles en la predicción. Estas desviaciones surgieron debido a lo que ahora se conoce como correcciones cuánticas y al desarrollo de técnicas de medición altamente precisas que más tarde se nombrarían Electrodinámica Cuántica (QED). Estos refinamientos no solo profundizaron nuestra comprensión de las partículas fundamentales, sino que también llevaron a la exploración del momento magnético anómalo, un ámbito que fue elucidado aún más por las significativas contribuciones de Schwinger y las subsiguientes investigaciones científicas.

2.5. La anomalía magnética del electrón y QED

El momento magnético anómalo del electrón, descrito por primera vez por Julian Schwinger, es un fenómeno notable en la física de partículas. En 1947, Schwinger llevó a cabo cálculos precisos utilizando la teoría de la electrodinámica cuántica (QED) para determinar el momento magnético del electrón y encontró discrepancias entre los resultados teóricos y las mediciones experimentales. La teoría de Schwinger predijo un momento magnético anómalo ligeramente diferente del valor observado, lo que llevó a la formulación de lo que se conoce como el “término anómalo” o “anomalía del momento magnético” del electrón.

Esta discrepancia se atribuyó a interacciones entre el electrón y su propio campo electromagnético en QED, lo que dio lugar a correcciones radiativas adicionales al momento magnético. Estas correcciones representan un desafío teórico significativo y son un ejemplo clave de cómo la teoría cuántica de campos, en particular la electrodinámica cuántica, aborda y modela efectos cuánticos sutiles y precisos que afectan las propiedades de las partículas elementales [87].

El momento magnético anómalo del electrón, predicho por Julian Schwinger, es una consecuencia fundamental de la teoría cuántica de campos, específicamente de la electrodinámica cuántica (QED). En QED, el momento magnético μ del electrón difiere ligeramente del valor clásico debido a las correcciones radiativas generadas por la interacción entre el electrón y el campo electromagnético cuántico que lo rodea.

El valor exacto del momento magnético anómalo del electrón se describe mediante la fórmula:

$$\mu_e = \mu_{\text{clásico}} \times (1 + a), \quad (2.13)$$

donde $\mu_{\text{clásico}}$ es el momento magnético clásico del electrón y a representa el término de corrección anómalo. La contribución del término anómalo a menudo se expresa en función del acoplamiento fino α , que mide la fuerza de la interacción electromagnética:

$$a = \frac{\alpha}{2\pi} + \text{términos de orden superior}. \quad (2.14)$$

Aquí, $\alpha \approx \frac{1}{137}$ es la constante de estructura fina, una medida de la fuerza de la interacción electromagnética. Los términos de orden superior representan contribuciones

adicionales de la teoría cuántica, como los bucles de diagramas de Feynman de mayor complejidad, que generan correcciones adicionales al momento magnético. La precisión de esta predicción teórica está en excelente acuerdo con los resultados experimentales más precisos [87].

El electrón, siendo la primera partícula en la cual se detectó el momento magnético anómalo, abrió la puerta a nuevas fronteras en la física de partículas. Esta discrepancia entre la predicción teórica y la medición experimental señaló la existencia de fenómenos aún desconocidos, impulsando así la investigación de los momentos dipolares de otras partículas subatómicas. Entre estas, el leptón tau se ha convertido en objeto de gran interés. El estudio del momento dipolar del leptón tau ofrece una oportunidad para comprender mejor la estructura interna de esta partícula elemental.

2.6. Momentos dipolares del leptón Tau

El leptón tau Figura 2.1, ha atraído una atención significativa en la investigación actual debido a su papel crucial en los procesos subatómicos. La comprensión de sus propiedades, incluyendo su momento dipolar, ofrece una ventana intrigante para explorar fenómenos más allá del ME. Los momentos dipolares del tau lepton son de interés particular, ya que su medición puede proporcionar información valiosa sobre la estructura interna de esta partícula elemental y, además, puede servir como una sonda sensible para detectar nuevas partículas o interacciones que podrían estar más allá del alcance del ME. La búsqueda y caracterización de los momentos dipolares del leptón tau se considera un área de vanguardia en la física de partículas moderna, ofreciendo oportunidades para descubrimientos significativos que podrían revolucionar nuestra comprensión de las interacciones fundamentales y la naturaleza de la materia.

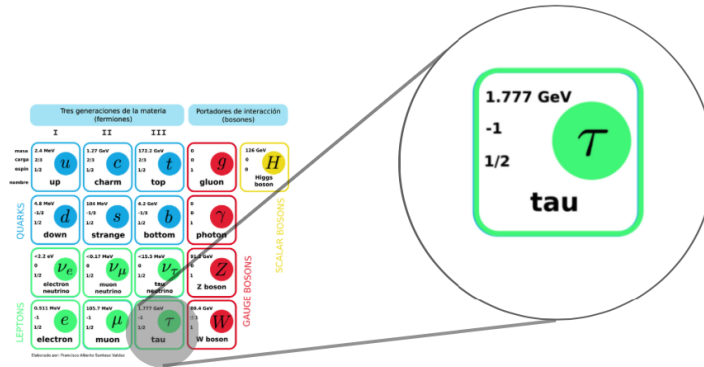


Figura 2.1: Leptón Tau en el Modelo Estándar.

Recientemente, se han llevado a cabo numerosos estudios experimentales para investigar el dipolo electromagnético del leptón tau y sus propiedades. Varios artículos publicados han presentado resultados interesantes en este campo [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11], proporcionando nuevas restricciones y limitaciones sobre la magnitud del dipolo eléctrico y magnético del leptón tau. Por ejemplo, la Colaboración ATLAS informa la primera

observación de producción de pares de τ -leptones en colisiones de plomo-plomo ultra-periféricas, $\text{Pb} + \text{Pb} \rightarrow \text{Pb}(\gamma\gamma \rightarrow \tau\tau)\text{Pb}$, con una significancia superior a 5σ en 1.44 nb^{-1} de datos a $\sqrt{s_{NN}} = 5.02 \text{ TeV}$ en el LHC [12]. El número observado de eventos es compatible con el esperado por la predicción del Modelo Estándar (SM). Los eventos se utilizan para establecer límites en el momento magnético anómalo del τ -leptón, correspondiendo a $-0.057 < a_\tau < 0.024$ al 95 % de nivel de confianza. En el caso de la Colaboración CMS, se informa sobre la observación de la producción de pares de leptones tau en colisiones nucleón-nucleón ultraperiféricas. La medición se basa en una muestra de datos recolectada por el experimento CMS a una energía en el centro de masa por nucleón de 5.02 TeV , correspondiente a una luminosidad integrada de $4.04 \mu\text{b}^{-1}$. La sección eficaz se mide en una región de espacio de fase fiducial y se encuentra en $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \tau\tau) = 4.8 \pm 0.6(\text{stat}) \pm 0.5(\text{syst}) \mu\text{b}$, lo que está en acuerdo con las predicciones de la electrodinámica cuántica con precisión de orden líder. Utilizando la sección eficaz medida, estiman un límite de $(-8.8 < a_\tau < 5.6) \times 10^{-2}$ al 68 % de nivel de confianza [13, 14, 15].

La exploración de los momentos dipolares de los leptones ha sido un campo de estudio fundamental, proporcionando información crucial sobre la estructura interna y las interacciones de estas partículas elementales. Sin embargo, existen fenómenos que el ME no describe de manera completa, como la violación de sabor, la jerarquía de masas, la materia oscura, la energía oscura, etc. Es precisamente debido a estas limitaciones que los físicos teóricos proponen y exploran nuevos modelos más allá del ME. La búsqueda de nuevas teorías, como las teorías de corrientes neutras, de gran unificación, supersimetría y dimensiones extras, se convierte en un imperativo para expandir nuestra comprensión de la física de partículas. En este contexto, la exploración de nuevos modelos no solo busca llenar los vacíos conceptuales existentes, sino que también representa una vía para descubrimientos que podrían revelar aspectos hasta ahora desconocidos de la naturaleza fundamental del universo. A medida que nos sumergimos en estos modelos teóricos extendidos más allá del ME, como los que involucran interacciones de cambio de sabor (CNCS), se abre un fascinante camino para explorar y entender mejor los momentos dipolares, especialmente el del leptón tau. Los modelos extendidos, en particular aquellos que abordan las corrientes neutras con cambio de sabor, han emergido como un terreno fértil para investigar fenómenos que desafían el ME. Al vincular estos modelos con el estudio de los momentos dipolares del tau, se presenta una oportunidad única para desentrañar las características intrínsecas de esta partícula.

El siguiente capítulo presenta en detalle un modelo extendido con corriente neutras, específicamente relacionado con las interacciones de cambio de sabor, como una vía para investigar y comprender en mayor profundidad el momento dipolar del leptón tau. Al unir estos conceptos, nos adentramos en un campo de estudio que promete iluminar los enigmas aún no resueltos en la física de partículas.

Capítulo 3

Modelos Extendidos

3.1. Motivación para nueva física

En el ME aún persisten fenómenos inexplicados y cuestiones sin resolver que sugieren la existencia de nueva física más allá de sus límites. Esta brecha entre las observaciones experimentales y las predicciones teóricas del ME ha llevado a un profundo interés en explorar áreas de investigación, particularmente en el estudio de las corrientes neutras con cambio de sabor.

Para abordar estas anomalías, se han propuesto diversas teorías más allá del ME. Estas teorías comprenden extensiones del ME, como la inclusión de partículas adicionales como bosones Z' , supersimetría y modelos que consideran dimensiones extras. Estos enfoques teóricos no solo proporcionan soluciones a las discrepancias observadas, sino que también ofrecen predicciones específicas y verificables que pueden someterse a pruebas experimentales.

Uno de los aspectos que no explica el ME es la violación en el cambio de sabor para lo cual se han propuesto modelos con corrientes neutras que lo permitan. El estudio de las corrientes neutras con cambio de sabor representa una ventana fascinante y prometedora para descubrir indicios de nueva física y para resolver los misterios aún sin resolver en la física de partículas.

3.2. Corrientes Neutras con Cambio de Sabor

En el contexto de la física de partículas, las Corrientes Neutras de Cambio de Sabor (CNCS) representan una interesante y significativa extensión del ME. Estas interacciones, que violan la conservación de la identidad de sabor en las interacciones neutras, son cruciales en la búsqueda de nueva física más allá del paradigma establecido.

Las CNCS sugieren posibles transiciones de sabor entre partículas sin cambiar su carga eléctrica, lo que conlleva a fenómenos que desafían las predicciones del ME. Estas transiciones, no permitidas en el ME en su formulación original, son fundamentales en teorías que buscan explicar anomalías observadas en las mediciones experimentales.

Explorar las CNCS no solo implica revelar posibles desviaciones del ME, sino también comprender las implicaciones de estas interacciones en la estructura interna de las

partículas y las posibles vías hacia la nueva física. Este enfoque no solo abre nuevos horizontes para la investigación teórica, sino que también proporciona la base para estudiar fenómenos como los momentos dipolares de los leptones con una perspectiva renovada y más amplia.

Las interacciones entre Z en el ME son diagonales en sabor a nivel árbol y se encuentra restringido por el mecanismo de GIM [88]. Las CNCS ocurren en el ME solamente al nivel de correcciones en lazos cuánticos [88].

A continuación se presenta el lagrangiano que describe a las CNCS.

3.3. Lagrangiano de Corrientes Neutras con Cambio de Sabor

Las CNCS son interacciones entre partículas fundamentales en las cuales los sabores de las partículas cambian durante la interacción sin la mediación de la fuerza electromagnética. En el marco teórico del ME, estas interacciones están suprimidas y son extremadamente raras debido a la conservación de los números cuánticos asociados con los sabores. Sin embargo, más allá del ME, los procesos FCNC pueden ocurrir y proporcionar evidencia de nueva física.

El Lagrangiano que describe los corrientes neutras con cambio de sabor en teorías extendidas más allá del ME implica interacciones entre quarks y leptones de diferentes generaciones. Este Lagrangiano introduce la posibilidad de transiciones de sabor, permitiendo, por ejemplo, la transformación de un quark de un sabor a otro durante la interacción.

Por tanto, se utiliza el Lagrangiano renormalizable más general donde están incluidas las CNCS mediadas por el bosón de norma Z' . En el presente trabajo de tesis se considera al bosón Z' proveniente de los siguientes modelos extendidos del ME.

Modelo secuencial

El Modelo Secuencial Estándar (SSM, por sus siglas en inglés) es una extensión del ME que incorpora un bosón Z' adicional con características y propiedades distintas del bosón Z . Este Z' se introduce suponiendo una simetría de ruptura adicional a la simetría electrodébil del ME, lo que resulta en una nueva partícula masiva mediadora de una fuerza adicional. Esta extensión se realiza generalmente asumiendo que el Z' tiene la misma forma de interacción que el Z del ME, pero con una masa y acoplamientos diferentes.

El Modelo Secuencial Estándar (SSM) propone un bosón Z' adicional como extensión del ME. Su Lagrangiano efectivo puede expresarse como:

$$\mathcal{L}_{Z'} = g_{Z'} \bar{\psi} \gamma^\mu (v_\psi - a_\psi \gamma^5) \psi Z'_\mu$$

donde $g_{Z'}$ representa la constante de acoplamiento del bosón Z' con fermiones, ψ denota los campos fermiónicos, v_ψ y a_ψ son los acoplamientos vectorial y axial respectivamente. La masa del Z' está dada por $M_{Z'}$.

Además, las relaciones de acoplamiento del Z' con respecto al Z del ME pueden describirse usando:

$$\frac{M_{Z'}}{M_Z} = \frac{g_{Z'}}{g_Z}$$

Estas ecuaciones ilustran las características fundamentales del modelo secuencial y sus conexiones con las interacciones del ME [89].

Modelo izquierda-derecha

El modelo de simetría izquierda-derecha es una extensión del ME que introduce una simetría entre las interacciones débiles izquierda y derecha. En este modelo, se postula la existencia de un bosón adicional denominado Z' que surge de la simetría LR y actúa como mediador de interacciones nuevas. A diferencia del Z del ME, el Z' en el modelo de simetría LR implica una simetría entre las interacciones izquierda-derecha y puede ofrecer predicciones diferentes sobre cómo las partículas interactúan a nivel fundamental. La existencia del Z' en este contexto teórico se ha estudiado en varios escenarios experimentales.

El Modelo de Simetría Izquierda-Derecha (LRSM) propone una simetría izquierda-derecha adicional en comparación con el ME. El bosón gauge $Z'_{L,R}$ emerge en el modelo simétrico izquierda-derecha en un esquema de ruptura de simetría $SO(10) \rightarrow SU(3) \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$. La corriente del $Z'_{L,R}$ es [90].

$$J_{LR}^\mu = \sqrt{\frac{3}{5}}(\alpha J_{3R}^\mu - (1/2\alpha)J_{B-L}^\mu), \quad (3.1)$$

donde las corrientes J_{3R}^μ y J_{B-L}^μ están asociados con $SU(2)_R$ y la simetría $B - L$ respectivamente.

Modelos Z_χ , Z_ψ y Z_η

El modelo E_6 es una extensión teórica del ME que proviene de un grupo de Lie que combina las interacciones electrodébiles y fuertes. En este marco, se predice la existencia de múltiples bosones Z' adicionales. Estos bosones Z' emergen de la ruptura espontánea del grupo E_6 a un grupo de simetría más bajo, lo que resulta en una variedad de partículas adicionales, entre ellas el Z' . En los modelos E_6 , el Z' se considera uno de los bosones adicionales que pueden mediar nuevas interacciones y fenómenos físicos no descritos por el ME.

En la presencia de extra $U(1)$'s, las interacciones de norma de corrientes neutra son:

$$L_{NC} = eJ_{em}^\mu A_\mu + \sum_{\alpha=1}^n g_\alpha J_\alpha^\mu Z_{\alpha\mu}^0, \quad (3.2)$$

donde Z_1^0 es el bosón de $SU(2) \times U(1)$ y los Z_α^0 , $\alpha \geq 2$, son los bosones adicionales en la base the eigen-estados débiles. Las corrientes que surgen de este lagrangiano son:

$$\begin{aligned}
 J_\alpha^\mu &= \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu [\epsilon_L^{(\alpha)}(i) P_L + \epsilon_R^{(\alpha)}(i) P_R] \psi_i \\
 &= \frac{1}{2} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu (g_V^{i(\alpha)} - g_A^{i(\alpha)} \gamma_5) \psi_i,
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

donde la suma se extiende sobre los fermiones ψ_i , $P_{L,R} = (1 \mp \gamma_5)/2$, $\epsilon_{L,R}^{(\alpha)}$ son los acoplamientos quirales de Z_α^0 . Por tanto, se consideran los casos siguientes:

- Z_χ^0 , que ocurre en $SO(10) \rightarrow SU(5) \times U(1)_\chi$.
- Z_ψ^0 , que ocurre en $E_6 \rightarrow SO(10) \times U(1)_\chi$.
- $Z_\eta^0 \equiv \sqrt{3/8} Z_\chi^0 - \sqrt{5/8} Z_\psi^0$, que ocurre en varios modelos inspirados en teoría de cuerdas E_6 que tiene rompimiento de simetría directo a un grupo de rango 5.

La investigación en torno a la existencia y propiedades del Z' en los modelos E_6 es de gran interés para la búsqueda de partículas y fenómenos más allá del ME [91].

Lagrangiano genérico

A pesar de la existencia de varios modelos propuestos para el bosón Z' en extensiones más allá del ME, se emplea un Lagrangiano genérico para realizar cálculos y estudios fenomenológicos. Este enfoque general permite abordar de manera uniforme y sistemática las propiedades y las interacciones del Z' , independientemente del modelo específico al que esté asociado. A través de este Lagrangiano genérico, se pueden llevar a cabo análisis fenomenológicos que exploran las características comunes y las consecuencias experimentales esperadas de los distintos modelos propuestos para el Z' .

Dicho Lagrangiano se escribe de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}_{NC} = \sum_{ij} \left[\bar{f}_i \gamma^\alpha (\Omega_{L f_i f_j} P_L + \Omega_{R f_i f_j} P_R) f_j + \bar{f}_j \gamma^\alpha (\Omega_{L f_j f_i}^* P_L + \Omega_{R f_j f_i}^* P_R) f_i \right] Z'_\alpha, \tag{3.4}$$

donde f_i y f_j son cualquier fermión del ME y Z'_α es el nuevo bosón propuesto por los diferentes modelos [90, 92, 93]. Los acoplamientos $\Omega_{L f_i f_j}$ y $\Omega_{R f_i f_j}$ representan la intensidad del vértice $Z' f_i f_j$. El Lagrangiano de la ecuación (3.4) se presenta en forma general, es decir, incluye aquellos acoplamientos que violan sabor como también aquellos que lo conservan. Estos acoplamientos son mediados por el bosón de norma Z' . Los acoplamientos a dos fermiones con el mismo sabor están relacionados con el parámetro Ω de la siguiente forma:

$$\Omega_{L f_i f_i} = -g_2 Q_L^{f_i}, \tag{3.5}$$

y por

$$\Omega_{R f_i f_i} = -g_2 Q_R^{f_i}, \tag{3.6}$$

donde los valores de $Q_{L,R}^{f_i}$ [91], [94], [95] se muestran en la Tabla 3.1 y al término g_2 se le denomina como el factor de acoplamiento del bosón de norma Z' .

Para estos diferentes modelos extendidos los acoplamientos de norma de Z' son de la forma siguiente:

$$g_2 = \sqrt{\frac{5}{3}} \sin \theta_W g_1 \lambda_g, \quad (3.7)$$

donde $g_1 = g / \cos \theta_W$, g es la constante de acoplamiento débil, θ_W es el ángulo de mezcla débil y λ_g depende del patrón de ruptura de la simetría, $O(1)$ [94], [96]. En el modelo secuencial Z , el acoplamiento de norma $g_2 = g_1$.

	Z'_S	Z'_{LR}	Z'_χ	Z'_ψ	Z'_η
$Q_R^{l_i}$	0.2316	-0.3339	$\frac{-3}{2\sqrt{10}}$	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$	$\frac{-1}{2\sqrt{15}}$
$Q_L^{l_i}$	-0.2684	0.2548	$\frac{3}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{1}{2\sqrt{15}}$
$Q_R^{u_i}$	-0.1544	0.5038	$\frac{1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$	$\frac{2}{2\sqrt{15}}$
$Q_L^{u_i}$	0.3456	-0.08493	$\frac{-1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{-2}{2\sqrt{15}}$

Tabla 3.1: Constantes quirales para los diferentes modelos de Z' .

Entender los fundamentos teóricos de los modelos que incorporan el bosón Z' prepara el terreno para la búsqueda experimental de esta partícula. Los diversos marcos teóricos, que incluyen extensiones del ME como el Modelo Secuencial Estándar (SSM), modelos simétricos izquierda-derecha y modelos derivados de teorías unificadas E6, postulan la existencia del bosón Z' como un portador de fuerza adicional. Estos modelos proponen propiedades variables, que incluyen diferentes masas, acoplamientos y fuerzas de interacción para la partícula Z' . A través de estas construcciones teóricas, los esfuerzos experimentales buscan encontrar la presencia del bosón Z' a través de experimentos en colisionadores de partículas de alta energía.

El estudio de modelos extendidos dentro del marco de la física de partículas ha ampliado significativamente nuestra comprensión de las interacciones fundamentales. En este contexto, el análisis del proceso $\ell^+ \ell^- \rightarrow Z' \rightarrow \tau^+ \tau^- \gamma$ es una opción más para estudiar los momentos dipolares del leptón tau.

Capítulo 4

Sección eficaz $\ell^+\ell^- \rightarrow Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma$

4.1. Descripción del proceso

Para entender la complicada dinámica de ciertos procesos de colisión de partículas, es esencial un marco teórico sólido. Uno de los métodos poderosos utilizados en la física de partículas de alta energía es el modelo de resonancia de Breit-Wigner. Este enfoque sirve como una herramienta valiosa para comprender y cuantificar los comportamientos de estados resonantes formados durante eventos de colisión.

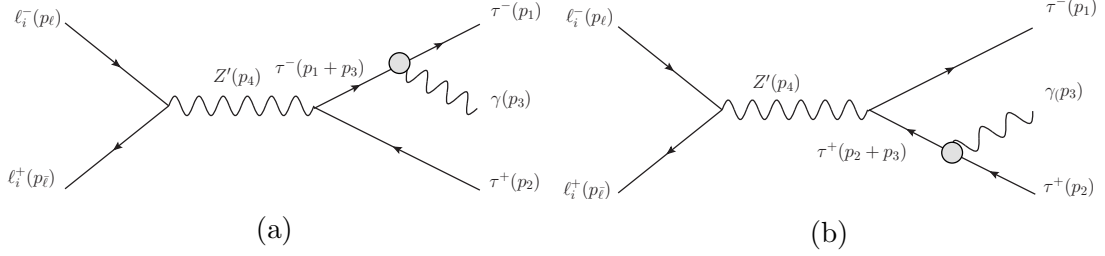
La resonancia de Breit-Wigner, un concepto fundamental en la física de partículas, desempeña un papel crucial en la comprensión y descripción de ciertos procesos que involucran interacciones de partículas. En el contexto de experimentos de alta energía, como las colisiones e^+e^- o $\mu^+\mu^-$, la producción de pares de partícula-antipartícula ($\tau^+\tau^-$) junto con la emisión de un fotón γ puede ocurrir a través de varios mecanismos. El modelo de resonancia de Breit-Wigner es particularmente importante para caracterizar el comportamiento de estados resonantes, como partículas intermedias, que se forman durante estos procesos de colisión [102]. Este modelo incorpora la dependencia de la energía de la sección eficaz, proporcionando información sobre la probabilidad de observar estados intermedios específicos en función de su energía.

En trabajos anteriores, los acoplamientos diagonales de sabor $Z' f \bar{f}$ se han calculado utilizando este enfoque [103]. Por lo tanto, recurrimos a la sección eficaz resonante de Breit-Wigner, que en nuestro caso es

$$\sigma(\ell^+\ell^- \rightarrow Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma) = \frac{12\pi m_{Z'}^2}{s} \frac{\Gamma(Z' \rightarrow \ell^+\ell^-)\Gamma(Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma)}{(s - m_{Z'}^2)^2 + m_{Z'}^2\Gamma_{Z'}^2} \quad (4.1)$$

donde $\sqrt{s}$ es la energía de centro de masa y $\Gamma_{Z'}$ es la anchura de decaimiento total del Z' .

Un paso fundamental en el análisis del proceso $\ell^+\ell^- \rightarrow Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma$ dentro del marco de la resonancia de Breit-Wigner implica el cálculo o la determinación de las anchuras de decaimiento $\Gamma(Z' \rightarrow \ell^+\ell^-)$ y $\Gamma(Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma)$, las cuales están vinculadas con dos distintos procesos de decaimiento del bosón Z' . Estas anchuras de decaimiento son parámetros cruciales que describen la probabilidad y la rapidez con la que el bosón Z' se desintegra en diferentes canales. De esta manera, el análisis de estas tasas no solo proporciona información valiosa sobre la estabilidad y las propiedades de desintegración del Z' , sino que también es fundamental para comprender los fenómenos de interacción de


 Figura 4.1: Diagrama de Feynman que contribuya al proceso $\ell^+\ell^- \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma$.

partículas involucrados en el proceso de decaimiento estudiado. Por lo tanto, comenzamos construyendo las respectivas amplitudes invariantes

$$\mathcal{M}(Z' \rightarrow \ell^+\ell^-) \quad (4.2)$$

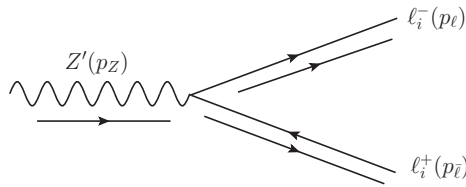
y

$$\mathcal{M}(Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma) \quad (4.3)$$

el proceso se desarrolla completo en las siguientes secciones.

4.2. Razón de decaimiento $Z' \rightarrow \ell^+\ell^-$

El mecanismo para determinar la anchura de decaimiento parcial del bosón de norma vectorial Z' a dos leptones, $\Gamma(Z' \rightarrow \ell^+\ell^-)$, requiere un enfoque paso a paso. En primer lugar, es esencial comprender las reglas de Feynman que gobiernan el acoplamiento Z' -leptón. Una vez que estas reglas están establecidas, el siguiente paso implica la construcción del amplitud invariante $\mathcal{M}$, que encapsula la física de la interacción. Posteriormente, calcular la amplitud al cuadrado $|\bar{\mathcal{M}}|^2$ basada en la amplitud invariante construida. Finalmente, el cálculo culmina en la construcción de la anchura de decaimiento $\Gamma \propto |\bar{\mathcal{M}}|^2$ que proporciona información sobre la probabilidad de observar el canal de decaimiento específico. La regla de Feynman del acoplamiento $Z'\ell^+\ell^-$ está dada por:


 Figura 4.2: Feynman diagram for the decay $Z' \rightarrow \ell^+\ell^-$.

$$-i\gamma^\alpha(\Omega_{L\ell\bar{\ell}}P_L + \Omega_{R\ell\bar{\ell}}P_R) \quad (4.4)$$

La cinemática del proceso está dada por:

$$p_{Z'} = p_\ell + p_{\bar{\ell}}, \quad p_{Z'}^2 = m_{Z'}^2, \quad p_\ell^2 = m_\ell^2, \quad p_{\bar{\ell}}^2 = m_{\bar{\ell}}^2 \quad (4.5)$$

de $p_{Z'}^2 = (p_\ell + p_{\bar{\ell}})^2 = p_\ell^2 + 2p_\ell \cdot p_{\bar{\ell}} + p_{\bar{\ell}}^2 = m_\ell^2 + 2p_\ell \cdot p_{\bar{\ell}} + m_{\bar{\ell}}^2 = m_{Z'}^2$, se tiene $p_\ell \cdot p_{\bar{\ell}} = (m_{Z'}^2 - m_\ell^2 - m_{\bar{\ell}}^2)/2$. La amplitud tensorial es

$$\mathcal{M}^\alpha = \bar{u}^s(p_\ell)[-i\gamma^\alpha(\Omega_{L\ell\bar{\ell}}P_L + \Omega_{R\ell\bar{\ell}}P_R)]v^{s'}(p_{\bar{\ell}}) \quad (4.6)$$

para calcular la anchura de decaimiento $\Gamma(Z \rightarrow \ell^+\ell^-)$ necesitamos determinar el cuadrado de la amplitud.

El complejo conjugado de la amplitud es el siguiente

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{\alpha\dagger} &= \{\bar{u}^s(p_\ell)[-i\gamma^{\alpha'}(\Omega_{L\ell\bar{\ell}}P_L + \Omega_{R\ell\bar{\ell}}P_R)]v^{s'}(p_{\bar{\ell}})\}^\dagger \\ &= v^{s'}(p_{\bar{\ell}})^\dagger(\Omega_{L\ell\bar{\ell}}^*P_L^* + \Omega_{R\ell\bar{\ell}}^*P_R^*)\gamma^{\alpha'\dagger}i\bar{u}^s(p_\ell)^\dagger \\ &= [\bar{v}^{s'}(p_{\bar{\ell}})\gamma^0](\Omega_{L\ell\bar{\ell}}^*P_R + \Omega_{R\ell\bar{\ell}}^*P_L)\gamma^0\gamma^{\alpha'}\gamma^0i[\gamma^0u^s(p_\ell)] \\ &= i\bar{v}^{s'}(p_{\bar{\ell}})\gamma^0(\Omega_{L\ell\bar{\ell}}^*P_R + \Omega_{R\ell\bar{\ell}}^*P_L)\gamma^0\gamma^{\alpha'}(\gamma^0)^2u^s(p_\ell) \\ &= i\bar{v}^{s'}(p_{\bar{\ell}})\gamma^0(\Omega_{L\ell\bar{\ell}}^*P_R + \Omega_{R\ell\bar{\ell}}^*P_L)\gamma^0\gamma^{\alpha'}u^s(p_\ell) \\ &= i\bar{v}^{s'}(p_{\bar{\ell}})(\Omega_{L\ell\bar{\ell}}^*P_R + \Omega_{R\ell\bar{\ell}}^*P_L)(\gamma^0)^2\gamma^{\alpha'}u^s(p_\ell) \\ &= i\bar{v}^{s'}(p_{\bar{\ell}})(\Omega_{L\ell\bar{\ell}}^*P_R + \Omega_{R\ell\bar{\ell}}^*P_L)\gamma^{\alpha'}u^s(p_\ell) \\ &= i\bar{v}^{s'}(p_{\bar{\ell}})\gamma^{\alpha'}(\Omega_{L\ell\bar{\ell}}^*P_R + \Omega_{R\ell\bar{\ell}}^*P_L)u^s(p_\ell) \end{aligned}$$

donde se utilizaron las siguientes propiedades de Dirac $\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0$, $\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0\gamma^\mu\gamma^0$, $\{\gamma^5\gamma^0\} = 0$, $(\gamma^0)^2 = \mathbb{I}$, $\gamma^{0\dagger} = \gamma^0$, and the spinor $\bar{\psi} \equiv \psi^\dagger\gamma^0$.

La amplitud cuadrada media requiere la suma sobre los espines de los fermiones del estado inicial y final, y la suma sobre los estados de polarización del bosón gauge masivo. Por lo tanto,

$$\begin{aligned} |\bar{\mathcal{M}}|^2 &= \sum_{spin} |\mathcal{M}|^2 = \sum_{spin} \mathcal{M}\mathcal{M}^\dagger = \sum_{\lambda=-1}^1 \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} \sum_{s'=\pm\frac{1}{2}} \mathcal{M}\mathcal{M}^\dagger \\ &= \sum_{\lambda=-1}^1 \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} \sum_{s'=\pm\frac{1}{2}} \mathcal{M}^\alpha \epsilon_\alpha(\vec{p}_3, \lambda) \mathcal{M}^{\alpha'\dagger} \epsilon_{\alpha'}^*(\vec{p}_3, \lambda) \\ &= \sum_{\lambda=-1}^1 \epsilon_\alpha(\vec{p}_3, \lambda) \epsilon_{\alpha'}^*(\vec{p}_3, \lambda) \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} \sum_{s'=\pm\frac{1}{2}} \mathcal{M}^\alpha \mathcal{M}^{\alpha'\dagger} \end{aligned}$$

utilizando la identidad de Gordon

$$\sum_{s=\pm\frac{1}{2}} u^s(p)\bar{u}^s(p) = \not{p} + m \quad (4.7)$$

and

$$\sum_{s=\pm\frac{1}{2}} v^s(p)\bar{v}^s(p) = \not{p} - m \quad (4.8)$$

La relación de completez en los vectores de polarización

$$\sum_{\lambda=-1}^1 \epsilon^\alpha(\vec{p}, \lambda) \epsilon^{*\alpha'}(\vec{p}, \lambda) = -g^{\alpha\alpha'} + \frac{p^\alpha p^{\alpha'}}{m^2} \quad (4.9)$$

La amplitud cuadrada requiere la suma sobre el espín the los fermiones iniciales y la suma sobre los vectores de polarización

$$|\bar{\mathcal{M}}|^2 = \frac{N_c}{3} \sum_{\lambda=-1}^1 \epsilon(\vec{p}_{Z'}, \lambda) \epsilon^*(\vec{p}_Z, \lambda) \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} \sum_{s'=\pm\frac{1}{2}} \mathcal{M}^\mu \mathcal{M}^{\mu'\dagger} \quad (4.10)$$

Después de algo de álgebra, la amplitud cuadrada es

$$\begin{aligned} |\bar{\mathcal{M}}|^2 = & \frac{1}{m_{Z'}^2} [(|\Omega_{L\ell\bar{\ell}}|^2 + |\Omega_{R\ell\bar{\ell}}|^2) (-m_\ell^4 - m_\ell^2(m_{Z'}^2 - 2m_\ell^2) + 2m_{Z'}^4 - m_\ell^4 - m_\ell^2 m_{Z'}^2) \\ & + 6m_\ell m_{\bar{\ell}} m_{Z'}^2 (\Omega_{L\ell\bar{\ell}} \Omega_{R\ell\bar{\ell}}^* + \Omega_{L\ell\bar{\ell}}^* \Omega_{R\ell\bar{\ell}})] \end{aligned} \quad (4.11)$$

Una vez que hemos calculado y la amplitud cuadrada para el proceso físico de interés, el siguiente paso implica realizar la integral en el espacio fase. Esta etapa es fundamental para determinar la probabilidad total del evento físico observado.

Iniciamos con el diferencial de la anchura para dos cuerpos

$$d\Gamma = \frac{1}{2m_{Z'}} (2\pi)^4 \delta^4(p_{Z'} - p_\ell - p_{\bar{\ell}}) |\mathcal{M}|^2 \frac{d^3 p_\ell}{(2\pi)^3 2E_\ell} \frac{d^3 p_{\bar{\ell}}}{(2\pi)^3 2E_{\bar{\ell}}}$$

El espacio fase para un decaimiento a dos cuerpos es,

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{2m_{Z'}} \int \int \frac{d^3 p_\ell}{(2\pi)^3 2E_\ell} \frac{d^3 p_{\bar{\ell}}}{(2\pi)^3 2E_{\bar{\ell}}} (2\pi)^4 \delta^4(p_{Z'} - p_\ell - p_{\bar{\ell}}) |\mathcal{M}|^2 \\ &= \frac{1}{2m_{Z'}} \int \int \frac{d^3 p_\ell}{(2\pi)^3 2E_\ell} \frac{d^3 p_{\bar{\ell}}}{(2\pi)^3 2E_{\bar{\ell}}} (2\pi) \delta(E_{Z'} - E_\ell - E_{\bar{\ell}}) (2\pi)^3 \delta^3(p_{Z'} - p_\ell - p_{\bar{\ell}}) |\mathcal{M}|^2 \end{aligned}$$

se integra sobre el momento $p_{\bar{\ell}}$ utilizando la delta

$$\int \frac{d^3 p_{\bar{\ell}}}{E_{\bar{\ell}}} \delta^3(p_{Z'} - p_\ell - p_{\bar{\ell}}) = \frac{1}{E_{\bar{\ell}}} \quad (4.12)$$

Por tanto, nos resulta lo siguiente

$$\Gamma = \frac{1}{2m_{Z'}} \int \frac{d^3 p_\ell}{(2\pi)^2 2E_\ell 2E_{\bar{\ell}}} \delta(E_{Z'} - E_\ell - E_{\bar{\ell}}) |\mathcal{M}|^2$$

haciendo un cambio de coordenadas

$$\int \frac{d^3 p_\ell}{(2\pi)^3 2E_\ell} = \int \frac{E_\ell^2 dE_\ell d\Omega}{(2\pi)^3 2E_\ell}$$

donde $d\Omega = \sin\theta d\theta d\phi$ es el ángulo sólido

$$\Gamma = \frac{1}{2m_{Z'}} \int \int \frac{d|\vec{p}_\ell| |\vec{p}_\ell|^2 d\Omega}{(2\pi)^2 2E_\ell 2E_{\bar{\ell}}} \delta(E_{Z'} - E_\ell - E_{\bar{\ell}}) |\mathcal{M}|^2$$

Procedemos a integrar utilizando la delta

$$\int dx \delta(f(x)) = \sum_i |f'(x_i)|^{-1} \quad (4.13)$$

donde x_i satisface $f(x_i) = 0$. En este caso, el argumento de la delta se hace cero solamente en $|\vec{p}_\ell| = \frac{1}{2m_{Z'}} \sqrt{(m_{Z'}^2 - (m_\ell^2 + m_{\bar{\ell}}^2))^2 - 4m_\ell^2 m_{\bar{\ell}}^2}$. Por tanto, derivando se tiene

$$\frac{\partial}{\partial |\vec{p}_\ell|} (E_{Z'} - E_\ell - E_{\bar{\ell}})$$

se expresa $E_\ell = \sqrt{|\vec{p}_\ell|^2 + m_\ell^2}$ and $E_{\bar{\ell}} = \sqrt{|\vec{p}_\ell|^2 + m_{\bar{\ell}}^2}$ se tiene que la derivada es

$$\frac{\partial}{\partial |\vec{p}_\ell|} \left(E_{Z'} - \sqrt{|\vec{p}_\ell|^2 + m_\ell^2} - \sqrt{|\vec{p}_\ell|^2 + m_{\bar{\ell}}^2} \right)$$

Utilizando la derivada de la delta

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial |\vec{p}_\ell|} \left(E_{Z'} - \sqrt{|\vec{p}_\ell|^2 + m_\ell^2} - \sqrt{|\vec{p}_\ell|^2 + m_{\bar{\ell}}^2} \right) &= \left(\frac{|\vec{p}_\ell|}{\sqrt{|\vec{p}_\ell|^2 + m_\ell^2}} + \frac{|\vec{p}_\ell|}{\sqrt{|\vec{p}_\ell|^2 + m_{\bar{\ell}}^2}} \right) \\ &= \left(\frac{|\vec{p}_\ell|}{E_\ell} + \frac{|\vec{p}_\ell|}{E_{\bar{\ell}}} \right) \\ &= \left(\frac{|\vec{p}_\ell| (E_{\bar{\ell}} + E_\ell)}{E_\ell E_{\bar{\ell}}} \right) \end{aligned}$$

sustituyendo los términos

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{2m_{Z'}} \int \frac{|\vec{p}_\ell|^2 d\Omega}{(2\pi)^2 2E_\ell 2E_{\bar{\ell}}} \left(\frac{|\vec{p}_\ell| (E_{\bar{\ell}} + E_\ell)}{E_\ell E_{\bar{\ell}}} \right)^{-1} |\mathcal{M}|^2 \\ &= \frac{1}{2m_{Z'}} \int \frac{|\vec{p}_\ell|^2 d\Omega}{(2\pi)^2 2E_\ell 2E_{\bar{\ell}}} \left(\frac{E_\ell E_{\bar{\ell}}}{|\vec{p}_\ell| (E_{\bar{\ell}} + E_\ell)} \right) |\mathcal{M}|^2 \\ &= \frac{1}{2m_{Z'}} \int \frac{|\vec{p}_\ell| d\Omega}{4(4\pi^2)} \left(\frac{1}{m_{Z'}} \right) |\mathcal{M}|^2 \\ &= \frac{1}{2m_{Z'}} \frac{|\vec{p}_\ell|}{4(4\pi^2)} \left(\frac{1}{m_{Z'}} \right) |\mathcal{M}|^2 \int d\Omega \end{aligned}$$

reacomodando los elementos

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi^2 m_{Z'}} |\mathcal{M}|^2 \frac{|\vec{p}_\ell|}{4m_{Z'}} \int d\Omega \quad (4.14)$$

donde el momento $|\vec{p}_\ell|$ está determinado por

$$|\vec{p}_\ell| = \frac{1}{2m_{Z'}} \sqrt{(m_{Z'}^2 - (m_\ell^2 + m_{\bar{\ell}}^2))^2 - 4m_\ell^2 m_{\bar{\ell}}^2} \quad (4.15)$$

o, algunas fuentes lo manejan de la siguiente forma, totalmente equivalente

$$|\vec{p}_\ell| = \frac{1}{2m_{Z'}} \sqrt{(m_{Z'}^2 - (m_\ell + m_{\bar{\ell}})^2)(m_{Z'}^2 - (m_\ell - m_{\bar{\ell}})^2)} \quad (4.16)$$

La fórmula general para la anchura de decaimiento a dos cuerpos es

$$\Gamma = \frac{1}{32\pi^2 m_{Z'}^2} |\mathcal{M}|^2 |\vec{p}_\ell| \int d\Omega \quad (4.17)$$

Sustituyendo los elementos, finalmente, la anchura de decaimiento es

$$\Gamma = \frac{1}{48\pi m_{Z'}} [(|\Omega_{L\ell\bar{\ell}}|^2 + |\Omega_{R\ell\bar{\ell}}|^2) \left(2 - \frac{m_\ell^4 + m_{\bar{\ell}}^4 - 2m_\ell^2 m_{\bar{\ell}}^2}{m_{Z'}^4} - \frac{m_\ell^2 + m_{\bar{\ell}}^2}{m_{Z'}^2} \right) + \frac{6m_\ell m_{\bar{\ell}}}{m_{Z'}^2} (\Omega_{L\ell\bar{\ell}} \Omega_{R\ell\bar{\ell}}^* + \Omega_{L\ell\bar{\ell}}^* \Omega_{R\ell\bar{\ell}})] \sqrt{(m_{Z'}^2 - (m_\ell^2 + m_{\bar{\ell}}^2))^2 - 4m_\ell^2 m_{\bar{\ell}}^2} \quad (4.18)$$

Una vez obtenida la expresión para el proceso a dos cuerpos, procedemos a calcular el decaimiento a tres cuerpos.

4.3. Razón de decaimiento $Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma$

Para calcular la anchura de decaimiento parcial del bosón de norma vectorial Z' que decae en un par de leptones tau y un fotón, $\Gamma(Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma)$, es esencial una metodología sistemática similar al cálculo anterior. En primer lugar, establecer la regla de Feynman que rige el acoplamiento del Z' con los leptones ℓ^+ y ℓ^- sigue siendo fundamental, similar a la derivación anterior. Después de esto, la construcción de la amplitud invariante $\mathcal{M}$, que encapsula la dinámica de interacción, se convierte en el siguiente paso. A continuación, evaluar la amplitud media al cuadrado $|\bar{\mathcal{M}}|^2$ basada en la amplitud invariante construida.

Finalmente, el cálculo culmina en la formulación de la tasa de decaimiento $\Gamma \propto |\bar{\mathcal{M}}|^2$, ofreciendo información sobre la probabilidad de observar el canal de decaimiento específico $Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma$. Para caracterizar el acoplamiento Z' -leptón en este proceso de decaimiento, un examen cuidadoso de la regla de Feynman que describe el vértice $Z'\ell^+\ell^-$ es imperativo dentro del marco teórico.

$$-i\gamma^\alpha (\Omega_{L\tau\ell} P_L + \Omega_{R\tau\ell} P_R) \quad (4.19)$$

El Lagrangiano efectivo del momento dipolar electromagnético, obtenido de [103], para leptones cargados, $f = \ell$, es el siguiente

$$\mathcal{L}_{eff} = -\frac{1}{2}\bar{f}\sigma^{\mu\nu}(d_m + id_e\gamma^5)fF_{\mu\nu} \quad (4.20)$$

donde d_m and d_e son el dipole magnético y eléctrico respectivamente, $\sigma^{\mu\nu} \equiv \frac{i}{2}[\gamma^\mu, \gamma^\nu]$, and $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ es el campo del fotón. El vértice asociado es

$$\Gamma^\mu = \sigma^{\mu\nu}q_\nu(d_m + id_e\gamma^5). \quad (4.21)$$

where d_m and d_e are define as

$$d_m = \frac{eQ_f}{2m_f}a_\tau, \quad d_e = Q_f d_\tau \quad (4.22)$$

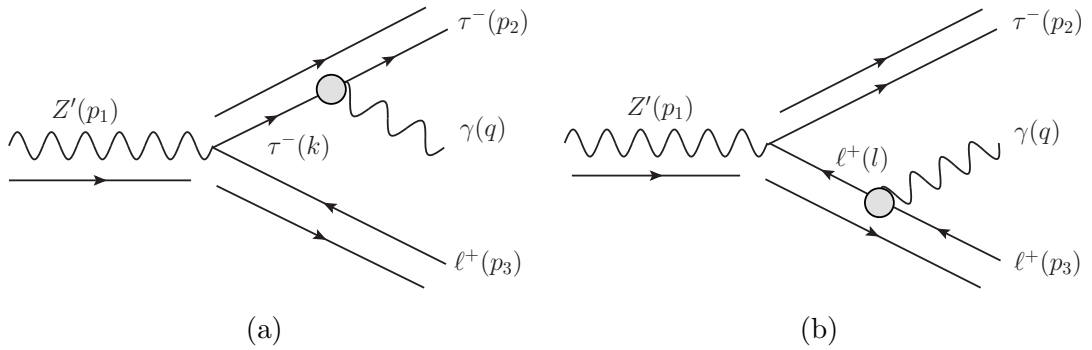


Figura 4.3: Feynman diagrams for $\ell^+\ell^- \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma$.

Considerando que más tarde cambiamos el τ^+ por ya sea $[e^+, \mu^+]$ para el caso de cambio de sabor, escribimos la amplitud con el anti-leptón indicado de manera general ℓ^+ . En el contexto del estudio de los momentos dipolares del leptón tau, es crucial considerar la simetría entre el tau y su antipartícula. Esta simetría introduce un escenario en el que existen dos diagramas relevantes, uno para el leptón (τ^-) y otro para su antipartícula (τ^+), lo que da lugar a la presencia de dos amplitudes separadas que contribuyen al proceso en consideración. Cada diagrama representa la interacción y contribución de manera distinta 4.3: uno para el leptón tau y otro para su antipartícula, reflejando así la naturaleza de partícula-antipartícula de los leptones. Esta dualidad da como resultado la necesidad de considerar y calcular las amplitudes de ambos diagramas, ecuación 4.23 y 4.24, por separado al estudiar los momentos dipolares del leptón tau.

Las amplitudes tensoriales son las siguientes:

$$\mathcal{M}_1^{\mu\alpha} = \bar{u}^s(p_2)\sigma^{\mu\nu}q_\nu(d_m + id_e\gamma^5)\left(i\frac{\not{k} + m_\tau}{k^2 - m_\tau^2}\right)[-i\gamma^\alpha(\Omega_{L\tau l}P_L + \Omega_{R\tau l}P_R)]v^{s'}(p_3) \quad (4.23)$$

$$\mathcal{M}_2^{\mu\alpha} = \bar{u}^s(p_2)[-i\gamma^\alpha(\Omega_{L\tau l}P_L + \Omega_{R\tau l}P_R)]\left(i\frac{-\not{l} + m_l}{l^2 - m_l^2}\right)\sigma^{\mu\nu}q_\nu(d_m + id_e\gamma^5)v^{s'}(p_3) \quad (4.24)$$

Cuando nos enfrentamos a un escenario con dos diagramas de Feynman relevantes para un proceso físico específico, el cálculo del cuadrado de la amplitud implica tomar

en cuenta de manera individual cada uno de los diagramas. En este contexto, se calculan las amplitudes de cada diagrama y luego se procede a encontrar el cuadrado de cada una de estas amplitudes. La suma de los cuadrados de las amplitudes individuales es esencial para determinar la amplitud total del proceso considerado. Además, para considerar completamente las interacciones entre los dos diagramas, se suma el producto de la amplitud del primer diagrama con el complejo conjugado de la amplitud del segundo, y viceversa. Este proceso permite incorporar la interferencia entre los dos diagramas y tener en cuenta todas las posibles combinaciones de interacciones, proporcionando así una visión completa de la contribución total de ambos diagramas al cuadrado de la amplitud del proceso físico.

Para determinar el cuadro de la amplitud se procede con

$$|\bar{\mathcal{M}}|^2 = |\bar{\mathcal{M}}_1|^2 + |\bar{\mathcal{M}}_2|^2 + \mathcal{M}_1\mathcal{M}_2^* + \mathcal{M}_1^*\mathcal{M}_2 \quad (4.25)$$

Después de realizar el álgebra y usando el hecho de que $k = p_2 + q$ y que $l = p_3 + q$, la amplitud resultante al cuadrado es la siguiente:

$$\begin{aligned} |\bar{\mathcal{M}}|^2 = & -\frac{1}{m_{Z'}(p_2 \cdot q)(p_3 \cdot q)} 4(|d_m|^2 + |d_e|^2) [(p_2 \cdot q)^2 (-4(|\Omega_{L\tau l}|^2 - \Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l}^* \\ & + \Omega_{R\tau l}(\Omega_{R\tau l} - \Omega_{L\tau l}^*)) (p_3 \cdot q)^2 + 2m_l^2(p_2 \cdot p_3)(\Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l}^* + \Omega_{L\tau l}^*\Omega_{R\tau l}) \\ & - 2(p_3 \cdot q)(2(2p_2 \cdot p_3)(\Omega_{L\tau l}(\Omega_{L\tau l} + \Omega_{R\tau l}^*) + \Omega_{R\tau l}(\Omega_{L\tau l}^* + \Omega_{R\tau l})) + m_l(m_l \\ & \times (2|\Omega_{L\tau l}|^2 - 3\Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l}^* - 3\Omega_{L\tau l}^*\Omega_{R\tau l} + 2|\Omega_{R\tau l}|^2) + 2m_\tau(|\Omega_{L\tau l}|^2 + |\Omega_{R\tau l}|^2))) \\ & + m_l^2(2m_l^2(\Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l}^* + \Omega_{L\tau l}^*\Omega_{R\tau l}) - 2m_l m_\tau(|\Omega_{L\tau l}|^2 + |\Omega_{R\tau l}|^2) \\ & - (m_{Z'}^2 - m_\tau^2)(\Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l}^* + \Omega_{L\tau l}^*\Omega_{R\tau l})) + m_\tau^2(p_3 \cdot q)^2(2(\Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l}^* + \Omega_{L\tau l}^*\Omega_{R\tau l}) \\ & \times (p_2 \cdot p_3 + p_3 \cdot q) + 2m_l^2(\Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l}^* + \Omega_{L\tau l}^*\Omega_{R\tau l}) - 2m_l m_\tau(|\Omega_{L\tau l}|^2 + |\Omega_{R\tau l}|^2) \\ & - (m_{Z'}^2 - 2m_\tau^2)(\Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l}^* + \Omega_{L\tau l}^*\Omega_{R\tau l}) + 2m_l^2(\Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l}^* + \Omega_{L\tau l}^*\Omega_{R\tau l})(p_2 \cdot q)^3) \quad (4.26) \\ & - 2(p_2 \cdot q)(p_3 \cdot q)((p_2 \cdot p_3)(2(2p_2 \cdot p_3)(\Omega_{L\tau l}(\Omega_{L\tau l} + \Omega_{R\tau l}^*) + \Omega_{R\tau l}(\Omega_{L\tau l}^* + \Omega_{R\tau l})) \\ & + m_l^2(\Omega_{L\tau l}(2\Omega_{L\tau l} + \Omega_{R\tau l}^*) + \Omega_{R\tau l}(\Omega_{L\tau l}^* + 2\Omega_{R\tau l})) + m_\tau^2(\Omega_{L\tau l}(2\Omega_{L\tau l} + \Omega_{R\tau l}^*) \\ & + \Omega_{R\tau l}(\Omega_{L\tau l}^* + 2\Omega_{R\tau l})) + m_{Z'}(|\Omega_{L\tau l}|^2 - \Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l}^* + \Omega_{R\tau l}(\Omega_{R\tau l} - \Omega_{L\tau l}^*)) \\ & + (p_3 \cdot q)(2(2p_2 \cdot p_3)(\Omega_{L\tau l}(\Omega_{L\tau l} + \Omega_{R\tau l}^*) + \Omega_{R\tau l}(\Omega_{L\tau l}^* + \Omega_{R\tau l})) \\ & + m_\tau(2m_l(|\Omega_{L\tau l}|^2 + |\Omega_{R\tau l}|^2) + m_\tau(|\Omega_{L\tau l}|^2 - 3\Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l}^* - 3\Omega_{L\tau l}^*\Omega_{R\tau l} \\ & + |\Omega_{R\tau l}|^2))) + m_l m_\tau(m_l^2(|\Omega_{L\tau l}|^2 + |\Omega_{R\tau l}|^2) + 2m_l m_\tau(|\Omega_{L\tau l}|^2 - \Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l}^* \\ & + \Omega_{R\tau l}(\Omega_{R\tau l} - \Omega_{L\tau l}^*)) + m_\tau^2(|\Omega_{L\tau l}|^2 + |\Omega_{R\tau l}|^2) + m_{Z'}(-2|\Omega_{L\tau l}|^2 + 3\Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l} \\ & + \Omega_{L\tau l}^*\Omega_{R\tau l} - 2|\Omega_{R\tau l}|^2)))] \end{aligned}$$

La siguiente etapa en el estudio de este proceso implica el cálculo del espacio fase para el sistema de tres cuerpos. A diferencia de los procesos de dos cuerpos, donde el espacio fase se puede calcular de manera más directa, el tratamiento de un sistema de tres cuerpos implica una mayor complejidad. Calcular el espacio fase para un proceso tridimensional conlleva la consideración de múltiples variables cinemáticas, incluyendo momentos y ángulos, para cada una de las partículas finales. Este enfoque tridimensional presenta desafíos adicionales en comparación con el cálculo del espacio de fase para procesos de dos cuerpos, ya que implica la determinación de relaciones más complicadas entre las cantidades cinemáticas de las partículas finales.

Para obtener la anchura de decaimiento en el espacio fase, procedemos de la formula general para el espacio fase de tres cuerpos, es decir, el dLIPS (Lorentz Invariant Phase Space)

$$\Gamma = \frac{1}{2m_{Z'}} \int \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \frac{d^3p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \frac{d^3q}{(2\pi)^3 2E_\gamma} (2\pi)\delta(E_1 - E_2 - E_3 - E_\gamma) (2\pi)^3 \delta^3(p_1 - p_2 - p_3 - q) |\mathcal{M}|^2 \quad (4.27)$$

Con la finalidad de simplificar la integral del espacio fase se tienen diferentes enfoques. Uno de los enfoques es el uso de las masas invariantes o hacer cambio de variable a observables como lo son energías y ángulos. Para mayor detalle revisar el Apéndice A.

La expresión final para la anchura de decaimiento es

$$\begin{aligned} \Gamma = \int & \frac{4(|d_e|^2 + |d_m|^2)}{(1 - \cos \theta_\gamma) E_3 E_\gamma m_{Z'}^2 (-2(\cos \theta_\gamma - 1) E_3 E_\gamma + m_l^2 + 2E_\gamma m_{Z'} - m_{Z'}^2 + m_\tau^2)} \\ & \times \left[(-m_l^2(-1 + \cos \theta_\gamma) E_3 E_\gamma + m_l^2 + 2E_\gamma m_{Z'} - m_{Z'}^2) + m_\tau^2 \right] \Omega_{L\tau l} \Omega_{R\tau l} \\ & + 4(\cos \theta_\gamma - 1)^2 E_3^2 E_\gamma^2 m_\tau^2 (2m_l^2 \Omega_{L\tau l} \Omega_{R\tau l} + (-2(\cos \theta_\gamma - 1) E_3 E_\gamma + 2E_\gamma m_{Z'} \\ & - m_{Z'}^2 + 2m_\tau^2) \Omega_{L\tau l} \Omega_{R\tau l} - m_l m_\tau (|\Omega_{L\tau l}|^2 + |\Omega_{R\tau l}|^2)) + (-2(-1 + \cos \theta_\gamma) E_3 E_\gamma \\ & + m_l^2 + 2E_\gamma m_{Z'} - m_{Z'}^2 + m_\tau^2)^2 (-2(-1 + \cos \theta_\gamma)^2 E_3^2 E_\gamma^2 (\Omega_{L\tau l} - \Omega_{R\tau l})^2 + m_l^2 \\ & \times (2m_l^2 \Omega_{L\tau l} \Omega_{R\tau l} + (2E_\gamma m_{Z'} - m_{Z'}^2 + 2m_\tau^2) \Omega_{L\tau l} \Omega_{R\tau l} - m_l m_\tau (|\Omega_{L\tau l}|^2 + |\Omega_{R\tau l}|^2)) \\ & + 2(-1 \cos \theta_\gamma) E_3 E_\gamma (E_\gamma m_{Z'} (\Omega_{L\tau l} + \Omega_{R\tau l})^2 + m_l m_\tau (|\Omega_{L\tau l}|^2 + |\Omega_{R\tau l}|^2) \\ & + m_l^2 (|\Omega_{L\tau l}|^2 - 3\Omega_{L\tau l} \Omega_{R\tau l} + |\Omega_{R\tau l}|^2))) - 2(1 - \cos \theta_\gamma) E_3 E_\gamma (2(-1 + \cos \theta_\gamma) E_3 E_\gamma \\ & - m_l^2 - 2E_\gamma m_{Z'} + m_{Z'}^2 - m_\tau^2) (m_l m_\tau ((-2m_{Z'}^2 + (m_l + m_\tau)^2) |\Omega_{L\tau l}|^2 \\ & + 2(3m_{Z'}^2 - 2m_l m_\tau) \Omega_{L\tau l} \Omega_{R\tau l} + (-2m_{Z'}^2 + (m_l + m_\tau)^2) |\Omega_{R\tau l}|^2) + E_\gamma m_{Z'} (m_{Z'}^2 \\ & \times (\Omega_{L\tau l} - \Omega_{R\tau l})^2 + 2E_\gamma m_{Z'} (\Omega_{L\tau l} + \Omega_{R\tau l})^2 + 2m_l^2 (|\Omega_{L\tau l}|^2 + \Omega_{L\tau l} \Omega_{R\tau l} + |\Omega_{R\tau l}|^2) \\ & + 2m_\tau^2 (|\Omega_{L\tau l}|^2 + \Omega_{L\tau l} \Omega_{R\tau l} + |\Omega_{R\tau l}|^2)) + 2(1 - \cos \theta_\gamma) E_3 E_\gamma (E_\gamma m_{Z'} (\Omega_{L\tau l} + \Omega_{R\tau l})^2 \\ & + m_\tau ((m_l + m_\tau) |\Omega_{L\tau l}|^2 - 3m_\tau \Omega_{L\tau l} \Omega_{R\tau l} + (m_l + m_\tau) |\Omega_{R\tau l}|^2))) \Big] dE_3 dE_\gamma d\cos \theta_\gamma, \end{aligned} \quad (4.28)$$

Una vez obtenidas las anchuras de decaimiento se procede a obtener la expresión para la sección eficaz.

4.4. Sección eficaz $\ell^+\ell^- \rightarrow Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma$

Con los resultados obtenidos en secciones anteriores, procedemos a sustituir en la ecuación de sección eficaz dada por las fórmulas de resonancia de Breit-Wigner. Recordando la ecuación 4.1

$$\sigma(\ell^+\ell^- \rightarrow Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma) = \frac{12\pi m_{Z'}^2}{s} \frac{\Gamma(Z' \rightarrow \ell^+\ell^-) \Gamma(Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma)}{(s - m_{Z'}^2)^2 + m_{Z'}^2 \Gamma_{Z'}^2}$$

donde $\Gamma(Z' \rightarrow \ell^+\ell^-)$ es la anchura de decaimiento del Z' a dos leptones tau y un fotón, $\Gamma(Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma)$ es la anchura de decaimiento del proceso Z' boson to $\tau^+\tau^-\gamma$. Sustituyendo estas expresiones en la fórmula para la sección eficaz se tiene

$$\begin{aligned}
 \sigma(\ell^+\ell^- \rightarrow Z' \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma) = & \frac{3}{sm_{Z'}^5[(s - m_{Z'}^2)^2 + m_{Z'}^2\Gamma_{Z'}^2]} \sqrt{(m_{Z'}^2 - (m_\ell^2 + m_{\bar{\ell}}^2))^2 - 4m_\ell^2m_{\bar{\ell}}^2} \\
 & \times [(|\Omega_{L\ell\bar{\ell}}|^2 + |\Omega_{R\ell\bar{\ell}}|^2)(-m_\ell^4 - m_{\bar{\ell}}^2(m_{Z'}^2 - 2m_\ell^2) + 2m_{Z'}^4 - m_{\bar{\ell}}^4 \\
 & - m_\ell^2m_{\bar{\ell}}^2) - 6m_\ell m_{\bar{\ell}} m_{Z'}^2(\Omega_{L\ell\bar{\ell}}\Omega_{R\ell\bar{\ell}}^* + \Omega_{L\ell\bar{\ell}}^*\Omega_{R\ell\bar{\ell}})] \\
 & \times (|d_e|^2 + |d_m|^2) \int \frac{1}{(1 - \cos\theta_\gamma)E_3E_\gamma} \\
 & \times \frac{1}{(-2(\cos\theta_\gamma - 1)E_3E_\gamma + m_l^2 + 2E_\gamma m_{Z'} - m_{Z'}^2 + m_\tau^2)} \\
 & \times \left[(-m_l^2(-1 + \cos\theta_\gamma)E_3E_\gamma + m_l^2 + 2E_\gamma m_{Z'} - m_{Z'}^2) + m_\tau^2 \right]^3 \\
 & \times \Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l} + 4(\cos\theta_\gamma - 1)^2 E_3^2 E_\gamma^2 m_\tau^2 (2m_l^2\Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l} \\
 & + (-2(\cos\theta_\gamma - 1)E_3E_\gamma + 2E_\gamma m_{Z'} - m_{Z'}^2 + 2m_\tau^2)\Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l} \\
 & - m_l m_\tau (|\Omega_{L\tau l}|^2 + |\Omega_{R\tau l}|^2)) + (-2(-1 + \cos\theta_\gamma)E_3E_\gamma \\
 & + m_l^2 + 2E_\gamma m_{Z'} - m_{Z'}^2 + m_\tau^2)^2 (-2(-1 + \cos\theta_\gamma)^2 E_3^2 E_\gamma^2 \\
 & \times (\Omega_{L\tau l} - \Omega_{R\tau l})^2 + m_l^2(2m_l^2\Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l} + (2E_\gamma m_{Z'} - m_{Z'}^2 \\
 & + 2m_\tau^2)\Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l} - m_l m_\tau (|\Omega_{L\tau l}|^2 + |\Omega_{R\tau l}|^2)) + 2(-1 \cos\theta_\gamma) \\
 & \times E_3E_\gamma(E_\gamma m_{Z'}(\Omega_{L\tau l} + \Omega_{R\tau l})^2 + m_l m_\tau (|\Omega_{L\tau l}|^2 + |\Omega_{R\tau l}|^2) \\
 & + m_l^2(|\Omega_{L\tau l}|^2 - 3\Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l} + |\Omega_{R\tau l}|^2))) - 2(1 - \cos\theta_\gamma) \\
 & \times E_3E_\gamma(2(-1 + \cos\theta_\gamma)E_3E_\gamma - m_l^2 - 2E_\gamma m_{Z'} + m_{Z'}^2 - m_\tau^2) \\
 & \times (m_l m_\tau((-2m_{Z'}^2 + (m_l + m_\tau)^2)|\Omega_{L\tau l}|^2 + 2(3m_{Z'}^2 - 2m_l m_\tau) \\
 & \times \Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l} + (-2m_{Z'}^2 + (m_l + m_\tau)^2)|\Omega_{R\tau l}|^2) + E_\gamma m_{Z'}(m_{Z'}^2 \\
 & \times (\Omega_{L\tau l} - \Omega_{R\tau l})^2 + 2E_\gamma m_{Z'}(\Omega_{L\tau l} + \Omega_{R\tau l})^2 + 2m_l^2(|\Omega_{L\tau l}|^2 \\
 & + \Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l} + |\Omega_{R\tau l}|^2) + 2m_\tau^2(|\Omega_{L\tau l}|^2 + \Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l} + |\Omega_{R\tau l}|^2)) \\
 & + 2(1 - \cos\theta_\gamma)E_3E_\gamma(E_\gamma m_{Z'}(\Omega_{L\tau l} + \Omega_{R\tau l})^2 + m_\tau((m_l + m_\tau) \\
 & \times |\Omega_{L\tau l}|^2 - 3m_\tau\Omega_{L\tau l}\Omega_{R\tau l} + (m_l + m_\tau)|\Omega_{R\tau l}|^2))) \Big] dE_3 dE_\gamma d\cos\theta_\gamma.
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

Dada esta ecuación, se procede a obtener los resultados numéricos que se realizan en el siguiente Capítulo. De manera alterna, se considera el caso de violación de sabor en el cual, en lugar de tener un anti-tau se intercambia ya sea por un e^+ o un μ^+ . En la siguiente sección se obtiene la expresión para la sección eficaz en el caso de cambio de sabor.

4.5. Caso con violación de sabor $\ell^+\ell^- \rightarrow Z' \rightarrow \tau^-[e^+, \mu^+]\gamma$

Explorando escenarios que involucran interacciones de cambio de sabor, el diagrama de Feynman correspondiente se muestra en la Figura 4.4. Es notable que, en casos de interacciones de cambio de sabor, las constantes de acoplamiento $\Omega_{Lfi f_j}$ se desvían de sus valores en escenarios que carecen de dichos cambios de sabor. De acuerdo con la investigación detallada en [103, 104], los acoplamientos considerados actualmente se caracterizan

por valores limitados. Es importante destacar que, hasta el presente análisis, estas constantes de acoplamiento carecen de expresiones analíticas precisas o valores exactos. En cambio, nuestras investigaciones se centran en establecer límites para estos parámetros, con esfuerzos continuos dedicados a refinar aún más estas limitaciones.

Presentamos límites actualizados para estas constantes de acoplamiento en la Tabla 5.5, utilizando una metodología similar a la utilizada para determinar los momentos magnéticos eléctricos y anómalos. Sin embargo, para proceder, introducimos ciertas suposiciones como en [104]: $\Omega_{L f_i f_j} = \Omega_{L f_j f_i}$ y $\Omega_{L f_i f_j} = \Omega_{R f_i f_j}$. La incorporación de estas suposiciones conduce a simplificaciones notables en la expresión para la sección transversal.

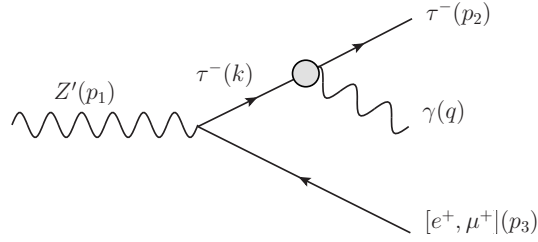


Figura 4.4: Diagrama de Feynman para el caso con cambio de sabor $[e^+, \mu^+]$.

La expresión para la sección eficaz con cambio de sabor es la siguiente

$$\begin{aligned}
 \sigma(\ell^+\ell^- \rightarrow Z' \rightarrow \ell^+\tau^-\gamma) &= \frac{3}{sm_{Z'}^5[(s - m_{Z'}^2)^2 + m_{Z'}^2\Gamma_{Z'}^2]} \sqrt{(m_{Z'}^2 - (m_\ell^2 + m_\tau^2))^2 - 4m_\ell^2m_\tau^2} \\
 &\times [(|\Omega_{L\ell\bar{\ell}}|^2 + |\Omega_{R\ell\bar{\ell}}|^2)(-m_\ell^4 - m_\ell^2(m_{Z'}^2 - 2m_\ell^2) + 2m_{Z'}^4 - m_\ell^4 \\
 &- m_\ell^2m_{Z'}^2) + 6m_\ell m_{\bar{\ell}} m_{Z'}^2 (\Omega_{L\ell\bar{\ell}}\Omega_{R\ell\bar{\ell}}^* + \Omega_{L\ell\bar{\ell}}^*\Omega_{R\ell\bar{\ell}})] |\Omega_{\tau l}|^2 \\
 &\times (|d_e|^2 + |d_m|^2) \int \frac{1}{(1 - \cos\theta_\gamma)E_3E_\gamma m_{Z'}^2} \\
 &\times \frac{1}{(-2(\cos\theta_\gamma - 1)E_3E_\gamma + m_l^2 + 2E_\gamma m_{Z'} - m_{Z'}^2 + m_\tau^2)} \\
 &\times \left[(m_l^2(m_l - m_\tau)^2(m_l^2 + 2E_\gamma m_{Z'} - m_{Z'}^2 + m_\tau^2)^2 \right. \\
 &- 4(-1 + \cos\theta_\gamma)E_3E_\gamma(m_l^2 + 2E_\gamma m_{Z'} - m_{Z'}^2 + m_\tau^2) \\
 &\times (m_l^4 + E_\gamma m_l^2 m_{Z'} + 2E_\gamma m_{Z'}^3 - 2m_l(m_l^2 + (E_\gamma - m_{Z'})m_{Z'})m_\tau \\
 &+ (m_l^2 + E_\gamma m_{Z'})m_\tau^2) + 4(-1 + \cos\theta_\gamma)^2 E_3^2 E_\gamma^2 (m_l^4 + 4E_\gamma m_{Z'}^3 \\
 &- 2m_l^3 m_\tau + 2E_\gamma m_{Z'} m_\tau^2 + m_\tau^4 + 2m_l^2(E_\gamma m_{Z'} + m_\tau^2) \\
 &\left. - 2m_l m_\tau(2(E_\gamma - m_{Z'})m_{Z'} + m_\tau^2)) \right] dE_3 dE_\gamma d\cos\theta_\gamma.
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

Después de obtener la expresión analítica para la sección eficaz del proceso de tres cuerpos, el siguiente paso se centra en realizar el análisis numérico. Este proceso es fundamental para no solo calcular, sino también interpretar los resultados de manera precisa y significativa. El análisis numérico nos permite explorar cómo varían los resultados en

función de diferentes parámetros, y cómo estas variaciones pueden influir en el proceso de interacción entre los tres cuerpos involucrados.

Capítulo 5

Análisis y Resultados

Los resultados obtenidos para la sección eficaz son el producto de un análisis exhaustivo del momento dipolar del leptón tau. Estas mediciones son fundamentales para entender y validar las predicciones teóricas en torno a las interacciones de este leptón en contextos diversos. Estos resultados representan un paso significativo hacia la comprensión de las propiedades del leptón tau y su contribución a la física más allá del ME. Presentamos aquí un resumen de las secciones eficaces calculadas para el momento dipolar del tau, lo que proporciona una visión general de las predicciones y limitaciones en estos escenarios teóricos y experimentales.

Para realizar el análisis numérico procedemos a insertar cantidades conocidas. Es decir, valores de masas $m_{Z'}$, $\Gamma_{Z'}$, m_τ , etc.

Para $\Gamma_{Z'}^2$, obtuvimos los resultados de [105]. La tabla es la siguiente:

Mass (GeV)	2000	3000	4000	5000	6000
$\Gamma_{Z'}$ (GeV)	34.1884	167.136	634.889	1876.62	4612.56

Tabla 5.1: Anchuras totales para el modelo Z'_η y masas $m_{Z'} = 2, 3, 4, 5, 6$ TeV.

Para los parámetros $\Omega_{f_i f_j}$ nos referimos al trabajo realizado en [106]. El Z' del modelo secuencial Z' , el Z'_{LR} del modelo simétrico izquierdo-derecho, el bosón Z'_χ que surge de la ruptura de $SO(10) \rightarrow SU(5) \times U(1)$, el $Z'\psi$ que emerge como resultado de $E6 \rightarrow SO(10) \times U(1)$, Z'_η y el que aparece en muchos modelos inspirados en supercuerdas.

Model	Sequential Z'	Z'_{LR}	Z'_χ	Z'_ψ	Z'_η
$Q_R^{l_i}$	0.2316	-0.3339	$\frac{-3}{2\sqrt{10}}$	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$	$\frac{-1}{2\sqrt{15}}$
$Q_L^{l_i}$	-0.2684	0.2548	$\frac{3}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{1}{2\sqrt{15}}$
$Q_R^{u_i}$	-0.1544	0.5038	$\frac{1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$	$\frac{2}{2\sqrt{15}}$
$Q_L^{u_i}$	0.3456	-0.08493	$\frac{-1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{-2}{2\sqrt{15}}$

Tabla 5.2: Chiral-diagonal couplings of the extended models.

From this we have that the Ω couplings are defined as

$$\Omega_{Lf_i f_i} = -g_2 Q_L^{f_i}, \quad \Omega_{Rf_i f_i} = -g_2 Q_R^{f_i} \quad (5.1)$$

where g_2 is the gauge coupling of the Z' boson and is defined as

$$g_2 = \sqrt{\frac{5}{3}} \sin \theta_W g_1 \lambda_g \quad (5.2)$$

where $\sin \theta_W = 0.480926$, $g_1 = 0.718265$, therefore $g_2 = 0.445952$. We the values given, for example, the value of $\Omega_{L\mu^-\mu^+}$

$$\Omega_{L\mu^+\mu^-} = -g_2 Q_L^{\mu^-} = -(0.445952)(-0.2684) = 0.1196935168 \quad (5.3)$$

$$\Omega_{R\mu^+\mu^-} = -g_2 Q_R^{\mu^-} = -(0.445952)(0.2316) = -0.1032824832 \quad (5.4)$$

Hay conversiones de unidades importantes que se deben tener en cuenta debido a la variedad de formas en que las cantidades pueden expresarse. Por ejemplo, la sección eficaz es un área, por lo tanto, sus unidades son de m^2 , pero también suelen expresarse comúnmente en unidades de femtobarnios (fb).

5.1. Cálculo numérico del dipolo del leptón tau

Para obtener el valor específico para cada caso, sustituimos las masas para los casos específicos, en este caso las masas y energías de $m_{\mu^-} = 0.10565$ GeV, $m_{\mu^+} = 0.10565$ GeV, $m_\tau = 1.77682$ GeV, $m_{\bar{\tau}} = 1.77682$ GeV, $m_{Z'} = [2000 \text{ GeV}, 3000 \text{ GeV}, 6000 \text{ GeV}]$, para $\sqrt{s} = [2000 - 6000]$ GeV, $d_e = [-2.2, 4.5] \times 10^{-17}$ ecm y $d_m = \frac{eQ_f}{2m_f}[-0.052, 0.013]$.

Dentro de nuestra metodología de cálculo para la sección eficaz, incorporamos las variables que representan el momento dipolar eléctrico d_τ y el momento dipolar magnético a_τ . La interacción entre estos parámetros es crucial para comprender las características físicas del proceso en consideración. Utilizando la expresión

$$\mathcal{N} = \sigma(a_\tau, d_\tau) \times \mathcal{L} \quad (5.5)$$

donde $\mathcal{N}$ denota el rendimiento del evento, σ representa la sección eficaz y $\mathcal{L}$ denota la luminosidad. Para aislar el efecto de cada momento dipolar, fijamos uno de los dos parámetros a un valor conocido, típicamente cero, y luego determinamos el impacto del parámetro restante en la sección eficaz resultante. Posteriormente, realizamos el proceso inverso, fijando el parámetro variado previamente y determinando la influencia del parámetro inicialmente fijo. Este meticuloso proceso de fijar y determinar cada parámetro por separado nos permite desentrañar las contribuciones individuales a la sección eficaz total, brindando valiosas ideas sobre la importancia relativa y los efectos de los momentos dipolares eléctrico y magnético en el proceso físico observado. Los resultados se muestran en las Tablas ??, 5.3 y 5.4. Estos resultados se presentan con un nivel de confianza (C.L) que se relaciona con el número de desviaciones estándar σ . Por ejemplo, a 1σ se refiere a la desviación estándar, donde aproximadamente el 68 % de los resultados se encuentran

alrededor del valor medio. A 2σ corresponden alrededor del 95 % de los resultados, mientras que a 3σ se abarca cerca del 99.7 % y el proceso se explica en el Apéndice ?? así como en la referencia [108].

$\sqrt{s} = 4000 \text{ GeV}, \quad \mathcal{L} = 1000, 3000, 5000, 7000, 10000 \text{ fb}^{-1}$		
C.L.	$ a_\tau $	$ d_\tau(\text{ecm}) $
1σ	[0.0033, 0.0019, 0.0014, 0.0012, 0.0010]	$[1.83, 1.05, 0.81, 0.69, 0.57] \times 10^{-17}$
2σ	[0.0046, 0.0027, 0.0021, 0.0017, 0.0014]	$[2.60, 1.50, 1.16, 0.98, 0.82] \times 10^{-17}$
3σ	[0.0057, 0.0033, 0.0025, 0.0021, 0.0018]	$[3.21, 1.85, 1.43, 1.21, 1.01] \times 10^{-17}$
$\sqrt{s} = 4500 \text{ GeV}, \quad \mathcal{L} = 1000, 3000, 5000, 7000, 10000 \text{ fb}^{-1}$		
1σ	[0.0014, 0.0008, 0.0006, 0.0005, 0.0004]	$[0.80, 0.46, 0.35, 0.30, 0.25] \times 10^{-17}$
2σ	[0.0020, 0.0011, 0.0008, 0.0007, 0.0006]	$[1.13, 0.65, 0.50, 0.43, 0.36] \times 10^{-17}$
3σ	[0.0025, 0.0014, 0.0011, 0.0009, 0.0007]	$[1.40, 0.81, 0.62, 0.53, 0.44] \times 10^{-17}$
$\sqrt{s} = 5000 \text{ GeV}, \quad \mathcal{L} = 1000, 3000, 5000, 7000, 10000 \text{ fb}^{-1}$		
1σ	[0.0030, 0.0017, 0.0013, 0.0011, 0.0009]	$[1.67, 0.96, 0.75, 0.63, 0.53] \times 10^{-17}$
2σ	[0.0043, 0.0024, 0.0019, 0.0016, 0.0013]	$[2.39, 1.38, 1.06, 0.90, 0.75] \times 10^{-17}$
3σ	[0.0053, 0.0030, 0.0023, 0.0020, 0.0026]	$[2.94, 1.70, 1.31, 1.11, 0.93] \times 10^{-17}$

Tabla 5.3: Estimaciones de sensibilidad para el momento magnético a_τ y el momento dipolar eléctrico d_τ para $\sqrt{s} = 4000, 4500, 5000 \text{ GeV}$ y $\mathcal{L} = 500, 1000, 2000, 3000, 5000 \text{ fb}^{-1}$ en CLIC y futuros colisionadores de muones a $1\sigma, 2\sigma, 3\sigma$ mediante el proceso $\ell^+\ell^- \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma$.

Las Tablas 5.3, 5.4 muestran que las predicciones de a_τ y d_τ para diferentes centros de masa $\sqrt{s}$ y luminosidades $\mathcal{L}$ se encuentran dentro de los límites establecidos por los experimentos impuestos por BELLE y ATLAS. Este resultado implica que las estimaciones teóricas para los momentos dipolares magnético y eléctrico del leptón tau están en concordancia con los resultados experimentales proporcionados por los mencionados experimentos. Esta consistencia entre la teoría y la experimentación refuerza la validez de los modelos teóricos utilizados y sugiere una concordancia entre las predicciones teóricas y los resultados empíricos.

Los resultados representados en la Figura 5.1 muestran claramente que los valores obtenidos para a_τ se sitúan dentro de los límites impuestos por el experimento, identificados como la franja azul, lo que indica que las predicciones teóricas se encuentran en concordancia con los resultados experimentales.

La Figura 5.3 presenta una representación gráfica de σ en función de a_τ para diferentes centros de masa. Este gráfico proporciona una comparación visual de cómo varía la sección eficaz σ con respecto al momento dipolar magnético a_τ en distintas energías de colisión. Observamos una tendencia interesante: a medida que cambia el centro de masa,

$\sqrt{s} = 5500 \text{ GeV}, \quad \mathcal{L} = 1000, 3000, 5000, 7000, 10000 \text{ fb}^{-1}$		
C.L.	$ a_\tau $	$ d_\tau(\text{ecm}) $
1σ	[0.0011, 0.0006, 0.0005, 0.0004, 0.0003]	$[0.64, 0.37, 0.28, 0.24, 0.20] \times 10^{-17}$
2σ	[0.0016, 0.0009, 0.0007, 0.0006, 0.0005]	$[0.91, 0.53, 0.41, 0.34, 0.29] \times 10^{-17}$
3σ	[0.0020, 0.0011, 0.0009, 0.0007, 0.0006]	$[1.13, 0.65, 0.50, 0.42, 0.35] \times 10^{-17}$

$\sqrt{s} = 6000 \text{ GeV}, \quad \mathcal{L} = 1000, 3000, 5000, 7000, 10000 \text{ fb}^{-1}$		
1σ	[0.0017, 0.0009, 0.0007, 0.0006, 0.0005]	$[0.94, 0.54, 0.42, 0.35, 0.29] \times 10^{-17}$
2σ	[0.0024, 0.0014, 0.0010, 0.0009, 0.0007]	$[1.34, 0.77, 0.60, 0.50, 0.42] \times 10^{-17}$
3σ	[0.0029, 0.0017, 0.0013, 0.0011, 0.0009]	$[1.66, 0.95, 1.74, 0.62, 0.52] \times 10^{-17}$

Tabla 5.4: Estimaciones de sensibilidad para el momento magnético a_τ y el momento dipolar eléctrico d_τ para $\sqrt{s} = 5500, 6000 \text{ GeV}$ y $\mathcal{L} = 500, 1000, 2000, 3000, 5000 \text{ fb}^{-1}$ en CLIC y futuros colisionadores de muones a $1\sigma, 2\sigma, 3\sigma$ mediante el proceso $\ell^+\ell^- \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma$.

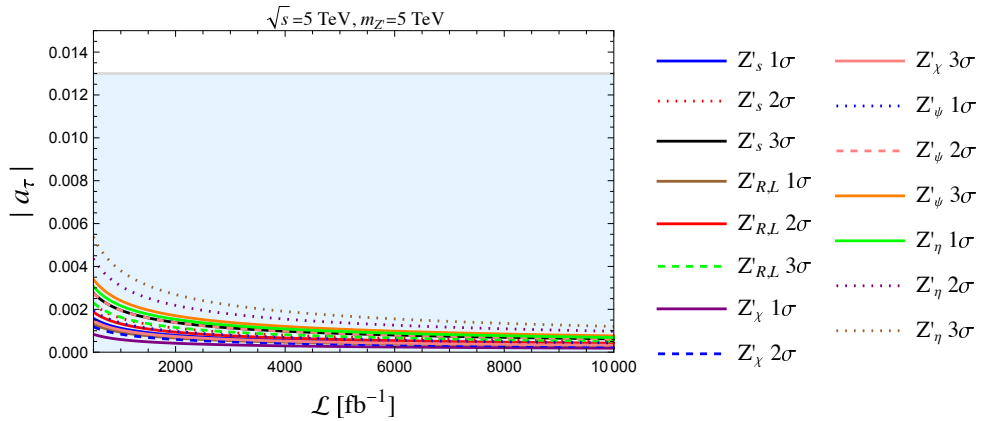


Figura 5.1: Dependencia de los límites de sensibilidad para el $|a_\tau|$ en función de la luminosidad integrada $\mathcal{L}$ a niveles $1\sigma, 2\sigma, 3\sigma$.

se evidencia una variación en σ con diferentes valores de a_τ . Esta representación gráfica nos permite apreciar la relación entre estas variables en diferentes condiciones experimentales, lo que resulta fundamental para comprender cómo influyen las distintas energías de colisión en la sección eficaz del proceso estudiado.

En la Figura 5.4 se presentan dos gráficos que muestran la relación entre a_τ y $\mathcal{L}$ para diferentes valores de λ_g , que representa la constante de acoplamiento en los parámetros Ω , y para distintos modelos de Z' . Estos gráficos nos permiten visualizar cómo varía el momento dipolar magnético a_τ en función de la luminosidad integrada $\mathcal{L}$ bajo diferentes valores de λ_g y distintos modelos de Z' . Esta representación gráfica resulta fundamental para comprender cómo las diferentes constantes de acoplamiento y modelos de partículas impactan en el momento dipolar magnético del tauón en relación con la luminosidad integrada, lo cual es esencial en el estudio y análisis de dichas teorías.

Los resultados representados en la Figura 5.5 muestran claramente que los valores

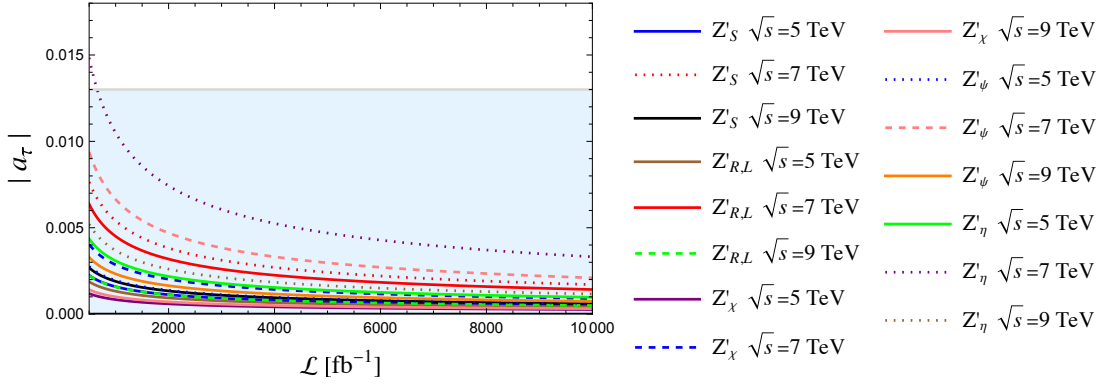


Figura 5.2: Dependencia de los límites de sensibilidad para el $|a_\tau|$ en función de la luminosidad integrada $\mathcal{L}$ a niveles de $\sqrt{s} = 5$ TeV, $\sqrt{s} = 7$ TeV, $\sqrt{s} = 9$ TeV.

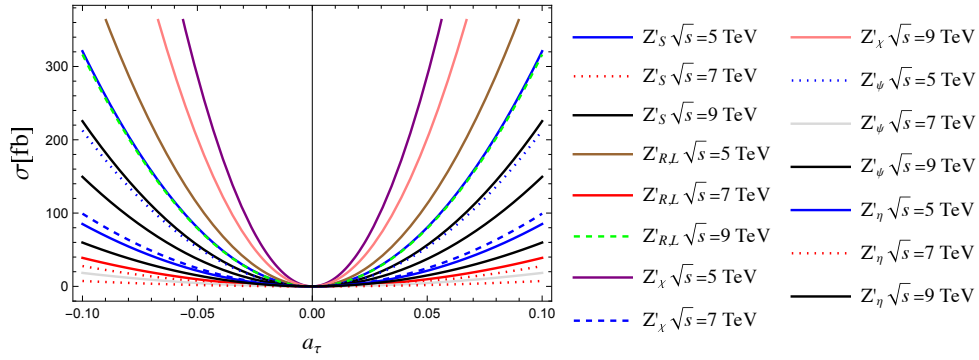


Figura 5.3: Dependencia de la sección eficaz en función del a_τ para diferentes centros de masa.

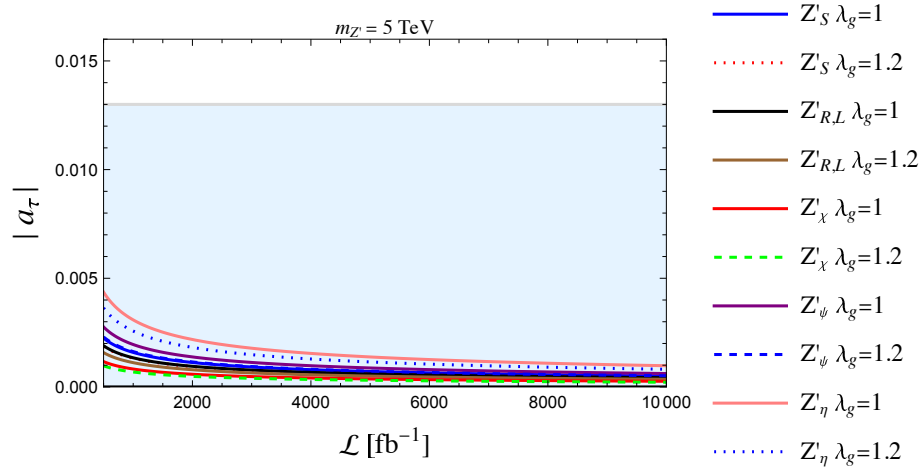
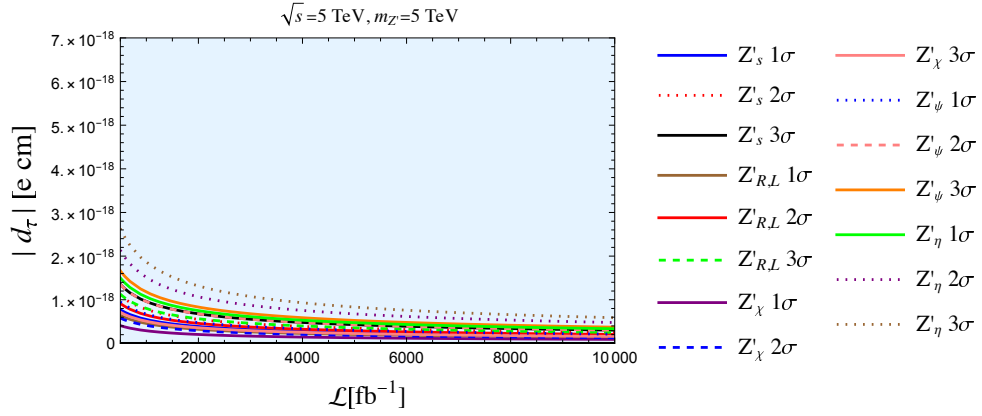
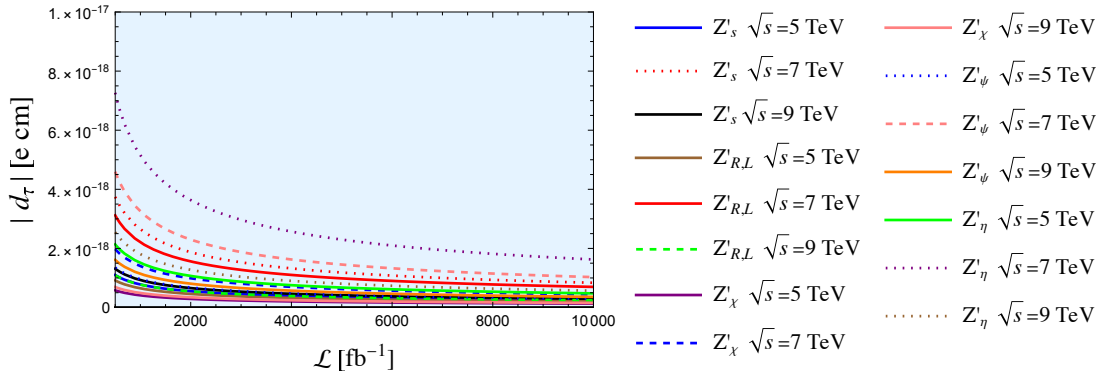
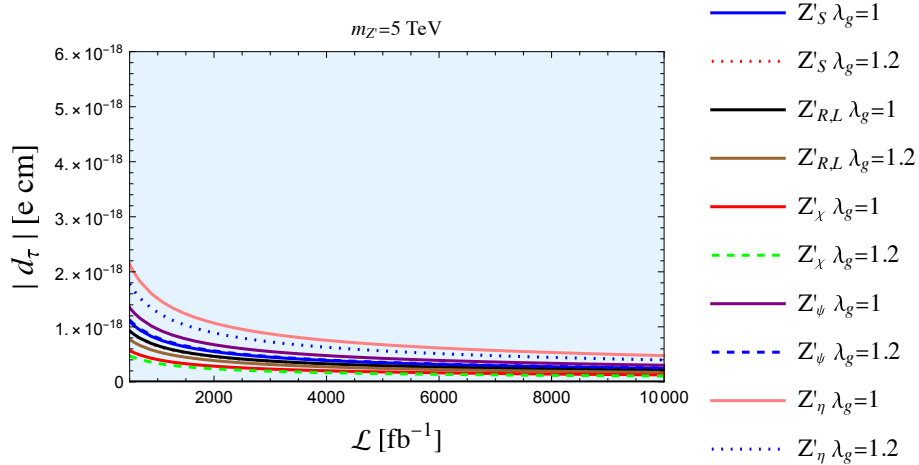


Figura 5.4: Variación del momento dipolar magnético $|a_\tau|$ al variar el λ_g .

obtenidos para d_τ se sitúan dentro de los límites impuestos por el experimento, identificados como la franja azul, lo que indica que las predicciones teóricas se encuentran en concordancia con los resultados experimentales.

En la Figura 5.6 se presentan un gráfico que muestran la relación entre d_τ y $\mathcal{L}$ para


 Figura 5.5: Variación del momento dipolar eléctrico $|d_\tau|$ para diferentes modelos de Z' .

 Figura 5.6: Variación del momento dipolar eléctrico $|d_\tau|$ para diferentes valores de $\sqrt{s}$ y la región azul para la región permitida por el experimento.

 Figura 5.7: Variación del momento dipolar eléctrico $|d_\tau|$ para diferentes valores de λ_g .

diferentes valores de $\sqrt{s}$, que es el centro de masa. Por otro lado, la Figura 5.7 presenta la variación de d_τ para diferentes valores de λ_g que representa la constante de acoplamiento en los parámetros Ω , y para distintos modelos de Z' . Estos gráficos nos permiten visualizar cómo varía el momento dipolar eléctrico d_τ en función de la luminosidad integrada $\mathcal{L}$ bajo

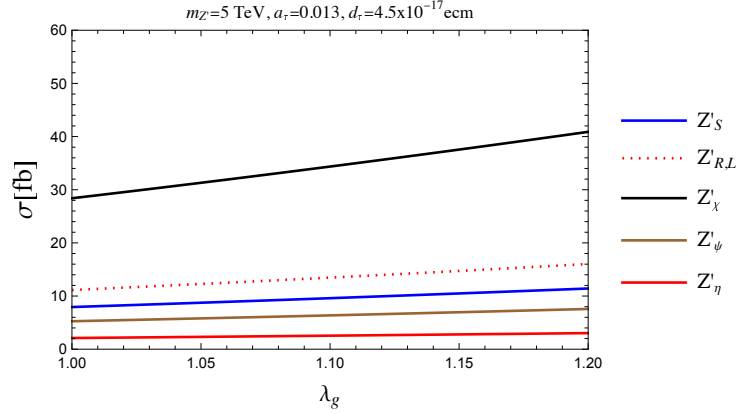


Figura 5.8: Caracterizando la sección eficaz respecto al parámetro libre λ_g .

diferentes valores de λ_g y distintos modelos de Z' . Se puede apreciar que el Z'_η no entra dentro de los rangos experimentales.

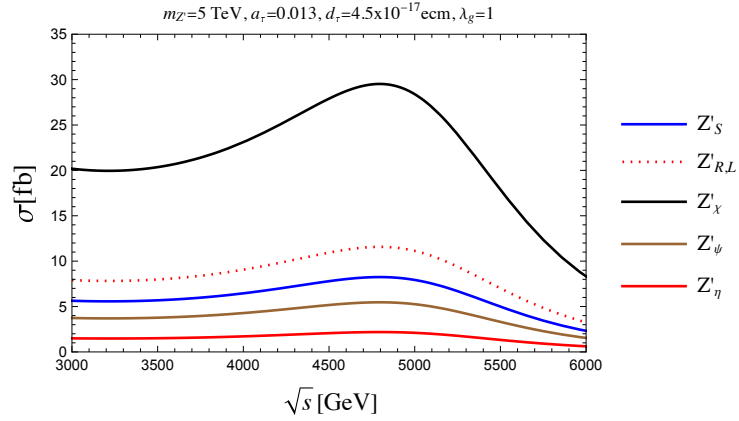


Figura 5.9: Caracterizando la sección eficaz respecto al parámetro centro de masa $\sqrt{s}$.

Con respecto a la relación entre la sección eficaz respecto a parámetros del modelo, se presenta la Figura 5.8 que nos muestra como se comporta conforme se varía el parámetro λ_g . Por otro lado, se presenta otra gráfica variando el centro de masa $\sqrt{s}$ para cada uno de los modelos dejando parámetros fijos como la masa del Z' con $m_{Z'} = 3000$ GeV, $\lambda_g = 1$, $a_\tau = 0.013$ y $d_\tau = 4.5 \times 10^{-17}$ ecm en la Figura 5.9.

5.2. Caso con cambio de sabor

Para determinar los valores de los acoplamientos $\Omega_{L\tau\mu}$ y $\Omega_{L\tau e}$, consideramos los límites establecidos para los momentos magnéticos y eléctricos anómalos, como se muestran en las tablas de referencia. En otras palabras, al tomar el valor máximo reportado para a_τ , que es de 0.013, y para d_τ que se encuentra en $4.5 \times 10^{-17} e \cdot cm$, procedemos a calcular el valor correspondiente de los acoplamientos. Estos límites superiores para los momentos magnéticos y eléctricos anómalos proporcionan restricciones fundamentales que nos permiten establecer los valores máximos posibles para los acoplamientos, lo que resulta

importante en el análisis y la comprensión de las implicaciones teóricas y experimentales de dichos parámetros.

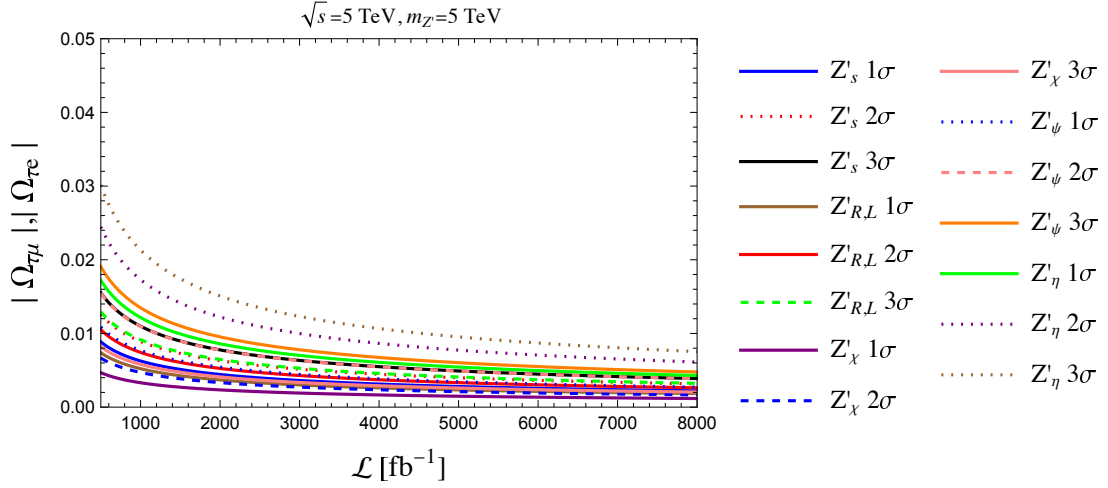


Figura 5.10: Dependencia del parámetro Ω respecto a la luminosidad para el caso con cambio de sabor $[e^+, \mu^+]$.

La Figura 5.10 muestra el comportamiento de los acoplamientos Ω en relación a la luminosidad $\mathcal{L}$. Representa de manera ilustrativa cómo evolucionan estos acoplamientos en función de diferentes luminosidades integradas. Esta representación gráfica ofrece una comprensión integral sobre la dependencia de los acoplamientos Ω respecto a las distintas condiciones de luminosidad.

$\sqrt{s} = 5000 \text{ GeV}, \quad \mathcal{L} = 500, 1000, 2000, 3000, 5000 \text{ fb}^{-1}$	
C.L.	$ \Omega_{L\tau\mu} , \Omega_{L\tau e} >$
1σ	[0.0107, 0.0075, 0.0053, 0.0043, 0.0033]
2σ	[0.0152, 0.0107, 0.0076, 0.0062, 0.0048]
3σ	[0.0187, 0.0093, 0.0093, 0.0076, 0.0059]
$\sqrt{s} = 6000 \text{ GeV}, \quad \mathcal{L} = 500, 1000, 2000, 3000, 5000 \text{ fb}^{-1}$	
1σ	[0.0115, 0.0082, 0.0057, 0.0047, 0.0036]
2σ	[0.0116, 0.0116, 0.0082, 0.0067, 0.0052]
3σ	[0.0203, 0.0143, 0.0101, 0.0083, 0.0064]
$\sqrt{s} = 7000 \text{ GeV}, \quad \mathcal{L} = 500, 1000, 2000, 3000, 5000 \text{ fb}^{-1}$	
1σ	[0.0072, 0.0051, 0.0036, 0.0029, 0.0022]
2σ	[0.0103, 0.0072, 0.0051, 0.0042, 0.0032]
3σ	[0.0127, 0.0089, 0.0063, 0.0051, 0.0040]

Tabla 5.5: Nuevos límites para las constantes de acoplamiento para el caso $\Omega_{L\tau\mu}$.

La Tabla 5.5 presenta los valores de los nuevos acoplamientos Ω para distintos centros de masas y luminosidades, considerando los niveles de confianza 1σ , 2σ y 3σ . Estos valores proporcionan información detallada sobre los acoplamientos Ω en diferentes condiciones experimentales, mostrando cómo varían con la energía del centro de masa y la luminosidad.

Los resultados detallados obtenidos para los momentos dipolares a_τ y d_τ bajo diversas condiciones de energía y luminosidad, como se muestran en las secciones previas, constituyen la base fundamental para las conclusiones que se presentarán a continuación. El análisis exhaustivo de la sensibilidad de estos momentos dipolares ante variaciones en las condiciones experimentales revela una relación intrínseca con los parámetros Ω . Los valores específicos de a_τ y d_τ para distintos niveles de 1σ , 2σ , y 3σ de incertidumbre proporcionan una visión detallada de su comportamiento en relación con los límites establecidos por los experimentos. Estos hallazgos son fundamentales para discernir las implicaciones teóricas y experimentales, lo que constituirá el núcleo de las conclusiones que se discutirán en la próxima sección.

Capítulo 6

Conclusiones y perspectivas

En el presente trabajo de tesis, se llevó a cabo un análisis exhaustivo de las propiedades electromagnéticas asociadas al leptón τ , por medio del proceso $\ell^+\ell^- \rightarrow \tau^+\tau^-\gamma$. En este contexto, se hicieron predicciones sobre los valores del momento magnético anómalo (AMM) a_τ y del momento dipolar eléctrico (EDM) d_τ , dentro del marco teórico de modelos extendidos que contienen corrientes neutras con cambio de sabor. Es importante destacar que este estudio se desarrolló específicamente bajo la presencia del bosón neutro Z' , justo en su resonancia.

Los mejores límites encontrados para a_τ y d_τ a altas energías y luminosidades corresponden a órdenes de $\mathcal{O}(10^{-3})$ y $\mathcal{O}(10^{-17})$ (ecm) respectivamente. Se propuso un escenario experimental en el marco del Colisionador Lineal Internacional (ILC) y del Colisionador Lineal Compacto (CLIC), operando a energías de centro de masa hasta $\sqrt{s} = 100\text{TeV}$ y con luminosidades en el rango de $\mathcal{L} = 1000 - 10000 \text{ fb}^{-1}$.

Se determinaron nuevas cotas para las constantes de acoplamiento $\Omega_{\tau e}$ y $\Omega_{\tau \mu}$ que se encuentran en el orden $\mathcal{O}(10^{-2})$ lo cual cumple con valores encontrados en trabajos anteriores.

Es relevante destacar que nuestros resultados concuerdan de manera consistente con los datos previamente reportados por colaboraciones experimentales de renombre como BELLE y DELPHI. Esta concordancia fortalece la validez y la confiabilidad de nuestras conclusiones, respaldando la robustez de la metodología empleada en este trabajo. La congruencia entre nuestros resultados y las cotas experimentales subraya la consistencia y la contribución significativa de este estudio al entendimiento del leptón τ en el contexto de modelos con corrientes neutras con cambio de sabor.

De igual manera resaltar que, dado que nuestros análisis están dentro del umbral experimental, la posibilidad de la existencia del bosón Z' , propuesto en sus diferentes modelos, aún no puede descartarse y nos da la pauta para que se siga buscando. Este hecho añade un elemento crucial a la comprensión de las interacciones electromagnéticas del leptón τ , respaldando la relevancia y la pertinencia de este trabajo en el contexto de la investigación actual en física de partículas.

Apéndice A

Cinemática del espacio fase

La integración del espacio de fase para el decaimiento de tres cuerpos es un desafío fundamental en la física de partículas, ya que involucra la determinación de las distribuciones angulares y energéticas de todas las partículas finales. En el contexto del decaimiento del leptón tau en tres partículas finales, se exploran distintos métodos para abordar esta integración. Desde enfoques analíticos hasta técnicas numéricas avanzadas, cada método tiene sus propias ventajas y desafíos.

Presentamos aquí un resumen de los métodos utilizados para resolver esta integración tridimensional, destacando las estrategias empleadas para calcular con precisión las distribuciones angulares y energéticas en el decaimiento de tres cuerpos del tau.

A.1. Elemendo diferencial de espacio fase (dLIPS)

El término dLIPS, proviene del inglés Lorentz Invariant Phase Space, que es Espacio Fase Invariante de Lorentz. Iniciamos con la integración en el espacio para una partícula que está dado por

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(2\pi)} \frac{dy}{(2\pi)} \frac{dz}{(2\pi)} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3} \quad (\text{A.1})$$

y dado que estamos integrando sobre $d^3\vec{p}$ esto no es invariante de Lorentz, entonces debemos introducir el d^4p . Para esto utilizamos el hecho de que las partículas son consideradas en capa de masa lo cual se introduce por medio de una δ y además hemos decidido que tengan energía positiva, es decir, $p^0 > 0$ para lo cual se utiliza la función de paso Heavyside $\Theta(p^0)$.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^4p}{(2\pi)^4} (2\pi) \delta(p^2 - m^2) \Theta(p^0) \quad (\text{A.2})$$

el cual es invariante de Lorentz ya que $\Theta(p^0)$ es invariante de Lorentz, δ es también invariante ya que p^2 y m^2 son invariantes ante transformaciones de Lorentz. El elemento de espacio fase de 4 dimensiones es invariante

$$d^4p' = \left| \frac{\partial(p'^0, p'^1, p'^2, p'^3)}{\partial(p^0, p^1, p^2, p^3)} \right| d^4p = |\det(\Lambda)| d^4p = d^4p \quad (\text{A.3})$$

Se tiene que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} (2\pi) \delta(p^2 - m^2) \Theta(p^0) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi)^3 2E} \Big|_{E=+\sqrt{p^2+m^2}} \quad (\text{A.4})$$

donde la energía está restringida por la conservación de momento-energía. El factor $1/2E$ proviene de integrar sobre p^0 y sobre la δ .

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \int_0^{\infty} dp^0 (2\pi) \delta(p^2 - m^2) \quad (\text{A.5})$$

Finalmente el elemento de espacio fase invariante de Lorentz para 1 partícula es

$$\frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi)^3 2E} \quad (\text{A.6})$$

con $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$. De manera general para un proceso

$$A + B \rightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + n \quad (\text{A.7})$$

se tiene que el elemento de espacio fase es

$$\prod_i \frac{d^3 \vec{p}_i}{(2\pi)^3 2E_i} \quad (\text{A.8})$$

y el espacio fase para n partículas es

$$d\Pi = \int \prod_{i=1}^n \frac{d^3 \vec{p}_i}{(2\pi)^3 2E_i} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p - \sum_i p_i) \quad (\text{A.9})$$

A.2. Regla de oro de Fermi

La regla de oro de Fermi es un concepto fundamental en la teoría de dispersión, que describe la probabilidad de transición de un estado inicial a un estado final en un sistema cuántico. Fue formulada por el físico italiano Enrico Fermi en la década de 1930 y se aplica en una amplia gama de fenómenos físicos, desde la dispersión de partículas elementales hasta la interacción entre átomos y moléculas. Está dada por lo siguiente

$$d\sigma_{fi} = \frac{W_{fi}}{\Phi} = |M_{fi}|^2 \times \frac{1}{\Phi} \times \rho(E_f) dE_f \times 2\pi \delta(E_f - E_i) \quad (\text{A.10})$$

donde Φ es el flujo de las partículas entrantes. La matriz M_{fi} contiene la dinámica del proceso

El objetivo es buscar la versión relativista de esta expresión

$$W_{fi} = \int dE_f |V_{fi}|^2 (2\pi) \delta(E_f - E_i) \rho(E_f) = \int \frac{d^3 \vec{p}}{(2\pi)^3} |V_{fi}|^2 (2\pi) \delta(E_1 + E_2 - E_i) \quad (\text{A.11})$$

considerando 2 partículas finales.

Podemos incluir conservación del momento si integramos explícitamente sobre el momento de ambas partículas

$$W_{fi} = \int \frac{d^3\vec{p}_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3} |V_{fi}|^2 (2\pi) \delta(E_1 + E_2 - E_i) \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_i) \quad (\text{A.12})$$

generalizando a n partículas e introduciendo el factor $2E_i$ al espacio fase para hacerlo invariante de Lorentz, se tiene

$$W_{fi} = \int \prod_j \left(\frac{d^3\vec{p}_j}{(2\pi)^3 2E_j} \right) \prod_j 2E_j |V_{fi}|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)} \left(\vec{p}_A + \vec{p}_B - \sum_j \vec{p}_j \right) \quad (\text{A.13})$$

donde $\prod_j 2E_j |V_{fi}|^2$ es $|\mathcal{M}_{fi}|^2$.

La expresión para la cross-section diferencial es

$$d\sigma = |\mathcal{M}_{fi}|^2 \times \frac{1}{\Phi} \times S \times \prod_j \left(\frac{d^3\vec{p}_j}{(2\pi)^3 2E_j} \right) \times \delta^{(4)} \left(\vec{p}_A + \vec{p}_B - \sum_j \vec{p}_j \right) \quad (\text{A.14})$$

donde S es un factor estadístico y Φ es el flujo que describe el número de partículas entrantes por unidad de área por unidad de tiempo.

A.2.1. Integración del espacio fase para una partícula

Para una sola partícula se debe analizar que tan grande es el espacio ya que queremos obtener un resultado finito, es decir, cuando la energía está restringida a ser menor que la $E_{\max}$.

Para mejor evaluación de la integral es recomendable hacer el cambio a coordenadas esféricas. Por tanto se tiene

$$\int d\Pi = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3 2E} \Big|_{E=+\sqrt{p^2+m^2}} = \int \frac{p^2 dp d\Omega}{(2\pi)^3 2E} \Big|_{E=+\sqrt{p^2+m^2}} \quad (\text{A.15})$$

$$= \frac{4\pi}{2(2\pi)^3} \int_0^{\sqrt{E_{\max}^2 - m^2}} \frac{dp p^2}{E} \Big|_{E=+\sqrt{p^2+m^2}} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{(\sqrt{E_{\max}^2 - m^2})^3}{3E_{\max}} \quad (\text{A.16})$$

$$= \frac{E_{\max}^2}{12\pi^2} \left(1 - \frac{m^2}{E_{\max}^2} \right)^{3/2} \quad (\text{A.17})$$

utilizando las propiedades

$$d^3\vec{p} = p^2 dp d\Omega \quad (\text{A.18})$$

y que

$$\int d\Omega = 4\pi \quad (\text{A.19})$$

A.3. Espacio fase para el decaimiento a dos cuerpos

Consideremos el decaimiento de una partícula R en dos partículas distinguibles de masas m_j con $j = 1, 2$.

$$R \rightarrow 1 + 2 \quad (\text{A.20})$$

El espacio fase para dos partículas es

$$d^6 R = \frac{d^3 \vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - P) \quad (\text{A.21})$$

que se puede reescribir como

$$d^6 R = \frac{d^3 \vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} (2\pi)^4 \delta(E_1 + E_2 - M) \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) \quad (\text{A.22})$$

Se puede integrar sobre uno de los momentos utilizando la delta δ^3

$$d^6 R = \frac{d^3 \vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{1}{(2\pi)^3 2E_2} (2\pi)^4 \delta(E_1 + E_2 - M) \quad (\text{A.23})$$

Es conveniente hacer un cambio de coordenadas a coordenadas esféricas por medio de

$$d^3 \vec{p}_i = p_i^2 dp_i \sin \theta d\theta d\phi \quad (\text{A.24})$$

algunas veces se puede expresar también como

$$d^3 \vec{p}_i = p_i^2 dp_i d\cos \theta d\phi \quad (\text{A.25})$$

Regresando al espacio fase

$$d^6 R = \frac{p^2 dp d\cos \theta d\phi}{(2\pi)^2 4E_1 E_2} \delta(E_1 + E_2 - M) \quad (\text{A.26})$$

tenemos que

$$dp = dE \left(\frac{p}{E_1} + \frac{p}{E_2} \right)^{-1} = dE \left(\frac{pE_1 + pE_2}{E_1 E_2} \right)^{-1} = \frac{E_1 E_2 dE}{p(E_1 + E_2)} = \frac{E_1 E_2 dE}{pE} \quad (\text{A.27})$$

luego entonces

$$d^3 R = \frac{p^2 \frac{E_1 E_2 dE}{pE} d\cos \theta d\phi}{(2\pi)^2 4E_1 E_2} \delta(E - M) \quad (\text{A.28})$$

$$= \frac{p^2 E_1 E_2 dE d\cos \theta d\phi}{(2\pi)^2 pE 4E_1 E_2} \delta(E - M) \quad (\text{A.29})$$

$$= \frac{p dE d\cos \theta d\phi}{16\pi^2 E} \delta(E - M) \quad (\text{A.30})$$

$$(\text{A.31})$$

integrando sobre la delta tenemos

$$d^2 R = \frac{p}{16\pi^2 M} d \cos \theta d\phi \quad (\text{A.32})$$

tomando en cuenta que $d\Omega = d \cos \theta d\phi$. Se tiene

$$d\Gamma(M \rightarrow 1 + 2) = \frac{1}{2M} \frac{p}{16\pi^2 M} |\mathcal{M}|^2 d\Omega \quad (\text{A.33})$$

Finalmente

$$\boxed{d\Gamma(M \rightarrow 1 + 2) = \frac{p}{32\pi^2 M^2} |\mathcal{M}|^2 d\Omega} \quad (\text{A.34})$$

con

$$p = \frac{\lambda^{1/2}(M^2, m_1^2, m_2^2)}{2M} \quad (\text{A.35})$$

donde λ es la función de Kallen, $\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz$.

A.4. Espacio fase para el decaimiento de 3 cuerpos

Consideremos el decaimiento de una partícula R de masa en reposo M a tres partículas distinguibles de masas m_j con $j = 1, 2, 3$.

$$R \rightarrow 1 + 2 + 3 \quad (\text{A.36})$$

El espacio fase para tres partículas está dado por

$$d^9 R = \frac{d^3 \vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 \vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \frac{d^3 \vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 + p_3 - P) \quad (\text{A.37})$$

Existen diferentes enfoques para realizar la integral sobre el espacio fase. A continuación se mencionan algunos.

A.4.1. Método energías y ángulos

Podemos expresar el diferencial en términos de las energías y ángulos entre las partículas. Reescribiendo se tiene

$$d^9 R = \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{d^3 \vec{p}_1}{2E_1} \frac{d^3 \vec{p}_2}{2E_2} \frac{d^3 \vec{p}_3}{2E_3} \delta(E_1 + E_2 + E_3 - M) \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3) \quad (\text{A.38})$$

integrando sobre el momento de una partícula

$$d^6 R = \frac{1}{8(2\pi)^5} \frac{d^3 \vec{p}_1}{E_1} \frac{d^3 \vec{p}_2}{E_2} \frac{1}{E_3} \delta(E_1 + E_2 + E_3 - M) \quad (\text{A.39})$$

con la condición

$$E_3 = \sqrt{(p_1 + p_2)^2 + m_3^2} \quad (\text{A.40})$$

Ahora, elegimos un sistema de coordenadas donde el eje z esté alineado con la dirección de la partícula 1 y cambiamos a coordenadas esféricas

$$d^3\vec{p}_2 = p_2^2 dp d\cos\theta_{12} d\phi \quad (\text{A.41})$$

donde θ_{12} y ϕ son los ángulos que definen a p_2 con respecto a la partícula 1.

Se emplea la relación entre la E_3 y los momentos $\vec{p}_1$ y $\vec{p}_2$

$$E_3 = (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 + m_3^2 = m_3^2 + \vec{p}_1^2 + \vec{p}_2^2 + 2p_1p_2\cos\theta_{12} \quad (\text{A.42})$$

Luego, para valores fijos de p_1 y p_2 se tiene

$$\frac{d\cos\theta_{12}}{dE_3} = \frac{d}{dE_3} \frac{(E_3^2 - m_3^2 - \vec{p}_1^2 + \vec{p}_2^2)}{2p_1p_2} = \frac{E_3}{p_1p_2} \Rightarrow d\cos\theta_{12} = \frac{E_3 dE_3}{p_1p_2} \quad (\text{A.43})$$

sustituyendo tenemos que

$$d^4R = \frac{1}{8(2\pi)^5} \int d\phi \int_{E_{3,\min}}^{E_{3,\max}} \frac{E_3 dE_3}{p_1p_2} \frac{d^3\vec{p}_1}{E_1} \frac{dp_2 p_2^2}{E_2} \frac{1}{E_3} \delta(E_1 + E_2 + E_3 - M) \quad (\text{A.44})$$

$$= \frac{2\pi}{8(2\pi)^5} \int_{E_{3,\min}}^{E_{3,\max}} dE_3 \frac{d^3\vec{p}_1}{p_1 E_1} \frac{dp_2 p_2}{E_2} \delta(E_1 + E_2 + E_3 - M) \quad (\text{A.45})$$

$$= \frac{\pi}{4(2\pi)^5} \frac{d^3\vec{p}_1}{p_1 E_1} \frac{dp_2 p_2}{E_2} \int_{E_{3,\min}}^{E_{3,\max}} dE_3 \delta(E_1 + E_2 + E_3 - M) \quad (\text{A.46})$$

$$(\text{A.47})$$

Se integra sobre la delta utilizando

$$E_3 = M - E_1 - E_2 \quad (\text{A.48})$$

Lo cual resulta en

$$d^4R = \frac{\pi}{4(2\pi)^5} \frac{d^3\vec{p}_1}{p_1 E_1} \frac{p_2 dp_2}{E_2} \quad (\text{A.49})$$

Cambiamos el $d^3\vec{p}_1$ a coordenadas esféricas

$$d^3\vec{p}_1 = p_1^2 dp_1 d\cos\theta_z d\phi_z \quad (\text{A.50})$$

donde θ_z y ϕ_z son los ángulos del eje z que se eligieron en la dirección de la partícula 1.

$$d^4R = \frac{\pi}{4(2\pi)^5} \frac{p_1^2 dp_1 d\cos\theta_z d\phi_z}{p_1 E_1} \frac{p_2 dp_2}{E_2} \quad (\text{A.51})$$

$$= \frac{\pi}{4(2\pi)^5} \frac{p_1 dp_1}{E_1} \frac{p_2 dp_2}{E_2} d\cos\theta_z d\phi_z \quad (\text{A.52})$$

si el espín de la partícula del estado inicial se promedia, o si es sin espín, entonces no hay una dirección especial para medir la orientación del plano de desintegración del estado final con respecto a. En este caso, para unas particulares E_1 y E_2 , el elemento de matriz reducida no puede depender de los ángulos, y uno puede hacer las integrales

$$\int_{-1}^1 d \cos \theta_z \int_0^{2\pi} d\phi_z = 4\pi \quad (\text{A.53})$$

La integral sobre los ángulos da como resultado 4π

$$d^2 R = 4\pi \frac{\pi}{4(2\pi)^5} \frac{p_1 dp_1}{E_1} \frac{p_2 dp_2}{E_2} \quad (\text{A.54})$$

Utilizando la relación

$$p_i = \sqrt{E_i^2 - m_i^2} \Rightarrow dp_i = \frac{1}{2} \frac{2E_i dE_i}{\sqrt{E_i^2 - m_i^2}} = \frac{E_i dE_i}{p_i} \quad (\text{A.55})$$

sustituyendo

$$d^2 R = 4\pi \frac{\pi}{4(2\pi)^5} \frac{p_1 \frac{E_1 dE_1}{p_1}}{E_1} \frac{p_2 \frac{E_2 dE_2}{p_2}}{E_2} \quad (\text{A.56})$$

simplificando tenemos

$$d^2 R = \frac{1}{32\pi^3} dE_1 dE_2 \quad (\text{A.57})$$

Los límites de integración son los siguientes, si primero se integra respecto de E_2 se tiene

$$E_2^{\text{max,min}} = \frac{1}{2s_{23}^2} \left[(M - E_1)(s_{23}^2 + m_2^2 - m_3^2) \pm \sqrt{(E_1^2 - m_1^2)\lambda(s_{23}^2, m_2^2, m_3^2)} \right], \quad (\text{A.58})$$

con λ la función de Kallen.

$$s_{23} = (p_2 + p_3)^2 = (P - p_1)^2 = M^2 - 2E_1 M + m_1^2 \quad (\text{A.59})$$

Los límites de integración para E_1 son

$$m_1 < E_1 < \frac{M^2 + m_1^2 - (m_2 + m_3)^2}{2M} \quad (\text{A.60})$$

Finalmente

$$\int d^2 R = \frac{1}{32\pi^3} \int_{m_1}^{\frac{M^2 + m_1^2 - (m_2 + m_3)^2}{2M}} dE_1 \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} dE_2 \quad (\text{A.61})$$

A.4.2. Método de Dalitz plot o masas invariantes

Dalitz plots son dibujados utilizando el cuadrado de las masas invariantes. Consideremos tres partículas finales. Tenemos entonces

$$s_{12} = (P - p_3)^2 = (p_1 + p_2)^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2p_1 \cdot p_2, \quad (\text{A.62})$$

$$s_{13} = (P - p_2)^2 = (p_1 + p_3)^2 = m_1^2 + m_3^2 + 2p_1 \cdot p_3, \quad (\text{A.63})$$

$$s_{23} = (P - p_1)^2 = (p_2 + p_3)^2 = m_2^2 + m_3^2 + 2p_2 \cdot p_3 \quad (\text{A.64})$$

En el marco de referencia the la partícula que decae en reposo lo anterior se convierte en

$$s_{12} = (P - p_3)^2 = M^2 + m_3^2 - 2ME_3, \quad (\text{A.65})$$

$$s_{13} = (P - p_2)^2 = M^2 + m_2^2 - 2ME_2, \quad (\text{A.66})$$

$$s_{23} = (P - p_1)^2 = M^2 + m_1^2 - 2ME_1 \quad (\text{A.67})$$

se debe de cumplir que

$$s_{12} + s_{13} + s_{23} = M^2 + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 \quad (\text{A.68})$$

De la relación

$$s_{12} = (P - p_3)^2 = M^2 + m_3^2 - 2ME_3, \quad (\text{A.69})$$

se tiene que

$$ds_{12} = -2MdE_3 \quad (\text{A.70})$$

por lo que el espacio fase

$$d^2R = \frac{1}{32\pi^3} dE_1 dE_2 \quad (\text{A.71})$$

se convierte en

$$d^2R = \frac{1}{32\pi^3} dE_1 dE_2 \quad (\text{A.72})$$

$$= \frac{1}{32\pi^3} \frac{ds_{23}}{-2M} \frac{ds_{13}}{-2M} \quad (\text{A.73})$$

$$= \frac{1}{128\pi^3 M^2} ds_{23} ds_{13} \quad (\text{A.74})$$

quedando como espacio fase

$$\boxed{\int d^2R = \frac{1}{256\pi^3 M^3} \int_{s_{13,\min}}^{s_{13,\max}} ds_{13} \int_{s_{23,\min}}^{s_{23,\max}} ds_{23}} \quad (\text{A.75})$$

En los límites es claro, que por definición, por ejemplo para s_{13} ,

$$(m_1 + m_3)^2 \leq s_{13} \leq (M - m_2)^2 \quad (\text{A.76})$$

Una vez que se tiene uno fijo, digamos s_{13} , los límites para s_{23} . Se considera el el marco de referencia de Jackson. Este marco nos dice

$$s_{13} = (E - E_2)^2 = \left(\sqrt{M - p_2^2} - \sqrt{p_2^2 + m_2^2} \right)^2 \quad (\text{A.77})$$

resolviendo para p_2

$$p_2^2 = \frac{1}{4s_{13}} \left[s_{13} - (M - m_2)^2 \right] \left[s_{13} - (M + m_2)^2 \right] \equiv \frac{1}{s_{13}} \lambda(s_{13}, M^2, m_2^2) \quad (\text{A.78})$$

De manera análoga de

$$s_{13} = (p_1 + p_3)^2 = (E_1 + E_3)^2 \quad (\text{A.79})$$

$$p_1^2 = p_3^2 = \frac{1}{s_{13}} \lambda(s_{13}, m_1^2, m_3^2) \quad (\text{A.80})$$

Entonces para los límites de s_{23} tenemos

$$s_{23} = (p_2 + p_3)^2 = m_2^2 + m_3^2 + 2(E_2 E_3 - p_2 p_3 \cos \alpha) \quad (\text{A.81})$$

Vemos que $s_{23,\max}$ y $s_{23,\min}$ corresponden a valores de $\alpha = \pi$ y $\alpha = 0$ respectivamente. Por tanto,

$$s_{23,\max} = m_2^2 + m_3^2 + 2(E_2 E_3 + p_2 p_3) \quad (\text{A.82})$$

$$s_{23,\min} = m_2^2 + m_3^2 + 2(E_2 E_3 - p_2 p_3) \quad (\text{A.83})$$

Expresando las energías como

$$E_2 = \frac{1}{2\sqrt{s_{13}}}(s - s_{13} - m_2^2), \quad E_3 = \frac{1}{2\sqrt{s_{13}}}(s_{13} + m_3^2 - m_1^2) \quad (\text{A.84})$$

Finalmente obtenemos

$$s_{23,\max} = m_2^2 + m_3^2 + \frac{1}{2s_{13}} \left[(s - s_{13} - m_2^2)(s_{13} + m_3^2 - m_1^2) + \lambda^{1/2}(s_{13}, s, m_2^2) \lambda^{1/2}(s_{13}, m_1^2, m_3^2) \right] \quad (\text{A.85})$$

$$s_{23,\min} = m_2^2 + m_3^2 + \frac{1}{2s_{13}} \left[(s - s_{13} - m_2^2)(s_{13} + m_3^2 - m_1^2) - \lambda^{1/2}(s_{13}, s, m_2^2) \lambda^{1/2}(s_{13}, m_1^2, m_3^2) \right] \quad (\text{A.86})$$

Apéndice B

Determinar nivel de confianza

En este apéndice revisamos el procedimiento para evaluar los niveles de confianza de exclusión y las significancia de descubrimiento asumiendo una distribución Gaussiana para el número esperado de eventos. Para la exclusión de un valor particular de la señal esperada media S , la hipótesis que se está probando es la hipótesis de señal más fondo, de modo que el número esperado de eventos, N_{exp} , tiene el valor medio $\bar{N}_{exp} = S + B$. Suponemos una distribución de Poisson para N_{exp} con valor medio $S + B$ tiene desviación estándar $\sqrt{S + B}$ [108].

Si el número de eventos finalmente observados en el experimento es $N_{obs} = S + B$, se dice que la hipótesis de señal más fondo está excluida al 95 % de nivel de confianza si la probabilidad de que N_{exp} pueda fluctuar hacia abajo desde su valor medio $S + B$ a un valor menor o igual que N_{obs} es menor al 5 %. Para $S + B \gg 1$, la distribución de Poisson que hemos asumido para N_{exp} tiende a una distribución Gaussiana y la declaración anterior implica que los valores de señal S , aún permitidos después de establecer el límite del 95 % de C.L. satisface [109]

$$\frac{S + B - N_{obs}}{\sqrt{S + B}} \leq 1.64 \quad (\text{B.1})$$

Para encontrar el potencial de exclusión mediano del 95 %, tomamos $N_{obs} = B$ para obtener

$$\frac{S}{\sqrt{S + B}} \leq 1.64 \quad (\text{B.2})$$

El límite superior en la señal permitida es el valor máximo de S para el cual la condición se mantiene.

Bibliografía

- [1] M. Dyndal, M. Klusek-Gawenda, A. Szczurek and M. Schott, *Phys. Lett.* **B809**, 135682 (2020).
- [2] W. Bernreuther, A. Brandenburg and P. Overmann, *Phys. Lett.* **B391**, 413 (1997), Erratum: *Phys. Lett.* **B412**, 425 (1997).
- [3] E. O. Iltan, *Eur. Phys. J.* **C44**, 411 (2005).
- [4] B. Dutta, R. N. Mohapatra, *Phys. Rev.* **D68**, 113008 (2003).
- [5] E. Iltan, *Phys. Rev.* **D64**, 013013 (2001).
- [6] E. Iltan, *JHEP* **065**, 0305 (2003).
- [7] E. Iltan, *JHEP* *0404*, 018 (2004).
- [8] A. Gutiérrez-Rodríguez, M. A. Hernández-Ruíz and L.N. Luis-Noriega, *Mod. Phys. Lett.* **A19**, 2227 (2004).
- [9] A. Gutiérrez-Rodríguez, M. A. Hernández-Ruíz and M. A. Pérez, *Int. J. Mod. Phys.* **A22**, 3493 (2007).
- [10] A. Gutiérrez-Rodríguez, *Mod. Phys. Lett.* **A25**, 703 (2010).
- [11] A. Gutiérrez-Rodríguez, M. A. Hernández-Ruíz, C. P. Castañeda-Almanza, *J. Phys.* **G40**, 035001 (2013).
- [12] The ATLAS Collaboration, arXiv:2204.13478 [hep-ex].
- [13] The CMS Collaboration, CMS PAS HIN-21-009.
- [14] The CMS Collaboration, arXiv:2206.05192 [nucl-ex].
- [15] The CMS Collaboration, arXiv:2205.05312v2 [hep-ex].
- [16] S. Eidelman and M. Passera, *Mod. Phys. Lett.* **A22**, 159 (2007).
- [17] M. A. Samuel, G. Li and R. Mendel R, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 668 (1991); M. A. Samuel, G. Li and R. Mendel, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 995 (1992) (erratum).
- [18] F. Hamzeh and N. F. Nasrallah, *Phys. Lett.* **B373**, 211 (1996).

- [19] J. Abdallah, *et al.*, [DELPHI Collaboration], *Eur. Phys. J.* **C35**, 159 (2004).
- [20] M. Acciarri, *et al.* [L3 Collaboration], *Phys. Lett.* **B434**, 169 (1998).
- [21] K. Ackerstaff, *et al.* [OPAL Collaboration], *Phys. Lett.* **B431**, 188 (1998).
- [22] K. Inami, *et al.*, [BELLE Collaboration], *Phys. Lett.* **B551**, 16 (2003).
- [23] H. Albrecht, *et al.*, [ARGUS Collaboration], *Phys. Lett.* **B485**, 37 (2000).
- [24] N. Yamanaka, *Int. J. Mod. Phys.* **E26**, 1730002 (2017).
- [25] N. Yamanaka, B. Sahoo, N. Yoshinaga, T. Sato, K. Asahi, and B. Das, *Eur. Phys. J.* **A53**, 54 (2017).
- [26] J. Engel, M. J. Ramsey-Musolf, and U. van Kolck, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **71**, 21 (2013).
- [27] Y. Özgüven, S. C. Inan, A. A. Billur, M. Köksal, M. K. Bahar, *Nucl. Phys.* **B923**, 475 (2017).
- [28] A. A. Billur, M. Köksal, *Phys. Rev. D* **89**, 037301 (2014).
- [29] L. Tabares, O. A. Sampayo, *Phys. Rev.* **D65**, 053012 (2002).
- [30] S. Eidelman, D. Epifanov, M. Fael, L. Mercolli, M. Passera, *JHEP* **1603**, 140 (2016).
- [31] M. Köksal, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **46**, 065003 (2019), arXiv:1809.01963 [hep-ph].
- [32] M. A. Arroyo-Ureña, *et al.*, *Eur. Phys. J.* **C77**, 227 (2017).
- [33] M. A. Arroyo-Ureña, *et al.*, *Int. J. Mod. Phys.* **A32**, 1750195 (2017).
- [34] Xin Chen, *et al.*, arXiv:1803.00501 [hep-ph].
- [35] Antonio Pich, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **75**, 41-85 (2014).
- [36] S. Atag and E. Gurkanli, *JHEP* **1606**, 118 (2016).
- [37] Lucas Taylor, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **76**, 237 (1999).
- [38] M. Passera, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **169**, 213 (2007).
- [39] M. Passera, *Phys. Rev.* **D75**, 013002 (2007).
- [40] J. Bernabeu, G. A. González-Sprinberg, J. Papavassiliou, J. Vidal, *Nucl. Phys.* **B790**, 160 (2008).
- [41] W. Bernreuther, O. Nachtmann, P. Overmann, *Phys. Rev.* **D48**, 78 (1993).
- [42] F. Cornet and J. I. Illana, *Phys. Rev.* **D53**, 1181 (1996).

- [43] F. Cornet and J. I. Illana, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **37**, 193 (1994).
- [44] F. del Aguila, F. Cornet and J. I. Illana, *Phys. Lett.* **B271**, 256 (1991).
- [45] J. I. Aranda, D. Espinosa-Gómez, J. Montaña, B. Quezadas-Vivian, F. Ramírez-Zavaleta, E. S. Tututi, *Phys. Rev.* **D98**, 116003 (2018).
- [46] A. S. Fomin, A. Yu. Korchin, A. Stocchi, S. Barsuk and P. Robbe, arXiv:1810.06699 [hep-ph].
- [47] H. Al Ali, N. Arkani-Hamed, I. Banta, S. Benevedes, D. Buttazzo, T. Cai, J. Cheng, T. Cohen, N. Craig and M. Ekhterachian, *et al.* “The muon Smasher’s guide,” Rept. Prog. Phys. **85** (2022) no.8, 084201.
- [48] T. Morii, C. S. Lim and S N Mukherjee. The physics of the Standard Model and beyond. World Scientific, Singapore (2004).
- [49] M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. D 98, 030001 (2018).
- [50] M. Herrero, The Standard model, NATO Sci. Ser. C. 534, 1 (1999).
- [51] G. Kane. Modern Elementary Particle Physics, (1988).
- [52] S. L. Glashow, Partial Symmetries of Weak Interactions, Nucl. Phys. 22, 579 (1961).
- [53] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19, 1264 (1967).
- [54] A. Salam, Weak and Electromagnetic Interactions, Conf. Proc. C680519, 367 (1968).
- [55] M. J. G. Veltman, Unitarity and causality in a renormalizable field theory with unstable particles, Physica 29, 186 (1963).
- [56] M. J. G. Veltman. Perturbation theory of massive Yang-Mills fields, (1967).
- [57] M. J. G. Veltman, Phys. Rev. Lett. 17, 553 (1966).
- [58] D. McMahon. Quantum field theory demystified: A self-teaching guide, (2009).
- [59] D. J. Griffiths. Introduction to elementary particles; 2nd rev. version. Physics textbook. Wiley, New York, NY (2008).
- [60] L. H. Ryder. Quantum Field Theory. Cambridge University Press (1996).
- [61] D. Horváth and Z. Trócsányi, Introduction to Particle Physics, Cambridge Scholars Publishing, 2019, ISBN 978-1-5275-2808-6
- [62] M. E. Peskin and D. V. Schroeder. An Introduction to quantum field theory. Addison-Wesley, Reading, USA (1995).
- [63] Ho-Kim Quang and Pham Xuan-Yem. Elementary Particles and their interactions. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Reading, USA (1998).

- [64] Y. Fukuda and T. Hayakawa, Phys. Rev. Lett. 81, 1562 (1998).
- [65] Y. Ashie and J. Hosaka, Phys. Rev. D 71, 112005 (2005).
- [66] M. B. Smy, Y. Ashie, and S. Fukuda, Phys. Rev. D 69, 011104 (2004).
- [67] S. N. Ahmed and A. E. Anthony, Phys. Rev. Lett. 92, 102004 (2004).
- [68] M. Apollonio and A. Baldini, The European Physical Journal C 27, 331 (2003).
- [69] P. W. Higgs, Phys. Rev. Lett. 13, 508 (1964).
- [70] P. W. Higgs, Phys. Rev. 145, 1156 (1966).
- [71] F. Englert and R. Brout, Phys. Rev. Lett. 13, 321 (1964).
- [72] G. S. Guralnik, C. R. Hagen and T. W. B. Kibble, Phys. Rev. Lett. 13, 585 (1964).
- [73] T. W. B. Kibble, Phys. Rev. 155, 1554 (1967).
- [74] A. Djouadi. The Anatomy of electro-weak symmetry breaking. I: The Higgs boson in the standard model. Phys. Rept. 457, 1 (2008).
- [75] G Shaw. Gauge theory of elementary particle physics. Physics Bulletin. 36, 221 (1985).
- [76] D. Goldberg. The standard model in a nutshell, by . Princeton University Press (2017). 10.1080/00107514.2017.1403484.
- [77] C. Giunti and C. W. Kim. Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics, (2007).
- [78] A.K. Compton, Jour. Franklin. Inst., 192 Aug. (1921) 145.
- [79] O. Stern, Z. Phys. 7, 249 (1921).
- [80] W.GerlachandO.Stern,,Z.Phys.8,110(1922),Z.Phys.9and349(1922), Z. Phys. 9, 353 (1924).
- [81] W. Gerlach and O. Stern, Ann. Phys. 74, 673 (1924).
- [82] G.E. Uhlenbeck and S. Goudsmit, Naturwissenschaften 47, 953 (1925).
- [83] G.E. Uhlenbeck and S. Goudsmit, Nature 117 (1926) 264.
- [84] Griffiths, D. (2017). Introduction to Electrodynamics (4th ed.). Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/9781108333511
- [85] Larmor, J. (1897). LXIII. On the theory of the magnetic influence on spectra; and on the radiation from moving ions. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 44(271), 503-512.

-
- [86] Sakurai, J., Napolitano, J. (2017). Modern Quantum Mechanics (2nd ed.). Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/9781108499996.
- [87] William J Marciano, B Lee Roberts (2009). Lepton Dipole Moments. WorldScientific. <https://doi.org/10.1142/7273>
- [88] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, and L. Maiani. Weak interactions with lepton-hadron symmetry. Phys. Rev. D, 2:1285–1292 (1970).
- [89] G. Altarelli, B. Mele and M. Ruiz-Altaba, Z. Phys. C 45, 109 (1989). [Erratum: Z. Phys. C 47, 676 (1990)].
- [90] R. N. Mohapatra and J. C. Pati, Phys. Rev. D 11, 2558 (1975).
- [91] P. Langacker and Ming-xing Luo, Phys. Rev. D 45, 278 (1992).
- [92] J. C. Pati and A. Salam, Phys. Rev. D 10, 275 (1974).
- [93] P. Langacker and M. Plümacher, Phys. Rev. D 62, 013006 (2000).
- [94] R. W. Robinett and J. L. Rosner, Phys. Rev. D 26, 2396 (1982).
- [95] A. Arhrib, K. Cheung, Cheng-Wei Chiang and Tzu-Chiang Yuan, Phys. Rev. D 73, 075015 (2006).
- [96] R. W. Robinett, Phys. Rev. D 26, 2388 (1982).
- [97] A. Abulencia *et al.* (CDF Collaboration), Phys. Rev. Lett. 96, 211801 (2006).
- [98] Search for high-mass dilepton resonances in 6.1/fb of pp collisions at $\sqrt{s}=8$ TeV with the ATLAS experiment. Technical Report ATLAS-CONF-2012-129, CERN, Geneva, Sep (2012).
- [99] Search for Resonances in the Dilepton Mass Distribution in pp Collisions at $\sqrt{s}=8$ TeV. Technical Report CMS-PAS-EXO-12-015, CERN, Geneva, (2012).
- [100] G. Aad *et al.*, Phys. Rev. D 90, 052005 (2014).
- [101] The ATLAS collaboration. Search for new phenomena in the dilepton final state using proton-proton collisions at $\sqrt{s}=13$ TeV with the ATLAS detector, (2015).
- [102] Fang, Z. Y., Lopez Castro, G., Pestieau, J. (1988). Use and misuse of the Breit-Wigner formula. Nuovo Cim., 155.
- [103] J I Aranda et al 2011 J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 38 045006
- [104] Espinosa-Gómez, D., Ramírez-Zavaleta, F. and Tututi, E.S. Decay of the Z' gauge boson with lepton flavor violation. Eur. Phys. J. C 83, 909 (2023).
- [105] Abdesslam Arhrib, Kingman Cheung, Cheng-Wei Chiang, and Tzu-Chiang Yuan Phys. Rev. D 73, 075015
-

- [106] J.I. Aranda, D. Espinosa-Gómez, J. Montaña, B. Quezadas-Vivian, F. Ramírez-Zavaleta, and E.S. Tututi Phys. Rev. D 98, 116003 (2018).
- [107] V. Ilisie, “Concepts in Quantum Field Theory,” Springer, 2016, ISBN 978-3-319-22965-2, 978-3-319-22966-9, doi:10.1007/978-3-319-22966-9
- [108] Tao Han, Jing Jiang, Marc Sher, Search for tch at e+e- linear colliders, Physics Letters B, Volume 516, Issues 3–4, 2001, ISSN 0370-2693, [https://doi.org/10.1016/S0370-2693\(01\)00949-2](https://doi.org/10.1016/S0370-2693(01)00949-2).
- [109] Rick S. Gupta, James D. Wells, Higgs boson search significance deformations due to mixed-in scalars, Physics Letters B, Volume 710, Issue 1, 2012, Pages 154-158, ISSN 0370-2693, <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2012.02.056>.

Apéndice C

Anexos

NOMBRE DEL TRABAJO

Momentos dipolares del lept'ón tau inducidos por bosones Z' en futuros colisionadores

AUTOR

Francisco Alberto Santoyo Valdez

RECuento DE PALABRAS

24258 Words

RECuento DE CARACTERES

114418 Characters

RECuento DE PÁGINAS

75 Pages

TAMAÑO DEL ARCHIVO

1.2MB

FECHA DE ENTREGA

Jul 2, 2024 7:42 AM CST

FECHA DEL INFORME

Jul 2, 2024 7:44 AM CST

● 21% de similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para cada base de datos.

- 21% Base de datos de Internet
- 7% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de Crossref
- Base de datos de contenido publicado de Crossref
- 0% Base de datos de trabajos entregados

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



A quien corresponda,

Por este medio, quien abajo firma, bajo protesta de decir verdad, declara lo siguiente:

- Que presenta para revisión de originalidad el manuscrito cuyos detalles se especifican abajo.
- Que todas las fuentes consultadas para la elaboración del manuscrito están debidamente identificadas dentro del cuerpo del texto, e incluidas en la lista de referencias.
- Que, en caso de haber usado un sistema de inteligencia artificial, en cualquier etapa del desarrollo de su trabajo, lo ha especificado en la tabla que se encuentra en este documento.
- Que conoce la normativa de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en particular los Incisos IX y XII del artículo 85, y los artículos 88 y 101 del Estatuto Universitario de la UMSNH, además del transitorio tercero del Reglamento General para los Estudios de Posgrado de la UMSNH.

Datos del manuscrito que se presenta a revisión

Programa educativo	Doctorado en Ciencias en Ingeniería Física	
Título del trabajo	Momentos dipolares del leptón tau inducidos por bosones Z^0 en futuros colisionadores	
	Nombre	Correo electrónico
Autor/es	Francisco Alberto Santoyo Valdez	francisco.santoyo@umich.mx
Director	Dr. Fernando Igúzú Ramírez Zavaleta	iguzu.fernandez@umich.mx
Codirector	Dr. Jorge Isidro Aranda Sánchez	jorge.isidro.aranda@umich.mx
Coordinador del programa	Dr. Gonzalo Viramontes Gambora	doc.cs.ingenieria.fisica@umich.mx

Uso de Inteligencia Artificial

Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Asistencia en la redacción	No	

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Traducción al español	No	
Traducción a otra lengua	No	
Revisión y corrección de estilo	No	
Análisis de datos	No	
Búsqueda y organización de información	No	
Formateo de las referencias bibliográficas	No	
Generación de contenido multimedia	No	
Otro	No	

Datos del solicitante	
Nombre y firma	Francisco Alberto Santoyo 
Lugar y fecha	Morelia, Michoacán, a 2 de Julio de 2024