



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA
DOCTORADO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA MECÁNICA

TESIS

Reconstrucción de un álabe de rodete Francis mediante el uso de un modelo suavizado

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
DOCTOR EN CIENCIAS EN INGENIERÍA MECÁNICA

PRESENTA:

M. en C. Ángel Cerriteño Sánchez

ASESORES:

Dr. Sergio Ricardo Galván González

Dr. Francisco Javier Domínguez Mota



Morelia, Michoacán. Agosto 2024

Dedicatoria y agradecimientos

Dedicatoria.

Primeramente dedico este trabajo a **Dios** por ser mi fuente de fortaleza, sabiduría y esperanza en cada etapa de este proceso académico. Creo entender el porqué me dirigiste a este camino y lo agradezco infinitamente, el proceso ha sido complejo, desafiante y enriquecedor.

Así mismo, dedico esta tesis a mi querida hija **Camila Cerriteño Araujo**, quien a su corta edad ha sido mi mayor fuente de inspiración para seguir adelante y mi mayor maestra en esta vida. Aunque aún eres muy joven, veo en ti un potencial enorme que yo nunca tuve, por lo que espero que siempre valores la importancia del estudio a lo largo de tu vida y espero siempre te rodees de personas que te inspiren a seguir adelante y te apoyen en la realización de tus sueños. Espero que nunca pierdas la curiosidad y las ganas de aprender que tienes, y recuerdes siempre que con esfuerzo y determinación, todo es posible de alcanzar.

Agradecimientos.

A lo largo de esta investigación he contado con la ayuda de muchas personas, a las que debo mi gratitud, paciencia y confianza total; que sin duda alguna han sido siempre un pilar importante en este recorrido. Todas ellas han contribuido de diversas maneras en este viaje. Les agradezco a aquellos que están presentes en este momento profesional tan importante y a los que residen en mis recuerdos y en mi corazón, les doy las gracias por sus bastos conocimientos, amistad sincera, ayuda incondicional y apoyo en todo momento, pero en especial a:

- **Mi esposa Karen Araujo**, por su amor incondicional, por sus palabras de aliento cuando dudaba, por su apoyo constante y por estar a mi lado en cada paso de este largo viaje. Juntos hemos superado desafíos y celebrado triunfos que veíamos muy lejanos.
- **Mi madre Elitania Sánchez**, un verdadero pilar de fortaleza y sabiduría. Agradezco su apoyo constante y su paciencia en todo momento y su inspirador ejemplo de dedicación y perseverancia.
- **Mis asesores Dr. Sergio R. Galván y Dr. Francisco J. Domínguez**, quienes con sus conocimientos y experiencia me han guiado a lo largo de este proceso. Estoy profun-

damente agradecido por su mentoría, apoyo y valiosas enseñanzas en este campo de investigación científica.

- **Los colaboradores Dr. Ramiro G. Ramírez y Dra. Tania M. Arispe**, por permitirnos realizar a su lado este trabajo de investigación. Agradezco su vasto conocimiento compartido en turbomaquinaria y su apoyo en la realización de los cálculos numéricos de CFD requeridos para este estudio, así como para la realización del artículo científico.
- **Los miembros del comité evaluador (Dra. Alicia Aguilar, Dr. Gildardo Solorio y Dr. Juan C. Camacho)**, reconozco y agradezco sinceramente su tiempo, los aportes, recomendaciones brindadas y consejos técnicos en la elaboración de este trabajo.
- **CONAHCYT y al programa de posgrado**, agradezco el respaldo financiero y académico, sin el cual este logro hubiese sido muy difícil de sobrellevar.

Resumen

El álabe de una turbina hidráulica es crucial en la conversión de energía, por lo que durante su diseño y rediseño se debe evitar cualquier perturbación geométrica que afecte la interacción con el fluido y la eficiencia de la turbina. Existen diversas técnicas de reconstrucción de álabes, como el apilamiento de secciones transversales sobre líneas de flujo del canal hidráulico del rodete. Sin embargo, estas técnicas suelen distribuir las secciones de manera no equidistante a lo largo de la envergadura del álabe, lo que resulta en superficies con baja uniformidad y continuidad, especialmente en álabes torcidos y flexionados. Para resolver esto, los investigadores aumentan el número de secciones transversales, incrementando también los parámetros y puntos que definen cada sección, lo cual complica la optimización hidrodinámica y el mecanizado numérico del rodete.

Esta investigación propone una metodología de reconstrucción de álabes utilizando el menor número de secciones transversales ortogonales y puntos por sección posible, distribuidos equidistantemente a lo largo de la envergadura del álabe para generar superficies suaves y continuas. Para ello, se emplearon algoritmos computacionales para obtener archivos de Entrada/Salida procesables por programas CAD, con datos reducidos y estructurados que contenían modelos numéricos del álabe reconstruido con distintos niveles de ajuste. Cada modelo se sometió a pruebas DFC utilizando un modelo numérico verificado y validado de una turbina Francis GAMM. Los resultados mostraron que el álabe reconstruido logró un alto grado de suavidad y continuidad sin alterar la calidad del flujo, y sus valores de rendimiento fueron muy cercanos a los del álabe original.

Palabras clave: *Reconstrucción de álabes, superficies suavizadas, rodete Francis, ingeniería inversa y polinomio de Bernstein.*

Abstract

The blade of a hydraulic turbine is crucial in energy conversion, so during its design and re-design, any geometric disturbance that affects the interaction with the fluid and the efficiency of the turbine should be avoided. Various blade reconstruction techniques exist, such as stacking cross-sections over flow lines of the hydraulic channel of the runner. However, these techniques often distribute the sections non-uniformly along the blade span, resulting in surfaces with low uniformity and continuity, especially in twisted and bent blades. To address this, researchers increase the number of cross-sections, also increasing the parameters and points defining each section, complicating hydrodynamic optimization and numerical machining of the runner.

This research proposes a blade reconstruction methodology using the minimum number of orthogonal cross-sections and points per section possible, distributed evenly along the blade span to generate smooth and continuous surfaces. Computational algorithms were employed to obtain Input/Output files processable by CAD programs, with reduced and structured data containing numerical models of the reconstructed blade with different levels of adjustment. Each model was subjected to CFD tests using a verified and validated numerical model of a Francis GAMM turbine. The results showed that the reconstructed blade achieved a high degree of smoothness and continuity without altering the flow quality, and its performance values were very close to those of the original blade.

Key words: *Blade reconstruction, smoothed surfaces, Francis runner, reverse engineering, and Bernstein polynomial.*

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	5
1.1.1. MSC	6
1.1.2. MSTA	12
1.1.3. Calidad de reproducción de las STs	12
1.2. Justificación	21
1.3. Hipótesis	23
1.4. Objetivo General	23
1.4.1. Objetivos específicos	23
2. Marco Teórico	25
2.1. CHs	25
2.2. Turbinas hidráulicas	28
2.2.1. Clasificación y generalidades de las turbinas hidráulicas	28
2.2.2. Turbina Francis	36
2.3. Ajuste de curvas mediante Polinomios de Bernstein	41
2.3.1. Polinomio de Bernstein de grado n	41
2.4. Mallas numéricas para la obtención de superficies complejas	42
2.4.1. Método algebraico para la generación de mallas	43
2.4.2. Interpolación unidireccional	44
2.4.3. Interpolación multidireccional	49
2.4.4. Generación de malla	49
2.5. CFD, metodología general de análisis numérico	53
2.5.1. Pre-procesamiento	54
2.5.2. Solución	63
2.5.3. Post-procesamiento	69
2.6. Verificación y validación del DC	69

2.6.1. Estudio de convergencia de malla	70
3. Objeto de Estudio	77
3.1. Turbina Francis 99	77
3.1.1. Componentes de la turbina Francis 99	78
3.1.2. Datos experimentales para la turbina Francis 99	81
3.2. Turbina GAMM	82
3.2.1. Componentes de la turbina GAMM	83
3.2.2. Datos experimentales para la turbina GAMM	85
4. Metodología de Reconstrucción de Álabes Francis	86
4.1. Etapa 1. Procesamiento del CAD original	88
4.1.1. Álabes Francis 99	89
4.1.2. Álabes GAMM	91
4.2. Etapa 2. Extracción de datos	92
4.2.1. Marco del álabes	92
4.2.2. Esqueleto del álabes	93
4.2.3. Puntos recolectados	94
4.3. Etapa 3. Construcción del álabes	94
4.3.1. STOs	95
4.3.2. STAs	98
4.3.3. Modelos ANR	115
4.3.4. Modelos ANS	123
4.4. Etapa 4. Evaluación final del error máximo de forma de los modelos ANS-GAMM	125
5. Análisis Numérico de los Modelos ANS-GAMM Mediante CFD	127
5.1. DC de la turbina GAMM	127
5.2. Malla Original GAMM (MOG)	129
5.3. Configuración de la solución numérica	131
5.3.1. Condiciones de Contorno	132
5.3.2. Software y Hardware	133
5.4. Verificación y Validación del CHP-RO	133
6. Análisis de Resultados CFD	136
6.1. Evaluación numérica de los 11 modelos ANS-GAMM en la MOG	136
6.1.1. Comparación mediante DFC entre el CAOG y el ANS-M8	138
6.2. Análisis y discusión de resultados	140

7. Conclusión	143
7.1. Recomendaciones	144
7.2. Trabajo a futuro	144
Anexos	153

Índice de figuras

1.1. Porcentaje de la capacidad instalada por tipo de tecnología de producción eléctrica en México; obtenido de [Gobierno de México (s.f.)].	1
1.2. Evolución de la capacidad instalada (MW) de la CFE y del resto de los permisionarios por tecnología, 2020-2022; obtenido de [Gobierno de México (s.f.)].	2
1.3. Daños por cavitación y reparaciones antiguas en un rodete de turbina Francis; obtenido de [WIKIPEDIA (25 de Abril de 2006)].	3
1.4. Puntos de control que definen la superficie de curvatura del esqueleto de un álabe Francis; obtenido de [Flores et al. (2012)].	7
1.5. Superficies de la DE y el álabe generado; obtenido de [Flores et al. (2012)].	8
1.6. Función de desviación angular $\phi(u, v)$ para un álabe Francis; obtenido de [Lytov et al. (2015)].	9
1.7. Función de desviación angular $\phi(u, v)$ para el rodete Francis; obtenido de [Lytov et al. (2015)].	10
1.8. Vista general del álabe con la malla aplicada; obtenido de [Kurir (2020)].	10
1.9. Parametrización del álabe del rodete; obtenido de [Aponte et al. (2020)].	11
1.10. Definición de una ST mediante B-splines; obtenido de [Agromayor et al. (2021)].	14
1.11. DE; obtenido de [Agromayor et al. (2021)].	14
1.12. Construcción del BA de un perfil; obtenido de [Agromayor et al. (2021)].	15
1.13. Líneas de corriente 2D en el álabe GAMM; obtenido de [Avellan et al. (1993)].	16
1.14. Parametrización (t,s) de la superficie media del álabe; obtenido de [Chirkov et al. (2018)].	17
1.15. Parametrización de la DE de un álabe Francis; obtenido de [Chirkov et al. (2018)].	18
1.16. Distribución de puntos obtenidos en la reconstrucción de las superficies del álabe al considerar una malla de densidad de 100×100 para el esqueleto del álabe; obtenido de [Delgado et al. (2020)].	20
1.17. Reconstrucción del álabe principal de la turbina Francis 99; obtenido de [Cerriteño et al. (2021)].	20

1.18. Rodete de la unidad dos de la CH de Tirio Michoacán.	22
2.1. Tipos de CHs según su uso.	26
2.2. Clasificación de las principales turbinas hidráulicas según el tipo de rodete.	29
2.3. Rodete Francis y sus triángulo de velocidades a la entrada; obtenido de [Díez (1996)].	31
2.4. Rodete Francis rápido y su triángulo de velocidades a la entrada, $\beta_1 \leq 90^\circ$; obtenido de [Díez (1996)].	32
2.5. Relación entre n_s y la forma del rodete; obtenido de [Díez (1996)].	33
2.6. Clasificación de las turbinas hidráulicas según el grado de reacción; obtenido de [Mataix (1982)].	34
2.7. Clasificación de las turbinas hidráulicas según la dirección del flujo del fluido al pasar por el rodete. a) Flujo radial de turbina Francis; b) Flujo mixto (radio-axial) de turbina Francis; c) Flujo mixto de turbina de hélice y d) Flujo axial de turbina de hélice; obtenido de [Cengel and Cimbala (2015)].	34
2.8. Rango de aplicación de turbinas hidráulicas de hasta 10 MW, caudal y salto; obtenido de [Penche (1998)].	35
2.9. Turbina Francis de eje vertical; obtenido de [Penche (1998)].	37
2.10. Triángulos de velocidades en un álabe Francis; obtenido de [Tengs et al. (2018)].	39
2.11. Rodete erosionado por cavitación; obtenido de [Ayuso et al. (2004)].	41
2.12. Polinomios lineales de Lagrange; obtenido de [Farrashkhalvat and Miles (2003)].	46
2.13. Interpolación lineal entre curvas; obtenido de [Farrashkhalvat and Miles (2003)].	46
2.14. Interpolación lineal entre dos curvas y el plano unitario ξ y η ; obtenido de [Farrashkhalvat and Miles (2003)].	48
2.15. Mapeo de la unidad cuadrada sobre cuatro curvas; obtenido de [Farrashkhalvat and Miles (2003)].	49
2.16. Mallado de los límites curvos; obtenido de [Delgado Sánchez (2021)].	52
2.17. Mallado superficie; obtenido de [Farrashkhalvat and Miles (2003)].	53
2.18. Metodología de análisis mediante CFD.	54
2.19. Malla numérica estructurada 3D.	56
2.20. Mallas estructuradas 2D y sus topologías para la obtención de multibloques; obtenido de [Cengel and Cimbala (2015)].	57
2.21. Malla numérica no estructurada 3D.	58
2.22. Mallas no estructuradas bidimensionales con nueve nodos y ocho intervalos en los lados superior e inferior, y cinco nodos y cuatro intervalos en los lados izquierdo y derecho del DC; obtenido de [Cengel and Cimbala (2015)].	59

2.23. Malla numérica híbrida.	60
2.24. Interfaz conforme y no conforme entre bloques de mallado; obtenido de [García-Cuevas González et al. (2020)].	60
2.25. Desarrollo de capa límite sobre una placa plana.	61
2.26. Flujo alrededor de una placa plana para diferentes números de Reynolds; obtenido de Gherardelli (2016)].	62
2.27. Malla estructurada con celdas concentradas cerca de las paredes de una ST de un álabe Francis para el cálculo numérico de la capa límite.	63
2.28. Refinamiento de una malla estructurada del tipo conforme para un mismo DC; obtenido de [Cengel and Cimbala (2015)].	71
3.1. Laboratorio de energía hidráulica de la NTNU; obtenido de [Centre (2016)].	78
3.2. Banco de pruebas de la turbina Francis 99.	78
3.3. Turbina Francis 99.	79
3.4. Rodete de la turbina Francis 99.	80
3.5. Diagrama de colinas de eficiencias de la turbina Francis 99; obtenido de [Centre (2016)].	81
3.6. Componentes de la turbina GAMM.	83
3.7. Vista meridional del la turbina GAMM.	84
3.8. Rodete GAMM.	85
4.1. Metodología de reconstrucción de álabes de rodete tipo Francis.	87
4.2. DE y EE en el álabe Francis 99 y el álabe GAMM.	89
4.3. Deformaciones obtenidas al manipular el CAD original del álabe Francis 99 para obtener las STO.	90
4.4. Malla generada a partir de puntos obtenidos en las superficies del álabe Francis 99.	90
4.5. CAOF99.	91
4.6. STF que definen al álabe GAMM distribuidas sobre las líneas de corriente.	91
4.7. CAOG generado con 17 STF dentro del canal hidráulico del rodete.	92
4.8. Obtención del Marco del álabe.	93
4.9. Esqueleto del álabe obtenido mediante TFI a partir del Marco.	93
4.10. Superficies de corte apiladas en el Esqueleto del álabe y sobrepuestas en el álabe.	94
4.11. Puntos discretos que definen a las STOs.	95
4.12. STOs en el álabe.	95

4.13. Comparación entre las STOs y las STF a lo largo de la envergadura del álabe GAMM (CAOG).	96
4.14. Comparación entre las STOs y las STF del álabe GAMM.	96
4.15. DE de un perfil NACA.	97
4.16. DE y EE a lo largo de la envergadura del álabe.	98
4.17. DE de la STO-1 del CAOF99.	99
4.19. Error de intersección de la función al aproximarse al origen al evaluar los valores de la DE en la Ec. 4.1.	103
4.20. Error de cierre en el BA al generar el CAD del álabe.	104
4.21. Curvas LP y LS de una ST 2D.	105
4.24. Lados LP y LS de la STO-1 seccionados en tres piezas o segmentos polinomiales.	109
4.25. STA-1 del álabe Francis 99 representada mediante seis piezas polinomiales y sus puntos de control.	112
4.26. STA-1 del álabe GAMM representada mediante seis piezas polinomiales y sus puntos de control.	113
4.27. Comparación entre la STO-1 y la STA-1 del álabe GAMM.	114
4.29. Mezclado de STAs por interpolación, resultando en la obtención de un modelo ANR-Francis 99 con siete STIs entre cada STA en una tercera interpolación.	116
4.30. STAs del ANR-GAMM.	118
4.33. Esquema del proceso de generación de los modelos ANS con STEs a partir de los modelos ANR.	123
4.34. Modelo ANS con tres STEs a partir del modelo ANR-GAMM.	124
4.35. Error máximo de forma alcanzado por los modelos ANS-GAMM.	126
5.1. Componentes de la turbina GAMM considerados para la generación del DC.	128
5.2. DC de la turbina Francis GAMM.	129
5.3. MOG.	130
6.1. Error relativo alcanzado por las cantidades de rendimiento global utilizando diferentes modelos ANS-GAMM.	138
6.2. Comparación de la presión estática en todo el rodete.	139
6.3. Comparación de la presión estática, a la mitad de la envergadura de los álabes, en el rodete GAMM.	139
6.4. Comparación de las trayectorias de las líneas de corriente en ambos rodetes.	140
6.5. Carga de presión estática en el CAOG (línea negra) y el ANS-M8 (línea roja) en diferentes posiciones de la envergadura del álabe.	141

Índice de tablas

2.1. Clasificación de las centrales hidroeléctricas según su potencia instalada según [Indacochea (1980)].	27
2.2. Clasificación de las centrales hidroeléctricas según su potencia instalada según [Sandoval Erazo (2018)].	27
2.3. Clasificación de la turbina Francis de acuerdo a su velocidad específica.	31
3.1. Parámetros presentados en distintas condiciones de operación PL, BEP y HL por la turbina Francis 99; obtenido de [Centre (2016)].	82
3.2. Parámetros observados en condiciones de operación BEP para la turbina GAMM.	85
4.1. Comparación de los parámetros observados en el BEP para ambas turbinas.	89
4.2. Indicadores del ajuste realizado por los modelos para la DE 2D de la STO-1.	102
4.3. Valores que satisfacen a los parámetros de la Ec. 4.1.	103
4.4. Distancia ortogonal máxima entre las STOs y las STAs, ($\times 10^{-2}$ mm).	114
4.5. Error máximo de forma en relación al diámetro del rodete, entre las superficies de los álabes CAOF99 y CAOG y los modelos ANR ($\times 10^{-5}$ mm).	117
4.6. Características de los modelos ANS-GAMM	125
5.1. Cantidad de celdas computacionales para los diversos componentes de la MOG.	130
5.2. Tamaño del CHP-RO y la MOG, así como el GCI obtenido en el estudio de convergencia de malla.	134
5.3. Cantidades globales de rendimiento numéricas y experimentales obtenidas en el BEP de la turbina GAMM.	135
6.1. Cantidades globales numéricas del rodete para BEP.	137

Nomenclatura

ANR Álabe Numérico Reconstruido

ANS Álabe Numérico Suavizado

BA Borde de Ataque

BEP Best Efficiency Point (Mejor Punto de Eficiencia)

BS Borde de Salida

CAD Computer-Aided Design (Diseño Asistido por Computadora)

CAOF99 CAD del Álabe Original Francis 99

CAOG CAD del Álabe Original GAMM

CFD Computational Fluid Dynamics (Dinámica de Fluidos Computacional)

CFE Comisión Federal de Electricidad

CHP-AF Canal Hidráulico Periódico - Álabes Fijos

CHP-AG Canal Hidráulico Periódico - Álabes Guía

CHP-RO Canal Hidráulico Periódico - Rodete

CHs Centrales Hidroeléctricas

CSM Computational Structural Mechanics (Mecánica Estructural Computacional)

DC Dominio Computacional

DE Distribución de Espesor

EDPs Ecuaciones Diferenciales Parciales

EE	Evolución del Espesor
FDM	Finite Difference Method (Método de Diferencias Finitas)
FEM	Finite Element Method (Método de Elementos Finitos)
FVM	Finite Volume Method (Método de Volúmenes Finitos)
GCI	Grid Convergence Index (Índice de Convergencia de Malla)
HL	High Load (Carga alta)
LP	Lado Presión
LS	Lado Succión
M#	Modelo
MAST	Método de Apilación de Secciones Transversales
MOG	Malla Original GAMM
MSC	Método de Superficies de Control
NURBS	Non-Uniform Rational B-Splines (B-splines Racionales No Uniformes)
OLADE	Organización Latinoamericana de Energía
PL	Part Load (Carga parcial)
STAs	Secciones Transversales Ajustadas
STEs	Secciones Transversales Extraídas
STF	Secciones Transversales según el Flujo
STIs	Secciones Transversales Interpoladas
STOs	Secciones Transversales Ortogonales
STs	Secciones Transversales
TA	Tubo de Aspiración
TFI	Trans-finite Interpolation (Interpolación Transfinita)

Capítulo 1

Introducción

En México, según los datos del Programa de Desarrollo del Sistema Eléctrico Nacional (PRODESEN) extraídos de [Gobierno de México (s.f.)], en el año 2021, la capacidad instalada de las centrales eléctricas de energía limpia renovable, como hidroeléctrica, geotermoeléctrica, eoloeléctrica, fotovoltaica y de biogás, fue de 25 594 MW. Al cierre de diciembre de 2022, esta capacidad aumentó a 26 899 MW, representando un incremento del 5.1 % en la capacidad instalada del país de 2021 a 2022. La Fig. 1.1a y 1.1b presentan el porcentaje de capacidad instalada por tipo de tecnología de producción eléctrica al 31 de diciembre de 2021 y al 31 de diciembre de 2022, respectivamente. Estos datos reflejan el crecimiento continuo y la diversificación de las fuentes de generación de energía eléctrica limpia en México.

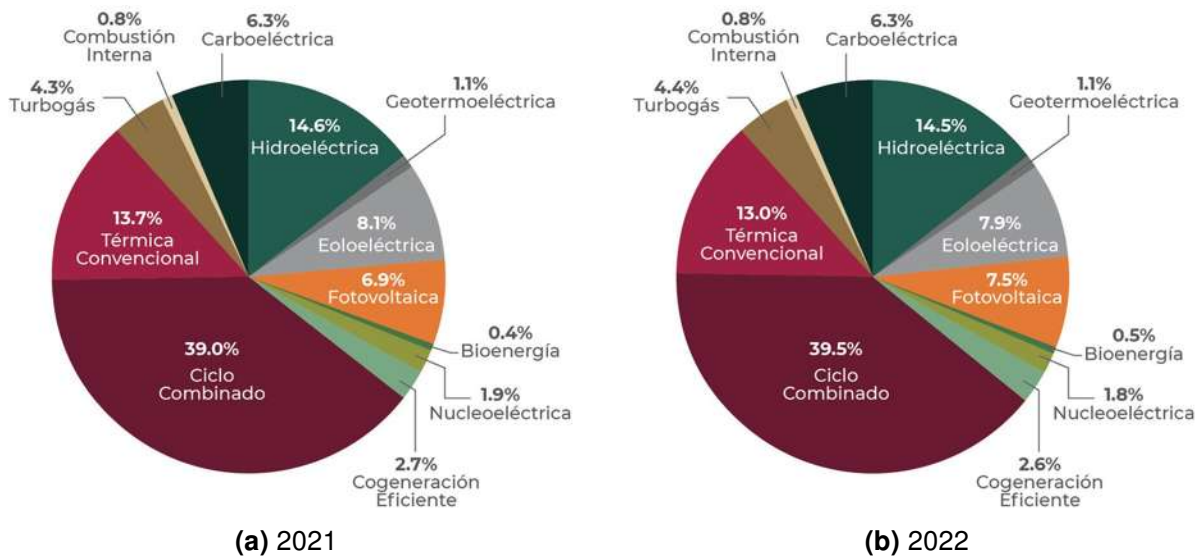


Figura 1.1: Porcentaje de la capacidad instalada por tipo de tecnología de producción eléctrica en México; obtenido de [Gobierno de México (s.f.)].

La energía hidroeléctrica a nivel mundial surge como una de las opciones más atractivas debido a una gran versatilidad operativa del recurso hídrico, así como el ciclo de vida útil en las Centrales Hidroeléctricas (CHs), proyectado para más de 100 años. Este tipo de infraestructura ofrece ciertas ventajas significativas respecto a otras tecnologías de producción eléctrica, como la capacidad de regular la generación de energía según la demanda, su almacenamiento de energía potencial a gran escala (mediante la construcción de presas o diques) y su adaptabilidad a diversas condiciones hidrológicas.

A pesar de las cualidades mencionadas, en México, la generación hidroeléctrica ha experimentado un decremento del 0.1 % entre 2021 y 2022, representando solo el 14.5 % de la capacidad instalada al cierre de 2022. Esta tendencia a la baja ha sido evidente desde años anteriores (Fig. 1.2), cerrando el 2022 con un total de 12 613 MW distribuidos en 101 CHs, tanto propiedad de la Comisión Federal de Electricidad (CFE) como de concesionarios privados. Sin embargo, la mayoría de estas CHs (70 en total) tienen una capacidad de generación eléctrica inferior a 30 MW, y 43 superan los 50 años en operación constante, con un factor de planta estimado por debajo de 0.5 (muy por debajo de 1, que sería lo ideal para centrales eléctricas), según datos del Inventario Nacional de Energías Renovables.

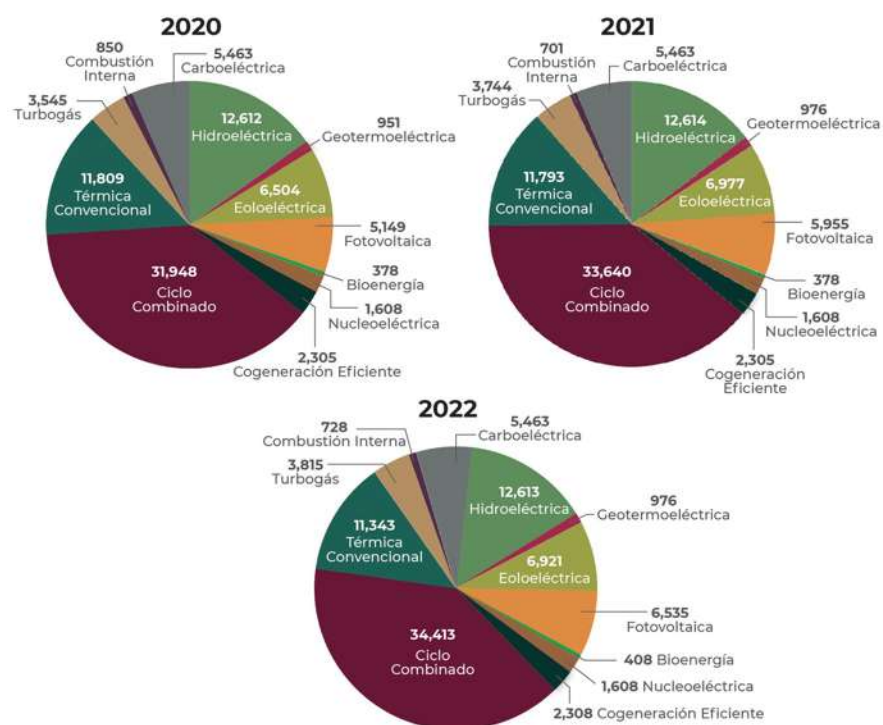


Figura 1.2: Evolución de la capacidad instalada (MW) de la CFE y del resto de los permisionarios por tecnología, 2020-2022; obtenido de [Gobierno de México (s.f.)].

En contraste con otras fuentes renovables como la energía eólica y solar, que han experimentado un rápido crecimiento en México, la expansión de la capacidad hidroeléctrica instalada se proyecta de manera más moderada. Se espera un aumento significativo de 14 819 MW en capacidad eólica y 11 413 MW en capacidad solar (fotovoltaica) para el año 2032, mientras que la capacidad hidroeléctrica solo se proyecta que aumente en 2,213 MW en el mismo período. Esta disparidad notoria en el crecimiento de la capacidad instalada entre tecnologías de generación eléctrica muestra la necesidad de abordar los desafíos específicos que enfrenta el sector hidroeléctrico en México para maximizar su contribución a la matriz energética y promover la transición hacia el uso de fuentes más sostenibles y limpias.

En este contexto, la modernización de CHs con factores de planta bajos surge como una posible solución para mejorar su eficiencia, prolongar su vida útil y garantizar un aporte energético constante a la matriz de generación del país. Sin embargo, este proceso ha enfrentado a lo largo del tiempo obstáculos significativos, especialmente en CHs pequeñas, donde la falta de programas gubernamentales que ofrezcan incentivos económicos dificulta el reemplazo o la reparación de componentes dañados.

Un elemento crítico en este proceso es la turbina, específicamente los álabes del rodete, que suelen ser propensos a sufrir daños significativos por desgaste, como picaduras y fisuras, especialmente después de largos períodos de funcionamiento expuestos a cavitación (Fig. 1.3). La falta de técnicas especializadas para su reparación obliga a los encargados de la operación de la planta y de la turbina a recurrir a frecuentes métodos artesanales de reparación en los álabes, como la aplicación de soldadura en el borde de ataque. Estas reparaciones improvisadas no solo son poco efectivas, sino que también generan serias desviaciones geométricas respecto al diseño original del álabe, lo que impacta negativamente en el rendimiento hidrodinámico de la máquina y, por ende, de la central.



Figura 1.3: Daños por cavitación y reparaciones antiguas en un rodete de turbina Francis; obtenido de [WIKIPEDIA (25 de Abril de 2006)].

En su esfuerzo por abordar este desafío, la Ingeniería Inversa de los álabes ha adoptado un enfoque reciente centrado en la creación de un modelo de Diseño Asistido por Computadora (Computer-Aided Design, CAD) que reproduzca fielmente la geometría original en operación, lo cual se supone que asegurará en gran medida la fabricación del rodete. Las etapas principales para definir el modelo CAD implican la digitalización de la geometría del rodete mediante un escaneo 3D, seguida por el procesamiento de los datos obtenidos. No obstante, este último paso debería ser capaz de reconstruir un modelo preciso de superficie a partir de una nube de puntos mediante un método de superficie libre [Gao et al. (2006)]. Sin embargo, el problema típico presentado en la Ingeniería Inversa de un álabe ha sido transformar los datos de medida en un modelo de superficie CAD consiste y con datos estructurados que puedan ser adaptados de manera sencilla para ser interpretados por la mayoría de programas computacionales de diseño [Rong et al. (2014)].

Por otro lado, cuando los diseñadores se enfrentan a geometrías con un alto grado de torsión y flexión durante la reconstrucción de álabes, la complejidad para definir las superficies aumenta considerablemente. Por consiguiente, el énfasis principal en este campo se centra en la generación de superficies del Lado Presión (LP) y Lado Succión (LS) que mantengan una continuidad, suavidad y precisión excepcionales, con el objetivo de preservar la capacidad y eficiencia del rodete original. Esta tarea es esencial para garantizar un rendimiento óptimo del equipo, o por lo menos, parecido al original.

Para afrontar estos desafíos, la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en colaboración con la Facultad de Hidráulica de la Universidad Federal de Itajubá, han desarrollado una metodología de reconstrucción de álabes Francis. Esta metodología se centró en dos casos de estudio distintos, geoméricamente hablando: el álabe principal de la turbina Francis 99, que tiene una longitud corta desde la corona hasta la banda, y el álabe de la turbina GAMM, cuya longitud desde la corona hasta la banda es considerablemente más larga.

Esta innovadora metodología empleó un algoritmo lagrangiano computacional programado para extraer Secciones Transversales Ortogonales (STOs) en diferentes niveles predefinidos de distribución uniforme en la envergadura de un álabe numérico previamente reconstruido. Esto permitió obtener diferentes modelos CAD de álabes con datos reducidos y estructurados, lo que facilita el proceso de reconstrucción en los programas especializados en diseño computacional.

Para determinar en qué medida las reconstrucciones podrían afectar el rendimiento de la turbina, se crearon e insertaron diferentes canales hidráulicos del rodete en un modelo de Dinámica de Fluidos Computacional (Computational Fluid Dynamics, CFD) de la turbina

Francis GAMM, previamente validado y verificado. Esto permitió seleccionar el modelo de álabe reconstruido con el menor número de STOs que mantuvo el rendimiento hidráulico de la turbina cercano al modelo original.

Los resultados cuantitativos y cualitativos de las pruebas numéricas realizadas en los modelos de rodete reconstruido demostraron que dos órdenes de magnitud de ajuste alcanzados, respecto al modelo original del álabe GAMM, podrían definir suficiente suavidad y continuidad en el LP y LS del álabe, lo cual resultó en un claro indicador de que la metodología desarrollada representa una evolución significativa respecto a las metodologías tradicionales empleadas en el diseño y reconstrucción de álabes Francis. Este mejoramiento se debió principalmente al uso de STOs, lo cual permitió un control más preciso sobre la forma, al mismo tiempo que se conservaron estructuras de datos reducidos en la reconstrucción. Esta innovación en el enfoque de las metodologías tradicionales refleja una tendencia hacia una mayor sofisticación y eficiencia en el proceso de reconstrucción de los álabes, facilitando la incorporación de ajustes y modificaciones con mayor precisión en un menor tiempo.

En resumen, la metodología propuesta en este estudio ofrece una forma más avanzada y efectiva de abordar el diseño y la reconstrucción de álabes Francis, lo que podría tener importantes implicaciones en la industria de las turbinas hidroeléctricas y podría simplificar el proceso para rehabilitar o mejorar los rodetes Francis en operación, logrando la repotenciación de la CH en un lapso más corto de tiempo, lo que se traduce en un ahorro de los costos implicados.

1.1. Antecedentes

En el pasado, el diseño y fabricación de turbinas, especialmente de los rodetes, se llevaban a cabo de manera artesanal, confiando en la experiencia del diseñador y en la mejora gradual de piezas obtenidas bajo este criterio. Sin embargo, con el desarrollo de programas CAD, CFD y escáneres potentes, se ha logrado mejorar los diseños y aumentar la eficiencia de las turbinas. A pesar de estos avances, aún persiste una brecha de conocimiento considerable en los procedimientos y métodos de reconstrucción de álabes.

Hoy en día, se pueden identificar diversas metodologías desarrolladas por diferentes grupos de investigación para la reconstrucción de álabes complejos. Entre ellas, se destacan dos grandes enfoques:

1. **Método de Superficies de Control (MSC).** Este método se caracteriza por utilizar superficies parametrizadas, para aproximar la geometría de los álabes. Aunque estas superficies ofrecen ventajas en términos de control y precisión en la definición de la forma,

enfrentan varias dificultades al aplicarse en álabes Francis debido a la complejidad geométrica inherente de estas piezas. Entre los desafíos se encuentran la complejidad en la optimización para aproximar los parámetros de las superficies, los requerimientos de datos de entrada y la estabilidad numérica del método.

2. **Método de Apilación de Secciones Transversales (MAST).** Este método utiliza Secciones Transversales (STs) distribuidas a lo largo de la envergadura del álabe, empleando líneas de corriente para posicionarlas. La generación de estas líneas de corriente se justifica debido a que un flujo paralelo ataca el borde de ataque del álabe en cualquier condición operativa de la turbina, lo que conlleva a su generación dentro del canal hidráulico [Ayancik et al. (2013)]. El principal problema con el MAST es que requiere la acumulación de bastantes STs en la reconstrucción para evitar perturbaciones geométricas en las superficies de los álabes, lo que incrementa la cantidad de parámetros y datos generados al final de la reconstrucción. Esto afecta de manera negativa el tiempo necesario para realizar optimizaciones hidrodinámicas o el maquinado numérico de la pieza.

1.1.1. MSC

El MSC tiene como objetivo principal el generar modelos CAD que reproduzcan fielmente la forma y las características de alisamiento y suavidad de las superficies de los álabes. Estas superficies parametrizadas permiten un cierto control sobre la geometría de los álabes. Sin embargo, en el contexto de la reconstrucción de álabes Francis, el MSC enfrenta desafíos significativos:

1. *Complejidad en la optimización.* Las funciones definidas por Splines polinomiales, curvas de Bézier o NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines) permiten definir curvas y superficies con una alta flexibilidad. Sin embargo, optimizar los parámetros de estas funciones para ajustarse adecuadamente a la geometría real del álabe suele ser un proceso complejo y computacionalmente costoso. Esto se debe a la gran cantidad de parámetros que deben ajustarse y a la necesidad de encontrar un equilibrio entre la suavidad de la superficie y su capacidad para capturar con precisión la forma del álabe. Además, debido a la alta flexibilidad de estas funciones puede llevar a sobreajustes o a la generación de las superficies geometrías incorrectas, si los ajustes no se manejan correctamente.

2. *Requerimientos de datos de entrada.* La definición de superficies mediante funciones de control requiere una cantidad significativa de datos de entrada, como puntos de control y vectores de control. En el caso de álabes con geometrías complejas e irregulares, obtener estos datos con precisión resulta un desafío significativo. Además, la manipulación de esta información puede ser compleja y requerir técnicas avanzadas de procesamiento computacional. La calidad y precisión de los datos son fundamentales, ya que cualquier error u omisión de datos puede afectar negativamente al modelo reconstruido.
3. *Estabilidad numérica.* La interpolación y aproximación de geometrías complejas mediante superficies de control pueden conducir a ciertos problemas de estabilidad numérica en el ajuste. Los problemas de estabilidad numérica pueden manifestarse de manera muy común como oscilaciones, variaciones o irregularidades en la superficie ajustada, lo que resulta en modelos que en realidad no son ni suaves ni mucho menos continuos. Estos problemas pueden requerir técnicas de suavizado adicionales, o el cambio de técnica, para asegurar la calidad del modelo final.

Entre las principales investigaciones que emplean el MSC como método de reconstrucción, destaca el trabajo realizado por [Flores et al. (2012)]. En este estudio, se empleó un programa computacional interno, del cual no se proporcionan detalles adicionales, para definir la geometría de los álabes de un rodete Francis con el objetivo de llevar a cabo una optimización. Este generador de geometría crea una definición paramétrica de superficie que describe la forma del álabe del rodete utilizando superficies NURBS (Fig. 1.4).

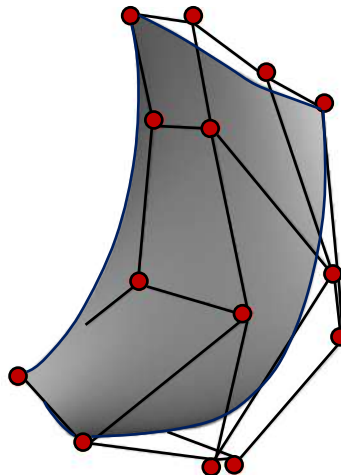


Figura 1.4: Puntos de control que definen la superficie de curvatura del esqueleto de un álabe Francis; obtenido de [Flores et al. (2012)].

La superficie de curvatura anterior, que se define con 16 puntos de control o más, describe

el esqueleto del álabe. La modificación de la forma se logra mediante el ajuste de las 48 coordenadas independientes de los puntos de control. Aplicando dos superficies de Distribución de Espesor (DE) definidas por NURBS sobre la superficie de curvatura, cada una típicamente con alrededor de 40×2 parámetros, se generan dos nuevas superficies de NURBS. Estas superficies representan el LP y LS del álabe (Fig. 1.5).

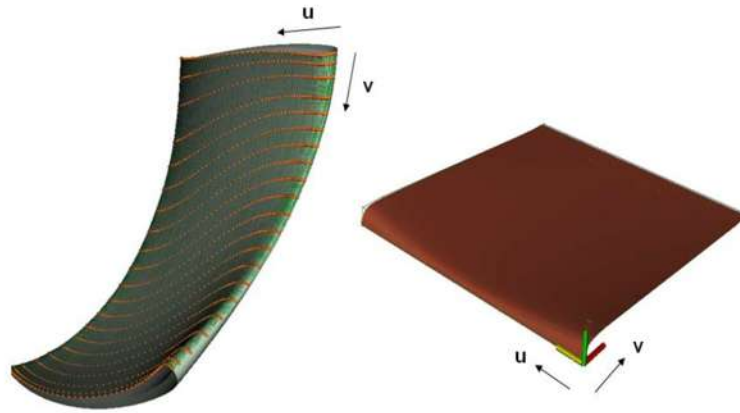


Figura 1.5: Superficies de la DE y el álabe generado; obtenido de [Flores et al. (2012)].

En el trabajo de [Lyutov et al. (2015)], se utilizó una optimización que empleó una metodología de reconstrucción de superficies de álabes a partir de una malla de control parametrizada, la cual estuvo definida por un polinomio bicúbico. En esta investigación, la forma del rodete se determinó mediante la superficie del álabe y las proyecciones meridionales de la banda, corona, Borde de Ataque (BA) y el Borde de Salida (BS). La representación de la superficie del álabe quedó definida a partir de la siguiente ecuación:

$$R_{alabe}(u, v) = r(u, v) + d(u, v) \cdot n(u, v), b(u, v) \in [0, 1] \quad (1.1)$$

Donde $r(u, v) = \{R(u, v), Z(u, v), \phi(u, v)\}$ es la superficie media del álabe expresada en un sistema de coordenadas cilíndricas (Fig. 1.6); n es el vector normal unitario a la superficie media; $d(u, v)$ es la DE y u, v son los parámetros del álabe .

Una cuestión importante en esta reconstrucción es que, los autores dejan en entrevisto la extrema complejidad de utilizar este tipo de metodologías de reconstrucción, ya que se pueden suponer superficies definidas con hasta 300 parámetros, según lo expresado por [Kyriacou et al. (2010)]. Ante este escenario, se buscó empleó una reconstrucción de superficies mediante una función que utilizó coordenadas angulares:

$$\Phi(u, v) = \Phi_0(u, v) + \tilde{\Phi}(u, v) \quad (1.2)$$

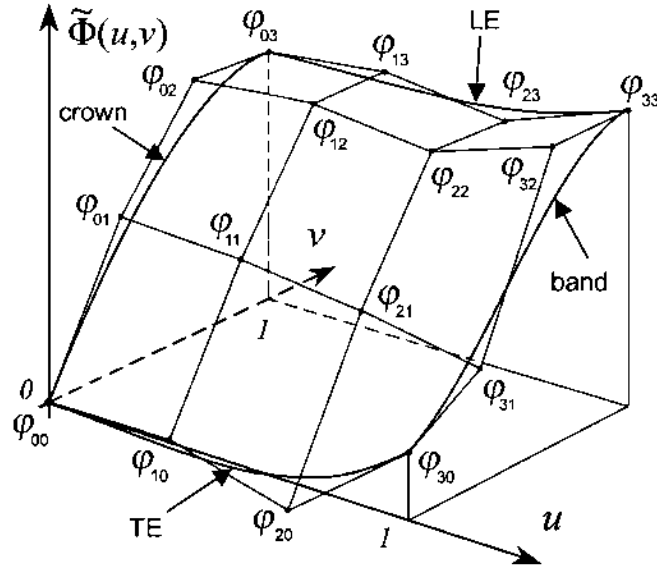


Figura 1.6: Función de desviación angular $\phi(u, v)$ para un álabe Francis; obtenido de [Lyutov et al. (2015)].

donde $\Phi_0(U, V)$ es la función de coordenadas angulares para el álabe inicial y $\tilde{\Phi}(u, v)$ es la desviación angular del álabe modificado con respecto a la inicial. Esta $\tilde{\Phi}(u, v)$ estuvo fija en la optimización. Aquí, $\tilde{\Phi}(u, v)$, fue parametrizada y se expresó como un polinomio bicúbico de u y v . Por lo tanto, la variación de $\tilde{\Phi}(u, v)$ se llevó a cabo mediante la variación de 16 parámetros φ_{ij} del polinomio bicúbico, expresado en la forma de Bernstein como:

$$\tilde{\Phi}(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 \varphi_{ij} B_i(u) B_j(v) \quad (1.3)$$

donde $B_k(w) = (3! / (k!(3-k)!)) w^k (1-w)^{3-k}$ son los coeficientes φ_{ij} que definen los valores de $\tilde{\Phi}$ y sus derivadas con respecto a u y v en los puntos $(0,0)$, $(1,0)$, $(0,1)$ y $(1,1)$, como se muestra en la Fig. 1.6.

Finalmente, la proyección RZ del álabe quedó definida por ocho parámetros libres, como se ilustra en la Fig. 1.7. Los parámetros H_1 y H_4 varían la forma de la corona y la banda, respectivamente. Es importante destacar que los parámetros H_8 en el BA y BS, en la posición de la banda están fijos. Los parámetros relativos H_5 , H_6 , H_7 y H_8 definen las formas del BA y BS, respectivamente. Los dos parámetros restantes, H_2 y H_3 , son los radios del BA y BS en la corona del rodete. La DE $d(u, v)$ en el presente estudio se asume constante y se consideró la misma de la geometría inicial. En consecuencia, la reconstrucción del álabe en este estudio implicó una parametrización del rodete que requirió el uso de 24 parámetros.

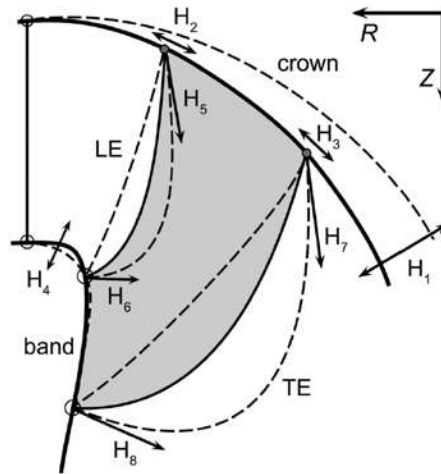


Figura 1.7: Función de desviación angular $\phi(u, v)$ para el rodete Francis; obtenido de [Lyutov et al. (2015)].

De manera similar, [Kurir (2020)] desarrolló una metodología que empleó una superficie media de malla obtenida dentro de las superficies del álabe (Fig. 1.8).

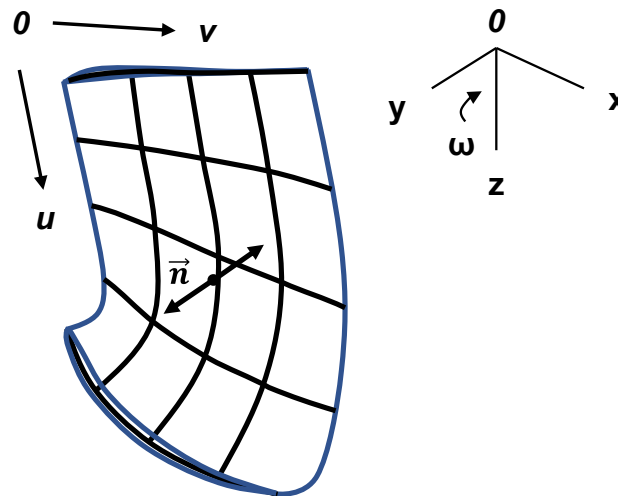


Figura 1.8: Vista general del álabe con la malla aplicada; obtenido de [Kurir (2020)].

La superficie media del álabe quedó expresada mediante un polinomio bicúbico de Bézier en las variables u y v , de la siguiente manera:

$$r(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 r_{ij} \frac{3! \cdot 3!}{(3-i)! \cdot i! (3-j)! \cdot j!} \times u^i (1-u)^{3-i} v^j (1-v)^{3-j} \quad (1.4)$$

donde r_{ij} son los nodos de la malla que define a la superficie, u y v son parámetros que varían de 0 a 1.

Las superficie interna y externa del álabe se construyeron mediante las siguientes dependencias:

$$r(u, v) = r(u, v)_{interior} = r(u, v) + d(u, v) \cdot n_r^n \quad (1.5)$$

$$r(u, v) = r(u, v)_{exterior} = r(u, v) - d(u, v) \cdot n_r^n \quad (1.6)$$

Donde $d(u, v)$, es el espesor medio del álabe en un punto dado, y n_r^n es la normal interna a la superficie media.

En otro estudio, [Aponte et al. (2020)] llevaron a cabo el modelado CAD de la superficie del álabe del rodete mediante la caracterización de una función de superficie mediante un polinomio de tercer orden, cuyos coeficientes de los parámetros fueron aproximados mediante un algoritmo de mínimos cuadrados. La ecuación definida por nueve parámetros quedó definida de la siguiente manera:

$$z = Ay + Bx + Cy^2 + Dxy + Ex^2 + Fy^3 + Gy^2x + Hyx^2 + Ix^3 \quad (1.7)$$

donde, x y y representan las coordenadas espaciales sobre la superficie del álabe, y z es la posición angular de un punto de la superficie media del álabe, representada por las líneas de medias de curvatura. Los coeficientes de A hasta I son los parámetros de ajuste del álabe, que cambian durante el proceso de optimización para generar las superficies del álabe (Fig. 1.9). Finalmente, el espesor del álabe del rodete que, se definió como una función de la línea de curvatura media, se mantuvo igual que en el diseño original.

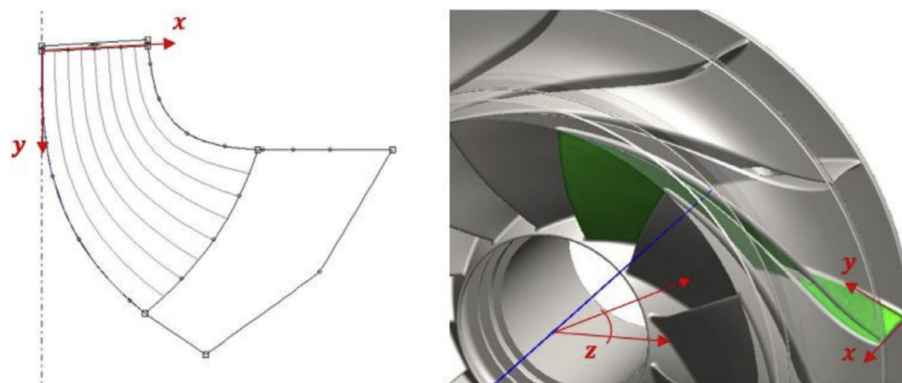


Figura 1.9: Parametrización del álabe del rodete; obtenido de [Aponte et al. (2020)].

Es evidente que el desarrollo y aplicación de este tipo de metodologías requiere mucho tiempo de desarrollo y adaptación, ya que cada nueva superficie a reconstruir requerirá modifi-

caciones adicionales en el número de parámetros, especialmente si se trata de una geometría más compleja para la cual se desarrolló en un inicio la metodología. Esto conllevará a la realización de nuevas optimizaciones para aproximar los parámetros a la geometría real, lo cual hará que se tenga que redefinir todo el proceso de reconstrucción. Como consecuencia directa, estos ajustes adicionales implicarán mayores tiempos en el proceso de reconstrucción, lo que puede afectar los plazos de entrega y la eficiencia general del proyecto.

1.1.2. MSTA

El MSTA es bastante utilizado en la reconstrucción de álabes de turbinas Francis. Este método se basa en la generación y posicionamiento de superficies a partir de cortes transversales que siguen las líneas de corriente de flujo teóricas dentro del canal hidráulico del rodete, como se puede observar en los trabajos realizados por [Ferrando et al. (2004), Milos (2006), Iliev et al. (2020)]. Al seccionar las superficies del álabe en STs que siguen las líneas de corriente, esta metodología simplifica un poco el proceso de reconstrucción en comparación con el MSC.

Al igual que el MSC, la reconstrucción mediante el MSTA enfrenta desafíos significativos en términos de precisión. Para alcanzar superficies con un alto grado de suavidad, alisamiento y continuidad, se requiere una gran cantidad de STs. Sin embargo, en muchos casos, los diseñadores establecen este número de STs de manera empírica, basándose en su experiencia previa en reconstrucciones anteriores. Dado que cada álabe posee características geométricas e hidrodinámicas únicas, este enfoque empírico puede no ser óptimo, subrayando la necesidad de una evaluación más precisa.

Adicionalmente, la precisión en la reconstrucción mediante el MSTA puede verse afectada por varios factores, como señala [Ferrando López (2006)]. Entre estos factores se incluyen la calidad de reproducción, la cantidad de STs utilizadas y la técnica de mezclado de las mismas y , por otro lado, la obtención de las líneas de corriente en el canal hidráulico para posicionarlas. Desde esta perspectiva, la reconstrucción de álabes de rodete Francis sigue siendo un desafío bastante complejo de llevar a cabo.

1.1.3. Calidad de reproducción de las STs

Para asegurar una reconstrucción precisa, es esencial emplear técnicas de ajuste y parametrización que garanticen la máxima exactitud al reproducir las STs del álabe original. La correcta parametrización de estas STs es indispensable, ya que cualquier error o desviación

geométrica durante el proceso puede resultar en alteraciones significativas en las superficies generadas. En otras palabras, la precisión en la definición de las STs es el primer paso determinante para asegurar la fidelidad de la reconstrucción.

En las reconstrucciones que utilizan el MSTA, se emplean técnicas de parametrización y ajuste para replicar las STs del CAD del álabe original (obtenido mediante escaneo 3D). Estas técnicas incluyen el uso de curvas de Bézier, polinomios de Bernstein, B-Splines o NURBS. Aunque estas herramientas son excelentes, la mayoría de los ajustes disponibles en la literatura son bidimensionales y enfrentan problemas con perfiles de álabes que tienen curvaturas discontinuas, tal como sucede en [Dunham (1974), Pritchard (1985), Huppertz et al. (2007), giannakoglou1999designing] o cambios bruscos en la tasa de curvatura en el BA [Korakianitis (1993), Pierret and Van den Braembussche (1999), Aungier], como lo señala [Agromayor et al. (2021)].

En contraste, en la aportación realizada por [Agromayor et al. (2021)] se desarrolló una metodología donde se obtuvieron resultados de ajuste de una ST 2D bastante precisos. En este estudio la geometría del álabe se generó definiendo una línea de curvatura media y posteriormente imponiendo en ella dos DE independientes. La línea 2D de curvatura media $C^c(u)$ fue una curva cúbica B-spline definida por cuatro puntos de control, mientras que los lados superior (upper) e inferior (lower) de la ST, $C^l(u)$ y $C^u(u)$, se definieron como curvas B-spline de grado cuatro, ya que según los autores, es el grado más bajo que garantiza una tasa de cambio de curvatura continua en los puntos de control del B-spline. Las coordenadas de los puntos de control P_i^l y P_i^u (Fig. 1.10) se calcularon de acuerdo con:

$$P_i^l = \begin{cases} C^c(\hat{U}_i) & \text{para } i = 0 \\ C^c(\hat{U}_i) - n(\hat{U}_i) \cdot f(r_{in}) & \text{para } i = 1 \\ C^c(\hat{U}_i) - n(\hat{U}_i) \cdot t^l(\hat{U}_i) & \text{para } i = 2 : n - 2 \\ C^c(\hat{U}_i) - n(\hat{U}_i) \cdot g(r_{out}) & \text{para } i = n - 1 \\ C^c(\hat{U}_i) & \text{para } i = n \end{cases} \quad (1.8)$$

y

$$P_i^u = \begin{cases} C^c(\hat{U}_i) & \text{para } i = 0 \\ C^c(\hat{U}_i) + n(\hat{U}_i) \cdot f(r_{in}) & \text{para } i = 1 \\ C^c(\hat{U}_i) + n(\hat{U}_i) \cdot t^l(\hat{U}_i) & \text{para } i = 2 : n - 2 \\ C^c(\hat{U}_i) + n(\hat{U}_i) \cdot g(r_{out}) & \text{para } i = n - 1 \\ C^c(\hat{U}_i) & \text{para } i = n \end{cases} \quad (1.9)$$

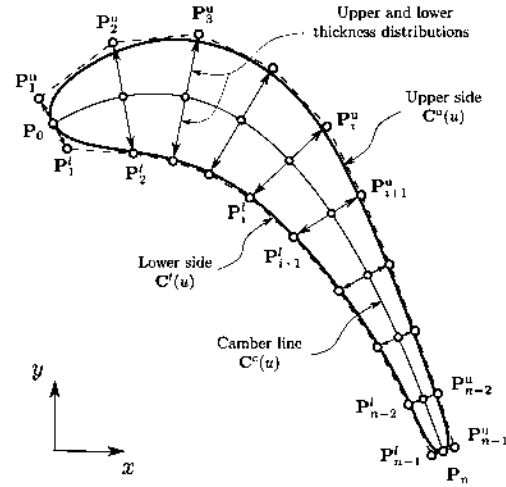


Figura 1.10: Definición de una ST mediante B-splines; obtenido de [Agromayor et al. (2021)].

Las DE superior e inferior, $t^u(u)$ y $t^l(u)$, se definieron mediante polinomios B-spline de grado tres con un número arbitrario de puntos de control, t_i^u y t_i^l (Fig. 1.11).

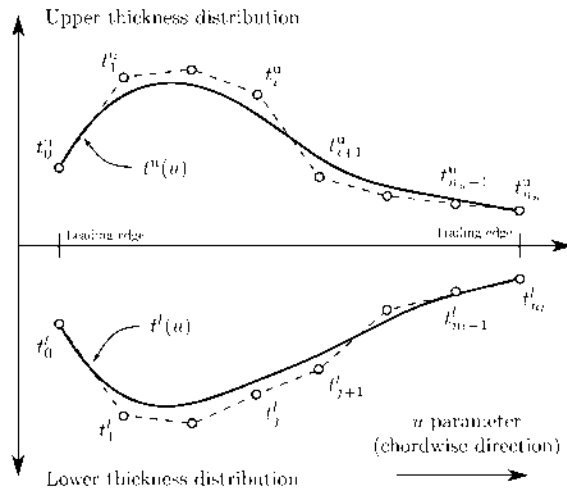


Figura 1.11: DE; obtenido de [Agromayor et al. (2021)].

Los vectores unitarios normales a la línea de curvatura media $n(u)$ se calcularon a partir del vector tangente unitario $\tau(u)$ según:

$$n(u) = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\tau_y \\ \tau_x \end{bmatrix} \text{ para } \tau(u) = \frac{\dot{C}^C(U)}{\|\dot{C}^C(U)\|} \quad (1.10)$$

donde $\dot{C}^C(U)$ se calculó utilizando fórmulas analíticas de derivadas para curvas B-spline. Las funciones $f(r)$ y $g(r)$ que aparecen en las Ec. 1.8 y la Ec. 1.9 se utilizaron para imponer los radios de curvatura r_{in} y r_{out} en el BA y BS (Fig. 1.12).

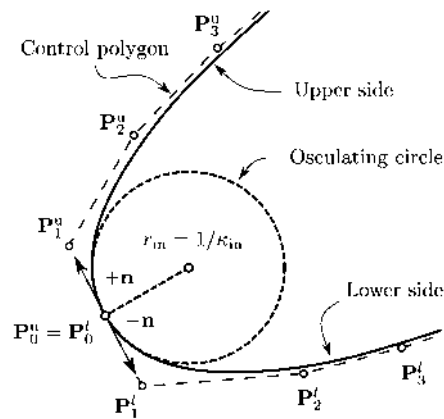


Figura 1.12: Construcción del BA de un perfil; obtenido de [Agromayor et al. (2021)].

El ajuste de secciones 2D proporciona un método para aproximar secciones en álabes de turbomaquinaria, y es común proyectar la sección 2D en un plano 3D para generar las superficies de los álabes. Sin embargo, dependiendo del método de proyección utilizado, no siempre se logra representar al 100 % la superficie real que se está ajustando. Esta limitación destaca un problema significativo en la precisión de la reconstrucción de superficies complejas.

En la literatura sobre álabes de turbinas Francis, no se han identificado trabajos relacionados con el ajuste de secciones en 3D para la reconstrucción. Esta brecha en la investigación resalta la necesidad de explorar y desarrollar métodos para el ajuste de secciones en tres dimensiones, lo que permitiría una reconstrucción más precisa y completa de la geometría de los álabes de turbinas Francis. La incorporación de técnicas de ajuste 3D mejoraría significativamente la exactitud y la fidelidad de la geometría reconstruida. Así mismo, permitiría una mejor representación de las variaciones geométricas complejas, como la Evolución del Espesor (EE) y la DE del perfil, que son críticas para la funcionalidad estructural y eficiencia hidrodinámica de los álabes.

Cantidad de STs

Otro vacío notable en la literatura actual es la ausencia de estudios que ofrezcan una definición clara sobre el número óptimo de STs y la cantidad de puntos que deberían conformarlas en una reconstrucción de un álabe con geometría compleja. Esta situación representa uno de los principales desafíos, ya que una distancia considerable entre dos STs dispuestas a lo largo de la envergadura puede provocar la aparición de discontinuidades en ciertas secciones de la superficie reconstruida. Así mismo, el uso de un número exagerado de STs para definir un álabe puede resultar en deformaciones en sus superficies al ser procesados por algunos

programas CAD.

En su investigación, [Avellan et al. (1993)] utilizaron la turbina GAAM como objeto de estudio. Un detalle destacado que se puede observar en este trabajo es que la estructura del álabe original se conformó por 17 STs apiladas a lo largo de su envergadura, siguiendo las líneas de corriente del flujo (Fig. 1.13).

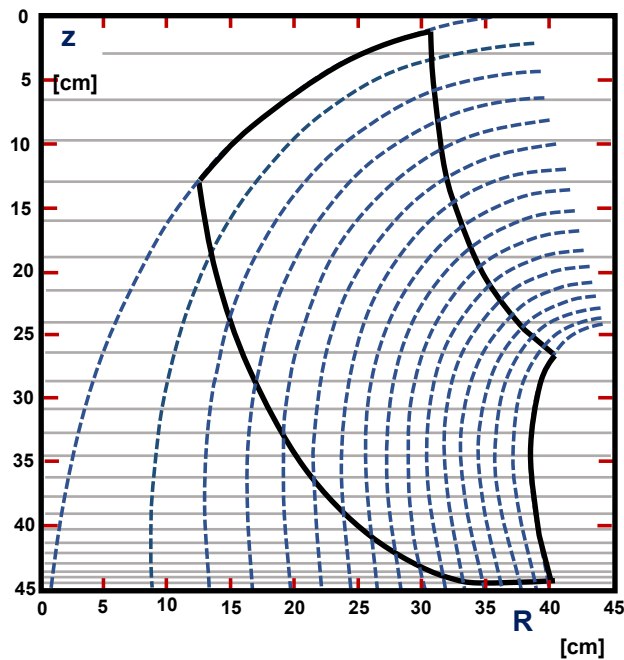


Figura 1.13: Líneas de corriente 2D en el álabe GAAM; obtenido de [Avellan et al. (1993)].

Aunque la turbina GAAM ha sido examinada en varios talleres científicos, la razón detrás del empleo de un gran número de STs para definir su estructura aún no se ha abordado en la literatura. La utilización de 17 STs sugiere una intención de representar con mayor precisión las complejidades geométricas y dinámicas del flujo a lo largo del álabe, pero a un alto costo de datos. Sin embargo, la falta de un análisis detallado sobre este enfoque resalta una brecha en el entendimiento de cómo el número y disposición de STs impactan en la calidad de la reconstrucción y en el rendimiento de los álabes.

Otro ejemplo de estudio realizado sin especificarse en base a qué criterio o criterios se definió el número de STs empleadas en la reconstrucción es el trabajo de [Chirkov et al. (2018)]. En esta investigación se enfocaron en la optimización de la DE de un álabe de turbina Francis. Para lograr este objetivo, inicialmente generaron la superficie media del perfil siguiendo la metodología explicada por [Lyutov et al. (2015)]. Luego, procedieron a reconstruir las superficies del LP y LS del álabe de la siguiente manera:

$$r_p(t, s) = r_m(t, s) + d(t, s) \cdot n(t, s) \quad (1.11)$$

$$r_s(t, s) = r_m(t, s) - d(t, s) \cdot n(t, s) \quad (1.12)$$

donde $t \in [0, t_{max}]$ y $s \in [0, s_{max}]$ son los parámetros de la superficie mediana (Fig 1.14); $r_m(t, s)$ es el vector radial de la superficie media; $r_p(t, s)$ y $r_s(t, s)$ son los vectores radiales del LP y LS, respectivamente; $d(t, s)$ es la función de la DE y $n(t, s)$ es la unidad normal a la superficie media, apuntando hacia el LP del álabe.

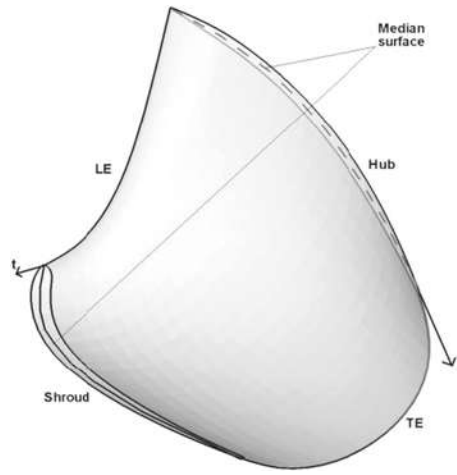


Figura 1.14: Parametrización (t,s) de la superficie media del álabe; obtenido de [Chirkov et al. (2018)].

En este estudio, $d_0(t, s)$ se definió como la función que describe el espesor del álabe inicial. $s_m(t)$ es la posición del espesor máximo para un t dado, Fig. 1.15. Sea $d_m(t) = d(t, s_m(t))$ el espesor máximo del perfil de un álabe para un t dado. Además, se asumió que $s_m(t)$ y $d_m(t)$ son funciones cuadráticas de t . La variación del espesor se implementó a través de la variación de los siguientes seis parámetros, que definen la forma de $s_m(t)$ y $d_m(t)$, (Fig. 1.15):

$$s_{m1} = s_m(0), s_{m2} = s_m(t_{max}/2), s_{m3} = s_m(t_{max}) \quad (1.13)$$

que son las posiciones del espesor máximo en la corona, en el medio, y en las secciones de banda, respectivamente;

$$d_{m1} = d_m(0), d_{m2} = d_m(t_{max}/2), d_{m3} = d_m(t_{max}) \quad (1.14)$$

que son los espesores máximos en la corona, en el medio, y en las secciones de banda,

respectivamente.

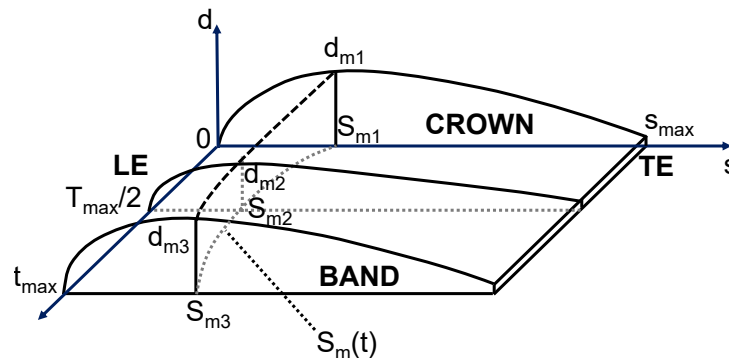


Figura 1.15: Parametrización de la DE de un álabe Francis; obtenido de [Chirkov et al. (2018)].

Al final de esta investigación, la función del espesor modificada $d(t, s)$ se construyó para cada t posicionando los perfiles del álabe inicial $d_0(t, s)$ para ajustarse a la nueva posición $s_m(t)$ y al valor del grosor máximo $d_m(t)$. Es importante señalar que en este trabajo tampoco se proporcionó claridad sobre la cantidad exacta de perfiles o STs necesarias para definir correctamente el álabe.

A pesar de la falta de información detallada, ciertas investigaciones han proporcionado valiosas perspectivas sobre este tema. Por ejemplo, [Dubé et al. (2006) y (Tsuzuki et al. (2015))] introdujeron en sus estudios un enfoque geométrico cuantificable para evaluar el ajuste de superficies en la reconstrucción de un álabe de un rodete Francis. Aunque esta información es un tanto limitada, constituye actualmente la única guía disponible para evaluar la calidad geométrica de la reconstrucción, la cual está ligada al número de STs.

Mezclado de STs

El mezclado de secciones en el diseño y modelado CAD tridimensional es esencial para ajustar y combinar las características geométricas de las STs a lo largo de la envergadura de los álabes de un rodete. Estas características, que incluyen el ángulo del BA, la curvatura, la torcedura, la DE y la EE son fundamentales para garantizar un rendimiento hidrodinámico óptimo en diversas condiciones operativas, como variaciones en la velocidad del flujo de agua, caudal, presiones y temperaturas.

El propósito principal del mezclado de secciones es lograr un flujo más uniforme y eficiente a lo largo de toda la longitud del álabe. Esta uniformidad en el flujo contribuye significativamente a mejorar la eficiencia general de la máquina, al reducir las pérdidas hidrodinámicas y maximizar la generación de energía.

En el caso específico de los rodetes Francis rápidos, la complejidad del mezclado de secciones se incrementa debido a las características particulares de sus álabes. Diseñados con una envergadura alargada para optimizar el flujo de agua en el canal hidráulico y las altas velocidades de giro, estos álabes muestran una variación significativa en la EE a lo largo del álabe, desde la corona hasta la banda. Esta variación en el espesor requiere una adaptación cuidadosa de las STs mediante el mezclado en cada sección del álabe. Por lo tanto, el mezclado de secciones se convierte en un proceso ciertamente complejo para asegurar que las STs se ajusten perfectamente a estas variaciones geométricas, maximizando así la eficiencia del rodete en su conjunto.

En el trabajo presentado por [Dubé et al. (2006)], se destacó la importancia del mezclado de STs, evidenciando que las superficies del álabe se generaron de manera correcta, apilando solo una de estas secciones, lo que garantizó una distribución uniforme del espesor a lo largo de la envergadura del álabe.

En otra investigación, [Ferrando López (2006)] demostró que el mezclado de STs y la forma que se realiza el suavizado de la superficie influye directamente en la forma final del álabe, a pesar de usar la misma cantidad de STs a las originales. Aun así, debido al creciente número de parámetros durante el proceso de optimización, la variación de la DE a lo largo de la envergadura se mantuvo constante.

Basándose en estos hallazgos, [Delgado et al. (2020)] llevó a cabo una reconstrucción del álabe del rodete de la turbina Francis 99 con una precisión geométrica bastante aceptable. Dado que el álabe pertenece a un rodete de baja velocidad específica, con álabes cortos desde la corona hasta la banda, la reconstrucción se realizó mediante la extracción de 10 STs. Aunque se observaron algunas diferencias sutiles respecto al álabe original, la apilación de una ST promediada mejoró significativamente el porcentaje de error máximo de forma, reduciéndolo en tres órdenes de magnitud cuando el álabe numérico se ajustó al original.

No obstante, esta reconstrucción no consideró la dificultad geométrica que surge con rodetes rápidos, cuyas geometrías, como el álabe GAMM, son más complejas en su EE. Esto se debe principalmente a las diferencias en las características geométricas de sus STs, definidas en el mezclado de secciones. Por lo tanto, al apilar únicamente una ST promediada en este tipo de álabes, el error máximo de forma tendería a aumentar debido a las variaciones significativas presentes en la EE. Adicionalmente, esta metodología generó una cantidad crítica de datos al momento de realizar la reconstrucción (Fig. 1.16). La gran cantidad de datos necesarios para definir con precisión las superficies del álabe, como se comentó anteriormente, es un obstáculo ya que complica el procesamiento y análisis de la información por programas computacionales.

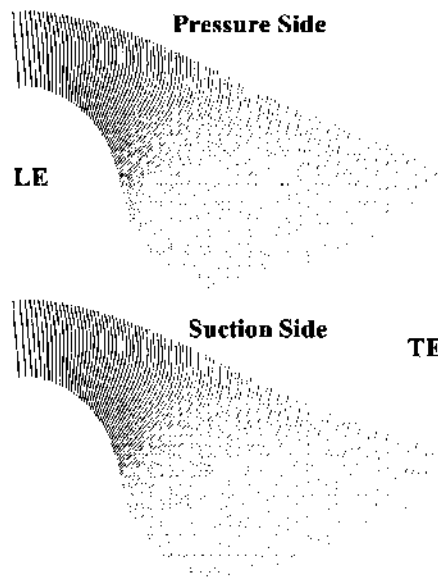


Figura 1.16: Distribución de puntos obtenidos en la reconstrucción de las superficies del álabe al considerar una malla de densidad de 100×100 para el esqueleto del álabe; obtenido de [Delgado et al. (2020)].

Por otro lado, la investigación llevada a cabo por [Cerriteño et al. (2021)] demostró que STOs ofrecen una definición superior para un álabe Francis, tanto en su DE como en su EE. En esta investigación, se empleó un polinomio de Bernstein de cuarto grado para ajustar las STOs obtenidas en el álabe. Estas nuevas Secciones Transversales Ajustadas (STAs) se combinaron para apilar hasta 63 Secciones Transversales Interpoladas (STIs) a lo largo de la envergadura del álabe, lo que permitió definir de manera más continua y suave el LP y LS del álabe (Fig. 1.17).

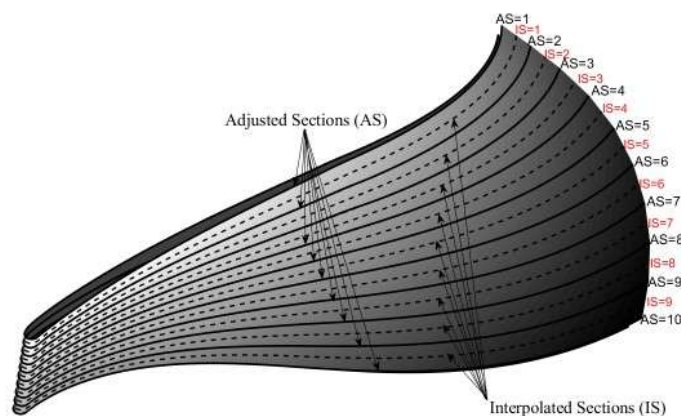


Figura 1.17: Reconstrucción del álabe principal de la turbina Francis 99; obtenido de [Cerriteño et al. (2021)].

Aunque el álabe numérico reconstruido, nombrado como RNB (Reconstructed Numerical Blade), en esta investigación redujo aún más el error de forma máximo y se lograron obtener estructuras de datos ordenadas, era evidente aún la necesidad de reducir la gran cantidad de datos que se seguían generando al construir las superficies del álabe.

Con respecto a lo anterior, [Wu et al. (2013)] estableció que una metodología eficiente de reconstrucción numérica de álabes debería mejorar el ajuste geométrico al original utilizando datos mínimos. Además, el modelo resultante debe ser un archivo CAD creado a través de un formato de Entrada/Salida estándar y compatible con el programa computacional de análisis de generación de mallas, CFD y Mecánica Estructural Computacional (Computational Structural Mechanics, CSM).

Es así que queda evidenciado que en el MSTA no existen estudios que brinden una clara explicación sobre la calidad de reproducción, la cantidad y el mezclado de las STs en la reproducción de los álabes de rodets Francis lentos, normales y rápidos. Las características geométricas, principalmente la DE y EE, son completamente diferentes en cada caso, lo que presenta un desafío significativo para asegurar la precisión y consistencia en la reconstrucción de las superficies.

Así mismo, se detectó la falta de metodologías que garanticen una correcta estructura de los puntos generados para crear las STs que definen las superficies del álabe y que ofrezcan cierta flexibilidad para adaptarse a cualquier programa CAD. Esto es indispensable para que la reconstrucción se pueda adaptar a la estructura requerida del acomodo de los puntos para generar correctamente las superficies del álabe. Sin una estructura de puntos adecuada, es difícil lograr una superficie continua y suave. Una metodología que optimice la cantidad de datos sin sacrificar la precisión puede acelerar significativamente el proceso de reconstrucción, lo cual es vital en procesos de optimización y manufactura. La eficiencia en el tiempo de reconstrucción no solo mejora la rapidez de desarrollo y producción, sino que también permite iteraciones más rápidas en el diseño y ajuste de los álabes, facilitando un proceso de diseño más ágil y adaptativo.

1.2. Justificación

La metodología propuesta ofrece una solución innovadora para abordar una necesidad crítica en la industria de las turbinas hidroeléctricas: la modernización de rodets dañados que aún están en operación. La eficiencia de una turbina hidráulica, crucial para la efectiva conversión de energía, está intrínsecamente vinculada al diseño de su rodete, el cual desempeña un papel fundamental en este proceso. Un ejemplo destacado es el caso de la CH de Tiro

Michoacán, establecida aproximadamente en 1922 y que cuenta tres unidades generadoras, entre ellas una con una turbina Francis cuyo rodete ha experimentado serios daños a lo largo de su vida operativa (Fig. 1.18).

Incluso con diseños más modernos, los rodetes actuales no están exentos de daños causados por fenómenos como la cavitación o mantenimientos deficientes. Obtener modelos CAD que se aproximen a la geometría original de estas piezas se convierte en una tarea desafiante, especialmente cuando las empresas no comparten información detallada sobre los diseños y no están dispuestas a llevar a cabo modernizaciones por no representar una verdadera ganancia económica.



Figura 1.18: Rodete de la unidad dos de la CH de Tirio Michoacán.

A medida que pasa el tiempo, este problema se intensifica, especialmente porque las empresas fabricantes van desapareciendo, dejando un vacío de conocimiento sobre las máquinas instaladas en estas viejas CHs. En muchos casos, ni siquiera existen planos o datos técnicos completos disponibles para realizar una evaluación precisa de los equipos en operación.

En este contexto, la creación de modelos suavizados creados con datos reducidos y estructurados podría simplificar no solo la optimización numérica álabe y el rodete mediante CFD, sino también la fundición y/o el mecanizado de la pieza, reduciendo significativamente los costos asociados con la producción de componentes a reemplazar en una modernización de una CH. Según [Göde (2009)], esto puede incluso incrementar la potencia de la turbina hasta un 30 %, garantizando la operatividad de la planta por un período más prolongado sin incurrir en gastos excesivos, evitando así el cierre definitivo de la CH.

1.3. Hipótesis

La formulación de una metodología de reconstrucción de álabes de rodets tipo Francis, que minimice el número de STs y puntos por sección, dispuestos de manera equidistante entre sí a lo largo de la envergadura del álabe y con una distribución ortogonal, tiene el potencial de generar conjuntos de datos reducidos y estructurados en un formato estándar de Entrada/Salida compatible con la mayoría de programas CAD. Este enfoque, dirigido a representar con gran precisión el modelo original de un álabe de un rodete en operación, podría resultar en superficies con un alto grado de alisamiento, suavidad y continuidad geométrica en las caras de los álabes del rodete reconstruido. Como consecuencia, se esperaría mejorar o por lo menos mantener los parámetros originales de rendimiento de la turbina, evitando perturbaciones en el fluido circundante durante la operación de la turbina.

1.4. Objetivo General

El objetivo principal de esta investigación es desarrollar y probar una metodología integral para la reconstrucción numérica precisa y eficiente de álabes de rodets tipo Francis. Esto implica la creación de una serie de algoritmos interactivos para generar diferentes modelos CAD. Estos modelos serán sometidos a pruebas numéricas mediante simulaciones de CFD para evaluar su rendimiento hidrodinámico, con el fin de identificar el modelo suavizado que no solo preserve mejor el rendimiento respecto al álabe original de la turbina, sino que también minimice la cantidad de STs necesarias para su reconstrucción.

1.4.1. Objetivos específicos

- **OE1:** Desarrollar y programar un algoritmo computacional que genere el esqueleto del álabe mediante la Interpolación Trans-Finita (TFI), para posteriormente apilar secciones ortogonales a lo largo de la envergadura del álabe original.
- **OE2:** Obtener las STOs en el álabe original mediante un proceso de corte de superficies que emplee las secciones apiladas en el esqueleto del álabe.
- **OE3:** Parametrizar las STOs mediante técnicas de ajuste en 2D y 3D, con el objetivo de identificar la técnica que requiera la menor cantidad de parámetros sin sacrificar la calidad en la reproducción de las secciones.

- **OE4:** Desarrollar y programar un algoritmo computacional interpolador que permita el mezclado de las STOs ajustadas para obtener un primer modelo CAD de álabe suavizado, utilizando datos estructurados para la reconstrucción.
- **OE5:** Crear un segundo algoritmo computacional interpolador que extraiga secciones transversales a partir del modelo CAD suavizado, empleando datos estructurados y reducidos para la reconstrucción final del álabe.
- **OE6:** Evaluar diversos modelos CAD de álabe reconstruidos con diferente cantidad de secciones transversales y puntos que conforman a cada sección, utilizando criterios geométricos para determinar la mejor configuración obtenida.
- **OE7:** Generar el dominio computacional de la turbina para evaluar numéricamente los modelos CAD finales del álabe.
- **OE8:** Realizar un proceso de verificación y validación del dominio computacional de la turbina, comprobando la densidad de la malla utilizada para la evaluación de los modelos CAD finales del álabe, asegurando la fidelidad y precisión de las simulaciones numéricas que se realicen.
- **OE9:** Establecer, mediante un análisis numérico de CFD en ANSYS-CFX®, el modelo CAD con la menor cantidad de STOs que presente el comportamiento hidrodinámico más similar al modelo de álabe original.

Capítulo 2

Marco Teórico

En este capítulo se ofrece una descripción detallada de las teorías y conceptos que sustentan la investigación. Además, se exploran conceptos clave relacionados con la reconstrucción de álabes de turbinas, centrándose en las técnicas y metodologías utilizadas en este proceso. Además, se analizan los componentes fundamentales de las turbinas Francis, destacando su funcionamiento y diseño. Se abordan también conceptos avanzados de CFD, mallado y estudio de convergencia de malla, que permiten comprender el comportamiento fluidodinámico en el interior de las turbinas y su interacción con los álabes. Así mismo, se examina el ajuste de las superficies tridimensionales mediante polinomios de Bernstein y la TFI para la creación de superficies complejas y la extracción de STs en las superficies del álabe. Estos conceptos son fundamentales para la comprensión de la metodología desarrollada en esta investigación.

2.1. CHs

Una CH es una instalación compleja y parcialmente automatizada diseñada para generar electricidad mediante diversos procesos de conversión de energía. En términos generales, la producción de energía eléctrica comienza cuando la energía cinética del agua en movimiento es aprovechada por los álabes de una turbina, haciendo girar un rodete. Este rodete está acoplado a un generador síncrono a través de un eje, permitiendo así la generación de electricidad. Dependiendo del tipo de turbina y las características del potencial hidráulico, se puede utilizar una caja aumentadora de velocidad para incrementar las revoluciones del eje. Alternativamente, es posible prescindir de esta caja si se emplea un generador con un mayor número de polos.

Para el aprovechamiento de la energía cinética y potencial del agua existen varios tipos principales de CHs, cada una con características y aplicaciones específicas. Una de las prin-

Las principales clasificaciones se basan en su uso (Fig. 2.1). Dentro de esta categoría, se encuentran las centrales de embalse, las cuales se caracterizan por utilizar infraestructuras creadas a partir de grandes presas. Estas centrales permiten una regulación efectiva de la producción de energía eléctrica según la demanda requerida mediante la regulación del caudal a través de válvulas automatizadas de admisión. Por otro lado, las centrales de pasada o fluyente aprovechan el flujo de agua que suele ser continuo o constante en los ríos sin la necesidad de la creación de presas, lo que las hace adecuadas para lugares con caudales constantes. Finalmente, las centrales de bombeo o reversibles constan de dos embalses para la generación de energía, uno superior y otro inferior, que crean un salto de altura entre ellos. Durante los periodos de baja demanda de energía eléctrica, el exceso de energía de la matriz eléctrica (proveniente de energías renovables como la eólica o fotovoltaica) se utiliza para bombear agua desde el embalse inferior al embalse superior mediante el uso de motores-bomba, o en su defecto, sus turbinas son reversibles de manera que estas funcionan como bombas y el generador como un motor. Este proceso cíclico permite almacenar energía potencial en forma de agua almacenada en el embalse superior, lo que es particularmente atractivo, ya que el agua se recircula sin desperdiciarse. Este sistema no solo optimiza el uso de energía excedente, sino que también proporciona una solución eficiente y sostenible para el almacenamiento y gestión de energía.

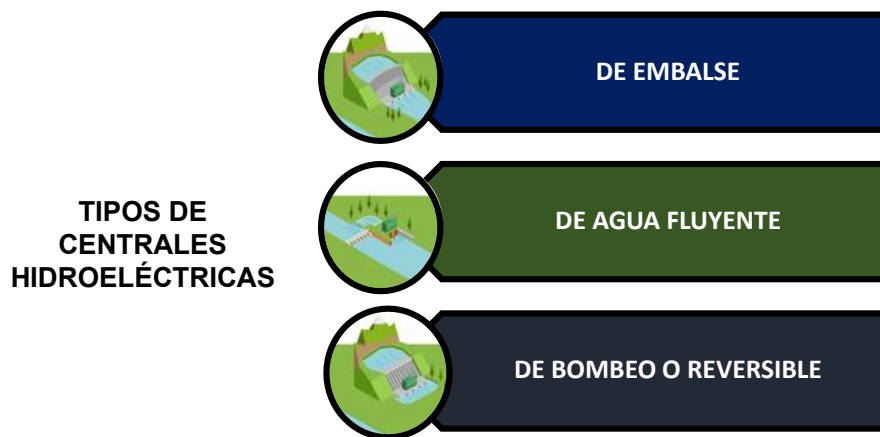


Figura 2.1: Tipos de CHs según su uso.

Otra clasificación de las CHs es según su potencia (en el eje de la turbina) instalada. Dentro de esta clasificación no existe un criterio unificado para la clasificación de las CHs, ya que las capacidades consideradas pueden variar según el país. De acuerdo al boletín ([Indacochea (1980)]) presentado por la Organización Latinoamericana de Energía (OLADE), las CHs se pueden clasificar dentro de este criterio de acuerdo a la Tabla 2.1.

Tabla 2.1: Clasificación de las centrales hidroeléctricas según su potencia instalada según [Indacochea (1980)].

Tipo de central	Capacidad instalada
Pico-CHs	0.5 - 5 kW
Micro-CHs	5 - 50 kW
Mini-CHs	50 - 500 kW
Hidroeléctricas (pCHs)	500 - 20 000 kW
CHs	>20 MW

De acuerdo con la clasificación anterior, en primer, segundo y tercer lugar, se encuentran las pico, micro y mini centrales hidroeléctricas (CHs), respectivamente. Estas centrales suelen ser sistemas de generación eléctrica muy pequeños, capaces de abastecer una sola casa, granjas o pequeñas instalaciones. Representan una solución eficiente y económica para el suministro de energía en áreas remotas o aisladas, donde no es posible la interconexión con sistemas de generación más grandes. En cuarto lugar, están las pequeñas centrales hidroeléctricas (PCHs). Estas centrales suelen aprovechar pequeños ríos y arroyos para generar electricidad y son especialmente adecuadas para zonas rurales o comunidades remotas donde el acceso a la red eléctrica es limitado o inexistente. Finalmente, en quinto lugar, se consideran las grandes centrales hidroeléctricas (CHs), las cuales son las más comunes a nivel mundial y constituyen una parte significativa de la capacidad hidroeléctrica instalada. Son esenciales para la generación de energía a gran escala y el suministro a redes eléctricas regionales o nacionales.

Por otro lado, en la Tabla 2.2 se muestra la clasificación de las CHs de acuerdo a la potencia instalada según [Sandoval Erazo (2018)], la cual se adoptó en esta tesis.

Tabla 2.2: Clasificación de las centrales hidroeléctricas según su potencia instalada según [Sandoval Erazo (2018)].

Tipo de central	Capacidad instalada (P)
Nano Central	<1 kW
Pico Central	1 kW - 10 kW
Micro Centrales	10 kW - 50 kW
Minicentral	50 kW - 1000 kW
Pequeña Central	1 MW - 5 MW
Mediana Central	5 MW - 50 MW
Gran Central	>50 MW

2.2. Turbinas hidráulicas

La turbomaquinaria abarca una amplia gama de dispositivos mecánicos que aprovechan la energía de los fluidos en movimiento, tanto gases como líquidos, para realizar trabajo aprovechable para la generación de energía. Actualmente, debido a su amplia versatilidad y eficiencia, este tipo de tecnología juega un papel fundamental en diversas aplicaciones industriales y tecnológicas en el país, abarcando desde compresores y turbinas hasta bombas y ventiladores, entre otros dispositivos.

Dentro de la turbomaquinaria, las turbinas hidráulicas destacan como dispositivos indispensables para la conversión de la energía del agua en energía mecánica. Según [Antonio et al. (2009)], este tipo de máquinas son responsables de “convertir la energía cinética y potencial del agua en energía mecánica de rotación de un eje, que luego se conecta al eje de baja de una caja multiplicadora de engranajes para elevar las revoluciones hasta la velocidad de rotación de un generador eléctrico acoplado al eje de alta de dicha caja. Este proceso permite transformar la energía mecánica en energía eléctrica. Entonces, el principio de funcionamiento de las turbinas hidráulicas se basa en la conservación de la energía, aprovechando tanto la energía cinética como la potencial del agua en movimiento para su operación eficiente”.

2.2.1. Clasificación y generalidades de las turbinas hidráulicas

Las turbinas hidráulicas, fundamentales en la generación de energía renovable, se pueden clasificar según diversos criterios. Esta diversidad de clasificaciones permite comprender su diseño y funcionamiento en una variedad de condiciones operativas y para satisfacer requerimientos específicos. A continuación, se presentan las clasificaciones más relevantes, que abarcan aspectos como el tipo de flujo, la disposición de los álabes, la velocidad de flujo y otros factores cruciales en su desempeño y aplicaciones:

Según el tipo de rodete

Esta clasificación busca agrupar las turbinas hidráulicas según las características geométricas únicas que conforman el rodete. Los tipos principales incluyen la turbina Francis, la turbina Pelton y la turbina Kaplan (Fig. 2.2). Estas turbinas presentan diseños distintivos que se adaptan a diferentes condiciones de caudal y altura de caída en los sistemas hidroeléctricos.

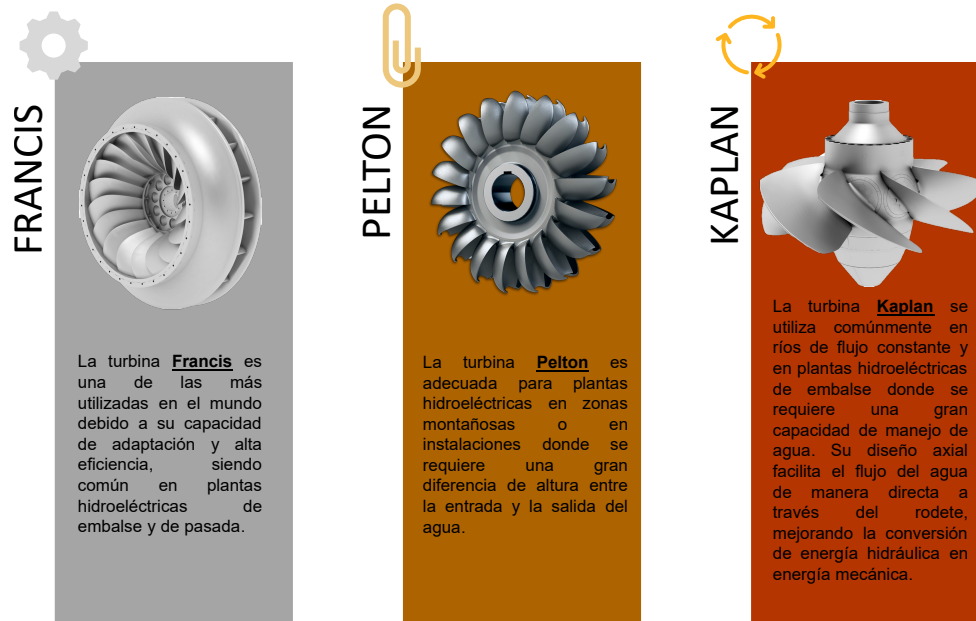


Figura 2.2: Clasificación de las principales turbinas hidráulicas según el tipo de rodete.

La turbina Francis destaca en el ámbito de las turbinas hidráulicas por su versatilidad en adaptarse a diversas condiciones operativas, lo cual la hace ser la más ampliamente utilizada a nivel mundial. Su diseño combina características de flujo radial y radio-axial, lo que permite que el agua entre al rodete desde el caracol y luego sea expulsada por el tubo de aspiración. Esta capacidad de adaptación la hace especialmente adecuada para aplicaciones en las que se necesite una alta eficiencia en alturas de caída medias (desde los 15 m hasta los 300 m) y caudales moderados.

La turbina Kaplan se caracteriza por tener la entrada y salida de fluido axial, además de contar con un rodete con álabes ajustables, que permiten optimizar el rendimiento de la turbina bajo diversas condiciones de operación, logrando con estas características adaptarse a bajas alturas de caída de hasta 50 m y, generalmente, con grandes caudales, lo que posibilita una alta eficiencia en la turbina incluso cuando el caudal y la carga varían constantemente. De acuerdo con [Sandoval Erazo (2018)], existen CHs con turbinas que manejan saltos pequeños (de hasta 20 m) con grandes caudales que emplean turbinas Kaplan de eje horizontal, las cuales se les conoce de manera técnica como turbinas tipo bulbo, cuya principal particularidad radica en que el generador se encuentra dentro del interior del cuerpo de la turbina. Este tipo de turbinas se utilizan en centrales mareomotrices, ya que pueden trabajar en dos sentidos de un flujo generado por una ola de mar.

En contraste, la turbina Pelton está diseñada para grandes alturas de caída que van desde los 50 m hasta los 1500 m y, básicamente, para cualquier caudal. Este tipo de turbinas utiliza un rodete cuyos álabes o cangilones (dispuestos alrededor de su periferia) presentan una forma de cuchara. El agua a alta presión se descarga a través de una o varias boquillas (aunque se recomienda que sean dos para mantener el balanceo del rodete o equilibrio dinámico de la rueda [Sandoval Erazo (2018)]) que golpea las cucharas, impulsándolas y haciendo girar el rodete.

Por su parte, la turbina de hélice, presenta bastante similitud a la Kaplan, con la variante de no poder variar la orientación de sus álabes, por lo cual su diseño simplificado es ideal para aplicaciones donde las condiciones de flujo sean constantes, lo que las hace no requerir algún ajuste de operación frecuente (como lo es el caso de las turbinas Kaplan), ofreciendo una opción de diseño más económica para ciertas instalaciones hidroeléctricas.

La turbina Deriaz es una variante que combina características de las turbinas Francis y Kaplan, ya que utiliza un rodete similar al de una turbina Francis, pero con álabes ajustables como la Kaplan, lo que la hace que pueda manejar alturas de caída y caudales más variables. Este diseño híbrido permite una operación eficiente en una gama más amplia de condiciones hidráulicas, ofreciendo la capacidad de ajuste del rodete para maximizar la eficiencia. Aunque menos común que las otras mencionadas debido a su alto costo de producción, la turbina Deriaz es más útil en aplicaciones donde se requiere flexibilidad y adaptabilidad constante a cambios en el caudal.

Según su velocidad específica (n_s)

Esta clasificación se considera la más precisa debido a su naturaleza numérica, que asigna un número a toda la familia de turbinas hidráulicas geoméricamente similares, independientemente de su tamaño. Este número específico de revoluciones, denotado como n_s , es un parámetro adimensional definido por la siguiente ecuación:

$$n_s = \frac{nP_a^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{5}{4}}} \quad (2.1)$$

donde n es la velocidad de rotación de la turbina (revoluciones por minuto); P es la potencia generada (en Watts); y H es la altura de caída neta (en metros).

Según [Díez (1996)], en base al número específico de revoluciones, las turbinas Francis se pueden clasificar en tres categorías principales, Tabla 2.3.

Tabla 2.3: Clasificación de la turbina Francis de acuerdo a su velocidad específica.

Tipo de rodete	Velocidad específica n_s (rpm)	Salto (m)
Francis lenta	50 - 100	>200
Francis normal	125 - 200	20 - 200
Francis rápida o express	200 - 500	<20

En la figura 2.3 se ilustran rodetes Francis del tipo lento y normal.

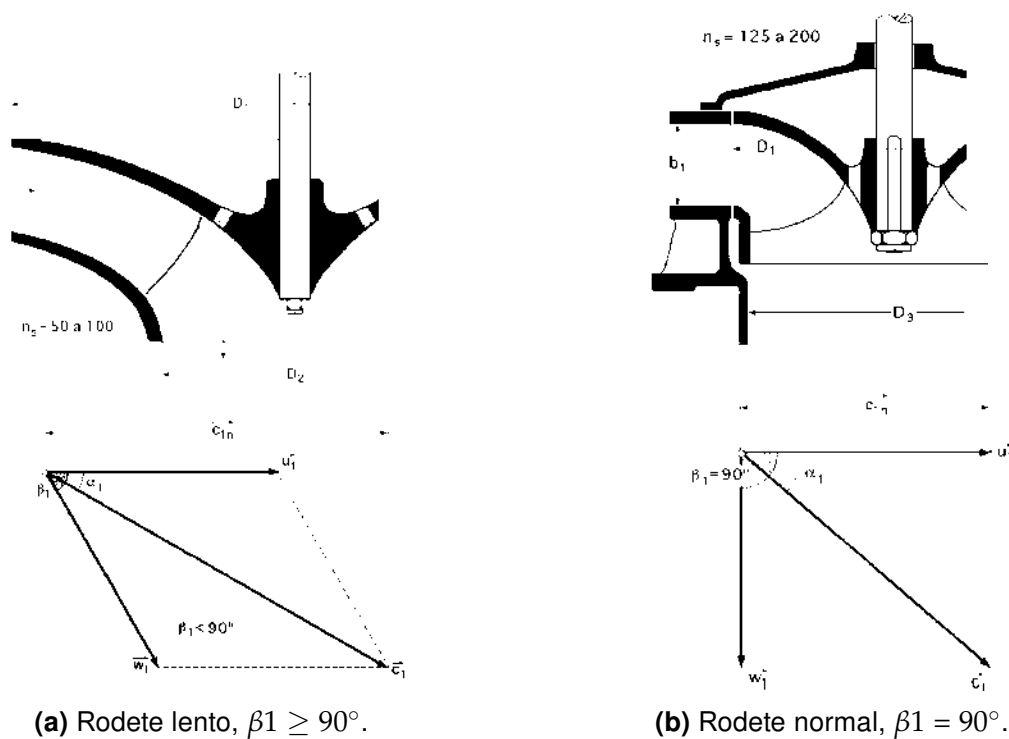


Figura 2.3: Rodete Francis y sus triángulo de velocidades a la entrada; obtenido de [Díez (1996)].

Las turbinas Francis de baja velocidad específica o lentas son adecuadas para grandes alturas de caída y caudales moderados. Estas turbinas tienen un diámetro de rodete más grande D_1 en comparación con el diámetro del tubo de aspiración D_3 , lo que las hace más robustas y les permite manejar la alta presión asociada con grandes alturas de caída (Fig. 2.3a). El ángulo de entrada β_1 es menor a 90° , con α_1 menor a 15° . En los rodetes Francis lentos, se obtienen velocidades tangenciales reducidas y los álabes tienen una forma especial, aumentando su espesor para que su cara posterior guíe mejor el flujo que atraviesa el rodete.

Si el flujo de agua no se guiara y distribuyera adecuadamente, habría desprendimiento de capa límite en la cara posterior de los álabes, lo que originaría remolinos que afectarían el rendimiento de la turbina.

A su vez, las turbinas Francis normales, como se muestra en la Fig. 2.3b, se caracterizan por que el agua entra radialmente al rodete y sale axialmente hacia el tubo de aspiración. La no existencia de largas distancias entre el distribuidor y el rodete asegura una transferencia eficiente de energía. Los rodetes normales tienen un diámetro D_1 ligeramente superior al del tubo de aspiración D_3 y el ángulo de entrada β_1 es aproximadamente de 90° , mientras que α_1 se encuentra en el rango de 15° a 30° .

Las turbinas Francis de alta velocidad específica (rápidas o express) son adecuadas para grandes caudales y alturas de caída pequeñas. Se caracterizan porque tienen una distancia media entre el distribuidor y el rodete, por lo que el agua recorre un cierto espacio antes de ingresar de manera radial en el rodete. Estas turbinas tienen un diseño más compacto y un diámetro de rodete D_1 menor que el diámetro D_3 del tubo de aspiración (lo que las hace ideales para instalaciones con espacio limitado). Esta diferencia considerable entre D_1 y D_3 , causa un cambio de dirección del agua más brusco que en las turbinas normales. Los rodetes rápidos, como se muestra en la Fig. 2.4, permiten obtener elevadas velocidades de rotación y el ángulo de entrada β_1 es mayor a 90° , mientras que α_1 es menor a 45° , lo que favorece el aumento del número de revoluciones debido al incremento de la velocidad tangencial u_1 .

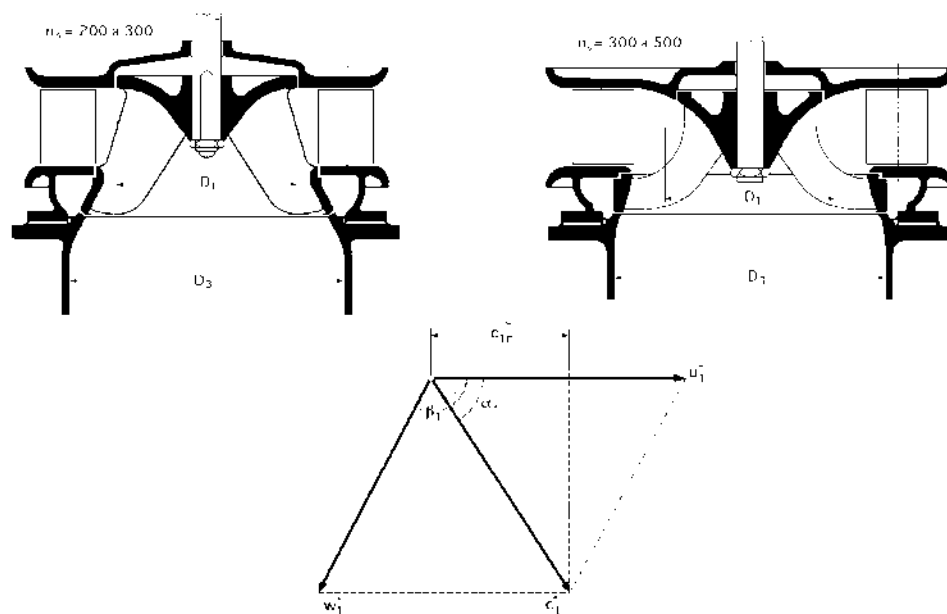


Figura 2.4: Rodete Francis rápido y su triángulo de velocidades a la entrada, $\beta_1 \leq 90^\circ$; obtenido de [Díez (1996)].

En la Fig. 2.5 se muestra la relación entre la velocidad específica y la forma del rodete, la cual permite vislumbrar las diferencias geométricas entre rodetes Francis lentos, normales y rápidos.

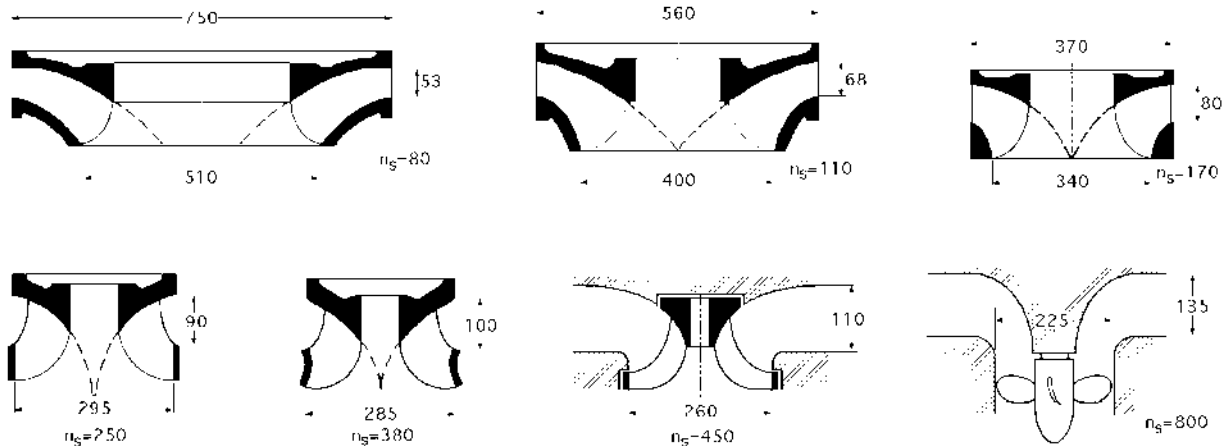


Figura 2.5: Relación entre n_s y la forma del rodete; obtenido de [Díez (1996)].

Según el grado de reacción

De acuerdo con [Mataix (1982)], una de las clasificaciones más comunes de las turbinas hidráulicas es según el grado de reacción (Fig. 2.6). Aquí, se distinguen dos tipos principales: las turbinas de acción y las turbinas de reacción. En las turbinas de acción, como la Pelton, el empuje y la acción del agua coinciden en los álabes del rodete, haciéndolo girar a altas velocidades. Por otro lado, las turbinas de reacción, como las turbinas Francis, Kaplan, Deriaz, etc., realizan el intercambio de energía cinética y presión dentro del canal hidráulico, en los álabes, para provocar el movimiento rotatorio en el rodete.

Según la dirección del flujo a su paso por el rodete.

La dirección del flujo a través del rotor también es un criterio de clasificación significativo. Según [Cengel and Cimbala (2015)], las turbinas de flujo axial, donde el flujo de agua es paralelo al eje de rotación, incluyen a las turbinas Kaplan. Las turbinas de flujo radial, donde el flujo es perpendicular al eje, incluyen ciertas versiones de turbinas Francis. Existen también turbinas de flujo mixto, que combinan ambos tipos de flujo, como algunas turbinas Francis mixtas, ofreciendo flexibilidad y eficiencia en diversas condiciones operativas, (Fig. 2.7).

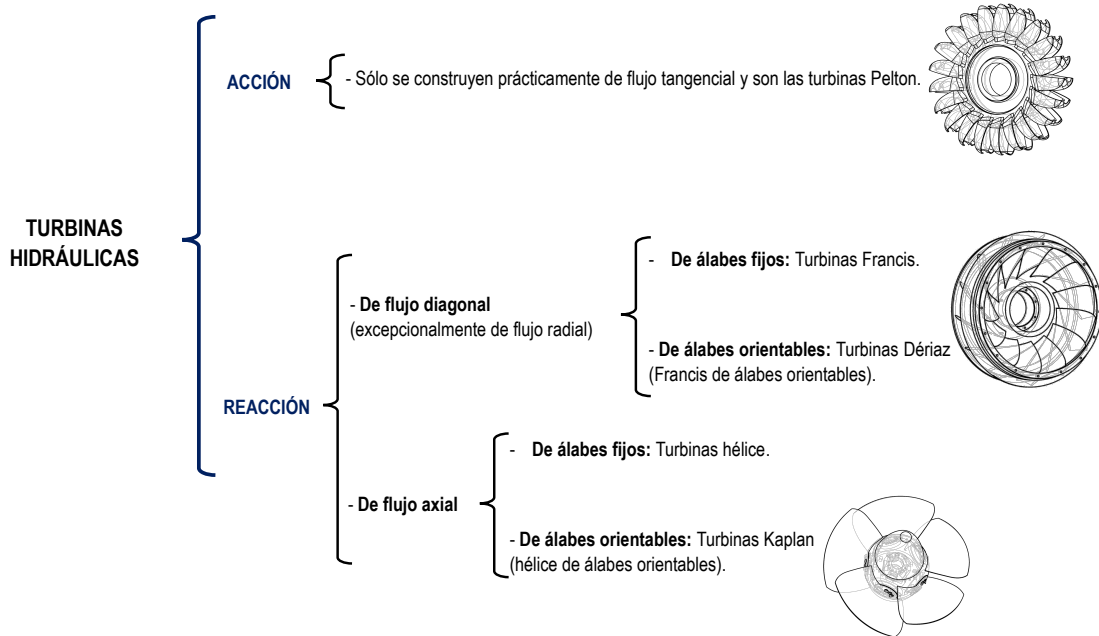


Figura 2.6: Clasificación de las turbinas hidráulicas según el grado de reacción; obtenido de [Mataix (1982)].

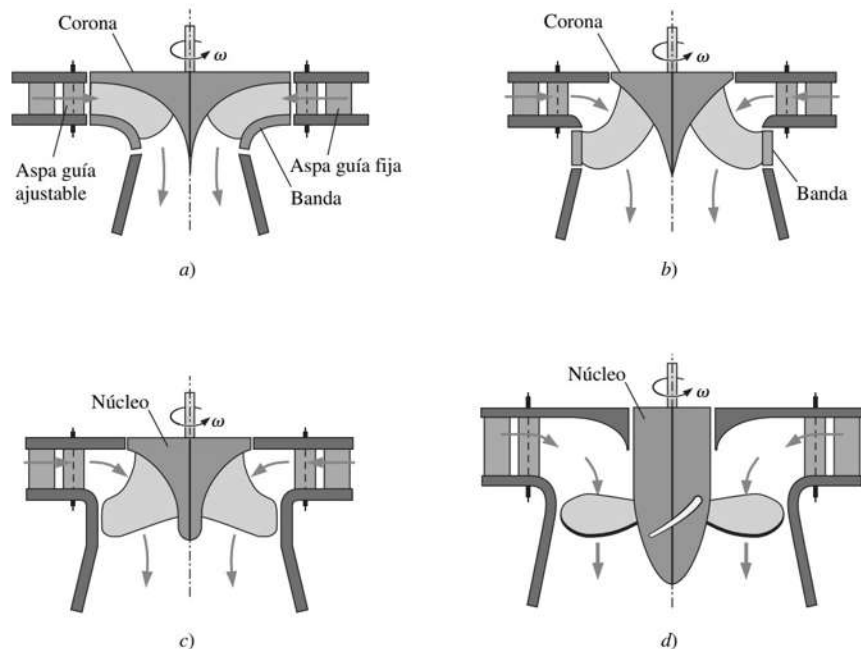


Figura 2.7: Clasificación de las turbinas hidráulicas según la dirección del flujo del fluido al pasar por el rodete. a) Flujo radial de turbina Francis; b) Flujo mixto (radio-axial) de turbina Francis; c) Flujo mixto de turbina de hélice y d) Flujo axial de turbina de hélice; obtenido de [Cengel and Cimbala (2015)].

Según el tipo de eje

Las turbinas de eje vertical, como las turbinas Francis y Kaplan verticales, tienen su eje de rotación dispuesto verticalmente, lo que facilita su instalación en lugares con alturas de caída significativas y permite un acceso más directo al flujo de agua. Por otro lado, las turbinas de eje horizontal, como las turbinas Pelton, Francis y Kaplan horizontales, tienen su eje de rotación dispuesto horizontalmente, lo que las hace adecuadas para una variedad de condiciones de flujo y permite una integración más flexible en diferentes entornos hidroeléctricos.

La selección de la turbina más adecuada para una ubicación específica debe tomar en cuenta diversos factores, incluyendo la velocidad operativa deseada, las condiciones del sitio, demanda eléctrica, salto y caudal. Además, esta elección está estrechamente ligada al rendimiento relativo de cada tipo de turbina. La Fig. 2.8 proporciona una representación gráfica del rango de aplicaciones de diferentes tipos de turbinas según la caída y el caudal de agua aprovechable para turbinas hidráulicas de hasta 10 MW.

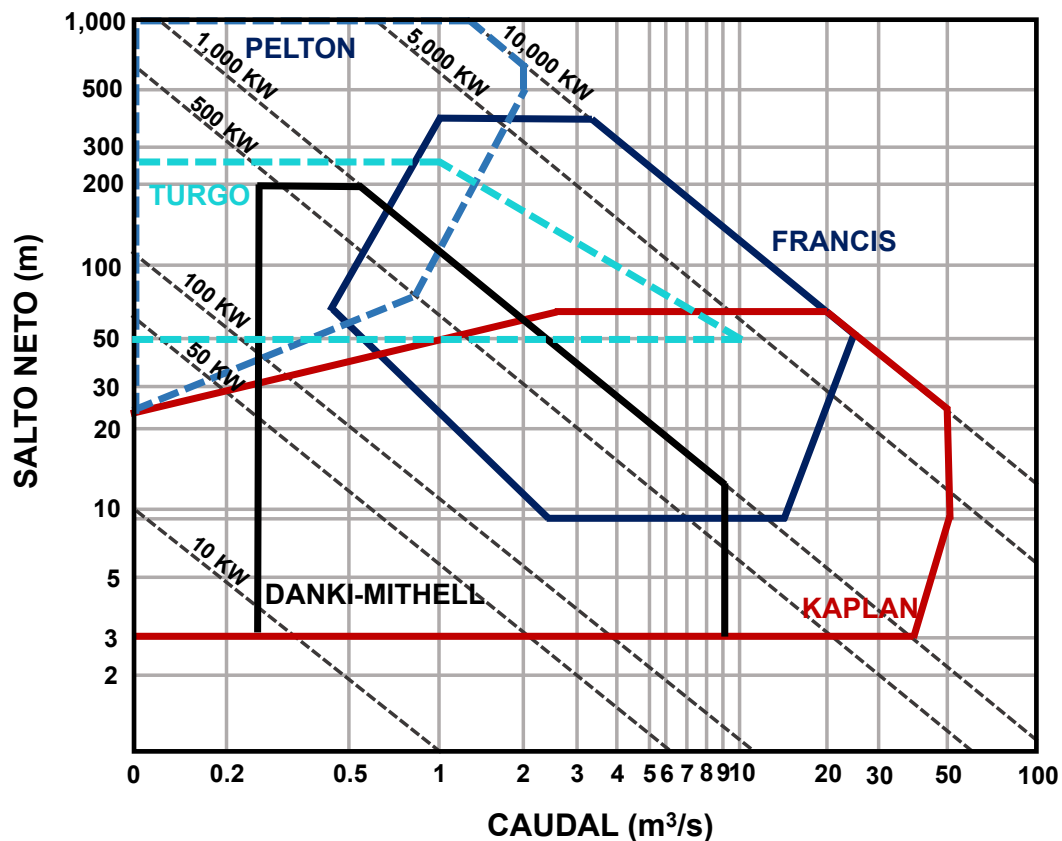


Figura 2.8: Rango de aplicación de turbinas hidráulicas de hasta 10 MW, caudal y salto; obtenido de [Penche (1998)].

2.2.2. Turbina Francis

Dentro de la familia de turbinas hidráulicas, las turbinas Francis ocupan un lugar destacado debido a su excepcional eficiencia en la conversión de energía tanto en flujos de alta como baja presión. Su diseño versátil les permite adaptarse a una amplia gama de condiciones de operación, con capacidades que van desde los 300 kW hasta los 800 MW, convirtiéndolas en una opción popular en CHs y representando aproximadamente el 60 % de las turbinas instaladas en todo el mundo. La capacidad para alcanzar eficiencias notables, incluso hasta un 96 %, se atribuye a una combinación de factores y diseños optimizados, siendo la forma curva de los álabes uno de los aspectos clave que permite aprovechar eficientemente la energía cinética del fluido.

Además de su alta eficiencia, las turbinas Francis son conocidas por su versatilidad, diseñadas para operar eficientemente en una amplia gama de caudales (desde $0.4 \text{ m}^3/\text{s}$ hasta $1000 \text{ m}^3/\text{s}$) y alturas de caída (desde 10 m hasta 600 m).

Elementos constitutivos y funcionamiento

Las turbinas Francis (Fig 2.9) operan convirtiendo la energía hidráulica del agua en energía mecánica rotacional, que luego se convierte en energía eléctrica mediante un generador. Este proceso se basa en los principios del momentum y la conservación de la energía, aprovechando la presión y el flujo del agua para generar energía utilizable.

Entre los principales componentes que conforman una turbina Francis destacan:

1. **Carcasa en espiral.** El primer componente de la turbina Francis en tener contacto con el flujo de agua es la carcasa en espiral o caracol. El caracol adopta una forma espiral y presenta una sección transversal que decrece gradualmente hacia el rodete. Internamente, puede estar equipado con álabes fijos diseñados para asistir en la distribución del flujo de manera uniforme hacia el distribuidor y para brindar rigidez estructural.
2. **Distribuidor.** Este dispositivo se encuentra estratégicamente ubicado entre la carcasa espiral y el rodete, su función principal consiste en ajustar la cantidad de agua que fluye hacia el rodete según la demanda de generación de energía. Su estructura principal incluye álabes guía o móviles, junto con un mecanismo que posibilita la orientación electrónica de estos álabes guía. Cuando se requiere una mayor producción de energía eléctrica, el distribuidor facilita el acceso de una mayor cantidad de agua al rodete, incrementando así la velocidad de giro y, por consiguiente, la generación de electricidad. En contraste, cuando se busca reducir la generación de energía, el distribuidor disminuye

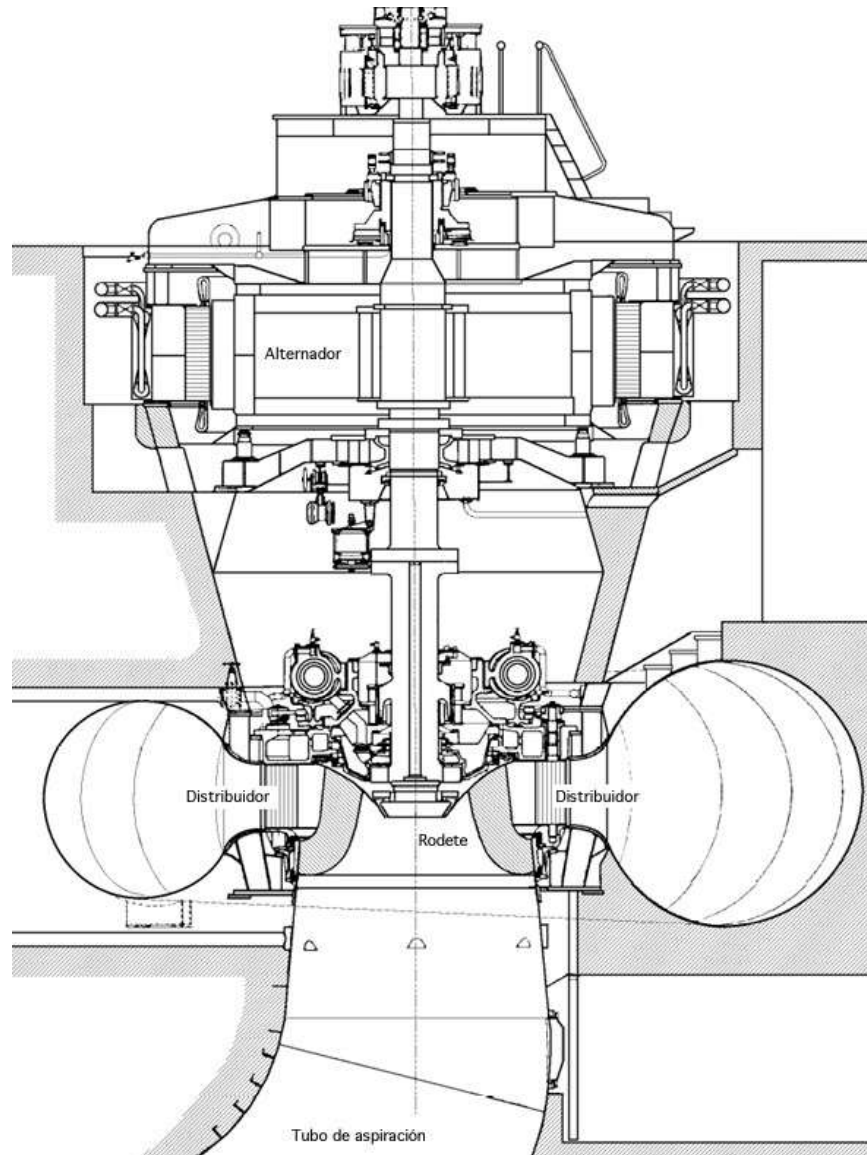


Figura 2.9: Turbina Francis de eje vertical; obtenido de [Penche (1998)].

el flujo de agua hacia el rodete. Este sistema dinámico y controlado electrónicamente garantiza una operación eficiente y adaptable a las variaciones en la demanda de energía.

3. **Rodete Francis.** El rodete de una turbina Francis está compuesto por tres partes fundamentales: la banda, la corona y los álabes. Los álabes, extremadamente curvados, están diseñados para facilitar la transferencia de energía cinética al rodete y minimizar las pérdidas por desprendimiento de capa límite al generarse turbulencias dentro del canal hidráulico. El movimiento rotacional del rodete se transfiere a un generador,

típicamente sincrónico, acoplado a un eje. En el generador, la energía mecánica se convierte en energía eléctrica mediante el principio de inducción electromagnética.

4. **Tubo de aspiración.** Después de pasar por el rodete, el agua se descarga a través del tubo de aspiración, también conocido como tubo difusor. Este componente está diseñado para reducir la velocidad del agua y, de acuerdo al teorema de Bernoulli, aumentar su presión, recuperando así parte de la energía cinética residual. La presencia del tubo de aspiración es esencial. Sin él, el agua sería expulsada del rodete de manera caótica y quedaría atrapada en el rodete, causando una considerable reducción en el giro y, por ende, en el torque de la máquina. Un flujo continuo y eficiente de agua a través del tubo de aspiración ayuda a prevenir turbulencias y pérdidas de energía que podrían causar vibraciones y dañar la estructura interna de la turbina a largo plazo. De esta manera, el tubo de aspiración no solo optimiza el rendimiento del sistema, sino que también contribuye a prolongar la vida útil de la turbina, asegurando una operación más fiable y duradera.

Triángulos de velocidades en una turbina Francis

Los triángulos de velocidades desempeñan un papel crucial en el análisis y diseño del rodete y los álabes de la turbina hidráulica. El triángulo de velocidades en el rodete es una herramienta fundamental para entender cómo el flujo de agua interactúa con los álabes del rodete en una turbina Francis.

De acuerdo con [Tengs et al. (2018)], las componentes de velocidad que entran y salen de un álabe de rodete Francis se muestran en la Fig. 2.10. Como se puede observar, la letra u hace referencia a la velocidad del rodete; c representa la velocidad absoluta del fluido y w indica la velocidad del agua en relación con el rodete. El ángulo del álabe guía, α° , controla el ángulo de entrada del agua hacia el rodete, que también afecta indirectamente a β° , que es el ángulo del fluido en el marco de referencia rotativo. Los subíndices u y m representan las direcciones tangencial y meridional respectivamente, mientras que los subíndices 1 y 2 indican la entrada y la salida del flujo en el álabe. Es importante considerar los triángulos de velocidad al analizar el comportamiento de la turbina Francis, ya que permitirán saber cómo es el intercambio de energía en el rodete, es decir, brindarán un correcto entendimiento en la conversión de energía hidráulica en energía mecánica entre el fluido y los álabes.

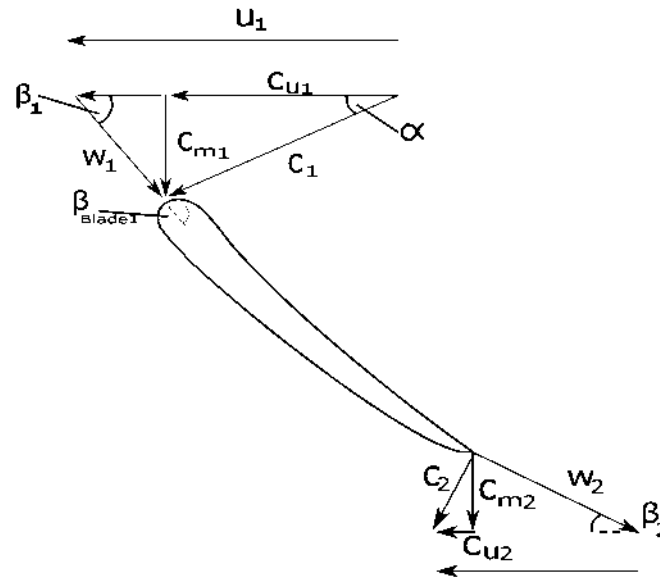


Figura 2.10: Triángulos de velocidades en un álabe Francis; obtenido de [Tengs et al. (2018)].

Eficiencia hidráulica en una turbina Francis

La eficiencia de una turbina Francis, al igual que la de cualquier otra turbina hidráulica, se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$\eta_h = \frac{P_m}{P_h} \quad (2.2)$$

donde η_h es la eficiencia hidráulica; P_m es la potencia mecánica producida por la turbina (en Watts, W); y P_h es la potencia hidráulica disponible en el agua (en Watts, W).

La potencia mecánica generada por la turbina se puede calcular utilizando la siguiente fórmula:

$$P_m = M \cdot \Omega \quad (2.3)$$

donde M es el par motor (en Newton-metros, Nm) y Ω es la velocidad angular del rodete (en radianes por segundo, rad/s).

A su vez, la potencia hidráulica del agua se puede calcular utilizando un diferencial de presión entre dos puntos a lo largo del flujo de agua, generalmente a la entrada y salida de la turbina. La potencia hidráulica (P_h) se define como la energía disponible en el flujo de agua debido a la diferencia de presión y puede calcularse mediante la siguiente fórmula:

$$P_h = \Delta P_T \cdot Q \quad (2.4)$$

donde P_h es la potencia hidráulica (en Watts, W); ΔP_T es el diferencial de presión (en pascales, Pa); y Q es el caudal de agua (en metros cúbicos por segundo, m^3/s).

Finalmente, la eficiencia hidráulica, considerando la EC. 2.2, EC. 2.3 y 2.4, quedaría expresada como:

$$\eta_h = \frac{P_m}{P_h} = \frac{M \cdot \Omega}{\Delta P_T \cdot Q} \quad (2.5)$$

Al obtener un alto valor para η_h , se indicaría que la turbina está convirtiendo la mayor parte de la energía hidráulica en energía mecánica útil con mínimas pérdidas. Esto sugiere que el diseño y la operación de la turbina son óptimos, y que los componentes están funcionando eficientemente. Un alto valor de eficiencia hidráulica también implica que se están minimizando los efectos negativos de factores como la fricción, vibración, cavitación y turbulencia.

Cavitación en una turbina Francis

La cavitación es un fenómeno que puede ocurrir en las turbinas Francis, así como en otros tipos de turbinas hidráulicas, y puede tener efectos perjudiciales significativos en su funcionamiento y durabilidad tras varios ciclos de operación. De acuerdo con [Toapanta (2019)], “la cavitación ocurre cuando la presión estática local en un fluido alcanza la presión de vapor del líquido a la temperatura local. En la zona de alta velocidad de una turbina, la presión puede bajar a un valor muy bajo formando pequeñas burbujas de vapor, que luego colapsan generándose la cavitación que conduce a picaduras de erosión en la superficie”.

La cavitación en las turbinas Francis es un fenómeno problemático que puede tener efectos graves en el rendimiento y la durabilidad de estas máquinas. [Ayuso et al. (2004)] establece que las causas principales de la cavitación incluyen la caída de presión en el flujo de agua, lo que puede ocurrir debido a la geometría del rodete y las condiciones de operación, como altas velocidades del flujo y grandes alturas de caída. Un diseño inadecuado del rodete, con álabes no optimizados para las condiciones específicas de operación, también puede provocar áreas de baja presión donde se forman burbujas de vapor. Además, operar la turbina fuera de sus rangos de diseño, ya sea a caudales muy bajos o altos, puede inducir cavitación. Las alturas de caída muy grandes aumentan la velocidad del flujo de agua, incrementando las probabilidades de que la presión caiga por debajo de la presión de vapor, facilitando la formación de burbujas de cavitación.

Los efectos de la cavitación en las turbinas Francis son variados y significativos, llegando a ser notorios después de bastantes ciclos de operación de la máquina. El colapso violento de burbujas de vapor genera ondas de choque que impactan con las superficies de los álabes,

principalmente en el LS cerca del BA, causando desde pequeñas picaduras hasta erosión y desgaste mayores (Fig. 2.11), lo que reduce en gran medida su eficiencia y la vida útil de los álabes del rodete.

Según [Toapanta (2019)], este fenómeno genera vibraciones, producción de ruido, disminución de la eficiencia y rendimiento, inestabilidad operativa en la máquina. Además, los daños causados por la cavitación incrementan la necesidad de mantenimiento y reparaciones frecuentes, aumentando así los costos operativos de una CH.



Figura 2.11: Rodete erosionado por cavitación; obtenido de [Ayuso et al. (2004)].

2.3. Ajuste de curvas mediante Polinomios de Bernstein

Los polinomios de Bernstein, denominados así en honor al matemático ruso Sergei Natanovich Bernstein, representan una forma específica de polinomios que han encontrado aplicaciones en diversos campos de las matemáticas. En particular, son ampliamente utilizados en geometría computacional, interpolación numérica y diseño de curvas y superficies. Bernstein profundizó en el estudio de estos polinomios durante la primera mitad del siglo XX, lo que ha llevado a su amplia adopción y aplicación en áreas donde la precisión y la eficiencia computacional son fundamentales.

2.3.1. Polinomio de Bernstein de grado n

El polinomio de Bernstein más comúnmente utilizado es el polinomio de Bernstein asociado a un grado n , que se denota como $B_{i,n}(t)$, donde i es el índice del término en el polinomio

y t es un parámetro en el intervalo $[0, 1]$. De acuerdo con [Farin (2002)], las curvas de Bézier pueden ser expresadas en términos de los polinomios de Bernstein, definidos de la siguiente forma:

$$B_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} \quad (2.6)$$

donde $\binom{n}{i}$ es el coeficiente binomial, que representa el número de formas de elegir i elementos de un conjunto n elementos. Así mismo, los coeficientes binomiales están dados por

$$\binom{n}{i} = \begin{cases} \frac{n!}{i!(n-i)!} & \text{if } 0 \leq i \leq n \\ 0 & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad (2.7)$$

Estos polinomios tienen varias propiedades importantes que los hacen útiles en diversas aplicaciones:

- **Positividad:** Los polinomios de Bernstein son siempre no negativos en el intervalo $[0, 1]$, lo que los hace útiles para la interpolación y aproximación de funciones que son positivas en ese intervalo.
- **Suma a 1:** La suma de todos los polinomios de Bernstein de grado n es siempre igual a 1 para todo t en el intervalo $[0, 1]$. Esto los hace útiles en la representación de mezclas o distribuciones de probabilidad.
- **Base de Bernstein:** Los polinomios de Bernstein forman una base ortogonal en el espacio de polinomios de grado n . Esta propiedad es fundamental en el diseño y la representación de curvas y superficies en la geometría computacional.

2.4. Mallas numéricas para la obtención de superficies complejas

La creación de mallas numéricas constituye un aspecto fundamental en una amplia gama de aplicaciones industriales, que abarcan desde la modelación de geometrías complejas en programas CAD que serán fabricadas posteriormente hasta la modelación para el análisis de CFD.

Al considerar la generación de una malla, se enfrentan dos etapas de decisión cruciales en la discretización de un Dominio Computacional (DC). En primer lugar, está la definición de una topología adecuada que, dependiendo de la complejidad del dominio, busca representar

el DC mediante un solo bloque, multibloques, configuraciones de topología híbridas, entre otras. Posteriormente, la segunda etapa está relacionada con la elección del esquema de generación de la malla, que determinará la ubicación de los nodos en la malla. Para ello, se suelen emplear tres tipos de esquemas de generación de mallas: Algebraico, Diferencial y Variacional.

El esquema diferencial implica el uso de sistemas de ecuaciones diferenciales parciales de tipo elíptico, parabólico o hiperbólico. Los sistemas elípticos, en particular, tienen la capacidad de generar mapeos conformes o casi conformes, siendo los mapeos conformes aquellos que presentan una forma ortogonal. Sin embargo, debido a su mayor complejidad y al tiempo de solución computacionalmente demandante que requieren, el enfoque en los esquemas de generación de mallas diferenciales no es el principal en nuestro análisis. Por lo tanto, en las siguientes subsecciones de esta tesis se describirá el método algebraico empleado para la generación de mallas con superficies complejas.

2.4.1. Método algebraico para la generación de mallas

Los métodos algebraicos son una elección común en la generación de mallas debido a su capacidad para controlar explícitamente la forma y el espaciado de la malla, logrando distribuir los nodos y elementos de manera lógica y con una correcta estructuración de los de datos. Además, presentan una simplicidad y rapidez computacional a la hora de realizar la programación de algoritmos para la generación de malla. Estos métodos se basan principalmente en la utilización de funciones matemáticas de interpolación para generar puntos pre-asignados en los límites y dentro del DC. Aunque existen diferentes métodos algebraicos para la generación de mallas, todos comparten la misma idea fundamental: utilizar funciones de interpolación para determinar la posición de los nodos que se requieran para generar la malla en el DC y, de esta manera, controlar su densidad a deseo del usuario.

El principal problema al realizar la interpolación de datos es encontrar una función matemática $f(x)$ que pase exactamente, o lo más aproximado posible, por un conjunto de n puntos brindados. En este contexto, existen varios métodos de interpolación de datos, entre los más conocidos destacan aquellos que emplean polinomios o funciones racionales, aunque la mayoría de ellos proporcionan resultados relativamente similares. De acuerdo con [Cano (2008)], entre los métodos más utilizados para la generación de mallas algebraicas destacan los siguientes:

- **Método de interpolación de Lagrange:** Este método es relativamente antiguo, ya que se desarrolló alrededor de 1795 por Joseph-Louis de Lagrange. Se suele considerar

un método relativamente sencillo de aplicar y programar, ya que utiliza polinomios para aproximar funciones a un conjunto de puntos dados, proporcionando una forma efectiva de interpolación en una variedad de aplicaciones. Además, se le considera como la base para los métodos de derivación e integración numérica.

- **Método de interpolación de Hermite:** Este método no solo considera el valor de las funciones en los puntos de interpolación que se deseen obtener, sino también sus derivadas. Debido a esta consideración adicional, este método permite una mayor precisión en la interpolación, sobre todo en la representación de puntos con funciones con valores de pendientes conocidas previamente.
- **“Splines”:** Este tipo de herramienta suele ser una de las más utilizadas para la generación de curvas continuas o en secciones, así como superficies. La idea general de este tipo de funciones matemáticas es hacer el uso de polinomios para hacer posible la obtención de funciones, que sean fácilmente manejables mediante el uso de puntos de control.
- **TFI:** Esta técnica permite la generación de mallas a partir de funciones conocidas que realizan la interpolación de datos o nodos hacia dentro de las fronteras de la región de interés, ofreciendo una interpolación efectiva cuando se disponen de las condiciones correctamente definidas en los límites del DC. Suelen ser una excelente opción para la realización de mallas estructuradas debido a la naturaleza de la interpolación que emplea.

Debido a la versatilidad y eficacia demostrada por la TFI en la generación de mallas que representan superficies complejas, en este trabajo se tomó la decisión de emplearla tanto para generación del esqueleto del álabe como para la obtención STs en modelos reconstruidos. Para comprender mejor el método interpolador y las ecuaciones que emplea la TFI, se procede a definir en las siguientes subsecciones los conceptos necesarios para su desarrollo y programación en algoritmos computacionales.

2.4.2. Interpolación unidireccional

La interpolación unidireccional es una técnica desarrollada para calcular valores intermedios entre dos puntos (que pueden ser o no equidistantes) conocidos en una sola dirección. Esta técnica se aplica cuando los datos cambian únicamente a lo largo de una línea o un eje. Su principal objetivo es facilitar la obtención de estimaciones de valores y suavizar los datos

en una única dimensión, lo que la convierte en una herramienta aplicable en situaciones donde se requiere precisión en los cálculos y análisis de datos que varían de manera lineal o en una dirección específica.

Método de interpolación de Lagrange

Según [Chapra et al. (2011)] el polinomio de interpolación de Lagrange se obtiene de manera directa a partir de la formulación del polinomio de Newton. Este método consiste en construir el polinomio interpolador de grado n que pasa por $n + 1$ puntos (x_i, y_i) de acuerdo a:

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^n L_i(x)y_i \quad (2.8)$$

donde las funciones $L_i(x)$ cumplen con $L_i(x_k) = 0$ si $i \neq k$ y $L_i(x_i) = 1$. Estas condiciones aseguran que $P_n(x_k) = y_k$. Considerando las ecuaciones anteriores, las funciones $L_i(x)$ quedan como:

$$L_i(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)}, \quad i = 0, 1, \dots, n \quad (2.9)$$

Considerando la forma explícita, se observa que $L_i(x_i) = 1$ y $L_i(x_k) = 0$ para $i \neq k$. Entonces, el polinomio interpolador de la función $f(x)$ en los puntos x_0, x_1, \dots, x_n se puede expresar como:

$$P_n(x) = \sum_{i=0}^n f(x_i) \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{(x - x_j)}{x_i - x_j} \quad (2.10)$$

El método de Lagrange proporciona una forma explícita y sencilla de construir el polinomio interpolador. Entre las interpolaciones más comunes se encuentran la interpolación lineal y la interpolación parabólica. Para definir los polinomios interpoladores correspondientes a la interpolación lineal se consideran dos puntos (x_0, y_0) y (x_1, y_1) , los cuales se muestran en la Fig. 2.12.

De esta manera, los polinomios interpoladores quedan como:

$$L_0(x) = \frac{(x - x_1)}{(x_0 - x_1)}, \quad L_1(x) = \frac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)} \quad (2.11)$$

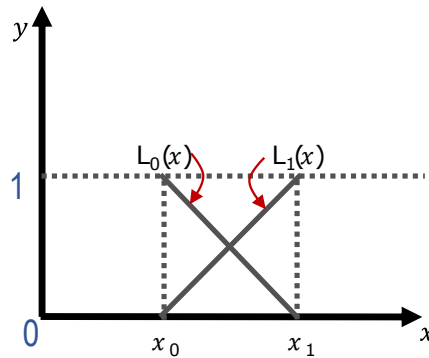


Figura 2.12: Polinomios lineales de Lagrange; obtenido de [Farrashkhalvat and Miles (2003)].

y línea resultante se puede expresar mediante:

$$y = y_0 \frac{(x - x_1)}{(x_0 - x_1)} + y_1 \frac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)} \quad (2.12)$$

En el caso particular cuando $x_0 = 0$ y $x_1 = 1$ en la dirección x , la expresión anterior se puede escribir como:

$$y = y_0 (1 - x) + y_1 x \quad (2.13)$$

Generación de malla

En el libro de [Farrashkhalvat and Miles (2003)] se describe el proceso por el cual la interpolación unidireccional puede emplearse para generar mallas algebraicas. Este proceso de interpolación se puede realizar considerando dos vectores r_0 y r_1 ubicados en el mismo origen, los cuales se direccionan hacia curvas opuestas. El resultado es una línea recta que une a los puntos variando un parámetro ξ entre $0 \leq \xi \leq 1$, (Fig. 2.13).

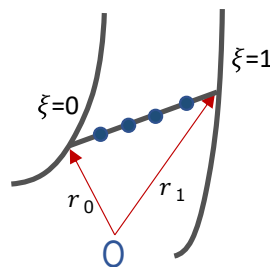


Figura 2.13: Interpolación lineal entre curvas; obtenido de [Farrashkhalvat and Miles (2003)].

Reescribiendo la Ec. 2.13 y tomando en cuenta el parámetro ξ se obtiene la siguiente expresión:

$$r = (1 - \zeta) r_0 + \zeta r_1 \quad (2.14)$$

La representación paramétrica de una curva de interpolación de Lagrange se define considerando ζ como una coordenada curva, que varía entre $0 \leq \zeta \leq 1$ y pasa por un conjunto de $n + 1$ puntos con vectores de posición r_0, r_1, \dots, r_n . Esta representación paramétrica está dada por:

$$r(\zeta) = \sum_{i=0}^n L_i(\zeta) r_i \quad (2.15)$$

Reacomodando de acuerdo a la Ec. 2.8 y Ec. 2.9, se obtiene:

$$L_i(\zeta) = \frac{(\zeta - \zeta_0)(\zeta - \zeta_1) \dots (\zeta - \zeta_{i-1})(\zeta - \zeta_{i+1}) \dots (\zeta - \zeta_n)}{(\zeta_i - \zeta_0)(\zeta_i - \zeta_1) \dots (\zeta_i - \zeta_{i-1})(\zeta_i - \zeta_{i+1}) \dots (\zeta_i - \zeta_n)} \quad (2.16)$$

$$L_i(\zeta) = \sum_{i=0}^n f(\zeta_i) \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{(\zeta - \zeta_j)}{\zeta_i - \zeta_j} \quad (2.17)$$

Para que ζ tome valores ζ_i en los puntos r_i , $i = 0, 1, \dots, n$, donde $i = 0, 1, \dots, n$, las funciones de una sola variable ζ que aparecen en expresiones de interpolación de Lagrange, como en la Ec. 2.14, suelen llamarse funciones combinadas. Estas funciones se utilizan para asegurar que la distribución de la malla coincida con la distribución de los puntos finales r_0 y r_n , así como con los puntos interiores r_1, \dots, r_{n-1} . Además, las funciones combinadas permiten que la malla se alinee adecuadamente en las direcciones específicas de los puntos determinados, mejorando así la precisión de la interpolación en el dominio considerado.

De acuerdo con [Delgado Sánchez (2021)], la interpolación unidireccional se puede emplear en la generación de mallas para superficies en un plano en una única dirección. Para entender esto, se puede considerar un plano ABCD, donde se especifican dos curvas como límites AB y CD, como se observa en la Fig. 2.14. En este caso particular, las curvas AB y CD se consideran líneas coordenadas en una dirección η , con valores de 0 y 1, respectivamente. Por otro lado, la coordenada ζ se considera constante para las curvas AB y CD, con valores de 0 y 1, respectivamente. De acuerdo con las suposiciones anteriores, la interpolación unidireccional entre AC y BD generará puntos en el plano unitario siguiendo las direcciones ζ y η , de acuerdo a valores de espaciamiento preestablecidos.

Para describir este proceso se puede emplear la Ec. 2.14, que al considerarse una interpolación entre los puntos AC se reescribiría de la siguiente forma:

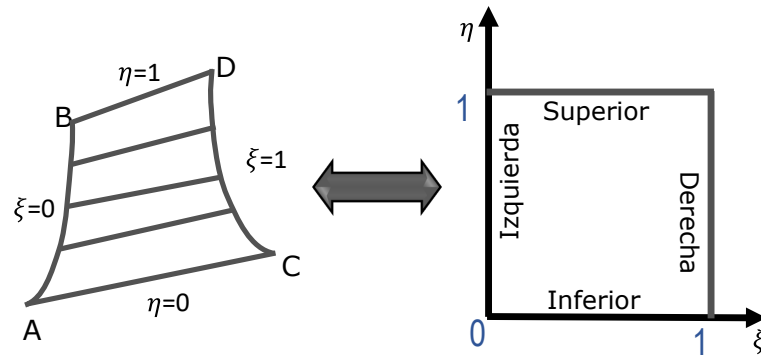


Figura 2.14: Interpolación lineal entre dos curvas y el plano unitario ξ y η ; obtenido de [Farashkhalvat and Miles (2003)].

$$r(\xi, 0) = (1 - \xi) r(0, 0) + \xi r(1, 0) \quad (2.18)$$

De esta manera, la ecuación paramétrica de la interpolación unidireccional quedaría expresada como:

$$r(\xi, \eta_j) = (1 - \xi) r(0, \eta_j) + \xi r(1, \eta_j) \quad (2.19)$$

donde:

$$0 \leq \eta_j = \frac{j-1}{\tilde{j}-1} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, \tilde{j}.$$

Para obtener las divisiones igualmente espaciadas a lo largo de la trayectoria de la línea que definirán a los nodos, se puede utilizar:

$$\xi = \xi_i, \quad i = 1, 2, \dots, \tilde{i}$$

$$\eta = \eta_j, \quad j = 1, 2, \dots, \tilde{j}$$

y

$$0 \leq \xi_i = \frac{i-1}{\tilde{i}-1} \leq 1.$$

Entonces, la Ec. 2.19 quedaría expresada como:

$$r(\xi_i, \eta_j) = (1 - \xi_i) r(0, \eta_j) + \xi_i r(1, \eta_j) \quad (2.20)$$

Considerando como límites las curvas AC y BD, se realiza el mismo procedimiento antes descrito. La idea es llevar a cabo la interpolación unidireccional en la dirección ξ , pero tomando $\eta = 0$ y $\eta = 1$ para AC y BD, respectivamente, y η como constante, tal como se muestra en la siguiente ecuación:

$$r(\xi_i, \eta_j) = (1 - \eta_j) r(\xi_i, 0) + \eta_j r(\xi_i, 1) \quad (2.21)$$

2.4.3. Interpolación multidireccional

Respecto a la interpolación multidireccional [Delgado Sánchez (2021)], hace alusión a su capacidad para generar estructuras de datos en múltiples direcciones de manera simultánea, las cuales darán forma a las mallas que se generen. Por ejemplo, partiendo de una región definida por los puntos ABDC en el plano físico x, y , se puede aplicar una transformación mediante interpolación al plano lógico ξ, η (Fig. 2.15), proceso el cual se detalla a continuación.

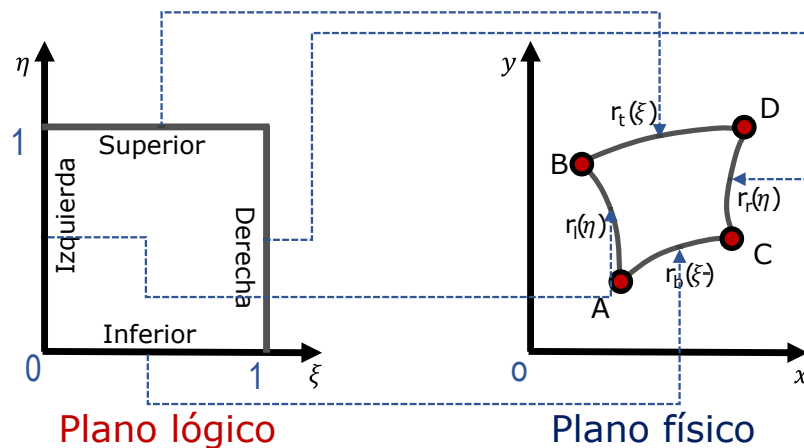


Figura 2.15: Mapeo de la unidad cuadrada sobre cuatro curvas; obtenido de [Farrashkhalvat and Miles (2003)].

2.4.4. Generación de malla

A partir de las condiciones de $0 \leq \xi \leq 1$ y $0 \leq \eta \leq 1$, que definen el interior de la región ABDC en un plano físico, se puede observar que cuando ξ toma valores de 0 y 1, se mallarán los límites AB y CD, respectivamente. Bajo esta suposición, es posible formular las funciones $r_l(0, \eta)$ y $r_r(1, \eta)$ para representar los límites izquierdo y derecho del DC. De manera similar, para η , se obtienen las funciones $r_b(\xi, 0)$ y $r_t(\xi, 1)$, que mallarán los límites inferior y superior

AC y BD, respectivamente. Las abreviaturas l , r , b y t representan izquierda, derecha, inferior y superior, del DC respectivamente.

Para mallar puntos de un plano lógico a puntos en un plano físico, es necesario emplear un vector proyector P_{ξ} para los límites AB y CD, el cual se puede definir como:

$$P_{\xi}(\xi, \eta) = (1 - \xi)r_l(0, \eta) + \xi r_r(1, \eta). \quad (2.22)$$

De manera similar, se define el proyector P_{η} para los límites AC y BD:

$$P_{\eta}(\xi, \eta) = (1 - \eta)r_b(\xi, 0) + \eta r_t(\xi, 1) \quad (2.23)$$

El producto de los proyectores P_{ξ} y P_{η} formará un mallado compuesto en las direcciones ξ y η , y este se puede expresar de la siguiente manera:

$$P_{\xi}(P_{\eta}(\xi, \eta) = P_{\xi}((1 - \eta)r_b(\xi, 0) + \eta r_t(\xi, 1)) \quad (2.24)$$

$$= (1 - \xi)r_l(0, \eta) + \xi r_r(1, \eta)[(1 - \eta)r_b(\xi, 0) + \eta r_t(\xi, 1)] \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} &= (1 - \xi)(1 - \eta)r_l(0, \eta)r_b(\xi, 0) \\ &+ \eta(1 - \xi)r_l(0, \eta)r_t(\xi, 1) + \xi(1 - \eta)r_r(1, \eta)r_b(\xi, 0) + \xi\eta r_r(1, \eta)r_t(\xi, 1) \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$= (1 - \xi)(1 - \eta)r_l r_b(0, 0) + \eta(1 - \xi)r_l r_t(0, 1) + \xi(1 - \eta)r_r r_b(1, 0) + \xi\eta r_r r_t(1, 1) \quad (2.27)$$

Considerando los distintos tipos de mallas para el límite $\eta = 0$ en el plano unitario, se observa que P_{ξ} crea una malla lineal en el segmento AC, mientras que P_{η} produce una malla curva en el mismo segmento, y $P_{\xi}P_{\eta}$ genera una malla lineal para AC. Este enfoque se puede aplicar de manera similar a cada límite del plano unitario. Se puede demostrar que la malla compuesta $P_{\xi}P_{\eta} = P_{\xi} + P_{\eta} - P_{\xi}P_{\eta}$ es un producto tensorial que cubre todo el perímetro ABCD, lo cual se expresa como:

$$P_{\xi} \oplus P_{\eta} = P_{\xi} + P_{\eta} - P_{\xi}P_{\eta} \quad (2.28)$$

La formulación completa queda definida como:

$$P_{\xi}(\xi, \eta) = (1 - \xi)r_l(0, \eta) + \xi r_r(1, \eta) \quad (2.29)$$

$$P_{\eta}(\xi, \eta) = (1 - \eta)r_b(\xi, 0) + \eta r_t(\xi, 1) \quad (2.30)$$

$$(P_{\xi} \oplus P_{\eta})(\xi, \eta) = P_{\xi}(\xi, \eta) + P_{\eta}(\xi, \eta) - P_{\xi}P_{\eta}(\xi, \eta) \quad (2.31)$$

y

$$\begin{aligned} &= (1 - \xi)r_l(0, \eta) + \xi r_r(1, \eta) + (1 - \eta)r_b(\xi, 0) \\ &\quad + \eta r_t(\xi, 1) - (1 - \xi)(1 - \eta)r_l(0, 0)r_b(0, 0) \\ &\quad - \eta(1 - \xi)r_l(0, 1)r_t(0, 1) - \xi(1 - \eta)r_r(1, 0)r_b(1, 0) - \xi\eta r_r(1, 1)r_t(1, 1) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Se puede considerar que la Ec.2.32 es la base de la TFI en dos dimensiones y puede ser considerada para obtener la TFI en tres dimensiones.

TFI 3D

La TFI, desarrollada por [Gordon and Hall (1973)], es un método matemático de interpolación que se emplea en la generación de mallas en superficies con áreas de complejidad o irregularidad, como indica [Eriksson (1982)]. En este proceso, se busca que la malla se ajuste de manera precisa a la forma de la superficie, capturando sus características geométricas con exactitud a partir de las fronteras de un DC.

En casos cuando la superficie es altamente irregular, curvada o presenta singularidades, los métodos de interpolación convencionales pueden resultar inadecuados para definir la ubicación y distribución de los puntos de la malla de manera precisa. Es aquí donde la TFI destaca como la herramienta más común en la generación de mallas algebraicas.

Cuando un DC se divide en bloques con mallas separadas generadas por la TFI es necesario igualar las interfaces. Sin embargo, esto trae consigo discontinuidades, las cuales se deberán tener en cuenta a la hora de realizar la programación de la malla.

Otro aspecto a considerar a la hora de aplicar la TFI, son las condiciones de pegado aplicadas cuando dos límites coincidan en un vértice del plano computacional. En este contexto, si el vértice A de la Fig. 2.16 coincide con los límites r_l y r_b , se establecen cuatro relaciones, donde se muestran los cuatro vértices ABCD en el plano físico.

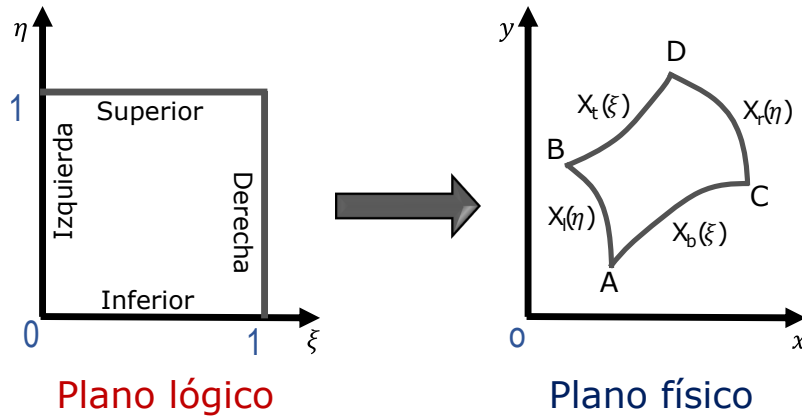


Figura 2.16: Mallado de los límites curvos; obtenido de [Delgado Sánchez (2021)].

Las cuatro relaciones de pegado para cada vértice definen la ubicación de los vértices en el plano lógico y son las siguientes:

$$A = x_b(0) = x_l(0); C = x_b(1) = x_r(0); D = x_r(1) = x_t(1) \text{ y } B = x_l(1) = x_t(0).$$

A partir de la Ec. 2.32, la TFI se expresa mediante las siguientes ecuaciones:

$$x(\zeta, \eta) = (1 - \zeta)x_l\eta + \zeta x_r(\eta) + (1 - \eta)x_b(\zeta) + \eta x_t(\zeta) - (1 - \zeta)(1 - \eta)x_b(0) - (1 - \zeta)\eta x_t(0) - (1 - \eta)\zeta x_b(1) - \eta\zeta x_t(1) \quad (2.33)$$

$$y(\zeta, \eta) = (1 - \zeta)y_l\eta + \zeta y_r(\eta) + (1 - \eta)y_b(\zeta) + \eta y_t(\zeta) - (1 - \zeta)(1 - \eta)y_b(0) - (1 - \zeta)\eta y_t(0) - (1 - \eta)\zeta y_b(1) - \eta\zeta y_t(1) \quad (2.34)$$

$$z(\zeta, \eta) = (1 - \zeta)z_l\eta + \zeta z_r(\eta) + (1 - \eta)z_b(\zeta) + \eta z_t(\zeta) - (1 - \zeta)(1 - \eta)z_b(0) - (1 - \zeta)\eta z_t(0) - (1 - \eta)\zeta z_b(1) - \eta\zeta z_t(1) \quad (2.35)$$

Estas ecuaciones permiten calcular las coordenadas (x, y, z) de un punto en la malla en función de los parámetros ζ y η , proporcionando una representación precisa matemática de una malla de una superficie compleja 3D (Fig. 2.17), como lo son los álabes Francis.

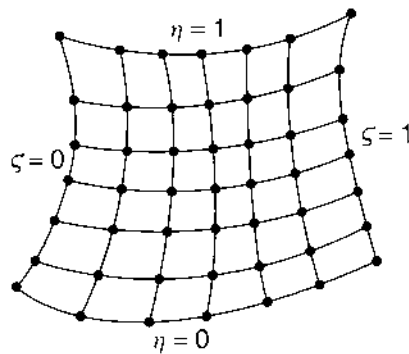


Figura 2.17: Mallado superficie; obtenido de [Farrashkhalvat and Miles (2003)].

2.5. CFD, metodología general de análisis numérico

“El punto de inicio de todo método numérico es el modelo matemático del fenómeno físico que se desea estudiar y que generalmente suele ser expresado en forma de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales o ecuaciones integro-diferenciales junto con las condiciones de contorno. En el caso de la CFD se utilizan las ecuaciones de Navier-Stokes o simplificaciones de las mismas dependiendo de la aplicación”, [Durán (2015)]. Esta herramienta computacional emplea métodos numéricos y algoritmos computacionales para analizar y resolver problemas relacionados con fenómenos físicos que involucran el flujo de fluidos. En términos simples y generales, se trata de simular y predecir numéricamente cómo se comporta un fluido en diferentes condiciones utilizando computadoras y modelos matemáticos preestablecidos en programas de libre acceso (OpenFOAM y Flowsquare) o comerciales (ANSYS, Autodesk CFD, Altair, SimScale, COMSOL, Simcenter, ParaView y SOLIDWORKS).

CFD se aplica en una amplia gama de industrias y disciplinas, que van desde la aerodinámica y la ingeniería automotriz hasta la biología y la geofísica, así como la investigación científica. Algunos ejemplos comunes de aplicaciones incluyen desde el diseño de aviones, automóviles y turbomaquinaria para mejorar su eficiencia aerodinámica, hasta la optimización y mejoramiento de procesos en la industria química.

El proceso general de CFD implica la creación de un modelo computacional del sistema o fenómeno que se estará estudiando, la discretización del DC en una malla tridimensional de elementos finitos o volúmenes finitos (dependiendo del tipo de estudio), la formulación y solución de las ecuaciones de conservación de masa, momentum y energía y, finalmente, la visualización e interpretación de los resultados numéricos que brinde el programa computacional tras el análisis numérico.

Los avances en la tecnología informática y el aumento del poder de procesamiento han

permitido que la CFD se convierta en una de las herramientas más indispensables en la ingeniería moderna, ya que proporciona una forma bastante rápida y económica de explorar diferentes diseños y condiciones de operación sin la necesidad de realizar costosos y difíciles experimentos físicos que, además alargan el proceso de la obtención del diseño final. No obstante, es importante destacar que la CFD requiere de un buen entendimiento de los principios de la física de fluidos, la realización de un proceso de verificación donde se establezcan los errores numéricos y una validación mediante la comparación con datos experimentales para garantizar la precisión y confiabilidad de los resultados numéricos obtenidos.

El proceso de análisis mediante CFD implica varias etapas fundamentales que se llevan a cabo para resolver problemas de flujo de fluidos. Dentro de estas etapas, se pueden destacar tres principales: pre-procesamiento, solución y post-procesamiento (Fig. 2.18).



Figura 2.18: Metodología de análisis mediante CFD.

2.5.1. Pre-procesamiento

En esta etapa inicial del proceso de simulación, se comienza con la discretización del espacio en programas computacionales especializados como puede ser ANSYS-ICEM®, ANSYS-GAMBIT®, ANSYS-TURBOGRID®, entre otros. Esto implica dividir la región de interés en pequeños volúmenes de control (en el caso de emplear ANSYS-FLUENT®) o elementos finitos (si se utiliza ANSYS-CFX®). Estas pequeñas geometrías interactúan entre sí para formar una malla interconectada, ya sea bidimensional o tridimensional. El objetivo principal de esta etapa es modelar la geometría a evaluar, creando así un DC que la represente. Este DC puede estar estructurado en bloques o multibloques, o una combinación de ambos. Además, se identifican las distintas superficies que componen el DC, como paredes, interfaces, etc., así como los bloques del DC que las comprenden, ya sean fluidos o cuerpos sólidos. Esta discretización facilita la representación del sistema y la aplicación de las ecuaciones de Navier-Stokes para la resolución numérica del fenómeno estudiado.

Posteriormente, en el pre-procesamiento, se inicia con la identificación de una serie de datos iniciales, que incluyen datos geométricos, tipos de frontera y condiciones de contorno y datos relevantes del fenómeno físico a estudiar. Estos datos se asignan a la geometría para definir las condiciones iniciales del problema, tales como temperaturas de pared, presiones, caudal másico a través de una superficie, tipo de fluidos, entre otros. El objetivo primordial en esta etapa es procesar todos los aspectos y condiciones iniciales del problema de manera que el solucionador, o programa computacional de cálculo numérico, no encuentre errores en el planteamiento del problema. Esto garantiza que el solucionador sea capaz de proporcionar una solución numérica precisa y confiable. Este paso es fundamental para asegurar la validez y precisión de los resultados obtenidos en una simulación numérica de CFD.

Mallas numéricas empleadas en CFD

En CFD, un DC puede ser definido como la representación lógica de una región donde ocurre un fenómeno causado por la interacción entre un flujo de fluidos y una estructura física.

Cuando se habla de la discretización del DC, se hace alusión a la división del CAD de la geometría original para la implementación de una malla numérica, también conocida simplemente como malla. Esta, a su vez, es una discretización del DC realizada por una serie de elementos más pequeños llamados elementos o celdas computacionales que, en el caso de mallas bidimensionales, serán triángulos y cuadriláteros, y en el caso de mallas tridimensionales, serán tetraedros, hexaedros, prismas o pirámides. Por lo tanto, una celda computacional es un subconjunto pequeño del DC en la cual se van a resolver de manera numérica las ecuaciones de Navier-Stokes y energía, calculando las propiedades del fluido dentro de esa pequeña región como la velocidad, la presión y la temperatura.

La resolución numérica del problema se realiza calculando numéricamente las interacciones entre las celdas computacionales vecinas de la malla empleada para el análisis de CFD. Visto de esta manera, la calidad de la malla numérica es fundamental para garantizar la precisión y la eficiencia de los programas computacionales empleados para este fin. Una malla de buena calidad y correcta densidad de celdas deberá ser capaz de capturar adecuadamente los detalles del flujo y minimizar los errores numéricos asociados con la discretización del DC. Para lograr esto, generalmente se buscan cumplir ciertos criterios y características en la malla como la uniformidad en la distribución de las celdas, la suavidad de las transiciones entre elementos, la relación de aspecto de los elementos y el ángulo de sesgo o conocido en el idioma inglés como "skew". Es importante destacar que los parámetros de calidad requeridos pueden variar dependiendo del método empleado para realizar la CFD.

La generación de mallas numéricas puede ser una tarea compleja y requiere herramien-

tas especializadas, por lo cual no se recomienda su programación mediante algoritmos para simulaciones numéricas, ya que esto aumentaría considerablemente el tiempo de realización de la misma. En cambio, se pueden utilizar diferentes programas especializados cuyas herramientas están destinadas a la obtención de mallas estructuradas, donde las celdas computacionales tienen formas regulares dispuestos de manera ordenadas y sistematizada, o la malla no estructurada, donde las celdas presentan formas y acomodos irregulares.

Malla numérica estructurada. Las celdas computacionales que componen este tipo de mallas se organizan de manera regular y ordenada siguiendo patrones en forma de estructura de cuadrícula, tal y como se ilustra en la Fig. 2.19. Esta regularidad facilita el almacenamiento y acceso a los datos, así como la implementación de algoritmos para su programación, lo cual las hace excelentes herramientas en procesos cíclicos donde se tenga que estar modificando constantemente el DC, como sucede en las optimizaciones numéricas.

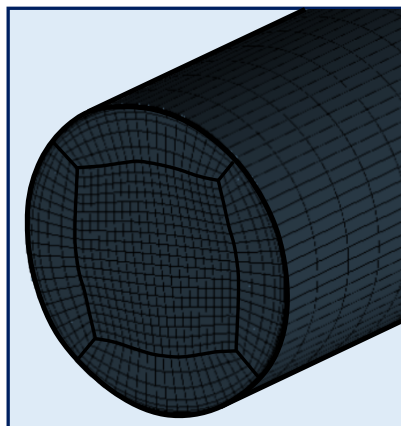


Figura 2.19: Malla numérica estructurada 3D.

Las características principales de una malla estructurada incluyen:

1. **Limitaciones en la flexibilidad.** A pesar de sus ventajas, las mallas estructuradas pueden tener dificultades para adaptarse a geometrías complejas. En estos casos, se requiere una inversión considerable de tiempo en la creación de una topología que permita implementar este tipo de mallas (esto respecto a si se desarrollase una malla no estructurada). Adicionalmente, la necesidad de mantener una estructura regular puede resultar en una representación deficiente de detalles finos o curvas complejas, lo que puede afectar la precisión de la simulación en dominios con geometrías complicadas.
2. **Forma regular de las celdas computacionales.** Los elementos de la malla estructurada, como hexaedros en tres dimensiones o cuadriláteros en dos dimensiones, tienen

formas regulares y se alinean en filas y columnas, siguiendo patrones regulares estructurados que se adaptan al DC discretizado.

3. **Topología.** La topología de un DC se puede entender como la estructura necesaria para dividir al dominio físico en multibloques que permitirán la correcta implementación de una malla estructurada (Fig. 2.20). Este enfoque permite que los nodos y las celdas computacionales de la malla se organicen en una cuadrícula, adaptándose de manera eficiente a las formas curvas o irregulares del DC.

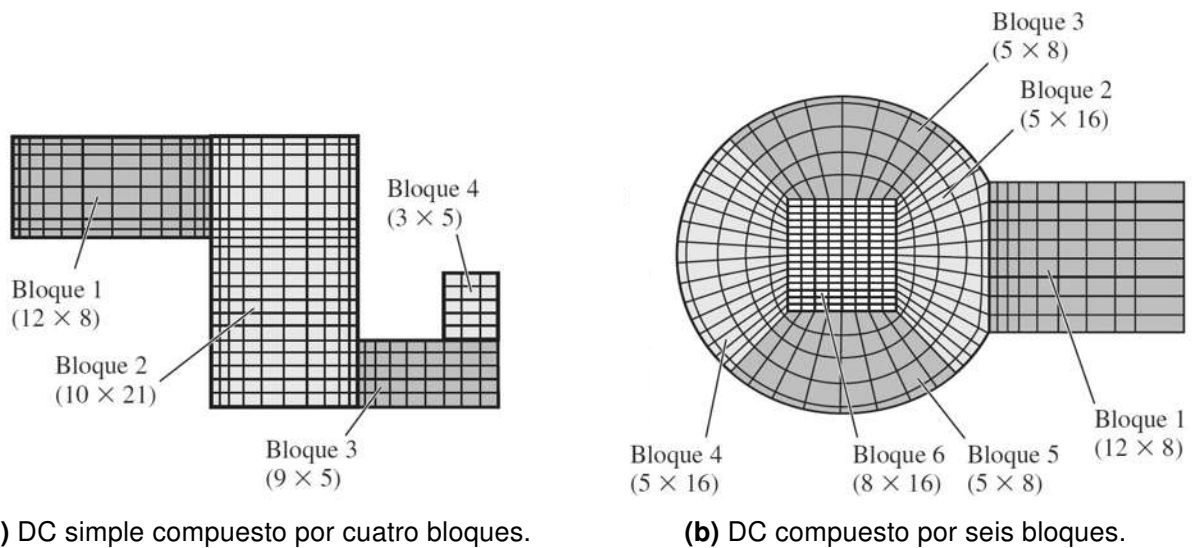


Figura 2.20: Mallas estructuradas 2D y sus topologías para la obtención de multibloques; obtenido de [Cengel and Cimbala (2015)].

4. **Facilidad en el almacenamiento y acceso a datos.** Debido a su estructura regular de las celdas computacionales, los datos de una malla estructurada pueden almacenarse en arreglos multidimensionales simples. Esto permite un acceso rápido y eficiente a los datos, lo cual es una gran ventaja para los cálculos numéricos que realizan los programas de CFD.
5. **Implementación simplificada de algoritmos numéricos.** La regularidad de la malla estructurada facilita la implementación de esquemas de diferencias finitas, volúmenes finitos y otros métodos numéricos. Los índices de los nodos y elementos pueden manejarse relativamente fácil si se desea programar una malla de este tipo.

Malla numérica no estructurada. Una malla numérica no estructurada es un tipo de malla donde las celdas computacionales que la componen no siguen una disposición regular ni or-

denada. Esta flexibilidad permite una mejor adaptación a geometrías complejas y la resolución de detalles finos en el dominio (Fig. 2.21).

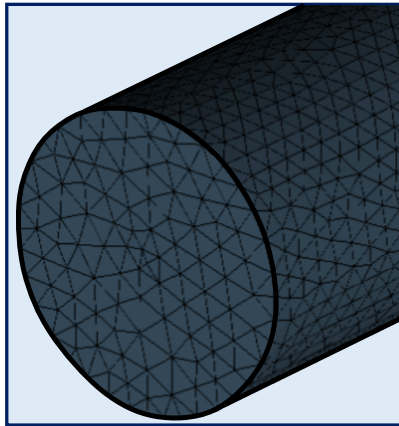


Figura 2.21: Malla numérica no estructurada 3D.

Las características principales de una malla no estructurada incluyen:

1. **Flexibilidad.** Este tipo de mallas suelen ser relativamente rápidas de desarrollar y ofrecen un alto grado de adaptabilidad a geometrías complicadas y características finas del dominio, como curvas, esquinas agudas y detalles pequeños. Esto permite una representación más precisa del DC en comparación con las mallas estructuradas. Esto se debe principalmente al tipo de las celdas empleadas para su elaboración. Generalmente, no se recomienda su uso en procesos de optimización, ya que no se suele tener un control total en su generación en procesos cíclicos.
2. **Forma irregular de los elementos.** Las celdas computacionales de una malla no estructurada presentan formas y tamaños irregulares que no siguen un patrón definido en su acomodo dentro del DC, como se muestra en la Fig. 2.22.
3. **Topología flexible.** En este tipo de mallas no se desarrollan topologías muy complejas lo que facilita el mallado, ya que los nodos y celdas de la malla no están organizados en una cuadrícula regular. Cada nodo puede tener un número variable de vecinos, permitiendo flexibilidad en la representación del DC. Por lo cual, la generación de este tipo de mallas suele ser de manera más directa en los programas computacionales especializados.
4. **Complicación en el almacenamiento y acceso a datos.** A diferencia de las mallas estructuradas, los datos en mallas no estructuradas no se pueden almacenar fácilmente en

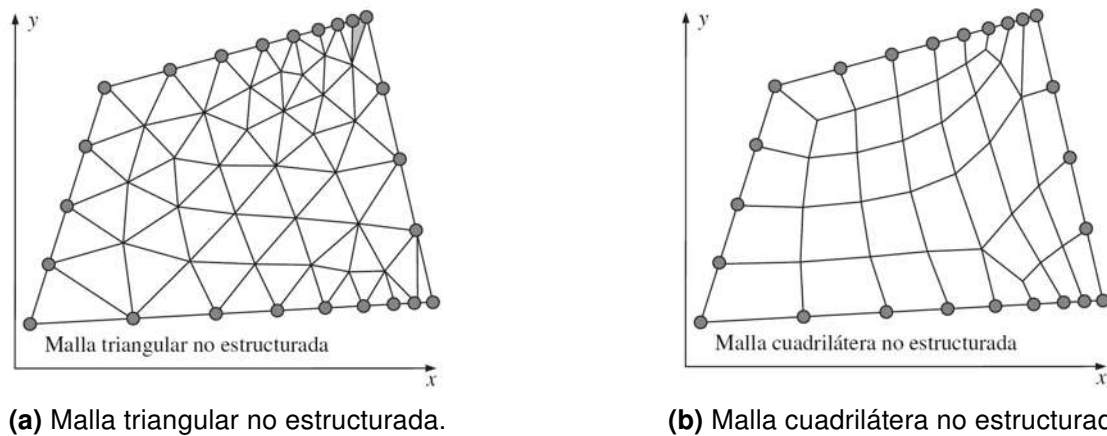


Figura 2.22: Mallas no estructuradas bidimensionales con nueve nodos y ocho intervalos en los lados superior e inferior, y cinco nodos y cuatro intervalos en los lados izquierdo y derecho del DC; obtenido de [Cengel and Cimbala (2015)].

arreglos multidimensionales simples. Esto requiere estructuras de datos más complejas para gestionar las conexiones entre nodos y celdas en una simulación de CFD.

5. **Implementación de algoritmos numéricos.** La irregularidad y aleatoriedad de las celdas de la malla no estructurada hacen más compleja la programación de algoritmos numéricos que las puedan generar de manera automatizada. Por ello, se requieren métodos de programación y estructuración de datos avanzados para manejar las conexiones y las relaciones entre celdas, lo que aumenta el grado de dificultad en el proceso de desarrollo, por lo que se recomienda más su implementación en programas especializados que las puedan generar de manera directa.

Malla numérica híbrida. Una malla híbrida es un tipo de malla numérica que combina las características tanto de una malla estructurada como de una no estructurada para discretizar un DC, por lo que puede contener elementos o celdas de malla estructurada, como hexaedros o cuadriláteros, en regiones donde la geometría es simple y regular, y elementos de malla no estructurada, como tetraedros o triángulos, en áreas con geometrías complejas o curvas, tal como se observa en la Fig. 2.23.

Según [García-Cuevas González et al. (2020)], en las mallas híbridas las interfaces entre los bloques del DC pueden clasificarse en dos tipos: conformes y no conformes. Las interfaces del tipo conforme se caracterizan porque las caras y los nodos de las celdas computacionales contiguas coinciden en ambos lados de la interfaz, como se ilustra en la Fig. 2.24a. Por otro lado, las interfaces no conformes se distinguen porque las caras y los nodos de las celdas

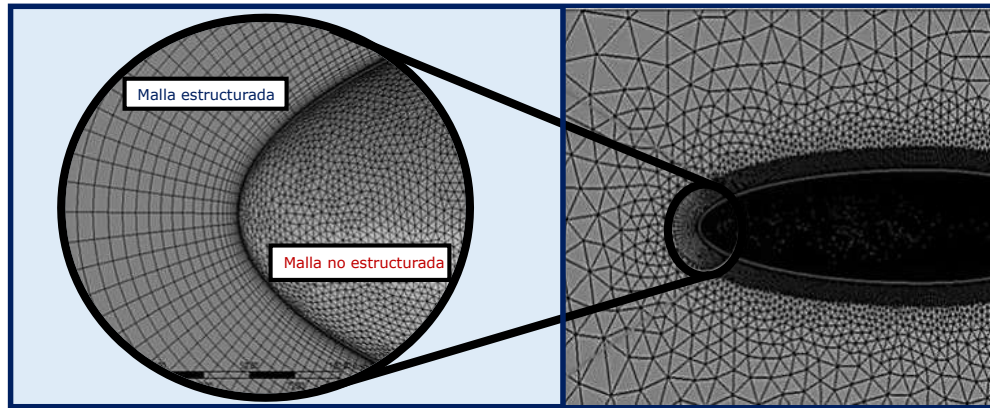


Figura 2.23: Malla numérica híbrida.

computacionales no coinciden en ambos lados de la interfaz (Fig. 2.24b), lo que requiere el uso de tipos de frontera llamadas “interfaces” para realizar la interpolación de la solución de flujos de un lado a otro de la interfaz al realizar el análisis de CFD.

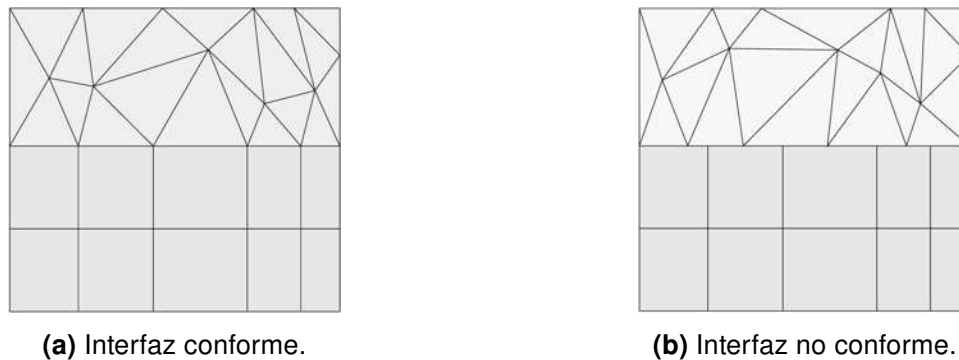


Figura 2.24: Interfaz conforme y no conforme entre bloques de mallado; obtenido de [García-Cuevas González et al. (2020)].

Las características principales de una malla híbrida incluyen:

1. **Flexibilidad y adaptabilidad.** Las mallas híbridas son especialmente útiles en simulaciones de DFC donde diferentes partes del DC tienen características geométricas diferentes, por lo cual es posible emplear combinaciones de mallas estructuradas y no estructuradas para generar una malla única. Por ejemplo, en la simulación del flujo alrededor de un automóvil, se pueden usar celdas estructuradas en las partes del dominio que representen el flujo libre del viento, lejos de las superficies del vehículo, ya que esta parte del DC es más simple en términos geométricos. En contraparte, se emplearían celdas computacionales no estructuradas alrededor de la carrocería del vehículo, donde la geometría es más compleja.

2. **Topología.** Generalmente, este tipo de mallas requieren de la creación de multibloques para su desarrollo, aunque no suelen emplearse topologías muy complejas debido a que en las zonas más complejas del DC las celdas no estructuradas se adaptan de manera precisa.
3. **Implementación de algoritmos numéricos.** El desarrollar un algoritmo que pueda generar de manera automática este tipo de mallas suele ser bastante complicado, debido al cambio de índices en los nodos de la malla al pasar de zonas con celdas estructuradas a no estructuradas, por lo que se considera son las mallas más difíciles de programar.

Capa límite y parámetro y^+

En palabras de [Gherardelli (2016)], se denomina capa límite a una región del flujo adyacente a una superficie sólida donde los efectos viscosos del fluido (τ) son significativos y, fuera de la capa límite, se puede considerar al flujo como ideal. Esta puede ser de tipo laminar, en transición o turbulenta, Fig.2.25. En la capa límite, la velocidad del fluido va aumentando desde cero en la superficie sólida hasta alcanzar la velocidad del flujo libre.

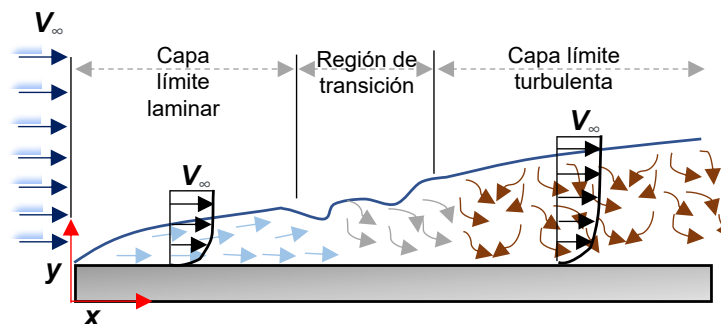


Figura 2.25: Desarrollo de capa límite sobre una placa plana.

La Fig. 2.26 ilustra el flujo alrededor de una placa plana paralela al flujo para diferentes valores del número de Reynolds. A medida que el número de Reynolds aumenta, se observa que la región en la que los efectos viscosos son significativos se reduce, disminuyendo así su influencia en el flujo exterior, lo que causa también una variación en el tamaño de la capa límite.

La capa límite juega un papel importante en el transporte de cantidad de movimiento y calor entre la superficie sólida y el flujo libre. La inclusión de celdas de malla destinadas a resolver numéricamente esta sección es esencial en simulaciones numéricas, ya que al in-

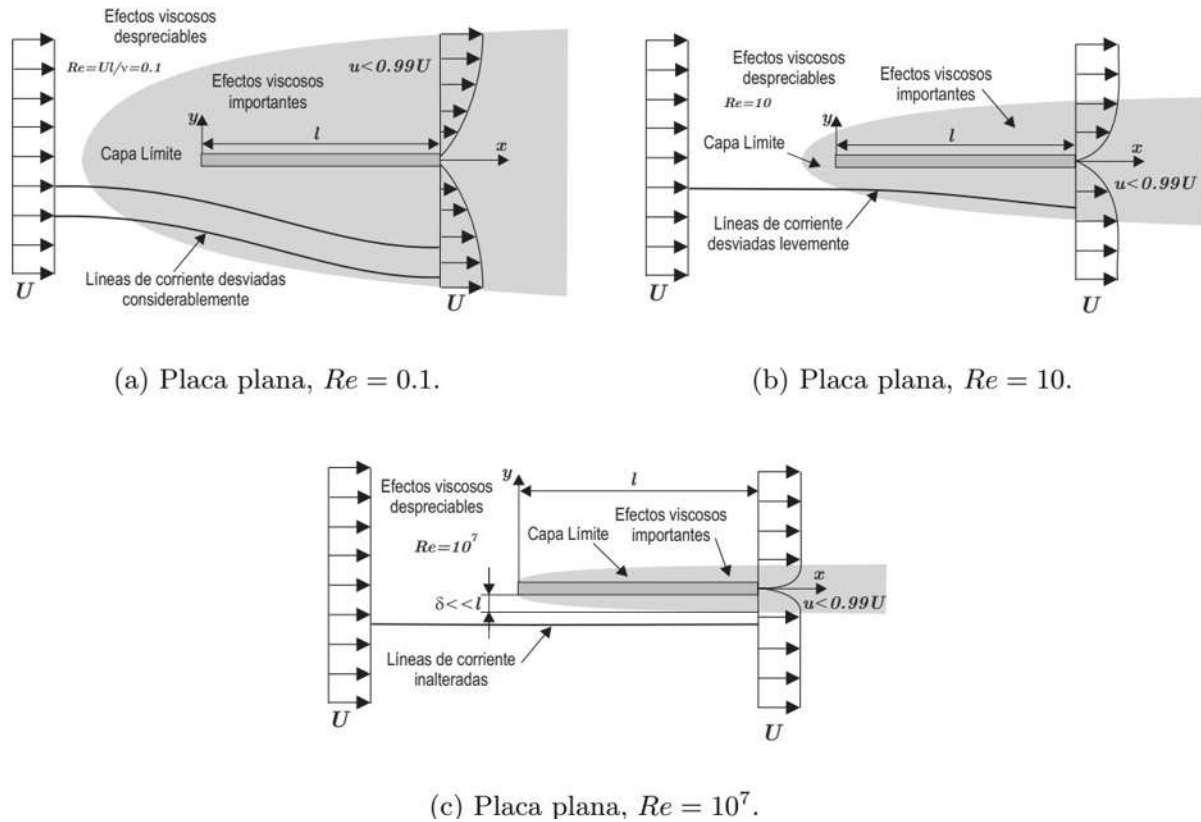


Figura 2.26: Flujo alrededor de una placa plana para diferentes números de Reynolds; obtenido de Gherardelli (2016)].

cluir esta región (Fig. 2.27), se asegura que los efectos viscosos se capturen con precisión en la simulación, lo que es crítico para obtener resultados precisos, especialmente cerca de superficies sólidas donde la viscosidad del fluido juega un papel determinante en el comportamiento del flujo. Además, la resolución adecuada de la capa límite es necesaria para evaluar su desprendimiento y capturar los gradientes de velocidad, presión y efectos turbulentos del flujo, lo que es fundamental para determinar la eficiencia de la geometría evaluada.

El parámetro y^+ (y-plus) es una medida adimensional utilizada para caracterizar la resolución de la capa límite en simulaciones numéricas, especialmente en análisis de dinámica de fluidos computacional (CFD). Se define como la distancia adimensional desde la superficie sólida hasta el punto donde la velocidad del flujo alcanza su valor máximo dividido por la viscosidad del fluido:

$$y^+ = \frac{y \cdot u_\tau}{\nu} \tag{2.36}$$

donde y es la distancia desde la superficie sólida hacia el fluido; u_τ es la velocidad de

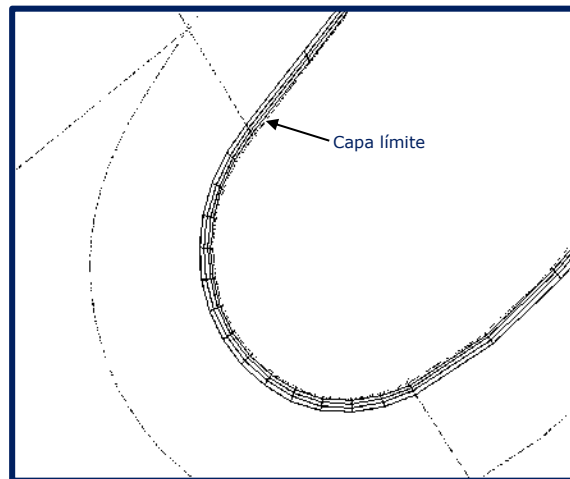


Figura 2.27: Malla estructurada con celdas concentradas cerca de las paredes de una ST de un álabe Francis para el cálculo numérico de la capa límite.

fricción en la pared (velocidad del flujo en la capa límite); y ν es la viscosidad cinemática del fluido.

El valor de y^+ es importante porque determina la resolución requerida para capturar correctamente los efectos viscosos en la capa límite. Se busca mantener y^+ en un rango adecuado para garantizar que los modelos de turbulencia y los efectos viscosos se capturen de manera precisa en la simulación. Un valor apropiado de y^+ puede variar dependiendo del tipo de flujo y del modelo de turbulencia utilizado.

Cabe destacar que ciertos modelos de turbulencia como lo es el $k - \omega$ SST (el cual se describe en la subsección 1.8.1 de este capítulo) no es necesario utilizar capa límite y se recomienda que el valor de y^+ sea lo más cercano posible a 1. Esto asegura que el primer nodo esté dentro de la subcapa viscosa ($y^+ \leq 5$), lo que es crítico para la precisión del modelo en predecir la capa límite.

2.5.2. Solución

Un correcto proceso de solución en el análisis de CFD es esencial para obtener resultados precisos y representativos del fenómeno estudiado. Este proceso varía según el programa computacional utilizado, y se pueden emplear diferentes técnicas de discretización de las leyes de conservación en cada una de las celdas de la malla como lo son volúmenes finitos, elementos finitos o diferencias finitas, tal como lo menciona [Ojeda et al. (2009)] .

En el **Método de Volúmenes Finitos (Finite Volume Method, FVM)**, el DC se divide en una malla para dar solución a un problema. En este caso las celdas de la malla se les cono-

ce como volúmenes finitos y, las ecuaciones de Navier-Stokes y energía, se integran sobre cada volumen de control con la finalidad de obtener ecuaciones algebraicas discretizadas. Esto permite resolver un sistema de ecuaciones algebraicas para encontrar los valores de las variables de flujo en los nodos de la malla. El FVM es especialmente útil para la solución de problemas con geometrías complejas con condiciones de contorno irregulares. Una característica adicional que presenta este método es la conservación local del flujo de una celda computacional a la celda vecina, lo que lo hace una herramienta relevante para dar solución a problemas donde el flujo de un fluido se predominante, como lo es en problemas de mecánica de fluidos.

El **Método de Diferencias Finitas (Finite Difference Method, FDM)**, discretiza el dominio en una malla de puntos y utiliza diferencias finitas para aproximar las derivadas parciales de las ecuaciones de flujo. Para ello, se resuelve un sistema de ecuaciones algebraicas resultante utilizando métodos numéricos. En la literatura se considera que fue el primer método diseñado para obtener soluciones numéricas de las ecuaciones diferenciales y suele ser bastante efectivo cuando se emplea con mallas estructuradas. A diferencia del FVM, el FDM es más comúnmente utilizado en problemas con geometrías regulares y condiciones de contorno simples, lo cual resulta en inconvenientes a la hora de calcular numéricamente la conservación de la masa y el momento.

En el **Método de Elementos Finitos (Finite Element Method, FEM)**, las ecuaciones diferenciales parciales que describen al fenómeno estudiado se convierten en su forma débil, lo cual se logra mediante su multiplicación por funciones de prueba o pesos y la integración sobre cada elemento finito de la malla. Para ello el DC se discretiza en una malla, cuyas celdas computacionales se les conoce como elementos finitos, donde en cada elemento la solución es aproximada de manera lineal, empleando para tal motivo los valores de la función en cada vértice de la celda computacional. Esta aproximación en cada nodo, se sustituye en la ecuación integral pesada. Finalmente, se impone en la derivada de la integral con respecto al valor en cada nodo del elemento sea cero, [Durán (2015)].

En otra explicación, [Lázaro Naranjo (1999)] expone que cada elemento de malla en un análisis de elementos finitos está definido por un conjunto de puntos llamados nodos, donde se especifican los valores de las variables de interés. Estos valores se determinan mediante técnicas de interpolación dentro de cada elemento. Luego, las ecuaciones diferenciales que describen el fenómeno se convierten en ecuaciones de elementos finitos. Esto se logra utilizando principios como el principio variacional o el método de residuos ponderados.

Las ecuaciones obtenidas son ecuaciones algebraicas que describen el comportamiento de cada elemento de manera individual. Posteriormente, estas ecuaciones se ensamblan para

formar un sistema global de ecuaciones. En este sistema global, se incorporan las condiciones de frontera y las condiciones iniciales, dependiendo del problema específico que se resuelva. Finalmente, este sistema global de ecuaciones algebraicas se resuelve para encontrar los valores de las variables en los nodos. Estos valores proporcionan una solución aproximada al problema original y se obtienen mediante técnicas numéricas adecuadas, como la eliminación gaussiana o métodos iterativos.

El FEM suele ser ampliamente utilizado en análisis estructurales, a diferencia de los dos métodos mencionados anteriormente, que se usan más en análisis de flujo de fluidos.

Cada método tiene sus propias características y aplicaciones específicas, y su elección dependerá del tipo de problema a resolver, el poder de cálculo computacional, la complejidad de la geometría y las condiciones de contorno, así como de las preferencias y experiencia previa del usuario que se tenga en el manejo de uno u otro.

FEM y FVM en CFD

El FEM es una poderosa herramienta computacional de análisis numérico que permite realizar aproximaciones cercanas a la realidad para resolver una amplia variedad de ecuaciones diferenciales presentes en problemas de ingeniería, física y matemáticas. Por lo consiguiente, La evaluación numérica de los modelos reconstruidos del rodete se llevó a cabo utilizando el programa computacional ANSYS-CFX®, reconocido por su eficacia en la resolución de problemas de CFD mediante el FEM y el FVM.

Estudios previos han validado la capacidad de ANSYS-CFX® para realizar simulaciones numéricas precisas en turbomaquinaria [Gogstad (2012), Ayancik et al. (2013) y Trivedi et al. (2016)]. ANSYS-CFX® ofrece una amplia gama de herramientas y funcionalidades que permiten modelar con precisión el comportamiento fluidodinámico en diversos tipos de turbomáquinas, incluidos los rodetes. La solución de las ecuaciones de Navier-Stokes se realiza de manera eficiente y precisa, lo que brinda resultados confiables para la evaluación y optimización del rendimiento de los componentes de turbinas hidráulicas.

Ecuaciones gobernantes. Las ecuaciones gobernantes del flujo en una turbina hidráulica se rigen por principios físicos expresados mediante ecuaciones de conservación en forma diferencial. Para un flujo tridimensional, viscoso, incompresible y estacionario en sistemas no inerciales, las ecuaciones de conservación de la masa y el momento se definen respectivamente por las ecuaciones (2.37) y (2.38):

$$\frac{\partial w_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.37)$$

$$\rho w_k \frac{\partial w_j}{\partial x_k} + \rho(\vec{a}_c + \vec{a}_n) = -\frac{\partial}{\partial x_j} (p^* \delta_{ij}) + \mu \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial w_j}{\partial x_i} + \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.38)$$

En la ecuación (2.38), se introducen las aceleraciones aparentes (asociadas con los campos de fuerza normales y de Coriolis) y la aceleración relativa misma en el canal hidráulico de álabe a álabe.

Donde: ρ es la densidad [kg/m^3]; w_i es la velocidad relativa [m/s]; p^* es la presión estática [Pa]; μ es la viscosidad dinámica [kg/ms]; $\vec{a}_c = 2\vec{\omega} \times \vec{w}$ es la aceleración de Coriolis [m/s^2]; y $\vec{a}_n = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$ es la aceleración normal [m/s^2].

En el FVM se integra la ecuación (2.38) y, a través del Teorema de la Divergencia de Gauss, es posible transformar los operadores de divergencia y gradiente en una integral de superficie. Por lo tanto, el método satisface el principio de conservación del volumen de control diferencial.

Para la determinación de las ecuaciones de Navier-Stokes de Reynolds promediadas (ecuaciones RANS) para flujo incompresible, el sistema de ecuaciones (2.37) y (2.38) se descompone en un valor promedio y una componente de fluctuación temporal $w(t) = \bar{w} + w'(t)$. Así, para un fluido estacionario, incompresible y newtoniano, se puede obtener la ecuación de Reynolds en notación de Einstein en coordenadas cartesianas:

$$\rho \bar{w}_k \frac{\partial \bar{w}_j}{\partial x_k} + \rho (\vec{a}'_c + \vec{a}'_n) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-p^* \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial \bar{w}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{w}_i}{\partial x_j} \right) - \rho \bar{w}_i' \bar{w}_j' \right) \quad (2.39)$$

El tensor de Reynolds puede ser modelado utilizando la hipótesis de Boussinesq, que se representa como una función de la viscosidad turbulenta μ_T , (ecuación (2.40)).

$$-\rho \bar{w}_i' \bar{w}_j' = \mu_T \left(\frac{\partial \bar{w}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{w}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (2.40)$$

Donde k es la energía cinética turbulenta por unidad de masa, δ_{ij} es el operador Delta de Kronecker y μ_T es la viscosidad turbulenta.

Los códigos comerciales numéricos de CFD, como ANSYS-FLUENT®, son excelentes herramientas que comúnmente utilizan modelos de turbulencia de dos ecuaciones para determinar la viscosidad turbulenta μ_T en la solución de las ecuaciones RANS.

Dentro del análisis numérico de turbinas Francis, el modelo $k - \omega$ SST (Shear Stress

Transport), ha demostrado una consistente concordancia entre las mediciones y los cálculos numéricos, especialmente en flujos con separación de capa límite bajo gradientes de presión adversos en estado estacionario, según lo corroboran [Ayli et al. (2016), Chen et al. (2016) y Trivedi et al. (2013)].

El modelo de turbulencia $k - \omega$ SST es un modelo de viscosidad de remolinos de dos ecuaciones, que integra y combina dos modelos ampliamente difundidos y robustos, los modelos $k - \varepsilon$ y $k - \omega$. El modelo $k - \omega$ fue propuesto por [Wilcox (1988), Wilcox (1993), Menter (1994)], en este modelo el término de disipación se calcula en función de la vorticidad y utiliza la frecuencia de turbulencia $\omega = \frac{\varepsilon}{k}$ y la escala de longitud definida por $l = \frac{\sqrt{k}}{\omega} = \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\varepsilon}$.

Así, las ecuaciones k y ω de [Menter (1994)] están representadas por:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \bar{w}_j \frac{\partial(\rho k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P - \beta' \rho k \omega \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \bar{w}_j \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ + \rho \gamma \frac{P}{\mu_T} - \beta \rho \omega^2 + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} & \end{aligned} \quad (2.42)$$

y P esta definido por:

$$P = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (2.43)$$

En las ecuaciones anteriores, τ_{ij} es el tensor de Reynolds; \bar{w}_j representa las componentes de velocidad [m/s]; μ es la viscosidad turbulenta [m^2/s]; μ_T es la viscosidad turbulenta eddy [m^2/s]; F_1 es el término de la función de mezcla; P es el término de producción de energía cinética turbulenta; α , $\beta' = 0.09$, $\beta = 0.075$, $\sigma_k = 0.5$, $\sigma_\omega = 0.5$, $\sigma_{k2} = 1.0$, $\sigma_{\omega 2} = 0.856$ y $\gamma = 0.44$ son constantes empíricas de los modelos de turbulencia.

Cabe destacar que, el modelo $k - \varepsilon$ no es apropiado en flujos cerca de la pared con gradientes de presión adversos, además, requiere refinamientos de malla más grandes cerca de la pared. Mientras que el modelo $k - \omega$ presenta inestabilidades en el flujo lejos de la pared, su consistencia se reduce en estas regiones. Por lo tanto, el modelo $k - \omega$ SST utiliza el modelo $k - \varepsilon$ en la región libre y el modelo $k - \omega$ en las regiones de capa límite, mediante funciones de mezcla. El valor de la función cambia en el rango de cero (en regiones lejos de la pared), hasta uno (cerca de la pared), haciendo que la transición entre los dos modelos sea automática, reduciendo la posibilidad de errores numéricos. Estas características hacen que

el modelo $k - \omega$ SST sea más preciso y confiable para flujos con separación de capa límite en presencia de un gradiente de presión adverso en estado estacionario.

En cuanto al FEM, las ecuaciones de Navier-Stokes se deben obtener en su forma débil, lo cual se logra mediante la multiplicación de las ecuaciones diferenciales parciales originales por funciones de prueba y la integración sobre el dominio del problema. Esto da como resultado un conjunto de ecuaciones integrales que gobiernan el comportamiento del fluido de una manera más suave que las ecuaciones diferenciales originales, [Solís (1998)].

Para el caso de un flujo incompresible, estacionario y viscoso, las ecuaciones de Navier-Stokes en su forma débil se expresan de la siguiente manera:

$$\int_{\Omega} \rho \vec{u} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} \cdot \vec{v} dV + \int_{\Omega} \mu \nabla \vec{u} : \nabla \vec{v} dV + \int_{\Omega} \nabla p \cdot \vec{v} dV \quad (2.44)$$

$$= \int_{\Omega} \vec{f} \cdot \vec{v} dV + \int_{\Gamma} \vec{t} \cdot \vec{v} dA \quad (2.45)$$

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot \vec{u} \cdot q dV = 0 \quad (2.46)$$

donde: Ω representa el dominio del problema; ρ es la densidad del fluido; \vec{u} es el vector de velocidad del fluido; p es la presión; μ es la viscosidad dinámica del fluido; \vec{f} son las fuerzas volumétricas aplicadas al fluido; \vec{t} son las condiciones de contorno o fuerzas externas aplicadas sobre la frontera; \vec{v} es una función de prueba; ∇ es el operador de divergencia, y q es una función de prueba para la incompresibilidad.

Para el modelo $k-\omega$ SST, las ecuaciones adicionales para la energía cinética turbulenta (k) y la disipación turbulenta (ω) se integran en las ecuaciones de Navier-Stokes. Estas ecuaciones adicionales se resuelven junto con las ecuaciones de cantidad de movimiento y continuidad para capturar los efectos de la turbulencia en el flujo.

Una vez que se discretizan todas las ecuaciones y se aplican las condiciones de contorno adecuadas, se obtiene un sistema de ecuaciones algebraicas que representa el problema. Este sistema de ecuaciones se resuelve utilizando métodos numéricos, como la eliminación gaussiana, la factorización LU o métodos iterativos como el método del gradiente conjugado. La solución numérica proporciona los valores de las variables de flujo en cada nodo de la malla, lo que permite visualizar y analizar el comportamiento del flujo en el dominio del problema. turbulencia, para obtener información sobre el comportamiento del flujo en el dominio del problema.

2.5.3. Post-procesamiento

En la etapa final del proceso, se lleva a cabo el análisis y la visualización de los resultados numéricos obtenidos a partir de las simulaciones de CFD. Este análisis incluye la generación de gráficos y la evaluación de variables de interés para comprender el comportamiento del flujo en el sistema estudiado. La visualización puede realizarse mediante diversos elementos, como mapas de contorno, vectores de velocidad, líneas de corriente y otras representaciones gráficas que permiten interpretar y comunicar efectivamente los hallazgos.

Para asegurar la integridad de la simulación numérica, es esencial realizar la verificación del modelo de DFC, lo cual implica identificar y cuantificar los errores numéricos asociados al método de solución y la discretización de la malla, entre otros aspectos. Además, es importante validar la solución numérica obtenida comparándola con datos experimentales disponibles o modelos teóricos establecidos.

2.6. Verificación y validación del DC

La verificación es el proceso de cuantificar los errores numéricos que se presentan cuando las Ecuaciones Diferenciales Parciales (EDPs) se discretizan y se resuelven mediante un método numérico. [Roy and Oberkampf (2016)] establecen tres tipos de errores que conforman a los errores numéricos en una simulación de CFD:

- **Errores de redondeo de la computadora.** Este tipo de errores son causados porque solamente se puede usar un número finito de cifras significativas en una computadora. Sin embargo, estos errores suelen ser bastante pequeños y se pueden reducir cambiando en el programa computacional a esquemas de discretización simple a esquemas de segundo orden, lo cual aumentará el tiempo de procesamiento.
- **Error iterativo.** Se trata del error presente entre la simulación numérica en una iteración particular y la solución que se obtendría si el proceso iterativo continuase hasta converger.
- **Errores de discretización.** El error de discretización puede ser definido como el valor de la diferencia entre la solución exacta de las PDEs que gobiernan el fenómeno de flujo de fluidos y la solución obtenida mediante la discretización de las ecuaciones, [Jouanny and Passarella (2014)]. La evaluación de la convergencia de malla es un método sencillo y efectivo para determinar el error de discretización generado una simulación de CFD,

el cual se debe al método numérico empleado en la solución del problema analizado, la resolución de la malla y las condiciones de contorno.

A su vez, la validación implica comparar los resultados numéricos con datos experimentales con la finalidad de que establezca de manera precisa si el modelo de CFD es capaz de predecir el fenómeno físico estudiado, lo que ayuda en gran medida a identificar posibles discrepancias que puedan requerir ajustes en los parámetros de la simulación, que van desde el modelo de turbulencia empleado hasta los esquemas segregados como SIMPLE, SIMPLEC y PISO en ANSYS_FLUENT®.

2.6.1. Estudio de convergencia de malla

Actualmente, se sabe que un análisis de CFD adecuado proporcionará un resultado que se aproximará al valor numérico real, esto a medida que la densidad de la malla se incrementa hasta un número infinito de celdas computacionales. De este modo, las ecuaciones discretizadas en el programa computacional que gobiernan el fenómeno, se acercarán considerablemente a la solución de las ecuaciones de conservación. Sin embargo, hasta hace unos cuantos años, uno de los principales desafíos en las simulaciones numéricas de CFD había sido determinar el nivel adecuado de resolución de malla empleada.

Para estimar el error de discretización y, al mismo tiempo poder establecer cómo afecta la resolución de la malla a la solución final, se deberá comenzar con la evaluación de CFD empleando una malla con una densidad inicial y luego se realizará una serie de refinamientos para aumentar el número de celdas computacionales, Fig. 2.28. Este proceso, conocido en el ámbito de CFD como un estudio de refinamiento de malla, es esencial para garantizar la precisión de los resultados numéricos en las simulaciones numéricas y lograr capturar gradientes y detalles más finos en el DC.

Cabe destacar que, el refinamiento de la malla no solo mejora la representación del DC, especialmente cuando este contiene superficies complejas o multibloques, sino que también permite una mejor resolución permite una obtención precisa las características del flujo, lográndose capturar de mejor manera gradientes y detalles del fenómeno de manera más fina en el DC tras el post-procesamiento. Además, a medida que se disminuyen los tamaños de las celdas de la malla, los errores de discretización espacial deberían tender a cero, excluyendo el error de redondeo inherente a los cálculos computacionales.

Un estudio de convergencia de malla es esencial en procesos cíclicos de optimización de fluidos que requieran de múltiples simulaciones numéricas para lograr el mejoramiento de una geometría parametrizada. En tales casos, resulta bastante útil emplear una gruesa para redu-

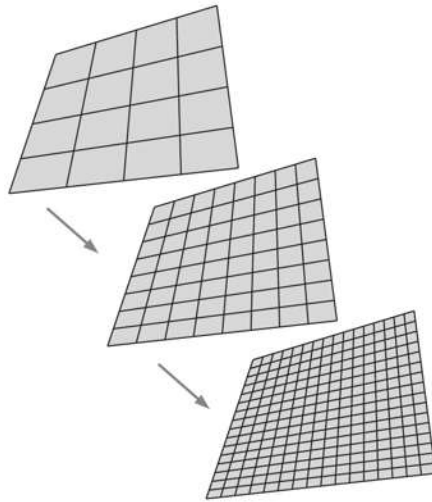


Figura 2.28: Refinamiento de una malla estructurada del tipo conforme para un mismo DC; obtenido de [Cengel and Cimbala (2015)].

cir el tiempo de cálculo y el uso de recursos computacionales. No obstante, es indispensable determinar y cuantificar el error en esta malla con poco refinamiento para garantizar que los resultados generados durante en el proceso de optimización se basen en datos controlados.

Los métodos para analizar la convergencia de malla espacial en simulaciones CFD se describen en el libro de [Roache (1994)], los cuales se basan principalmente en la extrapolación de Richardson. A continuación, se describe de manera resumida el proceso de estimación de errores numéricos debido al refinamiento de malla descrito en el portal de la [NASA (2021)].

Orden de convergencia de la malla

El orden de convergencia de la malla implica el comportamiento del error de la solución definido como la diferencia entre la solución discreta y la solución exacta,

$$E = f(h) - f_{exacta} = Ch^p + H.O.T \quad (2.47)$$

donde C es una constante, h es una medida del espaciado de la malla, y p es el orden de convergencia. Una solución de segundo orden tendría $p = 2$.

Un código CFD utiliza un algoritmo numérico que proporcionará un orden teórico de convergencia; sin embargo, las condiciones de contorno, los modelos numéricos y la malla reducirán este orden de manera que el orden de convergencia observado probablemente será menor.

Empelando los términos de orden superior y tomando el logaritmo de ambos lados de la

ecuación anterior, se obtiene:

$$\log(E) = \log(C) + p \log(h) \quad (2.48)$$

El orden de convergencia p se puede obtener a partir de la pendiente de la curva de $\log(E)$ contra $\log(h)$. Si se dispone de tales puntos de datos, la pendiente se puede leer del gráfico o se puede calcular la pendiente a partir de un ajuste por mínimos cuadrados de los datos. El ajuste por mínimos cuadrados probablemente será inexacto si solo hay unos pocos puntos de datos.

Una evaluación más directa de p se puede obtener a partir de tres soluciones utilizando una razón de refinamiento de malla constante r ,

$$p = \frac{\ln\left(\frac{f_3 - f_2}{f_2 - f_1}\right)}{\ln(r)} \quad (2.49)$$

El orden de precisión está determinado por el orden del término principal del error de truncamiento y se representa con respecto a la escala de la discretización, h .

Rango asintótico de convergencia

Evaluar la precisión del código y los cálculos requiere que la malla esté suficientemente refinada para que la solución esté en el rango asintótico de convergencia. El rango asintótico de convergencia se obtiene cuando el espaciado de la malla es tal que los diversos espaciados de malla h y errores E resultan en la constancia de C :

$$C = \frac{E}{h^p} \quad (2.50)$$

Extrapolación de Richardson

La extrapolación de Richardson es un método ampliamente utilizado para obtener una estimación de orden superior del valor en el continuo (valor con espaciado de malla cero) a partir de una serie de valores discretos de orden inferior. Una simulación proporcionará una cantidad f que se puede expresar en una forma general mediante la expansión en serie:

$$f = f_{h=0} + g_1 h + g_2 h^2 + g_3 h^3 + \dots \quad (2.51)$$

donde h es el espaciado de la malla y las funciones g_1, g_2 y g_3 son independientes del espaciado de la malla. La cantidad f se considera de segundo orden si $g_1 = 0.0$. El $f_{h=0}$ es el

valor en el continuo con espaciado de malla cero.

Si se asume una solución de segundo orden y se ha calculado f en dos mallas con espaciados h_1 y h_2 , donde h_1 es el espaciado más fino (menor), se pueden escribir dos ecuaciones para la expansión anterior, ignorar los términos de tercer orden y superiores, y resolver para $f_{h=0}$ para estimar el valor en el continuo:

$$f_{h=0} \cong f_1 + \frac{f_1 - f_2}{r_2 - 1} \quad (2.52)$$

donde la razón de refinamiento de la malla es:

$$r = \frac{h_2}{h_1} \quad (2.53)$$

La extrapolación de Richardson se puede generalizar para métodos de orden p y un valor r de la razón de la malla (que no tiene que ser un entero) como:

$$f_{h=0} \cong f_1 + \frac{f_1 - f_2}{r^p - 1} \quad (2.54)$$

Tradicionalmente, la extrapolación de Richardson se ha utilizado con razones de refinamiento de malla de $r = 2$. Así, la ecuación anterior se simplifica a:

$$f_{h=0} \cong \frac{4}{3}f_1 - \frac{1}{3}f_2 \quad (2.55)$$

En teoría, las ecuaciones anteriores para la extrapolación de Richardson proporcionarán una estimación de cuarto orden de $f_{h=0}$, si f_1 y f_2 fueron calculados utilizando métodos exactamente de segundo orden. De lo contrario, será una estimación de tercer orden. En general, se considera que $f_{h=0}$ tiene una precisión de orden $p + 1$. La extrapolación de Richardson se puede aplicar para la solución en cada celda de la malla, o para funcionales de la solución, como la recuperación de presión o el arrastre. Esto asume que la solución es globalmente de segundo orden además de ser localmente de segundo orden y que los funcionales de la solución fueron calculados usando métodos de segundo orden consistentes.

Para estos propósitos, se asume que f es un funcional de la solución (es decir, la recuperación de presión). Entonces, $f_{h=0}$ es una estimación de f en el límite cuando el espaciado de la malla tiende a cero. Un uso de $f_{h=0}$ es reportar el valor como una estimación mejorada de f_1 del estudio CFD; sin embargo, se deben entender las advertencias mencionadas anteriormente que acompañan a ese valor.

Otro uso de $f_{h=0}$ es obtener una estimación del error de discretización que acota f obtenido del CFD. Este uso se examinará a continuación.

La diferencia entre f_1 y $f_{h=0}$ es un estimador de error; sin embargo, esto requiere considerar las advertencias adjuntas a $f_{h=0}$.

Se centrará en usar f_1 y f_2 para obtener una estimación del error. Examinando la ecuación generalizada de la extrapolación de Richardson anterior, el segundo término en el lado derecho se puede considerar como un estimador de error de f_1 . La ecuación se puede expresar como:

$$A_1 = E_1 + O(h^{p+1}, E_1^2) \quad (2.56)$$

donde A_1 es el error fraccional real definido como:

$$A_1 = \frac{f_1 - f_{h=0}}{f_{h=0}} \quad (2.57)$$

y E_1 es el error fraccional estimado para f_1 definido como:

$$E_1 = \frac{\varepsilon}{r^p - 1} \quad (2.58)$$

donde el error relativo se define como:

$$\varepsilon = \frac{f_2 - f_1}{f_1} \quad (2.59)$$

Esta cantidad no debe usarse como un estimador de error ya que no toma en cuenta r o p . Esto puede llevar a una subestimación o sobreestimación del error. Se podría hacer que esta cantidad sea artificialmente pequeña simplemente usando una razón de refinamiento de malla r cercana a 1.0.

El error fraccional estimado E_1 es un estimador de error ordenado y una buena aproximación del error de discretización en la malla fina si f_1 y f_2 se obtuvieron con buena precisión (es decir, $E_1 \leq 1$). El valor de E_1 puede no tener sentido si f_1 y $f_{h=0}$ son cero o muy pequeños en relación con $f_2 - f_1$. Si este es el caso, entonces se debe usar otro valor de normalización en lugar de f_1 .

Si se van a realizar un gran número de cálculos CFD (es decir, para un estudio de optimización numérica), se puede desear usar la malla más gruesa con h_2 . Se querrá entonces estimar el error en la malla más gruesa. La extrapolación de Richardson se puede expresar como:

$$f_{h=0} \cong f_2 + \frac{(f_1 - f_2)r^p}{r_p - 1} \quad (2.60)$$

El error fraccional estimado para f_2 se define como:

$$E_2 = \frac{\varepsilon r^p}{r^p - 1} \quad (2.61)$$

La extrapolación de Richardson se basa en una representación de la serie de Taylor como se indica en la ecuación anterior.

Índice de Convergencia de Malla (Grid Convergence Index, GCI)

Es importante distinguir entre un resultado numérico que se aproxima a un valor numérico en la curva asintótica de convergencia y un valor que se acerca a la solución verdadera del fenómeno físico estudiado. A medida que se refina la malla, es de esperarse que la solución calculada no varíe de manera significativa y se aproxime a un valor asintótico, es decir, la solución numérica real. No obstante, es importante tener en cuenta que aún puede existir un error entre este valor asintótico y la verdadera solución física. Para abordar este problema, [Roache (1994)] sugiere utilizar el GCI como una herramienta consistente empleada para informar los resultados de los estudios de convergencia de malla y proporcionar un margen de error estimado de manera confiable.

El GCI, es un método ampliamente utilizado en análisis de CFD, destacando los trabajos [Aguirre et al. (2019), Botan et al. (2021), Celik et al. (2008) y Kwaśniewski (2013)], y se basa en la estimación de error de refinamiento de malla derivado de la teoría de la extrapolación generalizada de Richardson. A grandes rasgos, este índice mide el porcentaje en que el valor calculado en una simulación se desvía del valor numérico asintótico, mostrando cuánto cambiaría la solución con un mayor refinamiento de la malla.

Aunque el GCI se puede calcular con dos niveles de malla, resulta más conveniente y recomendable emplear tres niveles para estimar con precisión el orden de convergencia y verificar que las soluciones estén efectivamente dentro del rango asintótico de convergencia, donde un valor pequeño de GCI indicaría que el cálculo numérico está dentro de dicho rango. El GCI en la malla fina se calcula a partir de:

$$GCI_{Fina} = \frac{F_s |\varepsilon|}{(r^p - 1)} \quad (2.62)$$

donde F_s es un factor de seguridad, el cual se recomienda sea $F_s = 3.0$ para comparaciones entre dos mallas y $F_s = 1.25$ para comparaciones entre tres o más mallas. El factor de seguridad más alto se recomienda para fines de reporte y es bastante conservador respecto a los errores reales.

Cuando una actividad de análisis CFD involucra muchas simulaciones numéricas, como

una optimización numérica, puede ser conveniente usar la malla más gruesa h_2 . En estos casos es necesario cuantificar el error para la malla más gruesa. El GCI para la malla más gruesa se define como:

$$GCI_{Gruesa} = \frac{F_s |\varepsilon| r^p}{(r^p - 1)} \quad (2.63)$$

Es importante que cada nivel de malla proporcione soluciones que estén en el rango asintótico de convergencia para la solución calculada. Esto se puede verificar observando dos valores de GCI calculados sobre tres mallas:

$$GCI_{23} = r^p GCI_{12} \quad (2.64)$$

Resolución de malla requerida. Si se conoce un nivel de precisión deseado y se tienen disponibles los resultados del estudio de resolución de malla, entonces se puede estimar la resolución de la malla requerida para alcanzar el nivel de precisión deseado a partir de:

$$r^* = \left(\frac{GCI^*}{GCI_{23}} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.65)$$

Refinamiento de coordenadas independientes y métodos de orden mixto. La proporción de refinamiento de malla asume que la proporción de refinamiento r se aplica de manera igual en todas las direcciones de coordenadas (i, j, k) para soluciones en estado estacionario, así como también para el tiempo t en soluciones dependientes del tiempo. Si esto no es el caso, entonces los índices de convergencia de malla pueden calcularse independientemente para cada dirección y luego sumarse para dar el índice de convergencia de malla general.

$$GCI = GCI_t + GCI_x + GCI_y + GCI_z + \dots \quad (2.66)$$

Relación efectiva de refinamiento de la malla. Si se genera una malla más fina o más gruesa y no se está seguro del valor de la relación efectiva de refinamiento de la malla a utilizar, se puede calcular una relación de la siguiente manera:

$$r^* = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^{\frac{1}{D}} \quad (2.67)$$

Donde N es el número total de celdas computacionales de la malla y D es la dimensión del DC.

Capítulo 3

Objeto de Estudio

En este capítulo se presenta una recopilación de los datos disponibles sobre los componentes de cada turbina empleada en la presente investigación. Esto proporciona una comprensión analítica de su diseño y funcionamiento. Se profundiza especialmente en los datos experimentales obtenidos bajo diversas condiciones operativas y en distintos puntos de funcionamiento. Esta recopilación de información técnica permitió obtener una visión integral del rendimiento y la eficiencia de cada máquina. Además, la información obtenida en este capítulo constituye una base sólida para validar mediante datos experimentales las simulaciones de CFD, las cuales nos permitirán comparar los modelos reconstruidos de álabe respecto a modelos originales o nominales.

3.1. Turbina Francis 99

Francis 99 es el nombre dado a los tres talleres desarrollados en colaboración entre las universidades noruegas Norwegian University of Science and Technology (NTNU) y Luleå University of Technology (LTU). Estos talleres no solo representan una iniciativa conjunta, sino que también se destacan por proporcionar un acceso abierto al diseño y a los datos experimentales de una turbina Francis específica. El objetivo principal fue crear un caso de estudio que sirviera como foco de análisis tecnológico y contribuyera a la generación de conocimiento dentro de la comunidad científica. La turbina en cuestión se basa en una geometría reducida a escala 1:5.1 de las turbinas operativas en la central hidroeléctrica Tokke en Noruega. Este modelo fue meticulosamente rediseñado y sometido a investigaciones experimentales en el Laboratorio de Energía Hidráulica de la NTNU (Fig. 3.1), agregando así credibilidad y relevancia a los datos que se presentan a continuación.



Figura 3.1: Laboratorio de energía hidráulica de la NTNU; obtenido de [Centre (2016)].

Las mediciones experimentales de la turbina Tokke provienen de la instrumentación de la máquina, que está instalada en un banco de pruebas detallado en la Fig. 3.2. En términos generales, el sistema opera bombeando una cantidad sustancial de agua desde un tanque ubicado “aguas arriba”. Este proceso se logra gracias a un sistema de bombeo potente compuesto por dos bombas conectadas en serie. Estas bombas generan las condiciones necesarias para alcanzar un caudal y una presión que superan los 100 metros de altura de caída. Después, el fluido se hace pasar a través de una válvula en una tubería que conecta directamente el tanque superior con la turbina. Una vez que el fluido pasa por la turbina y acciona el rodete, se libera hacia un tanque “aguas abajo” a través del tubo de aspiración. Finalmente, el agua se recircula de nuevo al tanque “aguas arriba” para iniciar el ciclo nuevamente y mantener la turbina en constante funcionamiento.

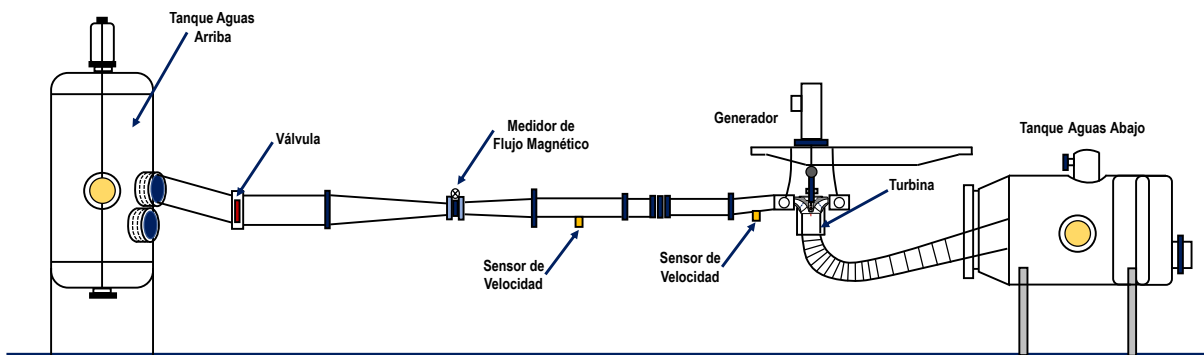


Figura 3.2: Banco de pruebas de la turbina Francis 99.

3.1.1. Componentes de la turbina Francis 99

Para fines de investigación científica, se han proporcionados planos detallados de los componentes de la turbina Francis 99 en formato .pdf, junto con las geometrías correspondientes y

sus respectivas mallas numéricas en diversos formatos computacionales. La geometría completa del rodete está disponible en formato .IGS, como se ilustra en la Fig. 3.3. Este formato es compatible con varios programas CAD y herramientas de mallado numérico, facilitando así el análisis y la simulación numérico de la turbina.

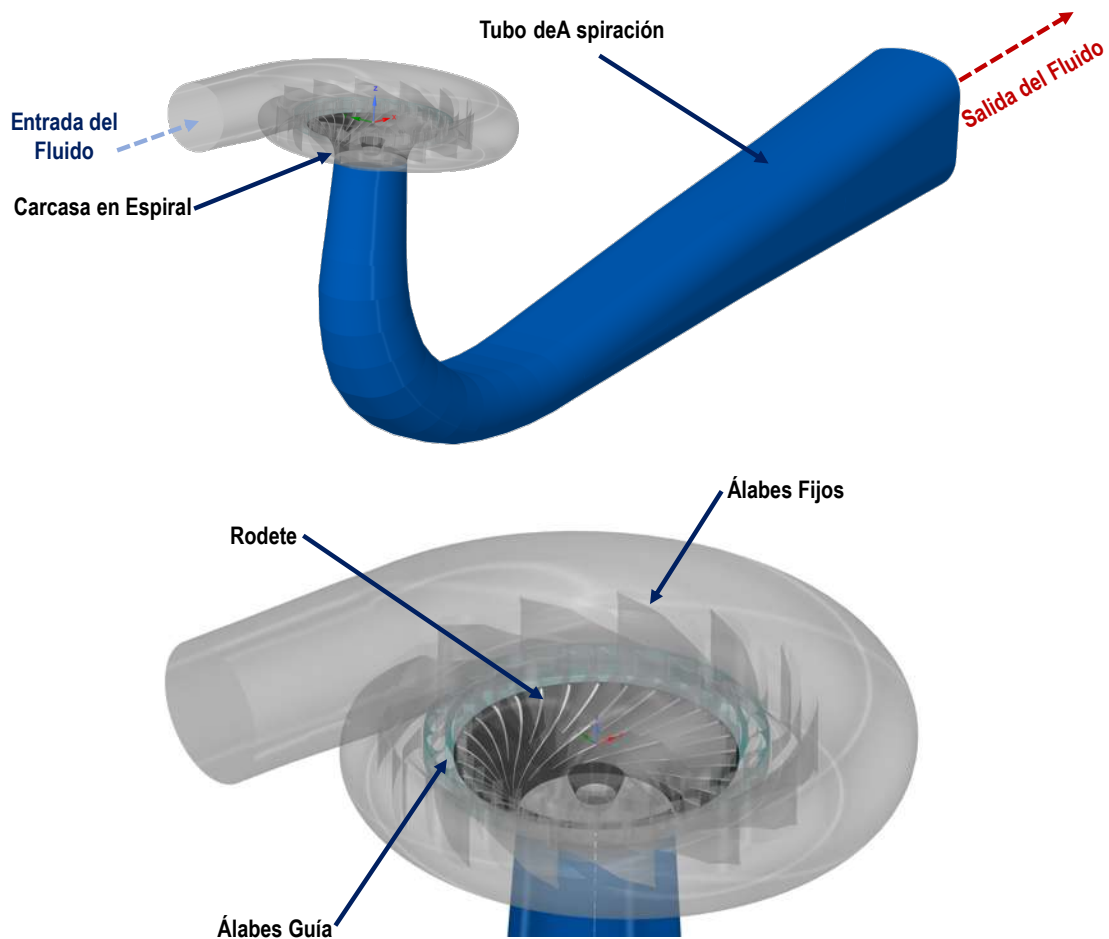


Figura 3.3: Turbina Francis 99.

La turbina Francis 99 se compone de varios elementos hidráulicos cruciales para su funcionamiento eficiente. En primer lugar, cuenta con una carcasa espiral que alberga 14 álabes fijos en su interior, proporcionando una estructura robusta y estable para su funcionamiento. Además, incorpora un sistema distribuidor compuesto por 28 álabes guía, que desempeñan un papel esencial en la dirección y control del flujo de agua hacia el rodete. Este último, un componente central de la turbina, está diseñado con precisión, conformando 15 álabes del tipo principal y 15 del tipo divisor, optimizando así la conversión de energía hidráulica en energía mecánica. Para completar el conjunto, la turbina incluye un tubo de aspiración acodado, que facilita la extracción eficiente del agua liberada por el rodete hacia el sistema de descar-

ga. La combinación de estos componentes hidráulicos contribuye al rendimiento global y la eficiencia de la turbina Francis 99.

Rodete Francis 99.

El rodete de la turbina Francis 99 se distingue por ser un rodete de velocidad rápida, presentando una entrada de flujo radial. Su diseño meticuloso incorpora un diámetro de entrada de 0.63 m y un diámetro de salida de 0.349 m , como se visualiza en la Fig. 3.4. Estas dimensiones establecidas no solo son indicativas de su rendimiento, sino que también influyen en la eficiencia general de la turbina al dirigir y aprovechar eficientemente el flujo de agua a lo largo del proceso de generación de energía.

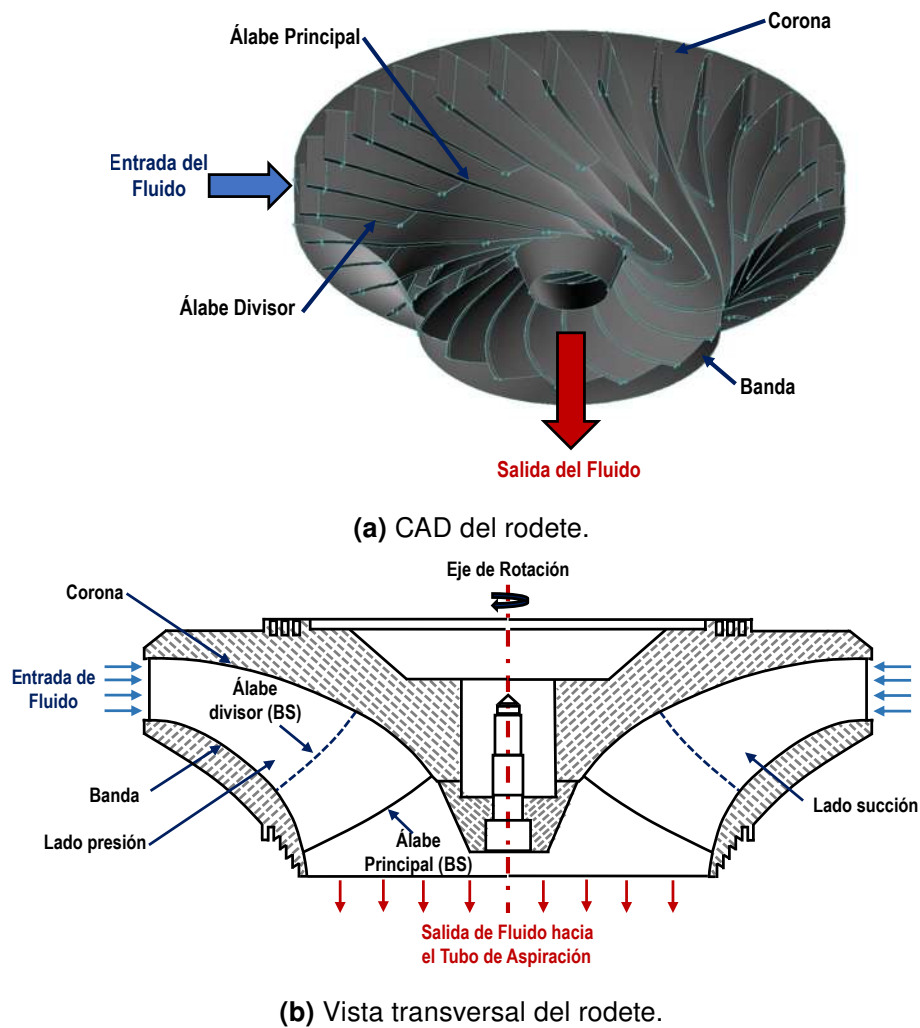


Figura 3.4: Rodete de la turbina Francis 99.

3.1.2. Datos experimentales para la turbina Francis 99

Las turbinas Francis están meticulosamente diseñadas para operar eficientemente en un rango específico de caudal (Q) y velocidad específica (η). En el caso particular de la turbina Francis 99, han sido estudiados tres puntos de operación distintivos de la máquina:

1. Carga parcial (Part Load, PL); donde $\eta = 0.215$ y $Q = 0.07$.
2. Mejor Punto de Eficiencia (Best Efficiency Point, BEP); donde $\eta = 0.18$ y $Q = 0.2$.
3. Carga alta (High Load, HL); donde $\eta = 0.195$ y $Q = 0.19$.

La eficiencia de la turbina se ha evaluado a través de un extenso conjunto de datos, representado en un diagrama de colinas. Para obtener estas eficiencias, los diseñadores llevaron a cabo mediciones en un total de 150 puntos, estableciendo 10 ángulos de apertura de los álabes guía y 15 valores para la velocidad específica, como se muestra en la Fig. 3.5.

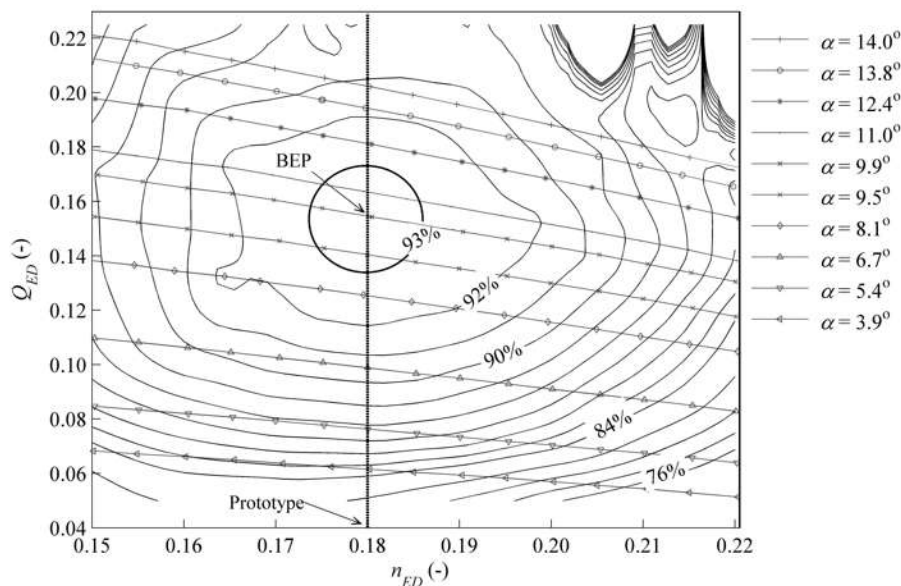


Figura 3.5: Diagrama de colinas de eficiencias de la turbina Francis 99; obtenido de [Centre (2016)].

El diagrama previo revela que la eficiencia máxima alcanzada por la turbina fue del 92.61 %. Este rendimiento se logró considerando una velocidad específica $\eta = 0.18$, un caudal $Q = .2$, y una apertura de los álabes guía de 9.5° . Es importante destacar que los ángulos de los álabes guía de 3.9° y 14° corresponden a las cargas mínima y máxima de la turbina, respectivamente, contribuyendo así a la flexibilidad y eficiencia en diferentes condiciones operativas.

La información detallada sobre los datos experimentales en los tres puntos de operación de la turbina se presenta en la Tabla 3.1, brindando una visión completa de su desempeño en diversas situaciones.

Tabla 3.1: Parámetros presentados en distintas condiciones de operación PL, BEP y HL por la turbina Francis 99; obtenido de [Centre (2016)].

Parámetro	PL	BEP	HL	Observaciones
Presión a la entrada de la turbina (kPa)	219.93	216.54	210.01	La presión se midió justo antes de la entrada de la carcasa usando un colector tipo anillo.
Presión diferencial a través de la turbina (kPa)	120.39	114.98	114.03	Presión de salida de la turbina = Presión de entrada - Diferencial de presión.
Densidad del agua (kg/m^3)	999.23	999.19	999.20	La densidad del agua se calculó usando el valor de temperatura medido.
Salto hidráulico (m)	12.29	11.91	11.24	El salto hidráulico fue calculado usando las ecuaciones dadas en IEC 60193.
Descarga (m^3/s)	0.071	0.203	0.221	La descarga se midió usando un medidor de flujo magnético.
Par de entrada del generador (Nm)	137.52	619.56	597.99	El par se midió entre el bloque de empuje y el generador.
Par de fricción (Nm)	6.54	8.85	7.63	Torque desarrollado por el rodete = par de entrada del generador + par de fricción.
Velocidad del rodete (rpm)	406.2	335.4	369.6	–
Eficiencia hidráulica (%)	71.69	92.61	90.66	La eficiencia hidráulica fue calculada usando las ecuaciones dadas en IEC 60193.
Ángulo de apertura de los álabes guía	3.91	9.84	12.44	14° es la posición máxima de apertura (carga completa).

3.2. Turbina GAMM

La turbina GAMM (Fig. 3.6), una variante específica de las turbinas tipo Francis de media/alta velocidad, se ha convertido en un objeto de investigación fundamental en diversos estudios. Este modelo particular fue desarrollado y presentado por el Instituto de Mecánica de

Fluidos e Hidromecánica (IMHEF) con el propósito de validar su rendimiento en el taller GAMM de 1989. Su inclusión en investigaciones destacadas señala la relevancia y el interés que ha suscitado, proporcionando un marco valioso para avanzar en la comprensión, reconstrucción y optimización de turbinas Francis de este tipo.

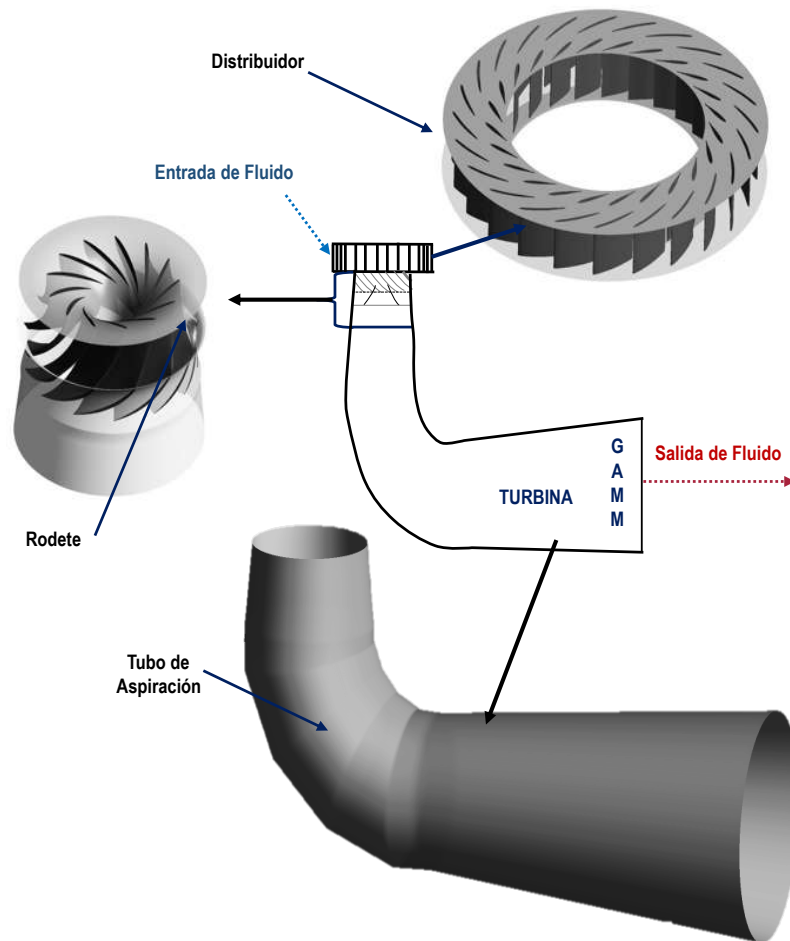


Figura 3.6: Componentes de la turbina GAMM.

3.2.1. Componentes de la turbina GAMM

La turbina GAMM presenta una configuración específica de componentes hidráulicos que contribuyen a su funcionamiento:

- Una carcasa espiral alberga en su interior 24 álabes fijos.
- El sistema distribuidor está compuesto por 24 álabes guía.

- El rodete en sí está conformado por 13 álabes, diseñados para optimizar la conversión de energía hidráulica en energía mecánica.
- La presencia de un tubo de aspiración acodado facilita la recuperación de presión que garantiza la extracción eficiente del agua liberada por el rodete hacia el sistema de descarga.

Los datos geométricos detallados de los álabes fijos, el sistema de álabes guía, el rodete y el tubo de aspiración fueron proporcionados en archivos *.txt, presentando sus coordenadas en 3D mediante conjuntos de puntos.

La vista meridional de los componentes del modelo de la turbina, ilustrada en la Fig. 3.7, ofrece una representación gráfica detallada de la disposición y la interrelación entre los elementos clave. Esta visualización proporciona una perspectiva valiosa para comprender la configuración espacial de la turbina GAMM, destacando la disposición de la carcasa espiral, los álabes fijos, el sistema de álabes guía y el tubo de aspiración

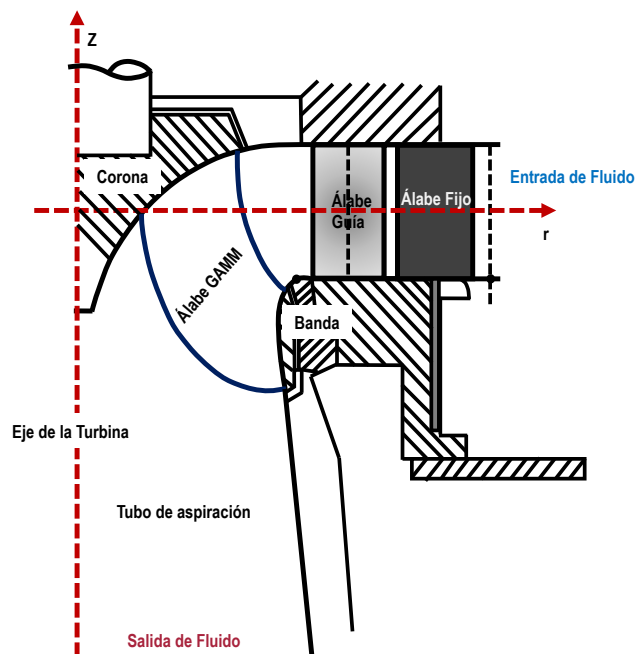


Figura 3.7: Vista meridional de la turbina GAMM.

Rodete GAMM

El rodete de la turbina GAMM presenta características distintivas al ser un rodete rápido con entrada de flujo mixto tanto axial como radial a la entrada. Fabricado en aluminio, este

rodete está conformado por 13 álabes torcidos que desempeñan un papel fundamental en la conversión eficiente de energía hidráulica a energía mecánica. Su diseño incorpora un diámetro de salida de 0.40 m y un radio de entrada de 0.20 m, como se detalla en la Fig. 3.8.

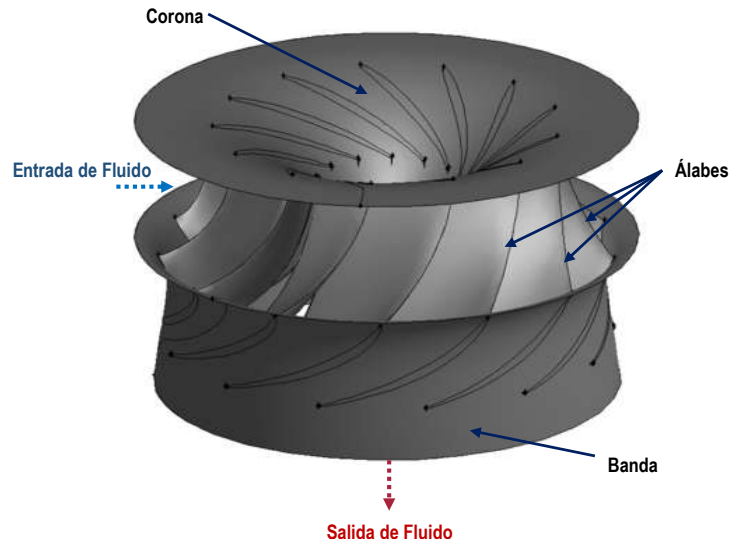


Figura 3.8: Rodete GAMM.

3.2.2. Datos experimentales para la turbina GAMM

Los trabajos de [Avellan et al. (1993), Muntean et al. (2004), Nilsson and Davidson (2001), y Sottas and Ryhming (1993)] ofrecen descripciones de la geometría de todos los componentes de la turbina GAMM. Estas fuentes detallan tanto las curvas características de rendimiento, representadas en el diagrama de colina, como las distribuciones de presión en los álabes. La Tabla 3.2 muestra las condiciones operativas específicas de la turbina GAMM en el BEP.

Tabla 3.2: Parámetros observados en condiciones de operación BEP para la turbina GAMM.

Tasa de Flujo Volumétrico	Salto	Apertura de los Álabes Guía	Velocidad Rotacional	Presión Total	Torque	Eficiencia Hidráulica
Q (m^3/s)	H (m)	α_{aD} ($^\circ$)	n (rpm)	ΔP_T (Pa)	T (Nm)	η_h (%)
0.37	5.98	25	500	58 091.98	369.10	92

Capítulo 4

Metodología de Reconstrucción de Álabes Francis

La reconstrucción de los álabes de una turbina Francis se realizó a través de una metodología MSTa mejorada, capaz de sobreponerse a las limitaciones expuestas en el Capítulo dos, la cual ha sido minuciosamente estructurada por cuatro etapas fundamentales, cuya representación gráfica se muestra en la Fig. 4.1.

La primera etapa, denominada **Procesamiento del CAD original**, abarcó desde la generación de la geometría original, en el caso del álabe GAMM, hasta el procesamiento y corrección de posibles errores geométricos en los archivos CAD provenientes de un escaneo previo, en el caso del álabe Francis 99. Este procesamiento inicial fue fundamental para asegurar la precisión de la geometría digital que serviría como base para las siguientes etapas.

En la etapa de **Extracción de datos**, a partir del álabe original, se obtuvo el marco del álabe que sirvió para la obtención del esqueleto del álabe mediante la generación de mallas por TFI. Sobre el esqueleto del álabe se apilaron secciones de corte de manera ortogonal para obtener información detallada y precisa de puntos recolectados del álabe original, esto con la finalidad de generar STOs distribuidas de manera equidistante a lo largo de la envergadura.

La etapa de **Construcción del álabe** comenzó con la parametrización y ajuste las STOs mediante diversas técnicas, destacando el polinomio de Bernstein de cuarto grado como la mejor opción de ajuste 3D. De esta manera, se obtuvieron las Secciones Transversales Ajustadas (STAs), distribuidas de igual manera que las STOs del álabe original. Posteriormente, mediante un algoritmo interpolador fue posible obtener Secciones Transversales Ortogonales Interpoladas (STIs) entre las 10 STAs, con las cuales se generó el primer Álabe Numérico Reconstruido (ANR). Es importante destacar que el ANR se construyó con 19, 37, 73, 145, 289, etc., STIs y STAs. Según [Cerriteño et al. (2021)], para fines de reconstrucción, se consideró

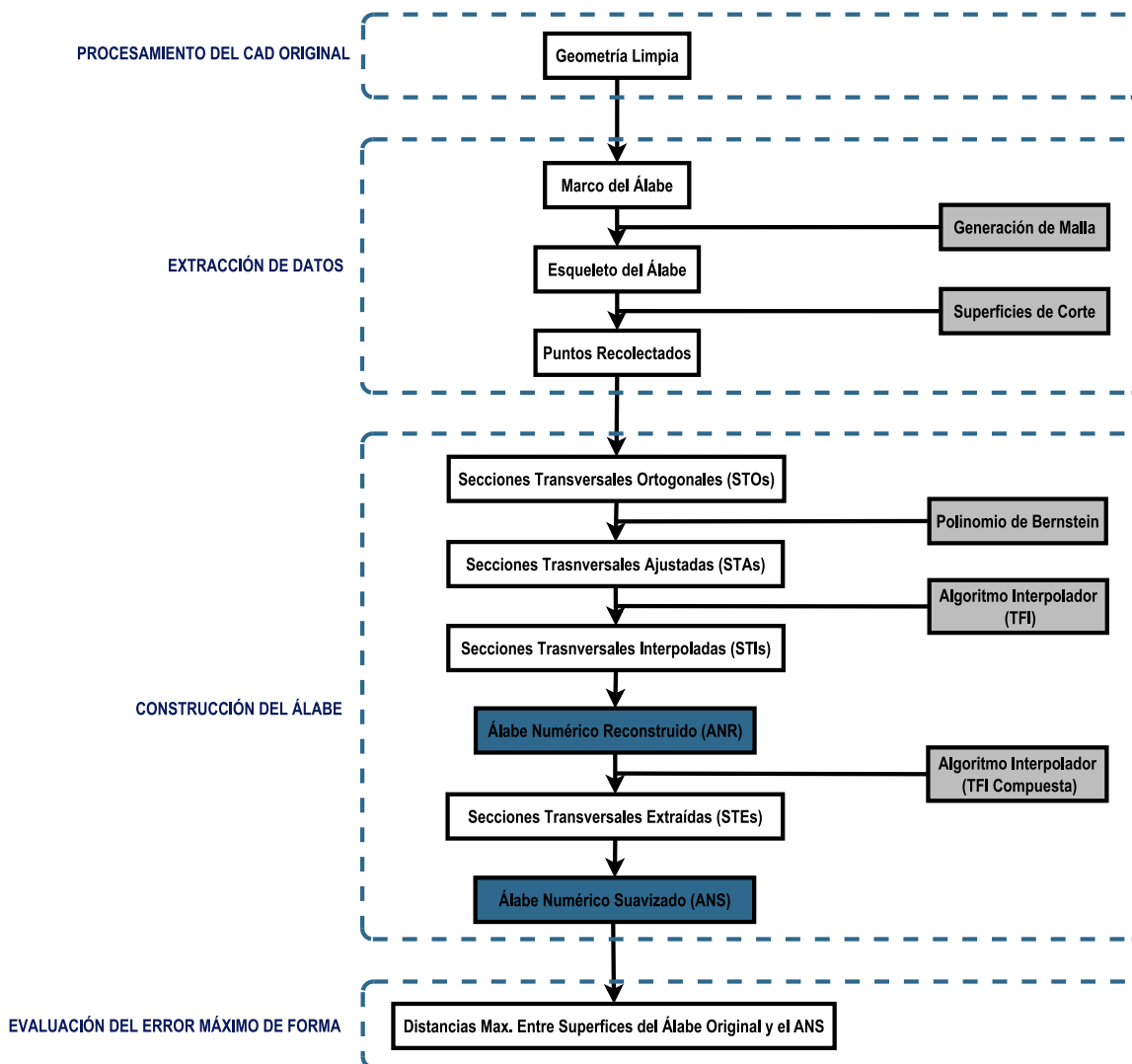


Figura 4.1: Metodología de reconstrucción de álabes de rodete tipo Francis.

que el ANR quedaba correctamente definido con 279 STIs y 10 STAs. Finalmente, se programó un segundo algoritmo interpolador que, mediante el uso de una TFI compuesta, obtuvo el número de Secciones Transversales Extraídas (STEs) requeridas para construir diferentes modelos de Álabes Numéricos Suavizados (ANS), los cuales contaban con diferente número de STEs y puntos por sección.

En la etapa final, **Evaluación del error máximo de forma**, se verificó la calidad y precisión geométrica de los distintos modelos de ANS GAMM respecto al álabes original. Para ello se emplearon métodos cuantitativos y criterios científicos para establecer el grado de reconstrucción alcanzado respecto a la geometría original. En esta etapa se tuvo certeza geométrica de cuáles modelos de ANS alcanzaban niveles óptimos de suavidad, continuidad y alisamien-

to en sus superficies. No obstante, para garantizar los resultados de la reconstrucción, los modelos serían evaluados mediante CFD, proceso que se describe en el capítulo dos.

4.1. Etapa 1. Procesamiento del CAD original

La elaboración de la metodología de reconstrucción de álabes fue planeada para reconstruir álabes "limpios", es decir, sin daños causados por cavitación u otros factores. En el primer caso de estudio, se examinó el rodete de la turbina Francis 99, notable por su semejanza con un compresor centrífugo y la presencia de un álabe adicional poco común en turbinas Francis, conocido como álabe divisor. Este álabe divisor desempeña funciones cruciales, como prevenir la formación de vórtices en el canal hidráulico y extraer energía cinética del fluido. Sin embargo, buscando la complejidad geométrica dada por la DE, la flexión y la torcedura, se decidió iniciar la reconstrucción con el álabe principal. Este rodete es considerado de entrada de flujo radial y su álabe principal posee características geométricas de un álabe de rodete de velocidad específica alta, es decir, su distancia de la envergadura entre la corona y la banda es pequeña, pero es bastante alargado en la salida, lo que lo convierte en un álabe complejo por su DE (Fig. 4.2a).

Como segundo objeto de estudio se eligió el álabe del rodete de la Turbina GAMM, ya que este rodete es considerado con admisión de flujo radio-axial y sus álabes poseen características geométricas más de un rodete de velocidad específica baja (aunque es de media/alta). A diferencia del álabe Francis 99, los álabes GAMM presentan un diseño más convencional y su dificultad geométrica reside en la alta variación de la EE a lo largo de la envergadura del álabe, desde la corona hacia la banda, siendo estos menos alargados desde el BA hasta el BS, como se muestra en la Fig. 4.2b.

Las particularidades geométricas y el diseño de los álabes están estrechamente vinculados con las características operativas específicas de cada turbina, como se detalla en la Tabla (4.1). En este sentido, el álabe Francis 99 está configurado para operar con un caudal más bajo, un salto mayor y menos revoluciones en comparación con el álabe GAMM. A pesar de estas diferencias, el Francis 99 genera un torque superior. Es importante destacar que, a pesar de estas variaciones en diseño y operación, ambas turbinas exhiben una eficiencia hidráulica muy similar. Esta interrelación entre el diseño de los álabes y las condiciones de operación subraya la importancia de adaptar la metodología de reconstrucción a las peculiaridades de cada tipo de álabe, considerando su función específica dentro del contexto de la turbina correspondiente.

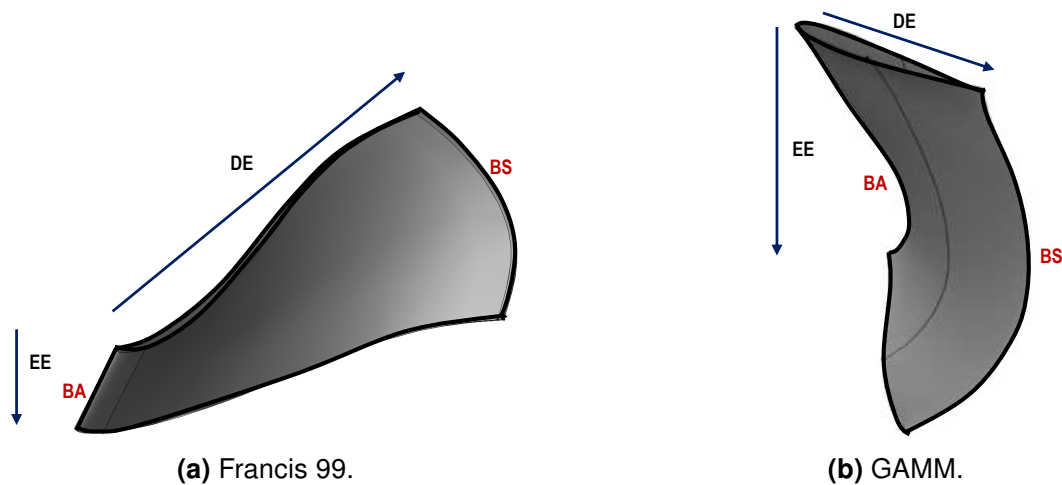


Figura 4.2: DE y EE en el álabes Francis 99 y el álabes GAMM.

Tabla 4.1: Comparación de los parámetros observados en el BEP para ambas turbinas.

Turbina	Caudal	Salto	Velocidad Rotacional	Presión Total	Torque	Eficiencia Hidráulica
	Q (m^3/s)	H (m)	n (rpm)	ΔP_T (Pa)	T (Nm)	η_h (%)
FRANCIS 99	0.20	11.91	335.4	21 6540	619.56	92.61
GAMM	0.37	5.98	500	58 091.98	369.10	92

4.1.1. Álabes Francis 99

La obtención de la geometría del álabes a reconstruir plantea desafíos notables, ya que la precisión de dicha geometría depende en gran medida de la calidad del equipo de escaneo, la destreza del operador del escáner, las condiciones del álabes en ese momento y el programa que genera el CAD resultante del escaneo. En el caso específico del rodete Francis 99, la geometría del álabes se suministró en un archivo CAD con extensión .IGS y no mostró artefactos o deformaciones significativas debido al proceso de escaneo. Sin embargo, al importarla y manipularla en ANSYS-GAMBIT® para hacer los cortes que permitirían obtener las STOs, se observaron deformaciones notables en sus superficies (Fig. 4.3).

La presencia de deformaciones puede ser atribuible a la manera en que los algoritmos de ANSYS-GAMBIT® generan las geometrías con extensión .IGS al ser importadas, siendo esta problemática no exclusiva de este programa. No obstante, la experiencia en manejos previos de geometrías indicaba que, cuando surgen errores significativos de este tipo, la mejor práctica es regenerar la geometría a reconstruir.

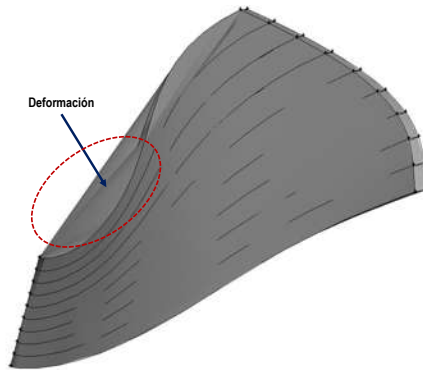


Figura 4.3: Deformaciones obtenidas al manipular el CAD original del álabe Francis 99 para obtener las STO.

Con este enfoque en mente, se procedió a realizar la adquisición de puntos discretos en ambas superficies del CAD del álabe original, aprovechando las herramientas de mallado de ANSYS-GAMBIT®. Posteriormente, se diseñó un algoritmo en MATLAB® que generó un archivo Journal con extensión .jou para su ejecución en ANSYS-GAMBIT®. Este archivo contenía las instrucciones necesarias para crear una nueva superficie utilizando una herramienta de malla y líneas guía, definidas por los puntos previamente obtenidos, que determinaron la forma de la superficie, como se ilustra en la Fig. 4.4.

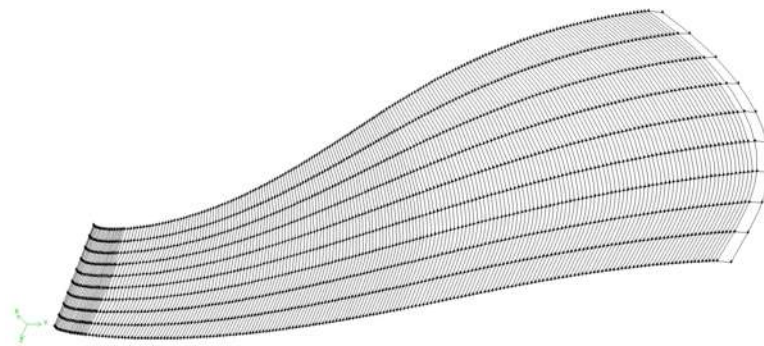


Figura 4.4: Malla generada a partir de puntos obtenidos en las superficies del álabe Francis 99.

De esta manera, se logró generar correctamente las superficies del álabe y evitar las deformaciones iniciales al obtener las STOs por corte en el CAD original. La Fig. 4.5 presenta el nuevo modelo CAD del Álabe Original Francis 99 (CAOF99).

Es posible que esta acción de regeneración de la geometría original del álabe diera pie a una ligera desviación geométrica del álabe original. No obstante, se considera que, para los propósitos de reconstrucción necesarios, esta desviación es lo suficientemente pequeña como para no afectar considerablemente el rendimiento de la turbina. Además, cabe destacar

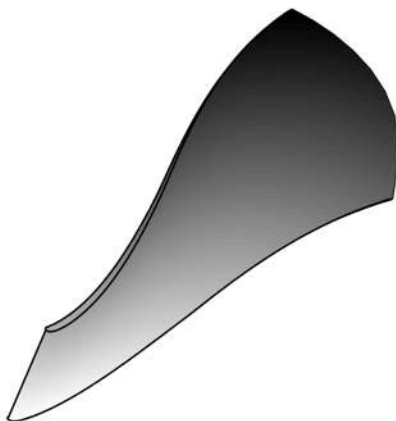


Figura 4.5: CAOF99.

que no se encontró alguna otra manera de realizar los cortes transversales sin deformar el CAD original.

4.1.2. Álabe GAMM

A diferencia del CAOF99, la geometría del álabe GAMM no fue proporcionada en un archivo CAD convencional. En su lugar, se recibieron datos en un archivo de texto con extensión .txt que contenía puntos correspondientes a 17 Secciones Transversales según el Flujo (STF), cada una formada con 50 puntos. Estas secciones se diseñaron originalmente considerando un apilamiento que sigue las líneas de corriente generadas por el flujo del fluido dentro del canal hidráulico a lo largo de la envergadura del álabe, como se ilustra en la Fig. 4.6.

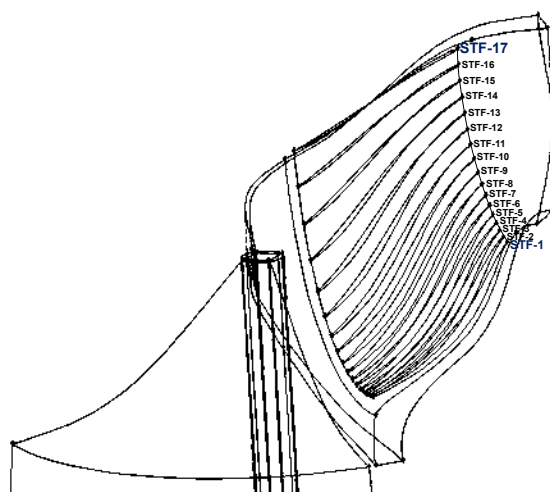


Figura 4.6: STF que definen al álabe GAMM distribuidas sobre las líneas de corriente.

La obtención de las superficies del álabes GAMM en ANSYS-GAMBIT® siguió un proceso sistematizado que garantizaría la consistencia y precisión en la definición de la geometría original del álabes, el cual fue bastante similar al empleado para el Francis 99 para generar el CAO99. Para ello, mediante la programación en MATLAB® de un algoritmo que interpretó y procesó los puntos proporcionados en el archivo .txt, se generó un archivo Journal. Este archivo llevó a cabo la construcción de las líneas correspondientes a las 17 STF en el entorno de ANSYS-GAMBIT®. Posteriormente, estas líneas se utilizaron para generar ambas caras del álabes. La Fig. 4.7 ilustra el modelo CAD resultante al emplear este tipo de STF, el cual se le nombró como CAD del Álabes Original GAMM (CAOG).

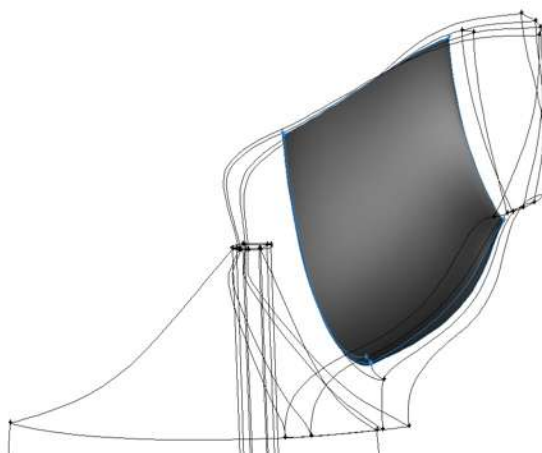


Figura 4.7: CAOG generado con 17 STF dentro del canal hidráulico del rodete.

4.2. Etapa 2. Extracción de datos

Durante la fase de extracción de datos, se afrontaron diversos desafíos que demandaron una cuidadosa adaptación y reestructuración de una parte de la metodología propuesta por [Delgado et al. (2020)] para obtener STOs que brindarían la información necesaria de los álabes originales para realizar las reconstrucciones y evaluaciones de error de forma. A continuación, se detalla el proceso final y sus subetapas correspondientes.

4.2.1. Marco del álabes

Geoméricamente hablando, el Marco del álabes se puede conceptualizar como una estructura rígida que se sitúa en el álabes si se llevara a cabo un corte meridional en su mitad (Figs. 4.8a - 4.8b). La obtención del Marco del álabes se llevó a cabo mediante un proceso

especialmente diseñado para extraer información crucial a partir del CAOF99 y CAOG. Este método posibilitó la extracción precisa de puntos discretos que definieron el BA, BS y la línea de curvatura media de las STs, tanto en la banda como en la corona.

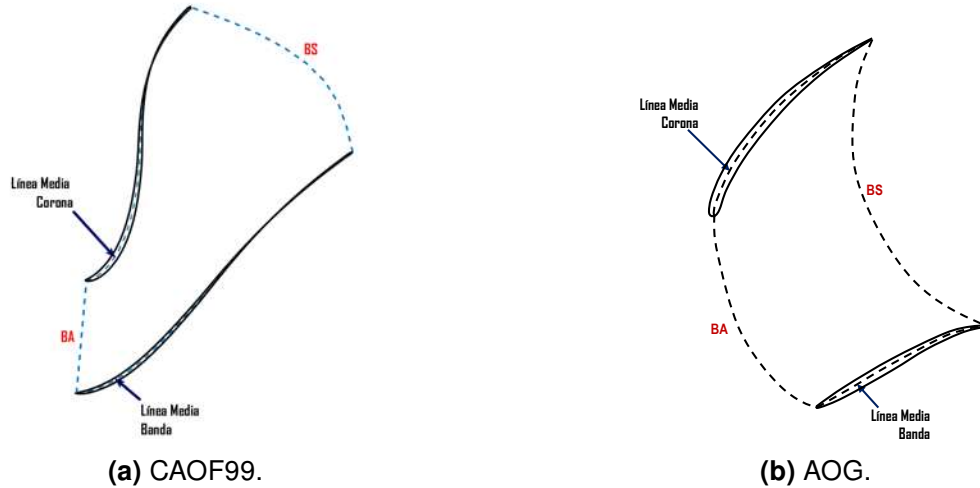


Figura 4.8: Obtención del Marco del álabe.

4.2.2. Esqueleto del álabe

Para obtener el Esqueleto del álabe, se empleó un proceso de generación de malla que se adaptó eficientemente a las superficies irregulares del Marco del álabe. Este proceso implicó la interpolación de datos dentro de las fronteras del marco mediante la técnica de TFI, como se ilustra en las Figs. 4.9a -4.9b.

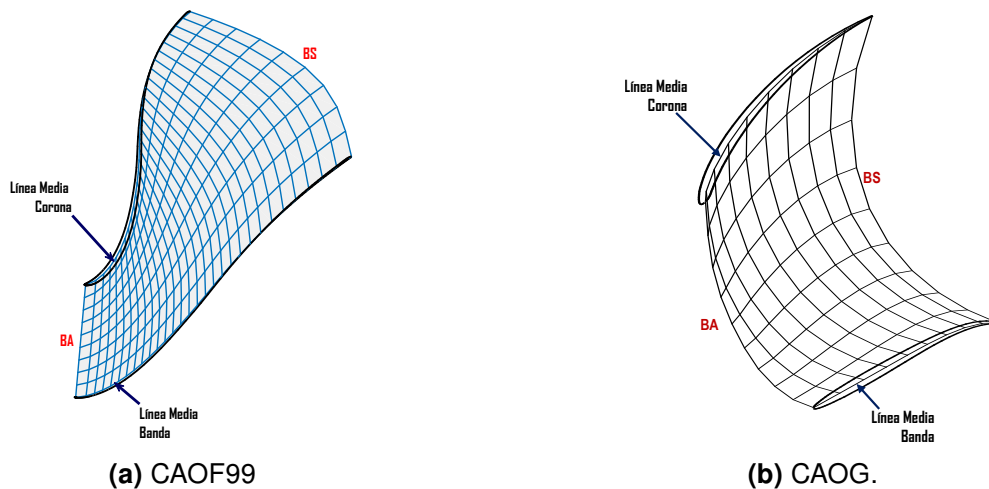


Figura 4.9: Esqueleto del álabe obtenido mediante TFI a partir del Marco.

4.2.3. Puntos recolectados

Con el objetivo de obtener las STOs, se apilaron estratégicamente un conjunto de diez superficies de corte de manera ortogonal y equidistante a lo largo de la envergadura del álabe CAOF99 y CAOG. Su disposición se ajustó con referencia al Esqueleto del álabe, como se representa en las Figs. 4.10a - 4.10b.

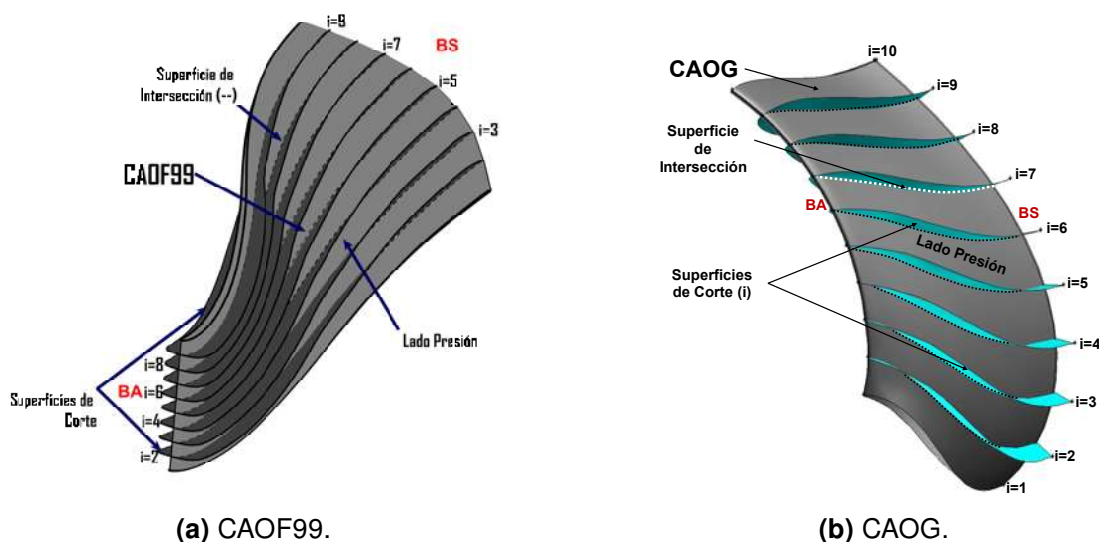


Figura 4.10: Superficies de corte apiladas en el Esqueleto del álabe y sobrepuestas en el álabe.

A través de la aplicación una innovadora técnica de corte de superficie-superficie desarrollada por [Milos (2006)], se logró realizar la intersección precisa de las superficies de corte con el LP y LS de ambos álabes. Este procedimiento permitió la recolección de 100 puntos discretos por cada superficie de corte en el álabes, Figs. 4.11a - 4.11b.

4.3. Etapa 3. Construcción del álabe

En la tercera fase de este proceso, se analizaron técnicas de diversas metodologías para realizar el ajuste y la parametrización de las STOs. El enfoque se orientó hacia la implementación de técnicas avanzadas para replicar con exactitud las STOs, con el propósito final de alcanzar un ajuste tridimensional óptimo. Como herramienta final, se estableció un polinomio de Bernstein de cuarto grado, representado por puntos de control o parámetros. A continuación, se presenta una recopilación de las principales técnicas exploradas con el fin de lograr este objetivo.

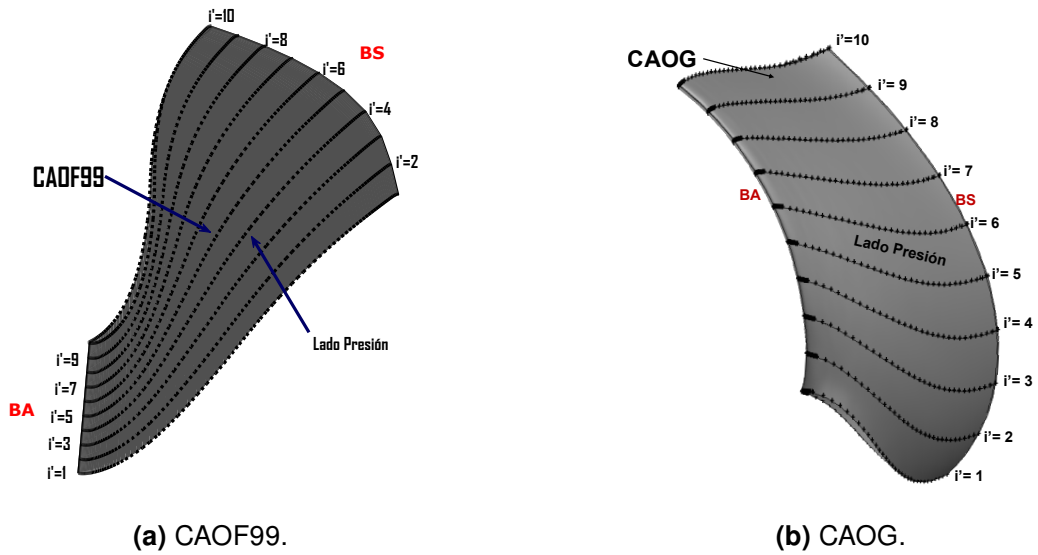


Figura 4.11: Puntos discretos que definen a las STOs.

4.3.1. STOs

Antes de comenzar con la descripción de las técnicas de parametrización, es necesario definir algunos conceptos previos para su entendimiento. El primero está relacionado con la obtención de las STOs para cada álabe. Para su obtención, se emplearon los puntos discretos recopilados durante la segunda etapa del proceso. Este paso implicó la construcción de las STOs contemplando tanto el BA como el BS correspondiente. La Fig. 4.12 muestra el resultado de la construcción de estas secciones a partir de la información recopilada previamente.

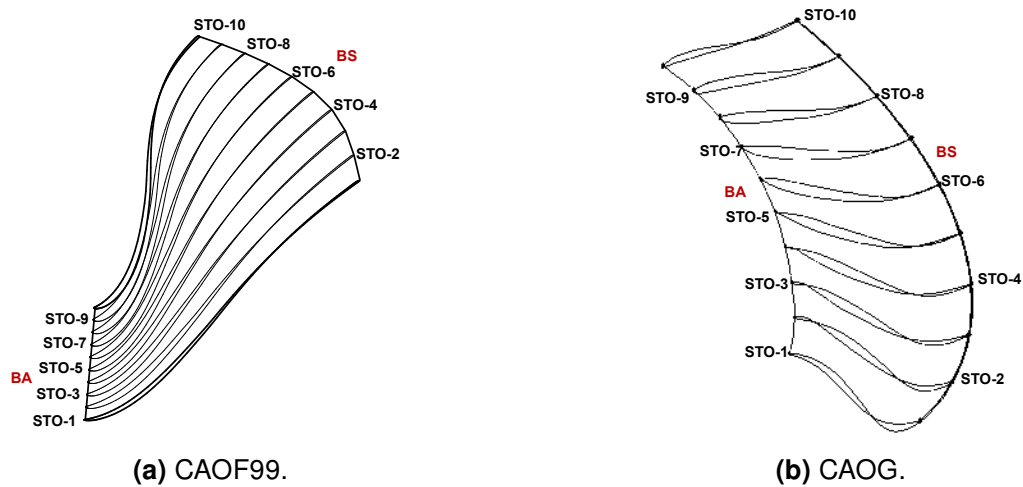


Figura 4.12: STOs en el álabe.

Las 10 STOs obtenidas en el CAO G (Fig. 4.12b) son completamente distintas de las 17

STF con las cuales se construyó el CAOG del álabe (Fig. 4.6), siendo sus principales diferenciadores geométricos su forma y la manera en que se encuentran distribuidas a lo largo de la envergadura del álabe, ya que las STOs obedecen a una distribución ortogonal y equidistante entre sí, mientras que las STF se encuentran posicionadas de acuerdo a las líneas de corriente y su espaciamiento es irregular, Fig. 4.13.

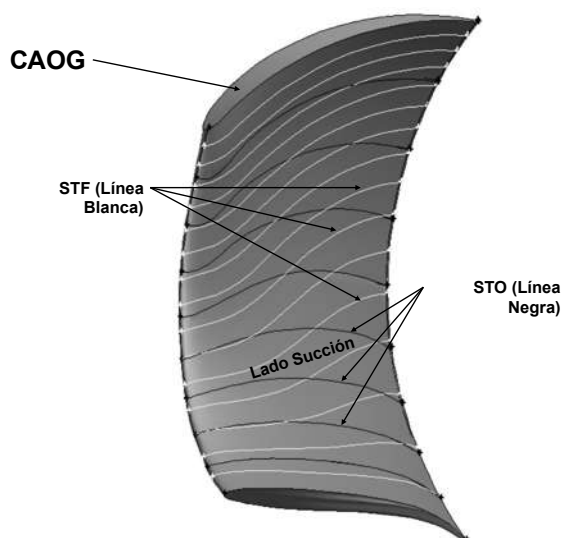


Figura 4.13: Comparación entre las STOs y las STF a lo largo de la envergadura del álabe GAMM (CAOG).

Esta diferencia en la distribución presentada entre las STOs (Fig. 4.14a) y las STF (Fig. 4.14b) del álabe GAMM, puede causar que los parámetros hidrodinámicos y de diseño sean diferentes entre si. Sin embargo, es importante señalar que esta discusión queda fuera del alcance y objetivo específico de la presente investigación.

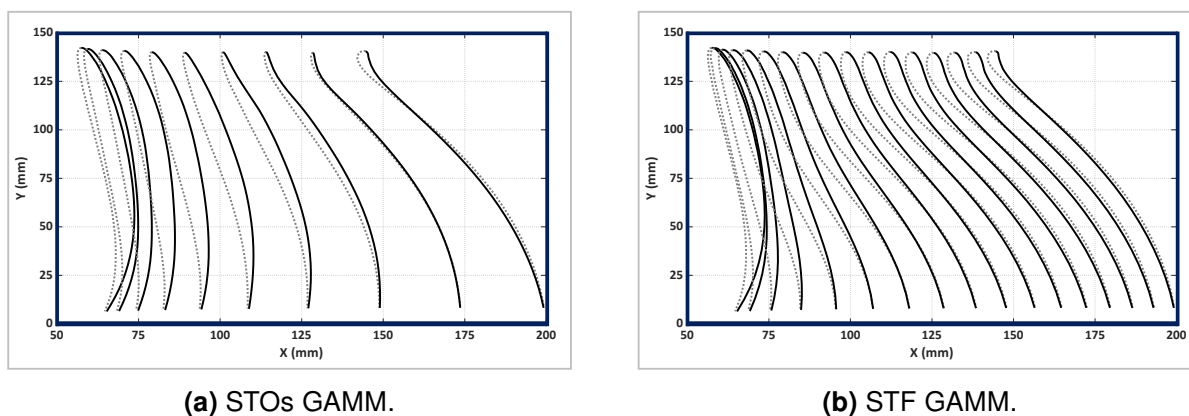


Figura 4.14: Comparación entre las STOs y las STF del álabe GAMM.

Otro aspecto importante a tener en cuenta en una reconstrucción es la DE y EE de las STOs, ya que estos parámetros son factores críticos que se deben de considerar durante el diseño y construcción de los álabes del rodete. La correcta definición de estos aspectos no solo contribuirá a resistir los esfuerzos estructurales generados tras múltiples ciclos de operación de la máquina, sino que también favorecerá la creación de superficies lisas que minimizarán las perturbaciones en el flujo de fluido, entre otros beneficios. A manera de ilustración, en la Fig. 4.15 se presenta la DE de un perfil NACA (Comité Asesor Nacional para la Aeronáutica), representada mediante líneas punteadas rojas.

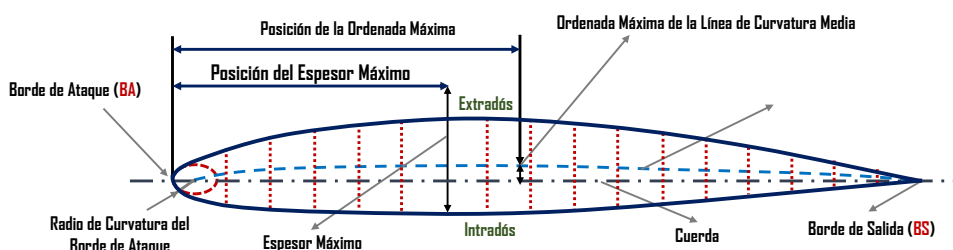


Figura 4.15: DE de un perfil NACA.

Con el propósito de analizar el comportamiento de la DE y la EE en las STOs de los álabes, se examinaron las Figs. 4.16a - 4.16b. En el caso del álabes CAOF99, se destaca una notable similitud en la DE en todas las STOs, desde el BA hasta aproximadamente el 50 % de la línea media. Esta consistencia contribuye a la definición precisa de las superficies en esta región, mitigando el riesgo de desprendimiento de la capa límite. Sin embargo, a partir del 50 % de la línea media, en dirección al BS, se aprecia una variación significativa en la DE y, por ende, en la EE. Según [Delgado et al. (2020)], esta variación presenta una desviación estándar de 1.6 mm o 0.25 % en relación con el diámetro del rodete. En el caso del álabes CAOG, las STOs exhiben una DE más uniforme, aunque aún se observa cierta desviación, dando lugar a irregularidades en la EE.

Considerando la información previa y con el objetivo de lograr una reconstrucción efectiva, fue necesario incluir tanto la DE como la EE en la parametrización de las STOs. Esta inclusión resulta esencial en el mezclado de las secciones para alcanzar una construcción suavizada y continua de las superficies de los álabes.

En este punto de la investigación, se tomó la decisión estratégica de comenzar a trabajar con las STOs correspondientes al CAOF99, centrándonos especialmente en la STO-1, que se ubica inmediatamente a la corona. La elección de esta sección específica se fundamentó en que el arco del BA en el CAOF99 estaba correctamente definido, lo cual se logró desde la primera etapa de la metodología y se puede observar en la Fig. 4.4, donde se aprecia una correcta concentración de puntos en el BA para definirlo.

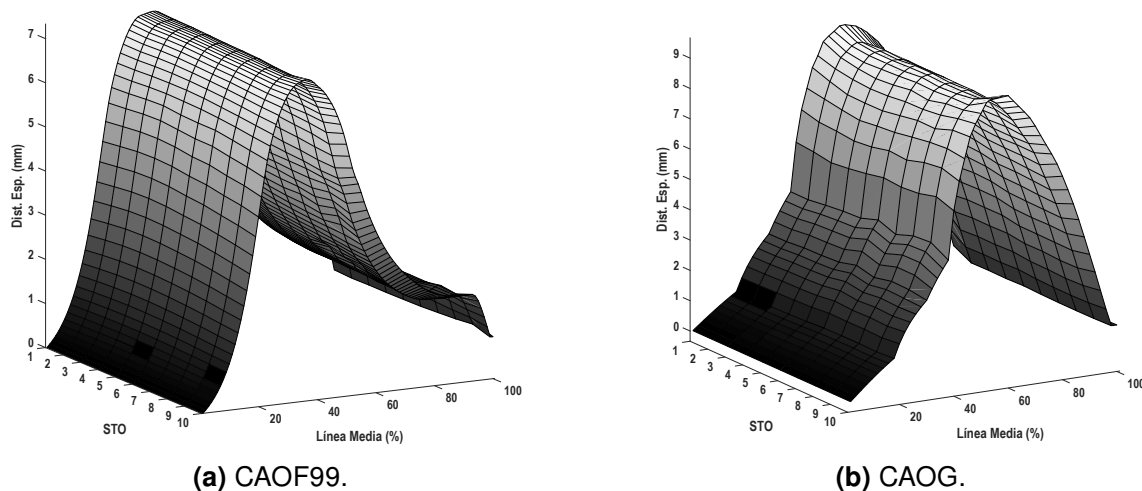


Figura 4.16: DE y EE a lo largo de la envergadura del álabe.

La correcta definición del BA en el álabe CAO F99 fue importante, ya que permitió realizar un ajuste preciso y suave de la geometría. En contraste, las STF que definieron al CAO G presentaban un BA definido por solo cinco puntos, lo que delimitó la representación geométrica adecuada de la forma del arco de esta sección. Esta limitación impediría realizar un ajuste correcto y continuo al probar distintos métodos.

4.3.2. STAs

Después de obtener las STOs, se desarrollaron y analizaron diversas técnicas de parametrización que abarcaron ajustes en 2D y 3D. El objetivo era identificar la técnica que ofreciera los mejores resultados en cuanto a ajuste y reproducción de las secciones. La técnica que demostrara un rendimiento superior sería posteriormente sometida a una evaluación de error geométrico (respecto a su homóloga original) para establecer su eficacia en el proceso de ajuste. De esta manera se garantizó que la elección final de la técnica de parametrización estuviera respaldada por un análisis cuantificable. La prioridad era asegurar que la técnica seleccionada no solo cumpliera con los requisitos de ajuste, sino que también empleara el menor número de parámetros posible en el ajuste.

Técnica #1 de ajuste 2D. Obtención de una función para definir la DE de la STO-1 mediante modelos de ajuste

La motivación para realizar ajustes en 2D de la DE estuvo fundamentada en la necesidad de llevar a cabo reconstrucciones del álabe similares a las desarrolladas en el trabajo de

[Delgado et al. (2020)]. Específicamente, se planteó montar ortogonalmente sobre el esqueleto del álabe la función que describe la DE, generando una serie de STs que, en conjunto, definirían las superficies del álabe.

Para implementar lo anterior, se aplicaron métodos de ajuste y parametrización, en particular el método de Mínimos Cuadrados Amortiguados, conocido por su eficacia en resolver problemas de mínimos cuadrados no lineales. Este enfoque requirió la extracción precisa de la información de la curva a ajustar, específicamente la curva STO-1 2D. Este proceso implicaba no solo la captura de datos, sino también la manipulación precisa de estos para asegurar un ajuste adecuado a las necesidades del modelo.

La DE de esta curva se definió a partir de las distancias existentes entre los puntos colineales de la LP y LS de la ST (Fig. 4.15). Estas distancias eran críticas para asegurar la precisión de la sección ajustada. En la Fig. 4.17, se presenta la gráfica de la DE de la STO-1 del CAOF99.

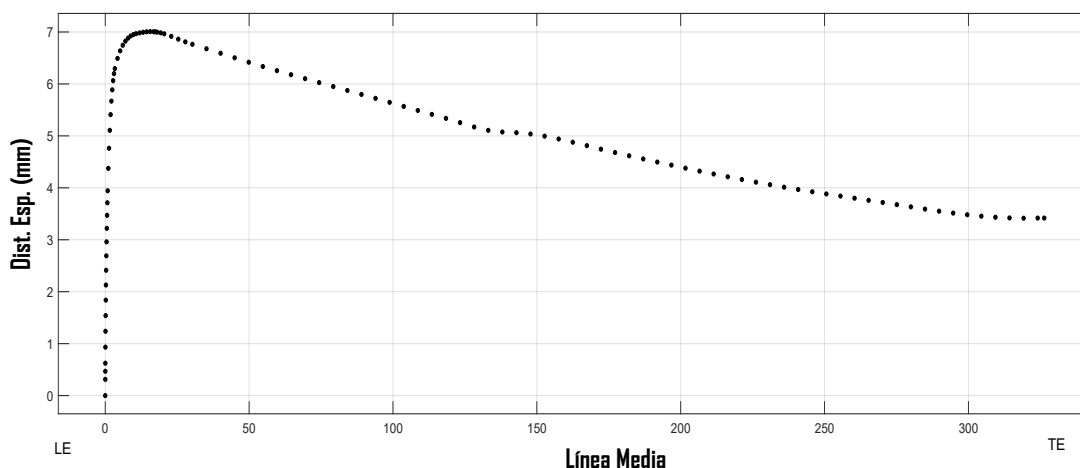
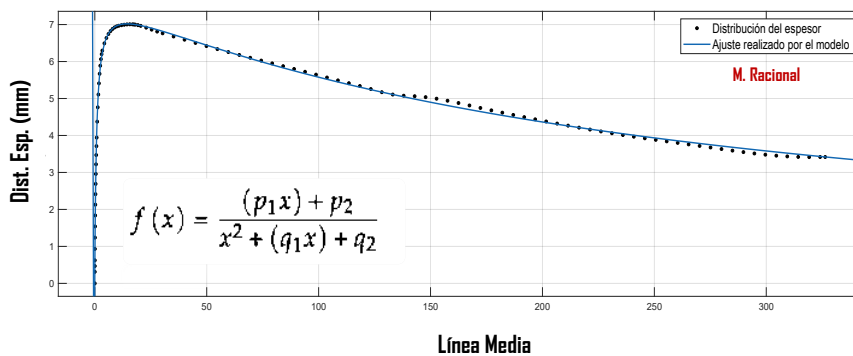


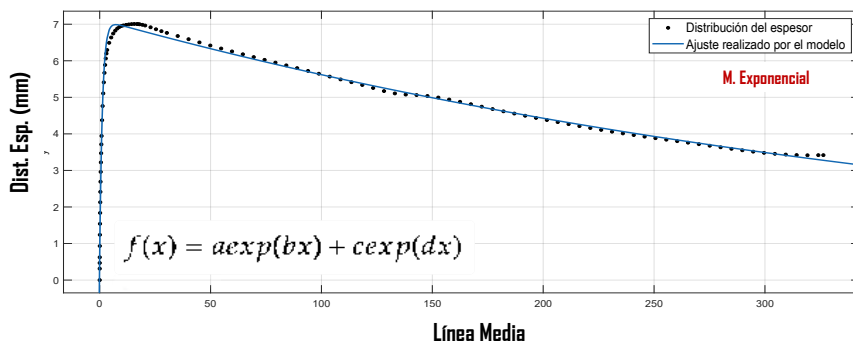
Figura 4.17: DE de la STO-1 del CAOF99.

Una vez obtenida la DE de la STO-1, se emplearon diversos modelos para llevar a cabo el ajuste 2D de la curva. Entre los modelos utilizados se incluyeron: Racional, Exponencial, Fourier, Gaussiano, Polinomial, Suma de Senos y un modelo definido por el usuario mediante una Ecuación NACA. La elección de estos modelos abarcó una amplia gama de funciones con el objetivo de explorar y evaluar la idoneidad de cada uno para representar de manera precisa la complejidad de la curva de la DE.

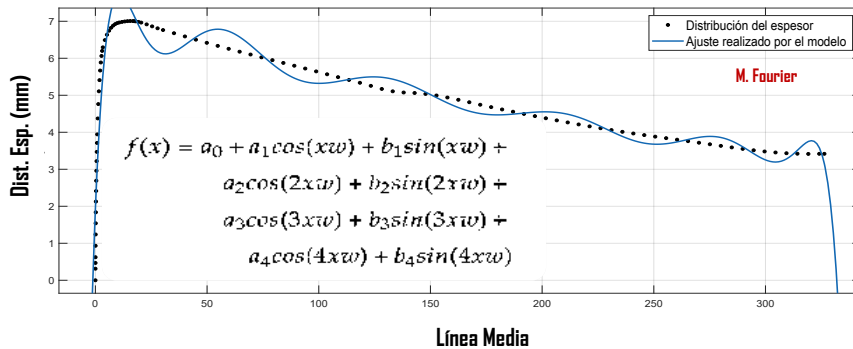
En la Fig. 4.18 se presentan los resultados obtenidos a través de los ajustes realizados, así como la función generada por cada modelo. Estas gráficas permitieron comparar y evaluar visualmente la calidad de cada ajuste proporcionado para cada modelo, ofreciendo una perspectiva general de la eficacia de los diferentes modelos en la representación de la DE.



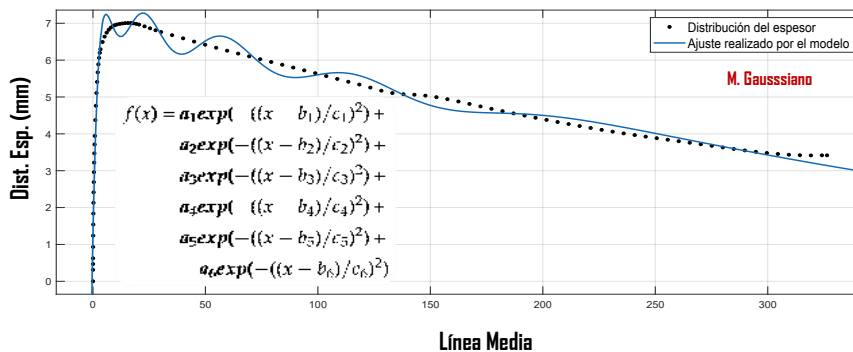
(a) Racional.



(b) Exponencial.



(c) Fourier.



(d) Gaussiano.

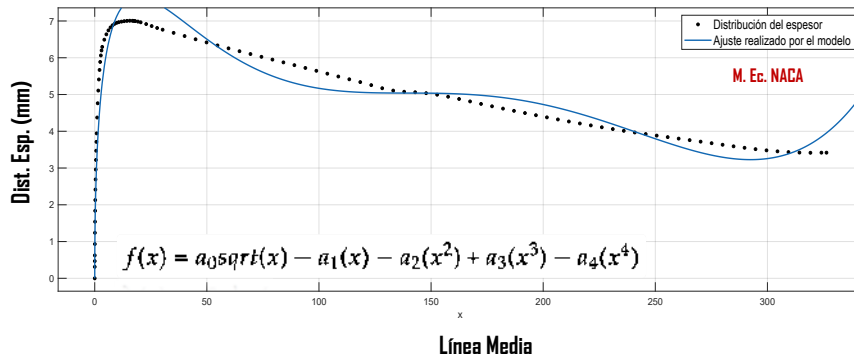
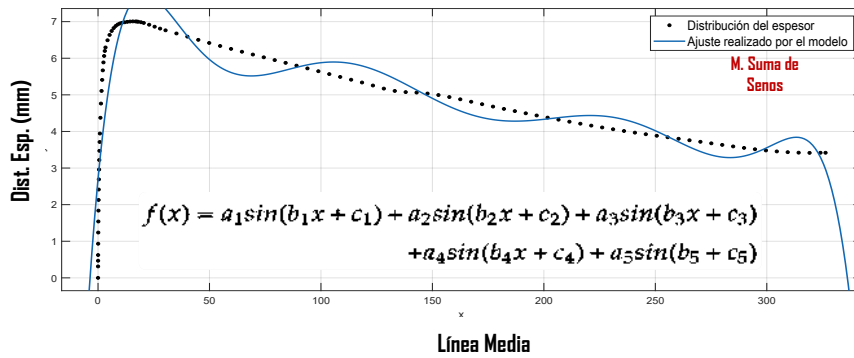
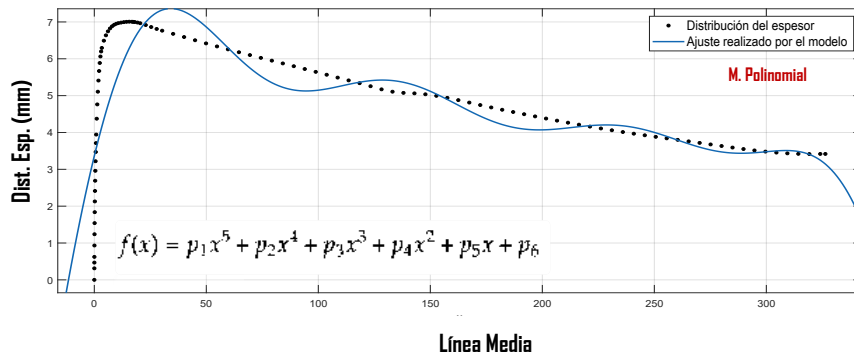


Figura 4.18: Comparación del ajuste realizado por los modelos para la DE 2D de la STO-1.

Es claro que la evaluación de los modelos de ajuste no solo se debería basar en una evaluación visual de las gráficas anteriores, sino también en el análisis de los indicadores asociados a cada ajuste, los cuales desempeñaron un papel fundamental en la determinación de la idoneidad de cada modelo. En la Tabla 4.2, se presentan de manera detallada los indicadores obtenidos del ajuste para cada modelo.

Tabla 4.2: Indicadores del ajuste realizado por los modelos para la DE 2D de la STO-1.

Modelo	Número de Parámetros	Sum of Squares Due to Error (SSE)	R-square	Adjusted R-square	Root Mean Squared Error (RMSE)
Racional	4	0.618	0.998	0.998	0.0077
Exponencial	4	0.754	0.997	0.997	0.0856
Fourier	10	74.2	0.763	0.741	0.8750
Gaussiano	18	9.4	0.969	0.963	0.3265
Polinomial	6	133.4	0.574	0.553	1.149
S. de Senos	15	112.6	0.640	0.586	1.106
E. NACA	5	6.846	0.978	0.9775	0.2578

Entrando en detalles técnicos, en la Fig. 4.18 se observa que el modelo que logró el ajuste más preciso de la DE en la STO-1 fue el modelo Racional (Fig. 4.18a). Este resultado se respalda mediante los datos proporcionados en la Tabla 4.2, específicamente al observar el indicador de R-square.

El indicador de R-square para un modelo de ajuste puede variar entre cero y uno, siendo los valores más aproximados a uno los que se desea obtener. El valor del indicador de R-square es importante porque indica la proporción de la variabilidad o dispersión de un conjunto de datos a través de la varianza que el modelo obtuvo. En este caso, el valor obtenido para R-square por el modelo Racional fue de 0.998, lo que significa que el ajuste logró capturar el 99.8 % de la variación total de los datos en relación con la STO-1, utilizando únicamente cuatro parámetros. Este alto nivel de ajuste destacó la aparente eficacia del modelo Racional al representar con precisión la variación en la DE a lo largo de la STO-1.

La expresión matemática que describió a la función generada por el modelo Racional se muestra en la Ec. 4.1. Esta expresión matemática muestra la relación entre los parámetros del modelo y la variación en la DE a lo largo de la STO-1 del álabe. La presentación de esta ecuación es indispensable, ya que no solo engloba el resultado del ajuste, sino que también proporciona una herramienta formal para la representación y aplicación práctica de la parametrización obtenida.

$$f(x) = \frac{(p_1x) + p_2}{x^2 + (q_1x) + q_2} \quad (4.1)$$

Los cuatro coeficientes o parámetros que satisfacen a la Ec. 4.1, así como la variación permitida o intervalo de confianza de los parámetros, se muestran en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3: Valores que satisfacen a los parámetros de la Ec. 4.1.

Parámetro	Valor	Intervalo de Confianza
p_1	1989	(1959, 2019)
p_2	77.7	(61.88, 93.51)
q_1	254.7	(249.6, 259.7)
q_2	216.9	(209.7, 224.1)

A pesar de que el modelo Racional aparentemente logró un ajuste aceptable al reproducir la DE de la STO-1, se enfrentaron algunas limitaciones geométricas significativas, específicamente al intentar reconstruir el BA de las STOs en un programa computacional CAD, ya que al evaluar la función generada por este modelo (Ec. 4.1), se observó la generación de un polo que no interceptaba correctamente al origen, como se ilustra en la Fig. 4.19.

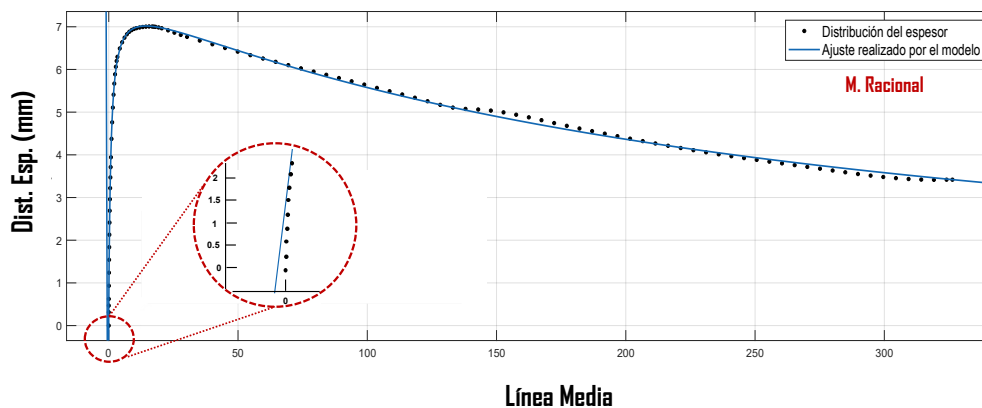


Figura 4.19: Error de intersección de la función al aproximarse al origen al evaluar los valores de la DE en la Ec. 4.1.

La situación descrita anteriormente resultó en la incapacidad de la función para definir adecuadamente la STO-1 desde el origen, dando como resultado STOs con cierto grado de apertura en todo el BA del álabe, como se muestra en la Fig. 4.20.

El error de cierre en la geometría no fue exclusivo del modelo Racional, sino que se replicó en todos los modelos de ajuste evaluados. Al analizar las causas de este error, se identificó que la complejidad del BA fue un factor determinante para que éste aparezca. En la curva de la DE, el BA se caracterizó por presentarse como una sección con un alto grado de cambio de pendiente, pasando drásticamente de una sección semi-recta, a una curva muy pronunciada y, posteriormente, nuevamente una sección semi-recta que decae hasta interceptar al origen.

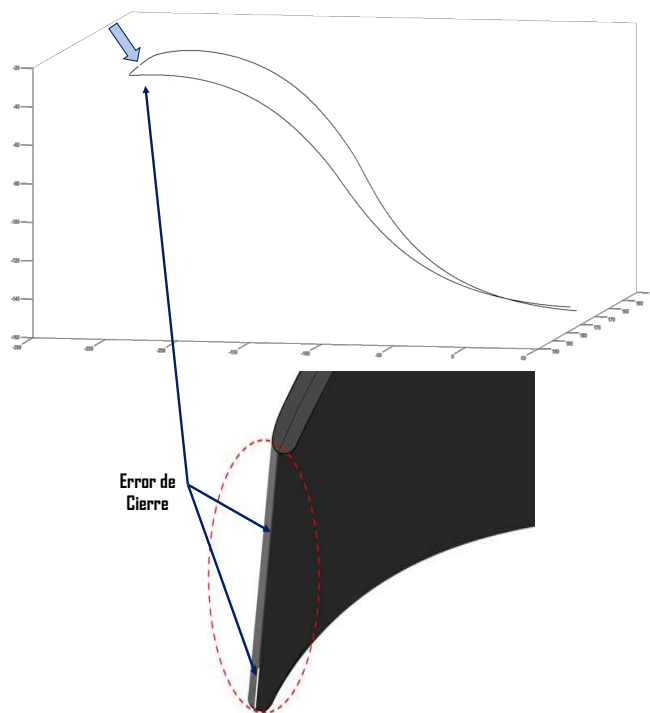


Figura 4.20: Error de cierre en el BA al generar el CAD del álabe.

Esta complejidad geométrica de la DE hizo difícil obtener un ajuste preciso en esa región crítica.

Por otra parte, el error de cierre en la geometría impactaría directamente en la capacidad de generar la malla que se empleara en la evaluación CFD. Una posible solución sería completar la parte de la sección del arco del BA que no se definió correctamente mediante el modelo de ajuste; sin embargo, esa pequeña sección quedaría como una recta dentro de una curva pronunciada que achataría el BA, lo que causaría posiblemente separación de la capa límite al impactar el flujo proveniente de los álabes guía con el BA, afectando directamente la eficiencia de la turbina.

Técnica #2 de ajuste 2D. Obtención de una función para definir los lados LP y LS de la STO-1 mediante modelos de ajuste

Ante el desafío anterior, surgió la necesidad de explorar otras soluciones para superar las limitaciones que se enfrentaron en la reproducción del BA. Una posible opción fue desarrollar una técnica de ajuste mediante la obtención de una función que definiera el LP y el LS de la sección, utilizando los modelos de ajuste previamente empleados. En otras palabras, se pasaría de un enfoque de ajuste de la curva de la DE a un enfoque de ajuste de las curvas

completas que conforman la sección. Este nuevo enfoque permitiría evaluar la capacidad de los modelos de ajuste para capturar de manera más precisa las características geométricas del BA en las curvas LP y LS, ya que el cambio de pendiente pareciera tener una transición más suave y menos drástica hacia el BA (Fig. 4.21), en comparación con la curva de la DE.

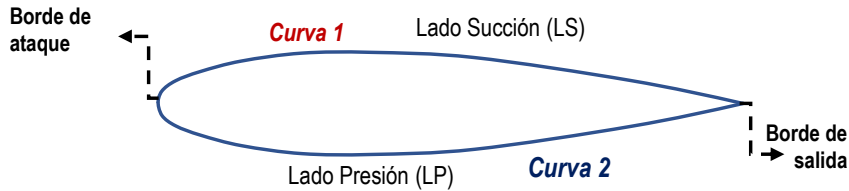
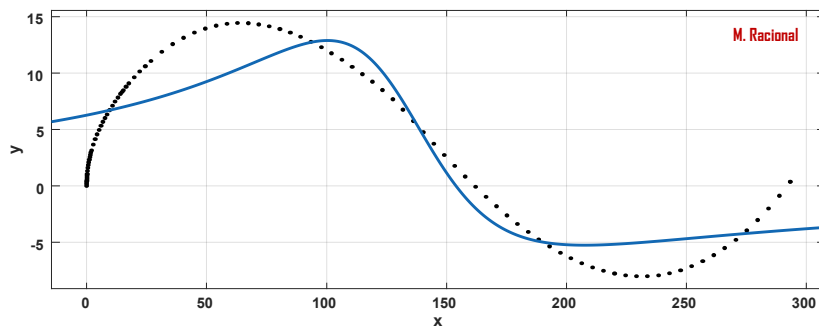
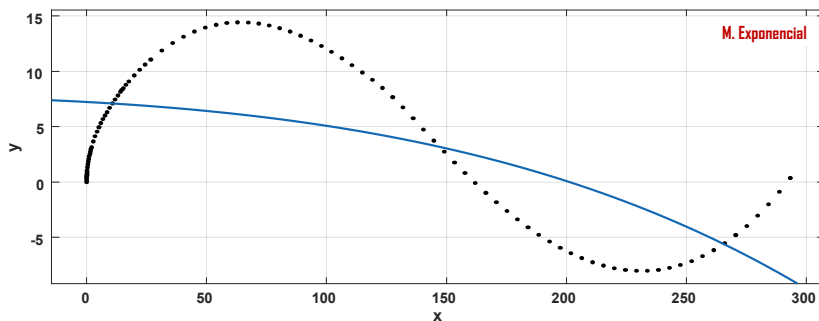


Figura 4.21: Curvas LP y LS de una ST 2D.

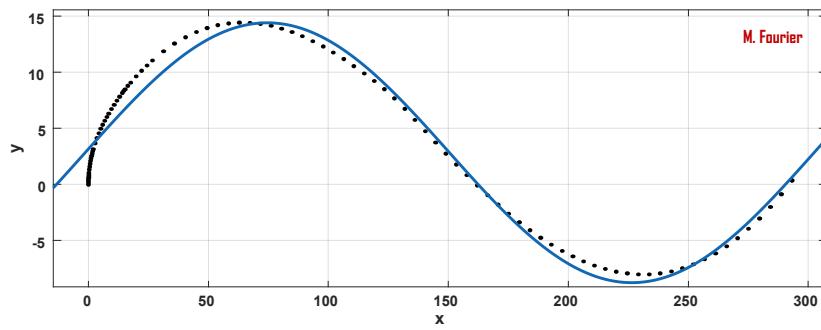
Para la implementación de este nuevo enfoque, se consideró primeramente realizar la reproducción del LP de la STO-1. Los resultados cualitativos de estos ajustes se presentan en la Fig. 4.22. Como se puede observar, el modelo de Suma de Senos demostró en esta ocasión ser el más idóneo para adaptarse a la curva del LP. No obstante, al evaluar visualmente de manera más detallada los ajustes proporcionados, se logró identificar nuevamente la problemática que ya se había presentado anteriormente: ninguno de los ajustes logró pasar por el origen, tal como se aprecia en los ajustes expuestos en la Fig. 4.20.



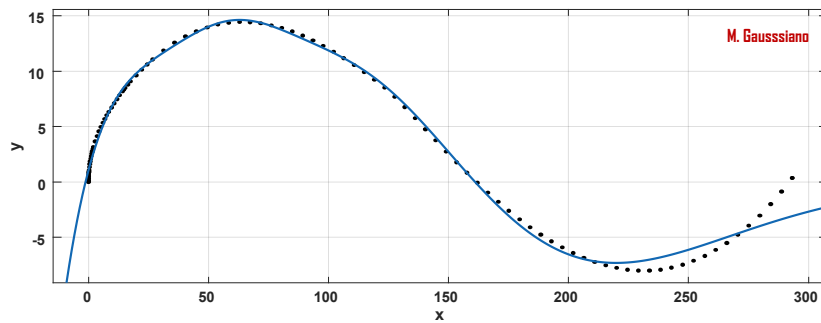
(a) Racional.



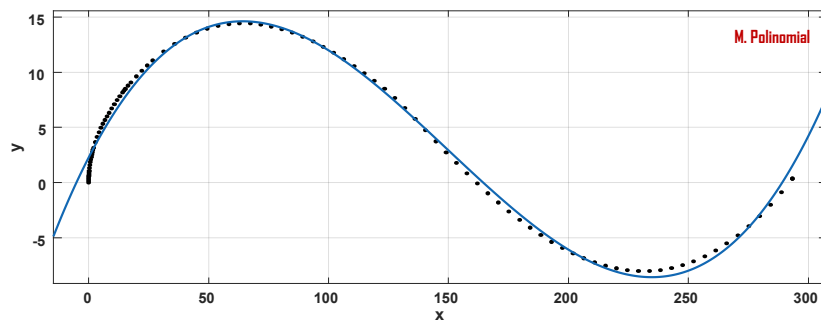
(b) Exponencial.



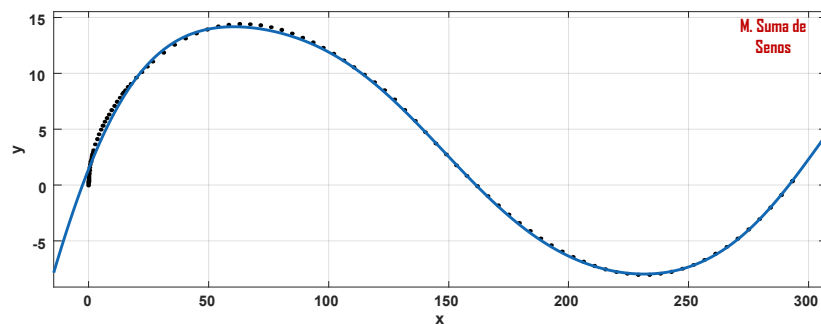
(c) Fourier.



(d) Gaussiano.



(e) Polinomial.



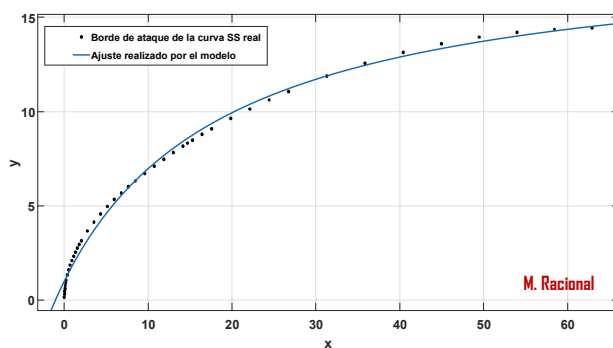
(f) Suma de Senos.

Figura 4.22: Comparación del ajuste realizado por los modelos para el LP 2D de la STO-1.

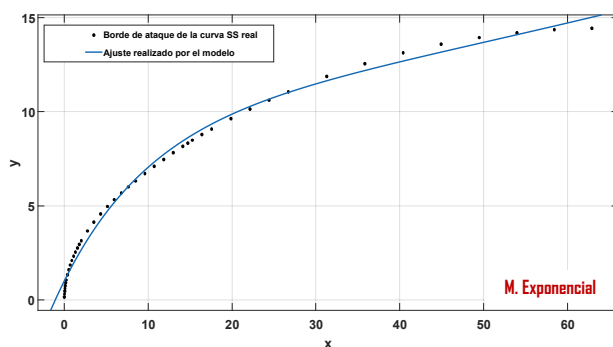
Técnica #3 de ajuste 2D. Obtención de una función para definir las curvas LP y LS de la STO-1 por segmentos mediante modelos de ajuste

Tras los ajustes realizados considerando la curva completa del LP, se corroboró de manera definitiva que el problema en ambos enfoques anteriores radicaba en la dificultad de los modelos para reproducir el BA. El obstáculo principal se debió a las características geométricas complejas y a la transición abrupta en el BA, que los modelos actuales no lograron capturar con precisión.

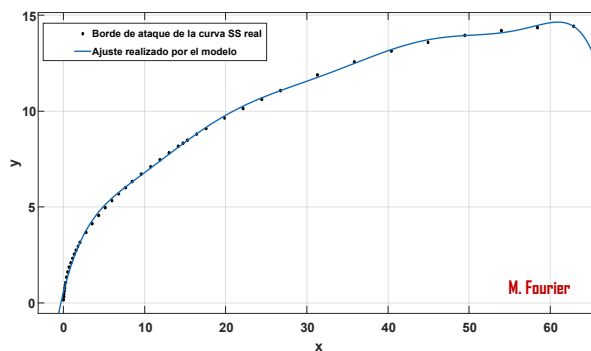
Ante esta situación, se realizó un tercer intento de ajuste, pero ahora segmentando la curva LP para lograr aislar el BA. Esto se llevó a cabo con la intención de reducir la complejidad de la curva LP, específicamente en la transición hacia el BA, ya que presenta una tasa de curvatura bastante elevada. De manera general, la idea era obtener funciones de ajuste para cada segmento y luego combinarlas en una única función integral. Por esta razón, se iniciaron los ajustes utilizando los modelos en el BA, como se muestra en la Fig. 4.23. Sin embargo, al realizar un análisis de los ajustes obtenidos, nuevamente quedó evidenciado de manera clara y definitiva que la curva de ajuste se alejaba aún más del origen en la mayoría de los modelos y presentaba serias deformaciones en la parte final.



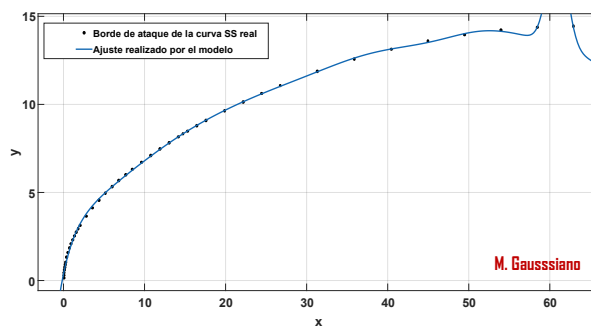
(a) Racional.



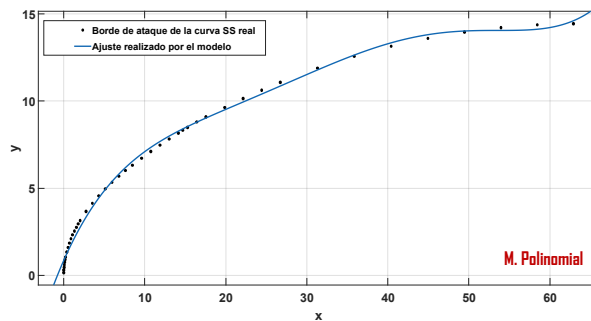
(b) Exponencial.



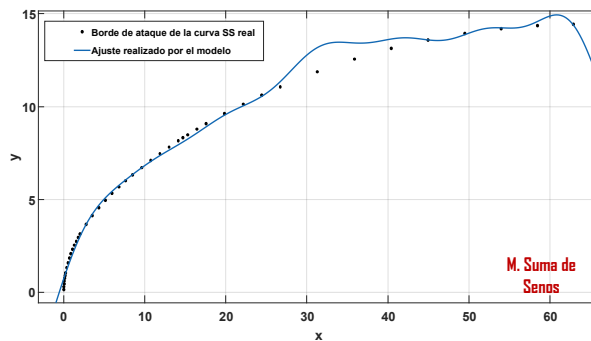
(c) Fourier.



(d) Gaussiano.



(e) Modelo Polinomial.



(f) Suma de Senos.

Figura 4.23: Comparación entre los modelos de ajuste aplicados en el BA del LP 2D de la STO-1.

Tras haberse realizado los análisis anteriores respecto a los ajustes de curvas mediante diversos modelos y enfoques, se llegó a la conclusión de que para los “álabes de última generación” o “álabes X” con una geometría notablemente flexionada, como lo es el Francis 99, es improbable obtener una función 2D que describa la DE o represente de manera precisa las curvas de LP y LS de las STOs. La dificultad radicó en la necesidad de capturar y expresar con precisión las variaciones extremas en la curvatura en el BA, lo cual se volvió extremadamente desafiante para los modelos de ajuste convencionales. La comprensión de esta limitación es crucial al abordar el diseño y análisis de álabes de última generación, ya que sugirió la necesidad de emplear enfoques de parametrización más avanzados para representar fielmente estas geometrías intrincadas.

Técnica #3 de ajuste 3D. Utilización de un polinomio de Bernstein de cuarto grado para definir el LP y LS de la STO-1 por segmentos

Dada la comprobada eficacia del polinomio de Bernstein como una herramienta robusta para la representación de curvas tridimensionales complejas, se optó por aplicar esta técnica en el proceso de ajuste de las curvas LP y LS. Inicialmente, se intentó ajustar estas curvas utilizando un único polinomio de Bernstein de diferentes grados. Sin embargo, este enfoque no proporcionó resultados satisfactorios debido a la naturaleza compleja y las variaciones locales de las curvas. Tras numerosas pruebas y evaluaciones, y considerando la experiencia previa obtenida con modelos de ajuste bidimensionales, se tomó la decisión de subdividir cada uno de los lados LP y LS de la STO-1 en tres segmentos polinomiales (Fig. 4.24). Esta subdivisión permitió reducir el grado total de complejidad de la curva, lo que permitió capturar de manera más efectiva las características locales de la misma.

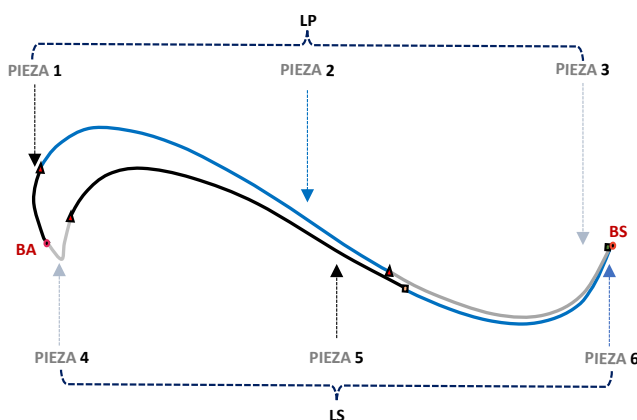


Figura 4.24: Lados LP y LS de la STO-1 seccionados en tres piezas o segmentos polinomiales.

La subdivisión automatizada de ambas curvas de la STO-1 fue llevada a cabo mediante un algoritmo que realizó una primera optimización para este propósito. A través de una segunda optimización, el algoritmo ajustó cada pieza de la curva utilizando cinco puntos de control. Este algoritmo fue diseñado y programado con el propósito de facilitar la captura de variaciones locales en STs con diferentes formas y permitir que el polinomio de Bernstein se adaptara eficientemente a las características específicas de cada sección de la geometría del álabe que se deseara parametrizar.

En términos prácticos, para explicar el proceso de ajuste se recurre a la Ecuación 4.2, donde un polinomio de Bernstein de cuarto grado se puede expresar como:

$$B_{i,4}(t) = \binom{4}{i} t^i (1-t)^{4-i} \quad (4.2)$$

donde i varía desde 0 hasta 4, y $\binom{4}{i}$ es el coeficiente binomial "4 sobre i ".

Los coeficientes binomiales, dados por la Ecuación 4.2, quedan definidos de la siguiente manera:

$$\binom{4}{i} = \begin{cases} \frac{4!}{0!(4-0)!} = 1 & \text{para } i = 0 \\ \frac{4!}{1!(4-1)!} = 4 & \text{para } i = 1 \\ \frac{4!}{2!(4-2)!} = 6 & \text{para } i = 2 \\ \frac{4!}{3!(4-3)!} = 4 & \text{para } i = 3 \\ \frac{4!}{4!(4-4)!} = 1 & \text{para } i = 4 \end{cases} \quad (4.3)$$

Por lo tanto, los polinomios de Bernstein de cuarto grado son:

$$B_{0,4}(t) = \binom{4}{0} t^0 (1-t)^4 = (1-t)^4 \quad (4.4)$$

$$B_{1,4}(t) = \binom{4}{1} t^1 (1-t)^3 = 4t(1-t)^3 \quad (4.5)$$

$$B_{2,4}(t) = \binom{4}{2} t^2 (1-t)^2 = 6t^2(1-t)^2 \quad (4.6)$$

$$B_{3,4}(t) = \binom{4}{3} t^3 (1-t) = 4t^3(1-t) \quad (4.7)$$

$$B_{4,4}(t) = \binom{4}{4} t^4 (1-t) = t^4 \quad (4.8)$$

Así, un polinomio de Bernstein de cuarto grado se puede escribir como una combinación lineal de estos polinomios de Bernstein:

$$P(t) = \sum_{i=0}^4 c_i B_{i,4}(t) \quad (4.9)$$

donde c_i son los coeficientes que determinan el polinomio específico.

Explícitamente, un polinomio de cuarto grado expresado en esta base tendría la forma:

$$P(t) = c_0(1-t)^4 + c_1 4t(1-t)^3 + c_2 6t^2(1-t)^2 + c_3 4t^3(1-t) + c_4 t^4 \quad (4.10)$$

Aquí, c_0, c_1, c_2, c_3 y c_4 son los coeficientes específicos del polinomio de Bernstein que se está definiendo.

Entonces, para realizar el ajuste de la curva LP utilizando polinomios de Bernstein de cuarto grado y considerando tres piezas polinomiales, se sigue el siguiente procedimiento:

Dado un conjunto de puntos de control $\{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7, P_8, P_9, P_{10}, P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{14}$ y $P_{15}\}$, que describen las piezas de la curva LP, se dividió en tres segmentos agrupados de la siguiente manera:

1. Primer segmento corresponde a la pieza polinomial uno: $\{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5\}$.
2. Segundo segmento corresponde a la pieza polinomial dos: $\{P_5, P_6, P_7, P_8, P_9, P_{10}\}$
3. Tercer segmento corresponde a la pieza polinomial tres: $\{P_{10}, P_{11}, P_{12}, P_{13}, P_{14}, P_{15}\}$.

Es importante notar que los puntos extremos de los segmentos (P_5, P_6) y (P_{10}, P_{11}) en la curva LP estuvieron compartidos entre los segmentos adyacentes para garantizar la continuidad de la curva (Fig. 4.25). Este enfoque aseguró que la transición entre segmentos fuera suave y continua. Además, debido a que el último y el primer punto de control en los extremos de los segmentos polinomiales se compartió para producir un polinomio continuo por partes, solo se requirieron tres parámetros por pieza para ajustarla correctamente y, a su vez, para toda la curva LP o LS. Este método de parametrización no solo simplificó el proceso, sino que también resultó en una significativa reducción de puntos de control, pasando de 30 a un total de 18 puntos de control para la definición de cada STA.

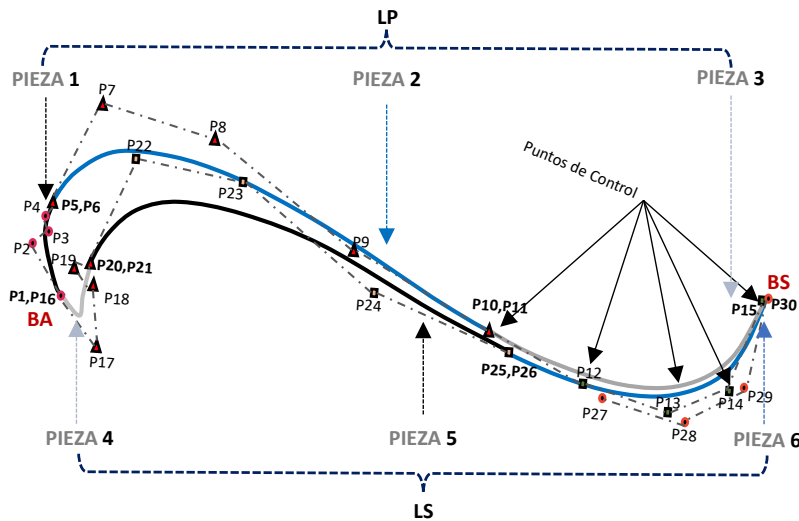


Figura 4.25: STA-1 del álabe Francis 99 representada mediante seis piezas polinomiales y sus puntos de control.

Cada subconjunto de puntos de control mostrados anteriormente definió un polinomio de Bernstein de cuarto grado:

1. Para la primera pieza polinomial:

$$P_1(t) = \sum_{i=0}^4 c_{i,1} B_{i,4}(t) \quad (4.11)$$

2. Para la segunda pieza polinomial:

$$P_2(t) = \sum_{i=0}^4 c_{i,2} B_{i,4}(t) \quad (4.12)$$

3. Para la tercera pieza polinomial:

$$P_3(t) = \sum_{i=0}^4 c_{i,3} B_{i,4}(t) \quad (4.13)$$

Explícitamente, los polinomios se definieron de acuerdo a la Ec. 4.10, quedando expresados de la siguiente manera:

1. Para la primera pieza polinomial:

$$P_1(t) = c_{0,1}(1-t)^4 + c_{1,1}4t(1-t)^3 + c_{2,1}6t^2(1-t)^2 + c_{3,1}4t^3(1-t) + c_{4,1}t^4 \quad (4.14)$$

2. Para la segunda pieza polinomial:

$$P_2(t) = c_{0,2}(1 - t)^4 + c_{1,2}4t(1 - t)^3 + c_{2,2}6t^2(1 - t)^2 + c_{3,2}4t^3(1 - t) + c_{4,2}t^4 \quad (4.15)$$

3. Para la tercera pieza polinomial:

$$P_3(t) = c_{0,3}(1 - t)^4 + c_{1,3}4t(1 - t)^3 + c_{2,3}6t^2(1 - t)^2 + c_{3,3}4t^3(1 - t) + c_{4,3}t^4 \quad (4.16)$$

Finalmente, se evaluó cada polinomio en su respectivo intervalo $t \in [0, 1]$ y se unieron los resultados para obtener la curva completa. Para garantizar suavidad en las transiciones entre segmentos, se igualaron las condiciones de continuidad en los puntos de unión. Las seis piezas polinomiales resultantes de la STO-1, correspondientes a LP y LS, definieron una nueva curva, a la cual se le asignó el término STA (Fig. 4.25).

Al generar la STA-1 del CAOF99 en un programa CAD, se observó que el ajuste realizado mediante el polinomio de Bernstein no solo generó STA tridimensionales correctas, sino que también demostró una precisión significativa al reconstruir cada una de las 10 STOs del álabe. Además, este procedimiento abordó con éxito los errores de cierre en el BA, previamente obtenidos en intentos de ajuste anteriores. La eficacia de la herramienta de ajuste mediante polinomios de Bernstein, junto con el bajo número de parámetros utilizados en el ajuste, llevó a la selección de esta técnica de ajuste como la más eficiente para reproducir cada una de las STO de un álabe de forma libre. Los detalles específicos sobre los resultados obtenidos al aplicar esta técnica a la STO-1 del álabe GAMM (CAOG) se presentan en la Fig. 4.26.

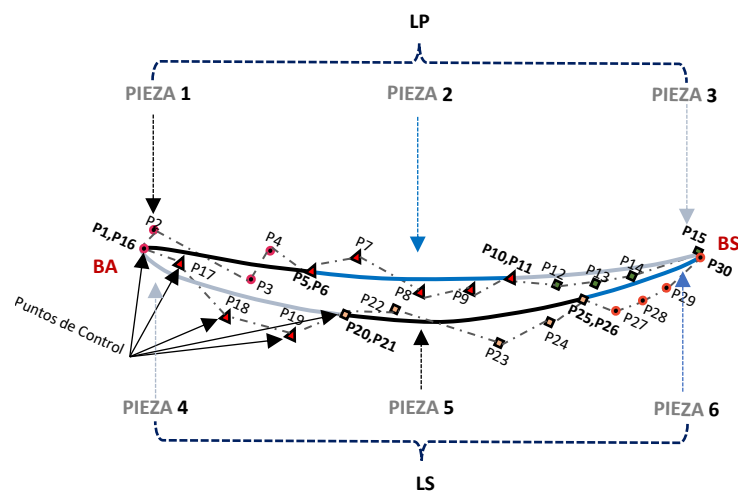


Figura 4.26: STA-1 del álabe GAMM representada mediante seis piezas polinomiales y sus puntos de control.

En la Tabla 4.4, se presenta la distancia ortogonal máxima alcanzada por cada STA en relación con su correspondiente STO de cada álabe. Es importante destacar que esta distancia fue bastante pequeña en ambos casos, aproximadamente un orden de magnitud menor, en comparación con el umbral establecido por [Dubé et al. (2006)], 0.1 % en relación al diámetro del rodete (0.4 mm y 0.6 mm para el álabe Francis y el GAMM, respectivamente). Este resultado sugiere un rendimiento excepcional de cada STA en términos de ajuste y alineación con su respectiva STO, según las medidas de distancia calculadas.

Tabla 4.4: Distancia ortogonal máxima entre las STOs y las STAs, ($\times 10^{-2}$ mm).

STAs	Francis 99		GAMM	
	LP	LS	LP	LS
1	2.3456	1.2345	3.4685	4.0722
2	0.1234	2.9876	3.4084	3.8811
3	1.2345	2.8765	4.8421	3.8822
4	0.9876	1.1234	3.3012	6.1979
5	1.6789	2.3456	4.3174	4.6197
6	2.4567	1.7890	5.5730	5.8783
7	0.5678	2.3456	4.6828	3.6638
8	1.2345	2.7890	5.8498	5.2135
9	2.6789	1.2345	5.7435	5.2824
10	1.3456	0.9876	3.6695	4.7493

La Fig. 4.27 proporciona una representación gráfica del grado de ajuste logrado entre la STO-1 y la STA-1 del álabe GAMM. Cabe destacar, que se observó un comportamiento de ajuste similar en todas las STOs de ambos álabes, como el mostrado entre la STO-1 y la STA-1 del álabe GAMM.

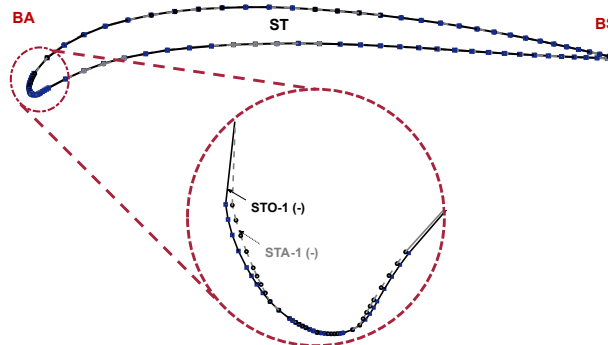


Figura 4.27: Comparación entre la STO-1 y la STA-1 del álabe GAMM.

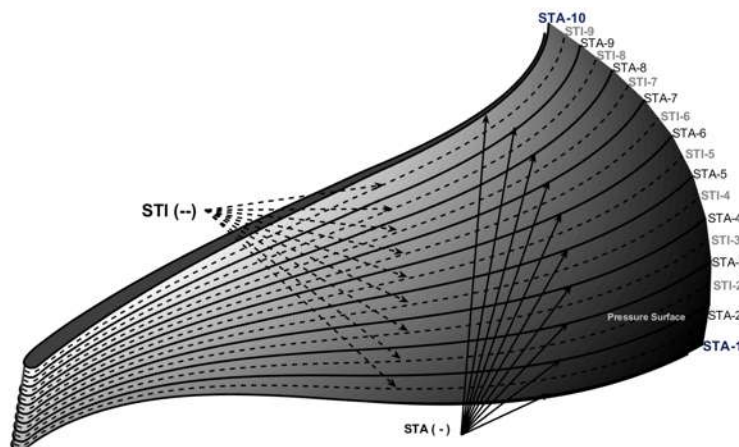
Es importante destacar que el algoritmo de ajuste se diseñó para concentrar un número significativo de puntos en las partes de la STA críticas, esto en comparación con los puntos

originales de la STO-1 de ambos álabes, lo cual trajo como consecuencia que los valores máximos de las distancias ortogonales se localizaran en áreas específicas del Álabes GAMM, particularmente el BA, debido a que los puntos de la STO y la STA ya no coincidían tras la concentración de más puntos.

Los resultados obtenidos en las mediciones de las distancias máximas del CAOG, que son mayores que en el Francis 99, lejos de ser pesimistas, se atribuyen a la notable mejora en la circunferencia o arco del BA, ya que este estaba definido originalmente por cinco puntos. Esta mejora representada en el ajuste presenta una ventaja sustancial, especialmente en situaciones donde los álabes puedan enfrentar dificultades en la definición geométrica del arco del BA, ya que un BA mal definido puede tener consecuencias negativas en el rendimiento de la turbina, dando lugar a problemas como desprendimiento prematuro de la capa límite, cavitación, pequeñas perturbaciones en el fluido que generen vibraciones en la máquina, entre otros.

4.3.3. Modelos ANR

Después de determinar la mejor técnica de parametrización de las STOs, se procedió a encontrar una correcta concentración de STs a lo largo de la envergadura del álabes. Para aprovechar la destacada similitud entre las STAs debido a su proximidad y ortogonalidad, se implementó un algoritmo interpolador lagrangiano que utilizó la TFI para obtener STIs entre ellas. Este proceso de interpolación permitió generar STIs que se complementan con las STAs en la reconstrucción, mejorando la suavidad y continuidad de la superficie del álabes. La Fig. 4.28 ilustra este proceso de mezclado de STs, mostrando la incorporación de una sola STI entre las 10 STAs, generando en una primera iteración un nuevo álabes llamado ANR .



(a) ANR-Francis 99.

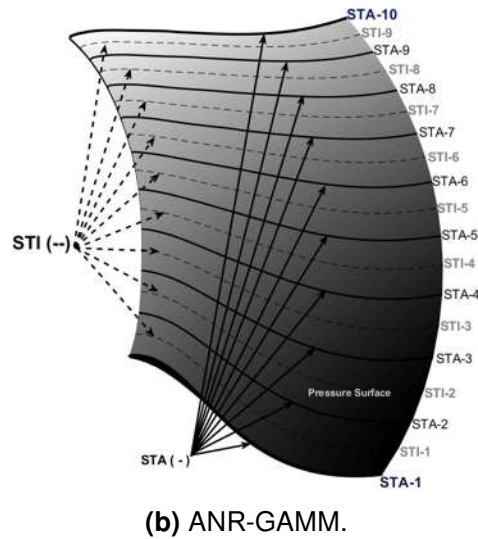


Figura 4.28: Mezclado de STAs por interpolación a largo de la envergadura del álabe, resultando en la obtención de modelos ANR con nueve STIs y 10 STAs en una primera interpolación.

El algoritmo interpolador fue capaz de agregar tantas secciones como se necesitasen para la reconstrucción del álabe. En la Fig. 4.29 se muestra un acercamiento a la pared del ANR Francis 99 donde se aprecia una tercera interpolación, en la cual se incorporaron siete STIs entre las STA-9 y STA-10. Este proceso de interpolación no solo facilitó una transición más suave entre las secciones, sino que también garantizó que las variaciones locales en la geometría del álabe se capturaran de manera más precisa, lo cual es crucial para mantener el rendimiento hidrodinámico y estructural del álabe.

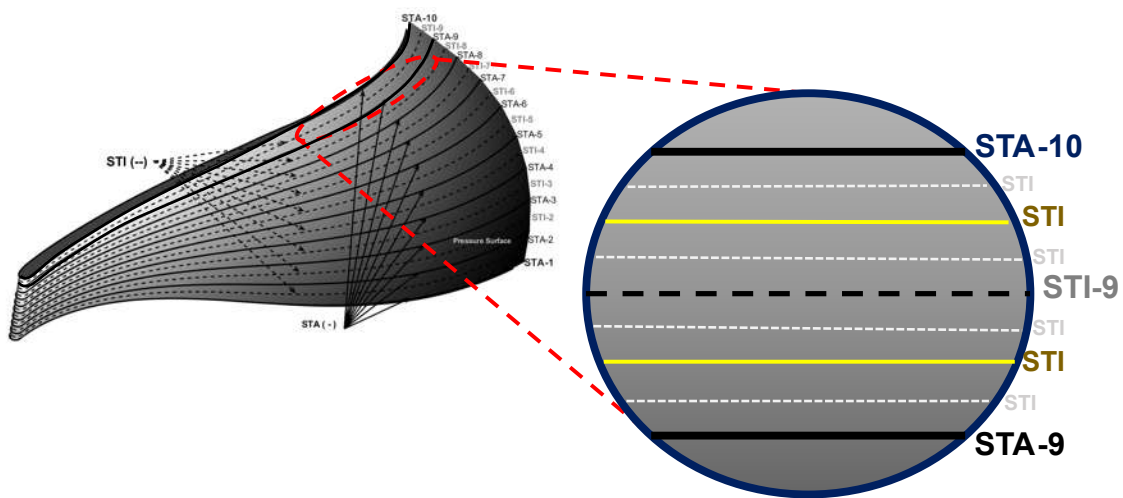


Figura 4.29: Mezclado de STAs por interpolación, resultando en la obtención de un modelo ANR-Francis 99 con siete STIs entre cada STA en una tercera interpolación.

Evaluación de la reconstrucción del ANR

En este punto de la reconstrucción, era posible interpolar un número infinito de secciones entre las STAs debido a su proximidad y a la naturaleza inherente de la interpolación, que solo se vería limitada por el poder computacional disponible. Sin embargo, surgió la necesidad de determinar cuántas STIs eran necesarias para llevar a cabo una reconstrucción efectiva del álabe. Esta pregunta se vuelve clave en el procesamiento y la optimización de datos durante el proceso de reconstrucción. Determinar el número óptimo de STIs fue esencial para equilibrar la precisión de la reconstrucción con la eficiencia de procesamiento. Un exceso de STIs podría llevar a un aumento innecesario de la carga de datos, mientras que un número insuficiente podría comprometer la precisión geométrica y, por ende, el rendimiento del álabe.

Para abordar esta cuestión, se procedió a evaluar las reconstrucciones mediante el cálculo del error máximo de forma o Desviación Porcentual, Di , entre los planos que contienen los componentes de los vectores normales al LP y LS obtenidos del álabe original y las superficies creadas con los puntos de la malla generada por el algoritmo lagrangiano (x_i, y_i, z_i) . En concreto, este análisis permitió identificar el grado de precisión geométrica alcanzado con diferentes números de STIs en los modelos ANR al compararlos con sus respectivos modelos originales CAOF99 y CAOG.

Este proceso de comparación entre superficies se realizó contemplando configuraciones con 19, 37, 73, 145 y 289 STs, que incluyen tanto STAs como STIs, y 100 puntos por cada sección al generar los modelos ANR, tal como se muestra en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5: Error máximo de forma en relación al diámetro del rodete, entre las superficies de los álabes CAOF99 y CAOG y los modelos ANR ($\times 10^{-5}$ mm).

STI	STI + STA	Francis 99		GAMM	
		LP	LS	LP	LS
1	19	320	430	3030	1090
3	37	600	150	1930	630
7	73	360	200	1500	363
15	145	4.82	5.91	795	338
31	289	1.25	1.44	755	90

La tabla anterior resultó fundamental para determinar que al aumentar el número de STIs entre las STAs, el error máximo de forma en la mayoría de los modelos del ANR disminuyó considerablemente en ambos álabes. En el caso de modelos ANR con 289 STs, se alcanzó un error máximo de 1.25×10^{-5} en el LP y 1.44×10^{-5} en el LS para el álabe Francis, mientras

que para el álabe GAMM, se alcanzó un error máximo de 7.55×10^{-5} en el LP y 9.0×10^{-5} en el LS.

Por otro lado, se observó que los modelos ANR-Francis 99 mostraron resultados bastante superiores en la reconstrucción en comparación con los modelos ANR-GAMM cuando se considera el mismo número de secciones en la comparación (STIs + STAs). Esta diferencia se atribuye a que las STAs del álabe ANR-GAMM presentan variaciones de forma más pronunciadas entre sí a lo largo de la envergadura, lo que denota su complejidad del álabe en la EE, como se puede apreciar en la Fig. 4.30. En contraste, las STAs del ANR-Francis 99 son más consistentes entre sí a lo largo de la envergadura. Este hallazgo confirma la capacidad del algoritmo para interpolar STIs de manera efectiva, incluso cuando las STAs varían drásticamente en forma debido al proceso de mezclado.

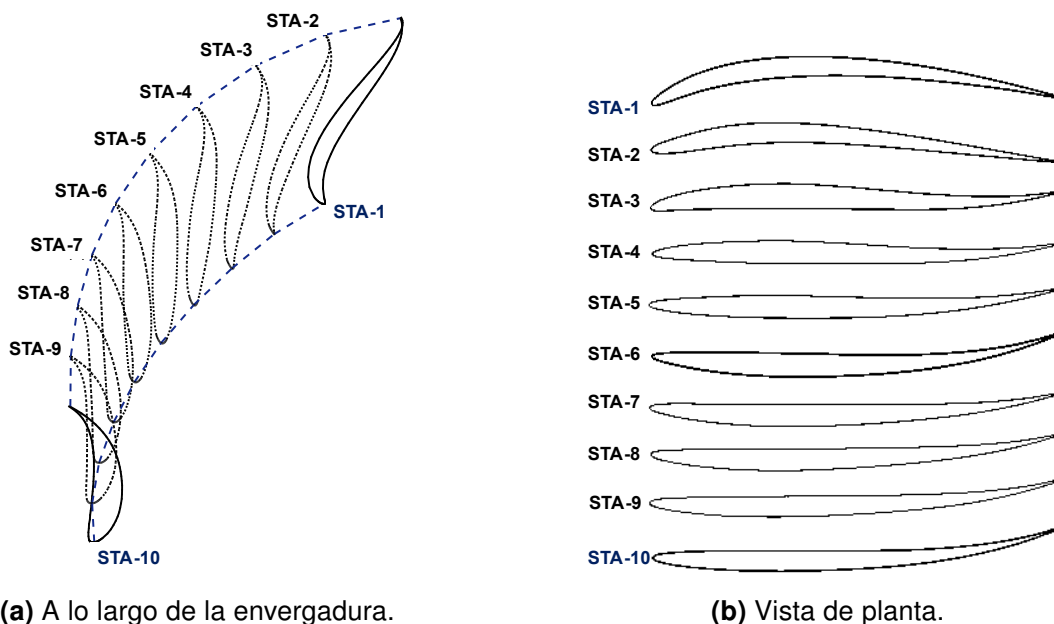
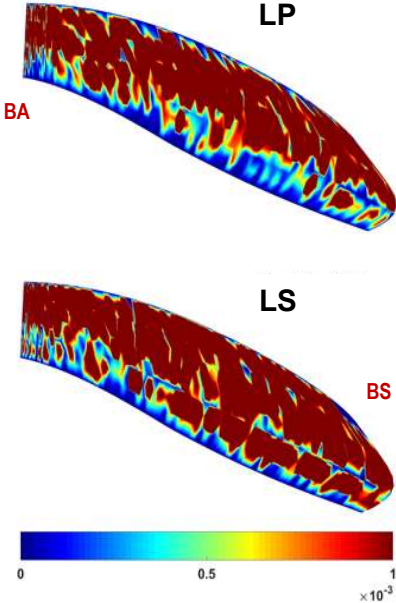


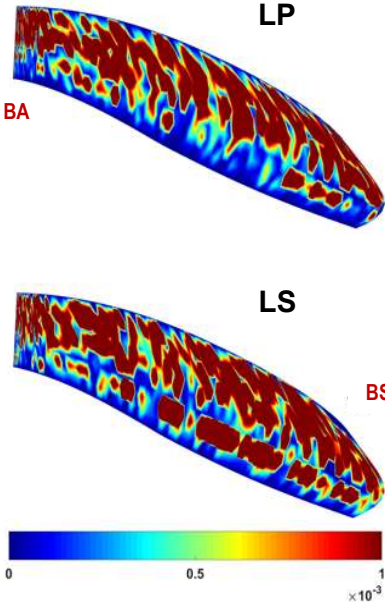
Figura 4.30: STAs del ANR-GAMM.

Si se utiliza el criterio de error máximo en una reconstrucción para propósitos de evaluación (0.4 mm y 0.6 mm para el álabe Francis y el GAMM, respectivamente), se puede concluir que todas las reconstrucciones se mantuvieron por debajo de este umbral, lo que indicó que todos los modelos ANR podrían ser considerados correctos.

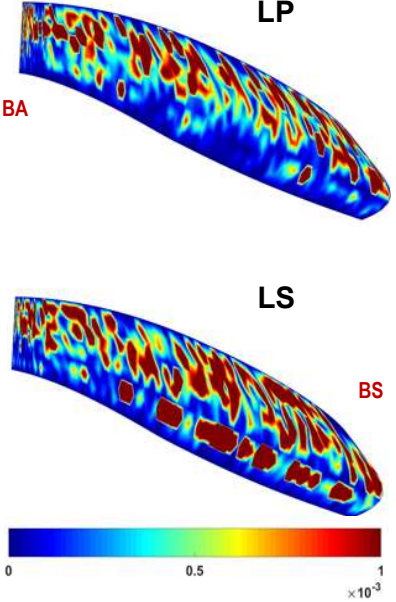
En las Figs. 4.31 - 4.32 se muestra una representación gráfica del error máximo de forma entre modelos ARN y modelos originales, lo que proporciona una visión clara de las discrepancias entre la geometría resultante de la reconstrucción y la forma original del álabe.



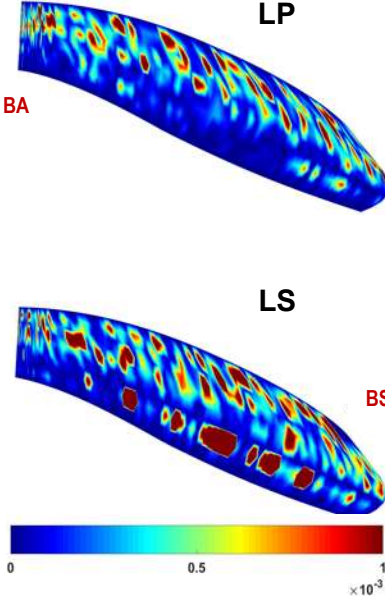
(a) 19 ST.



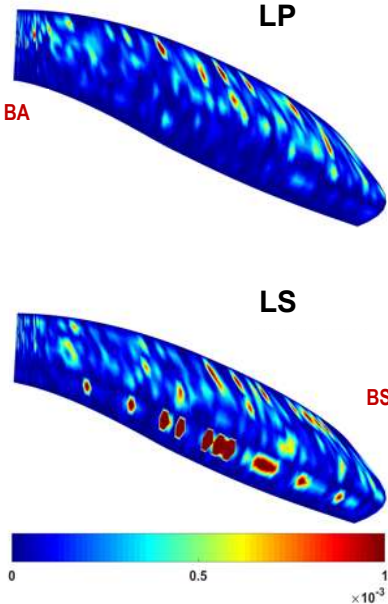
(b) 37 ST.



(c) 73 ST.

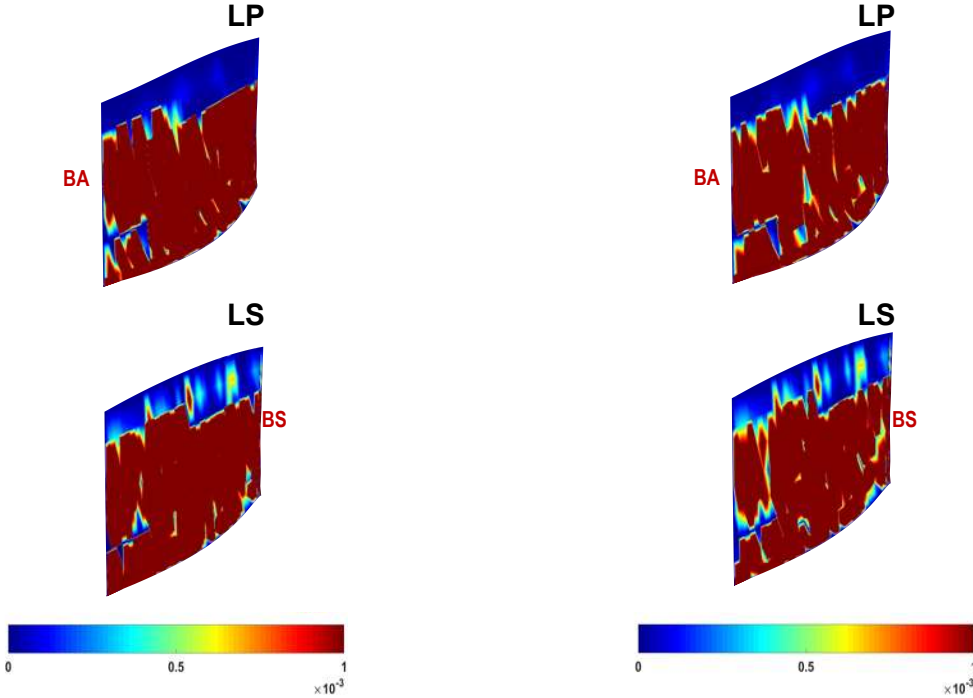


(d) 145 ST.



(e) 289 ST.

Figura 4.31: Distribución del error máximo de forma entre las superficies del CAOF99 y los modelos ARN-Francis 99.



(a) 19 ST.

(b) 37 ST.

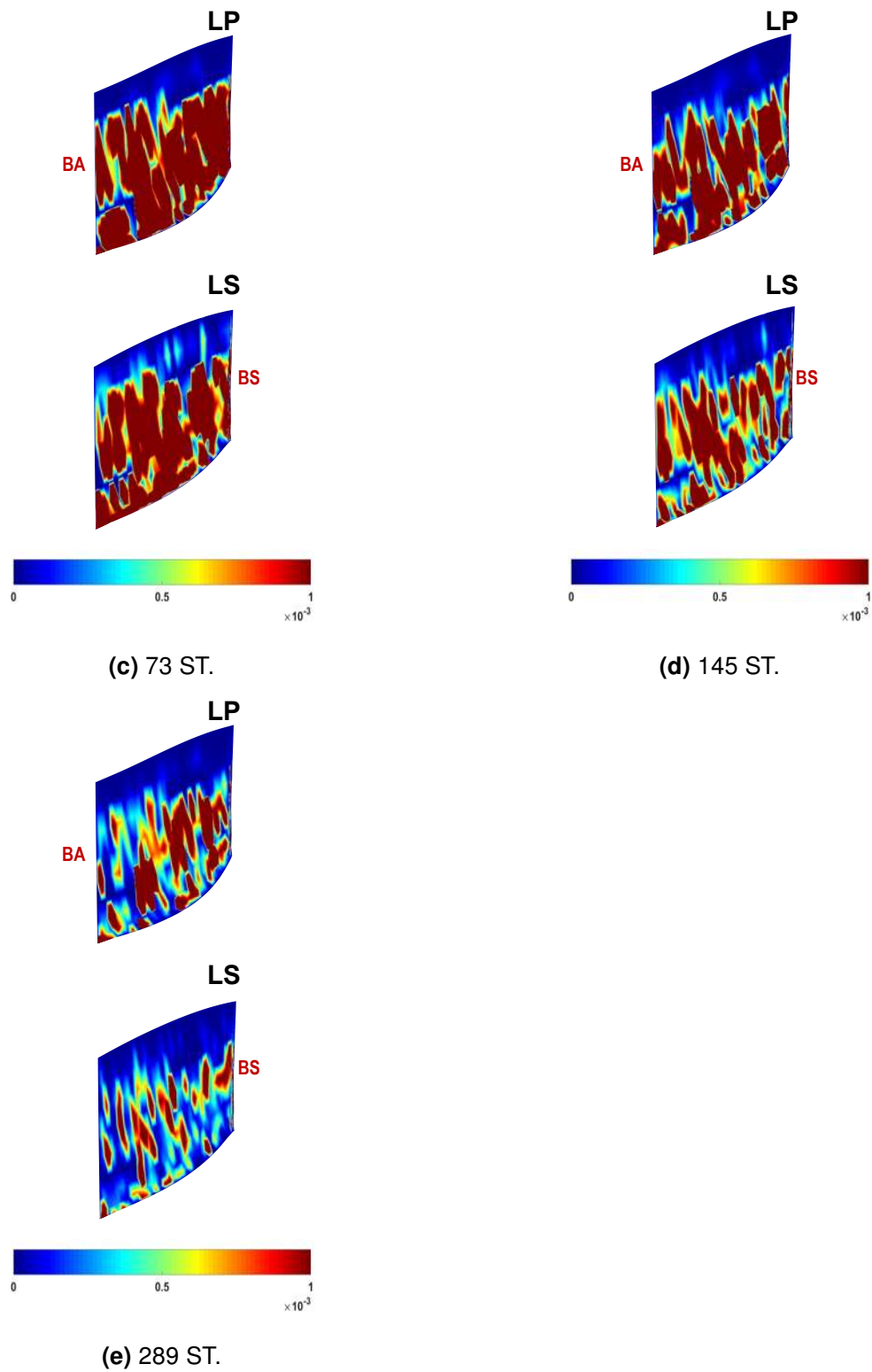


Figura 4.32: Distribución del error máximo de forma entre las superficies del CAOG y los modelos ARN-GAMM.

Al analizar de manera cualitativa la distribución del error de forma no se identificaron patrones, áreas críticas o posibles distorsiones que requirieran ajustes adicionales en el algoritmo lagrangiano en cada ARN. Como era de esperarse en ambos casos, las reconstrucciones con un menor número de STs muestran mayores concentraciones de error, indicadas por las zonas marcadas en rojo. A medida que se aumentó el número de STIs entre las STAs en los modelos ANR, se observó una disminución gradual del error.

Un aspecto a aclarar es que los errores máximos parecen visualizarse a gran medida en ambos casos, ya que se realizó un aumento en la escala de las figuras para poderlos observar. Este ajuste en la escala se implementó con el propósito de tener una visualización correcta, ya que todas las imágenes aparecían en color azul de no realizarse.

En el caso particular del ANR-GAMM, la medida cualitativa del error máximo de forma respalda aspectos que fueron evidentes al calcular cuantitativamente los errores de forma, tales como que se observaron zonas de mayor concentración en rojo en comparación con su reconstrucción análoga del ANR-Francis 99. Como se mencionó anteriormente, esta disparidad en los resultados se atribuye a una transición de forma más compleja debido al mezclado a lo largo de la envergadura entre las secciones STAs del álabes GAMM.

En otro orden de ideas, los resultados de la investigación realizada por [Cerriteño et al. (2021)] demostraron que se requieren alrededor de 289 STs y 100 puntos en cada ST, lo que resultó en 31 STIs interpoladas entre cada STA para generar superficies con un elevado grado de continuidad y suavidad en los modelos del ANR-Francis 99, resultando la misma situación para los modelos ANR-GAMM. Sin embargo, se consideró que esta cantidad de secciones y puntos por sección generó superficies con estructuras con bastantes datos, lo que no resulta factible ya que, por ejemplo, en el caso de un modelo ARN con 289 STs, se tendrían un total de 28 900 puntos, lo que, si se consideran dichos puntos como datos en términos de coordenadas espaciales, resultaría en un total de 86 700 datos para una reconstrucción, lo cual representa una gran brecha en el ahorro de datos en comparación con la menor cantidad de información necesaria para llevar a cabo una reconstrucción efectiva.

El desafío entonces radicó en el desarrollo y programación de algoritmos que permitieran realizar reconstrucciones de modelos ARN equilibrando al máximo la precisión geométrica y el número de los datos implicados en la reconstrucción, ya que la correcta determinación del número óptimo de STs sería indispensable para desarrollar metodologías que pudiesen ser aplicadas de manera efectiva en la industria, como ya se ha comentado anteriormente.

4.3.4. Modelos ANS

Para abordar la nueva problemática de tener una cantidad considerable de datos en los modelos ANR, se desarrolló un nuevo algoritmo interpolador (Fig. 4.33). Este algoritmo tiene la capacidad de extraer nuevas STs en diferentes niveles a lo largo de la envergadura de las superficies de los modelos ANR mediante una TFI Compuesta. Las nuevas STs extraídas a partir de las superficies de los modelos ANR se denominaron STEs, y los nuevos modelos generados se les asignó el nombre de ANS.

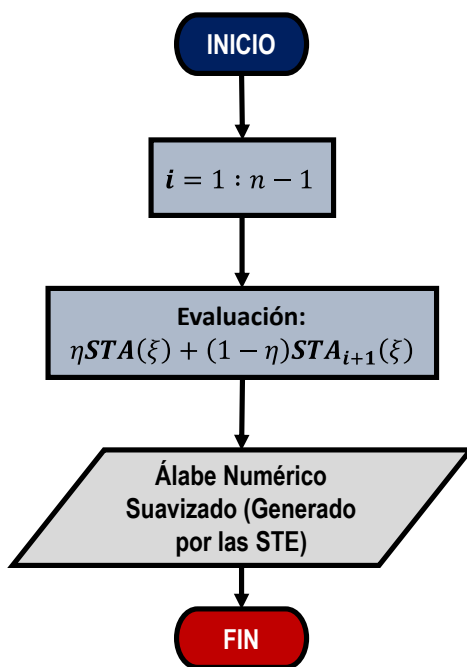


Figura 4.33: Esquema del proceso de generación de los modelos ANS con STEs a partir de los modelos ANR.

Además, este nuevo algoritmo lagrangiano fue capaz de variar los puntos por cada STE y generar datos para las superficies de los nuevos modelos ANS en un formato de Entrada/Salida estándar Tcl/Tk compatible con un archivo script.rpl ejecutable en ANSYS-ICEM®, programa en el cual se elaborarían las mallas para la CFD.

El proceso por el cual este algoritmo emplea la TFI compuesta, definida por las Ecs. (2.33) - (2.35), es un proceso en el que se interpola un borde inferior $r_b(\xi)$, un borde superior $r_t(\xi)$, un borde izquierdo $r_l(\eta)$ y un borde derecho $r_r(\eta)$ para producir una superficie con coordenadas $x(\xi, \eta)$, $y(\xi, \eta)$ y $z(\xi, \eta)$, Fig. 2.16. En consecuencia, también es la base para una técnica de interpolación lagrangiana compuesta para obtener n STEs de las superficies LP y LS del ANR, siguiendo una dirección vertical lógica η en un plano computacional, en el cual el borde superior ($r_t(\xi)$) y el borde inferior ($r_b(\xi)$) están definidos por dos secciones consecutivas del

ANR, y el borde derecho ($r_r(\eta)$) y el borde izquierdo ($r_l(\eta)$) están definidos por el límite del esqueleto de la cuchilla. Así, el ANS se obtiene iterando desde la primera hasta la última sección del ANR.

La Fig. 4.34 muestra el CAD del modelo ANS construido con solo tres STEs fijadas a un 0%, 50% y 100% de la dirección de la envergadura del ANR-GAMM.

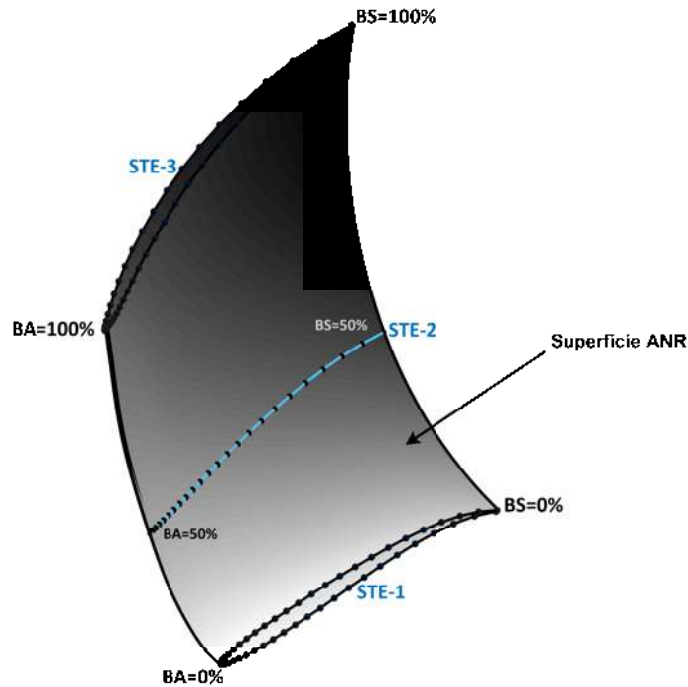


Figura 4.34: Modelo ANS con tres STEs a partir del modelo ANR-GAMM.

Debido a la limitante de tiempo, a partir de este punto en la investigación se decidió analizar únicamente los modelos ANS-GAMM, ya que son más complejos en su mezclado de STs en la envergadura del álabes, como se ha explicado anteriormente. La decisión se tomó en base a los resultados de los errores máximos de forma obtenidos, donde se observó que la metodología desarrollada hasta el momento pudo reconstruir el álabes GAMM con excelente precisión, mientras que el Francis 99 mostró aún mejores resultados. Por lo tanto, se evaluará numéricamente los modelos ANS-GAMM, que tienen más probabilidad de presentar errores geométricos respecto a su análogo original, para asegurar que la metodología sea efectiva incluso en los casos más desafiantes.

Establecido lo anterior, se generaron 11 modelos ANS-GAMM identificados con la nomenclatura (M#), cuyas características relacionadas con el número de STEs y puntos por sección, se detallan en la Tabla 4.6.

Tabla 4.6: Características de los modelos ANS-GAMM

ANS	STEs × puntos	Total de puntos
M1	3 × 50	150
M2	4 × 50	200
M3	5 × 50	250
M4	5 × 76	380
M5	5 × 100	500
M6	10 × 50	500
M7	10 × 76	760
M8	10 × 100	1000
M9	15 × 50	750
M10	15 × 76	1140
M11	15 × 100	1500

El criterio utilizado para definir los modelos ANS anteriores se basó en la consideración desde el número mínimo de STs con los que la metodología puede trabajar (tres STEs), hasta modelos con configuraciones de 15 STEs. Por lo tanto, se estableció este rango para asegurar que en la reconstrucción final no se excediera el límite de 17 STF que comprendía la estructura del CAOG, ya que superar este número de secciones no tendría sentido en términos de eficiencia y mejoramiento de métodos. Por otra parte, la estructura de puntos para las STEs se definió a partir de los 100 puntos que conforman cada una de las STAs, siguiendo una secuencia decreciente de 25 puntos hasta alcanzar configuraciones con el menor número posible de puntos para generar una STE, que son 50 puntos. Sin embargo, para los modelos con STEs conformados por 75 puntos, se tuvo que considerar un total de 76 puntos, dado que los bordes de presión y succión de una STE se definen particularmente con 38 puntos cada uno.

4.4. Etapa 4. Evaluación final del error máximo de forma de los modelos ANS-GAMM

En esta etapa final de la reconstrucción, se compararon los modelos ANS-GAMM con el CAOG, un proceso que ya se había aplicado en las reconstrucciones anteriores para conocer el grado de ajuste alcanzado en las superficies respecto al modelo original. La Fig. 4.35 ilustra el error máximo del ajuste alcanzado por los modelos ANS en proporción al criterio de error máximo aceptado por [Dubé et al. (2006)], línea roja discontinua. En el LP y LS del álabe, los modelos M1 al M5 alcanzaron un error superior al 0.1 %, por lo tanto, estos modelos quedaron

fuera del criterio. No obstante, después de 10 STEs (M6 al M11), el error estuvo dentro del criterio preestablecido, alrededor del 0.02 % en el LP y 0.04 % en el LS. El nivel de error de ajuste pareció indiferente al número de puntos utilizados para definir cada STE (50, 76 y 100 puntos).

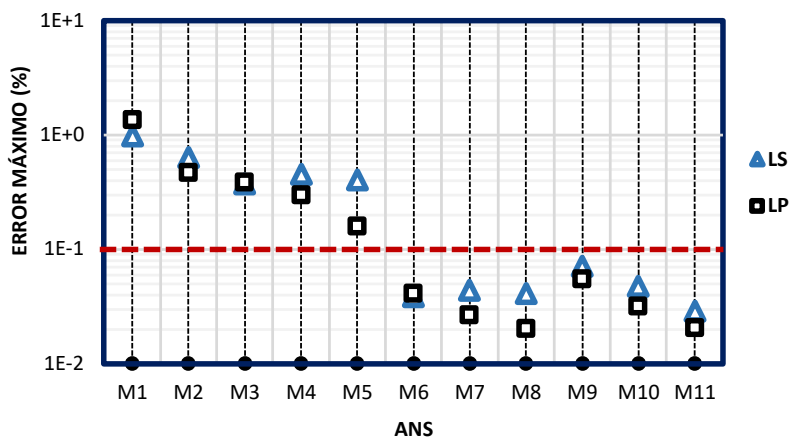


Figura 4.35: Error máximo de forma alcanzado por los modelos ANS-GAMM.

La redistribución del flujo en las superficies de los álabes es un problema que puede afectar significativamente el rendimiento de la turbina original y es una ocurrencia común en las reconstrucciones de álabes. Basado en esto, se realizó un análisis CFD para determinar en qué medida cada modelo ANS-GAMM podía modificar el rendimiento del modelo de la turbina. Estos análisis se describen en el siguiente capítulo.

Capítulo 5

Análisis Numérico de los Modelos ANS-GAMM Mediante CFD

En este capítulo, se detalla el proceso de evaluación numérica mediante la CFD de los modelos ANS-GAMM a lo largo del DC de la turbina. El objetivo principal es determinar la proximidad del rendimiento hidráulico de estos modelos en comparación con el modelo CAOG dentro de la turbina. Para ello, se han seguido todas las etapas descritas en el capítulo dos, específicamente en la Sección 2.6, que abarcan desde el pre-procesamiento hasta el post-procesamiento de los resultados numéricos. A través de la comparación numérica del rendimiento hidráulico de la turbina frente a los modelos ANS-GAMM, se buscó identificar posibles criterios para mejorar la geometría en la reconstrucción de los modelos ANS. Este análisis se centró en la eficiencia global de los modelos ANS-GAMM en BEP de la turbina. Se ha prestado especial atención a los indicios de fenómenos de flujo adversos, tales como separaciones, recirculaciones y zonas de alta turbulencia en el canal hidráulico, que podrían señalar deficiencias potenciales en la reconstrucción de los modelos ANS.

5.1. DC de la turbina GAMM

Para optimizar el proceso de simulación numérica en una turbina Francis, generalmente se aplican simplificaciones al DC, el cual normalmente se extiende desde la entrada del caracol hasta la salida del TA. Estas simplificaciones, estratégicamente dirigidas a las áreas críticas del flujo, garantizan la precisión en las zonas de mayor interés y simplifican el desarrollo de la topología del DC y sus bloques, necesarios para la generación de la malla, etapa que suele consumir la mayor parte del tiempo en un proyecto de análisis mediante CFD.

Reducir el tamaño del DC tiene otros beneficios adicionales. Por un lado, disminuye el

número de celdas computacionales necesarias para el cálculo, lo que resulta en un uso eficiente de los recursos computacionales y en una aceleración del proceso de simulación. Por otro lado, esta simplificación ofrece una mayor flexibilidad para la modificación y mejoramiento del diseño de los componentes turbina. Esta ventaja es particularmente valiosa en las etapas iniciales de desarrollo, donde los cambios de diseño suelen ser frecuentes y sustanciales. Así mismo, se pueden realizar modificaciones en menor tiempo a la malla, ya que se trata de un DC reducido y menos complejo.

La capacidad de realizar ajustes y evaluaciones rápidamente a un modelo de DFC contribuye a un proceso de desarrollo más ágil y efectivo, permitiendo alcanzar soluciones óptimas de manera eficiente. No obstante, es esencial recordar que, aunque se apliquen simplificaciones al DC de la turbina, se deben preservar las ciertas características fundamentales del flujo para asegurar la representatividad de los resultados. Por lo tanto, realizar un análisis adecuado para determinar qué simplificaciones son factibles sin comprometer la precisión es de vital importancia. Esto se puede lograr mediante un proceso de validación de los resultados numéricos con datos experimentales.

Para este estudio, se definió que el DC de la turbina GAMM comenzaría en la entrada de los álabes fijos y terminaría en la salida del TA, como se muestra en la Fig. 5.1.

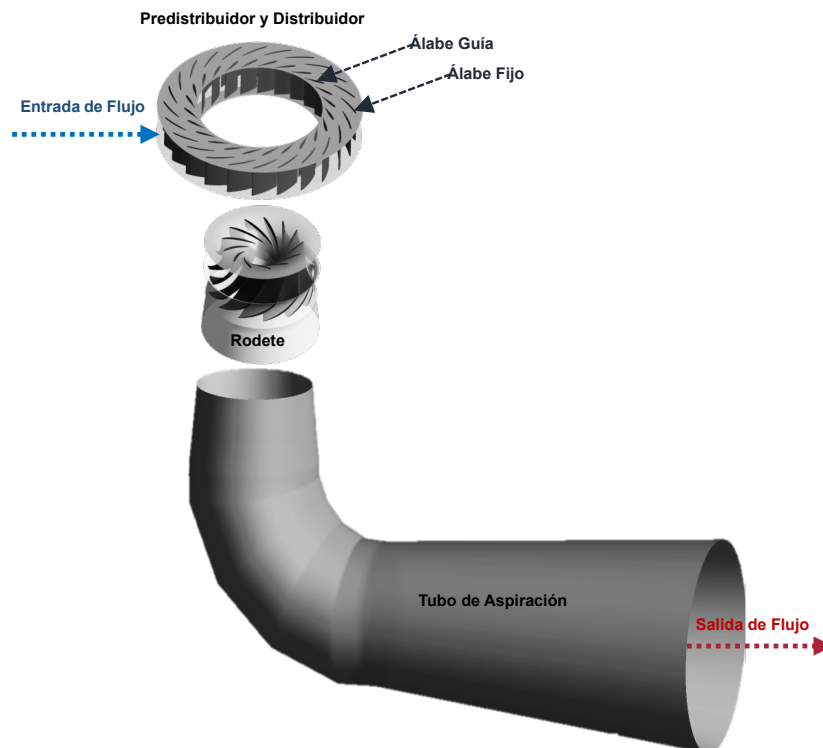


Figura 5.1: Componentes de la turbina GAMM considerados para la generación del DC.

Considerando las ventajas de reducir el DC de la turbina GAMM, se decidió no incluir el caracol debido a la falta de datos específicos sobre este componente. En la Fig. 5.2 se muestra el DC utilizado en todas las simulaciones numéricas realizadas para evaluar los modelos ANS-GAMM, destacando el uso de un Canal Hidráulico Periódico en los Álabes Fijos (CHP-AF), en los Álabes Guía (CHP-AG) y en el Rodete (CHP-RO). Dado que no había condiciones de periodicidad para la generación del TA, se utilizó toda la geometría para representar este elemento de la turbina.

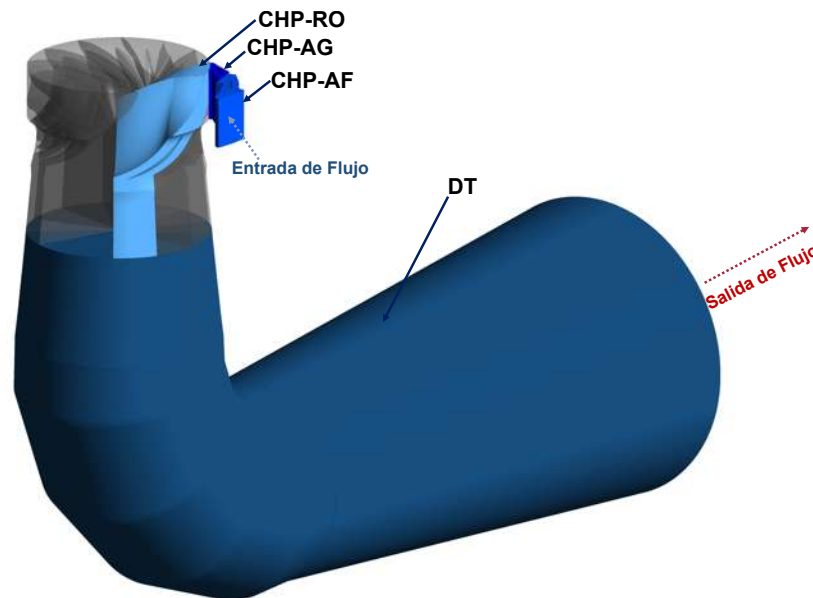


Figura 5.2: DC de la turbina Francis GAMM.

5.2. Malla Original GAMM (MOG)

La malla creada para el DC mostrado en la Fig. 5.2 es un tipo de malla híbrida no conforme y se le asignó el nombre de MOG. Esta malla estuvo compuesta por un total de 11 217 514 celdas computacionales que discretizan los diversos componentes de la turbina GAMM. Es importante destacar que esta malla ya había sido generada previamente en ANSYS-ICEM® para otros estudios relacionados con la Turbina GAMM, considerando el CAOG, y había sido verificada y validada anteriormente.

En la Tabla 5.1 se presentan todos los componentes del DC de la malla MOG junto con el número de celdas computacionales asignadas a cada componente de la turbina.

En la Figura 5.3 se muestran detalles y características de la MOG. Esta representación

Tabla 5.1: Cantidad de celdas computacionales para los diversos componentes de la MOG.

Componente de la MOG	Cantidad de celdas computacionales
CHP-AF	2 021 186
CHP-AG	1 377 493
CHP-RO	6 053 687
TA	1 765 148
Total	11 217 514

gráfica resalta la complejidad y el nivel de detalle logrado en la generación de los componentes de la malla, ofreciendo una perspectiva detallada de su estructura. Así mismo, se ilustra cómo se ha abordado la discretización de los componentes clave, destacando el refinamiento específico en las áreas críticas para asegurar una simulación precisa y efectiva. Esta visualización complementa la información presentada en la Tabla 5.1, proporcionando una comprensión de la distribución y refinamiento de la malla.

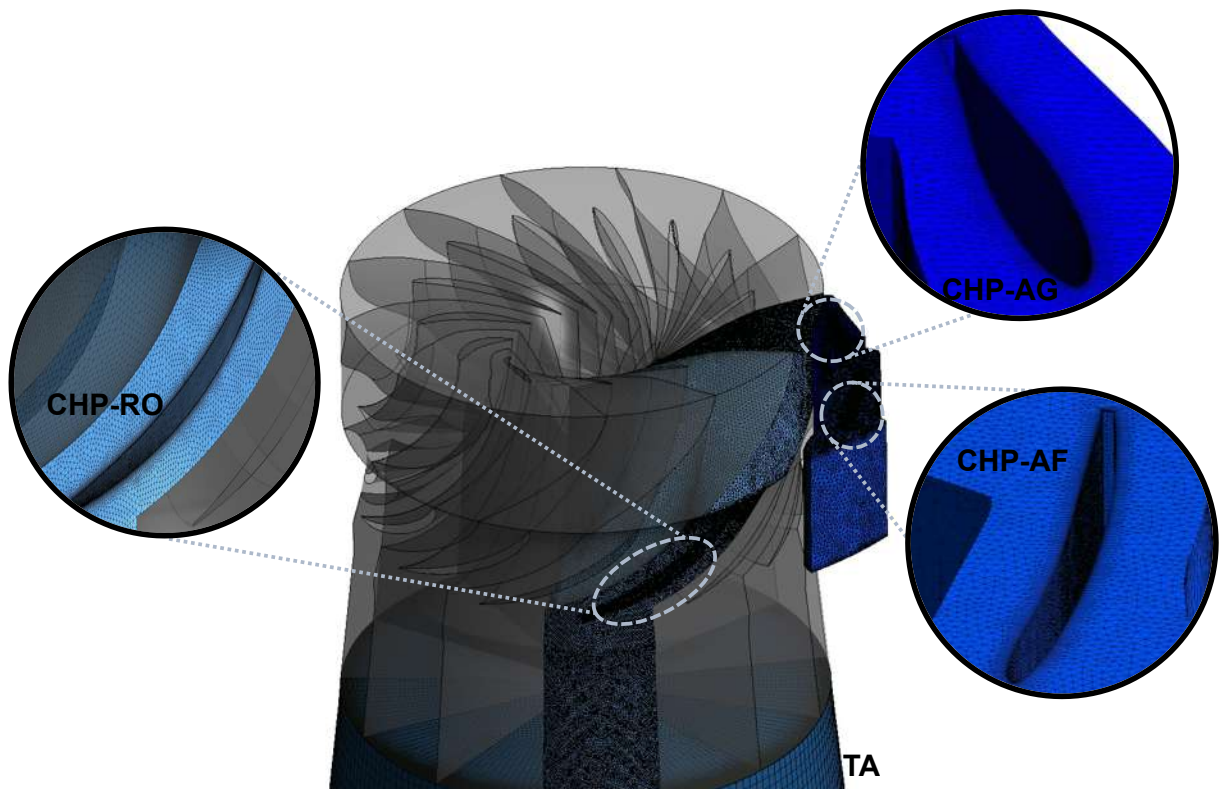


Figura 5.3: MOG.

Para asegurar la densidad y el tamaño adecuado de las celdas computacionales de la

mallla MOG y así capturar mejor el fenómeno físico en la región cercana a las paredes, se consideró el parámetro y^+ , que se refiere a la distancia adimensional más pequeña desde la pared hasta el límite superior del primer elemento. Por lo tanto, la MOG se creó contemplando celdas computacionales tetraédricas para el CHP-AF, CHP-AG y CHP-RO, donde 12 capas de celdas prismáticas definieron la capa límite cerca de las paredes de los álabes. Por otro lado, se emplearon celdas de malla hexaédricas para discretizar el DC del TA, lo que resultó en la obtención de una malla estructurada para este componente de la turbina.

5.3. Configuración de la solución numérica

Todas las simulaciones numéricas desarrolladas en esta investigación se ejecutaron considerando las siguientes características:

- **Estado estacionario:** Se estableció que las variables de flujo en la turbina, como la velocidad y la presión, permanecen constantes en todas las ubicaciones del DC de simulación en un instante dado. Esto proporciona una base sólida para analizar el comportamiento del flujo bajo condiciones estables y simplifica los cálculos.
- **BEP de la turbina:** Se seleccionó el BEP para las características hidráulicas, asegurando que los cálculos se realicen bajo condiciones óptimas de operación. Esto es indispensable para considerar la máxima eficiencia energética de la turbina y obtener resultados relevantes para su rendimiento real.
- **Método de Volumen Finito (FVM):** Se utilizó el FVM para discretizar las ecuaciones de la DFC, lo que proporciona una resolución precisa de los campos de velocidad y presión. Esto permite una simulación detallada del comportamiento del fluido en todas las partes de la turbina y garantiza resultados confiables y precisos.
- **Modelo $k - \omega$ SST:** Se optó por el modelo $k - \omega$ SST debido a su buena concordancia entre las mediciones y los cálculos numéricos en flujos con separación de capa límite en presencia de un gradiente de presión estacionario adverso. Este modelo es especialmente adecuado para las turbinas Francis, donde las condiciones de operación pueden variar significativamente.
- **Solucionador de Marco de Referencia Múltiple (MRF) con rotor congelado y Método de Interfaz de Malla General (GGI):** Se empleó el solucionador MRF con rotor

congelado y el método GGI para acoplar el dominio rotatorio con el dominio estacionario y establecer la conexión de malla. Esta técnica permite una transición suave y precisa entre las diferentes regiones del DC, mejorando la eficiencia computacional y la precisión de los resultados al simular el comportamiento interactivo entre el rotor y los componentes estacionarios de la turbina.

5.3.1. Condiciones de Contorno

Las condiciones de contorno son esenciales para definir cómo interactúa el flujo con las fronteras del DC. En este estudio, se utilizaron tanto condiciones de contorno de Neumann como de Dirichlet para garantizar la precisión de las simulaciones.

- La condición de contorno en la entrada fue una presión total (condición de Dirichlet) con un nivel de intensidad de turbulencia del 5 %. Esto asegura que la simulación capture adecuadamente las condiciones de entrada del flujo, incluyendo variaciones en la presión y la turbulencia que podrían afectar el rendimiento de la turbina.
- En la salida, se utilizó la condición de flujo másico (condición de Neumann), lo que permite un cálculo preciso del flujo a través del sistema y asegura que el balance de masa se mantenga.
- En las paredes sólidas de los álabes y el TA, se aplicaron condiciones de no deslizamiento (condición de Dirichlet), asegurando que la velocidad del fluido sea cero en estas superficies, lo cual es crucial para capturar correctamente los efectos de la capa límite.

Debido a la similitud de los flujos a través de las paredes opuestas idénticas en el CHP-AF, CHP-AG y CHP-RO, se estableció una condición de contorno periódica. Esta condición de periodicidad simplifica las simulaciones al asumir que el flujo es repetitivo en esas regiones, reduciendo significativamente el tiempo de cálculo y los recursos computacionales necesarios. Además, se enlazaron las diferentes mallas en las interfaces Álabe Fijo-Álabe Guía, Álabe Guía-Rodete y Rodete-TA para asegurar una transición suave y continua del flujo entre las distintas secciones del DC, ya que las mallas contienen una topología y número de celdas computacionales diferente, lo que hace a la malla ser considerada como híbrida con interfaces entre sus bloques del tipo no conforme. Este enlace es crucial para mantener la precisión y consistencia de los resultados de la simulación, permitiendo una representación realista del comportamiento del flujo en la turbina.

5.3.2. Software y Hardware

ANSYS-CFX® es un programa computacional de CFD altamente avanzado y robusto que es utilizado en una amplia gama de aplicaciones industriales y de investigación científica. Este programa permite la simulación numérica de flujos de fluidos complejos, incluyendo turbulencias, transferencia de calor y reacciones químicas, entre otros. Su interfaz gráfica intuitiva y capacidades de cálculo y post-procesamiento permiten a los ingenieros y científicos analizar detalladamente los resultados de las simulaciones realizadas, facilitando de esta manera la toma de decisiones basadas en datos bastante aproximados a la realidad para optimizar diseños y procesos específicos.

Para el análisis de los modelos de álabe generados para la turbina GAMM, ANSYS-CFX® ha sido empleado para modelar y predecir con fidelidad el comportamiento del flujo dentro de la turbina, asegurando que los resultados numéricos sean representativos de las condiciones reales de operación, lo que ayudó en la toma de decisiones respecto a la calidad en la reproducción de cada modelo analizado.

Respecto al equipo de cómputo empleado para simular numéricamente el flujo libre del fluido de la turbina GAMM en el BEP, se utilizó una computadora que cuenta con 128 GB de RAM y un procesador de última generación AMD Ryzen™ Threadripper™ con 64 núcleos y 128 hilos, proporcionando la capacidad necesaria para el procesamiento que implica la alta demanda computacional al realizar simulaciones con mallas que tienen un alto grado de refinamiento.

5.4. Verificación y Validación del CHP-RO

Aunque la MOG ya había pasado por un riguroso proceso de verificación y validación realizado previamente en investigaciones relacionadas en la turbina GAMM por el equipo especializado en CFD de la Universidad Federal de Itajubá, se llevó a cabo una verificación y validación adicional en el DC, específicamente en el CHP-RO para asegurar la estabilidad y precisión en los cálculos numéricos, especialmente dado el reemplazo de diferentes modelos ANS que se requería realizar. Además, se buscaba evaluar y establecer si era necesario utilizar una malla más refinada en el canal hidráulico del rodete para capturar con mayor precisión los fenómenos de flujo como desprendimiento de capa límite prematuro y generación de vórtices cerca de las superficies del álabe, donde los gradientes de velocidad y presión son más pronunciados. Para lograr esto, se aplicó un criterio de refinamiento gradual en el CHP-RO, ajustando la densidad de malla en las áreas cercanas a las paredes de los lados LP, LS,

BA y BS del CAOG.

Los métodos más populares y ampliamente utilizados para establecer el refinamiento de malla mediante la independencia de malla en CFD son el método de diferencia porcentual entre las variables representativas [Arispe et al. (2018); Del Río (2018); Ibarra (2015); Sarmiento et al. (2021)], y el método GCI [Roache (1994); Aguirre et al. (2019); Botan et al. (2021); Celik et al. (2008); Kwaśniewski (2013)].

El método GCI, empleado en este estudio, abordado en el Capítulo Dos de esta tesis, se basa en un estimador de error de refinamiento de malla derivado de la teoría de extrapolación de Richardson generalizada. El GCI, básicamente indica cuánto cambiaría la solución numérica con respecto a la solución numérica real al emplearas un mayor refinamiento de malla en una simulación de CFD, generalmente empelando tres niveles de densidad de malla para tal motivo. Lo cual, es un excelente método para tener certeza de que la simulación representa con exactitud el comportamiento complejo del fluido en la rotación del rodete dentro de la turbina, al mismo tiempo que, ayuda a establecer si hay una discrepancia en el refinamiento del álabe.

La Tabla 5.2 muestra el nombre, la densidad de malla y el GCI obtenido utilizando la eficiencia hidráulica η_h (Ec. 2.5) para las mallas empleadas en el estudio de convergencia de malla. Esta información fue crucial para verificar que la simulación no estuviese influenciada significativamente por la resolución de la malla, garantizando así la fiabilidad y precisión de los resultados.

Tabla 5.2: Tamaño del CHP-RO y la MOG, así como el GCI obtenido en el estudio de convergencia de malla.

Malla	Tamaño de la malla (CHP-RO)	Tamaño de la malla (Todo el DC)	Espaciado de malla	Eficiencia hidráulica (η_h)	GCI (%)
<i>CHP – RO₁</i>	4 825 054	9 998 881	1.00	92.98	–
<i>CHP – RO₂</i>	6 053 687	11 217 514	1.25	93.00	$GCI_{1-2} = 0.049$
<i>CHP – RO₃</i>	7 869 494	13 033 321	1.63	93.01	$GCI_{2-3} = 0.019$

En la Tabla anterior, se observa que la malla *CHP – RO2* obtuvo un valor de GCI_{1-2} de 0.049 %, mientras que la malla *CHP – RO3* obtuvo un valor de GCI_{2-3} de 0.019 %. Estos pequeños valores de GCI indicaron que el refinamiento alcanzó una convergencia asintótica de la variable de rendimiento global η_h al 93 % y 93.01 % para las mallas *CHP – RO₂* y *CHP – RO₃*, respectivamente, lo que sugiere que las predicciones numéricas fueron muy cercanas a los valores reales. En base a los resultados anteriores, se pudo establecer que

ambas mallas podrían utilizarse para evaluar los 11 modelos ANS propuestos en este trabajo. Sin embargo, la malla $CHP - RO_3$ contenía 1 815 807 celdas computacionales más que la malla $CHP - RO_2$, lo que representaría un aumento considerable en el tiempo computacional necesario para realizar las pruebas CFD. Por lo tanto, la malla $CHP - RO_2$ representó una opción más eficiente, ya que proporcionó una precisión adecuada sin el costo adicional de un refinamiento excesivo.

Los errores e incertidumbres de las cantidades globales obtenidos entre las simulaciones numéricas al evaluar la malla $CHP - RO_2$ y los datos experimentales se muestran en la Tabla 5.3.

Tabla 5.3: Cantidades globales de rendimiento numéricas y experimentales obtenidas en el BEP de la turbina GAMM.

Turbina GAMM	Eficiencia hidráulica η_h (%)	Momento M (Nm)	Presión total ΔP_T (Pa)	Trabajo específico Y (J/Kg)
Experimental	92	369.1	58 092.0	58.21
$CHP - RO_2$	93	376.3	56 950.9	57.07
Variación (%)	1.08	1.95	1.96	1.95

Como se puede observar, la variación porcentual obtenida al comparar estas cantidades está por debajo del 5 %, considerado un límite aceptable en estudios científicos. Esto refuerza la fiabilidad de los resultados obtenidos con la malla $CHP - RO_2$, validando su uso para el análisis de los modelos ANS en este estudio.

Para economizar los costos computacionales, la malla $CHP - RO_2$ demostró ser una solución viable para evaluar numéricamente cualquier reconstrucción del álabe del rodete GAMM. Esta malla proporcionó una precisión adecuada en la representación de los fenómenos físicos y un rendimiento confiable de la turbina, sin incurrir en el tiempo y recursos adicionales que requeriría una malla más refinada como la $CHP - RO_3$. Por lo tanto, la malla $CHP - RO_2$ se presentó como una opción eficiente y efectiva para llevar a cabo análisis CFD en futuros estudios y optimizaciones de modelos ANS-GAMM.

Capítulo 6

Análisis de Resultados CFD

En este capítulo se presenta una recapitulación de los resultados numéricos de CFD obtenidos para los 11 modelos ANS-GAMM previamente generados. El objetivo principal fue identificar y seleccionar el modelo que, además de tener características hidrodinámicas similares al modelo CAOG en la turbina, presentara el menor número de STEs y puntos por sección. Esta selección se basó en un análisis comparativo que consideró no solo la precisión y la fidelidad de los resultados numéricos, sino también la eficiencia de datos en la reconstrucción. Al reducir el número de STEs y puntos por sección, se buscó optimizar los datos de la reconstrucción y los recursos computacionales sin comprometer la calidad de las predicciones del flujo y el rendimiento hidráulico de la turbina. Este enfoque permitió identificar el modelo más adecuado para futuras reconstrucciones, simulaciones y/o estudios de optimización, asegurando un balance óptimo entre detalle, precisión y eficiencia.

6.1. Evaluación numérica de los 11 modelos ANS-GAMM en la MOG

Para evaluar numéricamente los diferentes modelos ANS presentados en la Tabla 4.6, se comprobó en el capítulo anterior que el DC con la malla $CHP - RO_2$ podía ser utilizada para tal fin mediante un proceso de validación y verificación.

Teniendo certeza de esta información, se programaron una serie de scripts con comandos Tcl/Tk que contenían las instrucciones necesarias para integrar los 11 modelos ANS en el DC de la malla $CHP - RO_2$ (manteniendo en este proceso siempre el mismo número de celdas computacionales en la malla $CHP - RO_2$, 6 053 687), que a su vez se ensambló con cada uno con los demás componentes de la MOG para ser evaluado numéricamente. En términos

prácticos, se crearon 11 mallas con la misma cantidad de elementos y características similares a la MOG, pero con la diferencia de tener un modelo ANS diferente en el *CHP – RO* de cada malla para la turbina.

Para comparar las diferencias entre el CAOG (representado por la MOG) y las mallas con los 11 modelos ANS, se empleó el concepto de error relativo. El error relativo se define como una medida de la diferencia entre un valor aproximado y un valor exacto o teórico, expresada como una proporción del valor exacto. Matemáticamente, se puede expresar como:

$$\varepsilon = \frac{|X_{\text{aproximado}} - X_{\text{exacto}}|}{|X_{\text{exacto}}|} \times 100\% \quad (6.1)$$

donde $X_{\text{aproximado}}$ fue el valor obtenido para las cantidades de rendimiento global calculadas numéricamente para cada modelo ANS en la malla MOG, y X_{exacto} fue el valor considerado como referencia, que para este caso fueron las cantidades para la malla *CHP – RO₂* (Tabla 5.3).

Las cantidades de rendimiento global calculadas numéricamente, como la eficiencia hidráulica y la presión total, así como el error relativo obtenido para cada cantidad de rendimiento global se muestran en la Tabla (TAB:NUMRUNNER).

Tabla 6.1: Cantidades globales numéricas del rodete para BEP.

Modelo ANS-GAMM	STEs y puntos por STE	Presión Total ΔP_T (Pa)	Eficiencia hidráulica η_h (%)	Error Relativo $\varepsilon (\Delta P_T)$ (%)	Error Relativo $\varepsilon (\eta_h)$ (%)
<i>CHP – RO₂</i>	N/A	56 950.9	93	-	-
M1	3×50	59 562.7	92.88	4.586	0.128
M2	4×50	56 819.3	93.23	0.231	0.248
M3	5×50	56 693.5	93.24	0.452	0.256
M4	5×76	56 777.0	93.14	0.305	0.151
M5	5×100	56 738.3	93.15	0.373	0.251
M6	10×50	56 897.8	93.24	0.093	0.218
M7	10×76	56 915.2	93.20	0.063	0.194
M8	10×100	56 911.5	93.19	0.076	0.247
M9	15×50	56 883.0	93.23	0.119	0.164
M10	15×76	56 934.6	93.16	0.029	0.164
M11	15×100	56 907.5	93.18	0.076	0.194

Para una mejor apreciación del error relativo (ε) obtenido para las cantidades globales generadas por cada modelo, se generó la Fig. 6.1.

Como se puede observar, los valores de presión total en cada MOG presentaron una menor sensibilidad a partir del modelo M6, alcanzando un error relativo de alrededor de 0.05 %.

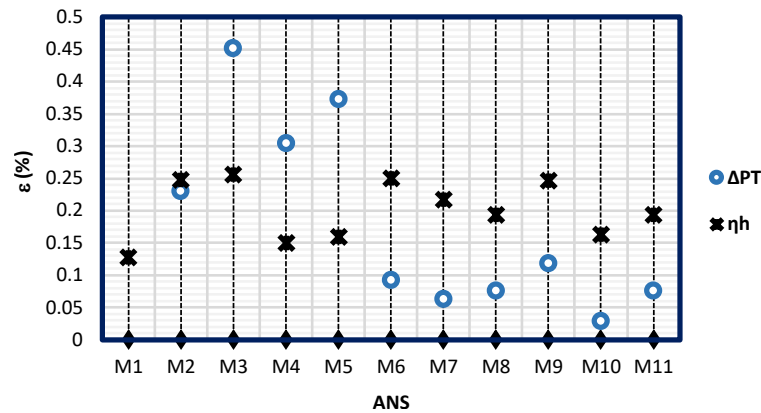


Figura 6.1: Error relativo alcanzado por las cantidades de rendimiento global utilizando diferentes modelos ANS-GAMM.

Esto indica que los modelos a partir de M6 tienen una mayor precisión en la predicción de la presión total en la turbina. Sin embargo, entre los modelos M1 y M5, este valor estuvo ampliamente disperso, lo que sugiere que estos modelos tienen una menor capacidad para predecir con precisión la presión total. Por el contrario, la eficiencia hidráulica presentó un comportamiento de error estable (entre 0.15 % y 0.25 %), independientemente del modelo ANS que se evaluara. Esto implica que, a pesar de las variaciones en la presión total, la eficiencia hidráulica se mantuvo consistentemente predicha por todos los modelos. Los resultados sugieren que después del modelo M6, el error dado por ambas cantidades de rendimiento fue insignificante.

Cabe destacar que, este análisis permitió identificar las discrepancias entre los modelos y determinar cuál de ellos se acerca más al comportamiento real del flujo en la turbina. Además, el uso del error relativo proporcionó una forma cuantitativa de evaluar la precisión y la robustez de cada modelo ANS en comparación con el modelo CAOG, permitiendo así una selección informada del modelo más adecuado para futuras reconstrucciones del álabo.

Con base a la información presentada para ambas cantidades de rendimiento se seleccionó el modelo M8 para pruebas adicionales de comprobación numérica.

6.1.1. Comparación mediante DFC entre el CAOG y el ANS-M8

La periodicidad en los CHP-RO permitió la visualización de los resultados CFD en todo el rodete GAMM. La Fig. 6.2 muestra la distribución de presión estática en el CAOG de la MOG y el ANS-M8 en el rodete.

La Fig. 6.3 muestra que la presión estática disminuyó gradualmente desde la entrada hasta la salida del rodete creado por el ANS-M8 (que es el comportamiento típico de las turbinas

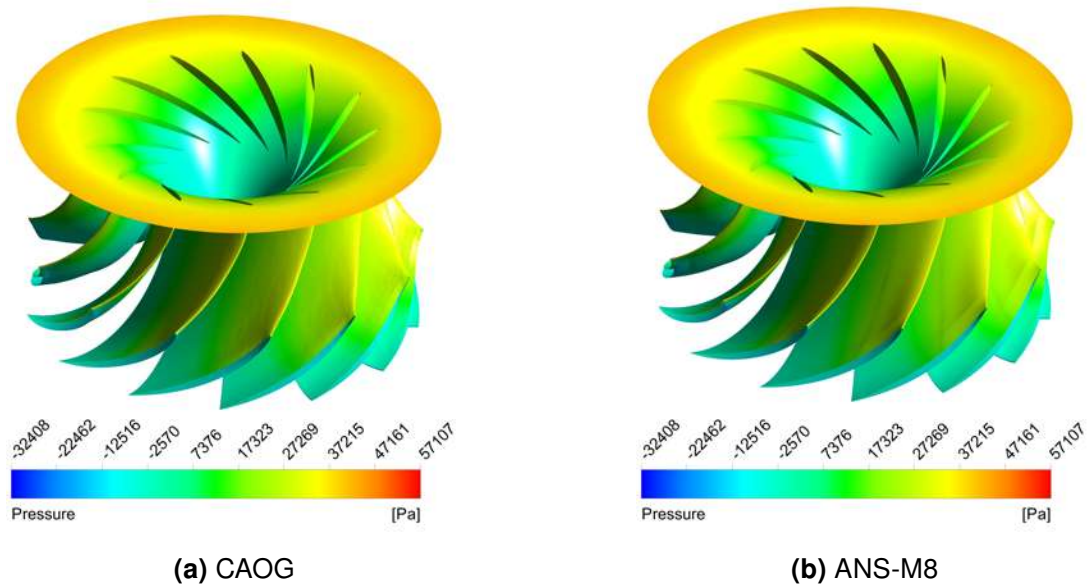


Figura 6.2: Comparación de la presión estática en todo el rodete.

Francis en el BEP), sin producir variaciones apreciables en la presión estática con respecto al CAOG. A su vez, las superficies del modelo suavizado no presentaron perturbaciones o discontinuidades en sus superficies que pudieran generar un desprendimiento prematuro de la capa límite debido a gradientes de presión adversos, lo que favorecería la formación de vórtices que conducen a la disipación de energía.

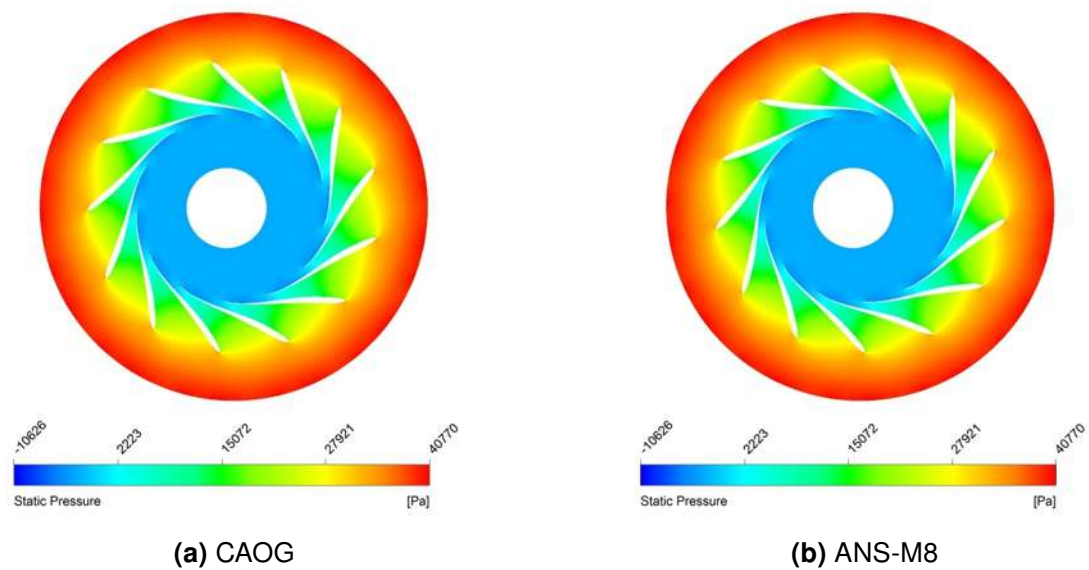


Figura 6.3: Comparación de la presión estática, a la mitad de la envergadura de los álabes, en el rodete GAMM.

La Fig. 6.4 ilustra las líneas de corriente obtenidas en ambos rodetes, pudiéndose observar con detalle el canal hidráulico.

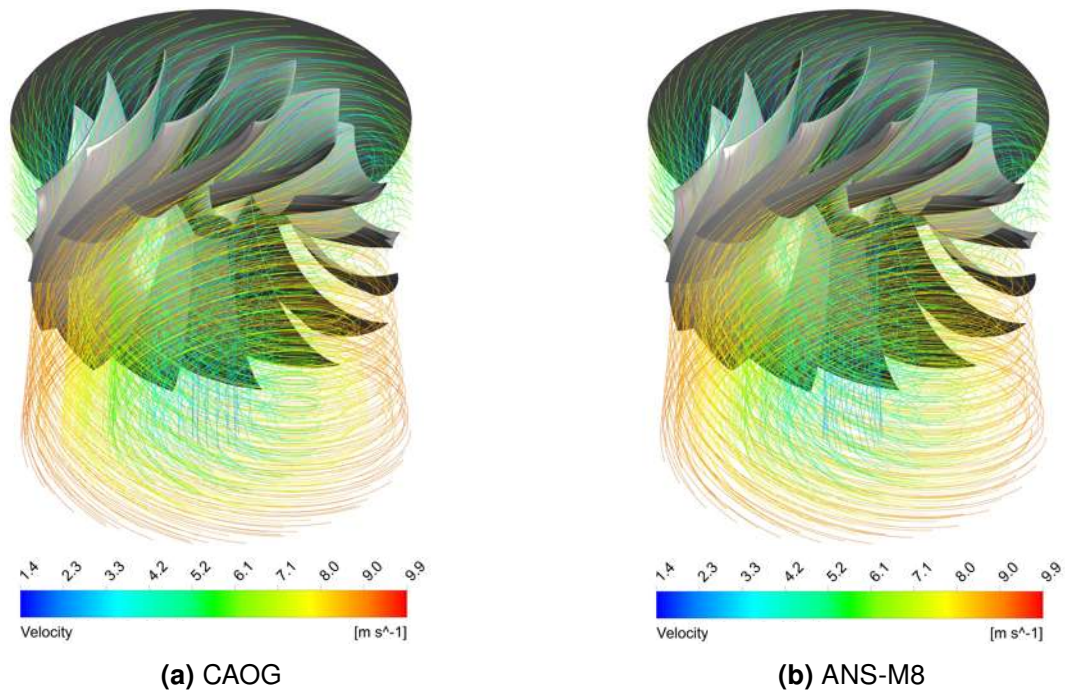


Figura 6.4: Comparación de las trayectorias de las líneas de corriente en ambos rodetes.

En ambos modelos, las trayectorias seguidas por las líneas de corriente mostraron el comportamiento esperado, obteniendo menores velocidades en la entrada del rodete y mayores velocidades en la salida del rodete. Así mismo, la suavidad y continuidad logradas por el ANS-M8 evitaron la formación de vórtices en el BA del álabe, entre los canales hidráulicos del rodete o en la salida del rodete, que podrían ser causados por el desprendimiento prematuro de la capa límite. Este comportamiento correcto mostrado por las líneas de corriente respalda los resultados obtenidos en la presión estática.

Finalmente, la Fig. 6.5 muestra la distribución de carga de la presión estática en el CAOG (línea negra) y el ANS-M8 (línea roja) en el 20 % (Fig. 6.5a); 50 % (Fig. 6.5b) y 80 % (Fig. 6.5c) de la posición de la envergadura del álabe.

6.2. Análisis y discusión de resultados

Tras haber realizado diversas comparaciones, se pudo establecer que los resultados cuantitativos y cualitativos demostraron que diez STEs utilizadas para crear el ANS-M8 fueron suficientes para obtener un error de forma menor que el sugerido por [Dubé et al. (2006)] en el

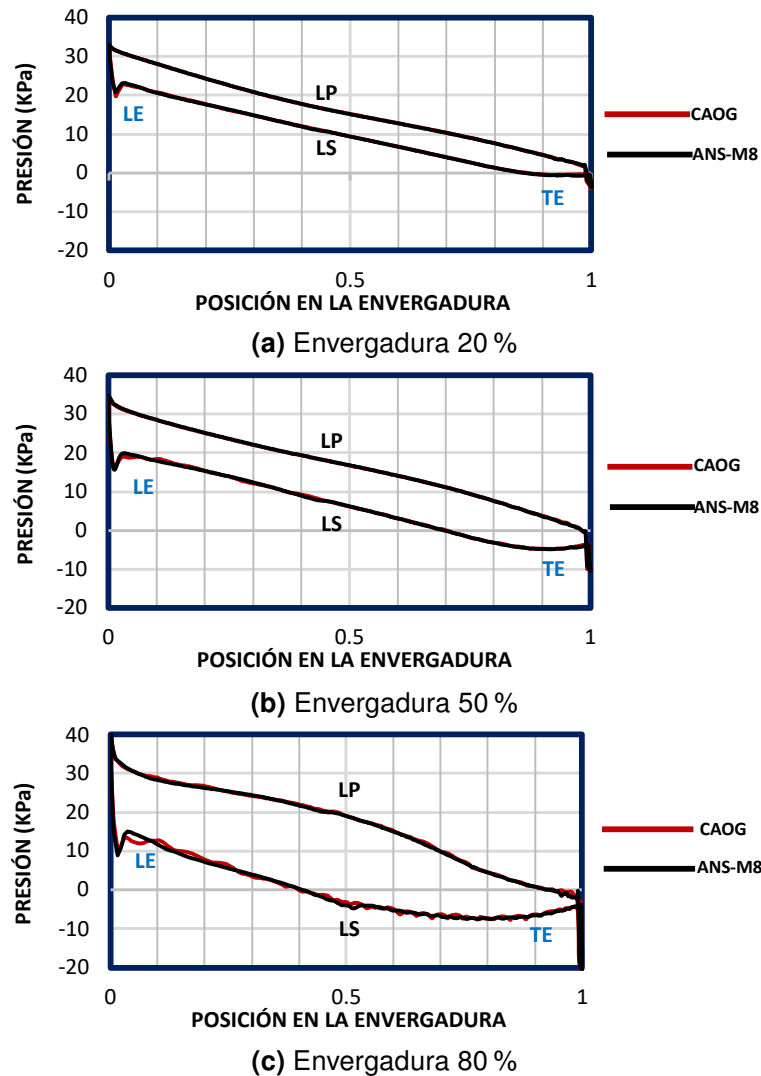


Figura 6.5: Carga de presión estática en el CAOG (línea negra) y el ANS-M8 (línea roja) en diferentes posiciones de la envergadura del álabe.

proceso de reconstrucción del álabe. Este valor asegura que las cantidades de rendimiento en el BEP de la turbina GAMM permanezcan casi invariables.

Por otro lado, aunque no existe un parámetro establecido en la literatura para medir la continuidad y suavidad de las superficies de los álabes, las superficies CAOG (construidas con 17 STF) se consideraron como un punto de referencia, ya que poseen un cierto grado de suavidad y continuidad, reflejado en la eficiencia de la turbina. Considerando lo anterior, en las Figs. 6.2 - 6.4, el ANS-M8 no mostró variaciones significativas en los resultados numéricos cualitativos obtenidos con respecto al CAOG, ya que la distribución de la presión estática, así como las trayectorias de las líneas de corriente, permanecieron similares en ambos modelos

comparados; por lo tanto, el impacto hidrodinámico del campo de flujo dentro del rodete no se reconoció en el ANS-M8. Sin embargo, se consideró que podría haber una mejora en la suavidad y continuidad de las superficies del ANS-M8, ya que las fluctuaciones de presión estática se redujeron considerablemente, especialmente en el 80 % de la envergadura del álabe, Fig. 6.5c. Así mismo, el algoritmo de ajuste mejoró considerablemente el BA de los STOs, lo que también contribuyó a reducir las fluctuaciones de presión estática en las superficies de los álabes. No obstante, el número de puntos utilizados para definir los STEs parece no ser importante en el ANS.

Los resultados también demostraron que el uso de parámetros geométricos en lugar de hidrodinámicos para reconstruir este tipo de álabes permite la compatibilidad entre las STEs adyacentes al procesar datos distribuidos uniformemente. Así, el suavizamiento y la continuidad, ejecutados por algoritmos implementados en programas CAD, deberían permitir la generación de la misma superficie a partir de un conjunto de perfiles de álabes con diferentes dimensiones sin modificar la forma, lo cual contrasta con lo expuesto por [Ferrando López (2006)].

Finalmente, analizando el comportamiento de la turbina respecto a las cantidades globales, como la eficiencia hidráulica, se puede notar que todos los valores de error relativo varían entre 0.15 % y 0.25 %, incluso desde el ANS-M6. Por lo tanto, considerando las incertidumbres en los procesos de fabricación, ensamblaje y el diseño preliminar, modelos como el ANS-M1 ya pueden considerarse aceptables para ser aplicados en los procesos de reconstrucción de álabes deteriorados por defectos asociados con la cavitación. En estos casos, el recubrimiento de superficies con materiales aditivos permitiría un primer proceso de digitalización y luego se aplicaría la metodología presente, asistiendo en el proyecto de ingeniería inversa.

Capítulo 7

Conclusión

El objetivo del presente estudio ha sido conocer en qué medida un modelo de álabe de rodete Francis reconstruido numéricamente con una cantidad reducida y estructurada de datos, en un formato estándar de Entrada/Salida, presentaba exactitud con respecto al modelo original. El modelo numérico desarrollado demostró su compatibilidad CAD con el software ANSYS-ICEM®, utilizando un script de comandos Tcl/Tk durante el proceso sistemático para generar las geometrías del DC y su malla para todos los rodetes evaluados en la investigación. Además, los análisis cuantitativos y cualitativos obtenidos demostraron la eficiencia de la metodología para obtener el modelo numérico con el menor número de STes que permitiría lograr un alto grado de suavidad, alisamiento y continuidad en las superficies de los nuevos álabes, manteniendo así los parámetros de rendimiento bastante cercanos a los originales de la turbina GAMM.

La cantidad de parámetros geométricos generados durante la reconstrucción numérica del álabe no es esencial para su precisión y eficiencia. En consecuencia, se deben relacionar con los parámetros hidrodinámicos para saber cuál de ellos afecta el desempeño de la turbina. Por lo tanto, cuando se combina con un algoritmo genético que busca la máxima eficiencia hidráulica de la turbina, los parámetros esenciales podrían acelerar el proceso de optimización, no solo para los rodetes de la turbina sino también para los impulsores de la bomba.

La metodología desarrollada para la reconstrucción de superficies alisadas demostró su eficacia en la generación de un álabe “limpio” o nominal, prestando especial atención a los factores señalados por [Ferrando López (2006)] para una reconstrucción efectiva, como lo son la calidad de reproducción, cantidad y la técnica de mezclado de las STs utilizadas. Sin embargo, los algoritmos de reconstrucción pueden adaptarse para obtener superficies de un álabe dañado o desgastado por cavitación, donde sus STs muestran una desviación considerable en la definición geométrica del original. Esta flexibilidad se debe a que la metodología

puede combinar un número indefinido de STs por interpolación y extrapolación.

Finalmente, dentro de los procesos de refabricación, la limitada y bien definida cantidad de datos del álabe numérico podría reducir los valores de incertidumbre para garantizar la fundición y el mecanizado dentro de los límites de fiabilidad. Eso debería garantizar el éxito de la parte más crucial del proyecto de ingeniería mecánica durante la rehabilitación o mejora de las centrales eléctricas existentes.

7.1. Recomendaciones

Esta tecnología está diseñada para trabajar con álabes en buen estado o “limpios”. Para mayor efectividad, se recomienda un tratamiento aditivo previo al escaneo de la pieza en caso de que el álabe presente erosión o cualquier otro daño. Este tratamiento podría incluir la aplicación de materiales que refuercen la superficie y faciliten la detección de defectos menores en el escaneo 3D.

Sin embargo, no se puede establecer aún su efectividad en la mejora de la pérdida del perfil y la reconstrucción de un álabe considerablemente dañado, ya que no se han realizado las pruebas pertinentes. Es crucial llevar a cabo estudios experimentales y simulaciones adicionales para evaluar el desempeño de esta tecnología en álabes con daños severos.

7.2. Trabajo a futuro

Futuras investigaciones se podrían centrar en la reconstrucción de álabes con diferentes grados de daño o desgaste en sus superficies. Esto permitiría probar la capacidad de los algoritmos programados, y como tal, de la metodología para adaptarse de manera semi-automática al proceso de reconstrucción y, en caso de ser necesario, realizar las modificaciones pertinentes. No obstante, se consideran tres posibles retos principales a enfrentar al realizar reconstrucciones en superficies con un alto grado de daño, las cuales son:

1. **Obtención de STs representativas.** Debido al desgaste generalizado y al agrietamiento de un álabe en operación, es posible que no se puedan obtener STs representativas a lo largo de la envergadura que permitiesen obtener los datos necesarios para comenzar con la reconstrucción, lo cual dependería exclusivamente del daño de la superficie. De manera lógica, si se tiene un escaneo completo del rodete, se elegiría el álabe que presente el menor grado de desgaste para iniciar la reconstrucción de la pieza.

2. **Espaciamiento entre STs.** Cuando se logren obtener STs representativas en el álabe a reconstruir, cabe la posibilidad que algunas presenten largas distancias ortogonales entre sí debido a grandes secciones dañadas del álabe, lo cual podría aumentar el error máximo de forma entre el álabe reconstruido y el original.
3. **Suavidad y continuidad en las STs al realizar ajustes.** Aunque se demostró que el polinomio de Bernstein es una excelente herramienta capaz de ajustar de manera precisa y eficaz las STs, existe la posibilidad de que el polinomio no fuese capaz de representar las STs de manera adecuada por la pérdida del perfil original en los álabes que han sido reparados previamente con capas de soldadura u otros métodos artesanales. En estos casos, se tendría que optar por el desarrollo de técnicas de suavizamiento y mejoramiento adicionales previos al ajuste de las STs originales.

Así, aunque la metodología desarrollada es prometedora para álabes en buen estado, su aplicación en álabes dañados requiere más investigación y desarrollo para alcanzar su máximo potencial.

Adicionalmente, se podría explorar la aplicación de la metodología de reconstrucción en otros tipos de álabes de turbinas, con la finalidad de evaluar su versatilidad y eficacia en un rango más amplio de geometrías y turbinas, lo que podría proporcionar información valiosa sobre la flexibilidad y robustez de la tecnología en otros escenarios de operación.

Finalmente, es necesario probar la capacidad de la metodología para ser incorporada en un proceso de optimización de la geometría de los álabes. Esto implicaría relacionar los parámetros geométricos con los hidrodinámicos de la turbina, permitiendo una integración más eficiente en el diseño o rediseño de geometrías a mejorar.

Bibliografía

- Agromayor, R., Anand, N., Müller, J.D., Pini, M., Nord, L.O., 2021. A unified geometry parametrization method for turbomachinery blades. *Computer-Aided Design* 133, 102987.
- Aguirre, C.A., Camacho, R.G.R., de Oliveira, W., Avellan, F., 2019. Numerical analysis for detecting head losses in trifurcations of high head in hydropower plants. *Renewable Energy* 131, 197–207.
- Antonio, C.G.J., Roque, P.C., Antonio, S.C., Manuel, G.C.A., 2009. Centrales de energías renovables: Generación eléctrica con energías renovables.
- Aponte, R., Teran, L., Grande, J., Coronado, J., Ladino, J., Larrahondo, F., Rodríguez, S., 2020. Minimizing erosive wear through a cfd multi-objective optimization methodology for different operating points of a francis turbine. *Renewable Energy* 145, 2217–2232.
- Arispe, T.M., de Oliveira, W., Ramirez, R.G., 2018. Francis turbine draft tube parameterization and analysis of performance characteristics using cfd techniques. *Renewable energy* 127, 114–124.
- Aungier, R., . Turbine aerodynamics: axial-flow and radial-inflow turbine design and analysis. New York, NY (ASME, Three Park Avenue. New York, NY 10016): American Society of Mechanical Engineers .
- Avellan, F., Dupont, P., Farhat, M., Gindroz, B., Henry, P., Hussain, M., Parkinson, E., Santal, O., 1993. Experimental flow study of the gamm turbine model, in: *3D-Computation of Incompressible Internal Flows: Proceedings of the GAMM Workshop held at EPFL, 13–15 September 1989, Lausanne, Switzerland, Springer.* pp. 33–53.
- Ayancik, F., Aradag, U., Ozkaya, E., Celebioglu, K., Unver, O., Aradag, S., 2013. Hydroturbine runner design and manufacturing. *International Journal of Materials, Mechanics and Manufacturing* 1, 162–165.

- Ayli, E., Celebioglu, K., Aradag, S., 2016. Determination and generalization of the effects of design parameters on francis turbine runner performance. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics* 10, 545–564.
- Ayuso, P., et al., 2004. Detección de cavitación en turbina francis .
- Botan, A., Camacho, R., Tiago Filho, G., da Silva, E., 2021. Optimization of a draft tube using statistical techniques-doe and 2d computational fluid dynamic analysis. *Journal of Applied Fluid Mechanics* 14, 1617–1633.
- Cano, M.Z.V., 2008. Un sistema para la generación de mallas estructuradas armónicas .
- Celik, I.B., Ghia, U., Roache, P.J., Freitas, C.J., 2008. Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in cfd applications. *Journal of fluids Engineering-Transactions of the ASME* 130.
- Cengel, Y.A., Cimbala, J.M., 2015. *Mecânica dos fluidos-3*. Amgh Editora.
- Centre, N.H., 2016. Francis-99. URL: <https://www.ntnu.edu/nvks/francis-99>.
- Cerriteño, A., Delgado, G., Galván, S., Dominguez, F., Ramírez, R., 2021. Reconstruction of the francis 99 main runner blade using a hybrid parametric approach., in: *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, IOP Publishing. p. 012074.
- Chapra, S.C., Canale, R.P., Ruiz, R.S.G., Mercado, V.H.I., Díaz, E.M., Benites, G.E., 2011. *Métodos numéricos para ingenieros*. volume 5. McGraw-Hill New York, NY, USA.
- Chen, Z., Singh, P.M., Choi, Y.D., 2016. Francis turbine blade design on the basis of port area and loss analysis. *Energies* 9, 164.
- Chirkov, D.V., Ankudinova, A.S., Kryukov, A.E., Cherny, S.G., Skorospelov, V.A., 2018. Multi-objective shape optimization of a hydraulic turbine runner using efficiency, strength and weight criteria. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 58, 627–640.
- Del Río, G.E., 2018. Metodologia de projeto de turbina amigável aos peixes através de técnicas de otimização com base em projeto de experimentos. Ph.D. thesis.
- Delgado, G., Galván, S., Dominguez-Mota, F., García, J., Valencia, E., 2020. Reconstruction methodology of a francis runner blade using numerical tools. *Journal of Mechanical Science & Technology* 34.

-
- Delgado Sánchez, G., 2021. Metodología para la reconstrucción de un rodete tipo Francis con la utilización de herramientas numéricas. Ph.D. thesis. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- Díez, P.F., 1996. Turbinas hidráulicas. Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética. Universidade de Cantabria, España 8.
- Dubé, J.F., Guibault, F., Vallet, M.G., Trépanier, J.Y., 2006. Turbine blade reconstruction and optimization using subdivision surfaces, in: 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, p. 1327.
- Dunham, J., 1974. A parametric method of turbine blade profile design. volume 79795. American Society of Mechanical Engineers.
- Durán, A.L., 2015. Apuntes sobre dinámica de fluidos computacional.
- Eriksson, L., 1982. Generation of boundary-conforming grids around wing-body configurations using transfinite interpolation. AIAA journal 20, 1313–1320.
- Farin, G., 2002. Curves and surfaces for CAGD: a practical guide. Morgan Kaufmann.
- Farrashkhalvat, M., Miles, J., 2003. Basic Structured Grid Generation: With an introduction to unstructured grid generation. Elsevier.
- Ferrando, L., Kueny, J.L., Avellan, F., Pedretti, C., Tomas, L., 2004. Surface parameterization of a francis runner turbine for optimum design, in: 22nd IAHR Symposium on hydraulic machinery and systems.
- Ferrando López, L., 2006. Surface parameterization and optimum design methodology for hydraulic turbines. Technical Report. EPFL.
- Flores, E., Bornard, L., Tomas, L., Liu, J., Couston, M., 2012. Design of large francis turbine using optimal methods, in: IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, IOP Publishing. p. 022023.
- Gao, J., Chen, X., Zheng, D., Yilmaz, O., Gindy, N., 2006. Adaptive restoration of complex geometry parts through reverse engineering application. Advances in Engineering Software 37, 592–600.
- García-Cuevas González, L.M., Gil Megías, A., Navarro García, R., Quintero Igeño, P.M., 2020. Mecánica de fluidos computacional: tipos de mallas y calidad del mallado .
-

- Gherardelli, C., 2016. Apuntes de mecánica de fluidos. Universidad de Chile , 99.
- Gobierno de México, s.f. <https://www.cenace.gob.mx/Paginas/SIM/Prodesen.aspx>.
- Göde, E., 2009. Performance upgrading of hydraulic machinery with the help of cfd, in: 100 Volumes of 'Notes on Numerical Fluid Mechanics' 40 Years of Numerical Fluid Mechanics and Aerodynamics in Retrospect. Springer, pp. 299–310.
- Gogstad, P.J., 2012. Hydraulic design of Francis turbine exposed to sediment erosion. Master's thesis. Institutt for energi-og prosessteknikk.
- Gordon, W.J., Hall, C.A., 1973. Construction of curvilinear co-ordinate systems and applications to mesh generation. International Journal for Numerical Methods in Engineering 7, 461–477.
- Huppertz, A., Flassig, P.M., Flassig, R.J., Swoboda, M., 2007. Knowledge based 2d blade design using multi-objective aerodynamic optimization and a neural network, in: Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, pp. 413–423.
- Ibarra, G., 2015. Estudio e melhoramento de uma turbina hidrocínética multiestágio. Master's thesis. Universidade Federal de Itajubá, Itajubá.
- Iliev, I., Tengs, E.O., Trivedi, C., Dahlhaug, O.G., 2020. Optimization of francis turbines for variable speed operation using surrogate modeling approach. Journal of Fluids Engineering 142, 101214.
- Indacochea, E., 1980. Metodología sintética para el cálculo y especificación preliminar de microcentrales hidroeléctricas.
- Jouanny, O., Passarella, D.N., 2014. Estudio del efecto del mallado en la resolución del flujo alrededor de un obstáculo. caso laminar. Mecánica Computacional 33, 207–219.
- Korakianitis, T., 1993. Hierarchical development of three direct-design methods for two-dimensional axial-turbomachinery cascades .
- Kurir, V., 2020. Optimization the shape of the francis hydraulic turbine, in: E3S Web of Conferences, EDP Sciences. p. 01067.
- Kwaśniewski, L., 2013. Application of grid convergence index in fe computation. Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences 61, 123–128.

-
- Kyriacou, S.A., Weissenberger, S., Grafenberger, P., Giannakoglou, K.C., 2010. Optimization of hydraulic machinery by exploiting previous successful designs, in: IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, IOP Publishing. p. 012031.
- Lázaro Naranjo, C., 1999. Aplicaciones del método de elementos finitos a problemas de termofluidos. Ph.D. thesis. Universidad Autónoma de Nuevo León.
- Lyutov, A., Chirkov, D., Skorospelov, V., Turuk, P., Cherny, S., 2015. Coupled multipoint shape optimization of runner and draft tube of hydraulic turbines. *Journal of Fluids Engineering* 137.
- Mataix, C., 1982. Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas .
- Menter, F.R., 1994. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA journal* 32, 1598–1605.
- Milos, T., 2006. A new method to obtain the blade surface intersections with horizontal cutting planes of the francis turbine runner. *Hydraulica* 2, 26–35.
- Muntean, S., Susan-Resiga, R., Bernard, S., Anton, I., 2004. 3d turbulent flow analysis of the gamm francis turbine for variable discharge, in: 22nd IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems, Stockholm, Sweden.
- NASA, 2021. <https://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/tutorial/spatconv.html>.
- Nilsson, H., Davidson, L., 2001. A validation of parallel multiblock cfd against the gamm francis water turbine runner at best efficiency and off-design operating conditions. Int. rep 1.
- Ojeda, E., López, P., Farah, S., Ramirez, R., 2009. Cfd como una herramienta para diseño de productos, in: Memorias Del XV Congreso Internacional Anual de La SOMIM, pp. 431–442.
- Penche, C., 1998. Manual de pequeña hidráulica. como llevar a buen fin un proyecto de minicentral hidroeléctrica. European Small Hydropower Association (ESHA) .
- Pierret, S., Van den Braembussche, R., 1999. Turbomachinery blade design using a navier–stokes solver and artificial neural network .
- Pritchard, L., 1985. An eleven parameter axial turbine airfoil geometry model, in: Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air, American Society of Mechanical Engineers. p. V001T03A058.
- Roache, P.J., 1994. Perspective: a method for uniform reporting of grid refinement studies .
-

-
- Rong, Y., Xu, J., Sun, Y., 2014. A surface reconstruction strategy based on deformable template for repairing damaged turbine blades. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering* 228, 2358–2370.
- Roy, C., Oberkampf, W., 2016. Verification and validation in computational fluid dynamics. *handbook of fluid dynamics. Handbook of Fluid Dynamics* 44, 44–11.
- Sandoval Erazo, W., 2018. Conceptos básicos de centrales hidroeléctricas. *Diseño de obras Hidrotécnicas* , 245–277.
- Sarmiento, A.L.E., Camacho, R.G.R., de Oliveira, W., Velásquez, E.I.G., Murthi, M., Gautier, N.J.D., 2021. Design and off-design performance improvement of a radial-inflow turbine for orc applications using metamodels and genetic algorithm optimization. *Applied Thermal Engineering* 183, 116197.
- Solís, M.L.S., 1998. Solución numérica de fluidos viscosos con elementos isoparamétricos. Ph.D. thesis. Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa.
- Sottas, G., Ryhming, I., 1993. 3d-computations of incompressible internal flows-proceedings of the gamm workshop at epfl, september 1989, lausanne-notes on numerical fluid mechanics. Vieweg, Braunschweig .
- Tengs, E., Storli, P.T., Holst, M., 2018. Optimization procedure for variable speed turbine design. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics* 12, 652–661.
- Toapanta, M., 2019. Plan de control y aseguramiento de la calidad para la recuperación de un rodete de turbina francis de una central hidroeléctrica. *Revista Técnica energía* 15, 57–65.
- Trivedi, C., Cervantes, M.J., Dahlhaug, O.G., 2016. Experimental and numerical studies of a high-head francis turbine: A review of the francis-99 test case. *Energies* 9, 74.
- Trivedi, C., Cervantes, M.J., Gandhi, B.K., Dahlhaug, O.G., 2013. Experimental and numerical studies for a high head francis turbine at several operating points. *Journal of Fluids Engineering* 135.
- Tsuzuki, M.S., Vatanabe, S.L., Castro, E.G., Silva, E.C., Martins, T.C., Taniguchi, D., Makiyama, H.S., Sato, A.K., Gallo, G.B., Garcia, M.A., et al., 2015. Development of a complete methodology to reconstruct, optimize, analyze and visualize francis turbine runners. *IFAC-PapersOnLine* 48, 1900–1905.

WIKIPEDIA, 25 de Abril de 2006. <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?title=File:Turbine>


Wilcox, D.C., 1988. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA journal* 26, 1299–1310.

Wilcox, D.C., 1993. Turbulence and transition modeling for high-speed flows. Technical Report. DCW INDUSTRIES INC LA CANADA CA.

Wu, H., Gao, J., Li, S., Zhang, Y., Zheng, D., 2013. A review of geometric reconstruction algorithm and repairing methodologies for gas turbine components. *Telkomnika* 11, 1609–1618.

Anexos

Anexo Uno. Reporte de la herramienta antiplagio Turnitin.

 **Identificación de reporte de similitud:** oid:3117:371798906

NOMBRE DEL TRABAJO	AUTOR
Reconstrucción de un álabe de rodete Francés mediante el uso de un modelo suavizado	Ángel Cerriteño Sánchez

RECUENTO DE PALABRAS	RECUENTO DE CARACTERES
47810 Words	242871 Characters
RECUENTO DE PÁGINAS	TAMAÑO DEL ARCHIVO
167 Pages	35.8MB
FECHA DE ENTREGA	FECHA DEL INFORME
Aug 6, 2024 2:11 PM GMT-6	Aug 6, 2024 2:14 PM GMT-6

● **13% de similitud general**

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para cada base de datos.

- 13% Base de datos de Internet
- Base de datos de Crossref
- 0% Base de datos de trabajos entregados
- 6% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de contenido publicado de Crossref

Resumen

Anexo Dos. Formato de declaración de originalidad y uso de Inteligencia Artificial.

**Formato de Declaración de Originalidad
y Uso de Inteligencia Artificial**

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



A quien corresponda,

Por este medio, quien abajo firma, bajo protesta de decir verdad, declara lo siguiente:

- Que presenta para revisión de originalidad el manuscrito cuyos detalles se especifican abajo.
- Que todas las fuentes consultadas para la elaboración del manuscrito están debidamente identificadas dentro del cuerpo del texto, e incluidas en la lista de referencias.
- Que, en caso de haber usado un sistema de inteligencia artificial, en cualquier etapa del desarrollo de su trabajo, lo ha especificado en la tabla que se encuentra en este documento.
- Que conoce la normativa de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en particular los Incisos IX y XII del artículo 85, y los artículos 88 y 101 del Estatuto Universitario de la UMSNH, además del transitorio tercero del Reglamento General para los Estudios de Posgrado de la UMSNH.

Datos del manuscrito que se presenta a revisión		
Programa educativo	Doctorado en ciencias en ingeniería mecánica.	
Título del trabajo	Reconstrucción de un álabe de rodete Francis mediante el uso de un modelo suavizado.	
	Nombre	Correo electrónico
Autor/es	M. en C. Ángel Cerriteño Sánchez	angel.cerriteno.sanchez@umich.mx
Director	Dr. Sergio Ricardo Galván González	sergio.galvan@umich.mx
Codirector	Dr. Francisco Javier Domínguez Mota	francisco.mota@umich.mx
Coordinador del programa	Dra. Georgina Carbajal de la Torre	georgina.carbajal@umich.mx

Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Asistencia en la redacción	NO	

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Traducción al español	NO	
Traducción a otra lengua	NO	
Revisión y corrección de estilo	NO	
Análisis de datos	NO	
Búsqueda y organización de información	NO	
Formateo de las referencias bibliográficas	NO	
Generación de contenido multimedia	NO	
Otro	NO	

Datos del solicitante	
Nombre y firma	M. en C.  Cerriteño Sánchez.
Lugar y fecha	Morelia, Michoacán a 05 de agosto de 2024.