



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS
DE HIDALGO

INSTITUTO DE FÍSICA Y MATEMÁTICAS

PROPIEDADES DE LOS HADRONES

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
DOCTOR EN CIENCIAS EN EL ÁREA DE FÍSICA

PRESENTA:

GUSTAVO PAREDES TORRES

DIRECTOR DE TESIS:

DR. JUAN CARLOS ARTEAGA VELAZQUEZ

CODIRECTOR DE TESIS:

DR. ADNAN BASHIR



MORELIA MICH.

MAYO DE 2025

A mis padres.

Agradecimientos

Al pueblo de México que por medio de su trabajo organismos como el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología en México, CONACYT, subsiste y realiza sus funciones. Gracias por el apoyo recibido estos años. A mis padres y hermanos por ser un gran apoyo en la vida. A mis compañeros y amigos por su apoyo y tiempo, en especial a Carlos Servín e Iván Álvarez. Por ultimo pero no menos importante me agradezco a mi.

Morelia MEX., 15 de mayo de 2025

Resumen

Este trabajo presenta el cálculo de las masas de hadrones compuestos por quarks u , d , s , c y b utilizando el modelo de Interacción de Contacto (CI). Este enfoque combina las ecuaciones de Schwinger-Dyson (SDE), Bethe-Salpeter (BS) y Faddeev para describir mesones, diquarks y bariones como sistemas ligados de quarks, preservando propiedades fundamentales de la Cromodinámica Cuántica (QCD) como el confinamiento y la ruptura dinámica de la simetría quiral.

El modelo incluye el cálculo de correlaciones quark-quark (diquarks) que se utilizan en la descripción de bariones mediante una aproximación quark-diquark, reduciendo significativamente la complejidad de los sistemas de tres cuerpos.

Los resultados obtenidos muestran un buen acuerdo con datos experimentales y predicciones teóricas previas, especialmente en la física de hadrones pesados, un área de interés activo en laboratorios como LHCb, BELLE, PANDA y JLab. Además, este trabajo ofrece predicciones para estados aún no observados experimentalmente, contribuyendo al entendimiento de la estructura hadrónica en el marco de la QCD.

Palabras clave: Quark, mesón, diquark, barión, Faddeev.

Abstract

This work presents the calculation of hadron masses composed of u, d, s, c and d quarks using the Contact Interaction (CI) model. This approach combines the Schwinger-Dyson (SDE), Bethe-Salpeter (BS), and Faddeev equations to describe mesons, diquarks, and baryons as bound states of quarks, preserving fundamental properties of Quantum Chromodynamics (QCD) such as confinement and dynamical chiral symmetry breaking.

The results show good agreement with experimental data and previous theoretical predictions, particularly in the study of heavy hadrons, an active area of interest in laboratories such as LHCb, BELLE, PANDA, and JLab. Furthermore, this work offers predictions for states not yet observed experimentally, contributing to the understanding of hadronic structure within the framework of QCD.

Introducción

En los años sesenta, previo a la formulación de la Cromodinámica Cuántica (QCD, por sus siglas en inglés), las interacciones electromagnéticas ya habían sido descritas exitosamente mediante una teoría cuántica de campos (QFT, por sus siglas en inglés): la Electrodinámica Cuántica (QED). Sin embargo, las interacciones fuertes dentro del núcleo o entre hadrones fueron estudiadas a través del Modelo de Quarks, el cual reproducía, a grandes rasgos, el espectro de hadrones, relaciones entre sus masas y otras propiedades estáticas [1]. Este modelo logró clasificar los hadrones conocidos y predijo, además, la existencia y masa del barión Ω^- , lo que llevó al Premio Nobel de Gell-Mann en 1969. Posteriormente, Nambu y Han introdujeron el número cuántico de color —cada quark viene en tres colores— resolviendo el problema de estadística de Fermi-Dirac [2].

Experimentos de dispersión inelástica profunda durante las décadas de 1960 y 1970 confirmaron la existencia de los quarks. En consecuencia, el grupo de color propuesto por Fritzsche, Gell-Mann y Leutwyler [3] se interpretó como un grupo de norma, donde la interacción entre quarks se produce mediante un octeto de bosones de norma no masivos llamados gluones. A esta teoría se le denominó QCD.

La QCD es una teoría no abeliana debido a las interacciones entre los propios bosones de norma. Su acoplamiento se debilita a altas energías (cuando la separación entre quarks es pequeña), lo cual permite un tratamiento perturbativo gracias al fenómeno de libertad asintótica, descubierto por Gross, Wilczek [4, 5] y Politzer [6] en 1973, por lo que fueron galardonados con el Premio Nobel en 2004. A bajas energías (cuando la separación entre quarks es grande), el acoplamiento se vuelve muy fuerte y los quarks se encuentran confinados en hadrones. Otra consecuencia destacada de la QCD es la generación dinámica de masas: quarks y gluones adquieren masa efectiva dentro de los hadrones a través de un mecanismo llamado Ruptura Dinámica de Simetría Quiral (DCSB, por sus siglas en inglés), responsable de aproximadamente el 98 % de la masa del universo visible.

El confinamiento y la DCSB son dos fenómenos emergentes de la QCD fundamentales para entender el espectro y la estructura de la materia hadrónica. Esta teoría constituye la parte del Modelo Estándar (SM, por sus siglas en inglés) que estudia las interacciones fuertes, las cuales gobiernan la física nuclear y hadrónica, y explican la mayor parte de la masa de la materia visible.

Una de las maneras de abordar el estudio de la QCD a nivel de quarks es a través de las Ecuaciones de Schwinger-Dyson (SDE, por sus siglas en inglés), que son ecuaciones exactas, no perturbativas e invariantes de Poincaré. Estas ecuaciones permiten estudiar el confinamiento, la DCSB y también son consistentes con la QCD perturbativa [7–10]. No obstante, dado que los quarks nunca se encuentran libres en la naturaleza, sino que siempre forman hadrones, nuestro objetivo es describir la física a ese nivel.

Para ello, hemos elegido a los piones como objeto de estudio. Los piones, y en general cualquier mesón, pueden describirse mediante la Ecuación de Bethe-Salpeter [11], que corresponde a la SDE para la función de cuatro puntos. En este trabajo utilizamos una interacción de contacto [12, 13], un modelo en el que el momento del gluón no participa en la ecuación (proporcionando automáticamente $\alpha = 0$) y el diagrama de Feynman correspondiente a la dispersión $q\bar{q}$ es simplemente un vértice de cuatro quarks

(dos entrantes y dos salientes).

Los piones son especialmente relevantes en la física hadrónica debido a su papel como bosones de Goldstone: cuando la simetría quiral se rompe espontáneamente, la existencia de los piones es necesaria. Si además esta simetría se rompe explícitamente mediante la masa de los quarks, se obtienen piones masivos, aunque ligeros comparados con otros hadrones. De esta forma, la existencia de los piones y la generación dinámica de masa se vinculan en un mismo fenómeno: la DCSB.

La Cromodinámica Cuántica (QCD) describe entonces las interacciones fuertes entre quarks y gluones, responsables de la física nuclear y hadrónica. Los quarks y gluones son los grados elementales de libertad, pero solo los hadrones, como estados ligados de estos, son observables experimentalmente. Por ello, el estudio detallado de las propiedades y estructura de los hadrones resulta esencial para comprender la dinámica subyacente de la QCD.

Para ello, se emplea una combinación de herramientas teóricas como las ecuaciones de Schwinger-Dyson y las ecuaciones de Bethe-Salpeter y Faddeev, que permiten describir los hadrones como estados ligados de quarks. Estas ecuaciones proporcionan acceso a todo el rango de escalas de energía, desde el régimen ultravioleta hasta el infrarrojo, y son fundamentales para explorar la física no perturbativa.

En este marco, se ha implementado una truncación consistente con las simetrías subyacentes, como el modelo de Interacción de Contacto (CI) [14–17], que regula las divergencias ultravioletas sin perder propiedades clave de la QCD. Con este modelo, se han calculado masas de mesones y sus correspondientes diquarks, extendiendo el análisis hacia bariones mediante la ecuación de Faddeev. Los resultados muestran que las correlaciones quark-quark en forma de diquarks son cruciales en la física de los hadrones, siendo una consecuencia directa de la DCSB.

Se han obtenido también estados radiales excitados de más de 40 mesones y diquarks, incluyendo aquellos con quarks pesados, y los resultados muestran que las masas cumplen las reglas de espaciado de las relaciones de Gell-Mann–Okubo [18, 19], en buena concordancia con datos experimentales y predicciones de otros enfoques teóricos. Además, se hicieron predicciones para estados más pesados aún no observados experimentalmente.

En conjunto, estas investigaciones han contribuido significativamente a la comprensión de la estructura y transiciones de los hadrones en el contexto de la QCD. Los resultados no solo enriquecen el conocimiento teórico, sino que también ofrecen predicciones valiosas para futuros estudios experimentales.

En este trabajo se ha extendido el modelo de Interacción de Contacto (CI) para calcular con buena precisión las masas de hadrones compuestos por uno o dos quarks pesados, con un enfoque particular en los bariones de paridad negativa, cuyas predicciones no habían sido reportadas previamente. A partir de parámetros ajustados en estudios anteriores [20], y utilizando la Ecuación de Bethe-Salpeter (BSE) para mesones y diquarks, así como la Ecuación de Faddeev (FE) en el marco quark-diquark para bariones, se calcularon aproximadamente 138 estados hadrónicos, incluyendo 80 mesones y diquarks, y 58 bariones (29 con paridad positiva y 29 con paridad negativa) [21]. Asimismo, se obtuvieron las masas de los primeros estados excitados radialmente de 40 mesones y 40 diquarks, muchos de los cuales contienen quarks pesados [22]. Los resultados muestran una buena concordancia con los datos experimentales disponibles, con una discrepancia máxima del orden del 7.42 %. Además, las amplitudes y masas de diquarks obtenidas permiten, en principio, construir los núcleos de Faddeev correspondientes a los bariones excitados del octeto y del decuplete, lo cual representa una base sólida para futuros estudios de espectros hadrónicos más complejos.

Este tipo de investigaciones resulta especialmente relevante en el contexto actual, donde existe un gran interés —tanto experimental como teórico— en el estudio de hadrones pesados. Diversos experimentos como BELLE, Jefferson Lab, PANDA y LHCb están dedicando esfuerzos a la detección y caracterización de mesones y bariones que contienen quarks pesados [23–26]. Estos estudios buscan confirmar la existencia de resonancias como las Ξ_c , Ω_c o bariones con quarks s , c y b , y entender sus propiedades internas

mediante medidas precisas de sus factores de forma.

Por otro lado, en el ámbito teórico, se han desarrollado múltiples enfoques para abordar el problema de los hadrones, entre ellos la QCD en el continuo con invariancia de Poincaré [27], los cálculos en redes (lattice QCD) [28], el formalismo de la ecuación de Faddeev [29], el modelo de bolsa [30], las reglas de conteo de quarks [31], los modelos de quark constituyente (CQM) [32], el modelo de quarks relativistas [33], el modelo de quarks instantón [34], el modelo hiperesférico [35], las reglas de suma de QCD [36], y el enfoque de QCD no relativista (NRQCD) [37].

En este contexto amplio y activo, nuestro trabajo contribuye como una alternativa eficiente y consistente al utilizar un modelo simplificado como la interacción de contacto, que, a pesar de su naturaleza efectiva, es capaz de capturar los principales aspectos no perturbativos de la QCD. Nuestros resultados complementan los obtenidos por otros enfoques más sofisticados y pueden servir de guía para futuros estudios tanto teóricos como experimentales en la física de hadrones con quarks pesados.

Índice general

Agradecimientos	I
Resumen	II
Abstract	III
Introducción	IV
1. Hadrones en estado base	2
1.1. Modelo Interacción de Contacto	3
1.2. Ecuación de Bethe-Salpeter	5
1.2.1. Mesones	5
1.2.2. Diquarks	12
1.3. Bariones de paridad negativa	15
1.3.1. Bariones con espín 1/2	15
1.3.2. Bariones con espín 3/2	19
2. Primera excitación radial de Mesones y Diquarks	23
2.1. Excitaciones radiales de mesones.	24
2.2. Primera excitación radial de diquarks	33
3. Conclusiones	36
A. Convenciones en el Espacio Euclídeo	37
B. Kernel en la Ecuación de Faddeev (FE)	39
C. Estructura de sabor de los Diquarks	42

Índice de figuras

1.1.	Esta figura muestra los mesones escalares, pseudoescalares, vectoriales y axial-vectoriales así como sus correspondientes diquarks dependiendo de sus números cuánticos.	6
1.2.	Masas de los mesones ligeros y pesados (GeV): rojo (líneas verticales): mesones pseudoescalares, verde (líneas diagonales): mesones vectoriales, azul (rectángulos sólidos): mesones escalares y negro (líneas horizontales): mesones axiales vectoriales. mesones. .	11
1.3.	Las masas de los mesones pesados y ligeros (GeV): rojo (vertical (líneas diagonales): mesones pseudoescalares, (líneas verdes): mesones vectoriales, (rectángulos rellenos): mesones escalares y (líneas horizontales): mesones vectoriales axiales.	12
1.4.	Ecuación de Faddeev covariante de Poincaré para calcular las masas de los bariones. El cuadrado representa el núcleo de interacción quark-diquark. La línea simple denota el propagador del quark vestido, la línea doble es el propagador del diquark mientras que Γ y Ψ son las amplitudes BSA y Faddeev, respectivamente. La configuración de los momentos es: $\ell_{qq} = -\ell + P$, $k_{qq} = -k + P$, $P = P_d + P_q$	16
2.1.	Valores de d_F obtenidos con la ec. (2.3) y las constantes de la tabla {2.2} para la primera excitación radial de los mesones PS , S , V y AV	26
2.2.	Comparación entre las masas de los mesones pseudoescalares en su estado fundamental y sus primeras excitaciones radiales	30
2.3.	Comparación entre las masas de los mesones escalares en su estado fundamental y sus primeras excitaciones radiales	31
2.4.	Comparación entre las masas de los mesones vectoriales en su estado fundamental y sus primeras excitaciones radiales	31
2.5.	Comparación entre las masas de los mesones axial vectoriales en su estado fundamental y sus primeras excitaciones radiales	32

Índice de tablas

1.1. Parámetros de regulación ultravioleta y masas del gluón (m_G en GeV) para diferentes combinaciones de quarks dentro de un hadron. $\alpha_{IR} = \alpha_{IRL}/Z_H$ con $\alpha_{IRL} = 1.14$, obtenido del mejor fit de los datos, como se explica en [20] y $\Lambda_{IR} = 0.24$ GeV.	4
1.2. Masas de los quarks corrientes (m_q) y vestidas (M_q) en GeV obtenidas de la ecuación (1.5), usadas como entrada para las ecuaciones BSE y FE.	4
1.3. Aquí enumeramos BSA para mesones y la normalización canónica. $\mathcal{N}$. $\mathcal{K}_{PS}, \mathcal{K}_V, \mathcal{K}_{AV}, \mathcal{K}_S$ están dadas en las ecuaciones (1.12) y (1.19), respectivamente. $M_R = M_{f_1} M_{\bar{f}_2} / [M_{f_1} + M_{\bar{f}_2}]$	5
1.4. Masas y BSAs calculadas para mesones pseudoscalar (GeV) con los parámetros de las tablas {1.1}, {1.2}.	8
1.5. Masas y BSAs calculadas para mesones escalares (GeV) con los parámetros de las tablas {1.1}, {1.2} y $g_{SO} = 0.32$	9
1.6. Masas de mesones vectoriales (GeV) y BSA, calculadas con los parámetros de las tablas {1.1}, {1.2}.	10
1.7. Masas de mesones axial-vector (GeV) y BSA, calculadas con los parámetros de las tablas {1.1} {1.2} y $g_{SO} = 0.25$	10
1.8. La desviación de las reglas de igual espaciado para las masas de los mesones, Ecs. (1.23-1.31), se presenta en GeV, tanto para los resultados experimentales como para las masas calculadas con el modelo CI.	12
1.9. Lista de las amplitudes de Bethe-Salpeter (BSA) para diquarks y la normalización canónica $\mathcal{N}$	13
1.10. Masas calculadas para diquarks escalares (GeV) y BSA con los parámetros de las tablas {1.1} y {1.2}.	14
1.11. Masas calculadas para diquarks pseudoescalares (GeV) con los parámetros de las tablas {1.1} y {1.2}. Las expresiones con el superíndice * se obtienen con $g_{SO} = 0.32 \times 1.8$	14
1.12. Masas de diquarks axial-vector (GeV), calculadas con los parámetros de las tablas {1.1} y {1.2}.	14
1.13. Masas de diquarks vectoriales (GeV), calculadas con los parámetros de las tablas {1.1} y {1.2}. Las expresiones con el superíndice * se obtienen con $g_{SO} = 0.25 \times 1.8$	15
1.14. Masa de bariones con espín 1/2 (en GeV). Los resultados abreviados como QRS se toman de Ref. [38]. En la quinta columna, los límites superior e inferior indican un cambio en la masa debido a una variación de $g_B = 1 \pm 0.5$ para los bariones pesados. Las masas aumentan al disminuir g_B y disminuyen al aumentar g_B . En el caso de bariones ligeros, se utiliza $g_B = 1.18$. Para bariones de paridad negativa, se considera solo la contribución de diquarks dominantes con la misma paridad.	18
1.15. Masas de bariones con espín 1/2 predichas por CI. Los resultados abreviados como QRS se toman de Ref. [38].	19

1.16. Masas de bariones con espín 3/2 en GeV. Los resultados abreviados como QRS se toman de Ref. [38]. Los resultados experimentales están marcados con un asterisco (*). La última columna está en unidades de $m_{\Omega_{ccc}}$	21
1.17. Masa predicha por nuestro modelo para bariones con espín 3/2. Los resultados abreviados por QRS están tomados de Ref. [38]	22
2.1. Lista de mesones estudiados mediante un tratamiento simetría-preservante de SDE/BSE con una interacción de contacto vectorial-vectorial.	24
2.2. Parámetros seleccionados d_1, d_2, d_3 en la Ec. (2.3) para las primeras excitaciones radiales de mesones.	26
2.3. Masas de mesones pseudoescalares y escalares calculadas a partir de la BSE definida en las Ecs. (1.14) a (1.19) con el cambio $C^{iu} \rightarrow \mathcal{F}^{iu}$, utilizando los valores de los parámetros en las tablas {1.1}, {1.2} y {2.2}. Los valores experimentales fueron tomados de Ref. [39]. Las columnas seis y doce muestran la diferencia porcentual entre los valores predichos por nuestro modelo y los resultados experimentales. El número cuántico principal n toma el valor $n = 0$ para el estado fundamental y $n = 1$ para la primera excitación radial.	28
2.4. Masas de mesones vectoriales y axial-vectoriales calculadas a partir de la BSE definida en la Ec. (1.14) a (1.19) con el cambio $C^{iu} \rightarrow \mathcal{F}^{iu}$, utilizando los valores de los parámetros en las Tablas 1.1, 1.2 y 2.2. Los valores experimentales fueron tomados de Ref. [39]. Las columnas seis y doce muestran la diferencia porcentual entre los valores predichos por nuestro modelo y los resultados experimentales. n es el número cuántico principal, donde $n = 0$ corresponde al estado fundamental y $n = 1$ a la primera excitación radial.	29
2.5. The percentage difference (%) of the equal spacing rules for the masses of mesons, Eqs. (1.23-1.31) for CI.	33
2.6. Masas de diquarks obtenidas utilizando los parámetros descritos en las tablas {1.1}, {1.2} y el valor de d_F dado por el ajuste en la expresión (2.3), en el límite de simetría de isospín. Para los diquarks pseudoescalares y vectoriales, mostramos dos resultados: uno con g_{SO}^{0+} y g_{SO}^{1+} y otro con g_{SO}^{0+} y g_{SO}^{1+} multiplicados por 1.8, etiquetados con *.	34
2.7. Diferencia porcentual entre los estados fundamentales de los diquarks y sus primeras excitaciones radiales. Las masas se toman de la tabla {2.6}.	35

Capítulo 1

Hadrones en estado base

Los bariones pesados son una predicción inmediata del modelo de quarks, y su espectroscopía ha atraído gran atención en los últimos años debido a observaciones actuales y futuras en colisionadores de partículas como LHCb y Belle II. Sin embargo, existe una complejidad inherente: los cálculos teóricos de propiedades de bariones triplemente pesados son relativamente más sencillos, pero aún no se ha detectado experimentalmente ninguno de ellos. Las estimaciones realistas de su producción sugieren que su detección podría ser extremadamente difícil en un futuro previsible [39, 40].

Entre los avances experimentales, el barión doblemente pesado $\Xi_{cc}^{++}(3621.2 \pm 0.7 \text{ MeV})$ fue detectado en el experimento LHCb del CERN, y se encuentra ahora registrado en el Particle Data Group [39, 40]. Sin embargo, un estado doblemente pesado $\Xi_{cc}^+(3519 \pm 2 \text{ MeV})$ reportado por la colaboración SELEX [41] no ha sido confirmado por otros experimentos como FOCUS [42], BABAR [43], Belle [44] o LHCb [45]. Hasta la fecha, no se han observado bariones doblemente pesados con dos quarks bottom o con un quark charm y un quark bottom [39].

En este trabajo se calculan las masas de bariones de paridad negativa con espines 1/2 y 3/2, que son las contrapartes de paridad de los bariones estudiados previamente en [46]. Los cálculos se realizan mediante un análisis combinado de las ecuaciones de Schwinger-Dyson (SDE), Bethe-Salpeter (BSE) y Faddeev (FE), utilizando un modelo de interacción de contacto (CI) que preserva características fundamentales de la Cromodinámica Cuántica (QCD) como el confinamiento y la ruptura dinámica de simetría quiral (DCSB). Este enfoque incluye correlaciones dinámicas no puntuales entre quarks (diquarks), que permiten simplificar el sistema en términos de correlaciones de dos cuerpos [47, 48].

En teoría cuántica de campos relativista, las contrapartes de paridad se obtienen mediante una rotación quiral. Si esta simetría fuera perfecta, las masas de los estados serían iguales. Sin embargo, en la práctica, se observan diferencias significativas en el espectro de mesones y bariones debido a la DCSB, como es el caso de la pareja de mesones $\rho_1-(770 \text{ MeV})$ y $a_{11}+(1260 \text{ MeV})$, y de bariones como $\Delta_{3/2+}(1232 \text{ MeV})$ and $\Delta_{3/2-}(1700 \text{ MeV})$ [38, 49]. Estas diferencias están relacionadas con componentes de onda-P de las funciones de onda ligadas, incluidas en los núcleos de las ecuaciones BSE y FE para los hadrones de paridad negativa.

Finalmente, el estudio incluye el análisis de mesones axiales y escalares, así como sus correspondientes correlaciones diquark. Este modelo describe a los bariones como estados ligados de quarks y diquarks dinámicos, reduciendo el problema a subestructuras simplificadas. El modelo de quark-diquark, validado para el nucleón, confirma su aplicabilidad con una precisión del 5 % en la masa del nucleón [50].

1.1. Modelo Interacción de Contacto

Para la descripción práctica de los hadrones, la ecuación de gap para los quarks requiere modelar el propagador de gluones y el vértice quark-gluón. En esta sección, recordaremos los principales truncamientos y características que definen el CI [14–17]. Recordando que una descripción mas detallada se encuentra en [51] y en el artículo publicado sobre este trabajo [21].

El propagador de gluones se define como independiente de cualquier escala de momento en movimiento:

$$g^2 D_{\mu\nu}(k) = 4\pi \hat{\alpha}_{IR} \delta_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{m_G^2} \delta_{\mu\nu}, \quad (1.1)$$

con $\hat{\alpha}_{IR} = \alpha_{IR}/m_g^2$ donde $m_g = 500 \text{ MeV}$ es la escala de masa del gluon en el infrarrojo generada dinámicamente en QCD [52–55], α_{IR} puede interpretarse como la fuerza de interacción en el infrarrojo [56–58]. A orden dominante "leading-order," el vértice quark gluon es:

$$\Gamma_\nu(p, q) = \gamma_\nu. \quad (1.2)$$

Con este kernel, el propagador vestido del quark para un quark de sabor f se escribe como:

$$S_f^{-1}(p) = i\gamma \cdot p + m_f + \frac{16\pi}{3} \hat{\alpha}_{IR} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \gamma_\mu S_f(q) \gamma_\mu, \quad (1.3)$$

donde m_f es la masa corriente del quark. La integral tiene divergencias cuadráticas y logarítmicas por ello es necesario escoger una forma de regularizarlas que sea covariante de Poincaré de esta manera la solución a la ecuación (1.3) es:

$$S_f^{-1}(p) = i\gamma \cdot p + M_f, \quad (1.4)$$

donde M_f en general es la función de masa dependiente de la escala de momento. En la Interacción de contacto M_f es una constante determinada por:

$$M_f = m_f + M_f \frac{4\hat{\alpha}_{IR}}{3\pi} C^{iu}(M_f^2), \quad (1.5)$$

donde

$$C^{iu}(\sigma)/\sigma = \bar{C}^{iu}(\sigma) = \Gamma(-1, \sigma\tau_{UV}^2) - \Gamma(-1, \sigma\tau_{IR}^2), \quad (1.6)$$

y $\Gamma(\alpha, y)$ es la función gamma incompleta y $\tau_{IR,UV}$ son los cortes infrarrojo y ultravioleta respectivamente. Un valor distinto de cero para $\tau_{ir} \equiv 1/\Lambda_{IR}$ [59]. Dado que CI es una teoría no renormalizable, $\tau_{UV} \equiv 1/\Lambda_{UV}$ se convierte en parte de la definición de nuestro modelo y, por lo tanto, establece la escala para todas las cantidades dimensionales. En este trabajo se reportan resultados usando los valores de las tablas {1.1} y {1.2} que corresponden a los parámetros denominados pesados usados en [46]. En esta elección la constante de acoplamiento y el regulador ultravioleta varían como función de la masa del quark. Este comportamiento fue sugerido primero en [60] y después adoptado en varios trabajos como en [20, 46, 61–63].

Para extender el modelo más allá de la predicción de masas hadrónicas y abordar también propiedades como los radios de carga y las constantes de desintegración, es necesario modificar los parámetros del

modelo al tratar el sector pesado. En particular, se requiere un incremento en el valor del regulador ultravioleta y una disminución en la fuerza de acoplamiento, en comparación con el sector ligero. De acuerdo con la referencia [20], y siguiendo la orientación de [64, 65], puede definirse una constante de acoplamiento adimensional $\hat{\alpha}$ como:

$$\hat{\alpha}(\Lambda_{UV}) = \Lambda_{UV}^2. \quad (1.7)$$

En estrecha analogía con el acoplamiento continuo de la QCD con la escala de momento en la que se mide, una curva logarítmica inversa puede ajustarse razonablemente bien a la dependencia funcional de $\alpha(\Lambda_{UV})$. El ajuste se lee:

$$\hat{\alpha}(\Lambda_{UV}) = a \ln^{-1} (\Lambda_{UV}/\Lambda_0), \quad (1.8)$$

donde $a = 0.92$ y $\Lambda_0 = 0.36$ GeV, ver [20]. Con este fin se puede estimar el valor de la fuerza de acoplamiento $\hat{\alpha}(\Lambda_{UV})$ una vez que se asigna un valor de Λ_{UV} . Note que $\Lambda_{IR} = 0.24$ GeV es la escala de confinamiento, $\Lambda_{UV} = 0.905$ GeV es la escala hadronica para hadrones ligeros.

Estos reproducen con precisión el valor del condensado de quarks quirral. Para aumentar la masa de quarks involucrados, Λ_{UV} cambiaría. La fuerza elegida del acoplamiento $\hat{\alpha}$ y Λ_{UV} , que siguen la curva logarítmica mencionada anteriormente (junto con las masas de quarks actuales) se ajustan a la masa del mesón pseudoescalar más ligero y su radio de carga.

Tabla 1.1: Parámetros de regulación ultravioleta y masas del gluón (m_G en GeV) para diferentes combinaciones de quarks dentro de un hadron. $\alpha_{IR} = \alpha_{IRL}/Z_H$ con $\alpha_{IRL} = 1.14$, obtenido del mejor fit de los datos, como se explica en [20] y $\Lambda_{IR} = 0.24$ GeV.

Quarks	Z_H	Λ_{UV} (GeV)	m_G (GeV)
u, d, s	1	0.905	0.165
c, d, s	3.034	1.322	0.287
c	13.122	2.305	0.598
b, u, s	16.473	2.522	0.669
b, c	59.056	4.131	1.268
b	165.848	6.559	2.125

Tabla 1.2: Masas de los quarks corrientes (m_q) y vestidas (M_q) en GeV obtenidas de la ecuación (1.5), usadas como entrada para las ecuaciones BSE y FE.

$m_u = 0.007$	$m_s = 0.17$	$m_c = 1.08$	$m_b = 3.92$
$M_u = 0.367$	$M_s = 0.53$	$M_c = 1.52$	$M_b = 4.68$

La simplicidad de la CI permite calcular fácilmente observables hadrónicos, como masas, constantes de desintegración, radios de carga y factores de forma. El estudio de las masas de mesones pesados, pesados-ligeros y ligeros proporciona una forma de determinar las masas asociadas con las correlaciones de diquarks y las de bariones pesados, pesados-ligeros y ligeros y sus socios de paridad negativa. Con esto en mente, en la siguiente sección, describimos y resolvemos la BSE para mesones y diquarks.

1.2. Ecuación de Bethe-Salpeter

El problema del estado ligado para hadrones caracterizados por dos fermiones de valencia se estudia utilizando la BSE homogénea. Esta ecuación es [66]

$$[\Gamma(k; P)]_{tu} = \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} [\chi(q; P)]_{sr} K_{tu}^{rs}(q, k; P), \quad (1.9)$$

donde Γ es la amplitud de Bethe-Salpeter (BSA) del estado ligado; $\chi(q; P) = S(q+P)\Gamma S(q)$ es la función de onda de BS; r, s, t, u representan los índices de color, sabor y espinor; y K es el núcleo de dispersión fermión-fermión relevante. Esta ecuación posee soluciones en ese conjunto discreto de valores P^2 para los que existen estados ligados. Utilizamos la notación introducida en [67], $[f_d, f_u]$ para diquarks escalares y pseudoescalares, y $(\{f_d, f_d\}), (\{f_d, f_u\})$ para diquarks axiales-vectoriales y vectoriales. Describimos los detalles del cálculo de la masa del mesón en la siguiente subsección.

1.2.1. Mesones

Los mesones se clasifican en grupos según su momento angular total (J), paridad (P) y paridad de carga (C), empleando la notación habitual J^{PC} . En la Fig. {1.1}, se muestran los mesones que se estudian en este trabajo. En un tratamiento que preserve la simetría utilizando la teoría cuántica de campos relativista,

Tabla 1.3: Aquí enumeramos BSA para mesones y la normalización canónica. $\mathcal{N}$. $\mathcal{K}_{PS}, \mathcal{K}_V, \mathcal{K}_{AV}, \mathcal{K}_S$ están dadas en las ecuaciones (1.12) y (1.19), respectivamente. $M_R = M_{f_1} M_{\bar{f}_2} / [M_{f_1} + M_{\bar{f}_2}]$.

BSA	A	B	$\mathcal{N}$
Γ_{PS}	$i\gamma_5$	$\frac{1}{2M_R} \gamma_5 \gamma \cdot P$	$6 \frac{d\mathcal{K}_{PS}(Q^2, z)}{dz} \Big _{Q^2=z}$
$\Gamma_{V, \mu}$	γ_μ^T	$\frac{1}{2M_R} \sigma_{\mu\nu} P_\nu$	$9m_G^2 E_V^2 \frac{d\mathcal{K}_V(z)}{dz}$
Γ_S	I_D	—	$-\frac{9}{2} m_G^2 E_S^2 \frac{d\mathcal{K}_S(z)}{dz}$
$\Gamma_{AV, \mu}$	$\gamma_5 \gamma_\mu^T$	$\gamma_5 \frac{1}{2M_R} \sigma_{\mu\nu} P_\nu$	$-9m_G^2 E_{AV}^2 \frac{d\mathcal{K}_{AV}(z)}{dz}$

los mesones pseudoescalares-escalares y vector-axiales son las parejas quirales. Las parejas quirales de los mesones son los estados ligados más simples que se abordan en este trabajo.

Una descomposición general del BSA del estado ligado para mesones en el CI tiene la forma

$$\Gamma_H = A_H E_H + B_H F_H, \quad (1.10)$$

donde $H = PS, V, AV, S$ denota mesones pseudoescalares (PS), vectoriales (V), axial-vectoriales (AV) y escalares (S), respectivamente. La forma explícita de la normalización canónica de BSA para diferentes

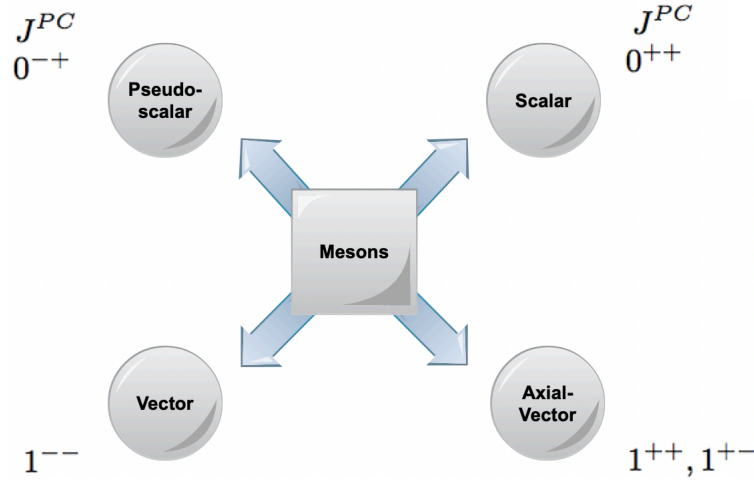


Figura 1.1: Esta figura muestra los mesones escalares, pseudoescalares, vectoriales y axial-vectoriales así como sus correspondientes diquarks dependiendo de sus números cuánticos.

tipos de mesones se muestra en la Tabla {1.3}. Con la notación

$$\left. \frac{d\mathcal{K}_{PS}(Q^2, z)}{dz} \right|_{Q^2+z} \equiv \left. \frac{d\mathcal{K}_{PS}(z)}{dz} \right|_z. \quad (1.11)$$

La BSE para el mesón pseudoescalar compuesto por un quark con sabor f_d y un antiquark con sabor f_u es

$$\mathcal{K}_{PS}(Q, P) = tr_D \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \Gamma_{PS}(-Q) \frac{\partial}{\partial P_\mu} S_{f_1}(q+P) \Gamma_{PS}(Q) S_{\bar{f}_2}(q), \quad (1.12)$$

donde P es el momento total del estado base. La forma matricial explícita de la BSE es:

$$\begin{bmatrix} E_{PS}(P) \\ F_{PS}(P) \end{bmatrix} = \frac{4\hat{\alpha}_{IR}}{3\pi} \begin{bmatrix} \mathcal{K}_{EE}^{PS} & \mathcal{K}_{EF}^{PS} \\ \mathcal{K}_{FE}^{PS} & \mathcal{K}_{FF}^{PS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{PS}(P) \\ F_{PS}(P) \end{bmatrix}, \quad (1.13)$$

y

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{EE}^{PS} = & \int_0^1 d\alpha \left\{ C^{\text{iu}}(\omega^{(1)}) \right. \\ & \left. + \left[M_{\bar{f}_2} M_{f_1} - \alpha(1-\alpha)P^2 - \omega^{(1)} \right] \bar{C}_1^{\text{iu}}(\omega^{(1)}) \right\}, \end{aligned} \quad (1.14a)$$

$$\mathcal{K}_{EF}^{PS} = \frac{P^2}{2M_R} \int_0^1 d\alpha \left[(1-\alpha)M_{\bar{f}_2} + \alpha M_{f_1} \right] \bar{C}_1^{\text{iu}}(\omega^{(1)}), \quad (1.14b)$$

$$\mathcal{K}_{FE}^{PS} = \frac{2M_R^2}{P^2} \mathcal{K}_{EF}^K, \quad (1.14c)$$

$$\mathcal{K}_{FF}^{PS} = -\frac{1}{2} \int_0^1 d\alpha \left[M_{\bar{f}_2} M_{f_1} + (1-\alpha)M_{\bar{f}_2}^2 + \alpha M_{f_1}^2 \right] \quad (1.14d)$$

$$\times \bar{C}_1^{\text{iu}}(\omega^{(1)}), \quad (1.14e)$$

donde α es un parámetro de Feynman y las nuevas funciones $\omega^{(1)} \equiv \omega(M_{\bar{f}_2}^2, M_{f_1}^2, \alpha, P^2)$ y $C_1^{\text{iu}}(z)$ son:

$$\omega^{(1)} = M_{\bar{f}_2}^2(1-\alpha) + \alpha M_{f_1}^2 + \alpha(1-\alpha)P^2, \quad (1.15)$$

$$C_1^{\text{iu}}(z) = -z(d/dz)C^{\text{iu}}(z) = z \left[\Gamma(0, M^2\tau_{\text{uv}}^2) - \Gamma(0, M^2\tau_{\text{ir}}^2) \right]. \quad (1.16)$$

Las ecuaciones de valores propios para mesones vectoriales, axiales-vectoriales y escalares son:

$$\begin{aligned} 0 &= 1 - \mathcal{K}_V(-m_V^2), \\ 0 &= 1 + \mathcal{K}_{AV}(-m_{AV}^2), \\ 0 &= 1 + \mathcal{K}_S(-m_S^2), \end{aligned} \quad (1.17)$$

por simplicidad se define:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_V(P^2) &= M_{\bar{f}_2} M_{f_1} - (1-\alpha)M_{\bar{f}_2}^2 - \alpha M_{f_1}^2 - 2\alpha(1-\alpha)P^2, \\ \mathcal{L}_G(P^2) &= M_{f_1} M_{\bar{f}_2} + \alpha(1-\alpha)P^2, \end{aligned} \quad (1.18)$$

y

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_V(P^2) &= \frac{2\hat{\alpha}_{IR}}{3\pi} \int_0^1 d\alpha \mathcal{L}_V(P^2) \bar{C}_1^{\text{iu}}(\omega^{(1)}), \\ \mathcal{K}_{AV}(P^2) &= \frac{2\hat{\alpha}_{IR}}{3\pi} \int_0^1 d\alpha \left[C_1^{\text{iu}}(\omega^{(1)}) + \mathcal{L}_G(P^2) \bar{C}_1^{\text{iu}}(\omega^{(1)}) \right], \\ \mathcal{K}_S(P^2) &= -\frac{4\hat{\alpha}_{IR}}{3\pi} \int_0^1 d\alpha \left[-\mathcal{L}_G \bar{C}_1^{\text{iu}}(\omega^{(1)}) \right. \\ &\quad \left. + \left(C^{\text{iu}}(\omega^{(1)}) - C_1^{\text{iu}}(\omega^{(1)}) \right) \right], \end{aligned} \quad (1.19)$$

Las ecuaciones (1.13,1.17) tienen una solución cuando $P^2 = -m_H^2$. Entonces, el vector propio corresponde al BSA del mesón. Consideramos mesones con cinco sabores (u, d, s, c, b). Se sabe desde hace

mucho tiempo que el truncamiento de escalera arcoíris describe muy bien los estados fundamentales de los mesones vectoriales y de los mesones pseudoescalares no singletes de sabor, pero falla para sus socios de paridad [67–71].

Se descubrió que el DCSB genera un gran momento cromomagnético anómalo de quarks vestidos y, en consecuencia, la división de espín-órbita entre los mesones de estado fundamental y sus socios de paridad se mejora drásticamente [72–76]. Este es el mecanismo responsable de una división magnificada entre socios de paridad; es decir, existen correcciones DCSB esencialmente no perturbativas a los núcleos de escalera arco iris, que se cancelan en gran medida en los canales pseudoescalares y vectoriales, pero se suman de manera constructiva en los canales escalares y axiales-vectoriales.

En este sentido, seguimos a [17] e introducimos la repulsión espín-órbita en los canales de mesones escalares y pseudovectoriales mediante el artificio de un acoplamiento fenomenológico $g_{SO} \leq 1$, introducido como un único factor común que multiplica los núcleos definidos en las ecuaciones (1.13), (1.17). g_{SO} imita el momento cromomagnético del quark vestido en QCD completo. El primer valor numérico de $g_{SO} = 0,24$ fue introducido en [17] y posteriormente refinado en las referencias [46, 63, 77]. Para los mesones con $J^P = 0^+, 1^+$ usamos

$$g_{SO}^{0^+} = 0.32, \quad g_{SO}^{1^+} = 0.25. \quad (1.20)$$

El valor $g_{SO}^{1^+} = 0.25$ en el canal vectorial axial garantiza el efecto de repulsión espín-órbita y reproduce el valor experimental deseable para la división de masas $a_1 - \rho$ [46, 63, 77]. Por otra parte, se elige $g_{SO}^{0^+} = 0.32$ para producir una diferencia de masa de aproximadamente 0.3 GeV entre el núcleo de quarks del $0^+(u\bar{d})$ (al que llamamos $\sigma(u\bar{d})$) y el del ρ -mesón (tal como se obtiene con núcleos más allá de RL). La elección de $g_{SO} = 1$ indica que no hay repulsión ni interacción adicional más allá de la generada por el núcleo de escalera arcoíris.

Se muestran los resultados numéricos para los mesones pseudoescalares y escalares. en las tablas {1.4}, {1.5}. Para los mesones pseudoescalares, las masas calculadas en la tabla {1.4} también se comparan con los valores experimentales y la mayor diferencia porcentual es para el pión (aproximadamente 0,7 %), que se vuelve más pequeña para los mesones pesados-ligeros y es cero para η_c y η_b .

Tabla 1.4: Masas y BSAs calculadas para mesones pseudoscalar (GeV) con los parámetros de las tablas {1.1}, {1.2}.

Mesón	Exp.	CI	E	F	Carga
$\pi(u\bar{d})$	0.139	0.14	3.60	0.47	1
$K(u\bar{s})$	0.493	0.49	3.81	0.59	1
$h_s(s\bar{s})$	—	0.69	4.04	0.74	0
$D^0(c\bar{u})$	1.86	1.87	3.03	0.37	0
$D_s^+(c\bar{s})$	1.97	1.96	3.24	0.51	1
$B^+(u\bar{b})$	5.28	5.28	1.50	0.09	1
$B_s^0(s\bar{b})$	5.37	5.37	1.59	0.13	0
$B_c^+(c\bar{b})$	6.27	6.29	0.73	0.11	1
$\eta_c(c\bar{c})$	2.98	2.98	2.16	0.41	0
$\eta_b(b\bar{b})$	9.40	9.40	0.48	0.10	0

La tabla {1.5} muestra los resultados para los mesones escalares. En el canal escalar, la diferencia porcentual más alta es para K_0^* y tiene un valor de 7 %. El análisis de las masas de $\pi(u\bar{d})$ y $\sigma(u\bar{d})$ indica

Tabla 1.5: Masas y BSAs calculadas para mesones escalares (GeV) con los parámetros de las tablas {1.1}, {1.2} y $g_{SO} = 0.32$.

Mesón	Exp.	CI	E
$\sigma(\bar{u}d)$	1.2	1.22	0.66
$K_0^*(\bar{u}s)$	1.430	1.33	0.65
$f_0(\bar{s}s)$	–	1.34	0.64
$D_0^*(\bar{c}u)$	2.300	2.32	0.39
$D_{s0}^*(\bar{c}s)$	2.317	2.43	0.37
$B_0^*(\bar{u}b)$	–	5.50	0.21
$B_{s0}(\bar{s}b)$	–	5.59	0.20
$B_{c0}(\bar{c}b)$	–	6.45	0.08
$\chi_{c0}(\bar{c}c)$	3.414	3.35	0.16
$\chi_{b0}(\bar{b}b)$	9.859	9.50	0.04

una diferencia de aproximadamente 1,061 GeV. Sin embargo, esta diferencia es menos pronunciada para los mesones compuestos por dos quarks pesados, por ejemplo $\eta_b(b\bar{b})$ y $\chi_{b0}(b\bar{b})$, que tienen masas muy cercanas en nuestro modelo. Los mesones pseudoescalares y escalares deben satisfacer la siguiente relación de masas:

$$\begin{aligned} m_{D_s^+}(\bar{c}s) - m_{D^0}(\bar{c}u) + m_{B^+}(\bar{u}b) - m_{B_s^0}(\bar{s}b) &= 0, \\ m_{D_{s0}^*}(\bar{c}s) - m_{D_0^*}(\bar{c}u) + m_{B_0^*}(\bar{u}b) - m_{B_{s0}}(\bar{s}b) &= 0. \end{aligned} \quad (1.21)$$

En este modelo, estas ecuaciones se satisfacen exactamente para mesones pseudoescalares y se desvían solo hasta un 2 % para escalares.

Los mesones vectoriales y axiales se muestran en las tablas {1.6}, {1.7}. Se puede observar que el mesón ρ tiene la mayor diferencia en comparación con el valor empírico (aproximadamente 19 %). Nótese que este valor ya se había utilizado en varios trabajos previos que utilizaban este modelo [16, 17, 46, 62, 63, 67]. Aunque este valor es mayor que el esperado, utilizando los parámetros correspondientes podemos calcular constantes de desintegración que se encuentran muy próximas a las experimentales. Además, cuando se calculan las masas de los diquarks correspondientes para predecir las masas de los bariones, se parecen mucho al valor experimental. Como en los casos anteriores, las diferencias porcentuales entre nuestros resultados y los experimentales son menores cuando se incluyen los quarks pesados, que constituyen la esencia de nuestro estudio.

El valor de g_{SO} en el canal axial-vectorial es 0.25. En este caso, la diferencia relativa absoluta media entre las entradas de las columnas 3 y 4 de la tabla {1.7} no supera el 12 % y para χ_{c1} y χ_{b1} está entre el 3 % y el 4 %. La división de masa entre los socios de paridad opuesta $\rho(\bar{u}d) - a_1(\bar{u}d)$ es de 440 MeV y de 100 MeV para $Y(b\bar{b}) - \chi_{b1}(b\bar{b})$ (error inferior al 5 % en ambos casos). Todos los valores calculados para los mesones ligeros y pesados en estado fundamental muestran una diferencia de masa similar en comparación con sus socios quirales, que disminuye al aumentar la masa del mesón. Además, se puede ver inmediatamente que en todos los casos los pseudoescalares son los mesones más ligeros y los axial-vectoriales los más pesados. Esta información se representa gráficamente en las Figs. {1.2} y {1.3}. El mismo comportamiento se observa para los mesones ligeros, pesados y pesado-ligeros. Sin embargo, es más evidente para aquellos que están compuestos por dos quarks ligeros. El cálculo de bariones con paridad negativa requiere las masas y amplitudes de los diquarks $J^P = 0^+, 1^+, 0^-$ y 1^- . Es por esta razón

Tabla 1.6: Masas de mesones vectoriales (GeV) y BSA, calculadas con los parámetros de las tablas {1.1}, {1.2}.

Mesón	Exp.	CI	E
$\rho (u\bar{d})$	0.78	0.93	1.53
$K_1 (u\bar{s})$	0.89	1.03	1.62
$\phi (s\bar{s})$	1.02	1.12	1.73
$D^{*0} (c\bar{u})$	2.01	2.06	1.23
$D_s^* (c\bar{s})$	2.11	2.14	1.32
$B^{*+} (u\bar{b})$	5.33	5.33	0.65
$B_s^{*0} (s\bar{b})$	5.42	5.41	0.67
$B_c^* (c\bar{b})$	—	6.32	0.27
$J/\Psi (c\bar{c})$	3.10	3.15	0.61
$\Upsilon (b\bar{b})$	9.46	9.42	0.15

Tabla 1.7: Masas de mesones axial-vector (GeV) y BSA, calculadas con los parámetros de las tablas {1.1} {1.2} y $g_{SO} = 0.25$.

Mesón	Exp.	CI	E
$a_1 (u\bar{d})$	1.260	1.37	0.32
$K_1 (u\bar{s})$	1.34	1.48	0.32
$f_1 (s\bar{s})$	1.43	1.58	0.32
$D_1 (c\bar{u})$	2.420	2.41	0.20
$D_{s1} (c\bar{s})$	2.460	2.51	0.19
$B_1 (u\bar{b})$	5.721	5.55	0.11
$B_{s1} (s\bar{b})$	5.830	5.64	0.10
$B_{cb} (c\bar{b})$	—	6.48	0.04
$\chi_{c1} (c\bar{c})$	3.510	3.40	0.08
$\chi_{b1} (b\bar{b})$	9.892	9.52	0.02

que en esta sección hemos incluido los mesones axiales y escalares. Las reglas de espaciado igual para los mesones vectoriales y axiales son:

$$\begin{aligned} m_{D_s^*(c\bar{s})} - m_{D^{0*}(c\bar{u})} + m_{B^{+*}(u\bar{b})} - m_{B_s^{0*}(s\bar{b})} &= 0, \\ m_{D_{s1}(c\bar{s})} - m_{D_1(c\bar{u})} + m_{B_1(u\bar{b})} - m_{B_{s1}(s\bar{b})} &= 0. \end{aligned} \quad (1.22)$$

Usando los resultados obtenidos en las tablas {1.6}, {1.7} inferimos instantáneamente que las ecuaciones

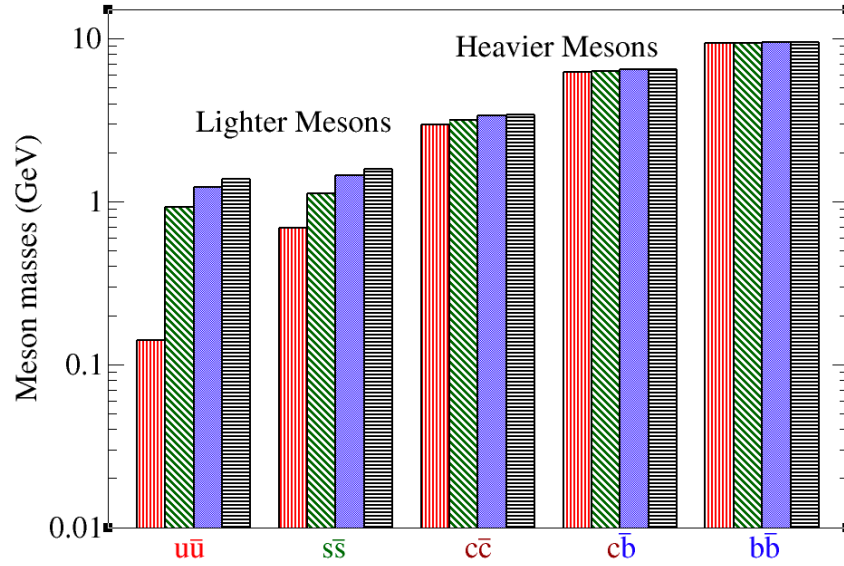


Figura 1.2: Masas de los mesones ligeros y pesados (GeV): rojo (líneas verticales): mesones pseudoscalares, verde (líneas diagonales): mesones vectoriales, azul (rectángulos sólidos): mesones escalares y negro (líneas horizontales): mesones axiales vectoriales. mesones.

(1.22) se satisfacen idénticamente para los mesones vectoriales mientras que la desviación para los mesones vectoriales axiales es menor del 1 %. Con estos resultados es inmediato verificar las siguientes ecuaciones:

$$m_{B_c^*(c\bar{b})} - m_{B_s^{0*}(s\bar{b})} - m_{B_c^+(c\bar{b})} + m_{B_s^0(s\bar{b})} \approx 0, \quad (1.23)$$

$$m_{B_s^{0*}(s\bar{b})} - m_{B^{+*}(u\bar{b})} - m_{B_s^0(s\bar{b})} + m_{B^+(u\bar{b})} = 0, \quad (1.24)$$

$$m_{B_s^{0*}(s\bar{b})} - m_{B^{+*}(u\bar{b})} - m_{D_s^+(c\bar{s})} + m_{D^{0*}(c\bar{u})} = 0, \quad (1.25)$$

$$m_{\eta_b(b\bar{b})} - m_{\eta_c(c\bar{c})} - 2m_{B_s^{0*}(s\bar{b})} + 2m_{D_s^+(c\bar{s})} \approx 0, \quad (1.26)$$

$$m_{\eta_b(b\bar{b})} - m_{\eta_c(c\bar{c})} - 2m_{B_s^0(s\bar{b})} + 2m_{D_s^+(c\bar{s})} = 0, \quad (1.27)$$

$$m_{B_s^{0*}(s\bar{b})} - m_{D_s^+(c\bar{s})} - m_{B_s^0(s\bar{b})} + m_{D_s^+(c\bar{s})} = 0, \quad (1.28)$$

$$m_{\Upsilon(b\bar{b})} - m_{J/\Psi(c\bar{c})} - 2m_{B_s^0(s\bar{b})} + 2m_{D_s^+(c\bar{s})} = 0, \quad (1.29)$$

$$m_{\Upsilon(b\bar{b})} - m_{J/\Psi(c\bar{c})} - m_{\eta_b(b\bar{b})} + m_{\eta_c(c\bar{c})} \approx 0, \quad (1.30)$$

$$m_{\Upsilon(b\bar{b})} - m_{J/\Psi(c\bar{c})} - 2m_{B_s^{0*}(s\bar{b})} + 2m_{D_s^+(c\bar{s})} \approx 0. \quad (1.31)$$

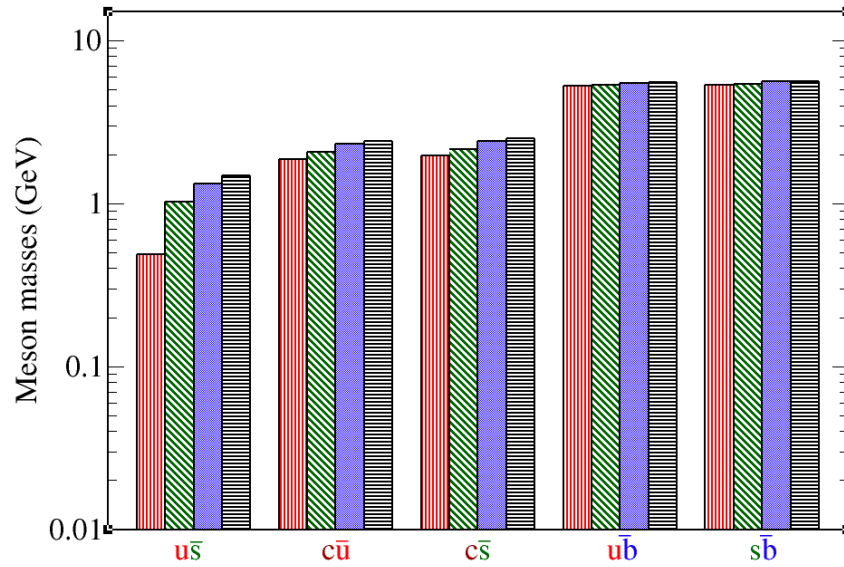


Figura 1.3: Las masas de los mesones pesados y ligeros (GeV): rojo (vertical (líneas diagonales): mesones pseudoescalares, (líneas verdes): mesones vectoriales, (rectángulos rellenos): mesones escalares y (líneas horizontales): mesones vectoriales axiales.

Se revisaron estas relaciones de masas, ecuaciones (1.23-1.31), con el experimento. La desviación de estas relaciones de masas se muestra en la Tabla {1.8}.

Tabla 1.8: La desviación de las reglas de igual espaciado para las masas de los mesones, Ecs. (1.23-1.31), se presenta en GeV, tanto para los resultados experimentales como para las masas calculadas con el modelo CI.

Ecuación	(CI,+)	(Exp.,+)	(CI,-)	(Exp.,-)
Ec. (1.23)	-0.01	...	0.02	...
Ec. (1.24)	-0.01	0.0	0.00	...
Ec. (1.25)	-0.01	-0.02	-0.02	0.092
Ec. (1.26)	-0.12	-0.20	-0.11	-0.295
Ec. (1.27)	-0.40	-0.38	-0.17	...
Ec. (1.28)	-0.14	-0.09	-0.03	...
Ec. (1.29)	-0.55	-0.44	-0.20	...
Ec. (1.30)	-0.15	-0.06	-0.03	-0.063
Ec. (1.31)	-0.27	-0.26	-0.14	-0.358

1.2.2. Diquarks

Una vez estudiadas las masas de los mesones, el cálculo de los diquarks es inmediato. En la notación para diquarks, $H = DS, DAV, DPS, DV$ corresponden a diquarks escalares, axiales-vectoriales, pseudo-escalares y vectoriales, respectivamente. La BSA para diquarks tiene la misma forma que la Ec. (1.10). Los coeficientes explícitos y las condiciones de normalización se muestran en la tabla {1.9}. El factor de

color para mesones y diquarks es diferente debido al hecho de que los diquarks son antitripletes de color, no singletes. La condición de normalización canónica para diquarks y mesones es casi idéntica, con la única diferencia que es el reemplazo $\mathcal{N}_C = 3 \rightarrow 2$.

Tabla 1.9: Lista de las amplitudes de Bethe-Salpeter (BSA) para diquarks y la normalización canónica $\mathcal{N}$.

BSA	A	B	$\mathcal{N}$
[3ex] Γ_{DS}	$i\gamma_5$	$\frac{1}{2M_R}\gamma_5\gamma \cdot P$	$4\frac{d\mathcal{K}_{PS}(Q^2,z)}{dz}\Big _{Q^2=z}$
$\Gamma_{DAV,\mu}$	γ_μ^T	$\frac{1}{2M}\sigma_{\mu\nu}P_\nu$	$6m_G^2 E_{DAV}^2 \frac{d\mathcal{K}_V(z)}{dz}$
Γ_{DPS}	I_D	—	$-3m_G^2 E_{DPS}^2 \frac{d\mathcal{K}_S(z)}{dz}$
$\Gamma_{DV,\mu}$	$\gamma_5\gamma_\mu^T$	$\frac{1}{2M}\sigma_{\mu\nu}P_\nu$	$-6m_G^2 E_{DV}^2 \frac{d\mathcal{K}_{AV}(z)}{dz}$

En este caso la eigen ecuación para diquarks es:

$$\begin{bmatrix} E_{DS}(P) \\ F_{DS}(P) \end{bmatrix} = \frac{4\hat{\alpha}_{IR}}{6\pi} \begin{bmatrix} \mathcal{K}_{EE}^{PS} & \mathcal{K}_{EF}^{PS} \\ \mathcal{K}_{FE}^{PS} & \mathcal{K}_{FF}^{PS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{DS}(P) \\ F_{DS}(P) \end{bmatrix}. \quad (1.32)$$

Las ecuaciones que nos darán las masas de los diquarks axial-vectorial, vectorial y pseudoescalar son:

$$\begin{aligned} 0 &= 1 - \frac{1}{2}\mathcal{K}_V(-m_{DAV}^2), \\ 0 &= 1 + \frac{1}{2}\mathcal{K}_{AV}(-m_{DV}^2), \\ 0 &= 1 + \frac{1}{2}\mathcal{K}_S(-m_{DPS}^2). \end{aligned} \quad (1.33)$$

De las ecuaciones (1.13) y (1.33) se deduce que se puede obtener la masa y el BSA para un diquark con paridad de espín J^P a partir de la ecuación para un mesón J^{-P} en el que el único cambio es reducir a la mitad la fuerza de interacción. El cambio de signo en la paridad se produce porque los fermiones y los antifermiones tienen paridad opuesta. En este truncamiento, las masas de los diquarks corresponden nuevamente a $P^2 = -m_H^2$. Por lo tanto, se presentan los resultados para las masas de las correlaciones de los diquarks en las tablas 1.10, {1.11, 1.12, 1.13}. En el caso de diquarks pseudoescalares y vectoriales hemos multiplicado g_{SO} por un factor 1,8 como en [77]. Esta modificación genera menos repulsión. Físicamente, esto se puede entender reconociendo que los quarks de valencia dentro de un diquark están correlacionados de manera más libremente que el par de quarks de valencia y antiquarks en un mesón en estado ligado. En consecuencia, la repulsión de espín-órbita en los diquarks debería ser menos pronunciada que en los mesones correspondientes. Con las masas y amplitudes de los diquarks descritas aquí, se pueden construir todos los kernels de Faddeev asociados con los bariones de estado fundamental octetos y desacoplados, y sus socios quirales.

Tabla 1.10: Masas calculadas para diquarks escalares (GeV) y BSA con los parámetros de las tablas {1.1} y {1.2}.

Diquark	Masa	E	F
$[ud]_{0^+}$	0.77	2.74	0.31
$[us]_{0^+}$	0.92	2.88	0.39
$[ss]_{0^+}$	1.06	3.03	0.50
$[cu]_{0^+}$	2.08	2.00	0.23
$[cs]_{0^+}$	2.17	2.11	0.32
$[ub]_{0^+}$	5.37	0.99	0.06
$[sb]_{0^+}$	5.46	1.00	0.08
$[cb]_{0^+}$	6.35	0.42	0.07
$[cc]_{0^+}$	3.17	0.96	0.19
$[bb]_{0^+}$	9.43	0.23	0.05

Tabla 1.11: Masas calculadas para diquarks pseudoescalares (GeV) con los parámetros de las tablas {1.1} y {1.2}. Las expresiones con el superíndice * se obtienen con $g_{SQ} = 0.32 \times 1.8$.

Diquark	Masa	E	$Masa^*$	E^*
$[ud]_{0^-}$	1.30	0.54	1.15	1.06
$[us]_{0^-}$	1.41	0.54	1.27	1.05
$[ss]_{0^-}$	1.52	0.53	1.40	1.03
$[cu]_{0^-}$	2.37	0.32	2.28	0.64
$[cs]_{0^-}$	2.47	0.31	2.40	0.61
$[ub]_{0^-}$	5.53	0.18	5.47	0.34
$[sb]_{0^-}$	5.62	0.14	5.57	0.32
$[cb]_{0^-}$	6.47	0.07	6.44	0.13
$[cc]_{0^-}$	3.38	0.14	3.33	0.25
$[bb]_{0^-}$	9.51	0.04	9.50	0.07

Tabla 1.12: Masas de diquarks axial-vector (GeV), calculadas con los parámetros de las tablas {1.1} y {1.2}.

Diquark	Masa	E
$\{ud\}_{1^+}$	1.06	1.30
$\{us\}_{1^+}$	1.16	1.36
$\{ss\}_{1^+}$	1.25	1.42
$\{cu\}_{1^+}$	2.16	0.93
$\{cs\}_{1^+}$	2.25	0.95
$\{ub\}_{1^+}$	5.39	0.48
$\{sb\}_{1^+}$	5.47	0.48
$\{cb\}_{1^+}$	6.35	0.20
$\{cc\}_{1^+}$	3.22	0.41
$\{bb\}_{1^+}$	9.44	0.11

Tabla 1.13: Masas de diquarks vectoriales (GeV), calculadas con los parámetros de las tablas {1.1} y {1.2}. Las expresiones con el superíndice * se obtienen con $g_{SO} = 0.25 \times 1.8$.

Diquark	Masa	E	$Masa^*$	E^*
$\{ud\}_{1-}$	1.44	0.28	1.33	0.50
$\{us\}_{1-}$	1.54	0.28	1.43	0.50
$\{ss\}_{1-}$	1.64	0.27	1.54	0.50
$\{cu\}_{1-}$	2.45	0.17	2.38	0.31
$\{cs\}_{1-}$	2.54	0.16	2.48	0.30
$\{ub\}_{1-}$	5.59	0.09	5.53	0.17
$\{sb\}_{1-}$	5.67	0.09	5.62	0.16
$\{cb\}_{1-}$	6.50	0.04	6.47	0.07
$\{cc\}_{1-}$	3.42	0.07	3.38	0.13
$\{bb\}_{1-}$	9.53	0.02	9.51	0.04

1.3. Bariones de paridad negativa

En esta sección ampliamos el modelo CI al sector de bariones pesados de paridad negativa. Los bariones de paridad positiva se calcularon siguiendo este formalismo previamente en [46] y se describe detalladamente en [51]. Calculamos las masas de los bariones de paridad negativa de espín 1/2 y 3/2 compuestos de quarks u , d , s , c y b en una imagen quark-diaquark. Basamos nuestra descripción de los estados ligados de los bariones en la ecuación de Faddeev (FE por sus siglas en inglés), que se ilustra en la Fig. {1.4}.

1.3.1. Bariones con espín 1/2

La pareja de paridad del nucleón está compuesta por correlaciones pseudoescalares, vectoriales, escalares y diquarks axial-vectoriales y su amplitud de Faddeev debe cambiar de signo bajo una transformación de paridad. Estas alteraciones conducen a cambios en las ubicaciones de las matrices γ_5 en la FE. La amplitud de Faddeev del nucleón asociado a la paridad con la interacción empleada en este artículo se puede escribir en términos de:

$$\begin{aligned} S(P) &= s(P)\gamma_5 I_D, & A_\mu^i(P) &= ia_1^i(P)\gamma_\mu - a_2^i(P)\hat{P}_\mu, \\ S_p(P) &= -ip(P)I_D, & \mathcal{V}_\mu^i(P) &= iv_1^i(P)\gamma_5\gamma_\mu + v_2^i(P)\gamma_5\hat{P}_\mu. \end{aligned} \quad (1.34)$$

donde $i = \{0, +\}$ y $\hat{P}^2 = -1$. La masa del barión en estado fundamental con espín 1/2 y paridad negativa comprendido por los quarks $[qqq_1]$ está determinada por una matriz de EF de 10×10 . En la representación matricial explícita, se puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} S(P) u(P) \\ \mathcal{A}_\mu^i(P) u(P) \\ S_p(P) u(P) \\ \mathcal{V}_\mu^i(P) u(P) \end{bmatrix} = -4 \int \frac{d^4\ell}{(2\pi)^4} \mathcal{M}(\ell; P) \begin{bmatrix} S(P) u(P) \\ \mathcal{A}_\nu^j(P) u(P) \\ S_p(P) u(P) \\ \mathcal{V}_\nu^j(P) u(P) \end{bmatrix}. \quad (1.35)$$

donde $u(P)$ es un espinor de Dirac; el kernel en la ecuación (1.35) se detalla en el apéndice B. add

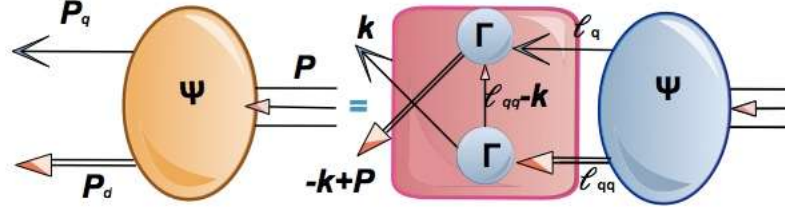


Figura 1.4: Ecuación de Faddeev covariante de Poincaré para calcular las masas de los bariones. El cuadrado representa el núcleo de interacción quark-diquark. La línea simple denota el propagador del quark vestido, la línea doble es el propagador del diquark mientras que Γ y Ψ son las amplitudes BSA y Faddeev, respectivamente. La configuración de los momentos es: $\ell_{qq} = -\ell + P$, $k_{qq} = -k + P$, $P = P_d + P_q$.

apendice

Las matrices generales $\mathcal{S}(P)$, $\mathcal{A}_v^i(P)$, $\mathcal{S}_p(P)$ y $\mathcal{V}_v^i(P)$ que describen la correlación momento-espacio entre el quark y el diquark en el nucleón y el Roper, se describen en las referencias [71, 78]. La amplitud de Faddeev se representa así mediante el vector propio :

$$\Psi(P) = (s, a_1^0, a_1^+, a_2^0, a_2^+, p, v_1^0, v_1^+, v_2^0, v_2^+)^T. \quad (1.36)$$

Se usa la aproximación estática para el quark intercambiado con sabor f . Fue introducida por primera vez hace mucho tiempo en Ref. [79]

$$S(p) = \frac{1}{i\gamma \cdot p + M_f} \rightarrow \frac{1}{M_f}. \quad (1.37)$$

Se implementó una variación de la misma en [80], que representa el propagador de quarks como

$$S(p) = \frac{1}{i\gamma \cdot p + M_f} \rightarrow \frac{g_{N\Delta}^2}{i\gamma \cdot p + M_f}. \quad (1.38)$$

Seguimos las referencias. [17, 67, 77] y representamos el quark (propagador) intercambiado entre los

diquarks como una modificación simple de la aproximación estática

$$S^T(k) \rightarrow \frac{g_B}{M_f}. \quad (1.39)$$

El superíndice “T” indica transposición de matriz. En la implementación de este tratamiento para bariones pesados con espín 1/2 usamos $g_B = 1$, en la literatura citada se usa $g_N = 1.18$ y $g_\Delta = 1.56$ valores determinados por fenomenología. Las expresiones explícitas para las matrices de sabor t para los fragmentos de diquark se pueden encontrar en el Apéndice C. Los bariones pesados con espín 1/2 están representados por las siguientes matrices de columna:

$$\begin{aligned}
 u_{\Xi_{cc}^{++}(ucc)} &= \begin{bmatrix} [uc]_{0+c} \\ \{cc\}_{1+u} \\ \{uc\}_{1+c} \\ [uc]_{0-c} \\ \{cc\}_{1-u} \\ \{uc\}_{1-c} \end{bmatrix}, & u_{\Omega_{cc}^+(scc)} &= \begin{bmatrix} [sc]_{0+c} \\ \{cc\}_{1+s} \\ \{sc\}_{1+c} \\ [sc]_{0-c} \\ \{cc\}_{1-s} \\ \{sc\}_{1-c} \end{bmatrix}, \\
 u_{\Omega_c^0(ssc)} &= \begin{bmatrix} [sc]_{0+s} \\ \{ss\}_{1+c} \\ \{sc\}_{1+s} \\ [sc]_{0-s} \\ \{ss\}_{1-c} \\ \{sc\}_{1-s} \end{bmatrix}, & u_{\Sigma_c^{++}(uuc)} &= \begin{bmatrix} [uc]_{0+u} \\ \{uu\}_{1+c} \\ \{uc\}_{1+u} \\ [uc]_{0-u} \\ \{uu\}_{1-c} \\ \{uc\}_{1-u} \end{bmatrix}, \\
 u_{\Xi_{bb}^0(ubb)} &= \begin{bmatrix} [ub]_{0+b} \\ \{bb\}_{1+u} \\ \{ub\}_{1+b} \\ [ub]_{0-b} \\ \{bb\}_{1-u} \\ \{ub\}_{1-b} \end{bmatrix}, & u_{\Omega_{bb}^-(sbb)} &= \begin{bmatrix} [sb]_{0+b} \\ \{bb\}_{1+s} \\ \{sb\}_{1+b} \\ [sb]_{0-b} \\ \{bb\}_{1-s} \\ \{sb\}_{1-b} \end{bmatrix}, \\
 u_{\Omega_b^-(ssb)} &= \begin{bmatrix} [sb]_{0+s} \\ \{ss\}_{1+b} \\ \{sb\}_{1+s} \\ [sb]_{0-s} \\ \{ss\}_{1-b} \\ \{sb\}_{1-s} \end{bmatrix}, & u_{\Sigma_b^+(uub)} &= \begin{bmatrix} [ub]_{0+u} \\ \{uu\}_{1+b} \\ \{ub\}_{1+u} \\ [ub]_{0-u} \\ \{uu\}_{1-b} \\ \{ub\}_{1-u} \end{bmatrix}, \\
 u_{\Omega(ccb)} &= \begin{bmatrix} [cb]_{0+c} \\ \{cc\}_{1+b} \\ \{cb\}_{1+c} \\ [cb]_{0-c} \\ \{cc\}_{1-b} \\ \{cb\}_{1-c} \end{bmatrix}, & u_{\Omega(cbb)} &= \begin{bmatrix} [cb]_{0+b} \\ \{bb\}_{1+c} \\ \{cb\}_{1+b} \\ [cb]_{0-b} \\ \{bb\}_{1-c} \\ \{cb\}_{1-b} \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \quad (1.40)$$

Las masas experimentales y calculadas de los bariones de espín 1/2 con quarks charm y bottom se enumeran en la tabla 1.14. Nuestros resultados para los bariones ligeros dan masas mayores que los

valores esperados ya que nuestros cálculos para estos estados no contienen contribuciones asociadas con el efecto de nube de mesones [81] que funcionan para reducir las masas de los bariones. Se han estimado los tamaños de dichas correcciones: para el nucleón, la reducción es de aproximadamente 0,2 GeV y para el Δ es de 0,16 GeV. Nuestras masas deliberadamente infladas nos permiten lograr los resultados correctos después de incorporar los efectos de nube de mesones. Si nuestros cálculos incluyeran estos efectos, nuestros resultados se modificarían a $m_N = 0,98$ GeV, $m_\Sigma = 1,20$ GeV y $m_\Xi = 1,27$ GeV. Esto se puede lograr de manera efectiva si cambiamos nuestro conjunto de parámetros como se sugiere en [63]. Esto es lo que hacemos precisamente para el caso de los bariones pesados y pesados-ligeros $1/2^-$. Estos son menos del 9 % diferentes del valor predicho en [38] que ya incluye los efectos de la nube de mesones. Los valores en la columna 4 de la tabla {1.14} pueden variar ligeramente con el cambio de g_B .

Tabla 1.14: Masa de bariones con espín 1/2 (en GeV). Los resultados abreviados como QRS se toman de Ref. [38]. En la quinta columna, los límites superior e inferior indican un cambio en la masa debido a una variación de $g_B = 1 \pm 0.5$ para los bariones pesados. Las masas aumentan al disminuir g_B y disminuyen al aumentar g_B . En el caso de bariones ligeros, se utiliza $g_B = 1.18$. Para bariones de paridad negativa, se considera solo la contribución de diquarks dominantes con la misma paridad.

Barión	(Exp., +)	(CI, +)	(Exp., -)	(CI, -)	(QRS, -)
$N(\textcolor{red}{uud})$	0.94	1.14	1.54	1.82	1.542
$\Sigma(\textcolor{red}{uus})$	1.19	1.36	1.75	1.96	1.581
$\Xi(\textcolor{red}{sus})$	1.31	1.43	—	2.04	1.620
$\Xi_{cc}^{++}(\textcolor{red}{ucc})$	3.62	3.64	—	$3.80^{+0.3}_{-0.4}$	3.790
$\Omega_{cc}^+(\textcolor{red}{scc})$	—	3.76	—	$3.95^{+0.3}_{-0.4}$	3.829
$\Omega_c^0(\textcolor{red}{ssc})$	2.69	2.82	—	$2.99^{+0.4}_{-0.5}$	2.744
$\Sigma_c^{++}(\textcolor{red}{uuc})$	2.45	2.58	—	$2.64^{+0.2}_{-0.3}$	2.666
$\Xi_{bb}^0(\textcolor{red}{ubb})$	—	10.06	—	$10.17^{+0.3}_{-0.4}$	10.289
$\Omega_{bb}^-(\textcolor{red}{sbb})$	—	10.14	—	$10.32^{+0.3}_{-0.5}$	10.328
$\Omega_b^-(\textcolor{red}{ssb})$	6.04	6.01	—	$6.47^{+0.3}_{-0.3}$	5.994
$\Sigma_b^+(\textcolor{red}{uub})$	5.81	5.78	—	$6.36^{+0.3}_{-0.4}$	5.916
$\Omega(\textcolor{red}{cbb})$	—	11.09	—	$11.22^{+0.4}_{-0.5}$	11.413
$\Omega(\textcolor{red}{ccb})$	—	8.01	—	$8.17^{+0.2}_{-0.3}$	8.164

Las masas de los bariones de espín 1/2 con un solo quark pesado obedecen a una regla de espaciamiento igual [19, 82, 83]:

$$m_{\Sigma_q} + m_{\Omega_q} = 2m_{\Xi_q}. \quad q = \textcolor{red}{c}, \textcolor{blue}{b}. \quad (1.41)$$

Con esta ecuación podemos predecir la masa de los bariones $\Xi(\textcolor{red}{usc})$ y $\Xi(\textcolor{red}{usb})$ en la tabla {1.15}.

Tabla 1.15: Masas de bariones con espín 1/2 predichas por CI. Los resultados abreviados como QRS se toman de Ref. [38].

Barión	(CI, +)	(Exp., +)	(CI, -)	(QRS, -)
$m_{\Xi_c^+}(usc)$	2.70	2.47	2.81	2.70
$m_{\Xi_b^0}(usb)$	5.89	5.80	6.42	5.96

1.3.2. Bariones con espín 3/2

Los bariones con espín 3/2 son especialmente importantes porque pueden involucrar estados con tres c -quarks y tres b -quarks. Para calcular las masas, observamos que no es posible combinar un diquark de espín cero con un quark de espín 1/2 para obtener un barión de espín 3/2. Por lo tanto, dicho barión está compuesto únicamente de correlaciones vectoriales. Entender la estructura de estos estados es, en cierto sentido, más simple que entender el nucleón. La amplitud de Faddeev para el barión de energía positiva. es :

$$\Psi_\mu = \psi_{\mu\nu}(P)u_\nu(P) ,$$

donde P es el impulso total del barión y $u_\nu(P)$ es un espinor de Rarita-Schwinger,

$$\psi_{\mu\nu}(P)u_\nu = \Gamma_{qq_1+\mu}\Delta_{\mu\nu,qq}^{1+}(\ell_{qq})\mathcal{D}_{\nu\rho}(P)u_\rho(P) , \quad (1.42)$$

y

$$\mathcal{D}_{\nu\rho}(\ell; P) = \mathcal{S}(\ell; P)\delta_{\nu\rho} + \gamma_5 \mathcal{A}_\nu(\ell; P)\ell_\rho^\perp. \quad (1.43)$$

Se muestran más detalles de esta ecuación en el apéndice A. En este trabajo se supone que el compañero de paridad de un barión dado se obtiene reemplazando la(s) correlación(es) de diquarks involucradas por su(s) compañero(s) de paridad. Consideramos los bariones con dos estructuras posibles: qqq y q_1qq .

Bariones(qqq): Existe solo una única combinación posible de diquarks para un barión compuesto por los mismos tres quarks (qqq). La amplitud de Faddeev para este caso es:

$$\mathcal{D}_{\nu\rho}(\ell; P)u_\rho^B(P) = f^B(P)\gamma_5 u_\nu^B(P) . \quad (1.44)$$

Empleando las reglas de Feynman para la Fig. {1.4} y usando la expresión para la amplitud de Faddeev, Eq. (1.44), podemos escribir:

$$f^B(P)\gamma_5 u_\mu^B(P) = 4 \frac{g_B}{M_q} \int \frac{d^4\ell}{(2\pi)^4} \mathcal{M} f^B(P)\gamma_5 u_\nu^B(P) , \quad (1.45)$$

donde se ha suprimido la dependencia funcional de $\mathcal{M}$ de los momentos para simplificar la notación. Se multiplica ambos lados por $\bar{u}_\beta^B(P)\gamma_5$ desde la izquierda y se suma sobre la polarización para obtener:

$$\gamma_5 \Lambda_+(P) R_{\mu\beta}(P) \gamma_5 = 4 \frac{g_B}{M_q} \int \frac{d^4\ell}{(2\pi)^4} \mathcal{M} \gamma_5 \Lambda_+(P) R_{\mu\beta} \gamma_5. \quad (1.46)$$

Finalmemnte despues de contraer con $\delta_{\mu\beta}$ se obtien:

$$2\pi^2 = \frac{1}{M_q} \frac{E_{\{qq\}_{1-}}^2}{m_{\{qq\}_{1-}}^2} \int_0^1 d\alpha \mathcal{L}^B \bar{C}_1^{\text{iu}}(\omega(\alpha, M_q^2, m_{\{qq\}_{1-}}^2, m_B^2)), \quad (1.47)$$

donde por simplicidad se ha definid0: where we have defined

$$\mathcal{L}^B = [m_{\{qq\}_{1-}}^2 + (1 - \alpha)^2 m_B^2] [\alpha m_B - M_q]. \quad (1.48)$$

A partir de las dos últimas expresiones se calcula la masa del barión constituido por tres quarks igualmente pesados.

Bariones($q_1 qq$): Para un barión con estructura de quark ($q_1 qq$), hay dos diquarks posibles, $\{qq\}_{1-}$ y $\{q_1 q\}_{1-}$. La amplitud de Faddeev para un barión de este tipo es:

$$\mathcal{D}_{\nu\mu}^B(P) u_\mu^B(P; s) = \sum_i d^i(P) \delta_{\nu\lambda} \gamma_5 u_\lambda^B(P; s), \quad (1.49)$$

donde $i = \{q_1 q\}_{1-}, \{qq\}_{1-}$. La FE tiene la forma

$$\left[\frac{d^{\{q_1 q\}_{1-}}}{d^{\{qq\}_{1-}}} \right] \gamma_5 u_\mu^B = -4 \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \mathcal{M} \left[\frac{d^{\{q_1 q\}_{1-}}}{d^{\{qq\}_{1-}}} \right] \gamma_5 u_\nu^B, \quad (1.50)$$

donde

$$\mathcal{M} = \begin{bmatrix} \mathcal{M}_{\mu\nu}^{\{q_1 q\}_{1-}, \{q_1 q\}_{1-}} & \mathcal{M}_{\mu\nu}^{\{q_1 q\}_{1-}, \{qq\}_{1-}} \\ \mathcal{M}_{\mu\nu}^{\{qq\}_{1-}, \{q_1 q\}_{1-}} & \mathcal{M}_{\mu\nu}^{\{qq\}_{1-}, \{qq\}_{1-}} \end{bmatrix} \quad (1.51)$$

con los elementos de la matriz $\mathcal{M}$ de la siguiente forma :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\mu\nu}^{00} &= t^{f_{00}} \frac{1}{M_{q_1}} \Gamma_\rho^{1-}(\ell_{q_1 q}) \bar{\Gamma}_\mu^{1-}(-k_{q_1 q}) S(l_q) \Delta_{\rho\nu}^{1+}(\ell_{q_1 q}), \\ \mathcal{M}_{\mu\nu}^{01} &= t^{f_{01}} \frac{1}{M_q} \Gamma_\rho^{1-}(\ell_{qq}) \bar{\Gamma}_\mu^{1-}(-k_{q_1 q}) S(l_{q_1}) \Delta_{\rho\nu, \{qq\}}^{1+}(\ell_{qq}), \\ \mathcal{M}_{\mu\nu}^{10} &= t^{f_{10}} \frac{1}{M_q} \Gamma_\rho^{1-}(\ell_{q_1 q}) \bar{\Gamma}_\mu^{1-}(-k_{qq}) S(l_q) \Delta_{\rho\nu}^{1+}(\ell_{q_1 q}), \\ \mathcal{M}_{\mu\nu}^{11} &= t^{f_{11}} \frac{1}{M_q} \Gamma_\rho^{1-}(\ell_{qq}) \bar{\Gamma}_\mu^{1-}(-k_{qq}) S(l_{q_1}) \Delta_{\rho\nu}^{1+}(\ell_{qq}), \end{aligned} \quad (1.52)$$

donde t^f son las matrices de sabor y se pueden encontrar en el apéndice C. Los estados ligados de color-singlete construidos a partir de tres quarks charm/bottom pesados son:

$$\begin{aligned} u_{\Omega_{ccc}^{++*}} &= [\{cc\}_{1-} c], \quad u_{\Omega_{bbb}^{0*-}} = [\{bb\}_{1-} b], \\ u_{\Omega_{ccb}^{+*}} &= \begin{bmatrix} \{cc\}_{1-} b \\ \{cb\}_{1-} c \end{bmatrix}, \quad u_{\Omega_{cbb}^{0*}} = \begin{bmatrix} \{cb\}_{1-} b \\ \{bb\}_{1-} c \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (1.53)$$

Los vectores de columna que representan bariones simple y doblemente pesados son:

$$\begin{aligned}
u_{\Sigma_c^{++*}}(uuc) &= \begin{bmatrix} \{uu\}_{1-c} \\ \{uc\}_{1-u} \end{bmatrix}, & u_{\Xi_{cc}^{++*}}(ucc) &= \begin{bmatrix} \{uc\}_{1-c} \\ \{cc\}_{1-u} \end{bmatrix}, \\
u_{\Omega_c^{0*}}(ssc) &= \begin{bmatrix} \{ss\}_{1-c} \\ \{sc\}_{1-s} \end{bmatrix}, & u_{\Omega_{cc}^{++*}}(scc) &= \begin{bmatrix} \{sc\}_{1-c} \\ \{cc\}_{1-s} \end{bmatrix}, \\
u_{\Sigma_b^{++*}}(uub) &= \begin{bmatrix} \{uu\}_{1-b} \\ \{ub\}_{1-u} \end{bmatrix}, & u_{\Sigma_{bb}^{0*}}(ubb) &= \begin{bmatrix} \{ub\}_{1-b} \\ \{bb\}_{1-u} \end{bmatrix}, \\
u_{\Omega_b^{-*}}(ssb) &= \begin{bmatrix} \{ss\}_{1-b} \\ \{sb\}_{1-s} \end{bmatrix}, & u_{\Omega_{bb}^{-*}}(sbb) &= \begin{bmatrix} \{sb\}_{1-b} \\ \{bb\}_{1-s} \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{1.54}$$

Al resolver FE (1.42) se obtienen las masas y los vectores propios de los bariones del estado fundamental de espín 3/2 utilizando $g_B = 1$, mostrados en la tabla {1.16}.

Tabla 1.16: Masas de bariones con espín 3/2 en GeV. Los resultados abreviados como QRS se toman de Ref. [38]. Los resultados experimentales están marcados con un asterisco (*). La última columna está en unidades de $m_{\Omega_{ccc}}$.

Barión	(Lat., +)	(CI, +)	(Exp., -)	(CI, -)	(QRS, -)
$\Delta(uuu)$	1.23*	1.39	1.65	2.07	1.726
$\Sigma^*(uus)$	1.39*	1.51	1.67	2.16	1.785
$\Xi^*(sus)$	1.53*	1.63	1.82	2.26	1.843
$\Omega(sss)$	1.67*	1.76	—	2.36	1.902
Ω_{ccc}^{++*}	4.80	4.93	—	$5.28^{+0.04}_{-0.02}$	5.027
Ω_{bbb}^{-*}	14.37	14.23	—	$14.39^{+0.1}_{-0.02}$	14.771
Ω_{ccb}^{++*}	8.01	8.03	—	$8.28^{+0.03}_{-0.01}$	8.275
Ω_{cbb}^{0*}	11.20	11.12	—	$11.35^{+0.01}_{-0.01}$	11.523
$\Sigma_c^{++*}(uuc)$	0.53*	0.57	—	$0.67^{+0.01}_{-0.01}$	0.59
$\Xi_{cc}^{++*}(ucc)$	0.75	0.79	—	$0.89^{+0.1}_{-0.1}$	0.83
$\Omega_c^{0*}(ssc)$	0.58*	0.61	—	$0.72^{+0.02}_{-0.02}$	0.63
$\Omega_{cc}^{++*}(scc)$	0.78	0.82	—	$0.92^{+0.04}_{-0.02}$	0.84
$\Sigma_b^{++*}(uub)$	1.21*	1.23	—	$1.32^{+0.02}_{-0.03}$	1.28
$\Xi_{bb}^{0*}(ubb)$	2.11	2.12	—	$2.10^{+0.02}_{-0.02}$	2.19
$\Omega_b^{-*}(ssb)$	1.26	1.28	—	$1.52^{+0.03}_{-0.02}$	1.30
$\Omega_{bb}^{-*}(sbb)$	2.14	2.10	—	$2.10^{+0.02}_{-0.02}$	2.20

Para los bariones de espín 3/2 con tres tipos distintos de quarks podemos utilizar de nuevo la ecuación

(1.41). Los resultados se muestran en la tabla {1.17}. Como en el caso de los bariones con espín 1/2, las masas de los bariones ligeros con espín 3/2 se inflan deliberadamente para dejar espacio para las contribuciones de la nube de mesones. Nuestra diferencia porcentual con los valores obtenidos en [38]

Tabla 1.17: Masa predicha por nuestro modelo para bariones con espín 3/2. Los resultados abreviados por QRS están tomados de Ref. [38]

	(CI,+)	(Exp., +)	(CI, -)	(QRS,-)
$m_{\Xi_c^+}(usc)$	2.83	2.65	3.34	2.93
$m_{\Xi_b^0}(usb)$	6.02	5.95	6.82	6.20

para bariones con 3/2⁻ son inferiores al 6 % para la mayoría.

Capítulo 2

Primera excitación radial de Mesones y Diquarks

Una exploración detallada de los estados fundamentales y excitados en sistemas ligados de dos cuerpos revela la dinámica de la teoría cuántica de campos subyacente. Un ejemplo destacado es la medición precisa del espectro energético del átomo de hidrógeno realizada por Lamb en 1947, que llevó al desarrollo de la electrodinámica cuántica renormalizada (QED). De manera similar, se espera que la espectroscopia de mesones sea fundamental para comprender la ruptura dinámica de la simetría quiral (DCSB) y el confinamiento, fenómenos emergentes en la cromodinámica cuántica (QCD).

Para obtener una comprensión completa, no solo es necesario reproducir adecuadamente los estados fundamentales, sino también describir con precisión sus excitaciones. Los estados excitados radialmente conservan el mismo espín y paridad que los estados fundamentales, pero tienen masas más altas. Por ejemplo, las primeras y segundas excitaciones radiales del pión, descubiertas experimentalmente hace casi 40 años [84], tienen masas de 1300 MeV y 1800 MeV, respectivamente. Desde entonces, diversos enfoques teóricos han estudiado estas excitaciones, incluyendo la ecuación de Bethe-Salpeter (BSE) [17, 67, 85–90], QCD en la red [91–94], reglas de suma de QCD [95–97], el modelo sigma lineal [98], QCD holográfica [99–102] y modelos de potencial no relativistas [103–105].

En el ámbito experimental, se han reportado varias excitaciones radiales de mesones a lo largo de los años. Las primeras observaciones incluyen el pión [84], el mesón ρ [106] mediante colisiones pion-núcleo en el acelerador de Serpukhov y el CERN, y excitaciones del mesón K observadas por LHCb, la colaboración ACCMOR y SLAC [107–109]. El experimento BaBar confirmó excitaciones radiales de los mesones D^0 , D^{*0} y D^{*+} [110], además de estudiar si el controversial $D_s^*(2710)$ era la primera excitación radial de $D_s^*(2112)$ [111]. El detector BESIII en BEPCII determinó con precisión la masa del mesón $\eta_c(1S)$ [112].

La colaboración LHCb [113] observó un estado consistente con $B_c^*(1S)$ con una masa de 6841.2 MeV, y el experimento CMS detectó por primera vez los mesones excitados $B_c^+(1S)$ y $B_c^{*+}(1S)$ a $\sqrt{s} = 13$ TeV [114]. CLEO III reportó la observación de $\eta_b(1S)$ [115] y la primera determinación de la división de masas hiperfinas en el sector del bottomonio. Mediciones precisas de masas de J/Ψ y Υ se realizaron en el colisionador VEPP-4 [116, 117].

En el estudio de mesones escalares y axiales, los datos experimentales son limitados, con observaciones de D_{s0}^* [111], χ_{b0} [118], a_1 [119] y χ_{b1} [120]. La actualización de 12 GeV del Thomas Jefferson National Accelerator Facility busca ampliar el estudio del espectro y la estructura de hadrones excitados [121].

El estudio de mesones mediante BSEs también proporciona una vía para explorar bariones, especialmente con el modelo de quark-diquark. Los diquarks son correlaciones quark-quark de color no singlete y se estudian con BSEs similares a las de los mesones, pero con factores de carga y color distintos. Aunque

no pueden propagarse libremente, tienen una escala de masa y una extensión espacial. Su importancia ha crecido recientemente por su papel en la determinación de propiedades de bariones [48]. En el modelo quark-diquark, dos quarks en una configuración atractiva de color anti-triplete pueden acoplarse con un tercer quark para formar un barión singlete de color, reduciendo la complejidad computacional [122].

Estudios recientes confirman que una ecuación completa de tres cuerpos predice masas de nucleones con una desviación inferior al 5 % respecto al modelo quark-diquark [50]. Este modelo ha sido exitoso en describir masas [16, 17, 21, 63, 123] y factores de forma de bariones [48, 124–127]. Diquarks escalares y vectoriales-axiales dominan en nucleones con paridad positiva, mientras que en bariones con paridad negativa ambos tipos de diquarks son esenciales [21, 63].

Además, los diquarks son clave en el estudio de tetraquarks y pentaquarks, que pueden describirse como estados ligados de diquarks con un quark adicional en el último caso [128–131]. Mientras que los diquarks de los estados fundamentales de mesones juegan un papel en los bariones fundamentales, el estudio de bariones excitados sugiere la necesidad de considerar excitaciones de diquarks. Por ello, en este trabajo investigamos las primeras excitaciones radiales de mesones y diquarks mediante un análisis acoplado de las BSEs para estados ligados de dos cuerpos y la ecuación de Schwinger-Dyson (SDE), que desencadena la DCSB en QCD fuertemente acoplada.

Utilizamos un modelo de interacción de contacto vectorial-vectorial (CI), que es simple, eficiente, preserva simetrías y es autoconsistente. Este modelo imita la QCD infrarroja para reproducir el espectro de masas de mesones y bariones, incorporando características esenciales como confinamiento, DCSB e implicaciones de baja energía de la identidad de Ward-Takahashi axial. Múltiples estudios han empleado CI para analizar mesones, como se muestra en la tabla {2.1}.

Tabla 2.1: Lista de mesones estudiados mediante un tratamiento simetría-preservante de SDE/BSE con una interacción de contacto vectorial-vectorial.

Mesones Pseudoescalares	Ref.	Mesones Escalares	Ref.
$\pi(u\bar{d}), K(u\bar{s}), h_s(s\bar{s})$	[14, 16, 17, 46, 62, 77, 132]	$\sigma(u\bar{d}), K_0^*(u\bar{s}), f_0(s\bar{s})$	[17, 77, 132]
$D^0(c\bar{u}), D_s^+(c\bar{s}), B^+(u\bar{b}), B_s^0(s\bar{b})$	[46, 62]	$D_0^*(c\bar{u}), D_{s0}^*(c\bar{s}), B_0^*(u\bar{b}), B_{s0}(s\bar{b})$	[21, 63]
$B_c^+(c\bar{b}), \eta_c(c\bar{c}), \eta_b(b\bar{b})$	[20, 46, 60, 62]	$B_{c0}(c\bar{b}), \chi_{c0}(c\bar{c}), \chi_{b0}(b\bar{b})$	[20, 21, 60, 63]
Mesones Vectoriales	Ref.	Mesones Axiales-Vectoriales	Ref.
$\rho(u\bar{d}), K_1(u\bar{s}), \phi(s\bar{s})$	[16, 17, 46, 62, 77, 132]	$a_1(u\bar{d}), K_1(u\bar{s}), f_1(s\bar{s})$	[17, 77, 132]
$D^{*0}(c\bar{u}), D_s^*(c\bar{s}), B^{*+}(u\bar{b}), B_s^{*0}(s\bar{b})$	[46, 62]	$D_1(c\bar{u}), D_{s1}(c\bar{s}), B_1(u\bar{b}), B_{s1}(s\bar{b})$	[21, 63]
$B_c^*(c\bar{b}), J/\Psi(c\bar{c}), \Upsilon(b\bar{b})$	[20, 46, 60, 62]	$B_{c1}(c\bar{b}), \chi_{c1}(c\bar{c}), \chi_{b1}(b\bar{b})$	[20, 21, 60, 63]

2.1. Excitaciones radiales de mesones.

Para obtener la masa y la amplitud asociadas con la primera excitación radial de un mesón compuesto por un quark de sabor f_1 y un antiquark de sabor $\bar{f}_2$, empleamos los mismos métodos detallados en Refs. [21, 46]. Sin embargo, de manera natural, incluimos un término adicional asociado al hecho de que la primera excitación radial posee un único nodo, al igual que la función de onda radial para estados ligados en mecánica cuántica. En cualquier tratamiento sofisticado basado en QCD para mesones, todos los momentos de Chebyshev de la BSA en el primer estado radial poseen un único nodo, mientras que los de la BSA fundamental no presentan ninguno [85].

En la aplicación fenomenológica de la interacción de contacto (CI), seguimos los trabajos de [16, 17] e introducimos manualmente un nodo en los núcleos de la BSE, multiplicándolos por $(1 - q^2 d_F)$. Esto impone un nodo en el núcleo en $q^2 = 1/d_F$, donde d_F es un parámetro adicional. La presencia de este nodo reduce el acoplamiento en la BSE y, en consecuencia, aumenta la masa del estado ligado. La inclusión de este término modifica las funciones C^{iu} en [21], las cuales ahora deben ser reemplazadas por $\mathcal{F}^{iu} = C^{iu} - d_F \mathcal{D}^{iu}$, donde:

$$\mathcal{D}^{iu}(\omega) = \int_0^\infty ds s \frac{s}{s + \omega} \rightarrow \int_{\tau_{uv}^2}^{\tau_{iu}^2} d\tau \frac{2}{\tau^3} \exp[-\tau\omega], \quad (2.1)$$

$\mathcal{F}_1^{iu}(z) = -z(d/dz)\mathcal{F}^{iu}(z)$ y $\overline{\mathcal{F}}_1(z) = \mathcal{F}_1(z)/z$. La descomposición general del BSA del estado ligado para excitaciones radiales es la misma que la del estado fundamental.

Para la primera excitación radial de los mesones PS , la forma matricial de la ecuación de Bethe-Salpeter (BSE), con la sustitución $C^{iu} \rightarrow \mathcal{F}^{iu}$ en el núcleo de las ecuaciones {1.14} a {1.19}, ver [21], por ejemplo para mesones Pseudoescalares (PS) se tiene:

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{EE}^{PS} &= \int_0^1 d\alpha \left\{ \mathcal{F}^{iu}(\omega^{(1)}) \right. \\ &\quad \left. + \left[M_{\bar{f}_2} M_{f_1} - \alpha(1 - \alpha)P^2 - \omega^{(1)} \right] \overline{\mathcal{F}}_1^{iu}(\omega^{(1)}) \right\}, \\ \mathcal{K}_{EF}^{PS} &= \frac{P^2}{2M_R} \int_0^1 d\alpha \left[(1 - \alpha)M_{\bar{f}_2} + \alpha M_{f_1} \right] \overline{\mathcal{F}}_1^{iu}(\omega^{(1)}), \\ \mathcal{K}_{FE}^{PS} &= \frac{2M_R^2}{P^2} \mathcal{K}_{EF}^K, \\ \mathcal{K}_{FF}^{PS} &= -\frac{1}{2} \int_0^1 d\alpha \left[M_{\bar{f}_2} M_{f_1} + (1 - \alpha)M_{\bar{f}_2}^2 + \alpha M_{f_1}^2 \right] \\ &\quad \times \overline{\mathcal{F}}_1^{iu}(\omega^{(1)}), \end{aligned}$$

Estas ecuaciones al igual que las correspondientes al estado base tienen una solución física cuando $P^2 = -m_H^2$ que es el vector propio corresponde al BSA de la excitación del mesón.

El efecto observado en [72–76] sobre la ruptura dinámica de la simetría quiral (DCSB) genera un momento cromomagnético anómalo significativo en los quarks vestidos. Como consecuencia, la división espín-órbita entre los mesones del estado fundamental y sus pares de paridad se ve ampliada, en concordancia con las observaciones experimentales.

En este estudio, se asume e implementa este efecto también en los pares de paridad entre las excitaciones radiales de los mesones [16, 17] tal como se hizo para los estados base en la ecuación (1.20).

Este es el mecanismo responsable de una división ampliada entre los pares de paridad; es decir, existen correcciones no perturbativas sustanciales de la DCSB en los núcleos tipo rainbow-ladder, que en los canales pseudoescalares y vectoriales se cancelan en gran medida, pero que se suman constructivamente en los canales escalares y axiales-vectoriales.

Ahora solo necesitamos discutir cómo elegir la ubicación del nodo en la excitación. Para ello, es necesario fijar el parámetro d_F ; este valor se estableció como $1/d_F = M^2$ en [17] y $1/d_F = 2M^2$ en [67], permitiendo una variación del 20 % en la ubicación del nodo para el cálculo de las excitaciones radiales

de mesones ligeros en los canales PS y V . Sin embargo, para mesones pesados y pesados-ligeros, este valor requiere ser modificado.

El análisis de las excitaciones radiales en distintos tipos de mesones (PS , S , V , AV), compuestos por quarks pesados o ligeros, muestra que la mejor elección de d_F puede ajustarse bastante bien con una única expresión funcional:

$$d_F = d_1 - d_2 e^{-d_3 M_R}, \quad (2.3)$$

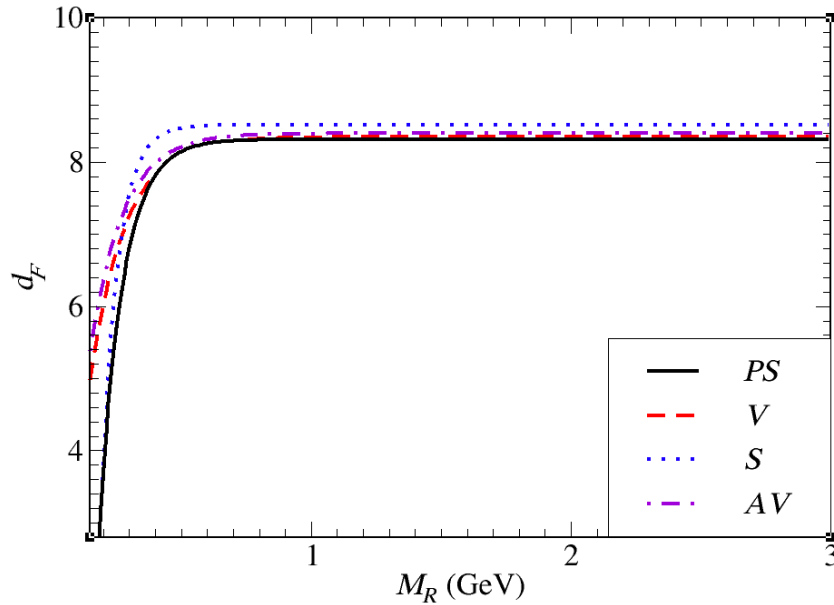
Las constantes d_1, d_2, d_3 para los diferentes canales se muestran en la tabla {2.2}, donde M_R es la masa reducida de los dos quarks.

Tabla 2.2: Parámetros seleccionados d_1, d_2, d_3 en la Ec. (2.3) para las primeras excitaciones radiales de mesones.

Mesón	d_1	d_2	d_3
PS	8.32	41.67	11.08
S	8.52	109.47	15.82
V	8.35	10.37	7.50
AV	8.44	10.00	8.00

En la fig. 2.1, se muestran las curvas que corresponden a cada uno de los ajustes para d_F .

Figura 2.1: Valores de d_F obtenidos con la ec. (2.3) y las constantes de la tabla {2.2} para la primera excitación radial de los mesones PS , S , V y AV .



Para obtener los parámetros mostrados en la tabla {2.2}, se utilizaron los valores experimentales existentes para las masas de los estados excitados. Dada la disponibilidad limitada de resultados experimentales, complementamos esta información con datos obtenidos a partir de modelos teóricos sofisticados

(ver referencias en la tabla {2.2}) siempre que fue posible. Según estos resultados experimentales y teóricos, se determinó la mejor función de ajuste $d_F(M_R)$ (2.3) es aquella que minimiza el error promedio asociado a las masas de mesones predichas. Se observa claramente que las cuatro curvas están muy próximas entre sí, lo que sugiere que es posible obtener un tratamiento unificado para las primeras excitaciones radiales de todos los mesones PS , S , V y AV .

La tabla {2.3} detalla los resultados obtenidos con los parámetros de las tablas {1.1}, {1.2} y {2.2}. También presenta una comparación con los estados fundamentales, los resultados experimentales y las predicciones obtenidas mediante otros enfoques.

Adoptamos la notación espectroscópica $n^{2S+1}L_J$, donde n es el número cuántico principal, S el espín, L el momento angular orbital y J el momento angular total. En esta notación, $n = 0$ corresponde al estado fundamental y $n = 1$ a la primera excitación radial. Así, tenemos:

$$\begin{array}{lll} PS & \rightarrow & n^1S_0 \\ S & \rightarrow & n^1P_1 \\ V & \rightarrow & n^3S_1 \\ AV & \rightarrow & (n^3P_0, n^3P_1, n^3P_2) \end{array}$$

Para la excitación radial pseudoescalar (1^1S_0), la mayor diferencia entre los resultados obtenidos con nuestro modelo y los datos experimentales es del 3.43 %, correspondiente al mesón $K(s\bar{u})$, mientras que la menor diferencia es del 0.39 % para el mesón $D^0(c\bar{u})$. En el caso de los mesones vectoriales, las diferencias mínima y máxima se encuentran en los mesones $D^{*0}(c\bar{u})$ y $\phi(s\bar{s})$, con valores de 1.53 % y 6.55 %, respectivamente.

Ahora verificamos la relación experimental obtenida en el experimento CMS a $\sqrt{s} = 13$ TeV [114]:

$$M_{B_c^+(1S)} - M_{B_c^*(1S)}^{\text{rec}} = 29 \text{ MeV}, \quad (2.4)$$

donde

$$M_{B_c^*(1S)}^{\text{rec}} = M_{B_c^*(1S)} - (M_{B_c^*(0S)} - M_{B_c^+(0S)}). \quad (2.5)$$

En el modelo CI, esta separación de masas es de 20 MeV, lo cual, dado que se trata de una diferencia entre masas similares, es bastante consistente con la medición del experimento CMS.

Las masas de los mesones escalares y axial-vectoriales se pueden encontrar en la tabla {2.4}. Aunque existen pocos resultados experimentales en estos dos canales, es inmediato notar que la diferencia máxima entre la predicción y el resultado observado es del 7.42 %, correspondiente al mesón escalar $D_{s0}^*(c\bar{s})$. Las bajas diferencias porcentuales nos llevan a concluir que las predicciones están en muy buen acuerdo con las mediciones experimentales.

Las figuras {2.2}, {2.3}, {2.4} y {2.5} muestran de manera visual la diferencia de masa entre los estados $n = 0$ y $n = 1$ para los mesones PS , S , V y AV . Cabe destacar que las mayores diferencias de masa se observan en los mesones ligeros. Para los estados compuestos por uno o dos quarks pesados, este efecto es menos pronunciado. En el caso del mesón más ligero, es decir, el pión, la diferencia es de aproximadamente 89 %, mientras que el mesón más pesado, $\chi_{b1}(b\bar{b})$, presenta una diferencia de apenas 0.11 % entre la masa de su estado fundamental y su primera excitación radial. Las reglas de espaciamiento igual para los mesones [19, 82] se obtienen de manera independiente del valor del número cuántico n . Por lo tanto, esperamos que también sean válidas para las excitaciones radiales que tratamos en nuestro

Tabla 2.3: Masas de mesones pseudoescalares y escalares calculadas a partir de la BSE definida en las Ecs. (1.14) a (1.19) con el cambio $C^{iu} \rightarrow \mathcal{F}^{iu}$, utilizando los valores de los parámetros en las tablas {1.1}, {1.2} y {2.2}. Los valores experimentales fueron tomados de Ref. [39]. Las columnas seis y doce muestran la diferencia porcentual entre los valores predichos por nuestro modelo y los resultados experimentales. El número cuántico principal n toma el valor $n = 0$ para el estado fundamental y $n = 1$ para la primera excitación radial.

Pseudoescalares					Escalares						
Mesón	n	Exp.	Otros	CI	Δ %	Mesón	n	Exp.	Otros	CI	Δ %
$\pi(u\bar{d})$	0	0.139	-	0.14	0.72	$\sigma(u\bar{d})$	0	1.2	-	1.22	1.66
	1	1.3	-	1.27	2.3		1	-	1.358 [69]	1.34	-
$K(s\bar{u})$	0	0.493	-	0.49	0.61	$K_0^*(u\bar{s})$	0	1.430	-	1.33	6.99
	1	1.46	-	1.51	3.43		1	-	1.53 [67]	1.57	-
$h_s(s\bar{s})$	0	-	-	0.69	-	$f_0(s\bar{s})$	0	-	-	1.34	-
	1	-	-	1.72	-		1	-	-	1.82	-
$D^0(c\bar{u})$	0	1.86	1.88 [133]	1.87	0.54	$D_0^*(c\bar{u})$	0	2.30	2.45 [133]	2.32	0.87
	1	2.54 [110]	2.58 [133]	2.53	0.39		1	-	2.924 [133]	2.63	-
$D_s^+(c\bar{s})$	0	1.97	1.98 [133]	1.96	0.51	$D_{s0}^*(c\bar{s})$	0	2.317	2.55 [133]	2.43	4.88
	1	-	2.67 [133]	2.78	-		1	3.044 [111]	3.18 [133]	3.27	7.42
$B^+(u\bar{b})$	0	5.28	5.28 [123]	5.28	0	$B_0^*(u\bar{b})$	0	-	5.72 [123]	5.50	-
	1	5.86 [113]	5.91 [123]	5.68	3.07		1	-	6.185 [123]	5.82	-
$B_s^0(s\bar{b})$	0	5.37	5.36 [123]	5.37	0	$B_{s0}(s\bar{b})$	0	-	5.80 [123]	5.59	-
	1	-	5.98 [123]	5.94	-		1	-	6.241 [123]	6.57	-
$\eta_c(c\bar{c})$	0	2.98	2.93 [134]	2.98	0	$\chi_{c0}(c\bar{c})$	0	3.414	3.32 [134]	3.35	1.87
	1	3.64	3.68 [134]	3.66	0.55		1	-	3.83 [134]	4.7	-
$B_c^+(c\bar{b})$	0	6.27	6.27 [135]	6.28	0.16	$B_{c0}(c\bar{b})$	0	-	6.76 [135]	6.45	-
	1	6.87	6.87 [135]	6.80	1.02		1	-	7.134 [135]	6.88	-
$\eta_b(b\bar{b})$	0	9.40	9.41 [134]	9.40	0	$\chi_{b0}(b\bar{b})$	0	9.859	9.815 [134]	9.50	3.64
	1	9.99	9.99 [134]	9.68	3.10		1	10.232	10.254 [134]	10.234	0.02

Tabla 2.4: Masas de mesones vectoriales y axial-vectoriales calculadas a partir de la BSE definida en la Ec. (1.14) a (1.19) con el cambio $C^{\text{iu}} \rightarrow \mathcal{F}^{\text{iu}}$, utilizando los valores de los parámetros en las Tablas 1.1, 1.2 y 2.2. Los valores experimentales fueron tomados de Ref. [39]. Las columnas seis y doce muestran la diferencia porcentual entre los valores predichos por nuestro modelo y los resultados experimentales. n es el número cuántico principal, donde $n = 0$ corresponde al estado fundamental y $n = 1$ a la primera excitación radial.

Vectorial						Axial-Vectorial					
Mesón	n	Exp.	Otros	CI	$\Delta \%$	Mesón	n	Exp.	Otros	CI	$\Delta \%$
$\rho(u\bar{d})$	0	0.78	-	0.93	19.23	$a_1(u\bar{d})$	0	1.260	-	1.37	8.73
	1	1.47	-	1.47	0		1	1.65	-	1.58	4.01
$K_1(u\bar{s})$	0	0.89	-	1.03	15.73	$K_1(u\bar{s})$	0	1.34	-	1.48	10.44
	1	1.68	-	1.63	2.98		1	-	1.57 [67]	1.72	-
$\phi(s\bar{s})$	0	1.02	-	1.12	9.80	$f_1(s\bar{s})$	0	1.43	-	1.58	10.49
	1	1.68	-	1.79	6.55		1	-	1.67 [67]	1.88	-
$D^{*0}(c\bar{u})$	0	2.01	2.04 [133]	2.06	2.49	$D_1(c\bar{u})$	0	2.420	2.5 [133]	2.41	0.41
	1	2.61 [110]	2.64 [133]	2.57	1.53		1	-	2.931 [133]	2.63	-
$D_s^*(c\bar{s})$	0	2.11	2.12 [133]	2.14	1.42	$D_{s1}(c\bar{s})$	0	2.460	2.6 [133]	2.51	2.03
	1	2.70	2.73 [133]	2.78	2.96		1	-	3.005 [133]	2.90	-
$B^{*+}(u\bar{b})$	0	5.33	5.33 [123]	5.33	0	$B_1(u\bar{b})$	0	5.721	5.77 [123]	5.55	2.99
	1	5.97 [113]	5.94 [123]	5.68	4.86		1	-	6.145 [123]	5.74	-
$B_s^{0*}(s\bar{b})$	0	5.42	5.41 [123]	5.41	0.18	$B_{s1}(s\bar{b})$	0	5.830	5.85 [123]	5.64	3.26
	1	-	6.0 [123]	5.91	-		1	-	6.2013 [123]	6.05	-
$J/\Psi(c\bar{c})$	0	3.10	3.11 [134]	3.15	1.61	$\chi_{c1}(c\bar{c})$	0	3.510	3.49 [134]	3.40	3.13
	1	3.686	3.7 [134]	3.92	6.35		1	-	3.67 [134]	4.19	-
$B_c^*(c\bar{b})$	0	6.27 [136]	6.33 [135]	6.32	0.80	$B_{cb}(c\bar{b})$	0	-	6.71 [135]	6.48	-
	1	6.84 [136]	6.89 [135]	6.85	0.15		1	-	7.107 [135]	7.05	-
$\Upsilon(b\bar{b})$	0	9.46	9.49 [134]	9.42	0.42	$\chi_{b1}(b\bar{b})$	0	9.892	9.842 [134]	9.52	3.76
	1	10.023	10.9 [134]	9.71	3.12		1	10.255	10.120 [134]	9.53	7.07

análisis. En este caso, los mesones pseudoescalares y escalares deben satisfacer la siguiente relación de masas para las excitaciones radiales:

1^1S_0 :

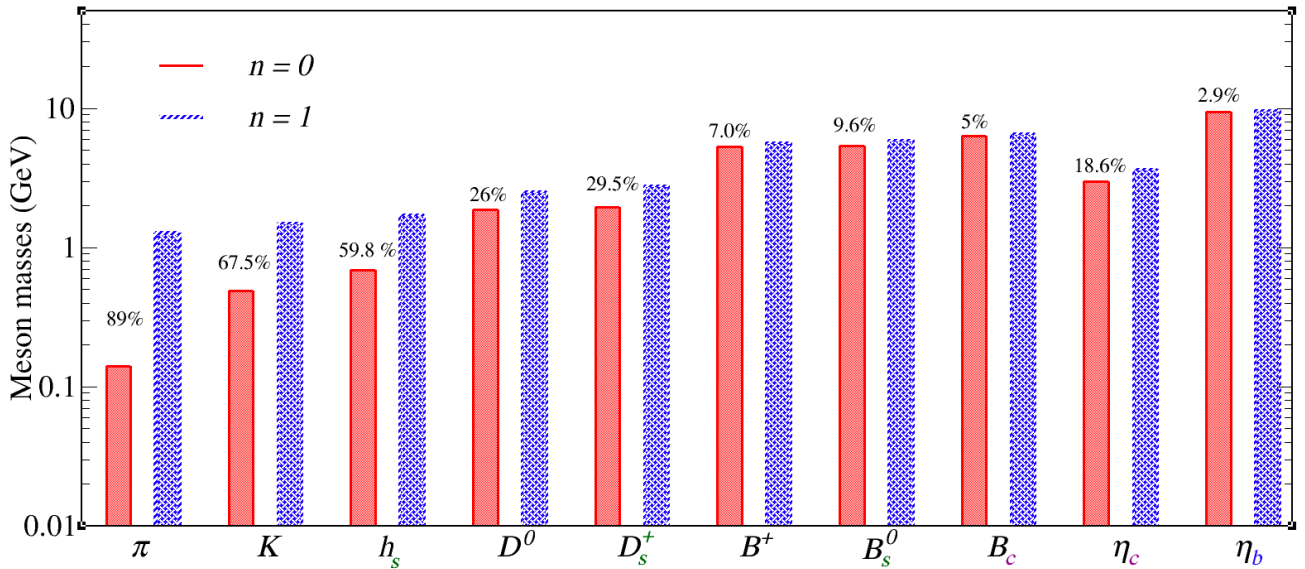
$$\begin{aligned} m_{D_s^+(c\bar{s})} - m_{D^0(c\bar{u})} + m_{B^+(u\bar{b})} - m_{B_s^0(s\bar{b})} &= 0, \\ m_{\eta_c(c\bar{c})} + m_{\eta_b(b\bar{b})} - 2m_{B_c^+(c\bar{b})} &= 0, \end{aligned} \quad (2.6)$$

1^1P_1 :

$$m_{D_{s0}^*(c\bar{s})} - m_{D_0^*(c\bar{u})} + m_{B_0^*(u\bar{b})} - m_{B_{s0}(s\bar{b})} = 0. \quad (2.7)$$

En este modelo (CI), los mesones PS se desvían en un 1 %, incluyendo los mesones más pesados ($\eta_c(c\bar{c})$, $\eta_b(b\bar{b})$ y $B_c^+(c\bar{b})$), mientras que los mesones S presentan una desviación del 11 % respecto a las Ecs. (2.6,2.7).

Figura 2.2: Comparación entre las masas de los mesones pseudoescalares en su estado fundamental y sus primeras excitaciones radiales



De manera similar, podemos verificar las reglas de espaciado igual para las excitaciones radiales de los mesones vectoriales y axial-vectoriales en su estado fundamental. Para diferentes combinaciones de quarks ligeros y pesados, estas relaciones se expresan como:

1^3S_1 :

$$\begin{aligned} m_{D_s^*(c\bar{s})} - m_{D^{0*}(c\bar{u})} + m_{B^{+*}(u\bar{b})} - m_{B_s^{0*}(s\bar{b})} &= 0, \\ m_{J/\Psi(c\bar{c})} + m_{\Upsilon(b\bar{b})} - 2m_{B_c^*(c\bar{b})} &= 0, \end{aligned}$$

Figura 2.3: Comparación entre las masas de los mesones escalares en su estado fundamental y sus primeras excitaciones radiales

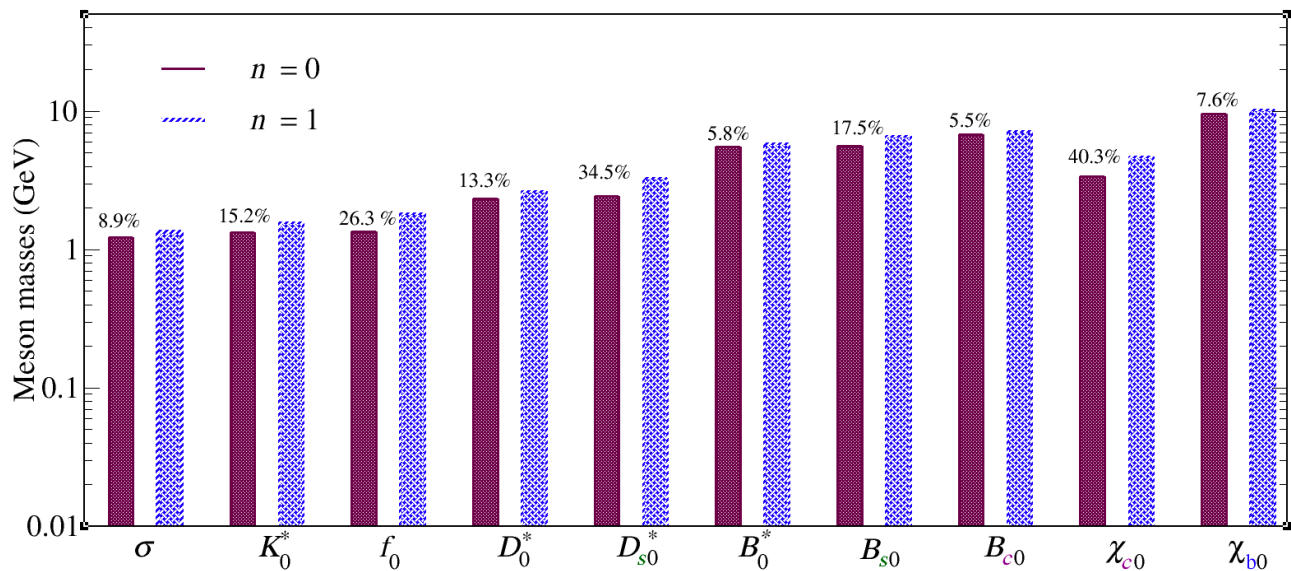


Figura 2.4: Comparación entre las masas de los mesones vectoriales en su estado fundamental y sus primeras excitaciones radiales

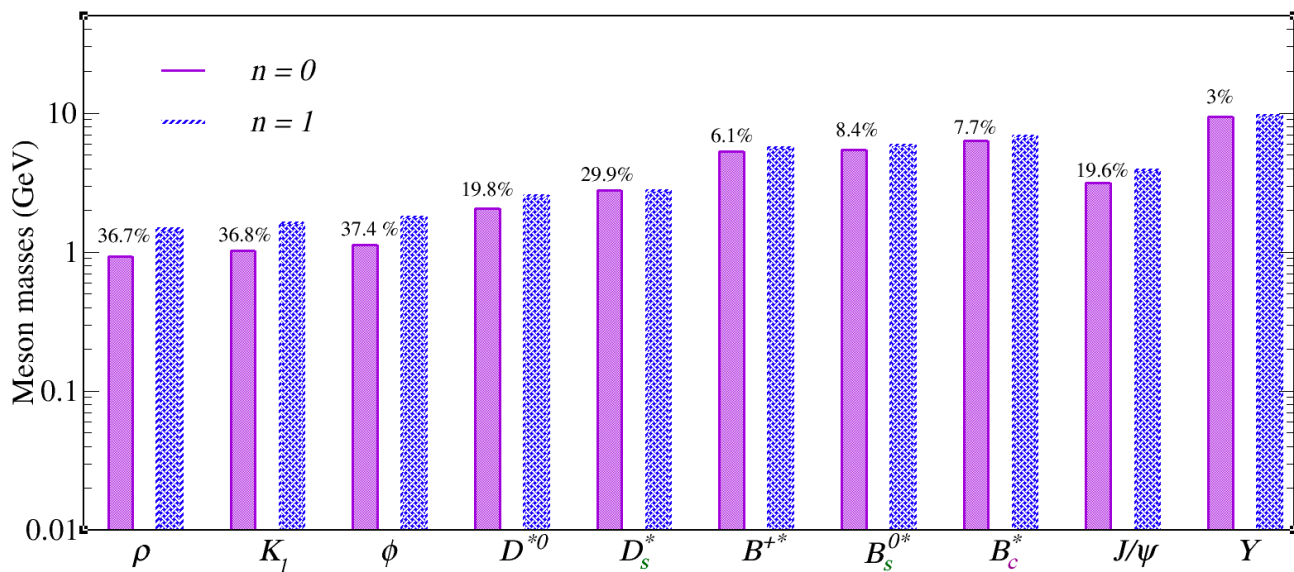
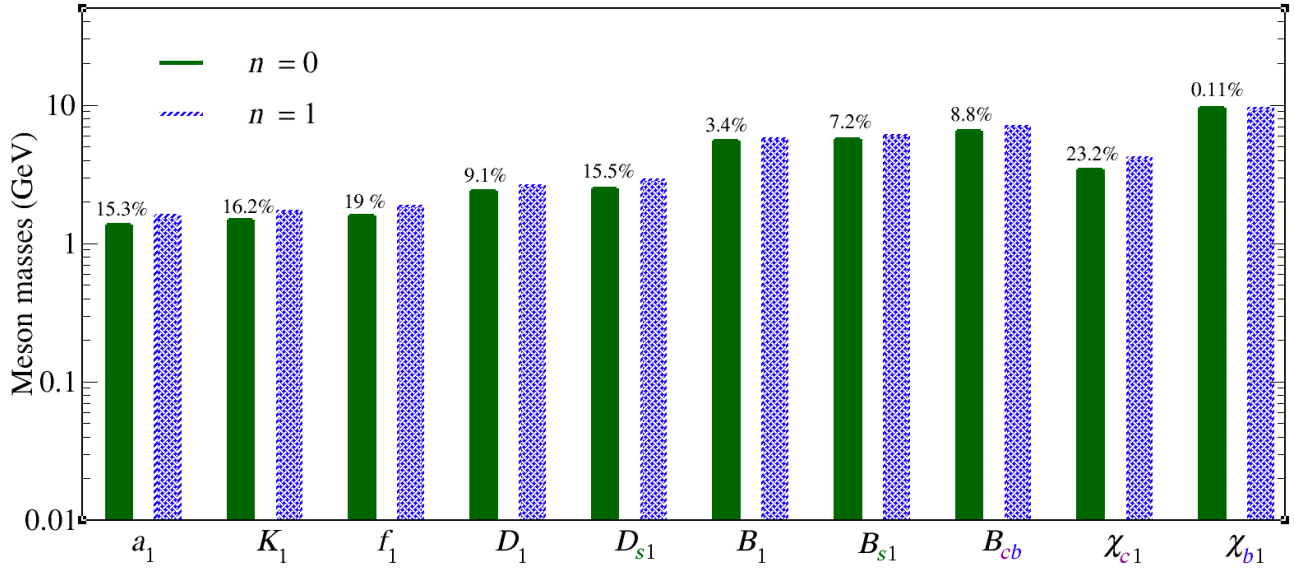


Figura 2.5: Comparación entre las masas de los mesones axial vectoriales en su estado fundamental y sus primeras excitaciones radiales



1^3P_0 :

$$m_{D_{s1}(c\bar{s})} - m_{D_1(c\bar{u})} + m_{B_1(u\bar{b})} - m_{B_{s1}(s\bar{b})} = 0. \quad (2.8)$$

Se pueden verificar estas relaciones utilizando los resultados presentados en la tabla {2.3}. La desviación para los mesones vectoriales pesados-ligeros es de apenas un 2 %, mientras que para los mesones pesados compuestos únicamente por combinaciones de los quarks b y c ($J/\Psi(c\bar{c})$, $\Upsilon(bb)$ y $B_c^{*+}(c\bar{b})$), esta diferencia se mantiene en un satisfactorio 7 %. La diferencia en la separación de masas de los mesones axial-vectoriales en la Ec. (2.8) es de solo un 3 %. Con estos resultados, podemos verificar que las masas de los mesones con espín y paridad mixtos y $n = 1$ obedecen las siguientes relaciones:

$$m_{B_c^*(c\bar{b})} - m_{B_c^+(c\bar{b})} + m_{B_s^0(s\bar{b})} \approx m_{B_s^*(s\bar{b})}, \quad (2.9)$$

$$m_{B_s^{0*}(s\bar{b})} - m_{B^{*+}(u\bar{b})} + m_{B^+(u\bar{b})} = m_{B_s^0(s\bar{b})}, \quad (2.10)$$

$$m_{B_s^{0*}(s\bar{b})} - m_{B^{*+}(u\bar{b})} + m_{D^0(c\bar{u})} = m_{D_s^+(c\bar{s})}, \quad (2.11)$$

$$m_{\eta_b(b\bar{b})} - 2m_{B_s^{0*}(s\bar{b})} + 2m_{D_s^*(c\bar{s})} \approx m_{\eta_c(c\bar{c})}, \quad (2.12)$$

$$m_{\eta_b(b\bar{b})} - 2m_{B_s^0(s\bar{b})} + 2m_{D_s^+(c\bar{s})} = m_{\eta_c(c\bar{c})}, \quad (2.13)$$

$$m_{B_s^{0*}(s\bar{b})} - m_{D_s^*(c\bar{s})} + m_{D_s^+(c\bar{s})} = m_{B_s^0(s\bar{b})}, \quad (2.14)$$

$$m_{\Upsilon(b\bar{b})} - 2m_{B_s^0(s\bar{b})} + 2m_{D_s^+(c\bar{s})} = m_{J/\Psi(c\bar{c})}, \quad (2.15)$$

$$m_{\Upsilon(b\bar{b})} - m_{\eta_b(b\bar{b})} + m_{\eta_c(c\bar{c})} \approx m_{J/\Psi(c\bar{c})}, \quad (2.16)$$

$$m_{\Upsilon(b\bar{b})} - 2m_{B_s^{0*}(s\bar{b})} + 2m_{D_s^*(c\bar{s})} \approx m_{J/\Psi(c\bar{c})}. \quad (2.17)$$

La desviación con respecto a estas relaciones de masas se presenta en la Tabla 2.5, donde comparamos el resultado de cada ecuación en el lado izquierdo con el resultado del modelo en el lado derecho de la ecuación correspondiente. Podemos concluir fácilmente que nuestros cálculos concuerdan muy bien con las relaciones de masa dictadas por las fórmulas de masa de Gell-Mann Okubo [19, 82] en todos los canales para las primeras excitaciones radiales.

Esto nos lleva a la conclusión del cálculo detallado y la presentación de nuestros resultados para

las primeras excitaciones radiales de los mesones PS , S , V y AV . De la misma manera con el cambio

Tabla 2.5: The percentage difference (%) of the equal spacing rules for the masses of mesons, Eqs. (1.23-1.31) for CI.

	Eq. (2.9)	Eq. (2.10)	Eq. (2.11)	Eq. (2.12)	Eq. (2.13)	Eq. (2.14)	Eq. (2.15)	Eq. (2.16)	Eq. (2.17)
CI	1.35	0.5	0.72	6.56	8.20	0.5	13.5	5.87	11.99

$C^{iu} \rightarrow \mathcal{F}^{iu}$ se pueden obtener resultados para los diquarks y en el futuro para los bariones. En la siguiente sección se aborda el estudio de los diquarks.

2.2. Primera excitación radial de diquarks

La idea de los diquarks fue introducida en [137]. El conocimiento actual sobre los diquarks los describe como correlaciones quark-quark con una extensión espacial finita, en lugar de ser objetos puntuales. Recientemente, los diquarks han sido objeto de un gran interés, ya que proporcionan un medio para comprender las propiedades bariónicas. Los diquarks pueden existir en una combinación de color sextete o en una combinación de color antitriplete. La interacción es atractiva para los diquarks en un color antitriplete, mientras que es repulsiva en el canal de color sextete.

Además, solo los diquarks en un color antitriplete pueden acoplarse con un quark para formar un barión color-singlete. En este trabajo, consideraremos únicamente las correlaciones de diquarks en una configuración de color antitriplete [138].

Entonces con el cambio $C^{iu} \rightarrow \mathcal{F}^{iu}$ en las ecuaciones (1.32) y (1.33) correspondientes a los diquarks tal como se hizo para los mesones se puede estudiar la primera excitación radial. El factor de color para los mesones y los diquarks es diferente debido a que los diquarks son antitriplets de color, no singletes. Esto garantiza que los quarks tengan una correlación atractiva dentro de un diquark en la representación $\bar{3}$, al igual que en los mesones, aunque la intensidad de esta atracción es menor. Recordando que es posible obtener la masa y la BSA de un diquark con espín-paridad J^P a partir de la ecuación de un mesón con J^P , en la cual el único cambio es reducir a la mitad la intensidad de la interacción. El cambio de signo en la paridad ocurre porque los fermiones y antifermiones tienen paridades opuestas. En la tabla {2.6}, se presentan los resultados para las masas de las correlaciones de diquarks radialmente excitadas ($n = 1$) con $J^P = 0^+, 1^+, 0^-, 1^+$, comparadas con sus masas en el estado fundamental ($n = 0$).

Para calcular los resultados se ha utilizado la función d_F dada por la expresión (2.3).

En la tabla {2.7}, se muestra la diferencia porcentual entre los estados con $n = 0$ y $n = 1$.

Al igual que en el caso de los mesones, la masa de la primera excitación radial es siempre mayor que la de su estado fundamental y, como esperábamos, la diferencia porcentual entre estos estados es más notable en los diquarks formados por quarks ligeros. De hecho, en el caso del diquark vectorial compuesto por dos quarks b , la diferencia es prácticamente nula.

Tabla 2.6: Masas de diquarks obtenidas utilizando los parámetros descritos en las tablas {1.1}, {1.2} y el valor de d_F dado por el ajuste en la expresión (2.3), en el límite de simetría de isospín. Para los diquarks pseudoescalares y vectoriales, mostramos dos resultados: uno con g_{SO}^{0+} y g_{SO}^{1+} y otro con g_{SO}^{0+} y g_{SO}^{1+} multiplicados por 1.8, etiquetados con *.

Sistema	n	S	PS	AV	V
ud	0	0.77	1.30 (1.15*)	1.06	1.44 (1.33*)
	1	1.28	1.39 (1.31*)	1.48	1.62 (1.56*)
us	0	0.92	1.41 (1.27*)	1.16	1.54 (1.43*)
	1	1.52	1.59 (1.56*)	1.63	1.74 (1.70*)
ss	0	1.06	1.51 (1.40*)	1.25	1.64 (1.54*)
	1	1.72	1.82 (1.81*)	1.80	1.89 (1.87*)
cu	0	2.08	2.37 (2.28*)	2.16	2.45 (2.38*)
	1	2.53	2.64 (2.63*)	2.57	2.65 (2.63*)
cs	0	2.17	2.47 (2.40*)	2.25	2.54 (2.48*)
	1	2.78	3.27 (3.27*)	2.78	2.90 (2.90*)
ub	0	5.37	5.53 (5.47*)	5.39	5.59 (5.53*)
	1	5.68	5.82 (5.82*)	5.68	5.75 (5.74*)
sb	0	5.46	5.62 (5.57*)	5.47	5.67 (5.62*)
	1	5.94	6.50 (6.50*)	5.91	6.05 (6.05*)
cc	0	3.17	3.38 (3.33*)	3.22	3.42 (3.38*)
	1	3.90	4.30 (4.30*)	3.92	4.19 (4.19*)
cb	0	6.35	6.47 (6.44*)	6.35	6.50 (6.47*)
	1	6.80	7.07 (7.07*)	6.85	7.05 (7.05*)
bb	0	9.43	9.51 (9.50*)	9.44	9.53 (9.51*)
	1	9.68	9.84 (9.84*)	9.71	9.54 (9.52*)

Tabla 2.7: Diferencia porcentual entre los estados fundamentales de los diquarks y sus primeras excitaciones radiales. Las masas se toman de la tabla {2.6}.

	<i>ud</i>	<i>us</i>	<i>ss</i>	<i>cu</i>	<i>cs</i>	<i>ub</i>	<i>sb</i>	<i>cc</i>	<i>cb</i>	<i>bb</i>
<i>S</i>	39.84	39.47	38.37	17.78	21.94	5.45	8.08	18.71	6.61	2.58
<i>PS</i>	6.47	11.32	17.03	10.22	24.46	4.98	13.53	21.39	8.48	3.35
<i>AV</i>	28.37	28.83	30.55	15.95	19.06	5.10	7.44	17.85	7.29	2.78
<i>V</i>	11.11	11.49	13.22	7.54	12.41	2.78	6.28	18.37	7.80	0.01

Actualmente no hay manera de comparar estos resultados con otros enfoques u experimentos, una manera seria de la misma manera que se hizo para el estado base al utilizarlos para calcular las propiedades de los bariones, en este sentido existen algunos trabajos que utilizan las masas de los diquarks excitados como parámetros en la Faddeev de los bariones para encontrar su primera excitación radial [139]. Otra manera para estudiar los bariones es introducir el cambio $C^{iu} \rightarrow \mathcal{F}^{iu}$ en el kernel de Faddeev de la misma manera que se realizo en este trabajo pero esto se deja para futuro trabajo. Actualmente existe gran interés en el estudio de los factores de forma eléctricos y magnéticos de las transiciones $\gamma^* + p \rightarrow \text{Barion}^*$, donde el * indica que ese trata de una excitación bariónica.

Capítulo 3

Conclusiones

El modelo CI fue introducido por primera vez en [14]. Se adapta bien al comportamiento infrarrojo de la QCD, incorporando una escala de masa de aproximadamente 500 MeV para el gluón, imitando el confinamiento a través de la ausencia de umbrales de producción de quarks, respetando la identidad axial-vector de Ward-Takahashi y preservando las relaciones de Goldberger-Treiman a bajas energías. Por ello, es capaz de reproducir con precisión el espectro y las masas de hadrones. La mayoría de las masas de mesones y bariones con quarks ligeros y pesados ya han sido reportadas en la literatura utilizando este modelo.

En este trabajo se presentan los cálculos de las masas de los bariones de paridad negativa restantes que contienen quarks pesados, los cuales se reportan en el artículo [21]. Los parámetros utilizados están basados en un ajuste de masas de quarks estudiado en trabajos previos [20]. En el modelo de quark-diquark para los bariones, primero se evalúan las masas de varios mesones y diquarks mediante la ecuación de Bethe-Salpeter (BSE), antes de calcular las masas de los bariones mediante la ecuación de Faddeev (FE). En total, se calcularon las masas de aproximadamente 80 partículas, todas ellas representando estados ligados de dos constituyentes.

Con base en los cálculos de otros modelos establecidos previamente, para bariones de paridad positiva y negativa con espín $1/2$ y $3/2$ y que contienen uno o dos quarks pesados, se confía en que estas predicciones estarán de acuerdo con las observaciones experimentales futuras. Se presentan las masas de 58 bariones: 29 con paridad positiva y 29 con paridad negativa, para un total de aproximadamente 138 estados calculados (mesones, diquarks y bariones).

Con el mismo modelo se calcularon las masas de los primeros estados excitados radialmente de cuarenta mesones, reportadas en las Tablas {2.3} y {2.4}, así como de cuarenta diquarks en la Tabla {2.6}, incluyendo estados que contienen uno o dos quarks pesados. Las predicciones para las masas de los mesones muestran una buena concordancia con los valores observados experimentalmente cuando están disponibles. La diferencia máxima entre nuestros resultados y las observaciones experimentales es de 7.42 %.

En las Figuras {2.2,2.3,2.4} y {2.5}, se muestra una comparación entre las masas de los estados fundamentales y sus correspondientes estados excitados. Cabe destacar que, con las masas y amplitudes de los diquarks descritas en este trabajo, se pueden construir todos los núcleos de Faddeev asociados con las excitaciones radiales de los bariones del octeto y del decuplete, así como sus pares quirales. Todo esto se dejará para estudios futuros. Los resultados se reportan en el artículo [22].

Apéndice A

Convenciones en el Espacio Euclídeo

En la formulación en el espacio Euclídeo:

$$p \cdot q = \sum_{i=1}^4 p_i q_i, \quad (\text{A.1})$$

donde

$$\begin{aligned} \{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} &= 2 \delta_{\mu\nu}; \quad \gamma_\mu^\dagger = \gamma_\mu; \quad \sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma_\mu, \gamma_\nu]; \\ \text{tr} [\gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma] &= -4 \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}, \quad \epsilon_{1234} = 1. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Un espinor de energía positiva satisface:

$$\bar{u}(P, s) (i\gamma \cdot P + M) = 0 = (i\gamma \cdot P + M) u(P, s), \quad (\text{A.3})$$

donde $s = \pm$ es la etiqueta de espín. Se normaliza convencionalmente como:

$$\bar{u}(P, s) u(P, s) = 2M, \quad (\text{A.4})$$

y puede expresarse explícitamente como:

$$u(P, s) = \sqrt{M - i\mathcal{E}} \begin{pmatrix} \chi_s \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{P}}{M - i\mathcal{E}} \chi_s \end{pmatrix}, \quad (\text{A.5})$$

donde $\mathcal{E} = i\sqrt{\vec{P}^2 + M^2}$,

$$\chi_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.6})$$

Para un espinor de partícula libre, $\bar{u}(P, s) = u(P, s)^\dagger \gamma_4$. Este se puede usar para construir un operador de proyección de energía positiva:

$$\Lambda_+(P) := \frac{1}{2M} \sum_{s=\pm} u(P, s) \bar{u}(P, s) = \frac{1}{2M} (-i\gamma \cdot P + M). \quad (\text{A.7})$$

Un espinor de energía negativa satisface:

$$\bar{v}(P, s) (i\gamma \cdot P - M) = 0 = (i\gamma \cdot P - M) v(P, s), \quad (\text{A.8})$$

y posee propiedades y satisface restricciones obtenidas por analogía con $u(P, s)$. Un estado ligado conjugado por carga se obtiene mediante:

$$\bar{\Gamma}(k; P) = C^\dagger \Gamma(-k; P)^T C, \quad (\text{A.9})$$

donde “T” denota la transposición de todos los índices matriciales y $C = \gamma_2 \gamma_4$ es la matriz de conjugación de carga, con $C^\dagger = -C$. Además, se observa que:

$$C^\dagger \gamma_\mu^T C = -\gamma_\mu, \quad [C, \gamma_5] = 0. \quad (\text{A.10})$$

Utilizamos un espinor de Rarita-Schwinger para representar un campo covariante de espín-3/2. El espinor de energía positiva se define mediante las siguientes ecuaciones:

$$(i\gamma \cdot P + M) u_\mu(P; r) = 0, \quad \gamma_\mu u_\mu(P; r) = 0, \quad P_\mu u_\mu(P; r) = 0, \quad (\text{A.11})$$

donde $r = -3/2, -1/2, 1/2, 3/2$. Se normaliza como:

$$\bar{u}_\mu(P; r') u_\mu(P; r) = 2M, \quad (\text{A.12})$$

y satisface una relación de completitud:

$$\frac{1}{2M} \sum_{r=-3/2}^{3/2} u_\mu(P; r) \bar{u}_\nu(P; r) = \Lambda_+(P) R_{\mu\nu}, \quad (\text{A.13})$$

donde

$$R_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} \mathbf{I}_D - \frac{1}{3} \gamma_\mu \gamma_\nu + \frac{2}{3} \hat{P}_\mu \hat{P}_\nu \mathbf{I}_D - i \frac{1}{3} [\hat{P}_\mu \gamma_\nu - \hat{P}_\nu \gamma_\mu], \quad (\text{A.14})$$

con $\hat{P}^2 = -1$. Esto resulta muy útil para simplificar la ecuación de Faddeev (FE) para un estado de energía positiva en el decuplete.

Apéndice B

Kernel en la Ecuación de Faddeev (FE)

$$\begin{aligned}
M^{11} &= t^{qT} t^{[qq_1]_{0^+}} t^{[qq_1]_{0^+}T} t^q \times \{ \Gamma_{[qq_1]}^{0^+}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{[qq_1]}^{0^+}(-k_{qq_1}) S_q(l_q) \Delta_{[qq_1]}^{0^+}(l_{qq_1}) \} \\
M_v^{12} &= t^{qT} t^{\{qq\}_{1^+}} t^{[qq_1]_{0^+}T} t^{q_1} \times \{ \Gamma_{\{qq\},\mu}^{1^+}(l_{qq}) S_q^T \bar{\Gamma}_{[qq_1]}^{0^+}(-k_{qq_1}) S_{q_1}(l_{q_1}) \Delta_{\{qq\},\mu\nu}^{1^+}(l_{qq}) \} \\
M_v^{13} &= t^{qT} t^{\{qq\}_{1^+}} t^{[qq_1]_{0^+}T} t^q \times \{ \Gamma_{\{qq_1\},\mu}^{1^+}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{[qq_1]}^{0^+}(-k_{qq_1}) S_q(l_q) \Delta_{\{qq_1\},\mu\nu}^{1^+}(l_{qq_1}) \} \\
M^{16} &= t^{qT} t^{[qq_1]_{0^-}} t^{[qq_1]_{0^+}T} t^q \times \{ \Gamma_{[qq_1]}^{0^-}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{[qq_1]}^{0^+}(-k_{qq_1}) S_q(l_q) \Delta_{[qq_1]}^{0^-}(l_{qq_1}) \} \\
M_v^{17} &= t^{qT} t^{\{qq\}_{1^-}} t^{[qq_1]_{0^+}T} t^{q_1} \times \{ \Gamma_{\{qq\},\mu}^{1^-}(l_{qq}) S_q^T \bar{\Gamma}_{[qq_1]}^{0^+}(-k_{qq_1}) S_{q_1}(l_{q_1}) \Delta_{\{qq\},\mu\nu}^{1^-}(l_{qq}) \} \\
M_v^{18} &= t^{qT} t^{\{qq\}_{1^-}} t^{[qq_1]_{0^+}T} t^q \times \{ \Gamma_{\{qq_1\},\mu}^{1^-}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{[qq_1]}^{0^+}(-k_{qq_1}) S_q(l_q) \Delta_{\{qq_1\},\mu\nu}^{1^-}(l_{qq_1}) \} \\
M_\mu^{21} &= t^{q_1T} t^{[qq_1]_{0^+}} t^{\{qq\}_{1^+}T} t^q \times \{ \Gamma_{[qq_1]}^{0^+}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq\},\mu}^{1^+}(-k_{qq}) S_q(l_q) \Delta_{[qq_1]}^{0^+}(l_{qq_1}) \} \\
M_{\mu\nu}^{22} &= t^{q_1T} t^{\{qq\}_{1^+}} t^{\{qq\}_{1^+}T} t^{q_1} \times \{ \Gamma_{\{qq\},\rho}^{1^+}(l_{qq}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq\},\mu}^{1^+}(-k_{qq}) S_q(l_q) \Delta_{\{qq\},\rho\nu}^{1^+}(l_{qq}) \} \\
M_{\mu\nu}^{23} &= t^{q_1T} t^{\{qq_1\}_{1^+}} t^{\{qq\}_{1^+}T} t^q \times \{ \Gamma_{\{qq_1\},\rho}^{1^+}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq\},\mu}^{1^+}(-k_{qq}) S_q(l_q) \Delta_{\{qq_1\},\rho\nu}^{1^+}(l_{qq_1}) \} \\
M_\mu^{26} &= t^{q_1T} t^{[qq_1]_{0^-}} t^{\{qq\}_{1^+}T} t^q \times \{ \Gamma_{[qq_1]}^{0^-}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq\},\mu}^{1^+}(-k_{qq}) S_q(l_q) \Delta_{[qq_1]}^{0^-}(l_{qq_1}) \} \\
M_{\mu\nu}^{27} &= t^{q_1T} t^{\{qq\}_{1^-}} t^{\{qq\}_{1^+}T} t^{q_1} \times \{ \Gamma_{\{qq\},\rho}^{1^-}(l_{qq}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq\},\mu}^{1^+}(-k_{qq}) S_q(l_q) \Delta_{\{qq\},\rho\nu}^{1^-}(l_{qq}) \} \\
M_{\mu\nu}^{28} &= t^{q_1T} t^{\{qq_1\}_{1^-}} t^{\{qq\}_{1^+}T} t^q \times \{ \Gamma_{\{qq_1\},\rho}^{1^-}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq\},\mu}^{1^+}(-k_{qq}) S_q(l_q) \Delta_{\{qq_1\},\rho\nu}^{1^-}(l_{qq_1}) \}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{\mu}^{31} &= t^{qT} t^{[qq_1]_{0^+}} t^{\{qq_1\}_{1^+} T} t^q \times \{ \Gamma_{[qq_1]}^{0^+}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq_1\}, \mu}^{1^+}(-k_{qq_1}) S_q(l_q) \Delta_{[qq_1]}^{0^+}(l_{qq_1}) \} = \mathcal{K}_{\mu}^{31} \\
M_{\mu\nu}^{32} &= t^{qT} t^{\{qq\}_{1^+}} t^{\{qq_1\}_{1^+} T} t^{q_1} \times \{ \Gamma_{\{qq\}, \rho}^{1^+}(l_{qq}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq_1\}, \mu}^{1^+}(-k_{qq_1}) S_{q_1}(l_{q_1}) \Delta_{\{qq\}, \rho\nu}^{1^+}(l_{qq}) \} \\
M_{\mu\nu}^{33} &= t^{qT} t^{\{qq_1\}_{1^+}} t^{\{qq_1\}_{1^+} T} t^q \times \{ \Gamma_{\{qq_1\}, \rho}^{1^+}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq_1\}, \mu}^{1^+}(-k_{qq_1}) S_q(l_q) \Delta_{\{qq_1\}, \rho\nu}^{1^+}(l_{qq_1}) \} \\
M_{\mu}^{36} &= t^{qT} t^{[qq_1]_{0^-}} t^{\{qq_1\}_{1^+} T} t^q \times \{ \Gamma_{[qq_1]}^{0^-}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq_1\}, \mu}^{1^+}(-k_{qq_1}) S_{q_1}(l_{q_1}) \Delta_{[qq_1]}^{0^-}(l_{qq_1}) \} \\
M_{\mu\nu}^{37} &= t^{qT} t^{\{qq\}_{1^-}} t^{\{qq_1\}_{1^+} T} t^{q_1} \times \{ \Gamma_{\{qq\}, \rho}^{1^-}(l_{qq}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq_1\}, \mu}^{1^+}(-k_{qq_1}) S_{q_1}(l_{q_1}) \Delta_{\{qq\}, \rho\nu}^{1^-}(l_{qq}) \} \\
M_{\mu\nu}^{38} &= t^{qT} t^{\{qq_1\}_{1^-}} t^{\{qq_1\}_{1^+} T} t^q \times \{ \Gamma_{\{qq_1\}, \rho}^{1^-}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq_1\}, \mu}^{1^+}(-k_{qq_1}) S_q(l_q) \Delta_{\{qq_1\}, \rho\nu}^{1^-}(l_{qq_1}) \} \\
M_{\mu}^{61} &= t^{qT} t^{[qq_1]_{0^+}} t^{[qq_1]_{0^-} T} t^q \times \{ \Gamma_{[qq_1]}^{0^+}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{[qq_1]}^{0^-}(-k_{qq}) S_q(l_q) \Delta_{[qq_1]}^{0^+}(l_{qq_1}) \} \\
M_{\nu}^{62} &= t^{qT} t^{\{qq\}_{1^+}} t^{[qq_1]_{0^-} T} t^{q_1} \times \{ \Gamma_{\{qq\}, \rho}^{1^+}(l_{qq}) S_q^T \bar{\Gamma}_{[qq_1]}^{0^-}(-k_{qq_1}) S_{q_1}(l_{q_1}) \Delta_{\{qq\}, \rho\nu}^{1^+}(l_{qq}) \} \\
M_{\nu}^{63} &= t^{qT} t^{\{qq_1\}_{1^+}} t^{[qq_1]_{0^-} T} t^q \times \{ \Gamma_{\{qq_1\}, \rho}^{1^+}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq_1\}}^{0^-}(-k_{qq_1}) S_q(l_q) \Delta_{\{qq_1\}, \rho\nu}^{1^+}(l_{qq_1}) \} \\
M_{\mu\nu}^{66} &= t^{qT} t^{[qq_1]_{0^-}} t^{[qq_1]_{0^-} T} t^q \times \{ \Gamma_{[qq_1]}^{0^-}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{[qq_1]}^{0^-}(-k_{qq_1}) S_{q_1}(l_{q_1}) \Delta_{[qq_1]}^{0^-}(l_{qq_1}) \} \\
M_{\nu}^{67} &= t^{qT} t^{\{qq\}_{1^-}} t^{[qq_1]_{0^-} T} t^{q_1} \times \{ \Gamma_{\{qq\}, \rho}^{1^-}(l_{qq}) S_q^T \bar{\Gamma}_{[qq_1]}^{0^-}(-k_{qq_1}) S_{q_1}(l_{q_1}) \Delta_{\{qq\}, \rho\nu}^{1^-}(l_{qq}) \} \\
M_{\nu}^{68} &= t^{qT} t^{\{qq_1\}_{1^-}} t^{[qq_1]_{0^-} T} t^q \times \{ \Gamma_{\{qq_1\}, \rho}^{1^-}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{[qq_1]}^{0^-}(-k_{qq_1}) S_q(l_q) \Delta_{\{qq_1\}, \rho\nu}^{1^-}(l_{qq_1}) \} \\
M_{\mu}^{71} &= t^{q_1 T} t^{[qq_1]_{0^+}} t^{\{qq\}_{1^-} T} t^q \times \{ \Gamma_{[qq_1]}^{0^+}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq\}, \mu}^{1^-}(-k_{qq}) S_q(l_q) \Delta_{[qq_1]}^{0^+}(l_{qq_1}) \} \\
M_{\mu\nu}^{72} &= t^{q_1 T} t^{\{qq\}_{1^+}} t^{\{qq\}_{1^-} T} t^{q_1} \times \{ \Gamma_{\{qq\}, \rho}^{1^+}(l_{qq}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq\}, \mu}^{1^-}(-k_{qq}) S_q(l_q) \Delta_{\{qq\}, \rho\nu}^{1^+}(l_{qq}) \} \\
M_{\mu\nu}^{73} &= t^{q_1 T} t^{\{qq_1\}_{1^+}} t^{\{qq\}_{1^-} T} t^q \times \{ \Gamma_{\{qq_1\}, \rho}^{1^+}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq\}, \mu}^{1^-}(-k_{qq}) S_q(l_q) \Delta_{\{qq_1\}, \rho\nu}^{1^+}(l_{qq_1}) \} \\
M_{\mu}^{76} &= t^{q_1 T} t^{[qq_1]_{0^-}} t^{\{qq\}_{1^-} T} t^q \times \{ \Gamma_{[qq_1]}^{0^-}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq\}, \mu}^{1^-}(-k_{qq}) S_q(l_q) \Delta_{[qq_1]}^{0^-}(l_{qq_1}) \} \\
M_{\mu\nu}^{77} &= t^{q_1 T} t^{\{qq\}_{1^-}} t^{\{qq\}_{1^-} T} t^{q_1} \times \{ \Gamma_{\{qq\}, \rho}^{1^-}(l_{qq}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq\}, \mu}^{1^-}(-k_{qq}) S_q(l_q) \Delta_{\{qq\}, \rho\nu}^{1^-}(l_{qq}) \} \\
M_{\mu\nu}^{78} &= t^{q_1 T} t^{\{qq_1\}_{1^-}} t^{\{qq\}_{1^-} T} t^q \times \{ \Gamma_{\{qq_1\}, \rho}^{1^-}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq\}, \mu}^{1^-}(-k_{qq}) S_q(l_q) \Delta_{\{qq_1\}, \rho\nu}^{1^-}(l_{qq_1}) \} \\
M_{\mu}^{81} &= t^{qT} t^{[qq_1]_{0^+}} t^{\{qq_1\}_{1^-} T} t^q \times \{ \Gamma_{[qq_1]}^{0^+}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq_1\}, \mu}^{1^-}(-k_{qq_1}) S_q(l_q) \Delta_{[qq_1]}^{0^+}(l_{qq_1}) \} \\
M_{\mu\nu}^{82} &= t^{qT} t^{\{qq\}_{1^+}} t^{\{qq_1\}_{1^-} T} t^{q_1} \times \{ \Gamma_{\{qq\}, \rho}^{1^+}(l_{qq}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq_1\}, \mu}^{1^-}(-k_{qq_1}) S_{q_1}(l_{q_1}) \Delta_{\{qq\}, \rho\nu}^{1^+}(l_{qq}) \} \\
M_{\mu\nu}^{83} &= t^{qT} t^{\{qq_1\}_{1^+}} t^{\{qq_1\}_{1^-} T} t^q \times \{ \Gamma_{\{qq_1\}, \rho}^{1^+}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq_1\}, \mu}^{1^-}(-k_{qq_1}) S_q(l_q) \Delta_{\{qq_1\}, \rho\nu}^{1^+}(l_{qq_1}) \} \\
M_{\mu}^{86} &= t^{qT} t^{[qq_1]_{0^-}} t^{\{qq_1\}_{1^-} T} t^q \times \{ \Gamma_{[qq_1]}^{0^-}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq_1\}, \mu}^{1^-}(-k_{qq_1}) S_{q_1}(l_{q_1}) \Delta_{[qq_1]}^{0^-}(l_{qq_1}) \} \\
M_{\mu\nu}^{87} &= t^{qT} t^{\{qq\}_{1^-}} t^{\{qq_1\}_{1^-} T} t^{q_1} \times \{ \Gamma_{\{qq\}, \rho}^{1^-}(l_{qq}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq_1\}, \mu}^{1^-}(-k_{qq_1}) S_{q_1}(l_{q_1}) \Delta_{\{qq\}, \rho\nu}^{1^-}(l_{qq}) \} \\
M_{\mu\nu}^{88} &= t^{qT} t^{\{qq_1\}_{1^-}} t^{\{qq_1\}_{1^-} T} t^q \times \{ \Gamma_{\{qq_1\}, \rho}^{1^-}(l_{qq_1}) S_q^T \bar{\Gamma}_{\{qq_1\}, \mu}^{1^-}(-k_{qq_1}) S_q(l_q) \Delta_{\{qq_1\}, \rho\nu}^{1^-}(l_{qq_1}) \}
\end{aligned}$$

Note que:

$$\begin{aligned}
 M_{\nu}^{14} &= M_{\nu}^{12} & M_{\nu}^{15} &= M_{\nu}^{13} & M_{\nu}^{19} &= M_{\nu}^{17} & M_{\nu}^{110} &= M_{\nu}^{18} \\
 M_{\mu\nu}^{24} &= M_{\mu\nu}^{22} & M_{\mu\nu}^{25} &= M_{\mu\nu}^{23} & M_{\mu\nu}^{29} &= M_{\mu\nu}^{27} & M_{\mu\nu}^{210} &= M_{\mu\nu}^{28} \\
 M_{\mu\nu}^{34} &= M_{\mu\nu}^{32} & M_{\mu\nu}^{35} &= M_{\mu\nu}^{33} & M_{\mu\nu}^{39} &= M_{\mu\nu}^{37} & M_{\mu\nu}^{310} &= M_{\mu\nu}^{38}
 \end{aligned}$$

donde t^f es el sabor de las matrices y se describe mejor en el apendice . Se observa que las siguientes matrices son iguales: fila 4 = fila 2, fila 5 = fila 3, fila 9 = fila 7 y fila 10 = fila 8.

Apéndice C

Estructura de sabor de los Diquarks

Se definen las columnas de sabor:

$$\begin{aligned}
 t^{\textcolor{red}{u}} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, & t^{\textcolor{red}{d}} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, & t^{\textcolor{green}{s}} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \\
 t^{\textcolor{red}{c}} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, & t^{\textcolor{blue}{b}} &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},
 \end{aligned} \tag{C.1}$$

y

$$t^f = \begin{bmatrix} t^{\textcolor{red}{q}T} t^{\{\textcolor{blue}{q}_1 \textcolor{red}{q}\}} t^{\{\textcolor{blue}{q}_1 \textcolor{red}{q}\}T} t^{\textcolor{red}{q}} & t^{\textcolor{red}{q}T} t^{\{\textcolor{red}{q} \textcolor{red}{q}\}} t^{\{\textcolor{blue}{q}_1 \textcolor{red}{q}\}T} t^{\textcolor{blue}{q}_1}, \\ t^{\textcolor{blue}{q}_1T} t^{\{\textcolor{blue}{q}_1 \textcolor{red}{q}\}} t^{\{\textcolor{red}{q} \textcolor{red}{q}\}T} t^{\textcolor{red}{q}} & t^{\textcolor{blue}{q}_1T} t^{\{\textcolor{red}{q} \textcolor{red}{q}\}} t^{\{\textcolor{red}{q} \textcolor{red}{q}\}T} t^{\textcolor{blue}{q}_1} \end{bmatrix}.$$

Las matrices de sabor para los diquarks son:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{t}^{[\textcolor{blue}{u} \textcolor{red}{d}]} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \mathbf{t}^{[\textcolor{blue}{u} \textcolor{green}{s}]} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\
 \mathbf{t}^{[\textcolor{blue}{d} \textcolor{green}{s}]} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \mathbf{t}^{[\textcolor{blue}{u} \textcolor{red}{c}]} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{t}^{\{\mathbf{bb}\}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \mathbf{t}^{\{\mathbf{bu}\}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{t}^{\{\mathbf{bd}\}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{t}^{\{\mathbf{bc}\}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{t}^{\{\mathbf{bs}\}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bibliografía

- [1] Murray Gell-Mann. Symmetries of baryons and mesons. *Phys. Rev.*, 125:1067–1084, 1962.
- [2] M.Y. Han and Yoichiro Nambu. Three Triplet Model with Double SU(3) Symmetry. *Phys. Rev.*, 139:B1006–B1010, 1965.
- [3] H. Fritzsch, Murray Gell-Mann, and H. Leutwyler. Advantages of the Color Octet Gluon Picture. *Phys. Lett. B*, 47:365–368, 1973.
- [4] David J. Gross and Frank Wilczek. Asymptotically Free Gauge Theories. 1. *Phys. Rev. D*, 8:3633–3652, 1973.
- [5] David J. Gross and Frank Wilczek. Ultraviolet Behavior of Nonabelian Gauge Theories. *Phys. Rev. Lett.*, 30:1343–1346, 1973.
- [6] H. David Politzer. Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? *Phys. Rev. Lett.*, 30:1346–1349, 1973.
- [7] Ryosuke Itoh. Status of Belle II and Physics Prospects. *Nucl. Part. Phys. Proc.*, 285-286:155–159, 2017.
- [8] Freeman J. Dyson. The S matrix in quantum electrodynamics. *Phys. Rev.*, 75:1736–1755, 1949.
- [9] Khepani Raya. *Estructura Partónica de los Mesones Pseudoescalares Neutros*. PhD thesis, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH), 11 2017. Ph.D. Tesis, 98 páginas.
- [10] Khepani Raya, Minghui Ding, Adnan Bashir, Lei Chang, and Craig D. Roberts. Partonic structure of neutral pseudoscalars via two photon transition form factors. *Phys. Rev. D*, 95(7):074014, 2017.
- [11] E. E. Salpeter and H. A. Bethe. A Relativistic equation for bound state problems. *Phys. Rev.*, 84:1232–1242, 1951.
- [12] L. X. Gutierrez-Guerrero, A. Bashir, I. C. Cloet, and C. D. Roberts. Pion form factor from a contact interaction. *Phys. Rev. C*, 81:065202, 2010.
- [13] Marco Bedolla Hernández. *Quarkonia en una Interacción de Contacto*. PhD thesis, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH), 2 2017. Ph.D. Tesis.
- [14] L. X. Gutierrez-Guerrero, A. Bashir, I. C. Cloet, and C. D. Roberts. Pion form factor from a contact interaction. *Phys. Rev.*, C81:065202, 2010.
- [15] H. L. L. Roberts, C. D. Roberts, A. Bashir, L. X. Gutierrez-Guerrero, and P. C. Tandy. Abelian anomaly and neutral pion production. *Phys. Rev.*, C82:065202, 2010.

- [16] H. L. L. Roberts, A. Bashir, L. X. Gutierrez-Guerrero, C. D. Roberts, and D. J. Wilson. π - and ρ -mesons, and their diquark partners, from a contact interaction. *Phys. Rev.*, C83:065206, 2011.
- [17] Hannes L. L. Roberts, Lei Chang, Ian C. Cloet, and Craig D. Roberts. Masses of ground and excited-state hadrons. *Few Body Syst.*, 51:1–25, 2011.
- [18] Murray Gell-Mann. Symmetries of baryons and mesons. *Phys. Rev.*, 125:1067–1084, 1962.
- [19] Susumu Okubo. Note on unitary symmetry in strong interactions. *Prog. Theor. Phys.*, 27:949–966, 1962.
- [20] Khepani Raya, Marco A. Bedolla, J. J. Cobos-Martínez, and Adnan Bashir. Heavy quarkonia in a contact interaction and an algebraic model: mass spectrum, decay constants, charge radii and elastic and transition form factors. *Few Body Syst.*, 59(6):133, 2018.
- [21] L. X. Gutiérrez-Guerrero, G. Paredes-Torres, and A. Bashir. Mesons and baryons: Parity partners. *Phys. Rev. D*, 104(9):094013, 2021.
- [22] G. Paredes-Torres, L. X. Gutiérrez-Guerrero, A. Bashir, and Ángel S. Miramontes. First radial excitations of mesons and diquarks in a contact interaction. *Phys. Rev. D*, 109(11):114006, 2024.
- [23] A. J. Schwartz. Recent results on charmed baryons at Belle. *PoS*, CHARM2016:042, 2017.
- [24] I. G. Aznauryan, V. D. Burkert, et al. Electroexcitation of nucleon resonances from CLAS data. *Int. J. Mod. Phys. E*, 22:1330015, 2013.
- [25] Q.-Y. Lin, X. Liu, and H.-S. Xu. Charged charmoniumlike states and the structure of the $Y(4260)$. *Phys. Rev. D*, 90:014014, 2014.
- [26] R. Aaij and others [LHCb Collaboration]. Observation of a new Ξ_b^0 resonance. *Phys. Rev. Lett.*, 122, 2019.
- [27] R. Aaij and others [LHCb Collaboration]. Precision measurement of the Λ_b^0 lifetime. *Phys. Rev. Lett.*, 122, 2018.
- [28] Z. S. Brown, W. Detmold, S. Meinel, and K. Orginos. Charmed bottom baryon spectroscopy from lattice QCD. *Phys. Rev. D*, 90:094507, 2014.
- [29] B. Silvestre-Brac. Spectrum and static properties of heavy baryons. *Few-Body Syst.*, 20:1, 1996.
- [30] P. Hasenfratz, R. R. Horgan, J. Kuti, and J. M. Richard. The Effects of Colored Glue in the Bag Model. *Phys. Lett. B*, 94:401, 1980.
- [31] J. D. Bjorken. Hadron spectroscopy from quark models. In *AIP Conf. Proc.*, volume 132, page 390, 1985.
- [32] J. Vijande, H. Garcilazo, A. Valcarce, and F. Fernandez. Constituent quark model study of the meson spectra. *Phys. Rev. D*, 70:054022, 2004.
- [33] A. P. Martynenko. Ground-state triply and doubly heavy baryons in a relativistic three-quark model. *Phys. Lett. B*, 663:317, 2008.

- [34] S. Migura, D. Merten, B. Metsch, and H.-R. Petry. Charmed baryons in a relativistic quark model. *Eur. Phys. J. A*, 28:41, 2006.
- [35] B. Patel, A. Majethiya, and P. C. Vinodkumar. Mass spectra of heavy flavour baryons in the hypercentral model. *Pramana*, 72:679, 2009.
- [36] J.-R. Zhang and M.-Q. Huang. Masses of heavy tetraquarks in QCD sum rule. *Phys. Lett. B*, 674:28, 2009.
- [37] F. J. Llanes-Estrada, O. I. Pavlova, and R. Williams. Heavy hadrons in non-relativistic QCD. *Eur. Phys. J. C*, 72:2019, 2012.
- [38] Si-xue Qin, Craig D Roberts, and Sebastian M Schmidt. Spectrum of light- and heavy-baryons. *Few Body Syst.*, 60(2):26, 2019.
- [39] P.A. Zyla et al. Review of Particle Physics. *PTEP*, 2020(8):083C01, 2020.
- [40] Roel Aaij et al. First Observation of the Doubly Charmed Baryon Decay $\Xi_{cc}^{++} \rightarrow \Xi_c^+ \pi^+$. *Phys. Rev. Lett.*, 121(16):162002, 2018.
- [41] M. Mattson et al. First Observation of the Doubly Charmed Baryon Ξ_{cc}^+ . *Phys. Rev. Lett.*, 89:112001, 2002.
- [42] S.P. Ratti. New results on c-baryons and a search for cc-baryons in FOCUS. *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.*, 115:33–36, 2003.
- [43] Bernard Aubert et al. Search for doubly charmed baryons $\Xi(cc)^+$ and $\Xi(cc)^{++}$ in BABAR. *Phys. Rev. D*, 74:011103, 2006.
- [44] R. Chistov et al. Observation of new states decaying into $\Lambda(c)^+ K^- \pi^+$ and $\Lambda(c)^+ K^0(S) \pi^-$. *Phys. Rev. Lett.*, 97:162001, 2006.
- [45] Serguei Chatrchyan et al. Studies of Jet Mass in Dijet and W/Z + Jet Events. *JHEP*, 05:090, 2013.
- [46] L. X. Gutiérrez-Guerrero, Adnan Bashir, Marco A. Bedolla, and E. Santopinto. Masses of Light and Heavy Mesons and Baryons: A Unified Picture. *Phys. Rev.*, D100(11):114032, 2019.
- [47] Adnan Bashir, Lei Chang, Ian C. Cloet, Bruno El-Bennich, Yu-Xin Liu, Craig D. Roberts, and Peter C. Tandy. Collective perspective on advances in Dyson-Schwinger Equation QCD. *Commun. Theor. Phys.*, 58:79–134, 2012.
- [48] M. Yu. Barabanov et al. Diquark correlations in hadron physics: Origin, impact and evidence. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 116:103835, 2021.
- [49] Yong-Liang Ma and Masayasu Harada. Degeneracy of doubly heavy baryons from heavy quark symmetry. *Phys. Lett. B*, 754:125–128, 2016.
- [50] G. Eichmann, R. Alkofer, A. Krassnigg, and D. Nicmorus. Nucleon mass from a covariant three-quark Faddeev equation. *Phys. Rev. Lett.*, 104:201601, 2010.

- [51] Gustavo Paredes Torres. Masa de mesones y bariones: un tratamiento unificado. Tesis de Maestría, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia Michoacán, México, 2021. Disponible en: http://bibliotecavirtual.dgb.umich.mx:8083/xmlui/handle/DGB_UMICH/39917
- [52] Ph. Boucaud, J. P. Leroy, A. Le Yaouanc, J. Micheli, O. Pene, and J. Rodriguez-Quintero. The Infrared Behaviour of the Pure Yang-Mills Green Functions. *Few Body Syst.*, 53:387–436, 2012.
- [53] A. C. Aguilar, D. Binosi, C. T. Figueiredo, and J. Papavassiliou. Evidence of ghost suppression in gluon mass scale dynamics. *Eur. Phys. J.*, C78(3):181, 2018.
- [54] Daniele Binosi and Joannis Papavassiliou. Coupled dynamics in gluon mass generation and the impact of the three-gluon vertex. *Phys. Rev.*, D97(5):054029, 2018.
- [55] Fei Gao, Si-Xue Qin, Craig D. Roberts, and Jose Rodriguez-Quintero. Locating the Gribov horizon. *Phys. Rev.*, D97(3):034010, 2018.
- [56] Daniele Binosi, Cedric Mezrag, Joannis Papavassiliou, Craig D. Roberts, and Jose Rodriguez-Quintero. Process-independent strong running coupling. *Phys. Rev.*, D96(5):054026, 2017.
- [57] Alexandre Deur, Stanley J. Brodsky, and Guy F. de Teramond. The QCD Running Coupling. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 90:1–74, 2016.
- [58] Jose Rodríguez-Quintero, Daniele Binosi, Cédric Mezrag, Joannis Papavassiliou, and Craig D. Roberts. Process-independent effective coupling. From QCD Green’s functions to phenomenology. *Few Body Syst.*, 59(6):121, 2018.
- [59] C. D. Roberts. Hadron Properties and Dyson-Schwinger Equations. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 61:50–65, 2008.
- [60] Marco A. Bedolla, J. J. Cobos-Martínez, and Adnan Bashir. Charmonia in a contact interaction. *Phys. Rev. D*, 92(5):054031, 2015.
- [61] Marco A. Bedolla, Khépani Raya, J. J. Cobos-Martínez, and Adnan Bashir. η_c elastic and transition form factors: Contact interaction and algebraic model. *Phys. Rev. D*, 93(9):094025, 2016.
- [62] Pei-Lin Yin, Chen Chen, Gastão Krein, Craig D. Roberts, Jorge Segovia, and Shu-Sheng Xu. Masses of ground-state mesons and baryons, including those with heavy quarks. *Phys. Rev. D*, 100(3):034008, 2019.
- [63] Pei-Lin Yin, Zhu-Fang Cui, Craig D Roberts, and Jorge Segovia. Masses of positive- and negative-parity hadron ground-states, including those with heavy quarks. *Eur. Phys. J. C*, 81(4):327, 2021.
- [64] R. L. S. Farias, G. Dallabona, G. Krein, and O. A. Battistel. Cutoff-independent regularization of four-fermion interactions for color superconductivity. *Phys. Rev.*, C73:018201, 2006.
- [65] R. L. S. Farias, G. Dallabona, G. Krein, and O. A. Battistel. Extension of the Nambu-Jona-Lasinio model at high densities and temperatures using an implicit regularization scheme. *Phys. Rev.*, C77:065201, 2008.
- [66] E. E. Salpeter and H. A. Bethe. A Relativistic equation for bound state problems. *Phys. Rev.*, 84:1232–1242, 1951.

- [67] Chen Chen, Lei Chang, Craig D. Roberts, Shaolong Wan, and David J. Wilson. Spectrum of hadrons with strangeness. *Few Body Syst.*, 53:293–326, 2012.
- [68] Si-xue Qin, Lei Chang, Yu-xin Liu, Craig D. Roberts, and David J. Wilson. Investigation of rainbow-ladder truncation for excited and exotic mesons. *Phys. Rev. C*, 85:035202, 2012.
- [69] Si-xue Qin, Lei Chang, Yu-xin Liu, Craig D. Roberts, and David J. Wilson. Interaction model for the gap equation. *Phys. Rev. C*, 84:042202, 2011.
- [70] Pieter Maris. Hadron Physics and the Dyson-Schwinger Equations of QCD. *AIP Conf. Proc.*, 892(1):65–71, 2007.
- [71] I.C. Cloet, A. Krassnigg, and C.D. Roberts. Dynamics, symmetries and hadron properties. *eConf*, C070910:125, 2007.
- [72] R. Bermudez, L. Albino, L. X. Gutiérrez-Guerrero, M. E. Tejeda-Yeomans, and A. Bashir. Quark-gluon Vertex: A Perturbation Theory Primer and Beyond. *Phys. Rev. D*, 95(3):034041, 2017.
- [73] A. Bashir, R. Bermudez, L. Chang, and C. D. Roberts. Dynamical chiral symmetry breaking and the fermion–gauge-boson vertex. *Phys. Rev. C*, 85:045205, 2012.
- [74] Lei Chang, Yu-Xin Liu, and Craig D. Roberts. Dressed-quark anomalous magnetic moments. *Phys. Rev. Lett.*, 106:072001, 2011.
- [75] Lei Chang and Craig D. Roberts. Tracing masses of ground-state light-quark mesons. *Phys. Rev. C*, 85:052201, 2012.
- [76] Lei Chang and Craig D. Roberts. Hadron Physics: The Essence of Matter. *AIP Conf. Proc.*, 1361(1):91–114, 2011.
- [77] Ya Lu, Chen Chen, Craig D. Roberts, Jorge Segovia, Shu-Sheng Xu, and Hong-Shi Zong. Parity partners in the baryon resonance spectrum. *Phys. Rev. C*, 96(1):015208, 2017.
- [78] M. Oettel, G. Hellstern, Reinhard Alkofer, and H. Reinhardt. Octet and decuplet baryons in a covariant and confining diquark - quark model. *Phys. Rev. C*, 58:2459–2477, 1998.
- [79] A. Buck, Reinhard Alkofer, and H. Reinhardt. Baryons as bound states of diquarks and quarks in the Nambu-Jona-Lasinio model. *Phys. Lett. B*, 286:29–35, 1992.
- [80] Shu-Sheng Xu, Chen Chen, Ian C. Cloet, Craig D. Roberts, Jorge Segovia, and Hong-Shi Zong. Contact-interaction Faddeev equation and, inter alia , proton tensor charges. *Phys. Rev. D*, 92(11):114034, 2015.
- [81] Craig D. Roberts, R. T. Cahill, and J. Praschifka. QCD and a Calculation of the $\omega - \rho$ Mass Splitting. *Int. J. Mod. Phys. A*, 4:719, 1989.
- [82] Murray Gell-Mann. Symmetries of baryons and mesons. *Phys. Rev.*, 125:1067–1084, 1962.
- [83] D. Ebert, R. N. Faustov, and V. O. Galkin. Masses of heavy baryons in the relativistic quark model. *Phys. Rev.*, D72:034026, 2005.
- [84] G. Bellini et al. EVIDENCE FOR NEW 0- S RESONANCES IN THE π^+ π^- π^- SYSTEMS. *Phys. Rev. Lett.*, 48:1697–1700, 1982.

- [85] A. Holl, A. Krassnigg, and C. D. Roberts. Pseudoscalar meson radial excitations. *Phys. Rev. C*, 70:042203, 2004.
- [86] Lei Chang, Muyang Chen, and Yu-xin Liu. Excited B_c states via the Dyson-Schwinger equation approach of QCD. *Phys. Rev. D*, 102(7):074010, 2020.
- [87] Fredy F. Mojica, Carlos E. Vera, Eduardo Rojas, and Bruno El-Bennich. Mass spectrum and decay constants of radially excited vector mesons. *Phys. Rev. D*, 96(1):014012, 2017.
- [88] B. L. Li, L. Chang, F. Gao, C. D. Roberts, S. M. Schmidt, and H. S. Zong. Distribution amplitudes of radially-excited π and K mesons. *Phys. Rev. D*, 93(11):114033, 2016.
- [89] E. Rojas, B. El-Bennich, and J. P. B. C. de Melo. Exciting flavored bound states. *Phys. Rev. D*, 90:074025, 2014.
- [90] Zhen-Ni Xu, Zhao-Qian Yao, Si-Xue Qin, Zhu-Fang Cui, and Craig D. Roberts. Bethe–Salpeter kernel and properties of strange-quark mesons. *Eur. Phys. J. A*, 59(3):39, 2023.
- [91] Xiang Gao, Nikhil Karthik, Swagato Mukherjee, Peter Petreczky, Sergey Syritsyn, and Yong Zhao. Towards studying the structural differences between the pion and its radial excitation. *Phys. Rev. D*, 103(9):094510, 2021.
- [92] Ekaterina V. Mastropas and David G. Richards. Decay constants of the pion and its excitations on the lattice. *Phys. Rev. D*, 90(1):014511, 2014.
- [93] Jozef J. Dudek, Robert G. Edwards, Michael J. Peardon, David G. Richards, and Christopher E. Thomas. Toward the excited meson spectrum of dynamical QCD. *Phys. Rev. D*, 82:034508, 2010.
- [94] C. McNeile and Christopher Michael. The Decay constant of the first excited pion from lattice QCD. *Phys. Lett. B*, 642:244–247, 2006.
- [95] P. Gelhausen, A. Khodjamirian, A. A. Pivovarov, and D. Rosenthal. Radial excitations of heavy-light mesons from QCD sum rules. *Eur. Phys. J. C*, 74(8):2979, 2014.
- [96] Jin-Feng Jiang and Shi-Lin Zhu. Radial excitations of mesons and nucleons from QCD sum rules. *Phys. Rev. D*, 92(7):074002, 2015.
- [97] A. L. Kataev. QCD sum rules and radial excitations of light pseudoscalar and scalar mesons. *Phys. Atom. Nucl.*, 68:567–572, 2005.
- [98] Denis Parganlija and Francesco Giacosa. Excited Scalar and Pseudoscalar Mesons in the Extended Linear Sigma Model. *Eur. Phys. J. C*, 77(7):450, 2017.
- [99] Alfonso Ballon-Bayona, Gastão Krein, and Carlissson Miller. Decay constants of the pion and its excitations in holographic QCD. *Phys. Rev. D*, 91:065024, 2015.
- [100] Gastao Krein. Leptonic decay constants of the pion and its excitations in holographic QCD. *J. Phys. Conf. Ser.*, 706(4):042004, 2016.
- [101] S. S. Afonin. Towards reconciling the holographic and lattice descriptions of radially excited hadrons. *Eur. Phys. J. C*, 80(8):723, 2020.

- [102] Mohammad Ahmady, Satvir Kaur, Chandan Mondal, and Ruben Sandapen. Pion spectroscopy and dynamics using the holographic light-front Schrödinger equation and the 't Hooft equation. *Phys. Lett. B*, 836:137628, 2023.
- [103] Mohammad H. Alhakami. Spectroscopy of excited charmed mesons. *Phys. Rev. D*, 101(1):016001, 2020.
- [104] Ishrat Asghar, Faisal Akram, Bilal Masud, and M. Atif Sultan. Properties of excited charmed-bottom mesons. *Phys. Rev. D*, 100(9):096002, 2019.
- [105] L. X. Gutierrez-Guerrero, Jesus Alfaro, and A. Raya. Mass Spectra of One or Two Heavy Quark Mesons and Diquarks within a Nonrelativistic Potential Model. 8 2021.
- [106] Bernd Diekmann. Spectroscopy of Mesons Containing Light Quarks (u, d, s) or Gluons. *Phys. Rept.*, 159:99–199, 1988.
- [107] Roel Aaij et al. Studies of the resonance structure in $D^0 \rightarrow K^\mp \pi^\pm \pi^\pm \pi^\mp$ decays. *Eur. Phys. J. C*, 78(6):443, 2018.
- [108] C. Daum et al. Diffractive Production of Strange Mesons at 63-GeV. *Nucl. Phys. B*, 187:1–41, 1981.
- [109] G. W. Brandenburg, R. K. Carnegie, R. J. Cashmore, M. Davier, W. M. Dunwoodie, T. A. Lasinski, David W. G. S. Leith, J. A. J. Matthews, P. Walden, and S. H. Williams. Evidence for a New Strangeness 1 Pseudoscalar Meson. *Phys. Rev. Lett.*, 36:1239, 1976.
- [110] P. del Amo Sanchez et al. Observation of new resonances decaying to $D\pi$ and $D^*\pi$ in inclusive e^+e^- collisions near $\sqrt{s}=10.58$ GeV. *Phys. Rev. D*, 82:111101, 2010.
- [111] Bernard Aubert et al. Study of $D(sJ)$ decays to D^*K in inclusive e^+e^- interactions. *Phys. Rev. D*, 80:092003, 2009.
- [112] M. Ablikim et al. Evidence for $\eta_c(2S)$ in $\psi(3686) \rightarrow \gamma K S^0 K^\pm \pi^\mp \pi^+ \pi^-$. *Phys. Rev. D*, 87(5):052005, 2013.
- [113] Roel Aaij et al. Precise measurements of the properties of the $B_1(5721)^{0,+}$ and $B_2^*(5747)^{0,+}$ states and observation of $B^{+,0} \pi^{-,+}$ mass structures. *JHEP*, 04:024, 2015.
- [114] Albert M Sirunyan et al. Observation of Two Excited B_c^+ States and Measurement of the $B_c^+(2S)$ Mass in pp Collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV. *Phys. Rev. Lett.*, 122(13):132001, 2019.
- [115] S. Dobbs, Z. Metreveli, Kamal K. Seth, A. Tomaradze, and T. Xiao. Observation of $\eta_b(2S)$ in $\Upsilon(2S) \rightarrow \gamma \eta_b(2S)$, $\eta_b(2S) \rightarrow$ hadrons, and Confirmation of $\eta_b(1S)$. *Phys. Rev. Lett.*, 109:082001, 2012.
- [116] A. S. Artamonov et al. A High Precision Measurement of the Υ , Υ' and Υ' -prime Meson Masses. *Phys. Lett. B*, 137:272, 1984.
- [117] A. S. Artamonov et al. High precision mass measurements in psi and upsilon families revisited. *Phys. Lett. B*, 474:427–429, 2000.

- [118] J. P. Lees et al. Bottomonium spectroscopy and radiative transitions involving the $\chi_b J(1P, 2P)$ states at BABAR. *Phys. Rev. D*, 90(11):112010, 2014.
- [119] P. Abreu et al. A Study of the hadronic resonance structure in the decay $\tau \rightarrow 3 \pi \nu(\tau)$. *Phys. Lett. B*, 426:411–427, 1998.
- [120] R. Morrison et al. Inclusive $\chi(2 p)$ production in $\Upsilon(3s)$ decay. *Phys. Rev. Lett.*, 67:1696–1700, 1991.
- [121] J. Arrington et al. Physics with CEBAF at 12 GeV and Future Opportunities. 11 2021.
- [122] Pieter Maris. Electromagnetic properties of diquarks. *Few Body Syst.*, 35:117–127, 2004.
- [123] Qi-Fang Lü, Ting-Ting Pan, Yan-Yan Wang, En Wang, and De-Min Li. Excited bottom and bottom-strange mesons in the quark model. *Phys. Rev. D*, 94(7):074012, 2016.
- [124] K. Raya, L. X. Gutiérrez-Guerrero, A. Bashir, L. Chang, Z. F. Cui, Y. Lu, C. D. Roberts, and J. Segovia. Dynamical diquarks in the $\gamma^{(*)} p \rightarrow N(\mathbf{1535})\frac{1}{2}^-$ transition. *Eur. Phys. J. A*, 57(9):266, 2021.
- [125] D. J. Wilson, I. C. Cloet, L. Chang, and C. D. Roberts. Nucleon and Roper electromagnetic elastic and transition form factors. *Phys. Rev. C*, 85:025205, 2012.
- [126] Zhu-Fang Cui, Chen Chen, Daniele Binosi, Feliciano de Soto, Craig D Roberts, Jose Rodríguez-Quintero, Sebastian M Schmidt, and Jorge Segovia. Nucleon elastic form factors at accessible large spacelike momenta. *Phys. Rev. D*, 102(1):014043, 2020.
- [127] Jorge Segovia and Craig D. Roberts. Dissecting nucleon transition electromagnetic form factors. *Phys. Rev. C*, 94(4):042201, 2016.
- [128] Robert L. Jaffe and Frank Wilczek. Diquarks and exotic spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 91:232003, 2003.
- [129] R. N. Faustov, V. O. Galkin, and E. M. Savchenko. Masses of the $QQ\bar{Q}\bar{Q}$ tetraquarks in the relativistic diquark–antidiquark picture. *Phys. Rev. D*, 102(11):114030, 2020.
- [130] Xin Jin, Yaoyao Xue, Hongxia Huang, and Jialun Ping. Full-heavy tetraquarks in constituent quark models. *Eur. Phys. J. C*, 80(11):1083, 2020.
- [131] Ming-Sheng Liu, Qi-Fang Lü, Xian-Hui Zhong, and Qiang Zhao. All-heavy tetraquarks. *Phys. Rev. D*, 100(1):016006, 2019.
- [132] Hua-Xing Chen, Wei Chen, Xiang Liu, Yan-Rui Liu, and Shi-Lin Zhu. A review of the open charm and open bottom systems. *Rept. Prog. Phys.*, 80(7):076201, 2017.
- [133] Stephen Godfrey and Kenneth Moats. Properties of Excited Charm and Charm-Strange Mesons. *Phys. Rev. D*, 93(3):034035, 2016.
- [134] Christian S. Fischer, Stanislav Kubrak, and Richard Williams. Spectra of heavy mesons in the Bethe-Salpeter approach. *Eur. Phys. J. A*, 51:10, 2015.

- [135] Qi Li, Ming-Sheng Liu, Long-Sheng Lu, Qi-Fang Lü, Long-Cheng Gui, and Xian-Hui Zhong. Excited bottom-charmed mesons in a nonrelativistic quark model. *Phys. Rev. D*, 99(9):096020, 2019.
- [136] Roel Aaij et al. Observation of an excited B_c^+ state. *Phys. Rev. Lett.*, 122(23):232001, 2019.
- [137] Masakuni Ida and Reido Kobayashi. Baryon resonances in a quark model. *Prog. Theor. Phys.*, 36:846, 1966.
- [138] R. T. Cahill, Craig D. Roberts, and J. Praschifka. Calculation of Diquark Masses in QCD. *Phys. Rev. D*, 36:2804, 1987.
- [139] L. X. Gutiérrez-Guerrero, Alfredo Raya, L. Albino, and R. J. Hernández-Pinto. First radial excitations of baryons in a contact interaction: Mass spectrum. *Phys. Rev. D*, 110(7):074015, 2024.

Gustavo Paredes Torres

Propiedades de los hadrones.pdf

 Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::3117:460574946

Fecha de entrega

19 may 2025, 8:18 a.m. GMT-6

Fecha de descarga

19 may 2025, 8:22 a.m. GMT-6

Nombre de archivo

Propiedades de los hadrones.pdf

Tamaño de archivo

2.5 MB

65 Páginas

21.263 Palabras

96.468 Caracteres

21% Overall Similarity

The combined total of all matches, including overlapping sources, for each database.

Top Sources

- 17%  Internet sources
- 18%  Publications
- 0%  Submitted works (Student Papers)

Integrity Flags

1 Integrity Flag for Review



Replaced Characters

94 suspect characters on 12 pages

Letters are swapped with similar characters from another alphabet.

Our system's algorithms look deeply at a document for any inconsistencies that would set it apart from a normal submission. If we notice something strange, we flag it for you to review.

A Flag is not necessarily an indicator of a problem. However, we'd recommend you focus your attention there for further review.

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



A quien corresponda,

Por este medio, quien abajo firma, bajo protesta de decir verdad, declara lo siguiente:

- Que presenta para revisión de originalidad el manuscrito cuyos detalles se especifican abajo.
- Que todas las fuentes consultadas para la elaboración del manuscrito están debidamente identificadas dentro del cuerpo del texto, e incluidas en la lista de referencias.
- Que, en caso de haber usado un sistema de inteligencia artificial, en cualquier etapa del desarrollo de su trabajo, lo ha especificado en la tabla que se encuentra en este documento.
- Que conoce la normativa de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en particular los Incisos IX y XII del artículo 85, y los artículos 88 y 101 del Estatuto Universitario de la UMSNH, además del transitorio tercero del Reglamento General para los Estudios de Posgrado de la UMSNH.

Datos del manuscrito que se presenta a revisión		
Programa educativo	Doctorado en Ciencias en el Área de Física	
Título del trabajo	Propiedades de los hadrones	
	Nombre	Correo electrónico
Autor/es	Gustavo Paredes Torres	gustavo.paredes@umich.mx
Director	Adnan Bashir	adnan.bashir@umich.mx
Codirector		
Coordinador del programa	Umberto Cotti Gollini	doc.ciencias.fisica@umich.mx

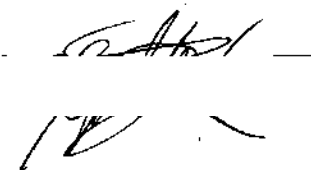
Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Asistencia en la redacción	No	

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Traducción al español	No	
Traducción a otra lengua	No	
Revisión y corrección de estilo	No	
Análisis de datos	No	
Búsqueda y organización de información	No	
Formateo de las referencias bibliográficas	No	
Generación de contenido multimedia	No	
Otro	No	

Datos del solicitante	
Nombre y firma	Gustavo Paredes Torres 
Lugar y fecha	Morelia Michoacán México a 27 de febrero de 2025