



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE
HIDALGO

INSTITUTO DE FÍSICA Y MATEMÁTICAS

**Evolución de materia oscura difusa en
presencia de un hoyo negro**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Maestro en ciencias en el área de física

PRESENTA:

Curicaveri Palomares Chávez

TUTOR:

Dr. Francisco Shidarth Guzmán Murillo



Morelia, Michoacán, México.
Febrero 2025

*El verdadero descubrimiento no consiste en
encontrar nuevas tierras, sino en ver con nuevos ojos.*
- Marcel Proust.

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi familia por ser una inspiración. A mi asesor Francisco Shidarth por su guía. A mis compañeros del grupo, Iván, Flavio y Carlos por su apoyo en la realización de este trabajo. A mis amigos de la maestría, Alejandro, Alfonso, Axel, Urso y Jesús por todos los buenos momentos. Y a mi novia Dania por ayudarme a no rendirme.

Resumen.

En esta tesis se hacen simulaciones numéricas de la formación de núcleos de materia oscura difusa (FDM) en la presencia de agujeros negros (BH) para explorar si los BH pueden actuar como semillas para la condensación de núcleos de FDM. Nuestro análisis se basa en la condensación de núcleos en el régimen cinético para condiciones iniciales isotrópicas para la densidad de FDM. Mostramos que los BH se fusionan con los núcleos de FDM colapsados; cuando estos están fusionados el BH empieza a oscilar dentro del núcleo. La densidad central del núcleo depende de la masa del BH, para un agujero masivo en un núcleo estandar, las oscilaciones del BH revuelven la FDM del núcleo haciendo que la densidad central sea menor que para BH menos masivos. También se estudiaron las soluciones estacionarias del sistema Schrödinger-Poisson + BH y se encontró una fórmula fenomenológica que ajusta la solución estacionaria, la cuál puede ser usada para ajustar los perfiles de densidad de FDM alrededor de agujeros negros.

Abstract.

In this thesis, the formation of Fuzzy Dark Matter (FDM) cores in the presence of Black Holes (BH) is studied to explore whether the BH can act as condensation points of FDM cores. Our analysis is based on the core condensation in the kinetic regime for isotropic initial conditions for the FDM density. We show that the BH collapses with the condensed FDM cores; once this happens, the BH starts oscillating within the core. The core central density depends on the BH mass. For a massive black hole in a standard core, the BH oscillations revolve the core dark matter; this gives a lower density than for less massive cores. Also, the stationary solutions of the Schrödinger-Poisson + BH system are studied, and we found a phenomenological formula that fits the stationary solution, which can be used to fit the FDM density profiles around black holes.

Palabras clave: Agujeros negros, condensación, materia oscura difusa, núcleo de materia oscura.

CONTENIDO

1. Introducción	1
2. Materia oscura difusa (FDM)	7
2.1. Descripción mediante teoría de campos	8
2.2. Descripción mediante condensados de Bose-Einstein	9
2.3. Evolución en un espacio tiempo en expansión	12
2.4. Estructuras en escalas pequeñas	13
3. Métodos numéricos	17
3.1. Transformada discreta de Fourier	18
3.2. Transformada Rápida de Fourier	19
3.3. Ecuación de Schrödinger	20
3.4. Ecuación de Poisson	21
3.5. Acoplamiento con Agujeros Negros	22
4. Soluciones estacionarias del sistema Schrödinger-Poisson + Agujero Negro	25
4.1. Obtención de las soluciones estacionarias	26

4.2. Evolución de las soluciones estacionarias	30
5. Formación de núcleos en presencia de un agujero negro	33
5.1. Condensación sin agujero negro	34
5.2. Condensación con agujero negro fijo	36
5.3. Condensación en el sistema FDM+BH totalmente acoplado	40
5.3.1. Material suplementario	43
6. Conclusiones	45
REFERENCIAS	47

Capítulo 1

Introducción

La pregunta ¿Por qué los objetos caen?, estuvo en debate mucho tiempo antes de que Einstein presentara la teoría de la relatividad general en 1915, y por supuesto mucho tiempo antes de que Newton dijera que la fuerza entre dos cuerpos con masa fuera proporcional al inverso del cuadrado de la distancia que los une. Incluso antes de tratar de resolver esta pregunta, los antiguos filósofos como Heráclito, Anaxágoras, Empédocles, entre otros, ya eran concientes de la existencia de algo superior a nosotros que provocaba movimiento en las cosas como las estrellas y las mareas, llegando a usar el término de fuerza ordenadora.

Aristóteles, filósofo que sentó las bases de la causalidad, sostenía, en su obra "*Física*", que los objetos caen porque regresan a su lugar natural, una piedra cae porque la tierra es su lugar natural, también decía que los objetos pesados caen más rápido que los objetos ligeros. También apoyaba la idea del éter, elemento invisible que permeaba todo lo visible y se le atribuía el movimiento circular (creído en esas épocas) de los astros. Epicuro usaba el término de átomo y su peso intrínseco, hacía que éste siempre estuviera cayendo. Hiparco desarrolló una teoría del ímpetu, la cual decía que un objeto cae porque había una fuerza que lo había lanzado hacia arriba, este movimiento disminuye y sigue con su descenso.

Los filósofos indios e islámicos también trataban de responder esta pregunta, desarrollando conceptos como que la tierra tiene una fuerza atractora, que no solo la tierra tenía gravedad; sino que la también los astros, o que los astros se atraen hacia su centro de gravedad.

Galileo mediante la experimentación, observó que en ausencia de aire los objetos caen al mismo ritmo sin importar su masa, contradiciendo las ideas de Aristóteles. Contradecir ideas del pasado le trajo muchos problemas a Galileo (específicamente con la Iglesia), como el arresto domiciliario que se le impuso por el resto de su vida. El apoyaba la idea Copernicana de que los planetas orbitan alrededor del sol (precedida por ideas del filósofo Aristarco de Samos), donde sus trayectorias formaban círculos con el sol en el centro. Copérnico desarrolló sus ideas en el famoso *"Sobre las revoluciones de los cuerpos celestes"*, obra que el autor dudaba en publicar por los problemas que le conllevarían, ésta fue publicada en 1543 por gente cercana suya justo antes de su muerte [1,2].

Kepler basado en las ideas de sus predecesores impulsó el estudio de las órbitas de los cuerpos celestes, conjeturando las tres leyes de Kepler, una de ellas cambia la idea Copernicana de que las trayectorias forman un círculo alrededor del sol y observa que las órbitas más bien son elipses con el Sol en uno de los focos. Newton probó que los planetas se mueven bajo la influencia de una fuerza proporcional al inverso del cuadrado de su distancia al sol. Dada esta fuerza probó matemáticamente las leyes observacionales de Kepler. En 1687 publicó su más famosa obra *"Principios matemáticos de la filosofía natural"*, en donde, entre muchas otras cosas, plantea la ley de gravitación universal

$$\text{Fuerza gravitacional entre dos objetos} \propto \frac{\text{masa objeto 1} \times \text{masa objeto 2}}{\text{distancia}(m_1, m_2)^2}, \quad (1.1)$$

esta ley revolucionó la física y la astronomía, ya que con ella se podía predecir el movimiento de los astros, por ejemplo, debido a las anomalías en la órbita de Urano, los astrónomos fueron capaces de descubrir, basados en la teoría de Newton, la existencia de Neptuno, evento que confirmó por completo la mecánica newtoniana [3–5].

A pesar de su gran capacidad de predictibilidad, a finales del siglo XIX y con el nacimiento del electromagnetismo como lo conocemos, la comunidad científica empezaba a notar discrepancias entre la mecánica clásica y el electromagnetismo. Los inicios del siglo XX trajeron una nueva revolución científica, en específico la teoría de la relatividad general de Einstein nos dice que los objetos caen porque es el movimiento natural que siguen en el espacio-tiempo de cuatro dimensiones, una temporal y tres espaciales, la trayectoria que siguen estos objetos en ausencia de fuerzas se llama geodésica. Entonces se relegaron las leyes de Newton a escenarios con velocidad mucho más pequeña que la de la luz y para campos gravitacionales débiles.

El inicio del siglo XX no solo fue una época de revolución en la física teórica, sino que también lo fue en la astronomía, desde conjeturar que el universo está en constante expansión, hasta el poder medir la velocidad con la que orbita la materia alrededor de su núcleo galáctico. A el conjunto de velocidades orbitales como función del radio de la galaxia se conoce como curva de rotación galáctica.

En 1933 Fritz Zwicky [6] observó el cúmulo de galaxias de Coma, viendo que tenían una velocidad mayor a la velocidad de escape si se considera solamente la materia luminosa que se veía. Esto lo llevó a suponer que debía de haber un tipo de no luminosa que conformara la mayor parte de materia en las galaxias, a esto se le llamó materia oscura. En 1970 Vera Rubin [7] midió espectroscópicamente la curva de rotación de la galaxia M31, los resultados fueron muy diferentes a los resultados predecidos por la mecánica newtoniana, se concluyó que debía de haber mucha más materia de la que podemos observar en las galaxias, lo que le dio fuerza a la hipótesis de la materia oscura.

En la década de 1980 los cosmólogos empezaban a proponer modelos de materia oscura que fueran capaces de explicar las discrepancias observacionales con las que se habían enfrentado años atrás. Entre ellos surgió el modelo de materia oscura fría (CDM), este modelo tenía las características siguientes:

- Las partículas que lo componen debían ser frías, o sea que su velocidad debe de ser mucho menor a la de la luz, de lo contrario el exceso de energía cinética no permitiría la formación de estructuras.
- Deberían interactuar únicamente por medio de la gravedad, no puede absorber ni emitir luz, ya que su naturaleza es no observable.
- Sería la mayor parte de materia en el universo.

La descripción hidrodinámica de la CDM es que debe de ser un fluido perfecto sin presión. Este modelo da muy buenos resultados para escalas cosmológicas, como el fondo cósmico de microondas, la estructura del universo a gran escala, la expansión del universo (λ CDM) e incluso las propiedades generales de las galaxias. Sin embargo, en la década de 1990, cuando las simulaciones numéricas de N-cuerpos comenzaron a ser más robustas y la infraestructura computacional empezó a ser más rápida y menos costosa, empezaron a surgir los problemas para este modelo.

El model CDM, al ser representado por un fluido sin presión, no tiene fuerzas internas que impidan la acumulación de partículas en escalas muy pequeñas (escalas de núcleos galácticos), entonces el espectro de potencia de masas que predicen las simulaciones de CDM cuenta con estructura más pequeña que la observada. En [8] se deriva el perfil de densidad de materia oscura Navarro-Frenk-White, este ajusta las simulaciones de formación de estructura con simulación de N-cuerpos, este perfil tiene el problema de que diverge para $r = 0$, por lo cuál se limita su rango de validez desde un r_{corte} en adelante. Otro problema que se presenta en este tipo de simulaciones es el de las galaxias satélite, donde en un proceso de formación galáctico se predicen un número de galaxias satélite en galaxias parecidas a la vía lactea, predicción que sobrepasa por ordenes de magnitud al número de galaxias satélite observadas [9].

La materia oscura escalar surge como una alternativa al modelo estandar CDM, esta supone que la distribución de materia oscura viene dada por un campo escalar real. La materia oscura escalar cuenta con una intrínseca presión cuántica, la cual resuelve los problemas de CDM en escalas pequeñas. Los rangos de masa explorados que debería tener una partícula hipotética va desde las decenas de eV hasta $\sim 10^{23}eV$. En esta tesis nos centraremos en la materia oscura difusa (FDM), que supone una masa entre $10^{-23} - 10^{-21}eV$. Para partículas con esta masa, se presenta un número de ocupación grande y al suponer que debe de ser fría, las partículas deben de ser necesariamente bosónicas, de lo contrario no podríamos tener un ensamble en el estado más bajo de energía. Una característica de la materia oscura escalar es que presenta patrones de interferencia en escalas de la longitud de onda de deBroglie, entonces bajo ciertas condiciones se pueden formar estados coherentes los cuales representen, por ejemplo, núcleos solitónicos que son uno de los puntos más fuertes del modelo, ya que tienen las mismas características que los perfiles de CDM en la región del halo mientras que en regiones del núcleo galáctico suprime las divergencias [10–13].

La dinámica de la materia oscura difusa viene gobernada por la ecuación de Schrödinger con el potencial gravitacional generado por la misma materia oscura, dado el régimen newtoniano, este potencial es obtenido a partir de la ecuación de Poisson. Este es el sistema Schrödinger-Poisson (SP).

A partir del sistema SP la formación de núcleos ha sido estudiada en diferentes configuraciones numéricas, como la colisión de núcleos preexistentes [14–18] dando como resultado una estructura núcleo-halo, que en el centro el perfil corresponde al de una solución estacionaria al sistema SP, este perfil se encuentra envuelto en un halo extendido de materia oscura difusa. También se han hecho simulaciones a partir de condiciones iniciales isotrópicas que llevan a la condensación en el régimen cinético [19–24].

Otra componente galáctica importante es el agujero negro (BH) supermasivo que se encuentra en el centro de algunas galaxias grandes. Se supone que estos BH se han formado en etapas muy tempranas del universo sirviendo como semilla de la formación de estructura, estos son los agujeros negros primordiales (PBH). La relación de masa del núcleo respecto al radio en presencia de un agujero negro ha sido estudiado en [25, 26] donde también se incluyen diferentes aspectos como la autointeracción. Simulaciones de evolución que resuelven el sistema FDM + BH no han sido estudiadas en profundidad. En el régimen newtoniano hay precedentes en este campo, [27] estudia la fricción dinámica que ejerce la FDM a un agujero negro, [28–30], estas simulaciones tratan temas como la fricción dinámica puede resolver el problema del último parsec. En [31] se estudia la posible eyección de un agujero negro debido a los patrones de interferencia de la materia oscura escalar. En el régimen relativista también se cuenta con diversos estudios, en [32–36] tanto la fricción dinámica como el problema del último parsec en el régimen relativista, en [37–39] tratan la acreción de diferentes modos de frecuencia del campo escalar y en [40] estudian la perforación de un núcleo por un agujero negro.

En este caso estudiaremos la condensación de un núcleo sólitónico en la presencia de un agujero negro, esto en el régimen cinético [19, 20] a partir de condiciones iniciales isotrópicas. Debido que las escalas espaciales son de decenas de parsecs hasta kiloparsecs se hará uso de una descripción newtoniana del agujero negro.

El trabajo está organizado como sigue, en el segundo capítulo se revisan las diferentes características de la materia oscura difusa, en el tercer capítulo se revisan los métodos numéricos utilizados para la solución de las ecuaciones, así como las técnicas de implementación del potencial del agujero negro, en el cuarto capítulo se estudiarán las soluciones estacionarias del sistema FDM+BH, en el quinto capítulo se presentarán los resultados principales que son la formación de núcleos en la presencia de agujeros negros y en el sexto se darán las conclusiones y futuros proyectos.

Capítulo 2

Materia oscura difusa (FDM)

En el amplio rango de masas propuestas para la materia oscura bosónica, hay una de ellas destaca sobre las demás, los problemas que se presentan en el modelo CDM en escalas galácticas son resueltos de manera natural por la FDM. Si bien, el rango de masas que considera el modelo está entre $10^{-22} \text{ eV} \lesssim m \lesssim 10^{-21} \text{ eV}$ [41, 42], si queremos explorar rangos aún más bajos hay un costo que hay que pagar, y es que para $m \lesssim 10^{-23} \text{ eV}$ no podemos decir que la FDM es la principal y mayoritaria componente de materia oscura, esto derivado de considerar la densidad de materia oscura y el respectivo número de ocupación que debería tener la FDM [12], además, la longitud de onda de deBroglie en escalas más bajas no promovería la formación de estructuras en las escalas de kpc-pc que vemos en el cosmos [12]. Esta es una de las razones por las cuales el encontrar un rango para la masa es un campo muy activo en la comunidad astrofísica y cosmológica, ya sea en el ambito observacional o numérico.

Habiendo propuesto las características que debe de tener la partícula de la cual se compone la FDM, hay una variedad de caminos para obtener una descripción matemática completa del problema, he encontrado convergentes estos caminos, sin embargo se posan sobre diferentes argumentos, ya sean fenomenológicos por un lado, o mayoritariamente matemáticos por el otro. Y enseguida se dará una descripción de los más importantes de ellos.

En medidas dinámicas en el sistema solar se ha determinado que debe haber una densidad promedio de materia oscura de 0.4 GeV cm^{-3} [12], si decimos que la materia oscura es una partícula de masa $m \lesssim 30 \text{ eV}$ el número promedio de partículas en un

volumen de deBroglie es:

$$N_{dB} \sim \left(\frac{34 \text{ eV}}{m} \right)^4 \left(\frac{250 \text{ km s}^{-1}}{v} \right)^3, \quad (2.1)$$

para $m \ll 30 \text{ eV}$ el número N_{dB} es muy grande, tener una alta concentración de partículas en un volumen y exigir que deben de estar en un nivel bajo de energía nos lleva a suponer que la partícula debe ser necesariamente bosónica, y aquí se dividen los caminos para llegar a un modelo que cuente con la evolución del campo de bosones.

En este capítulo veremos cómo se llega a un conjunto de ecuaciones que describan el comportamiento de la materia oscura bosónica, en la primera subsección se hará desde la teoría de campos, en el segundo desde los condensados de Bose-Einstein, la tercera sección se dedicará a ver cómo se comporta la materia oscura a pequeñas escalas (cientos de parsecs) y se verá cómo resuelve los principales problemas de CDM en estas escalas.

SECCIÓN 2.1

Descripción mediante teoría de campos

Una partícula bósónica de espín cero puede ser representada por un campo escalar ϕ , con Lagrangiano

$$\mathcal{L}(\phi) = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi), \quad (2.2)$$

siendo $g^{\mu\nu}$ las componentes de la inversa de la métrica del espacio tiempo. El campo ϕ tiene dos principales modos de oscilación $\propto e^{\pm imt}$, esto nos permite descomponerlo en sus dos frecuencias principales agregando un campo escalar complejo Ψ ,

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2m}} (\Psi e^{-imt} + \Psi^* e^{imt}). \quad (2.3)$$

La interpretación de este campo complejo se visualiza a partir de la densidad de energía de ϕ :

$$\rho = \frac{1}{2} (\dot{\phi}^2 + (\nabla \phi)^2 + m^2 \phi^2), \quad (2.4)$$

tomando el promedio sobre un periodo temporal y sustituyendo (2.3) obtenemos que

$$\rho = m |\Psi|^2, \quad (2.5)$$

entonces la interpretación de Ψ es tal que $\rho = m |\Psi|^2$ es la densidad de materia oscura. No solo es una manera intuitiva de concebir el modelo, –dejando de lado la idea abstracta del campo ϕ – sino que aplicando el principio de mínima acción sobre la densidad

Lagrangiana (2.2), tomando el límite de campo débil y suponiendo que el campo varía lentamente con el tiempo ($\dot{\Psi} \ll m\Psi$), obtenemos una ecuación de evolución muy conocida y estudiada, la ecuación de Schrödinger:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + mV\Psi, \quad (2.6)$$

de aquí que podamos pensar en Ψ como una función de onda macroscópica.

Este es un breve acercamiento por el lado de la teoría de campos, ahora veremos como obtenemos resultados consistentes partiendo de la teoría de los condensados de Bose-Einstein.

SECCIÓN 2.2

Descripción mediante condensados de Bose-Einstein

Consideremos un gas de bosones de masa m , sea n_0 y n_T el número de bosones que se encuentran en el estado base de energía y en estados excitados respectivamente. Buscamos un estado en el que $n_0 \gg n_T$. Esto tiene un efecto particular en la descripción del gas, y es que en estas condiciones deberíamos encontrar que la separación media entre las partículas es mucho menor que la longitud de onda de deBroglie $d \ll \lambda_{dB}$, formando un estado coherente de ondas que vistas desde escalas macroscópicas pueden ser descritas por una función de onda Ψ . Obteniendo tal estado diremos que tenemos un condensado de Bose-Einstein.

En esta descripción utilizaremos el ensamble gran canónico, el cual resulta particularmente útil en este contexto porque este ensamble permite modelar el intercambio de partículas con una nube térmica o un reservorio. Esta propiedad es ideal, ya que nos posibilita distinguir entre las partículas de baja energía, que consideraremos parte del condensado, y aquellas que no pertenecen a éste. Esta capacidad de distinción es fundamental para una comprensión tanto física como matemática del problema. En la Figura 2.1 se muestra una representación gráfica del sistema físico, donde las partículas azules son aquellas en el estado base y las rojas son las que pertenecen a la nube térmica. Para alcanzar un condensado esperamos que el número de partículas azules sea mucho mayor al número de partículas rojas.

La probabilidad de encontrar al ensamble en un estado s , con energía ϵ_s y número de partículas n_s es:

$$P_s = \frac{e^{\beta(\mu n_s - \epsilon_s)}}{Z_s^{GC}} \quad \text{con} \quad Z_s^{GC} = \sum_s e^{\beta(\mu n_s - \epsilon_s)}, \quad (2.7)$$

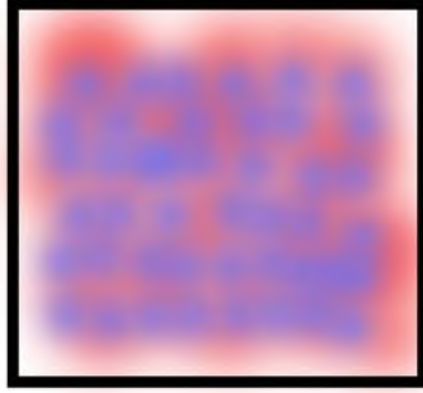


Figura 2.1: Representación gráfica del ensamble gran canónico, donde las partículas azules representan el ensamble original y las rojas el reservorio o nube térmica con el cual intercambia partículas y energía. Para tener un condensado esperamos que el número de partículas azules sea mucho más grande que el número de partículas rojas.

siendo μ el potencial químico, este es el nivel de energía base del condensado y $\beta = 1/k_B T$ con k_B la constante de Boltzmann y T la temperatura. En este ensamble el número de partículas promedio por estado es

$$\langle n_s \rangle = \sum_s n_s P_s = \frac{1}{e^{\beta(\mu - \epsilon_s)} - 1}, \quad (2.8)$$

y la suma converge para $\mu < \epsilon_s$, esto nos va dando una idea de que el condensado puede tener una energía mínima modulada por el potencial químico.

Todos los estados s tendrán un número finito de partículas dado por (2.8), sin embargo, para el estado base $s = 0$ en el límite $\epsilon_0 \rightarrow \mu$ el número de partículas diverge, significando que el condensado ha alcanzado un estado macroscópico. Entonces debe de haber una temperatura crítica T_c bajo la cual podemos decir que se ha creado el condensado, esta temperatura debe suceder justo en $\mu = \epsilon_0$.

En [13] se calcula esta temperatura poniendo la referencia de energía como $\mu = \epsilon_0 = 0$ obteniendo

$$T_c = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B} \right) \left(\frac{n}{\zeta(3/2)} \right)^{2/3}, \quad (2.9)$$

con n el número de partículas por unidad de volumen. Si la longitud de onda de de Broglie térmica es $\lambda_{dB} = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$ y si el condensado se forma para temperaturas

$T < T_c$, entonces esta condición también se puede escribir como $\lambda_{dB} \ll (1/n)^{1/3}$, o sea que la longitud de onda de deBroglie debe de ser mucho más chica que la distancia media entre partículas, retomando así la idea de ondas coherentes que pueden ser representadas por una función de onda macroscópica Ψ .

El Hamiltoniano que describe los estados de este gas viene dado por

$$\hat{H} = \int d^3r \hat{\Psi}^\dagger(r) \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{ext}(r) \right] \hat{\Psi}(r) \quad (2.10)$$

donde $\hat{\Psi}$ es el operador de campo bosónico y $\hat{\Psi}^\dagger$ su adjunto, $V_{ext}(r)$ es un potencial externo, en este caso será el potencial gravitacional generado por el gas. El primer término es la energía cinética y el segundo la energía potencial del condensado. Este Hamiltoniano normalmente también tiene términos que son de autointeracción, lo que es equivalente a hacer una expansión de segundo orden en ϕ sobre el potencial $V(\phi)$ en (2.2). Este trabajo se enfocará en materia oscura no auto-interactuante, en este límite, el sistema entra en el régimen FDM.

El operador $\hat{\Psi}$ toma en cuenta todos los estados, incluyendo aquellos que están fuera del condensado (los que pertenecen a la nube térmica), entonces para hacer una descripción de sólo aquellos estados de baja energía y tomando en cuenta que $n_o \gg n_T$ vamos a hacer una descomposición de este operador:

$$\hat{\Psi} = \Psi + \delta\hat{\Psi}, \quad (2.11)$$

donde $\Psi = \langle \hat{\Psi} \rangle$ ya es la función de onda macroscópica, estamos suponiendo que en nuestro gas de bosones el número de partículas en el estado base es mucho mayor que en los estados excitados y estos son los estados que lleva el promedio. Por otro lado $\delta\hat{\Psi}$ son aquellas partículas que fluctúan entre el condensado y la nube térmica, y en este modelo $\langle \delta\hat{\Psi} \rangle = 0$ y $\delta\hat{\Psi} \ll 1$. Esta es la aproximación de campo medio.

Utilizando la descripción de Heisenberg para la evolución del operador de campo y tomando solo los términos del promedio obtenemos –también con este acercamiento a partir de la teoría de los condensados de Bose-Einstein– la ecuación de Schrödinger:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + mV\Psi. \quad (2.12)$$

Originalmente cuando se contempla un sistema con autointeracción, esta ecuación corresponde a la ecuación de Gross-Pitaevskii (GP). Entonces, por medio de dos enfoques diferentes se han llegado a las mismas ecuaciones de evolución. Para mayor detalle se refiere al lector a los artículos de revisión [10–13]. Como todo modelo físico, este debe de explicar las observaciones y además tener capacidad predictiva, en una sección posterior se hará un resumen de como esto es conseguido y como resuelve los problemas que presenta CDM a escalas galácticas de manera natural.

Finalmente, como se consideran escalas macroscópicas y el colectivo de partículas tiene una masa significativa, no es despreciable el carácter gravitacional global que estas generan, por esto el potencial externo que se va a considerar es directamente el potencial gravitacional que tiene como fuente la densidad de partículas, entonces el sistema final a resolver es:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + mV\Psi, \quad (2.13)$$

$$\nabla^2 V = 4\pi G\rho \text{ con } \rho = m|\Psi|^2. \quad (2.14)$$

Este es el sistema de ecuaciones Schrödinger-Poisson (SP).

SECCIÓN 2.3

Evolución en un espacio tiempo en expansión

Si vamos a hablar de la formación de núcleos galácticos compuestos de materia oscura no podemos dejar de lado su evolución a través de la historia del universo. De pasar de un medio denso con una distribución casi uniforme con perturbaciones lineales $\phi \rightarrow \phi + \delta\phi$, al crecimiento de estructuras como estrellas de bosones, miniclusters y otras que ya no pueden ser descritas por una perturbación lineal del campo. En esta sección se darán los puntos importantes y necesarios para el desarrollo y justificación del presente trabajo y se referirá a textos que ahondan más en el tema.

La ecuación que describe la evolución del campo real ϕ sobre un universo que se expande es [11]:

$$\langle \ddot{\phi} \rangle + 3H\langle \dot{\phi} \rangle + m\langle \phi \rangle = 0, \quad (2.15)$$

donde $H = \dot{a}/a$ es el ritmo de expansión y $a(t)$ es un factor de escala que ayuda a diferenciar el tamaño relativo del universo a diferentes épocas. Esta ecuación es la de un oscilador armónico amortiguado y tiene diferente comportamiento dependiendo de la etapa del universo que se analice.

Para las primeras etapas del universo, cuando $a \rightarrow 0$ implicando $H \gg m$ el sistema está sobre amortiguado, significando que no hay separación relevante respecto a un campo casi uniforme. En épocas posteriores cuando $H \approx m$ el campo empieza a oscilar, esto promueve la formación de estructuras no lineales en las sobredensidades de materia oscura. Esto sucede en la época de igualdad entre materia y radiación la cual se da aproximadamente a un redshift $z \approx 3400$ [11]. El crecimiento de estas sobredensidades lleva eventualmente a la formación de protogalaxias.

Se conjetura que en el centro de estas sobredensidades hay ya un agujero negro, aunque de pequeñas masas ($10^{-18} - 10^{-7} M_{\odot}$) [43], llamado agujero negro primordial (PBH), aunque en un contexto más general los rangos estimados para agujeros negros primordiales llega hasta $10^3 M_{\odot}$. Esta época también favoreció la acreción de materia por el PBH, lo cuál ahora vemos como los agujeros negros supermasivos en el centro de las galaxias. Aquí es donde se conecta la evolución del campo escalar ϕ y el principal objeto de estudio del trabajo, que es el crecimiento de estrellas de bosones en presencia de un agujero negro.

SECCIÓN 2.4

Estructuras en escalas pequeñas

La naturaleza cuántica del condensado nos lleva a muy importantes características, en específico, el principio de incertidumbre de Heisenberg impide observar densidades localizadas dado un intervalo en el espectro de momentos. Por lo tanto, FDM suprime las estructuras a pequeña escala.

Una forma de visualizar esto es aplicando la transformación de Madelung [44]:

$$\Psi(r, t) = \sqrt{\frac{\rho(r, t)}{m}} e^{iS(r, t)/\hbar}, \quad (2.16)$$

donde $\vec{v} = m \nabla S$, se interpreta como el campo de velocidad y es el gradiente de la fase que surge de considerar la corriente.

$$\vec{j} = \rho \vec{v} = \frac{i\hbar}{2} (\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi). \quad (2.17)$$

Introduciendo la transformación en la ecuación de Schrödinger y separando las partes real e imaginaria obtenemos:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} - \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla Q - \nabla V, \quad (2.19)$$

donde V es el potencial que es solución de la ecuación de Poisson y $Q = -\frac{\hbar}{2m^2} \frac{\nabla^2 \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}}$ es la presión cuántica. Entonces la transformación de Madelung nos lleva a las ecuaciones de la hidrodinámica newtoniana para un fluido perfecto, siendo (2.18) la ecuación para la conservación de la masa y (2.19) la ecuación de Euler. Comparando término a término

con la hidrodinámica newtoniana, el gradiente de la presión $\nabla P/\rho$ aquí se presenta como ∇Q , es por esto que se le conoce como presión cuántica, aunque varios autores comentan lo inadecuado de este término [11].

Esta presión cuántica es un análogo hidrodinámico del principio de incertidumbre de Heisenberg, con este formalismo es evidente la supresión de las estructuras a pequeña escala. Al contrario, el modelo estandar de la cosmología CDM, no cuenta con un término tipo presión en su representación hidrodinámica, esto lo lleva a tener estructuras en escala de longitud más pequeñas que las observadas, en este caso la potencia espectral de masas no tiene una frecuencia k_c (como si lo tiene FDM) tan definida que suprima las pequeñas estructuras, o incluso evitar perfiles de densidad que divergen en su centro.

Desde hace más de medio siglo las simulaciones numéricas para la evolución de N cuerpos que interactúan gravitacionalmente han dado de qué hablar. En el ámbito cosmológico se pretendía que a partir de una potencia espectral de masas correspondiente a la época del universo deseada, pesado con ruido gaussiano se podía obtener el crecimiento de sobredensidades hasta formar halos galácticos virializados [45–47]. El perfil de densidad de los halos formados en estas simulaciones, promediados esféricamente, resultaron ser bien representados por el perfil de Navarro-Frenk-White (NFW) [8]:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\frac{r}{r_s} \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^2}, \quad (2.20)$$

donde r_s es el radio que marca la transición en el comportamiento del perfil y ρ_0 es una densidad característica del perfil. Si bien el perfil NFW describe muy bien lo observado a radios mayores a un radio crítico (que corresponde a las faldas galácticas), diverge para $r \rightarrow 0$, lo cuál trae problemas, por ejemplo, que la integral para obtener la masa total del perfil galáctico.

En cambio FDM encuentra en las simulaciones de formación de estructura que en el centro de las galaxias hay un perfil de densidad que es solución al sistema SP estacionario. El resultado es que en vez de tener una distribución divergente en el centro, ésta tiene un núcleo de densidad finita. Una fórmula que ajusta estos perfiles es:

$$\rho(r) = \rho_0 \left(1 + 0.091 \left(\frac{r}{r_c}\right)^2\right)^{-8}, \quad (2.21)$$

donde $\rho_0 = \rho(0)$ y r_c en ocasiones se dice que es radio del core, este marca una escala en el núcleo, ya que para $r \ll r_c$ el core es casi constante y para $r \gg r_c$ el decaimiento del core es del orden $\propto r^{-16}$ [48]. Por otra parte, ρ_0 y r_c no son parámetros independientes, sino que pueden ser relacionados a través de $r_c \approx 1.306\rho_0^{-0.25}$. Entonces este perfil tiene solo un parámetro libre, dada una densidad central tendremos un solo núcleo. El parámetro ρ_0 es comunmente ajustado para obtener el perfil de densidad que describe

el núcleo de galaxias y con esto encontrar r_c , una manera de encontrar estos parámetros es midiendo curvas de rotación, obteniendo la velocidad del gas galáctico como función de la distancia al centro (comunmente medidas con técnicas espectroscópicas).

Otro problema igualmente relacionado con las estructuras en escalas pequeñas es el de las galaxias satélite. En la condensación de un núcleo se espera que haya estructura de menor escala orbitándola, las fuerzas internas de estas subestructuras debe de ser mayor que la fuerza de marea ocasionada por el núcleo principal manteniéndose así en órbita sin ser destruida, en el contexto galáctico se le llaman a estas galaxias satélite.

Simulaciones numéricas sobre la formación de estructura con el modelo CDM predice cientos de galaxias satélite más que las observadas en galaxias del mismo tamaño. Por ejemplo, en galaxias comparables a la Vía Láctea se ha encontrado observacionalmente del orden de 15 subestructuras orbitando su galaxia anfitriona [9]. Las estructuras de FDM no tienen este problema ya que, como se ha mencionado, la dinámica del sistema SP suprime la formación de estructura en estas escalas, y solo pocas de ellas logran formarse.

Entonces las pequeñas escalas son una pieza importante para poder entender la naturaleza de la materia oscura, con este modelo el ensamble de partículas forma un estado coherente con una escala espacial característica, la longitud de onda de deBroglie. Se piensa que los problemas del modelo CDM pueden ser resueltos por la materia bariónica, ya que este ingrediente no se ha tomado en cuenta, esto podría agregar los efectos disipativos requeridos para anular la formación en estas escalas [11–13]. Sin embargo, FDM surge como una buena posibilidad que cuenta nativamente con estas características.

Capítulo 3

Métodos numéricos

Al resolver una ecuación con métodos numéricos nos enfrentamos a describir sus variables en un dominio discreto en vez de continuo el cuál utilizamos al resolver el problema analíticamente, esta discretización del dominio conlleva errores intrínsecos a los métodos numéricos.

En una ecuación diferencial parcial más allá de discretizar el dominio también debemos encontrar una manera de hacer lo mismo con los operadores diferenciales. Diversas técnicas a lo largo de la historia se han desarrollado con este propósito. Para la ecuación de Schrödinger y la ecuación de Poisson, uno de los métodos más comunes es el de diferencias finitas, que se basa en tomar la diferencia de la función en puntos vecinos de la celda para así construir una forma aproximada a las derivadas. El error que se comete al calcular la derivada con este método $\mathcal{O}(\Delta x^p)$, siendo p el orden con el que hacemos la aproximación. El método que implementa el código usado en esta Tesis es un método pseudoespectral, que se basa en propiedades de la transformada de Fourier para escribir los operadores diferenciales.

En esta sección se expondrá el algoritmo para obtener la Transformada Discreta de Fourier (DFT) así como la Transformada Rápida de Fourier (FFT), también se aplicarán en la solución del sistema SP. Exploraremos las diferentes estrategias de regularización usadas en este trabajo así como su diferencia cuantitativa.

SECCIÓN 3.1

Transformada discreta de Fourier

Sea f una función definida en un dominio $x \in [x_{min}, x_{max}]$, definiremos un dominio discreto de N puntos como $D_d = \{x_i\}$ con $x_i = x_{min} + i\Delta x$, $i = 0, 1, \dots, N-1$, siendo $\Delta x = (x_{max} - x_{min})/N$ la distancia entre puntos del dominio, la resolución espacial. La función f tomará valores $f_i = f(x_i)$.

La Transformada de Fourier de la función $f(x)$ se define como

$$\mathcal{F}\{f(x)\} := \hat{f}(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{2\pi i(w x)} dx, \quad (3.1)$$

como la función $f(x)$ está muestreada en un dominio discreto se puede aproximar esta transformación por una suma de Riemann:

$$\hat{f}(w) = \sum_{j=0}^{N-1} f_j e^{2\pi i(w x_j)} \Delta x + \mathcal{O}(\Delta x^2). \quad (3.2)$$

Una función muestreada en un dominio discreto solo podrá capturar señales en un ancho de banda limitado por la frecuencia crítica de Nyquist $w_c = 1/(2\Delta x)$ [49], por esto definimos un dominio para el espacio de frecuencias

$$w_k = -\frac{L}{2} + \frac{k}{N\Delta x}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1, \quad \Delta w = \frac{1}{N\Delta x}, \quad (3.3)$$

dividiendo así todo el ancho de banda permitido en un dominio de N puntos equidistantes. Se ha excluido el punto $w_k = +w_c$ debido a la periodicidad de la transformada de Fourier. En este dominio, la función $\hat{f}(w)$ tomará los valores $\hat{f}_k = \hat{f}(w_k)$. Con esto, la Transformada de Fourier toma la forma

$$\hat{f}_k = \sum_{j=0}^{N-1} f_j e^{2\pi i(w_k x_j)} \Delta x + \mathcal{O}(\Delta x^2), \quad (3.4)$$

entonces la DFT es:

$$\hat{f}_k = \sum_{j=0}^{N-1} f_j e^{2\pi i(w_k x_j)}. \quad (3.5)$$

Desarrollando el término $(w_k x_j)$ tenemos $(-\frac{L}{2} + \frac{k}{N\Delta x})(x_{min} + j\Delta x)$. Una de las ideas intuitivas de la Transformada de Fourier es que suma las contribuciones de todos los modos de frecuencia de los que se compone una señal, sabiendo esto, no debe haber una

relación directa entre los valores f_j de la función y los valores x_j del dominio, lo único que tienen que mantener es el orden de los valores de la función y el dominio original. Dicho esto podemos hacer una transformación del dominio de $x_j = x_{min} + j\Delta x \rightarrow j\Delta x$. Entonces $(w_k x_j) = (-\frac{L}{2} + \frac{k}{N\Delta x})j\Delta x$, y como $L = 1/\Delta x$, la transformada DFT finalmente es:

$$\hat{f}_k = \sum_{j=0}^{N-1} f_j e^{2\pi i(-\frac{1}{2} + \frac{k}{N})j}. \quad (3.6)$$

Podemos escribir esta transformación en forma matricial como:

$$\vec{\hat{f}} = \mathbf{W}\vec{f}, \quad (3.7)$$

$$\{\mathbf{W}\}^{kj} = \exp\{2\pi i(-\frac{1}{2} + \frac{k}{N})j\}. \quad (3.8)$$

La matriz inversa de $\mathbf{W}$ es $\mathbf{W}^{-1} = \mathbf{W}^*$, donde $\mathbf{W}^*$ es la matriz transpuesta conjugada, entonces la Transformada Inversa discreta de Fourier es:

$$\vec{f} = \mathbf{W}^* \vec{\hat{f}}. \quad (3.9)$$

Otra convención para calcular la DFT es definir un dominio de frecuencias $w_k = k\Delta w$ como en [49], este dominio tiene la ventaja de que el factor $-1/2$ del argumento de la exponencial es cero haciendo más fácil la programación de este algoritmo, pagando el precio de que al visualizar una función en el dominio de frecuencias –que esté acorde con el dominio de Nyquist– se debe realizar una traslación de la función apelando a la periodicidad de la DFT.

SECCIÓN 3.2

Transformada Rápida de Fourier

El algoritmo para la DFT es de complejidad $\mathcal{O}(N^2)$, haciéndolo muy costoso computacionalmente. En 1965 Cooley y Tukey desarrollaron el algoritmo de la Transformada Rápida de Fourier (FFT) con complejidad $\mathcal{O}(N * \log N)$ haciendo el cálculo de la DFT de manera eficiente [50]. Este consiste en separar los términos con índice par e impar de (3.6):

$$\hat{f}_k = \sum_{j=0}^{N/2-1} f_{2j} e^{2\pi i(-\frac{1}{2} + \frac{k}{N})(2j)} + \sum_{j=0}^{N/2-1} f_{2j+1} e^{2\pi i(-\frac{1}{2} + \frac{k}{N})(2j+1)} \quad (3.10)$$

$$= \sum_{j=0}^{N/2-1} f_{2j} e^{2\pi i(-\frac{1*2}{2} + \frac{k*2}{N})j} + e^{2\pi i(-\frac{1}{2} + \frac{k}{N})} \sum_{j=0}^{N/2-1} f_{2j+1} e^{2\pi i(-\frac{1*2}{2} + \frac{k*2}{N})j}, \quad (3.11)$$

se puede reescribir como:

$$\hat{f}_k = \hat{f}_k^P + e^{2\pi i(-\frac{1}{2} + \frac{k}{N})} \hat{f}_k^I, \quad k = 0, 1, \dots, N/2 - 1, \quad (3.12)$$

donde $\hat{f}_k^P$ y $\hat{f}_k^I$ son las nuevas Transformadas de Fourier para los términos de índice par e impar respectivamente. Para calcular los $N/2$ términos restantes podemos usar las siguientes propiedades de periodicidad

$$\hat{f}_{k+N/2}^P = \hat{f}_k^P, \hat{f}_{k+N/2}^I = \hat{f}_k^I, \quad (3.13)$$

y el factor $\exp(2\pi i(-1/2 + k/N)) = -\exp(2\pi i(-1/2 + (k + N/2)/N))$, entonces los términos restantes son

$$\hat{f}_{k+N/2} = \hat{f}_k^P - e^{2\pi i(-\frac{1}{2} + \frac{k}{N})} \hat{f}_k^I, \quad k = 0, 1, \dots, N/2 - 1, \quad (3.14)$$

este proceso se repite recursivamente hasta encontrar que el número total de puntos es impar, y entonces se aplica la DFT. Este proceso reduce el costo computacional que implicaba la DFT.

SECCIÓN 3.3

Ecuación de Schrödinger

La forma discreta de la ecuación de Schrödinger en un dominio discreto de N puntos $D_d = \{x_i\}$ con $x_i = x_{min} + i\Delta x$, $i = 0, 1, \dots, N - 1$ y una discretización temporal $t_n = n\Delta t$ es:

$$i \frac{\partial \Psi_{i,j,k}^n}{\partial t} = -\frac{1}{2} \{\nabla^2 \Psi\}_{i,j,k}^n + V_{i,j,k}^n \Psi_{i,j,k}^n, \quad (3.15)$$

donde i, j, k son los índices que se han usado para construir el dominio discreto para las coordenadas cartesianas x, y, z respectivamente y n el n -ésimo paso temporal. En (3.16) se han usado unidades donde $m = 1, \hbar = 1$ y de aquí en adelante también se hará $G = 1/4\pi$. Usando propiedades de la Transformada de Fourier escribimos el Laplaciano de Ψ como $\nabla^2 \Psi = \mathcal{F}^{-1}\{-|\vec{p}|^2 \mathcal{F}\{\Psi\}\}$, siendo p la coordenada en el espacio de Fourier, e insertándola en la ecuación (3.16) tenemos

$$i \frac{\partial \Psi_{i,j,k}^n}{\partial t} = -\frac{1}{2} \mathcal{F}^{-1}\{-|\vec{p}|^2 \mathcal{F}\{\Psi\}\}_{i,j,k}^n + V_{i,j,k}^n \Psi_{i,j,k}^n. \quad (3.16)$$

Reemplazamos la FFT:

$$i \frac{\partial \Psi_{i,j,k}^n}{\partial t} = -\frac{1}{2} i f f t(-|\vec{p}|^2 f f t(\Psi))_{i,j,k}^n + V_{i,j,k}^n \Psi_{i,j,k}^n. \quad (3.17)$$

Tenemos así, una discretización espacial de la ecuación de Schrödinger. La ecuación está escrita como una ecuación de evolución para Ψ . Diversos esquemas son usados en la literatura, entre ellos se encuentran los split-step y los métodos implícitos como el Crank-Nicolson. En este trabajo se usó un evolucionador Runge-Kutta de cuarto orden.

La ecuación de Schrödinger es una ecuación diferencial parcial, al tratar su evolución numérica sobre una malla discreta tendrá naturalmente una restricción en el paso de tiempo sobre el cual se evolucionará, este paso de tiempo es del orden de $\Delta t \sim \mathcal{O}(\Delta x^2)$, la razón de esta restricción temporal es por la naturaleza difusiva de las ecuaciones parabólicas, que puede promover el rápido crecimiento de modos de manera no física. [51]. Esta restricción es diferente para las ecuaciones hiperbólicas, la cual va como $\Delta t \sim \mathcal{O}(\Delta x)$ debido a la propagación de señales a velocidad finita [52].

SECCIÓN 3.4

Ecuación de Poisson

Una distribución de partículas $\rho(\vec{x})$ que interactúan gravitacionalmente tendrán asociado un potencial dependiente del tiempo $V(\vec{x}, t)$, la dependencia de tiempo se omitirá para simplificar la notación. Este potencial se encuentra resolviendo la ecuación de Poisson:

$$\nabla^2 V = \rho. \quad (3.18)$$

Tomando la Transformada de Fourier de ambos lados obtenemos

$$-w^2 \mathcal{F}\{V\} = \mathcal{F}\{\rho\}. \quad (3.19)$$

Una propiedad importante que debe cumplir (3.19) para tener solución, es que sea regular para el modo $w = 0$, esto implica que el lado izquierdo debe ser cero y por lo tanto el derecho también, el modo $w = 0$ de una distribución de densidad $\rho(x)$ será la masa total de la distribución:

$$\hat{\rho}(w = 0) = \int_D \rho(\vec{x}) e^{2\pi i(0 \cdot \vec{x})} d^3x, \quad (3.20)$$

entonces redefinimos la densidad como

$$\rho_R = \rho + \frac{1}{V} \int_D \rho(\vec{x}) d^3x, \quad (3.21)$$

donde V es el volumen que encierra al dominio D , esto asegura que la igualdad (3.19) escrita como $-w^2 \mathcal{F}\{V\} = \mathcal{F}\{\rho_R\}$ es válida en todo el dominio de frecuencias. Entonces

obtenemos el potencial para cada instante del tiempo tomando la Transformada de Fourier inversa

$$\mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}\{V\}\} = V = \mathcal{F}^{-1}\left\{-\frac{\mathcal{F}\{\rho_R\}}{w^2}\right\}. \quad (3.22)$$

Dada la naturaleza periódica de la transformada de Fourier, todos los métodos donde se utilice la FFT para discretizar las derivadas discretas tendrán intrínsecamente condiciones de frontera periódicas.

SECCIÓN 3.5

Acoplamiento con Agujeros Negros

Como hemos visto en la sección 2 la materia oscura juega un papel importante en dos escalas específicas del universo, la escala cosmológica y la escala galáctica, en estas escalas la corrección postnewtoniana al potencial de un agujero negro súper masivo es menor al 1% [27]. En este trabajo supondremos que el potencial de un agujero negro corresponde al potencial de partícula puntual $V_{BH} = -M_{BH}/r$. Además en [37] encontraron que solo los modos de alta frecuencia son absorbidos por el agujero negro, estos son aquellos modos con longitud de onda de deBroglie comparable al radio de Schwarzschild del agujero negro, los cuales no serán explorados en este trabajo.

La ecuación de Schrödinger en presencia de N agujeros negros localizados en $\vec{x}_{BH,i}$ es:

$$i\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \left(-\frac{1}{2}\nabla^2 + V_{FDM} + V_{BH}\right)\Psi, \quad (3.23)$$

$$V_{BH}(\vec{x}) = -\sum_{i=1}^N \frac{M_{BH,i}}{\|\vec{x} - \vec{x}_{BH,i}\|}, \quad (3.24)$$

donde $\|\vec{a} - \vec{b}\|$ es la distancia entre los puntos $\vec{a}$ y $\vec{b}$.

Mientras que la ecuación de movimiento para los agujeros negros puntuales es

$$\ddot{\vec{x}}_{BH,i} = -\nabla V_{FDM} + \sum_{j \neq i}^N F_{ij}, \quad (3.25)$$

donde F_{ij} es la fuerza que ejerce el agujero negro j sobre el agujero negro i .

Hemos explorado dos técnicas para implementar el potencial con forma $1/r$ y evadir la divergencia cuando $r \rightarrow 0$, una de ellas es agregar un término adicional en el denominador, haciendo así un desplazamiento del potencial real y evitando la singularidad, el

potencial se escribe como:

$$V_{BH,i} = -\frac{M_{BH,i}}{\sqrt{r^2 + a^2}}, \quad (3.26)$$

con $a = \epsilon_1 \Delta x$, utilizamos un $\epsilon_1 = .3$ ya que en [27] estudian el efecto de este parámetro obteniendo resultados consistentes con $\epsilon_1 \in [.1, .7]$, estando de acuerdo con nuestro estudio. A esta técnica le llamaremos *regularización de desplazamiento*.

Otra manera para regularizar el potencial es obtenerlo de resolver la ecuación de Poisson para una partícula puntual, esto es

$$\nabla^2 V_{BH,i}(\vec{x}) = M_{BH,i} \delta(\vec{x} - \vec{x}_{BH,i}). \quad (3.27)$$

La distribución delta de Dirac puede ser aproximada de diversas maneras, hemos optado aproximarla con una gaussiana delgada de la siguiente manera:

$$\delta(\vec{x} - \vec{x}_{BH,i}) = C e^{-\frac{1}{2\sigma^2}((x-x_{BH,i})^2 + (y-y_{BH,i})^2 + (z-z_{BH,i})^2)}, \quad (3.28)$$

donde C es una constante de normalización para asegurar que $\int \delta d^3x = M_{BH,i}$ con dominio de integración alrededor de $\vec{x}_{BH,i}$, $\sigma = \epsilon_2 \Delta x$ y ϵ_2 es un parámetro que se estudiará más adelante. Este enfoque para representar el potencial tiene una ventaja particular, y es que al ser introducido en la ecuación de Poisson y ésta a su vez ser resuelta con propiedades de la Transformada de Fourier, obtenemos un potencial periódico, el cuál va a ser útil cuando el agujero negro esté cerca de una cara del dominio y más útil aún cuando salga del dominio por una cara y regrese por la cara opuesta. A esta técnica le llamaremos *regularización delta*.

Veamos las diferencias entre ambas estrategias de regularización para un agujero negro de masa $M_{BH} = 1$, $\epsilon_1 = .3$ y $\epsilon_2 = .1$. En la Figura 3.1 se muestran las gráficas del potencial y del gradiente para ambas estrategias. Las principales diferencias se localizan en puntos muy cercanos a la posición del agujero negro, donde hay una diferencia de aproximadamente 25 % de la regularización delta respecto la regularización de desplazamiento. A pesar de que no se puede contar con un potencial exacto, ambas muestran resultados consistentes que se detallarán en la sección 4, y se hará uso de cada una dependiendo del problema a tratar.

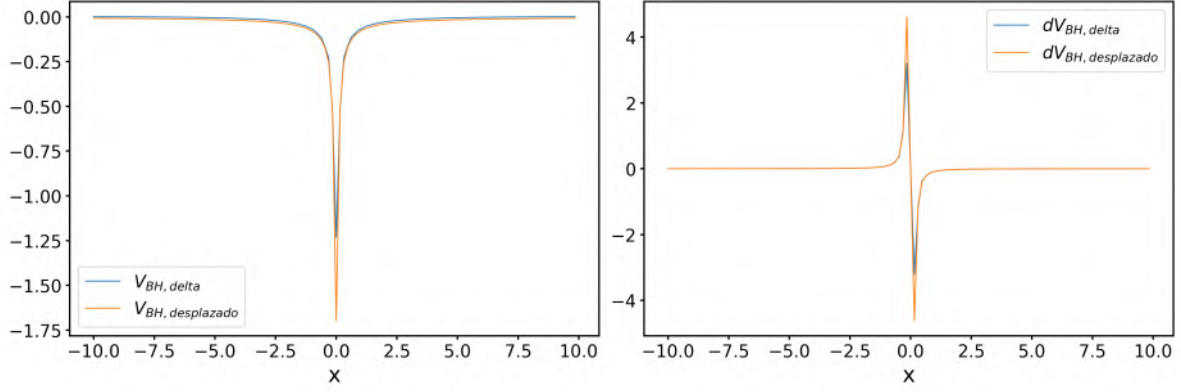


Figura 3.1: Comparación de las dos estrategias de regularización para el potencial del agujero negro con masa $M_{BH} = 1$. Se muestran las gráficas del potencial para ambos casos (izquierda) y el gradiente del potencial (derecha).

Capítulo 4

Soluciones estacionarias del sistema Schrödinger-Poisson + Agujero Negro

Es conocido que en una gran cantidad de galaxias hay un agujero negro supermasivo en su centro, con masas en el rango ($10^6 - 10^9 M_\odot$), el proceso con el cual los agujeros negros alcanzaron tales ordenes de masa es la acreción de materia bariónica, se piensa que esto sucedió en las mismas épocas que cuando las estructuras no lineales comenzaron a crecer, que es en la época de igualdad entre materia y radiación [11, 43].

Los agujeros negros primordiales (PBH) son agujeros negros de masas del orden de $10^{-12} - 1 M_\odot$ que fueron resultado del colapso gravitacional en etapas muy tempranas del universo, en épocas de radiación dominante. Dado que la materia oscura y materia bariónica eran cuasiuniformes ($\rho = \bar{\rho} + \delta\rho$) el colapso resulta difícil, ya que en estas épocas del universo la expansión inhibe el crecimiento de estas sobredensidades y su posterior colapso, es por esto que las masas que se esperan son ordenes de magnitud más pequeñas que los agujeros negros que vemos hoy en día. Aunque observaciones a altos corrimientos al rojo ($z \approx 6 - 7$) han encontrado agujeros negros de ordenes $10^7 - 10^9 M_\odot$ [53], lo cual resulta difícil de creer por los existentes modelos para la formación de los agujeros negros supermasivos [54]. En [55] se demuestra cómo un agujero negro puede aprovecharse del potencial gravitacional de un núcleo de materia oscura para acelerar el ritmo de acreción de masa y así posibilitar tales masivos agujeros negros en esos redshifts.

En la sección anterior vimos una fórmula que ajusta a las soluciones del problema SP estacionario, dependiente de una densidad central ρ_0 . Con esta fórmula se hacen ajustes

de datos observacionales, por ejemplo de curvas de rotación de galaxias. Sin embargo pensamos que el problema no es así de simple como parece, al menos en escalas de cientos de parsecs es sabido que el potencial del agujero negro tiene una influencia importante en la dinámica galáctica, y en casos extraños como en M87 estas escalas se extienden a pocos kiloparsecs [56], y como veremos adelante, no creemos conveniente considerar un sistema FDM + BH desacoplado.

En [57] se resuelve este problema, obteniendo una clara compactación del núcleo con respecto al caso en el que no hay BH, lo cuál dará una diferente relación masa-radio que la usada para el sistema sin BH. En [25] se revisa la relación masa-radio que existe en los núcleos, esto con diferentes ingredientes como agujeros negros y autointeracción.

En este capítulo se resolverá el sistema SP + BH con el metodo de shooting como se hizo en [57]. Como estas soluciones se planean introducir como condiciones iniciales para configuraciones de evolución se dará una fórmula fenomenológica la cuál ajuste los perfiles de densidad y así facilitar su extrapolación en el dominio numérico.

SECCIÓN 4.1

Obtención de las soluciones estacionarias

A partir de aquí se usarán unidades en las que $m = 1$, $\hbar = 1$ y $G = 1/4\pi$. El sistema SP+BH tiene invarianza ante la transformación:

$$\begin{aligned} t' &= \lambda^{-2}t, \\ \Psi' &= \lambda^2\Psi, \\ x' &= \lambda^{-1}x, \\ V' &= \lambda^2V, \\ \rho' &= \lambda^4\rho, \\ M'_{BH} &= \lambda M_{BH}, \end{aligned} \tag{4.1}$$

entonces al obtener una solución para el sistema, realmente estamos construyendo una familia de soluciones. Por lo tanto podemos definir un invariante del sistema $\alpha = M_{BH}^2/\sqrt{\rho}$ que nos ayuda a parametrizar las familias de soluciones. Recordemos que el sistema a resolver es:

$$i\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \left(-\frac{1}{2}\nabla^2 + V_{FDM} + V_{BH}\right)\Psi, \tag{4.2}$$

$$\nabla^2 V_{FDM} = \rho. \tag{4.3}$$

Para resolver el sistema supondremos una función esféricamente simétrica con frecuencia de oscilación w , entonces la función de onda se escribe como $\Psi = \psi(r)e^{-iwt/\hbar}$ con ψ una función real.

Se usaron cantidades adimensionales, en las cuales se realizaron las siguientes transformaciones: $t = t_0\tilde{t}$, $\vec{x} = x_0\tilde{\vec{x}}$, $V = V_0\tilde{V}$, $\Psi = \Psi_0\tilde{\Psi}$ and $\rho = \rho_0\tilde{\rho}$, con

$$\begin{aligned} t_0 &= \frac{x_0^2 m}{\hbar}, \\ V_0 &= \left(\frac{\hbar}{m x_0} \right), \\ \Psi_0 &= \frac{\hbar}{\sqrt{4\pi G m^3 x_0^2}}, \\ \rho_0 &= \frac{\hbar^2}{4\pi G m^2 x_0^4}, \end{aligned}$$

siendo ahora las variables con tilde adimensionales en unidades de código. Para reducir la notación, usaremos las variables sin tilde como adimensionales. Entonces el sistema esférico adimensional es:

$$w\psi = \left[-\frac{1}{2r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + (V + V_{BH}) \right] \psi, \quad (4.4)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) V = \rho. \quad (4.5)$$

Para reducir este sistema de dos ecuaciones de segundo orden a un sistema de cuatro ecuaciones de primer orden se definieron dos nuevas funciones auxiliares $\phi = r^2\psi'$ and $M = r^2V'$, donde $'$ denota derivada en la dirección radial. Entonces el sistema con ecuaciones de primer orden es:

$$\frac{\partial}{\partial r} \phi = 2r^2(-w + V + V\psi), \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} M = r^2(\rho - \bar{\rho}), \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \psi = \frac{\phi}{r^2}, \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} V = \frac{M}{r^2}. \quad (4.9)$$

M es la función de masa ya que de (4.5)

$$r^2 \frac{\partial V}{\partial r} = \int_0^r r^2 \rho dr = M(r). \quad (4.10)$$

Para el resolver el sistema se usó un método de shooting bajo las condiciones de frontera $\psi'(0) = 0$, $M(0) = 0$, $\psi(0) = \psi_0$, $V(0) = V_0$, $\psi(\infty) = 0$, $\phi(\infty) = 0$ y $V(\infty) = 0$, siendo $\psi_0 = 1$ un valor fijo. Para contar con la idea de que una distribución de masa vista desde distancias mucho más grandes que la longitud característica del sistema debe tener el potencial de una partícula puntual con masa M_{total} , hacemos un desplazamiento en el potencial para que el potencial en la frontera numérica sea $V(r_{max}) = -M(r_{max})/r_{max}$.

Resolvimos el sistema en un rango del invariante del sistema $\alpha \in [0, 500]$. En la Figura 4.1 se presenta la solución para el rango $\alpha \in [0, 100]$, donde $\alpha = 0$ es la solución para el sistema SP sin agujero negro. Notemos que en el limite $V_{BH} \gg V$ ($\alpha \gg 1$) el sistema

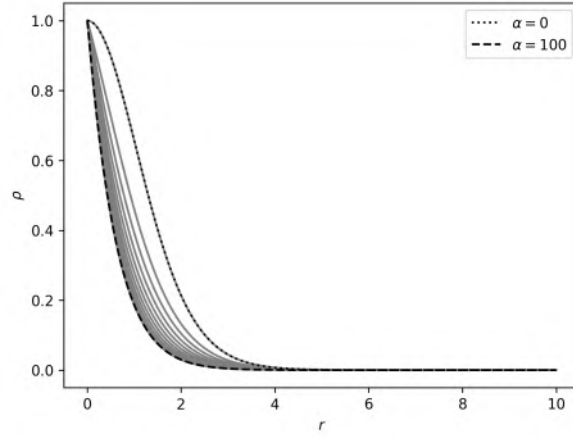


Figura 4.1: Gráfica de los perfiles de densidad resultantes para el problema estacionario SP + BH, estos han sido resueltos en un rango de $\alpha \in [0, 100]$. Observamos que para mayor masa del agujero negro, y para una densidad central fija, el radio del núcleo decrece, compactando así el perfil de densidad.

se reduce al átomo de hidrógeno con solución del estado base $\psi(r) = 2 \left(\frac{1}{a_0} \right)^{3/2} e^{-r/a_0}$, siendo a_0 el radio de Bhor. Este comportamiento exponencial se puede ver en la solución numérica para un α grande en la Figura 4.1. Por esta razón proponemos una fórmula tal que en límite $\alpha \gg 1$ se acerca a la solución exponencial, esta es:

$$\rho(r, \alpha) = \rho_c e^{-\ln 2 \left(\frac{r}{r_c} \right)^\beta}, \quad (4.11)$$

donde ρ_c es la densidad central y el radio del core r_c es definido como el radio en el cual la densidad es la mitad de su valor central y β es una función dependiente de α a ser encontrada.

Para encontrar β primero encontramos el radio del core para cada α y buscamos por una función $r_c(\alpha)$ que pueda ajustar los valores obtenidos de la solución numérica, un buen candidato es

$$r_c = 1.3 \rho_c^{-1/4} (1 + a_1 \ln(a_2 \alpha + 1) + a_3 \alpha^{a_4}), \quad (4.12)$$

con $a_1 = -0.25355872$, $a_2 = 0.46241994$, $a_3 = 0.0663722$ y $a_4 = 0.33407792$. Luego, para cada α hay una β que acorde con la fórmula propuesta ajusta mejor el perfil de densidad de la solución numérica, este comportamiento es descrito por

$$\beta = \frac{b_1 \alpha^{b_2}}{\alpha^{b_3} + b_4} + b_5, \quad (4.13)$$

con $b_1 = -1.08334305$, $b_2 = 0.77866182$, $b_3 = 0.81228993$, $b_4 = 6.72089826$ y $b_5 = 1.84588407$. En la Figura 4.2 se grafica el eigenvalor w resultante al resolver las soluciones estacionarias y también las funciones ajustadas contra su valor numérico, se puede notar que el valor asintótico corresponde al límite en el cual la solución es la misma que el átomo de hidrogeno, o sea $\beta \rightarrow 1$ cuando $\alpha \rightarrow \infty$. Juntando todas estas componentes

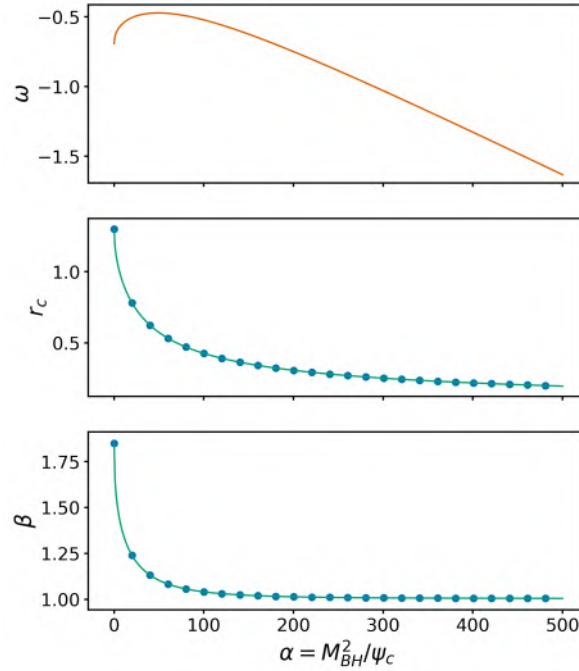


Figura 4.2: Se muestra el eigenvalor resultado de la solución numérica del sistema SP+BH (arriba), se compara la solución del radio del core r_c con la función que lo ajusta (medio) y se hace lo mismo con β (abajo), donde las líneas continuas representan las fórmulas propuestas y los puntos representan las soluciones numéricas.

en la fórmula (4.11), la solución numérica se ajusta como esperamos. Para ver esto, en la Figura 4.3 ponemos en contraste la solución numérica y la fórmula para valores $\alpha = [0, 10, 100]$.

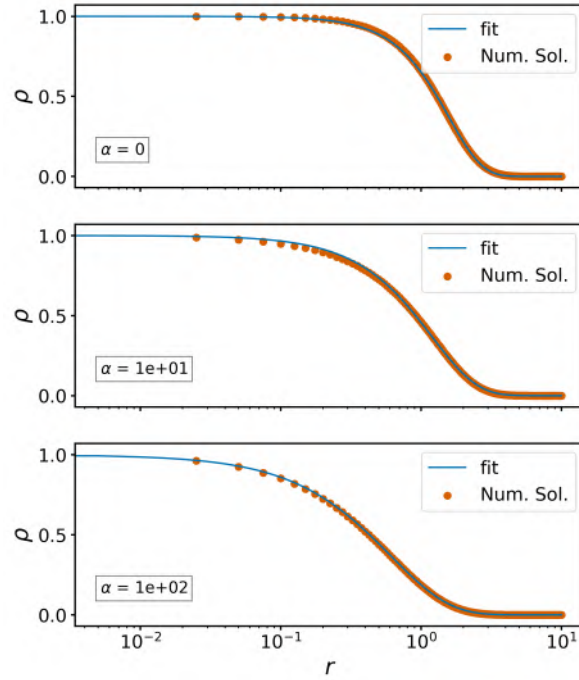


Figura 4.3: Solucion numérica de la densidad en escala logarítmica para el radio comparada con el ajuste fenomenológico para valores $\alpha = 0, 10, 100$.

SECCIÓN 4.2

Evolución de las soluciones estacionarias

Si bien la fórmula es una buena aproximación a la solución numérica, esta no está exenta de errores, por lo cual no esperamos que al evolucionar el sistema SP + BH los perfiles de densidad se mantengan durante la evolución, en cambio, esperamos que oscilen respecto a un perfil promedio con una frecuencia específica. Estos modos de oscilación fueron estudiados para el sistema SP en el caso sin BH en [58, 59].

Para ver el comportamiento de las soluciones estacionarias se evolucionaron para valores del invariante del sistema $\alpha = [1, 25, 100, 225]$. Estas simulaciones se hicieron con el código CAFE-FDM [60], el cual utiliza métodos espectrales discutidos en la sección anterior. En este trabajo se tuvo que extender el código para evolucionar el sistema SP + BH en conjunto. La configuración numérica utilizada para estas simulaciones fue un dominio discreto de tamaño $[x_{min}, x_{max}], [y_{min}, y_{max}], [z_{min}, z_{max}] = [-10, 10]$ en unidades de código con $N = 128$ celdas en las tres dimensiones. Además se utilizó la *regularización de desplazamiento*. En la Figura 4.4 se muestra la gráfica de la densidad

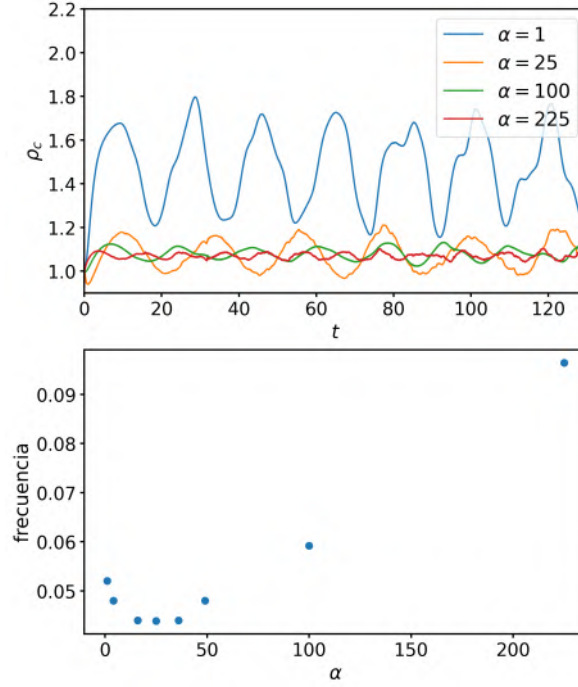


Figura 4.4: Evolución de las soluciones estacionarias del sistema SP + BH para diferentes α , se muestra la gráfica del valor de la densidad en el centro del núcleo ρ_c (arriba) y los valores de las frecuencias con las que esta densidad máxima oscila (abajo).

máxima de la configuración, la cual corresponde a la densidad central del núcleo. Como era de esperar, ésta oscila respecto a un valor medio, estas oscilaciones tienen un modo principal, como se observa en la misma figura. Esto demuestra dos cosas, la primera es que estas soluciones son estables al menos en la ventana de tiempo de su evolución, la otra es que la fórmula (4.11) es una buena aproximación a la solución numérica, teniendo un menor error para α grande como era de esperarse.

Ahora pondremos a prueba la *regularización delta* (3.27) usada para modelar el potencial del agujero negro en el origen ($r = 0$). Para esto se ha puesto a evolucionar la solución estacionaria para $\alpha = 1$ con $\epsilon = 0.05, 0.1, 0.4, 0.5, 0.6$. En la Figura 4.5 se gráficán el máximo de la densidad como función del tiempo, se observa que con todos los valores de ϵ elegidos tenemos el mismo modo dominante de oscilación que con la regularización de desplazamiento (Figura 4.4), sin embargo, para los valores de $\epsilon = 0.5, 0.6$ encontramos una mayor amplitud de oscilación respecto las simulaciones con $\epsilon = 0.05, 0.1, 0.4$, indicando una aproximación al potencial del agujero negro menos precisa. Esto puede ser corroborado en la gráfica para el error de la energía total del sistema 4.5, donde para estos altos valores de ϵ el valor del error porcentual se aleja más del cero que para las simulaciones con ϵ más bajo. Con este estudio observamos que el rango válido para tener una buena aproximación al potencial del agujero negro es $\epsilon \in [0.05, 0.4]$.

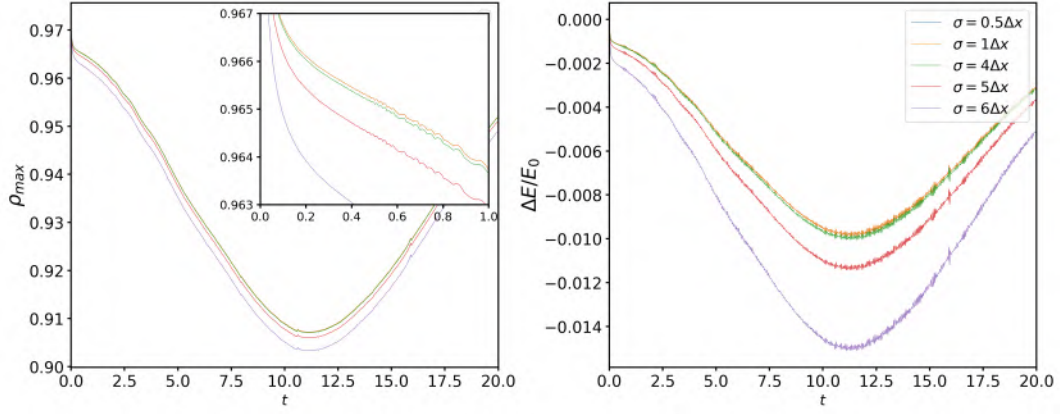


Figura 4.5: Se muestra la gráfica del valor máximo de la densidad (izquierda) y el error porcentual en la energía total (derecha) para $\epsilon = 0.05, 0.1, 0.4, 0.5, 0.6$, encontrando una mayor amplitud de oscilación para los valores $\epsilon = 0.5, 0.6$. También son estos valores los que tienen mayor error porcentual en la energía total.

Capítulo 5

Formación de núcleos en presencia de un agujero negro

La formación de núcleos de materia oscura ha sido estudiado mediante simulaciones numéricas en diferentes contextos, como simulaciones de N-cuerpos con CDM en un espacio en expansión, condensación gravitacional de FDM con y sin expansión, con autointeracción e incluso con un momento angular diferente de cero. [14–24]

En [43] se ha hecho un tratamiento analítico sobre la formación de estrellas de axiones alrededor de agujeros negros primordiales, dando una estimación al tiempo de condensación en términos del agujero negro central. No se ha estudiado numéricamente la condensación de núcleos de FDM en presencia de agujeros negros. En este capítulo trataremos este tema con la finalidad de analizar el crecimiento del núcleo, saber si su perfil se ajusta a las soluciones estacionarias obtenidas en la sección anterior y el análisis de la dinámica del sistema en conjunto.

Nuestras consideraciones físicas y numéricas se basarán principalmente en dos artículos [19, 20]. A partir de condiciones iniciales isotrópicas se estudia la condensación del núcleo mediante sólo interacciones gravitacionales. El resultado principal de [19] es una estimación del tiempo de condensación de un BEC en lo que se llama el régimen cinético, este tiempo de condensación es:

$$\tau_{gr} = \frac{b\sqrt{2}}{12\pi^3} \frac{mv^6}{G^2 \bar{\rho}^2 \log(mvL)}, \quad (5.1)$$

donde m es la masa del boson, v es la velocidad característica del condensado y L es el

tamaño característico del sistema. El régimen cinético se refiere a que la longitud inicial de coherencia (λ_{dB}) es mucho menor que el tamaño del núcleo $mvR \gg 1$ y que el tiempo de oscilación del condensado es mucho menor que el tiempo de condensación $mv^2\tau_{gr} \gg 1$. En el artículo mencionado se obtienen resultados a partir de consideraciones cinéticas, donde el proceso de condensación es representado con la ecuación de Landau.

En [20] se simula numéricamente la formación de núcleos y se observa su crecimiento en escalas de tiempo en el orden de $\approx \mathcal{O}(100\tau_{gr})$, obteniendo que la densidad central del núcleo pasa de crecer proporcionalmente a t^2 , para llegar a una etapa de saturación con crecimiento proporcional a $t^{1/2}$.

Para tener condiciones iniciales isotrópicas, es útil definir la función de onda inicial en el espacio de momentos. Nuestra configuración inicial será una distribución gaussiana centrada en el origen $\Psi(\vec{p}) = Ae^{-0.5p^2}e^{iS}$, siendo A una constante de normalización y S una fase aleatoria en el rango $[0, 2\pi]$. Se recupera la función de onda en el espacio de posiciones tomando la transformada de Fourier inversa de $\Psi(\vec{p})$. En [19] se han probado diferentes configuraciones iniciales en el espacio de momentos, incluyendo un cascaron esférico con forma de delta de dirac $\Psi(\vec{p}) = A\delta(|\vec{p}| - mv_0)$ y una función escalón, con resultados consistentes cualitativamente. Entonces los resultados cualitativos no dependen en la configuración específica, sino a la limitación de la función de onda en el espacio de momentos, resultando en una misma longitud característica en el espacio de posiciones.

SECCIÓN 5.1

Condensación sin agujero negro

Para la validación del código, primero reproducimos una de las simulaciones de [20] para la condensación del núcleo en escalas temporales de τ_{gr} . Si bien la dinámica específica del sistema depende de la semilla utilizada para generar los números aleatorios para la fase, esperamos tener resultados cualitativos consistentes. La configuración numérica consta de una caja de ancho $L = 18$, una masa total de materia oscura de $M = 1005.3$ con $N = 128$ celdas en cada dirección, con un paso de tiempo que cumple la condición $\Delta t < 0.05/\Delta x^2$, ya que en sistemas parabólicos, evolucionado con métodos explícitos, el paso temporal se restringe como $\Delta t < 0.05/\pi\Delta x^2$ [51]. Estas cantidades son en unidades de código, si se desea recuperar unidades físicas hay que multiplicar todas las cantidades por sus respectivos factores dimensionales (4.4).

En la Figura 5.1 se muestra el perfil de densidad inicial, se puede observar que hay

sobredensidades que destacan sobre la densidad promedio, estas eventualmente desarrollaran, mediante el colapso, un minicluster y posteriormente una estrella de bosones.

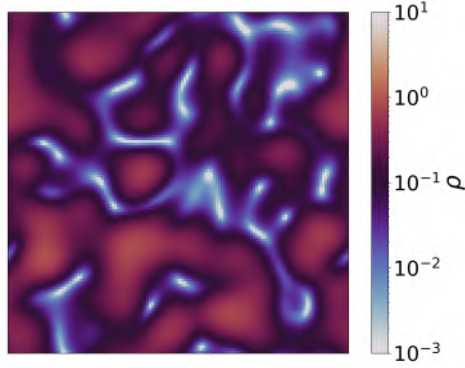


Figura 5.1: Distribución inicial de materia oscura. Se muestra la densidad en el plano $x - y$ con una masa total de $M = 1005.3$.

Para este caso, el tiempo de condensación calculado con la fórmula (5.1) es de $\tau_{gr} \approx 7$. En la Figura 5.2 se grafica la densidad máxima en el dominio como función del tiempo, aquí se observa cómo efectivamente para $t \approx \tau_{gr}$ la densidad máxima empieza a incrementar, indicando que se ha formado el minicluster. En tiempos $t \approx 30$ podemos observar que la materia oscura ya ha colapsado en una estrella de bosones. Este proceso no acaba aquí, sino que comienza la etapa de acreción, el potencial que genera la estrella de bosones atrapa a la materia oscura circundante. En la Figura 5.3 se muestran instantáneas de la densidad en diferentes etapas del proceso de condensación, y se pueden observar los comportamientos recién descritos.

Entonces, el código es capaz de reproducir resultados del estado del arte de la investigación de formación de estrellas de bosones en el régimen cinético. Esto abre las puertas para un estudio con más ingredientes que simplemente la FDM. Uno de los procesos más importantes para entender la formación y la dinámica galáctica es la relación que tiene el núcleo con el agujero negro que presentan en su centro. Para estudiar esto, en la siguiente sección veremos el proceso de condensación de la estrella de bosones en la presencia de un agujero negro.

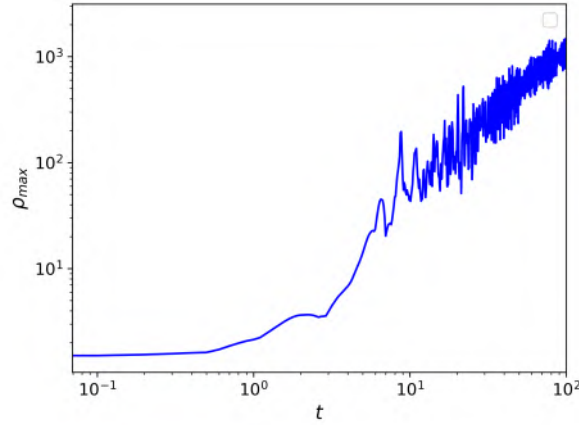


Figura 5.2: Gráfica del máximo de la densidad en el dominio. Se observa cómo en el tiempo τ_{gr} la densidad comienza a incrementar considerablemente, lo cual indica que se ha formado un minicluster.

SECCIÓN 5.2

Condensación con agujero negro fijo

Primero haremos el estudio de un caso de prueba, uno en el que el agujero negro está fijo en el centro del dominio. Si bien no se cumplen con los requerimientos necesarios para justificar físicamente esta configuración ($M_{BH} \gg M_{FDM}$) este ejercicio tiene dos principales motivos. El primero es verificar que la implementación del potencial funciona, por ejemplo que una estrella de bosones a distancia r del centro caiga hacia el agujero negro a diferente ritmo dependiendo de la masa del agujero negro. La otra razón es para ver si después de que la estrella de bosones se une con el agujero negro, el perfil de densidad promediado en el ángulo sólido nos lleva a la solución estacionaria derivada en el capítulo anterior.

Se usó la misma configuración numérica que en el caso sin agujero negro, mismo tamaño del dominio, misma resolución y misma masa total de la materia oscura. Se han hecho un total de 12 simulaciones, estas se han dividido en cuatro grupos de tres, cada grupo tiene una diferente semilla con la cuál se obtuvieron las fases aleatorias en el espacio de Fourier, y cada simulación dentro del grupo se usaron diferentes valores para la masa del agujero negro. Si la masa total del FDM es $M_{FDM} = M = 1005.3$, las masas de los agujeros negros son $M/128$, $M/64$ y $M/32$. Se usó la regularización delta del potencial del agujero negro con $\epsilon = 0.1$. Los resultados que arrojaron los cuatro grupos son cualitativamente equivalentes, entonces decidimos mostrar uno en específico, aquel en el que el minicluster -debido a la semilla elegida- se forma cerca del plano $z = 0$,

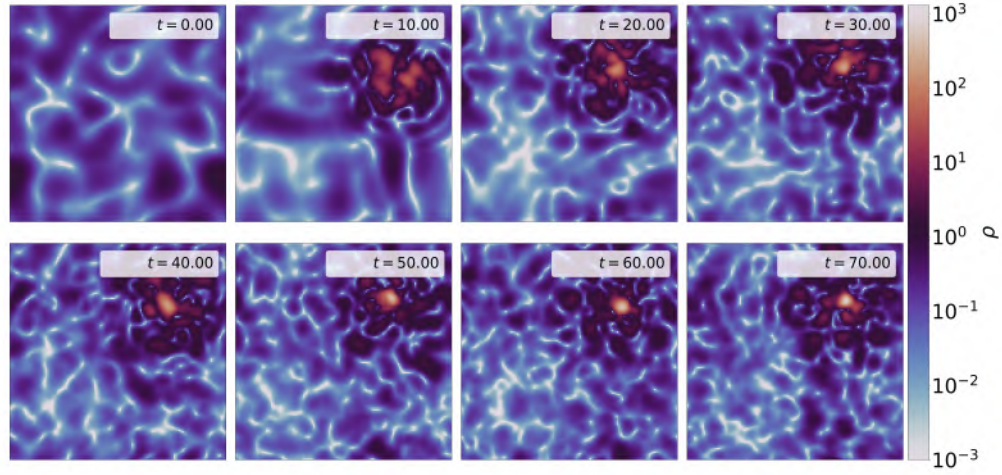


Figura 5.3: Se muestran instantaneas de la densidad de la materia oscura para el caso con $M_{BH} = 0$. Para $t \in [10, 30]$ una principal sobredensidad se ve a simple vista, este es el minicluster. En tiempos posteriores se observa a la estrella de bosones.

permitiendo una visualización más fácil de entender.

La primera cosa que vamos a notar de estas simulaciones es que a pesar de que cerca del agujero negro la densidad inicial de materia oscura es casi constante, en los primeros instantes de la evolución se forma un perfil estacionario de materia oscura que lo envuelve. Esto se visualiza en la Figura 5.4, donde se muestran snapshots de la densidad en el plano $z = 0$ para los tiempos $t = 3, 10$ para la simulación con $M_{BH} = M/32$. Pero

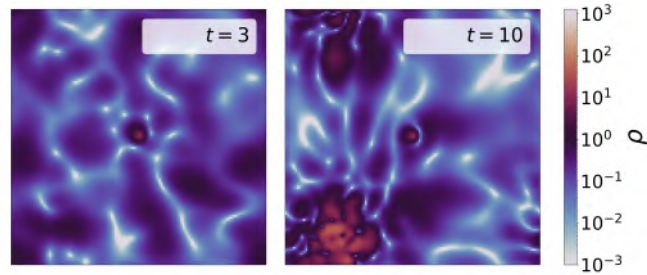


Figura 5.4: Instantaneas de la densidad en el plano $z = 0$ en los tiempos $t = 3, 10$ para la simulación con $M_{BH} = M/32$. Es notorio cómo desde las primeras etapas de la evolución se forma una solución estacionaria que envuelve al agujero negro.

no solo es una acumulación de materia oscura cerca del agujero negro, en la Figura 5.5 se muestra el promedio sobre el ángulo sólido de la densidad para $t = 3$ en contraste con la fórmula obtenida en la sección anterior, el perfil resultante coincide efectivamente con la solución estacionaria. Entonces mostramos que, los agujeros negros sirven como semilla de núcleos de FDM.

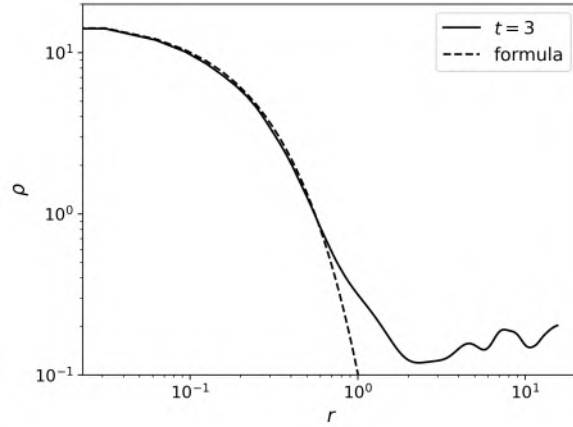


Figura 5.5: Se muestra una comparación entre el promedio sobre el ángulo sólido para $t = 3$ y la fórmula que ajusta las soluciones estacionarias.

En la Figura 5.6 se muestra la evolución del máximo de la densidad para cada uno de los casos del grupo seleccionado. Una cosa hay que notar, al inicio de la evolución, las gráficas siguen el mismo comportamiento, después la densidad máxima de los agujeros negros más masivos se separan del comportamiento principal, esto corresponde a la condensación del núcleo cerca del agujero negro, instantes después la densidad máxima regresa al comportamiento principal. Esto puede explicarse en que las partículas que rodean al BH inmediatamente son atraídas hacia el, aunque no se estancan de inmediato en el pozo de potencial y más bien empiezan a orbitarlo, provocando los saltos que se perciben en la gráfica.

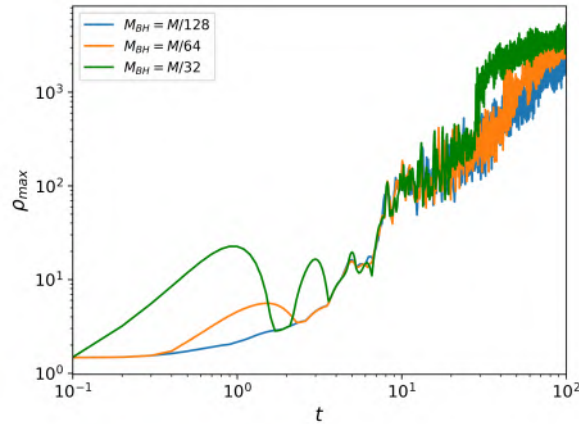


Figura 5.6: Gráficas del máximo de la densidad para las diferentes masas del agujero negro.

En la Figura 5.4 observamos cómo una sobredensidad empieza a crecer fuera del radio de marea del BH, eventualmente colapsará en una estrella de bosones y será atraída

por este, mientras más masivo el agujero negro más rápido se promoverá esta mezcla.

Finalmente en la Figura 5.7 mostramos los promedios sobre el ángulo sólido alrededor del agujero negro para cada una de las simulaciones escogidas en $t = 65$. Este es el tiempo en el que la estrella de bosones se fusiona con el agujero negro menos masivo. También se grafica para el caso sin agujero negro, este perfil difiere muy poco que el caso $M_{BH} = M/128$, esto se puede explicar dado el corto tiempo que lleva evolucionando desde que se juntó con el agujero negro, entonces la influencia de su potencial es apenas perceptible. Se muestra también el perfil estacionario que corresponde a los valores de las respectivas densidad central y masa del agujero negro, demostrando que los perfiles estacionarios son soluciones atractoras del sistema. En la Figura 5.8 se muestran snapshots de la densidad para los casos presentados en los tiempos en los que los núcleos se han mezclado con el agujero negro en el centro del dominio. Aquí confirmamos la hipótesis de que el tiempo en el que se juntan el agujero negro con el núcleo es menor cuando la masa del agujero negro es mayor.

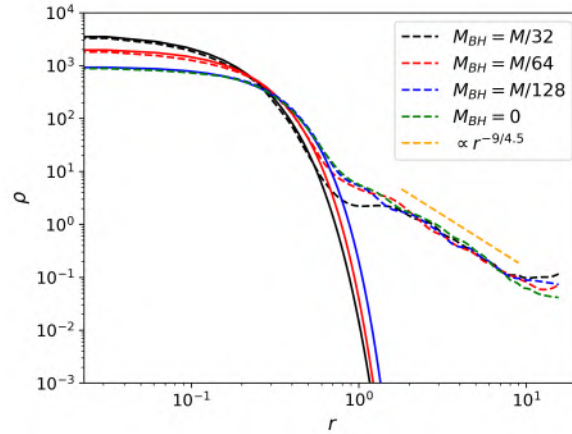


Figura 5.7: Promedios de la densidad sobre el ángulo sólido alrededor del agujero negro central para los diferentes valores de masas M_{BH} en $t = 65$. Se muestran en contraste con las soluciones estacionarias correspondientes así como el perfil para el caso sin agujero negro.

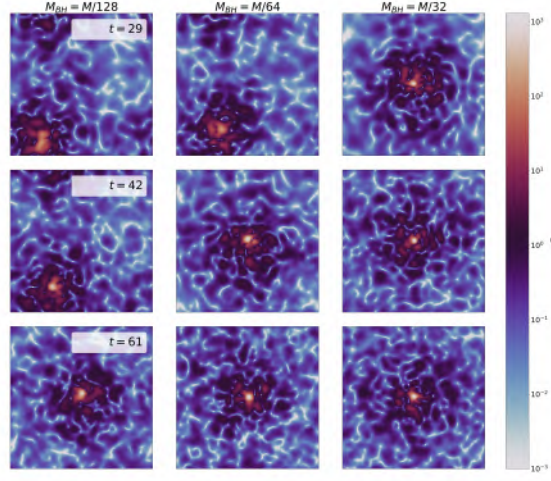


Figura 5.8: Instantaneas de la densidad en el plano $z = 0$ para los tiempos en los que se juntaron los núcleos para cada simulación, estos tiempos corresponden a $t = 29, 42, 61$.

SECCIÓN 5.3

Condensación en el sistema FDM+BH totalmente acoplado

Si bien en la mayoría de las simulaciones hidrodinámicas en la escala del horizonte del agujero negro se puede considerar que los fluidos son fluidos de prueba, es decir que no modifican el espacio tiempo y tampoco inducen movimiento en el agujero negro, a escalas galácticas no es supuesto que este es imperturbable y que siempre está estático en el centro de la galaxia. Ahora es el turno de analizar el sistema completamente acoplado, es decir, que el agujero negro central se mueva conforme la ecuación

$$\ddot{\vec{x}}_{BH} = -\nabla V_{FDM}. \quad (5.2)$$

Aquí se mostrarán simulaciones con los mismos parámetros que en la sección anterior y además se agregará una más, aquella con $M_{BH} = M/256$, más adelante quedarán claras las razones. Dada la dinámica del problema, el agujero negro puede salir del dominio periódico para entrar por la cara opuesta de este, por esta razón es que usaremos la *regularización delta* para el potencial del agujero negro, el cuál es más apropiado para un dominio periódico.

La evolución de la densidad en el plano $z = 0$ se muestra en la Figura 5.9 donde se puede observar el movimiento del agujero. Específicamente para estas condiciones iniciales,

una sobredensidad crece fuera del radio de marea del agujero negro, promoviendo así la condensación de un núcleo. Eventualmente el núcleo y el agujero negro se fusionarán, en contrario de las simulaciones de la sección anterior, ahora si hay una respuesta por parte del agujero negro, entonces no esperamos que éste quede estancado y se una permanentemente con el núcleo. En [27] se presenta un caso idealizado en el cuál se pone un solitón central y un agujero negro en caída libre hacia el solitón, incluso en este caso simétrico y controlado no se concreta una unión entre estos dos, sino que se entran en fases de recalentamiento, donde el agujero negro pasa de tener una velocidad cercana a cero a iniciar un nuevo periodo de movimiento.

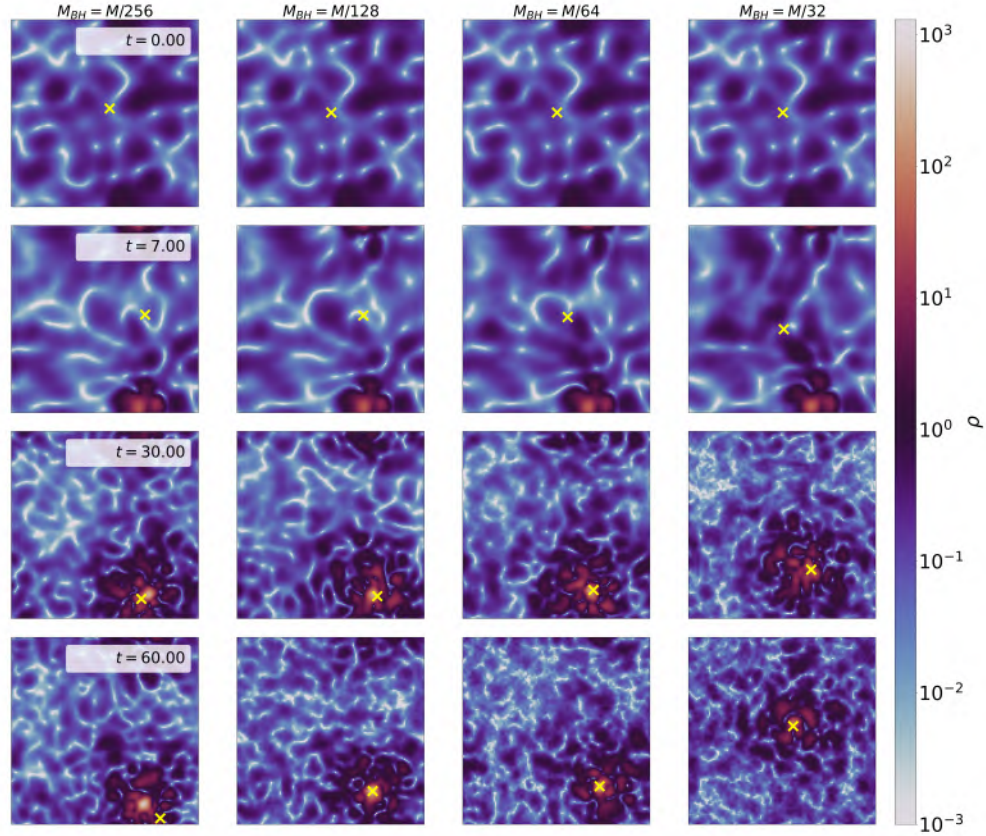


Figura 5.9: Instantáneas de la densidad en el plano $z = 0$ para los tiempos $t = 0, 7, 30, 60$. Aquí la cruz amarilla representa la posición del agujero negro, el cual se mueve acorde a la segunda ley de Newton con el gradiente del potencial generado por la materia oscura.

Este también es el caso para estas configuraciones. En la Figura 5.10 se muestra la evolución de la densidad máxima, inicialmente el comportamiento es como se ha visto en todas las simulaciones anteriores, desde la formación del núcleo hasta el crecimiento de este una vez fusionado con el agujero negro, sin embargo una vez unidos empiezan

etapas de recalentamiento, entonces el agujero negro empieza a revolver la materia oscura haciendo que el núcleo se desintegre. Mientras la masa del agujero negro es más grande este desintegramiento ocurre antes, comportamiento que puede ser visualizado en la Figura 5.10. Aquí podemos empezar a sacar conclusiones, viendo que agujeros negros muy masivos desintegran el núcleo podríamos sugerir que hay una relación entre $M_{\text{núcleo}} - M_{BH}$ en las galaxias observables, de ser esto cierto no podríamos encontrar un agujero negro muy grande en una galaxia pequeña.

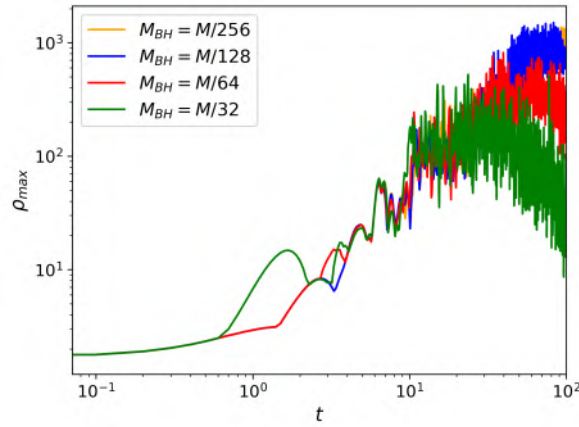


Figura 5.10: Gráficas del máximo de la densidad para las diferentes masas del agujero negro. Inicialmente la materia oscura entra en una etapa de condensación de un núcleo, posteriormente este se fusiona con el agujero negro y para mayores masas de éste provoca un arrastre de materia oscura, haciendo que el núcleo se desintegre.

Es por esto que se ha decidido extender el espacio de parámetros, especialmente para disminuir la masa del agujero negro, ya que queremos ver si esta desintegración del núcleo puede llegar a no ocurrir para masas muy pequeñas. Específicamente en el caso con $M_{BH} = M/256$ ambos miembros de la configuración se fusionan, y el objeto compacto entra en un periodo de recalentamiento, su ligera masa hace que éste entre en órbita de nuevo. En la Figura 5.11 se aprecia con claridad este comportamiento, aquí se grafica la distancia del agujero negro al máximo de la densidad, que idealmente una vez formado el núcleo corresponderá a su centro. Uno esperaría que esta distancia cayera a cero más rápido para masas del agujero negro más grande, y esta parece ser la tendencia, sin embargo no podemos hacer una conclusión así de lineal, ya que la irregularidad de la evolución lo impide.

Finalmente en la Figura 5.12 se muestra el promedio temporal y sobre el ángulo sólido en una ventana de tiempo $t \in [70, 100]$, aquí es evidente que para mayores masas del BH mayor es la descomposición del núcleo, ya que la densidad central disminuye en este mismo orden.

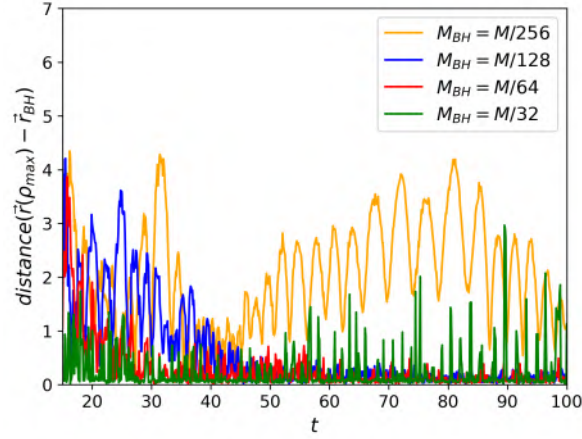


Figura 5.11: Distancia del máximo de la densidad al agujero negro para cada una de las simulaciones. Note como para el caso con $M_{BH} = M/256$ el BH empieza a mezclarse con el núcleo y cerca de $t = 40$ empieza en una etapa de recalentamiento para volver a ponerse en órbita.

5.3.1 Material suplementario

En https://drive.google.com/file/d/1AZ-3B37CXU_MYTjrmUswvD3FYN8uZkzU/view se encuentra una animación que representa la evolución de la densidad junto con el agujero negro en el sistema totalmente acoplado para cada una de las simulaciones.

En https://drive.google.com/file/d/1diEc-2mXMmvut_qWq0Yz1SRbqeqBleGe/view?usp=sharing se encuentra una animación que representa la evolución de la densidad junto con el agujero negro en el sistema en el cual el agujero negro no se mueve.

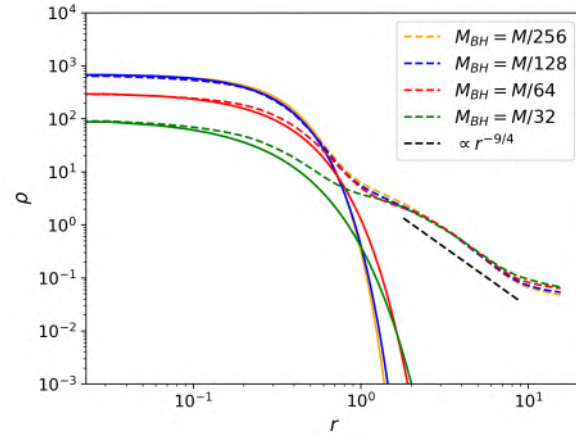


Figura 5.12: Promedios sobre el ángulo sólido alrededor de la densidad máxima y en una ventana de tiempo $t \in [70, 100]$. Se aprecia cómo a mayor masa del agujero negro mayor es el arrastre que hace en el núcleo, dando así perfiles de densidad con densidad central más baja.

Capítulo 6

Conclusiones

En este trabajo se han conseguido dos resultados principalmente. Ea primero está relacionada con la obtención de una fórmula fenomenológica para el ajuste de las soluciones estacionarias del sistema FDM + BH. Este ajuste es útil por varias razones, por ejemplo se pueden realizar nuevos ajustes a curvas de rotación galácticas, las cuales suponen un sistema materia oscura + BH desacoplado, si bien el agujero negro no tiene influencia significativa para la dinámica galáctica en distancias mayores a $500pc$ para las galaxias promedio, el tener un perfil totalmente acoplado puede cambiar el entendimiento que tenemos del núcleo galáctico, esfuerzos deben ser hechos en la comunidad para empujar el conocimiento científico en esta dirección.

Otra razón por la que es útil tener este ajuste de las soluciones estacionarias es porque puede ser utilizado como condiciones iniciales en la simulación de evolución del sistema SP+BH. Las posibles configuraciones numéricas que podrían hacer uso de este sistema puede ser gran ayuda para la comunidad astrofísica y así mejorar el conocimiento que se tiene de las galaxias. Esta idea ha impactado de manera inmediata en el grupo de investigación del instituto, donde en base a esto se ha empezado a trabajar en modelos de acreción de agujeros negros con un solitón que los envuelve y más trabajo se hará con la finalidad de entender el acoplamiento del sistema FDM-BH.

La segunda conclusión que tenemos es la relacionada con las simulaciones de formación de núcleos en la presencia de agujeros negros. En [43] se dice que cualquier agujero negro que esté en presencia de materia oscura desarrollará un núcleo en él, por muy pequeño que sea. Esta hipótesis se ve confirmada en nuestras simulaciones, donde a

tiempos muy tempranos de la evolución los agujeros negros son envueltos por un perfil de densidad de materia oscura, estos perfiles, aunque con poca densidad, se confirma que son aproximados a soluciones estacionarias del sistema. Una vez fusionados la sobredensidad principal y el agujero negro se toman los promedios sobre ángulo sólido centrados en el BH, el perfil resultante es también la solución estacionaria, demostrando que es una solución atractora del sistema.

En las simulaciones donde el agujero negro se mueve aparte de repetir las conclusiones de las simulaciones del caso donde está fijo, también notamos una desintegración del núcleo. En el texto se plantea la idea de que no podría haber galaxias pequeñas con agujeros negros muy grandes, sugiriendo una relación $M_{\text{núcleo}} - M_{BH}$ que debe de ser estudiada más a detalle en trabajos futuros.

Esto también toma sentido cuando revisamos la historia del crecimiento de los agujeros negros, se supone que estos empezaron a acretar materia y a crecer en la época de materia dominante, donde la fuente fue principalmente la galaxia que lo contiene, sin una fuente suficientemente grande no podría haber agujeros negros tan masivos. Una relación $M_{\text{bulgo}} - M_{BH}$ ha sido tratada en [61,62] desde un punto de vista observacional, donde se obtuvo que esta relación es $0.0012M_{\text{bulgo}} \sim M_{BH}$, donde en astronomía el bulgo representa la región central de la galaxia, con gran parte de materia bariónica. Si bien nuestro tratamiento no contempla materia bariónica, esto nos da una señal de que hipótesis similares se han hecho en la astrofísica. Estos datos no toman en cuenta la materia oscura. Nuestro tratamiento es el primero en sugerir una relación de este tipo en las simulaciones de FDM. Esta hipótesis debe de ser estudiada más a detalle, ya que más ingredientes pueden ser tomados en cuenta, como la materia bariónica y también que en nuestra configuración inicial la sobredensidad principal y el agujero negro están separados y cuando se unen tienen un momento relativo distinto de cero, este puede ser el causante de la desintegración del núcleo, más simulaciones deberán hacerse donde la principal sobredensidad tenga un agujero negro en su centro, así podríamos descartar si es un efecto causado por la configuración inicial o si nuestras suposiciones van por buen camino.

REFERENCIAS

- [1] Bertrand Russell. *Religión y Ciencia*. Fondo de Cultura Económica, 1951.
- [2] Manuel Yanez Solana. *Copérnico (Grandes biografías series)*. Edimat Libros, 2006.
- [3] UJ Le Verrier. Recherches sur les mouvements d'uranus par uJ le verrier (beschluß.). *Astronomische Nachrichten*, volume 25, p. 85, 25:85, 1846.
- [4] John Couch Adams. Explanation of the observed irregularities in the motion of uranus, on the hypothesis of disturbance by a more distant planet; with a determination of the mass, orbit, and position of the disturbing body. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 7, p. 149-152, 7:149–152, 1846.
- [5] Johann G Galle. Account of the discovery of the planet of le verrier at berlin. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 7(9):153, 1846.
- [6] F. Zwicky. Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. *Helvetica Physica Acta*, 6:110–127, January 1933.
- [7] Vera C. Rubin and W. Kent Ford, Jr. Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions. , 159:379, February 1970.
- [8] Julio F. Navarro, Carlos S. Frenk, and Simon D. M. White. A universal density profile from hierarchical clustering. *The Astrophysical Journal*, 490(2):493, dec 1997.
- [9] Drlica-Wagner et. al. Eight ultra-faint galaxy candidates discovered in year two of the dark energy survey. *The Astrophysical Journal*, 813(2):109, nov 2015.
- [10] Pierre-Henri Chavanis. *Self-gravitating Bose-Einstein Condensates*, pages 151–194. Springer International Publishing, Cham, 2015.
- [11] Jens C. Niemeyer. Small-scale structure of fuzzy and axion-like dark matter. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, 113:103787, 2020.
- [12] Lam Hui. Wave dark matter. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 59(Volume 59, 2021):247–289, 2021.

-
- [13] E.G.M Ferreira. Ultra-light dark matter. *Astron Astrophys Rev*, 29, 2021.
 - [14] Philip Mocz, Mark Vogelsberger, Victor H. Robles, Jesús Zavala, Michael Boylan-Kolchin, Anastasia Fialkov, and Lars Hernquist. Galaxy formation with becdm – i. turbulence and relaxation of idealized haloes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 471(4):4559–4570, 07 2017.
 - [15] Hsi-Yu Schive, Ming-Hsuan Liao, Tak-Pong Woo, Shing-Kwong Wong, Tzihong Chiueh, Tom Broadhurst, and W-Y. Pauchy Hwang. Understanding the core-halo relation of quantum wave dark matter from 3d simulations. *Phys. Rev. Lett.*, 113:261302, Dec 2014.
 - [16] Bodo Schwabe, Jens C. Niemeyer, and Jan F. Engels. Simulations of solitonic core mergers in ultralight axion dark matter cosmologies. *Phys. Rev. D*, 94:043513, Aug 2016.
 - [17] Iván Álvarez-Rios, Francisco S. Guzmán, and Paul R. Shapiro. Effect of boundary conditions on structure formation in fuzzy dark matter. *Phys. Rev. D*, 107:123524, Jun 2023.
 - [18] Iván Álvarez-Rios and F. S Guzmán. Effects of boundary conditions on the core-halo mass scaling relation of fuzzy dark matter structures. *Phys. Rev. D*, 110:023530, Jul 2024.
 - [19] D. G. Levkov, A. G. Panin, and I. I. Tkachev. Gravitational bose-einstein condensation in the kinetic regime. *Phys. Rev. Lett.*, 121:151301, Oct 2018.
 - [20] Jiajun Chen, Xiaolong Du, Erik W. Lentz, David J. E. Marsh, and Jens C. Niemeyer. New insights into the formation and growth of boson stars in dark matter halos. *Phys. Rev. D*, 104:083022, Oct 2021.
 - [21] Benedikt Eggemeier and Jens C. Niemeyer. Formation and mass growth of axion stars in axion miniclusters. *Phys. Rev. D*, 100:063528, Sep 2019.
 - [22] Jiajun Chen, Xiaolong Du, Mingzhen Zhou, Andrew Benson, and David J. E. Marsh. Gravitational bose-einstein condensation of vector or hidden photon dark matter. *Phys. Rev. D*, 108:083021, Oct 2023.
 - [23] Kuldeep J. Purohit, Pravin Kumar Natwariya, Jitesh R. Bhatt, and Prashant K. Mehta. Formation of a bose star in a rotating cloud. *Astrophysics and Space Science*, 368(11), November 2023.
 - [24] Jiajun Chen and Hong-Yi Zhang. Novel structures and collapse of solitons in nonminimally gravitating dark matter halos. 2024(10):005, oct 2024.
 - [25] Pierre-Henri Chavanis. Mass-radius relation of self-gravitating bose-einstein condensates with a central black hole. *The European Physical Journal Plus*, 134, Mar 2019.

-
- [26] Pierre-Henri Chavanis. Core mass-halo mass relation of bosonic and fermionic dark matter halos harboring a supermassive black hole. *Phys. Rev. D*, 101:063532, Mar 2020.
 - [27] Yourong Wang and Richard Easther. Dynamical friction from ultralight dark matter. *Phys. Rev. D*, 105:063523, Mar 2022.
 - [28] Hyeonmo Koo, Dongsu Bak, Inkyu Park, Sungwook E. Hong, and Jae-Weon Lee. Final parsec problem of black hole mergers and ultralight dark matter. *Physics Letters B*, 856:138908, 2024.
 - [29] Benjamin C. Bromley, Pearl Sandick, and Barmak Shams Es Haghi. Supermassive black hole binaries in ultralight dark matter. *Phys. Rev. D*, 110:023517, Jul 2024.
 - [30] Russell Boey, Yourong Wang, Emily Kendall, and Richard Easther. Dynamical friction and black holes in ultralight dark matter solitons. *Phys. Rev. D*, 109:103526, May 2024.
 - [31] Amr A El-Zant, Zacharias Roupas, and Joseph Silk. Ejection of supermassive black holes and implications for merger rates in fuzzy dark matter haloes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 499(2):2575–2586, September 2020.
 - [32] Dina Traykova, Rodrigo Vicente, Katy Clough, Thomas Helfer, Emanuele Berti, Pedro G. Ferreira, and Lam Hui. Relativistic drag forces on black holes from scalar dark matter clouds of all sizes. *Physical Review D*, 108(12), December 2023.
 - [33] Alexis Boudon, Philippe Brax, and Patrick Valageas. Supersonic friction of a black hole traversing a self-interacting scalar dark matter cloud. *Phys. Rev. D*, 108:103517, Nov 2023.
 - [34] Josu C. Aurrekoetxea, James Marsden, Katy Clough, and Pedro G. Ferreira. Self-interacting scalar dark matter around binary black holes. *Physical Review D*, 110(8), October 2024.
 - [35] Jamie Bamber, Josu C. Aurrekoetxea, Katy Clough, and Pedro G. Ferreira. Black hole merger simulations in wave dark matter environments. *Physical Review D*, 107(2), January 2023.
 - [36] Josu C. Aurrekoetxea, Katy Clough, Jamie Bamber, and Pedro G. Ferreira. Effect of wave dark matter on equal mass black hole mergers. *Physical Review Letters*, 132(21), May 2024.
 - [37] F. S. Guzmán and F. D. Lora-Clavijo. Spherical nonlinear absorption of cosmological scalar fields onto a black hole. *Phys. Rev. D*, 85:024036, Jan 2012.
 - [38] F. G. Guzmán, I. Alvarez-Ríos, and J. A. González. Frequency shift of light emitted from growing and shrinking black holes. *Phys. Rev. D*, 104:084014, Oct 2021.

- [39] Yuri Ravanal, Gabriel Gómez, and Normal Cruz. Accretion of self-interacting scalar field dark matter onto a reissner-nordström black hole. *Physical Review D*, 108(8), October 2023.
- [40] Vitor Cardoso, Taishi Ikeda, Rodrigo Vicente, and Miguel Zilhão. Parasitic black holes: The swallowing of a fuzzy dark matter soliton. *Physical Review D*, 106(12), December 2022.
- [41] Vid Iršič, Matteo Viel, Martin G. Haehnelt, James S. Bolton, and George D. Becker. First constraints on fuzzy dark matter from lyman- α forest data and hydrodynamical simulations. *Phys. Rev. Lett.*, 119:031302, Jul 2017.
- [42] Keir K. Rogers and Hiranya V. Peiris. Strong bound on canonical ultralight axion dark matter from the lyman-alpha forest. *Phys. Rev. Lett.*, 126:071302, Feb 2021.
- [43] Mark P. Hertzberg, Enrico D. Schiappacasse, and Tsutomu T. Yanagida. Axion star nucleation in dark minihalos around primordial black holes. *Phys. Rev. D*, 102:023013, Jul 2020.
- [44] E. Madelung. Quantentheorie in hydrodynamischer form. *Zeitschrift für Physik*, 40:322–326, 1927.
- [45] M. S. Warren, P. J. Quinn, J. K. Salmon, and W. H. Zurek. Dark halos formed via dissipationless collapse: 1. shapes and alignment of angular momentum. *Astrophys. J.*, 399:405, 1992.
- [46] Marc Davis, George Efstathiou, Carlos S Frenk, and Simon DM White. The evolution of large-scale structure in a universe dominated by cold dark matter. *Astrophysical Journal, Part 1 (ISSN 0004-637X)*, vol. 292, May 15, 1985, p. 371-394. *Research supported by the Science and Engineering Research Council of England and NASA.*, 292:371–394, 1985.
- [47] G. Efstathiou, C. S. Frenk, Simon D. M. White, and M. Davis. Gravitational clustering from scale free initial conditions. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 235:715–748, 1988.
- [48] Hsi-Yu Schive, Tzihong Chiueh, and Tom Broadhurst. Cosmic structure as the quantum interference of a coherent dark wave. *Nature Physics*, 10(7):496–499, 2014.
- [49] Daniela Rodriguez-Lara, Ivan Alvarez-Rios, and Francisco S. Guzman. Numerical solution partial differential equations using the discrete fourier transform, 2024.
- [50] James W Cooley and John W Tukey. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. *Mathematics of computation*, 19(90):297–301, 1965.

-
- [51] Jianke Yang. *Nonlinear waves in integrable and nonintegrable systems*. Society for industrial and applied mathematics, 2010.
 - [52] Eleuterio Toro. *Riemman solvers and numerical methods for fluid dynamics*. Springer, 1997.
 - [53] Eduardo Banados, Bram P Venemans, Chiara Mazzucchelli, Emanuele P Farina, Fabian Walter, Feige Wang, Roberto Decarli, Daniel Stern, Xiaohui Fan, Frederick B Davies, et al. An 800-million-solar-mass black hole in a significantly neutral universe at a redshift of 7.5. *Nature*, 553(7689):473–476, 2018.
 - [54] Rosa Valiante, Bhaskar Agarwal, Melanie Habouzit, and Edwige Pezzulli. On the formation of the first quasars. *Publications of the Astronomical Society of Australia*, 34:e031, 2017.
 - [55] H. H. Sandy Chiu, Hsi-Yu Schive, Hsiang-Yi Karen Yang, Hsinhao Huang, and Massimo Gaspari. Boosting Supermassive Black Hole Growth in the Early Universe by Fuzzy Dark Matter Solitons. *Phys. Rev. Lett.*, 134(5):051402, 2025.
 - [56] Mariafelicia De Laurentis and Paolo Salucci. The accurate mass distribution of m87, the giant galaxy with imaged shadow of its supermassive black hole, as a portal to new physics. *The Astrophysical Journal*, 929(1):17, 2022.
 - [57] Elliot Y Davies and Philip Mocz. Fuzzy dark matter soliton cores around supermassive black holes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 492(4):5721–5729, 01 2020.
 - [58] F Siddhartha Guzman and L Arturo Urena-López. Evolution of the schrödinger-newton system for a self-gravitating scalar field. *Physical Review D*, 69(12):124033, 2004.
 - [59] FS Guzmán. Oscillation modes of ultralight bec dark matter cores. *Physical Review D*, 99(8):083513, 2019.
 - [60] Iván Álvarez Rios and Francisco S Guzmán. Exploration of simple scenarios involving fuzzy dark matter cores and gas at local scales. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 518(3):3838–3849, 11 2022.
 - [61] Ross J McLure and JS Dunlop. On the black hole-bulge mass relation in active and inactive galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 331(3):795–804, 2002.
 - [62] Nadine Häring and Hans-Walter Rix. On the black hole mass-bulge mass relation. *The Astrophysical Journal*, 604(2):L89, 2004.

Curicaveri Palomares Chávez

Evolución de materia oscura difusa en presencia de un hoyo negro.pdf



Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid::3117:431439317

Fecha de entrega

18 feb 2025, 12:08 p.m. GMT-6

Fecha de descarga

18 feb 2025, 12:17 p.m. GMT-6

Nombre de archivo

Evolución de materia oscura difusa en presencia de un hoyo negro.pdf

Tamaño de archivo

20.9 MB

61 Páginas

15,214 Palabras

75,594 Caracteres

16% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Fuentes principales

- 16%  Fuentes de Internet
- 10%  Publicaciones
- 0%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Marcas de integridad

N.º de alerta de integridad para revisión



Caracteres reemplazados

38 caracteres sospechosos en N.º de páginas

Las letras son intercambiadas por caracteres similares de otro alfabeto.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



A quien corresponda,

Por este medio, quien abajo firma, bajo protesta de decir verdad, declara lo siguiente:

- Que presenta para revisión de originalidad el manuscrito cuyos detalles se especifican abajo.
- Que todas las fuentes consultadas para la elaboración del manuscrito están debidamente identificadas dentro del cuerpo del texto, e incluidas en la lista de referencias.
- Que, en caso de haber usado un sistema de inteligencia artificial, en cualquier etapa del desarrollo de su trabajo, lo ha especificado en la tabla que se encuentra en este documento.
- Que conoce la normativa de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en particular los Incisos IX y XII del artículo 85, y los artículos 88 y 101 del Estatuto Universitario de la UMSNH, además del transitorio tercero del Reglamento General para los Estudios de Posgrado de la UMSNH.

Datos del manuscrito que se presenta a revisión		
Programa educativo	Maestría en Ciencias en el Área de Física, Instituto de Física y Matemáticas UMSNH.	
Título del trabajo	Evolución de materia oscura difusa en presencia de un hoyo negro.	
	Nombre	Correo electrónico
Autor/es	Curicaveri Palomares Chávez	curicaveri.palomares@umich.mx
Director	Francisco Shidartha Guzmán Murillo	francisco.s.guzman@umich.mx
Codirector		
Coordinador del programa	Umberto Cotti Gollini	mae.ciencias.fisica@umich.mx

Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Asistencia en la redacción	No	

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Traducción al español	No	
Traducción a otra lengua	No	
Revisión y corrección de estilo	No	
Análisis de datos	No	
Búsqueda y organización de información	No	
Formateo de las referencias bibliográficas	No	
Generación de contenido multimedia	No	
Otro	No	

Datos del solicitante	
Nombre y firma	Curicaveri Palomares Chávez
Lugar y fecha	Morelia, Michoacán, México, 17 de Febrero de 1999.