



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS
DE HIDALGO

Facultad de Ingeniería Eléctrica

División de Estudios de Posgrado

**MODELADO DE CONTROLADORES
BASADOS EN CONVERTIDORES DE
FUENTE DE VOLTAJE PARA EL
ANÁLISIS DE FLUJOS DE
POTENCIA ELÉCTRICA**

T E S I S

Que para obtener el grado de
Maestro en Ciencias en Ingeniería Eléctrica

presenta

Fernando Villa Nuñez

Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel

Director de tesis

Dr. Ricardo Martínez Parrales

Co-Director de tesis

Morelia, agosto 2025



Resumen

Los compensadores estáticos síncronos (STATCOMs, por sus siglas en inglés) y los controladores unificados de flujo de potencia (UPFCs, por sus siglas en inglés) son críticos en los sistemas de potencia modernos, ya que proporcionan compensación de potencia, regulación de voltaje y mejora de la estabilidad. Se han propuesto varios enfoques de modelado de STATCOM y UPFC para el análisis del flujo de potencia, que van desde representaciones simplificadas hasta modelos detallados de control integrado. La forma más sencilla de representar estos controladores en un estudio de flujo de potencia es como generadores síncronos. Por el contrario, los modelos más precisos representan los controladores como una fuente de voltaje controlable conectada en serie con la reactancia de un transformador de acoplamiento. Sin embargo, una desventaja importante de estos modelos es que carecen de una consideración explícita de las características operativas del convertidor. Con base en la discusión anterior, esta tesis propone, por primera vez, nuevos modelos STATCOM y UPFC basados en Fuentes Controladas de Voltaje (VSC, por sus siglas en inglés) para estudios de flujo de potencia, considerando una representación realista de los límites operativos del convertidor y sus modos operativos de control.

Palabras clave: Modelado, VSC, UPFC, STATCOM, restricciones de complementariedad.

Abstract

Static synchronous compensators (STATCOMs) and unified power flow controllers (UPFCs) are critical in modern power systems, providing power compensation, voltage regulation, and stability enhancement. Several STATCOM and UPFC modeling approaches have been proposed for power flow analysis, ranging from simplified representations to detailed control-integrated models. The simplest way to represent these controllers in a power flow study is as synchronous generators. In contrast, more accurate models represent the controllers as a controllable voltage source connected in series with the reactance of a coupling transformer. A major drawback of these models, however, is that they lack an explicit consideration of the converter's operational characteristics. Based on the preceding discussion, this thesis proposes, for the first time, novel VSC-based STATCOM and UPFC models for power flow studies, considering a realistic representation of the converter's operational limits and its control operating modes.

Contenido

Resumen	III
Abstract	V
Contenido	V
Lista de Figuras	XI
Lista de Tablas	XIII
Lista de Abreviaturas	XVIII
Lista de Símbolos	XIX
1. Introducción	1
1.1. Introducción	1
1.2. Planteamiento del Problema	2
1.3. Estado del arte	3
1.3.1. FACTS	3
1.3.2. Compensador Estático Síncrono	4
1.3.3. Controlador unificado de flujos de potencia	6
1.4. Objetivos de la Tesis	8
1.4.1. Objetivo General	8
1.4.2. Objetivos Particulares	9
1.5. Justificación	10
1.6. Metodología	10
1.7. Descripción de Capítulos	12
2. Formulación del Problema de Flujos de Potencia considerando VSCs	14
2.1. Introducción	14
2.2. Modelo de una estación convertidora AC/DC basada en un VSC	15
2.2.1. Modos de control de la estación convertidora VSC	20
2.2.2. Límites operativos del VSC	23
2.2.3. Límites operativos del VSC basados en complementariedad	27
2.2.4. Restricciones de control basadas en índice de modulación del VSC	30
2.2.5. Restricciones de control basadas en ángulo de fase del VSC	34
2.3. Formulación del problema de flujos de potencia	37

2.3.1.	Redes de AC	37
2.3.2.	Redes de DC	42
2.3.3.	Solución del problema de flujos de potencia	45
2.3.4.	El Algoritmo Newton-Raphson	45
2.4.	Solución de flujos de potencia unificados	48
2.5.	Conclusiones	49
3.	Compensador Estático Síncrono	53
3.1.	Introducción	53
3.2.	Modelo convencional del STATCOM	54
3.3.	Modelo del STATCOM basado en un VSC	56
3.3.1.	Ecuaciones de potencia del STATCOM	58
3.3.2.	Modos de control del STATCOM	62
3.3.3.	Límites de STATCOM	64
3.3.4.	Límites del STATCOM basados en complementariedad	68
3.3.5.	Restricciones de control del índice de modulación del STATCOM basadas en complementariedad	69
3.3.6.	Restricciones de control basadas en el ángulo de fase del STATCOM	71
3.3.7.	Restricciones de intercambio de potencia reactiva AC-CD del STATCOM	72
3.4.	Linealización de restricciones del STATCOM	72
3.5.	Casos de estudio: STATCOM	79
3.5.1.	Sistema de 5 nodos	79
3.5.2.	Validación del modelo de STATCOM	79
3.5.3.	Límites operativos del STATCOM	81
3.5.4.	Sistema de 14 nodos	83
3.5.5.	Sistema de 57 nodos	87
3.6.	Conclusiones	91
4.	Controlador Unificado de Flujos de Potencia	92
4.1.	Introducción	92
4.2.	Modelo convencional del UPFC	93
4.3.	Modelo propuesto del UPFC	97
4.3.1.	Ecuaciones de potencia del UPFC	99
4.3.2.	Modos de control del UPFC	102
4.3.3.	Límites operativos del UPFC	106
4.3.4.	Límites operativos del UPFC basados en complementariedad	114
4.3.5.	Restricciones de control basadas en complementariedad de convertidor en derivación del UPFC	117
4.3.6.	Restricciones de control del convertidor en serie del UPFC basadas en complementariedad	119

4.4.	Linealización de restricciones del UPFC	126
4.5.	Casos de estudio: UPFC	137
4.5.1.	Sistema de 5 Nodos	137
4.5.2.	Validación del modelo de UPFC	138
4.5.3.	Límites operativos UPFC	141
4.5.4.	Sistema de 14 nodos	143
4.5.5.	Sistema de 57 nodos	146
4.6.	Conclusiones	153
5.	Conclusiones y Trabajos Futuros	154
5.1.	Conclusiones generales	154
5.2.	Trabajos futuros	155
A.	Derivación matemática de los modelos FACTS	158
A.1.	Convertidor de fuente de voltaje	158
A.2.	Compensador estático síncrono	167
A.3.	Controlador unificado de flujos de potencia	177
B.	Transformaciones de coordenadas en sistemas eléctricos trifásicos	196
B.1.	Conversión entre sistemas de referencia: abc y 012	196
B.2.	Conversión entre sistemas de referencia: abc y dqz	198
B.3.	Conversión entre sistemas de referencia: dqz y 012	199
B.4.	Relación de potencias, voltajes y corrientes en un sistema trifásico balanceado	204
C.	Restricciones de complementariedad	208
D.	Relación numérica entre variables de control y valores especificados en controladores basados en VSCs	212
D.1.	Relación entre el índice de modulación, magnitud de voltajes y potencias reactivas del VSC	212
D.1.1.	Análisis de la relación entre los límites operativos de m_a , Q_{vsc} y la magnitud de voltaje V_{vi} considerando el control de V_{vi}^{sp}	213
D.1.2.	Análisis de la relación entre los límites operativos de m_a y Q_{vsc} y la potencia reactiva Q_{viac} considerando el control de Q_{viac}^{sp}	215
D.2.	Relación entre el índice de modulación, magnitud de voltajes y potencias reactivas del STATCOM	216
D.2.1.	Análisis de los límites operativos de m_a^{sh} , Q_{vsc}^{sh} y la magnitud de voltaje V_k^{sh} bajo el control de $V_k^{sh,sp}$	217
D.2.2.	Análisis de la relación entre los límites operativos de m_a^{sh} y Q_{vsc}^{sh} y la potencia reactiva Q_{kvi}^{sh} considerando el control de Q_{kvi}^{sp}	219
D.3.	Relación entre el índice de modulación y las potencias activa y reactiva en la línea del VSC serie del UPFC	220

D.3.1. Análisis de la relación entre los límites operativos de m_{a2} y Q_{ms} considerando el control de Q_{ms}^{sp}	221
D.3.2. Análisis de la relación entre los límites operativos de m_{a2} y P_{ms} considerando el control de P_{ms}^{sp}	223
E. Elementos de la matriz Jacobiana para controladores FACTS	226
E.1. Compensador Estático Síncrono	226
E.2. Controlador unificado de flujos de potencia	233
F. Datos de los sistemas de prueba y dispositivos de control	253
F.1. Sistema de 5 nodos	253
F.1.1. Datos de estacion STATCOM para validación y aplicación de límites en el sistema IEEE-5	254
F.1.2. Datos estación VSC, validación y aplicación de límites del UPFC	255
F.2. Sistema de 14 nodos	256
F.2.1. Datos de estación STATCOM y aplicación de límites en el sistema IEEE-14	257
F.2.2. Datos de estación UPFC y aplicación de límites en el sistema IEEE-14	258
F.3. Sistema de 57 nodos	258
F.3.1. Datos de estacion STATCOM y aplicación de límites en el sistema 57 nodos	263
F.3.2. Datos estación VSC de STATCOM y UPFC para aplicación de límites operativos en el sistema IEEE-57	263
Referencias	265

Lista de Figuras

2.1. Estación convertidora VSC y transformador (a) Representación esquemática. (b) Modelo de circuito equivalente de secuencia positiva .	16
2.2. Mediciones de control del VSC	21
2.3. Modos de control del VSC por a) índice de modulación y b) ángulo de fase	21
2.4. Esquema de control de corriente del VSC	24
2.5. Técnica de limitador de corriente vectorial	25
2.6. Balance de potencia activa de redes de DC en el i -ésimo nodo: (a) nodo tipo P, y (b) nodo dc convertidor	43
3.1. Circuito equivalente del compensador estático síncrono	54
3.2. Compensador estático síncrono y transformador (a) Representación esquemática. (b) Modelo de circuito equivalente de secuencia positiva .	57
3.3. Esquema de mediciones para el control del STATCOM	62
3.4. Modos de control del STATCOM basados en a) el índice de modulación y b) el ángulo de fase	63
3.5. Esquema de control de corriente del STATCOM	66
3.6. Técnica de limitador de corriente de prioridad de potencia activa . . .	66
3.7. Diagrama unifilar del sistema de 5 nodos con STATCOM	80
3.8. Diagrama unifilar del sistema de 14 nodos con STATCOM	84
3.9. Diagrama unifilar del sistema de 57 nodos	88
4.1. Circuito equivalente del controlador unificado de flujos de potencia . .	94
4.2. Circuito equivalente del modelo propuesto del UPFC	98
4.3. Esquema de mediciones para el control del UPFC	103
4.4. Modos de control del UPFC basados en el índice de modulación y el ángulo de fase del a) VSC_1 en derivación, y el b) VSC_2 en serie	104
4.5. Esquemas de control de corriente del UPFC del a) VSC_1 en derivación, y b) el VSC_2	107
4.6. Técnicas de limitadoras de corriente a) prioridad de potencia activa b) límite vectorial	109

4.7. a) Límites operativos del índice de modulación m_{a2} del UPFC b) Características P-Q bajo límites operativos del índice de modulación m_{a2}	121
4.8. Diagrama unifilar del sistema de 5 nodos con UPFC	139
4.9. Diagrama unifilar del sistema de 14 nodos con UPFC	144
4.10. Diagrama unifilar del sistema de 57 nodos	147
A.1. Modelo de circuito equivalente de secuencia positiva de estación VSC (a) flujo de corrientes nodales y, (b) flujos de potencia activa y reactiva entre nodos	159
A.2. Modelo de circuito equivalente de secuencia positiva del STATCOM (a) flujo de corrientes nodales y, (b) flujos de potencia activa y reactiva entre nodos	168
A.3. Modelo de circuito equivalente de secuencia positiva de estación UPFC (a) flujo de corrientes nodales y, (b) flujos de potencia activa y reactiva entre nodos	178
A.4. Modelo del transformador de acoplamiento serie del UPFC	181

Lista de Tablas

2.1.	Casos de violación de límites m_a y Q_{vsc} , y el comportamiento de la variable controlada V_{vi} y variables auxiliares de complementariedad .	31
2.2.	Casos de violación de límites m_a y Q_{vsc} , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva Q_{viac}	33
2.3.	Casos de violación de límites V_{dc} y P_{dcac} , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia activa P_{dcac}	35
2.4.	Variables de estado y restricciones de desajuste para el estudio de flujo de potencia AC-DC (primera parte)	51
2.5.	Variables de estado y restricciones de desajuste para el enfoque propuesto de flujo de potencia AC-DC (segunda parte)	52
3.1.	Casos de violación de límites m_a^{sh} y Q_{vsc}^{sh} , y el comportamiento de la variable controlada V_k^{sh} y variables auxiliares de complementariedad .	71
3.2.	Casos de violación de límites m_a^{sh} y Q_{vsc}^{sh} , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva Q_{kvi}^{sh}	71
3.3.	Variables de estado y restricciones de desajuste asociadas del STATCOM (primera parte)	74
3.4.	Variables de estado y restricciones de desajuste asociadas del STATCOM (segunda parte)	75
3.5.	Comparación de voltajes nodales entre el modelo del STATCOM de fuentes de voltaje y el modelo propuesto en el sistema de 5 nodos. . .	81
3.6.	Flujos de potencia y valores de variables de estado del STATCOM con pérdidas despreciables conectado al sistema de 5 nodos	81
3.7.	Voltajes nodales de DC del STATCOM con pérdidas despreciables en el sistema de 5 nodos.	81
3.8.	Voltajes nodales para diferentes condiciones operativas del STATCOM conectado al sistema de 5 nodos	82
3.9.	Voltajes nodales de DC aplicando límites operativos en el STATCOM conectado al sistema de 5 nodos	82
3.10.	Flujos de potencia y valores de variables de estado del STATCOM conectado al sistema de 5 nodos ante diferentes límites operativos . .	83

3.11. Voltajes nodales para diferentes condiciones operativas del STATCOM conectado al sistema de 14 nodos	85
3.12. Voltajes nodales de DC aplicando límites operativos en el STATCOM conectado al sistema de 14 nodos	85
3.13. Flujos de potencia y valores de variables de estado del STATCOM al sistema de 14 nodos ante diferentes límites operativos	86
3.14. Voltajes nodales para diferentes condiciones operativas de los STATCOMs conectados al sistema de 57 nodos. (primera Tabla)	89
3.15. Voltajes nodales para diferentes condiciones operativas de los STATCOMs conectados al sistema de 57 nodos (segunda Tabla)	90
3.16. Flujos de potencia y valores de variables de estado de los STATCOMs conectados en la red de 57 nodos	90
3.17. Voltajes nodales de los nodos dc de los STATCOMs conectados en el sistema de 57 nodos para los casos base y con violación de límites operativos	91
4.1. Casos de violación de límites m_{a1} y Q_{vsc1} , y el comportamiento de la variable controlada V_s y variables auxiliares de complementariedad . .	118
4.2. Casos de violación de límites m_{a1} y Q_{vsc1} , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva Q_{svi1}	118
4.3. Casos de violación de límites m_{a2} , activación variables auxiliares y comportamiento de flujos de potencia reactiva en la línea Q_{ms}	122
4.4. Casos de violación de límites Q_{ms} , activación de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva Q_{ms}	123
4.5. Casos de violación de límites m_a , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva P_{sm}	123
4.6. Casos de violación de límites m_{a2} y P_{sm} , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva P_{ms}	124
4.7. Variables de estado y restricciones de desajuste asociadas del UPFC (primera parte)	128
4.8. Variables de estado y restricciones de desajuste asociadas del UPFC (segunda parte)	129
4.9. Variables de estado y restricciones de desajuste asociadas del UPFC (tercera parte)	130
4.10. Variables de estado y restricciones de desajuste asociadas del UPFC (cuarta parte)	131
4.11. Comparación de magnitud y fase de voltajes entre modelo UPFC de fuente de voltajes y el modelo propuesto aplicado al sistema de 5 nodos	140
4.12. Flujos de potencia de las estaciones VSC del UPFC con pérdidas despreciables para el sistema de 5 nodos	140
4.13. Resultado de voltajes nodales de DC del UPFC para el caso implementado en el sistema de 5 nodos.	140

4.14. Comparación de voltajes en buses Base, límite mínimo de m_a y límite máximo de I_{vsc}	141
4.15. Flujos de potencia de las estaciones VSC del UPFC del sistema de 14 nodos	143
4.16. Resultado de voltajes nodales de DC del UPFC aplicando límites en el sistema de 5 nodos.	143
4.17. Comparación de voltajes en buses: Caso base y límites máximos de m_{a1}^{max} y m_{a2}^{min}	145
4.18. Flujos de potencia de las estaciones VSC del UPFC del sistema de 14 nodos	146
4.19. Resultado de voltajes nodales de DC del STATCOM aplicando límites en el sistema de 14 nodos.	146
4.20. Voltajes nodales para diferentes condiciones operativas de UPFCs y STATCOMs conectados al sistema de 57 nodos. (primera Tabla) . . .	150
4.21. Voltajes nodales para diferentes condiciones operativas de los STATCOMs conectados al sistema de 57 nodos (segunda tabla)	151
4.22. Flujos de potencia de las estaciones del STATCOM conectado en los nodos 18 y 25 de red de 57 nodos	151
4.23. Flujos de potencia de las estaciones VSC del UPFC conectado en los nodos 53-58 del sistema de 57 nodos	152
4.24. Flujos de potencia de las estaciones VSC del UPFC conectado en los nodos 14-59 caso base sistema de 57 nodos	152
4.25. Voltajes nodales de los nodos de dc de UPFC Y STATCOM en el sistema de 57 nodos.	152
D.1. Comportamiento del índice de modulación, voltajes en nodos ac y vi , y potencias Q_{acvi} y Q_{viac} de una estación VSC.	213
D.2. Casos de violación de límites m_a y Q_{vsc} , y el comportamiento de la variable controlada V_{vi} y variables auxiliares de complementariedad. .	214
D.3. Casos de violación de límites m_a y Q_{vsc} , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva Q_{viac}	215
D.4. Comportamiento del índice de modulación, magnitud de voltajes y potencias reactivas del STATCOM con valores numéricos.	217
D.5. Casos de violación de límites m_a^{sh} y Q_{vsc}^{sh} , y el comportamiento de la variable controlada V_k^{sh} y variables auxiliares de complementariedad .	218
D.6. Casos de violación de límites m_a^{sh} y Q_{vsc}^{sh} , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva Q_{kvi}^{sh}	219
D.7. Comportamiento del índice de modulación m_{a2} , ángulo de fase ϕ_2 , y potencias P_{ms} y Q_{ms} del VSC serie del UPFC.	221
D.8. Casos de violación de límites m_{a2} , activación variables auxiliares y comportamiento de flujos de potencia reactiva en la línea Q_{ms}	222

D.9. Casos de violación de límites Q_{ms} , activación de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva Q_{ms}	222
D.10. Casos de violación de límites m_a , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva P_{sm}	224
D.11. Casos de violación de límites m_{a2} y P_{sm} , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva P_{ms}	224
F.1. Datos de líneas y transformadores del sistema eléctrico de 5 nodos . .	253
F.2. Datos de generadores del sistema de 5 nodos	253
F.3. Nodo Slack del sistema de 5 nodos	254
F.4. Datos de cargas del sistema de 5 nodos	254
F.5. Datos del transformador de acoplamiento del STATCOM	254
F.6. Datos del STATCOM para la validación del modelo	254
F.7. Datos del STATCOM para el caso base y diferentes límites operativos	254
F.8. Datos de conexión, parámetros de transformadores de acoplamiento y valores especificados para la validación del UPFC	255
F.9. Datos del UPFC para la validación del modelo	255
F.10. Datos de conexión, parámetros de transformadores de acoplamiento y valores especificados del UPFC bajo límites operativos	255
F.11. Datos del UPFC para el caso base y diferentes límites operativos . .	255
F.12. Datos de líneas y transformadores del sistema eléctrico de 14 nodos .	256
F.13. Datos de generadores del sistema de 14 nodos	256
F.14. Nodo Slack del sistema de 14 nodos	256
F.15. Datos de cargas del sistema de 14 nodos	257
F.16. Datos de compensadores fijos en derivación del sistema de 14 nodos .	257
F.17. Datos del transformador de acoplamiento del STATCOM	257
F.18. Datos del STATCOM para el caso base y diferentes límites operativos	257
F.19. Datos de conexión, parámetros de transformadores de acoplamiento y valores especificados del UPFC	258
F.20. Datos del UPFC para el caso base y límites operativos	258
F.21. Datos del nodo slack	258
F.22. Datos de líneas de transmisión del sistema IEEE-57 nodos	259
F.23. Datos de líneas de transmisión del sistema IEEE-57 nodos	260
F.24. Datos de transformadores del sistema eléctrico de 57 nodos	261
F.25. Datos de compensadores fijos en derivación del sistema de 57 nodos .	261
F.26. Datos de cargas del sistema de 57 nodos	262
F.27. Datos de los transformadores de acoplamiento de los STATCOMs . .	263
F.28. Datos de los STATCOMs para el caso base y límites operativos . . .	263
F.29. Datos de los transformadores de acoplamiento de los STATCOMs . .	263
F.30. Datos de los STATCOMs para el caso base y límites operativos . . .	264
F.31. Datos de conexión, parámetros de transformadores de acoplamiento y valores especificados de los UPFCs	264

F.32. Datos de los UPFCs para el caso base y límites operativos	264
---	-----

Lista de Abreviaturas

AC	Corriente alterna
DC	Corriente directa
FACTS	Sistemas flexibles de transmisión de corriente alterna
FBMF	Función de mérito Fisher-Burmeister
IGBTs	Transistores bipolares de puerta aislada
KCL	Leyes de corriente de Kirchhoff
KVL	Leyes de voltaje de Kirchhoff
OPF	Flujo óptimo de potencia
PF	Flujo de potencia
PLL	Lazo de fase bloqueada
p.u.	Por unidad
PWM	Modulación por ancho de pulso
SSSC	Compensador estático síncrono serie
SVC	Compensador estático de vars
TCSC	Capacitor serie controlado por tiristores
TCPS	Cambiador de fase controlado por tiristores
t.a.o.	términos de alto orden
UPFC	Controlador unificado de flujos de potencia
VSC	Convertidor de fuente de voltaje

Lista de Símbolos

ϕ	Ángulo de fase del voltaje del VSC.
m_a	Índice de modulación de amplitud del VSC.
Q_{vsc}	Potencia reactiva generada por el VSC.
θ_{ac}	Ángulo de fase de tensión en el nodo ac del VSC.
V_{ac}	Magnitud de voltaje en el nodo ac del VSC.
V_{dc}	Magnitud de voltaje en el nodo dc del VSC.
r_1	Resistencia de conducción del transistor bipolar de compuerta aislada (IGBT).
g_{sw}	Conductancia de las pérdidas de conmutación de los IGBTs.
$\bar{y}_{pr}$	Admitancia del reactor de fase.
$\bar{y}_{sf}$	Admitancia del filtro en derivación.
$\bar{y}_T$	Admitancia del transformador.
T	Relación de transformación del transformador de acoplamiento.
K	Factor de modulación del convertidor VSC, STATCOM o UPFC.
P_{nom}	Potencia nominal de capacidad del VSC.
Q_{ij}^{sp}	Flujo de potencia reactiva especificado del nodo i hacia el nodo j .
P_{ij}^{sp}	Flujo de potencia activa especificado del nodo i hacia el nodo j .
θ^{sp}	Ángulo de fase de tensión de referencia.
V_i^{sp}	Magnitud de tensión especificada en el nodo i .
I_{vsc}	Magnitud de la corriente de secuencia positiva del VSC.
$I_{vsc}^{des,d}, I_{vsc}^{des,q}$	Componentes d y q de la corriente deseada antes del limitador de corriente.
$I_{vsc}^{ref,d}, I_{vsc}^{ref,q}$	Componentes d y q de la corriente de referencia después del limitador.
P_{loss}	Pérdidas de potencia en el VSC.
$v_{(\times)-}^{cc}, v_{(\times)+}^{cc}$	Variables auxiliares de restricción complementaria asociadas a los límites inferior y superior.
$(\times)^{min}, (\times)^{max}$	Valores mínimo y máximo de $(\times)$.

$(\times)^{sp}$	Valor especificado de $(\times)$.
$(\overline{\times})$	Número o parámetro complejo.
$(\times)$	Vector o matriz.
$(\times)^+, (\times)^-$	Límite superior e inferior de $(\times)$.
$(\times)^{sh}$	Valor, parámetro, variable o función del STATCOM.
$(\times)_1$	Valor, parámetro, variable o función del VSC en derivación del UPFC.
$(\times)_2$	Valor, parámetro, variable o función del VSC serie del UPFC.
$\mathcal{N}_{AC}$	Conjunto de todos los nodos de AC.
$\mathcal{N}_{AC}^{PQ}$	Conjunto de nodos no regulados PQ en redes AC.
$\mathcal{N}_{AC}^{PV}$	Conjunto de nodos PV en redes AC.
$\mathcal{N}_{AC}^S$	Conjunto de nodos slack en redes AC.
$\mathcal{N}_{AC}^{ac}$	Conjunto de nodos del lado AC de los VSC.
$\mathcal{N}_{DC}$	Conjunto de todos los nodos de DC.
$\mathcal{N}_{DC}^{dc}$	Conjunto de nodos del lado de DC de los convertidores.
$\mathcal{N}_{DC}^P$	Conjunto de nodos de carga en redes DC.
$j \in i$	Representación de todos los nodos j adyacentes al nodo i .
$\mathbf{x}$	Vector de variables de estado.
$\overline{\mathbf{Y}}_{ij}$	Admitancia compleja serie entre los nodos i y j .
B_{ij}	Susceptancia entre los nodos i y j .
G_{ij}	Conductancia entre los nodos i y j .
P_i^{Gen}	Potencia activa generada en el nodo AC i .
P_i^{Load}	Potencia activa consumida en el nodo AC i .
Q_i^{Gen}	Potencia reactiva generada en el nodo CA i .
Q_i^{Load}	Potencia reactiva consumida en el nodo CA i .
θ_i	Ángulo de fase de tensión en el nodo AC i .
P_{ij}	Flujo de potencia activa del nodo i hacia el nodo j .
Q_{ij}	Flujo de potencia reactiva del nodo i hacia el nodo j .
$\overline{\mathbf{V}}_i$	Voltaje nodal complejo en el nodo AC i .
V_i	Magnitud de tensión en el nodo AC i .
U_i	Magnitud de voltaje en el nodo DC i .

Capítulo 1

Introducción

1.1. Introducción

El desarrollo y evolución de los sistemas de energía eléctrica están experimentando un crecimiento acelerado hacia redes interconectadas de mayor magnitud, impulsado por la creciente demanda de electricidad debido al crecimiento poblacional, el desarrollo tecnológico y la integración de energías renovables. La penetración de plantas eólicas y fotovoltaicas de gran escala representa un desafío operacional y de control para los operadores de las redes eléctricas debido a la intermitencia producida por la variabilidad del recurso primario. Además, la acelerada pérdida de inercia en las redes, producida por el reemplazo de generadores síncronos convencionales por plantas solares y eólicas, ha destacado la creciente demanda de flexibilidad operativa y control de los sistemas eléctricos.

El avance de la electrónica de potencia ha impulsado el desarrollo de tecnologías avanzadas conocidas como Sistemas Flexibles de Transmisión de Corriente Alterna (FACTS, por sus siglas en inglés). Los controladores FACTS están destinados a ayudar a ingenieros eléctricos y planificadores de sistemas eléctricos a enfrentar problemas como el control de voltaje en un sistema de corriente alterna (AC, por sus siglas en inglés) y la gestión dinámica del flujo de potencia en las redes eléctricas, mitigando

problemas como la sobrecarga en líneas y la caída de voltaje, además de mejorar la estabilidad del sistema.

Para optimizar el uso de la capacidad de transmisión existente y facilitar la integración de fuentes renovables, los dispositivos FACTS son elementos esenciales que contribuyen a la seguridad y confiabilidad del sistema eléctrico. Entre los dispositivos FACTS más destacados se encuentran el STATCOM, el compensador estático síncrono serie (SSSC, por sus siglas en inglés) y el UPFC, cada uno diseñado para realizar funciones específicas como el control de la tensión y la regulación de potencia activa y/o reactiva, manteniendo las variables dentro de rangos operativos.

1.2. Planteamiento del Problema

La integración de nuevas fuentes de energía y el aumento de la demanda energética han generado la necesidad de sistemas de transmisión de energía más eficientes y flexibles. Los dispositivos FACTS, como el UPFC y el STATCOM, que utilizan convertidores de fuente de voltaje, representan una solución efectiva para mejorar la estabilidad y el control de los flujos de potencia en redes de transmisión.

Sin embargo, el modelado de estos dispositivos en estudios de flujos de potencia sigue siendo un desafío significativo debido a que los modelos actualmente utilizados no representan de manera integral las pérdidas internas ni el comportamiento interno de los flujos de potencia en los nodos de AC y corriente directa (DC, por sus siglas en inglés) de los dispositivos controladores. Asimismo, algunas de las restricciones que limitan la operación de los convertidores de potencia no son contempladas o se consideran de manera indirecta, es decir, como magnitudes de inyección de voltaje, lo que proporciona una solución de flujos de potencia menos precisa respecto a la forma en que opera el VSC que conforma a los controladores. Además, a la formulación y solución del problema de flujos de potencia se debe agregar otro módulo en el que se

evalúe que las variables eléctricas asociadas al VSC estén dentro del rango operativo en cada iteración del proceso de solución. En la sección 1.3 se presentan con mayor detalle los modelos estudiados hasta el momento, así como sus limitaciones mencionadas.

La ausencia de un enfoque unificado y preciso que considere los flujos de potencia de AC y DC tanto del sistema como de los dispositivos FACTS, para el análisis de flujos de potencia, puede resultar en soluciones subóptimas y menos ajustadas a los sistemas de transmisión reales.

1.3. Estado del arte

Para poder realizar un análisis de flujos de potencia es necesario obtener resultados que sean coherentes y factibles con el funcionamiento real de los dispositivos que conforman la red. Para el desarrollo de redes eléctricas que incluyan dispositivos FACTS, es necesario formular modelos matemáticos adecuados del STATCOM y UPFC que consideren límites operativos y modos de control. Para esto, a lo largo de los años se ha buscado establecer modelos que describan el comportamiento de los dispositivos en estado estacionario y su aplicación en estudios de flujo de potencia, flujos óptimos y estimación de estado. Sin embargo, entre estas propuestas, muy pocos consideraban los límites operativos y modos de control en un marco de solución unificado.

1.3.1. FACTS

Un dispositivo FACTS es un sistema de transmisión de corriente alterna que incorpora controladores estáticos basados en electrónica de potencia, para un mejor control del flujo de potencia y estabilidad mediante el control de uno o más parámetros del sistema de transmisión de corriente alterna [A. Edris97].

En general, los dispositivos FACTS se dividen en dos generaciones. La primera

generación utiliza reactores y capacitores conmutados por tiristores convencionales, así como transformadores de cambio de tap [Faruque05]. Esta tecnología ha dado lugar al compensador estático de vars (SVC, por sus siglas en inglés), al capacitor serie controlado por tiristores (TCSC, por sus siglas en inglés) y al cambiador de fase controlado por tiristores (TCPS, por sus siglas en inglés). Por otro lado, la segunda generación se basa en convertidores conmutados por transistores bipolares de puerta aislada (IGBTs, por sus siglas en inglés), como los convertidores de fuente de voltaje. Esta tecnología constituye la base de los elementos conmutados que componen a los dispositivos controladores de nueva generación, dado que ha permitido el desarrollo del compensador estático sincrónico y el controlador de flujo de potencia unificado [Andersen20].

1.3.2. Compensador Estático Sincrónico

En los sistemas modernos, la importancia del control de voltaje ha crecido debido a la penetración significativa de dispositivos sensibles al voltaje, tales como equipos electrónicos y de control, así como equipos de telecomunicaciones. Por ello, se ha investigado el control de flujo de potencia reactiva para mantener perfiles de voltaje adecuados, introduciendo y probando compensadores de potencia reactiva [Dixon05].

Estos dispositivos ajustan la potencia reactiva generada o absorbida para controlar parámetros específicos, mejoran el amortiguamiento de las oscilaciones del sistema de potencia y reducen las pérdidas de potencia activa [Fandi14, Kumari17, Tadros16]. El STATCOM es un componente esencial en el desarrollo de dispositivos FACTS, el cual consiste en un VSC, una etapa de filtrado y un transformador de acoplamiento en derivación [Acha E.04, Hingorani00]. Este dispositivo controlador es un desarrollo posterior al del SVC.

Debido a la adopción del STATCOM, en estudios de estado estable se han desarrollado varios modelos, como el que lo representa como una fuente de voltaje controlable conectada a una impedancia de acoplamiento, similar a un condensador

síncrono [Acha E.04, Lawal23, Mathur02, Wei04], conocido también como modelo de inyección de potencia [Mosaad18]. Este modelo simplificado ajusta el voltaje del sistema de AC, pero al no considerar explícitamente el modelo del convertidor DC-AC, no es posible cuantificar las pérdidas por conmutación y conducción, ni el estado operativo del convertidor en su lado de DC dado por el nivel de voltaje y el flujo de potencia activa en el nodo de DC..

Diversos estudios han tratado de superar estas limitaciones. En [Canizares00], se propone un modelo de fuentes de voltaje equivalente donde el voltaje de DC y la relación de modulación de amplitud determinan el voltaje de AC del modelo del STATCOM, aunque necesita modificaciones para incorporar las pérdidas de conmutación y el estado operativo del bus de DC. En [Canizares03], se utilizan estrategias de control de fase y de modulación por ancho de pulso (PWM, por sus siglas en inglés) para aplicar el modelo del STATCOM en estudios de estabilidad electromecánica.

Recientes aportes [Acha13a, Karami19] proponen modelos de STATCOM que describen los principios básicos de los lados AC y DC, agregando una conductancia en paralelo en el lado de DC para modelar las pérdidas de conmutación y una susceptancia en el lado de CA para la inyección y extracción de potencia reactiva. Sin embargo, este método complica las ecuaciones de flujo de potencia y no establece claramente los límites de potencia reactiva por encontrarse en términos de una susceptancia.

Dado que el voltaje controlable en el lado AC del convertidor se puede expresar en términos de su voltaje en el lado DC y su índice de modulación, la conversión de potencia DC-AC se representa explícitamente mediante un transformador ideal de cambio de tap complejo en [Martínez-Parrales21]. El índice de modulación del inversor controla la magnitud del voltaje AC, mientras que los ángulos de fase controlan la potencia activa a través de los VSC. La capacidad del VSC para inyectar o extraer potencia reactiva se representa mediante un generador en el terminal AC del convertidor. El modelo de VSC presentado en [Martínez-Parrales21] constituye la base para el desarrollo del STATCOM en esta tesis. A partir de dicho modelo, se establecen los

modos de operación y los objetivos de control con el fin de realizar el control de la potencia reactiva y la regulación de la magnitud del voltaje en un nodo específico de la red eléctrica.

1.3.3. Controlador unificado de flujos de potencia

Diversos esfuerzos han sido dedicados a modelar el UPFC en algoritmos de flujo de potencia. Cada modelo presenta su propio concepto, ventajas y desventajas, las cuales se describen a continuación.

El modelo desacoplado asume que los convertidores del UPFC y sus transformadores de acoplamiento no presentan pérdidas. Los nodos de envío y recepción del UPFC están desacoplados, considerando el nodo de envío como tipo PV y el nodo de recepción como tipo PQ, con las cargas activas y reactivas integradas en estos buses. El voltaje del bus PV se ajusta al valor especificado, y los parámetros del UPFC se calculan mediante ecuaciones no lineales tras la convergencia del flujo de potencia [Gotham98, Nabavi-Niaki96]. Este modelo es simple de implementar en algoritmos de flujo de potencia, pero no permite el control separado de potencia activa, reactiva y voltaje. Además, los parámetros del UPFC se obtienen tras la convergencia del flujo de potencia, impidiendo prever su comportamiento dentro de los límites establecidos.

Para resolver estas limitaciones, se ha desarrollado el modelo integral o de fuentes de voltaje. En este enfoque, los parámetros de control del UPFC son variables independientes calculadas durante el proceso iterativo del problema de flujos de potencia [Acha E.04, Fuerte97, Fuerte-Esquivel00]. Este modelo mejora la convergencia y permite controlar la magnitud de la potencia activa, reactiva y del voltaje, ya sea de manera simultánea o individual. Sin embargo, incrementa el tamaño de la matriz jacobiana al incorporar las variables de estado adicionales del UPFC; además, hace la consideración de un UPFC sin pérdidas internas y no representa de manera completa los flujos de DC en el nodo común a los dos convertidores que integran este controlador.

El modelo de inyección de carga representa al UPFC como cargas activas y reactivas inyectadas en su terminal de AC [Galvani14, Noroozian97]. Estas cargas son actualizadas durante el proceso de solución de flujos de potencia en función de los voltajes terminales del UPFC y su impedancia. Este modelo es fácil de implementar, pero requiere modificar la matriz jacobiana para incluir los elementos del UPFC.

El modelo de inyección de carga utilizando un circuito π omite la resistencia del UPFC y de la línea de transmisión, representando la reactancia del acoplamiento del UPFC y la susceptancia de carga de la línea como un circuito equivalente en π con cargas inyectadas en sus terminales [Alomoush03]. Este modelo mantiene la simetría de la matriz de admitancia, pero requiere modificar la matriz jacobiana.

El modelo híbrido de inyección de potencia y corriente representa el UPFC mediante la inyección combinada de potencia y corriente en sus terminales de envío y recepción [Kamel15, Kamel13, Ebeed19]. Este modelo, implementado en un nuevo método de flujos de potencia, mantiene la estructura original y la simetría de las matrices de admitancia y jacobiana, permitiendo el control simultáneo o individual del voltaje, la potencia activa y reactiva, aunque no aborda las restricciones operativas de los parámetros del UPFC.

El modelo de transformador ideal complejo para modelar el VSC ya se ha aplicado en otros contextos relacionados con el UPFC [An07, An03]. Sin embargo, en esos modelos, el VSC en derivación se representa mediante una susceptancia variable y solo el VSC en serie se modela con un transformador ideal complejo. Este enfoque es solo una aproximación al modelo convencional de dos fuentes de voltaje del UPFC [Acha E.04, Fuerte97] y carece de una representación del bus de DC.

En general, el manejo de las restricciones operativas de los dispositivos FACTS, incluido el UPFC, es crucial para determinar las capacidades prácticas de estos controladores. Diversos estudios han abordado el modelado de dispositivos UPFC considerando restricciones operativas [Ebeed19, Kamel18, Pereira12]. El método convencional para manejar estas restricciones consiste en reducir gradualmente los valores

de las variables controladas y realizar el estudio de flujo de potencia con los nuevos valores hasta evitar violaciones operativas; aunque este método es robusto, tiene baja precisión y requiere mucho tiempo computacional.

A pesar de los avances logrados, el modelado y control de dispositivos FACTS aún enfrenta desafíos significativos. La precisión en la representación de los flujos de potencia AC-DC y la consideración de todas las restricciones operativas siguen siendo áreas de investigación activa. Estas limitaciones dificultan la inclusión de componentes esenciales, así como la representación de pérdidas internas.

En respuesta a estos desafíos, en este trabajo se ha desarrollado un modelo del UPFC que incorpora de manera explícita el modelado de los dos VSCs que conforman el controlador, abordando estos problemas de manera integral y aplicándolos a dispositivos FACTS. Este enfoque es desarrollado con base a la propuesta reportada en [Martínez-Parrales21] para el modelado de enlaces de corriente directa, y proporciona soluciones óptimas y realistas que se alinean con las condiciones operativas de los sistemas de transmisión reales.

1.4. Objetivos de la Tesis

1.4.1. Objetivo General

El objetivo general de este trabajo es desarrollar, formular e implementar modelos más completos y precisos de los dispositivos, UPFC y STATCOM, basados en convertidores de fuente de voltaje de secuencia positiva, comparados con los que hasta ahora se encuentran en la literatura, para el análisis detallado de flujos de potencia en sistemas de energía eléctrica.

1.4.2. **Objetivos Particulares**

- Desarrollar un modelo innovador de STATCOM y UPFC de secuencia positiva basado en VSCs, que incorpore de manera precisa el comportamiento de un VSC controlado por modulación de ancho de pulso. Este modelo debe permitir la representación integral de los circuitos AC y DC que conforman los dispositivos, considerar las pérdidas inherentes del sistema y representar con precisión el comportamiento interno de los flujos de potencia en los nodos AC y DC de los elementos que los constituyen.
- Derivar desde principios fundamentales el conjunto de ecuaciones no lineales que reflejan la operación en estado estacionario del STATCOM y UPFC, para ser aplicadas en estudios de flujo de potencia.
- Incorporar las restricciones de desigualdad asociadas a los límites operativos de las estaciones VSC de los dispositivos STATCOM y UPFC directamente en la formulación de flujos de potencia mediante ecuaciones de complementariedad y la función de mérito de Fischer-Burmeister (FBMF, por sus siglas en inglés), de manera que las variables de control se ajusten automáticamente dentro del rango factible sin requerir verificaciones externas de límites, como se realiza comúnmente en otras propuestas.
- Implementar los modelos desarrollados de STATCOM y UPFC en un programa de flujos de potencia, evaluando su desempeño y eficiencia en diferentes escenarios operativos en redes eléctricas de gran escala.
- Resolver el problema de flujos de potencia de manera unificada, incluyendo la solución simultánea de las variables de estado de redes AC y DC, así como de los dispositivos UPFC y STATCOM basados en VSC, junto con las restricciones de complementariedad que limitan la solución, en un único marco de referencia. Esto garantizará una mayor coherencia y precisión en el análisis.

1.5. Justificación

Los sistemas eléctricos futuros integrarán, además del uso de plantas convencionales de generación síncrona, una gran cantidad de plantas de energías renovables para cubrir el incremento de la demanda eléctrica. Esto plantea desafíos importantes para la estabilidad y eficiencia de los sistemas de transmisión. En este contexto, se ha demostrado que el uso de dispositivos FACTS, como el UPFC y el STATCOM, es una solución factible para el control de flujos de potencia y la estabilidad de voltaje en redes de transmisión.

Por lo tanto, es indispensable aumentar la precisión y robustez de los modelos de estos dispositivos, considerando todos los aspectos operativos, el comportamiento interno de los flujos de potencia, las pérdidas particulares de los elementos que los conforman y los límites operativos, permitiendo así una representación más fiel de su comportamiento operativo.

Para determinar el estado operativo del sistema eléctrico, es necesario obtener resultados factibles de análisis de flujos de potencia, lo que permite conocer las distribuciones de potencia activa y reactiva en todo el sistema. Estudios precisos de flujos de potencia son cruciales para identificar sobrecargas en líneas de transmisión o transformadores, evaluar niveles de tensión y optimizar el uso de generadores. Además, estos tipos de estudios facilitan la integración de fuentes de energía renovables, permiten evaluar contingencias y apoyan decisiones informadas sobre la operación, planificación y expansiones necesarias de la red eléctrica.

1.6. Metodología

Este trabajo se estructura en varias etapas que permiten un enfoque integral del modelado y estudio de dispositivos UPFC y STATCOM, para el análisis de flujos de potencia. En primer lugar, se realiza una revisión exhaustiva de la literatura actual sobre dispositivos FACTS, diferentes métodos de modelado y solución.

Se desarrolla un modelo matemático para el UPFC y el STATCOM basados en VSC, teniendo en cuenta los parámetros operativos, modos de control, representación de elementos que reflejan pérdidas internas en estado estable, interacción de flujos de potencia entre nodos y límites operativos. Estos modelos se realizan en el contexto de redes de transmisión AC-DC para proporcionar una representación detallada y realista del comportamiento de los dispositivos.

Los límites operativos de las estaciones VSC, que forman parte de los dispositivos STATCOM y UPFC, se representan como dos ecuaciones no lineales de igualdad mediante la utilización de ecuaciones de complementariedad y la función de mérito de Fischer-Burmeister (FBMF) [Fischer92]. Estas ecuaciones son incluidas directamente en la formulación de flujos de potencia. Además, dependiendo del modo de operación, se establecen restricciones de control que permitirán ajustar las variables de control a su valor especificado, manteniéndose dentro del rango de operación factible, evitando realizar una verificación de límites fuera del proceso iterativo de solución del problema de flujos de potencia.

Los modelos propuestos se integran al problema de flujos de potencia AC-DC multi-terminal [Martínez-Parrales21] mediante la codificación en Matlab y utilizando el método de Newton-Raphson. Estos modelos se resuelven junto con las restricciones de control y operativas para calcular los flujos de potencia AC-DC. De esta manera, se obtienen simultáneamente los resultados de las variables asociadas con la red de AC y DC, así como las variables de las estaciones VSC que conforman los dispositivos FACTS. Estas variables corresponden a los voltajes nodales de AC y DC, el índice de modulación y el ángulo de fase de cada VSC, junto con las variables auxiliares asociadas a sus límites operativos.

A continuación, se realiza la validación del modelo propuesto comparando resultados con el programa desarrollado en [Acha E.04] para ambos dispositivos. En esta literatura, los modelos fueron desarrollados como fuentes de voltaje. Para realizar la comparativa de resultados y validación, se consideran valores cercanos a cero para

las resistencias y reactancias que conforman los modelos del VSC, a excepción de la reactancia serie con la red y en derivación del transformador de acoplamiento del STATCOM y UPFC, respectivamente. Posteriormente, se analizarán diferentes escenarios operativos con redes de diversas cantidades de nodos y dispositivos, los cuales serán considerados como casos base. Estos casos base serán modificados para que existan violaciones de límites del VSC, como índice de modulación y corriente, tanto para los dispositivos VSC conectados en serie como en derivación. Lo anterior permitirá validar que los modelos propuestos efectivamente reflejan el comportamiento operativo en frecuencia fundamental de la manera más cercana a la realidad, asegurando al mismo tiempo que cumplan con los límites operativos y proporcionen soluciones precisas y viables.

1.7. Descripción de Capítulos

Además de lo mencionado anteriormente, esta tesis se estructura en cinco capítulos, cada uno de los cuales aborda aspectos importantes del modelado y estudio de dispositivos FACTS basados en VSC, como el UPFC y el STATCOM, en el análisis de flujos de potencia. La organización de esta investigación se describe a continuación.

El capítulo 2 describe el modelo del VSC como base para el desarrollo de los controladores propuestos. Se presenta la formulación del análisis de flujos de potencia en redes AC y DC utilizando el método de Newton-Raphson para solucionar las restricciones no lineales. Además, se detalla la inclusión del modelo VSC en una solución unificada que considera las variables de AC, DC y sus respectivas variables asociadas a los modos de control y límites operativos de los convertidores.

En el capítulo 3 se desarrolla el modelo matemático del STATCOM, abordando sus parámetros físicos, modos de control y límites de operación. Se incluyen las ecuaciones de flujos de potencia y restricciones basadas en complementariedad de este controlador. Se presentan casos de estudio que validan el modelo en distintos esce-

narios, analizando su comportamiento en condiciones normales y ante la violación de alguno de sus límites operativos.

El capítulo 4 presenta el modelo matemático del UPFC, destacando su capacidad para controlar flujos de potencia activa y reactiva, además del voltaje en redes eléctricas. Se describen las ecuaciones de flujos de potencia, restricciones asociadas a límites operativos y modos de control basados en complementariedad del dispositivo. También se analizan casos de estudio que validan su comportamiento en diversas condiciones, incluyendo redes de gran escala y situaciones de operación límite.

El capítulo 5 muestra las conclusiones del trabajo de investigación, destacando las contribuciones realizadas y los resultados obtenidos. Además, se proponen trabajos futuros para continuar avanzando en el estudio del STATCOM y UPFC basados en VSC en redes eléctricas.

Capítulo 2

Formulación del Problema de Flujos de Potencia considerando VSCs

2.1. Introducción

La finalidad de los sistemas eléctricos de potencia es satisfacer la demanda de energía eléctrica de los consumidores de manera segura, confiable y eficiente. En este contexto, análisis de flujos de potencia es de gran importancia para el control operativo de la red existente. El objetivo principal de este análisis es determinar la condición operativa en estado estable del sistema eléctrico, obteniendo los ángulos de fase y magnitudes de voltaje en cada uno de sus nodos o subestaciones, además de los flujos de potencia activa y reactiva inyectados en cada uno de los elementos de las redes de transmisión para un conjunto dado de condiciones de demanda y generación de potencia eléctrica.

Los resultados que son proporcionados por el estudio nos indican si los nodos o elementos de transmisión se encuentran funcionando dentro de sus límites operativos de magnitud y ángulo de fase de voltaje , flujos de potencia activa y reactiva. Dado

un escenario en el que exista una o más violaciones de límites operativos, se toman acciones de control para eliminar estas violaciones.

Los dispositivos FACTS representan una solución de los problemas antes mencionados. Si se detecta en algún nodo de la red una magnitud de voltaje fuera de límites, o que se quiere fijar en un valor determinado, un controlador STATCOM puede ser utilizado para inyectar o absorber potencia reactiva en ese punto específico de la red. Por otro lado, si los flujos de potencia de transferencia en algún elemento de transmisión superan su capacidad nominal de potencia, el UPFC permite ajustar el flujo de potencia a través de un elemento específico, evitando sobrecargas y controlando simultáneamente el nivel de tensión en una de sus terminales [Acha E.04]. Este tipo de controlador se basa en VSCs. Por ello, en este capítulo se describe el modelo de una estación convertidora AC/DC basada en un VSC, que sirve como fundamento para el desarrollo de estos controladores. Además, se presenta una descripción general de la formulación del problema de flujos de potencia unificado, en el cual se integran los controladores basados en VSCs.

2.2. Modelo de una estación convertidora AC/DC basada en un VSC

La formulación matemática en estado estable del funcionamiento del VSC es derivada a partir de la configuración esquemática de la estación convertidora que se muestra en la Figura 2.1 [Martínez-Parrales21]. Este modelo presenta un avance significativo respecto a investigaciones anteriores donde los convertidores VSC se consideraban como fuentes de voltaje idealizadas y controlables. En este caso, las estaciones convertidoras se conceptualizan como dispositivos transformadores compuestos, a los cuales se les puede asociar propiedades de control de inversores basados en PWM. Esto es análogo a la conceptualización de los convertidores DC-DC como transformadores reductores o elevadores de voltaje [Acha13b].

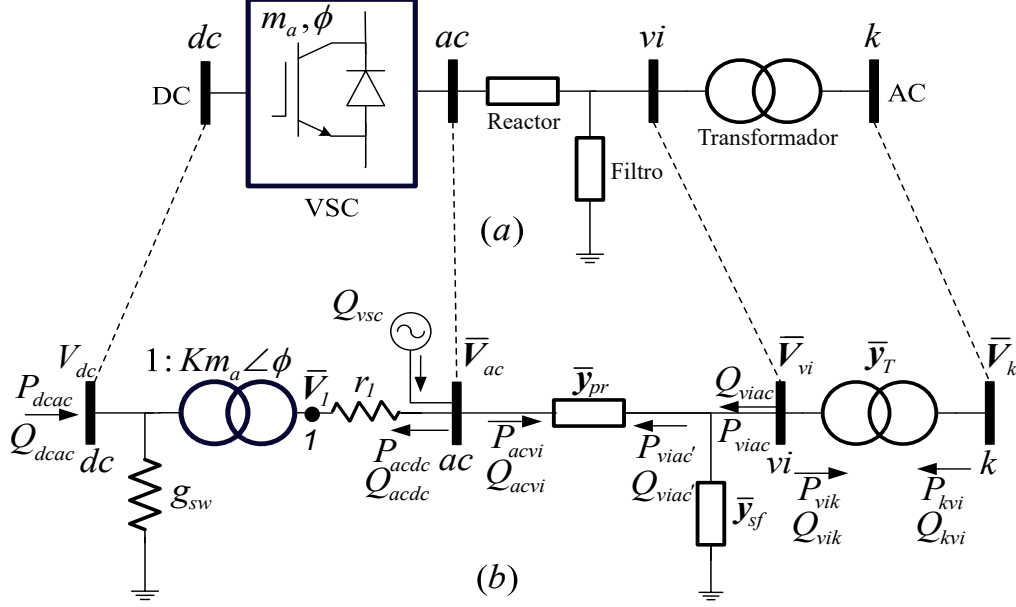


Figura 2.1: Estación convertidora VSC y transformador (a) Representación esquemática. (b) Modelo de circuito equivalente de secuencia positiva

El componente central de este modelo VSC es el transformador de cambio de tap complejo ideal, cuyas terminales se encuentran conectadas al nodo de dc y al nodo interno 1. Este último nodo puede ser interpretado hipotéticamente como un nodo de la red de AC, donde se considera de manera integral la naturaleza de cambio de fase y escalamiento de control PWM. La ecuación (2.1) representa un convertidor de fuente de voltaje trifásico de dos niveles [Acha13b].

$$\bar{V}_1 = Km_a V_{dc} (\cos \phi - j \sin \phi) \quad (2.1)$$

Algunas de las consideraciones que se toman en [Martínez-Parrales21] para el desarrollo del modelo VSC se describen a continuación. Las ecuaciones de flujos de potencia del reactor serie $\bar{y}_{pr}$ y la admitancia del filtro en derivación $\bar{y}_{sf}$ se incluyen por separado para facilitar agregar restricciones operativas. Además, se considera un

generador de potencia reactiva Q_{vsc} , el cual representa la potencia reactiva generada por el VSC y facilita la inclusión de límites internos de corriente. Para la representación física de pérdidas conductivas de los IGBTs se utiliza el resistor r_1 , mientras que la conductancia g_{sw} representa las pérdidas por conmutación.

La operación del VSC se modela mediante dos variables de decisión: el índice de modulación m_a y el ángulo de disparo ϕ , que controlan la magnitud y ángulo de voltaje de $\bar{V}_{ac}$, respectivamente. Por tanto, este modelo de VSC engloba las restricciones operativas y los límites de corriente e índice de modulación, y considera las pérdidas de operación.

Por último, se utilizarán dos nomenclaturas diferentes para la admitancia nodal propia del nodo ac : i) subíndice 1 cuando se analiza la potencia transferida entre las dos terminales del VSC: la conexión entre sus nodos dc y ac ; ii) subíndice 2 cuando se analiza la potencia transferida desde la terminal de ac del VSC hacia el nodo vi del reactor-filtro.

Las ecuaciones de flujos de potencia asociadas al modelo del VSC, mostrado en la Figura 2.1, se derivan a partir del desarrollo matemático presentado en el Apéndice A, sección A.1. Dichas ecuaciones se reportan a continuación:

$$P_{acdc} = G_{acac1}V_{ac}^2 + V_{ac}V_{dc}[G_{acdc}\cos(\theta_{ac}) + B_{acdc}\sin(\theta_{ac})] \quad (2.2)$$

$$Q_{acdc} = -B_{acac1}V_{ac}^2 + V_{ac}V_{dc}[G_{acdc}\sin(\theta_{ac}) - B_{acdc}\cos(\theta_{ac})] \quad (2.3)$$

$$P_{dcac} = V_{dc}^2G_{dcac} + V_{dc}V_{ac}[G_{dcac}\cos(-\theta_{ac}) + B_{dcac}\sin(-\theta_{ac})] \quad (2.4)$$

$$Q_{dcac} = -V_{dc}^2 B_{dcac} + V_{dc} V_{ac} [G_{dcac} \sin(-\theta_{ac}) - B_{dcac} \cos(-\theta_{ac})] \quad (2.5)$$

donde:

$$g_1 = (r_1)^{-1} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{acac1} &= G_{acac1} + jB_{acac1} = g_1 \\ \bar{Y}_{dcac} &= G_{dcac} + jB_{dcac} = K^2 m_a^2 g_1 + g_{sw} \\ \bar{Y}_{acdc} &= G_{acdc} + jB_{acdc} = -K m_a g_1 (\cos \phi + j \sin \phi) \\ \bar{Y}_{dcac} &= G_{dcac} + jB_{dcac} = -K m_a g_1 (\cos \phi - j \sin \phi) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Debe notarse que las admitancias nodales $\bar{Y}_{acac1}$ y $\bar{Y}_{dcac}$ en (2.7) son puramente reales, ya que solo intervienen la resistencia r_1 , que refleja las pérdidas por conducción y que al expresarse en términos de admitancia corresponde a la conductancia g_1 , junto con la conductancia g_{sw} , que modela las pérdidas por conmutación, sin que aparezcan componentes reactivas. De tal manera, al sustituir las ecuaciones (2.7) en las ecuaciones (2.2)–(2.5) se obtienen las siguientes expresiones en términos de las variables de estado m_a y ϕ :

$$P_{dcac} = (K^2 m_a^2 g_1 + g_{sw}) V_{dc}^2 - K m_a g_1 V_{dc} V_{ac} \cos(\phi - \theta_{ac}) \quad (2.8)$$

$$Q_{dcac} = -K m_a g_1 V_{ac} V_{dc} \sin(\phi - \theta_{ac}) \quad (2.9)$$

$$P_{acdc} = g_1 V_{ac}^2 - K m_a g_1 V_{ac} V_{dc} \cos(\theta_{ac} - \phi) \quad (2.10)$$

$$Q_{acdc} = -K m_a g_1 V_{ac} V_{dc} \sin(\theta_{ac} - \phi) \quad (2.11)$$

Las potencias activa P_{dcac} y reactiva Q_{dcac} representan la potencia transferida desde el lado de corriente continua al lado de corriente alterna del VSC. Por otro lado,

la potencia activa P_{acdc} y la potencia reactiva Q_{acdc} representan los flujos de potencia desde el lado de AC al lado de DC del VSC.

En estas ecuaciones, V_{dc} es el voltaje del nodo de corriente directa, $K = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ es una constante utilizada en este tipo de convertidor de dos niveles para representar la relación entre el voltaje de DC y el voltaje eficaz (RMS, por sus siglas en inglés) de línea a línea en los extremos del VSC [Martínez-Parrales21].

Las ecuaciones de flujos de potencia del reactor y filtro que se encuentran entre los nodos vi y ac son las siguientes:

$$P_{viac} = V_{vi}^2 G_{vivi1} + V_{vi} V_{ac} [G_{viac} \cos(\theta_{vi} - \theta_{ac}) + B_{viac} \sin(\theta_{vi} - \theta_{ac})] \quad (2.12)$$

$$Q_{viac} = -V_{vi}^2 B_{vivi1} + V_{vi} V_{ac} [G_{viac} \sin(\theta_{vi} - \theta_{ac}) - B_{viac} \cos(\theta_{vi} - \theta_{ac})] \quad (2.13)$$

$$P_{acvi} = G_{acac2} V_{ac}^2 + V_{ac} V_{vi} [G_{acvi} \cos(\theta_{ac} - \theta_{vi}) + B_{acvi} \sin(\theta_{ac} - \theta_{vi})] \quad (2.14)$$

$$Q_{acvi} = -B_{acac2} V_{ac}^2 + V_{ac} V_{vi} [G_{acvi} \sin(\theta_{ac} - \theta_{vi}) - B_{acvi} \cos(\theta_{ac} - \theta_{vi})] \quad (2.15)$$

donde:

$$\bar{\mathbf{y}}_{pr} = \frac{1}{\bar{\mathbf{z}}_{pr}} = \frac{1}{r_{pr} + jx_{pr}} \quad (2.16)$$

$$\bar{\mathbf{y}}_{sf} = \frac{1}{\bar{\mathbf{z}}_{sf}} = \frac{1}{r_{sf} + jx_{sf}} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{Y}}_{acac2} &= G_{acac2} + jB_{acac2} = \bar{\mathbf{y}}_{pr} \\ \bar{\mathbf{Y}}_{vivi1} &= G_{vivi1} + jB_{vivi1} = \bar{\mathbf{y}}_{pr} + \bar{\mathbf{y}}_{sf} \\ \bar{\mathbf{Y}}_{acvi} &= G_{acvi} + jB_{acvi} = -\bar{\mathbf{y}}_{pr} \\ \bar{\mathbf{Y}}_{viac} &= G_{viac} + jB_{viac} = -\bar{\mathbf{y}}_{pr} \end{aligned} \quad (2.18)$$

En estas ecuaciones, V_{ac} es la magnitud y θ_{ac} el ángulo de fase de $\overline{V}_{ac}$, el cual representa el equivalente de secuencia positiva de la tensión trifásica del convertidor del lado de AC.

La operación del VSC implica el control directo de dos variables de estado, es decir, el índice de modulación de amplitud m_a y el ángulo de disparo ϕ , lo que permite controlar la magnitud y el ángulo de fase del voltaje del VSC en el lado de AC, $\overline{V}_{ac}$. Al no existir elementos reactivos entre los nodos dc y ac , $\theta_{ac} = \phi$, por lo que se deduce de las ecuaciones (2.9) y (2.11) que $Q_{dcac} = Q_{acdc} = 0$.

El conjunto de ecuaciones reportado permite realizar el análisis detallado de cómo se transfiere la potencia entre los diferentes componentes del modelo VSC, teniendo en cuenta las contribuciones de las componentes activas como reactivas.

2.2.1. Modos de control de la estación convertidora VSC

La Figura 2.2 muestra el conjunto de mediciones que se pueden realizar en el VSC para definir sus modos de control [Martínez-Parrales21]. En este caso, se mide el voltaje en el nodo vi junto con un lazo de bloqueo de fase (PLL, por sus siglas en inglés) en la fase a . Además, se registra el voltaje en el nodo dc y la corriente que fluye de los nodos dc a ac , proporcionando la información necesaria para controlar la potencia activa P_{dcac} transferida de dc a ac . Asimismo, la medición de corriente que circula desde el nodo vi al nodo ac suministra datos importantes que, al combinarlos con las mediciones del voltaje en el mismo nodo, permiten obtener las potencias activa y reactiva P_{acvi} y Q_{acvi} que se transfieren de vi a ac .

Considerando las mediciones de las variables mencionadas anteriormente, el control independiente de los parámetros de m_a y ϕ permite regular simultáneamente los objetivos de control, ajustando la tensión de salida del VSC, $\overline{V}_{ac}$, con respecto al voltaje en el nodo $\overline{V}_{vi}$. La Figura 2.3 ilustra los diferentes modos de operación del VSC, determinados por las variables de control m_a y ϕ , los cuales se describen a continuación [Martínez-Parrales21]:

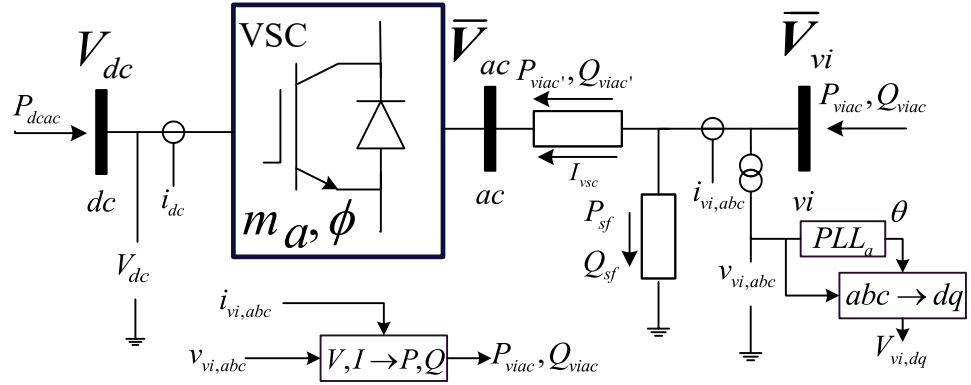


Figura 2.2: Mediciones de control del VSC

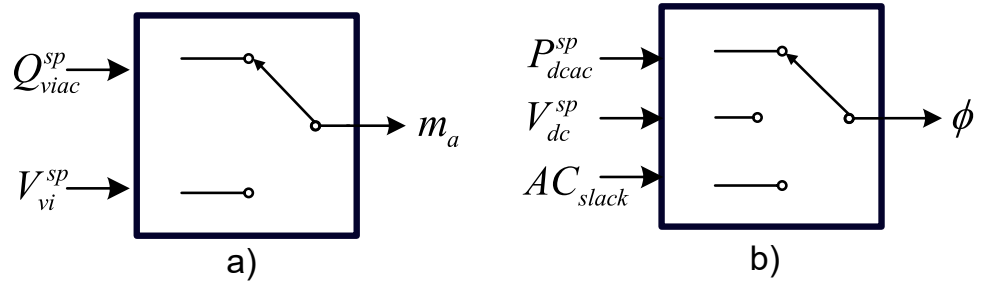


Figura 2.3: Modos de control del VSC por a) índice de modulación y b) ángulo de fase

a) Control por índice de modulación m_a .

La magnitud del voltaje en el nodo ac del VSC puede regularse mediante el índice de modulación m_a , lo que permite llevar a cabo las acciones de control que se detallan a continuación:

- i) Conservar constante la magnitud de voltaje V_{vi} en un valor especificado V_{vi}^{sp} mediante la inyección o extracción de potencia reactiva.
- ii) Controlar a un valor especificado el flujo de potencia reactiva del nodo vi hacia el nodo ac en un valor especificado Q_{viac}^{sp} .

Siempre que el índice de modulación esté dentro de sus límites operativos, los cuales se describen en la siguiente subsección, cualquiera de estos dos modos de control puede llevarse a cabo. Si el índice de modulación viola alguno de sus límites, esta variable se fijará en el límite violado y la variable a controlar, i.e., V_{vi} ó Q_{viac} , adoptará un valor diferente al objetivo de control especificado de acuerdo a las condiciones operativas y los límites de potencia reactiva del VSC.

b) Control por ángulo de fase ϕ .

El ajuste del ángulo de disparo ϕ permite controlar el ángulo de voltaje en el nodo *ac* con respecto al ángulo de voltaje *vi* para lograr alguna de las siguientes acciones de control:

- i) Transferir una cantidad determinada de potencia activa P_{dcac}^{sp} a través del convertidor, del nodo *dc* hacia el nodo *ca*.
- ii) Mantener constante el voltaje en el nodo *dc*, en un valor especificado V_{dc}^{sp} . Este modo de control, es equivalente al de un nodo slack de DC, tal que mediante la inyección o extracción de potencia activa se asegura el balance de potencia activa en el nodo *dc*.
- iii) El VSC funciona como un nodo slack de la red AC (AC_{slack}), transfiriendo o absorbiendo la potencia activa requerida para mantener el balance de potencia activa en el nodo *ac*.

Para evitar problemas de convergencia, estos dos últimos modos de control no están limitados en la formulación desarrollada en [Martínez-Parrales21].

Debe señalarse que, para evitar problemas de convergencia, estos dos últimos modos de control no se restringen en la formulación desarrollada en [Martínez-Parrales21]. En el caso del modo ii), el VSC se modela como un nodo *slack* de DC, lo que garantiza automáticamente el balance de potencia en el enlace de corriente directa. Por su parte, en el modo iii) el VSC actúa como un nodo *slack* de la red AC, asegurando

el equilibrio de potencia activa en el nodo correspondiente. Intentar imponer límites operativos adicionales sobre estos modos comprometería la convergencia numérica del flujo de potencia al no poderse suministrar la cantidad de potencia activa requerida para compensar el desbalance de potencia existente en la red.

Los modos de control del VSC se componen de dos configuraciones asociadas con el índice de modulación m_a y tres asociadas al ángulo de disparo ϕ , dando lugar a seis combinaciones posibles de control. Estas combinaciones son utilizadas en la operación de redes AC/DC y se describen como: $V_{vi}^{sp} - P_{dcac}^{sp}$, $Q_{viac}^{sp} - P_{dcac}^{sp}$, $V_{vi}^{sp} - V_{dc}^{sp}$, $Q_{viac}^{sp} - V_{dc}^{sp}$, $V_{vi}^{sp} - AC_{slack}$, y $Q_{viac}^{sp} - AC_{slack}$.

2.2.2. Límites operativos del VSC

Para asegurar que la solución de flujos de potencia corresponda a una operación factible del VSC, se deben considerar tres factores limitantes en la formulación: i) Rango de operación de carga del capacitor DC, ii) Límites inferior y superior de modulación asociada con la técnica de modulación y el tamaño del filtro y iii) La corriente continua máxima I_{vsc}^{max} que pueden manejar los elementos de conmutación del convertidor de acuerdo a sus datos de placa [Haileselassie12]. Las restricciones de desigualdad $V_{dc}^{min} \leq V_{dc} \leq V_{dc}^{max}$ y $m_a^{min} \leq m_a \leq m_a^{max}$ consideran los dos primeros límites operativos respectivamente, mientras que la corriente continua máxima I_{vsc}^{max} combinada con el voltaje V_{ac} permite calcular la potencia aparente máxima de operación del VSC: $S_{acvi}^{max} = I_{vsc}^{max} V_{ac}$. En esta situación, la potencia S_{acvi}^{max} puede ser descompuesta en límites de potencia reactiva $Q_{vsc}^{min} \leq Q_{vsc} \leq Q_{vsc}^{max}$ y de potencia activa $P_{dcac}^{min} \leq P_{dcac} \leq P_{dcac}^{max}$ a través de los cuales se puede evitar la violación de límite de corriente. Estas restricciones de desigualdad fueron expresadas como restricciones de complementariedad en [Martínez-Parrales21] para asegurar que los convertidores estén protegidos contra sobrecorrientes y operen en una región factible en el análisis de estado estable. La conceptualización y desarrollo de estas restricciones de complementariedad son presentados a continuación.

El esquema de control de corriente aplicado al convertidor VSC se ilustra en la Figura 2.4. Este esquema de control externo del convertidor consiste en la determinación de las corrientes deseadas en el sistema de coordenadas dq , a partir de los requerimientos de potencia activa y reactiva. Para ello, se emplean matrices de transformación que permiten expresar dichas potencias en el marco de referencia dq , obteniendo así las componentes de corriente deseadas tanto en el eje directo $I_{vsc,d}^{des}$ como en el eje de cuadratura $I_{vsc,q}^{des}$ con la finalidad de cumplir con las especificaciones de control o puntos de ajuste. Posteriormente, un limitador de corriente procesa y ajusta estas componentes de corriente deseadas para evitar una condición de sobrecorriente del convertidor, estableciendo así las corrientes de referencia $I_{vsc,d}^{ref}$ y $I_{vsc,q}^{ref}$. Finalmente, el control interno de corriente recibe estas corrientes de referencia y determina el índice de modulación m_a y el ángulo de disparo ϕ adecuado [Martínez-Parrales21].

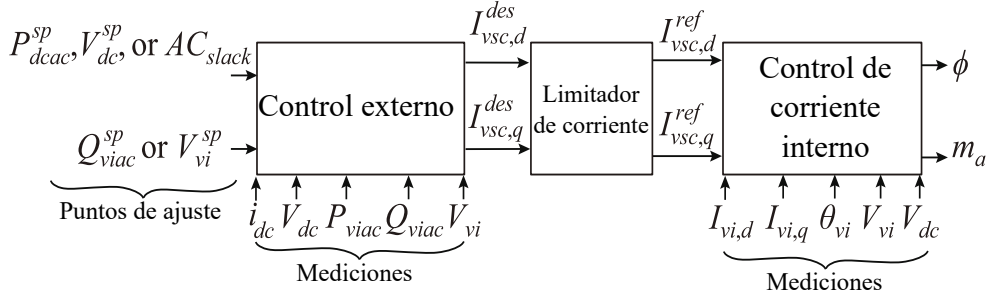


Figura 2.4: Esquema de control de corriente del VSC

Una representación de los límites de corriente es de manera vectorial [Vrana13], donde si la magnitud de corriente máxima del VSC es excedida, los componentes de corriente directa y cuadratura se ajustan en la misma proporción para lograr una operación factible dentro de límites, como se muestra en la Figura 2.5. En particular, si el vector de corriente deseado $I_{vsc,dq}^{des}$, definido por sus componentes $I_{vsc,d}^{des}$ e $I_{vsc,q}^{des}$,

sobrepasa la capacidad máxima del convertidor en el marco dq : $I_{vsc,dq}^{max}$, sus componentes se escalan de manera proporcional hasta ajustarse a dicho límite. De esta forma, se obtienen las corrientes de referencia $I_{vsc,d}^{ref}$ y $I_{vsc,q}^{ref}$.

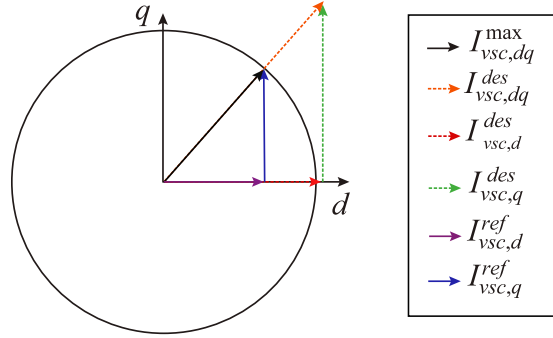


Figura 2.5: Técnica de limitador de corriente vectorial

Considerando una transformación de voltaje invariante, en la Figura 2.2 se muestra que la potencia activa $P_{viac'}$ se define como la potencia activa que fluye desde el nodo vi hacia el nodo ac , restando la potencia activa P_{sf} que se consume en el filtro. De manera similar, la potencia reactiva Q'_{viac} se define como la potencia reactiva que fluye del nodo vi hacia el nodo ac , restando la potencia reactiva Q_{sf} que circula a través del filtro.

Con base al Apéndice B, sección B.4, la potencia activa $P_{viac'}$, puede ser definida mediante la componente de voltaje en el eje directo $V_{vi,d}$ en el nodo vi y la componente de corriente del VSC en el eje directo $I_{vsc,d}$, dando como resultado que $P_{viac'} = \frac{3}{2}V_{vi,d}I_{vsc,d}$. Además, la potencia reactiva es definida por $Q_{viac'} = -\frac{3}{2}V_{vi,d}I_{vsc,q}$, donde, aplicando transformada dq para este caso, $V_{vi,d} = \sqrt{\frac{2}{3}}V_{vi}$ representa la componente directa de la magnitud de voltaje en el nodo vi . Además, $I_{vsc,d}$ e $I_{vsc,q}$ son las corrientes en los ejes d y q del convertidor en el sistema de referencia dq , respectivamente, y son definidas por, $|I_{vsc,d} + jI_{vsc,q}| = I_{vsc,dq} = \sqrt{\frac{2}{3}}I_{vsc}$. Por último, I_{vsc} es la corriente total que fluye a través del VSC, de tal manera que $I_{vsc,dq}^{max} = \sqrt{\frac{2}{3}}I_{vsc}^{max}$.

Con base en esta transformación de coordenadas presentada en el Apéndice B, las componentes d y q de la corriente deseada en la k -ésima iteración del proceso de solución del flujo de potencia se determinan como [Martínez-Parrales21]:

$$I_{vsc,d}^{des,k} = \frac{P_{viac'}^k}{\frac{3}{2}V_{vi,d}^k} \quad (2.19)$$

$$I_{vsc,q}^{des,k} = -\frac{Q_{viac'}^k}{\frac{3}{2}V_{vi,d}^k} \quad (2.20)$$

El proceso anterior se realiza en el módulo de control externo, el cual recibe dos tipos de información: las mediciones correspondientes a los valores de las potencias $P_{viac'}^k$ y $Q_{viac'}^k$ en la k -ésima iteración, necesarias para evaluar el progreso hacia el objetivo de control y los puntos de ajuste o modos de control deseados con los valores especificados. Con esta información, el módulo calcula y entrega las corrientes deseadas, que son las necesarias para cumplir los objetivos de control establecidos, y que se representan mediante las ecuaciones (2.19) y (2.20).

En el siguiente bloque, la magnitud de corriente deseada del VSC, $I_{vsc,dq}^{des,k} = \sqrt{(I_{vsc,d}^{des,k})^2 + (I_{vsc,q}^{des,k})^2}$, siempre está limitada por el módulo de control de limitación de corriente para que cumpla con la condición $I_{vsc,dq}^{des,k} \leq I_{vsc,dq}^{max}$. En caso de que la condición anterior sea violada, la corriente se ajusta de manera vectorial como se muestra en la Figura 2.5, donde las componentes d y q de $I_{vsc,dq}^{des,k}$ se escalan de manera proporcional de la siguiente forma:

$$I_{vsc,d}^{ref,k} = I_{vsc,d}^{des,k} \cdot \frac{I_{vsc,dq}^{max}}{I_{vsc,dq}^{des,k}} \quad (2.21)$$

$$I_{vsc,q}^{ref,k} = I_{vsc,q}^{des,k} \cdot \frac{I_{vsc,dq}^{max}}{I_{vsc,dq}^{des,k}} \quad (2.22)$$

Después de implementar una técnica de limitación de corriente, lo que se obtiene son los valores de corriente de referencia $I_{vsc,d}^{ref,k}$ e $I_{vsc,q}^{ref,k}$. A partir de estas magnitudes de corriente es posible establecer los límites de corriente del VSC en térmi-

nos de potencias. En ese contexto, el rango permitido para $P_{viac'}^k$ se define como $-1.5V_{vi,d}^k|I_{vsc,d}^{ref,k}| \leq P_{viac'}^k \leq 1.5V_{vi,d}^k|I_{vsc,d}^{ref,k}|$. Si se desprecia la resistencia del reactor, se tiene que $P_{acvi}^k = -P_{viac'}^k$, lo que implica que los límites máximos y mínimos de P_{acvi}^k están dados por:

$$P_{acvi}^{max,k} = 1.5V_{vi,d}^k|I_{vsc,d}^{ref,k}| \quad (2.23)$$

$$P_{acvi}^{min,k} = -1.5V_{vi,d}^k|I_{vsc,d}^{ref,k}| \quad (2.24)$$

Por otra parte, los límites de potencia reactiva del convertidor se calculan con las siguientes ecuaciones [Martínez-Parrales21]:

$$Q_{vsc}^{max,k} = Q_{acvi}^{max,k} = \sqrt{(V_{ac}^k \cdot I_{vsc}^{max})^2 - (P_{acvi}^{max,k})^2} \quad (2.25)$$

$$Q_{vsc}^{min,k} = Q_{acvi}^{min,k} = -\sqrt{(V_{ac}^k \cdot I_{vsc}^{max})^2 - (P_{acvi}^{max,k})^2} \quad (2.26)$$

donde I_{vsc}^{max} es un valor constante que se determina con base en la potencia nominal S_{nom} indicada en los datos de placa del VSC. En términos de valores en p.u., se tiene que $I_{vsc}^{max} = S_{nom}$.

Considerando las ecuaciones (2.23)-(2.24) y las pérdidas del convertidor, las cuales se calculan como $P_{loss}^k = P_{dcac}^k - P_{acvi}^k$, se pueden expresar los límites de la potencia activa del VSC en función de la potencia P_{dcac} :

$$P_{dcac}^{max,k} = P_{loss}^k + P_{acvi}^{max,k} \quad (2.27)$$

$$P_{dcac}^{min,k} = P_{loss}^k + P_{acvi}^{min,k} \quad (2.28)$$

2.2.3. Límites operativos del VSC basados en complementariedad

Las restricciones de desigualdad doble que representan los límites operativos del VSC se incluyen en la formulación propuesta del problema de flujo de potencia uti-

lizando restricciones de complementariedad y la FBMF [Martínez-Parrales21]. Para lograr este propósito, las restricciones de desigualdad se transforman en restricciones de igualdad siguiendo el procedimiento detallado en el Apéndice C. La teoría de complementariedad se utiliza para modelar los límites operativos del VSC de manera sistemática, permitiendo que una variable de estado solo se active cuando alcanza un límite, ya sea máximo o mínimo. Para esto, se introducen variables auxiliares que indican cuándo la variable toca un límite. Cuando la variable no alcanza ningún límite, estas variables auxiliares permanecen en cero, lo que significa que la función original se mantiene sin ajustes y el valor de la variable de estado continúa dentro de sus límites. La función de Fischer–Burmeister se utiliza para transformar relaciones de desigualdad en ecuaciones de igualdad no lineales. Intuitivamente, combina dos variables de manera que la función se anula, es decir, adquiere valor cero, si y solo si se cumple la condición de complementariedad. De este modo, la función puede resolverse mediante métodos numéricos estándar para ecuaciones no lineales.

Aplicando las ecuaciones de complementariedad y la FBMF a los límites de las variables operativas del VSC, $m_a \in \mathbf{x}$, $Q_{vsc} \in \mathbf{x}$, se introducen variables auxiliares asociadas a dichos límites operativos. Estas variables auxiliares forman parte del vector de variables $\mathbf{x}$ a resolverse dentro del problema de flujo de potencia, y se plantean como $v_{ma-}^{cc} \in \mathbf{x}$, $v_{ma+}^{cc} \in \mathbf{x}$, $v_{Qvsc-}^{cc} \in \mathbf{x}$, $v_{Qvsc+}^{cc} \in \mathbf{x}$, $v_{Vdc-}^{cc} \in \mathbf{x}$, $v_{Vdc+}^{cc} \in \mathbf{x}$, $v_{Pdcac-}^{cc} \in \mathbf{x}$ y $v_{Pdcac+}^{cc} \in \mathbf{x}$. El signo negativo (-) en el subíndice significa que se asocia con su límite mínimo, y el signo positivo (+) a su límite máximo. Finalmente, cada una de estas variables se asocia con su respectiva restricción de igualdad, la cual define los límites operativos del VSC. Estas restricciones se formulan de la siguiente manera:

$$\sqrt{(m_a - m_a^{min})^2 + (v_{ma-}^{cc})^2} - (m_a - m_a^{min}) - v_{ma-}^{cc} = 0, \quad (2.29)$$

$$\sqrt{(m_a^{max} - m_a)^2 + (v_{ma+}^{cc})^2} - (m_a^{max} - m_a) - v_{ma+}^{cc} = 0, \quad (2.30)$$

$$\sqrt{(Q_{vsc} - Q_{vsc}^{min})^2 + (v_{Q_{vsc}-}^{cc})^2} - (Q_{vsc} - Q_{vsc}^{min,k}) - v_{Q_{vsc}-}^{cc} = 0, \quad (2.31)$$

$$\sqrt{(Q_{vsc}^{max} - Q_{vsc})^2 + (v_{Q_{vsc}+}^{cc})^2} - (Q_{vsc}^{max} - Q_{vsc}) - v_{Q_{vsc}+}^{cc} = 0, \quad (2.32)$$

$$\sqrt{(V_{dc} - V_{dc}^{min})^2 + (v_{V_{dc}-}^{cc})^2} - (V_{dc} - V_{dc}^{min}) - v_{V_{dc}-}^{cc} = 0, \quad (2.33)$$

$$\sqrt{(V_{dc}^{max} - V_{dc})^2 + (v_{V_{dc}+}^{cc})^2} - (V_{dc}^{max} - V_{dc}) - v_{V_{dc}+}^{cc} = 0, \quad (2.34)$$

$$\sqrt{(P_{dcac} - P_{dcac}^{min})^2 + (v_{P_{dcac}-}^{cc})^2} - (P_{dcac} - P_{dcac}^{min}) - v_{P_{dcac}-}^{cc} = 0, \quad (2.35)$$

$$\sqrt{(P_{dcac}^{max} - P_{dcac})^2 + (v_{P_{dcac}+}^{cc})^2} - (P_{dcac}^{max} - P_{dcac}) - v_{P_{dcac}+}^{cc} = 0, \quad (2.36)$$

Cabe señalar que las funciones que definen los límites Q_{vsc}^{min} , Q_{vsc}^{max} , P_{dcac}^{min} y P_{dcac}^{max} se calculan de manera iterativa durante el proceso de solución. Así mismo, las variables de estado asociadas a las restricciones de límites operativos del VSC se actualizan en cada iteración, aunque para simplificar la notación se ha omitido el superíndice de iteración k .

En este tipo de representación, las ecuaciones (2.29) y (2.30) están asociadas con los límites mínimo y máximo, respectivamente, del índice de modulación m_a utilizado para el control de V_{vi} o Q_{viac} . Los límites mínimo y máximo de la potencia reactiva generada de manera independiente por el VSC se modelan por (2.31) y (2.32), respectivamente. El rango de operación de carga del capacitor del lado de DC se representa por los límites del voltaje de DC: V_{dc} , los cuales están dados por las ecuaciones (2.33) y (2.34) para V_{dc}^{min} y V_{dc}^{max} , respectivamente. Por último, el control de flujo de potencia P_{dcac} por medio del ángulo de fase ϕ del VSC está restringido por los límites operativos del V_{dc} y del flujo a ser controlado. En el primer caso, estos límites están

dados por (2.33) y (2.34). Por el contrario, los límites mínimo y máximo de P_{dcac} están dados por (2.35) y (2.36), respectivamente. En este caso, al no ser P_{dcac} una variable de estado explícita en la formulación del problema de flujos de potencia, su valor debe ser calculado de manera explícita en cada iteración del proceso iterativo para evaluar si está dentro de límites. Esta evaluación se hace de manera directa al sustituir (2.8) directamente en (2.35) y (2.36).

Por último, cuando el ángulo de fase ϕ se utiliza en los modos de control V_{dc}^{sp} o AC_{slack} , no hay límites operativos con la finalidad de evitar problemas numéricos durante la solución iterativa del problema de flujos de potencia.

2.2.4. Restricciones de control basadas en índice de modulación del VSC

Considerando los modos de control en los que se busca operar el VSC, así como las variables auxiliares asociadas a sus límites operativos desarrolladas en el Apéndice C, se establecen las restricciones de control correspondientes al VSC.

Cuando se ajusta el índice de modulación m_a para controlar V_{vi} , esta magnitud de voltaje sigue siendo una variable de estado a resolver durante el proceso iterativo y simultáneamente se debe cumplir la restricción de control siguiente:

$$V_{vi} - V_{vi}^{sp} - v_{ma-}^{cc} + v_{ma+}^{cc} - v_{Q_{vsc}-}^{cc} + v_{Q_{vsc}+}^{cc} = 0 \quad (2.37)$$

El objetivo principal es garantizar que al finalizar el proceso iterativo el valor de V_{vi} sea igual al valor especificado V_{vi}^{sp} , asegurando al mismo tiempo que las variables de estado m_a y Q_{vsc} , de las cuales depende V_{vi} , permanezcan dentro de sus respectivos rangos operativos mientras no se produzcan violaciones.

En caso de que alguna de estas variables de estado alcance uno de sus límites operativos, el valor de V_{vi} se desviará del valor especificado V_{vi}^{sp} , activándose la variable auxiliar de complementariedad asociada al límite violado, estas variables auxiliares

adoptan la misma unidad que la variable que es controlada. Para el presente trabajo de tesis, todas las variables auxiliares de complementariedad se manejan en valores en p.u. En la Tabla 2.1 se resume la relación entre las variables de estado, los límites operativos y las variables auxiliares de complementariedad en la solución del problema de flujos de potencia. La Tabla 2.1 se organiza en ocho columnas. La primera indica el caso específico de violación de límites en las variables operativas. La segunda y tercera muestran, respectivamente, el valor que adoptan m_a y la potencia reactiva Q_{vsc} cuando ocurre dicha violación. De la cuarta a la séptima columna se reportan los valores de las variables auxiliares de complementariedad asociadas a los límites operativos. Finalmente, la octava columna refleja el valor de la variable controlada, en este caso el voltaje V_{vi} , ante cada escenario de violación, con respecto al valor especificado.

Tabla 2.1: Casos de violación de límites m_a y Q_{vsc} , y el comportamiento de la variable controlada V_{vi} y variables auxiliares de complementariedad

Caso	m_a	Q_{vsc}	v_{ma+}^{cc}	v_{ma-}^{cc}	v_{Qvsc+}^{cc}	v_{Qvsc-}^{cc}	V_{vi}
$m_a > m_a^{max}$	m_a^{max}	sin violación	> 0	0	0	0	$< V_{vi}^{sp}$
$m_a < m_a^{min}$	m_a^{min}	sin violación	0	> 0	0	0	$> V_{vi}^{sp}$
$Q_{vsc} > Q_{vsc}^{max}$	sin violación	Q_{vsc}^{max}	0	0	> 0	0	$< V_{vi}^{sp}$
$Q_{vsc} < Q_{vsc}^{min}$	sin violación	Q_{vsc}^{min}	0	0	0	> 0	$> V_{vi}^{sp}$

En el caso de la variable de estado m_a , esta puede ser interpretada como un amplificador (reductor) de la magnitud de voltaje de AC con respecto al voltaje de DC, similar al tap de un transformador, y por ende, un amplificador (reductor) de la magnitud de voltaje en el nodo V_{vi} con respecto al voltaje de DC.

Al incrementar (decrementar) el valor de m_a durante el proceso iterativo, se está incrementando (decrementando) el valor de V_{ac} , y por ende el valor de V_{vi} , con la finalidad de lograr el cumplimiento de $V_{vi} = V_{vi}^{sp}$. Lo anterior se muestra numéricamente en el Apéndice D, Sección D.1. Si m_a adquiere un valor mayor (menor) a m_a^{max}

(m_a^{min}) durante el proceso iterativo, implica que el cumplimiento de V_{vi}^{sp} solo se logra si $m_a > m_a^{max}$ ($m_a < m_a^{min}$). En este caso, el valor de m_a será reducido (incrementado) durante las iteraciones subsecuentes requeridas para resolver el problema de flujos de potencia, tal que en la solución final se tendrá que $m_a = m_a^{max}$ y $v_{ma+}^{cc} > 0$ ($m_a = m_a^{min}$ y $v_{ma-}^{cc} > 0$). Esta última desigualdad hace que $V_{vi} < V_{vi}^{sp}$ ($V_{vi} > V_{vi}^{sp}$).

El ajuste de m_a para lograr que $V_{vi} = V_{vi}^{sp}$ hace que el valor de potencia reactiva Q_{vsc} producida por el VSC cambie con la finalidad de cumplir el balance de potencia en el nodo ac del convertidor: $Q_{vsc} = Q_{acvi}$ dado que $Q_{acdc} = 0$. La relación numérica entre el ajuste de m_a y Q_{acvi} se muestra en el Apéndice D, Sección D.1. En este contexto, el ajuste de Q_{vsc} puede violar uno de sus límites por una condición de sobrecorriente tal que el objetivo de control $V_{vi} = V_{vi}^{sp}$ no se cumple aún cuando m_a está dentro de sus límites operativos.

La relación entre la Q_{vsc} inyectada por el convertidor y la magnitud de voltaje en el nodo de ac , y por ende en el nodo vi es similar a la observada en el control de voltaje en nodos PV. De tal manera, si durante el proceso iterativo se viola Q_{vsc}^{max} (Q_{vsc}^{min}), en la solución del problema de flujos se tendrá $Q_{vsc} = Q_{vsc}^{max}$, $v_{Q_{vsc}+}^{cc} > 0$ y $V_{vi} < V_{vi}^{sp}$ ($Q_{vsc} = Q_{vsc}^{min}$, $v_{Q_{vsc}-}^{cc} > 0$ y $V_{vi} > V_{vi}^{sp}$).

De igual manera, si se elige el modo de control Q_{viac}^{sp} , la restricción de control se define como:

$$Q_{viac} - Q_{viac}^{sp} + v_{ma-}^{cc} - v_{ma+}^{cc} + v_{Q_{vsc}-}^{cc} - v_{Q_{vsc}+}^{cc} = 0 \quad (2.38)$$

La Tabla 2.2 describe los casos en los que las variables de estado m_a y Q_{vsc} alcanzan sus límites operativos y cómo este hecho activa las variables auxiliares de complementariedad asociadas a su límite máximo o mínimo, respectivamente. Estas variables auxiliares se utilizan para ajustar el valor de Q_{viac} , asegurando el cumplimiento de la restricción de control (2.38). La estructura de la Tabla es análoga a la presentada en la Tabla 2.1. La primera columna identifica los escenarios de viola-

ción. La segunda y tercera reportan los valores de m_a y Q_{vsc} . Las columnas cuarta a séptima reflejan el comportamiento de las variables auxiliares de complementariedad. Finalmente, la octava columna muestra la respuesta de la variable controlada, en este caso, la potencia reactiva Q_{viac} , frente a cada escenario de violación, con respecto al valor especificado.

Tabla 2.2: Casos de violación de límites m_a y Q_{vsc} , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva Q_{viac}

Caso	m_a	Q_{vsc}	v_{ma+}^{cc}	v_{ma-}^{cc}	$v_{Q_{vsc}+}^{cc}$	$v_{Q_{vsc}-}^{cc}$	Q_{viac}
$m_a > m_a^{max}$	m_a^{max}	sin violación	> 0	0	0	0	$> Q_{viac}^{sp}$
$m_a < m_a^{min}$	m_a^{min}	sin violación	0	> 0	0	0	$< Q_{viac}^{sp}$
$Q_{vsc} > Q_{vsc}^{max}$	sin violación	Q_{vsc}^{max}	0	0	> 0	0	$> Q_{viac}^{sp}$
$Q_{vsc} < Q_{vsc}^{min}$	sin violación	Q_{vsc}^{min}	0	0	0	> 0	$< Q_{viac}^{sp}$

En este planteamiento, m_a es ajustada durante el proceso iterativo de la solución del problema de flujos de potencia para controlar el valor Q_{viac} a un valor especificado Q_{viac}^{sp} mediante el cumplimiento de la restricción de control (2.38). El razonamiento de cómo se relaciona la variable de estado m_a con la restricción de control (2.38) es similar a lo descrito para la relación m_a -(2.37). Sin embargo, el cambio en los signos de las variables auxiliares en (2.38) con respecto a los signos definidos en (2.37) se debe a la convención de flujo adoptada para Q_{viac} : si $Q_{viac} < 0$, el flujo de potencia reactiva es inyectado al nodo vi . Lo contrario ocurre si $Q_{viac} > 0$.

Para el control de flujo de potencia reactiva a un valor especificado Q_{viac}^{sp} , se tiene lo siguiente durante el proceso iterativo de solución. Si m_a aumenta (disminuye), se incrementa (reduce) la magnitud de voltaje V_{ac} , y por ende aumenta (disminuye) el valor de Q_{acvi} , tal como se ilustra de manera numérica en el Apéndice D, Sección D.1. Debido a la convención de flujo adoptada, lo anterior implica que se está decremendo (incrementando) el valor Q_{viac} , lo que es equivalente a incrementar (reducir) la inyección de potencia reactiva en el nodo vi para lograr el valor especificado Q_{viac}^{sp} .

La violación del límite máximo (mínimo) de m_a durante el proceso iterativo implica que no es posible hacer el decremento (incremento) necesario de Q_{viac} para lograr el control especificado dentro del rango operativo de m_a : $m_a^{min} < m_a < m_a^{max}$. De tal manera, la solución del problema de flujo de potencia dará como resultado $m_a = m_a^{max}$ ($m_a = m_a^{min}$) y $v_{ma+}^{cc} > 0$ ($v_{ma-}^{cc} > 0$), tal que $Q_{viac} > Q_{viac}^{sp}$ ($Q_{viac} < Q_{viac}^{sp}$). Esta última desigualdad implica que no se logró el incremento (decremento) deseado de inyección de potencia reactiva $-Q_{viac}$ en el nodo vi para lograr el objetivo de control deseado.

Al igual que lo descrito en el control de V_{vi} por m_a , puede ocurrir que el control de Q_{viac} no pueda efectuarse aún cuando m_a esté dentro de su rango operativo debido a la violación de algún límite asociado a la potencia reactiva inyectada por el VSC. La relación entre los límites de violación de Q_{vsc} y el valor de Q_{viac} corresponde a la descrita para m_a - Q_{viac} , cambiando la variable m_a por Q_{vsc} , tal como se describe en el Apéndice D, Sección D.1.

2.2.5. Restricciones de control basadas en ángulo de fase del VSC

Cuando se regula P_{dcac} mediante el ángulo de fase ϕ del VSC, se establece la siguiente restricción de control:

$$P_{dcac} - P_{dcac}^{sp} - v_{Vdc+}^{cc} + v_{Vdc-}^{cc} - v_{Pdcac-}^{cc} + v_{Pdcac+}^{cc} = 0. \quad (2.39)$$

La Tabla 2.3 detalla los escenarios en los que las variables de estado V_{dc} y P_{dcac} alcanzan sus límites operativos. Para cada caso, se indica qué variable auxiliar de complementariedad asociada a alguno de sus límites violados se activa y cómo estas activaciones afectan el valor de P_{dcac} . La Tabla 2.3 se organiza en ocho columnas. La primera columna indica el caso específico de violación de límites en las variables V_{dc} o P_{dcac} . La segunda y tercera columnas muestran, respectivamente, el valor que

adoptan V_{dc} y la potencia activa P_{dcac} cuando ocurre dicha violación. Las columnas cuarta a séptima presentan el comportamiento de las variables auxiliares de complementariedad asociadas a los límites operativos, indicando cuál de ellas se activa para mantener la consistencia del sistema. Finalmente, la octava columna refleja el valor de la variable controlada, en este caso P_{dcac} , ante cada escenario de violación, con respecto al valor especificado.

Tabla 2.3: Casos de violación de límites V_{dc} y P_{dcac} , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia activa P_{dcac}

Caso	V_{dc}	P_{dcac}	$v_{V_{dc}+}^{cc}$	$v_{V_{dc}-}^{cc}$	$v_{P_{dcac}+}^{cc}$	$v_{P_{dcac}-}^{cc}$	P_{dcac}
$V_{dc} > V_{dc}^{max}$	V_{dc}^{max}	sin violación	> 0	0	0	0	$> P_{dcac}^{sp}$
$V_{dc} < V_{dc}^{min}$	V_{dc}^{min}	sin violación	0	> 0	0	0	$< P_{dcac}^{sp}$
$P_{dcac} > P_{dcac}^{max}$	sin violación	P_{dcac}^{max}	0	0	> 0	0	$< P_{dcac}^{sp}$
$P_{dcac} < P_{dcac}^{min}$	sin violación	P_{dcac}^{min}	0	0	0	> 0	$> P_{dcac}^{sp}$

El ángulo ϕ utilizado para el control de P_{dcac} no tiene límites operativos; sin embargo, este control está limitado por el rango operativo de V_{dc} y P_{dcac} . Los límites de V_{dc} están asociados con el nivel de carga del capacitor, mientras que la restricción de potencia transferida desde la red de DC hacia la red de AC evita la violación de los límites de corriente del VSC.

La potencia inyectada desde el nodo de dc del VSC es dada por (2.8) y se decrementa (incrementa) en valor cuando el voltaje de DC del VSC se incrementa (decrementa) con respecto a los voltajes de CD en aquellos nodos de la red de CD conectados directamente con el VSC. Lo anterior implica que un incremento (decremento) de V_{dc} decrementa (incrementa) la potencia activa P_{dcac} intercambiada desde la red de CD hacia la red de AC.

Con base a la discusión anterior, y considerando la ecuación (2.8), es claro que al incrementarse (decrementarse) el valor de V_{dc} ocurre lo siguiente:

- i) del primer término de (2.8) se concluye que P_{dcac} se decrementa (incrementa)

de manera cuadrática.

ii) del segundo término de (2.8) se concluye que P_{dcac} se incrementa (decrementa) de manera lineal.

Al violar V_{dc} alguno de sus límites por las condiciones operativas, se tendrá lo siguiente. Si V_{dc} viola su límite máximo (mínimo), no es posible satisfacer el objetivo de control $P_{dcac} = P_{dcac}^{sp}$ ya que al momento de la violación $P_{dcac} > P_{dcac}^{sp}$ ($P_{dcac} < P_{dcac}^{sp}$) y no se podrá seguir reduciendo (incrementando) P_{dcac} . De tal manera, la variable auxiliar $v_{V_{dc}+}^{cc} > 0$ ($v_{V_{dc}-}^{cc} > 0$) para que se satisfaga (2.39).

Por último, es posible que el objetivo de control sea infactible porque P_{dcac} viola alguno de sus límites, aunque se cumpla que $V_{dc}^{min} < V_{dc} < V_{dc}^{max}$. En este caso, al momento de la violación del límite superior (inferior) de P_{dcac} se tiene que $P_{dcac} < P_{dcac}^{sp}$ ($P_{dcac} > P_{dcac}^{sp}$), tal que la variable de complementariedad asociada al límite violado será $v_{P_{dcac}+}^{cc} > 0$ ($v_{P_{dcac}-}^{cc} > 0$) para dar cumplimiento a (2.39). La interdependencia entre P_{dcac} y la magnitud de voltaje V_{dc} se debe a que el nodo considerado es de DC, a diferencia del análisis en sistemas de AC donde la potencia activa se asocia principalmente con los ángulos de fase de voltaje.

Finalmente, cuando los modos de control son V_{dc}^{sp} o AC_{slack} , las restricciones de control son las siguientes, respectivamente:

$$V_{dc} - V_{dc}^{sp} = 0, \quad (2.40)$$

$$\phi = 0. \quad (2.41)$$

Estos dos últimos modos de control no tienen restricciones adicionales, ya que no dependen de otras variables de estado, por lo que pueden especificarse con el valor deseado.

2.3. Formulación del problema de flujos de potencia

2.3.1. Redes de AC

El análisis de un sistema de potencia en estado estable está descrito matemáticamente por un conjunto de ecuaciones que mantiene el balance de potencia inyectada en cada nodo de la red. Este conjunto de ecuaciones es conocido como ecuaciones de balance de potencia o de desajuste de potencia, donde la suma de la potencia generada, la potencia consumida por la carga, la potencia suministrada o consumida por los elementos en derivación y la potencia que circula a través de los elementos de transmisión debe ser cero. Este principio se aplica tanto a la potencia activa como a la reactiva.

En la teoría de flujos de potencia, cada uno de los nodos es definido por cuatro variables: la magnitud y ángulo de fase de voltaje, así como las potencias activa y reactiva netas inyectadas al nodo. Sin embargo, solo se dispone de dos ecuaciones de balance de potencia por cada uno de los nodos. Por lo tanto, es necesario especificar dos de las cuatro variables para formular un problema que sea resoluble. Desde el punto de vista matemático, es posible especificar cualquiera de las cuatro variables. No obstante, en términos físicos de la ingeniería, la elección es basada en cuáles de estas variables pueden ser controladas físicamente en cada nodo.

De manera general, todas las magnitudes y ángulos de voltaje son resueltas como variables de estado, $V_i \in \mathbf{x}$, $\theta_i \in \mathbf{x}$, $\forall i \in \mathcal{N}_{AC}$. El conjunto de nodos de la red de AC: $\mathcal{N}_{AC}$, junto con sus respectivos subconjuntos, se encuentra definido en la lista de símbolos. De acuerdo con el tipo de nodo, se determina un subconjunto al cual se le asigna un par de restricciones particulares como se describe a continuación.

Nodo PQ

Este tipo de nodos no se tiene regulación de voltaje y se aplican las dos restricciones

de balance de potencia activa y reactiva: ΔP_i y ΔQ_i , para el conjunto compuesto por el conjunto de los nodos PQ:

$$\Delta P_i = P_i^{Gen} - P_i^{Load} - V_i \sum_{j \in \mathcal{N}_{AC}} V_j [G_{i,j} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{i,j} \sin(\theta_i - \theta_j)] = 0; \forall i \in \mathcal{N}_{AC}^{PQ} \quad (2.42)$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{Gen} - Q_i^{Load} - V_i \sum_{j \in \mathcal{N}_{AC}} V_j [G_{i,j} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{i,j} \cos(\theta_i - \theta_j)] = 0; \forall i \in \mathcal{N}_{AC}^{PQ} \quad (2.43)$$

Las variables P_i^{Gen} y Q_i^{Gen} representan, respectivamente, la potencia activa y reactiva inyectada por un generador en el nodo i -ésimo. En el contexto eléctrico, estas variables son controladas por el operador de la planta de generación, por lo que se consideran como valores conocidos. Por otro lado, las variables P_i^{Load} y Q_i^{Load} indican la potencia activa y reactiva consumida por la carga conectada al nodo i -ésimo. En el problema de flujos de potencia, estas variables también son conocidas. $G_{i,j}$ y $B_{i,j}$ son la conductancia y susceptancia nodales del elemento de transmisión conectado entre el nodo i y j , respectivamente.

En este tipo de nodos, las variables de control de potencia generada P_i^{Gen} , Q_i^{Gen} son especificadas, así como las potencias de carga P_i^{Load} , Q_i^{Load} que son extraídas de mediciones. La solución de la ecuación (2.42) y (2.43) se resuelve para V_i y θ_i .

Nodo PV generador

Para este caso, se tiene un generador conectado al nodo, con el objetivo de proporcionar potencia activa P_i^{Gen} y regular la magnitud de voltaje V_i ajustando la corriente de campo del generador. Es decir, el generador absorbe o suministra potencia reactiva para mantener, en la medida de sus límites operativos, la magnitud de voltaje nodal a un valor especificado. Por lo tanto, la potencia activa y la magnitud del voltaje son especificadas, y las variables de control son θ_i y Q_i^{Gen} para el conjunto $\mathcal{N}_{AC}^{PV} \subseteq \mathcal{N}_{AC}$ compuesto por el conjunto de los nodos PV. Las ecuaciones que describen el funcio-

namiento en estado estable de este tipo de nodos son:

$$\Delta P_i = P_i^{Gen} - P_i^{Load} - V_i \sum_{j \in \mathcal{N}_{AC}} V_j [G_{i,j} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{i,j} \sin(\theta_i - \theta_j)] = 0, \forall i \in \mathcal{N}_{AC}^{PV} \quad (2.44)$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{Gen} - Q_i^{Load} - V_i \sum_{j \in \mathcal{N}_{AC}} V_j [G_{i,j} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{i,j} \cos(\theta_i - \theta_j)] = 0, \forall i \in \mathcal{N}_{AC}^{PV} \quad (2.45)$$

El control de voltaje es formulado matemáticamente por medio de la restricción de control de voltaje en el nodo i dada por (2.46). Además, de manera simultánea, se deben considerar límites de potencia reactiva de los generadores como se explica a continuación.

$$V_i = V_i^{sp} + v_{Q_{Gen,i-}}^{cc} - v_{Q_{Gen,i+}}^{cc} \quad (2.46)$$

Para considerar los límites de potencia reactiva de los generadores, se evalúan las restricciones de complementariedad, desarrolladas en [Martínez-Parras21], a lo largo del proceso iterativo de solución:

$$\sqrt{(Q_i^{Gen} - Q_{Gen,i}^{min})^2 + (v_{Q_{Gen,i-}}^{cc})^2} - (Q_i^{Gen} - Q_{Gen,i}^{min}) - v_{Q_{Gen,i-}}^{cc} = 0 \quad (2.47)$$

$$\sqrt{(Q_{Gen,i}^{max} - Q_i^{Gen})^2 + (v_{Q_{Gen,i+}}^{cc})^2} - (Q_{Gen,i}^{max} - Q_i^{Gen}) - v_{Q_{Gen,i+}}^{cc} = 0 \quad (2.48)$$

donde Q_i^{Gen} se calcula en la ecuación (2.45), y las variables de complementariedad asociadas a los límites máximos y mínimos de potencia reactiva del generador conectado al i -ésimo nodo son $v_{Q_{Gen,i+}}^{cc}$ y $v_{Q_{Gen,i-}}^{cc}$, respectivamente, las cuales se resuelven como variables de estado.

El manejo de este tipo de nodo en la solución del problema de flujos de potencia, la ecuación de balance de potencia reactiva (2.45) no forma parte explícita de la formulación matemática del problema, ya que es reemplazada por la ecuación de restricción de voltaje (2.46). Así mismo, se considera el voltaje del nodo i : V_i como una variable de estado explícita. Por último, el cumplimiento del balance nodal de potencia reactiva se logra al resolver (2.45) para Q_i^{Gen} y sustituir la ecuación resultante en las ecuaciones de restricciones de complementariedad (2.47) y (2.48).

En el caso del límite máximo (mínimo) de generación sea violado en alguna iteración del proceso de solución, implica que no se tiene la suficiente capacidad de inyección (absorción) de potencia reactiva y $V_i < V_i^{sp}$ ($V_i > V_i^{sp}$). De tal manera, en iteraciones subsecuentes se tendrá un valor de $v_{Q^{Gen},i+}^{cc} > 0$ ($v_{Q^{Gen},i-}^{cc} > 0$) para dar cumplimiento a (2.46) y V_i será diferente al voltaje especificado: $V_i \neq V_i^{sp}$.

Las restricciones de complementariedad se incluyen de manera explícita en la formulación.

Nodo slack

Este tipo de nodo, también llamado compensador, se debe asignar seleccionando uno de los generadores del sistema con mayor capacidad nominal de generación y una ubicación estratégica en la red. En los sistemas de potencia, la función principal del nodo compensador es suministrar la potencia necesaria para que la demanda del sistema sea satisfecha, incluidas pérdidas que al principio del proceso de solución son desconocidas. En este nodo, se especifica la magnitud de tensión V_i^{sp} y el ángulo de fase de voltaje θ_i^{sp} . Para este caso se omiten las ecuaciones de desbalance de potencia, en cambio, se tienen para el conjunto $\mathcal{N}_{AC}^S \subseteq \mathcal{N}_{AC}$ las siguientes restricciones:

$$\theta_i - \theta_i^{sp} = 0, \forall i \in \mathcal{N}_{AC}^S \quad (2.49)$$

$$V_i - V_i^{sp} = 0, \forall i \in \mathcal{N}_{AC}^S \quad (2.50)$$

Nodo de ac de convertidores

Este tipo de nodos son los encargados de enlazar las terminales de salida de *ac* del convertidor con la red de suministro de energía de AC. Una función fundamental de los nodos de *ac* consiste en administrar el flujo de potencia y la calidad de la misma. Esto significa asegurar que el voltaje y la frecuencia de la red de AC estén dentro de los límites aceptables y que la potencia entregada cumpla con las demandas de la red. Para este conjunto de nodos $\mathcal{N}_{AC}^{ac} \subseteq \mathcal{N}_{AC}$, las variables de magnitud y ángulo de voltaje se resuelven como variables de estado, $V_{ac,i} \in \mathbf{x}$, $\theta_{ac,i} \in \mathbf{x}$, junto con $Q_{vsc,i} \in \mathbf{x}$ para el i -ésimo convertidor $\forall i \in \mathcal{N}_{AC}$. Con base en la Figura 2.1, las restricciones de balance de potencia para los nodos de *ac* de convertidores AC-DC son [Martínez-Parrales21]:

$$\Delta P_{ac,i} = -P_{acdc,i} - P_{acvi,i} = 0, \forall i \in \mathcal{N}_{AC}^{ac} \quad (2.51)$$

$$\Delta Q_{ac,i} = Q_{vsc,i} - Q_{acvi,i} = 0, \forall i \in \mathcal{N}_{AC}^{ac} \quad (2.52)$$

donde $P_{acdc,i}$, $P_{acvi,i}$ y $Q_{acvi,i}$ se obtienen de acuerdo con (2.10), (2.14) y ((2.15)) respectivamente.

En la ecuación (2.51), ambos términos son negativos debido a que tanto la potencia $P_{acdc,i}$ como $P_{acvi,i}$ se consideran saliendo del nodo *ac* del VSC. Esta es la convención adoptada de signos para la derivación matemática de las ecuaciones.

La restricción que garantiza la ausencia de intercambio de potencia reactiva entre los nodos *ac* y *dc* del convertidor es:

$$\Delta \theta_{Q_{vsc,i}} = \phi_i - \theta_{ac,i} = 0, \forall i \in \mathcal{N}_{AC}^{ac} \quad (2.53)$$

La ecuación anterior se utiliza para resolver la variable $\theta_{ac,i}$ en el nodo i -ésimo. Así mismo, el cumplimiento de esta ecuación de restricción hace que $Q_{acdc} = 0$, razón por la cual Q_{acdc} no se incluye en la ecuación de balance de potencia reactiva (2.52). Por último, las variables de estado $V_{ac,i}$ y $Q_{vsc,i}$ se asocian directamente con (2.51) y

(2.52) respectivamente, en la formulación del problema de flujos de potencia.

Las ecuaciones de restricción correspondientes a cada nodo AC se pueden aplicar a los dispositivos FACTS, como el STATCOM y el UPFC. Esto se debe a que los modelos propuestos están basados en el modelo de VSC, por lo tanto, las mismas restricciones pueden utilizarse para ambos dispositivos, con sus respectivos VSC que lo componen. Esto será detallado en los siguientes capítulos.

2.3.2. Redes de DC

Al igual que para las redes de AC, en el análisis de flujos de potencia de redes de DC el equilibrio en cada uno de los nodos es regido por medio de un conjunto de ecuaciones de balance de potencia activa, donde para cada nodo la suma de la potencia generada, la potencia consumida por los usuarios y la potencia que circula por los elementos de transición debe ser cero. Sin embargo, a diferencia de las redes de AC, solo se utiliza la función de balance de potencia activa, por tanto, consta de dos variables: la magnitud de voltaje y la potencia activa en cada uno de los nodos, respectivamente. Para dar solución a estas ecuaciones, se elige una de las variables para ser resuelta, principalmente todas las magnitudes de voltaje son resueltas como variables de estado: $U_l \subset \mathbf{x}, \forall l \in \mathcal{N}_{DC}^P$ donde $\mathcal{N}_{DC}^P \subseteq \mathcal{N}_{DC}$ y $V_{dc,i} \subset \mathbf{x} \forall i \in \mathcal{N}_{dc}^{DC}$, donde $\mathcal{N}_{dc}^{DC} \subseteq \mathcal{N}_{DC}$. El conjunto de nodos de la red de DC, $\mathcal{N}_{DC}$, junto con sus respectivos subconjuntos, está definido en la lista de símbolos.

Nodo P

Estos nodos carecen de regulación de voltaje y actúan como puntos de conexión entre dos o más elementos eléctricos de DC. La potencia activa $P_{DC,i}^{Load}$ consumida por las cargas es conocida a partir de mediciones, mientras que la potencia activa $P_{DC,i}^{Gen}$ es regulada por el operador de generación para mantenerla en un valor predeterminado. Por lo tanto, la potencia activa en estos nodos se especifica, y la magnitud del voltaje se determina como una variable de estado.

Las potencias activas para cada elemento de transmisión conectado al nodo i y un nodo l tipo P, se obtienen de la siguiente ecuación:

$$\Delta P_{DC,i}^{l,cal} = U_i \left(\sum_{l \in \mathcal{N}_{DC}^P} U_l G_{i,l} \right) \quad (2.54)$$

donde $G_{i,l}$ representa la conductancia conectada entre el nodo i -ésimo y l -ésimo nodo tipo P.

Las potencias activas calculadas para cada elemento de transmisión conectado al nodo i y a un nodo dc de algún VSC están dadas por:

$$P_{DC,i}^{j,cal} = U_i \left(\sum_{j \in \mathcal{N}_{DC}^{dc}} V_{dc,j} G_{i,j} \right) \quad (2.55)$$

donde $G_{i,j}$ representa la conductancia conectada entre el i -ésimo nodo tipo P y el j -ésimo nodo dc correspondiente a un convertidor.

Tal como se muestra en la Figura 2.6(a), para el conjunto $\mathcal{N}_{DC}^P \subseteq \mathcal{N}_{DC}$, se establece la ecuación de desbalance de potencia activa generalizada en la ecuación (2.56). Esta ecuación se resuelve para todos los nodos de la red de DC, excluyendo los nodos dc correspondientes a las estaciones convertidoras.

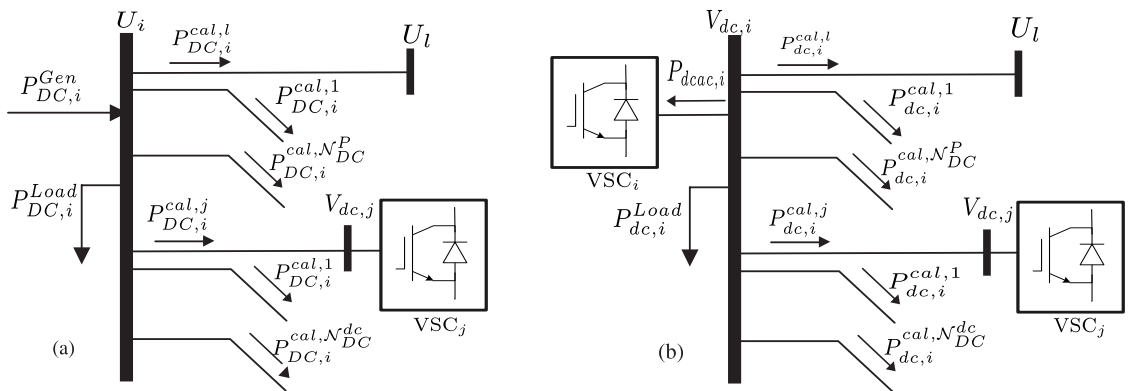


Figura 2.6: Balance de potencia activa de redes de DC en el i -ésimo nodo: (a) nodo tipo P, y (b) nodo dc convertidor

$$\Delta P_{DC,i} = -P_{DC,i}^{Gen} + P_{DC,i}^{Load} + U_i \left(\sum_{l \in \mathcal{N}_{DC}^P} U_l G_{i,l} + \sum_{j \in \mathcal{N}_{DC}^{dc}} V_{dc,j} G_{i,j} \right) = 0, \forall i \in \mathcal{N}_{DC}^P \quad (2.56)$$

donde $V_{dc,j}$ representa la magnitud del voltaje en el j -ésimo nodo de dc de los convertidores VSC, y U_l es la magnitud del voltaje en el l -ésimo nodo de la red de CD, excluyendo los nodos dc de los convertidores.

Nodo dc convertidor

Este tipo de nodos son los encargados de interconectar las terminales de salida dc del convertidor con otros convertidores y con la red DC. Además, desempeñan una función crucial para la integración de energías renovables al sistema interconectado. Las potencias activas para cada elemento de transmisión conectado al nodo dc del i -ésimo convertidor y a un l -ésimo nodo tipo P, se obtienen de la siguiente ecuación:

$$\Delta P_{dc,i}^{l,cal} = V_{dc,i} \left(\sum_{l \in \mathcal{N}_{DC}^P} U_l G_{i,l} \right) \quad (2.57)$$

Las potencias activas calculadas para cada elemento de transmisión conectado al nodo dc del i -ésimo convertidor y a un nodo dc del j -ésimo VSC están dadas por:

$$P_{DC,i}^{j,cal} = V_{dc,i} \left(\sum_{j \in \mathcal{N}_{DC}^{dc}} V_{dc,j} G_{i,j} \right) \quad (2.58)$$

Tal como se muestra en la Figura 2.6(b), para el conjunto $\mathcal{N}_{DC}^{dc} \subseteq \mathcal{N}_{DC}$, todos los nodos dc de los convertidores se debe cumplir la siguiente ecuación generalizada de balance de potencia activa:

$$\Delta P_{DC,i}^{dc} = P_{dc,i}^{Load} + V_{dc,i} \left(\sum_{l \in \mathcal{N}_{DC}^P} U_l G_{i,l} + \sum_{j \in \mathcal{N}_{DC}^{dc}} V_{dc,j} G_{i,j} \right) + P_{dcac} = 0, \forall i \in \mathcal{N}_{DC}^{dc} \quad (2.59)$$

donde P_{dcac} representa el flujo de potencia dc a ac del VSC en el nodo i -ésimo y se calcula con (2.8).

Las ecuaciones de restricción correspondientes a cada nodo de DC se pueden aplicar a los dispositivos FACTS, como el STATCOM y el UPFC. Esto se debe a que los modelos propuestos están basados en el modelo de convertidor; por lo tanto, se pueden utilizar las mismas restricciones para ambos dispositivos. Estos dispositivos se desarrollan en el siguiente capítulo.

2.3.3. Solución del problema de flujos de potencia

Resolver el problema de flujos de potencia implica abordar un conjunto de ecuaciones algebraicas de naturaleza no lineal que describen la operación del sistema en condiciones de estado estable, visto desde la perspectiva del modelado matemático. A lo largo de los años se han introducido una serie de propuestas diversas para resolver este conjunto de ecuaciones y/o restricciones de flujos de potencia. Las primeras son basadas en métodos numéricos como Gauss y Gauss-Seidel, utilizando factores de aceleración. Su simplicidad para entender y programar este algoritmo en un ordenador y su bajo requerimiento de memoria son los principales atractivos de su utilización. Sin embargo, estos algoritmos tienen características de convergencia deficientes cuando se aplican a la solución de redes de tamaño real. Con el propósito de resolver dichas limitaciones, a inicios de los años 70 se empleó el método de Newton-Raphson, el cual se logró consolidar en la solución de flujos de potencia con respecto a los métodos numéricos [Tinney67], [Peterson74], [Stott74a], [Stott74b].

2.3.4. El Algoritmo Newton-Raphson

El método de Newton-Raphson es una gran herramienta para el estudio de flujos de potencia de redes de gran escala, gracias a sus características de convergencia cuadrática y una mayor eficiencia. En la siguiente ecuación se presenta una serie de

ecuaciones algebraicas multivariantes no lineales.

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_N) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_N) \\ \vdots \\ f_M(x_1, x_2, \dots, x_N) \end{cases}, \quad \text{o} \quad \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (2.60)$$

donde $\mathbf{F}$ representa un conjunto de M ecuaciones algebraicas no lineales, y $\mathbf{x}$ es el vector de N variables de estado desconocidas.

La esencia del método Newton-Raphson consiste en determinar el vector de variables de estado $\mathbf{x}$ por medio de la expansión en series de Taylor de $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ alrededor de una condición inicial $\mathbf{x}^{(0)}$ [Acha E.04],

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}^{(0)}) + \mathbf{J}(\mathbf{x}^{(0)})(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(0)}) + t.a.o \quad (2.61)$$

La matriz $\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(0)})$ representa las derivadas parciales de primer orden de $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ respecto a $\mathbf{x}$, evaluada en $\mathbf{x} = \mathbf{x}^{(0)}$; este conjunto de derivadas parciales es conocido como Jacobiano.

Calculando el vector de variables de estados de flujos de potencia $\mathbf{x}$, la formulación anterior se ajusta de manera adecuada tomando en cuenta que $\mathbf{x}^{(1)}$ es el conjunto de valores obtenidos en la primera iteración, y que se encuentran lo suficientemente cercanos a la condición inicial $\mathbf{x}^{(0)}$. Con base en esta premisa, pueden ser descartados sin problemas los términos de orden superior relacionados con las derivadas de la ecuación (2.61):

$$\begin{aligned}
\underbrace{\begin{bmatrix} f_1(x^{(1)}) \\ f_2(x^{(1)}) \\ \vdots \\ f_M(x^{(1)}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}(\mathbf{x}^{(1)})} &\approx \underbrace{\begin{bmatrix} f_1(x^{(0)}) \\ f_2(x^{(0)}) \\ \vdots \\ f_M(x^{(0)}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}(\mathbf{x}^{(0)})} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_N} \\ \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_M(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_M(x)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_M(x)}{\partial x_N} \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(0)})} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1^{(1)} - x_1^{(0)} \\ x_2^{(1)} - x_2^{(0)} \\ \vdots \\ x_N^{(1)} - x_N^{(0)} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{x}^{(0)}} \quad (2.62)
\end{aligned}$$

Generalizando la (2.62) para la k -ésima iteración se tiene

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}^{(k)}) \approx \mathbf{F}(\mathbf{x}^{(k-1)}) + \mathbf{J}(\mathbf{x}^{(k-1)})(\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^{(k-1)}) \quad (2.63)$$

donde $k=1,2,\dots$ Asumiendo que $\mathbf{x}^{(k)}$ está lo suficientemente cerca a la solución $\mathbf{x}^{sol}$, se tiene que $\mathbf{F}(\mathbf{x}^{(k)}) \approx \mathbf{F}(\mathbf{x}^{(sol)}) = \mathbf{0}$. De esta forma, la ecuación (2.63) puede ser formulada como

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}^{(k-1)}) + \mathbf{J}(\mathbf{x}^{(k-1)})(\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^{(k-1)}) = 0 \quad (2.64)$$

La ecuación anterior se resuelve para $\mathbf{x}^{(k)}$:

$$\mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{x}^{(k-1)} - \mathbf{J}(\mathbf{x}^{(k-1)})^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{x}^{(k-1)}) \quad (2.65)$$

La solución iterativa puede expresarse en términos del vector de corrección $\Delta \mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^{(k-1)}$:

$$\Delta \mathbf{x}^{(k)} = -\mathbf{J}(\mathbf{x}^{(k-1)})^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{x}^{(k-1)}) \quad (2.66)$$

De este modo, el valor de las variables de estado se actualiza utilizando la relación siguiente:

$$\mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{x}^{(k-1)} + \Delta \mathbf{x}^{(k)} \quad (2.67)$$

2.4. Solución de flujos de potencia unificados

Para solucionar el conjunto de ecuaciones no lineales asociadas con la formulación del problema de flujos de potencia unificado de sistemas AC-DC que utilizan VSC, se emplea el método de Newton-Raphson:

$$\Delta \mathbf{x}^k = -(\mathbf{J}^k)^{-1} \mathbf{F}^k \quad (2.68)$$

En este contexto, $\Delta \mathbf{x}$ representa el vector de incrementos de las variables de estado, mientras que $\mathbf{F}$ es el vector de restricciones asociadas a dichas variables. La matriz Jacobiana $\mathbf{J}$ contiene las derivadas parciales de las restricciones con respecto a las variables de estado, y k indica el número de iteraciones del proceso de solución.

El vector de variables de estado se define como:

$$\mathbf{x} = [\theta_{AC}, V_{AC}, V_{DC}, m_a, \phi, Q_{vsc}, v_{cc}]^T$$

donde

$$\begin{aligned} \theta_{AC} &= [\theta_{AC}^{slack}, \theta_{AC}^{PV}, \theta_{AC}^{PQ}, \theta_{AC}^{ac}]^T, \\ V_{AC} &= [V_{AC}^{slack}, V_{AC}^{PV}, V_{AC}^{PQ}, V_{AC}^{ac}]^T, \\ V_{DC} &= [V_{DC}^P, V_{dc}]^T, \\ v^{cc} &= [v_{QGen}^{cc}, v_{ma}^{cc}, v_{Qvsc}^{cc}, v_{Vdc}^{cc}, v_{Pdcac}^{cc}]^T. \end{aligned} \quad (2.69)$$

El vector $\mathbf{v}^{cc}$ representa el conjunto de variables auxiliares de complementariedad asociadas a los límites operativos del VSC.

Las Tablas 2.4 y 2.5 presentan un resumen estructurado de las variables de estado y restricciones asociadas a un sistema eléctrico, incluyendo tanto las variables de la red de AC como las de DC, cada una dentro de su dominio correspondiente de acuerdo con el tipo de nodo. Se integran también las restricciones de complementariedad que expresan los límites de generación de los nodos tipo PV, junto con sus respectivas variables auxiliares asociadas. Asimismo, se incorporan las variables asociadas a los

convertidores, junto con sus respectivas restricciones, tanto las relativas al desbalance de potencia en cada uno de los nodos que los conforman, como las variables de control internas. Adicionalmente, se consideran las variables auxiliares asociadas a las restricciones de complementariedad que representan sus límites operativos.

Por otro lado, las expresiones que definen las ecuaciones de balance de potencia, las restricciones de control y las condiciones operativas vinculadas a los dispositivos STATCOM y UPFC se desarrollan detalladamente en los Capítulos 3 y 4, respectivamente.

Finalmente, la ecuación (2.68) integra en un solo marco de análisis el flujo de potencia en sistemas tanto de redes de AC como de DC, incorporando las variables correspondientes a los convertidores VSC, junto con sus respectivas restricciones de control y de límites de operación. Este planteamiento permite abordar la solución del flujo de potencia mediante un proceso iterativo unificado, que considera tanto las características propias de las redes como las particularidades de los convertidores.

2.5. Conclusiones

En este capítulo se presentó la formulación matemática de la estación convertidora basada en VSC para estudios de flujo de potencia. El modelo desarrollado integra los módulos de control externo e interno del convertidor, permitiendo representar con precisión su comportamiento en estado estacionario y garantizando el cumplimiento de los límites de corriente. Así mismo, se describen los modos de control utilizados en la implementación práctica de estos convertidores mediante esquemas de control externo, los cuales suministran las referencias de corriente al lazo de control de corriente interno. Este último asegura la operación segura del convertidor, al limitar la corriente en el lado AC mediante estrategias de control vectorial o priorizando el

control de la potencia activa.

El modelo del convertidor descrito es embebido en la formulación matemática del problema de flujos de potencia en redes de AC y DC. En este contexto, el uso de restricciones de complementariedad junto con la función de mérito de Fischer–Burmeister permite representar de manera directa los límites operativos y físicos de los generadores y de los VSC dentro de la formulación de flujos de potencia. Esta estrategia hace posible que, durante el proceso iterativo de solución del flujo de potencia, los límites que resulten violados se ajuste automáticamente a su valor correspondiente, es decir, al límite violado. Además, se han propuesto restricciones de control basadas en la teoría de complementariedad para representar matemáticamente los modos de control de funcionamiento especificados de los VSC, así como la interacción existente entre los diferentes controles y sus límites.

Tabla 2.4: Variables de estado y restricciones de desajuste para el estudio de flujo de potencia AC-DC (primera parte)

Tipo de nodo o restricciones	Variable de estado	Restricción	Dominio
$PQ - AC$ incluyendo nodo vi del convertidor si es PQ	$\theta_{AC,i}^{PQ}$	(2.42) $\Delta P_i = P_i^{Gen} - P_i^{Load} - V_i \sum_{j \in N_{AC}} V_j [G_{i,j} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{i,j} \sin(\theta_i - \theta_j)] = 0$	$\forall i \in \mathcal{N}_{AC}^{PQ}$ $\mathcal{N}_{AC}^{PQ} \subseteq \mathcal{N}_{AC}$
	$V_{AC,i}^{PQ}$	(2.43) $\Delta Q_i = Q_i^{Gen} - Q_i^{Load} - V_i \sum_{j \in N_{AC}} V_j [G_{i,j} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{i,j} \cos(\theta_i - \theta_j)] = 0$	
$PV - AC$ incluyendo nodo vi del convertidor si es PV	$\theta_{AC,i}^{PV}$	(2.44) $\Delta P_i = P_i^{Gen} - P_i^{Load} - V_i \sum_{j \in N_{AC}} V_j [G_{i,j} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{i,j} \sin(\theta_i - \theta_j)] = 0$	$\forall i \in \mathcal{N}_{AC}^{PV}$ $\mathcal{N}_{AC}^{PV} \subseteq \mathcal{N}_{AC}$
	$V_{AC,i}^{PV}$	(2.46) $V_i - V_i^{sp} - v_{Q_{Gen,i}-}^{cc} + v_{Q_{Gen,i}+}^{cc} = 0$	
	$v_{Q_{Gen,i}-}^{cc}$	(2.47) $\sqrt{(Q_i^{Gen} - Q_{Gen,i}^{min})^2 + (v_{Q_{Gen,i}}^{cc})^2} - (Q_i^{Gen} - Q_{Gen,i}^{min}) - v_{Q_{Gen,i}-}^{cc} = 0$ $Q_i^{Gen} = Q_i^{Load} + V_i \sum_{j \in N_{AC}} V_j [G_{i,j} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{i,j} \cos(\theta_i - \theta_j)]$	
	$v_{Q_{Gen,i}+}^{cc}$	(2.48) $\sqrt{(Q_{Gen,i}^{max} - Q_i^{Gen})^2 + (v_{Q_{Gen,i}+}^{cc})^2} - (Q_{Gen,i}^{max} - Q_i^{Gen}) - v_{Q_{Gen,i}+}^{cc} = 0$ $Q_i^{Gen} = Q_i^{Load} + V_i \sum_{j \in N_{AC}} V_j [G_{i,j} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{i,j} \cos(\theta_i - \theta_j)]$	
	$\theta_{AC,i}^{Slack}$	(2.49) $\theta_i - \theta_i^{sp} = 0$	
$Slack$	$V_{AC,i}^{Slack}$	(2.50) $V_i - V_i^{sp} = 0$	$\forall i \in \mathcal{N}_{AC}^S$ $\mathcal{N}_{AC}^S \subseteq \mathcal{N}_{AC}$
$P - DC$	U_i	(2.56) $\Delta P_{DC,i} = -P_{DC,i}^{Gen} + P_{DC,i}^{Load} + U_i \left(\sum_{l \in \mathcal{N}_{DC}^P} U_l G_{i,l} + \sum_{j \in \mathcal{N}_{DC}^{dc}} V_{dc,j} G_{i,j} \right) = 0$	$\forall i \in \mathcal{N}_{DC}^P$ $\mathcal{N}_{DC}^P \subseteq \mathcal{N}_{DC}$
Nodo convertidor $dc - DC$	$V_{dc,i}$	(2.59) $\Delta P_{DC,i}^{dc} = P_{dc,i}^{Load} + V_{dc,i} \left(\sum_{l \in \mathcal{N}_{DC}^P} U_l G_{i,l} + \sum_{j \in \mathcal{N}_{DC}^{dc}} V_{dc,j} G_{i,j} \right) + P_{dcac} = 0$	$\forall i \in \mathcal{N}_{DC}^{dc}$ $\mathcal{N}_{DC}^{dc} \subseteq \mathcal{N}_{DC}$

Tabla 2.5: Variables de estado y restricciones de desajuste para el enfoque propuesto de flujo de potencia AC-DC (segunda parte)

Tipo de nodo o restricciones	Variable de estado	Restricción	Dominio
Nodo convertidor $ac - AC$	$\theta_{AC,i}^{ac}$	(2.53) $\Delta\theta_{Q_{vsc,i}} = \phi_i - \theta_{ac,i} = 0$	$\forall i \in \mathcal{N}_{AC}^{ac}$ $\mathcal{N}_{AC}^{ac} \subseteq \mathcal{N}_{AC}$
	$V_{AC,i}^{ac}$	(2.51) $\Delta P_{ac,i} = -P_{acdc,i} - P_{acvi,i} = 0$	
	$Q_{vsc,i}^{ac}$	(2.52) $\Delta Q_{ac,i} = Q_{vsc,i} - Q_{acvi,i} = 0$	
	$m_a \ m_a \Leftrightarrow V_{vi}$	(2.37) $V_{vi} - V_{vi}^{sp} - v_{ma-}^{cc} + v_{ma+}^{cc} - v_{Q_{vsc-}}^{cc} + v_{Q_{vsc+}}^{cc} = 0$	
Restricciones de control del convertidor	$m_a \ m_a \Leftrightarrow Q_{viac}$	(2.38) $Q_{viac} - Q_{viac}^{sp} + v_{ma-}^{cc} - v_{ma+}^{cc} + v_{Q_{vsc-}}^{cc} - v_{Q_{vsc+}}^{cc} = 0$	Para cada VSC embebido en la red
	$\phi \ \phi \Leftrightarrow P_{dcac}$	(2.39) $P_{dcac} - P_{dcac}^{sp} - v_{Vdc+}^{cc} + v_{Vdc-}^{cc} - v_{P_{dcac-}}^{cc} + v_{P_{dcac+}}^{cc} = 0$	
	$\phi \ \phi \Leftrightarrow V_{dc}$	(2.40) $V_{dc} = V_{dc}^{sp}$	
	$\phi \ \phi \Leftrightarrow ACslack$	(2.41) $\phi = 0$	
Restricciones de límites operativos del convertidor	v_{ma-}^{cc}	(2.29) $\sqrt{(m_a - m_a^{min})^2 + (v_{ma-}^{cc})^2} - (m_a - m_a^{min}) - v_{ma-}^{cc} = 0$	Para cada VSC embebido en la red
	v_{ma+}^{cc}	(2.30) $\sqrt{(m_a^{max} - m_a)^2 + (v_{ma+}^{cc})^2} - (m_a^{max} - m_a) - v_{ma+}^{cc} = 0$	
	$v_{Q_{vsc-}}^{cc}$	(2.31) $\sqrt{(Q_{vsc} - Q_{vsc}^{min})^2 + (v_{Q_{vsc-}}^{cc})^2} - (Q_{vsc} - Q_{vsc}^{min}) - v_{Q_{vsc-}}^{cc} = 0$	
	$v_{Q_{vsc+}}^{cc}$	(2.32) $\sqrt{(Q_{vsc}^{max} - Q_{vsc})^2 + (v_{Q_{vsc+}}^{cc})^2} - (Q_{vsc}^{max} - Q_{vsc}) - v_{Q_{vsc+}}^{cc} = 0$	
	$v_{V_{dc-}}^{cc}$	(2.33) $\sqrt{(V_{dc} - V_{dc}^{min})^2 + (v_{V_{dc-}}^{cc})^2} - (V_{dc} - V_{dc}^{min}) - v_{V_{dc-}}^{cc} = 0$	
	$v_{V_{dc+}}^{cc}$	(2.34) $\sqrt{(V_{dc}^{max} - V_{dc})^2 + (v_{V_{dc+}}^{cc})^2} - (V_{dc}^{max} - V_{dc}) - v_{V_{dc+}}^{cc} = 0$	
	$v_{P_{dcac-}}^{cc}$	(2.35) $\sqrt{(P_{dcac} - P_{dcac}^{min})^2 + (v_{P_{dcac-}}^{cc})^2} - (P_{dcac} - P_{dcac}^{min}) - v_{P_{dcac-}}^{cc} = 0$	
	$v_{P_{dcac+}}^{cc}$	(2.36) $\sqrt{(P_{dcac}^{max} - P_{dcac})^2 + (v_{P_{dcac+}}^{cc})^2} - (P_{dcac}^{max} - P_{dcac}) - v_{P_{dcac+}}^{cc} = 0$	

Capítulo 3

Compensador Estático Síncrono

3.1. Introducción

En este capítulo se presenta un nuevo modelo matemático para el STATCOM basado en VSC. Para contextualizar, se inicia con una revisión de los modelos matemáticos convencionales de este dispositivo, donde se modela como una fuente de voltaje controlable [Acha E.04]. Este enfoque, aunque muy utilizado, presenta ciertas limitaciones al no considerar rigurosamente los parámetros operativos y las restricciones importantes a su diseño y operación.

Con el fin de superar estas limitaciones, se desarrolla un modelo más preciso que incorpora los modos de control específicos del STATCOM, así como las restricciones asociadas a sus límites operativos y físicos. Este modelo permite describir con mayor detalle su comportamiento en estado estable, especialmente en análisis donde se requieran resultados factibles en condiciones de operación donde se necesite un control de magnitud de voltaje en la red de transmisión.

El STATCOM es una solución útil para controlar el voltaje en redes eléctricas, ya que permite inyectar o absorber potencia reactiva en un nodo específico de la red. De esta manera, se logran mitigar problemas de estabilidad de voltaje y mejorar la magnitud de voltajes nodales de la red. Su aplicación resulta crucial en escenarios donde

se presentan fluctuaciones de voltaje o se requiere mantener un nivel de voltaje dentro de márgenes operativos seguros [Acha E.04]. La validación del modelo propuesto se realiza mediante estudios de flujo de potencia en diversas redes eléctricas, permitiendo evaluar el desempeño del STATCOM en la regulación de voltaje y control de potencia reactiva bajo distintas condiciones operativas.

3.2. Modelo convencional del STATCOM

El STATCOM puede ser modelado considerando la operación a frecuencia fundamental de un VSC controlado por PWM. En este caso, se considera la serie de Fourier asociada a la forma de onda conmutada de voltaje, donde su componente fundamental puede representarse como una fuente de voltaje controlada sin tener en cuenta las pérdidas internas del convertidor [Hingorani00, Song99]. Esta fuente de voltaje está conectada a una impedancia en serie que representa el transformador de acoplamiento, lo que permite la unión con el nodo de la red de AC, como se muestra en la Figura 3.1 [Acha E.04].

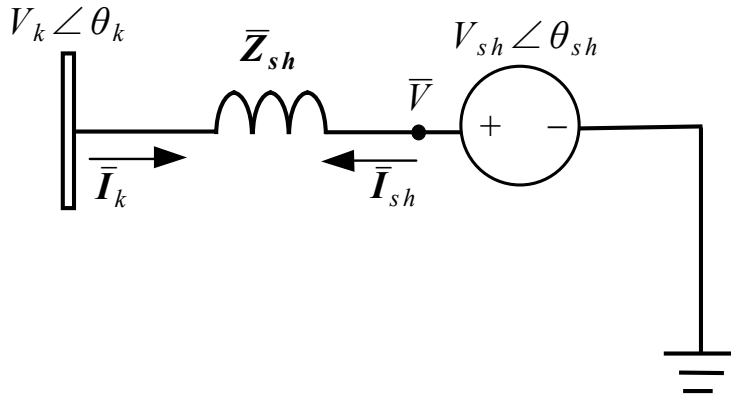


Figura 3.1: Circuito equivalente del compensador estático síncrono

Los límites del índice de modulación del VSC se representan mediante el estable-

cimiento de límites en la fuente controlada de voltaje, expresados como $V_{sh}^{min} \leq V_{sh} \leq V_{sh}^{max}$. La representación en forma rectangular de la fuente controlada de voltaje se expresa como:

$$\overline{\mathbf{V}}_{sh} = V_{sh} [\cos(\theta_{sh}) + j \sin(\theta_{sh})] \quad (3.1)$$

En este caso, el voltaje complejo $\overline{\mathbf{V}}$ en la terminal de AC del convertidor es igual al voltaje de la fuente controlada $\overline{\mathbf{V}}_{sh}$. Consecuentemente, la matriz de admitancia nodal que relaciona las variables de red y del convertidor se deriva al aplicar las leyes de corriente de Kirchhoff (KCL, por sus siglas en inglés) y las leyes de voltaje de Kirchhoff (KVL, por sus siglas en ingles) al circuito mostrado en la Figura 3.1, quedando representada por la siguiente ecuación.

$$\begin{bmatrix} \overline{\mathbf{I}}_k \\ \overline{\mathbf{I}}_{sh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{Y}}_{kk} & \overline{\mathbf{Y}}_{ksh} \\ \overline{\mathbf{Y}}_{shk} & \overline{\mathbf{Y}}_{shsh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{V}}_k \\ \overline{\mathbf{V}}_{sh} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

donde

$$\overline{\mathbf{y}}_{sh} = \frac{1}{\overline{\mathbf{z}}_{sh}} = \frac{1}{r_{sh} + jx_{sh}} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{Y}}_{kk} &= G_{kk} + jB_{kk} = \overline{\mathbf{y}}_{sh} \\ \overline{\mathbf{Y}}_{shsh} &= G_{shsh} + jB_{shsh} = \overline{\mathbf{y}}_{sh} \\ \overline{\mathbf{Y}}_{ksh} &= G_{ksh} + jB_{ksh} = -\overline{\mathbf{y}}_{sh} \\ \overline{\mathbf{Y}}_{shk} &= G_{shk} + jB_{shk} = -\overline{\mathbf{y}}_{sh} \end{aligned} \quad (3.4)$$

La admitancia primitiva $\overline{\mathbf{y}}_{sh}$ corresponde a la admitancia asociada a la impedancia del transformador de acoplamiento.

Con base en la Figura 3.1 y en la ecuación (3.2) se obtienen las ecuaciones de potencia activa y reactiva inyectadas en el nodo k del sistema y en el nodo AC del convertidor, respectivamente, conforme a las formulaciones presentadas en [Acha E.04]:

$$P_k = V_k^2 G_{kk} + V_k V_{sh} [G_{ksh} \cos(\theta_k - \theta_{sh}) + B_{ksh} \sin(\theta_k - \theta_{sh})] \quad (3.5)$$

$$Q_k = -V_k^2 B_{kk} + V_k V_{sh} [G_{ksh} \sin(\theta_k - \theta_{sh}) - B_{ksh} \cos(\theta_k - \theta_{sh})] \quad (3.6)$$

$$P_{sh} = V_{sh}^2 G_{shsh} + V_{sh} V_k [G_{shk} \cos(\theta_{sh} - \theta_k) + B_{shk} \sin(\theta_{sh} - \theta_k)] \quad (3.7)$$

$$Q_{sh} = -V_{sh}^2 B_{sh} + V_{sh} V_k [G_{shk} \sin(\theta_{shk} - \theta_k) - B_{shk} \cos(\theta_{sh} - \theta_k)] \quad (3.8)$$

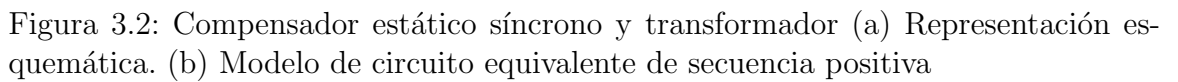
Considerando que el modelo de fuente de voltaje es idealizado, donde no se presentan pérdidas por conmutación ni de conducción, y que además no hay una fuente de generación de potencia activa en el nodo DC, la ecuación (3.7) se puede reescribir como:

$$P_{sh} = 0 \quad (3.9)$$

Por lo tanto, si en el modelo se considera la resistencia del transformador de acoplamiento, la potencia necesaria para compensar las pérdidas de potencia activa del mismo será extraída de la red de AC a través del nodo k .

3.3. Modelo del STATCOM basado en un VSC

El modelo de STATCOM desarrollado se basa en el convertidor propuesto en [Martínez-Parrales21] e ilustrado en Figura 3.2, pero ahora se modifican los modos de operación para controlar la inyección de potencia reactiva o la magnitud de voltaje en un nodo específico de la red. Este modelo propone tener una alternativa para el análisis de flujos de potencia, considerando de manera más precisa, completa y clara el convertidor de fuente de voltaje controlado por PWM. En este caso, se tiene una representación integral de los circuitos AC y DC del STATCOM, en contraste con el modelo de STATCOM basado en una fuente de voltaje variable equivalente, el cual no representa el circuito de DC del convertidor. Además, se consideran las pérdidas



El modelo de STATCOM integra un convertidor de fuente de voltaje en serie con un transformador de acoplamiento. El VSC se modela como un transformador complejo ideal con cambio de taps, donde sus devanados primario y secundario se encuentran conectados a las redes de AC y DC, respectivamente. La magnitud y ángulo de fase del tap complejo de este transformador corresponden al índice de modulación y al desplazamiento de fase presente en un inversor PWM. Además, se considera un generador de potencia reactiva, el cual representa la potencia reactiva generada por el VSC. Esto permite representar de manera matemática la generación o absorción de potencia reactiva a través del procesamiento electrónico de las formas de onda de voltaje y corriente dentro del VSC.

3.3.1. Ecuaciones de potencia del STATCOM

Al igual que el VSC, el STATCOM tiene capacidad para generar cantidades flexibles de potencia reactiva a la red de AC [Acha13a]. Las ecuaciones de flujo de potencia relacionadas con el modelo del STATCOM, ilustrado en la Figura 3.2, se obtienen a partir del desarrollo matemático descrito en el Apéndice A, específicamente en la sección A.2. A continuación, se presentan dichas ecuaciones:

$$P_{acdc}^{sh} = G_{acac1}^{sh} (V_{ac}^{sh})^2 + V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} [G_{acdc}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh}) + B_{acdc}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh})] \quad (3.10)$$

$$Q_{acdc}^{sh} = -B_{acac1}^{sh} (V_{ac}^{sh})^2 + V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} [G_{acdc}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh}) - B_{acdc}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh})] \quad (3.11)$$

$$P_{dcac}^{sh} = (V_{dc}^{sh})^2 G_{dcac}^{sh} + V_{dc}^{sh} V_{ac}^{sh} [G_{dcac}^{sh} \cos(-\theta_{ac}^{sh}) + B_{dcac}^{sh} \sin(-\theta_{ac}^{sh})] \quad (3.12)$$

$$Q_{dcac}^{sh} = -(V_{dc}^{sh})^2 B_{dcac}^{sh} + V_{dc}^{sh} V_{ac}^{sh} [G_{dcac}^{sh} \sin(-\theta_{ac}^{sh}) - B_{dcac}^{sh} \cos(-\theta_{ac}^{sh})] \quad (3.13)$$

donde:

$$\begin{aligned} \overline{Y}_{acac1}^{sh} &= G_{acac1}^{sh} = g_1^{sh} \\ \overline{Y}_{dcac}^{sh} &= G_{dcac}^{sh} = K^2 (m_a^{sh})^2 g_1^{sh} + g_{sw}^{sh} \\ \overline{Y}_{acdc}^{sh} &= G_{acdc}^{sh} + jB_{acdc}^{sh} = -K m_a^{sh} g_1^{sh} (\cos \phi^{sh} + j \sin \phi^{sh}) \\ \overline{Y}_{dcac}^{sh} &= G_{dcac}^{sh} + jB_{dcac}^{sh} = -K m_a^{sh} g_1^{sh} (\cos \phi^{sh} - j \sin \phi^{sh}) \end{aligned} \quad (3.14)$$

La constante K se utiliza para establecer la relación del voltaje RMS de línea-línea de AC con el voltaje de CD en terminales del convertidor. Sustituyendo las ecuaciones (3.14) en las ecuaciones (3.10) –(3.13), y simplificando la ecuación resultante utilizando identidades trigonométricas, se obtienen las siguientes expresiones matemáticas:

$$P_{acdc}^{sh} = g_1^{sh}(V_{ac}^{sh})^2 - Km_a^{sh}g_1^{sh}V_{ac}^{sh}V_{dc}^{sh}\cos(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \quad (3.15)$$

$$Q_{acdc}^{sh} = -Km_a^{sh}g_1^{sh}V_{ac}^{sh}V_{dc}^{sh}\sin(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \quad (3.16)$$

$$P_{dcac}^{sh} = [K^2(m_a^{sh})^2g_1^{sh} + g_{sw}^{sh}](V_{dc}^{sh})^2 - Km_a^{sh}g_1^{sh}V_{dc}^{sh}V_{ac}^{sh}\cos(\phi^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) \quad (3.17)$$

$$Q_{dcac}^{sh} = -Km_a^{sh}g_1^{sh}V_{dc}^{sh}V_{ac}^{sh}\sin(\phi^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) \quad (3.18)$$

Las ecuaciones de inyecciones de potencia nodal activa y reactiva del sistema de reactor y filtro entre los nodos ac y vi son:

$$P_{acvi}^{sh} = G_{acac2}^{sh}(V_{ac}^{sh})^2 + V_{ac}^{sh}V_{vi}^{sh}[G_{acvi}^{sh}\cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{acvi}^{sh}\sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (3.19)$$

$$Q_{acvi}^{sh} = -B_{acac2}^{sh}(V_{ac}^{sh})^2 + V_{ac}^{sh}V_{vi}^{sh}[G_{acvi}^{sh}\sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{acvi}^{sh}\cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (3.20)$$

$$P_{viac}^{sh} = (V_{vi}^{sh})^2G_{viv1}^{sh} + V_{vi}^{sh}V_{ac}^{sh}[G_{viac}^{sh}\cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) + B_{viac}^{sh}\sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})] \quad (3.21)$$

$$Q_{viac}^{sh} = -(V_{vi}^{sh})^2B_{viv1}^{sh} + V_{vi}^{sh}V_{ac}^{sh}[G_{viac}^{sh}\sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) - B_{viac}^{sh}\cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})] \quad (3.22)$$

donde:

$$\overline{y}_{pr}^{sh} = \frac{1}{\overline{z}_{pr}^{sh}} = \frac{1}{r_{pr}^{sh} + jx_{pr}^{sh}} \quad (3.23)$$

$$\overline{y}_{sf}^{sh} = \frac{1}{\overline{z}_{sf}^{sh}} = \frac{1}{r_{sf}^{sh} + jx_{sf}^{sh}} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned}
\bar{Y}_{acac2}^{sh} &= G_{acac2}^{sh} + jB_{acac2}^{sh} = \bar{y}_{pr}^{sh} \\
\bar{Y}_{vivi1}^{sh} &= G_{vivi1}^{sh} + jB_{vivi1}^{sh} = \bar{y}_{pr}^{sh} + \bar{y}_{sf}^{sh} \\
\bar{Y}_{acvi}^{sh} &= G_{acvi}^{sh} + jB_{acvi}^{sh} = -\bar{y}_{pr}^{sh} \\
\bar{Y}_{viac}^{sh} &= G_{viac}^{sh} + jB_{viac}^{sh} = -\bar{y}_{pr}^{sh}
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Por último, las ecuaciones para las inyecciones de potencia en el transformador de acoplamiento conectado entre los nodos vi y k son,

$$P_{kvi}^{sh} = G_{kk}^{sh} V_k^{sh} + V_k^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \tag{3.26}$$

$$Q_{kvi}^{sh} = -B_{kk}^{sh} V_k^{sh} + V_k^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \tag{3.27}$$

$$P_{vik}^{sh} = V_{vi}^{sh} G_{vivi2}^{sh} + V_{vi}^{sh} V_k^{sh} [G_{vik}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) + B_{vik}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})] \tag{3.28}$$

$$Q_{vik}^{sh} = -V_{vi}^{sh} B_{vivi2}^{sh} + V_{vi}^{sh} V_k^{sh} [G_{vik}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) - B_{vik}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})] \tag{3.29}$$

donde

$$\bar{y}_T^{sh} = \frac{1}{\bar{z}_T^{sh}} = \frac{1}{r_T^{sh} + jx_T^{sh}} \tag{3.30}$$

$$\begin{aligned}
\bar{Y}_{kk}^{sh} &= G_{kk}^{sh} + jB_{kk}^{sh} = \bar{y}_T^{sh} \\
\bar{Y}_{vivi2}^{sh} &= G_{vivi2}^{sh} + jB_{vivi2}^{sh} = T^2 \bar{y}_T^{sh} \\
\bar{Y}_{vik}^{sh} &= \bar{Y}_{kvi}^{sh} = G_{kvi}^{sh} + jB_{kvi}^{sh} = -T \bar{y}_T^{sh}
\end{aligned} \tag{3.31}$$

Los términos de resistencia r_T^{sh} y reactancia x_T^{sh} representan la parte real e imaginaria, respectivamente, de la impedancia del transformador de acoplamiento $\bar{z}_T^{sh}$. Por su parte, T denota la relación de transformación del mismo.

De manera generalizada y considerando el desarrollo en el Apéndice A, específicamente en la sección A.2, es posible obtener de manera generalizada las ecuaciones de inyecciones de potencia en cada nodo del diagrama específico del STATCOM mostrado en la Figura 3.2:

En el nodo vi :

$$\begin{aligned} P_{vi}^{sh} = P_{viac}^{sh} + P_{vik}^{sh} = (V_{vi}^{sh})^2 G_{vivi}^{sh} + V_{vi}^{sh} V_{ac}^{sh} [G_{viac}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) + B_{viac}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})] \\ + V_{vi}^{sh} V_k^{sh} [G_{vik}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) + B_{vik}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})] \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} Q_{vi}^{sh} = Q_{viac}^{sh} + Q_{vik}^{sh} = -(V_{vi}^{sh})^2 B_{vivi}^{sh} + V_{vi}^{sh} V_{ac}^{sh} [G_{viac}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) - B_{viac}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})] \\ + V_{vi}^{sh} V_k^{sh} [G_{vik}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) - B_{vik}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})] \end{aligned} \quad (3.33)$$

En el nodo k :

$$P_k^{sh} = P_{kvi}^{sh} = G_{kk}^{sh} (V_k^{sh})^2 + V_k^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (3.34)$$

$$Q_k^{sh} = Q_{kvi}^{sh} = -B_{kk}^{sh} (V_k^{sh})^2 + V_k^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (3.35)$$

En el nodo ac :

$$\begin{aligned} P_{ac}^{sh} = P_{acdc}^{sh} + P_{acvi}^{sh} = G_{acac}^{sh} (V_{ac}^{sh})^2 - K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \\ + V_{ac}^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{acvi}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{acvi}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} Q_{ac}^{sh} = -Q_{vsc}^{sh} + Q_{acdc}^{sh} + Q_{acvi}^{sh} = -Q_{vsc}^{sh} - B_{acac}^{sh} (V_{ac}^{sh})^2 - K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \\ + V_{ac}^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{acvi}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{acvi}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \end{aligned} \quad (3.37)$$

Para el nodo dc :

$$P_{dc}^{sh} = P_{dcac}^{sh} = [K^2(m_a^{sh})^2 g_1^{sh} + g_{sw}^{sh}](V_{dc}^{sh})^2 - K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{dc}^{sh} V_{ac}^{sh} \cos(\phi^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) \quad (3.38)$$

$$Q_{dc}^{sh} = Q_{dcac}^{sh} = -K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} \sin(\phi^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) \quad (3.39)$$

3.3.2. Modos de control del STATCOM

La Figura 3.3 muestra el conjunto de mediciones que se pueden realizar en el STATCOM para definir sus modos de control. En este caso, se mide el voltaje en el nodo vi junto con un módulo PLL en la fase a . Además, se registra el voltaje en el nodo dc . Asimismo, la medición de la corriente que circula desde el nodo k hacia el nodo vi proporciona datos esenciales que, combinados con las mediciones del voltaje en el nodo k , permiten determinar la potencia reactiva Q_{kvi}^{sh} transferida entre el STATCOM y el nodo de la red.

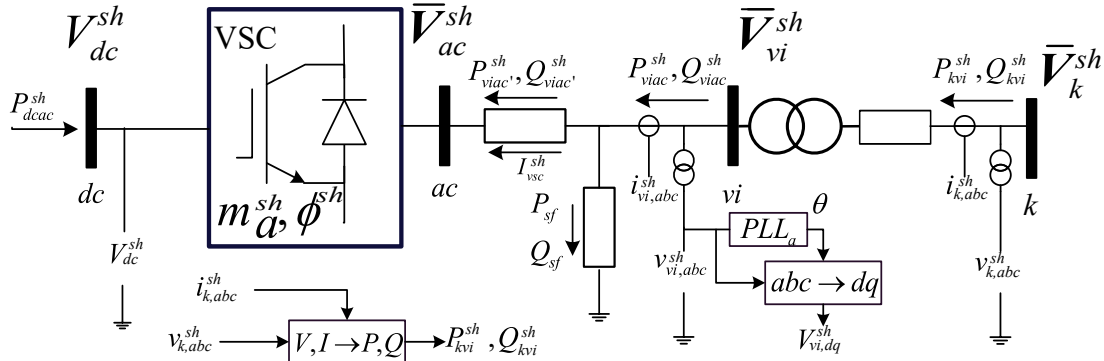


Figura 3.3: Esquema de mediciones para el control del STATCOM

Basándose en las mediciones de las variables mencionadas, el control independiente de los parámetros m_a^{sh} y ϕ^{sh} permite ejecutar simultáneamente los objetivos de control, ajustando el voltaje de salida del STATCOM, $\bar{V}_{ac}^{sh}$, con respecto al voltaje en el nodo

$\overline{V}_{vi}^{sh}$. La Figura 3.4 ilustra los modos de operación del STATCOM, determinados por las variables de control m_a^{sh} y ϕ^{sh} , los cuales se describen a continuación:

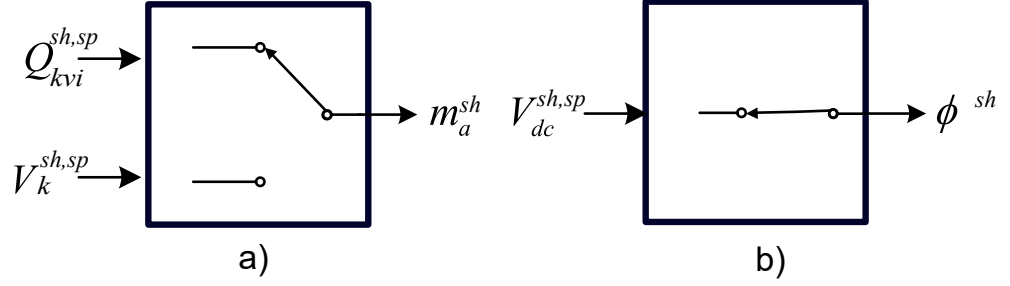


Figura 3.4: Modos de control del STATCOM basados en a) el índice de modulación y b) el ángulo de fase

a) Control por índice de modulación m_a^{sh}

El control de m_a^{sh} permite regular el voltaje en el punto de conexión del transformador asociado al nodo k o la inyección o absorción de potencia reactiva Q_{kvi}^{sh} en dicho nodo. A continuación, se describen las acciones de control correspondientes.

- i) Mantener constante, en un valor especificado $V_k^{sh,sp}$, la magnitud de voltaje en el nodo de la red V_k^{sh} .
- ii) Regular el flujo de potencia reactiva Q_{kvi}^{sh} que va del nodo k al nodo vi en un valor constante $Q_{kvi}^{sh,sp}$.

Cuando el índice de modulación se mantenga dentro de sus límites operativos se podrá lograr el control, en caso contrario el índice de modulación se fija en su límite violado y la variable de control se libera.

b) Control por ángulo de fase ϕ^{sh} .

Para el caso del ángulo de disparo, se utilizará el control donde se mantiene el

voltaje en el nodo de dc en un valor especificado $V_{dc}^{sh,sp}$. En este caso el convertidor toma la función de nodo slack de la red de DC, dejando fluir la potencia activa necesaria, proveniente de la red de AC, para compensar las pérdidas del STATCOM, como lo son las perdidas por conmutación y conducción, logrando mantener el equilibrio de potencia del nodo dc .

La combinación de modos de control para este modelo de STATCOM son las siguientes: $V_k^{sh,sp} - V_{dc}^{sh,sp}$ y $Q_{kvi}^{sh,sp} - V_{dc}^{sh,sp}$

Es importante mencionar que el STATCOM no dispone de los modos de control P_{dcac} ni $AC-slack$ presentes en el VSC, debido a que su nodo de DC no está conectado a una fuente de energía ni a otro nodo de DC que le permita suministrar o absorber potencia activa. Por ello, su funcionamiento se limita al control de potencia reactiva y a la regulación del voltaje en el bus de especificado.

3.3.3. Límites de STATCOM

Para asegurar que la solución de flujos de potencia corresponda a una operación factible del STATCOM, se deben considerar tres factores limitantes en la formulación: i) Rango de operación de carga del capacitor DC, ii) Límites inferior y superior de modulación asociados con la técnica de modulación y el tamaño del filtro y iii) La corriente continua máxima que pueden manejar los elementos de conmutación del convertidor [Haileselassie12].

Las restricciones de desigualdad $V_{dc}^{sh,min} \leq V_{dc}^{sh} \leq V_{dc}^{sh,max}$ y $m_a^{sh,min} \leq m_a^{sh} \leq m_a^{sh,max}$ corresponden a los dos primeros límites operativos. Por otro lado, la corriente máxima $I_{vsc}^{sh,max}$, combinada con el voltaje V_{ac}^{sh} , permite calcular la potencia aparente máxima de operación del STATCOM, $S_{acvi}^{sh,max}$. Esta potencia puede descomponerse en límites de potencia reactiva, $Q_{vsc}^{sh,min} \leq Q_{vsc}^{sh} \leq Q_{vsc}^{sh,max}$, y límites de potencia activa, $P_{dcac}^{sh,min} \leq P_{dcac}^{sh} \leq P_{dcac}^{sh,max}$, establecidos para evitar la violación de los límites de corriente.

Las desigualdades dobles asociadas al voltaje V_{dc}^{sh} y a la potencia activa P_{dcac}^{sh} se omiten debido al modo de operación del STATCOM. En este modo, el ángulo de fase del STATCOM permite controlar V_{dc}^{sh} a un valor específico $V_{dc}^{sh,sp}$. Por lo tanto, V_{dc}^{sh} se mantiene en un valor fijo establecido, sin restricciones adicionales. Asimismo, al operar así, el nodo dc opera como nodo slack DC, lo cual permite la inyección o extracción de la potencia activa P_{dcac}^{sh} necesaria para mantener el equilibrio de potencia en el nodo dc , la carga del capacitor y las pérdidas en el mismo nodo [Martínez-Parrales21]. Para evitar violaciones del límite máximo de voltaje, se selecciona un valor de V_{dc}^{sh} dentro del rango operativo permitido establecido por el rango de operación de la carga del capacitor DC. En caso de que se exceda el límite de corriente máxima, determinado a partir de la potencia nominal proporcionada por el fabricante, se ajusta la potencia reactiva Q_{vsc}^{sh} , lo que a su vez modifica la potencia aparente S_{vsc}^{sh} y, de forma conjunta, la corriente I_{vsc}^{sh} . Con esto, se evitan las violaciones de los límites operativos del STATCOM mencionadas en [Haileselassie12], asegurando que el sistema opere en una región factible dentro del estudio en estado estable.

El esquema de control de corriente aplicado al STATCOM se presenta en la Figura 3.5. Este esquema incluye el control externo del STATCOM, donde, dependiendo del modo de operación seleccionado, se definen las componentes de corriente deseadas, tanto la componente directa $I_{vsc,d}^{sh,des}$ como la componente en cuadratura $I_{vsc,q}^{sh,des}$, en función de los requerimientos de potencia activa y reactiva, respectivamente, para alcanzar el punto de operación esperado. Posteriormente, un limitador de corriente procesa estas componentes deseadas y aplica una técnica destinada a prevenir la sobrecarga del STATCOM. En este caso, se limita la componente de corriente en cuadratura $I_{vsc,q}^{sh,des}$ y se prioriza la corriente de directa $I_{vsc,d}^{sh,des}$ estableciendo así la corriente de referencia $I_{vsc,q}^{sh,ref}$. Finalmente, el control interno de corriente utiliza esta corriente de referencia para determinar el índice de modulación m_a^{sh} adecuado [Martínez-Parrales21].

El limitador de corriente se aplica prioritariamente a la corriente directa sobre la corriente de cuadratura, según lo propuesto en [Haileselassie12]. Con esto, se permite

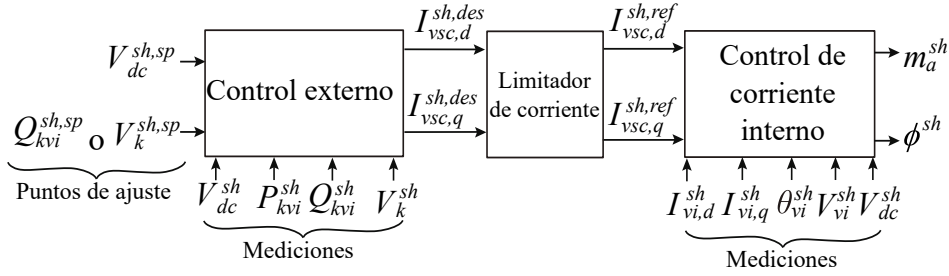


Figura 3.5: Esquema de control de corriente del STATCOM

que la potencia activa fluya sin límites hacia el nodo dc del STATCOM para cubrir las pérdidas y conservar el balance de potencia en el nodo dc . Si la magnitud de corriente máxima del STATCOM es excedida, la componente de cuadratura se ajusta para asegurar una operación dentro de los límites establecidos. Este concepto se ilustra en la Figura 3.6.

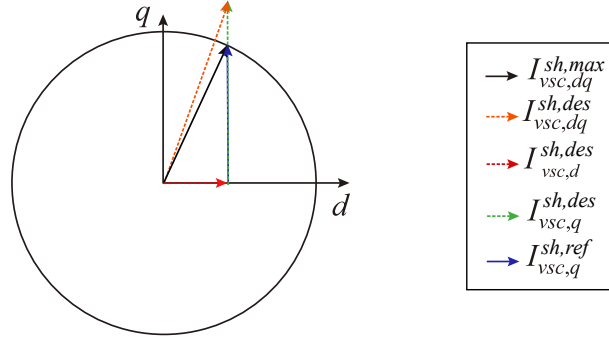


Figura 3.6: Técnica de limitador de corriente de prioridad de potencia activa

De manera análoga al capítulo anterior, se aplica el mismo proceso de transformación y se reformulan las ecuaciones previamente definidas, pero ahora adaptadas al STATCOM. Considerando la transformación invariante de voltaje y con base en el Apéndice B, sección B.4, la potencia activa P_{viac}^{sh} puede expresarse en función de la componente directa del voltaje $V_{vi,d}^{sh}$ en el nodo vi y la componente directa de corriente

del STATCOM $I_{vsc,d}^{sh}$. Esto resulta en la relación: $P_{viac'}^{sh} = \frac{3}{2} V_{vi,d}^{sh} I_{vsc,d}^{sh}$.

Asimismo, la potencia reactiva está definida como: $Q_{viac'}^{sh} = -\frac{3}{2} V_{vi,d}^{sh} I_{vsc,q}^{sh}$, donde $V_{vi,d}^{sh} = \sqrt{\frac{2}{3}} V_{vi}^{sh}$. Las corrientes $I_{vsc,d}^{sh}$ e $I_{vsc,q}^{sh}$ corresponden a las componentes en los ejes d y q del convertidor en el sistema de referencia dq , respectivamente, y están definidas mediante la relación: $|I_{vsc,d}^{sh} + jI_{vsc,q}^{sh}| = I_{vsc,dq}^{sh} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_{vsc}^{sh}$. De esta forma, la corriente máxima en el sistema de referencia se establece como: $I_{vsc,dq}^{sh,max} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_{vsc}^{sh,max}$.

En el proceso iterativo para resolver el flujo de potencia, la corriente deseada en la k -ésima iteración se determina mediante las siguientes expresiones:

$$I_{vsc,d}^{sh,des,k} = \frac{P_{viac'}^{sh,k}}{\frac{3}{2} V_{vi,d}^{sh,k}} \quad (3.40)$$

$$I_{vsc,q}^{sh,des,k} = -\frac{Q_{viac'}^{sh,k}}{\frac{3}{2} V_{vi,d}^{sh,k}} \quad (3.41)$$

El proceso anterior, se realiza en el módulo de control externo, el cual recibe la siguiente información: las mediciones correspondientes a los valores de las potencias $P_{viac'}^{sh,k}$ y $Q_{viac'}^{sh,k}$ en la k -ésima iteración, necesarias para evaluar el progreso hacia el objetivo de control y los puntos de ajuste o modos de control deseados con los valores especificados. Con esta información, el módulo calcula y entrega las corrientes deseadas, que son las necesarias para cumplir los objetivos de control establecidos, y que se representan mediante las ecuaciones (3.40) y (3.41).

En este bloque, la corriente deseada del VSC, $I_{vsc,dq}^{sh,des,k} = \sqrt{\left(I_{vsc,d}^{sh,des,k}\right)^2 + \left(I_{vsc,q}^{sh,des,k}\right)^2}$, está limitada por el módulo de control para cumplir con $I_{vsc,dq}^{sh,des,k} \leq I_{vsc,dq}^{sh,max}$. Si esta condición se viola, la componente de corriente en cuadratura se ajusta, dando prioridad a la componente de corriente directa. Como resultado, la corriente requerida en el eje d se iguala a su valor deseado:

$$I_{vsc,d}^{sh,ref,k} = I_{vsc,d}^{sh,des,k} \quad (3.42)$$

Por último, la corriente en cuadratura es ajustada con base a $I_{vsc,dq}^{sh,max}$ e $I_{vsc1,d}^{sh,ref,k}$ utilizando la ecuación $I_{vsc,q}^{sh,ref,k} = \sqrt{(I_{vsc,dq}^{sh,max})^2 - (I_{vsc,d}^{sh,ref,k})^2}$. A partir de la componen-

te directa de la corriente de referencia $I_{vsc,d}^{sh,ref,k}$, se puede obtener la potencia activa $P_{viac'}^{sh,k}$ que circula por el STATCOM para compensar las pérdidas internas del convertidor. Asumiendo despreciable la resistencia del reactor [Martínez-Parrales21], se tiene $P_{acvi}^{sh,k} = -P_{viac'}^{sh,k}$, por lo tanto, la potencia activa $P_{acvi}^{sh,k}$ es :

$$P_{acvi}^{sh,k} = 1.5V_{vi,d}^k |I_{vsc,d}^{ref,k}| \quad (3.43)$$

Los límites de la potencia reactiva se ajustan considerando la potencia aparente máxima expresada en términos de $V_{ac}^{sh,k}$ y $I_{vsc}^{sh,max}$ y la potencia activa $P_{acvi}^{sh,k}$. De este modo, los límites se determinan mediante [Martínez-Parrales21]:

$$Q_{vsc}^{sh,max,k} = Q_{acvi}^{sh,max,k} = \sqrt{(V_{ac}^{sh,k} \cdot I_{vsc}^{sh,max})^2 - (P_{acvi}^{sh,k})^2} \quad (3.44)$$

$$Q_{vsc}^{sh,min,k} = Q_{acvi}^{sh,min,k} = -\sqrt{(V_{ac}^{sh,k} \cdot I_{vsc}^{sh,max})^2 - (P_{acvi}^{sh,k})^2} \quad (3.45)$$

El valor de $I_{vsc}^{sh,max}$ se obtiene en función de la potencia nominal especificada en la placa de datos del STATCOM proporcionada por el fabricante. En términos de valores en p.u., se tiene que $I_{vsc}^{sh,max} = S_{nom}^{sh}$.

3.3.4. Límites del STATCOM basados en complementariedad

Los límites operativos del STATCOM son equivalentes a los descritos previamente para el VSC en la subsección 2.2.3. Estas restricciones se expresan mediante desigualdades que aseguran la operación segura y factible del convertidor.

Las restricciones de igualdad del STATCOM, formuladas a través de las ecuaciones de complementariedad y FBMF, definen los límites operativos de las variables del VSC: el índice de modulación m_a^{sh} , la potencia reactiva Q_{vsc}^{sh} .

Al aplicar las ecuaciones de complementariedad y la función de mérito de Fisher-Burmeister (FBMF) a las variables operativas del STATCOM, $m_a^{sh} \in \mathbf{x}$ y $Q_{vsc}^{sh} \in \mathbf{x}$, se introducen variables auxiliares asociadas a sus límites operativos.

Estas variables auxiliares también forman parte del vector de estado $\mathbf{x}$ en el problema de flujo de potencia, y se definen como $v_{ma-}^{cc} \subset \mathbf{x}$, $v_{ma+}^{cc} \subset \mathbf{x}$, $v_{Qvsc-}^{cc} \subset \mathbf{x}$ y $v_{Qvsc+}^{cc} \subset \mathbf{x}$. El subíndice negativo (-) indica que la variable está asociada al límite mínimo, mientras que el subíndice positivo (+) corresponde al límite máximo. Finalmente, cada una de estas variables se vincula con su respectiva restricción de igualdad. Para simplificar la notación, en dichas restricciones se omite el superíndice k de la iteración tanto en las variables de estado como en los límites de la potencia reactiva.

$$\sqrt{(m_a^{sh} - m_a^{sh,min})^2 + (v_{ma-}^{sh,cc})^2} - (m_a^{sh} - m_a^{sh,min}) - v_{ma-}^{sh,cc} = 0, \quad (3.46)$$

$$\sqrt{(m_a^{sh,max} - m_a^{sh})^2 + (v_{ma+}^{sh,cc})^2} - (m_a^{sh,max} - m_a^{sh}) - v_{ma+}^{sh,cc} = 0, \quad (3.47)$$

$$\sqrt{(Q_{vsc}^{sh} - Q_{vsc}^{sh,min})^2 + (v_{Qvsc-}^{sh,cc})^2} - (Q_{vsc}^{sh} - Q_{vsc}^{sh,min}) - v_{Qvsc-}^{sh,cc} = 0, \quad (3.48)$$

$$\sqrt{(Q_{vsc}^{sh,max} - Q_{vsc}^{sh})^2 + (v_{Qvsc+}^{sh,cc})^2} - (Q_{vsc}^{sh,max} - Q_{vsc}^{sh}) - v_{Qvsc+}^{sh,cc} = 0, \quad (3.49)$$

Además, el modo de operación $V_{dc}^{sh,sp}$, controlado mediante ϕ^{sh} , omite los límites de voltaje V_{dc}^{sh} y de potencia activa P_{dcac}^{sh} . Esto se debe a que dicho modo de operación no depende de otras variables de estado [Martínez-Parrales21].

3.3.5. Restricciones de control del índice de modulación del STATCOM basadas en complementariedad

Considerando los modos de control en los que se desea operar el STATCOM y las variables auxiliares asociadas a sus límites operativos, las cuales se obtienen a partir de la información presentada en el Apéndice C y la subsección anterior, se derivan las siguientes restricciones de control del índice de modulación m_a^{sh} que es utilizado para

ajustar el voltaje V_k^{sh} . La restricción de control correspondiente se define mediante la siguiente ecuación:

$$V_k^{sh} - V_k^{sh,sp} - v_{ma-}^{sh,cc} + v_{ma+}^{sh,cc} - v_{Qvsc-}^{sh,cc} + v_{Qvsc+}^{sh,cc} = 0 \quad (3.50)$$

El objetivo principal es mantener V_k^{sh} en el valor deseado $V_k^{sh,sp}$, asegurando que las variables de estado m_a^{sh} y Q_{vsc}^{sh} permanezcan dentro de sus límites operativos. Si cualquiera de estas variables de estado alcanza su límite, no se podrá lograr el objetivo de control y el voltaje en el nodo k será $V_k^{sh} \neq V_k^{sh,sp}$, pero a su vez, se garantiza así una operación viable del VSC sin necesidad de ajustes extra.

La Tabla 3.1 presenta diversos escenarios de violación de límites, mostrando los valores correspondientes de m_a^{sh} , las variables auxiliares y la potencia reactiva Q_{vsc}^{sh} . En estas tablas se omite el superíndice que indica la iteración en las variables de estado y en los límites de potencia reactiva del convertidor, ya que únicamente se presenta la información de la iteración final, en la cual se registró alguna violación de límites durante el proceso iterativo. Cada fila de la tabla describe una situación específica donde m_a^{sh} o Q_{vsc}^{sh} infringe alguno de sus límites permitidos. Esto activa variables auxiliares de complementariedad referentes a sus límites inferiores o superiores dependiendo del límite violado, y muestra cómo cada caso afecta el comportamiento de la variable a controlar V_k^{sh} respecto a su valor especificado, tal como se explica cuantitativamente en el Apéndice D, subsección D.2.1.

De manera similar, si se elige el modo de control basado en la potencia reactiva especificada $Q_{kvi}^{sh,sp}$, la restricción de control se define como:

$$Q_{kvi}^{sh} - Q_{kvi}^{sh,sp} + v_{ma-}^{sh,cc} - v_{ma+}^{sh,cc} + v_{Qvsc-}^{sh,cc} - v_{Qvsc+}^{sh,cc} = 0 \quad (3.51)$$

La Tabla 3.2 muestra los casos de violación de límites de m_a^{sh} y Q_{vsc}^{sh} , la activación de las variables auxiliares de complementariedad asociadas a los límites inferior o superior de las variables de control, respectivamente, y cómo es el comportamiento de

Tabla 3.1: Casos de violación de límites m_a^{sh} y Q_{vsc}^{sh} , y el comportamiento de la variable controlada V_k^{sh} y variables auxiliares de complementariedad

Caso	m_a^{sh}	Q_{vsc}^{sh}	$v_{ma+}^{sh,cc}$	$v_{ma-}^{sh,cc}$	$v_{Q_{vsc}+}^{sh,cc}$	$v_{Q_{vsc}-}^{sh,cc}$	V_k^{sh}
$m_a^{sh} > m_a^{sh,max}$	$m_a^{sh,max}$	sin violación	> 0	0	0	0	$< V_k^{sh,sp}$
$m_a^{sh} < m_a^{sh,min}$	$m_a^{sh,min}$	sin violación	0	> 0	0	0	$> V_k^{sh,sp}$
$Q_{vsc}^{sh} > Q_{vsc}^{sh,max}$	sin violación	$Q_{vsc}^{sh,max}$	0	0	> 0	0	$< V_k^{sh,sp}$
$Q_{vsc}^{sh} < Q_{vsc}^{sh,min}$	sin violación	$Q_{vsc}^{sh,min}$	0	0	0	> 0	$> V_k^{sh,sp}$

Tabla 3.2: Casos de violación de límites m_a^{sh} y Q_{vsc}^{sh} , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva Q_{kvi}^{sh}

Caso	m_a^{sh}	Q_{vsc}^{sh}	$v_{ma+}^{sh,cc}$	$v_{ma-}^{sh,cc}$	$v_{Q_{vsc}+}^{sh,cc}$	$v_{Q_{vsc}-}^{sh,cc}$	Q_{kvi}^{sh}
$m_a^{sh} > m_a^{sh,max}$	$m_a^{sh,max}$	sin violación	> 0	0	0	0	$> Q_{kvi}^{sh,sp}$
$m_a^{sh} < m_a^{sh,min}$	$m_a^{sh,min}$	sin violación	0	> 0	0	0	$< Q_{kvi}^{sh,sp}$
$Q_{vsc}^{sh} > Q_{vsc}^{sh,max}$	sin violación	$Q_{vsc}^{sh,max}$	0	0	> 0	0	$> Q_{kvi}^{sh,sp}$
$Q_{vsc}^{sh} < Q_{vsc}^{sh,min}$	sin violación	$Q_{vsc}^{sh,min}$	0	0	0	> 0	$< Q_{kvi}^{sh,sp}$

la variable controlada Q_{kvi}^{sh} respecto al valor de referencia $Q_{kvi}^{sh,sp}$ al presentarse alguno de estos casos. En estas tablas se omite el superíndice de iteración, ya que solo se presentan los valores de la última iteración cuando se presenta la violación de alguno de sus límites operativos. Lo anterior, describe numéricamente con mayor detalle en el Apéndice D, Subsección D.2.2.

3.3.6. Restricciones de control basadas en el ángulo de fase del STATCOM

Para regular $V_{dc}^{sh,sp}$ mediante el ángulo de fase ϕ^{sh} del VSC, se establece la siguiente restricción de control:

$$V_{dc}^{sh} - V_{dc}^{sh,sp} = 0 \quad (3.52)$$

Este modo de control no presenta restricciones adicionales, ya que no depende de otras variables de estado, permitiendo especificar el valor deseado directamente [Martínez-Parrales21].

3.3.7. Restricciones de intercambio de potencia reactiva AC-CD del STATCOM

La restricción que garantiza la ausencia de intercambio de potencia reactiva entre los nodos ac y dc del convertidor : $Q_{acdc}^{sh} = Q_{dcac}^{sh} = 0$, es dada por

$$\theta_{Q_{vsc}}^{sh} = \phi^{sh} - \theta_{ac}^{sh} = 0 \quad (3.53)$$

Note que esta ecuación se utiliza para resolver la variable θ_{ac}^{sh} durante la solución del problema de flujos de potencia.

3.4. Linealización de restricciones del STATCOM

Considerando las ecuaciones de flujos de potencia del STATCOM, junto con sus restricciones de control y límites operativos, se plantea la resolución del conjunto de ecuaciones no lineales asociadas al STATCOM mediante el método de Newton-Raphson:

$$\mathbf{F}^{sh} = -\mathbf{J}^{sh} \Delta \mathbf{x}^{sh} \quad (3.54)$$

En esta ecuación, $\Delta \mathbf{x}^{sh}$ representa el vector de incrementos de las variables de estado del STATCOM, mientras que $\mathbf{F}^{sh}$ es el vector de restricciones asociado a dichas variables. La matriz Jacobiana $\mathbf{J}^{sh}$ incluye las derivadas parciales de las restricciones con respecto a las variables de estado. El vector de variables de estado se define como:

$$\mathbf{x}^{statcom} = [\theta_{AC}^{statcom}, V_{AC}^{statcom}, V_{dc}^{statcom}, m_a^{statcom}, \phi^{statcom}, Q_{vsc}^{statcom}, v_{cc}^{statcom}]^T$$

El conjunto de variables pertenecientes al controlador STATCOM son:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\theta}_{AC}^{statcom} &= [\theta_{vi}^{sh}, \theta_k^{sh}, \theta_{ac}^{sh}]^T, \\
\mathbf{V}_{AC}^{statcom} &= [V_{vi}^{sh}, V_k^{sh}, V_{ac}^{sh}]^T, \\
V_{dc}^{statcom} &= V_{dc}^{sh}, \\
m_a^{statcom} &= m_a^{sh}, \\
\phi^{statcom} &= \phi^{sh}, \\
Q_{vsc}^{statcom} &= Q_{vsc}^{sh}, \\
\mathbf{v}_{statcom}^{cc} &= [v_{ma-}^{sh,cc}, v_{ma+}^{sh,cc}, v_{Q_{vsc-}}^{sh,cc}, v_{Q_{vsc+}}^{sh,cc}]^T.
\end{aligned} \tag{3.55}$$

Las Tablas 3.3 y 3.4 presentan una descripción más detallada de las restricciones de desajuste asociadas al STATCOM, junto con sus respectivas variables de estado asociadas. En ellas se identifican los distintos tipos de restricciones que controlan el comportamiento del dispositivo, ya sea por balance de potencia en los nodos, restricciones de control o restricciones de límites operativos. En estas Tablas, se omitió el índice de iteración para las variables de estado y en los límites de la potencia reactiva del STATCOM.

Para el desarrollo de la linealización de las ecuaciones del STATCOM, se considera el siguiente esquema de control: el control de m_a^{sh} se utiliza para regular la magnitud del voltaje en el nodo k , mientras que el ángulo ϕ controla la magnitud del voltaje en el nodo dc . En este análisis, el nodo k se modela como un nodo tipo PQ .

Las derivadas parciales de las funciones $\mathbf{F}^{sh}$ con respecto a las variables de estado $\mathbf{x}^{sh}$ del STATCOM conforman la matriz jacobiana $\mathbf{J}^{sh}$ dada por (3.56).

$$-\mathbf{J}^{sh} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{1,1}^{sh} & \mathbf{J}_{1,2}^{sh} & [\mathbf{0}] \\ \mathbf{J}_{2,1}^{sh} & \mathbf{J}_{2,2}^{sh} & \mathbf{J}_{2,3}^{sh} \\ [\mathbf{0}] & \mathbf{J}_{3,2}^{sh} & \mathbf{J}_{3,3}^{sh} \end{bmatrix} \tag{3.56}$$

Tabla 3.3: Variables de estado y restricciones de desajuste asociadas del STATCOM (primera parte)

Tipo de nodo o restricciones	Variable de estado	Restricción
Nodo vi	θ_{vi}^{sh}	$\Delta P_{vi}^{sh} = -P_{vi}^{sh} = 0$, donde P_{vi}^{sh} es dada por (3.32) $P_{vi}^{sh} = P_{viac}^{sh} + P_{vik}^{sh} = (V_{vi}^{sh})^2 G_{vivi}^{sh} + V_{vi}^{sh} V_{iac}^{sh} [G_{viac}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) + B_{viac}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})]$ $+ V_{vik}^{sh} V_{sh} [G_{vik}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) + B_{vik}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})]$
	V_{vi}^{sh}	$\Delta Q_{vi}^{sh} = -Q_{vi}^{sh} = 0$, donde Q_{vi}^{sh} es dada por (3.33) $Q_{vi}^{sh} = Q_{viac}^{sh} + Q_{vik}^{sh} = -(V_{vi}^{sh})^2 B_{vivi}^{sh} + V_{vi}^{sh} V_{iac}^{sh} [G_{viac}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) - B_{viac}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})]$ $+ V_{vik}^{sh} V_{sh} [G_{vik}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) - B_{vik}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})]$
Nodo k tipo PQ	$\theta_k^{sh, PQ}$	$\Delta P_k^{sh} = P_k^{sh, Gen} - P_k^{sh, Load} - \sum_{j \in N_{AC}} P_{jk} - P_k^{sh} = 0$, donde P_k^{sh} es dada por (3.34) $\Delta P_k^{sh} = P_k^{sh, Gen} - P_k^{sh, Load} - V_k^{sh} \sum_{j \in N_{AC}} V_j [G_{kj} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_j) + B_{kj} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_j)] - P_k^{sh} = 0$
	$V_k^{sh, PQ}$	$\Delta Q_k^{sh} = Q_k^{sh, Gen} - Q_k^{sh, Load} - \sum_{j \in N_{AC}} Q_{jk} - Q_k^{sh} = 0$, donde Q_k^{sh} es dada por (3.35) $\Delta Q_k^{sh} = Q_k^{sh, Gen} - Q_k^{sh, Load} - V_k^{sh} \sum_{j \in N_{AC}} V_j [G_{kj} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_j) - B_{kj} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_j)] - Q_k^{sh} = 0$
Nodo k tipo PV	$\theta_k^{sh, PV}$	$\Delta P_k^{sh} = P_k^{sh, Gen} - P_k^{sh, Load} - \sum_{j \in N_{AC}} P_{jk} - P_k^{sh} = 0$, donde P_k^{sh} es dada por (3.34) $\Delta P_k^{sh} = P_k^{sh, Gen} - P_k^{sh, Load} - V_k^{sh} \sum_{j \in N_{AC}} V_j [G_{kj} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_j) + B_{kj} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_j)] - P_k^{sh} = 0$
	$V_k^{sh, PV}$	$\Delta F_{V_k^{sh}}^{PV} = V_k^{sh} - V_k^{sh, sp} - v_{Q_{Gen, k-}}^{CC} + v_{Q_{Gen, k+}}^{CC} = 0$, donde esta restricción se deriva de (2.46)
	$v_{Q_{Gen, k-}}^{CC}$	$\Delta \varphi_{v_{Q_{Gen, k-}}}^{CC} = (2.47) = 0$ $\sqrt{(Q_k^{sh, Gen} - Q_{Gen, k}^{min})^2 + (v_{Q_{Gen, k-}}^{CC})^2} - (Q_k^{sh, Gen} - Q_{Gen, k}^{min}) - v_{Q_{Gen, k-}}^{CC} = 0$, donde $Q_k^{sh, Gen}$ es dada por $Q_k^{sh, Gen} - Q_k^{sh, Load} - V_k^{sh} \sum_{j \in N_{AC}} V_j [G_{kj} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_j) - B_{kj} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_j)] - Q_k^{sh}$
	$v_{Q_{Gen, k+}}^{CC}$	$\Delta \varphi_{v_{Q_{Gen, k+}}}^{CC} = (2.48) = 0$ $\sqrt{(Q_{Gen, k}^{max} - Q_k^{sh, Gen})^2 + (v_{Q_{Gen, k+}}^{CC})^2} - (Q_{Gen, k}^{max} - Q_k^{sh, Gen}) - v_{Q_{Gen, k+}}^{CC} = 0$, donde $Q_k^{sh, Gen}$ es dada por $Q_k^{sh, Gen} - Q_k^{sh, Load} - V_k^{sh} \sum_{j \in N_{AC}} V_j [G_{kj} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_j) - B_{kj} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_j)] - Q_k^{sh}$

Tabla 3.4: Variables de estado y restricciones de desajuste asociadas del STATCOM (segunda parte)

Tipo de nodo o restricciones	Variable de estado	Restricción
Nodo ac	V_{ac}^{sh}	$\Delta P_{ac}^{sh} = -P_{ac}^{sh} = 0$, donde P_{ac}^{sh} es dada por (3.36) $P_{ac}^{sh} = P_{acdc}^{sh} + P_{acvi}^{sh} = G_{acac}^{sh} (V_{ac}^{sh})^2 - K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{dc}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh})$ $+ V_{ac}^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{acvi}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{acvi}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})]$
	Q_{vsc}^{sh}	$\Delta Q_{ac}^{sh} = -Q_{ac}^{sh} = 0$, donde Q_{ac}^{sh} es dada por (3.37) $Q_{ac}^{sh} = -Q_{vsc}^{sh} + Q_{acdc}^{sh} + Q_{acvi}^{sh} = -Q_{vsc}^{sh} - B_{acac}^{sh} (V_{ac}^{sh})^2 - K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{dc}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh})$ $+ V_{ac}^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{acvi}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{acvi}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})]$
	θ_{ac}^{sh}	$\theta_{Q_{vsc}}^{sh} = \phi^{sh} - \theta_{ac}^{sh} = (3.53) = 0$
	V_{dc}^{sh}	$\Delta P_{dc}^{sh} = -P_{dc}^{sh} = 0$, donde P_{dc}^{sh} es dada por (3.38) $P_{dc}^{sh} = P_{dcac}^{sh} = [K^2 (m_a^{sh})^2 g_1^{sh} + g_{sw}^{sh}] (V_{dc}^{sh})^2 - K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{dc}^{sh} \cos(\phi^{sh} - \theta_{ac}^{sh})$
Restricciones de control del STATCOM	$m_a \Leftrightarrow V_k^{sh}$	$\Delta F_{ma}^{sh} = (3.50) = V_k - V_{ma}^{sh,sp} - v_{ma-}^{sh,cc} + v_{ma+}^{sh,cc} + v_{Q_{vsc}-}^{sh,cc} = 0$
	$m_a \Leftrightarrow Q_{kvi}^{sh}$	$\Delta F_{ma}^{sh} = (3.51) = Q_{kvi}^{sh} - Q_{ma}^{sh,sp} + v_{ma-}^{sh,cc} - v_{ma+}^{sh,cc} + v_{Q_{vsc}-}^{sh,cc} - v_{Q_{vsc}+}^{sh,cc} = 0$
	$\phi \Leftrightarrow V_{dc}$	$\Delta F_{\phi}^{sh} = (3.52) = V_{dc}^{sh} - V_{dc}^{sh,sp} = 0$
Restricciones de límites operativos del STATCOM	$v_{ma-}^{sh,cc}$	$\Delta \varphi_{v_{ma-}}^{sh,cc} = (3.46) = \sqrt{(m_a^{sh} - m_a^{sh,min})^2 + (v_{ma-}^{sh,cc})^2} - (m_a^{sh} - m_a^{sh,min}) - v_{ma-}^{sh,cc} = 0$
	$v_{ma+}^{sh,cc}$	$\Delta \varphi_{v_{ma+}}^{sh,cc} = (3.47) = \sqrt{(m_a^{sh} - m_a^{sh,min})^2 + (v_{ma+}^{sh,cc})^2} - (m_a^{sh} - m_a^{sh,min}) - v_{ma+}^{sh,cc} = 0$
	$v_{Q_{vsc}-}^{sh,cc}$	$\Delta \varphi_{v_{Q_{vsc}-}}^{sh,cc} = (3.48) = \sqrt{(Q_{vsc}^{sh} - Q_{vsc}^{sh,min})^2 + (v_{Q_{vsc}-}^{sh,cc})^2} - (Q_{vsc}^{sh} - Q_{vsc}^{sh,min}) - v_{Q_{vsc}-}^{sh,cc} = 0$
	$v_{Q_{vsc}+}^{sh,cc}$	$\Delta \varphi_{v_{Q_{vsc}+}}^{sh,cc} = (3.49) = \sqrt{(Q_{vsc}^{sh} - Q_{vsc}^{sh,max})^2 + (v_{Q_{vsc}+}^{sh,cc})^2} - (Q_{vsc}^{sh} - Q_{vsc}^{sh,max}) - v_{Q_{vsc}+}^{sh,cc} = 0$

Las filas de la matriz jacobiana corresponden al vector de desbalances de potencia y límites de operación y control dados en el orden siguiente:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{vi}^{sh}, & \Delta Q_{vi}^{sh}, & \Delta P_k^{sh}, & \Delta Q_k^{sh}, & \Delta P_{ac}^{sh}, & \Delta Q_{ac}^{sh}, & \Delta F_{Q_{vsc}}^{sh}, & \Delta P_{dc}, & \Delta F_{ma}^{sh}, \\ \Delta F_{\phi}^{sh}, & \Delta \varphi_{v_{ma}-}^{sh,cc}, & \Delta \varphi_{v_{ma}+}^{sh,cc}, & \Delta \varphi_{v_{Q_{vsc}-}}^{sh,cc}, & \Delta \varphi_{v_{Q_{vsc}+}}^{sh,cc} \end{bmatrix}^T$$

La submatriz $\mathbf{J}_{1,1}^{sh}$ corresponde a las derivadas parciales de las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva en los nodos vi y k con respecto a las magnitudes y ángulos de fase del voltaje en esos mismos nodos. Por otro lado, la submatriz $\mathbf{J}_{1,2}^{sh}$ describe la sensibilidad de las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva en el nodo vi con respecto a la magnitud y el ángulo de fase del nodo ac . Esta interacción es predominante, ya que no existe una dependencia directa entre las variables V_{dc}^{sh} , m_a^{sh} , ϕ^{sh} y Q_{vsc}^{sh} y los nodos vi y k , donde sus derivadas son nulas.

$$\mathbf{J}_{1,1}^{sh} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{vi}^{sh}}{\partial \theta_{vi}^{sh}} & \frac{\partial P_{vi}^{sh}}{\partial V_{vi}^{sh}} & \frac{\partial P_{vi}^{sh}}{\partial \theta_k^{sh}} & \frac{\partial P_{vi}^{sh}}{\partial V_k^{sh}} \\ \frac{\partial Q_{vi}^{sh}}{\partial \theta_{vi}^{sh}} & \frac{\partial Q_{vi}^{sh}}{\partial V_{vi}^{sh}} & \frac{\partial Q_{vi}^{sh}}{\partial \theta_k^{sh}} & \frac{\partial Q_{vi}^{sh}}{\partial V_k^{sh}} \\ \frac{\partial P_k^{sh}}{\partial \theta_{vi}^{sh}} & \frac{\partial P_k^{sh}}{\partial V_{vi}^{sh}} & \frac{\partial P_k^{sh}}{\partial \theta_k^{sh}} & \frac{\partial P_k^{sh}}{\partial V_k^{sh}} \\ \frac{\partial Q_k^{sh}}{\partial \theta_{vi}^{sh}} & \frac{\partial Q_k^{sh}}{\partial V_{vi}^{sh}} & \frac{\partial Q_k^{sh}}{\partial \theta_k^{sh}} & \frac{\partial Q_k^{sh}}{\partial V_k^{sh}} \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

$$\mathbf{J}_{1,2}^{sh} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{vi}^{sh}}{\partial V_{ac}^{sh}} & 0 & \frac{\partial P_{vi}^{sh}}{\partial \theta_{ac}^{sh}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_{vi}^{sh}}{\partial V_{ac}^{sh}} & 0 & \frac{\partial Q_{vi}^{sh}}{\partial \theta_{ac}^{sh}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

Por su parte, $\mathbf{J}_{2,1}^{sh}$ incluye las derivadas de las restricciones de control del índice de modulación y del ángulo de fase del VSC, así como las ecuaciones de balance de potencia en los nodos ac y dc del STATCOM, con respecto a las variables nodales de los nodos vi y k . La submatriz $\mathbf{J}_{2,2}^{sh}$ analiza el impacto de las variables del convertidor en dichas restricciones. Posteriormente, la submatriz $\mathbf{J}_{2,3}^{sh}$ describe la relación entre

las restricciones de control y las variables auxiliares de complementariedad asociadas a los límites operativos del VSC.

$$\mathbf{J}_{2,1}^{sh} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{ac}^{sh}}{\partial \theta_{vi}^{sh}} & \frac{\partial P_{ac}^{sh}}{\partial V_{vi}^{sh}} & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_{ac}^{sh}}{\partial \theta_{vi}^{sh}} & \frac{\partial Q_{ac}^{sh}}{\partial V_{vi}^{sh}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial V_k^{sh}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

$$\mathbf{J}_{2,2}^{sh} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{ac}^{sh}}{\partial V_{ac}^{sh}} & 0 & \frac{\partial P_{ac}^{sh}}{\partial \theta_{ac}^{sh}} & \frac{\partial P_{ac}^{sh}}{\partial V_{dc}^{sh}} & \frac{\partial P_{ac}^{sh}}{\partial m_a^{sh}} & \frac{\partial P_{ac}^{sh}}{\partial \phi^{sh}} \\ \frac{\partial Q_{ac}^{sh}}{\partial V_{ac}^{sh}} & \frac{\partial Q_{ac}^{sh}}{\partial Q_{vsc}^{sh}} & \frac{\partial Q_{ac}^{sh}}{\partial \theta_{ac}^{sh}} & \frac{\partial Q_{ac}^{sh}}{\partial V_{dc}^{sh}} & \frac{\partial Q_{ac}^{sh}}{\partial m_a^{sh}} & \frac{\partial Q_{ac}^{sh}}{\partial \phi^{sh}} \\ 0 & 0 & -\frac{\partial \Delta \theta_{ac}^{sh}}{\partial \theta_{ac}^{sh}} & 0 & 0 & -\frac{\partial \Delta \theta_{Q_{vsc}}^{sh}}{\partial \phi^{sh}} \\ \frac{\partial P_{dc}^{sh}}{\partial V_{ac}^{sh}} & 0 & \frac{\partial P_{dc}^{sh}}{\partial \theta_{ac}^{sh}} & \frac{\partial P_{dc}^{sh}}{\partial V_{dc}^{sh}} & \frac{\partial P_{dc}^{sh}}{\partial m_a^{sh}} & \frac{\partial P_{dc}^{sh}}{\partial \phi^{sh}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial \Delta F_{\phi}^{sh}}{\partial V_{dc}^{sh}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

$$\mathbf{J}_{2,3}^{sh} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial v_{ma-}^{sh,cc}} & -\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial v_{ma+}^{sh,cc}} & -\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial v_{Q_{vsc}-}^{sh,cc}} & -\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial v_{Q_{vsc}+}^{sh,cc}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

La submatriz $\mathbf{J}_{3,2}^{sh}$ contiene los términos correspondientes a las restricciones de los límites operativos del convertidor, en función de las variables del convertidor, incluyendo los nodos ac y dc , así como las variables m_a^{sh} , ϕ^{sh} y Q_{vsc}^{sh} . Por último, $\mathbf{J}_{3,3}^{sh}$

se encarga de las derivadas con respecto a las variables auxiliares asociadas a estas restricciones de límites operativos del STATCOM.

$$\mathbf{J}_{3,2}^{sh} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{ma-}}^{sh,cc}}{\partial m_a^{sh}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{ma+}}^{sh,cc}}{\partial m_a^{sh}} & 0 \\ 0 & -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{vsc-}}}^{sh,cc}}{\partial Q_{vsc}^{sh}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{vsc+}}}^{sh,cc}}{\partial Q_{vsc}^{sh}} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

$$\mathbf{J}_{3,3}^{sh} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{ma-}}^{sh,cc}}{\partial m_a^{sh}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{ma+}}^{sh,cc}}{\partial v_{ma+}^{sh,cc}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{vsc-}}}^{sh,cc}}{\partial v_{Q_{vsc-}}^{sh,cc}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{vsc+}}}^{sh,cc}}{\partial v_{Q_{vsc+}}^{sh,cc}} \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

Si se modifica el objetivo de control de m_a^{sh} para controlar la potencia reactiva Q_{kvi}^{sh} , es necesario reemplazar la penúltima fila de las submatrices $\mathbf{J}_{2,1}^{sh}$, $\mathbf{J}_{2,2}^{sh}$ y $\mathbf{J}_{2,3}^{sh}$ por las derivadas parciales correspondientes a la nueva función de control ΔF_{ma}^{sh} , $m_a^{sh} \Leftrightarrow Q_{kvi}^{sh}$.

En particular, la submatriz $\mathbf{J}_{2,1}^{sh}$ debe actualizarse sustituyendo la penúltima fila por la siguiente expresión de derivadas parciales:

$$\begin{bmatrix} -\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial \theta_{vi}^{sh}} & -\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial V_{vi}^{sh}} & -\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial \theta_k^{sh}} & -\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial V_k^{sh}} \end{bmatrix}$$

Cabe señalar que, si bien la modificación se aplica de manera explícita en la submatriz $\mathbf{J}_{2,1}^{sh}$, las submatrices $\mathbf{J}_{2,2}^{sh}$ y $\mathbf{J}_{2,3}^{sh}$ conservan la misma notación tipográfica, es decir, mantienen su estructura matricial y simbología. No obstante, los valores deben actualizarse conforme a las derivadas parciales asociadas a la nueva relación de control $m_a^{sh} \Leftrightarrow Q_{kvi}^{sh}$.

Los elementos de las submatrices (3.57)-(3.63) son desarrollados de manera explícita en Apéndice E, Sección E.1.

3.5. Casos de estudio: STATCOM

En esta sección se presentan los casos de estudio diseñados para evaluar el comportamiento y la efectividad del STATCOM en el análisis de flujos de potencia. Este modelo fue empleado para el análisis de flujos de potencia en los sistemas de prueba de 5, 14 y 57 nodos, los cuales representan diferentes niveles de complejidad operativa. Los datos de los sistemas estudiados y del dispositivo STATCOM se reportan en el Apéndice F. La tolerancia de convergencia utilizada para solucionar el problema de flujos de potencia es de 1×10^{-6} , siendo esta una tolerancia adecuada para sistemas de transmisión.

3.5.1. Sistema de 5 nodos

El sistema de 5 nodos de la IEEE es un sistema estándar utilizado para estudiar el comportamiento de dispositivos FACTS en redes de transmisión, como se menciona en [Acha E.04]. Para validar el modelo propuesto de STATCOM, se comparan los resultados de flujos de potencia obtenidos utilizando el modelo propuesto y el basado en una fuente controlada de voltaje. Estos últimos resultados son reportados en [Acha E.04].

3.5.2. Validación del modelo de STATCOM

Inicialmente, se implementa el modelo propuesto de STATCOM en el sistema de 5 nodos, como se muestra en la Figura 3.7, pero las resistencias que representan las pérdidas de conmutación y conducción en los dispositivos IGBTs se consideran despreciables para poder comparar los resultados con aquellos obtenidos con el modelo de fuente controlada de voltaje [Acha E.04]. El STATCOM se utiliza para controlar la magnitud de voltaje en el nodo 3 a un valor de $V_3^{sh} = 1$ pu, mejorando así el perfil de voltaje del sistema.

Los resultados presentados en la Tabla 3.5 muestran las magnitudes y ángulos de

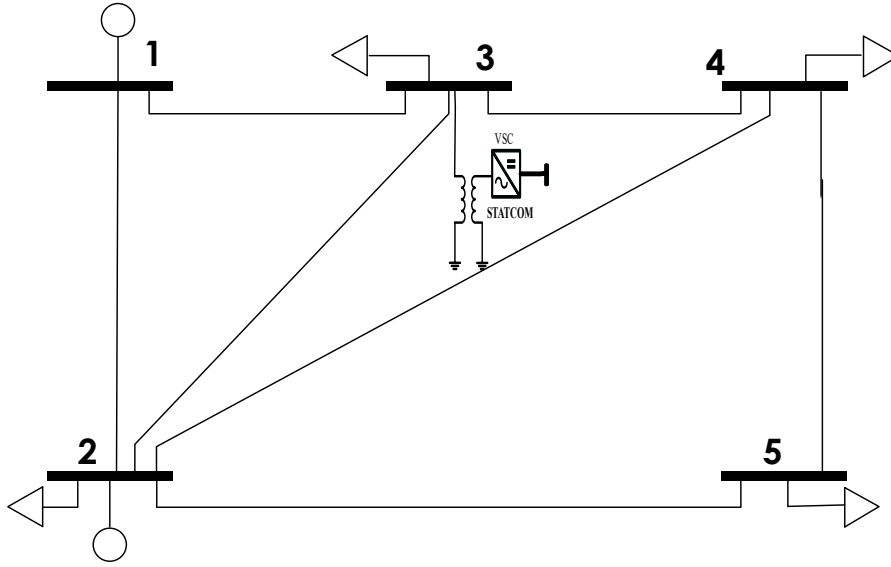


Figura 3.7: Diagrama unifilar del sistema de 5 nodos con STATCOM

fase de los voltajes nodales obtenidos con el modelo base, descrito en [Acha E.04], y el modelo propuesto de STATCOM. La comparativa de resultados muestra que los valores obtenidos son aproximados entre ambos modelos, lo cual valida la precisión del modelo propuesto.

Los resultados obtenidos también muestran que se logró cumplir con el objetivo de control de voltaje en el nodo 3, requiriendo tres iteraciones para obtener la solución del sistema. Además, se verificó la inyección de potencia reactiva hacia el nodo 3 por parte del STATCOM, resultando similares en magnitud y dirección.

Es importante resaltar que en un STATCOM sin pérdidas, el flujo de potencia activa dentro del STATCOM es cero [Acha E.04], como se muestra en la Tabla 3.6 donde se presentan los flujos de potencia internos del STATCOM. En la Tabla 3.7 se muestra el voltaje del nodo de dc del STATCOM, que fue ajustado a 1 pu, por medio del control del ángulo de fase del VSC.

Tabla 3.5: Comparación de voltajes nodales entre el modelo del STATCOM de fuentes de voltaje y el modelo propuesto en el sistema de 5 nodos.

Nodo	Base [Acha E.04]		Modelo propuesto	
	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)
1	1.06	0	1.0600	0.000
2	1.00	-2.05	1.0000	-2.053
V_k^{sh} (3)	1.00	-4.838	1.0000	-4.838
4	0.994	-5.11	0.9944	-5.107
5	0.975	-5.8	0.9752	-5.797
V_{ac}^{sh} (6)	-	-	1.0205	-4.838
V_{vi}^{sh} (7)	1.0205	-4.83	1.0205	-4.838
$P_{3-7} + jQ_{3-7}$	0.0	-j20.5 MVA	0.0000	-j20.470 MVA

Tabla 3.6: Flujos de potencia y valores de variables de estado del STATCOM con pérdidas despreciables conectado al sistema de 5 nodos

m_a^{sh}	ϕ^{sh}	P_{dcac}^{sh}	P_{acdc}^{sh}	P_{loss}^{sh}	Q_{acvi}^{sh}	Q_{viac}^{sh}	P_{kvi}^{sh}	Q_{kvi}^{sh}	I_{vsc}^{sh}
	grados	MW	MW	MW	MVAR	MVAR	MW	MVAR	p.u.
0.8332	-4.838	0.000	0.000	0.00	20.889	-20.889	0.000	-20.470	0.205

Tabla 3.7: Voltajes nodales de DC del STATCOM con pérdidas despreciables en el sistema de 5 nodos.

Nodo	V (p.u.)
$V_{dc}(8)$	1.0

3.5.3. Límites operativos del STATCOM

Considerando el sistema de 5 nodos, se incluyeron las pérdidas y el filtro del VSC. Posteriormente, se ajustó el límite máximo del índice de modulación de un valor de 0.9 a 0.8. En un tercer escenario, se modificó el límite máximo de corriente, disminuyéndolo de 1 pu a 0.1 pu.

En la Tabla 3.8, se presentan los resultados de voltajes nodales para tres escenarios diferentes: el caso base, el caso con límite de modulación máxima $m_a^{sh,max}$ y el caso con

límite de corriente máxima $I_{vsc}^{sh,max}$. Para el caso de violación de límite de modulación máxima $m_a^{sh,max}$, se fijó m_a^{sh} a su valor máximo. De esta manera, no se alcanzó el objetivo de control de voltaje, logrando únicamente un valor máximo de 0.9861 p.u. en el nodo 3, con un flujo de potencia de $2.010 + j1.107$ MVA desde dicho nodo de la red hacia el nodo 7 del STATCOM.

En el caso de límite de corriente máxima $I_{vsc}^{sh,max}$, se fijó la corriente en su valor máximo. El STATCOM solo logró mantener un voltaje de 0.9941 p.u. en el nodo 3, con un flujo de potencia de $2.010 - j11.737$ MVA hacia el nodo 7 del STATCOM. En cambio, el voltaje en el nodo de dc se mantuvo constante en los casos presentados, establecido en 1 p.u., como se muestra en la Tabla 3.9.

Tabla 3.8: Voltajes nodales para diferentes condiciones operativas del STATCOM conectado al sistema de 5 nodos

Caso	Base		$m_a^{sh,max}$		$I_{vsc}^{sh,max}$	
	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)
1	1.0600	0.000	1.0600	0.000	1.0600	0.000
2	1.0000	-2.101	1.0000	-2.109	1.0000	-2.104
V_k^{sh} (3)	1.0000	-4.952	0.9861	-4.732	0.9941	-4.858
4	0.9944	-5.208	0.9832	-5.044	0.9896	-5.138
5	0.9752	-5.862	0.9714	-5.827	0.9736	-5.847
V_{ac}^{sh} (6)	1.0215	-5.065	0.9849	-4.852	1.006	-4.975
V_{vi}^{sh} (7)	1.0213	-5.064	0.9849	-4.851	1.0059	-4.973
$P_{3-7} + jQ_{3-7}$	2.010	-j21.264 MVA	2.010	+ j1.107	2.010	-j11.737 MVA

Tabla 3.9: Voltajes nodales de DC aplicando límites operativos en el STATCOM conectado al sistema de 5 nodos

Caso	Base	$m_a^{sh,max}$	$I_{vsc}^{sh,max}$
Nodo	V (p.u.)	V (p.u.)	V (p.u.)
8	1.0	1.0	1.0

En la Tabla 3.10 se presentan los resultados de los flujos de potencia del STATCOM, las pérdidas internas, así como los valores del ángulo de fase, su índice de

modulación y su corriente máxima. Estos resultados muestran claramente que, debido a violaciones en los valores máximos de m_a^{sh} y I_{vsc}^{sh} , estas variables se han fijado en sus correspondientes límites violados. En estos casos de violación de límites operativos, la potencia máxima Q_{kvi}^{sh} que el convertidor puede proporcionar al nodo 3 no es suficiente para lograr el objetivo de control especificado. Debe notarse que estos casos de estudio demuestran que el modelo STATCOM propuesto proporciona resultados factibles considerando condiciones operativas más cercanas a la realidad. Por último, el número de iteraciones requeridas para obtener la solución del problema de flujos de potencia en el caso base, violación de m_a^{sh} y de I_{vsc}^{sh} fue de 3, 4 y 6, respectivamente.

Tabla 3.10: Flujos de potencia y valores de variables de estado del STATCOM conectado al sistema de 5 nodos ante diferentes límites operativos

Caso	m_a^{sh}	ϕ^{sh}	P_{dcac}^{sh}	P_{acdc}^{sh}	P_{loss}^{sh}	Q_{acvi}^{sh}	Q_{viac}^{sh}	P_{kvi}^{sh}	Q_{kvi}^{sh}	I_{vsc}^{sh}
		grados	MW	MW	MW	MVAR	MVAR	MW	MVAR	pu
Base	0.8300	-5.065	0.000	2.010	2.01	19.638	-21.720	2.010	-21.264	0.193
$m_a^{sh,max}$	0.8000	-4.852	0.000	2.010	2.01	-3.042	1.102	2.010	1.107	0.037
$I_{vsc}^{sh,max}$	0.8173	-4.975	0.000	2.010	2.01	9.857	-11.880	2.010	-11.737	0.100

3.5.4. Sistema de 14 nodos

El sistema IEEE de 14 nodos es una representación de una porción del sistema eléctrico del Medio Oeste de los Estados Unidos, correspondiente a febrero de 1962. Este modelo es ampliamente utilizado por los investigadores para evaluar nuevos enfoques y metodologías en el análisis y operación de sistemas eléctricos de potencia. La configuración del sistema incluye cargas, bancos de condensadores, líneas de transmisión y generadores.

En el sistema de 14 nodos del IEEE, representado en la Figura 3.8, se sustituye la compensación en derivación conectada al nodo 9 por un STATCOM con la finalidad de mantener la magnitud de voltaje nodal en el valor establecido previamente por la compensación convencional en derivación, es decir, $V_9^{sp} = 1.05635$. En un tercer esce-

nario operativo, se ajusta el límite mínimo del índice de modulación del STATCOM de 0.77 a 0.87. Por último, en el cuarto escenario operativo se modifica el límite de corriente máxima, reduciendo su valor de 1 p.u. a 0.14 p.u. Los casos de estudio descritos tienen el propósito de estudiar los efectos de violación de límites operativos del STATCOM en el proceso de solución de flujos de potencia en redes de mediana escala.

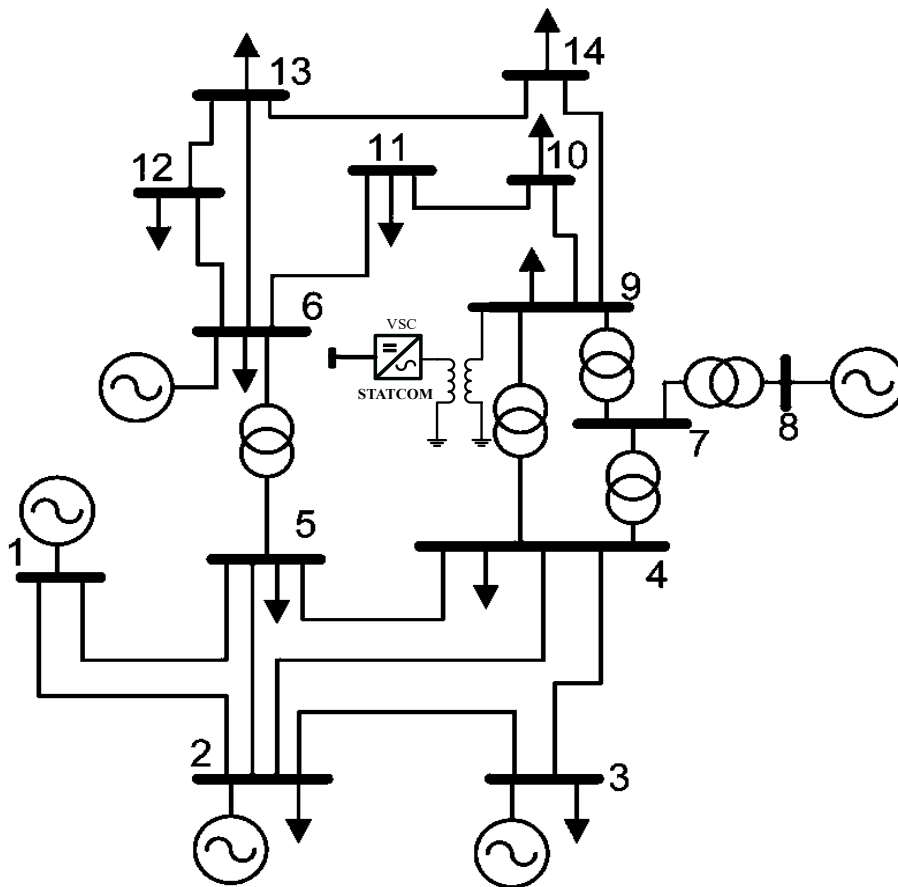


Figura 3.8: Diagrama unifilar del sistema de 14 nodos con STATCOM

En la Tabla 3.11 se presentan los voltajes obtenidos en los nodos del sistema y del STATCOM para los cuatro escenarios diferentes mencionados anteriormente: el caso original con compensación fija, el caso base con STATCOM en nodo 9 sin violación

de restricciones, el siguiente con violación del límite mínimo del índice de modulación $m_a^{sh,min}$ y el caso con un límite de corriente $I_{vsc}^{sh,max}$. Cabe destacar que en todos los escenarios analizados utilizando STATCOM, el voltaje en el nodo de corriente directa del STATCOM permaneció constante en 1 p.u. por medio del control de ángulo de fase, como se muestra en la Tabla 3.12.

Tabla 3.11: Voltajes nodales para diferentes condiciones operativas del STATCOM conectado al sistema de 14 nodos

Caso	Fijo		Base		$m_a^{sh,min}$		$I_{vsc}^{sh,max}$	
Nodo	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)
1	1.0600	0.000	1.0600	0.000	1.0600	0.000	1.0600	0.000
2	1.0450	-4.981	1.0450	-4.986	1.0450	-4.985	1.0450	-4.986
3	1.0100	-12.718	1.0100	-12.726	1.0100	-12.722	1.0100	-12.727
4	1.0186	-10.324	1.0186	-10.335	1.0196	-10.353	1.0184	-10.332
5	1.0203	-8.783	1.0202	-8.792	1.0209	-8.796	1.0201	-8.791
6	1.0700	-14.223	1.0700	-14.239	1.0700	-14.185	1.0700	-14.247
7	1.0620	-13.368	1.0619	-13.389	1.0652	-13.422	1.0615	-13.384
8	1.0900	-13.368	1.0900	-13.389	1.0900	-13.422	1.0900	-13.384
V_k^{sh} (9)	1.0563	-14.947	1.0563	-14.973	1.0627	-15.006	1.0554	-14.968
10	1.0513	-15.104	1.0513	-15.129	1.0566	-15.148	1.0506	-15.126
11	1.0571	-14.795	1.0571	-14.816	1.0598	-14.803	1.0567	-14.818
12	1.0552	-15.077	1.0552	-15.094	1.0557	-15.042	1.0552	-15.102
13	1.0504	-15.159	1.0504	-15.176	1.0514	-15.136	1.0503	-15.182
14	1.0358	-16.039	1.0358	-16.061	1.0399	-16.056	1.0352	-16.062
V_{ac}^{sh} (15)	-	-	1.0585	-14.974	1.0655	-15.007	1.0575	-14.969
V_{vi}^{sh} (16)	-	-	1.0584	-14.974	1.0653	-15.007	1.0574	-14.969
$P_{9-15}^{sh} + jQ_{9-15}^{sh}$	0	-j21.201 MVA	0.200	-j21.255 MVA	0.200	-j27.524	0.200	-20.354

Tabla 3.12: Voltajes nodales de DC aplicando límites operativos en el STATCOM conectado al sistema de 14 nodos

Casos	fijo	Base	$m_a^{sh,min}$	$I_{vsc}^{sh,max}$
Nodo	V (p.u.)	V (p.u.)	V (p.u.)	V (p.u.)
V_{dc}^{sh} (17)	-	1.0	1.0	1.0

En el primer caso, con compensación fija, se obtuvo un voltaje de 1.0563 p.u. en el nodo 9, con flujo de potencia reactiva de -j21.201 MVAR del sistema. En la Tabla 3.13 se presentan los flujos internos del STATCOM para los tres escenarios siguientes. En el segundo caso, el STATCOM logró controlar el voltaje a la magnitud especificada, con una potencia aparente de $(0.2 - j21.255)$ MVA. Aquí, la potencia activa absorbida de la red es utilizada para compensar las pérdidas internas del STATCOM. En el tercer escenario, con violación del límite mínimo del índice de modulación, fijado en 0.87, se proporcionó una potencia de $(0.2 - j27.524)$ MVA, lo que permitió mantener el voltaje en el nodo 9 en 1.0627 p.u. pero sin lograr el objetivo de control deseado. Finalmente, en el cuarto escenario, la corriente del convertidor se limitó a su valor máximo de 0.14 p.u., logrando mantener el voltaje del nodo 9 en 1.0554 p.u., con una inyección de $(0.2 - j20.354)$ MVA. En este caso, no fue posible inyectar más potencia reactiva para lograr el control de magnitud de voltaje al valor de 1.0563. Estos resultados muestran cómo la operación del STATCOM se adapta a las restricciones de modulación y corriente violada, modificando la potencia reactiva inyectada al sistema por el dispositivo acorde a sus límites violados.

Tabla 3.13: Flujos de potencia y valores de variables de estado del STATCOM al sistema de 14 nodos ante diferentes límites operativos

Caso	m_a^{sh}	ϕ^{sh}	P_{dac}^{sh}	P_{acdc}^{sh}	P_{loss}^{sh}	Q_{acvi}^{sh}	Q_{viac}^{sh}	P_{kvi}^{sh}	Q_{kvi}^{sh}	I_{vsc}^{sh}
		grados	MW	MW	MW	MVAR	MVAR	MW	MVAR	p.u.
Base	0.8643	-14.974	-0.000	0.200	0.20	15.697	-21.296	0.200	-21.255	0.148
$m_a^{sh,min}$	0.8700	-15.007	-0.000	0.200	0.20	21.920	-27.591	0.200	-27.524	0.206
$I_{vsc}^{sh,max}$	0.8634	-14.969	0.000	0.200	0.20	14.804	-20.392	0.200	-20.354	0.140

Finalmente, el número de iteraciones asociado a la solución de flujos de potencia del primer, segundo, tercer y cuarto caso de estudio fue de 3, 3, 4, y 6 iteraciones, respectivamente. Cuando se presentan violaciones de límites, el número de iteraciones aumenta, lo que incrementa el tiempo de cómputo y afecta la convergencia cuadrática del método.

3.5.5. Sistema de 57 nodos

Para evaluar el desempeño del modelo propuesto en redes con múltiples dispositivos FACTS, se han conectado diversos compensadores del tipo STATCOM en el sistema IEEE de 57 nodos. En la Figura 3.9 se ilustra el caso base de esta red, donde se han reemplazado los compensadores fijos en derivación originalmente conectados en los nodos 18, 25 y 53 por STATCOMs, con el objetivo de controlar la magnitud de voltaje nodal de la siguiente manera: nodo 18 con $V_{18}^{sh,sp} = 1.0007$ p.u., en el nodo 25, se especificó una inyección de potencia reactiva de $Q_{25-61}^{sh,sp} = -5.748$ MVAR, lo que permite mantener la magnitud del voltaje en $V_{25}^{sh} = 0.9827$ p.u. y en el nodo 53, se fijó una potencia reactiva de $Q_{53-63}^{sh,sp} = -6.025$ MVAR, para controlar el voltaje de $V_{53}^{sh} = 0.971$ p.u. Así mismo, los voltajes de corriente directa especificados para cada STATCOM son los siguientes: la consigna de control para el primer STATCOM es de $V_{dc}^{sh,sp} = 1.0$ p.u., para el segundo STATCOM es $V_{dc}^{sh,sp} = 1.3$ p.u. y para el tercer STATCOM es $V_{dc}^{sh,sp} = 0.9$ p.u.

En un segundo escenario de análisis, se evalúan las restricciones de complementariedad asociadas a los límites de corriente e índice de modulación para los tres dispositivos instalados en la red. Las modificaciones implementadas en los puntos de operación son las siguientes: 1) El límite de corriente del STATCOM conectado al nodo 18 se reduce de 0.5 a 0.08 p.u. 2) El límite inferior del índice de modulación del STATCOM ubicado en el nodo 25 se incrementa de 0.6 a 0.77. 3) En el STATCOM conectado en el nodo 53, se ajusta el límite máximo de modulación del convertidor en derivación de 0.9 a 0.86.

En las Tablas 3.14 y 3.15, se reportan los voltajes nodales obtenidos para la red y los STATCOMs, donde se presentan los dos escenarios, el caso base sin violación de límites operativos y con violación de restricciones de cada dispositivo. En el primer escenario se logró controlar el valor de magnitud de voltaje a los valores especificados en cada uno de los controladores, respectivamente. En el caso donde existe violación de límites, se puede notar que los objetivos de control especificados no fueron logrados

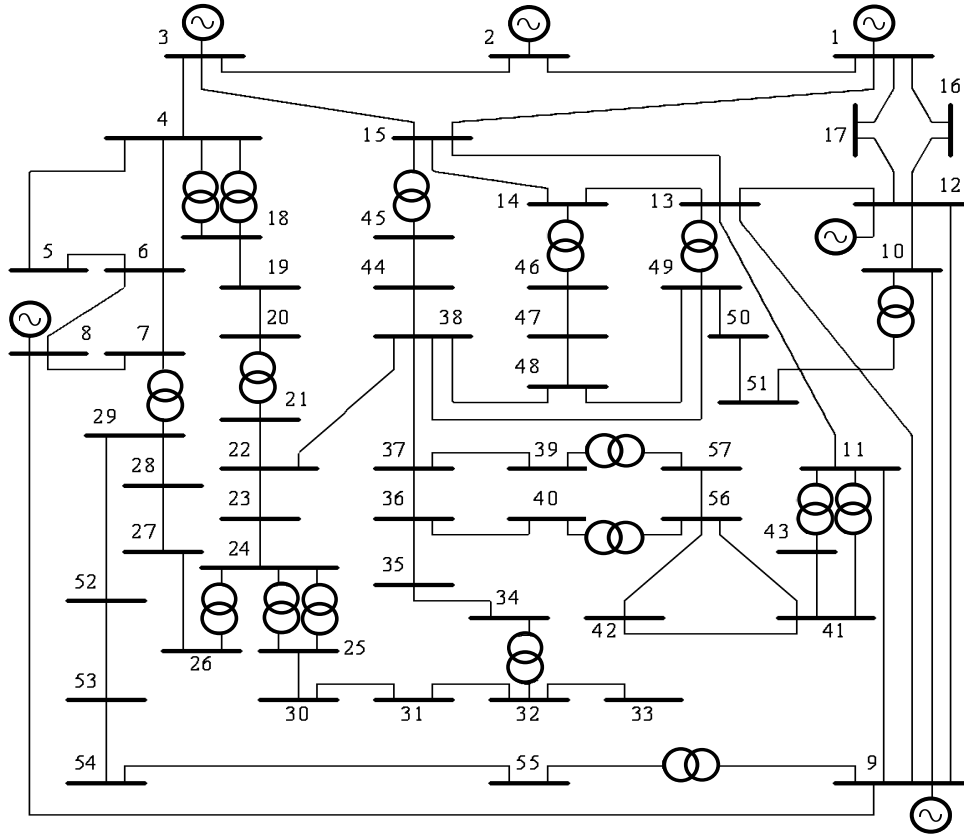


Figura 3.9: Diagrama unifilar del sistema de 57 nodos

y que los convertidores se fijaron en sus correspondientes límites violados, tal como se muestra en la Tabla 3.16: 1) Para el STATCOM conectado al nodo 18, se encuentra operando en su límite máximo de 0.08 pu y su magnitud de voltaje es $V_{18} = 0.9991$ p.u. en lugar del punto de ajuste especificado de 1.0007. 2) El STATCOM conectado al nodo 25 se fijó a su límite mínimo de índice de modulación de 0.77, mientras que la potencia reactiva inyectada fue de $Q_{25-61}^{sh} = -42.270$ MVAR, lo cual provocó que la magnitud del voltaje en el nodo 25 alcanzara un valor de $V_{25} = 1.1907$ p.u. alejándose del valor objetivo de inyección reactiva, que era de -6.025 MVAR. 3) El STATCOM conectado al nodo 53 no logró su objetivo de control, debido a la violación de su límite de índice de modulación máximo, el cual se fijó a 0.8600 y dando como resultado una inyección de potencia reactiva acotada de $Q_{53-63}^{sh} = 4.290$ MVAR que da lugar a una

magnitud de voltaje de $V_{53} = 0.9654$ p.u.

Tabla 3.14: Voltajes nodales para diferentes condiciones operativas de los STATCOMs conectados al sistema de 57 nodos. (primera Tabla)

Casos	Base		Limitado			Base		Limitado	
Nodo	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)	Nodo	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)
1	1.0400	0.000	1.0400	0.000	17	1.0174	-5.402	1.0175	-5.396
2	1.0100	-1.193	1.0100	-1.196	V_{k1}^{sh} (18)	1.0000	-11.823	0.9991	-11.830
3	0.9850	-6.009	0.9850	-6.020	19	0.9698	-13.298	0.9771	-13.553
4	0.9807	-7.366	0.9806	-7.384	20	0.9636	-13.500	0.9760	-13.913
5	0.9765	-8.576	0.9764	-8.611	21	1.0083	-12.957	1.0303	-13.347
6	0.9800	-8.703	0.9800	-8.747	22	1.0096	-12.899	1.0328	-13.329
7	0.9841	-7.629	0.9857	-7.723	23	1.0081	-12.963	1.0334	-13.480
8	1.0050	-4.504	1.0050	-4.541	24	0.9984	-13.308	1.0568	-15.253
9	0.9800	-9.608	0.9800	-9.613	V_{k2}^{sh} (25)	0.9800	-18.225	1.1901	-19.661
10	0.9863	-11.469	0.9881	-11.446	26	0.9581	-12.997	1.0085	-14.955
11	0.9740	-10.214	0.9765	-10.255	27	0.9811	-11.539	1.0024	-12.387
12	1.0150	-10.487	1.0150	-10.472	28	0.9963	-10.510	1.0070	-10.936
13	0.9789	-9.822	0.9821	-9.872	29	1.0099	-9.802	1.0143	-9.938
14	0.9702	-9.369	0.9750	-9.443	30	0.9603	-18.774	1.1587	-19.783
15	0.9880	-7.206	0.9911	-7.261	31	0.9340	-19.442	1.0997	-19.600
16	1.0134	-8.870	1.0134	-8.859	32	0.9487	-18.568	1.0566	-17.806

En la tabla 3.17 se reporta el voltaje de dc de los dispositivos STATCOM para los dos casos, donde se mantienen fijos a sus valores especificados, aun cuando se presentó violación de límites operativos, ya que este tipo de control no tiene dependencia de las variables violadas. Es importante destacar que el valor especificado del voltaje de DC, $V_{dc}^{sh,sp}$, debe seleccionarse de manera que cumpla con los límites operativos factibles, es decir: $V_{dc}^{sh,min} \leq V_{dc}^{sh,sp} \leq V_{dc}^{sh,max}$.

Finalmente, la solución del flujo de potencia alcanzó la convergencia en 4 iteracio-

Tabla 3.15: Voltajes nodales para diferentes condiciones operativas de los STATCOMs conectados al sistema de 57 nodos (segunda Tabla)

Casos	Base		Limitado			Base		Limitado	
Nodo	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)	Nodo	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)
33	0.9464	-18.608	1.0546	-17.838	49	1.0363	-12.960	1.0486	-12.999
34	0.9588	-14.172	0.9997	-14.794	50	1.0234	-13.435	1.0326	-13.428
35	0.9659	-13.930	1.0002	-14.427	51	1.0523	-12.553	1.0558	-12.494
36	0.9756	-13.659	1.0051	-14.046	52	0.9796	-11.523	0.9698	-11.115
37	0.9847	-13.470	1.0113	-13.806	V_{k3}^{sh} (53)	0.9700	-12.275	0.9525	-11.578
38	1.0127	-12.759	1.0325	-13.033	54	0.9958	-11.735	0.9852	-11.411
39	0.9826	-13.515	1.0090	-13.841	55	1.0306	-10.829	1.0269	-10.825
40	0.9726	-13.682	1.0015	-14.043	56	0.9682	-16.087	0.9841	-16.305
41	0.9962	-14.099	1.0054	-14.088	57	0.9647	-16.606	0.9826	-16.864
42	0.9664	-15.555	0.9791	-15.647	V_{ac1}^{sh} (58)	1.0104	-11.853	1.0080	-11.860
43	1.0095	-11.376	1.0140	-11.406	V_{vi1}^{sh} (59)	1.0102	-11.852	1.0079	-11.860
44	1.0167	-11.879	1.0331	-12.081	V_{ac2}^{sh} (60)	0.9855	-18.231	1.2260	-19.667
45	1.0360	-9.289	1.0451	-9.337	V_{vi2}^{sh} (61)	0.9855	-18.231	1.2256	-19.667
46	1.0598	-11.137	1.0697	-11.183	V_{ac3}^{sh} (62)	0.9759	-12.283	0.9480	-11.584
47	1.0332	-12.534	1.0474	-12.620	V_{vi3}^{sh} (63)	0.9758	-12.283	0.9480	-11.584
48	1.0273	-12.634	1.0429	-12.775					

Tabla 3.16: Flujos de potencia y valores de variables de estado de los STATCOMs conectados en la red de 57 nodos

Caso	Nodo k	m_a^{sh}	ϕ^{sh}	P_{dac}^{sh}	P_{adc}^{sh}	P_{loss}^{sh}	Q_{acvi}^{sh}	Q_{viac}^{sh}	P_{kvi}^{sh}	Q_{kvi}^{sh}	I_{vsc}^{sh}
			grados	MW	MW	MW	MVAR	MVAR	MW	MVAR	p.u.
base	18	0.8258	-11.853	0.000	0.500	0.50	9.791	-10.198	0.500	-10.092	0.097
	25	0.6209	-18.276	0.000	0.169	0.17	4.806	-5.783	0.169	-5.748	0.049
	53	0.8866	-12.306	0.000	0.097	0.10	5.587	-6.064	0.097	-6.025	0.057
Limitado	18	0.8230	-11.860	0.000	0.500	0.50	8.049	-8.454	0.500	-8.380	0.080
	25	0.7700	-19.667	0.000	0.169	0.17	42.041	-43.532	0.169	-42.270	0.343
	53	0.8600	-11.584	0.000	0.097	0.10	-4.719	4.270	0.097	4.290	0.050

nes y 20 milisegundos para el caso base, mientras que el caso con límites operativos requirió 6 iteraciones y 30 milisegundos.

Tabla 3.17: Voltajes nodales de los nodos dc de los STATCOMs conectados en el sistema de 57 nodos para los casos base y con violación de límites operativos

Casos	Base	Limitado
Nododc	V (p.u.)	V (p.u.)
V_{dc1}^{sh} (64)	1.0	1.0
V_{dc2}^{sh} (65)	1.3	1.3
V_{dc3}^{sh} (66)	0.9	0.9

3.6. Conclusiones

En este capítulo se propone un modelo STATCOM avanzado basado en un VSC, adecuado para el análisis de flujo de potencia con restricciones de complementariedad. El nuevo modelo se incorpora a la formulación del problema de flujo de potencia, que se resuelve mediante un enfoque unificado basado en el método de Newton-Raphson. El uso de restricciones de complementariedad otorga al modelo una flexibilidad operativa inigualable, lo que permite la incorporación de los modos de control del VSC y la aplicación automática de cualquier límite operativo del convertidor que pueda ser violado durante el proceso iterativo de solución. Esto evita soluciones de sobrecorriente y sobremodulación o submodulación. La versatilidad del modelo propuesto y su efectividad para lograr las consignas de control especificadas cuando se encuentra trabajando dentro de límites operativos ha sido demostrada mediante diversos casos de estudio.

Capítulo 4

Controlador Unificado de Flujos de Potencia

4.1. Introducción

El controlador unificado de flujos de potencia es, posiblemente, el dispositivo más versátil y completo que ha surgido hasta ahora [Andersen20]. Mientras esté funcionando dentro de sus límites operativos, el UPFC es capaz de controlar la potencia activa y reactiva, así como la magnitud de voltaje, controlando simultáneamente estas tres variables o cualquier combinación de ellas [Fuerte97]. Este controlador está compuesto por dos VSCs, uno conectado en derivación y otro en serie, acoplados por un nodo común de DC. Por lo cual, este dispositivo combina dos controladores FACTS: el VSC en derivación funcionando como un STATCOM y el VSC serie como un SSSC.

Para establecer una base de comparación y validación, se realiza el modelo de UPFC convencional representado mediante fuentes controlables de voltaje [Acha E.04]. Aunque este enfoque ha sido ampliamente utilizado en la literatura, presenta simplificaciones importantes en los parámetros físicos, variables de estado y control, así como restricciones operativas del UPFC. Para solucionar estas limitaciones, se desarrolla

un nuevo modelo matemático más preciso, agregando parámetros físicos relevantes, así como las variables de control del UPFC de forma explícita. Para lograr lo anterior, se realiza el análisis nodal interno de cada VSC para establecer la inyección de potencia tanto a los nodos AC como DC. El modelo considera la capacidad operativa de cada convertidor para efectuar el control de las variables eléctricas, sujeto a los límites que restringen su operación. El modelo matemático resultante se integra en la formulación del problema de flujos de potencia con base a un enfoque unificado, el cual se resuelve por el método de Newton-Raphson. Con la finalidad de facilitar la notación de las ecuaciones de restricción, se omite el superíndice referente al número de iteración del proceso iterativo en que se realiza la revisión de límites de variables de estado, el cálculo de límites de potencia reactiva de los convertidores el cálculo de límites de potencia activa en el convertidor serie.

La validación del modelo propuesto se lleva a cabo mediante el análisis de flujos de potencia en redes de distintas dimensiones, con el objetivo de revisar el funcionamiento del UPFC para controlar las variables eléctricas de magnitud de voltaje, potencia activa y reactiva bajo diversas condiciones operativas.

4.2. Modelo convencional del UPFC

El UPFC puede ser representado en estado estable como un par de fuentes de voltaje controladas: una conectada en serie con la línea de transmisión y otra en derivación conectada a un nodo de la red AC, como se muestra en su circuito equivalente de la Figura 4.1 [Acha E.04]. La fuente en serie está acoplada a la línea de transmisión mediante un transformador, mientras que la fuente en derivación está conectada al bus local k a través de un transformador en conexión en derivación. El nivel de voltaje de cada una de las fuentes corresponde a la forma de onda a frecuencia fundamental de la forma de onda conmutada de voltaje en las terminales de AC del convertidor,

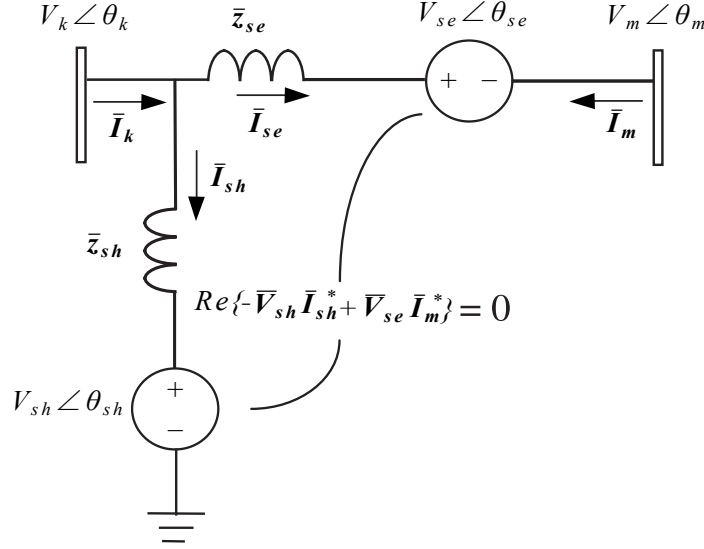


Figura 4.1: Circuito equivalente del controlador unificado de flujos de potencia

considerando un convertidor ideal [Fuerte97].

Los fasores $\bar{V}_{sh}$ y $\bar{V}_{se}$ representan las fuentes de voltaje controlado en derivación y en serie, respectivamente. Las impedancias primitivas $\bar{z}_{sh}$ y $\bar{z}_{se}$ corresponden a los transformadores en derivación y serie del UPFC, respectivamente. Para el circuito equivalente del UPFC mostrado en la Figura 4.1, se asume que las fuentes de voltaje son ideales:

$$\bar{V}_{sh} = V_{sh} [\cos(\theta_{sh}) + j \sin(\theta_{sh})] \quad (4.1)$$

$$\bar{V}_{se} = V_{se} [\cos(\theta_{se}) + j \sin(\theta_{se})] \quad (4.2)$$

Por lo tanto, la matriz de admitancia nodal se deriva al aplicar las KCL y las KVL al

circuito mostrado en la Figura 4.1, quedando representada por la siguiente ecuación.

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_k \\ \bar{I}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{kk} & \bar{Y}_{km} & \bar{Y}_{km} & \bar{Y}_{sh} \\ \bar{Y}_{mk} & \bar{Y}_{mm} & \bar{Y}_{mm} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{V}_m \\ \bar{V}_{se} \\ \bar{V}_{sh} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

donde

$$\bar{y}_{se} = \frac{1}{\bar{z}_{se}} = \frac{1}{r_{se} + jx_{se}} \quad (4.4)$$

$$\bar{y}_{sh} = \frac{1}{\bar{z}_{sh}} = \frac{1}{r_{sh} + jx_{sh}} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{kk} &= G_{kk} + jB_{kk} = \bar{y}_{se} + \bar{y}_{sh} \\ \bar{Y}_{mm} &= G_{mm} + jB_{mm} = \bar{y}_{se} \\ \bar{Y}_{km} &= \bar{Y}_{mk} = G_{km} + jB_{km} = -\bar{y}_{se} \\ \bar{Y}_{sh} &= G_{sh} + jB_{sh} = -\bar{y}_{sh} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Las ecuaciones de flujos de potencia en los nodos de AC de conexión del UPFC, de las ramas serie y en derivación del UPFC son dados por [Fuerte97]:

$$\begin{aligned} P_k &= V_k^2 G_{kk} + V_k V_m [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \\ &\quad + V_k V_{se} [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_{se}) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_{se})] \\ &\quad + V_k V_{sh} [G_{sh} \cos(\theta_k - \theta_{sh}) + B_{sh} \sin(\theta_k - \theta_{sh})] \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} Q_k &= -V_k^2 B_{kk} + V_k V_m [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)] \\ &\quad + V_k V_{se} [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_{se}) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_{se})] \\ &\quad + V_k V_{sh} [G_{sh} \sin(\theta_k - \theta_{sh}) - B_{sh} \cos(\theta_k - \theta_{sh})] \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} P_m &= V_m^2 G_{mm} + V_m V_k [G_{mk} \cos(\theta_m - \theta_k) + B_{mk} \sin(\theta_m - \theta_k)] \\ &\quad + V_m V_{se} [G_{mm} \cos(\theta_m - \theta_{se}) + B_{mm} \sin(\theta_m - \theta_{se})] \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$Q_m = -V_m^2 B_{mm} + V_m V_k [G_{mk} \sin(\theta_m - \theta_k) - B_{mk} \cos(\theta_m - \theta_k)] \\ + V_m V_{se} [G_{mm} \sin(\theta_m - \theta_{se}) - B_{mm} \cos(\theta_m - \theta_{se})] \quad (4.10)$$

$$P_{se} = V_{se}^2 G_{mm} + V_{se} V_k [G_{km} \cos(\theta_{se} - \theta_k) + B_{km} \sin(\theta_{se} - \theta_k)] \\ + V_{se} V_m [G_{mm} \cos(\theta_{se} - \theta_m) + B_{mm} \sin(\theta_{se} - \theta_m)] \quad (4.11)$$

$$Q_{se} = -V_{se}^2 B_{mm} + V_{se} V_k [G_{km} \sin(\theta_{se} - \theta_k) - B_{km} \cos(\theta_{se} - \theta_k)] \\ + V_{se} V_m [G_{mm} \sin(\theta_{se} - \theta_m) - B_{mm} \cos(\theta_{se} - \theta_m)] \quad (4.12)$$

$$P_{sh} = -V_{sh}^2 G_{sh} + V_{sh} V_k [G_{sh} \cos(\theta_{sh} - \theta_k) + B_{sh} \sin(\theta_{sh} - \theta_k)] \quad (4.13)$$

$$Q_{sh} = V_{sh}^2 B_{sh} + V_{sh} V_k [G_{sh} \sin(\theta_{sh} - \theta_k) - B_{sh} \cos(\theta_{sh} - \theta_k)] \quad (4.14)$$

Dado que el modelo de fuentes de voltaje no considera explícitamente el enlace de DC que interconecta eléctricamente a los dos VSCs que conforman el UPFC, se considera la restricción de operación del UPFC indicada en la ecuación (4.15), la cual modela el intercambio de potencia activa entre los dos convertidores a través del enlace común de DC [Fuerte97]. Por lo tanto, la potencia activa P_{se} necesaria para que el convertidor serie controle el flujo de potencia en la línea, debe ser proporcionada por la red de AC a través del enlace en derivación, mediante el convertidor P_{sh} .

$$P_{sh} + P_{se} = 0 \quad (4.15)$$

Considerando un transformador sin pérdidas, se puede establecer una restricción de potencia activa donde el flujo de potencia P_k es igual al flujo de potencia P_m [Fuerte97]:

$$P_k + P_m = 0 \quad (4.16)$$

4.3. Modelo propuesto del UPFC

El modelo del UPFC desarrollado, mostrado en la Figura 4.2, está conformado por dos VSCs fundamentados en el convertidor propuesto en [Martínez-Parrales21]. Uno de ellos se conecta en paralelo con un nodo de envío s del sistema, mientras que el otro en serie con un elemento de transmisión entre los nodos de envío s y recepción m . Ambos VSCs comparten un nodo común dc en una conexión espalda con espalda.

El convertidor en paralelo (cuyos elementos se denotan con subíndice 1) posee las mismas características del STATCOM descrito en el capítulo anterior, mientras que el convertidor en serie (cuyos componentes se identifican con subíndice 2) opera como un SSSC.

Las admitancias del reactor y filtro del convertidor en derivación (VSC_1) se representan como $\bar{y}_{pr1}$ y $\bar{y}_{sf1}$, mientras que para el convertidor en serie (VSC_2) se denotan como $\bar{y}_{pr2}$ y $\bar{y}_{sf2}$.

Las pérdidas internas del sistema incluyen las resistencias r_{11} y r_{12} , utilizadas para representar las pérdidas conductivas en los IGBTs del convertidor en derivación y en serie, respectivamente. Asimismo, la conductancia g_{sw1} representa las pérdidas por conmutación en el VSC_1 , mientras que g_{sw2} cumple la misma función en el VSC_2 .

La interconexión del VSC_1 en derivación con la red de AC se realiza a través del transformador de acoplamiento T_1 , el cual está conectado entre el nodo s y el nodo $vi1$. Por su parte, el VSC_2 se acopla en serie con la red de transmisión mediante el transformador T_2 , cuyo devanado primario se conecta entre los nodos s y m , mientras que su devanado secundario se enlaza con el nodo $vi2$. Este transformador introduce un voltaje $\bar{V}_{inj}$ en serie con algún elemento de transmisión, además de una impedancia asociada en su devanado primario: $\bar{z}_{T2}$. La generación de potencia reactiva presente en los VSCs se representa mediante Q_{vsc1} para el convertidor en derivación y Q_{vsc2} para el convertidor en serie.

La operación del UPFC se controla mediante los índices de modulación m_{a1} y m_{a2} ,



los cuales pueden proporcionar regulación a la magnitud de los voltajes de salida de V_{ac1} y V_{ac2} , respectivamente, con respecto al voltaje V_{dc} . Asimismo, los ángulos ϕ_1 y ϕ_2 determinan la fase de estos voltajes, según corresponde. Mediante este control, es posible regular la interacción entre la red de AC y los convertidores, permitiendo que el VSC₁ funcione como un STATCOM al proporcionar potencia reactiva de manera flexible. Por el contrario, el VSC₂ actúa como un SSSC al introducir un voltaje capaz de controlar la transferencia de potencia a través del elemento de transmisión. En conjunto, los dos VSCs conforman el controlador unificado de flujos de potencia.

4.3.1. Ecuaciones de potencia del UPFC

Las ecuaciones de flujo de potencia correspondientes al modelo del UPFC, representado en la Figura 4.2, se derivan a partir del análisis matemático desarrollado en el Apéndice A, Sección A.3. A continuación, se presentan dichas ecuaciones.

Para el nodo s ,

$$\begin{aligned} P_s = P_{sm} + P_{svi1} = & G_{ss}V_s^2 + V_sV_m[G_{sm}\cos(\theta_s - \theta_m) + B_{sm}\sin(\theta_s - \theta_m)] \\ & + V_sV_{vi1}[G_{svi1}\cos(\theta_s - \theta_{vi1}) + B_{svi1}\sin(\theta_s - \theta_{vi1})] \quad (4.17) \\ & + V_sV_{vi2}[G_{svi2}\cos(\theta_s - \theta_{vi2}) + B_{svi2}\sin(\theta_s - \theta_{vi2})] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_s = Q_{sm} + Q_{svi1} = & -B_{ss}V_s^2 + V_sV_m[G_{sm}\sin(\theta_s - \theta_m) - B_{sm}\cos(\theta_s - \theta_m)] \\ & + V_sV_{vi1}[G_{svi1}\sin(\theta_s - \theta_{vi1}) - B_{svi1}\cos(\theta_s - \theta_{vi1})] \\ & + V_sV_{vi2}[G_{svi2}\sin(\theta_s - \theta_{vi2}) - B_{svi2}\cos(\theta_s - \theta_{vi2})] \quad (4.18) \end{aligned}$$

Para el nodo m ,

$$\begin{aligned} P_m = P_{ms} = & G_{mm}V_m^2 + V_mV_s[G_{ms}\cos(\theta_m - \theta_s) + B_{ms}\sin(\theta_m - \theta_s)] \\ & + V_mV_{vi2}[G_{mvi2}\cos(\theta_m - \theta_{vi2}) + B_{mvi2}\sin(\theta_m - \theta_{vi2})] \quad (4.19) \end{aligned}$$

$$Q_m = Q_{ms} = -B_{mm}V_m^2 + V_mV_s[G_{ms}\sin(\theta_m - \theta_s) - B_{ms}\cos(\theta_m - \theta_s)] \\ + V_mV_{vi2}[G_{mvi2}\sin(\theta_m - \theta_{vi2}) - B_{mvi2}\cos(\theta_m - \theta_{vi2})] \quad (4.20)$$

Para el nodo $vi1$,

$$P_{vi1} = P_{vi1ac1} + P_{vi1s} = V_{vi1}^2 G_{vi1vi1} + V_{vi1}V_s[G_{vi1s}\cos(\theta_{vi1} - \theta_s) + B_{vi1s}\sin(\theta_{vi1} - \theta_s)] \\ + V_{vi1}V_{ac1}[G_{vi1ac1}\cos(\theta_{vi1} - \theta_{ac1}) + B_{vi1ac1}\sin(\theta_{vi1} - \theta_{ac1})] \quad (4.21)$$

$$Q_{vi1} = Q_{vi1ac1} + Q_{vi1s} = -V_{vi1}^2 B_{vi1vi1} \\ + V_{vi1}V_s[G_{vi1s}\sin(\theta_{vi1} - \theta_s) - B_{vi1s}\cos(\theta_{vi1} - \theta_s)] \\ + V_{vi1}V_{ac1}[G_{vi1ac1}\sin(\theta_{vi1} - \theta_{ac1}) - B_{vi1ac1}\cos(\theta_{vi1} - \theta_{ac1})] \quad (4.22)$$

Para el nodo $vi2$,

$$P_{vi2} = P_{vi2ac2} + P_{vi2s} = V_{vi2}^2 G_{vi2vi2} + V_{vi2}V_s[G_{vi2s}\cos(\theta_{vi2} - \theta_s) + B_{vi2s}\sin(\theta_{vi2} - \theta_s)] \\ + V_{vi2}V_m[G_{vi2m}\cos(\theta_{vi2} - \theta_m) + B_{vi2m}\sin(\theta_{vi2} - \theta_m)] \\ + V_{vi2}V_{ac2}[G_{vi2ac2}\cos(\theta_{vi2} - \theta_{ac2}) + B_{vi2ac2}\sin(\theta_{vi2} - \theta_{ac2})] \quad (4.23)$$

$$Q_{vi2} = Q_{vi2ac2} + Q_{vi2s} = -V_{vi2}^2 B_{vi2vi2} \\ + V_{vi2}V_s[G_{vi2s}\sin(\theta_{vi2} - \theta_s) - B_{vi2s}\cos(\theta_{vi2} - \theta_s)] \\ + V_{vi2}V_{ac2}[G_{vi2ac2}\sin(\theta_{vi2} - \theta_{ac2}) - B_{vi2ac2}\cos(\theta_{vi2} - \theta_{ac2})] \\ + V_{vi2}V_m[G_{vi2m}\sin(\theta_{vi2} - \theta_m) - B_{vi2m}\cos(\theta_{vi2} - \theta_m)] \quad (4.24)$$

Para el nodo $ac1$,

$$\begin{aligned}
 P_{ac1} = P_{ac1dc} + P_{ac1vi1} = & G_{ac1ac1}(V_{ac1})^2 - Km_{a1}g_{11}V_{ac1}V_{dc}\cos(\theta_{ac1} - \phi_1) \\
 & + V_{ac1}V_{vi1}[G_{ac1vi1}\cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) + B_{ac1vi1}\sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})]
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{ac1} = -Q_{vsc1} + Q_{ac1dc} + Q_{ac1vi1} = & -Q_{vsc1} - B_{ac1ac1}(V_{ac1})^2 \\
 & - Km_{a1}g_{11}V_{ac1}V_{dc}\sin(\theta_{ac1} - \phi_1) \\
 & + V_{ac1}V_{vi1}[G_{ac1vi1}\sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) - B_{ac1vi1}\cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})]
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

Para el nodo $ac2$,

$$\begin{aligned}
 P_{ac2} = P_{ac2dc} + P_{ac2vi2} = & G_{ac2ac2}(V_{ac2})^2 - Km_{a2}g_{12}V_{ac2}V_{dc}\cos(\theta_{ac2} - \phi_2) \\
 & + V_{ac2}V_{vi2}[G_{ac2vi2}\cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) + B_{ac2vi2}\sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})]
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

$$\begin{aligned}
 Q_{ac2} = -Q_{vsc2} + Q_{ac2dc} + Q_{ac2vi2} = & -Q_{vsc2} - B_{ac2ac2}V_{ac2}^2 \\
 & + V_{ac2}V_{dc}[G_{ac2dc}\sin(\theta_{ac2}) - B_{ac2dc}\cos(\theta_{ac2})] \\
 & + V_{ac2}V_{vi2}[G_{ac2vi2}\sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) - B_{ac2vi2}\cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})]
 \end{aligned} \tag{4.28}$$

Para el nodo dc ,

$$\begin{aligned}
 P_{dc} = P_{dcac1} + P_{dcac2} = & [K^2(m_{a1})^2g_{11} + g_{sw1} + K^2(m_{a2})^2g_{12} + g_{sw2}](V_{dc})^2 \\
 & - Km_{a1}g_{11}V_{dc}V_{ac1}\cos(\phi_1 - \theta_{ac1}) - Km_{a2}g_{12}V_{dc}V_{ac2}\cos(\phi_2 - \theta_{ac2})
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

4.3.2. Modos de control del UPFC

El modo de operación del UPFC es flexible y depende de las acciones de control que se desean realizar en la red. La Figura 4.3 presenta las mediciones necesarias para establecer los modos de control del VSC₁ y del VSC₂. En el esquema de medición del VSC₁, se registra el voltaje en el nodo $vi1$, acompañado de un módulo PLL en la fase a . Adicionalmente, se monitorea el voltaje en el nodo dc . Por otro lado, la corriente que fluye desde el nodo s hasta el nodo $vi1$ se mide con el propósito de obtener información importante en conjunto con el voltaje en el nodo s . Estos datos permiten calcular la potencia reactiva Q_{svi1} intercambiada entre el VSC₁ y el nodo s de la red eléctrica de AC. Para los modos de control del VSC₂, se obtienen las mediciones de voltaje en el nodo m , junto con la incorporación de un módulo PLL en la fase a . Por otra parte, se evalúa la corriente que circula desde el nodo m hacia el nodo s junto con la medición del voltaje en el nodo m . Estos datos permiten calcular la potencia activa P_{sm} y la potencia reactiva Q_{ms} que fluye a través del elemento de transmisión a controlar.

Basándose en las mediciones de las variables mencionadas, los parámetros m_{a1} , ϕ_1 , m_{a2} y ϕ_2 permiten un control independiente para regular simultáneamente los objetivos de control operativo especificados. Esto se logra ajustando el voltaje de salida de los VSCs, de modo que el voltaje $\bar{V}_{ac}$ se ajuste con respecto al voltaje en el nodo $\bar{V}_{vi}$ [Martínez-Parrales21]. La Figura 4.4 muestra los modos de operación del UPFC, determinados por las variables de control m_{a1} , ϕ_1 , m_{a2} y ϕ_2 , cuyos detalles se describen a continuación.

1. Criterio de control del convertidor en derivación

El convertidor en derivación determina el intercambio de potencia activa y reactiva entre el VSC y el nodo de envío de la red de AC. Los puntos claves de este control son:

- a) Control por índice de modulación m_{a1}

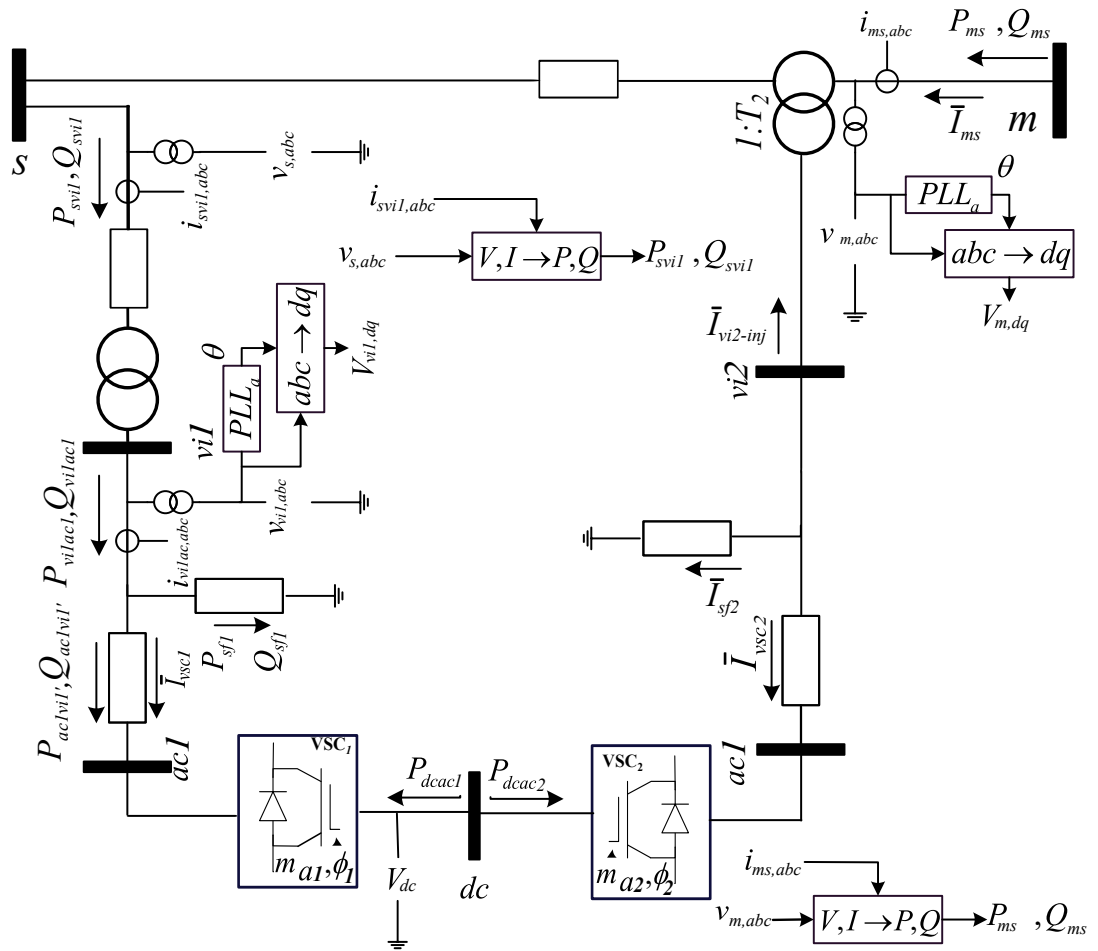


Figura 4.3: Esquema de mediciones para el control del UPFC

La potencia reactiva que el VSC₁ absorbe o aporta al sistema de AC se determina por la diferencia de la magnitud de voltaje del lado secundario del transformador de acoplamiento V_{v1} y el voltaje del nodo de conexión del sistema V_s . Como el valor de V_{v1} se puede regular por medio de la modulación de amplitud m_{a1} del convertidor, se puede controlar indirectamente la variable de V_s , siempre y cuando no sea violado alguno de sus límites asociados del convertidor. A continuación, se describen las acciones de control correspondientes.

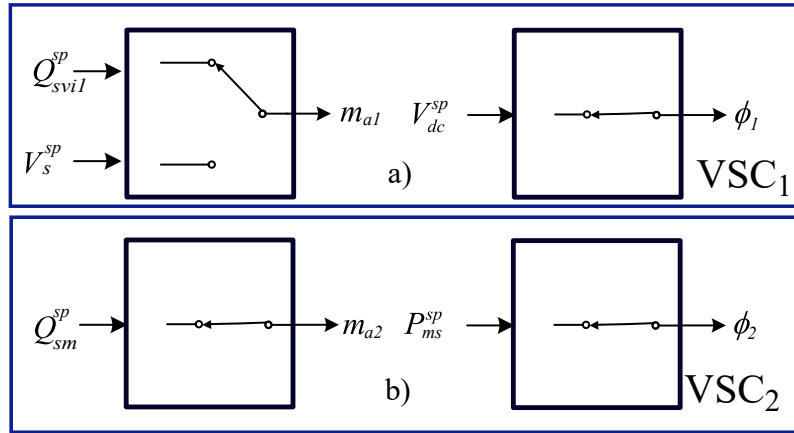


Figura 4.4: Modos de control del UPFC basados en el índice de modulación y el ángulo de fase del a) VSC₁ en derivación, y el b) VSC₂ en serie

- i) Mantener constante la magnitud de voltaje V_s a un valor especificado V_s^{sp} .
 - ii) Regular el flujo de potencia reactiva Q_{svi1} que va del nodo s al nodo $vi1$ en un valor constante Q_{svi1}^{sp} .
- b) Control por ángulo de fase ϕ_1 .

El ángulo de fase del convertidor realiza un control directo para mantener el voltaje en el nodo de DC en un valor especificado V_{dc}^{sp} constante. De tal modo, el convertidor en derivación toma la función de nodo slack de la red de DC, permitiendo así el flujo de potencia activa necesario, a través del enlace de CD, para cubrir las pérdidas de potencia activa de los dos convertidores y permitir al convertidor serie inyectar o extraer la potencia activa necesaria para realizar el control de flujos de potencia en el elemento de transmisión controlado. Por tanto, se aplica el siguiente modo operativo:

- i) Mantener constante la magnitud de voltaje V_{dc} en el enlace de DC en un valor especificado V_{dc}^{sp} .

2. Criterio de control del convertidor en serie.

El convertidor serie controla las componentes real e imaginaria de la corriente que fluye por la línea, regulando la amplitud y el ángulo de fase del voltaje que inyecta a través del transformador de acoplamiento [Fuerte97]. La potencia compleja que el convertidor serie intercambia con la red está determinada por el producto de la corriente de línea y el voltaje inyectado por el convertidor. Esto implica que la potencia activa y reactiva inyectada sea controlada de manera indirecta con el índice de modulación y el ángulo de fase del convertidor.

En la referencia [Fuerte97] se menciona que hay dos criterios de control para las variables m_{a2} y ϕ_2 en relación con P_{ms}^{sp} y Q_{ms}^{sp} . En el esquema PWM descrito en [Mehta92], las variables de magnitud de voltaje se ajustan a la señal de referencia de potencia activa y el ángulo de fase se ajusta según la potencia reactiva. Por el caso contrario, en la referencia [Nabavi-Niaki96], estas mismas variables se ajustan según las señales de potencia reactiva y potencia activa especificadas, respectivamente.

Ambos métodos fueron implementados en nuestro análisis. Mientras las variables de control estuvieran dentro de límites, ambas formulaciones desarrolladas proporcionaban el mismo resultado. Sin embargo, cuando m_{a2} superaba algún límite, se fijaba en su límite violado y se liberaba la variable controlada. Dependiendo del criterio de control aplicado, las variables finales variaban. En el primer enfoque con la variable m_{a2} , la potencia activa es la controlada y en el segundo enfoque es la potencia reactiva.

Cuando se viola el límite de modulación, se implementa un enfoque alternativo que ajusta de manera proporcional, según las potencias especificadas, tanto la potencia activa como la reactiva en relación con el índice de modulación m_{a2} violado. Esto implica que m_{a2} actúa como un factor limitante, restringiendo las potencias activa y reactiva a sus límites operativos factibles. Es decir, si m_{a2} excede su límite, las potencias activa y reactiva se ajustan para mantenerse dentro de los parámetros permitidos por m_{a2} de una manera proporcional. Este

proceso detallado se explica en la Subsección 4.3.6, donde se analizará cómo se controlan las potencias activa y reactiva en respuesta a las violaciones del índice de modulación basadas en complementariedad.

Con base en lo descrito anteriormente, la relación de modos de control puede ser de las dos formas al permutar los modos de control con las potencias controladas. El segundo enfoque se expresa de la siguiente manera:

- a) Control por índice de modulación m_{a2}
 - i) Mantener en un valor constante Q_{ms}^{sp} la potencia reactiva en el nodo m .
- b) Control por ángulo de fase ϕ_2 .
 - i) Mantener constante, en un valor especificado P_{ms}^{sp} , la potencia activa P_{ms} .

Todos estos modos de control se cumplen siempre y cuando la variable de control m_{a2} y la corriente del convertidor serie estén dentro del rango de operación viable.

4.3.3. Límites operativos del UPFC

Los límites del UPFC son modelados como límites independientes para cada uno de los convertidores. Los límites del convertidor en derivación se representan por las restricciones de desigualdad dobles $m_{a1}^{min} \leq m_{a1} \leq m_{a1}^{max}$ y $Q_{vsc1}^{min} \leq Q_{vsc1} \leq Q_{vsc1}^{max}$, sin importar el modo operativo en el cual se encuentre trabajando [Martínez-Parrales21]. Además, como este convertidor controla el voltaje en el nodo dc del enlace, debe cumplirse la restricción $V_{dc}^{min} \leq V_{dc} \leq V_{dc}^{max}$ tal que el valor de referencia V_{dc}^{sp} debe especificarse dentro de estos límites. Es importante notar que al compartir este nodo en común con el convertidor en serie, el estado operativo de este convertidor también

evita violar esta restricción. Para el caso del convertidor serie, se definen sus límites operativos a través de las siguientes restricciones : $m_{a2}^{min} \leq m_{a2} \leq m_{a2}^{max}$, $Q_{vsc2}^{min} \leq Q_{vsc2} \leq Q_{vsc2}^{max}$ y $P_{dcac2}^{min} \leq P_{dcac2} \leq P_{dcac2}^{max}$. Puesto que la corriente de línea es inducida en el devanado secundario del transformador serie. Estas últimas dos restricciones se traducen a $Q_{ms}^{min} \leq Q_{ms} \leq Q_{ms}^{max}$ y $P_{ms}^{min} \leq P_{ms} \leq P_{ms}^{max}$, con los cuales se evita violar límites de corriente máxima del VSC serie I_{vsc2}^{max} . Con lo descrito anteriormente se evita violar los límites operativos de ambos convertidores, obteniendo soluciones factibles en el estudio de flujos de potencia.

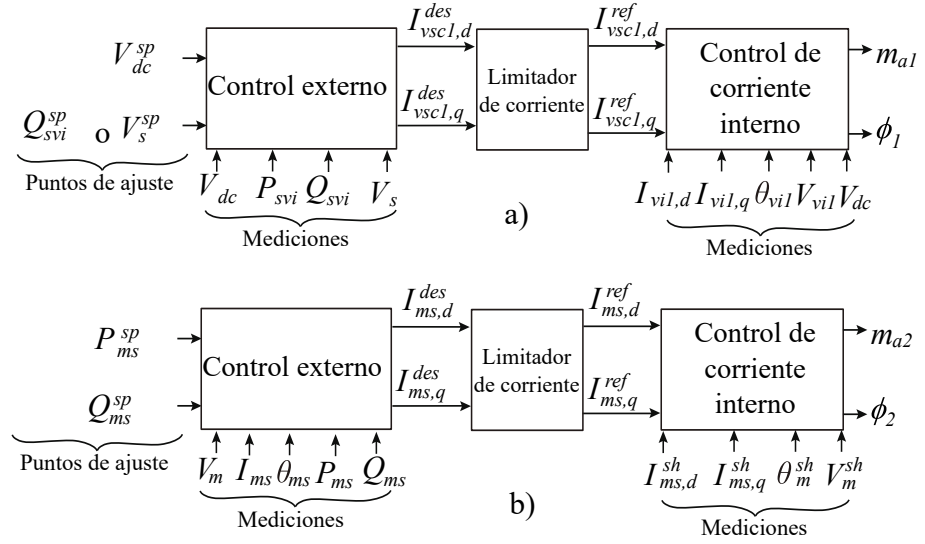


Figura 4.5: Esquemas de control de corriente del UPFC del a) VSC₁ en derivación, y b) el VSC₂

serie

El esquema de control de corriente aplicado al UPFC basado en [Martínez-Parralles21] se presenta en la Figura 4.5 . Dicho esquema comprende el control externo de los convertidores, donde, en función del modo de operación seleccionado, se definen las componentes de corriente deseadas. Tanto en el VSC₁ de la Figura 4.5 a) como en el VSC₂ de la Figura 4.5 b), las componentes de corriente en el eje de directa $I_{vsc,d}^{des}$ y en el de cuadratura $I_{vsc,q}^{des}$ se establecen de acuerdo con los requerimientos de potencia activa y reactiva, respectivamente, con el objetivo de alcanzar el punto de operación desea-

do. Posteriormente, un limitador de corriente procesa estas componentes de corriente deseadas y aplica una estrategia para prevenir un estado operativo de sobrecorriente en ambos convertidores. En el caso de que este estado operativo tenga lugar durante el proceso iterativo de solución del problema de flujos de potencia, se restringe la componente de corriente en el eje de cuadratura $I_{vsc,q}^{des}$ y se prioriza la componente de corriente en el eje de directa $I_{vsc,d}^{des}$, estableciendo así la corriente de referencia $I_{vsc,q}^{ref}$. Finalmente, el control interno de corriente de cada convertidor recibe la corriente de referencia y determina el índice de modulación m_a correspondiente, garantizando un desempeño adecuado del UPFC en la red eléctrica [Martínez-Parrales21].

El limitador de corriente en el UPFC se implementa con dos enfoques principales. En el caso del convertidor en derivación, VSC₁, se emplea una estrategia que prioriza la componente directa de la corriente sobre la de cuadratura, siguiendo lo propuesto en [Haileselassie12], como se ilustra en la Figura 4.6 a). De esta forma, la potencia activa fluye sin restricciones hacia el nodo de corriente directa, garantizando la compensación de pérdidas de ambos convertidores, el control del convertidor serie y el balance de potencia en el nodo dc . Si la corriente deseada en el marco dq , $I_{vsc1,dq}^{des}$, supera la magnitud máxima permitida $I_{vsc1,dq}^{max}$, la componente en cuadratura $I_{vsc1,q}^{des}$ se ajusta automáticamente, dando prioridad a la componente directa $I_{vsc1,d}^{des}$, con el fin de garantizar que la operación se mantenga dentro de los límites especificados. Por otro lado, en el convertidor en serie, VSC₂, si se presenta una violación en los límites de corriente, se aplica un escalado vectorial proporcional a ambas componentes, similar a lo descrito en [Vrana13] como se muestra en la Figura 4.6 b). Este método permite reducir la corriente sin alterar la proporción entre sus componentes, asegurando que el flujo de potencia sea proporcional a la potencia requerida. Ambas estrategias permiten garantizar una operación viable del UPFC evitando que opere en condiciones de sobrecorriente y cumpliendo con el balance de potencia en el nodo dc .

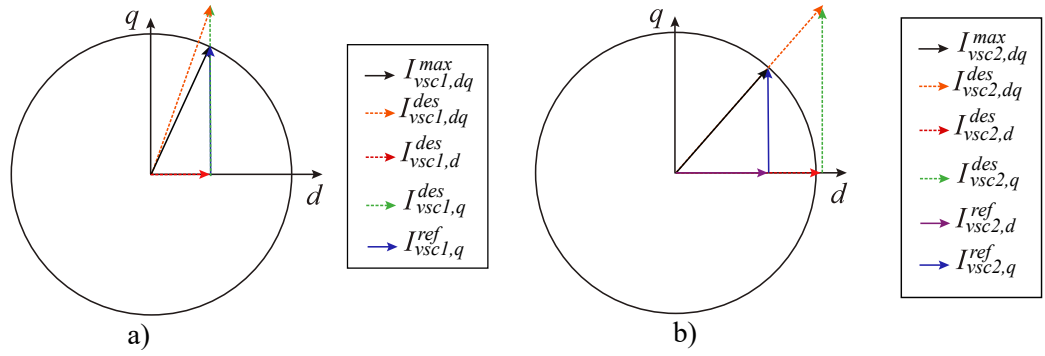


Figura 4.6: Técnicas de limitadoras de corriente a) prioridad de potencia activa b) límite vectorial

El limitador de corriente del convertidor en derivación se modela de manera análoga al STATCOM, por lo que se reformulan las ecuaciones adaptándolas al VSC₁ en derivación del UPFC. Aplicando la transformación invariante de voltaje basada en el Apéndice B, sección B.4 y considerando la relación entre potencia y corrientes en el sistema de referencia dq , obtienen las siguientes ecuaciones,

$$P_{vi1ac1'} = \frac{3}{2} V_{vi1,d} I_{vsc1,d}, \quad Q_{vi1ac1'} = -\frac{3}{2} V_{vi1,d} I_{vsc1,q} \quad (4.30)$$

donde $V_{vi1,d} = \sqrt{\frac{2}{3}} V_{vi1}$. La corriente del convertidor $I_{vsc1,dq} = |I_{vsc1,d} + jI_{vsc1,q}|$ y su corriente máxima $I_{vsc1,dq}^{max}$ satisfacen las siguientes ecuaciones respectivamente,

$$I_{vsc1,dq} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_{vsc1}, \quad I_{vsc1,dq}^{max} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_{vsc1}^{max} \quad (4.31)$$

Despejando la ecuación (4.30), las corrientes deseadas que se obtienen a la salida del bloque de control externo, en la k -ésima iteración del proceso iterativo para obtener la solución de flujos de potencia, se determinan como:

$$I_{vsc1,d}^{des,k} = \frac{P_{viac1'}^k}{\frac{3}{2} V_{vi1,d}^k}, \quad I_{vsc1,q}^{des,k} = -\frac{Q_{viac1'}^k}{\frac{3}{2} V_{vi1,d}^k} \quad (4.32)$$

En este bloque, la corriente deseada del VSC, $I_{vsc1,dq}^{des,k} = \sqrt{\left(I_{vsc1,d}^{des,k}\right)^2 + \left(I_{vsc1,q}^{des,k}\right)^2}$, está limitada por el módulo de control de sobrecorriente donde se debe cumplir que

$I_{vsc1,dq}^{des,k} \leq I_{vsc1,dq}^{max}$. Si esta condición se viola, se da prioridad a la componente de corriente directa, igualando la corriente requerida con la deseada.

$$I_{vsc1,d}^{ref,k} = I_{vsc1,d}^{des,k} \quad (4.33)$$

Por último, la corriente en cuadratura es ajustada con base a $I_{vsc1,dq}^{max}$ e $I_{vsc1,d}^{ref,k}$ utilizando la ecuación $I_{vsc1,q}^{ref,k} = \sqrt{((I_{vsc1,dq}^{max})^2 - (I_{vsc1,d}^{ref,k})^2)}$. Considerando la potencia activa priorizada, se calcula por medio de la siguiente ecuación al considerar despreciable la resistencia del reactor: $P_{acvi}^{sh,k} = -P_{viac'}^{sh,k}$ [Martínez-Parrales21],

$$P_{acvi1}^k = \frac{3}{2} V_{vi1,d}^k |I_{vsc1,d}^{ref,k}| \quad (4.34)$$

los límites de potencia reactiva se determinan por [Martínez-Parrales21],

$$Q_{vsc1}^{max,k} = Q_{acvi1}^{max,k} = \sqrt{(V_{ac1}^k \cdot I_{vsc1}^{max})^2 - (P_{acvi1}^k)^2} \quad (4.35)$$

$$Q_{vsc1}^{min,k} = Q_{acvi1}^{min,k} = -\sqrt{(V_{ac1}^k \cdot I_{vsc1}^{max})^2 - (P_{acvi1}^k)^2} \quad (4.36)$$

donde I_{vsc1}^{max} se calcula en función de la potencia nominal del VSC_1 en derivación, la cual está especificada en la placa de datos del UPFC proporcionada por el fabricante. En términos de valores en p.u., se tiene que $I_{vsc1}^{max} = S_{nom1}$.

El limitador de corriente del convertidor en serie se utiliza para asegurar que la corriente I_{vsc2} no exceda sus límites máximos, por lo tanto, se establece una relación con la corriente de la línea a la cual se encuentra conectado. Debido a que el transformador de acoplamiento está conectado en serie con la línea, la corriente que fluye por su devanado primario induce una corriente proporcional en el devanado secundario donde se encuentra el VSC_2 . Como resultado, la corriente en el lado del VSC y la corriente de línea depende directamente entre sí. En consecuencia, al limitar la corriente de línea, se garantiza que la corriente máxima del VSC_2 no sea superada.

Con base en lo anterior, se desarrolla un procedimiento para determinar las potencias máximas y mínimas del convertidor, por medio de la restricción de la potencia en la línea de transmisión controlada.

A partir de la Figura 4.3, se analiza el flujo de corriente en el nodo $vi2$ del módulo VSC serie para establecer la relación entre la corriente del convertidor, $\bar{I}_{vsc2}$, y la corriente de la línea, $\bar{I}_{ms}$.

Aplicando KCL en el nodo $vi2$:

$$\bar{I}_{vsc2} = \bar{I}_{ac2vi2} = -\bar{I}_{vi2-inj} - \bar{I}_{f2} \quad (4.37)$$

Estableciendo la relación de corrientes en el transformador de acoplamiento T_2 :

$$\bar{I}_{ms} = \frac{1}{T_2} \bar{I}_{vi2-inj} \quad (4.38)$$

donde,

- $\bar{I}_{vsc2}$ es la corriente del convertidor VSC serie.
- $\bar{I}_{f2}$ es la corriente del filtro conectado en derivación en el nodo $vi2$.
- $\bar{I}_{ac2vi2}$ es la corriente que sale del nodo $ac2$ hacia el nodo $vi2$.
- $\bar{I}_{vi2-inj}$ es la corriente que sale del nodo $vi2$ hacia el devanado secundario del transformador de acoplamiento serie.
- $\bar{I}_{ms}$ es la corriente que sale del nodo m y entra al transformador serie en el devanado primario.
- T_2 es la relación de transformación del transformador de acoplamiento serie $T_2 : 1$.

Despejando $\bar{I}_{vi2-inj}$ en (4.37) y sustituyendo en (4.38), se establece que la corriente total en la línea, denotada como $\bar{I}_{ms}$, es el negativo de la suma vectorial de

la corriente del convertidor serie $\bar{I}_{vsc2}$ y la corriente del filtro $\bar{I}_{f2}$, escaladas por el inverso de la relación de transformación $\frac{1}{T_2}$:

$$\bar{I}_{ms} = -\frac{1}{T_2}(\bar{I}_{vsc2} + \bar{I}_{sf2}) \quad (4.39)$$

Esta relación es crucial para el diseño y la implementación de algoritmos de control de corriente en el VSC₂ ($\bar{I}_{vsc2}$). Este control se realiza a través del control de la corriente $\bar{I}_{ms}$ referida a las potencias en la línea P_{ms} y Q_{ms} .

Se aplica el control de corriente utilizando la técnica limitadora vectorial, donde si se excede la magnitud de la corriente máxima del VSC, las componentes de corriente de directa y cuadratura son ajustadas en la misma proporción.

Con base al Apéndice B, sección B.4, la potencia activa y reactiva P_{sm} y Q_{ms} en términos de voltajes y corrientes en el marco dq de la siguiente forma:

$$P_{ms} = \frac{3}{2}V_{m,d}I_{ms,d} \quad (4.40)$$

$$Q_{ms} = -\frac{3}{2}V_{m,d}I_{ms,q} \quad (4.41)$$

donde $V_{m,d} = \sqrt{\frac{2}{3}}V_m$ es la componente en el eje directo de la magnitud del voltaje en el nodo m . Además, $I_{ms,d}$ e $I_{ms,q}$ son las corrientes de los ejes d y q de la línea de transmisión en el marco dq , respectivamente, donde la magnitud de la corriente I_{ms} en términos de las coordenadas dq es $|I_{ms,d} + jI_{ms,q}| = I_{ms,dq} = \sqrt{\frac{2}{3}}I_{ms}$, e I_{ms} es la magnitud de la corriente total que fluye a través de la línea de tal manera que $I_{ms,dq}^{max} = \sqrt{\frac{2}{3}}I_{ms}^{max}$.

A partir del valor máximo de I_{vsc2}^{max} proporcionado por el fabricante con base en la potencia nominal del convertidor serie, y calculando en cada iteración la corriente a través del filtro $\bar{I}_{f2}^k$ y el ángulo de fase de la corriente del VSC serie, se obtiene $I_{ms}^{max,k}$ por medio de la siguiente ecuación,

$$I_{ms}^{max,k} = \left| -\frac{1}{T_2} \{ I_{vsc2}^{max} [\cos(\theta_{I_{vsc2}}^k) + j\sin(\theta_{I_{vsc2}}^k)] + \bar{I}_{f2}^k \} \right| \quad (4.42)$$

donde $\theta_{I_{vsc2}}^k$ es el ángulo de la corriente compleja del VSC₂, $\bar{I}_{vsc2}^k$, en la k -ésima iteración.

Al realizar la suma vectorial de ambas corrientes presentes en la ecuación (4.42), seguida del escalamiento por el negativo del inverso de la relación de transformación y el cálculo de la magnitud de la corriente compleja resultante, se obtiene la corriente máxima por la línea I_{ms}^{max} . Por tanto, al limitar la corriente I_{ms}^{max} por la línea, se garantiza que el valor máximo de corriente del convertidor I_{vsc2}^{max} no sea superado.

Con base en la transformación de coordenadas descrita en la sección B.4 del Apéndice B y las ecuaciones (4.40) y (4.41) los componentes de eje d y q de la corriente deseada en la línea, que es la corriente requerida para cumplir con el bloque de control externo en base al modo de control especificado, son dados por:

$$I_{ms,d}^{des,k} = \frac{P_{ms}^k}{\frac{3}{2}V_{m,d}^k} \quad (4.43)$$

$$I_{ms,q}^{des,k} = \frac{-Q_{ms}^k}{\frac{3}{2}V_{m,d}^k} \quad (4.44)$$

La corriente deseada del convertidor serie en términos de la corriente de línea $I_{ms,dq}^{des,k} = \sqrt{(I_{ms,d}^{des,k})^2 + (I_{ms,q}^{des,k})^2}$, siempre está limitada por el módulo de control de restricción de corriente $I_{ms,dq}^{des,k} \leq I_{ms,dq}^{max}$. Si se viola la condición anterior, la técnica del limitador de corriente se aplica en forma vectorial para ajustar la corriente de línea y lograr satisfacer la restricción de desigualdad. En este caso, las componentes de ejes d y q de la corriente deseada se reducen en la misma proporción para mantener la corriente del convertidor dentro de su límite. Así, los componentes de eje d y q de $I_{ms,dq}^{des,k}$ se calculan como,

$$I_{ms,d}^{ref,k} = I_{ms,d}^{des,k} \left(\frac{I_{ms,dq}^{max}}{I_{ms,dq}^{des,k}} \right) \quad (4.45)$$

$$I_{ms,q}^{ref,k} = I_{ms,q}^{des,k} \left(\frac{I_{ms,dq}^{max}}{I_{ms,dq}^{des,k}} \right) \quad (4.46)$$

Obtenidos los valores de $I_{ms,d}^{ref,k}$ y $I_{ms,q}^{ref,k}$, es posible especificar los valores de límites operativos de corriente en términos de potencia activa y reactiva. En este caso, el rango permitido de valores para P_{ms} se define por las siguientes ecuaciones:

$$P_{ms}^{max,k} = \frac{3}{2} V_{m,d}^k |I_{ms,d}^{ref,k}| \quad (4.47)$$

$$P_{ms}^{min,k} = -\frac{3}{2} V_{m,d}^k |I_{ms,d}^{ref,k}| \quad (4.48)$$

Por otra parte, los límites de potencia reactiva se determinan con las siguientes ecuaciones:

$$Q_{ms}^{max,k} = \sqrt{(V_m^k I_{ms}^{max,k})^2 - (P_{ms}^{max,k})^2} \quad (4.49)$$

$$Q_{ms}^{min,k} = -\sqrt{(V_m^k I_{ms}^{max,k})^2 - (P_{ms}^{max,k})^2} \quad (4.50)$$

4.3.4. Límites operativos del UPFC basados en complementariedad

Considerando los límites de los convertidores que conforman el UPFC, se utilizan ecuaciones de complementariedad y la función de mérito de Fischer-Burmeister para incorporarlos en la formulación de flujos de potencia. Para lograr este propósito, las restricciones de desigualdad se transforman en restricciones de igualdad siguiendo el procedimiento detallado en el Apéndice C.

Los límites del convertidor en derivación son equivalentes a los descritos en el capítulo 3, subsección 3.3.4. Aplicando las ecuaciones de complementariedad y la

FBMF a los límites de las variables operativas del VSC₁, como el índice de modulación m_{a1} , y la potencia reactiva Q_{vsc1} . Al aplicar estas ecuaciones a las variables operativas del VSC, $m_{a1} \subset \mathbf{x}$ y $Q_{vsc1} \subset \mathbf{x}$, se derivan las siguientes restricciones de igualdad para la k -ésima iteración:

$$\sqrt{(m_{a1}^k - m_{a1}^{min})^2 + (v_{ma1-}^{cc,k})^2} - (m_{a1}^k - m_{a1}^{min}) - v_{ma1-}^{cc,k} = 0, \quad (4.51)$$

$$\sqrt{(m_{a1}^{max} - m_{a1}^k)^2 + (v_{ma1+}^{cc,k})^2} - (m_{a1}^{max} - m_{a1}^k) - v_{ma1+}^{cc,k} = 0, \quad (4.52)$$

$$\sqrt{(Q_{vsc1}^k - Q_{vsc1}^{min,k})^2 + (v_{Qvsc1-}^{cc,k})^2} - (Q_{vsc1}^k - Q_{vsc1}^{min,k}) - v_{Qvsc1-}^{cc,k} = 0, \quad (4.53)$$

$$\sqrt{(Q_{vsc1}^{max,k} - Q_{vsc1}^k)^2 + (v_{Qvsc1+}^{cc,k})^2} - (Q_{vsc1}^{max,k} - Q_{vsc1}^k) - v_{Qvsc1+}^{cc,k} = 0, \quad (4.54)$$

Para este tipo de ecuaciones de igualdad, las ecuaciones (4.51) y (4.52) están relacionadas con los valores mínimos y máximos del índice de modulación, respectivamente, utilizado para el control de V_s o Q_{svi1} . Los límites mínimos y máximos de potencia que suministra el VSC₁ se determinan a través de las ecuaciones (4.53) y (4.54), respectivamente.

Además, el modo de operación V_{dc}^{sp} , controlado mediante ϕ_1 , omite los límites de voltaje V_{dc} para ambos convertidores al compartir el mismo nodo de DC. Esto se debe a que dicho modo de operación no depende de otras variables de estado al establecerse como nodo slack de DC [Martínez-Parrales21].

Los límites del convertidor en serie se obtienen aplicando las ecuaciones de complementariedad y la FBMF a los límites operativos de las variables y funciones de inyección de potencia del VSC₂, como el índice de modulación m_{a2} , la potencia

reactiva Q_{ms} y potencia activa P_{ms} . Al aplicar estas ecuaciones a las variables operativas del VSC, $m_{a2} \in \mathbf{x}$ y $Q_{ms} \in \mathbf{x}$, $P_{ms} \in \mathbf{x}$, se obtienen las siguientes restricciones de igualdad para la k -ésima iteración:

$$\sqrt{(m_{a2}^k - m_{a2}^{min})^2 + (v_{ma2-}^{cc,k})^2} - (m_{a2}^k - m_{a2}^{min}) - v_{ma2-}^{cc,k} = 0, \quad (4.55)$$

$$\sqrt{(m_{a2}^{max} - m_{a2}^k)^2 + (v_{ma2+}^{cc,k})^2} - (m_{a2}^{max} - m_{a2}^k) - v_{ma2+}^{cc,k} = 0, \quad (4.56)$$

$$\sqrt{(Q_{ms}^k - Q_{ms}^{min,k})^2 + (v_{Qms-}^{cc,k})^2} - (Q_{ms}^k - Q_{ms}^{min,k}) - v_{Qms-}^{cc,k} = 0, \quad (4.57)$$

$$\sqrt{(Q_{ms}^{max,k} - Q_{ms}^k)^2 + (v_{Qms+}^{cc,k})^2} - (Q_{ms}^{max,k} - Q_{ms}^k) - v_{Qms+}^{cc,k} = 0, \quad (4.58)$$

$$\sqrt{(P_{ms}^k - P_{ms}^{min,k})^2 + (v_{Pms-}^{cc,k})^2} - (P_{ms}^k - P_{ms}^{min,k}) - v_{Pms-}^{cc,k} = 0, \quad (4.59)$$

$$\sqrt{(P_{ms}^{max,k} - P_{ms}^k)^2 + (v_{Pms+}^{cc,k})^2} - (P_{ms}^{max,k} - P_{ms}^k) - v_{Pms+}^{cc,k} = 0, \quad (4.60)$$

Para este tipo de representación, las expresiones (4.55) y (4.56) definen los valores mínimo y máximo del índice de modulación, empleados en el control de Q_{ms} . Los límites inferior y superior de la potencia reactiva que fluye en la línea son modelados por las ecuaciones (4.57) y (4.58). Por otro lado, el control de flujos de potencia activa P_{ms} se realiza por medio de ϕ_2 y está restringido por el límite de corriente máxima I_{vsc2}^{max} , que se traduce a los límites inferior y superior de la potencia activa que fluye en la línea modelada por las ecuaciones (4.59) y (4.60). Por último, los límites de potencia activa y reactiva se calculan en cada iteración del proceso iterativo, como se indica en sus correspondientes ecuaciones. . Por último, las restricciones de límites de potencia activa y reactiva se calculan en cada iteración del proceso iterativo, como se indica en sus correspondientes ecuaciones.

4.3.5. Restricciones de control basadas en complementariedad de convertidor en derivación del UPFC

Aunque el UPFC tiene diferentes modos de control posibles, el convertidor en derivación generalmente opera en modo de control de voltaje en algún nodo de la red y en el nodo de DC común, y el inversor en serie típicamente está en modo de control de flujo de potencia en el elemento de transmisión [Fuerte-Esquivel00].

Para el caso del convertidor en derivación, las restricciones de control basadas en el índice de modulación y en el ángulo de fase del VSC son análogas a las del STATCOM. Aplicando las restricciones de complementariedad desarrolladas en el Apéndice C a los modos de control y límites de operación, se obtienen las restricciones de control siguientes:

a) Restricciones de control basadas en índice de modulación:

El control del índice de modulación m_{a1} se utiliza para ajustar el voltaje V_s . La restricción de control correspondiente se define mediante la siguiente ecuación:

$$V_s - V_s^{sp} - v_{ma1-}^{cc} + v_{ma1+}^{cc} - v_{Q_{vsc1}-}^{cc} + v_{Q_{vsc1}+}^{cc} = 0 \quad (4.61)$$

El objetivo es mantener V_s en el valor deseado V_s^{sp} , asegurando que m_{a1} y Q_{vsc1} se mantengan dentro de sus límites operativos. Si alguna de estas variables alcanza su límite, el voltaje en el nodo s será $V_s \neq V_s^{sp}$, pero se garantiza una operación viable del VSC sin ajustes adicionales.

La Tabla 4.1 presenta escenarios de violación de límites, mostrando los valores de m_{a1} , las variables auxiliares y la potencia reactiva Q_{vsc1} . Cada fila describe una situación donde m_{a1} o Q_{vsc1} excede sus límites, activando variables auxiliares de complementariedad según corresponda y mostrando el impacto en V_s respecto a su valor especificado.

De manera similar, si se elige el modo de control basado en la potencia reactiva

Tabla 4.1: Casos de violación de límites m_{a1} y Q_{vsc1} , y el comportamiento de la variable controlada V_s y variables auxiliares de complementariedad

Caso	m_{a1}	Q_{vsc1}	v_{ma1+}^{cc}	v_{ma1-}^{cc}	$v_{Q_{vsc1}+}^{cc}$	$v_{Q_{vsc1}-}^{cc}$	V_s
$m_{a1} > m_{a1}^{max}$	m_{a1}^{max}	sin violación	> 0	0	0	0	$< V_s^{sp}$
$m_{a1} < m_{a1}^{min}$	m_{a1}^{min}	sin violación	0	> 0	0	0	$> V_s^{sp}$
$Q_{vsc1} > Q_{vsc1}^{max}$	sin violación	Q_{vsc1}^{max}	0	0	> 0	0	$< V_s^{sp}$
$Q_{vsc1} < Q_{vsc1}^{min}$	sin violación	Q_{vsc1}^{min}	0	0	0	> 0	$> V_s^{sp}$

especificada $Q_{svi1}^{sh,sp}$, la restricción de control se define como:

$$Q_{svi1} - Q_{svi1}^{sp} + v_{ma1-}^{cc} - v_{ma1+}^{cc} + v_{Q_{vsc1}-}^{cc} - v_{Q_{vsc1}+}^{cc} = 0 \quad (4.62)$$

Tabla 4.2: Casos de violación de límites m_{a1} y Q_{vsc1} , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva Q_{svi1}

Caso	m_{a1}	Q_{vsc1}	v_{ma1+}^{cc}	v_{ma1-}^{cc}	$v_{Q_{vsc1}+}^{cc}$	$v_{Q_{vsc1}-}^{cc}$	Q_{svi1}
$m_{a1} > m_{a1}^{max}$	m_{a1}^{max}	sin violación	> 0	0	0	0	$> Q_{svi1}^{sp}$
$m_{a1} < m_{a1}^{min}$	m_{a1}^{min}	sin violación	0	> 0	0	0	$< Q_{svi1}^{sp}$
$Q_{vsc1} > Q_{vsc1}^{max}$	sin violación	Q_{vsc1}^{max}	0	0	> 0	0	$> Q_{svi1}^{sp}$
$Q_{vsc1} < Q_{vsc1}^{min}$	sin violación	Q_{vsc1}^{min}	0	0	0	> 0	$< Q_{svi1}^{sp}$

La Tabla 4.2 presenta los casos en los que se exceden los límites de m_{a1} y Q_{vsc1} . También se muestra cuándo se activan las variables auxiliares de complementariedad relacionadas con los límites superior o inferior de estas variables de control. Además, se describe cómo se comporta la variable controlada Q_{svi1} en relación con su valor de referencia Q_{svi1}^{sp} cuando ocurre alguna de estas situaciones. Al presentar un comportamiento análogo al STATCOM, es posible verificar cuantitativamente los casos mostrados en las tablas anteriores mediante el análisis incluido en el Apéndice D, Subsección D.2.1 y D.2.2 considerando los respectivos cambios de variables.

b) Restricciones de control basadas en el ángulo de fase:

Para regular V_{dc}^{sp} mediante el ángulo de fase ϕ_1 del VSC, se establece la siguiente restricción de control:

$$V_{dc} = V_{dc}^{sp} \quad (4.63)$$

Este modo de control no presenta restricciones adicionales, ya que no depende de otras variables de estado, permitiendo especificar el valor deseado directamente [Martínez-Parrales21].

c) Restricciones de intercambio de potencia reactiva AC-CD del VSC₁:

Mediante esta expresión se asegura que no haya flujo de potencia reactiva entre los nodos $ac1$ y dc del convertidor en derivación, la cual se expresa matemáticamente por,

$$\Delta\theta_{Q_{vsc1}} = \phi_1 - \theta_{ac1} = 0 \quad (4.64)$$

4.3.6. Restricciones de control del convertidor en serie del UPFC basadas en complementariedad

El UPFC funciona dentro de un rango determinado por sus límites operativos, los cuales condicionan su operación. En cada modo de control, los VSCs que lo conforman reciben la señal de referencia e intentan ajustarse a los valores requeridos, siempre que ninguno de sus convertidores o componentes alcance un límite operativo. Esta situación puede ocurrir en el modo de control de flujo de potencia, que se controla mediante el convertidor serie VSC₂ cuando se solicita una combinación de referencia de P_{ms}^{sp} y Q_{ms}^{sp} que no se puede lograr dentro del rango de operación factible de índice de modulación m_{a2} . En tal caso, la variable de estado se establecerá en una condición dentro del límite, es decir, m_{a2} se establece en su límite violado, y las potencias P_{ms} y Q_{ms} se ajustan de tal manera que ahora serán distintas a los valores especificados [Schauder98].

Con base a la descripción anterior, en caso de violación de la modulación de amplitud m_{a2} , tanto la potencia reactiva como la activa se ajustarán a valores dentro de límites. En la Figura 4.7 (a), se puede observar un diagrama donde se representan los límites operativos del índice de modulación m_{a2} del convertidor de fuente de voltaje serie. Tanto el límite superior (línea continua) como el inferior (línea punteada) delimitan una región de operación viable. La región sombreada indica que la operación es factible, mientras que la región no sombreada representa una zona inviable. Estos mismos límites de modulación restringen el flujo de potencia activa y reactiva controlable del UPFC, como se muestra en la Figura 4.7 (b), donde se presenta un diagrama P-Q en forma rectangular. Los límites de potencia máximos (línea continua) y mínimos (línea punteada) forman el área de operación factible (la región sombreada). Esta configuración permite visualizar cómo los límites del índice de modulación m_{a2} del VSC afectan directamente la capacidad de control del flujo de potencia del UPFC, tanto la reactiva como la activa, asegurando que la operación se mantenga dentro de los parámetros seguros.

La técnica empleada para regular los flujos de potencia cuando se presenta una violación del índice de modulación se puede expresar en forma vectorial, basada en las magnitudes de potencia activa $|P_{sm}^{sp}|$ y potencia reactiva $|Q_{sm}^{sp}|$ especificadas. Se utilizan las constantes de escalamiento $c_{m_{ap}}$ y $c_{m_{aq}}$ junto con las variables auxiliares asociadas al índice de modulación, tanto máximo como mínimo, para que las potencias activa y reactiva se ajusten de manera proporcional y se mantenga el índice de modulación dentro de límites. La constante de proporcionalidad asociada a la potencia activa P_{ms} es dada por:

$$c_{m_{ap}} = \frac{P_{ms}^{sp}}{|P_{ms}^{sp}| + |Q_{ms}^{sp}|} \quad (4.65)$$

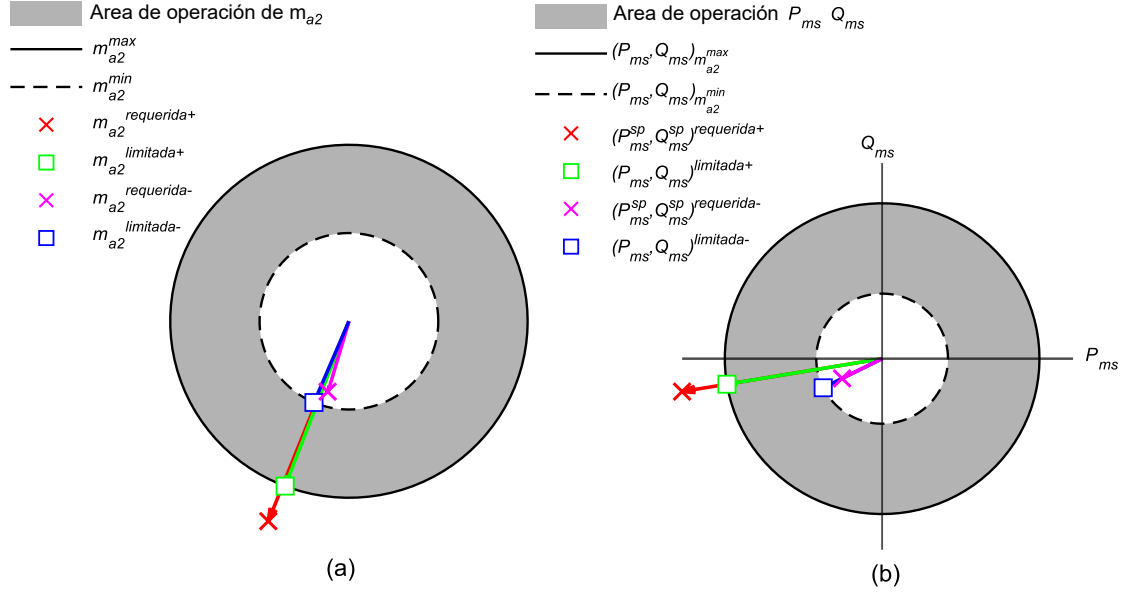


Figura 4.7: a) Límites operativos del índice de modulación m_{a2} del UPFC b) Características P-Q bajo límites operativos del índice de modulación m_{a2}

Para la potencia reactiva Q_{ms} , la constante de escalamiento se obtiene como,

$$c_{m_{aq}} = \frac{Q_{ms}^{sp}}{|P_{ms}^{sp}| + |Q_{ms}^{sp}|} \quad (4.66)$$

Las constantes $c_{m_{ap}}$ y $c_{m_{aq}}$ obtendrán el signo positivo o negativo dependiendo del sentido del flujo de potencia activa P_{ms}^{sp} y reactiva Q_{ms}^{sp} requerida. Las variables auxiliares asociadas al índice de modulación v_{ma2+}^{cc} y v_{ma2-}^{cc} se escalarán multiplicándose por las constantes, de modo que, independientemente del cuadrante en el que se encuentren las potencias requeridas, si se viola un límite superior de modulación de amplitud, la magnitud de la potencia activa y reactiva se reducirá hasta su límite máximo. Por otra parte, si se viola un límite inferior, la potencia activa y reactiva se aumentará ajustándose a su límite mínimo proporcional.

a) Restricción de control basada en índice de modulación:

La restricción de control de la potencia reactiva Q_{ms}^{sp} es definida por,

$$Q_{ms} - Q_{ms}^{sp} + (c_{m_{aq}})v_{ma2+}^{cc} - (c_{m_{aq}})v_{ma2-}^{cc} + v_{Q_{ms}+}^{cc} - v_{Q_{ms}-}^{cc} = 0 \quad (4.67)$$

Con esta restricción se plantea controlar el flujo de potencia reactiva de la línea Q_{ms} para ajustarlo a un valor de referencia Q_{ms}^{sp} , teniendo en cuenta los límites operativos del VSC basados en complementariedad. La Tabla 4.3 muestra los casos de violación del índice de modulación del VSC serie, el comportamiento de las variables especificadas y cómo las variables auxiliares se activan para controlar los flujos de potencia reactiva en la línea.

Tabla 4.3: Casos de violación de límites m_{a2} , activación variables auxiliares y comportamiento de flujos de potencia reactiva en la línea Q_{ms}

Caso	m_{a2}	Q_{ms}	v_{ma2+}^{cc}	v_{ma2-}^{cc}	$v_{Q_{ms}+}^{cc}$	$v_{Q_{ms}-}^{cc}$	$ Q_{ms} $
$m_{a2} > m_{a2}^{max}$	m_{a2}^{max}	sin violación	> 0	0	0	0	$< Q_{ms}^{sp} $
$m_{a2} < m_{a2}^{min}$	m_{a2}^{min}	sin violación	0	> 0	0	0	$> Q_{ms}^{sp} $

En el primer caso de la Tabla 4.3, cuando m_{a2} excede su valor máximo permitido m_{a2}^{max} , se ajusta m_{a2} a su límite máximo. En esta situación, se activa la variable auxiliar v_{ma2+}^{cc} , mientras que las otras variables auxiliares (v_{ma2-}^{cc} , $v_{Q_{ms}+}^{cc}$, $v_{Q_{ms}-}^{cc}$) se mantienen apagadas. Como resultado, magnitud de la potencia reactiva $|Q_{ms}|$, independientemente del sentido que tenga, se reduce a un valor menor en magnitud que el especificado $|Q_{ms}^{sp}|$. En la siguiente situación, donde m_{a2} está por debajo de m_{a2}^{min} , se ajusta m_{a2} al límite mínimo permitido, se activa v_{ma2-}^{cc} , mientras que las otras variables auxiliares (v_{ma2+}^{cc} , $v_{Q_{ms}+}^{cc}$, $v_{Q_{ms}-}^{cc}$) permanecen inactivas. Esto resulta en un incremento de la magnitud de la potencia reactiva $|Q_{ms}|$ por encima del valor especificado $|Q_{ms}^{sp}|$. La relación numérica entre el ajuste de m_{a2} y Q_{ms} se describe en el Apéndice D, Subsección D.3.1

La Tabla 4.4 describe diferentes casos de violación de límites de la potencia reactiva debido a restricciones de corriente del VSC, junto con la activación de variables auxiliares relacionadas y el comportamiento resultante de Q_{ms} .

El primer caso de violación de límites operativos en la Tabla 4.4 se presenta cuando Q_{ms} supera su límite superior Q_{ms}^{max} . En estas circunstancias, se ajusta Q_{ms} a

Tabla 4.4: Casos de violación de límites Q_{ms} , activación de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva Q_{ms}

Caso	m_{a2}	Q_{ms}	v_{ma2+}^{cc}	v_{ma2-}^{cc}	$v_{Q_{ms}+}^{cc}$	$v_{Q_{ms}-}^{cc}$	Q_{ms}
$Q_{ms} > Q_{ms}^{max}$	sin violación	Q_{ms}^{max}	0	0	> 0	0	$< Q_{ms}^{sp}$
$Q_{ms} < Q_{ms}^{min}$	sin violación	Q_{ms}^{min}	0	0	0	> 0	$> Q_{ms}^{sp}$

su límite máximo y se activa $v_{Q_{ms}+}^{cc}$ para reducir Q_{ms} , mientras que las otras variables auxiliares (v_{ma2+}^{cc} , v_{ma2-}^{cc} , $v_{Q_{ms}-}^{cc}$) permanecen inactivas. Por lo tanto, la potencia Q_{ms} resultante será menor que el valor especificado Q_{ms}^{sp} . En el segundo caso, cuando Q_{ms} está por debajo de su límite mínimo Q_{ms}^{min} , se ajusta Q_{ms} a su límite mínimo y se activa $v_{Q_{ms}-}^{cc}$ para aumentar Q_{ms} , mientras que las otras variables auxiliares (v_{ma2+}^{cc} , v_{ma2-}^{cc} , $v_{Q_{ms}+}^{cc}$) no operan. Esto conduce a que Q_{ms} sea mayor que el valor especificado Q_{ms}^{sp} . Lo anterior se muestra numéricamente en el Apéndice D, Subsección D.3.1.

b) Restricciones de control basadas en el ángulo de fase:

La función de restricción de control de la potencia activa se establecerá como:

$$P_{ms} - P_{ms}^{sp} + (c_{m_{ap}})v_{ma2+}^{cc} - (c_{m_{ap}})v_{ma2-}^{cc} + v_{P_{ms}+}^{cc} - v_{P_{ms}-}^{cc} = 0 \quad (4.68)$$

En la restricción anterior, se requiere controlar el flujo de potencia activa por la línea P_{ms} , para establecerlo a una potencia especificada P_{sm}^{sp} , considerando las variables auxiliares asociadas a límites operativos. De la misma forma que la potencia reactiva, la Tabla 4.5 muestra diferentes situaciones donde el índice de modulación m_{a2} excede sus límites establecidos, mostrando el desempeño de la potencia activa P_{ms} y cómo se habilitan las variables auxiliares.

 Tabla 4.5: Casos de violación de límites m_a , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva P_{sm}

Caso	m_{a2}	P_{ms}	v_{ma2+}^{cc}	v_{ma2-}^{cc}	$v_{P_{ms}+}^{cc}$	$v_{P_{ms}-}^{cc}$	$ P_{ms} $
$m_{a2} > m_{a2}^{max}$	m_{a2}^{max}	sin violación	> 0	0	0	0	$< P_{ms}^{sp} $
$m_a < m_{a2}^{min}$	m_{a2}^{min}	sin violación	0	> 0	0	0	$> P_{ms}^{sp} $

En el primer caso de la Tabla 4.5, si m_{a2} es mayor que su límite máximo m_{a2}^{max} , se ajusta a su límite violado, habilitando v_{ma2+}^{cc} , la magnitud del flujo de potencia activa $|P_{ms}|$ se reduce por debajo de la magnitud del valor especificado $|P_{ms}^{sp}|$. En el segundo caso, si m_{a2} es menor que su límite mínimo m_{a2}^{min} , se ajusta a ese límite, se activa v_{ma2-}^{cc} , obteniendo que la magnitud de potencia activa $|P_{ms}|$ superará la magnitud del valor especificado $|P_{ms}^{sp}|$, tal como se ilustra de manera numérica en el Apéndice D, Subsección D.3.2.

La Tabla 4.6 muestra diferentes casos de violación de límites para la potencia activa P_{ms} a causa de la superación de límites de corriente del VSC, junto con la respuesta de la potencia activa P_{sm} y la activación de variables auxiliares correspondientes.

Tabla 4.6: Casos de violación de límites m_{a2} y P_{sm} , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva P_{ms}

Caso	m_{a2}	P_{ms}	v_{ma2+}^{cc}	v_{ma2-}^{cc}	v_{Pms+}^{cc}	v_{Pms-}^{cc}	P_{ms}
$P_{ms} > P_{ms}^{max}$	sin violación	P_{ms}^{max}	0	0	> 0	0	$< P_{ms}^{sp}$
$P_{ms} < P_{ms}^{min}$	sin violación	P_{ms}^{min}	0	0	0	> 0	$> P_{ms}^{sp}$

En la Tabla 4.6 se describe dentro de la primera situación, si P_{ms} supera su límite máximo P_{ms}^{max} , se ajusta a su límite violado, resultando en un valor inferior a P_{ms}^{sp} . En esta situación, se habilita v_{Pms+}^{cc} , mientras que las otras variables auxiliares (v_{ma2+}^{cc} , v_{ma2-}^{cc} , v_{Pms-}^{cc}) permanecen inactivas. En el segundo caso, si P_{ms} está por debajo de su límite mínimo P_{ms}^{min} , se ajusta a ese límite, obteniendo una cantidad mayor que P_{ms}^{sp} . Para este caso, se activa v_{Pms-}^{cc} , mientras que las otras variables auxiliares (v_{ma2+}^{cc} , v_{ma2-}^{cc} , v_{Pms+}^{cc}) permanecen inactivas, tal como se describe en el Apéndice D, Subsección D.3.2.

En los diagramas de la Figura 4.7 se ilustra de manera gráfica el comportamiento del UPFC operando en modo de control de flujos de potencia en línea de transmisión bajo restricciones de índice de modulación. En estos diagramas se describen dos esce-

narios distintos. En el primero, se requiere una potencia activa y reactiva especificada $(P_{ms}^{sp}, Q_{ms}^{sp})^{requerida+}$ (x roja en el diagrama P-Q). En el segundo escenario, se requiere una potencia $(P_{ms}^{sp}, Q_{ms}^{sp})^{requerida-}$ (x morada en el diagrama P-Q). Ambos escenarios de operación se encuentran fuera de la región factible definida por los límites de potencia activa y reactiva, los cuales están determinados por los límites del índice de modulación m_{a2} del convertidor serie del UPFC.

En el diagrama vectorial del índice de modulación m_{a2} , mostrado en la Figura 4.7(a), se observa que para satisfacer las potencias requeridas $(P_{ms}^{sp}, Q_{ms}^{sp})^{requerida+}$, el índice de modulación necesario $m_a^{requerida+}$ (vector rojo) supera el valor máximo permisible. De manera análoga, en el caso $(P_{ms}^{sp}, Q_{ms}^{sp})^{requerida-}$, el índice de modulación $m_a^{requerida-}$ (vector morado) se establece por debajo del límite mínimo permitido.

Aplicando la metodología descrita previamente, a través de las restricciones definidas en las ecuaciones (4.55)-(4.58) y (4.67)-(4.68), se logra una condición de operación factible. Para el primer caso, se ajustó el índice de modulación a su límite máximo permitido $m_a^{limitada+}$ (vector verde), mientras que el ángulo de fase del VSC se mantiene según la solicitud del sistema. En consecuencia, las potencias P_{ms} y Q_{ms} se escalan hasta ubicarse en los límites superiores de la región factible, identificados como $(P_{ms}, Q_{ms})^{limitada+}$ (cuadro verde). En el segundo caso, se fija el valor mínimo del índice de modulación $m_a^{limitada-}$ (vector azul), manteniendo también el ángulo de disparo requerido. Así, se obtiene una solución factible donde P_{ms} y Q_{ms} se ajustan hasta alcanzar los límites inferiores operativos, representados como $(P_{ms}, Q_{ms})^{limitada-}$ (cuadro azul).

Estas correcciones garantizan que tanto m_{a2} como los flujos de potencia P_{ms} y Q_{ms} se mantengan dentro de un rango de operación factible.

c) Restricciones de intercambio de potencia reactiva AC-CD del VSC₂:

Esta condición establece que no exista flujo de potencia reactiva entre los nodos $ac2$ y dc del convertidor en serie del UPFC: $Q_{ac1dc} = Q_{dcac1} = 0$

$$\Delta\theta_{Q_{vsc2}} = \phi_2 - \theta_{ac2} = 0 \quad (4.69)$$

4.4. Linealización de restricciones del UPFC

A partir de las ecuaciones de inyección de flujos de potencia que modelan el comportamiento del UPFC, junto con sus respectivas restricciones de control y límites operativos, se plantea la resolución del sistema de ecuaciones no lineales asociado al dispositivo mediante el método iterativo de Newton-Raphson:

$$\mathbf{F}^{upfc} = -\mathbf{J}^{upfc}\Delta\mathbf{x}^{upfc} \quad (4.70)$$

En esta expresión, $\Delta\mathbf{x}^{upfc}$ corresponde al vector de incrementos de las variables de estado del UPFC, mientras que $\mathbf{F}^{upfc}$ representa el vector de ecuaciones de desajustes vinculadas a las restricciones del modelo. La matriz jacobiana $\mathbf{J}^{upfc}$ contiene las derivadas parciales de dichas restricciones respecto a las variables de estado.

El vector completo de variables de estado se define como:

$$\mathbf{x}^{upfc} = \left[\theta_{AC}^{upfc}, V_{AC}^{upfc}, V_{dc}^{upfc}, m_a^{upfc}, \phi^{upfc}, Q_{vsc}^{upfc}, v_{cc}^{upfc} \right]^T.$$

Desarrollando los vectores de variables de estado correspondientes al controlador UPFC:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\theta}_{AC}^{upfc} &= [\theta_s, \theta_m, \theta_{vi1}, \theta_{vi2}, \theta_{ac1}, \theta_{ac2}]^T, \\
\mathbf{V}_{AC}^{upfc} &= [V_s, V_m, V_{vi1}, V_{vi2}, V_{ac1}, V_{ac2}]^T, \\
V_{dc}^{upfc} &= V_{dc}, \\
\mathbf{m}_a^{upfc} &= [m_{a1}, m_{a2}]^T \\
\boldsymbol{\phi}^{upfc} &= [\phi_1, \phi_2]^T \\
\mathbf{Q}_{vsc}^{upfc} &= [Q_{vsc1}, Q_{vsc2}]^T \\
\mathbf{v}_{cc}^{upfc} &= [v_{ma1-}^{cc}, v_{ma1+}^{cc}, v_{ma2-}^{cc}, v_{ma2+}^{cc}, v_{Q_{vsc1-}}^{cc}, v_{Q_{vsc1+}}^{cc}, v_{Q_{ms-}}^{cc}, v_{Q_{ms+}}^{cc}, v_{P_{ms-}}^{cc}, v_{P_{ms+}}^{cc}]^T.
\end{aligned} \tag{4.71}$$

Para ofrecer una visión más clara y ordenada, en las Tablas 4.7, 4.8, 4.9 y 4.10 se establece la relación existente entre las variables de estado y las restricciones que les corresponden. En dichas tablas se especifica el tipo de nodo o tipo de restricciones a los que pertenece cada variable. Estas pueden corresponder a restricciones de balance de potencia activa o reactiva, a condiciones de control, o bien a los límites operativos propios de los convertidores que conforman el controlador UPFC.

Durante el proceso de linealización de las ecuaciones, se considera que los nodos s y m son de tipo PQ . Además, el convertidor en derivación utiliza el índice de modulación m_{a1} para regular la magnitud del voltaje en el nodo s , mientras que el ángulo de disparo ϕ_1 se utiliza para controlar la magnitud del voltaje en el enlace de corriente directa dc común. Por su parte, el convertidor serie actúa sobre la transferencia de potencia: el índice de modulación m_{a2} controla la potencia reactiva, y el ángulo ϕ_2 se ajusta para controlar la potencia activa.

Las filas que conforman la matriz Jacobiana están construidas a partir de las derivadas de las ecuaciones de balance de potencia, así como de las restricciones de control y de límites operativos del UPFC en función de las variables de estado correspondientes. El vector de restricciones $\mathbf{F}^{upfc}$ se organiza siguiendo el orden que

Tabla 4.7: Variables de estado y restricciones de desajuste asociadas del UPFC (primera parte)

Tipo de nodo o restricciones	Variable de estado	Restricción
Nodo s tipo PQ	θ_s^{PQ}	$\Delta P_s = P_s^{Gen} - P_s^{Load} - \sum_{j \in N_{AC}} P_{js} - P_s = 0$, donde P_s es dada por (4.17) $\Delta P_s = P_s^{Gen} - P_s^{Load} - V_s \sum_{j \in N_{AC}} V_j [G_{s,j} \cos(\theta_s - \theta_j) + B_{s,j} \sin(\theta_s - \theta_j)] - P_s = 0$
	V_s^{PQ}	$\Delta Q_s = Q_s^{Gen} - Q_s^{Load} - \sum_{j \in N_{AC}} Q_{js} - Q_s = 0$, donde Q_s es dada por (4.18) $\Delta Q_s = Q_s^{Gen} - Q_s^{Load} - V_s \sum_{j \in N_{AC}} V_j [G_{s,j} \sin(\theta_s - \theta_j) - B_{s,j} \cos(\theta_s - \theta_j)] - Q_s = 0$
Nodo s tipo PV	θ_s^{PV}	$\Delta P_s = P_s^{Gen} - P_s^{Load} - \sum_{j \in N_{AC}} P_{js} - P_s = 0$, donde P_s es dada por (4.17) $\Delta P_s = P_s^{Gen} - P_s^{Load} - V_s \sum_{j \in N_{AC}} V_j [G_{s,j} \cos(\theta_s - \theta_j) + B_{s,j} \sin(\theta_s - \theta_j)] - P_s = 0$
	V_s^{PV}	$\Delta F_{V_s}^{PV} = V_s - V_s^{sp} - v_{Q_{Gen,s}-}^{cc} = 0$, donde esta restricción se deriva de (2.46)
	$v_{Q_{Gen,s}-}^{cc}$	$\Delta \varphi_{v_{Q_{Gen,s}-}^{cc}} = (2.47) = 0$
	$v_{Q_{Gen,s}-}^{cc}$	$\sqrt{(Q_s^{Gen} - Q_s^{min})^2 + (v_{Q_{Gen,s}-}^{cc})^2} - (Q_s^{Gen} - Q_s^{min}) - v_{Q_{Gen,s}-}^{cc} = 0$, donde Q_s^{Gen} es dada por $Q_s^{Gen} = Q_s^{Load} + V_s \sum_{j \in N_{AC}} V_j [G_{s,j} \sin(\theta_s - \theta_j) - B_{s,j} \cos(\theta_s - \theta_j)] + Q_s$
Nodo m tipo PQ	$v_{Q_{Gen,s}+}^{cc}$	$\Delta \varphi_{v_{Q_{Gen,s}+}^{cc}} = (2.48) = 0$
	θ_m^{PQ}	$\sqrt{(Q_m^{max} - Q_s^{Gen})^2 + (v_{Q_{Gen,s}+}^{cc})^2} - (Q_m^{max} - Q_s^{Gen}) - v_{Q_{Gen,s}+}^{cc} = 0$, donde Q_s^{Gen} es dada por $Q_s^{Gen} = Q_s^{Load} + V_s \sum_{j \in N_{AC}} V_j [G_{s,j} \sin(\theta_s - \theta_j) - B_{s,j} \cos(\theta_s - \theta_j)] + Q_s$
Nodo m tipo PQ	V_m^{PQ}	$\Delta P_m = P_m^{Gen} - P_m^{Load} - \sum_{j \in N_{AC}} P_{jm} - P_m = 0$, donde P_m es dada por (4.19) $\Delta P_m = P_m^{Gen} - P_m^{Load} - V_m \sum_{j \in N_{AC}} V_j [G_{m,j} \cos(\theta_m - \theta_j) + B_{m,j} \sin(\theta_m - \theta_j)] - P_m = 0$
	V_m^{PQ}	$\Delta Q_m = Q_m^{Gen} - Q_m^{Load} - \sum_{j \in N_{AC}} Q_{jm} - Q_m = 0$, donde Q_m es dada por (4.20) $\Delta Q_m = Q_m^{Gen} - Q_m^{Load} - V_m \sum_{j \in N_{AC}} V_j [G_{m,j} \sin(\theta_m - \theta_j) - B_{m,j} \cos(\theta_m - \theta_j)] - Q_m = 0$

Tabla 4.8: Variables de estado y restricciones de desajuste asociadas del UPFC (segunda parte)

Tipo de nodo o restricciones	Variable de estado	Restricción
Nodo m tipo PV	θ_m^{PV}	$\Delta P_m = P_m^{Gen} - P_m^{Load} - \sum_{j \in N_{AC}, j \neq \{v_{i2}, s\}} P_{jm} - P_m = 0$, donde P_m es dada por (4.19) $\Delta P_m = P_m^{Gen} - P_m^{Load} - V_m \sum_{j \in N_{AC}, j \neq \{v_{i2}, s\}} V_j [G_{m,j} \cos(\theta_m - \theta_j) + B_{m,j} \sin(\theta_m - \theta_j)] - P_m = 0$
	V_m^{PV}	$\Delta F_{V_m}^{PV} = V_m - V_m^{sp} - v_{Q_{Gen,m}-}^{cc} + v_{Q_{Gen,m}+}^{cc} = 0$, donde esta restricción se deriva de (2.46)
	$v_{Q_{Gen,m}-}^{cc}$	$\Delta \varphi_{v_{Q_{Gen,m}-}}^{cc} = \sqrt{(Q_m^{Gen} - Q_m^{min})^2 + (v_{Q_{Gen,m}-}^{cc})^2} - (Q_m^{Gen} - Q_m^{min}) - v_{Q_{Gen,m}-}^{cc} = (2.47) = 0$, donde Q_m^{Gen} es dada por $Q_m^{Gen} = Q_m^{Load} + V_m \sum_{j \in N_{AC}, j \neq \{v_{i2}, s\}} V_j [G_{m,j} \sin(\theta_m - \theta_j) - B_{m,j} \cos(\theta_m - \theta_j)] + Q_m$
	$v_{Q_{Gen,m}+}^{cc}$	$\Delta \varphi_{v_{Q_{Gen,m}+}}^{cc} = \sqrt{(Q_m^{max} - Q_m^{Gen})^2 + (v_{Q_{Gen,m}+}^{cc})^2} - (Q_m^{max} - Q_m^{Gen}) - v_{Q_{Gen,m}+}^{cc} = (2.48) = 0$, donde Q_m^{Gen} es dada por $Q_m^{Gen} = Q_m^{Load} + V_m \sum_{j \in N_{AC}, j \neq \{v_{i2}, s\}} V_j [G_{m,j} \sin(\theta_m - \theta_j) - B_{m,j} \cos(\theta_m - \theta_j)] + Q_m$
Nodo $vi1$	θ_{vi1}	$\Delta P_{vi1} = -P_{vi1} = 0$, donde P_{vi1} es dada por (4.21) $P_{vi1} = P_{vi1ac1} + P_{vi1s} = (V_{vi1})^2 G_{vi1vi1} + V_{vi1} V_s [G_{vi1s} \cos(\theta_{vi1} - \theta_s) + B_{vi1s} \sin(\theta_{vi1} - \theta_s)]$ $+ V_{vi1} V_{ac1} [G_{vi1ac1} \cos(\theta_{vi1} - \theta_{ac1}) + B_{vi1ac1} \sin(\theta_{vi1} - \theta_{ac1})]$
	V_{vi1}	$\Delta Q_{vi1} = -Q_{vi1} = 0$, donde Q_{vi1} es dada por (4.22) $Q_{vi1} = Q_{vi1ac1} + Q_{vi1s} = -(V_{vi1})^2 B_{vi1vi1} + V_{vi1} V_s [G_{vi1s} \sin(\theta_{vi1} - \theta_s) - B_{vi1s} \cos(\theta_{vi1} - \theta_s)]$ $+ V_{vi1} V_{ac1} [G_{vi1ac1} \sin(\theta_{vi1} - \theta_{ac1}) - B_{vi1ac1} \cos(\theta_{vi1} - \theta_{ac1})]$
Nodo $vi2$	θ_{vi2}	$\Delta P_{vi2} = -P_{vi2} = 0$, donde P_{vi2} es dada por (4.23) $P_{vi2} = P_{vi2ac2} + P_{vi2s} = (V_{vi2})^2 G_{vi2vi2} + V_{vi2} V_s [G_{vi2s} \cos(\theta_{vi2} - \theta_s) + B_{vi2s} \sin(\theta_{vi2} - \theta_s)]$ $+ V_{vi2} V_m [G_{vi2m} \cos(\theta_{vi2} - \theta_m) + B_{vi2m} \sin(\theta_{vi2} - \theta_m)]$ $+ V_{vi2} V_{ac2} [G_{vi2ac2} \cos(\theta_{vi2} - \theta_{ac2}) + B_{vi2ac2} \sin(\theta_{vi2} - \theta_{ac2})]$
	V_{vi2}	$\Delta Q_{vi2} = -Q_{vi2} = 0$, donde Q_{vi2} es dada por (4.24) $Q_{vi2} = Q_{vi2ac2} + Q_{vi2s} = -(V_{vi2})^2 B_{vi2vi2} + V_{vi2} V_s [G_{vi2s} \sin(\theta_{vi2} - \theta_s) - B_{vi2s} \cos(\theta_{vi2} - \theta_s)]$ $+ V_{vi2} V_m [G_{vi2m} \sin(\theta_{vi2} - \theta_m) - B_{vi2m} \cos(\theta_{vi2} - \theta_m)]$ $+ V_{vi2} V_{ac2} [G_{vi2ac2} \sin(\theta_{vi2} - \theta_{ac2}) - B_{vi2ac2} \cos(\theta_{vi2} - \theta_{ac2})]$

Tabla 4.9: Variables de estado y restricciones de desajuste asociadas del UPFC (tercera parte)

Tipo de nodo o restricciones	Variable de estado	Restricción
Nodo $ac1$	V_{ac1}	$\Delta P_{ac1} = -P_{ac1} = 0$, donde P_{ac1} es dada por (4.25) $P_{ac1} = P_{ac1dc} + P_{ac1vi1} = G_{ac1ac1}(V_{ac1})^2 - K m_{a1} g_{11} V_{ac1} V_{dc} \cos(\theta_{ac1} - \phi_1)$ $+ V_{ac1} V_{vi1} [G_{ac1vi1} \cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) + B_{ac1vi1} \sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})]$
	Q_{ac1}	$\Delta Q_{ac1} = -Q_{ac1} = 0$, donde Q_{ac1} es dada por (4.26) $Q_{ac1} = -Q_{vsc1} + Q_{ac1dc} + Q_{ac1vi1} = -Q_{vsc1} - B_{ac1ac1}(V_{ac1})^2 - K m_{a1} g_{11} V_{ac1} V_{dc} \sin(\theta_{ac1} - \phi_1)$ $+ V_{ac1} V_{vi1} [G_{ac1vi1} \sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) - B_{ac1vi1} \cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})]$
	θ_{ac1}	$\Delta \theta_{Q_{vsc1}} = \phi_1 - \theta_{ac1} = (4.64) = 0$
	V_{ac2}	$\Delta P_{ac2} = -P_{ac2} = 0$, donde P_{ac2} es dada por (4.27) $P_{ac2} = P_{ac2dc} + P_{ac2vi2} = G_{ac2ac2}(V_{ac2})^2 - K m_{a2} g_{12} V_{ac2} V_{dc} \cos(\theta_{ac2} - \phi_2)$ $+ V_{ac2} V_{vi2} [G_{ac2vi2} \cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) + B_{ac2vi2} \sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})]$
Nodo $ac2$	Q_{vsc2}	$\Delta Q_{ac2} = -Q_{ac2} = 0$, donde Q_{ac2} es dada por (4.28) $Q_{ac2} = -Q_{vsc2} + Q_{ac2dc} + Q_{ac2vi2} = -Q_{vsc2} - B_{ac2ac2}(V_{ac2})^2 - K m_{a2} g_{12} V_{ac2} V_{dc} \sin(\theta_{ac2} - \phi_2)$ $+ V_{ac2} V_{vi2} [G_{ac2vi2} \sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) - B_{ac2vi2} \cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})]$
	θ_{ac2}	$\Delta \theta_{Q_{vsc2}} = \phi_2 - \theta_{ac2} = (4.69) = 0$
Nodo dc	V_{dc}	$\Delta P_{dc} = -P_{dc} = 0$, donde P_{dc} es dada por (4.29) $P_{dc} = P_{dcac1} + P_{dcac2} = [K^2(m_{a1})^2 g_{11} + g_{sw1} + K^2(m_{a2})^2 g_{12} + g_{sw2}](V_{dc})^2$ $- K m_{a1} g_{11} V_{dc} V_{ac1} \cos(\phi_1 - \theta_{ac1}) - K m_{a2} g_{12} V_{dc} V_{ac2}$

Tabla 4.10: Variables de estado y restricciones de desajuste asociadas del UPFC (cuarta parte)

Tipo de nodo o restricciones	Variable de estado	Restricción
Restricciones de control del VSC ₁ del UPFC	$m_{a1} \ m_{a1} \Leftrightarrow V_s$	$\Delta F_{ma1} = (4.61) = V_s - V_s^{sp} - v_{ma1-}^{cc} + v_{ma1+}^{cc} - v_{Q_{vsc1}-}^{cc} + v_{Q_{vsc1}+}^{cc} = 0$
	$m_{a1} \ m_{a1} \Leftrightarrow Q_{svi1}$	$\Delta F_{ma1} = (4.62) = Q_{svi1} - Q_{svi1}^{sp} + v_{ma1-}^{cc} - v_{ma1+}^{cc} + v_{Q_{vsc1}-}^{cc} - v_{Q_{vsc1}+}^{cc} = 0$
	$\phi_1 \ \phi_1 \Leftrightarrow V_{dc}$	$\Delta F_{\phi_1} = (4.63) = V_{dc} - V_{dc}^{sp} = 0$
	$m_{a2} \ m_{a2} \Leftrightarrow Q_{ms}$	$\Delta F_{ma2} = (4.67) = Q_{ms} - Q_{ms}^{sp} + (c_{m_{a2}})v_{ma2+}^{cc} - (c_{m_{a2}})v_{ma2-}^{cc} + v_{Q_{ms}+}^{cc} - v_{Q_{ms}-}^{cc} = 0$
Restricciones de control del VSC ₂ del UPFC	$\phi_2 \ \phi_2 \Leftrightarrow P_{ms}$	$\Delta F_{\phi_2} = (4.68) = P_{ms} - P_{ms}^{sp} + (c_{m_{a2}})v_{ma2+}^{cc} - (c_{m_{a2}})v_{ma2-}^{cc} + v_{P_{ms}+}^{cc} - v_{P_{ms}-}^{cc} = 0$
	v_{ma1-}^{cc}	$\Delta \varphi_{v_{ma1-}}^{cc} = (4.51) = \sqrt{(m_{a1} - m_{a1}^{min})^2 + (v_{ma1-}^{cc})^2} - (m_{a1} - m_{a1}^{min}) - v_{ma1-}^{cc} = 0$
Restricción de límites operativos del VSC ₁ del UPFC	v_{ma1+}^{cc}	$\Delta \varphi_{v_{ma1+}}^{cc} = (4.52) = \sqrt{(m_{a1}^{max} - m_{a1})^2 + (v_{ma1+}^{cc})^2} - (m_{a1}^{max} - m_{a1}) - v_{ma1+}^{cc} = 0$
	$v_{Q_{vsc1}-}^{cc}$	$\Delta \varphi_{v_{Q_{vsc1}-}}^{cc} = (4.53) = \sqrt{(Q_{vsc1} - Q_{vsc1}^{min})^2 + (v_{Q_{vsc1}-}^{cc})^2} - (Q_{vsc1} - Q_{vsc1}^{min}) - v_{Q_{vsc1}-}^{cc} = 0$
	$v_{Q_{vsc1}+}^{cc}$	$\Delta \varphi_{v_{Q_{vsc1}+}}^{cc} = (4.54) = \sqrt{(Q_{vsc1}^{max} - Q_{vsc1})^2 + (v_{Q_{vsc1}+}^{cc})^2} - (Q_{vsc1}^{max} - Q_{vsc1}) - v_{Q_{vsc1}+}^{cc} = 0$
	v_{ma2-}^{cc}	$\Delta \varphi_{v_{ma2-}}^{cc} = (4.55) = \sqrt{(m_{a2} - m_{a2}^{min})^2 + (v_{ma2-}^{cc})^2} - (m_{a2} - m_{a2}^{min}) - v_{ma2-}^{cc} = 0$
Restricción de límites operativos del VSC ₂ del UPFC	v_{ma2+}^{cc}	$\Delta \varphi_{v_{ma2+}}^{cc} = (4.56) = \sqrt{(m_{a2}^{max} - m_{a2})^2 + (v_{ma2+}^{cc})^2} - (m_{a2}^{max} - m_{a2}) - v_{ma2+}^{cc} = 0$
	$v_{Q_{ms}-}^{cc}$	$\Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}^{cc} = (4.57) = \sqrt{(Q_{ms} - Q_{ms}^{min})^2 + (v_{Q_{ms}-}^{cc})^2} - (Q_{ms} - Q_{ms}^{min}) - v_{Q_{ms}-}^{cc} = 0$
	$v_{Q_{ms}+}^{cc}$	$\Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}^{cc} = (4.58) = \sqrt{(Q_{ms}^{max} - Q_{ms})^2 + (v_{Q_{ms}+}^{cc})^2} - (Q_{ms}^{max} - Q_{ms}) - v_{Q_{ms}+}^{cc} = 0$
	$v_{P_{ms}-}^{cc}$	$\Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}^{cc} = (4.59) = \sqrt{(P_{ms} - P_{ms}^{min})^2 + (v_{P_{ms}-}^{cc})^2} - (P_{ms} - P_{ms}^{min}) - v_{P_{ms}-}^{cc} = 0$
	$v_{P_{ms}+}^{cc}$	$\Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}^{cc} = (4.60) = \sqrt{(P_{ms}^{max} - P_{ms})^2 + (v_{P_{ms}+}^{cc})^2} - (P_{ms}^{max} - P_{ms}) - v_{P_{ms}+}^{cc} = 0$

se detalla a continuación:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_s, & \Delta Q_s, & \Delta P_m, & \Delta Q_m, & \Delta P_{vi1}, & \Delta Q_{vi1}, & \Delta P_{vi2}, & \Delta Q_{vi2}, \\ \Delta P_{ac1}, & \Delta Q_{ac1}, & \Delta \theta_{Qvsc1}, & \Delta P_{ac2}, & \Delta Q_{ac2}, & \Delta \theta_{Qvsc2}, & \Delta P_{dc}, & \Delta F_{ma1}, \\ \Delta F_{ma2}, & \Delta F_{\phi1}, & \Delta F_{\phi2} & \Delta \varphi_{v_{ma1-}^{cc}}, & \Delta \varphi_{v_{ma1+}^{cc}}, & \Delta \varphi_{v_{ma2-}^{cc}}, & \Delta \varphi_{v_{ma2+}^{cc}}, & \Delta \varphi_{v_{Qvsc-}^{cc}}, \\ \Delta \varphi_{v_{Qvsc+}^{cc}}, & \Delta \varphi_{v_{Qms-}^{cc}}, & \Delta \varphi_{v_{Qms+}^{cc}}, & \Delta \varphi_{v_{Pms-}^{cc}}, & \Delta \varphi_{v_{Pms+}^{cc}} \end{bmatrix}^T$$

La matriz jacobiana $-\mathbf{J}^{upfc}$ se obtiene del negativo de las derivadas de las funciones de restricción $\mathbf{F}^{upfc}$ con respecto a las variables de estado $\mathbf{x}^{upfc}$, la cual es dada por (4.72). Por lo tanto, el vector de restricciones $\mathbf{F}^{upfc}$ corresponde a las filas de la matriz jacobiana y las variables de estado $\mathbf{x}^{upfc}$ corresponden a las columnas de la misma.

$$-\mathbf{J}^{upfc} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{1,1}^{upfc} & \mathbf{J}_{1,2}^{upfc} & [0] \\ \mathbf{J}_{2,1}^{upfc} & \mathbf{J}_{2,2}^{upfc} & \mathbf{J}_{2,3}^{upfc} \\ \mathbf{J}_{3,1}^{upfc} & \mathbf{J}_{3,2}^{upfc} & \mathbf{J}_{3,3}^{upfc} \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

La submatriz $\mathbf{J}_{1,1}^{upfc}$ agrupa las derivadas parciales de las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva correspondientes a los nodos s , m , $vi1$ y $vi2$, con respecto a las magnitudes y ángulos de fase del voltaje en esos mismos nodos. En cambio, la submatriz $\mathbf{J}_{1,2}^{upfc}$ representa el grado de influencia de dichas ecuaciones de balance en los nodos $vi1$ y $vi2$ frente a las variables de magnitud y ángulo de fase del voltaje nodal en sus respectivos nodos $ac1$ o $ac2$. Las demás derivadas son cero debido a la ausencia de relación directa con las ecuaciones de balance.

$$J_{1,1}^{upfc} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_s}{\partial \theta_s} & \frac{\partial P_s}{\partial V_s} & \frac{\partial P_s}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_s}{\partial V_m} & \frac{\partial P_s}{\partial \theta_{vi1}} & \frac{\partial P_s}{\partial V_{vi1}} & \frac{\partial P_s}{\partial \theta_{vi2}} & \frac{\partial P_s}{\partial V_{vi2}} \\ \frac{\partial Q_s}{\partial \theta_s} & \frac{\partial Q_s}{\partial V_s} & \frac{\partial Q_s}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_s}{\partial V_m} & \frac{\partial Q_s}{\partial \theta_{vi1}} & \frac{\partial Q_s}{\partial V_{vi1}} & \frac{\partial Q_s}{\partial \theta_{vi2}} & \frac{\partial Q_s}{\partial V_{vi2}} \\ \frac{\partial P_m}{\partial \theta_s} & \frac{\partial P_m}{\partial V_s} & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_m}{\partial V_m} & 0 & 0 & \frac{\partial P_m}{\partial \theta_{vi2}} & \frac{\partial P_m}{\partial V_{vi2}} \\ \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_s} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_s} & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_{vi2}} & \frac{\partial Q_m}{\partial V_{vi2}} \\ \frac{\partial P_{vi1}}{\partial \theta_s} & \frac{\partial P_{vi1}}{\partial V_s} & 0 & 0 & \frac{\partial P_{vi1}}{\partial \theta_{vi1}} & \frac{\partial P_{vi1}}{\partial V_{vi1}} & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_{vi1}}{\partial \theta_s} & \frac{\partial Q_{vi1}}{\partial V_s} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_{vi1}}{\partial \theta_{vi1}} & \frac{\partial Q_{vi1}}{\partial V_{vi1}} & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_{vi2}}{\partial \theta_s} & \frac{\partial P_{vi2}}{\partial V_s} & \frac{\partial P_{vi2}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial P_{vi2}}{\partial V_m} & 0 & 0 & \frac{\partial P_{vi2}}{\partial \theta_{vi2}} & \frac{\partial P_{vi2}}{\partial V_{vi2}} \\ \frac{\partial Q_{vi2}}{\partial \theta_s} & \frac{\partial Q_{vi2}}{\partial V_s} & \frac{\partial Q_{vi2}}{\partial \theta_m} & \frac{\partial Q_{vi2}}{\partial V_m} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_{vi2}}{\partial \theta_{vi2}} & \frac{\partial Q_{vi2}}{\partial V_{vi2}} \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

$$J_{1,2}^{upfc} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_{vi1}}{\partial V_{ac1}} & 0 & \frac{\partial P_{vi1}}{\partial \theta_{ac1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_{vi1}}{\partial V_{ac1}} & 0 & \frac{\partial Q_{vi1}}{\partial \theta_{ac1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial P_{vi2}}{\partial V_{ac2}} & 0 & \frac{\partial P_{vi2}}{\partial \theta_{ac2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial Q_{vi2}}{\partial V_{ac2}} & 0 & \frac{\partial Q_{vi2}}{\partial \theta_{ac2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.74)$$

Por otro lado, la submatriz $J_{2,1}^{sh}$ representa las derivadas de las ecuaciones asociadas al control del índice de modulación y del ángulo de fase de los convertidores VSC, así como de las expresiones de desbalance de potencia activa y reactiva correspondientes a los nodos $ac1$, $ac2$ y potencia activa de los nodos dc del UPFC, todas con respecto a las variables nodales de los puntos $vi1$, $vi2$, m y s . En cuanto a $J_{2,2}^{sh}$, esta refleja cómo las variables propias de los convertidores influyen sobre dichas restricciones, tanto en la rama serie como en la derivación. Finalmente, la submatriz $J_{2,3}^{sh}$ establece la conexión entre las restricciones de control y las variables auxiliares

$$J_{2,1}^{upfc} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial P_{ac1}}{\partial \theta_{vi1}} & \frac{\partial P_{ac1}}{\partial V_{vi1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial Q_{ac1}}{\partial \theta_{vi1}} & \frac{\partial Q_{ac1}}{\partial V_{vi1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial P_{ac2}}{\partial \theta_{vi2}} & \frac{\partial P_{ac2}}{\partial V_{vi2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial Q_{ac2}}{\partial \theta_{vi2}} & \frac{\partial Q_{ac2}}{\partial V_{vi2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\partial \Delta F_{ma1}}{\partial V_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial \theta_s} & -\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial V_s} & -\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial \theta_m} & -\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial V_m} & 0 & 0 & -\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial \theta_{vi2}} & -\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial V_{vi2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\partial \Delta F_{\phi_2}}{\partial \theta_s} & -\frac{\partial \Delta F_{\phi_2}}{\partial V_s} & -\frac{\partial \Delta F_{\phi_2}}{\partial \theta_m} & -\frac{\partial \Delta F_{\phi_2}}{\partial V_m} & 0 & 0 & -\frac{\partial \Delta F_{\phi_2}}{\partial \theta_{vi2}} & -\frac{\partial \Delta F_{\phi_2}}{\partial V_{vi2}} \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

[illegible]

$$\mathbf{J}_{2,3}^{upfc} = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\frac{\partial \Delta F_{ma1}}{\partial v_{ma1-}^{cc}} & -\frac{\partial \Delta F_{ma1}}{\partial v_{ma1+}^{cc}} & 0 & 0 & -\frac{\partial \Delta F_{ma1}}{\partial v_{vsc1-}^{cc}} & -\frac{\partial \Delta F_{ma1}}{\partial v_{vsc1+}^{cc}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial v_{ma2-}^{cc}} & -\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial v_{ma2+}^{cc}} & 0 & 0 & -\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial v_{Qms-}^{cc}} & -\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial v_{Qms+}^{cc}} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -\frac{\partial \Delta F_{\phi 2}}{\partial v_{ma2-}^{cc}} & -\frac{\partial \Delta F_{\phi 2}}{\partial v_{ma2+}^{cc}} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial \Delta F_{\phi 2}}{\partial v_{Pms-}^{cc}} & -\frac{\partial \Delta F_{\phi 2}}{\partial v_{Pms+}^{cc}}
\end{bmatrix} \quad (4.77)$$

Finalmente, las submatrices $\mathbf{J}_{3,1}^{upfc}$, $\mathbf{J}_{3,2}^{upfc}$ y $\mathbf{J}_{3,3}^{upfc}$ corresponden a las derivadas parciales de las restricciones de complementariedad que modelan los límites operativos de los convertidores VSC integrados en el UPFC. En particular, $\mathbf{J}_{3,1}^{upfc}$ considera dichas derivadas con respecto a las magnitudes y ángulos de voltaje de los nodos s , m , $vi1$ y $vi2$. Por su parte, la submatriz $\mathbf{J}_{3,2}^{sh}$ agrupa los elementos correspondientes a estas restricciones en función de las variables del convertidor, incluyendo los voltajes en los nodos $ac1$, $ac2$ y dc , así como las potencias reactivas Q_{vsc1} y Q_{vsc2} , y las variables de control m_a y ϕ asociadas a cada VSC. Finalmente, $\mathbf{J}_{3,3}^{sh}$ contiene las derivadas parciales con respecto a las variables auxiliares de complementariedad asociadas a dichos límites operativos del UPFC.

$$\mathbf{J}_{3,3}^{upfc} = \text{diag} \left(\begin{bmatrix} -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{ma1-}}^{cc}}{\partial m_{a1-}}, & -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{ma1+}}^{cc}}{\partial v_{ma1+}^{cc}}, & -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{ma2-}}^{cc}}{\partial v_{ma2-}^{cc}}, & -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{ma2+}}^{cc}}{\partial v_{ma2+}^{cc}}, & -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{vsc-}}}^{cc}}{\partial v_{Q_{vsc-}}^{cc}}, \\ -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{vsc+}}}^{cc}}{\partial v_{Q_{vsc+}}^{cc}}, & -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms-}}}^{cc}}{\partial v_{Q_{ms-}}^{cc}}, & -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms+}}}^{cc}}{\partial v_{Q_{ms+}}^{cc}}, & -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms-}}}^{cc}}{\partial v_{P_{ms-}}^{cc}}, & -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms+}}}^{cc}}{\partial v_{P_{ms+}}^{cc}} \end{bmatrix} \right) \quad (4.80)$$

El desarrollo detallado de los elementos que conforman las submatrices (4.73)–(4.80) se presenta de forma explícita en el Apéndice E, dentro de la Sección E.2.

4.5. Casos de estudio: UPFC

Esta sección expone los estudios de caso orientados a analizar el desempeño del UPFC en la solución del flujo de potencia. El modelo fue aplicado en redes de prueba compuestas por 5, 14 y 57 nodos, las cuales permiten representar diferentes grados de complejidad dentro de sistemas de transmisión. La información detallada sobre los sistemas utilizados y los parámetros del UPFC se presenta en el Apéndice F. Para la resolución del flujo de potencia, se utilizó una tolerancia de convergencia de 1×10^{-6} , valor considerado adecuado para aplicaciones en redes de transmisión.

4.5.1. Sistema de 5 Nodos

El sistema de 5 nodos de la IEEE constituye un caso de prueba ampliamente utilizado para el análisis del comportamiento de dispositivos FACTS en redes de transmisión, tal como se indica en [Acha E.04]. Para validar el modelo propuesto del UPFC, se realiza una comparación entre los resultados de flujo de potencia obtenidos mediante dicho modelo y aquellos con un enfoque basado en una fuente de voltaje controlada, cuyos resultados se encuentran reportados en [Acha E.04].

4.5.2. Validación del modelo de UPFC

El modelo de UPFC es validado utilizando el sistema de 5 nodos mostrado en la Figura 4.8. En este escenario, se busca regular el flujo de potencia activa y reactiva en la entrada de la línea que conecta los nodos 3 y 4. Para ello, se incorpora un nodo auxiliar, identificado como nodo 6, el cual funge como el nodo de recepción del UPFC. El objetivo del control consiste en establecer una potencia de referencia en el tramo comprendido entre los nodos 3 y 6, definida como $P_{3-6}^{sp} + jQ_{3-6}^{sp} = -40 - j2$ MVA. Esta condición garantiza que el UPFC entrega a la línea una inyección de potencia equivalente de $P_{6-4} + jQ_{6-4} = 40 + j2$ MVA, permitiendo así verificar la efectividad del UPFC en la regulación del flujo de potencia. Asimismo, se define el control de la magnitud de voltaje en el nodo 3 a $V_3^{sp} = 1.0$ p.u., además de establecer el control del voltaje en el nodo común de corriente directa, fijando $V_{dc} = 1.0$ p.u. La validación del modelo del UPFC se realiza mediante la comparación de los perfiles de voltaje y los flujos de potencia reportados en [Acha E.04], bajo la consideración de que, en los convertidores que lo conforman, tanto las resistencias que representan las pérdidas por conmutación y conducción en los dispositivos IGBTs, como las reactancias y susceptancias de los filtros, se consideran despreciables.

La Tabla 4.11 reporta los valores de voltajes nodales en los nodos que conforman el sistema de estudio, tanto en el caso base, como en el modelo propuesto del UPFC. El análisis de estos resultados demuestra que los valores de voltaje y ángulos de fase de los voltajes nodales coinciden con los reportados en [Acha E.04]. Además, los voltajes de V_{vi1} y V_{vi2} coinciden con los voltajes de las fuentes de voltaje, tanto en derivación como en serie respectivamente. La utilización de este dispositivo ha permitido alcanzar los objetivos de control establecidos, donde se logra controlar los flujos de potencia $P_{6-4} + jQ_{6-4} = 40 + j2$ MVA, además de controlar la magnitud de voltaje en el valor requerido de $V_3 = 1.0$ pu, tal como se refleja en los valores de voltaje y ángulo presentados en la tabla. Lo anterior valida la precisión del modelo

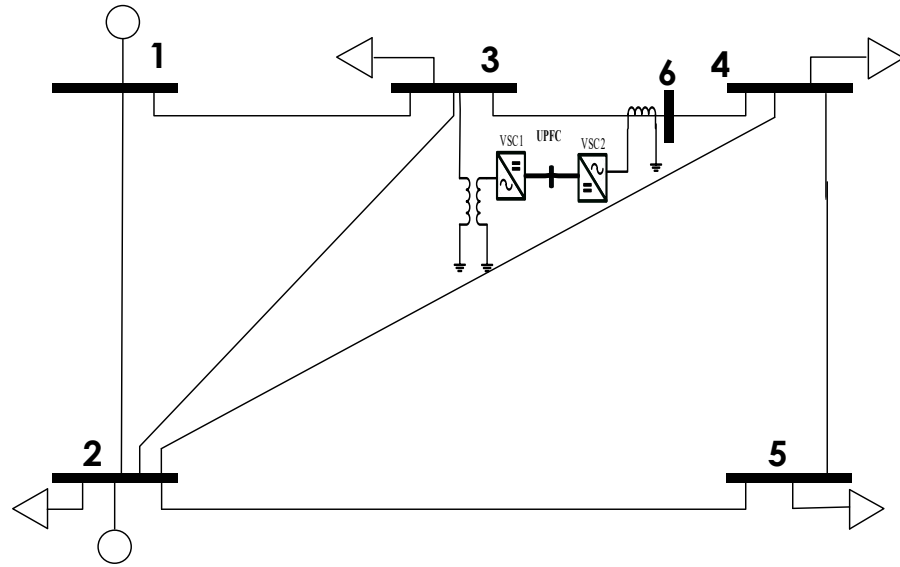


Figura 4.8: Diagrama unifilar del sistema de 5 nodos con UPFC

propuesto y la correcta implementación del UPFC en la red de AC. Para obtener la solución del sistema de restricciones de desajuste asociado al modelo UPFC y el sistema se requirió de tres iteraciones.

En la primera fila de la Tabla 4.12 se reporta la solución de las variables de estado, pérdidas internas y los flujos de potencia del VSC en derivación, mientras que la segunda fila corresponde al convertidor en serie, los cuales conforman el UPFC.

Una observación de estos resultados es que en un UPFC sin pérdidas, la potencia activa utilizada por el convertidor en serie para el control del flujo de potencia se obtiene por medio del convertidor en derivación desde la red de AC, fluyendo a través del enlace de DC. Esto se comprueba en las potencias de P_{dcac1} y P_{dcac2} , donde la potencia activa que sale del nodo dc del convertidor en derivación es igual a la potencia activa que entra al convertidor en serie por medio del nodo dc , cumpliendo así la restricción de potencia activa en el enlace de DC, para un UPFC sin pérdidas [Acha E.04].

El número de iteraciones requerido para la convergencia de la solución de este

Tabla 4.11: Comparación de magnitud y fase de voltajes entre modelo UPFC de fuente de voltajes y el modelo propuesto aplicado al sistema de 5 nodos

Nodo	Base [Acha E.04]		Implementado	
	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)
1	1.06	0	1.0600	0.000
2	1.00	-1.77	1.0000	-1.769
V_s (3)	1.00	-6.02	1.0000	-6.016
4	0.992	-3.19	0.9917	-3.191
5	0.975	-4.97	0.9745	-4.974
V_m (6)	0.997	-2.51	0.9965	-2.512
V_{ac1} (7)	-	-	1.0173	-6.006
V_{vi1} (8)	1.0173	- 6.0055	1.0173	-6.006
V_{ac2} (9)	-	-	0.1013	-92.731
V_{vi2} (10)	0.1013	- 92.73	0.1013	-92.731
$P_{6-4} + jQ_{6-4}$	40	+j2 MVA	40.0000	+j2.0000 MVA

Tabla 4.12: Flujos de potencia de las estaciones VSC del UPFC con pérdidas despreciables para el sistema de 5 nodos

VSC	$m_{a1/2}$	$\phi_{1/2}$	$P_{dcac1/2}$	$P_{acdc1/2}$	$P_{loss1/2}$	$Q_{acvi1/2}$	$Q_{viac1/2}$	$P_{svi1}/P_{vi2-inj}$	$Q_{svi1}/Q_{vi2-inj}$	$I_{vsc1/2}$
		grados	MW	MW	MW	MVAR	MVAR	MW	MVAR	p.u.
VSC ₁	0.8307	-6.006	0.188	-0.188	0.00	17.642	-17.642	-0.188	-17.341	0.173
VSC ₂	0.0827	-92.731	-0.188	-0.188	0.00	4.067	-4.067	0.188	4.065	0.402

sistema fue de 3. Finalmente, en la Tabla 4.13 se muestra el voltaje del nodo de dc del UPFC, que fue ajustado a 1 pu, por medio del control del ángulo de fase del VSC.

Tabla 4.13: Resultado de voltajes nodales de DC del UPFC para el caso implementado en el sistema de 5 nodos.

Nodo	V (p.u.)
V_{dc} (11)	1.0

4.5.3. Límites operativos UPFC

Considerando el sistema de estudio de 5 nodos anterior y mismos objetivos de control, en esta etapa se incorporan las resistencias y reactancias asociadas al dispositivo, así como los elementos de filtrado correspondientes. Esta configuración se toma como caso base. Adicionalmente, se establecen límites operativos de corriente y de índice de modulación en el UPFC. Para ello, se realizan las siguientes modificaciones: para el segundo caso, el límite inferior del índice de modulación del convertidor serie se incrementa de 0.01 a 0.13. Así mismo, para el tercer caso, se reduce la corriente máxima del convertidor en derivación de $I_{vsc1}^{max} = 0.5$ p.u. a 0.3 p.u. y la corriente del convertidor serie de $I_{vsc2}^{max} = 0.5$ p.u. a 0.1 p.u.

Tabla 4.14: Comparación de voltajes en buses Base, límite mínimo de m_a y límite máximo de I_{vsc}

Casos	Base		m_{a2}^{min}		I_{vsc1}^{max} - I_{vsc2}^{max}	
	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)
1	1.0600	0.000	1.0600	0.000	1.0600	0.000
2	1.0000	-1.832	1.0000	-1.680	1.0000	-1.974
V_s (3)	1.0000	-6.270	1.0000	-6.953	0.9936	-5.581
4	0.9917	-3.253	0.9967	-2.310	0.9875	-4.119
5	0.9745	-5.036	0.9763	-4.614	0.9730	-5.425
V_m (6)	0.9965	-2.575	1.0028	-1.443	0.9914	-3.615
V_{ac1} (7)	1.0315	-6.566	1.0372	-7.277	1.0100	-5.892
V_{vi1} (8)	1.0187	-6.446	1.0220	-7.147	1.0034	-5.765
V_{ac2} (9)	0.1126	-93.083	0.1581	-95.260	0.0700	-94.236
V_{vi2} (10)	0.1046	-92.902	0.1478	-95.326	0.0640	-93.934
$P_{6-3} + jQ_{6-3}$	-40.0000	-2.0000 MVA	-51.5687	-2.5784 MVA	-29.6993	-1.9981 MVA

La Tabla 4.14 muestra la solución de las magnitudes y ángulos de voltajes nodales para tres casos mencionados: el caso base con sus componentes del modelo completo y dentro de límites operativos, la violación del límite mínimo del índice de modulación

m_{a2}^{min} , y la violación del límite máximo de la corriente de ambos convertidores $I_{vsc1}^{max} - I_{vsc2}^{max}$.

En el caso base, el modelo del UPFC logra cumplir satisfactoriamente con los objetivos de control establecidos, tanto en la regulación de voltaje como en el flujo de potencia. Para el segundo caso, al violar la restricción en el índice de modulación mínimo del convertidor serie, éste se fija en $m_{a2} = 0.13$, tal como se reporta en la Tabla 4.15. Esta condición ocasionó que el control de flujo de potencia haya sido de $P_{6-3} + jQ_{6-3} = -51.5687 - j2.5784$ MVA, el cual difiere de la potencia requerida $P_{6-3}^{sp} + jQ_{6-3}^{sp} = -40 - j2$ MVA. A pesar de ello, el convertidor en derivación mantiene la magnitud de voltaje en el nodo 3 en el valor deseado de 1.0 p.u. Esto nos demuestra que el control de los convertidores es independiente entre sí. Para el tercer caso, la violación de I_{vsc1}^{max} y I_{vsc2}^{max} en ambos convertidores provoca que el objetivo de control no se cumpla, lo cual ocasiona que las corrientes de ambos VSCs se fijen en su límite violado como se muestra en la Tabla 4.15, y la magnitud de voltaje en el nodo 3 sea de $V_3 = 0.9936$ p.u., menor a la magnitud de voltaje especificada de 1.0 p.u. El control de potencia a través de la línea también se ve afectado, de tal modo que sólo se controla $P_{6-4} + jQ_{6-4} = -29.6993 + j1.9981$ MVA, diferente de los valores especificados $P_{6-3}^{sp} + jQ_{6-3}^{sp} = -40 - j2$ MVA.

En la Tabla 4.15 se especifica el índice de modulación y el ángulo de fase de los VSCs, los flujos de potencia internos entre los nodos que conforman el UPFC, además de la corriente y las pérdidas internas de cada uno de los VSCs que conforman el UPFC.

En la Tabla 4.16 se muestra el voltaje del nodo de dc del UPFC, que fue ajustado a 1 pu, por medio del control del ángulo de fase del VSC, el cual se mantiene en la magnitud especificada independientemente de los diferentes casos de estudios. Finalmente, el número de iteraciones requeridas para alcanzar la convergencia en la solución del flujo de potencia fue de 4, 5 y 6 iteraciones para el caso base, segundo y tercer caso de violación de límites operativos, respectivamente.

Tabla 4.15: Flujos de potencia de las estaciones VSC del UPFC del sistema de 14 nodos

Caso	VSC	$m_{a1/2}$	$\phi_{1/2}$	$P_{dcac1/2}$	$P_{acdc1/2}$	$P_{loss1/2}$	$Q_{acvi1/2}$	$Q_{viac1/2}$	$P_{svi}/P_{vi2-inj}$	$Q_{svi1}/Q_{vi2-inj}$	$I_{vsc1/2}$
			grados	MW	MW	MW	MVAR	MVAR	MW	MVAR	p.u.
base	VSC ₁	0.8384	-6.566	-1.618	3.132	1.51	18.953	-19.021	3.132	-18.663	0.186
	VSC ₂	0.0901	-93.083	1.618	0.186	1.80	4.518	-4.200	-0.186	4.200	0.401
m_{a2}^{min}	VSC ₁	0.8427	-7.277	-1.936	3.454	1.52	22.538	-22.513	3.454	-22.016	0.220
	VSC ₂	0.1300	-95.260	1.936	-0.135	1.80	8.128	-7.607	0.135	7.607	0.514
I_{vsc1}^{max}	VSC ₁	0.8207	-5.892	-1.685	3.201	1.52	9.580	-9.812	3.201	-9.706	0.100
I_{vsc2}^{max}	VSC ₂	0.0553	-94.236	1.685	0.118	1.80	2.098	-1.919	-0.118	1.919	0.300

Tabla 4.16: Resultado de voltajes nodales de DC del UPFC aplicando límites en el sistema de 5 nodos.

Casos	Base	m_{a1}^{min}	$I_{vsc1}^{max}-I_{vsc2}^{max}$
Nodo	V (p.u.)	V (p.u.)	V (p.u.)
$V_{dc}(11)$	1.0	1.0	1.0

4.5.4. Sistema de 14 nodos

En el sistema de prueba IEEE de 14 nodos, se analiza la operación de un UPFC instalado entre los nodos 13 y 15, cuyo objetivo es controlar tanto el flujo de potencia activa como reactiva en la línea 13–6, además de la magnitud de voltaje en el nodo 13. En condiciones simples sin UPFC, el flujo de potencia en la línea 13–6 es de $P_{13-6} + jQ_{13-6} = -17.528 - j6.754$ MVA, y la magnitud del voltaje en el nodo 13 es de $V_{13} = 1.0504$ p.u. Para implementar el control del sistema con el UPFC, se introduce el nodo 15, que actúa como nodo auxiliar de recepción. Como se muestra en la Figura 4.9, el dispositivo se instala entre los nodos 13 y 15 de la red para controlar el flujo deseado en la línea de $P_{15-13}^{sp} + jQ_{15-13}^{sp} = 35 + j5$ MVA. De modo que, en la entrada de la línea se reciba una potencia de $-35 - j5$ MVA, mientras que la magnitud del voltaje en el nodo 13 se controla a $V_{13}^{sp} = 1.08$ p.u. Además, el voltaje en el nodo común de corriente directa tiene una consigna de control a un valor de $V_{dc}^{sp} = 0.85$ p.u.

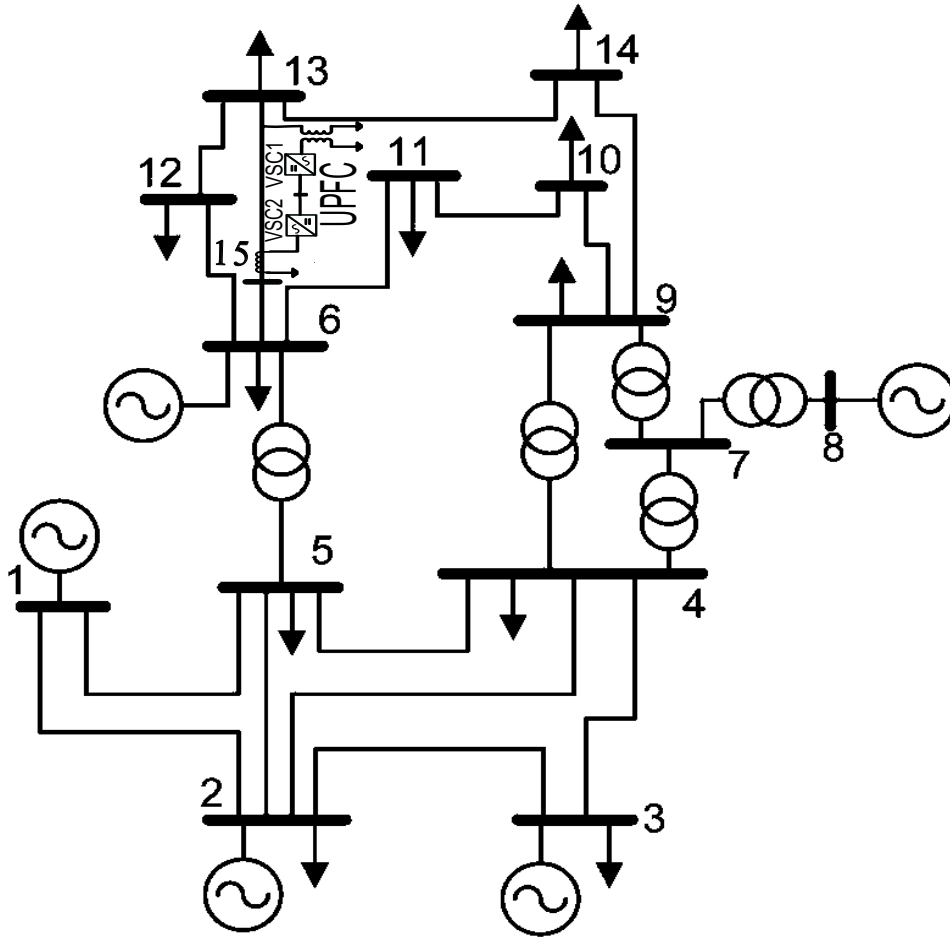


Figura 4.9: Diagrama unifilar del sistema de 14 nodos con UPFC

Se consideran dos escenarios de operación para evaluar el desempeño del modelo propuesto. En el primer caso, el UPFC opera dentro de sus límites establecidos, cumpliendo con los objetivos de control sin restricciones activas. En el segundo caso, se simulan condiciones en las que ambos convertidores que conforman el UPFC alcanzan límites operativos que restringen su capacidad de control. Para este fin, se realizan las siguientes modificaciones: la magnitud de voltaje a controlar en el nodo 13 se incrementa a $V_{13}^{sp} = 1.09$ p.u., y el flujo de potencia especificado se actualiza a $P_{15-13}^{sp} + jQ_{15-13}^{sp} = 25 + j2$ MVA.

La Tabla 4.17 presenta los valores de magnitud y ángulo de voltaje nodales del sistema y UPFC para ambos escenarios de operación. Por su parte, la Tabla 4.18 muestra los valores de los índices de modulación, ángulos de disparo, pérdidas internas y los flujos de potencia asociados a los convertidores que integran el UPFC. En el caso base, se verifica que el modelo cumple de manera satisfactoria con los objetivos de control establecidos, tanto el control de magnitud de voltaje como del flujo de potencia, como se observa en la columna correspondiente.

Tabla 4.17: Comparación de voltajes en buses: Caso base y límites máximos de m_{a1}^{max} y m_{a2}^{min}

Nodo	Base		$m_{a1}^{max} - m_{a2}^{min}$		Nodo	Base		$m_{a1}^{max} - m_{a2}^{min}$	
	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)		V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)
1	1.0600	0.000	1.0600	0.000	11	1.0435	-16.574	1.0435	-16.235
2	1.0450	-4.988	1.0450	-4.982	12	1.0631	-14.669	1.0659	-14.955
3	1.0100	-12.677	1.0100	-12.676	V_s (13)	1.0800	-13.132	1.0804	-14.078
4	1.0207	-10.290	1.0209	-10.297	14	1.0550	-14.532	1.0560	-15.062
5	1.0204	-8.925	1.0208	-8.890	V_m (15)	1.0407	-17.846	1.0480	-17.205
6	1.0700	-15.669	1.0700	-15.330	V_{ac1} (16)	1.0236	-13.188	1.0307	-14.132
7	1.0678	-12.684	1.0683	-12.824	V_{vi1} (17)	1.0237	-13.188	1.0307	-14.131
8	1.0900	-12.684	1.0900	-12.824	V_{ac2} (18)	0.1292	53.900	0.0933	52.008
9	1.0672	-13.915	1.0684	-14.123	V_{vi2} (19)	0.1289	53.874	0.0930	51.960
10	1.0254	-17.245	1.0254	-16.906					
$P_{15-13} + jQ_{15-13}$		35.0000 +j5.0000 MVA		29.3501 +j2.3480 MVA					

En el segundo escenario, al activarse las restricciones operativas, el convertidor en derivación alcanza su límite máximo de índice de modulación, fijándose en dicho valor de 0.99. Como consecuencia, la magnitud de voltaje en el nodo 13 sólo puede ser controlada hasta un máximo de 1.0804 p.u., por debajo del valor especificado de 1.09 p.u. Por su parte, el convertidor en serie fija su índice de modulación en 0.09, debido a que el flujo de potencia solicitado es menor al mínimo que puede controlar. Bajo esta condición, el flujo resultante en la línea controlada es de $P_{15-13} + jQ_{15-13} = 29.3501 + j2.3480$ MVA donde difiere de la potencia requerida de $P_{15-13}^{sp} + jQ_{15-13}^{sp} = 25 + j2$ MVA. Los detalles de estos resultados se presentan en las Tablas 4.17 y 4.18.

Tabla 4.18: Flujos de potencia de las estaciones VSC del UPFC del sistema de 14 nodos

Caso	VSC	$m_{a1/2}$	$\phi_{1/2}$	$P_{dcac1/2}$	$P_{acdc1/2}$	$P_{loss1/2}$	$Q_{acv1/2}$	$Q_{viac1/2}$	$P_{svi}/P_{vi2-inj}$	$Q_{svi1}/Q_{vi2-inj}$	$I_{vsc1/2}$
			grados	MW	MW	MW	MVAR	MVAR	MW	MVAR	p.u.
base	VSC ₁	0.9832	-13.188	-0.918	1.135	0.22	-7.897	2.658	1.135	2.665	0.078
	VSC ₂	0.1244	53.900	0.918	-0.772	0.15	4.238	-4.310	0.772	4.310	0.333
m_{a1}^{max}	VSC ₁	0.9900	-14.132	-0.880	1.096	0.22	-0.445	-4.866	1.096	-4.845	0.011
m_{a2}^{min}	VSC ₂	0.0900	52.008	0.880	-0.732	0.15	2.474	-2.509	0.732	2.509	0.276

El voltaje en el nodo común de corriente directa permanece constante en un valor de 0.85 p.u. en ambos escenarios analizados, como se resume en la Tabla 4.19. Finalmente, el número de iteraciones requeridas para alcanzar la convergencia en la solución del flujo de potencia fue de 4 para el caso base y de 6 cuando se presentaron violaciones a los límites operativos del UPFC.

Tabla 4.19: Resultado de voltajes nodales de DC del STATCOM aplicando límites en el sistema de 14 nodos.

Casos	Base	$m_a^{max} - I_{vsc}^{max}$
Nodo	V (p.u.)	V (p.u.)
V_{dc} (17)	1.0	1.0

4.5.5. Sistema de 57 nodos

Para verificar el desempeño del modelo propuesto de UPFC en redes de mayor escala y múltiples dispositivos FACTS, se plantea un caso de estudio con el sistema IEEE de 57 nodos. En la Figura 4.10 se muestra el diagrama de la red original, en la cual se han reemplazado los compensadores fijos en derivación originalmente ubicados en los nodos 18, 25 y 53 por controladores del tipo STATCOM y UPFC. A fin de regular la magnitud del voltaje en dichos nodos. Los objetivos de control de los STATCOM son: el nodo 18 se controla con un valor de referencia de $V_{18}^{sh,sp} = 1.0007$ p.u., mientras que en el nodo 25 se busca mantener una magnitud de $V_{25}^{sh,sp} = 0.9827$ p.u. Para ello, los voltajes del enlace de corriente directa se especificaron en $V_{dc}^{sh,sp} =$

1.0 p.u. para el STATCOM ubicado en el nodo 18, y en $V_{dc}^{sh,sp} = 1.3$ p.u. para el instalado en el nodo 25.

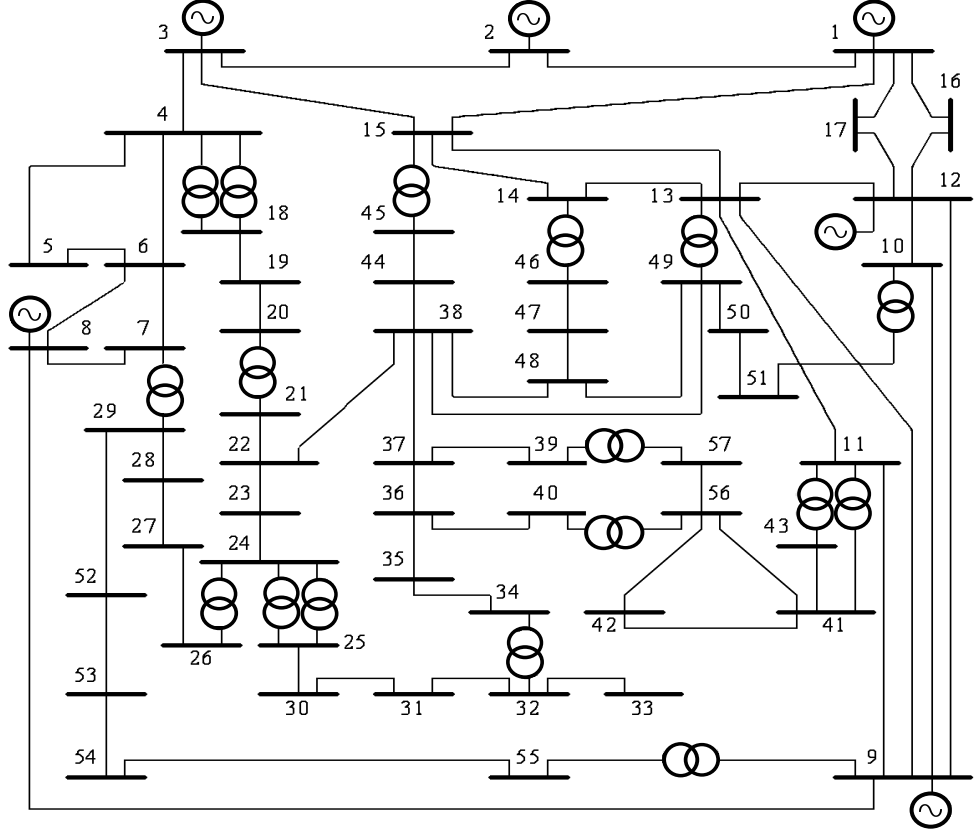


Figura 4.10: Diagrama unifilar del sistema de 57 nodos

Adicionalmente, se incorpora un controlador UPFC entre los nodos 53 y 58, con el objetivo de regular simultáneamente la magnitud del voltaje en el nodo 53 y los flujos de potencia activa y reactiva sobre la línea 53–54. En condiciones originales, la inyección de potencia del nodo 53 al inicio de esta línea es de $-7.569 - j4.470$ MVA. Para lograr el control deseado, se añade el nodo 58 como nodo de recepción auxiliar, controlando ahora los flujos de potencia especificados de $P_{53-58}^{sp} + jQ_{53-58}^{sp} = 15 - j4$ MVA, de manera que a la línea se le inyecten $-15 + j4$ MVA. Además, la magnitud de voltaje en el nodo 53 se especifica a $V_{53}^{sp} = 0.971$ p.u. El voltaje del enlace de corriente directa para este dispositivo se fija en $V_{dc}^{sh,sp} = 0.9$ p.u., lo que permite cumplir tanto

la función de compensación reactiva como el control de flujo de potencia activa en la línea.

Finalmente, se implementa un segundo UPFC con el propósito de proteger al transformador que conecta los nodos 14 y 46, el cual presenta una inyección de potencia por parte del nodo 14 de $47.891 + j27.316$ MVA. Para evitar una posible sobrecarga, se incorporó el nodo 59 como nodo de recepción auxiliar, permitiendo regular el flujo de potencia en la entrada del transformador. En este caso, se define como referencia un flujo máximo permitido de $P_{14-59}^{sp} + jQ_{14-59}^{sp} = -45 - j25$ MVA, de modo que a la entrada del transformador reciba $45 + j25$ MVA y se establece una magnitud de voltaje de referencia en el nodo 14 de $V_{14}^{sp} = 1.0$ p.u. El voltaje del enlace de corriente directa para este UPFC se especifica en $V_{dc}^{sh,sp} = 1.0$ p.u.

En un segundo escenario operativo de prueba, se evalúan las restricciones de complementariedad asociadas a los límites de corriente e índice de modulación para los cuatro dispositivos controladores instalados en la red. Para ello, se modifican intencionadamente algunos puntos de operación con el objetivo de activar las condiciones fuera de límites factibles en los controladores. Las modificaciones realizadas son las siguientes: 1) El límite de corriente del STATCOM conectado al nodo 18 se reduce de 0.1 a 0.06 p.u. 2) El límite inferior del índice de modulación del STATCOM ubicado en el nodo 25 se incrementa de 0.6 a 0.80. 3) En el UPFC instalado entre los nodos 53 y 58, se ajusta el límite máximo del índice de modulación del convertidor en derivación de 0.9 a 0.87. De igual manera, en el convertidor serie se reduce el límite máximo de modulación de 0.3 a 0.1. 4) Finalmente, para el UPFC conectado entre los nodos 14 y 59, se incrementa el límite del índice de modulación del convertidor en derivación de 0.71 a 0.81. Adicionalmente, se disminuye el límite de corriente máxima de 1.0 a 0.5 p.u. del VSC serie con el objetivo de evaluar el comportamiento operativo de los modelos propuestos en sistemas de mayor escala.

En las Tablas 4.20 y 4.21, se muestran los voltajes obtenidos de la red y los controladores para los dos escenarios operativos descritos: caso base y con violación

de restricciones de cada dispositivo. En el caso base, se logró cumplir los objetivos de control descritos anteriormente de cada uno de los dispositivos, respectivamente. En el caso 2, se puede notar que los objetivos de control no fueron satisfechos. De tal manera, los convertidores se fijaron a sus límites violados como se muestran en las Tablas 4.22, 4.23 y 4.24: 1) Para el STATCOM conectado al nodo 18, queda operando en su límite máximo de corriente de 0.06 p.u. y la magnitud de voltaje es $V_{18}^{sh} = 0.9947$ p.u. en lugar del punto de ajuste especificado de 1.0007 p.u. 2) El STATCOM conectado al nodo 25, se fijó a su límite mínimo de modulación de 0.80, y la magnitud de voltaje es dada por $V_{25}^{sh} = 1.2548$ p.u., lo cual difiere de la consigna de control de 0.9827 p.u. 3) El UPFC conectado entre los nodos 53-58 no cumple con sus especificaciones de control, debido a la violación de sus límites. En el convertidor en derivación el índice de modulación resultante fue de 0.8700 y para el convertidor serie 0.1, fijados ambos a su límite máximo de índice de modulación. De tal manera, se obtiene una magnitud de voltaje de $V_{53} = 0.9568$ y $P_{53-58} + jQ_{53-58} = 12.3090 - 3.2824$ diferente a los valores especificados de 0.971 p.u. y 15 - j4 MVA, respectivamente. 4) El UPFC conectado entre el nodo 14 y 59 presentó los resultados donde el índice de modulación del convertidor en derivación alcanzó un valor mínimo de 0.8100, mientras que para el convertidor serie se ajustó a la corriente máxima de operación de 0.52 p.u. Como resultado, se obtuvo una magnitud de voltaje de $V_{14} = 1.0$ p.u. y un flujo de potencia $P_{14-59} + jQ_{14-59} = -41.5794 - 22.1819$ MVA, lo cual difiere de los valores de referencia especificados, que eran 0.98 p.u. y -45 - j25 MVA, respectivamente. La solución del flujo de potencia alcanzó la convergencia en 5 iteraciones en el caso base, con un tiempo computacional de 20 milisegundos. En cambio, cuando se presentaron violaciones a los límites operativos, la convergencia requirió 8 iteraciones y un tiempo de 30 milisegundos.

Tabla 4.20: Voltajes nodales para diferentes condiciones operativas de UPFCs y STATCOMs conectados al sistema de 57 nodos. (primera Tabla)

Casos	Base		Limitado			Base		Limitado	
Nodo	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)	Nodo	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)
1	1.0400	0.000	1.0400	0.000	19	0.9725	-13.300	0.9771	-13.799
2	1.0100	-1.178	1.0100	-1.194	20	0.9675	-13.559	0.9790	-14.299
3	0.9885	-5.998	0.9850	-6.013	21	1.0148	-13.034	1.0393	-13.774
4	0.9829	-7.294	0.9802	-7.363	22	1.0164	-12.991	1.0426	-13.790
5	0.9772	-8.415	0.9763	-8.583	23	1.0148	-13.041	1.0436	-13.954
6	0.9800	-8.501	0.9800	-8.716	24	1.0018	-13.147	1.0760	-15.950
7	0.9837	-7.291	0.9867	-7.646	V_{k2}^{sh} (25)	0.9827	-18.066	1.2548	-20.261
8	1.0050	-4.380	1.0050	-4.571	26	0.9605	-12.819	1.0248	-15.632
9	0.9844	-9.682	0.9831	-9.760	27	0.9805	-11.110	1.0094	-12.527
10	0.9892	-11.475	0.9904	-11.545	28	0.9947	-9.987	1.0108	-10.865
11	0.9831	-10.316	0.9801	-10.373	29	1.0078	-9.218	1.0162	-9.726
12	1.0150	-10.431	1.0150	-10.506	30	0.9635	-18.632	1.2197	-20.296
13	0.9921	-9.960	0.9856	-9.950	31	0.9383	-19.347	1.1510	-19.932
V_{s2} (14)	1.0000	-9.735	0.9809	-9.453	32	0.9545	-18.565	1.0912	-17.924
15	1.0004	-7.349	0.9939	-7.307	33	0.9522	-18.605	1.0892	-17.954
16	1.0134	-8.830	1.0133	-8.884	34	0.9663	-14.246	1.0150	-15.293
17	1.0175	-5.381	1.0174	-5.409	35	0.9735	-14.015	1.0136	-14.895
V_{k2}^{sh} (18)	1.0007	-11.740	0.9947	-11.843	36	0.9832	-13.755	1.0170	-14.486

Tabla 4.21: Voltajes nodales para diferentes condiciones operativas de los STATCOMs conectados al sistema de 57 nodos (segunda tabla)

Casos	Base		Limitado			Base		Limitado	
Nodo	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)	Nodo	V (p.u.)	θ (grados)	V (p.u.)	θ (grados)
37	0.9922	-13.573	1.0224	-14.239	55	1.0442	-11.387	1.0426	-11.279
38	1.0200	-12.883	1.0415	-13.474	56	0.9774	-16.103	0.9916	-16.567
39	0.9902	-13.618	1.0200	-14.267	57	0.9736	-16.615	0.9907	-17.160
40	0.9802	-13.778	1.0134	-14.471	$V_{m1}(58)$	0.9944	-16.379	1.0006	-15.422
41	1.0056	-14.148	1.0113	-14.225	$V_{m2}(59)$	0.9717	-9.762	0.9819	-10.585
42	0.9759	-15.579	0.9859	-15.840	$V_{ac1}^{sh}(60)$	0.9697	-11.770	0.9612	-11.874
43	1.0191	-11.461	1.0183	-11.531	$V_{vi1}^{sh}(61)$	0.9695	-11.769	0.9610	-11.873
44	1.0253	-12.007	1.0409	-12.428	$V_{ac2}^{sh}(62)$	0.9681	-18.076	1.2737	-20.267
45	1.0471	-9.448	1.0507	-9.485	$V_{vi2}^{sh}(63)$	0.9681	-18.076	1.2733	-20.267
46	1.0631	-11.413	1.0764	-12.076	$V_{ac1-1}(64)$	0.9789	-9.853	0.9590	-10.099
47	1.0386	-12.720	1.0545	-13.259	$V_{vi1-1}(65)$	0.9788	-9.853	0.9589	-10.099
48	1.0337	-12.802	1.0507	-13.319	$V_{ac2-1}(66)$	0.1270	88.667	0.1105	101.415
49	1.0450	-13.122	1.0559	-13.302	$V_{vi2-1}(67)$	0.1268	88.667	0.1103	101.430
50	1.0305	-13.529	1.0386	-13.651	$V_{ac1-2}(68)$	1.0671	-9.682	0.9921	-9.497
51	1.0564	-12.553	1.0592	-12.598	$V_{vi1-2}(69)$	1.0665	-9.682	0.9920	-9.497
52	0.9797	-9.745	0.9733	-10.095	$V_{ac2-2}(70)$	0.0445	-96.965	0.0323	-146.365
$V_{s1}(53)$	0.9710	-9.841	0.9568	-10.106	$V_{vi2-2}(71)$	0.0441	-96.587	0.0318	-146.639
54	1.0143	-13.975	1.0167	-13.466					

Tabla 4.22: Flujos de potencia de las estaciones del STATCOM conectado en los nodos 18 y 25 de red de 57 nodos

Caso	Nodo k	m_a^{sh}	ϕ^{sh}	P_{dcac}^{sh}	P_{acdc}^{sh}	P_{loss}^{sh}	Q_{acvi}^{sh}	Q_{viac}^{sh}	P_{kvi}^{sh}	Q_{kvi}^{sh}	I_{vsc}^{sh}
			grados	MW	MW	MW	MVAR	MVAR	MW	MVAR	p.u.
base	18	0.7917	-11.770	0.000	0.500	0.50	8.556	-8.931	0.500	-8.849	0.088
	25	0.6080	-18.076	0.000	0.169	0.17	4.122	-5.059	0.169	-5.032	0.043
Limitado	18	0.7848	-11.874	0.000	0.500	0.50	5.745	-6.114	0.500	-6.075	0.060
	25	0.8000	-20.267	0.000	0.169	0.17	56.266	-57.868	0.169	-55.884	0.442

Tabla 4.23: Flujos de potencia de las estaciones VSC del UPFC conectado en los nodos 53-58 del sistema de 57 nodos

Caso	VSC	$m_{a1/2}$	$\phi_{1/2}$	$P_{dcac1/2}$	$P_{acdc1/2}$	$P_{loss1/2}$	$Q_{acvi1/2}$	$Q_{viac1/2}$	$P_{svi}/P_{vi2-inj}$	$Q_{svi1}/Q_{vi2-inj}$	$I_{vsc1/2}$
			grados	MW	MW	MW	MVAR	MVAR	MW	MVAR	p.u.
base	VSC ₁	0.8881	-9.853	-0.093	0.190	0.10	7.197	-7.675	0.190	-7.614	0.074
	VSC ₂	0.1152	88.667	0.093	0.004	0.10	2.036	-2.041	-0.004	2.041	0.160
Limitado	VSC ₁	0.8700	-10.099	0.201	-0.104	0.10	1.619	-2.079	-0.104	-2.074	0.017
	VSC ₂	0.1000	101.415	-0.201	0.299	0.10	1.412	-1.417	-0.299	1.417	0.131

Tabla 4.24: Flujos de potencia de las estaciones VSC del UPFC conectado en los nodos 14-59 caso base sistema de 57 nodos

Caso	VSC	$m_{a1/2}$	$\phi_{1/2}$	$P_{dcac1/2}$	$P_{acdc1/2}$	$P_{loss1/2}$	$Q_{acvi1/2}$	$Q_{viac1/2}$	$P_{svi}/P_{vi2-inj}$	$Q_{svi1}/Q_{vi2-inj}$	$I_{vsc1/2}$
			grados	MW	MW	MW	MVAR	MVAR	MW	MVAR	p.u.
base	VSC ₁	0.8714	-9.682	1.107	-0.986	0.12	70.346	-70.871	-0.986	-66.454	0.659
	VSC ₂	0.0344	-96.965	-1.107	1.297	0.19	2.087	-2.058	-1.297	2.058	0.552
Limitado	VSC ₁	0.8100	-9.497	-0.630	0.750	0.12	10.559	-11.049	0.750	-10.925	0.107
	VSC ₂	0.0274	-146.365	0.630	-0.490	0.14	1.536	-1.511	0.490	1.511	0.500

La Tabla 4.25 contiene los resultados de los voltajes de DC de los controladores para ambos escenarios operativos, en los cuales los voltajes de los nodos dc se mantienen controlados a sus valores especificados, aun cuando se presentan violaciones de límites operativos de los dispositivos.

Tabla 4.25: Voltajes nodales de los nodos de dc de UPFC Y STATCOM en el sistema de 57 nodos.

Casos	sin violación de límites	con violación de límites
Nodo dc	V (p.u.)	V (p.u.)
$V_{dc1}^{sh}(74)$	1.0	1.0
$V_{dc2}^{sh}(75)$	1.3	1.3
$V_{dc-1}(76)$	0.9	0.9
$V_{dc-2}(77)$	1.0	1.0

4.6. Conclusiones

En este capítulo se propone un modelo del UPFC adecuado para el estudio de flujos de potencia en redes de transmisión considerando explícitamente los VSCs que lo conforman al controlador. El modelo ha sido implementado en la formulación del problema de flujos de potencia, donde se considera de manera automática el ajuste de sus límites físicos y operativos durante el proceso iterativo de solución, sin tener que recurrir al uso de revisión de estos límites por medio de cumplimiento de condicionales al final de cada paso iterativo.

La validez y versatibilidad del modelo propuesto ha sido demostrada mediante diversos casos de estudio.

Capítulo 5

Conclusiones y Trabajos Futuros

5.1. Conclusiones generales

En el presente trabajo de investigación se planteó, desarrolló e implementó una formulación precisa y flexible para el modelado matemático de los controladores STATCOM y UPFC, partiendo de una representación detallada a frecuencia fundamental del convertidor VSC que los conforma, orientado al análisis de flujo de potencia en redes eléctricas.

La propuesta integra de forma explícita en el conjunto de variables de estado los voltajes y ángulos de fase de los nodos conectados a las terminales de AC y DC de los convertidores que conforman los controladores, el índice de modulación, el ángulo de disparo y la potencia reactiva generada correspondientes. Además, las restricciones físicas y operativas de los convertidores se incorporan directamente mediante ecuaciones de complementariedad basadas en FBMF. Esta formulación permite representar los modos de control externo, el limitador de corriente, el control interno y los límites de índice de modulación, con lo cual se garantiza una solución factible para el análisis de flujos de potencia que contienen dispositivos STATCOM y UPFC basados en VSC.

La solución simultánea de todas las variables del sistema AC - DC y aquellas asociadas a la operación de los dispositivos modelados, se obtiene mediante el método de Newton-Raphson aplicado a las restricciones del sistema eléctrico estudiado. Este enfoque permite que las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva, restricciones de control y de límites operativos de los dispositivos se satisfagan automáticamente durante el proceso iterativo del estudio de flujo de potencia, omitiendo la necesidad de verificar los límites operativos externamente. Como resultado, se obtiene una solución de flujos de potencia factible en un marco de solución unificado en redes de AC-DC.

En los casos de prueba, los resultados validan la capacidad del modelo propuesto para representar con precisión el comportamiento de los dispositivos FACTS bajo distintos escenarios de operación, incluidos aquellos con violación de límites operativos. Lo anterior confirma el potencial de la metodología desarrollada como una herramienta eficiente para estudios de planificación, control y operación de sistemas eléctricos AC-DC que contienen STATCOMs y/o UPFCs.

5.2. Trabajos futuros

Basado en la investigación presentada en esta tesis, se establecen algunas de las posibles vías de investigación futuras:

- El modelo propuesto de STATCOM y UPFC podría extenderse para la aplicación en el estudio de flujos óptimos de potencia, incorporando las características económicas del sistema eléctrico, lo que permitiría encontrar la mejor configuración de operación de estos dispositivos buscando minimizar pérdidas, cumplir con las restricciones de límites operativos y lograr los objetivos de control.
- Otra línea de investigación consiste en adaptar el modelo propuesto para el

análisis de estimación de estado en régimen estacionario, donde las variables de los STATCOM Y UPFC se integran al conjunto de variables convencionales a estimar en una formulación unificada AC-DC. Incluyendo restricciones de desigualdad por medio de las cuales, las variables del sistema se limitan a rangos viables para obtener un resultado de la estimación factible.

- Se sugiere la realización de estudios eléctricos en estado estable donde se incluyan los modelos de los dispositivos propuestos y fuentes de energía renovables, ya que estos dispositivos se encuentran integrados de manera conjunta, debido a la necesidad de estabilidad de voltaje y compensaciones rápidas debido a la naturaleza intermitente de estas fuentes de energía. Con estos dispositivos se puede controlar y redireccionar el flujo de energía renovable, evitando congestiones y reduciendo pérdidas.
- Se plantea la realización del modelado matemático del funcionamiento y comportamiento dinámico de STATCOM y UPFC, para análisis de estabilidad y dinámica del sistema. Este modelo deberá incorporar los lazos de control de corriente externo e interno que modele el control realizado por cada VSC, que conforma los dispositivos. Dependiendo de los modos de control seleccionados se establecería un lazo de control externo correspondiente, que genera las corrientes de referencia que procesa el control de lazo interno. Este último proceso, determinaría el ángulo de fase e índice de modulación necesarios para el control que realiza el VSC, dentro de los límites operativos.
- El desarrollo de una versión basada en el método de Newton–Raphson desacoplado rápido (NRDR), la cual podría ofrecer mejoras significativas en términos de eficiencia computacional y rapidez de convergencia al abordar problemas de gran escala.
- La adaptación del enfoque propuesto para aplicaciones en tiempo real, explo-

rando su integración con plataformas de simulación en tiempo real (RTDS, por sus siglas en inglés) o con sistemas de supervisión y control (SCADA, por sus siglas en inglés), con el objetivo de evaluar su viabilidad práctica en distintos escenarios de operación.

- La extensión del modelo hacia un marco de análisis trifásico detallado, con el fin de representar con mayor precisión los efectos asociados a desbalances y condiciones no ideales. Esta generalización resultaría especialmente útil en estudios donde dichos fenómenos tienen un impacto significativo, siempre que su incorporación sea viable y justificable de acuerdo con el problema a analizar.
- Finalmente, se propone el desarrollo de nuevos modelos de los dispositivos FACTS de estudio basados en convertidores modulares multಿನivel (MMC, por sus siglas en inglés) para el análisis en estado estable, ya que este nuevo modelo de convertidor presentan ventajas como mejor calidad de onda reduciendo la necesidad de filtros, puede diseñarse para operar a niveles de tensión mayor sin requerir transformadores reductores de acoplamiento y mayor eficiencia, presentado menores pérdidas por conmutación comparado con los basados en VSC.

Apéndice A

Derivación matemática de los modelos FACTS

A.1. Convertidor de fuente de voltaje

Considerando la Figura A.1(a), se obtienen las ecuaciones de inyección de corriente nodal en términos de la matriz de admitancias y voltajes nodales para el modelo VSC [Martínez-Parrales21]. Esta formulación es fundamental para derivar las ecuaciones de flujos de potencia, permitiendo analizar el comportamiento del sistema en términos de transferencia de potencia activa y reactiva. Obteniendo las ecuaciones de inyección de corriente para el VSC en sus terminales dc y ac .

Aplicado KCL en el nodo dc ,

$$\bar{I}_{dc} = \bar{I}_{dcac}' + I_G \quad (A.1)$$

Utilizando la Ley de Ohm para obtener I_G en términos de la conductancia g_{sw} ,

$$I_G = g_{sw} V_{dc} \quad (A.2)$$

El transformador utilizado para relacionar voltajes y corrientes en el convertidor tiene un tap complejo. Dado que se debe preservar la invariancia en potencia y con

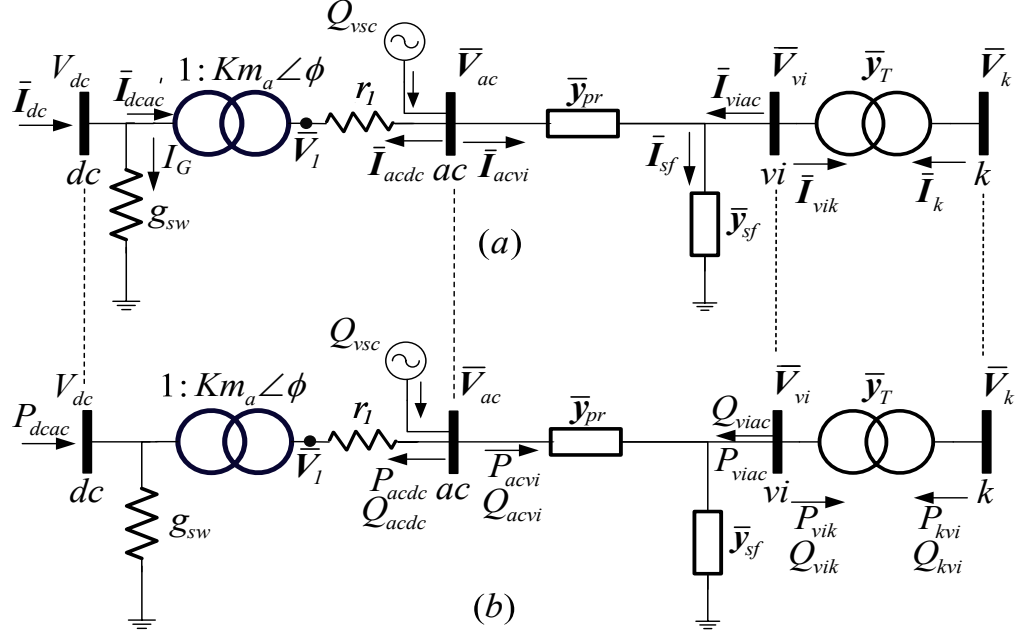


Figura A.1: Modelo de circuito equivalente de secuencia positiva de estación VSC (a) flujo de corrientes nodales y, (b) flujos de potencia activa y reactiva entre nodos

base a la definición de potencia compleja, la relación de transformación de corrientes corresponde al complejo conjugado de la relación de transformación de voltajes: $t_{corrientes} = t_{voltajes}^*$. Con base a lo anterior, la corriente $\bar{I}_{dcac}'$ es definida por,

$$\bar{I}_{dcac}' = -Km_a \angle -\phi \bar{I}_{acdc} \quad (A.3)$$

Sustituyendo las ecuaciones (A.2) y (A.3) en la ecuación (A.1),

$$\bar{I}_{dc} = -Km_a \angle -\phi \bar{I}_{acdc} + g_{sw} V_{dc} \quad (A.4)$$

La corriente que fluye a través de la conductancia g_1 es:

$$\bar{I}_{acdc} = (\bar{V}_{ac} - \bar{V}_1) g_1 \quad (A.5)$$

donde

$$g_1 = (r_1)^{-1} \quad (A.6)$$

La relación entre el voltaje V_1 del lado de AC con el voltaje V_{dc} del convertidor es

$$\overline{\mathbf{V}}_1 = Km_a \angle \phi V_{dc} \quad (\text{A.7})$$

Remplazando la ecuación (A.7) en (A.5),

$$\overline{\mathbf{I}}_{acdc} = (\overline{\mathbf{V}}_{ac} - Km_a \angle \phi V_{dc})g_1 \quad (\text{A.8})$$

Sustituyendo (A.8) en la ecuación (A.4) obtenemos de manera explícita $\overline{\mathbf{I}}_{dc}$,

$$\overline{\mathbf{I}}_{dc} = -Km_a \angle -\phi (\overline{\mathbf{V}}_{ac} - Km_a \angle \phi V_{dc})g_1 + g_{sw} V_{dc} \quad (\text{A.9})$$

Agrupando términos:

$$\overline{\mathbf{I}}_{dc} = -Km_a \angle -\phi g_1 \overline{\mathbf{V}}_{ac} + (K^2 m_a^2 g_1 + g_{sw}) V_{dc} \quad (\text{A.10})$$

Expresando la relación de transformación compleja $Km_a \angle -\phi$ de su forma polar a rectangular,

$$\overline{\mathbf{I}}_{dc} = -Km_a g_1 (\cos(\phi) - j \sin(\phi)) \overline{\mathbf{V}}_{ac} + (K^2 m_a^2 g_1 + g_{sw}) V_{dc} \quad (\text{A.11})$$

Escribiendo en términos de admitancias nodales,

$$\overline{\mathbf{I}}_{dc} = \overline{\mathbf{Y}}_{acdc} \overline{\mathbf{V}}_{ac} + \overline{\mathbf{Y}}_{dc} V_{dc} \quad (\text{A.12})$$

La corriente $\mathbf{I}_{acdc}$, dada por la ecuación (A.8), se reescribe considerando la relación de transformación compleja en forma rectangular y agrupando términos:

$$\overline{\mathbf{I}}_{acdc} = g_1 \overline{\mathbf{V}}_{ac} - Km_a g_1 (\cos \phi + j \sin \phi) V_{dc} \quad (\text{A.13})$$

Escribiendo en términos de admitancias nodales,

$$\overline{\mathbf{I}}_{acdc} = \overline{\mathbf{Y}}_{acac1} \overline{\mathbf{V}}_{ac} + \overline{\mathbf{Y}}_{acdc} V_{dc} \quad (\text{A.14})$$

Escribiendo las ecuaciones (A.11) y (A.13) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_{acdc} \\ \bar{\mathbf{I}}_{dc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 & -Km_ag_1(\cos\phi + j\sin\phi) \\ -Km_ag_1(\cos\phi - j\sin\phi) & K^2m_a^2g_1 + g_{sw} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{V}}_{ac} \\ V_{dc} \end{bmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Reescribiendo en términos de admitancias nodales:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_{acdc} \\ \bar{\mathbf{I}}_{dc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Y}}_{acac1} & \bar{\mathbf{Y}}_{acdc} \\ \bar{\mathbf{Y}}_{dcac} & \bar{\mathbf{Y}}_{dcdc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{V}}_{ac} \\ V_{dc} \end{bmatrix} \quad (\text{A.16})$$

Con base en la ecuación (A.16), las ecuaciones para las inyecciones de potencia nodales del VSC son,

$$P_{acdc} = G_{acac1}V_{ac}^2 + V_{ac}V_{dc}[G_{acdc}\cos(\theta_{ac}) + B_{acdc}\sin(\theta_{ac})] \quad (\text{A.17})$$

$$Q_{acdc} = -B_{acac1}V_{ac}^2 + V_{ac}V_{dc}[G_{acdc}\sin(\theta_{ac}) - B_{acdc}\cos(\theta_{ac})] \quad (\text{A.18})$$

$$P_{dcac} = V_{dc}^2G_{dcdc} + V_{dc}V_{ac}[G_{dcac}\cos(-\theta_{ac}) + B_{dcac}\sin(-\theta_{ac})] \quad (\text{A.19})$$

$$Q_{dcac} = -V_{dc}^2B_{dcdc} + V_{dc}V_{ac}[G_{dcac}\sin(-\theta_{ac}) - B_{dcac}\cos(-\theta_{ac})] \quad (\text{A.20})$$

donde

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{Y}}_{acac1} &= G_{acac1} = g_1 \\ \bar{\mathbf{Y}}_{dcdc} &= G_{dcdc} = K^2m_a^2g_1 + g_{sw} \\ \bar{\mathbf{Y}}_{acdc} &= G_{acdc} + jB_{acdc} = -Km_ag_1(\cos\phi + j\sin\phi) \\ \bar{\mathbf{Y}}_{dcac} &= G_{dcac} + jB_{dcac} = -Km_ag_1(\cos\phi - j\sin\phi) \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Debe notarse que las primeras dos admitancias nodales solo tienen parte real. Al sustituir las ecuaciones (A.21) en las ecuaciones (A.17)–(A.20), se obtienen las siguientes expresiones más explícitas y desarrolladas:

$$P_{acdc} = g_1 V_{ac}^2 - K m_a g_1 V_{ac} V_{dc} \cos(\theta_{ac} - \phi) \quad (\text{A.22})$$

$$Q_{acdc} = -K m_a g_1 V_{ac} V_{dc} \sin(\theta_{ac} - \phi) \quad (\text{A.23})$$

$$P_{dcac} = (K^2 m_a^2 g_1 + g_{sw}) V_{dc}^2 - K m_a g_1 V_{dc} V_{ac} \cos(\phi - \theta_{ac}) \quad (\text{A.24})$$

$$Q_{dcac} = -K m_a g_1 V_{ac} V_{dc} \sin(\phi - \theta_{ac}) \quad (\text{A.25})$$

Obteniendo las ecuaciones de corriente en el sistema de filtrado del modelo VSC que se encuentra entre los nodos *ac* y *vi*. La corriente que fluye a través de la admitancia $\bar{\mathbf{y}}_{pr}$ es:

$$\bar{\mathbf{I}}_{acvi} = (\bar{\mathbf{V}}_{ac} - \bar{\mathbf{V}}_{vi}) \bar{\mathbf{y}}_{pr} \quad (\text{A.26})$$

Desarrollando los términos y escribiendo en términos de admitancias nodales

$$\bar{\mathbf{I}}_{acvi} = \bar{\mathbf{Y}}_{acac} \bar{\mathbf{V}}_{ac} + \bar{\mathbf{Y}}_{acvi} \bar{\mathbf{V}}_{vi} \quad (\text{A.27})$$

Utilizando KCL en el nodo *vi* se obtiene,

$$\bar{\mathbf{I}}_{viac} = \bar{\mathbf{I}}_{sf} - \bar{\mathbf{I}}_{acvi} \quad (\text{A.28})$$

Aplicando la Ley de Ohm para calcular $\bar{\mathbf{I}}_{sf}$ en términos de la admitancia $\bar{\mathbf{y}}_{sf}$,

$$\bar{\mathbf{I}}_{sf} = \bar{\mathbf{y}}_{sf} \bar{\mathbf{V}}_{vi} \quad (\text{A.29})$$

Sustituyendo (A.26) y (A.29) en la ecuación (A.28) obtenemos de manera explícita $\bar{\mathbf{I}}_{viac}$,

$$\bar{\mathbf{I}}_{viac} = \bar{\mathbf{y}}_{sf} \bar{\mathbf{V}}_{vi} - [(\bar{\mathbf{V}}_{ac} - \bar{\mathbf{V}}_{vi}) \bar{\mathbf{y}}_{pr}] \quad (\text{A.30})$$

Desarrollando y agrupando términos:

$$\bar{\mathbf{I}}_{viac} = (\bar{\mathbf{y}}_{sf} + \bar{\mathbf{y}}_{pr})\bar{\mathbf{V}}_{vi} - \bar{\mathbf{y}}_{pr}\bar{\mathbf{V}}_{ac} \quad (\text{A.31})$$

Escribiendo en términos de admitancias nodales,

$$\bar{\mathbf{I}}_{viac} = \bar{\mathbf{Y}}_{vivi1}\bar{\mathbf{V}}_{vi} + \bar{\mathbf{Y}}_{viac}\bar{\mathbf{V}}_{ac} \quad (\text{A.32})$$

Escribiendo las ecuaciones (A.26)- (A.27) y (A.31)- (A.32) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_{acvi} \\ \bar{\mathbf{I}}_{viac} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{y}}_{pr} & -\bar{\mathbf{y}}_{pr} \\ -\bar{\mathbf{y}}_{pr} & \bar{\mathbf{y}}_{sf} + \bar{\mathbf{y}}_{pr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{V}}_{ac} \\ \bar{\mathbf{V}}_{vi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Y}}_{acac2} & \bar{\mathbf{Y}}_{acvi} \\ \bar{\mathbf{Y}}_{viac} & \bar{\mathbf{Y}}_{vivi1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{V}}_{ac} \\ \bar{\mathbf{V}}_{vi} \end{bmatrix} \quad (\text{A.33})$$

Con base en la ecuación (A.33), las ecuaciones para las inyecciones de potencia nodales activa y reactiva de la reactancia y filtro son

$$P_{acvi} = G_{acac2}V_{ac}^2 + V_{ac}V_{vi}[G_{acvi}\cos(\theta_{ac} - \theta_{vi}) + B_{acvi}\sin(\theta_{ac} - \theta_{vi})] \quad (\text{A.34})$$

$$Q_{acvi} = -B_{acac2}V_{ac}^2 + V_{ac}V_{vi}[G_{acvi}\sin(\theta_{ac} - \theta_{vi}) - B_{acvi}\cos(\theta_{ac} - \theta_{vi})] \quad (\text{A.35})$$

$$P_{viac} = V_{vi}^2G_{vivi1} + V_{vi}V_{ac}[G_{viac}\cos(\theta_{vi} - \theta_{ac}) + B_{viac}\sin(\theta_{vi} - \theta_{ac})] \quad (\text{A.36})$$

$$Q_{viac} = -V_{vi}^2B_{vivi1} + V_{vi}V_{ac}[G_{viac}\sin(\theta_{vi} - \theta_{ac}) - B_{viac}\cos(\theta_{vi} - \theta_{ac})] \quad (\text{A.37})$$

donde:

$$\bar{\mathbf{y}}_{pr} = \frac{1}{\bar{\mathbf{z}}_{pr}} = \frac{1}{r_{pr} + jx_{pr}} \quad (\text{A.38})$$

$$\bar{y}_{sf} = \frac{1}{\bar{z}_{sf}} = \frac{1}{r_{sf} + jx_{sf}} \quad (\text{A.39})$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{acac2} &= G_{acac2} + jB_{acac2} = \bar{y}_{pr} \\ \bar{Y}_{vivi1} &= G_{vivi1} + jB_{vivi1} = \bar{y}_{pr} + \bar{y}_{sf} \\ \bar{Y}_{acvi} &= G_{acvi} + jB_{acvi} = -\bar{y}_{pr} \\ \bar{Y}_{viac} &= G_{viac} + jB_{viac} = -\bar{y}_{pr} \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

Las ecuaciones de corriente del transformador de acoplamiento en sus terminales vi y k se obtienen como se describe a continuación.

Las relaciones entre variables eléctricas en terminales de un transformador ideal son dadas por

$$\frac{\bar{V}_T}{\bar{V}_{vi}} = \frac{T}{1} \quad \text{y} \quad \frac{T}{1} = \frac{-\bar{I}_{vik}}{\bar{I}_k} \quad (\text{A.41})$$

La corriente a través de la admitancia y_T es,

$$\bar{I}_k = \bar{y}_T(\bar{V}_k - \bar{V}_T) = \bar{y}_T(\bar{V}_k - T\bar{V}_{vi}) \quad (\text{A.42})$$

Desarrollando los términos de (A.42) y escribiendo la ecuación resultante en términos de admitancias nodales

$$\bar{I}_k = \bar{Y}_{kk}\bar{V}_k + \bar{Y}_{kvi}\bar{V}_{vi} \quad (\text{A.43})$$

Además,

$$\bar{I}_{vik} = -T\bar{I}_k = \bar{y}_T(-T\bar{V}_k + T^2\bar{V}_{vi}) \quad (\text{A.44})$$

Desarrollando los términos y escribiendo en términos de admitancias nodales

$$\bar{I}_{vik} = \bar{Y}_{vivi2}\bar{V}_{vi} + \bar{Y}_{vik}\bar{V}_k \quad (\text{A.45})$$

Escribiendo las ecuaciones (A.42) - (A.45) en forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_k \\ \bar{I}_{vik} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_T & -T\bar{y}_T \\ -T\bar{y}_T & T^2\bar{y}_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{V}_{vi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{kk} & \bar{Y}_{kvi} \\ \bar{Y}_{vik} & \bar{Y}_{vivi2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k \\ \bar{V}_{vi} \end{bmatrix} \quad (\text{A.46})$$

Con base en la ecuación (A.46), las ecuaciones para las inyecciones de potencia en el transformador de acoplamiento son,

$$P_{kvi} = G_{kk}V_k^2 + V_kV_{vi}[G_{kvi}\cos(\theta_k - \theta_{vi}) + B_{kvi}\sin(\theta_k - \theta_{vi})] \quad (\text{A.47})$$

$$Q_{kvi} = -B_{kk}V_k^2 + V_kV_{vi}[G_{kvi}\sin(\theta_k - \theta_{vi}) - B_{kvi}\cos(\theta_k - \theta_{vi})] \quad (\text{A.48})$$

$$P_{vik} = V_{vi}^2G_{vivi2} + V_{vi}V_k[G_{vik}\cos(\theta_{vi} - \theta_k) + B_{vik}\sin(\theta_{vi} - \theta_k)] \quad (\text{A.49})$$

$$Q_{vik} = -V_{vi}^2B_{vivi2} + V_{vi}V_k[G_{vik}\sin(\theta_{vi} - \theta_k) - B_{vik}\cos(\theta_{vi} - \theta_k)] \quad (\text{A.50})$$

donde

$$\bar{\mathbf{y}}_T = \frac{1}{\bar{\mathbf{z}}_T} = \frac{1}{r_T + jx_T} \quad (\text{A.51})$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{Y}}_{kk} &= G_{kk} + jB_{kk} = \bar{\mathbf{y}}_T \\ \bar{\mathbf{Y}}_{vivi2} &= G_{vivi2} + jB_{vivi2} = T^2\bar{\mathbf{y}}_T \\ \bar{\mathbf{Y}}_{vik} &= \bar{\mathbf{Y}}_{kvi} = G_{kvi} + jB_{kvi} = -T\bar{\mathbf{y}}_T \end{aligned} \quad (\text{A.52})$$

Aplicando KCL en cada uno de los nodos y tomando en consideración las matrices de admitancias nodales (A.16), (A.33) y (A.46) podemos escribir de manera generalizada

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_{dc} \\ \bar{\mathbf{I}}_{ac} \\ \bar{\mathbf{I}}_{vi} \\ \bar{\mathbf{I}}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Y}}_{dc dc} & \bar{\mathbf{Y}}_{dc ac} & 0 & 0 \\ \bar{\mathbf{Y}}_{ac dc} & \bar{\mathbf{Y}}_{ac ac} & \bar{\mathbf{Y}}_{ac vi} & 0 \\ 0 & \bar{\mathbf{Y}}_{vi ac} & \bar{\mathbf{Y}}_{vi vi} & \bar{\mathbf{Y}}_{vik} \\ 0 & 0 & \bar{\mathbf{Y}}_{kvi} & \bar{\mathbf{Y}}_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{V}}_{dc} \\ \bar{\mathbf{V}}_{ac} \\ \bar{\mathbf{V}}_{vi} \\ \bar{\mathbf{V}}_k \end{bmatrix} \quad (\text{A.53})$$

donde

$$\bar{Y}_{acac} = G_{acac} + jB_{acac} = \bar{Y}_{acac1} + \bar{Y}_{acac2} \quad (A.54)$$

$$\bar{Y}_{vivi} = G_{vivi} + jB_{vivi} = \bar{Y}_{vivi1} + \bar{Y}_{vivi2}$$

Además, las admitancias nodales $\bar{Y}_{dcdc}$, $\bar{Y}_{dcac}$, $\bar{Y}_{acac1}$, $\bar{Y}_{acac2}$, $\bar{Y}_{acdc}$, $\bar{Y}_{acvi}$, $\bar{Y}_{vivi1}$, $\bar{Y}_{vivi2}$, $\bar{Y}_{viac}$, $\bar{Y}_{vik}$, $\bar{Y}_{vik}$ y $\bar{Y}_{kk}$ están definidas en las ecuaciones (A.21), (A.40) y (A.52).

Con base en la ecuación (A.53) y la Figura A.1(b), las ecuaciones para las inyecciones de potencia nodal en el convertidor son como se dan a continuación.

Para el nodo dc , las ecuaciones de inyección de potencia activa y reactiva corresponden a (A.19) y (A.20) respectivamente.

$$P_{dc} = P_{dcac} = V_{dc}^2 G_{dcdc} + V_{dc} V_{ac} [G_{dcac} \cos(-\theta_{ac}) + B_{dcac} \sin(-\theta_{ac})] \quad (A.55)$$

$$Q_{dc} = Q_{dcac} = -V_{dc}^2 B_{dcdc} + V_{dc} V_{ac} [G_{dcac} \sin(-\theta_{ac}) - B_{dcac} \cos(-\theta_{ac})] \quad (A.56)$$

En el nodo ac , la ecuación de inyección de potencia activa corresponde a la suma de (A.17) y (A.34), mientras que para la potencia reactiva se tiene el negativo de la inyección de la fuente de potencia reactiva más la suma de las ecuaciones (A.18) y (A.35):

$$\begin{aligned} P_{ac} = P_{acdc} + P_{acvi} &= G_{acac} V_{ac}^2 + V_{ac} V_{dc} [G_{acdc} \cos(\theta_{ac}) + B_{acvi} \sin(\theta_{ac})] \\ &+ V_{ac} V_{vi} [G_{acvi} \cos(\theta_{ac} - \theta_{vi}) + B_{acvi} \sin(\theta_{ac} - \theta_{vi})] \end{aligned} \quad (A.57)$$

$$\begin{aligned} Q_{ac} = -Q_{vsc} + Q_{acdc} + Q_{acvi} &= -Q_{vsc} - B_{acac} V_{ac}^2 \\ &+ V_{ac} V_{dc} [G_{acdc} \sin(\theta_{ac}) - B_{acdc} \cos(\theta_{ac})] \\ &+ V_{ac} V_{vi} [G_{acvi} \sin(\theta_{ac} - \theta_{vi}) - B_{acvi} \cos(\theta_{ac} - \theta_{vi})] \end{aligned} \quad (A.58)$$

En el nodo vi , la inyección de potencia activa es dada por la suma de las ecuaciones (A.36) y (A.49), mientras que la inyección de potencia reactiva es dada por la suma de las ecuaciones (A.37) más (A.50):

$$\begin{aligned} P_{vi} = P_{viac} + P_{vik} = & V_{vi}^2 G_{vivi} + V_{vi} V_{ac} [G_{viac} \cos(\theta_{vi} - \theta_{ac}) + B_{viac} \sin(\theta_{vi} - \theta_{ac})] \\ & + V_{vi} V_k [G_{vik} \cos(\theta_{vi} - \theta_k) + B_{vik} \sin(\theta_{vi} - \theta_k)] \end{aligned} \quad (\text{A.59})$$

$$\begin{aligned} Q_{vi} = Q_{viac} + Q_{vik} = & -V_{vi}^2 B_{vivi} + V_{vi} V_{ac} [G_{viac} \sin(\theta_{vi} - \theta_{ac}) - B_{viac} \cos(\theta_{vi} - \theta_{ac})] \\ & + V_{vi} V_k [G_{vik} \sin(\theta_{vi} - \theta_k) - B_{vik} \cos(\theta_{vi} - \theta_k)] \end{aligned} \quad (\text{A.60})$$

Por último, las inyecciones de potencia activa y reactiva en el nodo k corresponden a las ecuaciones (A.47) y (A.48):

$$P_k = P_{kvi} = G_{kk} V_k^2 + V_k V_{vi} [G_{kvi} \cos(\theta_k - \theta_{vi}) + B_{kvi} \sin(\theta_k - \theta_{vi})] \quad (\text{A.61})$$

$$Q_k = Q_{kvi} = -B_{kk} V_k^2 + V_k V_{vi} [G_{kvi} \sin(\theta_k - \theta_{vi}) - B_{kvi} \cos(\theta_k - \theta_{vi})] \quad (\text{A.62})$$

Es importante notar que estas últimas ecuaciones solo consideran la inyección de potencia en el nodo k asociada al convertidor, y en la ecuación de balance de potencia habrá que agregar las inyecciones de potencia asociadas al resto de los componentes eléctricos conectados a este nodo.

A.2. Compensador estático síncrono

Considerando la Figura A.2(a), se obtienen las ecuaciones de inyección de corriente nodal en términos de la matriz de admitancias y voltajes nodales para el modelo

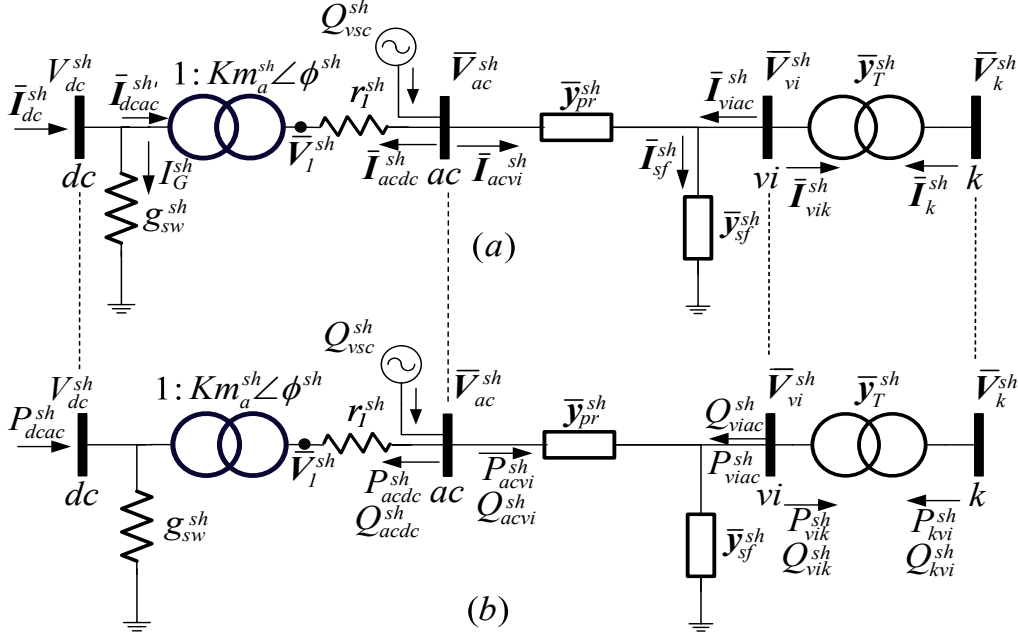


Figura A.2: Modelo de circuito equivalente de secuencia positiva del STATCOM (a) flujo de corrientes nodales y, (b) flujos de potencia activa y reactiva entre nodos

STATCOM [Martínez-Parrales21]. Esta formulación es fundamental para derivar las ecuaciones de flujos de potencia, permitiendo analizar el comportamiento del sistema en términos de transferencia de potencia activa y reactiva. Obteniendo las ecuaciones de corriente de inyección para el STATCOM en sus terminales dc y ac .

Aplicado KCL en el nodo dc se obtiene,

$$\bar{I}_{dc}^{sh} = \bar{I}_{dcac}^{sh'} + I_G^{sh} \quad (A.63)$$

Utilizando la Ley de Ohm para obtener I_G^{sh} en términos de la conductancia g_{sw}^{sh} ,

$$I_G^{sh} = g_{sw}^{sh} V_{dc}^{sh} \quad (A.64)$$

La corriente $\bar{I}_{dcac}^{sh'}$ es definida,

$$\bar{I}_{dcac}^{sh'} = -Km_a^{sh} \angle -\phi^{sh} \bar{I}_{acdc}^{sh} \quad (A.65)$$

Sustituyendo las ecuaciones (A.64) y (A.65) en la ecuación (A.63),

$$\bar{\mathbf{I}}_{dc}^{sh} = -K^{sh} m_a^{sh} \angle -\phi^{sh} \bar{\mathbf{I}}_{acdc}^{sh} + g_{sw}^{sh} V_{dc}^{sh} \quad (\text{A.66})$$

La corriente que fluye a través de la conductancia g_1^{sh} es:

$$\bar{\mathbf{I}}_{acdc}^{sh} = (\bar{\mathbf{V}}_{ac}^{sh} - \bar{\mathbf{V}}_1^{sh}) g_1^{sh} \quad (\text{A.67})$$

donde

$$g_1^{sh} = (r_1^{sh})^{-1} \quad (\text{A.68})$$

La relación entre el voltaje V_1^{sh} del lado de AC con el voltaje V_{dc}^{sh} del convertidor es

$$\bar{\mathbf{V}}_1^{sh} = K m_a^{sh} \angle \phi^{sh} V_{dc}^{sh} \quad (\text{A.69})$$

Remplazando la ecuación (A.69) en (A.67),

$$\bar{\mathbf{I}}_{acdc}^{sh} = (\bar{\mathbf{V}}_{ac}^{sh} - K m_a^{sh} \angle \phi^{sh} V_{dc}^{sh}) g_1^{sh} \quad (\text{A.70})$$

Sustituyendo (A.70) en la ecuación (A.66) obtenemos de manera explícita $\bar{\mathbf{I}}_{dc}^{sh}$,

$$\bar{\mathbf{I}}_{dc}^{sh} = -K m_a^{sh} \angle -\phi^{sh} (\bar{\mathbf{V}}_{ac}^{sh} - K m_a^{sh} \angle \phi^{sh} V_{dc}^{sh}) g_1^{sh} + g_{sw}^{sh} V_{dc}^{sh} \quad (\text{A.71})$$

Agrupando términos:

$$\bar{\mathbf{I}}_{dc}^{sh} = -K m_a^{sh} \angle -\phi^{sh} g_1^{sh} \bar{\mathbf{V}}_{ac}^{sh} + [K^2 (m_a^{sh})^2 g_1^{sh} + g_{sw}^{sh}] V_{dc}^{sh} \quad (\text{A.72})$$

Expresando la relación de transformación compleja $K^{sh} m_a^{sh} \angle -\phi^{sh}$ de su forma polar a rectangular,

$$\bar{\mathbf{I}}_{dc}^{sh} = -K m_a^{sh} g_1^{sh} [\cos(\phi^{sh}) - j \sin(\phi^{sh})] \bar{\mathbf{V}}_{ac}^{sh} + [K^2 (m_a^{sh})^2 g_1^{sh} + g_{sw}^{sh}] V_{dc}^{sh} \quad (\text{A.73})$$

Escribiendo (A.73) en términos de admitancias nodales,

$$\bar{\mathbf{I}}_{dc}^{sh} = \bar{\mathbf{Y}}_{acdc}^{sh} \bar{\mathbf{V}}_{ac}^{sh} + \mathbf{Y}_{dc}^{sh} V_{dc}^{sh} \quad (\text{A.74})$$

Para $\mathbf{I}_{acdc}^{sh}$, tomando la ecuación (A.70) escribiendo la relación de transformación compleja en forma rectangular y agrupando términos,

$$\bar{\mathbf{I}}_{acdc}^{sh} = g_1^{sh} \bar{\mathbf{V}}_{ac}^{sh} - K m_a^{sh} g_1^{sh} (\cos \phi^{sh} + j \sin \phi^{sh}) V_{dc}^{sh} \quad (\text{A.75})$$

Escribiendo en términos de admitancias nodales,

$$\bar{\mathbf{I}}_{acdc}^{sh} = \bar{\mathbf{Y}}_{acac1}^{sh} \bar{\mathbf{V}}_{ac}^{sh} + \bar{\mathbf{Y}}_{acdc}^{sh} V_{dc}^{sh} \quad (\text{A.76})$$

Escribiendo las ecuaciones (A.73) y (A.75) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_{acdc}^{sh} \\ \bar{\mathbf{I}}_{dc}^{sh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1^{sh} & -K m_a^{sh} g_1^{sh} (\cos \phi^{sh} + j \sin \phi^{sh}) \\ -K m_a^{sh} g_1^{sh} (\cos \phi^{sh} - j \sin \phi^{sh}) & K^2 (m_a^{sh})^2 g_1^{sh} + g_{sw}^{sh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{V}}_{ac}^{sh} \\ V_{dc}^{sh} \end{bmatrix} \quad (\text{A.77})$$

Reescribiendo (A.77) en términos de admitancias nodales:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_{acdc}^{sh} \\ \bar{\mathbf{I}}_{dc}^{sh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Y}}_{acac1}^{sh} & \bar{\mathbf{Y}}_{acdc}^{sh} \\ \bar{\mathbf{Y}}_{dcac}^{sh} & \bar{\mathbf{Y}}_{dc}^{sh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{V}}_{ac}^{sh} \\ V_{dc}^{sh} \end{bmatrix} \quad (\text{A.78})$$

Con base en la ecuación (A.78) y considerando que las susceptancias B_{acac1} y B_{dc}^{sh} son nulas, las ecuaciones para las inyecciones de potencia nodales del STATCOM son:

$$P_{acdc}^{sh} = G_{acac1}^{sh} (V_{ac}^{sh})^2 + V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} [G_{acdc}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh}) + B_{acdc}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh})] \quad (\text{A.79})$$

$$Q_{acdc}^{sh} = V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} [G_{acdc}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh}) - B_{acdc}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh})] \quad (\text{A.80})$$

$$P_{dcac}^{sh} = (V_{dc}^{sh})^2 G_{dc}^{sh} + V_{dc}^{sh} V_{ac}^{sh} [G_{dcac}^{sh} \cos(-\theta_{ac}^{sh}) + B_{dcac}^{sh} \sin(-\theta_{ac}^{sh})] \quad (\text{A.81})$$

$$Q_{dcac}^{sh} = V_{dc}^{sh} V_{ac}^{sh} [G_{dcac}^{sh} \sin(-\theta_{ac}^{sh}) - B_{dcac}^{sh} \cos(-\theta_{ac}^{sh})] \quad (\text{A.82})$$

donde:

$$\begin{aligned} \overline{Y}_{acac1}^{sh} &= G_{acac1}^{sh} = g_1^{sh} \\ \overline{Y}_{dcac}^{sh} &= G_{dcac}^{sh} = K^2 (m_a^{sh})^2 g_1^{sh} + g_{sw}^{sh} \\ \overline{Y}_{acdc}^{sh} &= G_{acdc}^{sh} + j B_{acdc}^{sh} = -K m_a^{sh} g_1^{sh} (\cos \phi^{sh} + j \sin \phi^{sh}) \\ \overline{Y}_{dcac}^{sh} &= G_{dcac}^{sh} + j B_{dcac}^{sh} = -K m_a^{sh} g_1^{sh} (\cos \phi^{sh} - j \sin \phi^{sh}) \end{aligned} \quad (\text{A.83})$$

Alternativamente, al sustituir las ecuaciones (A.83) en las ecuaciones (A.79)–(A.82) simplificando la ecuación resultante mediante la utilización de identidades trigonométricas, se obtienen las siguientes expresiones más explícitas y desarrolladas:

$$P_{acdc}^{sh} = g_1^{sh} (V_{ac}^{sh})^2 - K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \quad (\text{A.84})$$

$$Q_{acdc}^{sh} = -K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \quad (\text{A.85})$$

$$P_{dcac}^{sh} = [K^2 (m_a^{sh})^2 g_1^{sh} + g_{sw}^{sh}] (V_{dc}^{sh})^2 - K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{dc}^{sh} V_{ac}^{sh} \cos(\phi^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) \quad (\text{A.86})$$

$$Q_{dcac}^{sh} = -K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} \sin(\phi^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) \quad (\text{A.87})$$

Obteniendo las ecuaciones de corriente en el sistema de filtrado del modelo STATCOM que se encuentra entre los nodos ac y vi . La corriente que fluye a través de la admitancia primitiva $\overline{y}_{pr}^{sh}$ es:

$$\overline{I}_{acvi}^{sh} = (\overline{V}_{ac}^{sh} - \overline{V}_{vi}^{sh}) \overline{y}_{pr}^{sh} \quad (\text{A.88})$$

Desarrollando los términos y escribiendo en términos de admitancias nodales

$$\bar{I}_{acvi}^{sh} = \bar{Y}_{acac2}^{sh} \bar{V}_{ac}^{sh} + \bar{Y}_{acvi}^{sh} \bar{V}_{vi}^{sh} \quad (A.89)$$

Utilizando KCL en el nodo vi se obtiene,

$$\bar{I}_{viac}^{sh} = \bar{I}_f^{sh} - \bar{I}_{acvi}^{sh} \quad (A.90)$$

Aplicando la Ley de Ohm para calcular $\bar{I}_{sf}^{sh}$ en términos de la admitancia $\bar{y}_{sf}^{sh}$,

$$\bar{I}_{sf}^{sh} = \bar{y}_{sf}^{sh} \bar{V}_{vi}^{sh} \quad (A.91)$$

Sustituyendo (A.88) y (A.91) en la ecuación (A.90) obtenemos de manera explícita $\bar{I}_{viac}^{sh}$,

$$\bar{I}_{viac}^{sh} = \bar{y}_{sf}^{sh} \bar{V}_{vi}^{sh} - [(\bar{V}_{ac}^{sh} - \bar{V}_{vi}^{sh}) \bar{y}_{pr}^{sh}] \quad (A.92)$$

Desarrollando y agrupando términos:

$$\bar{I}_{viac}^{sh} = (\bar{y}_{sf}^{sh} + \bar{y}_{pr}^{sh}) \bar{V}_{vi}^{sh} - \bar{y}_{pr}^{sh} \bar{V}_{ac}^{sh} \quad (A.93)$$

Escribiendo en términos de admitancias nodales,

$$\bar{I}_{viac}^{sh} = \bar{Y}_{vivi1}^{sh} \bar{V}_{vi}^{sh} + \bar{Y}_{viac}^{sh} \bar{V}_{ac}^{sh} \quad (A.94)$$

Escribiendo las ecuaciones (A.88)- (A.89) y (A.93)- (A.94) en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{acvi}^{sh} \\ \bar{I}_{viac}^{sh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{pr}^{sh} & -\bar{y}_{pr}^{sh} \\ -\bar{y}_{pr}^{sh} & \bar{y}_{sf}^{sh} + \bar{y}_{pr}^{sh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{ac}^{sh} \\ \bar{V}_{vi}^{sh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{acac2}^{sh} & \bar{Y}_{acvi}^{sh} \\ \bar{Y}_{viac}^{sh} & \bar{Y}_{vivi1}^{sh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{ac}^{sh} \\ \bar{V}_{vi}^{sh} \end{bmatrix} \quad (A.95)$$

Con base en la ecuación (A.95), las ecuaciones para las inyecciones de potencia nodal activa y reactiva de la reactancia y filtro son

$$P_{acvi}^{sh} = G_{acac2}^{sh} (V_{ac}^{sh})^2 + V_{ac}^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{acvi}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{acvi}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (A.96)$$

$$Q_{acvi}^{sh} = -B_{acac2}^{sh}(V_{ac}^{sh})^2 + V_{ac}^{sh}V_{vi}^{sh}[G_{acvi}^{sh}\sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{acvi}^{sh}\cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (A.97)$$

$$P_{viac}^{sh} = (V_{vi}^{sh})^2 G_{vivi1}^{sh} + V_{vi}^{sh}V_{ac}^{sh}[G_{viac}^{sh}\cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) + B_{viac}^{sh}\sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})] \quad (A.98)$$

$$Q_{viac}^{sh} = -(V_{vi}^{sh})^2 B_{vivi1}^{sh} + V_{vi}^{sh}V_{ac}^{sh}[G_{viac}^{sh}\sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) - B_{viac}^{sh}\cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})] \quad (A.99)$$

donde:

$$\bar{y}_{pr}^{sh} = \frac{1}{\bar{z}_{pr}^{sh}} = \frac{1}{r_{pr}^{sh} + jx_{pr}^{sh}} \quad (A.100)$$

$$\bar{y}_{sf}^{sh} = \frac{1}{\bar{z}_{sf}^{sh}} = \frac{1}{r_{sf}^{sh} + jx_{sf}^{sh}} \quad (A.101)$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{acac2}^{sh} &= G_{acac2}^{sh} + jB_{acac2}^{sh} = \bar{y}_{pr}^{sh} \\ \bar{Y}_{vivi1}^{sh} &= G_{vivi1}^{sh} + jB_{vivi1}^{sh} = \bar{y}_{pr}^{sh} + \bar{y}_{sf}^{sh} \\ \bar{Y}_{acvi}^{sh} &= G_{acvi}^{sh} + jB_{acvi}^{sh} = -\bar{y}_{pr}^{sh} \\ \bar{Y}_{viac}^{sh} &= G_{viac}^{sh} + jB_{viac}^{sh} = -\bar{y}_{pr}^{sh} \end{aligned} \quad (A.102)$$

Además, la potencia que se pierde por conmutación y conducción de los IGBTs del STATCOM está definida por,

$$P_{loss}^{sh} = P_{dcac}^{sh} - P_{acvi}^{sh} \quad (A.103)$$

Las ecuaciones de corriente del transformador de acoplamiento en sus terminales vi y k son obtenidas con base a las siguientes relaciones entre variables de estado en terminales de un transformador ideal,

$$\frac{\bar{V}_T^{sh}}{\bar{V}_{vi}^{sh}} = \frac{T}{1} \quad y \quad \frac{T}{1} = \frac{-\bar{I}_{vik}^{sh}}{\bar{I}_k^{sh}} \quad (A.104)$$

La corriente a través de la admitancia y_T^{sh} es,

$$\bar{I}_k^{sh} = \bar{y}_T^{sh}(\bar{V}_k^{sh} - \bar{V}_T^{sh}) = \bar{y}_T^{sh}(\bar{V}_k^{sh} - T\bar{V}_{vi}^{sh}) \quad (A.105)$$

Desarrollando los términos de (A.105) y escribiéndolos en términos de admitancias nodales,

$$\bar{I}_k^{sh} = \bar{Y}_{kk}^{sh}\bar{V}_k^{sh} + \bar{Y}_{kvi}^{sh}\bar{V}_{vi}^{sh} \quad (A.106)$$

Además,

$$\bar{I}_{vik}^{sh} = -T\bar{I}_k^{sh} = \bar{y}_T^{sh}(-T\bar{V}_k^{sh} + T^2\bar{V}_{vi}^{sh}) \quad (A.107)$$

Desarrollando los términos (A.107) y escribiendo en términos de admitancias nodales,

$$\bar{I}_{vik}^{sh} = \bar{Y}_{vivi2}^{sh}\bar{V}_{vi}^{sh} + \bar{Y}_{vik}^{sh}\bar{V}_k^{sh} \quad (A.108)$$

Escribiendo las ecuaciones (A.105)-(A.108) en forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_k^{sh} \\ \bar{I}_{vik}^{sh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_T^{sh} & -T\bar{y}_T^{sh} \\ -T\bar{y}_T^{sh} & T^2\bar{y}_T^{sh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k^{sh} \\ \bar{V}_{vi}^{sh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{kk}^{sh} & \bar{Y}_{kvi}^{sh} \\ \bar{Y}_{vik}^{sh} & \bar{Y}_{vivi2}^{sh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_k^{sh} \\ \bar{V}_{vi}^{sh} \end{bmatrix} \quad (A.109)$$

Con base en la ecuación (A.109), las ecuaciones para las inyecciones de potencia en el transformador de acoplamiento son,

$$P_{kvi}^{sh} = G_{kk}^{sh}(V_k^{sh})^2 + V_k^{sh}V_{vi}^{sh}[G_{kvi}^{sh}\cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{kvi}^{sh}\sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (A.110)$$

$$Q_{kvi}^{sh} = -B_{kk}^{sh}(V_k^{sh})^2 + V_k^{sh}V_{vi}^{sh}[G_{kvi}^{sh}\sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{kvi}^{sh}\cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (A.111)$$

$$P_{vik}^{sh} = G_{vivi2}^{sh}(V_{vi}^{sh})^2 + V_{vi}^{sh}V_k^{sh}[G_{vik}^{sh}\cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) + B_{vik}^{sh}\sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})] \quad (A.112)$$

$$Q_{vik}^{sh} = -B_{vivi2}^{sh}(V_{vi}^{sh})^2 + V_{vi}^{sh}V_k^{sh}[G_{vik}^{sh}\sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) - B_{vik}^{sh}\cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})] \quad (A.113)$$

donde

$$\bar{\mathbf{y}}_T^{sh} = \frac{1}{\bar{\mathbf{z}}_T^{sh}} = \frac{1}{r_T^{sh} + jx_T^{sh}} \quad (\text{A.114})$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{Y}}_{kk}^{sh} &= G_{kk}^{sh} + jB_{kk}^{sh} = \bar{\mathbf{y}}_T^{sh} \\ \bar{\mathbf{Y}}_{vivi2}^{sh} &= G_{vivi2}^{sh} + jB_{vivi2}^{sh} = T^2 \bar{\mathbf{y}}_T^{sh} \\ \bar{\mathbf{Y}}_{vik}^{sh} &= \bar{\mathbf{Y}}_{kvi}^{sh} = G_{kvi}^{sh} + jB_{kvi}^{sh} = -T \bar{\mathbf{y}}_T^{sh} \end{aligned} \quad (\text{A.115})$$

Aplicando KCL en cada uno de los nodos y tomando en consideración las matrices de admitancias nodales (A.78), (A.95) y (A.109), se puede escribir de manera generalizada:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}}_{dc}^{sh} \\ \bar{\mathbf{I}}_{ac}^{sh} \\ \bar{\mathbf{I}}_{vi}^{sh} \\ \bar{\mathbf{I}}_k^{sh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Y}}_{dc dc}^{sh} & \bar{\mathbf{Y}}_{dc ac}^{sh} & 0 & 0 \\ \bar{\mathbf{Y}}_{ac dc}^{sh} & \bar{\mathbf{Y}}_{ac ac}^{sh} & \bar{\mathbf{Y}}_{ac vi}^{sh} & 0 \\ 0 & \bar{\mathbf{Y}}_{vi ac}^{sh} & \bar{\mathbf{Y}}_{vi vi}^{sh} & \bar{\mathbf{Y}}_{vik}^{sh} \\ 0 & 0 & \bar{\mathbf{Y}}_{kvi}^{sh} & \bar{\mathbf{Y}}_{kk}^{sh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{dc} \\ \bar{\mathbf{V}}_{ac}^{sh} \\ \bar{\mathbf{V}}_{vi}^{sh} \\ \bar{\mathbf{V}}_k^{sh} \end{bmatrix} \quad (\text{A.116})$$

donde:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{Y}}_{acac}^{sh} &= G_{acac}^{sh} + jB_{acac}^{sh} = Y_{acac1}^{sh} + \bar{\mathbf{Y}}_{acac2}^{sh}, \\ \bar{\mathbf{Y}}_{vivi}^{sh} &= G_{vivi}^{sh} + jB_{vivi}^{sh} = \bar{\mathbf{Y}}_{vivi1}^{sh} + \bar{\mathbf{Y}}_{vivi2}^{sh}. \end{aligned} \quad (\text{A.117})$$

Las admitancias nodales $\bar{\mathbf{Y}}_{dc dc}^{sh}$, $\bar{\mathbf{Y}}_{dc ac}^{sh}$, $\bar{\mathbf{Y}}_{acac1}^{sh}$, $\bar{\mathbf{Y}}_{acac2}^{sh}$, $\bar{\mathbf{Y}}_{ac dc}^{sh}$, $\bar{\mathbf{Y}}_{ac vi}^{sh}$, $\bar{\mathbf{Y}}_{vivi1}^{sh}$, $\bar{\mathbf{Y}}_{vivi2}^{sh}$, $\bar{\mathbf{Y}}_{vi ac}^{sh}$, $\bar{\mathbf{Y}}_{vik}^{sh}$ y $\bar{\mathbf{Y}}_{kk}^{sh}$ están definidas en las ecuaciones (A.83), (A.102) y (A.115).

Con base en la ecuación (A.116) y la Figura A.2(b), las ecuaciones para las inyecciones de potencia nodal en el convertidor son:

Para el nodo dc :

$$P_{dc}^{sh} = P_{dcac}^{sh} = (V_{dc}^{sh})^2 G_{dc dc}^{sh} + V_{dc}^{sh} V_{ac}^{sh} [G_{dc ac}^{sh} \cos(-\theta_{ac}^{sh}) + B_{dc ac}^{sh} \sin(-\theta_{ac}^{sh})] \quad (\text{A.118})$$

$$Q_{dc}^{sh} = Q_{dcac}^{sh} = -(V_{dc}^{sh})^2 B_{dc dc}^{sh} + V_{dc}^{sh} V_{ac}^{sh} [G_{dc ac}^{sh} \sin(-\theta_{ac}^{sh}) - B_{dc ac}^{sh} \cos(-\theta_{ac}^{sh})] \quad (\text{A.119})$$

Reescribiendo las ecuaciones de balance de potencia en el nodo dc de forma explícita en términos de las variables de estado m_a^{sh} y ϕ^{sh} , las expresiones de P_{dc}^{sh} y Q_{dc}^{sh} son las siguientes:

$$P_{dc}^{sh} = P_{dcac}^{sh} = [K^2(m_a^{sh})^2 g_1^{sh} + g_{sw}^{sh}](V_{dc}^{sh})^2 - K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{dc}^{sh} V_{ac}^{sh} \cos(\phi^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) \quad (A.120)$$

$$Q_{dc}^{sh} = Q_{dcac}^{sh} = -K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} \sin(\phi^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) \quad (A.121)$$

En el nodo ac :

$$\begin{aligned} P_{ac}^{sh} = P_{acdc}^{sh} + P_{acvi}^{sh} = & G_{acac}^{sh} (V_{ac}^{sh})^2 + V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} [G_{acdc}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh}) + B_{acdc}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh})] \\ & + V_{ac}^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{acvi}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{acvi}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \end{aligned} \quad (A.122)$$

$$\begin{aligned} Q_{ac}^{sh} = -Q_{vsc}^{sh} + Q_{acdc}^{sh} + Q_{acvi}^{sh} = & -Q_{vsc}^{sh} - B_{acac}^{sh} (V_{ac}^{sh})^2 \\ & + V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} [G_{acdc}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh}) - B_{acdc}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh})] \\ & + V_{ac}^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{acvi}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{acvi}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \end{aligned} \quad (A.123)$$

Reescribiendo las ecuaciones de balance de potencia en el nodo ac de forma explícita en términos de las variables de estado m_a^{sh} y ϕ^{sh} , las expresiones de P_{ac}^{sh} y Q_{ac}^{sh} son las siguientes:

$$\begin{aligned} P_{ac}^{sh} = P_{acdc}^{sh} + P_{acvi}^{sh} = & G_{acac}^{sh} (V_{ac}^{sh})^2 - K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \\ & + V_{ac}^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{acvi}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{acvi}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \end{aligned} \quad (A.124)$$

$$\begin{aligned} Q_{ac}^{sh} = -Q_{vsc}^{sh} + Q_{acdc}^{sh} + Q_{acvi}^{sh} = & -Q_{vsc}^{sh} - B_{acac}^{sh} (V_{ac}^{sh})^2 - K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \\ & + V_{ac}^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{acvi}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{acvi}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \end{aligned} \quad (A.125)$$

En el nodo vi :

$$\begin{aligned} P_{vi}^{sh} = P_{viac}^{sh} + P_{vik}^{sh} = (V_{vi}^{sh})^2 G_{vivi}^{sh} + V_{vi}^{sh} V_{ac}^{sh} [G_{viac}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) + B_{viac}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})] \\ + V_{vi}^{sh} V_k^{sh} [G_{vik}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) + B_{vik}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})] \end{aligned} \quad (\text{A.126})$$

$$\begin{aligned} Q_{vi}^{sh} = Q_{viac}^{sh} + Q_{vik}^{sh} = -(V_{vi}^{sh})^2 B_{vivi}^{sh} + V_{vi}^{sh} V_{ac}^{sh} [G_{viac}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) - B_{viac}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})] \\ + V_{vi}^{sh} V_k^{sh} [G_{vik}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) - B_{vik}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})] \end{aligned} \quad (\text{A.127})$$

En el nodo k :

$$P_k^{sh} = P_{kvi}^{sh} = G_{kk}^{sh} (V_k^{sh})^2 + V_k^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (\text{A.128})$$

$$Q_k^{sh} = Q_{kvi}^{sh} = -B_{kk}^{sh} (V_k^{sh})^2 + V_k^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (\text{A.129})$$

Es importante notar que las ecuaciones anteriores únicamente toman en cuenta la potencia que el convertidor inyecta en el nodo k . Por lo tanto, al plantear la ecuación de balance de potencia dentro del estudio de flujos, habrá que incorporar también las inyecciones de potencia de los demás elementos eléctricos conectados a dicho nodo.

A.3. Controlador unificado de flujos de potencia

El UPFC está compuesto por dos VSCs autoconmutados en conexión espalda con espalda y compartiendo el nodo dc como nodo en común. Uno de los convertidores se acopla a la red de corriente alterna mediante un transformador en derivación, mientras que el otro lo hace a través de un transformador en serie.

A partir de la Figura A.3(a), se pueden determinar las ecuaciones de inyección de corriente nodal en función de la matriz de admitancias y los voltajes nodales. Para

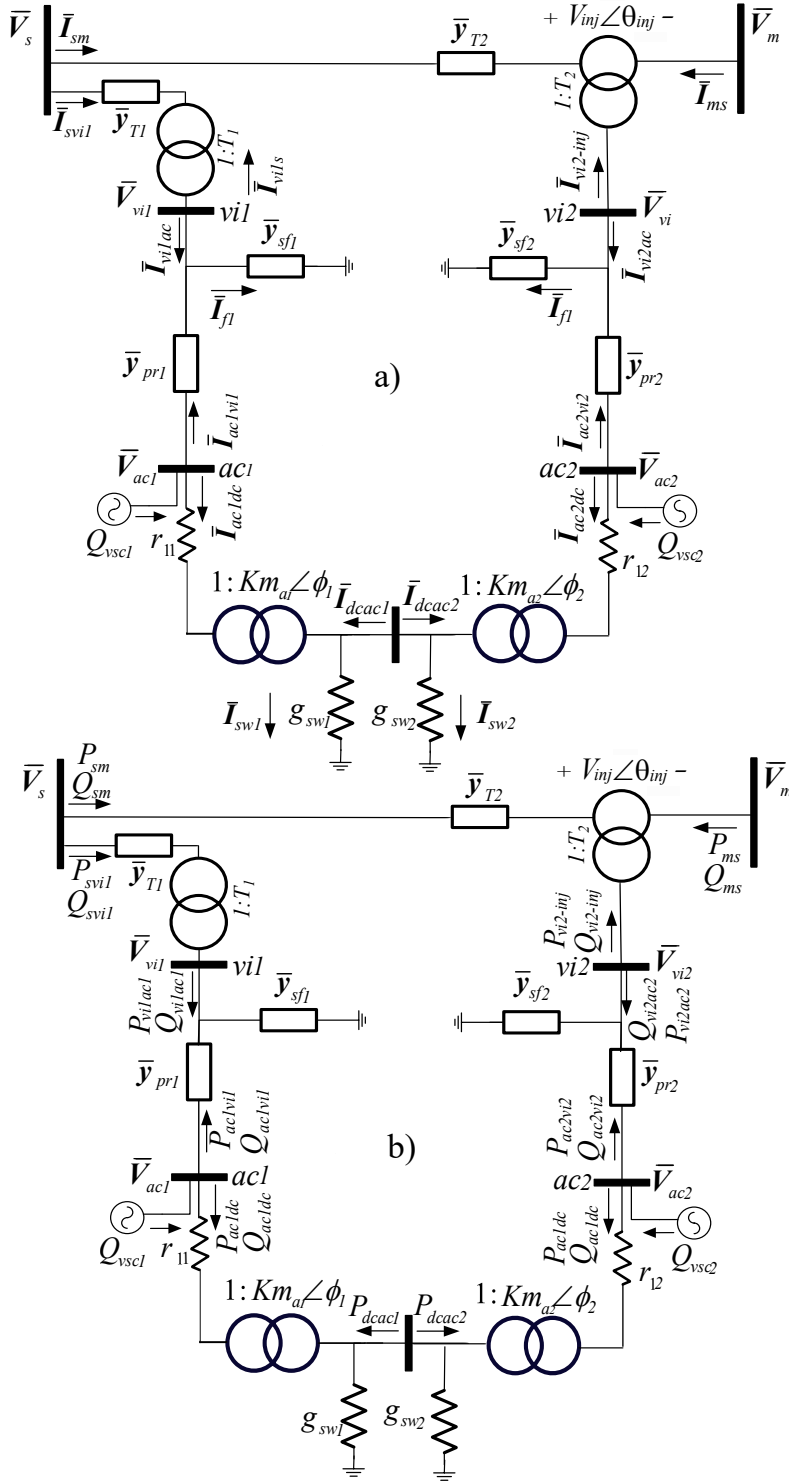


Figura A.3: Modelo de circuito equivalente de secuencia positiva de estación UPFC
(a) flujo de corrientes nodales y, (b) flujos de potencia activa y reactiva entre nodos

ello, primero se analizan los transformadores de acoplamiento que interconectan el UPFC con los nodos s y m de la red de AC, con el fin de obtener sus ecuaciones de potencia.

Las relaciones entre voltajes complejos en los devanados transformador ideal de acoplamiento en derivación T_1 son dadas por,

$$\frac{\bar{V}_{T1}}{\bar{V}_{vi1}} = \frac{T_1}{1} \quad \frac{T_1}{1} = \frac{-\bar{I}_{vi1s}}{\bar{I}_{svi1}} \quad (\text{A.130})$$

La corriente a través de la admitancia y_{T1} del transformador en derivación es,

$$\bar{I}_{svi1} = \bar{y}_{T1}(\bar{V}_s - \bar{V}_{T1}) = \bar{y}_{T1}(\bar{V}_s - T_1 \bar{V}_{vi1}) = \bar{y}_{T1} \bar{V}_s - T_1 \bar{y}_{T1} \bar{V}_{vi1} \quad (\text{A.131})$$

reescribiendo en términos de admitancias nodales

$$\bar{I}_{svi1} = \bar{Y}_{ss}' \bar{V}_s + \bar{Y}_{svi1} \bar{V}_{vi1} \quad (\text{A.132})$$

Adicionalmente, la corriente $\bar{I}_{vi1s}$ se define,

$$\bar{I}_{vi1s} = -T_1 \bar{I}_{svi1} = -T_1 \bar{y}_{T1} \bar{V}_s + (T_1)^2 \bar{y}_{T1} \bar{V}_{vi1} \quad (\text{A.133})$$

Desarrollando los términos de (A.133) y escribiendo la ecuación resultante en términos de admitancias nodales,

$$\bar{I}_{vi1s} = \bar{Y}_{vi1vi1}' \bar{V}_{vi1} + \bar{Y}_{vi1s} \bar{V}_s \quad (\text{A.134})$$

Escribiendo las ecuaciones (A.131) - (A.133) en forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{svi1} \\ \bar{I}_{vi1s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{T1} & -T_1 \bar{y}_{T1} \\ -T_1 \bar{y}_{T1} & (T_1)^2 \bar{y}_{T1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_s \\ \bar{V}_{vi1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{ss}' & \bar{Y}_{svi1} \\ \bar{Y}_{vi1s} & \bar{Y}_{vi1vi1}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_s \\ \bar{V}_{vi1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.135})$$

Con base al desarrollo anterior, las ecuaciones de flujo de potencia entre los nodos s y $vi1$ están dadas por

$$P_{svi1} = G'_{ss} V_s^2 + V_s V_{vi1} [G_{svi1} \cos(\theta_s - \theta_{vi1}) + B_{svi1} \sin(\theta_s - \theta_{vi1})] \quad (\text{A.136})$$

$$Q_{svi1} = -B'_{ss} V_s^2 + V_s V_{vi1} [G_{svi1} \sin(\theta_s - \theta_{vi1}) - B_{svi1} \cos(\theta_s - \theta_{vi1})] \quad (\text{A.137})$$

$$P_{vi1s} = V_{vi1}^2 G'_{vi1vi1} + V_{vi1} V_s [G_{vi1s} \cos(\theta_{vi1} - \theta_s) + B_{vi1s} \sin(\theta_{vi1} - \theta_s)] \quad (\text{A.138})$$

$$Q_{vi1s} = -V_{vi1}^2 B'_{vi1vi1} + V_{vi1} V_s [G_{vi1s} \sin(\theta_{vi1} - \theta_s) - B_{vi1s} \cos(\theta_{vi1} - \theta_s)] \quad (\text{A.139})$$

donde

$$\bar{\mathbf{y}}_{T1} = \frac{1}{\bar{\mathbf{z}}_{T1}} = \frac{1}{r_{T1} + jx_{T1}} \quad (\text{A.140})$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{Y}}_{ss}' &= G_{ss}' + jB_{ss}' = \bar{\mathbf{y}}_{T1} \\ \bar{\mathbf{Y}}_{vi1vi1}' &= G_{vi1vi1}' + jB_{vi1vi1}' = (T_1)^2 \bar{\mathbf{y}}_{T1} \\ \bar{\mathbf{Y}}_{vi1s} &= \bar{\mathbf{Y}}_{svi1} = G_{svi1} + jB_{svi1} = -T_1 \bar{\mathbf{y}}_{T1} \end{aligned} \quad (\text{A.141})$$

En la Figura A.4 se muestra el modelo del transformador serie, cuyo devanado primario se conecta entre los nodos s y m y el devanado secundario en el nodo $vi2$ correspondiente al convertidor serie.

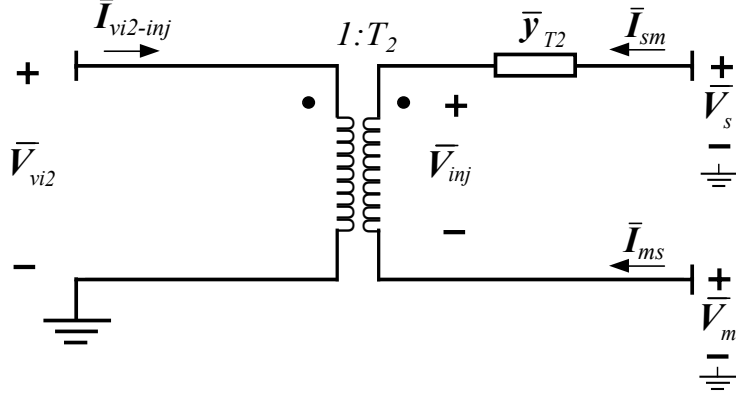


Figura A.4: Modelo del transformador de acoplamiento serie del UPFC

La relación de transformación entre los voltajes complejos en terminales del transformador de acoplamiento serie $T2$ está dada por,

$$\frac{\bar{V}_{inj}}{\bar{V}_{vi2}} = \frac{T_2}{1} \quad \bar{V}_{inj} = T_2 \bar{V}_{vi2} \quad (\text{A.142})$$

La corriente $\bar{I}_{sm}$ está definida,

$$\bar{I}_{sm} = \bar{y}_{T2}(\bar{V}_s - \bar{V}_{inj} - \bar{V}_m) \quad (\text{A.143})$$

Reemplazando la ecuación (A.142) en la ecuación (A.143) y agrupando términos,

$$\bar{I}_{sm} = \bar{y}_{T2}(\bar{V}_s - T_2 \bar{V}_{vi2} - \bar{V}_m) \quad (\text{A.144})$$

$$\bar{I}_{sm} = \bar{y}_{T2} \bar{V}_s - \bar{y}_{T2} \bar{V}_m - T_2 \bar{y}_{T2} \bar{V}_{vi2} \quad (\text{A.145})$$

Desarrollando los términos de (A.145) y escribiendo la ecuación resultante en términos de admitancias nodales,

$$\bar{I}_{sm} = \bar{Y}_{ss}'' \bar{V}_s + \bar{Y}_{sm} \bar{V}_m + \bar{Y}_{svi2} \bar{V}_{vi2} \quad (\text{A.146})$$

La corriente $\bar{I}_{ms}$ está definida,

$$\bar{I}_{ms} = \bar{y}_{T2}(\bar{V}_m + \bar{V}_{inj} - \bar{V}_s) \quad (\text{A.147})$$

sustituyendo la ecuación (A.142) en la ecuación (A.147) se obtiene:

$$\bar{I}_{ms} = \bar{y}_{T2}(\bar{V}_m + T_2\bar{V}_{vi2} - \bar{V}_s) \quad (A.148)$$

Desarrollando y agrupando términos,

$$\bar{I}_{ms} = \bar{y}_{T2}\bar{V}_m - \bar{y}_{T2}\bar{V}_s + T_2\bar{y}_{T2}\bar{V}_{vi2} \quad (A.149)$$

Expresando la ecuación (A.149) en términos de admitancias nodales,

$$\bar{I}_{ms} = \bar{Y}_{mm}\bar{V}_m + \bar{Y}_{ms}\bar{V}_s + \bar{Y}_{mvi1}\bar{V}_{vi} \quad (A.150)$$

La relación entre las corrientes eléctricas inyectadas en el transformador ideal de acoplamiento conectado en serie es obtenida con base a la Figura A.4, de la cual se obtiene la siguiente relación de transformación,

$$\frac{T_2}{1} = \frac{\bar{I}_{vi2-inj}}{\bar{I}_{ms}} \quad \bar{I}_{vi-inj} = T_2\bar{I}_{ms} \quad (A.151)$$

Como $\bar{I}_{ms} = -\bar{I}_{sm}$, la ecuación (A.151) es equivalente a,

$$\frac{T_2}{1} = \frac{\bar{I}_{vi2-inj}}{-\bar{I}_{sm}} \quad \bar{I}_{vi-inj} = -T_2\bar{I}_{sm} \quad (A.152)$$

Despejando la ecuación (A.152) para $\bar{I}_{sm}$

$$\frac{T_2}{1} = \frac{-\bar{I}_{vi2-inj}}{\bar{I}_{sm}} \quad \bar{I}_{sm} = \frac{-\bar{I}_{vi-inj}}{T_2} \quad (A.153)$$

Las ecuaciones (A.152) y (A.153) son equivalentes a la ecuación (A.130), lo cual confirma que en la relación de transformación entre corrientes expresada en (A.151) se han considerado correctamente los signos. Sustituyendo la ecuación (A.149) en la ecuación (A.151), se obtiene:

$$\bar{I}_{vi2-inj} = T_2[\bar{y}_{T2}\bar{V}_m - \bar{y}_{T2}\bar{V}_s + T_2\bar{y}_{T2}\bar{V}_{vi}] \quad (A.154)$$

Desarrollando y agrupando términos,

$$\bar{I}_{vi2inj} = T_2\bar{y}_{T2}\bar{V}_m - T_2\bar{y}_{T2}\bar{V}_s + T_2^2\bar{y}_{T2}\bar{V}_{vi2} \quad (A.155)$$

Rescribiendo en función de admitancias nodales,

$$\bar{I}_{vi2inj} = \bar{Y}_{vim} \bar{V}_m + \bar{Y}_{vi2s} \bar{V}_s + \bar{Y}'_{vi2vi2} \bar{V}_{vi2} \quad (A.156)$$

Escribiendo las ecuaciones (A.145), (A.149) y (A.155) en forma matricial,

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{sm} \\ \bar{I}_{ms} \\ \bar{I}_{vi2inj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{T2} & -\bar{y}_{T2} & -T_2 \bar{y}_{T2} \\ -\bar{y}_{T2} & \bar{y}_{T2} & T_2 \bar{y}_{T2} \\ -T_2 \bar{y}_{T2} & T_2 \bar{y}_{T2} & (T_2)^2 \bar{y}_{T2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_s \\ \bar{V}_m \\ \bar{V}_{vi2} \end{bmatrix} \quad (A.157)$$

Reescribiendo la ecuación anterior en términos de admitancias nodales,

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{sm} \\ \bar{I}_{ms} \\ \bar{I}_{vi2inj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{ss}'' & \bar{Y}_{sm} & \bar{Y}_{svi2} \\ \bar{Y}_{ms} & \bar{Y}_{mm} & \bar{Y}_{mvi2} \\ \bar{Y}_{vi2s} & \bar{Y}_{vi2m} & \bar{Y}'_{vi2vi2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_s \\ \bar{V}_m \\ \bar{V}_{vi2} \end{bmatrix} \quad (A.158)$$

Con base en la ecuación (A.158), las ecuaciones para las inyecciones de potencias nodales activa y reactiva del transformador de acoplamiento serie son:

$$P_{sm} = G_{ss}'' V_s^2 + V_s V_m [G_{sm} \cos(\theta_s - \theta_m) + B_{sm} \sin(\theta_s - \theta_m)] + V_s V_{vi2} [G_{svi2} \cos(\theta_s - \theta_{vi2}) + B_{svi2} \sin(\theta_s - \theta_{vi2})] \quad (A.159)$$

$$Q_{sm} = -B_{ss}'' V_s^2 + V_s V_m [G_{sm} \sin(\theta_s - \theta_m) - B_{sm} \cos(\theta_s - \theta_m)] + V_s V_{vi2} [G_{svi2} \sin(\theta_s - \theta_{vi2}) - B_{svi2} \cos(\theta_s - \theta_{vi2})] \quad (A.160)$$

$$P_{ms} = G_{mm} V_m^2 + V_m V_s [G_{ms} \cos(\theta_m - \theta_s) + B_{ms} \sin(\theta_m - \theta_s)] + V_m V_{vi2} [G_{mvi2} \cos(\theta_m - \theta_{vi2}) + B_{mvi2} \sin(\theta_m - \theta_{vi2})] \quad (A.161)$$

$$Q_{ms} = -B_{mm} V_m^2 + V_m V_s [G_{ms} \sin(\theta_m - \theta_s) - B_{ms} \cos(\theta_m - \theta_s)] + V_m V_{vi2} [G_{mvi2} \sin(\theta_m - \theta_{vi2}) - B_{mvi2} \cos(\theta_m - \theta_{vi2})] \quad (A.162)$$

$$P_{vi2inj} = V_{vi2}^2 G'_{vi2vi2} + V_{vi2} V_s [G_{vi2s} \cos(\theta_{vi2} - \theta_s) + B_{vi2s} \sin(\theta_{vi2} - \theta_s)] \\ + V_{vi2} V_m [G_{vi2m} \cos(\theta_{vi2} - \theta_m) + B_{vi2m} \sin(\theta_{vi2} - \theta_m)] \quad (A.163)$$

$$Q_{vi2inj} = -V_{vi2}^2 B'_{vi2vi2} + V_{vi2} V_s [G_{vi2s} \sin(\theta_{vi2} - \theta_s) - B_{vi2s} \cos(\theta_{vi2} - \theta_s)] \\ + V_{vi2} V_m [G_{vi2m} \sin(\theta_{vi2} - \theta_m) - B_{vi2m} \cos(\theta_{vi2} - \theta_m)] \quad (A.164)$$

donde

$$\bar{y}_{T2} = \frac{1}{\bar{z}_{T2}} = \frac{1}{r_{T2} + jx_{T2}} \quad (A.165)$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{ss}'' &= G_{ss}'' + jB_{ss}'' = \bar{y}_{T2} \\ \bar{Y}_{mm} &= G_{mm} + jB_{mm} = \bar{y}_{T2} \\ \bar{Y}_{vi2vi2}' &= G'_{vi2vi2} + jB'_{vi2vi2} = (T_2)^2 \bar{y}_{T2} \\ \bar{Y}_{sm} &= \bar{Y}_{ms} = G_{sm} + jB_{sm} = -\bar{y}_{T2} \\ \bar{Y}_{vi2s} &= \bar{Y}_{svi2} = G_{svi2} + jB_{svi2} = -(T_2)^2 \bar{y}_{T2} \\ \bar{Y}_{vi2m} &= \bar{Y}_{mvi2} = G_{mvi2} + jB_{mvi2} = (T_2)^2 \bar{y}_{T2} \end{aligned} \quad (A.166)$$

Debido a que el UPFC está compuesto por dos VSCs, la derivación matemática desarrollada en el Apéndice A, sección A.1 puede ser aplicada para el convertidor en derivación cuyas variables eléctricas son identificadas con el subíndice 1 y para el convertidor serie con variables eléctricas representadas con el subíndice 2. Considerando lo anterior, las ecuaciones de inyección de corriente en su forma matricial para el filtro y la reactancia en sus terminales *vi1-ac1* son:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{ac1vi1} \\ \bar{I}_{vi1ac1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{pr1} & -\bar{y}_{pr1} \\ -\bar{y}_{pr1} & \bar{y}_{sf1} + \bar{y}_{pr1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{ac1} \\ \bar{V}_{vi1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{ac1ac1}' & \bar{Y}_{ac1vi1} \\ \bar{Y}_{vi1ac1} & \bar{Y}_{vivi1}'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{ac1} \\ \bar{V}_{vi1} \end{bmatrix} \quad (A.167)$$

Con base en la ecuación (A.167), las ecuaciones para las inyecciones de potencias nodales activa y reactiva de la reactancia y filtro,

$$P_{ac1vi1} = G'_{ac1ac1} V_{ac1}^2 + V_{ac1} V_{vi1} [G_{ac1vi1} \cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) + B_{ac1vi1} \sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})] \quad (\text{A.168})$$

$$Q_{ac1vi1} = -B'_{ac1ac1} V_{ac1}^2 + V_{ac1} V_{vi1} [G_{ac1vi1} \sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) - B_{ac1vi1} \cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})] \quad (\text{A.169})$$

$$P_{vi1ac1} = V_{vi1}^2 G''_{vi1vi1} + V_{vi1} V_{ac1} [G_{vi1ac1} \cos(\theta_{vi1} - \theta_{ac1}) + B_{vi1ac1} \sin(\theta_{vi1} - \theta_{ac1})] \quad (\text{A.170})$$

$$Q_{vi1ac1} = -V_{vi1}^2 B''_{vi1vi1} + V_{vi1} V_{ac1} [G_{vi1ac1} \sin(\theta_{vi1} - \theta_{ac1}) - B_{vi1ac1} \cos(\theta_{vi1} - \theta_{ac1})] \quad (\text{A.171})$$

donde

$$\bar{y}_{pr1} = \frac{1}{\bar{z}_{pr1}} = \frac{1}{r_{pr1} + jx_{pr1}} \quad (\text{A.172})$$

$$\bar{y}_{sf1} = \frac{1}{\bar{z}_{sf1}} = \frac{1}{r_{sf1} + jx_{sf1}} \quad (\text{A.173})$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{ac1ac1}' &= G'_{ac1ac1} + jB'_{ac1ac1} = \bar{y}_{pr1} \\ \bar{Y}_{vi1vi1}'' &= G''_{vi1vi1} + jB''_{vi1vi1} = \bar{y}_{pr} + \bar{y}_{sf} \\ \bar{Y}_{ac1vi1} &= G_{ac1vi1} + jB_{ac1vi1} = -\bar{y}_{pr1} \\ \bar{Y}_{vi1ac1} &= G_{vi1ac1} + jB_{vi1ac1} = -\bar{y}_{pr1} \end{aligned} \quad (\text{A.174})$$

Las ecuaciones de inyección de corriente en el VSC₁ en derivación que se encuentran en terminales *ac1-dc1* son:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{ac1dc} \\ \bar{I}_{dcac1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{ac1ac1}'' & \bar{Y}_{ac1dc} \\ \bar{Y}_{dcac1} & \bar{Y}_{dc1dc}' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{ac1} \\ V_{dc} \end{bmatrix} \quad (\text{A.175})$$

Las ecuaciones de potencia de la estación VSC en derivación son,

$$P_{ac1dc} = G_{ac1ac1}'' V_{ac1}^2 + V_{ac1} V_{dc} [G_{ac1dc} \cos(\theta_{ac1}) + B_{ac1dc} \sin(\theta_{ac1})] \quad (\text{A.176})$$

$$Q_{ac1dc} = -B_{ac1ac1}'' V_{ac1}^2 + V_{ac1} V_{dc} [G_{ac1dc} \sin(\theta_{ac1}) - B_{ac1dc} \cos(\theta_{ac1})] \quad (\text{A.177})$$

$$P_{dcac1} = V_{dc}^2 G_{dcac1}' + V_{dc} V_{ac1} [G_{dcac1} \cos(-\theta_{ac1}) + B_{dcac1} \sin(-\theta_{ac1})] \quad (\text{A.178})$$

$$Q_{dcac1} = -B_{dcac1}'' V_{dc}^2 + V_{dc} V_{ac1} [G_{dcac1} \sin(-\theta_{ac1}) - B_{dcac1} \cos(-\theta_{ac1})] \quad (\text{A.179})$$

donde

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{ac1ac1}'' &= G_{ac1ac1}'' + jB_{ac1ac1}'' = g_{11} \\ \bar{Y}_{dcac1}' &= G_{dcac1}' + jB_{dcac1}' = K^2 m_{a1}^2 g_{11} + g_{sw1} \\ \bar{Y}_{ac1dc} &= G_{ac1dc} + jB_{ac1dc} = -K m_{a1} g_{11} (\cos \phi_1 + j \sin \phi_1) \\ \bar{Y}_{dcac1} &= G_{dcac1} + jB_{dcac1} = -K m_{a1} g_{11} (\cos \phi_1 - j \sin \phi_1) \end{aligned} \quad (\text{A.180})$$

Debe notarse que las primeras dos admitancias nodales solo tienen parte real. Al reemplazar las ecuaciones (A.180) en las ecuaciones (A.176)–(A.179), se obtienen las siguientes expresiones más explícitas y desarrolladas:

$$P_{ac1dc} = g_{11} V_{ac1}^2 - K m_{a1} g_{11} V_{ac1} V_{dc} \cos(\theta_{ac1} - \phi) \quad (\text{A.181})$$

$$Q_{ac1dc} = -K m_{a1} g_{11} V_{ac1} V_{dc} \sin(\theta_{ac1} - \phi_1) \quad (\text{A.182})$$

$$P_{dcac1} = (K^2 m_{a1}^2 g_{11} + g_{sw1}) V_{dc}^2 - K m_{a1} g_{11} V_{dc} V_{ac1} \cos(\phi_1 - \theta_{ac1}) \quad (\text{A.183})$$

$$Q_{dcac1} = -Km_{a1}g_{11}V_{ac1}V_{dc}\sin(\phi_1 - \theta_{ac1}) \quad (\text{A.184})$$

La ecuaciones de inyección de corriente en su forma matricial para el filtro y la reactancia entre los nodos $vi2$ y $ac2$:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{ac2vi2} \\ \bar{I}_{vi2ac2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{pr2} & -\bar{y}_{pr2} \\ -\bar{y}_{pr2} & \bar{y}_{sf2} + \bar{y}_{pr2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{ac2} \\ \bar{V}_{vi2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{ac2ac2}' & \bar{Y}_{ac2vi2} \\ \bar{Y}_{vi2ac2} & \bar{Y}_{vi2vi2}'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{ac2} \\ \bar{V}_{vi2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.185})$$

Analizando el convertidor en derivación, las ecuaciones del filtro entre los nodos $vi2$ - $ac2$ son:

$$P_{ac2vi2} = G_{ac2ac2}'V_{ac2}^2 + V_{ac2}V_{vi2}[G_{ac2vi2}\cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) + B_{ac2vi2}\sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})] \quad (\text{A.186})$$

$$Q_{ac2vi2} = -B_{ac2ac2}'V_{ac2}^2 + V_{ac2}V_{vi2}[G_{ac2vi2}\sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) - B_{ac2vi2}\cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})] \quad (\text{A.187})$$

$$P_{vi2ac2} = V_{vi2}^2G_{vi2vi2}'' + V_{vi2}V_{ac2}[G_{vi2ac2}\cos(\theta_{vi2} - \theta_{ac2}) + B_{vi2ac2}\sin(\theta_{vi2} - \theta_{ac2})] \quad (\text{A.188})$$

$$Q_{vi2ac2} = -V_{vi2}^2B_{vi2vi2}'' + V_{vi2}V_{ac2}[G_{vi2ac2}\sin(\theta_{vi2} - \theta_{ac2}) - B_{vi2ac2}\cos(\theta_{vi2} - \theta_{ac2})] \quad (\text{A.189})$$

donde

$$\bar{y}_{pr2} = \frac{1}{\bar{z}_{pr2}} = \frac{1}{r_{pr2} + jx_{pr2}} \quad (\text{A.190})$$

$$\bar{y}_{sf2} = \frac{1}{\bar{z}_{sf2}} = \frac{1}{r_{sf2} + jx_{sf2}} \quad (\text{A.191})$$

$$\begin{aligned}
\bar{Y}_{ac2ac2}' &= G_{ac2ac2}' + jB_{ac2ac2}' = \bar{y}_{pr2} \\
\bar{Y}_{vi2vi2}'' &= G_{vi2vi2}'' + jB_{vi2vi2}'' = \bar{y}_{pr2} + \bar{y}_{sf2} \\
\bar{Y}_{ac2vi2} &= G_{ac2vi2} + jB_{ac2vi2} = -\bar{y}_{pr2} \\
\bar{Y}_{vi2ac2} &= G_{vi2ac2} + jB_{vi2ac2} = -\bar{y}_{pr2}
\end{aligned} \tag{A.192}$$

Las ecuaciones de inyección de corriente en el VSC₂ serie entre los nodos *ac2-dc* son:

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_{ac2dc} \\ \bar{I}_{dcac2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{ac2ac2}'' & \bar{Y}_{ac2dc} \\ \bar{Y}_{dcac2} & \bar{Y}_{dcdc}'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_{ac2} \\ V_{dc} \end{bmatrix} \tag{A.193}$$

Las ecuaciones de potencia de la estación VSC en serie son:

$$P_{ac2dc} = G_{ac2ac2}'' V_{ac2}^2 + V_{ac2} V_{dc} [G_{ac2dc} \cos(\theta_{ac2}) + B_{ac2dc} \sin(\theta_{ac2})] \tag{A.194}$$

$$Q_{ac2dc} = V_{ac2} V_{dc} [G_{ac2dc} \sin(\theta_{ac2}) - B_{ac2dc} \cos(\theta_{ac2})] \tag{A.195}$$

$$P_{dcac2} = V_{dc}^2 G_{dcac2}'' + V_{dc} V_{ac2} [G_{dcac2} \cos(-\theta_{ac2}) + B_{dcac2} \sin(-\theta_{ac2})] \tag{A.196}$$

$$Q_{dcac2} = V_{dc} V_{ac2} [G_{dcac2} \sin(-\theta_{ac2}) - B_{dcac2} \cos(-\theta_{ac2})] \tag{A.197}$$

donde

$$\begin{aligned}
\bar{Y}_{ac2ac2}'' &= G_{ac2ac2}'' + jB_{ac2ac2}'' = g_{12} \\
\bar{Y}_{dcdc}'' &= G_{dcdc}'' + jB_{dcdc}'' = K^2 m_{a2}^2 g_{12} + g_{sw2} \\
\bar{Y}_{ac2dc} &= G_{ac2dc} + jB_{ac2dc} = -K m_{a2} g_{12} (\cos \phi_2 + j \sin \phi_2) \\
\bar{Y}_{dcac2} &= G_{dcac2} + jB_{dcac2} = -K m_{a2} g_{12} (\cos \phi_2 - j \sin \phi_2)
\end{aligned} \tag{A.198}$$

Al sustituir las ecuaciones (A.198) en las ecuaciones (A.194)–(A.197), se obtienen las siguientes expresiones en términos de las variables del convertidor m_a y ϕ ,

$$P_{ac2dc} = g_{12}V_{ac2}^2 - Km_{a2}g_{12}V_{ac2}V_{dc}\cos(\theta_{ac2} - \phi_2) \quad (\text{A.199})$$

$$Q_{ac2dc} = -Km_{a2}g_{12}V_{ac2}V_{dc}\sin(\theta_{ac2} - \phi_2) \quad (\text{A.200})$$

$$P_{dcac2} = (K^2m_{a2}^2g_{12} + g_{sw2})V_{dc}^2 - Km_{a2}g_{12}V_{dc}V_{ac2}\cos(\phi_2 - \theta_{ac2}) \quad (\text{A.201})$$

$$Q_{dcac2} = -Km_{a2}g_{12}V_{ac2}V_{dc}\sin(\phi_2 - \theta_{ac2}) \quad (\text{A.202})$$

La potencia que refleja las pérdidas por conducción y conmutación de los VSCs que conforman el UPFC se obtiene mediante las siguientes ecuaciones, respectivamente:

$$P_{loss1} = P_{dcac1} - P_{ac1vi1} \quad (\text{A.203})$$

$$P_{loss2} = P_{dcac2} - P_{ac2vi2} \quad (\text{A.204})$$

La suma de (A.203) y (A.204) corresponde a la potencia total disipada por el UPFC.

Aplicando KCL en cada uno de los nodos que conforman el UPFC, se tienen las siguientes relaciones de inyección de corrientes nodales, $\bar{\mathbf{I}}_s = \bar{\mathbf{I}}_{sm} + \bar{\mathbf{I}}_{sv1}$, $\bar{\mathbf{I}}_m = \bar{\mathbf{I}}_{ms}$, $\bar{\mathbf{I}}_{vi2} = \bar{\mathbf{I}}_{vi2inj} + \bar{\mathbf{I}}_{vi2ac2}$, $\bar{\mathbf{I}}_{vi1} = \bar{\mathbf{I}}_{vi1inj} + \bar{\mathbf{I}}_{vi1ac1}$, $\bar{\mathbf{I}}_{ac2} = \bar{\mathbf{I}}_{ac2vi2} + \bar{\mathbf{I}}_{ac2dc}$, $\bar{\mathbf{I}}_{ac1} = \bar{\mathbf{I}}_{ac1vi1} + \bar{\mathbf{I}}_{ac1dc}$, $\bar{\mathbf{I}}_{dc} = \bar{\mathbf{I}}_{dcac1} + \bar{\mathbf{I}}_{dcac2}$.

Con base a estas ecuaciones y considerando las matrices de admitancias nodales (A.135), (A.158), (A.167), (A.175), (A.185) y (A.193) podemos escribir de manera

generalizada

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_s \\ \bar{I}_m \\ \bar{I}_{vi2} \\ \bar{I}_{vi1} \\ \bar{I}_{ac2} \\ \bar{I}_{ac1} \\ \bar{I}_{dc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{ss} & \bar{Y}_{sm} & \bar{Y}_{svi2} & \bar{Y}_{svi1} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{Y}_{ms} & \bar{Y}_{mm} & \bar{Y}_{mvi2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{Y}_{vi2s} & \bar{Y}_{vi2m} & \bar{Y}_{vi2vi2} & 0 & \bar{Y}_{vi2ac2} & 0 & 0 \\ \bar{Y}_{vi1s} & 0 & 0 & \bar{Y}_{vi1vi1} & 0 & \bar{Y}_{vi1ac1} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Y}_{ac2vi2} & 0 & \bar{Y}_{ac2ac2} & 0 & \bar{Y}_{ac2dc} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{Y}_{ac1vi1} & 0 & \bar{Y}_{ac1ac1} & \bar{Y}_{ac1dc} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Y}_{dcac2} & \bar{Y}_{dcac1} & \bar{Y}_{dcdc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_s \\ \bar{V}_m \\ \bar{V}_{vi2} \\ \bar{V}_{vi1} \\ \bar{V}_{ac2} \\ \bar{V}_{ac1} \\ V_{dc} \end{bmatrix} \quad (\text{A.205})$$

donde

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{ss} &= G_{ss} + jB_{ss} = \bar{Y}_{ss}' + \bar{Y}_{ss}'' \\ \bar{Y}_{vi2vi2} &= G_{vi2vi2} + jB_{vi2vi2} = \bar{Y}_{vi2vi2}' + \bar{Y}_{vi2vi2}'' \\ \bar{Y}_{vi1vi1} &= G_{vi1vi1} + jB_{vi1vi1} = \bar{Y}_{vi1vi1}' + \bar{Y}_{vi1vi1}'' \\ \bar{Y}_{ac1ac1} &= G_{ac1ac1} + jB_{ac1ac1} = \bar{Y}_{ac1ac1}' + \bar{Y}_{ac1ac1}'' \\ \bar{Y}_{ac2ac2} &= G_{ac2ac2} + jB_{ac2ac2} = \bar{Y}_{ac2ac2}' + \bar{Y}_{ac2ac2}'' \\ \bar{Y}_{dcdc} &= G_{dcdc} = \bar{Y}_{dcdc}' + \bar{Y}_{dcdc}'' \end{aligned} \quad (\text{A.206})$$

Además, las admitancias nodales $\bar{Y}_{ss}'$, $\bar{Y}_{svi1}$, $\bar{Y}_{vi1s}$, $\bar{Y}_{vi1vi1}'$, $\bar{Y}_{ss}''$, $\bar{Y}_{sm}$, $\bar{Y}_{svi2}$, $\bar{Y}_{ms}$, $\bar{Y}_{mm}$, $\bar{Y}_{mvi2}$, $\bar{Y}_{vi2s}$, $\bar{Y}_{vi2m}$, $\bar{Y}_{vi2vi2}'$, $\bar{Y}_{ac1ac1}'$, $\bar{Y}_{ac1vi1}$, $\bar{Y}_{vi1ac1}$, $\bar{Y}_{vi1vi1}''$, $\bar{Y}_{ac1ac1}''$, $\bar{Y}_{ac1dc}$, $\bar{Y}_{dcac1}$, $\bar{Y}_{dcdc}'$, $\bar{Y}_{acac}'$, $\bar{Y}_{ac2vi2}$, $\bar{Y}_{vi2ac2}$, $\bar{Y}_{vivi2}''$, $\bar{Y}_{ac2ac2}''$, $\bar{Y}_{ac2dc}$, $\bar{Y}_{dcac2}$, $\bar{Y}_{dcdc}''$ están definidas en las ecuaciones (A.141), (A.166), (A.174), (A.180), (A.192) y (A.198), respectivamente.

Con base en la matriz (A.205) y la Figura A.3(b), las ecuaciones para las inyecciones de potencia nodal en el UPFC son como se dan a continuación.

Para el nodo s , la inyección de potencia activa es dada por la suma de las ecua-

ciones (A.136) y (A.159), mientras que la inyección de potencia reactiva es dada por la suma de las ecuaciones (A.137) y (A.160):

$$\begin{aligned}
 P_s = P_{sm} + P_{svi1} = & G_{ss}V_s^2 + V_sV_m[G_{sm}\cos(\theta_s - \theta_m) + B_{sm}\sin(\theta_s - \theta_m)] \\
 & + V_sV_{vi1}[G_{svi1}\cos(\theta_s - \theta_{vi1}) + B_{svi1}\sin(\theta_s - \theta_{vi1})] \\
 & + V_sV_{vi2}[G_{svi2}\cos(\theta_s - \theta_{vi2}) + B_{svi2}\sin(\theta_s - \theta_{vi2})]
 \end{aligned} \tag{A.207}$$

$$\begin{aligned}
 Q_s = Q_{sm} + Q_{svi1} = & -B_{ss}V_s^2 + V_sV_m[G_{sm}\sin(\theta_s - \theta_m) - B_{sm}\cos(\theta_s - \theta_m)] \\
 & + V_sV_{vi1}[G_{svi1}\sin(\theta_s - \theta_{vi1}) - B_{svi1}\cos(\theta_s - \theta_{vi1})] \\
 & + V_sV_{vi2}[G_{svi2}\sin(\theta_s - \theta_{vi2}) - B_{svi2}\cos(\theta_s - \theta_{vi2})]
 \end{aligned} \tag{A.208}$$

Para el nodo m , las ecuaciones corresponden a (A.161) y (A.162):

$$\begin{aligned}
 P_m = P_{ms} = & G_{mm}V_m^2 + V_mV_s[G_{ms}\cos(\theta_m - \theta_s) + B_{ms}\sin(\theta_m - \theta_s)] \\
 & + V_mV_{vi2}[G_{mvi2}\cos(\theta_m - \theta_{vi2}) + B_{mvi2}\sin(\theta_m - \theta_{vi2})]
 \end{aligned} \tag{A.209}$$

$$\begin{aligned}
 Q_m = Q_{ms} = & -B_{mm}V_m^2 + V_mV_s[G_{ms}\sin(\theta_m - \theta_s) - B_{ms}\cos(\theta_m - \theta_s)] \\
 & + V_mV_{vi2}[G_{mvi2}\sin(\theta_m - \theta_{vi2}) - B_{mvi2}\cos(\theta_m - \theta_{vi2})]
 \end{aligned} \tag{A.210}$$

Para el nodo $vi1$, la inyección de potencia activa se determina a partir de la suma de las ecuaciones (A.138) y (A.170), mientras que la expresión correspondiente a la potencia reactiva se obtiene al combinar las ecuaciones (A.139) y (A.171):

$$\begin{aligned}
 P_{vi1} = P_{vi1ac1} + P_{vi1s} = & V_{vi1}^2 G_{vi1vi1} + V_{vi1}V_s[G_{vi1s}\cos(\theta_{vi1} - \theta_s) + B_{vi1s}\sin(\theta_{vi1} - \theta_s)] \\
 & + V_{vi1}V_{ac1}[G_{vi1ac1}\cos(\theta_{vi1} - \theta_{ac1}) + B_{vi1ac1}\sin(\theta_{vi1} - \theta_{ac1})]
 \end{aligned} \tag{A.211}$$

$$\begin{aligned}
Q_{vi1} = Q_{vi1ac1} + Q_{vi1s} = & -V_{vi1}^2 B_{vi1vi1} \\
& + V_{vi1} V_s [G_{vi1s} \sin(\theta_{vi1} - \theta_s) - B_{vi1s} \cos(\theta_{vi1} - \theta_s)] \\
& + V_{vi1} V_{ac1} [G_{vi1ac1} \sin(\theta_{vi1} - \theta_{ac1}) - B_{vi1ac1} \cos(\theta_{vi1} - \theta_{ac1})]
\end{aligned} \tag{A.212}$$

Para el nodo $vi2$, la inyección de potencia activa se obtiene al sumar las ecuaciones (A.163) y (A.188), mientras que la expresión correspondiente a la potencia reactiva se deduce de la combinación de las ecuaciones (A.164) y (A.189).

$$\begin{aligned}
P_{vi2} = P_{vi2ac2} + P_{vi2s} = & V_{vi2}^2 G_{vi2vi2} + V_{vi2} V_s [G_{vi2s} \cos(\theta_{vi2} - \theta_s) + B_{vi2s} \sin(\theta_{vi2} - \theta_s)] \\
& + V_{vi2} V_m [G_{vi2m} \cos(\theta_{vi2} - \theta_m) + B_{vi2m} \sin(\theta_{vi2} - \theta_m)] \\
& + V_{vi2} V_{ac2} [G_{vi2ac2} \cos(\theta_{vi2} - \theta_{ac2}) + B_{vi2ac2} \sin(\theta_{vi2} - \theta_{ac2})]
\end{aligned} \tag{A.213}$$

$$\begin{aligned}
Q_{vi2} = Q_{vi2ac2} + Q_{vi2s} = & -V_{vi2}^2 B_{vi2vi2} \\
& + V_{vi2} V_s [G_{vi2s} \sin(\theta_{vi2} - \theta_s) - B_{vi2s} \cos(\theta_{vi2} - \theta_s)] \\
& + V_{vi2} V_m [G_{vi2m} \sin(\theta_{vi2} - \theta_m) - B_{vi2m} \cos(\theta_{vi2} - \theta_m)] \\
& + V_{vi2} V_{ac2} [G_{vi2ac2} \sin(\theta_{vi2} - \theta_{ac2}) - B_{vi2ac2} \cos(\theta_{vi2} - \theta_{ac2})]
\end{aligned} \tag{A.214}$$

Para el nodo $ac1$, la ecuación de inyección de potencia activa corresponde a la suma de (A.168) y (A.176), mientras que para la potencia reactiva se tiene el negativo de la inyección de la fuente de potencia reactiva más la suma de las ecuaciones (A.169) y (A.177):

$$\begin{aligned}
P_{ac1} = P_{ac1dc} + P_{ac1vi1} = & G_{ac1ac1} V_{ac1}^2 + V_{ac1} V_{dc} [G_{ac1dc} \cos(\theta_{ac1}) + B_{ac1vi1} \sin(\theta_{ac1})] \\
& + V_{ac1} V_{vi1} [G_{ac1vi1} \cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) + B_{ac1vi1} \sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})]
\end{aligned} \tag{A.215}$$

$$\begin{aligned}
Q_{ac1} = -Q_{vsc1} + Q_{ac1dc} + Q_{ac1vi1} = -Q_{vsc1} - B_{ac1ac1}V_{ac1}^2 \\
+ V_{ac1}V_{dc}[G_{ac1dc}\sin(\theta_{ac1}) - B_{ac1dc}\cos(\theta_{ac1})] \\
+ V_{ac1}V_{vi1}[G_{ac1vi1}\sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) - B_{ac1vi1}\cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})]
\end{aligned}
\tag{A.216}$$

Reescribiendo las ecuaciones de balance de potencia en el nodo ac de forma explícita en términos de las variables de estado m_{a1} y ϕ_1 , las expresiones de P_{ac1} y Q_{ac1} son las siguientes:

$$\begin{aligned}
P_{ac1} = G_{ac1ac1}(V_{ac1})^2 - Km_{a1}g_{11}V_{ac1}V_{dc}\cos(\theta_{ac1} - \phi_1) \\
+ V_{ac1}V_{vi1}[G_{ac1vi1}\cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) + B_{ac1vi1}\sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})]
\end{aligned}
\tag{A.217}$$

$$\begin{aligned}
Q_{ac1} = -Q_{vsc1} + Q_{ac1dc} + Q_{ac1vi1} = -Q_{vsc1} - B_{ac1ac1}(V_{ac1})^2 \\
- Km_{a1}g_{11}V_{ac1}V_{dc}\sin(\theta_{ac1} - \phi_1) \\
+ V_{ac1}V_{vi1}[G_{ac1vi1}\sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) - B_{ac1vi1}\cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})]
\end{aligned}
\tag{A.218}$$

Para el nodo $ac2$, la inyección de potencia activa se obtiene al sumar las expresiones dadas en las ecuaciones (A.186) y (A.194). En cuanto a la potencia reactiva, esta se determina considerando el valor negativo de la inyección proporcionada por la fuente de potencia reactiva, junto con la suma de las ecuaciones (A.187) y (A.195).

$$\begin{aligned}
P_{ac2} = P_{ac2dc} + P_{ac2vi2} = G_{ac2ac2}V_{ac2}^2 + V_{ac2}V_{dc}[G_{ac2dc}\cos(\theta_{ac2}) + B_{ac2vi2}\sin(\theta_{ac2})] \\
+ V_{ac2}V_{vi2}[G_{ac2vi2}\cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) + B_{ac2vi2}\sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})]
\end{aligned}
\tag{A.219}$$

$$\begin{aligned}
Q_{ac2} &= -Q_{vsc2} + Q_{ac2dc} + Q_{ac2vi2} = -Q_{vsc2} - B_{ac2ac2}V_{ac2}^2 \\
&\quad + V_{ac2}V_{dc}[G_{ac2dc}\sin(\theta_{ac2}) - B_{ac2dc}\cos(\theta_{ac2})] \\
&\quad + V_{ac2}V_{vi2}[G_{ac2vi2}\sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) - B_{ac2vi2}\cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})]
\end{aligned} \tag{A.220}$$

Reescribiendo las ecuaciones de balance de potencia en el nodo $ac2$ de forma explícita en términos de las variables de estado m_{a2} y ϕ_2 , las expresiones de P_{ac2} y Q_{ac2} son las siguientes:

$$\begin{aligned}
P_{ac2} &= P_{ac2dc} + P_{ac2vi2} = G_{ac2ac2}(V_{ac2})^2 - Km_{a2}g_{12}V_{ac2}V_{dc}\cos(\theta_{ac2} - \phi_2) \\
&\quad + V_{ac2}V_{vi2}[G_{ac2vi2}\cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) + B_{ac2vi2}\sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})]
\end{aligned} \tag{A.221}$$

$$\begin{aligned}
Q_{ac2} &= -Q_{vsc2} + Q_{ac2dc} + Q_{ac2vi2} = -Q_{vsc2} - B_{ac2ac2}(V_{ac2})^2 \\
&\quad - Km_{a2}g_{12}V_{ac2}V_{dc}\sin(\theta_{ac2} - \phi_2) \\
&\quad + V_{ac2}V_{vi2}[G_{ac2vi2}\sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) - B_{ac2vi2}\cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})]
\end{aligned} \tag{A.222}$$

Para el nodo dc , la inyección de potencia activa se obtiene a partir de la suma de las ecuaciones (A.178) y (A.196). Por su parte, la potencia reactiva en este nodo se calcula por medio de la suma de (A.179) más (A.197):

$$\begin{aligned}
P_{dc} &= P_{dcac1} + P_{dcac2} = V_{dc}^2G_{dcdc} + V_{dc}V_{ac1}[G_{dcac1}\cos(-\theta_{ac1}) + B_{dcac1}\sin(-\theta_{ac1})] \\
&\quad + V_{dc}V_{ac2}[G_{dcac2}\cos(-\theta_{ac2}) + B_{dcac2}\sin(-\theta_{ac2})]
\end{aligned} \tag{A.223}$$

$$\begin{aligned}
Q_{dc} &= Q_{dcac1} + Q_{dcac2} = V_{dc}^2B_{dcdc} + V_{dc}V_{ac1}[G_{dcac1}\sin(-\theta_{ac1}) - B_{dcac1}\cos(-\theta_{ac1})] \\
&\quad + V_{dc}V_{ac2}[G_{dcac2}\sin(-\theta_{ac2}) - B_{dcac2}\cos(-\theta_{ac2})]
\end{aligned} \tag{A.224}$$

Reescribiendo las ecuaciones de balance de potencia en el nodo dc de forma explícita en términos de las variables de estado m_{a1} , m_{a2} , ϕ_1 y ϕ_2 , las expresiones de P_{dc} y Q_{dc} son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 P_{dc} = P_{dcac1} + P_{dcac2} = & [K^2(m_{a1})^2 g_{11} + g_{sw1} + K^2(m_{a2})^2 g_{12} + g_{sw2}](V_{dc})^2 \\
 & - Km_{a1}g_{11}V_{dc}V_{ac1} \cos(\phi_1 - \theta_{ac1}) - Km_{a2}g_{12}V_{dc}V_{ac2} \cos(\phi_2 - \theta_{ac2})
 \end{aligned}
 \tag{A.225}$$

$$Q_{dc} = Q_{dcac1} + Q_{dcac2} = -Km_{a1}g_{11}V_{ac1}V_{dc} \sin(\phi_1 - \theta_{ac1}) - Km_{a2}g_{12}V_{ac2}V_{dc} \sin(\phi_2 - \theta_{ac2})
 \tag{A.226}$$

En el caso de los nodos s y m , es importante mencionar que las ecuaciones presentadas únicamente consideran la inyección de potencia debida al UPFC. Por lo tanto, para obtener las ecuaciones completas de balance de potencia en dichos nodos, es necesario considerar también las inyecciones de los demás elementos eléctricos de la red de AC que se encuentren conectados a estos nodos, respectivamente.

Apéndice B

Transformaciones de coordenadas en sistemas eléctricos trifásicos

B.1. Conversión entre sistemas de referencia: *abc* y *012*

La matriz $\mathbf{T}_{012}^{abc}$ permite obtener las componentes en el sistema *abc* (representadas como fasores en valores eficaces) a partir de las componentes simétricas 012. Esta relación se expresa como,

$$\mathbf{V}_{abc} = \mathbf{T}_{012}^{abc} \mathbf{V}_{012}, \quad (\text{B.1})$$

donde la matriz $\mathbf{T}_{012}^{abc}$ está definida por [Grainger94],

$$\mathbf{T}_{012}^{abc} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}, \quad (\text{B.2})$$

y $\alpha = 1 \angle \frac{2\pi}{3}$. Por otro lado, para obtener las componentes 012 a partir de los fasores

de valores eficaces abc , se utiliza la matriz $\mathbf{T}_{abc}^{012}$, que está dada por la inversa de $\mathbf{T}_{012}^{abc}$,

$$\mathbf{V}_{012} = \mathbf{T}_{abc}^{012} \mathbf{V}_{abc}, \quad (\text{B.3})$$

$$\mathbf{T}_{abc}^{012} = (\mathbf{T}_{012}^{abc})^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix}. \quad (\text{B.4})$$

La relación general se expresa como,

$$\begin{bmatrix} V_0 \angle \theta_0 \\ V_1 \angle \theta_1 \\ V_2 \angle \theta_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 \angle \frac{2\pi}{3} & 1 \angle -\frac{2\pi}{3} \\ 1 & 1 \angle -\frac{2\pi}{3} & 1 \angle \frac{2\pi}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a^{\text{rms}} \angle \theta_a \\ V_b^{\text{rms}} \angle \theta_b \\ V_c^{\text{rms}} \angle \theta_c \end{bmatrix}. \quad (\text{B.5})$$

Expandiendo la ecuación para calcular las componentes simétricas,

$$\begin{bmatrix} V_0 \angle \theta_0 \\ V_1 \angle \theta_1 \\ V_2 \angle \theta_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} V_a^{\text{rms}} \angle \theta_a + V_b^{\text{rms}} \angle \theta_b + V_c^{\text{rms}} \angle \theta_c \\ V_a^{\text{rms}} \angle \theta_a + V_b^{\text{rms}} \angle (\theta_b + \frac{2\pi}{3}) + V_c^{\text{rms}} \angle (\theta_c - \frac{2\pi}{3}) \\ V_a^{\text{rms}} \angle \theta_a + V_b^{\text{rms}} \angle (\theta_b - \frac{2\pi}{3}) + V_c^{\text{rms}} \angle (\theta_c + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}. \quad (\text{B.6})$$

Para un sistema balanceado y simétrico ($V_a^{\text{rms}} = V_b^{\text{rms}} = V_c^{\text{rms}}$, $\theta_b = \theta_a - \frac{2\pi}{3}$, $\theta_c = \theta_a + \frac{2\pi}{3}$), las ecuaciones se simplifican. Sustituyendo en las relaciones anteriores, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} V_0 \angle \theta_0 \\ V_1 \angle \theta_1 \\ V_2 \angle \theta_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 \\ 3V_a^{\text{rms}} \angle \theta_a \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ V_a^{\text{rms}} \angle \theta_a \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

Por lo tanto, bajo condiciones de simetría, solo existe la componente de secuencia positiva,

$$V_1 = V_a^{\text{rms}}, \quad \theta_1 = \theta_a. \quad (\text{B.8})$$

B.2. Conversión entre sistemas de referencia: *abc* y *dqz*

La matriz $\mathbf{T}_{abc}^{dqz}$ se utiliza para obtener los valores de las componentes *dqz* ($\mathbf{V}_{dqz}$) a partir de los valores *abc* ($\mathbf{V}_{abc}(\mathbf{t})$) expresados en función del tiempo. De forma similar, la matriz $\mathbf{T}_{dqz}^{abc}$ se utiliza para obtener los valores *abc* a partir de las componentes *dqz*. Estas relaciones están dadas por [Kundur94],

$$\mathbf{V}_{dqz} = \mathbf{T}_{abc}^{dqz} \mathbf{V}_{abc}, \quad \mathbf{V}_{abc} = \mathbf{T}_{dqz}^{abc} \mathbf{V}_{dqz}. \quad (\text{B.9})$$

$$\mathbf{T}_{abc}^{dqz} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\omega_{dq}t) & \cos(\omega_{dq}t - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\omega_{dq}t + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\omega_{dq}t) & -\sin(\omega_{dq}t - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\omega_{dq}t + \frac{2\pi}{3}) \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}, \quad (\text{B.10})$$

$$\mathbf{T}_{dqz}^{abc} = \left(\mathbf{T}_{abc}^{dqz}\right)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_{dq}t) & -\sin(\omega_{dq}t) & 1 \\ \cos(\omega_{dq}t - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\omega_{dq}t - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\omega_{dq}t + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\omega_{dq}t + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.11})$$

Cuando se coloca un PLL en la fase *a*, la transformación *dqz* con el eje directo sigue la fase *a*, lo que implica que $\theta_a = 0$, $\theta_{ba} = \theta_b - \theta_a$, $\theta_{ca} = \theta_c - \theta_a$, y $\omega_{dq} = \omega$.

La relación $\mathbf{V}_{dqz} = \mathbf{T}_{abc}^{dqz} \mathbf{V}_{abc}$ queda expresada como:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_z \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\omega t) & -\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{2}V_a^{\text{rms}} \cos(\omega t) \\ \sqrt{2}V_b^{\text{rms}} \cos(\omega t + \theta_{ba}) \\ \sqrt{2}V_c^{\text{rms}} \cos(\omega t + \theta_{ca}) \end{bmatrix}. \quad (\text{B.12})$$

Expandiendo la ecuación anterior:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_z \end{bmatrix} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \begin{bmatrix} V_a^{\text{rms}} \cos^2(\omega t) + V_b^{\text{rms}} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos(\omega t + \theta_{ba}) + \\ V_c^{\text{rms}} \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \cos(\omega t + \theta_{ca}) \\ -V_a^{\text{rms}} \sin(\omega t) \cos(\omega t) - V_b^{\text{rms}} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos(\omega t + \theta_{ba}) - \\ V_c^{\text{rms}} \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \cos(\omega t + \theta_{ca}) \\ 0.5V_a^{\text{rms}} \cos(\omega t) + 0.5V_b^{\text{rms}} \cos(\omega t + \theta_{ba}) + \\ 0.5V_c^{\text{rms}} \cos(\omega t + \theta_{ca}) \end{bmatrix}. \quad (\text{B.13})$$

Considerando un sistema balanceado y simétrico ($V_a^{\text{rms}} = V_b^{\text{rms}} = V_c^{\text{rms}}$, $\theta_b = \theta_a - \frac{2\pi}{3}$, $\theta_c = \theta_a + \frac{2\pi}{3}$), aplicando funciones trigonométricas y simplificando obtenemos:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{2}V_a^{\text{rms}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.14})$$

Esto implica que,

$$V_d = \sqrt{2}V_a^{\text{rms}} \quad (\text{B.15})$$

donde V_d es constante, mientras que las componentes $V_q = V_z = 0$.

B.3. Conversión entre sistemas de referencia: dqz y 012

La obtención de las componentes dqz a partir de las componentes simétricas es dada por $\mathbf{V}_{dqz} = \mathbf{T}_{012}^{dqz} \mathbf{V}_{012}$ donde $\mathbf{T}_{012}^{dqz} = \mathbf{T}_{abc}^{dqz} \mathbf{T}_{fasor}^{tiempo} \mathbf{T}_{012}^{abc}$ [Chapman02].

De manera inversa, las componentes simétricas se pueden obtener desde las componentes dqz mediante $\vec{V}_{012} = \mathbf{T}_{dqz}^{012} \mathbf{V}_{dqz}$ donde $\mathbf{T}_{dqz}^{012} = \mathbf{T}_{dqz}^{012} \mathbf{T}_{tiempo}^{fasor} \mathbf{T}_{abc}^{dqz}$.

La matriz $\mathbf{T}_{fasor}^{tiempo}$ convierte fasores en valores rms ($\mathbf{V}_{abc}$) a voltajes que son funciones del tiempo ($\mathbf{V}_{abc}(t)$) por medio de $\mathbf{V}_{abc}(t) = \mathbf{T}_{fasor}^{tiempo} \mathbf{V}_{abc}$. De manera similar, la matriz $\mathbf{T}_{tiempo}^{fasor}$ convierte funciones de tiempo a fasores $\mathbf{V}_{abc} = \mathbf{T}_{tiempo}^{fasor} \mathbf{V}_{abc}(t)$.

Cuando se utiliza un PLL en la fase a , la transformaci3n dqz alinea el eje directo con la fase a . Esto implica que los fasores abc deben rotarse en $-\theta_a$ para tomar la fase a como referencia, luego expresarse como funciones del tiempo y multiplicarse por $\sqrt{2}$ para convertir la amplitud en valores rms,

$$\begin{bmatrix} \sqrt{2}V_a^{\text{rms}} \cos(\omega t) \\ \sqrt{2}V_b^{\text{rms}} \cos(\omega t + \theta_b - \theta_a) \\ \sqrt{2}V_c^{\text{rms}} \cos(\omega t + \theta_c - \theta_a) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{fasor}^{tiempo} \begin{bmatrix} V_a^{\text{rms}} \angle \theta_a \\ V_b^{\text{rms}} \angle \theta_b \\ V_c^{\text{rms}} \angle \theta_c \end{bmatrix}. \quad (\text{B.16})$$

La matriz de transformaci3n es,

$$\mathbf{T}_{fasor}^{tiempo} = \sqrt{2} \mathbf{F}_{fasor}^{tiempo} (1 \angle -\theta_a) \quad (\text{B.17})$$

donde $\mathbf{F}_{fasor}^{tiempo}$ representa la conversi3n de fasores a funciones del tiempo, $\mathbf{F}_{fasor}^{tiempo} = f \{M \angle \phi \rightarrow M \cos(\omega t + \phi)\}$.

De forma inversa, en la transformaci3n de $\mathbf{T}_{abc}^{012}$, las funciones del tiempo deben multiplicarse por $\frac{1}{\sqrt{2}}$, convertirse de expresiones temporales a fasores, y rotarse en $+\theta_a$:

$$\mathbf{T}_{tiempo}^{fasor} = (1 \angle \theta_a) \mathbf{F}_{tiempo}^{fasor} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right), \quad (\text{B.18})$$

donde $\mathbf{F}_{tiempo}^{fasor} = f \{M \cos(\omega t + \phi) \rightarrow M \angle \phi\}$.

La transformaci3n $\mathbf{V}_{dqz} = \mathbf{T}_{012}^{dqz} \mathbf{V}_{012}$ puede realizarse con $\mathbf{T}_{012}^{dqz} = \mathbf{T}_{abc}^{dqz} \mathbf{T}_{abc}^{012} \mathbf{T}_{012}^{ABC}$.

Por lo tanto, desarrollando la transformación anterior,

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_z \end{bmatrix} &= \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(wt) & \cos\left(wt - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(wt + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(wt) & -\sin\left(wt - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(wt + \frac{2\pi}{3}\right) \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \sqrt{2} \mathbf{F}_{\text{fasor}}^{\text{tiempo}} (1\angle -\theta_a) \\
 &\times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & 1\angle\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ 1 & 1\angle\left(\frac{2\pi}{3}\right) & 1\angle\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0\angle\theta_0 \\ V_1\angle\theta_1 \\ V_2\angle\theta_2 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{B.19}$$

La matriz $\mathbf{T}_{abc}^{dqz}$ puede expandirse utilizando la transformación $\alpha\beta 0$ (también conocida como transformación de Clarke) con las siguientes matrices de transformación $\mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{dqz}$ y $\mathbf{T}_{abc}^{\alpha\beta 0}$ desarrollando de la siguiente forma:

$$\mathbf{T}_{abc}^{dqz} = \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{dqz} \mathbf{T}_{abc}^{\alpha\beta 0} = \begin{bmatrix} \cos(wt) & \sin(wt) & 0 \\ -\sin(wt) & \cos(wt) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{B.20}$$

De este modo $\mathbf{T}_{012}^{dqz} = \mathbf{T}_{\alpha\beta 0}^{dqz} \mathbf{T}_{abc}^{\alpha\beta 0} \mathbf{T}_{tiempo}^{fasor} \mathbf{T}_{012}^{abc}$ por lo que $\mathbf{V}_{dqz} = \mathbf{T}_{012}^{dqz} \mathbf{V}_{012}$ queda expresado como,

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(wt) & \sin(wt) & 0 \\ -\sin(wt) & \cos(wt) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\
&\times \sqrt{2} F_{\text{fasor}}^{\text{tiempo}} (1\angle -\varphi_A) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle\left(\frac{-2\pi}{3}\right) & 1\angle\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ 1 & 1\angle\left(\frac{2\pi}{3}\right) & 1\angle\left(\frac{-2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \\
&\times \begin{bmatrix} V_0\angle\theta_0 \\ V_1\angle\theta_1 \\ V_2\angle\theta_2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{B.21}$$

La rotación $1\angle -\theta_a$ puede aplicarse después de la transformación $\mathbf{T}_{abc}^{\alpha\beta 0}$ y realizar la conversión de fasor a tiempo y la multiplicación por $\sqrt{2}$ después de esto:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(wt) & \sin(wt) & 0 \\ -\sin(wt) & \cos(wt) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sqrt{2} \mathbf{F}_{\text{fasor}}^{\text{tiempo}} (1\angle -\theta_a) \\
&\times \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\angle\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & 1\angle\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ 1 & 1\angle\left(\frac{2\pi}{3}\right) & 1\angle\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0\angle\theta_0 \\ V_1\angle\theta_1 \\ V_2\angle\theta_2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{B.22}$$

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(wt) & \sin(wt) & 0 \\ -\sin(wt) & \cos(wt) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sqrt{2} \mathbf{F}_{\text{fasor}}^{\text{tiempo}} (1\angle -\theta_a) \\
&\times \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 0 & 3\angle \frac{-\pi}{2} & 3\angle \frac{\pi}{2} \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0\angle\theta_0 \\ V_1\angle\theta_1 \\ V_2\angle\theta_2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{B.23}$$

simplificando y realizando operaciones algebraicas

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(wt) & \sin(wt) & 0 \\ -\sin(wt) & \cos(wt) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \sqrt{2} \mathbf{F}_{\text{fasor}}^{\text{tiempo}} (1\angle -\theta_a) \\
&\times \begin{bmatrix} V_1\angle\theta_1 + V_2\angle\theta_2 \\ V_1\angle(\theta_1 - \frac{\pi}{2}) + V_2\angle(\theta_2 + \frac{\pi}{2}) \\ V_0\angle\theta_0 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{B.24}$$

Realizando la rotación de $-\theta_a$ y la conversión de fasores a funciones del tiempo, obtenemos:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_z \end{bmatrix} &= \sqrt{2} \begin{bmatrix} \cos(wt) & \sin(wt) & 0 \\ -\sin(wt) & \cos(wt) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&\times \begin{bmatrix} V_1 \cos(wt + \theta_1 - \theta_a) + V_2 \cos(wt + \theta_2 - \theta_a) \\ V_1 \sin(wt + \theta_1 - \theta_a) - V_2 \sin(wt + \theta_2 - \theta_a) \\ V_0 \cos(wt + \theta_0 - \theta_a) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{B.25}$$

Utilizando identidades trigonométricas, se reduce a:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_z \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} V_1 \cos(\theta_1 - \theta_a) + V_2 \cos(2wt + \theta_2 - \theta_a) \\ V_1 \sin(\theta_1 - \theta_a) - V_2 \sin(2wt + \theta_2 - \theta_a) \\ V_0 \cos(wt + \theta_0 - \theta_a) \end{bmatrix} \quad (\text{B.26})$$

La ecuación(B.26) muestra la relación general entre las secuencias 012 y las componentes dqz . Si consideramos el caso de simetría en las fases donde las secuencias 0 y 2 tienen valor nulo y el ángulo de la componente de secuencia positiva es igual al ángulo de la fase a , es decir, $\theta_1 = \theta_a$, sustituyendo estas condiciones en (B.26), obtenemos:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_z \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} V_1 \cos(\theta_1 - \theta_a) \\ V_1 \sin(\theta_1 - \theta_a) \\ 0 \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.27})$$

Por lo tanto, se observa que los valores dqz son:

$$\begin{aligned} V_d &= \sqrt{2}V_1, \\ V_q &= 0, \\ V_z &= 0. \end{aligned} \quad (\text{B.28})$$

Además, estos valores son constantes bajo la condición de simetría.

B.4. Relación de potencias, voltajes y corrientes en un sistema trifásico balanceado

En un sistema trifásico, simétrico y balanceado, la potencia compleja de las tres fases está dada por,

$$\overline{S}_{3\phi} = \overline{S}_a + \overline{S}_b + \overline{S}_c = 3\overline{S}_a = 3\overline{V}_a^{\text{rms}} \overline{I}_a^{\text{rms}*} \quad (\text{B.29})$$

desarrollando la expresión a forma rectangular compleja:

$$\overline{\mathbf{S}}_{3\phi} = 3V_a^{\text{rms}} I_a^{\text{rms}} (\cos(\theta_a - \delta_a) + j \sin(\theta_a - \delta_a)) \quad (\text{B.30})$$

Aplicando la transformación $\mathbf{T}_{abc}^{012}$ al voltaje $\overline{\mathbf{V}}_a^{\text{rms}}$ y a la corriente $\overline{\mathbf{I}}_a^{\text{rms}*}$, y considerando la simetría como en (B.7), obtenemos que $V_1 = V_a^{\text{rms}}$, $I_1 = I_a^{\text{rms}}$, $\theta_1 = \theta_a$ y $\delta_1 = \delta_a$. Por lo tanto,

$$\mathbf{S}_{3\phi} = 3\overline{\mathbf{V}}_1 \overline{\mathbf{I}}_1^* = 3(V_1 \angle \theta_1)(I_1 \angle -\delta_1) \quad (\text{B.31})$$

expandiendo en términos de componentes reales e imaginarias,

$$\overline{\mathbf{S}}_{3\phi} = 3V_1 I_1 (\cos(\theta_1 - \delta_1) + j \sin(\theta_1 - \delta_1)) \quad (\text{B.32})$$

donde las componentes activa y reactiva son:

$$P_{3\phi} = 3V_1 I_1 \cos(\theta_1 - \delta_1), \quad Q_{3\phi} = 3V_1 I_1 \sin(\theta_1 - \delta_1) \quad (\text{B.33})$$

Aplicando la transformación $\mathbf{T}_{012}^{dqz}$ al voltaje $\overline{\mathbf{V}}_1$, y considerando la simetría como en (B.26), se obtiene,

$$V_d = \sqrt{2}V_1, \quad V_q = 0, \quad V_z = 0 \quad (\text{B.34})$$

Por lo tanto,

$$V_1 = \frac{V_d}{\sqrt{2}} \quad (\text{B.35})$$

Al aplicar la transformación $\mathbf{T}_{012}^{dqz}$ a la corriente $\overline{\mathbf{I}}_1$ se obtiene,

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_z \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} I_1 \cos(\delta_1 - \theta_a) \\ I_1 \sin(\delta_1 - \theta_a) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.36})$$

considerando el ángulo de fase del voltaje como referencia $\theta_a = \theta_1$, se obtiene,

$$\begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_z \end{bmatrix} = \sqrt{2} \begin{bmatrix} I_1 \cos(\delta_1 - \theta_1) \\ I_1 \sin(\delta_1 - \theta_1) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.37})$$

Las componentes I_d e I_q son

$$I_d = \sqrt{2}I_1 \cos(\delta_1 - \theta_1), \quad I_q = \sqrt{2}I_1 \sin(\delta_1 - \theta_1) \quad (\text{B.38})$$

Rescribiendo en equivalencia matemática:

$$I_d = \sqrt{2}I_1 \cos(\theta_1 - \delta_1), \quad I_q = -\sqrt{2}I_1 \sin(\theta_1 - \delta_1) \quad (\text{B.39})$$

Dividiendo ambos lados de las dos ecuaciones por $\sqrt{2}$,

$$\frac{I_d}{\sqrt{2}} = I_1 \cos(\theta_1 - \delta_1), \quad \frac{-I_q}{\sqrt{2}} = I_1 \sin(\theta_1 - \delta_1) \quad (\text{B.40})$$

Sustituyendo (B.35) y (B.40) en (B.33), da como resultado,

$$P_{3\phi} = 3 \frac{V_d}{\sqrt{2}} \frac{I_d}{\sqrt{2}} = \frac{3}{2} V_d I_d, \quad Q_{3\phi} = 3 \frac{V_d}{\sqrt{2}} \frac{-I_q}{\sqrt{2}} = -\frac{3}{2} V_d I_q \quad (\text{B.41})$$

Bajo la condición de simetría, tenemos las siguientes equivalencias entre los marcos de referencia,

$$P_{3\phi} = 3V_a^{\text{rms}} I_a^{\text{rms}} \cos(\theta_a - \delta_a) = 3V_1 I_1 \cos(\theta_1 - \delta_1) = \frac{3}{2} V_d I_d \quad (\text{B.42})$$

$$Q_{3\phi} = 3V_a^{\text{rms}} I_a^{\text{rms}} \sin(\theta_a - \delta_a) = 3V_1 I_1 \sin(\theta_1 - \delta_1) = -\frac{3}{2} V_d I_q \quad (\text{B.43})$$

En el estudio de flujos, se consideran los voltajes trifásicos *rms* en lugar de los monofásicos *rms*. Dado que el voltaje trifásico se expresa,

$$\sqrt{3}V_a^{\text{rms}} = \sqrt{3}V_1, \quad (\text{B.44})$$

la corriente utilizada en los flujos es,

$$\sqrt{3}I_a^{\text{rms}} = \sqrt{3}I_1. \quad (\text{B.45})$$

Esto da como resultado que el voltaje y la corriente trifásicos de secuencia positiva, es decir, V e I , respectivamente, se relacionen con el voltaje y corriente de secuencia positiva de fase mediante las siguientes ecuaciones,

$$\frac{V}{\sqrt{3}} = V_1, \quad (\text{B.46a})$$

$$\frac{I}{\sqrt{3}} = I_1. \quad (\text{B.46b})$$

Sustituyendo la ecuación (B.46) en la ecuación (B.33), se obtiene,

$$P_{3\phi} = 3 \frac{V}{\sqrt{3}} \frac{I}{\sqrt{3}} \cos(\theta_1 - \delta_1) = VI \cos(\theta_1 - \delta_1), \quad (\text{B.47})$$

$$Q_{3\phi} = 3 \frac{V}{\sqrt{3}} \frac{I}{\sqrt{3}} \sin(\theta_1 - \delta_1) = VI \sin(\theta_1 - \delta_1) \quad (\text{B.48})$$

De igual manera, utilizando (B.27) y (B.46a), la relación entre el voltaje del eje directo V_d y el voltaje trifásico de secuencia positiva V_{es} ,

$$V_d = \sqrt{2}V_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}V \quad (\text{B.49})$$

Mientras que la relación entre las corrientes dq y la corriente trifásica de secuencia positiva se obtiene de (B.40) y (B.46b),

$$\begin{aligned} \sqrt{I_d^2 + I_q^2} &= \sqrt{\left(\sqrt{2}I_1 \cos(\theta_1 - \delta_1)\right)^2 + \left(\sqrt{2}I_1 \sin(\theta_1 - \delta_1)\right)^2}, \\ &= \sqrt{2I_1^2 \cos^2(\theta_1 - \delta_1) + 2I_1^2 \sin^2(\theta_1 - \delta_1)}, \\ &= \sqrt{2I_1^2 (\cos^2(\theta_1 - \delta_1) + \sin^2(\theta_1 - \delta_1))}, \\ &= \sqrt{2I_1^2}, \\ &= \sqrt{2}I_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}I \end{aligned} \quad (\text{B.50})$$

Apéndice C

Restricciones de complementariedad

Sea $\mathbf{F} : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ un conjunto de funciones continuas y suaves, y $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ el vector de variables de estado. El Problema de Complementariedad No Lineal (NCP, por sus siglas en inglés) consiste en encontrar $\mathbf{x}$ tal que [Ferris97]:

$$0 \leq \mathbf{F}(\mathbf{x}) \perp \mathbf{x} \geq 0 \quad (\text{A.22}) \tag{C.1}$$

donde el operador $\perp$ indica que, además de las desigualdades establecidas, $0 \leq \mathbf{F}(\mathbf{x})$ y $\mathbf{x} \geq 0$, también se cumple la ecuación $\mathbf{x}^T \mathbf{F}(\mathbf{x}) = 0$. Observemos que, dado que $\mathbf{x}^T \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n y_i F_i(\mathbf{x})$, la ecuación (C.1) puede expresarse de manera equivalente como

$$x_i \geq 0, \quad F_i(\mathbf{x}) \geq 0, \quad x_i F_i(\mathbf{x}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n_x \tag{C.2}$$

El Problema de Complementariedad Mixta (MCP, por sus siglas en inglés) surge cuando solo una parte del vector $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ debe cumplir la condición de complementariedad. Es decir, un MCP incluye tanto ecuaciones algebraicas no lineales como restricciones de complementariedad no lineales. La primera parte incluye las variables $\mathbf{x}_1$ y ecuaciones $\mathbf{F}_1$ que no necesitan satisfacer ninguna condición de complementariedad.

La segunda parte incluye las variables $\mathbf{x}_2$ y ecuaciones $\mathbf{F}_2$ que deben satisfacer la condición de complementariedad.

$$\mathbf{F}_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = 0 \quad (\text{C.3a})$$

$$0 \leq \mathbf{x}_2 \perp \mathbf{F}_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \geq 0 \quad (\text{C.3b})$$

En muchos casos de MCP, el objetivo es encontrar un vector $\mathbf{x}$, sujeto a límites inferiores y superiores, $\mathbf{x}^{\min}$ y $\mathbf{x}^{\max}$, que complemente una función $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ de la siguiente manera [Rosehart05],

$$\text{si } x_i = x_i^{\min} \rightarrow F_i(\mathbf{x}) < 0 \quad (\text{C.4a})$$

$$\text{si } x_i^{\min} \leq x_i \leq x_i^{\max} \rightarrow F_i(\mathbf{x}) = 0 \quad (\text{C.4b})$$

$$\text{si } x_i = x_i^{\max} \rightarrow F_i(\mathbf{x}) > 0 \quad (\text{C.4c})$$

La forma general de este problema se expresa como

$$\mathbf{x}^{\min} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{\max} \perp \mathbf{F}(\mathbf{x}) \quad (\text{C.5})$$

Además, se puede separar y reorganizar la restricción de desigualdad, introduciendo dos nuevos conjuntos de variables positivas, $\{\mathbf{v}_{x+}^{cc}, \mathbf{v}_{x-}^{cc}\} \subset \mathbf{v}^{cc}$ y donde $\mathbf{v}^{cc} \subset \mathbf{x}$, de modo que

$$0 \leq \mathbf{x} - \mathbf{x}^{\min} \perp \mathbf{v}_{x-}^{cc} \geq 0 \quad (\text{C.6a})$$

$$0 \leq \mathbf{x}^{\max} - \mathbf{x} \perp \mathbf{v}_{x+}^{cc} \geq 0 \quad (\text{C.6b})$$

donde estas nuevas variables deben cumplir

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{v}_{x-}^{cc} + \mathbf{v}_{x+}^{cc} = 0 \quad (\text{C.7})$$

Por lo tanto, si $\mathbf{x} = \mathbf{x}^{\min}$, entonces $\mathbf{v}_{x-}^{cc} > 0$, lo que implica que $\mathbf{F}(\mathbf{x}) < 0$, indicando que $\mathbf{x}$ se ha fijado en su límite inferior y no puede satisfacer $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = 0$. Por otro lado, si $\mathbf{x} = \mathbf{x}^{\max}$, entonces $\mathbf{v}_{x+}^{cc} > 0$ y $\mathbf{F}(\mathbf{x}) > 0$, lo que implica lo contrario,

fijando $\mathbf{x}$ en su límite superior y no puede cumplir con la condición $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = 0$, el MCP planteado en la ecuación (C.3) se puede reformular utilizando las ecuaciones (C.6) y (C.7):

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{v}_{x-}^{cc} + \mathbf{v}_{x+}^{cc} = 0 \quad (\text{C.8a})$$

$$0 \leq \begin{bmatrix} \mathbf{x} - \mathbf{x}^{min} \\ \mathbf{x}^{max} - \mathbf{x} \end{bmatrix} \perp \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{x-}^{cc} \\ \mathbf{v}_{x+}^{cc} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (\text{C.8b})$$

Finalmente, El conjunto de restricciones de complementariedad se puede formular en un sistema de ecuaciones de igualdad no lineales utilizando la función de mérito de Fischer-Burmeister (FBMF)[Fischer92] de la siguiente forma:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{v}_{x-}^{cc} + \mathbf{v}_{x+}^{cc} = 0 \quad (\text{C.9})$$

$$\varphi_{\mathbf{v}_{x-}^{cc}}(\mathbf{x}, \mathbf{F}(\mathbf{x})) = \sqrt{(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{min})^2 + (\mathbf{v}_{x-}^{cc})^2} - (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{min}) - (\mathbf{v}_{x-}^{cc}) = 0 \quad (\text{C.10})$$

$$\varphi_{\mathbf{v}_{x+}^{cc}}(\mathbf{x}, \mathbf{F}(\mathbf{x})) = \sqrt{(\mathbf{x}_{max} - \mathbf{x})^2 + (\mathbf{v}_{x+}^{cc})^2} - (\mathbf{x}_{max} - \mathbf{x}) - (\mathbf{v}_{x+}^{cc}) = 0 \quad (\text{C.11})$$

Se observa que las funciones $\varphi_{\mathbf{v}_{x-}^{cc}}$ y $\varphi_{\mathbf{v}_{x+}^{cc}}$ son continuamente diferenciables en todas partes excepto en el origen. Por lo tanto, dado que esta reformulación convierte un problema de complementariedad en un conjunto de ecuaciones no lineales, éstas se incorporan junto con las ecuaciones de flujos de potencia para ser resueltas de manera unificada mediante métodos basados en Newton.

Una aplicación exitosa de esta transformación en la formulación del problema de flujo de potencia basado en Newton está asociada con el modelado de los límites de potencia reactiva de los generadores [Diaz12, Sundaresh14], problemas de flujo de

potencia AC-DC [Martínez-Parrales21] y generadores eólicos [Sandoval-Perez15], así como con los diferentes modos de control operativo de los generadores fotovoltaicos [Tapia-Juarez18]. Esta idea se extiende en este trabajo para la verificación automática de los límites operativos de controladores basados en VSC, como lo son el STATCOM y el UPFC.

Apéndice D

Relación numérica entre variables de control y valores especificados en controladores basados en VSCs

D.1. Relación entre el índice de modulación, magnitud de voltajes y potencias reactivas del VSC

Para establecer la relación numérica entre m_a , las magnitudes de voltajes V_{ac} y V_{vi} y las potencias reactivas Q_{acvi} y Q_{viac} se utiliza el sistema de 5 nodos de IEEE como caso de estudio, incorporando un VSC en el nodo 3. Esta configuración permite analizar y evaluar el comportamiento del VSC ante variaciones de la potencia reactiva Q_{viac} , realizando diversas pruebas con decrementos sucesivos de potencia especificada de 10 MVAR. Los resultados obtenidos se describen en la Tabla D.1.

Tabla D.1: Comportamiento del índice de modulación, voltajes en nodos ac y vi , y potencias Q_{acvi} y Q_{viac} de una estación VSC.

m_a	$\phi (^{\circ})$	V_{ac} (p.u.)	V_{vi} (p.u.)	$Q_{vsc} = Q_{acvi}$ (MVAR)	Q_{viac} (MVAR)
0.8170	-5.055	1.0056	1.0053	27.986	-30.000
0.8119	-4.952	0.9994	0.9992	18.006	-20.000
0.8067	-4.848	0.9931	0.9930	8.029	-10.000
0.8015	-4.745	0.9867	0.9867	-1.947	0.000
0.7962	-4.640	0.9802	0.9804	-11.921	10.000
0.7908	-4.536	0.9737	0.9739	-21.892	20.000
0.7853	-4.431	0.9673	0.9670	-31.861	30.000

D.1.1. Análisis de la relación entre los límites operativos de m_a , Q_{vsc} y la magnitud de voltaje V_{vi} considerando el control de V_{vi}^{sp}

Considerando el ajuste del índice de modulación m_a para controlar el voltaje V_{vi} , y tomando como referencia los valores presentados en la Tabla D.1, se plantea la siguiente restricción de control:

$$V_{vi} - V_{vi}^{sp} - v_{ma-}^{cc} + v_{ma+}^{cc} - v_{Qvsc-}^{cc} + v_{Qvsc+}^{cc} = 0 \quad (D.1)$$

Esta ecuación establece el equilibrio entre la variable controlada V_{vi} , su valor de referencia V_{vi}^{sp} , y las variables auxiliares de complementariedad asociadas al índice de modulación ($v_{ma-}^{cc}, v_{ma+}^{cc}$) y a la potencia reactiva del convertidor ($v_{Qvsc-}^{cc}, v_{Qvsc+}^{cc}$).

En este apartado, se analizan los distintos casos de violación de límites relacionados con las variables m_a y Q_{vsc} . Este análisis incluye el comportamiento de la variable controlada V_{vi} y el impacto de las variables auxiliares de complementariedad. La Tabla D.2 proporciona un resumen detallado de estos casos para facilitar su comprensión.

A continuación, se describen en detalle los cuatro casos estudiados:

- **Caso 1:** $m_a > m_a^{max}$

Para este caso, se especifica un valor de referencia $V_{vi}^{sp} = 1.0053$, y se asume

Tabla D.2: Casos de violación de límites m_a y Q_{vsc} , y el comportamiento de la variable controlada V_{vi} y variables auxiliares de complementariedad.

Caso	m_a	Q_{vsc}	v_{ma+}^{cc}	v_{ma-}^{cc}	$v_{Q_{vsc}+}^{cc}$	$v_{Q_{vsc}-}^{cc}$	V_{vi}
$m_a > m_a^{max}$	m_a^{max}	sin violación	> 0	0	0	0	$< V_{vi}^{sp}$
$m_a < m_a^{min}$	m_a^{min}	sin violación	0	> 0	0	0	$> V_{vi}^{sp}$
$Q_{vsc} > Q_{vsc}^{max}$	sin violación	Q_{vsc}^{max}	0	0	> 0	0	$< V_{vi}^{sp}$
$Q_{vsc} < Q_{vsc}^{min}$	sin violación	Q_{vsc}^{min}	0	0	0	> 0	$> V_{vi}^{sp}$

que $m_a^{max} = 0.8119$. Al resolver el problema de flujo de potencia, m_a se ajusta a $m_a = 0.8119$, lo que resulta en $V_{vi} = 0.992$. Se cumple que $V_{vi} < V_{vi}^{sp}$ dado que $0.992 < 1.0053$.

• **Caso 2:** $m_a < m_a^{min}$

Inicialmente, se especifica un valor de referencia $V_{vi}^{sp} = 0.9670$, y se asume que $m_a^{min} = 0.7908$. Al resolver el problema de flujo de potencia, m_a se ajusta a $m_a = 0.7908$, lo que resulta en $V_{vi} = 0.9739$. Se cumple que $V_{vi} > V_{vi}^{sp}$ dado que $0.9739 > 0.9670$.

• **Caso 3:** $Q_{vsc} > Q_{vsc}^{max}$

Para este caso, se especifica un valor de referencia $V_{vi}^{sp} = 1.0053$, y se asume que $Q_{vsc}^{max} = 18.006$ MVAR. Al resolver el problema de flujo de potencia, Q_{vsc} se ajusta a $Q_{vsc} = 18.006$ MVAR, lo que resulta en $V_{vi} = 0.992$. Se cumple que $V_{vi} < V_{vi}^{sp}$ dado que $0.992 < 1.0053$.

• **Caso 4:** $Q_{vsc} < Q_{vsc}^{min}$

Por último, se especifica un valor de referencia $V_{vi}^{sp} = 0.9670$, y se asume que $Q_{vsc}^{min} = -21.892$ MVAR. Al resolver el problema de flujo de potencia, Q_{vsc} se ajusta a $Q_{vsc} = -21.892$ MVAR, lo que resulta en $V_{vi} = 0.9739$. Se cumple que $V_{vi} > V_{vi}^{sp}$ dado que $0.9739 > 0.9670$.

D.1.2. Análisis de la relación entre los límites operativos de m_a y Q_{vsc} y la potencia reactiva Q_{viac} considerando el control de Q_{viac}^{sp}

En este apartado, se analizan los casos de violación de límites de las variables m_a y Q_{vsc} , considerando el comportamiento de la potencia reactiva Q_{viac} bajo un modo de control de potencia especificada. Considerando los valores presentados en la Tabla D.1. La restricción de control correspondiente se define como:

$$Q_{viac} - Q_{viac}^{sp} + v_{ma-}^{cc} - v_{ma+}^{cc} + v_{Qvsc-}^{cc} - v_{Qvsc+}^{cc} = 0 \quad (D.2)$$

En la Tabla D.3, se resumen los diferentes casos de violación de límites, los valores ajustados de las variables auxiliares y el comportamiento resultante de Q_{viac} .

Tabla D.3: Casos de violación de límites m_a y Q_{vsc} , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva Q_{viac} .

Caso	m_a	Q_{vsc}	v_{ma+}^{cc}	v_{ma-}^{cc}	v_{Qvsc+}^{cc}	v_{Qvsc-}^{cc}	Q_{viac}
$m_a > m_a^{max}$	m_a^{max}	sin violación	> 0	0	0	0	$> Q_{viac}^{sp}$
$m_a < m_a^{min}$	m_a^{min}	sin violación	0	> 0	0	0	$< Q_{viac}^{sp}$
$Q_{vsc} > Q_{vsc}^{max}$	sin violación	Q_{vsc}^{max}	0	0	> 0	0	$> Q_{viac}^{sp}$
$Q_{vsc} < Q_{vsc}^{min}$	sin violación	Q_{vsc}^{min}	0	0	0	> 0	$< Q_{viac}^{sp}$

A continuación, se describen en detalle los cuatro casos considerados:

- **Caso 1:** $m_a > m_a^{max}$

Primero, se especifica un valor de referencia $Q_{viac}^{sp} = -30.000$ MVAR y se asume que $m_a^{max} = 0.8119$. Al resolver el problema de flujo de potencia, m_a se ajusta a $m_a = 0.8119$, lo que resulta en $Q_{viac} = -20.000$ MVAR. Se cumple que $Q_{viac} > Q_{viac}^{sp}$, ya que $-20.000 > -30.000$.

- **Caso 2:** $m_a < m_a^{min}$

En este caso, se especifica un valor de referencia $Q_{viac}^{sp} = 30.000$ MVAR y se asume que $m_a^{min} = 0.7908$. Al resolver el problema de flujo de potencia, m_a se ajusta a $m_a = 0.7908$, lo que resulta en $Q_{viac} = 20.000$ MVAR. Se cumple que $Q_{viac} < Q_{viac}^{sp}$, ya que $20.000 < 30.000$.

- **Caso 3:** $Q_{vsc} > Q_{vsc}^{max}$

Para este caso, se especifica un valor de referencia $Q_{viac}^{sp} = -30.000$ MVAR y se asume que $Q_{vsc}^{max} = 18.006$ MVAR. Al resolver el problema de flujo de potencia, Q_{vsc} se ajusta a $Q_{vsc} = 18.006$ MVAR, lo que resulta en $Q_{viac} = -20.000$ MVAR. Se cumple que $Q_{viac} > Q_{viac}^{sp}$, ya que $-20.000 > -30.000$.

- **Caso 4:** $Q_{vsc} < Q_{vsc}^{min}$

Finalmente, se especifica un valor de referencia $Q_{viac}^{sp} = 30.000$ MVAR y se asume que $Q_{vsc}^{min} = -21.892$ MVAR. Al resolver el problema de flujo de potencia, Q_{vsc} se ajusta a $Q_{vsc} = -21.892$ MVAR, lo que resulta en $Q_{viac} = 20.000$ MVAR. Se cumple que $Q_{viac} < Q_{viac}^{sp}$, ya que $20.000 < 30.000$.

D.2. Relación entre el índice de modulación, magnitud de voltajes y potencias reactivas del STATCOM

Como caso de estudio se utiliza el sistema IEEE de 5 nodos, en el que se incorpora un STATCOM en el nodo 3 con la finalidad de analizar y establecer la relación numérica entre el índice de modulación m_a , las magnitudes de voltaje V_{ac} y V_k , y las potencias reactivas Q_{vsc} y Q_{kvi} . Esta configuración facilita la evaluación del comportamiento del STATCOM frente a variaciones de la potencia reactiva Q_{kvi} , mediante diversas pruebas en las que se aplican decrementos sucesivos de 10 MVAR en la potencia especificada. Los resultados de este análisis se presentan en la Tabla D.4.

Tabla D.4: Comportamiento del índice de modulación, magnitud de voltajes y potencias reactivas del STATCOM con valores numéricos.

m_a^{sh}	ϕ^{sh} (°)	V_{ac}^{sh} (p.u.)	V_{vi}^{sh} (p.u.)	V_k^{sh} (p.u.)	$Q_{vsc}^{sh} = Q_{acvi}^{sh}$ (MVAR)	P_{kvi}^{sh} (MW)	Q_{kvi}^{sh} (MVAR)
0.8418	-6.901	1.0329	1.0326	1.0051	28.774	2.903	-30.000
0.8289	-6.225	1.0172	1.0170	0.9991	18.341	2.410	-20.000
0.8158	-5.546	1.0011	1.0010	0.9930	8.103	2.110	-10.000
0.8023	-4.863	0.9847	0.9847	0.9868	-1.935	2.008	0.000
0.7886	-4.175	0.9679	0.9680	0.9804	-11.764	2.113	10.000
0.7746	-3.483	0.9507	0.9510	0.9738	-21.376	2.432	20.000
0.7601	-2.785	0.9331	0.9335	0.9671	-30.760	2.976	30.000

D.2.1. Análisis de los límites operativos de m_a^{sh} , Q_{vsc}^{sh} y la magnitud de voltaje V_k^{sh} bajo el control de $V_k^{sh,sp}$

El análisis de este apartado se centra en los casos en los que se presentan violaciones a los límites de las variables m_a^{sh} y Q_{vsc}^{sh} , considerando el comportamiento del voltaje V_k^{sh} bajo un esquema de control con valor especificado. Ajustando el índice de modulación m_a^{sh} para controlar V_k^{sh} , se define la siguiente restricción de control,

$$V_k^{sh} - V_k^{sh,sp} - v_{ma-}^{sh,cc} + v_{ma+}^{sh,cc} - v_{Qvsc-}^{sh,cc} + v_{Qvsc+}^{sh,cc} = 0 \quad (D.3)$$

Basados en la restricción anterior, la Tabla D.5 presenta un resumen de los diferentes escenarios analizados, mostrando el comportamiento obtenido de V_k^{sh} y las variables auxiliares, que se activan bajo condición de violación de algún límite operativo.

A continuación, se detallan los casos evaluados con base en los valores numéricos proporcionados en la Tabla D.4 y en la Tabla D.5.

- **Caso 1:** $m_a^{sh} > m_a^{sh,max}$

Como caso inicial, se toma como referencia $V_k^{sh,sp} = 1.0051$ y el límite superior de $m_a^{sh,max} = 0.8289$. Al resolver los flujos de potencia se ajusta m_a^{sh} al máximo permitido $m_a^{sh} = 0.8289$, dando como resultado $V_k^{sh} = 0.9991$. Se observa que

Tabla D.5: Casos de violación de límites m_a^{sh} y Q_{vsc}^{sh} , y el comportamiento de la variable controlada V_k^{sh} y variables auxiliares de complementariedad

Caso	m_a^{sh}	Q_{vsc}^{sh}	$v_{ma+}^{sh,cc}$	$v_{ma-}^{sh,cc}$	$v_{Q_{vsc}+}^{sh,cc}$	$v_{Q_{vsc}-}^{sh,cc}$	V_k^{sh}
$m_a^{sh} > m_a^{sh,max}$	$m_a^{sh,max}$	sin violación	> 0	0	0	0	$< V_k^{sh,sp}$
$m_a^{sh} < m_a^{sh,min}$	$m_a^{sh,min}$	sin violación	0	> 0	0	0	$> V_k^{sh,sp}$
$Q_{vsc}^{sh} > Q_{vsc}^{sh,max}$	sin violación	$Q_{vsc}^{sh,max}$	0	0	> 0	0	$< V_k^{sh,sp}$
$Q_{vsc}^{sh} < Q_{vsc}^{sh,min}$	sin violación	$Q_{vsc}^{sh,min}$	0	0	0	> 0	$> V_k^{sh,sp}$

$V_k^{sh} < V_k^{sh,sp}$ numéricamente expresado como $0.9991 < 1.0051$.

- **Caso 2:** $m_a^{sh} < m_a^{sh,min}$

En este escenario, $V_k^{sh,sp} = 0.9331$ y el límite inferior es $m_a^{sh,min} = 0.7746$. El valor de m_a^{sh} se ajusta al mínimo permitido, obteniéndose $V_k^{sh} = 0.9738$. Esto confirma que $V_k^{sh} > V_k^{sh,sp}$, ya que $0.9738 > 0.9331$.

- **Caso 3:** $Q_{vsc}^{sh} > Q_{vsc}^{sh,max}$

Para este caso, se establece $V_k^{sh,sp} = 0.9991$, con $Q_{vsc}^{sh,max} = 8.103$ MVAR. La solución de flujos de potencia fija Q_{vsc}^{sh} a dicho máximo y se obtiene $V_k^{sh} = 0.9930$, verificándose $V_k^{sh} < V_k^{sh,sp}$ ya que $0.9930 < 0.9991$.

- **Caso 4:** $Q_{vsc}^{sh} < Q_{vsc}^{sh,min}$

Por último, se especifica $V_k^{sh,sp} = 0.9738$, y se establece $Q_{vsc}^{sh,min} = -11.764$ MVAR. Al solucionar el problema de flujos de potencia, Q_{vsc}^{sh} se fija a su límite violado $Q_{vsc}^{sh,min} = -11.764$, controlado el voltaje en el nodo k a $V_k^{sh} = 0.9804$. Se cumple que $V_k^{sh} > V_k^{sh,sp}$ dado que $0.9804 > 0.9738$.

D.2.2. Análisis de la relación entre los límites operativos de m_a^{sh} y Q_{vsc}^{sh} y la potencia reactiva Q_{kvi}^{sh} considerando el control de Q_{kvi}^{sp}

Este apartado analiza cómo se comporta la potencia reactiva Q_{kvi}^{sh} cuando se presentan violaciones a los límites operativos de las variables m_a^{sh} y Q_{vsc}^{sh} , bajo un esquema de control con potencia especificada. Por lo cual se plantea la restricción de control:

$$Q_{kvi}^{sh} - Q_{kvi}^{sh,sp} + v_{ma-}^{sh,cc} - v_{ma+}^{sh,cc} + v_{Qvsc-}^{sh,cc} - v_{Qvsc+}^{sh,cc} = 0 \quad (D.4)$$

Basado en la ecuación anterior, se establece la Tabla D.3 que presenta un resumen de los distintos escenarios analizados, indicando el comportamiento de Q_{kvi}^{sh} y sus variables de control y límites operativos asociadas.

Tabla D.6: Casos de violación de límites m_a^{sh} y Q_{vsc}^{sh} , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva Q_{kvi}^{sh}

Caso	m_a^{sh}	Q_{vsc}^{sh}	$v_{ma+}^{sh,cc}$	$v_{ma-}^{sh,cc}$	$v_{Qvsc+}^{sh,cc}$	$v_{Qvsc-}^{sh,cc}$	Q_{kvi}^{sh}
$m_a^{sh} > m_a^{sh,max}$	$m_a^{sh,max}$	sin violación	> 0	0	0	0	$> Q_{kvi}^{sh,sp}$
$m_a^{sh} < m_a^{sh,min}$	$m_a^{sh,min}$	sin violación	0	> 0	0	0	$< Q_{kvi}^{sh,sp}$
$Q_{vsc}^{sh} > Q_{vsc}^{sh,max}$	sin violación	$Q_{vsc}^{sh,max}$	0	0	> 0	0	$> Q_{kvi}^{sh,sp}$
$Q_{vsc}^{sh} < Q_{vsc}^{sh,min}$	sin violación	$Q_{vsc}^{sh,min}$	0	0	0	> 0	$< Q_{kvi}^{sh,sp}$

En el siguiente apartado, se describen en detalle los cuatro escenarios analizados, con base en los valores numéricos de la Tabla D.4 y los casos presentados en la Tabla D.6.

- **Caso 1:** $m_a^{sh} > m_a^{sh,max}$

Como caso inicial, se considera un valor de referencia $Q_{kvi}^{sh,sp} = -20.000$ MVAR y un límite máximo $m_a^{max} = 0.8158$. La solución de flujos de potencia ajusta m_a al valor máximo violado, obteniendo $Q_{kvi}^{sh} = -10.000$ MVAR. Así, se cumple que $Q_{kvi}^{sh} > Q_{kvi}^{sh,sp}$ ya que $-10.000 > -20.000$.

• **Caso 2:** $m_a^{sh} < m_a^{sh,min}$

Para este caso se toma $Q_{kvi}^{sh,sp} = 20.000$ MVAR y el límite mínimo $m_a^{sh,min} = 0.7886$. Al resolver el problema de flujos de potencia se ajusta $m_a^{sh} = 0.7886$, dando como resultado que $Q_{kvi}^{sh} = 10.000$ MVAR. Esto verifica que $Q_{kvi}^{sh} < Q_{kvi}^{sh,sp}$ porque $10.000 < 20.000$.

• **Caso 3:** $Q_{vsc}^{sh} > Q_{vsc}^{sh,max}$

Se establece los siguientes valores $Q_{kvi}^{sp} = -20.000$ MVAR y $Q_{vsc}^{sh,max} = 8.103$ MVAR. AL finalizar el proceso iterativo, Q_{vsc}^{sh} se limita a ese máximo $Q_{vsc}^{sh} = 8.103$, y Q_{kvi}^{sh} resulta -10.000 MVAR, cumpliéndose $Q_{kvi}^{sh} > Q_{kvi}^{sh,sp}$ de forma numérica $-10.0000 > -20.0000$.

• **Caso 4:** $Q_{vsc}^{sh} < Q_{vsc}^{sh,min}$

Finalmente, se toma $Q_{kvi}^{sh,sp} = 20.000$ MVAR y el límite inferior $Q_{vsc}^{sh,min} = -11.764$ MVAR. Al solucionar los flujos de potencia se ajusta Q_{vsc}^{sh} a ese valor violado y se obtiene que $Q_{kvi}^{sh} = 10.000$ MVAR, lo que confirma que $Q_{kvi}^{sh} < Q_{kvi}^{sh,sp}$ expresado en resultados numéricos se tiene que $10.000 < 20.000$.

D.3. Relación entre el índice de modulación y las potencias activa y reactiva en la línea del VSC serie del UPFC

Para analizar el comportamiento y la relación numérica entre el índice de modulación m_{a2} , el ángulo de fase ϕ_2 y las potencias P_{ms} y Q_{ms} del VSC serie del UPFC, se emplea el sistema IEEE de 5 nodos, en el que se incorpora un UPFC entre los nodos 3 y 4, así como un nodo de recepción auxiliar 6. El objetivo de control del convertidor en derivación consiste en mantener la magnitud de voltaje en el nodo 3 en $V_3^{sp} = 1.0$ p.u. y el voltaje del enlace de corriente continua en $V_{dc} = 1.0$ p.u. Para este análisis

no se contemplan modificaciones en los objetivos de control ni se consideran violaciones de límites operativos del convertidor en derivación, ya que su comportamiento es análogo al del STATCOM, descrito en la sección anterior del Apéndice. En caso de requerirse una verificación del comportamiento numérico del VSC en derivación, puede consultarse dicha sección. En la Tabla D.7 se presentan 8 casos de estudio en los que se modifican los valores especificados P_{3-6}^{sp} y Q_{3-6}^{sp} de la potencia activa de la línea P_{ms} y Q_{ms} , que se controla por medio del VSC serie, registrando la relación de estas potencias con m_{a2} , ϕ_2 y I_{vsc2} .

Tabla D.7: Comportamiento del índice de modulación m_{a2} , ángulo de fase ϕ_2 , y potencias P_{ms} y Q_{ms} del VSC serie del UPFC.

m_a	ϕ (°)	P_{ms} (MW)	Q_{ms} (MVAR)	I_{vsc} (p.u.)
0.3215	-108.801	-120	-45	1.170
0.2927	-111.219	-110	-42	1.089
0.2633	-112.359	-100	-40	1.002
0.2337	-113.203	-90	-37	0.911
0.2039	-114.170	-80	-34	0.820
0.1737	-114.668	-70	-30	0.725
0.1469	-122.081	-60	-35	0.660
0.1120	-113.630	-50	-20	0.524

D.3.1. Análisis de la relación entre los límites operativos de

m_{a2} y Q_{ms} considerando el control de Q_{ms}^{sp}

En esta sección se estudian los casos en los que se presentan violaciones a los límites de las variables m_{a2} y Q_{ms} , considerando la siguiente restricción para controlar la potencia reactiva en la línea, Q_{ms}^{sp} :

$$Q_{ms} - Q_{ms}^{sp} + (c_{maq})v_{ma2+}^{cc} - (c_{maq})v_{ma2-}^{cc} + v_{Qms+}^{cc} - v_{Qms-}^{cc} = 0 \quad (D.5)$$

Esta ecuación modela el equilibrio entre la variable controlada Q_{ms} y su valor especificado Q_{ms}^{sp} , así como las variables auxiliares asociadas a los límites mínimos y máximos de modulación y potencia reactiva: v_{ma2+}^{cc} , v_{ma2-}^{cc} , v_{Qms+}^{cc} y v_{Qms-}^{cc} , respectivamente.

En las Tablas D.8 y D.9 se presentan los diferentes casos de violación de límites operativos, los valores de las variables auxiliares asociadas a esos límites y el comportamiento de la potencia reactiva de la línea.

Tabla D.8: Casos de violación de límites m_{a2} , activación variables auxiliares y comportamiento de flujos de potencia reactiva en la línea Q_{ms}

Caso	m_{a2}	Q_{ms}	v_{ma2+}^{cc}	v_{ma2-}^{cc}	v_{Qms+}^{cc}	v_{Qms-}^{cc}	$ Q_{ms} $
$m_{a2} > m_{a2}^{max}$	m_{a2}^{max}	sin violación	> 0	0	0	0	$< Q_{ms}^{sp} $
$m_{a2} < m_{a2}^{min}$	m_{a2}^{min}	sin violación	0	> 0	0	0	$> Q_{ms}^{sp} $

Tabla D.9: Casos de violación de límites Q_{ms} , activación de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva Q_{ms}

Caso	m_{a2}	Q_{ms}	v_{ma2+}^{cc}	v_{ma2-}^{cc}	v_{Qms+}^{cc}	v_{Qms-}^{cc}	Q_{ms}
$Q_{ms} > Q_{ms}^{max}$	sin violación	Q_{ms}^{max}	0	0	> 0	0	$< Q_{ms}^{sp}$
$Q_{ms} < Q_{ms}^{min}$	sin violación	Q_{ms}^{min}	0	0	0	> 0	$> Q_{ms}^{sp}$

En el desarrollo siguiente, se describen los casos numéricos analizados con base en la Tabla D.7, y las Tablas D.8 y D.9:

- **Caso 1:** $m_{a2} > m_{a2}^{max}$

Primeramente, se asume un valor especificado de $Q_{ms}^{sp} = -45$ MVAR y se considerando un límite superior del índice de modulación de $m_{a2}^{max} = 0.2927$. Tras realizar el proceso iterativo de flujo de potencia, el índice se ajusta al valor máximo permitido, $m_{a2} = 0.2927$, obteniéndose un valor de potencia reactiva de $Q_{ms} = -42$ MVAR. En este caso, se cumple que $|Q_{ms}| < |Q_{ms}^{sp}|$, ya que $|-42| < |-45|$.

- **Caso 2:** $m_{a2} < m_{a2}^{min}$

Para este caso, se toma como valor de referencia de $Q_{ms}^{sp} = -20$ MVAR y un límite inferior del índice de modulación de $m_{a2}^{min} = 0.1469$. Al finalizar el proceso iterativo de flujos de potencia, el índice se ajusta al mínimo permitido, $m_{a2} = 0.1469$, lo que produce un valor de $Q_{ms} = -35$ MVAR. Se cumple que $|Q_{ms}| > |Q_{ms}^{sp}|$, ya que $|-35| > |-20|$.

- **Caso 3:** $Q_{ms} > Q_{ms}^{max}$

En este caso, el valor especificado de potencia reactiva es $Q_{ms}^{sp} = -30$ MVAR, y se considera un límite superior de $Q_{ms}^{max} = -35$ MVAR. Al obtener la solución de flujos de potencia se ajusta Q_{ms} al límite superior, resultando en $Q_{ms} = -35$ MVAR. Cumpliendo que $Q_{ms} < Q_{ms}^{sp}$, ya que $-35 < -30$.

- **Caso 4:** $Q_{ms} < Q_{ms}^{min}$

Finalmente, se establece un valor de referencia de $Q_{ms}^{sp} = -42$ MVAR con un límite inferior de $Q_{ms}^{min} = -40$ MVAR. Al resolver el problema de flujos de potencia, la potencia reactiva en la línea se ajusta a su límite mínimo y se obtiene que $Q_{ms} = -40$ MVAR. En este caso, se cumple que $Q_{ms} > Q_{ms}^{sp}$, ya que $-40 > -42$.

D.3.2. Análisis de la relación entre los límites operativos de m_{a2} y P_{ms} considerando el control de P_{ms}^{sp}

Para establecer una relación numérica entre los límites de las variables m_{a2} y P_{ms} , en esta sección se analiza un conjunto de casos en los que se presentan violaciones a los límites operativos. El control de la variable P_{ms} hacia un valor de referencia P_{ms}^{sp} se realiza mediante el uso de variables auxiliares asociadas a los límites operativos correspondientes, lo que da lugar a la siguiente restricción:

$$P_{ms} - P_{ms}^{sp} + (c_{m_{ap}})v_{ma2+}^{cc} - (c_{m_{ap}})v_{ma2-}^{cc} + v_{P_{ms}+}^{cc} - v_{P_{ms}-}^{cc} = 0 \quad (D.6)$$

El comportamiento de las variables de estado presentes en la restricción anterior, al producirse la violación de algún límite operativo, se resume en las Tablas D.10 y D.11.

Para establecer una relación numérica entre los límites de las variables m_{a2} y P_{ms} , en esta sección se realiza el análisis de un conjunto de casos que presentan violación de límites operativos. El control de la variable P_{ms} a un valor especificado P_{ms}^{sp} , bajo la consideración de una solución factible, se formula incluyendo las variables auxiliares asociadas a los límites operativos correspondientes, lo cual da lugar a la siguiente restricción:

$$P_{ms} - P_{ms}^{sp} + (c_{m_{ap}})v_{ma2+}^{cc} - (c_{m_{ap}})v_{ma2-}^{cc} + v_{P_{ms}+}^{cc} - v_{P_{ms}-}^{cc} = 0 \quad (D.7)$$

El comportamiento de las variables de estado presentes en la restricción anterior, al producirse la violación de algún límite operativo, se resumen en las Tablas D.10 y D.11.

Tabla D.10: Casos de violación de límites m_a , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva P_{sm}

Caso	m_{a2}	P_{ms}	v_{ma2+}^{cc}	v_{ma2-}^{cc}	$v_{P_{ms}+}^{cc}$	$v_{P_{ms}-}^{cc}$	$ P_{ms} $
$m_{a2} > m_{a2}^{max}$	m_{a2}^{max}	sin violación	> 0	0	0	0	$< P_{ms}^{sp} $
$m_a < m_{a2}^{min}$	m_{a2}^{min}	sin violación	0	> 0	0	0	$> P_{ms}^{sp} $

Tabla D.11: Casos de violación de límites m_{a2} y P_{sm} , valores de variables auxiliares y comportamiento de la potencia reactiva P_{ms}

Caso	m_{a2}	P_{ms}	v_{ma2+}^{cc}	v_{ma2-}^{cc}	$v_{P_{ms}+}^{cc}$	$v_{P_{ms}-}^{cc}$	P_{ms}
$P_{ms} > P_{ms}^{max}$	sin violación	P_{ms}^{max}	0	0	> 0	0	$< P_{ms}^{sp}$
$P_{ms} < P_{ms}^{min}$	sin violación	P_{ms}^{min}	0	0	0	> 0	$> P_{ms}^{sp}$

Los casos numéricos de violación de límites operativos estudiados en base a la Tabla D.7 se describen a continuación

- **Caso 1:** $m_{a2} > m_{a2}^{max}$

Para el primer escenario, se considera $P_{ms}^{sp} = -120$ MW como valor especificado, y se asume que $m_{a2}^{max} = 0.2927$. Tras resolver los flujos de potencia, el índice se ajusta al valor máximo permitido, $m_{a2} = 0.2927$, obteniéndose un valor de potencia activa de $P_{ms} = -110$ MW. Por lo tanto, se verifica que $|P_{ms}| < |P_{ms}^{sp}|$, ya que $|-110| < |-120|$.

- **Caso 2:** $m_{a2} < m_{a2}^{min}$

Para este caso, se considera un valor de referencia $P_{ms}^{sp} = -50$ MW y un límite inferior del índice de modulación de $m_{a2}^{min} = 0.1469$. Al obtener la solución de flujos de potencia, el índice se ajusta al mínimo permitido, $m_{a2} = 0.1469$, lo que produce un valor de $P_{ms} = -60$ MW. Se cumple que $|P_{ms}| > |P_{ms}^{sp}|$, ya que $|-60| > |-50|$.

- **Caso 3:** $P_{ms} > P_{ms}^{max}$

En este caso, el valor especificado de potencia activa es $P_{ms}^{sp} = -70$ MW, y se asume que el límite superior de $P_{ms}^{max} = -60$ MW. EL meto iterativo de flujos de potencia ajusta P_{ms} al límite superior, resultando en $P_{ms} = -60$ MW. Así, verifica que $P_{ms} < P_{ms}^{sp}$, ya que $-60 < -50$.

- **Caso 4:** $P_{ms} < P_{ms}^{min}$

Para finalizar, se establece un valor de referencia de $P_{ms}^{sp} = -110$ MW con un límite inferior de $P_{ms}^{min} = -100$ MW. Al resolver el problema de flujo de potencia, se obtiene $P_{ms} = -100$ MW. En este caso, se cumple que $P_{ms} > P_{ms}^{sp}$, ya que $-100 > -110$.

Apéndice E

Elementos de la matriz Jacobiana para controladores FACTS

E.1. Compensador Estático Síncrono

Derivadas parciales del STATCOM en el nodo vi :

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{vi}^{sh}}{\partial \theta_{vi}^{sh}} = & V_{vi}^{sh} V_{ac}^{sh} [-G_{viac}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) + B_{viac}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})] \\ & V_{vi}^{sh} V_k^{sh} [-G_{vik}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) + B_{vik}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})] \end{aligned} \quad (E.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{vi}^{sh}}{\partial V_{vi}^{sh}} = & 2G_{vivi}^{sh} V_{vi}^{sh} + V_{ac}^{sh} [G_{viac}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) + B_{viac}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})] \\ & + V_k^{sh} [G_{vik}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) + B_{vik}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})] \end{aligned} \quad (E.2)$$

$$\frac{\partial P_{vi}^{sh}}{\partial \theta_k^{sh}} = V_{vi}^{sh} V_k^{sh} [G_{vik}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) - B_{vik}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})] \quad (E.3)$$

$$\frac{\partial P_{vi}^{sh}}{\partial V_k^{sh}} = V_{vi}^{sh} [G_{vik}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) + B_{vik}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})] \quad (E.4)$$

$$\frac{\partial P_{vi}^{sh}}{\partial V_{ac}^{sh}} = V_{vi}^{sh} [G_{viac}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) + B_{viac}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})] \quad (E.5)$$

$$\frac{\partial P_{vi}^{sh}}{\partial \theta_{ac}^{sh}} = V_{vi}^{sh} V_{ac}^{sh} [G_{viac}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) - B_{viac}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})] \quad (E.6)$$

$$\frac{\partial Q_{vi}^{sh}}{\partial \theta_k^{sh}} = -V_{vi}^{sh} V_k^{sh} [G_{vik}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) + B_{vik}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})] \quad (E.7)$$

$$\frac{\partial Q_{vi}^{sh}}{\partial V_k^{sh}} = V_{vi}^{sh} [G_{vik}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) - B_{vik}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})] \quad (E.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{vi}^{sh}}{\partial \theta_{vi}^{sh}} = & V_{vi}^{sh} V_{ac}^{sh} [G_{viac}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) + B_{viac}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})] \\ & + V_{vi}^{sh} V_k^{sh} [G_{vik}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) + B_{vik}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})] \end{aligned} \quad (E.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{vi}^{sh}}{\partial V_{vi}^{sh}} = & -2B_{vivi}^{sh} V_{vi}^{sh} + V_{ac}^{sh} [G_{viac}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) - B_{viac}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})] \\ & + V_k [G_{vik}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh}) - B_{vik}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_k^{sh})] \end{aligned} \quad (E.10)$$

$$\frac{\partial Q_{vi}^{sh}}{\partial V_{ac}^{sh}} = V_{vi}^{sh} [G_{viac}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) - B_{viac}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})] \quad (E.11)$$

$$\frac{\partial Q_{vi}^{sh}}{\partial \theta_{ac}^{sh}} = -V_{vi}^{sh} V_{ac}^{sh} [G_{viac}^{sh} \cos(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) + B_{viac}^{sh} \sin(\theta_{vi}^{sh} - \theta_{ac}^{sh})] \quad (E.12)$$

Derivadas parciales en el nodo k : Para el desarrollo de las derivadas parciales, únicamente se ha considerado la potencia inyectada por el convertidor en el nodo k .

Sin embargo, si existen otros elementos conectados a dicho nodo, se deben incluir las derivadas parciales correspondientes a las inyecciones de potencia aportadas por esos elementos.

$$\frac{\partial P_k^{sh}}{\partial \theta_{vi}^{sh}} = V_k^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (E.13)$$

$$\frac{\partial P_k^{sh}}{\partial V_{vi}^{sh}} = V_k^{sh} [G_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (E.14)$$

$$\frac{\partial P_k^{sh}}{\partial \theta_k^{sh}} = V_k^{sh} V_{vi}^{sh} [-G_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (E.15)$$

$$\frac{\partial P_k^{sh}}{\partial V_k^{sh}} = 2G_{kk}^{sh} V_k^{sh} + V_{vi}^{sh} [G_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (E.16)$$

$$\frac{\partial Q_k^{sh}}{\partial \theta_{vi}^{sh}} = -V_k^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (E.17)$$

$$\frac{\partial Q_k^{sh}}{\partial V_{vi}^{sh}} = V_k^{sh} [G_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (E.18)$$

$$\frac{\partial Q_k^{sh}}{\partial \theta_k^{sh}} = V_k^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (E.19)$$

$$\frac{\partial Q_k^{sh}}{\partial V_k^{sh}} = -2B_{kk}^{sh} V_k^{sh} + V_{vi}^{sh} [G_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (E.20)$$

Derivadas parciales en el nodo *ac*:

$$\frac{\partial P_{ac}^{sh}}{\partial \theta_{vi}^{sh}} = V_{ac}^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{acvi}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{acvi}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (E.21)$$

$$\frac{\partial P_{ac}^{sh}}{\partial V_{vi}^{sh}} = V_{ac}^{sh} [G_{acvi}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{acvi}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (E.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{ac}^{sh}}{\partial V_{ac}^{sh}} &= 2G_{acac}^{sh} V_{ac}^{sh} - K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{dc}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \\ &\quad + V_{vi}^{sh} [G_{acvi}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{acvi}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \end{aligned} \quad (E.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{ac}^{sh}}{\partial \theta_{ac}^{sh}} &= K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \\ &\quad + V_{ac}^{sh} V_{vi}^{sh} [-G_{acvi}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{acvi}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \end{aligned} \quad (E.24)$$

$$\frac{\partial P_{ac}^{sh}}{\partial V_{dc}^{sh}} = -K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{ac}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \quad (E.25)$$

$$\frac{\partial P_{ac}^{sh}}{\partial m_a^{sh}} = -K g_1^{sh} V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \quad (E.26)$$

$$\frac{\partial P_{ac}^{sh}}{\partial \phi^{sh}} = -K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \quad (E.27)$$

$$\frac{\partial Q_{ac}^{sh}}{\partial \theta_{vi}^{sh}} = -V_{ac}^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{acvi}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{acvi}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (E.28)$$

$$\frac{\partial Q_{ac}^{sh}}{\partial V_{vi}^{sh}} = V_{ac}^{sh} [G_{acvi}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{acvi}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (E.29)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{ac}^{sh}}{\partial V_{ac}^{sh}} &= -2B_{acac}^{sh} V_{ac}^{sh} - K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{dc}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \\ &\quad + V_{vi}^{sh} [G_{acvi}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{acvi}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \end{aligned} \quad (E.30)$$

$$\frac{\partial Q_{ac}^{sh}}{\partial Q_{vsc}^{sh}} = -1 \quad (E.31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{ac}^{sh}}{\partial \theta_{ac}^{sh}} &= -K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \\ &\quad + V_{ac}^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{acvi}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{acvi}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \end{aligned} \quad (E.32)$$

$$\frac{\partial Q_{ac}^{sh}}{\partial V_{dc}^{sh}} = -K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{ac}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \quad (E.33)$$

$$\frac{\partial Q_{ac}^{sh}}{\partial m_a^{sh}} = -K g_1^{sh} V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} \sin(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \quad (E.34)$$

$$\frac{\partial Q_{ac}^{sh}}{\partial \phi^{sh}} = K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{ac}^{sh} V_{dc}^{sh} \cos(\theta_{ac}^{sh} - \phi^{sh}) \quad (E.35)$$

Para la restricción $\Delta\theta_{Q_{vsc}}$ del nodo ac del STATCOM, las derivadas parciales que se obtienen son:

$$-\frac{\partial \Delta\theta_{Q_{vsc}}^{sh}}{\partial \theta_{ac}^{sh}} = 1 \quad (E.36)$$

$$-\frac{\partial \Delta\theta_{Q_{vsc}}^{sh}}{\partial \phi^{sh}} = -1 \quad (E.37)$$

Derivadas parciales en el nodo dc :

$$\frac{\partial P_{dc}^{sh}}{\partial V_{ac}^{sh}} = -K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{dc}^{sh} \cos(\phi^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) \quad (E.38)$$

$$\frac{\partial P_{dc}^{sh}}{\partial \theta_{ac}^{sh}} = -K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{dc}^{sh} V_{ac}^{sh} \sin(\phi^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) \quad (E.39)$$

$$\frac{\partial P_{dc}^{sh}}{\partial V_{dc}^{sh}} = 2V_{dc}^{sh} [K^2 (m_a^{sh})^2 g_1^{sh} + g_{sw}^{sh}] - K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{ac}^{sh} \cos(\phi^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) \quad (E.40)$$

$$\frac{\partial P_{dc}^{sh}}{\partial m_a^{sh}} = 2K^2 m_a^{sh} g_1^{sh} (V_{dc}^{sh})^2 - K g_1^{sh} V_{dc}^{sh} V_{ac}^{sh} \cos(\phi^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) \quad (E.41)$$

$$\frac{\partial P_{dc}^{sh}}{\partial \phi^{sh}} = K m_a^{sh} g_1^{sh} V_{dc}^{sh} V_{ac}^{sh} \sin(\phi^{sh} - \theta_{ac}^{sh}) \quad (E.42)$$

Derivadas de las restricciones de control del STATCOM para el funcionamiento de control de índice de modulación: $m_a \Leftrightarrow V_k^{sh}$:

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial V_k^{sh}} = -1 \quad (\text{E.43})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial v_{ma-}^{sh,cc}} = 1 \quad (\text{E.44})$$

$$-\Delta \frac{\partial F_{ma}^{sh}}{\partial v_{ma+}^{sh,cc}} = -1 \quad (\text{E.45})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial v_{Qvsc-}^{sh,cc}} = 1 \quad (\text{E.46})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial v_{Qvsc+}^{sh,cc}} = -1 \quad (\text{E.47})$$

Derivadas de las restricciones de control del STATCOM para el funcionamiento de control de índice de modulación: $m_a \Leftrightarrow Q_{kvi}^{sh}$:

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial \theta_{vi}^{sh}} = -\frac{\partial Q_{kvi}^{sh}}{\partial \theta_{vi}^{sh}} = V_k^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (\text{E.48})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial V_{vi}^{sh}} = -\frac{\partial Q_{kvi}^{sh}}{\partial V_{vi}^{sh}} = -V_k^{sh} [G_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (\text{E.49})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial \theta_k^{sh}} = -\frac{\partial Q_{kvi}^{sh}}{\partial \theta_k^{sh}} = -V_k^{sh} V_{vi}^{sh} [G_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) + B_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (\text{E.50})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial V_k^{sh}} = -\frac{\partial Q_{kvi}^{sh}}{\partial V_k^{sh}} = 2B_{kk}^{sh}V_k^{sh} - V_{vi}^{sh} [G_{kvi}^{sh} \sin(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh}) - B_{kvi}^{sh} \cos(\theta_k^{sh} - \theta_{vi}^{sh})] \quad (\text{E.51})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial v_{ma-}^{sh,cc}} = -1 \quad (\text{E.52})$$

$$-\Delta \frac{\partial F_{ma}^{sh}}{\partial v_{ma+}^{sh,cc}} = 1 \quad (\text{E.53})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial v_{Qvsc-}^{sh,cc}} = -1 \quad (\text{E.54})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma}^{sh}}{\partial v_{Qvsc+}^{sh,cc}} = 1 \quad (\text{E.55})$$

Para la función de control de ϕ del STATCOM:

$$-\frac{\partial \Delta F_{\phi}^{sh}}{\partial V_{dc}^{sh}} = -1 \quad (\text{E.56})$$

Las derivadas parciales de las funciones de complementariedad que representan los límites de índice de modulación son:

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{ma-}}^{sh,cc}}{\partial m_a^{sh}} = -\frac{m_a^{sh} - m_a^{sh,min}}{\sqrt{(m_a^{sh} - m_a^{sh,min})^2 + (v_{ma-}^{sh,cc})^2}} + 1 \quad (\text{E.57})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{ma-}}^{sh,cc}}{\partial v_{ma-}^{sh,cc}} = -\frac{v_{ma-}^{sh,cc}}{\sqrt{(m_a^{sh} - m_a^{sh,min})^2 + (v_{ma-}^{sh,cc})^2}} + 1 \quad (\text{E.58})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{ma+}}^{sh,cc}}{\partial m_a^{sh}} = \frac{m_a^{sh,max} - m_a^{sh}}{\sqrt{(m_a^{sh,max} - m_a^{sh})^2 + (v_{ma+}^{sh,cc})^2}} - 1 \quad (E.59)$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{ma+}}^{sh,cc}}{\partial v_{ma+}^{sh,cc}} = -\frac{v_{ma+}^{sh,cc}}{\sqrt{(m_a^{sh,max} - m_a^{sh})^2 + (v_{ma+}^{sh,cc})^2}} + 1 \quad (E.60)$$

Las derivadas parciales de las funciones de complementariedad que representan los límites de potencia reactiva se describen:

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{vsc-}}^{sh,cc}}{\partial Q_{vsc}^{sh}} = -\frac{Q_{vsc}^{sh} - Q_{vsc}^{sh,min}}{\sqrt{(Q_{vsc}^{sh} - Q_{vsc}^{sh,min})^2 + (v_{vsc-}^{sh,cc})^2}} + 1 \quad (E.61)$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{vsc-}}^{sh,cc}}{\partial v_{vsc-}^{sh,cc}} = -\frac{v_{vsc-}^{sh,cc}}{\sqrt{(Q_{vsc}^{sh} - Q_{vsc}^{sh,min})^2 + (v_{vsc-}^{sh,cc})^2}} + 1 \quad (E.62)$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{vsc+}}^{sh,cc}}{\partial Q_{vsc}^{sh}} = \frac{Q_{vsc}^{sh,max} - Q_{vsc}^{sh}}{\sqrt{(Q_{vsc}^{sh,max} - Q_{vsc}^{sh})^2 + (v_{vsc+}^{sh,cc})^2}} - 1 \quad (E.63)$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{vsc+}}^{sh,cc}}{\partial v_{vsc+}^{sh,cc}} = -\frac{v_{vsc+}^{sh,cc}}{\sqrt{(Q_{vsc}^{sh,max} - Q_{vsc}^{sh})^2 + (v_{vsc+}^{sh,cc})^2}} + 1 \quad (E.64)$$

E.2. Controlador unificado de flujos de potencia

Las derivadas parciales para el modelo implementado del controlador de flujo de potencia unificado (UPFC) en el nodo de envío s :

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_s}{\partial \theta_s} = & V_s V_m [-G_{sm} \sin(\theta_s - \theta_m) + B_{sm} \cos(\theta_s - \theta_m)] \\ & V_s V_{vi1} [-G_{svi1} \sin(\theta_s - \theta_{vi1}) + B_{svi1} \cos(\theta_s - \theta_{vi1})] \\ & V_s V_{vi2} [-G_{svi2} \sin(\theta_s - \theta_{vi2}) + B_{svi2} \cos(\theta_s - \theta_{vi2})] \end{aligned} \quad (E.65)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_s}{\partial V_s} = & 2G_{ss}V_s + V_m[G_{sm}\cos(\theta_s - \theta_m) + B_{sm}\sin(\theta_s - \theta_m)] \\
& + V_{vi1}[G_{svi1}\cos(\theta_s - \theta_{vi1}) + B_{svi1}\sin(\theta_s - \theta_{vi1})] \\
& + V_{vi2}[G_{svi2}\cos(\theta_s - \theta_{vi2}) + B_{svi2}\sin(\theta_s - \theta_{vi2})]
\end{aligned} \tag{E.66}$$

$$\frac{\partial P_s}{\partial \theta_m} = V_s V_m [G_{sm}\sin(\theta_s - \theta_m) - B_{sm}\cos(\theta_s - \theta_m)] \tag{E.67}$$

$$\frac{\partial P_s}{\partial V_m} = V_s [G_{sm}\cos(\theta_s - \theta_m) + B_{sm}\sin(\theta_s - \theta_m)] \tag{E.68}$$

$$\frac{\partial P_s}{\partial \theta_{vi1}} = V_s V_{vi1} [G_{svi1}\sin(\theta_s - \theta_{vi1}) - B_{svi1}\cos(\theta_s - \theta_{vi1})] \tag{E.69}$$

$$\frac{\partial P_s}{\partial V_{vi1}} = V_s [G_{svi1}\cos(\theta_s - \theta_{vi1}) + B_{svi1}\sin(\theta_s - \theta_{vi1})] \tag{E.70}$$

$$\frac{\partial P_s}{\partial \theta_{vi2}} = V_s V_{vi2} [G_{svi2}\sin(\theta_s - \theta_{vi2}) - B_{svi2}\cos(\theta_s - \theta_{vi2})] \tag{E.71}$$

$$\frac{\partial P_s}{\partial V_{vi2}} = V_s [G_{svi2}\cos(\theta_s - \theta_{vi2}) + B_{svi2}\sin(\theta_s - \theta_{vi2})] \tag{E.72}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_s}{\partial \theta_s} = & V_s V_m [G_{sm}\cos(\theta_s - \theta_m) + B_{sm}\sin(\theta_s - \theta_m)] \\
& + V_s V_{vi1} [G_{svi1}\cos(\theta_s - \theta_{vi1}) + B_{svi1}\sin(\theta_s - \theta_{vi1})] \\
& + V_s V_{vi2} [G_{svi2}\cos(\theta_s - \theta_{vi2}) + B_{svi2}\sin(\theta_s - \theta_{vi2})]
\end{aligned} \tag{E.73}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_s}{\partial V_s} = & -2B_{ss}V_s + V_m [G_{sm}\sin(\theta_s - \theta_m) - B_{sm}\cos(\theta_s - \theta_m)] \\
& + V_{vi1} [G_{svi1}\sin(\theta_s - \theta_{vi1}) - B_{svi1}\cos(\theta_s - \theta_{vi1})] \\
& + V_{vi2} [G_{svi2}\sin(\theta_s - \theta_{vi2}) - B_{svi2}\cos(\theta_s - \theta_{vi2})]
\end{aligned} \tag{E.74}$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial \theta_m} = -V_s V_m [G_{sm} \cos(\theta_s - \theta_m) + B_{sm} \sin(\theta_s - \theta_m)] \quad (\text{E.75})$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial V_m} = V_s [G_{sm} \sin(\theta_s - \theta_m) - B_{sm} \cos(\theta_s - \theta_m)] \quad (\text{E.76})$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial \theta_{vi1}} = -V_s V_{vi1} [G_{svi1} \cos(\theta_s - \theta_{vi1}) + B_{svi1} \sin(\theta_s - \theta_{vi1})] \quad (\text{E.77})$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial V_{vi1}} = V_s [G_{svi1} \sin(\theta_s - \theta_{vi1}) - B_{svi1} \cos(\theta_s - \theta_{vi1})] \quad (\text{E.78})$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial \theta_{vi2}} = -V_s V_{vi2} [G_{svi2} \cos(\theta_s - \theta_{vi2}) + B_{svi2} \sin(\theta_s - \theta_{vi2})] \quad (\text{E.79})$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial V_{vi2}} = V_s [G_{svi2} \sin(\theta_s - \theta_{vi2}) - B_{svi2} \cos(\theta_s - \theta_{vi2})] \quad (\text{E.80})$$

Derivadas parciales en el nodo de recepción m :

$$\frac{\partial P_m}{\partial \theta_s} = V_m V_s [G_{ms} \sin(\theta_m - \theta_s) - B_{ms} \cos(\theta_m - \theta_s)] \quad (\text{E.81})$$

$$\frac{\partial P_m}{\partial V_s} = V_m [G_{ms} \cos(\theta_m - \theta_s) + B_{ms} \sin(\theta_m - \theta_s)] \quad (\text{E.82})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} = & V_m V_s [-G_{ms} \sin(\theta_m - \theta_s) + B_{ms} \cos(\theta_m - \theta_s)] \\ & V_m V_{vi2} [-G_{mvi2} \sin(\theta_m - \theta_{vi2}) + B_{mvi2} \cos(\theta_m - \theta_{vi2})] \end{aligned} \quad (\text{E.83})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_m}{\partial V_m} = & 2G_{mm} V_m + V_s [G_{ms} \cos(\theta_m - \theta_s) + B_{ms} \sin(\theta_m - \theta_s)] \\ & + V_{vi2} [G_{mvi2} \cos(\theta_m - \theta_{vi2}) + B_{mvi2} \sin(\theta_m - \theta_{vi2})] \end{aligned} \quad (\text{E.84})$$

$$\frac{\partial P_m}{\partial \theta_{vi2}} = V_m V_{vi2} [G_{mvi2} \sin(\theta_m - \theta_{vi2}) - B_{mvi2} \cos(\theta_m - \theta_{vi2})] \quad (\text{E.85})$$

$$\frac{\partial P_m}{\partial V_{vi2}} = V_m [G_{mvi2} \cos(\theta_m - \theta_{vi2}) + B_{mvi2} \sin(\theta_m - \theta_{vi2})] \quad (E.86)$$

$$\frac{\partial Q_m}{\partial \theta_s} = -V_m V_s [G_{ms} \cos(\theta_m - \theta_s) + B_{ms} \sin(\theta_m - \theta_s)] \quad (E.87)$$

$$\frac{\partial Q_m}{\partial V_s} = V_m [G_{ms} \sin(\theta_m - \theta_s) - B_{ms} \cos(\theta_m - \theta_s)] \quad (E.88)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} = & V_m V_s [G_{ms} \cos(\theta_m - \theta_s) + B_{ms} \sin(\theta_m - \theta_s)] \\ & + V_m V_{vi2} [G_{mvi2} \cos(\theta_m - \theta_{vi2}) + B_{mvi2} \sin(\theta_m - \theta_{vi2})] \end{aligned} \quad (E.89)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} = & -2B_{mm}V_m + V_s [G_{ms} \sin(\theta_m - \theta_s) - B_{ms} \cos(\theta_m - \theta_s)] \\ & + V_{vi2} [G_{mvi2} \sin(\theta_m - \theta_{vi2}) - B_{mvi2} \cos(\theta_m - \theta_{vi2})] \end{aligned} \quad (E.90)$$

$$\frac{\partial Q_m}{\partial V_{vi2}} = -V_m V_{vi2} [G_{mvi2} \cos(\theta_m - \theta_{vi2}) + B_{mvi2} \sin(\theta_m - \theta_{vi2})] \quad (E.91)$$

$$\frac{\partial Q_m}{\partial V_{vi2}} = V_m [G_{mvi2} \sin(\theta_m - \theta_{vi2}) - B_{mvi2} \cos(\theta_m - \theta_{vi2})] \quad (E.92)$$

Derivadas parciales en el nodo $vi1$:

$$\frac{\partial P_{vi1}}{\partial \theta_s} = V_{vi1} V_s [G_{vi1s} \sin(\theta_{vi1} - \theta_s) - B_{vi1s} \cos(\theta_{vi1} - \theta_s)] \quad (E.93)$$

$$\frac{\partial P_{vi1}}{\partial V_s} = V_{vi1} [G_{vi1s} \cos(\theta_{vi1} - \theta_s) + B_{vi1s} \sin(\theta_{vi1} - \theta_s)] \quad (E.94)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{vi1}}{\partial V_{vi1}} = & 2V_{vi1} G_{vi1vi1} + V_s [G_{vi1s} \cos(\theta_{vi1} - \theta_s) + B_{vi1s} \sin(\theta_{vi1} - \theta_s)] \\ & + V_{ac1} [G_{vi1ac1} \cos(\theta_{vi1} - \theta_{ac1}) + B_{vi1ac1} \sin(\theta_{vi1} - \theta_{ac1})] \end{aligned} \quad (E.95)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{vi1}}{\partial \theta_{vi1}} = & V_{vi1} V_s [-G_{vi1s} \sin(\theta_{vi1} - \theta_s) + B_{vi1s} \cos(\theta_{vi1} - \theta_s)] \\ & V_{vi1} V_{ac1} [-G_{vi1ac1} \sin(\theta_{vi1} - \theta_{ac1}) + B_{vi1ac1} \cos(\theta_{vi1} - \theta_{ac1})] \end{aligned} \quad (E.96)$$

$$\frac{\partial P_{vi1}}{\partial V_{ac1}} = V_{vi1} [G_{vi1ac1} \cos(\theta_{vi1} - \theta_{ac1}) + B_{vi1ac1} \sin(\theta_{vi1} - \theta_{ac1})] \quad (E.97)$$

$$\frac{\partial P_{vi1}}{\partial \theta_{ac1}} = V_{vi1} V_{ac1} [G_{vi1ac1} \sin(\theta_{vi1} - \theta_{ac1}) - B_{vi1ac1} \cos(\theta_{vi1} - \theta_{ac1})] \quad (E.98)$$

$$\frac{\partial Q_{vi1}}{\partial \theta_s} = -V_{vi1} V_s [G_{vi1s} \cos(\theta_{vi1} - \theta_s) + B_{vi1s} \sin(\theta_{vi1} - \theta_s)] \quad (E.99)$$

$$\frac{\partial Q_{vi1}}{\partial V_s} = V_{vi1} [G_{vi1s} \sin(\theta_{vi1} - \theta_s) - B_{vi1s} \cos(\theta_{vi1} - \theta_s)] \quad (E.100)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{vi1}}{\partial \theta_{vi1}} = & V_{vi1} V_s [G_{vi1s} \cos(\theta_{vi1} - \theta_s) + B_{vi1s} \sin(\theta_{vi1} - \theta_s)] \\ & + V_{vi1} V_{ac1} [G_{vi1ac1} \cos(\theta_{vi1} - \theta_{ac1}) + B_{vi1ac1} \sin(\theta_{vi1} - \theta_{ac1})] \end{aligned} \quad (E.101)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{vi1}}{\partial V_{vi1}} = & -2V_{vi1} B_{vi1vi1} + V_s [G_{vi1s} \sin(\theta_{vi1} - \theta_s) - B_{vi1s} \cos(\theta_{vi1} - \theta_s)] \\ & + V_{ac1} [G_{vi1ac1} \sin(\theta_{vi1} - \theta_{ac1}) - B_{vi1ac1} \cos(\theta_{vi1} - \theta_{ac1})] \end{aligned} \quad (E.102)$$

$$\frac{\partial Q_{vi1}}{\partial V_{ac1}} = V_{vi1} [G_{vi1ac1} \sin(\theta_{vi1} - \theta_{ac1}) - B_{vi1ac1} \cos(\theta_{vi1} - \theta_{ac1})] \quad (E.103)$$

$$\frac{\partial Q_{vi1}}{\partial \theta_{ac1}} = -V_{vi1} V_{ac1} [G_{vi1ac1} \cos(\theta_{vi1} - \theta_{ac1}) + B_{vi1ac1} \sin(\theta_{vi1} - \theta_{ac1})] \quad (E.104)$$

Derivadas parciales en el nodo $vi2$:

$$\frac{\partial P_{vi2}}{\partial \theta_s} = V_{vi2} V_s [G_{vi2s} \sin(\theta_{vi2} - \theta_s) - B_{vi2s} \cos(\theta_{vi2} - \theta_s)] \quad (E.105)$$

$$\frac{\partial P_{vi2}}{\partial V_s} = V_{vi2} [G_{vi2s} \cos(\theta_{vi2} - \theta_s) + B_{vi2s} \sin(\theta_{vi2} - \theta_s)] \quad (E.106)$$

$$\frac{\partial P_{vi2}}{\partial \theta_m} = -V_{vi2} V_m [G_{vi2m} \sin(\theta_{vi2} - \theta_m) - B_{vi2m} \cos(\theta_{vi2} - \theta_m)] \quad (E.107)$$

$$\frac{\partial P_{vi2}}{\partial V_m} = V_{vi2} [G_{vi2m} \cos(\theta_{vi2} - \theta_m) + B_{vi2m} \sin(\theta_{vi2} - \theta_m)] \quad (E.108)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{vi2}}{\partial \theta_{vi2}} = & V_{vi2} V_s [-G_{vi2s} \sin(\theta_{vi2} - \theta_s) + B_{vi2s} \cos(\theta_{vi2} - \theta_s)] \\ & V_{vi2} V_m [-G_{vi2m} \sin(\theta_{vi2} - \theta_m) + B_{vi2m} \cos(\theta_{vi2} - \theta_m)] \\ & V_{vi2} V_{ac2} [-G_{vi2ac2} \sin(\theta_{vi2} - \theta_{ac2}) + B_{vi2ac2} \cos(\theta_{vi2} - \theta_{ac2})] \end{aligned} \quad (E.109)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{vi2}}{\partial V_{vi2}} = & 2V_{vi2} G_{vi2vi2} + V_s [G_{vi2s} \cos(\theta_{vi2} - \theta_s) + B_{vi2s} \sin(\theta_{vi2} - \theta_s)] \\ & + V_m [G_{vi2m} \cos(\theta_{vi2} - \theta_m) + B_{vi2m} \sin(\theta_{vi2} - \theta_m)] \\ & + V_{ac2} [G_{vi2ac2} \cos(\theta_{vi2} - \theta_{ac2}) + B_{vi2ac2} \sin(\theta_{vi2} - \theta_{ac2})] \end{aligned} \quad (E.110)$$

$$\frac{\partial P_{vi2}}{\partial V_{ac2}} = V_{vi2} [G_{vi2ac2} \cos(\theta_{vi2} - \theta_{ac2}) + B_{vi2ac2} \sin(\theta_{vi2} - \theta_{ac2})] \quad (E.111)$$

$$\frac{\partial P_{vi2}}{\partial \theta_{ac2}} = V_{vi2} V_{ac2} [G_{vi2ac2} \sin(\theta_{vi2} - \theta_{ac2}) - B_{vi2ac2} \cos(\theta_{vi2} - \theta_{ac2})] \quad (E.112)$$

$$\frac{\partial Q_{vi2}}{\partial \theta_s} = -V_{vi2} V_s [G_{vi2s} \cos(\theta_{vi2} - \theta_s) + B_{vi2s} \sin(\theta_{vi2} - \theta_s)] \quad (E.113)$$

$$\frac{\partial Q_{vi2}}{\partial V_s} = V_{vi2} [G_{vi2s} \sin(\theta_{vi2} - \theta_s) - B_{vi2s} \cos(\theta_{vi2} - \theta_s)] \quad (E.114)$$

$$\frac{\partial Q_{vi2}}{\partial \theta_m} = -V_{vi2}V_m[G_{vi2m} \cos(\theta_{vi2} - \theta_m) + B_{vi2m} \sin(\theta_{vi2} - \theta_m)] \quad (E.115)$$

$$\frac{\partial Q_{vi2}}{\partial V_m} = V_{vi2}[G_{vi2m} \sin(\theta_{vi2} - \theta_m) - B_{vi2m} \cos(\theta_{vi2} - \theta_m)] \quad (E.116)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{vi2}}{\partial \theta_{vi2}} = & V_{vi2}V_s[G_{vi2s} \cos(\theta_{vi2} - \theta_s) + B_{vi2s} \sin(\theta_{vi2} - \theta_s)] \\ & + V_{vi2}V_m[G_{vi2m} \cos(\theta_{vi2} - \theta_m) + B_{vi2m} \sin(\theta_{vi2} - \theta_m)] \\ & + V_{vi2}V_{ac2}[G_{vi2ac2} \cos(\theta_{vi2} - \theta_{ac2}) + B_{vi2ac2} \sin(\theta_{vi2} - \theta_{ac2})] \end{aligned} \quad (E.117)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{vi2}}{\partial V_{vi2}} = & -2V_{vi2}B_{vi2vi2} + V_s[G_{vi2s} \sin(\theta_{vi2} - \theta_s) - B_{vi2s} \cos(\theta_{vi2} - \theta_s)] \\ & + V_m[G_{vi2m} \sin(\theta_{vi2} - \theta_m) - B_{vi2m} \cos(\theta_{vi2} - \theta_m)] \\ & + V_{ac2}[G_{vi2ac2} \sin(\theta_{vi2} - \theta_{ac2}) - B_{vi2ac2} \cos(\theta_{vi2} - \theta_{ac2})] \end{aligned} \quad (E.118)$$

$$\frac{\partial Q_{vi2}}{\partial V_{ac2}} = V_{vi2}[G_{vi2ac2} \sin(\theta_{vi2} - \theta_{ac2}) - B_{vi2ac2} \cos(\theta_{vi2} - \theta_{ac2})] \quad (E.119)$$

$$\frac{\partial Q_{vi2}}{\partial \theta_{ac2}} = -V_{vi2}V_{ac2}[G_{vi2ac2} \cos(\theta_{vi2} - \theta_{ac2}) + B_{vi2ac2} \sin(\theta_{vi2} - \theta_{ac2})] \quad (E.120)$$

Derivadas parciales en el nodo $ac1$:

$$\frac{\partial P_{ac1}}{\partial \theta_{vi1}} = V_{ac1}V_{vi1}[G_{ac1vi1} \sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) - B_{ac1vi1} \cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})] \quad (E.121)$$

$$\frac{\partial P_{ac1}}{\partial V_{vi1}} = V_{ac1}[G_{ac1vi1} \cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) + B_{ac1vi1} \sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})] \quad (E.122)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{ac1}}{\partial V_{ac1}} = & 2G_{ac1ac1}V_{ac1} - Km_{a1}g_{11}V_{dc} \cos(\theta_{ac1} - \phi_1) \\ & + V_{vi1}[G_{ac1vi1} \cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) + B_{ac1vi1} \sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})] \end{aligned} \quad (E.123)$$

$$\frac{\partial P_{ac1}}{\partial \theta_{ac1}} = K m_{a1} g_{11} V_{ac1} V_{dc} \sin(\theta_{ac1} - \phi_1) \quad (E.124)$$

$$V_{ac1} V_{vi1} [-G_{ac1vi1} \sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) + B_{ac1vi1} \cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})]$$

$$\frac{\partial P_{ac1}}{\partial V_{dc}} = -K m_{a1} g_{11} V_{ac1} \cos(\theta_{ac1} - \phi_1) \quad (E.125)$$

$$\frac{\partial P_{ac1}}{\partial m_{a1}} = -K g_{11} V_{ac1} V_{dc} \cos(\theta_{ac1} - \phi_1) \quad (E.126)$$

$$\frac{\partial P_{ac1}}{\partial \phi_1} = -K m_{a1} g_{11} V_{ac1} V_{dc} \sin(\theta_{ac1} - \phi_1) \quad (E.127)$$

$$\frac{\partial Q_{ac1}}{\partial \theta_{vi1}} = -V_{ac1} V_{vi1} [G_{ac1vi1} \cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) + B_{ac1vi1} \sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})] \quad (E.128)$$

$$\frac{\partial Q_{ac1}}{\partial V_{vi1}} = V_{ac1} [G_{ac1vi1} \sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) - B_{ac1vi1} \cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})] \quad (E.129)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{ac1}}{\partial V_{ac1}} &= -2B_{ac1ac1} V_{ac1} - K m_{a1} g_{11} V_{dc} \sin(\theta_{ac1} - \phi_1) \\ &\quad + V_{vi1} [G_{ac1vi1} \sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) - B_{ac1vi1} \cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})] \end{aligned} \quad (E.130)$$

$$\frac{\partial Q_{ac1}}{\partial Q_{vsc1}} = -1 \quad (E.131)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{ac1}}{\partial \theta_{ac1}} &= -K m_{a1} g_{11} V_{ac1} V_{dc} \cos(\theta_{ac1} - \phi_1) \\ &\quad + V_{ac1} V_{vi1} [G_{ac1vi1} \cos(\theta_{ac1} - \theta_{vi1}) + B_{ac1vi1} \sin(\theta_{ac1} - \theta_{vi1})] \end{aligned} \quad (E.132)$$

$$\frac{\partial Q_{ac1}}{\partial V_{dc}} = -K m_{a1} g_{11} V_{ac1} \sin(\theta_{ac1} - \phi_1) \quad (E.133)$$

$$\frac{\partial Q_{ac1}}{\partial m_{a1}} = -K g_{11} V_{ac1} V_{dc} \sin(\theta_{ac1} - \phi_1) \quad (\text{E.134})$$

$$\frac{\partial Q_{ac1}}{\partial \phi_1} = K m_{a1} g_{11} V_{ac1} V_{dc} \cos(\theta_{ac1} - \phi_1) \quad (\text{E.135})$$

Las derivadas parciales de la restricción de intercambio de potencia reactiva $ac1-dc$ del VSC₁ del UPFC:

$$-\frac{\partial \Delta \theta_{Q_{vsc1}}}{\partial \theta_{ac1}} = 1 \quad (\text{E.136})$$

$$-\frac{\partial \Delta \theta_{Q_{vsc1}}}{\partial \phi_1} = -1 \quad (\text{E.137})$$

Derivadas parciales en el nodo $ac2$:

$$\frac{\partial P_{ac2}}{\partial \theta_{vi2}} = V_{ac2} V_{vi2} [G_{ac2vi2} \sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) - B_{ac2vi2} \cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})] \quad (\text{E.138})$$

$$\frac{\partial P_{ac2}}{\partial V_{vi2}} = V_{ac2} [G_{ac2vi2} \cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) + B_{ac2vi2} \sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})] \quad (\text{E.139})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{ac2}}{\partial V_{ac2}} &= 2G_{ac2ac2} V_{ac2} - K m_{a2} g_{12} V_{dc} \cos(\theta_{ac2} - \phi_2) \\ &+ V_{vi2} [G_{ac2vi2} \cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) + B_{ac2vi2} \sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})] \end{aligned} \quad (\text{E.140})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{ac2}}{\partial \theta_{ac2}} &= K m_{a2} g_{12} V_{ac2} V_{dc} \sin(\theta_{ac2} - \phi_2) \\ &+ V_{ac2} V_{vi2} [-G_{ac2vi2} \sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) + B_{ac2vi2} \cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})] \end{aligned} \quad (\text{E.141})$$

$$\frac{\partial P_{ac2}}{\partial V_{dc}} = -K m_{a2} g_{12} V_{ac2} \cos(\theta_{ac2} - \phi_2) \quad (\text{E.142})$$

$$\frac{\partial P_{ac2}}{\partial m_{a2}} = -K g_{12} V_{ac2} V_{dc} \cos(\theta_{ac2} - \phi_2) \quad (\text{E.143})$$

$$\frac{\partial P_{ac2}}{\partial \phi_2} = -K m_{a2} g_{12} V_{ac2} V_{dc} \sin(\theta_{ac2} - \phi_2) \quad (E.144)$$

$$\frac{\partial Q_{ac2}}{\partial \theta_{vi2}} = -V_{ac2} V_{vi2} [G_{ac2vi2} \cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) + B_{ac2vi2} \sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})] \quad (E.145)$$

$$\frac{\partial Q_{ac2}}{\partial V_{vi2}} = V_{ac2} [G_{ac2vi2} \sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) - B_{ac2vi2} \cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})] \quad (E.146)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{ac2}}{\partial V_{ac2}} &= 2B_{ac2ac2} V_{ac2} - K m_{a2} g_{12} V_{dc} \sin(\theta_{ac2} - \phi_2) \\ &\quad + V_{vi2} [G_{ac2vi2} \sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) - B_{ac2vi2} \cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})] \end{aligned} \quad (E.147)$$

$$\frac{\partial Q_{ac1}}{\partial Q_{vsc1}} = -1 \quad (E.148)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{ac2}}{\partial \theta_{ac2}} &= -K m_{a2} g_{12} V_{ac2} V_{dc} \cos(\theta_{ac2} - \phi_2) \\ &\quad + V_{ac2} V_{vi2} [G_{ac2vi2} \cos(\theta_{ac2} - \theta_{vi2}) + B_{ac2vi2} \sin(\theta_{ac2} - \theta_{vi2})] \end{aligned} \quad (E.149)$$

$$\frac{\partial Q_{ac2}}{\partial V_{dc}} = -K m_{a2} g_{12} V_{ac2} \sin(\theta_{ac2} - \phi_2) \quad (E.150)$$

$$\frac{\partial Q_{ac2}}{\partial m_{a2}} = -K g_{12} V_{ac2} V_{dc} \sin(\theta_{ac2} - \phi_2) \quad (E.151)$$

$$\frac{\partial Q_{ac2}}{\partial \phi_2} = K m_{a2} g_{12} V_{ac2} V_{dc} \cos(\theta_{ac2} - \phi_2) \quad (E.152)$$

Las derivadas parciales de la restricción de intercambio de potencia reactiva $ac2-dc$ del VSC₂ del UPFC:

$$-\frac{\partial \Delta \theta_{Qvsc2}}{\partial \theta_{ac2}} = 1 \quad (E.153)$$

$$-\frac{\partial \Delta \theta_{Q_{vsc2}}}{\partial \phi_2} = -1 \quad (\text{E.154})$$

Derivadas parciales en el nodo dc :

$$\frac{\partial P_{dc}}{\partial V_{ac1}} = -K m_{a1} g_{11} V_{dc} \cos(\phi_1 - \theta_{ac1}) \quad (\text{E.155})$$

$$\frac{\partial P_{dc}}{\partial \theta_{ac1}} = -K m_{a1} g_{11} V_{dc} V_{ac1} \sin(\phi_1 - \theta_{ac1}) \quad (\text{E.156})$$

$$\frac{\partial P_{dc}}{\partial V_{ac2}} = -K m_{a2} g_{12} V_{dc} \cos(\phi_2 - \theta_{ac2}) \quad (\text{E.157})$$

$$\frac{\partial P_{dc}}{\partial \theta_{ac2}} = -K m_{a2} g_{12} V_{dc} V_{ac2} \sin(\phi_2 - \theta_{ac2}) \quad (\text{E.158})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_{dc}}{\partial V_{dc}} = & 2V_{dc} [K^2 m_{a1}^2 g_{11} + g_{sw1} + K^2 m_{a2}^2 g_{12} + g_{sw2}] \\ & - K m_{a1} g_{11} V_{ac1} \cos(\phi_1 - \theta_{ac1}) - K m_{a2} g_{12} V_{ac2} \cos(\phi_2 - \theta_{ac2}) \end{aligned} \quad (\text{E.159})$$

$$\frac{\partial P_{dc}}{\partial m_{a1}} = 2K^2 m_{a1} g_{11} V_{dc}^2 - K g_{11} V_{dc} V_{ac1} \cos(\phi_1 - \theta_{ac1}) \quad (\text{E.160})$$

$$\frac{\partial P_{dc}}{\partial m_{a2}} = 2K^2 m_{a2} g_{12} V_{dc}^2 - K g_{12} V_{dc} V_{ac2} \cos(\phi_2 - \theta_{ac2}) \quad (\text{E.161})$$

$$\frac{\partial P_{dc}}{\partial \phi_1} = K m_{a1} g_{11} V_{dc} V_{ac1} \sin(\phi_1 - \theta_{ac1}) \quad (\text{E.162})$$

$$\frac{\partial P_{dc}}{\partial \phi_2} = K m_{a2} g_{12} V_{dc} V_{ac2} \sin(\phi_2 - \theta_{ac2}) \quad (\text{E.163})$$

Derivadas de las restricciones de control del índice de modulación del VSC₁ basadas en complementariedad: $m_{a1} \Leftrightarrow V_s$:

$$-\frac{\partial \Delta F_{m_{a1}}}{\partial V_s} = -1 \quad (\text{E.164})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{m_{a1}}}{\partial v_{m_{a1}-}^{cc}} = 1 \quad (\text{E.165})$$

$$-\Delta \frac{\partial F_{m_{a1}}}{\partial v_{m_{a1}+}^{cc}} = -1 \quad (\text{E.166})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{m_{a1}}}{\partial v_{Q_{vsc1}-}^{cc}} = 1 \quad (\text{E.167})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{m_{a1}}}{\partial v_{Q_{vsc1}+}^{cc}} = -1 \quad (\text{E.168})$$

Derivadas de la restricción de control del índice de modulación del VSC₁ basadas en complementariedad: $m_{a1} \Leftrightarrow Q_{svi1}$:

$$-\frac{\partial \Delta F_{m_{a1}}}{\partial \theta_{vi1}} = -\frac{\partial Q_{svi1}}{\partial \theta_{vi1}} = V_s V_{vi1} [G_{svi1} \cos(\theta_s - \theta_{vi1}) + B_{svi1} \sin(\theta_s - \theta_{vi1})] \quad (\text{E.169})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{m_{a1}}}{\partial V_{vi1}} = -\frac{\partial Q_{svi1}}{\partial V_{vi1}} = -V_s [G_{svi1} \sin(\theta_s - \theta_{vi1}) - B_{svi1} \cos(\theta_s - \theta_{vi1})] \quad (\text{E.170})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{m_{a1}}}{\partial \theta_s} = -\frac{\partial Q_{svi1}}{\partial \theta_s} = -V_s V_{vi1} [G_{svi1} \cos(\theta_s - \theta_{vi1}) + B_{svi1} \sin(\theta_s - \theta_{vi1})] \quad (\text{E.171})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{m_{a1}}}{\partial V_s} = -\frac{\partial Q_{svi1}}{\partial V_s} = -2B_{ss}V_s - V_{vi1} [G_{svi1} \sin(\theta_s - \theta_{vi1}) - B_{svi1} \cos(\theta_s - \theta_{vi1})] \quad (\text{E.172})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma1}}{\partial v_{ma1-}^{cc}} = -1 \quad (\text{E.173})$$

$$-\Delta \frac{\partial F_{ma1}}{\partial v_{ma1+}^{cc}} = 1 \quad (\text{E.174})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma1}}{\partial v_{Q_{vsc1-}}^{cc}} = -1 \quad (\text{E.175})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma1}}{\partial v_{Q_{vsc1+}}^{cc}} = 1 \quad (\text{E.176})$$

Derivadas de la restricción de control del índice de modulación del VSC₂ basadas en complementariedad: $m_{a2} \Leftrightarrow Q_{ms}$:

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial \theta_s} = -\frac{\partial Q_{ms}}{\partial \theta_s} = -\frac{\partial Q_m}{\partial \theta_s} \quad (\text{E.177})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial V_s} = -\frac{\partial Q_{ms}}{\partial V_s} = -\frac{\partial Q_m}{\partial V_s} \quad (\text{E.178})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial \theta_m} = -\frac{\partial Q_{ms}}{\partial \theta_m} = -\frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} \quad (\text{E.179})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial V_m} = -\frac{\partial Q_{ms}}{\partial V_m} = -\frac{\partial Q_m}{\partial V_m} \quad (\text{E.180})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial \theta_{vi2}} = -\frac{\partial Q_{ms}}{\partial \theta_{vi2}} - \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_{vi2}} \quad (\text{E.181})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial V_{vi2}} = -\frac{\partial Q_{ms}}{\partial V_{vi2}} - \frac{\partial Q_m}{\partial V_{vi2}} \quad (\text{E.182})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial v_{ma2-}^{cc}} = c_{maq} \quad (\text{E.183})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial v_{ma2+}^{cc}} = -c_{maq} \quad (\text{E.184})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial v_{Qms-}^{cc}} = 1 \quad (\text{E.185})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{ma2}}{\partial v_{Qms+}^{cc}} = -1 \quad (\text{E.186})$$

Derivadas de la restricción de control del ángulo de fase F_{ϕ_1} del VSC₁ del UPFC:

$\phi_1 \Leftrightarrow V_{dc}$:

$$-\frac{\partial \Delta F_{\phi_1}}{\partial V_{dc}} = -1 \quad (\text{E.187})$$

Derivadas de la restricción de control del ángulo de fase F_{ϕ_2} del VSC₂ basadas en complementariedad: $\phi_{a2} \Leftrightarrow P_{ms}$:

$$-\frac{\partial \Delta F_{\phi_2}}{\partial \theta_s} = -\frac{\partial P_{ms}}{\partial \theta_s} = -\frac{\partial P_m}{\partial \theta_s} \quad (\text{E.188})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{\phi_2}}{\partial V_s} = -\frac{\partial P_{ms}}{\partial V_s} = -\frac{\partial P_m}{\partial V_s} \quad (\text{E.189})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{\phi_2}}{\partial \theta_m} = -\frac{\partial P_{ms}}{\partial \theta_m} = -\frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} \quad (\text{E.190})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{\phi_2}}{\partial V_m} = -\frac{\partial P_{ms}}{\partial V_m} = -\frac{\partial P_m}{\partial V_m} \quad (\text{E.191})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{\phi_2}}{\partial \theta_{vi2}} = -\frac{\partial P_{ms}}{\partial \theta_{vi2}} - \frac{\partial P_m}{\partial \theta_{vi2}} \quad (\text{E.192})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{\phi_2}}{\partial V_{vi2}} = -\frac{\partial P_{ms}}{\partial V_{vi2}} - \frac{\partial P_m}{\partial V_{vi2}} \quad (\text{E.193})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{\phi_2}}{\partial v_{ma2-}^{cc}} = c_{m_{ap}} \quad (\text{E.194})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{\phi_2}}{\partial v_{ma2+}^{cc}} = -c_{m_{ap}} \quad (\text{E.195})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{\phi_2}}{\partial v_{Pms-}^{cc}} = 1 \quad (\text{E.196})$$

$$-\frac{\partial \Delta F_{\phi_2}}{\partial v_{Pms+}^{cc}} = -1 \quad (\text{E.197})$$

Las derivadas de los límites de índice de modulación basados en complementariedad del convertidor en derivación del UPFC:

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{ma1-}}^{cc}}{\partial m_{a1}} = -\frac{m_{a1} - m_{a1}^{min}}{\sqrt{(m_{a1} - m_{a1}^{min})^2 + (v_{ma1-}^{cc})^2}} + 1 \quad (E.198)$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{ma1-}}^{cc}}{\partial v_{ma1-}^{cc}} = -\frac{v_{ma1-}^{cc}}{\sqrt{(m_{a1} - m_{a1}^{min})^2 + (v_{ma1-}^{cc})^2}} + 1 \quad (E.199)$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{ma1+}}^{cc}}{\partial m_{a1}} = \frac{m_{a1}^{max} - m_{a1}}{\sqrt{(m_{a1}^{max} - m_{a1})^2 + (v_{ma1+}^{cc})^2}} - 1 \quad (E.200)$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{ma1+}}^{cc}}{\partial v_{ma1+}^{cc}} = -\frac{v_{ma1+}^{cc}}{\sqrt{(m_{a1}^{max} - m_{a1})^2 + (v_{ma1+}^{cc})^2}} + 1 \quad (E.201)$$

Las derivadas de los límites de la potencia reactiva Q_{vsc1} basados en la complementariedad del convertidor en derivación del UPFC:

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Qvsc1-}}^{cc}}{\partial Q_{vsc1}} = -\frac{Q_{vsc1} - Q_{vsc1}^{min}}{\sqrt{(Q_{vsc1} - Q_{vsc1}^{min})^2 + (v_{Qvsc1-}^{cc})^2}} + 1 \quad (E.202)$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Qvsc1-}}^{cc}}{\partial v_{Qvsc1-}^{cc}} = -\frac{v_{Qvsc1-}^{cc}}{\sqrt{(Q_{vsc1} - Q_{vsc1}^{min})^2 + (v_{Qvsc1-}^{cc})^2}} + 1 \quad (E.203)$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Qvsc1+}}^{cc}}{\partial Q_{vsc1}} = \frac{Q_{vsc1}^{max} - Q_{vsc1}}{\sqrt{(Q_{vsc1}^{max} - Q_{vsc1})^2 + (v_{Qvsc1+}^{cc})^2}} - 1 \quad (E.204)$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Qvsc1+}}^{cc}}{\partial v_{Qvsc1+}^{cc}} = -\frac{v_{Qvsc1+}^{cc}}{\sqrt{(Q_{vsc1}^{max} - Q_{vsc1})^2 + (v_{Qvsc1+}^{cc})^2}} + 1 \quad (E.205)$$

Las expresiones derivadas que representan los límites de la potencia reactiva Q_{ms} del convertidor serie del UPFC basados en la complementariedad. A continuación, se presenta la derivada correspondiente a la restricción del límite inferior:

$$\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}^{cc}}{\partial Q_{ms}} = \frac{Q_{ms} - Q_{ms}^{min}}{\sqrt{(Q_{ms} - Q_{ms}^{min})^2 + (v_{Q_{ms}-}^{cc})^2}} - 1 \quad (E.206)$$

Aplicando la regla de la cadena:

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial \theta_s} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_{ms}}{\partial \theta_s} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_s} \quad (E.207)$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial \theta_m} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_{ms}}{\partial \theta_m} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} \quad (E.208)$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial V_s} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_{ms}}{\partial V_s} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_m}{\partial V_s} \quad (E.209)$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial V_m} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_{ms}}{\partial V_m} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} \quad (E.210)$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial \theta_{vi2}} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_{ms}}{\partial \theta_{vi2}} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_{vi2}} \quad (E.211)$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial V_{vi2}} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_{ms}}{\partial V_{vi2}} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_m}{\partial V_{vi2}} \quad (E.212)$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}-}}^{cc}}{\partial v_{Q_{ms}-}^{cc}} = -\frac{v_{Q_{ms}-}^{cc}}{\sqrt{(Q_{ms} - Q_{ms}^{min})^2 + (v_{Q_{ms}-}^{cc})^2}} + 1 \quad (E.213)$$

Repetiendo el mismo proceso, las derivadas correspondientes a la restricción del límite inferior son:

$$\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}^{cc}}{\partial Q_{ms}} = \frac{Q_{ms} - Q_{ms}^{max}}{\sqrt{(Q_{ms}^{max} - Q_{ms})^2 + (v_{Q_{ms}+}^{cc})^2}} + 1 \quad (E.214)$$

aplicando la regla de la cadena:

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial \theta_s} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_{ms}}{\partial \theta_s} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_s} \quad (\text{E.215})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial \theta_m} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_{ms}}{\partial \theta_m} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_m} \quad (\text{E.216})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial V_s} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_{ms}}{\partial V_s} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_m}{\partial V_s} \quad (\text{E.217})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial V_m} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_{ms}}{\partial V_m} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_m}{\partial V_m} \quad (\text{E.218})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial \theta_{vi2}} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_{ms}}{\partial \theta_{vi2}} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_m}{\partial \theta_{vi2}} \quad (\text{E.219})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial V_{vi2}} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_{ms}}{\partial V_{vi2}} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}}{\partial Q_{ms}} \cdot \frac{\partial Q_m}{\partial V_{vi2}} \quad (\text{E.220})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{Q_{ms}+}}^{\text{cc}}}{\partial v_{Q_{ms}+}^{\text{cc}}} = -\frac{v_{Q_{ms}+}^{\text{cc}}}{\sqrt{(Q_{ms}^{\text{max}} - Q_{ms})^2 + (v_{Q_{ms}+}^{\text{cc}})^2}} + 1 \quad (\text{E.221})$$

Las expresiones derivadas que representan los límites de la potencia reactiva P_{ms} del convertidor serie del UPFC basados en la complementariedad. A continuación, se presenta la derivada correspondiente a la restricción del límite inferior:

$$\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}^{\text{cc}}}{\partial P_{ms}} = \frac{P_{ms} - P_{ms}^{\text{min}}}{\sqrt{(P_{ms} - P_{ms}^{\text{min}})^2 + (v_{P_{ms}-}^{\text{cc}})^2}} - 1 \quad (\text{E.222})$$

Aplicando la regla de la cadena:

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial \theta_s} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_{ms}}{\partial \theta_s} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_m}{\partial \theta_s} \quad (\text{E.223})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial \theta_m} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_{ms}}{\partial \theta_m} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} \quad (\text{E.224})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial V_s} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_{ms}}{\partial V_s} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_m}{\partial V_s} \quad (\text{E.225})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial V_m} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_{ms}}{\partial V_m} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_m}{\partial V_m} \quad (\text{E.226})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial \theta_{vi2}} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_{ms}}{\partial \theta_{vi2}} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_m}{\partial \theta_{vi2}} \quad (\text{E.227})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial V_{vi2}} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_{ms}}{\partial V_{vi2}} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_m}{\partial V_{vi2}} \quad (\text{E.228})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}-}}^{cc}}{\partial v_{P_{ms}-}^{cc}} = -\frac{v_{P_{ms}-}^{cc}}{\sqrt{(P_{ms} - P_{ms}^{min})^2 + (v_{P_{ms}-}^{cc})^2}} + 1 \quad (\text{E.229})$$

Repetiendo el mismo proceso, las derivadas correspondientes a la restricción del límite inferior:

$$\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}^{cc}}{\partial P_{ms}} = \frac{P_{ms} - P_{ms}^{max}}{\sqrt{(P_{ms}^{max} - P_{ms})^2 + (v_{P_{ms}+}^{cc})^2}} + 1 \quad (\text{E.230})$$

aplicando la regla de la cadena

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial \theta_s} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_{ms}}{\partial \theta_s} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_m}{\partial \theta_s} \quad (\text{E.231})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial \theta_m} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_{ms}}{\partial \theta_m} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_m}{\partial \theta_m} \quad (\text{E.232})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial V_s} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_{ms}}{\partial V_s} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_m}{\partial V_s} \quad (\text{E.233})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial V_m} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_{ms}}{\partial V_m} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_m}{\partial V_m} \quad (\text{E.234})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial \theta_{vi2}} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_{ms}}{\partial \theta_{vi2}} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_m}{\partial \theta_{vi2}} \quad (\text{E.235})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial V_{vi2}} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_{ms}}{\partial V_{vi2}} = -\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}}{\partial P_{ms}} \cdot \frac{\partial P_m}{\partial V_{vi2}} \quad (\text{E.236})$$

$$-\frac{\partial \Delta \varphi_{v_{P_{ms}+}}^{\text{cc}}}{\partial v_{P_{ms}+}^{\text{cc}}} = -\frac{v_{P_{ms}+}^{\text{cc}}}{\sqrt{(P_{ms}^{\text{max}} - P_{ms})^2 + (v_{P_{ms}+}^{\text{cc}})^2}} + 1 \quad (\text{E.237})$$

Apéndice F

Datos de los sistemas de prueba y dispositivos de control

F.1. Sistema de 5 nodos

La potencia de referencia utilizada para este sistema en los análisis es de 100 MVA.

Tabla F.1: Datos de líneas y transformadores del sistema eléctrico de 5 nodos

N. envío	N. recepción	R(p.u.)	X(p.u.)	G_{shunt} (p.u.)	B_{shunt} (p.u.)	Tap
1	2	0.02	0.06	0	0.06	1
1	3	0.08	0.24	0	0.05	1
2	3	0.06	0.18	0	0.04	1
2	4	0.06	0.18	0	0.04	1
2	5	0.04	0.12	0	0.03	1
6	4	0.01	0.03	0	0.02	1
4	5	0.08	0.24	0	0.05	1

Tabla F.2: Datos de generadores del sistema de 5 nodos

Nodo	P_{gen} (MW)	Q_{gen} (MVAR)	Q_{min} (MVAR)	Q_{max} (MVAR)	V_{sp} (p.u.)
2	40	0	-300	300	1.0

Tabla F.3: Nodo Slack del sistema de 5 nodos

Nodo Slack	V (p.u.)	θ (°)
1	1.06	0

Tabla F.4: Datos de cargas del sistema de 5 nodos

Nodo	P_{load} (MW)	Q_{load} (MVAR)
2	20	10
3	45	15
4	40	5
5	60	10

F.1.1. Datos de estacion STATCOM para validación y aplicación de límites en el sistema IEEE-5

Tabla F.5: Datos del transformador de acoplamiento del STATCOM

N. envío (vi)	N. recepción (k)	r_T^{sh} (p.u.)	x_T^{sh} (p.u.)	Tap (T)
7	3	0.0	0.1	1

Tabla F.6: Datos del STATCOM para la validación del modelo

dc	ac	vi	k	$V_{dc}^{sh,sp}$ p.u.	$V_k^{sh,sp}$ p.u.	$m_a^{sh,min}$	$m_a^{sh,max}$	P_{nom}^{sh} MW	G_0^{sh} p.u.	B_{sf}^{sh} p.u.	R_1^{sh} p.u.	X_{pr}^{sh} p.u.
8	6	7	3	1	1	0.77	0.9	100	2e-8	2e-7	2.5e-6	1e-7

Tabla F.7: Datos del STATCOM para el caso base y diferentes límites operativos

caso	dc	ac	vi	k	$V_{dc}^{sh,sp}$ p.u.	$V_k^{sh,sp}$ p.u.	$m_a^{sh,min}$	$m_a^{sh,max}$	P_{nom}^{sh} MW	G_0^{sh} p.u.	B_{sf}^{sh} p.u.	R_1^{sh} p.u.	X_{pr}^{sh} p.u.
base	8	7	6	3	1	1	0.77	0.86	100	0.02	0.02	2.5e-1	0.001
m_a^{max}	8	7	6	3	1	1	0.77	0.8	100	0.02	0.02	2.5e-1	0.001
I_{vsc}^{max}	8	7	6	3	1	1	0.77	0.86	10	0.02	0.02	2.5e-1	0.001

F.1.2. Datos estación VSC, validación y aplicación de límites del UPFC

Tabla F.8: Datos de conexión, parámetros de transformadores de acoplamiento y valores especificados para la validación del UPFC

	VSC		Derivación					Serie				
validación	N. envío s	N. recepción m	V_{dc}^{sp} p.u.	V_s^{sp} p.u.	r_{T1}	x_{T1}	T_1	P_{ms}^{sp} MW	Q_{ms}^{sp} MVAR	r_{T2} p.u.	x_{T2} p.u.	T_2
base	3	6	1.0	1.0	0.0	0.1	1	-40	-2	0.0	0.1	1

Tabla F.9: Datos del UPFC para la validación del modelo

caso	VSC	dc	ac	vi	s	$m_{a1/2}^{min}$ pu	$m_{a1/2}^{max}$ pu	$P_{nom1/2}$ MW	$G_{sw1/2}$ pu	$B_{sf1/2}$ pu	$R_{11/2}$ pu	$X_{pr1/2}$ pu
validación	VSC ₁	11	7	8	3	0.7	0.9	50	8e-7	5e-7	1.25e-8	1e-7
	VSC ₂	11	9	10	-	0.13	0.2	100	8e-7	5e-7	1.25e-8	1e-7

Tabla F.10: Datos de conexión, parámetros de transformadores de acoplamiento y valores especificados del UPFC bajo límites operativos

	VSC		Derivación					Serie				
caso	N. envío s	N. recepción m	V_{dc}^{sp} p.u.	V_s^{sp} p.u.	r_{T1} p.u.	x_{T1} p.u.	T_1	P_{ms}^{sp} MW	Q_{ms}^{sp} MVAR	r_{T2} p.u.	x_{T2} p.u.	T_2
base	3	6	1.0	1.0	0.0	0.1	1	-40	-2	0.0	0.1	1
m_{a2}^{min}	3	6	1.0	1.0	0.0	0.1	1	-40	-2	0.0	0.1	1
$I_{vsc1}^{max}-I_{vsc2}^{max}$	3	6	1.0	1.0	0.0	0.1	1	-40	-2	0.0	0.1	1

Tabla F.11: Datos del UPFC para el caso base y diferentes límites operativos

caso	VSC	dc	ac	vi	s	$m_{a1/2}^{min}$	$m_{a1/2}^{max}$	$P_{nom1/2}$ MW	$G_{sw1/2}$ p.u.	$B_{sf1/2}$ p.u.	$R_{11/2}$ p.u.	$X_{pr1/2}$ p.u.
base	VSC ₁	11	7	8	3	0.7	0.9	50	0.015	0.003	1.55e-1	0.07
	VSC ₂	11	9	10	-	0.13	0.2	100	0.018	0.004	1.35e-1	0.02
m_{a2}^{min}	VSC ₁	11	7	8	3	0.7	0.9	50	0.015	0.003	1.55e-1	0.07
	VSC ₂	11	9	10	-	1.3	0.2	100	0.018	0.004	1.35e-1	0.02
I_{vsc1}^{max} I_{vsc2}^{max}	VSC ₁	11	7	8	3	0.7	0.9	10	0.015	0.003	1.55e-1	0.07
	VSC ₂	11	9	10	-	0.01	0.2	30	0.018	0.004	1.35e-1	0.02

F.2. Sistema de 14 nodos

La potencia de nominal utilizada para este sistema en los análisis es de 100 MVA

Tabla F.12: Datos de líneas y transformadores del sistema eléctrico de 14 nodos

N. envío	N. recepción	R (p.u.)	X (p.u.)	G_{shunt} (p.u.)	B_{shunt} (p.u.)	Tap
1	2	0.01938	0.05917	0	0.05280	1
1	5	0.05403	0.22304	0	0.04920	1
2	3	0.04699	0.19797	0	0.04380	1
2	4	0.05811	0.17632	0	0.03740	1
2	5	0.05695	0.17388	0	0.03400	1
3	4	0.06701	0.17103	0	0.03460	1
4	5	0.01335	0.04211	0	0.01280	1
6	11	0.09498	0.19890	0	0	1
6	12	0.12291	0.25581	0	0	1
6	13	0.06615	0.13027	0	0	1
9	10	0.03181	0.08450	0	0	1
9	14	0.12711	0.27038	0	0	1
10	11	0.08205	0.19207	0	0	1
12	13	0.22092	0.19988	0	0	1
13	14	0.17093	0.34802	0	0	1
4	7	0	0.20912	0	0	0.978
4	9	0	0.55618	0	0	0.969
5	6	0	0.25202	0	0	0.932
7	8	0	0.17615	0	0	1
7	9	0	0.11001	0	0	1

Tabla F.13: Datos de generadores del sistema de 14 nodos

Nodo	P_{gen} (MW)	Q_{gen} (MVAR)	Q_{min} (MVAR)	Q_{max} (MVAR)	V_{sp} (p.u.)
2	40	0	-40	50	1.045
3	0	0	0	40	1.01
6	0	0	-6	24	1.07
8	0	0	-6	24	1.09

Tabla F.14: Nodo Slack del sistema de 14 nodos

Nodo Slack	V (p.u.)	θ (°)
1	1.06	0

Tabla F.15: Datos de cargas del sistema de 14 nodos

Nodo	P_{load} (MW)	Q_{load} (MVAR)
2	21.7	12.7
3	94.2	19.0
4	47.8	-3.9
5	7.6	1.6
6	11.2	7.5
9	29.5	16.6
10	9.0	5.8
11	3.5	1.8
12	6.1	1.6
13	13.5	5.8
14	14.9	5.0

Tabla F.16: Datos de compensadores fijos en derivación del sistema de 14 nodos

Nodo compensado	G_{shunt} (p.u.)	B_{shunt} (p.u.)
9	0	0.19

F.2.1. Datos de estación STATCOM y aplicación de límites en el sistema IEEE-14

Tabla F.17: Datos del transformador de acoplamiento del STATCOM

N. envío (vi)	N. recepción (k)	r_T^{sh} (p.u.)	x_T^{sh} (p.u.)	Tap (T)
16	9	0.0	0.01	1

Tabla F.18: Datos del STATCOM para el caso base y diferentes límites operativos

caso	dc	ac	vi	k	$V_{dc}^{sh,sp}$ p.u.	$V_k^{sh,sp}$ p.u.	$m_a^{sh,min}$	$m_a^{sh,max}$	P_{nom}^{sh} MW	G_0^{sh} p.u.	B_{sf}^{sh} p.u.	R_1^{sh} p.u.	X_{pr}^{sh} p.u.
base	17	15	16	9	1.0	1.05635	0.77	0.9	100	0.02	0.05	5e-3	0.001
m_a^{min}	17	15	16	9	1.0	1.05635	0.87	0.9	100	0.02	0.05	5e-3	0.001
I_{usc}^{max}	17	15	16	9	1.0	1.05635	0.77	0.9	14	0.02	0.05	5e-3	0.001

F.2.2. Datos de estación UPFC y aplicación de límites en el sistema IEEE-14

Tabla F.19: Datos de conexión, parámetros de transformadores de acoplamiento y valores especificados del UPFC

	VSC		Derivación					Serie				
caso	N. envío s	N. recepción m	V_{dc}^{sp} p.u.	V_s^{sp} p.u.	r_{T1} p.u.	x_{T1} p.u.	T_1	P_{ms}^{sp} MW	Q_{ms}^{sp} MVAR	r_{T2} p.u.	x_{T2} p.u.	T_2
base	13	15	0.85	1.08	0.0	0.1	1.078	50	5	0.0	0.1	1
$m_{a1}^{max}-m_{a2}^{min}$	13	15	0.85	1.09	0.0	0.1	1.078	25	2	0.0	0.1	1

Tabla F.20: Datos del UPFC para el caso base y límites operativos

caso	VSC	dc	ac	vi	s	$m_{a1/2}^{min}$	$m_{a1/2}^{max}$	$P_{nom1/2}$ MW	$G_{sw1/2}$ p.u.	$B_{sf1/2}$ p.u.	$R_{11/2}$ p.u.	$X_{pr1/2}$ p.u.
base	VSC ₁	20	16	17	13	0.7	0.99	50	0.003	0.05	5e-3	0.001
	VSC ₂	20	18	19	0	0.09	0.3	100	0.002	0.05	5e-3	0.001
m_{a1}^{max} m_{a2}^{min}	VSC ₁	20	16	17	13	0.7	0.99	50	0.003	0.05	5e-3	0.001
	VSC ₂	20	18	19	0	0.09	0.3	100	0.002	0.05	5e-3	0.001

F.3. Sistema de 57 nodos

Tabla F.21: Datos del nodo slack

Nodo Slack	Magnitud (p.u.)	Ángulo (°)
1	1.04	0

Tabla F.22: Datos de líneas de transmisión del sistema IEEE-57 nodos

Nodo de envío	Nodo de recepción	R (p.u.)	X_L (p.u.)	Gshunt total (p.u.)	Bshunt total (p.u.)
1	2	0.0083	0.028	0	0.129
2	3	0.0298	0.085	0	0.0818
3	4	0.0112	0.0366	0	0.038
4	5	0.0625	0.132	0	0.0258
4	6	0.043	0.148	0	0.0348
6	7	0.02	0.102	0	0.0276
6	8	0.0339	0.173	0	0.047
8	9	0.0099	0.0505	0	0.0548
9	10	0.0369	0.1679	0	0.044
9	11	0.0258	0.0848	0	0.0218
9	12	0.0648	0.295	0	0.0772
9	13	0.0481	0.158	0	0.0406
13	14	0.0132	0.0434	0	0.011
13	15	0.0269	0.0869	0	0.023
1	15	0.0178	0.091	0	0.0988
1	16	0.0454	0.206	0	0.0546
1	17	0.0238	0.108	0	0.0286
3	15	0.0162	0.053	0	0.0544
5	6	0.0302	0.0641	0	0.0124
7	8	0.0139	0.0712	0	0.0194
10	12	0.0277	0.1262	0	0.0328
11	13	0.0223	0.0732	0	0.0188
12	13	0.0178	0.058	0	0.0604
12	16	0.018	0.0813	0	0.0216
12	17	0.0397	0.179	0	0.0476

Tabla F.23: Datos de líneas de transmisión del sistema IEEE-57 nodos

Nodo de envío	Nodo de recepción	R (p.u.)	X_L (p.u.)	Gshunt total (p.u.)	Bshunt total (p.u.)
14	15	0.0171	0.0547	0	0.0148
18	19	0.461	0.685	0	0
19	20	0.283	0.434	0	0
21	22	0.0736	0.117	0	0
22	23	0.0099	0.0152	0	0
23	24	0.166	0.256	0	0.0084
26	27	0.165	0.254	0	0
27	28	0.0618	0.0954	0	0
28	29	0.0418	0.0587	0	0
25	30	0.135	0.202	0	0
30	31	0.326	0.497	0	0
31	32	0.507	0.755	0	0
32	33	0.0392	0.036	0	0
34	35	0.052	0.078	0	0.0032
35	36	0.043	0.0537	0	0.0016
36	37	0.029	0.0366	0	0
37	38	0.0651	0.1009	0	0.002
37	39	0.0239	0.0379	0	0
36	40	0.03	0.0466	0	0
22	38	0.0192	0.0295	0	0
41	42	0.207	0.352	0	0
38	44	0.0289	0.0585	0	0.002
46	47	0.023	0.068	0	0.0032
47	48	0.0182	0.0233	0	0
48	49	0.0834	0.129	0	0.0048
49	50	0.0801	0.128	0	0
50	51	0.1386	0.22	0	0
29	52	0.1442	0.187	0	0
52	53	0.0762	0.0984	0	0
53	54	0.1878	0.232	0	0
54	55	0.1732	0.2265	0	0
44	45	0.0624	0.1242	0	0.004
56	41	0.553	0.549	0	0
56	42	0.2125	0.354	0	0
57	56	0.174	0.26	0	0

Tabla F.24: Datos de transformadores del sistema eléctrico de 57 nodos

N. envío	N. recepción	R (p.u.)	X (p.u.)	G_{shunt} (p.u.)	B_{shunt} (p.u.)	Tap
4	18	0	0.55500	0	0	0.970
4	18	0	0.43000	0	0	0.978
21	20	0	0.77670	0	0	1.043
24	25	0	1.18200	0	0	1.000
24	25	0	1.23000	0	0	1.000
24	26	0	0.04730	0	0	1.043
7	29	0	0.06480	0	0	0.967
34	32	0	0.95300	0	0	0.975
11	41	0	0.74900	0	0	0.955
41	43	0	0.41200	0	0	1.000
15	45	0	0.10420	0	0	0.955
14	46	0	0.07350	0	0	0.900
10	51	0	0.07120	0	0	0.930
13	49	0	0.19100	0	0	0.895
11	43	0	0.15300	0	0	0.958
40	56	0	1.19500	0	0	0.958
39	57	0	1.35500	0	0	0.980
9	55	0	0.12050	0	0	0.940

Tabla F.25: Datos de compensadores fijos en derivación del sistema de 57 nodos

Nodo compensado	G_{shunt} (p.u.)	B_{shunt} (p.u.)
18	0	0.19
25	0	0.059
53	0	0.063

Tabla F.26: Datos de cargas del sistema de 57 nodos

Nodo	P_{load} (MW)	Q_{load} (MVAR)	Nodo	P_{load} (MW)	Q_{load} (MVAR)
1	55	17	30	3.6	1.8
2	3	88	31	5.8	2.9
3	41	21	32	1.6	0.8
4	0	0	33	3.8	1.9
5	13	4	34	0	0
6	75	2	35	6	3
7	0	0	36	0	0
8	150	22	37	0	0
9	121	26	38	14	7
10	5	2	39	0	0
11	0	0	40	0	0
12	377	24	41	6.3	3
13	18	2.3	42	7.1	4.4
14	10.5	5.3	43	2	1
15	22	5	44	12	1.8
16	43	3	45	0	0
17	42	8	46	0	0
18	27.2	9.8	47	29.7	11.6
19	3.3	0.6	48	0	0
20	2.3	1	49	18	8.5
21	0	0	50	21	10.5
22	0	0	51	18	5.3
23	6.3	2.1	52	4.9	2.2
24	0	0	53	20	10
25	6.3	3.2	54	4.1	1.4
26	0	0	55	6.8	3.4
27	9.3	0.5	56	7.6	2.2
28	4.6	2.3	57	6.7	2
29	17	2.6			

F.3.1. Datos de estacion STATCOM y aplicación de límites en el sistema 57 nodos

Tabla F.27: Datos de los transformadores de acoplamiento de los STATCOMs

N° STATCOM	N. envío (vi)	N. recepción (k)	r_T^{sh} (p.u.)	x_T^{sh} (p.u.)	Tap (T)
1	59	18	0.0	1.042e-01	1
2	61	25	0.0	0.1	1
3	63	53	0.0	0.1	1

Tabla F.28: Datos de los STATCOMs para el caso base y límites operativos

caso	N°	dc	ac	vi	k	$V_{dc}^{sh,sp}$ pu	$V_k^{sh,sp}$ pu	$m_a^{sh,min}$	$m_a^{sh,max}$	P_{nom}^{sh} MW	G_{sw}^{sh} pu	B_{sf}^{sh} pu	R_1^{sh} pu	X_{pr}^{sh} pu
base	1	64	58	59	18	1.0	1.0007	0.6	0.9	50	0.005	0.004	1.25e-3	0.002
	2	65	60	61	25	1.3	0.9827	0.6	0.9	50	0.001	0.01	8.3333e-3	0.001
	3	66	62	63	53	0.9	0.971	0.70	0.9	50	0.0012	0.005	8.3333e-3	0.001
limitado	1	64	58	59	18	1.0	1.0007	0.6	0.9	8	0.005	0.004	1.25e-3	0.002
	2	65	60	61	25	1.3	0.9827	0.7	0.9	50	0.001	0.01	8.3333e-3	0.001
	3	66	62	63	53	0.9	0.971	0.70	0.86	50	0.0012	0.005	8.3333e-3	0.001

F.3.2. Datos estación VSC de STATCOM y UPFC para aplicación de límites operativos en el sistema IEEE-57

Tabla F.29: Datos de los transformadores de acoplamiento de los STATCOMs

N° STATCOM	N. envío (vi)	N. recepción(k)	r_T^{sh} (p.u.)	x_T^{sh} (p.u.)	Tap (T^{sh})
1	61	18	0.0	1.042e-01	1.0417
2	63	25	0.0	0.1	1.0204

Tabla F.30: Datos de los STATCOMs para el caso base y límites operativos

caso	N°	dc	ac	vi	k	$V_{dc}^{sh,sp}$ p.u.	$V_k^{sh,sp}$ p.u.	$m_a^{sh,min}$	$m_a^{sh,max}$	P_{nom}^{sh} MW	G_{sw}^{sh} p.u.	B_{sf}^{sh} p.u.	R_1^{sh} p.u.	X_{pr}^{sh} p.u.
base	1	72	60	61	18	1	1.0007	0.6	0.9	10	0.005	0.004	1.25e-3	0.002
	2	73	62	63	25	1.3	0.9827	0.6	0.9	50	0.001	0.01	8.3333e-3	0.001
limitado	1	72	60	61	18	1	1.0007	0.6	0.9	6	0.005	0.004	1.25e-3	0.002
	2	73	62	63	25	1.3	0.9827	0.8	0.9	50	0.001	0.01	8.3333e-3	0.001

Tabla F.31: Datos de conexión, parámetros de transformadores de acoplamiento y valores especificados de los UPFCs

	VSC		Derivación					Serie				
UPFC	N. envío s	N. recepción m	V_{dc}^{sp} p.u.	V_s^{sp} p.u.	r_{T1} p.u.	x_{T1} p.u.	T_1	P_{ms}^{sp} MW	Q_{ms}^{sp} MVAR	r_{T2} p.u.	x_{T2} p.u.	T_2
1	53	58	0.9	0.971	0.0	0.1	1	15	-4	0.0	1.042e-1	1.0309
2	14	59	1	1	0.0	0.1	1	-45	-25	0.0	0.1	1.0417

Tabla F.32: Datos de los UPFCs para el caso base y límites operativos

caso	UPFC	VSC	dc	ac	vi	s	$m_{a1/2}^{min}$	$m_{a1/2}^{max}$	$P_{nom1/2}$ MW	$G_{sw1/2}$ p.u.	$B_{sf1/2}$ p.u.	$R_{11/2}$ p.u.	$X_{pr1/2}$ p.u.
base	1	VSC ₁	74	64	65	53	0.70	0.9	100	0.0012	0.005	8.3333e-3	0.001
		VSC ₂	74	66	67	-	0.01	0.3	100	0.0012	0.005	8.3333e-3	0.001
	2	VSC ₁	75	68	69	14	0.71	0.9	100	0.0012	0.005	8.3333e-3	0.001
		VSC ₂	75	70	71	-	0.01	0.4	100	0.0012	0.005	8.3333e-3	0.001
limitado	1	VSC ₁	74	64	65	53	0.70	0.87	100	0.0012	0.005	8.3333e-3	0.001
		VSC ₂	74	66	67	-	0.01	0.1	100	0.0012	0.005	8.3333e-3	0.001
	2	VSC ₁	75	68	69	14	0.81	0.9	100	0.0012	0.005	8.3333e-3	0.001
		VSC ₂	75	70	71	-	0.01	0.4	50	0.0012	0.005	8.3333e-3	0.001

Referencias

- [A. Edris97] A. Edris, M. H. B., Adapa y K., L. B. Proposed terms and definitions for flexible ac transmission system (facts). *IEEE Transactions on Power Delivery*, 12(4):1848–1853, 1997. doi: 10.1109/61.634216.
- [Acha E.04] Acha E., F. E. C. R. y Hugo, A. P. *FACTS: Modelling and Simulation in Power Networks*. John Wiley & Sons Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England, 1^a ed^{ón}., 2004. ISBN 9780470020166.
- [Acha13a] Acha, E. y Kazemtabrizi, B. A new statcom model for power flows using the newton–raphson method. *IEEE Transactions on Power Systems*, 28(3), 2013. doi:10.1109/TPWRS.2012.2237186.
- [Acha13b] Acha, E., Kazemtabrizi, B., y Castro, L. M. A new vsc-hvdc model for power flows using the newton-raphson method. *IEEE Transactions on Power Systems*, 28(3):2602–2612, 2013.
- [Alomoush03] Alomoush, M. I. Derivation of upfc dc load flow model with examples of its use in restructured power systems. *IEEE Transactions on power systems*, 18(3):1173–1180, 2003.

- [An03] An, S. y Gedra, T. W. Upfc ideal transformer model. *En Proc. North Amer. Power Symp*, págs. 46–50. Citeseer, 2003.
- [An07] An, S., Condren, J., y Gedra, T. W. An ideal transformer upfc model, opf first-order sensitivities, and application to screening for optimal upfc locations. *IEEE Transactions on Power Systems*, 22(1):68–75, 2007.
- [Andersen20] Andersen, B. R. y Nilsson, S. L., eds. *Flexible AC Transmission Systems (FACTS)*. N^o GB 7 en CIGRÉ Green Books. Springer and CIGRÉ, Paris, France, 2020.
- [Canizares00] Canizares, C. A. Power flow and transient stability models of facts controllers for voltage and angle stability studies. *En 2000 IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Conference Proceedings (Cat. No. 00CH37077)*, tomo 2, págs. 1447–1454. IEEE, 2000.
- [Canizares03] Canizares, C. A., Pozzi, M., Corsi, S., y Uzunovic, E. Statcom modeling for voltage and angle stability studies. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 25(6):431–441, 2003.
- [Chapman02] Chapman, S. J. *Electric Machinery and Power System Fundamentals*. McGraw-Hill Education, New York, USA, 1^a ed^{ón}., 2002.
- [Diaz12] Diaz, G. y Gonzalez-Moran, C. Fischer-burmeister-based method for calculating equilibrium points of droop-regulated microgrids. *IEEE Transactions on Power Systems*, 27:959–967, 2012. doi:10.1109/tpwrs.2011.2175754.

- [Dixon05] Dixon, J., Moran, L., Rodriguez, J., y Domke, R. Reactive power compensation technologies: State-of-the-art review. *Proceedings of the IEEE*, 93(12):2144–2164, 2005. doi:10.1109/JPROC.2005.859937.
- [Ebeed19] Ebeed, M., Kamel, S., Yu, J., y Jurado, F. Development of upfc operating constraints enforcement approach for power flow control. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 13(20):4579–4591, 2019.
- [Fandi14] Fandi, G., Muller, Z., Straka, L., y Svec, J. Facts devices influence on power losses in transmission systems. *En Proceedings of the 2014 15th International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE)*, págs. 29–33. IEEE, 2014.
- [Faruque05] Faruque, M., Dinavahi, V., Santoso, S., y Adapa, R. Review of electromagnetic transient models for non-vsc facts. *IEEE Transactions on power delivery*, 20(2):1065–1079, 2005.
- [Ferris97] Ferris, M. C. y Pang, J. S. Engineering and economic applications of complementarity problems. *SIAM Review*, 39(4):669–713, 1997.
- [Fischer92] Fischer, A. A special newton-type optimization method. *Optimization*, 24(3-4):269–284, 1992.
- [Fuerte-Esquivel00] Fuerte-Esquivel, C., Acha, E., y Ambriz-Perez, H. A comprehensive newton-raphson upfc model for the quadratic power flow solution of practical power networks. *IEEE Transactions on power systems*, 15(1):102–109, 2000.

- [Fuerte97] Fuerte, C. R. E. *Steady State Modelling and Analysis of Flexible AC Transmission Systems*. Tesis Doctoral, The University of Glasgow, Department of Electronics and Electrical Engineering, August 1997. B.Eng. (Summa Cum Laude) Instituto Tecnológico de Morelia, México, 1990; M.Sc. (Summa Cum Laude) Instituto Politécnico Nacional, México, 1993.
- [Galvani14] Galvani, S., Tarafdar Hagh, M., y Banna Sharifian, M. B. Unified power flow controller impact on power system predictability. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 8(5):819–827, 2014.
- [Gotham98] Gotham, D. J. y Heydt, G. Power flow control in systems with facts devices. *Electric machines and power systems*, 26(9):951–962, 1998.
- [Grainger94] Grainger, J. J. y Stevenson, W. D. *Power System Analysis*. McGraw-Hill Education, New York, USA, 1^a ed^{ón}., 1994.
- [Haileselassie12] Haileselassie, T. M. *Control, Dynamics and Operation of Multi-terminal VSC-HVDC Transmission Systems*. Tesis Doctoral, Norwegian University of Science and Technology, Department of Electric Power Engineering, Faculty of Information Technology, Mathematics and Electrical Engineering, December 2012. Thesis for the degree of Philosophiae Doctor, Trondheim.
- [Hingorani00] Hingorani, N. G. y Gyugyi, L. *Understanding FACTS: Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems*, págs. 135–207. Wiley-IEEE Press, 2000. doi:10.1109/9780470546802.ch5.

- [Kamel13] Kamel, S., Abdel-Akher, M., Jurado, F., y Ruiz-Rodriguez, F. Modeling and analysis of voltage and power control devices in current injections load flow method. *Electric Power Components and Systems*, 41(3):324–344, 2013.
- [Kamel15] Kamel, S., Jurado, F., y Lopes, J. P. Comparison of various upfc models for power flow control. *Electric Power Systems Research*, 121:243–251, 2015.
- [Kamel18] Kamel, S., Ebeed, M., Yu, J., y Li, W. A comprehensive model of c-upfc with innovative constraint enforcement techniques in load flow analysis. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 101:289–300, 2018.
- [Karami19] Karami, E., B. Gharehpetian, G., Moradi CheshmehBeigi, H., y Rouzbehi, K. A hybrid active load and ideal synchronous condenser-based model for statcom applied to power flow studies. *IET Energy Systems Integration*, 1(4):229–235, 2019.
- [Kumari17] Kumari, C. N. y Sekhar, K. C. Power flow control using facts device in modern power system. *En 2017 IEEE International Conference on Circuits and Systems (ICCS)*, págs. 372–376. IEEE, 2017.
- [Kundur94] Kundur, P. *Power System Stability and Control*. McGraw-Hill Education, New York, USA, 1^a ed^{ón}., 1994. ISBN 978-0070359581. Edited by Neal J. Balu and Mark G. Lauby.
- [Lawal23] Lawal, M. O. A simple approach to incorporating statcom into a newton-based power flow and optimal power flow algorithms. *Journal of Electrical Technology UMY*, 7(1):9–19, 2023.

- [Martínez-Parrales21] Martínez-Parrales, R., Fuerte-Esquivel, C. R., Alcaide-Moreno, B. A., y Acha, E. A vsc-based model for power flow assessment of multi-terminal vsc-hvdc transmission systems. *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, 9(6):1363–1374, 2021.
- [Mathur02] Mathur, R. M. y Varma, R. K. *Thyristor-based FACTS controllers for electrical transmission systems*. John Wiley & Sons, 2002.
- [Mehta92] Mehta, H., Johnson, R. K., Torgerson, D. R., Gyugyi, L., y Schauder, C. D. Unified power flow control concept for flexible ac transmission systems. *En Flexible AC Transmission System (FACTS) EPRI Workshop*. Boston, Massachusetts, May 18-20 1992.
- [Mosaad18] Mosaad, M. I. Model reference adaptive control of statcom for grid integration of wind energy systems. *IET Electric Power Applications*, 12(5):605–613, 2018.
- [Nabavi-Niaki96] Nabavi-Niaki, A. y Iravani, M. Steady-state and dynamic models of unified power flow controller (upfc) for power system studies. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11(4):1937–1943, 1996. doi:10.1109/59.544667.
- [Noroozian97] Noroozian, M., Angquist, L., Ghandhari, M., y Andersson, G. Use of upfc for optimal power flow control. *IEEE transactions on Power Delivery*, 12(4):1629–1634, 1997.
- [Pereira12] Pereira, M. y Zanetta, L. C. A current based model for load flow studies with upfc. *IEEE Transactions on power systems*, 28(2):677–682, 2012.

- [Peterson74] Peterson, N. y Meyer, W. S. Automatic adjustment of transformer and phase shifter taps in the newton power flow. *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, PAS-90(1):103–108, 1974.
- [Rosehart05] Rosehart, W., Roman, C., y Schellenberg, A. Optimal power flow with complementarity constraints. *IEEE Transactions on Power Systems*, 20(2):813–822, 2005.
- [Sandoval-Perez15] Sandoval-Perez, U. *Assessment of the impact of wind power generation on the steady-state operation of power systems*. Proyecto Fin de Carrera, Faculty of Electrical Engineering, Morelia Mich, Morelia, Michoacán, México, June 2015. M.S. thesis.
- [Schauder98] Schauder, C., Gyugyi, L., Lund, M., Hamai, D., Rietman, T., Torgerson, D., y Edris, A. Operation of the unified power flow controller (upfc) under practical constraints. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 13(2):630–639, 1998. doi: 10.1109/61.660949.
- [Song99] Song, Y.-H. y Johns, A. T. *Flexible ac transmission systems (FACTS)*. 30. IET, 1999.
- [Stott74a] Stott, B. Review of load-flow calculation methods. *IEEE Proceedings*, 62:916–929, July 1974.
- [Stott74b] Stott, B. y Alsac, O. Fast decoupled load flow. *IEEE Transactions on Power Systems*, PAS-93(32359-869), May/June 1974.
- [Sundaresh14] Sundaresh, L. y Rao, P. S. A modified newton–raphson load flow scheme for directly including generator reactive power limits using complementarity framework. *Electric Power Sys-*

- tems Research*, 109:45–53, 2014. doi:10.1016/j.epsr.2013.12.005.
- [Tadros16] Tadros, A. y Khaldi, M. Statcom dynamic modeling and integration in power flow. *En 2016 3rd International Conference on Advances in Computational Tools for Engineering Applications (ACTEA)*, págs. 62–66. 2016. doi:10.1109/ACTEA.2016.7560113.
- [Tapia-Juarez18] Tapia-Juarez, R., Fuerte-Esquivel, C. R., Espinosa-Juarez, E., y Sandoval, U. Steady-state model of grid-connected photovoltaic generation for power flow analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, 33:5727–5737, 2018. doi:10.1109/tpwrs.2018.2817585.
- [Tinney67] Tinney, W. y Hart, C. Power flow solution by newton’s method. *IEEE Trans. Power Apparatus and Systems*, PAS-86(11):1449–1460, 1967.
- [Vrana13] Vrana, T., Dennetiere, S., Yang, Y., Jardini, J., Jovcic, D., y Saad, H. The cigré b4 dc grid test system. *CIGRE Electra*, 270, 10 2013.
- [Wei04] Wei, X., Chow, J., Fardanesh, B., y Edris, A.-A. A common modeling framework of voltage-sourced converters for load flow, sensitivity, and dispatch analysis. *IEEE Transactions on Power Systems*, 19(2):934–941, 2004. doi:10.1109/TPWRS.2004.826753.

Fernando Villa Nuñez

MODELADO DE CONTROLADORES BASADOS EN CONVERTIDORES DE FUENTE DE VOLTAJE PARA EL ANALISI...

 Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::3117:487570172

Fecha de entrega

27 ago 2025, 11:17 a.m. GMT-6

Fecha de descarga

27 ago 2025, 11:54 a.m. GMT-6

Nombre del archivo

MODELADO DE CONTROLADORES BASADOS EN CONVERTIDORES DE FUENTE DE VOLTAJE PARA EL.....pdf

Tamaño del archivo

3.8 MB

292 páginas

70.536 palabras

333.015 caracteres

7% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Filtrado desde el informe

- Texto citado
- Texto mencionado
- Coincidencias menores (menos de 10 palabras)

Fuentes principales

- 6%  Fuentes de Internet
- 3%  Publicaciones
- 0%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Marcas de integridad

N.º de alerta de integridad para revisión

-  **Caracteres reemplazados**
2235 caracteres sospechosos en N.º de páginas
Las letras son intercambiadas por caracteres similares de otro alfabeto.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



A quien corresponda,

Por este medio, quien abajo firma, bajo protesta de decir verdad, declara lo siguiente:

- Que presenta para revisión de originalidad el manuscrito cuyos detalles se especifican abajo.
- Que todas las fuentes consultadas para la elaboración del manuscrito están debidamente identificadas dentro del cuerpo del texto, e incluidas en la lista de referencias.
- Que, en caso de haber usado un sistema de inteligencia artificial, en cualquier etapa del desarrollo de su trabajo, lo ha especificado en la tabla que se encuentra en este documento.
- Que conoce la normativa de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en particular los Incisos IX y XII del artículo 85, y los artículos 88 y 101 del Estatuto Universitario de la UMSNH, además del transitorio tercero del Reglamento General para los Estudios de Posgrado de la UMSNH.

Datos del manuscrito que se presenta a revisión		
Programa educativo	Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica	
Título del trabajo	Modelado de controladores basados en convertidores de fuente de voltaje para el análisis de flujos de potencia eléctrica	
	Nombre	Correo electrónico
Autor/es	Fernando Villa Nuñez	1567001d@umich.mx
Director	Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel	claudio.fuerte@umich.mx
Codirector	Dr. Ricardo Martínez Parrales	ricardomtzp@live.com
Coordinador del programa	Dr. Norberto García Barriga	norberto.garcia@umich.mx

Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Asistencia en la redacción	Sí	Empleado en algunos casos como herramienta para evaluar la comprensión de algún

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
		argumento y, a partir de ello, realizar mejoras.
Traducción al español	Sí	Se utilizó para traducir términos y artículos científicos, con esto, mejorar su comprensión y aclarar dudas.
Traducción a otra lengua	No	
Revisión y corrección de estilo	No	
Análisis de datos	No	
Búsqueda y organización de información	No	
Formateo de las referencias bibliográficas	No	
Generación de contenido multimedia	No	
Otro	No	

Datos del solicitante	
Nombre y firma	Fenando Villa Nuñez 
Lugar y fecha	Morelia, Michoacán a 26 de agosto del 2025

Fernando Villa Nuñez

MODELADO DE CONTROLADORES BASADOS EN CONVERTIDORES DE FUENTE DE VOLTAJE PARA EL ANALISI...

 Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::3117:487570172

Fecha de entrega

27 ago 2025, 11:17 a.m. GMT-6

Fecha de descarga

27 ago 2025, 11:54 a.m. GMT-6

Nombre del archivo

MODELADO DE CONTROLADORES BASADOS EN CONVERTIDORES DE FUENTE DE VOLTAJE PARA EL.....pdf

Tamaño del archivo

3.8 MB

292 páginas

70.536 palabras

333.015 caracteres

7% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Filtrado desde el informe

- Texto citado
- Texto mencionado
- Coincidencias menores (menos de 10 palabras)

Fuentes principales

- 6%  Fuentes de Internet
- 3%  Publicaciones
- 0%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Marcas de integridad

N.º de alerta de integridad para revisión

-  **Caracteres reemplazados**
2235 caracteres sospechosos en N.º de páginas
Las letras son intercambiadas por caracteres similares de otro alfabeto.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



A quien corresponda,

Por este medio, quien abajo firma, bajo protesta de decir verdad, declara lo siguiente:

- Que presenta para revisión de originalidad el manuscrito cuyos detalles se especifican abajo.
- Que todas las fuentes consultadas para la elaboración del manuscrito están debidamente identificadas dentro del cuerpo del texto, e incluidas en la lista de referencias.
- Que, en caso de haber usado un sistema de inteligencia artificial, en cualquier etapa del desarrollo de su trabajo, lo ha especificado en la tabla que se encuentra en este documento.
- Que conoce la normativa de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en particular los Incisos IX y XII del artículo 85, y los artículos 88 y 101 del Estatuto Universitario de la UMSNH, además del transitorio tercero del Reglamento General para los Estudios de Posgrado de la UMSNH.

Datos del manuscrito que se presenta a revisión		
Programa educativo	Maestría en Ciencias en Ingeniería Eléctrica	
Título del trabajo	Modelado de controladores basados en convertidores de fuente de voltaje para el análisis de flujos de potencia eléctrica	
	Nombre	Correo electrónico
Autor/es	Fernando Villa Nuñez	1567001d@umich.mx
Director	Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel	claudio.fuerte@umich.mx
Codirector	Dr. Ricardo Martínez Parrales	ricardomtzp@live.com
Coordinador del programa	Dr. Norberto García Barriga	norberto.garcia@umich.mx

Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Asistencia en la redacción	Sí	Empleado en algunos casos como herramienta para evaluar la comprensión de algún

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
		argumento y, a partir de ello, realizar mejoras.
Traducción al español	Sí	Se utilizó para traducir términos y artículos científicos, con esto, mejorar su comprensión y aclarar dudas.
Traducción a otra lengua	No	
Revisión y corrección de estilo	No	
Análisis de datos	No	
Búsqueda y organización de información	No	
Formateo de las referencias bibliográficas	No	
Generación de contenido multimedia	No	
Otro	No	

Datos del solicitante	
Nombre y firma	Fenando Villa Nuñez 
Lugar y fecha	Morelia, Michoacán a 26 de agosto del 2025