



# DIAGNÓSTICO DE ENFERMEDADES CARDÍACAS BASADO EN EL ANÁLISIS ARMÓNICO DEL ELECTROCARDIOGRAMA

TESIS

Que para obtener el grado de  
**MAESTRO EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

presenta

**Alejandro Vidales Esquivel**

**Dr. Fernando Ornelas Téllez**

**Director de Tesis**

**Dr. José Ortíz Bejar**

**Co-Director de Tesis**

Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Facultad de Ingeniería Eléctrica

Morelia, Michoacán, octubre de 2025



*Dedico esta tesis a Dios, por guiar mi camino;  
a mis padres, por su amor incondicional;  
a mis hermanas, por ser mis confidentes;  
a mis amigos y profesores, por su compañía y sabiduría.*

*En memoria de mi padre Alejandro, por su amor y apoyo desde mi  
primer día de vida hasta mis primeros años de licenciatura. Aunque,  
físicamente ausente, siempre estuvo conmigo espiritualmente,  
cuidándome desde el cielo, especialmente en los momentos más difíciles.*

# Lista de Publicaciones

Alejandro Vidales-Esquivel, Fernando Ornelas-Tellez y José Ortiz-Bejar, “Heart Diseases Diagnosis Based on ECG Harmonic Analysis and Pattern Classification”. Publicado en Computational Intelligence for Innovation, Technological Management, Bioengineering, Robotics and Cyber-Physical Systems (Trajectories 2025). DIVTIC-CUCEI, Universidad de Guadalajara, March 19-21, 2025, Guadalajara, Jalisco, Mexico.

Alejandro Vidales-Esquivel y Fernando Ornelas-Tellez, “Procesamiento de la señal ECG para diagnóstico de patologías cardiacas, una perspectiva biomédica desde la ingeniería”, Gaceta Nicolaita, no. 294, pp. 17–19.

# Resumen

En esta tesis se presenta un trabajo de investigación para diseñar un sistema basado en el análisis armónico de señales de electrocardiograma (ECG), para la determinación de patologías cardíacas. El sistema diseñado está conformado por tres etapas principales: la recepción de la señal ECG, obtención del contenido armónico, y finalmente la clasificación para el diagnóstico. Para obtener el contenido armónico de las señales ECG se utiliza la serie trigonométrica de Fourier, misma que es convertida en una representación en espacio de estados para el posterior diseño de un observador de estado óptimo basado en el filtro de Kalman-Bucy; entonces el contenido armónico es procesado y analizado por un algoritmo de clasificación de aprendizaje supervisado llamado K-Vecinos más cercanos o *K-Nearest Neighbors* en inglés, donde el algoritmo muestra una efectividad superior al 92 % para clasificar y diagnosticar a una persona como sana o con alguna de las siguientes enfermedades cardíacas: arritmia, infarto al corazón o insuficiencia cardíaca. Esta efectividad se determina con base en las métricas de evaluación utilizadas en este trabajo.

Esta investigación aporta una alternativa automatizada de diagnóstico más allá de la común apreciación o interpretación médica de tipo visual del ECG, donde esta última puede no siempre ser efectiva o que dependa de la experiencia para brindar un diagnóstico asertivo. Por esta razón, contar con una herramienta computacional que logre asistir tanto a los médicos como a alguna persona sin experiencia en la interpretación de las señales ECG representa un gran apoyo para mejorar los diagnósticos y también para obtener los resultados de una manera más rápida. Las señales de ECG utilizadas en esta tesis fueron obtenidas de las bases de datos de PhysioNet [Goldberger et al., 2000], de acceso libre, que contiene una gran cantidad de bases de datos de señales biomédicas.

**Palabras Clave**— Electrocardiograma, Series de Fourier, Observador del estado óptimo, Contenido armónico, Clasificadores computacionales.



# Abstract

This thesis presents the research carried out to design a system based on the harmonic analysis of electrocardiogram (ECG) signals for the identification of heart diseases. The designed system consists of three main stages: ECG signal acquisition, obtaining the harmonic content, and finally the classification for diagnosis. To obtain the harmonic content of the ECG signals, the trigonometric Fourier series is used, which is converted into a state space representation for the subsequent design of an optimal state observer based on the Kalman-Bucy filter; then the harmonic content is processed and analyzed by a supervised learning classification algorithm called K-Nearest Neighbors (KNN), where the algorithm shows an effectiveness greater than 92 % in classifying and diagnosing a person as healthy or as having one of following heart conditions: arrhythmia, heart attack, or heart failure. This effectiveness is determined based on the evaluation metrics employed in this study.

This research provides an automated diagnostic alternative beyond the common visual medical assessment or interpretation of the ECG, which may not always be effective or may depend on the experience required to provide an assertive diagnosis. For this reason, having a computational tool that capable of assisting both physicians and individuals without experience in interpreting ECG signals represents a great support for improving diagnoses and also for obtaining results more quickly. The ECG signals used in this thesis were obtained from the freely accessible PhysioNet databases [Goldberger et al., 2000], which

contains a large number of biomedical signal databases.

***Index Terms***— Heart disease diagnosis, Electrocardiogram, Fourier series, Optimal state observer, Harmonic content, Computational classifiers.

# Contenido

|                                                    |     |
|----------------------------------------------------|-----|
| Dedicatoria . . . . .                              | III |
| Lista de Publicaciones . . . . .                   | IV  |
| Resumen . . . . .                                  | V   |
| Abstract . . . . .                                 | VII |
| Contenido . . . . .                                | IX  |
| Lista de Figuras . . . . .                         | XI  |
| <br>                                               |     |
| 1. Introducción . . . . .                          | 1   |
| 1.1. Planteamiento del problema . . . . .          | 2   |
| 1.2. Estado del arte . . . . .                     | 2   |
| 1.2.1. El corazón . . . . .                        | 4   |
| 1.2.2. Ciclo cardíaco . . . . .                    | 5   |
| 1.2.3. Inicios de la electrocardiografía . . . . . | 5   |
| 1.2.4. Características de señales . . . . .        | 6   |
| 1.3. Metodología de la investigación . . . . .     | 8   |
| 1.4. Justificación . . . . .                       | 9   |
| 1.5. Hipótesis . . . . .                           | 10  |
| 1.6. Objetivos de la tesis . . . . .               | 10  |
| 1.6.1. Objetivo general . . . . .                  | 10  |
| 1.6.2. Objetivos particulares . . . . .            | 11  |
| 1.7. Aportaciones . . . . .                        | 11  |
| 1.8. Descripción de capítulos . . . . .            | 12  |
| <br>                                               |     |
| 2. Preliminares Matemáticos . . . . .              | 13  |
| 2.1. Análisis de Fourier . . . . .                 | 13  |
| 2.1.1. Serie de Fourier . . . . .                  | 13  |
| 2.2. Representación en espacio de estado . . . . . | 15  |
| 2.3. Observadores de estado . . . . .              | 17  |
| 2.4. Filtro Kalman-Bucy . . . . .                  | 18  |
| 2.5. Señales ECG y patologías analizadas . . . . . | 19  |
| 2.6. Conclusiones del capítulo 2 . . . . .         | 25  |

---

|                                                                                                 |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 3. Modelado de Señales ECG                                                                      | 26 |
| 3.1. Modelado en espacio de estado de una señal periódica . . . . .                             | 26 |
| 3.2. Diseño del observador óptimo basado en el filtro de Kalman-Bucy . .                        | 29 |
| 3.3. Esquema general del sistema de diagnóstico . . . . .                                       | 34 |
| 3.4. Resultados de estimación del contenido armónico de las señales ECG                         | 35 |
| 3.5. Conclusiones del capítulo 3 . . . . .                                                      | 43 |
| 4. Clasificación de Señales ECG                                                                 | 45 |
| 4.1. Aprendizaje automático . . . . .                                                           | 45 |
| 4.2. Métodos de Clasificación . . . . .                                                         | 46 |
| 4.3. Métricas . . . . .                                                                         | 51 |
| 4.4. Base de datos de ECG de diferentes patologías y resultados de clasifi-<br>cación . . . . . | 56 |
| 4.5. Comparación con otros métodos de clasificación . . . . .                                   | 58 |
| 4.6. Propuesta de diseño experimental . . . . .                                                 | 58 |
| 4.7. Conclusiones del capítulo 4 . . . . .                                                      | 59 |
| 5. Conclusiones                                                                                 | 60 |
| 5.1. Conclusiones generales . . . . .                                                           | 60 |
| 5.2. Trabajo futuro . . . . .                                                                   | 62 |
| Referencias                                                                                     | 64 |

# Lista de Figuras

|                                                                                 |    |
|---------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.1. Señal $x(t)$ . . . . .                                                     | 6  |
| 1.2. Señal $x[n]$ . . . . .                                                     | 7  |
| 2.1. Características de un ECG. . . . .                                         | 19 |
| 2.2. Electrocardiograma de persona sana. . . . .                                | 21 |
| 2.3. Electrocardiograma de paciente con arritmia. . . . .                       | 22 |
| 2.4. Electrocardiograma de paciente con insuficiencia cardíaca . . . . .        | 23 |
| 2.5. Electrocardiograma de paciente con infarto de miocardio. . . . .           | 23 |
| 3.1. Comparación entre $\hat{s}(t)$ y $s(t)$ . . . . .                          | 31 |
| 3.2. Componentes estimados vs componentes reales. . . . .                       | 32 |
| 3.3. Componentes estimados vs reales (espectro de Fourier). . . . .             | 33 |
| 3.4. Error entre componentes reales vs estimados (espectro de Fourier). . . . . | 34 |
| 3.5. Diagrama de bloques del proceso. . . . .                                   | 34 |
| 3.6. Contenido armónico promedio de diferentes patologías . . . . .             | 36 |
| 3.7. Armónicos estimados vs FFT MATLAB de una persona sana. . . . .             | 37 |
| 3.8. Error de estimación para una persona sana. . . . .                         | 37 |
| 3.9. Componente DC del ECG de una persona sana. . . . .                         | 38 |
| 3.10. 1er Armónico del ECG de una persona sana. . . . .                         | 39 |
| 3.11. 2do Armónico del ECG de una persona sana. . . . .                         | 39 |
| 3.12. Error de componente DC del ECG de una persona sana. . . . .               | 40 |
| 3.13. Comparación $s(t)$ vs $\hat{s}(t)$ del ECG de una persona sana. . . . .   | 41 |
| 3.14. Error $s(t) - \hat{s}(t)$ . . . . .                                       | 42 |
| 3.15. Acercamiento sobreimpulso en el error $s(t) - \hat{s}(t)$ . . . . .       | 42 |
| 3.16. Acercamiento inicio del error $s(t) - \hat{s}(t)$ . . . . .               | 43 |
| 4.1. Red neuronal multicapa . . . . .                                           | 47 |
| 4.2. Clases de datos linealmente separables . . . . .                           | 48 |
| 4.3. Clases de datos linealmente inseparables . . . . .                         | 49 |
| 4.4. Kernel en SVM . . . . .                                                    | 49 |
| 4.5. K-Nearest Neighbor (KNN) . . . . .                                         | 51 |
| 4.6. Evaluación del desempeño del clasificador KNN mediante curvas ROC. . . . . | 54 |

|                                                                                                                                  |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.7. (a) Recepción de la señal ECG, (b) Estimación del contenido armónico,<br>(c) Clasificación del ECG [OpenAI, 2024] . . . . . | 59 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|

# Capítulo 1

## Introducción

Las enfermedades cardiovasculares representan una de las principales causas de mortalidad a nivel mundial [Organización Mundial de la Salud, 2024], por lo que la detección de estas enfermedades en una etapa temprana es de mucha importancia. En este capítulo se da el contexto general de esta investigación, el cual, es un enfoque hacia la ingeniería aplicada en el análisis de señales biomédicas, describiendo el planteamiento del problema y la importancia de diagnosticar enfermedades cardíacas a partir del análisis de señales de electrocardiograma y de un método automático que lo realice. Para abordar el problema, se propone un método automático de diagnóstico en el que se utilizan herramientas matemáticas como la serie de Fourier y un observador de estado óptimo basado en el filtro de Kalman-Bucy, también se utiliza un algoritmo de aprendizaje automático para diagnosticar. Esta metodología permite estimar el contenido armónico de las señales ECG y posterior a eso, diagnosticar distintas patologías cardíacas. Además, se mencionan elementos clave de la investigación como el estado del arte, la justificación, la hipótesis, los objetivos y las aportaciones que esta investigación propone.

## 1.1. Planteamiento del problema

Modelar señales biológicas y especialmente señales del corazón como electrocardiogramas (ECG) puede ser de gran ayuda para diagnosticar varias enfermedades cardiovasculares, estas señales ECG proporcionan información sobre la actividad eléctrica del corazón y realizando un análisis a dichas señales puede ser posible detectar anomalías en el corazón, como insuficiencia cardíaca, infarto de miocardio, arritmia, entre otras patologías. El principal estudio en esta tesis es implementar un sistema de pre-procesamiento, análisis frecuencial y clasificación de la señal ECG. Este planteamiento se resuelve realizando un análisis de señales, después, mediante la serie de Fourier y un observador de estado óptimo basado en el filtro de Kalman-Bucy se obtiene el contenido armónico de las señales ECG que posteriormente, un algoritmo de clasificación indica si existe la presencia de enfermedad cardíaca o si es un paciente sano. En esta investigación se muestra la solución a dicho planteamiento, la cual puede ser de ayuda para un diagnóstico temprano de enfermedades, ya que hoy en día, se realiza un ECG, pero tarda horas e incluso días para obtener los resultados y posteriormente esperar a que un médico interprete dicho ECG. Es decir, es un tiempo de espera considerable para que el paciente conozca su diagnóstico.

## 1.2. Estado del arte

Según registros de la Secretaría de Salud del Gobierno de México, en el año 2021 fallecieron 220,000 personas a causa de enfermedades cardiovasculares, lo que representa la principal causa de muerte en personas mayores de 55 años [Secretaría de Salud, 2023]. De estas 220,000 muertes, 117,000 (53.18 %) fueron ocasionadas específicamente por infartos de miocardio [Secretaría de Salud, 2022]. Mientras que a nivel mundial, la Organización Mundial de la Salud (OMS) [Organización Mundial de la Salud, 2024] informó que en el año 2021 las enfermedades del corazón fueron la principal causa de muerte en el mundo, informes de la Asociación Mundial del Corazón reportaron alre-

dedor de 20.5 millones de fallecimientos en ese mismo año [World Heart Federation, 2023]. Es por eso que en la actualidad los electrocardiogramas son de mucha ayuda en la vida diaria para detectar patologías cardíacas, y si estas se detectan a tiempo, poder salvar las vidas de las personas. Sin embargo, un electrocardiograma debe de ser analizado por un especialista en el área, ya que, si un médico no tiene un conocimiento adecuado, muy fácilmente se dará un diagnóstico erróneo. Por eso, es que día a día se investigan y desarrollan nuevas técnicas para diagnosticar de forma automática que apoyen en el diagnóstico a los médicos. Tal es el caso de las investigaciones enfocadas en detectar arritmias, como lo hicieron en [Lu et al., 2021], en este artículo llamado *Automated arrhythmia classification using depthwise separable convolutional neural network with focal loss*, se enfocan en clasificar arritmias a partir de señales ECG y todo este proceso en automático. Para la clasificación se propone una red neuronal convolucional separable en profundidad combinada con una función de pérdida focal, la cual blinda mejor manejo de clases desbalanceadas. Otro método para la detección de arritmias es el de la investigación *Ensemble of kernel extreme learning machine based random forest classifiers for automatic heartbeat classification* [Yang et al., 2021] en este se utiliza "Kernel Extreme Learning Machine" junto a un clasificador Random Forest" que ofrece una gran robustez para clases desbalanceadas de datos. Un artículo llamado *A Novel Deep Arrhythmia-Diagnosis Network for Atrial Fibrillation Classification Using Electrocardiogram Signals* [Dang et al., 2019] muestra una investigación basada en aprendizaje profundo para la detección de fibrilación auricular en señales ECG, que es un tipo de arritmia peligrosa. Esta investigación sugiere una red híbrida compuesta de una red neuronal convolucional (CNN por sus siglas del inglés) y una red bidireccional de memoria a largo y corto plazo. La red híbrida analiza los intervalos y ondas del ECG para conocer las características de la señal. Otros ejemplos de trabajos previos donde se detectan arritmias son: *Arrhythmia detection using deep convolutional neural network with long duration ecg signals* [Özal Yıldıırım et al., 2018] y *A deep convolutional neural network model to classify heartbeats* [Acharya

et al., 2017], donde se consideran cinco tipos de arritmias, es decir, se utiliza una clasificación multiclase con cinco clases distintas.

A pesar de que la mayoría de estudios están centrados en la detección de arritmias, también existen estudios que se enfocan en otras enfermedades. Por ejemplo, en [Manimekalai and Kavitha, 2020], se plantea un sistema que combina una CNN con un modelo de memoria larga a corto plazo (LSTM por sus siglas del inglés) obteniendo una precisión del 88.89 % para la detección de infartos de miocardio. Por otro lado en [Zhang et al., 2024] se propone un sistema de aprendizaje profundo que utiliza una CNN para clasificar y una red LSTM para obtener las características de las señales ECG. Sin embargo, la mayoría de los estudios anteriormente mencionados tienen un enfoque de clasificación únicamente entre dos clases. En la investigación que se propone en esta tesis se aborda la identificación y clasificación entre cuatro clases específicas: Insuficiencia cardíaca, infarto de miocardio, arritmia y personas sanas.

### 1.2.1. El corazón

El corazón es el principal órgano del sistema cardiovascular. Este órgano funciona como una bomba que apoya en transportar sangre a través del cuerpo [Hall, 2011, Marieb, 2008], latiendo aproximadamente 104,000 veces por día [Hall, 2011]. Este proceso es posible gracias a la actividad eléctrica generada en el corazón. Esta electricidad se produce mediante pequeños pulsos eléctricos generados en una estructura del corazón llamada nódulo sinoauricular, el cual funciona como un marcapasos natural del corazón y genera impulsos eléctricos necesarios para iniciar cada latido [Marieb, 2008]. Estos impulsos tienen la tarea de contraer y relajar las fibras musculares del corazón de forma sincronizada para un correcto funcionamiento. El corazón posee la propiedad de ser altamente adaptable, ya que puede modificar su ritmo para satisfacer la función en el cuerpo en situaciones específicas, como por ejemplo a la hora de que una persona se ejercite [Tamargo and Delpón, 2016]. Sin embargo, algunas condiciones pueden afectar su buen funcionamiento, como arritmias, insuficiencias cardíacas

o infartos, los cuales pueden identificarse con un electrocardiograma.

### **1.2.2. Ciclo cardíaco**

Se llama ciclo cardíaco a los eventos que suceden entre cada latido del corazón, es decir, desde el inicio de un latido hasta el comienzo del siguiente ciclo. Durante cada ciclo cardíaco se producen dos etapas: diástole y sístole. La primera es la etapa de relajación del corazón y que a su vez se llena de sangre, mientras que la sístole es la etapa de contracción del corazón en la que expulsa la sangre [Hall, 2011]. Estas etapas permiten la circulación de la sangre por todo el cuerpo. En promedio, una persona sana tiene aproximadamente 75 latidos por minuto, por lo que, un ciclo cardíaco tiene una duración aproximada de 0.8 segundos [Marieb, 2008].

### **1.2.3. Inicios de la electrocardiografía**

El fisiólogo Augustus Desiré Waller, nacido en Reino Unido en 1856, fue la primera persona en registrar la actividad eléctrica del corazón de un ser humano. Que utilizando un par de electrodos de zinc recubiertos de cuero y mojados en una solución de agua y sal, y conectados a un electrómetro capilar de Lippmann, observó que el mercurio del electrómetro se movía bruscamente con cada latido del corazón [de Luna, 2012, Waller, 1887]. Augustus Desiré Waller no consiguió resultados muy confiables ya que no le veía mucha utilidad a la invención [de Luna, 2012]. No fue hasta finales del siglo XIX que un fisiólogo de nacionalidad holandesa, llamado Willem Einthoven, desarrolló un dispositivo llamado galvanómetro de cuerda que funcionaba con una fibra conductora que quedaba suspendida en un campo magnético, y cuando la corriente eléctrica del corazón pasaba por la fibra, esta se desviaba. Gracias a él se le atribuye la primer electrocardiografía útil, hablando clínicamente, y que por ello recibió el Premio Nobel de medicina y fisiología en el año de 1924 [de Luna, 2012].

### 1.2.4. Características de señales

En la vida diaria, las señales están presentes en todas partes, desempeñando un papel muy importante para transmitir información, desde las conversaciones entre seres humanos hasta el clima, imágenes y datos espaciales. Ya que una señal se define como una función que contiene información o datos sobre algún fenómeno específico y que, matemáticamente se describe como una función que depende y varía de una o más variables independientes como puede ser el tiempo o la frecuencia [Haykin and Van Veen, 2001]. Entonces las señales con respecto al tiempo se pueden clasificar en dos tipos básicos: Señales continuas y señales discretas.

*Señales continuas:* Las señales continuas son aquellas que su valor varía de manera continua respecto a la variable independiente [Haykin and Van Veen, 2001, Oppenheim and Willsky, 1997]. Un ejemplo muy sencillo de este tipo de señal es la función continua  $x(t)$  de la Figura 1.1, donde  $t$  representa el tiempo y toma cualquier valor en cierto rango establecido.

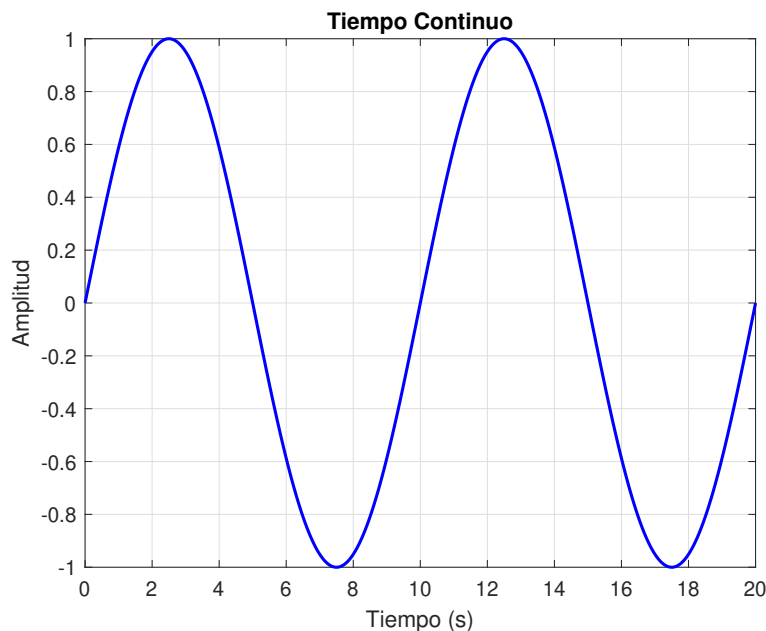


Figura 1.1: Señal  $x(t)$ .

*Señales discretas:* Las señales discretas, en cambio, se caracterizan por estar definidas en instantes de tiempo específicos. Es decir, en estas señales la variable independiente toma valores discretos, generalmente en intervalos regulares [Haykin and Van Veen, 2001, Oppenheim and Willsky, 1997]. Un ejemplo de una señal discreta es la función  $x[n]$ , donde  $n$  representa las muestras tomadas en ciertos puntos de tiempo específicos, esto es ejemplificado en la Figura 1.2.

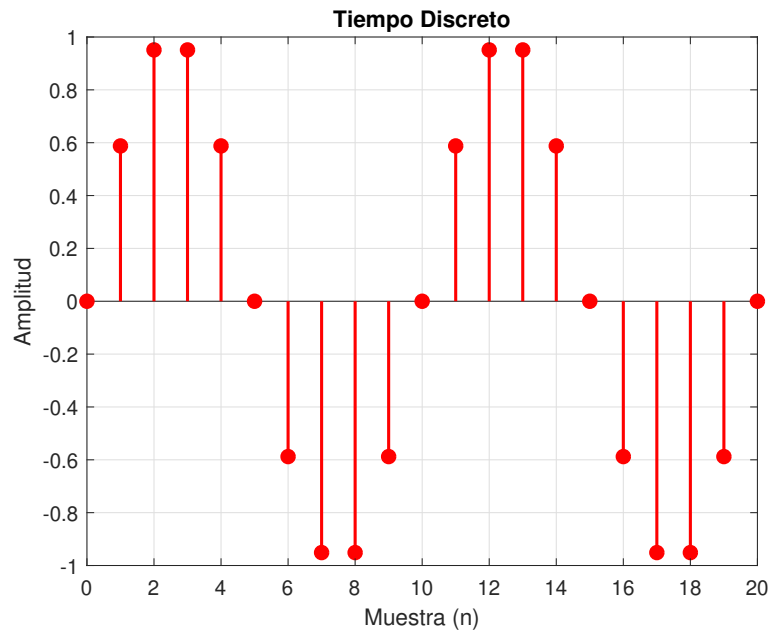


Figura 1.2: Señal  $x[n]$ .

Una vez mencionadas las señales continuas y discretas, es importante mencionar un concepto clave de estas señales: la periodicidad. Las señales continuas y discretas se pueden clasificar en periódicas o no periódicas. Una señal en tiempo continuo se considera periódica si tiene un valor  $T$  positivo, el cual cumpla que [Oppenheim and Willsky, 1997]

$$x(t) = x(t + T) \quad \forall t. \quad (1.1)$$

En otras palabras, esta señal se dirá que es periódica cuando la señal se repite exactamente igual después de un cierto tiempo, un ejemplo de una señal periódica se

muestra en la Figura 1.1 en la cual se observa que después de 10 segundos la señal se repite. Ahora, una señal periódica en tiempo discreto es aquella que tiene un valor entero  $N$  positivo tal que [Oppenheim and Willsky, 1997]

$$x[n] = x[n + N] \forall n. \quad (1.2)$$

Es decir,  $N$  indica cuántas muestras son necesarias para que la señal se repita, tal como lo muestra la Figura 1.2 en la que  $N = 10$ . Por lo tanto, la periodicidad es un concepto importante en esta investigación, ya que una de las etapas del sistema propuesto es la estimación del contenido armónico de las señales ECG, en la que la periodicidad es parte fundamental. Esto se debe a que las señales se analizan en el dominio de la frecuencia, y para ello se requiere modelar las señales como una suma de ondas sinusoidales. Este modelado es posible gracias a la serie de Fourier, una herramienta matemática que permite descomponer señales periódicas en una suma de senos y cosenos [Oppenheim and Willsky, 1997].

### 1.3. Metodología de la investigación

El desarrollo de esta tesis se realiza siguiendo una metodología que va desde la adquisición de las bases de datos de señales ECG, hasta la evaluación del sistema de clasificación. A continuación, se describe dicha metodología:

1. **Adquisición de datos:** Obtener señales de electrocardiograma de personas sanas, con arritmia, infarto de miocardio e insuficiencia cardíaca. Estas señales se encuentran disponibles en bases de datos de PhysioNet [Goldberger et al., 2000].
2. **Pre-procesamiento de señales:** Las señales son normalizadas y en algunos casos se interpolan para tener una única frecuencia de muestreo. Esto se realiza para asegurar que los datos sean correctos para ser analizados más adelante.

3. **Base de datos:** Construir una base de datos del contenido armónico de las señales ECG. Para ello se aplica la transformada rápida de Fourier (FFT) en MATLAB para finalmente etiquetarla según la clase correspondiente.
4. **Modelado armónico:** Se utiliza la serie trigonométrica de Fourier para modelar las señales ECG como una suma de senos y cosenos. La serie es re-escrita en representación en espacio de estados. Después, se diseña un observador de estado óptimo basado en el filtro de Kalman-Bucy para estimar el contenido armónico de cada señal.
5. **Diseño del clasificador:** Se diseñan distintos algoritmos de clasificación, como redes neuronales, máquinas de soporte vectorial (SVM) y vecinos más cercanos (KNN), y se realiza un proceso de validación cruzada, acompañado de métricas que permiten evaluar el desempeño del clasificador.
6. **Evaluación de resultados:** Se analizan los resultados obtenidos por el sistema y se evalúa la capacidad del clasificador para distinguir entre las distintas clases de patologías cardíacas y de las personas sanas, utilizando herramientas como la curva característica operativa del receptor (ROC) y el área bajo la curva (AUC).

## 1.4. Justificación

La necesidad de crear un sistema automatizado de diagnóstico es debido a que las enfermedades cardíacas son de las principales causas de muerte en todo el mundo. Por eso, un sistema capaz de detectar enfermedades cardíacas resulta crucial para prevenir en lo posible muertes y detectar dichas enfermedades tempranamente. El sistema está basado en el contenido armónico de las señales de electrocardiograma y permite analizar y clasificar patologías cardíacas de manera automática. Su aplicación tiene potencial como herramienta en el ámbito médico, ayudando en el diagnóstico

temprano, especialmente de utilidad en zonas rurales o en lugares con acceso limitado al personal de la salud. Es común que los diagnósticos sean realizados por médicos especialistas mediante inspección visual del ECG, lo que puede dar lugar a errores de visualización e interpretación, mientras que el esquema propuesto realiza un diagnóstico basado en el análisis técnico de la información contenida en el ECG, que pueda mostrar indicios de enfermedades no visibles por simple inspección.

## **1.5. Hipótesis**

Es posible diseñar un clasificador que permite identificar patologías cardíacas de una manera rápida y eficiente, mediante un sistema que analiza el contenido armónico de señales ECG utilizando herramientas como la serie de Fourier y observadores de estado. El contenido armónico proporciona información que distingue a las personas sanas y aquellas con enfermedades cardíacas, lo cual permite que un algoritmo de clasificación realice un diagnóstico automatizado.

## **1.6. Objetivos de la tesis**

Este trabajo tiene como finalidad diagnosticar enfermedades cardíacas de una forma automática mediante el análisis de señales ECG.

### **1.6.1. Objetivo general**

Desarrollar un sistema automatizado capaz de recibir, procesar, analizar y clasificar señales de electrocardiograma (ECG) de forma continua, permitiendo procesar el contenido armónico de las señales y a partir de ello, detectar y alertar posibles patologías cardíacas.

### 1.6.2. Objetivos particulares

- Pre-procesar la señal ECG: Será necesario implementar un algoritmo que permita preparar las señales de electrocardiogramas. Este proceso es con la finalidad de la normalización de las amplitudes y la interpolación de las frecuencias de muestreo, cuando sea necesario, con el objetivo de asegurar un correcto análisis y posteriormente facilitar su clasificación.
- Estimador de armónicos: Para la estimación del contenido armónico presente en las señales de electrocardiograma, se utiliza la serie trigonométrica de Fourier y su correspondiente representación en espacio de estados, junto al diseño de un observador de estado óptimo basado en el filtro de Kalman-Bucy con la finalidad de determinar el contenido armónico.
- Crear un clasificador: Diseñar e implementar un clasificador para la identificación de patologías cardíacas. El clasificador es entrenado con una base de datos previamente construida, que incluye el contenido armónico de las señales de ECG correspondientes a personas sanas y con patologías específicas.

## 1.7. Aportaciones

- Implementación de un sistema automático para la detección y diagnóstico de enfermedades cardíacas.
- Diseño de un observador de estado óptimo para la estimación del contenido armónico de señales ECG, con la ventaja de que es una estimación en línea (es decir, al instante) del contenido armónico.
- Demostración del uso de un clasificador KNN basado en características del contenido armónico para la identificación de patologías en la base de datos propuesta.

- Propuesta de una herramienta de diagnóstico médico temprano y rápido, el cual sería de utilidad principalmente en las zonas rurales donde hay un acceso muy limitado a profesionales de la salud, particularmente cardiólogos.

Es de hacerse notar la diferencia entre la determinación del contenido armónico mediante la FFT y el hacerlo en línea (como se propone en este trabajo). Si bien la FFT puede aplicarse a señales que muestran periodicidad, como es el caso de los ECG, le requerirá al menos un periodo de la señal; por otro lado, lo que se propone en este trabajo es que el contenido armónico sea determinado en línea, no requiriendo haya transcurrido un periodo de la señal ECG, lo que conduce a tener el resultado de forma continua, permitiendo detección de patologías de forma instantánea.

## 1.8. Descripción de capítulos

En el Capítulo 2, se presentan los fundamentos teóricos para el desarrollo de este trabajo, como lo son la serie de Fourier, representación en el espacio de estados, el diseño de observadores, y términos médicos sobre el corazón, incluyendo las patologías a analizar, señales ECG y las bases de datos utilizadas. El Capítulo 3, Modelado de Señales ECG, aborda lo que es el modelado matemático usando la serie de Fourier de las señales ECG, posterior su representación en espacio de estado y el diseño de un observador de estado óptimo basado en el filtro de Kalman-Bucy. En el Capítulo 4, Clasificación de señales ECG, se presentan los distintos clasificadores, así como las métricas para evaluar el rendimiento del clasificador e identificar correctamente las patologías cardíacas. Además, se presentan los resultados obtenidos de todo el sistema de diagnóstico. Por último, en el Capítulo 5 se presentan las conclusiones de esta investigación, así como también posibles trabajos futuros que permitan mejorar el sistema propuesto.

## Capítulo 2

# Preliminares Matemáticos

### 2.1. Análisis de Fourier

En el Capítulo 1 se explicaron las características de las señales en el dominio del tiempo, tanto en su forma continua como discreta y además, su periodicidad. Sin embargo, para describir de mejor manera el comportamiento de las señales con el enfoque de esta investigación, es fundamental analizarlas en términos de la serie de Fourier. Este análisis permite identificar las frecuencias presentes en una señal y transformar una señal del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia mediante una suma de ondas sinusoidales, lo que es posible gracias al análisis de Fourier. Existen distintas representaciones de Fourier, pero la que es de utilidad en esta investigación es la que se utiliza para señales periódicas en tiempo continuo, este caso se utiliza la serie trigonométrica de Fourier [Haykin and Van Veen, 2001].

#### 2.1.1. Serie de Fourier

En esta investigación la serie de Fourier juega un papel fundamental, tal y como se explica detalladamente en este capítulo, donde se analiza su importancia y su aplicación. La serie de Fourier (FS) es una representación en el dominio de la frecuencia,

que se le atribuyen al matemático francés Jean-Baptiste Joseph Fourier, quien demostró que cualquier señal periódica puede descomponerse y representarse mediante una sumatoria infinita de ondas sinusoidales [Oppenheim and Willsky, 1997]. Estas ondas sinusoidales corresponden a componentes de frecuencia existentes en la señal original. Estos componentes son múltiplos enteros de la frecuencia fundamental que se conocen como armónicos.

La representación de una señal periódica en términos de la serie de Fourier está dada por

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^N [a_n \cos(w_n t) + b_n \sen(w_n t)] \quad (2.1)$$

donde  $s(t)$  es una señal periódica,  $a_0$  es valor promedio de la señal durante un período completo, o también llamado valor de DC,  $N$  es el número de armónicos,  $a_n$  y  $b_n$  son los coeficientes de la serie de Fourier y  $w_n = 2n\pi f$  la frecuencia angular. Es importante señalar que los coeficientes  $a_0, a_n$  y  $b_n$  correspondientes a la serie de Fourier, y se estiman a partir de la estimación de la señal a través de un procedimiento numérico, como se describe más adelante, mediante el filtro de Kalman-Bucy.

Una forma conveniente de expresar (2.1) para propósitos de modelado es como se presenta en [Ramos-Paz et al., 2022], y dada como

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^N A_n \sen(w_n t + \theta_n) \quad (2.2)$$

donde  $A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ ,  $\theta_n = \tan^{-1}(\frac{b_n}{a_n})$ , siendo  $A_n$  la amplitud de la señal sinusoidal y  $\theta_n$  el ángulo de fase. Uno de los aspectos importantes en esta investigación es determinar en línea (procesamiento al instante) el contenido armónico de la señal (2.2), esto es, los componentes  $a_0$  y  $A_n$ ; mientras  $\theta_n$ , aunque determinable, no es un parámetro a usarse en esta investigación.

## 2.2. Representación en espacio de estado

En algunos casos las señales variantes con el tiempo pueden describirse mediante modelos matemáticos. Uno de estos modelos es la representación en espacio de estado, la cual permite describir cómo evoluciona una señal a lo largo del tiempo. A continuación, se describen algunos conceptos básicos que son necesarios entender para esta representación. Estas definiciones están basadas en [Ogata, 2010]. **Sistema**: conjunto de componentes que interactúan y trabajan entre si para cumplir una tarea específica; **sistema dinámico**: son aquellos en los que su estado evoluciona a lo largo del tiempo; **estado**: es el conjunto mínimo de variables de estado que, junto con las entradas del sistema, determinan el comportamiento de un sistema dinámico; **variable de estado**: es cada una de las variables que compone el estado del sistema. Estas variables representan magnitudes físicas o matemáticas como por ejemplo: temperatura, presión, volumen, altura, voltaje, corriente, etc, aunque no siempre puedan ser medidas; **vector de estado**: es un vector de las  $n$  variables de estado necesarias para representar el estado de un sistema dinámico en un instante de tiempo.

La representación en espacio de estado es una herramienta matemática que permite modelar y representar sistemas dinámicos como lineales o no lineales, variantes o invariantes en el tiempo, mediante el uso de ecuaciones diferenciales. Los sistemas invariantes en el tiempo se representan como

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (2.3)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2.4)$$

donde  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  representa el vector de estados,  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz de estado,  $B \in \mathbb{R}^{n \times r}$  es la matriz de entrada,  $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$  es la matriz de salida,  $u(t) \in \mathbb{R}^r$  son las entradas del sistema y  $y(t) \in \mathbb{R}^m$  el vector de salida. Aquí,  $n$  representa el número de estados del sistema,  $r$  el número de entradas y  $m$  el número de salidas [Ogata, 2010, Friedland, 1986, Brogan, 1991].

Las expresiones (2.3) y (2.4) son la representación para sistemas dinámicos lineales. Sin embargo, como anteriormente se mencionó los sistemas dinámicos pueden ser no lineales y también tienen su representación en espacio de estados. Esta representación de sistemas no lineales se define como:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (2.5)$$

$$y(t) = h(x(t), u(t)) \quad (2.6)$$

donde  $f(x(t), u(t))$  es una función no lineal que describe la dinámica del sistema, mientras  $h(x(t), u(t))$  es una función no lineal que representa la salida del sistema [Khalil, 1996, Brogan, 1991]. Las representaciones (2.5) y (2.6) son de ayuda en los sistemas que no es posible modelar su dinámica mediante ecuaciones lineales [Khalil, 1996].

*Observación:* Para términos de redacción y simplificar la notación, a partir de este punto se omite la dependencia del tiempo de las variable, entendiendo que todas las variables son funciones dependientes del tiempo.

El análisis en espacio de estado se distingue por el uso de matrices, ya que esto ayuda en simplificar el uso de expresiones matemáticas y el diseño de sistemas de control, permitiendo también facilitar el análisis computacional [Ogata, 2010]. Además, representar en espacio de estados es útil para analizar la estabilidad del sistema, como también analizar su controlabilidad y observabilidad. La controlabilidad se refiere a la capacidad de llevar al sistema desde un estado inicial a otro estado a través de las entradas en un tiempo finito (en este trabajo no se aborda la aplicación de controlar al sistema), mientras que la observabilidad se refiere a la capacidad de conocer un estado del sistema mediante el conocimiento de entradas y salidas [Ogata, 2010, Friedland, 1986, Brogan, 1991]. El concepto de observabilidad es de suma importancia en esta investigación, porque más adelante se utilizará un observador de estado para estimar los estados del sistema a partir de la señal ECG.

## 2.3. Observadores de estado

En muchas aplicaciones es necesario conocer las variables de estado de un sistema, pero esto puede ser un impedimento cuando estas variables no pueden medirse directamente. Un ejemplo de estimación es determinar el coeficiente de fricción o la inercia de un motor en la ausencia de sensores que midan estas variables. Para resolver estos problemas son usados los observadores de estado, ya que estos observadores permiten estimar las variables internas del sistema a partir de las mediciones [Ogata, 2010, Mantz, 2003, G.Luenberger, 1971, Antsaklis and Michel, 2006]. Por ejemplo, para el caso del motor, a partir del voltaje de entrada y velocidad angular, es posible estimar el coeficiente de fricción y la inercia. Para diseñar un observador de estado y lograr estimar las variables, se crea una copia matemática del sistema (2.3)–(2.4), más un error entre la salida real y la estimada, el cual se define como

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - \hat{y}) \quad (2.7)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (2.8)$$

donde  $\hat{x}$  es el estado estimado,  $y$  la salida medida del sistema,  $\hat{y}$  la salida estimada del sistema y  $K$  la ganancia del observador, la cual se encarga de que el error  $e = x - \hat{x}$  converja a cero [Antsaklis and Michel, 2006]. El cálculo de esta ganancia puede realizarse mediante varios métodos, como por ejemplo ubicación de polos, fórmula de Ackermann, o mediante estimación óptima, donde se implica a la ecuación de Riccati. Entre los observadores de estado más usados se encuentran el observador de Luenberger y el filtro de Kalman, dependiendo de las características del sistema, por ejemplo, si las perturbaciones son mínimas, se usa el observador de Luenberger. En cambio, el filtro de Kalman (mismo que se utiliza en este trabajo y que se hablará más a detalle en la siguiente sección), es usado cuando el sistema considera ruido en las mediciones.

## 2.4. Filtro Kalman-Bucy

Una de las características del filtro de Kalman es la capacidad de estimar las variables internas del sistema a la vez de obtener una estimación óptima, ya que minimiza la varianza del error de estimación y por ello se considera un observador de estado óptimo, esto es, busca minimizar el error en las estimaciones aún cuando existe la presencia de ruido [Ogata, 2010, Antsaklis and Michel, 2006]. Por esta razón, en esta investigación se usa el filtro de Kalman como observador de estado óptimo, ya que está diseñado para sistemas dinámicos lineales que están perturbados o contaminados por ruido blanco [Grewal and Andrews, 2008]. A continuación, se presenta el sistema dinámico (2.3)–(2.4), con la adición de la presencia de ruido, una característica realista, expresado como

$$\dot{x} = Ax + Bu + v_1 \quad (2.9)$$

$$y = Cx + v_2. \quad (2.10)$$

Este ruido blanco se compone por el ruido del proceso  $v_1$  y el ruido de medición  $v_2$ , ambos son considerados de tipo gaussiano con media cero y con covarianza dada para  $v_1$  como  $E\{v_1(t) v_1^T(\tau)\} = Q_{v_1} \delta(t - \tau)$  y para  $v_2$  como  $E\{v_2(t) v_2^T(\tau)\} = R_{v_2} \delta(t - \tau)$  [Ornelas-Tellez et al., 2020]. Donde  $Q_{v_1}$  es la matriz de covarianza del ruido del proceso, la cual muestra la incertidumbre del modelo,  $R_{v_2}$  es la matriz de covarianza del ruido de medición, que muestra la incertidumbre en las mediciones y  $\delta$  es la función delta de Dirac [Grewal and Andrews, 2008]. La matriz  $Q_{v_1}$  es una matriz no negativa, y  $R_{v_2}$  definida positiva.

Recordando que un observador de estado para un sistema lineal se expresa como en (2.7), entonces  $K$  será considerada como la ganancia del observador óptimo y está dada por

$$K = P C^T R_{v_2}^{-1} \quad (2.11)$$

donde  $P$  es la solución a la ecuación de Riccati [Grewal and Andrews, 2008] y se expresa como

$$\dot{P} = Q_{v_1} - P C^T R_{v_2}^{-1} C P + A P + P A^T. \quad (2.12)$$

Las matrices  $Q_{v_1}$ ,  $R_{v_2}$  son seleccionadas por el usuario a prueba y error hasta lograr un buen desempeño del observador, aunque también podrían ser obtenidas estadísticamente. En el presente trabajo de investigación se utiliza el filtro de Kalman-Bucy para estimar en línea los componentes frecuenciales de las señales ECG.

## 2.5. Señales ECG y patologías analizadas

Los electrocardiogramas o por sus siglas, ECG, son representaciones gráficas de la actividad eléctrica del corazón a lo largo de los ciclos cardíacos. Estos registros se pueden guardar en papel milimétrico o como en esta investigación, en bases de datos. La actividad eléctrica del corazón registrada en los ECG se muestra en formas de onda que corresponden a los impulsos eléctricos en cada etapa de un ciclo cardíaco [Azcona, 2009].

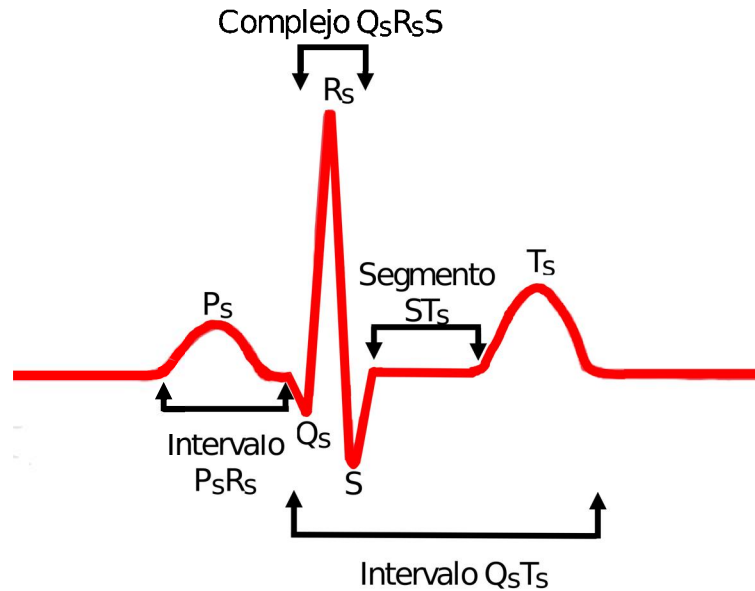


Figura 2.1: Características de un ECG.

Como se mencionó anteriormente, los electrocardiogramas registran las ondas eléctricas producidas en cada ciclo cardíaco. Estas ondas presentan componentes específicos, los cuales son: la onda  $P_s$ , el complejo  $Q_sR_sS$  y la onda  $T$  [Hall, 2011], que se pueden observar más a detalle en la Figura 2.1. Alteraciones o desviaciones en estas ondas pueden indicar anomalías en el corazón.

*Onda  $P_s$ :* La duración normal de esta onda es de 0.08 a 0.10 segundos, en [Uribe et al., 2010] se considera una amplitud menor a 0.25 mV y en [Hall, 2011] se considera una amplitud entre 0.1 mV y 0.3 mV. Esta onda representa la despolarización de las aurículas [Hall, 2011]. Es decir, es la actividad eléctrica que provoca la contracción de estas cámaras del corazón.

*Complejo  $Q_sR_sS$ :* Este complejo consta de tres ondas:  $Q_s$ ,  $R_s$  y  $S$ . Se mide desde el inicio de la onda  $Q_s$  hasta el comienzo del segmento  $ST_s$  y representa el tiempo de despolarización de los ventrículos. En otras palabras, es el proceso que provoca la contracción de los ventrículos para bombear la sangre hacia el cuerpo y los pulmones [Hall, 2011]. Normalmente, este complejo tiene una duración de 0.05 a 0.10 segundos y una amplitud de 0.5 mV a 0.9 mV [Uribe et al., 2010] y 1 mV a 1.5 mV de acuerdo con [Hall, 2011].

*Onda  $T_s$ :* La onda de re-polarización auricular o mejor conocida como onda  $T_s$ , representa la re-polarización de los ventrículos. Es decir, es la última fase de un latido cardíaco y esta onda refleja cuando el corazón se relaja después de un latido. Generalmente, esta onda suele tener una amplitud entre 0.2 mV y 0.3 mV con una duración de 0.15 segundos [Hall, 2011].

Al existir alteraciones en las ondas del ECG, son indicios de distintas enfermedades cardiovasculares dependiendo de la onda afectada. En esta investigación se consideraron señales ECG de pacientes con diferentes patologías, así como también de pacientes sanos para su análisis y clasificación. A continuación, se describen las enfermedades estudiadas:

**Paciente sano.** Son las personas que no padecen enfermedades cardíacas. En el ECG

se observan intervalos, complejos y ondas dentro de los rangos normales, junto con una actividad eléctrica regular del corazón. En la Figura 2.2 se muestra un ejemplo de un electrocardiograma de una persona sana, donde se aprecian las ondas  $P_s$ , los complejos  $Q_sR_sS$  y las ondas  $T_s$  con una morfología dentro de los parámetros normales. Además, los intervalos entre cada latido son uniformes, lo cual indica una frecuencia cardíaca estable, característica de un funcionamiento cardíaco saludable.

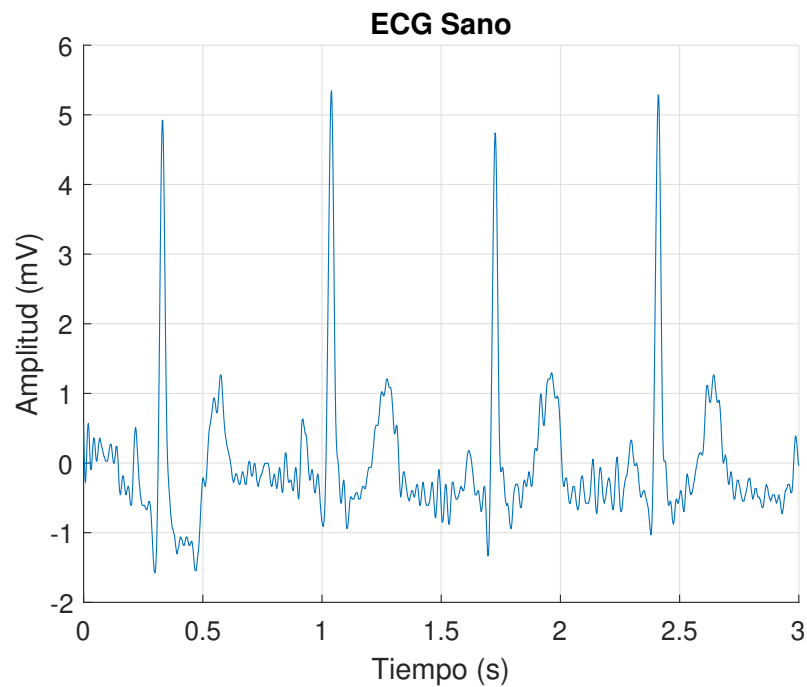


Figura 2.2: Electrocardiograma de persona sana.

**Arritmia.** Se refiere a cualquier ritmo cardíaco irregular, ya sea por una frecuencia excesivamente rápida (taquicardia) o anormalmente lenta (bradicardia). Las alteraciones de esta enfermedad en un ECG se manifiestan como intervalos irregulares entre los latidos, variaciones en la onda  $P_s$  o en el complejo  $Q_sR_sS$  [de Luna, 2012, Strauss and Schocken, ]. En la Figura 2.3 se muestra un ejemplo de un ECG con arritmia, donde se puede observar un ciclo cardíaco con una duración anormal en comparación con los demás.

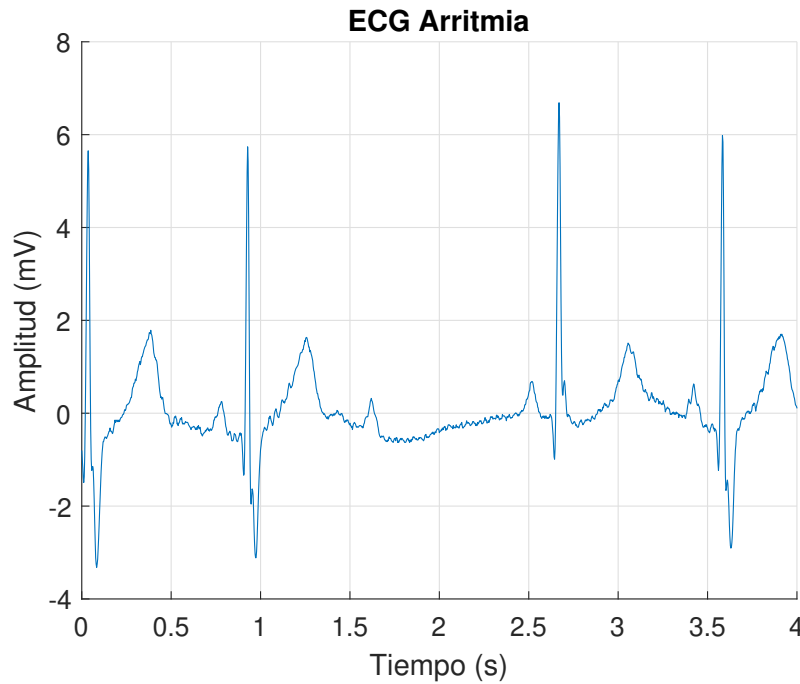


Figura 2.3: Electrocardiograma de paciente con arritmia.

**Insuficiencia cardíaca.** Es una condición en la cual el corazón pierde la capacidad de bombear sangre de manera eficiente, llegando a afectar a que el suministro de nutrientes en la sangre disminuya [Basantes Orbea et al., 2022]. En un ECG, esta disfunción puede reflejarse en cambios en la duración del complejo  $Q_sR_sS$ , así como posibles desviaciones del segmento  $ST_s$  o presencia de ondas  $T_s$  anómalas [Dickstein and et al., 2008]. La Figura 2.4 muestra un ejemplo de ECG correspondiente a un paciente con insuficiencia cardíaca, donde se observa un complejo  $Q_sR_sS$  prolongado, lo cual es indicativo de esta patología.

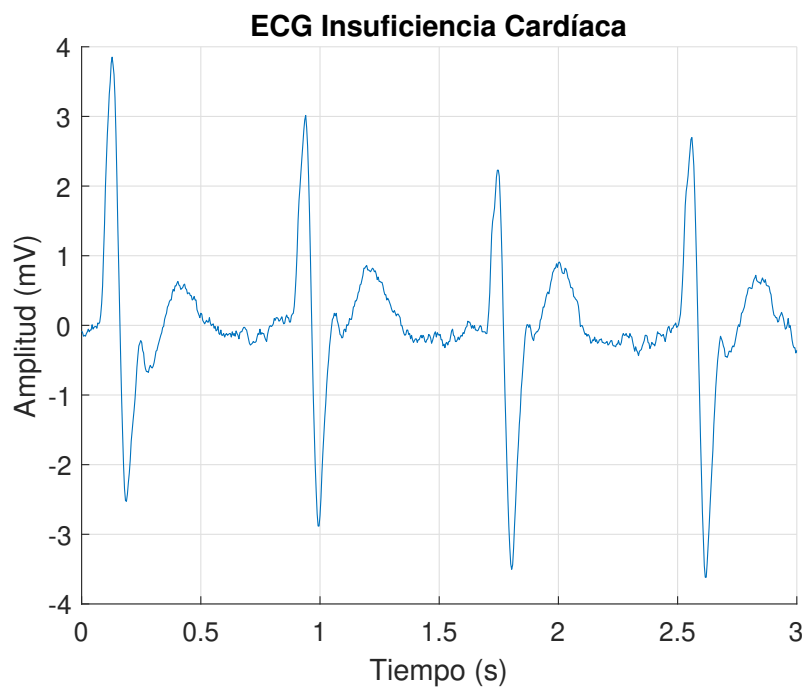


Figura 2.4: Electrocardiograma de paciente con insuficiencia cardíaca

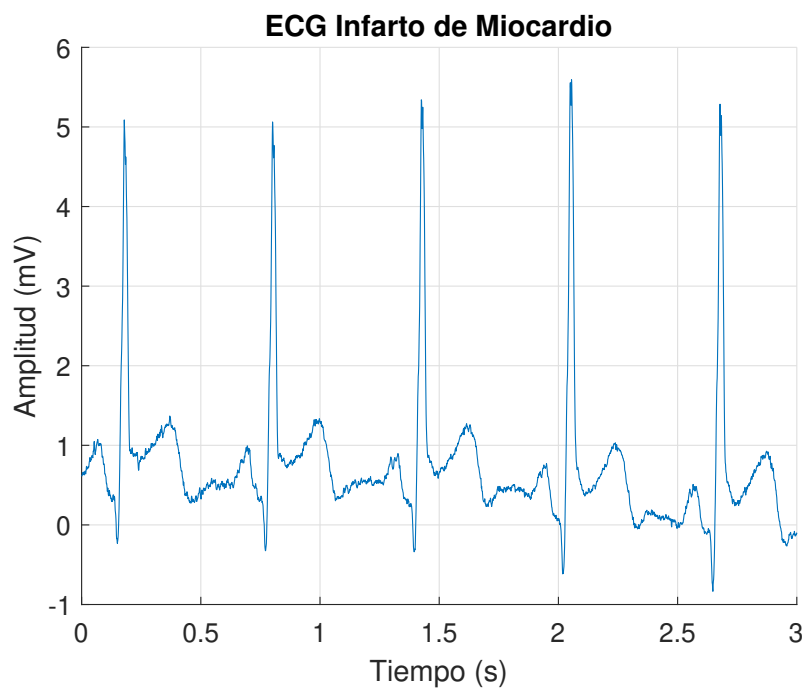


Figura 2.5: Electrocardiograma de paciente con infarto de miocardio.

**Infarto de miocardio.** Sucede cuando se produce una obstrucción en una o más arterias del corazón, lo que impide el flujo sanguíneo. En un ECG, uno de los signos más característicos es la elevación del segmento  $ST_s$ , indicador de un infarto de miocardio [Martínez Ríos, 2014]. En la Figura 2.5 se muestra un ejemplo de ECG correspondiente a un paciente con infarto, donde se aprecia claramente la elevación del segmento  $ST_s$ .

Para el análisis de las patologías mencionadas, se cuenta con señales reales de ECG, almacenadas en bases de datos disponibles en la web de PhysioNet. Este recurso proporciona acceso a bases de datos de señales fisiológicas, algunas son de libre acceso, sin embargo, algunas otras son de acceso restringido. En este trabajo, las señales a utilizar son extraídas de las siguientes bases de datos de PhysioNet:

- **MIT-BIH Arrhythmia Database** para señales de pacientes con arritmia [Moody and Mark, 2001].
- **BIDMC Congestive Heart Failure Database** para casos de insuficiencia cardíaca [Baim et al., 1986].
- **PTB Diagnostic ECG Database** para registros de infarto de miocardio [Bousseljot et al., 1995].
- **MIT-BIH Normal Sinus Rhythm Database** para personas sanas [Lugovaya, 2005].

Las cuatro bases de datos correspondientes a cada patología y a la condición sana se integran en una sola base de datos con el objetivo de asignar etiquetas a cada clase.

## 2.6. Conclusiones del capítulo 2

En este capítulo se presentaron los preliminares matemáticos y teóricos necesarios para comprender el desarrollo de esta tesis. Se presentaron herramientas que ayudan a representar señales periódicas como sumas de componentes sinusoidales, como la serie de Fourier. También se abordó la representación en espacio de estado como herramienta para modelar la evolución de sistemas dinámicos y de señales, lo que permitió también abordar el concepto de observadores de estado. Específicamente el observador de estado óptimo basado en el filtro de Kalman-Bucy como estimador de variables. Además, se explicó lo que es una señal de electrocardiograma (ECG) incluyendo sus características que permiten interpretar la actividad eléctrica del corazón. Finalmente, se explicaron las patologías cardíacas que se estudian y analizan en esta investigación, así como las bases de datos utilizadas. Estos conceptos establecen la base del diseño del sistema propuesto en esta investigación, y que se explicará su desarrollo en los siguientes capítulos.

## Capítulo 3

# Modelado de Señales ECG

Para estimar los componentes armónicos de una señal periódica, es conveniente encontrar una representación matemática que facilite su análisis. En este capítulo se presenta el modelado en espacio de estado de una señal periódica a partir de la serie de Fourier. Esta representación, junto a un observador de estado óptimo, permite estimar los componentes armónicos de las señales ECG.

### 3.1. Modelado en espacio de estado de una señal periódica

A partir de procesos algebraicos e identidades trigonométricas, es posible obtener un modelo de (2.2) en espacio de estado, esto con el fin de para estimar los parámetros de las señales ECG (en esta caso, los componentes de  $a_0$ ,  $A_N$ ,  $\theta_N$  de la serie de Fourier). Para fines explicativos del método de modelado, considere el caso más simple de un solo armónico, esto es  $N = 1$ , y aplicando la identidad trigonométrica  $\text{sen}(a + b) = \text{sen}(a)\cos(b) + \text{sen}(b)\cos(a)$  en (2.2), se tiene

$$s(t) = \frac{a_o}{2} + A \cos \theta \text{sen}(w t) + A \text{sen} \theta \cos(w t). \quad (3.1)$$

Para plantear el modelo en espacio de estado de (3.1) se eligen como variables de estado los términos que contienen funciones seno y coseno, definiéndose de la siguiente manera

$$x_1 \triangleq \text{sen}(wt); \quad x_2 \triangleq \text{cos}(wt).$$

De lo anterior, y derivando  $x_1$  y  $x_2$  respecto al tiempo, se obtienen las siguientes ecuaciones de estado que describen la dinámica del sistema y la salida en espacio de estado

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= wx_2 \\ \dot{x}_2 &= -wx_1 \\ y &= \frac{a_o}{2} + A \cos\theta x_1 + A \text{sen}\theta x_2. \end{aligned} \tag{3.2}$$

Con las ecuaciones de estado (3.2) es posible estimar el componente armónico de la señal (3.1). La estimación se logra con ayuda del observador, que más adelante se diseñará. Para el componente de DC presente en la señal, dada como  $\frac{a_o}{2}$ , se agrega una nueva ecuación de estado  $x_0$  la cual se define como

$$\dot{x}_0 = 0 \tag{3.3}$$

con condición inicial  $x(0) = \frac{a_0}{2}$ . A partir de esto, las ecuaciones de estado dadas en (3.2) y (3.3), se pueden modelar en forma matricial de la siguiente manera

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w \\ 0 & -w & 0 \end{bmatrix} x \tag{3.4}$$

con  $x = [x_0 \ x_1 \ x_2]^T$  y la salida dada como

$$y = \begin{bmatrix} 1 & A \cos\theta & A \text{sen}\theta \end{bmatrix} x. \tag{3.5}$$

Cuando se requiera un número mayor de armónicos, el análisis es muy similar al anterior descrito, ya que las matrices se van expandiendo dependiendo de  $N$ , es decir

para cualquier valor finito de  $N$  se tendrá

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -w_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & w_N \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -w_N & 0 \end{bmatrix}$$

y la salida expresada como

$$C = \begin{bmatrix} 1 & A_1 \cos \theta_1 & A_1 \sin \theta_1 & \cdots & A_N \cos \theta_N & A_N \sin \theta_N \end{bmatrix}.$$

donde  $w_N = 2\pi N f$ .

Cuando la señal  $s(t)$  se encuentre afectada por ruido, el sistema se describe de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + v_1 \\ y &= Cx + v_2 \end{aligned} \tag{3.6}$$

donde  $x \in \mathbb{R}^{2N}$  y se define como

$$x = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & x_2 & \cdots & x_{2N-1} & x_{2N} \end{bmatrix}^T$$

mientras que  $v_1$  es el ruido del proceso y  $v_2$  el ruido de medición. Estos ruidos se consideran como Gaussianos y de media cero, lo que significa que, aunque generan variaciones en el sistema, no provocan desviaciones de tipo constante en la respuesta del modelo. Nótese que, a diferencia de (2.9) y (2.10), en la expresión (3.6) no aparece el término  $Bu$ , ya que para el sistema descrito no existen entradas externas.

Observe que, la señal  $s(t)$  es modelada completamente en espacio de estado por (3.6), no obstante, el vector de estado se asume que no está disponible, y solo se tiene la medición  $y$ , por lo que será necesario el diseño de un observador de estado.

### 3.2. Diseño del observador óptimo basado en el filtro de Kalman-Bucy

Considerando el sistema (3.6) el observador de estado óptimo es expresado de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + K(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= \overline{C}\hat{x}\end{aligned}\tag{3.7}$$

donde  $\hat{x} \in \mathbb{R}^{2N}$  está definido como

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{x}_0 & \hat{x}_1 & \hat{x}_2 & \cdots & \hat{x}_{2N-1} & \hat{x}_{2N} \end{bmatrix}^T.$$

Recordando que la ganancia del observador óptimo está dada por  $K = P\overline{C}^T R_{v_2}^{-1}$  donde se elige que la matriz de salida sea definida como

$$\overline{C} = \begin{bmatrix} 1 & k_1 & k_2 & \cdots & k_{2N-1} & k_{2N} \end{bmatrix}^T$$

con  $k_1, k_2, \dots, k_{2N}$  como constantes de diseño. En el diseño del observador, se suelen emplear las matrices dadas en (3.6). El problema aquí es que la matriz  $C$  en la salida no está disponible, debido a que  $A_N$  y  $\theta_N$  son desconocidos y son de hecho parámetros a ser determinados. Por esta razón, en el diseño del observador se definen los parámetros en  $\overline{C}$ , los cuales permiten calcular los parámetros de la matriz  $C$ .

A partir de la expresión (3.1), la estimación de  $A$  y  $\theta$  con  $N = 1$ , se obtiene considerando que estos pueden ser estimados como

$$\hat{A} \cos \hat{\theta} \sin(wt) + \hat{A} \sin \hat{\theta} \cos(wt) = k_1 \hat{x}_1 + k_2 \hat{x}_2 \tag{3.8}$$

donde  $k_1 = \hat{A} \cos \hat{\theta}$ ;  $k_2 = \hat{A} \sin \hat{\theta}$ ;  $\hat{x}_1 \triangleq \sin(wt)$  y  $\hat{x}_2 \triangleq \cos(wt)$ .

Derivando (3.8) respecto al tiempo término a término, se obtiene

$$\hat{A} w \cos \hat{\theta} \cos(wt) - \hat{A} w \sin \hat{\theta} \sin(wt) = w k_1 \hat{x}_2 - w k_2 \hat{x}_1 \tag{3.9}$$

tomando en cuenta la siguiente identidad trigonométrica

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

entonces la expresión (3.8) resulta en

$$\hat{A} \operatorname{sen}(w t + \hat{\theta}) = k_1 \hat{x}_1 + k_2 \hat{x}_2 \quad (3.10)$$

que al derivar se obtiene

$$\hat{A} w \cos(w t + \hat{\theta}) = w k_1 \hat{x}_2 - w k_2 \hat{x}_1. \quad (3.11)$$

Para simplificar el análisis, se define respectivamente el lado derecho de (3.10)–(3.11), como

$$b_1 = k_1 \hat{x}_1 + k_2 \hat{x}_2; \quad b_2 = w k_1 \hat{x}_2 - w k_2 \hat{x}_1$$

observando que (3.10)–(3.11) pueden obtenerse de (3.8)–(3.9), entonces se llega al siguiente conjunto de ecuaciones algebraicas no lineales:

$$\begin{aligned} \hat{A} \operatorname{sen}(w t + \hat{\theta}) &= b_1 \\ \hat{A} w \cos(w t + \hat{\theta}) &= b_2. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Resolviendo (3.12) para  $\hat{A}$  y  $\hat{\theta}$ , se obtiene

$$\hat{A} = \sqrt{(k_1^2 + k_2^2)(\hat{x}_1^2 + \hat{x}_2^2)} \quad (3.13)$$

ahora resolviendo para  $\hat{\theta}$

$$\hat{\theta} = -w t + \arctan \left( \frac{k_1 \hat{x}_1 + k_2 \hat{x}_2}{k_1 \hat{x}_2 - k_2 \hat{x}_1} \right). \quad (3.14)$$

Esta estimación se lleva a cabo para cada armónico. Cuando el análisis se extiende a  $N$  armónicos, se deben incluir los estados asociados para cada componente, por lo que, una forma general de expresarlo es de la siguiente manera

$$\hat{A}_N = \sqrt{(k_{2N-1}^2 + k_{2N}^2) (\hat{x}_{2N-1}^2 + \hat{x}_{2N}^2)}. \quad (3.15)$$

Para comprobar el funcionamiento del método propuesto, se considera la siguiente señal de ejemplo

$$s(t) = 0.2 + 0.5 \operatorname{sen}(0.9 t + 30^\circ) + v_2$$

donde los parámetros son  $\frac{a_0}{2} = 0.2$ ,  $A_1 = 0.5$ ,  $w = 0.9$ ,  $\theta_1 = 30 \text{ deg}$ ,  $k_1 = 2$ ,  $k_2 = 3$ , con matrices de covarianza definidas como:

$$Q_{v1} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0.025 & 0 \\ 0 & 0 & 0.025 \end{bmatrix}, \quad R_{v2} = 0.00016.$$

La señal  $s(t)$  está expresada en volts (V), por lo que las amplitudes de los componentes armónicos también se encuentran en V. El término  $v_2$  representa el ruido de medición, y se incluye con el fin de evaluar el observador bajo condiciones no ideales. A partir de  $s(t)$  se estima la señal  $\hat{y} = \hat{s}(t)$  mediante el uso del observador, y posteriormente se estima la amplitud del contenido armónico  $A_1$ . Simulando numéricamente en el software *Wolfram Mathematica*, se obtienen las siguientes ganancias para el observador de estado óptimo

$$K = \begin{bmatrix} 7.9057 \\ -2.6820 \\ 4.9048 \end{bmatrix}.$$

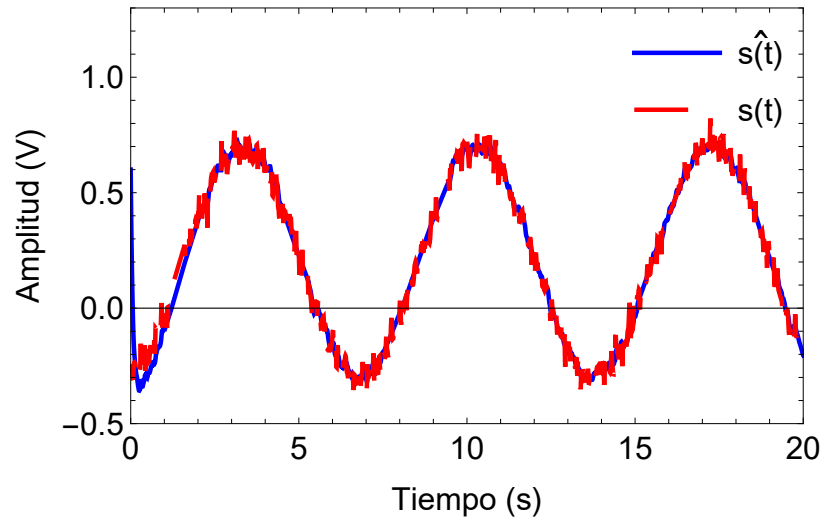


Figura 3.1: Comparación entre  $\hat{s}(t)$  y  $s(t)$ .

Como resultado del diseño, en la Figura 3.1 se muestra la comparación entre la salida

real del sistema  $s(t)$  (línea roja punteada) y la salida estimada  $\hat{s}(t)$  (línea azul continua) obtenida por el observador. Se observa que la señal estimada converge hacia la señal real, incluso en presencia de ruido. Cabe señalar que, la comparación entre la señal real de salida  $s(t)$  y la señal estimada  $\hat{s}(t)$  no está relacionada con el contenido armónico, sino que tiene como objetivo verificar el correcto funcionamiento del Filtro de Kalman-Bucy en la reconstrucción de la señal original a partir de mediciones afectadas por ruido.

Ahora, mediante (3.15) se estima el contenido armónico de la señal y dando como resultado la Figura 3.2, donde se observa que después de algunos segundos, las estimaciones  $\hat{A}_0$  y  $\hat{A}_1$  (líneas continuas) convergen a los valores reales de la señal (líneas punteadas).

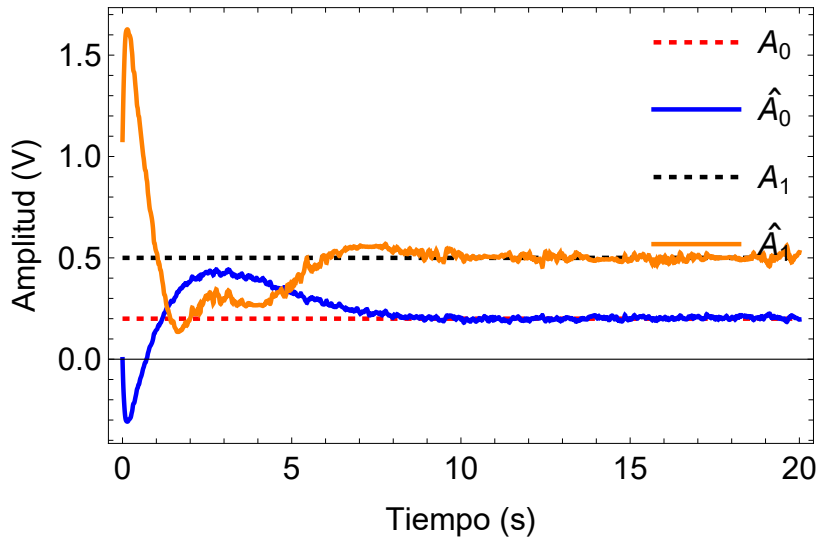


Figura 3.2: Componentes estimados vs componentes reales.

En la Figura 3.2, la línea azul representa la estimación del componente de corriente continua  $\hat{A}_0$ , mientras que la línea amarilla representa la estimación del primer armónico  $\hat{A}_1$ . Las líneas punteadas roja y negra corresponden a los valores reales de  $A_0 = 0.2$  y  $A_1 = 0.5$ , respectivamente. Finalmente, utilizando MATLAB se obtiene la

Figura 3.3 se presenta la comparación entre el espectro de Fourier real de la señal  $s(t)$  (usando la función de la transformada rápida de Fourier FFT) y el contenido estimado de la señal  $\hat{s}(t)$ . Las barras representan las amplitudes estimadas por el observador, mientras que las líneas corresponden a los valores reales. Se aprecia que, para las frecuencias presentes en la señal real, las estimaciones coinciden cercanamente con los valores reales.

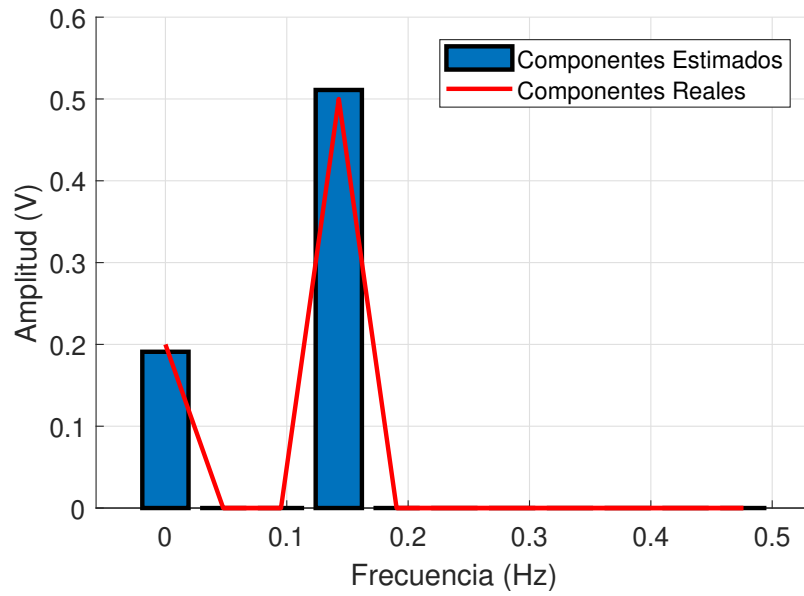


Figura 3.3: Componentes estimados vs reales (espectro de Fourier).

El error entre ambos espectros, presentado en la Figura 3.4, refleja una alta precisión alcanzada por el observador de estado en la estimación de los componentes armónicos, lo que asegura ser una herramienta en esta investigación para determinar el contenido armónico de las señales de ECG.

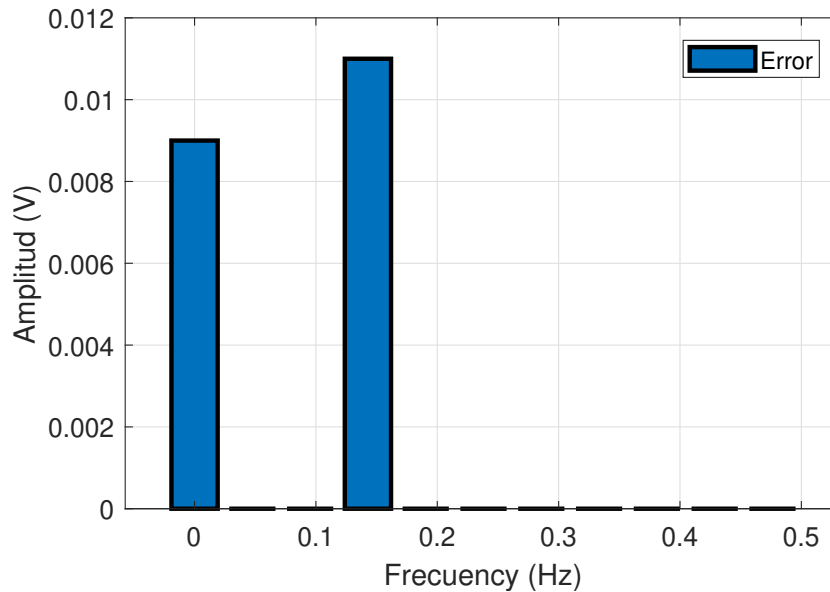


Figura 3.4: Error entre componentes reales vs estimados (espectro de Fourier).

### 3.3. Esquema general del sistema de diagnóstico

El sistema propuesto consiste en tres etapas principales, las cuales se muestran en forma de diagrama de bloques en la Figura 3.5.

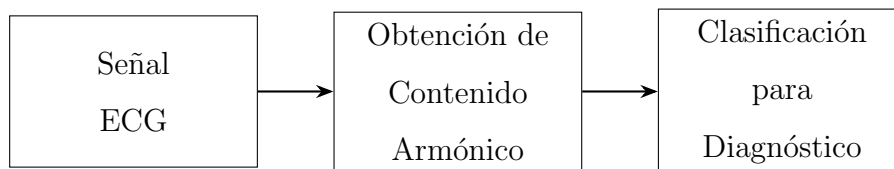


Figura 3.5: Diagrama de bloques del proceso.

En la primer etapa se realiza la captura de la señal ECG, que posteriormente pasa por un preprocesamiento donde se normalizan los valores a un rango apropiado y se hace un análisis de cada ciclo cardíaco con la intención de calcular su frecuencia correspondiente. La siguiente etapa consiste en la estimación del contenido armónico presente en la señal, obtenida mediante el uso del observador de estado óptimo. En la etapa final, el contenido armónico estimado se utiliza como entrada para el

clasificador, encargado de clasificar la información y generar el diagnóstico.

### **3.4. Resultados de estimación del contenido armónico de las señales ECG**

Una vez modeladas las señales ECG en espacio de estados y también desarrollado el observador de estado óptimo, lo siguiente es comprobar su funcionamiento. Para validar y tener una referencia del contenido armónico obtenido, se usa la transformada rápida de Fourier (FFT). La estimación de contenido armónico propuesto es un proceso en línea, ya que el observador ajusta dinámicamente los coeficientes de Fourier conforme el tiempo avanza. Una forma de diferenciar el contenido armónico entre las distintas patologías cardíacas y las personas sanas se muestra en la Figura 3.6, donde se observan características relevantes tanto en el componente de DC como en el resto de los armónicos. Por ejemplo, en el caso de personas sanas, la amplitud del componente de DC es menor en comparación con cualquier condición patológica. Por el contrario, en presencia de arritmia, insuficiencia cardíaca o infarto de miocardio, este componente presenta valores notablemente más altos. Estos patrones, tanto en el componente de DC como en el resto de armónicos, aportan información importante para la etapa de clasificación, ya que permitirán diferenciar características en el contenido armónico de cada clase.

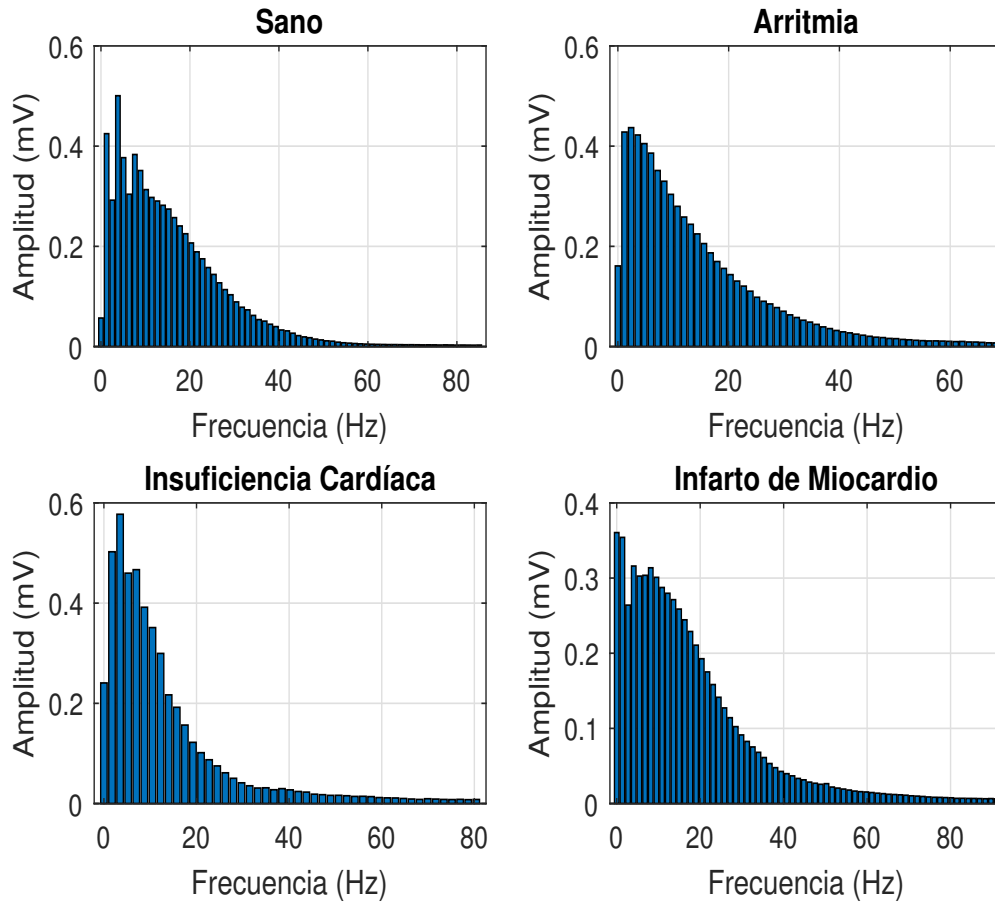


Figura 3.6: Contenido armónico promedio de diferentes patologías

A continuación, se presentan los resultados obtenidos por el observador de estado óptimo en las señales ECG. En la Figura 3.7 se muestra la comparativa entre el contenido armónico total estimado por el observador óptimo y el calculado mediante la FFT en MATLAB de una señal ECG de persona sana. Se aprecia una gran similitud entre ambos espectros, con errores del orden de  $1 \times 10^{-3}$  en la comparación de los componentes estimados y los calculados, como se muestra en la Figura 3.8. Este nivel de error, indica que el observador estima con gran exactitud las características de la señal, lo que permite concluir que su funcionamiento para la estimación del contenido armónico es adecuado y confiable.

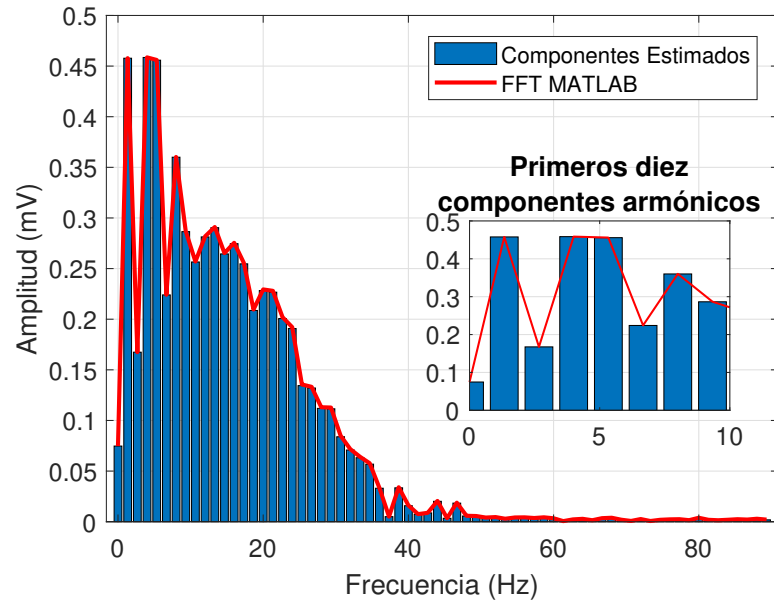


Figura 3.7: Armónicos estimados vs FFT MATLAB de una persona sana.

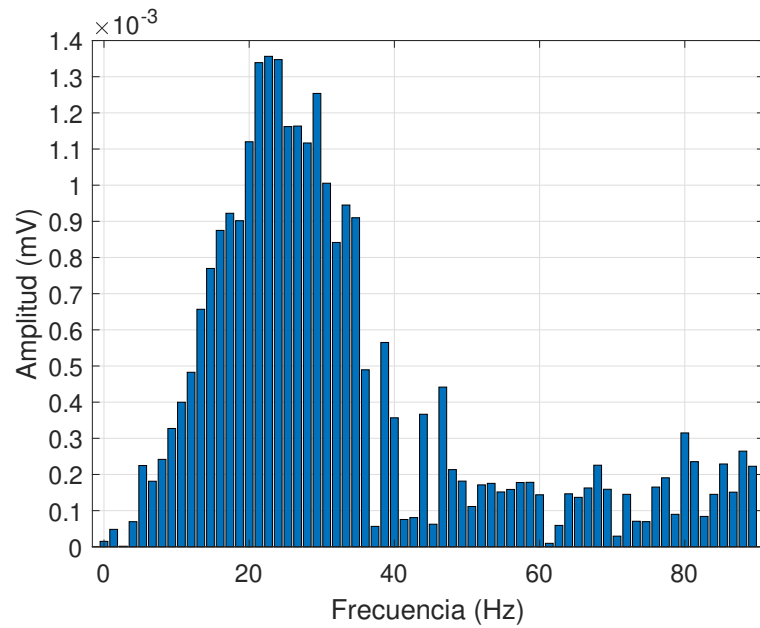


Figura 3.8: Error de estimación para una persona sana.

En la Figura 3.9 se presenta la estimación realizada por el observador del componente de corriente directa (DC), representado en la gráfica como  $\hat{A}_0$ . También se

muestra el valor obtenido por FFT con fines de comparación, para notar el desempeño del observador. Se observa que durante los primeros 4 segundos, el observador intenta converger hacia el valor de referencia. Después de ese tiempo, el observador converge al valor de referencia, estabilizándose en una amplitud de  $0.07473mV$ .

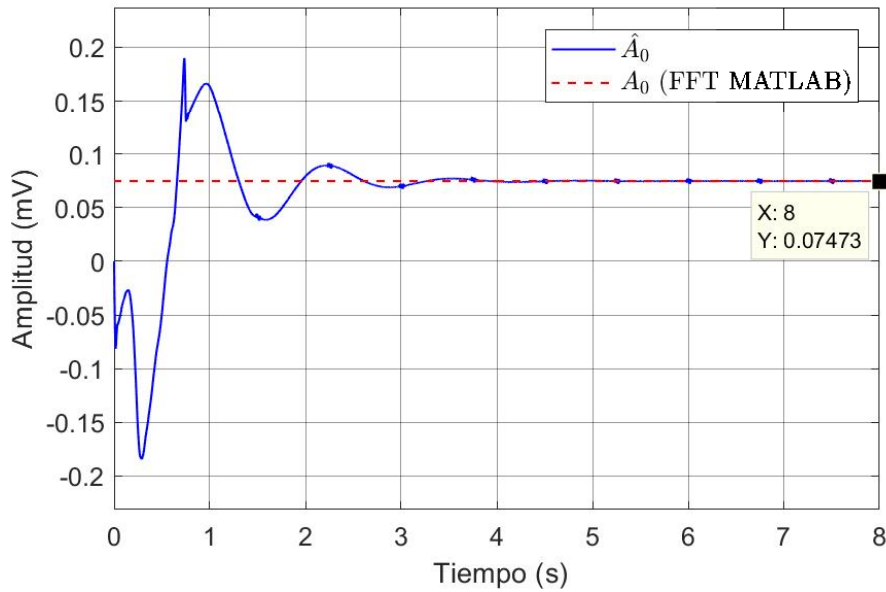


Figura 3.9: Componente DC del ECG de una persona sana.

En las Figuras 3.10 y 3.11 se muestran las estimaciones del primer y segundo armónico ( $\hat{A}_1, \hat{A}_2$ ), respectivamente. Para ambas figuras la línea continua de color azul corresponde al armónico estimado por el observador, mientras que la línea punteada roja representa el valor de referencia obtenido mediante la FFT. En la Figura 3.10 se observa que durante los primeros 3 segundos, el observador presenta varias oscilaciones antes de comenzar su convergencia hacia el valor real y, a partir de los 4 segundos, el observador se estabiliza en un valor de  $0.4578mV$ . Por otro lado, en la Figura 3.11 el comportamiento del observador, durante los primeros 2.5 segundos, presenta más oscilaciones en comparación con la Figura 3.10; sin embargo, muestra una convergencia más rápida, donde el observador converge a un valor de  $0.1674mV$ .

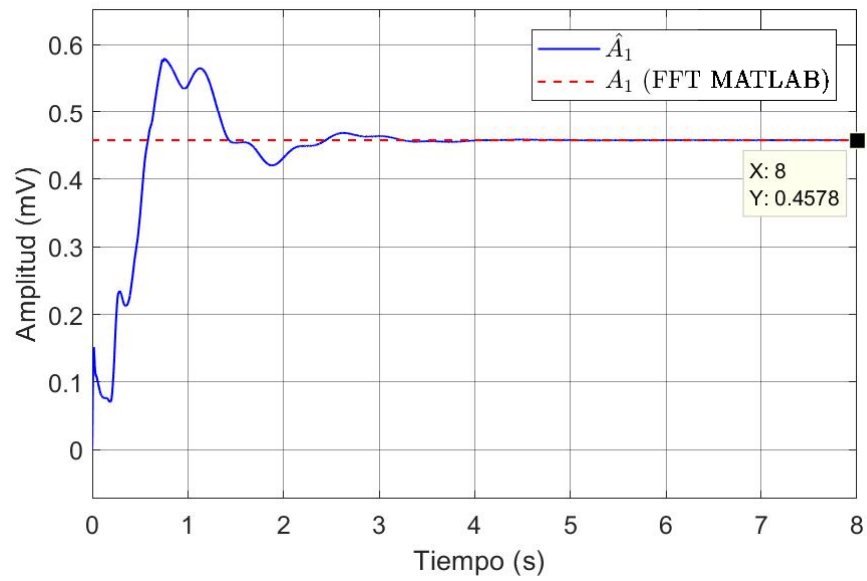


Figura 3.10: 1er Armónico del ECG de una persona sana.

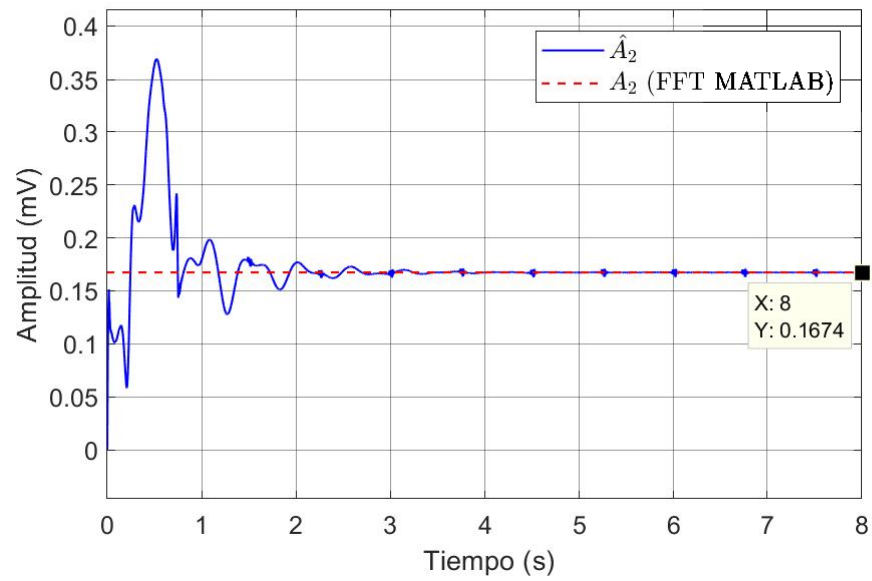


Figura 3.11: 2do Armónico del ECG de una persona sana.

En la Figura 3.12 se presenta la evolución del error entre el componente de corriente directa real,  $A_0$ , y su estimación,  $\hat{A}_0$ . Se observa que durante los primeros segundos, el error contiene algunas oscilaciones significativas. Sin embargo, es de esperarse es-

tas oscilaciones ya que es el proceso de ajuste del observador hacia la señal original. Conforme el tiempo pasa, las oscilaciones disminuyen significando que el observador está cerca del valor real del componente de DC. Después de los 4 segundos el error converge hacia cero, permaneciendo en ese valor hasta los 8 segundos que dura la simulación y obteniendo un error de  $4.363 \times 10^{-5}$ .

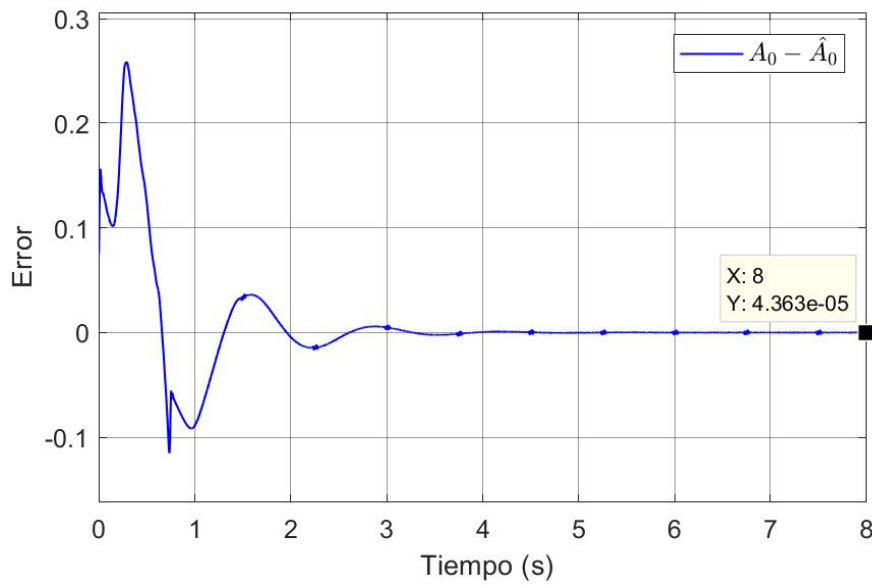


Figura 3.12: Error de componente DC del ECG de una persona sana.

Se observa que el tiempo de convergencia del observador es de aproximadamente cuatro segundos. Esto se debe principalmente a las condiciones iniciales del observador. En caso de que dichas condiciones fueran conocidas con mayor precisión, el tiempo de convergencia podría reducirse de manera significativa. Es importante destacar que este tiempo de convergencia depende también de la estabilidad en la morfología de la señal ECG durante el proceso de estimación. Dado que la señal es cuasiperiódica, pueden presentarse variaciones latido a latido que modifiquen el contenido armónico, lo cual influiría directamente en el tiempo requerido por el observador para alcanzar la convergencia.

En la Figura 3.13 se presenta la comparación entre la señal original  $s(t)$  y la estimación de la señal original  $\hat{s}(t)$  obtenida a partir del Filtro de Kalman-Bucy. Se puede apreciar que la señal estimada  $\hat{s}(t)$  se superpone a la original, lo que indica que el observador logra reconstruir de manera precisa la señal original, sin importar el ruido de medición. Esta reconstrucción permite a su vez, una estimación confiable del contenido armónico, ya que el espectro de Fourier depende de la señal. Por lo que, si la señal estimada  $\hat{s}(t)$  reproduce correctamente la señal original  $s(t)$ , ambas presentan el mismo contenido espectral, lo que asegura la correcta identificación de los armónicos presentes.

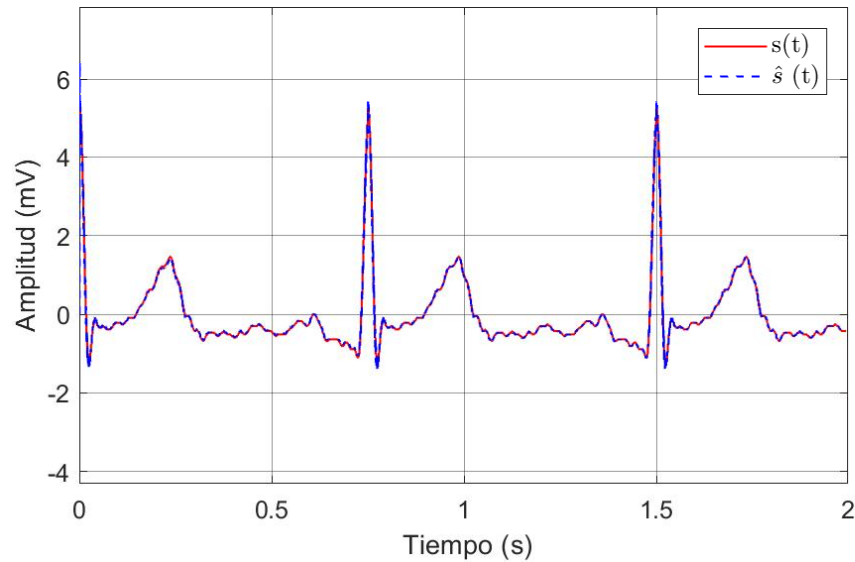


Figura 3.13: Comparación  $s(t)$  vs  $\hat{s}(t)$  del ECG de una persona sana.

Por otro lado, en la Figura 3.14 se muestra el error entre la señal original  $s(t)$  y su estimación  $\hat{s}(t)$  a lo largo de la simulación. Se logra observar que en general el error tiende a cero, sin embargo, existen algunos sobreimpulsos, los cuales se pueden apreciar con mayor detalle en la Figura 3.15.

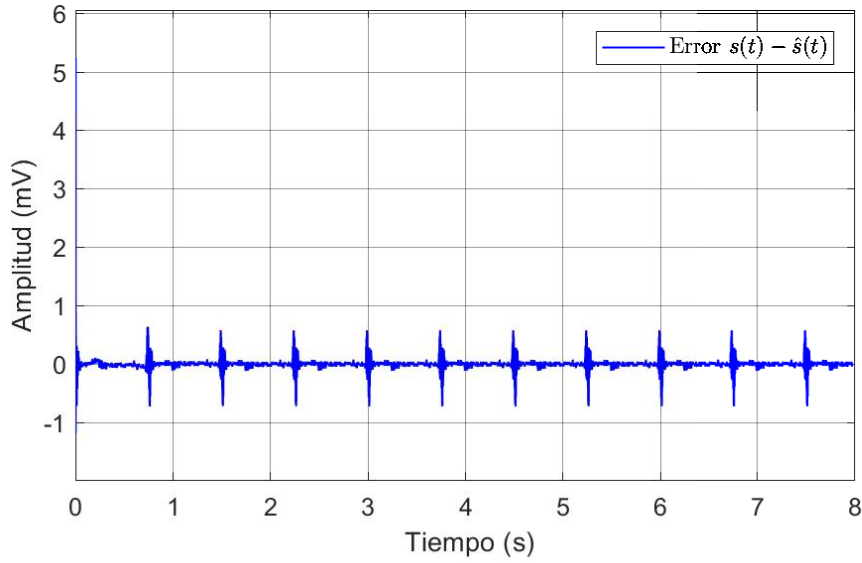


Figura 3.14: Error  $s(t) - \hat{s}(t)$ .

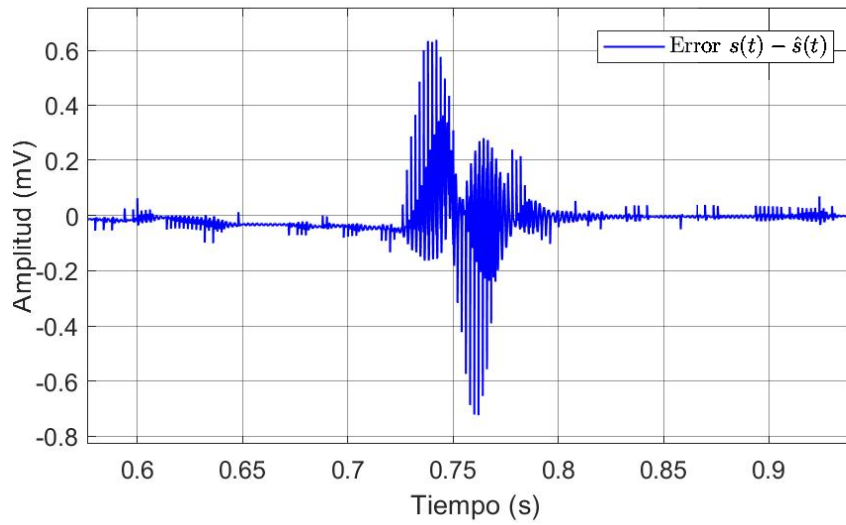


Figura 3.15: Acercamiento sobreimpulso en el error  $s(t) - \hat{s}(t)$ .

En la Figura 3.15 se presenta un acercamiento en el intervalo de 0.6 a 0.9 segundos, y se analiza uno de los sobreimpulsos presentes en el error entre  $s(t)$  y  $\hat{s}(t)$ , donde se nota que dichas oscilaciones son causadas cada que se inicia un nuevo ciclo

cardíaco. Esto es debido al cambio tan repentino en la señal original, dificultando la estimación del observador óptimo. Sin importar estas oscilaciones en el error, el sistema rápidamente realiza un ajuste y regresa a un error cercano a cero, mostrando su eficacia. Finalmente, en la Figura 3.16 se presenta un acercamiento al inicio de la simulación, observando el comportamiento del error  $s(t) - \hat{s}(t)$  durante los primeros 0.08 segundos. Durante este intervalo inicial existen oscilaciones de alta frecuencia las cuales son causadas por el proceso de ajuste inicial del observador, es decir, cuando el observador inicia con el proceso de estimación con condiciones iniciales desconocidas, se necesita de un breve periodo de tiempo antes de que las estimaciones lleguen a converger y conforme avanza el tiempo estas oscilaciones disminuyen y el error tiende hacia cero.

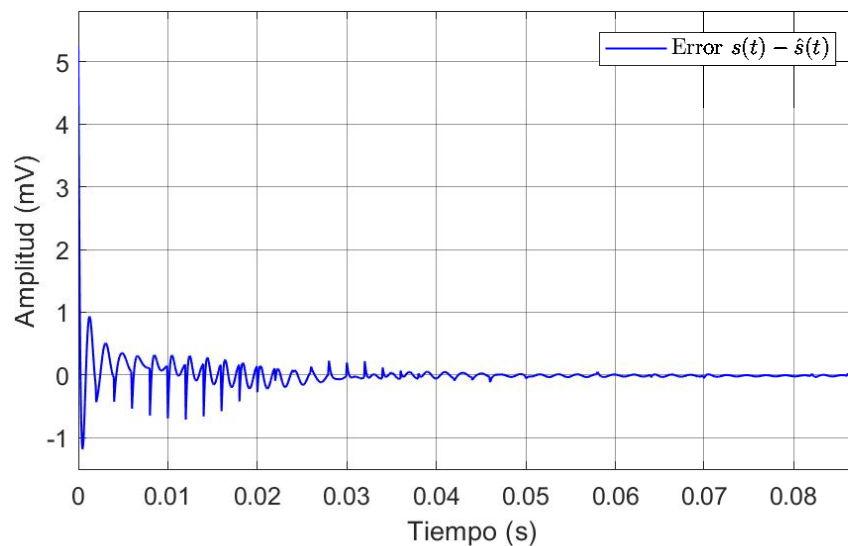


Figura 3.16: Acercamiento inicio del error  $s(t) - \hat{s}(t)$

### 3.5. Conclusiones del capítulo 3

Durante este capítulo se presenta el diseño de un observador de estado óptimo basado en el filtro de Kalman-Bucy. Además, se presentan los resultados obtenidos

por dicho observador, cuyo objetivo es estimar el contenido armónico de las señales ECG. Los resultados reportados en las gráficas, muestran que a pesar de tener una fase inicial de oscilaciones transitorias causadas por no conocer las condiciones iniciales y por otras perturbaciones, su comportamiento converge rápidamente, logrando una correcta estimación y con errores mínimos. El siguiente paso en esta investigación es la clasificación automática de las señales ECG. Dado que para este punto ya se obtuvieron características de las señales y de cada patología, estas características serán utilizadas para entrenar los clasificadores. En el siguiente capítulo se aborda el diseño y evaluación de los modelos de clasificación, así como el uso de métricas para medir su desempeño en la identificación de distintas clases.

## Capítulo 4

# Clasificación de Señales ECG

En este capítulo se aborda el uso de clasificadores para la identificación de patologías cardíacas, detallando los métodos empleados y los resultados obtenidos por los clasificadores.

### 4.1. Aprendizaje automático

El aprendizaje automático o en inglés *machine learning*, se encarga de estudiar cómo los sistemas o computadoras pueden mejorar su rendimiento en tareas específicas mediante el análisis de datos y el aprendizaje a partir de ellos. Este tipo de aprendizaje busca que los sistemas reconozcan patrones complejos y tomen decisiones basadas en esa misma información. Dentro de este aprendizaje hay un enfoque que se destaca por entrenar un modelo que tiene datos previamente etiquetados, este enfoque se llama aprendizaje supervisado. Y se le dice datos etiquetados porque incluyen una etiqueta la cual es la respuesta o la clase a la que pertenece el dato y de este modo se guía al modelo durante el aprendizaje [Han et al., 2012]. Otro enfoque de aprendizaje es el aprendizaje no supervisado, este aprendizaje implica analizar datos sin etiquetar, es decir, a diferencia del supervisado, no hay categorías definidas, entonces, este método se basa en agrupar datos similares [Han et al., 2012]. El aprendizaje semi-supervisado

es una mezcla del supervisado y no supervisado es decir utiliza datos etiquetados y no etiquetados para entrenar el modelo. Los datos etiquetados define las categorías o clases y los no etiquetados se utilizan para ajustar los límites que separan las categorías [Han et al., 2012]. Asimismo, este aprendizaje es capaz de identificar datos atípicos en los datos etiquetados. Como último aprendizaje, es el activo, el cual involucra a las personas para que ellas participen y etiqueten a los datos que no tienen etiqueta [Han et al., 2012].

En este trabajo de investigación se utiliza el enfoque de aprendizaje supervisado, ya que la base de datos para entrenar a los modelos cuenta con un conjunto de señales de ECG previamente etiquetadas según la patología correspondiente. En la siguiente sección se describen los clasificadores utilizados, así como sus características y métricas.

## 4.2. Métodos de Clasificación

Con el objetivo de clasificar distintas patologías cardíacas a partir de señales ECG, se emplean tres enfoques de aprendizaje automático, utilizando como características el contenido armónico extraído de dichas señales. Los clasificadores considerados son: redes neuronales, máquinas de soporte vectorial, y el algoritmo de los K-vecinos más cercanos.

**Redes Neuronales.** Son modelos que están basados en el funcionamiento del cerebro humano ya que cuenta con neuronas conectadas entre sí. Una red neuronal es un sistema compuesto por muchas unidades de procesamiento, como si fueran pequeños cerebros que trabajan en paralelo y aprenden de la experiencia [Haykin, 2009]. Es decir, una red neuronal es un cerebro artificial que aprende a partir de la experiencia con el fin de resolver problemas específicos como reconocimiento de patrones, pronóstico o clasificación.

La Figura 4.1 muestra la estructura de una red neuronal multicapa compuesta por tres capas distintas. Las flechas representan las conexiones existentes entre las neuronas, que a su vez representan los pesos sinápticos, que son valores que se van ajustando durante el aprendizaje de la red neuronal.

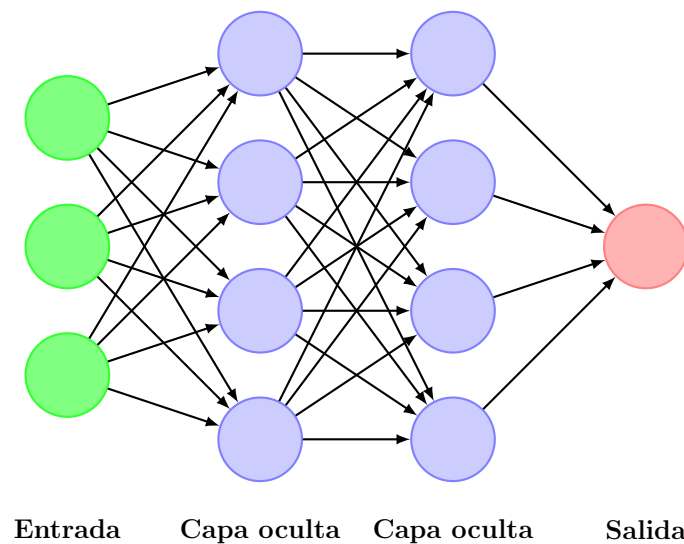


Figura 4.1: Red neuronal multicapa

La primera capa de la Figura 4.1 denominada como capa de entrada, tiene tres nodos de entrada que cada uno es una de las características de cada dato de entrada que se utilizan para entrenar la red neuronal. Las capas ocultas representan el procesamiento de los datos y contiene neuronas que hacen combinaciones de información ajustando parámetros con el objetivo de inferir el resultado correcto. Por último, la capa de salida es la que computa la predicción final, que en este caso corresponde a el diagnóstico de la patología. El modelo neuronal propuesto en este trabajo se compone de tres capas ocultas, cada una con 30 neuronas, y se emplea el algoritmo de optimización de Levenberg-Marquardt.

**Máquinas de Soporte Vectorial (SVM).** Las máquinas de soporte vectorial o por sus siglas en inglés SVM (*Support Vector Machines*), son un método de aprendizaje supervisado muy utilizado para tareas de clasificación. Este método utiliza un

mapeo no lineal para clasificar los datos en diferentes grupos y busca el mejor hiperplano que separe de forma óptima una clase de otra [Han et al., 2012]. El objetivo principal de este método es maximizar el margen entre los datos de las diferentes clases y lograr una separación clara y precisa. Por ejemplo, en la Figura 4.2 se muestra un caso con dos clases linealmente separables, este método busca dibujar una línea, es decir, el hiperplano que divida ambos conjuntos de datos con la mayor distancia posible entre los puntos más cercanos de cada clase para clasificarlas de forma precisa.

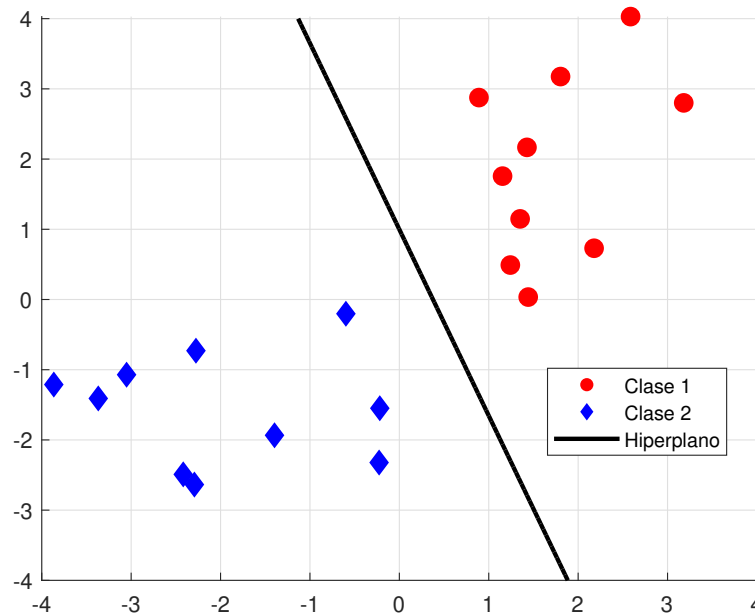


Figura 4.2: Clases de datos linealmente separables

Cuando los datos no pueden separarse mediante una línea recta, como en la Figura 4.3, el modelo SVM utiliza una técnica de transformación no lineal llamada **kernel**. Esta técnica transforma el espacio de datos originales a otro donde la separación sea posible y más sencilla como se ilustra en la Figura 4.4.

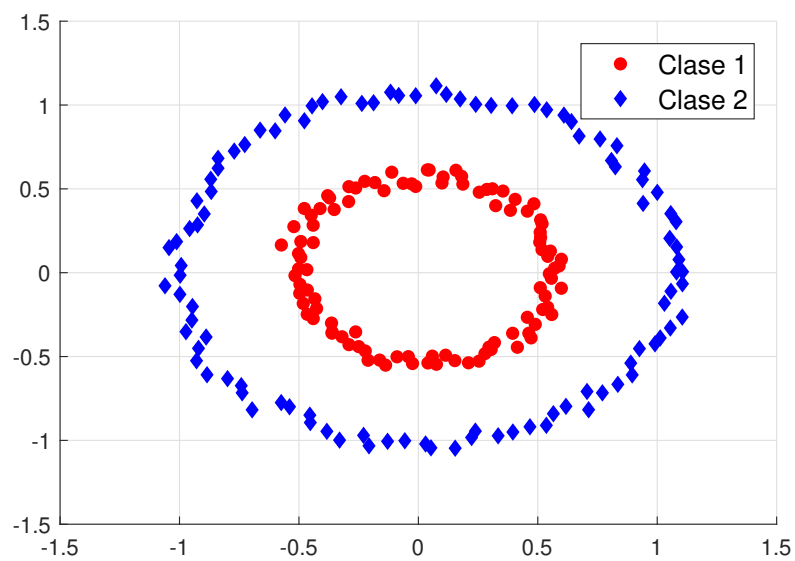


Figura 4.3: Clases de datos linealmente inseparables

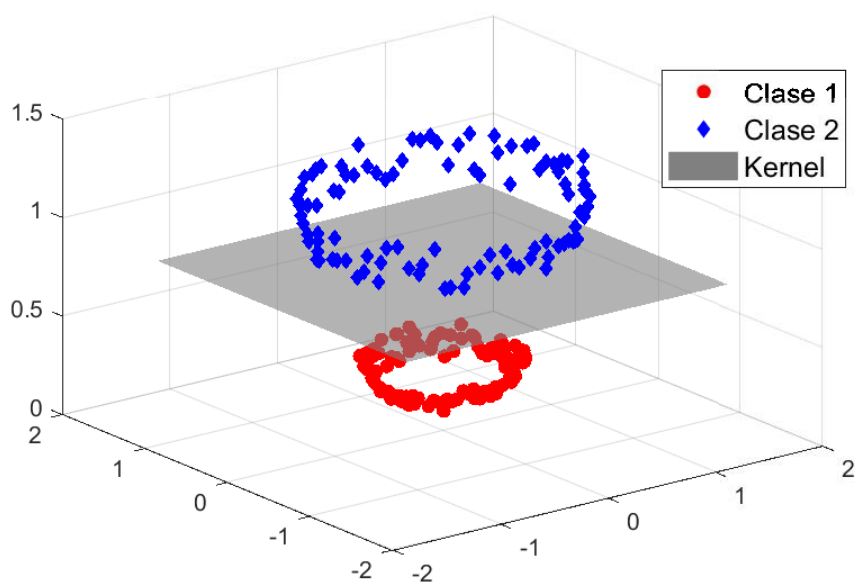


Figura 4.4: Kernel en SVM

Para la configuración del modelo SVM propuesto en este trabajo se utiliza un kernel polinomial de orden 3. Para el problema de clasificación multiclase se considera un enfoque de 'uno contra todos' (*one vs all*), en el cual se entrena el clasificador binario para cada clase, aprendiendo a diferenciar la clase del resto.

**Algoritmo K-vecinos más cercanos.** El algoritmo de  $K$  vecinos más cercanos, por su traducción del inglés *K-Nearest Neighbors (KNN)*, es un clasificador de aprendizaje supervisado, lo que significa que se entrena utilizando un conjunto de datos previamente etiquetados [Uddin et al., 2022]. En el caso de este trabajo, las bases de datos utilizadas, originalmente no contenían las clases etiquetadas, por lo que, fue necesario etiquetarlas manualmente con la patología correspondiente a cada señal. Cabe resaltar que, este algoritmo es muy útil cuando se tienen bases de datos pequeñas, como es el caso de esta investigación. El algoritmo KNN se basa en medir la proximidad de los datos existentes a un nuevo dato. En otras palabras, este algoritmo identifica los  $K$  vecinos más cercanos de los nuevos ejemplos utilizando un criterio de distancia. En MATLAB, se encuentran disponibles las funciones como criterio de distancia: Euclidiana, de Chebychev, de correlación, de coseno y de Mahalanobis. En esta investigación, se considera el algoritmo con  $K = 2$ , es decir, los dos vecinos más cercanos para decidir la clase del nuevo dato. Este valor se eligió porque permite mantener un buen equilibrio:  $K = 1$  suele ser muy sensible al ruido, mientras que valores más grandes pueden hacer que el clasificador pierda precisión. En las pruebas realizadas,  $K = 2$  mostró los mejores resultados, por lo que se adoptó en este trabajo. Como criterio de distancia se emplea la distancia Euclidiana. Finalmente, el algoritmo clasifica los nuevos datos en función de la mayoría de votos, eligiendo la clase mayoritaria asociada con sus 2 vecinos más cercanos.

Por ejemplo, la Figura 4.5 muestra el funcionamiento del algoritmo KNN. En dicha figura, se utiliza un nuevo dato de prueba que se muestra como una estrella verde, este será clasificado en la clase A o clase B. En el primer caso se utiliza  $K = 3$ , lo cual significa que para este caso se consideran los 3 datos existentes más cercanos al

nuevo dato. Estos datos existentes pertenecen a la clase A mostrada como triángulos rojos y la clase B como círculos azules, ahora, por votación mayoritaria el nuevo dato se asigna a la clase A debido a que obtuvo 2 votos mientras la clase B obtuvo 1 voto. Otro caso es para  $K = 12$  donde se toman en cuenta los 12 puntos más cercanos al dato de prueba. La clase B resulta ganadora de la votación mayoritaria al recibir 7 votos contra la clase A donde esta obtuvo 5.

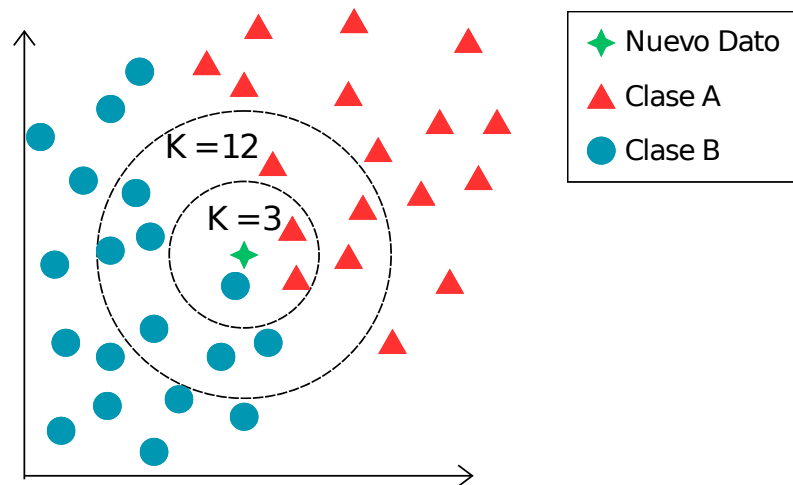


Figura 4.5: K-Nearest Neighbor (KNN)

### 4.3. Métricas

Algunos de los clasificadores presentan un rendimiento bajo, lo cual se determina mediante el análisis de distintas métricas de evaluación. Las métricas utilizadas son: la exactitud, la precisión, puntuación F1, puntuación F1 (micro), *recall* y el área bajo la curva por su traducción del inglés *area under the curve* (AUC). Estas métricas permiten cuantificar el desempeño de los modelos al clasificar correctamente las señales. Antes de definir las métricas, es importante conocer ciertas definiciones que se usan en la formulación matemática de las métricas.

**Clase Positiva:** Se refiere al evento de interés (por ejemplo, una patología cardíaca o la persona sana). **Clase negativa:** Son todas las demás clases que no corresponden a la positiva. **Verdaderos Positivos (VP):** Son los valores que el modelo predice como positivos y que realmente son positivos [Martin Ward Powers, 2011].

**Verdaderos Negativos (VN):** Corresponde a los valores que el algoritmo clasifica como negativos y que efectivamente realmente son negativos [Martin Ward Powers, 2011]. **Falsos Positivos (FP):** Se refiere a los valores que el modelo predice a una

clase como positiva cuando en realidad son negativas [Martin Ward Powers, 2011].

**Falsos Negativos (FN):** La predicción del modelo es negativa pero realmente es positiva [Martin Ward Powers, 2011].

A continuación, se definen las métricas a utilizar para medir el rendimiento de los clasificadores considerados en este trabajo:

**Exactitud:** Evalúa qué tan eficaz es el algoritmo en términos generales, ya que esta indica la cantidad de aciertos sobre el total de predicciones hechas [Sokolova et al., 2006, Google, ], definida matemáticamente como

$$\text{Exactitud} = \frac{VP + VN}{VP + VN + FP + FN}$$

**Precisión:** Refleja la confiabilidad de las predicciones, es decir, indica el porcentaje de datos que fueron clasificados como pertenecientes a una clase y que realmente pertenecen a la clase [Sokolova et al., 2006, Google, ].

$$\text{Precisión} = \frac{VP}{VP + FP}$$

**Tasa de verdaderos positivos:** También llamada como recall, calcula el número de casos positivos en el que el modelo de clasificación identifica correctamente [Sokolova et al., 2006, Google, , Fawcett, 2006].

$$\text{Recall} = \frac{VP}{VP + FN}$$

**Tasa de falsos positivos:** Representa el conjunto de datos negativos que son clasifi-

cados incorrectamente como positivos [Sokolova et al., 2006, Google, , Fawcett, 2006].

$$FPR = \frac{FP}{FP + TN}$$

**Puntuación F1:** Es una métrica que combina la precisión y la TPR, es útil cuando se trabaja con conjuntos de datos que presentan clases desbalanceadas [Han et al., 2012], como los utilizados en esta investigación.

$$F1 = 2 \cdot \frac{\text{Precisión} \cdot \text{Recall}}{\text{Precisión} + \text{Recall}}$$

**Característica Operativa del Receptor (ROC):** El grado de confianza que tiene un modelo sobre sus predicciones se puede evaluar a partir a partir de la curva característica operativa del receptor o por sus siglas en inglés ROC (Receiver Operating Characteristic). Esta curva se utiliza para analizar la confianza del clasificador en sus predicciones, mostrando en una representación gráfica la relación entre la tasa de verdaderos positivos y la tasa de falsos positivos [Gajjalavari and Vardhan, 2022]. A pesar de que la curva ROC no es una métrica por sí sola, sí permite obtener un valor de métrica: el área bajo la curva (AUC por sus siglas del inglés).

**Área Bajo la Curva (AUC):** Se usa para evaluar qué tan bien un modelo de clasificación puede distinguir entre diferentes clases. El valor del AUC varía entre 0.5 y 1, donde un valor más cercano a 1 significa un mejor clasificador, un valor de 1 representa un clasificador perfecto, mientras que un valor cercano a 0.5 muestra que el clasificador funciona al azar. Este valor representa la probabilidad de que el modelo clasifique una instancia positiva aleatoria con una puntuación más alta que una instancia negativa aleatoria [Fawcett, 2006]. En el caso de multiclases, un valor alto de AUC expresa que el clasificador tiene un alto nivel de clasificar correctamente las instancias de cada clase con respecto a las demás.

En la Figura 4.6 se muestran las curvas ROC obtenidas con el algoritmo KNN para cuatro clases: Clase 0 (Persona sana), Clase 1 (Arritmia), Clase 2 (Infarto de miocardio) y Clase 3 (Insuficiencia cardíaca). Cada curva de color representa el desempeño

del clasificador al distinguir una clase específica frente a las demás, mostrando la relación entre la tasa de verdaderos positivos (eje vertical) y la tasa de falsos positivos (eje horizontal). La línea diagonal punteada corresponde al desempeño de un clasificador aleatorio, es decir, uno que no logra distinguir entre clases. Es decir, cuando el área bajo la curva (AUC) es cercano a 0.5. En cambio, cuanto más cercana esté la curva a la esquina superior izquierda y cuanto más se acerque el valor de AUC a 1, mejor es el rendimiento del clasificador. Los puntos marcados en cada curva corresponden al punto operativo del clasificador, que indica el umbral en el cual se toma la decisión final de clasificación para esa clase.

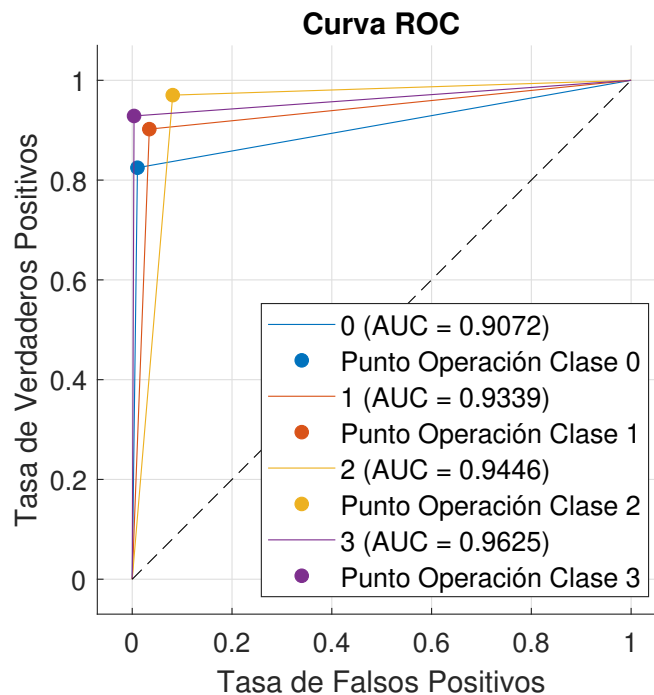


Figura 4.6: Evaluación del desempeño del clasificador KNN mediante curvas ROC.

Los resultados muestran que las cuatro curvas están claramente por encima de la línea aleatoria, lo que confirma que el clasificador KNN tiene una correcta capacidad de clasificación en todas las clases. La mejor curva corresponde a la Clase 3 (Insuficiencia cardíaca), con un AUC de 0.9625, lo que significa un desempeño alto. Por otro

lado, la Clase 0 (Persona sana) presenta el AUC más bajo, con un valor de 0.9072; sin embargo, este resultado sigue siendo un buen nivel de clasificación.

Una vez definidas las métricas, en la Tabla 4.1 se presentan los resultados obtenidos por los clasificadores KNN, MLP y SVM. Estas métricas permiten comparar el rendimiento de los modelos y determinar cuál ofrece una mejor capacidad de clasificación para las señales ECG. Como se puede observar, el clasificador KNN obtuvo los mejores resultados en las métricas utilizadas. Por ejemplo, KNN obtuvo una exactitud del 91.88 %, considerablemente alta a diferencia de MLP con 74.39 % y a SVM con 64.93 %. En términos generales, el clasificador KNN muestra un rendimiento mayor, superando a MLP por márgenes de entre 17 % y 20 % y a SVM por márgenes de entre 27 % y 36 % en la mayoría de las métricas. Por esta razón el clasificador KNN es seleccionado como el clasificador final para ser implementado en el sistema propuesto.

Tabla 4.1: Métricas

| <b>Métricas</b>  | <b>KNN</b> | <b>MLP</b> | <b>SVM</b> |
|------------------|------------|------------|------------|
| Exactitud        | 91.8831 %  | 74.3902 %  | 64.9351 %  |
| Precisión        | 90.7487 %  | 71.9593 %  | 62.7043 %  |
| F1 Score         | 92.0694 %  | 73.2253 %  | 56.258 %   |
| F1 Score (Micro) | 91.8831 %  | 74.3902 %  | 64.9351 %  |
| Recall           | 93.1023 %  | 74.0156 %  | 63.8375 %  |
| AUC              | 0.9370     | 0.9062     | 0.8695     |

## 4.4. Base de datos de ECG de diferentes patologías y resultados de clasificación

En esta investigación se emplean un total de 105 señales de ECG, 24 correspondientes a pacientes sanos, 29 con arritmia, 42 con infarto de miocardio y 10 con insuficiencia cardíaca. Cada una de estas señales incluye 10 ciclos cardíacos, lo que da como resultado un total de 1050 ciclos que son utilizados como base de datos para el entrenamiento del clasificador KNN. Para poner a prueba el desempeño del sistema se utilizan señales de ECG de validación, es decir, señales que no forman parte del entrenamiento del clasificador y que corresponden a las cuatro categorías consideradas: insuficiencia cardíaca, infarto de miocardio, arritmia y personas sanas. Para ello, se utiliza validación cruzada utilizando el 70 % de los datos para el entrenamiento y el 30 % para las pruebas. Cada señal de prueba contiene 10 ciclos cardíacos, donde el clasificador KNN realiza una predicción individual para cada ciclo y el diagnóstico final se determina mediante votación mayoritaria.

Los resultados obtenidos por el sistema se muestran en la Tabla 4.2, donde se observa que el sistema mantiene un desempeño consistente en todas las categorías, con valores de efectividad superiores al 93 %. El mejor resultado se obtuvo en la categoría de infarto de miocardio, con una efectividad de 93.7 %, seguido muy de cerca por arritmia con 93.6 %, insuficiencia cardíaca 93.3 % y finalmente, personas sanas con una efectividad de 93.1 %.

Tabla 4.2: Resultados de las pruebas

| Condición              | Pacientes | Ciclos Analizados | Efectividad |
|------------------------|-----------|-------------------|-------------|
| Insuficiencia cardíaca | 3         | 30                | 93.3 %      |
| Infarto de miocardio   | 11        | 110               | 93.7 %      |
| Arritmia               | 9         | 90                | 93.6 %      |
| Persona sana           | 5         | 50                | 93.1 %      |

Tabla 4.3: Comparación de métodos de clasificación

| Autor                                          | Método usado   | Patologías que detectan                                            | Exactitud               | Precisión               | F1 Score                | F1 Score (micro) | Recall                  | AUC         |
|------------------------------------------------|----------------|--------------------------------------------------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------|-------------------------|-------------|
| Hao Dang [Dang et al., 2019]                   | Deep CNN-BLSTM | Fibrilación auricular                                              | 96.54 %                 | N/A                     | N/A                     | N/A              | 99.93 %                 | N/A         |
| Yi Lu [Lu et al., 2021]                        | DSC-FL-CNN     | Arritmia                                                           | 98.55 %                 | 95 %                    | 94 %                    | N/A              | 93 %                    | 0.8698<br>- |
| Chang-Jiang [Zhang et al., 2024]               | CNN-LSTM-SE    | Insuficiencia cardíaca                                             | 99.09 %                 | N/A                     | N/A                     | N/A              | 99.03 %                 | N/A         |
| K. Manimekalai [Manimekalai and Kavitha, 2020] | EDN            | Infarto de miocardio                                               | 88.89 %                 | 97.76 %                 | 93.76 %                 | N/A              | 86.96 %                 | N/A         |
| Özal Yildirim [Özal Yildirim et al., 2018]     | 1D-CNN         | Arritmia                                                           | 91.33 %<br>-<br>95.2 %  | 89.52 %<br>-<br>92.52 % | 85.38 %<br>-<br>92.45 % | N/A              | 83.91 %<br>-<br>93.51 % | N/A         |
| U. Rajendra [Acharya et al., 2017]             | CNN            | 5 tipos de arritmias                                               | 93.47 %<br>-<br>94.03 % | N/A                     | N/A                     | N/A              | 96.01 %<br>-<br>96.71 % | N/A         |
| Este trabajo                                   | KNN            | Arritmia<br>Insuficiencia cardíaca<br>Infarto de miocardio<br>Sano | 91.88 %                 | 90.74 %                 | 92.06 %                 | 91.88 %          | 93.10 %                 | 0.9370      |

## 4.5. Comparación con otros métodos de clasificación

En la Tabla 4.3 se presenta una comparación entre el método de clasificación propuesto en este trabajo y otras investigaciones previas, estos métodos de clasificación son aplicados al análisis de señales ECG. En general, se observa que estos estudios se enfocan únicamente en detectar una sola patología y en algunos casos reportan pocas métricas. Por otro lado, en esta investigación se detectan cuatro patologías: arritmia, insuficiencia cardíaca, infarto de miocardio y personas sanas, lo que significa una clasificación más compleja por tener un mayor número de clases a considerar. A pesar de que algunos trabajos de la Tabla 4.3 tienen ciertas métricas mejores a las propuestas en este trabajo, se observa que el clasificador de este trabajo tiene un desempeño muy similar en todas sus métricas sin importar que su base de datos es multiclase.

## 4.6. Propuesta de diseño experimental

En la propuesta de diseño experimental se contempla el material necesario para implementar el sistema en condiciones reales. Este incluye electrodos para la captura de la señal ECG, un convertidor analógico-digital (ADC), una computadora para el procesamiento, así como una tarjeta de adquisición de datos como un microcontrolador, una Raspberry Pi o la tarjeta MicroLabBox. Con estos elementos sería posible realizar la adquisición y procesamiento de datos, permitiendo que el sistema entregue de manera inmediata los resultados de las posibles patologías. La Figura 4.7 presenta de forma más ilustrativa el proceso que se seguiría para el diagnóstico en un paciente.

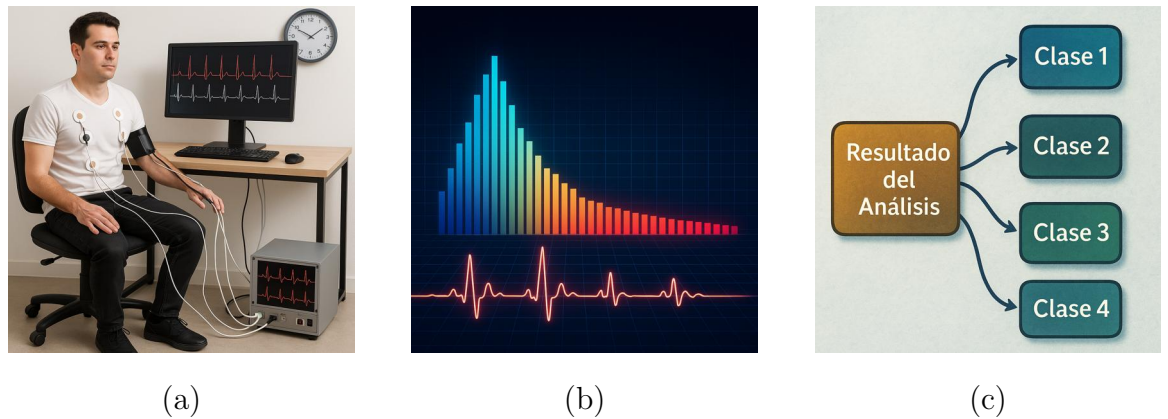


Figura 4.7: (a) Recepción de la señal ECG, (b) Estimación del contenido armónico, (c) Clasificación del ECG [OpenAI, 2024]

## 4.7. Conclusiones del capítulo 4

Este capítulo, correspondiente a la etapa de clasificación para diagnóstico, finaliza el proceso completo del sistema. Después de la adquisición de la señal ECG y de la extracción del contenido armónico mediante el observador de estado óptimo, se implementa la clasificación automática mediante algoritmos de clasificación. Para evaluar el desempeño de los tres clasificadores (MLP, SVM y KNN) se utilizan las métricas de exactitud, precisión, F1-score, F1-score (micro), recall y AUC. Los resultados muestran que, en un conjunto de datos limitado, KNN ofrece la mejor combinación de resultados de métricas, alcanzando resultados mayores al 91 %. Además, la curva ROC confirma su capacidad para distinguir correctamente entre las cuatro clases. En conclusión, el algoritmo KNN demuestra ser útil en el sistema propuesto para clasificar el contenido armónico de las señales ECG, proporcionando un alto nivel de confianza en el diagnóstico en línea. En el siguiente capítulo se mencionan todos los hallazgos de este trabajo, se discuten las fortalezas y limitaciones del sistema y se presentan trabajos a futuro que puedan mejorarlo.

## Capítulo 5

# Conclusiones

### 5.1. Conclusiones generales

Esta tesis aborda el desarrollo de un sistema para el diagnóstico automático de enfermedades cardíacas a partir de las señales ECG, las cuales representan la actividad eléctrica del corazón y contienen información muy importante sobre su funcionamiento. Este sistema se realiza desde la necesidad de detectar patologías cardíacas en etapas tempranas, ya que estas enfermedades representan una de las principales causas de muerte a nivel mundial y la detección temprana puede marcar la diferencia entre recibir un tratamiento o la muerte. Por esto, es que el desarrollo de herramientas de diagnóstico automáticas es importante. El sistema propuesto está estructurado en tres bloques principales. En el primer bloque, **Señal ECG**, se realiza la adquisición de las señales ECG. En esta etapa las señales se normalizan en amplitud, se ajusta el número de muestras y se eliminan los componentes no deseados. Este procesamiento se realiza con el objetivo de garantizar que los datos se interpreten correctamente en las siguientes etapas y no existan errores durante el análisis. En el segundo bloque, **Obtención de Contenido Armónico**, descrito con mayor detalle en el Capítulo 3, se realiza una de las etapas más importantes del proceso: la obtención del contenido armónico de las señales ECG. La obtención de este contenido es a través de un

modelo matemático basado en la serie de Fourier junto a un observador de estado óptimo (Filtro de Kalman-Bucy). Este procedimiento permite estimar con precisión y en línea el componente de corriente continua (DC) como también los componentes armónicos presentes en las señales de ECG. El Filtro de Kalman-Bucy sirve como una herramienta robusta y de gran adaptación ante variaciones en las señales ECG y también en presencia de ruido. Este diseño resulta de gran utilidad ya que permite que el sistema logre estimar las características espectrales de cada ciclo del ECG de manera eficaz. Cabe destacar que la estimación de parámetros no es exclusivo de esta investigación, también es una herramienta en diversos campos de la ingeniería, como en sistemas eléctricos, mecánicos y procesos industriales. Es por eso que, la estimación de parámetros en el análisis de señales biomédicas representa una gran herramienta entre la ingeniería y la medicina. El tercer bloque, **Clasificación para Diagnóstico** descrito en el Capítulo 4, se implementa la etapa de clasificación para obtener un diagnóstico automático. En esta etapa se analizan y se comparan tres algoritmos de clasificación: KNN, MLP y SVM. Los resultados obtenidos por las métricas muestran que el algoritmo KNN es el que obtiene el mejor desempeño en general, superando el 91 % en todas las métricas consideradas. Además, KNN presenta curvas ROC alejadas de la línea aleatoria, lo que significa una gran capacidad para distinguir entre clases. Por estas razones, KNN es el clasificador elegido para usarse en el sistema.

Finalmente, los resultados obtenidos al integrar todos los bloques del sistema demuestran que, a pesar de contar con una base de datos limitada y utilizar un número reducido de señales ECG de prueba, se obtienen resultados satisfactorios, con una efectividad superior del 92 % en todas las pruebas realizadas correspondientes a cada condición: insuficiencia cardíaca, infarto de miocardio, arritmia y personas sanas. El sistema se muestra como una herramienta confiable para el diagnóstico automático de enfermedades cardíacas, obteniendo resultados consistentes y precisos en general. Las fortalezas del sistema son su efectividad, su capacidad para estimar el contenido armónico mediante el filtro de Kalman-Bucy y su confiabilidad al clasificar señales

ECG mediante el algoritmo KNN. Sin embargo, durante el desarrollo de este sistema se presentaron algunas limitaciones. Principalmente, los tiempos de procesamiento en las simulaciones se vieron afectados debido a que, aunque el sistema está implementado en MATLAB, se utilizan módulos de Simulink que se llaman desde el programa principal, lo que incrementa la duración de la ejecución. A pesar de ello, las pruebas se realizaron con éxito, aunque con tiempos de espera prolongados. Otra limitación importante es el tamaño de la base de datos, ya que la pequeña cantidad de datos disponibles restringió la posibilidad de realizar un mayor número de pruebas.

Esta investigación demuestra cómo la combinación de métodos clásicos, como la serie de Fourier con técnicas modernas, como algoritmos de clasificación usando tecnologías actuales, puede dar como resultado un sistema eficaz, práctico y funcional. Asimismo, se muestra cómo la ingeniería puede contribuir a la medicina en el desarrollo de herramientas para el diagnóstico automático de enfermedades cardíacas.

## 5.2. Trabajo futuro

Analizando los resultados obtenidos de esta investigación, se proponen los siguientes trabajos a futuro:

1. **Construcción de un prototipo físico:** Implementar un prototipo físico que permita realizar pruebas en pacientes reales. Para este prototipo se planea utilizar electrodos para la adquisición de la señal ECG, una tarjeta de adquisición de datos y una computadora para el procesamiento en tiempo real y obtener el diagnóstico.
2. **Ampliación de la base de datos:** Se tiene pensado ampliar el número de señales ECG disponibles en la base de datos de esta investigación, lo cual podría mejorar el entrenamiento del clasificador y aumentar aún más la confianza del sistema. También se planea la incorporación de otras patologías cardíacas.

3. **Optimización del software:** Mejorar el rendimiento del sistema mediante la optimización del código, con el objetivo de reducir los tiempos de procesamiento y obtener diagnósticos más rápidos. Actualmente, el desarrollo se realizó en MATLAB y Simulink, por lo que implementar otras técnicas de programación puede acelerar el procesamiento.
4. **Nuevos clasificadores:** Probar nuevos algoritmos de clasificación, como por ejemplo redes neuronales convolucionales (CNN) o clasificadores híbridos, con el objetivo de que se pueda mejorar la parte de clasificación.
5. **Integración a hospitales:** Adaptar el sistema para que pueda integrarse en instituciones de la salud y pueda ser aprobado como herramienta para el diagnóstico médico.

# Referencias

- [Acharya et al., 2017] Acharya, U. R., Oh, S. L., Hagiwara, Y., Tan, J. H., Adam, M., Gertych, A., and Tan, R. S. (2017). A deep convolutional neural network model to classify heartbeats. *Computers in Biology and Medicine*, 89:389–396.
- [Antsaklis and Michel, 2006] Antsaklis, P. J. and Michel, A. N. (2006). *Linear Systems*. Birkhauser Boston.
- [Azcona, 2009] Azcona, D. L. (2009). *Libro de la salud cardiovascular del Hospital Clínico San Carlos y la Fundación BBVA*. Fundación BBVA, 1st edition edition.
- [Baim et al., 1986] Baim, D. S., Colucci, W. S., Monrad, E. S., Smith, H. S., Wright, R. F., Lanoue, A. A., Gauthier, D. F., Ransil, B. J., Grossman, W., and Braunwald, E. (1986). Bidmc congestive heart failure database. <https://doi.org/10.13026/C29G60>. Available on PhysioNet. Subset of data described in J. American College of Cardiology, vol. 7, no. 3, pp. 661–670, Mar. 1986.
- [Basantos Orbea et al., 2022] Basantos Orbea, A. B., Carrillo López, V. A., Aguilar Cobo, A. V., and Fiallos Godoy, J. A. (2022). Insuficiencia cardiaca, diagnóstico y tratamiento. *RECIMUNDO*, 6(1):34–50.
- [Bousseljot et al., 1995] Bousseljot, R., Kreiseler, D., and Schnabel, A. (1995). PTB Diagnostic ECG Database. <https://doi.org/10.13026/C28C71>. Available on PhysioNet.

- [Brogan, 1991] Brogan, W. L. (1991). *Modern Control Theory*. Prentice-Hall, 3rd edition edition.
- [Dang et al., 2019] Dang, H., Sun, M., Zhang, G., Qi, X., Zhou, X., and Chang, Q. (2019). Deep arrhythmia-diagnosis network for atrial fibrillation classification using electrocardiogram signals. *IEEE Access*.
- [de Luna, 2012] de Luna, A. B. (2012). *Electrocardiografía Clínica*. Engineering and Computer Science. P. Permanyer, 7th edition edition.
- [Dickstein and et al., 2008] Dickstein, K. and et al. (2008). Guía de práctica clínica de la sociedad europea de cardiología (esc) para el diagnóstico y tratamiento de la insuficiencia cardiaca aguda y crónica (2008). versión corregida 03/03/2010. *Revista Española de Cardiología*, 61(12):1231–1387.
- [Domínguez et al., 2006] Domínguez, S., Sebastián, J., Campoy, P., and Jiménez, A. (2006). *Control en el Espacio de Estado*. Pearson Educación, 2nd edition edition.
- [Fawcett, 2006] Fawcett, T. (2006). Introduction to roc analysis. *Pattern Recognition Letters*, 27:861–874.
- [Friedland, 1986] Friedland, B. (1986). *Control System Design: An Introduction to State-Space Methods*. Dover Publications.
- [Gajjalavari and Vardhan, 2022] Gajjalavari, S. and Vardhan, V. (2022). Multi-class classification using mixtures of univariate and multivariate roc curves. *Journal of Biostatistics and Epidemiology*, 8.
- [G.Luenberger, 1971] G.Luenberger, D. (1971). An introduction to observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 16(6):596–602.
- [Goldberger et al., 2000] Goldberger, A. L., Amaral, L. A. N., Glass, L., Hausdorff, J. M., Ivanov, P. C., Mark, R. G., Mietus, J. E., Moody, G. B., Peng, C.-K., and

- Stanley, H. E. (2000). PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals.
- [Google, ] Google. Machine learning crash course. <https://developers.google.com/machine-learning/crash-course>.
- [Grewal and Andrews, 2008] Grewal, M. S. and Andrews, A. P. (2008). *Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB*. Wiley, 3rd edition edition.
- [Hall, 2011] Hall, J. E. (2011). *Textbook of Medical Physiology*. Saunders/Elsevier, 12th edition edition.
- [Han et al., 2012] Han, J., Kamber, M., and Pei, J. (2012). *Data mining concepts and techniques*. Morgan Kaufmann Publishers, Waltham, Mass., 3rd edition edition.
- [Haykin and Van Veen, 2001] Haykin, S. and Van Veen, B. (2001). *Señales y sistemas*. Limusa.
- [Haykin, 2009] Haykin, S. S. (2009). *Neural networks and learning machines*. Pearson Education, 3rd edition edition.
- [Khalil, 1996] Khalil, H. (1996). *Nonlinear Systems*. Prentice Hall, 3rd edition edition.
- [Lu et al., 2021] Lu, Y., Jiang, M., Wei, L., Zhang, J., Wang, Z., Wei, B., and Xia, L. (2021). Automated arrhythmia classification using depthwise separable convolutional neural network with focal loss. *ScienceDirect - Biomedical Signal Processing and Control* 69, 2021.
- [Lugovaya, 2005] Lugovaya, T. S. (2005). ECG-ID Database. <https://doi.org/10.13026/C2J01F>. Available on PhysioNet.

- [Manimekalai and Kavitha, 2020] Manimekalai, K. and Kavitha, D. (2020). Deep learning methods in classification of myocardial infarction by employing ecg signals. *Indian Journal of Science and Technology*, 13(28):2823–2832.
- [Mantz, 2003] Mantz, R. J. (2003). *Observadores de estados*. Universidad Nacional de La Plata, Facultad de Ingeniería, Departamento de Electrotecnia, Cátedra de Control Moderno.
- [Marieb, 2008] Marieb, E. N. (2008). *Anatomía y Fisiología Humana*. PEARSON EDUCACIÓN, 9th edition edition.
- [Martin Ward Powers, 2011] Martin Ward Powers, D. (2011). Evaluation: From precision, recall and f-factor to roc, informedness, markedness correlation. *Journal of Machine Learning Technologies*, pages 37–63.
- [Martínez Ríos, 2014] Martínez Ríos, M. A. (2014). *Infarto Agudo de Miocardio*. Intersistemas, 1st edition edition.
- [Moody and Mark, 2001] Moody, G. and Mark, R. (2001). MIT-BIH Arrhythmia Database. <https://doi.org/10.13026/C2F305>. Available on PhysioNet.
- [Ogata, 2010] Ogata, K. (2010). *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación, 5th edition edition.
- [OpenAI, 2024] OpenAI (2024). Sora. <https://openai.com/sora>.
- [Oppenheim and Willsky, 1997] Oppenheim, A. V. and Willsky, A. S. (1997). *Signals and Systems*. Prentice Hall.
- [Organización Mundial de la Salud, 2024] Organización Mundial de la Salud (2024). Las diez causas principales de defunción.

- [Ornelas-Tellez et al., 2020] Ornelas-Tellez, F., Rico-Melgoza, J. J., Morfin-Magaña, R., and Ramos-Paz, S. (2020). Optimal dynamic harmonic extraction and suppression in power conditioning applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 67(9):7909–7918.
- [Ramos-Paz et al., 2022] Ramos-Paz, S., Ornelas-Tellez, F., and Rico-Melgoza, J. J. (2022). Dynamic harmonics–interharmonics identification and compensation through optimal control of a power conditioning application. *Electrical Engineering*.
- [Secretaría de Salud, 2022] Secretaría de Salud (2022). Cada año, 220 mil personas fallecen debido a enfermedades del corazón.
- [Secretaría de Salud, 2023] Secretaría de Salud (2023). Hasta 80 % de decesos por enfermedades cardiovasculares son prevenibles: Hospital general de México.
- [Sokolova et al., 2006] Sokolova, M., Japkowicz, N., and Szpakowicz, S. (2006). Beyond accuracy, f-score and roc: A family of discriminant measures for performance evaluation. volume Vol. 4304, pages 1015–1021.
- [Strauss and Schocken, ] Strauss, D. G. and Schocken, D. D. *Marriott’s Practical Electrocardiography*. Wolters Kluwer, 13th edition edition.
- [Tamargo and Delpón, 2016] Tamargo, J. and Delpón, E. (2016). *Fisiología humana*, 4e. McGraw-Hill Education, New York, NY.
- [Uddin et al., 2022] Uddin, S., Ibtisham Haque, Haohui Lu, M. A. M., and Gide, E. (2022). Comparative performance analysis of k-nearest neighbour (knn) algorithm and its different variants for disease prediction. *Scientific Reports*.
- [Uribe et al., 2010] Uribe, W., Duque, M., and Arango, E. (2010). Electrocardiografía y arritmias. *Revista Iberoamericana de Arritmología*.
- [Waller, 1887] Waller, A. D. (1887). A demonstration on man of electromotive changes accompanying the heart’s beat. *The Journal of Physiology*, 8(5):229–234.

- [World Heart Federation, 2023] World Heart Federation (2023). World heart report 2023: Confronting the world’s number one killer.
- [Yang et al., 2021] Yang, P., Wang, D., Zhao, W.-B., Fu, L.-H., Du, J.-L., and Su, H. (2021). Ensemble of kernel extreme learning machine based random forest classifiers for automatic heartbeat classification. *ScienceDirect - Biomedical Signal Processing and Control* 63, 2021.
- [Zhang et al., 2024] Zhang, C.-J., Yuan-Lu, and et al., F. T. (2024). Heart failure classification using deep learning to extract spatiotemporal features from ecg. *BMC Medical Informatics and Decision Making*, 24:17.
- [Özal Yildırım et al., 2018] Özal Yildırım, Pławiak, P., Tan, R.-S., and Acharya, U. R. (2018). Arrhythmia detection using deep convolutional neural network with long duration ecg signals. *Computers in Biology and Medicine*, 102:411–420.

# Alejandro Vidales Esquivel

## DIAGNÓSTICO DE ENFERMEDADES CARDÍACAS BASADO EN EL ANÁLISIS ARMÓNICO DEL ELECTROCARDIOGRAMA.pdf

 Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

### Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::3117:491219938

Fecha de entrega

3 sep 2025, 11:03 a.m. GMT-6

Fecha de descarga

3 sep 2025, 11:23 a.m. GMT-6

Nombre del archivo

DIAGNÓSTICO DE ENFERMEDADES CARDÍACAS BASADO EN EL ANÁLISIS ARMÓNICO DEL ELECTRO....pdf

Tamaño del archivo

6.0 MB

81 páginas

16.731 palabras

87.143 caracteres

# Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado  
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



A quien corresponda,

Por este medio, quien abajo firma, bajo protesta de decir verdad, declara lo siguiente:

- Que presenta para revisión de originalidad el manuscrito cuyos detalles se especifican abajo.
- Que todas las fuentes consultadas para la elaboración del manuscrito están debidamente identificadas dentro del cuerpo del texto, e incluidas en la lista de referencias.
- Que, en caso de haber usado un sistema de inteligencia artificial, en cualquier etapa del desarrollo de su trabajo, lo ha especificado en la tabla que se encuentra en este documento.
- Que conoce la normativa de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en particular los Incisos IX y XII del artículo 85, y los artículos 88 y 101 del Estatuto Universitario de la UMSNH, además del transitorio tercero del Reglamento General para los Estudios de Posgrado de la UMSNH.

| Datos del manuscrito que se presenta a revisión |                                                                                             |                            |
|-------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| Programa educativo                              | Facultad de Ingeniería Eléctrica División de Estudios de Posgrado                           |                            |
| Título del trabajo                              | DIAGNÓSTICO DE ENFERMEDADES CARDÍACAS BASADO EN EL ANÁLISIS ARMÓNICO DEL ELECTROCARDIOGRAMA |                            |
|                                                 | Nombre                                                                                      | Correo electrónico         |
| Autor/es                                        | Alejandro Vidales Esquivel                                                                  | alejandro.vidales@umich.mx |
| Director                                        | Fernando Ornelas Tellez                                                                     | fernando.ornelas@umich.mx  |
| Codirector                                      | José Ortiz Béjar                                                                            | jose.ortiz@umich.mx        |
| Coordinador del programa                        | J. Aurelio Medina Rios                                                                      | aurelio.medina@umich.mx    |

| Uso de Inteligencia Artificial |             |                                                                    |
|--------------------------------|-------------|--------------------------------------------------------------------|
| Rubro                          | Uso (sí/no) | Descripción                                                        |
| Asistencia en la redacción     | no          | No se usó                                                          |
| Traducción al español          | no          | No se usó                                                          |
| Traducción a otra lengua       | sí          | Traducción de español a inglés mediante Google Traductor y ChatGPT |

# Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado  
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



| Uso de Inteligencia Artificial             |             |                                                                                    |
|--------------------------------------------|-------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| Rubro                                      | Uso (sí/no) | Descripción                                                                        |
| Revisión y corrección de estilo            | sí          | Corrección de gramática y de puntuación mediante ChatGPT                           |
| Análisis de datos                          | no          | No se usó                                                                          |
| Búsqueda y organización de información     | no          | No se usó                                                                          |
| Formateo de las referencias bibliográficas | no          | No se usó                                                                          |
| Generación de contenido multimedia         | sí          | Se generaron 3 figuras mediante el uso de una inteligencia artificial llamada Sora |
| Otro                                       | no          | No se usó                                                                          |

| Datos del solicitante |                                              |
|-----------------------|----------------------------------------------|
| Nombre y firma        | Alejandro Vidales Esquivel                   |
| Lugar y fecha         | Morelia Michoacán a 03 de septiembre de 2025 |