



**UNIVERSIDAD MICHOACANA
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL

PROGRAMA DE DOCTORADO EN INGENIERÍA CIVIL

**Metodología para la estimación de la sequía hidrológica considerando el
efecto del cambio climático mediante copulas.**

Tesis para obtener el grado de

DOCTOR EN INGENIERÍA CIVIL

Presenta:

Giovanni Carlo Flores Fernández

MC. en Ingeniería Ambiental

Director de Tesis:

Dra. Sonia Tatiana Sánchez Quispe

Co-Director de Tesis:

Dr. Abel Solera Solera

Morelia, Michoacán, octubre de 2025

Resumen

El presente trabajo propone una metodología integral para la estimación y caracterización de la sequía hidrológica bajo escenarios de cambio climático, mediante la aplicación de funciones de cópula para la integración multivariada de variables hidrometeorológicas. El estudio se desarrolla en la cuenca del río Ángulo, Michoacán, donde se analizaron series históricas y proyecciones climáticas del programa CORDEX bajo el escenario RCP 8.5, incorporando procesos de corrección de sesgo, desestacionalización y remoción de tendencia. Se implementaron los índices SPI, SDI y SGI como variables de entrada para la generación de cópulas bivariadas y trivariadas, obteniendo el Índice de Sequía Multivariado (MSDI). La modelación permitió identificar la respuesta conjunta de la precipitación, el escurrimiento y el nivel freático ante las condiciones de sequía simuladas, mostrando mayor persistencia e intensidad en los horizontes futuros.

Los resultados indican que las cópulas trivariadas del tipo Frank y Gumbel presentaron un mejor ajuste estadístico y una mayor capacidad para describir los periodos de sequía compuesta, superando a los índices univariados y bivariados en la detección de eventos extremos. La metodología desarrollada demuestra ser replicable y adaptable a otras regiones con información hidrológica limitada, constituyendo una herramienta de apoyo para la gestión de los recursos hídricos y la evaluación de la vulnerabilidad ante el cambio climático.

Palabras clave: multivariado, modelación, probabilidad conjunta, CORDEX, vulnerabilidad hídrica.

Abstract

This study proposes an integrated methodology for the estimation and characterization of hydrological drought under climate change scenarios through the application of copula functions for multivariate integration of hydrometeorological variables. The research was conducted in the Angulo River Basin, Michoacán, using historical records and CORDEX climate projections under the RCP 8.5 scenario, including bias correction, deseasonalization, and trend removal processes. The SPI, SDI, and SGI indices were employed as input variables for the generation of bivariate and trivariate copulas, leading to the Multivariate Standardized Drought Index (MSDI). The modeling allowed identifying the joint response of precipitation, streamflow, and groundwater level under simulated drought conditions, revealing greater persistence and intensity in future horizons.

Results showed that the trivariate Frank and Gumbel copulas provided a better statistical fit and enhanced capacity to represent compound drought events, outperforming univariate and bivariate indices in detecting extreme conditions. The developed methodology proved replicable and adaptable to other regions with limited hydrological information, serving as a practical tool for water resources management and climate change impact assessment.

Índice

1 Contenido

1	Introducción	7
2	Planteamiento del Problema	10
3	Justificación	12
4	Objetivos	14
5	Hipótesis.....	16
6	Marco Teórico	17
6.1	Definición de parámetros y procesamiento	17
6.1.1	Meteorológicos.....	17
6.1.2	Hidrométricos	19
6.1.3	Piezometría.....	19
6.2	Consistencia de datos meteorológicos	20
6.2.1	Prueba de Helmer	21
6.2.2	Examen Secuencial	21
6.2.3	Límites de independencia de Anderson	22
6.2.4	Prueba t de student.....	23
6.2.5	Prueba de Cramer.....	23
6.2.6	Compleción de series de precipitación	24
6.3	Modelos Hidrológicos	28
6.3.1	Clasificación de Modelos	29
6.3.2	Modelación Superficial.....	29
6.3.3	Modelación Subterránea.....	30
6.3.4	Modelos y Software de modelación seleccionados	31
6.3.4.1	Módulo EVALHID.....	31
6.3.4.2	Modelo TÉMEZ.....	32
6.3.4.3	Modelo AQUIVAL.....	41
6.4	Cambio Climático	48
6.4.1	Modelos de Circulación General y escenarios de emisión.	48
6.4.1.1	Reducción de Escala de GCM's	50
6.4.2	Proyecto de Intercomparación de Modelos Acoplados Fase 5 (CMIP5)	51

6.4.3	Experimento Regional Coordinado de Reducción de Escala Climática (CORDEX).....	57
6.4.4	Series Meteorológicas con Cambio Climático	60
6.4.4.1	Corrección del sesgo	61
6.4.4.2	Anomalía climática.....	63
6.4.4.3	Tendencia y Estacionalidad.....	65
6.5	Sequía	69
6.5.1	Índices de Sequía	71
6.5.2	Caracterización de la Sequía.....	79
6.5.3	Índice Multivariado	80
6.5.3.1	Copulas	81
7	Estado del Arte	99
8	Metodología	103
8.1	Caracterización de la Zona de Estudio	104
8.2	Recopilación y análisis de datos	104
8.3	Modelación Hidrológica Superficial	106
8.4	Modelación Hidrológica Subterránea	107
8.5	Modelación con cambio climático.	107
8.6	Corrección del sesgo.	108
8.7	Desestacionalización.....	109
8.8	Cálculo de Índices de Sequía y caracterización.....	110
8.9	Generación de Índice Híbrido	110
8.10	Repositorio de Consulta.....	111
9	Resultados	113
9.1	Recopilación de datos.....	120
9.2	Estaciones Meteorológicas	126
9.3	Estaciones Hidrométricas	130
9.4	Piezometría	132
9.5	Series Meteorológicas con Cambio Climático	133
9.6	Modelación Hidrológica Superficial – Modelo Evalhid	135
9.7	Modelación Hidrológica Subterránea – Modelo Aquival.....	138
9.8	Índices de Sequía	141
9.8.1	Análisis de SPI	143

9.8.1.1	Estación 16100.....	154
9.8.1.2	Estación 16159.....	161
9.8.1.3	Estación 16225.....	168
9.8.2	Análisis de SPEI	174
9.8.2.1	Estación 16100.....	179
9.8.2.2	Estación 16159.....	187
9.8.2.3	Estación 16225.....	194
9.8.3	Análisis de SDI.....	201
9.8.3.1	Estación 12014.....	204
9.8.3.2	Estación 12415.....	210
9.8.3.3	Estación 12713.....	217
9.8.4	Análisis de SGI.....	224
9.9	Análisis de Sequía con Cambio Climático	233
9.9.1	Corrección del sesgo.....	236
9.9.1.1	Análisis en cuenca alta (estación 16100)	241
9.9.1.2	Análisis en cuenca media (estación 16225)	255
9.9.1.3	Análisis en cuenca baja (estación 16159).....	265
9.9.2	Índices de Sequía con Cambio Climático	274
9.9.3	Desestacionalización de series	280
9.10	Índice de Sequía Multivariado por Copulas Bivariadas	291
9.11	Índice de Sequía Multivariado por Copulas Trivariadas	305
9.11.1	Índice MSDI por copula trivariada - desestacionalización	321
9.11.2	Índice MSDI por copula trivariada desestacionalizada – bajo modelos CORDEX	325
9.12	Comparativa histórica y de pronóstico de índices.....	339
9.12.1	Análisis histórico (2000-2019).....	342
9.12.2	Análisis de periodo de validación temprana (2020-2025)	348
9.13	Repositorio de consulta y replicabilidad del análisis de cópulas.....	377
10	Conclusiones.....	379
11	Referencias.....	385
12	Anexo.....	394
12.1	Desestacionalización zona cuenca media.....	394
12.2	Desestacionalización zona cuenca baja	397

1 Introducción

El agua además de representar un recurso natural de gran importancia tiene un enorme valor económico y vasta influencia en la subsistencia de distintas comunidades, que hacen deseable su uso debido a sus diferentes características, denotando su calidad, abundancia, naturaleza y protección ante elementos contaminantes en relación a la profundidad del acuífero. En México ante la disminución del agua superficial, la explotación del agua subterránea surge como un medio para satisfacer las demandas, que dependiendo de la región hidrológica pueden ser muy variables, así mismo la existencia y/o reserva del recurso.

Ante lo anterior se hace necesario la gestión adecuada del recurso hídrico garantizando su protección, disponibilidad y calidad, ya que determinan en gran medida las principales actividades económicas y de subsistencia del país. A través de la modelación de la evolución de los niveles piezométricos de los mantos freáticos, partiendo de la caracterización de la zona de interés por medio de estudios y monitoreo, es posible determinar las recargas y descargas en un acuífero, permitiendo de esta forma plantear un punto de partida para la administración adecuada del recurso. (Pulido-Velazquez et al., 2007)

Debido al incremento poblacional en zonas urbanas en los últimos años se ha generado un aumento en la demanda de agua subterránea, a su vez se tiene un aumento en las actividades antropogénicas que alteran la protección natural de los acuíferos, con efectos persistentes en el tiempo; de forma similar a los producidos por cambio climático (Hernández B. et al., 2012), potenciando eventos extremos regionales consecuentes como las sequías (Dobler-Morales y Bocco, 2021).

La alteración del clima debido a fluctuaciones naturales ha sido reconocida desde el siglo XIX por estudios geológicos centrados en la era cenozoica, pero no fue sino hasta finales de la década de 1950 que se aceptó formalmente la influencia directa de las actividades humanas sobre el sistema climático global, esto sustentado en evidencia

científica que demostró que la energía generada por procesos antropogénicos interfiere con la evolución natural del clima, identificando a las emisiones de gases de efecto invernadero como el principal causante del actual proceso de calentamiento global. (J. Martínez y Fernández Bremauntz, 2004).

La gestión y toma de decisiones en torno al aprovechamiento del recurso hídrico enfrenta un grado considerable de incertidumbre asociado a los efectos del cambio climático, particularmente por las alteraciones en la temperatura y los patrones de precipitación. Estas variables impactan directamente procesos clave del ciclo hidrológico, como el escurrimiento superficial, la infiltración y la recarga, condicionando así la disponibilidad del agua subterránea.(Pernía LLera y Fornés Azcoiti, 2009)

Como consecuencia, se anticipa un incremento en la demanda del agua subterránea, impulsado por el aumento de las temperaturas y la reducción en la disponibilidad del recurso hídrico superficial. Esta presión adicional sobre los acuíferos puede derivar en una disminución de su volumen disponible, así como en modificaciones en sus características fisicoquímicas y alteraciones en los ecosistemas que dependen directamente de este recurso (IPCC, 2014); la disminución del volumen por periodos de tiempo significativos puede propiciar la aparición de sequía en los diferentes entornos relacionados al ciclo hidrológico, teniendo como consecuencia agotamiento de los niveles piezométricos con una serie de efectos adversos en las condiciones socio económicas, agrícolas y ambientales (Mustafa et al., 2017).

Por tanto, se vuelve imprescindible incorporar el efecto del cambio climático y de los eventos climáticos extremos asociados en el análisis del comportamiento hidráulico de los acuíferos, con el objetivo de prevenir alteraciones irreversibles en los niveles freáticos, ya que estos desequilibrios podrían favorecer procesos de degradación ambiental como la desertificación, e incluso, en ciertos contextos, la intrusión salina en zonas costeras (CONAGUA y SEMARNAT, 2018), siendo el enfoque de este trabajo evaluar y caracterizar la sequía hidrológica bajo diferentes indicadores ligados al ciclo hidrológico, considerando a partir de procesos de modelación las alteraciones

meteorológicas en la evolución de los sistemas de agua superficial y subterránea, relacionadas a los modelos de circulación general climática y trayectorias de concentración representativas (RCP) de mayor relevancia en el país, a corto, mediano y largo plazo.

2 Planteamiento del Problema

El análisis de la sequía a nivel nacional en México es llevado a cabo por la CONAGUA, esta se aborda a partir del monitoreo continuo y a gran escala del fenómeno (CONAGUA y SEMARNAT, 2018), partiendo de la generación de índices de sequía que se acotan a bases de datos meteorológicos e hidrométricos, que a pesar de tener una actualización constante está limitada por el reducido número de ubicaciones donde son registrados dichos valores, teniéndose una extrapolación de los valores del índice del fenómeno de grandes proporciones que podría no representar las características locales/regionales de la sequía (Lobato-Sánchez, 2016)

La revisión de la sequía a menor escala suele llevarse a cabo de forma particular para las regiones con menor distribución de precipitación pluvial, principalmente en cuencas y/o estados con bajos índices de agua renovable, enfocada generalmente en la repercusión sobre el sector agrícola, ya que afecta de forma considerable el aspecto socioeconómico de estas regiones (Guerra-Martínez et al., 2021; Salas-Martínez et al., 2021) ; el agua subterránea es aprovechada en gran medida para esta y otras actividades antropogénicas, a pesar de esto son pocas las evaluaciones que se realizan sobre la afectación de la sequía sobre los acuíferos, debido principalmente a la dificultad que supone considerar todos los aspectos relacionados a estos, por su naturaleza subterránea

A su vez los registros sobre los niveles freáticos de estos sistemas son relativamente escasos, siendo una de las razones por las que no son considerados en la evaluación de la sequía, siendo particularmente relevante precisar métodos para la estimación de estos valores cuando son insuficientes o nulos, así como su integración dentro del análisis de la sequía, con el fin de proporcionar un panorama más completo del fenómeno.

Por otro lado, los enfoques previamente mencionados de la sequía se realizan sobre los valores históricos de los parámetros considerados, por lo cual la caracterización es sobre el fenómeno ya ocurrido, a partir de ellos es posible evaluar su comportamiento a futuro, pero el constante y variable cambio del clima tanto por factores naturales como antropogénicos, vuelve la predicción del fenómeno más complicado.

Las revisiones de cambio climático que llegan a producirse se centran en análisis a corto plazo, debido a la multitud de problemas relacionados con el abastecimiento, sobreexplotación y distribución del recurso hídrico que son apremiantes para el futuro cercano, dejando de lado la exploración a horizontes más distantes, donde las consecuencias podrían ser mucho más severas y prolongadas (IMTA, 2013; UCS, 2021), por lo que se hace necesario examinar los posibles escenarios de cambio climático y su repercusión en los parámetros meteorológicos, en los sistemas hídricos y en los fenómenos extremos como la sequía.

3 Justificación

Los acuíferos conforman una parte importante en el desarrollo del ciclo hidrológico, pues parte del agua contenida en estos depósitos subterráneos es aportado a otros cuerpos de agua y escurrimientos superficiales o desembocan al mar, estos cuerpos dependen en gran parte de la forma en que los eventos climatológico se desarrollan y el aumento de temperatura en el planeta de las últimas décadas, han originado varios cambios muy significativos, entre los que encontramos: mayor cantidad de precipitaciones, veranos con temperaturas altas, inviernos más crudos, incremento en el nivel del mar, deshielo de las masas polares, fractura de glaciares, mayor cantidad de incendios forestales, tormentas de arena de mayor intensidad y longitud y mayor nubosidad.(Cámara de Diputados, 2014)

Existen acuíferos dentro del país que presentan un constante descenso de los niveles piezométricos principalmente por las demanda del sector agrícola en la región y por el uso urbano ,sirviendo a las localidades dentro del sistema de acuíferos que dependen únicamente de este medio para la obtención del recurso, aunado a lo anterior se tiene una insuficiencia de registros sobre los niveles de agua e inexistencia de una red de monitoreo de pozos de extracción continua para definir correctamente los niveles piezométricos, ejemplo de lo anterior son los acuíferos Zacapu y Pastor Ortiz (CONAGUA, 2020a, 2020b).

Se produce entonces un desconocimiento alarmante del funcionamiento hidráulico de los acuíferos que se encuentran vulnerados y que bajo los próximos escenarios de cambio climático podría a llegar a ser aún mayor por la relación entre elevación de temperatura, aumento de la evapotranspiración, reducción de cuerpos de agua y disminución de la infiltración a mantos acuíferos; lo anterior puede desembocar en el agravamiento de fenómenos meteorológicos extremos, haciéndose más significativo su estimación y análisis.

Por ello la evaluación de la sequía hidrológica integrando diferentes etapas del ciclo hidrológico a partir de la estimación de índices, que tienen como bases indicadores como la precipitación, escurrimiento y niveles freáticos, descritos a través de procesos

de modelación es un procedimiento que puede proporcionar una perspectiva más integral del fenómeno (Nalbantis y Tsakiris, 2009), adicionalmente la incorporación de la posible evolución de los sistemas hídricos ante los cambios meteorológicos (precipitación y temperatura) que se producen bajo los Modelos de Circulación General (MCG) planteados en la actualización de escenarios de cambio climático basados en el Proyecto de Intercomparación de Modelos Acoplados (CMIP), permitirían el establecimiento de las características de la sequía en cuanto a su aparición, predicción y definición de áreas de vulnerabilidad, permitiendo de esta manera realizar toma de decisiones, acciones de adaptación, conservación o implementación de sistemas de alerta temprana (Martinez-Austria, 2020).

4 Objetivos

Objetivo General

Generar una metodología para evaluar y caracterizar la sequía hidrológica por medio de un índice multivariado a partir de la integración de índices de sequía vinculados al comportamiento regional de la precipitación y temperatura (SPI, SPEI), escurrimiento (SDI) y niveles piezométricos (SGI) siguiendo procesos de estandarización de los parámetros, estimados por medio de procesos modelación-simulación de los sistemas hidrológicos superficiales y subterráneos, considerando los efectos del cambio climático con base en los RCP, que parten del ensamble ponderado de modelos de circulación general pertenecientes al CMIP5, para el periodo de proyección 2015-2099.

Objetivos Específicos

- a) Aplicar el modelo de evaluación y caracterización de la sequía hidrológica centrado en los acuíferos Zacapu y Pastor Ortiz con el fin de considerar regiones con y sin sobreexplotación.
- b) Simular el funcionamiento hidráulico de los acuíferos considerados, para la estimación de la evolución piezométrica histórica
- c) Simular el funcionamiento hidráulico de los acuíferos considerados bajo los escenarios de cambio climático, con el fin de estimar la probable evolución futura de la piezometría.
- d) Calcular los índices estandarizados de precipitación, escurrimiento y de niveles de aguas subterráneas a partir de los datos provenientes de los registros meteorológicos y simulación de modelos hidrológicos para su integración en el índice híbrido.

-
- e) Caracterizar la sequía en base a su intensidad, severidad, magnitud, duración, frecuencia y extensión, para contar con una descripción prudente del fenómeno.
 - f) Generar un índice híbrido que permita analizar de forma integral la sequía hidrológica de la región estudiada considerando la presencia de sequía de acuerdo a los indicadores del inciso d).
 - g) Evaluar el efecto del cambio climático sobre la sequía a partir de los valores proyectados de precipitación y temperatura provenientes de los modelos HADGEM2, MPI-ESM-MR y CNRMCM5 de los proyectos del Experimento Regional Coordinado de Reducción de Escala Climática (CORDEX), con el fin de identificar las distintas variaciones en la caracterización del fenómeno de acuerdo a los diferentes escenarios.
 - h) Generar un repositorio de consulta sobre los resultados obtenidos y el proceso de estimación del índice multivariado de sequía a partir de datos de entrada relacionados a los parámetros de relevancia para el usuario.

5 Hipótesis

El efecto del cambio climático y la sequía, concretamente los cambios de los parámetros climáticos de temperatura y precipitación en el funcionamiento de los acuíferos podría llegar a reflejar un mayor déficit del recurso hídrico en el corto, mediano y largo plazo, ya que el aumento de temperaturas y disminución de lluvia intensificarán la intensidad y duración de estos eventos extremos.

La modelación y simulación hidrológica tanto superficial como subterránea aunada al uso de un índice mixto que considere más de un índice de sequía relacionado a las distintas etapas del ciclo hidrológico, así como la caracterización de esta anomalía climática podría proporcionar una inspección más completa sobre el fenómeno de la sequía, adicionalmente al considerar el efecto del cambio climático en un horizonte de proyección se podría conocer el comportamiento probable de los sistemas hídricos y factible evolución de la sequía, permitiendo proveer de un marco preventivo bajo el cual se pueden establecer planes de mitigación o decisiones sobre el aprovechamiento del recurso.

6 Marco Teórico

El estudio de la sequía bajo la revisión de índices requiere de un registro considerable de parámetros vinculados a la circulación o presencia del agua en el entorno analizado, estos pueden ser datos meteorológicos, caudales, demandas hídricas por derivación y extracción, niveles freáticos, etc.

Algunos de estos datos requieren de pruebas estadísticas con el fin de verificar que se comportan bajo la naturaleza propia de la categoría a la que pertenece, como el caso de la precipitación y esorrentía. En el caso de las series de cambio climático es necesario corregir el sesgo por los procesos de modelación antes de ser utilizados.

La escasez o inexistencia de parámetros como el escurrimiento y los niveles de agua subterránea hace necesario examinar alternativas para la estimación de los valores probables de ocurrencia, en el caso de los sistemas hídricos su dinámica es compleja y considera una gran cantidad de elementos, por lo cual se vuelve necesario utilizar representaciones simplificadas de los sistemas reales, ya sea de forma física o matemática, denominados modelos hidrológicos

6.1 Definición de parámetros y procesamiento

6.1.1 Meteorológicos

Son las series temporales correspondientes a la temperatura y precipitación en la zona de estudio, obtenidos a partir de la base de datos de estaciones climáticas de México a través del CLimate COMputing project (CLICOM) y del Servicio Meteorológico Nacional (SMN).

Las estaciones meteorológicas consideradas en el estudio son localizadas espacialmente mediante herramientas de Sistemas de Información Geográfica (SIG), permitiendo su análisis en relación con la extensión y características físicas de la cuenca. Con base en dicha distribución espacial, se realiza un proceso de

discretización orientado a identificar aquellas estaciones que brinden una representación adecuada de las condiciones de precipitación y temperatura en el área de estudio

A partir de este análisis, se lleva a cabo la selección de las estaciones principales mediante un esquema de ponderación a través de diferentes variables, el cual asigna pesos específicos según intervalos definidos entre los valores mínimos y máximos observados para cada parámetro climático (Tabla 6.1). Este procedimiento permite priorizar las estaciones más representativas de acuerdo con su comportamiento relativo frente a los rangos establecidos

Dichas variables son:

- ❖ Número de años
- ❖ Periodo de Información
- ❖ % de Vacíos

Tabla 6.1 Ejemplo de rangos de ponderación de acuerdo a las variables consideradas

Intervalos de tiempo			%Vacíos			No. Años		
Peso			Peso			Peso		
1923	1937	1	0	11.45875	8	0	23.5	1
1937	1951	2	11.45875	22.9175	7	23.5	39	2
1951	1965	3	22.9175	34.37625	6	39	54.5	3
1965	1979	4	34.37625	45.835	5	54.5	70	4
1979	1993	5	45.835	57.29375	4			
1993	2007	6	57.29375	68.7525	3			
			68.7525	80.21125	2			
			80.21125	91.67	1			

Las estaciones con mayor peso acumulativo, son las que se considera presentan las mejores características de acuerdo a las variables utilizadas, aunque la cobertura total de la cuenca con las estaciones seleccionadas es otro factor a tener en cuenta con el fin de favorecer los subsecuentes procesos.

6.1.2 Hidrométricos

Es la información ligada a los caudales de agua que circulan en la sección transversal de un río o canal en la unidad de tiempo, la cual permite lograr una mayor eficiencia en la programación, ejecución y evaluación del manejo del agua en un sistema de aprovechamiento superficial.

Esta información es registrada en distintos puntos de interés por medio de estaciones hidrométricas a lo largo de la red hidrográfica nacional, la cual puede ser consultada a través del Banco Nacional de Datos de Aguas Superficiales (BANDAS) de CONAGUA.

6.1.3 Piezometría

Se refiere a la medición de la altura del nivel freático en acuíferos libres, expresada respecto al nivel medio del mar. Estas mediciones se realizan mediante sondas de nivel, dispositivos que funcionan a partir del cierre de un circuito eléctrico cuando el sensor detecta contacto con la lámina de agua, permitiendo registrar la profundidad.

Las redes de monitoreo constituyen una herramienta fundamental para la obtención sistemática y confiable de datos hidrodinámicos. No obstante, su implementación y mantenimiento pueden implicar costos elevados. Aunque la Comisión Nacional del Agua (CONAGUA) dispone de una red nacional de consulta piezométrica que abarca una proporción importante de aprovechamientos subterráneos, existen zonas donde esta cobertura es insuficiente, por lo que resulta necesario complementar con campañas de medición independientes.

Durante los meses de noviembre y diciembre de los años 2007 y 2014 ante la inexistencia de un registro en la región ligada a los acuíferos Zacapu y Pastor Ortiz, se realizaron censos sobre los pozos de estos sistemas en colaboración con elementos de CONAGUA e IMTA, en el cual se estableció una red provisional de monitoreo para futuros sondeos nivelándose el brocal para los aprovechamientos seleccionados.

6.2 Consistencia de datos meteorológicos

Las estaciones meteorológicas seleccionadas en su mayoría cuentan con series incompletas de precipitación y/o temperatura debido a las limitaciones en la captura de información, por lo que es necesario realizar un proceso de completado de datos. Para ello, se requiere previamente una evaluación de consistencia entre estaciones que permita garantizar la homogeneidad en las variables consideradas.

Mediante pruebas estadísticas es posible verificar si las series temporales de precipitación cumplen con los criterios de uniformidad esperados, bajo el supuesto de que provienen de una misma población. Este análisis también permite estimar el grado de confiabilidad de las series al ser incorporadas en procesos de modelación hidrológica (Marco et al., 1993).

La validación de los datos se puede llevar a cabo mediante pruebas de homogeneidad e independencia, las técnicas más comúnmente aplicadas en cuestión son regularmente el Test de Helmert y la prueba de secuencias en caso de no resultar favorables estas, puede optarse por realizar las pruebas de t de Student y Cramer para demostrar su homogeneidad (Escalante Sandoval y Reyes Chavez, 2002).

Entre las pruebas más empleadas se encuentra el método de la curva masa doble, la cual se basa en que las precipitaciones acumuladas de una estación pueden reflejar alteraciones significativas ante cambios abruptos, mientras que el promedio acumulado regional tiende a suavizar dichas variaciones. Esta técnica consiste en una interpretación gráfica de los totales anuales acumulados de una estación en contraste con el promedio acumulado de las demás estaciones de referencia. La validez de la serie se confirma si la relación presenta un comportamiento lineal; en caso contrario, se considera que la estación no cumple con los criterios de homogeneidad y se descarta para efectos de análisis posteriores.

6.2.1 Prueba de Helmer

La prueba se basa en analizar el signo de las desviaciones individuales de cada dato respecto al valor medio de la serie. Cuando una desviación con determinado signo es seguida por otra del mismo signo, se considera que ha ocurrido una secuencia (S); en cambio, si el signo se modifica entre dos observaciones consecutivas, se registra un cambio (C). Para que una serie pueda considerarse homogénea, la diferencia entre el número total de secuencias y cambios debe ser igual a cero o, en su defecto, encontrarse dentro de un margen de error aceptable definido estadísticamente.

$$S - C = \pm n - 1$$

Ecuación 1

6.2.2 Examen Secuencial

Se parte del cálculo de la precipitación media anual de la estación en análisis. A partir de esta referencia, se asigna un valor negativo a los años cuya precipitación se encuentra por debajo del promedio, y un valor positivo a aquellos que lo superan. Posteriormente, se contabilizan los cambios de signo a lo largo de la serie, y dicho número se compara con los valores establecidos en la Tabla 6.2, con el fin de evaluar si la serie presenta un comportamiento homogéneo.

Tabla 6.2 Rangos de evaluación de consistencia para la prueba de secuencias

DATOS (n)	μ	DATOS (n)	μ	DATOS (n)	μ	DATOS (n)	μ
12	5 a 8	24	9 a 16	36	15 a 22	80	35 a 47
14	5 a 10	26	10 a 17	38	16 a 23	100	45 a 47
16	6 a 11	28	11 a 18	40	16 a 25		
18	7 a 12	30	12 a 19	50	22 a 30		
20	8 a 13	32	13 a 20	60	26 a 36		
22	9 a 14	34	14 a 21	70	31 a 41		

6.2.3 Límites de independencia de Anderson

Para que una serie de precipitación sea estadísticamente válida, debe exhibir un comportamiento aleatorio. Para comprobar esta condición, se emplea la prueba de independencia de Anderson, la cual se fundamenta en el cálculo del coeficiente de autocorrelación serial r para distintos intervalos de desfase temporal. En el caso de analizar un solo registro, se considera $j=1$, y se aplica la fórmula correspondiente para obtener los valores de r :

$$r_k^j = \frac{\sum_{i=1}^{n_j-k} (x_i^j - \bar{x}^j)(x_{i+k}^j - \bar{x}^j)}{\sum_{i=1}^{n_j} (x_i^j - \bar{x}^j)^2}$$

Ecuación 2

Donde:

j – Muestra de datos analizada

k – Tiempo de retraso o desfase

n_j – Número de datos de la muestra j

$\bar{x}^j$ – Media de la muestra j

Los límites al 95% de confianza se pueden estimar con la expresión:

$$r_k^j(95\%) = \frac{-1 \pm 1.96\sqrt{(n_j - k - 1)}}{n_j - k}$$

Ecuación 3

Una vez estimados los coeficientes de autocorrelación r , estos se grafican en función de los tiempos de retraso k , generando un correlograma donde también se representan los límites de confianza. Si menos del 10% de los valores de r sobrepasan dichos límites, la serie se considera independiente y se asume que responde a un comportamiento aleatorio bajo las leyes de probabilidad. Por el contrario, si la prueba evidencia dependencia entre los datos, se concluye que la serie no es aleatoria, y por tanto, no es adecuada para su uso en procesos de modelación hidrológica.

6.2.4 Prueba t de student

La homogeneidad bajo esta prueba se valida si el valor del estadístico td que se calcula con la siguiente ecuación:

$$td = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\left[\frac{n_1 S_1^2 + n_2 S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right) \right]^{1/2}} \quad \text{Ecuación 4}$$

Donde:

$\bar{X}_1$	:	Media de la muestra uno
$\bar{X}_2$	:	Media de la muestra dos
n_1	:	Número de registros de la muestra uno
n_2	:	Número de registros de la muestra dos
S_1^2	:	Varianza de la muestra uno
S_2^2	:	Varianza de la muestra dos

es menor o igual al estadístico tc de la distribución t de Student considerando $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad.

6.2.5 Prueba de Cramer

Para evaluar la homogeneidad de una serie de datos, en algunos casos resulta útil comparar la media del conjunto completo con la media de un segmento específico del registro, aplicando un enfoque por bloques. Bajo este enfoque, la prueba de H. Cramer se considera adecuada, además de complementar los resultados obtenidos de la prueba t de Student. Las expresiones siguientes muestran su aplicación:

$$t_k = \left[\frac{n_1(n-2)}{n-n_1(1+(\tau_k)^2)} \right]^{1/2} (\tau_k) \quad \text{Ecuación 5}$$

$$\bar{X}_k = \frac{\sum_{i=k+1}^{i=k+n} X_i}{n_1} \quad \text{Ecuación 6}$$

$$\tau_k = \frac{(\bar{X}_k - \bar{X})}{S} \quad \text{Ecuación 7}$$

Donde:

- n** : Número de registros de toda la muestra
- $\bar{X}$** : Media de toda la muestra
- S** : Desviación estándar de toda la muestra
- n_1** : Número de registros de la submuestra
- $\bar{X}_k$** : Media de la submuestra
- K** : índice o contador, posterior al cual debe tomarse la submuestra, se determina como; $k = n - n_1$.
- τ_k** : Parámetro que relaciona las medias de la muestra y submuestra

6.2.6 Compleción de series de precipitación

Una medición precisa y un registro adecuado de datos son fundamentales para garantizar la calidad de cualquier proceso de modelación. No obstante, es común que existan periodos sin información disponible, lo que introduce un nivel de incertidumbre adicional. La incorporación de datos que no reproducen fielmente el comportamiento original de la serie puede incrementar esta incertidumbre; por ello, los métodos de llenado buscan estimar valores ausentes con base en criterios estadísticos consistentes, sin pretender reconstruir los datos reales perdidos.

Para identificar estaciones idóneas que contribuyan al llenado de series incompletas, se emplea el análisis de correlación espacial. Este procedimiento considera la proximidad entre estaciones y su grado de asociación estadística, organizando los coeficientes de correlación en una matriz, a partir de esta se seleccionan las estaciones que presentan una correlación significativa con la serie a completar (mayores a 0.75).

El llenado se efectuó mediante el método de distancia euclidiana al cuadrado, que requiere el cálculo previo de estadísticos básicos como la media, desviación estándar y coeficiente de sesgo (Gómez Mendoza y Medina Barrios, 2012), los cuales se obtienen con base en las expresiones:

Media	$\overline{Q}_{\tau} = \frac{\sum_{v=1}^N Q_{v,\tau}}{N}$	<i>Ecuación 8</i>
-------	---	-------------------

Desviación Típica	$s_{\tau} = \sqrt{\frac{\sum_{v=1}^N (Q_{v,\tau} - \overline{Q}_{\tau})^2}{N-1}}$	<i>Ecuación 9</i>
----------------------	---	-------------------

Coeficiente de Sesgo	$g_{\tau} = \frac{N \sum_{v=1}^N (Q_{v,\tau} - \overline{Q}_{\tau})^3}{(N-1)(N-2)s_{\tau}^3}$	<i>Ecuación 10</i>
-------------------------	---	--------------------

Donde:

$\overline{Q}_{\tau}$: Media mensual de los caudales del mes τ .

$Q_{v,\tau}$: Caudal del mes τ del año v ($v=1, \dots, N$).

N : Número total de años.

s_{τ} : Desviación típica mensual del mes τ .

g_{τ} : Coeficiente de sesgo mensual del mes τ .

La distancia euclidiana corresponde a la medida ordinaria de separación entre dos puntos en el espacio, derivada del teorema de Pitágoras. Para su cálculo, se consideran las coordenadas de cada estación, así como su altitud, permitiendo construir una matriz de distancias euclidianas entre estaciones principales y secundarias.

La expresión para su estimación se muestra a continuación:

$$Dist. Euclidiana = \sqrt{[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2]}$$

Ecuación 11

Siendo

x_i = Coordenada x estación i; x_j = Coordenada x estación j

y_i = Coordenada y estación i; y_j = Coordenada y estación j

z_i = Elevación estación i; z_j = Elevación estación j

Una vez obtenidas dichas distancias, se procede a calcular su valor inverso, generando una matriz de inversos que facilita su utilización en los cálculos ponderados necesarios para el llenado de datos faltantes, este proceso requiere una revisión detallada tanto de la matriz de correlación como de la ubicación espacial relativa de las estaciones respecto a la que presenta vacíos, con el objetivo de identificar qué estaciones pueden contribuir de manera efectiva al llenado de diferentes tramos dentro de la serie incompleta.

Este análisis es de naturaleza parcialmente subjetiva, ya que depende en buena medida del criterio técnico y la experiencia. Sin embargo, se rige por dos principios fundamentales: la proximidad espacial entre estaciones y un nivel de correlación estadísticamente significativo, generalmente mayor a 0.75.

Con base en las matrices de correlación y de inversos de distancia, se define una ecuación de llenado específica para cada intervalo con datos faltantes, cuidando que las estaciones seleccionadas cuenten con registros válidos para ese mismo periodo. El procedimiento requiere calcular el peso de cada estación considerada, el cual se obtiene al dividir el inverso del cuadrado de la distancia euclidiana de dicha estación entre la suma total de los inversos al cuadrado de todas las estaciones útiles para el intervalo.

Cada peso calculado se multiplica por el valor de precipitación registrado en ese periodo, y la suma ponderada de todos ellos permite estimar el valor que sustituirá al dato faltante en la serie principal.

$$\text{Peso estación } i = \frac{(\text{Inv. Dist. Euclidiana est } i)^2}{\sum_{i=1}^n (\text{Inv. Dist. Euclidiana})^2} \quad \text{Ecuación 12}$$

$$\text{Dato faltante} = \sum_{i=1}^n [\text{peso estación } i * \text{precipitación } i] \quad \text{Ecuación 13}$$

Donde $i = 1, \dots, n$. representa el conjunto de estaciones consideradas útiles para completar los datos faltantes de la estación principal. Es importante señalar que, si alguna de las estaciones seleccionadas presenta también vacíos en el mismo intervalo temporal, se incurre en errores al momento de estimar el valor ausente (Campos Aranda, 1998).

Este procedimiento fue aplicado para el llenado de las estaciones meteorológicas ubicadas dentro del área de estudio. Posteriormente, se compararon los estadísticos básicos de la serie original con los de las series completadas, con el fin de evaluar el nivel de incertidumbre introducido tras el proceso de estimación.

6.3 Modelos Hidrológicos

La modelación matemática busca representar fenómenos reales mediante su simplificación en expresiones compatibles con principios físicos, permitiendo describir el comportamiento de sistemas complejos a lo largo del tiempo. En el ámbito hidrológico, el propósito fundamental es estimar la disponibilidad y distribución temporal del recurso hídrico en sitios específicos, mediante la reproducción fiel de los procesos que integran el ciclo hidrológico.

La evolución de la modelación hidrológica se remonta a inicios del siglo XIX, cuando comenzó a emplearse principalmente con fines de diseño hidráulico. No fue sino hasta la década de 1960 que su enfoque se orientó al análisis de los procesos físicos del ciclo hidrológico. Desde entonces, y con el avance de las tecnologías digitales, se desarrollaron modelos numéricos más sofisticados, apoyados en el uso de computadoras y en la solución de ecuaciones diferenciales (Cabrera, 2012; Sahuquillo et al., 2010).

6.3.1 Clasificación de Modelos

Los modelos hidrológicos pueden clasificarse según el fenómeno que representan, abarcando aplicaciones como simulaciones precipitación-aportación, análisis de calidad del agua, redes de distribución y dinámica del flujo subterráneo. La elección del modelo debe basarse en los objetivos del estudio, la disponibilidad y calidad de la información geológica e hidrogeológica, antecedentes de explotación, y los recursos técnicos disponibles (Novotny y Univerity, 2008)

En función del tratamiento de las variables, los modelos se dividen en dos categorías principales: determinísticos y estocásticos. Los modelos determinísticos se apoyan en leyes físicas para describir el comportamiento hidrológico de la cuenca, representando los procesos que rigen el ciclo hidrológico en su fase terrestre, como la escorrentía (Beven, 2012).

Por su parte, los modelos estocásticos (o modelos de series de tiempo) se basan en el análisis estadístico de datos históricos obtenidos mediante muestreo. Si bien su estructura es más simple y su representación del sistema limitada, permiten identificar incertidumbres asociadas a los parámetros hidrológicos y son útiles para tareas como el completado de series de precipitación o caudal, así como la generación de datos sintéticos (Estrela, 1992).

6.3.2 Modelación Superficial.

Dentro de los modelos determinísticos, es posible distinguir tres subcategorías según el grado de desagregación espacial: modelos agregados, distribuidos y cuasi-distribuidos.

Los modelos agregados representan el ciclo hidrológico completo en su fase terrestre a partir de balances hídricos simplificados, considerando la cuenca como una única unidad de cálculo. Estos pueden operar con distinto nivel de complejidad: algunos, como el SWM-IV (Stanford Watershed Model IV), emplean numerosos parámetros y

permiten simulaciones detalladas a escala horaria o diaria; otros, de menor complejidad, utilizan menos parámetros y trabajan en escalas semanales o mensuales, como los modelos de Thornthwaite (Thornthwaite y Mather, 1955) y Témez (Témez, 1977).

En contraste, los modelos distribuidos resuelven ecuaciones diferenciales para representar los procesos hidrológicos mediante la conservación del flujo y la masa en toda la cuenca. Requieren una gran cantidad de datos de entrada, cuya obtención puede resultar limitada, lo que introduce incertidumbre en sus predicciones. Un ejemplo representativo de esta categoría es el modelo S.H.E. (Abbott et al., 1986).

En cuanto a los modelos cuasi-distribuidos, estos constituyen un enfoque intermedio, en el cual se subdivide la cuenca en unidades menores y a cada una se le aplica un modelo agregado, sin necesidad de resolver ecuaciones diferenciales. En este grupo destaca el modelo SIMPA (Simulación Precipitación-Aportación), desarrollado por Ruiz, (1998), basado en la estructura conceptual del modelo de Témez.

6.3.3 Modelación Subterránea

Los modelos determinísticos también han sido aplicados para la simulación del flujo subterráneo, el cual presenta una dinámica compleja y generalmente de carácter distribuido (Konikow, 1999). Estos modelos se clasifican en tres categorías principales: modelos agregados, modelos distribuidos con parámetros agregados y modelos distribuidos con parámetros distribuidos.

Los modelos agregados ofrecen una visión simplificada de la evolución temporal del acuífero, empleando un número reducido de parámetros que representan los intercambios de flujo entre el acuífero y otras fuentes (como ríos), sin incorporar su variabilidad espacial. Un ejemplo común es el modelo unicelular, en el que el acuífero se representa como una sola celda con volumen de almacenamiento y flujos de entrada y salida.

Los modelos distribuidos consideran explícitamente la variación espacial del acuífero, sus propiedades hidrodinámicas, condiciones de frontera y ubicación de fuentes o sumideros. Estos modelos se basan en la resolución de ecuaciones diferenciales parciales que describen el movimiento del agua subterránea.

Dentro de este enfoque, los modelos distribuidos con parámetros agregados buscan soluciones analíticas simplificadas, considerando acuíferos bidimensionales homogéneos con geometría regular, comportamiento lineal y contornos definidos (Cruces de Abia y Martínez, 2007)

Por otro lado, los modelos distribuidos con parámetros distribuidos permiten representar con mayor precisión el flujo transitorio en sistemas complejos, resolviendo numéricamente las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Este tipo de modelación resulta adecuado para acuíferos con geometría irregular y comportamiento no homogéneo, utilizando principalmente métodos numéricos como las diferencias finitas y los elementos finitos (Sahuquillo et al., 2010).

6.3.4 Modelos y Software de modelación seleccionados

La simulación del flujo superficial y subterráneo son parte de los elementos fundamentales para la estimación de los parámetros relacionados al recurso hídrico, por lo cual se describen los modelos a utilizar en la siguiente sección.

6.3.4.1 Módulo EVALHID

El programa EVALHID (EVALuación de los recursos HÍDricos) es un módulo informático diseñado para desarrollar Modelos Precipitación–Escorrentía (MPE) de cuencas complejas y estimar la disponibilidad hídrica para contextos de planificación y gestión. Este módulo forma parte del sistema de soporte de decisiones AQUATOOL,

ampliamente utilizado en el ámbito de la gestión integrada de recursos hídricos (Paredes et al., 2017).

EVALHID opera mediante modelos del tipo agregado con enfoque semidistribuido, en el cual la cuenca es segmentada en subcuencas, permitiendo aplicar un modelo independiente en cada una de ellas. Su implementación requiere información sobre precipitación, evapotranspiración potencial (ETP) y superficie de las unidades hidrográficas.

Entre los modelos incluidos destaca el modelo HBV (Bergström, 1995), ampliamente utilizado en regiones nórdicas, que permite simular procesos hidrológicos y de acumulación de nieve con un número moderado de parámetros. El modelo Sacramento o SAC-SMA (Burnash et al., 1973), por su parte, permite representar con mayor detalle los procesos del ciclo hidrológico, aunque requiere hasta 16 parámetros, por lo que su uso se recomienda en casos con abundante información, por su parte, el modelo de Témez (Témez, 1977) es una opción de estructura simple, con pocos parámetros y amplia aplicación en España para la evaluación de recursos hídricos. Su eficiencia en escenarios con datos limitados lo convierte en una alternativa adecuada para cuencas con baja densidad de información.

6.3.4.2 Modelo TÉMEZ

El modelo hidrológico forma parte de la categoría de modelos agregados de simulación de cuencas (Estrela, 1992). Su estructura se basa en la aplicación de balances de humedad entre los distintos procesos que conforman el ciclo hidrológico, siguiendo el principio de conservación de la masa y formulaciones específicas que rigen el reparto y transferencia del agua en cada fase del sistema.

Dado que el modelo emplea valores medios para representar las variables y parámetros, sin considerar explícitamente su distribución espacial, su uso es más adecuado en cuencas pequeñas o intermedias con condiciones relativamente homogéneas en términos climáticos, edáficos y geológicos. En caso de aplicar el

modelo en cuencas de mayor extensión, es recomendable subdividir las en unidades más reducidas, lo cual permite operar bajo un enfoque semi-agregado.

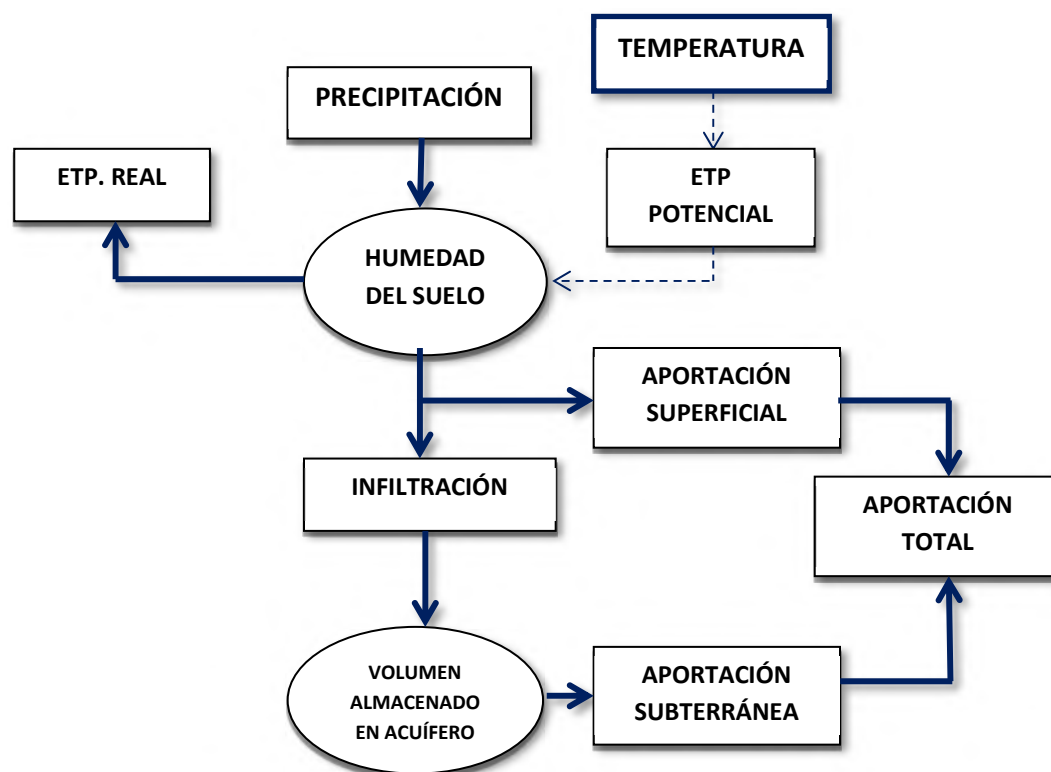


Figura 6.1 Esquema de simulación del ciclo hidrológico (Paredes et al., 2017)

El modelo ha sido comúnmente empleado con series mensuales; sin embargo, su formulación permite adaptarse a otros intervalos temporales (diario, horario o anual), siempre que se garantice que el periodo de simulación seleccionado sea coherente con el comportamiento físico real del sistema.

Conceptualmente, el terreno se divide en dos zonas funcionales: una zona superior no saturada, correspondiente al almacenamiento en el suelo donde coexisten agua y aire, y una zona inferior o saturada, que representa al acuífero, encargado de alimentar la red de drenaje superficial.

El modelo realiza un balance de humedad a partir de la precipitación incidente, que es redistribuida en flujos de salida, almacenamientos intermedios y flujos de transferencia,

integrando los procesos clave del ciclo hidrológico bajo un esquema simplificado pero funcional para análisis de comportamiento hídrico. (Figura 6.2)

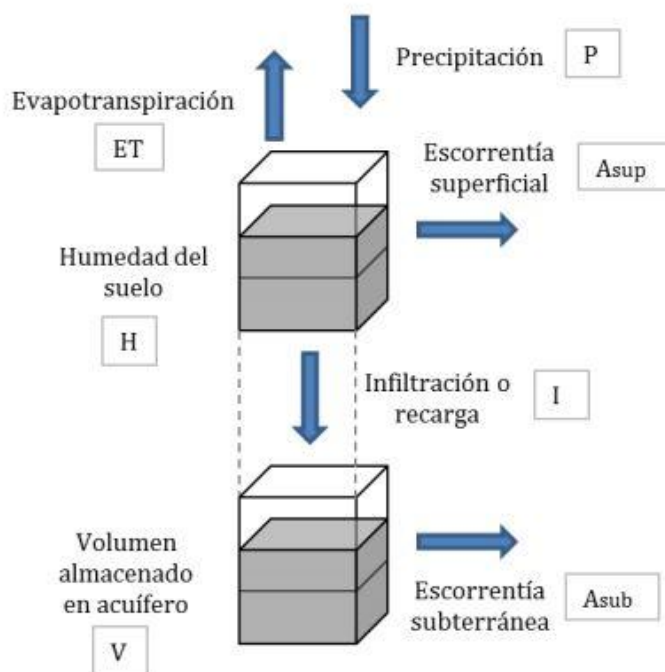


Figura 6.2 Esquema de flujos y almacenamiento del modelo (Paredes et al., 2017)

- Flujos de entrada: la precipitación (P).
- Flujos de salida: la evapotranspiración real (Et), el escurrimiento superficial (Asup) y el escurrimiento subterráneo (Asub)
- Flujos intermedios: se considera exclusivamente la infiltración (I), definida como el volumen de agua que atraviesa la zona superficial del suelo hacia el acuífero. Dado que se asume que el tiempo de tránsito de este flujo por el perfil del suelo es menor al intervalo de simulación (mensual), la infiltración se interpreta directamente como recarga al acuífero durante el mes "t" (R_t).
- Almacenamientos intermedios: se refiere a la humedad del suelo (H_t), y volumen almacenado en el acuífero (V_t).

En el modelo de Témez, el volumen de agua proveniente de la precipitación (P) se reparte en tres componentes distintos:

- El excedente hídrico (T) se divide en dos componentes principales: por un lado, un flujo de infiltración (l_t) que se transfiere desde la zona superior del suelo hacia el acuífero; por otro, un flujo superficial directo ($Asup$) que escurre a través del cauce durante el mismo periodo de simulación. Asimismo, parte del volumen almacenado en la zona inferior o acuífero se libera como flujo subterráneo ($Asubt$) dentro del mismo intervalo temporal, mientras que el resto permanece en almacenamiento y contribuye al drenaje en periodos posteriores.
- La evapotranspiración real (Et) de una parte o de toda la humedad almacenada en la zona superior del suelo (H_t).
- La humedad del suelo (H_t) que se almacena en la zona superior del suelo, cuyo límite es la capacidad máxima de almacenamiento hídrico del (H_{max}).

A continuación, se presentan las ecuaciones de estado que gobiernan el funcionamiento del modelo, las cuales describen los procesos de transferencia del agua y su interacción con las distintas fases del ciclo hidrológico. Para estimar el excedente hídrico, se asume que una parte de la precipitación (P_t) es retenida en la zona superior del suelo (H_t), mientras que el volumen restante constituye el excedente (T_t), el cual se reparte entre el escurrimiento superficial directo ($Asup$) y la infiltración hacia el acuífero (l_t) también interpretada como recarga (R_t).

El excedente total (T_t) se calcula según la siguiente ley:

$$T_t = 0 \quad \text{si } P_t \leq P_0 \quad \text{Ecuación 14}$$

$$T_t = \frac{(P_t - P_0)^2}{P_t - \delta_t - 2P_0} \quad \text{si } P_t > P_0 \quad \text{Ecuación 15}$$

Donde:

$$\delta = H_{max} - H_{t-1} + EPT_t \quad \text{Ecuación 16}$$

$$P_0 = C(H_{max} - H_{t-1}) \quad \text{Ecuación 17}$$

Siendo:

- H_{max} : capacidad máxima de almacenamiento del suelo (mm), dependiente de factores como la textura, pendiente del terreno y espesor efectivo del suelo activo. Aumenta en presencia de condiciones que favorecen la retención de humedad, como pendientes suaves, vegetación densa o prácticas agrícolas que inducen retención (cultivos en surcos o bancales).
- H_{t-1} volumen de agua almacenada en el suelo al final del periodo anterior (mm), utilizado como condición inicial del balance hídrico.
- EPT_t evapotranspiración potencial en el intervalo t (mm), definida como la cantidad máxima de agua que podría evaporarse o transpirarse bajo condiciones óptimas de humedad.
- C el coeficiente de inicio de excedente, adimensional, que típicamente toma un valor cercano a 0.30 (Témez, 1977). Este parámetro permite calcular el umbral de precipitación (P_0) necesario para generar escurrimiento, en función del déficit hídrico del suelo ($H_{max}-H_{t-1}$).

De este modo, cuando la cantidad de lluvia es inferior a P_{0t} , toda el agua de lluvia se almacena como humedad del suelo, que puede transformarse en evapotranspiración, y el excedente total es nulo. El umbral P_{0t} aumenta a medida que la humedad antecedente es menor, lo que significa que mayor será la capacidad del suelo para retener agua y no producir excedente. A partir del valor de P_{0t} , el excedente y la componente de humedad del suelo se incrementan simultáneamente debido a la precipitación.

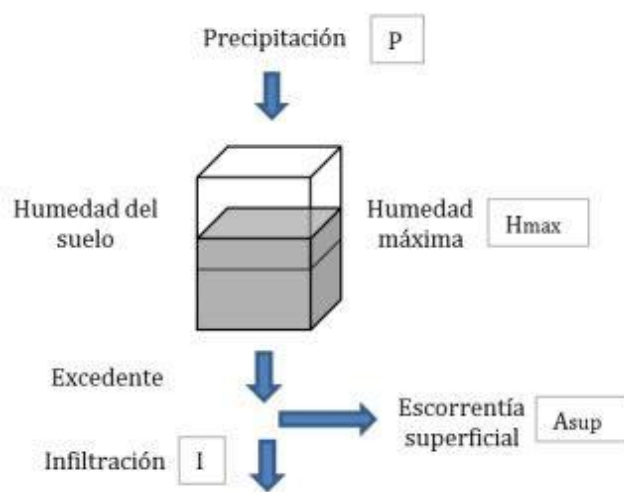


Figura 6.3. Transformación de precipitación en excedente (Paredes et al., 2017)

La curva que expresa los excedentes no es lineal para lluvias bajas y tiende hacia una línea recta para lluvias elevadas. El valor δt se mantiene prácticamente constante para cualquier lluvia a partir de un cierto valor de la precipitación, y la diferencia entre la precipitación y el excedente es la evapotranspiración potencial en ese mes (ETP_t), pues el suelo tendrá saturación de humedad.

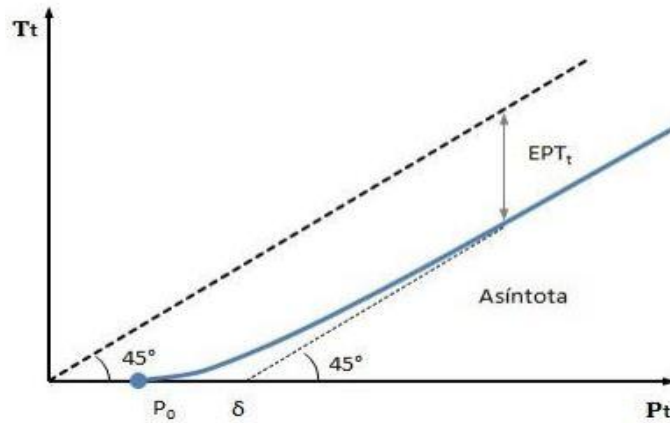


Figura 6.4 Curva de excedentes (Paredes et al., 2017)

Cálculo del almacenamiento superficial e infiltración

Una vez estimado el excedente (T_t), la humedad en el suelo al final de cada mes se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$H_t = \max \left\{ H_{t-1} + P_t - T_t - ETP_t, 0 \right\} \quad \text{Ecuación 18}$$

En la que se expresa que a la humedad existente en el suelo en el mes “t-1” se le añade el flujo entrante (la diferencia entre la precipitación P_t durante ese mes y el excedente T_t), y se le resta la evapotranspiración potencial en el mes “t”, ETP_t . Si el balance que se establece resulta negativo, entonces la humedad del suelo al final del periodo es nula, y la evapotranspiración potencial no se habrá concretado.

La evapotranspiración real que se produce (ET_t) se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$ET_t = \min \left\{ \begin{matrix} H_{t-1} + P_i - T_i \\ ETP_t \end{matrix} \right.$$

Ecuación 19

Siempre que exista suficiente agua en el suelo, la evapotranspiración se desarrolla hasta alcanzar la evapotranspiración potencial. Cuando esto no es así, la humedad en el suelo al final de mes será nula. Evapotranspirándose toda el agua disponible en la zona superior del suelo, teniendo como límite de la evapotranspiración potencial.

La infiltración producida en el mes t corresponde con la fracción de agua que penetra en el suelo y acaba recargando el acuífero, formando parte del excedente que no discurre superficialmente.

La infiltración al acuífero es función del excedente y del parámetro denominado infiltración máxima (I_{max_t}), este expresa la máxima cantidad de agua que puede infiltrarse en el terreno en un mes, descrita por la expresión:

$$I_t = I_{max_t} \cdot \frac{T_t}{T_t + I_{max_t}}$$

Ecuación 20

Mediante dicha expresión se deduce que a medida que el excedente aumenta también lo hace la infiltración y que ésta tiende asintóticamente a su valor máximo. La infiltración máxima (I_{max}) depende de las propiedades del terreno, así como de la intensidad y concentración de las precipitaciones. Tomando valores comprendidos entre 100 mm/mes y 400 mm/mes dependiendo del tipo de lluvia: esporádica o persistente (Témez, 1977).

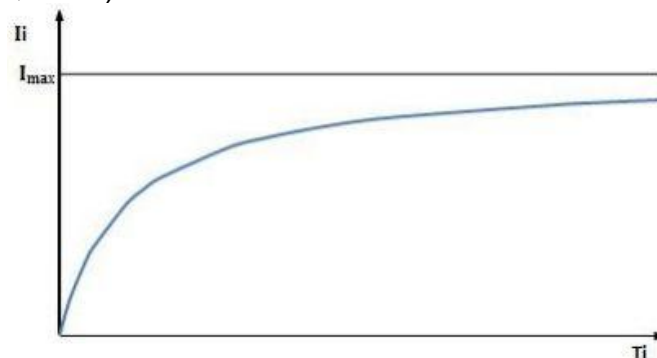


Figura 6.5 Ecuación que relaciona la infiltración al acuífero con el excedente existente (Paredes et al., 2017)

Cálculo de la aportación superficial

Aquella parte del excedente que no infiltra al acuífero se convierte en escorrentía superficial al final del mes “t”, descrita según la siguiente expresión:

$$A_{sup_t} = T_t - I_t \quad \text{Ecuación 21}$$

Cálculo de la aportación subterránea

La aportación subterránea generada durante el mes “t” (A_{subt}) se conforma por el drenaje del agua en el acuífero (V_t) por encima del límite de salida a la red fluvial.

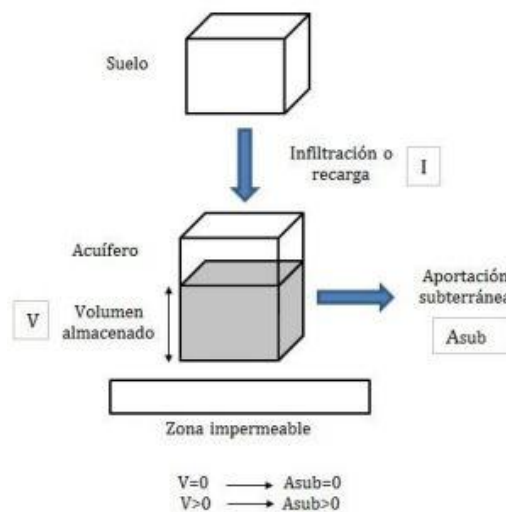


Figura 6.6 Producción de escorrentía subterránea (Paredes et al., 2017)

El modelo unicelular es el implementado para la simulación del comportamiento del acuífero, el cual está basado en la hipótesis de proporcionalidad entre el volumen almacenado en el acuífero (V_t) y el caudal cedido a la red superficial (Q_t).

La expresión que relaciona el caudal y el volumen es la siguiente:

$$Q_t = \alpha \cdot V_t \quad \text{Ecuación 22}$$

Donde:

- α es una constante con dimensiones de $[T^{-1}]$

Si se aplica al acuífero una ecuación de balance de masa representando por la ecuación diferencial ordinaria siguiente:

$$I_t - Q_t = \frac{dV_t}{dt} \quad \text{Ecuación 23}$$

Donde:

- $I(t)$ son las entradas al acuífero en el tiempo t (recargas);
- $Q(t)$ son las salidas del acuífero en el tiempo t (extracciones) ;
- $V(t)$ es el volumen almacenado en el acuífero en el tiempo t .

Sustituyendo la ecuación caudal - volumen en la del balance del acuífero y considerando $R(t)$ como el caudal de recarga neta al acuífero en el tiempo t se tiene:

$$R_t - \alpha \cdot V_t = \frac{dV_t}{dt} \quad \text{Ecuación 24}$$

La resolución de esta ecuación diferencial conduce, para la condición inicial de volumen inicial de acuífero, V_0 y para un caudal de recarga constante R , a:

$$V_t = V_0 e^{-\alpha \cdot t} + \frac{R}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t}) \quad \text{Ecuación 25}$$

Que expresa el volumen como una función del caudal y haciendo $R=0$ se obtiene una expresión que representa la curva de agotamiento del acuífero:

$$Q_t = Q_0 \cdot e^{-\alpha t} \quad \text{Ecuación 26}$$

La recarga, R se puede expresar como $R = S \cdot I_t$ (siendo S la superficie de la cuenca), ya que está constituida por la cantidad de agua infiltrada al acuífero. De esta forma, la ecuación que determina el volumen en el acuífero en el mes t sería la siguiente:

$$V_t = V_{t-1} e^{-\alpha \cdot \Delta t} + \frac{S \cdot I_t}{\alpha} (1 - e^{-\alpha \Delta t}) \quad \text{Ecuación 27}$$

Este modelo subterráneo presenta la ventaja de la simplicidad de cálculo, pero la desventaja de que supone una simplificación excesiva del sistema. Su uso no es válido

para modelación de acuíferos cársticos, donde se han identificado más de una rama de descarga en el agotamiento del acuífero.

Por tanto, el modelo de Témez contempla el ajuste de cuatro parámetros:

- Hmax y C. que regulan el almacenamiento de agua en el suelo.
- lmax. separa la escorrentía superficial de la subterránea
- α . regula el drenaje subterráneo.

En el modelo resulta importante la definición de las condiciones iniciales de simulación, es decir, la determinación de la humedad inicial del suelo (H_0) y del almacenamiento inicial en el acuífero ($V_0 = Q_0 / \alpha$). La siguiente tabla muestra un resumen de los parámetros del modelo y los rangos entre los que éstos pueden oscilar.

Tabla 6.3 Rangos de los parámetros del modelo de Témez.

	Hmax	C	lmax	A
Min	50	0.2	10	0.001
Max	250	1	150	0.008

6.3.4.3 *Modelo AQUIVAL*

AQUIVAL es un módulo incorporado al sistema soporte de decisión para la planificación y gestión de recursos hidráulicos incluyendo uso conjunto, llamado AQUATOOL (Andreu et al. 1991), desarrollado en la Universidad Politécnica de Valencia (España), ha sido desarrollado con el propósito de ayudar al usuario en la elaboración de un modelo de simulación de acuíferos por el método de auto valores (Sahuquillo, 1983), facilitando la entrada de datos mediante un entorno gráfico.

El método de los autovalores (MAV) sirve para modelar acuíferos de comportamiento lineal (confinados) en forma distribuida, resulta conveniente para su integración en un modelo de simulación de recursos hídricos por el bajo esfuerzo computacional que requiere.

El desarrollo del método trabajando con un acuífero bidimensional, discretizado con diferencias finitas y con una discretización del tiempo en intervalos regulares utiliza una ecuación de flujo del agua en medios porosos expresada como la siguiente ecuación matricial:

$$[T] \cdot H + Q = [SF] \frac{\Delta H}{\Delta t} \quad \text{Ecuación 28}$$

Donde:

- $T(n,n)$: matriz simétrica en banda, que depende de la discretización hecha del acuífero y de la transmisividad de las celdas en las dos direcciones perpendiculares (m^2 / día).
- $H(n)$: vector de alturas piezométricas. (m).
- $Q(n)$: vector de flujos exteriores. (m^3 /día).
- $SF(n,n)$: matriz diagonal que depende de la discretización hecha del acuífero, de las condiciones de contorno y del coeficiente de almacenamiento de cada celda. (m^2).

Si las matrices T y SF son independientes de H y constantes en el tiempo, la ecuación anterior es lineal, y por ello aplicable el principio de superposición. Esta condición se cumple en los acuíferos confinados siempre que permanezcan completamente saturados, y en forma aproximada en los acuíferos libres en los cuales los descensos piezométricos son despreciables respecto al espesor saturado.

La solución de la ecuación original con Q constante en el tiempo es:

$$H_k = U + A \cdot E \cdot A^T \cdot SF(H_{k-1} - U) + A \cdot |I - E| \cdot |\alpha|^{-1} \cdot A^T \cdot Q \quad \text{Ecuación 29}$$

Donde:

- H_k número del período de tiempo a evaluar. Cada período tiene una longitud Δt (por lo general 1 mes).
- $U(n)$ vector de alturas piezométricas para régimen estacionario y $Q = 0$. [m].

- n es la cantidad de celdas en que se discretizo el acuífero.
- $A(n, n)$ es la matriz de autovectores del problema $T \cdot A = SF \cdot A \cdot |\alpha|$. Cada autovector ocupa una columna. [m^{-1}].
- $|\alpha|$ es el vector de autovalores del problema $T \cdot A = SF \cdot A \cdot |\alpha|$. Todos los elementos son positivos. [dia^{-1}].
- $A^T(n, n)$ es la traspuesta de la matriz A. [m^{-1}].
- $E(n, n)$ es una matriz diagonal, donde cada elemento del elemento diagonal vale:

$$e_{ii} = \exp^{-\alpha i \cdot \Delta} [\text{adimensional}].$$

Cada vez que se produzca un cambio en el vector Q de flujos externos, se considera este instante como el instante inicial con sus alturas mentes como $H_{k-1} = H_0$ y se aplica la ecuación para H_k .

Aquí se abren dos caminos, según el valor de U:

- Si U es igual a 0 es preferible aplicar el método de la L. Este caso se produce cuando todas las celdas de altura constante son de $h=0$ y no hay flujos impuestos en los bordes, eliminándose el primer término de la para H_k , si se define un vector L, tal que: $H_k = A \cdot L_k$.

La ecuación se reduce a:

$$L_K = E \cdot L_{K-1} + X \cdot Q_K \quad \text{Ecuación 30}$$

$$y L_0 = A^T \cdot SF \cdot H_0 \quad \text{Ecuación 31}$$

Donde:

- $L(n)$ es un vector auxiliar (m^2). Este vector es denominado vector de estado
- $X(n,n)$, es igual a: $X = |I - E| * |\alpha|^{-1} * A^T * (dia/m)$

- Si $U \neq 0$ hay que usar el Método de la U, en el que hay que calcular además el vector U (de estado estacionario), resolviendo el sistema de ecuaciones lineales que queda planteado al aplicar el balance de masa en cada nudo y la ecuación de flujo de Darcy. Una vez realizado esto es necesario utilizar la ecuación de H_k para el cálculo de las alturas donde la notación puede simplificarse ya que algunos productos de matrices no se modifican posteriormente teniendo entonces:

$$H_K = U + M_{ZFija1} \cdot (H_{K-1} - U) + M_{ZFija2} \cdot Q \quad \text{Ecuación 32}$$

Donde:

- $M_{zfija}(n, n)$, es igual a: $M_{ZFija1} = A \cdot E \cdot A^T \cdot SF [adimensional]$
- $M_{ZFija2}(n, n)$, es igual a: $M_{ZFija2} = A \cdot |I - E| \cdot |\alpha|^{-1} \cdot A^T \cdot [dia/m^2]$

Cuando se incorpora un modelo de acuífero a un modelo de gestión, no es necesario conocer la altura piezométrica en todas las celdas, pero si una idea global del estado del acuífero.

Así surge el concepto de parámetro de control, que es justamente un valor indicador del estado del acuífero simulado. El caso más simple es que los parámetros de control sean las alturas piezométricas, pero también pueden ser el volumen almacenado alguna u algunas celdas, las salidas del acuífero, etc.

En lugar de usar la definición $H_k = A \cdot L_k$ utilizamos la siguiente expresión:

$$PC_k = A_R \cdot L_k \quad \text{Ecuación 33}$$

Donde:

- PC (npc), vector de parámetros de control del acuífero [m].

- A_R (npc, n) es la matriz A reducida. Si los parámetros de control son alturas piezométricas A_R contiene las filas de A de las celdas cuya altura es parámetro de control. $[m^{-1}]$. Si los parámetros de control son todas las alturas piezométricas, $A_R=A$.

Los parámetros de control pueden ser también volúmenes almacenados en un conjunto de celdas, salidas del acuífero, etc. Este concepto de los parámetros de control solo es aplicable si se usa el método de L.

Un concepto análogo aplicado a las acciones exteriores se denomina acción elemental las acciones externas sobre el acuífero suelen tener más o menos la misma configuración espacial, variando de un período a otro en su magnitud. Usando este concepto. La ecuación de H_k se simplifica quedando así:

$$L_k = E \cdot L_{k-1} + X \cdot Q_{AE} \cdot I_k \quad \text{Ecuación 34}$$

$$L_k = E * L_{k-1} + \psi \cdot I_k \quad \text{Ecuación 35}$$

Donde:

- $Q_{AE}(n, nae)$ matriz de acciones elementales en la que cada columna es una acción elemental, y por ende los elementos de cada columna deben sumar 1 [adimensional].
- $\psi(n, nae)$ es igual a: $\psi = X * Q_{AE}$ [dia/m].
- $I(nae)$ es el vector de intensidades de las acciones elementales [$m^3/día$].

(El concepto de acciones elementales se pueden aplicar tanto para el caso de $U=0$ como para el caso de $U \neq 0$).

El método de los autovalores requiere de la discretización del acuífero, las condiciones de contorno y las propiedades de transmisividad y almacenamiento de cada celda, así como numerar las celdas activas de izquierda a derecha y de arriba a abajo.

Obtener las matrices T y SF del MAV.

$$SF(ii) = \text{almacenamiento}_i \cdot \Delta x \cdot \Delta y \quad \text{Ecuación 36}$$

Para cada celda i analizada, j toma los números de celdas de arriba, abajo, derecha izquierda de la celda analizada, únicamente cuando están sean celdas activas.

$$t_{ii} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{\frac{1}{T_i} + \frac{1}{T_j}} \quad \text{Ecuación 37}$$

$$t_{ij} = -\frac{1}{\frac{1}{T_i} + \frac{1}{T_j}} \quad \text{Ecuación 38}$$

Después se construye la matriz C (simétrica):

$$c_{ij} = sf_{ii} \cdot t_{ij} \cdot sf_{jj} \quad \text{Ecuación 39}$$

Y se obtienen los n autovalores α y autovectores Y de C. Esto se calcula generalmente con alguna librería estándar, preparada para este fin, así como también los autovectores A que cumplen

$$T \cdot A = \alpha \cdot SF \cdot A \quad \text{Ecuación 40}$$

Luego se asignan los datos a las matrices: H_o, Q_o, Q^{AE}, e, I , y se calculan las matrices fijas que correspondan según el método y las simplificaciones elegidas, calculándose ulteriormente los valores de L o H para los diversos pasos de tiempo. Finalmente, el

cálculo del caudal transferido entre dos celdas vecinas se realiza empleando la fórmula de Darcy en medios discretizados:

$$q_{1-2} = T_{1-2} \cdot \frac{\Delta x}{\Delta y} \cdot \Delta h$$

Ecuación 41

La principal característica de este modelo de parámetros distribuidos es la eficiencia computacional, que reduce el tiempo y la memoria utilizados. Esto lo hace idóneo para incluir el modelo de flujo subterráneo en un modelo complejo de gestión y simular muchas alternativas para largos periodos de simulación.

El método requiere de la calibración de datos hidrodinámicos necesarios, realizables previamente mediante modelos matemáticos en diferencias finitas o elementos finitos, ya que el modelo de autovalores no es, en principio, eficaz en el proceso de calibración.

La interfaz gráfica de usuario permite visualizar y editar las características gráficas de la discretización sobre una imagen gráfica en la pantalla y permite, además, la inclusión de elementos gráficos ajenos a la modelación que facilitan la interpretación del esquema. Además, se incluye la posibilidad de obtener informes, ampliaciones de la pantalla, definición de bombeos y parámetros de control, etc.

Una vez introducidos estos datos en la interfaz gráfica, las rutinas que forman parte de este modelo permiten obtener los autovalores y autovectores que caracterizan el acuífero, así como las matrices que serán utilizadas para la simulación de la gestión del acuífero, para ello hay que definir las intensidades de las acciones elementales, a lo largo del periodo de simulación que se desee.

Los resultados de la simulación se pueden visualizar mediante gráficos o tablas. Y además se guardan en un archivo con formato definido para que se puedan utilizar en la realización de informes (Sahuquillo A. et al. 2010).

6.4 Cambio Climático

El clima es un estado cambiante de la atmósfera que depende de las interacciones mar-continente en diversas escalas de tiempo y espacio, cuando estos cambios llegan a presentar inestabilidades atmosféricas, determinadas por parámetros meteorológicos, se habla entonces de anomalías climáticas generadas por forzamientos externos que pueden producirse de manera natural o por influencias antropogénicas, ejemplo de esto es la mayor incidencia de radiación solar debido al aumento en la concentración de Gases de Efecto Invernadero (GEI) por actividades humanas (Garrote et al., 2012).

De acuerdo al Panel Intergubernamental sobre el Cambio Climático (IPCC, por sus siglas en inglés) en su Quinto Informe de Evaluación (IPCC, 2014), el futuro del planeta está en riesgo por el cambio climático, donde los efectos más percibidos son los causados por el calentamiento global, por ello se buscan medidas con el fin de mitigar y producir estrategias de adaptabilidad ante los mismos, es por tanto necesario determinar qué tan graves serán los efectos del cambio del clima a escala global.

6.4.1 Modelos de Circulación General y escenarios de emisión.

Con el fin de estimar la magnitud, ubicación y plazo de los impactos potenciales que puede producir el cambio climático se recurre a la modelación a partir de algoritmos matemáticos con los cuales se representan cuantitativamente el comportamiento y respuesta del clima a determinados forzantes al tiempo que se describe las relaciones de los componentes del sistema climático. Los modelos que acoplan la simulación atmósfera-océano y suelo, realizando además predicciones en una escala temporal mayor, son conocidos como Modelos de Circulación General (GCM's, por sus siglas en inglés).

Los GCMs permiten crear escenarios de la condición climática más probable y el IPCC es quien ha desarrollado escenarios que han servido de base para los modelos de circulación mundial, los cuales son los escenarios de emisiones IS92 (1992) y los escenarios del IE-EE/SRES, estos últimos se describen a partir de cuatro líneas evolutivas (A1, A2, B1 B2) que exploran vías de desarrollo alternativas incorporando toda una serie de fuerzas causantes demográficas, sociales, económicas, tecnológicas y medioambientales, junto con las emisiones de GEI resultantes (IPCC, 2007).

Como un punto fundamental es obtener un cuadro más detallado de la gama de estados futuros posibles del clima que sea consistente con el conocimiento que se tiene del sistema, es deseable trabajar con diversos GCMs a través de experimentos numéricos que partan de condiciones iniciales ligeramente diferentes entre sí, llegando a lo que se conoce como ensamble multimodelo que permita conocer el rango más probable de condiciones futuras.

Estos ensambles producidos de GCM's es necesario transformarlos a otros de mayor resolución espacial que reflejen las características y tendencias del clima regional, pues resulta muy importante generar escenarios regionales para analizar con mayor detalle los impactos potenciales del cambio climático ya que la resolución espacial típica de los GCMs (300 km X 300 km) no permite considerar los forzantes del clima local (topografía, uso de suelo).

En regiones de topografía marcada resulta importante analizar fenómenos de mesoescala que tienen un fuerte impacto en parámetros meteorológicos y en cantidades derivadas, como es la disponibilidad de agua o los rendimientos agrícolas, por ello se vuelve necesaria en la reducción de escala espacial de salidas de GCMs incorporar elementos que resultan en circulaciones de clima local en las proyecciones de cambios atmosféricos, adicionando un valor agregado a las salidas directas del GCM y que dependerá del entendimiento de los procesos que generan el clima local o regional y de la disponibilidad de datos para representarlo (Magaña, 2010).

6.4.1.1 Reducción de Escala de GCM's

Los escenarios de cambio climático regional, se pueden obtener a través de técnicas de reducción de escala (*downscaling*) dinámicas o estadísticas (Flint y Flint, 2012).

En las técnicas dinámica para la reducción de escala se utilizan los Modelos de Clima Regional (RCM), similares a los modelos de clima global, pero de mayor resolución espacial y por lo tanto contienen una mejor representación de elementos como la topografía o el uso de suelo dentro del dominio de interés. Entre los desarrollos dinámicos para escenarios regionales más actualizados se tienen los proyectos PRUDENCE en Europa, o NARCCAP en Norte América en los que se busca analizar simulaciones de cambio climático alta resolución espacial, con especial énfasis en los procesos y escenarios en el sentido probabilístico.

En las técnicas estadísticas las variables del clima regional o local (*predictandos*) se obtienen generando un modelo estadístico que las relaciona con las variables de gran escala del modelo de circulación general (*predictores*). Dentro de las herramientas más populares para la reducción de escala por técnicas estadísticas se encuentran el SDSM pues su esquema de reducción de escala se basa en la regresión lineal múltiple a un punto, ocupando campos precipitación, temperatura, radiación, globales del GCM y locales observados (Amblar Francés et al., 2017).

El Climate Predictability Tool (CPT) es otra herramienta de regionalización de salidas de GCMs de tipo estadística que permite aplicar las técnicas estadísticas de reducción de escala de regresión por componentes principales (PCR) y análisis de correlación canónica (CCA), contando además con aplicación de otras técnicas estadísticas como estandarización de campos de los GCM, muestreo de los datos, re-calibración de ecuaciones, normalización de campos, etc. (Magaña y Caetano, 2007).

Entonces para producir los escenarios futuros regionales más probables es necesario tener una muestra suficientemente grande de experimentos, pues es un elemento fundamental en la construcción probabilista de los escenarios del clima futuro, esencial

para la gestión de riesgo, y los escenarios regionales contruidos con CPT son comparables a algunos de los escenarios producidos usando modelos dinámicos de mesoescala, logrando capturar el efecto de circulaciones regionales que producen en estas escalas espaciales.

6.4.2 Proyecto de Intercomparación de Modelos Acoplados Fase 5 (CMIP5)

Como parte del desarrollo y actualización de los escenarios de cambio climático regionales en México se llevó a cabo el proyecto CMIP5 (por sus siglas en inglés) con la participación de centros internacionales como el Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, B.C, (CICESE), el Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA) y Centro de Ciencias de la Atmósfera (CCA-UNAM) en coordinación con el Instituto Nacional de Ecología y Cambio Climático (INECC), financiado por el fondo del Medio Ambiente Mundial (GEF, por sus siglas en inglés) y gestionado por el Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD).

Estas instituciones llevaron a cabo el estudio “Actualización de Escenarios de Cambio Climático para México como parte de los productos de la Quinta Comunicación Nacional”, un análisis regional del periodo histórico y de las proyecciones de 15 modelos de circulación global (MCG) a futuro cercano (2015-2039) y futuro lejano (2075-2099) para el caso de México mediante un conjunto de experimentos numéricos para estudiar la predictibilidad del clima, explorando los alcances y limitaciones de los modelos globales, siendo los resultados proyecciones climáticas bajo los diferentes escenarios de radiación (RCP4.5, RCP6.0 y RCP8.5), utilizados en el 5º Reporte de la IPCC (INECC et al., 2015).

La estrategia de CMIP5 incluye dos tipos de experimentos de modelación del clima:

- 1) integraciones de larga duración (escala de tiempo de siglos) y;
- 2) integraciones a corto plazo (10-30 años, experimentos decenales)

En ambos experimentos se utilizan modelos climáticos (AOGCM, por sus siglas en inglés). Para las simulaciones de largo plazo algunos de los modelos son acoplados con componentes biogeoquímicas que toman en cuenta los flujos de carbón entre la atmósfera, océano y las reservas de carbón en la biosfera terrestre, “cerrando” de este modo el ciclo de carbono en el modelo. Estos modelos son llamados modelos del Sistema Tierra (ESMs, por sus siglas en inglés), (Taylor et al., 2012).

El CMIP5 cuenta con una amplia gama de experimentos, los cuales se pueden agrupar en tres categorías para el caso de las integraciones de larga duración:

- 1) Evaluación de los modelos (respecto a su estabilidad, consideración de diferentes forzantes y periodos de tiempo).
- 2) proyecciones climáticas (donde se encuentran los nuevos escenarios RCP2.6, RCP4.5, RCP6.0 y RCP8.5, y algunos modelos con simulaciones hasta el 2300) y;
- 3) entendimiento de los modelos (en la cual se hicieron diferentes tipos de simulaciones con diversos forzantes y periodos de tiempo).

El CMIP5 incorpora los cambios aplicados a los escenarios de emisiones SRES (B1-bajas emisiones, A2-altas emisiones), etc. La abreviación RCP de los nuevos escenarios significa: Trayectorias de Concentraciones Representativas (RCP, por siglas en inglés). Estos escenarios se dividen en cuatro grupos: RCP2.6, RCP4.5, RCP6.0 y RCP8.5, que se refieren a la radiación global de energía expresada en W/m^2 ; por ejemplo, RCP8.5 es el escenario más extremo que supone un valor de $8.5 W/m^2$ debido al aumento de gases de efecto de invernadero.

Los Modelos de Circulación General Acoplados son programas de cómputo que reproducen la dinámica atmosférica en diferentes escalas incluyendo los efectos del océano y los continentes. Con estas herramientas se realizan simulaciones bajo diferentes condiciones radiativas, incluidas las de cambio climático mediante

escenarios, como RCP4.5, RCP6.0 y RCP8.5, con las cuales se generan proyecciones a futuro.

Se utilizaron simulaciones de 15 MCG del CMIP5 Los cuales se recortaron a una malla de 0 a 40°N, y de 140W a 60W y se interpolaron en los puntos de malla de las observaciones (CRU), de 0.5° * 0.5°. Las variables en superficie utilizadas son Precipitación, Temperatura Máxima, Mínima y Promedio (Taylor et al., 2012).

La base de datos generada por la unidad de Investigación Climática (CRU por sus siglas en inglés), que es parte de la Escuela de Ciencias Ambientales en la Universidad del Anglia Oriental, Inglaterra (UEA, por sus siglas en inglés), es ampliamente reconocida como una de las instituciones líder dedicadas al estudio del cambio climático natural y antropogénico, cuyo principal objetivo es mejorar el entendimiento científico en tres áreas considerando tanto la historia del clima pasado y su impacto en la humanidad, el curso y las causas del cambio climático durante este siglo y los cambios esperados en el futuro.

Los datos de CRU utilizados tienen una resolución temporal mensual para el periodo de 1901-2009 y resolución espacial de 0.5°x0.5° para todo el mundo. Para este estudio se recortó a la región 0° a 40°N, y de 140°W a 60°W, para las variables temperatura media, mínima, máxima, precipitación. Esta base de datos se generó a partir de estaciones meteorológicas distribuidas en todo el mundo, más de 8000 para la temperatura y de 6000 para precipitación. Por ello CRU tiene datos solo sobre continente. Las fuentes potenciales de no homogeneidades en las estaciones climáticas y métodos de corrección fueron utilizando el método de Global Historical Climatology Network-Monthly (GHCN) de Peterson et al. (1998).

El método de Fiabilidad del ensamble ponderado (REA) fue propuesto y desarrollado por Giorgi y Mearns (2001) con el objetivo de dar mayor peso a los MCG que contengan los errores y sesgos más pequeños en comparación con las variables observadas en un punto de malla dado.

El ensamble ponderado REA se calculó para las proyecciones de cambio y las simulaciones históricas de los 15 MCG empleados, por puntos de malla, mediante la ecuación siguiente:

$$\overline{\Delta T} = \tilde{A}(\Delta T) = \frac{\sum_i R_i \Delta T_i}{\sum_i R_i} \quad \text{Ecuación 42}$$

Donde R_i es el peso de cada modelo (i) por punto de malla, definido por el producto de dos criterios: el de tendencia ($R_{B,i}$) y el de convergencia ($R_{D,i}$), donde los parámetros m y n pueden ser usados para darle más peso a un criterio que a otro:

$$R_i = \left[(R_{B,i})^m \times (R_{D,i})^n \right]^{1/(m+n)} \quad \text{Ecuación 43}$$

El criterio de tendencia se refiere a qué tan diferente es el modelo “i” respecto a los datos observados, en el periodo 1961-2000. Por lo tanto, entre menor sea la diferencia de las dos bases de datos, mayor es la confiabilidad de tal modelo. Para lo cual se requiere tener datos históricos de los modelos a utilizar. Este factor se da por la ecuación:

$$R_{B,i} = \left[\frac{\varepsilon}{|B_i|} \right]^m \quad \text{Ecuación 44}$$

La pauta de convergencia es la distancia del modelo “i” en referencia al resto de los modelos, es decir, del promedio REA. Este criterio es un método iterativo, en el que, en la primera iteración se toma en cuenta el promedio simple para calcular la distancia $[D_{i1}] = [\Delta T_i - (\Delta T_i)]$ usadas en la ecuación para ΔT y R_i .

Con lo anterior se recalcula la distancia de cada modelo con el promedio REA $[D_{i2}] = [\Delta T_i - (\Delta T_i)]$, y así sucesivamente. El proceso iterativo se termina cuando se alcanza el criterio de convergencia (que en este caso se consideró cuando $[D_{in} - D_{in-1}] \leq 0.01$). Entre menor sea la distancia del modelo “i” mayor será el valor de este criterio.

$$R_{D,i} = \left[\frac{\varepsilon}{|D_i|} \right]^n$$

Ecuación 45

El parámetro ε en las ecuaciones anteriores, es una medida de la variabilidad natural. Para calcular esta variabilidad se eliminó la tendencia del periodo 1961-2000 y se calculó el promedio móvil de 30 años. Finalmente, ε se definió como la diferencia entre los valores máximos y mínimos de este promedio

Para estimar el rango (delta) de incertidumbre del ensamble promedio del REA, se calculó la raíz cuadrática media de la diferencia de los cambios utilizando los resultados de las ecuaciones ΔT (anomalía) y R_i (peso):

$$\bar{\delta}_{\Delta T} = \left[\frac{\sum_i R_i \left(\Delta T_i - \overline{\Delta T} \right)^2}{\sum_i R_i} \right]^{1/2}$$

Ecuación 46

Por lo tanto, los límites superior e inferior de la incertidumbre están definidos por:

$$\begin{aligned} \Delta T_+ &= \overline{\Delta T} + \delta_{\Delta T} \\ \Delta T_- &= \overline{\Delta T} - \delta_{\Delta T} \end{aligned}$$

Ecuación 47

En la actualización de escenarios de cambio climático para estudios de impactos, vulnerabilidad y adaptación en México y Centroamérica del 2015 se implementaron dos nuevas metodologías para la evaluación de los parámetros climáticos, por un lado la metodología de generación de las bases de datos mensuales de escenarios de cambio climático de 15 Modelos Generales de Circulación y del ensamble REA con resolución espacial de $0.5^\circ \times 0.5^\circ$; por otro lado la metodología para generar las bases de datos mensuales de escenarios de cambio climático de cuatro modelos MGC: CNRMCM5 (Francia), GFDL_CM3 (Estados Unidos), HADGEM2-ES (Reino Unido), MPI_ESM_LR (Alemania) y del ensamble REA (México) en muy alta resolución espacial ($30'' \times 30''$) y que consideran el efecto del relieve topográfico.

Con estas metodologías se determinaron los incrementos de cambio de las 4 variables consideradas (temperatura máxima, mínima, y promedio en $^\circ\text{C}$, así como de precipitación promedio mensual en mm) para sus respectivos RCP's (4.5 & 8.5) y horizontes considerados (corto, mediano y largo plazo), así mismo se estimó el porcentaje de cambio de precipitación mensual generado con relación a la climatología mensual de referencia correspondiente para cada MGC.

Esta información es accesible a partir de un sistema de información (Servidor de Mapas) basado en el Sistema de Información de la Unidad de Informática para las Ciencias Atmosféricas y Ambientales , con el cual es posible incorporar y visualizar en línea en forma interactiva estas bases de datos (INECC et al., 2015).

6.4.3 Experimento Regional Coordinado de Reducción de Escala Climática (CORDEX)

Ante las diversas técnicas de reducción de escala climática regional, así como sus aplicaciones, debilidades y fortalezas, se vuelve necesario evaluar su desempeño bajo la experiencia ganada a través de la comunidad de modelación global, con el fin de proveer una base científica para la evaluación del impacto que puede tener esta información climática; el Programa Mundial de Investigaciones Climáticas (WRCP) ha llevado una investigación y enlace de comunidades de ciencia climática a través del CORDEX, el cual ha contribuido en el desarrollo y producción de información y datos de clima regional (Giorgi et al., 2009).

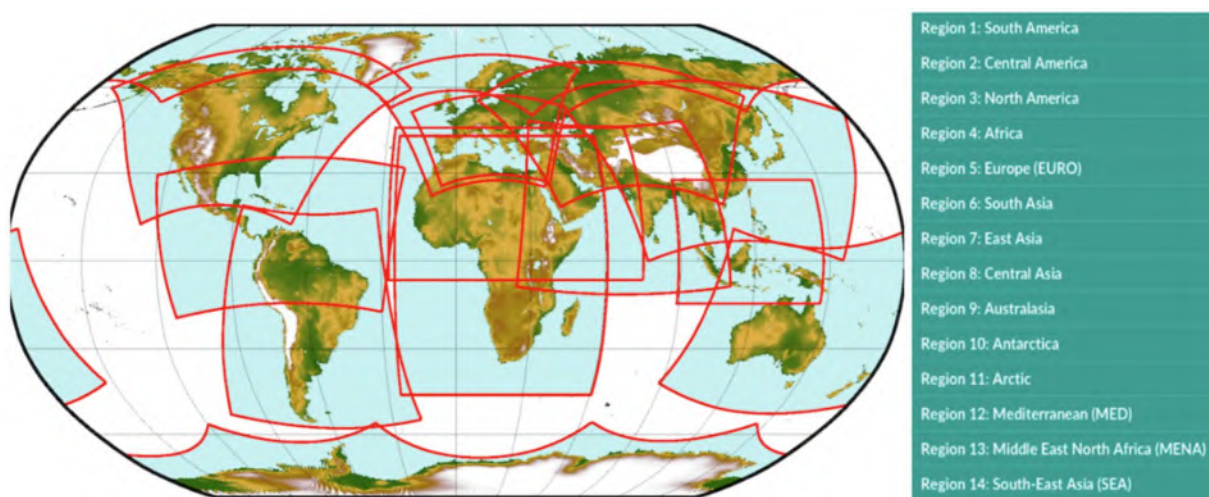


Figura 6.7 Dominios del Experimento CORDEX (CORDEX-SAT, 2020)

El CORDEX se basa en dominios, regiones para las cuales se generan las reducciones de escala, teniéndose un total de 14 regiones (Figura 6.7), de las cuales México pertenece a la región 2: Centro-América (CAM), en ellas se desarrollan experimentos de proyección que conforman el Almacenamiento de Información Climática (CDS), los cuales son parcialmente derivados del CMIP5:

Evaluación: Simulaciones de modelos para el pasado bajo imposición “perfecta” de condición laterales de frontera siguiendo el proyecto ERA-Interim (1979-2015)

Histórico: Simulaciones de modelos para el pasado usando condiciones de frontera lateral a partir de los GCM. Estos experimentos cubren un período para el cual existen observaciones climáticas modernas, muestran cómo funcionan los RCM para el clima pasado cuando son forzados por los GCM y pueden usarse como un período de referencia para comparar con escenarios para el futuro.

Escenarios RCP: Ensamble de experimentos de proyección climática de CORDEX impulsados por las condiciones de contorno de los GCM utilizando escenarios de forzamiento RCP. Los escenarios utilizados son RCP 2.6, 4.5 y 8.5, proporcionan diferentes caminos del forzamiento climático futuro.

Los modelos impulsores de GCM y RCM incluidos en los subconjuntos de CDS-CORDEX para el dominio CAM se detalla en las tablas siguientes:

Tabla 6.4 Combinaciones GCM-RCM para el dominio CAM de acuerdo a resoluciones espaciales de 22 y 44°(ECMWF, 2014).

Resolution	Regional Climate Models	Driving Global Coupled Models											
		ERA-INT (ECMWF)	HadGEM2-ES (MOHC)	EC-EARTH (ICHEC)	NorESM1-M (NCC)	MPI-ESM-LR (MPI)	MPI-ESM-MR (MPI)	CanESM2 (CCCma)	CNRM-CM5 (CNRM-CERFACS)	Mk3-6-0 (QCCCE-CSIRO)	MIROC5 (MIROC)	GFDL-ESM2M (NOAA)	
0.22°	REMO2015 (GERICS)												Evaluation
	RegCM4-7 (ICTP)												Historical
	CRCM5 (OURANOS)												RCP26
0.44°	RegCM4-3 (ICTP)												RCP45
	CRCM5 (OURANOS)												RCP85
	RCA4 (SMHI)												NOT EXPECTED

Tabla 6.5 Modelos CORDEX regionales con la combinación GCM-RCM para el dominio CAM de acuerdo a resolución espacial 44°(SMHI, n.d.).

GCM	RCM	Realización	RCP4.5	RCP8.5	RCP2.6
CCCma-CanESM2	RCA4	rlilpl	no	yes	no
CNRM-CERFACS-CNRM-CM5	RCA4	rlilpl	no	yes	no
CSIRO-QCCCE-CSIRO-Mk3-6-0	RCA4	rlilpl	no	yes	no
ICHEC-EC-EARTH	RCA4	r12ilpl	yes	yes	yes
IPSL-IPSL-CM5A-MR	RCA4	rlilpl	no	yes	no
MIROC-MIROC5	RCA4	rlilpl	no	yes	yes
MOHC-HadGEM2-ES	RegCM4-3	rlilpl	no	yes	no
MOHC-HadGEM2-ES	RegCM4-3	r2ilpl	no	yes	no

MOHC-HadGEM2-ES	RCA4	rlilpl	yes	yes	yes
MPI-M-MPI-ESM-LR	RCA4	rlilpl	yes	yes	yes
MPI-M-MPI-ESM-MR	RegCM4-3	rlilpl	no	yes	no
NCC-NorESM1-M	RCA4	rlilpl	no	yes	yes
NOAA-GFDL-GFDL-ESM2M	RCA4	rlilpl	no	yes	no

Un modelo y su colección de simulaciones se conocen como ensamble. Dentro de estos, se realizan tres categorías diferentes de estudios de sensibilidad, y las ejecuciones de modelos individuales resultantes se etiquetan con tres números enteros que indexan los experimentos en cada categoría.

La primera se denomina "realización", lleva a cabo experimentos que difieren solo en perturbaciones aleatorias de las condiciones iniciales del experimento. La comparación de diferentes realizaciones permite estimar la variabilidad interna del modelo climático.

La segunda categoría se refiere a la variación en los parámetros de inicialización. La comparación de resultados inicializados de forma diferente proporciona una estimación de la sensibilidad del modelo a las condiciones iniciales.

La tercera categoría, es la "física", se refiere a las variaciones en la forma en que se representan los procesos a escala de sub-rejilla. La comparación de diferentes simulaciones en esta categoría proporciona una estimación de la incertidumbre estructural asociada con las opciones en el diseño del modelo.

Cada miembro de un conjunto se identifica mediante una tríada de números enteros asociados con las letras r, i y p que indican las variaciones de "realización", "inicialización" y "física", respectivamente. Por ejemplo, el miembro "r1i1p1" y el miembro "r1i1p2" para el mismo modelo y experimento indican que las simulaciones

correspondientes difieren ya que los parámetros físicos del modelo para el segundo miembro cambiaron en relación con el primer miembro.

Se debe distinguir dentro de las variaciones, las especificaciones del experimento, que se coordinan de forma general en todos los modelos que contribuyen al CMIP5 y las variaciones que adopta cada equipo de modelado para evaluar la robustez de sus propios resultados. El índice “p” se refiere a este último, con el resultado de que los valores tienen diferentes significados para diferentes modelos, pero en todos los casos estas variaciones deben estar dentro de las restricciones impuestas por las especificaciones del experimento (ECMWF, 2014).

Las variables provistas por CORDEX para todos los dominios son 17, con 9 adicionales disponibles solo para Europa destacándose: flujo medio de precipitación (pr), temperatura a 2m (tas), temperatura mínima en las últimas 24 hrs (tasmin) & temperatura máxima en las últimas 24 hrs (tasmx); en escalas temporales de 3-horas, 6-horas, diaria, mensual y estacional.

Los subconjuntos CDS de datos CORDEX son provistos como archivos Network Common Data Form (NetCDF), de disponibilidad gratuita y comúnmente usada en la comunidad de modelación climática, con aproximadamente 10 años de información por parámetro por archivo.

6.4.4 Series Meteorológicas con Cambio Climático

A partir de la actualización de escenarios de cambio climático presentados en el proyecto CMIP5 por parte de INECC junto a otras instituciones de investigación es posible obtener las proyecciones de las series de temperatura y precipitación bajo los escenarios RCP4.5 y RCP8.5 con proyecciones de 2015 a 2039, 2045 a 2069 y de 2075 a 2099 esta información puede ser adquirida de la base de datos en línea de escenarios de INECC en donde se da a elegir entre dos tipos de escala espacial

(30"x30" y 0.5°x0.5°), donde para ambos casos deben especificarse el modelo, escenario radiativo, horizonte de proyección, variable climática y mes de interés.

6.4.4.1 Corrección del sesgo

Los datos provenientes de modelos climáticos presentan una gran incertidumbre, esto se debe a dos razones. En primera instancia, a los modelos climáticos no les es posible representar completamente la física de la atmósfera debido a su enorme complejidad, además muchos procesos suceden a escalas muy pequeñas como para ser considerados por el modelo. La segunda causa de incertidumbre es el caos dinámico; el cual es debido a la alta sensibilidad a las condiciones iniciales. Por ello en dos simulaciones de un mismo sistema con cambios ligeros en las condiciones iniciales, los resultados eventualmente divergirán significativamente (Wilks, 2011).

Las condiciones iniciales no pueden ser conocidas totalmente, puesto que no se puede observar por completo a la atmósfera. Por ello se requieren de distintas simulaciones en las cuales se modifican dichas condiciones iniciales. Cada simulación representa un miembro del ensamble, el cual es el conjunto de los datos simulados. Las variaciones en los datos de los miembros del ensamble representan la incertidumbre de los datos obtenidos.

Dado que los modelos climáticos no pueden representar todos los fenómenos físicos atmosféricos, los resultados de las variables climatológicas procedente de estos modelos tendrán un sesgo sistemático respecto a los datos observados. La calidad de los pronósticos es mejorable a partir del desarrollo de diversas técnicas que permiten reducir el sesgo.

Las metodologías pueden ser lineales o no lineales (Weigel et al., 2009), las cuales han sido aplicadas de manera amplia en datos de cambio climático, en series de largos

periodos de tiempo, pero muy poco se ha hecho para mejorar los pronósticos estacionales, ya sean éstos de corto o largo plazo.

Algunas de estas metodologías ampliamente utilizadas en la corrección de sesgo en parámetros de cambio climático son el Linear Scaling (LS) y el Quantile Mapping (QM). El método LS se caracteriza por ser de simple aplicación ya que contiene únicamente dos parámetros, las medias de los datos pronosticados y de los datos de contraste. Por otra parte, el método QM abarca toda la forma de la función de distribución de la variable (Madrigal Barrera, 2020).

Linear Scaling (LS)

El método LS busca hacer coincidir la media mensual de los pronósticos con la de los datos observados (Lenderink et al., 2007). Este método ha sido utilizado con frecuencia debido a su simplicidad y a su rápida aplicación (Chen et al., 2013).

La precipitación se corrige con la relación entre las medias mensuales de los datos observados y los pronósticos. (Ecuación 48)

$$Pr_{BC} = Pr_{pron} \cdot \left[\frac{\mu_m(Pr_{obs})}{\mu_m(Pr_{pron})} \right] \quad \text{Ecuación 48}$$

Donde Pr_{BC} es la precipitación diaria corregida, Pr_{pron} es la precipitación diaria pronosticada, $\mu_m(Pr_{obs})$ y $\mu_m(Pr_{pron})$ son las medias mensuales de los datos observados y los pronósticos, respectivamente.

La corrección de la temperatura se realiza agregando la diferencia de las medias mensuales (Ecuación 49)

$$T_{BC} = T_{pron} + \mu_m(T_{obs}) - \mu_m(T_{pron}) \quad \text{Ecuación 49}$$

Donde TBC es la temperatura diaria corregida, T_{pron} es la temperatura diaria pronosticada, $\mu m(T_{obs})$ y $\mu m(T_{pron})$ son las medias mensuales de los datos observados y los simulados, respectivamente.

Quantile Mapping (QM)

La metodología de mapeo de cuantiles establece una función de transferencia que conserva la distribución de los datos observados en los simulados (Gudmundsson et al., 2012) (Ecuación 50)

$$Pr_{obs} = h(Pr_{pron}) = F_{obs}^{-1}(F_{pron}(Pr_{pron})) \quad \text{Ecuación 50}$$

Donde Pr_{obs} es la precipitación observada, Pr_{pron} es la precipitación del modelo climático, h es el valor de la transformación, F_{obs}^{-1} es la inversa de la función de distribución acumulada de los datos observados, también denominada función de cuantiles. Finalmente, F_{pron} es la función de distribución acumulada de los datos pronosticados.

6.4.4.2 Anomalía climática

Las bases de datos proporcionadas por el INECC de precipitación y temperatura para los cuatro GCM's considerados para la región proveen también de los valores de anomalía climática (ΔT y ΔP) y porcentaje de cambio (% P) de manera espacial a partir de datos en formato GeoTIFF, pero debido a que parten de una base histórica que refleja un comportamiento distinto al de los datos de las estaciones meteorológicas de la región analizada, se debe obtener dicha variación de forma puntual y aplicar a los datos climáticos provenientes de CLICOM o del Servicio Meteorológico Nacional (SMN) del periodo histórico a los que se tienen acceso.

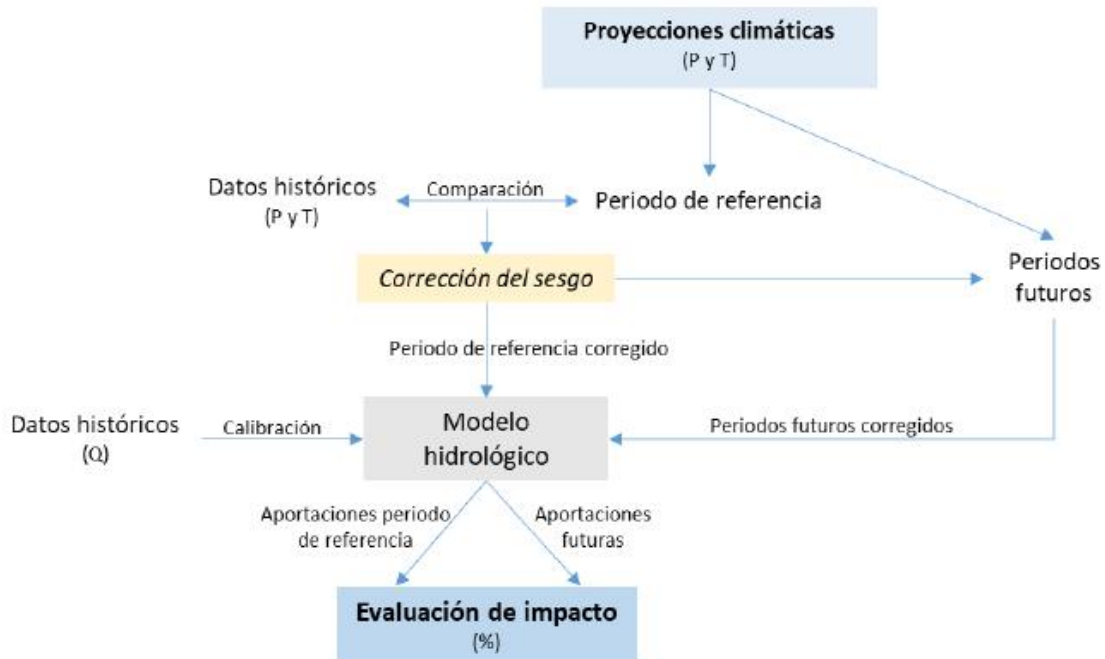


Figura 6.8 Metodología de evaluación de CC en aportaciones futuras a partir de proyecciones corregidas (Suárez, 2021)

Una metodología que integra las proyecciones climáticas en la gestión y planificación hidrológica mediante el ajuste de los datos de proyección de cambio climático a escala local es propuesta por Suárez (2021)

La cual facilita la toma de decisiones futura frente a situaciones de escasez hídrica y eventos extremos, como son las sequías, que previsiblemente serán más intensas y frecuentes debido al impacto del cambio climático (CEDEX, 2017).

Se representa por dos vías (dependiendo del origen de los datos), a través de un proceso de modelación en las cuales interactúan una con la otra y convergen finalmente en el análisis de impacto derivado del cambio climático.

Se parte de variables meteorológicas (P y T) procedentes de las proyecciones climáticas, cuyos datos se dividen en un periodo de referencia y periodos futuros. El periodo de referencia se compara con los observados de las mismas variables, si no se ajustan se procede a una corrección del sesgo que seguidamente se extenderá a los periodos futuros.

Los datos corregidos de ambos periodos se introducen en un modelo hidrológico (previamente calibrado) para obtener las aportaciones del periodo de referencia y de los periodos futuros, se compararán para evaluar el impacto del cambio climático y obtener una tasa de cambio media en porcentaje.

Se busca aplicar esta metodología al caso de estudio por su fácil replicabilidad en cuencas complejas que presenten problemáticas relacionadas con la escasez hídrica, siempre y cuando se disponga de datos suficientes y conocimiento técnico.

6.4.4.3 Tendencia y Estacionalidad

Cuando se analizan series temporales de variables hidrológicas como la precipitación, el escurrimiento o los niveles de agua subterránea, son comunes los conceptos de tendencia y estacionalidad ya que son componentes clave que describen el comportamiento de estos datos a lo largo del tiempo.

La tendencia es el comportamiento a largo plazo de la serie temporal, que indica si los valores de la variable aumentan, disminuyen o permanecen constantes con el tiempo, causas comunes de tendencia es el cambio climático que puede provocar un incremento en la intensidad de lluvias o una reducción de la precipitación total, otras pueden deberse a las modificaciones en el uso del suelo, como deforestación, urbanización o actividades agrícolas que pueden alterar los patrones de escurrimiento y recarga de acuíferos, así como sobreexplotación en el caso de niveles de agua subterránea, donde el bombeo excesivo puede generar una tendencia descendente.

La estacionalidad describe patrones recurrentes o periódicos en los datos, que suelen estar asociados a cambios estacionales, climáticos o hidrológicos regulares, Entre sus características principales se encuentra que los valores de la serie se repiten en intervalos regulares de tiempo, como días, meses o años, estas suelen ser comunes en series relacionadas con el ciclo hidrológico debido a las estaciones del año (invierno, verano) o eventos climáticos (monzones, temporadas de sequía).

Las causas comunes de este comportamiento en la precipitación se deben a que, en muchas regiones, las lluvias están concentradas en una temporada específica (por ejemplo, lluvias monzónicas o estaciones húmedas/seca), para el caso del escurrimiento depende de la precipitación estacional, el ciclo agrícola o en algunas zonas por el derretimiento de nieve; por su lado los niveles de agua subterránea fluctúan debido a la recarga en épocas de lluvia y al consumo durante la estación seca.

La tendencia puede ser detectada por análisis visuales como en gráficos de series temporales, por ajustes de regresión lineal o no lineal, o pruebas estadísticas como Mann-Kendall para evaluar la significancia de la tendencia, mientras que la estacionalidad puede ser advertida mediante análisis gráficos para identificar ciclos periódicos, por transformación de datos por medio de análisis de Fourier o descomposición de series temporales, así como cálculo de medias mensuales o estacionales para observar patrones.

Ambos componentes pueden estar presentes en una misma serie, un caso es la tendencia descendente en niveles de agua subterránea que puede estar superpuesta con una estacionalidad debida a ciclos de recarga y extracción, otro es la precipitación con tendencia por al aumento o disminución general, además de un patrón estacional regular como el de las lluvias concentradas en verano.

La separación de estos componentes puede ser crucial para identificar correctamente las causas de los cambios en los parámetros analizados y tomar decisiones de gestión adecuadas, en el caso del estudio de las sequías, es importante desestacionalizar la precipitación para analizar las anomalías con respecto al ciclo climático normal, mientras que al evaluar la sostenibilidad de un acuífero, la eliminación de tendencia ayuda a cuantificar el impacto de la extracción humana frente a la recarga estacional.

En el caso de la precipitación, esta suele presentar patrones estacionales debido a variaciones climáticas recurrentes como las estaciones del año, la desestacionalización consiste en eliminar estas fluctuaciones periódicas para

centrarse en las desviaciones o anomalías con respecto al comportamiento promedio estacional. Los métodos comunes para llevarlo a cabo son el ajuste a través de medias móviles o el uso de modelos estadísticos como descomposición de series temporales (aditiva o multiplicativa).

También al analizar datos de precipitación a largo plazo, estos pueden tener tendencias, por ejemplo, disminución o aumento general de lluvias debido al cambio climático. La eliminación de tendencia implica separar esta componente secular de largo plazo de los datos para centrarse en las fluctuaciones de interés, los métodos comunes para llevarlo a cabo son el ajuste mediante regresión lineal o no lineal.

El Impacto de la desestacionalización en el análisis de la sequía mediante índices se relaciona con la consistencia estadística de la serie temporal del parámetro utilizado.

La desestacionalización asegura que los índices capturen anomalías con respecto al comportamiento típico de cada mes o estación, mejorando la interpretación de eventos extremos. El no llevarla a cabo podría ocasionar que las anomalías puedan ser subestimadas o sobreestimadas en períodos estacionales específicos, aunque es importante tener en cuenta que se debe mantener suficiente contexto sobre la estacionalidad natural para no "sobre ajustar" los datos.

Por su parte, la eliminación de tendencia evita que cambios a largo plazo como la reducción de precipitación por cambio climático, distorsionen la evaluación de eventos a corto plazo, su eliminación asegura que las estadísticas usadas en la estimación de índices de sequía reflejen únicamente la variabilidad climática natural, pero esta solo debe aplicarse si se busca aislar fluctuaciones de corto plazo, ya que podría ocultar cambios climáticos significativos.

Parte de los métodos más comunes para la desestacionalización y eliminación de tendencia a través de medias móviles se encuentran (Box & Jenkins, 1976):

Modelos ARMA (Autoregressive Moving Average)

Combinan componentes autoregresivos (AR) y de promedio móvil (MA). Si bien ARMA no incluye estacionalidad explícitamente, se puede aplicar para series ya desestacionalizadas, mediante diferencias estacionales. Útil para series con patrones estacionarios tras la eliminación de tendencias y estacionalidad.

Modelos ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average)

Extiende ARMA al permitir diferencias para hacer la serie estacionaria en tendencia. Sin embargo, ARIMA no aborda explícitamente la estacionalidad. La diferenciación estacional puede ser aplicada como un paso previo, haciendo la serie estacionaria.

Modelos SARIMA (Seasonal ARIMA)

Una extensión del modelo ARIMA que incorpora términos específicos para modelar la estacionalidad, ajustando patrones cíclicos. Incluye parámetros de autoregresión y promedio móvil para componentes estacionales. Permite modelar directamente la estacionalidad sin necesidad de diferenciar la serie.

STL (Seasonal and Trend Decomposition using Loess)

Descompone una serie temporal en componentes de tendencia, estacionalidad y ruido. Usa suavizado local (Locally Estimated Scatterplot Smoothing - LOESS) para identificar patrones, separa directamente la estacionalidad de los datos sin necesidad de diferenciar ni modelar explícitamente, es útil para series con estacionalidad no lineal o que cambia con el tiempo (Cleveland et al., 1990).

Transformación de Fourier

La transformada de Fourier descompone una serie temporal en elementos sinusoidales de diferentes frecuencias, permitiendo identificar y eliminar componentes estacionales, en el se identifican las frecuencias dominantes (estacionales) y se eliminan para obtener los residuos no estacionales, siendo particularmente útil para datos periódicos con patrones claramente definidos.

6.5 Sequía

La sequía entendida como una anomalía climática que afecta la disponibilidad hídrica de una región, por encontrarse en niveles inferiores a los habituales, de tal forma que no es posible satisfacer las distintas necesidades de su población, teniendo diversas consecuencias al ambiente y al sector agrícola, que derivan a su vez en afectaciones a la economía, salud y calidad de vida de las sociedades que la padecen (IMTA, 2017).

A diferencia de otros peligros o eventos extremos sus efectos suelen ser más generalizados y de mayor rastro, por lo cual suele ser frecuentemente objeto de análisis ya que su paulatina aparición permite la observación de los cambios de las variables meteorológicas relacionadas.

La naturaleza impredecible y acumulativa de este fenómeno, representa una contingencia para la mayoría de los gobiernos donde se procura implementar programas de alerta temprana o mitigación con acciones claras para aminorar sus efectos en la disponibilidad hídrica, siendo este el principal propósito de identificar la sequía, planificar su distribución y aprovechamiento, desde un punto de vista estructural, reduciendo así la vulnerabilidad regional y social (Esparza, 2014).

Las anteriores estimaciones deben tomar en cuenta los estudios climatológicos, pues los cambios que producen sobre el ciclo hidrológico afectarán la respuesta de los sistemas de cuenca respecto a cada una de las etapas dentro del ciclo definiendo la relación oferta-demanda que habrá de adoptarse (Magaña-Rueda et al., 2018).

De forma general la sequía suele considerarse como una carencia de precipitación en un periodo extenso, lo que ha llegado a categorizarla en dos grupos:

- Conceptual – entendida como una deficiencia en la precipitación pluvial
- Operacional – referente a las deficiencias en el suministro

Así mismo puede ser clasificada en función del tipo de afectación (O. Martínez y Ruiz, 2005) en:

Sequía meteorológica. Se presenta al incurrir un período prolongado con menor precipitación que la media. Suele ser la precursora a los otros tipos de sequía.

Sequía agrícola. Aquella que afecta la producción de cultivos o condiciones ecológicas de la región biogeográfica. Pueden presentarse independientemente de los patrones de cambio en la precipitación, se relaciona principalmente a las condiciones del suelo y erosión generadas por actividades agrícolas mal planificadas que provocan un déficit en la disponibilidad hídrica para los cultivos.

Sequía hidrológica. Se define como una disminución de la disponibilidad de aguas superficiales y subterráneas en un sistema hidráulico o hidrológico en un plazo temporal dado respecto a los valores medios que puede impedir cubrir las demandas de agua al cien por ciento de acuerdo al Programas de Medidas Preventivas y de Mitigación a la Sequía (PMPMS).

Esta última representa la base de estudio del proyecto, ya que está vinculada con la sequía meteorológica operativa y socioeconómica.

6.5.1 Índices de Sequía

Los indicadores de caracterización de sequía son una herramienta apropiada para la evaluación de su severidad, estos consideran diversas variables, pueden seguir el desarrollo en tiempo real de una sequía, algunos se refieren a propiedades específicas como la intensidad mientras otros consideran varios parámetros, existen aquellos de procesos simple que requiere pocos datos y otros de ecuaciones complejas que necesitan mucha información, siendo preferibles aquellos de fácil interpretación ya sea numérica o espacial a través de imágenes y mapeados.

- A continuación, se describen algunos índices más utilizados:

a) Índice de severidad de sequía de Palmer (PDSI)

Empleado para medir la pérdida de humedad, basándose en el concepto de oferta y demanda de la ecuación de balance hídrico, teniendo en cuenta solo la escasez de precipitaciones de los sitios determinados. Su objetivo es ofrecer medidas normalizadas de las condiciones de humedad, para poder establecer comparaciones entre distintos sitios y entre distintos meses.

Creado por Palmer en 1965, el índice se calcula con base en datos termopluviométricos, y del contenido de agua disponible en el suelo. Los valores oscilan entre -6.0 y +6.0 y es utilizado principalmente porque ofrece una medida de las anomalías meteorológicas recientes para una región determinada, compara las condiciones actuales con respecto a las históricas y proporciona representaciones en el espacio y tiempo de las sequías históricas.

Entre sus desventajas se tiene que puede tardar varios meses en pronosticar las previsiones de sequías, no es adecuado para zonas montañosas o con cambios extremos de clima.

b) Índice de precipitación estandarizado (SPI)

Fue diseñado con el propósito de definir y dar seguimiento a la sequía (McKee et al., 1993). Es un indicador basado en la probabilidad de lluvia, en cualquier periodo de tiempo. El cálculo del SPI para cualquier lugar se basa en los registros de precipitaciones a largo plazo durante el periodo deseado. Este registro de datos a largo plazo se ajusta a una distribución normal, de manera que el SPI medio para el lugar y periodo deseado sea cero.

Algunas de las ventajas de este indicador son que se puede calcular para diferentes periodos de tiempo, da una señal de alerta temprana de la sequía, ayuda a valorar la intensidad de la misma y es menos complejo que el PDSI. Su desventaja es que los valores del SPI se basan en datos previos que pueden variar.

El SPI se diseñó para cuantificar el déficit de precipitación a múltiples escalas de tiempo 3, 6, 12, 24 y 48 meses, y reflejar el impacto de la sequía sobre la disponibilidad de los recursos hídricos. Las condiciones de humedad del suelo responden a las anomalías de precipitación a corto plazo, meses e incluso semanas. El almacenamiento de los embalses, las aguas subterráneas y las corrientes de agua responden a largo plazo (años).

Se recomienda usar el SPI para un período continuo de al menos 30 años. Se puede usar SPI_24 o SPI_48 para sequías persistentes, y SPI-3 o SPI-6 para anomalías de lluvia relacionados con la variabilidad intra-estacional (Méndez y Magaña, 2010).

Para el cálculo del SPI se generan series a la escala de tiempo deseada (3, 6, 12, 24, 48 meses), y se la ajusta a una función de distribución. Dado un nivel de precipitación acumulada, se calcula la probabilidad de excedencia, en base a la función de distribución.

Para el complemento de la probabilidad, se calcula el valor de la variable normalizada, como la inversa de la función de distribución normal acumulada. El valor resultante corresponde al SPI (Tabla 6.6).

Tabla 6.6 Cálculo de la serie para determinar el SPI

Precipitación mensual	Escala de tres meses	Escala de seis meses
X_1	-	-
X_2	-	-
X_3	$X_1 + X_2 + X_3$	-
X_4	$X_2 + X_3 + X_4$	-
X_5	$X_3 + X_4 + X_5$	-
X_6	$X_4 + X_5 + X_6$	$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6$
X_7	$X_5 + X_6 + X_7$	$X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7$
...	...	...
X_n	$X_{n-2} + X_{n-1} + X_n$	$X_{n-5} + X_{n-4} + X_{n-3} + X_{n-2} + X_{n-1} + X_n$

Para la caracterización del estado de sequía (McKee et al., 1993) hacen uso del sistema de clasificación mostrado en la Tabla 6.7 y definen los criterios para un "evento de sequía" para cualquier escala de tiempo. Cada episodio de sequía tiene su principio y fin (duración), y una intensidad por cada mes que el evento continúe. De acuerdo a su clasificación cuando el SPI alcanza una intensidad de -1.0, o inferior, se da inicio a un episodio de sequía, y éste finaliza cuando el índice alcanza valores positivos.

Tabla 6.7 Clases de Sequía definidas por McKee, Doesken et al. 1993

Valor SPI	Clases de Sequía
>2,00	Extremadamente Húmedo
1,50 a 1,99	Muy Húmedo
1,00 a 1,49	Moderadamente Húmedo
-0,99 a 0,99	Normal
-1,00 a -1,49	Sequía Moderada
-1,50 a -1,99	Sequía Severa
<-2,00	Sequía Extrema

Los valores de SPI propuestos por McKee (1993) han sido cuestionados por (Agnew, 2000) y éste ha propuesto umbrales alternativos, más racionales mostrados en la Tabla 6.8.

Tabla 6.8 Clases de Sequía definidas por Agnew 2000

Valor SPI	Clases de Sequía
< -1,65	Sequía Extrema
< -1,28	Sequía Severa
< -0,84	Sequía Moderada
< -0,50	Sin Sequía
< 0,00	Sin Sequía

La estimación del índice puede seguir un proceso sistematizado (Cortez et al., 2019) bastante simple compuesto de las fases:

1. Acumulación de los datos de precipitación diaria para obtener la mensual.
2. Ajustar la serie a la distribución de probabilidad teórica Gamma por la ecuación:

$$f(x, \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}$$

Siendo x el valor de la lluvia acumulado mensual en mm, α y β son parámetros de escala y forma de la distribución respectivamente y Γ es la distribución Gamma.

3. Estimación de los parámetros α y β por medio de las ecuaciones siguientes:

$$\alpha = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4}{3}A}}{4A}$$

$$\beta = \frac{\bar{x}}{\alpha}$$

$$A = \ln(\bar{x}) - \frac{\sum_{i=1}^{n'} \ln(x_i)}{n'}$$

Donde A es una variable auxiliar dimensional, $\ln(x_i)$ es el logaritmo neperiano del registro acumulado, n' representa el número de registros no nulos y $\bar{x}$ es la media aritmética de la subserie mensual expresada en mm.

4. Cálculo de la función Gamma Mixta (FGM) a través de la expresión:

$$H(x) = q + pF(x)$$

Con el fin de evitar que los registros nulos imposibiliten calcular la variable auxiliar A.

Donde q es la probabilidad de que se presente un valor nulo en la subserie, siendo $p=1-q$ la probabilidad de que no se presente un valor nulo y $H(x)$ la probabilidad de no excedencia del registro.

c) Índice Diferencial de Vegetación Normalizado (NDVI)

El NDVI (Normalized Difference Vegetation Index), se obtiene a partir de imágenes satelitales NOAA-AVHRR y refleja el estrés hídrico experimentado por la vegetación. Este índice proporciona un método estandarizado y sus valores pueden variar entre -1.0 y 0.7. Los valores mayores corresponden a una vegetación densa y saludable, mientras que en sequía los valores disminuyen y el vigor de la vegetación se ve afectada con lo que puede ser detectada con mayor facilidad.

d) Índice Hidrológico de Sequía (SDI)

Este índice fue desarrollado por Nalbantis y Tsakiris (2009) con el propósito de determinar a través del tiempo el déficit de caudales para una corriente y en un periodo de tiempo dado. El método de cálculo es similar al del SPI usándose valores de escurrimiento superficial para su estimación, pudiéndose utilizar los mismos umbrales para su clasificación. De acuerdo con su metodología, la relación de la sequía en cuatro aspectos, severidad-duración-frecuencia-área, se reduce a solo dos, severidad contra frecuencia.

-
- En el caso de la acción de la sequía sobre agua subterránea, el número de índices es más limitado:

e) Índice normalizado del nivel del agua (SWI)

Creado por (Bhuiyan, 2004) en el Instituto de Tecnología de India, como instrumento para evaluar los déficits de recarga del agua subterránea, utiliza datos de pozos para investigar el efecto de la sequía en la recarga del agua subterránea. Los resultados se pueden interpolar entre puntos y es aplicable a zonas en las que son habituales niveles estacionales bajos de flujo en sus principales ríos y corrientes.

f) Índice normalizado del nivel de agua subterránea (SGI)

Desarrollado por Bloomfield y Marchant (2013), describe la severidad y características de las sequías hidrológicas sobre los niveles del agua subterránea. Es similar al SPI en su construcción, es aplicada para cuantificar las diferencias de los niveles de agua a cualquier escala temporal, cumple fácilmente con los requerimientos regionales y de aplicación, lo que permite que sea ampliamente utilizado en las investigaciones de sequía hidrológica.

A diferencia del método SPI, no es necesario obtener el logaritmo natural del indicador (nivel de agua subterránea). El SGI se determina como:

$$SGI_q = \frac{L_{i,q} - \bar{L}_{i,q}}{S_q} \quad \text{Ecuación 51}$$

Donde:

SGI_q – Valor del nivel de agua subterránea sobre una duración acumulativa q

L_i – Promedio mensual del nivel de agua subterránea

$\bar{L}_i$ – Media de agua subterránea.

Sq – Desviación estándar.

- Existen otros índices que han aparecido en las últimas décadas conocidos como híbridos, los cuales combinan varios indicadores e índices, de manera ponderada o no, o de forma modelada. Siendo la intención utilizar los puntos fuertes de diferentes entradas de datos, pero también continuar empleando una única y sencilla fuente de información para las diversas instancias.

g) Indicador combinado de sequía (CDI).

Creado por Sepulcre-Canto y otros (2012) en el Observatorio Europeo de la Sequía como índice de sequía para Europa; combina el SPI, el SMA y la fracción de radiación fotosintéticamente activa absorbida, a modo de indicador de las sequías que afectan a la agricultura

h) Sistema mundial integrado de vigilancia y predicción de sequías (GIDMaPS).

Creado a partir del trabajo realizado por Hao y otros (2014) en la Universidad de California en Irvine (Estados Unidos), como sistema para vigilar y predecir la sequía en todo el planeta. Proporciona información de sequías para el SPI, la humedad del suelo y el Índice estandarizado de sequía de múltiples variables (MSDI). El GIDMaPS utiliza asimismo datos satelitales combinados con herramientas de asimilación de datos. El producto es generado en retículas en tiempo casi real, y combina la vigilancia y la predicción como manera de vigilar, evaluar y predecir las sequías con distintos efectos.

La PRONACOSE es el organismo mexicano que evalúa la sequía a través de los índices SDI y SPI, sin embargo, estas herramientas no consideran las variaciones climatológicas producto del cambio climático que ha tenido gran repercusión en los últimos años, por lo cual se considera que su inclusión en las simulaciones junto a las

sequías, producirán predicciones de comportamiento más representativas y adecuadas.

Por su parte la Organización Meteorológica Mundial (OMM) indica la posibilidad de utilizar varios índices para la validación de indicadores de sequías modeladas, atendiendo a la sensibilidad al clima, espacio, tiempo, terreno, disponibilidad de datos y estabilidad, siendo aquellos de mayor simplicidad los que se producen de forma operativa y son de libre utilización, destacándose el SPI por ser ratificado como criterio para determinar la existencia de sequía meteorológica (Hayes et al., 2011), siendo también el índice de mayor utilización de acuerdo a los resultados de las encuestas de informe nacional (2010 – 2014) sobre progresos en meteorología agrícola practicadas por los Servicios Meteorológicos e Hidrológicas Nacionales (OMM y Asociación Mundial para el Agua, 2016).

6.5.2 Caracterización de la Sequía

La caracterización de la sequía consiste en analizar y describir el comportamiento del fenómeno respecto a parámetros que permitan clasificar la severidad del impacto que puede llegar a tener, los elementos más comunes considerados para llevar a cabo este proceso requieren en la mayoría de los casos el uso de algún índice, con el fin de facilitar el proceso de clasificación, siendo los componentes de análisis la inspección de la intensidad, severidad, magnitud, duración y frecuencia de la sequía (entre otras).

La intensidad se asocia directamente con el valor numérico obtenido del índice, el cual se puede clasificar de acuerdo a las categorías planteadas por los autores o usuarios del indicador implementado, a este proceso de clasificación de acuerdo a los rangos propuestos se le denomina severidad, en los casos de índices estandarizados la propuesta de McKee et al., (1993) suele ser la más ampliamente utilizada (Tabla 6.9).

La magnitud de la sequía se define como la suma absoluta del valor del índice para todos los meses de la sequía, la cual puede ser clasificada siguiendo categorías más sensibles como las propuestas por Hernández, (2008).

Tabla 6.9 Magnitud de la Sequía por Hernández, 2008

MS	Categoría
0,1 - 0,9	Normal
1 - 1,99	Leve
2 - 2,99	Poco fuerte
3 - 3,99	Fuerte
4 - 4,99	Muy fuerte
>5	Extremadamente fuerte

La duración se refiere al conteo consecutivo de eventos de sequía de acuerdo a la clasificación del índice analizado.

La frecuencia corresponde al análisis de ocurrencia de los eventos de sequía respecto al total de eventos del periodo considerado, clasificados de acuerdo a los rangos de severidad, siendo el uso del histograma una de las formas más comunes para la revisión de los tipos de eventos secos o de humedad presentes en el periodo.

6.5.3 Índice Multivariado

La caracterización general de las condiciones de sequía tomando en cuenta más de un parámetro es propuesta en el Índice de Sequía Estandarizada Multivariada (MSDI) (Hao y Aghakouchak, 2014), concebido bajo la consideración del déficit de precipitación y humedad de suelo, denotándose estos parámetros a escalas temporales específicas (1 y 6 meses) como variables aleatorias X & Y , respectivamente, donde la probabilidad conjunta de las dos variables puede expresarse como:

$$P(X \leq x, Y \leq y) = p$$

Ecuación 52

Donde p denota la probabilidad conjunta de los parámetros seleccionados. El MSDI puede entonces ser definido basado en la probabilidad conjunta p como:

$$MSDI = \Phi^{-1}(p)$$

Ecuación 53

Donde Φ es la función de distribución normal estándar. De forma similar al SPI, el MSDI se deriva de una probabilidad (conjunta) de las variables de interés, que pueden ser usadas para proveer información de la sequía a diferentes escalas temporales.

La probabilidad conjunta en la Ecuación 52 se construye usando cópulas paramétricas multivariadas, requiriendo estimación de parámetros y pruebas de bondad de ajuste rigurosas, por lo que puede aplicarse un método alternativo basado en el concepto de distribución conjunta no paramétrica con el fin de evitar suposiciones respecto a la familia de distribución, aligerando la carga computacional en el ajuste de distribuciones paramétricas (Hao y Aghakouchak, 2014).

En el caso bivariado una probabilidad conjunta empírica puede ser estimada con la fórmula de trazado de posición de Gringorten (Gringorten, 1963):

$$P(x_k, y_k) = \frac{m_k - 0.44}{n + 0.12} \quad \text{Ecuación 54}$$

Donde n es el número de observaciones y m_k es el número de ocurrencias del par (x_i, y_i) para $x_i \leq x_k$ y $y_i \leq y_k$ ($1 \leq i \leq n$). Una vez que la probabilidad conjunta es derivada de la ecuación anterior, se usa como entrada en la Ecuación 53 para la obtención del MSDI.

Una aproximación empírica para derivar la probabilidad marginal usando la forma univariada de la fórmula de Gringorten expresada como:

$$P(x_i) = \frac{i - 0.44}{n + 0.12} \quad \text{Ecuación 55}$$

Donde i es el rango de valores observados desde el más pequeño y n es el número de observaciones.

6.5.3.1 Copulas

Las copulas son funciones que permiten separar la distribución marginal de la estructura de dependencia de una distribución multivariada dada, describen la dependencia entre variables y permite crear distribuciones que modelen datos multivariados correlacionados. Es frecuente que la distribución marginal de dos variables sea diferente, así como la no linealidad de su dependencia y posible asimetría, ante estos aspectos, el coeficiente de correlación lineal resulta insuficiente, ya que sólo es aplicable cuando las variables aleatorias siguen una distribución multivariada elíptica (Haugh, 2016).

La modelización de la relación entre las variables mediante cópulas, permite la construcción de una distribución de probabilidad conjunta que representa la dependencia entre los parámetros con mejores resultados que una distribución elíptica.

Una distribución $U(0,1)$ tiene una función de distribución lineal de tipo $P(U < u) = u$, lo cual prueba la propiedad:

$$P(F(X) < u) = P(X < F^{-1}(u)) = F(F^{-1}(u)) = u \quad \text{Ecuación 56}$$

Que define que para cualquier variable aleatoria X ; su función de distribución define otra variable aleatoria, $F(X)$; con distribución $U(0,1)$, se tiene también:

$$P(F^{-1}(u) < x) = P(X < F^{-1}(u)) = F(F^{-1}(u)) = u \quad \text{Ecuación 57}$$

Con esto es posible generar simulaciones de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria X ; aplicando la inversa de su función de distribución $F(x)$ a una variable aleatoria uniforme $U(0,1)$; obteniendo: $x = F^{-1}(u)$. Por lo que $F(x)$ es la función de distribución de la muestra x .

La función cuantílica o inversa, de una distribución exponencial estándar sería: $G^{-1}(y) = -\ln(1 - y)$; que proporciona el punto de la recta real $G^{-1}(y)$ en el que la distribución exponencial acumula una probabilidad igual a y . En consecuencia, si se parte de una serie temporal independiente extraída de $y \sim U(0,1)$ y se aplica esta función $G^{-1}(y)$, se obtendrá una serie temporal con una distribución exponencial estándar.

La transformación entre diferentes transformaciones es otra aplicación importante: si se considera una variable Y Normal estándar, de modo que $\Phi(y)$ es $U(0,1)$. Entonces la variable transformada: Z , ($Z = -\ln(1 - \Phi(y))$) tiene una distribución exponencial estándar. Así, es posible transformar una muestra de una distribución Normal en otra muestra de una distribución exponencial estándar. Esto mismo puede aplicarse con otras dos distribuciones de probabilidad, siempre que se conozca la función cuantílica de la segunda. Al simular varias variables aleatorias, la aplicación es similar, solo que debe imponerse la dependencia conjunta que exista entre ellas.

Entre otras definiciones, una cópula es una función de distribución bivalente definida sobre el cuadrado $[0,1] \times [0,1]$ con distribuciones marginales que son uniformes: $U(0,1)$. Particularmente, una cópula bivalente es una función con propiedades:

$$C: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

$$C(u_1, 1) = u_1; C(1, u_2) = u_2$$

$$C(u_1, 0) = C(0, u_2) = 0$$

para todo u_1, u_2, v_1, v_2 en $[0,1]$ con $u_1 \leq v_1, u_2 \leq v_2$, se tiene:

$$C(v_1, v_2) - C(u_1, v_2) \geq C(v_1, u_2) - C(u_1, u_2)$$

La primera condición permite utilizar una cópula sobre los valores tomados por funciones de distribución. La segunda es tener distribuciones marginales uniformes (requisito). Las otras dos condiciones son propias de toda función de distribución bivalente.

Teorema de Sklar: Dada una función de distribución bivalente $F(x_1, x_2)$ con distribuciones marginales F_1, F_2 , existe una cópula C :

$[0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ tal que $\forall x_1, x_2$ en $\mathbb{R}^2$ se tiene:

$$\forall (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \Rightarrow F(x_1, x_2) = C(F_1(x_1), F_2(x_2)) \quad \text{Ecuación 58}$$

Esto es, existe una cópula que toma sobre $\mathbb{R}^2$ los mismos valores numéricos que la función de distribución $F(x_1, x_2)$. Decimos que C es la cópula de la distribución F . Es notable que $u_1 = F_1(x_1)$ y $u_2 = F_2(x_2)$ serán variables $U(0, 1)$. En caso de que las distribuciones marginales sean continuas, la cópula es única.

En correspondencia, si C es una cópula y $F_1(x_1), F_2(x_2)$ son funciones de distribución univariantes, entonces la Ecuación 57 define una función de distribución bivalente con distribuciones marginales $F_1(x_1), F_2(x_2)$.

Implicaciones del teorema de Sklar: Dada una función de distribución bivalente F , el teorema de Sklar define una cópula implícita:

$$C(u_1, u_2) = F(F_1^{-1}(u_1), F_2^{-1}(u_2)) \quad \text{Ecuación 59}$$

por lo que hay una cópula implícita en toda función de distribución multivalente, cuando F_1 y F_2 son las distribuciones marginales que se derivan de F . Dada una distribución de probabilidad multivalente F con distribuciones marginales $F_1, F_2, \dots, F_n$, se dice que la función de distribución del vector $(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n))$ es la cópula asociada a la distribución F .

Las cópulas implícitas Gaussiana y t-Student se abordan más adelante, estas se encuentran asociadas a las distribuciones multivariantes Normal y t-Student. Es apreciable que sus distribuciones marginales son uniformes estándar: sea x_2^∞ (aproximadamente igual a infinito) el extremo superior del rango de valores de una variable aleatoria X_2 , es decir, $P(X_2 < x_2^\infty) = 1$. Entonces, si $u_1 = F_1(x_1)$, se

tiene: $C(u_1, 1) = F(F_1^{-1}(u_1), F_2^{-1}(1)) = F\left(x_1, x_2^{\infty}\right) = P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2^{\infty}) = P(X_1 \leq x_1) = F_1(x_1) = u_1$.

Implicaciones del recíproco del Teorema de Sklar: de acuerdo con el recíproco del teorema de Sklar, se puede comprobar que dada una cópula $C(U_1, U_2)$ y funciones de distribución cualesquiera F_1, F_2 , la función $C(F_1(x_1), F_2(x_2))$ es, efectivamente, una función de distribución. Para ello, se definen variables aleatorias: $X_1 \equiv F_1^{-1}(U_1), X_2 \equiv F_2^{-1}(U_2)$, y es notable que, puesto que C es función de distribución:

$$\begin{aligned} C(F_1(x_1), F_2(x_2)) &\equiv C(u_1, u_2) = P(U_1 \leq F_1(x_1), U_2 \leq F_2(x_2)) \\ &= P(F_1^{-1}(U_1) \leq x_1, F_2^{-1}(U_2) \leq x_2) = P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq x_2) \end{aligned} \quad \text{Ecuación 60}$$

por lo que C es, efectivamente, una función de distribución de probabilidad. Esta expresión refleja asimismo cómo las cópulas expresan dependencia en una escala cuantílica, puesto que $C(u_1, u_2, \dots, u_n)$ es la probabilidad conjunta de que X_1 esté por debajo de su u_1 -cuantil, X_2 por debajo de su u_2 -cuantil, etc. También es apreciable que las marginales de la función de distribución obtenidos son las F_i :

$$P(X_1 \leq x_1, X_2 \leq \infty, \dots, X_n \leq \infty) = C(F_1(x_1), 1, \dots, 1) = F_1(x_1) \quad \text{Ecuación 61}$$

por la propiedad de la ecuación 73 de la definición de cópula.

Esto tiene una gran aplicación práctica, ya que no es necesario que F_1 y F_2 sean las distribuciones marginales que se derivan de F , y proporciona un modo de generar nuevas funciones de distribución. Las ecuaciones Ecuación 58 y Ecuación 59 son fundamentales en el trabajo con copulas y, por supuesto, son extensibles a más de 2.

Independencia. Suponiendo que X_1 y X_2 son variables independientes, con distribuciones $F_1(x_1), F_2(x_2)$ continuas. Entonces, $F_1(x_1, x_2) = F_1(x_1) \cdot F_2(x_2)$, por lo que la única cópula a la que se refiere el teorema de Sklar es en este caso:

$$C(F_1(x_1), F_2(x_2)) = F_1(x_1) \cdot F_2(x_2) = F(x_1, x_2) \quad \text{Ecuación 62}$$

que satisface todas las propiedades de una cópula.

Proposición: Sea $(X_1, \dots, X_n)$ un vector aleatorio con distribuciones marginales continuas y cópula C , y sean $T_1, T_2, \dots, T_n$ funciones estrictamente crecientes. Entonces, $(T_1(X_1), T_2(X_2), \dots, T_n(X_n))$ también tienen dependencia representada mediante la cópula C .

Densidad de cópula. Derivando la ecuación Ecuación 58 con respecto a ambas variables se tiene una sencilla expresión para la función de densidad conjunta en términos de las funciones de densidad marginales:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} &= \frac{\partial^2 C(F_1(x_1), F_2(x_2))}{\partial F_1(x_1) \partial F_2(x_2)} \frac{\partial F_1(x_1)}{\partial x_1} \frac{\partial F_2(x_2)}{\partial x_2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow f(x_1, x_2) = c(F_1(x_1), F_2(x_2)) \cdot f_1(x_1) \cdot f(x_2) \end{aligned} \quad \text{Ecuación 63}$$

donde:

$$c(F_1(x_1), F_2(x_2)) = \frac{\partial^2 C(F_1(x_1), F_2(x_2))}{\partial F_1(x_1) \partial F_2(x_2)} \quad \text{Ecuación 64}$$

Ahora bien, se sabe que, para cualesquiera funciones de distribución, $F_1, F_2, F_1(x_1), F_2(x_2)$ siguen una distribución uniforme. Si se sustituye $F_1(x_1)$ y $F_2(x_2)$ por variables u_1, u_2 , con distribución uniforme, se tiene:

$$c(u_1, u_2) = \frac{\partial^2 C(u_1, u_2)}{\partial u_1 \partial u_2} \quad \text{Ecuación 65}$$

que es la función de densidad de la cópula C. Por tanto, dada la función de densidad de la cópula y las funciones de densidad marginales, si es que existen, se tiene la función de densidad conjunta de las variables originales:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) \cdot f_1(x_1) \dots f_n(x_n) \quad \text{Ecuación 66}$$

Esta expresión permite obtener probabilidades para las variables cuya dependencia está modelizada mediante una copula. En particular, si las variables aleatorias $x_1, x_2, \dots, x_n$ son independientes, es decir: $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_1(x_1) \dots f_n(x_n)$, entonces $c(F_1(x_1), \dots, F_n(x_n)) = 1, \forall x_1, x_2, \dots, x_n$.

Cotas superior e inferior de dependencia

La cópula consistente con la independencia de variables en el caso multivariante, sería:

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n) = u_1 u_2 \dots u_n \quad \text{Ecuación 67}$$

porque derivando con respecto a $u_1, u_2, \dots, u_n$ se obtiene $c(u_1, u_2, \dots, u_n) = 1$. De este modo, la Ecuación 66 muestra que la función de densidad conjunta será igual al producto de las funciones de densidad marginales. Toda cópula satisface:

$$\text{Max}\left(\sum_{i=1}^n u_i - n + 1; 0\right) \leq C(u) \leq \min(u_1, u_2, \dots, u_n)$$

Ecuación 68

La cópula cota superior (upper bound) de Fréchet es:

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n) = \min(u_1, u_2, \dots, u_n)$$

Ecuación 69

Ninguna otra puede tomar valores superiores al de esta. Cuando las variables aleatorias están relacionadas de acuerdo con la copula upper bound de Fréchet, se dice que tienen dependencia positiva perfecta.

La copula cota inferior de Fréchet (lower bound):

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n) = \text{Max}(u_1 + u_2 + \dots + u_n - n + 1, 0)$$

Ecuación 70

aunque solo aplica para $n = 2$. Ninguna otra puede tomar un valor inferior a ésta (corresponde a dependencia perfecta negativa).

Se dice que una copula implica dependencia positiva o negativa si converge a una de las copulas de Fréchet según varía alguno de sus parámetros. Pero, por ejemplo, la copula Gaussiana, no tiende a la copula upper bound de Fréchet según aumenta su coeficiente de correlación hacia +1, ni tampoco converge a la copula lower bound de Fréchet según su coeficiente de correlación tiende a -1. En el caso de variables Normales, la dependencia con co-monotonía corresponde a una correlación perfecta positiva, mientras que la dependencia con contra-monotonía corresponde a una correlación perfecta negativa (Novales, 2017)

6.5.3.1.1 Tipos de Cópulas

Cópula Gaussiana

Es una cópula implícita: Si $Y \sim N_n(\mu, \Sigma)$ es un vector aleatorio Gaussiano, entonces su cópula se denomina cópula de Gauss. Al trabajar con distribuciones Normales estándar, se debe estandarizar las variables Y con las que vamos a trabajar, obteniendo las variables estandarizadas X . Estandarizar implica llevar a cabo transformaciones monótonas, por lo que la proposición anterior implica que la cópula de Y es exactamente la misma que la cópula de $X \sim N_n(0, \Gamma)$ donde Γ es la matriz de correlaciones de Y . La cópula Gaussiana tiene como parámetros la matriz de correlaciones Γ de las innovaciones de un vector. Se deriva de la Ecuación 59 a partir de una distribución Normal multivariante estándar Φ_n para la dependencia, junto con distribuciones marginales Φ asimismo Normales estándar. En efecto, por el teorema de Sklar se tiene:

$$\begin{aligned} C(u_1, u_2, \dots, u_n; \Gamma) &= P(\Phi(X_1) \leq u_1, \dots, \Phi(X_n) \leq u_n) \\ &= \Phi_n(\Phi^{-1}(u_1), \dots, \Phi^{-1}(u_n)) \end{aligned}$$

Ecuación 71

Esta copula no admite una formula explicita, y solo puede ser representada mediante una integral. En el caso bivariado, $n = 2$:

$$\begin{aligned} C(u_1, u_2; \rho) &= \Phi_2(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2)) = \\ &= \int_0^{\Phi^{-1}(u_1)} \int_0^{\Phi^{-1}(u_2)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{x_1^2 - 2\rho x_1 x_2 + x_2^2}{2(1-\rho^2)}\right) dx_1 dx_2 \end{aligned}$$

Ecuación 72

Diferenciando en dicha expresión integral tenemos la densidad de copula Gaussiana (o Normal):

$$c(u_1, u_2, \dots, u_n; \Gamma) = |\Gamma|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} \xi'(\Gamma^{-1} - I_n)\xi\right)$$

Ecuación 73

donde Γ denota la matriz de correlaciones (o covarianzas, puesto que las variables tienen varianza unitaria), y $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_n)'$, siendo ξ_i el cuantil u_i de la distribución $N(0,1)$:

$$u_i = P(N(0,1) < \xi_i), i = 1, 2, \dots, n \Rightarrow \xi_i = \Phi^{-1}(u_i)$$

Ecuación 74

La copula Gaussiana (Ecuación 73) debe considerarse una función de $u_1, u_2, \dots, u_n$ a través de $\xi = (\Phi^{-1}(u_1), \dots, \Phi^{-1}(u_n))$, no una función de $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_n)$.

En el caso bidimensional la densidad de cópula Gaussiana es un caso particular de la Ecuación 73 para $n = 2$:

$$c(u_1, u_2; \rho) = \frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left(-\frac{\rho^2 \xi_1^2 - 2\rho \xi_1 \xi_2 + \rho^2 \xi_2^2}{2(1-\rho^2)}\right)$$

Ecuación 75

Donde $\xi_1 = \Phi^{-1}(u_1)$, $\xi_2 = \Phi^{-1}(u_2)$ son los cuantiles variables Normales $N(0,1)$. Es sencillo ver que esta expresión es igual al cociente entre la función de densidad conjunta, $N(0_2, \Gamma)$, con $\Gamma = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}$, y las funciones de densidad marginales, ambas $N(0,1)$. En efecto, si se multiplica la densidad de copula Gaussiana por las densidades marginales de una $N(0,1)$, tenemos:

$$c(u_1, u_2; \rho) \cdot f(x_1)f(x_2) = \frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left(-\frac{\rho^2 x_1^2 - 2\rho x_1 x_2 + \rho^2 x_2^2}{2(1-\rho^2)} \right).$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{x_1^2}{2} \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{x_2^2}{2} \right) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left(-\frac{x_1^2 - 2\rho x_1 x_2 + \rho^2 x_2^2}{2(1-\rho^2)} \right)$$

que es la función de densidad $f(x_1, x_2)$ de la distribución $N_2 \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix} \right)$.

que es la función de densidad $f(x_1, x_2)$ de la distribución $N_2 \left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix} \right)$.

Tanto la cópula de independencia (cuando $\Gamma = I_n$) como la cópula de comonotonía (cuando $\Gamma = 1_{n \times n}$) son casos especiales de la cópula de Gauss. La cópula de contra monotonía es la cópula de Gauss para $n = 2, \rho = -1$. Por tanto, en el caso bidimensional, la cópula de Gauss puede interpretarse como una estructura de dependencia que oscila entre la dependencia perfecta positiva y la dependencia perfecta negativa, indicando el parámetro ρ la fuerza de la dependencia.

La copula Gaussiana es simétrica: $C(u_1, u_2) = C(u_2, u_1)$. Tiene dependencia nula en las colas o muy baja, excepto en el caso de que ambas variables presenten una correlación perfecta (igual a 1).

Los gráficos de las funciones de densidad de cópula Normal que se muestran a continuación fueron obtenidos partiendo de una rejilla de valores del intervalo $[0,1]$, en cada uno de los dos ejes del plano $\mathbb{R}^2$. En el caso Gaussiano, se aplica a la rejilla en cada eje la función Φ^{-1} y a los valores resultantes se aplica la función de densidad de cópula Normal, que es lo que aparece representado en los gráficos. Como se aprecia, una cópula no tiene el aspecto habitual de las funciones de densidad: es generalmente elevada en las colas, indicando la importancia de la dependencia en las colas, y reducida en el centro del rango de valores de las variables aleatorias (González Acevedo & Salcedo Redondo, 2016).

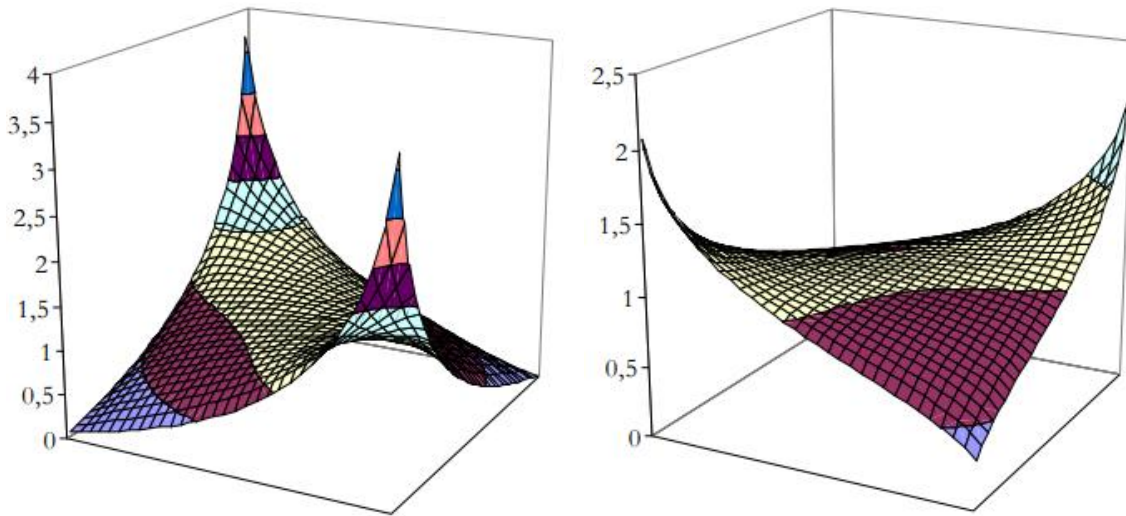


Figura 6.9 Copulas Normales bivariantes con $\rho = 0.5$ y -0.25

Cópula t-Student

Es otra cópula implícita, que se deriva a partir de una distribución t-Student multivariante $\mathbf{t}_v(0, \Gamma)$ (estandarizadas) para la dependencia, junto con distribuciones marginales t_v asimismo t-Student. Nuevamente, por el teorema de Sklar, se tiene que:

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n; \Gamma) = \mathbf{t}_v(t_v^{-1}(u_1), \dots, t_v^{-1}(u_n)) \quad \text{Ecuación 76}$$

Tampoco se puede expresar esta cópula mediante una fórmula cerrada.. En el caso $n = 2$, tenemos:

$$c(u_1, u_2; \rho) = K(v) \frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}} \left[1 + \frac{\xi_1^2 - 2\rho\xi_1\xi_2 + \xi_2^2}{v(1-\rho^2)} \right]^{-\frac{v+2}{2}} [(1 + v^{-1}\xi_1^2)(1 + v^{-1}\xi_2^2)]^{\frac{v+1}{2}}$$

Ecuación 77

donde:

$$K(v) = \Gamma\left(\frac{v}{2}\right) \Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)^{-2} \Gamma\left(\frac{v}{2} + 1\right) \quad \text{Ecuación 78}$$

En general, la densidad para la cópula t-Student es:

$$c(u_1, u_2, \dots, u_n; \Gamma) = K \frac{1}{|\Gamma|^{1/2}} [1 + v^{-1}\xi'\Gamma^{-1}\xi]^{-\frac{v+n}{2}} \prod_{i=1}^n (1 + v^{-1}\xi_i^2)^{\frac{v+1}{2}}$$

donde:

$$\mathcal{E} \equiv (T_v^{-1}(u_1), \dots, T_v^{-1}(u_n))$$

y donde v es el número de grados de libertad de la cópula. A diferencia del caso Gaussiano, cuando $\Gamma = I_n$ no obtenemos la cópula de independencia (suponiendo $v < \infty$), lo cual es consistente con el hecho de que en la distribución t-multivariante, ausencia de correlación no implica independencia. Cuando $\Gamma = I_{n \times n}$ se obtiene de nuevo la cópula de co-monotonía.

En el gráfico de las funciones de densidad de cópula t-Student que se muestran a continuación se ha seguido un procedimiento análogo al del caso Normal. Se comienza de una rejilla de valores del intervalo $[0,1]$, en cada uno de los dos ejes del plano $\mathbb{R}^2$. Se aplica a la rejilla en cada eje la función T_v^{-1} y a los valores resultantes se aplica la función densidad de cópula t-Student de nuevo con v grados de libertad.

$$K = \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)^{n-1} \Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)^{-n} \Gamma\left(\frac{v+n}{2}\right)$$

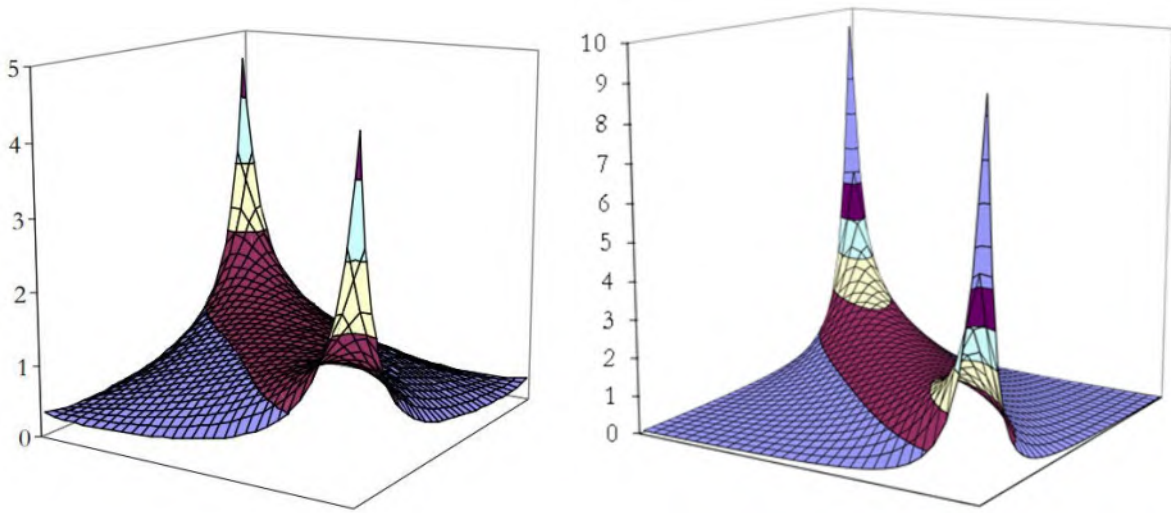


Figura 6.10 Copulas t-Student bivariantes con $\rho = 0.5$ y $v = 4$ (izquierda); $\rho = 0.8$ y $v = 4$ (derecha).

Cópulas de mixturas Normales

Una cópula de mixturas Normales es una mixtura de dos o más copulas Normales. Los parámetros de cópula son matrices de correlaciones (una por cópula) así como las probabilidades de mezcla. En el caso de dos variables y una mixtura de sólo dos distribuciones, se tendría:

$$(u_1, u_2; \pi, \rho_1, \rho_2) = \pi \cdot c_N(u_1, u_2; \rho_1) + (1 - \pi) \cdot c_N(u_1, u_2; \rho_2)$$

Donde cN denota la cópula bivalente Normal.

$$\begin{aligned}
 c(u_1, u_2; \pi, \rho_1, \rho_2) &= \pi \frac{1}{\sqrt{1 - \rho_1^2}} \exp\left(-\frac{\rho_1^2 \xi_1^2 - 2\rho_1 \xi_1 \xi_2 + \rho_1^2 \xi_2^2}{2(1 - \rho_1^2)}\right) \\
 &+ (1 - \pi) \frac{1}{\sqrt{1 - \rho_2^2}} \exp\left(-\frac{\rho_2^2 \xi_1^2 - 2\rho_2 \xi_1 \xi_2 + \rho_2^2 \xi_2^2}{2(1 - \rho_2^2)}\right)
 \end{aligned}$$

De este modo pueden conseguirse pautas de correlación especiales. Por ejemplo, si una de las dos correlaciones es positiva y la otra es negativa, entonces las dos variables tendrán asociación en los 4 vértices.

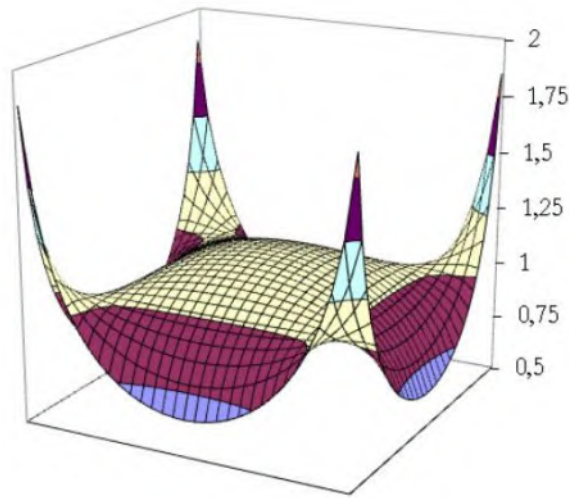


Figura 6.11 Copulas Mixtura de Normales con $\rho_1 = 0.5$; $\rho_2 = -0.5$

Cóputas Arquimedianas

Las cóputas Gaussiana y t-Student son implícitas, por lo que se obtienen sus densidades utilizando el método de inversión. Un método alternativo se basa en el uso de una función generatriz $\Psi(u): [0,1] \rightarrow [0, \infty]$, decreciente que satisfaga: $\Psi(u) \rightarrow \infty$ según. Entonces podemos definir una copula Arquimediana mediante:

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n) = \Psi^{-1}(\Psi(u_1) + \Psi(u_2) + \dots + \Psi(u_n))$$

Es notable, en esta expresión, $\Psi(u_1) + \Psi(u_2) + \dots + \Psi(u_n)$ es el argumento escalar de la función Ψ . Su función de densidad es:

$$c(u_1, u_2, \dots, u_n) = \Psi_{(n)}^{-1}(\Psi(u_1) + \Psi(u_2) + \dots + \Psi(u_n)) \prod_{i=1}^n \Psi'(u_i)$$

Donde $\Psi_{(n)}^{-1}$ denota la derivada de orden n de la inversa de la función generatriz.

Es inmediato ver que cuando la función generatriz es: $\Psi(u) = -\ln(u)$, tenemos la copula de independencia.

Copula de Clayton

Utiliza como función generatriz:

$$\Psi(u) = \alpha^{-1}(u^{-\alpha} - 1), \alpha \neq 0$$

Que tiene como inversa:

$$\Psi^{-1}(x) = (\alpha x + 1)^{-1/\alpha}$$

Como:

$$\Psi(u_1) + \Psi(u_2) + \dots + \Psi(u_n) = \alpha^{-1} \left(\sum_{i=1}^n u_i^{-\alpha} - n \right)$$

La función de distribución de la copula de Clayton resulta:

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n) = \left(1 + \alpha \alpha^{-1} \left(\sum_{i=1}^n u_i^{-\alpha} - n \right) \right)^{-1/\alpha} = (u_1^{-\alpha} + u_2^{-\alpha} + \dots + u_n^{-\alpha} - n + 1)^{-1/\alpha}$$

En el caso bivalente:

$$C(u_1, u_2) = (u_1^{-\alpha} + u_2^{-\alpha} - 1)^{-1/\alpha}$$

Y, diferenciando:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial u_1} = \left(-\frac{1}{\alpha} \right) (-\alpha) u_1^{-\alpha-1} (u_1^{-\alpha} + u_2^{-\alpha} - 1)^{-1/\alpha-1} = u_1^{-\alpha-1} (u_1^{-\alpha} + u_2^{-\alpha} - 1)^{-1/\alpha-1}$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial u_1 \partial u_2} = (1 + \alpha) u_1^{-\alpha-1} u_2^{-\alpha-1} (u_1^{-\alpha} + u_2^{-\alpha} - 1)^{-1/\alpha-2}$$

Por lo que, en el caso bivalente:

$$c(u_1, u_2) = (\alpha + 1) (u_1^{-\alpha} + u_2^{-\alpha} - 1)^{-2-(1/\alpha)} u_1^{-\alpha-1} u_2^{-\alpha-1}$$

En general, con $n > 2$:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Psi}{\partial u_1} &= u_1^{-\alpha-1}(u_1^{-\alpha} + u_2^{-\alpha} + \dots + u_n^{-\alpha} - n + 1)^{-1/\alpha-1} \\
\frac{\partial^2 \Psi}{\partial u_1 \partial u_2} &= (1 + \alpha)u_1^{-\alpha-1}u_2^{-\alpha-1}(u_1^{-\alpha} + u_2^{-\alpha} + \dots + u_n^{-\alpha} - n + 1)^{-1/\alpha-2} \\
\frac{\partial^3 \Psi}{\partial u_1 \partial u_2 \partial u_3} &= (1 + \alpha)(1 + 2\alpha)u_1^{-\alpha-1}u_2^{-\alpha-1}u_3^{-\alpha-1}(u_1^{-\alpha} + u_2^{-\alpha} + \dots + u_n^{-\alpha} - n + 1)^{-1/\alpha-3}
\end{aligned}$$

obtenemos la densidad de la copula de Clayton:

$$c(u_1, u_2, \dots, u_n) = \left(1 - n + \sum_{i=1}^n u_i^{-\alpha}\right)^{-n-(1/\alpha)} \prod_{j=1}^n [u_j^{-\alpha-1}(\alpha(j-1) + 1)]$$

Una copula de Clayton tiene dependencia asimétrica en las colas. De hecho, cuando $\alpha > 0$, la cópula de Clayton tiene dependencia igual a cero en la cola superior, pero dependencia positiva en la cola inferior con un parámetro de dependencia en la cola λ :

$$\lambda = 2^{-1/\alpha} \text{ si } \alpha > 0 = 0 \text{ si } \alpha \leq 0$$

Lo que hace que al variar α ; la copula de Clayton pueda recoger distintos grados de dependencia, con dependencia positiva perfecta según $\alpha \rightarrow \infty$; puesto que converge a la copula upper bound de Fréchet. El siguiente gráfico ilustra claramente la alta dependencia en la cola negativa para todo $\alpha > 0$; finito. Para obtener las densidades de cópula de Gumbel y Clayton, basta aplicar dichas funciones a una rejilla en $\mathbb{R}^2$ obtenida mediante una partición en el intervalo $[0, 1]$.

Copula de Gumbel

La copula de Gumbel es una copula Arquimediana con:

$$\Psi(u) = (-\ln u)^\delta, \delta \geq 1$$

Con función inversa:

$$\Psi^{-1}(x) = \exp(-x^{1/\delta})$$

Además:

$$\Psi(u_1) + \Psi(u_2) + \dots + \Psi(u_n) = \sum_{i=1}^n (-\ln u_i)^\delta$$

Se tiene la distribución de copula de Clayton:

$$C(u_1, u_2, \dots, u_n; \delta) = \exp\left(-\left(\sum_{i=1}^n (-\ln u_i)^\delta\right)^{1/\delta}\right) = \exp(-A(u_1, u_2, \dots, u_n; \delta)),$$

Donde:

$$A = \left(\sum_{i=1}^n (-\ln u_i)^\delta\right)^{1/\delta}$$

Diferenciando se obtendría la densidad de la copula de Gumbel.

En el caso $n=2$ se tiene:

$$C(u_1, u_2; \delta) = \exp(-A(u_1, u_2; \delta))$$

Donde $A = [(-\ln u_1)^\delta + (-\ln u_2)^\delta]^{1/\delta}$, y diferenciando:

$$C(u_1, u_2; \delta) = (A + \delta - 1)A^{1-2\delta} \exp(-A)(u_1, u_2)^{-1} (-\ln u_1)^{\delta-1} (-\ln u_2)^{\delta-1}$$

La copula de Gumbel tiene dependencia positiva en la cola superior si $\delta > 1$. De hecho, $\lambda^l = 0$ y $\lambda^u = 2 - 2^{1/\delta}$. Según varía el parámetro δ la copula de Gumbel recoge un rango de dependencia entre la independencia (para $\delta = 1$) hasta la dependencia perfecta positiva, puesto que según $\delta \rightarrow \infty$, la copula de Gumbel converge a la copula upper bound de Fréchet.

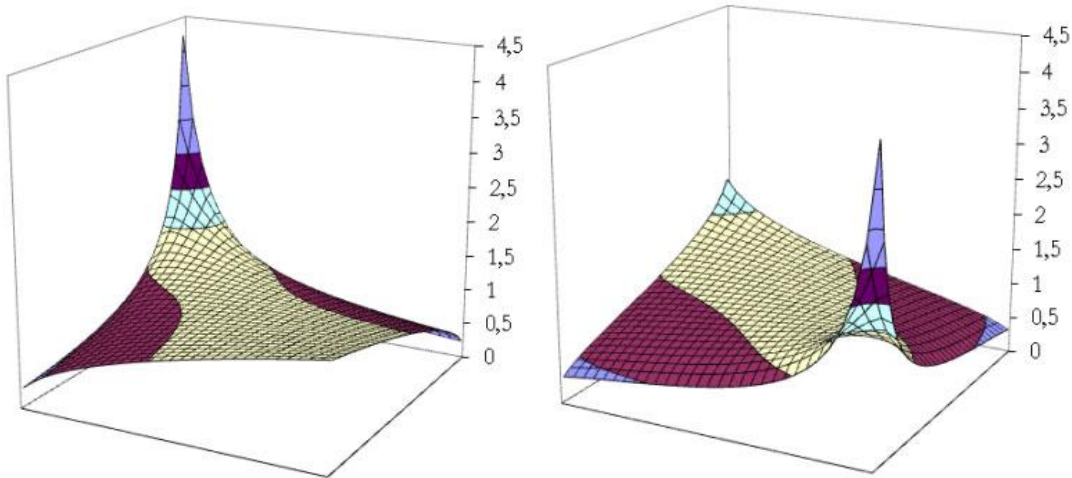


Figura 6.12 Copula de Clayton con $\alpha = 0.5$ (izquierda); Cópula de Gumbel $\delta = 1.25$ (derecha).

Comprender la estructura de dependencia de las cópulas es vital para comprender sus propiedades. Existen tres medidas principales de dependencia:

- El **coeficiente de correlación lineal de Pearson**, solo está definido si existen segundos momentos. Es invariante ante transformaciones lineales positivas, pero no ante transformaciones generales estrictamente crecientes.
- Las **correlaciones de rangos**, solo dependen de la cópula única de la distribución conjunta y, por lo tanto, son invariantes ante transformaciones estrictamente crecientes. Las correlaciones de rangos también pueden ser muy útiles para calibrar cópulas a datos.
- Los **coeficientes de dependencia** en la cola son una medida de la dependencia en los extremos de las distribuciones.

Correlaciones de Rango

Existen dos medidas de correlación de rango importantes, a saber, el coeficiente de Spearman (rho-ρ) y el coeficiente de Kendall (tau-τ).

Para variables aleatorias X_1 y X_2 , el coeficiente de Spearman (rho) se define como:

$$\rho_s(X_1, X_2) := \rho(F_1(X_1), F_2(X_2)).$$

Por lo tanto, el coeficiente de Spearman (rho) es simplemente la correlación lineal de las variables aleatorias transformadas por probabilidad. La matriz de coeficientes de Spearman (rho) es simplemente la matriz de correlaciones de Spearman (rho) de pares, $\rho(F_i(X_i), F_j(X_j))$. Es una matriz definida positiva. Si X_1 y X_2 tienen marginales continuas, se puede demostrar que:

$$\rho_s(X_1, X_2) = 12 \int_0^1 \int_0^1 (C(u_1, u_2) - u_1 u_2) du_1 du_2.$$

También es posible mostrarlo para la copula Gaussiana bivariada:

$$\rho_s(X_1, X_2) = \frac{6}{\pi} \arcsin \frac{\rho}{2} \simeq \rho$$

donde ρ es el coeficiente de correlación de Pearson, es decir, lineal.

Para las variables aleatorias X_1 y X_2 , el coeficiente de Kendall (tau) se define como

$$\rho_\tau(X_1, X_2) := E \left[\text{sign} \left((X_1 - \widetilde{X}_1)(X_2 - \widetilde{X}_2) \right) \right]$$

donde $(\widetilde{X}_1, \widetilde{X}_2)$ es independiente de (X_1, X_2) pero tiene la misma distribución conjunta que (X_1, X_2) .

Nótese que el coeficiente de Kendall (tau) se puede escribir

$$\rho_{\tau}(X_1, X_2) = P\left((X_1 - \widetilde{X}_1)(X_2 - \widetilde{X}_2) > 0\right) - P\left((X_1 - \widetilde{X}_1)(X_2 - \widetilde{X}_2) < 0\right)$$

de tal manera que, si ambas probabilidades son iguales, entonces $\rho_{\tau}(X_1, X_2) = 0$. Si X_1 y X_2 tienen marginales continuas, se puede demostrar que

$$\rho_{\tau}(X_1, X_2) = 4 \int_0^1 \int_0^1 C(u_1, u_2) dC(u_1, u_2) - 1.$$

También se puede mostrar que, para una cópula gaussiana bivalente, o más generalmente, si $X \sim E_2(\mu, P, \Psi)$ y $P(X = \mu) = 0$ entonces:

$$\rho_{\tau}(X_1, X_2) = \frac{2}{\pi} \sim \arcsin \rho$$

Propiedades del Coeficiente de Spearman y el Coeficiente de Kendall

El coeficiente de Spearman y el coeficiente de Kendall son ejemplos de correlaciones de rango, ya que, cuando las marginales son continuas, dependen únicamente de la cópula bivalente y no de las marginales. Por lo tanto, son invariantes en este caso ante transformaciones estrictamente crecientes.

Tanto el coeficiente de Spearman como el coeficiente de Kendall toman valores en el intervalo $[-1, 1]$:

- Tienen un valor de 0 para variables aleatorias independientes. (Sin embargo, es posible que variables dependientes también tengan una correlación de rango de 0.)
- Toman el valor de 1 cuando X_1 y X_2 son comonótonas.
- Toman el valor de -1 cuando X_1 y X_2 son contramonótonas.

El coeficiente de Spearman y el coeficiente de Kendall pueden ser muy útiles para calibrar cópulas mediante algoritmos de tipo método de momentos.

6.5.3.1.3 Copula Trivariada

Una cópula trivariante ó trivariada como el resto de copulas es una función matemática que captura la dependencia entre tres variables aleatorias, de acuerdo a la estadística y teoría de la probabilidad, estas son utilizadas para analizar las relaciones entre variables, separando las distribuciones marginales de la estructura de dependencia.

Matemáticamente, una cópula trivariante $C: [0,1]^3 \rightarrow [0,1]$ conecta la función de distribución acumulativa conjunta (CDF) de tres variables aleatorias X_1, X_2, X_3 con sus CDFs marginales $F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), F_{X_3}(x_3)$. Esto permite modelar la dependencia entre las variables de manera precisa, separándola de las distribuciones marginales (Patton, 2006).

Para tres variables aleatorias X_1, X_2, X_3 con CDFs marginales $F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), F_{X_3}(x_3)$, el Teorema de Sklar establece que existe una cópula C tal que:

$$F_{X_1, X_2, X_3}(x_1, x_2, x_3) = C(F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), F_{X_3}(x_3))$$

Si las distribuciones marginales son continuas, la cópula C es única (Sklar, 1959).

El proceso para obtener una cópula trivariante comienza con la definición de distribuciones marginales:

Se determinan las distribuciones marginales $F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2)$ y $F_{X_3}(x_3)$ para las tres variables aleatorias. Estas marginales describen el comportamiento individual de cada variable.

Se selecciona una familia de cópulas adecuada para modelar la dependencia entre las variables. Siendo familias de cópulas más comunes las previamente mencionadas: Cópula t, Gaussiana, Clayton, Gumbel y Frank (Nelsen, 2006), seguidamente se obtienen los parámetros de la cópula seleccionada, estableciéndose su matriz de correlaciones:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{12} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & 1 \end{pmatrix}$$

donde $\rho_{12}, \rho_{13}, \rho_{23}$ son las correlaciones por pares.

Estos parámetros controlan la intensidad y la naturaleza de la dependencia, esto generalmente implica ajustar la cópula a los datos, a menudo maximizando la función de verosimilitud u utilizando otros métodos estadísticos (Joe, 2014).

Utilizando los parámetros estimados, se construye la función de cópula $C(u_1, u_2, u_3)$. Por ejemplo, para una cópula gaussiana con una matriz de correlación Σ , la cópula se expresa como:

$$C(u_1, u_2, u_3) = \Phi_{\Sigma}(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2), \Phi^{-1}(u_3))$$

Donde Φ es la CDF de la distribución normal estándar, y Φ_{Σ} es la CDF de la distribución normal multivariada con matriz de correlación Σ (Embrechts et al., 2003).

Posteriormente se combinan los marginales con la cópula, donde la CDF conjunta de las variables aleatorias se da por:

$$F_{X_1, X_2, X_3}(x_1, x_2, x_3) = C(F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), F_{X_3}(x_3))$$

La probabilidad conjunta de las variables aleatorias utilizando la cópula trivariante, se obtiene mediante el cálculo de las probabilidades marginales mediante las CDF marginales $F_{X_1}(x_1)$, $F_{X_2}(x_2)$ y $F_{X_3}(x_3)$ en los valores de interés

Finalmente se utiliza la función de cópula para combinar estas probabilidades marginales. La probabilidad conjunta es:

$$C(u_1, u_2, u_3) = C(F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), F_{X_3}(x_3))$$

En caso de requerirse la PDF conjunta, se puede obtener diferenciando la CDF conjunta:

$$f_{X_1, X_2, X_3}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial^3 C(F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), F_{X_3}(x_3))}{\partial u_1 \partial u_2 \partial u_3} \cdot f_{X_1}(x_1) \cdot f_{X_2}(x_2) \cdot f_{X_3}(x_3)$$

Donde $f_{X_1}(x_1)$, $f_{X_2}(x_2)$, $f_{X_3}(x_3)$ son las PDFs marginales (Genest & Mackay, 1986).

7 Estado del Arte

El análisis de la sequía en el país se ha concentrado en buena parte de los trabajos de las últimas décadas, en caracterizar el fenómeno para las regiones con menor cantidad de agua renovable, a partir del análisis de los eventos, su frecuencia, duración e intensidad, siendo el principal enfoque en la aplicación agrícola (Bautista-Capetillo et al., 2016; Ortega-Gaucin et al., 2018), en otros casos la caracterización y revisión meteorológica del evento es el punto relevante (Campos-Aranda, 2013; Castillo-Castillo et al., 2017), donde se explora más de un indicador para precisar la representación del fenómeno (Lobato-Sánchez, 2016; Sierra-Soler et al., 2016), dichas revisiones en ocasiones toman en cuenta patrones climáticos a gran escala (Nicholas y Battisti, 2008), pero se concentran en la revisión histórica de los parámetros meteorológicos, prescindiendo de las modificaciones futuras de estos debido a los forzamientos climáticos que propician el cambio climático.

La mayor parte de los trabajos revisados enfocados a la sequía (Tabla 7.1) emplean el SPI en su análisis, lo cual es razonable ya que es uno de los índices de estimación más simple, para el cual en la mayoría de los casos, se cuenta con suficientes datos para su evaluación, algunos estudios lo utilizan como el principal medio para el estudio de esta anomalía climática (Núñez-López et al., 2007; Salas-Martínez et al., 2021), otros lo complementan con el uso del SPEI al considerar el efecto de la evapotranspiración en la descripción de la intensidad y duración del fenómeno (Serrano-Barrios et al., 2016), siendo la mayoría de los casos el análisis con índices relacionados a la humedad del suelo y la calidad de la vegetación como el NDVI y el PSDI (Campos-Aranda, 2018; Ravelo et al., 2014).

El uso de índices basados en escurrimiento es muy reducido (Oertel et al., 2018), enfocado en el análisis de la propagación de la sequía en zonas áridas, mientras que la estimación de índices relacionados al agua subterránea es virtualmente inexistente, esta particularidad es comprensible dado que en los registros hidrométricos (BANDAS) y piezométricos (CONAGUA - Red de Monitoreo Piezométrico) no se cumple con el número mínimo de mediciones requeridos o no se encuentran disponibles los puntos

de interés, a pesar de ello la consideración de más de un índice para estudiar la sequía es recomendable, con el fin de precisar la sensibilidad y consistencia de representar y caracterizar la anomalía climatológica (Ortiz-Gómez et al., 2018; Velasco et al., 2004).

Dentro del análisis del efecto del cambio climático se encuentran múltiples trabajos vinculados a la gestión hídrica bajo una gran variedad de enfoques, a través de evaluaciones de la vulnerabilidad y respuestas de adaptación a partir de la caracterización de la zona de estudio a nivel cuenca (Enriquez et al., 2016; Ríos Patrón et al., 2019) o por región hidrológica administrativa (Ortiz-Partida et al., 2020), mediante la observación de las tendencias de las variables climáticas y determinación de los efectos y anomalías esperadas vinculados a los costos en daños y mortalidad (Martínez-Austria, 2020) así como impactos en la agricultura (Escalante-Sandoval, 2020).

Algunos implementan la modelación para la descripción del recurso hídrico superficial y/o subterráneo por efecto directo de la sobreexplotación (Campos-Gaytan et al., 2014; Wurl y Imaz-Lamadrid, 2018), aun así las investigaciones en las que analizan los efectos del cambio climático o las sequías en la modelación son reducidas en comparación.

Es posible encontrar trabajos de evaluación de la incertidumbre de los efectos del cambio climático partiendo de los factores que intervienen en el ciclo hidrológico (Pernía LLera y Fornés Azcoiti, 2009), otros utilizan ensambles de proyecciones de modelos de clima global (Jackson et al., 2011), también por escenarios de cambio climático particulares a la zona estudiada (García Pérez y Sánchez Quispe, 2012) o de aquellos casos más desfavorables (Tapia Villaseñor, 2013); así mismo es posible identificar otros trabajos cuyo enfoque es la descripción y cuantificación del efecto de la sequía específicamente sobre agua subterránea (Halder et al., 2020; Hsin-Fu Yeh y Chang, 2019).

Una buena parte de los trabajos desarrollados en el caso de México se limitan a la modelación hídrica superficial otorgando un indicio de lo que podría pasar subterráneamente a partir del reporte de las infiltraciones y otros pocos se

complementan con la descripción del cambio de los niveles freáticos como componente representativo del modelo pero sin contemplar el apartado de cambio climático (Almanza Campos, 2013); considerando además que desde los setenta el número de acuíferos sobreexplotados han aumentado de manera significativa (CONAGUA y SEMARNAT, 2018), concentrándose en las regiones hidrológicas de Baja California, Noroeste, Cuencas Centrales del Norte, Río Bravo y Lerma-Santiago-Pacífico, por lo que se hace necesario conocer adecuadamente los factores particulares que intervienen en cada sistema para precisar el modelo ideal a utilizar.

Si bien el uso de la modelación para describir el comportamiento de los sistemas hídricos ha sido abordado bajo distintas consideraciones (de manera más extensa de forma superficial que subterránea), su implementación para evaluar el efecto del cambio climático ha sido limitado y su aplicación para estimar la sequía hidrológica histórica, a futuro y considerando el efecto del cambio climático es poco explorada; el emplear un proceso de modelación con cambio climático proporciona un enfoque interesante para el análisis de la sequía, pero no deja de ser un proceso complejo por la gran cantidad de elementos que deben ser considerados, sin embargo puede ser una respuesta ante problemas en sistemas con datos limitados en donde se requiera hacer inspecciones sobre el posible impacto de la sequía, con el fin de actuar en consecuencia

Tabla 7.1 Tabla de clasificación de estudios de sequía desarrollados en México en las últimas décadas.

No.	Autor	Título	Año	ÍNDICES													Región	Escala	Enfoque
				SPI	SPEI	PDSI	SPDI	NDVI	DSI	VCI	VDI	DPI	DAI	IDHA	ISHA	Otro			
1	Velasco et al	Evaluación de índices de sequía en las cuencas de afluentes del río Bravo/Grande	2004	✓	×	✓	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	Límites Río Bravo - Colorado	Cuenca	Caracterización - Comparación de índices
2	Núñez-Lopez et al	Caracterización de la sequía a diversas escalas de tiempo en Chihuahua, México	2007	✓	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	Chihuahua	Estado	Caracterización de Eventos (Frecuencia-Duración-Intensidad)
3	Rivera R. et al	Comportamiento espacio temporal de la sequía en el estado de Durango, México	2007	✓	×	✓	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	Durango	Estado	Consistencia y comparación
4	Nicholas R.E & Battisti D.S.	Drought Recurrence and Seasonal Rainfall Prediction in the Río Yaqui Basin, Mexico	2008	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	Monthly Pr Index	Río Yaqui - Sonora	Cuenca	Relación de Sequía con precipitación estacional y ENSO
5	Stahle D. et al EoS	Early 21st-Century Drought in Mexico	2011	×	×	✓	×	×	×	×	×	×	✓	×	×	×	México	País	Análisis de la Sequía bajo diferentes métodos y su evolución
6	Troyo, E. et al	Análisis de la sequía y desertificación mediante índices de aridez y estimación de la brecha hídrica en Baja California Sur, noroeste de México	2013	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	✓	✓	×	Baja California Sur	Estado	Destitución -Tendencia déficit hídrico bajo diferentes escenarios
7	Campos, D.F	Caracterización de sequías meteorológicas mediante curvas de severidad-área-frecuencia, en el valle de San Luis Potosí, México	2013	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	SAF	San Luis Potosí	Región	Caracterización - Sequía Meteorológica
8	Ravelo, A.C	Detección, evaluación y pronóstico de las sequías en la región del Organismo de Cuenca Pacífico Norte, México	2014	✓	×	✓	×	✓	×	×	×	×	×	×	×	×	Cuencas Organismo Pacífico Norte	Cuenca - Estados	Detección pronóstico intensidad deficit hídrico
9	Campos, D.F	Contraste de los índices DPP, SPI y RDI para clasificación de sequías, en la estación climatológica Zacatecas, México	2015	✓	×	×	×	×	×	×	✓	✓	×	×	×	×	Zacatecas	Estación	Clasificación de Sequía - Severidad
10	Bautista C. et al	Drought Assessment in Zacatecas, Mexico	2016	✓	×	×	×	×	×	×	✓	×	×	×	×	×	Zacatecas	Estado	Gestión de afectación Sequía Agrícola
11	Lobato R.	El monitor de la sequía en México	2016	✓	×	✓	×	✓	×	×	×	×	×	×	×	×	México	País	Evolución de la Sequía
12	Serrano L	Variabilidad espacio-temporal de las sequías en la cuenca de Pacífico Norte de México	2016	✓	✓	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	Pacífico Norte	Cuenca	Duración e Intensidad de sequía
13	Sierra A. et al	Assessing agricultural drought at a regional scale using LULC classification, SPI, and vegetation indices: case study in a rainfed agro-ecosystem in Central Mexico	2016	✓	×	×	×	✓	×	✓	×	×	×	×	×	×	Subcuenca Tortugas - Edo. Hidalgo	Subcuenca	Sequía Agrícola - severidad e impacto en cultivos
14	Castillo, M. et al	Análisis de sequías meteorológicas en la cuenta del río Fuerte, México	2017	✓	✓	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	Río Fuerte - NO México	Cuenca	Análisis temporal y espacial - patrón ocurrencia
15	Salinas, C.A. et al	Tendencia en el siglo XXI del Índice de Diferencias Normalizadas de Vegetación (NDVI) en la parte sur de la península de Baja California	2017	×	×	×	×	✓	×	×	×	×	×	×	×	×	Baja California Sur	Región Sureste	Tendencia de afectación por cobertura vegetal
16	Campos, D.F	Comparison of the Standardized Palmer Drought Index (SPDI) in three climatic locations in San Luis Potosi, Mexico	2018	✓	✓	×	✓	×	×	×	×	×	×	×	×	×	San Luis Potosí	Estación	Comparativa de índices
17	Oertel M.	Drought Propagation in Semi-Arid River Basins in Latin America: Lessons from Mexico to the Southern Cone	2018	×	✓	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	SSI/SSMI	Sonora	Estado	Detección y propagación de sequía
18	Ortega D. et al	Drought Vulnerability Indices in Mexico	2018	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	Ind. Peligro	Zacatecas	Estado	Riesgo agrícola, vulnerabilidad
19	Ortiz R. et al	Characterization of droughts by comparing three multiscale indices in Zacatecas, Mexico	2018	✓	✓	×	×	×	×	×	✓	×	×	×	×	×	Zacatecas	Estado	Caract. Sequía, correlación, identificación periodos
20	Del Toro	Precipitation-temperature variability and drought episodes in northwest Baja California, México	2019	×	×	×	×	×	×	×	✓	×	×	×	×	×	Baja California	Región	Amenaza agrícola, tendencias hidro climáticas, periodos
21	Guerra A. et al	Characterization of droughts in the state of Veracruz (2007-2018) and its impact on Food Security	2020	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	Monitor	Veracruz	Estado	Seguridad Agraria y Alimentaria
22	Khan Gilano	Global drought monitoring with drought severity index (DSI) using Google Earth Engine	2021	×	×	×	×	×	✓	×	×	×	×	×	×	×	Norte América	Región	Sequía meteorológica y agrícola
23	Salas F. et al	Analysis of the Evolution of Drought through SPI and Its Relationship with the Agricultural Sector in the Central Zone of the State of Veracruz, Mexico	2021	✓	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	×	Veracruz	Región	Evolución de la Sequía, relación con desarrollo del maíz
24	Llanes O. et al	Sensitivity of Four Indices of Meteorological Drought for Rainfed Maize Yield Prediction in the State of Sinaloa, Mexico	2022	✓	×	×	×	×	×	×	✓	×	×	×	×	×	Sinaloa	Estación	Sensibilidad de índices para predicción de rendimiento de maíz

8 Metodología

La generación de un índice híbrido y la caracterización de la sequía bajo diferentes indicadores sigue el modelo mostrado en la Figura 8.1, en este se enmarcan los procesos a seguir y elementos a precisar, relacionados a la recopilación y/o estimación de datos necesarios para la generación del modelo hidrológico superficial, la implementación de las salidas de simulación de este para la simulación del comportamiento piezométrico en los acuíferos estudiados y la generación de índices asociados

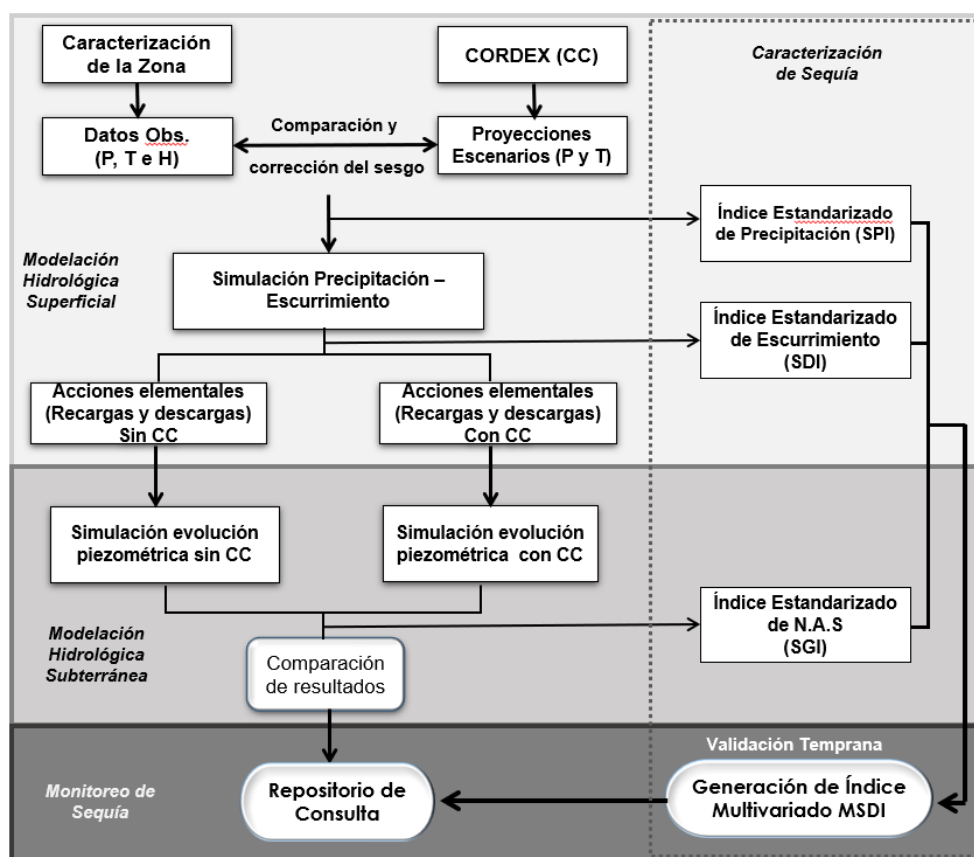


Figura 8.1. Modelo para la generación del índice de sequía híbrido.

Siendo los resultados de la simulación piezométrica uno de principales elementos de interés en el análisis del largo plazo en los acuíferos, para la generación del índice SGI.

8.1 Caracterización de la Zona de Estudio

Corresponde a la descripción espacial referente a la ubicación, entorno e información bajo diversas disciplinas geológicas de la zona de estudio, a través de sistemas de información geográfica (SIG) como ArcGis, Global Mapper e Idrisi.

El uso de modelos digitales de elevación (MDE) provenientes del Continuo de Elevaciones Mexicano (CEM) del INEGI, así como de diferentes capas o temas de información espacial de CONABIO posibilita el emplazamiento de la región a estudiar de acuerdo a la división política del país, regiones hidrológicas, geología, uso y tipo de suelo, hidrogeología, escurrimientos, cuerpos de agua, urbanidad, infraestructura y tipos de clima, permitiendo la generación de cartografía del sistema de cuenca y acuíferos estudiados, caracterizando así la zona de estudio.

8.2 Recopilación y análisis de datos

Se refiere a la compilación de parámetros mencionados en la sección 6.1 para la determinación de los balances hídricos, correspondientes a las bases de datos sobre los fenómenos naturales y antropogénicos que involucran al recurso hídrico y que son requeridos para la modelación y simulación hidrológica, destacándose la precipitación (P), la temperatura (T) e hidrometría (H).

La definición de demandas es necesaria para ser integrada en los procesos de modelación, en el caso de la demanda urbana se realiza siguiendo lo indicado en la sección 6.1.1, tomando en cuenta las características socioeconómicas de la zona, la dotación de acuerdo a los estándares de vida de las poblaciones cercanas. El incremento de la población se plantea en consideración de los horizontes de los escenarios de cambio climático de 2010 a 2100, seleccionando las proyecciones de población que mejor describan la tendencia de crecimiento o decaimiento. Con estas proyecciones es posible determinar las demandas a nivel local, municipal y de cuenca.

Las demandas industrial y agrícola son obtenidas de forma mensual a partir de las bases de datos proporcionadas por CONAGUA (REPDA y Plan de Riego2) para los aprovechamientos y módulos de riego ubicados dentro de la región de estudio.

Las series de precipitación y temperatura se obtienen a partir de los registros diarios y mensuales de las estaciones meteorológicas en las inmediaciones de la zona de estudio disponibles en la plataforma CLICOM, siendo la selección de estaciones llevado a cabo bajo el procedimiento descrito en la sección 6.1.2, posteriormente deben ser validadas bajo las pruebas del apartado 6.2, teniendo en cuenta un periodo de llenado de 20 a 30 años, siendo considerado para este caso un periodo de 1988 a 2018.

A partir de las capas temáticas de la CONABIO sobre la ubicación de las estaciones hidrométricas se identifican aquellas al interior del sistema de cuenca, de las cuales se seleccionan aquellas que se ubiquen en posiciones a lo largo de la red hidrográfica, buscando designar una estación en la parte alta, media y en la salida de la cuenca, una vez localizadas las estaciones se procede a obtener la serie histórica de registros mensuales en estos puntos a través del BANDAS.

En el caso de los registros piezométricos, se identifican previamente los aprovechamientos de agua subterránea (pozos de extracción agrícolas y urbanos) en los acuíferos a partir de los registros de CONAGUA, pueden ser consultados mediante el GeoVisor de la Red de Monitoreo Piezométrico de esta comisión, pero en los casos particulares de inexistencia de valores para los acuíferos de interés, es necesario sondear los niveles directamente en los aprovechamientos considerados, en el caso particular de este estudio se utilizaron los valores medidos en dos monitoreos realizados en 2007 y 2014 entre los meses de Junio y Julio.

La adquisición de las series de precipitación y temperatura bajo el efecto de cambio climático (CC) de forma mensual, se realiza a partir de la base de datos en línea de escenarios de INECC bajo resolución espacial de 30"x30", para los modelos

CNRMCM5, HADGEM2-ES y MPI-ESM-LR, escenarios RCP 4.5 y 8.5, considerando los tres horizontes de proyección (corto, mediano y largo).

Adicionalmente se obtienen dichas series con las proyecciones del experimento CORDEX por su continua actualización y mayor disponibilidad de datos, para el modelo regional CAM 22° para el periodo 2010-2099, bajo la misma configuración de modelos climáticos y escenarios, con fin comparativo respecto a las estimaciones del INECC.

Estos conjuntos de datos de cambio climático son requeridos para su implementación en los modelos hidrológicos con el fin de generar series de escurrimientos y piezometría simuladas para los periodos de proyección con los cuales se construirán los valores de los índices de sequía.

8.3 Modelación Hidrológica Superficial

Se plantea el modelo de hidrología superficial a través del uso del software EvalHid bajo el modelo de simulación Témez (Témez, 1977) , bajo un enfoque agregado y semi-distribuido, se establecen las entradas a partir de la precipitación y salidas debidas a la evapotranspiración , cierto volumen de agua excedente se proyecta como escurrimiento superficial y otra se infiltra y almacena en los sistemas acuíferos y fluye en ellos hasta desembocar en otro medio superficial (Sahuquillo et al., 2010).

La configuración del modelo conceptual incluye la entrada de datos de precipitación y evapotranspiración, la simulación, calibración y validación de los valores de escorrentía teniendo como dato de salida de interés el valor de infiltración o recarga hacia el acuífero asociado.

8.4 Modelación Hidrológica Subterránea

La simulación de la evolución de los niveles estáticos presentes en las unidades hidrogeográficas estudiadas de los acuíferos hace necesario implementar una representación de los mismos descritos a partir del método de diferencias finitas para definir la distribución potencial de manera más precisa, se aborda esta etapa con la generación de un modelo subterráneo utilizando el módulo AQUIVAL, el cual requiere de una caracterización del acuífero y calibración de los parámetros hidrodinámicos

La configuración del modelo conceptual incluye la definición geométrica del acuífero y establecimiento de parámetros hidrodinámicos (transmisividad, conductividad hidráulica y coeficiente de almacenamiento de acuerdo a los reportes de disponibilidad de acuíferos de la CONAGUA), el establecimiento de acciones elementales (recargas y descargas), determinación de parámetros de control, cálculo de modelo, y la subsecuente simulación, calibración y validación del acuífero a partir del análisis de piezometría.

El uso del método de diferencias finitas posibilita que esta configuración pueda ser exportada a MODFLOW, teniéndose la posibilidad de generar un punto de comparación entre modelos posteriormente.

8.5 Modelación con cambio climático.

Es la simulación con los datos climatológicos correspondientes a los modelos de cambio climático CNRM-CM5, GFDL-ESM2M, HADGEM2-ES y MPI-ESM-LR del CORDEX - CMIP5 en los modelos hidrológicos superficial y subterráneo, con el fin de encontrar de manera numérica y gráfica el grado de afectación al recurso hídrico dentro de cada escenario en comparación con el comportamiento esperado si no existiese alteración.

8.6 Corrección del sesgo.

La corrección de sesgo se realiza ajustando sistemáticamente los resultados de un análisis con el fin de compensar posibles desviaciones en los datos. Este proceso puede apoyar a que los resultados sean más precisos y representativos de acuerdo al fenómeno en estudio, en el caso de datos de cambio climático se realiza ajustando los registros climáticos para compensar posibles distorsiones sistemáticas que puedan surgir debido a factores como cambios en la instrumentación de medición, ubicación de estaciones o variaciones en las condiciones ambientales. Este proceso es necesario para obtener estimaciones más precisas y confiables de los patrones y tendencias climáticas reales.

Una forma de llevar a cabo este proceso es a través del mapeo de cuantiles (quantile mapping QM) en los datos de cambio climático se realiza para ajustar las proyecciones de modelos climáticos a las observaciones históricas. De esta forma es posible corregir las posibles discrepancias en las distribuciones de probabilidad y asegurar que las proyecciones reflejen de manera más precisa las condiciones climáticas futuras.

Este proceso empieza con la recopilación de datos, en este caso las observaciones históricas y las proyecciones de los modelos de precipitación en escala diaria, sirviendo los históricos como una referencia para la evaluación de las proyecciones, encontrándose con la dificultad en este apartado de la insuficiencia de registros para los parámetros climáticos de las estaciones en la zona considerada, por lo cual se vuelve necesario llevar a cabo la estimación de los datos faltantes para las estaciones climáticas clave mediante el método IDW, con el fin de coincidir con el periodo de las simulaciones de los modelos.

Se procede entonces con el cálculo de los cuantiles (percentiles) de los datos observados y las proyecciones climáticas, lo cual conlleva determinar los valores que representan diferentes niveles de probabilidad en ambas distribuciones.

Posteriormente se ajustan las proyecciones climáticas para que los cuantiles de las distribuciones de las proyecciones coincidan con los cuantiles de los datos observacionales. Esto se logra aplicando una transformación lineal o no lineal a las proyecciones para alinearlas con las observaciones, este proceso es conocido como el mapeo de cuantiles:

Finalmente se valida el proceso anterior comparando las proyecciones ajustadas con los datos observacionales para diferentes períodos y variables climáticas. Esto posibilita evaluar la eficacia de la corrección y su impacto en la precisión de las proyecciones.

Estos procedimientos son aplicados a partir de las funciones de la paquetería “qmap” de RStudio, con la cual es posible aplicar dos tipos de interpolación (lineal y tricubica) para el ajuste entre los valores transformados ajustados de acuerdo a las estimaciones de función de distribución acumulada empírica.

8.7 Desestacionalización.

Con el fin de trabajar con series temporales meteorológicas e hidrológicas de forma más precisa y significativa, la desestacionalización y la eliminación de tendencia en los datos de precipitación, escurrimientos y niveles de agua subterránea son técnicas necesarias de implementar para analizar la sequía de forma más robusta.

Para la determinación de las series sin componentes de estacionalidad y tendencia se implementaron los métodos ARIMA, SARIMA, STL y las series de Fourier, con el fin de establecer con cuál de ellas se alcanza un mejor elemento remanente para la determinación de los índices de sequía correspondiente a cada parámetro.

Estos procedimientos son desarrollados a partir de las paqueterías ‘stats’ y ‘forecast’ del software RStudio, a partir de los cuales gráficos de los componentes de las series son generados junto a sus residuales a través de los distintos métodos y para los modelos CORDEX considerados, los remanentes son utilizados para la estimación de las intensidades de los índices de sequía, contrastándose gráficamente con su estado de corrección de sesgo.

8.8 Cálculo de Índices de Sequía y caracterización.

Se utiliza el Índice de Precipitación Estandarizado (SPI) para estimar el déficit de precipitación basado en el registro de datos de precipitación (30 años) para el periodo histórico (1988 – 2018), bajo escala de 1, 6, 12 y 24 meses a través de la ecuación propuesta por McKee et al., (1993) implementada mediante la librería “SPEI” del lenguaje R.

Con los resultados de simulación hidrológica superficial (escurrimientos) e hidrológica subterránea (piezometría), se estiman los valores del Índice Hidrológico de Sequía (SDI) y del Índice de Nivel de Agua Subterránea Estandarizado (SGI) respectivamente de manera similar al SPI, considerando las mismas escalas temporales.

Los valores de los índices son posteriormente clasificados, manipulados y graficados para la determinación de la severidad, magnitud y duración de acuerdo a lo establecido por McKee, a su vez se define la duración, frecuencia y extensión del fenómeno a partir del tratamiento de los datos.

Los procesos anteriormente descritos se desarrollan de forma similar con los valores de simulación con cambio climático, con el fin de establecer las características de la sequía de acuerdo a cada escenario considerado.

8.9 Generación de Índice Híbrido

A partir de los valores de intensidad de los índices considerados se determina el índice multivariado (MSDI) bajo cuatro tipos de conjunción (SPI-SDI, SPI-SGI, SDI-SGI y SPI-SDI-SGI).

Para ello es necesaria la generación de cópulas arquimedianas, a través de una función que une las distribuciones marginales de las variables aleatorias consideradas en una distribución conjunta.

De manera general se puede describir el proceso como:

- Obtención de las distribuciones marginales de las variables aleatorias.
- Obtención de las transformaciones inversas de las distribuciones marginales.
- Calcular los valores de cópula a través de la ecuación del tipo de cópula requerida.

Este proceso se aborda mediante la familia de funciones de distribuciones de cópula y muestras correlacionadas del software Matlab, se determina la probabilidad conjunta descrita en la Ecuación 52, posteriormente se determina el valor del índice multivariado aplicando la función de distribución normal estándar inversa.

Bajo un proceso similar se describe el MSDI para tres variables (SPI-SDI-SGI), siendo en esta ocasión determinadas sus distribuciones marginales y la generación de copulas a partir de las paqueterías '*Copula*' y '*VineCopula*' de lenguaje de programación R, se extraen las probabilidades conjuntas de la copula generada y se aplica la función normal inversa para la obtención del índice multivariado.

Estos son obtenidos tanto para la condición histórica como de proyección de cambio climático, así como también bajo corrección de sesgo y posterior desestacionalización y eliminación de tendencia.

8.10 Repositorio de Consulta

La descripción conjunta de índices busca incluirse en un repositorio de consulta, que provea información del código utilizado para la descripción de la sequía a partir de su caracterización histórica y proyectada, basado en las observaciones registradas, así como la provenientes de los modelos CORDEX seleccionados.

La representación espacial de estos pronósticos conforma una base de datos cuya información podrá ser accedida a través del repositorio de consulta web GitHub referente a la zona estudiada, a través de programas de uso libre como R, el modelo para la estimación y caracterización de la sequía es replicable a otras regiones de interés de acuerdo a los datos proporcionados por el usuario, con el fin de ser considerado para la toma de decisiones de los gestores y usuarios de los sistemas hídricos.

9 Resultados

Anteriormente se mencionó que desde la época de los setenta la sobreexplotación de los acuíferos ha aumentado significativamente concentrándose en las regiones hidrológicas Baja California, Noroeste, Cuencas Centrales del Norte, Río Bravo y Lerma-Santiago-Pacífico, dentro de esta última se encuentran algunos acuíferos con gran estrés hídrico en regiones específicas, dentro de estos se encuentran los acuíferos Zacapu y Pastor Ortiz, los cuales son de vital importancia para la actividad agrícola de la región hidrológica Lerma-Chapala (CONAGUA, 2020b, 2020a), siendo estos los considerados para la aplicación de la metodología.

A continuación se presenta parte de la caracterización de los sistemas estudiados por medio de diversos mapas en los que se ubica la zona estudiada y se muestra la composición de la misma respecto a distintas ramas de la ciencia, comenzando por la ubicación geográfica de la cuenca y acuíferos analizados, presentes en la región centro norte del estado de Michoacán (Figura 9.1), así como las propiedades geomorfológicas de la principal cuenca (del Río Angulo) relacionada a los acuíferos en la Tabla 9.1.

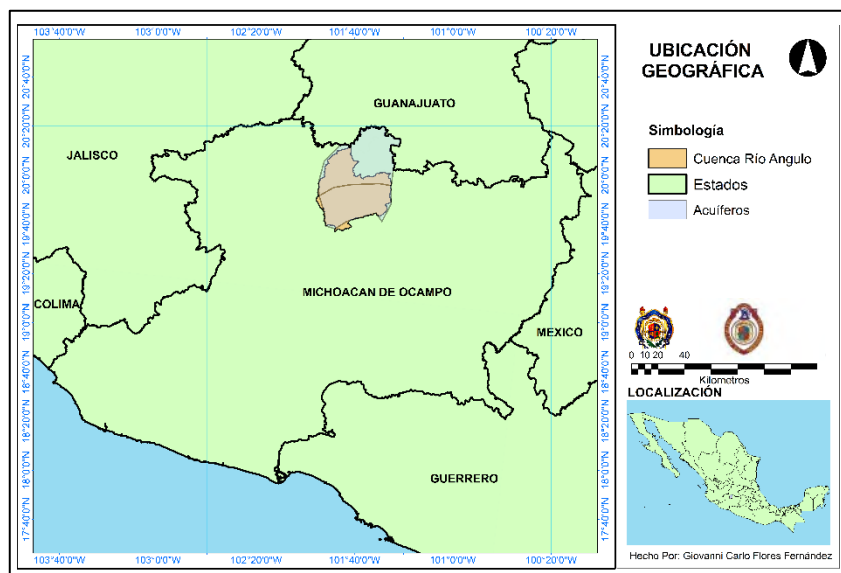


Figura 9.1 Ubicación Geográfica de la Zona de Estudio – Cuenca del río Angulo y acuíferos Zacapu y Pastor Ortíz

Tabla 9.1 Parámetros Geomorfológicos de la Cuenca del Río Angulo

Parámetros Geomorfológicos de la Cuenca						
Area (km ²)	Perimetro (km)	Zmin (km)	Zmax (km)	Centroide		Pendiente media(%)
				X	Y	
2088.74	354.185	1670	3385	220743	2201990	11.2926388

Se muestran de igual manera los sistemas estudiados a nivel municipal (Figura 9.2), identificándose 12 municipios que pueden incurrir en el funcionamiento del medio, con respecto a la administración de los recursos hídricos en el país (Figura 9.3) que se ubica en la región hidrológica Lerma Santiago.

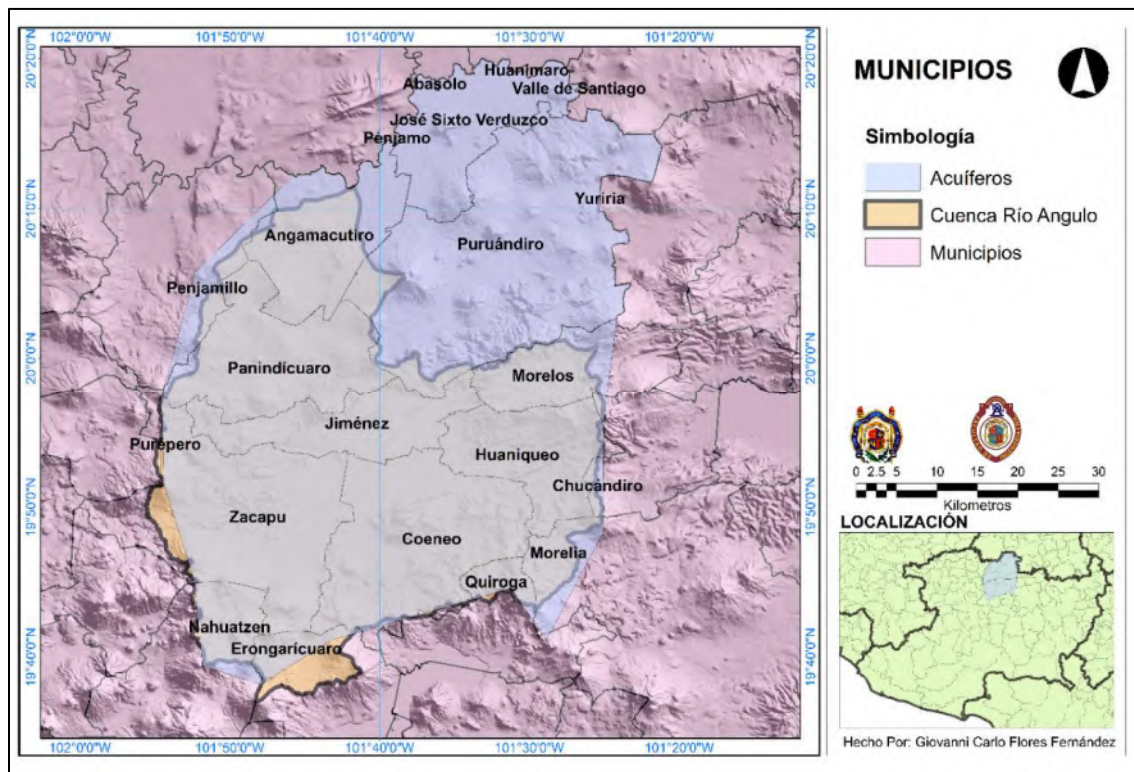


Figura 9.2. Municipios comprendidos dentro de límites del perímetro de los acuíferos Zacapu y Pastor Ortiz.

A partir del MDE de la región y las herramientas de hidrología de ArcMap es posible determinar la dirección, acumulación y orden de corrientes presentes en la cuenca del río Angulo, como se muestra en la Figura 9.4 denotándose que el orden principal de corriente corresponde a los valores de 1 a 3 siendo estas en su mayor parte ríos perenes, así mismo a partir de los temas de información espacial para México generada por diferentes dependencias de gobierno se determinó el relieve (Figura 9.5) cuyas elevaciones varían de 1669 a 3399 msnm, así mismo el tipo y uso de suelo (Figura 9.6 y Figura 9.7).

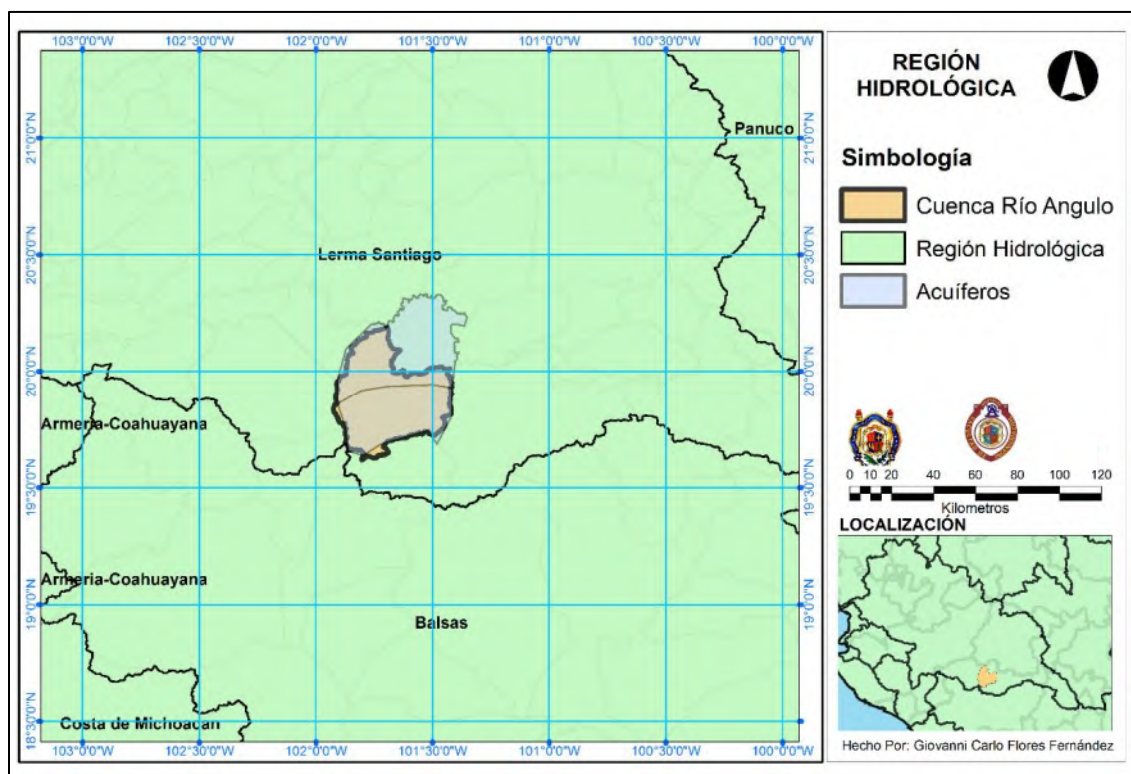


Figura 9.3. Ubicación de la cuenca del Río Angulo y los Acuíferos Zacapu y Pastor Ortiz dentro de la Región Hidrológica Lerma Santiago.

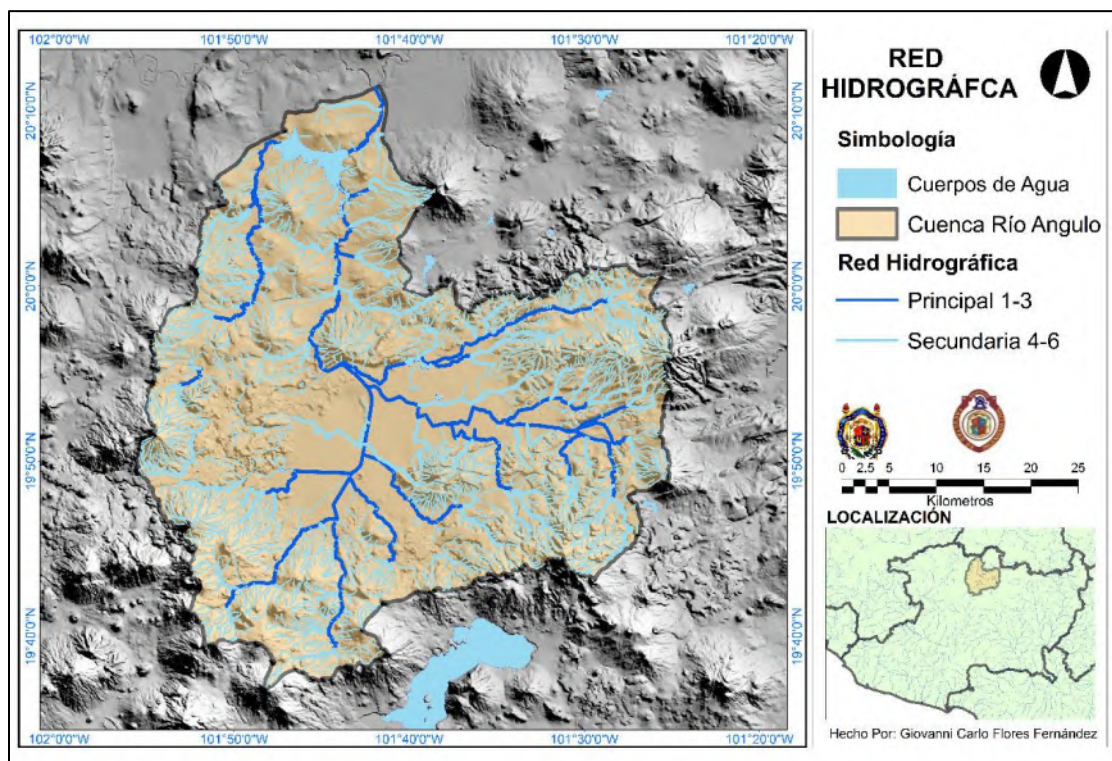


Figura 9.4. Red hidrográfica de la cuenca del río Angulo - escurrimientos principales y secundarios

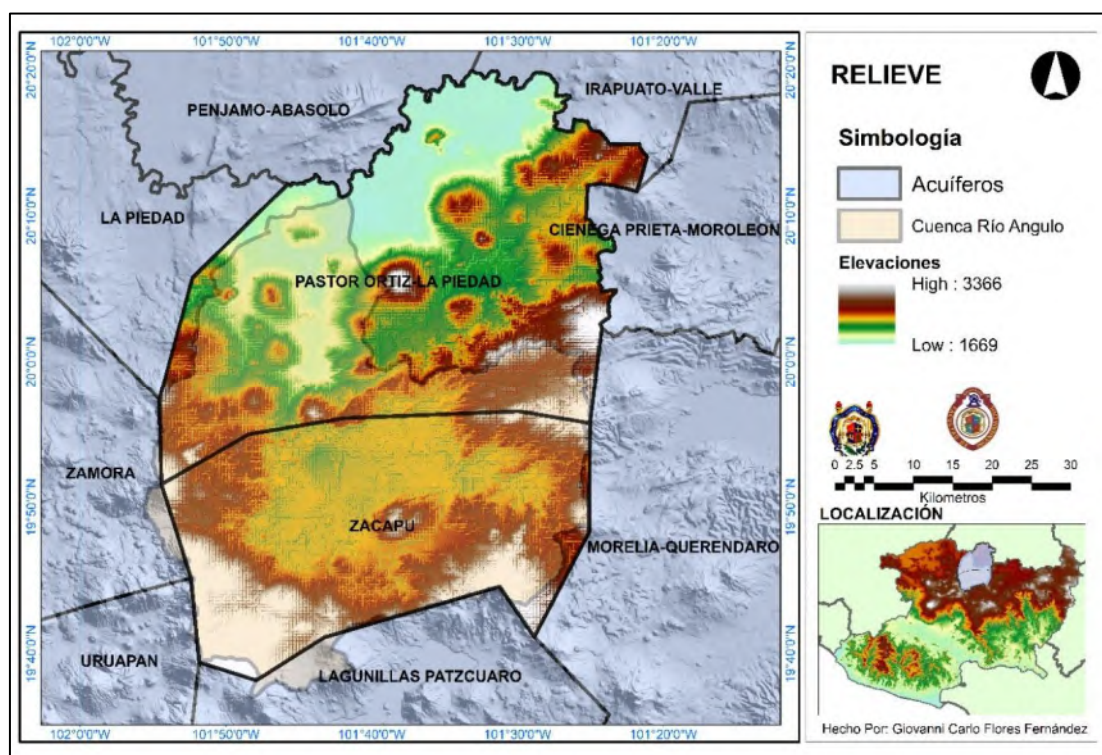


Figura 9.5. Elevaciones dentro del sistema de cuenca y acuíferos

Se distingue en la Figura 9.6 que la agricultura es uno de los principales usos del suelo de la región destacándose el de riego y temporal.

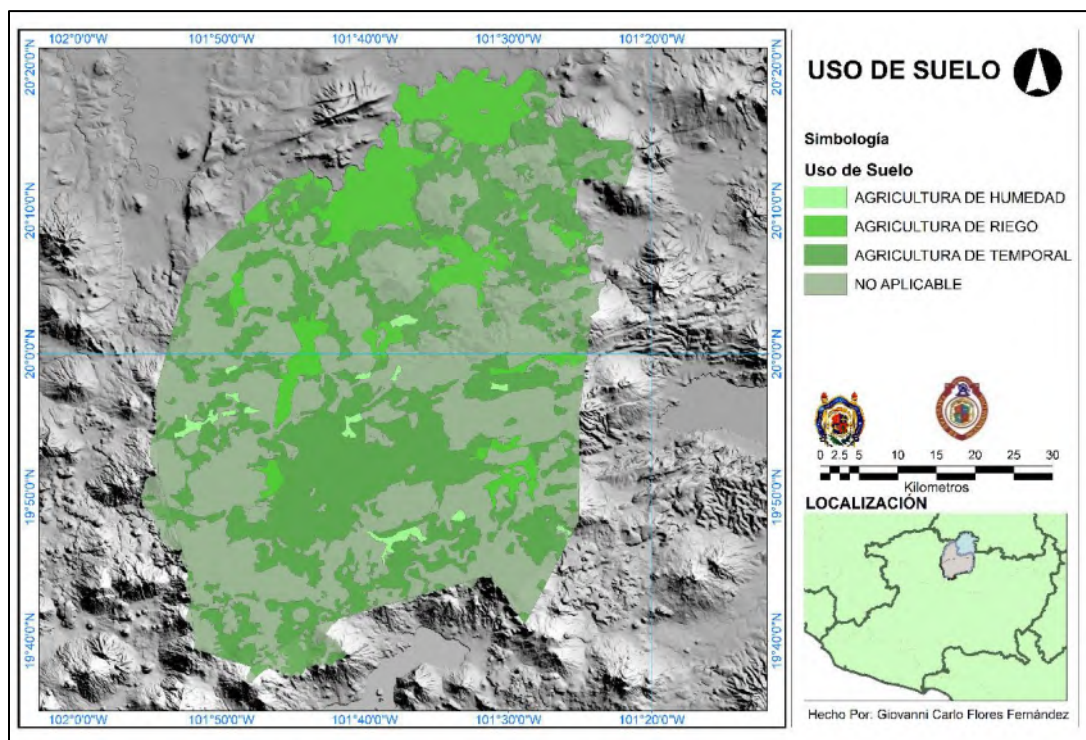


Figura 9.6. Uso de suelo dentro de la región de cuenca y los acuíferos

Con respecto a los tipos de suelos se distinguen solo 3 tipos de acuerdo a la información de INEGI los cuales son el Andosol, Feozem y Vertisol (Figura 9.7).

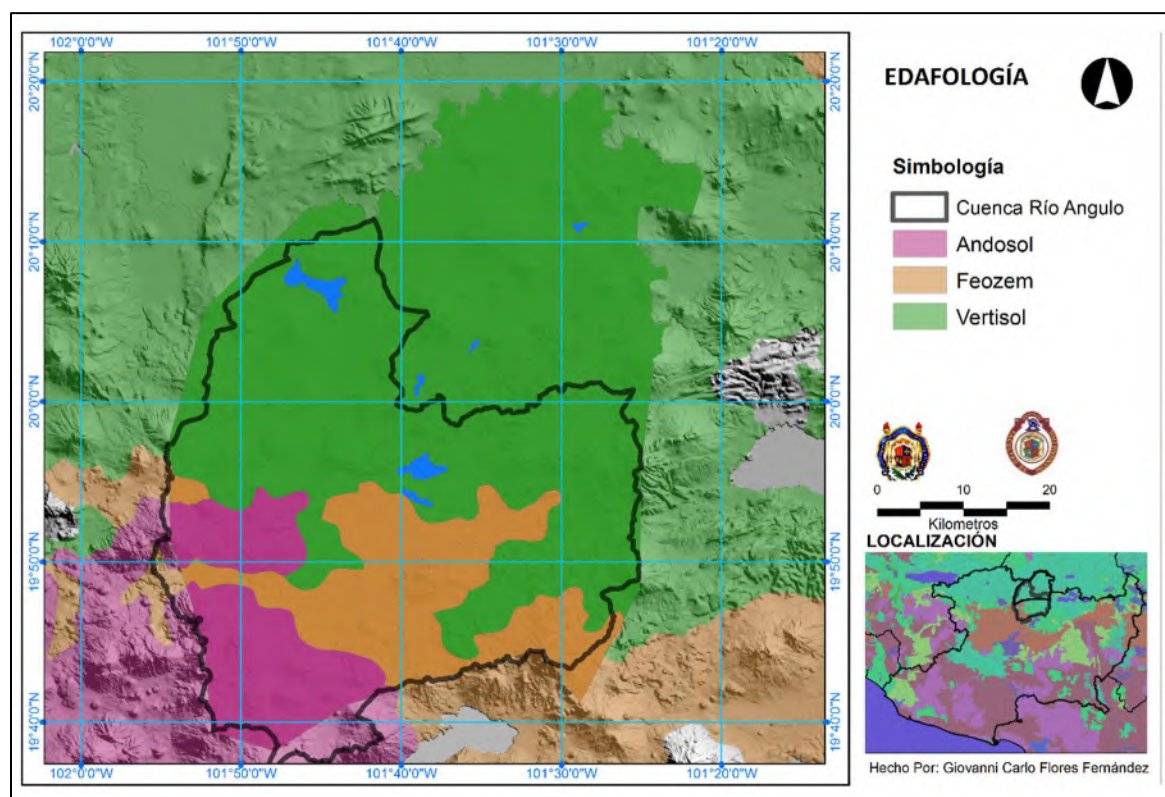


Figura 9.7. Tipo de suelo dentro de la región de cuenca y los acuíferos

De acuerdo a la cartografía se muestra que la geología de manera general tiene una composición basáltica y andesítica con alternancia de derrames, brechas y piroclásticos finos a medios, aluviales, lacustres y areniscas (Figura 9.8).

Se han distinguido 5 tipos de clima en la cartografía, prevaleciendo el templado, teniéndose al norte zonas semicalidas y semifrías al sur (Figura 9.9), de acuerdo a la clasificación Köeppen (García, 2004) se describen como:

(A)C(wo) – Clima semicálido del grupo C con temperatura media anual mayor de 18°C, temperatura del mes más frío menor de 18°C y temperatura del mes más caliente mayor de 22°C. Precipitación del mes más seco menor de 40 mm; lluvias de verano con índice P/T menor a 43.2 y porcentaje de lluvia invernal del 5% al 10.2% del total anual. El símbolo (A) denota la tendencia hacia el grupo cálido.

(A)C(w1) - Clima semicálido subhúmedo del grupo C con temperatura media anual mayor de 18°C, temperatura del mes más frío menor de 18°C y temperatura del mes más caliente mayor de 22°C. Precipitación del mes más seco menor de 40 mm; lluvias de verano con índice P/T entre 43.2 y 55 y porcentaje de lluvia invernal del 5% al 10.2% anual. El símbolo (A) denota la tendencia hacia el grupo cálido.

C(w1) – Clima templado subhúmedo con lluvias en verano; temperatura media anual entre 12°C y 18°C, temperatura del mes más frío entre -3°C y 18°C y temperatura del mes más caliente bajo 22°C. Precipitación en el mes más seco menor de 40 mm; lluvias de verano con índice P/T entre 43.2 y 55 y porcentaje de lluvia invernal del 5% al 10.2% del total anual.

C(w2) – Clima templado subhúmedo con lluvias en verano; temperatura media anual entre 12°C y 18°C, temperatura del mes más frío entre -3°C y 18°C y temperatura del mes más caliente bajo 22°C. Precipitación en el mes más seco menor de 40 mm; lluvias de verano con índice P/T mayor de 55 y porcentaje de lluvia invernal del 5 al 10.2% del total anual.

Cb(w2) - Semifrío con verano fresco largo; temperatura media anual entre 5°C y 12°C, temperatura del mes más frío entre -3°C y 18°C y temperatura del mes más caliente bajo 22°C. Precipitación en el mes más seco menor de 40 mm; lluvias de verano y porcentaje de lluvia invernal del 5 al 10.2% del total anual.

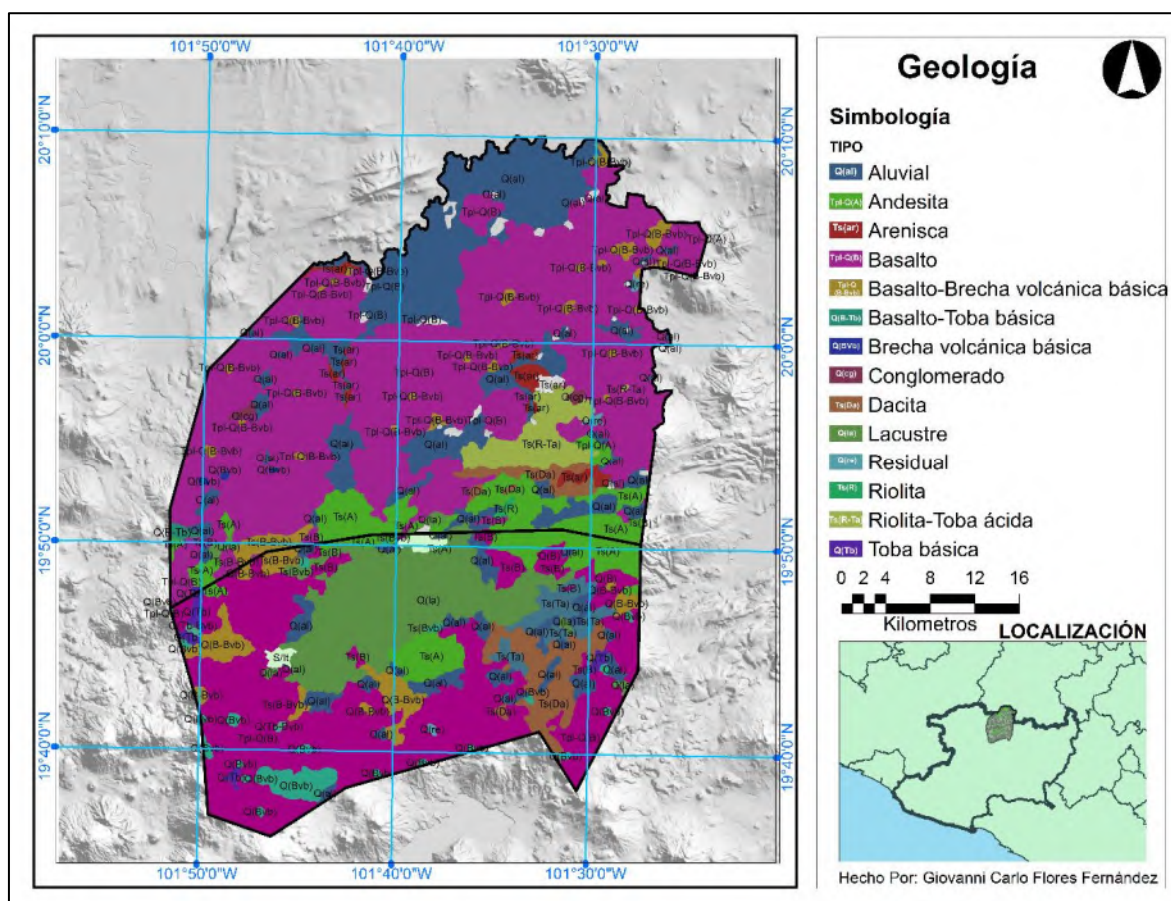


Figura 9.8. Geología presente en la región estudiada

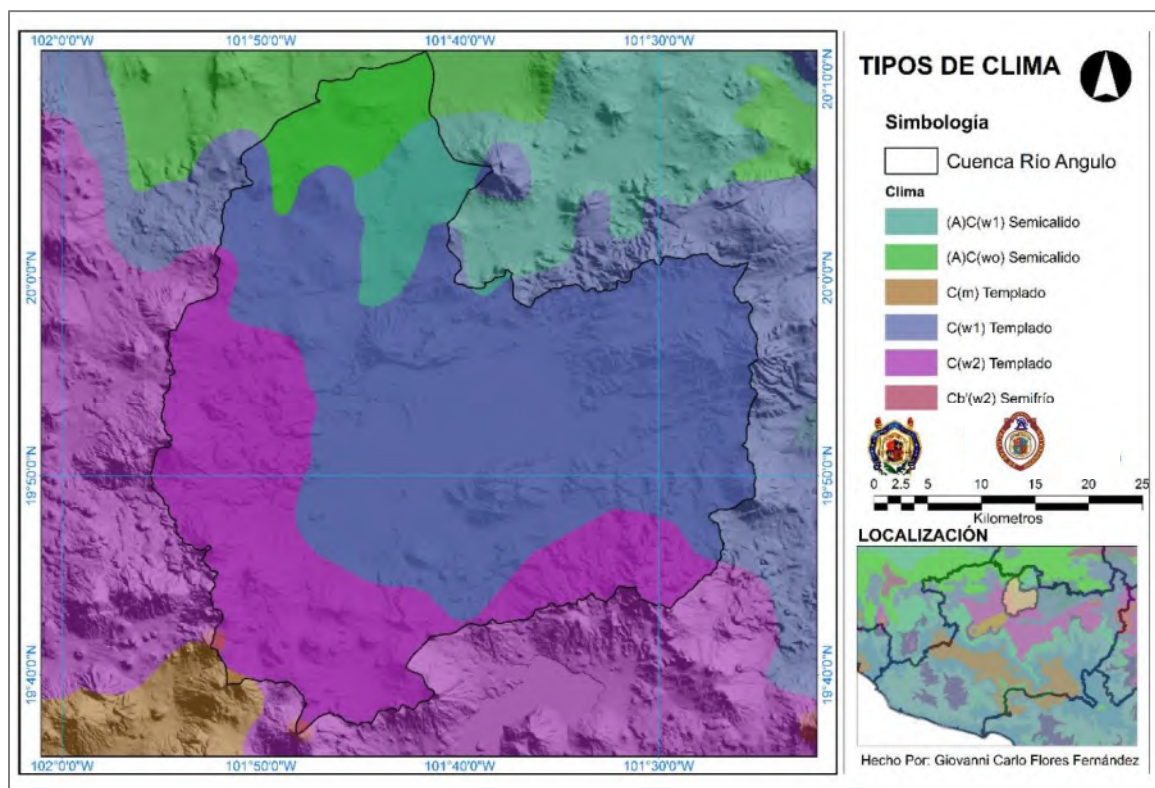


Figura 9.9. Tipos de clima en la Cuenca del Río Angulo

9.1 Recopilación de datos

Con el fin de obtener las demandas del recurso hídrico se requiere conocer la población servida, a través de la información espacial proveniente de CONABIO sobre las poblaciones en México y el uso de SIG fue posible ubicar las localidades que se encuentran dentro de los límites determinados por los sistemas de cuenca y acuíferos (Figura 9.10), teniéndose 264 localidades dentro de 12 municipios considerados para la determinación de la demanda urbana de recurso hídrico.

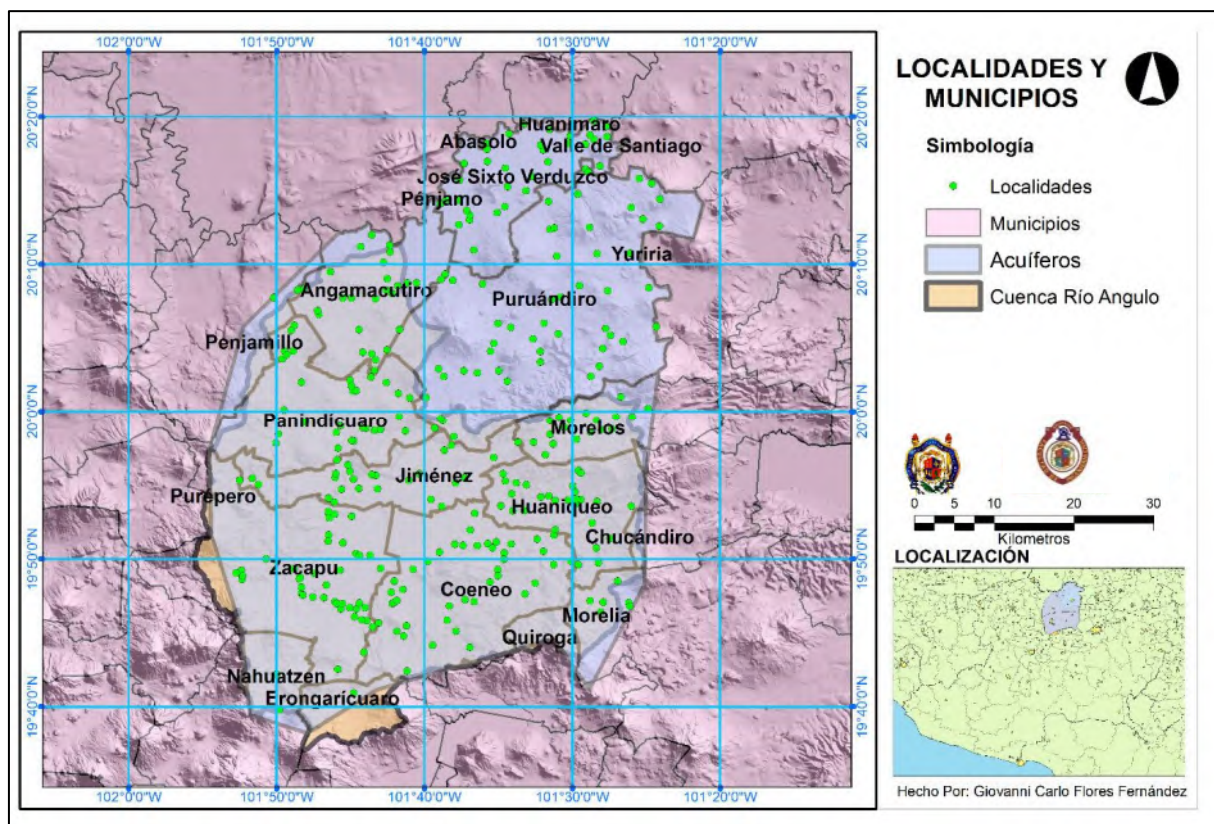


Figura 9.10. Ubicación geográfica de las poblaciones contenidas en el área de estudio

Donde los municipios de Puruándiro, Panindícuaro, Villa Jimenez y Huaniqueo quedan comprendidos dentro de los sistemas en su totalidad contemplándose a su vez las localidades en estos, por otra parte se encuentran en menor extensión o en parte Nahuatzen, Erongaricuaró, Zacapu, Quiroga, Morelos, Morelia aportando parte de sus poblaciones y existen también pequeñas porciones de los municipios de Purepero, Penajamo, Abasolo, Huanímaro Valle de Santiago y Yuriria contenidos dentro de los sistemas cuya zona es tan pequeña que no se presenta ninguna localidad en ellos por tanto no son considerados en la determinación de las proyecciones de población (Tabla 9.2).

Tabla 9.2 Información de censos de acuerdo al INEGI

Estado	Municipio	Localidades	Censos				
			1990	1995	2000	2005	2010
Michoacán	Angamacutiro	24	13636	13778	13364	10995	13140
	Coeneo	42	27683	24766	23164	19457	20461
	Erongarícuaro	2	1318	1242	1141	968	1054
	Huaniqueo	27	12749	10785	10118	7613	7946
	Jiménez	25	17474	15239	14393	12778	13223
	Morelia	8	4195	4050	4246	3904	4475
	Morelos	21	9603	9193	8169	6345	6068
	Nahuatzen	1	1851	1840	1632	1269	1403
	Panindícuaro	32	21342	18062	18015	15380	15452
	Puruándiro	29	47897	50729	49216	45781	48373
	Zacapu	45	61653	67039	67412	68856	71095
	José Sixto Verduzco	8	5091	4974	4312	3632	3835
2	Total	264					

El incremento de la población se plantea en los horizontes de los escenarios de cambio climático para 30 y 90 años de acuerdo a las proyecciones de INECC, seleccionando las proyecciones de población que mejor describan la tendencia de crecimiento o decaimiento (Tabla 9.3). Con estas proyecciones es posible determinar las demandas a nivel local, municipal y de cuenca (Tabla 9.4).

Tabla 9.3 Proyecciones de población por municipio

Municipio	Método	Población Proyectada			
		2015	2039	2075	2099
Angamacutiro	Geométrico	13,016	12,421	11,528	10,933
Coeneo	Curva Exponencial	17,782	11,848	6,444	4,294
Erongarícuaro	Geométrico	998	766	515	396
Huaniqueo	Curva Exponencial	6,553	3,521	1,387	745
Jiménez	Geométrico	12,338	8,850	5,375	3,855
Morelia	Curva Exponencial	4,287	4,482	4,790	5,008
Morelos	Geométrico	5,414	3,132	1,378	797
Nahuatzen	Geométrico	1,311	948	583	421
Panindícuaro	Curva Exponencial	13,754	9,338	5,225	3,547
Puruándiro	Mínimo Cuadrado	48,127	47,691	47,037	46,601
Zacapu	Aritmético	73,456	84,786	101,782	113,112
José Sixto Verduzco	Geométrico	3,576	2,555	1,544	1,103
	Suma	200,611	190,338	187,587	190,813

Tabla 9.4 Demandas proyectadas de acuerdo al método estadístico seleccionado.

Municipio	Método	Demandas (Hm ³ /año)			
		2015	2039	2075	2099
Angamacutiro	Geométrico	0.97	0.93	0.86	0.82
Coeneo	Curva Exponencial	1.27	0.84	0.46	0.31
Erongarícuaro	Geométrico	0.07	0.05	0.04	0.03
Huaniqueo	Curva Exponencial	0.47	0.25	0.10	0.05
Jiménez	Geométrico	0.88	0.63	0.38	0.27
Morelia	Curva Exponencial	0.31	0.35	0.40	0.43
Morelos	Geométrico	0.39	0.22	0.10	0.06
Nahuatzen	Geométrico	0.09	0.07	0.04	0.03
Panindícuaro	Curva Exponencial	0.98	0.66	0.37	0.25
Puruándiro	Mínimo Cuadrado	3.60	3.57	3.52	3.49
Zacapu	Aritmético	5.23	6.03	7.24	8.05
José Sixto Verduzco	Geométrico	0.27	0.19	0.12	0.08
Suma		14.51	13.81	13.63	13.87

En cuanto a las demandas industriales para los acuíferos estudiados la CNA reporta lo descrito en la Tabla 9.5.

Tabla 9.5 Volúmenes de extracciones de tipo industrial en los acuíferos de Zacapu y Pastor Ortíz

Acuífero	Título	Titular	Volumen extracción que ampara el título (Hm ³ /año)
Zacapu	4MCH105768/ 12FMGE96	FIDEICOMISO DE PARQUES INDUSTRIALES DE MICHOACAN	0.12
	08MCH154394 /12FMDL14	DERIVADOS MACROQUIMICOS S.A. DE C.V.	0.03
Pastor Ortíz	4MCH101185/ 12FMGE94	INDUSTRIAS ALIMENTICIAS CLUB, S. A. DE C.V.	0.04
	08MCH123830 /12FPDL08	PRODUCTORES DE DULCES Y GALLETAS CABADAS DE LA PIEDAD S.A. DE C.V.	0.01
Volemen Total			0.21

Mientras que para la demanda agrícola se considera al distrito de riego 087 Rosario-Mezquite que cuenta con un área de influencia de 63,217.45 ha (Figura 9.11) distribuidas entre 16,202 usuarios. El abastecimiento de agua se hace mediante tres sistemas hidráulicos independientes: Zacapu, Rosario-Mezquite y Pastor Ortiz, donde las áreas de riego son mostradas en la Tabla 9.6.

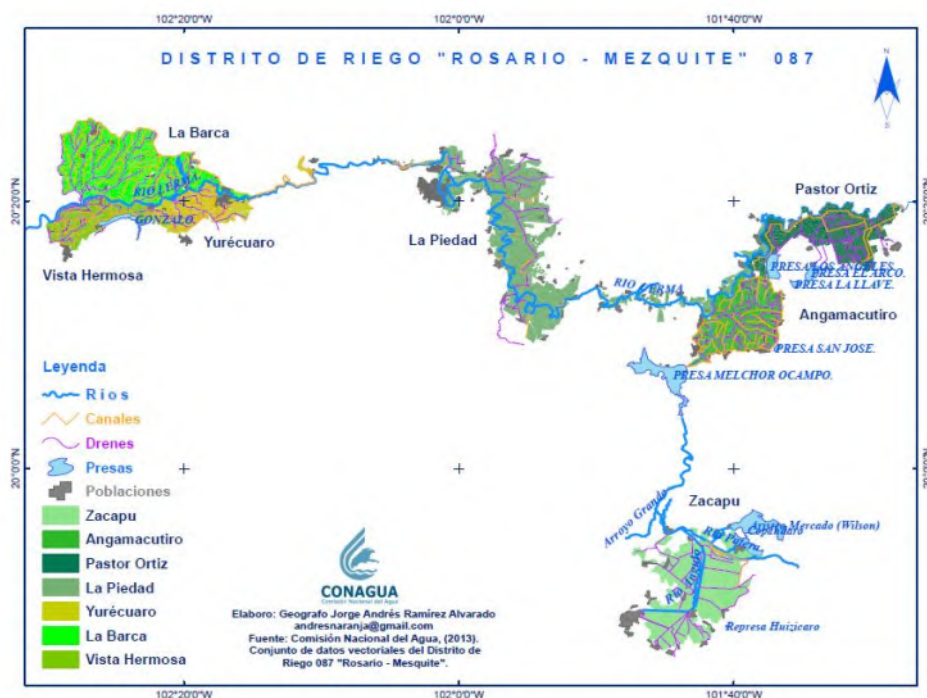


Figura 9.11. Área de influencia del distrito de riego 087

Tabla 9.6 Áreas dominadas y regables por módulo

Módulo	Dominada (Ha:)	Regable (Ha)
Angamacutiro	7686.3	7686.3
La Piedad	16110.08	16110.08
Yurécuaro	4241.74	4241.74
Vista hermosa	3974.34	3949.43
La Barca	12836.52	12836.52
Pastor Ortiz	7233.22	7233.22
Zacapu	11160.15	11160.15
Total	63242.35	63217.45

El sistema Zacapu abarca el Módulo VII, se encuentra en la parte alta de la Cuenca del Río Angulo, donde el riego es principalmente por irrigación, alimentado por los manantiales, y parte del riego es por gravedad, alimentado por las Presas de Copándaro y Aristeo Mercado.

El Sistema Pastor Ortiz que corresponde al Modulo VI, aprovecha las aguas de la Presa Solís y es alimentado por el Canal Santa Ana que inicia en la derivadora Markazuza sobre el Rio Lerma.

El Sistema Rosario-Mezquite es el más grande, abarca a los Módulos I, II, III, IV, y V y se abastece principalmente de la Presa Melchor Ocampo, complementándose con la Presa Gonzalo.

La red principal de conducción y distribución del Distrito de Riego consta de 491.652 Km de canales con capacidad mayor a 0.5 m³/seg, la conducción y distribución principal es entre los Módulos es el cauce del Rio Angulo y del Rio Lerma.

El concentrado de las capacidades de las presas Aristeo Mercado, Gonzalo, Copándaro y Melchor Ocampo que forman parte del distrito de riego se presentan en la Tabla 9.7.

Tabla 9.7 Capacidades de las presas de las que depende el distrito de riego

Nombre	Capacidad N.A.M.E	Capacidad N.A.M.O	Capacidad Conservación	Capacidad Muerta	Volumen Útil
A. Mercado	19	18.75	15	0.25	18.75
P. Gonzalo	9.5	9	7	0.14	8.886
Copandaro	6.5	6.25	5	0.25	6
P. Melchor	250	230	200	15	185

9.2 Estaciones Meteorológicas

A partir de la base de datos de CLICOM las estaciones meteorológicas que formaron parte del estudio fueron identificadas espacialmente a través del uso de SIG, teniéndose un total de 26 estaciones de las cuales se realizó una discretización con el fin de identificar cuales proporcionarían una adecuada descripción de precipitación y temperatura dentro del área de la cuenca, proporcionándose las características de las estaciones en la Tabla 9.8.

A partir de esta información se procedió a realizar la selección de las estaciones principales a partir de la ponderación de peso para las variables consideradas.

Tabla 9.8 Información descriptiva de las estaciones meteorológicas para la Cuenca del Río Angulo

CODIGO	COORDENADAS GEO		COORDENADAS UTM			N° DE DATOS	PERIODO DE INFORMACION	% DE VAÍOS
	LAT	LONG	X(m)	Y(m)	Z(mm)			
16066	20.3386	-102.0247	810,668	2,251,757	1700	8	1961-1968	58.33
16240	19.8222	-101.9292	193,144	2,194,468	1100	15	1981-2003	45.76
16231	19.9389	-101.3833	250,543	2,206,490	2070	16	1982-2003	37.31
16253	19.7375	-102.0792	806,137	2,185,070	1850	17	1982-1999	16.43
16247	19.675	-101.3917	249,250	2,177,280	1708	18	1981-2005	33.29
16243	20.0611	-101.8889	197,824	2,220,857	1920	19	1981-2004	41.06
16234	20.0389	-101.575	230,638	2,217,861	1550	20	1981-2002	9.46
16034	19.8867	-101.3356	255,457	2,200,640	1500	21	1969-2002	44.42
16225	19.9231	-101.7469	212,435	2,205,322	1980	23	1980-2003	1.91
16254	19.7833	-101.4778	240,394	2,189,402	2350	23	1982-2004	0
16248	19.9203	-101.8583	200,761	2,205,206	1523	24	1981-2004	0
16188	19.7667	-101.7417	212,699	2,187,991	2500	29	1973-2003	7.66
16057	19.9225	-101.7467	212,455	2,205,255	1250	30	1970-1999	4.47
16023	19.8922	-101.2136	268,244	2,201,076	1500	32	1969-2001	10.78
16159	20.1286	-101.7489	212,600	2,228,086	1720	32	1972-2003	5.84
16142	19.8053	-101.795	207,181	2,192,357	1980	34	1968-2001	0.58
16133	19.0536	-101.4206	245,254	2,108,516	795	36	1969-2004	50
16118	19.6731	-101.5561	232,002	2,177,321	2056	39	1963-2003	6.96
11010	20.1011	-101.3958	249,491	2,224,470	1850	42	1962-2004	11.21
16100	19.8658	-101.5189	236,222	2,198,602	1989	47	1947-1993	91.67
16084	19.975	-101.7594	211,221	2,211,092	1638	48	1946-2002	19.99
16117	20.2019	-101.8269	204,578	2,236,342	1700	49	1946-1997	12.09
16104	20.0881	-101.5158	236,916	2,223,215	1994	51	1942-1997	21.15
16050	19.8992	-101.5047	237,764	2,202,279	1950	55	1948-2004	4
16005	20.1497	-101.7083	216,885	2,230,353	1500	57	1923-1980	6.61
16024	20.2072	-101.8617	200,950	2,236,991	1750	70	1934-2003	1.15

Determinándose en la Tabla 9.9 las estaciones que por su mayor puntaje de selección de variables son consideradas para formar parte del estudio.

Tabla 9.9 Selección de estaciones meteorológicas principales para la Cuenca del Río Angulo

Estación	No.Años	%Vacíos	Int. Tiempo	Suma	Estación	No.Años	%Vacíos	Int. Tiempo	Suma
11010	3	8	3	14	16159	2	8	4	14
16005	4	8	1	13	16188	2	8	4	14
16171	3	8	5	16	16247	2	8	6	16
16024	4	8	1	13	16240	1	7	6	14
16100	3	8	5	16	16234	1	8	5	14
16050	4	8	2	14	16103	2	8	5	15
16057	2	8	4	14	16027	4	8	6	18
16155	2	8	6	16	16120	4	8	6	18
16084	3	7	2	12	16248	2	8	5	15
16231	2	7	6	15	16254	1	8	5	14
16104	3	7	2	12	16243	2	5	6	13
16117	3	7	2	12	11001	4	8	6	18
16118	2	8	3	13	16225	1	8	5	14
16034	2	8	5	15	16023	2	8	4	14
16142	2	8	4	14	11151	2	8	6	16

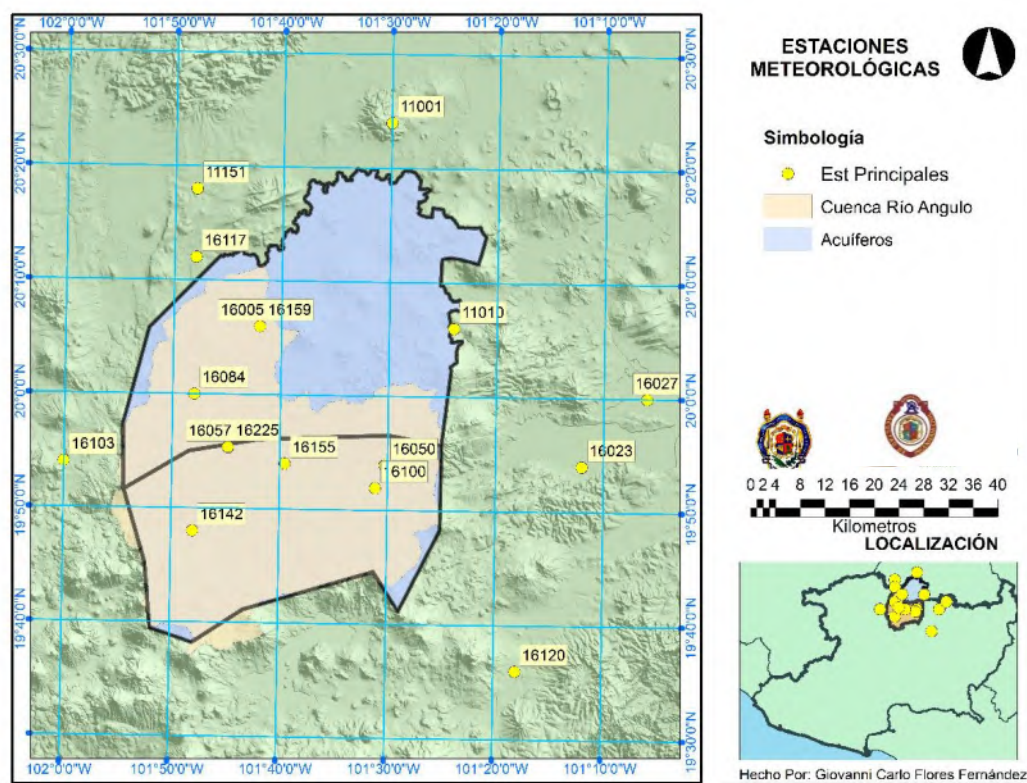


Figura 9.12. Ubicación espacial de las estaciones meteorológicas principales seleccionadas

Los resultados para las pruebas de homogeneidad a las estaciones principales se describen a continuación en la Tabla 9.10.

Tabla 9.10 Resultados de pruebas de homogeneidad

Estación	Secuencias	Helmert	Estación	Secuencias	Helmert
11001	Homogéneo	Homogéneo	16100	Homogéneo	Homogéneo
11010	Homogéneo	Homogéneo	16103	Homogéneo	Homogéneo
11151	Homogéneo	Homogéneo	16117	Homogéneo	Homogéneo
16005	Homogéneo	Homogéneo	16120	Homogéneo	Homogéneo
16023	Homogéneo	Homogéneo	16142	Homogéneo	Homogéneo
16027	Homogéneo	Homogéneo	16155	Homogéneo	Homogéneo
16050	Homogéneo	Homogéneo	16159	Homogéneo	Homogéneo
16057	Homogéneo	Homogéneo	16225	Homogéneo	Homogéneo
16084	Homogéneo	Homogéneo			

La prueba de independencia de Anderson es aplicada a una de las estaciones principales se muestra en la Tabla 9.11 y en la Figura 9.13. En cuanto al resto los resultados se muestran en la Tabla 9.12.

Tabla 9.11 Límites de Anderson y coeficiente de auto correlación para la estación meteorológica con clave 16050

	Desfase					
	1	2	3	4	5	6
rk	-0.135418135	-0.063647238	0.132460788	-0.22552573	-0.02526719	0.1696811
Límite Superior	0.269376807	0.275002941	0.281004902	0.2874267	0.2943199	0.30174538
Límite Inferior	-0.314831352	-0.322621988	-0.331004902	-0.34005828	-0.34987545	-0.36056891

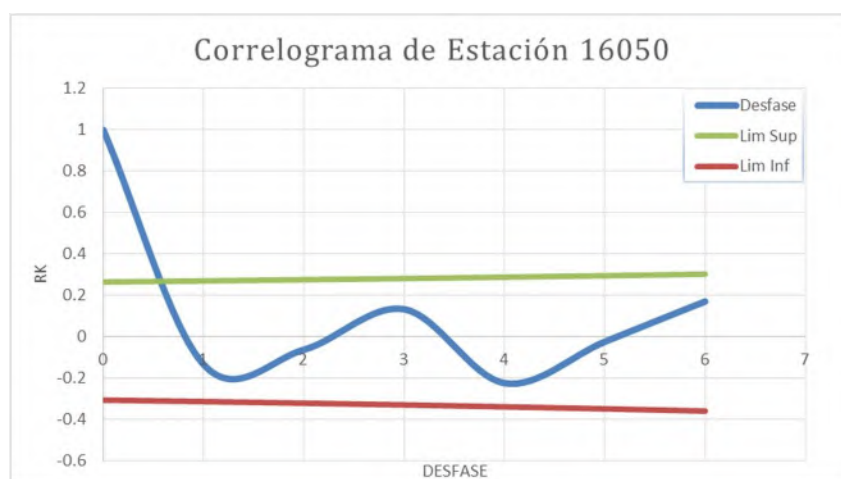


Figura 9.13. Correlograma de estación 16050 mostrando la independencia temporal de acuerdo a los límites de Anderson

Tabla 9.12 Resultados de la prueba de Independencia de las estaciones seleccionadas

Estación	Anderson	Estación	Anderson
11001	Independiente	16100	Independiente
11010	Independiente	16103	Independiente
11151	Independiente	16117	Independiente
16005	Independiente	16120	Independiente
16023	Independiente	16142	Independiente
16027	Independiente	16155	Independiente
16050	Independiente	16159	Independiente
16057	Independiente	16225	Independiente
16084	Independiente		

9.3 Estaciones Hidrométricas

Dentro de los límites de la cuenca se ha ubicado la estación 12415 sobre el río de la Patera al sur de Huaniqueo de los Morales, la estación 12014 en Villa Jiménez y la 12713 al este de Angamacutiro se encuentran sobre el río Angulo (Figura 9.14).

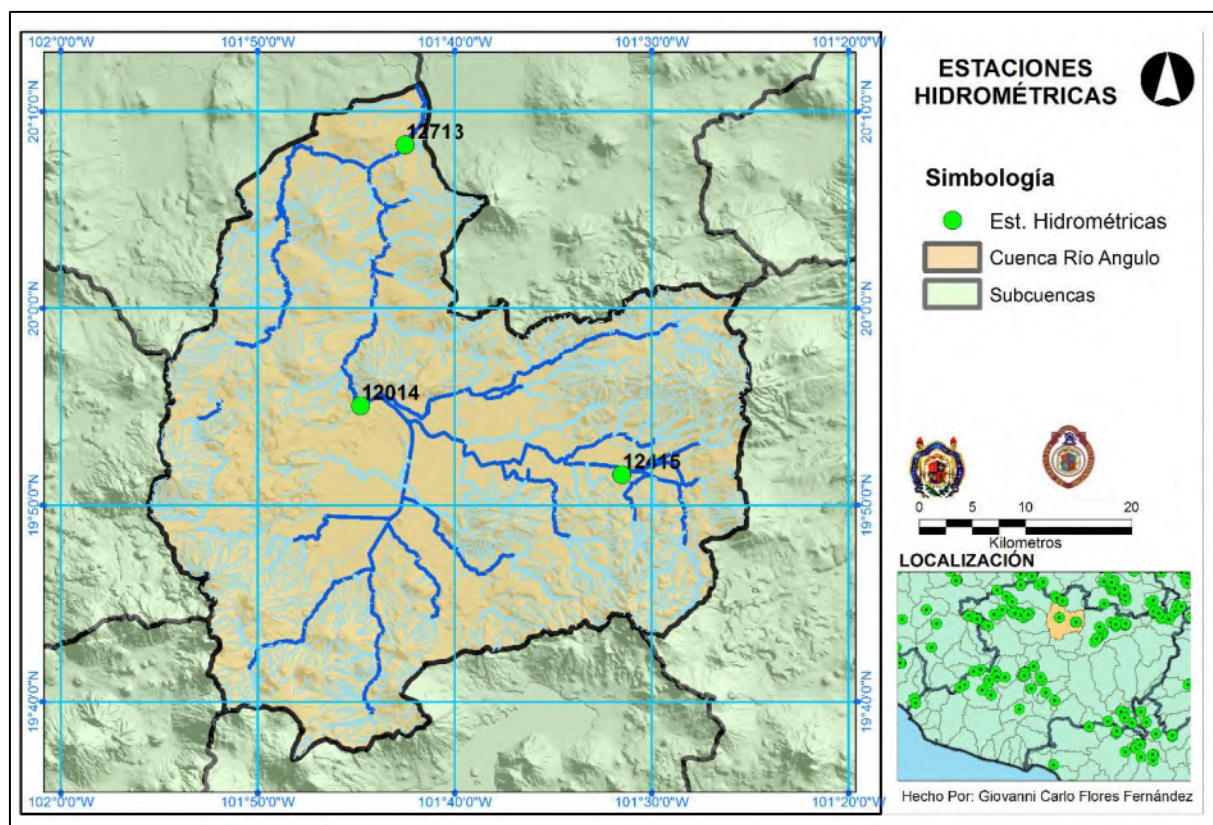


Figura 9.14. Ubicación espacial de las estaciones hidrométricas al interior de la cuenca del río Angulo

Estas fueron seleccionadas sobre otras estaciones cercanas principalmente por la cantidad de datos registrados que mostraban; en la Tabla 9.13 se describen algunas de sus características.

Tabla 9.13 Estaciones hidrométricas seleccionadas de acuerdo a su ubicación en la cuenca.

Est. Hidrométricas	NOMBRE	CORRIENTE	ESTADO	Latitud	Longitud
12014	PASARELA VILLA JIMENEZ	RIO ANGULO	MICHOACAN	19.923611	-101.745833
12713	ANGAMACUTIRO II	RIO ANGULO	MICHOACAN	19.858333	-101.525
12415	PUENTE SAN ISIDRO	RIO DE LA PATERA	MICHOACAN	20.1375	-101.70833

Las series históricas de gastos de las estaciones anteriormente mencionadas obtenidas del BANDAS deben cumplir con un comportamiento dependiente, el cual es comprobado con el método de los límites de Anderson mostrado en la Tabla 9.14 y Figura 9.15 para la estación 12713, las estaciones 12014 y 12415 también mostraron un comportamiento dependiente.

Tabla 9.14 Límites de Anderson y coeficiente de auto correlación de la estación hidrométrica 12713.

	Desfase					
	1	2	3	4	5	6
rk	0.46172831	0.36598865	0.76679651	0.53870821	0.60692077	0.52835561
Límite Superior	0.39340483	0.41194046	0.43334861	0.45838205	0.488	0.52320907
Límite Inferior	-0.50451595	-0.53694046	-0.57620575	-0.62504872	-0.688	-0.77320907

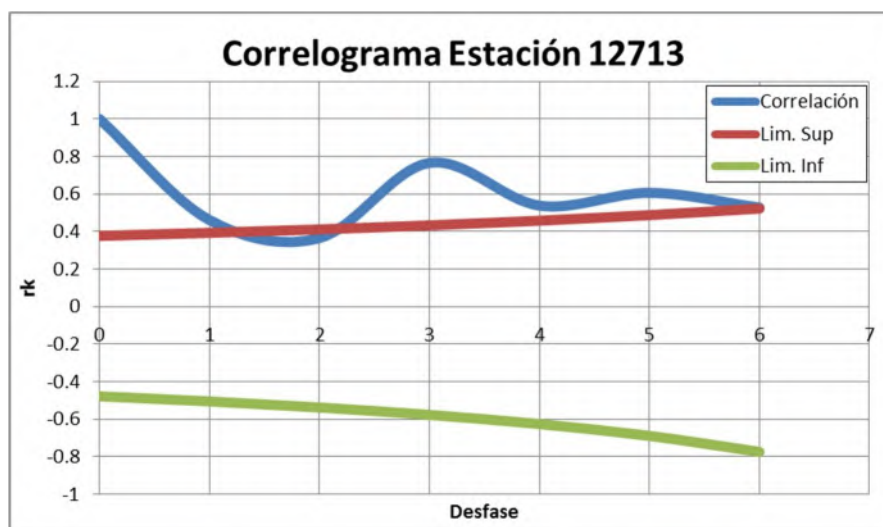


Figura 9.15. Correlograma de dependencia de la estación hidrométrica 12713.

Una vez comprobada la dependencia de las series se procedió a determinar los valores de los meses sin medición y de manera similar a las estaciones meteorológicas se realizó la evaluación de los estadísticos básicos de las series de gasto, evaluando la media, el sesgo y la desviación estándar de las series antes y después del llenado.

Tabla 9.15 Comparación de estadísticos básicos de la estación hidrométrica 12713

Estadístico	Original	Llenada
Media	218201.184	309511.8
Desv. Estándar	89491.947	81208.4994
Sesgo	0.6036523	-0.40385135

9.4 Piezometría

A partir de las coordenadas correspondientes a los aprovechamientos de agua subterránea sondeados desde el 2007 fue posible ubicar los pozos de la red de monitoreo dentro de los acuíferos estudiados como se muestra en la Figura 9.16.

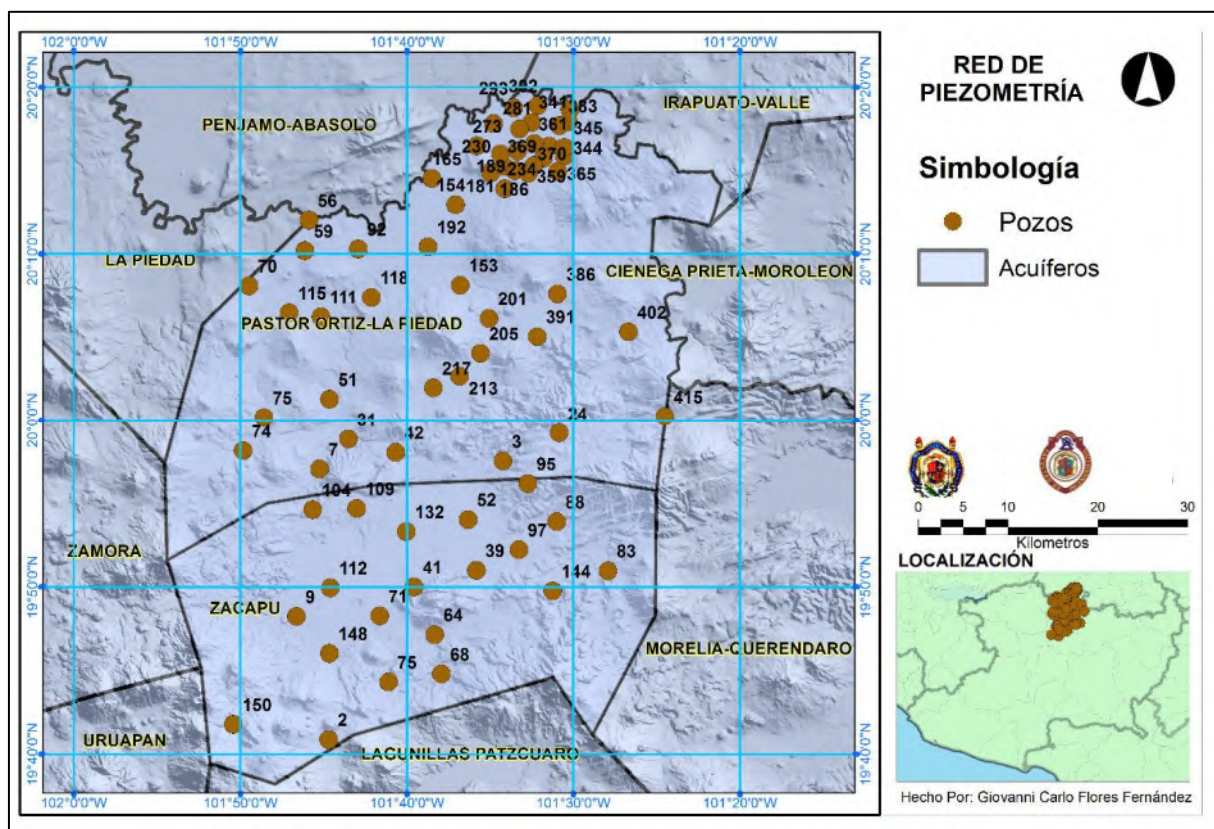


Figura 9.16 Red de monitoreo de niveles piezométricos de los acuíferos Zacapu y Pastor Ortíz.

Durante el mes de junio de 2014 y 2021 se realizaron trabajos de campo entre la con el fin de obtener la piezometría en los acuíferos Zacapu y Pastor Ortíz a través del sondeo de los pozos que se consideraran en la red de monitoreo del 2007 y proveer una noción del cambio de los niveles estáticos.

Estos valores fueron utilizados como datos de calibración para el modelo de simulación de los acuíferos estudiados, de los cuales se obtuvieron las series de evolución piezométrica

9.5 Series Meteorológicas con Cambio Climático

A partir de la actualización de escenarios de cambio climático del 2015 se obtuvieron las temperaturas y precipitaciones medias por mes, así como las anomalías climáticas (Delta) para los modelos CNRMCM5, GFDL_CM3, HADGEM2_ES y MPI_ESM_LR, considerando los forzamientos radiativos disponibles 4.5 y 8.5 para corto (2015-2039), mediano (2045-2069) y largo plazo (2075-2099).

Estos valores serán utilizados para analizar la afectación de los parámetros en la zona de estudio, para los procesos de modelación y estimación de índices de sequía.



Figura 9.17. Valores de cambio de precipitación de enero del modelo CNRMCM5 – RCP 4.5 de corto plazo.



Figura 9.18. Valores de cambio de temperatura de enero del modelo CNRMCM5 – RCP 4.5 de corto plazo.

A partir de 96 archivos raster en resolución espacial de 30" x 30" y considerando la ubicación de las estaciones climáticas seleccionadas se obtuvieron los valores correspondientes de anomalía climática (Figura 9.17 y Figura 9.18), a las cuales se realizará la corrección de sesgo para ser implementadas en los procesos anteriormente señalados.

9.6 Modelación Hidrológica Superficial – Modelo Evalhid

El objetivo de la modelación hidrológica superficial en este trabajo es poder determinar los volúmenes de recarga directa que se perciben de la precipitación hacia el acuífero, siendo esta una de las aplicaciones de los modelos lluvia - escurrimiento.

La cuenca del Río Angulo y los acuíferos Zacapu y Pastor Ortiz representan un sistema hídrico complejo, caracterizado por alta variabilidad climática, intensa actividad agrícola y creciente presión sobre los recursos hídricos. Se aborda su caracterización y modelación mediante herramientas hidrológicas y de simulación numérica, con el propósito de evaluar su comportamiento bajo condiciones históricas y sentar bases metodológicas para escenarios climáticos futuros.

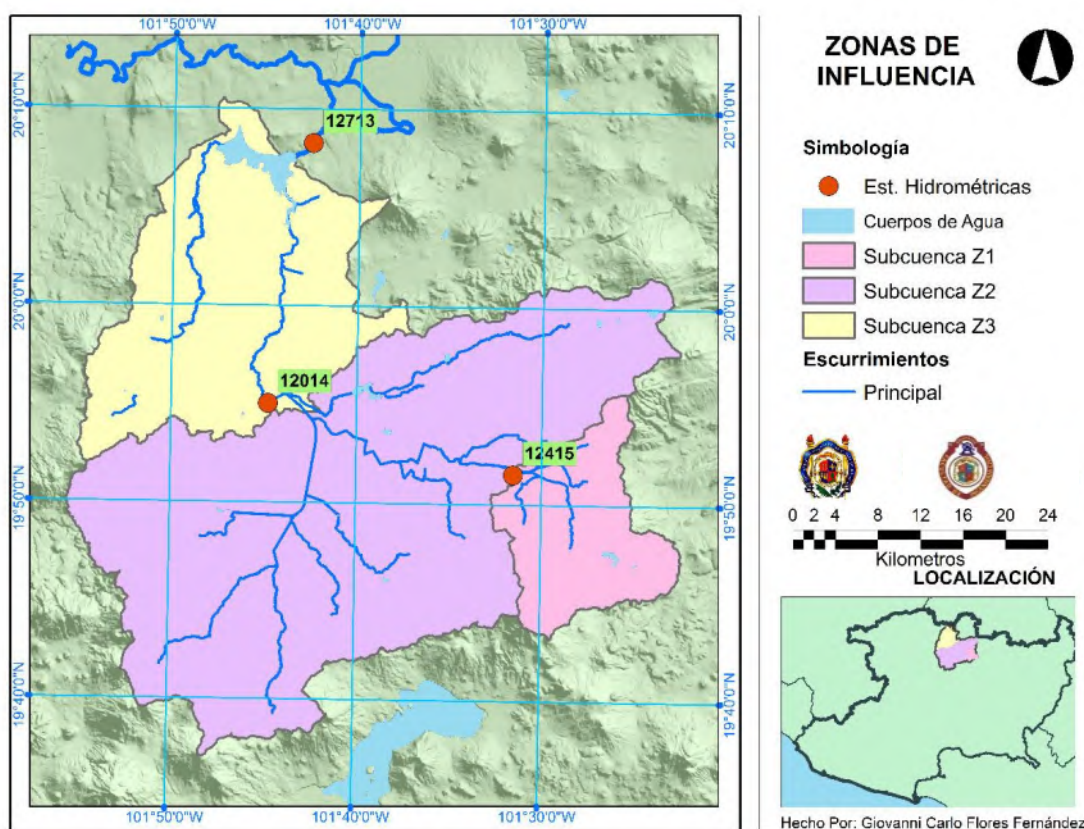


Figura 9.19. División de la cuenca de estudio de acuerdo a ubicación de estaciones hidrométricas

Se empleó el modelo conceptual Témez (Témez, 1977), implementado en la plataforma EVALHID, para estimar escurrimientos superficiales en diferentes secciones de la cuenca. Este modelo se basa en un balance hídrico diario, considerando almacenamiento en suelo, evaporación, infiltración y generación de escorrentía (Sahuquillo et al., 2010).

Las entradas del modelo incluyen series de precipitación, temperatura y evaporación potencial, previamente depuradas y completadas mediante métodos estadísticos. Se seleccionaron tres estaciones de aforo hidrométrico representativas para la calibración y validación: Z1-12415 (cuenca alta), Z2-12014 (cuenca media) y Z3-12713 (cuenca baja) como se muestra en la Figura 9.19.

La calibración se realizó comparando escurrimientos simulados con observados mediante coeficientes de eficiencia: el índice de Nash-Sutcliffe (NSE), la versión logarítmica (ln NSE) y el coeficiente de correlación de Pearson (r^2). En todos los casos se alcanzaron valores superiores a 0.65, lo que indica una representación adecuada del comportamiento hidrológico (Flores Fernández, 2016) como muestra la Figura 9.20 y la Tabla 9.16.

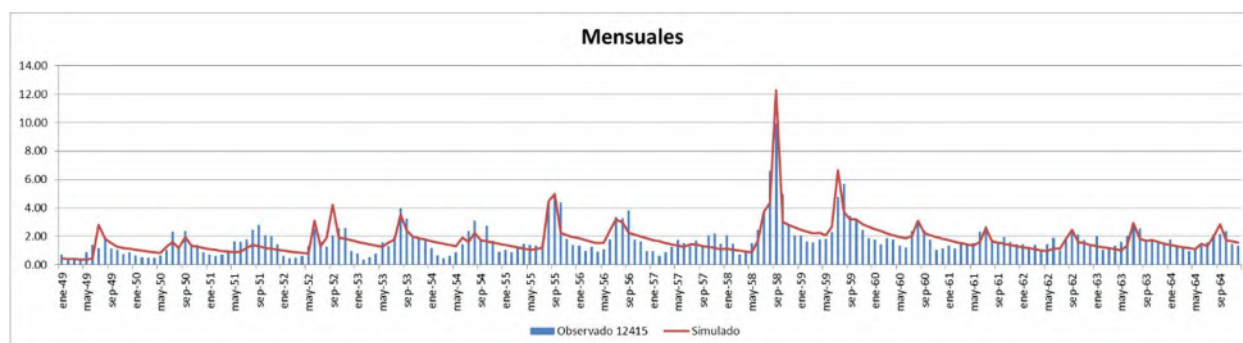


Figura 9.20. Escurrimientos mensuales resultantes del periodo histórico (Hm^3) en Z1-12415

Tabla 9.16 Valores finales de parámetros de calibración e indicadores de ajustes para las zonas de modelación.

ZONA DE MODELACIÓN	PARÁMETROS DE CALIBRACIÓN				INDICADORES DE AJUSTES		
	Hmáx (mm)	C	Imáx (mm)	α	NSE	ln NSE	r^2
Z1-12415	534.00	0.10	207.75	0.064	0.68	0.55	0.84
Z2-12014	383.20	0.10	500.00	0.085	0.70	0.73	0.84

Z3-12713	327.00	0.20	237.20	0.027	0.56	0.51	0.75
----------	--------	------	--------	-------	------	------	------

A partir de los resultados obtenidos, se puede afirmar que el modelo logra reproducir de forma adecuada los escurrimientos naturales observados en la cuenca, lo que permite su aplicación en la simulación de escenarios con base en series climáticas proyectadas de precipitación y temperatura. Estas series, consideradas equipotenciales respecto a las condiciones históricas, corresponden a horizontes temporales definidos bajo escenarios de cambio climático propuestos por los modelos CORDEX.

De este modo, es posible estimar los volúmenes de infiltración hacia los acuíferos como parte de los resultados acumulados del modelo, los cuales son incorporados como parámetros de entrada en las acciones elementales dentro de la modelación del flujo subterráneo

9.7 Modelación Hidrológica Subterránea – Modelo Aquival

Para representar el flujo subterráneo se utilizó el modelo numérico AQUIVAL, basado en el método de diferencias finitas (Sahuquillo et al., 2010). Este modelo permite simular el comportamiento de acuíferos en régimen transitorio, integrando parámetros físicos y condiciones forzantes espaciales y temporales.

La malla de discretización (4x4 km) fue definida con base en la cartografía hidrogeológica y la división política-administrativa (Figura 9.21). Se asignaron valores de transmisividad, conductividad hidráulica y almacenamiento específico conforme a datos disponibles y estudios previos (CONAGUA, 2020b). Las entradas salidas se representaron mediante acciones elementales: recarga directa, extracción por bombeo, pérdidas por riego y evapotranspiración, se ejemplifica la determinación de distribución de peso por celda para los aprovechamientos en la Figura 9.22.

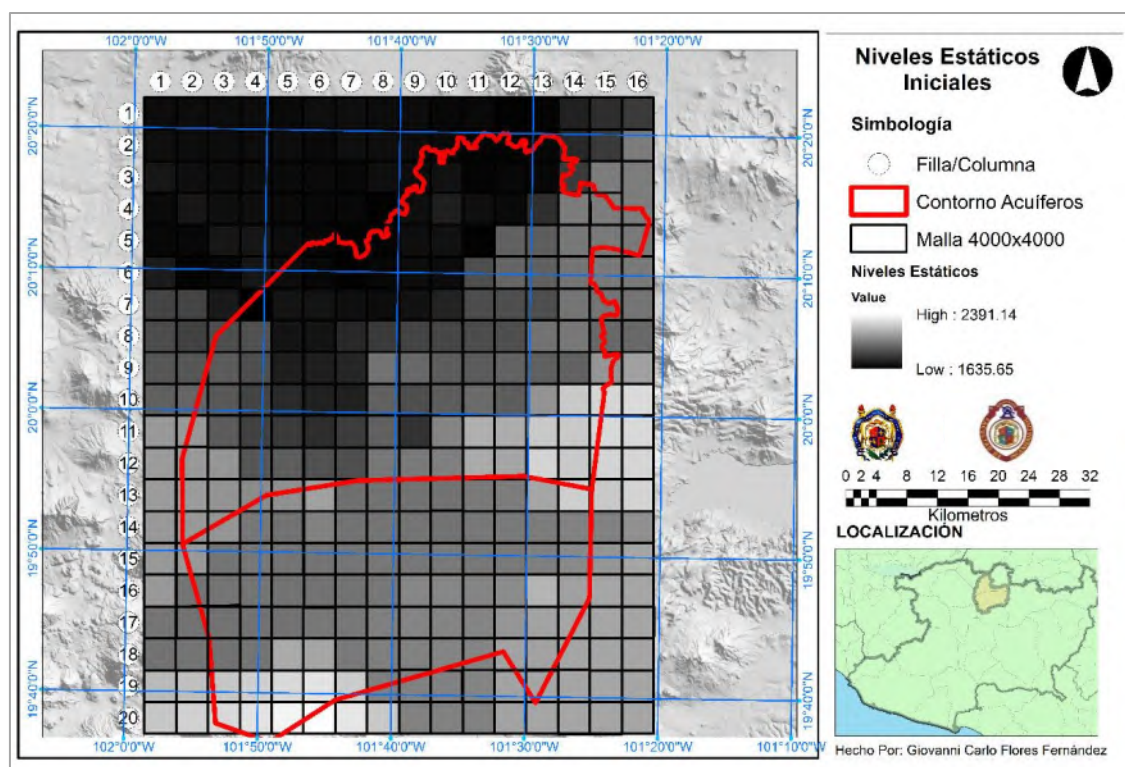


Figura 9.21. Niveles Estáticos Iniciales en la rejilla de los acuíferos Zacapu y Pastor Ortiz para el año 2007.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		
1																		
2									0.02036	0.11815	0.10991	0.12482	0.03468					
3									0.08976	0.26414	0.09926	0.13892	0.03898					
4								0.06752	0.02627	0.0473	0.04134	0.01174						
5					0.01288	0.02297	0.01087	0.53613	0.03475	0.0112		0.00613	0.00074		0.00236			
6					0.12137	0.12783	0.32517		0.00795	0.00255			0.00287					
7				0.02883			0.01275	0.03166	0.00871	0.0025		0.00141	0.00442		0.00822			
8				0.00221	0.01413	0.05016	0.00074			0.0002	0.0379	0.03754	0.05447	0.01531	0.00133			
9				0.00816			0.01148			0.00221	0.01928	0.00118	0.00339					
10					0.00133	0.00511	0.01443	0.00206	0.01463	0.01455	0.00403		0.00081	0.00133				
11				0.00309	0.00466	0.02875	0.00574	0.00363	0.00141			0.0021	0.00056	0.00121				
12				0.00294		0.01466	0.00103	0.01797	0.0268	0.00242	0.00222	0.00181						
13			0.00363		0.00593	0.05789	0.01893			0.02528	0.00661	0.01148						
14					0.05512	0.06458		0.0453	0.02548	0.03883	0.02649	0.082		0.00904	Aprovechamientos	Vol Tot (m ³)		
15					0.00144	0.02336	0.00969	0.01332	0.02227	0.02771	0.0084	0.06245	0.02615		Dto PO	49005954		
16			0.02297	0.00044	0.52837		0.23856	0.1952		0.03158	0.01033	0.00134	0.01201	0.00077	Dto Ang	3625992		
17					0.1226	0.05311	0.04478		0.04151				0.00746		Dto Zacapu	19531933.2		
18					0.00431	3.1E-05	0.00172	0.00509							Otros PO	58684424.4		
19			0.0007	0.0023											Otros Zac	27464339.7		
20				0.00459		0.00249												

Figura 9.22. Ubicación de pesos por celda acorde al volumen correspondiente a los pozos activos del censo piezométrico CNA-IMTA del 2007.

La calibración se llevó a cabo con registros piezométricos de campo correspondientes al año 2014, y se verificó mediante la comparación con niveles observados en distintos puntos de control. Se observó un adecuado ajuste espacial, con errores medios absolutos menores a ± 4.5 m en la mayoría de las celdas (Flores Fernández, 2016).

Este modelo sirve como base para la evaluación de escenarios de manejo, y puede integrarse a análisis acoplados superficie-subsuelo. Para ello es necesario introducir las series temporales de acciones elementales, es decir los volúmenes correspondientes a las acciones de entrada y salida del acuífero de acuerdo al paso de tiempo requerido para el periodo indicado.

9.8 Índices de Sequía

Con el fin de representar la sequía en las diferentes etapas del ciclo hidrológico se decidió llevar a cabo el cálculo de los índices: SPI, que considera únicamente el parámetro de precipitación para su estimación. SPEI, que además de la lluvia considera los valores de temperatura para estimar la evapotranspiración, siendo la diferencia entre este y la precipitación el valor que se estandariza.

SDI y SGI, que siguen un proceso de cálculo similar al SPI a partir de la estandarización de los escurrimientos y nivel del agua subterránea (NAS) respectivamente.

Con el fin de obtener resultados de la distribución de la probabilidad más fiables entre episodios secos y húmedos para los índices anteriormente mencionados, se recomienda trabajar con series cronológicas de 30 años o más, pero el mínimo para proceder es de 20 años (OMM y Asociación Mundial para el Agua, 2016), para el caso de estudio se consideró para la mayoría de los índices el periodo 1998-2018 con valores mensuales, debido a la coincidencia temporal de los registros de parámetros a utilizar.

Las estaciones meteorológicas y ubicaciones de piezometría consideradas para el proceso de cálculo de índices se realizaron de acuerdo a la cercanía con las únicas estaciones hidrométricas con suficientes datos en la región (12415, 12014 y 12713) (Figura 9.23).

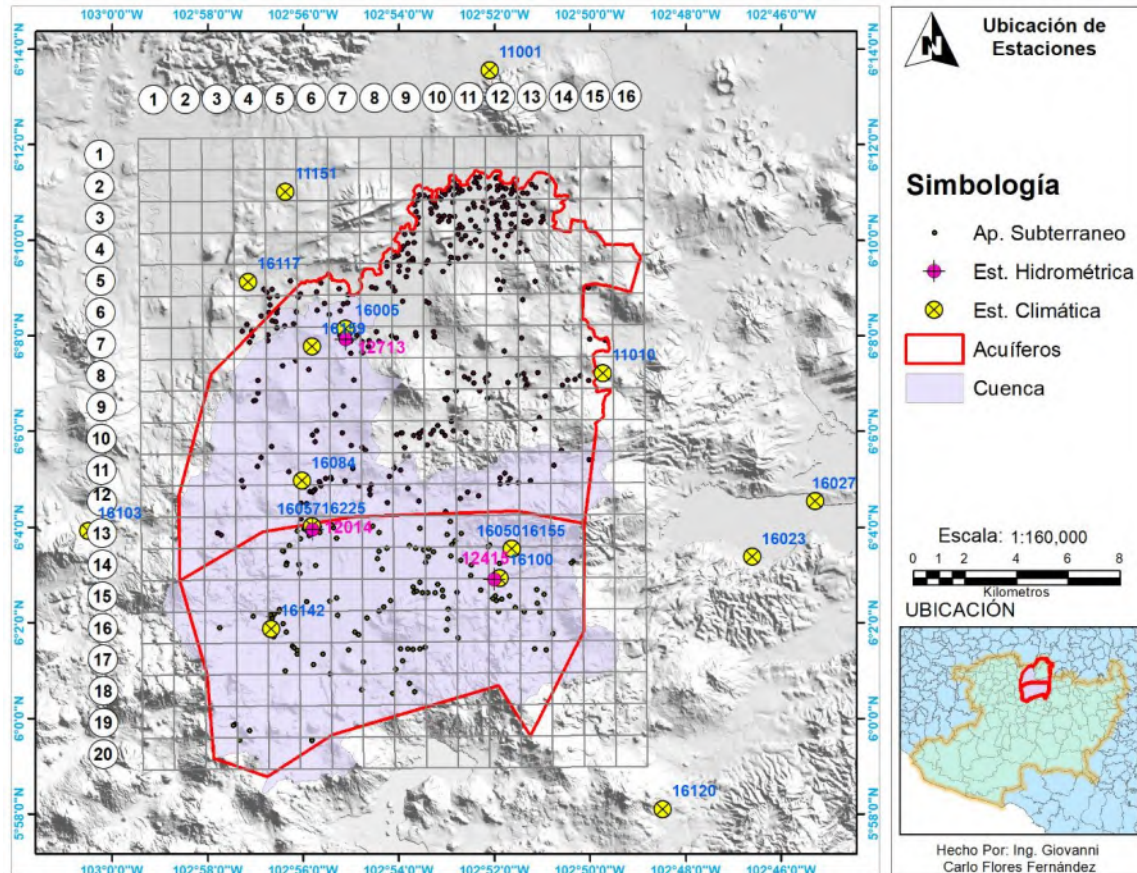


Figura 9.23 Ubicación de estaciones dentro de rejilla de caracterización de modelación subterránea.

De acuerdo a la distribución de aprovechamientos respecto a las celdas de la rejilla de caracterización del modelo del acuífero y la posición de las estaciones de hidrometría, se identificaron las estaciones meteorológicas 16100, 16225 y 16159 para el cálculo de los índices, para el caso de análisis del nivel de agua subterránea se consideraron las celdas F15-C12, F13-C5 y F7-C7, que les corresponde la numeración 144, 124 y 45 dentro de la modelación realizada en el módulo Aquivál.

9.8.1 Análisis de SPI

El cálculo del índice estandarizado de precipitación se obtuvo a partir del procedimiento descrito por McKee et al., 1993 así como con la función Gamma mixta (Cortez et al., 2019), para el periodo 1989 – 2018, de acuerdo a la recomendación de análisis de 30 años de registro; aplicando la formulación del índice a través de hojas de cálculo, por medio de la librería “SPEI” en R y programación del método en Python, a pesar de que los resultados numéricos entre metodologías no fueron idénticos, son muy similares, lo cual se constata en los gráficos producidos en cada proceso (Figura 9.24 a Figura 9.26).

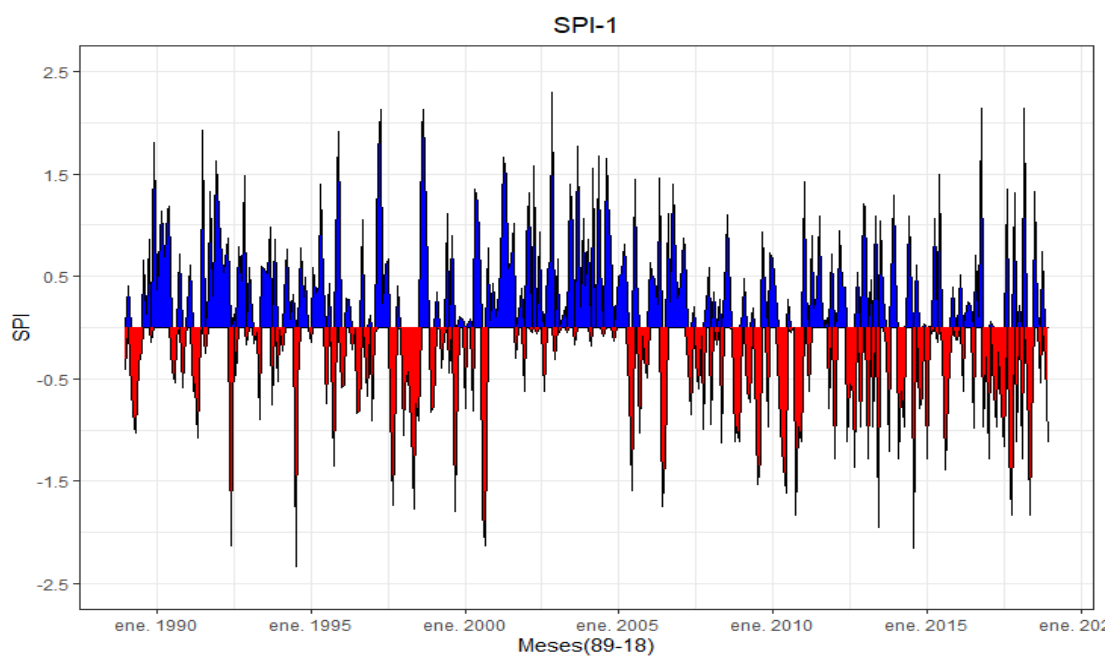


Figura 9.24 Valores de SPI de un mes para la estación 16100 (R Studio-Paquetería SPEI)

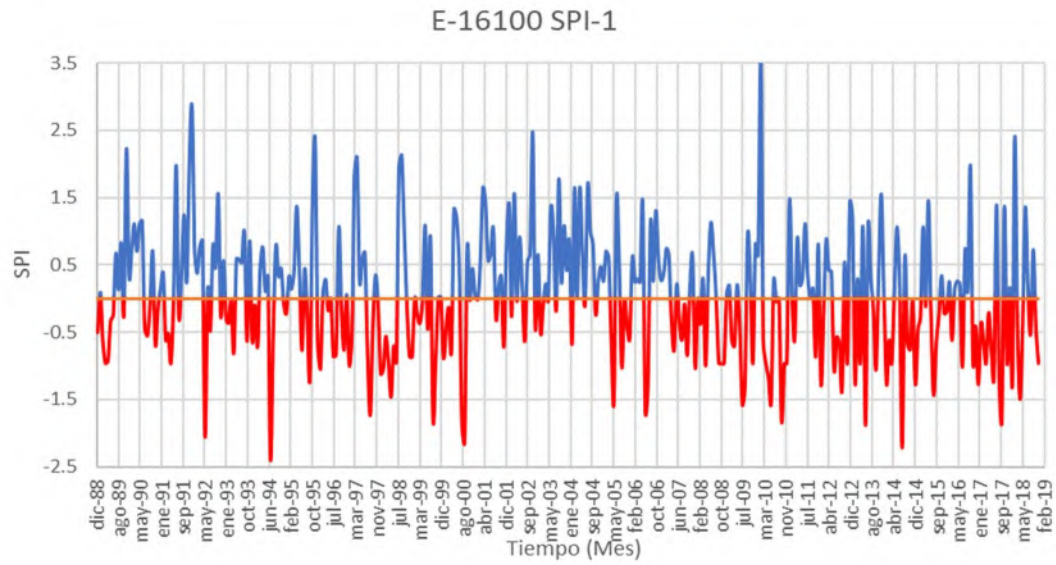


Figura 9.25 Valores de SPI de un mes para la estación 16100, considerando función gamma mixta (Excel)

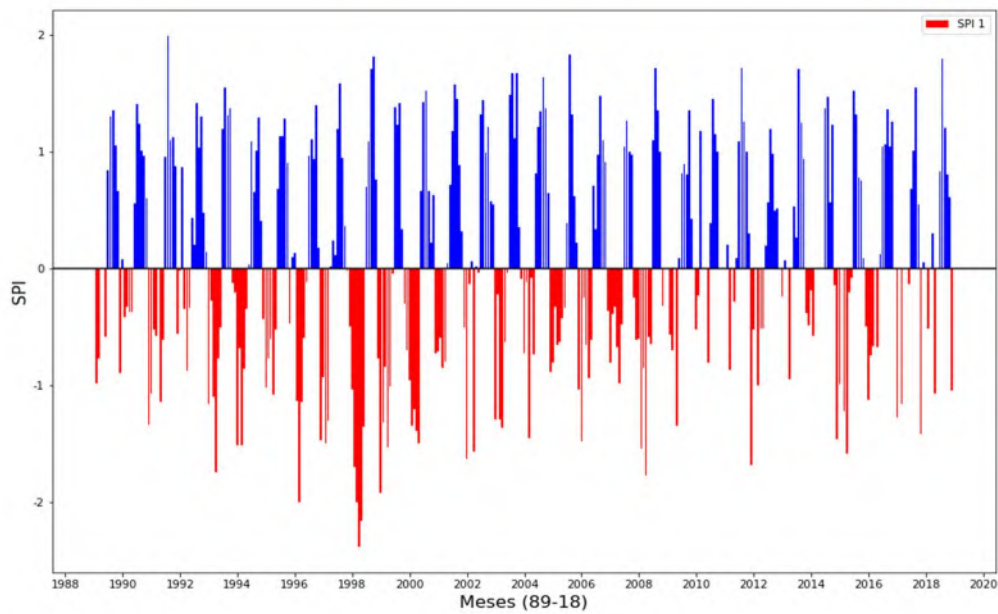


Figura 9.26 Valores de SPI de un mes para la estación 16100 (Python-JupyterLab)

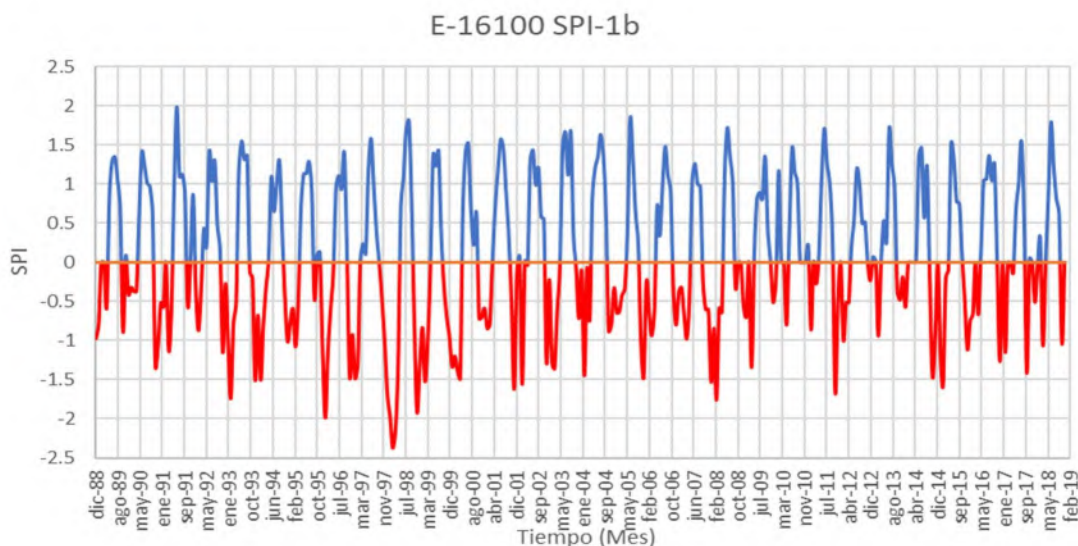


Figura 9.27 Valores de SPI de un mes para la estación 16100, sin función gamma mixta (Excel)

Los gráficos anteriores representan la variación de la intensidad de la sequía de los valores SPI para la estación 16100, que como es esperado oscila entre -2.0 a 2.0, con algunos casos extremos en diferentes meses del periodo 1994 a 2000 para algunos de los procesos implementados, siendo el caso de Excel sin consideración de función Gamma mixta y el desarrollado en Python los que generaron la menor cantidad de valores límites.

Ante estas representaciones se decidió continuar para la estimación del resto de SPI de forma acumulada con el procedimiento en Python por su facilidad de reproducción y disminución de valores extremos, para acumulaciones de 3, 6, 9, 12, 24, 36 y 48 meses para las estaciones consideradas (Figura 9.28 a Figura 9.33).

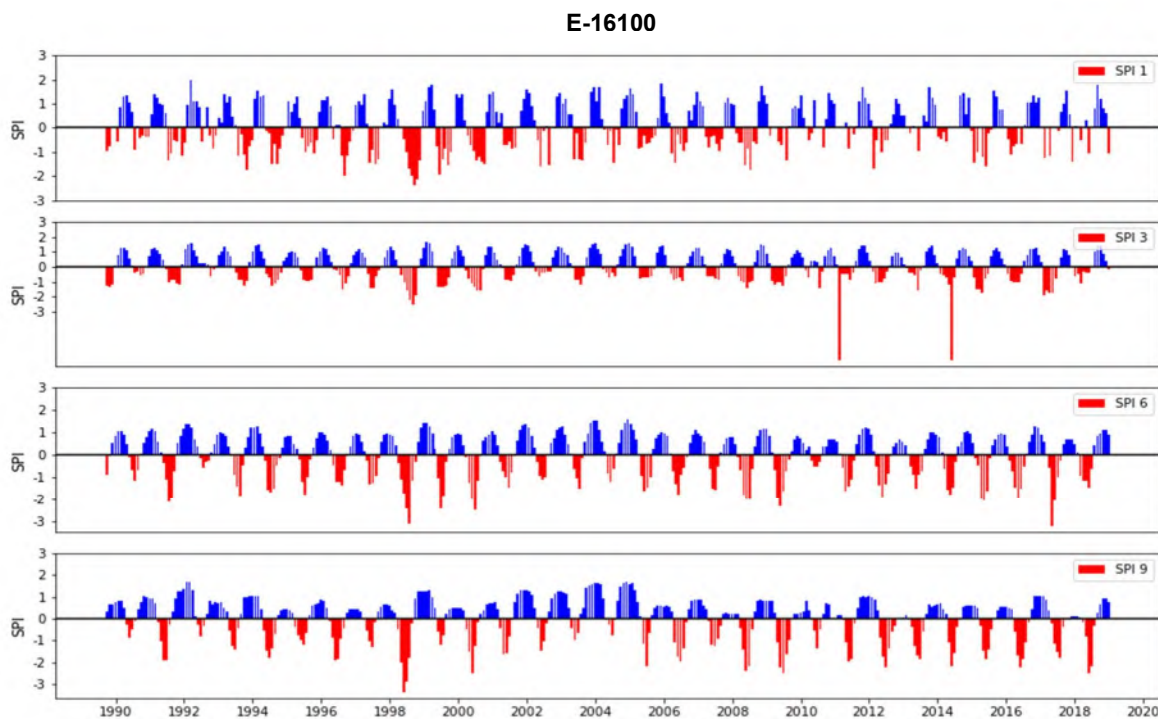


Figura 9.28 Valores de SPI 1,3,6 y 9 para la estación 16100

Para el primer conjunto de valores de SPI para la estación climática 16100 se aprecia un comportamiento de periodos húmedos y secos de similar duración, destacándose algunos eventos de sequía extrema en 1998 representada en cada escala mensual donde llega a ser particularmente elevada en la acumulación de 9 meses; otros elementos peculiares son apreciables en la escala trimestral donde a pesar de ser la representación del fenómeno con las intensidades más reducidas aloja en 2011 y 2014 los registros más críticos por debajo de -5.0.

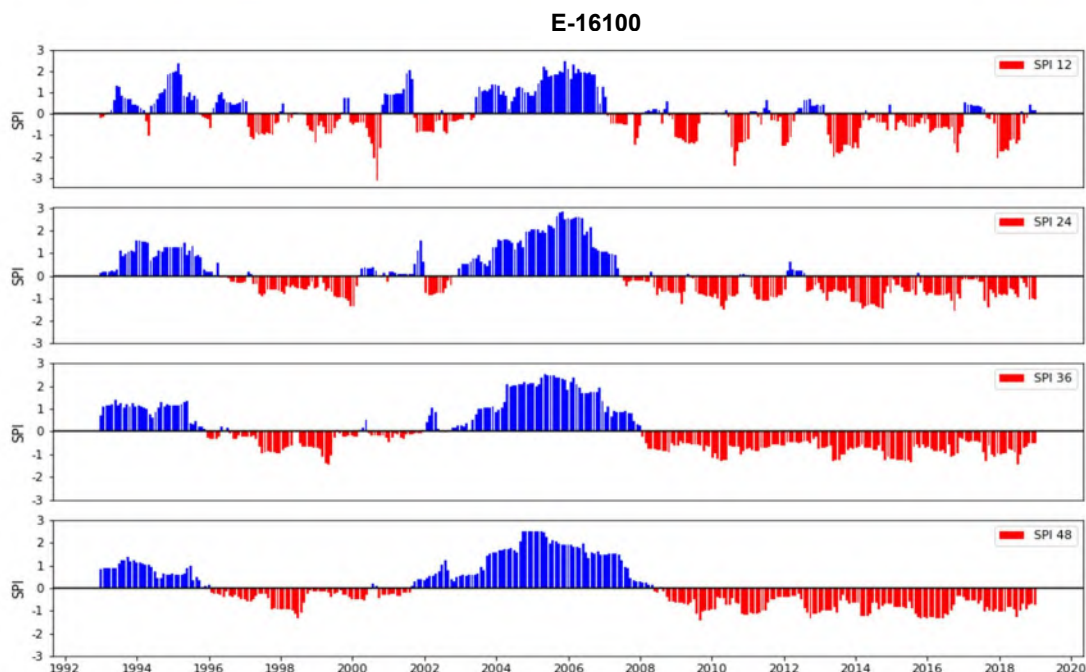


Figura 9.29 Valores de SPI 12,24,36 y 48 para la estación 16100

El segundo conjunto de valores SPI de la estación 16100 hace una separación más prolongada de los periodos húmedos y secos, a medida que aumenta la acumulación mensual la discretización es más clara, siendo la acumulación anual la que presenta la mayor interrupción de los periodos de sequía por ligeros intercalados de humedad; de manera general se puede precisar un primer periodo de humedad de 1990 hasta 1996, seguido de un periodo seco con duración aproximada al año 2001, el siguiente periodo húmedo es posible establecerlo de finales del año 2001 hasta mediados del 2008, continuando con un estado de sequía prolongada hasta 2018.

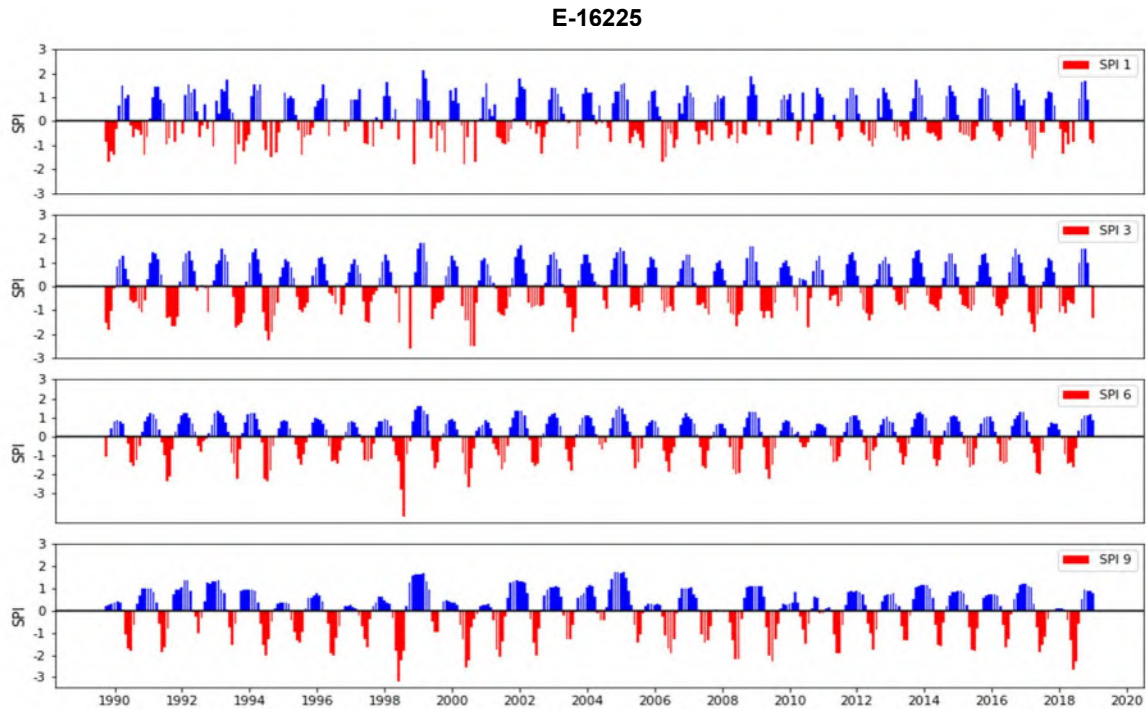


Figura 9.30 Valores de SPI 1,3,6 y 9 para la estación 16225

La variación de periodos de sequía de la estación climática 16225 en el primer conjunto de escalas temporales (Figura 9.30), muestra duraciones e intensidades más consistentes que en la estación anterior, identificándose una disminución de las intensidades positivas en diversos periodos en la acumulación de 9 meses; se identifica de forma similar a la estación 16100 valores extremos de sequía de -3 en el año 1998.

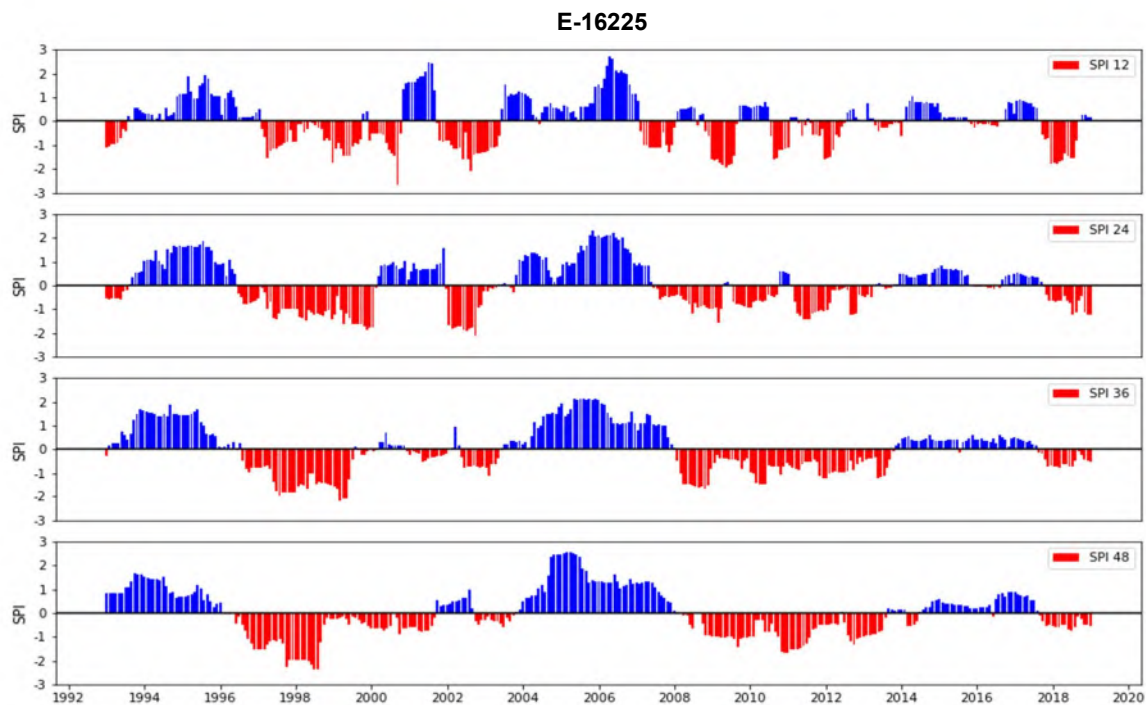


Figura 9.31 Valores de SPI 12,24,36 y 48 para la estación 16225

En el segundo grupo de escalas de acumulación se presenta similitud en las acumulaciones de 12 y 24 meses, así como entre la de 36 y 48, siendo las diferencias más relevantes un primer periodo de sequía de 1993 a 1994 y otro húmedo de 2000 a 2003, de manera global puede identificarse un comienzo de humedad hasta 1996, un periodo de sequía hasta 2004 con las intensidades más prominentes y un valor extremo en la escala anual, interrumpido por algunos meses húmedos entre 2000 y 2003 con variaciones de acuerdo a la escala temporal, el siguiente periodo húmedo de extensión e intensidad considerable se presenta de 2004 a 2008 , seguido de un periodo seco hasta 2014, continuando con una fase húmeda de baja intensidad con algunos meses secos intercalados, llegando hasta mediados de 2017, finalizando con una etapa de sequía

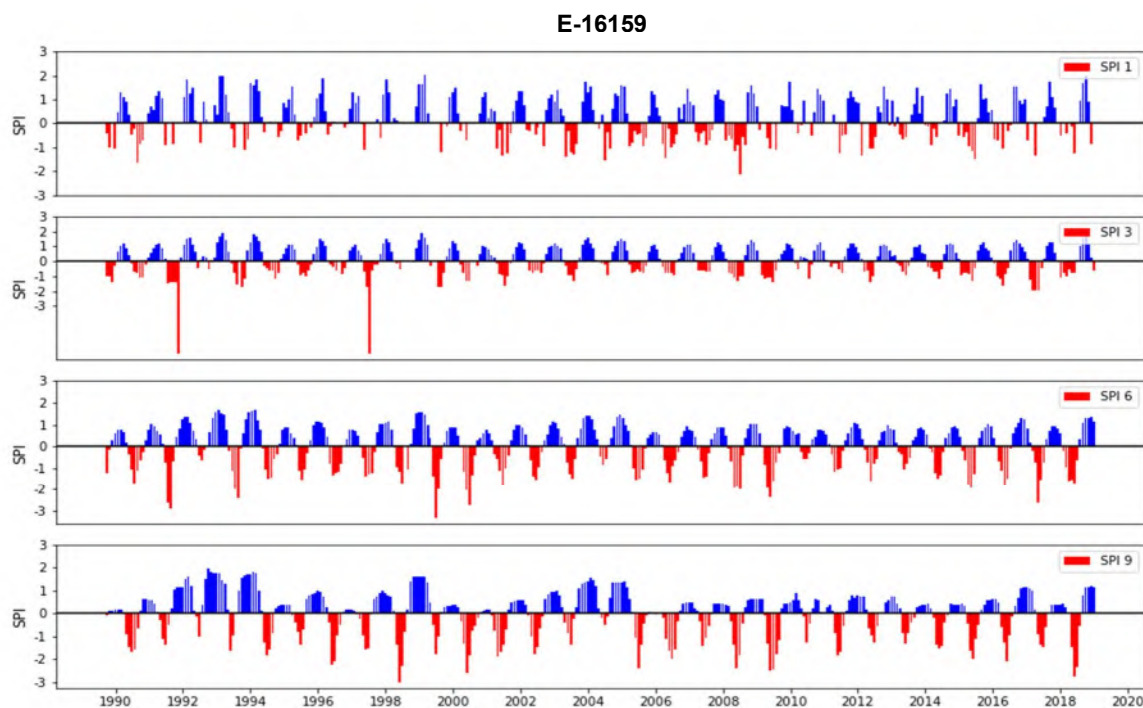


Figura 9.32 Valores de SPI 1,3,6 y 9 para la estación 16159

El SPI en la estación meteorológica 16159 muestra un comportamiento semejante al de la estación 16100, con las menores intensidades representadas en la escala trimestral, situándose en esta los valores extremos de sequía más notables cercanos a -5.0, en los años 1992 y a finales de 1997, identificándose otros periodos de sequía relevante para la escala de 9 meses entre 1996 a 2002, de 2008 a 2010 y en 2018.

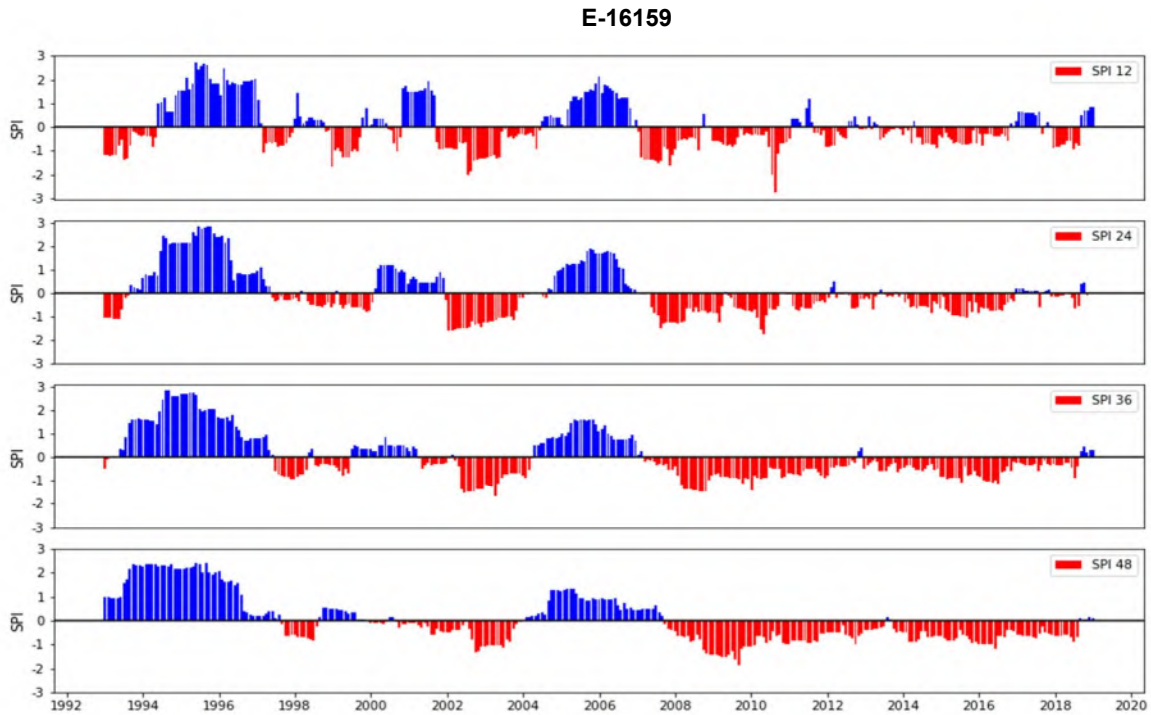


Figura 9.33 Valores de SPI 12,24,36 y 48 para la estación 16159

Para las cuatro escalas restantes, nuevamente se puede plantear una pauta general iniciando con un periodo húmedo hasta mediados de 1997 con las intensidades más altas, teniéndose una variación al inicio para las escalas de 12, 24 y 36 meses con una sequía que reduce su duración de forma progresiva al aumentar la escala, de 1997 a 2004 se identifica un periodo principalmente seco con una fase húmeda cuya duración y ocurrencia presenta algunos desfases mensuales entre 1999 y 2001; el siguiente periodo húmedo considerable se acota entre 2004 hasta mediados de 2007, seguido de una sequía prolongada de intensidad consistente hasta 2018, teniéndose algunos repuntes húmedos en 2013, 2017 y finales de 2018.

Al analizar los gráficos producidos (Figura 9.28 a Figura 9.33) se identificó que en la acumulación trimestral ocurren eventos secos de gran magnitud, algunos incluso salen de la escala común del índice, por otro lado, el comportamiento entre 6 y 9 meses es muy similar, teniéndose periodos de sequía que alcanzan elevadas magnitudes, mientras que para las acumulaciones de 12 a 48 meses la variación que existe es

pequeña, por lo que se procede a analizar con mayor detalle los valores para 1,6 y 12 meses.

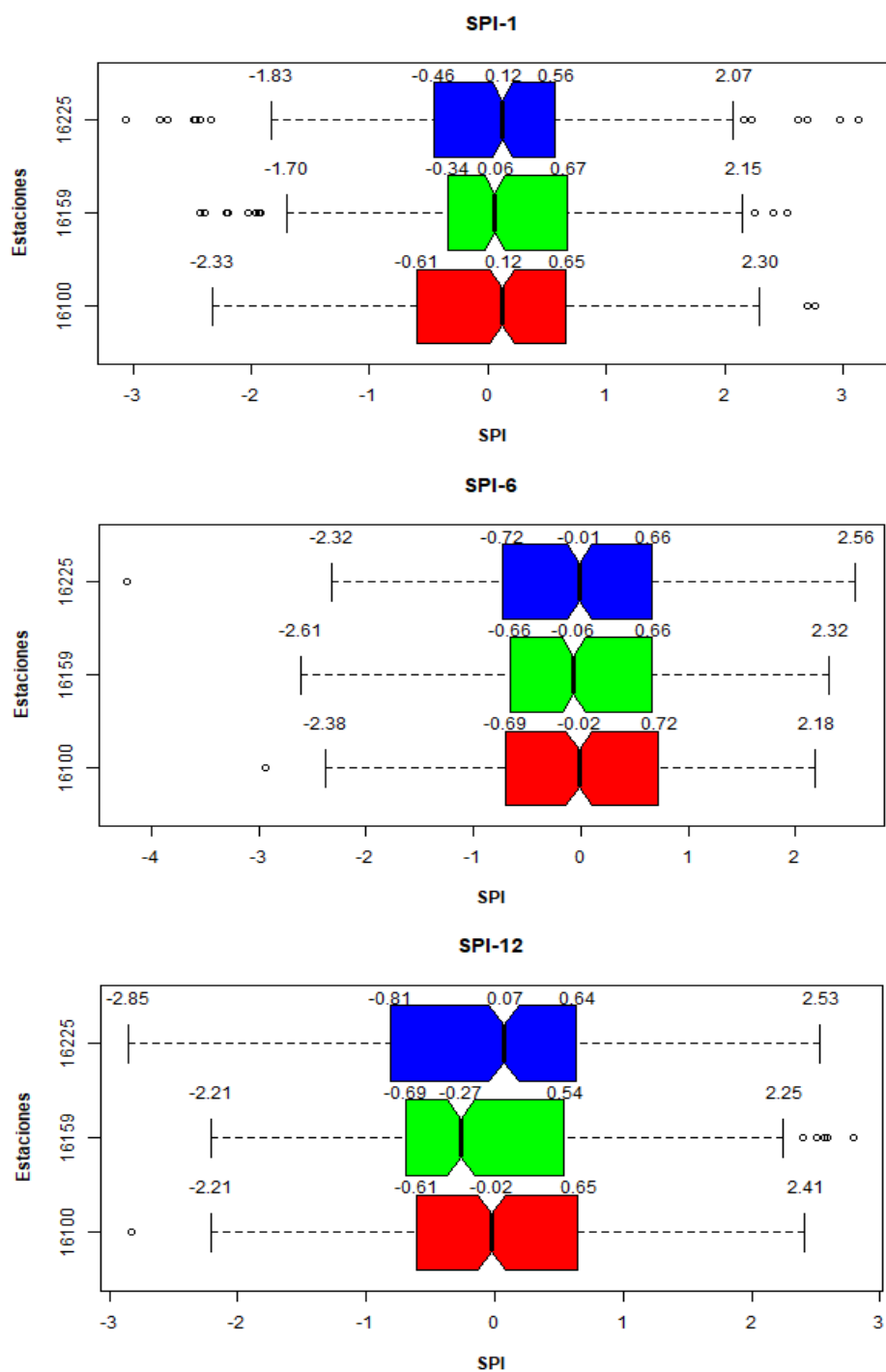


Figura 9.34 Diagrama de Cajas para SPI 1,6 y 12 para las estaciones seleccionadas.

El análisis de diagrama de cajas para los SPI (Figura 9.34) muestra para la escala mensual las menores intensidades de sequía para la estación 16159 en contraste con la 16100 con valores de -2.33, esta estación y la 16225 comparten una distribución similar con sesgo superior, destacándose esta última por tener la mayor cantidad de valores extremos, tanto positivos como negativos, seguida de la 16159.

La acumulación semestral muestra un comportamiento casi simétrico y similar para las tres estaciones con muy pocos valores extremos, destacándose la intensidad menor a -4.0 de la estación 16225; mientras que en la escala anual la distribución es diferente para cada estación, siendo la 16100 casi simétrica con un solo valor extremo negativo, la 16159 tiene sesgo inferior y múltiples extremos positivos, por último la estación 16225 posee un sesgo superior sin outliers pero con límites más extensos que las otras estaciones.

Se puede destacar que la estación 16159 tiene la mayor cantidad de valores extremos, siendo el más atípico de la estación 16225 en la acumulación semestral, así como los límites máximos y mínimos más prominentes a excepción de la estimación de un mes, donde junto con la estación 16159 poseen los límites más reducidos, en los casos de 6 y 12 meses los rangos del valor del índice se mantienen un tanto similares, siendo los rangos del SPI-1 los más variables; puede también indicarse que para las tres escalas más del 50% de los valores se engloban entre las intensidades de -1.0 a 1.0, clasificadas como estado normal dentro del SPI.

A continuación, se muestran los resultados de clasificación de la sequía, análisis de duración, magnitud y valores extremos, para los SPI considerados (1, 6 y 12 meses) de las tres estaciones.

9.8.1.1 Estación 16100

Los valores del índice son clasificados de acuerdo a los rangos propuestos por McKee et al., 1993 (Tabla 6.7), teniéndose siete categorías de la intensidad de la sequía, con el fin de facilitar su interpretación son representados a partir de mapas de calor

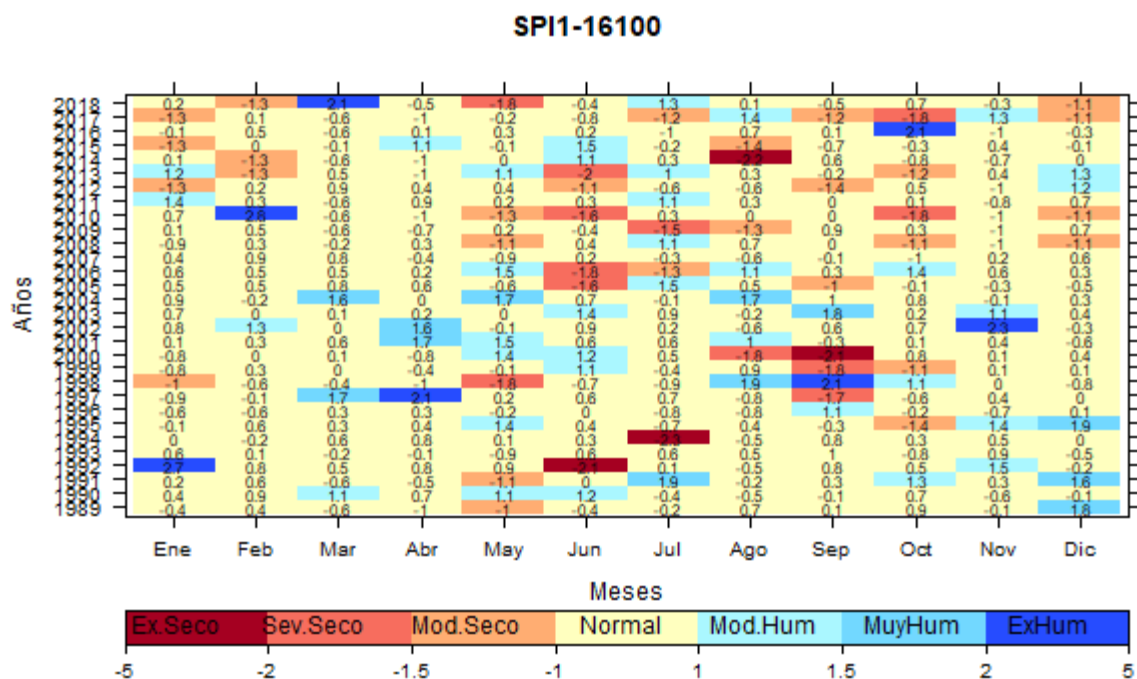


Figura 9.35 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16100 para SPI-1

Para la escala mensual en la estación asociada a la cuenca alta se perciben los eventos de sequía severa y extrema, entre mayo y octubre con una mayor recurrencia en junio y septiembre (Figura 9.35), teniéndose una distribución más esporádica con una intensidad máxima alcanzada de -2.3 en 1994.

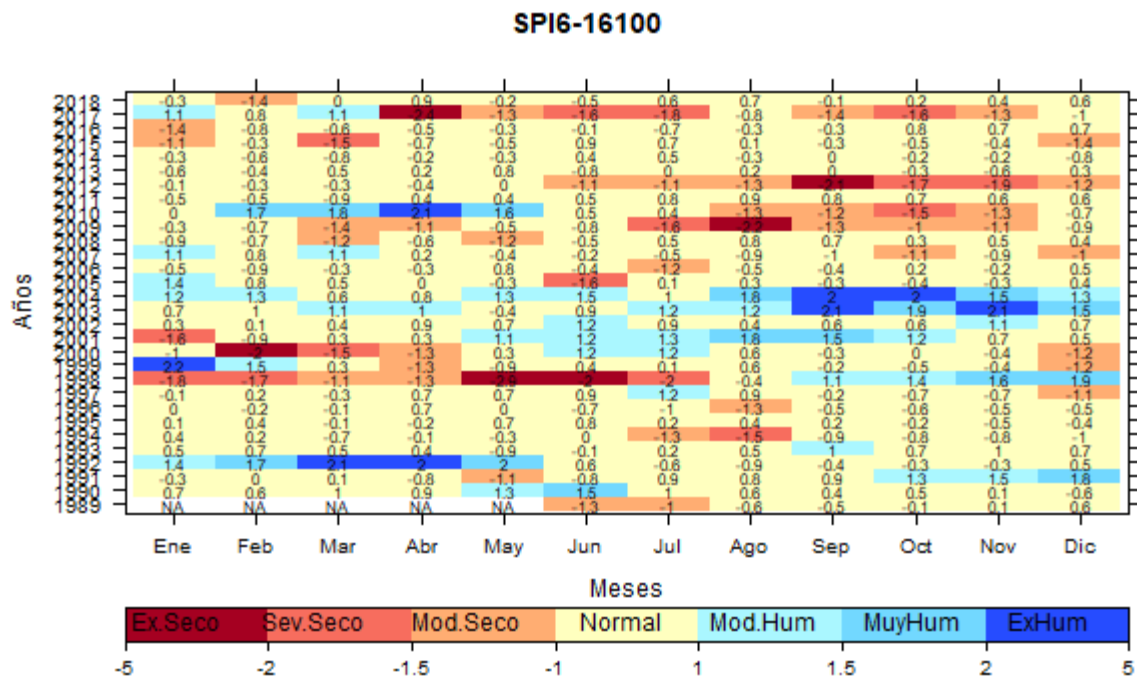


Figura 9.36 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16100 para SPI-6

Para el SPI-6 (Figura 9.36) se cuenta con un rastro más claro de la evolución de la intensidad en el tiempo, permitiendo identificar los años más intensos, siendo los eventos severos y extremos de sequía destacados entre febrero y septiembre (extremo negativo de -2.9) para los años 1994, 1998, 2000, 2001, 2005, 2009, 2012 y 2017,

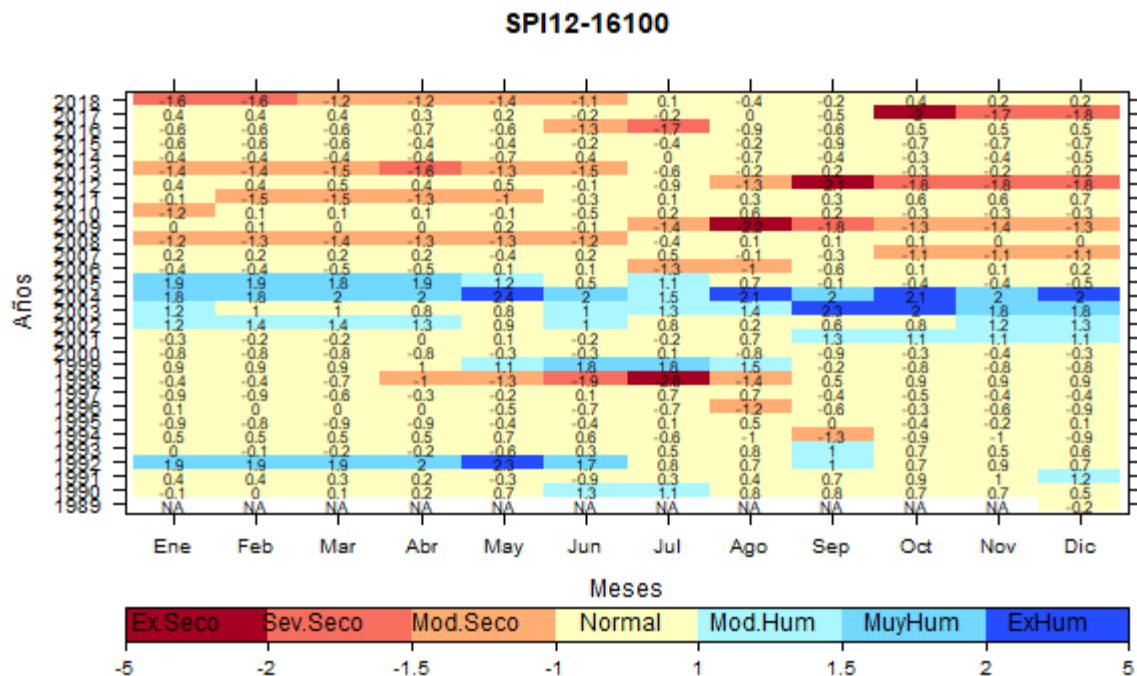


Figura 9.37 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16100 para SPI-12

En el caso del SPI-12 (Figura 9.37), se identifican los años 1998, 2009, 2012 - 2013, y de 2016 a 2018 los eventos severos y extremos, con valor máximo de sequía de -2.8, compartiendo algunos años con la acumulación semestral, pero otros ya no figuran debido al proceso de acumulación, siendo en algunos casos los eventos de sequía desfasados por algunos meses.

Tabla 9.17 Duración de la sequía en E-16100, duración máxima para SPI 1,6 ,12 y conteo de periodos mensuales

E-16100	SPI 1																		
	Duración	Max	1m	2m	3m	4m	5m	7m	8m	9m	11m								
	P.Humedo	11.00	38	19	11	6	6	1	1	1	1								
	P.Seco	-8.00	46	17	10	8	2	0	1	0	0								
	SPI 6																		
	Duración	Max	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m	10m	11m	12m	13m	14m	23m	25m	
	P.Humedo	26.00	9	7	3	1	4	2	2	1	1	0	0	1	1	0	1	1	
	P.Seco	-14.00	6	9	3	3	3	0	0	3	1	1	1	2	1	2	0	0	
	SPI 12																		
	Duración	Max	1m	2m	3m	4m	5m	7m	8m	9m	10m	11m	12m	13m	14m	15m	18m	26m	49m
	P.Humedo	49.00	5	4	5	2	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1
	P.Seco	-26.00	3	6	2	0	1	0	4	1	2	0	3	0	1	1	0	1	0

La revisión de la duración de la sequía por cada escala temporal muestra un aumento progresivo del número de meses en que se extienden los periodos húmedos y secos acorde a la acumulación mensual, se desglosa el conteo del número de eventos por

cada duración mensual identificada, donde la estación 16100 (Tabla 9.17) muestra periodos húmedos más extensos y recurrentes, mientras que las fases de sequía suelen ser menores en comparativa, la escala mensual muestra solo una variación de 3 meses entre los eventos más críticos, mientras que para SPI-6 y 12 se describe casi una proporción 2 a 1 de la duración máxima de los eventos, teniéndose periodos máximos de sequía de 8 hasta 26 meses consecutivos.

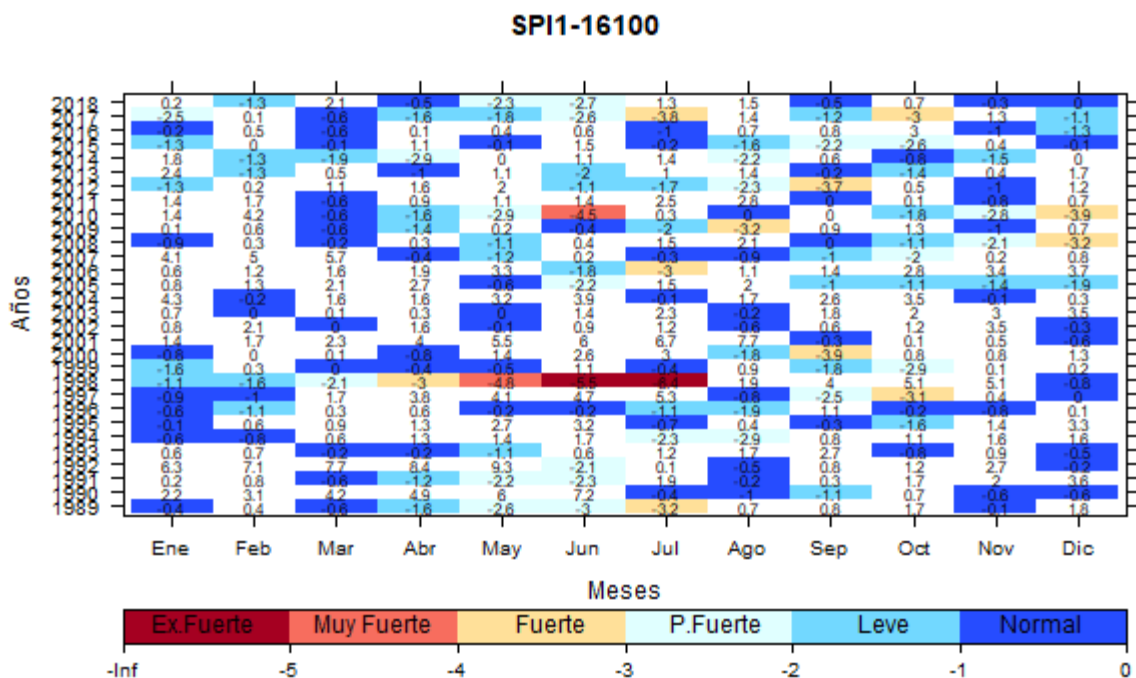


Figura 9.38 Magnitud de la sequía para la estación 16100 para SPI-1

La descripción de la magnitud de la sequía se procesó de forma similar que la intensidad a partir de mapas de calor siguiendo las escalas de la clasificación propuestas por Hernández, (2008) en la Tabla 6.9; en la escala mensual (Figura 9.38) se identifican dos periodos en que se generan las mayores acumulaciones de intensidad, correspondientes a los años 1998 y 2010, con una sequía extremadamente fuerte con un valor acumulado de -6.4.

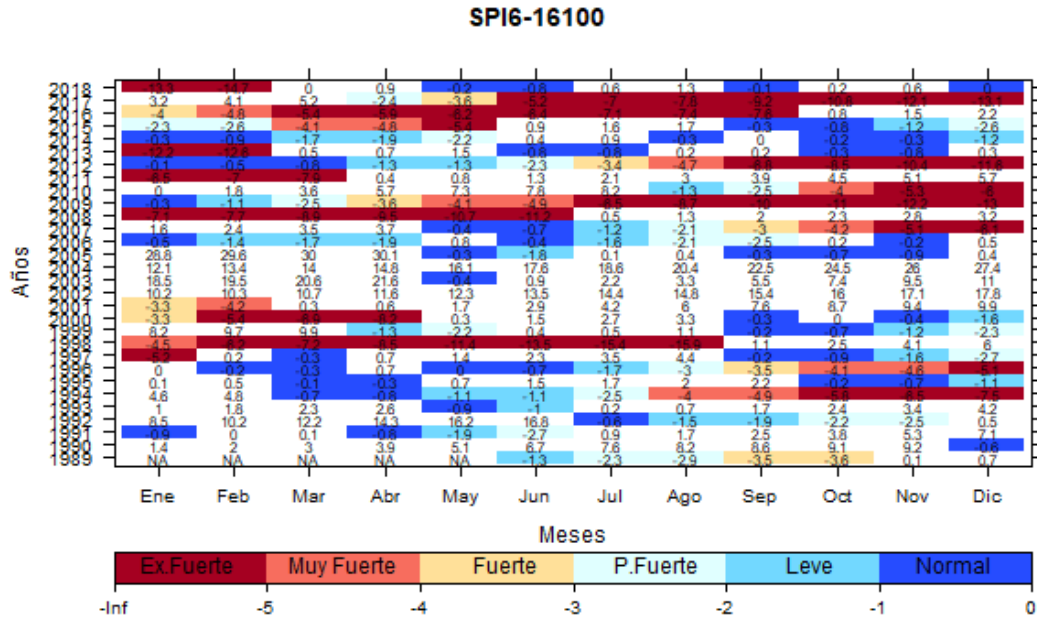


Figura 9.39 Magnitud de la sequía para la estación 16100 para SPI-6

Una mayor diversificación de acumulaciones se aprecia en la escala semestral (Figura 9.39), en los años 1988, 2009, 2017 y 2018 con las mayores magnitudes de sequía, bajo la categoría de extremadamente fuerte y muy fuerte, alcanzándose una magnitud máxima de -15.9 en agosto de 1988.

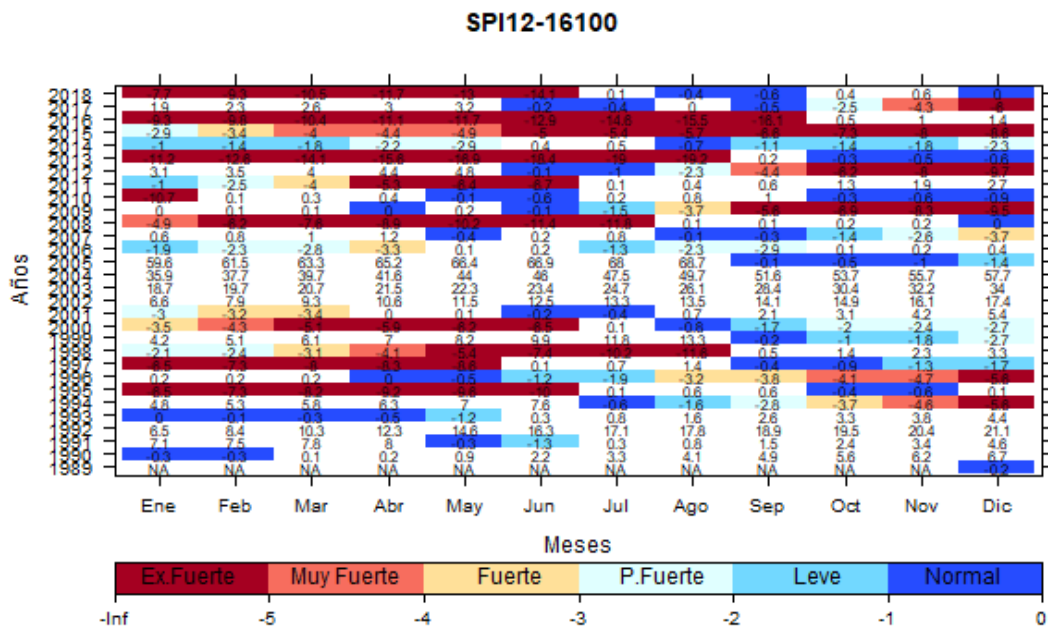


Figura 9.40 Magnitud de la sequía para la estación 16100 para SPI-12

Un comportamiento similar se describe para el SPI-12 (Figura 9.40) identificándose un periodo particularmente notable entre 1995-2000 y 2012-2018 de acumulaciones continuas con una magnitud máxima de -19.2 en agosto de 2013.

Tabla 9.18 Resumen de magnitud de sequía para la estación 16100

Est 16100	SPI					
	1		6		12	
Magnitud	Max	Min	Max	Min	Max	Min
P.Humedo	9.32	0.004	30.09	0.004	68.72	0.04
P.Seco	-6.43	-0.002	-15.85	-0.20	-19.21	-0.03

Se sintetiza la variación de la magnitud de la sequía para la estación 16100 (Tabla 9.18) con valores entre -0.002 a -19.21 contra el rango 0.004 a 68.72 de los periodos húmedos, donde es notable nuevamente el aumento gradual a medida que aumenta la escala temporal, siendo mayores los valores referentes a los periodos húmedos.

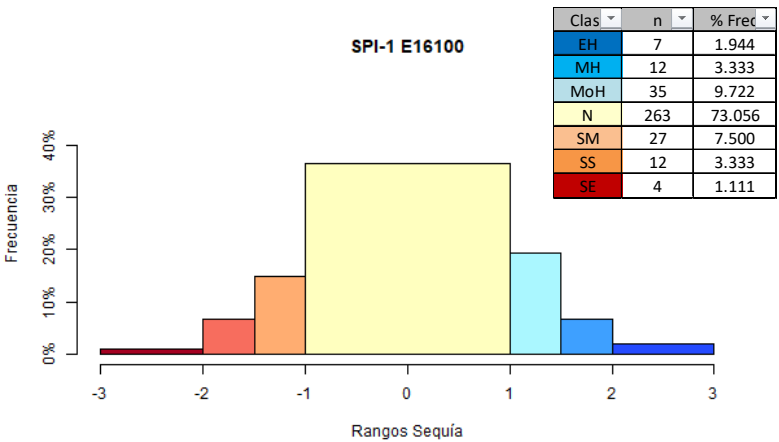


Figura 9.41 Frecuencia de la sequía para la estación 16100 para SPI-1

El análisis de la frecuencia de sequía para la estación 16100 de acuerdo a la clasificación de severidad, denota un 73% de los valores analizados del índice correspondiente a un comportamiento normal respecto a la humedad, con porcentajes de los eventos de sequía ligeramente menores a sus contrapartes húmedas, con valores entre 1 y 8 % del total de eventos.

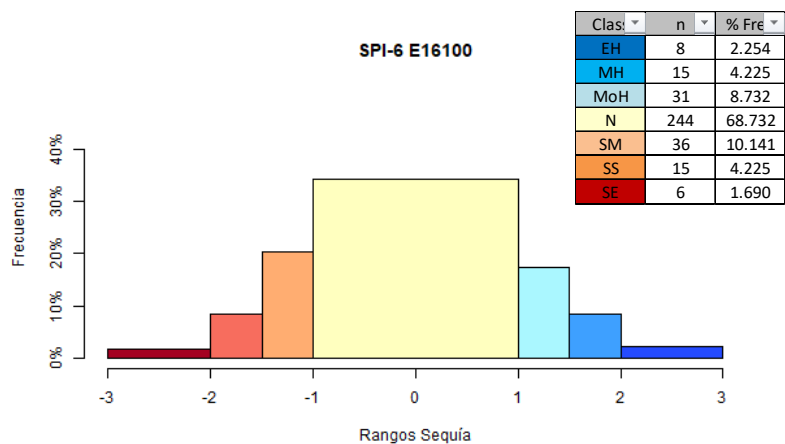


Figura 9.42 Frecuencia de la sequía para la estación 16100 para SPI-6

Para la escala semestral se tiene una disminución del porcentaje de humedad normal, con un ligero aumento de los porcentajes de eventos de sequía, particularmente de la sequía moderada.

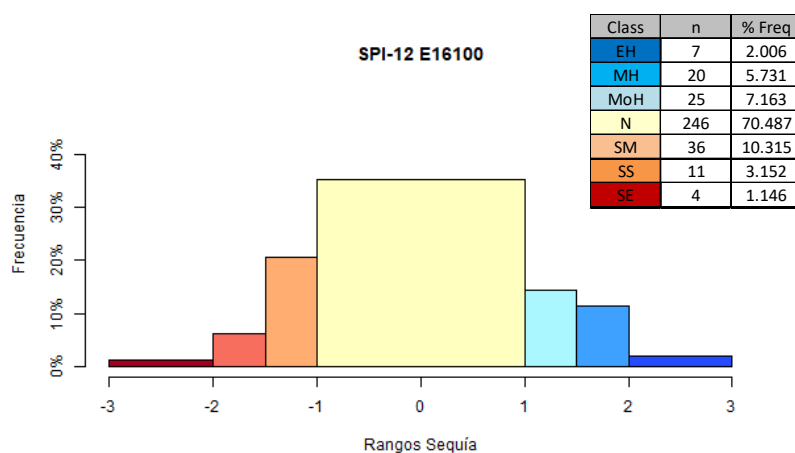


Figura 9.43 Frecuencia de la sequía para la estación 16100 para SPI-12

En el caso anual, los porcentajes se mantienen muy aproximados al anterior, destacándose disminuciones en la sequía moderada, eventos moderadamente húmedos y muy húmedos de 1 %.

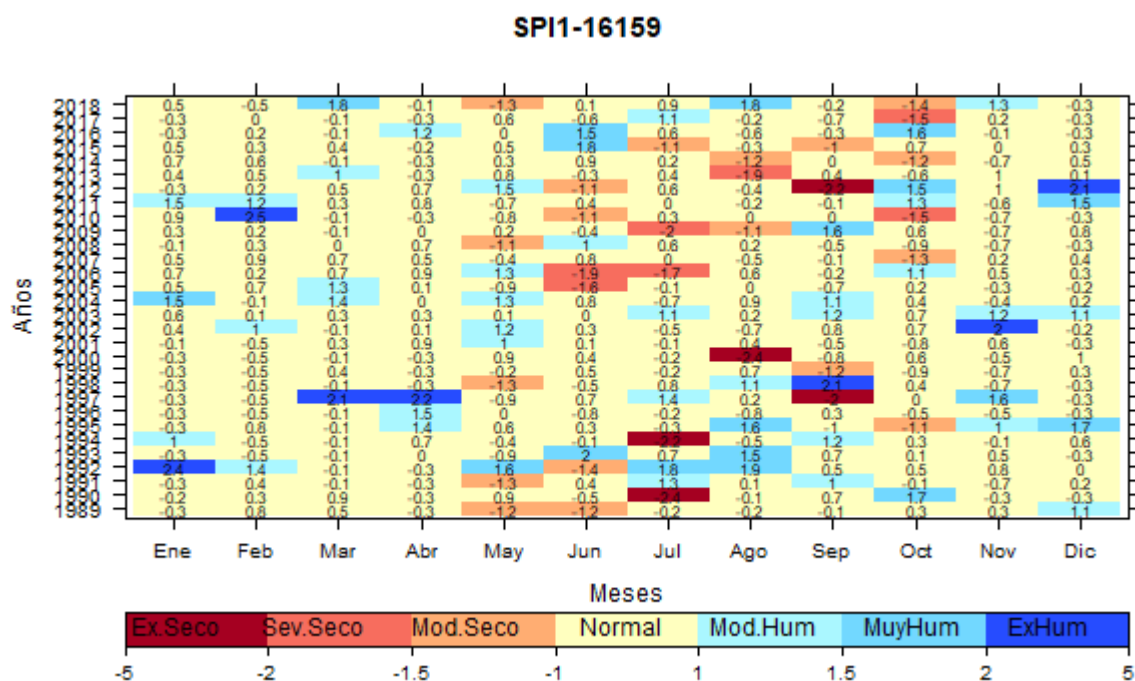


Figura 9.44 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16159 para SPI-1

En el caso de la estación en la zona de cuenca baja, se describe en términos de severidad de sequía, una concentración de periodos secos extremos para SPI-1 entre junio y octubre (Figura 9.44), asociado a los años 1990, 1994, 1997, 2000 y 2012 con una intensidad extrema negativa de -2.4 en Julio de 1990 y agosto del 2000.

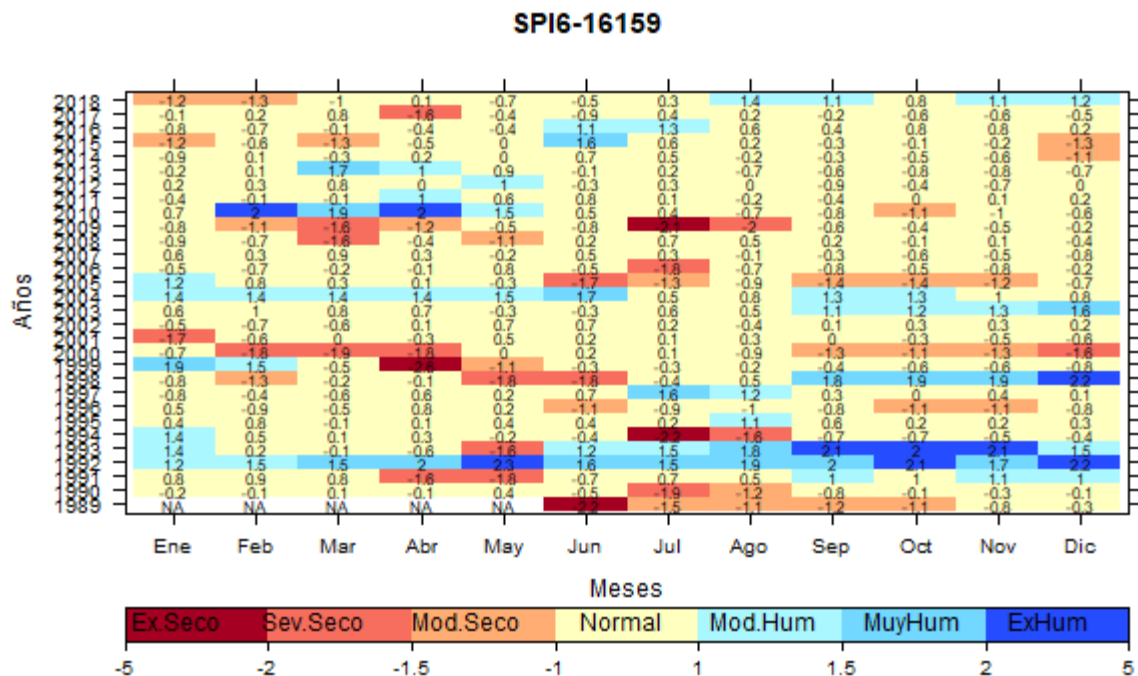


Figura 9.45 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16159 para SPI-6

Se tiene una distribución de marzo a agosto de los eventos de sequía extrema para SPI-6 (Figura 9.45), con una intensidad máxima alcanzada de -2.6 en abril de 1999, el rastro de evolución de la intensidad es más claro para esta escala temporal, identificándose los años 1989, 1994, 1999 y 2009 con las ocurrencias de eventos extremadamente secos.

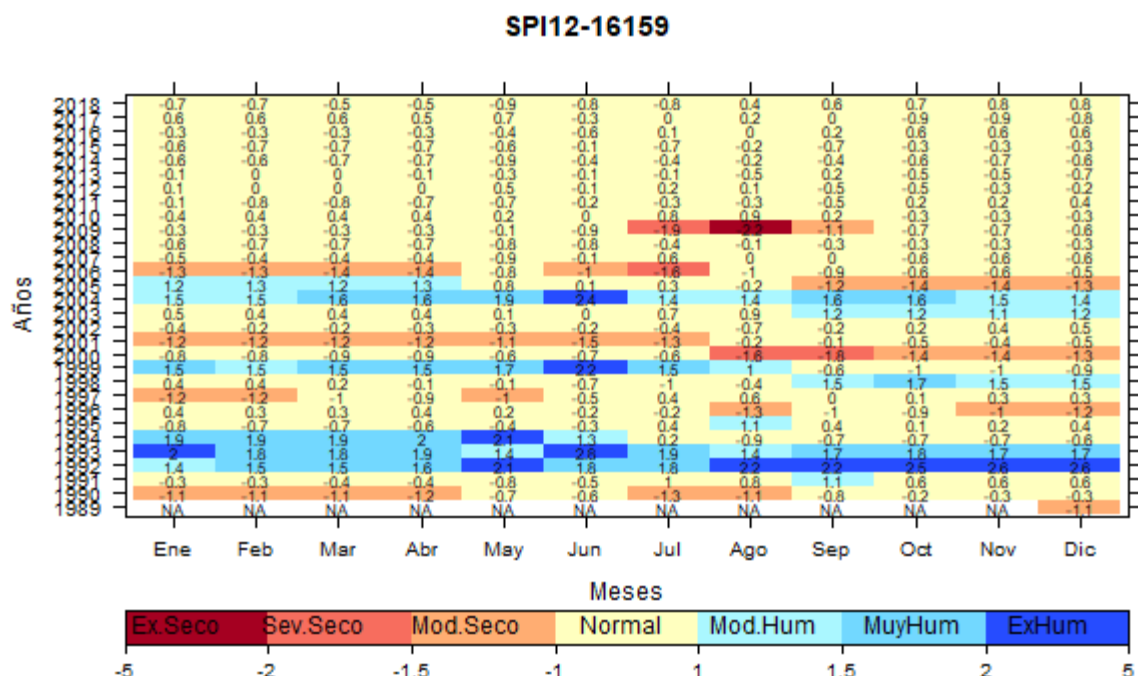


Figura 9.46 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16159 para SPI-12

Para el SPI-12 se describe una disminución de las intensidades de sequía de forma general (Figura 9.46), identificando los valores críticos, (principalmente severamente secos) entre julio y septiembre, para los años 2000, 2006 y 2009 con un máximo negativo de -2.2 en agosto de 2009.

Tabla 9.19 Duración de la sequía en E-16159, duración máxima para SPI 1,6,12 y conteo de periodos mensuales

E-16159	SPI 1																			
	Duración	Max	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m											
	P.Humedo	7.00	45	14	11	8	3	3	2											
	P.Seco	-7.00	44	18	12	6	3	2	1											
	SPI 6																			
	Duración	Max	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m	10m	11m	12m	13m	20m	22m			
	P.Humedo	22.00	11	7	1	7	0	0	4	1	1	1	1	0	0	1	1			
	P.Seco	-13.00	11	3	4	1	1	1	5	2	5	2	0	1	1	0	0			
	SPI 12																			
	Duración	Max	1m	2m	3m	4m	5m	6m	8m	9m	10m	11m	12m	13m	19m	23m	25m	28m	33m	37m
	P.Humedo	37.00	4	2	3	2	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1
	P.Seco	-37.00	6	0	1	0	2	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1

El resumen de las duraciones de sequía de la estación 16159 (Tabla 9.19) muestra un comportamiento similar en cuanto las duraciones máximas para el SPI-1 y 12, mientras que en el SPI-6 se tiene una proporción de periodo seco-húmedo de 1.7 a 1; aunque

los eventos de sequía son más recurrentes en comparación, con duraciones máximas que varían de 7 a 37 meses consecutivos.

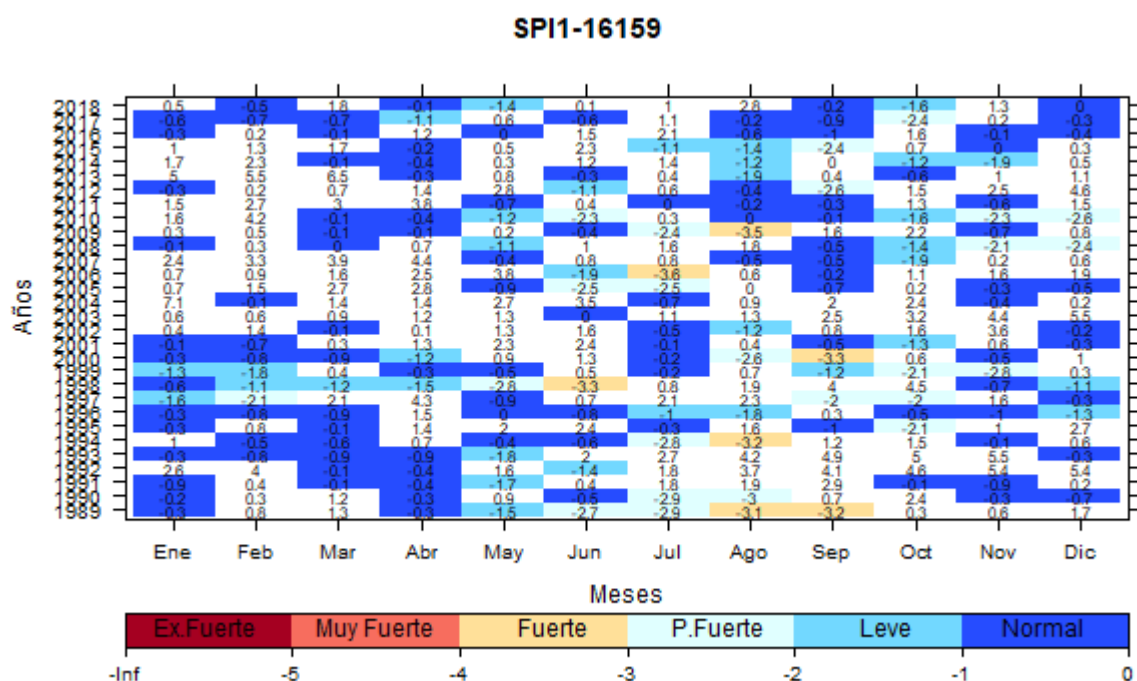


Figura 9.47 Magnitud de la sequía para la estación 16159 para SPI-1

El análisis de la magnitud en la escala mensual (Figura 9.47) se caracteriza por no contar con sequías extremadamente fuertes o muy fuertes, teniéndose pocos registros de sequía fuerte, siendo en su mayoría condiciones normales o leves de sequía. Se identifican las sequías fuertes entre los meses de junio a septiembre, para los años 1989, 1994, 1999, 2001, 2007 y 2009, encontrándose la mayor magnitud de -3.6 en julio de 2007.

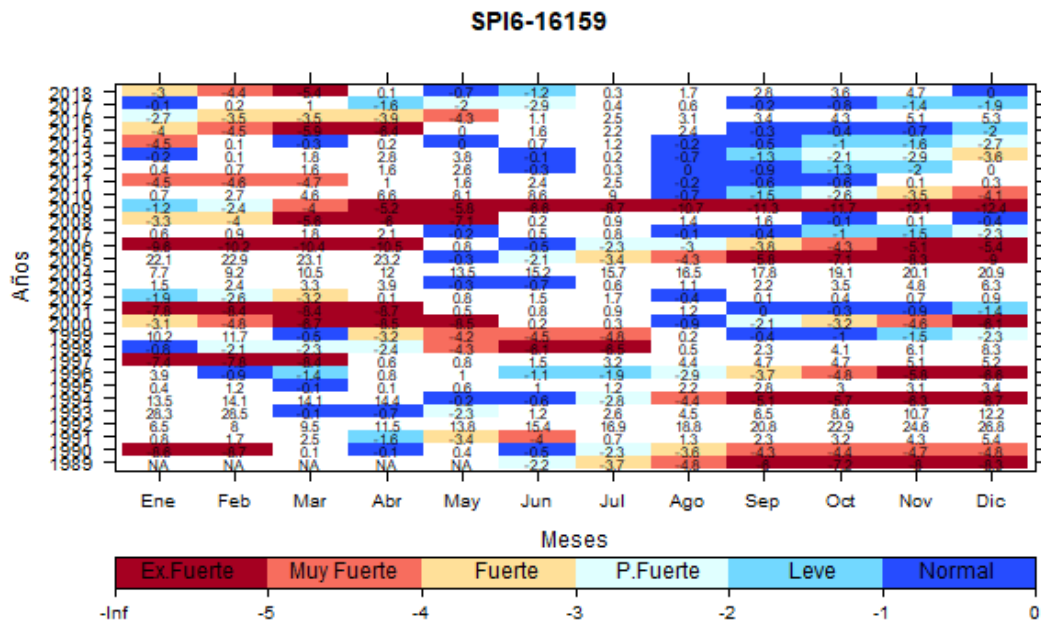


Figura 9.48 Magnitud de la sequía para la estación 16159 para SPI-6

En el caso del SPI-6 se pueden identificar valores de sequía muy fuerte y extremadamente fuerte (Figura 9.48) en distintos años (1990, 2006, 2000- 2001 y 2009) alcanzando un valor extremo de -12.4 en diciembre de 2009, teniéndose en este año la mayor acumulación de meses consecutivos bajo esta clasificación de sequía.

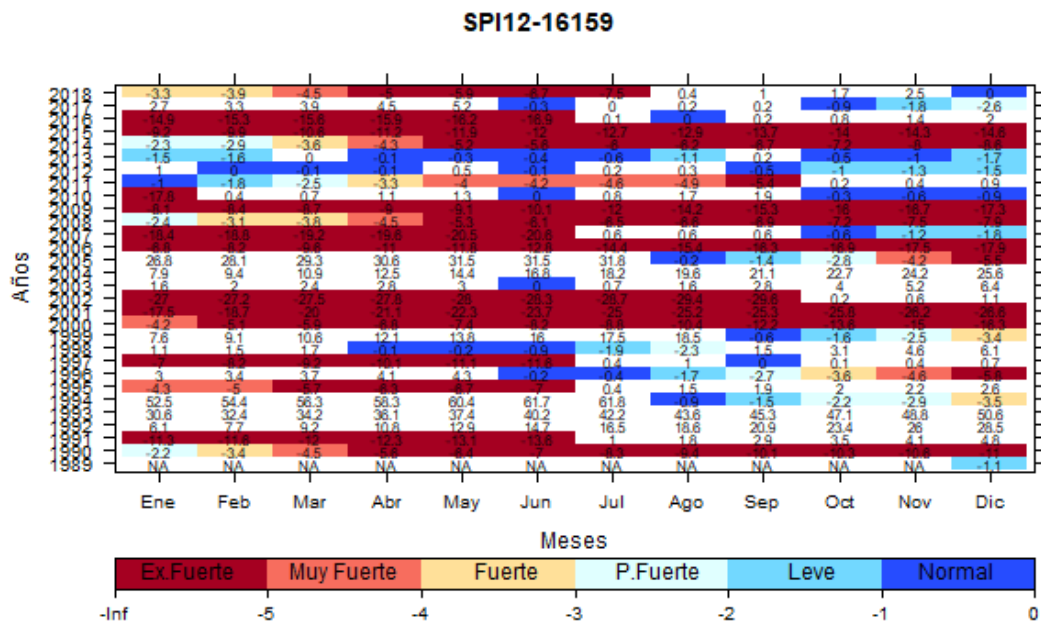


Figura 9.49 Magnitud de la sequía para la estación 16159 para SPI-12

Se describe una situación similar para el SPI-12, con una mayor densidad en el rastro de acumulación de sequía extremadamente fuerte (Figura 9.49), identificándose los valores más drásticos en 2001, 2002, 2007 y 2010, con un máximo de -29.58 en septiembre de 2002, siendo el periodo de acumulación más prolongado de 2000 a 2002.

Tabla 9.20 Resumen de magnitud de sequía para la estación 16159

Est 16159	SPI					
	1		6		12	
Magnitud	Max	Min	Max	Min	Max	Min
P.Humedo	7.06	0.002	28.50	0.040	61.83	0.002
P.Seco	-3.64	-0.015	-12.36	-0.01	-29.58	-0.004

Se sintetiza la variación de la magnitud de la sequía para la estación 16159 (Tabla 9.20) con valores entre -0.004 a -29.58 contra el rango 0.002 a 61.83 de los periodos húmedos, donde es notable una vez más el aumento de los valores a medida que crece la escala temporal, teniéndose una proporción aproximada de 2 a 1 de las magnitudes extremas máximas húmedas y secas.

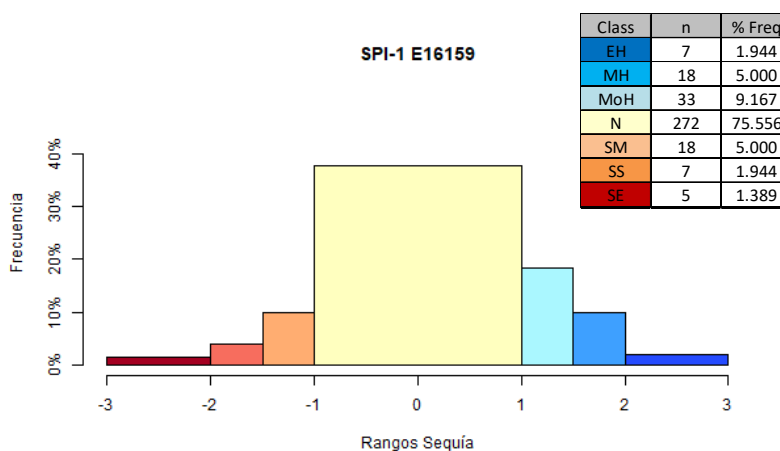


Figura 9.50 Frecuencia de la sequía para la estación 16159 para SPI-1

Las frecuencias de sequía para la estación 16159 establecen un 76% de los valores del índice a un comportamiento normal respecto a la humedad, con porcentajes de los eventos de sequía muy inferiores a sus contrapartes húmedas, con valores entre 1 y 5 % del total de eventos, siendo mucho menores a los presentados en la zona alta de la cuenca.

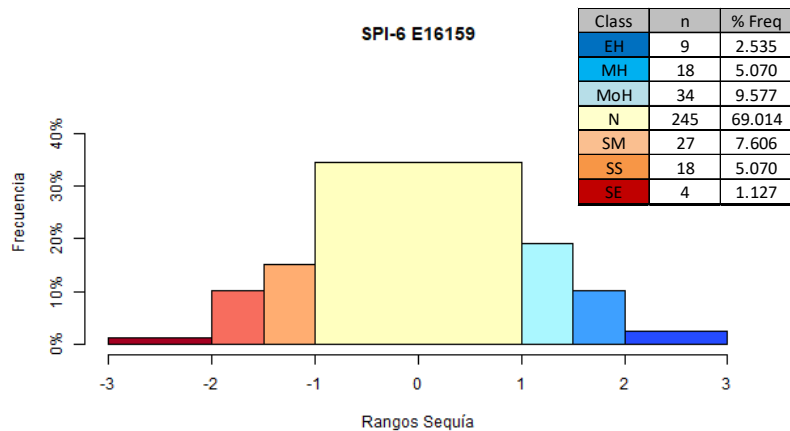


Figura 9.51 Frecuencia de la sequía para la estación 16159 para SPI-6

Para la escala semestral se tiene una disminución del porcentaje de humedad normal, y un considerable aumento de los eventos de sequía moderada y severa, pero menores a los eventos húmedos.

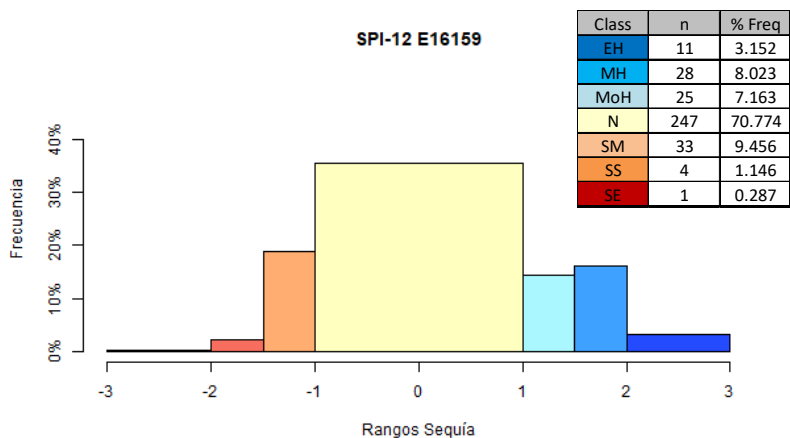


Figura 9.52 Frecuencia de la sequía para la estación 16159 para SPI-12

En el caso anual, los porcentajes referentes a la sequía severa y extrema han disminuido considerablemente, particularmente en el caso extremo con valores menores al 1%, constatando una mayor cantidad de eventos de humedad que en la estación anterior.

9.8.1.3 Estación 16225

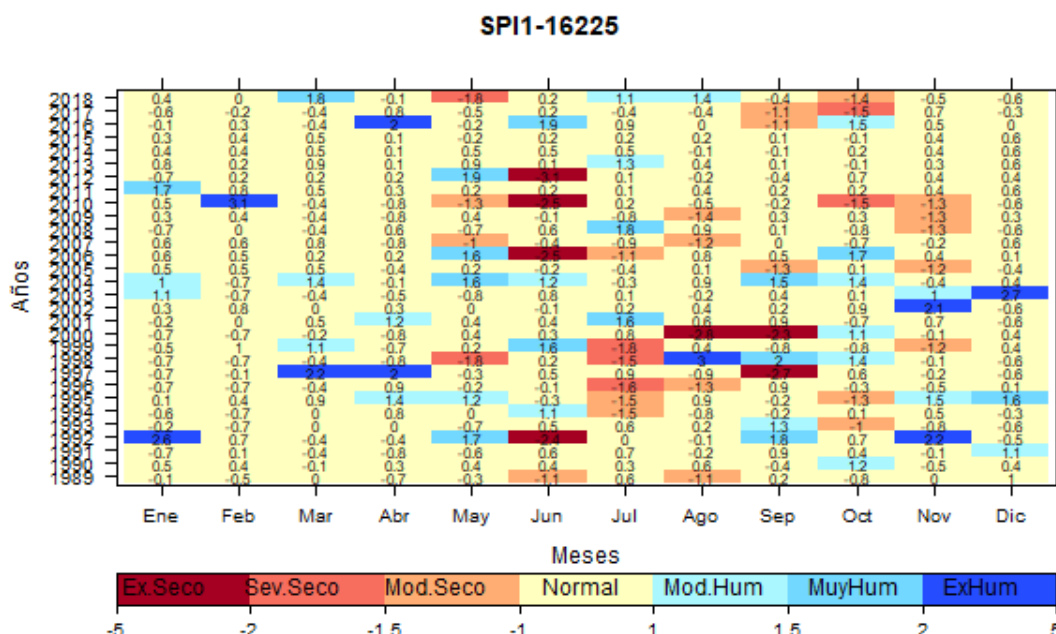


Figura 9.53 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16225 para SPI-1

Para la estación en la zona intermedia las mayores intensidades de sequía para SPI-1 se ubican entre junio y septiembre (Figura 9.53), asociado a los años 1992, 1997, 2000, 2007, 2010 y 2012 con una intensidad extrema de sequía de -3.1 en junio de 2013.

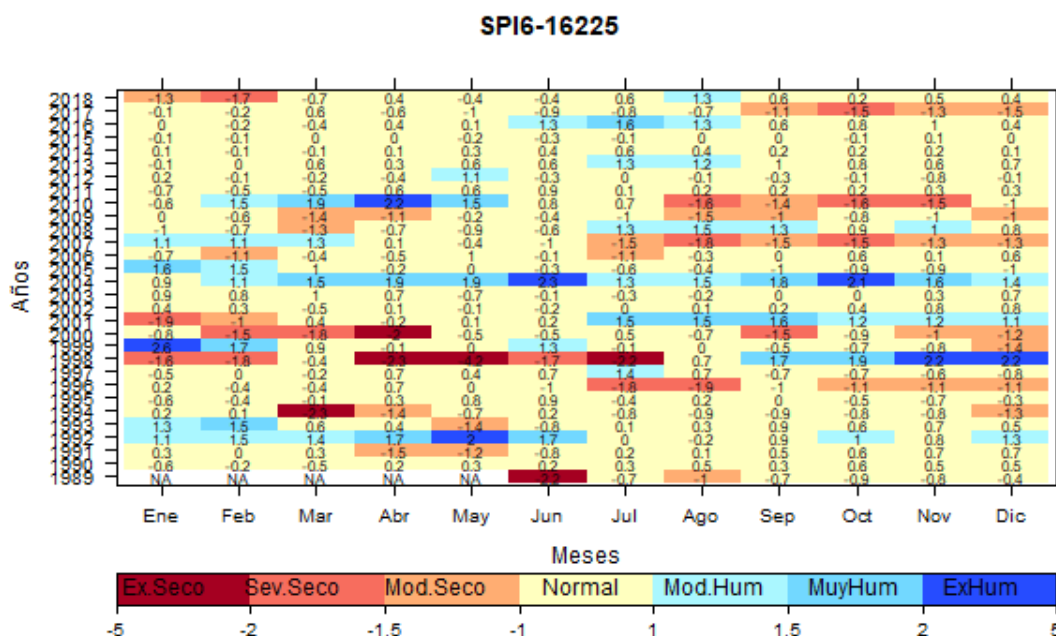


Figura 9.54 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16225 para SPI-6

Por otro lado, el SPI-6 (Figura 9.54) describe una ubicación de las intensidades más dispersa, encontrándose los valores extremos entre marzo y julio (1989, 1994, 1998 y 2000) con una intensidad máxima alcanzada de -4.2 en mayo de 1998.

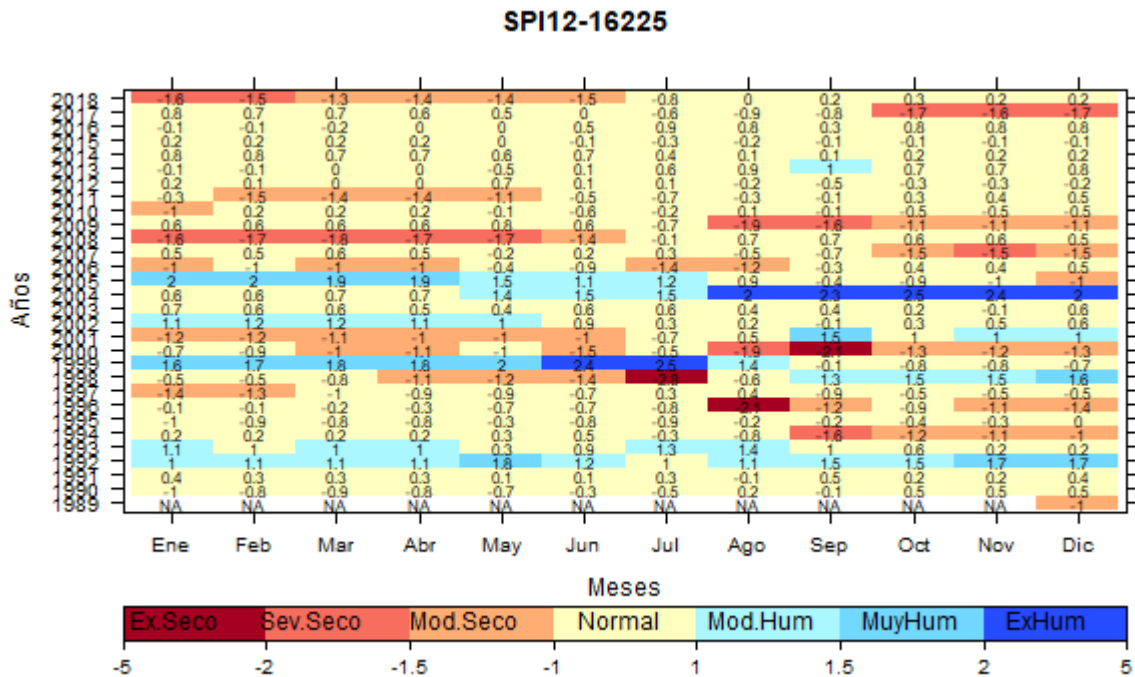


Figura 9.55 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16225 para SPI-12

El rastro de evolución de la intensidad es más claro para el SPI-12 (Figura 9.55), pero con intensidades de sequía menores, identificándose nuevamente los valores críticos entre julio y septiembre, para los años 1996, 1998 y 2000 con un máximo negativo de -2.8 en julio de 1998.

Tabla 9.21 Duración de la sequía en E-16225, duración máxima para SPI 1,6 ,12 y conteo de periodos mensuales

E-16225	SPI 1																
	Duración	Max	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m	12m					
	P.Humedo	12.00	37	14	11	6	5	0	1	2	1	2					
	P.Seco	-7.00	40	19	11	5	3	0	1	0	0	0					
	SPI 6																
	Duración	Max	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m	10m	11m	12m	13m	14m	18m
	P.Humedo	18.00	14	4	1	0	1	2	1	3	3	3	1	1	0	0	1
	P.Seco	-14.00	8	7	6	2	1	0	2	1	1	1	3	2	1	1	0
	SPI 12																
	Duración	Max	1m	2m	3m	7m	8m	10m	11m	12m	13m	14m	21m	23m	24m	34m	36m
	P.Humedo	34.00	2	2	1	1	0	2	1	1	3	0	1	0	1	1	0
	P.Seco	-36.00	5	0	1	1	1	1	0	3	2	1	0	1	0	0	1

Las duraciones de la sequía para la estación 16225 (Tabla 9.21) muestra un aumento progresivo de las duraciones de la sequía casi del doble entre SPI-1 y 6 y aproximadamente cinco veces entre SPI-1 y 12, siendo más recurrentes y de mayor duración los periodos húmedos en las escalas de 1 y 6 meses, siendo la escala anual la que presenta un comportamiento equilibrado de acuerdo a las duraciones máximas, pero con mayor recurrencia de episodios secos, teniéndose .duraciones máximas de sequía que varían de 7 a 36 meses consecutivos.

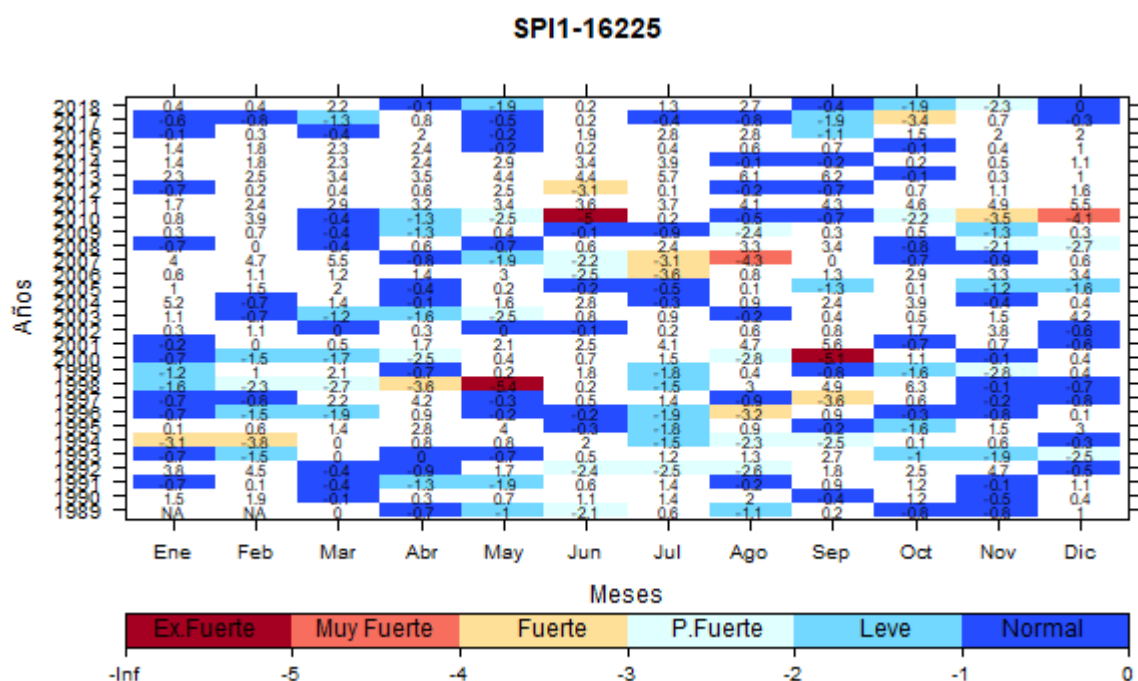


Figura 9.56 Magnitud de la sequía para la estación 16225 para SPI-1

El análisis de la magnitud para SPI 1 (Figura 9.56) se caracteriza por tener pocos valores de sequía extremadamente fuerte, ubicados entre los meses de mayo, junio y septiembre, para los años 1998, 2000 y 2010, encontrándose la mayor magnitud de -5.4 en mayo de 1998.

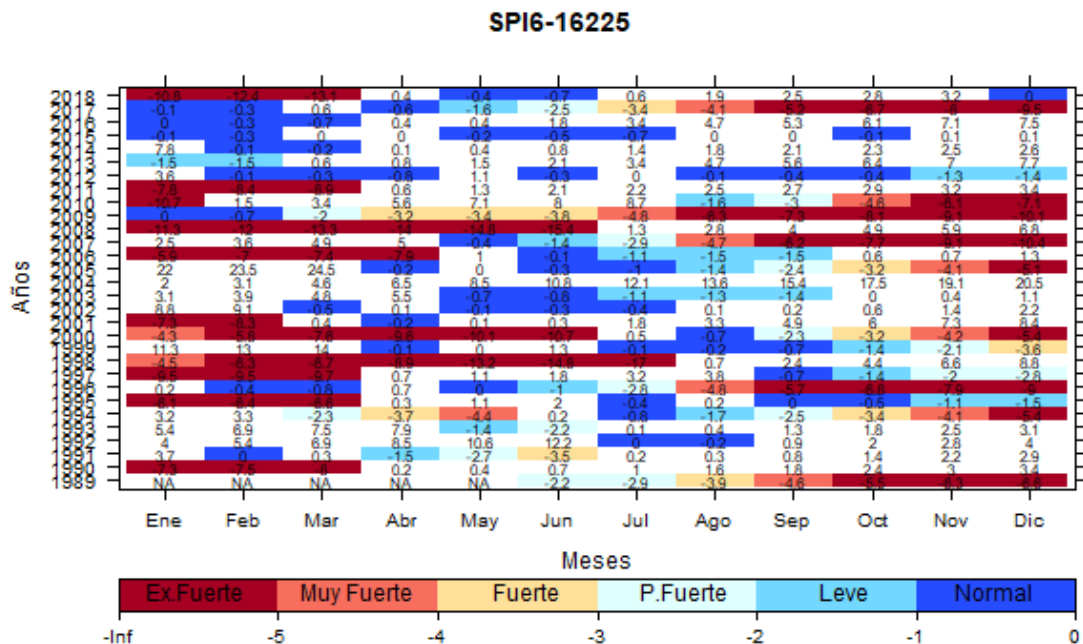


Figura 9.57 Magnitud de la sequía para la estación 16225 para SPI-6

Para el SPI-6 se describe un mejor rastro del proceso evolutivo de la magnitud de sequía extremadamente fuerte (Figura 9.57), entre 1995-2001, 2005-2011 y 2017-2018, alcanzándose una magnitud máxima de -17 en julio de 1998.

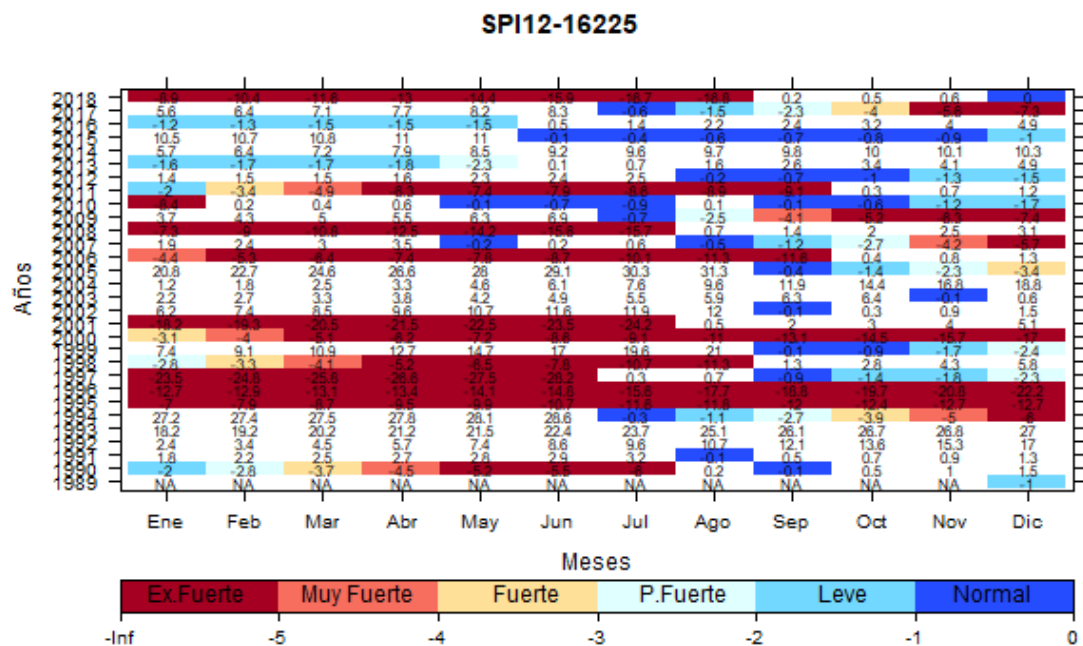


Figura 9.58 Magnitud de la sequía para la estación 16225 para SPI-12

El comportamiento anterior se ve amplificado para el SPI-12, encontrándose las mayores magnitudes en los periodos 1995-1997, 2000-2001, 2008-2009 y 2017-2018 (Figura 9.58) con valor máxima de -28.23 en junio de 1997.

Tabla 9.22 Resumen de magnitud de sequía para la estación 16225

Est. 16225	SPI					
	1		6		12	
Magnitud	Max	Min	Max	Min	Max	Min
P.Humedo	6.30	0.02	24.50	0.02	31.25	0.08
P.Seco	-5.36	-0.03	-17.01	-0.04	-28.23	-0.05

Se resume la descripción de la magnitud de la sequía para la estación 16225 (Tabla 9.22) con valores entre -0.002 a -28.23 contra el rango 0.02 a 31.72 de los periodos húmedos, manteniendo una relación de magnitudes similar en las escalas 1 y 12, teniéndose la mayor diferencia en escala semestral.

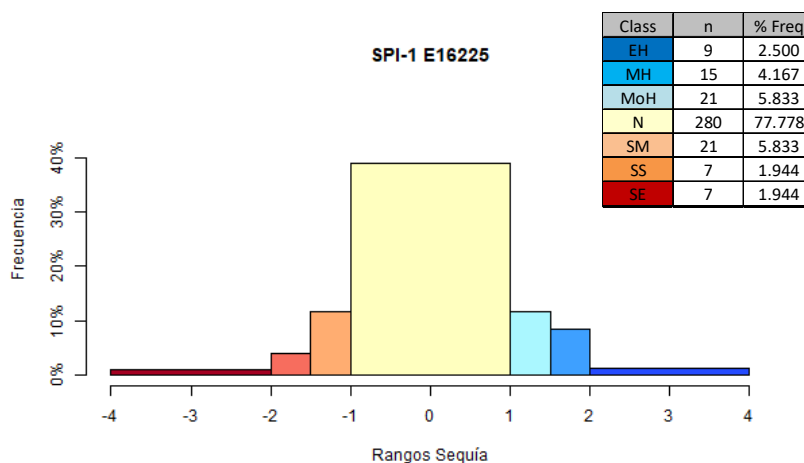


Figura 9.59 Frecuencia de la sequía para la estación 16225 para SPI-1

Las frecuencias de sequía para la estación 16225 establecen un 77% de los valores del índice a un comportamiento normal, con porcentajes de los eventos de sequía similares a los eventos húmedos, con valores entre 1 y 5 % del total de eventos, identificándose algunos por fuera de los rangos comunes del índice.

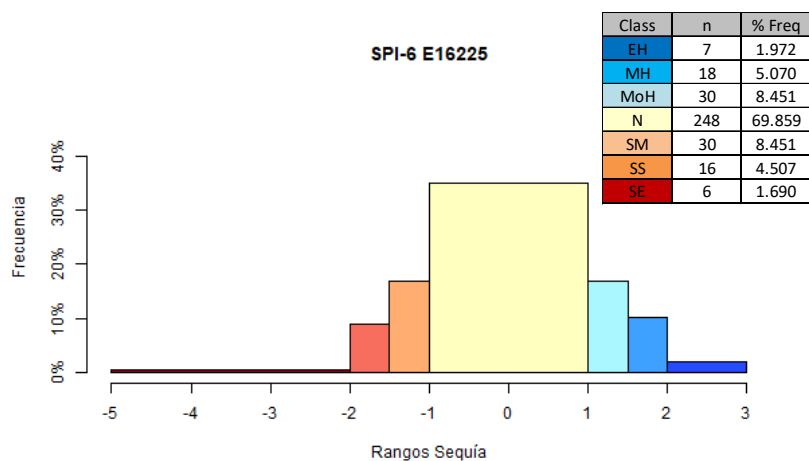


Figura 9.60 Frecuencia de la sequía para la estación 16225 para SPI-6

Para el SPI-6 se tiene una disminución del porcentaje de humedad normal hasta aproximadamente 70%, se tiene también un aumento de los eventos de sequía moderada y severa, con algunos eventos extremos de hasta -5 del índice.

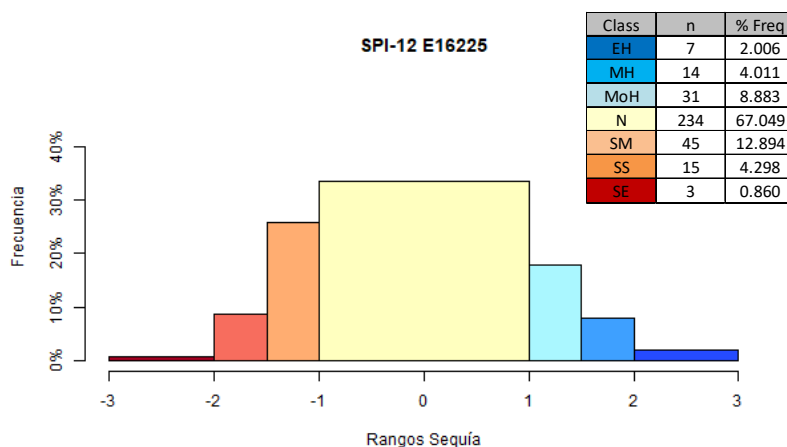


Figura 9.61 Frecuencia de la sequía para la estación 16225 para SPI-12

Se presenta un aumento de las sequías moderadas en el caso anual y una disminución de los eventos de sequía extrema, desapareciendo eventos por fuera de las categorías establecidas y un aumento ligero de los eventos húmedos.

9.8.2 Análisis de SPEI

Continuando con la revisión de los resultados de índices se evalúan los correspondientes al SPEI 1, 6 y 12, considerando el periodo 1989-2018, para las estaciones 16100, 16159 y 16225, donde la forma de determinación de la evapotranspiración para el cálculo del índice se hizo a través del método de Thornthwaite.

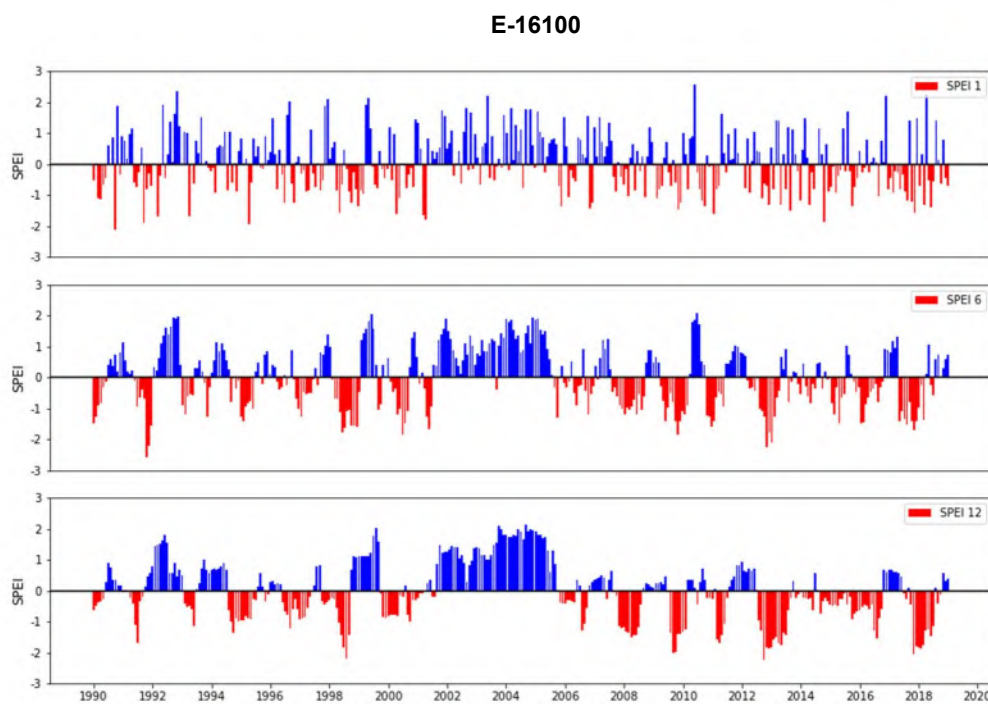


Figura 9.62 Valores de SPEI 1, 6 y 12 para la estación 16100

Para el primer conjunto de valores de SPEI para la estación climática 16100 (Figura 9.62) se aprecia un comportamiento de periodos húmedos de mayor duración en la primera mitad del periodo analizado, particularmente el más prolongado y de mayor intensidad de 2002 a 2005, en la segunda mitad se percibe una mayor cantidad de periodos secos siendo el más característico el de 2013 a 2015, encontrándose la sequía de mayor intensidad en el 2018.

E-16159

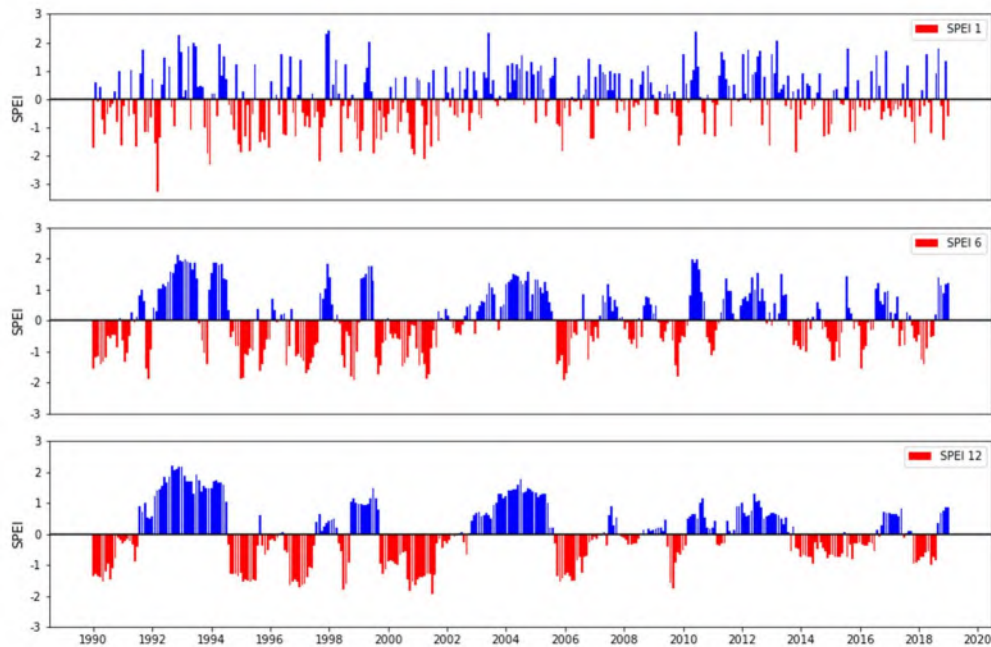


Figura 9.63 Valores de SPEI 1,6 y 12 para la estación 16159

Es posible determinar una mayor cantidad de periodos húmedos dentro del análisis de los valores del SPEI en la estación 16159 (Figura 9.63), se pueden establecer cerca de cuatro eventos principales: 1992-1994, 1998-2000, 2003-2005 y 2010-2014, interrumpidos por algunos periodos secos de baja duración; entre los periodos relevantes de sequía se tiene uno al inicio de 1990 a 1992, seguido de dos eventos de gran intensidad 1995-1998 y 2000-2003, finalmente de 2014-2017 se tiene un último periodo con intensidades menores.

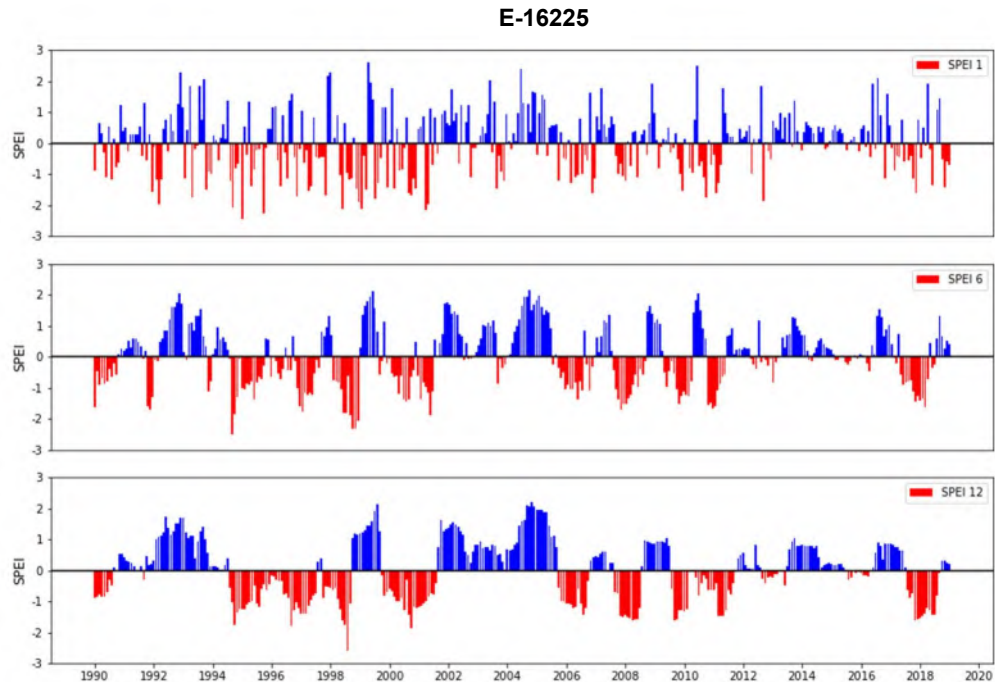


Figura 9.64 Valores de SPEI 1,6 y 12 para la estación 16225

Se presenta una similitud respecto a los periodos de la estación anterior con lo mostrado para la estación 16225 (Figura 9.64), con algunas variaciones en los tiempos en que se presentan las mayores intensidades, se identifica el evento de sequía más relevante de 1995 a 1999, otros cinco periodos de duración cercana a 2 años se reparten en el resto del periodo interrumpido por secciones húmedas de corta duración.

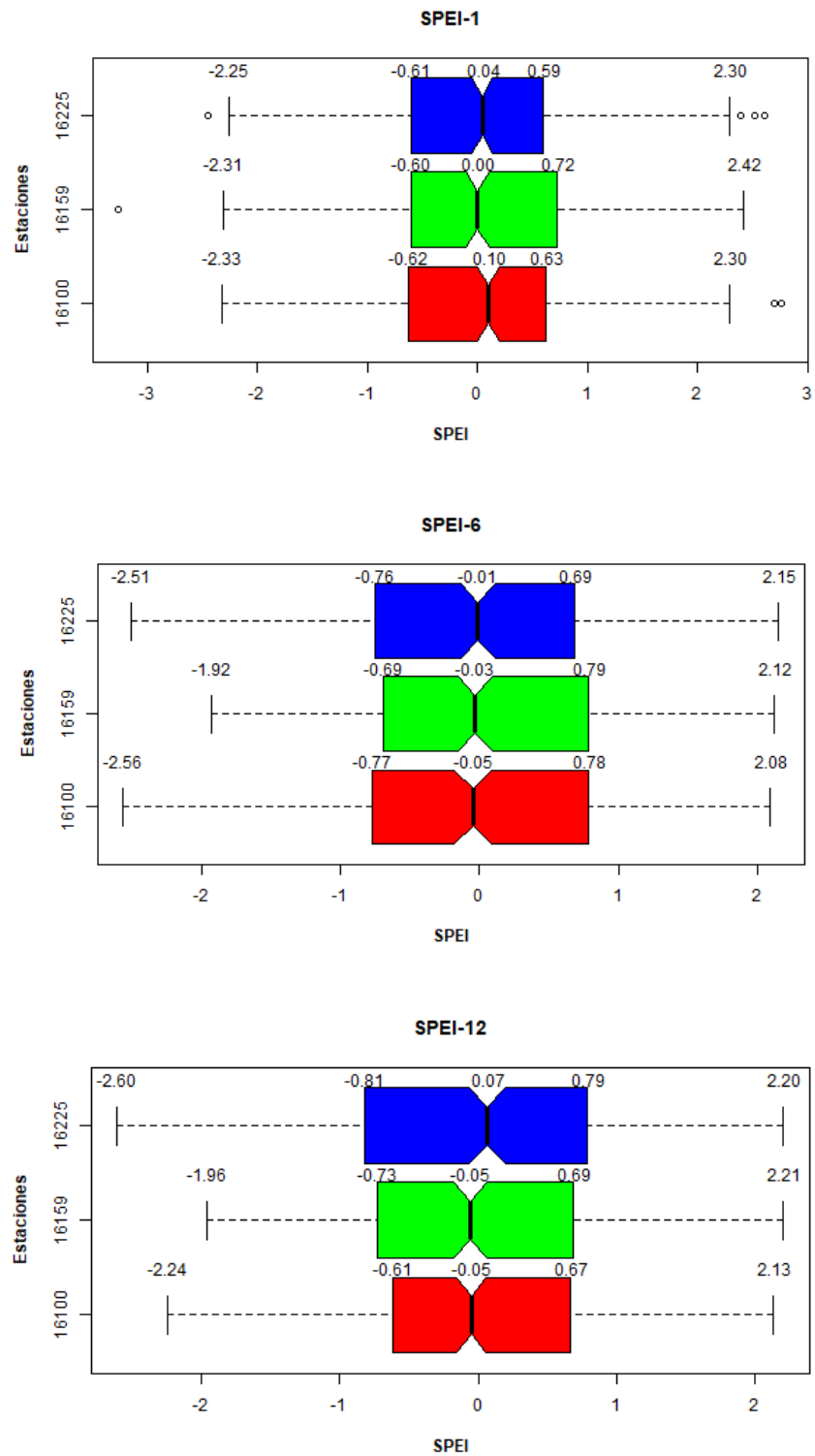


Figura 9.65 Diagrama de Cajas para SPEI 1,6 y 12 para las estaciones seleccionadas.

Los diagramas de caja para la representación de los valores SPEI (Figura 9.65) muestran cierta uniformidad, siendo solo los índices de escala mensual los que presentan valores extremos, destacándose nuevamente la estación 16100 con el mayor número de “outliers”; para las tres estaciones y escalas acumulativas se presenta un sesgo casi simétrico, siendo la estación 16159 con los límites inferiores de menor magnitud para la escala semestral y anual.

A continuación, se muestran los resultados de clasificación de la sequía, análisis de duración, magnitud y valores extremos, para todos los SPEI de las tres estaciones.

9.8.2.1 Estación 16100

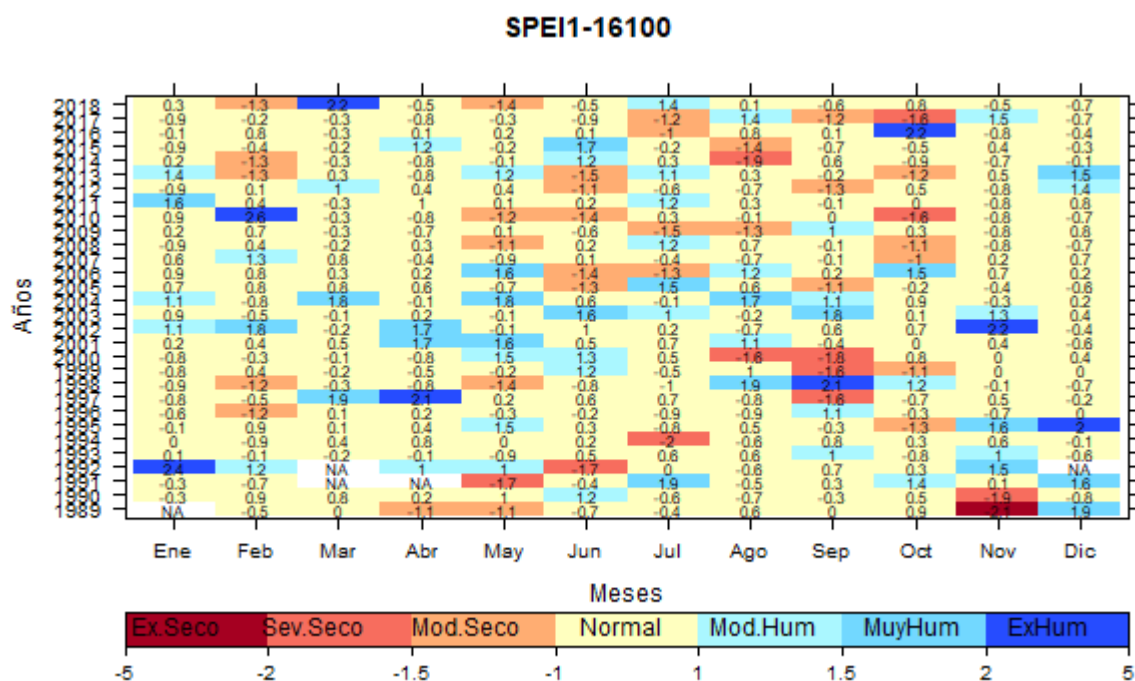


Figura 9.66 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16100 para SPEI-1

El análisis de intensidad del SPEI-1 para la estación 16100, permite establecer solo un evento extremadamente seco para noviembre de 1989 (-2.1), siendo el resto de casos de eventos severamente secos entre los meses de junio a noviembre, para los años 1990, 1992, 1995, de 1997 a 2001 en el mes de septiembre, así como en 2014 y 2017.

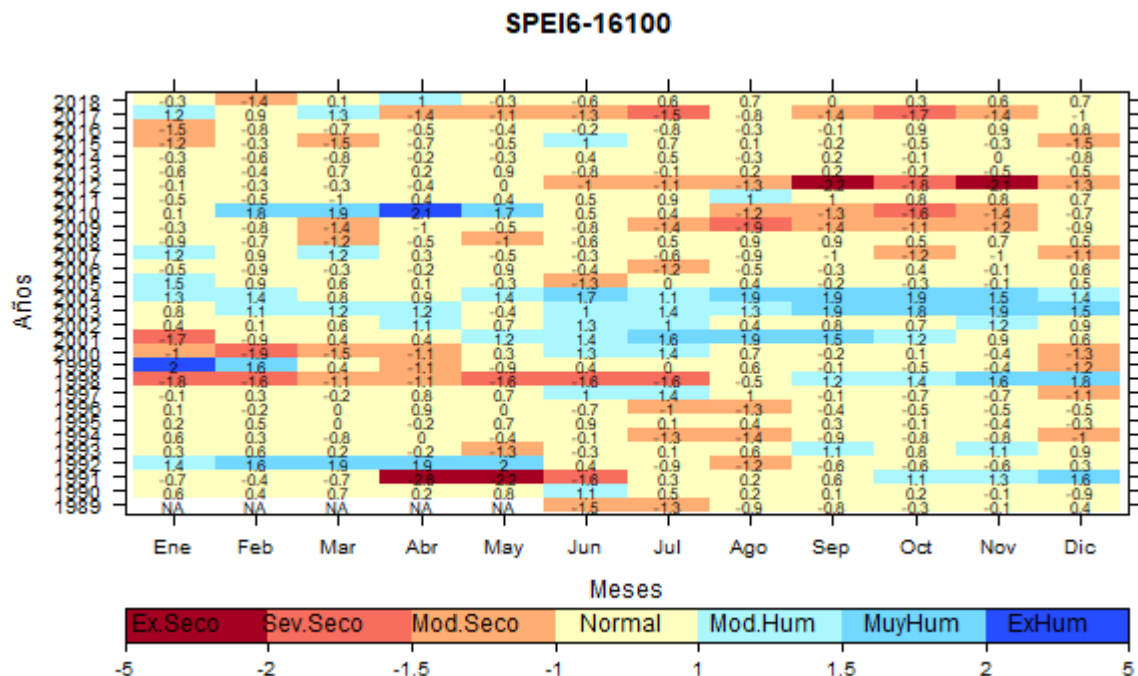


Figura 9.67 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16100 para SPEI-6

Se identifican con mayor precisión las evoluciones de la severidad de la sequía para la el caso del SPEI-6 (Figura 9.67), encontrándose eventos extremadamente secos en abril y mayo de 1991 (máxima de -2.6) así como en septiembre y noviembre de 2012, mientras que periodos severamente secos en 1991, una mayor concentración continua (mayo a julio) en 1998, al inicio de 2000 y 2001, en agosto de 2009, y en octubre de 2010, 2012 y 2017.

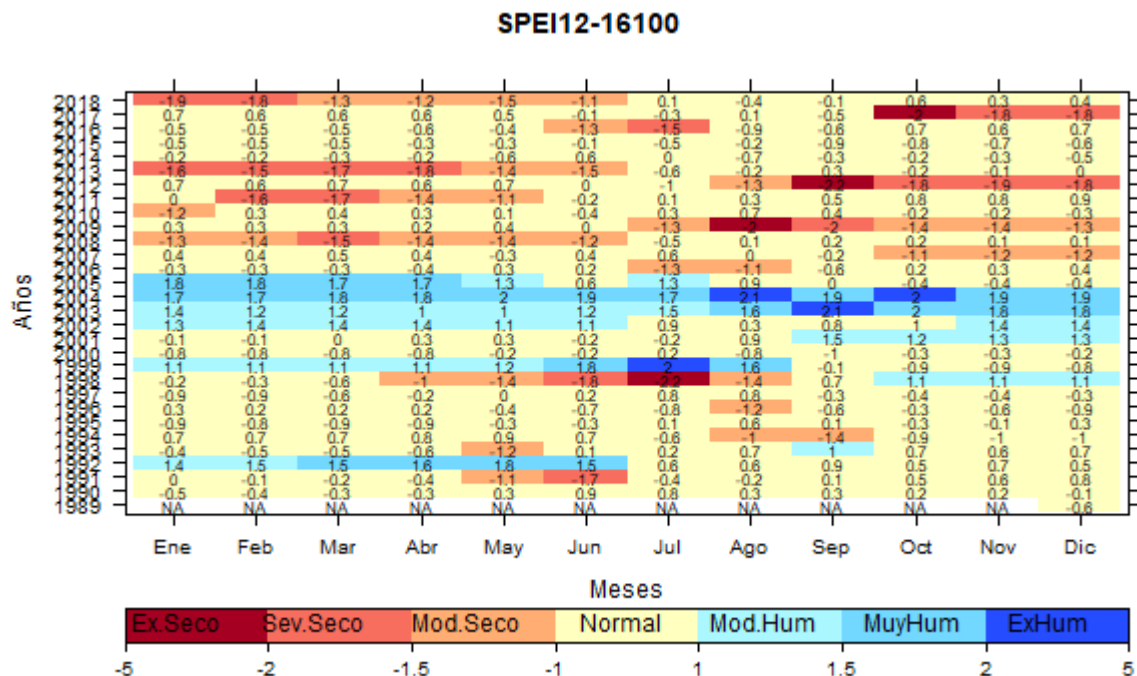


Figura 9.68 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16100 para SPEI-12

Para el SPEI -12 se registran eventos extremos en temporalidades muy separadas, entre julio y octubre, de -2 para 2009 y 2017 (Figura 9.68), una intensidad de -2.2 para los años 1998 y 2012, los eventos severos se concentran principalmente entre los periodos 2011-2013 así como 2017-2018.

Tabla 9.23 Duración de la sequía en E-16100, duración máxima para SPEI 1,6 ,12 y conteo de periodos mensuales

E-16100	SPEI 1																	
	Duración	Max	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m							
	P.Humedo	9.00	40	17	12	3	7	1	0	1	1							
	P.Seco	-9.00	41	17	7	11	2	1	0	1	1							
	SPEI 6																	
	Duración	Max	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m	10m	11m	12m	13m	14m	23m	26m
	P.Humedo	26.00	10	4	4	2	3	2	2	1	1	0	1	1	0	0	1	1
	P.Seco	-14.00	7	5	4	3	2	1	0	4	1	1	1	2	1	2	0	0
	SPEI 12																	
	Duración	Max	1m	2m	3m	4m	5m	7m	8m	10m	12m	13m	14m	16m	26m	50m		
	P.Humedo	50.00	6	4	3	1	1	2	1	1	2	1	0	1	0	1		
	P.Seco	-26.00	3	4	2	0	3	2	3	2	3	1	1	0	1	0		

Las duraciones de la sequía para la estación 16100 bajo el índice SPEI (Tabla 9.23) muestra un comportamiento similar a lo reportado para el SPI (Tabla 9.20), teniéndose algunas ligeras variaciones en la duración de los periodos húmedos, principalmente

en la escala mensual, las cuales disminuyeron un poco, teniéndose duraciones máximas de sequía que varían de 9 a 26 meses consecutivos.

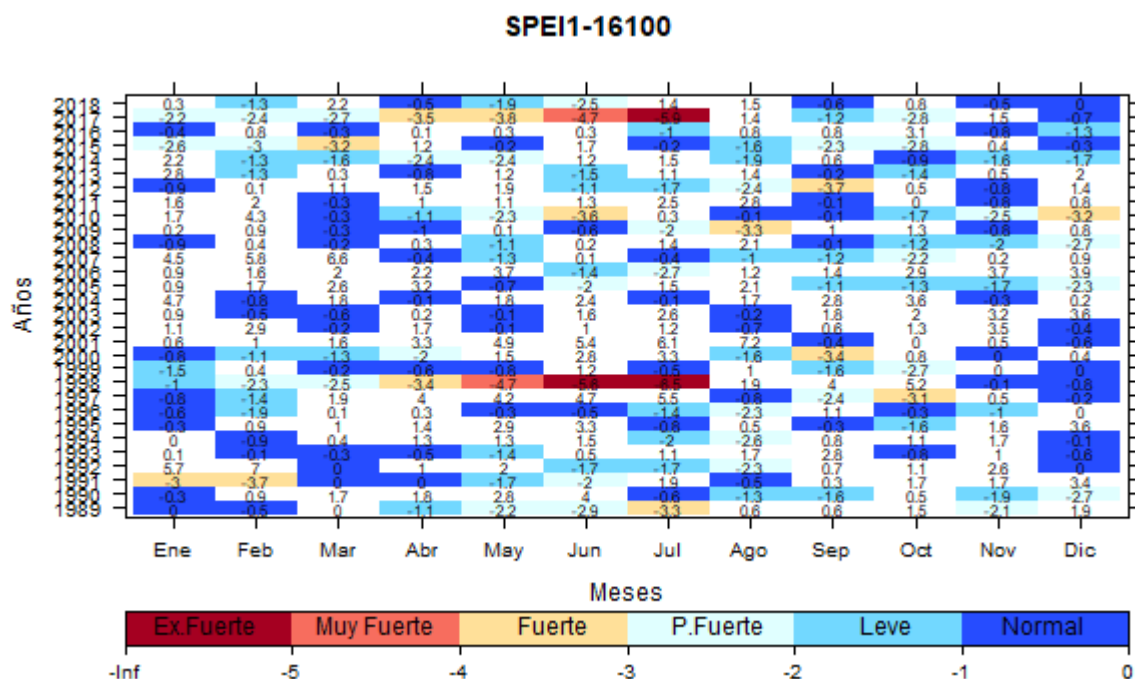


Figura 9.69 Magnitud de la sequía para la estación 16100 para SPEI-1

La magnitud de la estación 16100 bajo la descripción del SPEI (Figura 9.69) muestra ligeras variaciones respecto a lo indicado en el SPI (Figura 9.38), ya que los eventos extremos siguen ubicándose en junio y julio de 1998 (con un cambio de -6.4 a -6.5 en el registro más crítico), siendo lo más destacable la detección de otra sequía extremadamente fuerte en julio de 2017.

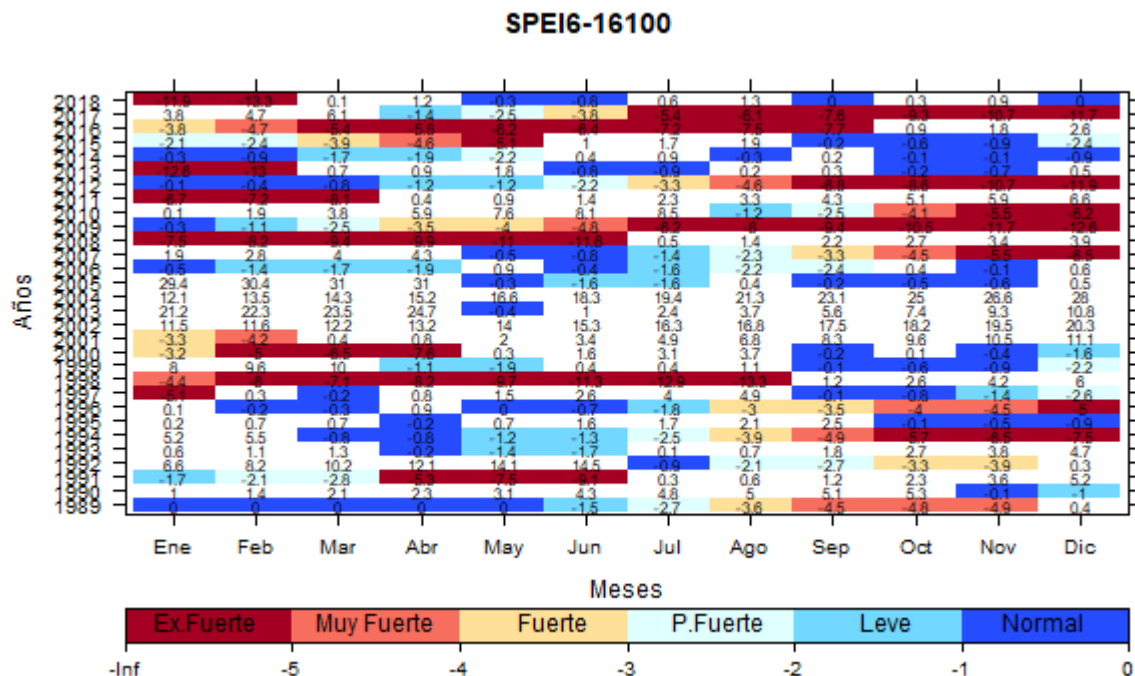


Figura 9.70 Magnitud de la sequía para la estación 16100 para SPEI-6

De forma similar a la descripción de la magnitud SPEI anterior, el caso de la acumulación semestral del SPEI (Figura 9.70) muestra una descripción de los eventos similar al SPI-6 (Figura 9.39), con variaciones ligeras en los valores numéricos alcanzados (máximo alcanzado de -13.3 en agosto de 1998), teniéndose solo una detección adicional de sequía extremadamente fuerte entre abril y junio de 1991.

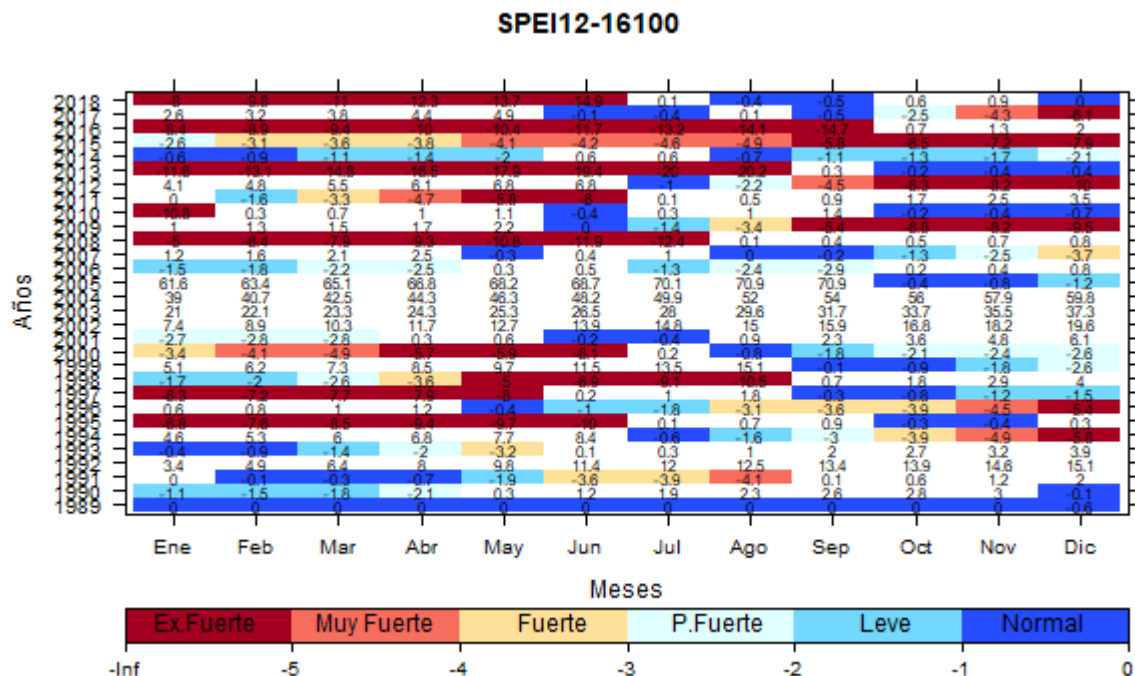


Figura 9.71 Magnitud de la sequía para la estación 16225 para SPEI-12

La descripción de la magnitud SPEI-12 (Figura 9.71), sigue una distribución casi idéntica a la del SPI-12 (Figura 9.40), siendo la diferencia principal una ligera reducción de los valores en una gran parte de los eventos, teniéndose de nueva cuenta el evento más crítico en agosto de 2013 con un valor de -20.2.

Tabla 9.24 Resumen de magnitud de sequía para la estación 16100

Est 16100	SPEI					
	1		6		12	
Magnitud	Max	Min	Max	Min	Max	Min
P.Humedo	3.95	0.023	31.04	0.083	70.92	0.01
P.Seco	-3.71	-0.336	-13.34	0.00	-20.23	-0.06

Se sintetiza la variación de la magnitud de la sequía bajo SPEI para la estación 16100 (Tabla 9.24) con valores entre 0 a -20.23 contra el rango 0.01 a 70.92 denotando de nueva cuenta la reducción de los valores en comparación con SPI (Tabla 9.22).

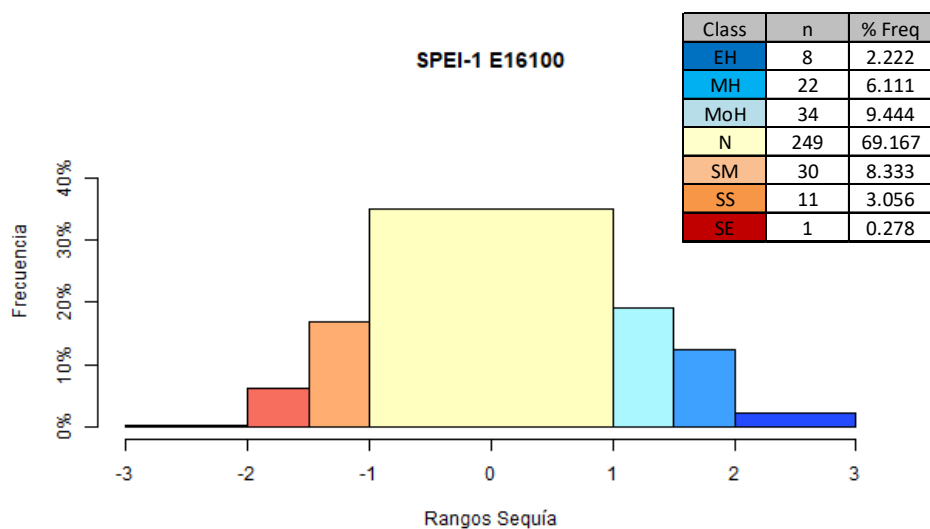


Figura 9.72 Frecuencia de la sequía para la estación 16100 para SPEI-1

El análisis de la frecuencia de sequía para la estación 16100 bajo SPEI-1, indica un 69% de los valores analizados del índice correspondiente a un comportamiento normal de humedad, teniéndose un comportamiento similar al SPI-1, destacándose una reducción de los eventos de sequía extrema en comparativa, así como un aumento de la condición moderadamente húmeda.

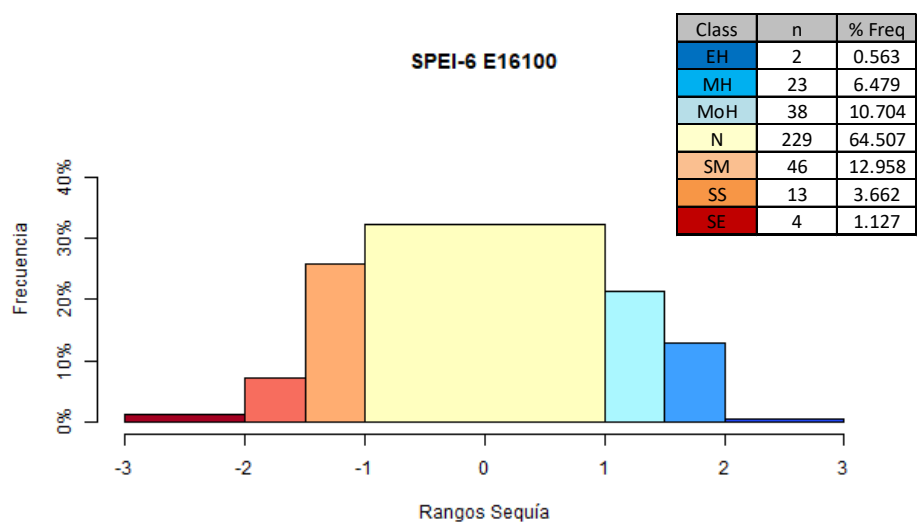


Figura 9.73 Frecuencia de la sequía para la estación 16100 para SPEI-6

En la escala semestral se tiene una disminución general de la frecuencia de los eventos de sequía (Figura 9.73) en relación al SPI-6 (Figura 9.42), destacándose el

aumento de los eventos de sequía moderada de 8 a 13% y la reducción los eventos extremadamente húmedos de 2 a 0.5%.

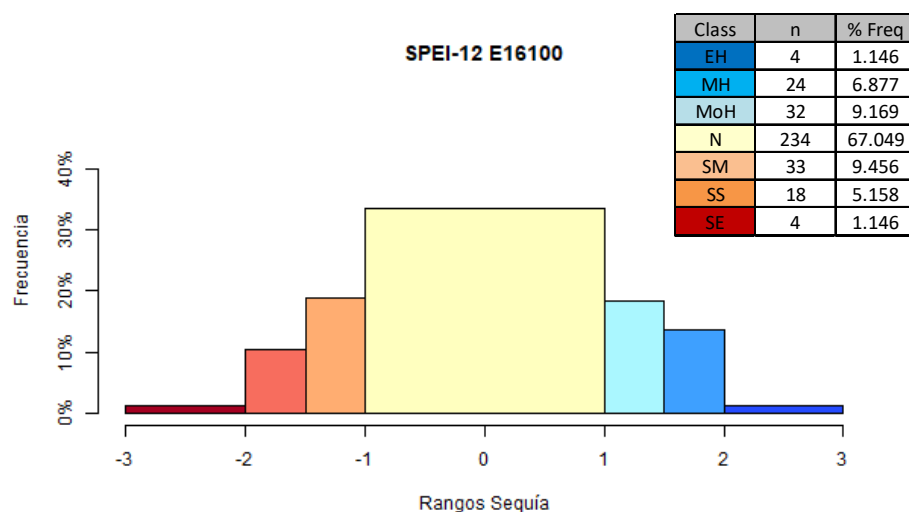


Figura 9.74 Frecuencia de la sequía para la estación 16100 para SPEI-12

En el caso anual de la frecuencia de la sequía (Figura 9.74), los porcentajes se mantienen muy aproximados al SPEI-6, destacándose aumentos en los eventos normales, de humedad extrema y reducción de sequía moderada de 13 a 9.4 %

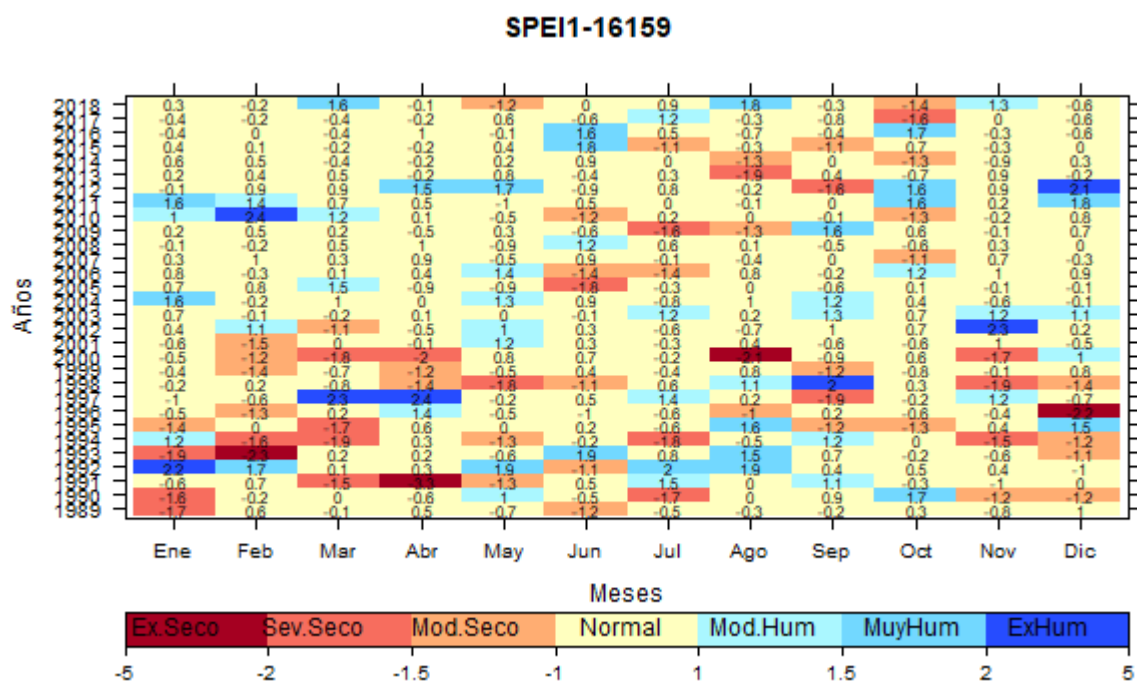


Figura 9.75 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16159 para SPEI-1

La intensidad de la sequía de la estación 16159 bajo el SPEI-1 (Figura 9.75) muestra una distribución similar a la descrita por el SPI-1 (Figura 9.44) radicando la principal diferencia en un aumento de los valores de forma generalizada entre 1989 a 1993, ubicándose tres nuevos eventos extremadamente secos, en abril de 1991 (con la intensidad máxima de -3.3), febrero de 1993 y diciembre de 1996.

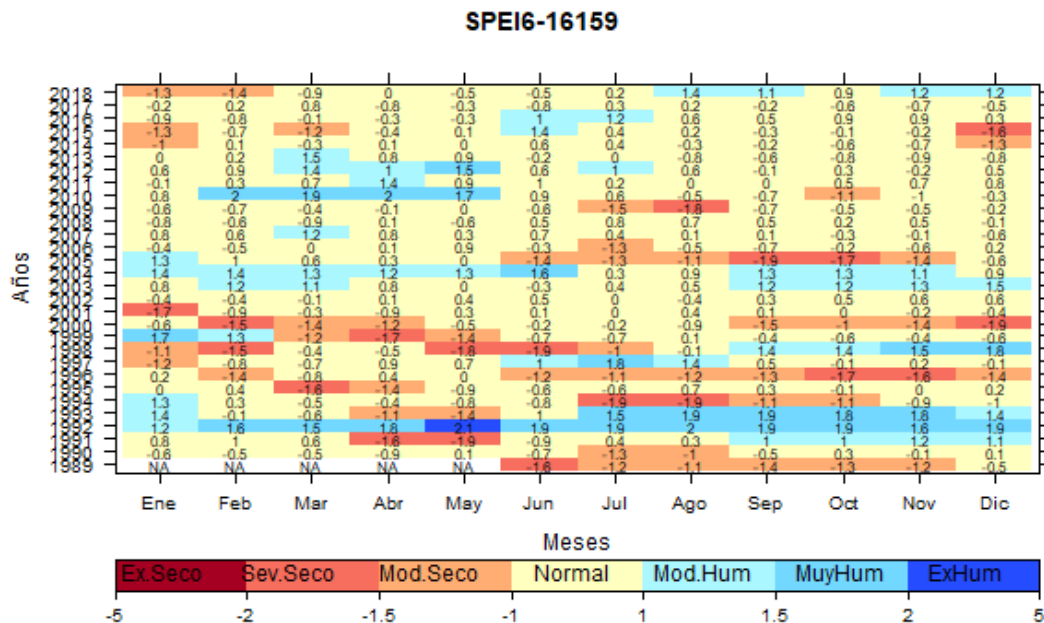


Figura 9.76 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16159 para SPEI-6

Se presenta una disminución de la intensidad de la sequía de forma global para el SPEI-6 (Figura 9.76), no se detectan eventos extremadamente secos, solo severos, destacándose los de abril y mayo de 1991, julio y agosto de 1994, mayo -junio de 1998 y septiembre-octubre de 2006.

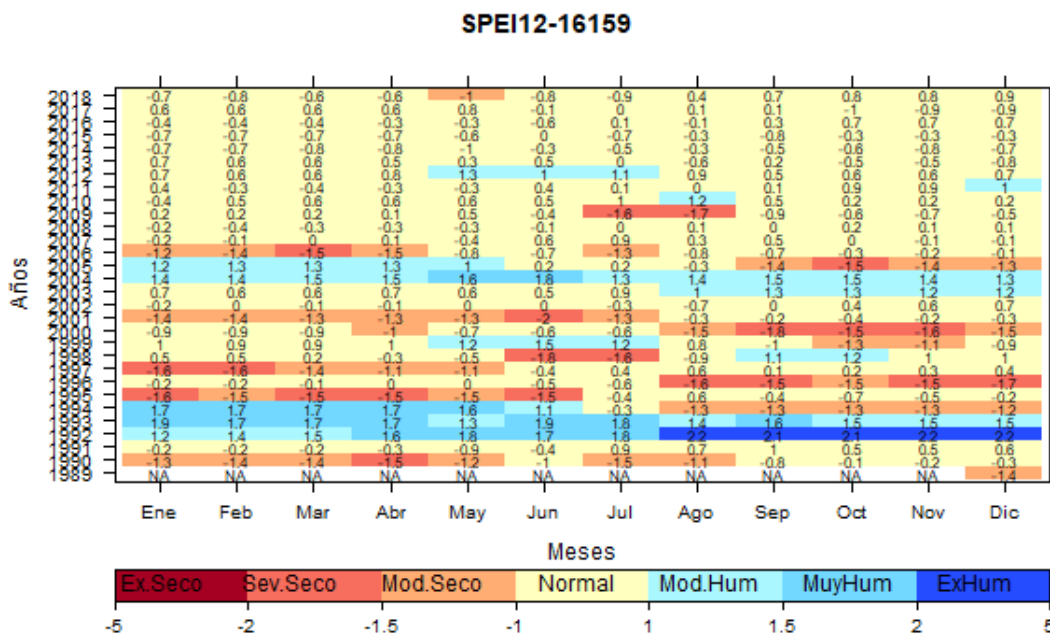


Figura 9.77 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16159 para SPEI-12

Para el SPEI-12 se describe una mayor disminución de las intensidades de sequía (Figura 9.77) respecto a la escala anterior, así como del escenario asociado al SPI-12 (Figura 9.46), una vez más sin presencia de eventos extremos, siendo los severamente secos los más críticos, destacándose el valor de -2 de junio de 2000, así como los años 1995, 1996 y 2000 por contener diversos eventos de este tipo.

Tabla 9.24 Duración de la sequía en E-16159, duración máxima para SPEI 1,6,12 y conteo de periodos mensuales

E-16159	SPEI 1																	
	Duración	Max	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m									
	P.Humedo	7.00	46	17	10	5	5	2	2									
	P.Seco	-7.00	39	24	12	8	2	1	1									
	SPEI 6																	
	Duración	Max	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m	10m	11m	13m	20m	22m		
	P.Humedo	22.00	11	7	3	2	0	5	2	1	1	1	1	0	0	1		
	P.Seco	-20.00	11	5	2	2	2	5	1	0	3	2	2	1	1	0		
	SPEI 12																	
	Duración	Max	1m	2m	3m	4m	5m	7m	8m	9m	10m	12m	13m	19m	23m	32m	35m	36m
	P.Humedo	36.00	6	3	1	1	0	0	1	2	0	2	0	0	0	1	0	1
	P.Seco	-32.00	6	1	0	1	1	1	1	0	2	1	2	1	2	0	1	0

El resumen de las duraciones de sequía de la estación 16159 bajo el índice SPEI (Tabla 9.24) muestra duraciones máximas equiparables tanto para los periodos húmedos como los secos, aunque en la revisión del conteo de sequías por duración mensual la cantidad de eventos húmedos son superiores, principalmente en la evaluación mensual, teniéndose una variación entre 7 a 32 meses de periodo seco considerando los tres casos de análisis.

El análisis de la magnitud en la escala mensual (Figura 9.78) se caracteriza por contar con sequías “Extremadamente Fuertes” o “Muy Fuertes” (a diferencia de la ausencia de estos para el SPI-1 (Figura 9.47) entre los meses de enero a junio, para los años 1991, 1993, y de 1998 a 2000, teniéndose el valor más crítico de -7.4 en mayo de 1999.

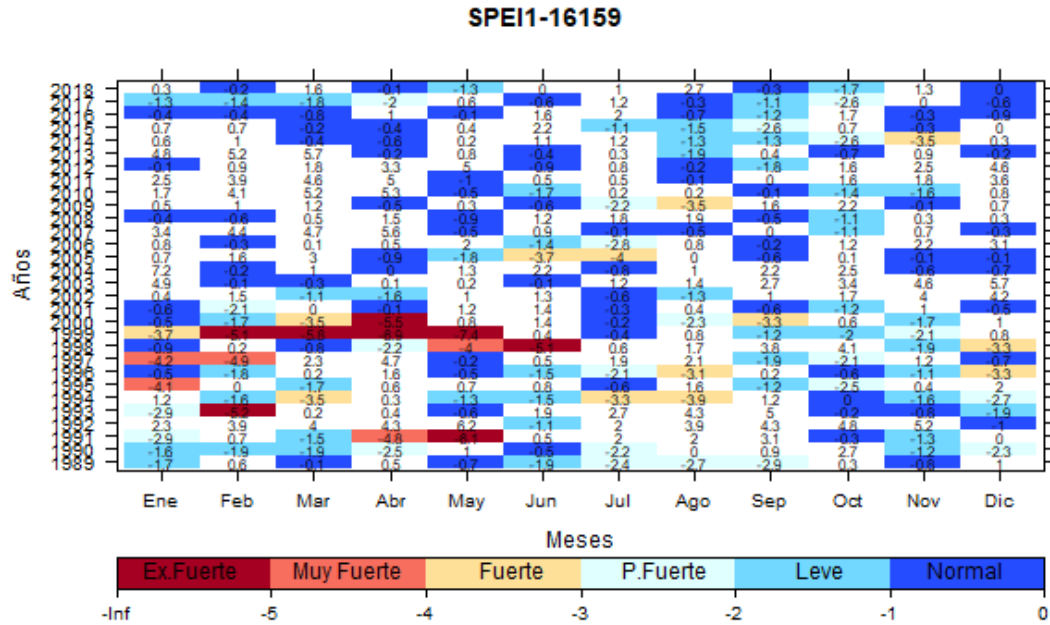


Figura 9.78 Magnitud de la sequía para la estación 16159 para SPEI-1

En el caso del SPI-6 se pueden encontrar una mayor cantidad de sequías “Muy Fuertes” y “Extremadamente Fuertes” (Figura 9.79) en contraste con la escala mensual del índice, tiene una proporción parecida al SPI-6, particularmente de 1995 a 2001, aunque para el año 2009 se tiene una evolución más pausada que en comparativa.

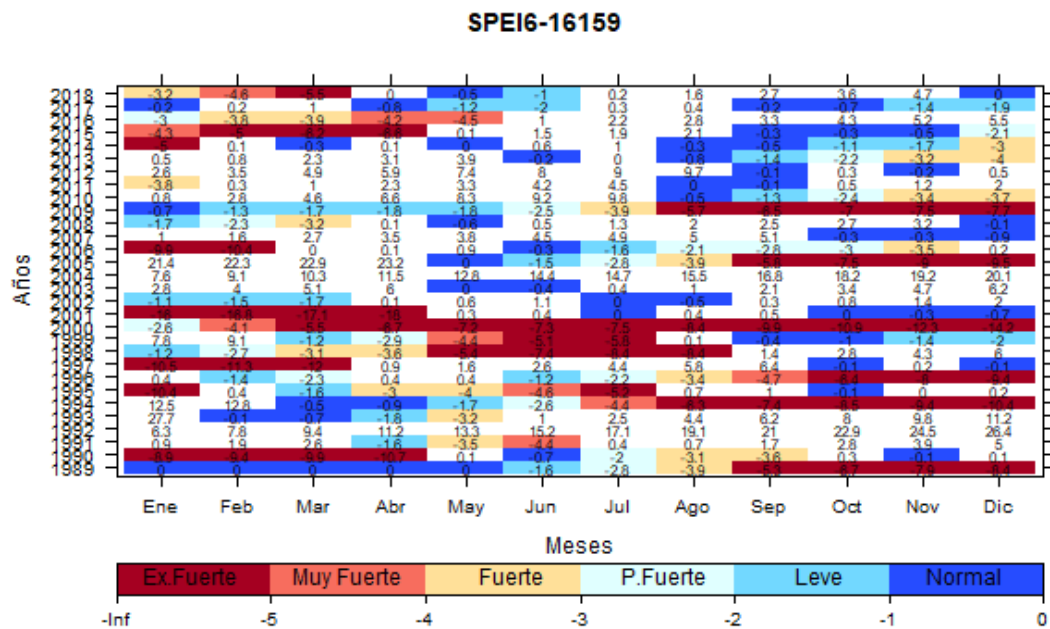


Figura 9.79 Magnitud de la sequía para la estación 16159 para SPEI-6

Se aprecia una mayor acumulación de sequía extremadamente fuerte en la evolución de la magnitud del SPEI-12 (Figura 9.80), en comparación con lo mostrado en el mapa de calor anterior, aunque con valores menores en referencia al SPI-12 (Figura 9.49), se repiten algunos periodos en los que se alcanza las mayores magnitudes, como 2000-2002, 2005-2010 y 2014-2016, encontrándose la magnitud más crítica en septiembre de 2002 con un valor de -29.6.

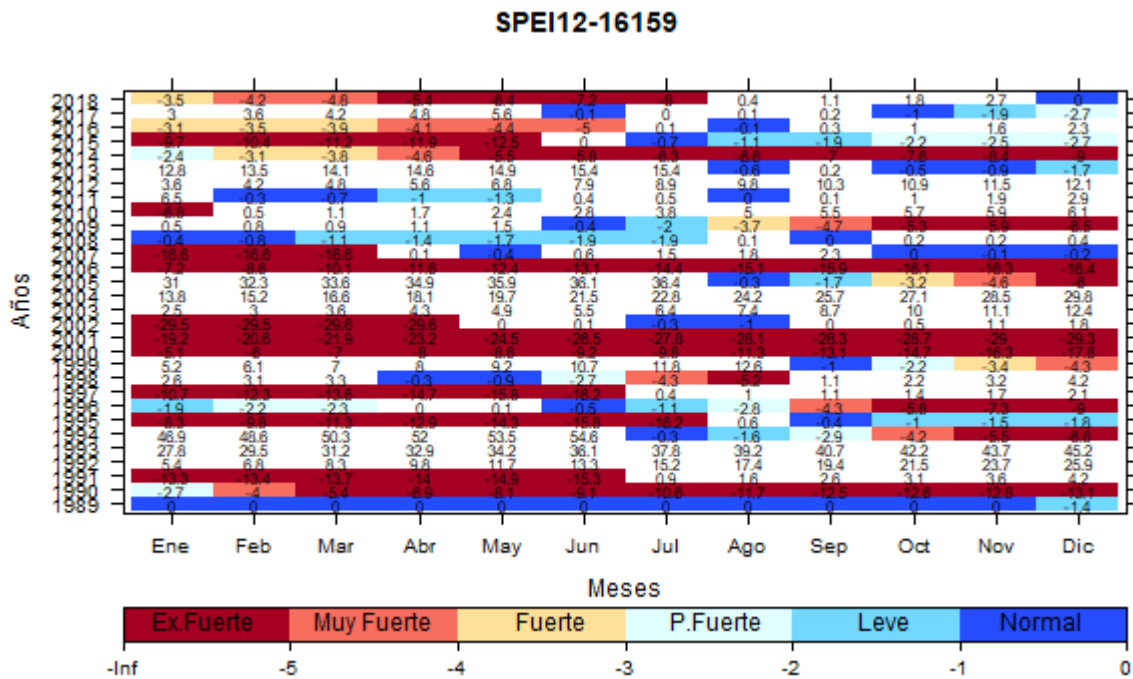


Figura 9.80 Magnitud de la sequía para la estación 16159 para SPEI-12

Tabla 9.25 Resumen de magnitud de sequía para la estación 16159

Est 16159	SPEI					
	1		6		12	
Magnitud	Max	Min	Max	Min	Max	Min
P.Humedo	7.22	0.002	27.74	0.019	54.59	0.048
P.Seco	-7.44	-0.029	-18.00	-0.0001	-29.64	-0.001

La variación de la magnitud de la sequía para la estación 16159 se resume en la Tabla 9.25, con valores entre -0.0001 a -29.64 de sequía contra el rango 0.002 a 54.59 de los periodos húmedos, siendo en la escala mensual muy similares, teniéndose una proporción aproximada de 2 a 1 en las acumulaciones semestral y anual.

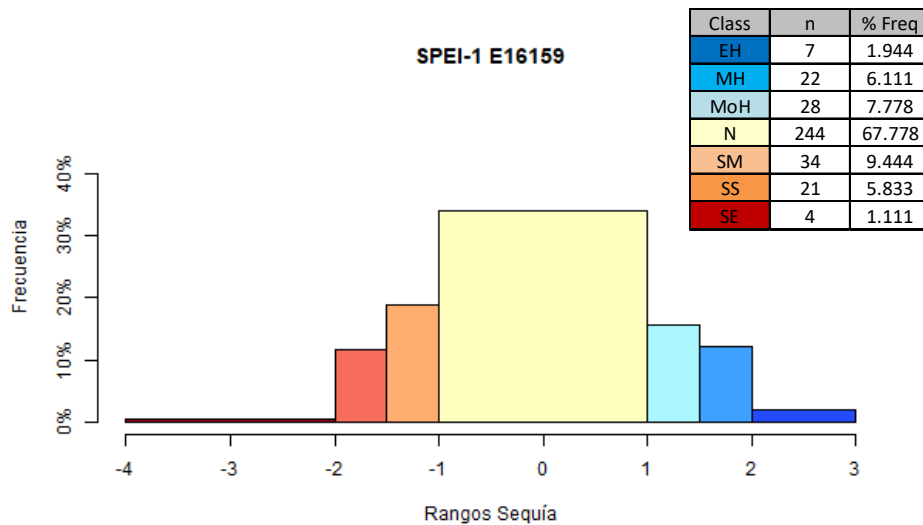


Figura 9.81 Frecuencia de la sequía para la estación 16159 para SPEI-1

Las frecuencias de sequía para la estación 16159 establecen un 67% de los valores del índice a un comportamiento normal, con un aumento aproximado de 4% en los porcentajes de la sequía moderada y severa respecto al SPI-1.

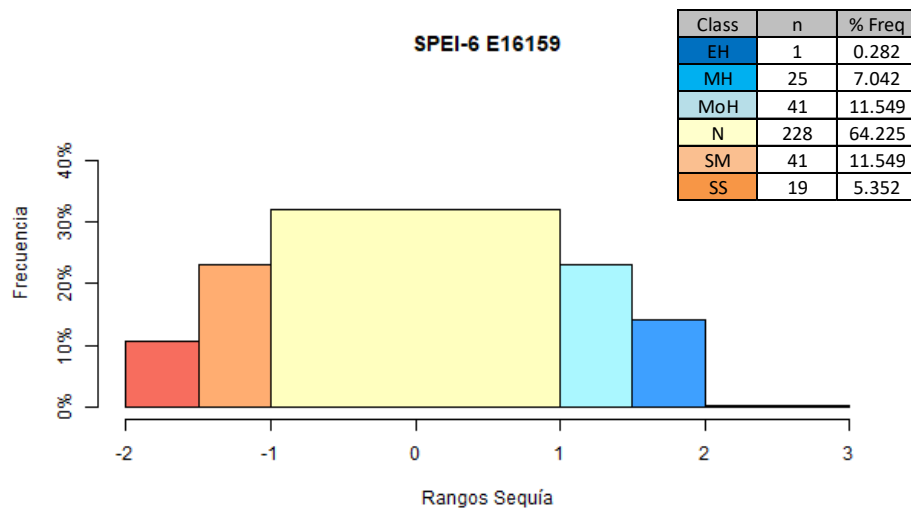


Figura 9.82 Frecuencia de la sequía para la estación 16159 para SPEI-6

Para la escala semestral se tiene una ausencia de la sequía extrema, destacándose en este caso por una disminución de la condición normal de un 4 %, bajo ese mismo

porcentaje se tuvo un aumento de la sequía moderada además de un aumento de 2% para los eventos muy húmedos y extremadamente húmedos.

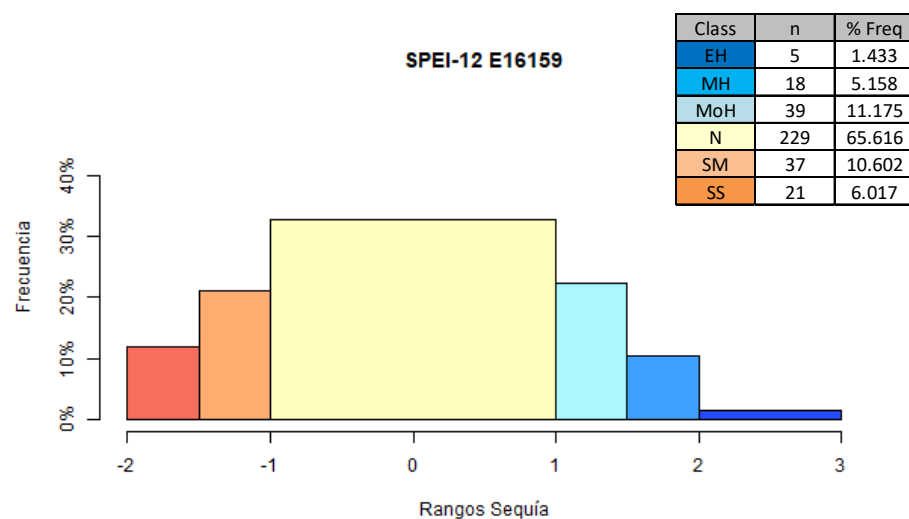


Figura 9.83 Frecuencia de la sequía para la estación 16159 para SPEI-12

En el caso anual de la frecuencia de la sequía (Figura 9.83), los porcentajes se mantienen muy aproximados al SPEI-6, pero en comparación con el SPI-6 se tiene una reducción de los eventos húmedos y un aumento del 5 % en las sequías severas, sin ocurrencias de eventos extremos.

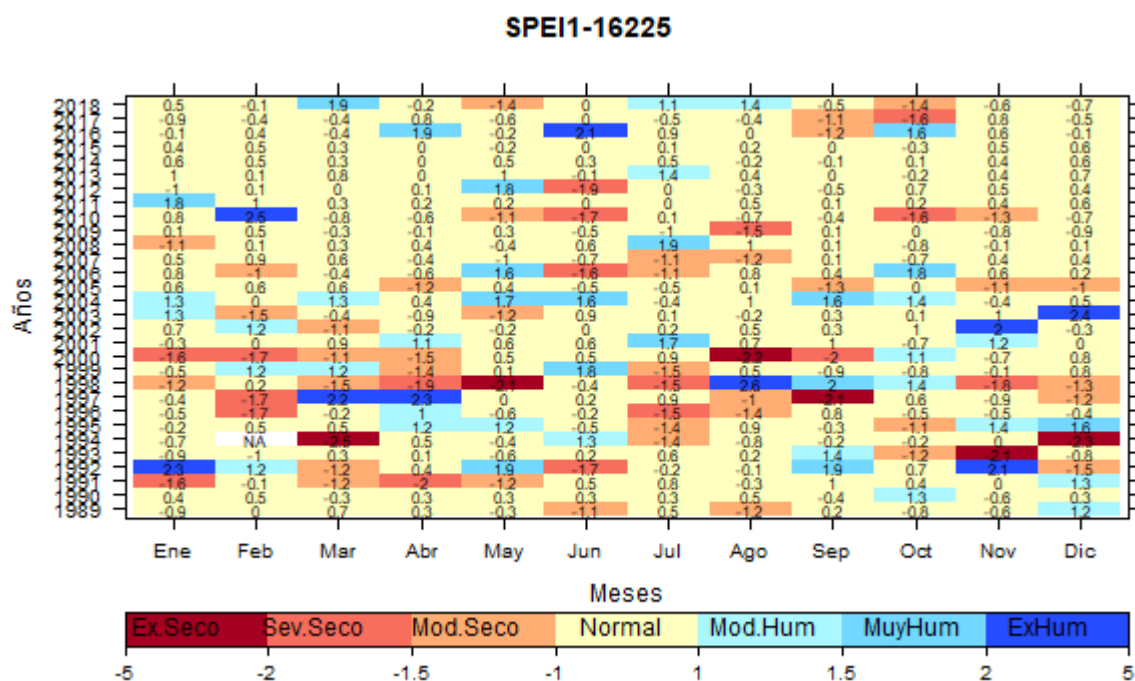


Figura 9.84 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16225 para SPEI-1

En la descripción gráfica de intensidad de la sequía de la estación 16225 bajo el SPEI-1 de la Figura 9.84, se muestra una distribución similar al SPI-1, con algunas variaciones, teniéndose que los eventos extremadamente secos se concentran entre 1993 y 2000, teniéndose el valor más crítico en marzo de 1994 con una intensidad de -2.5.

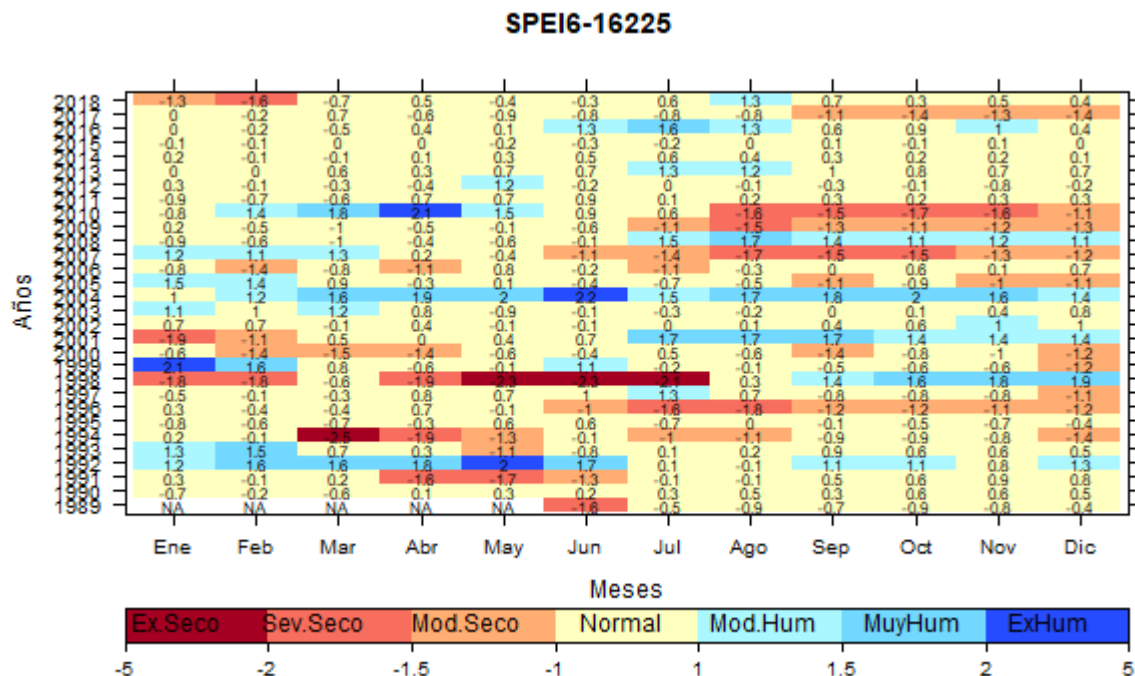


Figura 9.85 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16225 para SPEI-6

La distribución de intensidades del SPEI-6 (Figura 9.85) es muy similar al del SPI-6 (Figura 9.54) la diferencia radica en la disminución de valores en la mayoría de los meses, identificándose los valores extremadamente secos en marzo de 1994 (máximo de -2.5) y entre los meses de mayo a julio en 1998, las condiciones severamente secas se concentran principalmente entre agosto a diciembre en el periodo 2007-2010.

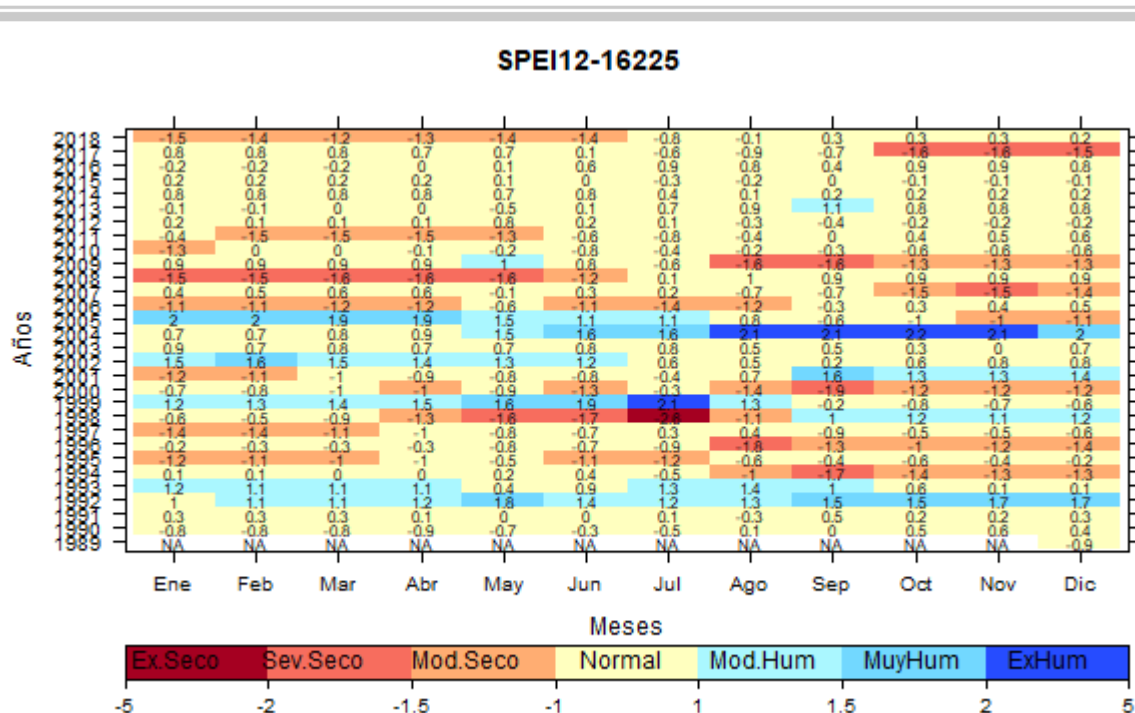


Figura 9.86 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 16225 para SPEI-12

En el caso del SPEI-12 (Figura 9.86) se presenta un caso similar al anterior, con una disminución ligera de los valores de intensidad respecto a su homólogo de SPI, teniéndose en esta ocasión un solo evento extremadamente seco en julio de 1998 con un valor de -2.6, teniéndose periodos extensos severamente secos entre 2008 -2009 y en 2017.

Tabla 9.26 Duración de la sequía en E-16225, duración máxima para SPEI 1,6 ,12 y conteo de periodos mensuales

E-16225	SPEI 1																
	Duración	Max	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m						
	P.Humedo	9.00	35	14	10	6	5	2	2	2	1						
	P.Seco	-5.00	38	16	9	10	5	0	0	0	0						
	SPEI 6																
	Duración	Max	1m	2m	3m	4m	5m	6m	7m	8m	9m	10m	11m	12m	14m	15m	19m
	P.Humedo	19.00	12	3	1	0	1	1	2	3	2	4	2	0	0	0	1
	P.Seco	-15.00	6	9	3	1	1	1	1	1	1	1	3	3	1	1	0
	SPEI 12																
	Duración	Max	1m	2m	7m	8m	10m	11m	12m	13m	14m	23m	24m	27m	34m	36m	49m
	P.Humedo	49.00	2	2	2	0	1	0	2	0	1	0	1	0	1	0	1
	P.Seco	-36.00	3	1	0	1	1	2	1	1	1	1	0	1	0	1	0

Las duraciones de la sequía para la estación 16225 (Tabla 9.26) muestran una diferencia de cuatro unidades respecto a los valores máximos de periodos en las escalas mensual y semestral, presentándose un aumento de la duración máxima

respecto al SPI-12, teniéndose. duraciones máximas de sequía que varían de 5 a 36 meses consecutivos.

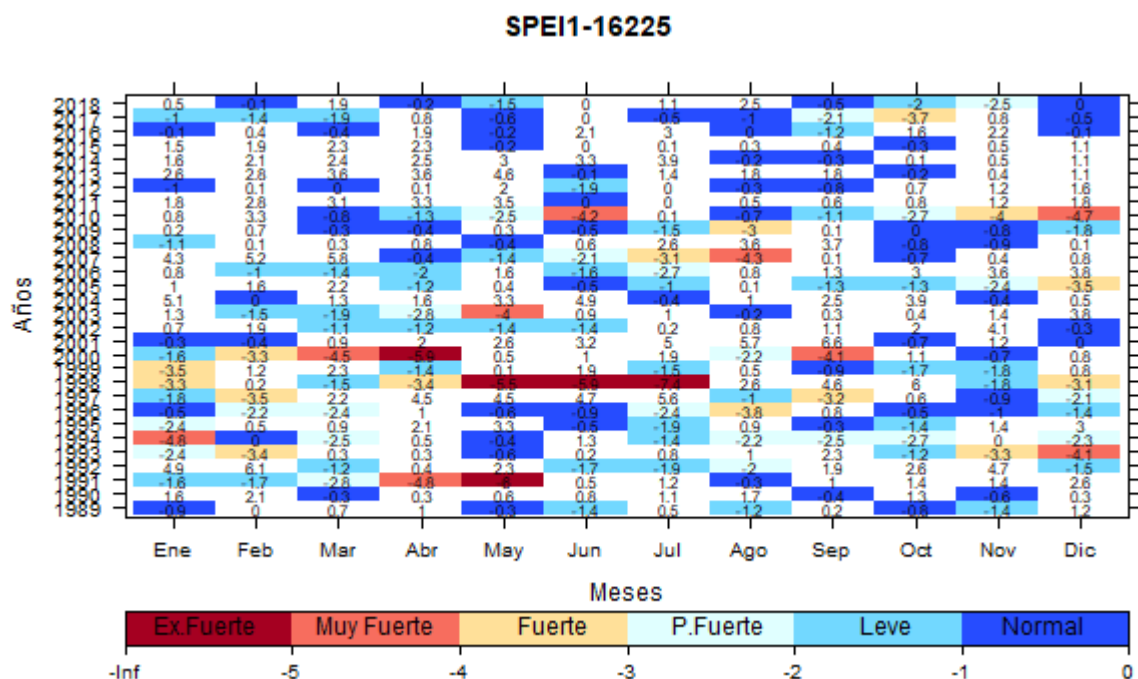


Figura 9.87 Magnitud de la sequía para la estación 16225 para SPEI-1

Las magnitudes del SPEI-1 para la estación 16225 (Figura 9.87), siguen una distribución similar a su contraparte de SPI-1, teniéndose variaciones en la ubicación de los eventos extremadamente fuertes, los cuales se encuentra en mayo de 1991, de mayo a julio de 1998 (valor máximo de -7.4 en julio) y abril de 2001.

Para el SPEI-6 se describe un mejor rastro del proceso evolutivo de la magnitud de sequía (Figura 9.88), de forma similar a lo que se presenta en el SPI-6, ubicándose los valores críticos en los años 1995, 1998 (máximo de -18.3), 2008 y 2018

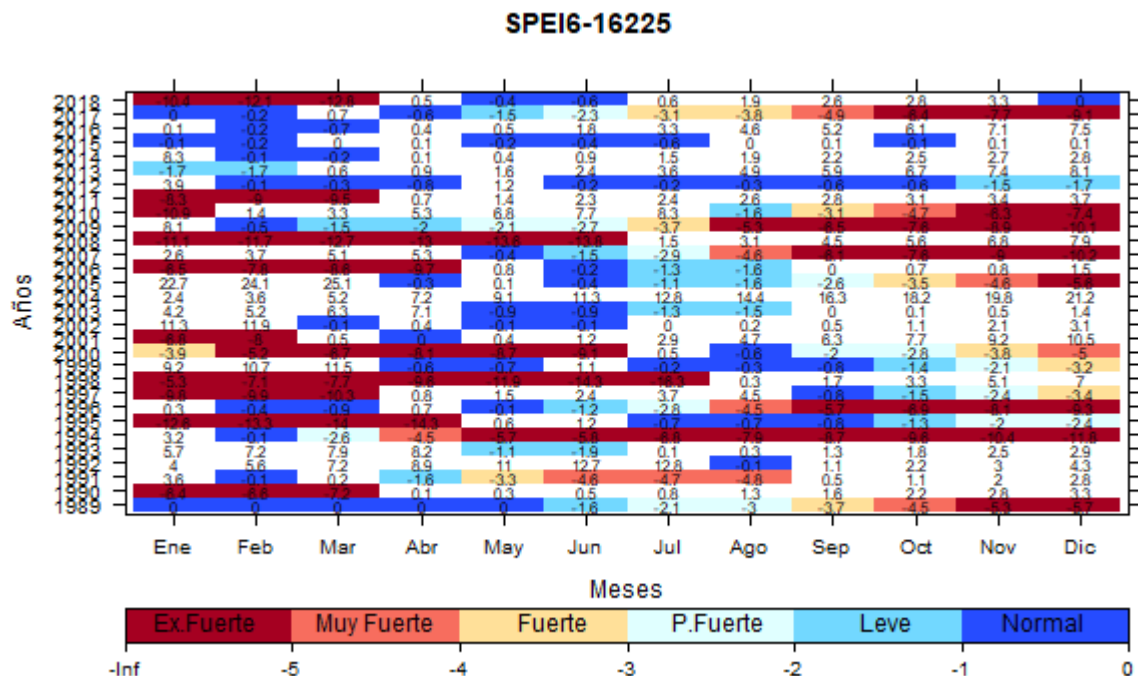


Figura 9.88 Magnitud de la sequía para la estación 16225 para SPEI-6

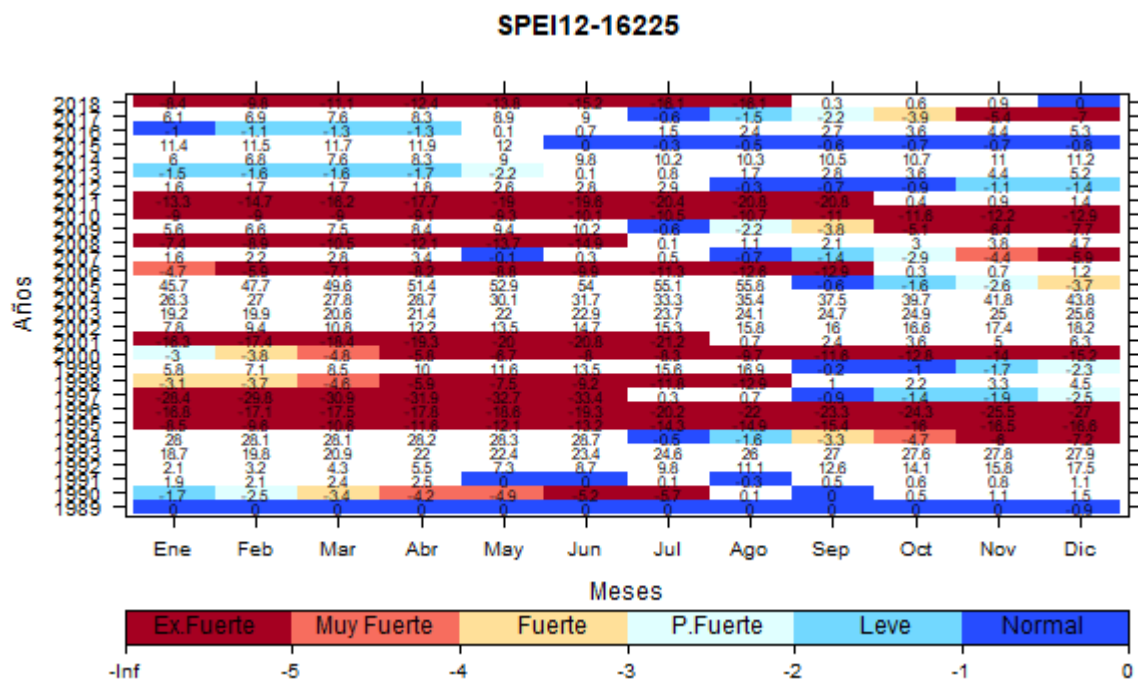


Figura 9.89 Magnitud de la sequía para la estación 16225 para SPEI-12

El comportamiento de las magnitudes para SPEI-12 es casi idéntico al del SPI-12 en cuanto a distribución, con valores ligeramente menores, encontrándose la mayor

diferencia en la concentración de eventos extremos presentes entre 2010 y 2011, teniéndose el valor crítico de -33.4 en junio de 1997.

Tabla 9.27 Resumen de magnitud de sequía para la estación 16225

Est. 16225	SPEI					
	1		6		12	
Magnitud	Max	Min	Max	Min	Max	Min
P.Humedo	6.11	0.15	25.06	0.05	55.83	0.11
P.Seco	-5.97	-0.26	-16.32	-0.01	-33.40	-0.01

Las magnitudes de sequía bajo el índice SPEI para la estación 16225 describen valores entre -0.01 a -33.4 para sequía contra el rango 0.05 a 55.83 de los periodos húmedos, teniéndose un comportamiento similar en la escala mensual y semestral del SPI, denotándose un aumento del periodo húmedo máximo en la escala anual.

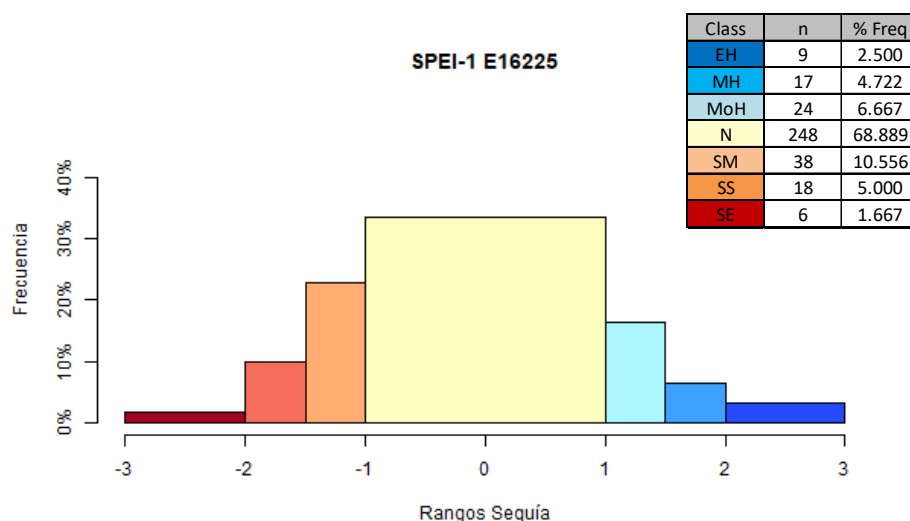


Figura 9.90 Frecuencia de la sequía para la estación 16225 para SPEI-1

Las frecuencias de sequía del SPEI-1 para la estación 16225 establecen un 68% de los valores del índice a un comportamiento normal, respecto al SPI se tiene un aumento de la sequía moderada de 5% y de la sequía severa de 3%.

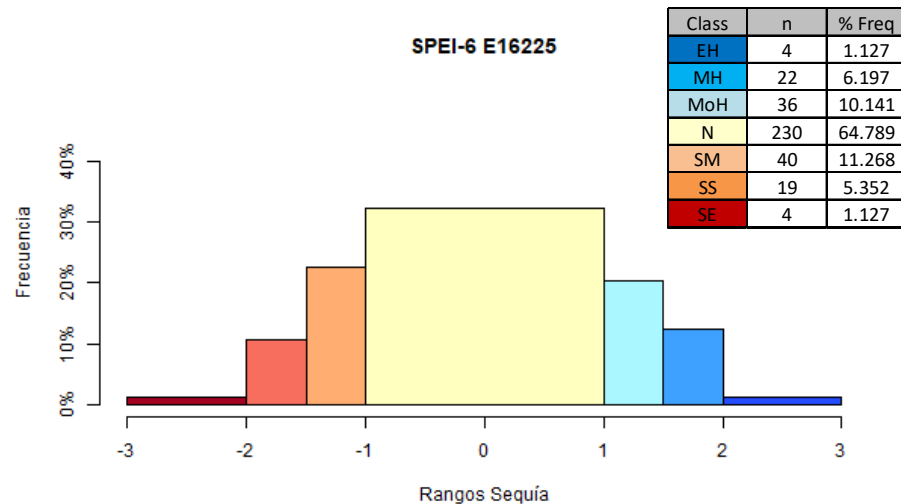


Figura 9.91 Frecuencia de la sequía para la estación 16225 para SPEI-6

Para el SPEI-6 se tiene una disminución del porcentaje de humedad normal de 4% respecto a la escala anterior, también un aumento de los eventos húmedos de 1, 2 y 4%, mientras que comparativamente con el SPI-6 se tiene un aumento de 3% en los eventos de sequía moderada.

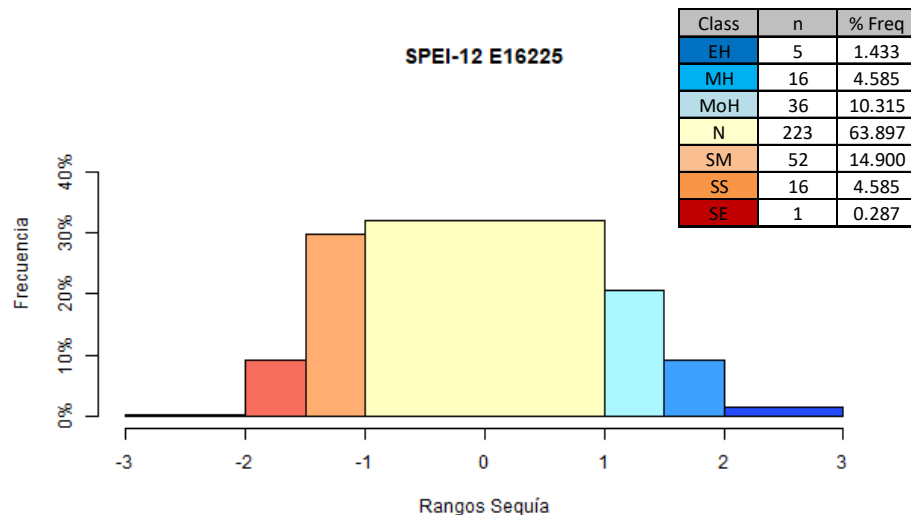


Figura 9.92 Frecuencia de la sequía para la estación 16225 para SPEI-12

Se presenta un comportamiento similar a la escala anterior, con un aumento de 3% en la sequía moderada y una reducción de la sequía extrema, alcanzando valores cercanos a cero.

9.8.3 Análisis de SDI

Para la generación del SDI se utilizó una serie de escurrimientos compuesta de datos observados (1999-2010) y datos simulados (2011-2018), teniéndose un periodo de 20 años de valores mensuales para el cálculo, considerando las estaciones hidrométricas 12014, 12415 y 21713 (Figura 9.93 a Figura 9.95)

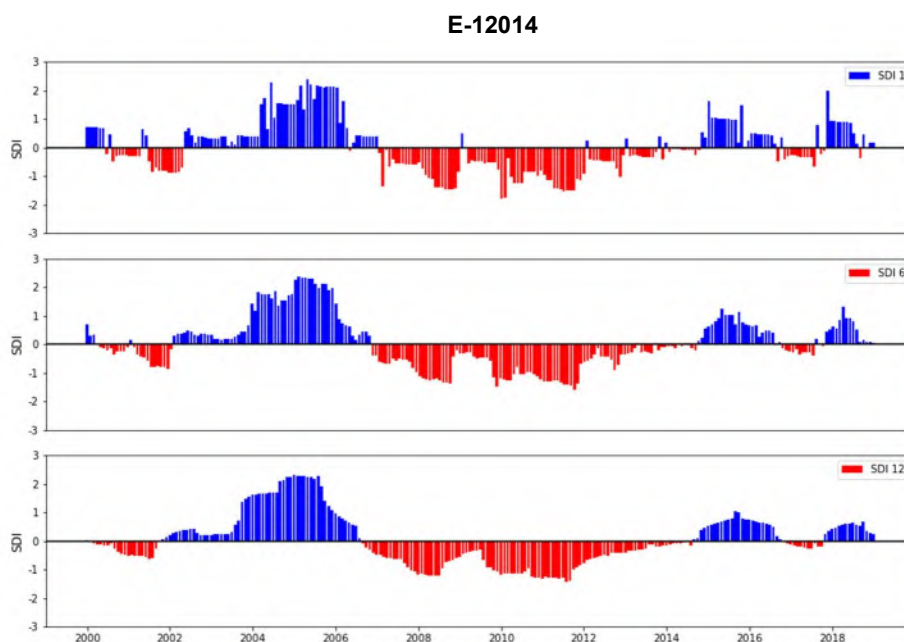


Figura 9.93 Valores de SDI 1,6 y 12 para la estación 12014

En la estación hidrométrica 12014 se identifican para los tres casos aproximadamente los mismos periodos húmedos y secos (Figura 9.93), se aprecia el primer periodo principalmente seco entre 1999 y 2000, con algunos eventos húmedos de limitada duración (como se muestra en la escala de 1 y 6 meses), es precedido por un periodo húmedo de larga duración con las mayores intensidades entre 2002 a 2007, después se presente el periodo húmedo de mayor intensidad entre 2007 y 2015, seguido de un periodo húmedo hasta 2019, interrumpido por un periodo seco de 2017 a 2018.

La distribución de periodos húmedos y secos a través del índice SDI para la estación 12415 (Figura 9.94) es muy similar a la estación 12014, teniéndose ligeras variaciones en las intensidades, siendo destacable la disminución de los periodos húmedos entre 2015 y 2019.

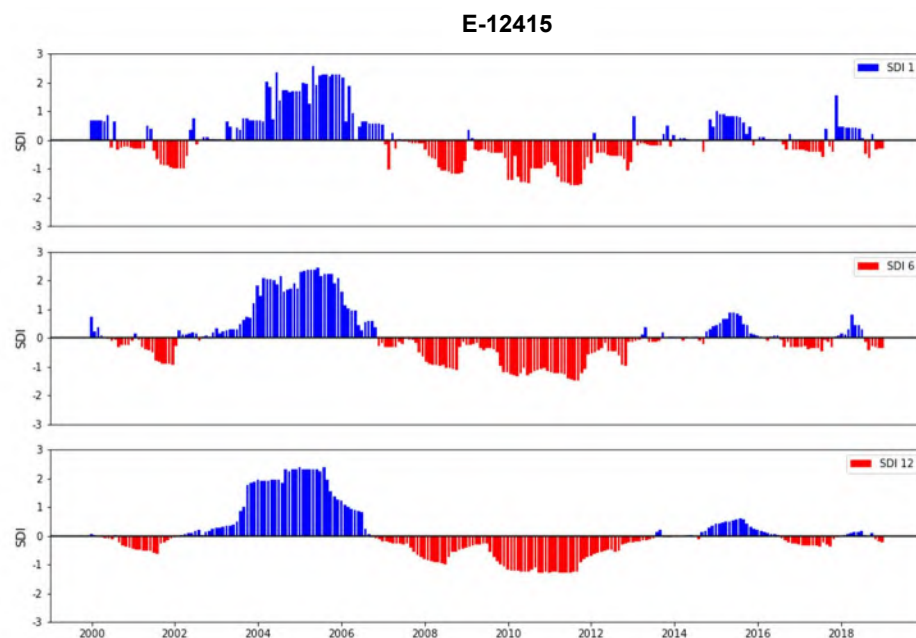


Figura 9.94 Valores de SDI 1,6 y 12 para la estación 12415

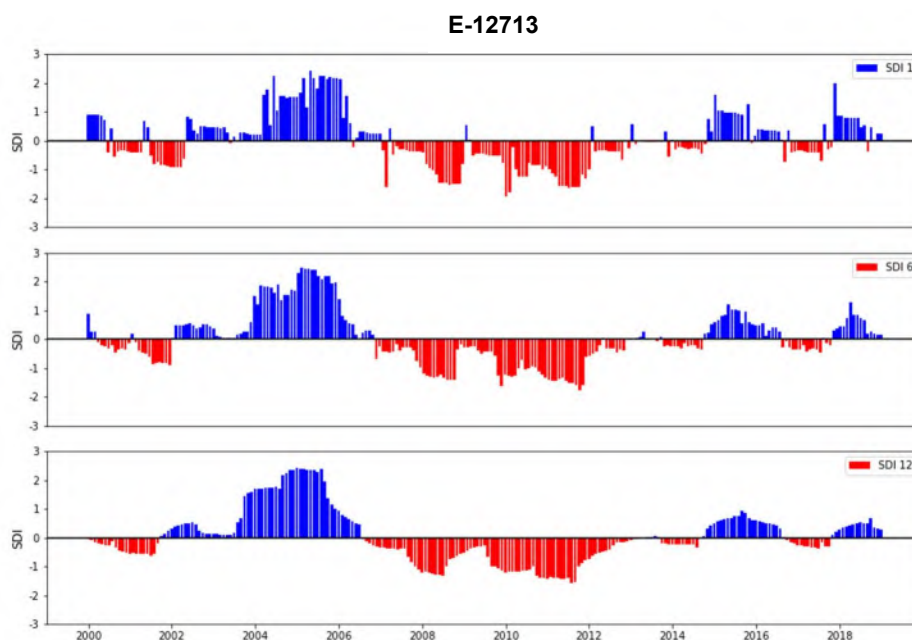


Figura 9.95 Valores de SDI 1,6 y 12 para la estación 12713

El caso del SDI para la estación 12713 describe una distribución semejante a las dos anteriores, aproximadamente en los mismos años, con ligeras variaciones en las intensidades, teniendo una mayor correspondencia con la estación 12014.

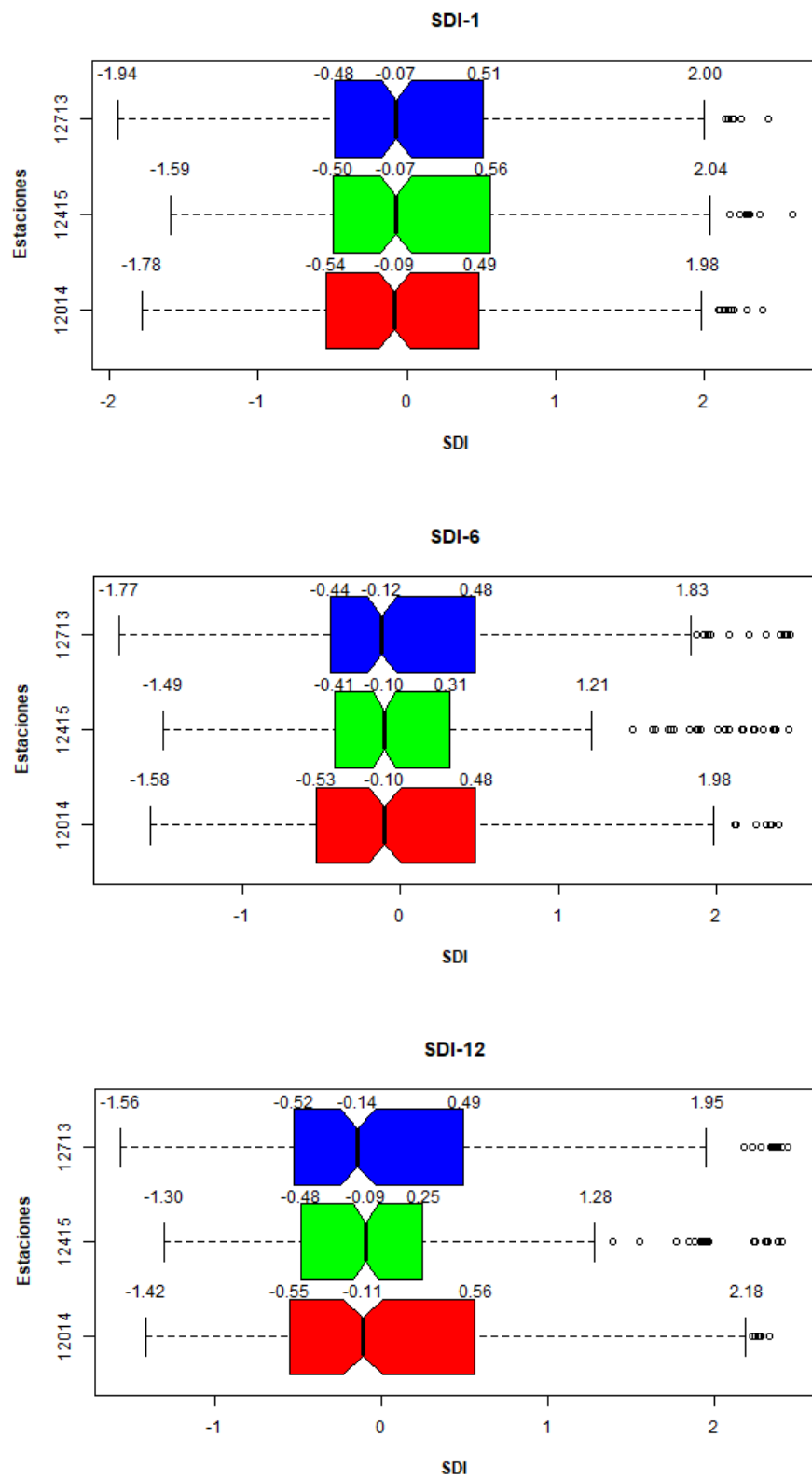


Figura 9.96 Diagrama de Cajas para SDI 1,6 y 12 para las estaciones hidrométricas.

Los diagramas de caja (Figura 9.96) muestran una concentración de valores similar y con sesgo al límite inferior, en las tres escalas de acumulación se presentan diversos valores extremos positivos para todas las estaciones, siendo los valores de la estación 12415 con más variación y con los límites más reducidos.

9.8.3.1 Estación 12014

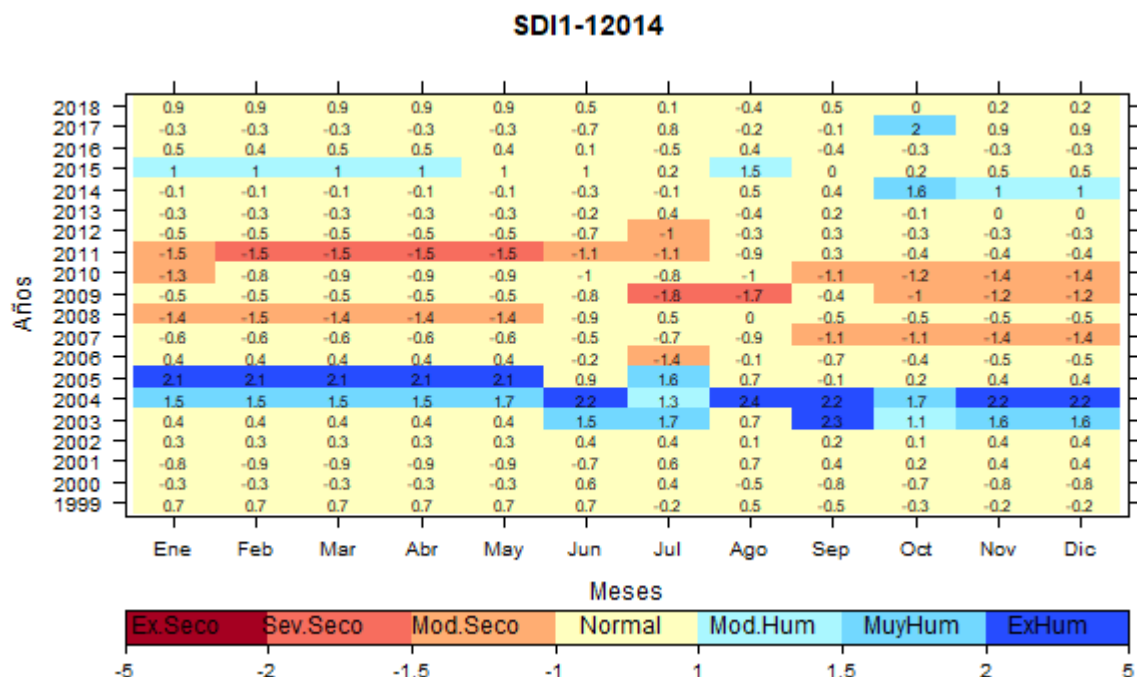


Figura 9.97 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 12014 para SDI-1

El análisis de la severidad de la sequía a través de los mapas de calor para el SDI revela un comportamiento con pocas variaciones para las tres escalas temporales, sin presentarse eventos extremadamente secos. Los eventos de mayor intensidad están clasificados como severamente secos, identificados únicamente en la escala mensual en julio y agosto de 2009 y entre febrero a mayo de 2011 (Figura 9.97), y en la escala semestral en el julio de 2011 (Figura 9.98); la revisión del SDI-12 (Figura 9.99), muestra una disminución de las intensidades, únicamente detectándose periodos moderadamente secos como los más severos, de forma general la concentración de la sequía se presenta en las escalas de 1, 6 y 12 meses , entre 2007 a 2011.

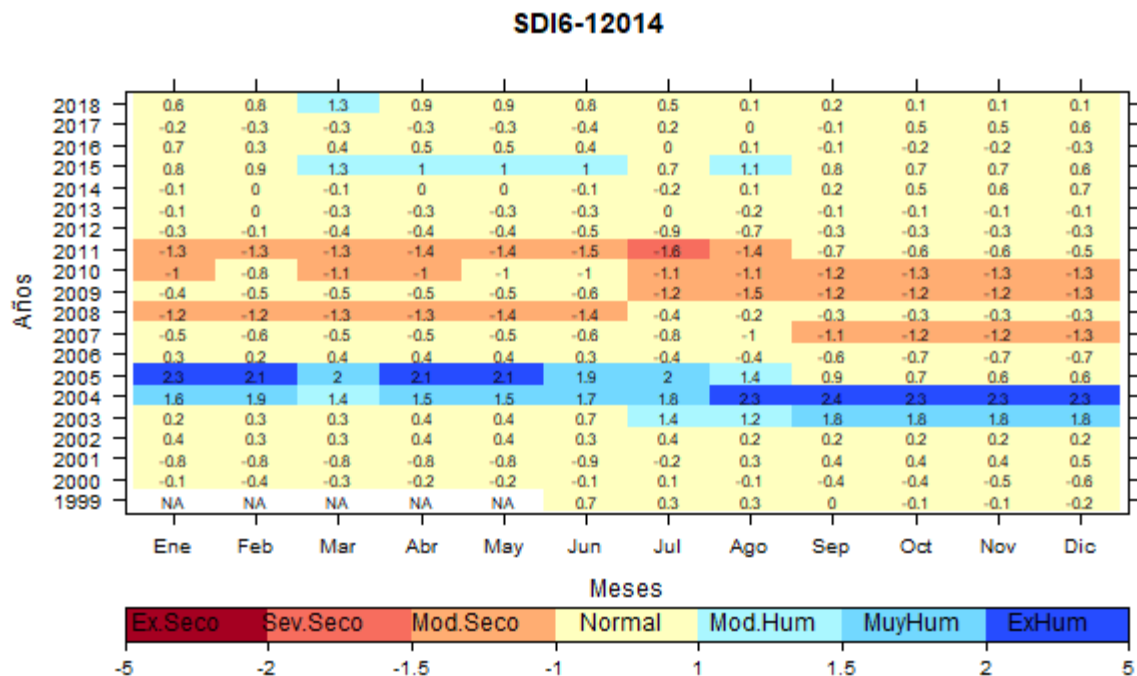


Figura 9.98 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 12014 para SDI-6

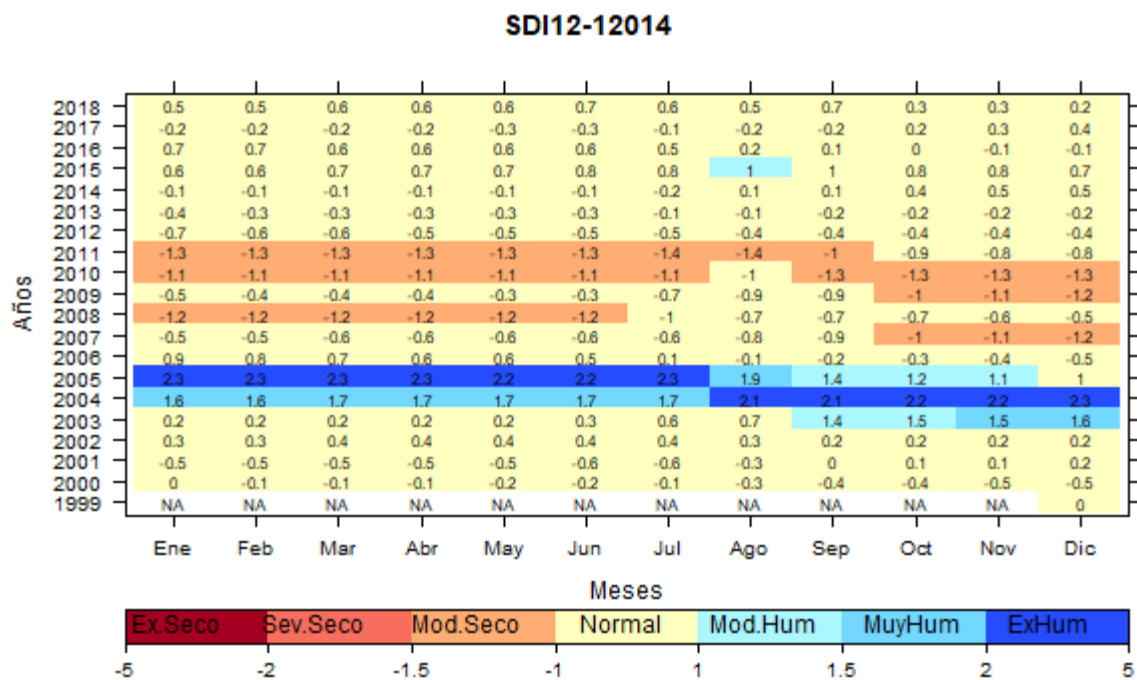


Figura 9.99 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 12014 para SDI-12

Tabla 9.28 Duración de la sequía en E-12014, duración máxima para SDI 1,6 ,12 y conteo de periodos mensuales

E-12014	SDI 1												
	Duración	Max	1m	2m	6m	8m	9m	10m	11m	23m	25m	37m	50m
	P.Humedo	50.00	8	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1
	P.Seco	-37.00	5	1	0	0	2	2	2	0	1	1	0
	SDI 6												
	Duración	Max	1m	2m	4m	5m	9m	10m	12m	18m	23m	59m	91m
	P.Humedo	59.00	3	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0
	P.Seco	-91.00	2	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1
	SDI 12												
	Duración	Max	1m	12m	21m	26m	58m	96m					
	P.Humedo	58.00	1	0	0	1	1	0					
	P.Seco	-96.00	0	1	1	0	0	1					

Respecto a las duraciones de los periodos secos para el SDI (Tabla 9.28).se denotan sus prolongadas extensiones en comparación con los índices SPI y SPEI, teniéndose para los periodos secos un rango entre 37 a 96 meses continuos y los periodos húmedos con cierta uniformidad entre 50 a 59 meses.

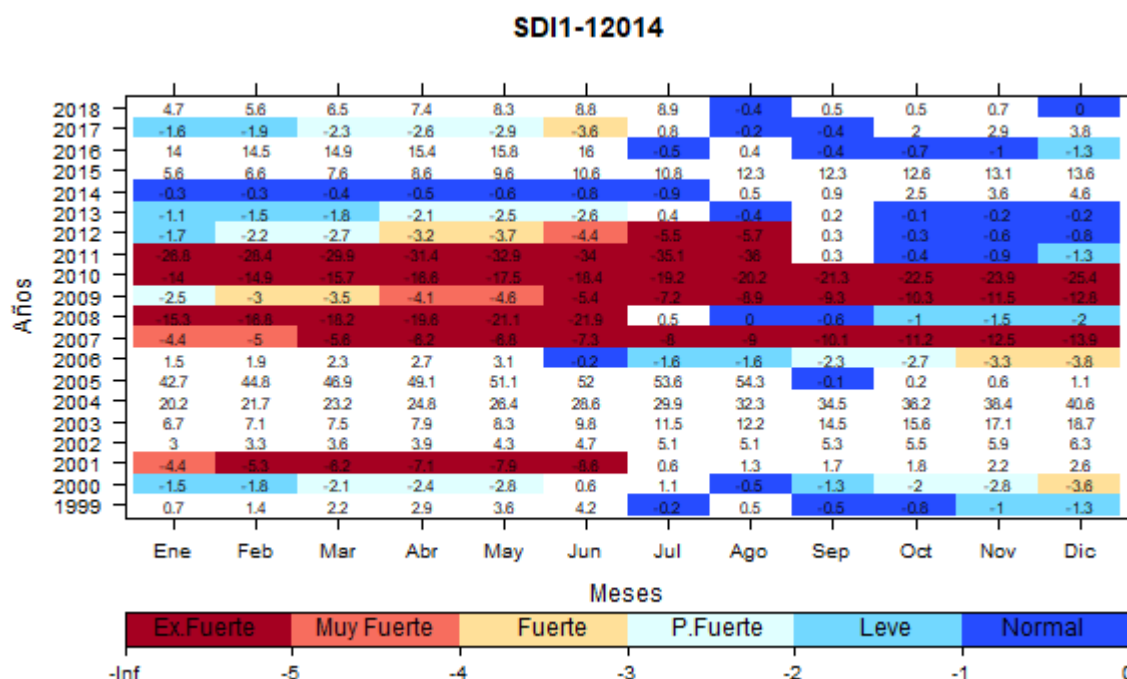


Figura 9.100 Magnitud de la sequía para la estación 12014 para SDI-1

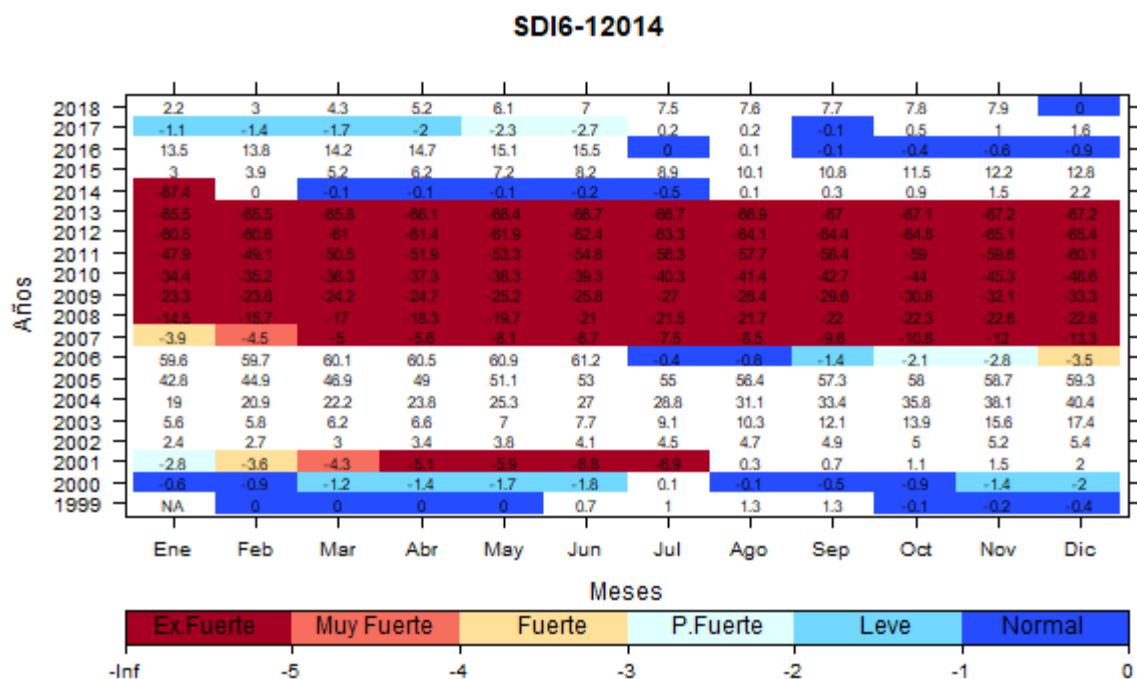


Figura 9.101 Magnitud de la sequía para la estación 12014 para SDI-6

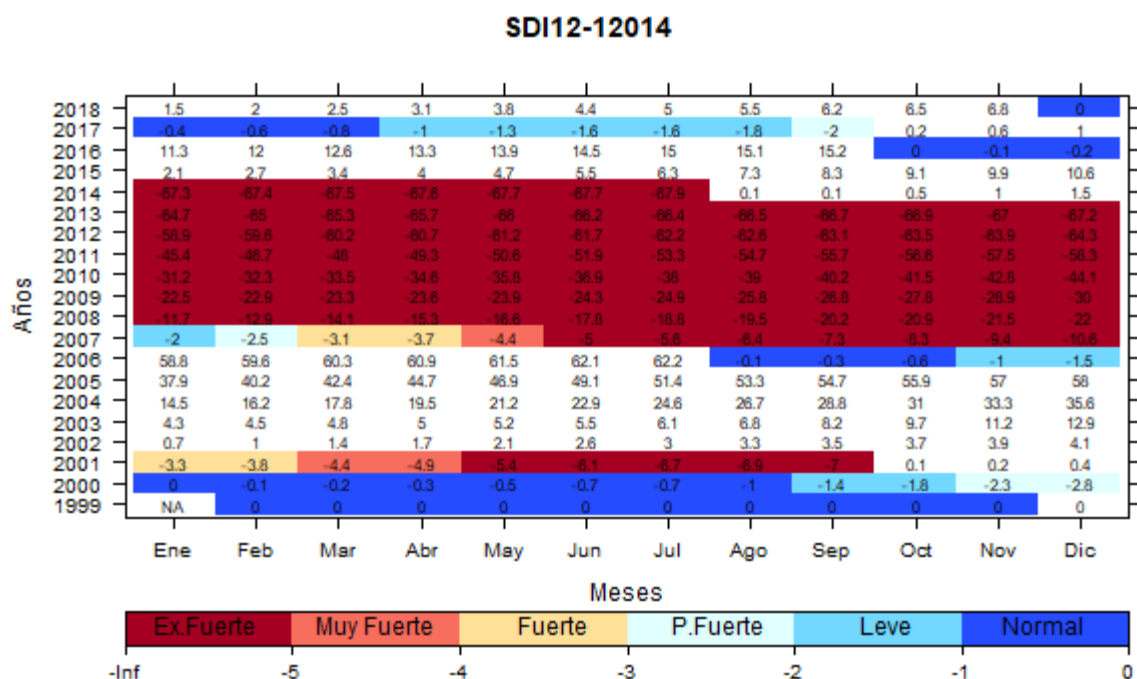


Figura 9.102 Magnitud de la sequía para la estación 12014 para SDI-12

La magnitud de la sequía de acuerdo el SDI para la estación 12014 sigue una evolución consistente para las escalas temporales analizadas, para el SDI-1 (Figura 9.100) se

identifican eventos extrema y severamente fuertes en el año 2001, entre 2007 y 2012 , con un máximo de -36 para agosto de 2011, en el caso del SDI-6 (Figura 9.101) se presenta una descripción similar con mayor propagación e intensidad, concentrándose entre 2007 a 2014 con una intensidad máxima de -67.4 en enero de 2014, para la valoración anual (Figura 9.102) el periodo 2007-2014 sigue imperante teniéndose un valor crítico de -67.9 en julio de 2014.

Tabla 9.29 Resumen de magnitud de sequía para la estación 12014

Est 12014	SDI					
	1		6		12	
Magnitud	Max	Min	Max	Min	Max	Min
P.Humedo	54.32	0.162	61.23	0.015	62.17	0.01
P.Seco	-36.02	-0.124	-67.36	-0.04	-67.89	-2.03

Las magnitudes de sequía bajo el índice SDI de la estación 12014 describen valores casi similares de magnitudes máximas de los periodos, entre -0.04 a -67.89 para sequía contra el rango 0.01 a 62.17 de los periodos húmedos (Tabla 9.29).

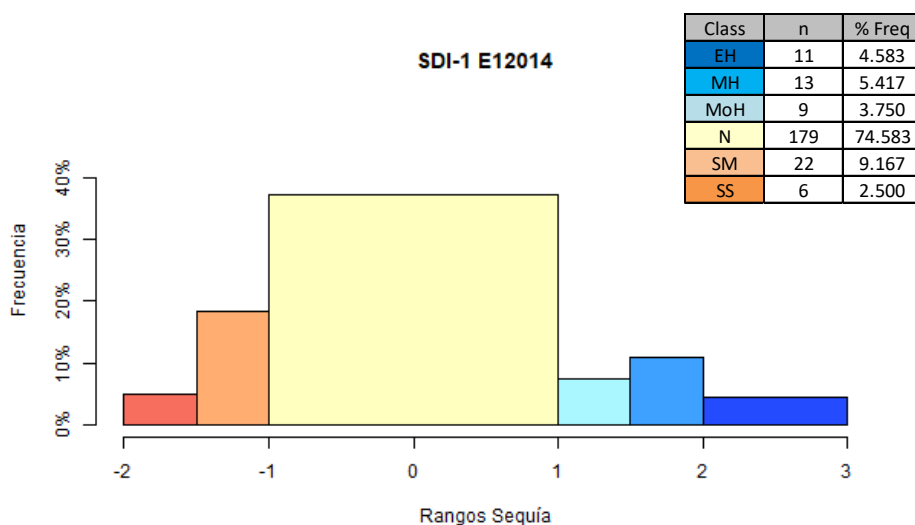


Figura 9.103 Frecuencia de la sequía para la estación 12014 para SDI-1

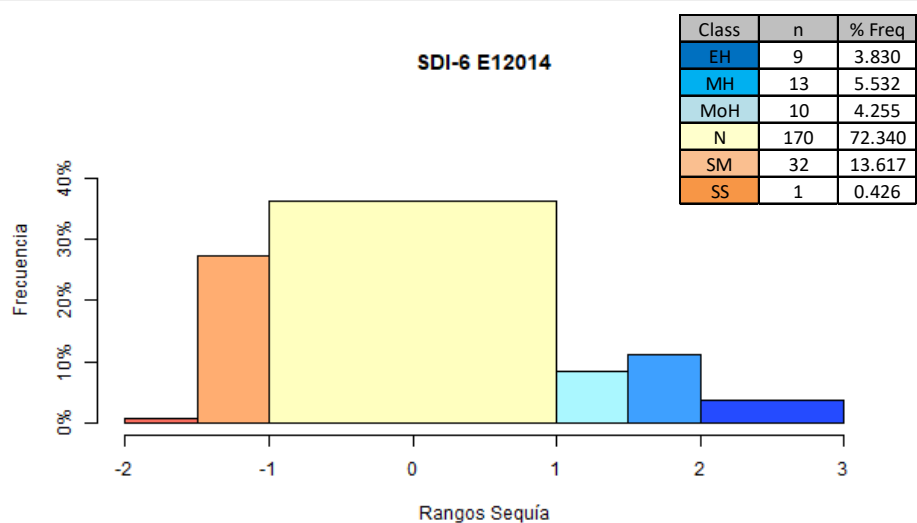


Figura 9.104 Frecuencia de la sequía para la estación 12014 para SDI-6

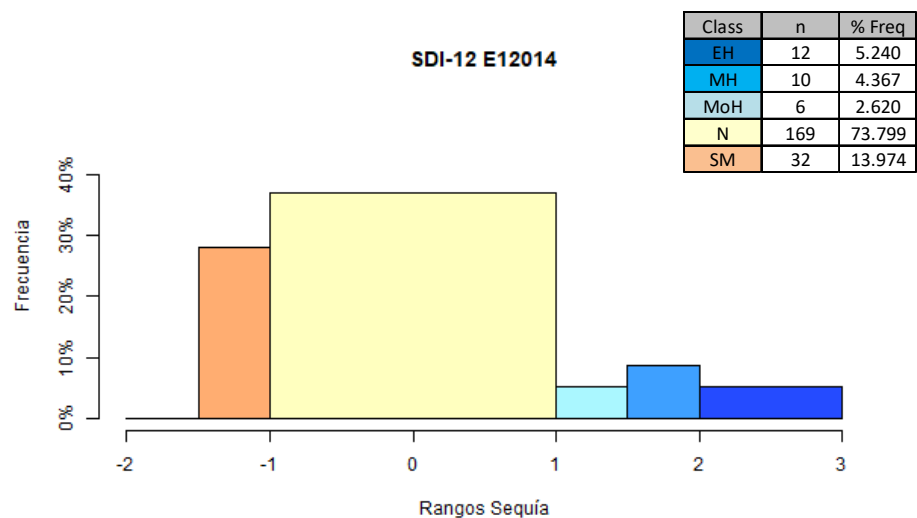


Figura 9.105 Frecuencia de la sequía para la estación 12014 para SDI-12

El análisis de las frecuencias del SDI para la estación 12014 (Figura 9.103 a Figura 9.105) muestra una inexistencia de eventos extremos en las escalas de 1, 6 y 12 meses, por otro lado, la distribución es similar entre ellas, teniéndose un aumento de la sequía moderada de 4% entre el SDI-1 y las otras dos (SDI -6 y 12), siendo la desaparición de la sequía de severa en el SDI-12 uno de los puntos más relevantes, describiendo una región con bajas probabilidades

9.8.3.2 Estación 12415

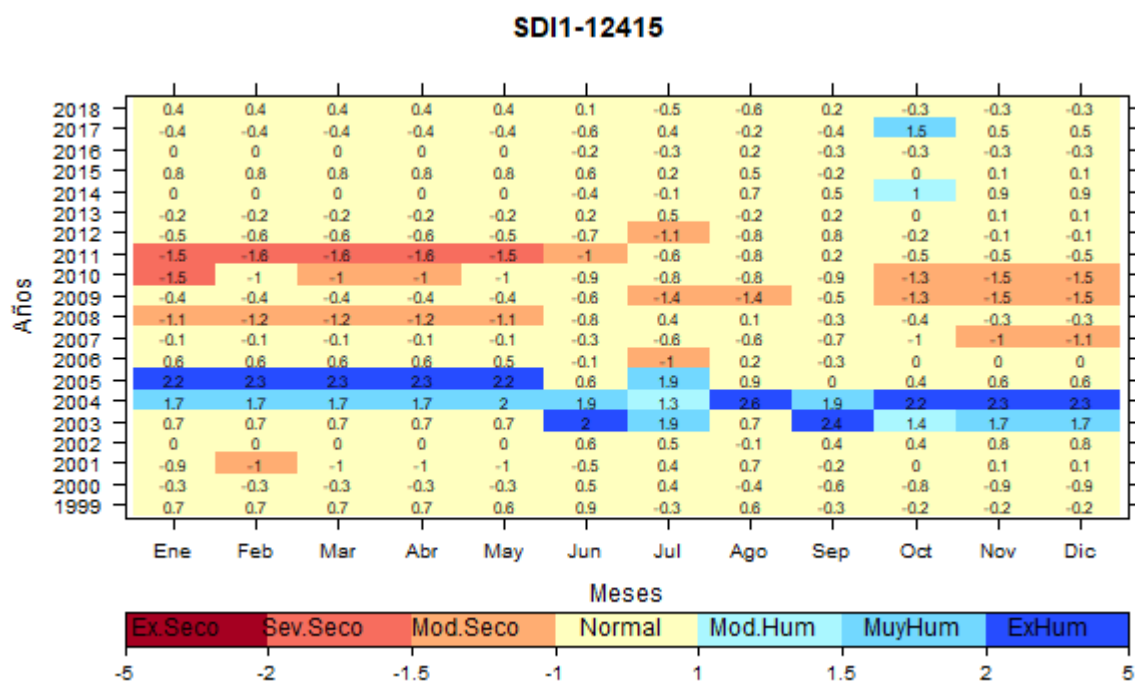


Figura 9.106 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 12415 para SDI-1

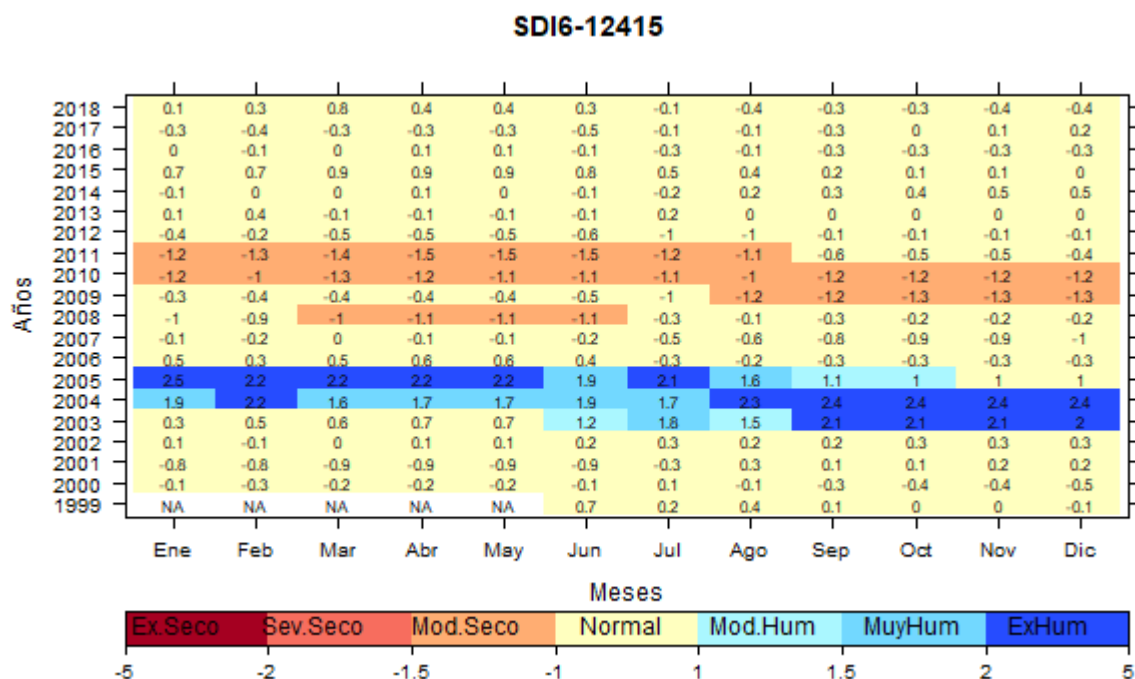


Figura 9.107 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 12415 para SDI-6

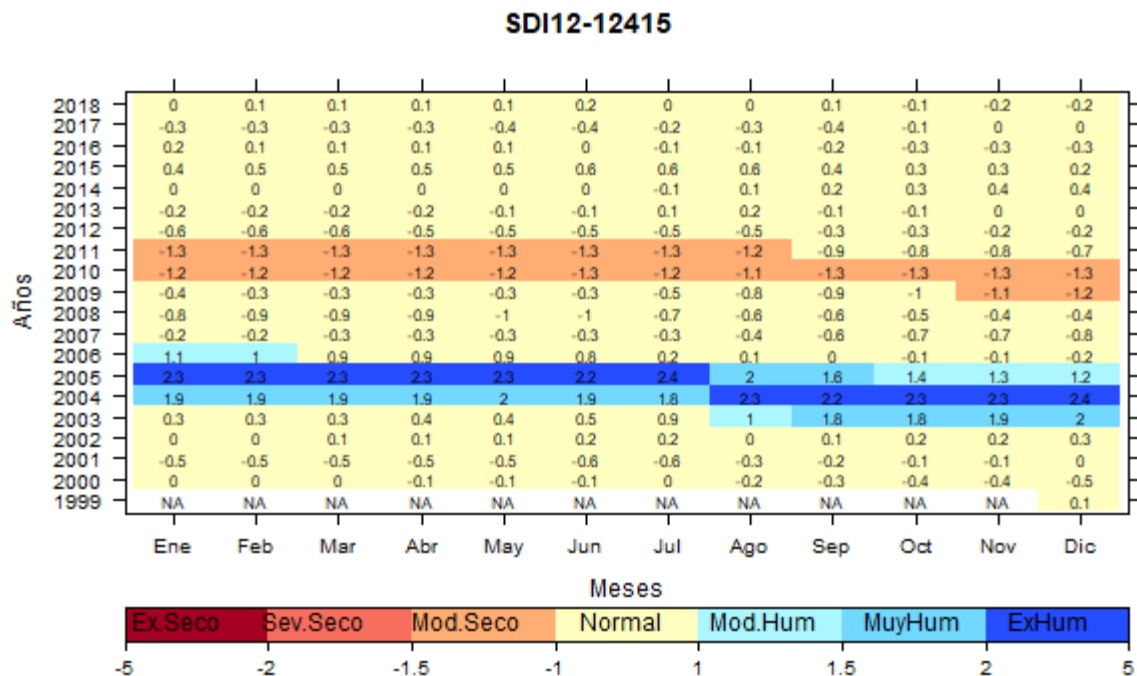


Figura 9.108 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 12415 para SDI-12

El análisis de la severidad de la sequía bajo el SDI para la estación 12415 revela un comportamiento con ligeras variaciones para 1, 6 y 12 meses, una vez más no se presentan eventos extremadamente secos; la escala mensual (Figura 9.106) presenta el comportamiento con distribución más variada, siendo el único con eventos severos, los cuales se concentran de enero a mayo del 2011 (máxima de -1.6), respecto al SDI-6 (Figura 9.107) se aprecia una distribución más homogénea, con una concentración de eventos de sequía moderada entre 2008 y 2011 (máxima de -1.5).

Este comportamiento se refleja de forma más concentrada para la escala anual entre 2009 y 2011 (Figura 9.108) con un valor máximo de -1.3, se puede denotar para esta estación de forma similar a la 12014 las sequías de mayor intensidad se concentran en el mismo periodo, teniéndose de manera comparativa una disminución en los valores del índice.

Tabla 9.30 Duración de la sequía en E-12415, duración máxima para SDI 1,6 ,12 y conteo de periodos mensuales

E-12415	SDI 1														
	Duración	Max	1m	2m	3m	6m	7m	8m	9m	10m	11m	13m	20m	36m	45m
	P.Humedo	45.00	9	5	1	1	2	0	1	0	0	1	0	0	1
	P.Seco	-36.00	7	5	0	1	0	1	1	1	2	0	1	1	0
	SDI 6														
	Duración	Max	1m	2m	3m	4m	5m	6m	8m	9m	12m	16m	18m	52m	78m
	P.Humedo	52.00	1	1	1	1	1	2	0	1	0	0	1	1	0
	P.Seco	-78.00	3	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1
	SDI 12														
	Duración	Max	1m	2m	3m	5m	6m	7m	18m	23m	55m	82m			
	P.Humedo	55.00	2	2	1	0	0	1	0	1	1	0			
	P.Seco	-82.00	1	1	0	1	1	0	2	0	0	1			

Las duraciones de la sequía bajo el SDI en la estación 12415 (Tabla 9.30). vuelven a mostrar una prolongada extensión, aunque son menores que las reportadas por la estación 12014 en el caso de SDI-6 y 12, se identifican para los máximos periodos secos un rango entre 36 a 82 meses continuos y los periodos húmedos siguen mostrando cierta uniformidad en este caso entre 45 a 55 meses.

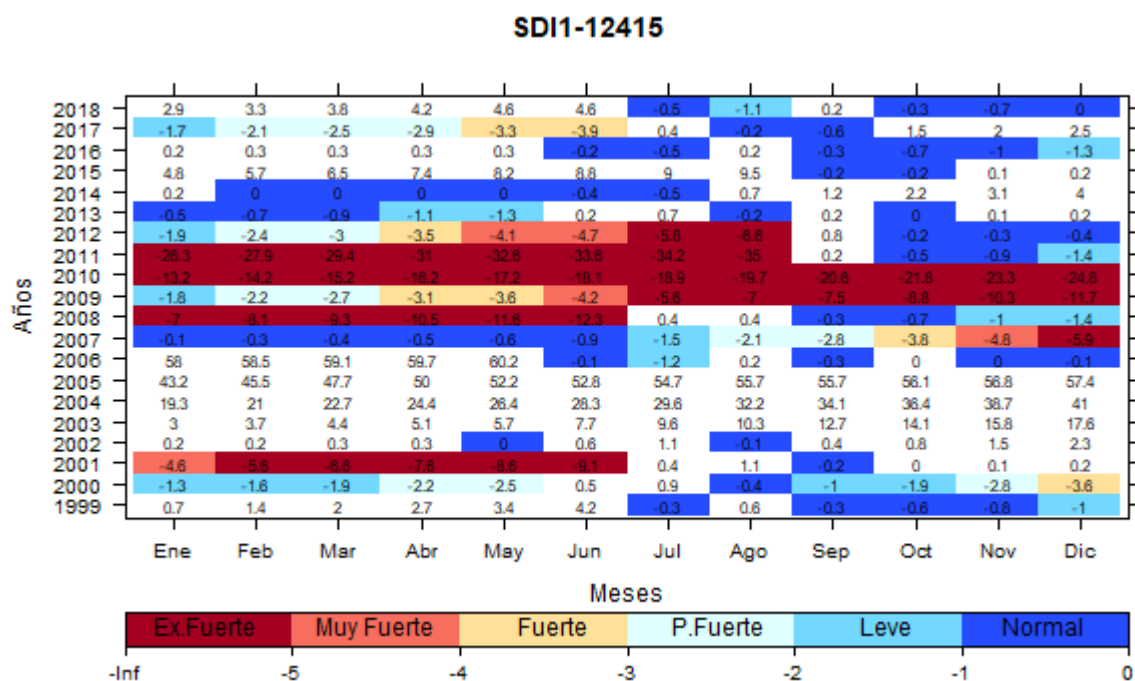


Figura 9.109 Magnitud de la sequía para la estación 12415 para SDI-1

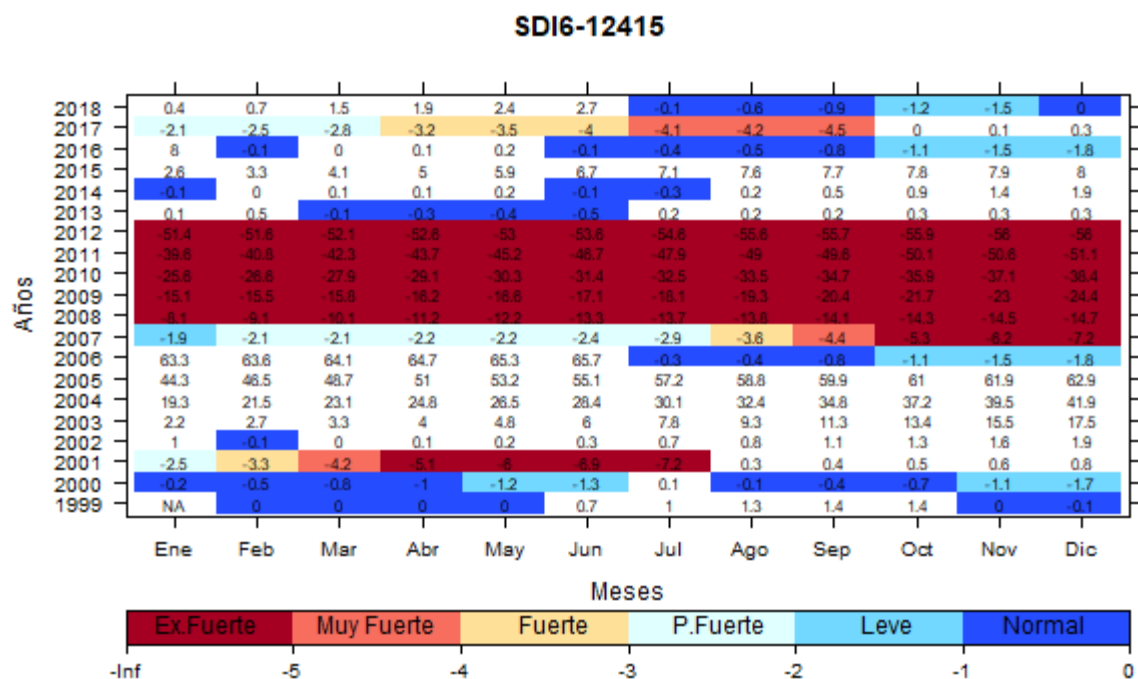


Figura 9.110. Magnitud de la sequía para la estación 12415 para SDI-6

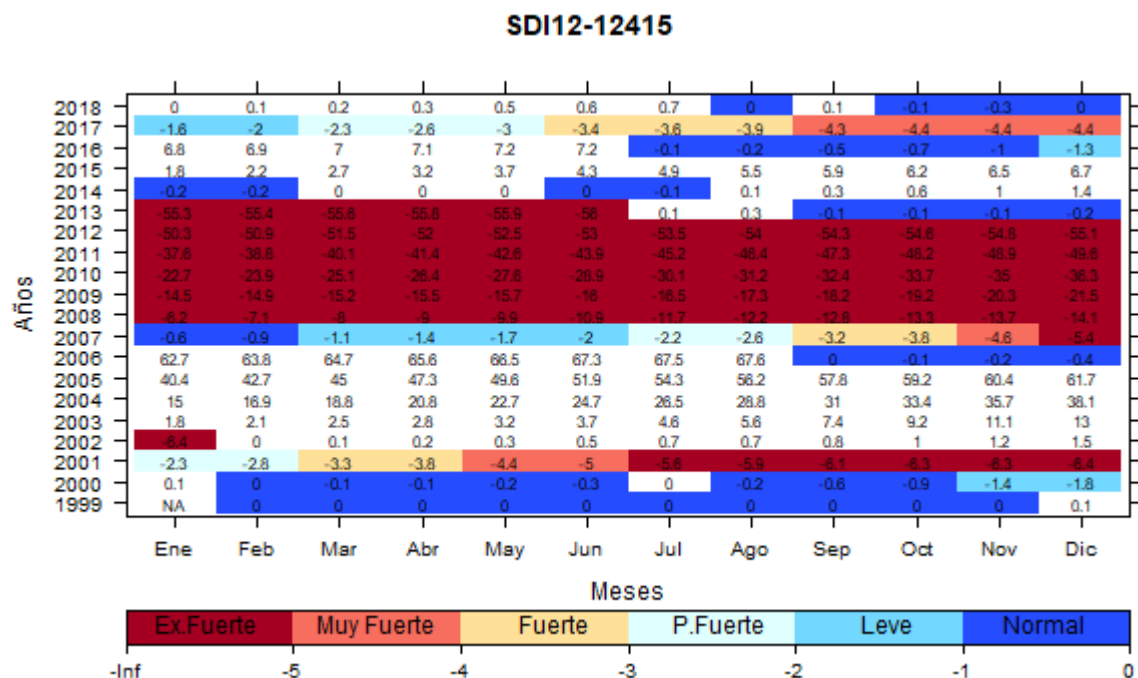


Figura 9.111. Magnitud de la sequía para la estación 12415 para SDI-12

El análisis de magnitudes del SDI en la estación 12415 muestra un comportamiento semejante al de la estación 12014, con una leve extensión de los eventos extremadamente fuertes; entre las tres escalas temporales se repite la concentración de los eventos más críticos, en el caso del SDI-1 (Figura 9.109) se identifica un primer fase extrema entre enero y junio de 2001, el siguiente periodo se registra entre 2007 y 2012 con algunos meses en los que se alcanzan condiciones leves o normales, teniéndose el registro más crítico con magnitud de -35 en agosto de 2011.

Un comportamiento similar con algunos desfases se presenta para la acumulación semestral (Figura 9.110), siendo la primera etapa extrema entre enero y julio del 2001, el siguiente periodo de sequía extremadamente fuerte se ubica de 2007 a 2012 de manera ininterrumpida, alcanzando un máximo de -56 en diciembre de 2012.

La magnitud del SDI-12 en esta estación (Figura 9.111) describe una semejanza con el caso anterior, teniéndose un desfase en el primer periodo de sequía extrema el cual se extiende de julio de 2001 a enero de 2002, el otro lapso identificado de sequía extremadamente fuerte se registra desde finales de 2007 hasta junio de 2013 con una máxima de -56.

Tabla 9.31 Resumen de magnitud de sequía para la estación 12415

Est 12415	SDI					
	1		6		12	
Magnitud	Max	Min	Max	Min	Max	Min
P.Humedo	60.18	0.015	65.71	0.143	67.59	0.01
P.Seco	-34.97	-0.002	-56.05	-0.09	-56.00	-0.01

En el caso de la estación 12415, sus magnitudes de sequía bajo el índice SDI (Tabla 9.31). describen valores con algunas semejanzas a las presentadas en la estación 12014, diferenciándose en tener máximos de los periodos secos para las escalas mensual y anual reducidos cerca de diez unidades, la sequía se describe entre valores de -0.002 a -56.05, mientras que los periodos húmedos en un rango de 0.01 a 67.59.

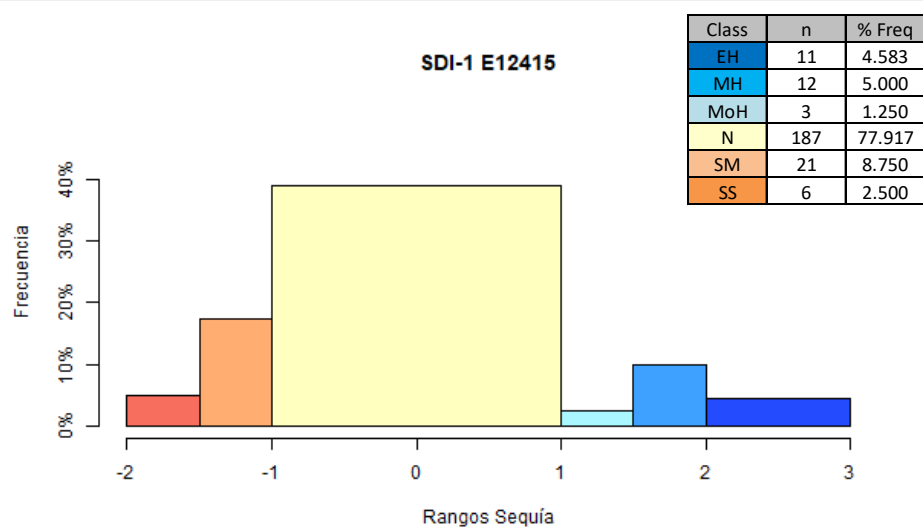


Figura 9.112 Frecuencia de la sequía para la estación 12415 para SDI-1

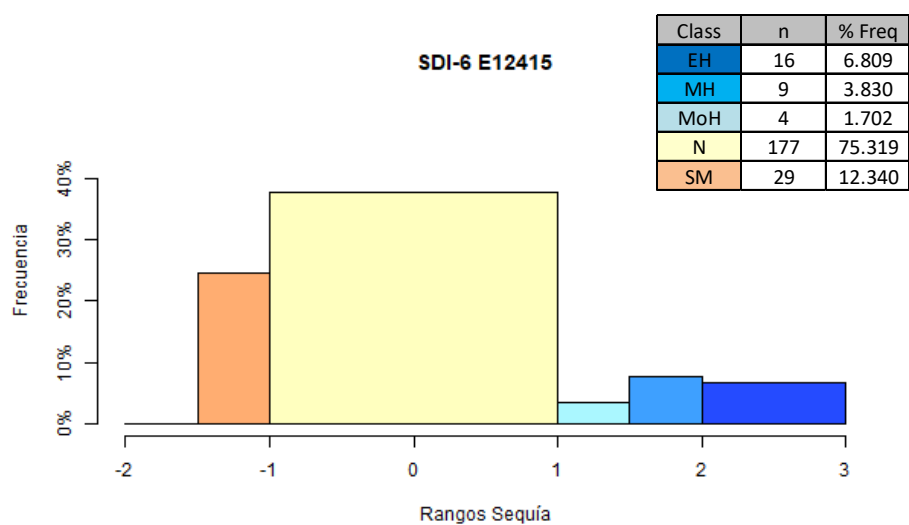


Figura 9.113 Frecuencia de la sequía para la estación 12415 para SDI-6

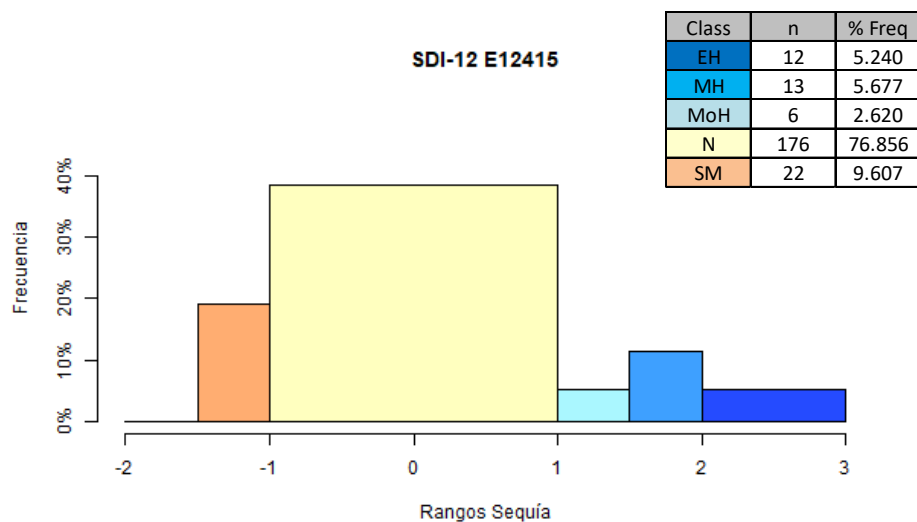


Figura 9.114 Frecuencia de la sequía para la estación 12415 para SDI-12

Las frecuencias del SDI para la estación 12415 (Figura 9.112 a Figura 9.114) se destacan por la ausencia de la sequía extrema en las tres escalas temporales, teniéndose como particularidad solo en la escala mensual el registro de eventos severos, con un aumento cerca del 3 % de la sequía moderada entre SDI-1 a SDI-6, con respecto a los otros rangos los cambios no son particularmente destacables.

9.8.3.3 Estación 12713

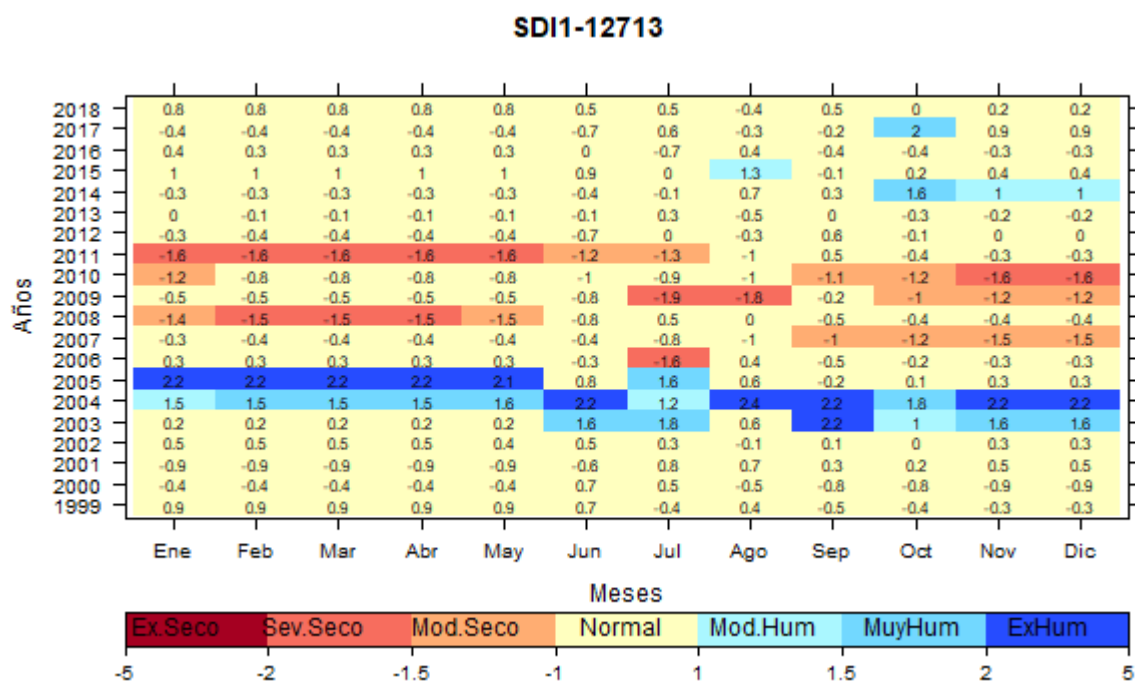


Figura 9.115 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 12713 para SDI-1

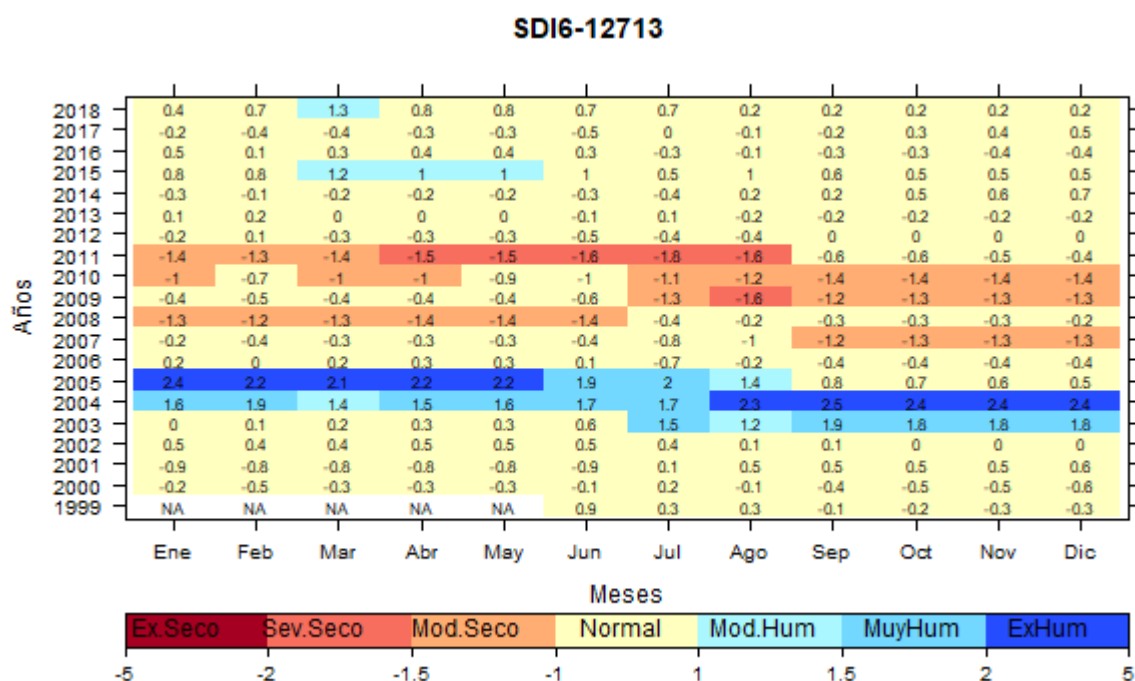


Figura 9.116 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 12713 para SDI-6

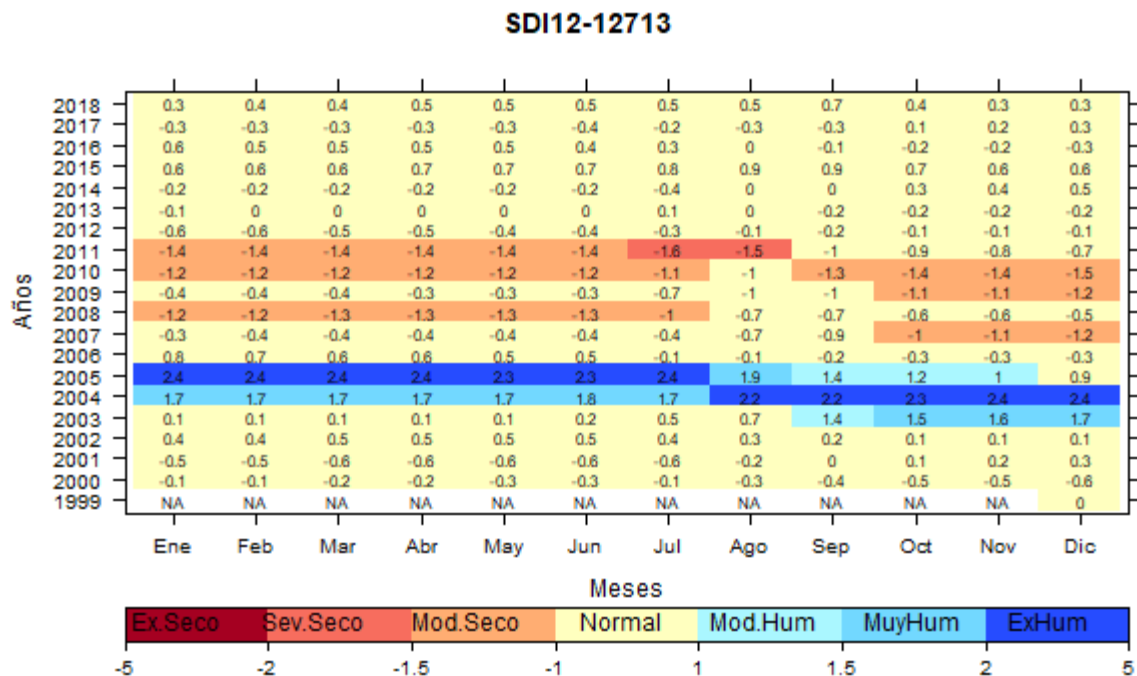


Figura 9.117 Categoría e Intensidad de la sequía para la estación 12713 para SDI-12

Para la estación 12713 el análisis de la intensidad de la sequía bajo el SDI se caracteriza por describir un comportamiento con variaciones leves, con una disminución progresiva de la intensidad para 1, 6 y 12 meses, de nueva cuenta no se registran eventos extremadamente secos; la escala mensual (Figura 9.115) registra sequía severa en julio de 2006, de febrero a abril de 2008, julio a agosto de 2009 (con el registro máximo de -1.9) y de noviembre de 2010 a mayo de 2011.

En la escala semestral (Figura 9.116), se ubican las principales sequías entre 2007 y 2011, con los eventos severos más importantes en agosto de 2009 y entre abril a agosto de 2011, una situación similar se presenta para el SDI-12 (Figura 9.117), donde la sequía severa se reduce a julio y agosto de 2011, alcanzándose el máximo de -1.6 en julio.

Tabla 9.32 Duración de la sequía en E-12713, duración máxima para SDI 1,6 ,12 y conteo de periodos mensuales

E-12713	SDI 1												
	Duración	Max	1 m	2 m	6 m	8 m	9 m	10 m	11 m	13 m	22 m	34 m	36 m
	P.Humedo	34.00	9	3	1	1	1	1	0	2	0	1	0
	P.Seco	-36.00	9	2	1	0	1	2	2	0	1	0	1
	SDI 6												
	Duración	Max	1 m	2 m	3 m	4 m	8 m	10 m	11 m	12 m	23 m	60 m	67 m
	P.Humedo	60.00	4	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0
	P.Seco	-67.00	2	1	0	0	1	1	1	2	0	0	1
	SDI 12												
	Duración	Max	4 m	12 m	13 m	21 m	24 m	58 m	82 m				
	P.Humedo	58.00	1	0	0	0	1	1	0				
	P.Seco	-82.00	0	1	1	1	0	0	1				

Las duraciones de la sequía bajo el SDI en la estación 12713 (Tabla 9.32) muestran valores que exceden los 2 años, de forma particular las duraciones máximas de sequía de esta estación son casi iguales a las de la estación 12415, a excepción del SDI semestral, para el SDI -1 y 6 se presentan duraciones máximas de los periodos húmedos y secos con valores similares, siendo el caso más particular el del SDI-12, superando la sequía al periodo húmedo por 20 meses, aunque son menores que las reportadas por la estación 12014.

Se identifican para los máximos periodos secos un rango entre 36 a 82 meses continuos y los periodos húmedos entre 34 a 58 meses.

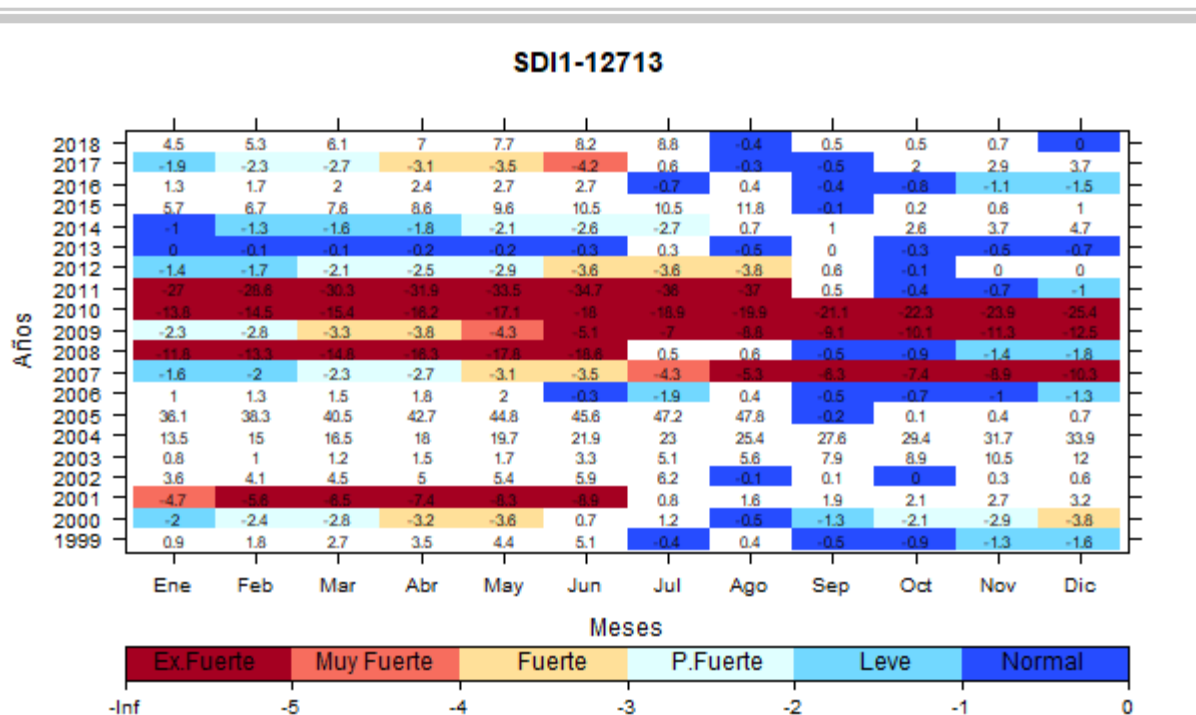


Figura 9.118 Magnitud de la sequía para la estación 12713 para SDI-1

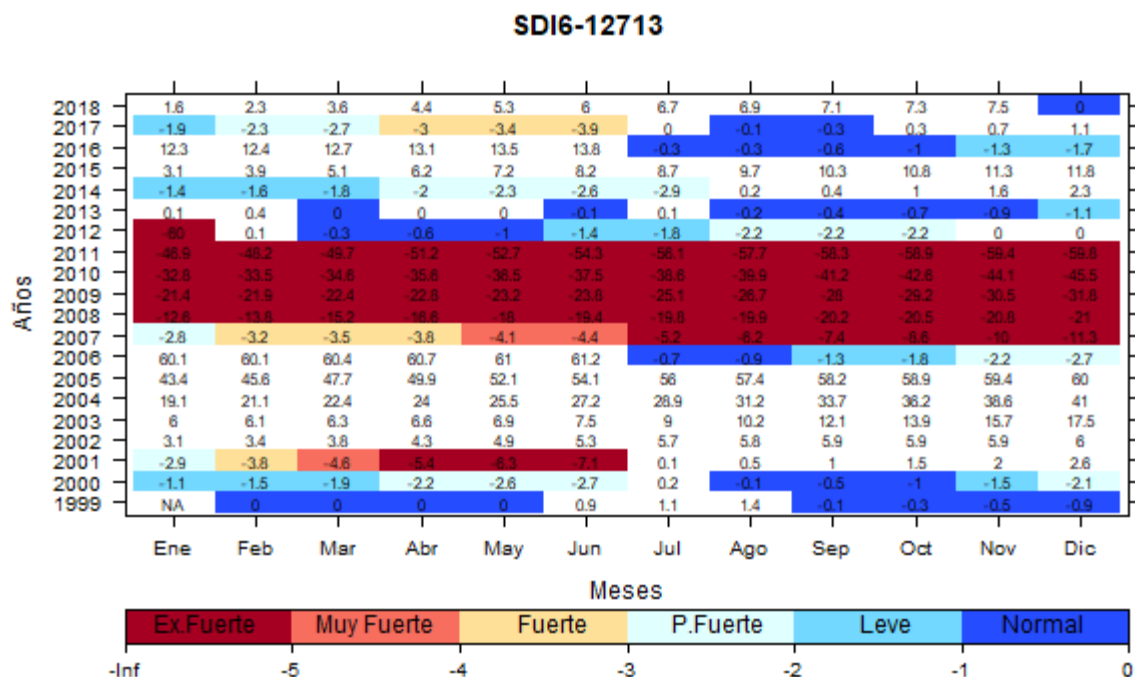


Figura 9.119 Magnitud de la sequía para la estación 12713 para SDI-6

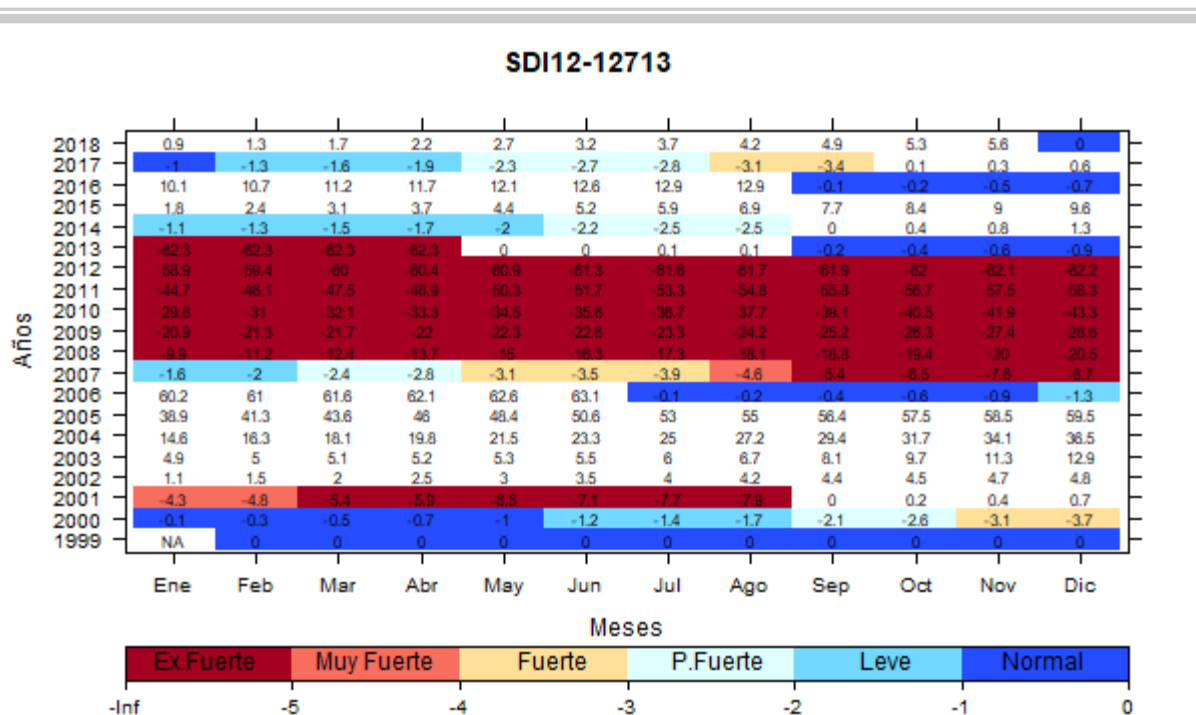


Figura 9.120 Magnitud de la sequía para la estación 12713 para SDI-12

Las magnitudes de la estación 12713 bajo el índice SDI describe una pauta análoga a las estaciones anteriores, ubicando los eventos más extremos principalmente en el año 2001 y en el periodo 2007 – 2013, el SDI-1 (Figura 9.118) se destaca por un valor máximo de sequía extremadamente fuerte de -37 en agosto de 2011, para el SDI-6 se tiene la mayor acumulación entre julio de 2007 a enero de 2012 con un máximo de -60 (Figura 9.119), por último, las magnitudes del SDI-12 (Figura 9.120) describen la magnitud máxima alcanzada entre diciembre de 2006 a abril de 2013 con un máximo de -62.3.

Tabla 9.33 Resumen de magnitud de sequía para la estación 12713

Est 12713	SDI					
	1		6		12	
Magnitud	Max	Min	Max	Min	Max	Min
P.Humedo	47.76	0.009	61.16	0.014	63.10	0.14
P.Seco	-36.99	-0.001	-59.99	-0.04	-62.34	-2.55

Se sintetizan las magnitudes máximas de sequía bajo el índice SDI de la estación 12713 en la Tabla 9.33, se presenta similitudes con las otras estaciones hidrométricas, con magnitudes semejantes entre los periodos húmedos y secos, teniéndose la mayor

diferencia en la escala mensual , destacándose por tener valores de sequía intermedios para la escala de 6 y 12 meses respecto a las otras estaciones, siendo inferiores a los de la estación 12014 pero mayores a los de la 12415, la magnitud de la sequía se describe entre valores de -0.001 a -62.34, mientras que los periodos húmedos en un rango de 0.009 a 63.1 de los periodos húmedos

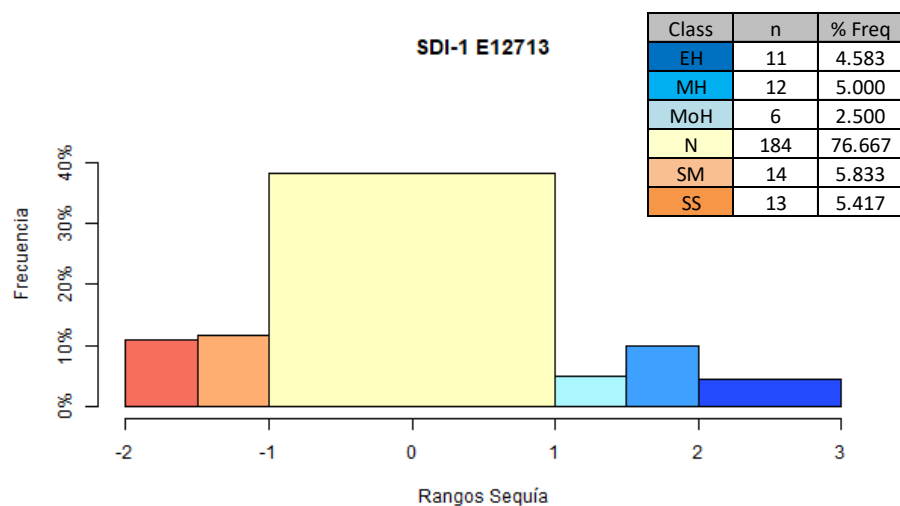


Figura 9.121 Frecuencia de la sequía para la estación 12713 para SDI-1

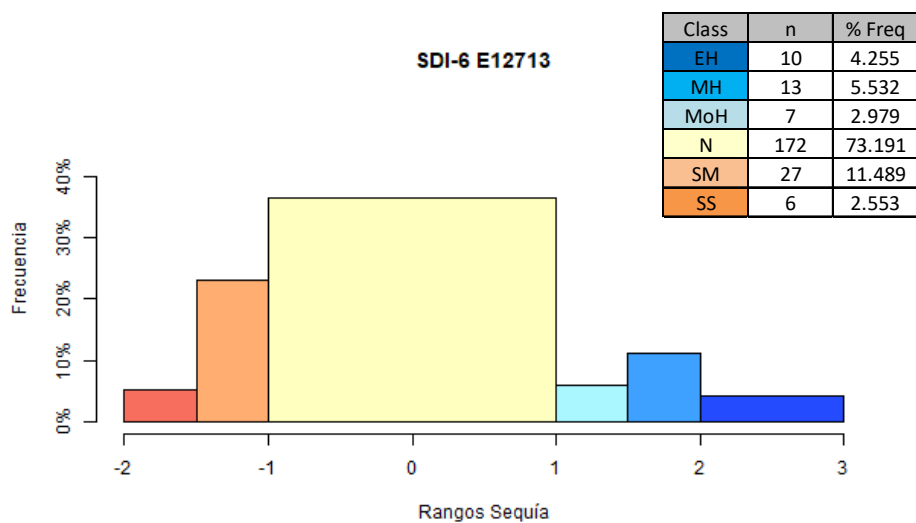


Figura 9.122 Frecuencia de la sequía para la estación 12713 para SDI-6

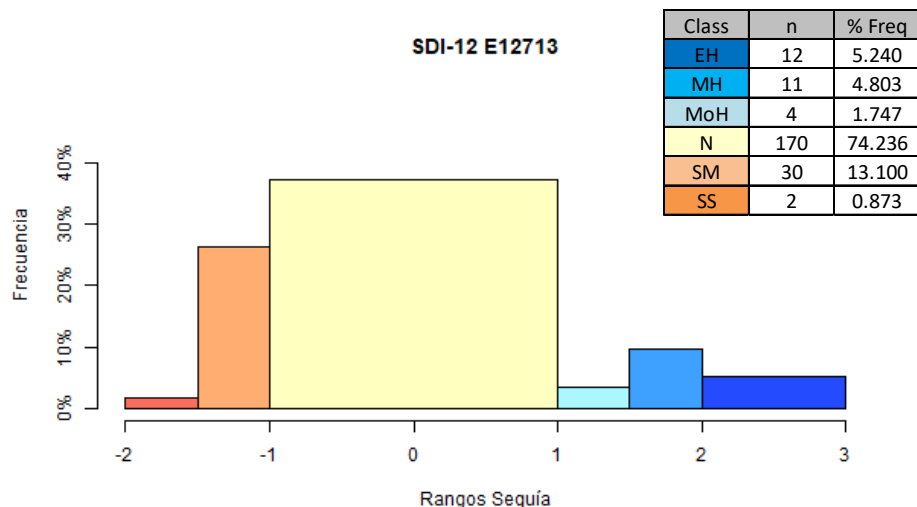


Figura 9.123 Frecuencia de la sequía para la estación 12713 para SDI-12

Las frecuencias del SDI para la estación 12713 (Figura 9.121 a Figura 9.123) reiteran la ausencia de la sequía extrema en las tres escalas temporales, siendo la escala la mensual la que presenta los porcentajes de sequía severa más destacables (5.4%), el cual se ve reducido progresivamente para el SDI-6 y 12, teniéndose un comportamiento opuesto para las sequías moderadas, las cuales aumentan de 5.8 % a 11.48 % en el paso a la escala semestral y hasta 13.1% en la acumulación anual.

9.8.4 Análisis de SGI

La estimación del SGI requiere los valores mensuales de los niveles de agua subterránea, siendo el periodo mínimo requerido de 20 años; a pesar de la cantidad considerable de puntos de observación de la red piezométrica en la región de estudio, ninguno de ellos tiene la cantidad necesaria, principalmente debido a que los registros que se llevan a cabo son entre Junio y Julio de forma anual, por lo cual se consideró obtener los valores mensuales de los niveles de agua subterránea a través del modelo de simulación de los acuíferos Zacapu y Pastor Ortiz generado en un proyecto previo en el año 2016, con el fin de dar un primer vistazo al comportamiento del índice y tener en cuenta las particularidades detectadas en la modelación subterránea a realizar en Modflow.

Para este caso, después de algunas modificaciones en el modelo e inspección del comportamiento de los niveles piezométricos se utilizó la simulación de las celdas 48, 124 y 159 de la malla de caracterización del modelo, para un periodo de 1999 a 2018.

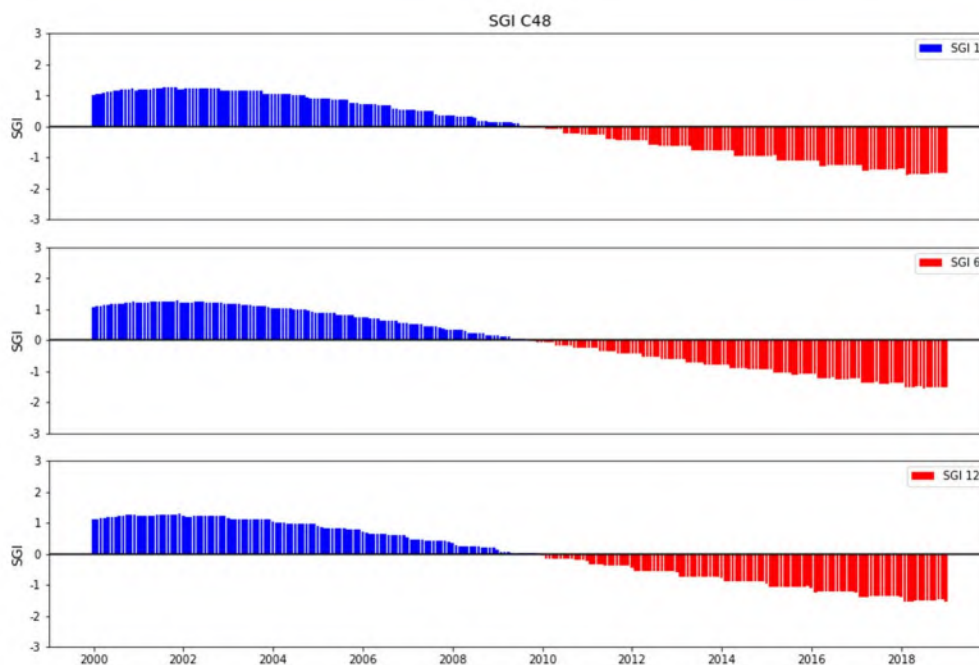


Figura 9.124 Valores de SGI 1,6 y 12 para los niveles de la celda 48 del modelo del acuífero.

Para la celda 48 se identifica una división casi simétrica de las intensidades de la sequía para los tres casos de acumulación mensual (Figura 9.124), comenzando con

un periodo húmedo de 1999 hasta 2010 cuyas intensidades comienzan con los valores más significativos y disminuyen progresivamente, seguido de un periodo seco comenzando con valores mínimos que aumentan gradualmente hasta 2018 llegando hasta una intensidad de -1.57.

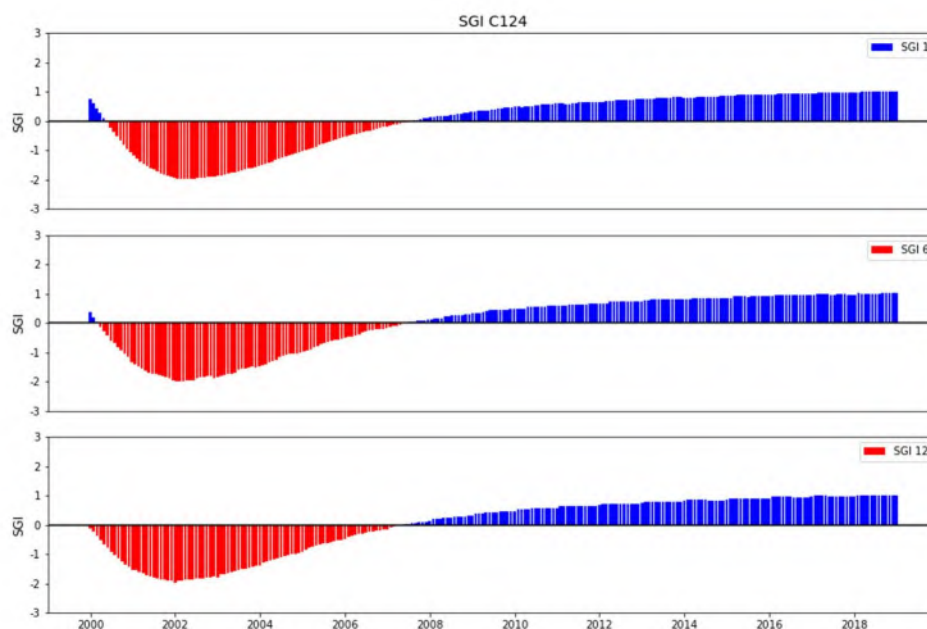


Figura 9.125 Valores de SGI 1,6 y 12 para los niveles de la celda 124 del modelo del acuífero.

La distribución de periodos de humedad para la celda 124 (Figura 9.125) para las acumulaciones de 1, 6 y 12 meses muestran evoluciones muy parecidas entre sí, notándose para la escala mensual y semestral un periodo húmedo de corta duración al inicio (1999-2000), después de esto se presenta uniformidad en el comportamiento para todas las escalas, un periodo de sequía de 2000 a 2007 con intensidades máximas cercanas a -2, seguido de un periodo de humedad de 2007 a 2018 con valores máximos de 1.0.

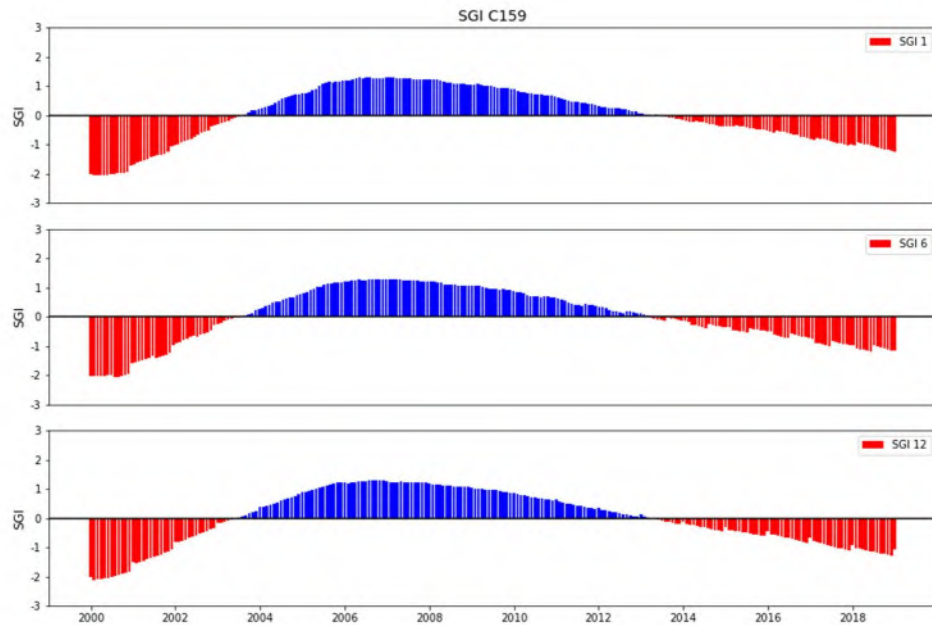


Figura 9.126 Valores de SGI 1,6 y 12 para los niveles de la celda 159 del modelo del acuífero.

En la celda 159 la intensidad del SGI presenta nuevamente un comportamiento similar para todas las escalas (Figura 9.126), comenzando con un periodo seco de 1999 a 2003, seguido por un periodo de humedad hasta 2013 con una intensidad máxima de 1.3, continuando con una etapa seca hasta 2018, alcanzando una intensidad cercana a -1.

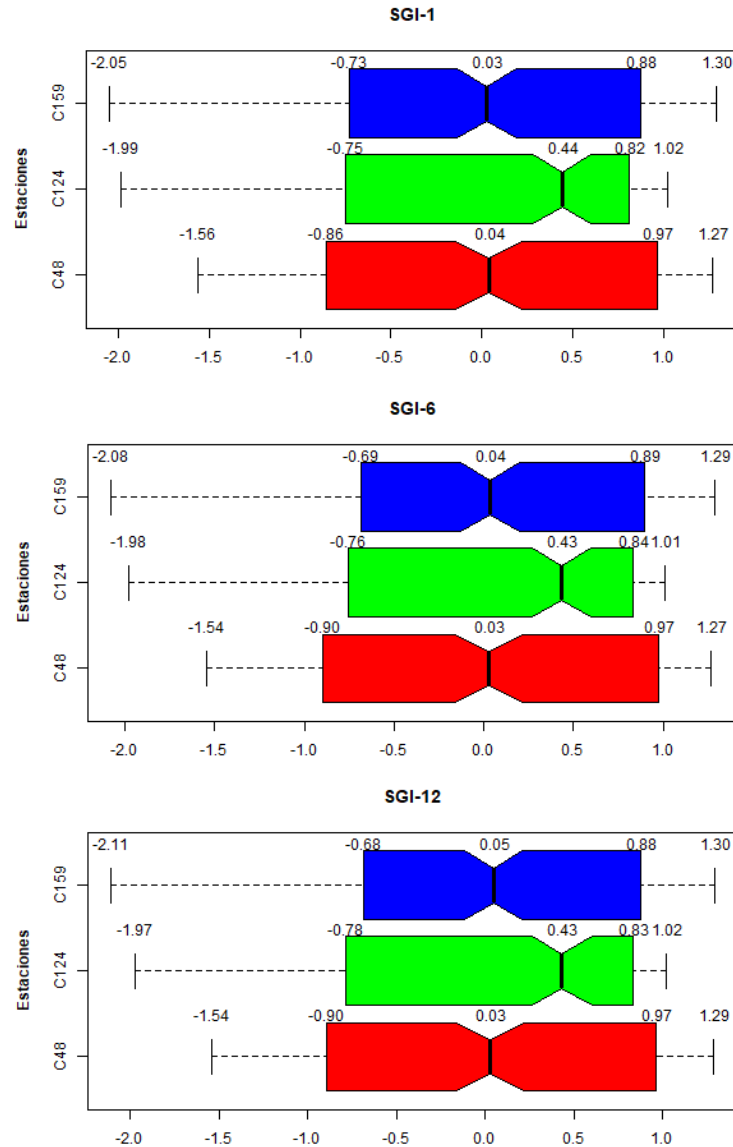


Figura 9.127 Diagrama de Cajas para SGI 1,6 y 12 para las celdas seleccionadas

El análisis de diagrama de caja muestra valores casi idénticos para las tres celdas en las escalas temporales seleccionadas (Figura 9.127), encontrando una distribución casi simétrica para las celdas 48 y 159, se destaca C-159 por tener los valores de sequía más elevados, en contra parte a la C-48 con los menores, mientras que la celda 124 presenta un sesgo al límite superior, denotando una mayor presencia de valores de humedad.

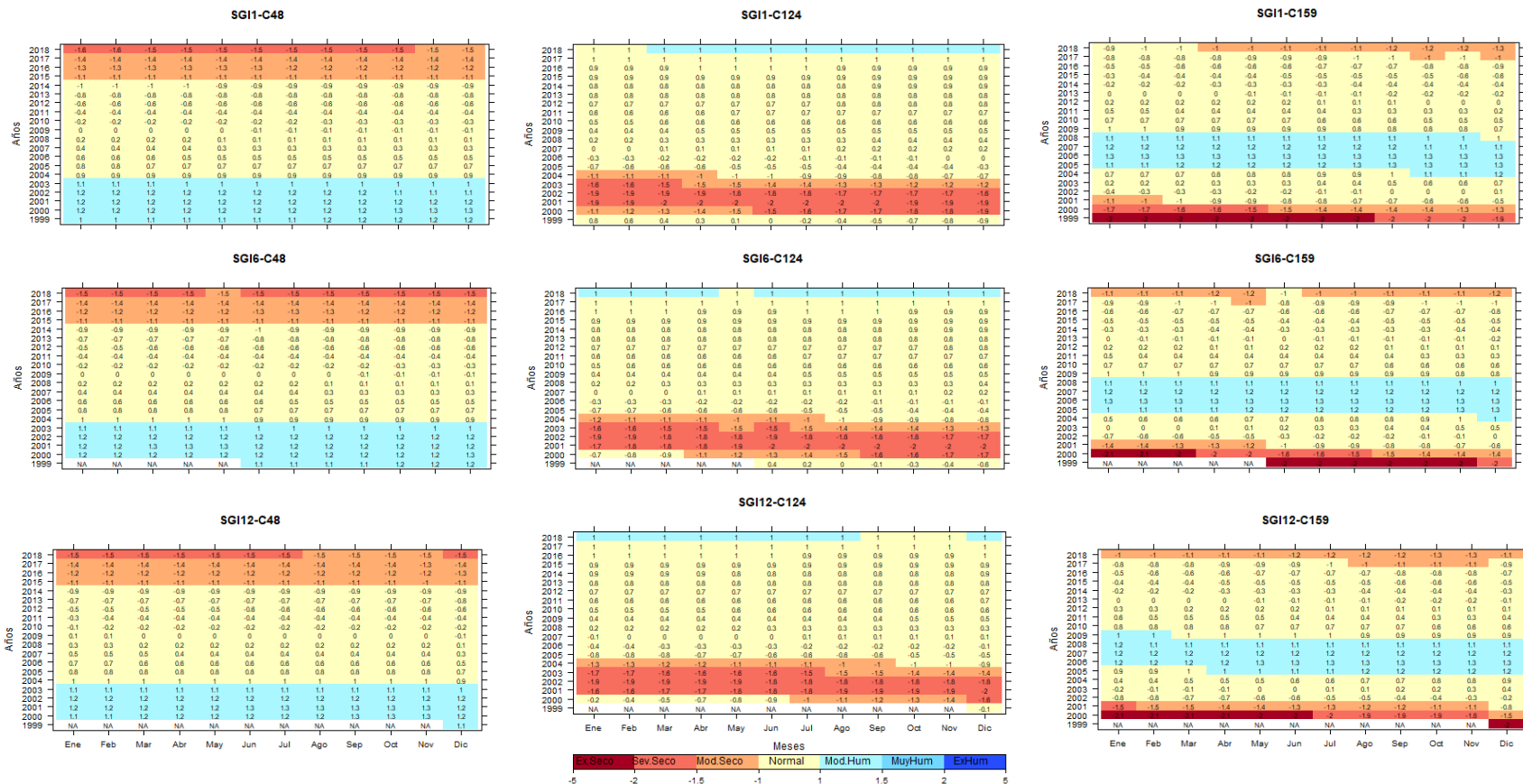


Figura 9.128 Categoría e Intensidad de la sequía de acuerdo al SGI para las celdas seleccionadas.

El análisis de severidad de sequía bajo SGI, muestra un comportamiento casi homogéneo por cada celda entre las tres escalas temporales (Figura 9.128), con disminuciones ligeras de intensidad a medida que aumenta la escala de tiempo, en el caso de la celda 48 no se identifican valores extremos de sequía, pero si condiciones de sequía moderada entre 2015 y 2018, siendo la mayor parte de este año de categoría severa con valores máximos entre -1.5 y -1.6.

En la celda 124 se registran sequías principalmente severas al inicio del periodo de análisis entre 2000 y 2004, con valores máximos de -2 en la mayor parte del año 2001 para SGI-1 y 6, mientras que se ubica un solo registro de esta índole en diciembre del mismo año para el SGI-12, pasando después a condiciones de normalidad y moderadamente húmeda al final del 2018.

Por su parte la celda 159, si llega a registrar valores de eventos extremadamente secos al inicio del periodo, que se extiende de 1999 al año 2000, manteniendo valores entre -2 y -2.1, con un progresivo descenso pasando por los estados severo y moderadamente seco entre en año 2000 y 2001, siguiendo una evolución a estado normal y moderadamente húmedo, entre 2002 y 2009, para seguidamente caer al estado normal y entrar en un periodo moderadamente seco en el año 2018 y algunos meses de 2017.

Se puede precisar que la forma en que se presentan los periodos de humedad o sequía en el SGI es mucho más extendida que en los otros índices, lo cual puede relacionarse a la evolución paulatina que se produce en los niveles estáticos de las celdas analizadas.

En el caso de las magnitudes de sequía para el SGI (Figura 9.129) se puede precisar que a medida que aumenta la escala temporal los valores de magnitud descienden ligeramente, pero se mantienen comportamientos generales para las celdas.

La celda 48 muestra una división de todo periodo de análisis en dos secciones, de 1999 a 2010 como periodo húmedo y de 2010 a 2018 periodo de sequía, alcanzando un máximo de -96.3, para la celda 124 se visualiza al inicio una condición de normalidad que finaliza en el año 2000, dando paso al aumento progresivo de la sequía hasta alcanzar la clasificación extremadamente fuerte con una magnitud máxima de -102.3 en escala mensual, -100 en semestral y anual de -97.6, siguiendo hasta al finalizar el periodo un comportamiento de humedad, para el caso de la celda 159 se tiene un comportamiento similar a la intensidad de la sequía, con un primer periodo de sequía que se extiende hasta 2002 en la

escala mensual, pero llegar a perdurar hasta 2003 en SGI-6 y 12 con valores máximas de sequía extrema que oscilan entre -47 a -53, seguido por un periodo húmedo hasta 2013, continuando con otro periodo de sequía de 2013 a 2018 con valor extremos entre -41 y -43.

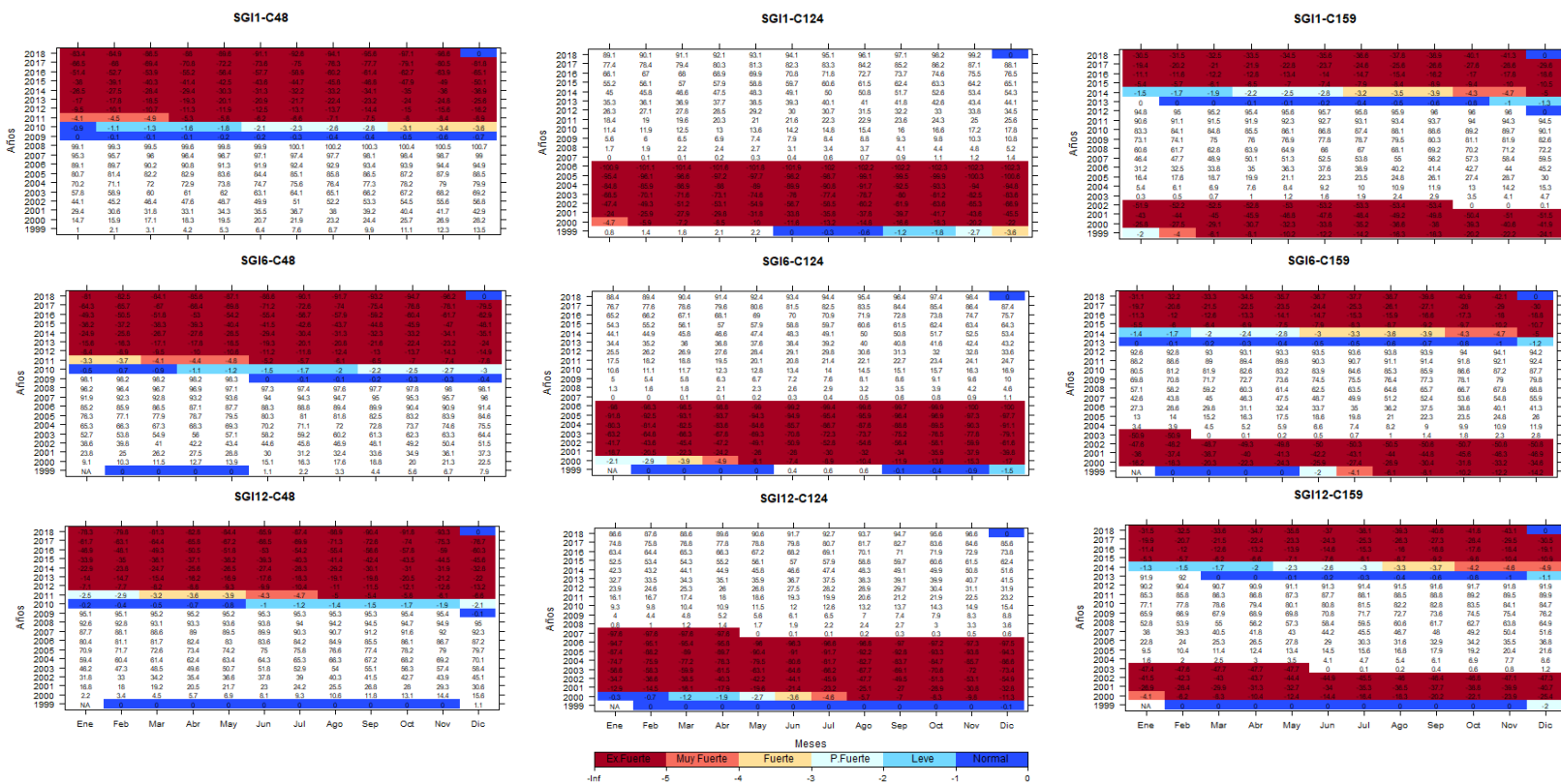


Figura 9.129 Magnitud de la sequía de acuerdo al SGI para las celdas seleccionadas.

Tabla 9.34 Duración máxima de la sequía en las celdas seleccionadas de acuerdo al SGI 1,6 ,12

Celda 48	SGI 1		Celda 124	SGI 1		Celda 159	SGI 1	
	Duración	Max		Duración	Max		Duración	Max
	P.Humedo	120.00		P.Humedo	144.00		P.Humedo	122.00
	P.Seco	-120.00		P.Seco	-91.00		P.Seco	-71.00
	SGI 6			SGI 6			SGI 6	
	Duración	Max		Duración	Max		Duración	Max
	P.Humedo	120.00		P.Humedo	144.00		P.Humedo	118.00
	P.Seco	-115.00		P.Seco	-88.00		P.Seco	-72.00
	SGI 12			SGI 12			SGI 12	
	Duración	Max		Duración	Max		Duración	Max
	P.Humedo	120.00		P.Humedo	140.00		P.Humedo	117.00
	P.Seco	-109.00		P.Seco	-89.00		P.Seco	-70.00

Tabla 9.35 Resumen de magnitud de sequía para para las celdas seleccionadas de acuerdo al SGI 1,6 y 12

Celda 48				Celda 124				Celda 159			
SGI	Magnitud	P. Humedo	P.Seco	SGI	Magnitud	P. Humedo	P.Seco	SGI	Magnitud	P. Humedo	P.Seco
1	Max	100.66	-100.13	1	Max	100.16	-102.35	1	Max	96.04	-53.42
	Min	100.66	-100.13		Min	2.20	-102.35		Min	0.02	-0.01
6	Max	98.25	-97.72	6	Max	99.45	-100.03	6	Max	94.16	-50.87
	Min	98.25	-97.72		Min	0.59	-100.03		Min	94.16	-43.27
12	Max	95.37	-94.84	12	Max	97.65	-97.64	12	Max	91.97	-47.73
	Min	95.37	-94.84		Min	97.65	-97.64		Min	91.97	-44.21

Lo anterior también se traduce en las tablas de resumen de duración del SGI (Tabla 9.34), mostrándose para la mayoría de los casos duraciones de los periodos húmedos superiores a los periodos secos, identificándose un máximo de 144 meses y un mínimo de 117 meses para los periodos húmedos, mientras que para las sequías se tuvieron variaciones de duración máxima entre 70 a 120 meses, siendo las celdas 124 y 159 con las mayores diferencias entre los periodos.

Con respecto a las magnitudes (Tabla 9.35), estas se encuentran casi en paridad en la celda 48, comportamiento más evidente en los mapas de calor y gráficas de intensidad, la celda 124 es la que muestra mayores variaciones entre las magnitudes máximas y mínimas de los periodos detectados, debido a los periodos húmedos que interrumpían brevemente las sequías durante el periodo analizado, en estas dos celdas se llegaron a encontrar valores de magnitud de sequía extrema entre -94 y -102. Por su parte la celda 159 muestra magnitudes de sequía mucho menores en comparación con las otras celdas, de un orden entre -44 a -53, destacándose por tener menor afectación.

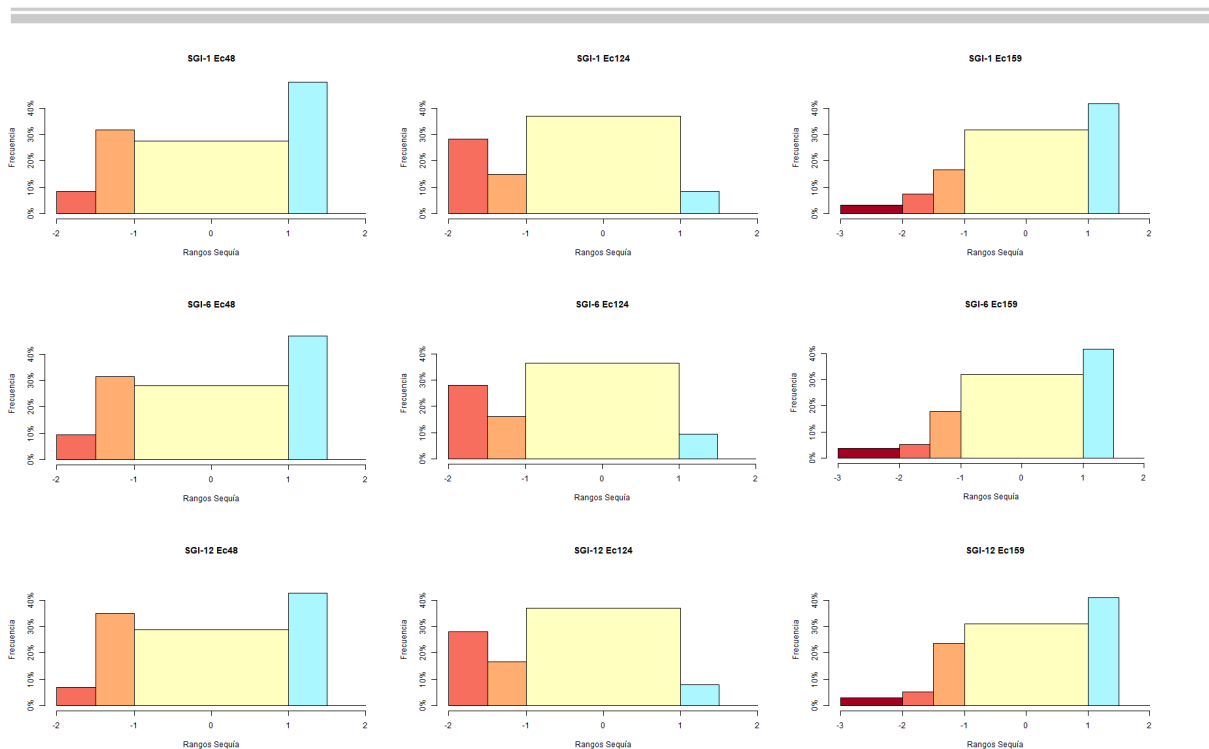


Figura 9.130 Frecuencias de la sequía de acuerdo al SGI para las celdas seleccionadas.

En las frecuencias para el SGI se tiene nuevamente un comportamiento aparentemente estoico de los valores de las celdas con respecto a las escalas temporales, existen disminuciones tenues de las frecuencias a medida que aumenta la acumulación mensual pero estas son imperceptibles, se puede destacar la inexistencia de valores de sequía extrema para las celdas 48 y 124, así como de los eventos muy húmedos y extremadamente húmedos, mientras que la celda 159 llega a presentar algunos eventos de sequía extrema, siguen siendo superiores a la recurrencia de los eventos moderadamente húmedos, de forma análoga a la celda 48 y contraria a lo que muestra la celda 124, determinándose que en esta es mayor la recurrencia de la sequía severa.

9.9 Análisis de Sequía con Cambio Climático

A partir de la identificación de los modelos y escenarios de cambio climático disponibles en CORDEX se definió trabajar con los parámetros de proyección de precipitación y temperatura provenientes de los modelos GFDL, HADGEM2, MPI-ESM-MR y CNRMCM5 con el fin de tener un punto de comparativa con los valores proporcionados por el INECC en sus escenarios de actualización.

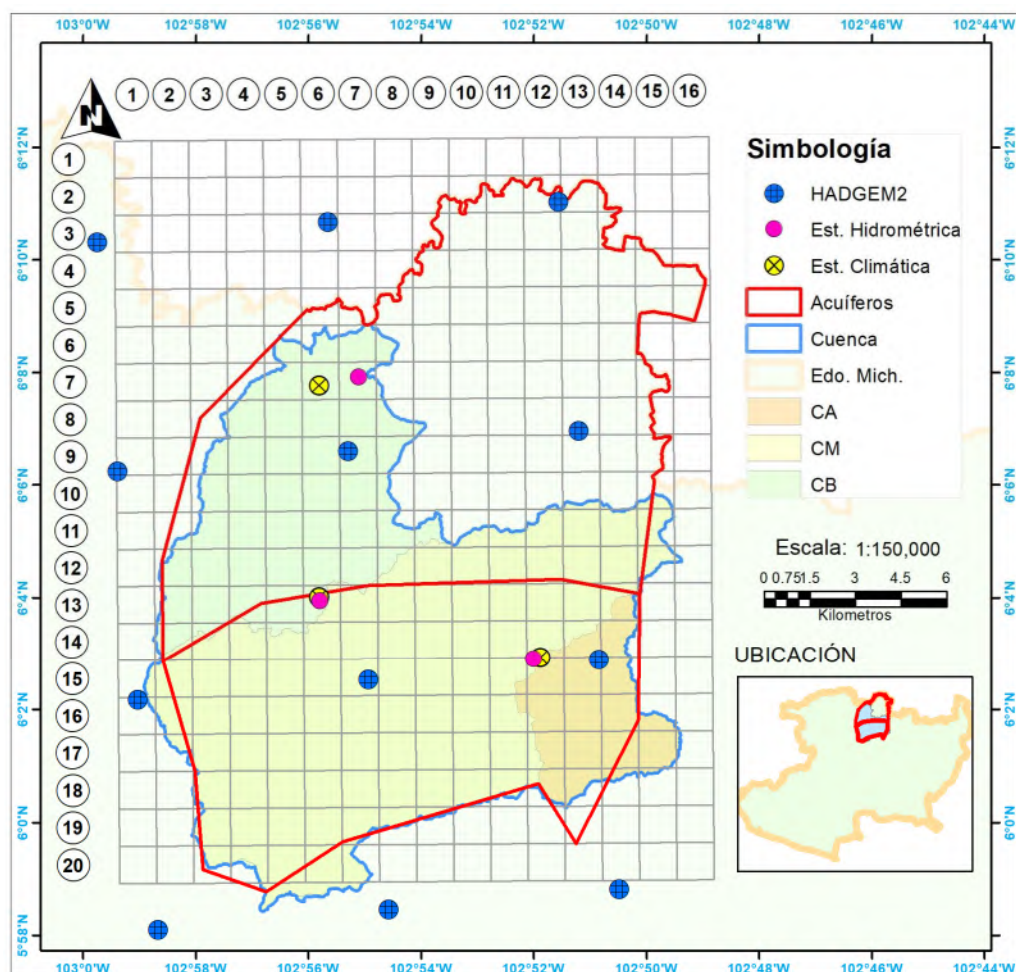


Figura 9.131 Ubicación de puntos de extracción de información para CAM 22 – CORDEX HADGEM2 respecto a la zona de estudio

La escala seleccionada para la descarga de información corresponde a la resolución 0.22°, esto debido a que el espaciamiento entre puntos de extracción de datos es menor bajo esta configuración (Figura 9.131), los puntos fueron considerados en base a su cercanía a las ubicaciones de las estaciones climáticas e hidrométricas.

Considerando los valores del flujo medio de precipitación ($\text{kg/m}^2/\text{s}$) en escala mensual para el HADGEM2 y su correspondiente transformación a mm/mes se llevó a cabo una primera evaluación de la intensidad de la sequía bajo el índice SPI, con los datos crudos para el periodo de 2005-2099 bajo el RCP 8.5.

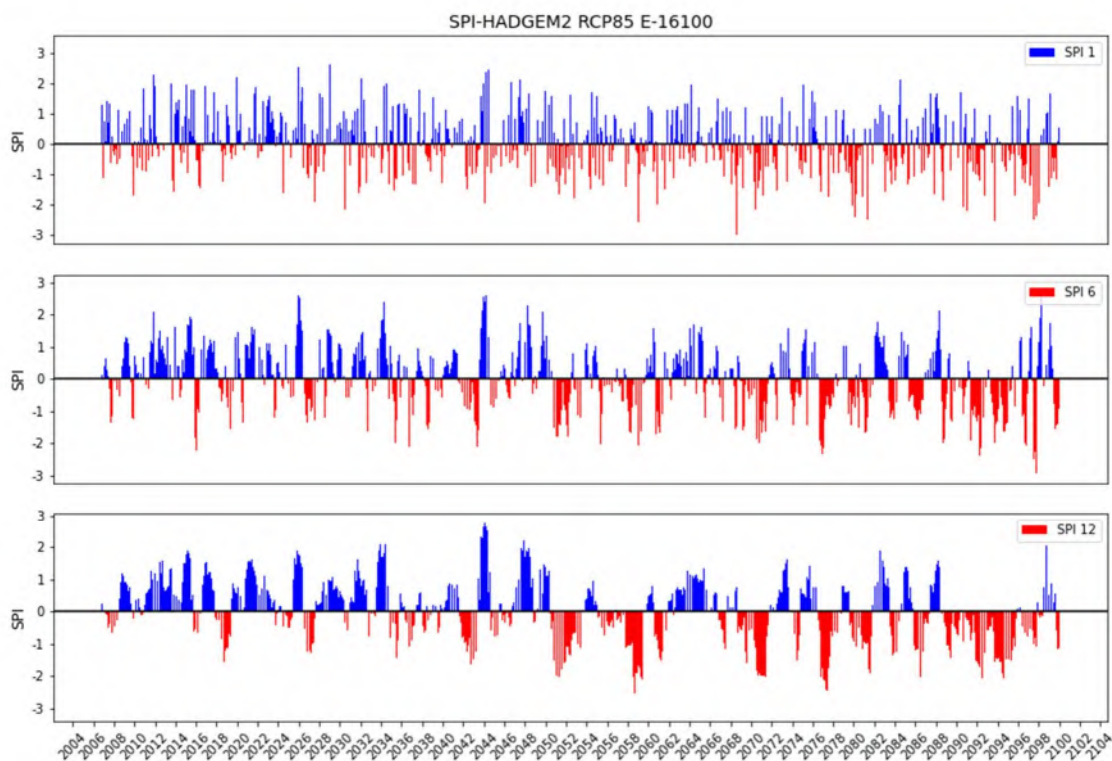


Figura 9.132 Valores de SPI 1,6 y 12 con RCP 8.5 para el punto del modelo HADGEM2 asociado a la estación 16100

Es posible identificar a partir de los gráficos de la intensidad del SPI para cada ubicación (Figura 9.132 a Figura 9.134), un comportamiento homólogo, iniciando principalmente húmedo, de 2005 hasta 2050 con intermitencias de sequía de corta duración, a partir de 2050 en adelante los periodos de sequía se muestran de forma más continua y con mayor duración, ubicándose un periodo particularmente largo de 2088 a 2096, mientras que las mayores intensidades se detectan en 2077 con valores cercanos a -2.5.

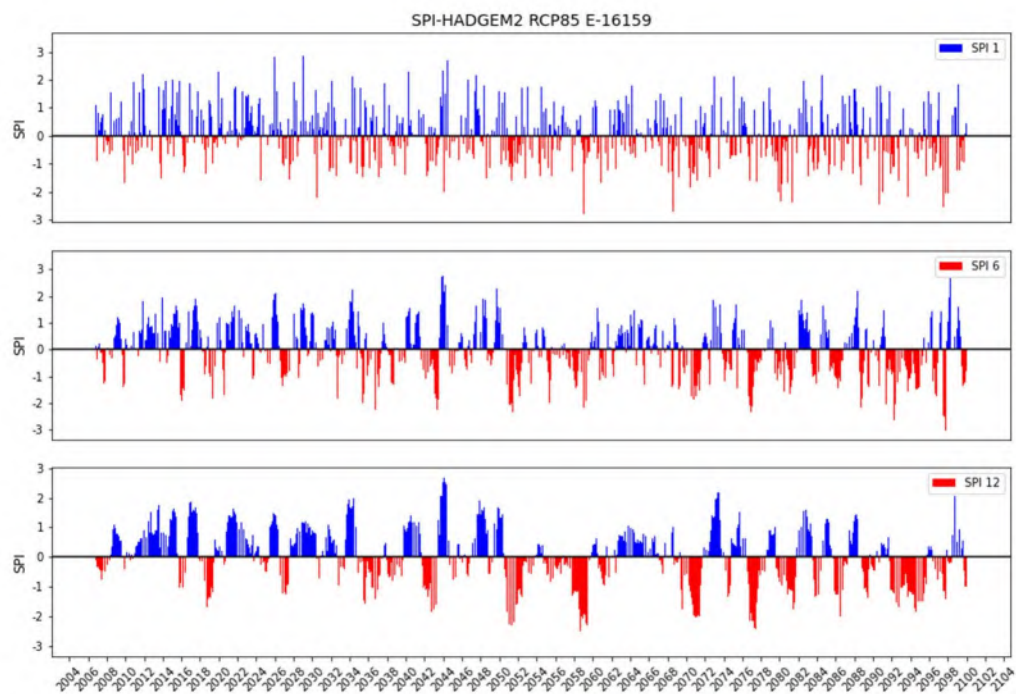


Figura 9.133 Valores de SPI 1,6 y 12 con RCP 8.5 para el punto del modelo HADGEM2 asociado a la estación 16159

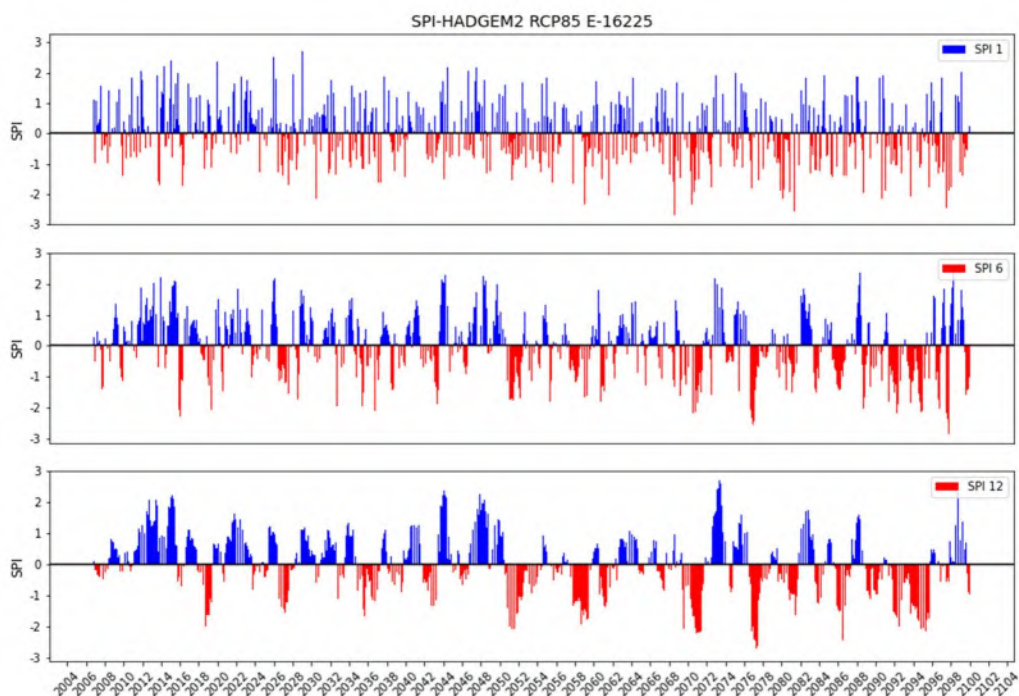


Figura 9.134 Valores de SPI 1,6 y 12 con RCP 8.5 para el punto del modelo HADGEM2 asociado a la estación 16225

9.9.1 Corrección del sesgo

Los valores de precipitación diaria faltantes para las estaciones climáticas fueron determinados con el fin de contar con las series observadas en el periodo de 1970 a 2006, correspondientes a los proporcionados por el portal ESGF para los modelos CORDEX pertenecientes al CMIP5 bajo el CAM22.

Para el caso de modelo HADGEM2-ES se obtuvieron las series de simulación histórica del modelo a partir de los archivos netcdf bajo la denominación “pr_CAM-22_MOHC-HadGEM2-ES_historical_r1i1p1_GERICS-REMO2015” para los puntos cuya ubicación es la más cercana a las estaciones seleccionadas, así mismo se obtuvieron los datos referentes a las temperaturas máximas, mínimas y medias.

En el caso de los modelos restantes, se tienen sus correspondientes denominaciones como sigue:

CRCM5 “CAM-22_CCCma-CanESM2_rcp85_r1i1p1_OURANOS-CRCM5_v1”

MPI “CAM-22_MPI-M-MPI-ESM-LR_rcp85_r1i1p1_GERICS-REMO2015_v1”

GFDL “CAM-22_NOAA-GFDL-GFDL-ESM2M_rcp85_r1i1p1_OURANOS-CRCM5_v1”

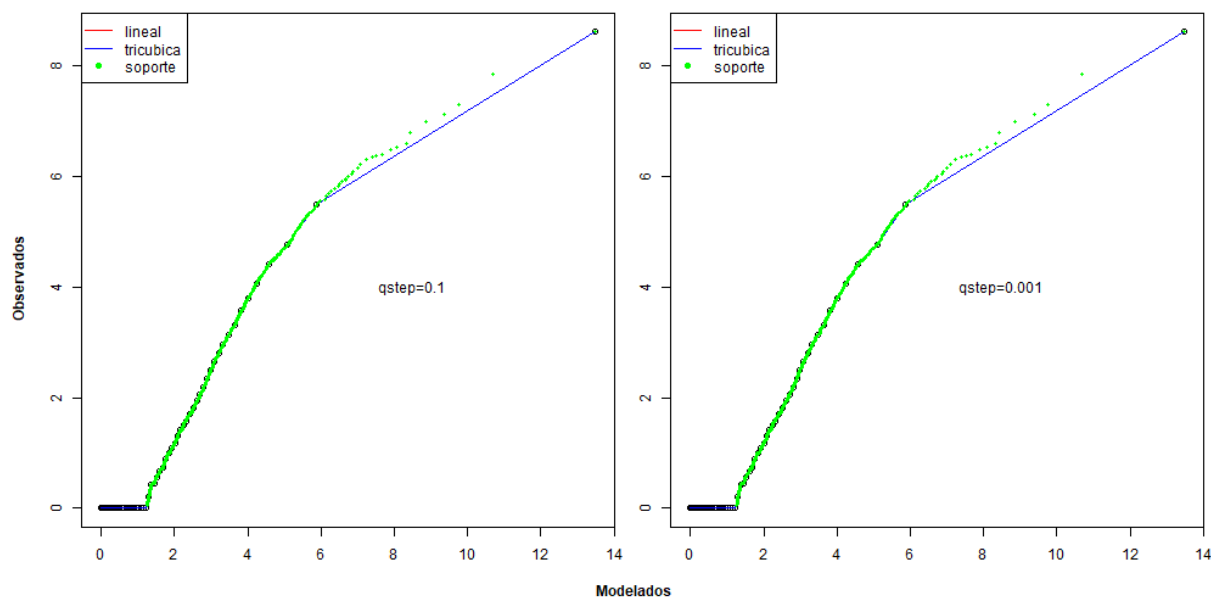


Figura 9.135 Comparativa de ajustes de distribución de QM para las series de precipitación respecto al modelo HADGEM2-ES asociado a la estación 16100

Mediante el uso de la paquetería “Qmap” de RStudio se ingresaron las series observadas y modeladas, con el fin de estimar los valores de la función de distribución acumulativa empírica de las series para cuantiles regularmente espaciados, probando dos tipos de ajuste de cuantil de 0.1 y 0.001, posteriormente se transforma la variable en función de la transformación identificada mediante el ajuste previo, los valores que no se encuentran en el cuantil determinado por la función, su transformación se estima mediante la interpolación de los valores ajustados, en la figura siguiente se muestra el comportamiento de las opciones de interpolación lineal y tricúbica.

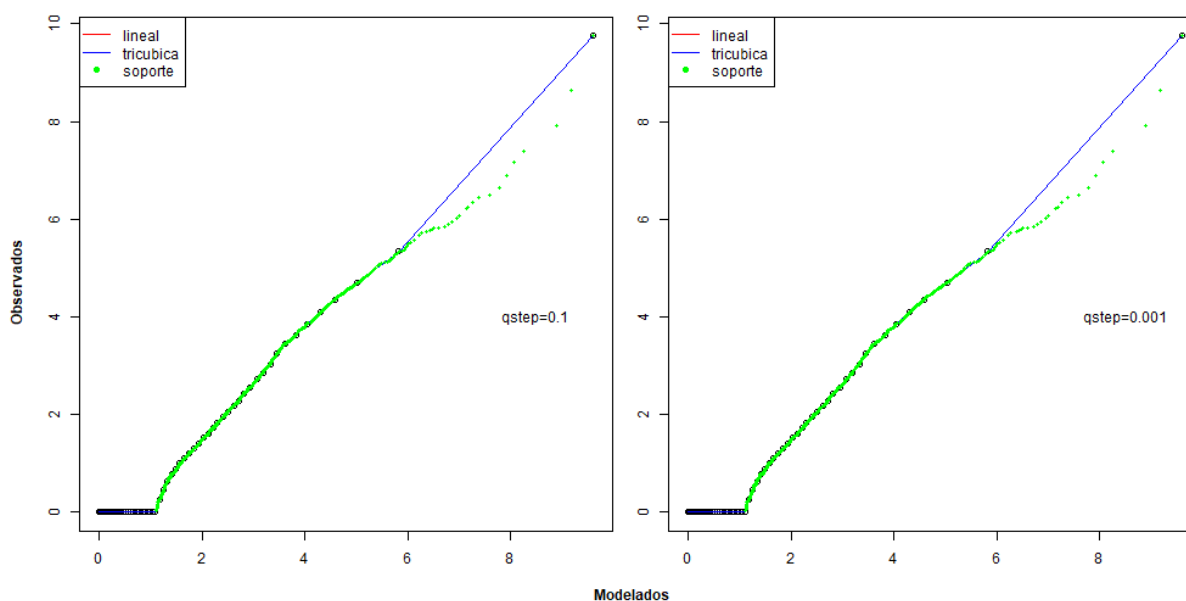


Figura 9.136 Comparativa de ajustes de distribución de QM para las series de precipitación respecto al modelo HADGEM2-ES asociado a la estación 16225

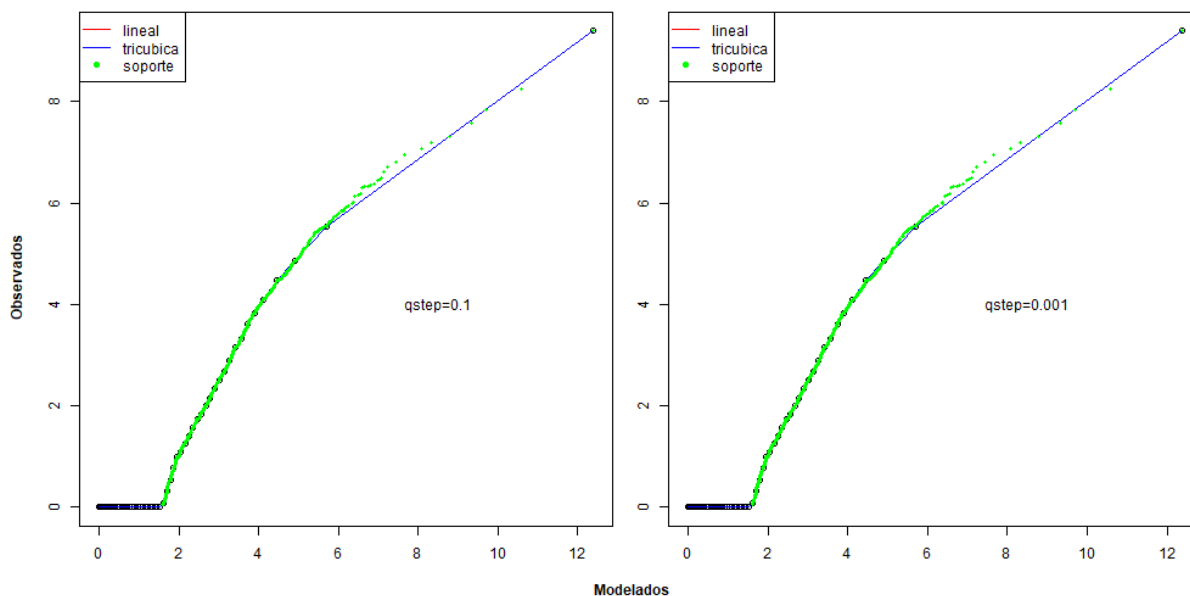


Figura 9.137 Comparativa de ajustes de distribución de QM para las series de precipitación respecto al modelo HADGEM2-ES asociado a la estación 16159

A partir de esta comparativa es posible definir con cual opción se describen mejor los valores de la variable, por lo cual una vez definido el mapeado de cuantil se utiliza para ser aplicado a las series de precipitación (Figura 9.138), así como para las series de proyecciones de 2005 a 2009, obteniéndose series ajustadas al comportamiento de los valores observados en la zona de estudio (Figura 9.139).

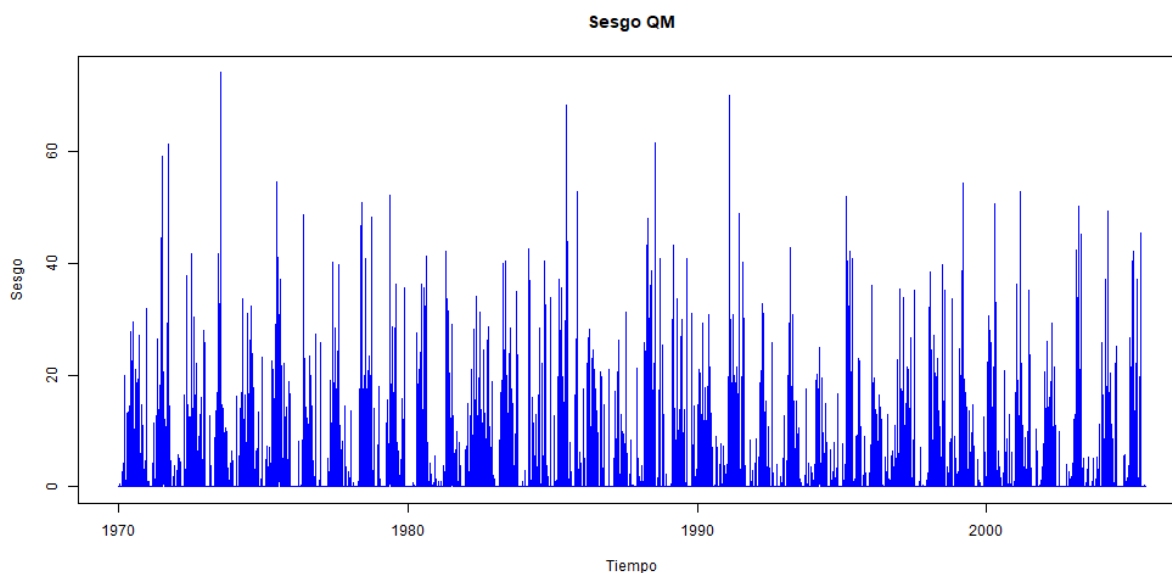


Figura 9.138 Precipitación con ajuste de sesgo para el periodo histórico 1970-2005 asociado a la estación 16100

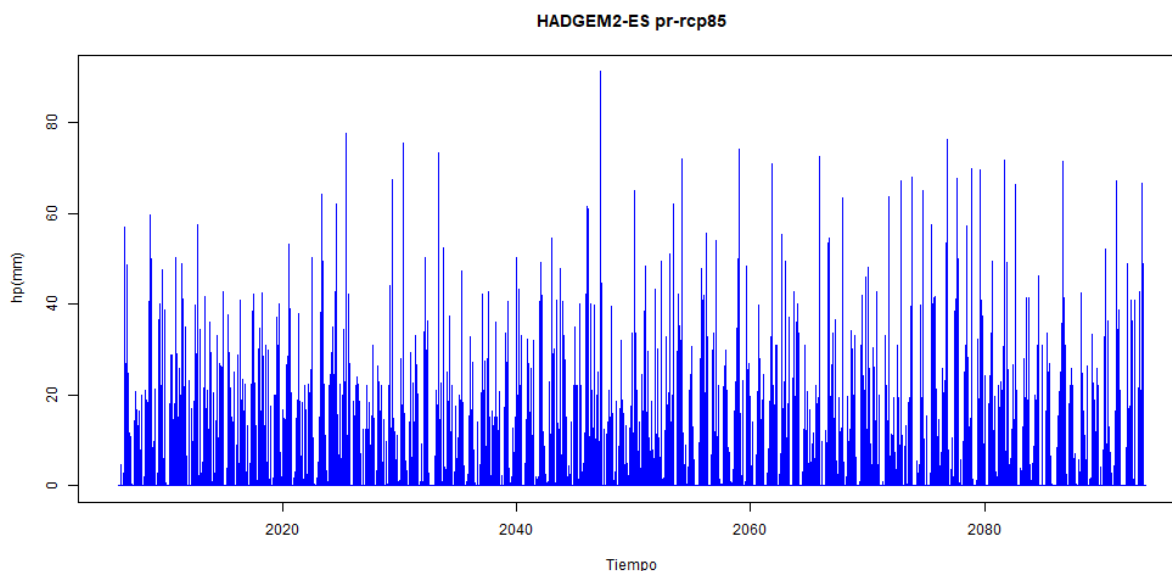


Figura 9.139 Precipitación con ajuste de sesgo para la proyección 2005-2099 en el modelo HADGEM2-ES asociado a la estación 16100

Las comparativas de ajuste se desarrollaron de forma similar para el resto de modelos.

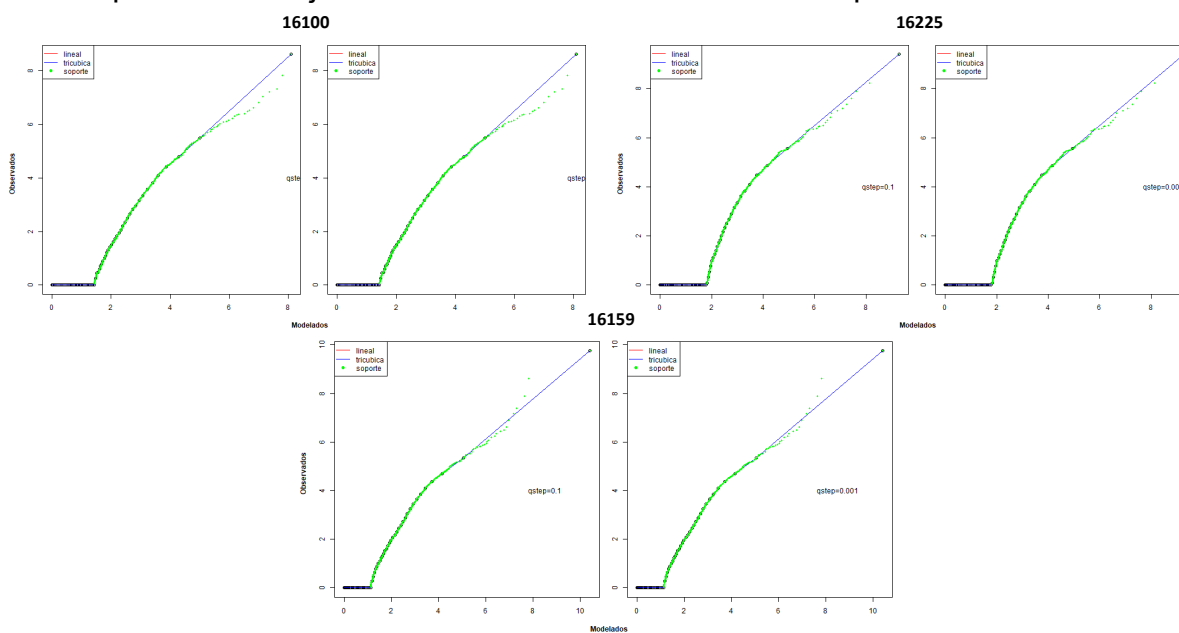


Figura 9.140 Comparativa de ajustes de distribución de QM para las series de precipitación respecto al modelo CNRM.

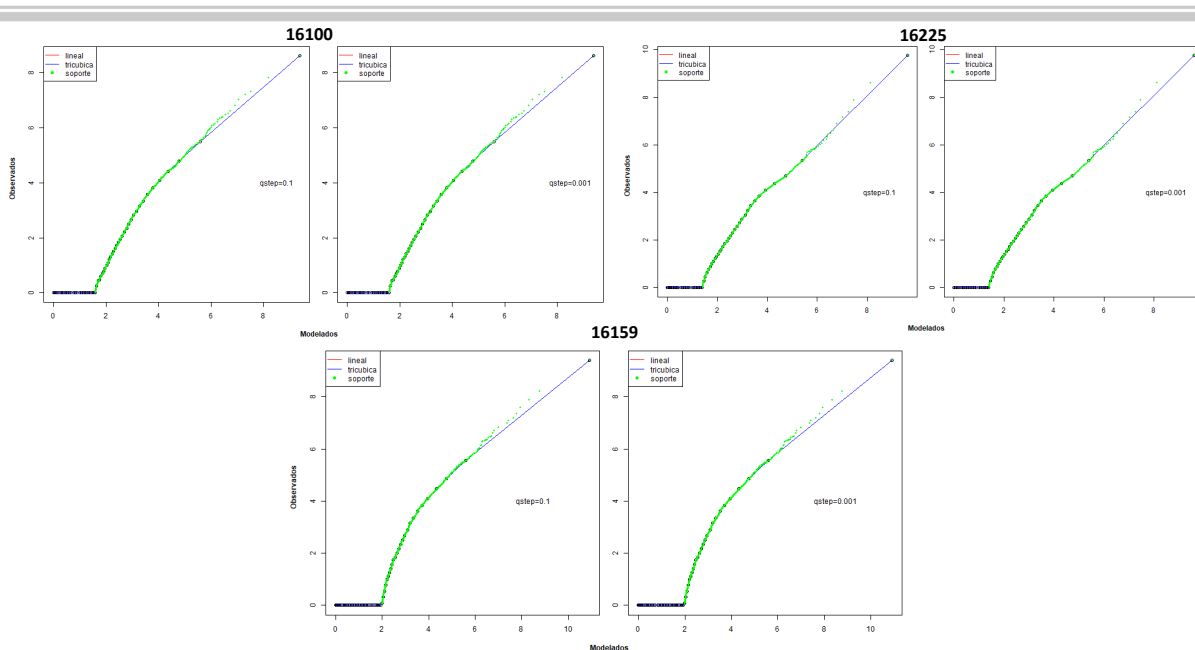


Figura 9.141 Comparativa de ajustes de distribución de QM para las series de precipitación respecto al modelo GFDL.

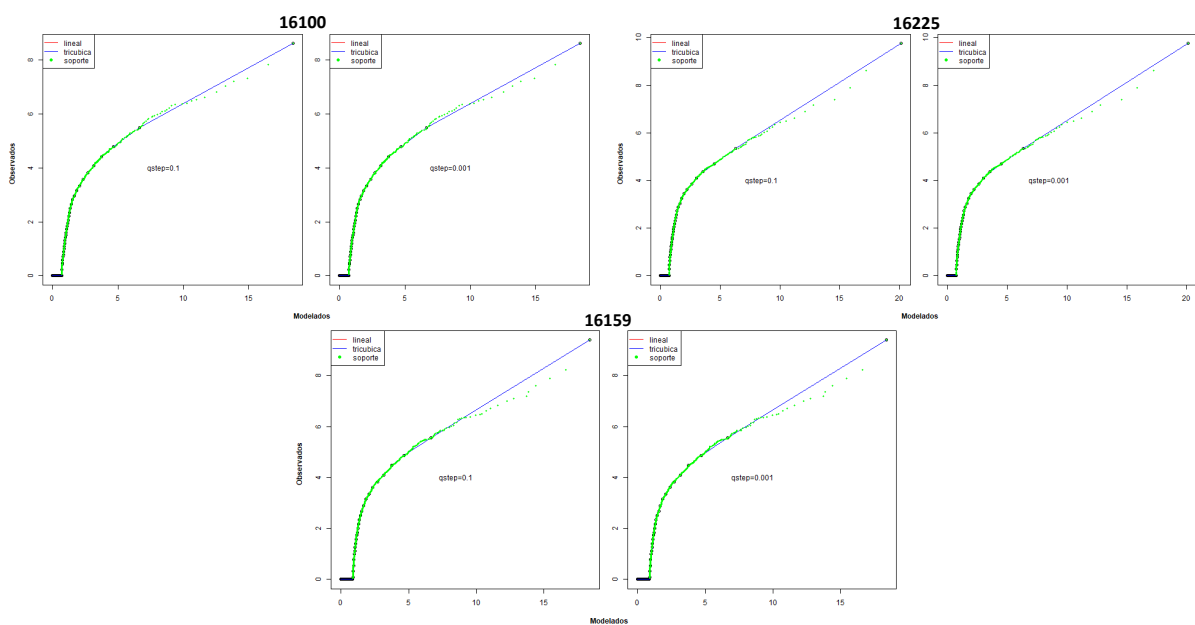


Figura 9.142 Comparativa de ajustes de distribución de QM para las series de precipitación respecto al modelo MPI.

Es posible observar en los gráficos (Figura 9.140 – Figura 9.142) de comparativa de ajuste que no existe una diferencia remarcable respecto a la manera en que se realiza el avance de cuantiles, por otro lado, la función tri cúbica es la que describe mejor el ajuste de distribución, distanciándose un poco casi al final, siendo la estación 16159 de la cuenca baja la que presenta las mayores separaciones en los modelos MPI y GFDL, mientras que para el CRNM corresponde a la estación 16100 y la 16225 para HADGEM

Con los valores de las series obtenidas para cada modelo, se procedió a realizar una comparativa de los valores obtenidos del modelo respecto a los corregidos por “quantile mapping”, por otro lado, comparaciones con el periodo histórico 1970-2018 acorde a cada estación, con el fin de identificar similitudes temporales y estadísticas respecto a los datos de precipitación y temperatura.

9.9.1.1 *Análisis en cuenca alta (estación 16100)*

Debido a la gran cantidad de información en el formato diario, la cual no puede ser apreciada adecuadamente en su totalidad en un gráfico, fue necesario llevar a cabo acumulaciones en escalas temporales mayores.

Para el modelo CNRM la precipitación total anual (PTA) corregida en la Figura 9.143 muestra un comportamiento temporal similar al original, siendo las magnitudes menores en la primera, cabe mencionar que el comportamiento general del modelo muestra una tendencia a la reducción.

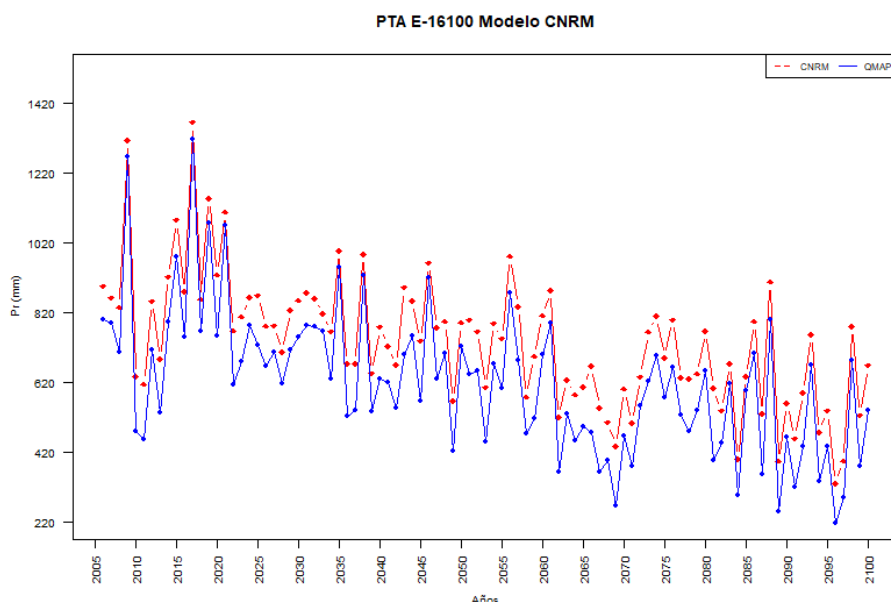


Figura 9.143 Comparativa de PTA original y corregida del modelo CNRM para la estación 16100.

La revisión de las temperaturas medias mensuales (TMM) en esta estación difieren de las corregidos con el “Linear Scaling”, se podría mencionar que en el periodo abril – septiembre hay algo de similitud (Figura 9.144).

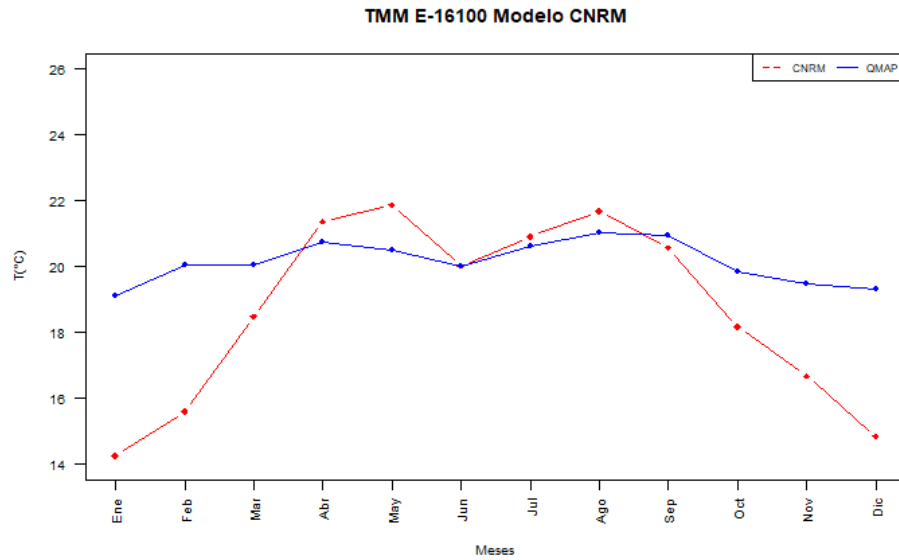


Figura 9.144 Comparativa de TMM original y corregida del modelo CNRM para la estación 16100.

A partir del gráfico de caja de la PTA (Figura 9.145) es apreciable que las series mantienen una distribución similar en sus cuartiles, con una disminución de su magnitud cercana a un 6%, desplazándose a la izquierda.

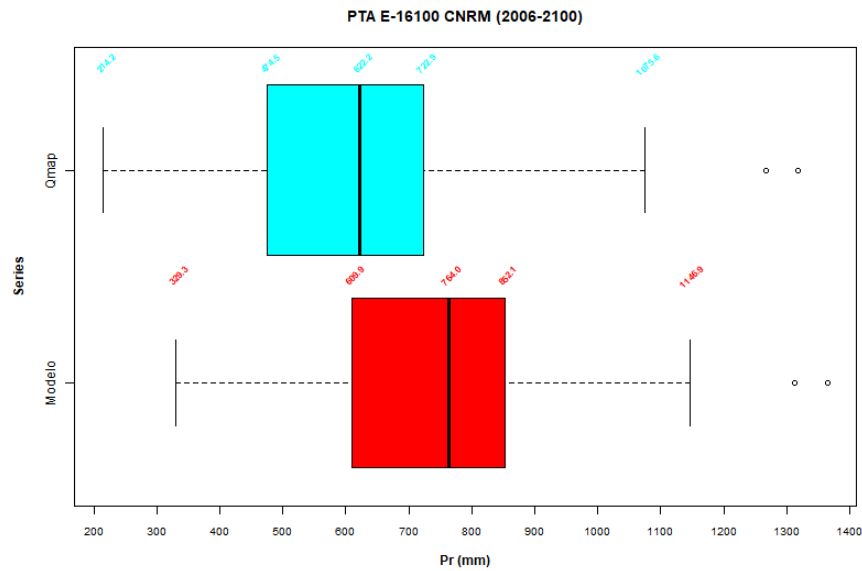


Figura 9.145 Comparativa de PTA original y corregida a partir de boxplot del modelo CNRM para la estación 16100.

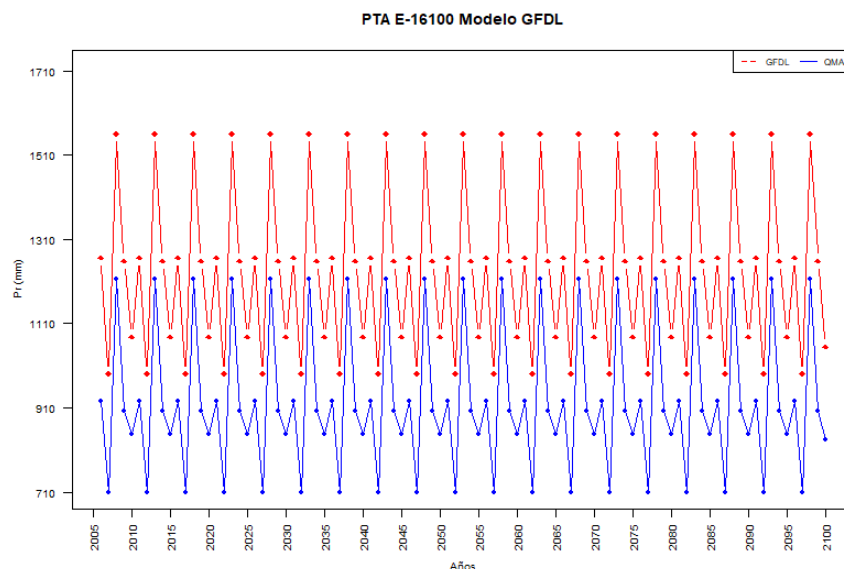


Figura 9.146 Comparativa de PTA original y corregida del modelo GFDL para la estación 16100.

La ocurrencia de la precipitación para el caso del modelo GFDL muestra un patrón que se repite cada 12 años, el cual es después de la corrección de sesgo solo reduce la magnitud de las alturas de lluvia significativamente, pero manteniendo la distribución de eventos en el tiempo (Figura 9.146), para el caso de las temperaturas (Figura 9.147) se muestra un comportamiento similar al del modelo anterior, siendo en esta ocasión la particularidad que el escalado lineal presenta valores de temperatura más elevados en comparativa a los directos del modelo, encontrándose por encima sin intersección en los valores de temperatura media mensual.

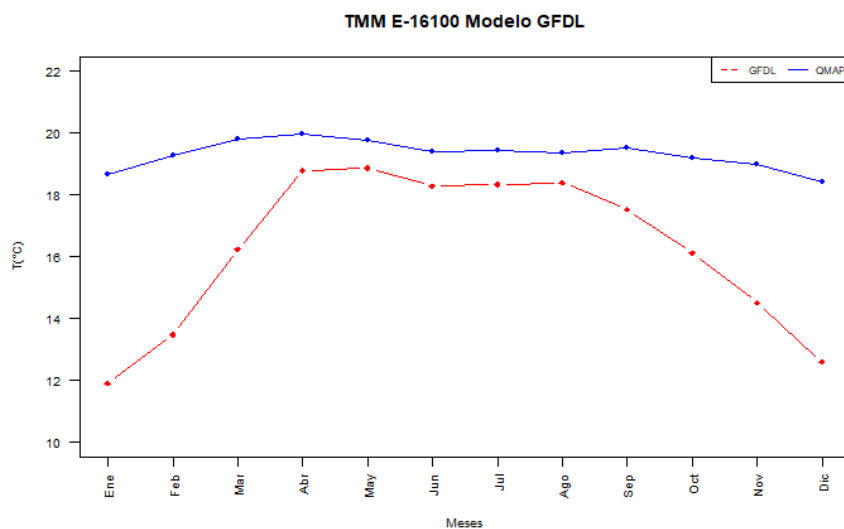


Figura 9.147 Comparativa de TMM original y corregida del modelo GFDL para la estación 16100.

El análisis estadístico de la precipitación mediante el diagrama de cajas muestra que los valores Qmap se han contraído y disminuido en comparación a los directos del modelo, teniéndose una disminución de la media aproximadamente del 28%, aunque muestran una distribución de cuartiles similar, teniéndose ausente el extremo superior, denotándose que no se alcanzan valores extremos, algo apreciable desde el gráfico de dispersión de precipitaciones con los mismos umbrales durante todo el periodo.

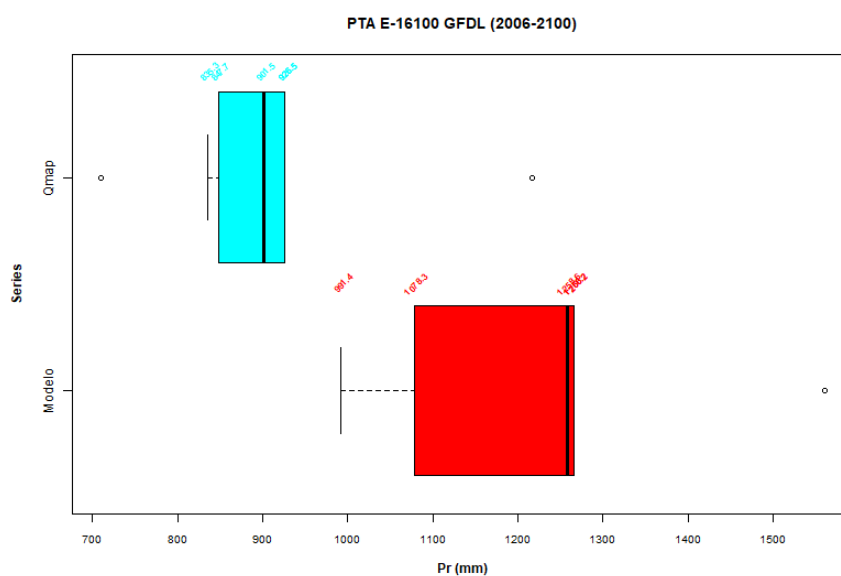


Figura 9.148 Comparativa de PTA original y corregida a partir de boxplot del modelo GFDL para la estación 16100.

En la descripción del modelo HADGEM la precipitación muestra una tendencia de reducción similar al modelo CNRM, pero ciertamente atenuada, identificándose periodos de gran aportación como en 2023, 2046 y 2082 (Figura 9.149), teniéndose compensación el resto del periodo, en cuanto a la diferencia entre los valores originales y corregidos vuelve a presentarse una reducción generalizada de 30%.

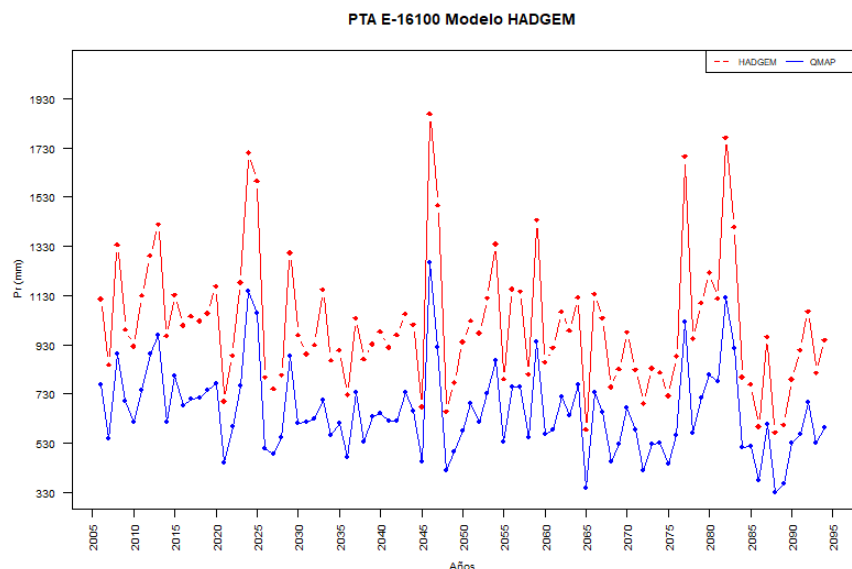


Figura 9.149 Comparativa de PTA original y corregida del modelo HADGEM para la estación 16100.

Respecto al comportamiento de las temperaturas es apreciable en la Figura 9.150 que los valores directos y corregidos mantienen un comportamiento más parecido en comparación con los modelos previos, teniéndose las diferencias más notables a partir de mayo, destacándose en esta ocasión la serie corregida por comenzar con valores menores a su contraparte, para a partir de abril comenzar a distanciarse con valores superiores.

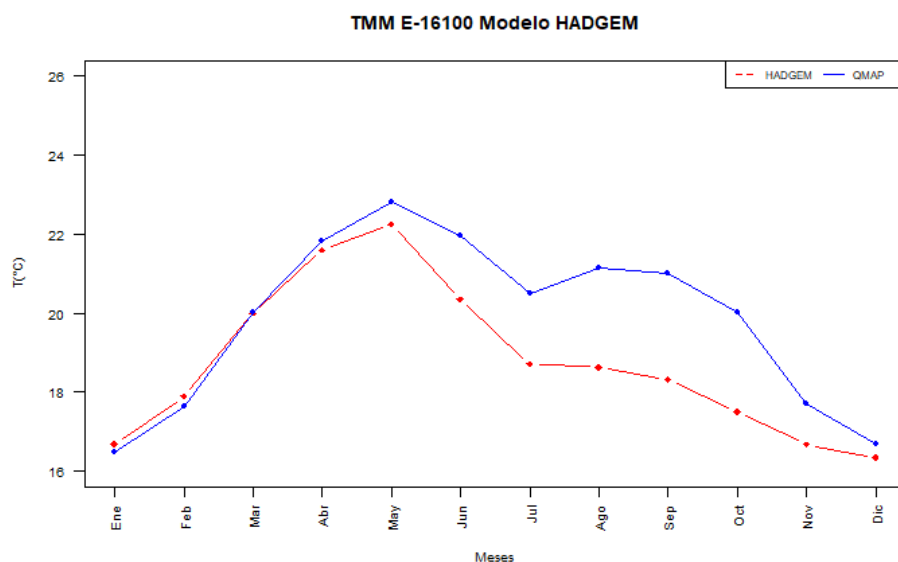


Figura 9.150 Comparativa de TMM original y corregida del modelo HADGEM para la estación 16100.

De nueva cuenta la distribución de cuantiles de la serie corregida muestra un comportamiento similar al de los datos de origen del modelo, pero con magnitudes reducidas, teniéndose para este caso un menor número de valores extremos (Figura 9.151).

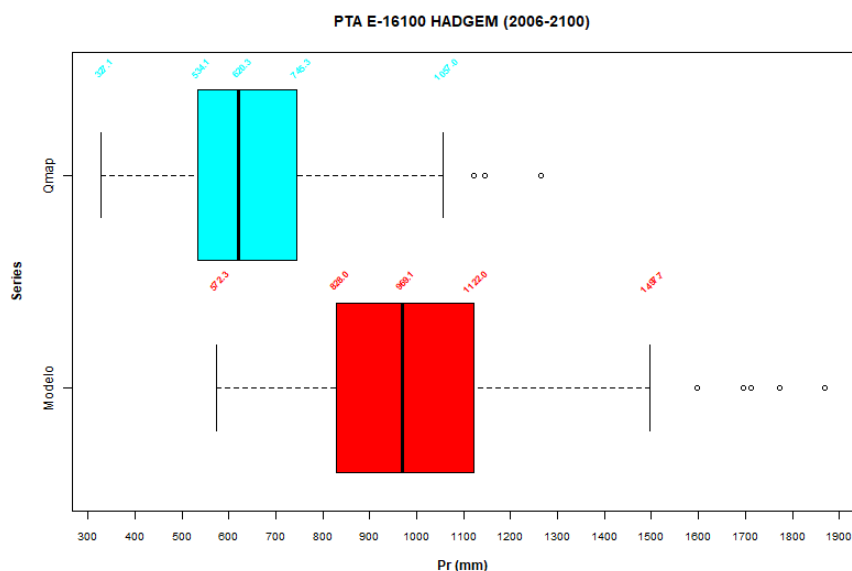


Figura 9.151 Comparativa de PTA original y corregida a partir de boxplot del modelo HADGEM para la estación 16100.

La condición de precipitación para el modelo MPI mostrada en la Figura 9.152 resulta ser uno de los más peculiares mostrando una periodicidad de 6 años (parecido al modelo GFDL), siendo en este caso la serie corregida superior a la original con una intensidad mayor al 40%, en la que el tercer y quinto año muestran comportamientos opuestos.

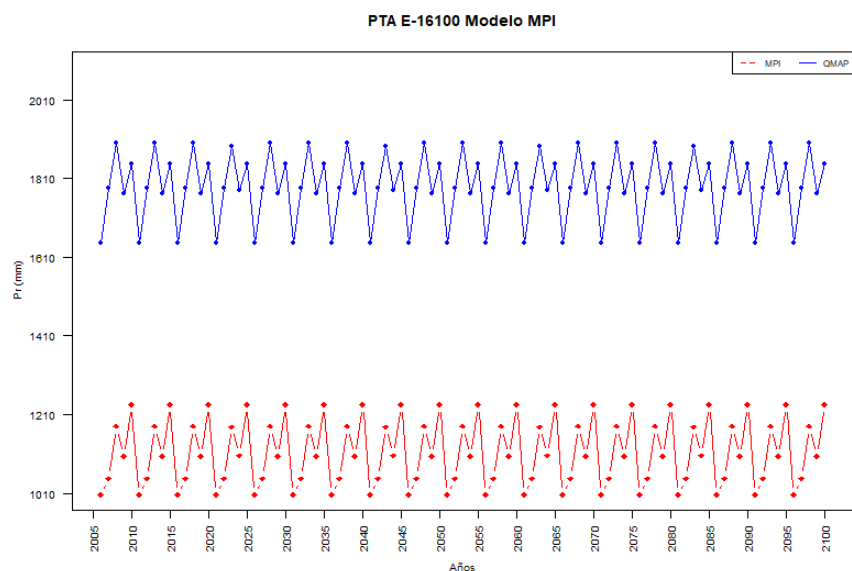


Figura 9.152 Comparativa de PTA original y corregida del modelo MPI para la estación 16100.

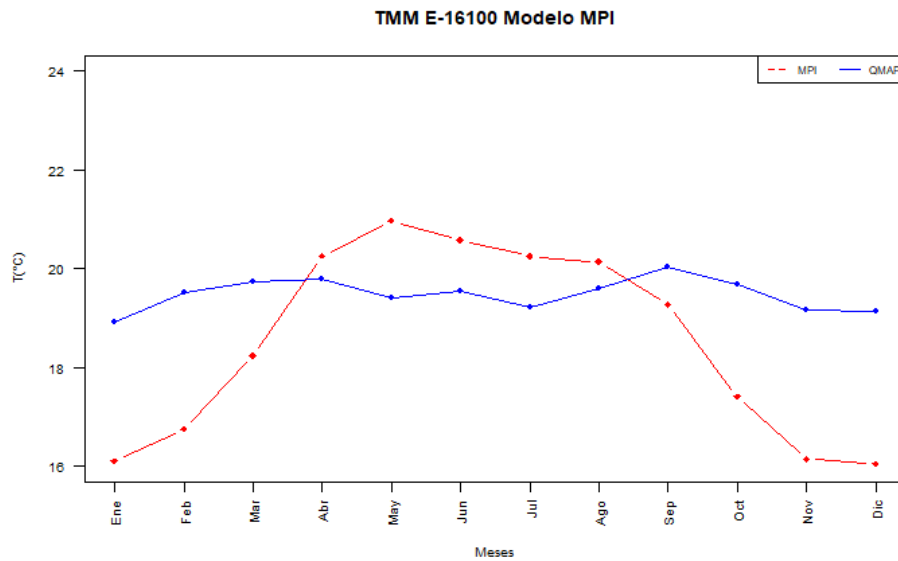


Figura 9.153 Comparativa de TMM original y corregida del modelo MPI para la estación 16100.

En relación a las temperaturas medias mensuales del modelo MPI (Figura 9.153) existe una similitud con el modelo CNRM, siendo los meses iniciales y finales en los que existe una mayor diferencia, entre abril y agosto se tienen la mayor cercanía de valor.

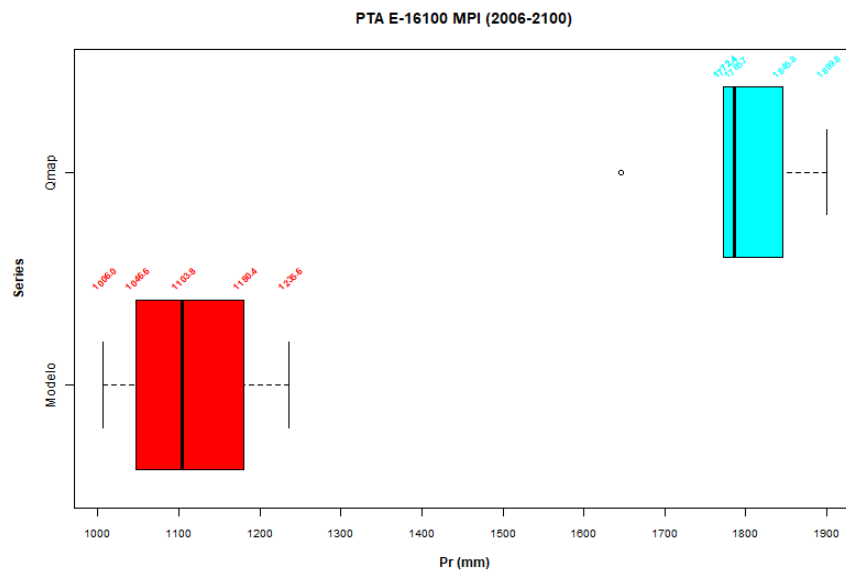


Figura 9.154 Comparativa de PTA original y corregida a partir de boxplot del modelo MPI para la estación 16100.

Respecto al comportamiento de distribución de los datos comparados (Figura 9.154) en este modelo no se describe una condición semejante como se veía en el resto de modelos, se reitera el comportamiento de las intensidades de lluvia superiores en la serie corregida, pero a diferencia de la distribución cuasi simétrica de los datos directos del modelo con rango entre 1000 y 1250 mm, la serie Qmap no presenta el bigote inferior, con la mediana más cercana al primer cuartil, centrándose entre valores de precipitación de 1700 a 1900 mm.

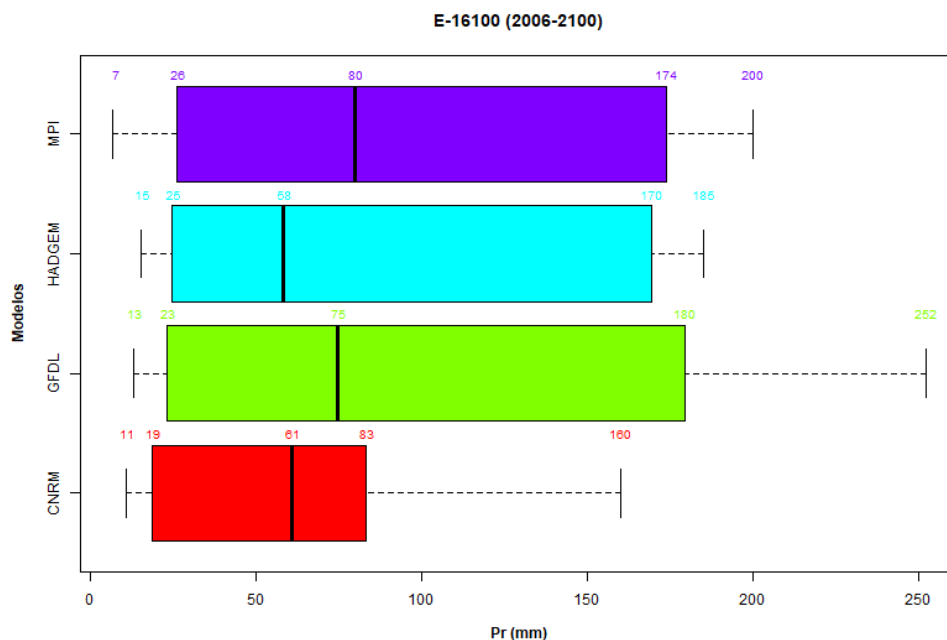


Figura 9.155 Comparativa boxplot de precipitación mensual de registro original para la estación 16100.

La comparativa de los valores de precipitación de acumulación mensual entre los modelos en la estación relacionada a la cuenca alta en la Figura 9.155 muestra una distribución un tanto similar entre los modelos MPI, HADGEM y GFDL, destacándose este último por contar con el valor máximo más elevado, por su parte el modelo CNRM se caracteriza por concentrar sus tres cuartiles en valores bajos, siendo su límite superior cercano al tercer cuartil del resto de modelos.

En contraste las series bajo corrección de sesgo (Figura 9.156) muestran variaciones particulares por cada modelo, teniéndose una reducción para HADGEM, GFDL y CNRM, mientras que MPI presenta un aumento, teniéndose bastante cercanía en los límites inferiores, siendo la mediana con mayor alteración la del modelo MPI.

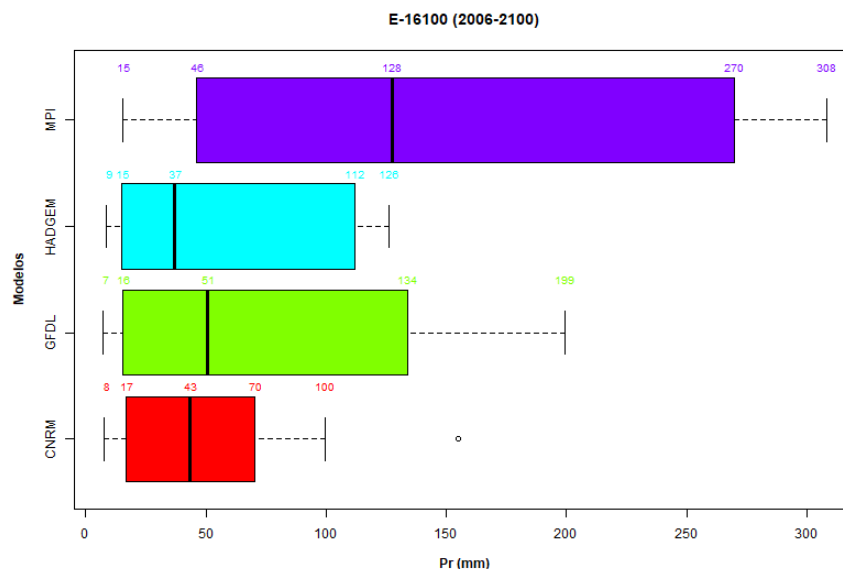


Figura 9.156 Comparativa boxplot de precipitación mensual de registro corregido por Qmap para la estación 16100.

La relación de temperaturas de los modelos en su estado directo, permite identificar que el GFDL presenta los rangos más bajos, mientras que el HADGEM alcanza los límites máximos más significativos, por su parte el CNRM muestra el rango más amplio de temperaturas (14°C – 22°C) y el MPI el más acotado (16°C – 21°C) (Figura 9.158).

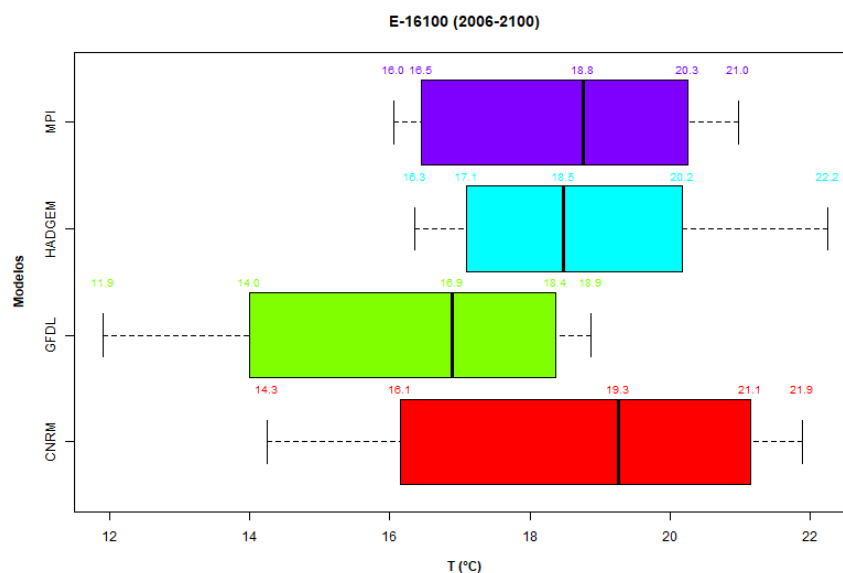


Figura 9.157 Comparativa boxplot de temperatura mensual de registro original para la estación 16100.

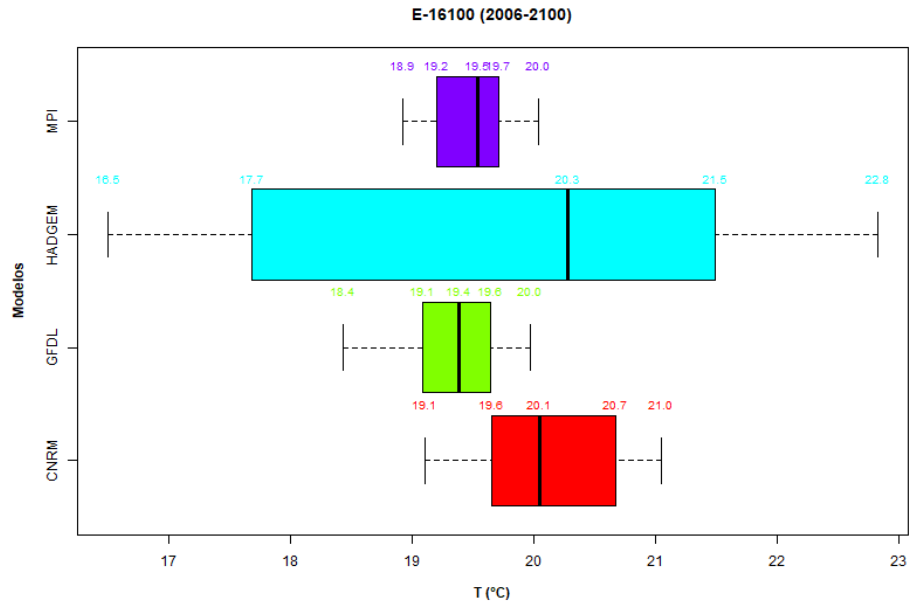


Figura 9.158 Comparativa boxplot de temperatura mensual de registro corregido por LS para la estación 16100.

Después de la corrección por escalado lineal que se muestran en la Figura 9.158 las distribuciones muestran una reducción para los modelos MPI, GFDL y CNRM, bastante acotados en rangos de 19 a 21°C mientras que el HADGEM mantuvo parte de su comportamiento, bajo rangos similares, pero con una mediana que se acerca al tercer cuartil.

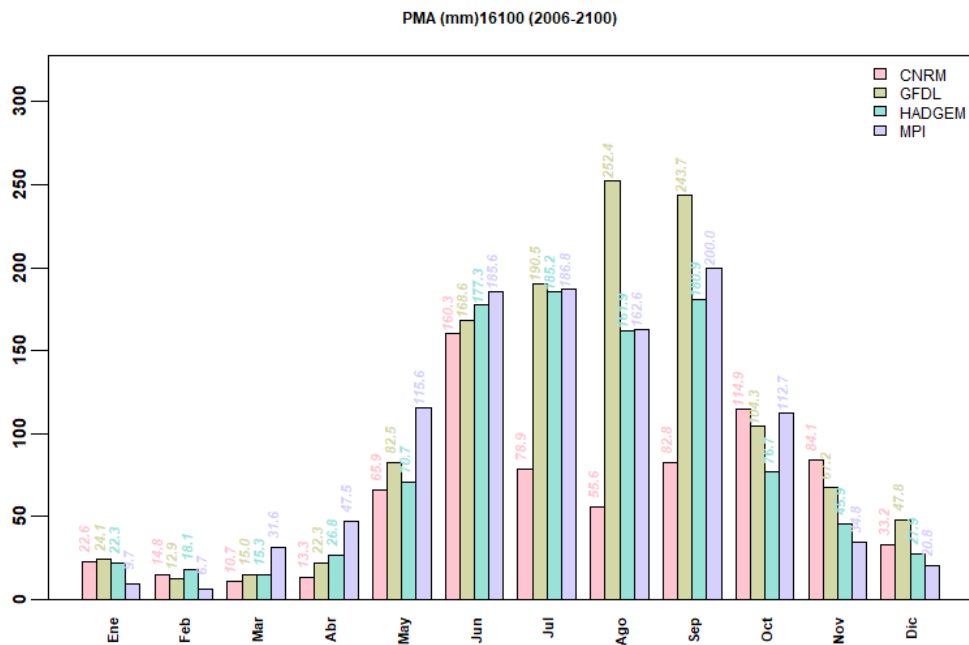


Figura 9.159 Comparativa PMM de valores extraídos para la estación 16100.

La media mensual de las precipitaciones directamente extraídas de los modelos constata que los modelos GFDL y MPI tienen los valores de mayor consideración en casi todos los meses, siendo el CNRM el que describe los menores valores de PMM a excepción de octubre y noviembre (Figura 9.159).

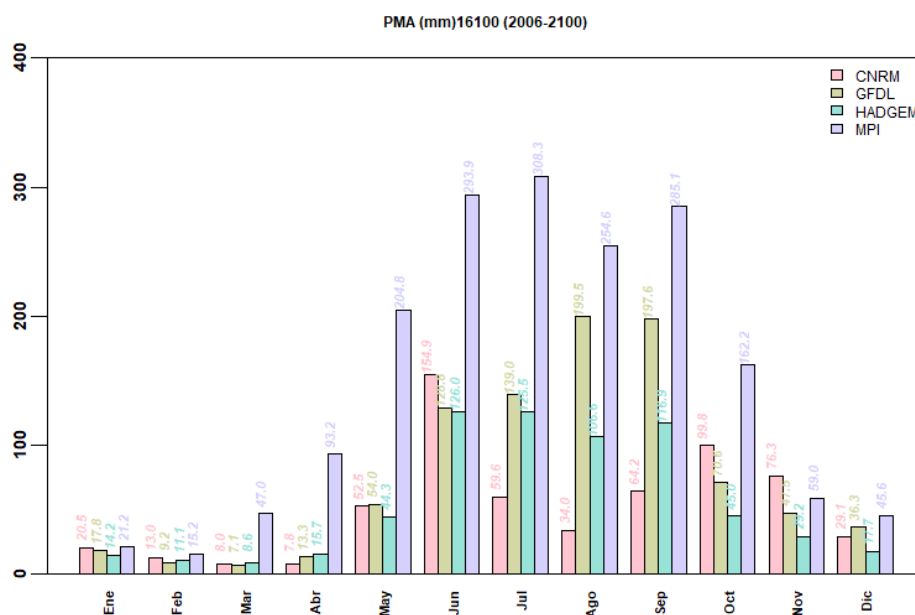


Figura 9.160 Comparativa de PMM de registro corregido por Qmap para la estación 16100.

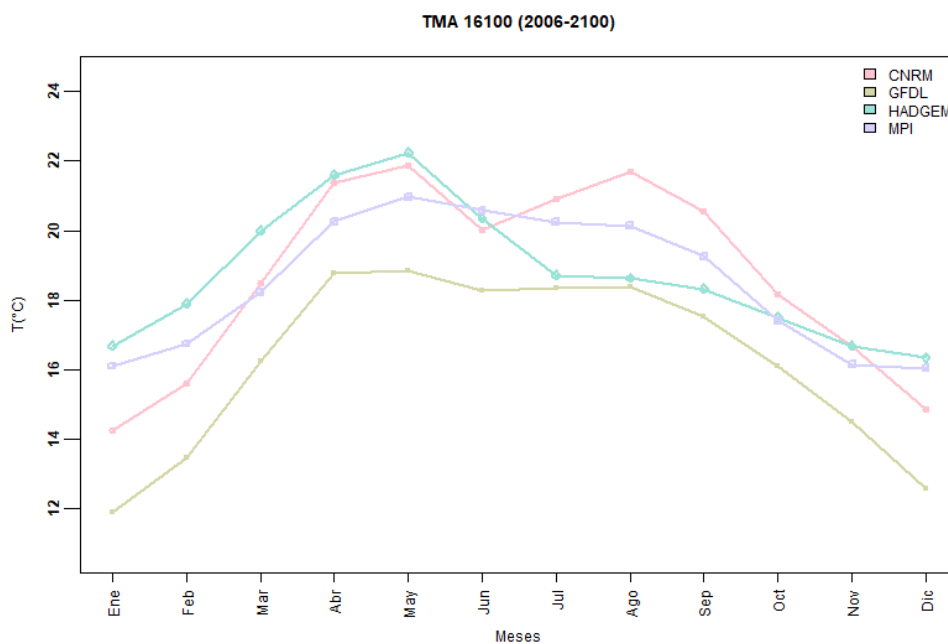


Figura 9.161 Comparativa de TMM de registro original para la estación 16100.

El gráfico de barras de PMM posterior a la corrección por quantile mapping (Figura 9.160) verifica el comportamiento previamente mostrado, siendo el modelo MPI destacable por el aumento de valores superando incluso al modelo GFDL con las mayores precipitaciones en el gráfico previo, mientras que el resto de modelos ha disminuido de forma general.

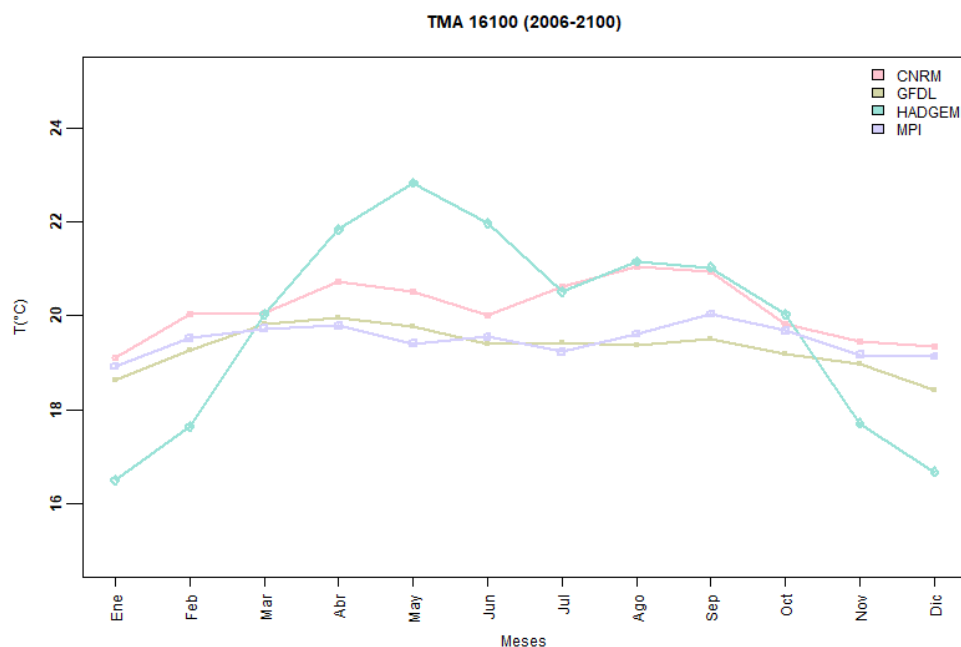


Figura 9.162 Comparativa TMM de registro corregido por Linear Scaling para la estación 16100.

En cuanto a la comparación de valores de temperatura media mensual de extracción directa de los modelos en la Figura 9.161 parecen seguir una distribución similar, caracterizándose el GFDL por tener los valores más bajos, mientras que HADGEM comienza con los valores más elevados, atenuándose posterior a Junio; posterior a la corrección por sesgo (Figura 9.162) la mayoría de los modelos describen un comportamiento similar que oscila entre 19 a 21°C, siendo el HADGEM el que más difiera mostrando una distribución parecida a su estado original, con cierta similitud al CNRM, este por su lado tiene los valores más elevados después del HADGEM.

Con el fin de precisar la similitud del comportamiento de las series respecto a los valores observados se han generado gráficos de comparación en el periodo histórico de registro de 1970 a 2018; para el caso de la precipitación media mensual se contrastan los valores acumulados observados respecto a los de extracción directa de los modelos, teniéndose que estos últimos mantienen un comportamiento similar, teniéndose que en los meses del periodo húmedo (Mayo a Octubre) los valores observados son particularmente bajos, mientras que el resto de meses el registro suele ser mayor a lo indicado por los modelos (Figura 9.163).

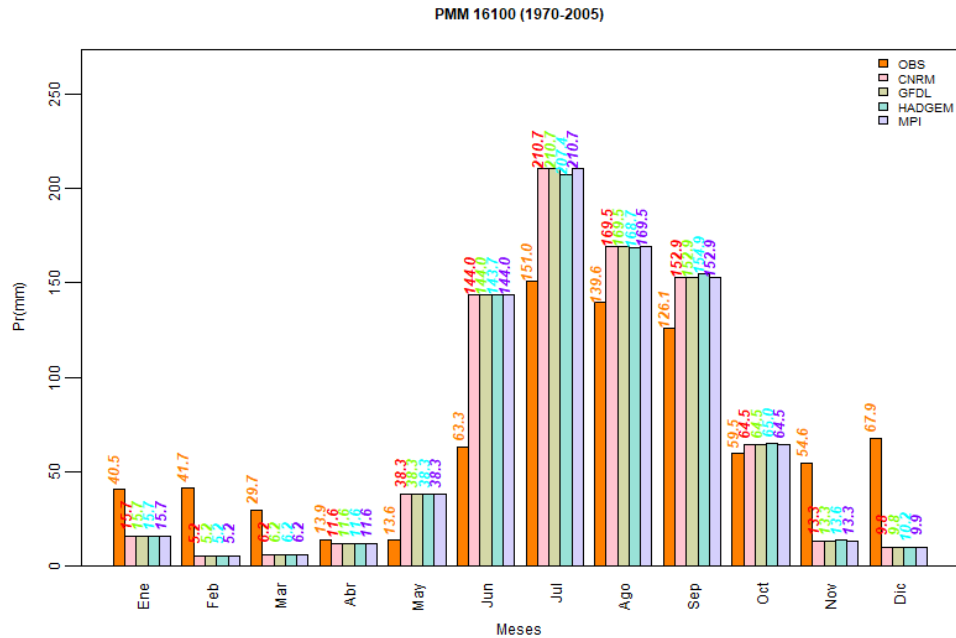


Figura 9.163 Comparativa de PMM histórica respecto a series corregidas por Qmap para la estación 16100.

En la comparativa de temperaturas después de ser corregidas por linear scaling (Figura 9.164), es notable que los modelos se concentran en el rango de 16 a 17 °C teniéndose para los valores observados un marco más amplio acorde al cambio estacional.

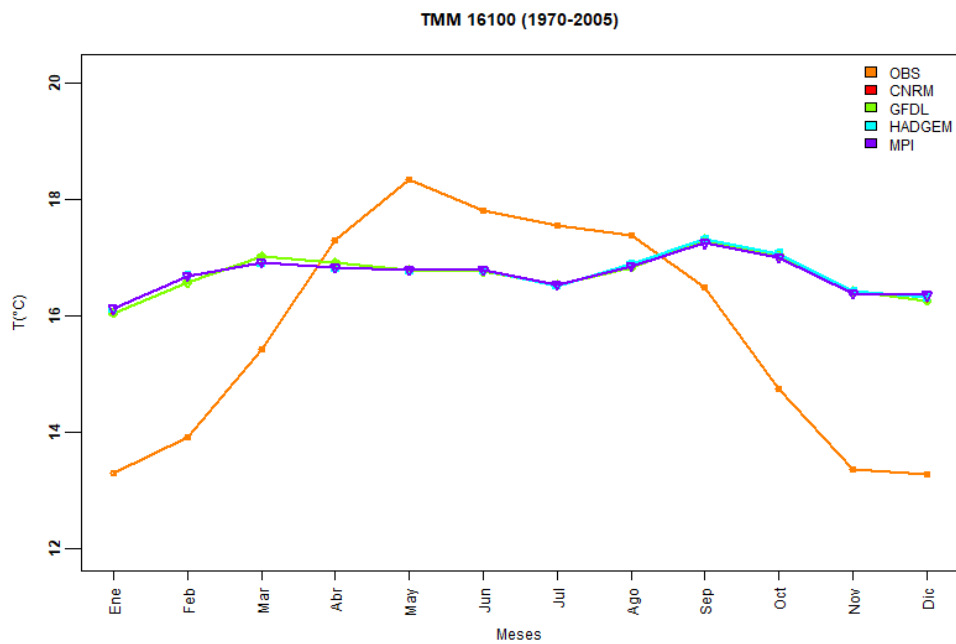


Figura 9.164 Comparativa de TMM histórica respecto a series corregidas por LS para la estación 16100.

La comparativa de distribución de la precipitación mensual de los valores observados respecto a los modelos indica nuevamente la similitud entre estos últimos, siendo estos casi idénticos, mientras que las precipitaciones registradas en la estación muestran un umbral de valores muy limitado entre 14 y 151 mm en contraste.

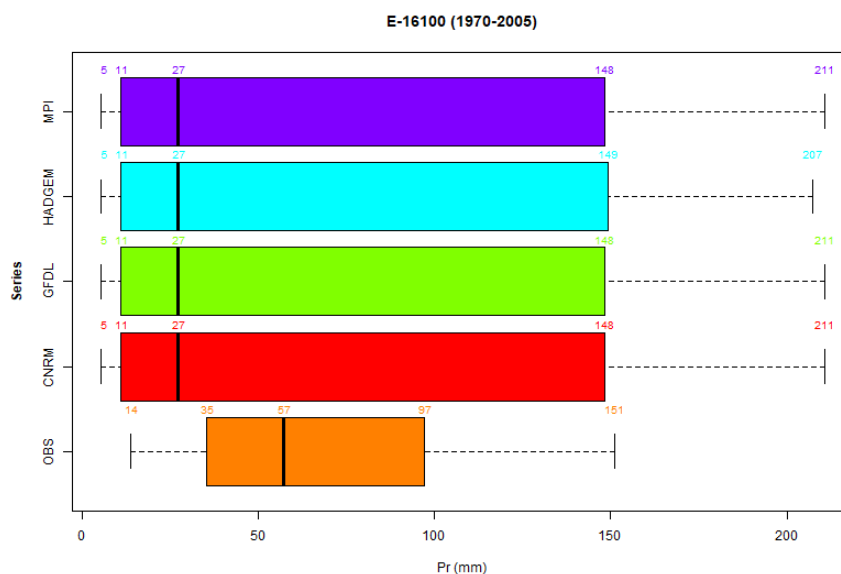


Figura 9.165 Comparativa de precipitación mensual histórica con registro corregido por QM para la estación 16100.

En el caso de las temperaturas se muestra un comportamiento inverso como mostraba el gráfico de dispersión, con distribuciones semejantes en los modelos, mientras que el observado dispone de un rango amplio con distribución casi simétrica.

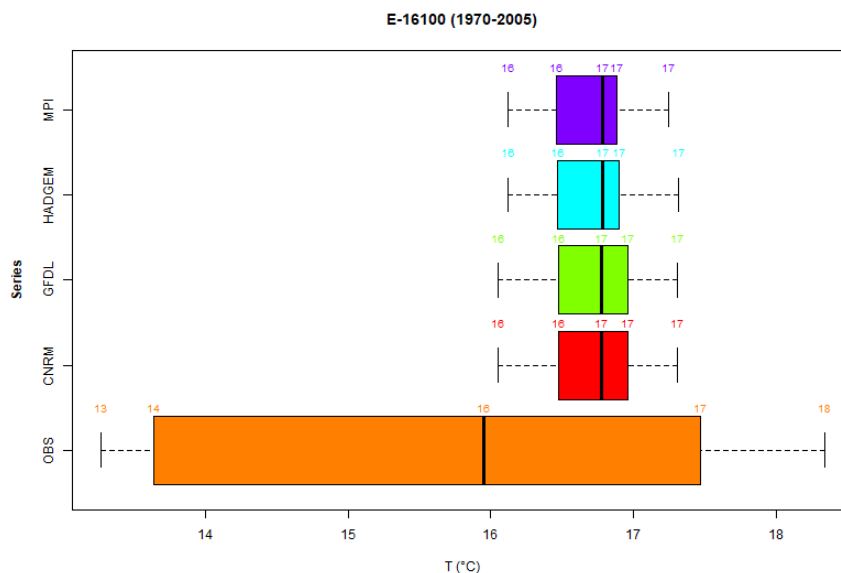


Figura 9.166 Comparativa de temperatura diaria histórica con registro corregido por LS para la estación 16100.

9.9.1.2 Análisis en cuenca media (estación 16225)

La comparación de PTA directa y corregida de la estación 16225 en el modelo CNRM muestra un comportamiento análogo al de la estación 16100, caracterizándose por tener valores mucho más estrechos entre sí y siendo la serie corregida ligeramente mayor a la original, en el caso de la TMM se tiene también una dispersión semejante al de cuenca alta, solo que en esta ocasión la corrección LS indica una tendencia de disminución.

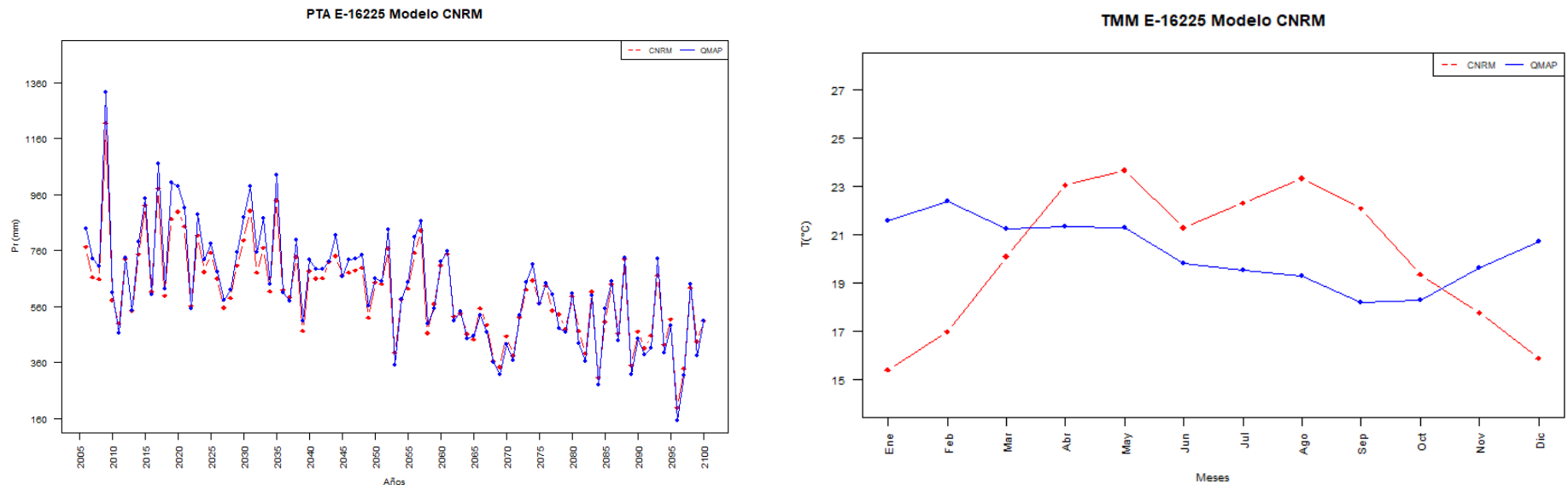


Figura 9.167 Comparativa de PTA (izquierda) y TMM (derecha) original y corregida del modelo CNRM para la estación 16225.

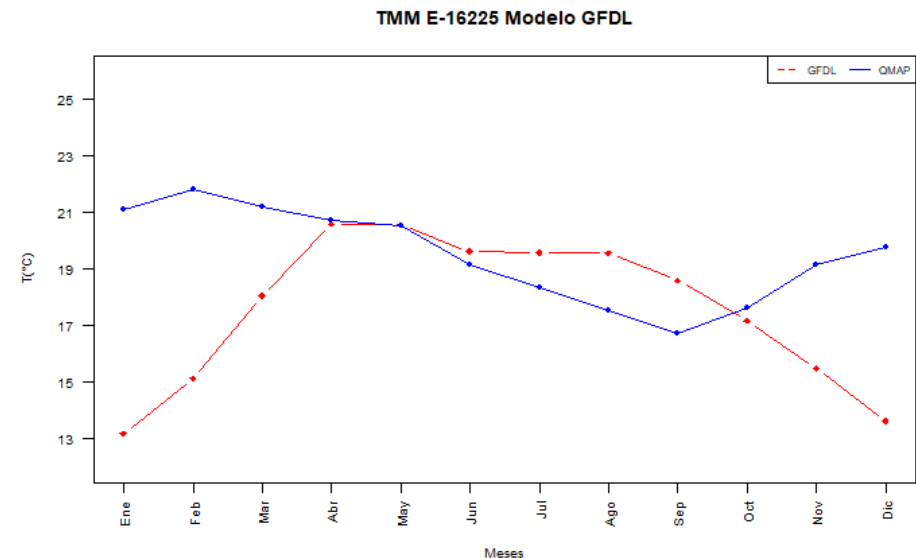
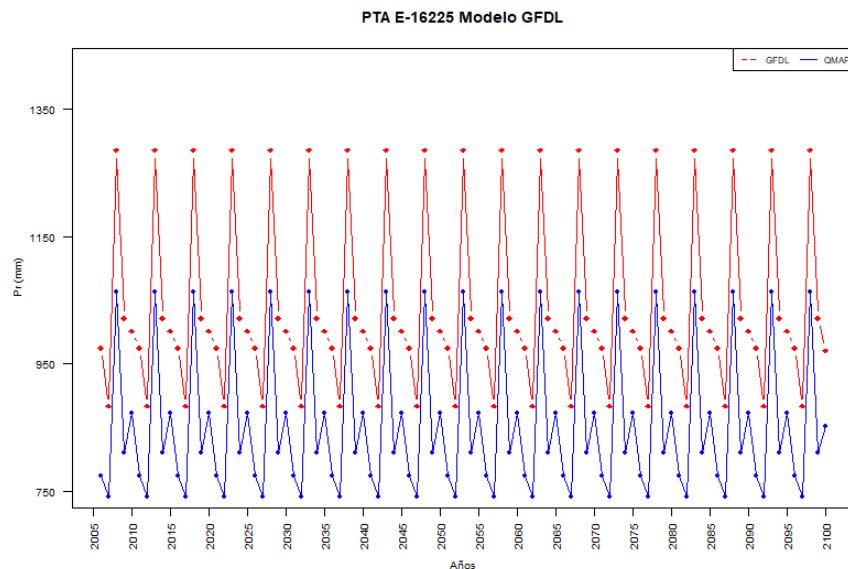


Figura 9.168 Comparativa de PTA (izquierda) y TMM (derecha) original y corregida del modelo GFDL para la estación 16225.

Para el modelo GFDL la PTA muestra nuevamente un comportamiento periódico de 6 años, siendo la serie corregida con una disminución cercana al 20%, por su parte en la TMM comparten valores similares en abril y mayo, siendo los meses iniciales mayores los valores de la serie qmap, la cual se reduce de manera progresiva hasta septiembre, volviendo a subir para el resto de meses, las temperaturas de la serie directa muestra una distribución afín al modelo CNRM, siendo el mes de Junio el más distinto.

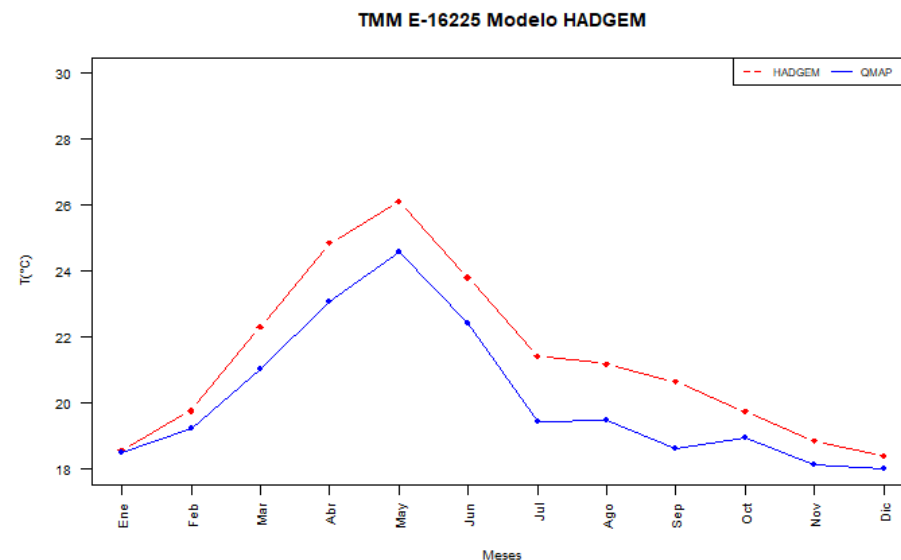
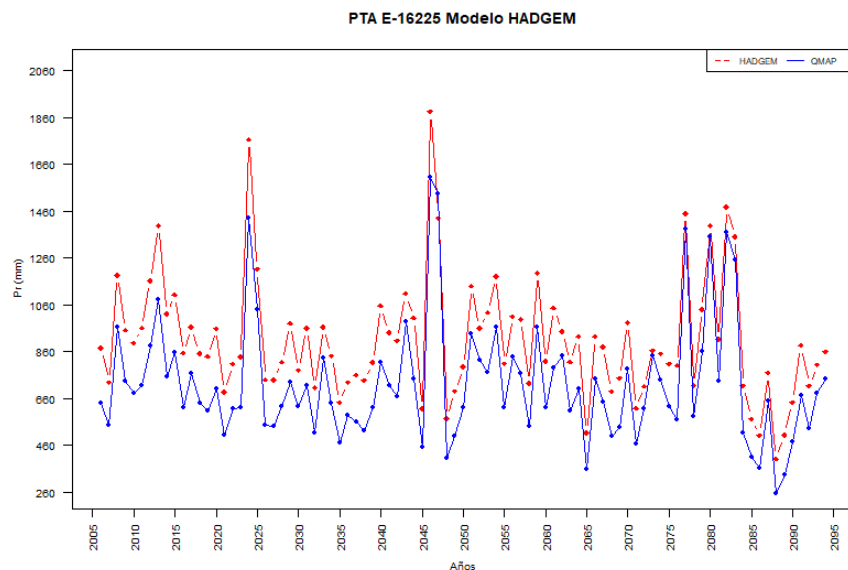


Figura 9.169 Comparativa de PTA (izquierda) TMM (derecha) original y corregida del modelo HADGEM para la estación 16225.

La descripción de PTA para el caso del modelo HADGEM sigue una configuración análoga al CNRM, así como ocurrió en la estación 16100, siendo los valores cercanos entre las dos series como lo muestra la Figura 9.169, teniéndose los valores extremos en los años 2023, 2046, 2076, 2079 y 2081.

La TMM en este modelo muestra una configuración similar entre las series directa del modelo y con corrección del sesgo, teniendo esta última valores ligeramente menores, teniendo las diferencias más notables en julio y septiembre.

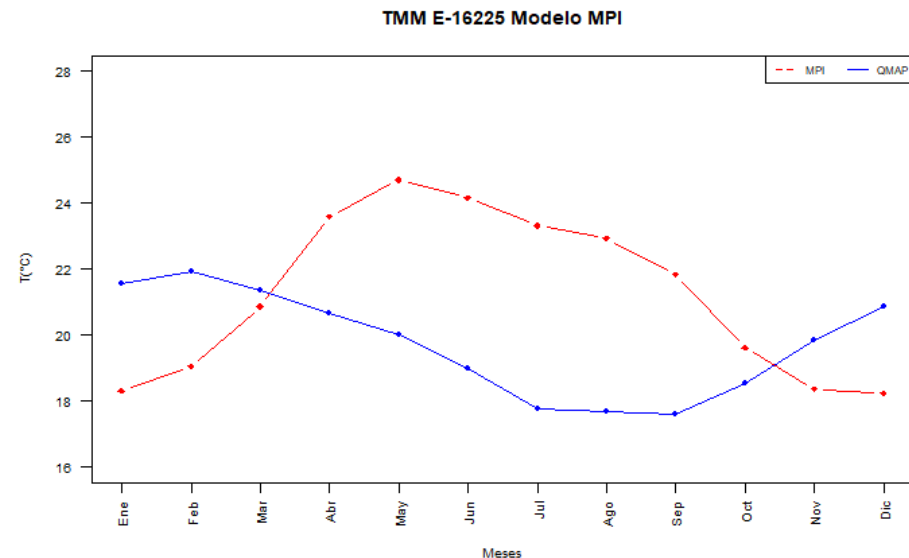
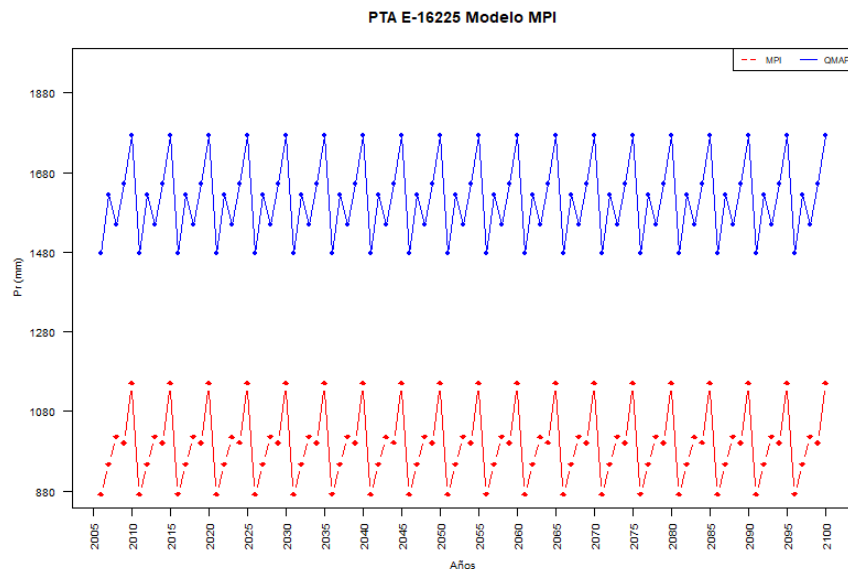


Figura 9.170 Comparativa de PTA (izquierda) y TMM (derecha) original y corregida del modelo MPI para la estación 16225.

Respecto al modelo MPI la PTA vuelve a mostrar un comportamiento de repetición periódica cada 6 años, teniéndose nuevamente un aumento de la magnitud de la lluvia en el caso de la serie corregida, con un aumento cercano al 34%.

La comparación de temperatura media mensual en este modelo muestra conductas contrarias siendo el único valor de similitud en marzo, caracterizándose en este caso la serie corregida por tener una tendencia a la baja hasta septiembre y un repunte en los últimos meses.

Se puede notar a partir de la comparativa de los gráficos de caja (Figura 9.171) que en el modelo CNRM las series comparten mayor similitud, seguido del modelo HADGEM, siendo el GFDL y MPI los más diferentes, siendo este último en el que existe mayor distinción, una particularidad se encuentra en el modelo HADGEM que nuevamente presenta la mayor cantidad de valores extremos.

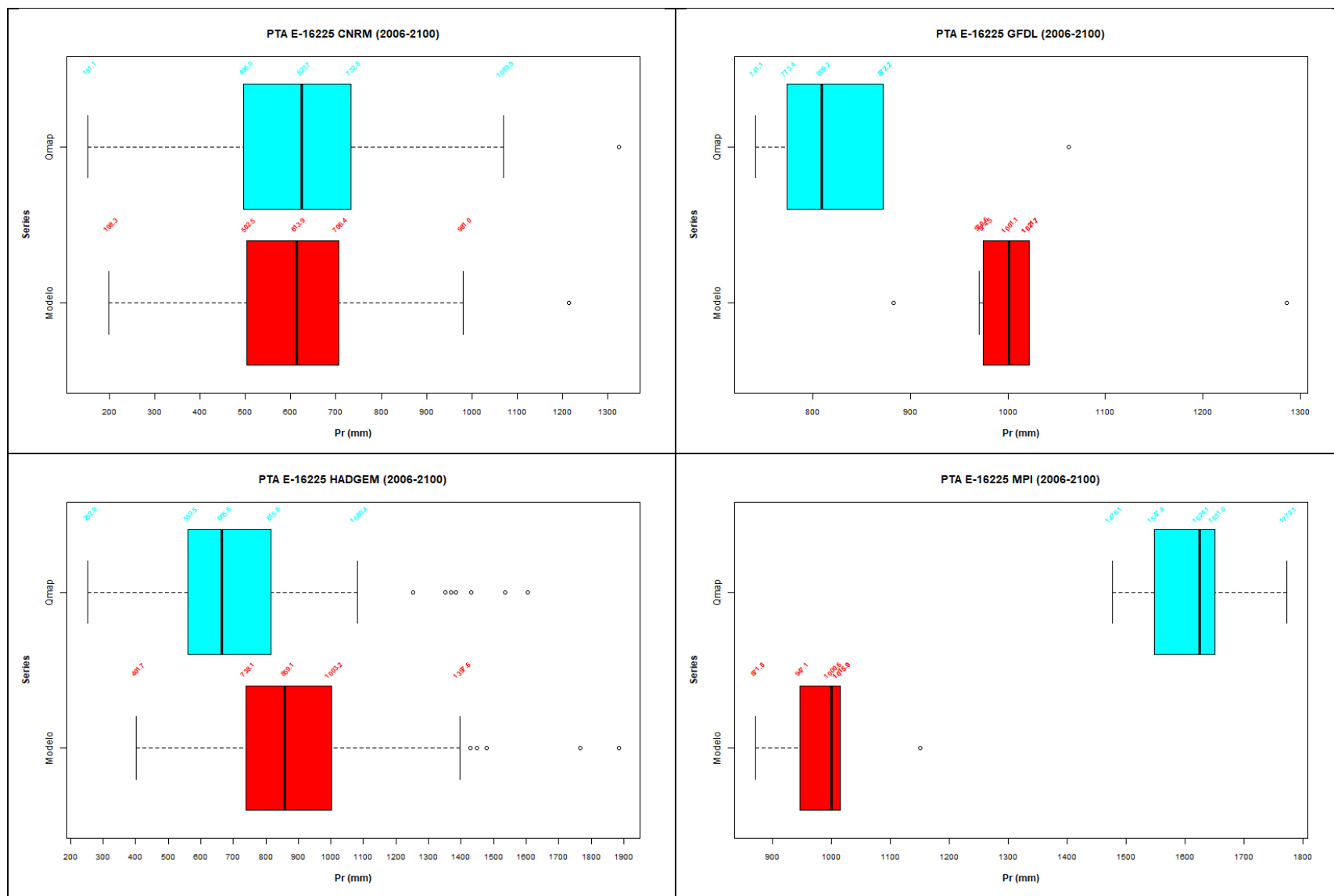


Figura 9.171 Comparativa de PTA original y corregida de los modelos a partir de boxplot para la estación 16225.

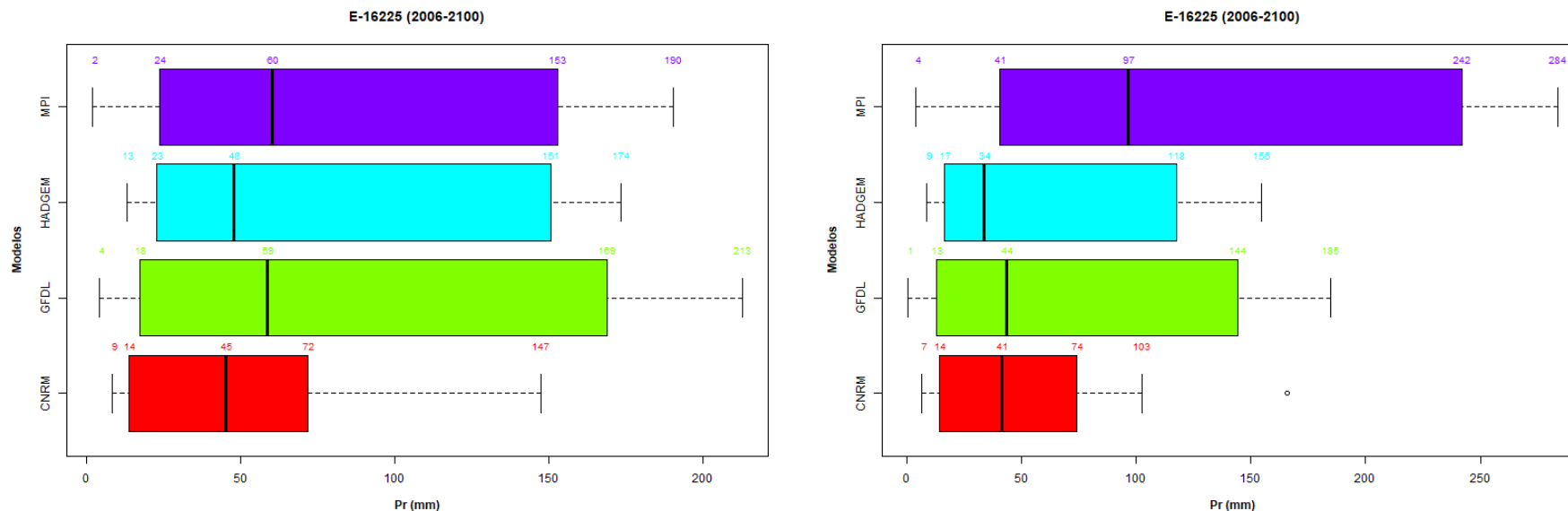


Figura 9.172 Comparativa de precipitaciones mensuales originales (izquierda) y corregidas (derecha) para los modelos a partir de boxplot..

Para el caso de la estación 16225 la comparativa de distribución por los gráficos de caja permite apreciar que en el caso de los valores directos tienen una mayor extensión de manera general, siendo el modelo CNRM el que presenta el límite superior más separado del tercer cuartil, en cuanto los valores corregidos se puede distinguir una contracción en los modelos, a diferencia del MPI en el cual se tuvo una ampliación.

Las temperaturas en la región de cuenca media, muestran distribuciones diferentes por cada modelo (Figura 9.173), siendo el GFDL con los valores más pequeños, mientras que el HADGEM se vuelve a caracterizar por tener el límite máximo superior; posterior a la corrección los límites máximos de los modelos se ven reducidos, teniéndose un ajuste de distribución del modelo HADGEM particular, ya que la mediana se vuelca hacia el primer cuartil y se genera una separación importante entre el tercer cuartil y el límite máximo.

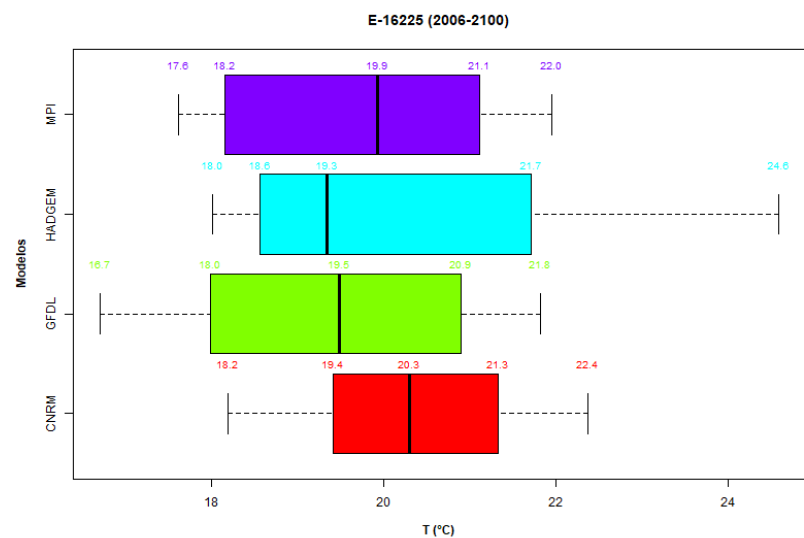
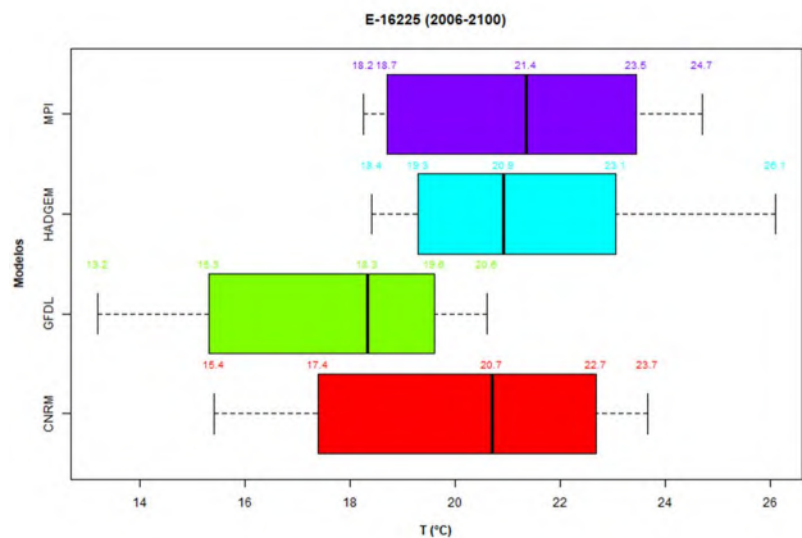


Figura 9.173 Comparativa de temperatura medias mensuales originales(izquierda) y corregidas (derecha) para los modelos a partir de boxplot.

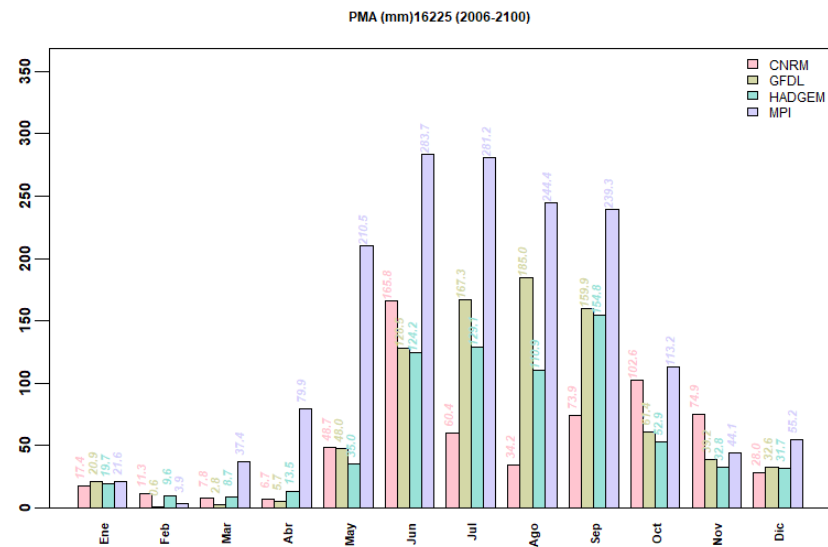
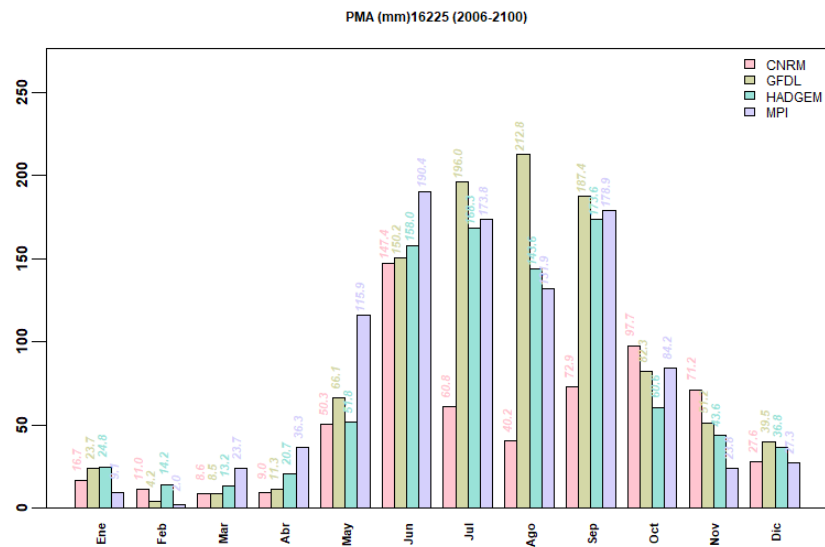


Figura 9.174 Hietogramas comparativos de PMM valores originales(izquierda) y corregidas (derecha) para los modelos en la estación 16225.

A través de la comparativa de hietogramas de PMM en la Figura 9.174 se aprecia una postura similar a la mostrada en la estación anterior, teniéndose que en los valores directos del modelo el GFDL muestra las alturas más sobresalientes, mientras que en las series corregidas el modelo MPI se destaca por ello, teniéndose a su vez una reducción generalizada de los valores en el resto de modelos.

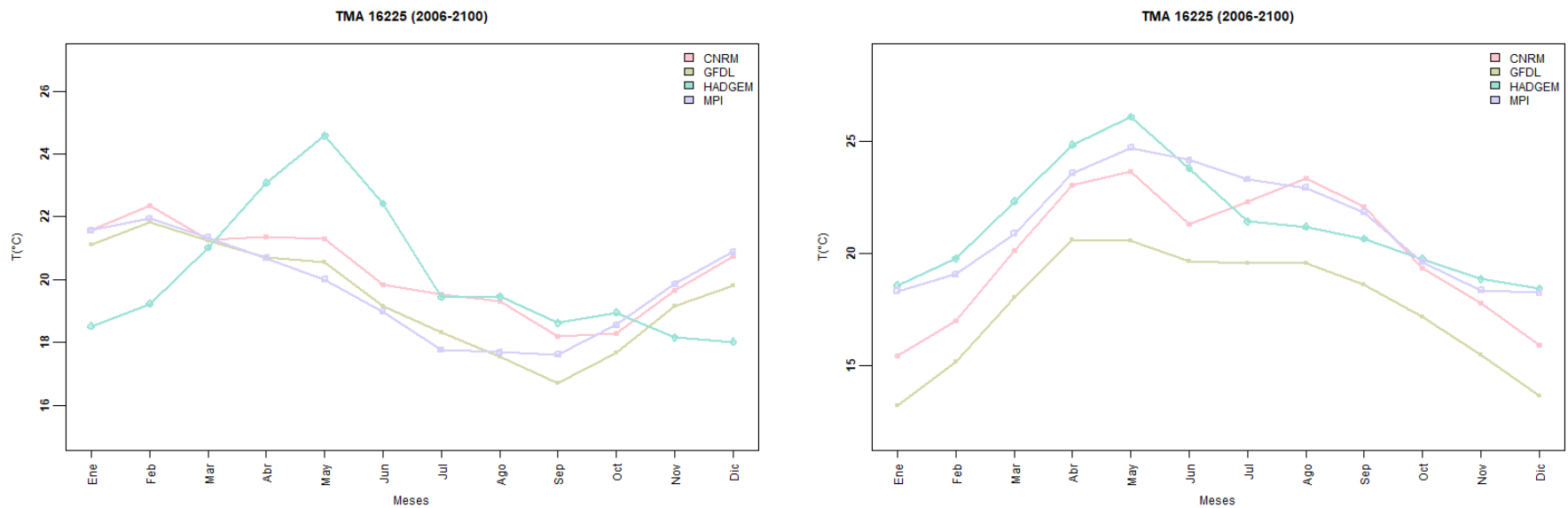


Figura 9.175 Comparativa de TMM: valores originales(izquierda) y corregidas (derecha) para los modelos en la estación 16225.

Los gráficos de dispersión de las TMM de los modelos directamente extraídos (Figura 9.175) muestra un comportamiento parecido, siendo el HADGEM el más distinto, en particular por los valores de enero a junio; los valores ajustados por LS describen una distribución semejante entre los modelos siendo la principal diferencia las intensidades siendo las temperaturas más bajas correspondientes al GFDL seguido del CNRM y los modelos HADGEM y MPI se intercalan en los valores más destacables.

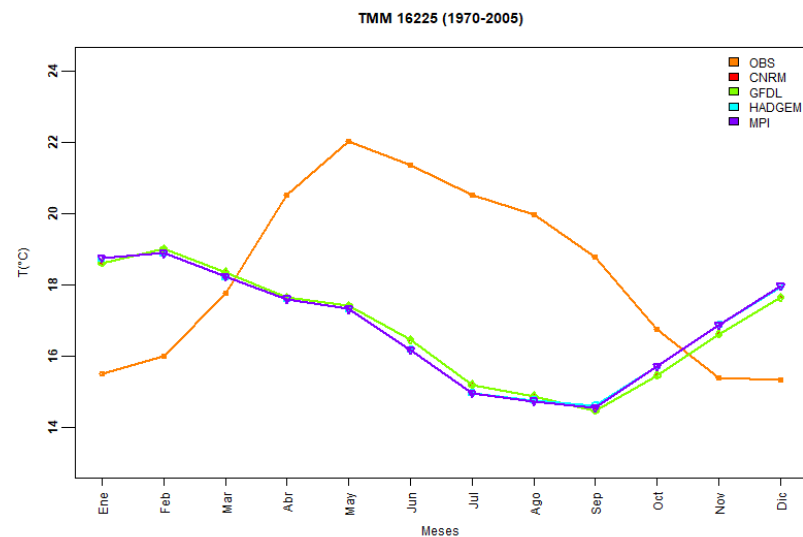
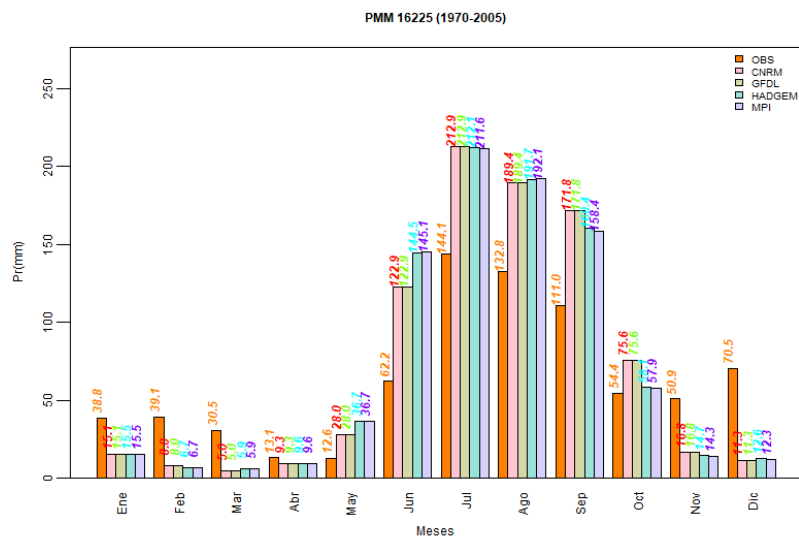


Figura 9.176 Comparativo de PMM (izquierda) y TMM (derecha) del registro histórico observado (1970-2005) respecto a los valores de los modelos en la estación 16225.

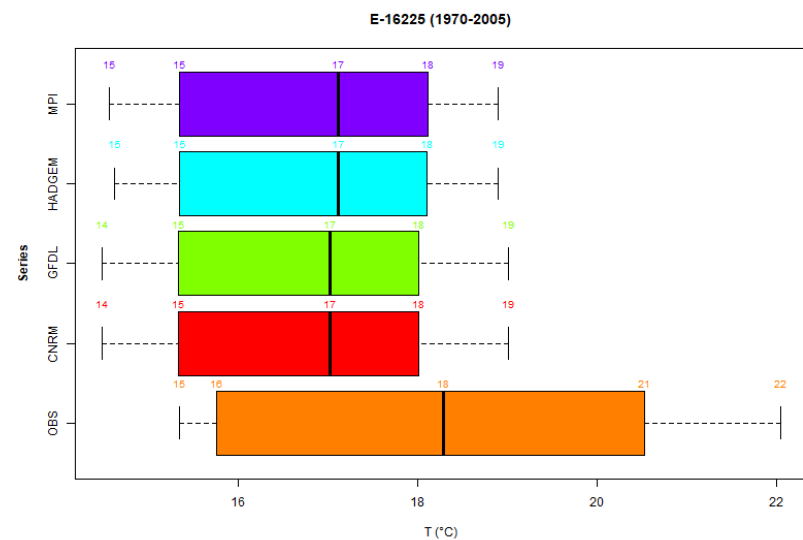
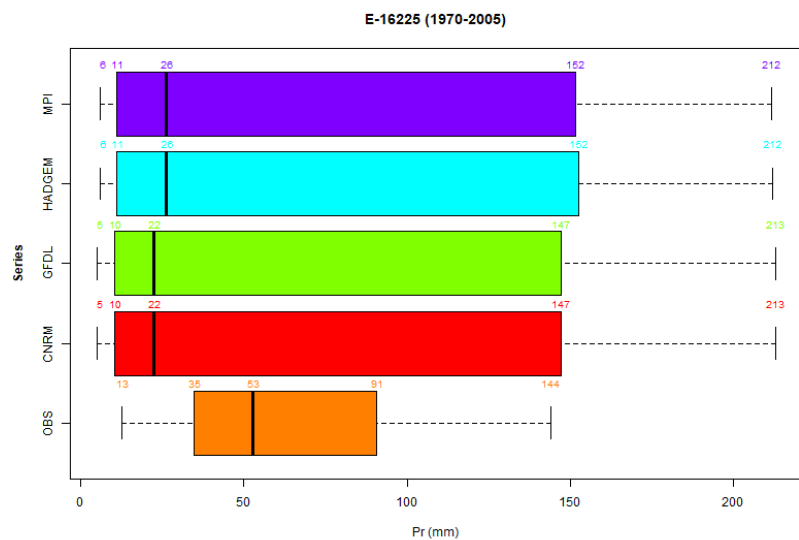


Figura 9.177 Comparativa de precipitación (izquierda) y temperatura (derecha) mensual histórica observada (1970-2005) con valores de modelos corregidos para estación 16225

En cuanto a la comparación de los valores históricos observados con respecto a lo descrito por los modelos en la cuenca media se tiene una descripción afín a la ocurrida en la cuenca alta, con alturas de precipitación media mensual similar entre los modelos (Figura 9.176), siendo menor el registro observado entre abril a octubre, siendo para el resto de meses un comportamiento opuesto.

Respecto a las temperaturas medias mensuales el comportamiento también resulta análoga a la estación 16100, teniéndose como diferencia principal que la separación entre valores es mucho más notable, siendo el caso de los modelos con valores bajos, mientras los observados indican altas temperaturas principalmente en el periodo abril-agosto.

Por su parte la distribución de valores en los diagramas de caja indican nuevamente una gran similitud entre los valores de los modelos mientras que los registros de precipitación observados se concentran entre valores de 13 a 144 mm (Figura 9.177); por el lado de las temperaturas se puede apreciar una mayor extensión de valores en comparación con los modelos de cambio climático, siendo en esta ocasión un rango mayor al presentado en la estación 16100, teniéndose temperaturas observadas de hasta 22°C.

9.9.1.3 Análisis en cuenca baja (estación 16159)

La precipitación total anual en el modelo CNRM en la estación 16159 se perciba similar a los casos de las estaciones anteriores, aunque es más equiparable con la 16100, siendo los valores de la serie corregida menores a los de extracción directa, con una tendencia de disminución que era notable también en la zona alta y media.

La temperatura media mensual para las dos series de la región baja describe una distribución parecida, siendo el caso particular de esta estación que la corrección del sesgo muestra valores superiores a los del modelo.

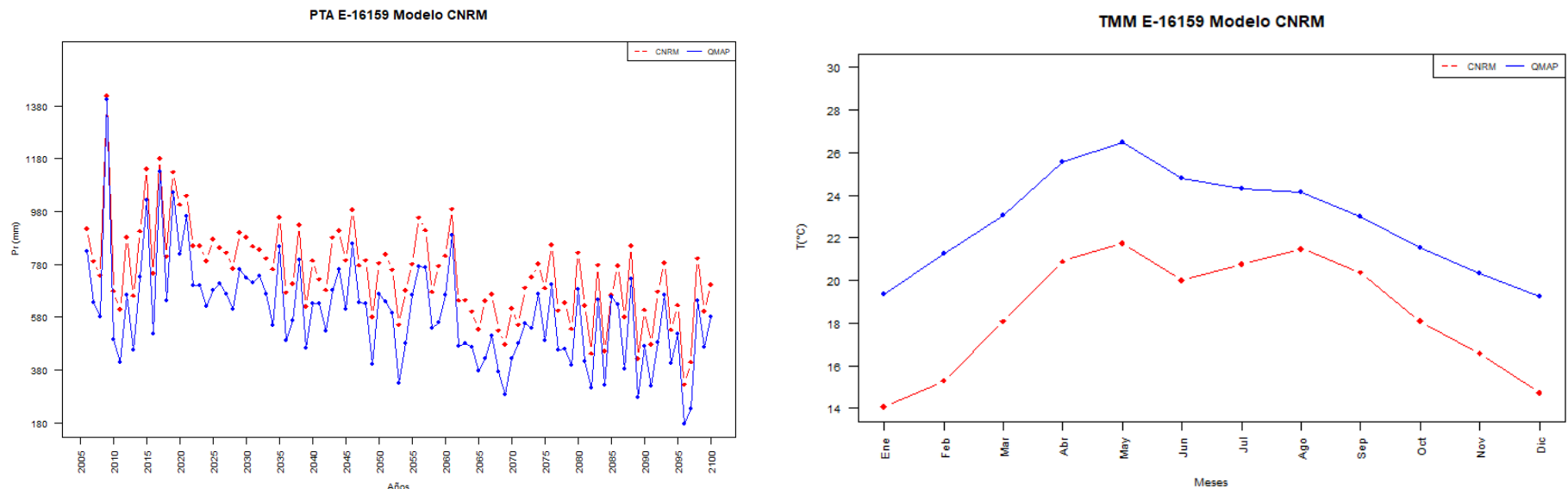


Figura 9.178 Comparativa de PTA (izquierda) y TMM (derecha) original y corregida del modelo CNRM para la estación 16159.

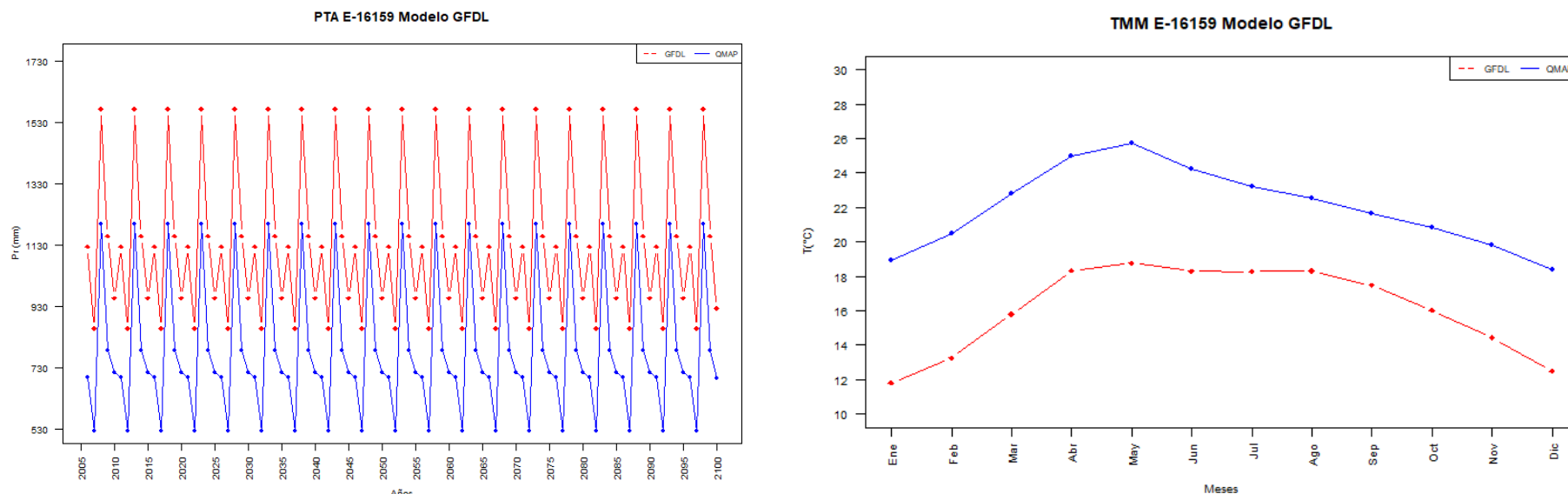


Figura 9.179 Comparativa de PTA (izquierda) y TMM (derecha) original y corregida del modelo GFDL para la estación 16159.

Las precipitaciones para el modelo GFDL también muestra el comportamiento periódico característico de 6 años, con valores reducidos en la serie de corrección de sesgo, por su parte las temperaturas describen una condición análoga al modelo CNRM con una separación de aproximadamente 7°C entre la serie corregida por LS y la extracción directa del modelo (Figura 9.178).

En el caso del modelo HADGEM (Figura 9.179), la serie de precipitación corregida sigue una trayectoria cercana a lo descrito por los valores de extracción directa, pero con menor intensidad, comportamiento que se ha presentado en las regiones anteriores en este modelo; las temperaturas en este modelo siguen una configuración semejante a las generadas previamente, teniéndose la particularidad de tener cercanía de los valores los meses al inicio y al final.

En el modelo MPI también se describe una situación similar a las otras regiones, teniéndose tanto precipitaciones como temperaturas corregidas superiores a los datos extraídos directamente del modelo.

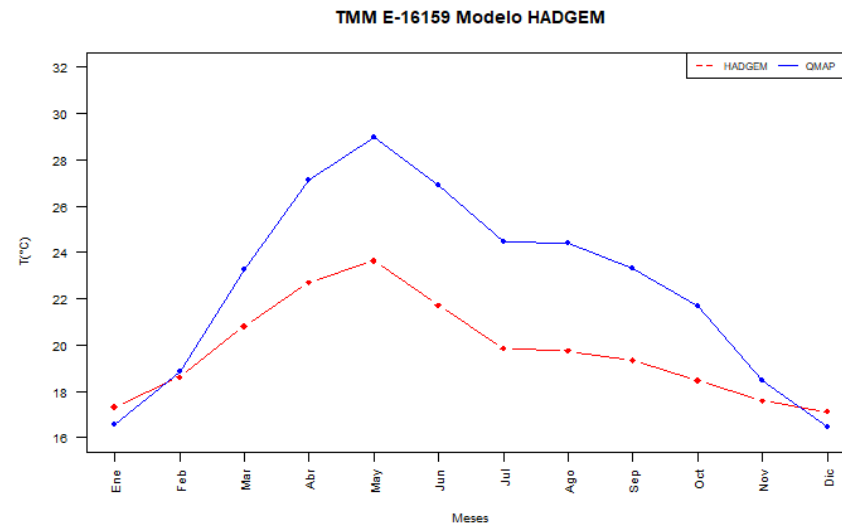
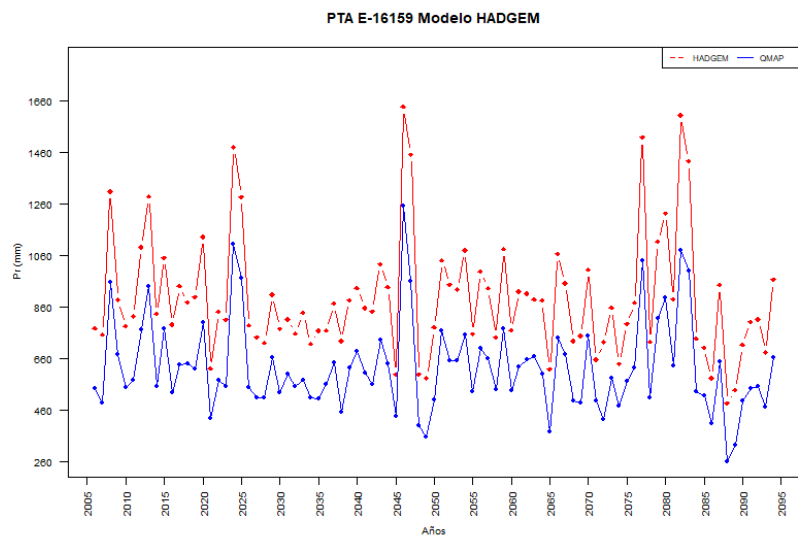


Figura 9.180 Comparativa de PTA (izquierda) y TMM (derecha) original y corregida del modelo HADGEM para la estación 16159.

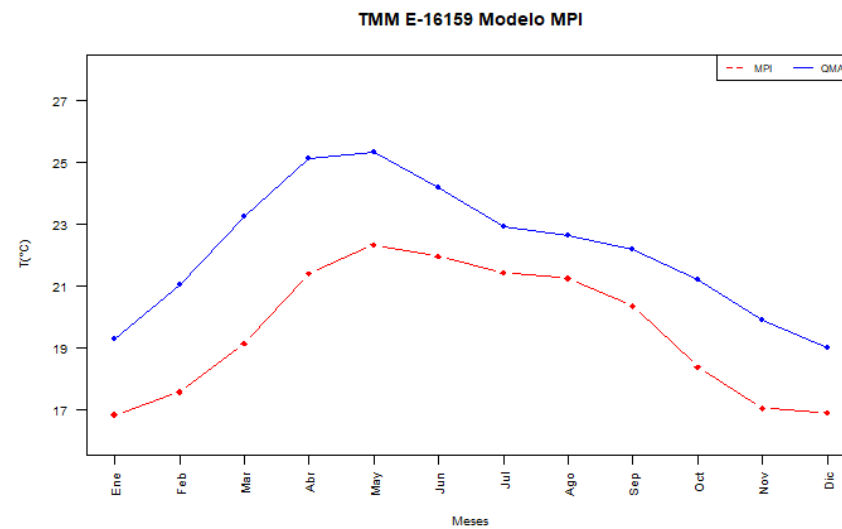
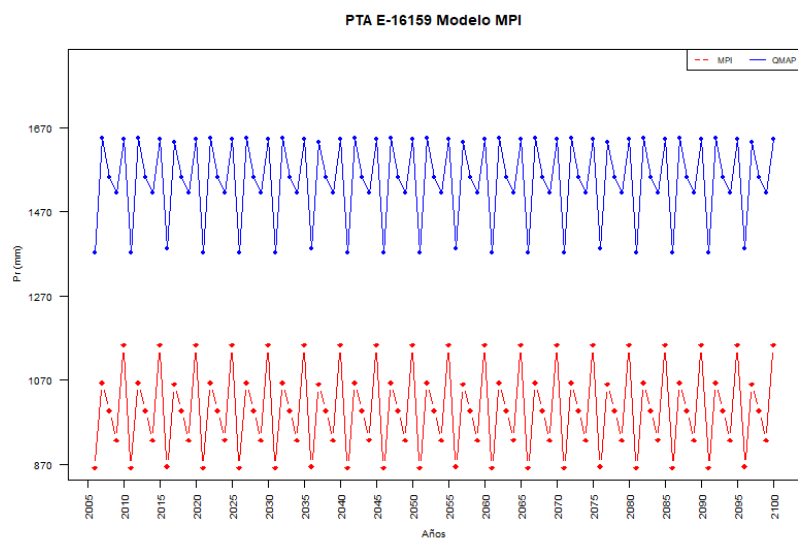


Figura 9.181 Comparativa de PTA (izquierda) y TMM (derecha) original y corregida del modelo MPI para la estación 16159.

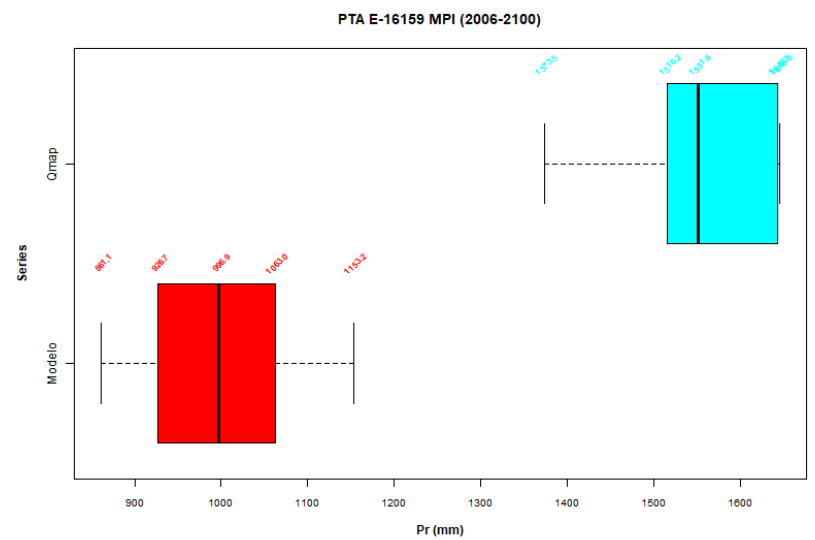
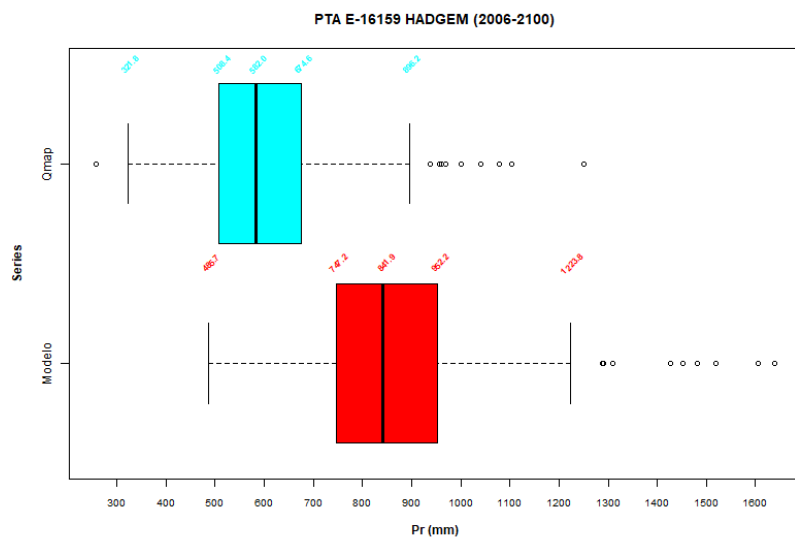
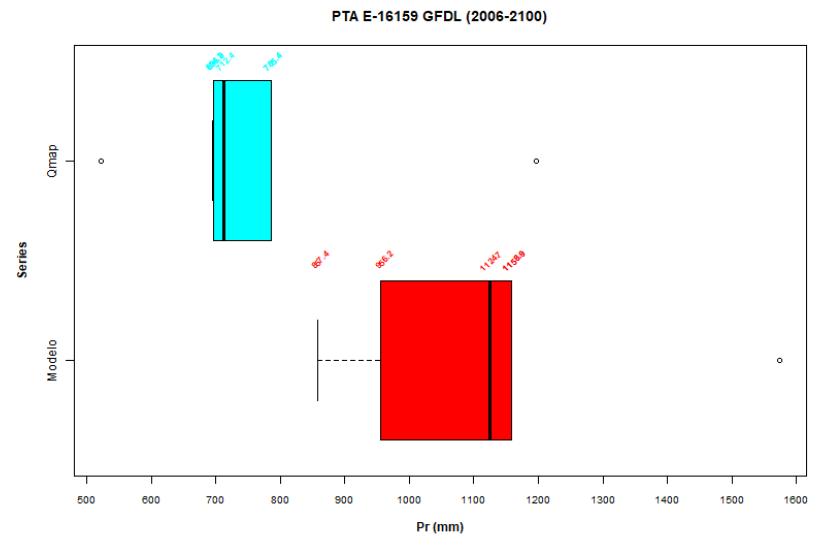
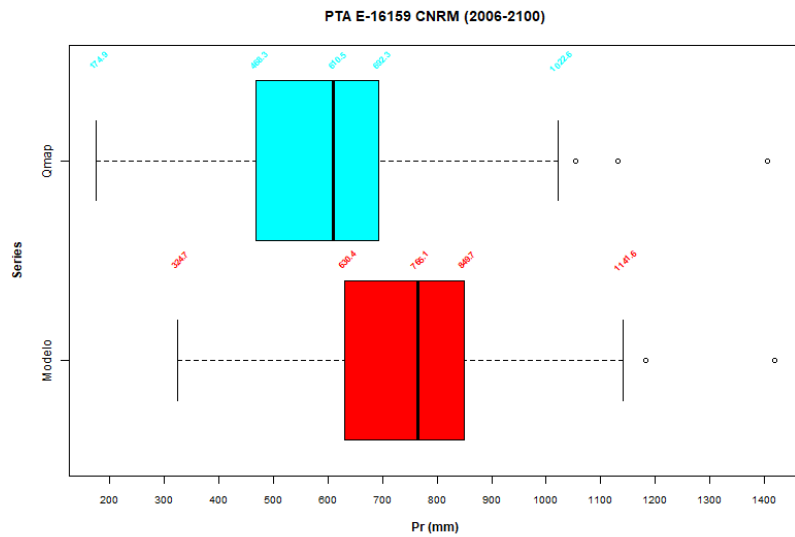


Figura 9.182 Comparativa de PTA original y corregida de los modelos a partir de boxplot para la estación 16159.

La distribución de valores de precipitación total anual descritos en la Figura 9.182 muestra una configuración semejante a lo que ocurrió en la región de cuenca media, destacándose el MPI por de nueva cuenta mostrar los valores más elevados.

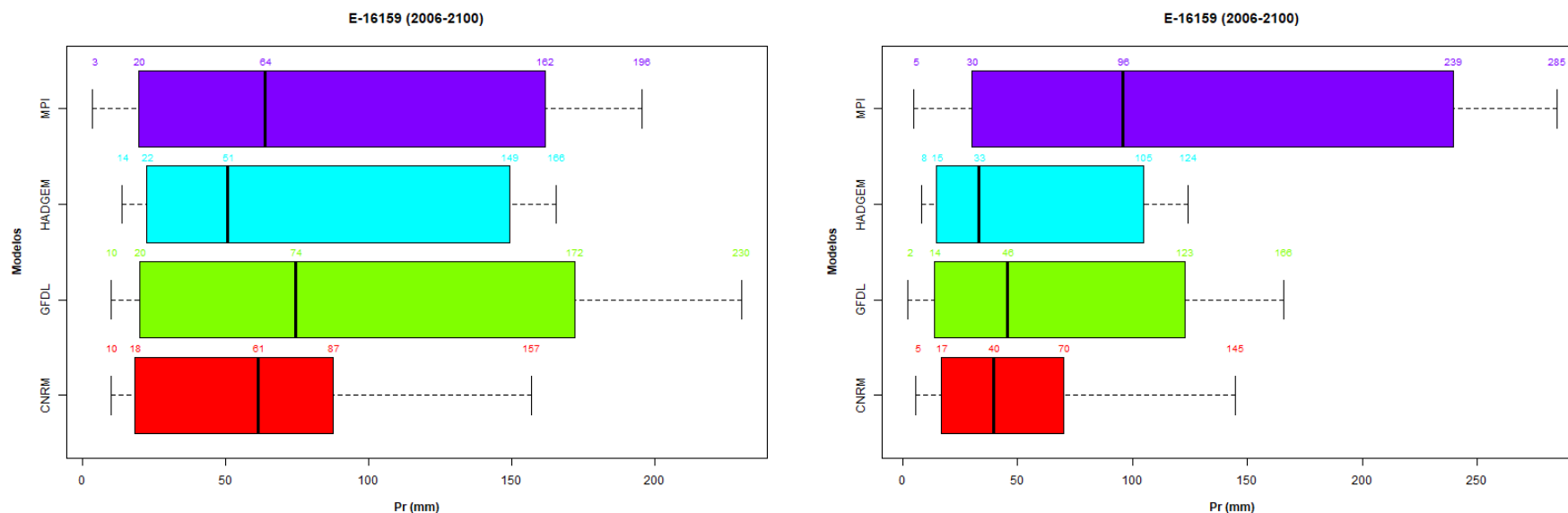


Figura 9.183 Comparativa de precipitaciones mensuales originales(izquierda) y corregidas (derecha) para los modelos a partir de boxplot..

El comportamiento de las series de precipitación de los modelos muestra de manera reiterada una distribución semejante para los modelos MPI, HADGEM y GFDL, siendo el CNRM con los valores más acotados, posterior a la corrección solo el MPI extiende sus valores, siendo el resto de modelos reducidos (Figura 9.183).

En el caso de las temperaturas (Figura 9.184) los valores obtenidos directamente de los modelos muestran un comportamiento idéntico a los anteriores, mientras que para la serie corregida se han obtenido valores límite superiores, con un desfase de la mediana hacia el tercer cuartil en todos los modelos.

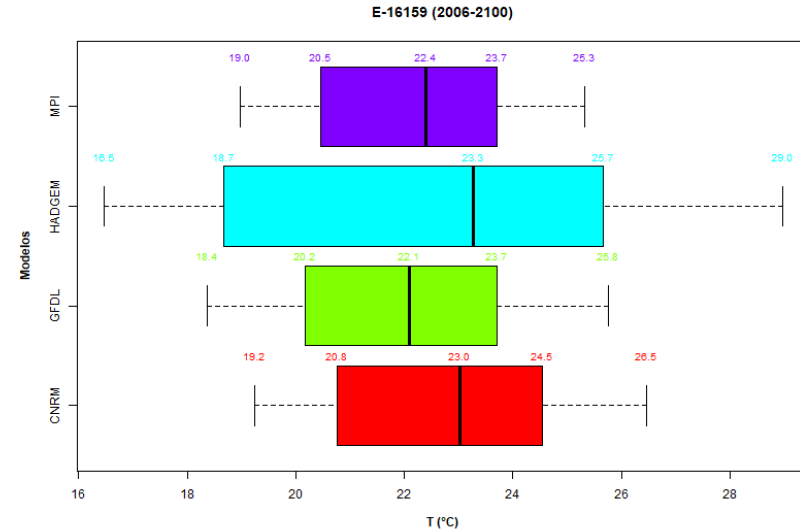
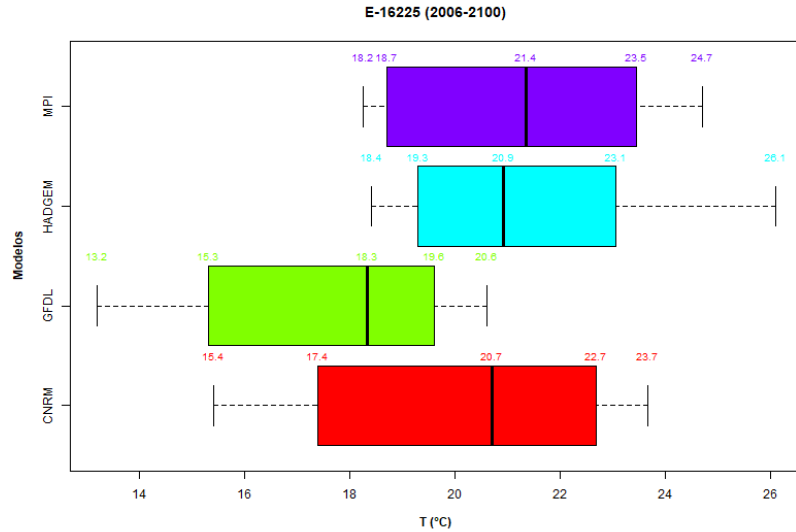


Figura 9.184 Comparativa de temperatura medias mensuales originales(izquierda) y corregidas (derecha) para los modelos a partir de boxplot.

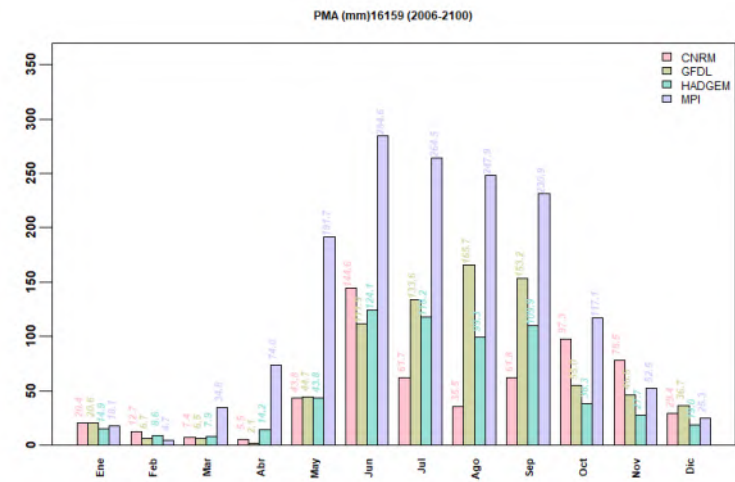
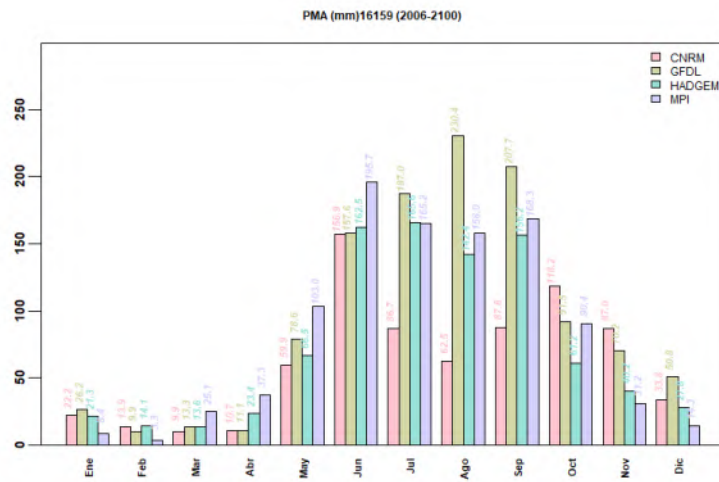


Figura 9.185 Hietogramas comparativos de PMM valores originales(izquierda) y corregidas (derecha) para los modelos en la estación 16159.

Los hietogramas para esta zona (Figura 9.185) describen lo que en las zonas anteriores se había identificado, un modelo HADGEM con los valores más altos en el estado original, y posterior a la corrección el MPI se dispara

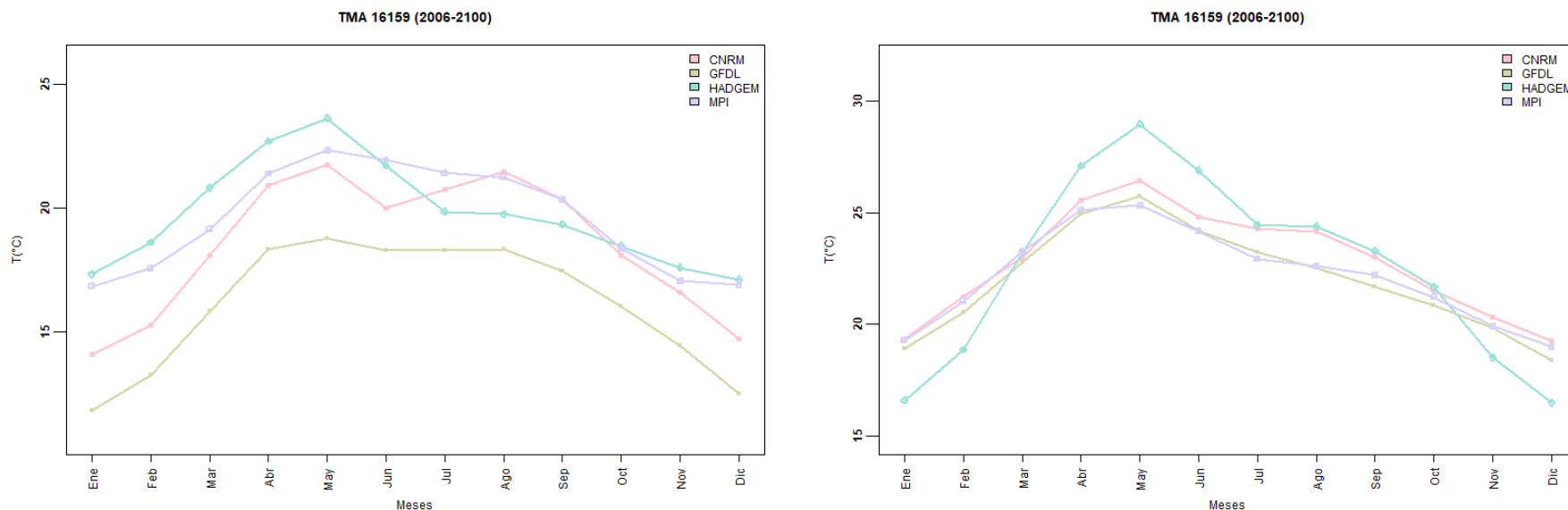


Figura 9.186 Comparativa de TMM: valores originales(izquierda) y corregidos (derecha) para los modelos en la estación 16159.

Pasa de forma similar en el caso de las temperaturas (Figura 9.186), solo que en esta ocasión no parece indicarse una reducción progresiva de los valores, si no extremos con valores menores que van aumentando en la parte media, teniéndose los valores más significativos en mayo. La comparación de precipitación histórica observada respecto a los modelos en la cuenca baja sigue una descripción similar a la zona alta y media, mientras que para las temperaturas medias mensuales se muestra un comportamiento de alineación de distribución, en la que los modelos indican valores superiores a los registrados en la estación 16159 (Figura 9.187 y Figura 9.188).

Respecto a la distribución de los valores de precipitación este sigue un comportamiento análogo a las estaciones previas, siendo en el caso de las temperaturas donde el rango de los valores alcanzados por los modelos tiene un límite máximo más elevado en comparación con el registro observado.

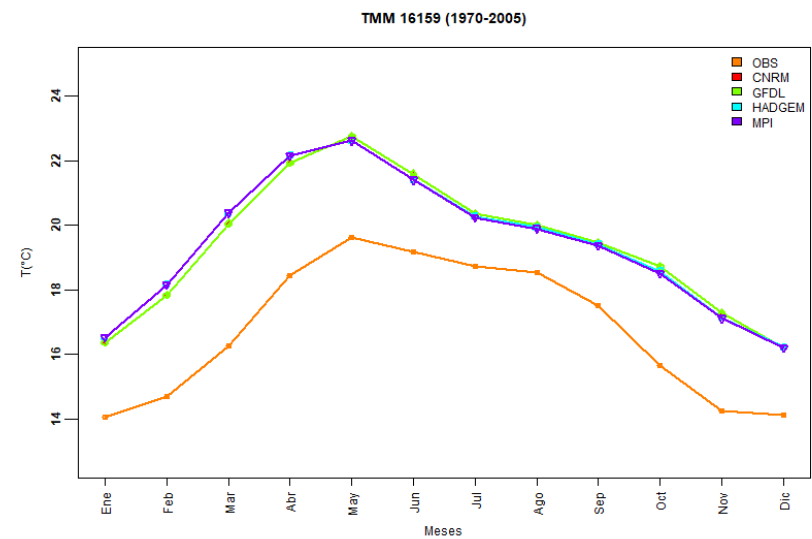
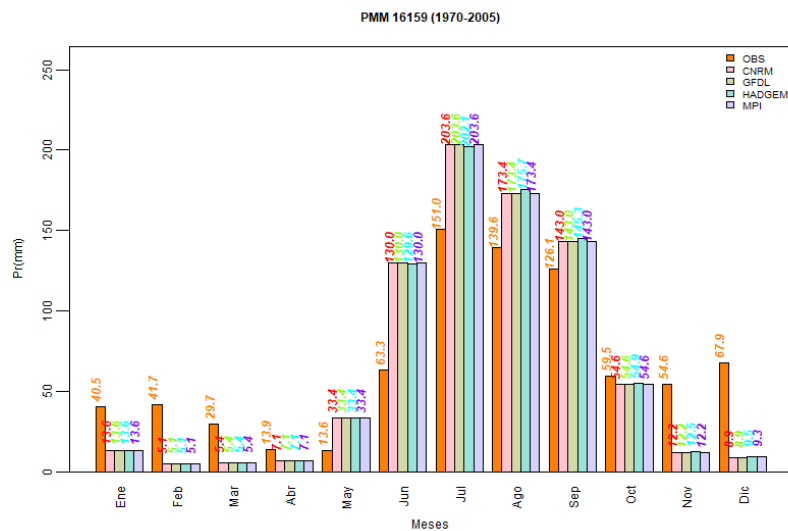


Figura 9.187 Comparativo de PMM (izquierda) y TMM (derecha) del registro histórico observado (1970-2005) respecto a los valores de los modelos en la estación 16159.

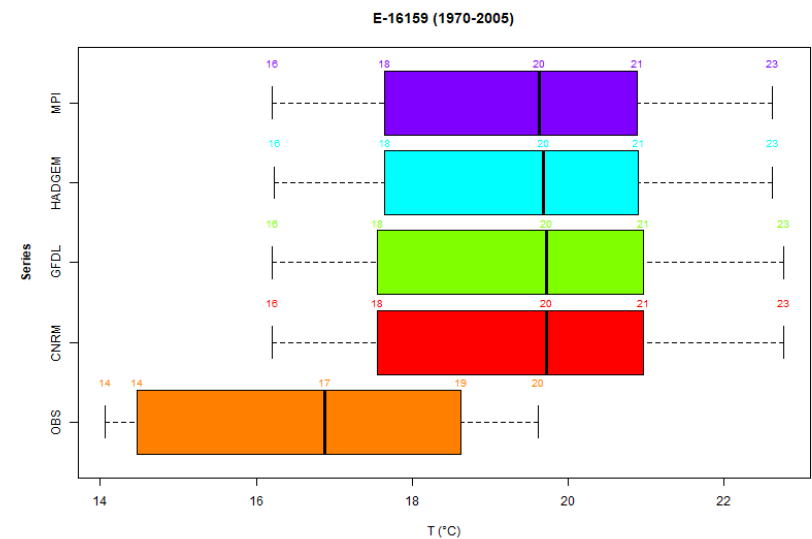
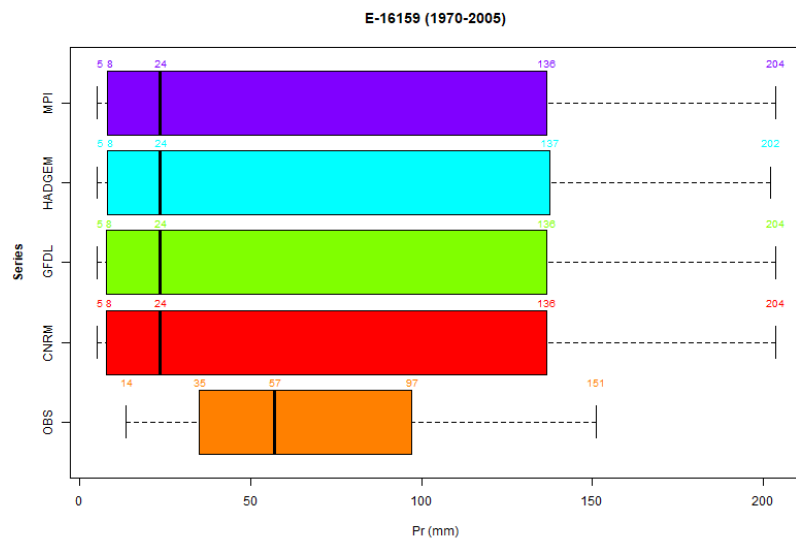


Figura 9.188 Comparativa de precipitación (izquierda) y temperatura (derecha) mensual histórica observado (1970-2005) con valores de modelos corregidos para estación 16225

A partir de los resultados mostrados en este apartado es posible determinar que existen dos modelos que describen de una manera más adecuada la ocurrencia de los valores de precipitación los cuales son el CNRM y HADGEM, teniéndose que en el caso del MPI y GFDL no son los más apropiados para considerar en la representación de condiciones futuras de parámetros climáticos puesto que indican una periodicidad no realista que impactaría de forma negativa los resultados que pudieran obtenerse.

En el caso de las temperaturas solo la región de cuenca baja parece tener una buena correspondencia para todos los modelos, siendo variable la correspondencia de los valores para las otras zonas dependiendo del modelo considerado.

Con el fin de tener un análisis mucho más completo se ha continuado con el uso de todos los modelos para la determinación de los índices de sequía.

9.9.2 Índices de Sequía con Cambio Climático

Los valores de precipitación corregidos por cada modelo fueron utilizados para la determinación del índice de sequía estandarizada (SPI) en acumulación anual, teniéndose las siguientes descripciones respecto a su intensidad:

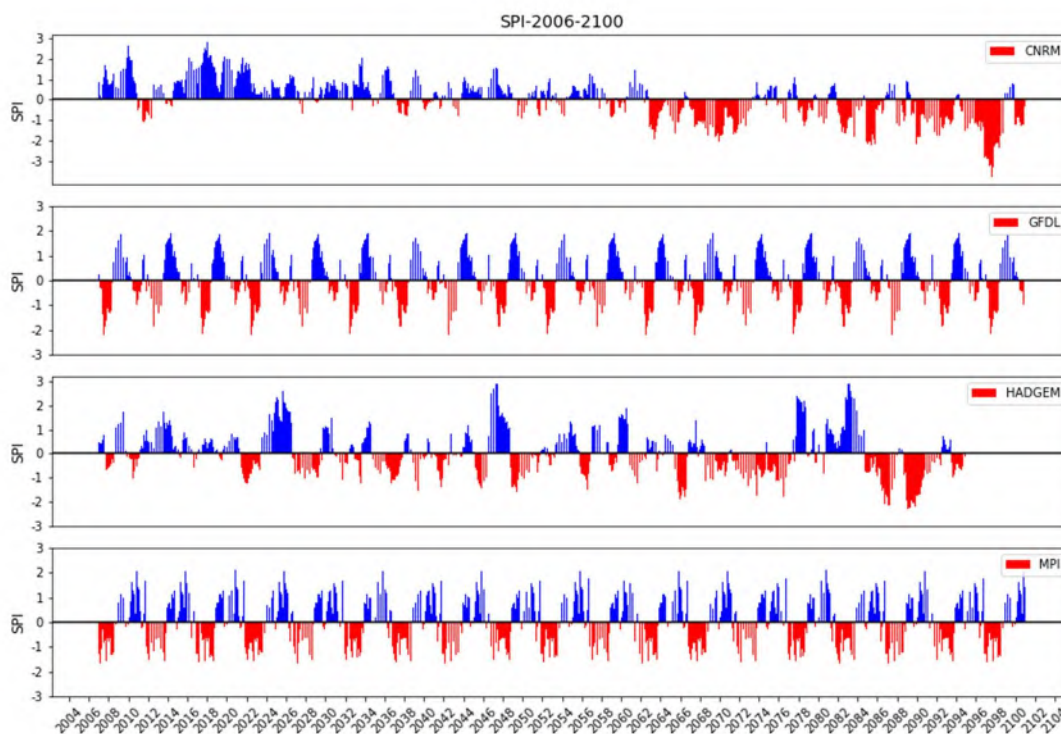


Figura 9.189 Intensidad de la sequía SPI de acuerdo al tipo de modelo en la estación 16100.

El modelo CNRM describe al inicio un periodo predominantemente húmedo desde el 2006 hasta 2060, iniciando un periodo de sequía de larga extensión interrumpido por algunos eventos húmedos, los modelos GFDL y MPI muestran secuencias de periodos húmedos y secos que transicionan de forma periódica, vinculada al comportamiento visto en los valores de precipitación de origen.

El modelo HADGEM sigue un comportamiento intermedio entre el CNRM y el MPI, teniéndose una reducción de la duración de los periodos húmedos teniendo en cuenta dos eventos de sequía de relevancia de 2068 a 2076 y de 2084 a 2092.

Estas descripciones son de igual manera para las estaciones 16225 (Figura 9.190) y 16159 (Figura 9.191)

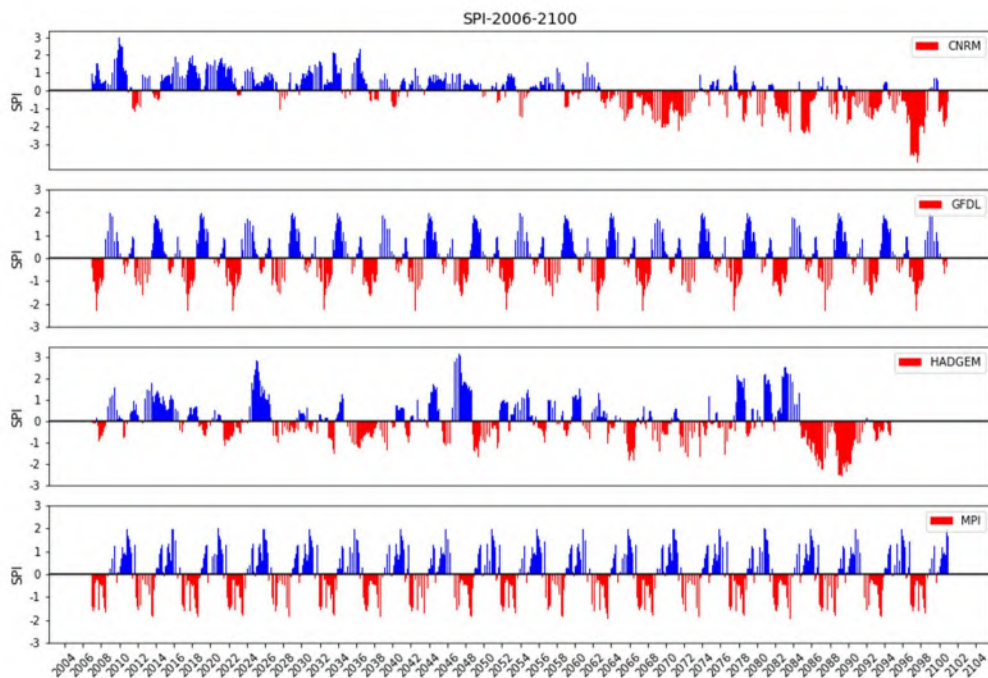


Figura 9.190 Intensidad de la sequía SPI de acuerdo al tipo de modelo en la estación 16225.

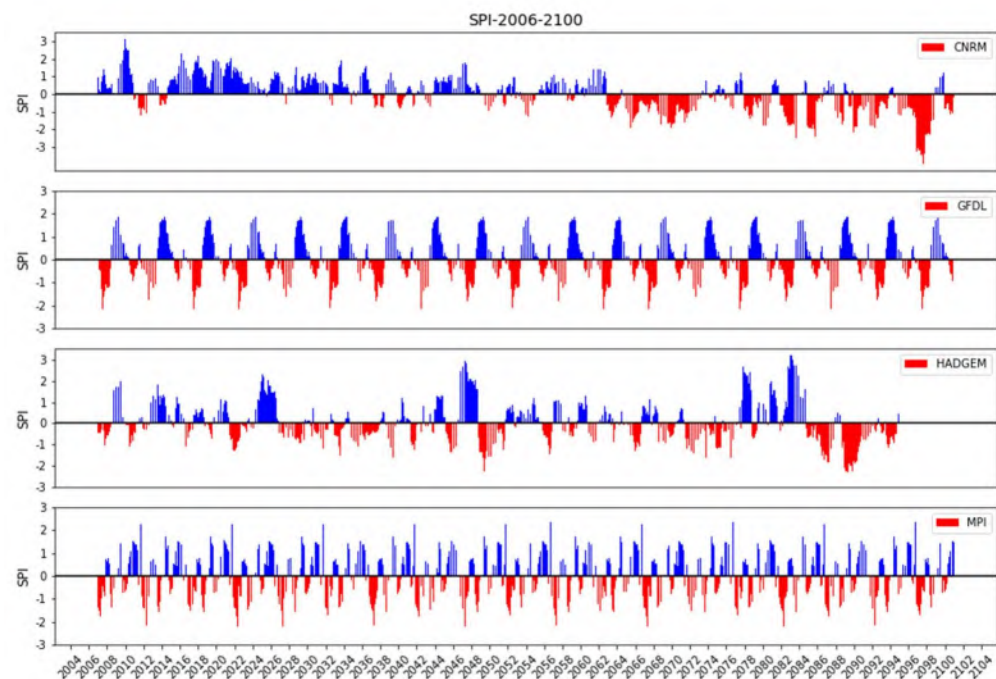


Figura 9.191 Intensidad de la sequía SPI de acuerdo al tipo de modelo en la estación 16159.

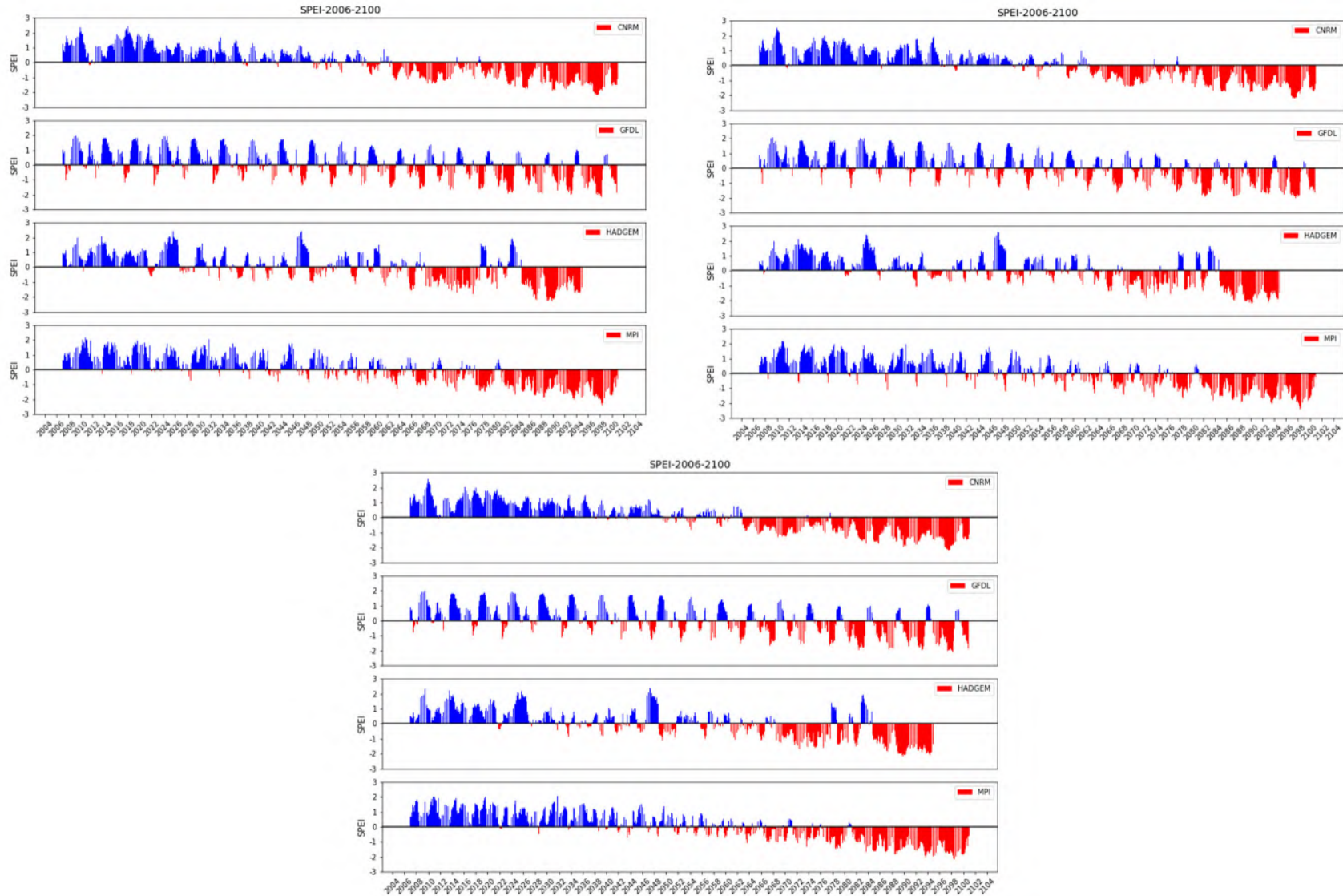


Figura 9.192 Intensidad de la sequía SPEI de acuerdo al tipo de modelo en las tres regiones de estudio.

Teniendo en cuenta los valores de temperatura máxima y mínima por cada estación junto a la precipitación anterior se determinaron los valores del índice SPEI obteniéndose las intensidades de la Figura 9.192.

La distribución de periodos es similar a lo presentado por el SPI, pero de forma más clara, teniéndose de forma particular para los modelos GFDL y MPI que a medida que avanza el periodo de cálculo, los eventos húmedos se van reduciendo tanto en ocurrencia como duración, siendo más drástico para el MPI, en el cual a partir del año 2080 en adelante indica solo sequía hasta el 2100.

A través de los valores de precipitación y evapotranspiración obtenidos a partir de las temperaturas medias de cada estación se definieron los insumos para la simulación de escurrimientos dentro de la cuenca de estudio, permitiendo estimar series de hidrometría con las cuales calcular el índice SDI, cuyas intensidades se presentan en la Figura 9.193.

De nueva cuenta la distribución de eventos húmedos y secos en el periodo de análisis son muy similares en cada región, con ligeras variaciones, principalmente de intensidades máximas aisladas.

En el caso del CNRM se identifica al inicio un periodo principalmente húmedo hasta el año 2058, donde comienza un periodo de sequía extenso que se ve interrumpido por eventos húmedos de poca duración a partir del 2084, siendo en la zona 1 donde estos alcanzan mayores intensidades,

El GFDL se caracteriza por transiciones entre periodos de corta duración que a partir del 2084 comienzan a aumentar en intensidad por parte de la sequía.

Un comienzo predominantemente húmedo es nuevamente la condición para el modelo HADGEM con presencia de eventos secos de poca duración entre los años 2022 a 2072, teniéndose las primeras sequías extensas de 2072 a 2082 y de 2090 a 2098.

La particularidad del MPI en este índice es que tiene un comienzo con sequía de clasificación extrema, para proceder a estabilizarse a transiciones periodicas de eventos secos y húmedos de poca duración, teniéndose nuevamente ampliación de duración de la sequía a partir del año 2082.

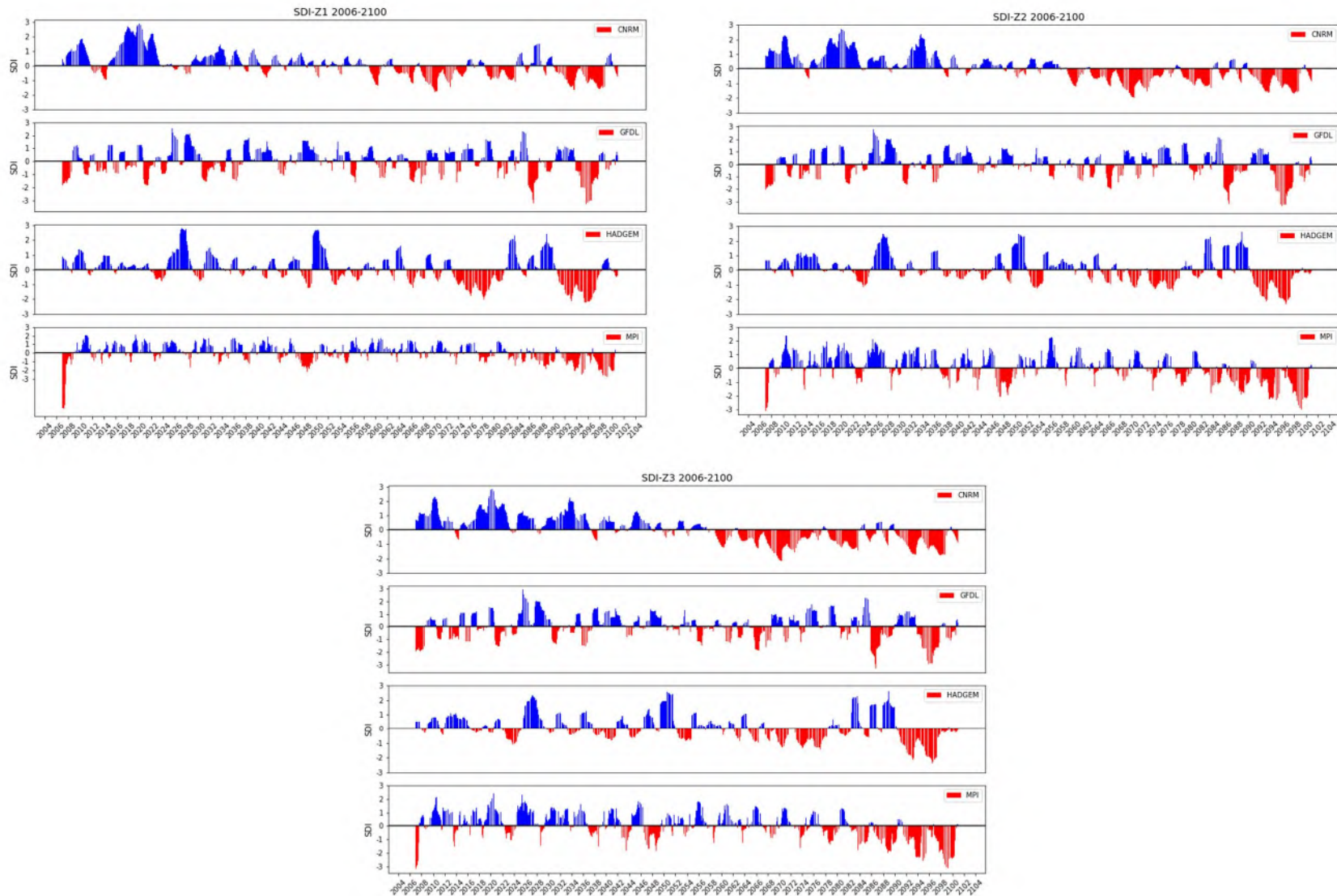


Figura 9.193 Intensidad de la sequía SDI de acuerdo al tipo de modelo en las tres regiones de estudio.

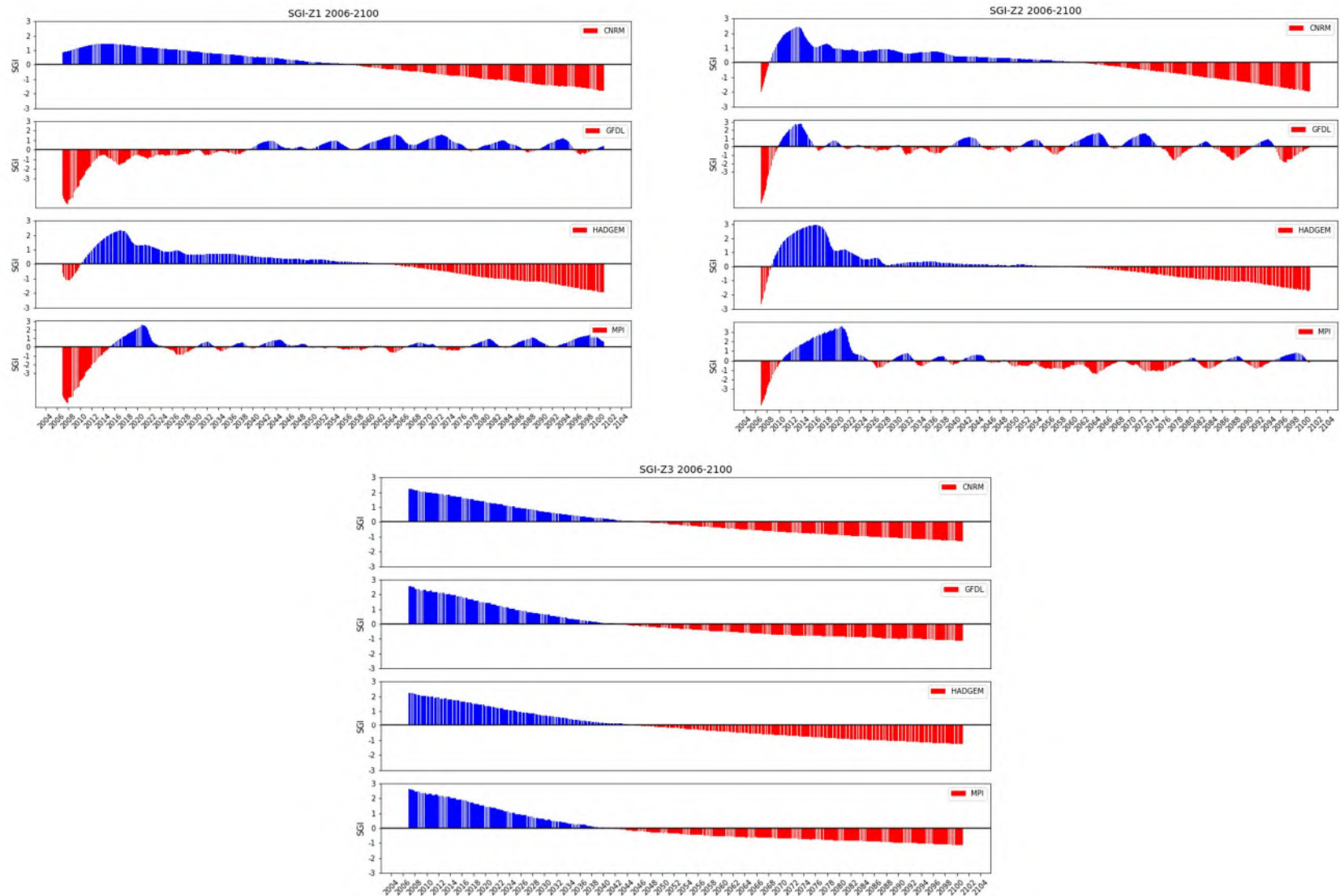


Figura 9.194 Intensidad de la sequía SGI de acuerdo al tipo de modelo en las tres regiones de estudio.

A partir del proceso de simulación de escurrimientos en EvalHid es posible definir los valores de infiltración en la zona de estudio, estas series son utilizadas como parámetro de entrada para el proceso de simulación del modelo planteado en Aquival para definir el valor de las alturas de los acuíferos vinculados a la cuenca en estudio, teniéndose en la Figura 9.194 los valores de SGI obtenidos a partir de dichos valores.

La zona de cuenca alta y media tiene gran similitud, con algunas variaciones en cuanto a intensidad, pero se puede mencionar que para el modelo CNRM se tiene un periodo húmedo de 2006 hasta 2056, posteriormente sequía hasta 2100, en la zona de cuenca media también es así solo con un leve periodo seco al inicio.

Para el modelo GFDL en zona alta se comienza con sequía hasta 2040, seguido por un periodo predominantemente húmedo con descensos y ascensos de intensidad periódicos, la particularidad de la zona media con un inicio de intensidad considerable se ve interrumpido por una transición de eventos periódica, siendo más prevalecientes los secos, sobre todo al final del periodo.

El modelo HADGEM describe una situación particularmente parecida a la del CNRM en la cuenca media, teniéndose las mayores intensidades del periodo húmedo cerca del año 2016 teniéndose un descenso continuo a partir de ese punto hasta comenzar la sequía en el año 2062.

En el caso del modelo MPI se cuenta con un inicio de sequía que cambia a transiciones de eventos donde en la zona alta predominan los eventos húmedos, mientras que en la zona media más la sequía.

Por su parte la zona baja describe una distribución casi idéntica para todos los modelos la cual divide el periodo en un evento húmedo hasta 2042 y sequía de ese momento hasta el año 2100.

9.9.3 Desestacionalización de series

La aplicación de los métodos ARIMA, SARIMA, STL y las series de Fourier tuvieron un proceso de descomposición de forma similar para cada zona, se ejemplifican los resultados en los gráficos siguientes (Figura 9.195 a Figura 9.198) de componentes del procedimiento STL, para cada uno de los modelos CORDEX considerados para la zona de cuenca alta.

Es posible apreciar de forma precisa la tendencia en los modelos CNRM y HADGEM, pero no así para los modelos GFDL y MPI.

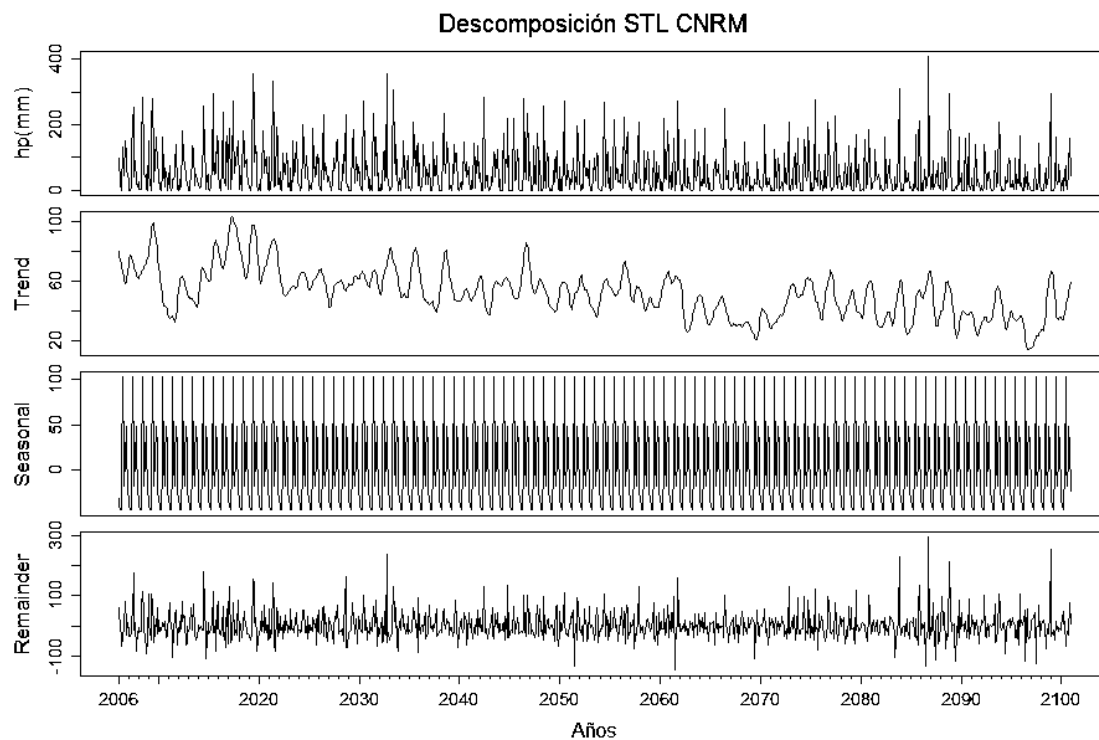


Figura 9.195 Componentes de desestacionalización por el método STL para las series de precipitación del modelo CNRM para la zona de cuenca alta.

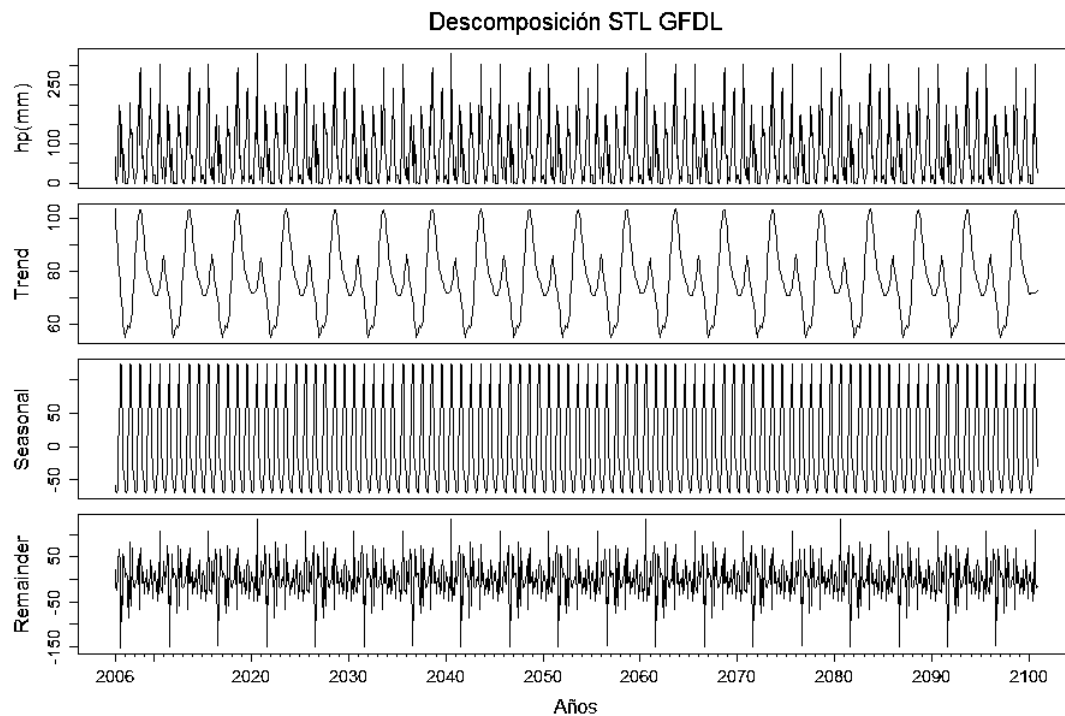


Figura 9.196 Componentes de desestacionalización por el método STL para las series de precipitación del modelo GFDL para la zona de cuenca alta.

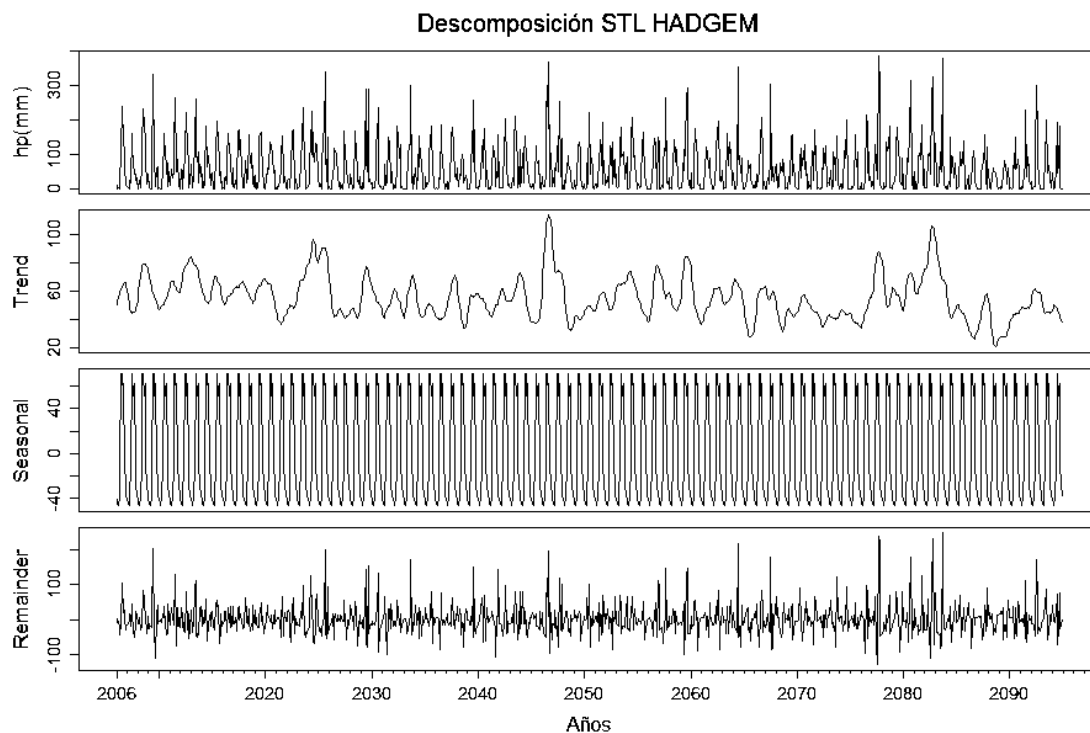


Figura 9.197 Componentes de desestacionalización por el método STL para las series de precipitación del modelo HADGEM para la zona de cuenca alta.

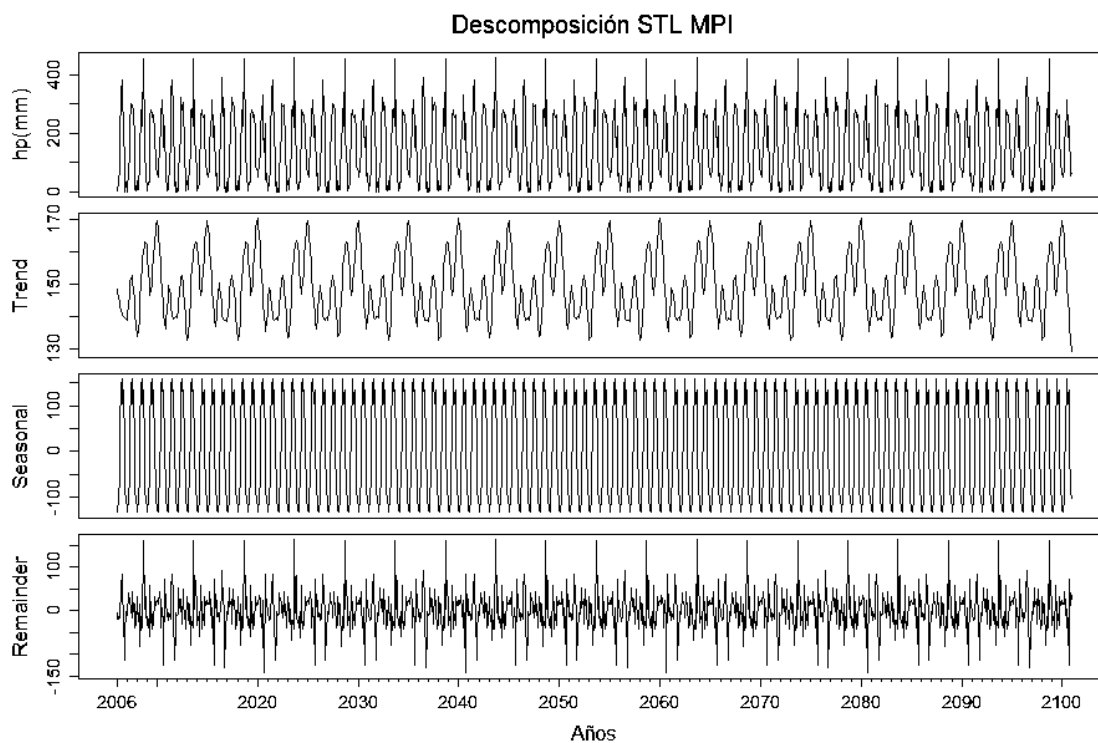


Figura 9.198 Componentes de desestacionalización por el método STL para las series de precipitación del modelo MPI para la zona de cuenca alta.

Estos últimos muestran que el patrón de periodicidad es persistente tanto en la estacionalidad como en la tendencia, dando como resultado valores residuales con un patrón de repetición cada 5 años.

Tanto los remanentes de CNRM y HADGEM, parecen captar eventos extremos positivos en periodos similares, aunque en cuanto a las crestas negativas parecen diferenciarse, encontrándose la mayor similitud en el periodo posterior a 2080.

Los resultados remanentes por cada método y para cada modelo en zona de cuenca alta se pueden apreciar en las próximas figuras.

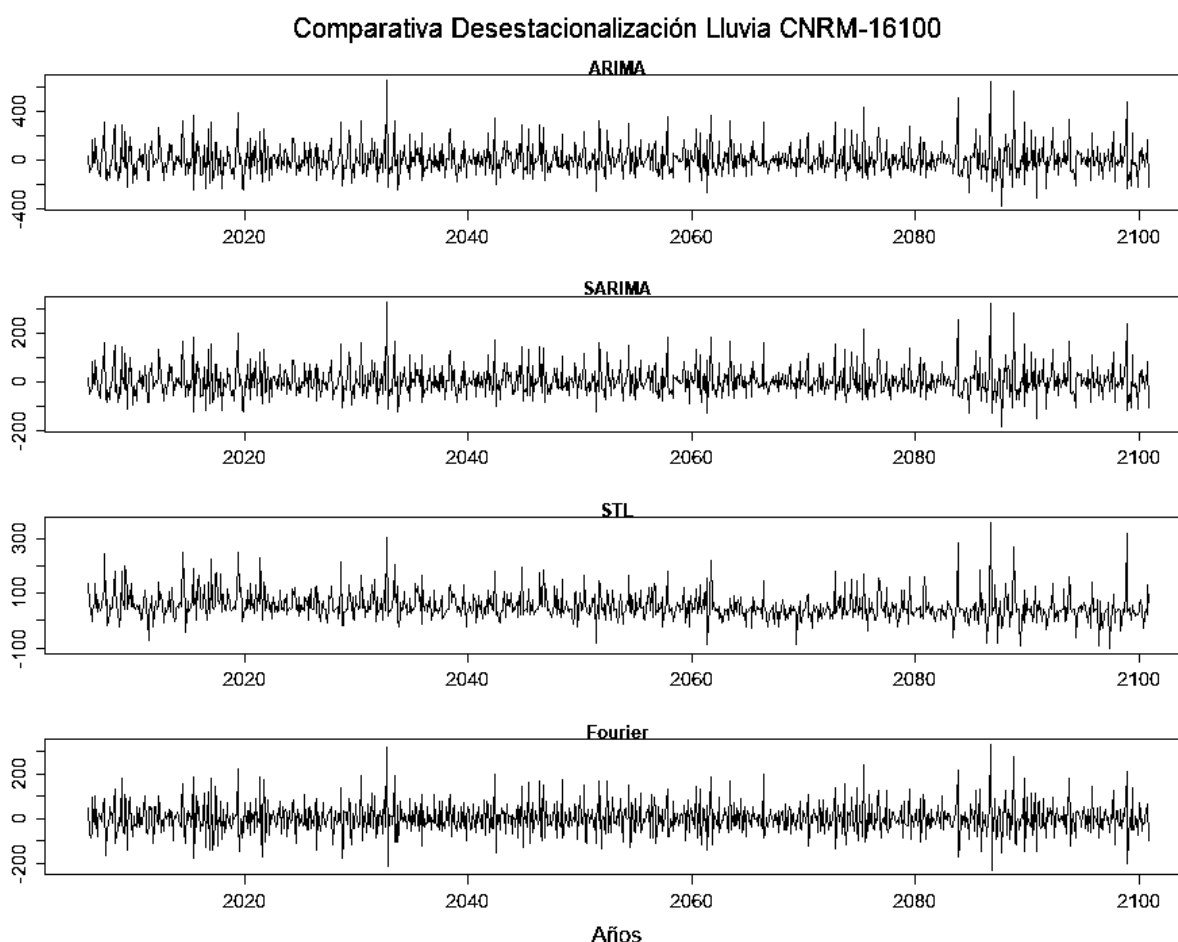


Figura 9.199 Comparativa de remanentes de los métodos de desestacionalización de precipitación del modelo CNRM en la cuenca alta.

En la Figura 9.199 es apreciable que el comportamiento obtenido de los modelos de análisis utilizados es bastante similar, diferenciándose principalmente por la magnitud de los valores críticos como el ARIMA, aun así la distribución es muy homogénea, se puede destacar que en el método de Fourier desaparecen crestas negativas en algunos meses, como los cercanos a 2033 y 2098, se caracteriza también por

presentar una mayor sucesión de valores positivos y negativos continuos, haciendo que la serie parezca más densa.

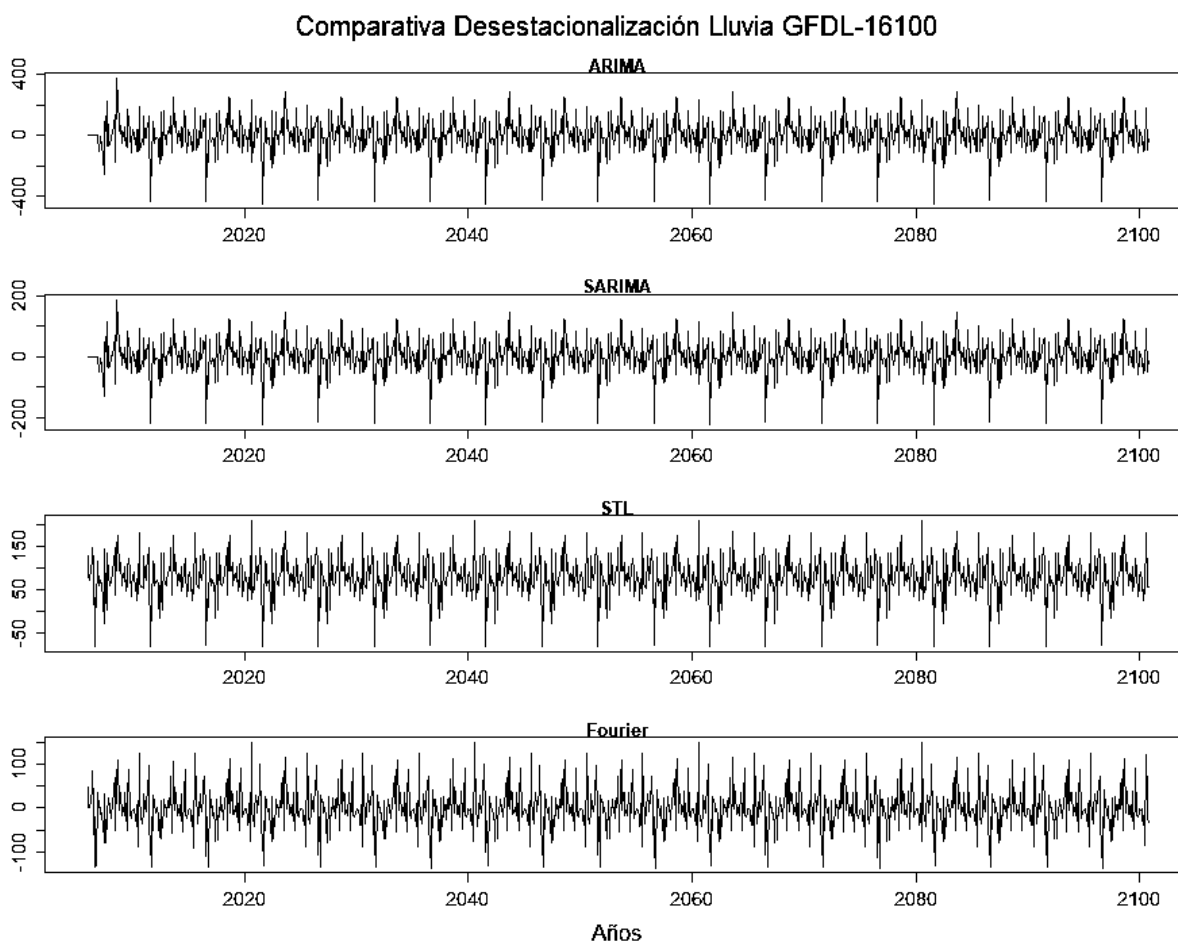


Figura 9.200 Comparativa de remanentes de los métodos de desestacionalización de precipitación del modelo GFDL en la cuenca alta.

Algo análogo ocurre para los residuales del modelo GFDL (Figura 9.200), solo que con una mayor variación respecto a las magnitudes que se obtiene de cada modelo, el ARIMA obteniendo los máximos, seguido del SARIMA, continuando con Fourier con un patrón ligeramente diferente al resto y finalmente el STL con los valores negativos más pequeños de todas las metodologías, aunque nuevamente la periodicidad previamente mencionada sigue apareciendo en cada uno de los métodos.

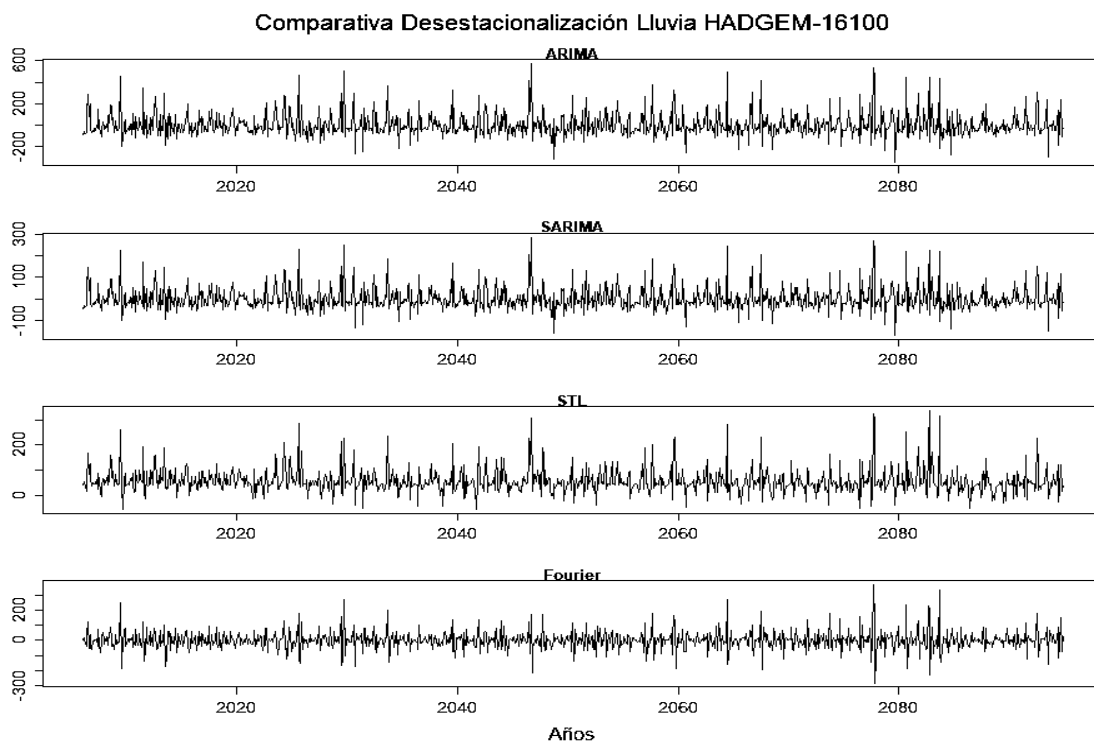


Figura 9.201 Comparativa de remanentes de los métodos de desestacionalización de precipitación del modelo HADGEM en la cuenca alta.

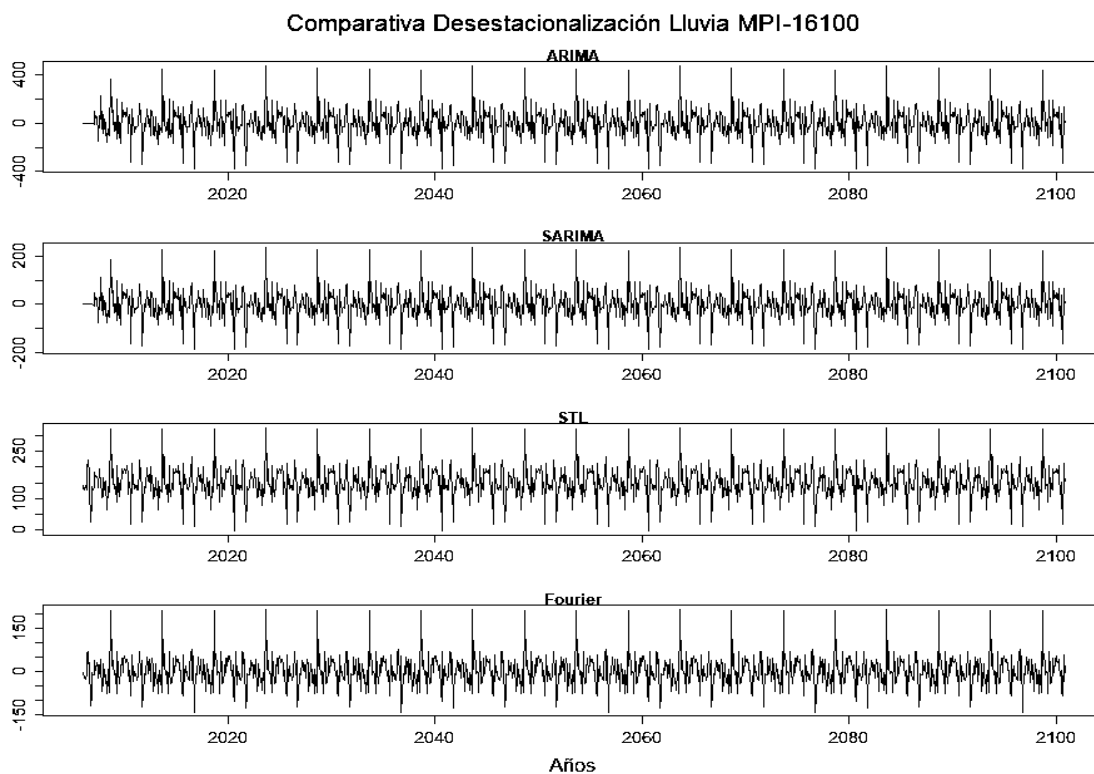


Figura 9.202 Comparativa de remanentes de los métodos de desestacionalización de precipitación del modelo MPI en la cuenca alta.

Los remanentes del modelo HADGEM (Figura 9.201) presentan una situación comparativa a las del CNRM, con una descripción de valores en el orden que se ha descrito anteriormente, destacando las magnitudes cercanas a 2045 y alrededor del 2080, por su parte los residuales del modelo MPI (Figura 9.202) se caracterizan por continuar con la periodicidad en todos los métodos siendo de particular interés los valores descritos por el STL, en el que no se presentan valores negativos, pero la distribución sigue siendo semejante a los demás.

Con los valores anteriores se procedió a la obtención de las intensidades del SPI, describiéndose comportamientos análogos por cada método en cuanto a la distribución, con ligeros cambios en los valores de intensidad, se decidió proceder con los resultados del método SARIMA, siendo que captura los residuales con las mayores magnitudes tanto positivas como negativas.

A continuación, se presentan las comparativas de las intensidades del índice SPI, con los valores de precipitación con corrección del sesgo (CS) y adicionalmente con la desestacionalización (Des).

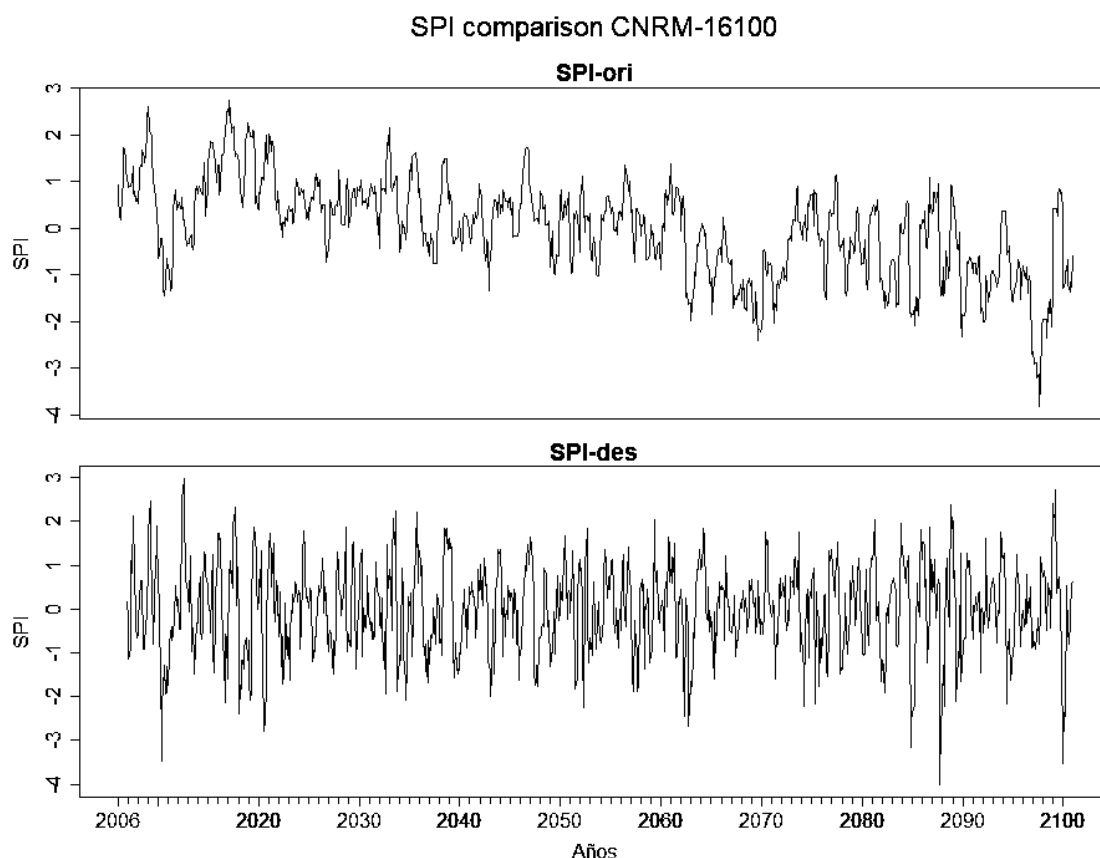


Figura 9.203 Comparativa de SPI del modelo CNRM en cuenca alta con CS (superior) y CS + Des (inferior).

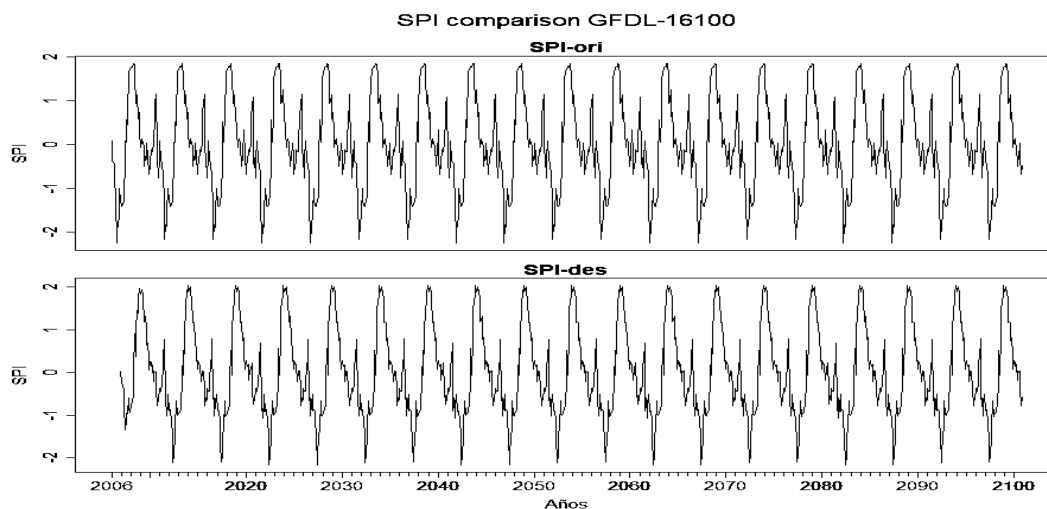


Figura 9.204 Comparativa de SPI del modelo GFDL en cuenca alta con CS (superior) y CS + Des (inferior).

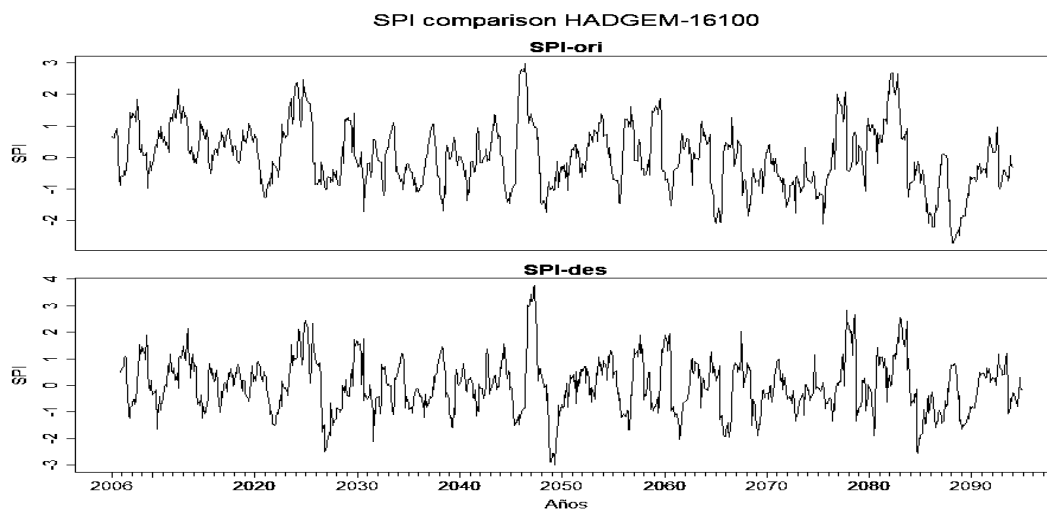


Figura 9.205 Comparativa de SPI para el modelo HADGEM en cuenca alta con CS (superior) y CS + Des (inferior).

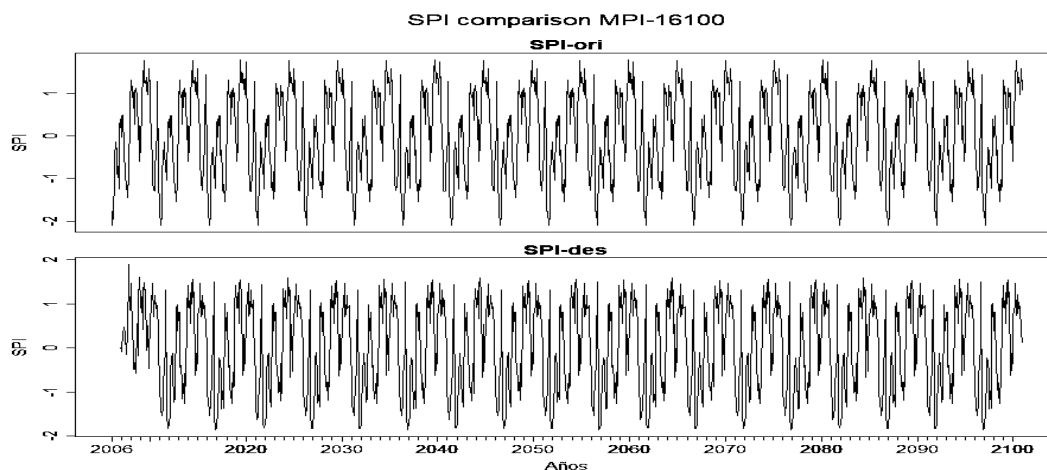


Figura 9.206 Comparativa de SPI para el modelo MPI en cuenca alta con CS (superior) y CS + Des (inferior).

De los cuatro modelos el que describe el mayor cambio es el CNRM (Figura 9.203), donde originalmente se presenta una tendencia notoria que después de la desestacionalización ha desaparecido, en el caso del modelo HADGEM (Figura 9.205), la distribución de intensidades parece no haber cambiado mucho, pero los valores máximos negativos han aumentado de forma significativa cercano al año 2050 y 2085, también la ligera tendencia de la serie original ha sido ajustada.

Por otro lado, las intensidades del SPI provenientes del modelo GFDL (Figura 9.204) y del modelo MPI (Figura 9.206), no parecen mostrar mayor cambio, se perciben algunas ligeras modificaciones en el patrón de ocurrencia o de las intensidades, pero persiste la periodicidad que ya había sido percibida desde la generación con las series originales.

Análisis similares fueron realizados para el resto de las zonas de la cuenca con resultados análogos, se adjuntan los gráficos correspondientes en la sección de anexos.

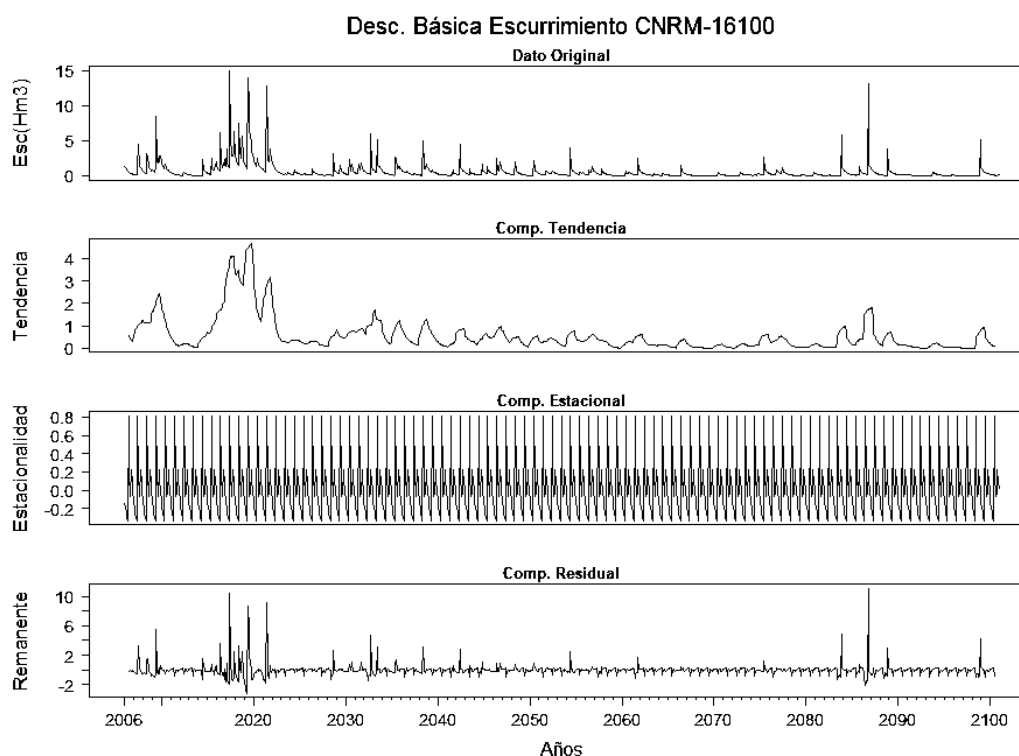


Figura 9.207 Componentes de desestacionalización por el método STL para la serie de escurrimiento del modelo CNRM para la zona de cuenca alta.

Las series hidrométricas simuladas también fueron sometidas a este proceso con el fin de obtener índices de sequía más apropiados, se ilustra la descomposición para el modelo CNRM en la zona de cuenca alta (Figura 9.207), donde se identifica que la tendencia describe un comportamiento similar a la serie original, donde los eventos

críticos son reflejados en el residual, dentro de los modelos seleccionados el MPI es el que muestra la tendencia más marcada.

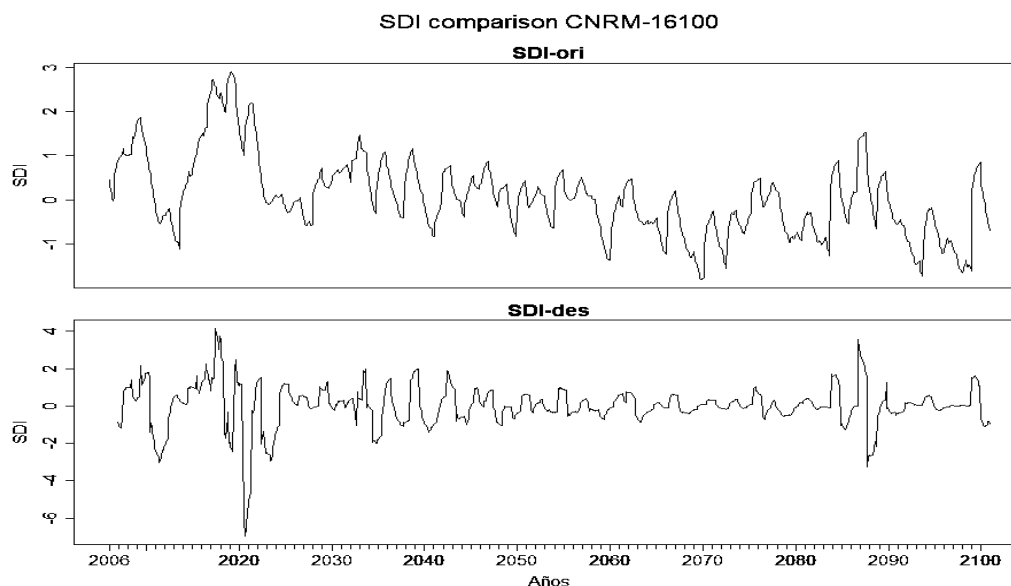


Figura 9.208 Comparativa de SDI del modelo CNRM en cuenca alta con CS (superior) y CS + Des (inferior).

Con los residuales se determinaron las intensidades del SDI correspondiente, cuya comparativa con los valores de la serie original se muestra en la Figura 9.208, se presenta un cambio particular alrededor del año 2020, en el que se invierte la intensidad del índice pasando de ser muy húmedo a una sequía severa con valores por debajo del umbral de -2, posteriormente los valores se uniformizan en la alternancia de periodos húmedos y secos, teniéndose un ligero repunte cerca de 2087.

El resto de comportamiento del SDI para los modelos CORDEX se presentan en la Figura 9.209, en la que se puede notar que el modelo CNRM es el que presenta la sequía más extrema seguido del MPI, el modelo GFDL y MPI, siguen mostrando un comportamiento periódico, aunque en esta ocasión existen variaciones considerables respecto a la intensidad, se hace notar que el modelo HADGEM es el único que en su mayoría describe un comportamiento extremadamente húmedo, con valores que superan el +2, particularmente cerca de 2025 y 2048

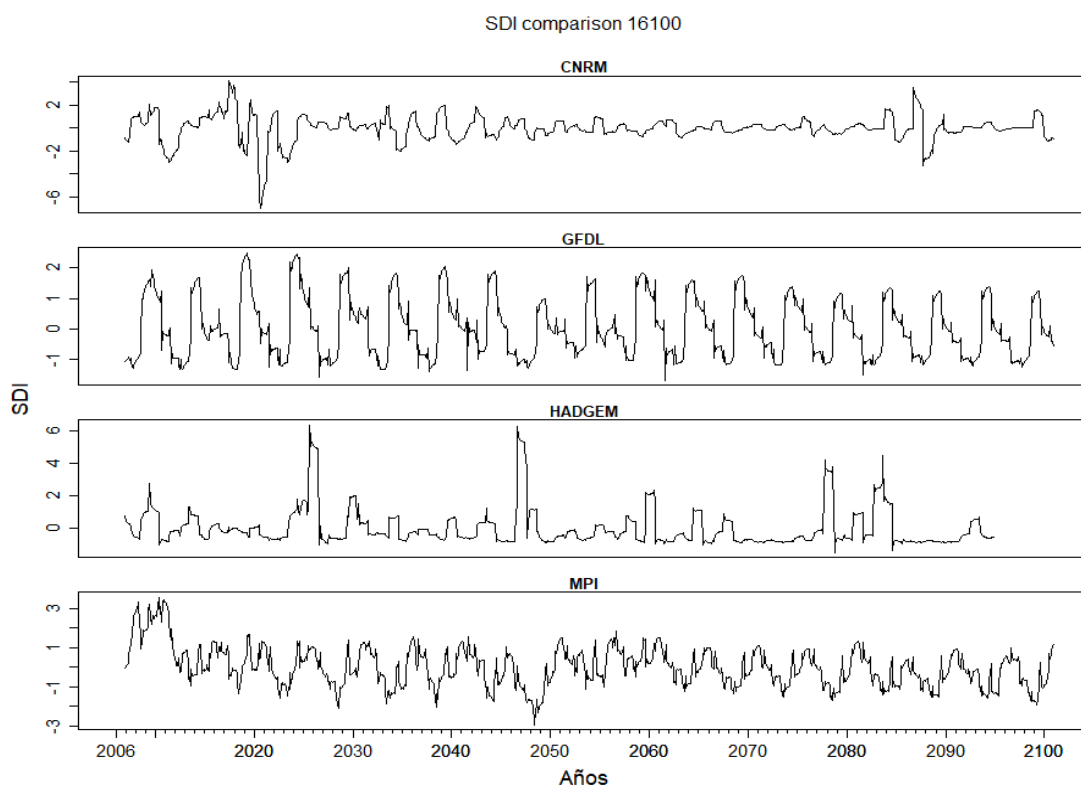


Figura 9.209 Comparativa de SDI para los modelos CORDEX para la zona de cuenca alta

Revisiones similares se han llevado a cabo para el resto de zonas, que se presentan en la sección de anexos.

9.10 Índice de Sequía Multivariado por Copulas Bivariadas

La determinación del índice multivariado requiere la definición de la copula entre las variables consideradas (índices), para ello previamente debe conocerse la correlación lineal de las series de intensidad de los índices, con el fin de establecer el rango de correlación necesario para la generación de los parámetros de copula.

En la Figura 9.210 se muestran las correlaciones lineales de los índices considerados para la zona de cuenca alta, encontrándose en todos los casos correlaciones bajas y algunas incluso negativas (SPI-SGI, SDI-SGI a 12 meses), siendo las referentes al par SPI-SDI las que cuentan con los valores más notables, de manera particular en la escala mensual con 0.57.

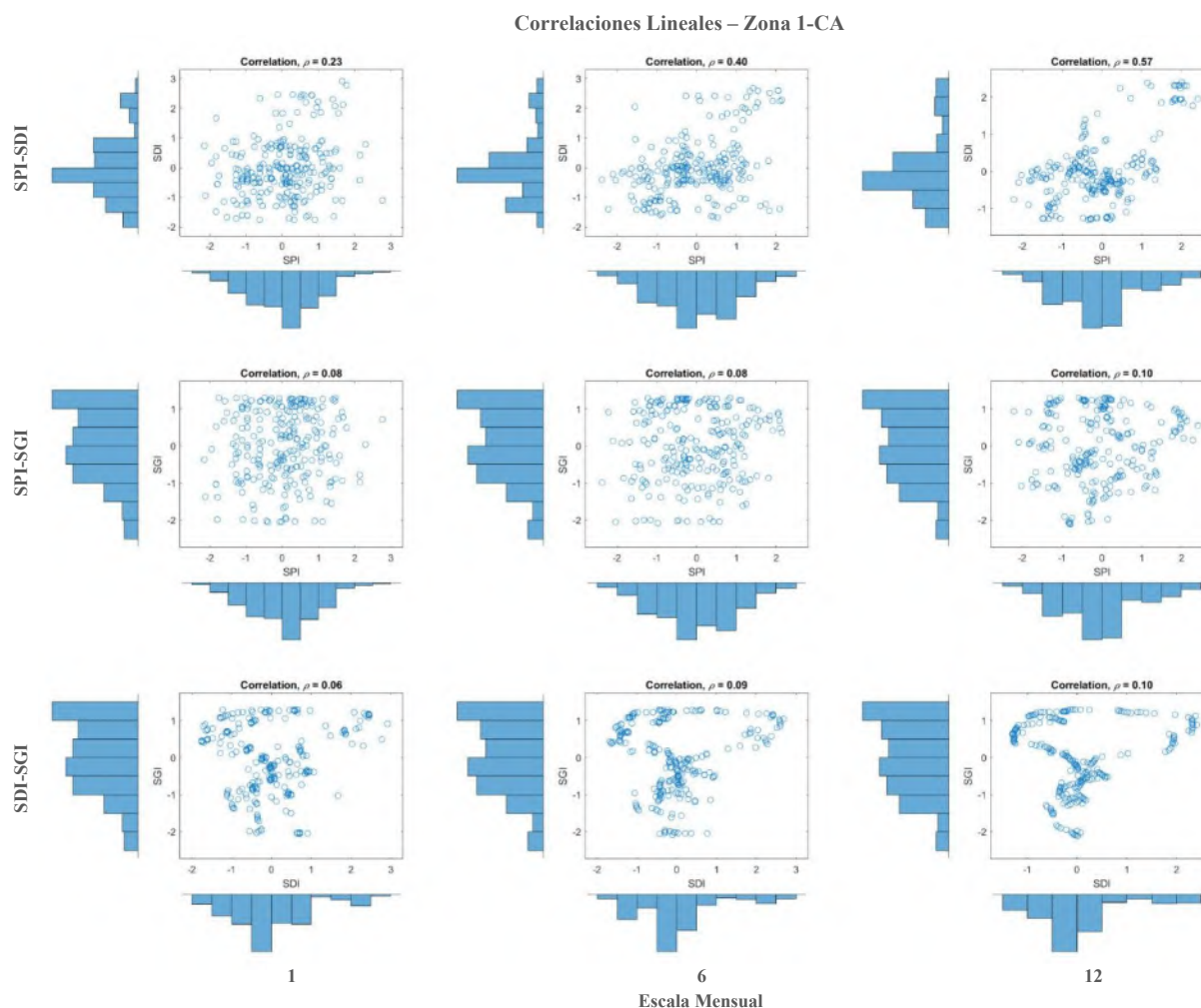


Figura 9.210 Correlaciones lineales de los índices SPI, SDI y SGI, en escalas de 1, 6 y 12 meses para la zona 1.

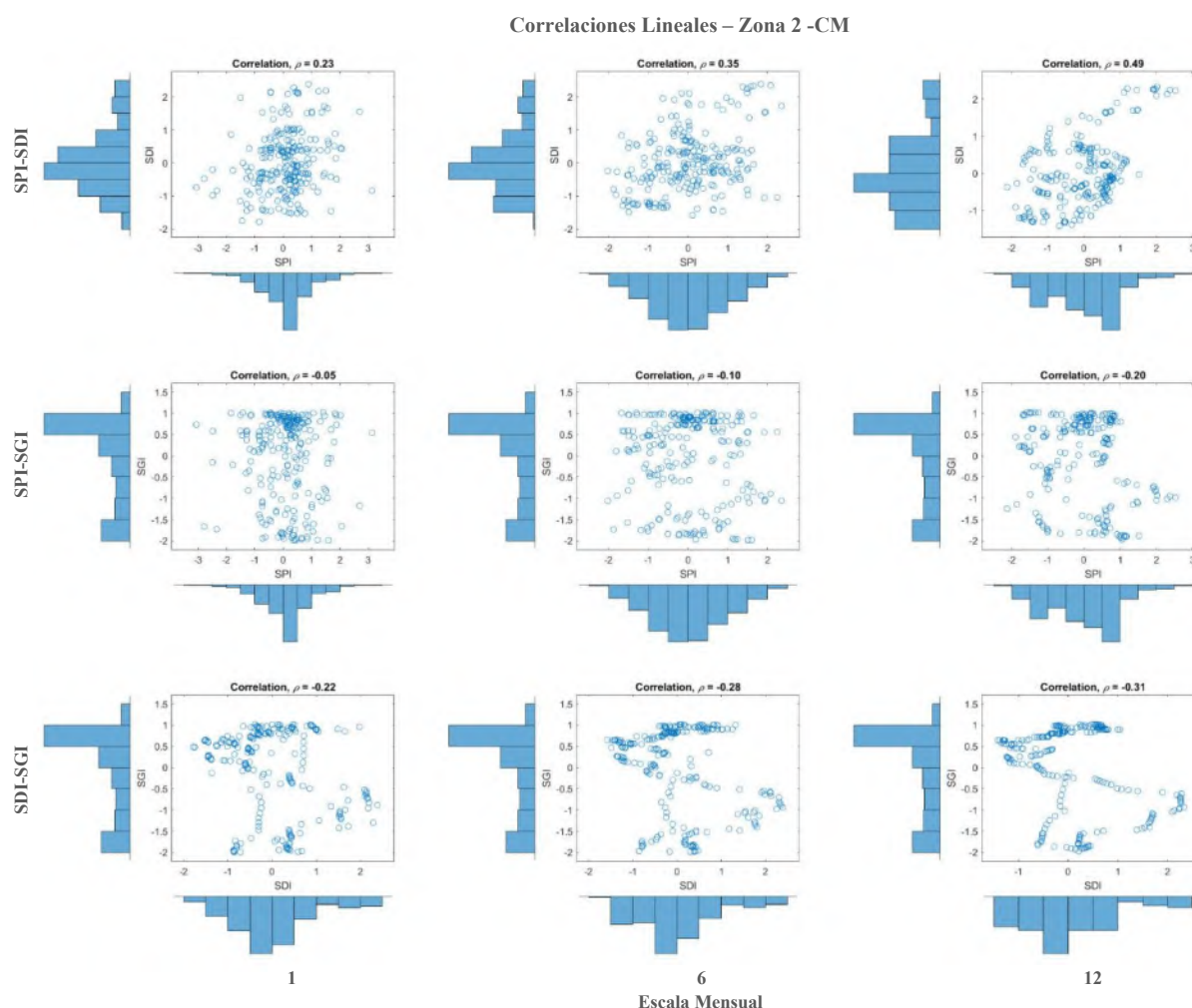


Figura 9.211 Correlaciones lineales de los índices SPI, SDI y SGI, en escalas de 1, 6 y 12 meses para la zona 2.

En la región de cuenca media (Figura 9.211) se reportan valores de correlación más desfavorables, siendo de nueva cuenta el par SPI-SDI, el que cuenta con valores más elevados, pero menores a los de la zona 1, mientras que el resto muestran correlaciones negativas que oscilan entre -0.05 a -0.31, siendo el caso de los índices bajo acumulación anual los que reporten los valores numéricos de mayor magnitud.

En el caso de la cuenca baja (Figura 9.212) presenta una condición intermedia en comparación con la cuenca media y alta, solo se obtuvo un valor negativo en la dupla SPI-SGI en la escala semestral (-0.02) y los valores de las relaciones SPI-SGI y SDI-SGI no muestran gran variación entre las escalas de acumulación mensual, a diferencia de las zonas 1 y 2. El valor de correlación más alto sigue mostrándose para la relación SPI-SDI en la acumulación anual con un valor de 0.46.

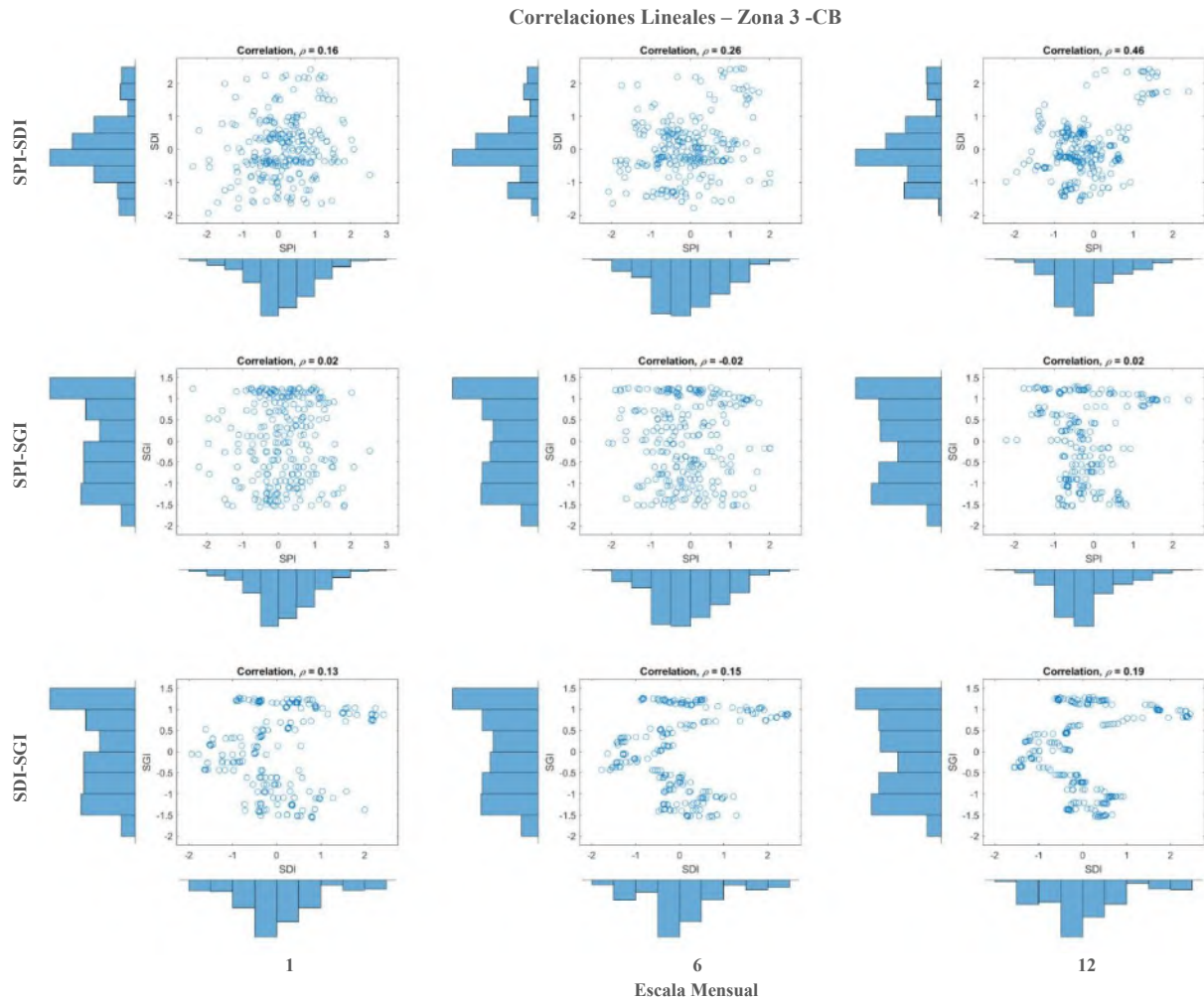


Figura 9.212 Correlaciones lineales de los índices SPI, SDI y SGI, en escalas de 1, 6 y 12 meses para la zona 3.

Cabe destacar que el comportamiento del SGI dista mucho de los otros índices al analizar los histogramas, lo cual ya era notable desde la descripción gráfica de la intensidad, lo cual impacta en el valor obtenido de correlación.

Debido a que el coeficiente de correlación lineal ρ solo expresa la dependencia lineal entre las variables, los casos de transformación no lineal a las variables aleatorias impiden que esa correlación se preserve. Por lo cual la determinación de un coeficiente de rango de correlación es más adecuada, teniéndose los parámetros τ de Kendall y ρ de Spearman para ello, de los cuales el segundo presentó de manera general valores ligeramente mayores, por lo cual se procedió con ellos; se ilustran los casos de estructuras de dependencia con estos coeficientes a través de gráficos de dispersión de 1000 valores aleatorios bajo una copula Gaussiana bivariada:

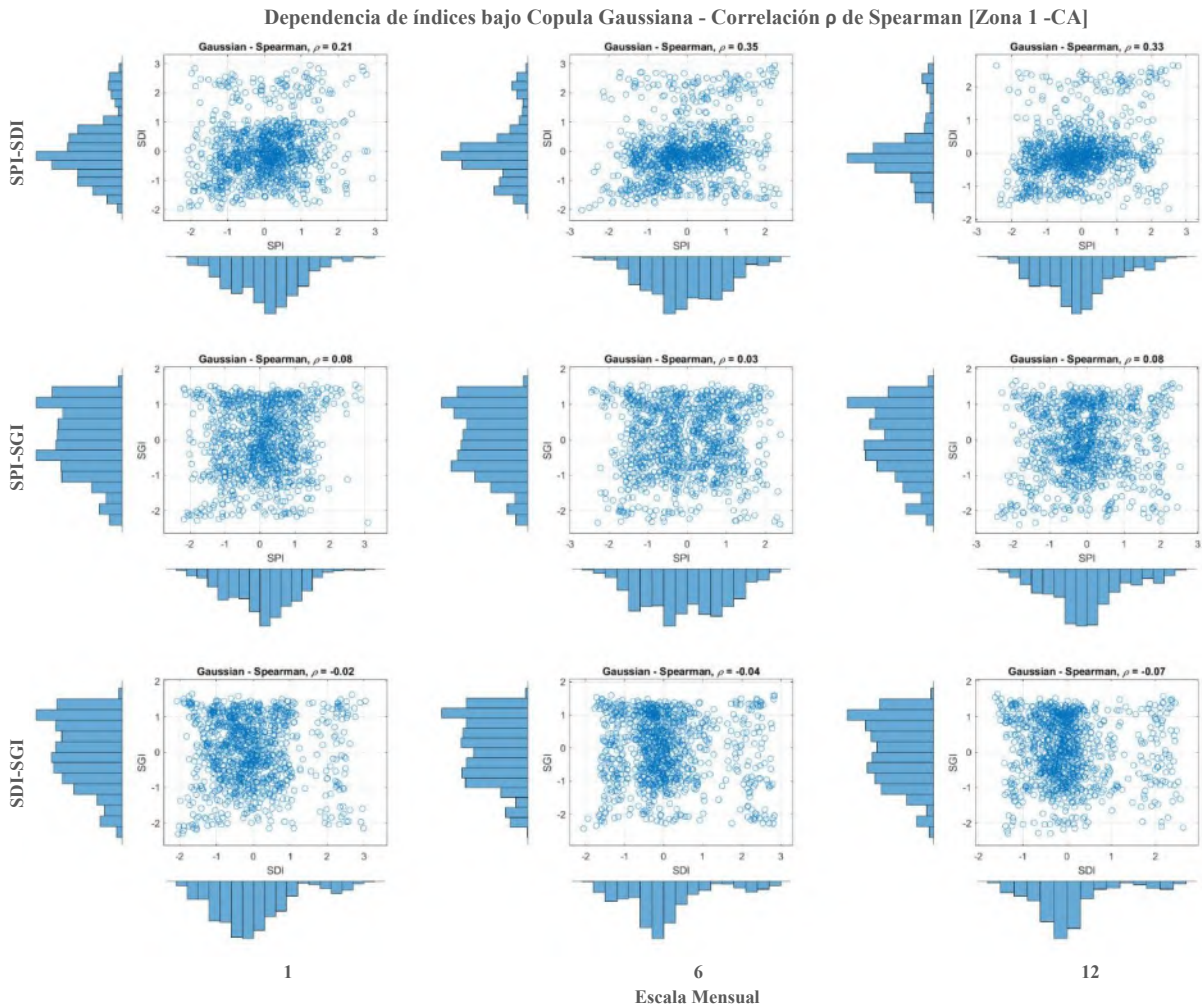


Figura 9.213 Dispersión de índices bajo Copula Gaussiana y ρ de Spearman de la región de cuenca alta.

Los valores de rango de correlación para la zona 1 describen valores menores en comparación al coeficiente de correlación lineal, presentando únicamente el par SDI-SGI valores negativos, siendo la dupla SPI-SGI la que mantuvo los valores con mayor similitud.

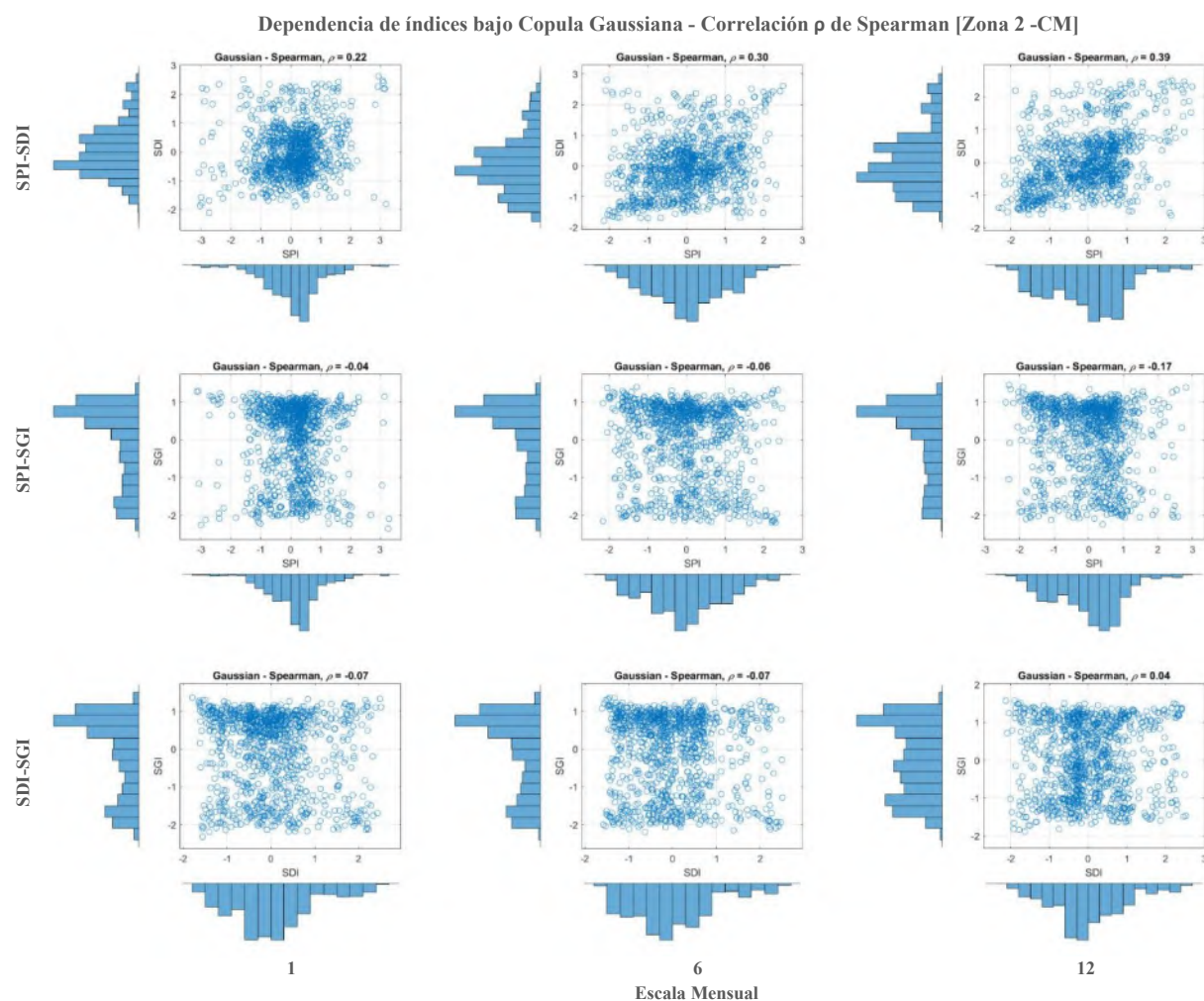


Figura 9.214 Dispersión de índices bajo Copula Gaussiana y ρ de Spearman de la región de cuenca media.

Es apreciable que en la zona de cuenca media los valores de rango de correlación obtenidos mantienen cierta similitud con los de correlación lineal (Figura 9.214), teniéndose en las combinaciones SPI-SGI y SDI-SGI valores negativos, siendo en este caso el SDI-SGI con valores ligeramente menores en comparación a la zona 1, sin variación en las escalas de 1 y 6 meses, pasando a ser positivo en la escala anual, por su parte el par SPI-SGI muestra una tendencia a reducirse con el aumento de acumulación mensual, el caso contrario se presenta para la relación SPI-SDI, alcanzándose el valor 0.39 en la escala de 12 meses.

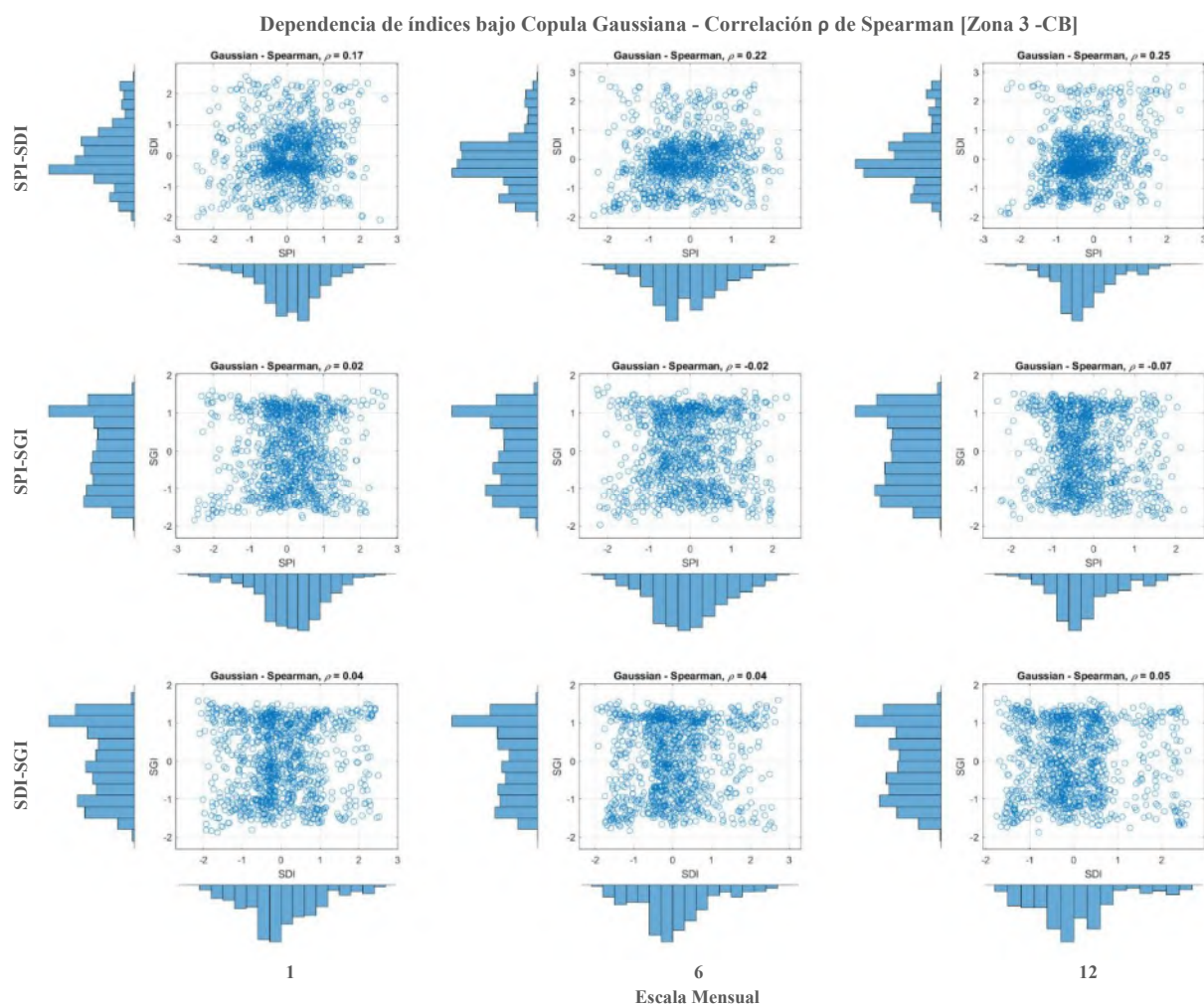


Figura 9.215 Dispersión de índices bajo Copula Gaussiana y ρ de Spearman de la región de cuenca baja.

Los valores generados para la cuenca baja indican los valores más bajo del SPI-SDI, teniéndose un máximo de 0.25 en la escala anual, aunque los valores SDI-SGI son todos positivos similares entre sí y cercanos a cero, los únicos casos de rangos negativos se presentan para el par SPI-SGI en escala semestral y anual, caracterizándose este por una tendencia de reducción a medida que aumenta la acumulación mensual.

Como las distribuciones multivariadas no están definidas de manera única por sus distribuciones marginales ni por sus correlaciones. La elección de una cópula particular en una aplicación puede basarse en los datos observados reales, o diferentes cópulas pueden utilizarse como una forma de determinar la sensibilidad de los resultados de simulación a la distribución de entrada.

En el caso de modelado de dependencia las cópulas arquimedianas son especialmente adecuadas para capturar diferentes tipos de estructuras de dependencia, como la dependencia de cola positiva o

negativa, que son cruciales para modelar eventos extremos, ofrecen flexibilidad en la modelización de diversas estructuras de dependencia y con frecuencia son utilizadas cuando los datos muestran características no gaussianas.

Para el caso de copulas arquimedianas tres familias están disponibles para su uso en Matlab las cuales son Clayton, Frank y Gumbel; estas son familias de un parámetro que se definen directamente en términos de sus funciones de distribución acumulada (CDF), en lugar de definirse constructivamente mediante una distribución multivariante estándar.

A través de la función de estadístico de copula se define el rango de correlación de copula Gaussiana a partir del coeficiente de correlación lineal, posteriormente se precisa el coeficiente del rango de correlación de la copula arquimediana de interés a través de la función de parámetro de copula.

A continuación, se precisan los valores estimados de parámetro de copula para las tres familias disponibles:

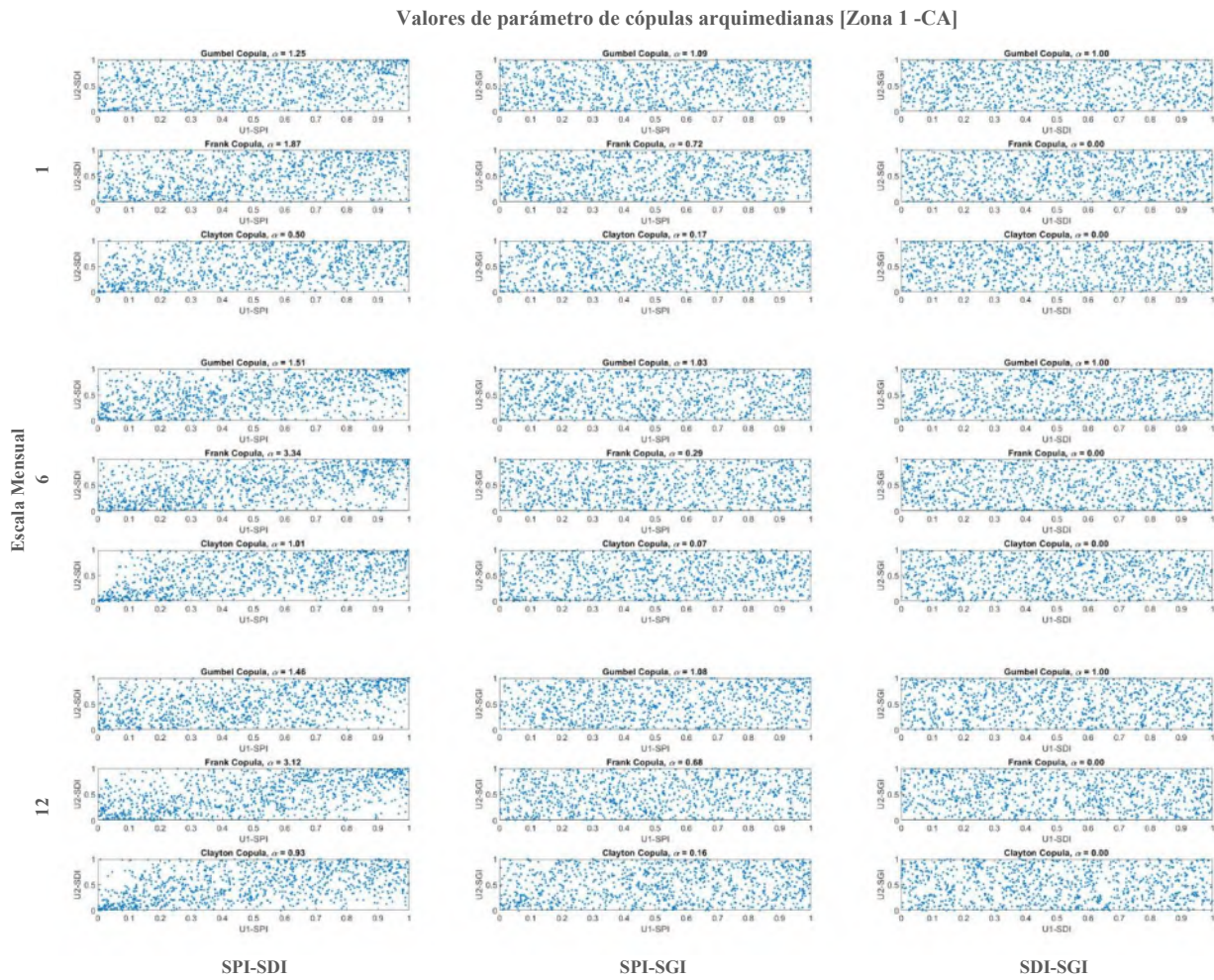


Figura 9.216 Parámetros de Copulas Arquimedianas de la región de cuenca alta.

Los parámetros alfa obtenidos para la zona 1 (Figura 9.216) indican que el par SPI-SDI muestra valores más elevados para el caso de copula de Frank, seguido de Gumbel; en cuanto a la relación SPI-SGI la cópula de Gumbel se destaca sobre las otras dos, en los tres casos de emparejamiento de índices Clayton describe los valores más bajos de rango de correlación, cabe mencionar que los valores cero mostrados en los gráficos en realidad corresponden a valores negativos, pero debido a la forma en que fue generado el código para obtención de parámetros y generación de gráficos, así como las funciones implementadas en Matlab, los valores negativos no son admitidos en algunos cálculos, por lo que fueron sustituidos.

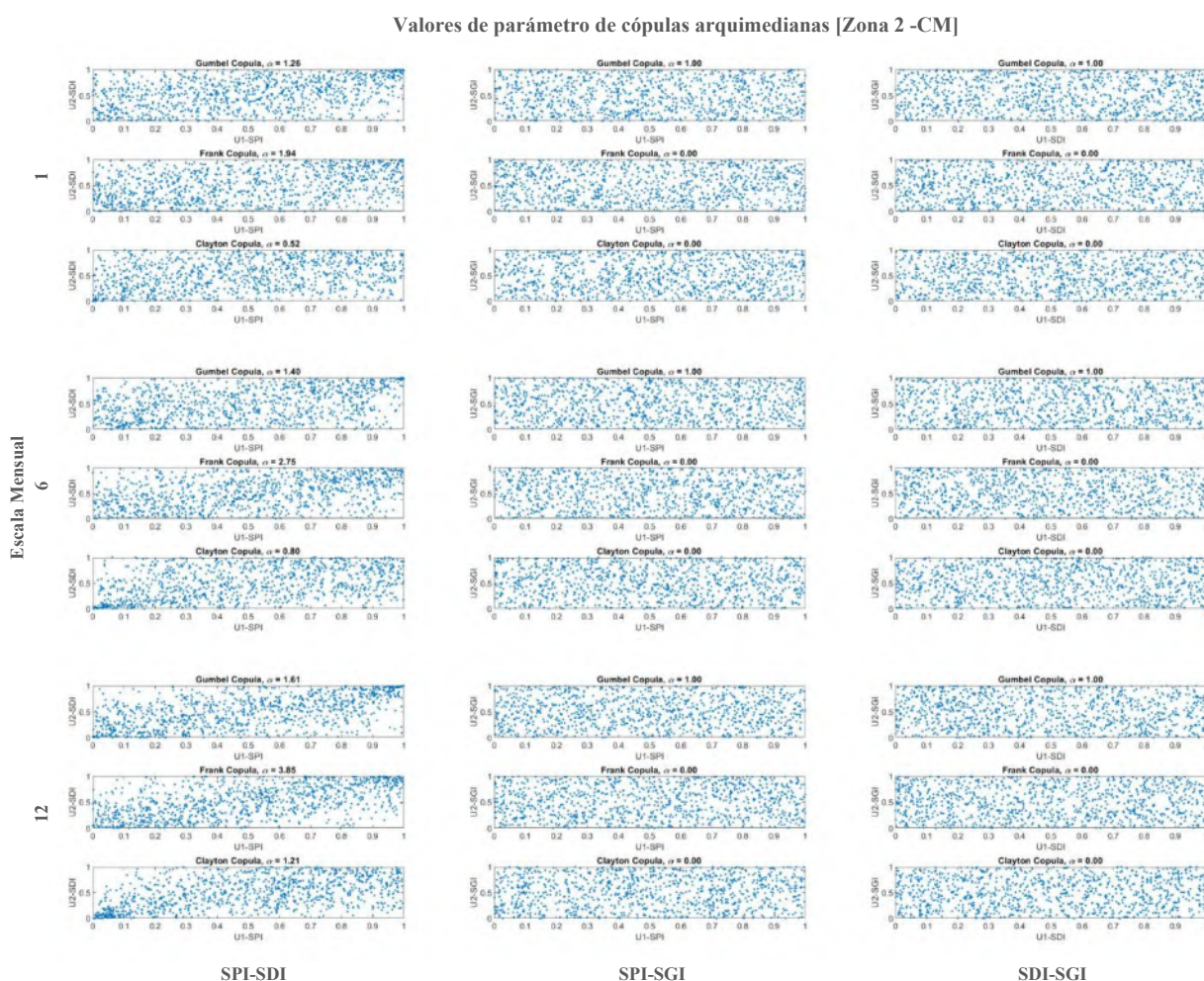


Figura 9.217 Parámetros de Copulas Arquimedianas de la región de cuenca media.

Para la zona de cuenca media, los parámetros alfa de las cópulas arquimedianas muestran que en las relaciones SPI-SGI y SDI-SGI se presentan valores negativos para los casos de Frank y Clayton, siendo solo la cópula de Gumbel la que muestra valores positivos de 1, mientras que el par SPI-SDI indica un

comportamiento similar al de la cuenca alta, con Frank con los valores más sobresalientes, seguido de la cópula de Gumbel.

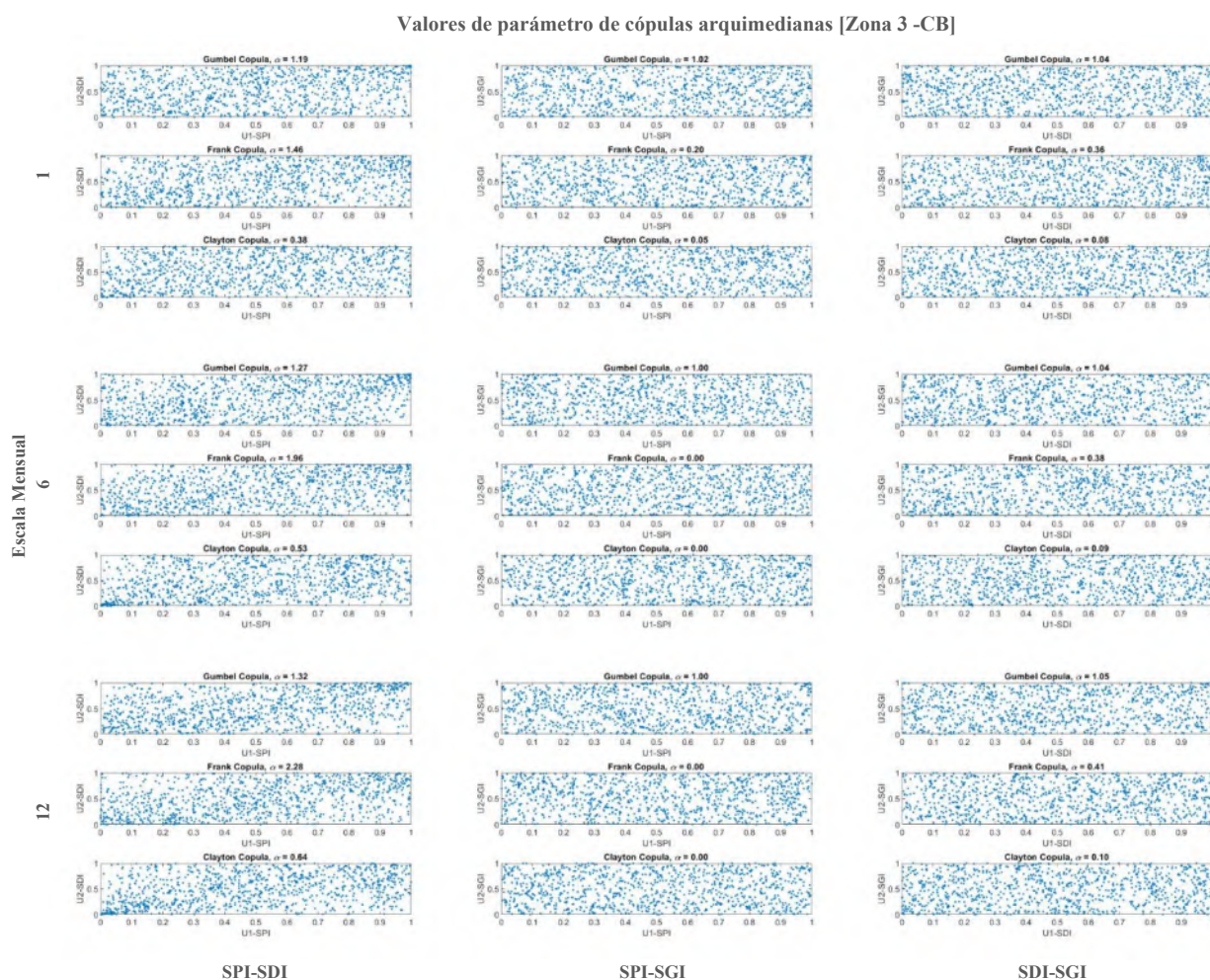


Figura 9.218 Parámetros de Copulas Arquimedianas de la región de cuenca baja.

En la Figura 9.218 se muestran los parámetros alfa de la zona 3 o cuenca bajo, que describen menos valores negativos, únicamente en los casos de copula de Frank y Clayton para la relación SPI-SGI, dentro de esta relación la escala semestral y anual indican solo para Gumbel un valor positivo de 1, en la escala mensual también este tipo de cópula se destaca sobre las otras dos, este también es el caso para la asociación SDI-SGI, seguido de la copula de Frank, por último para el pareado SPI-SDI la copula de Frank se destaca de nueva cuenta con valores entre 1.46 a 2.28 , seguida por la copula de Gumbel.

Se destaca que en la mayoría de los casos SPI-SDI, el valor de parámetro alfa aumenta a medida que es mayor la escala de acumulación mensual del índice, siendo que en los otros pares de índices se mantienen estáticos o suelen disminuir ligeramente.

A partir de los valores alfa de mayor magnitud se construyen las CDF y PDF para cada caso y se generan gráficos de superficie para su representación.

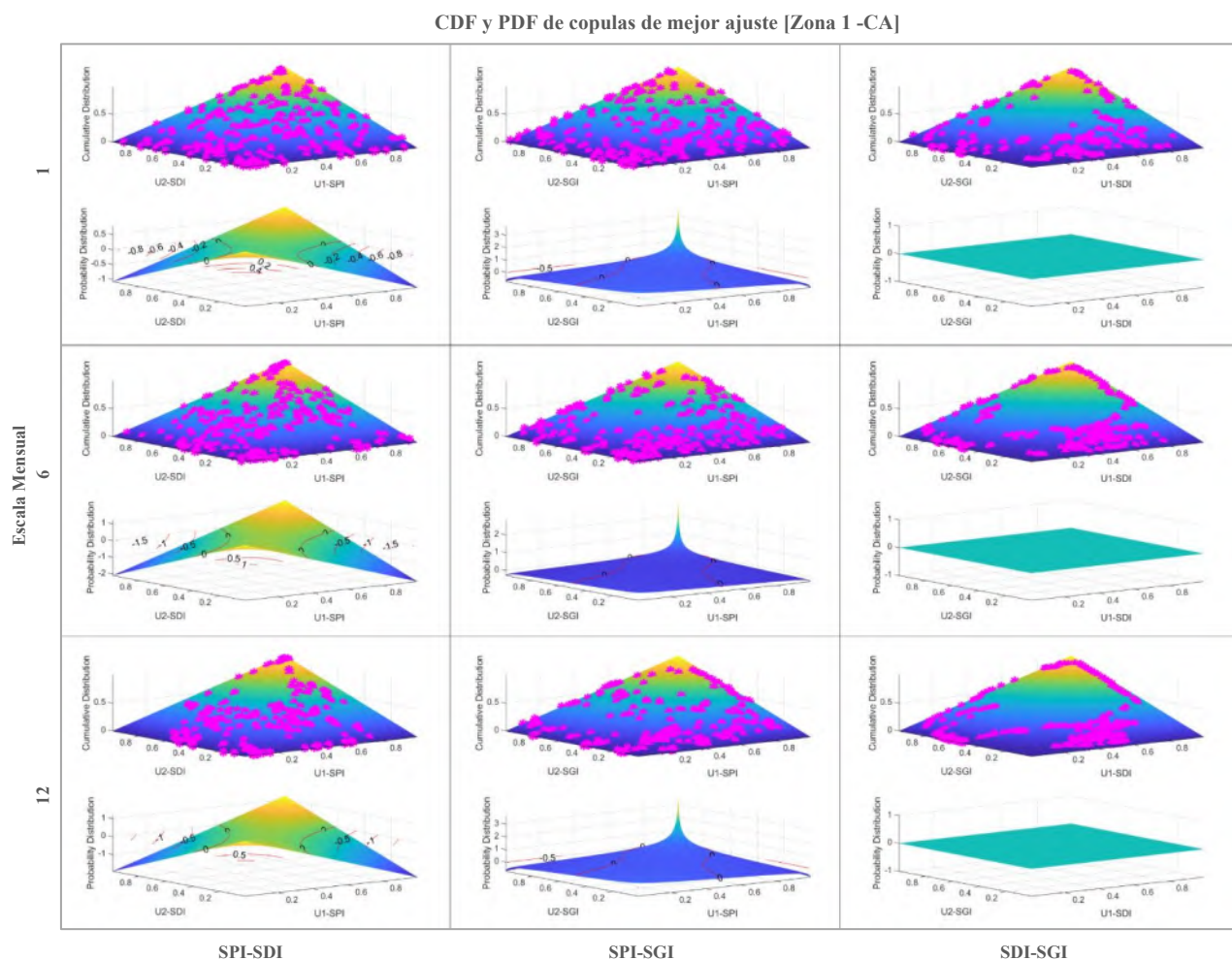


Figura 9.219 Gráficos de funciones de distribución de probabilidad y acumulada de las copulas de mejor ajuste de la región de cuenca alta.

En la descripción de la probabilidad conjunta de los pares de índices en la cuenca alta (Figura 9.219) es apreciable un comportamiento similar respecto al CDF, pero en cuanto al PDF, el SPI-SDI es el que muestra un aspecto al esperado, aun teniendo correlaciones bajas, para la relación de índices SPI-SGI se tiene un comportamiento de PDF con una tendencia a ser plana con un levantamiento en uno de los extremos, mientras que en el caso SDI-SGI el PDF es completamente plano relacionado al valor unitario de la cópula de Gumbel.

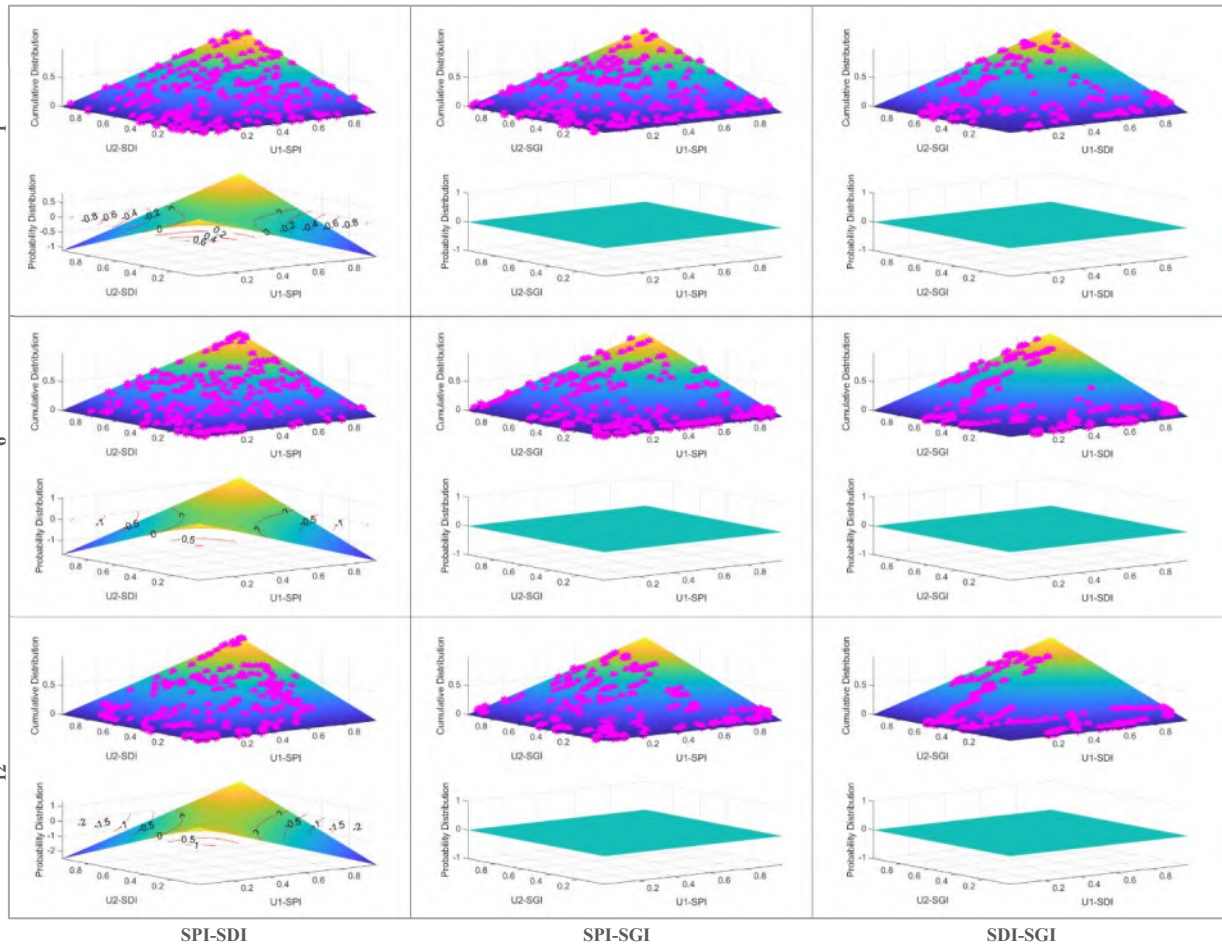


Figura 9.220 Gráficos de funciones de distribución de probabilidad y acumulada de las copulas de mejor ajuste de la región de cuenca media.

En la Figura 9.220 se muestran las distribuciones de probabilidad y acumulación de las copulas generadas, destacándose nuevamente la dupla SPI-SDI por su PDF, mientras que en los otros casos al ser la copula de Gumbel con el mayor rango de correlación los PDF se muestran completamente planos.

CDF y PDF de copulas de mejor ajuste [Zona 3 -CB]

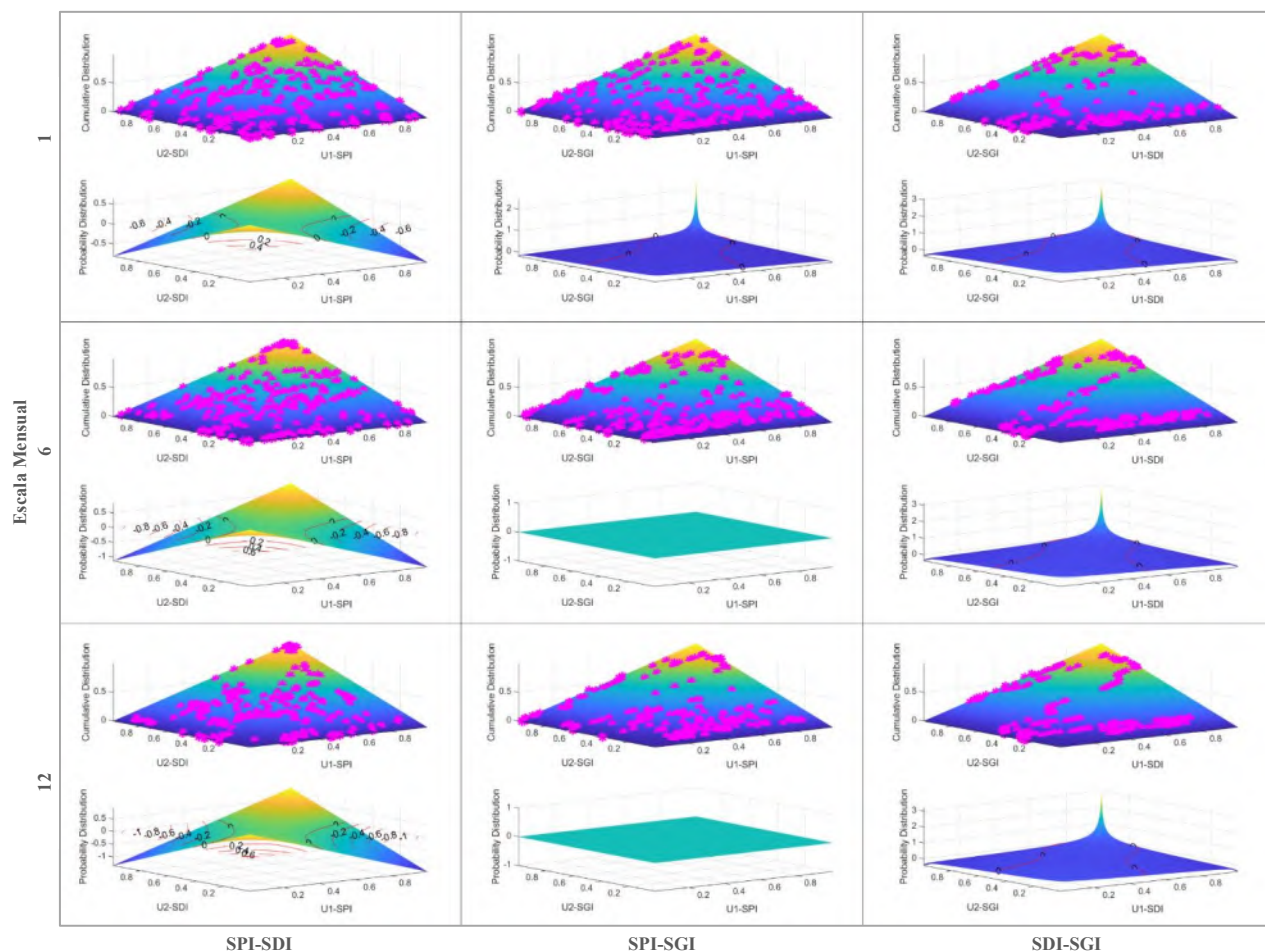


Figura 9.221 Gráficos de funciones de distribución de probabilidad y acumulada de las copulas de mejor ajuste de la región de cuenca baja.

En el caso de la zona 3 o de cuenca baja respecto al comportamiento de sus funciones de distribución se tiene de nueva cuenta que el par SPI-SDI presenta una descripción más acorde a lo esperado, teniéndose solo los casos de acumulación semestral y anual del SPI-SGI como los únicos con PDF completamente horizontal, el resto muestra un comportamiento de valor extremo en las colas.

A la par de la generación de los gráficos CDF, se determinan las funciones de probabilidad de mejor ajuste para las series de intensidades de cada uno de los índices considerados (Figura 9.222), encontrándose la relación que se muestra en la Tabla 9.36, siendo los valores de SPI los que tienen una variación entre las funciones logística, normal y generalizada de valores extremos (gev), mientras que el SDI se caracteriza por ajustarse a la (gev), mientras el SGI a la función generalizada de Pareto.

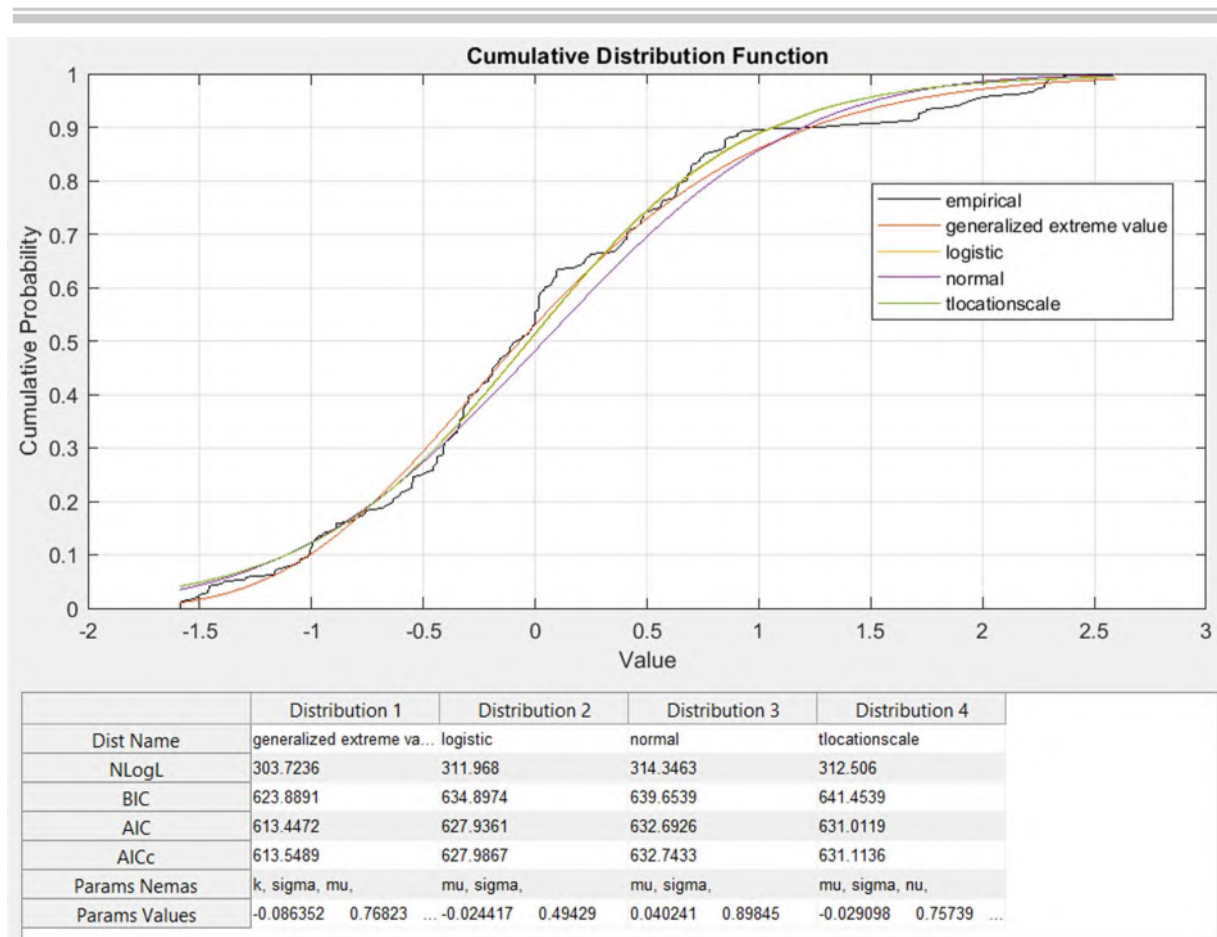


Figura 9.222 Interfaz de usuario gráfica para la determinación de función de mejor ajuste en matlab.

Tabla 9.36 Resumen de funciones de distribución acumulada para los índices de sequía considerados

Zona	SPI			SDI			SGI		
	1	6	12	1	6	12	1	6	12
1-CA	norm	norm	gev	gev	gev	gev	gp	gp	gp
2-CM	logistic	norm	norm	gev	gev	gp	gp	gp	gp
3-CB	logistic	norm	gev	gev	gev	gev	gp	gp	gp

norm - normal

gp - generalized pareto

gev - generalized extreme values

Una vez identificada la función de mejor ajuste por cada índice se aplica la CDF inversa de las mismas, obteniéndose a su vez las probabilidades de las intensidades, las cuales son utilizados como las posiciones X y Y, dentro del espacio de la copula arquimediana (como se muestran en los indicadores fucsia de la Figura 9.219 a la Figura 9.221) para determinar la probabilidad conjunta, la cual al aplicarle la función de distribución normal estándar inversa se obtiene el índice de sequía multivariado de acuerdo a la dupla considerada.

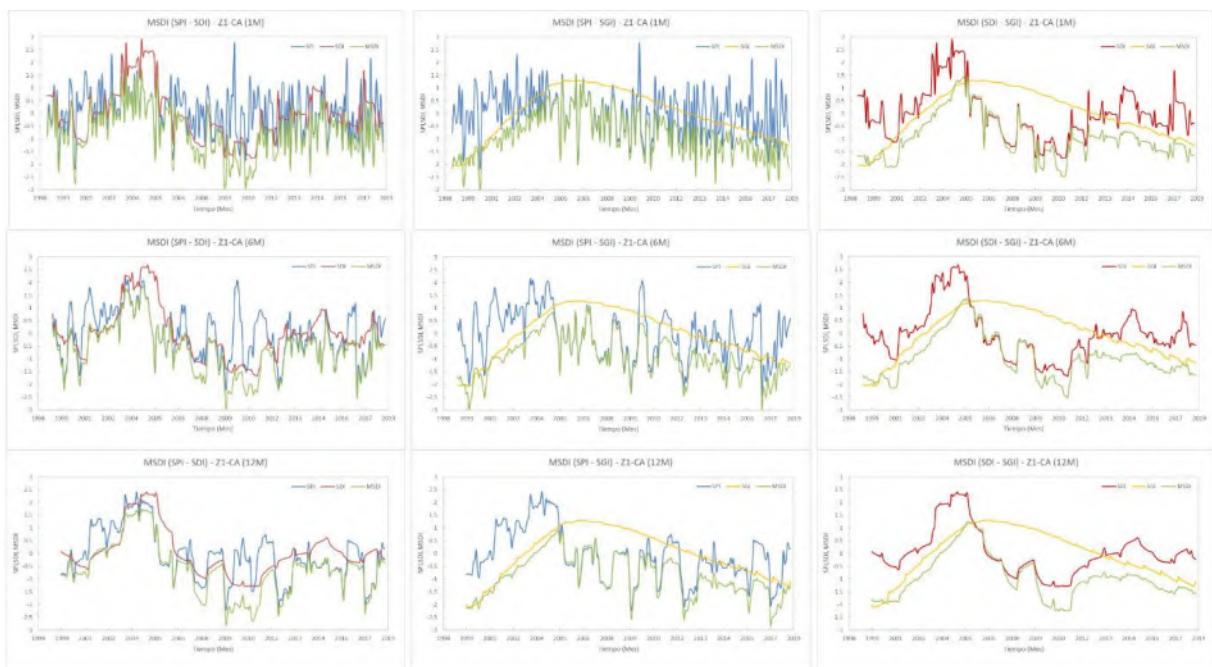


Figura 9.223 Comparativa de pares de índices respecto al MSDI región de cuenca alta.

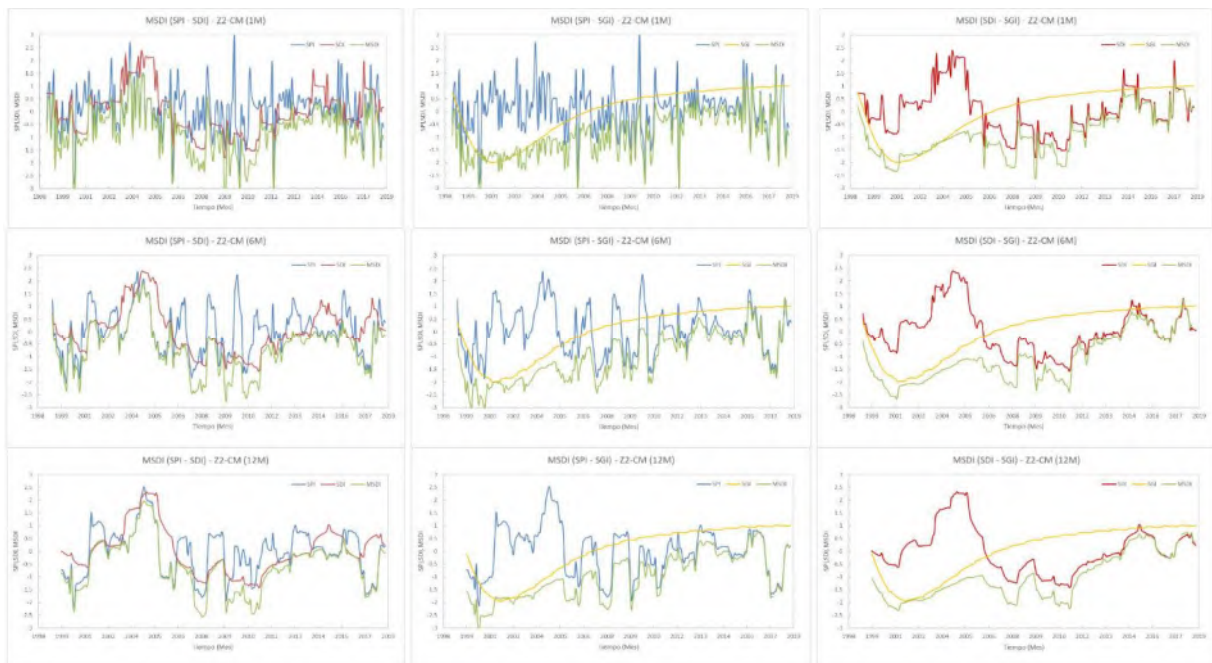


Figura 9.224 Comparativa de pares de índices respecto al MSDI región de cuenca media.



Figura 9.225 Comparativa de pares de índices respecto al MSDI región de cuenca baja.

Es apreciable en los gráficos de intensidad de índices de sequía (Figura 9.223 a Figura 9.225) que el MSDI en comparación con la dupla SPI-SDI, en las tres regiones presenta un comportamiento intermedio entre los dos índices, apegándose en algunos casos al SPI y en otros al SDI, por otro lado en las otras relaciones de índices la descripción del MSDI sigue la distribución del SPI y SDI, siendo el SGI una guía del desfase que se presenta a lo largo del tiempo respecto a la serie original de intensidad.

9.11 Índice de Sequía Multivariado por Copulas Trivariadas

Previo a la obtención de los marginales de las intensidades de los índices considerados, se definieron de nueva cuenta las correlaciones lineales por zona de estudio, así como su distribución y comportamiento por pares (Figura 9.226 a Figura 9.228), con el fin de recalcar las condiciones entre las series utilizadas.

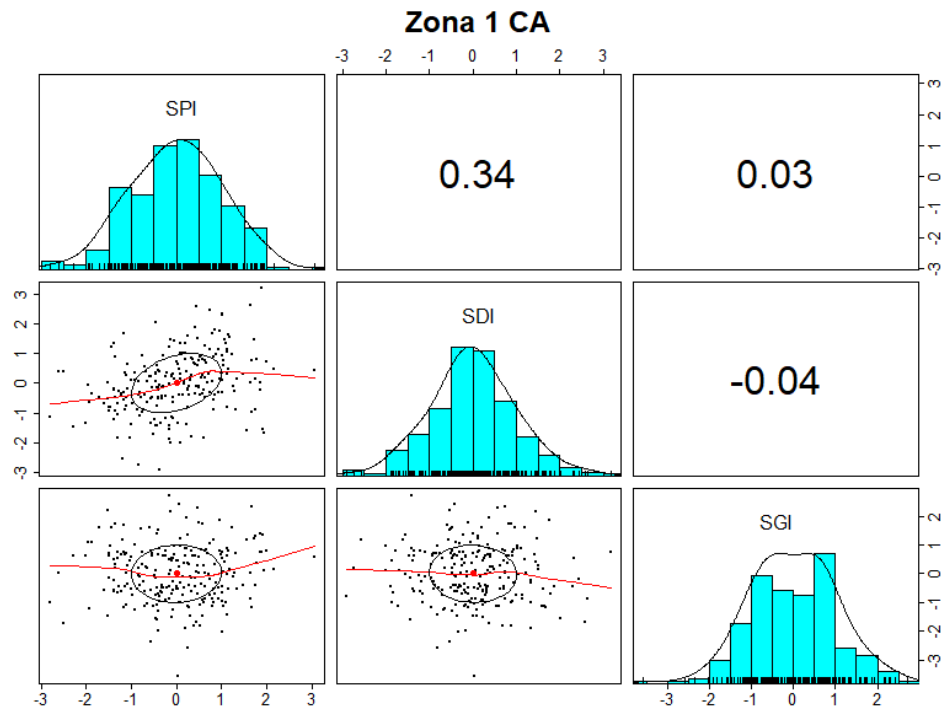


Figura 9.226 Matriz de correlaciones y distribución de índices en región de cuenca alta.

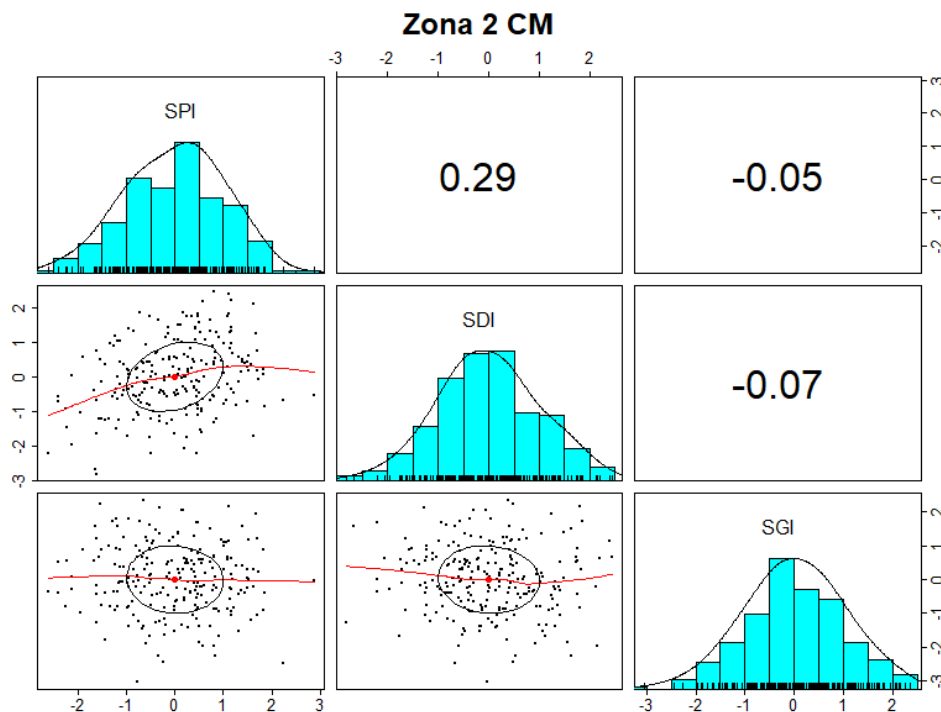


Figura 9.227 Matriz de correlaciones y distribución de índices en región de cuenca media.

A través de los gráficos de dispersión y los valores de correlación ρ de Spearman es posible constatar que las correlaciones son considerablemente bajas y en algunos casos inversas, teniéndose que la relación SPI con el SDI es la más alta entre todos los casos, siendo el de la cuenca alta el mayor con 0.33, las otras dos binas indican valores muy cercanos a cero, siendo en algunos casos positivas y otros positivas, se destacan que para la zona tres se presenta la correlación SDI-SGI más alta, mientras que para el par SPI-SGI sería de nueva cuenta la zona uno.

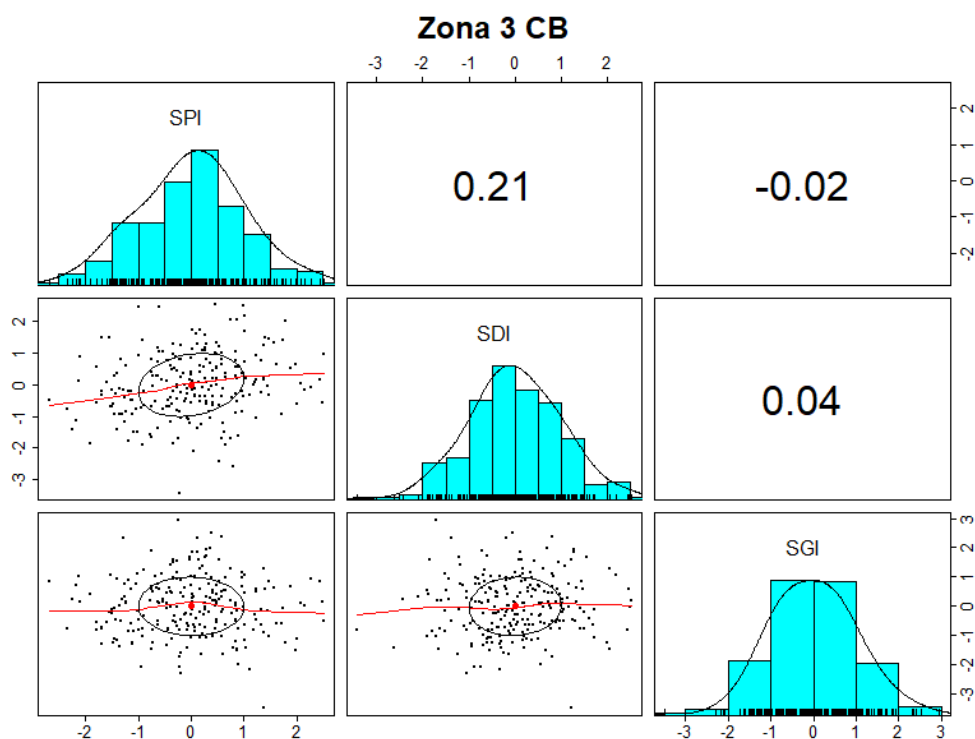


Figura 9.228 Matriz de correlaciones y distribución de índices en región de cuenca media.

La determinación de las correlaciones lineales es un primer paso para entender mejor la dependencia entre las variables y así mismo proporcionar información sobre la familia de copula que ajustaría mejor en su descripción, en el caso partículas de sequía al ser un evento extremo se considera aplicar nuevamente las correspondientes a la familia arquimideanas que representan mejor esta condición, por lo que se utilizan las más comunes: Frank, Clayton y Gumbel.

Las distribuciones marginales se determinaron mediante dos procesos en primera instancia a partir de la definición previa de las funciones de mejor ajuste de los índices se determinaron los parámetros correspondientes del ajuste y se definieron los valores de la función de distribución acumulada para cada caso, siendo normal para la zona 1 y gev para la zona 2 y 3, se definió la matriz de correlaciones de estas series posteriormente.

En segunda instancia se determinaron las funciones de distribución acumulada de manera empírica para cada índice y posteriormente se generó la matriz de correlaciones, para ambos casos los valores determinados de Σ son bastante similares, siendo la correlación entre el SPI y SGI la de mayor afectación, pasando a corresponder a una cifra del orden de milésima (0.003).

Con lo anterior se procedió con la generación de las copulas en R y el análisis de dependencias de las cdf de los índices considerados como se muestra en las figuras siguientes.

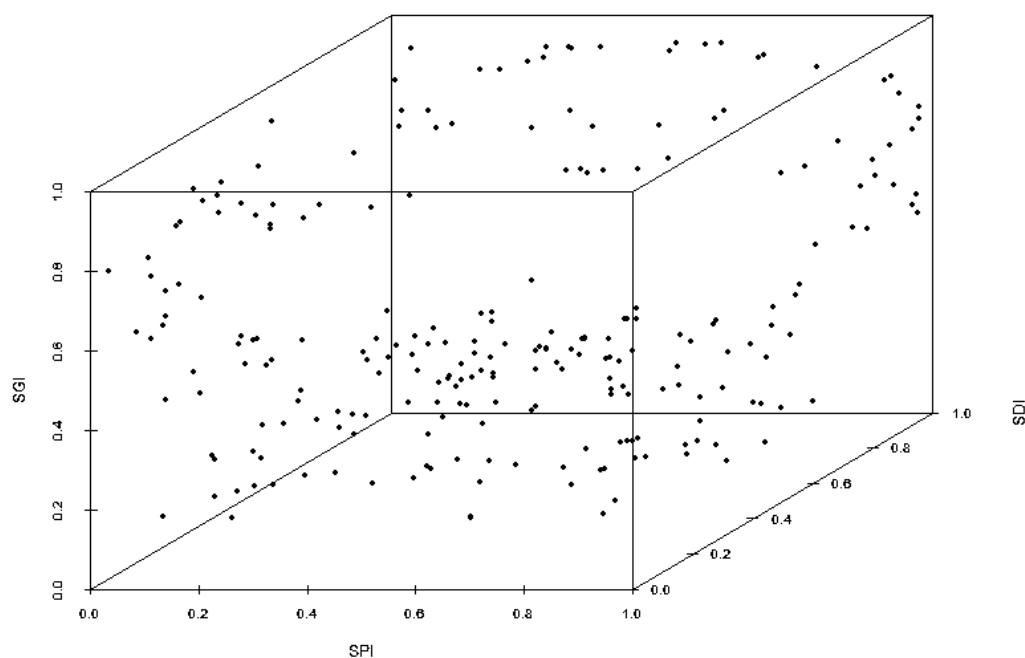


Figura 9.229 Gráfico de dispersión de Copula de la cuenca alta.

En los entornos tridimensionales de las Figura 9.229 y Figura 9.230 es apreciable las dependencias entre los índices de acuerdo a sus marginales, aunque al no contar con una forma apropiada de poder analizar este tipo de entorno en un ámbito bidimensional se vuelve más factible y sencillo analizarlo por combinaciones, desarrollándose su análisis por tres caras del cubo de dispersión, aunque algo que permiten precisar estos gráficos es que existen dos principales concentraciones de las nubes de puntos de las probabilidades conjuntas, una en la sección superior entre valores de 0.8 a 1 del SGI, y la otra y más densa en la parte inferior ligada a valores entre 0 a 0.4.

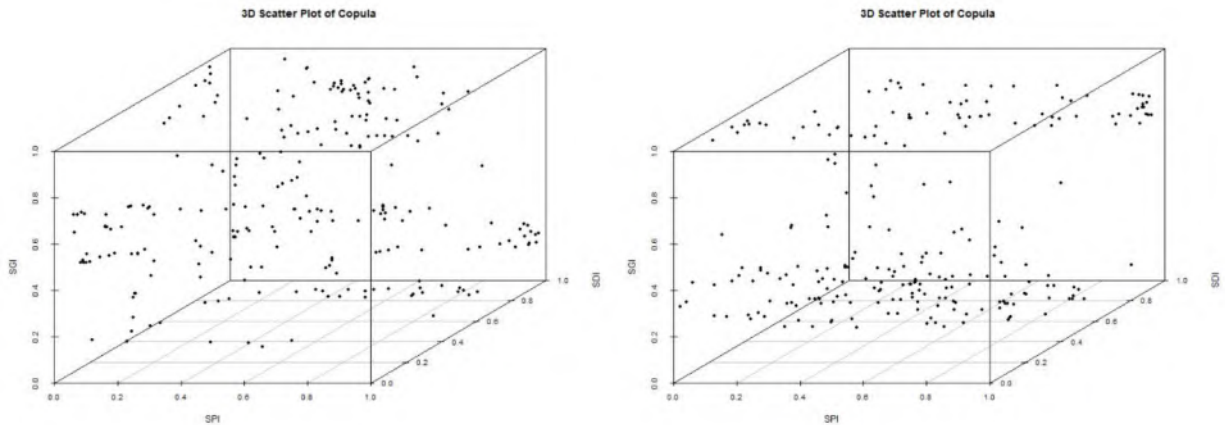


Figura 9.230 Gráfico de dispersión de Copula de la cuenca media (izquierda) y cuenca baja (derecha).

Si bien en los gráficos de dispersión por “cara” es posible identificar las zonas de concentración de las probabilidades bajo distintas perspectivas (Figura 9.231) fue necesario generar gráficos de contorno en los que se pudiera apreciar de manera más práctica las zonas de concentración de las binas.

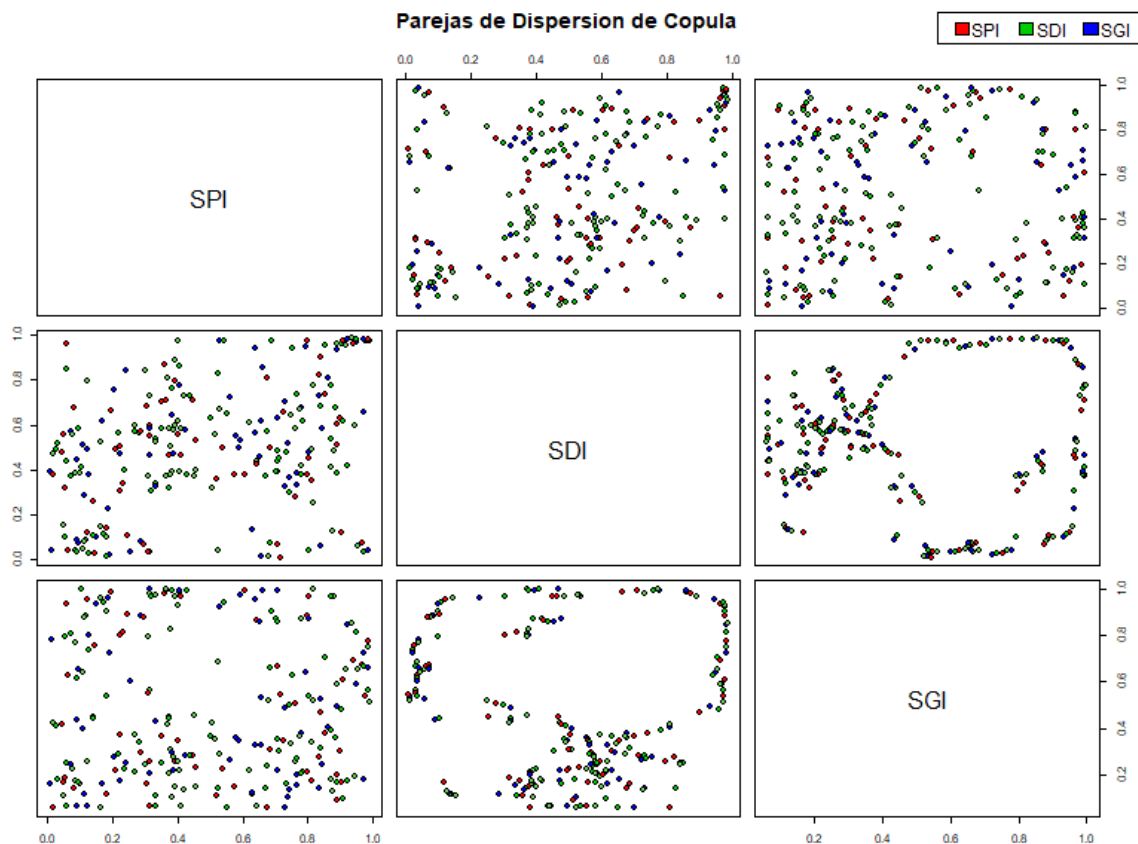


Figura 9.231 Matriz de pares de probabilidades conjuntas de la zona alta de la cuenca.

Para el caso de los contornos de la cuenca alta (Figura 9.232), es posible apreciar que en la dependencia SPI – SDI una concentración se produce en los extremos 0 y 1 pero la región 0.4 a 0.8 del SDI parece mostrar una aglomeración considerable, de forma particular alrededor del 0.4 del SPI.

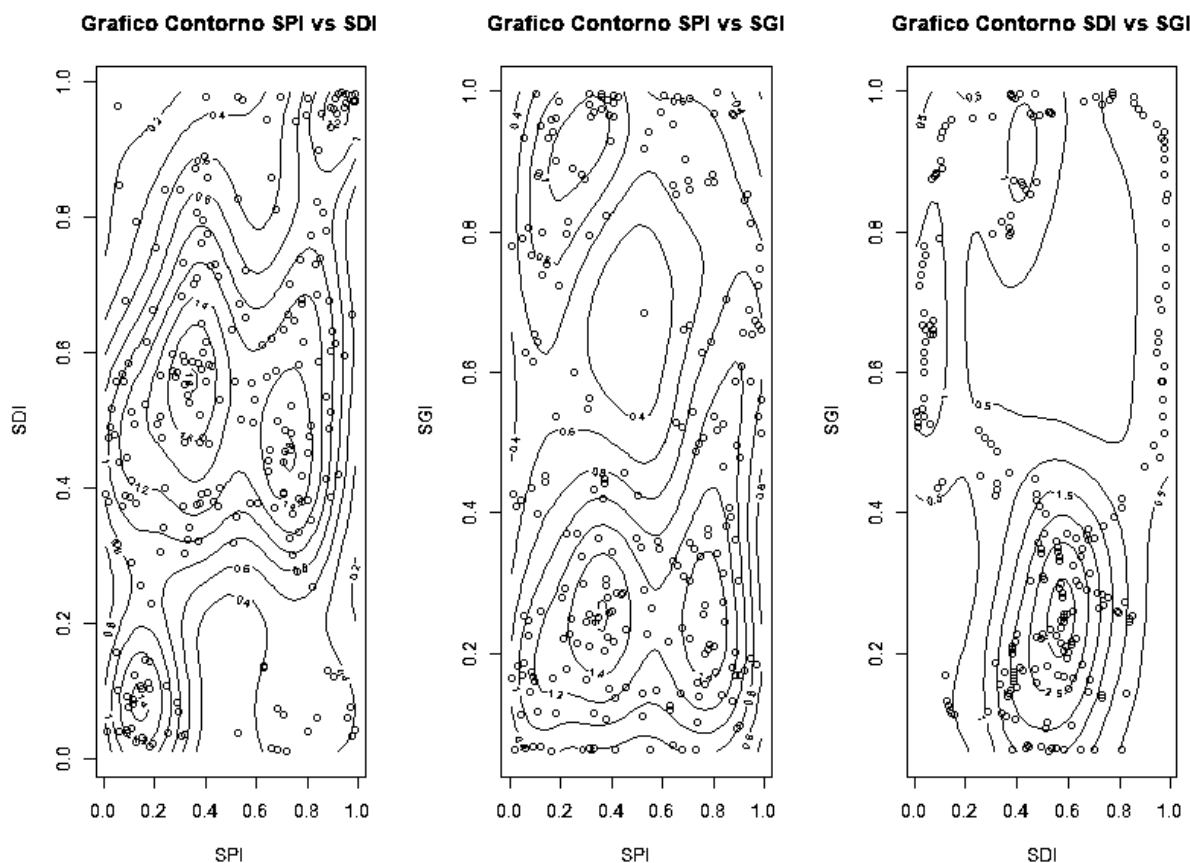


Figura 9.232 Gráficos de contorno de probabilidades conjuntas por pares de la zona de cuenca alta.

Para el par SPI-SGI se tiene una mayor concentración de puntos entre 0 y 0.4 del SGI y de manera más precisa en el valor cercano a 0.3 del SPI, así como también en los valores cercanos a 1.0, finalmente en la bina restante la concentración más clara se aprecia entre 0 y 0.4 del SGI, respecto al 0.4 a 0.8 del SDI, es apreciable también delgadas estelas de puntos que se aglomeran en los bordes superiores a 0.5 del SGI.

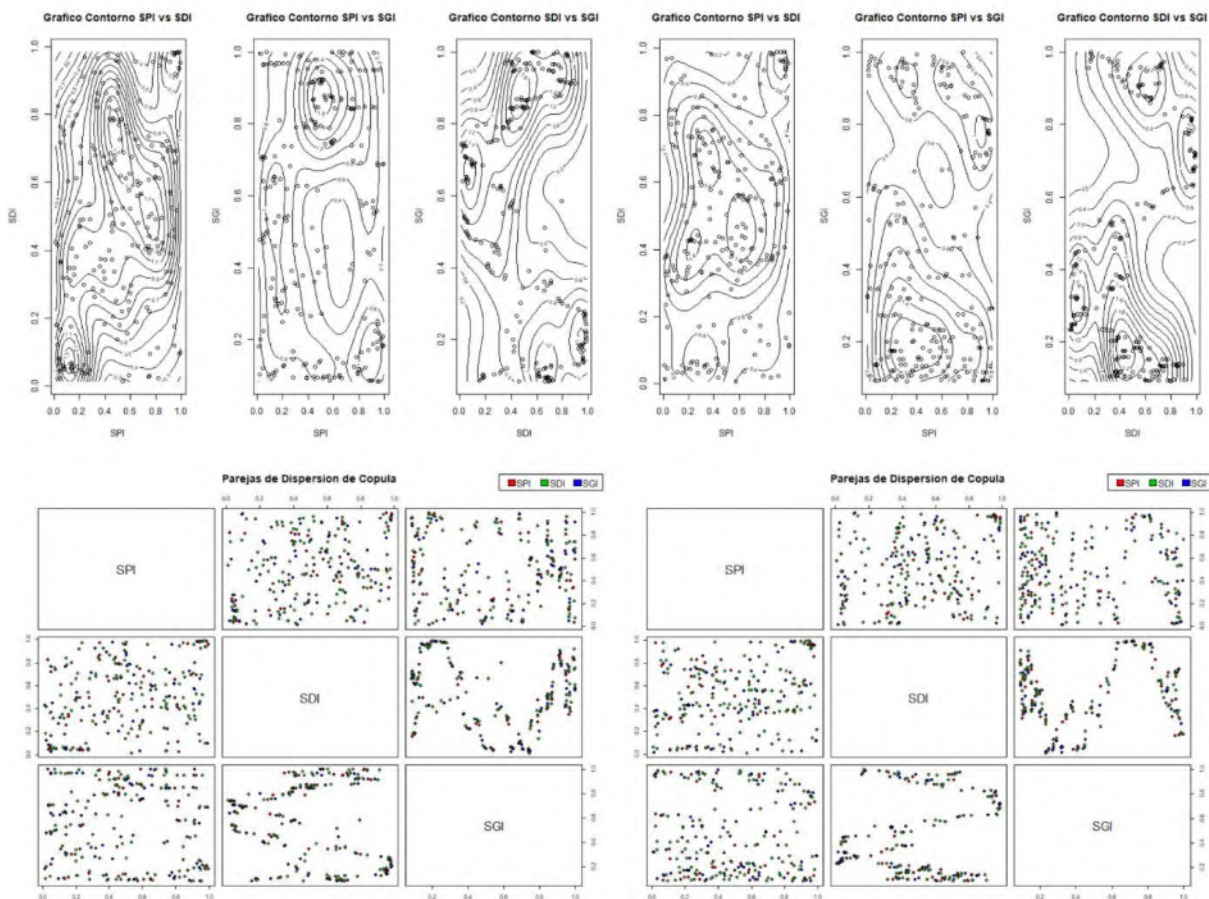


Figura 9.233 Gráficos de contorno probabilidades conjuntas por pares de cuenca media (izquierda) y cuenca baja (derecha)

En el caso de los contornos de las probabilidades conjuntas de la cuenca media (Figura 9.233) se perciben las probabilidades conjuntas más notables entre 0 y 0.2 para el primer par (SPI-SDI); otra concentración modesta se desarrolla entre el 0.8 y 1 del SDI respecto al 0.4 a 0.6 del SPI; para la bina SPI-SGI se percibe una aglomeración en rangos similares a los últimos mencionados, aunque de forma general los puntos se encuentra muy dispersos, para el último grupo se identifica ligeras densidades de puntos describiendo líneas entre los valores de 0.6 a 1 del SDI respecto de 0 a 0.3 del SGI, así como del 0.6 a 0.8 del SGI y alrededor del 0.1, 0.4 y 0.8 del SDI.

En el primer par de la cuenca baja se tiene mucha dispersión pero se detectan concentraciones ligeras en la zona central entre valores de 0.4 a 0.8 del SDI respecto a 0.2 a 0.6 del SPI; para el segundo par de índices se detecta una concentración considerable de 0 a 0.2 del SGI en distintos puntos del SPI, particularmente en el 0.2 y 0.9, también se aprecia otra conglomeración ente 0.8 a 1 del SGI y 0.6 al 1 del SPI,

el último par describe una configuración similar a la segunda bina solo que en esta ocasión las probabilidades conjuntas se encuentran más concentradas.

Con las copulas trivariadas generadas, se procedió a determinar las probabilidades conjuntas de acuerdo a los valores de los índices de sequía producidos en el periodo histórico las cuales al aplicarles la función cuantil de la distribución normal estándar es posible definir la distribución normal inversa, con lo cual se determina el valor de índice multivariado esperado a partir de una copula de tres variables.

A continuación, se muestran una serie de gráficos comparativos con los valores del índice MSDI obtenido.

En primer instancia se presenta una comparativa para las tres zonas de estudio del índice generado utilizando tres tipos de copulas (Frank, Clayton y Gumbel) en la Figura 9.234, teniéndose que la variación entre copulas para una misma zona es bastante reducida, todas siguen el mismo comportamiento siendo la mayor diferencia los cambios de intensidad, siendo los valores ligados a la copula de Frank los que llegan a alcanzar los valores negativos de mayor magnitud, con diferencia de decimales, concentrándose en la mayoría de las zonas en el periodo 2007-2011.

Otra característica del índice generado es que en la mayor del periodo presenta valores negativos, indicando que los periodos de sequía son más extensos, teniendo para todos los casos valores de sequía extrema de -3 o mayor.

De forma particular se puede indicar que tanto en la zona 1 como en la 3 la distribución de eventos de humedad es similares, con un inicio de sequía extrema donde a partir del 2001 se tiene una tendencia positiva hasta alcanzar condiciones de humedad normales y muy húmedas de 2001 a 2007, presentándose sequías severas y moderadas en el resto del periodo, teniéndose ligeras variaciones respecto a la intensidad entre estas regiones.

Por su parte la zona 2 presenta un comportamiento a la inversa, en la al inicio se tiene eventos extremos de sequía, la cual evoluciona a sequía moderada entre 2001 y 2007, teniéndose nuevamente un periodo con sequías extremas hasta 2011, a partir de este punto tiende a subir la intensidad del índice llegando a condiciones de humedad normal y sequía moderada

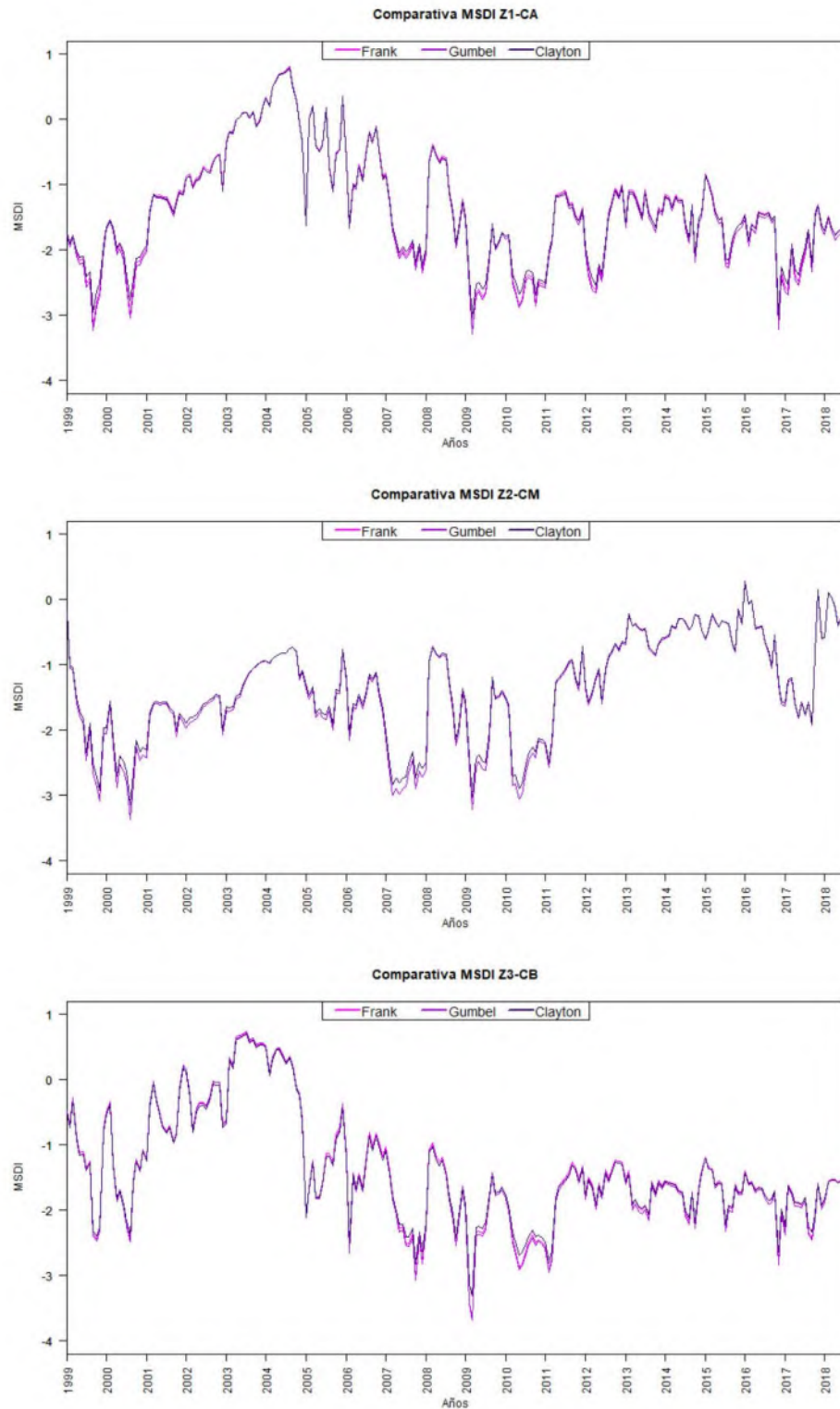


Figura 9.234 Comparativa de MSDI para las tres zonas de la cuenca y para los tres tipos de copula Arquimideana

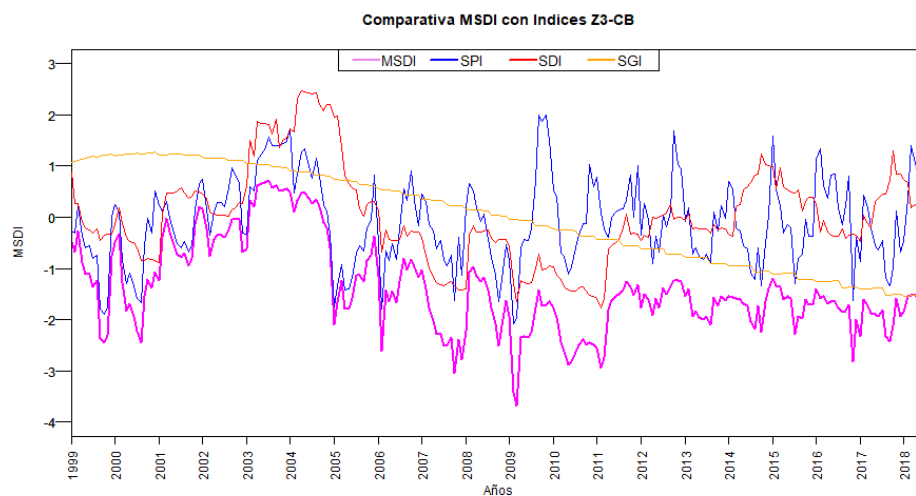
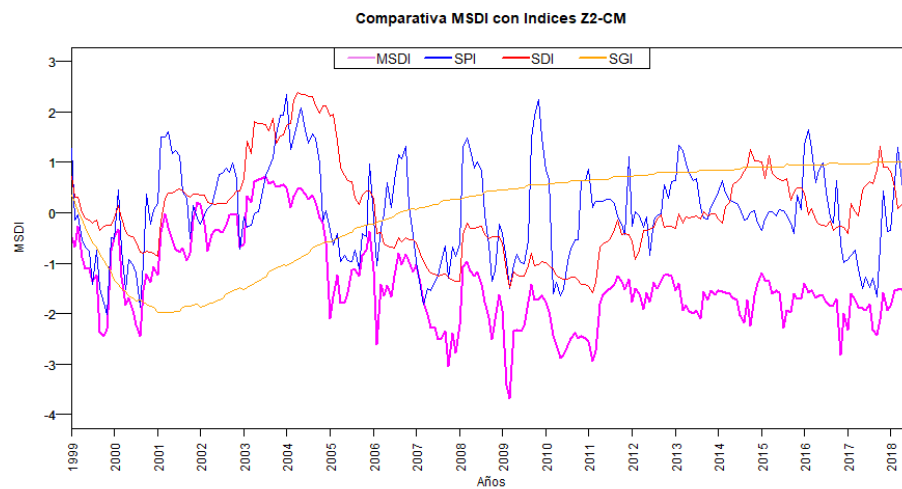
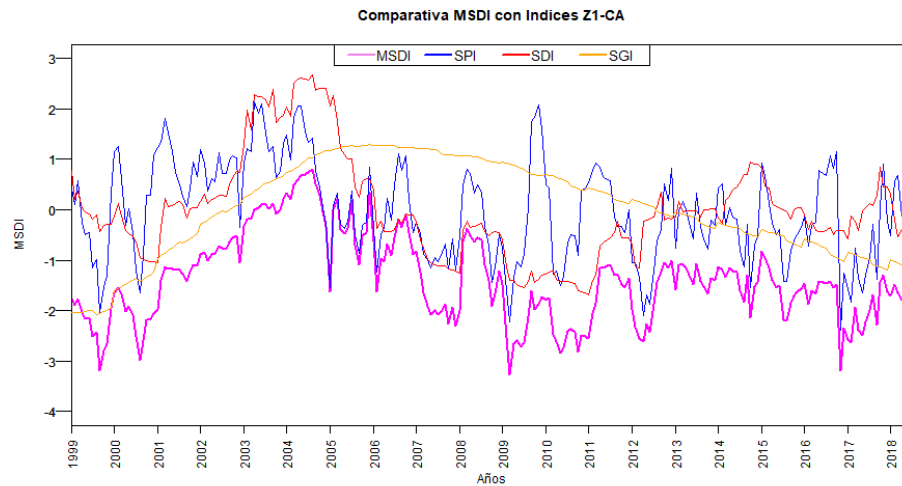


Figura 9.235 Comparativa de MSDI con respecto a los índices individuales en las tres zonas

El patrón de comportamiento del MSDI sigue siendo bastante consistente en comparativa con el SPI, SDI y SGI (Figura 9.235), en los tres casos se encuentran las intensidades por debajo del resto del índice a excepción del SGI de 1999 a 2005 en la zona 2.

En la cuenca alta y baja el MSDI parece ceñirse más al comportamiento del SPI, teniendo en segunda instancia al SDI, describiendo la tendencia del SGI; para el caso de cuenca media la variación de la intensidad del índice mixto se asemeja más al SDI, siendo nuevamente la tendencia reflejada por el SGI.

En la Figura 9.236 se contrasta el cambio de la intensidad del MSDI generado por la copula trivariada y las bivariadas, teniéndose que el de tres variables sigue indicando las intensidades más bajas; para la zona 1 y 3 nuevamente se presenta gran similitud, en este caso para la región de cuenca alta el MSDI 3C se ajusta más al 2C SPI-SGI, siendo el SPI-SDI el que presenta desfases más considerables particularmente al inicio (1999-2005) y al final (2013-2018), mientras que en la cuenca baja se muestra un comportamiento análogo de 1999 a 2009 entre todos los MSDI's, siendo a partir de este año que los MSDI bivariados SPI-SGI y SPI-SDI comienzan a aislarse, principalmente este último.

La zona de cuenca media en esta comparativa es la que muestra la mayor disociación a lo largo del periodo con respecto a los índices bivariados, de manera particular el SPI-SDI de 2001 a 2005, los otros dos no tienen desfases tan severos, pero estos son consistentes a lo largo desarrollo de los índices, siendo cortos y pocos los lapsos de coincidencia.

La determinación de intensidad de los índices individuales, bivariados y trivariados fueron llevadas a cabo considerando las series de proyección de los modelos CORDEX, encontrándose las siguientes descripciones para cada modelo de la zona de cuenca alta (Figura 9.237), de cuenca media (Figura 9.238) y cuenca baja (Figura 9.239).

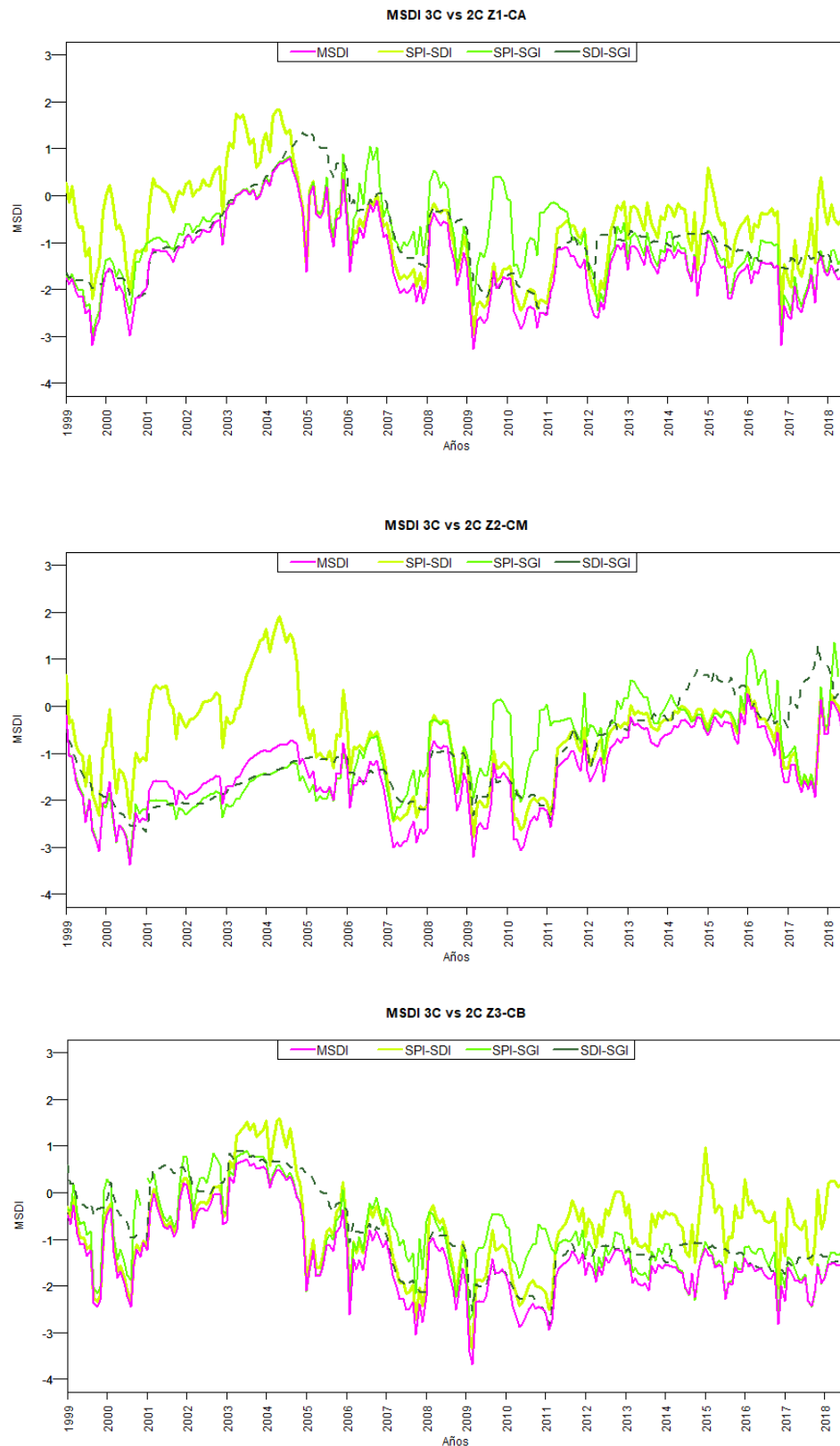


Figura 9.236 Comparativa de MSDI de copula Trivariada (3C) con respecto a copulas Bivariadas (2C) para las tres zonas.

A diferencia de los MSDI obtenidos previamente, las intensidades de las combinaciones de dos y tres variables parecen ceñirse de una forma más homogénea, aunque la mayoría de los índices indican sequías severas y extremas para la mayoría del periodo analizado (2020 – 2094), teniéndose que realizar este ajuste debido a las condiciones relacionadas el índice SGI cuyo comportamiento reflejaba que los primeros años de descripción correspondían al ajuste del modelo del acuífero previo a su estabilización.

El modelo CNRM presenta una descripción de sequía principalmente moderada y severa, pero en algunos puntos extrema, con valores críticos que se aproximan a -8 cerca del 2021, comportamiento que se había reflejado de forma independiente por los índices individuales, aunque de forma general parece ajustarse al comportamiento de las intensidades de los índices bivariados.

De nueva cuenta los modelos HADGEM y MPI muestran la periodicidad característica reflejada en las revisiones previas, aunque con ligeras variaciones de la intensidad, teniéndose valores superiores para el trivariado en el modelo HADGEM, mientras que el caso contrario se refleja en el MPI.

El modelo HADGEM también parece mostrar un desenvolvimiento principalmente seco del índice de tres variables en comparativa con los valores de las binas, llegándose a alcanzar sequías extremas con valores inferiores al -6 cerca del 2079, aunque por los eventos extremos de humedad que llega a presentar se podría considerar como el modelo con MSDI más estable de los cuatro.

Las zonas media (Figura 9.238) y baja (Figura 9.239) de la cuenca difieren significativamente de la cuenca alta, pero describen entre sí un comportamiento bastante similar, principalmente en como se desenvuelven las intensidades en el tiempo por cada modelo, con ligeras diferencias numéricas; persiste el MSDI con los valores más bajos, identificándose para CNRM sequías excepcionales en 2021, 2036 y 2088, el modelo GFDL se destaca por comenzar con un comportamiento excepcional de sequía reduciéndose las intensidades a medida que avanza la proyección describiendo un comportamiento periódico.

HADGEM por su parte mantiene un comportamiento más balanceado en torno a -1, con un evento excepcional en 2049 y otros extremos notables en 2020, 2028, 2078 – 2083; por su parte el MPI muestra una alternancia parecida al caso de cuenca alta, solo que los eventos significativos se ubican en años distintos con una periodicidad notable, siendo el año 2047 y 2051 los que muestran los valores de sequía más extremos.

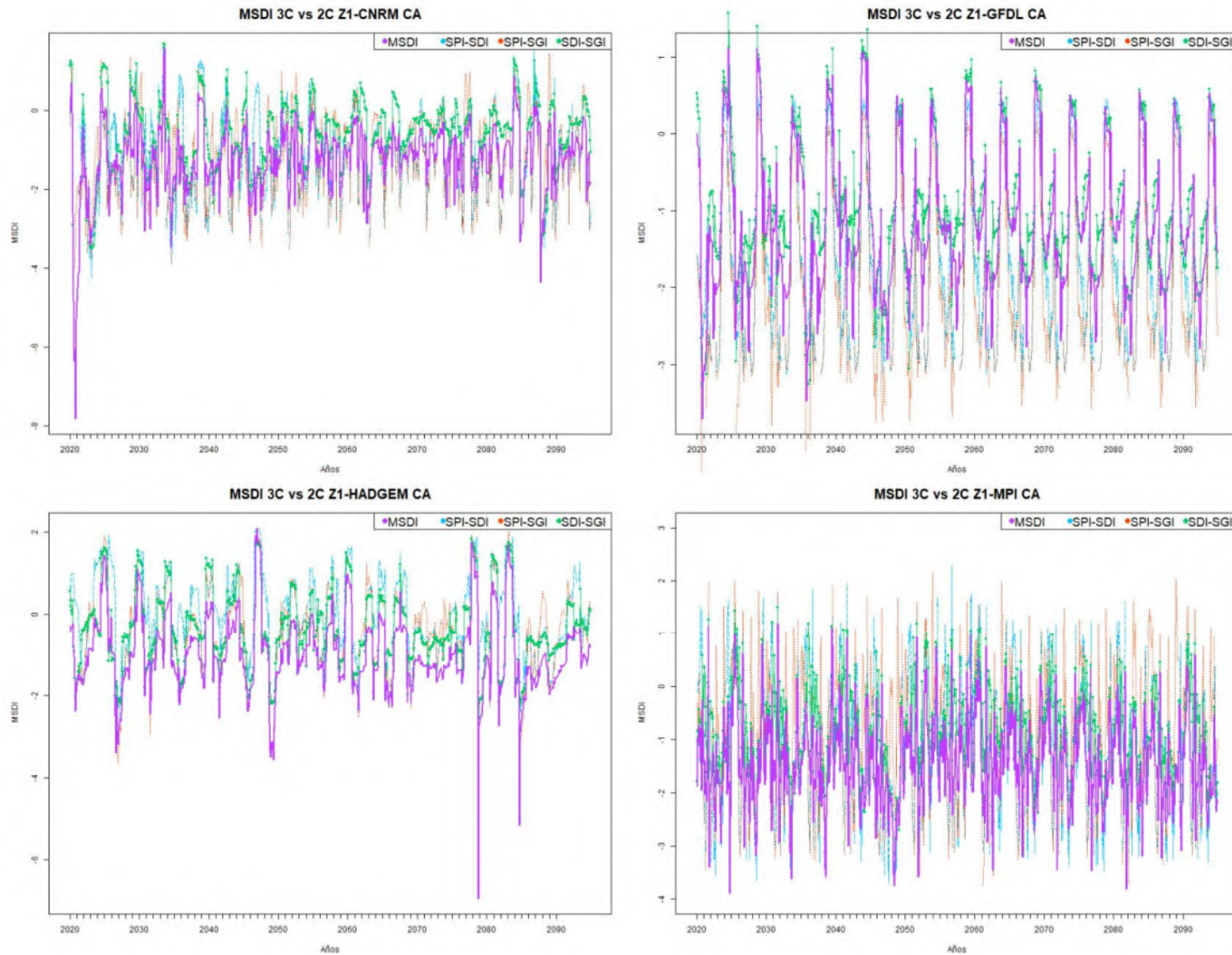


Figura 9.237 Comparativa de MSDI de copula Trivariada (3C) con respecto a copulas Bivariadas (2C) para los modelos considerados en la zona 1.

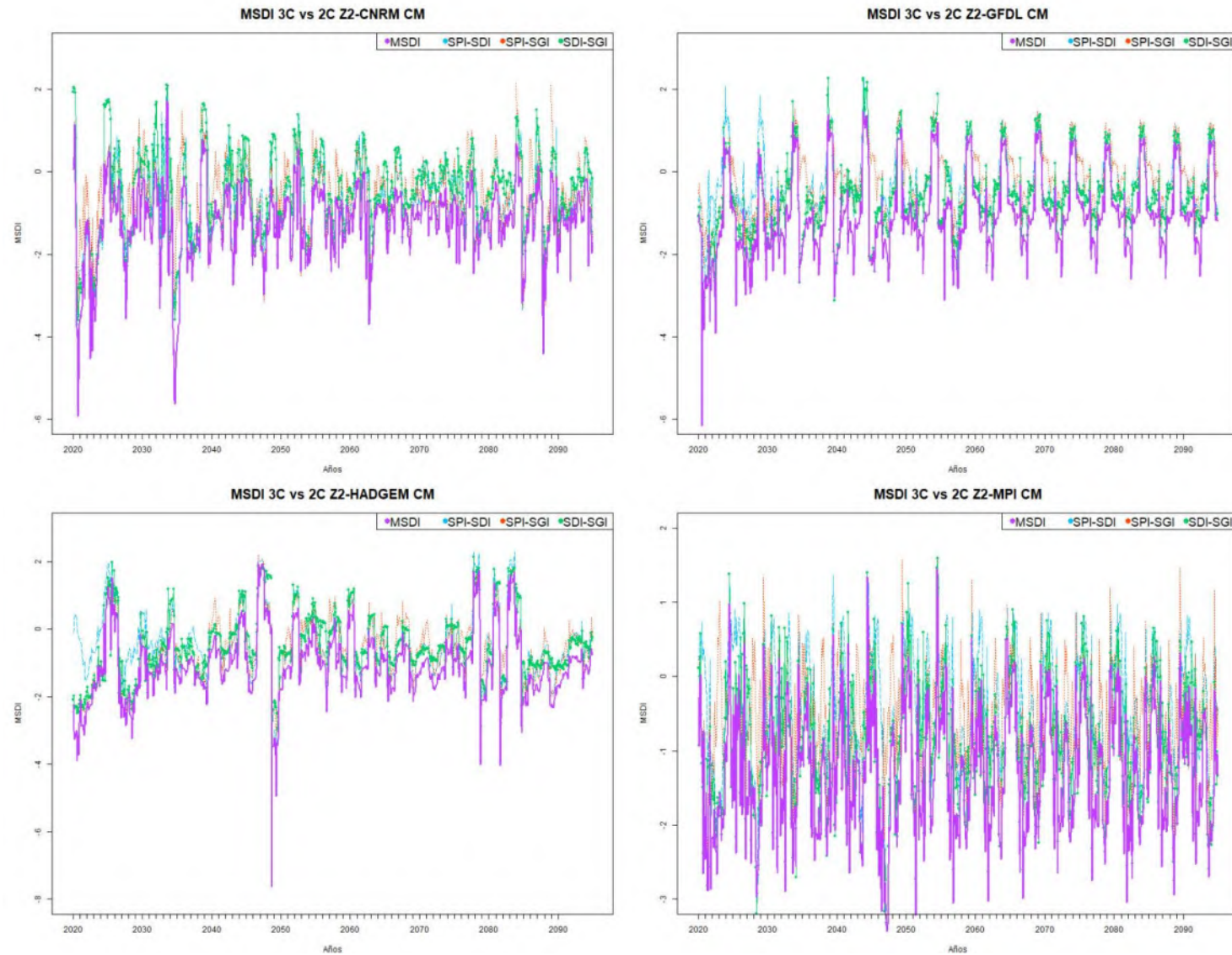


Figura 9.238 Comparativa de MSDI de copula Trivariada (3C) con respecto a copulas Bivariadas (2C) para los modelos considerados en la zona 2.

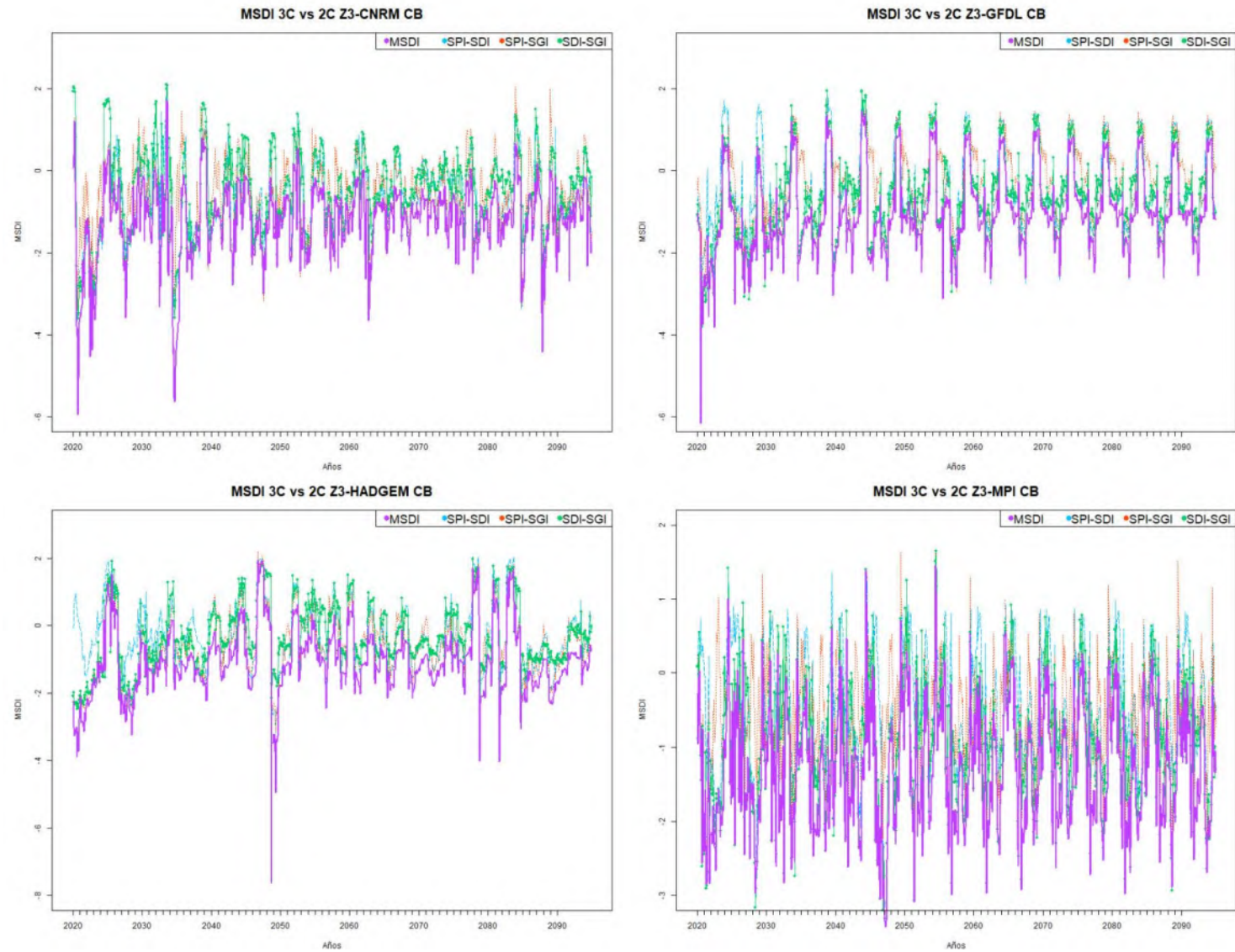


Figura 9.239 Comparativa de MSDI de copula Trivariada (3C) con respecto a copulas Bivariadas (2C) para los modelos considerados en la zona 3.

9.11.1 Índice MSDI por copula trivariada - desestacionalización

A través de la comparativa entre índices y su efecto conjunto en el MSDI es posible identificar la tendencia particular que representa el SGI, el cual no describe un patrón de intensidad de sequía “esperable” para este tipo de índice, el cual se relaciona con el tipo de datos de salida obtenidos del modelo de simulación del acuífero, por otro lado en el caso de las proyecciones bajo los modelos CORDEX se perciben valores interpretables como excepcionales, principalmente en los primeros años, lo cual se puede ligar al comportamiento simulado del nivel de aguas subterráneas, cuyos primeros años de simulación funcionan como periodo de “calentamiento” del modelo, con visible transferencia en la estimación del SGI (Figura 9.125 y Figura 9.126).

Al aplicar el proceso de desestacionalización y remoción de tendencia previo a la determinación de los índices de sequía se busca aislar las anomalías hidrometeorológicas e hidrológicas de las fluctuaciones regulares o estructurales, que no representan condiciones extremas, con el fin de precisar una mayor sensibilidad a eventos extremos reales.

Los índices generados bajo estas consideraciones son entonces utilizados en el proceso de formación del MSDI, teniéndose cambios ligeros en el periodo histórico, pero significativos en las proyecciones a futuro.

Respecto a la comparativa desestacionalizada para las tres zonas del MSDI respecto a los índices separados en la Figura 9.240 se puede precisar que los patrones cambian sustancialmente, el SPI, SDI y SGI se centran en torno a cero y presentan oscilaciones más acotadas, representando de manera más directa las desviaciones anómalas de corto plazo sin el efecto de ciclos estacionales o tendencias persistentes.

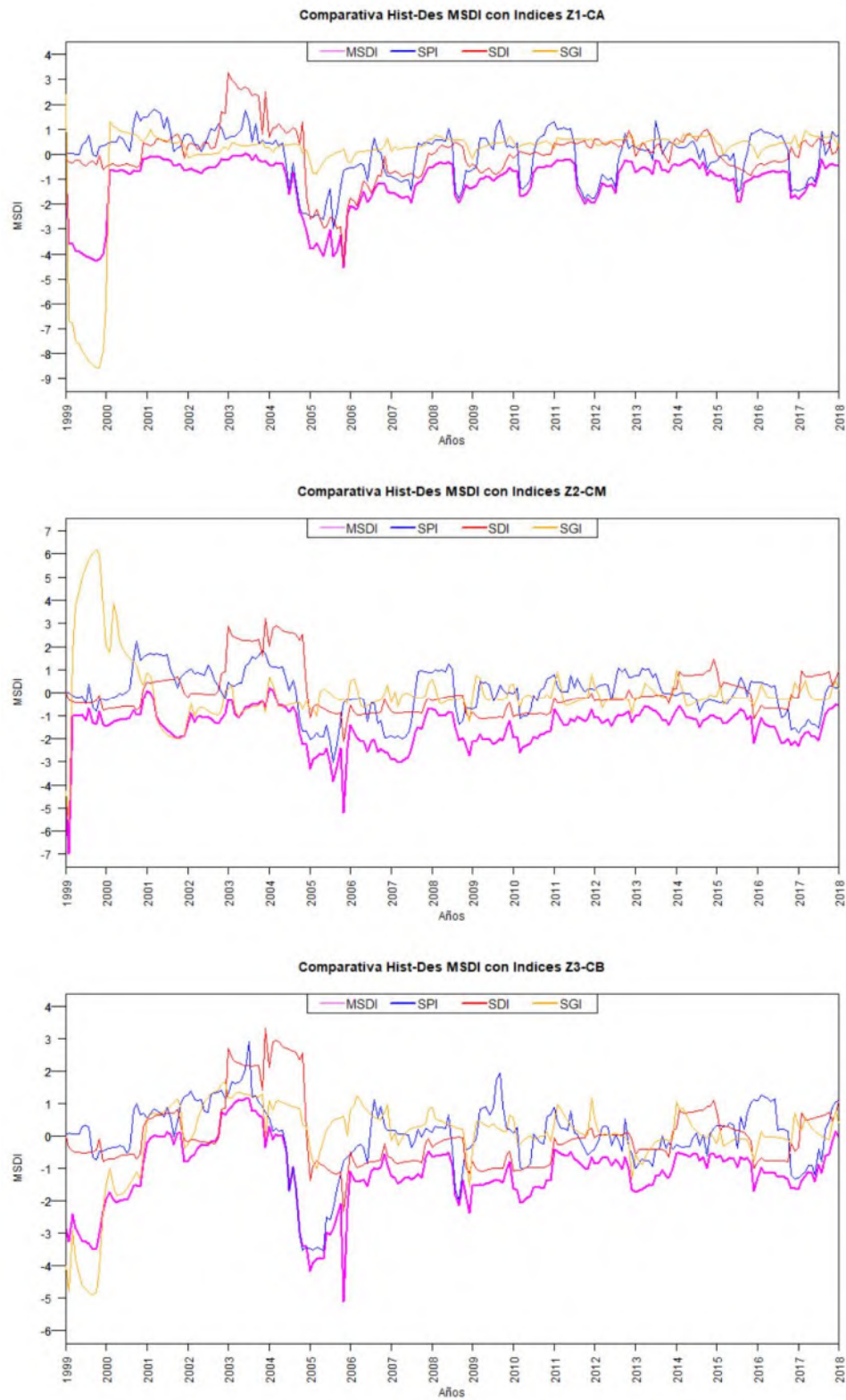


Figura 9.240 Comparativa de MSDI con respecto a los índices individuales en las tres zonas después de la desestacionalización.

Por su parte el MSDI se vuelve más reactivo y sin desplazamiento temporal, mostrando mayor coherencia con las oscilaciones rápidas de SPI y SDI, especialmente durante los eventos extremos (periodos secos 2005–2007 y húmedos 2014–2016).

A su vez, se elimina el ascenso artificial observado en el SGI original, desapareciendo su efecto amortiguador en el MSDI, logrando que este último represente de forma más precisa las condiciones de sequía e hidrológicas reales.

En conjunto, la comparación evidencia que el proceso de desestacionalización y eliminación de tendencia mejora notablemente la coherencia entre el MSDI y los índices univariados, reduciendo sesgos inducidos por señales sistemáticas y permitiendo que el MSDI capture únicamente la señal de anomalías hidrometeorológicas reales. Aunque también debe notarse que el MSDI sigue mostrando intensidades para la mayoría del periodo con los valores más bajos que el resto de los índices, teniendo inicios bajo clasificación excepcional relacionada de igual manera por el comportamiento del SGI.

Para el caso comparativo de MSDI trivariado y bivariado tras la desestacionalización y remoción de tendencia (Figura 9.241), las series muestran menor variabilidad, los valores extremos (particularmente húmedos o secos) se reducen notablemente.

El MSDI 3C mantiene su comportamiento como indicador ligeramente más severo, pero se alinea mucho más estrechamente con los índices 2C. Existe una clara convergencia entre todas las series, la diferencia entre el MSDI y los índices bivariados es mucho menor que en la Figura 9.236. A su vez, todos los índices siguen trayectorias casi paralelas, identificando de forma muy similar los episodios secos y húmedos.

En cuanto a diferencias, el SDI-SGI conserva ligeras desviaciones respecto al resto, aunque mucho más contenidas que antes. El MSDI mantiene valores un poco más bajos en las sequías de 2005 a 2007, pero ya no tan exagerados como en la serie original.

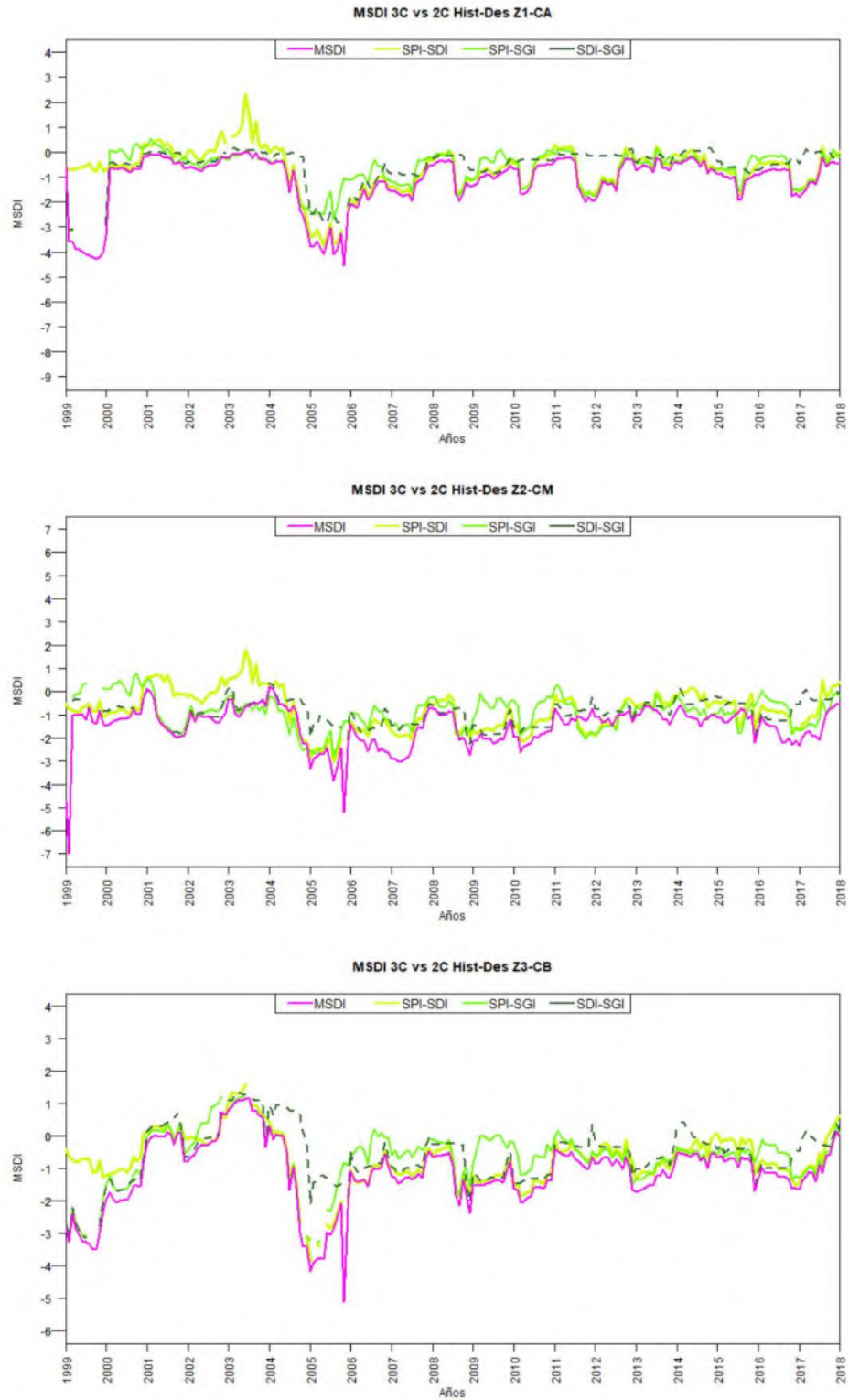


Figura 9.241 Comparativa de MSDI desestacionalizado de copula Trivariada (3C) con respecto a copulas Bivariadas (2C) para las tres zonas.

En general, se muestra un escenario más estable y coherente entre índices, donde las discrepancias se reducen drásticamente, en términos metodológicos, estas técnicas permiten comparaciones más consistentes, reduciendo el sesgo causado por la estacionalidad o las tendencias de largo plazo.

El MSDI tiende a captar condiciones más extremas que los bivariados, lo que puede ser útil para identificar episodios severos de sequía que los índices 2C podrían subestimar, no obstante, tras la corrección las diferencias entre métodos se reducen y los índices muestran una mayor coherencia, favoreciendo la comparabilidad y robustez en el análisis.

9.11.2 Índice MSDI por copula trivariada desestacionalizada – bajo modelos CORDEX

En la comparación entre el MSDI trivariado y los MSDI bivariados del modelo CNRM (Figura 9.242), se observa que todos los índices presentan una coherencia general en la dinámica temporal, capturando simultáneamente los periodos de déficit y exceso hídrico. No obstante, el MSDI trivariado exhibe una mayor amplitud en las anomalías negativas, especialmente al inicio de la serie (2020–2022, comportamiento previamente detectado en el apartado 9.11.1) y en algunos eventos aislados posteriores, lo que indica una mayor sensibilidad a condiciones extremas secas cuando se integran simultáneamente las tres variables hidrometeorológicas. Los índices bivariados muestran variabilidad algo más atenuada, particularmente en el caso del par SDI–SGI, que presenta la menor dispersión relativa y un comportamiento más suavizado. Esto sugiere que la inclusión de la variable de precipitación en la cópula contribuye a capturar con mayor intensidad los eventos de sequía rápida (*flash droughts*) reflejados en el MSDI trivariado.

Por otro lado, la comparación entre el MSDI trivariado y los índices individuales (Figura 9.243) revela diferencias estructurales notables. Mientras que el SPI (precipitación) exhibe picos positivos y negativos de alta frecuencia y corta duración, el SDI (escurrimiento) muestra oscilaciones más amplias y menos frecuentes, y el SGI (nivel freático) presenta una señal suavizada de baja frecuencia y persistencia prolongada.

El MSDI trivariado se sitúa generalmente entre estos tres comportamientos, reproduciendo la temporalidad rápida del SPI pero con mayor persistencia (similar al SDI) y manteniendo una señal más amortiguada que evita los extremos prolongados característicos del SGI. Esta combinación resulta en un índice con respuesta intermedia que captura tanto sequías meteorológicas de rápida evolución como déficits hidrológicos prolongados, reforzando su valor como métrica integradora de la sequía hidrometeorológica.

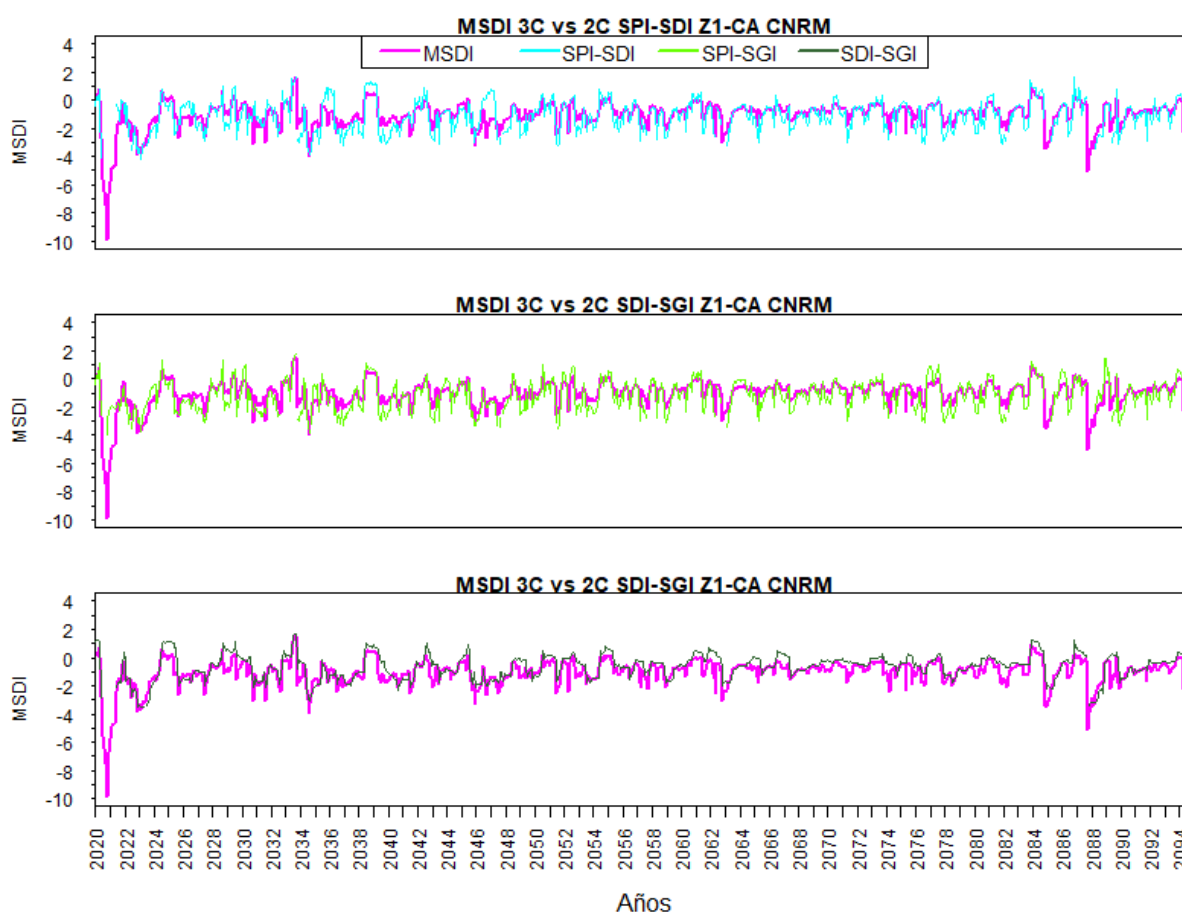


Figura 9.242 Comparativa MSDI 3C vs 2C en la zona alta de la cuenca bajo el modelo CNRM.

En conjunto, estos resultados muestran que el MSDI trivariado aporta una visión más robusta y balanceada de las condiciones de sequía proyectadas, al integrar información de componentes con escalas de respuesta distintas. Aunque existe una alta coherencia temporal entre todas las series, la mayor amplitud de anomalías

negativas en el MSDI trivariado y su posición intermedia frente a los índices individuales sugieren que este enfoque permite una identificación más sensible y estable de eventos de sequía complejos bajo escenarios de cambio climático.

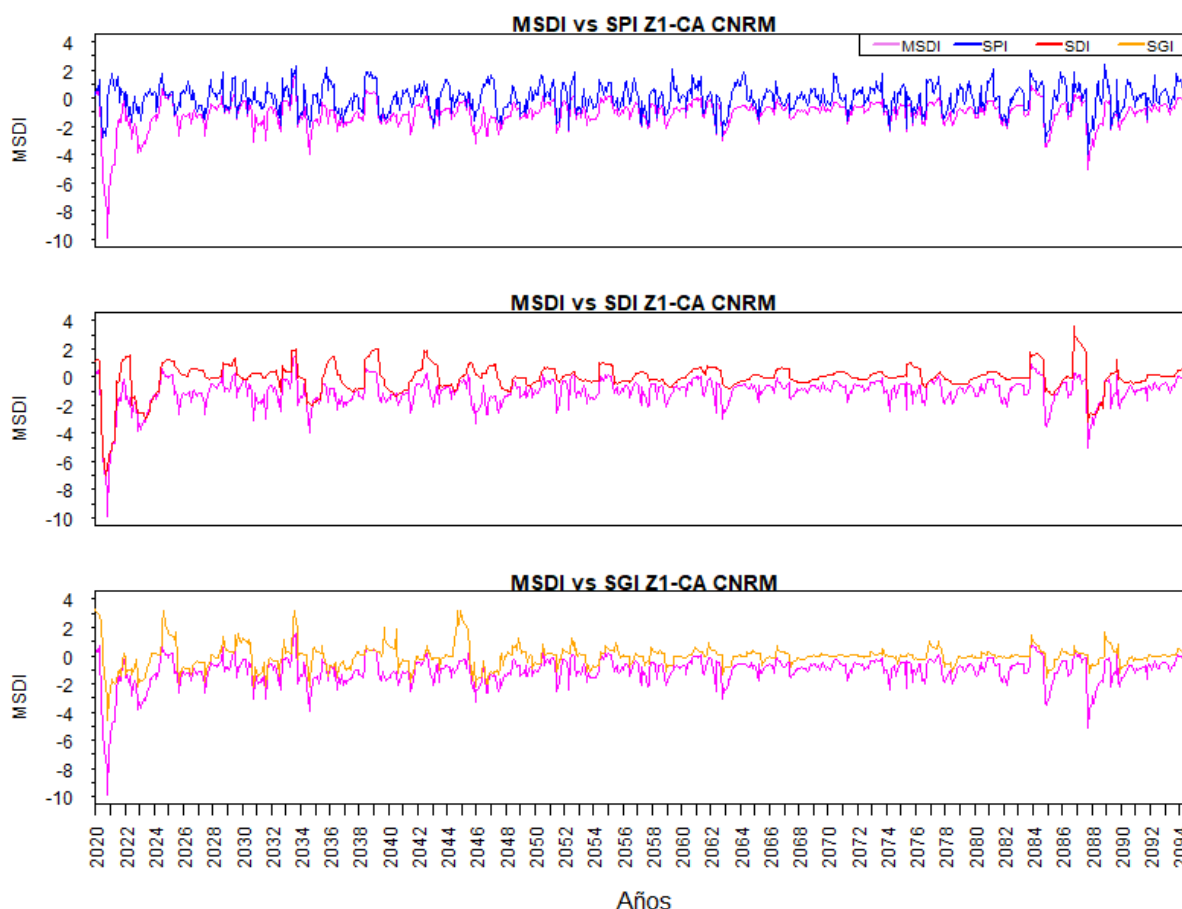


Figura 9.243 Comparativa MSDI 3C vs Índices individuales en la zona alta de la cuenca bajo el modelo CNRM.

Respecto a la comparativa de MSDI trivariado y bivariados del modelo GFDL (Figura 9.244), se muestra una coherencia temporal con las series de las copulas bivariadas, en los tres pares, los periodos de sequía y recuperación aparecen en la misma ventana temporal, lo que indica que la remoción de tendencia permitió resaltar la sincronía de los fenómenos de sequía compuesta, aun así las curvas presentan una marcada señal estacional (picos recurrentes cada año) y patrones de sequía/excedente hídrico

similares, a pesar de los procesos de desestacionalización, lo cual puede atribuirse a un comportamiento propio del modelo GFDL.

En el SPI-SDI se suaviza las oscilaciones más abruptas de la copula bivariada, mostrando un comportamiento más estable, mientras que en el SDI-SGI la discrepancia aumenta, evidenciando que el SGI contiene una variabilidad adicional que el MSDI trivariado modera, por su parte el SPI-SGI es la combinación más próxima al MSDI 3C, con trayectorias muy similares, aunque el índice trivariado reduce la amplitud de los extremos.

Las diferencias observadas reflejan directamente la forma en que la copula trivariada equilibra la información entre los tres índices. Se confirma que el MSDI trivariado actúa como suavizador de extremos y se muestra menos sesgado hacia un solo componente (como el SGI).

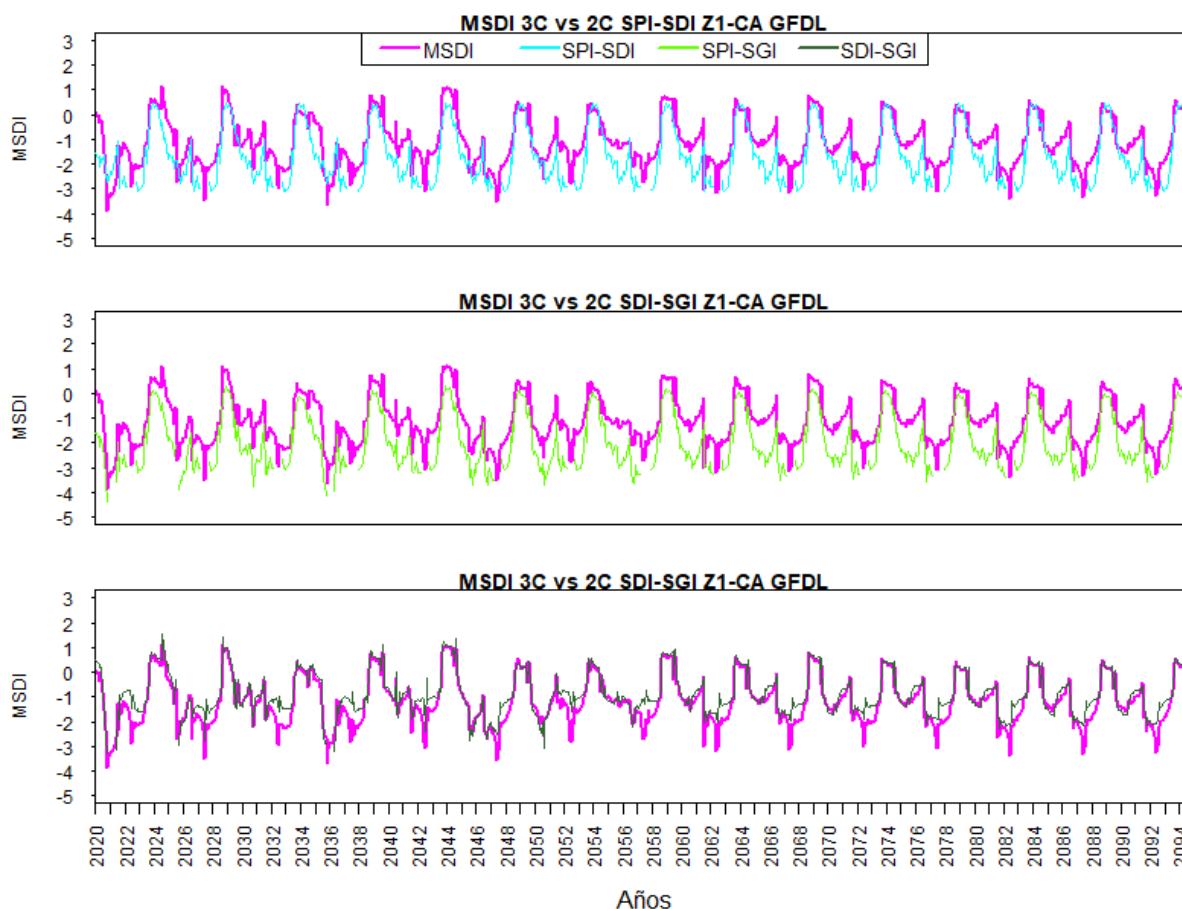


Figura 9.244 Comparativa MSDI 3C vs 2C en la zona alta de la cuenca bajo el modelo GFDL.

Para el caso de comparativa MSDI 3C con los índices individuales bajo el modelo GFDL (Figura 9.245) la remoción de tendencia y estacionalidad hace que la comparación sea más directa, el MSDI trivariado refleja los mismos ciclos de sequía que los índices individuales, la mayor correspondencia se mantiene con SPI y SDI, tanto en tiempo como en magnitud relativa.

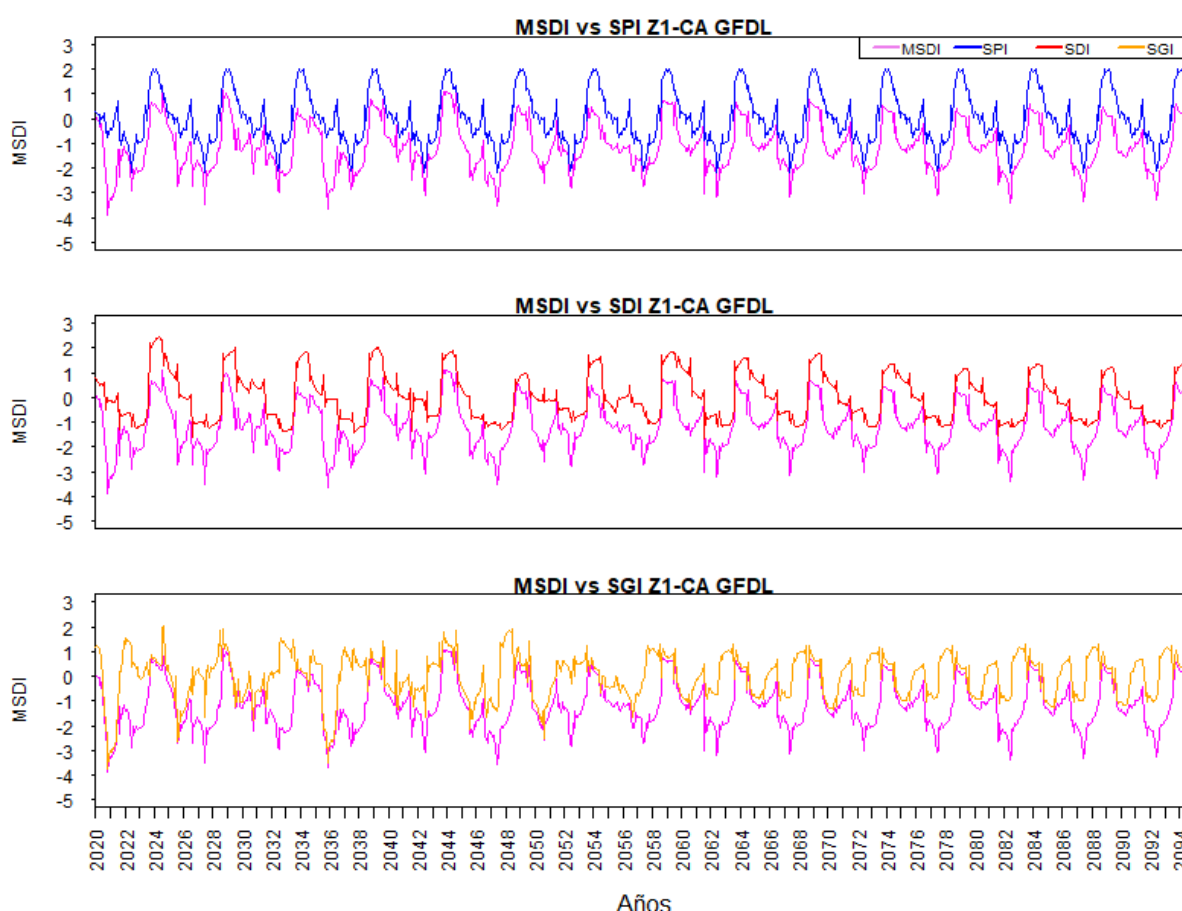


Figura 9.245 Comparativa MSDI 3C vs Índices individuales en la zona alta de la cuenca bajo el modelo GFDL.

El SPI todavía presenta mayor amplitud en sequías extremas; el MSDI 3C mantiene las fases, pero con valores más moderados. En el par MSDI vs SDI se observa un ajuste razonable, aunque el SDI tiende a exagerar periodos secos prolongados que el MSDI suaviza, mientras que MSDI vs SGI es la comparación más divergente; el SGI, incluso sin estacionalidad, conserva una variabilidad fuerte y más dispersa, que el MSDI trivariado atenúa.

En la Figura 9.246 la comparativa MSDI 3C vs 2C, se aprecia una alta similitud en la dinámica temporal, particularmente con la pareja SPI-SDI, donde las trayectorias prácticamente se sobreponen durante la mayoría del periodo proyectado. Con las combinaciones SPI-SGI y SDI-SGI las coincidencias también son evidentes, aunque se observan ligeras desviaciones en magnitudes extremas, especialmente en caídas abruptas (2048–2050 y 2080–2085).

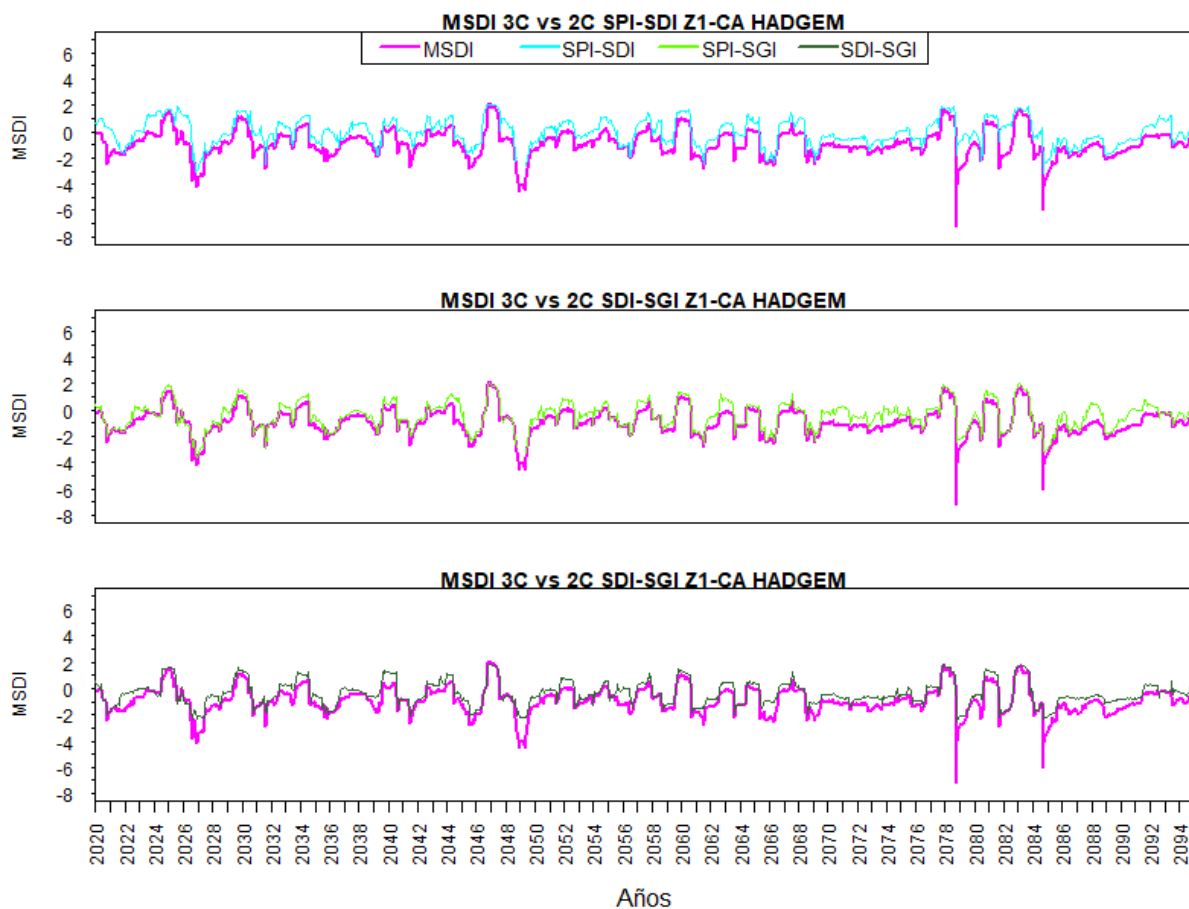


Figura 9.246 Comparativa MSDI 3C vs 2C en la zona alta de la cuenca bajo el modelo HADGEM.

El MSDI trivariado tiende a registrar anomalías más intensas (valores ≤ -6) en ciertos episodios donde los índices bivariados presentan valores más atenuados.

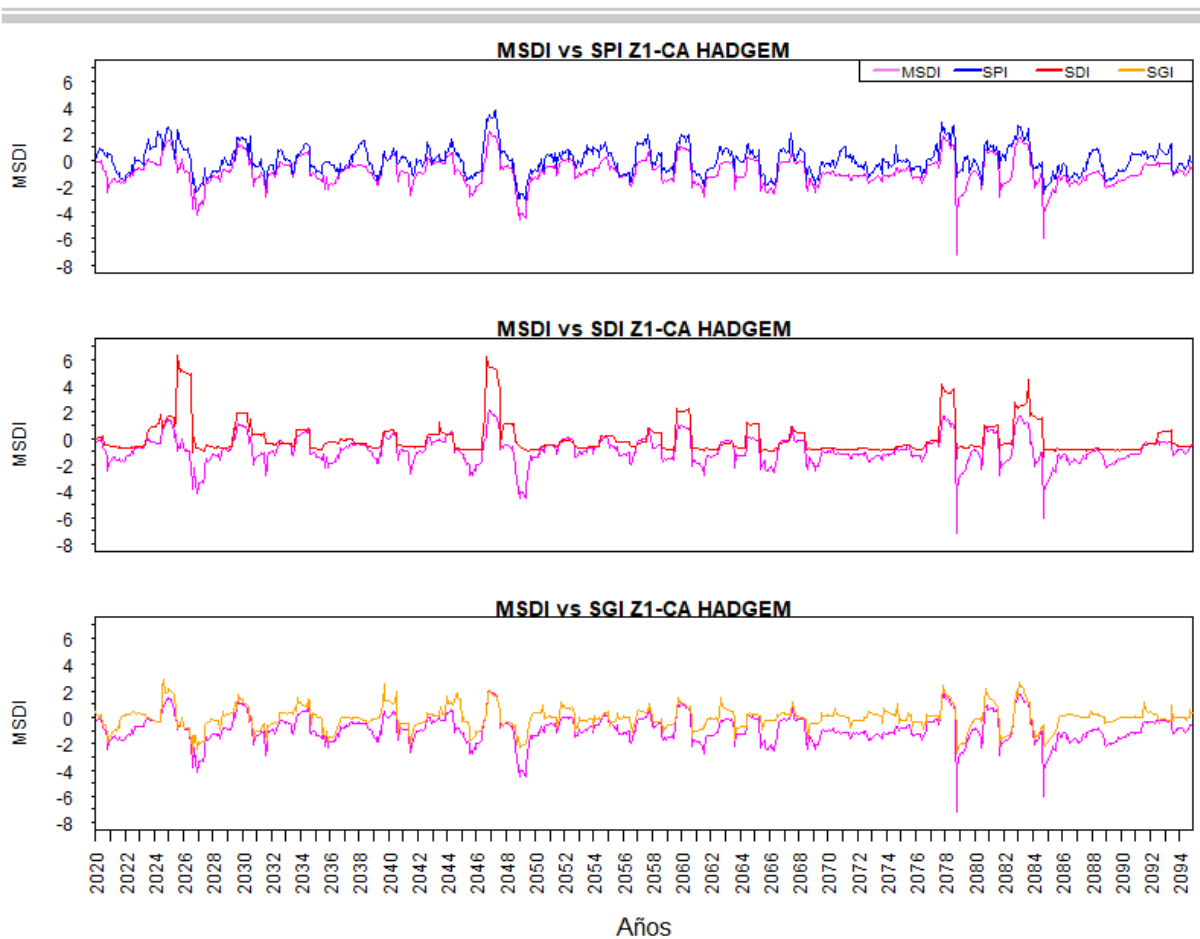


Figura 9.247 Comparativa MSDI 3C vs Índices individuales en la zona alta de la cuenca bajo el modelo HADGEM.

En la comparativa con los índices individuales en la Figura 9.247 el MSDI trivariado, la dinámica de correspondencia temporal con el SPI es muy alta, ambas series se mueven en sincronía, aunque el SPI muestra picos más recurrentes hacia valores positivos, mientras el MSDI suaviza esas oscilaciones. Esto indica que el SPI aporta la base principal de variabilidad al MSDI, pero este último reduce el “ruido” asociado a la variabilidad meteorológica de corto plazo. En cuanto al SDI, la concordancia es más moderada, este exhibe picos más pronunciados tanto en sequías como en excedentes (2030, 2060, 2085), mientras que el MSDI mantiene un rango más estable. Aquí se aprecia que la incorporación de precipitación y agua subterránea en el MSDI atenúa las oscilaciones extremas propias del SDI.

El SGI presenta una evolución muy cercana al MSDI, con oscilaciones paralelas y de amplitud comparable. La correspondencia es especialmente alta en las fases

intermedias (2040–2060), aunque se observan pequeñas desviaciones en periodos de sequía prolongada. Esto sugiere que el componente subterráneo tiene un peso relevante en la conformación del MSDI trivariado.

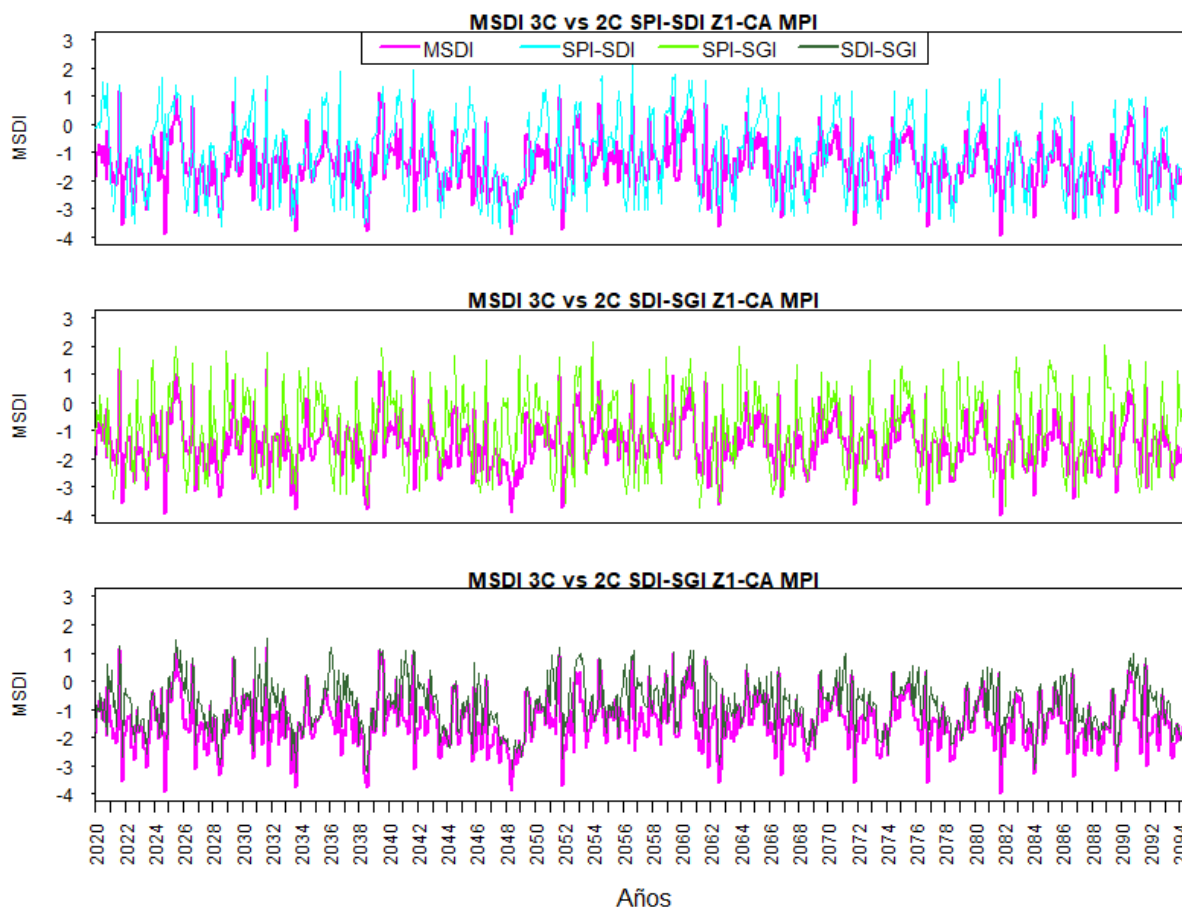


Figura 9.248 Comparativa MSDI 3C vs 2C en la zona alta de la cuenca bajo el modelo MPI.

En el caso del MPI de comparativa 3C vs 2C (Figura 9.248), el MSDI trivariado se mantiene generalmente en el rango intermedio de los índices bivariados, funcionando como un balance entre las combinaciones de pares. Se observa una alta coherencia en la detección de picos de sequía y humedad: los descensos extremos (< -2) y los ascensos ($> +2$) ocurren en las mismas ventanas temporales. La estacionalidad residual (fluctuaciones anuales o pluri-anuales) se muestra sincronizada en todas las series a pesar del proceso aplicado para la remoción de estos comportamientos.

El índice bivariado SPI–SDI muestra una mayor variabilidad negativa (picos más pronunciados hacia -3 o -4) que el trivariado, lo cual sugiere que la combinación de solo dos variables amplifica ciertos eventos extremos. El MSDI trivariado y el bivariado SDI–SGI tienen un comportamiento muy próximo, pero el bivariado parece más sensible a variaciones súbitas, reflejando la volatilidad del SGI. Respecto al SPI–SGI hay una mayor dispersión, aunque ambos siguen la misma dirección, tiende a subestimar la intensidad de sequías moderadas en comparación con el MSDI.

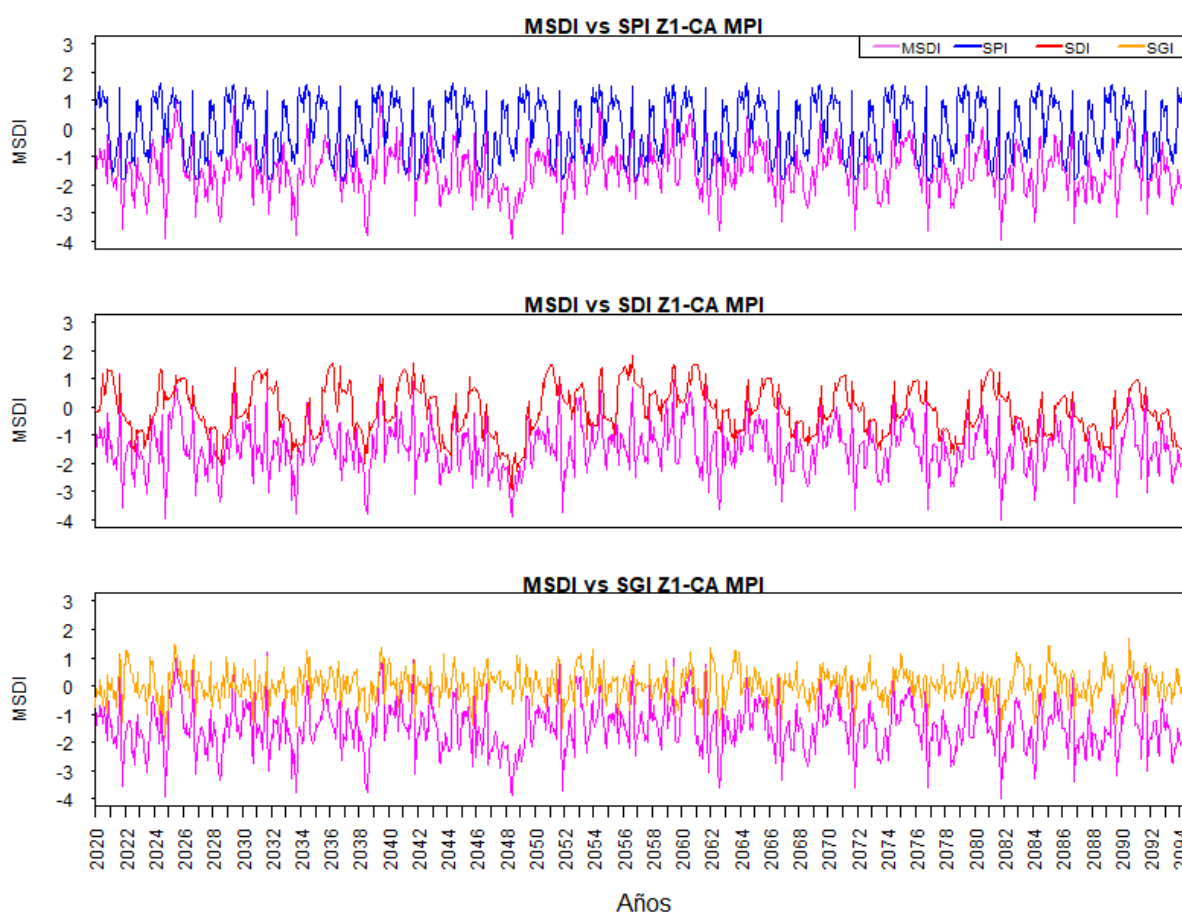


Figura 9.249 Comparativa MSDI 3C vs Índices individuales en la zona alta de la cuenca bajo el modelo MPI.

En la comparación individual de índices para el modelo MPI en la Figura 9.249, el MSDI comparte la señal general con los tres índices individuales, manteniendo los picos y valles principales alineados en el tiempo. La coherencia temporal es más alta con SDI y SGI, mientras que el SPI introduce mayor dispersión, pero en todos los casos se

presenta una periodicidad inherente al modelo que pese a los procesos de desestacionalización se mantiene vigente.

El SPI presenta oscilaciones más amplias, especialmente en los extremos, el MSDI aparece más contenido, atenuando sequías extremas que el SPI intensifica. Con el SDI se observa la mayor similitud: tanto los niveles como la dinámica coinciden estrechamente, aunque el MSDI suaviza algunas crestas, esto sugiere que la humedad del suelo es un determinante fuerte en la construcción del MSDI. En el caso del SGI, aunque el patrón temporal es coherente, el SGI muestra mayor ruido y dispersión. El MSDI se mantiene más estable, sugiriendo que la incorporación de SPI y SDI en el trivariado reduce la variabilidad del SGI.

En la zona de cuenca media la comparativa de índices trivariados y bivariados para los modelos CORDEX (Figura 9.250), el CNRM MSDI trivariado mantiene un comportamiento más suavizado y estable respecto a los índices bivariados, se aprecia alta coherencia temporal: los picos de sequía extrema y de humedad están alineados en todos los índices. El SDI–SGI tiende a ajustarse con gran cercanía al trivariado, mientras que el SPI–SDI genera oscilaciones más amplias, sobre todo hacia los extremos negativos, en este modelo, la representación de la sequía es balanceada y sin distorsiones abruptas.

En el modelo GFDL se presenta mayor amplitud en los extremos negativos (alcanzando valores cercanos a -6), los bivariados, en especial SPI–SDI, magnifican la severidad de los eventos en comparación con el trivariado en algunos periodos. El SDI–SGI se aproxima bastante al MSDI, aunque conserva algo más de ruido. Este modelo sugiere una mayor recurrencia e intensidad de sequías extremas, quizá sobredimensionadas en relación con el comportamiento histórico típico.

Para el MPI (al igual que con el GFDL) se muestra un patrón cíclico marcado y regular, con oscilaciones anuales o pluri-anuales muy evidentes; el MSDI trivariado sigue de cerca a los bivariados, pero se distingue por su mayor estabilidad; por su parte, el SPI–SDI refleja gran variabilidad, mientras que SDI–SGI y SPI–SGI mantienen mayor coherencia con el trivariado. Este modelo parece resaltar con claridad la recurrencia

temporal de sequías y recuperaciones, lo cual es consistente con el comportamiento esperado en regiones de estacionalidad marcada.

El HADGEM es el modelo con mayores saltos abruptos y discontinuidades, en especial alrededor de ciertos años (2048 – 2050) en que el MSDI trivariado cae hasta -5 o -7, y los bivariados replican el comportamiento con intensidades menores. La dinámica parece más errática y menos estable que en los otros modelos, con largos periodos de valores muy negativos seguidos de una rápida recuperación. Aunque el SDI–SGI se acopla al trivariado en tendencia, el SPI–SDI genera diferencias significativas en amplitud, esto sugiere que el HADGEM proyecta un escenario más extremo y con menor suavidad temporal.

Se puede entonces describir que en la zona 2 de la cuenca el CNRM y MPI proveen las series más consistentes y estables, con buena correspondencia entre trivariado y bivariados, reflejando un comportamiento de sequía más realista (aunque el comportamiento periódico persistente después de la desestacionalización del MPI lo descarta como un escenario factible).

El GFDL tiende a exagerar la intensidad de los eventos extremos, aunque mantiene coherencia temporal. Puede ser útil para analizar escenarios de riesgo alto, pero no necesariamente refleja la variabilidad típica o esperable, con un comportamiento similar al MPI, por su parte el modelo HADGEM se considera uno de los más asequibles, ya que muestra dinámicas abruptas y discontinuidades que podrían corresponder al patrón real de sequía en la región.

En cuanto al comportamiento de los índices en la zona de cuenca baja para todos los modelos en la Figura 9.251 se puede indicar que el MSDI trivariado del CNRM se mantiene generalmente alineado con los bivariados, especialmente con SDI–SGI, mostrando alta coherencia en sequías moderadas y severas, llega a presentar oscilaciones con menor amplitud que GFDL y HADGEM, con valores entre -5 y 3. Se puede resaltar que el modelo tiende a representar sequías más atenuadas, lo que puede implicar una subestimación de eventos extremos.

En el caso del modelo GFDL se tiene mayor variabilidad interanual, con amplitudes que alcanzan entre -6 (al menos al inicio) y 3 , aunque el comportamiento periódico prevalece en la mayoría del periodo analizado. En este caso el MSDI trivariado es más consistente con SPI–SDI, aunque presenta picos más pronunciados que en CNRM enfatizando la ocurrencia de eventos secos extremos, lo cual puede ser útil en la identificación de sequías críticas, aunque con posible sobreestimación.

El MPI exhibe un comportamiento más oscilatorio y cíclico, con valores entre -4 y 3 ; el MSDI trivariado se acopla bien con SDI–SGI, aunque con ligeras diferencias en la intensidad de los picos negativos. Este modelo se resalta por su regularidad, lo que lo convierte en un modelo intermedio entre la suavidad de CNRM y la variabilidad extrema de GFDL.

Se puede indicar que el HADGEM es el modelo con mayor intensidad en sequías extremas, alcanzando valores cercanos a -8 , con bruscos descensos en algunos periodos, el MSDI trivariado presenta alta coherencia estructural con los bivariados, pero tiende a marcar descensos mucho más acentuados, en este modelo se parece enfatizar escenarios pesimistas, mostrando un comportamiento más severo y discontinuo.

El hecho de que los índices de sequía con datos proyectados de MPI y GFDL mantengan patrones periódicos y recurrentes, aun después de procesos como STL, SARIMA y ARIMA, indica que la señal no proviene de la estacionalidad ni de una tendencia simple, sino de la estructura interna del modelo climático.

Estos modelos climáticos tienden a sobrerrepresentar oscilaciones cíclicas en precipitación probablemente porque están fuertemente condicionados por la parametrización interna de la circulación atmosférica y oceánica ó por la forma en que representan fenómenos de baja frecuencia como la Oscilación Decadal del Pacífico (PDO) o El Niño-Oscilación del Sur (ENSO), a su vez los posibles sesgos estructurales, donde el modelo introduce ciclos repetitivos que no necesariamente reflejan la realidad observada.

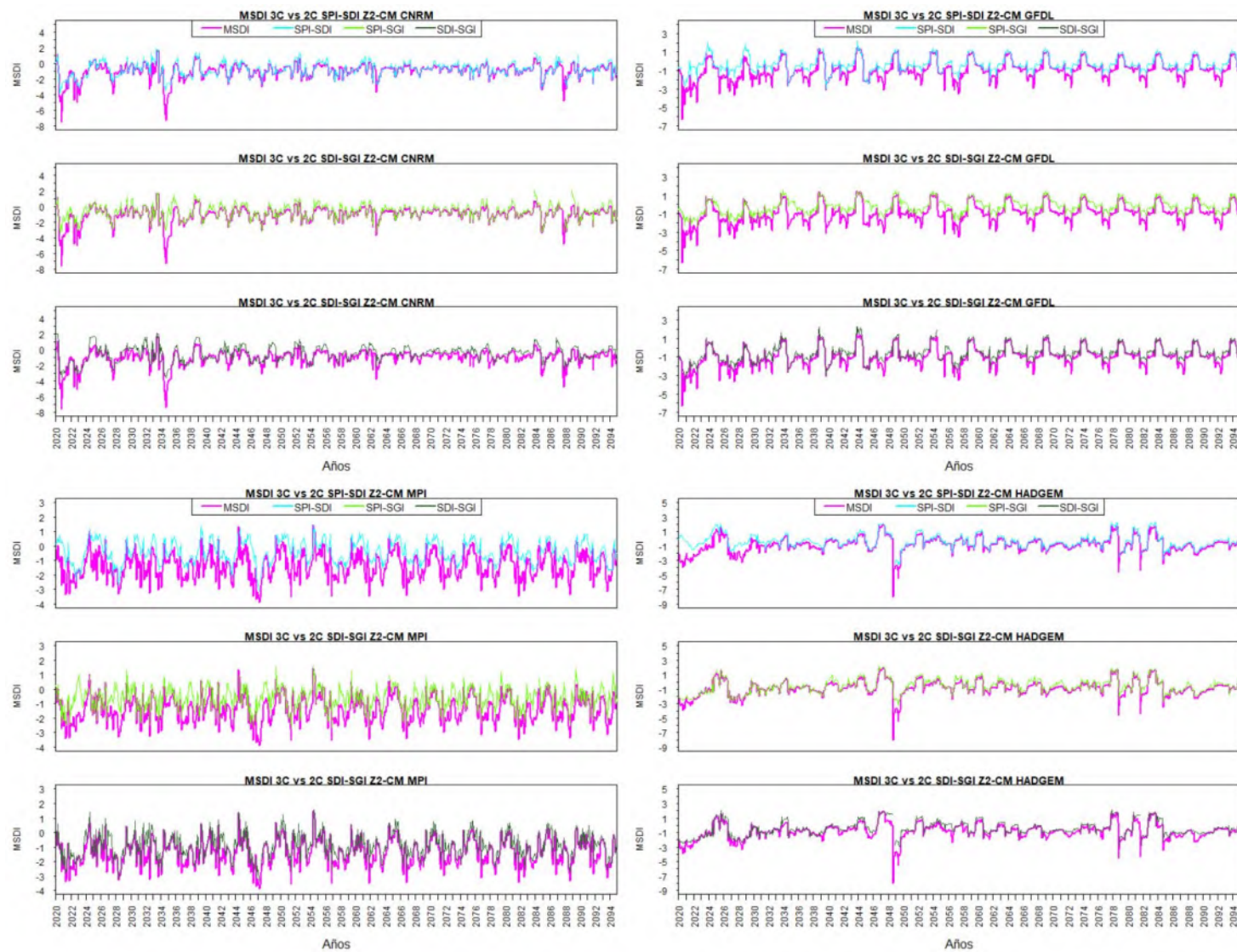


Figura 9.250 Comparativa MSDI 3C vs MSDI 2C en la zona media de la cuenca bajo los modelos CORDEX considerados.

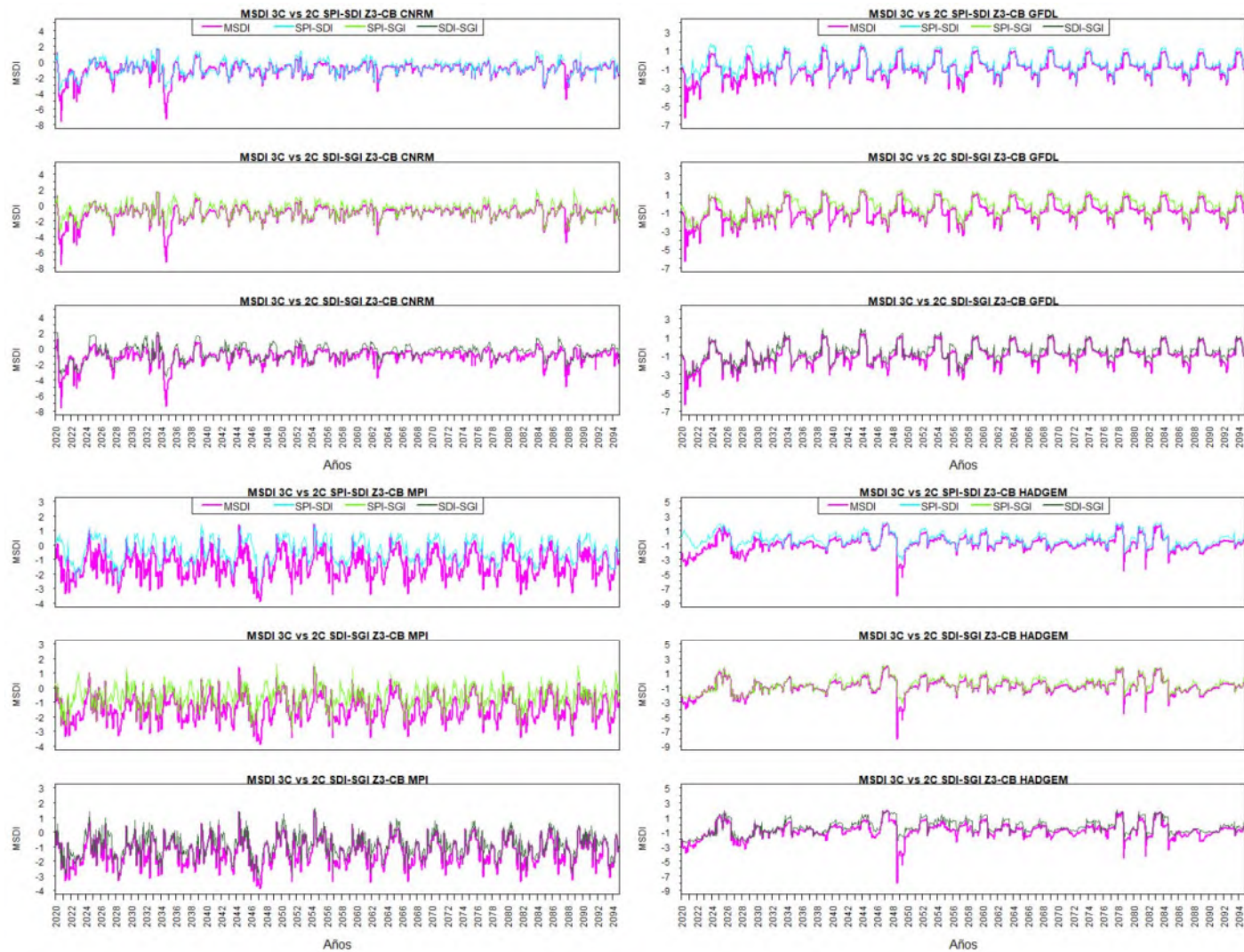


Figura 9.251 Comparativa MSDI 3C vs MSDI 2C en la zona baja de la cuenca bajo los modelos CORDEX considerados.

9.12 Comparativa histórica y de pronóstico de índices

Con el fin de evaluar la veracidad de representación de los eventos de sequía en la zona de estudio que describe el índice multivariado, se considera pertinente la descripción de las dispersiones de la intensidad del índice de sequía reportado por el SMN en comparación con los valores generados del SPI y del índice por copulas trivariadas, tanto para un periodo histórico (2000 – 2018) como de proyección con cambio climático (2018 – 2025).

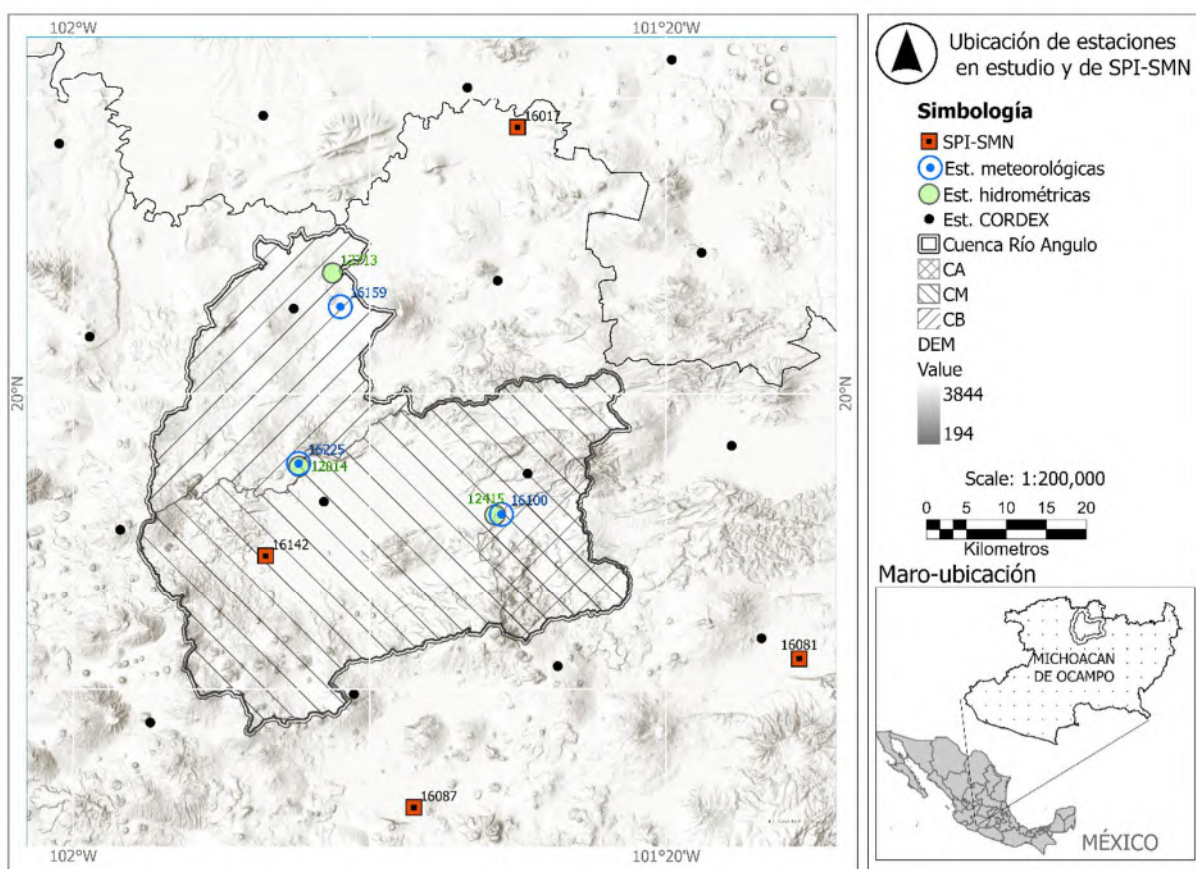


Figura 9.252 Ubicación de las estaciones en estudio respecto a las que disponen valores de SPI reportadas por el SMN.

El monitor de sequías del SMN proporciona valores del índice SPI al interior de la república mexicana en escalas de 1, 6 y 12 meses, para el periodo 1951-2025, teniéndose diversas instancias de falta de datos, a su vez solo pocas estaciones del

total están inventariadas con este parámetro, teniéndose para el caso de la zona de estudio las estaciones 16142, 16081 y 16107 (Figura 9.252).

Considerando su cercanía respecto a cada una de las zonas de la cuenca han sido asociadas en correspondencia, teniéndose la 16081 en la cuenca alta, la 16142 en la cuenca media y la 16107 en la cuenca baja.

Se muestran a continuación las representaciones gráficas de la evolución de la intensidad de la sequía para el periodo histórico a través de los diferentes índices seleccionados de acuerdo a su ubicación respecto a la cuenca.

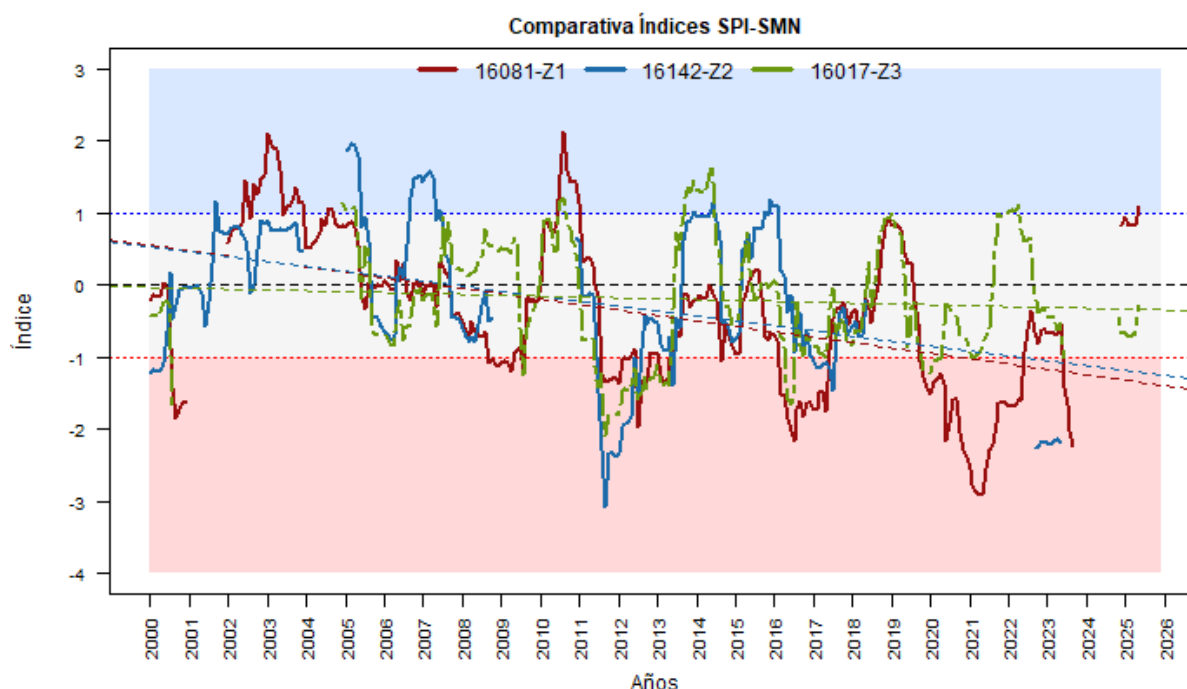


Figura 9.253 Comparativa de series SPI estimadas por el monitor de sequía SMN (2000-2025)

En la Figura 9.253 se muestran las series de intensidad del índice de precipitación de las únicas estaciones disponibles reportados por el SMN para el periodo 2000-2025, en el cual el SPI de la estación 16081 muestra alta variabilidad, presentando oscilaciones fuertes y recurrentes entre condiciones húmedas y secas, con intensidades entre +2 y -3, se destacan eventos extremos frecuentes, tanto húmedos como secos, por ejemplo, en 2002–2004, 2011–2013 y 2018–2022. Con una tendencia

negativa con descenso leve pero constante. Se identifica una mayor severidad en sequías recientes (2020–2022), especialmente respecto a la Z2 y Z3.

En el caso de la estación 16142 se caracteriza por una menor amplitud en el periodo, el SPI también oscila entre +2 y -3, con menos eventos extremos prolongados. Se perciben también recuperaciones rápidas, en muchos casos, después de un evento seco, el SPI regresa a valores normales o húmedos relativamente rápido. La tendencia también ligeramente negativa, aunque más estable en comparación con la Z1.

La serie de la estación 16017 muestra una mayor suavidad, aunque a partir de 2011 muestra fluctuaciones más claras, con una oscilación más acotada entre +1.5 y -2, con eventos secos moderados, pero menos eventos extremos severos que en la Z1. De nueva cuenta la tendencia es negativa, pero es la menos marcada de las tres estaciones

En términos generales las series no están completamente sincronizadas y existen diversos periodos de falta de datos considerables (2001-2005, 2018-2022, 2023-2024), algunos eventos de sequía severa coinciden (como en 2011–2013), pero otros no. Esto sugiere que las zonas reaccionan de forma diferenciada a los mismos eventos climáticos regionales. A pesar de las diferencias en magnitud y pendiente, las tres estaciones disponibles con valores de SPI muestran tendencias negativas del índice, lo cual refleja un empeoramiento generalizado de las condiciones hídricas en la región durante los últimos 25 años. La intensidad de esta tendencia es más severa en las zonas altas y medias (Z1 y Z2), mientras que la zona baja (Z3), aunque también afectada, muestra una tendencia negativa más moderada, lo que podría indicar una mayor resiliencia o menor exposición a las condiciones de sequía.

A fin de identificar la correspondencia de la evolución de la sequía con mayor robustez en contraste con los valores obtenidos por el proceso de copulas trivariadas, se muestran a continuación la comparativa de diferentes series de índices de sequía SPI respecto al MSDI en el periodo histórico 2000-2019.

9.12.1 Análisis histórico (2000-2019)

○ Zona 1 – Cuenca Alta

La Figura 9.254 vinculada a la cuenca alta, representa en la sección superior tres versiones del SPI en escala anual, 16081-SMN representa el SPI basado en datos de la estación homónima, reportados por monitor de sequía del SMN. El SPI-IDW es el índice de sequía asociado a la ubicación de la estación meteorológica más cercana a la subcuenca, interpolado mediante el método IDW, a partir de las otras estaciones cercanas del SMN. El SPI-R es el valor del índice SPI correspondiente a la estación 16100 generado con la paquetería SPEI de R, a partir de la serie de precipitación completada de la estación 16100, cercana a la cuenca de estudio.

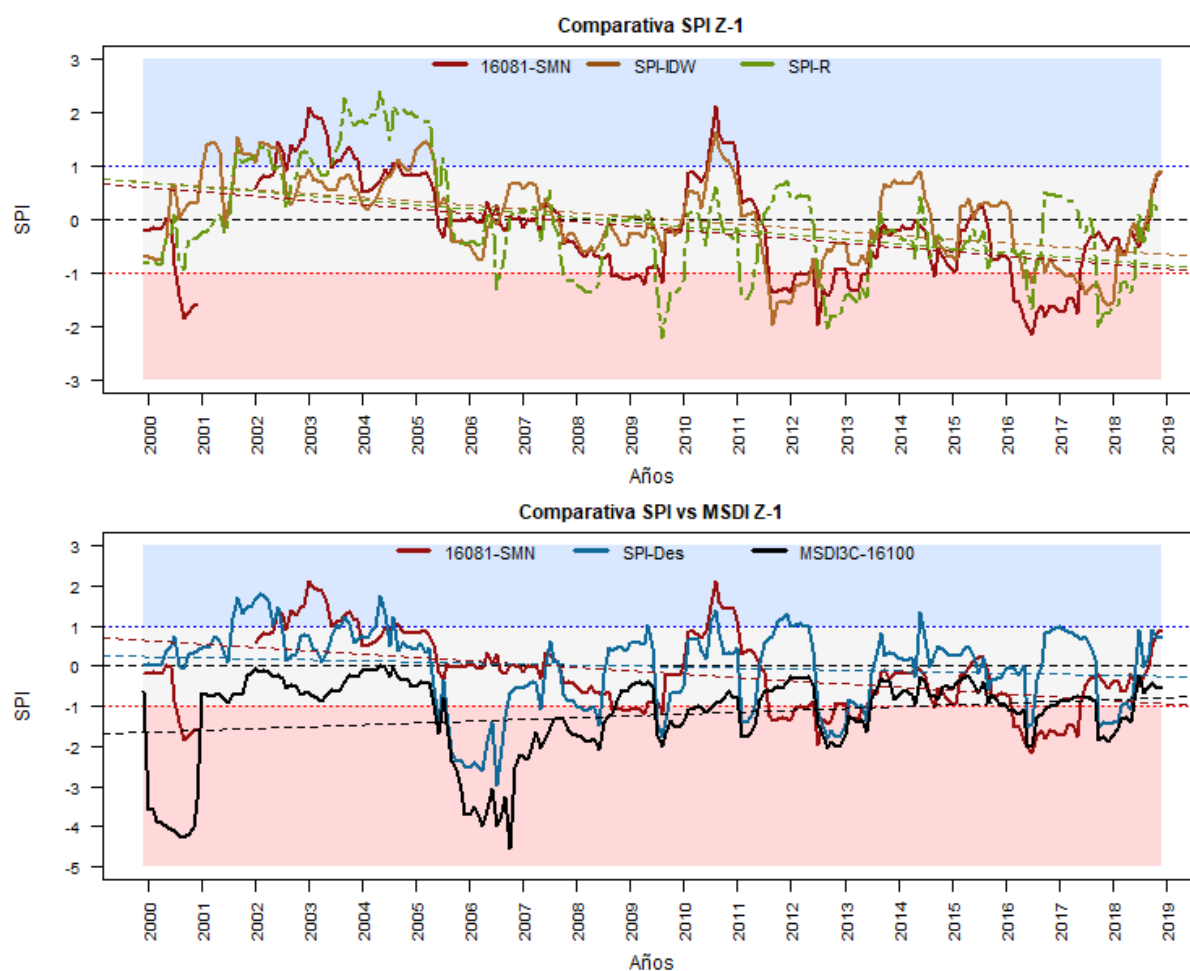


Figura 9.254 Comparativa de evolución de la intensidad de la sequía en Z1-CA (2000-2018)

Respecto a la comparación de los valores del SMN y el IDW en la cuenca alta, ambas series presentan una alta coherencia temporal, especialmente en la identificación de eventos secos entre 2004–2005, 2011–2012 y 2016. La interpolación mediante IDW logra captar las señales principales, aunque en algunos periodos (por ejemplo, 2003 y 2010) se observan ligeras sobrestimaciones o comportamientos suavizados respecto a los datos puntuales de 16081, probablemente por efecto del promedio espacial.

Por su parte, la serie SPI-R muestra un comportamiento más oscilante, particularmente entre 2002 y 2013, lo que puede atribuirse al uso de la estación 16100 y al método de cálculo (R-SPEI). Aunque los eventos secos y húmedos están temporalmente alineados, las amplitudes son notoriamente mayores en SPI-R, lo que sugiere una mayor sensibilidad del índice a eventos extremos. La tendencia general de las series es decreciente, lo que podría reflejar condiciones más secas en ese punto espacial, siendo el caso interpolado el que muestra un ligero ascenso respecto a las otras series.

La sección inferior muestra la comparativa entre SPI-SMN, SPI-Des y MSDI3C, siendo la denominación “Des” vinculada al uso de las series de precipitación desestacionalizadas para el cálculo del índice de sequía y MSDI3C el valor del índice de sequía por copula trivariada vinculada a la ubicación de la estación 16100.

El MSDI presenta una mayor disposición para reflejar eventos secos prolongados, como en los años 2002, 2009–2010 y 2011–2012, donde muestra caídas pronunciadas y sostenidas en comparación con el SPI-SMN. Esto es coherente con su naturaleza multivariada, ya que incorpora la respuesta hidrológica de escurrimientos (SDI) y niveles de aguas subterráneas (SGI), integrando así la persistencia de la sequía más allá del componente meteorológico.

En contraste, el SPI-SMN tiende a recuperarse más rápidamente tras eventos secos, lo que indica una limitación para representar la inercia del sistema hidrológico. La divergencia entre ambas series es más evidente a partir de 2011, lo que podría reflejar un desfase entre el impacto meteorológico y la recuperación del acuífero.

El SPI desestacionalizado mejora la detección de anomalías climáticas y muestra mayor alineación con el MSDI que el SPI-SMN, especialmente en los picos secos e

intensos como los de 2009, 2011 y 2015. Sin embargo, no alcanza la misma persistencia del MSDI, lo que consolida el valor añadido del enfoque multivariado para evaluar sequías hidrológicas de largo plazo.

La comparación entre el SPI estimado por el SMN y los índices calculados o interpolados indican buena coherencia general, aunque los métodos alternativos tienden a suavizar o amplificar extremos de acuerdo al enfoque.

La línea de tendencia del índice SPI desestacionalizado también muestra una ligera tendencia negativa, mientras que el MSDI muestra una pendiente positiva moderada, lo que indica una mejoría progresiva en las condiciones integradas del sistema (precipitación, escurrimiento y NAS). Esta recuperación podría sugerir una recarga paulatina de la sequía en el periodo analizado, aunque el índice permanece en valores negativos, lo que indica condiciones entre normales y secas persistentes, aunque con menor severidad que al inicio.

- **Zona 2 – Cuenca Media**

En el caso de comparativa de índices en la cuenca media (Figura 9.255), la serie interpolada y la del SMN de la sección superior presentan una coherencia general en la identificación de eventos secos y húmedos, especialmente en los años 2003, 2011 - 2015, 2016 - 2018, muestran mayor similitud en las magnitudes y variaciones de corto plazo, con valores que superan ± 2 en años clave, por su parte el SPI-R tiende a ser más atenuado, con menor amplitud en los extremos y comportamientos inversos (2004-2005, 2012, 2017).

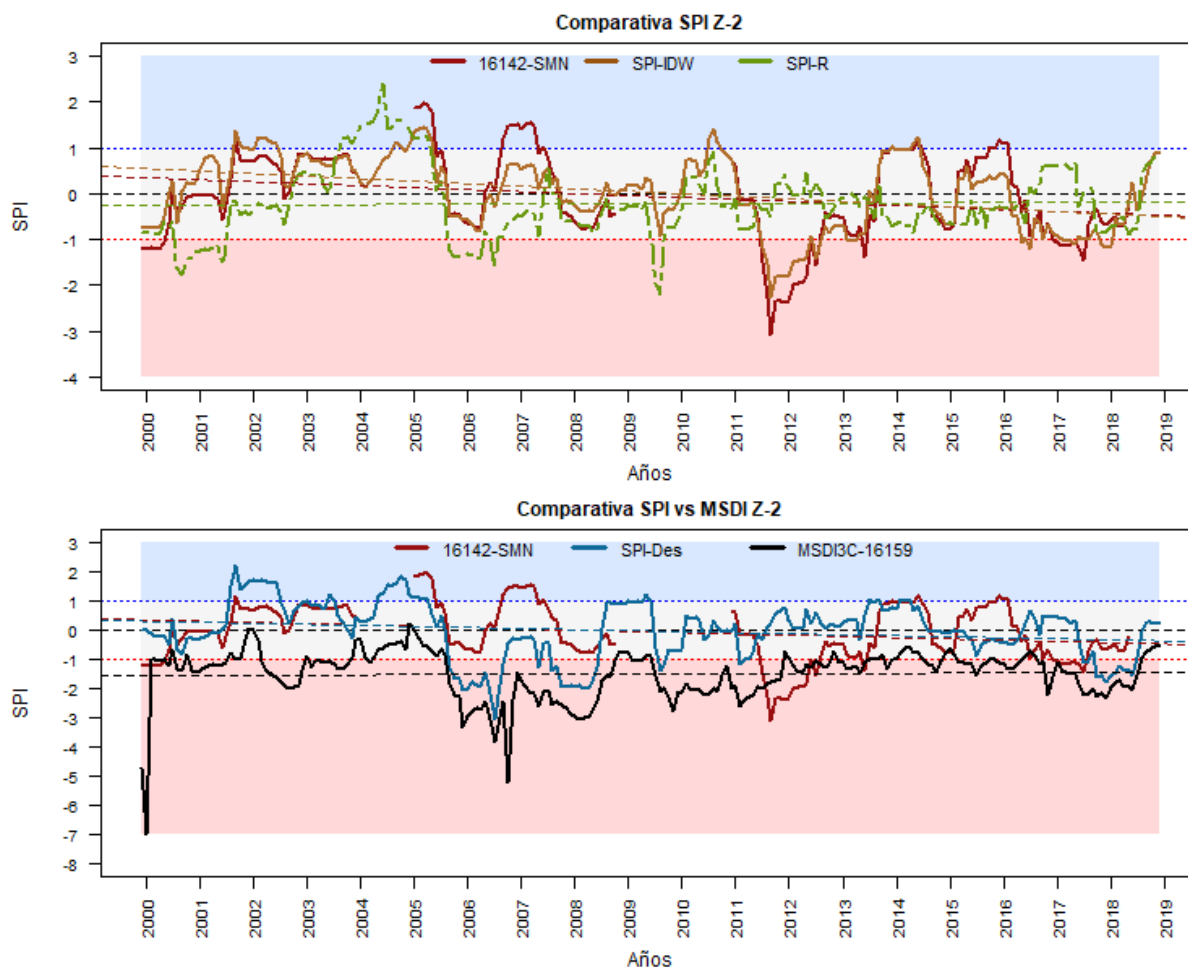


Figura 9.255 Comparativa de evolución de la intensidad de la sequía en Z2-CM (2000-2018)

Las tendencias de estas series son ligeramente negativas, sugiriendo un deterioro progresivo en la disponibilidad de precipitación, siendo la vinculada a la estación 16159 la que tiene menor inclinación.

En la comparativa inferior de la zona 2, la serie SPI-Des es más “reactiva” a los eventos extremos que el SPI-SMN, mostrando picos húmedos/secos más marcados, por ejemplo, en 2001, 2005, 2008-2009 y 2011-2013. El MSDI suaviza de cierta manera la respuesta ante eventos breves (2010 – 2016). Aunque notoriamente, durante 2005–2006 y 2017, el MSDI marca una condición de sequía más severa y persistente que la reflejada por las otras series, ciñéndose de manera particular a la desestacionalizada (parte de sus elementos de copula), debido probablemente al retraso en la recuperación del escurrimiento y nivel freático.

Las tendencias tanto del SPI-Des como del SPI-SMN son levemente negativas y muy ajustadas (siendo la desestacionalizada ligeramente menos inclinada), sugiriendo una disminución progresiva en los valores SPI, por su parte el MSDI indica una ligera recuperación en el largo plazo, pero manteniéndose siempre en la zona negativa del índice, lo que refleja condiciones hídricas de déficit persistente en el sistema de la zona media.

○ Zona 3 – Cuenca Baja

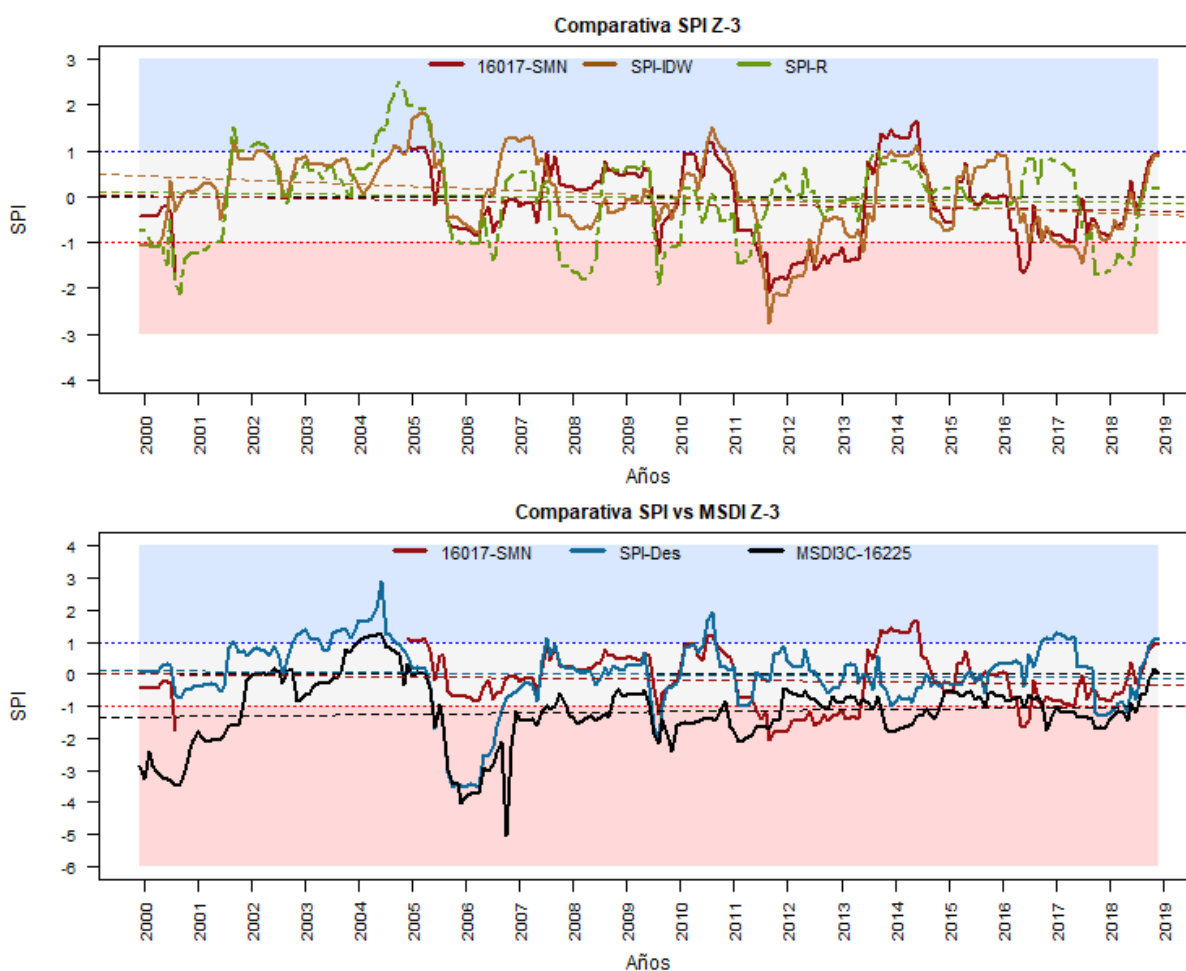


Figura 9.256 Comparativa de evolución de la intensidad de la sequía en Z3-CB (2000-2018)

En la zona de cuenca baja (Figura 9.256), se observa que el SPI de la estación 16017 y el SPI interpolado mantienen una alta coherencia, con trayectorias similares a lo largo del período analizado, particularmente en eventos secos y húmedos pronunciados. Esto parece indicar que la interpolación muestra poca variación vinculada a la lejanía

de las estaciones consideradas, sin embargo, algunas diferencias sutiles surgen durante eventos extremos, como los registrados en 2004–2005, 2006-2007 y 2014–2015.

Por otro lado, el SPI-R presenta una mayor variabilidad y divergencias respecto al SPI-SMN, especialmente entre 2004 y 2012, donde tiende a sobreestimar o subestimar eventos secos o húmedos respecto a las otras series, lo cual puede atribuirse al carácter puntual de los datos de la estación 16225 frente al enfoque regional interpolado y la estimación de la estación 16017 por parte del SMN.

La evolución del SPI-Des sigue una trayectoria más dinámica que el estimado por el SMN, con fluctuaciones más acentuadas y picos más definidos, especialmente visibles entre 2004 y 2012. Esto sugiere que la desestacionalización permitió captar con cierta claridad eventos anómalos en la precipitación. Sin embargo, ambos índices conservan una tendencia general similar, aunque el SPI-Des tiende a mostrar una mayor magnitud en los extremos.

El índice multivariado por copulas presenta una evolución más suave pero persistente, lo que es esperable dado que integra tres variables hidrológicas, se destacan sus desviaciones respecto al SPI-SMN en periodos donde otros componentes (como el NAS o escurrimiento) pueden estar modulando el comportamiento de sequía más allá de la precipitación. Por ejemplo, entre 2007 y 2011, el MSDI detecta condiciones más secas que las sugeridas por el SPI-SMN, lo cual puede reflejar un estrés hídrico más profundo no captado por la precipitación, pero en su mayor parte muestra condiciones de sequía y normal, los periodos húmedos prácticamente son inexistentes.

Las líneas de tendencia indican un comportamiento negativo generalizado, siendo más pronunciado el de la serie interpolada, seguido de la estación 16017 y ligeramente por encima la de la estación 16225, la cual se empareja con la desestacionalizada, teniéndose de nueva cuenta para el MSDI mayor estabilidad y ligeramente positiva.

9.12.2 Análisis de periodo de validación temprana (2020-2025)

A continuación, se presentan pruebas de correlación y comparativa entre los valores de SPI estimados por el SMN y los calculados del MSDI bajo la proyección del modelo CNRM y HADGEM entre las que se incluyen gráficos de intensidad de la sequía, dispersión de series bajo ajuste lineal, gráfico de residuales vs ajustados, residuales Q-Q, escala-ubicación, distancia de Cook y matriz de confusión de clasificación de eventos de sequía.

○ Zona 1 – Cuenca Alta

En la Figura 9.257 se muestra el contraste de evolución de intensidad del índice SPI estimado por el SMN para la estación 16081, el índice multivariado bajo el modelo CNRM y el HADGEM vinculado la zona de cuenca alta (MSDI-CNRM y MSDI-HADGEM respectivamente).

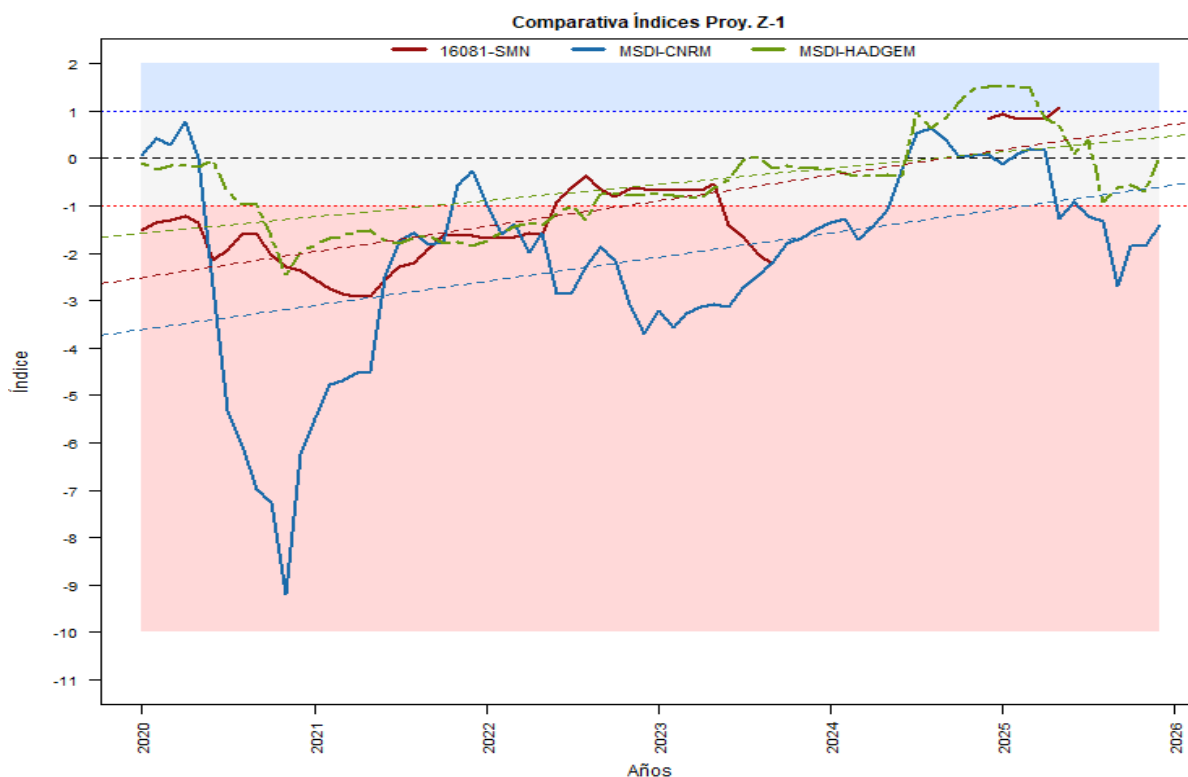


Figura 9.257 Comparativa de evolución de la intensidad de la sequía SPI-SMN vs MSDI en Z1-CA (2020-2025)

Es posible apreciar que el MSDI-CNRM difiere significativamente de las otras dos series entre 2020 y 2022, proyectando una sequía mucho más intensa y prolongada, posiblemente a raíz de una mayor sensibilidad del modelo al déficit del resto de parámetros hidrológicos considerados.

Por el contrario, MSDI-HADGEM muestra una mayor concordancia con el SPI-SMN en su comportamiento general a partir de 2022, aunque con una ligera sobreestimación de los valores positivos hacia 2025, lo cual es complicado de precisar debido a la falta de datos de 2024 a 2025.

Teniendo en cuenta la acotación del periodo analizado, las tres tendencias son positivas, lo que podría interpretarse como una posible recuperación de las condiciones hídricas en la zona alta de la cuenca durante ese lapso. No obstante, la intensidad y trayectoria de dicha recuperación varía significativamente entre modelos.

La evolución del CNRM proyecta un escenario más extremo e incierto en el corto plazo, por su parte, HADGEM propone una evolución más gradual y positiva, cercana al comportamiento observado, estas discrepancias reflejan la sensibilidad de los modelos de proyección climática y como su comparativa podría permitir evaluar la robustez de los escenarios futuros.

A través de un análisis de dispersión entre la proyección CNRM y los valores del SMN, así como los resultados de otras pruebas comparativas (Figura 9.258), se puede indicar que se cuenta con una correlación moderada, donde los coeficientes de correlación de Spearman (0.42) y Kendall (0.29) indican una relación positiva moderada, sugiriendo que, en general, cuando el SPI-SMN indica condiciones más secas, también lo hace el MSDI-CNRM, pero la relación no es perfectamente lineal ni exacta.

Por otro lado, el RMSE (2.3) y el MAE (1.77) indican un error promedio considerable entre ambos índices, lo cual refleja diferencias notables en la escala o magnitud de valores. El sesgo (*bias*) negativo (-1.25) sugiere que, en promedio, el MSDI-CNRM tiende a subestimar (producir valores más bajos) en comparación con el SPI-SMN.

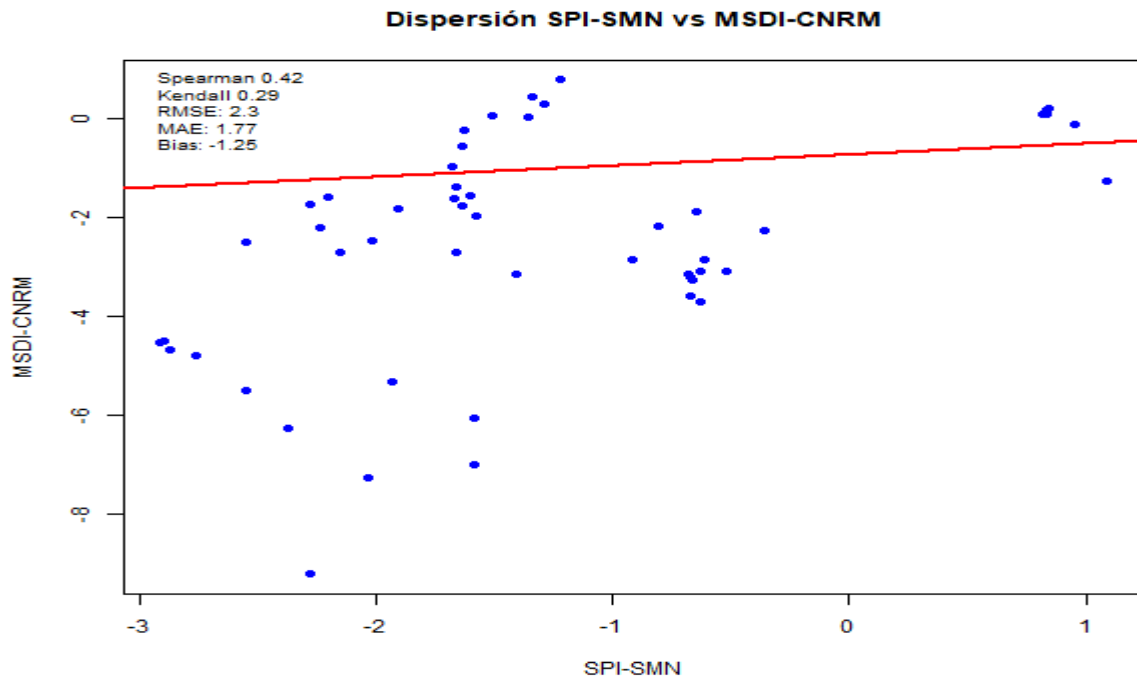


Figura 9.258 Dispersión y métricas de validación estadística SPI-SMN vs MSDI-CNRM en Z1-CA (2020-2025)

Es posible observar una dispersión amplia en torno a la línea de tendencia, lo cual refleja que, a pesar de la tendencia lineal positiva, la variabilidad entre los dos índices es alta, a su vez, la nube de puntos muestra que el MSDI-CNRM puede estimar condiciones de sequía más intensas (valores negativos más extremos) incluso cuando el SPI-SMN es moderado.

Se puede indicar que, aunque existe una correlación positiva moderada entre el SPI del SMN y el índice MSDI generado a partir del modelo climático CNRM, la precisión del modelo no es alta debido a errores y sesgo evidentes, debidos probablemente a las diferencias en escalas de normalización y la naturaleza multivariada del MSDI frente al SPI univariado.

A través de un modelo de regresión lineal entre los valores SPI-SMN y MSDI-CNRM se describen los siguientes elementos.

En la representación de residuales vs ajustados (Figura 9.259), la forma ondulante (tipo “S”) de la curva LOESS indica que la relación entre la intensidad de sequía proyectada (MSDI-CNRM) y la “observada” (SPI-SMN) no es estrictamente lineal, lo que podría

reflejar que el impacto conjunto de precipitación, escurrimiento y niveles freáticos no se traduce directamente en los patrones de SPI observado.

El SPI-SMN podría estar más influenciado por la precipitación superficial y menos por los procesos hidrológicos profundos integrados en el MSDI.

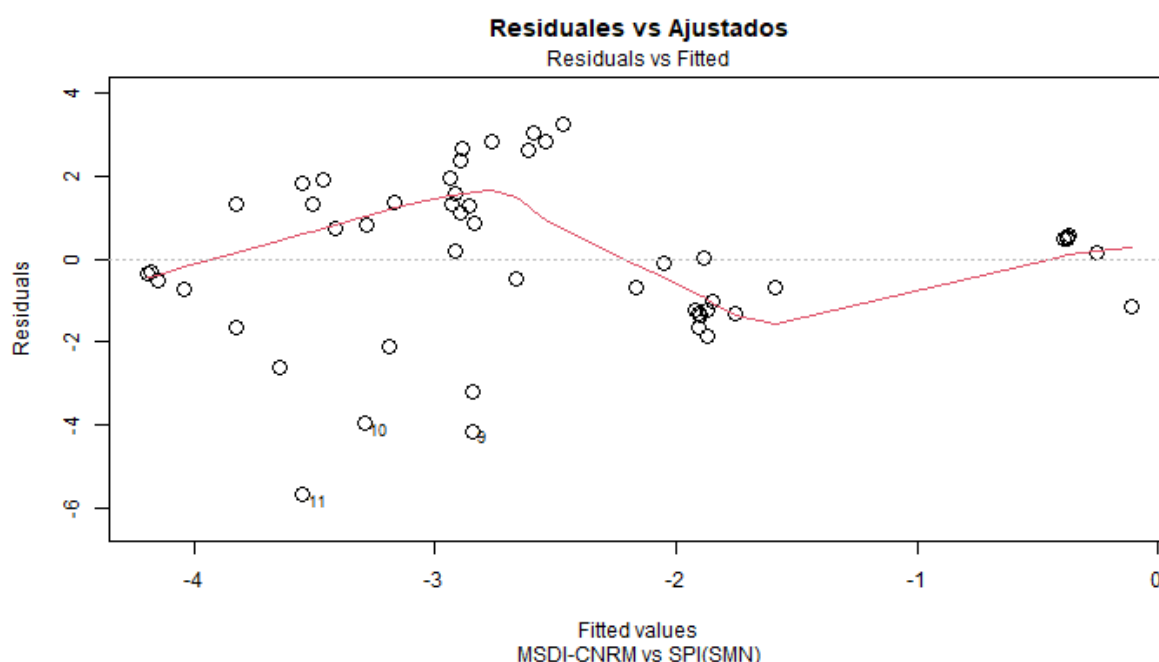


Figura 9.259 Residuales contra ajustados de SPI-SMN vs MSDI-CNRM en Z1-CA (2020-2025)

Los residuos muestran mayor dispersión (varianza) en el rango de valores ajustados negativos (-4 a -2), mientras que en el rango cercano a 0 hay menor variabilidad. Esto sugiere heterocedasticidad, es decir, la varianza de los errores no es constante en todo el rango de datos. Esto puede dificultar la interpretación y precisión del modelo lineal.

Presencia de observaciones atípicas (*outliers*) como el 9, 10 y 11, que se desvían marcadamente del patrón general (residuos menores a -5), estas podrían representar: eventos extremos reales no captados adecuadamente por la proyección o el SPI.

A pesar de los problemas anteriores, los residuos se distribuyen aproximadamente de forma simétrica respecto a la línea horizontal cero, lo cual sugiere ausencia de sesgo sistemático en la predicción promedio del modelo. No obstante, la estructura no aleatoria de los residuos limita la validez de las inferencias lineales.

El gráfico muestra que el índice trivariado MSDI-CNRM, aunque integra múltiples procesos, no se ajusta de forma lineal simple al SPI observado del SMN en la cuenca alta, esto señala posibles discrepancias en la forma en que ambos índices representan la sequía hidrológica. La aplicación de métodos no lineales, corrección de heterocedasticidad y revisión de *outliers* puede mejorar la interpretación de estos resultados en contextos de validación y proyección climática.

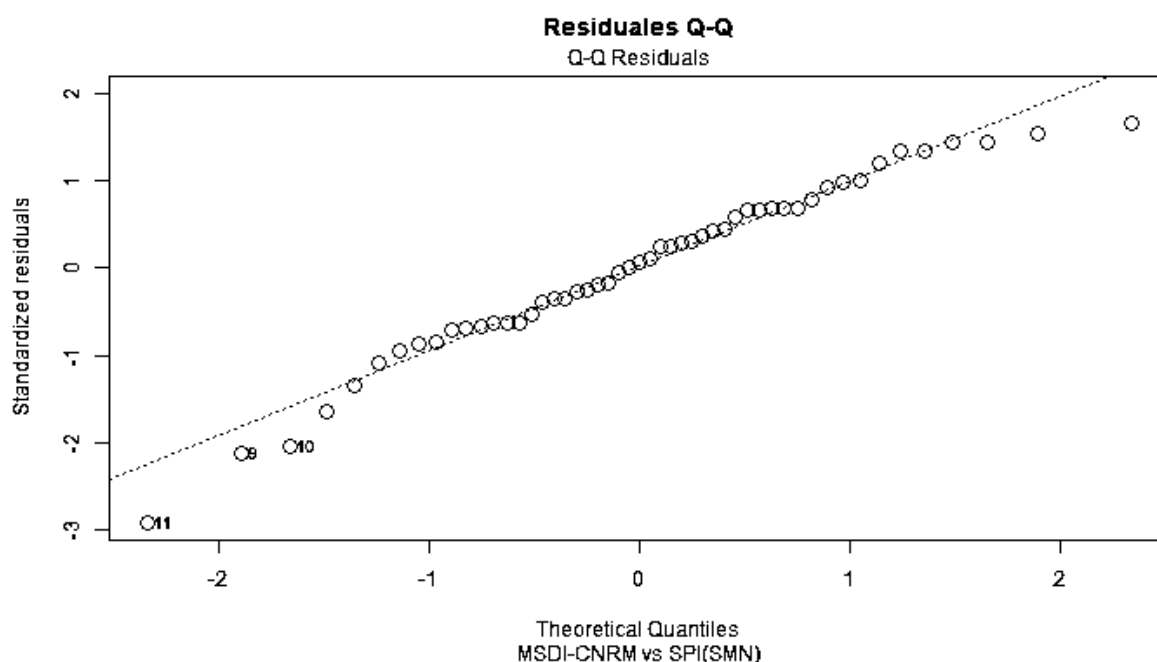


Figura 9.260 Normalidad de residuos SPI-SMN vs MSDI-CNRM en Z1-CA (2020-2025)

A través de la prueba Q-Q en la Figura 9.260 se visualiza que la mayoría de los puntos se alinean razonablemente bien con la línea punteada, lo que sugiere que los residuos del modelo siguen aproximadamente una distribución normal, aunque se observan algunas desviaciones leves en los extremos inferior y superior, en particular en los cuantiles más bajos, lo cual indica la presencia de *outliers* o cierta asimetría leve, estos puntos extremos previamente identificados (9,10,11) podrían corresponder a eventos de sequía extrema mal representados por el modelo, o eventos con condiciones hidrometeorológicas anómalas, lo cual merece atención y análisis puntual.

En términos generales, el modelo de regresión en la zona de cuenca alta cumple adecuadamente con el supuesto de normalidad de los residuos, con sólo ligeras desviaciones en los extremos.

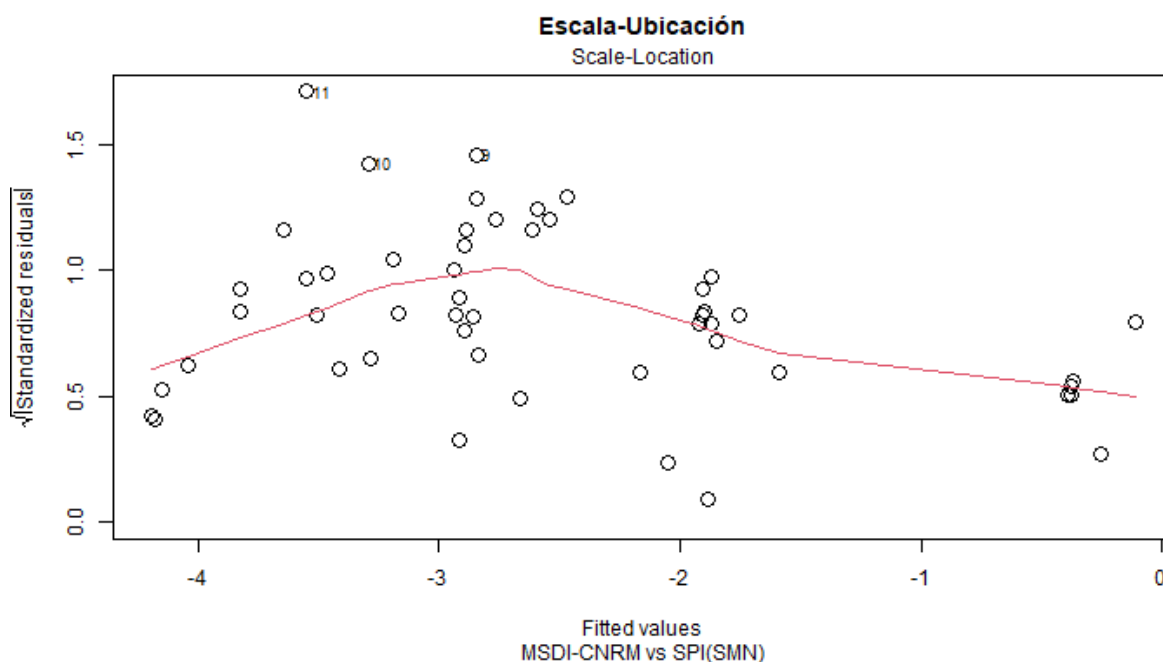


Figura 9.261 Gráfico escala-ubicación SPI-SMN vs MSDI-CNRM en Z1-CA (2020-2025)

El gráfico dispersión-ubicación en la Figura 9.261, indica que la mayoría de los puntos se distribuyen de manera relativamente uniforme en el eje Y, sin una tendencia clara de aumento o disminución de la dispersión a lo largo de los valores ajustados. Esto sugiere que no existe una heterocedasticidad severa (la varianza de los errores parece ser aproximadamente constante).

Aunque la línea LOESS muestra una ligera curvatura (mayor dispersión entre los valores ajustados de -4 a -2), no hay un patrón sistemático pronunciado que indique una violación grave del supuesto de homocedasticidad. Sin embargo, la revisión de los valores extremos donde la varianza de los residuos parece incrementarse levemente, podría ser necesaria

Se puede interpretar que el supuesto de varianza constante de los errores (homocedasticidad) se cumple de forma razonable, ya que no se observa un patrón en

forma de "abanico" ni una tendencia creciente pronunciada en la dispersión de los residuos, lo cual respalda la validez del modelo lineal.

Aunque persisten las observaciones atípicas 9,10 y 11 que presentan residuos con varianza elevada.

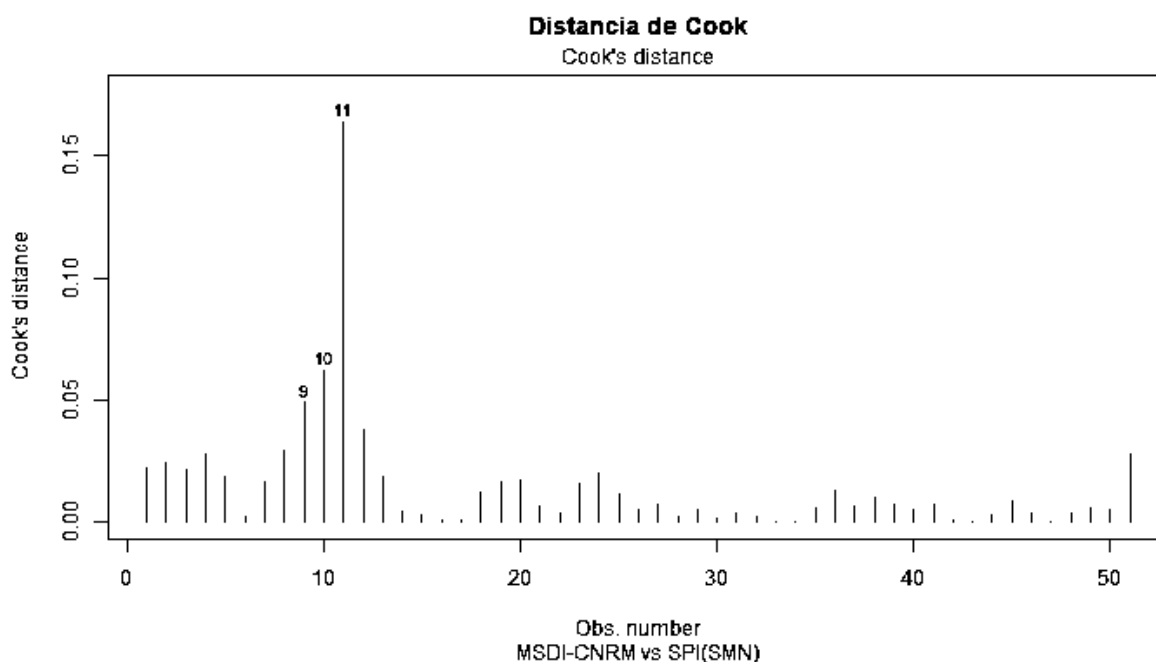


Figura 9.262 Distancia de Cook SPI-SMN vs MSDI-CNRM en Z1-CA (2020-2025)

La distancia de Cook de comparativa entre índices (Figura 9.262), resalta nuevamente las observaciones previas de *outliers*, siendo el elemento 11 el que presenta una distancia superior a 0.15, destacándose claramente como una observación altamente influyente, seguidas de las observaciones 10 y 9 presentan valores elevados, aunque en menor magnitud.

Respecto al resto de los datos, la mayoría de las observaciones presentan valores de distancia menores a 0.05, lo cual es indicativo de baja influencia individual sobre los parámetros del modelo.

La presencia los *outliers* no invalida el modelo per se, pero sugiere que la relación MSDI–SPI puede estar condicionada por eventos extremos del modelo, visualizados también en el gráfico de intensidad de los índices en la última porción del año 2020.

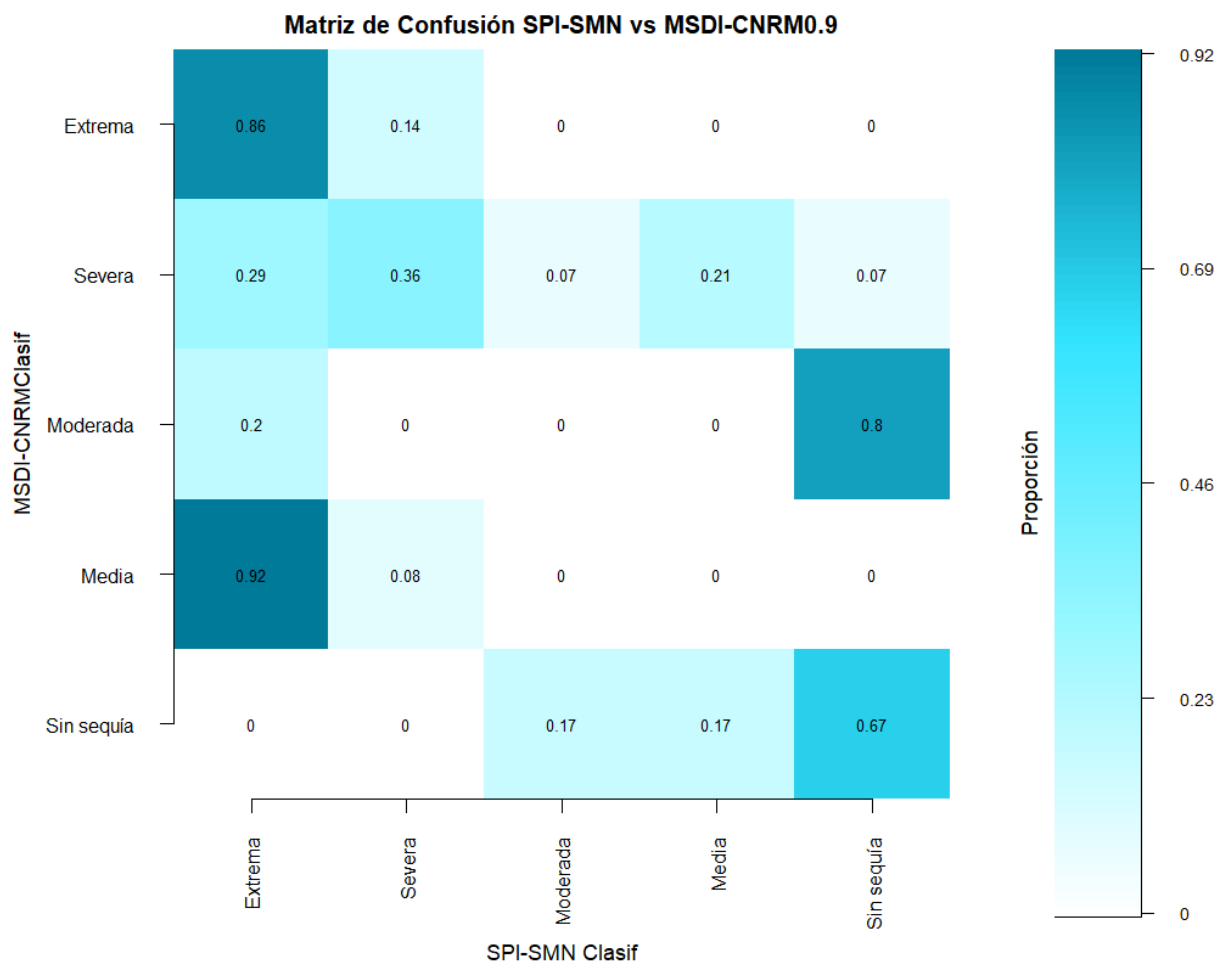


Figura 9.263 Matriz de confusión de clasificación de eventos SPI-SMN vs MSDI-CNRM en Z1-CA (2020-2025)

La Figura 9.263 muestra la matriz de confusión de clasificación de eventos de sequía de los índices en el periodo de validación temprana, las celdas diagonales representan los aciertos, es decir, cuando SPI-SMN y MSDI-CNRM clasificaron el mismo estado de sequía. Dentro de algunos resultados relevantes se tiene una clasificación extrema – extrema de 86%, el par severa – severa con un 36%, la moderada – moderada sin coincidencias, la clasificación media-media con una concordancia del 80% y la denominación sin sequía – sin sequía del 67%.

Esto sugiere que el modelo CNRM logra captar con alta precisión las categorías extremas y medias, pero falla al identificar correctamente los casos de sequía moderada, donde asigna clasificaciones incorrectas.

En cuanto a errores de clasificación se puede mencionar la media clasificada como extrema por SPI-SMN (0.92), extrema clasificada como severa (0.14), la severa dispersa entre varias clases lo que indica inestabilidad en esta categoría, se puede precisar que el modelo tiende a confundir los niveles más suaves de sequía (moderada/media).

En términos generales, la matriz de confusión muestra que el índice multivariado MSDI derivado del modelo CNRM logra una buena concordancia en las clases extremas y sin sequía, pero presenta debilidades importantes al clasificar sequías moderadas y severas, particularmente confundiendo la categoría "Media" con eventos más extremos según el SPI-SMN, indicando la necesidad de reconsideración del umbral de clasificación.

En el caso de análisis de dispersión de la proyección HADGEM (Figura 9.264), los coeficientes de correlación de Spearman (0.65) y Kendall (0.45) indican una correlación positiva moderada a fuerte, lo que sugiere que existe un buen grado de consistencia en el orden y tendencia entre los índices, es decir, cuando el SPI-SMN indica una condición de sequía, el MSDI-HADGEM también tiende a mostrar condiciones similares, y viceversa. En cuanto al error, el RMSE (0.86) y el MAE (0.65) son relativamente bajos en comparación con el CNRM, indicando buen desempeño general del MSDI-HADGEM al aproximarse a los valores del SPI-SMN. Por otra parte, el sesgo positivo (0.5) indica que el MSDI-HADGEM tiende a sobreestimar las condiciones en relación con el SPI-SMN, asigna valores menos negativos o más húmedos en promedio.

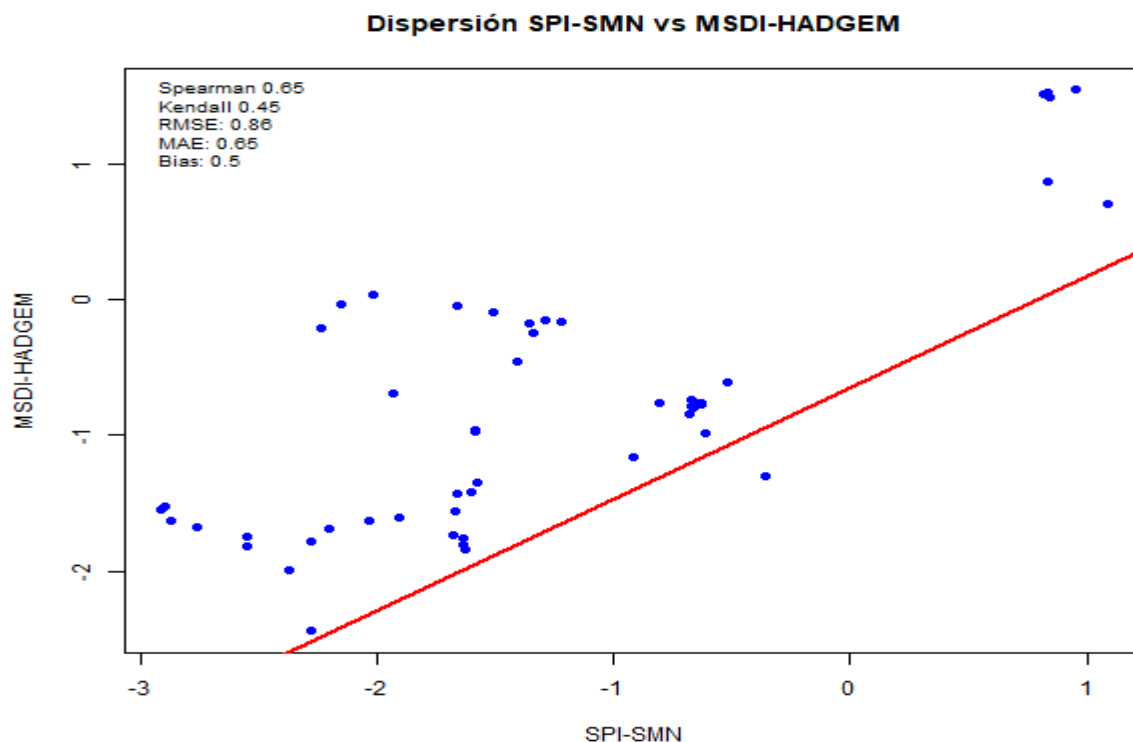


Figura 9.264 Dispersión y métricas de validación estadística SPI-SMN vs MSDI-HADGEM en Z1-CA (2020-2025)

Algunos puntos se desvían considerablemente de la línea de regresión, lo cual sugiere que hay cierta variabilidad no explicada por una relación lineal, posiblemente debido nuevamente a la multivariabilidad del MSDI.

Se puede indicar que el índice multivariado MSDI-HADGEM presenta una relación positiva y moderadamente fuerte con el índice observado SPI-SMN, con bajo error y sesgo moderado positivo, indicando que el modelo HADGEM tiene una buena capacidad para reproducir condiciones de sequía similares a las observadas, aunque tiende a sobreestimar levemente.

El gráfico de residuales vs ajustados relacionado al modelo HADGEM (Figura 9.265), se observa una curvatura leve en la línea LOESS, especialmente en los extremos, lo cual sugiere una posible relación no lineal entre los índices.

Respecto a la heterocedasticidad en el gráfico, no se observa un patrón claro de abanico, pero sí cierta variabilidad mayor en los extremos negativos, lo que podría ser un indicio de heterocedasticidad leve.

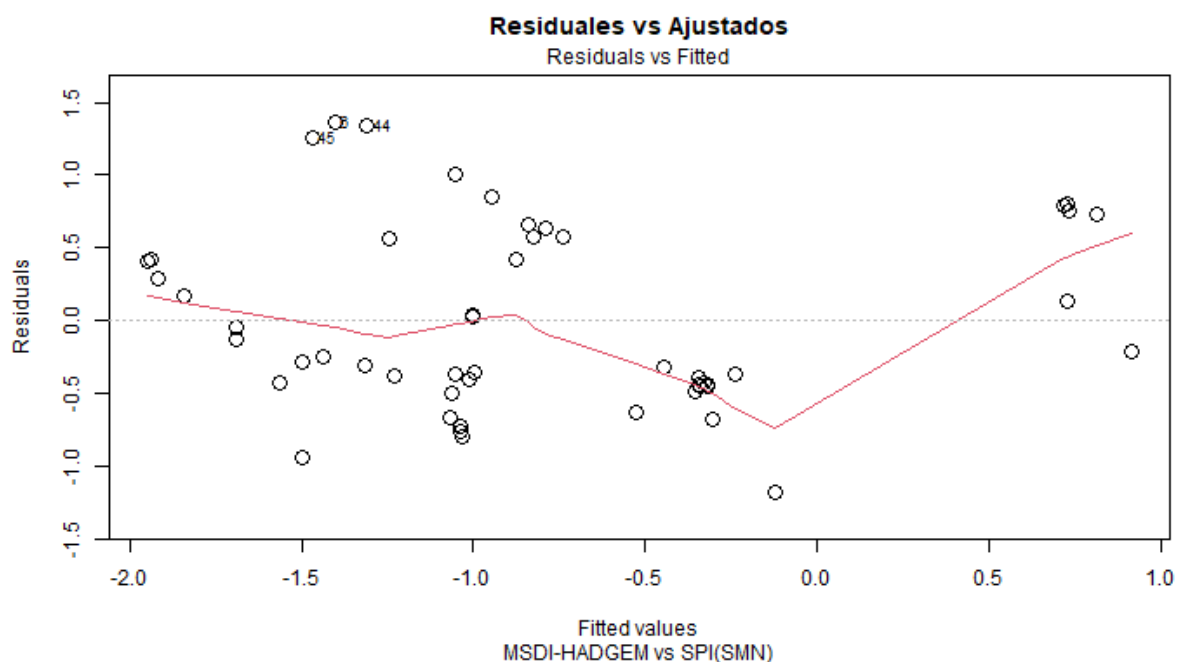


Figura 9.265 Residuales contra ajustados SPI-SMN vs MSDI-HADGEM en Z1-CA (2020-2025)

Se presentan algunas observaciones atípicas (44, 45 y 46), lo cual indica que son puntos con residuos inusualmente grandes, que pueden tener un impacto importante en la regresión y deben analizarse para determinar si se deben excluir o explicar.

Por otro lado, la presencia de patrones curvos y valores atípicos sugiere que el modelo lineal no captura completamente la relación entre SPI-SMN y MSDI-HADGEM en esta porción de la cuenca, pudiendo significar que otros tipos de modelos podrían representar mejor la relación.

La comparativa de residuales Q-Q del modelo HADGEM (Figura 9.266) indica que los puntos se alinean razonablemente bien con la línea diagonal, lo que sugiere que los residuos centrales siguen una distribución aproximadamente normal.

En los extremos inferior y superior, los puntos se desvían de la línea, indicando colas más pesadas o asimetría, lo cual puede deberse a valores atípicos en los datos. Esta

ligera desviación en los extremos no necesariamente invalida el modelo, pero podrían tomarse en cuenta en pruebas paramétricas, a su vez las desviaciones más marcadas pueden afectar la validez de los intervalos de confianza y las pruebas de hipótesis.

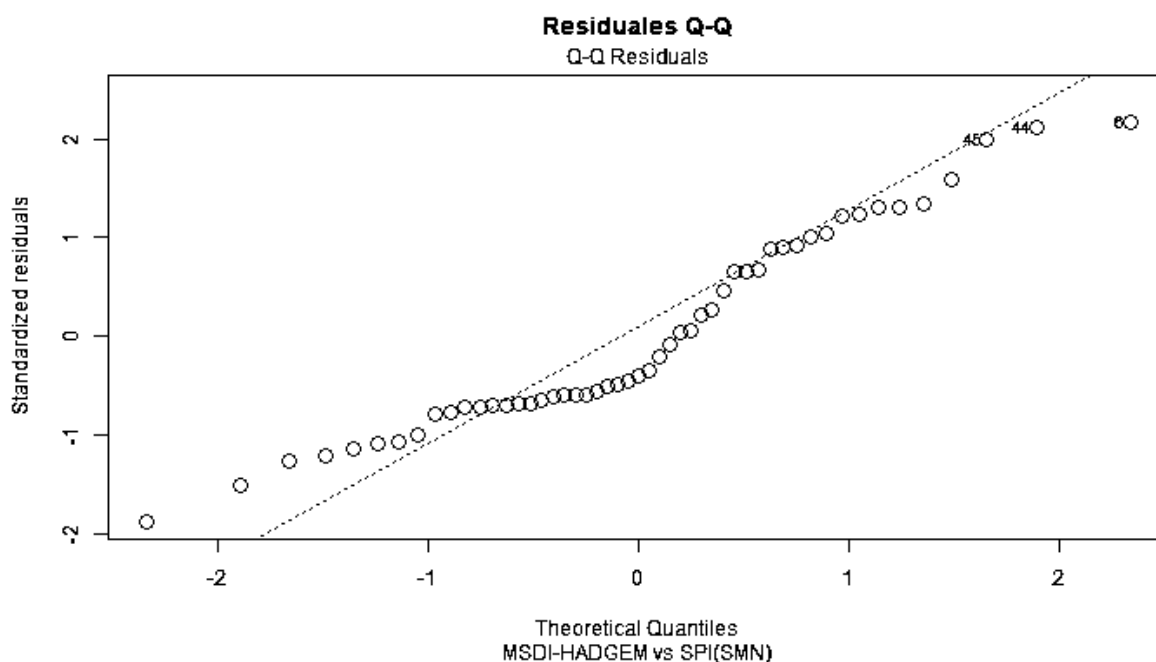


Figura 9.266 Normalidad de residuos SPI-SMN vs MSDI-HADGEM en Z1-CA (2020-2025)

El gráfico dispersión-ubicación asociado al modelo HADGEM en la Figura 9.267 muestra una línea suavizada que no es completamente horizontal, aunque tampoco presenta una pendiente marcada, sugiriendo una ligera variación en la dispersión de los residuos, significando una heterocedasticidad leve, pero no lo suficientemente fuerte como para invalidar el modelo de forma categórica.

La mayor concentración de residuos ocurre entre los valores ajustados de -1.5 a 0, con dispersión relativamente constante, sin embargo, hay varios puntos alejados de la masa central, destacando especialmente las observaciones 44, 45 y 46 detectadas previamente. Por otro lado, el comportamiento general no muestra un patrón claro en forma de embudo ni en U, lo cual es favorable, ya que no indica heterocedasticidad.

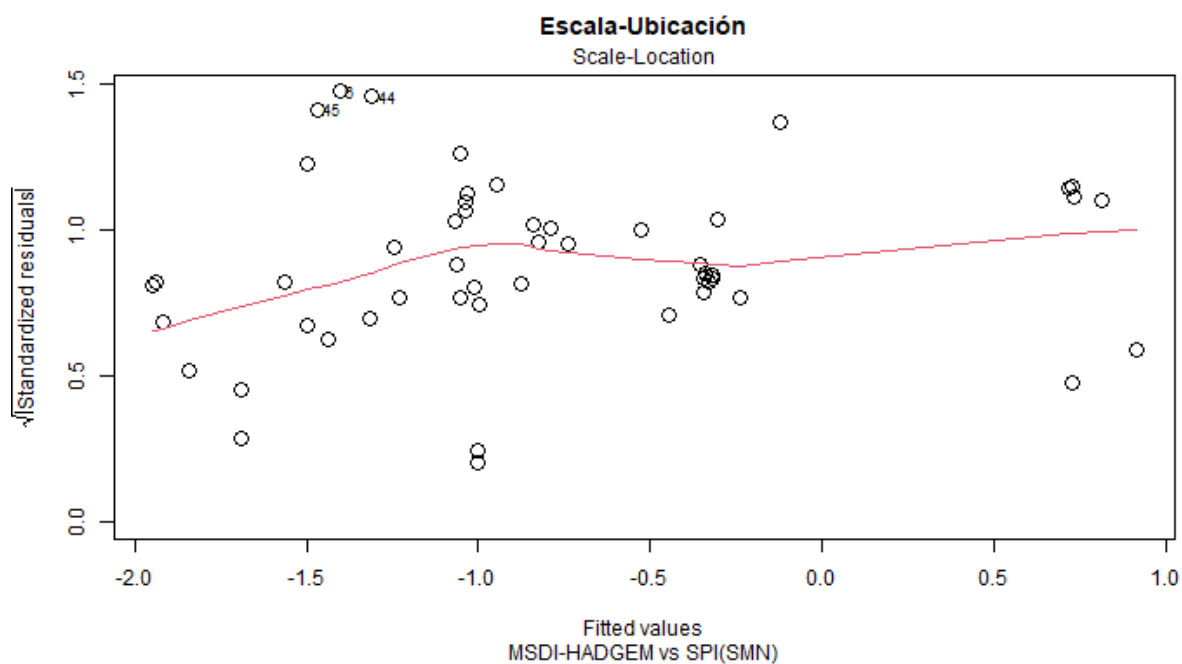


Figura 9.267 Gráfico escala-ubicación SPI-SMN vs MSDI-HADGEM en Z1-CA (2020-2025)

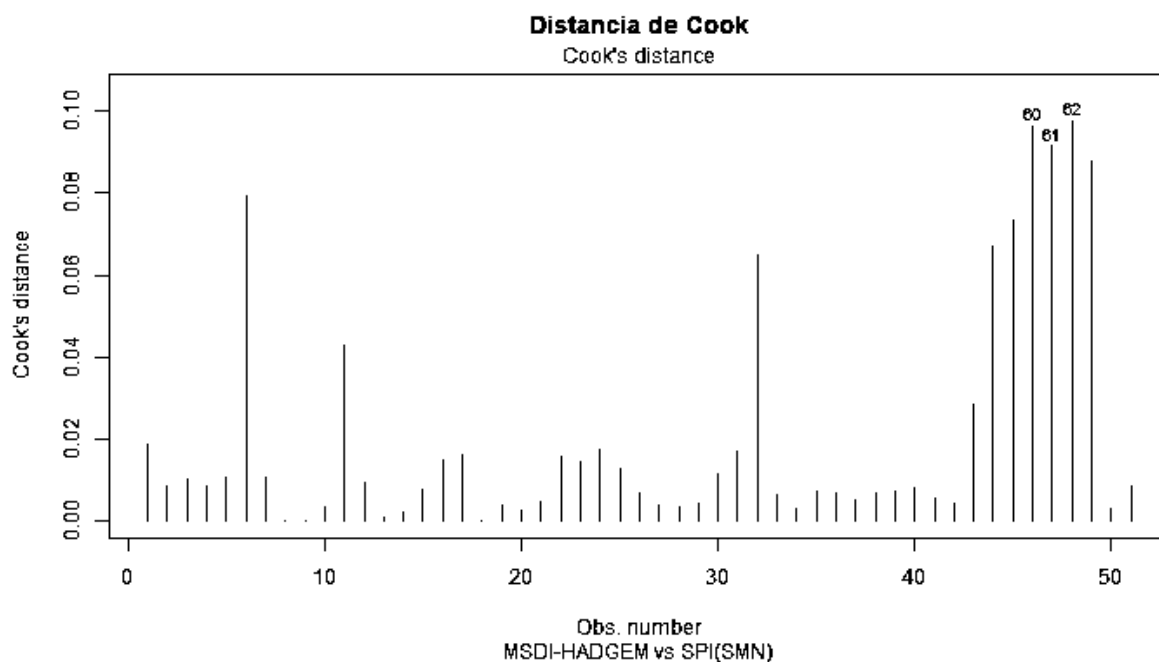


Figura 9.268 Distancia de Cook SPI-SMN vs MSDI-HADGEM en Z1-CA (2020-2025)

Respecto a la prueba de distancia de cook del modelo HADGEM (Figura 9.268) se destacan las observaciones 60, 61 y 62 pues presentan los valores más altos,

alcanzando valores cercanos a 0.10, también se detectan otros picos más moderados (por ejemplo, las observaciones 6, 11 y 32), aunque su influencia es menor comparada con las tres principales. Estas anomalías podrían estar asociadas a comportamientos anómalos en los datos o a condiciones climáticas extremas específicas del modelo.

En cuanto a la concordancia entre clasificaciones de sequía considerando el modelo HADGEM a partir de la matriz de confusión (Figura 9.269), se destaca que la clasificación “Sin sequía” muestra coincidencia perfecta (1.00) entre ambos índices.

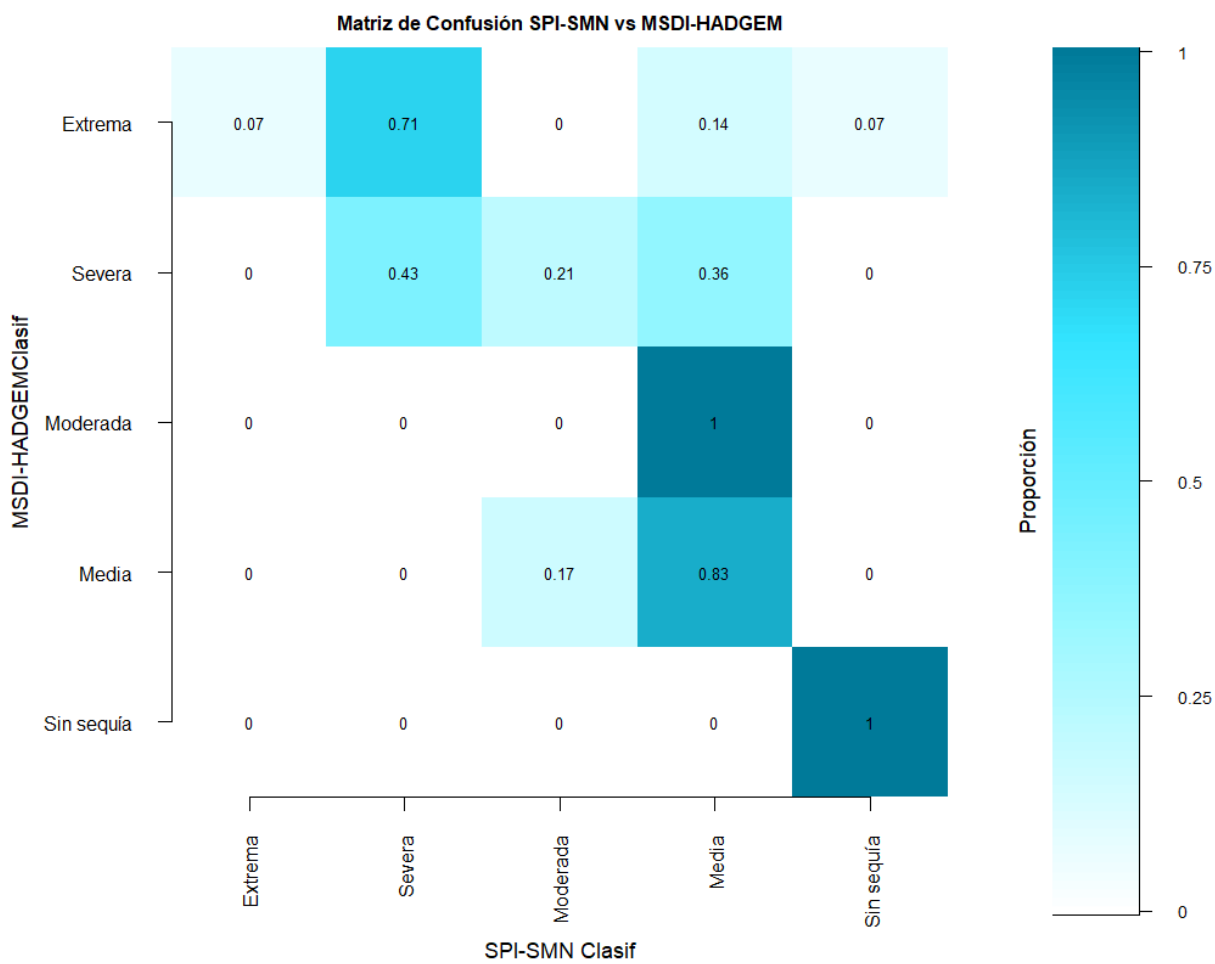


Figura 9.269 Matriz de confusión de clasificación de eventos SPI-SMN vs MSDI-HADGEM en Z1-CA (2020-2025)

El 71% de los eventos categorizados como sequía “Extrema” por el MSDI-HADGEM fueron considerados como “Severa” por el SPI-SMN, un 14% fue catalogado como “Media”, solo el 7% fue correctamente identificado en la misma categoría. De la

categoría “Severa” del MSDI-HADGEM, el 43% fueron también clasificados como “Severa” por SPI-SMN, 36% como “Media” y 21% como “Moderada”.

Para la sequía “Moderada” del MSDI-HADGEM el total (1.0) fue clasificado como “Media” por SPI-SMN, indicando una clasificación completamente desplazada hacia una categoría más leve. La categoría “Media” del MSDI-HADGEM en un 83% coincide con la “Media” del SPI-SMN, el 17% restante fue clasificado como “Moderada”, lo que sugiere un ligero desfase.

De acuerdo a lo anterior se puede indicar que la concordancia entre SPI-SMN y MSDI-HADGEM es alta en las condiciones de “Media” y “Sin sequía”, lo cual da confianza en la capacidad del MSDI-HADGEM para capturar condiciones normales o levemente secas.

Sin embargo, tiende a sobrestimar eventos de mayor intensidad, especialmente las sequías severas y extremas, lo cual es evidente al observar que solo el 7% de las sequías “Extremas” fueron identificadas correctamente, la mayoría fueron reducidas a “Severas” o “Medias”.

○ **Zona 2 – Cuenca Media**

En la comparación de validación temprana de la cuenca media (Figura 9.270) se muestra como la serie generada por el SMN en la estación 16142 es considerablemente corta, abarca aproximadamente la segunda mitad de 2022 y parte de 2023, registrando valores constantes ligeramente por debajo de -2 , lo que indica condiciones de sequía severa a extrema en ese intervalo, pero al ser un periodo tan corto no permite realizar una comparativa adecuada con las series de proyección.

La evolución vinculada a los modelos HADGEM y CNRM (ubicación ligada a la estación climática 16159) proyectan una recuperación hídrica, aunque con distinta magnitud y estabilidad. El CNRM anticipa condiciones más severas al inicio y una recuperación más abrupta, mientras que HADGEM muestra una evolución más

progresiva y estable. La tendencia de HADGEM es ligeramente más inclinada, lo que representa una proyección más optimista.

Al enlazarse con las estimaciones del SMN, la intensidad del índice coincide con las fases más secas de ambas series proyectadas entre 2022 y 2023, validando parcialmente el diagnóstico de sequía severa en ese periodo.

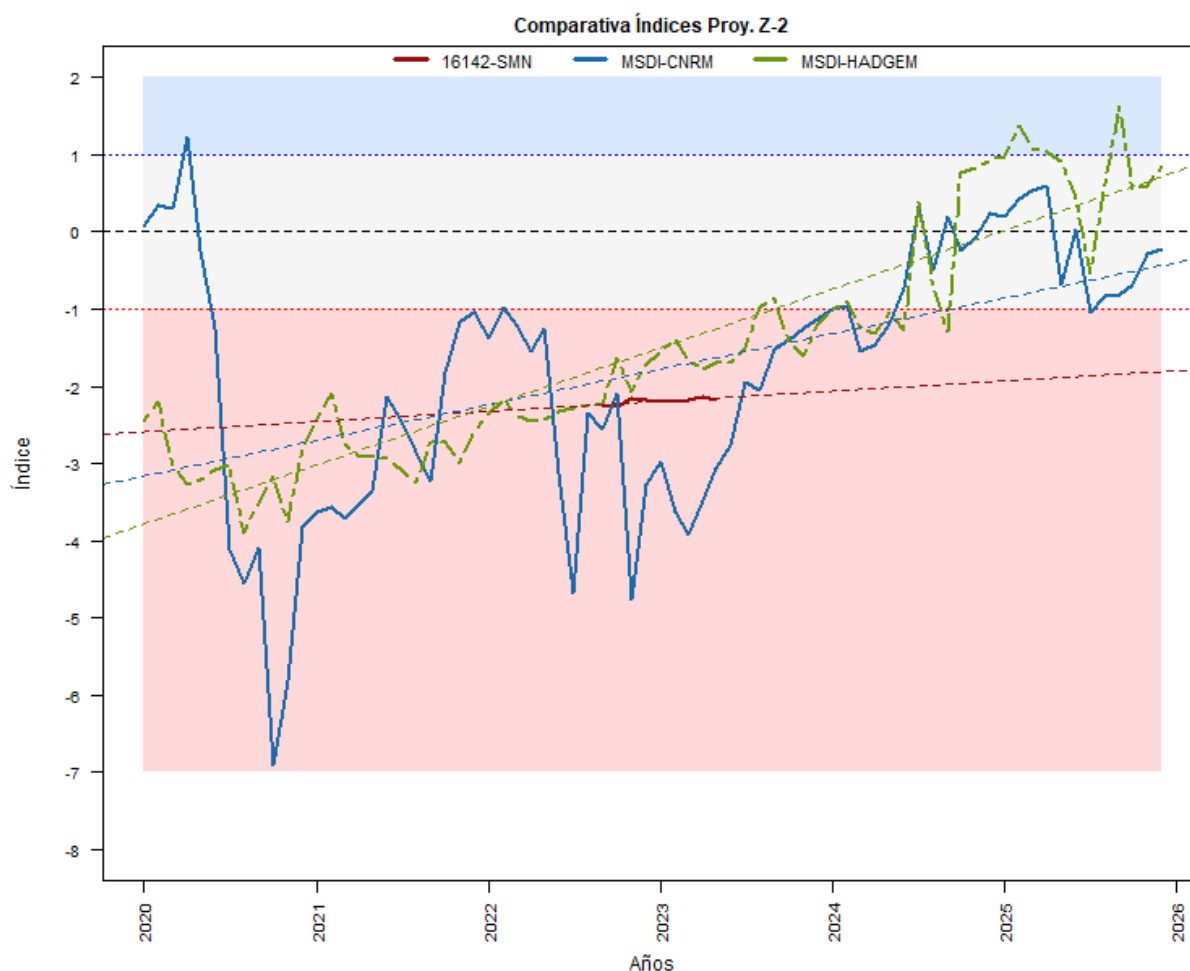


Figura 9.270 Comparativa de evolución de la intensidad de la sequía SPI-SMN vs MSDI en Z2-CM (2020-2025)

Sin embargo, dado que la serie SPI-SMN es corta, no permite evaluar el grado de concordancia más allá de ese intervalo. La diferencia intensidad entre el índice SMN y las proyecciones destaca cómo la incorporación de múltiples variables puede llegar a captar impactos más severos que los que refleja la precipitación por sí sola.

De acuerdo a lo anterior se describe un escenario de mejora hídrica gradual en la zona media, tras un periodo inicial con sequías intensas. Mientras MSDI-CNRM muestra mayor volatilidad y eventos extremos, MSDI-HADGEM sugiere una evolución más estable y favorable. Ambas proyecciones coinciden en señalar una recuperación hacia condiciones normales o húmedas a partir de 2024, con tendencias claramente positivas. La serie observada SPI-SMN, aunque limitada temporalmente, refuerza la credibilidad de las fases secas proyectadas para 2022–2023.

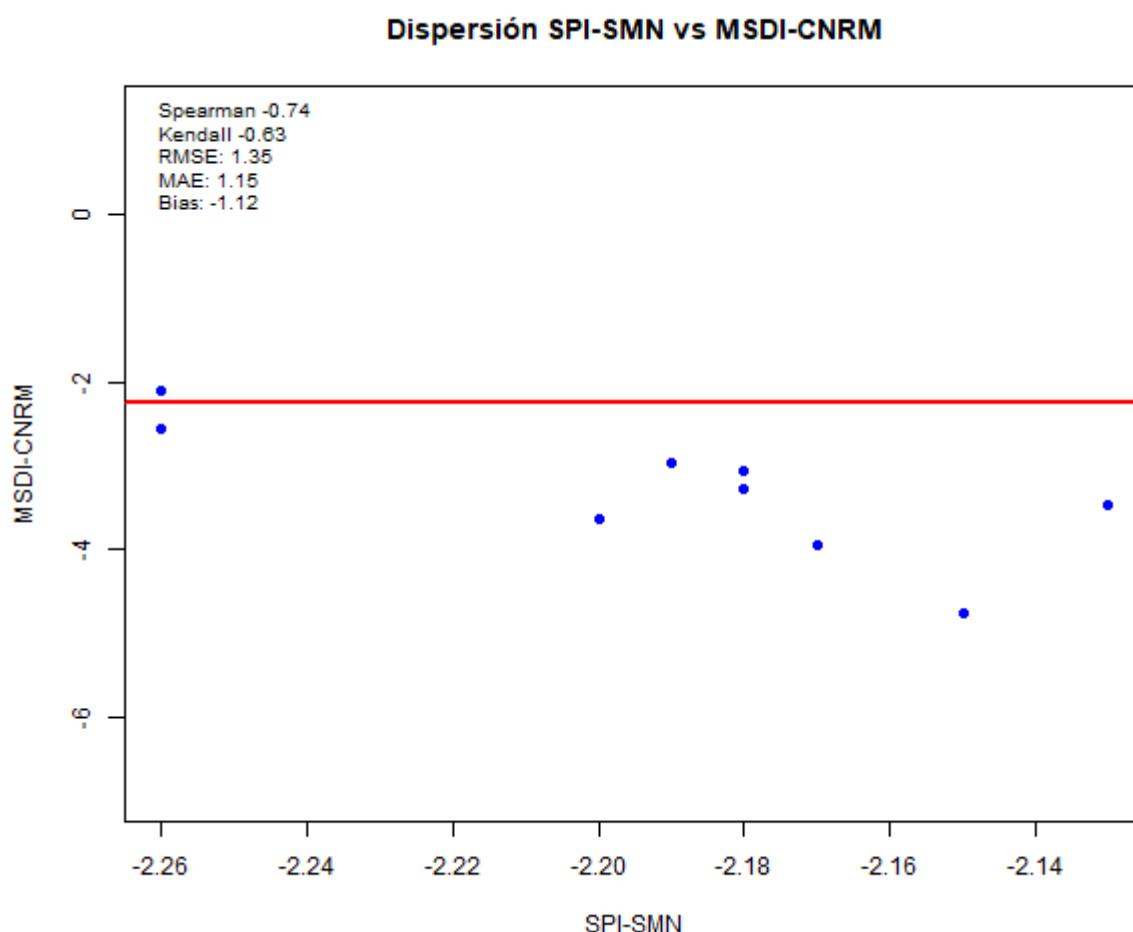


Figura 9.271 Dispersión y métricas de validación estadística SPI-SMN vs MSDI-CNRM en Z2-CM (2020-2025)

La dispersión entre el SPI-SMN y MSDI-CNRM junto con el resultado de métricas estadísticas correspondientes a la zona media de la cuenca se muestran en la Figura 9.271. El coeficiente de correlación de Spearman (-0.74) indica una fuerte correlación

negativa entre los índices. A medida que el SPI-SMN disminuye (aumenta la sequía), el MSDI también tiende a disminuir. La relación es monótona decreciente.

El coeficiente de Kendall de -0.63 refuerza el hallazgo de una asociación negativa fuerte, aunque levemente menor que el valor de Spearman, lo que indica una consistencia en el orden de clasificación entre ambos índices.

Respecto a los errores por un lado el RMSE 1.35, indica una dispersión considerable alrededor de la línea de concordancia perfecta, mientras que el MAE con 1.15 también sugiere diferencias significativas en magnitud entre los índices, aunque algo menores que el RMSE. Por su parte el Bias (-1.12) indica que, en promedio, el índice MSDI-CNRM reporta valores más bajos (más secos) que el SPI-SMN. Es decir, el MSDI tiende a sobreestimar la intensidad de sequía en comparación.

Se denota que casi todos los puntos están ubicados en la región negativa de ambos ejes, lo que indica que todos los eventos corresponden a condiciones de sequía (valores negativos en ambos índices), sin embargo, se observa que los valores del MSDI son sistemáticamente más negativos que los del SPI, como también lo confirma el sesgo negativo.

La nube de puntos tiene una pendiente descendente clara, coherente con la correlación negativa observada, no se observa una dispersión aleatoria, los puntos siguen una tendencia clara, pero con cierta variabilidad, si bien existe una relación negativa fuerte entre el SPI-SMN y el MSDI-CNRM, el MSDI tiende a reportar condiciones de sequía más severas que las que indica el SPI. Esto puede deberse a la naturaleza multivariada del MSDI, que incorpora componentes adicionales como escurrimiento y nivel freático, a diferencia del SPI que se basa únicamente en precipitación. El sesgo negativo y los valores elevados de RMSE y MAE confirman esta discrepancia sistemática en magnitud.

Para el caso de correspondencia de categorización de sequías (Figura 9.272), el comportamiento observado es altamente particular, ya que únicamente hay coincidencia total en la categoría Extrema.

Por otro lado, el resto de las clases (Severa, Moderada, Media y Sin sequía) no presentan ningún tipo de correspondencia registrada, esto se debe a que solo existen 9 observaciones por parte del SPI-SMN con las cuales contrastar el MSDI.

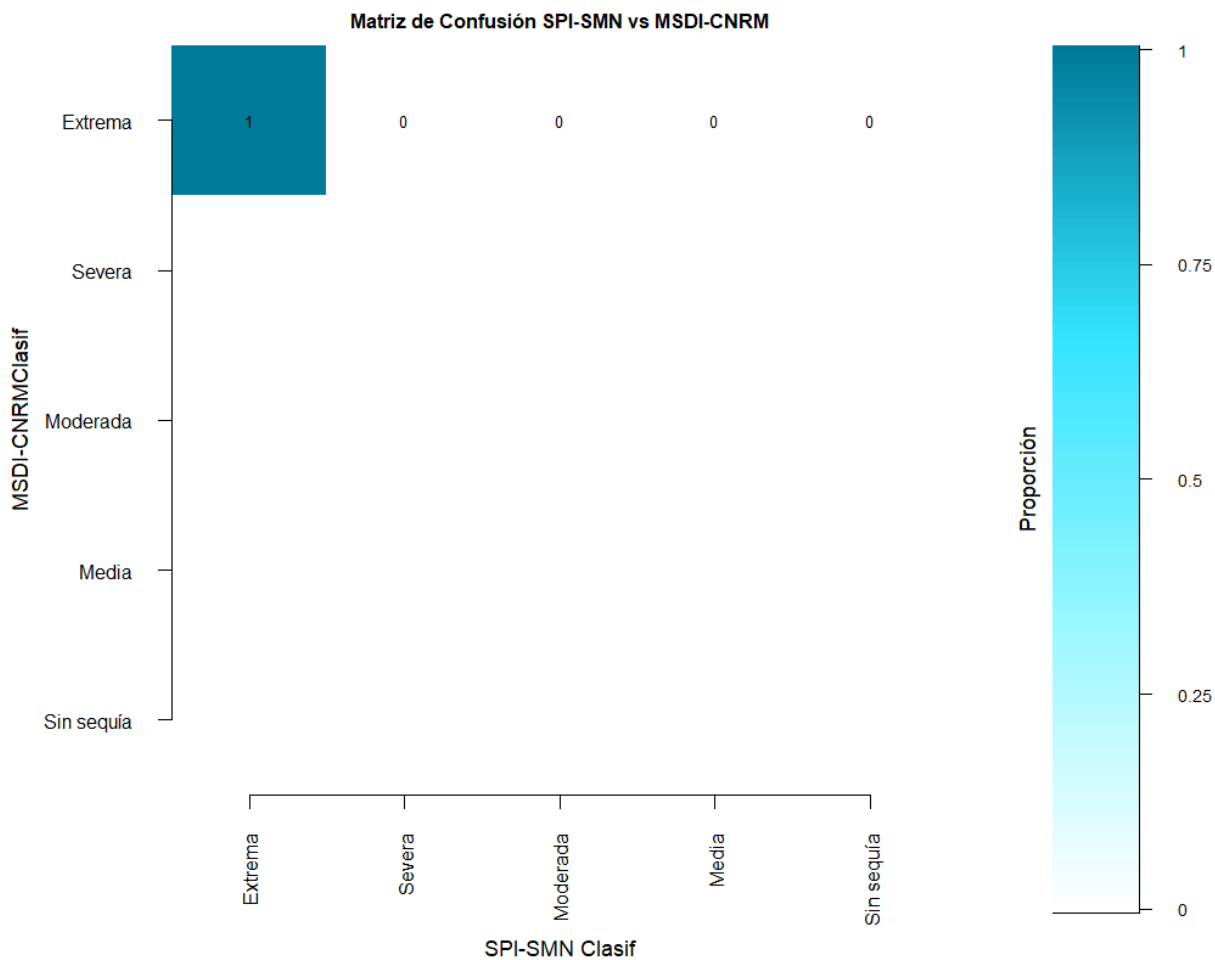


Figura 9.272 Matriz de confusión de clasificación de eventos SPI-SMN vs MSDI-CNRM en Z2-CM (2020-2025)

En términos técnicos, esta matriz refleja que el MSDI-CNRM, bajo las condiciones y datos evaluados para esta zona, solo ha sido capaz de replicar con exactitud los eventos extremos identificados por el SPI-SMN, sin ofrecer información coincidente para eventos de menor severidad.

El caso de dispersión vinculado al modelo HADGEM (Figura 9.273), muestra que el rango de valores del SPI-SMN es muy acotado debido a los pocos valores estimados

por la institución, concentrado entre aproximadamente -2.26 y -2.14, lo que sugiere que todas las observaciones pertenecen a condiciones de sequía intensa o extrema. Este hecho ya limita de entrada la posibilidad de evaluar relaciones en todo el espectro de sequía.

En cuanto a los valores del MSDI-HADGEM, se encuentran dispersos en el rango de aproximadamente -3 a -1.5, también representando sequías intensas. No obstante, la relación entre ambos índices no es consistente. Esto se evidencia en los coeficientes de correlación.

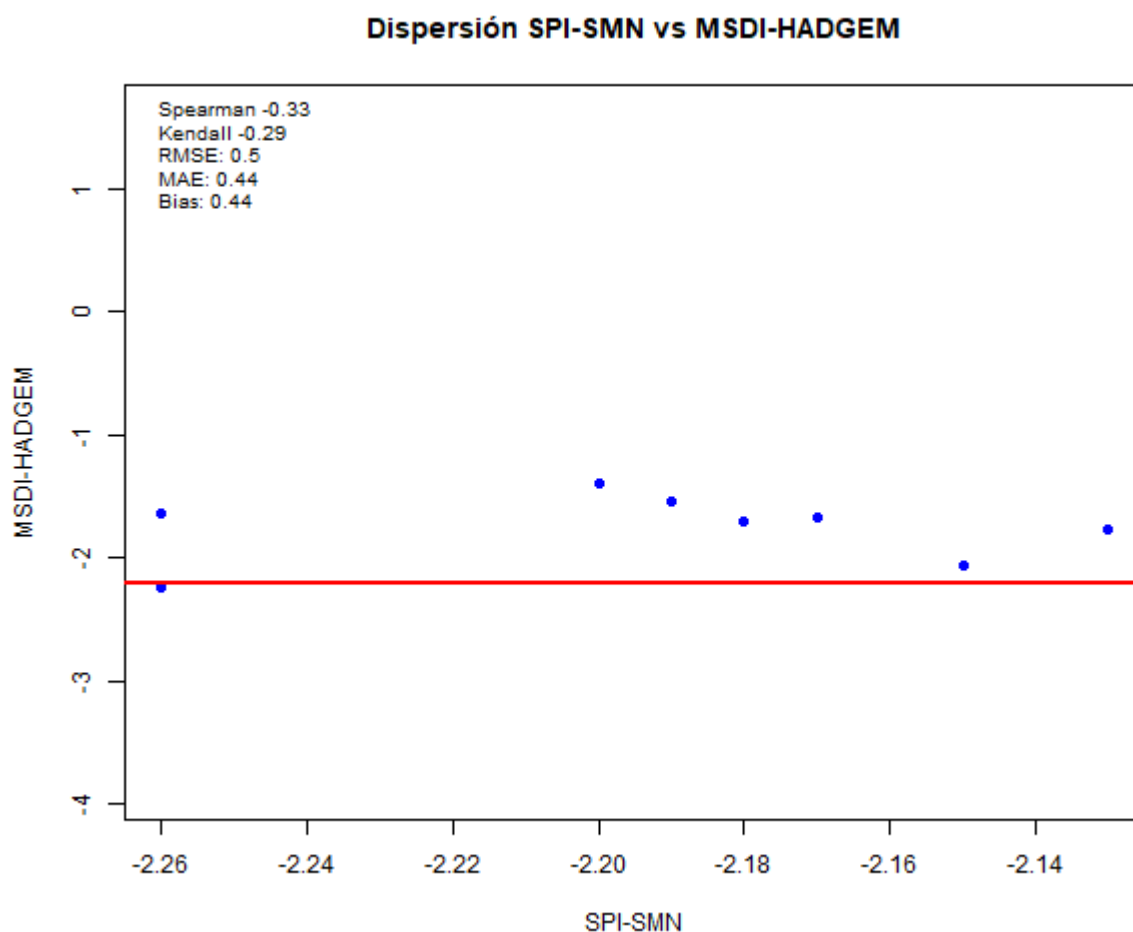


Figura 9.273 Dispersión y métricas de validación estadística SPI-SMN vs MSDI-HADGEM en Z2-CM (2020-2025)

El coeficiente de Spearman (-0.33) indica una correlación débil y negativa en el orden de los valores. En otras palabras, cuando el SPI-SMN disminuye (mayor sequía), el

MSDI-HADGEM tiende a aumentar ligeramente o se comporta de forma contraria, lo cual no es deseable. El coeficiente de Kendall es -0.29, lo que también muestra una relación débil y negativa en la concordancia de pares ordenados.

El RMSE es 0.5 y el MAE es 0.44, lo que refleja errores moderados entre ambos índices, mientras que el bias es 0.44, indicando una sobreestimación sistemática por parte del MSDI-HADGEM frente al SPI-SMN.

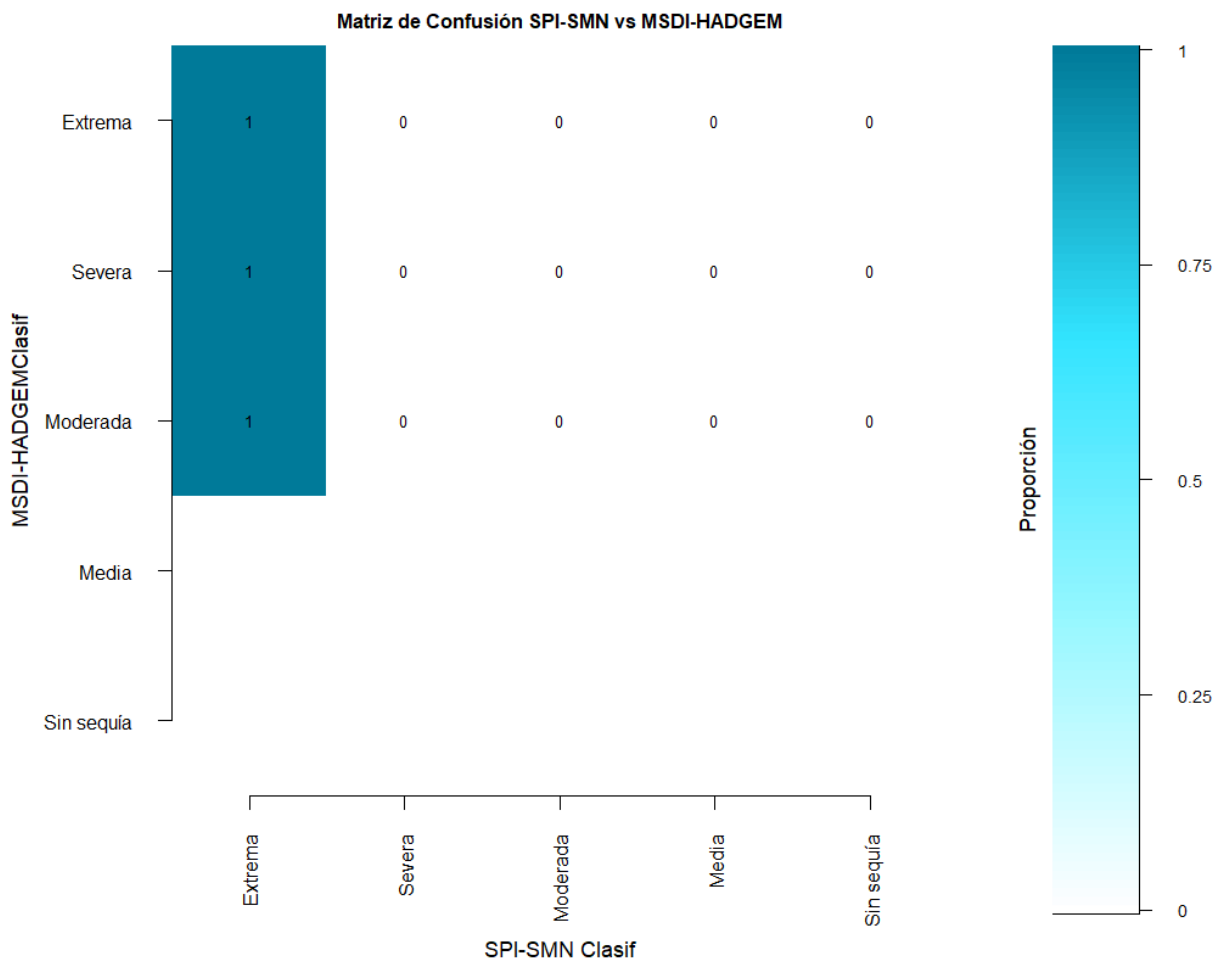


Figura 9.274 Matriz de confusión de clasificación de eventos SPI-SMN vs MSDI-HADGEM en Z2-CM (2020-2025)

Visualmente, los puntos no siguen ningún patrón claro en relación con la diagonal esperada de igualdad, lo que refuerza la idea de una incongruencia entre ambos indicadores en esta zona específica. Aun cuando ambos índices coinciden en que las condiciones representan sequía severa, la falta de correlación y la variabilidad interna

del MSDI-HADGEM impiden confiar plenamente en sus valores para este rango específico.

Respecto a la clasificación de eventos a través de la matriz de confusión para el modelo HADGEM en la Figura 9.274, se distingue un patrón anómalo que refleja una tendencia altamente sesgada del MSDI-HADGEM en esta región. Específicamente, todas las observaciones –tanto aquellas clasificadas por MSDI-HADGEM como Extrema, Severa o Moderada– coinciden únicamente con la clase Extrema del SPI-SMN, con una proporción de 1 en todos los casos, lo que significa que el modelo MSDI-HADGEM no hace una diferenciación efectiva entre distintos niveles de sequía, principalmente por el bajo número de observaciones en comparación, lo anterior sugiere una clara sobreestimación del modelo o bien una pérdida de resolución en la categorización.

La matriz resulta poco informativa desde la perspectiva operacional, ya que impide discriminar entre distintos niveles de sequía, que son fundamentales para la gestión hídrica.

- **Zona 3 – Cuenca Baja**

En la Figura 9.275 se muestra la comparativa de las intensidades correspondientes a la zona baja de la cuenca, en el caso del SPI-SMN (estación 16017) se estiman valores relativamente estables entre -1 y $+1$ a lo largo del periodo, presenta una fase ligeramente húmeda entre 2021 y 2022 (valores cercanos o superiores a $+1$), seguida de una transición hacia condiciones ligeramente secas entre 2023 y 2025, su línea de tendencia muestra una pendiente positiva muy leve, indicando una proyección hacia condiciones de estabilidad a mediano plazo.

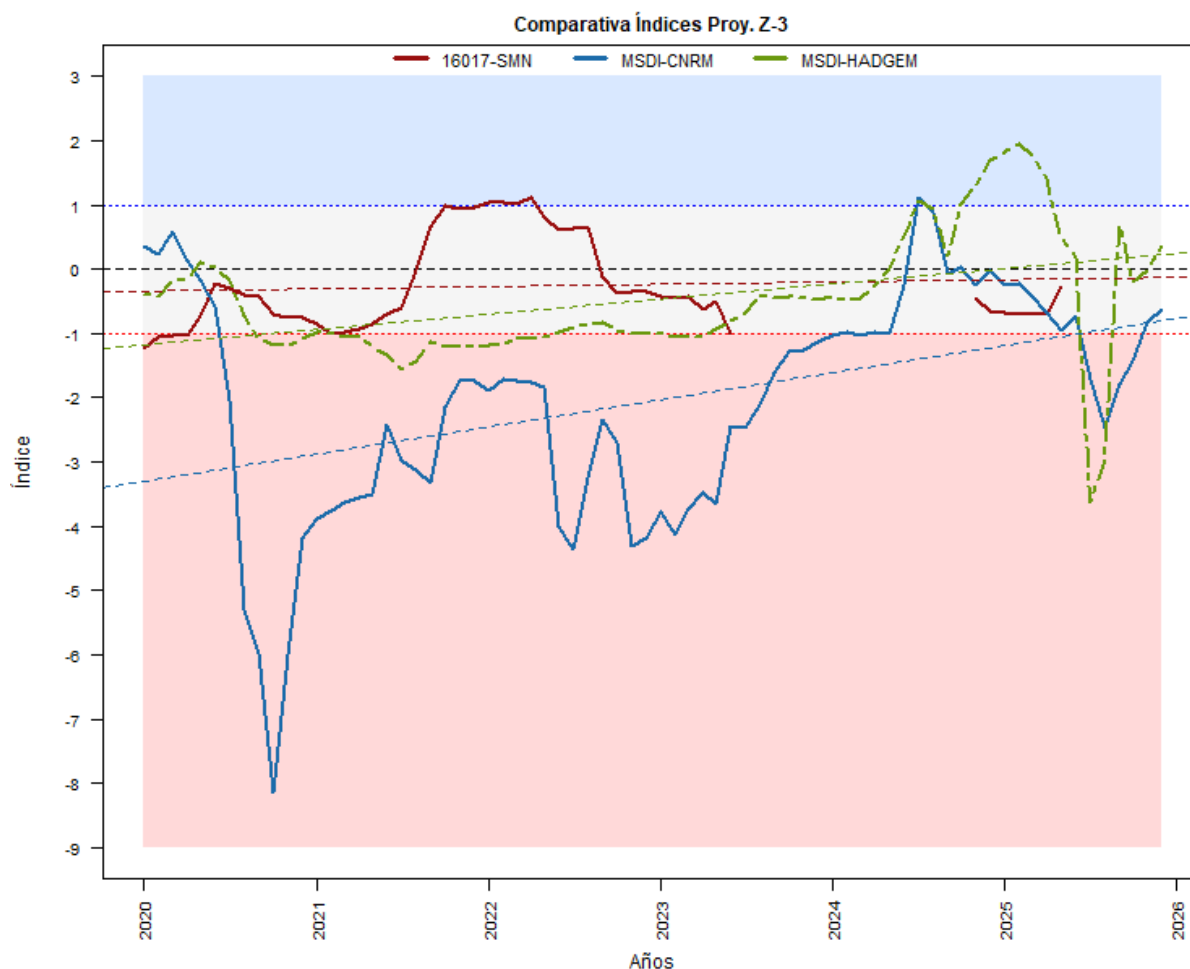


Figura 9.275 Comparativa de evolución de la intensidad de la sequía SPI-SMN vs MSDI en Z3-CB (2020-2025)

El MSDI-CNRM exhibe una alta variabilidad durante todo el periodo. Destaca un episodio extremo de sequía a finales de 2020, con un valor mínimo cercano a -8 , representando una condición excepcionalmente seca, posteriormente, aunque se mantiene en valores negativos la mayor parte del tiempo, se observa una recuperación progresiva, alcanzando valores cercanos a 0 en 2024–2025. La tendencia general es positiva, reflejando una expectativa de mejoría hídrica progresiva.

Por su parte el MSDI-HADGEM se comporta de forma más suave y estable que CNRM durante la primera mitad del periodo (2020–2023), con valores entre -1 y 0. A partir de 2024, se incrementa la variabilidad, con un pico cercano a $+2$ en 2025, seguido por una caída abrupta y posterior recuperación. Su línea de tendencia presenta una

pendiente marcadamente positiva, lo que sugiere una proyección optimista en el balance hídrico futuro.

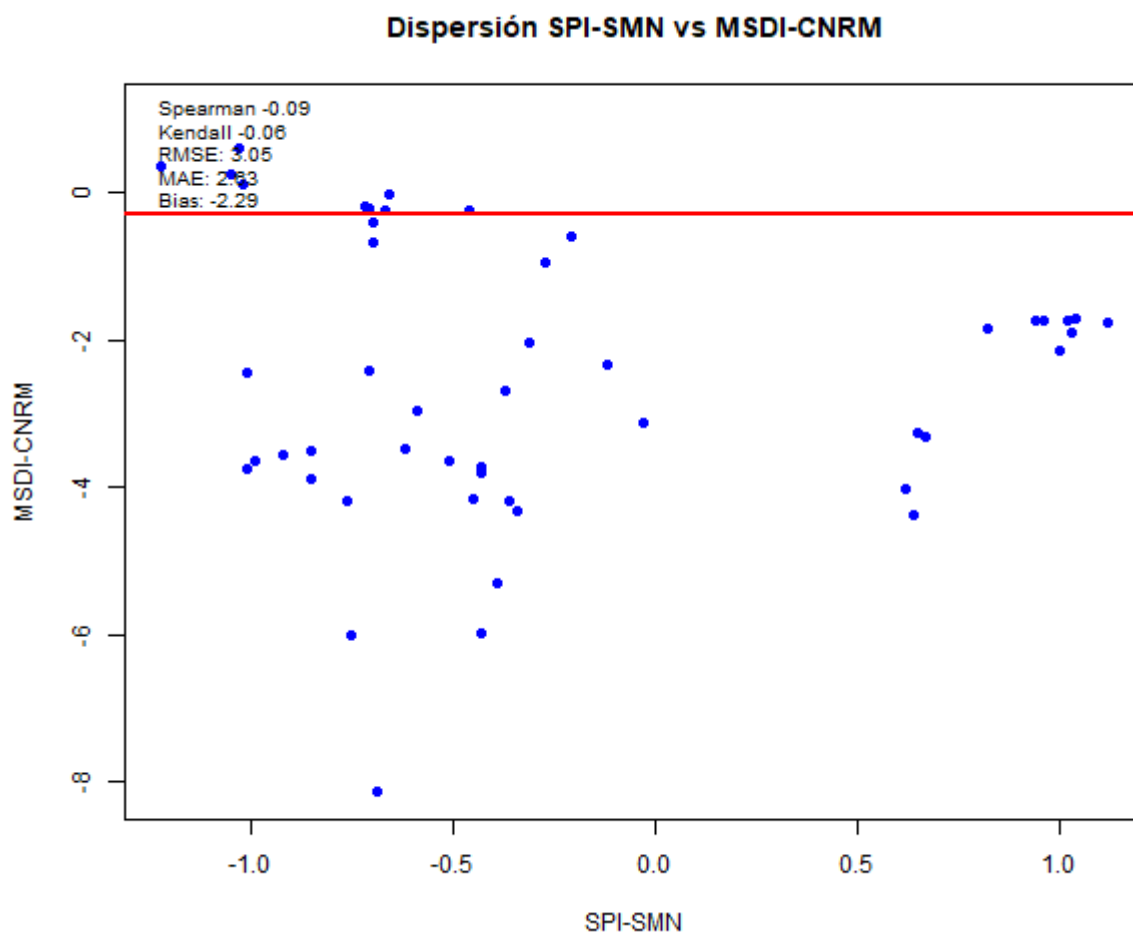


Figura 9.276 Dispersión y métricas de validación estadística SPI-SMN vs MSDI-CNRM en Z3-CB (2020-2025)

Ambos modelos proyectan una recuperación hacia condiciones más húmedas, aunque con diferente magnitud y comportamiento, mientras que el SPI-SMN se mantiene en un rango moderado, y no refleja los extremos proyectados por MSDI-CNRM, coincidiendo parcialmente con la evolución más moderada del HADGEM entre 2020 y 2023. La ligera concordancia en las pendientes podría indicar una transición gradual hacia escenarios menos extremos de sequía, aunque con diferencias notables en la magnitud y frecuencia de las fluctuaciones entre las series proyectadas y observadas.

A través del análisis de dispersión entre la proyección CNRM y los valores del SMN, así como los resultados del resto de pruebas comparativas en la cuenca baja mostradas en la Figura 9.276, se tiene que las correlaciones de Spearman y Kendall son ligeramente negativas y muy cercanas a cero (-0.09 y -0.06), lo que indica que no existe una asociación monotónica ni ordinal clara entre los valores de SPI-SMN y MSDI-CNRM, lo que sugiere que los dos índices no se comportan de manera similar en el tiempo y probablemente capturan diferentes aspectos de la sequía.

Respecto a la distribución y dispersión, la mayoría de los puntos están por debajo de la línea de regresión, esta última indica que no existe una fuerte relación lineal entre ambos índices de sequía en la cuenca baja durante el periodo analizado. La amplitud vertical de los puntos es considerable para valores constantes de SPI, lo que indica alta dispersión en la respuesta del MSDI, particularmente cuando el SPI es negativo; para valores positivos de SPI (humedad moderada a alta), el MSDI sigue mostrando valores negativos, lo que acentúa una discrepancia sistemática entre los índices.

La revisión respecto a errores y sesgo vinculada con el $RMSE = 3.05$ y el $MAE = 2.43$ indican que hay una discrepancia considerable entre los valores de ambos índices en promedio, el sesgo negativo de -2.29 confirma que el MSDI-CNRM tiende a subestimar la intensidad de humedad o sobreestimar la sequía en comparación con el SPI-SMN.

Se evidencia una fuerte desalineación entre el SPI del SMN y el MSDI proyectado por el modelo CNRM, en la cuenca baja, dada la naturaleza tri-variada del MSDI, es posible que esté reflejando condiciones hidrológicas más severas o integradas, que el SPI no capta por estar basado únicamente en precipitación.

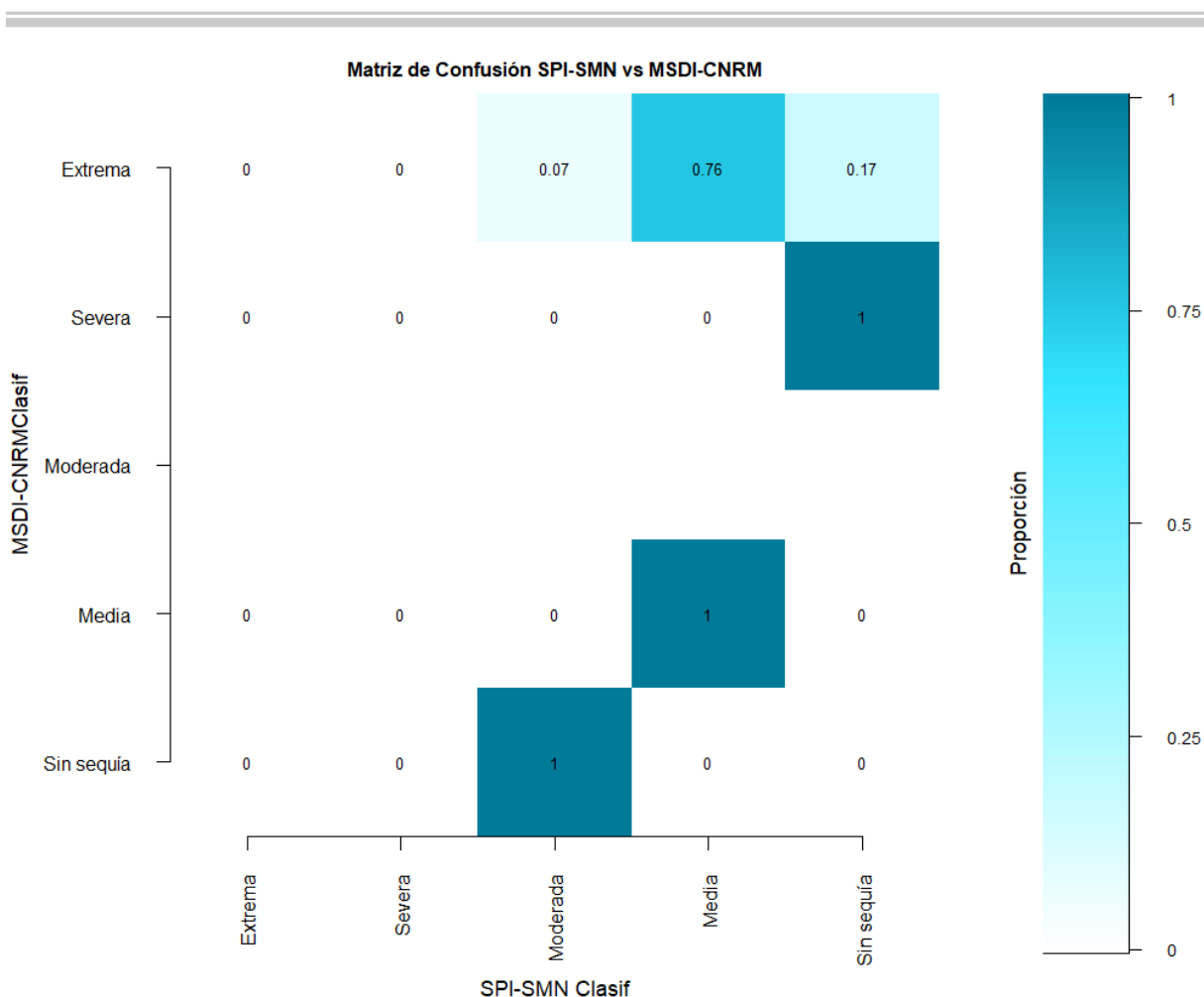


Figura 9.277 Matriz de confusión de clasificación de eventos SPI-SMN vs MSDI-CNRM en Z3-CB (2020-2025)

Respecto a la clasificación de eventos de sequías por medio de matriz de confusión en la Figura 9.277, se muestra que la categoría Extrema no coincide con los eventos extremos identificados por el SPI-SMN. Solo un 7% de los casos corresponden a eventos Moderados, mientras que el 76% fueron clasificados como Media y el 17% como Sin sequía. Lo que sugiere una sobreestimación sistemática de eventos extremos por parte del MSDI.

La categoría “Severa” en todos los eventos fueron clasificados como “Sin sequía”, por otro lado, no se registran casos en la categoría “Moderada” dentro del MSDI-CNRM, lo cual se relaciona al periodo de análisis tan estrecho y falta de datos de varias observaciones del SPI-SMN.

Bajo la categoría Media se observa una concordancia perfecta con la clasificación del SPI-SMN, lo que sugiere que el MSDI es confiable para identificar condiciones de intensidad media. En el caso de la clasificación Sin sequía, el MSDI clasifica todos los casos como “Moderada” según el SPI-SMN. Esto refleja una subestimación por parte del SPI o una subdetención por parte del MSDI, lo cual merece mayor análisis dado que podría indicar posibles falsos negativos en el modelo trivariado.

Lo anterior, indica que el índice MSDI-CNRM tiene buena capacidad para identificar condiciones de sequía media, pero muestra limitaciones importantes en la detección de sequías moderadas y tiende a sobreestimar la severidad de eventos.

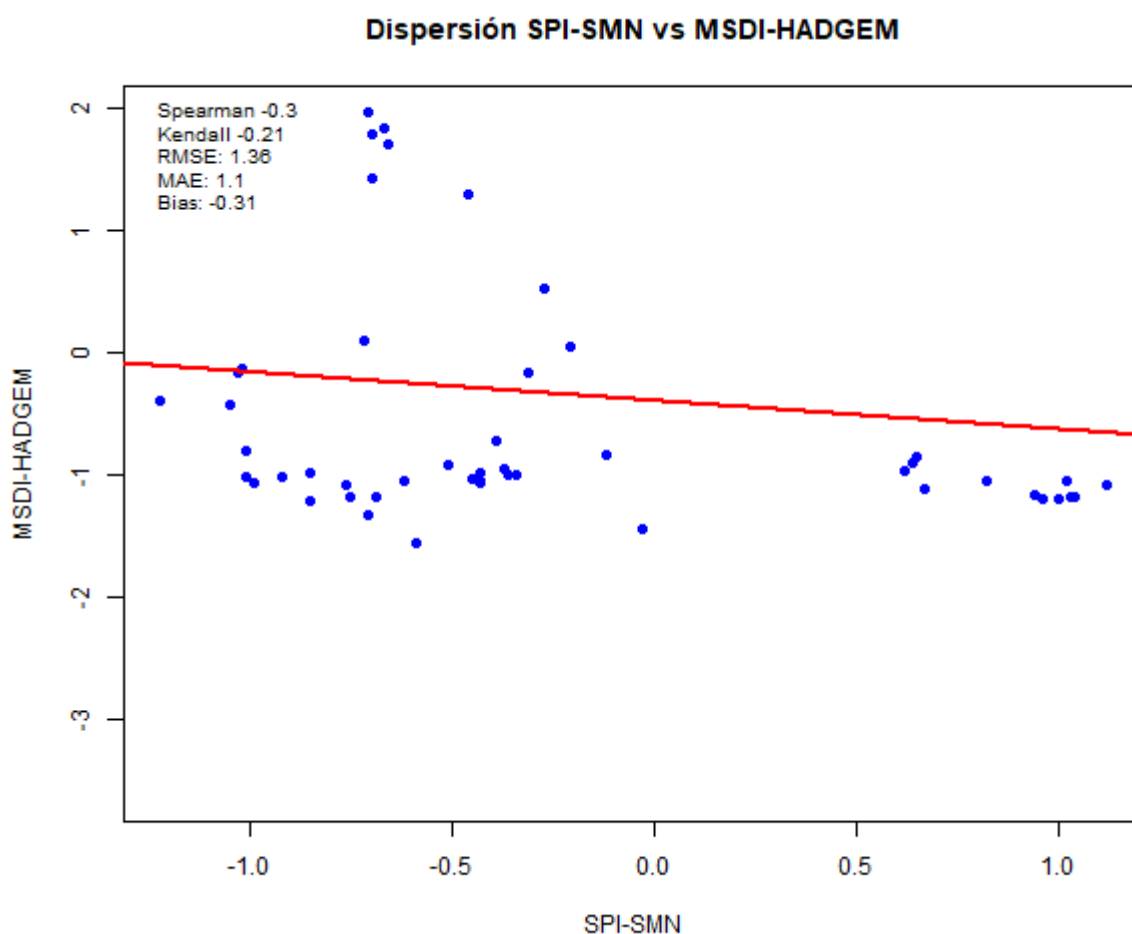


Figura 9.278 Dispersión y métricas de validación estadística SPI-SMN vs MSDI-HADGEM en Z3-CB (2020-2025)

En cuanto al comportamiento del MSDI bajo el modelo HADGEM, se muestra en la Figura 9.278 su dispersión y métricas de validación, de las cuales se puede precisar el valor de Spearman = -0.30, indica una correlación de rango moderadamente negativa. Indica que a mayor intensidad del SPI-SMN, tiende a haber menor MSDI-HADGEM, pero con variabilidad considerable. A su vez, Kendall = -0.21 indica una asociación negativa, aunque más débil. Reafirma la relación inversa pero débil en el orden de los datos.

El error cuadrático medio (RMSE=1.36) sugiere una discrepancia notable entre ambos índices, mientras que el error absoluto medio (MAE = 1.1) también refleja diferencias relativamente amplias entre ambos valores. El sesgo negativo (Bias = -0.31) indica que, en promedio, el MSDI-HADGEM tiende a subestimar los valores respecto al SPI-SMN.

Es posible resolver que la relación entre SPI-SMN y MSDI-HADGEM es débilmente negativa, lo cual sugiere que no hay una correspondencia fuerte o consistente entre ambos indicadores en esta zona, se aprecia una dispersión considerable, sin una agrupación clara que siga una tendencia lineal, lo que refuerza la baja correlación.

La combinación de errores RMSE y MAE altos, junto con un sesgo negativo indica que el índice multivariado generado con el modelo climático presenta limitaciones importantes para reproducir los valores del SPI observado por el SMN en la cuenca baja.

En cuanto a la correspondencia de clasificación de eventos de sequía (Figura 9.279), se denota en esta ocasión la ausencia de clasificaciones en extremos, no hay registros en las clases Extrema ya que no se detectaron eventos de coincidencia en esas categorías.

Se alcanza el mejor desempeño en categoría Media con un valor de 47%, siendo el 33% clasificado como Moderada y 20% Sin sequía. Por su parte, la clasificación Moderada coincide en un 58% con la Media, clasifica como Sin sequía en un 38% y solo en un 4% lo hace correctamente. La categoría Sin sequía queda enmarcada en su totalidad como Media de acuerdo al SPI-SMN.

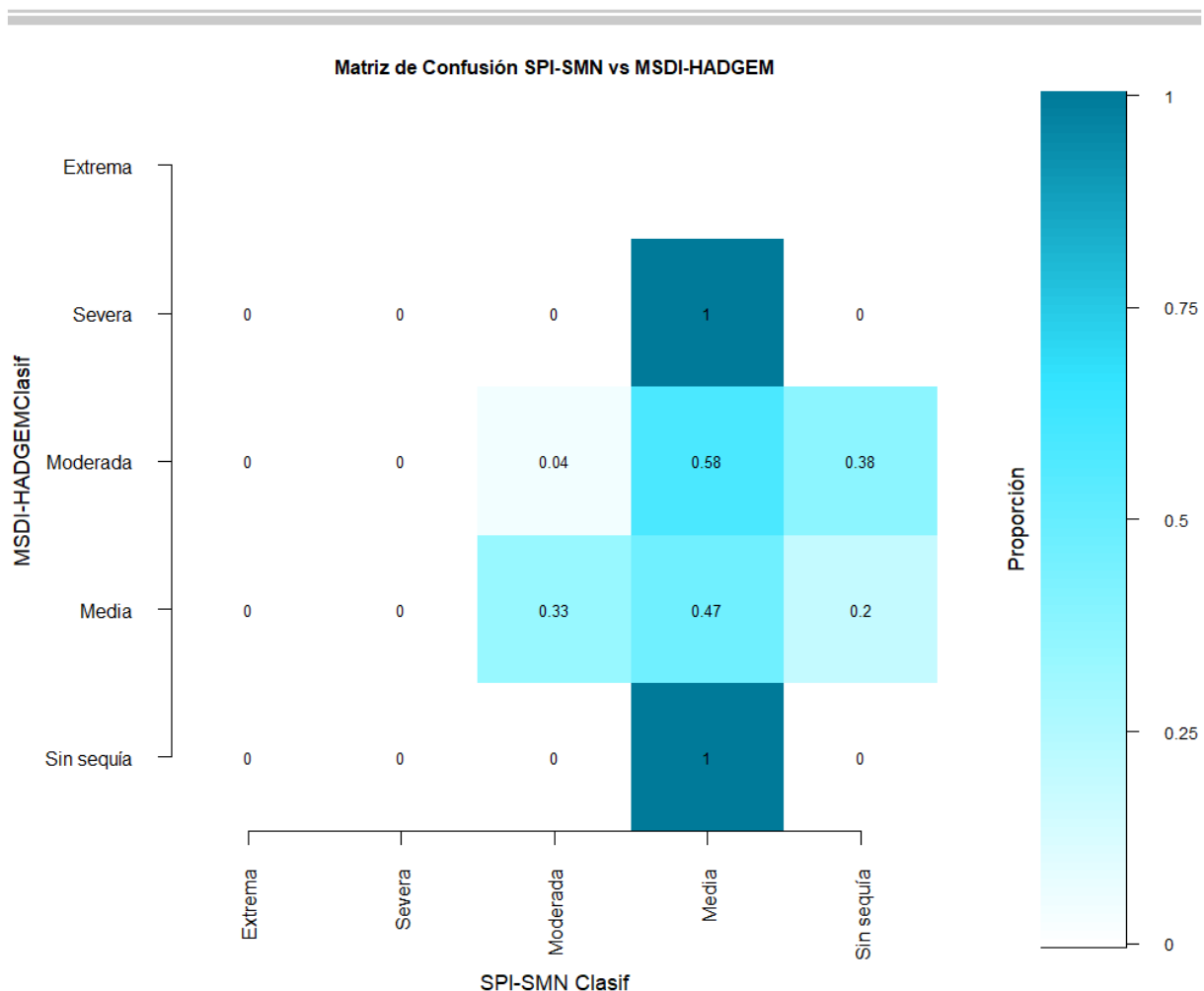


Figura 9.279 Matriz de confusión de clasificación de eventos SPI-SMN vs MSDI-HADGEM en Z3-CB (2020-2025)

La matriz revela una desalineación significativa entre ambos índices, especialmente en las categorías de mayor severidad. El SPI-SMN tiende a clasificar los eventos del MSDI como menos intensos, concentrando incluso los eventos severos en categorías medias. Esto podría sugerir que el uso de índices multivariables como el MSDI permite una detección más sensible y posiblemente más precisa de eventos de sequía, al incorporar múltiples componentes del sistema hidrológico, en contraste con la aproximación univariada del SPI.

9.13 Repositorio de consulta y replicabilidad del análisis de cópulas

Como parte de los resultados de esta investigación se desarrolló un repositorio en la plataforma GitHub denominado Índice de Sequía por Cópulas (<https://github.com/gcffumsnh/Indice-de-Sequia-por-Copulas>). Dicho repositorio concentra el conjunto de scripts en R empleados para el cálculo de índices de sequía (SPI, SPEI y SDI) y la implementación de cópulas bivariadas y trivariadas. Además, integra rutinas para la generación de gráficos y mapas derivados de los distintos procesos de análisis hidrológico-climático realizados en este trabajo.

El repositorio constituye un recurso abierto que favorece la replicabilidad del proceso metodológico, ya que permite a otros investigadores reproducir paso a paso los cálculos efectuados y adaptar los scripts a diferentes escalas temporales, variables hidrometeorológicas o regiones de estudio. Entre sus características más relevantes se incluyen:

- Scripts modulares en R organizados para el cálculo de índices de sequía y el ajuste de cópulas.
- Ejemplos de uso que ilustran la aplicación de los procedimientos en datos climáticos e hidrológicos.
- Generación automatizada de resultados gráficos, tales como funciones de distribución empírica, curvas de ajuste de cópulas, superficies tridimensionales de dependencia y mapas de caracterización espacial de la sequía.
- Acceso abierto y control de versiones, lo que garantiza la trazabilidad de los cambios y la actualización constante de las herramientas.
- Enfoque en la reproducibilidad científica, alineado con buenas prácticas de investigación en hidrología y ciencias del clima.

De esta manera, el repositorio no solo funge como respaldo del presente trabajo de tesis, sino también como una contribución a la comunidad científica interesada en la modelación y caracterización de la sequía mediante cópulas multivariadas, facilitando

la extensión de los métodos aquí empleados hacia otros contextos hidrológicos y climáticos.

10 Conclusiones

El desarrollo de una metodología para el análisis integral de la sequía es el propósito fundamental de esta investigación, a través de la combinación de índices clásicos e índices derivados de cópulas bivariadas y trivariados (MSDI). Este enfoque permitió contrastar distintos métodos de caracterización de sequía, evaluar sus ventajas y limitaciones, y proponer una alternativa metodológica robusta que incorpore simultáneamente las dimensiones meteorológica e hidrológica.

Los resultados muestran que la sequía en la cuenca presenta una marcada variabilidad espacio-temporal, con diferencias significativas entre la cuenca alta, media y baja. En términos de frecuencia, intensidad y duración, las sequías más severas se concentraron en la parte alta y media, mientras que en la parte baja se observó una mayor recurrencia de sequías de corta duración.

Los índices clásicos (SPI, SPEI, SDI y SGI) permitieron identificar episodios relevantes, aunque cada uno mostró limitaciones al capturar solo una dimensión del fenómeno. El SPI y SPEI, centrados en la precipitación, reflejaron de forma adecuada la sequía meteorológica, pero no siempre coincidieron con los impactos en caudales o niveles freáticos. El SDI y SGI, en contraste, mostraron retrasos temporales y distinta sensibilidad frente a eventos extremos, lo que evidencia la necesidad de indicadores más robustos.

El análisis con cópulas bivariadas evidenció que la combinación de índices mejora la representación de la sequía respecto a los univariados, especialmente en la captura de transiciones entre periodos secos y húmedos. Sin embargo, fue el índice trivariado (MSDI), construido a partir de las cópulas de Frank, Gumbel y Clayton, el que mostró mayor capacidad para reflejar la interacción conjunta de precipitación, escurrimiento y niveles freáticos, ofreciendo un diagnóstico más completo de la sequía.

Estos hallazgos coinciden con lo señalado por Hao y Aghakouchak (2014), quienes demostraron que los índices multivariados basados en cópulas proporcionan una inspección más a los univariados en la detección de sequías compuestas. Asimismo,

los resultados reafirman lo indicado por Stagge et al. (2017), referente a que la integración de diferentes fuentes de información hidrometeorológica reduce la incertidumbre y mejora la representatividad del fenómeno.

La aplicación de cópulas trivariadas en el contexto de una cuenca mexicana constituye un aporte notable, ya que la mayoría de estudios previos en el país han recurrido a índices tradicionales (SPI, SPEI), por percepción remota con enfoque agrícola (NDVI, PSDI) o a enfoques bivariados (precipitación–escurrimiento). En este sentido, el MSDI trivariado se posiciona como un avance metodológico con implicaciones prácticas para la gestión del recurso hídrico.

Respecto al aporte metodológico, se puede indicar la integración de diferentes fases del ciclo hidrológico: la inclusión simultánea de precipitación, caudal y niveles freáticos, permite representar de manera más integral la sequía, superando las limitaciones de los índices convencionales; a su vez, la corrección de sesgo, la desestacionalización y eliminación de tendencias demuestra una mejora de la sensibilidad de los índices, permitiendo identificar eventos que no eran evidentes con las series crudas.

El uso de cópulas flexibles y la comparación entre las familias Frank, Gumbel y Clayton permitió identificar la más adecuada para cada zona, indicando que no existe una cópula universal, sino que la selección depende de las características hidrológicas particulares de cada región, aunque los resultados muestran un comportamiento bastante similar.

Por otro lado, a través de la validación comparativa entre datos interpolados del SMN y series observadas locales reveló diferencias significativas que inciden en la caracterización de sequías, subrayando la importancia de contar con registros locales de calidad.

A partir de la inter comparación de los valores de los parámetros climáticos de los modelos en estudio, su correspondiente corrección y los valores históricos observados es posible precisar cuáles series se ajustan mejor a describir las condiciones meteorológicas de la región en estudio, teniéndose los modelos CNRM y HADGEM en cuanto a precipitación los que describen de forma más apropiada el fenómeno.

Del análisis de desempeño de validación temprana del índice MSDI por copula trivariada, bajo los modelos CNRM y HADGEM en el periodo 2020 – 2025, se puede indicar que presentan ventajas y limitaciones específicas al compararse con el índice univariado de precipitación SPI generado por el SMN. No obstante, el MSDI-HADGEM demuestra un mejor ajuste global en términos de consistencia estadística, concordancia categórica y comportamiento dinámico.

En las tres zonas de la cuenca, el índice MSDI-HADGEM presenta un desempeño más coherente con el SPI-SMN en cuanto a tendencia, con menor error promedio y mayor capacidad para replicar parcialmente la evolución temporal del índice observado. En la zona de cuenca alta muestra la mejor correspondencia general, valores de correlación moderada, errores relativamente bajos y un sesgo positivo moderado, lo que indica una ligera sobreestimación del MSDI-HADGEM, la matriz de confusión revela alta concordancia en las clases Media y Sin sequía, pero con tendencia a subestimar la severidad de eventos extremos, desplazando clasificaciones hacia niveles más suaves.

En la cuenca media el desempeño se ve afectado por la limitada serie de referencia del SPI-SMN, que abarca solo 9 observaciones, todas en condiciones extremas, aun así, el comportamiento del MSDI-HADGEM muestra una alta pérdida de resolución categórica, clasificando todas las observaciones como “Extrema” sin distinción entre niveles, lo que implica una sobreestimación sistémica y bajo poder discriminatorio. Los coeficientes de correlación son bajos y negativos y aunque el RMSE y MAE son bajos en valor absoluto, la relación direccional es inconsistente, lo que limita su aplicabilidad operacional en esta zona.

En la sección de cuenca baja el desempeño del MSDI-HADGEM es modesto y con relación débil respecto al SPI-SMN, presentando errores y un sesgo negativo, lo que indica que tiende a representar condiciones más secas que las reportadas por el SPI. La matriz de confusión asociada muestra poca capacidad para identificar eventos extremos, con apenas un 4% de aciertos en la categoría Moderada y mejor desempeño en la clase Media, lo que evidencia una débil capacidad de clasificación para eventos de mayor severidad.

En contraste, el desempeño del MSDI-CNRM es menos consistente que el del HADGEM, con mayores errores y menor capacidad de replicar el comportamiento del SPI-SMN. En la cuenca alta se muestra una correlación moderada pero positiva, aunque los errores son altos y el sesgo negativo, lo que sugiere una sistemática subestimación del SPI-SMN. La matriz de confusión revela buena concordancia en categorías Extrema (86%) y Media (80%), pero nula precisión en la categoría Moderada. A su vez, se detecta una alta sensibilidad del modelo a condiciones hidrológicas extremas, posiblemente explicada por la inclusión de escurrimiento y niveles freáticos en el MSDI, lo cual incrementa la severidad proyectada.

En la cuenca media a pesar de la limitación en la cantidad de datos, el MSDI-CNRM logra una fuerte correlación negativa con el SPI-SMN, aunque los errores también son considerables y el sesgo negativo es marcado. La matriz de confusión de eventos de sequía muestra coincidencia exclusiva en la categoría Extrema, sin correspondencias en otras clases, lo que indica que el modelo no logra discriminar adecuadamente condiciones menos severas por la poca cantidad de observaciones.

La zona de cuenca baja es la de menor desempeño del MSDI-CNRM, las correlaciones son casi nulas y los errores son los más altos del estudio, el sesgo es también el más severo, lo que muestra una fuerte sobreestimación de la sequía por parte del modelo. De la matriz de confusión se revela que la mayoría de las clases son mal clasificadas, y que el índice falla completamente en identificar eventos severos y extremos.

En términos de comparativa global el modelo HADGEM, a través del MSDI, presenta mejor desempeño global al replicar de forma más precisa las tendencias del SPI-SMN, con menores errores, mayor correlación y mejor capacidad clasificatoria en eventos de intensidad leve a media, particularmente en la zona 1 (cuenca alta).

En contraste, el modelo CNRM, aunque en ocasiones muestra correlaciones fuertes (como en la zona 2), incurre en altos errores, sesgos negativos marcados y fuerte sobreestimación de la sequía, lo que compromete su uso operativo en zonas con condiciones hídricas menos extremas.

En términos zonales la mejor correspondencia general del MSDI (para ambos modelos) se presenta en la zona 1, donde hay más datos observacionales y las condiciones son más variadas, permitiendo una validación más robusta, la peor correspondencia se da en la zona 3 (cuenca baja), para ambos modelos, pero de forma más marcada en el MSDI-CNRM, donde la relación con el SPI-SMN es prácticamente inexistente y los errores son los más altos de todo el estudio.

Es posible entonces precisar que la implementación de un índice híbrido como el MSDI puede tener implicaciones directas en la gestión de los recursos hídricos al proporcionar un diagnóstico más completo de la sequía, al incorporar múltiples dimensiones del ciclo hidrológico; puede servir como herramienta para sistemas de alerta temprana, al anticipar impactos en diferentes sectores productivos (agricultura, abastecimiento urbano, energía hidroeléctrica).

En particular, para la cuenca del río Águila, los resultados sugieren que la planeación hídrica debe diferenciar entre las zonas alta, media y baja, dado que cada una presenta patrones de sequía distintos que requieren estrategias de manejo diferenciadas.

Pese a los avances, la investigación presenta limitaciones que deben reconocerse, por un lado los valores de correlación lineal y rango de correlación de las copulas generadas indican que los índices seleccionados (de manera concreta el índice de niveles de agua subterránea) pueden no ser los más adecuados para la construcción de un índice multivariado, debido al comportamiento discrepante que tiene respecto a la precipitación y al escurrimiento, por lo cual puede ser necesario considerar la integración de otro índice de sequía o mejorar la serie de intensidades provenientes de la modelación hidrológica subterránea, con el fin de construir una probabilidad conjunta con una mayor correlación.

En cuanto a la disponibilidad y calidad de datos, la cobertura temporal y espacial de las estaciones limitó el nivel de detalle alcanzado. Eventos de corta duración o de carácter localizado podrían estar subrepresentados.

Por otra parte, aunque se probaron tres familias de copulas, existen otras (t-cópula, Joe, etc) que podrían ofrecer un ajuste más preciso en ciertos contextos, aunque en este caso la valoración de un evento extremo como la sequía es el principal enfoque.

Con base en lo anterior, la integración de información satelital a través del uso de productos como CHIRPS (Funk et al., 2015) o similar, permitiría ampliar la cobertura espacial y temporal del análisis a otras regiones de interés, así mismo, la aplicación de diversos escenarios de cambio climático mediante las salidas de modelos climáticos actualizados como el CMIP6 o de tipo regional, para proyectar condiciones futuras de sequía podrían proporcionar panoramas más ajustadas a las condiciones reales del fenómeno.

Por otro lado, la extensión a cópulas de mayor dimensión a través de la inclusión de variables adicionales como humedad del suelo o evapotranspiración real fortalecería el carácter multicomponente del índice, a su vez, la vinculación con impactos socioeconómicos como producción agrícola o demanda de agua, sería clave para la toma de decisiones.

En conclusión, es demostrable que la evaluación de sequías mediante un enfoque multivariante basado en cópulas ofrece ventajas sustanciales sobre los métodos tradicionales. El MSDI trivariado desarrollado constituye una herramienta más robusta y realista para el diagnóstico integral de la sequía, capaz de captar su complejidad y sus impactos en diferentes componentes del ciclo hidrológico.

La cuenca del río Ángulo se confirma entonces como una región vulnerable a la sequía, donde la aplicación de metodologías avanzadas de caracterización puede contribuir de manera decisiva a mejorar la gestión de los recursos hídricos. Los aportes metodológicos de esta investigación trascienden el ámbito local, ofreciendo un marco replicable en otras cuencas del país, donde la sequía constituye un reto creciente frente al cambio climático.

11 Referencias

- Abbott, M. B., Bathurst, J. C., Cunge, J. A., O'Connell, P. E., & Rasmussen, J. (1986). An introduction to the European Hydrological System - Systeme Hydrologique Europeen, "SHE", 1: History and philosophy of a physically-based, distributed modelling system. *Journal of Hydrology*, 87(1-2), 45-59. [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(86\)90114-9](https://doi.org/10.1016/0022-1694(86)90114-9)
- Agnew, C. T. (2000). Using the SPI to Identify Drought. *Drought Network News (1994-2001)*, May 2000, 5-12.
- Almanza Campos, J. A. (2013). *Modelación de los acuíferos Zacapu y Pastor Ortiz La Piedad para la gestión de recursos hídricos en la cuenca del río Angulo, municipio de Nahuatzen*. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- Amblar Francés, P., Casado Calle, M. J., Pastor Saavedra, A., & Ramos Calzado, P. (2017). *Guía de escenarios regionalizados de cambio climático sobre España a partir de los resultados del IPCC-AR5*.
- Bautista-Capetillo, C., Carrillo, B., Picazo, G., & Júnez-Ferreira, H. (2016). Drought assessment in Zacatecas, Mexico. *Water (Switzerland)*, 8(10). <https://doi.org/10.3390/w8100416>
- Bergström, S. (1995). The HBV model in: Singh, V.P. In *Computer models of watershed hydrology* (pp. 443-476). Water Resources Publications.
- Beven, K. (2012). Rainfall-runoff modelling. In *Fluid Mechanics, Hydraulics, Hydrology and Water Resources for Civil Engineers* (2nd ed.). Wiley-Blackwell John Wiley & Sons, Ltd. <https://doi.org/10.1201/9780429423116-33>
- Bhuiyan, C. (2004). Various Drought Indices For Monitoring Drought Condition In Aravalli Terrain Of India. *Proceedings of the XXth ISPRS Conference*, 907-912.
- Bloomfield, J. P., & Marchant, B. P. (2013). Analysis of groundwater drought building on the standardised precipitation index approach. *Hydrology and Earth System Sciences*, 17(12), 4769-4787. <https://doi.org/10.5194/hess-17-4769-2013>
- Box, G. E. P., & Jenkins, G. M. (1976). *Time Series Analysis_ Forecasting and Control* (1st ed.). Holden-Day.
- Burnash, R. J. C., Ferral, R. L., & McGuire, R. A. (1973). *A generalized streamflow simulation system* (Conceptual).
- Cabrera, J. (2012). *Modelos hidrológicos* (p. 8). Instituto para la Mitigación de los Efectos del Fenómeno el Niño. http://www.imefen.uni.edu.pe/Temas_interes/modhidro_1.pdf
- Cámara de Diputados. (2014). *Gaceta Parlamentaria*. GACETA: LXII/2SPR-19/49408. https://www.senado.gob.mx/64/gaceta_comision_permanente/documento/49408
- Campos-Aranda, D. F. (2013). Caracterización de sequías meteorológicas mediante curvas de severidad-área-frecuencia, en el valle de San Luis Potosí, México. *Tecnología y Ciencias Del Agua*, 4(3), 165-186.

-
-
- Campos-Aranda, D. F. (2018). Comparison of the Standardized Palmer Drought Index (SPDI) in three climatic locations in San Luis Potosi, Mexico. *Tecnología y Ciencias Del Agua*, 9(5), 246–279. <https://doi.org/10.24850/j-tyca-2018-05-10>
- Campos-Gaytan, J. R., Kretzschmar, T., & Herrera-Oliva, C. S. (2014). Future groundwater extraction scenarios for an aquifer in a semiarid environment: case study of Guadalupe Valley Aquifer, Baja California, Northwest Mexico. *Environmental Monitoring and Assessment*, 186(11), 7961–7985. <https://doi.org/10.1007/s10661-014-3980-6>
- Campos Aranda, D. F. (1998). Procesos del ciclo hidrológico. In *Universidad Autónoma de San Luis Potosí*. Universidad Autónoma de San Luis Potosí. <https://bit.ly/3GOKZdS>
- Castillo-Castillo, M., Ibáñez-Castillo, L. A., Valdés, J. B., Arteaga-Ramirez, R., & Vázquez-Peña, M. A. (2017). Análisis de sequías meteorológicas en la cuenca del río Fuerte , México. *Tecnología y Ciencias Del Agua*, VIII, 35–52.
- Chen, J., Brissette, F. P., Chaumont, D., & Braun, M. (2013). Finding appropriate bias correction methods in downscaling precipitation for hydrologic impact studies over North America. *Water Resources Research*, 49(7), 4187–4205. <https://doi.org/10.1002/wrcr.20331>
- Cleveland, R. B., Cleveland, W. S., McRea, J. E., & Terpenning, I. (1990). STL A Seasonal-Trend Decomposition Procedure Based on Loess. *Journal of Official Statistics*, 6(1), 3–73.
- CONAGUA. (2018). *Atlas del agua en México 2018*. www.gob.mx/conagua
- CONAGUA. (2020a). *Actualización de la Disponibilidad de Agua en el Acuífero Pastor Ortiz – La Piedad (1605), estado de Michoacán*. https://sigagis.conagua.gob.mx/gas1/Edos_Acuiferos_18/michoacan/DR_1605.pdf
- CONAGUA. (2020b). *Actualización de la disponibilidad de Agua en el acuífero Zacapu (1606), estado de Michoacán*. https://sigagis.conagua.gob.mx/gas1/Edos_Acuiferos_18/michoacan/DR_1606.pdf
- CORDEX-SAT. (2020). *Regional Climate Change simulations for CORDEX domains*. <https://cordex.org/data-access/regional-climate-change-simulations-for-cordex-domains/>
- Cortez, A., Olivares, B.-O., Parra, R.-M., Lobo, D., Rey, J.-C., & Rodríguez, M.-F. (2019). Sistematización del cálculo del Índice de Precipitación Estandarizado como metodología para generar información de sequía meteorológica. *Revista de La Facultad de Agronomía Universidad Del ZULIA*, 36, 209–223.
- Cruces de Abia, J., & Martínez, L. (2007). Modelos Matemáticos En Hidrogeología. In *Master en Ingeniería Medioambiental y Gestión del Agua*.
- Dobler-Morales, C., & Bocco, G. (2021). Social and environmental dimensions of drought in Mexico: An integrative review. *International Journal of Disaster Risk Reduction*, 55. <https://doi.org/10.1016/j.ijdrr.2021.102067>
- ECMWF. (2014). *CORDEX: Regional climate projections*. <https://confluence.ecmwf.int/display/CKB/CORDEX%3A+Regional+climate+projections>
-
-

-
-
- Embrechts, P., Lindskog, F., & Mcneil, A. (2003). Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management. *Handbook of Heavy Tailed Distributions in Finance*, 329–384. <https://doi.org/10.1016/b978-044450896-6.50010-8>
- Enriquez, S., Camacho, R., Olivier Laird, M., & Wilk, D. (2016). Climate Change Adaptation and Socio-Economic Resilience in Mexico's Grijalva-Usumacinta Watershed. In *Climate Change Adaptation, Resilience and Hazards* (pp. 212–223). Springer Nature. <http://www.springer.com/series/8740>
- Escalante-Sandoval, C. (2020). Expected Impacts on Agriculture Due to Climate Change in Northern Mexico. In J. A. Raynal-Villasenor (Ed.), *World Water Resources - Water Resources of Mexico* (Vol. 6, pp. 197–217). Springer Nature. https://doi.org/10.1007/978-3-030-40686-8_11
- Escalante Sandoval, C. A., & Reyes Chavez, L. (2002). *Técnicas Estadísticas en Hidrología* (Departamen). Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Esparza, M. (2014). La sequía y la escasez de agua en México. Situación actual y perspectivas futuras. *Secuencia*, 89, 195. <https://doi.org/10.18234/secuencia.v0i89.1231>
- Estrela, T. (1992). *Modelo matematicos para evaluacion de recursos hidricos* (G. de F. y Documentación (ed.)). Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas.
- Flint, L. E., & Flint, A. L. (2012). Downscaling future climate scenarios to fine scales for hydrologic and ecological modeling and analysis. *Ecological Processes a Springer Open Journal*, 1, 1–15.
- Flores Fernández, G. C. (2016). *Evaluación del cambio climático en el funcionamiento hidráulico de los acuíferos Zacapu y Pastor Ortiz*. Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.
- Funk, C., Peterson, P., Landsfeld, M., Pedreros, D., Verdin, J., Shukla, S., Husak, G., Rowland, J., Harrison, L., Hoell, A., & Michaelsen, J. (2015). The climate hazards infrared precipitation with stations - A new environmental record for monitoring extremes. *Scientific Data*, 2, 1–21. <https://doi.org/10.1038/sdata.2015.66>
- García, E. (2004). *Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen*. Instituto de Geografía UNAM.
- García Pérez, D. L., & Sánchez Quispe, S. T. (2012, November). Efectos del Cambio Climático en la Gestión de Recursos Hídricos de la Cuenca del Río Grande de Morelia. *Revista Facultad de Ingeniería Civil*, 17–22.
- Garrote, L., Iglesias Picazo, A., & Grupo de Investigación en Hidroinformática y Gestión del Agua de la Universidad Politécnica de Madrid. (2012). *Adaptación al cambio climático*. Fundación Canal.
- Genest, C., & Mackay, J. (1986). The Joy of Copulas : Bivariate Distributions with Uniform Marginals. *Taylor & Francis*, 40(4), 280–283.
- Giorgi, F., Jones, C., & Asrar, G. (2009). Addressing climate information needs at the regional level: the CORDEX framework. ... *Organization (WMO) Bulletin*, 58(July), 175–183. http://www.euro-cordex.net/uploads/media/Download_01.pdf
- Gómez Mendoza, L., & Medina Barrrios, M. de la P. (2012). *Guía de Métodos Estadísticos en Climatología*.

- González Acevedo, M. F., & Salcedo Redondo, G. A. (2016). Enfoque teórico y práctico de la teoría de cópulas en la medición del riesgo operacional de las entidades del sector financiero [Universidad Autónoma de Bucaramanga]. In *UNABE: Vol. I*.
[http://dspace.unitru.edu.pe/bitstream/handle/UNITRU/10947/Miñano Guevara%2C Karen Anali.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://dspace.unitru.edu.pe/bitstream/handle/UNITRU/10947/Miñano%20Guevara%2C%20Karen%20Anali.pdf?sequence=1&isAllowed=y)[https://repository.upb.edu.co/bitstream/handle/20.500.11912/3346/DIVERSIDAD DE MACROINVERTEBRADOS ACUÁTICOS Y SU.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repository.upb.edu.co/bitstream/handle/20.500.11912/3346/DIVERSIDAD_DE_MACROINVERTEBRADOS_ACUÁTICOS_Y_SU.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Gringorten, I. (1963). A plotting rule for extreme probability paper. *Journal of Geophysical Research*, 68(3), 813–814.
- Gudmundsson, L., Bremnes, J. B., Haugen, J. E., & Engen-Skaugen, T. (2012). Technical Note: Downscaling RCM precipitation to the station scale using statistical transformations – A comparison of methods. *Hydrology and Earth System Sciences*, 16(9), 3383–3390.
<https://doi.org/10.5194/hess-16-3383-2012>
- Guerra-Martínez, A., López Galindo, L. ki I., Álvarez Ramírez, M. M., & Antonio Sánchez, D. G. (2021). Characterization of droughts in the state of Veracruz (2007-2018) and its impact on Food Security. *UVServa*, 272–284. [https://doi.org/https://doi.org/10.25009/uvserva.v0i10.2706](https://doi.org/10.25009/uvserva.v0i10.2706)
- Halder, S., Roy, M. B., & Roy, P. K. (2020). Analysis of groundwater level trend and groundwater drought using Standard Groundwater Level Index: a case study of an eastern river basin of West Bengal, India. *SN Applied Sciences*, 2(3). <https://doi.org/10.1007/s42452-020-2302-6>
- Hao, Z., & Aghakouchak, A. (2014). A nonparametric multivariate multi-index drought monitoring framework. *Journal of Hydrometeorology*, 15(1), 89–101. <https://doi.org/10.1175/JHM-D-12-0160.1>
- Hao, Z., AghaKouchak, A., Nakhjiri, N., & Farahmand, A. (2014). Global integrated drought monitoring and prediction system. *Scientific Data*, 1, 140001. <https://doi.org/10.1038/sdata.2014.1>
- Haugh, M. (2016). An Introduction to Copulas Spring. *Quantitative Risk Management*, 1.
<http://www.columbia.edu/~mh2078/FoundationsFE/DeterministicCashFlows.pdf>http://www.columbia.edu/~mh2078/FoundationsFE/for_swap_fut-options.pdfhttp://www.columbia.edu/~mh2078/MachineLearningORFE/MCMC_Bayes.pdf<http://www.columbia.edu/~mh2078/MonteC>
- Hayes, M., Svoboda, M., Wall, N., & Widhalm, M. (2011). The lincoln declaration on drought indices: Universal meteorological drought index recommended. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 92(4), 485–488. <https://doi.org/10.1175/2010BAMS3103.1>
- Hernández B., J., Sánchez Quispe, S. T., & Hernández Hernández, M. (2012, November). El cambio climático en la gestión hidrológica subterránea. *XXII CONGRESO NACIONAL DE HIDRÁULICA*.
- Hernández, R. (2008). *Caracterización de la Sequía meteorológica en los climas Árido, Semiárido y Subhúmedo seco en los Llanos Centro Orientales de Venezuela, para el manejo de los recursos hídricos*. Universidad Nacional Experimental Politécnica de la Fuerza Armada, Maracay, Venezuela.
- Hsin-Fu Yeh, H. F., & Chang, C. F. (2019). Using Standardized Groundwater Index and Standardized Precipitation Index to Assess Drought Characteristics of the Kaoping River Basin, Taiwan. *Water*

Resources, 46(5), 670–678. <https://doi.org/10.1134/S0097807819050105>

- IMTA. (2013). *Agua, sequía y cambio climático*. Prensa IMTA.
<https://www.gob.mx/imta/prensa/agua-sequia-y-cambio-climatico?idiom=es#:~:text=El fenómeno de la sequía,país son áridos o semiáridos.>
- IMTA. (2017). *Marco Teórico - Tzolkin Monitor Mesoamericano de Sequía*. Tzolkin Monitor Mesoamericano de Sequía.
<http://galileo.imta.mx/Sequias/moseq/marcoteoricoGob.html#:~:text=Sequía meteorológica%3A déficit de precipitación,déficit de almacenamiento en acuíferos.>
- INECC, SEMARNAT, CCA, Fernández Eguiarte, A., Zavala Hidalgo, J., Romero Centeno, R., Conde Alvarez, A. C., & Trejo Vázquez, R. I. (2015). *Actualización Escenarios CC para estudios de impacto vulnerabilidad y adaptación en México y Centroamérica*.
- IPCC. (2007). Climate Change 2007. Impacts, adaptation and vulnerability. In M. Parry, O. Canziani, J. Palutikof, P. van der Linden, & C. Hanson (Eds.), *Working Group II Contribution to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge University Press. www.cambridge.org/9780521880107
- IPCC. (2014). Climate Change 2014 Impacts, Adaptation, and Vulnerability Part B: Regional Aspects. In V. R. Barros, C. B. Field, D. J. Dokken, M. D. Mastrandrea, & K. J. Mach (Eds.), *Contribution of Working Group II to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415379>
- Jackson, C. R., Meister, R., & Prudhomme, C. (2011). Modelling the effects of climate change and its uncertainty on UK Chalk groundwater resources from an ensemble of global climate model projections. *Journal of Hydrology*, 399(1–2), 12–28.
<https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2010.12.028>
- Joe, H. (2014). Dependence modeling with copulas. *Dependence Modeling with Copulas*, 1–457.
<https://doi.org/10.1201/b17116>
- Lenderink, G., Buishand, A., & Van Deursen, W. (2007). Estimates of future discharges of the river Rhine using two scenario methodologies: Direct versus delta approach. *Hydrology and Earth System Sciences*, 11(3), 1145–1159. <https://doi.org/10.5194/hess-11-1145-2007>
- Lobato-Sánchez, R. (2016). El monitor de la sequía en México. *Tecnología y Ciencias Del Agua*, 7(5), 197–211.
- Madrigal Barrera, J. (2020). Análisis de pronósticos climáticos para la previsión de sequías Meteorológicas e Hidrológicas. In *Programa de Doctorado en Ingeniería del Agua y Medioambiental*. Universidad Politécnica de Valencia.
- Magaña-Rueda, V. O., Méndez, B., Neri, C., & Vázquez Cruz, G. (2018). El riesgo ante la sequía meteorológica en México. In *Realidad, Datos y Espacio. Revista internacional de Estadística y Geografía* (Vol. 9, Issue 1, pp. 35–48). INEGI. <https://www.inegi.org.mx/rde/2018/04/01/riesgo-ante-la-sequia-meteorologica-en-mexico/>
- Magaña, V. (2010). *Guía para generar y aplicar escenarios probabilísticos regionales de cambio climático en la toma de decisiones*.

-
- Magaña, V., & Caetano, E. (2007). *Pronóstico climático estacional regionalizado para la República Mexicana como elemento para la reducción de riesgo, para la identificación de opciones de adaptación al cambio climático y para la alimentación del sistema: cambio climático por estado y por*. <http://www2.inecc.gob.mx/descargas/cclimatico/e2007o.pdf>
- Marco, J. B., Harboe, R., & Salas, J. D. (1993). Stochastic Hydrology and its Use in Water Resources Systems Simulation and Optimization. In *NATO ASI Series Advanced Science Institutes Series*. Springer Science+Business Media. <https://doi.org/10.1007/978-94-011-1697-8>
- Martínez-Austria, P. F. (2020). Climate Change and Water Resources in Mexico. In J. A. Raynal-Villasenor (Ed.), *World Water Resources - Water Resources of México* (Vol. 6, pp. 157–175). Springer Nature. https://doi.org/10.1007/978-3-030-40686-8_9
- Martínez, J., & Fernández Bremauntz, A. (2004). *Cambio Climático: Una visión desde México* (J. Martínez & A. Fernández Bremauntz (eds.); 1era ed.). Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales Instituto Nacional de Ecología.
- Martínez, O., & Ruiz, M. (2005). *Caracterización y análisis de la sequía en el estado de Coahuila* (Issue 4). INIFAP-CIRNE. <http://biblioteca.inifap.gob.mx:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/428/223.pdf?sequence=1>
- McKee, T. B., Doesken, N. J., & Kiest, J. (1993). The relationship of drought frequency and duration to time scales. *Eight Conference on Applied Climatology. American Meteorological Society*, 73(10).
- Méndez, M., & Magaña, V. (2010). Regional aspects of prolonged meteorological droughts over Mexico and central America. *Journal of Climate*, 23(5), 1175–1188. <https://doi.org/10.1175/2009JCLI3080.1>
- Mustafa, S. M. T., Abdollahi, K., Verbeiren, B., & Huysmans, M. (2017). Identification of the influencing factors on groundwater drought and depletion in north-western Bangladesh. *Hydrogeology Journal*, 25(5), 1357–1375. <https://doi.org/10.1007/s10040-017-1547-7>
- Nalbantis, I., & Tsakiris, G. (2009). Assessment of hydrological drought revisited. *Water Resources Management*, 23(5), 881–897. <https://doi.org/10.1007/s11269-008-9305-1>
- Nelsen, R. B. (2006). An introduction to copulas. In *Dependence Modeling* (Second). <https://doi.org/10.1515/demo-2017-0006>
- Nicholas, R. E., & Battisti, D. S. (2008). Drought recurrence and seasonal rainfall prediction in the Río Yaqui Basin, Mexico. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, 47(4), 991–1005. <https://doi.org/10.1175/2007JAMC1575.1>
- Novales, A. (2017). *Cóputas*. Universidad Complutense. Departamento de Economía Cuantitativa. <https://www.ucm.es/data/cont/media/www/pag-41459/Copulas.pdf>
- Novotny, V., & Univerity, M. (2008). Watershed Models. In *Encyclopedia of Ecology* (Issue June, pp. 3781–3793). Elsevier.
- Núñez-López, D., Muñoz-Robles, C. A., Reyes-Gómez, V. M., Velasco-Velasco, I., & Gadsden-Esparza, H. (2007). Caracterización de la sequía a diversas escalas de tiempo en Chihuahua, México.

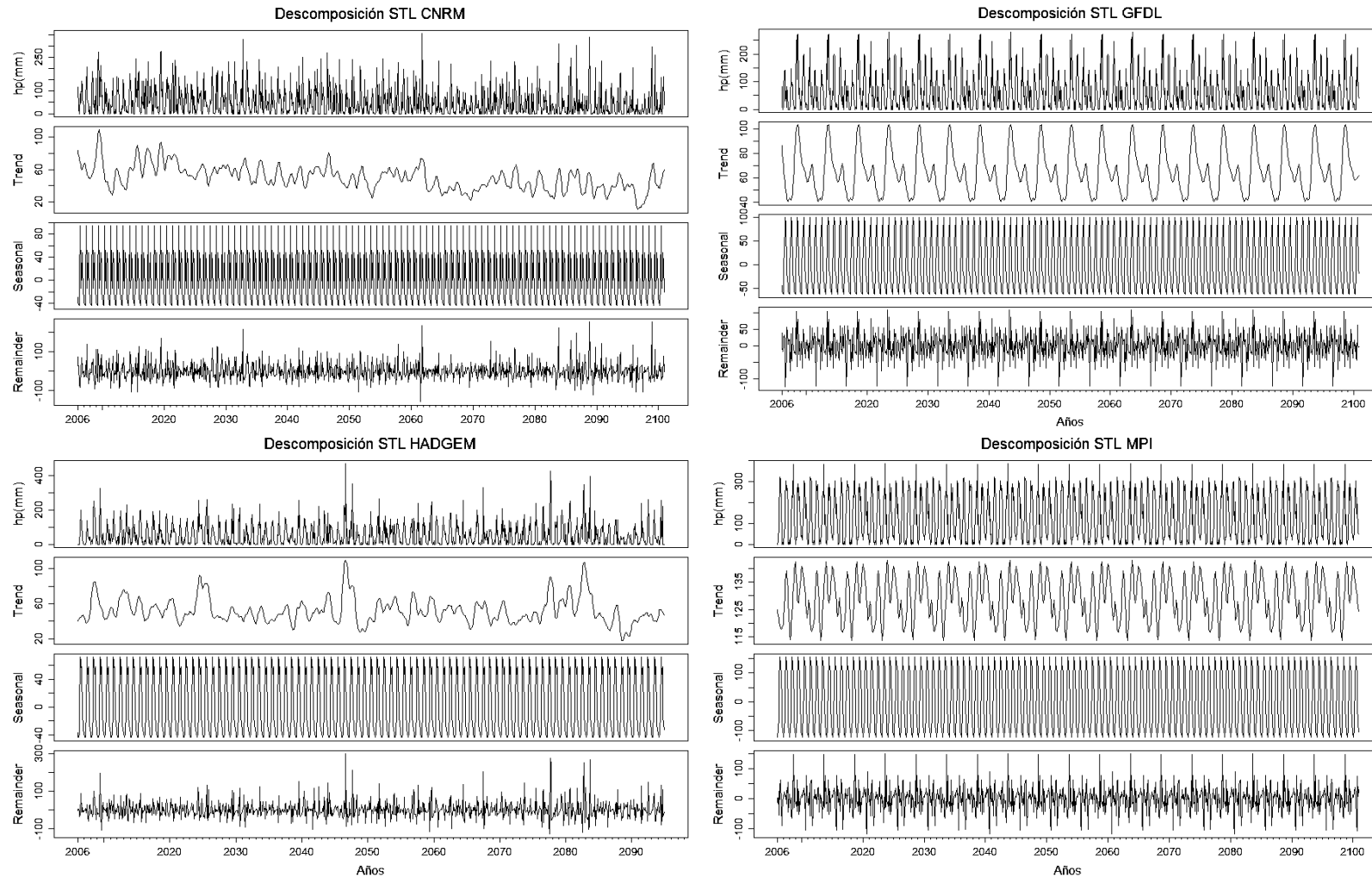
- Oertel, M., Meza, F. J., Gironás, J., Scott, C. A., Rojas, F., & Pineda-Pablos, N. (2018). Drought propagation in semi-arid river basins in Latin America: Lessons from Mexico to the Southern Cone. *Water (Switzerland)*, 10(11), 1–21. <https://doi.org/10.3390/w10111564>
- OMM, & Asociación Mundial para el Agua. (2016). *Manual de indicadores e índices de sequía* (M. Svoboda & B. A. Fuchs (eds.); Programa d). Organización Meteorológica Mundial y Asociación Mundial para el Agua. www.droughtmanagement.info
- Ortega-Gaucin, D., Bartolón, J. de la C., & Bahena, H. V. C. (2018). Drought vulnerability indices in Mexico. *Water (Switzerland)*, 10(11). <https://doi.org/10.3390/w10111671>
- Ortiz-Gómez, R., Cardona-Díaz, J. C., Ortiz-Robles, F. A., & Alvarado-Medellín, P. (2018). Characterization of droughts by comparing three multiscale indices in Zacatecas, Mexico. *Tecnología y Ciencias Del Agua*, 9(3), 47–91. <https://doi.org/10.24850/j-tyca-2018-03-03>
- Ortiz-Partida, J. P., Sandoval-Solis, S., Arellano-Gonzalez, J., Medellín-Azuara, J., & Taylor, J. E. (2020). Managing Water Differently: Integrated Water Resources Management as a Framework for Adaptation to Climate Change in Mexico. In *Integrated Water Resource Management* (pp. 59–72). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-16565-9_6
- Paredes, J., Solera, A., Andreu, J., & Lerma, N. (2017). *Herramienta EvalHid para la evaluación de recursos hídricos*. Índice (1.1; p. 50). Grupo de Ingeniería de Recursos Hídricos. http://www.upv.es/aquatool/files/manuales/Manual_Tecnico_EvalHid.pdf
- Patton, A. J. (2006). Modelling asymmetric exchange rate dependence. *International Economic Review*, 47(2), 527–556. <https://doi.org/10.1111/j.1468-2354.2006.00387.x>
- Pernía Llera, J. M., & Fornés Azcoiti, J. M. (2009). Climate Change and Groundwater. *Environmental and Engineering Geoscience*, 15(3), 211–212. <https://doi.org/10.2113/gseegeosci.15.3.211>
- Peterson, T. C., Vose, R., Schmoyer, R., & Razuvaev, V. (1998). Global historical climatology network (GHCN) quality control of monthly temperature data. *International Journal of Climatology*, 18(11), 1169–1179. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0088\(199809\)18:11<1169::AID-JOC309>3.0.CO;2-U](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0088(199809)18:11<1169::AID-JOC309>3.0.CO;2-U)
- Pulido-Velazquez, D., Sahuquillo, A., Andreu, J., & Pulido-Velazquez, M. (2007). An efficient conceptual model to simulate surface water body-aquifer interaction in conjunctive use management models. *Water Resources Research*, 43(7). <https://doi.org/10.1029/2006WR005064>
- Ravelo, A. C., Sanz Ramos, R., & Douriet Cárdenas, J. C. (2014). Detección, evaluación y pronóstico de las sequías en la región del Organismo de Cuenca Pacífico Norte, México. *AgriScientia*, 31(1), 11–24. <https://doi.org/10.31047/1668.298x.v31.n1.9836>
- Ríos Patrón, E., González Terrazas, D. I., & González Mora, I. D. (2019). Climate Change and Vulnerability of Water Resources in Mexico: Challenges for Basin Management. In H. G. García Rojas (Ed.), *Global Issues in Water Policy 20 Water Policy in Mexico* (Vol. 20, pp. 283–307). Springer Nature. <http://www.springer.com/series/8877>

-
- Ruiz, J. M. (1998). *Desarrollo de un modelo hidrológico conceptual distribuido de simulación continua in-tegrado con un SIG*. Universidad Politécnica de Valencia.
- Sahuquillo, A., Cassiraga, E., Solera, A., & Murillo, J. M. (2010). *Modelos de uso conjunto de aguas superficiales y subterráneas* (Instituto). Instituto Geológico y Minero de España.
- Salas-Martínez, F., Valdés-Rodríguez, O. A., Palacios-Wassenaar, O. M., & Márquez-Grajales, A. (2021). Analysis of the evolution of drought through spi and its relationship with the agricultural sector in the central zone of the state of Veracruz, Mexico. *Agronomy*, 11(11). <https://doi.org/10.3390/agronomy11112099>
- Sepulcre-Canto, G., Horion, S., Singleton, A., Carrao, H., & Vogt, J. (2012). Development of a Combined Drought Indicator to detect agricultural drought in Europe. *Natural Hazards and Earth System Science*, 12(11), 3519–3531. <https://doi.org/10.5194/nhess-12-3519-2012>
- Serrano-Barrios, L., Vicente-Serrano, S. M., Flores-Magdaleno, H., Tijerina-Chávez, L., & Vázquez-Soto, D. (2016). Variabilidad espacio-temporal de las sequías en la cuenca pacífico norte de México (1961-2010). *Cuadernos de Investigación Geográfica*, 42(1), 185–204. <https://doi.org/10.18172/cig.2857>
- Sierra-Soler, A., Adamowski, J., Malard, J., Qi, Z., Saadat, H., & Pingale, S. (2016). Assessing agricultural drought at a regional scale using LULC classification, SPI, and vegetation indices: case study in a rainfed agro-ecosystem in Central Mexico. *Geomatics, Natural Hazards and Risk*, 7(4), 1460–1488. <https://doi.org/10.1080/19475705.2015.1073799>
- Sklar, M. (1959). Fonctions de répartition à N dimensions et leurs marges. *Publications de l'Institut de Statistique de L'Université de Paris*, 8(3), 229–231.
- SMHI. (n.d.). *What CORDEX Regional models are available and which have been used?* Retrieved November 18, 2022, from <https://climateinformation.org/climate-model-details/cordex-list/>
- Stagge, J. H., Kingston, D. G., Tallaksen, L. M., & Hannah, D. M. (2017). Observed drought indices show increasing divergence across Europe. *Scientific Reports*, 7(1), 1–10. <https://doi.org/10.1038/s41598-017-14283-2>
- Suárez, S. (2021). *Incorporación de las predicciones meteorológicas y climáticas en la planificación y gestión de las sequías. Aplicación a la Cuenca del Júcar*. Universidad Politécnica de Valencia.
- Tapia Villaseñor, E. M. (2013). *Escenarios de cambio climático para la cuenca del Yaqui y su impacto en el sistema acuífero valle del Yaqui, Sonora, México*. Universidad de Sonora División de Ciencias Exactas y Naturales.
- Taylor, K. E., Stouffer, R. J., & Meehl, G. A. (2012). An overview of CMIP5 and the experiment design. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 93(4), 485–498. <https://doi.org/10.1175/BAMS-D-11-00094.1>
- Témez, J. R. (1977). *Modelo matematico de Transformación "Precipitacion-Aportación."*
- Thornthwaite, C. W., & Mather, J. R. (1955). The water balance. In *Publications in climatology* (Vol. 8, Issue 1). Stanford Libraries.

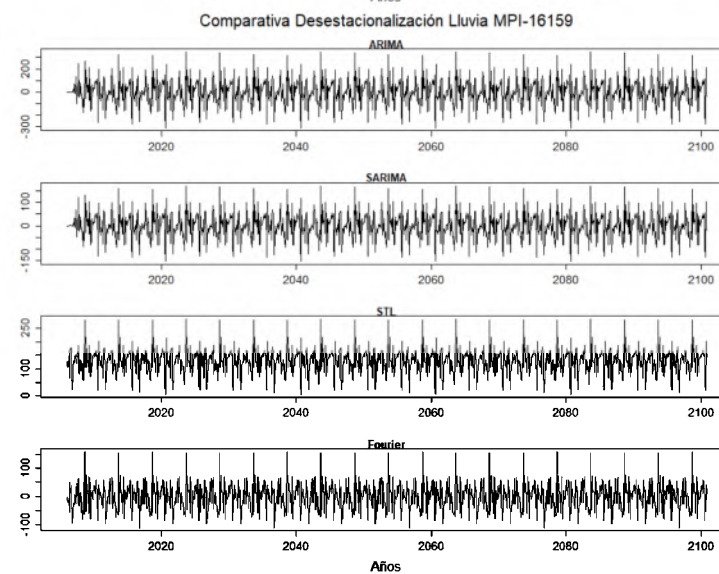
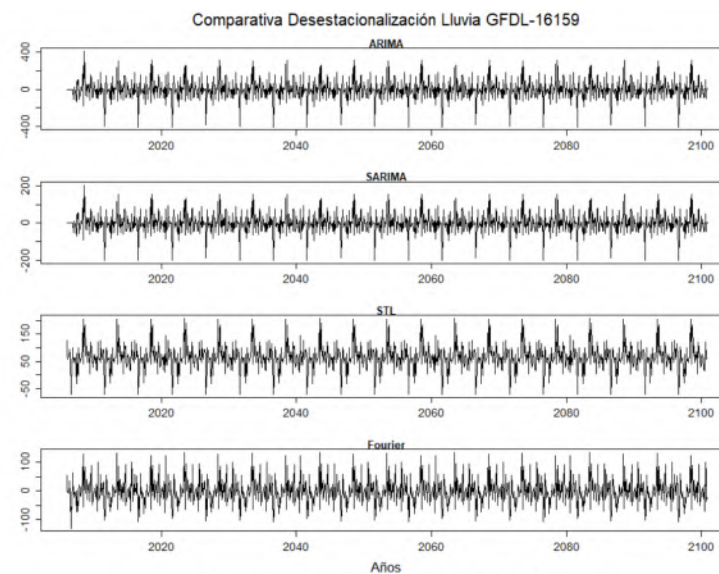
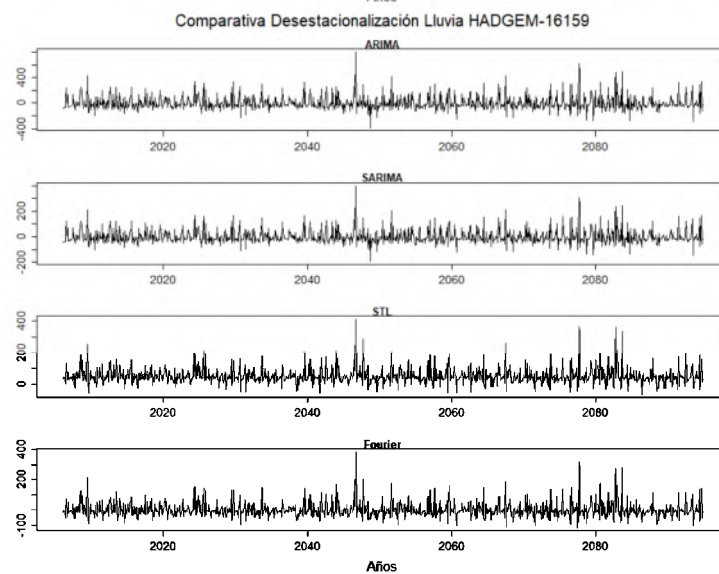
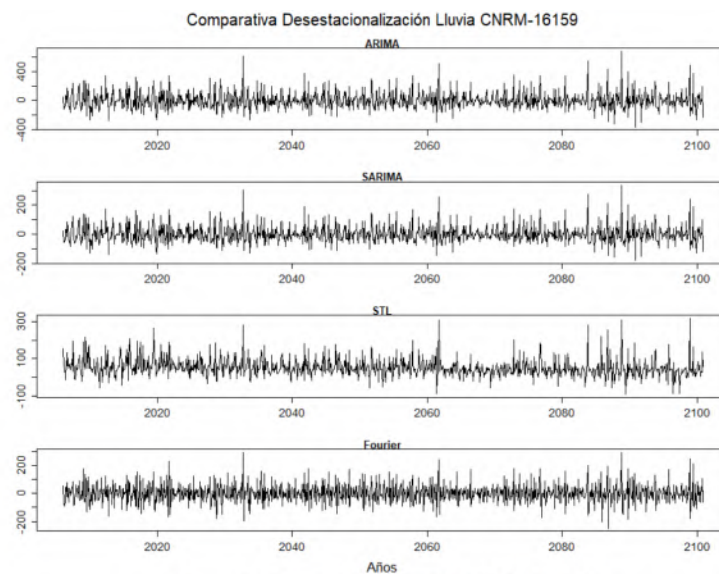
-
- UCS. (2021). *Causas de las sequías ¿Cuál es la conexión con el cambio climático?* Página Unión de Científicos Conscientes. <https://es.ucsusa.org/recursos/la-conexion-entre-las-sequias-y-el-cambio-climatico>
- Velasco, I., Aparicio, J., Valdés, J. B., Velázquez, J., & Kim, T. (2004). Evaluación de índices de sequía en las cuencas de afluentes del río Bravo/Grande. *Ingeniería Hidráulica En México*, 19(3), 37–53.
- Weigel, A. P., Liniger, M. A., & Appenzeller, C. (2009). Seasonal ensemble forecasts: Are recalibrated single models better than multimodels? *Monthly Weather Review*, 137(4), 1460–1479. <https://doi.org/10.1175/2008MWR2773.1>
- Wilks, D. S. (2011). *Statistical methods in the atmospheric sciences* (3rd ed.). Elsevier Ltd.
- Wurl, J., & Imaz-Lamadrid, M. A. (2018). Coupled surface water and groundwater model to design managed aquifer recharge for the valley of Santo Domingo, B.C.S., Mexico. *Sustainable Water Resources Management*, 4(2), 361–369. <https://doi.org/10.1007/s40899-017-0211-7>

12Anexo

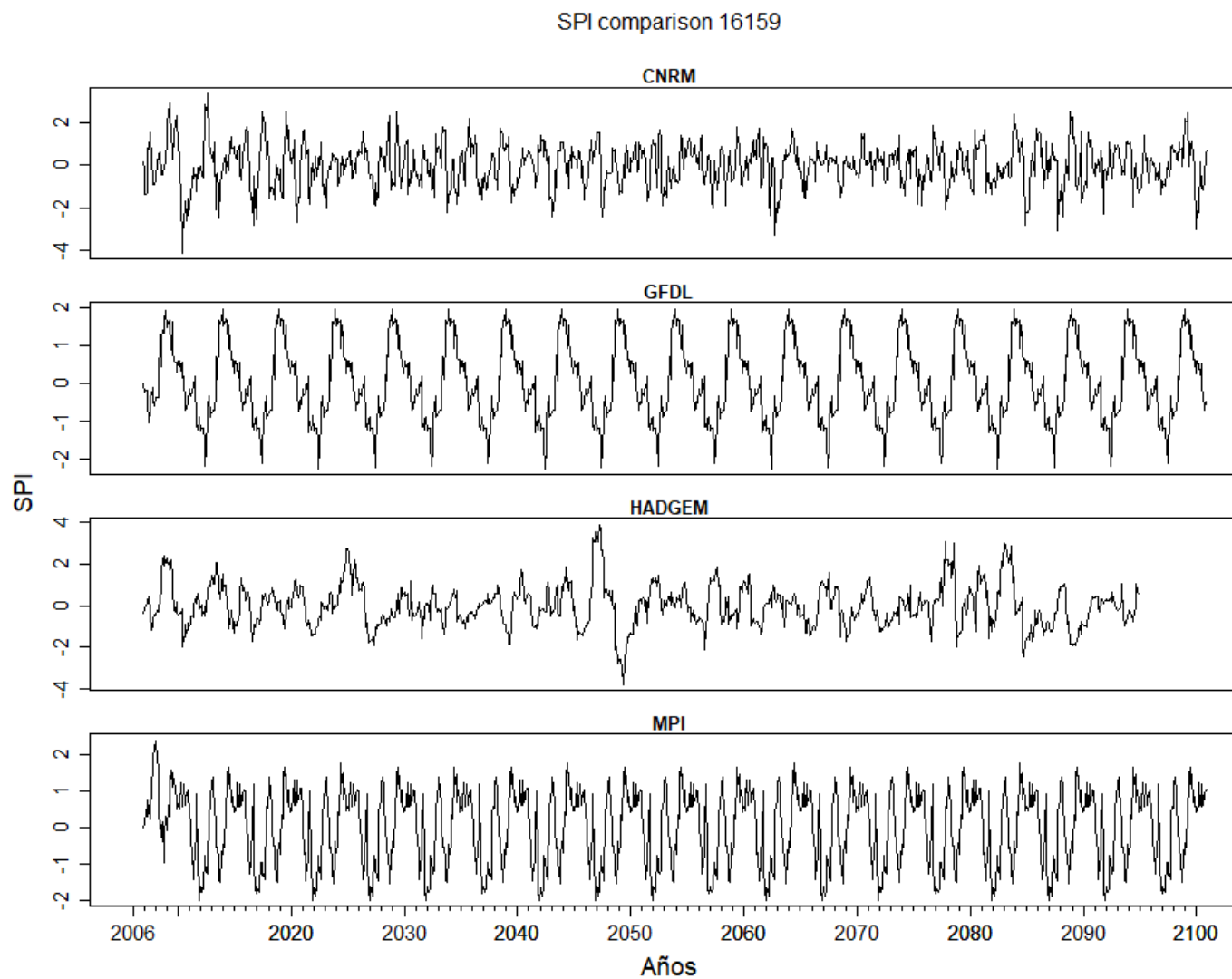
12.1 Desestacionalización zona cuenca media



Comparativa de desestacionalización de precipitación para los modelos CORDEX de la zona de cuenca media.

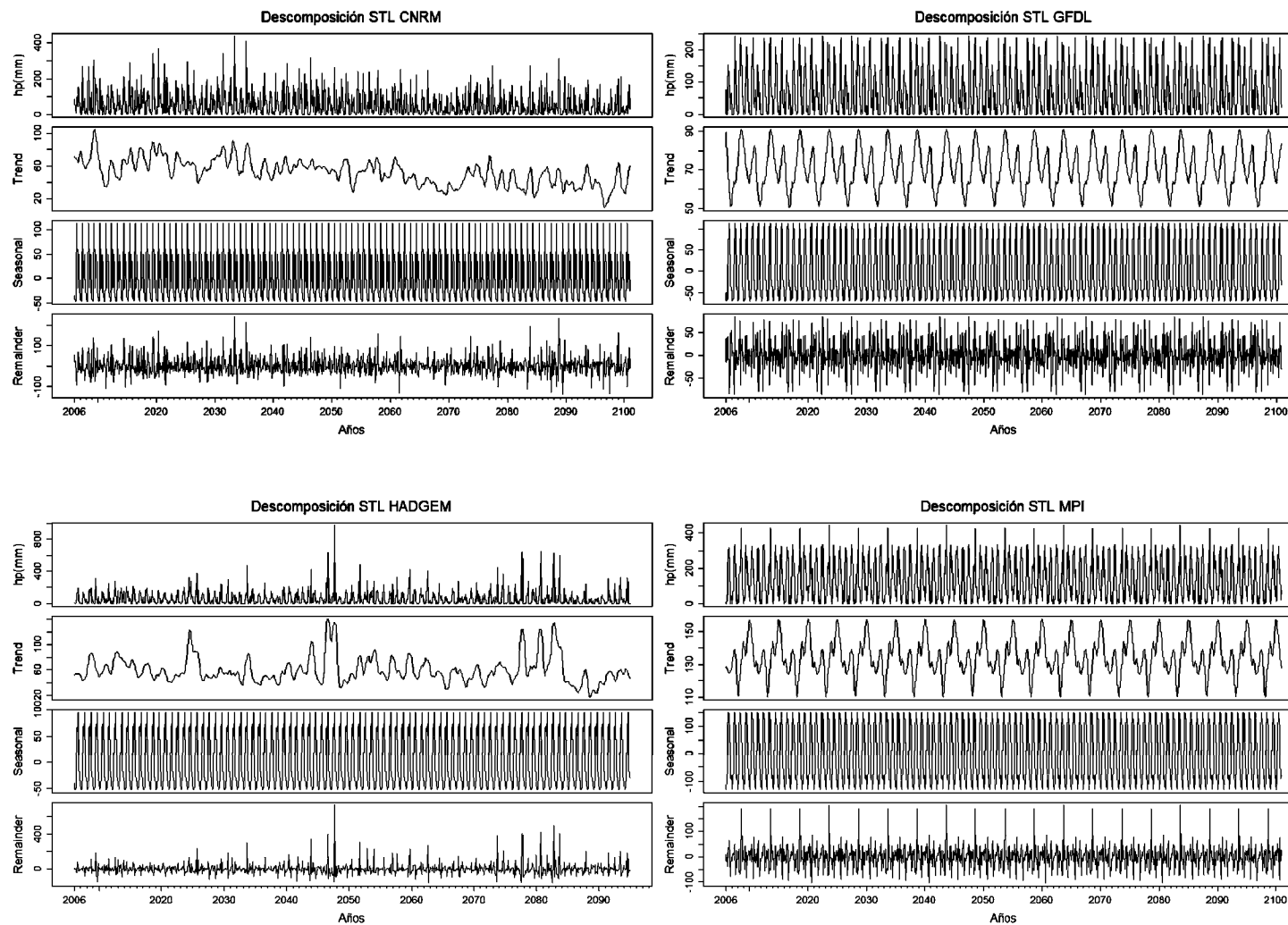


Comparativa de remanentes de precipitación por los métodos de análisis para los modelos CORDEX de la zona de cuenca media.

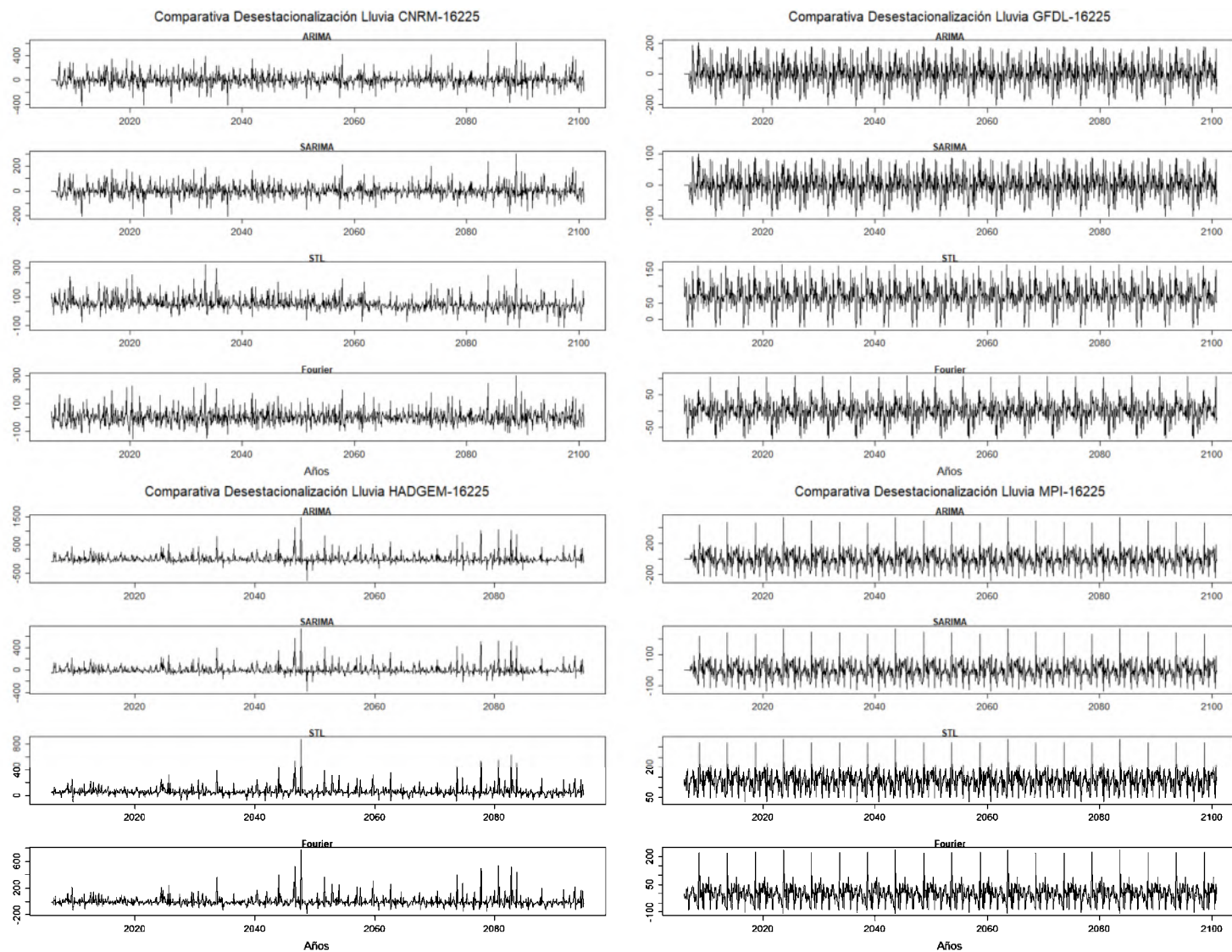


Comparativa de SPI para los modelos CORDEX de la zona de cuenca media.

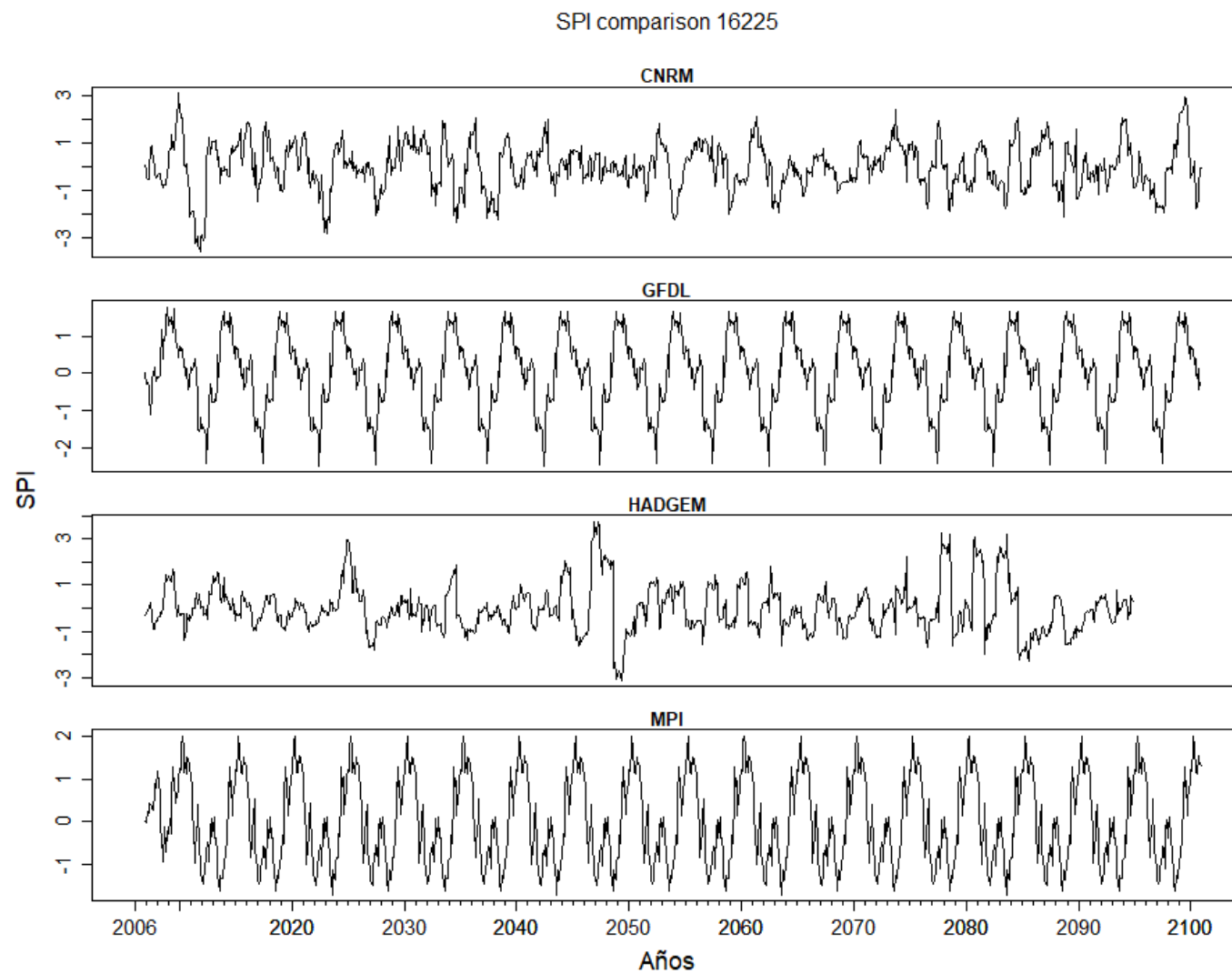
12.2 Desestacionalización zona cuenca baja



Comparativa de desestacionalización de precipitación para los modelos CORDEX de la zona de cuenca baja.



Comparativa de remanentes de precipitación por los métodos de análisis para los modelos CORDEX de la zona de cuenca baja.



Comparativa de SPI para los modelos CORDEX de la zona de cuenca baja.

Giovanni Carlo Flores Fernández

Metodología para la estimación de la sequía hidrológica considerando el efecto del cambio climático mediante copulas...

 Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::3117:512772532

Fecha de entrega

14 oct 2025, 10:55 a.m. GMT-6

Fecha de descarga

14 oct 2025, 11:17 a.m. GMT-6

Nombre del archivo

Metodología para la estimación de la sequía hidrológica considerando el efecto del cambio climá....pdf

Tamaño del archivo

30.1 MB

398 páginas

74.196 palabras

399.257 caracteres

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



A quien corresponda,

Por este medio, quien abajo firma, bajo protesta de decir verdad, declara lo siguiente:

- Que presenta para revisión de originalidad el manuscrito cuyos detalles se especifican abajo.
- Que todas las fuentes consultadas para la elaboración del manuscrito están debidamente identificadas dentro del cuerpo del texto, e incluidas en la lista de referencias.
- Que, en caso de haber usado un sistema de inteligencia artificial, en cualquier etapa del desarrollo de su trabajo, lo ha especificado en la tabla que se encuentra en este documento.
- Que conoce la normativa de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en particular los Incisos IX y Xil del artículo 85, y los artículos 88 y 101 del Estatuto Universitario de la UMSNH, además del transitorio tercero del Reglamento General para los Estudios de Posgrado de la UMSNH.

Datos del manuscrito que se presenta a revisión

Programa educativo	Doctorado en Ingeniería Civil	
Título del trabajo	Metodología para la estimación de la sequía hidrológica considerando el efecto del cambio climático mediante cópulas	
	Nombre	Correo electrónico
Autor/es	Giovanni Carlo Flores Fernández	giovanni.flores@umich.mx
Director	Sonia Tatiana Sánchez Quispe	quispe@umich.mx
Codirector	Abel Solera Solera	asolera@upvnet.upv.es
Coordinador del programa	Francisco Javier Domínguez Mota	doc.ingenieria.civil@umich.mx

Uso de Inteligencia Artificial

Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Asistencia en la redacción	No	

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Traducción al español	No	
Traducción a otra lengua	No	
Revisión y corrección de estilo	No	
Análisis de datos	Si	Determinación de interpolaciones de precipitación con fines de contraste con valores generados en R, en el proceso de validación temprana de los índices de sequía
Búsqueda y organización de información	Si	Consulta de procesos de generación de copulas en python y R
Formateo de las referencias bibliográficas	Si	Algunas referencias fueron solicitadas en formato APA
Generación de contenido multimedia	Si	Consulta del proceso de generación de videos e imágenes isométricas de correlaciones espaciales de copulas tridimensionales producidas.
Otro	No	

Datos del solicitante	
Nombre y firma	Giovanni Carlo Flores Fernández 
Lugar y fecha	Morelia Michoacán 08/10/2025