



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO

**FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

“DISEÑO EN BOND GRAPH DE UN AEROGENERADOR DE BAJA POTENCIA PARA USO RESIDENCIAL”

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN CIENCIAS EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

PRESENTA

M.C. AMÉRICA TORRES TINOCO

DIRECTOR

DR. ROBERTO TAPIA SÁNCHEZ

CO-DIRECTOR

DR. ANTONIO RAMOS PAZ

MORELIA, MICHOACÁN MARZO 2026





DISEÑO EN BOND GRAPH DE UN AEROGENERADOR DE BAJA POTENCIA PARA USO RESIDENCIAL

Los Miembros del Jurado de Examen de Grado aprueban la **Tesis de Doctorado en Ciencias en Ingeniería Eléctrica, Opción en Sistemas de Control** de América Torres Tinoco.

Dr. Juan Anzures Marín.
Presidente del Jurado

Dr. Roberto Tapia Sánchez
Director de Tesis

Dr. Antonio Ramos Paz
Co-director de Tesis

Dr. J. Aurelio Medina Rios
Vocal

Dr. Miguel Villagomez Galindo.
Revisor Externo (FIM, UMSNH)

Dr. J. Aurelio Medina Rios
*Jefe de la División de Estudios de Posgrado
de la Facultad de Ingeniería Eléctrica. UMSNH
(Por reconocimiento de firmas)*

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH), por brindarme la formación académica y el entorno necesario para desarrollar esta Tesis de investigación. Agradezco también al SECIHTI por el apoyo otorgado durante mis estudios de posgrado, el cual fue fundamental para la realización de esta Tesis.

Expreso mi sincero agradecimiento a mi director, Dr. Roberto Tapia Sánchez y a mi co-director Dr. Antonio Ramos Paz, por su guía académica, su rigor científico y su acompañamiento constante. Su dedicación, paciencia y confianza fueron fundamentales para llevar este proyecto a buen término.

A mi familia, mi mayor inspiración: a mis hijos Natalia y Jesús Santiago, por recordarme cada día el sentido más profundo de este esfuerzo; y a mi esposo, Jesús, por su apoyo incondicional, comprensión y fortaleza en cada etapa del camino. A mi mamá, Elvira por su ejemplo de vida, por acompañarme siempre y por enseñarme a perseverar con humildad y determinación.

A la memoria de mi papá, Roberto, cuyo recuerdo permanece como una fuente permanente de motivación y cariño.

A todas las personas que, de forma directa o indirecta, contribuyeron a la culminación de esta Tesis, mi más profundo agradecimiento.

RESUMEN

Esta Tesis presenta el desarrollo de un modelo dinámico integral de un aerogenerador de baja potencia para uso residencial, utilizando la metodología Bond Graph el cual representa de manera unificada los dominios aerodinámico, estructural, mecánico y electromecánico. Se abordan dos configuraciones: un aerogenerador de eje horizontal modelado con la teoría del momento de elemento aspa y un aerogenerador de eje vertical tipo Darrieus helicoidal modelado mediante la misma teoría en conjunto con el modelo del momento con doble disco actuador. En ambos casos, las aspas se representan mediante el modelo de viga de Rayleigh y el método de elementos finitos que permiten representar su flexibilidad y distribución de masa. El tren mecánico se complementa con el eje estructural, y con un modelo detallado del rodamiento basado en un esquema de cinco grados de libertad que incorpora fricción, rigidez y amortiguamiento. La conversión de la energía mecánica a eléctrica se implementa con un generador síncrono de imanes permanentes representado en variables trifásicas.

Los resultados muestran que la integración de los diferentes dominios en Bond Graph permite reproducir la evolución del coeficiente de potencia, el torque aerodinámico, la dinámica del eje y las pérdidas mecánicas en el rodamiento, proporcionando una simulación de acuerdo con las leyes de la física del sistema completo. El modelo propuesto constituye una herramienta robusta para análisis, diseño y futuras aplicaciones de control, diagnóstico de fallas y optimización estructural en aerogeneradores residenciales.

Palabras clave: Bond Graph, Modelo dinámico integral, Teoría del Momento de Elemento Aspa, Modelo del Momento con Doble Disco Actuador, Modelo de Viga de Rayleigh, Método de Elementos Finitos.

ABSTRACT

This thesis presents the development of a comprehensive dynamic model of a low-power wind turbine for residential applications using the Bond Graph methodology, which provides a unified representation of the aerodynamic, structural, mechanical, and electromechanical domains. Two configurations are addressed: a horizontal-axis wind turbine modeled using blade element momentum (BEM) theory, and a helical Darrieus-type vertical-axis wind turbine modeled using the same theory in combination with the double-multiple streamtube (DMST) actuator disk momentum model. In both cases, the blades are represented using the Rayleigh beam model and the finite element method, enabling the inclusion of flexibility and mass distribution effects. The drivetrain is complemented by a structural shaft model and a detailed bearing model based on a five-degree-of-freedom scheme that incorporates friction, stiffness, and damping. The conversion from mechanical to electrical energy is implemented through a permanent magnet synchronous generator (PMSG) represented in three-phase variables.

The results show that integrating the different domains within the Bond Graph framework allows reproducing the evolution of the power coefficient, aerodynamic torque, shaft dynamics, and mechanical losses in the bearing, providing a simulation consistent with the physical laws governing the complete system. The proposed model constitutes a solid tool for analysis, design, and future applications in control, fault diagnosis, and structural optimization of residential wind turbines.

Keywords: Bond Graph, Integral Dynamic Model, Blade Element Momentum Theory, Double-Multiple Streamtube Model, Rayleigh Beam Model, Finite Element Method.

I. Índice de Contenido

AGRADECIMIENTOS	V
RESUMEN	VI
ABSTRACT.....	VII
I. Índice de Contenido.....	VIII
III. Índice de Tablas	XIII
II. Índice de Figuras	XIV
IV. Glosario	XVIII
V. Lista de abreviaturas y símbolos.....	XXIII
Capítulo 1	1
1 Introducción	1
1.1 Objetivo General	3
1.1.1 Objetivos Específicos.....	3
1.2 Antecedentes	3
1.3 Planteamiento del Problema.....	6
1.4 Justificación.....	6
1.5 Contribuciones	7
1.6 Estado del arte	7
1.7 Metodología	12
1.8 Organización de Capítulos	13
Capítulo 2.....	15
2 Fundamentos Teóricos para el Diseño del Aerogenerador	15
2.1 Introducción	15
2.2 Teoría BEM.....	15
2.3 Principio de Conservación del Momento Lineal y el Límite de Betz	21
2.4 Modelo RBM.....	28

2.5	Método FEM	33
2.6	Clasificación de Aerogeneradores.....	41
2.6.1	Aerogeneradores de Eje Horizontal HAWT	43
2.6.2	Aerogeneradores de Eje Vertical VAWT	45
2.6.3	Modelo Aerodinámico de un Aerogenerador para Uso Residencial	61
2.7	Rodamientos.....	62
2.7.1	Rodamientos Mecánicos	63
2.7.1.1	Fundamentos dinámicos del rodamiento mecánico y su modelo 5-DOF	64
2.8	Máquina Síncrona Trifásica de Imanes Permanentes.....	65
2.8.1	Modelo General de una Máquina Síncrona (una fase)	65
2.8.2	Modelo General de una Máquina Síncrona Trifásica en abc	68
2.9	Conclusiones	74
Capítulo 3		76
3	Modelado Multidominio del Aerogenerador de Baja Potencia para Uso Residencial en BG	76
3.1	Introducción	76
3.2	Modelado Aerodinámico y Estructural del Aerogenerador de baja Potencia HAWT ..	77
3.2.1	Aspas.....	77
3.2.1.1	Cálculo Matemático (BEM).....	77
3.2.1.2	Modelo Estructural del Aspa (RBM + FEM).....	78
3.2.1.3	Conversión Aerodinámica en Bond Graph.....	79
3.2.1.4	Submodelo del Aspa en Bond Graph	80
3.2.2	Rotor.....	82
3.3	Modelado Aerodinámico y Estructural del Aerogenerador VAWT.....	85
3.3.1	Aspas.....	86
3.3.1.1	Cálculo Matemático (BEM+DMST).....	86
3.3.1.2	Modelo Estructural del Aspa (RBM + FEM).....	88

3.3.1.3	Conversión Aerodinámica en Bond Graph.....	89
3.3.1.4	Submodelo del Aspa en Bond Graph	90
3.3.2	Rotor.....	92
3.4	Modelado del eje	94
3.4.1	Eje estructural.....	95
3.4.1.1	Eje Estructural para HAWT	96
3.4.1.2	Eje Estructural para VAWT	96
3.4.1.3	Inercia equivalente transmitida al rodamiento	97
3.4.2	Eje en 3-DOF	98
3.4.3	Comparación y Criterios de Selección del Modelo del Eje.....	100
3.5	Modelado del rodamiento 5-DOF	101
3.5.1.1	Anillo Interior del Rodamiento	103
3.5.1.2	Jaula del Rodamiento	104
3.5.1.3	Elementos Rodantes	105
3.5.1.4	Anillo Exterior del Rodamiento	106
3.5.1.5	Submodelo Integral del Rodamiento 5-DOF.....	107
3.6	Modelado del Generador Síncrono de Imanes Permanentes.....	108
3.7	Conclusiones	111
Capítulo 4.....		113
4	Integración, Simulación y Análisis del Sistema del Aerogenerador HAWT y VAWT	113
4.1	Introducción	113
4.2	Sistema del Aerogenerador HAWT	115
4.2.1	Perfil con Viento Constante.	117
4.2.2	Perfil con Viento Variable.....	121
4.3	Sistema del Aerogenerador VAWT	123
4.3.1	Perfil con Viento Constante	124
4.3.2	Perfil con Viento Variable.....	127

4.4	Comparación del desempeño de los aerogeneradores HAWT y VAWT helicoidal ...	129
4.4.1	Desempeño Aerodinámico CP, λ y β	129
4.4.2	Respuesta Mecánica y Estructural del Tren de Potencia.....	130
4.4.3	Respuesta Eléctrica del PMSG va, ia	130
4.4.4	Influencia del Perfil de Viento: Constante vs Variable.....	131
4.4.5	Ventajas y Limitaciones para Aplicaciones Residenciales.....	131
4.4.6	Comparación	132
4.5	Conclusiones	133
5	Conclusiones y Trabajos Futuros	136
5.1	Verificación de objetivos	136
5.2	Conclusiones	137
5.3	Trabajos futuros.....	138
5.3.1	Control, Diagnóstico y Operación Autónoma	139
5.3.2	Viabilidad Económica y Aplicación Híbrida	139
5.3.3	Modelado y evaluación de rodamientos magnéticos (AMB/PMB).....	140
5.3.4	Validación, Escalabilidad y Análisis de Robustez	140
	Publicaciones	141
	Bibliografía	142
A.	Apéndice: Funciones Hermíticas	i
B.	Apéndice: Modelado en Bond Graph.....	ii
B.1.	Variables Generalizadas	x
B.2.	Elementos básicos	xi
B.3.	Causalidad.....	xvi
B.4.	Modelado Matemático: Trayectorias casuales.	xix
B.5.	Procedimientos para modelar Bond Graph	xxi
B.5.1	Procedimiento para modelar sistemas eléctricos:	xxi
B.5.2.	Procedimiento para modelar sistemas mecánicos:	xxi

B.6.	Regla de lazo de Mason en términos de Bond Graph	xxii
C.	Apéndice: Datos del Aerogenerador HAWT	xxiii
D.	Apéndice: Datos del Aerogenerador VAWT Darrieus Helicoidal	xxiv

III. Índice de Tablas

Tabla 2-1: Cantidades para la ecuación de Rayleigh.	31
Tabla 2-2: Condiciones de frontera para la ecuación de Rayleigh.	32
Tabla 3-1: Valores de $FL, FD, FT, FN, Tt, P_{mecánica}, P_{viento}$ y $P_{extraída}$ con viento constante.	78
Tabla 3-2: Parámetros geométricos y estructurales del aspa del aerogenerador HAWT.	79
Tabla 3-3: Valores de $FL, FD, FT, FN, Tt, P_{mecánica}, P_{viento}$ y $P_{extraída}$ con viento constante.	84
Tabla 3-4: Valores de $CP(\lambda, \beta)$	84
Tabla 3-5: Resumen de ecuaciones de los parámetros correspondientes, según el tipo de rotor Darrieus.	86
Tabla 3-6: Valores de $FT, FN, Tt, P_{mecánica}, P_{viento}, CP$ y $P_{extraída}$ con viento constante.	87
Tabla 3-7: Parámetros geométricos y estructurales del aspa del aerogenerador VAWT.	88
Tabla 3-8: Valores de $FT, FN, Tt, P_{mecánica}, P_{viento}, CP$ y $P_{extraída}$ para viento constante.	93
Tabla 4-1: Valores de CP, λ, ω , y U para un perfil con viento constante, en diferentes instantes. .	118
Tabla 4-2: Valores de PH, PS, PG, PC, PBT y PBG , con perfil de viento constante en diferentes instantes.	119
Tabla 4-3: Valores de CP, λ, ω , y U para perfil con viento constante, diferentes instantes.	125
Tabla 4-4: Valores de $P_{mecánica}, PG$ y P_{loss} , con perfil de viento constante en diferentes instantes.	126
Tabla 4-5: Comparación entre los perfiles con viento constante y variable.	131
Tabla 4-6: Ventajas y Limitaciones para Aplicaciones Residenciales de ambos aerogeneradores.	132
Tabla 4-7: Comparación de las características del sistema HAWT y del VAWT Darrieus helicoidal.	133
Tabla 5-1: Verificación del cumplimiento de objetivos.	136
Tabla B-1: Elementos pasivos puerto-1.	iv
Tabla B-2: Significado del dominio físico de las variables del BG.	x
Tabla B-3: Elementos pasivos puerto-1.	xiv
Tabla B-4: Reglas de afectación de la causalidad.	xviii

II. Índice de Figuras

Figura 1-1: Diagrama general del flujo de energía del aerogenerador.....	2
Figura 1-2: Aerogenerador de eje Vertical en Sistán, Afganistán [19].....	4
Figura 1-3: Bahrain World Trade Center [21].	4
Figura 1-4: Principales tipos de aerogeneradores de eje vertical [46].	8
Figura 1-5: SB-VAWT con WGD en los extremos verticales del rotor.	9
Figura 2-1: Fuerzas ejercidas sobre el aspa.	15
Figura 2-2: Velocidad relativa.	16
Figura 2-3: Definición de fuerzas aerodinámicas y proyectadas.	17
Figura 2-4: Cambio de la velocidad del viento en su paso por el aerogenerador.	21
Figura 2-5: Modelo del disco actuador de aerogenerador, donde U es la velocidad del viento en las posiciones 1, 2, 3 y 4.	22
Figura 2-6: Geometría para el análisis del rotor HAWT.	25
Figura 2-7: Evolución de CP en función de λ	27
Figura 2-8: Geometría de una viga ideal. Restricciones: $L \gg h; b$	28
Figura 2-9: Viga distorsionada.	28
Figura 2-10: Tipos de apoyo con distintas fuerzas aplicadas a vigas.	29
Figura 2-11: Viga convencional de Euler Bernoulli.	29
Figura 2-12: Discretización del dominio en n elementos. Cada x_i se conoce como nodo.	34
Figura 2-13: Aspa discretizada.	36
Figura 2-14: Segundo momento de área.	38
Figura 2-15: Discretización de un dominio continuo con FEM.	38
Figura 2-16: Discretización triangular de tres nodos señalando fuerzas de contacto en las aristas.	39
Figura 2-17: Matriz de un elemento con numeración global y local.	40
Figura 2-18: Matriz de rigidez global.	40
Figura 2-19: Clasificación de los aerogeneradores.	41
Figura 2-20: Aerogenerador de eje horizontal HAWT.	43
Figura 2-21: Definición de parámetros para un HAWT.	44
Figura 2-22: $CP(\lambda, \beta)$ para un aerogenerador HAWT.	45
Figura 2-23: Aerogenerador de eje vertical VAWT, Darrieus con rotor H.	46
Figura 2-24: Definición de parámetros VAWT.	46
Figura 2-25: Componentes de las fuerzas y velocidades de un rotor VAWT.	47
Figura 2-26: Velocidad relativa y fuerzas aerodinámicas locales.	48

Figura 2-27: Curvas del ángulo de ataque $\alpha\theta$; λ, β con el modelo simple. a) α vs θ , con λ fija, β variable y b) α vs θ con β fija, λ variable.	54
Figura 2-28: Curvas del ángulo de ataque $\alpha(\theta; \lambda, \beta)$ con el modelo DMST. a) α vs θ , con λ fija, β variable y b) α vs θ con β fija, λ variable.	55
Figura 2-29: $CP(\lambda, \beta)$ para un aerogenerador VAWT con rotor Darrieus H.	56
Figura 2-30: Aerogenerador de eje vertical VAWT, Darrieus con rotor Helicoidal.	57
Figura 2-31: $CP(\lambda, \beta)$ para un aerogenerador VAWT con rotor Darrieus Helicoidal	60
Figura 2-32: Diagrama sintetizado de un aerogenerador a) HAWT y b) VAWT.	61
Figura 2-33: Diagrama de bloques del modelo aerodinámico.	62
Figura 2-34: Componentes de un rodamiento mecánico.	63
Figura 2-35: Clasificación por tipo de elemento rodante [85].	64
Figura 2-36: Circuito equivalente completo para una fase de un generador síncrono.	66
Figura 2-37: Diagrama fasorial de un generador síncrono con factor de potencia: a) unitario, b) en retraso y c) en adelante.	66
Figura 2-38: Diagrama de flujo de potencia de una máquina síncrona.	67
Figura 2-39: Diagrama fasorial simplificado.	67
Figura 2-40: Máquina síncrona trifásica, de dos polos y tres fases, conectada en estrella.	68
Figura 2-41: Esquema transversal de una máquina síncrona de dos polos y tres fases.	69
Figura 2-42: Máquina síncrona trifásica de dos polos con imanes permanentes.	72
Figura 3-1: Estructura del modelo integral del aerogenerador de baja potencia donde el rotor, el eje, el anillo interior del rodamiento y el generador comparten la misma velocidad angular.	76
Figura 3-2: Aspa para el aerogenerador HAWT discretizada en 2 elementos.	79
Figura 3-3: Representación de la conversión de fuerzas aerodinámicas en BG para aspa HAWT.	80
Figura 3-4: Submodelo en BG de la estructura interna del aspa HAWT dividida en dos elementos.	80
Figura 3-5: Submodelo del aspa del aerogenerador HAWT en BG con movimiento de traslación y rotación.	81
Figura 3-6: Evolución del $CP(\lambda, \beta)$ para el modelo de un aspa HAWT.	82
Figura 3-7: Submodelo en BG de la estructura del rotor HAWT con las fuerzas aerodinámicas.	83
Figura 3-8: Evolución del $CP(\lambda, \beta)$ para el rotor del HAWT.	84
Figura 3-9: Aspa discretizada en dos elementos, a) Tipo H, b) Tipo helicoidal.	89
Figura 3-10: Modelos en BG de conversión de fuerzas aerodinámicas para aspa VAWT, a) Tipo H y b) Tipo Helicoidal.	90
Figura 3-11: Estructura interna del aspa en BG, a) Tipo H, b) Tipo helicoidal.	91

Figura 3-12: Submodelo estructural del aspa VAWT representada en BG modificado de [53].	91
Figura 3-13: Submodelo en BG del aerogenerador VAWT con rotor Darrieus helicoidal.	93
Figura 3-14: Dimensiones del eje. a) vista lateral. b) vista de frente.	95
Figura 3-15: Eje estructural para aerogenerador HAWT, a) Discretización RBM+FEM, b) Modelo en BG.	96
Figura 3-16: Eje estructural para aerogenerador VAWT, a) Discretización RBM+FEM, b) Modelo en BG.	97
Figura 3-17: Representación de rigidez y amortiguamiento en el eje a) VAWT, b) HAWT.	98
Figura 3-18: Submodelo en BG del eje 3-DOF, a) HAWT, b)VAWT.	99
Figura 3-19: Representación del centro de masa.	100
Figura 3-20: Esquema del rodamiento.	101
Figura 3-21: Submodelo de rodamiento en BG.	103
Figura 3-22: Submodelo en BG del Anillo interior.	104
Figura 3-23: Submodelos en BG, a) jaula principal, b) jaula adicional.	105
Figura 3-24: Submodelo en BG de los elementos rodantes.	106
Figura 3-25: Submodelo en BG del Anillo Exterior	107
Figura 3-26: Submodelo del Rodamiento 5-DOF en 20-SIM.	107
Figura 3-27: Submodelo en BG de una máquina síncrona trifásica.	109
Figura 4-1: Diagrama del tren de potencia del aerogenerador de baja potencia sin caja de engranes: a) HAWT, b) VAWT.	114
Figura 4-2: Sistema Completo del Aerogenerador HAWT conectado a la red eléctrica.	116
Figura 4-3: Curvas de respuesta aerodinámica de CP , λ , ω y U con perfil con viento constante...	118
Figura 4-4: Curvas de potencias de los submodelos con perfil de viento constante.	119
Figura 4-5: Curvas de las variables eléctricas para un perfil de viento constante.	120
Figura 4-6: Curvas de respuesta aerodinámica de CP , λ , ω y U con perfil de viento variable.	121
Figura 4-7: Curvas de potencias de los submodelos con perfil de viento variable.	122
Figura 4-8: Curvas de las variables eléctricas con perfil de viento variable.	122
Figura 4-9: Sistema Completo del Aerogenerador VAWT Darrieus helicoidal conectado a la red eléctrica.	124
Figura 4-10: Curvas de respuesta aerodinámica de CP , λ , ω y U con perfil con viento constante.	125
Figura 4-11: Potencia extraída y potencia de pérdidas hasta los rodamientos.	126
Figura 4-12: Curvas de respuesta aerodinámica de CP , λ , ω , U y TG con perfil de viento variable.	128
Figura 4-13: Curvas de las variables eléctricas con perfil de viento variable.	129

Figura A-1: Funciones Hermíticas cúbicas.....	i
Figura A-2: Funciones interpolantes sobre el i-esimo elemento.....	i
Figura B-1: Representación de un bond con las variables de esfuerzo y flujo.	ii
Figura B-2: Elemento “C”.....	iii
Figura B-3: Combinación de flechas de señal.	v
Figura B-4: Representación de un elemento C con dos puertos de potencia.	vi
Figura B-5: BG etiquetado con bonds y señales.	ix
Figura B-6: Tetraedro de estado.	x
Figura B-7: a) Fuente de esfuerzo, b) Fuente de flujo.	xi
Figura B-8: Elemento “C”.....	xii
Figura B-9: Elemento “I”.....	xii
Figura B-10: Elemento “R”.	xiii
Figura B-11: Elemento transformador.	xiv
Figura B-12: Elemento girador.	xv
Figura B-13: a) Elemento unión, b) Unión 0 y c) Unión 1.	xv
Figura B-14: Causalidad en un trazo y su diagrama a bloques asociado.	xvii
Figura B-15: Simplificación de bonds.	xxi

IV. Glosario

Teoría y Modelo Aerodinámico BEM/ DMST	
Término	Definición
Aerogenerador	Dispositivo que convierte la energía cinética del viento en energía eléctrica.
Aerogenerador de eje horizontal (HAWT)	Aerogenerador cuyo eje del rotor es paralelo a la superficie terrestre y orientado en la dirección del viento.
Aerogenerador de eje vertical (VAWT)	Aerogenerador cuyo eje del rotor es perpendicular a la superficie y al viento.
Aerogeneradores basados en arrastre	Aerogeneradores en los que la fuerza aerodinámica actúa en la misma dirección del flujo de aire, presentan diseño simple pero baja eficiencia.
Aerogeneradores basados en sustentación	Aerogeneradores en los que la fuerza aerodinámica principal es perpendicular al flujo del viento, logrando mayor eficiencia en la extracción de energía.
Ángulo azimutal (θ)	Ángulo que indica la posición de cada aspa alrededor del rotor durante la rotación de un VAWT.
Ángulo de ataque (α)	Ángulo entre la cuerda del perfil y la velocidad relativa local.
Ángulo de paso (β)	Parámetro que define la orientación del perfil del aspa respecto al viento, e influye en el torque y en la potencia.
Bond Graph (BG)	Metodología de modelado que representa el flujo y la transferencia de energía entre componentes de diferentes dominios físicos.
Caudal de masa ($\dot{m}$)	Cantidad de fluido que atraviesa una sección por unidad de tiempo.
Coefficiente de potencia (C_P)	Parámetro adimensional que mide la eficiencia con que el aerogenerador convierte la energía del viento en potencia mecánica.
Coefficiente de torque (C_t)	Parámetro adimensional que caracteriza el torque generado por el rotor.
Disco actuador	Modelo idealizado del rotor que induce un salto de presión en el flujo.
Energía cinética del viento	Energía asociada al movimiento del flujo de aire, de la cual el aerogenerador extrae potencia.
Estela	Región de flujo detrás del rotor donde existe rotación inducida y menor velocidad.
Factor de inducción angular (a)	Parámetro que describe el cambio en la velocidad angular de la estela detrás del rotor.
Factor de inducción axial	Razón que cuantifica la disminución de la velocidad del viento al atravesar el rotor.
Factor de inducción tangencial (a')	Parámetro que representa el efecto del rotor sobre la componente tangencial de la velocidad del flujo.
Factor de pérdida de Prandtl vertical (F_z)	Corrección tridimensional que considera la altura finita de las aspas y reduce la sustentación en los extremos del rotor.
Flujo turbulento	Comportamiento del viento caracterizado por variaciones rápidas e irregulares en velocidad y dirección.
Fuerza de arrastre (F_D)	Fuerza paralela a la velocidad relativa del aire que se opone al movimiento del aspa.
Fuerza de sustentación (F_L)	Fuerza perpendicular a la corriente incidente generada cuando el aspa se desplaza a través del aire.
Fuerza normal (F_N)	Componente de las fuerzas aerodinámicas perpendicular al plano de rotación.
Fuerza tangencial (F_T)	Componente de las fuerzas aerodinámicas responsable del torque del rotor.

Límite de Betz	Límite teórico del coeficiente de potencia máximo $C_p = 16/27 (\approx 59\%)$, que no puede superarse en un aerogenerador ideal.
Método FEM	Técnica numérica para analizar la distribución de esfuerzos y validar configuraciones estructurales mediante elementos finitos.
Modelo DMST (Double Multiple Streamtube Model)	Modelo que combina el principio de conservación del momento lineal con la teoría BEM para analizar el rendimiento aerodinámico de rotores VAWT en zonas upwind y downwind.
Número de Reynolds (Re)	Número adimensional que depende de la velocidad relativa V_o , la cuerda c y la viscosidad cinemática μ , usado para obtener los coeficientes C_L y C_D .
Perfil aerodinámico	Forma geométrica del aspa que define sus coeficientes de sustentación y arrastre.
Potencia mecánica ($P_{mecánica}$)	Rapidez con la que se realiza trabajo en el rotor del aerogenerador.
Región downwind	Zona del rotor VAWT de 180° a 360° donde el viento interactúa con las aspas después de haber sido desacelerado en la región upwind.
Región upwind	Zona del rotor VAWT de 0° a 180° donde el viento incide por primera vez sobre las aspas.
Relación de aspecto (RA)	Relación geométrica $RA = H/R$ entre la altura del rotor y su radio en un VAWT.
Relación de velocidad específica (λ)	Relación entre la velocidad tangencial del rotor y la velocidad del viento, usada para caracterizar el funcionamiento aerodinámico del aerogenerador.
Rotor	Conjunto mecánico formado por las aspas y el eje que convierte la energía del viento en energía mecánica.
Rotor Darrieus helicoidal	Configuración VAWT de sustentación con aspas helicoidales (Helical-bladed Darrieus) que introduce torsión geométrica continua a lo largo del aspa.
Rotor Darrieus tipo H	Configuración de VAWT basada en sustentación con aspas rectas montadas en un rotor tipo H.
Solidez (σ)	Relación geométrica entre número de aspas, cuerda del perfil y radio o altura del rotor.
Teoría BEM	Proceso matemático para determinar la geometría óptima del aspa y calcular parámetros aerodinámicos como torque, sustentación y arrastre.
Teoría RBM	Modelo estructural que representa la rigidez y amortiguamiento del rotor mediante vigas de Rayleigh.
Torque aerodinámico (T_t)	Momento resultante de la fuerza neta del viento actuando sobre el rotor del aerogenerador.
Velocidad relativa (V_o)	Magnitud vectorial resultante de combinar la velocidad del viento y la velocidad local del aspa.
Volumen de control	Región del espacio utilizada para aplicar las ecuaciones de conservación.

Modelos Estructurales RBM+FEM	
Término	Definición
Amortiguamiento de Rayleigh	Modelo que expresa la matriz de amortiguamiento como combinación de masa y rigidez.
Análisis modal	Estudio que permite determinar las frecuencias naturales y los modos de vibración de la viga (aspa).
Condiciones de frontera	Restricciones de desplazamiento, giro, momento flector y fuerza cortante impuestas en los extremos de la viga para resolver la ecuación diferencial.
Conectividad	Relación entre nodos locales y nodos globales.
Discretización	Proceso de dividir el dominio continuo en elementos finitos.
Eje neutro	Eje de simetría de la viga que, al deformarse, se convierte en eje distorsionado y alrededor del cual se describen las deformaciones.

Elemento finito	Subdominio simple (triángulo, cuadrilátero, paralelepípedo) usado para aproximar el comportamiento.
Formulación débil	Versión integrada y multiplicada por función de prueba de la ecuación diferencial.
Frecuencias naturales	Frecuencias propias a las que la viga tiende a vibrar en ausencia de excitación externa.
Fuerza cortante	Esfuerzo interno asociado a las fuerzas transversales a lo largo de la viga.
Fuerza de contacto	Fuerza normal calculada entre elementos mediante rigidez de aristas.
Función de prueba	Función usada para obtener la formulación débil del problema.
Funciones de forma	Funciones que interpolan los desplazamientos dentro del elemento.
Grados de libertad (DOF)	Variables nodales como desplazamiento transversal y giro.
Matriz de masa (M)	Matriz que representa la distribución de masa para el análisis dinámico.
Matriz de rigidez (K)	Matriz que relaciona desplazamientos con fuerzas internas.
Método de Elementos Finitos (FEM)	Método computacional que resuelve problemas físicos aproximando soluciones mediante discretización en elementos.
Modelo de Viga de Rayleigh (RBM)	Modelo de vibración de vigas que incluye el efecto de la inercia rotatoria mediante el término de momento de masa de inercia, se extiende el modelo de Euler-Bernoulli.
Modos de vibración	Formas de deformación asociadas a cada frecuencia natural de la estructura.
Módulo de Young E	Parámetro elástico que caracteriza la rigidez del material de la viga frente a deformaciones.
Momento flector	Magnitud interna en la viga asociada a la flexión, relacionada con la curvatura de la viga.
Nodo	Punto donde se conectan los elementos y donde se definen grados de libertad.
Problema de autovalores	Sistema matricial que determina modos y frecuencias naturales.
Segundo momento de área o inercia	Propiedad geométrica asociada a la distribución del área de la sección transversal, que influye en la rigidez a flexión.
Viga	Elemento estructural cuya longitud es mucho mayor que sus dimensiones transversales y que se deforma principalmente por flexión.
Viga empotrada	Viga con un extremo o ambos extremos rígidamente fijos, donde tanto el desplazamiento como el giro están impedidos.
Viga en voladizo	Viga con un extremo rígidamente fijo y el otro extremo libre, sometida usualmente a cargas distribuidas.
Viga simplemente apoyada	Viga que descansa en sus extremos con apoyo, donde el desplazamiento está impedido pero permite cierto giro.

Rodamientos	
Término	Definición
Rodamiento mecánico	Componente mecánico utilizado en máquinas rotativas para reducir la fricción entre un eje y los elementos en contacto con él, facilitando el desplazamiento y minimizando el desgaste.
Rodamiento magnético	Rodamiento que soporta cargas mediante levitación magnética sin contacto físico, lo que reduce el desgaste y permite altas velocidades.
Rodamiento magnético activo	Rodamiento magnético (AMB) que utiliza electroimanes y un sistema de control activo para mantener la posición del rotor y estabilizar la carga.
Rodamiento magnético pasivo	Rodamiento magnético (PMB) que utiliza únicamente imanes permanentes para soportar la carga sin requerir energía eléctrica.
Elementos rodantes	Componentes del rodamiento como bolas, rodillos, conos, esferas o agujas que ruedan entre los anillos para reducir la fricción.
Anillo interior	Anillo del rodamiento que se monta sobre el eje y está en contacto con los elementos rodantes.

Anillo exterior	Anillo del rodamiento que se monta en el pedestal y guía a los elementos rodantes.
Separador o jaula	Componente que mantiene separados y guiados a los elementos rodantes para evitar colisiones, ruido y vibraciones.
Rodamiento de carga axial	Rodamiento diseñado para soportar cargas aplicadas en la misma dirección del eje.
Rodamiento de carga radial	Rodamiento diseñado para soportar cargas perpendiculares al eje.
Rodamiento de carga lineal	Rodamiento que permite el soporte de cargas mediante desplazamientos a lo largo de un riel lineal.
Rodamiento angular de contacto	Rodamiento que puede soportar simultáneamente cargas radiales y axiales gracias a la disposición angular de sus elementos rodantes.
Levitación magnética	Principio mediante el cual un objeto se suspende sin contacto físico utilizando fuerzas generadas por campos magnéticos.
6-DOF	Capacidad de un cuerpo rígido para moverse en tres direcciones de traslación y tres de rotación en el espacio tridimensional.
Volante de inercia	Sistema que almacena energía en una masa giratoria suspendida en un sistema de baja fricción.
Earnshaw	Teorema que establece la imposibilidad de equilibrio magnético estático completo.
Reluctancia	Propiedad de un material o región del circuito magnético que se opone al establecimiento del flujo magnético.
Fuerza magnetomotriz	Magnitud M que impulsa el flujo magnético a través de un circuito magnético, generada por una corriente en un bobinado.
Flujo magnético total	Cantidad total de flujo magnético Ψ que recorre un circuito magnético.
Enlaces de flujo	Magnitud ϕ que representa el producto del número de espiras por el flujo magnético que las atraviesa.
Principio de suspensión magnética	Concepto de control del campo magnético para mantener un rotor girando alrededor de su centro de masa minimizando vibraciones.
Sistema de control activo	Conjunto de sensores, amplificadores y controladores que ajustan la corriente en los electroimanes para estabilizar un rodamiento magnético activo.

Máquina Eléctrica	
Término	Definición
Máquina eléctrica	Dispositivo que convierte energía eléctrica y mecánica.
Rotor	Parte móvil de una máquina eléctrica.
Estatótor	Parte fija de una máquina eléctrica.
Inductor	Elemento que genera el flujo magnético.
Inducido	Elemento donde se induce el voltaje.
Máquina síncrona	Máquina que opera a velocidad sincronizada con la frecuencia eléctrica.
Máquina asíncrona	Máquina que opera a velocidad diferente de la frecuencia eléctrica.
Factor de potencia	Relación entre potencia activa y aparente.
Reacción del inducido	Distorsión del campo magnético del rotor debido al estatótor.
Coenergía magnética	Energía equivalente usada para calcular el torque electromagnético.

Bond Graph	
Término	Definición
Bond Graph (BG)	Metodología de modelado en diferentes dominios físico basada en energía.
Esfuerzo	Variable generalizada tipo fuerza.

Flujo	Variable generalizada tipo velocidad.
Potencia	Producto esfuerzo–flujo.
Unión-0	Nodo con esfuerzo común.
Unión-1	Nodo con flujo común.
Causalidad	Relación definida de causa–efecto.

V. Lista de abreviaturas y símbolos

Abreviatura	Significado
AMB	Active Magnetic Bearing
BEM	Blade Element Momentum
BG	Bond Graph
Benchmarking	Comparación con datos reales de referencia
DMST	Double Multiple Streamtube Model
FEM	Finite Elements Method
HAWT	Horizontal Axis Wind Turbine
NdFeB	Imanes permanentes de neodimio-hierro-boro
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output
PMB	Passive Magnetic Bearing
PMSG	Permanent Magnet Synchronous Generator
RBM	Rayleigh Beam Model
ROI	Return On Investment
SISO	Single-Input Single-Output
6-DOF	Seis grados de libertad
5-DOF	Cinco grados de libertad
3-DOF	Tres grados de libertad
VAWT	Vertical Axis Wind Turbine

Aerodinámica BEM/ DMST		
Símbolo	Descripción	Unidad
a	Factor de inducción axial	—
a'	Factor de inducción tangencial	—
a^*	Factor de inducción axial instantáneo	—
a_{down}	Factor de inducción axial en la región downwind	—
a_{up}	Factor de inducción axial en la región upwind	—
B	Número de aspas	—
c	Cuerda del perfil	m
C_{T_t}	Coeficiente de torque	—
C_P	Coeficiente de potencia	—
$C_P(\lambda, \beta)$	Coeficiente de potencia en función de la relación de velocidad específica y el ángulo de paso	—
C_D	Coeficiente de arrastre	—
C_L	Coeficiente de sustentación	—
D	Diámetro del rotor (VAWT)	m
d_{fin}	Distancia del elemento al extremo de la pala	m
D_t	Fuerza de arrastre	N
dD_t	Arrastre por elemento	N
dD_{t_c}	Diferencial de fuerza de arrastre corregida	N
dF_N	Fuerza normal por elemento	N
dF_T	Fuerza tangencial por elemento	N

dL_t	Sustentación por elemento	N
dL_{t_c}	Diferencial de fuerza de sustentación corregida	N
dS	Área por elemento de aspa o tubo de corriente	m ²
dS_{tubo_n}	Área del n-ésimo tubo de corriente por elemento	m ²
dS_{tubo}	Área azimutal de un tubo de corriente	m ²
dT_t	Torque aerodinámico por elemento	N · m
F_p	Factor de pérdida Prandtl (pérdidas en la punta)	—
f	Parámetro auxiliar para el cálculo de F_z	—
$F_{A_{total}}$	Fuerza axial total por tubo de corriente	N
$F_{N_{total}}$	Fuerza normal total por tubo de corriente	N
F_z	Factor de pérdida de Prandtl vertical	—
H	Altura del rotor (VAWT)	m
J_{rotor}	Inercia del rotor	kg · m ²
L_t	Fuerza de sustentación	N
$\dot{m}$	Caudal de masa	kg/s
P	Potencia eléctrica extraída	W
p	Presión	Pa
p_1, p_2, p_3, p_4	Presiones estáticas en secciones 1–4	Pa
P_g	Potencia generada por el aerogenerador	W
$P_{mecánica}$	Potencia mecánica del rotor	W
R	Radio del rotor	m
RA	Relación de Aspecto H/R	—
r	Posición radial del elemento	m
Re	Número de Reynolds	—
S	Área del rotor	m ²
$\bar{T}_t$	Torque medio por revolución	N · m
T_t	Torque aerodinámico del rotor	N · m
U	Velocidad del viento	m/s
U_1, U_2, U_3, U_4	Velocidades del viento en secciones del tubo de corriente	m/s
μ	Viscosidad cinemática del aire	m ² /s
$V_{o_{axial}}$	Componente axial de la velocidad relativa	m/s
$V_{o_{tangencial}}$	Componente tangencial de la velocidad relativa	m/s
V_o	Velocidad relativa local del viento	m/s
V_{ot}	Velocidad relativa en el rotor	m/s
z	Posición axial del elemento	m
α	Ángulo de ataque	grados (°)
$\alpha_{max(\lambda, \beta)}$	Valor máximo del ángulo de ataque en una revolución	grados (°)
$\alpha_{R(\theta_i, z)}$	Ángulo de ataque efectivo en un elemento helicoidal	grados (°)
$\alpha_{rms(\lambda, \beta)}$	Valor cuadrático medio del ángulo de ataque en una revolución	grados (°)
β	Ángulo de paso	grados (°)
$\beta_{twist(z)}$	Ángulo de torsión local de una aspa helicoidal	grados (°)
β_{twist_0}	Torsión en la base del aspa helicoidal	grados (°)

$\Delta\beta_{twist}$	Rotación total a lo largo del aspa helicoidal	grados (°)
ΔZ_j	Altura del elemento j de aspa	m
θ_i	Ángulo azimutal del elemento i	grados (°)
λ	Relación de velocidad específica	—
λ_r	Relación de velocidad específica local	—
ρ	Densidad del aire (1.225 kg/m ³)	kg/m ³
σ'	Solidez local	—
φ	Ángulo de la velocidad relativa local de entrada del aire	grados (°)
$\Phi(z)$	Desfase helicoidal acumulado a lo largo de la altura	grados (°)
ω_{estela}	Velocidad angular de la estela	rad/s
ω_{rotor}	Velocidad angular del rotor	rad/s

Estructural RBM+FEM		
Símbolo	Descripción	Unidad
A	Área transversal	m ²
b	Ancho de la sección transversal	m
C	Matriz de amortiguamiento	—
d	Posición del extremo de la viga	m
E	Módulo de Young	Pa
El	Rigidez a flexión	N · m ²
G_i	Constantes arbitrarias asociadas a condiciones de frontera	—
h	Altura de la sección transversal	m
I	Segundo momento de inercia	m ⁴
I_ρ	Momento de masa de inercia rotacional	kg · m
K	Matriz global de rigidez	—
K_{ij}^e	Matriz de rigidez del elemento e	—
l	Longitud de la viga	m
L	Matriz global de masa rotacional	—
L_{ij}^e	Matriz de masa rotacional del elemento e	—
M	Matriz global de masa	—
M_{ij}^e	Matriz de masa del elemento e	—
N_i	Funciones de forma	—
t	Tiempo	s
$T(t)$	Función temporal armónica	—
$u(x, y, z, t)$	Desplazamiento longitudinal	m
$v(x, y, z, t)$	Desplazamiento lateral (nulo)	m
$w(x, t)$	Desplazamiento transversal	m
w_i	Vector nodal del desplazamiento y giro	—
x	Coordenada espacial a lo largo de la viga	m
$X(x)$	Función espacial en la solución separable	—
$X(x)$	Función espacial de la solución	—
y	Coordenada lateral (desplazamiento nulo)	m
z	Coordenada vertical desde el eje neutro	m

$\theta(x, t)$	Ángulo de giro	rad
$\rho(x)$	Densidad de masa en función de la longitud	kg/m ³
$Y(x)$	Función de prueba	—
ω	Frecuencia natural de vibración	rad/s
$\omega_i, \left(\frac{d\omega}{dx}\right)_i$	Variables nodales del desplazamiento y el giro	—
$\omega_{tt}, \omega_{ttx}$	Derivadas temporales/mixtas	—
$\omega_x, \omega_{xx}, \omega_{xxx}$	Derivadas espaciales del desplazamiento	—

Rodamientos mecánicos (5-DOF)		
Símbolo	Descripción	Unidades
x, y	Desplazamientos radiales del eje/anillo interior	m
z	Desplazamiento axial del eje/anillo interior	m
θ_x, θ_y	Inclinaciones del eje alrededor de los ejes (x) y (y)	rad
θ_i	Posición angular del eje / anillo interior	rad
$\dot{\theta}_i = \omega_i$	Velocidad angular del anillo interior (igual a la del eje)	rad/s
e	Excentricidad del centro de masa del eje respecto al centro del rodamiento	m
x_m, y_m	Coordenadas del centro de masa del eje considerando excentricidad	m
$\dot{x}_m, \dot{y}_m$	Velocidad del centro de masa del eje	m/s
d	Diámetro de los elementos rodantes	m
D	Diámetro de paso	m
N_b	Número de elementos rodantes	—
r_b	Radio efectivo desde el centro del rodamiento al punto medio del contacto elemento rodante–anillo interior	m
r_c	Radio de la jaula	m
θ_j	Posición angular del elemento rodante (j)-ésimo	rad
θ_0	Posición angular inicial del primer elemento rodante	rad
F_i	Fuerza normal del contacto del elemento rodante (i)-ésimo	N
F_N	Fuerza normal equivalente total aplicada al rodamiento	N
δ_i	Deformación local de contacto (Hertz)	m
k_h	Constante hertziana (rigidez de contacto elemento rodante–anillo interior)	N · m ^{-1.5}
K_{ball}	Rigidez equivalente del contacto del elemento rodante	N/m
v_{rel}	Velocidad relativa tangencial en el contacto bola–pista	m/s
M_{shaft}	Masa equivalente del eje–anillo interior	kg
M_{ball}	Masa equivalente del elemento rodante	kg
M_{jaula}	Masa equivalente de la jaula	kg
$M_{pedestal}$	Masa equivalente del pedestal/anillo exterior	kg
J_{jaula}	Inercia rotacional de la jaula	kg · m ²
K_{shaft}	Rigidez entre el eje y el anillo interior	N/m
R_{shaft}	Amortiguamiento entre el eje y el anillo interior	N · s/m
$K_{pedestal}$	Rigidez del pedestal/anillo exterior	N/m
$R_{pedestal}$	Amortiguamiento del pedestal/anillo exterior	N · s/m
B_1	Amortiguamiento asociado a la masa suspendida	N · s/m

R_{ball}	Amortiguamiento del contacto elemento rodante–anillo interior	$N \cdot s/m$
R_f	Componente resistivo equivalente de fricción	$N \cdot s/m$
T_{shaft}	Torque aplicado por el eje al anillo interior	$N \cdot m$
T_L	Torque total de pérdidas del rodamiento	$N \cdot m$
μ	Coefficiente de fricción de contacto	—
c_v	Coefficiente de fricción viscosa	$N \cdot m \cdot s$
ω_{shaft}	Velocidad angular del eje	rad/s

Máquina Eléctrica		
Símbolo	Descripción	Unidad
V_F	Voltaje de campo.	V
L_F	Inductancia del circuito de campo.	H
R_F	Resistencia del circuito de campo.	Ω
V_ϕ	Voltaje de fase.	V
V_S	Voltaje del estator.	V
L_S	Reactancia síncrona.	Ω
R_S	Resistencia del estator.	Ω
V_L	Voltaje de línea.	V
I_L	Corriente de línea.	A
P_{conv}	Potencia convertida.	W
T_{em}	Torque electromagnético.	$N \cdot m$
T_t	Torque aerodinámico.	$N \cdot m$
J_{rotor}	Inercia del rotor.	$kg \cdot m^2$
P_{olos}	Número de pares de polos.	—
f_e	Frecuencia eléctrica (Hz).	Hz
n_m	Velocidad mecánica (rpm).	rpm
δ	Ángulo interno o de torque.	grados (°)
γ	Ángulo entre voltaje y corriente.	grados (°)
θ_r	Posición angular del rotor.	grados (°)
ψ	Enlace de flujo magnético.	—
i	Corriente eléctrica.	A
v	Voltaje eléctrico.	V
B_m	Coefficiente de amortiguamiento mecánico.	—

BOND GRAPH		
Símbolo	Descripción	Unidad
$e(t)$	Esfuerzo instantáneo	Varía
$f(t)$	Flujo instantáneo	Varía
$P(t)$	Potencia instantánea	W
C	Elemento de capacidad	—
k	Constante de capacidad	Varía

$q(t)$	Desplazamiento generalizado	—
$v(t)$	Voltaje	V
$i(t)$	Corriente	A
R	Resistencia	Ω

Capítulo 1

1 Introducción

En México, las emisiones de gases de efecto invernadero (GEI) aumentan a una tasa anual promedio de 2.1 % [1], lo que refuerza la necesidad de acelerar la transición hacia fuentes renovables. Durante las últimas dos décadas, el país ha incorporado de manera significativa tecnologías renovables de sistemas eólicos y fotovoltaicos [2], [3], impulsadas por ventajas como la reducción en la dependencia de combustibles fósiles, el fomento del crecimiento económico [4] y la posibilidad de electrificar zonas remotas mediante aerogeneradores de pequeña escala, paneles solares, baterías y sistemas de almacenamiento energético basados en supercapacitores.

El panorama mundial confirma esta tendencia. En 2024 se incorporó una cifra histórica de capacidad adicional, representando el 80% del crecimiento global en generación eléctrica baja en carbono [5]. Proyecciones recientes estiman que, hacia 2030, la capacidad instalada podría multiplicarse por 2.7 [6]. Por su parte, la Agencia Internacional de Energías Renovables (IRENA) reporta que un crecimiento anual de 19.8%, con Asia como región dominante en nuevas instalaciones. Sin embargo, la Agencia Internacional de Energía (IEA) identifica factores limitantes (políticos, financieros, tecnológicos y sociales) que han impedido un avance de las energías renovables, resultando en un progreso insuficiente para mantener la trayectoria hacia el objetivo global de cero emisiones netas [6].

Este contexto ha impactado al sector eólico en México donde a pesar de desafíos regulatorios y la desaceleración en la instalación de nuevos parques eólicos entre 2019 y 2021, la capacidad nacional alcanzó 7.782 GW al cierre de 2024, con 74 parques en operación, de acuerdo con datos de la Asociación Mexicana de Energía Eólica (AMDEE) [7]. Aunque estas cifras corresponden a instalaciones de gran escala, el aprovechamiento eólico también puede lograrse en zonas urbanas y residenciales mediante aerogeneradores de baja potencia, con capacidad para cubrir total o parcialmente la demanda local y reducir las pérdidas asociadas a la transmisión de la energía eléctrica [8].

En esta Tesis se estudian dos configuraciones representativas de aerogeneradores de baja potencia para uso residencial: uno de eje horizontal (Horizontal Axis Wind Turbine, HAWT) y otro de eje vertical tipo Darrieus helicoidal (Vertical Axis Wind Turbine, VAWT). Estas configuraciones son particularmente atractivas en entornos urbanos, donde predominan velocidades de viento moderadas, turbulencia elevada y existen diversas restricciones de instalación.

Cabe destacar que, la literatura reciente ha demostrado avances relevantes en el diseño aerodinámico y estructural de aerogeneradores de baja potencia. Sin embargo, la mayoría de los modelos reportados utilizan aproximaciones simplificadas que no consideran adecuadamente la interacción entre los submodelos aerodinámico, estructural, mecánico y electromecánico. Efectos como la transmisión real del torque, la dinámica del eje, las pérdidas en los rodamientos y la inercia equivalente suelen modelarse de forma independiente o mediante aproximaciones lineales, lo cual, limita la capacidad de predecir el comportamiento dinámico de turbinas de baja potencia, particularmente en condiciones de viento turbulento, donde las fuerzas aerodinámicas y cargas mecánicas varían continuamente [9]-[11].

Esta Tesis aborda estos desafíos mediante el desarrollo de un modelo dinámico integral basado en la metodología Bond Graph (BG), que permite representar de manera unificada el flujo de energía entre los diferentes dominios. Con este planteamiento se facilita el análisis de acoplamientos, pérdidas internas, interacción mecánica electromagnética y la evolución temporal de variables como el coeficiente de potencia, el torque y la potencia eléctrica generada.

Asimismo, este tipo de sistemas se consideran dentro del concepto de microgeneración eólica, donde los aerogeneradores se instalan en el punto de consumo (cerca del usuario final), lo que minimiza las pérdidas por transmisión. Dado que aproximadamente el 65 % del consumo energético global se concentra en zonas urbanas [12]-[14], la capacidad de diseñar modelos precisos y robustos es esencial para evaluar la viabilidad de estas tecnologías.

La Figura 1-1 presenta un diagrama general del flujo de energía en el aerogenerador modelado en esta Tesis, con los módulos principales que se integran mediante BG:

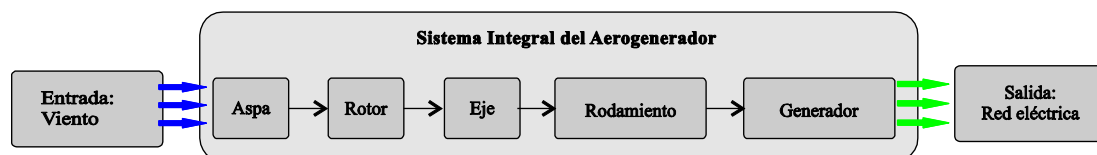


Figura 1-1: Diagrama general del flujo de energía del aerogenerador.

1.1 Objetivo General

Diseñar, modelar e integrar dinámicamente un aerogenerador de baja potencia para uso residencial, representando sus componentes principales (aspas, rotor, eje, rodamientos y generador) utilizando la metodología Bond Graph, para analizar su desempeño bajo diferentes condiciones de viento.

1.1.1 Objetivos Específicos

- a) Calcular los parámetros aerodinámicos, estructurales y mecánicos de cada componente (aspas, rotor, eje, rodamientos y generador), empleando la teoría del momento de elemento aspa, el modelo del momento con doble disco actuador, el modelo de viga de Rayleigh y el método de elementos finitos.
- b) Desarrollar y validar los modelos detallados en Bond Graph para cada submodelo, se incluye la conversión aerodinámica, la dinámica estructural, el acoplamiento mecánico y la etapa electromecánica del generador síncrono de imanes permanentes.
- c) Integrar los submodelos en un único modelo garantizando la correcta representación del flujo de energía entre las etapas aerodinámica, mecánica y eléctrica, y obtener la trayectoria completa del torque y la inercia desde la entrada de viento hasta la entrega de energía eléctrica.
- d) Simular el sistema completo bajo perfiles de viento constante y variable, analizando la evolución de la velocidad angular, el torque, la potencia mecánica y la potencia eléctrica generada; y comparar el desempeño entre las configuraciones de los aerogeneradores de eje horizontal y de eje vertical tipo Darrieus helicoidal.

1.2 Antecedentes

El sistema energético global enfrenta retos derivados del agotamiento de los combustibles fósiles y la creciente demanda de energía eléctrica, por lo que, la energía eólica se posiciona como una de las fuentes renovables más consolidadas y con mayor potencial de expansión, tanto en grandes parques como en aplicaciones urbanas y rurales a pequeña escala [3], [15].

Los aerogeneradores se clasifican en dos categorías principales: HAWT y VAWT. Las HAWT predominan en el sector de gran escala, con rotores que pueden superar los 140 m de diámetro, mientras que las VAWT presentan ventajas que favorecen su implementación para entornos

residenciales, tales como su operación omnidireccional, tolerancia a la turbulencia y facilidad de instalación [16].

Históricamente, el primer uso documentado de los sistemas de eje vertical fue desde el siglo VII en Sistán (actual Afganistán) presentado en la Figura 1-2, donde se empleaban molinos accionados por el viento para tareas mecánicas [17]. Inspirado en ese principio, trabajos recientes han evaluado diseños modernos basados en geometrías verticales, logrando eficiencias superiores al 40 % en modelos a escala [18].



Figura 1-2: Aerogenerador de eje Vertical en Sistán, Afganistán [19].

Asimismo, el desarrollo arquitectónico también ha impulsado la integración de aerogeneradores en edificaciones, como en el Bahrain World Trade Center mostrado en la Figura 1-3, considerado el primer edificio que integra aerogeneradores dentro de su estructura [20].



Figura 1-3: Bahrain World Trade Center [21].

Sin embargo, los aerogeneradores instalados en entornos urbanos se enfrentan a retos como la turbulencia generada por edificaciones, árboles y obstáculos, dificultando la predicción del viento local, lo que exige modelos de simulación robustos que representen la aerodinámica y mecánica. Otro ejemplo de aplicación es en la Torre Eiffel, que incorpora dos aerogeneradores verticales con una producción aproximada de 10,000 kWh anuales [22].

Además, en los últimos años, los aerogeneradores que eliminan la caja de engranes y acoplan el rotor directamente a un generador síncrono de imanes permanentes (Permanent Magnet Synchronous Generator, PMSG) conocidos como accionamiento directo (Direct Drive Wind Turbine, DDWT), han adquirido relevancia, debido a que reduce pérdidas mecánicas, mantenimiento y puntos de falla [23], [24]. Sin embargo, esta configuración incrementa la sensibilidad del sistema implicando una interacción más estrecha entre los elementos aerodinámicos, estructurales y electromagnéticos, lo que incrementa la necesidad de modelos capaces de representar adecuadamente estos acoplamientos [25].

Para representar las interacciones entre diferentes dominios físicos, la metodología BG se ha convertido en una herramienta relevante debido a su capacidad para unificar submodelos aerodinámicos, mecánicos, estructurales y eléctricos bajo una misma representación [26], [27]. Diversos estudios han abordado el modelado de PMSG, transmisiones mecánicas y aerogeneradores mediante BG [27]–[36]. En este contexto, algunos enfoques incorporan modelos simplificados para la representación de la dinámica mecánica y de la transferencia de energía del sistema, tales como la modelación simplificada de los rodamientos, la omisión de ciertos efectos inerciales de componentes principales o el uso de enfoques aerodinámicos que no consideran explícitamente la dirección del flujo de energía desde el viento hacia el generador (véase Figura 1-1).

Asimismo, hay modelos detallados de rodamientos basados en BG que han demostrado alta precisión [37]–[40], aunque suelen presentar cargas computacionales elevadas o no consideran su integración con ejes flexibles o sistemas eléctricos. Esta limitación dificulta su aplicación en modelos completos de aerogeneradores o en simulaciones de tiempo real.

Con el fin de abordar las limitaciones identificadas en la literatura, en la presente Tesis se plantean dos modelos de baja potencia (HAWT y VAWT Darrieus helicoidal) para uso residencial, utilizando BG. La propuesta es realizar los submodelos aerodinámico, mecánico y eléctrico a partir de parámetros reales, para obtener un sistema completo.

Además, esta Tesis amplía el uso de BG a sistemas complejos de conversión eólica, el cual ofrece un modelo robusto que permite analizar, simular y validar el comportamiento del aerogenerador, así como desarrollar futuras estrategias de control y diagnóstico para aplicaciones residenciales.

1.3 Planteamiento del Problema

La mayoría de las investigaciones actuales se centran en aerogeneradores de gran escala instalados en parques eólicos, que producen miles de watts de potencia y resultan más rentables a corto plazo. No obstante, en zonas urbanas existe un recurso eólico que no es aprovechado, el cual presenta un alto potencial para la microgeneración de energía eléctrica. Sin embargo, los modelos tradicionales para aerogeneradores de baja potencia suelen considerar solo la aerodinámica o utilizar simplificaciones radicales del tren mecánico, lo cual limita la capacidad de predecir el comportamiento real bajo condiciones de viento variable. Adicionalmente, las pérdidas mecánicas en los rodamientos, la flexibilidad de las aspas y el acoplamiento electromecánico del generador suelen modelarse con aproximaciones independientes o lineales. Por todo lo anterior, se deriva la necesidad de un modelo integral que permita:

- Representar la congruencia del flujo de energía entre los submodelos.
- Considerar las interacciones aerodinámicas, estructurales y electromecánicas.
- Simular el funcionamiento dinámico del aerogenerador bajo condiciones de operación reales.
- Evaluar la sensibilidad del sistema ante variaciones del viento y de los parámetros internos.

1.4 Justificación

La transición energética y los compromisos globales de sostenibilidad requieren no solo soluciones a gran escala, sino también tecnologías acondicionadas para funcionar en entornos urbanos. En ese sentido, la relevancia de esta Tesis radica en ofrecer un modelo considerando los diferentes dominios físicos involucrados en el sistema de un aerogenerador, modelado en BG con la capacidad de integrar y representar los distintos dominios físicos (aerodinámico, mecánico y eléctrico) en un único sistema, optimizando el análisis dinámico y el diseño, además de, verificar el flujo de energía entre submodelos. Esto es especialmente importante en aerogeneradores de baja potencia instalados en entornos residenciales, donde la variabilidad del viento es elevada. En estas condiciones, el sistema opera a diferentes velocidades, las cargas mecánicas pueden variar de manera repentina y la eficiencia depende en gran medida de las pérdidas internas.

El desarrollo de un modelo integral es fundamental para el análisis, diseño, optimización y control avanzado, lo que permite evaluar el Retorno de la Inversión (ROI). Con esto, se contribuye a la

creación de soluciones energéticas residenciales eficientes, económicamente viables y alineadas a los objetivos globales de sostenibilidad.

1.5 Contribuciones

Las principales contribuciones de esta Tesis son:

1. Desarrollo de un modelo integral de aerogenerador (HAWT/VAWT) en BG, que incorpora los dominios aerodinámico, mecánico, estructural y electromecánico, lo que permite analizar la transmisión de energía desde el viento hasta la generación eléctrica.
2. Implementación de un modelo detallado del rodamiento con cinco grados de libertad 5-DOF (Degrees Of Freedom, DOF), que integra la representación explícita de la rigidez, el amortiguamiento, la fricción y la dinámica de la jaula.
3. Modelado estructural de las aspas mediante RBM+FEM, con lo que permite representar la flexibilidad e inercia distribuida.
4. Integración de generador PMSG en variables trifásicas en BG.
5. Simulación completa del sistema bajo viento constante y variable, con el análisis del desempeño global y comparativo entre HAWT y VAWT helicoidal.

1.6 Estado del arte

El diseño de aerogeneradores ha evolucionado con el objetivo de mejorar la eficiencia energética y reducir los costos de operación mediante soluciones tecnológicas que disminuyan el mantenimiento y optimicen la conversión de energía [1], [41]. En el caso de la microgeneración, donde los recursos eólicos suelen ser limitados y el espacio disponible restringido, los aerogeneradores deben ser compactos, eficientes y capaces de operar de manera estable bajo condiciones de viento altamente variables [4].

Sin embargo, gran parte de las investigaciones recurre a modelos simplificados basados en aerogeneradores de gran escala, lo que limita la representación integral entre los dominios

aerodinámico, mecánico, estructural y electromagnético [42]. Como consecuencia, muchos trabajos se enfocan únicamente en un componente (aspas, rotor o generador) mientras el resto del sistema se modela con aproximaciones genéricas que impiden analizar fenómenos relevantes como pérdidas mecánicas, transmisión real del torque, vibraciones, fricción en rodamientos y el acoplamiento dinámico completo. Asimismo, en trabajos previos no hay modelos capaces de integrar de manera simultánea dichos submodelos, ya que la mayoría de las propuestas recurre a acoplamientos parciales o linealizados que no capturan adecuadamente el flujo de potencia entre aspas, eje, rodamiento y generador ni la influencia del viento variable en la transmisión de potencia mecánica.

También, la literatura disponible se centra en su mayoría en aerogeneradores de eje horizontal, ampliamente utilizados en parques eólicos por su alto coeficiente de potencia en flujo laminar. En contraste, los aerogeneradores de eje vertical han recibido menor atención teórica y experimental, a pesar de que sus características aerodinámicas y su comportamiento en vientos variables que los hacen adecuados para entornos urbanos y residenciales a pequeña escala [4].

Por otra parte, de acuerdo con la clasificación presentada en [43]- [46], los VAWT se agrupan en tres tipos principales:

- La Figura 1-4.a presenta el diseño tipo Savonius que opera por arrastre, el cual se caracteriza por su capacidad de autoarranque, pero con baja eficiencia [43].
- El rotor Darrieus, basado en sustentación (Figura 1-4.b), alcanza mayores velocidades de giro, aunque requiere asistencia de arranque y presenta una variación cíclica del torque [44].
- El rotor Darrieus tipo H (Figura 1-4.c), usa perfiles simétricos de la serie NACA (National Advisory Committee for Aeronautics) simétricas, lo que facilita su diseño y optimización [45].

La Figura 1-4 resume estas configuraciones de acuerdo con los criterios de [46].

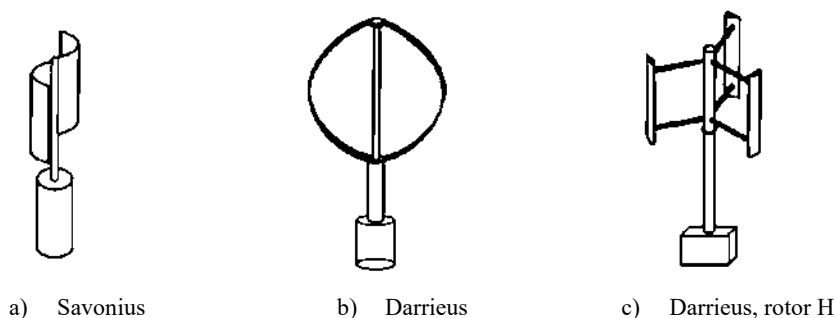


Figura 1-4: Principales tipos de aerogeneradores de eje vertical [46].

Estudios como [47] y [48] han profundizado en el análisis aerodinámico de rotores tipo H mediante simulaciones tridimensionales con interacción fluido-estructura (Fluid Structure Interaction, FSI), explorando efectos del número de Reynolds, relación de aspecto y variación del ángulo de ataque. Estos trabajos evidencian que, aunque los rotores H pueden operar con estabilidad, las cargas estructurales inducidas por el flujo pueden ser significativas y deben considerarse en el proceso de diseño.

Aunque existen estudios tridimensionales y modelos FSI para rotores Darrieus tipo H, estos análisis no se extienden a esquemas de modelado que integren simultáneamente la variación azimuthal del ángulo de ataque, la flexibilidad de las aspas y la propagación del torque hacia el eje y los rodamientos. La interacción aerodinámica-estructural aún se estudia de forma parcial.

Con base en estas observaciones, algunos autores proponen la incorporación de dispositivos de captación de viento (Wind Gathering Device, WGD) en los extremos del rotor para mejorar la captación e incrementar la velocidad local del flujo incidente, al mismo tiempo que protegen al sistema de condiciones climáticas adversas [46]. La Figura 1-5 muestra un ejemplo de esta configuración aplicada a un SB-VAWT.

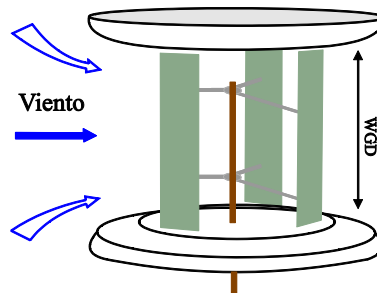


Figura 1-5: SB-VAWT con WGD en los extremos verticales del rotor.

Por otro lado, diversos trabajos como [49]- [53] demuestran que los rotores Darrieus helicoidales, si bien presentan un coeficiente de potencia (C_p) ligeramente menor que el de aspas rectas, ofrecen una operación más estable y uniforme. La torsión helicoidal distribuye la carga aerodinámica gradualmente a lo largo de la altura, al reducir los picos de torque y suavizando las oscilaciones del ángulo de ataque. Estas características los hacen especialmente atractivos para aplicaciones residenciales, donde la estabilidad operacional es prioritaria.

Los estudios sobre rotores Darrieus helicoidales se han centrado principalmente en analizar su coeficiente de potencia y la mejora en la estabilidad operativa; sin embargo, pocos trabajos examinan cómo la torsión helicoidal influye en la transmisión del torque hacia el tren mecánico o en la respuesta dinámica integral del aerogenerador.

En cuanto al tren mecánico, los aerogeneradores de gran escala tradicionalmente emplean cajas de engranes, acoples y múltiples etapas de transmisión. Sin embargo, estos componentes incrementan el peso, el costo de mantenimiento, las pérdidas mecánicas y los niveles de ruido [54], [55]. Actualmente, la tendencia es hacia los aerogeneradores que eliminan la caja de engranes y acoplan directamente el rotor con el generador (DDWT) [51]. Esta configuración reduce fricción, vibraciones, mantenimiento y ruido, además de ser adecuada para operar bajo viento variable en aplicaciones residenciales [56].

Con esta configuración los generadores PMSG son ampliamente utilizados debido a su elevado torque y capacidad para operar a bajas velocidades del eje, aunque presentan como desventaja el costo de los materiales magnéticos [57]. Aunque en la mayoría de las investigaciones modelan el PMSG mediante la transformación de Park (dq), esta representación introduce variables no físicas (ejes d y q). Para propósitos de modelado y análisis de diferentes dominios, la representación en variables trifásicas naturales (abc) permite una integración directa en BG y conserva el significado físico del sistema [58].

Adicionalmente, la mayoría de los modelos del PMSG se desarrollan únicamente en el dominio eléctrico, sin considerar cómo las condiciones mecánicas del eje y los rodamientos influyen en su operación. En particular, no se han reportado modelos que integren, dentro de una sola representación, la conversión electromecánica del PMSG con la dinámica del rotor y las pérdidas por fricción en los rodamientos.

En el contexto de modelado de diferentes dominios, algunos trabajos como [59] y [60] han aplicado BG a sistemas eólicos de pequeña escala, demostrando su capacidad para representar interacciones energía-flujo entre dominios y para integrar controladores como MPPT (Maximum Power Point Tracking). Asimismo, estudios electromagnéticos basados en el método de elemento finito (Finite Element Method, FEM), junto con algoritmos genéticos, se han utilizado para optimizar el diseño de PMSG compactos destinados a microgeneración [61].

Por otro lado, al analizar el comportamiento aerodinámico real de un aerogenerador, [62] destaca la relevancia de considerar pérdidas mecánicas, vibraciones, variaciones de carga, dinámica estructural y vida útil del sistema, recalcando la necesidad de modelos más completos que integren estos efectos.

Paralelamente, resulta relevante considerar los rodamientos como elementos críticos en aerogeneradores y en cualquier máquina rotativa, ya que determinan el nivel de fricción, las pérdidas mecánicas y las condiciones de vibración del sistema. En la bibliografía se muestran avances significativos como:

- Modelos detallados de jaula, elementos rodantes y anillos representados en BG [37], [38], [63].
- Modelos de alta resolución (33-DOF) para localizar defectos mediante contacto hertziano [39].
- Modelos con anillos exteriores flexibles y evolución del daño superficial [64]- [66].

Aunque estos modelos son altamente precisos, su costo computacional dificulta su integración en simulaciones completas de un aerogenerador o en aplicaciones de tiempo real.

Adicionalmente, el método FEM se utiliza ampliamente para analizar esfuerzos y vibraciones [67]- [73]. Asimismo, la combinación de las teorías BEM y RBM son útiles para modelar aspas sometidas a fuerzas aerodinámicas y flexión estructural [27], [74]- [77], proporcionando una base para el análisis modal, la optimización estructural y la simulación dinámica.

En general, la literatura muestra esfuerzos significativos orientados al diseño de aerogeneradores más eficientes, estables y adecuados para entornos urbanos. No obstante, la mayoría de estos trabajos aborda el modelado de manera parcial, centrándose en componentes aislados o empleando aproximaciones simplificadas en elementos clave como los rodamientos, la flexibilidad estructural o el acoplamiento electromecánico. Aunque se han reportado avances en el uso de rodamientos magnéticos y en la representación de diferentes dominios mediante BG, aún persiste la necesidad de modelos integrales que permitan evaluar la eficiencia global del sistema considerando aspas, rotor, eje, rodamientos y generador en un marco energético unificado.

En este contexto, esta Tesis presenta el desarrollo de un modelo de un aerogenerador de baja potencia para uso residencial, donde la energía se produce cerca del punto de consumo. El diseño se realiza en BG, que permite integrar los principales componentes del aerogenerador: aspas, eje, rodamientos y

PMSG, todos modelados bajo el mismo método. Asimismo, se modela la dinámica detallada del sistema rotor-rodamiento, que permite representar lo más cercano al comportamiento real.

Con esta propuesta, se busca no solo avanzar en la fidelidad del modelado de aerogeneradores, sino también ofrecer un diseño versátil para futuras aplicaciones en monitoreo de condición, detección temprana de fallas y optimización estructural, para contribuir a la transición hacia sistemas energéticos más sostenibles, accesibles y adaptados a las necesidades reales del usuario final.

1.7 Metodología

La metodología adoptada en esta Tesis se estructura en seis fases principales, diseñadas para garantizar una representación integral y de acuerdo a las leyes de la física del aerogenerador:

La primera fase realiza la revisión de los antecedentes y del estado del arte, donde se analizan los avances y métodos actuales utilizados para el diseño de aerogeneradores y de sus componentes principales: aspas, rotor, eje, rodamientos y generador, con el fin de identificar el vacío de conocimiento en la integración de modelos de alta precisión.

En la segunda etapa, se abordan los fundamentos teóricos necesarios para el diseño detallado de aerogeneradores HAWT y VAWT. Esto incluye la teoría BEM y el modelo DMST, utilizados para el análisis aerodinámico; el Modelo RBM, empleado para representar la rigidez y el amortiguamiento; y el FEM, que permite conocer la interacción entre las fuerzas aerodinámicas y su respuesta estructural. Se construyen los modelos aerodinámicos base, y, además, se investigan las clasificaciones de rodamientos, con el objetivo de seleccionar aquel que minimice las pérdidas por fricción. Finalmente, se estudian las bases teóricas de la metodología BG, para el desarrollo de los modelos en diferentes dominios físicos.

A partir de este análisis, se modelan a detalle los componentes. Para cada uno, se desarrollan los diseños aerodinámicos y estructurales detallados, y su respectivo submodelo en BG. También, se desarrolla un modelo en 5-DOF de los rodamientos que permite analizar pérdidas mecánicas, donde se incluye explícitamente la rigidez, el amortiguamiento y la fricción. Asimismo, se implementa el generador PMSG en sus variables de fase naturales (abc) para seguir las etapas de la física e integrarlo en BG.

Finalmente, los submodelos previos se integran en BG, asegurando causalidad, conservación de potencia y consistencia entre dominios. Se realizan simulaciones bajo perfiles de viento constante y variable, analizando torque, velocidad angular, potencia mecánica y potencia eléctrica final.

Esta metodología permite evaluar de forma ordenada la contribución de cada submodelo, relevante en aerogeneradores de baja potencia.

1.8 Organización de Capítulos

La presente Tesis se estructura en cinco capítulos, además de secciones preliminares y tres apéndices. A continuación, se presenta la descripción breve del contenido de cada uno:

Capítulo 1: Introducción

El capítulo 1, establece el contexto global (microgeneración eólica), delimita el Planteamiento del Problema y presenta la Justificación y los Objetivos de la investigación. Asimismo, integra los Antecedentes y el Estado del Arte, con una revisión de estudios recientes sobre aerogeneradores de baja potencia, modelado a detalle en rodamientos y la aplicación de BG, lo que permite sustentar las contribuciones de esta tesis.

Capítulo 2: Fundamentos Teóricos para el Diseño del Aerogenerador

Este capítulo presenta los fundamentos teóricos que sustentan el desarrollo del modelo dinámico detallado del sistema. Se abordan las bases aerodinámicas con BEM/DMST, la dinámica estructural con RBM+FEM, la dinámica del rodamiento con un modelo 5-DOF, los generadores PMSG y la metodología BG como la herramienta de modelado para la implementación de los submodelos en los capítulos posteriores.

Capítulo 3: Modelado Multidominio del Aerogenerador de Baja Potencia para Uso Residencial en Bond Graph

En este capítulo se desarrollan dos modelos integrales del aerogenerador (HAWT y VAWT), detallando los componentes principales con submodelos en BG del aspa, rotor, eje, rodamientos y generador PMSG. Tanto para el eje como para los rodamientos se incluye explícitamente la rigidez, el amortiguamiento y la fricción. Además, se presenta el modelo del generador PMSG en sus variables

trifásicas (*abs*) para una integración directa en BG. Además, se define la causalidad, los puertos de energía y las interconexiones que satisfacen al aerogenerador.

Capítulo 4: Simulación y Análisis del Sistema

El modelo integral se simula en el software 20-SIM, al reproducir escenarios operativos bajo condiciones de viento constante y variable, con el uso de datos reales. Se analizan variables de desempeño (coeficiente de potencia, velocidad de rotación, potencias generadas) y, se examina la potencia mecánica en la entrada y salida de los rodamientos, lo que permite cuantificar sus pérdidas por fricción, valorar la eficiencia de su diseño y conocer el impacto global de estos elementos en el aerogenerador. Posteriormente, se presenta un análisis comparativo entre las configuraciones HAWT y VAWT.

Capítulo 5: Conclusiones y Trabajos Futuros

En las conclusiones se resumen los hallazgos y se destacan las ventajas del enfoque propuesto. Se discuten los alcances obtenidos, las limitaciones identificadas y las oportunidades de mejora. Finalmente, se plantea como trabajo futuro la validación experimental, la implementación de controladores avanzados, y el uso del modelo para el desarrollo de algoritmos para el diagnóstico y predicción de fallas.

Apéndices A-C:

Incluyen funciones Hermíticas, fundamentos avanzados de BG y parámetros geométricos y eléctricos de los modelos HAWT y VAWT.

Capítulo 2

2 Fundamentos Teóricos para el Diseño del Aerogenerador

2.1 Introducción

Este capítulo presenta los fundamentos teóricos que sustentan el diseño y modelado de un aerogenerador para uso residencial, empleando la metodología Bond Graph (BG) por su capacidad para integrar de manera estructurada los distintos dominios físicos del sistema. Asimismo, se abordan los principios que guían el diseño de aerogeneradores de baja potencia y su operación en entornos urbanos, caracterizados por tener viento variable.

2.2 Teoría BEM

La teoría de BEM es un proceso matemático que se usa para determinar la forma o geometría óptima del aspa, además, se pueden calcular parámetros útiles para el rendimiento del aspa como el torque aerodinámico (T_t), la fuerza de sustentación (L_t), la fuerza de arrastre (D_t), entre otros [78].

El torque aerodinámico es la fuerza neta del viento que actúa sobre el rotor del aerogenerador. Las principales fuerzas que actúan sobre las aspas son la fuerza de sustentación y la fuerza de arrastre (ver Figura 2-1), además, se consideran las propiedades aerodinámicas del aerogenerador como la forma, tamaño, orientación de las aspas que influye en la velocidad, dirección y densidad del viento [79].



Figura 2-1: Fuerzas ejercidas sobre el aspa.

La fuerza de sustentación es la fuerza generada sobre un cuerpo (aspa) que se desplaza a través de un fluido (aire), con dirección perpendicular a la corriente incidente y se calcula con:

$$L_t = \frac{1}{2} \rho V_{ot}^2 S C_L \quad (2-1)$$

donde L_t es la fuerza de sustentación en N, ρ es la densidad del aire en kg/m^3 , V_{ot} es la velocidad relativa en m/s, C_L es el coeficiente de sustentación adimensional y S es el área del rotor en m^2 , para un HAWT el área se calcula con $S = \pi R^2$ y para un VAWT $S = 2HD$, donde R es el radio del rotor para un HAWT y para un VAWT la altura es H y el diámetro D , todas ellas con unidades en metros.

La fuerza de arrastre es la resistencia o fuerza que produce un cuerpo (aspa) al moverse a través de un fluido (aire) en la dirección de la velocidad relativa V_{ot} como lo muestra la Figura 2-1. El arrastre se calcula con:

$$D_t = \frac{1}{2} \rho V_{ot}^2 S C_D \quad (2-2)$$

siendo D_t la fuerza de arrastre en N y C_D es el coeficiente de arrastre adimensional.

Asimismo, la velocidad relativa (V_{ot}) es un concepto que relaciona el movimiento con la suma vectorial de la velocidad del viento en el rotor (ver Figura 2-2) y con la velocidad relativa local de las aspas (V_o), es decir por elemento del aspa con radio local r . Para conocer la magnitud de la velocidad relativa, se calcula a partir del triángulo de velocidades, el cual se muestra en la Figura 2-2:

$$V_{ot} = \sqrt{(U(1-a))^2 + V_o^2} \quad (2-3)$$

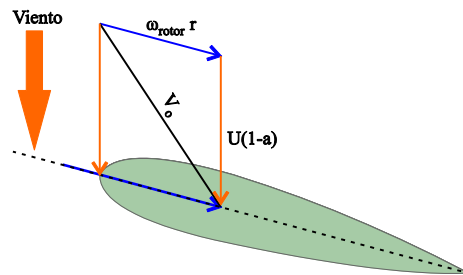


Figura 2-2: Velocidad relativa.

Por otro lado, desde la perspectiva del viento se supone que tenemos flujo laminar, este flujo se convierte en turbulento al coincidir con algún obstáculo (montañas, arboles, edificios, entre otros). Por lo anterior, cuando el viento incida sobre las aspas del rotor este será influenciado de acuerdo a

las características aerodinámicas del perfil, por lo que, para determinar estas fuerzas ejercidas sobre el rotor se utiliza la teoría BEM.

Como ya se mencionó, la teoría de BEM es un proceso matemático que determina el comportamiento de las aspas, el cual, consiste en dividir un asa del rotor en n elementos de cierto espesor diferencial y luego determinar las fuerzas aerodinámicas en cada uno. Estas fuerzas, se suman a lo largo del asa en una revolución del rotor, para obtener las fuerzas y momentos producidos por un asa. Paso seguido, se multiplican las fuerzas obtenidas por el número de aspas para obtener las fuerzas resultantes. Cuando se utiliza la teoría de BEM se asume lo siguiente [80]:

- No hay interacción aerodinámica entre los elementos.
- Las fuerzas sobre las aspas, solo están determinadas por las características de sustentación y arrastre de acuerdo con la forma aerodinámica de las aspas.

Es importante tener en cuenta al analizar las fuerzas en cada elemento del asa, que las fuerzas de sustentación y de arrastre son perpendiculares y paralelas, respectivamente, a la velocidad del viento relativa local (V_o).

Además, se definen los parámetros que se utilizan para calcular las fuerzas de sustentación y de arrastre de la Figura 2-3.a, en la cual, se muestra cómo actúan las fuerza aerodinámicas sobre el elemento n de un asa. Asimismo, las fuerzas se proyectan al plano de rotación (ver Figura 2-3.b) para obtener las componentes normales y tangenciales.

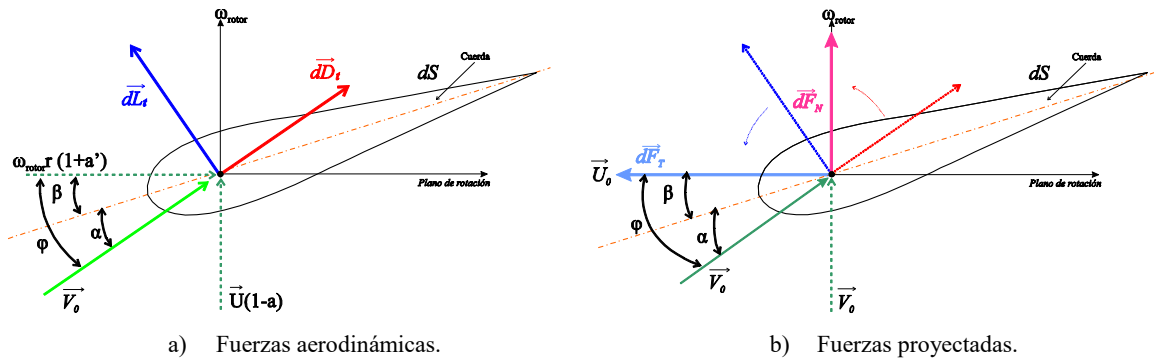


Figura 2-3: Definición de fuerzas aerodinámicas y proyectadas.

Apoyándonos de la Figura 2-3, se pueden obtener las relaciones de la velocidad relativa local V_o y el ángulo de ataque:

$$V_o = \sqrt{(U(1-a))^2 + (\omega_{rotor}r(1+a'))^2} \quad (2-4)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{U(1-a)}{\omega_{rotor}r(1+a')} \quad (2-5)$$

$$\alpha = \varphi - \beta \quad (2-6)$$

donde r es la posición radial del elemento del aspa, ω_{rotor} es la velocidad angular del rotor, a es el factor de inducción axial el cual desacelera el viento, a' es el factor de inducción tangencial, φ es el ángulo de la velocidad relativa local o de entrada del aire, β es el ángulo de paso y α es el ángulo de ataque. Todos los ángulos son medidos en grados.

Por otro lado, la Figura 2-3.a ilustra el vector de la velocidad local relativa generada en cada elemento del aspa dS donde sus componentes son las fuerzas de sustentación y de arrastre, expresadas como:

$$dS = c \, dr \quad (2-7)$$

$$dL_t = \frac{1}{2} \rho C_L V_o^2 dS \quad (2-8)$$

$$dD_t = \frac{1}{2} \rho C_D V_o^2 dS \quad (2-9)$$

donde dS es el área por cada elemento del aspa en m^2 , c es la cuerda del perfil en m, dL_t es la fuerza de sustentación por elemento en N, dD_t es la fuerza de arrastre por elemento en N, ρ es la densidad del aire (1.225 kg/m^3), V_o es la magnitud de velocidad local relativa del viento en m/s, C_L es el coeficiente de sustentación, C_D es el coeficiente de arrastre ambos adimensionales.

Asimismo, la Figura 2-3.b muestra la descomposición de las fuerzas aerodinámicas y su proyección sobre el plano de rotación se obtiene la fuerza resultante por elemento:

$$d\vec{F} = dF_T + dF_N \quad (2-10)$$

$$dF_N = \cos(\varphi) dL_t + \sin(\varphi) dD_t \quad (2-11)$$

$$dF_T = \sin(\varphi) dL_t - \cos(\varphi) dD_t \quad (2-12)$$

donde dF_N es la fuerza normal por elemento, dF_T es la fuerza tangencial por elemento y $d\vec{F}$ es la fuerza resultante por elemento, todas las fuerzas son medidas en N.

También la relación del torque por elemento (dT_t), se obtiene de la fuerza tangencial por elemento (dF_T) y un elemento dS ubicado en un radio r_{centro} , y se calcula por medio de la siguiente expresión:

$$dT_t = dF_T \cdot r_{centro} \quad (2-13)$$

En conclusión, las fuerzas resultantes se obtienen integrando respecto a dS sobre toda el área del aspa, o bien, realizando la sumatoria de todas las fuerzas por elemento y finalmente multiplicar por el número de aspas.

Por lo anterior, la fuerza normal total se expresa como:

$$F_{N_{total}} = \sum_1^n dF_N \cdot B \quad (2-14)$$

donde $F_{N_{total}}$ es la fuerza normal total en N, B es el número de aspas y n es el número de elementos en que se dividió el aspa.

El torque total del rotor T_t se calcula sumando los torques por cada elemento y multiplicando por el número de aspas. Sus unidades son N · m.

$$T_t = B \sum_1^n dF_T \cdot r_{centro} \quad (2-15)$$

Por último, la potencia mecánica del rotor en watts W es:

$$P_{mecánica} = T_t \times \omega_{rotor} \quad (2-16)$$

Es importante mencionar que la fuerza de arrastre (D_t) tiene el efecto de disminuir el torque T_t y como consecuencia la potencia $P_{mecánica}$, pero aumenta la carga de empuje $F_{N_{total}}$. Por lo tanto, con base en la teoría BEM se obtienen las ecuaciones (2-11) y (2-12), que definen la fuerza normal (empuje) y la fuerza tangencial (torque) en cada elemento del rotor en función de los ángulos de flujo y las características aerodinámicas de las aspas.

Posteriormente, se combinan las teorías del principio de conservación del momento lineal y la teoría de BEM para calcular las características de rendimiento de n elementos del rotor. Finalmente, las características generales del rotor como el torque y la potencia mecánica, se obtienen sumando los valores obtenidos para cada uno de los n elementos.

Una vez establecidas todas las ecuaciones de la teoría de BEM, se utiliza el procedimiento de [74], para calcular las velocidades relativas locales y sus ángulos, así como, los coeficientes de torque y potencia para cada elemento del aspa. Enseguida, se inicia el cálculo de la primera la estimación del factor de inducción axial " a " con la ecuación (2-17), para calcular φ el ángulo de la velocidad relativa local (ecuación (2-5)), se supone que: $a' = 0$, $\sin \varphi = \varphi$, $C_D = 0$, $C_L = 2\pi\alpha$ donde $\alpha = \varphi - \beta$.

$$a = \frac{1}{4} \left[2 + \pi \lambda_r \sigma' - \sqrt{4 - 4\pi \lambda_r \sigma' + \pi \lambda_r^2 \sigma' (8\beta + \pi \sigma')} \right] \quad (2-17)$$

donde σ' es la solidez local y se calcula para un aerogenerador HAWT con $\sigma' = Bc/2\pi r$, en el cual B es el número de aspas, c es la cuerda del perfil y r es el radio local del elemento. La solidez para un aerogenerador VAWT se calcula con $\sigma' = Bc/4H$, donde H es la altura de las aspas.

A continuación, se calcula el coeficiente de torque con la ecuación (2-58)

$$C_{T_t} = \left[1 + \frac{\sigma' (1 - a)^2 (C_L \cos \varphi + C_D \sin \varphi)}{\sin^2 \varphi} \right] \quad (2-18)$$

Si el $C_{T_t} \leq 0.96F$, se utiliza la teoría de BEM para calcular " a " y " a' " con las siguientes expresiones:

$$a = \left[1 + \frac{4 \sin^2 \varphi}{\sigma' (C_L \cos \varphi + C_D \sin \varphi)} \right]^{-1} \quad (2-19)$$

$$a' = \left[-1 + \frac{4 \sin \varphi \cos \varphi}{\sigma' (C_L \cos \varphi - C_D \sin \varphi)} \right]^{-1} \quad (2-20)$$

Este proceso se repite para cada elemento, y se itera hasta que los valores de los factores de inducción y el ángulo de la velocidad relativa local hayan convergido a sus valores finales.

Si el $C_{T_t} > 0.96F$, significa que el elemento está muy cargado y se utilizará la corrección de Prandtl modificada [74], y se determina un nuevo factor de inducción axial " a " de la siguiente manera:

$$a = \frac{18F - 20 - 3\sqrt{C_T(50 - 36F) + 12F(3F - 4)}}{36F - 50} \quad (2-21)$$

En el cual, se desprecian las pérdidas en la punta, por lo tanto $F_p = 1$.

2.3 Principio de Conservación del Momento Lineal y el Límite de Betz

En un aerogenerador, la energía mecánica es extraída a partir de la energía cinética contenida en el flujo del viento. Uno de los parámetros más trascendentales en esta conversión, es la potencia mecánica ($P_{mecánica}$), la cual está definida como la rapidez con que se realiza un trabajo y se calcula con la expresión:

$$P_{mecánica} = \frac{1}{2} \rho U^3 S \quad (2-22)$$

donde ρ es la densidad del aire, S es el área transversal del rotor y U es la velocidad con que pasa el viento por el rotor. Otro parámetro importante es el caudal del flujo de la masa ($\dot{m}$), definido como la cantidad de fluido que circula por unidad de tiempo en un determinado sistema. Para este sistema, supondremos que no cambia y se calcula con:

$$\dot{m} = \rho S U \quad (2-23)$$

Por otra parte, sabemos que físicamente es imposible extraer toda la potencia disponible del viento ya que al pasar por el rotor de un aerogenerador, la energía cinética del viento se frena y sale con menor velocidad a la que ha entrado (ver Figura 2-4). Por lo anterior, la máxima potencia extraíble es establecida por el límite de Betz, el cual se determina utilizando un modelo simple para calcular la potencia del rotor en un aerogenerador ideal.

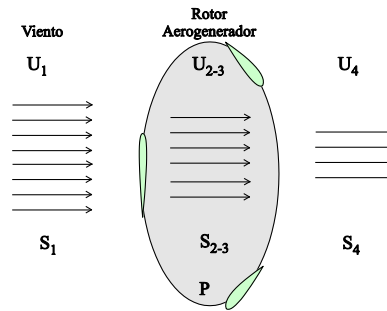


Figura 2-4: Cambio de la velocidad del viento en su paso por el aerogenerador.

De este modo, para realizar el análisis del sistema del cambio de velocidad del viento se debe asumir que es un flujo unidimensional, incompresible e invariable en el tiempo; no hay fricción por arrastre; un número infinito de aspas; torque uniforme sobre el disco actuador (rotor); una estela no giratoria; la presión estática es igual a la presión estática ambiental sin perturbación antes ni después del rotor [80].

Aunado al párrafo anterior, con la Figura 2-5 se supone que también que el volumen de control está limitado por el área y por las dos secciones transversales del tubo de corriente. Además, el único flujo es el que pasa a través de los extremos de este tubo. Finalmente, el aerogenerador es representado por un disco actuador uniforme, el cual, va a generar un cambio en la presión en el tubo de corriente. Es importante mencionar que este análisis no se limita a ningún tipo de aerogenerador en particular [80].

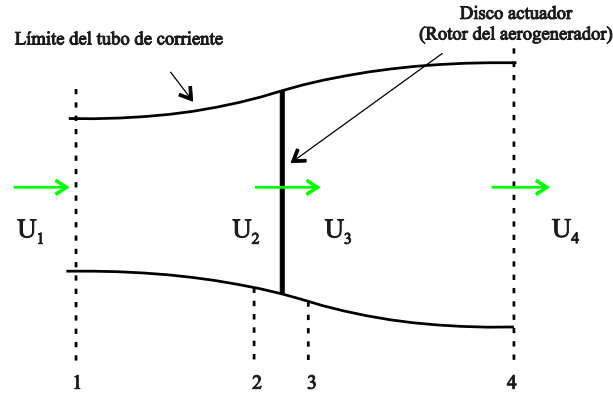


Figura 2-5: Modelo del disco actuador de aerogenerador, donde U es la velocidad del viento en las posiciones 1, 2, 3 y 4.

Se inicia el análisis con el cálculo de la potencia con ayuda de la Figura 2-4 y Figura 2-5, y con base en las ecuaciones (2-22) y (2-23), tenemos:

$$P_{mecánica} = \frac{1}{2}(\rho S U^3)_1 - \frac{1}{2}(\rho S U^3)_4 \quad (2-24)$$

$$P_{mecánica} = \frac{1}{2} \dot{m} (U_1^2 - U_4^2) \quad (2-25)$$

Posteriormente, al aplicar el principio de conservación del momento lineal al volumen de control, obtiene el torque (T_t); el cual, se define como la fuerza neta del viento que actúa sobre el rotor del aerogenerador [80]:

$$T_t = U_1(\rho S U)_1 - U_4(\rho S U)_4 \quad (2-26)$$

Entonces, como se asume que se tiene un flujo en estado estacionario, el caudal del flujo de la masa es igual, $\dot{m} = (\rho S U)_1 = (\rho S U)_4$, y la ecuación (2-26) queda:

$$T_t = \dot{m}(U_1 - U_4) \quad (2-27)$$

Dentro del análisis anterior, se observa que la velocidad del viento conforme avanza de posición disminuye (ver Figura 2-5), es decir $U_1 < U_4$. Entonces, se utiliza la ecuación de Bernoulli para los volúmenes de control antes y después del rotor.

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho U_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho U_2^2 \quad (2-28)$$

$$p_3 + \frac{1}{2}\rho U_3^2 = p_4 + \frac{1}{2}\rho U_4^2 \quad (2-29)$$

Adicionalmente, se supone que la presión inicial y final son iguales ($p_1 = p_4$), que las velocidades cerca del rotor son iguales ($U_2 = U_3$) y se resuelve para $p_2 - p_3$:

$$p_2 - p_3 = \frac{1}{2}\rho(U_1^2 - U_4^2) \quad (2-30)$$

Enseguida, se sustituye la ecuación (2-30) en $T_t = S_2(p_2 - p_3)$, la cual es el torque expresado como la suma neta de las fuerzas en cada lado del rotor.

$$T_t = \frac{1}{2}\rho S_2(U_1^2 - U_4^2) \quad (2-31)$$

Igualando las ecuaciones (2-27) y (2-31), y reemplazando el caudal del flujo de la masa para la posición 2, el cual es $\dot{m} = \rho S_2 U_2$. Finalmente, se obtiene que la velocidad del viento en el plano del rotor es el promedio de la velocidad del viento antes y después del rotor como lo muestra la ecuación (2-32).

$$U_2 = \frac{(U_1 + U_4)}{2} \quad (2-32)$$

Con la finalidad de modelar el intercambio de energía cinética del viento y el rotor de un aerogenerador se define el factor de inducción axial " a ", el cual es una razón utilizada para medir la disminución fraccionaria de la velocidad del viento entre la corriente libre y el plano del rotor. Es decir, cuantifica cuanta energía entrega el viento al rotor.

$$a = \frac{U_1 - U_2}{U_1} \quad (2-33)$$

$$U_2 = U_1 (1 - a) \quad (2-34)$$

$$U_4 = U_1 (1 - 2a) \quad (2-35)$$

donde U_1 es la velocidad de rotación en el rotor, la velocidad del viento se incrementa porque se suma con la velocidad de rotación. Entonces, si el factor de inducción axial es $a < 1/2$, la velocidad después del rotor tiende a cero, pero si $a = 1/2$ esta velocidad es cero, y ya no se puede aplicar la teoría.

Posteriormente, se obtiene la potencia de salida $P_{mecánica}$, la cual es igual al torque por la velocidad en el rotor y se expresa:

$$P_{mecánica} = \frac{1}{2} \rho S_2 (U_1^2 - U_4^2) U_2 \quad (2-36)$$

al sustituir U_2 y U_4 en la ecuación (2-36), se obtiene:

$$P_{mecánica} = \frac{1}{2} \rho S U^3 4a(1 - a)^2 \quad (2-37)$$

en el que U_1 se convierte en U que es la velocidad del viento, y S_2 se convierte en S que es el área transversal del rotor.

Para medir la eficiencia del rotor, otro parámetro transcendental de un aerogenerador es el coeficiente de potencia, el cual no tiene dimensiones y se obtiene como:

$$C_P = \frac{\text{Potencia mecánica}}{\text{Potencia del viento}} = \frac{P_{mecánica}}{\frac{1}{2} \rho S U^3} \quad (2-38)$$

Al sustituir la ecuación (2-37) en la (2-38), se tiene:

$$C_P = 4a(1 - a)^2 \quad (2-39)$$

Al derivar (2-39) respecto de " a " y se iguala a cero para obtener el C_P máximo, esto sucede cuando $a = 1/3$. Por lo tanto, el máximo coeficiente de potencia del rotor teóricamente posible es el "*límite de Betz*" con un $C_{Pmax} = 16/27 = 0.5925$. En la práctica, la disminución del coeficiente de potencia máximo se debe a la rotación de la estela atrás del rotor, asumir un número finito de aspas, así como sus pérdidas en las puntas y la resistencia aerodinámica distinta de cero.

Por otra parte, de las ecuaciones (2-31), (2-34), (2-35) y (2-37), se tiene que el torque en el rotor es:

$$T_t = \frac{1}{2} \rho S U^2 [4a(1 - a)^2] \quad (2-40)$$

Y su coeficiente adimensional (C_{T_t}) se calcula como:

$$C_{T_t} = \frac{T_t}{\frac{1}{2} \rho S U^2} \quad (2-41)$$

Aunado al estudio anterior, en un aerogenerador el flujo después del rotor gira en dirección opuesta, y genera un momento angular conocido como estela (ver Figura 2-6), resultando en una menor extracción de energía. Es importante mencionar que, a mayor torque generado, mayor estela.

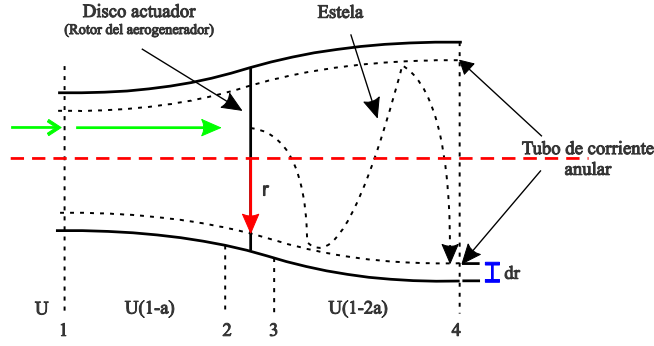


Figura 2-6: Geometría para el análisis del rotor HAWT.

El análisis de la Figura 2-6 se basa en un tubo de corriente anular para un aerogenerador HAWT con área transversal $dS = 2\pi r dr$, donde r es el radio local y dr es el espesor. Además, se asume que la presión, la estela y el factor de inducción angular a' están en función del radio local r , y, que la velocidad angular de la estela ω_{estela} es pequeña comparada con la velocidad angular del rotor ω_{rotor} por lo que, la velocidad angular con respecto al aspa aumenta a $(\omega_{rotor} + \omega_{estela})$, mientras que la componente axial de la velocidad permanece constante. Por lo que el resultado se calcula como:

$$p_2 - p_3 = \rho(\omega_{rotor} + \omega_{estela})\omega_{estela}r^2 \quad (2-42)$$

y el torque en el tubo de corriente anular, dT_t es:

$$dT_t = (p_2 - p_3)dS = [\rho(\omega_{rotor} + \omega_{estela})\omega_{estela}r^2] 2\pi r dr \quad (2-43)$$

Además, el factor de inducción angular está definido como $a' = \omega_{estela}/2\omega_{rotor}$, por lo tanto la ecuación (2-43) al incluir las velocidades angulares de la estela y del rotor, se obtiene:

$$dT_t = 4a'(1 + a')\frac{1}{2}\rho(\omega_{rotor})^2r^22\pi r dr \quad (2-44)$$

Si se realiza el mismo análisis, pero ahora con el factor de inducción axial (a), se tiene:

$$dT_t = 4a(1 + a)\frac{1}{2}\rho U^22\pi r dr \quad (2-45)$$

Al igualar las ecuaciones (2-44) y (2-45), se obtiene la relación de la velocidad específica local con la velocidad angular del rotor.

$$\frac{a'(1 + a')}{a(1 + a)} = \frac{(\omega_{rotor})^2r^2}{U^2} = \lambda_r^2 \quad (2-46)$$

$$\lambda = \frac{\omega_{rotor} R}{U} \therefore \lambda_r = \lambda \frac{r}{R} \quad (2-47)$$

Entonces, la ecuación (2-46) presenta la relación de la velocidad específica local (λ_r) con la velocidad del rotor ω_{rotor} en un radio local (r) y la velocidad del viento (U). La ecuación (2-47), muestra en términos generales λ está definida como la relación entre ω_{rotor} , R y U .

Al aplicar el principio de conservación del momento angular al torque del rotor (T_t), es igual al cambio del momento angular de la estela. Entonces, en un elemento del tubo de corriente anular queda:

$$dT_t = 4a'(1-a) \frac{1}{2} \rho U \omega_{rotor} r^2 2\pi r dr \quad (2-48)$$

Asimismo, la potencia mecánica generada por cada elemento se obtiene a partir de:

$$dP_{mecánica} = \omega_{rotor} dT_t \quad (2-49)$$

Al sustituir las ecuaciones (2-48) y (2-49) se obtiene la expresión (2-50), en la cual la potencia mecánica por cada elemento está en función de λ , a y a' , donde estos factores determinan la magnitud y dirección del viento en el plano del rotor.

$$dP_{mecánica} = \frac{1}{2} \rho S U^3 \left[\frac{8}{\lambda^2} a'(1-a) \lambda_r^3 d\lambda_r \right] \quad (2-50)$$

y su coeficiente de potencia se calcula con:

$$dC_p = \frac{dP_{mecánica}}{\frac{1}{2} \rho S U^3} = \left[\frac{8}{\lambda^2} a'(1-a) \lambda_r^3 d\lambda_r \right] \quad (2-51)$$

Entonces;

$$C_p = \frac{8}{\lambda^2} \int_0^{\lambda} a'(1-a) \lambda_r^3 d\lambda_r \quad (2-52)$$

Para maximizar la ecuación (2-1), se deriva respecto " a " y se iguala a cero.

$$a' = \frac{1-3a}{4a-1} \quad (2-53)$$

La siguiente expresión se obtiene al sustituir la ecuación (2-2) en la (2-46),

$$\lambda_r = \frac{(1-a)(4a-1)^2}{(1-3a)} \quad (2-54)$$

Si se sustituye en (2-52) las ecuaciones (2-53) y (2-54), se integra, se evalúa con el factor de inducción axial ($a = 1/3$ y $a = 1/4$) y se realiza el cambio de variable de $(1-3a)$ por x , se obtiene la expresión del coeficiente de potencia máximo como:

$$C_{P_{max}} = \frac{8}{729\lambda^2} \left\{ \frac{64}{5}x^5 + 72x^4 + 124x^3 + 38x^2 - 63x - 12[\ln(x)] - 4x^{-1} \right\} \quad (2-55)$$

Es importante mencionar que cuando se sustituye el límite superior ($a = 1/3$) en la ecuación (2-54), se obtiene una λ que tiende a infinito.

El análisis gráfico del coeficiente de potencia en función de la relación de la velocidad específica se presentan en la Figura 2-7, la cual también muestra el límite de Betz para un aerogenerador ideal. Asimismo, esta representación ilustra que, a medida que aumenta λ , el coeficiente de potencia se aproxima al valor teórico máximo ($C_{P_{max}} = 16/27$).

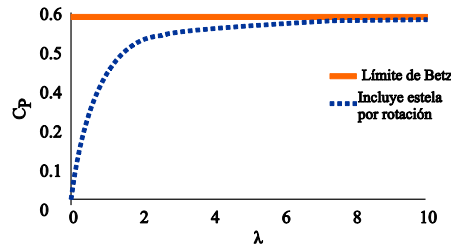


Figura 2-7: Evolución de C_p en función de λ .

2.4 Modelo RBM

El diseño del aerogenerador de baja potencia para uso residencial, debe considerar las cargas máximas generadas por vientos desalineados del eje, la rotación del rotor y la turbulencia (cargas de fatiga). Este análisis se basa en modelar el aspa como una viga, utilizando el Modelo RBM.

Este modelo se aplica principalmente a vigas y es fundamental en ingeniería estructural, ya que máquinas, puentes y edificios contienen componentes que pueden ser modelados como vigas. Las vigas, comunes en puentes y edificios, se caracterizan por tener una longitud mucho mayor que sus dimensiones transversales, como se observa en la Figura 2-8 [81].

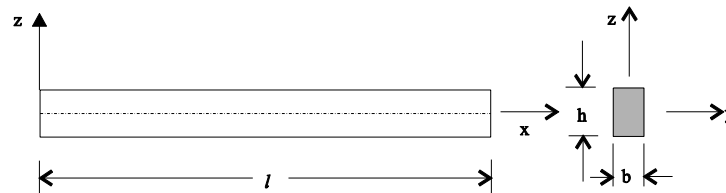


Figura 2-8: Geometría de una viga ideal. Restricciones: $L \gg h; b$.

Cuando una viga se somete a fuerzas como su propio peso, cargas externas aplicadas o combinación de ambas y que además pueden variar con el tiempo, se pueden distorsionar el eje de simetría debido a su elasticidad (ver Figura 2-9). Al eje de simetría distorsionado se le llama “eje neutro”.

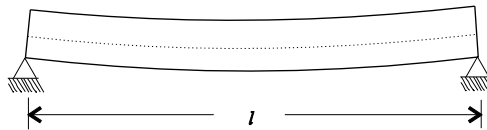


Figura 2-9: Viga distorsionada.

Por otra parte, existen diferentes maneras de apoyar vigas, la Figura 2-10.a muestra una viga en voladizo, con características del extremo izquierdo rígidamente fijo, extremo derecho libre y carga uniformemente distribuida. Una viga simplemente apoyada se ilustra en la Figura 2-10.b, ésta se mantiene descansada en los extremos y tiene una carga variable sobre una parte de ella. También se observa en la Figura 2-10.c otra forma de apoyar vigas, donde el extremo izquierdo está rígidamente fijo, el extremo derecho está apoyado y tiene una carga concentrada en el centro de ésta. Es importante mencionar, que con que un extremo este fijo, la rotación se puede dar alrededor de ellos.

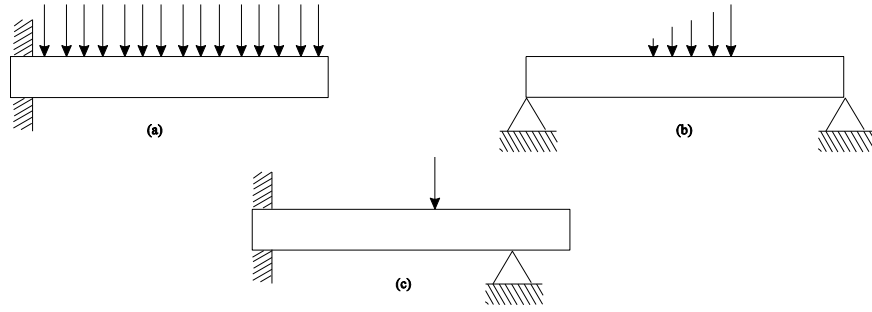


Figura 2-10: Tipos de apoyo con distintas fuerzas aplicadas a vigas.

Además, el desarrollo de un modelo de vibración de las vigas se basa en tres hipótesis de la teoría de Euler-Bernoulli [76], [81]:

1. Los desplazamientos verticales de todos los puntos de la sección transversal son pequeños e iguales a los del eje x de la viga.
2. El desplazamiento lateral, eje y de la Figura 2-8 es nulo.
3. Las secciones transversales normales al eje de la viga antes de la deformación, permanecen planas y ortogonales (forman ángulo recto) a dicho eje después de la deformación.

Para el análisis de la Figura 2-11 donde el punto A se refiere al eje de simetría y a partir de la hipótesis 1, los puntos A y B se trasladan a los puntos A' y B' con un desplazamiento igual al que se realiza en el eje de simetría.

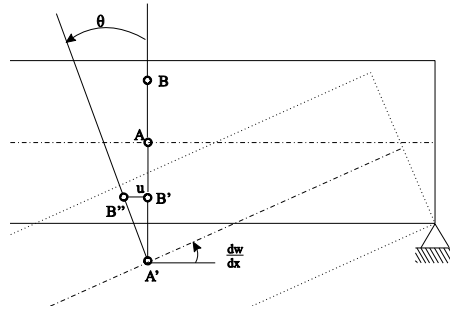


Figura 2-11: Viga convencional de Euler Bernoulli.

Asimismo, como la viga desplaza su eje de A a A' y el punto B a B' , tenemos que:

$$\tan \theta = \frac{u}{-A'B'} \rightarrow u = -A'B' \tan \theta \quad (2-56)$$

Ahora, por la hipótesis 3 los puntos A' y B'' forman un ángulo recto con respecto al eje deformado de la viga. Además, como las oscilaciones son tan pequeñas se supone que el ángulo de giro θ es aproximadamente su tangente, es decir;

$$\theta \approx \frac{dw}{dx} \quad (2-57)$$

$$u = -\overline{A'B'} \frac{d\omega}{dx} = -z \frac{d\omega}{dx} \quad (2-58)$$

Por lo anterior, los desplazamientos de cualquier punto (x, y, z) en el tiempo t es:

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= -z \theta(x, t) \\ v(x, y, z, t) &= 0 \\ w(x, y, z, t) &= w(x, t) \end{aligned} \quad (2-59)$$

donde $w(x, t)$ es la curva elástica que describe el movimiento de la viga.

El modelo de Euler- Bernoulli está basado en la energía (**E**) y se describe por la integral:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \int_0^l \left[\rho \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} \right)^2 + EI \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right)^2 \right] dx \quad (2-60)$$

En la ecuación (2-60), el primer término de la integral es el diferencial de área de la energía cinética y el segundo término es el diferencial de área de la energía potencial. Asimismo, $\rho(x)$, $0 \leq x \leq l$ es la densidad de la masa por unidad de longitud de la viga, (E) es el Módulo de Young y (I) es el segundo momento de inercia o área.

Finalmente, en el modelo de Euler Bernoulli de una viga se iguala a cero porque se asume que no hay cambios en la energía internamente en lo largo de la viga:

$$\rho \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} = 0 \quad (2-61)$$

En [76] se ilustra el modelo RBM, con una ligera modificación del modelo de Euler Bernoulli, el cual parte del elemento de viga, de ancho δ centrado en x y se supone que tiene momento de masa de inercia alrededor del eje elástico δI_ρ . Por lo anterior, a la ecuación (2-60) se le agrega el momento de masa de inercia y quedaría:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \int_0^l \left[\rho \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} \right)^2 + I_\rho \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial t \partial x} \right)^2 + EI \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \right)^2 \right] dx \quad (2-62)$$

donde I_ρ es proporcional a la inercia rotatoria y se calcula con $I_\rho = \rho I/A$. La función de desplazamiento suave es $w(x, t)$ a lo largo de $0 \leq x \leq l$ con $t \geq 0$.

Por lo tanto, se asume que no hay energía perdida o ganada internamente a lo largo de la viga, el modelo RBM, es:

$$\rho \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} - I_\rho \left(\frac{\partial^4 \omega}{\partial t^2 \partial x^2} \right) + EI \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} = 0 \quad (2-63)$$

La ecuación (2-63) es de cuarto orden, por lo que su solución general incluye cuatro constantes arbitrarias, las cuales se determinarán según casos particulares mediante la aplicación de condiciones de frontera apropiadas. En el caso específico de la ecuación de Rayleigh, es necesario definir, al menos uno de los extremos de la viga y una o más de las siguientes cantidades: desplazamiento, pendiente o giro, momento flector y fuerza cortante. Estas cantidades se calculan igualándolas a cero, con $t \geq 0$ y se expresan de la siguiente forma:

Tabla 2-1: Cantidades para la ecuación de Rayleigh.

Cantidad	Expresión
Desplazamiento	$\omega = 0$
Pendiente o Giro total	$\frac{d\omega}{dx} = 0$
Momento flector	$EI \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0$
Fuerza cortante	$EI \frac{\partial^3 \omega}{\partial x^3} - \rho \frac{I}{A} \frac{\partial^3 \omega}{\partial t^2 \partial x} = 0$

En la ecuación (2-63), la derivada parcial $\partial^2 \omega / \partial t^2$ representa la aceleración de la viga resultante de la aplicación de una fuerza, y sucede lo mismo para el desplazamiento y el giro.

Por otra parte, las condiciones de frontera para una viga en sus extremos se muestra en la Tabla 2-2, considerando "d" los extremos. Además, es posible combinar diferentes condiciones en los extremos de la viga. Por ejemplo, $(Emp - Emp)$ significa que esta empotrada en ambos extremos, mientras que $(Emp - LB)$ corresponde a una viga en voladizo.

Tabla 2-2: Condiciones de frontera para la ecuación de Rayleigh.

Nombre	Descripción	Condición de frontera
Empotrada (<i>Emp</i>)	Desplazamiento y giro impedidos.	$\omega(d, t) = \omega_x(d, t) = 0, \quad t \geq 0$
Solo Soportada (<i>SS</i>)	Desplazamiento impedido y momento flector nulo.	$\omega(d, t) = \omega_{xx}(d, t) = 0, \quad t \geq 0$
Giro impedido (<i>GI</i>)	Giro y fuerza cortante nulos.	$\omega_x(d, t) = 0, \quad t \geq 0$ $EI\omega_{xxx}(d, t) - \rho \frac{I}{A} \omega_{ttx}(d, t) = 0$
Libre (<i>LB</i>)	Momento flector y fuerza cortante nulos.	$\omega_{xx}(d, t) = 0, \quad t \geq 0$ $EI\omega_{xxx}(d, t) - \rho \frac{I}{A} \omega_{ttx}(d, t) = 0$

Según la Tabla 2-2, cuando tenemos una viga empotrada en voladizo (*Emp – LB*), el extremo izquierdo es $d = 0$ y el extremo derecho es $d = l$. Los subíndices en la función w significan derivadas parciales respecto a t y x .

Entonces, se propone una solución a la ecuación de Rayleigh (2-62):

$$w(x, t) = X(x)T(t) \quad (2-64)$$

donde X es una función de la variable espacial x y T es una función que depende del tiempo t y se asume que es de tipo armónico, $T(t) = e^{-i\omega t}$. Por lo tanto, al sustituir la ecuación (2-64) en la ecuación (2-62), obtenemos una ecuación diferencial ordinaria en x :

$$EI X^{(4)} + \omega^2 (I_\rho X^{(2)} - \rho X) = 0 \quad (2-65)$$

Por ejemplo, para una viga empotrada (*Emp – Emp*), las condiciones de frontera son:

$$\omega(0, t) = X(0)T(t) = 0, \quad \omega(l, t) = X(l)T(t) = 0 \quad (2-66)$$

$$\omega_x(0, t) = X^{(1)}(0)T(t) = 0, \quad \omega_x(l, t) = X^{(1)}(l)T(t) = 0$$

entonces, $X(0) = X(l) = X^{(1)}(0) = X^{(1)}(l) = 0$ siempre que $T(t)$ sea una función no trivial (diferente de cero) debe satisfacer a:

$$EI X^{(4)}(l) + \omega^2 (I_\rho X^{(2)} - \rho X) = 0 \quad (2-67)$$

En resumen, esta teoría incluye el efecto de la inercia causada por la rotación, modelada a través de desplazamientos transversales y giros, y asume que no hay deformación longitudinal de la viga. Este enfoque se puede aplicar al análisis modal de las aspas de un aerogenerador, la cual es fundamental para sistemas con múltiples grados de libertad. Desde esta perspectiva, el aspa de un aerogenerador se modela como un conjunto de elementos sometidos a fuerzas aerodinámicas, calculadas mediante la teoría BEM, que permiten obtener un modelo dinámico. Con este modelo, se puede realizar un análisis modal utilizando el modelo RBM, que tiene como objetivo determinar las frecuencias naturales y los modos de vibración de la estructura del aspa durante la vibración libre.

2.5 Método FEM

Es un método computacional utilizado en ingeniería para resolver problemas en análisis estructural, transferencia de calor, mecánica de fluidos y otras áreas. Hoy en día, es usado ampliamente en la industria del diseño y análisis tridimensional [76].

En general, las aplicaciones que utilizan FEM se basan en la discretización geométrica, es decir, en lugar de analizar el diseño en su totalidad, lo divide en piezas más pequeñas llamadas *elementos*, con geometrías regulares como triángulos, cuadriláteros o paralelepípedos, que luego se analizan por separado. Dado que el comportamiento de un sistema mecánico se describe mediante ecuaciones diferenciales parciales, las cuales son complejas de resolver; por lo que el FEM aproxima la solución al comportamiento real del sistema [81].

Es importante destacar que la calidad de la aproximación de la solución depende del número de elementos empleados en la discretización y del tipo de funciones de interpolación utilizadas. En este punto, es crucial evaluar si se prioriza una mayor precisión o una solución más rápida, ya que una mejor aproximación implica mayores requerimientos de capacidad computacional, costo, tiempo, entre otros.

Para resolver la ecuación (2-67), se multiplica por la función de prueba $Y(x)$, se integra sobre el intervalo de $[0, l]$, y se obtiene:

$$\int_0^l [EI X^{(4)}(l) Y + \omega^2 (I_p X^{(2)} - \rho X) Y] dx = 0 \quad (2-68)$$

$$EI \int_0^l X^{(2)} Y^{(2)} dx = \omega^2 \int_0^l (I_\rho X^{(1)} Y^{(1)} + \rho X Y) dx \quad (2-69)$$

La ecuación (2-69) es llamada como formulación débil de la ecuación (2-67), ya que se busca resolver el problema de la manera más sencilla.

La siguiente idea consiste en dividir el dominio del problema (representado por el aspa, considerada como viga para su análisis en la Figura 2-12), segmentando la longitud del diseño en un número finito de elementos. a continuación se aproxima $X(x)$ mediante una función continua, compuesta por un polinomio para cada elemento. Este método requiere interconectar entre sí a los elementos en un número finito de puntos, llamados *nodos*.

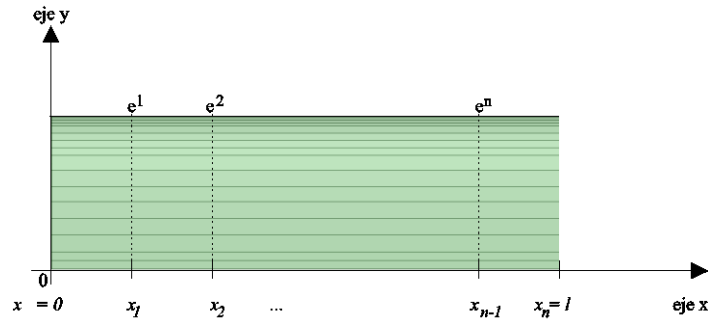


Figura 2-12: Discretización del dominio en n elementos. Cada x_i se conoce como nodo.

Al dividir la viga en elementos, se le asocia a cada nodo dos grados de libertad: desplazamiento transversal y giro. Entonces, por cada nodo discretizado existe un vector de desplazamiento nodal w_i , el cual es:

$$w_i = \begin{bmatrix} \omega_i \\ (d\omega/dx)_i \end{bmatrix} \quad (2-70)$$

Por lo tanto, el elemento más sencillo para discretizar un aspa es el unidimensional de dos nodos, que genera cuatro variables nodales por elemento, es decir, dos vectores de la forma de la ecuación (2-70). Además, el giro debe ser variable $d\omega/dx$, ya que la derivada debe ser continua para asegurar que la deformación del eje se describa como una curva suave. Las cuatro variables nodales por elemento permiten una variación cúbica del desplazamiento transversal (Funciones hermíticas, Apéndice A).

Aunado a lo anterior, el conjunto de los índices nodales (CI_n) depende del número de nodos que definen un elemento, en este caso, dos nodos por elemento. Los valores que puede tomar el conjunto de los índices nodales son: $CI_n = \{0, 1, \dots, n_{nodos}\}$. Se propone entonces que:

$$Y(x) = \sum_{i \in \text{CI}_n} N_i G_i \quad (2-71)$$

$$G_i = \begin{bmatrix} G_i \\ G_i' \end{bmatrix} \quad (2-72)$$

donde N_i es el vector de las funciones de forma, G_i es un vector de constantes arbitrarias, el cual especifica las condiciones de frontera de X . Se sugiere que la función de prueba $Y(x)$ y la función $X(x)$ tengan la misma base, para simplificar el procedimiento.

Como el dominio continuo se discretiza en elementos finitos (e), la ecuación (2-69) queda:

$$EI \sum_e \int_e X^{(2)} Y^{(2)} dx = \omega^2 \sum_e \int_e (I_\rho X^{(1)} Y^{(1)} + \rho X Y) dx \quad (2-73)$$

Al sustituir las ecuaciones (2-71) y (A-2) en la ecuación (2-73), se puede expresar como:

$$EI \sum_e G^T K_{ij}^{(e)} w = \omega^2 \sum_e G^T (I_\rho L_{ij}^{(e)} + \rho M_{ij}^{(e)}) w \quad (2-74)$$

Las matrices para cada elemento de dimensiones $(|\text{CI}_n|, 2) \times (|\text{CI}_n|, 2)$, donde $|\text{CI}_n|$ es el número de nodos y se consideran dos grados de libertad por nodo, se definen como:

$$K_{ij}^{(e)} = \int_e [N_i^{(2)}]^T N_j^{(2)} dx \quad (2-75)$$

$$L_{ij}^{(e)} = \int_e [N_i^{(1)}]^T N_j^{(1)} dx \quad (2-76)$$

$$M_{ij}^{(e)} = \int_e [N_i]^T N_j dx \quad (2-77)$$

con $i, j \in G$, y los vectores columna:

$$G = [G_0 \ G_0' \dots G_i \ G_i' \dots G_{n_{\text{nodos}}} \ G_{n_{\text{nodos}}}']^T \quad (2-78)$$

$$w = [\omega_0 \ \omega_0' \dots \omega_i \ \omega_i' \dots \omega_{n_{\text{nodos}}} \ \omega_{n_{\text{nodos}}}']^T \quad (2-79)$$

Las matrices globales de rigidez K y de masa L y M se pueden expresar como:

$$K = EI \sum_e K^{(e)} \quad (2-80)$$

$$L = I_\rho \sum_e L^{(e)} \quad (2-81)$$

$$M = \rho \sum_e M^{(e)} \quad (2-82)$$

por lo que la ecuación (2-74) queda:

$$G^T K w = \omega^2 G^T (L + M) w \quad (2-83)$$

entonces la ecuación (2-83) representa la forma matricial de la ecuación (2-69). Las matrices de rigidez y de masa (K , L y M) son de dimensiones $(|CI_n|, 2) \times (|CI_n|, 2)$.

Entonces, para realizar el análisis de la estructura del aspa considerada como una viga, se utilizan las matrices de ensamblaje y conectividad (rigidez y masa), que se calculan a partir de los centros de masa de sus elementos adyacentes. Por ejemplo, en un aerogenerador de 600 W, la longitud característica es de 1m. La Figura 2-13 muestra la discretización del aspa en dos elementos.

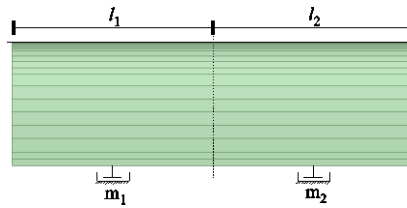


Figura 2-13: Aspa discretizada.

Cada aspa se supone que tiene dos tipos de movimientos: traslación y rotación. Al discretizar el aspa, cada elemento experimenta estos movimientos en relación con los elementos adyacentes. El análisis de las fuerzas aerodinámicas se realiza de manera individual para cada elemento, aplicando la estructura de desplazamiento y relacionándola directamente con las masas (m_1 y m_2) correspondientes a cada elemento.

La matriz de rigidez (K) es un método de cálculo que se aplica a las estructuras hiperelásticas con comportamiento elástico y lineal; además, se basa en estimaciones de los componentes de las relaciones de rigidez para resolver las fuerzas a través de una computadora [82]. Las relaciones de rigidez se relacionan con las propiedades del material, las cuales son: la longitud (l), el módulo de Young (E) y su segundo momento de inercia o área (I). Estas propiedades se recopilan en la matriz de rigidez que se ilustra en la ecuación (2-84), la cual es la encargada de dirigir el comportamiento interno de la estructura.

$$K = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (2-84)$$

y las matrices de masa son:

$$L = \frac{EI}{5l} \begin{bmatrix} 6 & l/2 & -6 & l/2 \\ l/2 & 8/3 (l/2)^2 & -l/2 & -2/3 (l/2)^2 \\ -6 & -l/2 & 6 & -l/2 \\ l/2 & -2/3 (l/2)^2 & -l/2 & 8/3 (l/2)^2 \end{bmatrix} \quad (2-85)$$

$$M = \frac{l}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (2-86)$$

Para el ensamblaje de las matrices globales de rigidez (K) y masa (L y M), es necesario primero definir las matrices para cada elemento $K^{(e)}$, $L^{(e)}$ y $M^{(e)}$. La información de conectividad para cada elemento se especifica en una tabla. En lugar de sumar las ecuaciones (2-80), los elementos se ubicarán en las posiciones correspondientes de las matrices globales K , L y M , según la conectividad de cada elemento. Si algún elemento se traslapa, se sumarán únicamente como se indica en [82]. Por ejemplo, al ensamblar un nodo con dos grados de libertad, los acoplamientos se realizarán en submatrices de 2×2 .

Una vez ensambladas las matrices y aplicadas las condiciones de frontera, se obtienen las matrices de rigidez y de masa usadas en la ecuación (2-83). Dado que el vector G_T está asociado a constantes arbitrarias, el problema se transforma en un problema de autovalores generalizados:

$$Kw = \omega^2(L + M)w \quad (2-87)$$

el vector w contiene las amplitudes de la vibración y representa el modo natural de vibración asociado a la frecuencia ω de vibración de la viga. La ecuación (2-87) tiene w soluciones no triviales solo si el determinante de la matriz de coeficientes es igual a cero. El significado físico es: la viga vibra.

$$|Kw - \omega^2(L + M)w| = 0 \quad (2-88)$$

Posteriormente, la matriz de amortiguamiento estructural $[C]$ se formula como una combinación lineal de las matrices de rigidez (K) y de masa (M), como lo muestra la ecuación:

$$C = \alpha M + \beta K \quad (2-89)$$

donde α establece el coeficiente proporcional a la masa y β establece el coeficiente proporcional a la rigidez. Se determinan experimentalmente utilizando el amortiguamiento de Rayleigh [83]. Sin embargo, en [59] definen la matriz de amortiguamiento como:

$$C = \alpha \sqrt{K_{ii} M_{ii}} \quad (2-90)$$

donde α es un parámetro elegido por el usuario y se encuentra en $\alpha \in [0.001, 0.005]$.

Por otra parte, la definición y la representación del segundo momento de inercia o área (I) se muestra en la Figura 2-14, y se relaciona con las tensiones y deformaciones máximas que aparecen por torsión y/o flexión en un elemento estructural y junto con las propiedades del material (módulo de Young (E)) determina la resistencia máxima de un elemento estructural bajo torsión y/o flexión [76]. Los números 1, 2, 3 y 4 que se presentan en la Figura 2-14 significan los movimientos que pueden realizar cada uno de los elementos.

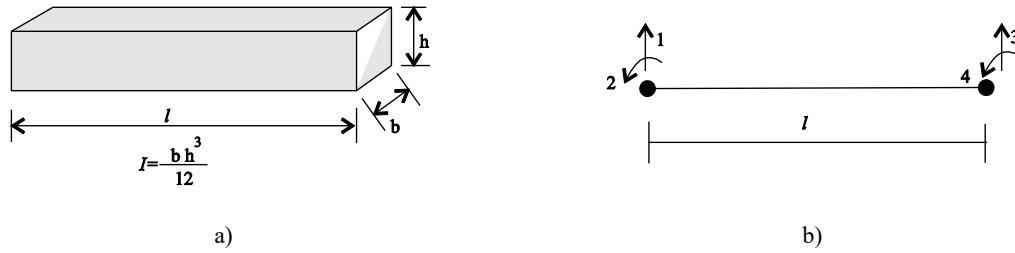


Figura 2-14: Segundo momento de área.

Por último, la Figura 2-15 presenta un ejemplo de un medio discretizado.

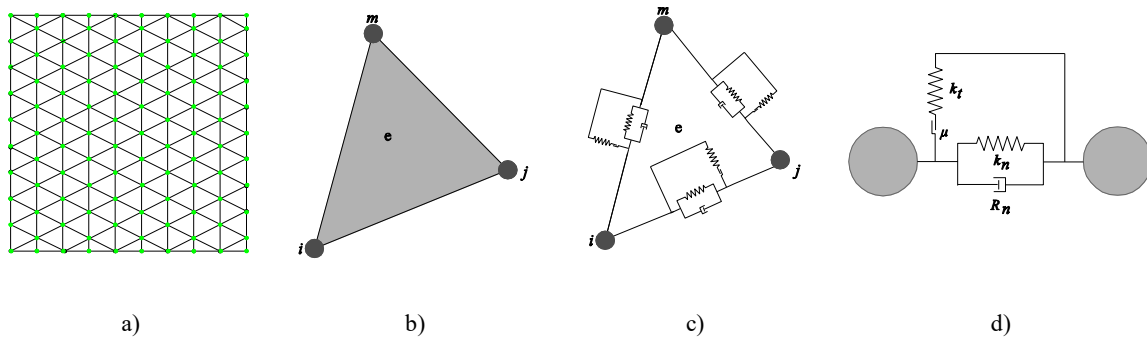


Figura 2-15: Discretización de un dominio continuo con FEM.

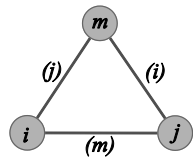
La Figura 2-15-a presenta un medio discretizado en n elementos triangulares de nodos i, j y m (ver Figura 2-15-b). En la Figura 2-15-c los micro-parámetros R_n (resistencia normal), k_n (rigidez

normal), μ (coeficiente de fricción) y k_t (rigidez tangencial), usados para definir la fuerza de contacto que unen a los nodos, observándose a detalle en la Figura 2-15-d.

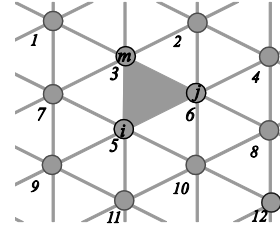
La rigidez de la resistencia entre cada par de elementos es una de las principales variables a calcular, considerando únicamente la fuerza normal para modelar la interacción de contacto, basada en la rigidez de las aristas. Esto permite evitar el cálculo de los micro-parámetros R_n, k_n, μ y k_t . Para modelar esta fuerza de contacto, a cada elemento de la discretización se le asigna una matriz de rigidez. Así, la matriz de rigidez por elemento $K^{(e)}$, sin considerar los grados de libertad queda:

$$K^{(e)} = \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} & K_{im} \\ K_{ji} & K_{jj} & K_{jm} \\ K_{mi} & K_{mj} & K_{mm} \end{bmatrix} \quad (2-91)$$

A partir de la ecuación (2-91) se determina una rigidez parcial a cada arista del elemento. La Figura 2-16.a muestra que cada arista comparte dos nodos.



a) Por elemento



b) Por dominio

Figura 2-16: Discretización triangular de tres nodos señalando fuerzas de contacto en las aristas.

A partir de la Figura 2-16.a se definen las matrices de rigidez parciales para cada arista:

$$K^{(i)} = \frac{1}{3} K^{(e)} \quad K^{(j)} = \frac{1}{3} K^{(e)} \quad K^{(m)} = \frac{1}{3} K^{(e)} \quad (2-92)$$

La Figura 2-16.b muestra parte de la discretización de un dominio, utilizada para ensamblar las matrices de rigidez por elemento a la matriz de rigidez global. Además, se presenta un triángulo resaltado en color en gris, con el cual se construirá la matriz de un elemento, se incluye la numeración local y global.

Global $\longrightarrow$	5_x	5_y	6_x	6_y	3_x	3_y		
Local $\triangleright$	i_x	i_y	j_x	j_y	m_x	m_y		
$\downarrow$	5_x	i_x	$K_{11}^{(o)}$	$K_{12}^{(o)}$	$K_{13}^{(o)}$	$K_{14}^{(o)}$	$K_{15}^{(o)}$	$K_{16}^{(o)}$
	5_y	i_y	$K_{21}^{(o)}$	$K_{22}^{(o)}$	$K_{23}^{(o)}$	$K_{24}^{(o)}$	$K_{25}^{(o)}$	$K_{26}^{(o)}$
	6_x	j_x	$K_{31}^{(o)}$	$K_{32}^{(o)}$	$K_{33}^{(o)}$	$K_{34}^{(o)}$	$K_{35}^{(o)}$	$K_{36}^{(o)}$
	6_y	j_y	$K_{41}^{(o)}$	$K_{42}^{(o)}$	$K_{43}^{(o)}$	$K_{44}^{(o)}$	$K_{45}^{(o)}$	$K_{46}^{(o)}$
	3_x	m_x	$K_{51}^{(o)}$	$K_{52}^{(o)}$	$K_{53}^{(o)}$	$K_{54}^{(o)}$	$K_{55}^{(o)}$	$K_{56}^{(o)}$
	3_y	m_y	$K_{61}^{(o)}$	$K_{62}^{(o)}$	$K_{63}^{(o)}$	$K_{64}^{(o)}$	$K_{65}^{(o)}$	$K_{66}^{(o)}$
							$w_1^{(o)}$	$f_1^{(o)}$
							$w_2^{(o)}$	$f_2^{(o)}$
							$w_3^{(o)}$	$f_3^{(o)}$
							$w_4^{(o)}$	$f_4^{(o)}$
							$w_5^{(o)}$	$f_5^{(o)}$
							$w_6^{(o)}$	$f_6^{(o)}$

Figura 2-17: Matriz de un elemento con numeración global y local.

Para ensamblar la matriz de rigidez por elemento a la matriz de rigidez global, se colocan los componentes en sus respectivos nodos globales, en caso de haber un traslape únicamente se suman las contribuciones de cada componente, tal como se ilustra en la Figura 2-18.

	1_x	1_y	2_x	2_y	3_x	3_y	4_x	4_y	5_x	5_y	6_x	6_y			
1_x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0 ...	[0]		[0]
1_y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0 ...	0		0
2_x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0 ...	0		0
2_y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0 ...	0		0
3_x	0	0	0	0	$K_{55}^{(e)}$	$K_{56}^{(e)}$	0	0	$K_{51}^{(e)}$	$K_{52}^{(e)}$	$K_{53}^{(e)}$	$K_{54}^{(e)}$...	$w_5^{(e)}$		$f_5^{(e)}$
3_y	0	0	0	0	$K_{65}^{(e)}$	$K_{66}^{(e)}$	0	0	$K_{61}^{(e)}$	$K_{62}^{(e)}$	$K_{63}^{(e)}$	$K_{64}^{(e)}$...	$w_6^{(e)}$	=	$f_6^{(e)}$
4_x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0 ...	0		0
4_y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0 ...	0		0
5_x	0	0	0	0	$K_{15}^{(e)}$	$K_{16}^{(e)}$	0	0	$K_{11}^{(e)}$	$K_{12}^{(e)}$	$K_{13}^{(e)}$	$K_{14}^{(e)}$...	$w_1^{(e)}$		$f_1^{(e)}$
5_y	0	0	0	0	$K_{25}^{(e)}$	$K_{26}^{(e)}$	0	0	$K_{21}^{(e)}$	$K_{22}^{(e)}$	$K_{23}^{(e)}$	$K_{24}^{(e)}$...	$w_2^{(e)}$		$f_2^{(e)}$
6_x	0	0	0	0	$K_{35}^{(e)}$	$K_{36}^{(e)}$	0	0	$K_{31}^{(e)}$	$K_{32}^{(e)}$	$K_{33}^{(e)}$	$K_{34}^{(e)}$...	$w_3^{(e)}$		$f_3^{(e)}$
6_y	0	0	0	0	$K_{45}^{(e)}$	$K_{46}^{(e)}$	0	0	$K_{41}^{(e)}$	$K_{42}^{(e)}$	$K_{43}^{(e)}$	$K_{44}^{(e)}$...	$w_4^{(e)}$		$f_4^{(e)}$

Figura 2-18: Matriz de rigidez global.

Es importante destacar que el tamaño del sistema algebraico a resolver depende directamente del número total de grados de libertad asociados a la discretización del dominio. En el problema ilustrado en la Figura 2-16, que utiliza elementos triangulares lineales con dos grados de libertad por nodo, cada elemento contribuye con una matriz de rigidez elemental de dimensión 6×6 .

A medida que la malla se refina para mejorar la precisión de la solución, el número de nodos y, por lo tanto, el número de grados de libertad aumentan, lo que conduce a sistemas de ecuaciones de mayor dimensión. Por ejemplo, si se consideran aproximadamente 5000 elementos triangulares en una discretización bidimensional, se pueden tener del orden de 3000 nodos; al asumir dos grados de libertad por nodo, el sistema global resultante tendría alrededor de 6000 incógnitas, dando lugar a una matriz de rigidez de dimensión aproximada de 6000×6000 .

La matriz de rigidez global es estructuralmente dispersa, ya que la interacción entre elementos se limita a sus nodos vecinos, lo que genera un gran número de entradas con valor cero. En consecuencia, resulta fundamental emplear técnicas computacionales eficientes de almacenamiento y métodos numéricos especializados para matrices dispersas, con el fin de optimizar el uso de memoria y reducir el costo computacional.

2.6 Clasificación de Aerogeneradores

La generación de energía en un aerogenerador depende directamente de la interacción entre el rotor y el viento. Según [80], los principales factores que determinan el rendimiento de los aerogeneradores están relacionados con las fuerzas aerodinámicas generadas por el flujo del aire. Hoy en día existen diversas configuraciones y diseños de aerogeneradores, los cuales se clasifican según su colocación, tamaño, capacidad, entre otros; sin embargo, la principal configuración es de acuerdo a la orientación del eje. En [84] se presenta la clasificación de los aerogeneradores ilustrada la Figura 2-19.

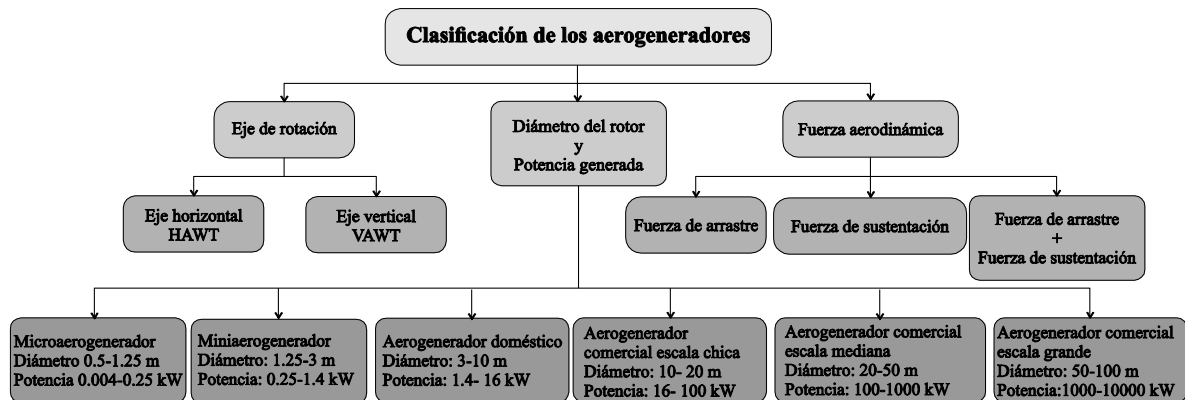


Figura 2-19: Clasificación de los aerogeneradores.

La clasificación de los aerogeneradores según el eje de rotación se divide en dos tipos: eje horizontal (HAWT) y eje vertical (VAWT).

- Aerogeneradores de eje horizontal (HAWT): En estas, el eje del rotor es paralelo a la superficie terrestre y orientado en la dirección del viento. Requieren un sistema de orientación para ajustar las aspas al viento. Son ampliamente utilizadas en grandes parques eólicos en ubicaciones remotas y en alta mar, donde los vientos son constantes y sin perturbaciones.
- Aerogeneradores de eje vertical (VAWT): En este caso, el eje del rotor es perpendicular tanto a la dirección del viento como a la superficie. No requieren sistema de orientación ni un

mecanismo de arranque automático. Tienen una baja velocidad de arranque y pueden instalarse en áreas urbanas que limitan la altura de las estructuras.

Otra clasificación de los aerogeneradores se basa en las fuerzas aerodinámicas que actúan sobre las aspas: fuerzas de arrastre y fuerzas de sustentación.

- VAWT basadas en arrastre: En estos aerogeneradores, la fuerza aerodinámica actúa en la misma dirección que el flujo de aire.
- VAWT basadas en sustentación: En estos, la fuerza aerodinámica es perpendicular al flujo del viento.
- HAWT y Darrieus: Son aerogeneradores basados exclusivamente en la sustentación.
- Savonius y otros diseños de VAWT: Utilizan principalmente la fuerza de arrastre.

Los aerogeneradores basados en arrastre tienen un diseño simple, pero su eficiencia es baja. En cambio, los aerogeneradores basados en sustentación son complejas, pero extraen más energía del viento por unidad de área barrida [85].

La clasificación de los aerogeneradores según el diámetro del rotor y la potencia generada es la siguiente:

- Micro-aerogenerador, mini-aerogenerador y los aerogeneradores para uso doméstico: Rotores con un diámetro menor a 10 m. Se utilizan en aplicaciones a pequeña escala, como residenciales o rurales, generando una potencia inferior a 16 kW.
- Aerogenerador comercial de escala chica: Rotores con un diámetro de 10 a 20 m. Son ideales para proyectos industriales o comerciales aplicadas en zonas rurales o aisladas, con una potencia generada de 16 a 100 kW.
- Aerogenerador comercial de escala mediana: Rotores con diámetro de 20 a 50 m. Se emplean en parques eólicos pequeños o proyectos comerciales, generando potencias entre 100 y 1000 kW.
- Aerogenerador comercial de escala grande: Rotores con un diámetro superior a 50 m. Son utilizados para generar potencias de entre 1000 y 10000 kW o más, según el diseño y la ubicación. Estos aerogeneradores aprovechan vientos más fuertes y constantes, lo que maximiza la eficiencia, y se instalan en grandes parques eólicos tanto en tierra como en alta mar.

2.6.1 Aerogeneradores de Eje Horizontal HAWT

Un aerogenerador de eje horizontal se orienta perpendicularmente al viento, como se ilustra en la Figura 2-20. Entre sus características destacan: mayor eficiencia en comparación con las VAWT, capacidad para generar grandes potencias y la necesidad de un sistema de orientación hacia el viento. Sin embargo, no son ideales para vientos turbulentos, ya que pueden generar vibraciones en la estructura. También requieren torres grandes y estructuras sólidas (tensores) para su instalación. Además, representan un riesgo para las aves, ya que no las detectan [86]- [89]. En la Figura 2-20 se indican las partes de la estructura del aerogenerador donde se presentan: la inercia del rotor J_{rotor} , el torque aerodinámico T_t , el torque electromagnético T_{em} y las pérdidas por fricción b_t .

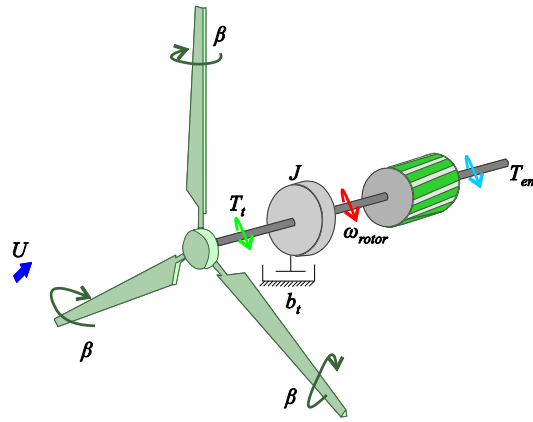


Figura 2-20: Aerogenerador de eje horizontal HAWT.

El rotor de un aerogenerador funciona según el mismo principio que una hélice tradicional transformando la energía cinética del viento en energía mecánica (rotación). Como se muestra en la Figura 2-21, para analizar el funcionamiento del rotor de un HAWT, se considera un rotor de radio externo R , un elemento dS ubicado en un radio r , con una velocidad de rotación ω_{rotor} . Este elemento dS está sujeto a una velocidad relativa local, que incluye la componente de la velocidad angular por cada elemento de las aspas, determinada a partir de la conservación del momento angular, donde a' es el factor de inducción tangencial y a es el factor de inducción axial:

$$V_{o_{tangencial}} = \omega_{rotor} \cdot r(1 + a')$$

$$V_{o_{axial}} = U_{rotor} \cdot (1 - a)$$
(2-93)

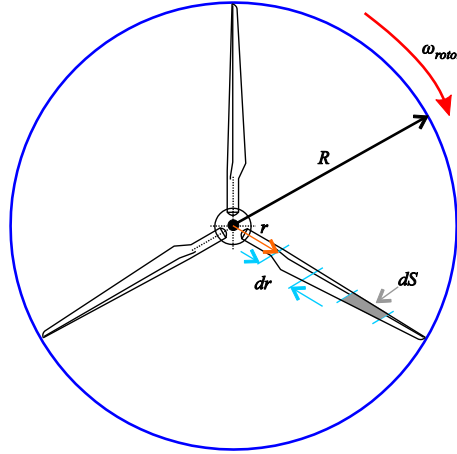


Figura 2-21: Definición de parámetros para un HAWT.

De la Figura 2-21 los parámetros se refieren a: R radio del rotor en m , r radio local por elemento en m , dS es el área por elemento en m^2 y se calcula con la ecuación (2-7). Asimismo, de la Figura 2-21 se deduce el área S del rotor de un HAWT quedando:

$$S = \pi R^2 \quad (2-94)$$

Para determinar el perfil ideal de las aspas que logre un rendimiento aerodinámico óptimo y evaluar, el desempeño del rotor para cualquier forma de aspa de un aerogenerador HAWT, se emplean las ecuaciones (2-11) y (2-12); las cuales describen a la fuerza tangencial F_T y la fuerza normal F_N por elemento. Con estas fuerzas calculadas, se puede obtener el torque aerodinámico y la potencia mecánica utilizando las ecuaciones (2-15) y (2-16).

Por otra parte, la velocidad específica λ es la relación entre la velocidad del viento y la velocidad angular del rotor del aerogenerador. Este parámetro adimensional se define en la ecuación (2-47). A su vez, el coeficiente de potencia C_p está directamente relacionado con las propiedades aerodinámicas de las aspas y la velocidad específica λ , como se muestra en la ecuación (2-55). Esta ecuación nos permite calcular el coeficiente de potencia máximo, restringido por el límite de Betz de 59% ($C_{p_{max}} = 16/27$). Sin embargo, en [90] y [91] se demuestra que el coeficiente de potencia C_p también depende de la relación entre la velocidad específica λ y el ángulo de paso de las aspas β . La Figura 2-29 muestra la curva típica que ilustra la relación entre la velocidad específica, y el coeficiente de potencia en un aerogenerador. Para calcular el C_p utilizaremos la ecuación (2-95) empleada en [90].

$$C_p(\lambda, \beta) = 0.18 \left(\frac{90}{0.4 + 0.5\lambda} - 6.8 - 0.11\beta^2 \right) e^{\left(0.16 - \frac{8}{0.4 + 0.5\lambda}\right)} + 0.0068\lambda \quad (2-95)$$

En la Figura 2-22 se muestran las curvas obtenidas al variar λ y β de la ecuación (2-95), donde el valor del coeficiente de potencia C_p disminuye, mientras el ángulo de paso de las aspas β aumenta, por lo que la energía cinética del aerogenerador se reduce también.

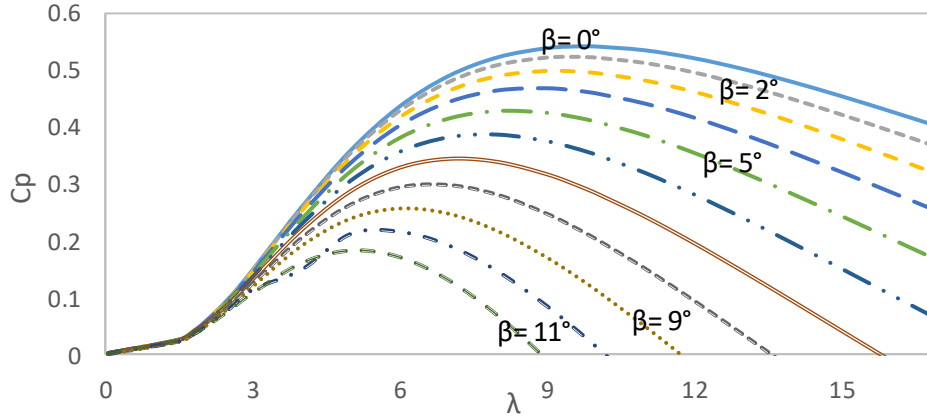


Figura 2-22: $C_p(\lambda, \beta)$ para un aerogenerador HAWT.

Además, en la Figura 2-29 se muestra el punto en el que se extrae la máxima potencia del viento en un aerogenerador HAWT, diseñado con aspas de longitud $1m$ y capacidad de $3000W$. La máxima potencia se extrae con un $C_p = 0.542$, ángulo de paso $\beta = 0^\circ$ (cuando el viento incide a 90° sobre el aspa) y velocidad específica $\lambda = 9.75$.

2.6.2 Aerogeneradores de Eje Vertical VAWT

Un aerogenerador de eje vertical VAWT obtiene la energía cinética mediante aspas ubicadas en un eje perpendicular al viento, como se muestra en la Figura 2-23. Los VAWT son omnidireccionales, lo que les permite alinearse con el viento sin importar su dirección. Entre sus características destacan: menor sensibilidad a las turbulencias, mejor integración arquitectónica en edificaciones, tamaño reducido en comparación con las HAWT, capacidad para funcionar con viento turbulento (ideal para zonas urbanas). Además, son más silenciosos, producen menos vibraciones y las aves las reconocen como obstáculos. Sin embargo, su coeficiente de potencia es menor que el de las HAWT [44], [45], [89].

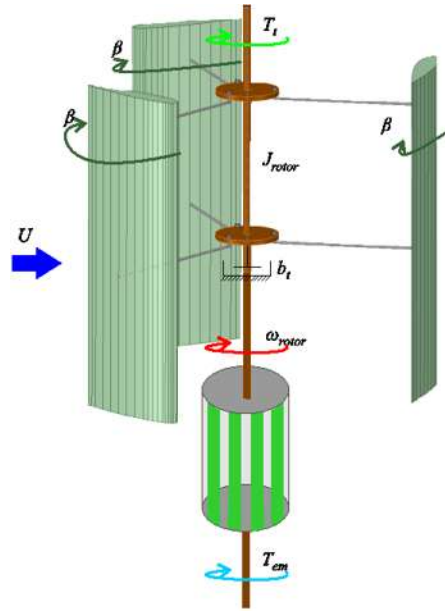


Figura 2-23: Aerogenerador de eje vertical VAWT, Darrieus con rotor H.

Como se mencionó en la Sección 2.6.1, el rotor de un aerogenerador funciona según el mismo principio que una aspa tradicional, al convertir el viento en rotación. La Figura 2-24 muestra el análisis del funcionamiento del rotor de un VAWT, al considerar un rotor de radio externo R y una altura H . Cada elemento dS_{tubo_n} está ubicado en un ángulo azimutal θ_i y tiene una velocidad de rotación ω_{rotor} , con una velocidad relativa local asociada.

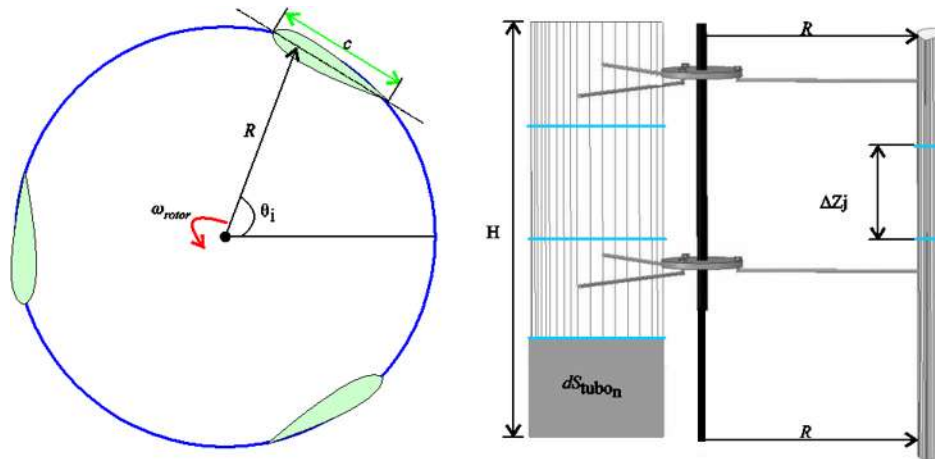


Figura 2-24: Definición de parámetros VAWT.

De la Figura 2-24, los parámetros se refieren a: c cuerda del aspa en m, R radio del rotor en m, H altura del rotor en m, dS_{tubo_n} es el área por elemento en m^2 y ΔZ_j es el cambio en la altura. Asimismo, de la Figura 2-24 obtiene el área S del rotor de un VAWT y se expresa como:

$$S = DH = 2RH \quad (2-96)$$

$$RA = \frac{H}{R} \quad (2-97)$$

Se define a D como el diámetro del rotor en m y RA como la relación de aspecto.

A diferencia del análisis de un HAWT, el estudio de la aerodinámica de un VAWT se muestra en la Figura 2-25, que presenta las características aerodinámicas de las aspas para cada cuadrante del rotor, controlado por el ángulo azimutal θ [53].

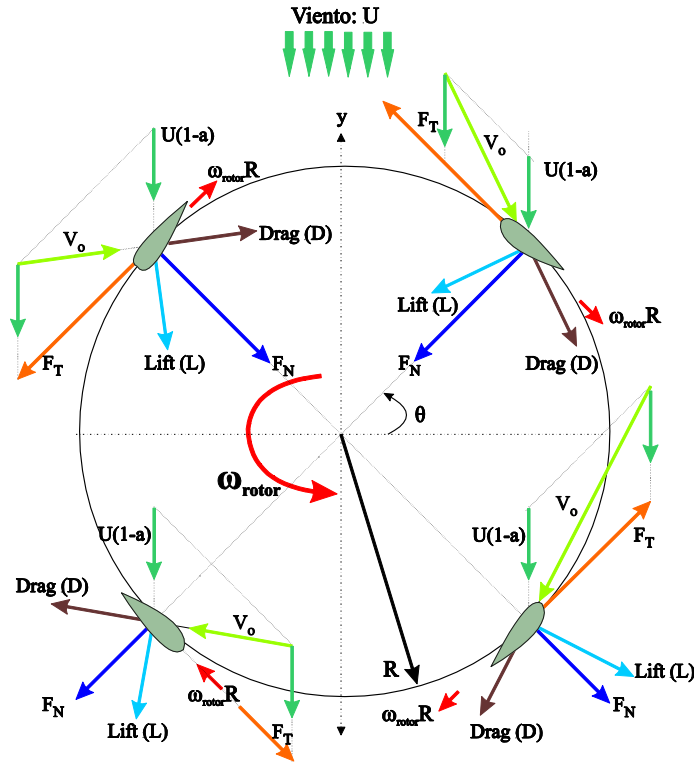


Figura 2-25: Componentes de las fuerzas y velocidades de un rotor VAWT.

La Figura 2-26 muestra el comportamiento específico de cada aspa respecto a la velocidad local relativa V_o , las fuerzas aerodinámicas y las fuerzas resultantes. Este comportamiento depende directamente del ángulo azimutal θ , que determina la posición de cada aspa en el rotor del aerogenerador [80].

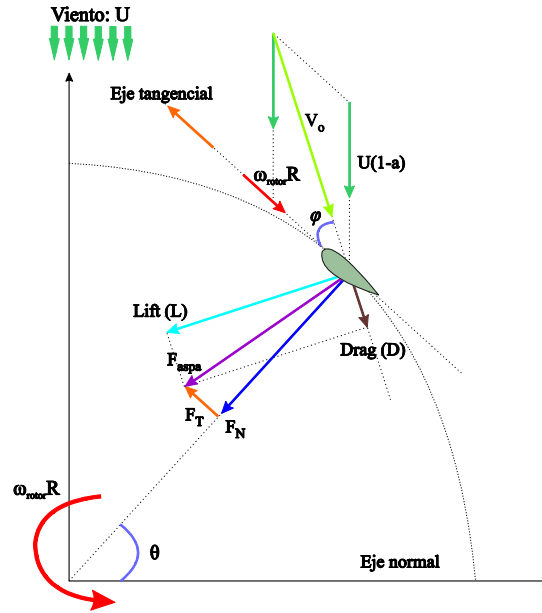


Figura 2-26: Velocidad relativa y fuerzas aerodinámicas locales.

La adaptación para un aerogenerador VAWT combina el principio de conservación del momento lineal que define el límite de Betz con la teoría de BEM y como resultado se genera el modelo DMST, el cual es descrito en [50], [51], [92] y [93].

Este modelo permite analizar el rendimiento aerodinámico del rotor al considerar dos zonas de operación: upwind ($0 - 180^\circ$) y downwind ($180 - 360^\circ$). Estas zonas se distinguen, después del paso del viento por la primera aspa, en la cual parte de la energía del viento se extrae y genera una distribución no uniforme de velocidad de la segunda mitad del rotor [49].

El modelo DMST consiste en generar dos tubos de corrientes independientes que atraviesan el plano del rotor. En cada tubo, la reducción de velocidad del viento, se calcula con el factor de inducción axial " a ", que se determina de forma iterativa para la entrada y la salida. El rotor se discretiza por medio de los diferentes ángulos azimutales (θ_i) y por los elementos verticales Δz_j . Las fuerzas aerodinámicas por elemento se obtienen con los coeficientes de sustentación $C_L(\alpha)$ y de arrastre $C_D(\alpha)$, en función del ángulo de ataque α .

Por otro lado, la relación de la velocidad específica (λ) está definida en (2-47), la velocidad relativa local V_o , en magnitud y ángulo se expresan como:

$$V_o = U \sqrt{(\lambda + (1 - a) \sin \theta_i)^2 + ((1 - a) \cos \theta_i)^2} \quad (2-98)$$

$$\varphi(\theta_i) = \tan^{-1} \frac{(1-a) \cos \theta_i}{\lambda + (1-a) \sin \theta_i} \quad (2-99)$$

donde φ es el ángulo de la velocidad relativa (de entrada del aire), determinado por la composición vectorial de la velocidad tangencial del rotor y la velocidad axial reducida del viento (ver Figura 2-26), y " a " es factor de inducción axial, es importante considerar que, cuando se utiliza el modelo DMST se considera una mitad del rotor upwind (a_{up}) y la otra downwind (a_{down}) [94], [95]. La consecuencia de esto, es que los factores de inducción axial son diferentes $a_{up} \neq a_{down}$.

También, el ángulo de ataque del aspa se obtiene al restar el ángulo de entrada del aire φ menos el ángulo de paso β por cada aspa y se expresa como:

$$\alpha(\theta_i) = \varphi(\theta_i) - \beta \quad (2-100)$$

De acuerdo al principio de conservación del momento lineal y el modelo DMST, cada tubo de corriente tiene un área azimutal, la cual se refiere a la parte frontal del rotor por cada paso azimutal $\Delta\theta_i$. Para un H-rotor VAWT, se calcula [95]:

$$dS_{tubo} = \frac{\Delta\theta_i}{2\pi} S = \frac{\Delta\theta_i}{360^\circ} 2RH \quad (2-101)$$

se considera que H es la altura en m y también se define como ΔZ_j , el cual se refiere a los elementos discretizados del aspa, por lo que, el área vertical para cada tubo de corriente por elemento es:

$$dS_{tubo_n} = \frac{\Delta\theta_i}{360^\circ} 2 R \Delta Z_j \quad (2-102)$$

Además, la fuerza axial total ($F_{A_{total}}$) por cada tubo de corriente de área dS_{tubo} , se expresa como:

$$F_{A_{total}} = 2\rho dS_{tubo} U^2 a(1-a) \quad (2-103)$$

Se obtiene a de acuerdo a la ecuación (2-105). Por el principio de conservación, la fuerza axial total ($F_{A_{total}}$) es igual a la componente de la fuerza normal total ($F_{N_{total}}$) generada por el número de aspas (B), presentes en ese tubo de corriente.

$$\sum_B F_{N_{total}}(\theta_i) \Delta Z_j = 2\rho dS_{tubo} U^2 a(1-a) \quad (2-104)$$

El factor de inducción axial (a) para aerogeneradores VAWT, se calcula instantáneamente de acuerdo a la región del tubo de corriente que se encuentren las aspas (upwind o downwind), se denota como factor de inducción axial instantáneo (a^*) [95]:

$$a^* = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{1 - 4x}) \quad (2-105)$$

$$x = \frac{\sum_B F_{N_{total}}(\theta_i) \Delta Z_j}{2\rho dS_{tubo} U^2} \quad (2-106)$$

Se itera por separado (a^*) para cada tubo de corriente.

Otro parámetro importante, es el número de Reynolds (Re), el cual se obtiene de acuerdo al perfil del aspa seleccionado, en un rango de interés:

$$Re = \frac{V_o c}{\nu} \quad (2-107)$$

donde, $\nu \approx 1.5 \times 10^{-5}$ del aire a $\sim 20^\circ C$, y, c la cuerda del perfil. Entonces, se interpola con las coordenadas del perfil, obtenidas en [96] para obtener C_L y C_D en (α, Re) .

Asimismo, cada aspa se divide en elementos verticales (ΔZ_j) y ángulos azimutales (θ_i) y para cada combinación de $(\theta_i, \Delta Z_j)$, se calculan las fuerzas aerodinámicas con las siguientes expresiones [97]:

$$dL_t = \frac{1}{2} \rho V_o^2 c \Delta Z_j C_L(\alpha, Re) \quad (2-108)$$

$$dD_t = \frac{1}{2} \rho V_o^2 c \Delta Z_j C_D(\alpha, Re) \quad (2-109)$$

Es importante, calcular el factor de pérdida de Prandtl vertical F_z es una corrección tridimensional para el modelo DMST, independientemente de que el flujo principal se calcula en forma bidimensional, es decir como si las aspas tuvieran altura infinita. Sin embargo, si el rotor tiene altura finita el flujo se dispersa en los extremos inferior y superior, se reduce la sustentación. Si no se realiza esta corrección, se podría sobreestimar hasta un 20 % el torque y el coeficiente de potencia, especialmente para aerogeneradores con relación de aspecto $H/R \approx 1$.

$$F_z = \frac{2}{\pi} \cos^{-1}(e^{-f}) \quad (2-110)$$

$$f = \frac{B}{2} \frac{d_{fin}}{R |\sin(\varphi)| + \varepsilon} \quad (2-111)$$

d_{fin} es la distancia entre el punto del elemento y el extremo de la pala.

$$d_{fin} = \min(z, H - z) \quad (2-112)$$

donde z la posición axial del elemento y H la altura del rotor. Además se le suma un número $\varepsilon \approx 10^{-3}$ para evitar la división entre cero cuando el $\text{sen}(\varphi) \rightarrow 0$. Es común, establecer límites de $0.3 \leq F_z \leq 1.0$ para lograr mantener la estabilidad numérica para el modelo DMST.

Entonces, las fuerzas aerodinámicas corregidas se incluyen en las expresiones (2-108), (2-109), (2-110):

$$dL_{t_c} = dL_t \cdot F_z \quad (2-113)$$

$$dD_{t_c} = dD_t \cdot F_z \quad (2-114)$$

Por lo que, al proyectar estas fuerzas aerodinámicas para cada elemento de acuerdo con la Figura 2-26 se tiene:

$$dF_T = dL_{t_c} \text{sen}(\theta_i) - dD_{t_c} \cos(\theta_i) \quad (2-115)$$

$$dF_N = dL_{t_c} \cos(\theta_i) + dD_{t_c} \text{sen}(\theta_i) \quad (2-116)$$

Y el torque aerodinámico por elemento dT_t sobre cada aspa de acuerdo a la posición azimutal θ_i , el torque total T_t , el torque medio ($\bar{T}_t$) y la potencia mecánica ($P_{\text{mecánica}}$) por revolución se expresan como:

$$dT_t = dF_t R \quad (2-117)$$

$$T_t = B \sum_1^j dF_T \quad (2-118)$$

$$\bar{T}_t = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} T_t d\theta \quad (2-119)$$

$$P_{\text{mecánica}} = \omega \bar{T}_t \quad (2-120)$$

Por lo tanto, una vez calculada la potencia mecánica se calcula el coeficiente de potencia (C_p) con la ecuación (2-38) para confirmar que no sobrepase el límite de Betz de 16/27.

La eficiencia del aerogenerador se calcula mediante el Coeficiente de Potencia $C_p(\lambda, \beta)$, que depende de la relación de la velocidad específica λ y β , para los aerogeneradores VAWT su principal influencia es el ángulo azimutal θ ; sin embargo, también influyen el número de Reynolds Re , el ángulo de ataque α (derivado de la velocidad relativa y de β en cada paso azimutal), entre otras.

Además, se agrega una diferencia para el cálculo de la eficiencia del aerogenerador VAWT con rotor Darrieus tipo H de tres aspas (rectas). Por ejemplo, en un aerogenerador HAWT, α es casi constante a lo largo del aspa y β se puede controlar, por eso se estudia la eficiencia con $C_p(\lambda, \beta)$. En cambio, en una VAWT, cada aspa gira respecto al viento a lo largo del rotor, por lo que, α cambia constantemente en función de $\alpha(\theta_i; \lambda, \beta)$. La ecuación (2-100), expresa que tanto α y φ dependen de θ_i . Entonces, el cambio promedio de α que sufre por cada aspa en una revolución [98], [99]:

$$\alpha_{rms}(\lambda, \beta) = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \alpha^2(\theta_i; \lambda, \beta) d\theta_i} \quad (2-121)$$

$$\alpha_{max}(\lambda, \beta) = \max_{\theta_i} |\alpha(\theta_i; \lambda, \beta)| \quad (2-122)$$

$$\alpha_{T_{max}}(\lambda, \beta) = \alpha(\theta_{i_{T_{max}}}; \lambda, \beta) \quad (2-123)$$

siendo $\theta_{i_{T_{max}}}$ el ángulo donde el torque instantáneo es el máximo.

La ecuación (2-100), presenta una variación proporcional de $\varphi(\theta)$, si $\varphi(\theta)$ aumenta, $\alpha(\theta)$ también lo hace, y viceversa. Sin embargo, el comportamiento del ángulo de paso β no es proporcional, y depende del signo de este, por ejemplo, si es positivo, se reduce α ; pero si es negativo lo incrementa. En resumen, β funciona como:

- Si $\beta < 0^\circ$, el aspa tiende a quedar perpendicular al viento.
 - Aumentan los coeficientes aerodinámicos C_L y C_D .
 - Se tiene mayor torque al arranque, pero si β disminuye, se presentan pérdidas aerodinámicas.
- Si $\beta = 0^\circ$, el aspa está alineada con el viento.
 - Se tiene la máxima eficiencia aerodinámica, es decir, C_L encuentra su valor óptimo y C_D se encuentra en los valores mínimos.
 - Se obtiene el C_p máximo y por lo tanto, el torque óptimo y la máxima extracción de potencia mecánica.
 - El ángulo de ataque no sufre modificaciones ($\alpha = \varphi$); por lo que solo depende de la velocidad del viento U y la velocidad tangencial $\omega_{rotor}R$.
- Si $\beta > 0^\circ$, el aspa tiende a quedar paralela el viento.
 - Se reduce el ángulo de ataque.
 - Se tiene pérdida de sustentación C_L útil para disminuir C_D .

- Se extrae menos energía, debido a que el C_p disminuye, y por consecuencia el torque y la potencia mecánica también.

Con el modelo DMST, en la región upwind ($0^\circ < \theta < 180^\circ$) el ángulo de ataque α es moderado, lo que genera un C_L alto, un C_D moderado y, por tanto, un mayor torque y una operación más eficiencia. Sin embargo, en la región downwind ($180^\circ < \theta < 360^\circ$), α puede variar abruptamente, si $\alpha \uparrow$, hay riesgo de pérdidas aerodinámicas, pero si $\alpha \downarrow$ tendremos menor torque y potencia generada.

Adicionalmente, la eficiencia de un aerogenerador VAWT se puede analizar mediante tres curvas:

- $C_p(\alpha_{rms}, \beta)$, indica la correlación del rendimiento según la carga angular.
- $C_p(\alpha_{max}, \beta)$, presenta la tendencia a pérdida dinámica.
- $C_p(\lambda, \beta)$, presenta la curva real de potencia.

Es importante señalar que el ángulo de paso β no varía durante la rotación, pero introduce un desplazamiento vertical en $\alpha(\theta)$, además, $\alpha(\theta)$ cambia periódicamente con θ , al oscilar suavemente alrededor de un valor medio entre un máximo y un mínimo en cada revolución.

En la Figura 2-27 se muestran las gráficas de $\alpha(\theta; \lambda, \beta)$ con un modelo simple, es decir, en el cual se asume que la velocidad del viento es uniforme a lo largo del rotor en una revolución. La Figura 2-27.a, muestra una familia de curvas con λ fija y variar β entre $0^\circ - 5^\circ$. En este caso, para $\beta = 0^\circ$, el ángulo de ataque alcanza un máximo positivo de $\alpha \approx 12^\circ$, en $\theta \approx 100^\circ$ y un mínimo de $\alpha \approx -10^\circ$, en $\theta \approx 270^\circ$. Asimismo, con $\beta = 1^\circ$ la curva se desplaza un grado hacia abajo, si $\beta = 6^\circ$ la curva se desplaza seis grados hacia abajo y, con $\beta = 0^\circ$ la curva permanece centrada $\theta = 180^\circ$. La Figura 2-27.b muestra otra familia de curvas, se mantiene el ángulo de paso óptimo en $\beta = 0^\circ$ y variar λ de 2 – 6. Alrededor del ángulo de ataque máximo $\alpha \approx 24$ con $\lambda = 2$, y un mínimo de $\alpha \approx -20^\circ$, en $\theta \approx 250^\circ$, para $\lambda = 6$ se obtiene un máximo de $\alpha \approx 7.5^\circ$ con $\theta \approx 100^\circ$ y un mínimo de $\alpha \approx -7^\circ$ con $\theta \approx 270^\circ$.

Este comportamiento sugiere que, para un aerogenerador VAWT con rotor Darrieus, λ óptima oscila entre 3 y 5 para mantenerse relativamente estable (entre la sustentación y el arrastre). Es importante considerar que el valor de λ óptima, también depende del perfil aerodinámico, la relación de aspecto, el espesor del perfil y de las pérdidas.

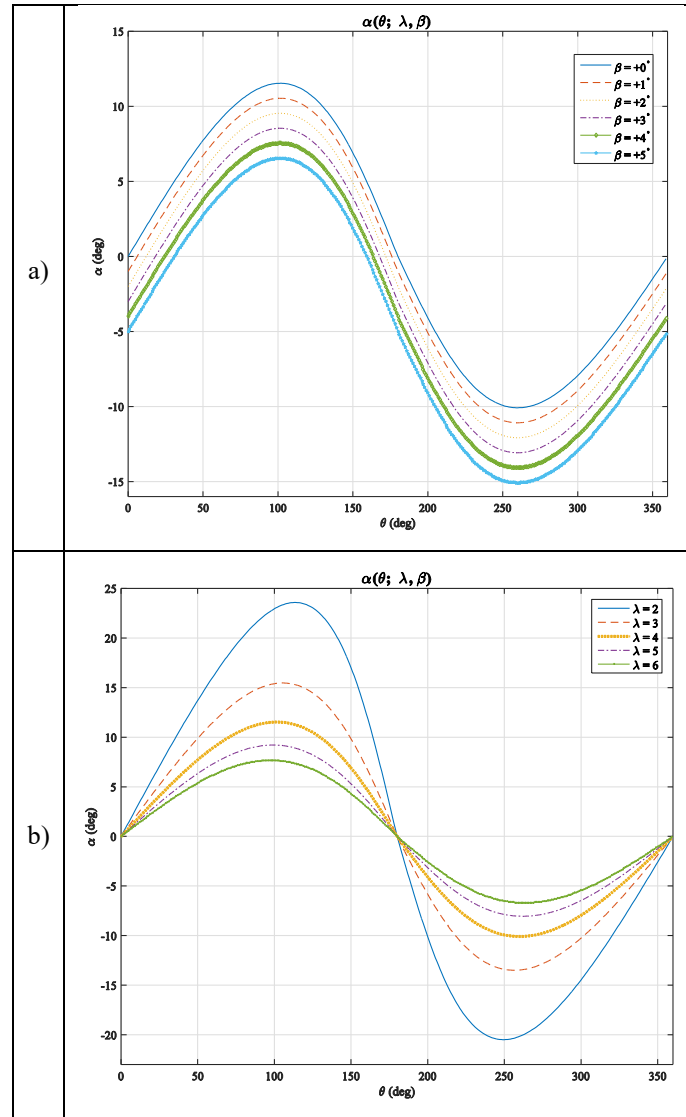


Figura 2-27: Curvas del ángulo de ataque $\alpha(\theta; \lambda, \beta)$ con el modelo simple. a) α vs θ , con λ fija, β variable y b) α vs θ con β fija, λ variable.

En la Figura 2-28, se presenta la variación del ángulo de ataque $\alpha(\theta; \lambda, \beta)$ durante una revolución, calculado mediante el modelo DMST, el cual tiene dos regiones aerodinámicas: upwind ($0 - 180^\circ$) y downwind ($180 - 360^\circ$). Debido a este cambio, se introducen dos transiciones bruscas en $\alpha(\theta)$ alrededor de $\theta \approx 90^\circ$ y $\theta \approx 270^\circ$, características de los modelos DMST al cambiar el factor de inducción entre ambas regiones. La Figura 2-28.a, muestra la familia de curvas obtenidas al mantener λ fija y variar β de $0^\circ - 5^\circ$. Todas las curvas presentan la respuesta típica de un rotor Darrieus tipo H: alcanza un α máximo en $\theta \approx 90^\circ$, disminuye pasando por $\alpha = 0$ alrededor de $\theta \approx 180^\circ$ y llega al mínimo en $\theta \approx 270^\circ$. Al modificar el ángulo de paso β , la respuesta típica se mantiene y solo se desplaza verticalmente: para $\beta = 0^\circ$, el máximo es $\alpha \approx 12.2^\circ$ y el mínimo es $\alpha \approx -12.15^\circ$; al aumentar a $\beta = 2^\circ$, los valores máximos y mínimos disminuyen aproximadamente en 2° , y para $\beta =$

5° el máximo desciende a $\alpha \approx 7.2^\circ$ mientras que el mínimo es $\alpha \approx -17.5^\circ$. Este comportamiento concuerda con la definición $\alpha = \phi - \beta$. La Figura 2-28.b, presenta la familia de curvas obtenidas al fijar $\beta = 0^\circ$ y variar λ entre 2 – 6, estas curvas, también cruzan el eje en $\alpha = 0$ y $\theta \approx 180^\circ$. Cuando tenemos valores bajos de λ la componente transversal del viento relativo domina, por lo que genera ángulos de ataque elevados, i.e. para $\lambda = 2$ los valores alcanzan $\alpha \approx \pm 22^\circ$. Conforme λ aumenta, la velocidad tangencial del rotor se vuelve predominante y la magnitud de α se reduce. Así, para $\lambda = 3^\circ$, $\alpha \approx \pm 14.93^\circ$, y para $\lambda = 5$, el máximo y mínimo son $\alpha \approx \pm 7.6^\circ$.

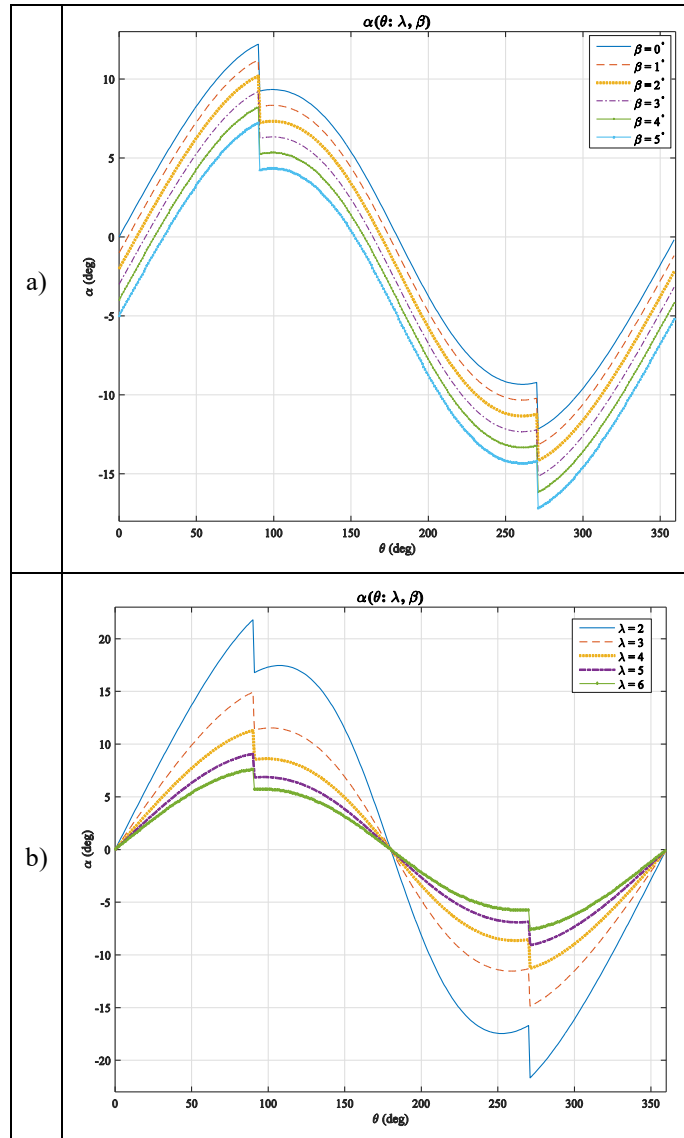


Figura 2-28: Curvas del ángulo de ataque $\alpha(\theta; \lambda, \beta)$ con el modelo DMST. a) α vs θ , con λ fija, β variable y b) α vs θ con β fija, λ variable.

El modelo DMST es adecuado para un rotor VAWT tipo H porque reproduce de forma más realista su comportamiento, al considerar la variación del ángulo de ataque $\alpha(\theta)$ y las fuerzas aerodinámicas sobre el aspa durante toda la rotación. Utilizar el modelo DMST, es una opción con bajo costo computacional, más precisa y eficiente para estimar torque y potencia.

En la Figura 2-29 presenta la familia de curvas de $C_p(\lambda, \beta)$ para un aerogenerador VAWT con rotor Darrieus H diseñado para una potencia nominal 600 W. Las curvas muestran el comportamiento aerodinámico típico de rotores que operan por sustentación, caracterizado por un incremento de C_p para valores bajos de λ . El coeficiente de potencia máximo $C_{p_{max}} \approx 0.4698$, se obtiene cuando $\lambda \approx 4$ y el ángulo de paso es $\beta = 0^\circ$, condición en la cual el perfil opera con un ángulo de ataque favorable durante la mayor parte de la revolución, maximizando la fuerza de sustentación y el torque aerodinámico generado. Al incrementar el ángulo de paso β , se observa un desplazamiento vertical hacia valores menores del C_p , lo que indica una reducción en la eficiencia aerodinámica. Como resultado, tanto el C_p como la eficiencia del rotor se ven reducidos.

Este comportamiento se explica porque un aumento en β , disminuye el ángulo de ataque $\alpha(\theta)$ durante la revolución, lo que disminuye la fuerza de sustentación desarrollada por el perfil, y en consecuencia el torque aerodinámico.

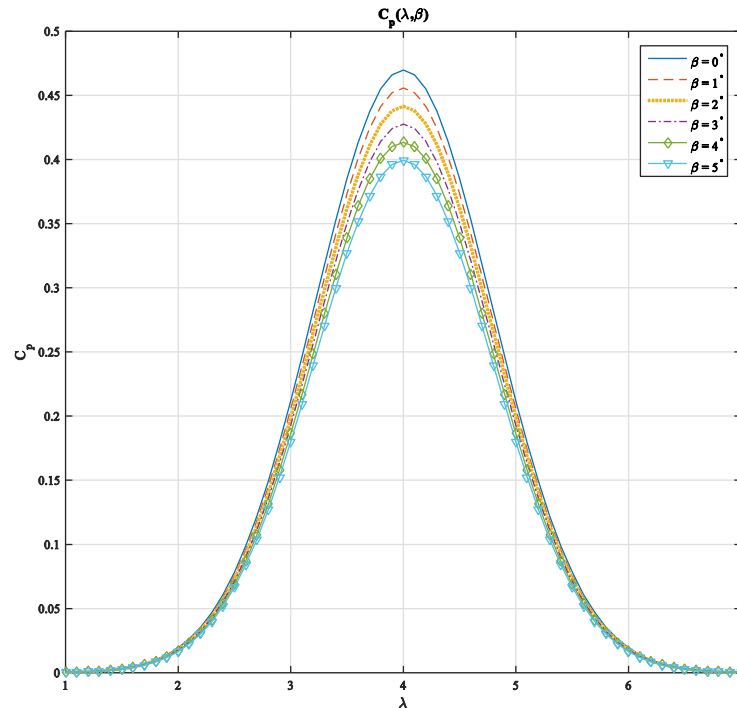


Figura 2-29: $C_p(\lambda, \beta)$ para un aerogenerador VAWT con rotor Darrieus H.

En conjunto, la Figura 2-29 confirma que el rotor Darrieus tipo H presenta un desempeño aerodinámico óptimo para $\beta = 0^\circ$, con una dependencia clara entre λ , β y C_p , relación fundamental para el diseño y la implementación de estrategias de control de potencia en aerogeneradores VAWT de baja potencia.

Otra configuración importante de los aerogeneradores VAWT basados en sustentación es el rotor Darrieus helicoidal presentado en la Figura 2-30, también conocido como rotor Gorlov o Helical-bladed Darrieus. Este diseño es una evolución de las aspas tipo H, incorporando una torsión geométrica continua a lo largo de cada aspa. Su principal es que se distribuye de manera más uniforme el ángulo de ataque durante una revolución, se reducen los cambios bruscos en el torque y mejorando el comportamiento aerodinámico bajo condiciones reales de operación [100]- [103].

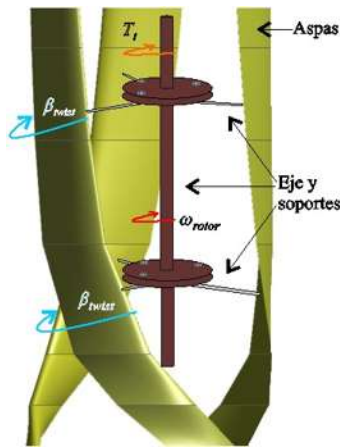


Figura 2-30: Aerogenerador de eje vertical VAWT, Darrieus con rotor Helicoidal.

La diferencia del rotor H, el cual utiliza aspas rectas y esta perpendicular al radio, el rotor helicoidal se diseña con una torsión geométrica a lo largo del aspa. De esta forma, cada elemento tiene un desplazamiento angular distinto, por tanto, cada aspa opera a diferentes fases azimutales. La anterior distribución, genera un comportamiento aerodinámico promedio, con el que disminuyen las variaciones instantáneas de la velocidad relativa V_o y torque [52].

La geometría de las aspas helicoidales se caracteriza por utilizar perfiles simétricos (por ejemplo, NACA 0012, 0015 o 0018) y por presentar torsión geométrica a lo largo de la altura de $1^\circ - 360^\circ$, según el diseño. La cuerda puede ser constante o variable, los elementos de cada aspa tiene un ángulo de torsión local $\beta_{twist}(z)$, el cual describe la rotación progresiva del aspa. Es importante distinguir que esta torsión de aspas no corresponde al ángulo global de paso β de un rotor Darrieus H, en las

aspas helicoidales, $\beta_{twist}(z)$ es exclusivamente una propiedad geométrica para cada elemento. Por lo que para una altura H , la torsión local se describe como [50], [80], [104]:

$$\beta_{twist}(z) = \beta_{twist_0} + \Delta\beta_{twist}\left(\frac{z}{H}\right) \quad (2-124)$$

donde $\Delta\beta_{twist}$ es la rotación total (en grados) a lo largo del aspa medida y $\beta_{twist_0}(z)$ representa la torsión en la base y z es la coordenada vertical medida desde la base. La ecuación (2-124) permite representar torsiones típicas también de $180 - 360^\circ$, como en [103], que cada elemento opera desfasado azimutalmente $\Phi(z)$, por lo que, la variación del ángulo de ataque se promedia lo cual reduce picos, y, en consecuencia, se reducen las oscilaciones del torque en comparación con un rotor Darrieus H.

El ángulo de ataque efectivo para un elemento de altura z se modela como:

$$\alpha_R(\theta_i, z) = \varphi(\theta_i, \Phi(z)) - \beta_{Total}(z) \quad (2-125)$$

donde:

- $\varphi(\theta_i, \Phi(z))$ es el ángulo de entrada del flujo,
- $\beta_{Total}(z) = \beta_{twist}(z) + \beta$ es el ángulo de orientación de la cuerda,
- β es el ángulo de paso global, generalmente $\beta = 0^\circ$ en VAWT,
- $\Phi(z)$ es el desfase helicoidal acumulado.

Todos los términos dependen de la altura, ya que la torsión helicoidal es una función de z .

Las ecuaciones fundamentales para determinar la velocidad relativa V_o y el ángulo de entrada φ , en un elemento helicoidal, son iguales que en un rotor H, con la única diferencia de que el ángulo azimutal local θ_i incluye el desfase helicoidal [50], [105]:

$$V_o(\theta_i, z) = U \sqrt{\left(\lambda + (1 - a) \sin(\theta_i + \Phi(z))\right)^2 + \left((1 - a) \cos(\theta_i + \Phi(z))\right)^2} \quad (2-126)$$

$$\varphi(\theta_i, z) = \tan^{-1} \left(\frac{(1 - a) \cos(\theta_i + \Phi(z))}{\lambda + (1 - a) \sin(\theta_i + \Phi(z))} \right) \quad (2-127)$$

Las fuerzas proyectadas y el torque producido por elemento diferencial ΔZ_j del aspa son:

$$dF_{N,i} = \frac{1}{2} \rho V_o^2 c_i \Delta Z_j (C_{L,i} \cos \alpha_{R,i} + C_{D,i} \sin \alpha_{R,i}) \quad (2-128)$$

$$dF_{T,i} = \frac{1}{2} \rho V_o^2 c_i \Delta Z_j (C_{L,i} \sin \alpha_{R,i} - C_{D,i} \cos \alpha_{R,i}) \quad (2-129)$$

$$dT_{t,i} = R \cdot dF_{T,i} \quad (2-130)$$

donde R es el radio del rotor.

El total de las fuerzas proyectadas se obtienen al multiplicar el número de aspas por la suma de las fuerzas por elemento y sus unidades son N. Entonces la fuerza normal total, se expresa como:

$$F_{Ntotal} = B \sum_{i=1}^n dF_{N,i} \quad (2-131)$$

Y el torque total del rotor:

$$T_t = B \sum_{i=1}^n dT_{t,i} \quad (2-132)$$

Por último, la potencia mecánica entregada por el rotor es:

$$P_{mecánica} = T_t \times \omega_{rotor} \quad (2-133)$$

La Figura 2-31, muestra la familia de curvas de $C_p(\lambda, \beta)$ para un aerogenerador VAWT con rotor Darrieus helicoidal, donde se observa un incremento en C_p para valores bajos de λ , un máximo en un valor óptimo de λ y una disminución progresiva para valores altos.

En comparación con el rotor Darrieus H, el valor máximo de C_p es menor, lo cual se atribuye a la geometría helicoidal. Esta geometría introduce un ángulo azimutal distinto $\theta_i(z)$ que depende de cada sección z . Por lo tanto, el ángulo de ataque local $\alpha_R(\theta_i, z)$ se distribuye en fase y amplitud a lo largo del aspa. Como resultado, los picos de $\alpha_R(\theta_i, z)$ no ocurren el mismo tiempo en toda el aspa, por lo que disminuye el torque por elemento y, en consecuencia el torque total y el C_p .

Además, la geometría helicoidal genera una reducción en la variaciones del $\alpha_R(\theta_i, z)$ durante la revolución. Al promediarse $\alpha_R(\theta_i, z)$ entre las secciones, se atenúan las pérdidas aerodinámicas y las

fluctuaciones del torque. Esto se refleja en la Figura 2-31, con curvas de C_p más suaves y con menor sensibilidad a cambios de λ .

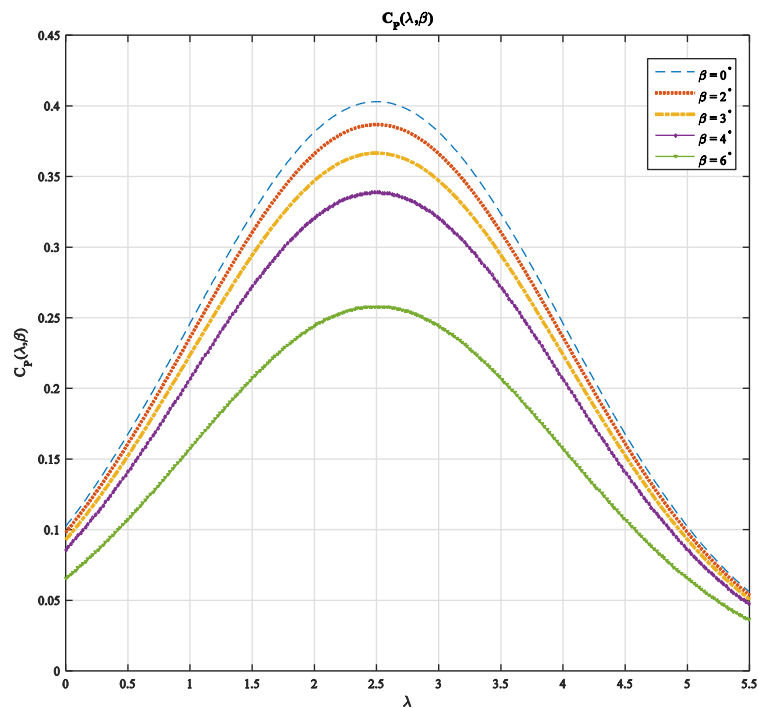


Figura 2-31: $C_p(\lambda, \beta)$ para un aerogenerador VAWT con rotor Darrieus Helicoidal

En conclusión, aunque los rotores Darrieus helicoidales presentan un C_p máximo ligeramente menor que los rotores de aspas rectas, ofrecen una operación más uniforme y estable, con menores oscilaciones de torque, lo que los hace más adecuados para aplicaciones en entornos urbanos y de baja potencia.

2.6.3 Modelo Aerodinámico de un Aerogenerador para Uso Residencial

Para analizar esta interacción, se parte del enfoque clásico del aerogenerador ideal, basado en el límite de Betz y en el principio de conservación del momento lineal, que permite estimar el aprovechamiento de la energía eólica. La Figura 2-32 presentan dos diagramas sintetizados de un aerogenerador de eje horizontal HAWT (Figura 2-32.a) y otro de eje vertical VAWT (Figura 2-32.b), para establecer la relación con el torque aerodinámico T_t .

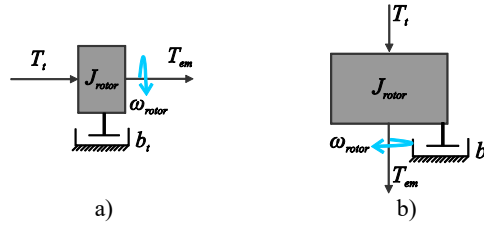


Figura 2-32: Diagrama sintetizado de un aerogenerador a) HAWT y b) VAWT.

Se inicia al despreciar las pérdidas mecánicas por fricción, bajo el supuesto de que el eje del aerogenerador cuenta con rodamientos o está levitado magnéticamente, lo que implica que la fricción es prácticamente nula, es decir, $b_t = 0$. Por lo tanto, la ecuación que describe los sistemas presentados en la Figura 2-32 es:

$$T_t - T_{em} = J_{rotor} \frac{d}{dt} \omega_{rotor} \quad (2-134)$$

donde,

- T_t es el torque aerodinámico del aerogenerador ($N \cdot m$),
- T_{em} es el torque electromagnético del generador ($N \cdot m$),
- J_{rotor} es la inercia del rotor del aerogenerador ($kg \cdot m^2$),
- ω_{rotor} la velocidad angular del rotor (rad/s).

La ecuación (2-16) muestra que el torque T_t y la potencia del aerogenerador $P_{mecánica}$ están limitados por la velocidad angular del aerogenerador. Además, si remplazamos al coeficiente de potencia por un $C_P(\lambda, \beta)$ en la ecuación (2-37) y después sustituimos la $P_{mecánica}$ en (2-16), obtenemos el torque total T_t ,

$$T_t = \frac{1}{2} \rho S \frac{C_P(\lambda, \beta)}{\omega_{rotor}} U^3 \quad (2-135)$$

Al dejar la ecuación (2-47) en términos de la velocidad angular del aerogenerador y la sustituimos en (2-135), entonces la ecuación del torque aerodinámico del aerogenerador es:

$$T_t = \frac{1}{2} \rho S R \frac{C_p(\lambda, \beta)}{\lambda} U^2 \quad (2-136)$$

Con el análisis anterior, se muestra en la Figura 2-33 un diagrama de bloques del modelo aerodinámico, útil para HAWT y VAWT. El parámetro S de la Figura 2-33 corresponde al área del rotor, es decir, representa el área de impacto del viento sobre la superficie generada por las aspas.

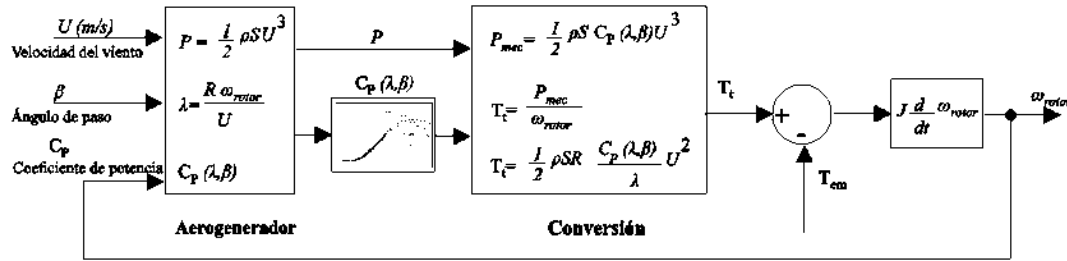


Figura 2-33: Diagrama de bloques del modelo aerodinámico.

2.7 Rodamientos

Los rodamientos son componentes elementales en máquinas rotativas, cuya función principal es reducir la fricción entre el eje y los elementos que lo soportan, lo que permite que el movimiento relativo con el mínimo desgaste posible [106]. Estos elementos respaldan un desplazamiento suave, mantienen alineado el eje y contribuyen a que el sistema opere de forma eficiente, fiable y con la durabilidad requerida para cada aplicación. Según su diseño, los rodamientos pueden permitir movimientos rotacionales o lineales, y su selección influye directamente en el rendimiento global de la máquina.

Existen dos tipos principales de rodamientos: mecánicos y magnéticos. Los rodamientos mecánicos que destacan por su bajo coeficiente de fricción, bajo par de arranque y reducidas pérdidas de potencia, lo que se traduce en alta eficiencia. Sin embargo, debido a su naturaleza de contacto, pueden generar vibración, calor y ruido en condiciones de falla, por lo que necesita mantenimiento preventivo continuamente para preservar su vida útil, especialmente en sistemas sometidos a altas velocidades o cargas elevadas. Por su parte, los rodamientos magnéticos están diseñados para operar a altas velocidades, presentan baja vibración y, no requieren lubricación. No obstante, su principal desventaja es su alto costo, tamaño y peso.

Por lo tanto, debido a que esta Tesis se centra en el comportamiento dinámico de un aerogenerador, se desarrolla un modelo de un rodamiento mecánico con 5-DOF, el cual permite describir con

precisión los desplazamientos radiales, axiales e inclinaciones del eje, se establece así la base teórica del submodelo presentado en el Capítulo 3.

2.7.1 Rodamientos Mecánicos

Los rodamientos mecánicos son aquellos que presentan contacto físico entre sus componentes (ver Figura 2-34). Estos están compuestos por dos anillos, exterior e interior, entre los cuales se ubican los elementos rodantes, que pueden ser rodillos, bolas, conos, esferas o agujas. Estos elementos transfieren la carga entre el eje y el soporte, lo que permite reducir la fricción durante el giro. Depende de la aplicación, los anillos se fabrican en acero templado, cerámica o polímeros de alta resistencia.

En la misma Figura 2-34, también muestra el separador o jaula, fabricado de acero, latón o plástico, cuya función es mantener la posición de los elementos rodantes, controlar su movimiento relativo y evitar colisiones entre ellos. Una lubricación adecuada es esencial para minimizar el desgaste, la fricción y la generación de calor, garantizando una vida útil prolongada [66].

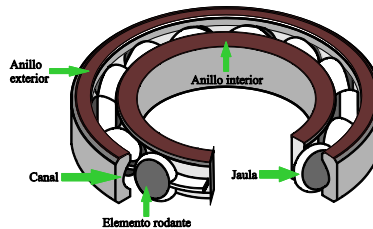


Figura 2-34: Componentes de un rodamiento mecánico.

Los rodamientos mecánicos se emplean en sectores como la industria automotriz, aeronáutica, médica y de construcción, reflejando su importancia histórica y tecnológica, por ejemplo, desde la antigua Mesopotamia, con la invención de la rueda [107]. Ofrecen ventajas como alta capacidad de carga, robustez, precisión y costos relativamente bajos. Sin embargo, requieren mantenimiento periódico para evitar fallas relacionadas con desgaste, contaminación, corrosión, lubricación insuficiente o temperaturas elevadas [108].

La Figura 2-35 ilustra la clasificación de los rodamientos según el tipo de elemento rodante. Entre los ejemplos más comunes se encuentran los rodamientos de bolas, apropiados para altas velocidades; los de rodillos, adecuados para cargas pesadas; los de agujas, usados en espacios radiales reducidos; y los rodamientos esféricos, que permiten cierto grado de desalineación angular ilustra los diferentes tipos de rodamientos mecánicos [107], [108].



Figura 2-35: Clasificación por tipo de elemento rodante [85].

Por otra parte, los rodamientos también se clasifican según el tipo de carga que son capaces de soportar. Estas categorías incluyen: los rodamientos de carga axial, que soportan cargas aplicadas en la misma dirección del eje; los rodamientos de carga radial, diseñados para soportar cargas perpendiculares al eje; los rodamientos de carga lineal, que permiten el soporte de cargas mediante desplazamientos de objetos a lo largo de un riel lineal; y los rodamientos angulares de contacto, que pueden soportar tanto cargas lineales como axiales, posicionando los elementos rodantes en un ángulo específico [107], [108].

2.7.1.1 Fundamentos dinámicos del rodamiento mecánico y su modelo 5-DOF

El comportamiento dinámico del rodamiento depende de la interacción entre el eje, los anillos (interiores y exteriores) y los elementos rodantes. La teoría de contacto de Hertz describe la relación no lineal entre la carga normal y la deformación local, lo que implica rigidez dependiente de la carga y la variación temporal del amortiguamiento [37], [38].

Durante la operación del aerogenerador, el eje experimenta desplazamientos radiales (x, y), desplazamiento axial (z), e, inclinaciones respecto a los ejes transversales (θ_x, θ_y).

Estos movimientos alteran la posición relativa de los elementos rodantes y la distribución dinámica de fuerzas. Por lo tanto, considerar únicamente el giro del eje subestima la complejidad vibratoria real, ya que los factores internos y las cargas externas variables, como el viento, influyen significativamente.

Por lo anterior, en el presente trabajo utiliza un modelo de cinco grados de libertad (5-DOF), el cual permite representar la deflexión del eje en 3D, las inclinaciones inducidas por cargas asimétricas, las variaciones en la carga de cada elemento rodante y la transferencia dinámica hacia el pedestal o soporte estructural.

La fuerza normal de contacto del i -ésimo elemento rodante con el anillo interior se modela como:

$$F_i = k_h \delta_i^{3/2} \quad (2-137)$$

donde δ_i representa la deformación local, y k_h es la constante hertziana (coeficiente de rigidez de contacto).

Y el torque total de pérdidas se calcula como:

$$T_L = \mu F_N r_b + c_v \omega_{shaft} \quad (2-138)$$

donde μ es la constante de fricción de contacto, F_N es la fuerza normal con que el eje presiona los elementos rodantes, r_b es la distancia desde el centro geométrico del rodamiento al punto medio del contacto elemento rodante-anillo interior, c_v coeficiente de fricción viscosa el cual depende de la velocidad y ω_{shaft} la velocidad angular del eje.

La ecuación (2-138) significa que al aumentar la carga $\rightarrow F_N$ aumenta $\rightarrow$ aumenta la fricción y el torque perdido. Además, si la velocidad aumenta $\rightarrow$ aumenta la parte viscosa del torque. En resumen, ambas afectan directamente la eficiencia mecánica del aerogenerador.

2.8 Máquina Síncrona Trifásica de Imanes Permanentes

2.8.1 Modelo General de una Máquina Síncrona (una fase)

Una máquina síncrona convierte energía mecánica en eléctrica (o viceversa) manteniendo sincronía entre la velocidad del rotor y la frecuencia eléctrica [110]. La relación fundamental se expresa como:

$$f_e = \frac{n_m P_{\text{olos}}}{120} \quad (2-139)$$

donde f_e es la frecuencia eléctrica (Hz), n_m es la velocidad de rotación (rpm) y P_{olos} es el número de pares de polos.

Asimismo, el voltaje interno en una máquina síncrona depende de la velocidad de rotación del eje y del flujo magnético del rotor, aunque puede diferir del voltaje de fase debido a la reacción del inducido, la cual modifica el campo resultante por la interacción entre estator y rotor. Se presenta en la Figura 2-36, el circuito equivalente monofásico, que incluye el circuito de excitación de corriente directa (V_F, L_F, R_F) y la representación del estator mediante sus parámetros eléctricos.

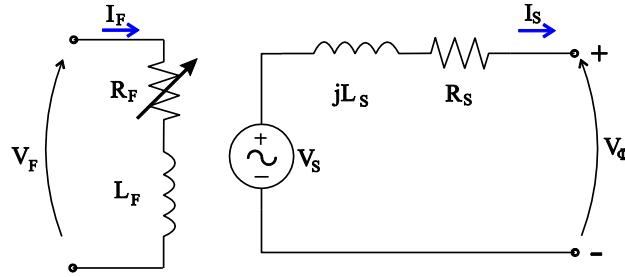


Figura 2-36: Circuito equivalente completo para una fase de un generador síncrono.

Al aplicar las Leyes de voltaje de Kirchhoff en el circuito equivalente de la fase, se obtiene:

$$V_{\Phi} = V_S - (R_S + jL_S)I_S \quad (2-140)$$

en la cual L_S es la reactancia síncrona y R_S es la resistencia del estator. En sistemas trifásicos balanceados, las fases presentan igual magnitud y un desfase de 120° , independientemente de su conexión en estrella o delta.

Si las fases de una máquina síncrona se conectan en delta Δ , el voltaje en las terminales es igual al voltaje de fase ($V_T = V_{\Phi}$), pero si se conecta en estrella Y , el voltaje de línea (V_L) se relaciona con el voltaje de fase como:

$$V_T = V_L = \sqrt{3}V_{\Phi} \quad (2-141)$$

En corriente alterna, los voltajes y corrientes se representan mediante fasores, y el comportamiento del generador depende del factor de potencia de la carga (unitario, en retraso o en adelanto), como se ilustra en la Figura 2-37, donde δ representa el ángulo interno o de torque.

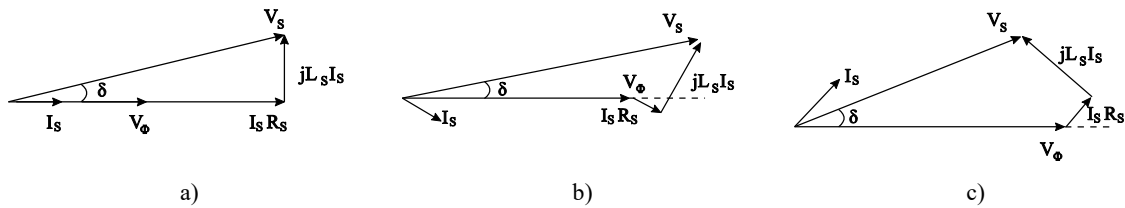


Figura 2-37: Diagrama fasorial de un generador síncrono con factor de potencia: a) unitario, b) en retraso y c) en adelanto.

Es importante considerar que no toda la potencia mecánica que entra en una máquina síncrona se convierte en potencia eléctrica útil, debido a las pérdidas mecánicas (fricción y ventilación), pérdidas en el núcleo y pérdidas dispersas, como se ilustra en la Figura 2-38.

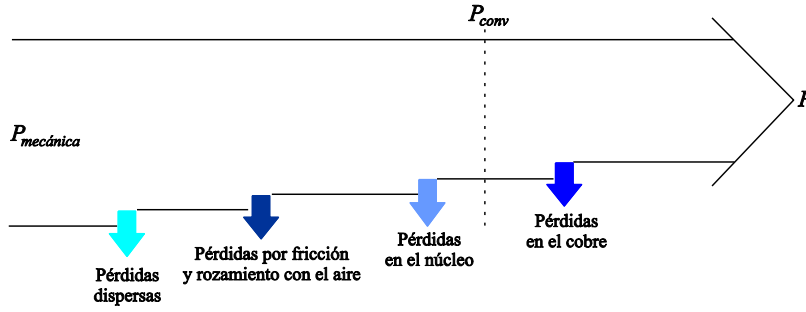


Figura 2-38: Diagrama de flujo de potencia de una máquina síncrona.

La potencia convertida internamente de mecánica a eléctrica se expresa como:

$$P_{conv} = 3V_S I_S \cos \gamma \quad (2-142)$$

donde γ es el ángulo que se forma entre V_S e I_S .

La potencia eléctrica activa y reactiva de salida de una máquina síncrona pueden expresarse, en términos de magnitudes de línea, como:

$$P = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta \quad (2-143)$$

$$P = 3V_\phi I_S \cos \theta \quad (2-144)$$

donde θ es el ángulo de fase entre voltaje y corriente. Para simplificar el análisis fasorial, suele despreciarse la resistencia del estator R_S , se asume que $L_S \gg R_S$, como se muestra en la Figura 2-39.

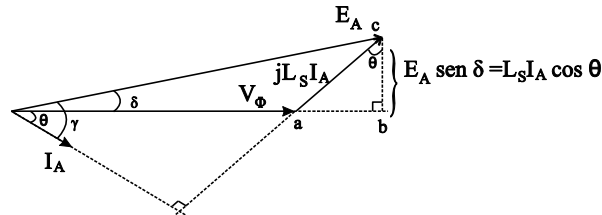


Figura 2-39: Diagrama fasorial simplificado.

A partir del diagrama fasorial simplificado de la Figura 2-39, la potencia convertida por la máquina síncrona puede aproximarse mediante:

$$P_{conv} = \frac{3V_\phi E_A}{L_S} \sin \delta \quad (2-145)$$

Cuando $\delta = 90^\circ$, la potencia máxima se obtiene con:

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{3V_{\Phi}E_A}{L_s} \quad (2-146)$$

En la práctica, la potencia entregable está limitada principalmente por restricciones térmicas asociadas al calentamiento interno de la máquina.

2.8.2 Modelo General de una Máquina Síncrona Trifásica en *abc*

El modelo adoptado en esta Tesis se expresa en variables trifásicas *abc*, lo cual facilita su implementación numérica y su integración con el sistema del aerogenerador con diferentes dominios. En la Figura 2-40 se muestra la estructura considerada, donde los devanados del estator están distribuidos sinusoidalmente en tres fases, y el rotor incluye devanados amortiguadores y de campo para describir el comportamiento general de una máquina síncrona.

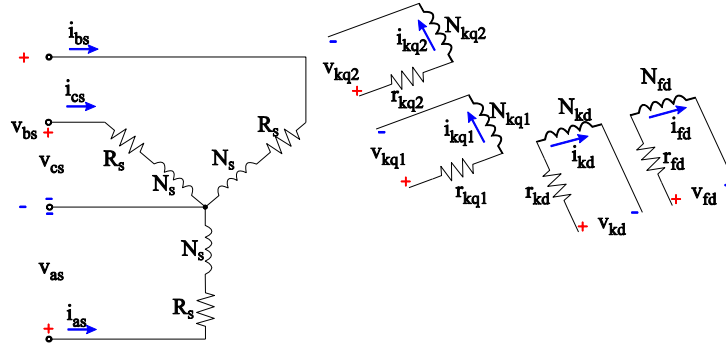


Figura 2-40: Máquina síncrona trifásica, de dos polos y tres fases, conectada en estrella.

Además, en la Figura 2-40 los devanados del estator son idénticos, desplazados 120° , con N_s vueltas equivalentes y resistencia R_s . En el rotor, el devanado de campo fd tiene N_{fd} vueltas equivalentes y resistencia r_{fd} . Como se muestra en la Figura 2-41, el devanado amortiguador kd comparte el mismo eje magnético que fd , y se caracteriza por N_{kd} vueltas equivalentes y resistencia r_{kd} . Los devanados amortiguadores $kq1$ y $kq2$, están desplazados 90° respecto al eje magnético d (definido por fd y kd) con N_{kq1} y N_{kq2} vueltas equivalentes y resistencias r_{kq1} y r_{kq2} , respectivamente.

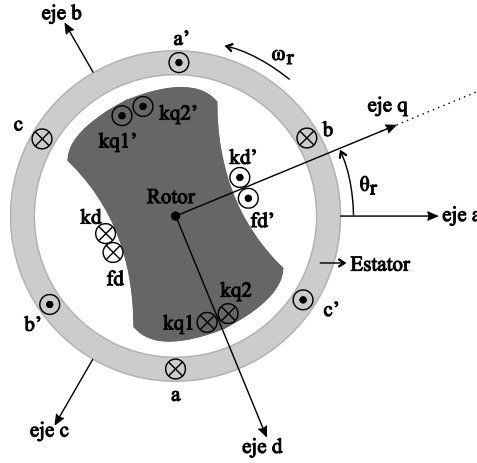


Figura 2-41: Esquema transversal de una máquina síncrona de dos polos y tres fases.

Por otra parte, las ecuaciones de voltaje trifásico en el sistema abc se expresan como:

$$v_{abcs} = R_s i_{abcs} + \frac{d}{dt} \psi_{abcs} \quad (2-147)$$

$$v_{qdr} = R_r i_{qdr} + \frac{d}{dt} \psi_{qdr} \quad (2-148)$$

donde v, i y ψ son el voltaje, la corriente y el enlace de flujo magnético, respectivamente. Los subíndices s y r indican las variables asociadas con los devanados del estator y del rotor. entonces las matrices diagonales de las resistencias R_s y R_r se definen como:

$$R_s = \text{diag} (R_s \quad R_s \quad R_s) \quad (2-149)$$

$$R_r = \text{diag} (r_{kq1} \quad r_{kq2} \quad r_{fd} \quad r_{kd}) \quad (2-150)$$

Para un sistema magnético lineal, los enlaces de flujo se relacionan con las corrientes mediante:

$$\begin{bmatrix} \psi_{abcs} \\ \psi_{qdr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L_{sr} \\ (L_{sr})^T & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abcs} \\ i_{qdr} \end{bmatrix} \quad (2-151)$$

donde L_s, L_{sr} y L_r son las matrices de las inductancias propias y mutuas del estator y rotor. Se supone que el flujo magnético generado por el devanado del estator es completamente aprovechado, es decir, que no hay fuga mutua entre los devanados del estator, la matriz de inductancia del estator L_s como función de la posición del rotor θ_r , se expresa como:

$$L_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_A - L_B \cos 2\theta_r & -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) \\ -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right) & L_{ls} + L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos 2(\theta_r + \pi) \\ -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_A - L_B \cos 2(\theta_r + \pi) & L_{ls} + L_A - L_B \cos 2\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (2-152)$$

siendo L_A y L_B se definen en función de los parámetros del modelo de la máquina según el desarrollo presentado en [34]. Para $L_A > L_B$ y, para el caso de un rotor cilíndrico, $L_B = 0$.

Además, se definen la matriz de acoplamiento estator-rotor L_{sr} y la matriz de inductancias del rotor L_r , dadas por:

$$L_{sr} = \begin{bmatrix} L_{skq1} \cos \theta_r & L_{skq2} \cos \theta_r & L_{sfd} \sin \theta_r & L_{skd} \sin \theta_r \\ L_{skq1} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{skq2} \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{sfd} \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{skd} \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ L_{skq1} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & L_{skq2} \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & L_{sfd} \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & L_{skd} \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (2-153)$$

$$L_r = \begin{bmatrix} L_{lkq1} + L_{mkq1} & L_{kq1kq2} & 0 & 0 \\ L_{kq1kq2} & L_{lkq2} + L_{mkq2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{lfd} + L_{mfd} & L_{fdkd} \\ 0 & 0 & L_{fdkd} & L_{lkd} + L_{mkd} \end{bmatrix} \quad (2-154)$$

el subíndice l denota inductancias de fuga y los términos $skq1, skq2, sfd$ y skd representan inductancias mutuas del estator-rotor.

Asimismo, las inductancias de magnetización se definen como:

$$L_{mq} = \frac{3}{2}(L_A - L_B) \quad (2-155)$$

$$L_{md} = \frac{3}{2}(L_A + L_B) \quad (2-156)$$

y permiten relacionar las inductancias mutuas mediante las expresiones en función de los números de vueltas equivalentes $(N_s, N_{kq1}, N_{kq2}, N_{fd}, N_{kd})$.

Entonces, para relacionar las variables del rotor con los devanados del estator se realiza el siguiente cambio de variable:

$$i'_j = \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{N_j}{N_s}\right) i_j \quad (2-157)$$

$$v_j' = \left(\frac{N_s}{N_j} \right) v_j \quad (2-158)$$

$$\psi_j' = \left(\frac{N_s}{N_j} \right) \psi_j \quad (2-159)$$

donde j puede ser $kq1, kq2, fd$ o kd . Por lo que ahora los enlaces de flujo magnético se pueden escribir como:

$$\begin{bmatrix} \psi_{abcs} \\ \psi_{qdr}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L_{sr}' \\ \frac{2}{3} (L_{sr}')^T & L_r' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abcs} \\ i_{qdr}' \end{bmatrix} \quad (2-160)$$

donde L_{sr}' y a L_r' se definen como:

$$L_{sr}' = \begin{bmatrix} L_{mq} \cos \theta_r & L_{mq} \cos \theta_r & L_{md} \sin \theta_r & L_{md} \sin \theta_r \\ L_{mq} \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & L_{mq} \cos \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & L_{md} \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) & L_{md} \sin \left(\theta_r - \frac{2\pi}{3} \right) \\ L_{mq} \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & L_{mq} \cos \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & L_{md} \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) & L_{md} \sin \left(\theta_r + \frac{2\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (2-161)$$

$$L_r' = \begin{bmatrix} L_{lkq1}' + L_{mq} & L_{mq} & 0 & 0 \\ L_{mq} & L_{lkq2}' + L_{mq} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{lfd}' + L_{md} & L_{md} \\ 0 & 0 & L_{md} & L_{lkd}' + L_{md} \end{bmatrix} \quad (2-162)$$

Por lo tanto, las ecuaciones de voltaje trifásico quedan:

$$\begin{bmatrix} v_{abcs} \\ v_{qdr}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + \frac{d}{dt} L_s & \frac{d}{dt} L_{sr}' \\ \frac{2}{3} \frac{d}{dt} (L_{sr}')^T & R_r' + \frac{d}{dt} L_r' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abcs} \\ i_{qdr}' \end{bmatrix} \quad (2-163)$$

donde las resistencias y las inductancias de fuga transformada se calculan como:

$$r_j' = \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{N_s}{N_j} \right)^2 r_j \quad (2-164)$$

$$L_{lj}' = \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{N_s}{N_j} \right)^2 L_{lj} \quad (2-165)$$

Finalmente, el acoplamiento entre la parte mecánica y la electromagnética se incorpora mediante el torque electromagnético T_{em} [34], donde P_{olos} se refiere al número de pares de polos.

$$\begin{aligned}
 T_{em} = & \left(\frac{P_{\text{olos}}}{2} \right) \left\{ \frac{(L_{md} - L_{mq})}{3} \left[\left(i_{as}^2 - \frac{1}{2} i_{bs}^2 - \frac{1}{2} i_{cs}^2 - i_{as} i_{bs} - i_{as} i_{cs} + 2 i_{bs} i_{cs} \right) \sin 2\theta_r \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\sqrt{3}}{2} (i_{bs}^2 + i_{cs}^2 - 2 i_{as} i_{bs} + 2 i_{as} i_{cs}) \cos 2\theta_r \right] \right. \\
 & \left. + L_{mq} (i'_{kq1} + i'_{kq2}) \left[\left(i_{as} - \frac{1}{2} i_{bs} - \frac{1}{2} i_{cs} \right) \sin \theta_r - \frac{\sqrt{3}}{2} (i_{bs} - i_{cs}) \cos \theta_r \right] \right. \\
 & \left. - L_{md} (i'_{fd} + i'_{kd}) \left[\left(i_{as} - \frac{1}{2} i_{bs} - \frac{1}{2} i_{cs} \right) \cos \theta_r - \frac{\sqrt{3}}{2} (i_{bs} - i_{cs}) \sin \theta_r \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{2-166}$$

y la dinámica rotacional del sistema queda:

$$T_{em} = T_t - J_{\text{rotor}} \frac{d}{dt} \omega_{\text{rotor}} \tag{2-167}$$

donde T_t es el torque aerodinámico, J_{rotor} la inercia del rotor del aerogenerador y ω_{rotor} la velocidad angular del rotor.

Específicamente el enfoque de esta Tesis es utilizar un generador síncrono de imanes permanentes (PMSG) en variables trifásicas abc . La característica de esta máquina es que utiliza imanes permanentes en el rotor para generar el campo magnético, con lo cual se elimina la necesidad de un sistema de excitación externa. Estas máquinas se emplean en aplicaciones como sistemas aeroespaciales, vehículos híbridos y, especialmente, en generación eólica, debido a su alta eficiencia y buen desempeño en un amplio rango de velocidades [111], [112]. Entre sus principales ventajas destacan el menor mantenimiento, la simplicidad constructiva y una respuesta dinámica favorable frente a máquinas con excitación externa; sin embargo, sus imanes pueden degradarse al operar a temperaturas elevadas [113].

La Figura 2-42 presenta una PMSG compuesta por un estator trifásico con devanados desplazados 120° , y un rotor con imanes permanentes.

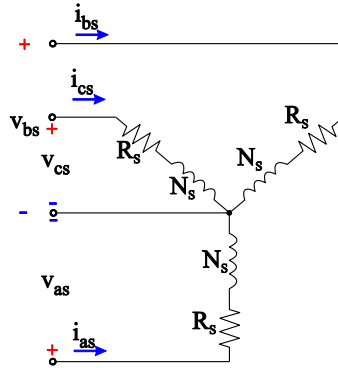


Figura 2-42: Máquina síncrona trifásica de dos polos con imanes permanentes.

Para el caso de los generadores PMSG se elimina la excitación externa y se incorpora el término ψ'_m que representa el enlace de flujo producido por el imán permanente visto desde los devanados del estator. Entonces, las ecuaciones para un sistema magnético lineal, los enlaces de flujo se modelan como:

$$\psi_{abcs} = L_s i_{abcs} + \psi'_m \quad (2-168)$$

donde L_s es la matriz de inductancias del estator. Se asume la dependencia con la posición del rotor θ_r , la matriz L_s se expresa como:

$$L_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_A + L_B \cos 2\theta_r & -\frac{1}{2}L_A + L_B \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_A + L_B \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) \\ -\frac{1}{2}L_A + L_B \cos 2\left(\theta_r - \frac{\pi}{3}\right) & L_{ls} + L_A + L_B \cos 2\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_A + L_B \cos 2(\theta_r + \pi) \\ -\frac{1}{2}L_A + L_B \cos 2\left(\theta_r + \frac{\pi}{3}\right) & -\frac{1}{2}L_A + L_B \cos 2(\theta_r + \pi) & L_{ls} + L_A + L_B \cos 2\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (2-169)$$

Asimismo, los enlaces de flujo inducidos por el imán permanente en circuito abierto se representan mediante:

$$\psi'_m(t) = \psi'_{mp} \begin{bmatrix} \sin \theta_r \\ \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (2-170)$$

donde ψ'_{mp} es el valor pico del enlace de flujo del imán permanente. En este modelo se desprecia el efecto de devanados amortiguadores, dado que las corrientes parásitas asociadas a los imanes y a los elementos de sujeción suelen ser pequeñas, y no producen una desmagnetización significativa bajo operación normal.

Posteriormente, se establece la relación entre la parte mecánica y la electromagnética mediante el torque electromagnético T_{em} , puede obtenerse a partir de la coenergía magnética utilizando la siguiente expresión:

$$T_{em} = \left(\frac{P_{olos}}{2}\right) \frac{\partial W_{co}}{\partial \theta_r} \quad (2-171)$$

donde P_{olos} es el número de pares de polos, W_{co} representa la coenergía magnética almacenada, la cual se expresa como:

$$W_{co} = \frac{1}{2} i_{abcs}^T L_s i_{abcs} + i_{abcs}^T \psi'_m + W_{pm} \quad (2-172)$$

Si se asume que W_{pm} no varía con θ_r , su derivada es cero y no contribuye al torque. Por lo tanto, el torque electromagnético puede escribirse como:

$$\begin{aligned} T_{em} = \left(\frac{P_{olos}}{2} \right) & \left\{ \frac{(L_{md} - L_{mq})}{3} \left[\left(i_{as}^2 - \frac{1}{2} i_{bs}^2 - \frac{1}{2} i_{cs}^2 - i_{as} i_{bs} - i_{as} i_{cs} + 2 i_{bs} i_{cs} \right) \sin 2\theta_r \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\sqrt{3}}{2} (i_{bs}^2 - i_{cs}^2 - 2 i_{as} i_{bs} + 2 i_{as} i_{cs}) \cos 2\theta_r \right] \right. \\ & \left. + \psi'_m \left[\left(i_{as} - \frac{1}{2} i_{bs} - \frac{1}{2} i_{cs} \right) \cos \theta_r + \frac{\sqrt{3}}{2} (i_{bs} - i_{cs}) \sin \theta_r \right] \right\} \end{aligned} \quad (2-173)$$

Finalmente, la dinámica rotacional del generador acoplando al aerogenerador se expresa como:

$$T_{em} = J_{rotor} \frac{d}{dt} \omega_{rotor} + B_m \left(\frac{2}{P_{olos}} \right) \omega_{rotor} + T_t \quad (2-174)$$

donde J_{rotor} es la inercia del rotor, B_m es el coeficiente viscoso (generalmente pequeño) y T_t es el torque aerodinámico que proviene desde el rotor del aerogenerador.

2.9 Conclusiones

Este capítulo establece los fundamentos teóricos y metodológicos necesarios para el diseño y modelado de un aerogenerador para uso residencial en configuraciones HAWT y VAWT, integrando aspectos aerodinámicos, mecánicos y eléctricos que determinan su comportamiento. El análisis inicia con el principio de conservación del momento lineal y el límite de Betz, que define el máximo aprovechamiento teórico de la energía cinética del viento, con un coeficiente de potencia máximo de $16/27$ ($\approx 59.3\%$), lo cual permite comprender la variación de la velocidad del viento antes y después del rotor, y con ello, estimar la potencia mecánica que puede ser extraída.

Para diseñar y evaluar el rendimiento aerodinámico, se emplea la teoría BEM, que constituye la base del análisis aerodinámico de los aerogeneradores HAWT mediante la discretización de las aspas y el cálculo de las fuerzas de sustentación y arrastre. En el caso de los aerogeneradores VAWT, se adopta el modelo DMST, el cual, es una adaptación conceptual de la teoría de BEM que incorpora las variaciones angulares del ángulo de ataque, las regiones upwind/downwind y los efectos

aerodinámicos característicos de los rotores Darrieus. Se consideran tanto los rotores Darrieus tipo H (aspas rectas) como helicoidales. Para estas últimas, se explica cómo se genera la torsión geométrica, distribuye el esfuerzo aerodinámico a lo largo de su altura, reduce los picos para el ángulo de ataque en una revolución, y, reduce los cambios bruscos en el torque.

Asimismo, se describen las características fundamentales entre HAWT y VAWT en cuanto a orientación, geometría de rotor, sensibilidad al comportamiento bajo condiciones de viento variable. Estos criterios permiten seleccionar la configuración resulta más adecuada para uso residencial y optimizar su diseño de acuerdo con el recurso eólico disponible. Además, se deducen las expresiones aerodinámicas necesarias para calcular el torque total extraído y determinar la eficiencia del aerogenerador.

Desde la perspectiva estructural, se integran el modelo RBM y el método FEM para evaluar deformaciones o esfuerzos como rigidez y amortiguamiento del rotor y el eje. Este análisis complementa el estudio aerodinámico y garantiza la integridad estructural del aerogenerador en operación.

En relación a los rodamientos mecánicos combinan robustez y fidelidad, pero su operación está condicionada por interacciones no lineales como el contacto Hertziano, la fricción dependiente de la carga y la flexibilidad del eje. En consecuencia, un modelo 5-DOF es indispensable para describir con exactitud la distribución dinámica de fuerzas, las pérdidas de torque y la respuesta vibratoria del conjunto rotor–rodamiento–pedestal, proporcionando una representación más realista del comportamiento del aerogenerador bajo distintas condiciones operativas.

Finalmente, se estudió la máquina síncrona de imanes permanentes (PMSG), debido a su amplio uso en aerogeneradores de velocidad variable y sin caja de engranes. En esta sección se describe el acoplamiento rotor–generador, en el cual el torque electromagnético se relaciona con las variables eléctricas del estator y con el enlace de flujo generado por los imanes permanentes, permitiendo estimar la potencia eléctrica entregada.

Capítulo 3

3 Modelado Multidominio del Aerogenerador de Baja Potencia para Uso Residencial en BG

3.1 Introducción

Este capítulo presenta el modelado en BG de aerogeneradores de baja potencia en configuraciones HAWT y VAWT, con el fin de evaluar su desempeño mediante el coeficiente de potencia C_p . El modelo integra los submodelos aerodinámico, estructural, mecánico y electromecánico (aspas, rotor, eje, rodamientos y generador) en un sistema sin caja de engranes, donde todos los componentes comparten la misma velocidad angular ω .

La Figura 3.1 muestra la estructura general del modelo integral y la relación entre los submodelos que conforman el tren de potencia para ambas configuraciones.

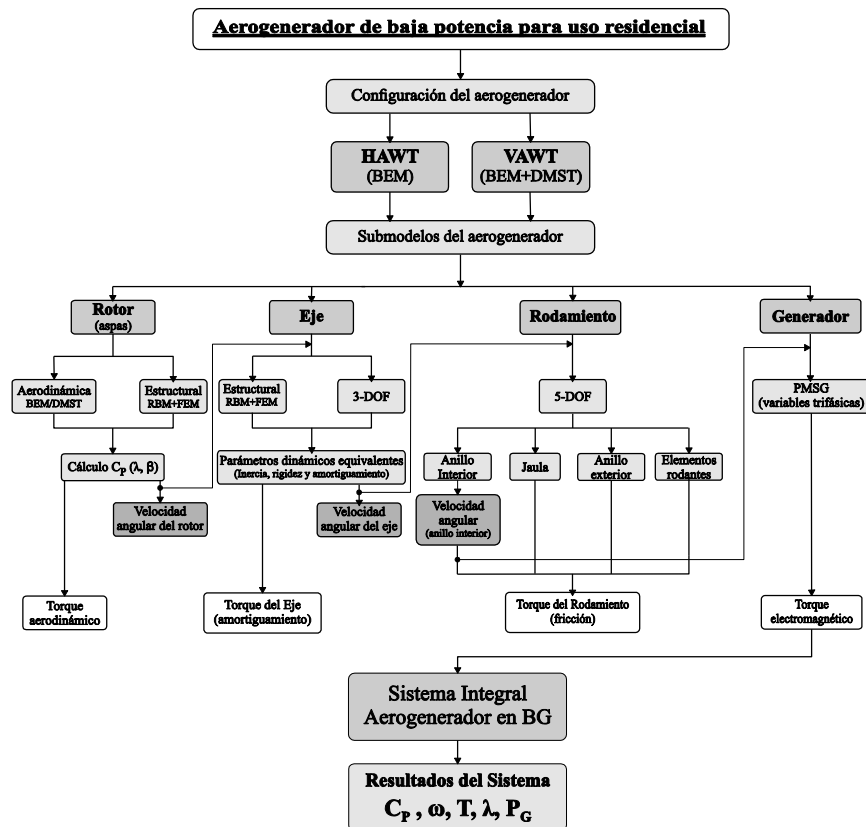


Figura 3-1: Estructura del modelo integral del aerogenerador de baja potencia donde el rotor, el eje, el anillo interior del rodamiento y el generador comparten la misma velocidad angular.

3.2 Modelado Aerodinámico y Estructural del Aerogenerador de baja Potencia HAWT

En esta sección, se presenta el desarrollo del modelado aerodinámico y estructural del rotor para un aerogenerador HAWT, su representación en BG y su implementación en 20-SIM.

3.2.1 Aspas

Para construir el modelo completo de un aspa NACA 4412 se realiza, en primer lugar, el cálculo aerodinámico con la teoría BEM, posteriormente, el análisis estructural se lleva a cabo mediante RBM+FEM; y finalmente, la conversión aerodinámica y la implementación del submodelo en BG, el cual se valida en 20-SIM.

3.2.1.1 Cálculo Matemático (BEM)

El análisis matemático del aspa se basa en el perfil aerodinámico NACA 4412, seleccionado por su buen desempeño para aerogeneradores de baja potencia y por presentar coeficientes C_L y C_D estables en el rango del número de Reynolds utilizado en esta Tesis ($Re \approx (1 - 3) \times 10^5$).

Los coeficientes aerodinámicos se obtienen de [96], para un rango de ángulos de ataque de -180° a 180° . Por otra parte, la cuerda es variable a lo largo del aspa (desde 0.19 m en la raíz hasta 0.05 m en la punta) y se aproxima mediante una regresión polinomial de grado 8 para obtener continuidad geométrica y analítica.

Cada aspa se discretiza en dos elementos de 0.5 m. Para cada elemento se calcula lo siguiente:

- El ángulo de ataque a partir del centro de masa del elemento.
- Las fuerzas de sustentación dF_L y de arrastre dF_D ,
- Las fuerzas tangencial dF_T y normal dF_N ,
- El torque aerodinámico dT_t ,
- La potencia mecánica $P_{mecánica}$,
- Y por último, el coeficiente de potencia C_p .

La Tabla 3-1 presenta los valores de las fuerzas aerodinámicas, torque y potencia, para velocidades de viento constantes $U = 5, 10$ y 15 m/s. Las fuerzas F_L , F_D , F_T y F_N se obtiene a partir del C_L y C_D para el perfil NACA 4412, y de la suma de las contribuciones de ambos elementos del aspa. Con F_T ,

se calcula el torque total usando el radio $R = 1.075$ m, (radio del rotor + radio del buje). Para los cálculos por aspa se consideran los valores ideales: $\lambda \approx 8$, $\beta = 0^\circ$ y $C_p = 0.5229$. La potencia del viento y la potencia extraída se obtiene como:

$$S_{aspa} = \frac{S_{rotor}}{B} \quad (3-1)$$

$$P_{viento_{aspa}} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S_{aspa} U^3 \quad (3-2)$$

$$P_{extraída_{aspa}} = C_p \times P_{viento_{aspa}} \quad (3-3)$$

Tabla 3-1: Valores de $F_L, F_D, F_T, F_N, T_t, P_{mecánica}, P_{viento}$ y $P_{extraída}$ con viento constante.

U (m/s)	F_L (N)	F_D (N)	F_T (N)	F_N (N)	T_t (N · m)	$P_{mecánica}$ (W)	P_{viento} (W)	$P_{extraída}$ (W)
5	11.73	0.36	2.22	11.47	1.30	48.45	92.65	48.45
10	46.92	1.42	8.87	45.88	5.21	387.57	741.23	387.57
15	105.57	3.20	19.96	103.23	11.72	1308.06	2501.64	1308.06

Los valores mostrados en la Tabla 3-1 corresponden con los del modelo teórico, debido a lo siguiente:

- Las fuerzas aerodinámicas y el torque crecen proporcionalmente a V_o^2 .
- La potencia mecánica y la potencia del viento crecen con U^3 .
- La potencia extraída coincide con la potencia mecánica reportada cuando el rotor opera en las condiciones óptimas asociadas al C_p calculado.

En conjunto, los resultados confirman la validez del modelo matemático y aerodinámico aplicado al aspa, mientras se reproduce la relación entre fuerzas, torque y potencia en función de la velocidad del viento.

3.2.1.2 Modelo Estructural del Aspa (RBM + FEM)

El aspa se modela como una viga en voladizo utilizando el modelo RBM y se aplica el método FEM para dividirla en dos elementos, obteniéndose para cada uno de ellos lo siguiente:

- La matriz de rigidez K_i ,
- La matriz de amortiguamiento C_i ,
- Inercias por elemento,
- Distribución de masas,
- y los desplazamientos generalizados.

La Figura 3-2 ilustra la discretización estructural empleada, especificando las dimensiones y masas asociadas a cada uno de ellos.

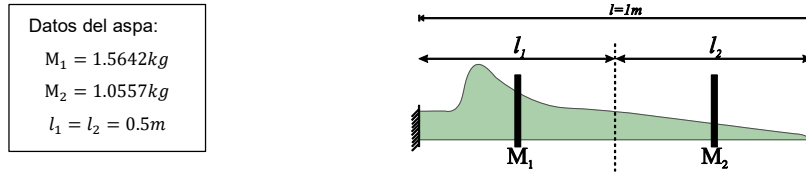


Figura 3-2: Aspa para el aerogenerador HAWT discretizada en 2 elementos.

El análisis estructural se desarrolla a partir de la definición geométrica del modelo y su posterior discretización mediante una malla estructurada, integrando las propiedades mecánicas del material (fibra de vidrio) para la formulación del modelo numérico. Las propiedades geométricas y estructurales consideradas se resumen en la Tabla 3-2.

Tabla 3-2: Parámetros geométricos y estructurales del aspa del aerogenerador HAWT.

Parámetro	Valor	Descripción
Longitud del aspa	$l = 1\text{ m}$	Longitud total del aspa.
Perfil aerodinámico	NACA 4412	Perfil utilizado en la geometría del aspa.
Cuerda variable	$c_{inicial} = 0.19\text{ m}$ $c_{final} = 0.05\text{ m}$	Cuerda variable, decreciente hacia la punta.
Material	Fibra de vidrio	Material propuesto para el aspa.
Masa total	$m = 2.6198\text{ kg}$	Masa de un aspa fabricada en fibra de vidrio.
Masa elemento 1	$M_1 = 1.5642\text{ kg}$	Masa del segmento entre 0 y 0.5 m
Masa elemento 2	$M_2 = 1.0057\text{ kg}$	Masa del segmento entre 0.5 y 1 m
Longitud por elemento	$l_1 = l_2 = 0.5\text{ m}$	Cada elemento discretizado tiene la misma longitud.
Módulo de Young	$E = 7.2\text{ GPa}$	Propiedad mecánica de la fibra de vidrio.
Densidad fibra de vidrio	$\rho_{fv} = 2000 - 2600\text{ kg/m}^3$	Rango típico para fibra de vidrio.
Densidad aire	$\rho = 1.225\text{ kg/m}^3$	Densidad estándar del aire a nivel del mar.

La matriz de rigidez se representa en BG mediante un elemento tipo C de cuatro puertos, mientras que la matriz de amortiguamiento estructural se modela con un elemento tipo R de cuatro puertos, considerando un coeficiente de amortiguamiento $\alpha_c = 0.005$.

3.2.1.3 Conversión Aerodinámica en Bond Graph

Para establecer la relación entre la entrada (viento) y la salida (fuerzas aplicadas) del aspa, se utiliza la conversión dinámica mostrada en la Figura 3-3. En esta representación en BG: la velocidad del viento genera la fuerza tangencial dF_T y el torque aerodinámico dT_t por elemento, modelados con un elemento girador (MGY).

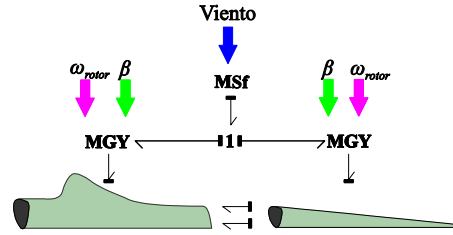


Figura 3-3: Representación de la conversión de fuerzas aerodinámicas en BG para aspa HAWT.

La Figura 3-3 establece la vinculación entre el modelo aerodinámico y la dinámica mecánica del aspa. La velocidad angular del rotor se denota como ω_{rotor} , la cual coincide con la velocidad angular global ω .

3.2.1.4 Submodelo del Aspa en Bond Graph

Una vez definida la dinámica estructural del aspa y la conversión aerodinámica mediante el elemento MGY (ver Figura 3-3), se construye el modelo de la estructura interna del aspa, asumiendo las siguientes condiciones:

- La conexión entre el aspa y el buje es rígida ($Sf = 0$);
- El aspa cuenta con un único grado de libertad;
- No se impone una excitación externa adicional ($Se = 0$);
- J_{total} representa la inercia total del aspa.

Enseguida, se construye con submodelos interconectados, como se ilustra en la Figura 3-4.

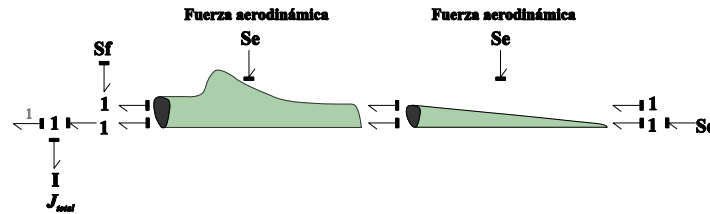


Figura 3-4: Submodelo en BG de la estructura interna del aspa HAWT dividida en dos elementos.

En esta Figura 3-4 se observa que la inercia total J_{total} presenta una causalidad derivativa, dado que la velocidad angular ω_{rotor} está definida en el bond 1 (recibe una velocidad angular y entrega un torque). El bond 1 representa la conexión directa entre las palas y el buje del aerogenerador. De la misma forma, los bonds asociados a cada elemento permiten incorporar las fuerzas tangencial y normal calculadas en el análisis aerodinámico, cerrando el ciclo entre la energía del viento y la respuesta mecánica del aspa.

La Figura 3-5, presenta el submodelo de un aspa en BG. En dicha figura se representa el comportamiento dinámico del aspa dividida en dos elementos, incorporando los movimientos de traslación y rotación, así como la incorporación de las fuerzas aerodinámicas aplicadas a cada elemento, representadas en los bonds 12 y 23.

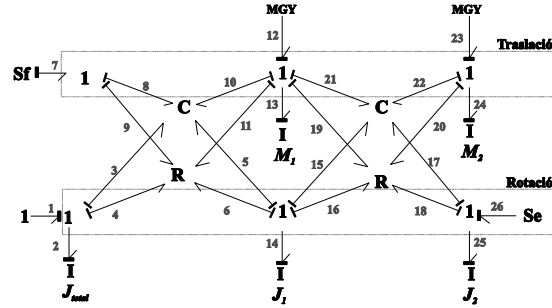


Figura 3-5: Submodelo del aspa del aerogenerador HAWT en BG con movimiento de traslación y rotación.

Este submodelo puede ser integrado con el eje, y constituye la estructura completa del aspa, reuniendo las siguientes características:

- La estructura interna del aspa con las matrices de rigidez, amortiguamiento e inercias.
- Las fuerzas aerodinámicas aplicadas a cada elemento.
- Y el acoplamiento mecánico entre el aspa y el buje del rotor.

Finalmente, se procede a su implementación en el software 20-SIM con el fin de evaluar el desempeño del submodelo bajo condiciones de viento constante, variando la velocidad entre 5 y 15 m/s. La simulación se basa en la ecuación (2-95), que relaciona el coeficiente de potencia C_p con la relación de velocidad de punta λ y el ángulo de paso β . Donde β representa la inclinación del aspa respecto al plano de rotación, y regula el ángulo de ataque α del viento sobre el aspa.

- Si β aumenta, α disminuye y se reduce la sustentación, y en consecuencia la F_T y el torque aerodinámico, lo que permite controlar la potencia.
- Si β disminuye, α aumenta, se incrementa el torque y mejora la extracción de la energía con viento moderado.

La Figura 3-6 presenta la evolución de C_p en función de λ para diferentes ángulos de paso, con la cual se determina la eficiencia del aerogenerador al convertir la energía cinética del viento en potencia mecánica, mostrando la sensibilidad del desempeño ante variaciones simultáneas de λ y β .

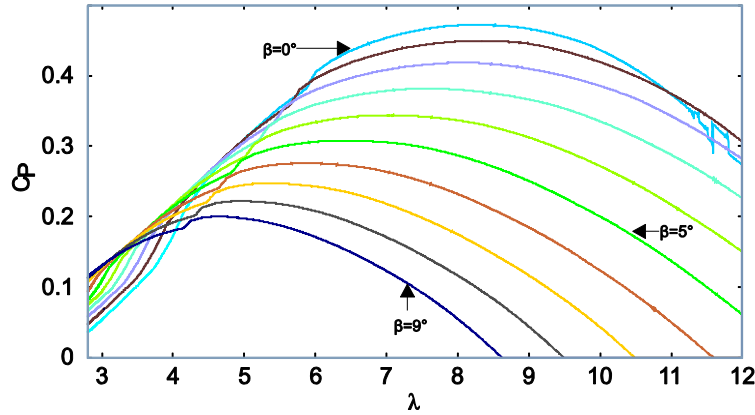


Figura 3-6: Evolución del $C_p(\lambda, \beta)$ para el modelo de un aspa HAWT.

Dentro del comportamiento observado en las curvas $C_p(\lambda, \beta)$ de la Figura 3-6, se observa que al incrementar β disminuye el ángulo de ataque efectivo α , se reduce la sustentación L_t , el torque T_t y el C_p . En el caso ideal del modelo con la metodología BEM, el punto óptimo se alcanza en $\lambda \approx 8$, con $C_p = 0.5229$. Al incorporar la flexibilidad torsional y las variaciones de carga y la torsión, desplazan el punto óptimo a $\lambda \approx 8.27$ y reduce el coeficiente de potencia máximo a $C_p = 0.4723$.

Esta reducción también se refleja en la potencia disponible en el tren mecánico, mientras la potencia mecánica teórica por aspa a $U = 10 \text{ m/s}$ es de 387.57 W, la potencia obtenida al considerar la dinámica estructural disminuye a 350.08 W, donde este valor representa la transferencia real de energía hacia el eje. En conjunto, estas diferencias entre la teoría ideal y la simulación completa son coherentes, ya que el modelo BEM+RBM+FEM captura las pérdidas inducidas y los efectos aeroestructurales presentes en operación real, manteniéndose aun así dentro del rango esperado para rotores HAWT de baja potencia y cercano al límite de Betz, lo que valida la calidad aerodinámica del diseño.

3.2.2 Rotor

A partir del submodelo del aspa, se construye el rotor formado por tres aspas ($B = 3$) cuyo objetivo es integrar en un submodelo lo aerodinámico y lo estructural para representarlo en BG, y, finalmente validarlo con 20-SIM.

La Figura 3-7 muestra el modelo en BG del rotor y una masa total $m_{\text{rotor}} = 7.86 \text{ kg}$. El comportamiento aerodinámico se aplica en cada uno de los elementos del rotor a través de la

conversión modelada en la Figura 3-3. La inercia total del rotor J_{rotor} se obtiene a partir de la inercia por aspa J_{total} y se multiplica por el número de aspas B , entonces para un rotor de 3 aspas, se tiene:

$$J_{rotor} = B \times J_{total} = 3 \times 0.639 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} = 1.9170 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \quad (3-4)$$

Este valor representa la inercia de rotación del rotor y se utiliza en el modelo BG con un elemento tipo I que concentra el movimiento rotacional. El modelo emplea una fuente de esfuerzo mecánico (MSf) que aplica una rampa sobre la velocidad angular del rotor ω_{rotor} , lo que permite analizar la respuesta transitoria del sistema y su interacción con las fuerzas aerodinámicas generadas durante la aceleración [114].

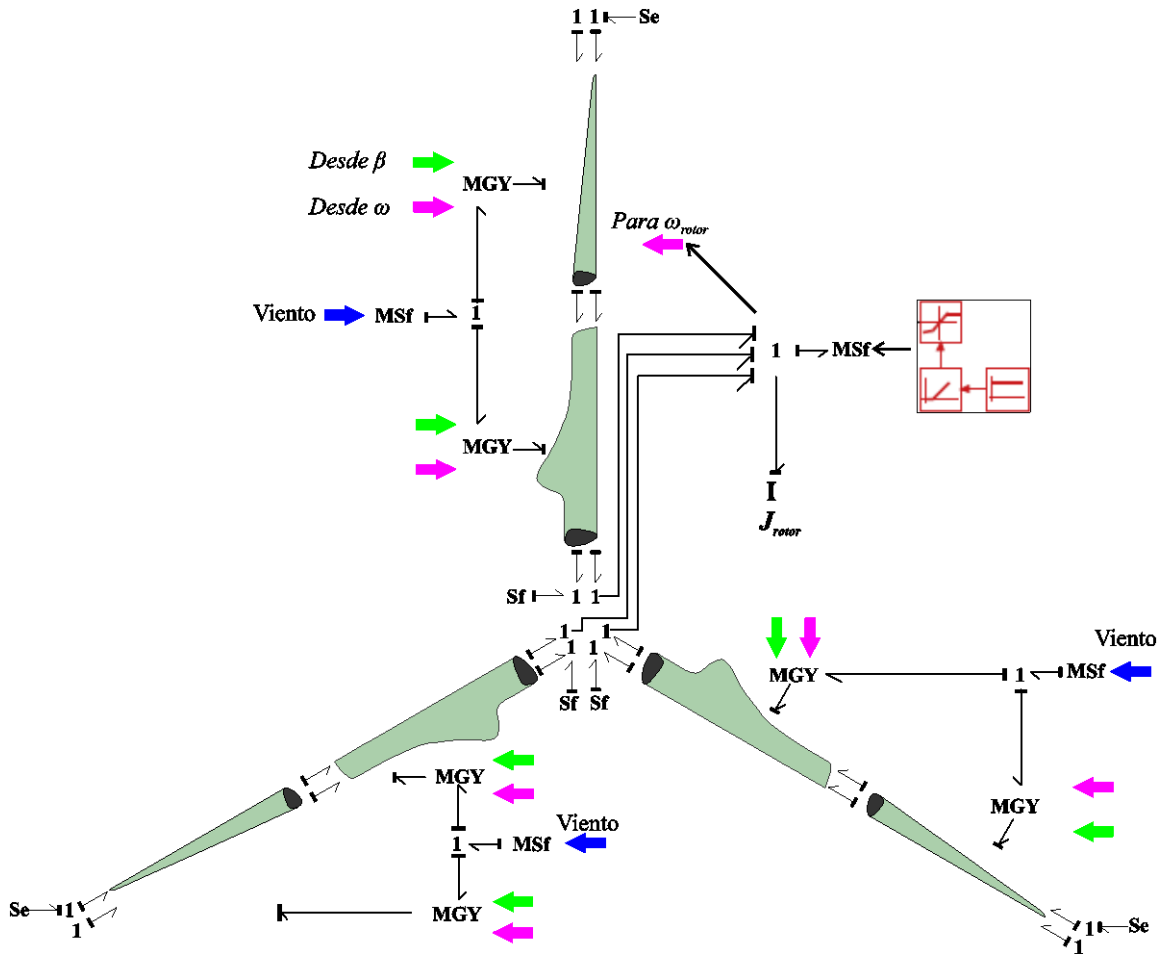


Figura 3-7: Submodelo en BG de la estructura del rotor HAWT con las fuerzas aerodinámicas.

Los cálculos utilizando BEM para el rotor se muestran en la Tabla 3-3, en la cual se presentan los valores de las fuerzas aerodinámicas, torque y potencia obtenidas a partir de las velocidades de viento

constante $U = 5, 10$ y 15 m/s. Los valores ideales empleados para el rotor son: $\lambda \approx 8$, $\beta = 0^\circ$ y $C_p = 0.5229$. La potencia del viento y la potencia extraída se calcula como:

$$P_{viento_{rotor}} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot S_{rotor} U^3 \quad (3-5)$$

$$P_{extraída_{rotor}} = C_p \times P_{viento_{rotor}} \quad (3-6)$$

Tabla 3-3: Valores de $F_L, F_D, F_T, F_N, T_t, P_{mecánica}, P_{viento}$ y $P_{extraída}$ con viento constante.

U (m/s)	F_L (N)	F_D (N)	F_T (N)	F_N (N)	T_t (N · m)	$P_{mecánica}$ (W)	P_{viento} (W)	$P_{extraída}$ (W)
5	11.73	0.36	2.22	11.47	3.91	145.34	277.96	145.34
10	46.92	1.42	8.87	45.88	15.62	1162.72	2223.68	1162.72
15	105.57	3.20	19.96	103.23	35.15	3924.17	7504.93	3924.17

En síntesis, los resultados de la Tabla 3-3 confirman que el modelo matemático y aerodinámico reproduce de manera adecuada la relación entre fuerzas, torque y potencia bajo distintas velocidades de viento. A continuación, se simula en 20-SIM el submodelo del rotor HAWT con el mismo rango de velocidades de viento que el cálculo matemático, se obtiene la evolución del C_p la cual se muestra en la Figura 3-8.

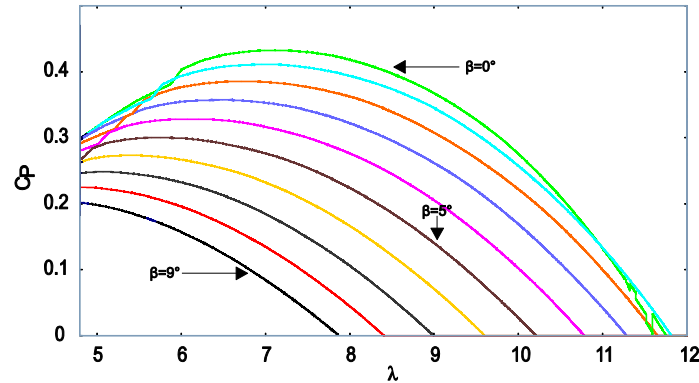


Figura 3-8: Evolución del $C_p(\lambda, \beta)$ para el rotor del HAWT.

La Tabla 3-4, presenta los resultados más representativos del comportamiento del rotor considerando BEM+RBM+FEM, al variar la velocidad del viento de (5 – 15) m/s y β .

Tabla 3-4: Valores de $C_p(\lambda, \beta)$

β	C_p	λ
0°	0.4325	7.1256
5°	0.30	5.7986
9°	0.2116	4.6927

Se observa una disminución de C_p conforme aumenta β por lo que se disminuye la eficiencia del rotor ya que se reducen α , L_t y T_t . El valor óptimo de $C_p = 0.4325$, se encuentra dentro del rango esperado para aerogeneradores HAWT de baja potencia y se mantiene por debajo del límite teórico de Betz, lo que confirma la validez del diseño implementado.

Durante la simulación, el rotor alcanza un torque aerodinámico de $T_t = 35.15 \text{ N} \cdot \text{m}$, asociado a una velocidad angular del rotor de $\omega_{rotor} = 111.63 \text{ rad/s}$, registrada en el tiempo de simulación de $t_{sim} = 145 \text{ s}$. Al considerar el modelo integrado del rotor BEM+RBM+FEM, la potencia efectiva entregada al eje es de $P_{mecánica} = 3245.88 \text{ W}$. Este valor representa una reducción del 17.28% respecto a la potencia teórica ideal, pérdida atribuible a la variación objetiva de las fuerzas aerodinámicas y a los efectos estructurales introducidos por la rigidez y el amortiguamiento de sus elementos asociados.

Comparado con el modelo individual del aspa, que alcanza su C_p máximo en $\lambda \approx 8$, el rotor completo logra niveles equivalentes de potencia en menos de un tercio del tiempo de simulación. Esto se debe a que su C_p máximo se presenta en $\lambda \approx 7$, lo que permite alcanzar más rápidamente la velocidad angular asociada al punto óptimo de operación. Este resultado demuestra que:

- El aumento del número de aspas favorece una mayor estabilidad aerodinámica.
- La contribución simultánea de las aspas origina un incremento en la capacidad de captación de energía cinética del viento.
- Se observa que el tiempo necesario para alcanzar el régimen estacionario se reduce.

Este comportamiento es típico de rotores de tres aspas, los cuales presentan una respuesta transitoria más rápida y una extracción de potencia más estable debido a su mayor uniformidad en la generación de torque.

3.3 Modelado Aerodinámico y Estructural del Aerogenerador VAWT

El modelado del aerogenerador de eje vertical (VAWT) se desarrolla al seguir la misma secuencia que para el aerogenerador HAWT: se construye el modelo aerodinámico por elemento, después el modelo estructural mediante RBM+FEM, enseguida la conversión aerodinámica en BG y finalmente el modelo completo del rotor. El análisis considera tanto el rotor Darrieus tipo H como el rotor Darrieus helicoidal, destacando las diferencias aerodinámicas fundamentales entre ambos.

3.3.1 Aspas

El análisis aerodinámico de cada aspa del rotor VAWT se realiza mediante BEM+DMST. Se calculan primero las fuerzas aerodinámicas por elemento de aspa, ya que en aerogeneradores VAWT cada elemento experimenta un ángulo de ataque distinto para cada posición azimutal θ , y en configuraciones helicoidales también para cada coordenada vertical z .

3.3.1.1 Cálculo Matemático (BEM+DMST)

El cálculo matemático del aspa del aerogenerador VAWT Darrieus se basa en el perfil aerodinámico NACA 0018, elegido por su buen desempeño en condiciones de bajo número de Reynolds ($Re \approx (1 - 3) \times 10^5$), el perfil es simétrico, lo que permite generar sustentación en ambos semiperiodos del ciclo azimutal. Esta característica lo hace adecuado para rotores tipo H y helicoidales, ya que presenta C_L y C_D estables y logra mantener sustentación incluso cuando el ángulo de ataque cambia de signo durante una revolución.

Los coeficientes aerodinámicos C_L y C_D para un rango de ángulos de ataque entre -180° y 180° , se obtienen de [106], y se interpolan para su uso en el modelo aerodinámico BEM+DMST.

A diferencia de los aerogeneradores HAWT, en los VAWT el ángulo de ataque para rotor H es $\alpha(\theta_i)$ y para rotor helicoidal $\alpha_R(\theta_i, z)$. Por ello, para el análisis matemático del rotor se considera que:

- El rotor H se modela como una suma de los elementos distribuidos a lo largo del ángulo azimutal θ_i y para el rotor helicoidal además se toma en cuenta la altura z ,
- Para el rotor helicoidal, la torsión helicoidal (geométrica) disminuye los cambios bruscos en el ángulo de ataque,
- El ciclo aerodinámico del aspa es continuo.

Por lo anterior, y de la misma manera, cada aspa se discretiza en dos elementos de 0.5 m ($l_1 = l_2 = 0.5$ m), calculando para cada elemento los parámetros que se presentan en la Tabla 3-5.

Tabla 3-5: Resumen de ecuaciones de los parámetros correspondientes, según el tipo de rotor Darrieus.

Parámetro	Rotor H	Ecuación	Rotor Helicoidal	Ecuación
Ángulo de ataque.	$\alpha(\theta_i)$	(2-100)	$\alpha(\theta_i, z)$	(2-125)
Velocidad relativa.	$V_o(\theta_i)$	(2-98)	$V_o(\theta_i, z)$	(2-126)

Ángulo de entrada.	$\varphi(\theta_i)$	(2-99)	$\varphi(\theta_i, z)$	(2-127)
Fuerzas de sustentación y arrastre.	dF_L dF_D	(2-108) (2-109)	dF_L dF_D	(2-108) (2-109)
Fuerzas tangenciales y normal.	dF_T dF_N	(2-115) (2-116)	$dF_{T,i}$ $dF_{N,i}$	(2-129) (2-128)
Torque aerodinámico	dT_t	(2-117) – (2-119)	$dT_{t,i}$	(2-130)– (2-131)
Potencia mecánica	$P_{mecánica}$	(2-120)	$P_{mecánica}$	(2-133)

La eficiencia del rotor en ambas configuraciones se calcula con el coeficiente de potencia $C_p(\theta: \lambda, \beta)$.

Es importante tomar en cuenta, que debido a la naturaleza del movimiento VAWT, algunas posiciones azimutales generan:

- Fuerza tangencial positiva (mueven el rotor),
- Fuerza tangencial negativa (frena el rotor).

Por ello, el torque total del rotor se obtiene como suma algebraica de contribuciones (ecuaciones (2-126) y (2-127)). Finalmente, el torque medio y la potencia mecánica se calculan mediante el promedio sobre una revolución completa (ecuaciones (2-119) y (2-132)).

A continuación, en la Tabla 3-6, se muestran los resultados calculados por aspa NACA 0018 de las fuerzas y potencias aerodinámicas de los rotores Darrieus Tipo H y Helicoidal. Aunque la contribución instantánea de cada aspa varía a lo largo del ángulo azimutal (θ), el rendimiento del rotor se evalúa a partir de los valores promediados durante una revolución (0 a 360°). Sin embargo, se interpretan de la misma forma: F_L , F_D y T_t crecen respecto a V_o^2 , y la $P_{mecánica}$ es proporcional a U^3 . Los cálculos se realizan utilizando la combinación BEM+DMST, a una velocidad U constante de 5, 10 y 15 m/s, radio $R = 1.095$ m, (radio del rotor + radio del eje), un área por aspa de $S_{aspa} = 0.73 \text{ m}^2$ y $\beta = 0^\circ$.

Tabla 3-6: Valores de F_T , F_N , T_t , $P_{mecánica}$, P_{viento} , C_p y $P_{extraída}$ con viento constante.

Aspa NACA 0018 para	λ	U (m/s)	F_T (N)	$\overline{F_N}$ (N)	T_t (N · m)	$P_{mecánica}$ (W)	P_{viento} (W)	C_p	$P_{extraída}$ (W)
Darrieus tipo H	4	5	1.43	0	1.57	28.61	55.89	0.5119	28.61
		10	5.72		6.27	228.86	447.13		228.86
		15	12.87		14.10	772.42	1509.05		772.42
Darrieus helicoidal	3	5	1.83	0	2.00	27.45	55.89	0.4911	27.45
		10	7.32		8.02	219.60	447.13		219.60
		15	16.47		18.04	741.17	1509.05		741.17

En la Tabla 3-6, el promedio de la $\overline{F_N}$ sobre una revolución es cero a debido a la simetría geométrica del rotor y al promediado azimutal, por lo que las contribuciones radiales opuestas se compensan a lo largo de $0^\circ - 360^\circ$. Esto no implica la F_N sea cero en cada posición azimutal, sino que su componente neta se anula al integrar el ciclo completo, lo cual es adecuado con BEM+DMST bajo viento uniforme. En todos los casos se utilizaron los factores de inducción axial son $a_{upwind} = 0.3$ y $a_{downwind} = 0.64$.

A partir de los resultados de la Tabla 3-6, el rotor Darrieus Tipo H opera a $\lambda \approx 4$ y alcanza un $C_p \approx 0.5119$; a 10 m/s se extrae una potencia de 228.86 W. Por su parte, el rotor Darrieus Helicoidal trabaja a $\lambda \approx 3$ y obtiene un $C_p \approx 0.4911$, con una potencia extraída de 219.60W a la misma velocidad. La diferencia es moderada ($\approx 4\%$ a 10 m/s) y refleja las características entre ambas configuraciones: el rotor tipo H busca maximizar la eficiencia aerodinámica al mantener una distribución más uniforme del ángulo de ataque a lo largo de la altura, mientras que el rotor helicoidal, aunque con un C_p ligeramente menor, distribuye la carga aerodinámica en el eje vertical y típicamente suaviza el torque durante la revolución, al reducir oscilaciones periódicas y picos de carga. En consecuencia, el tipo H es utilizado cuando se prioriza el rendimiento máximo, mientras que el helicoidal ofrece ventajas cuando se requiere una respuesta mecánica más uniforme y una reducción de vibración y fatiga estructural.

3.3.1.2 Modelo Estructural del Aspa (RBM + FEM)

El aspa del VAWT se modela como una viga empotrada discretizada en dos elementos mediante RBM+FEM. Los parámetros presentados en la Tabla 3-7 se obtienen a partir del diseño geométrico del aspa y de las propiedades mecánicas del material, y se emplean directamente en el modelo estructural para calcular las inercias y la dinámica del aspa.

Tabla 3-7: Parámetros geométricos y estructurales del aspa del aerogenerador VAWT.

Parámetro	Valor	Descripción
Altura del aspa	$H = 1 \text{ m}$	Longitud total del aspa a lo largo del eje z.
Perfil aerodinámico	NACA 0018	Perfil utilizado en la geometría del aspa.
Cuerda	$c = 0.19 \text{ m}$	No cambia a lo largo de la altura (z).
Material	Fibra de vidrio	Material propuesto para el aspa.
Masa total	$m = 3.0356 \text{ kg}$	Masa de un aspa fabricada en fibra de vidrio.
Masa elemento 1 y 2	$M_1 = M_2 = 1.5178 \text{ kg}$	Debido a que la cuerda no cambia, las masas son iguales.
Longitud por elemento	$l_1 = l_2 = 0.5 \text{ m}$	Cada elemento discretizado tiene la misma longitud.

Módulo de Young	$E = 7.2 \text{ GPa}$	Propiedad mecánica de la fibra de vidrio.
Densidad fibra de vidrio	$\rho_{fv} = 2000 - 2600 \text{ kg/m}^3$	Rango típico para fibra de vidrio.
Densidad aire	$\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$	Densidad estándar del aire a nivel del mar.

La Figura 3-9 muestra la discretización en dos elementos del aspa utilizada en el modelado del aerogenerador VAWT, considerando la configuración tipo H y helicoidal. En la Figura 3-9.a se ilustra el aspa tipo H, modelada como una viga recta empotrada y dividida en dos elementos de longitud l_1 y l_2 , de masas M_1 y M_2 , respectivamente, y en la Figura 3-9.b se presenta el aspa tipo helicoidal, cuya geometría incorpora una torsión progresiva a lo largo de la altura de 45° . A pesar de la variación geométrica, la discretización sigue la misma estructura en dos elementos con masas M_1 y M_2 . Cabe destacar, que la torsión helicoidal, modifica la distribución estructural y las cargas aerodinámicas que actúan sobre cada elemento. La diferencia entre el aspa recta y la helicoidal se refleja únicamente en la orientación geométrica y en el cálculo del ángulo de ataque $\alpha(\theta, z)$, pero la topología del modelo estructural y del BG permanece idéntica en ambos casos.

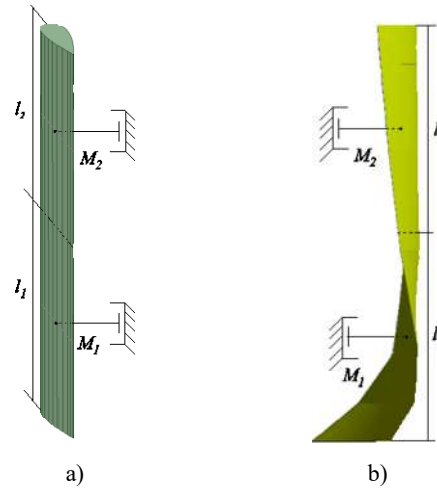


Figura 3-9: Aspa discretizada en dos elementos, a) Tipo H, b) Tipo helicoidal.

De este modo, el uso de los modelos RBM+FEM permite representar tanto el aspa recta tipo H como el aspa helicoidal, incorporando sus diferencias geométricas y aerodinámicas fundamentales.

3.3.1.3 Conversión Aerodinámica en Bond Graph

Como se ha mencionado anteriormente, la carga aerodinámica corresponde al viento que incide sobre la estructura del aspa del aerogenerador VAWT. Por esta razón, el diseño aerodinámico del aspa es fundamental para establecer la conversión de la energía cinética del viento en fuerzas aerodinámicas.

La transformación entre la velocidad del viento y las fuerzas aerodinámicas se modela mediante un girador (MGY), como se muestra en la Figura 3-10. Este elemento implementa las ecuaciones aerodinámicas que relacionan:

$$V_o(\theta), \alpha(\theta), C_L, C_D \rightarrow dF_T(\theta), dT_t(\theta) \quad (3-7)$$

A partir de esta conversión es posible integrar en un solo modelo estas dinámicas. La Figura 3-10.a ilustra el diseño propuesto del aspa tipo H a partir de la discretización, donde el elemento girador (MGY), representa la fuerza tangencial dF_T (ecuación (2-115)) y el torque aerodinámico dT_t (ecuación (2-119)).

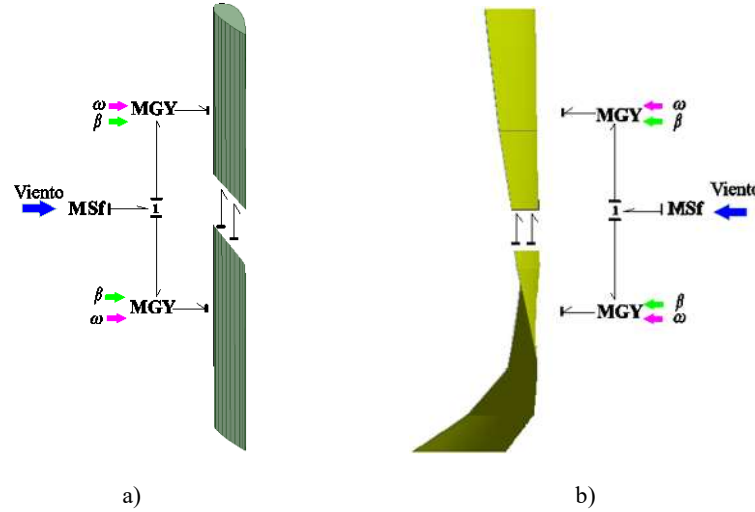


Figura 3-10: Modelos en BG de conversión de fuerzas aerodinámicas para aspa VAWT, a) Tipo H y b) Tipo Helicoidal.

La Figura 3-10.b presenta el modelo en BG para el aspa helicoidal del convertidor de la energía cinética a fuerza tangencial dF_T y torque aerodinámico dT_t , expresados en (2-129) y (2-128), donde el girador MGY, acopla la velocidad del viento y las fuerzas aplicadas sobre el perfil del aspa.

3.3.1.4 Submodelo del Aspa en Bond Graph

Asimismo, la Figura 3-11 muestra la estructura interna de las aspas tipo H (Figura 3-11.a) y de las tipo helicoidal (Figura 3-11.b), se asume que la conexión es rígida entre el aspa y el eje ($S_f = 0$), solo se tiene un grado de libertad rotacional ($S_e = 0$) y la inercia total del aspa es $J_{total} = J_1 + J_2$.

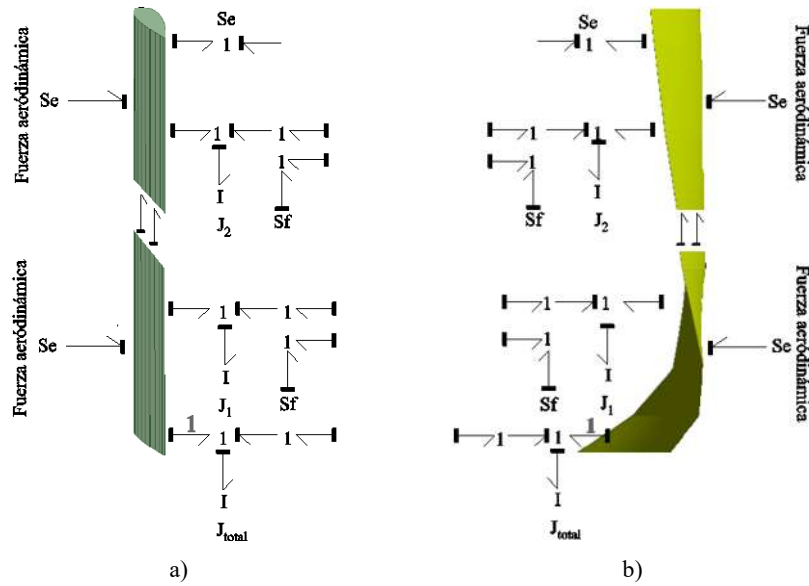


Figura 3-11: Estructura interna del aspa en BG, a) Tipo H, b) Tipo helicoidal.

El modelo estructural del aspa en BG se presenta en la Figura 3-12, la cual es igual para las aspas tipo H y helicoidal, ya que ambos modelos se basan en la misma representación de viga empotrada discretizada mediante RBM+FEM. La diferencia para las aspas helicoidales está en el cálculo de las fuerzas aerodinámicas (α, dF_T, dF_N, dT_t), las cuales dependen su geometría, sin embargo, no modifican la topología de la estructura interna del aspa en BG.

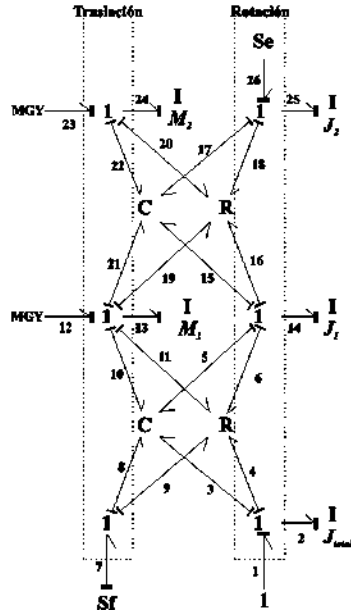


Figura 3-12: Submodelo estructural del aspa VAWT representada en BG modificado de [53].

Además, a partir de la Figura 3-12 se obtiene la matriz de rigidez K_i con el método FEM y se representa en BG mediante un elemento tipo C de cuatro puertos. El amortiguamiento se incluye con un elemento R, usando un coeficiente $\alpha_R = 0.005$.

Finamente, el submodelo del aspa lo integra: la estructura interna (rigidez, amortiguamiento, inercia), las fuerzas aerodinámicas aplicadas por MGY, y la conexión mecánica con el eje del rotor.

3.3.2 Rotor

El rotor VAWT está conformado por tres aspas ($B = 3$) con perfil geométrico NACA 0018, cada una discretizada en dos elementos. Con un radio de 1 m, la masa total del rotor de $m_{rotor} = 7.26$ kg, y la inercia total se calcula como:

$$J_{rotor} = B \cdot J_{total} = 2.1427 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (3-8)$$

donde, $J_{total} = 0.7142 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ es la inercia de una sola aspa. En la sección anterior se mostró el comportamiento dinámico del aspa por elemento y, ahora se obtendrá el comportamiento del rotor de acuerdo con los modelos RBM+FEM.

La Figura 3-13 muestra el modelo del rotor VAWT en BG, en el que se unen las tres aspas y el eje. Cada aspa incluye dos elementos con conversiones aerodinámicas independientes, implementadas mediante giradores MGY, los cuales representan el vínculo entre la velocidad del viento, las fuerzas aerodinámicas y el torque mecánico, expresado en (2-129) y (2-128), y que consideran la dependencia de θ y de la posición axial z . Asimismo, el torque total del rotor T_t resulta de la suma de las fuerzas tangenciales por elemento.

Para generar la respuesta transitoria del sistema se incorpora una fuente modulada MSf, sobre la cual se aplica una rampa en ω_{rotor} , con la cual permite observar la evolución del torque aerodinámico y de la potencia mecánica mientras el rotor acelera bajo la acción del viento.

Para la aerodinámica, este modelo se analiza con los modelos BEM+DMST, cada elemento que se integra al rotor presenta una velocidad relativa distinta y, por lo tanto, una variación del ángulo de ataque $\alpha(\theta, z)$. Lo anterior ocasiona que las fuerzas aerodinámicas puedan ser positivas o negativas durante la revolución. El torque total útil, se obtiene al integrar el rotor con 3 aspas (cada aspa con 2

elementos), lo cual se muestra en la Figura 3-13 donde cada MGY recibe como parámetro las fuerzas $dF_T(\theta, z)$ calculadas por DMST y transmite su contribución al eje del rotor.

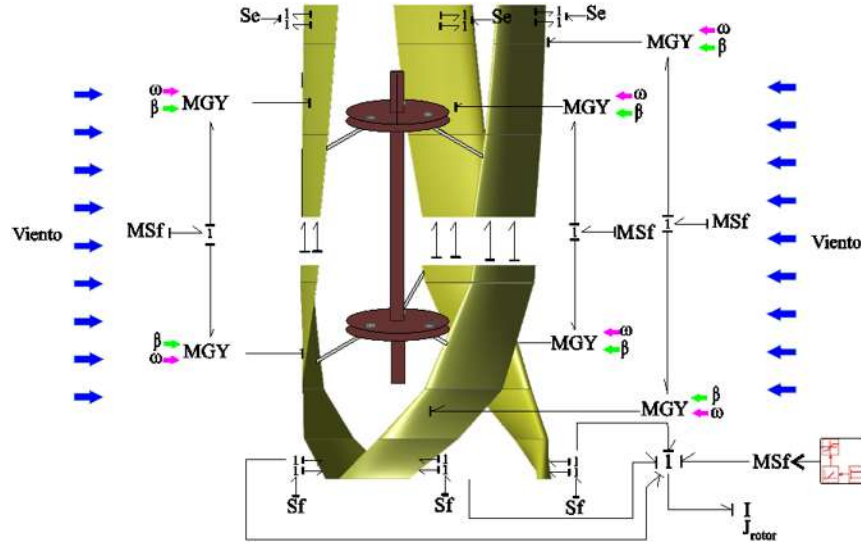


Figura 3-13: Submodelo en BG del aerogenerador VAWT con rotor Darrieus helicoidal.

Los cálculos teóricos del rotor, basados en la formulación aerodinámica BEM+DMST y sin incluir aún efectos estructurales ni eléctricos, se resumen en la Tabla 3-8 para condiciones de viento constante $U = 5, 10$ y 15 m/s. Aunque la contribución instantánea de cada aspa varía con θ_i , el desempeño global del rotor se determina mediante el promedio sobre una revolución completa, criterio que permite obtener magnitudes equivalentes de fuerza tangencial, torque y potencia. Las fuerzas F_L , F_D , F_T y F_N crecen respecto a V_o^2 , y la $P_{mecánica}$ es proporcional a U^3 . Los cálculos se realizan para: $\beta = 0^\circ$, radio $R = 1.095$ m, (radio del rotor + radio del eje), y un área del rotor $S_{rotor} = 2.19$ m².

Tabla 3-8: Valores de F_T , F_N , T_t , $P_{mecánica}$, P_{viento} , C_p y $P_{extraída}$ para viento constante.

Tipo de rotor	λ	U (m/s)	F_T (N)	F_N (N)	T_t (N · m)	$P_{mecánica}$ (W)	P_{viento} (W)	C_p	$P_{extraída}$ (W)
Darrieus tipo H	2.9	5	1.81	0	5.95	78.77	167.67	0.4698	78.77
		10	7.24		23.79	630.12	1341.38		630.12
		15	16.30		53.53	2126.66	4527.14		2126.66
Darrieus helicoidal	2.5	5	1.80	0	5.92	67.58	167.67	0.4030	67.58
		10	7.21		23.68	540.62	1341.38		540.62
		15	16.22		53.28	1824.58	4527.14		1824.58

En la Tabla 3-8, el promedio de la F_N sobre $0^\circ - 360^\circ$ es cero porque las contribuciones radiales se compensan a lo largo de θ_i debido a la simetría geométrica vertical del rotor, lo cual confirma la validez del modelo BEM+DMST; esto no implica que $F_N(\theta_i)$ sea cero en cada posición.

Bajo estas condiciones, el rotor Darrieus Tipo H alcanza un $C_p = 0.4698$ operando a $\lambda = 2.9$, con una $P_{mecánica} = 630.12 \text{ W}$ a 10 m/s utilizando $a_{upwind} = 0.3$ y $a_{downwind} = 0.64$. En cambio, el rotor Darrieus Helicoidal obtiene un $C_p = 0.4030$ a $\lambda = 2.5$, y una potencia extraída de 540.62 W a 10 m/s con , empleando $a_{upwind} = 0.25$ y $a_{downwind} = 0.50$.

Asimismo, el rotor Darrieus helicoidal opera a una λ menor que el rotor tipo H pero no es una desventaja, sino una característica favorable para la operación del sistema. Lo anterior implica que el rotor alcanza su condición de mayor eficiencia a velocidades de giro menores, lo que facilita el arranque, reduce las exigencias dinámicas del sistema mecánico y mejora la respuesta con vientos variables. Por otra parte, el utilizar valores más bajos de los factores de inducción axial significa que la extracción de energía está más distribuida a lo largo de la altura del rotor, lo que atenúa la perturbación del flujo, suaviza la variación del torque y reduce la probabilidad de entrar en pérdida aerodinámica. En conjunto, estas características explican el menor C_p máximo del rotor helicoidal en comparación con el tipo H, pero justifican su mayor robustez operativa y su conveniencia para aplicaciones residenciales.

Finalmente, el uso del perfil simétrico NACA 0018 es apropiado para rotores Darrieus al permitir generar sustentación en ambos semiperiodos del ciclo azimutal. En conjunto, los valores obtenidos mantienen C_p dentro de rangos físicamente posibles para rotores Darrieus, y son una base para comparar posteriormente el impacto de incluir la dinámica estructural y pérdidas mecánicas en el modelo integral.

3.4 Modelado del eje

El eje es el elemento responsable de la conexión mecánica entre el rotor y el generador, el cual permite el acoplamiento directo del torque aerodinámico al sistema electromecánico. Para su modelado se proponen dos enfoques complementarios:

- I. Un modelo estructural basado en RBM+FEM, al seguir la metodología aplicada en el aspa y el rotor.

- II. Un modelo con tres grados de libertad (3-DOF), en el cual se seleccionan puntos de interés y se analiza el comportamiento con desplazamientos horizontal, vertical y angular.

Ambos modelos requieren la obtención de las matrices de rigidez K (Ecuación (2-84)) y amortiguamiento C (Ecuación (2-90)). El eje se propone fabricado en una aleación de aluminio, debido a su bajo peso, buena resistencia a la corrosión y compatibilidad con el sistema electromecánico. El eje tiene las siguientes propiedades:

- Masa del eje de aleación de aluminio es $m_{eje} = 1.6074$ kg,
- Longitud de $l = 0.6$ m,
- Diámetro externo de $D_{ext} = 0.06$ m,
- Diámetro interno de $D_{int} = 0.0525$ m,
- Módulo de Young de $E = 70$ GPa,
- Segundo momento de inercia de $I = 9.0368 \times 10^{-6}$ m⁴
- Factor de amortiguamiento propuesto de $\alpha_c = 0.001$.

Estas dimensiones se muestran en la Figura 3-14.

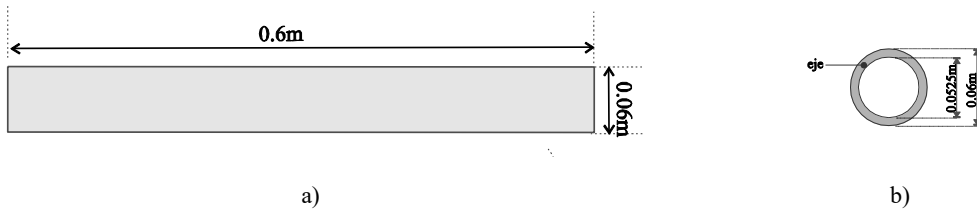


Figura 3-14: Dimensiones del eje. a) vista lateral. b) vista de frente.

3.4.1 Eje estructural

El modelo estructural del eje se basa en RBM+FEM, y es común para los dos aerogeneradores VAWT y HAWT. En ambos casos, el eje presenta la misma geometría y propiedades físicas, con masa total $m_{eje} = 1.6074$ kg y longitud $l = 0.6$ m. El eje se discretiza en dos elementos, con masas $m_{eje1} = m_{eje2} = 0.8037$ kg y longitudes $l_1 = l_2 = 0.3$ m.

Las diferencias entre los ejes de los aerogeneradores no radican en la geometría ni las propiedades físicas del eje, sino en el funcionamiento estructural y en la forma que se conectan las aspas:

- En el HAWT, la rotación se evalúa alrededor del eje x y la unión con las aspas se realiza en un solo punto mediante el buje.
- En el VAWT, la rotación se evalúa alrededor del eje z y las aspas se unen mediante dos soportes ubicados en los centros de masa de cada elemento del eje.

3.4.1.1 Eje Estructural para HAWT

Se presenta en la Figura 3-15, el eje discretizado con RBM+FEM en dos elementos, con la diferencia de un extremo empotrado (viga en voladizo), lo cual es propio del rotor horizontal. El BG refleja la contribución dinámica de cada elemento y la inercia resultante que se transmite hacia el rodamiento.

En la Figura 3-15.a, se observa que el primer elemento es el empotrado, lo que modifica la rigidez y la forma en que se transmite el torque del rotor T_t . La Figura 3-15.b muestra la representación en BG, con movimientos de traslación y rotación, fuentes de esfuerzo gravitacionales $Se: m_{eje1,2} \cdot g$, e inercias J_{eje1} y J_{eje2} .

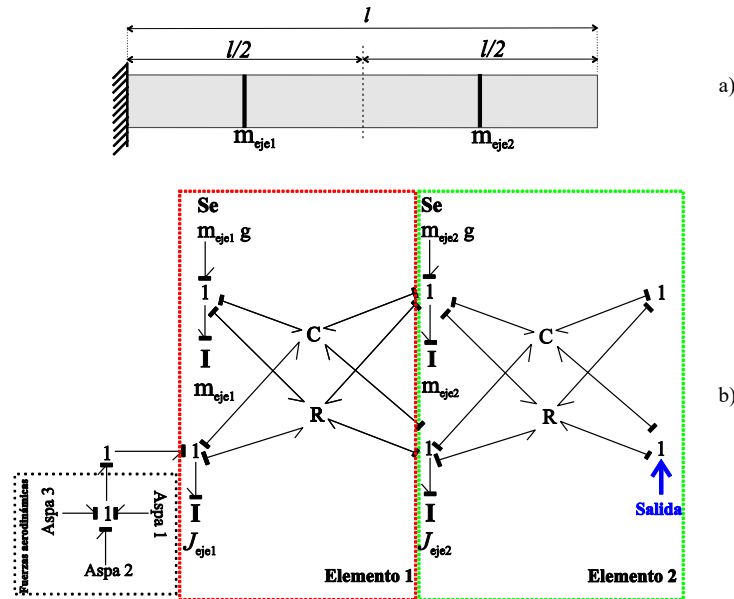


Figura 3-15: Eje estructural para aerogenerador HAWT, a) Discretización RBM+FEM, b) Modelo en BG.

3.4.1.2 Eje Estructural para VAWT

La Figura 3-16 muestra la discretización del eje del aerogenerador VAWT en dos secciones y su correspondiente representación en BG. Cada elemento incluye su masa, rigidez y amortiguamiento, y las conexiones intermedias permiten incluir la interacción con las aspas, las cuales se fijan al eje

mediante dos soportes ubicados en los centros de masa de cada elemento. Esto permite obtener la inercia que se transmite hacia los rodamientos.

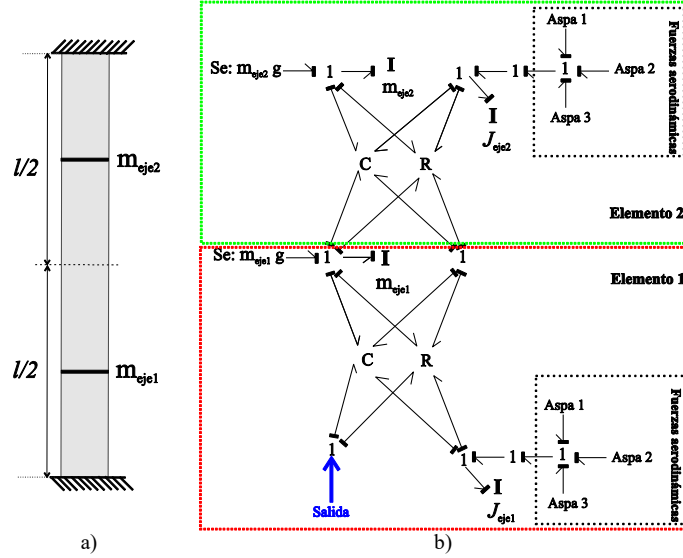


Figura 3-16: Eje estructural para aerogenerador VAWT, a) Discretización RBM+FEM, b) Modelo en BG.

En la Figura 3-16.b se representa el modelo en BG, incorporando movimientos de traslación y rotación, fuentes de esfuerzo gravitacional por elemento $Se: m_{eje1,2} \cdot g$ y los elementos I de las inercias rotacionales J_{eje1} y J_{eje2} . El recuadro de fuerzas aerodinámicas se refiere a las fuerzas tangenciales F_T , normales F_N y al torque generado por el rotor T_t .

3.4.1.3 Inercia equivalente transmitida al rodamiento

En un sistema de accionamiento directo, el rotor transmite su velocidad angular (ω_{rotor}) al eje (ω_{shaft}). Se asume un acoplamiento rígido y se considera que:

$$\omega_{shaft} \approx \omega_{rotor} \approx \omega \quad (3-9)$$

Sin embargo, la flexibilidad provocada por la torsión (twist) puede introducir pequeñas variaciones transitorias $\Delta\omega_{shaft}(t)$, asociadas a su masa, rigidez y amortiguamiento del eje, las cuales se consideran para representar la dinámica real del acoplamiento.

$$\omega_{shaft} \approx \omega_{rotor} - \Delta\omega_{shaft}(t), |\Delta\omega_{shaft}| \ll \omega \quad (3-10)$$

Finalmente, la inercia equivalente del eje vista desde el rodamiento es:

$$J_{shaft} = J_{eje1} + J_{eje2} \quad (3-11)$$

3.4.2 Eje en 3-DOF

Para describir con mayor detalle la dinámica del eje, se desarrolla un modelo con tres grados de libertad 3-DOF con base en [63]. El eje se modela como una viga suspendida con tres puntos de análisis, como se muestra en la Figura 3-17. Este modelo es aplicable tanto a VAWT (Figura 3-17.a) como para HAWT (Figura 3-17.b), ya que matemáticamente es equivalente; únicamente cambia la definición de los desplazamientos en los puntos 1, 2 y 3 son iguales.

El modelo se construye considerando:

- Los puntos 1 y 3 para los desplazamientos laterales (x, y), se asume que $k_{1x} = k_{3x}$ y $k_{1y} = k_{3y}$.
- El punto 2 para el desplazamiento angular.
- Las matrices K_i y C_i son de 5×5 .
- Una estructura en BG idéntica, con elementos I, R, C y MTF.

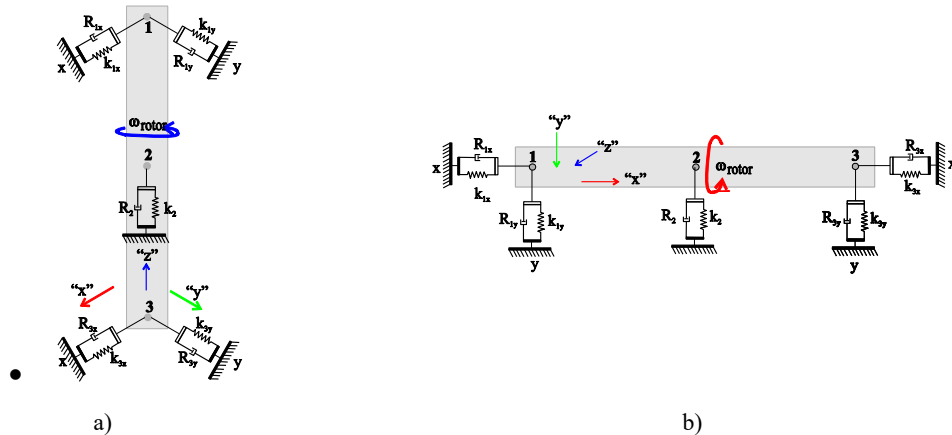


Figura 3-17: Representación de rigidez y amortiguamiento en el eje a) VAWT, b) HAWT.

Las diferencias entre HAWT y VAWT afectan únicamente la interpretación física. En el VAWT, el eje gira alrededor del eje z y las cargas aerodinámicas se transmiten a lo largo del eje, generando cargas radiales cíclicas que dependen del ángulo azimutal θ_i . En el HAWT, el eje gira alrededor del eje x y trabaja principalmente bajo esfuerzos de torsión y flexión debido al peso del rotor y las fuerzas aerodinámicas concentradas en el buje (hub).

La Figura 3-18 presenta los modelos en BG del eje 3-DOF para HAWT (Figura 3-18.a) y VAWT (Figura 3-18.b). En ambos casos, se ilustran los desplazamientos de los puntos 1, 2 y 3, los cuales son necesarios para formar la matriz que incluye la rigidez K_i y el amortiguamiento C_i . Dentro del BG, la rigidez se modela mediante elementos C, la amortiguación mediante elementos R, y las masas e inercias mediante elementos I. Además, el bond de salida que va hacia el rodamiento se marca con una flecha azul, y representa:

- Flujo: velocidad angular de salida del eje, ω_{shaft} .
- Esfuerzo: torque se salida del eje T_{shaft} .

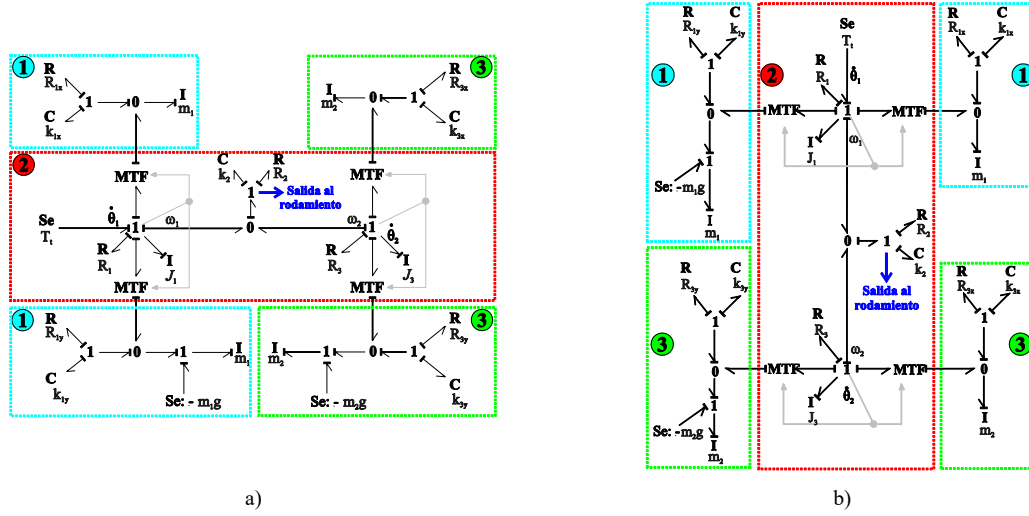


Figura 3-18: Submodelo en BG del eje 3-DOF, a) HAWT, b) VAWT.

Asimismo, el elemento MTF modela la posición angular del centro de masa del eje ubicado en (x_m, y_m) , su posición angular es θ_i y su velocidad angular es $\omega_i = \dot{\theta}_i$. La ubicación general del centro de masa se describe por la Figura 3-19 y se obtienen las expresiones:

$$\begin{aligned} x_m &= x_i + e \cos \theta_i \\ y_m &= y_i + e \sin \theta_i \end{aligned} \quad (3-12)$$

Al derivar la posición se obtiene la velocidad lineal del centro de masa,

$$\begin{aligned} \dot{x}_m &= \dot{x}_i - e \dot{\theta}_i \sin \theta_i \\ \dot{y}_m &= \dot{y}_i + e \dot{\theta}_i \cos \theta_i \end{aligned} \quad (3-13)$$

donde e es la excentricidad la cual se define como la distancia radial entre la posición real del punto y el eje de rotación del rotor.

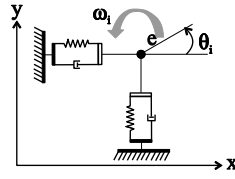


Figura 3-19: Representación del centro de masa.

Ambas metodologías para el modelado del eje son representaciones válidas para un aerogenerador de baja potencia. Su elección depende directamente del nivel de precisión requerido y de la naturaleza del estudio a realizar. El modelo estructural discretizado es apropiado cuando se requiere una representación del comportamiento del eje, útil para el análisis de potencia y torque, sin generar un esfuerzo computacional elevado. Por otro lado, el modelo 3-DOF representa los desplazamientos laterales, vibraciones y efectos dinámicos relacionados con el eje, sin embargo, tiene una mayor complejidad matemática y demanda computacional. Por lo tanto, la selección del modelo debe equilibrar la precisión y costo computacional, en relación con los objetivos y al modelado en BG del aerogenerador.

3.4.3 Comparación y Criterios de Selección del Modelo del Eje

En el modelo estructural discretizado, la inercia rotacional equivalente que se transmite al rodamiento se obtiene como la suma de las inercias de los dos elementos del eje, es decir, $J_{shaft} = J_{eje1} + J_{eje2}$, dado que ambos elementos giran aproximadamente a la misma velocidad angular ω_{shaft} . Esta aproximación permite representar de forma adecuada la contribución inercial total del eje en la dinámica torsional del sistema.

En el modelo 3-DOF, la dinámica rotacional se concentra en el punto 2, por lo que la inercia considerada es $J_{shaft} = J_{eje2}$. Los puntos 1 y 3 aportan masas equivalentes asociadas a los desplazamientos laterales del eje, lo que permite obtener de forma más detallada el acoplamiento entre la torsión y los desplazamientos transversales antes de la interacción con el rodamiento.

El submodelo del eje proporciona como salidas la velocidad angular y el torque dinámico. En el enfoque 3-DOF, además, se obtienen desplazamientos laterales y sus derivadas temporales, los cuales describen la respuesta dinámica local y sirven como variables de entrada para los submodelos del rodamiento y del generador.

En conclusión, ambos enfoques representan adecuadamente la dinámica del eje en un aerogenerador de baja potencia. El modelo estructural RBM+FEM ofrece un equilibrio entre fidelidad física y eficiencia computacional para la integración global del sistema, mientras que el modelo 3-DOF se reserva para estudios detallados de vibraciones, resonancias y excentricidades, cuyo análisis implica un mayor costo computacional.

3.5 Modelado del rodamiento 5-DOF

En [63] se propone un modelo de rodamiento de cinco grados de libertad (5-DOF), de los cuales dos grados de libertad son para el anillo interior, dos grados de libertad para el anillo exterior y un grado de libertad para la masa suspendida que representa la respuesta estructural para altas frecuencias. La Figura 3-20 muestra el modelo de un rodamiento, en el cual se considera que el eje del rotor opera a una velocidad constante $\dot{\theta}_i = \omega_i$, además, el anillo exterior está unido a un pedestal, y, el anillo interior está acoplado al eje del rotor con soportes flexibles. Entonces, el modelo se plantea con las componentes de rigidez (K), amortiguamiento (R), y la rigidez equivalente del elemento rodante K_b .

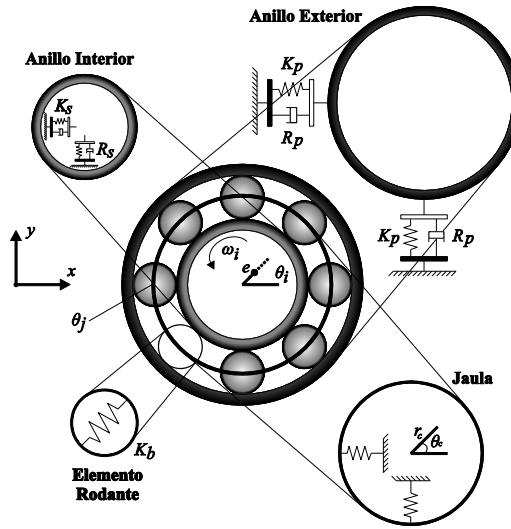


Figura 3-20: Esquema del rodamiento.

El rodamiento se propone como un sistema de masa- resorte- amortiguador, que va unido al eje del rotor mediante el anillo interior. Cuando el eje aplica un torque T_{shaft} y se considera que su centro de masa se encuentra a una distancia radial e respecto del eje de rotación, la posición angular del centro de masa es θ_i , y se expresa como:

$$\begin{aligned} x_m &= x_i + e \cos \theta_i \\ y_m &= y_i + e \sin \theta_i \end{aligned} \quad (3-14)$$

donde (x_i, y_i) son las coordenadas del centro de masa en el anillo interior y al derivarla se obtiene la velocidad lineal:

$$\begin{aligned} \dot{x}_m &= \dot{x}_i - e\dot{\theta}_i \sin \theta_i \\ \dot{y}_m &= \dot{y}_i + e\dot{\theta}_i \cos \theta_i \end{aligned} \quad (3-15)$$

Además, en la Figura 3-20, θ_j representa la posición angular del elemento rodante en un tiempo t , ω_c es la velocidad angular de la jaula, N_b es el número de elementos rodantes y θ_0 es la posición inicial.

Entonces, la posición angular por instante θ_j se obtiene con:

$$\theta_j = \frac{2\pi(j-1)}{N_b} + \omega_c t + \theta_0 \quad \text{para } j = 1, \dots, N_b \quad (3-16)$$

Y la velocidad angular de la jaula (ω_c) determinada por la interacción entre el anillo interior y los elementos rodantes, es:

$$\omega_c = \frac{\omega_i}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \right) \quad (3-17)$$

donde ω_i es la velocidad angular del anillo interior y es igual a ω_{shaft} , de forma que cualquier cambio en ω_{shaft} se transmite directamente a ω_i , además, siempre $\omega_c < \omega_i$ porque la jaula sigue en movimiento, pero más lento, d es el diámetro de los elementos rodantes y D es el diámetro de paso del círculo que forman los centros de masa de los elementos rodantes.

Por otra parte, para analizar el rodamiento se desarrolla un modelo en BG con base en la metodología de [63]- [65], [115]. El modelo considera: la traslación en dos direcciones, la tracción, el torque aplicado al eje, los efectos de oscilación, el espaciamiento angular constante entre los elementos rodantes, la dinámica de la jaula y la interacción entre anillos, elementos rodantes y eje.

En este modelo, tanto el eje como el soporte del anillo exterior se consideran elementos flexibles, mientras que los elementos rodantes y la jaula se tratan como cuerpos rígidos. Asimismo, los elementos rodantes están encerrados y solo pueden moverse dentro de la jaula, de modo que su velocidad angular y posición se determinan por la dinámica del sistema. Además, es importante considerar lo siguiente:

- El anillo interior, la jaula y el rotor tienen un sistema de 3-DOF: traslación en x , traslación en y , y rotación alrededor del eje z .
- El anillo exterior es un sistema de 2-DOF, ya que está fijo al soporte y no permite la rotación.

Enseguida, se desarrollan los submodelos en BG del anillo interior acoplado al eje, anillo exterior-soporte, jaula y rodamientos, con base en [63]. En la Figura 3-21 se muestra en BG el modelo del rodamiento, donde la Jaula principal es la que representa la jaula física y +Jaula es un submodelo auxiliar que representa las conexiones elásticas y disipativas entre los elementos rodantes y la jaula principal.

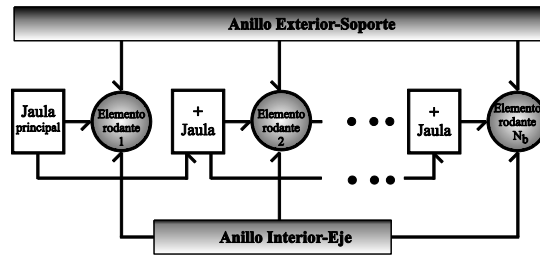


Figura 3-21: Submodelo de rodamiento en BG.

El modelo del rodamiento considera un total de ocho elementos rodantes $N_b = 8$. Con base en esta configuración, se formulan y conectan los submodelos correspondientes en BG.

3.5.1.1 Anillo Interior del Rodamiento

En la Figura 3-22 se muestra el submodelo del anillo interior. El bond de entrada ubicado en la parte inferior central de la figura representa la entrada mecánica proveniente del eje, puede ser velocidad angular o torque y depende de la causalidad impuesta. Asimismo, se define a lo largo los ejes (x, y) , cada uno con ocho bonds que se conectan a los elementos rodantes correspondientes.

Los componentes principales del submodelo del anillo interior acoplado con el eje incluyen:

- $R: B_1$ es el amortiguamiento del sistema de masa suspendida.
- $R: R_{\text{shaft}}, C: K_{\text{shaft}}$ es la rigidez y el amortiguamiento al eje.
- $I: M_{\text{shaft}}$ es la masa equivalente del rotor, el eje y el anillo interior a lo largo de x y y .
- $S_e: -M_{\text{sg}}$ es la fuerza de gravedad, etiquetada con Fint_y .
- MTF se implementan las ecuaciones de la velocidad lineal (3-15).

El conjunto de bonds de salida ubicados en la parte superior de la Figura 3-22, representan la transferencia de velocidad angular desde el anillo interior hacia cada elemento rodante. Asimismo, el multibond 1 del submodelo en BG, es la interfaz para los submodelos con los elementos rodantes ($ball_1, ball_2, \dots, ball_{N_b}$, $N_b = 8$).

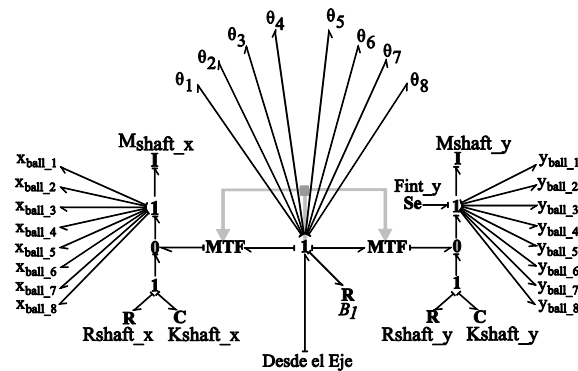


Figura 3-22: Submodelo en BG del Anillo interior.

3.5.1.2 Jaula del Rodamiento

La jaula se encarga de espaciar uniformemente los elementos rodantes y evitar que tengan contacto entre ellos. Los siguientes componentes están conectados al anillo interior se muestran en la Figura 3-23, los cuales corresponden a la jaula principal (Figura 3-23.a) y a la jaula adicional (Figura 3-23.b). Aunque ambos comparten una estructura similar, cumplen funciones distintas en la interacción de la jaula y rodamiento. El submodelo de la jaula principal está compuesto por:

- I : J_{jaula} es la inercia rotacional de la jaula.
- I : M_{jaula} , representan las masas a lo largo de los ejes x y y .
- Se: F_{jaula_y} , es la fuerza gravitacional.
- MTF es la conversión de la velocidad angular en componentes de movimiento lineales x y y , con respecto al círculo que forman todos los centros de masa de los elementos rodantes. Esta transformación introduce el radio de la jaula (r_c) y la posición angular θ_{c-n} del n -ésimo seguro, el cual permite mantener a los elementos rodantes centrados alrededor de la jaula. El MTF impone la transformación de coordenadas utilizando las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} x_n &= -r_c \sin \theta_{c-n} \\ y_n &= r_c \cos \theta_{c-n} \end{aligned} \quad (3-18)$$

Esto permite conocer la posición precisa de cada elemento rodante alrededor de la jaula en ambos ejes. El submodelo de la jaula adicional conecta la jaula con cada elemento rodante mediante elementos de rigidez (K) y amortiguamiento (R) en las direcciones x y y , e incluye las fuerzas que limitan el movimiento y la disipación de energía.

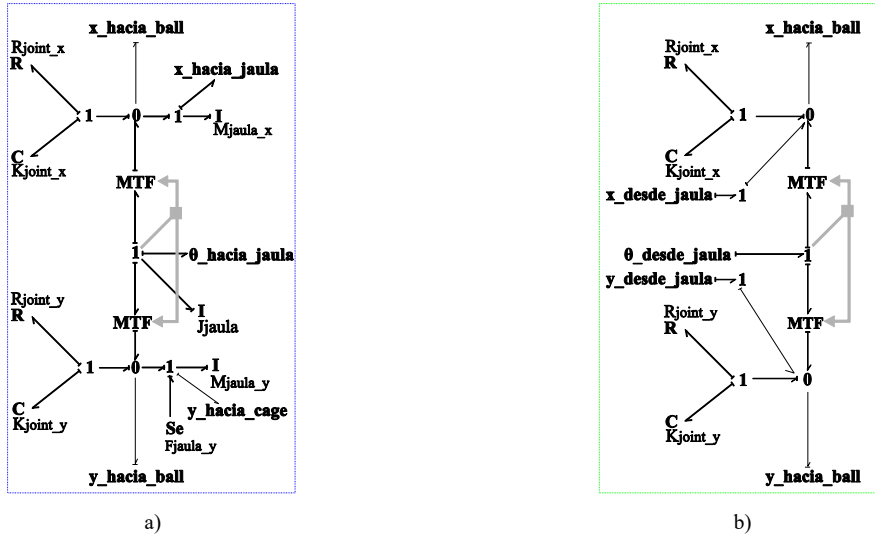


Figura 3-23: Submodelos en BG, a) jaula principal, b) jaula adicional.

Entonces, estos submodelos permiten una representación más completa de la dinámica de la jaula, porque incluye su interacción con los elementos rodantes, la rigidez estructural, los efectos de amortiguamiento y la distribución de masa. Lo anterior, es respaldo de los análisis avanzados de vibración y fallas en diferentes aplicaciones.

3.5.1.3 Elementos Rodantes

El submodelo de los elementos rodantes se muestra en la Figura 3-24 y representa el comportamiento dinámico de cada uno en el rodamiento. Este modelo en BG incluye los siguientes componentes:

- $I: J_{ball}$ es la inercia rotacional.
- $I: M_{ball}$ representan las masas equivalentes a lo largo de los ejes x y y .
- $Se: F_{ball}$ define la fuerza de gravedad.
- TF son las velocidades normal y tangencial. Este componente calcula la velocidad tangencial a partir del movimiento relativo entre la pista interior (x_i) y el elemento rodante (x_b), ordenada por la distancia instantánea de separación L_1 , de acuerdo con la siguiente expresión:

$$v_{rel} = \frac{x_i - x_b}{L_1} \quad (3-19)$$

- $Se: Se_1$ y $Se: Se_2$ representan las fuerzas de contacto no lineales entre el elemento rodante y los anillos interior y exterior, respectivamente, modeladas con la teoría de contacto de Hertz (ecuación (2-137)). Estas fuerzas se expresan como:

$$\begin{aligned} Se_1 &= -K_{ball} \cdot \delta_1^{1.5} \\ Se_2 &= -K_{ball} \cdot \delta_2^{1.5} \end{aligned} \quad (3-20)$$

donde δ_1 y δ_2 representan las deformaciones en los puntos de contacto con el anillo interior y exterior, y K_{ball} es el coeficiente de rigidez de contacto.

- $R: R_{ball}$ es el amortiguamiento del contacto.
- $R: R_f$ modela la fuerza de fricción debida al deslizamiento, el cual combina los efectos de fricción viscosa y de amortiguamiento. Cuando se pierde el contacto, el valor de la resistencia R_f es cero, por lo que no hay fricción.
- Los elementos MTF alrededor de R_f se utilizan para calcular las velocidades tangenciales en las interfaces entre el elemento rodante- anillo interior y elemento rodante- anillo exterior, lo que permite modelar las condiciones de arrastre y deslizamiento.

El detalle de este submodelo permite representar las dinámicas no lineales de contacto y las interacciones por fricción, con la finalidad comprender el comportamiento vibratorio, la transferencia de carga y los mecanismos de falla en los rodamientos. Integrarlo aumenta la confiabilidad del modelo completo del rodamiento y contribuye a entender las condiciones transitorias y propensas a fallas en cualquier maquinaria rotativa de alto desempeño, como los aerogeneradores de baja potencia.

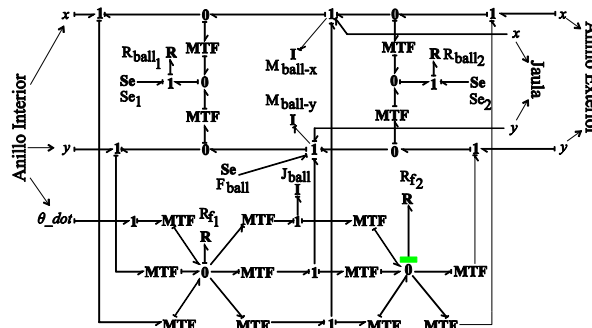


Figura 3-24: Submodelo en BG de los elementos rodantes.

3.5.1.4 Anillo Exterior del Rodamiento

Posteriormente, el submodelo del rodamiento se obtiene con el anillo exterior, presentada en la Figura 3-25. Este componente modela la conexión del rodamiento con el pedestal, el cual funciona como la referencia fija del sistema. Los componentes del anillo exterior son:

- $I: M_{pedestal}$, representan las masas equivalentes a lo largo de los ejes x y y .
- $Sf: 0$, estos dos elementos aseguran que el pedestal permanezca unido a la estructura fija del rodamiento al imponer el flujo a cero.

- Se: $F_{pedestal}$ es la fuerza de gravedad, donde la masa utilizada es anillo exterior + pedestal.
- C: $K_{pedestal}$ y $R_{pedestal}$, representan la rigidez estructural y el amortiguamiento del pedestal, respectivamente.

Este submodelo representa la transmisión de cargas dinámicas desde los componentes rotativos hacia el pedestal (soporte estructural). Al representar la masa, la rigidez y el amortiguamiento del pedestal, el modelo permite analizar el comportamiento del sistema frente a vibraciones y posibles resonancias. Esto es importante en esta Tesis, ya que la flexibilidad del pedestal influye de forma notable en la confiabilidad mecánica y en el desempeño general del sistema.

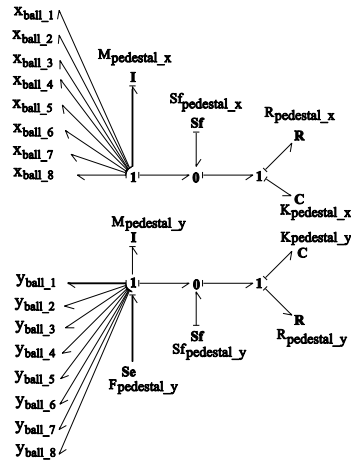


Figura 3-25: Submodelo en BG del Anillo Exterior

3.5.1.5 Submodelo Integral del Rodamiento 5-DOF

A continuación, todos los submodelos fueron interconectados en la secuencia adecuada para construir el modelo completo del rodamiento en 5-DOF, como se muestra en la Figura 3-26, donde se presenta el entorno de simulación implementado en 20-SIM.

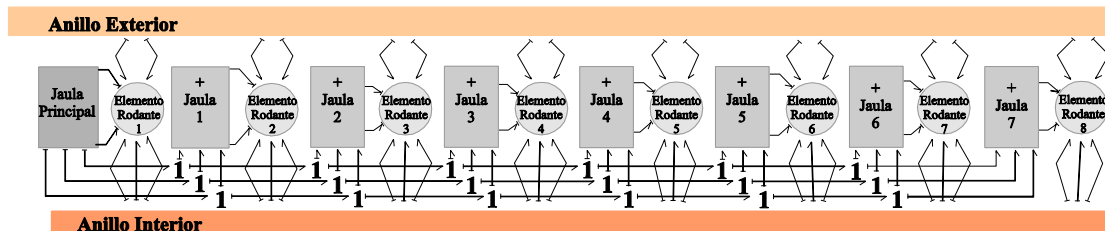


Figura 3-26: Submodelo del Rodamiento 5-DOF en 20-SIM.

Finalmente, el submodelo del rodamiento desarrollado en esta Tesis constituye un componente esencial dentro del sistema integral del aerogenerador, ya que, incorpora explícitamente la flexibilidad

estructural y la causalidad del flujo de energía en BG. Esto permite reproducir comportamientos dinámicos relevantes tales como la rigidez, los desplazamientos laterales del eje y la transferencia transitoria de carga, los cuales, resultan indispensables para representar la interacción rotor-rodamiento y su influencia sobre el comportamiento global del aerogenerador.

Este submodelo proporciona como salidas las fuerzas de reacción generadas en el contacto entre el eje y el rodamiento, principalmente en el plano radial y, cuando aplica, en dirección axial, así como el torque resistivo asociado a las pérdidas por fricción. Adicionalmente, se obtienen los desplazamientos laterales dinámicos del eje en la zona del rodamiento, junto con sus velocidades y aceleraciones, lo que permite describir la respuesta mecánica local del eje y la forma en que las cargas se transmiten de manera transitoria hacia el pedestal.

Es importante mencionar que en este estudio no se incorporaron funciones de diagnóstico; sin embargo, la estructura propuesta establece una base metodológica sólida para trabajos futuros orientados al monitoreo de condición y a la detección temprana de fallas, a partir de patrones dinámicos identificables (variaciones periódicas del torque, fluctuaciones en la velocidad angular, respuestas transitorias anómalas), asociados a procesos de degradación, tales como el desgaste de los elementos rodantes, falta de lubricación, desalineaciones crecientes, entre otros.

3.6 Modelado del Generador Síncrono de Imanes Permanentes

El generador es el encargado de convertir la energía mecánica obtenida por el rotor del aerogenerador en energía eléctrica. Para el diseño del PMSG, se toma como base la teoría desarrollada en la Sección 2.8, correspondiente a las máquinas síncronas, recordando que una máquina síncrona puede operar tanto como motor como generador, ya que físicamente se trata de la misma máquina; la diferencia radica en el sentido del flujo de energía y en la entrada aplicada al sistema.

En esta Tesis se adapta el modelo presentado por [34], como base para la implementación de un generador PMSG. Asimismo, en la Figura 3-27 se presenta un modelo en BG de una máquina síncrona, formulado en el sistema trifásico (abc), con base en [31].

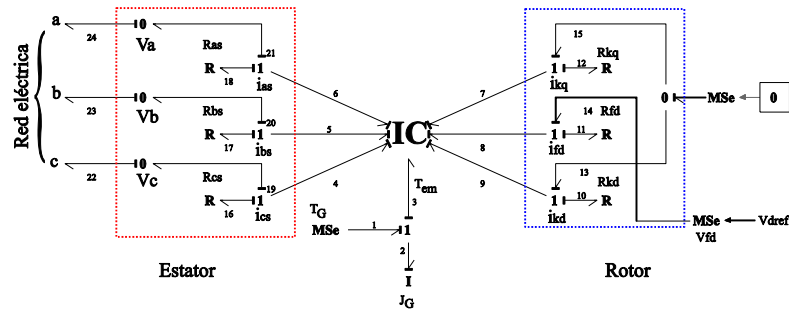


Figura 3-27: Submodelo en BG de una máquina síncrona trifásica.

Tal como lo explican en [34], el comportamiento eléctrico y electromecánico de la mayoría de las máquinas síncronas puede modelarse a partir del conjunto de ecuaciones correspondiente a la máquina síncrona trifásica de polos salientes. Este modelo proporciona una base suficientemente general para representar diversas configuraciones de máquinas síncronas y, con modificaciones menores, permite predecir el rendimiento de un generador síncrono.

El rotor de la máquina síncrona incorpora un devanado de campo o, en el caso del PMSG, imanes permanentes que establecen el flujo magnético en el eje directo (d). Además, pueden existir devanados amortiguadores asociados al eje en cuadratura (q), los cuales participan en la dinámica transitoria. La máquina de polos salientes presenta una asimetría magnética debido a la diferencia geométrica entre los ejes d y q , lo que da lugar a inductancias específicas en cada eje.

Dicha asimetría introduce complejidad en la formulación matemática. Sin embargo, con el fin de simplificar suele emplearse un cambio de variables mediante la transformada de Park, trasladando las variables del estator a un sistema de referencia rotatorio vinculado al rotor. No obstante, para propósitos de modelado y simulación en BG, estas variables también pueden formularse en un sistema trifásico abc, como en la Figura 3-27.

Para realizar el modelo de la máquina síncrona, se asume lo siguiente:

- Se desprecian los efectos de histéresis y saturación magnética.
- Los devanados del estator son idénticos y distribuidos sinusoidalmente.
- Las corrientes en los devanados amortiguadores del rotor pueden circular tanto por el devanado en jaula como en el hierro macizo.
- Las ranuras del estator no producen variaciones significativas de las inductancias del rotor con respecto a su posición angular.

En el modelo presentado en la Figura 3-27, las resistencias R_S representan las pérdidas eléctricas en los devanados del estator; las inductancias propias del estator y del circuito equivalente del rotor del sistema eléctrico se agrupan en el puerto IC, el cual permite el acoplamiento entre el estator y el rotor, descrito mediante las ecuaciones (2-151), (2-152), (2-161) y (2-162). Los elementos R_{kd} , R_{kq} y R_{Fd} corresponden a los parámetros eléctricos del rotor.

Dado que la máquina opera en modo generador, los bonds de las fases del estator están orientados hacia el exterior de las uniones tipo puerto-1, puesto que la corriente fluye desde la máquina hacia la carga. De manera equivalente, el elemento mecánico T_G recibe el torque mecánico proveniente del tren de potencia y entrega el torque electromagnético T_{em} al sistema eléctrico (bond orientado hacia el elemento IC).

Por último, la parte mecánica incluye la inercia J_G , el torque mecánico T_G transmitido por el tren de potencia, y el torque electromagnético T_{em} como se menciona en [34], el cual está representado por el bond 3 del modelo de BG de la Figura 3-27, definido en la ecuación (2-166). Donde T_G se define como:

$$T_G = T_t - T_{hub} - T_{shaft} - T_B \quad (3-21)$$

donde T_{hub} , T_{shaft} y T_B representan torque resistivos equivalentes asociados a pérdidas en el buje, el eje y los rodamientos.

En el modelo de BG de la Figura 3-27, la relación entre el torque electromagnético del generador y la velocidad angular del tren mecánico se obtiene a partir del balance dinámico del submodelo electromecánico. Dado que el aerogenerador opera sin caja de engranes, la velocidad angular del rotor, del eje, del anillo interior del rodamiento y del generador coinciden, y se denota de forma general como ω . De acuerdo con la ecuación (2-167) esta relación se reescribe como:

$$T_{em} = T_G - J_G \frac{d}{dt} \omega \quad (3-22)$$

donde ω representa la velocidad angular común del sistema, T_{em} el torque electromagnético generado por el PMSG, y T_G es el torque mecánico aplicado al generador. Esta expresión describe el equilibrio dinámico entre el torque mecánico de entrada, el torque electromagnético y la aceleración angular del generador.

3.7 Conclusiones

El Capítulo 3 desarrolló el modelo integral de un aerogenerador de baja potencia para uso residencial, integrando aspectos aerodinámicos, estructurales, mecánicos y electromecánicos en BG. Esta metodología permitió modelar la conversión de energía desde el viento hasta la generación eléctrica, considerando pérdidas y acoplamientos dinámicos, de modo que ningún componente principal del aerogenerador fue tratado como ideal.

En la sección dedicada a las aspas HAWT y VAWT, se implementaron los métodos BEM y DMST, respectivamente, lo que permitió representar el ángulo de ataque, el coeficiente de potencia C_p , las fuerzas tangencial y normal, así como el torque aerodinámico disponible en cada elemento. La integración del modelo estructural RBM+FEM permitió obtener masas, inercias y las matrices de rigidez y amortiguamiento asociadas a la dinámica de cada aspa, lo cual establece la relación entre la aerodinámica y la respuesta estructural.

En el modelado del rotor, se integraron los aportes aerodinámicos de cada aspa, se obtiene el torque T_t y la velocidad angular ω_{rotor} . Esta etapa permitió cuantificar la contribución de cada elemento y analizar el efecto del número de aspas sobre el C_p .

El modelado del eje incluyó dos metodologías complementarias. La primera corresponde al modelo estructural RBM+FEM, adecuado para análisis de potencia, torque e inercias equivalentes con bajo costo computacional. La segunda metodología consiste en un modelo del eje con 3-DOF, basado en tres puntos de interés, que permite describir desplazamientos laterales, vibraciones flexión y torsión, apropiado para estudios más precisos del comportamiento dinámico. En ambos métodos se consideran las matrices de rigidez y amortiguamiento. Ambos enfoques consideran explícitamente las matrices de rigidez y amortiguamiento y permiten obtener la inercia equivalente transmitida a los rodamientos J_{shaft} , parámetro fundamental para el desempeño del aerogenerador.

En cuanto a los rodamientos mecánicos, se desarrolló un modelo completo en BG a partir de la formulación 5-DOF con base en [63], incorporando los submodelos del anillo interior acoplado al eje, anillo exterior con soporte, jaula y elementos rodantes. Este nivel de detalle permitió representar de forma adecuada la fricción, las cargas radiales y el comportamiento dinámico del rodamiento, aspectos relevantes en aerogeneradores de baja potencia donde incluso pérdidas pequeñas pueden afectar significativamente el arranque y la eficiencia. A partir de este submodelo se obtienen la inercia

equivalente J_G y la velocidad angular del anillo interior $\omega_i \approx \omega$, las cuales constituyen los parámetros de entrada al generador.

Finalmente, se realizó el modelo del generador PMSG en BG, considerando como base el modelo general de máquina síncrona trifásica. El acoplamiento electromecánico se integró explícitamente mediante el torque electromagnético T_{em} , lo que permite representar la conversión final de energía mecánica a eléctrica y cerrando el sistema completo del aerogenerador.

Los aerogeneradores HAWT y VAWT comparten la metodología general de modelado (BEM/DMST, RBM+FEM y representación en BG, sin embargo, existen diferencias aerodinámicas y estructurales importantes. En el HAWT, el viento se asume aproximadamente constante, y el aspa opera con el ángulo de ataque α casi constante, lo que permite utilizar modelo BEM convencional. A diferencia del VAWT, donde el ángulo de ataque la varía de forma azimutal $\alpha(\theta_i)$, por lo que es necesario emplear el modelo DMST para describir adecuadamente las regiones upwind ($0 - 180^\circ$) y downwind ($180 - 360^\circ$). Además, en el VAWT el eje vertical sujeta las aspas por medio de dos soportes, lo que modifica su representación estructural y el cálculo de la inercia equivalente.

En conjunto, el capítulo estableció un modelo integral del aerogenerador capaz de integrar todos los submodelos, desde la aerodinámica hasta la entrega de potencia eléctrica en el generador. Estas diferencias entre arquitecturas justifican su tratamiento separado en BG y permiten, en el Capítulo 4, comparar su respuesta dinámica y su desempeño bajo condiciones de operación equivalentes, mediante simulaciones y validaciones del sistema completo.

Capítulo 4

4 Integración, Simulación y Análisis del Sistema del Aerogenerador HAWT y VAWT

4.1 Introducción

En este capítulo se presenta la integración de los submodelos desarrollados en el Capítulo 3 para construir el modelo integral del aerogenerador de baja potencia para uso residencial, tanto en configuración HAWT como VAWT Darrieus Helicoidal. El sistema se modela mediante BG, considerando desde la interacción aerodinámica hasta la entrega de potencia eléctrica. Para ello se integran los modelos aerodinámicos (BEM/ DMST), estructurales (RBM/FEM), mecánicos, de transmisión y eléctricos (PMSG) diseñados en el capítulo previo.

En un aerogenerador sin caja de engranes, la misma velocidad angular se propaga a lo largo del tren de potencia y es común al rotor, al eje, al anillo interior del rodamiento y al PMSG. Las notaciones ω_{rotor} , ω_{hub} , ω_{shaft} , ω_i o ω_G se emplean únicamente para identificar el componente asociado dentro de cada submodelo.

La Figura 4-1 presenta un diagrama sintetizado del tren de potencia para el aerogenerador HAWT (Figura 4-1.a) y el VAWT (Figura 4-1.b), en el cual se ilustra la transmisión de la velocidad angular, la inercia equivalente y el torque a lo largo del sistema.

Por todo lo anterior, se cumple que:

- La velocidad angular es

$$\omega \approx \omega_{rotor} \approx \omega_{shaft} \approx \omega_i,$$

- El torque mecánico disponible a la entrada del generador es

$$T_G = T_t - T_{shaft} - T_B,$$

- Y el balance dinámico del submodelo electromecánico del PMSG es

$$J_G \frac{d}{dt} \omega = T_G - T_{em}$$

donde T_{em} representa el torque electromagnético generado por el PMSG.

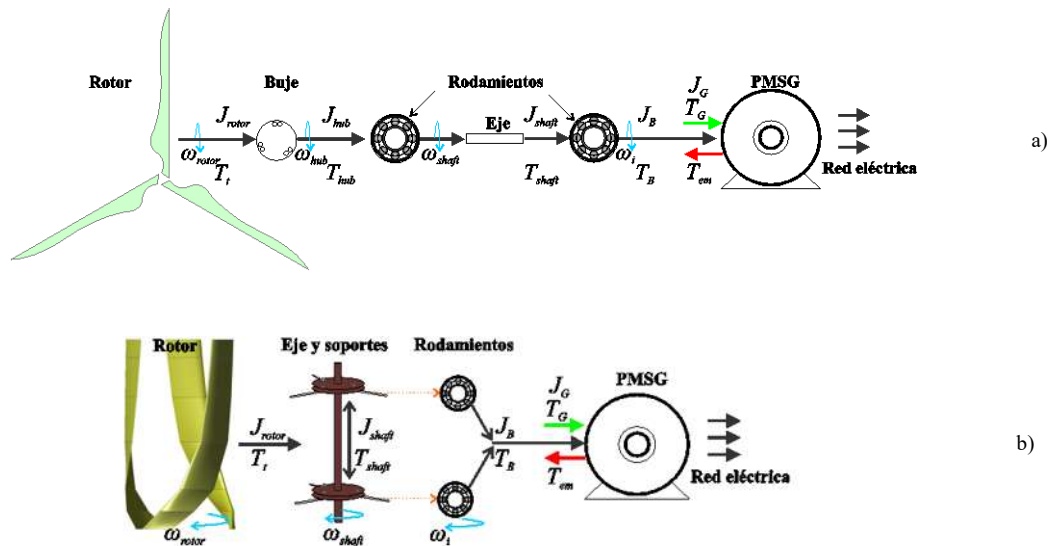


Figura 4-1: Diagrama del tren de potencia del aerogenerador de baja potencia sin caja de engranes: a) HAWT, b) VAWT.

Asimismo, a pesar de que en el Capítulo 3 se modelaron dos aerogeneradores VAWT con rotor Darrieus: tipo H y helicoidal, para la integración del sistema se optó por el diseño helicoidal. No obstante, el rotor tipo H puede alcanzar valores superiores del C_p (ventaja), pero su torque aerodinámico tiene variaciones bruscas en función de la posición azimutal en cada revolución, por lo que incrementan las vibraciones transmitidas al eje y los rodamientos, además, afectan el arranque del sistema y producen fuerzas aerodinámicas no deseadas.

En contraste, la geometría helicoidal distribuye la carga aerodinámica de forma continua a lo largo de la altura, suaviza los cambios del ángulo de ataque y reduce las oscilaciones instantáneas del torque. Por lo que su operación es más estable, con menos armónicos en el torque mecánico y una reducción significativa de vibraciones estructurales. Por estas razones, pese a que tenga un C_p menor, el rotor helicoidal es más adecuado para su integración con el eje, los rodamientos y el generador PMSG en el sistema del aerogenerador.

Es importante destacar que la dinámica del eje tiene diferente relevancia en ambos aerogeneradores. En una HAWT, el eje opera bajo cargas casi estacionarias y puede modelarse con una aproximación estructural simple, sin perder confiabilidad para el análisis del sistema integral. En cambio, en una VAWT Darrieus helicoidal el eje es parte activa de la interacción aerodinámica: las fuerzas tangenciales F_T y normales F_N varían con el ángulo azimutal θ_i y se distribuyen a lo largo de la altura del rotor, las cuales pueden provocar flexión, torsión y vibraciones laterales. Por ello, se requiere un

modelo que estime la inercia transmitida, para obtener valores más confiables del torque y la potencia mecánica.

Aún cuando se diseñaron dos modelos para el eje: el modelo estructural RBM+FEM y el modelo 3-DOF, en este capítulo se utiliza el modelo estructural RBM+FEM debido a que:

- Ofrece la suficiente resolución para obtener el torque transmitido, la velocidad angular del eje, la inercia equivalente que va hacia los rodamientos.
- Reduce la carga computacional, lo cual es decisivo, porque simular el sistema completo con aspas, rotor, eje, rodamientos y generador, en 20-SIM, conlleva un tiempo de simulación excesivamente largo.
- Asegura que los submodelos de las aspas, rotor, y rodamientos sean compatibles entre sí, lo que simplifica la unión en BG y en su posterior implementación en 20-SIM.

El modelo 3-DOF se conserva como una alternativa para el análisis avanzado de estudios donde se requiera determinar las vibraciones laterales, resonancias o efectos de excentricidad con mayor detalle; sin embargo, para el análisis del sistema integral del aerogenerador, el modelo estructural proporciona la precisión, estabilidad numérica y costo computacional necesaria.

A partir de esta integración, el capítulo presenta la simulación del sistema completo bajo condiciones de viento constantes y variables, con el objetivo de analizar la eficiencia aerodinámica y electromecánica de ambos aerogeneradores. Se obtienen las curvas de respuesta del $C_p, \lambda, \omega, T, P_{mecánica}$ y de la potencia eléctrica generada, proporcionando la base para comparar el desempeño entre los HAWT y los VAWT de baja potencia para uso residencial.

4.2 Sistema del Aerogenerador HAWT

La Figura 4-2 presenta la integración de los submodelos desarrollados en el Capítulo 3 para construir el sistema completo del aerogenerador HAWT. En el modelo de simulación se añade una sección de eje entre los rodamientos para la continuidad mecánica entre el rotor y el generador.

Para la simulación se utiliza un sistema que funciona de manera independiente (Figura 4-2). Este sistema únicamente incluye los componentes mecánicos y eléctricos del aerogenerador, no se contempla la conexión a controladores externos o electrónica de potencia adicional. Bajo esta

configuración se definen las condiciones de operación del sistema y las simplificaciones para el análisis son:

- El aerogenerador opera bajo condiciones ideales, es decir, extrae la máxima potencia aerodinámica correspondiente a su condición de operación.
- La velocidad del viento se mantiene constante o por debajo de su valor nominal, garantizando la operación en la región lineal de la curva de eficiencia.
- No se implementa ningún sistema de control del ángulo de paso β ; las aspas operan con un ángulo fijo.
- Se conecta directamente una carga resistiva trifásica balanceada a las terminales del generador PMSG, lo cual permite medir la potencia eléctrica sin utilizar componentes adicionales.
- La potencia eléctrica generada se evalúa de forma directa, sin regulación activa ni lazo de control.
- No se incluye la parte de electrónica de potencia (como convertidores DC-DC o inversores), ya que la regulación de potencia no forma parte del alcance de este estudio.
- No se implementan sistemas de frenado; el aerogenerador gira libremente conforme al viento aplicado y a la carga conectada.

Estas consideraciones permiten analizar el intercambio dinámico de energía entre los submodelos mecánicos y eléctricos, bajo condiciones del comportamiento estacionario del sistema.

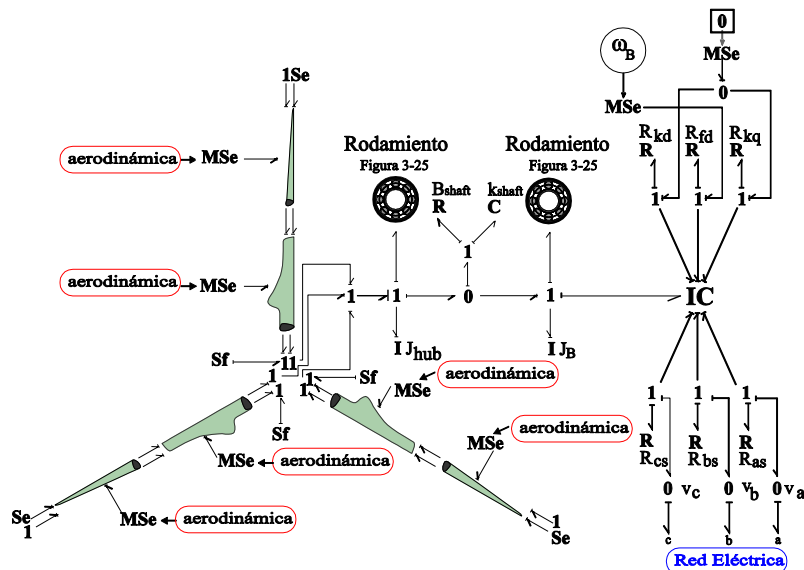


Figura 4-2: Sistema Completo del Aerogenerador HAWT conectado a la red eléctrica.

La estructura modular del modelo BG propuesto refleja de manera explícita las relaciones energéticas y dinámicas del sistema, por lo que permite analizar el desempeño global del aerogenerador bajo diferentes condiciones de operación. La inclusión detallada de la dinámica de los rodamientos, mediante parámetros de rigidez, amortiguamiento e inercia, resulta particularmente relevante para la evaluación de pérdidas mecánicas y para el estudio del comportamiento dinámico del tren de potencia.

Dado que cada submodelo se define utilizando datos de parámetros reales, el modelo puede adaptarse a diferentes tamaños de aerogeneradores y bajo entornos de operación. Además, su modelado consistente con la energía y el diseño a nivel de componente facilitan la futura integración con sistemas de control, algoritmos de detección de fallos y entornos computacionales que vinculan datos de sensores en tiempo real con modelos virtuales. Esto, a su vez, apoya el mantenimiento predictivo y la optimización operativa, mejorando sus aplicaciones para el diagnóstico en tiempo real y en los sistemas de soporte para tomar decisiones.

Las consideraciones anteriores permiten que el aerogenerador opere sin un control de velocidad, ya que el PMSG produce inherentemente una frecuencia de salida proporcional a la velocidad angular suministrada por el eje.

El modelo del Aerogenerador HAWT, se simula para evaluar su rendimiento dinámico bajo dos escenarios de viento: una velocidad de viento constante y un perfil de viento variable basado en datos reales. En ambos casos, se aplican condiciones iniciales apropiadas a las variables del sistema para garantizar respuestas transitorias y de estado estacionario confiables.

4.2.1 Perfil con Viento Constante.

El perfil del viento se define de la siguiente manera: la velocidad se modela mediante un incremento lineal (rampa). Al iniciar la simulación se aplica un viento constante de 5 m/s. En $t = 20$ s, la velocidad del viento aumenta linealmente desde 5 m/s hasta 15 m/s durante un período de 100 s (es decir, desde: $t = 20$ s hasta $t = 120$ s). Posteriormente, esta velocidad se mantiene en 15 m/s hasta el final de la simulación en $t = 200$ s. Se consideran condiciones iniciales apropiadas para el PMSG con el fin de eliminar su respuesta transitoria.

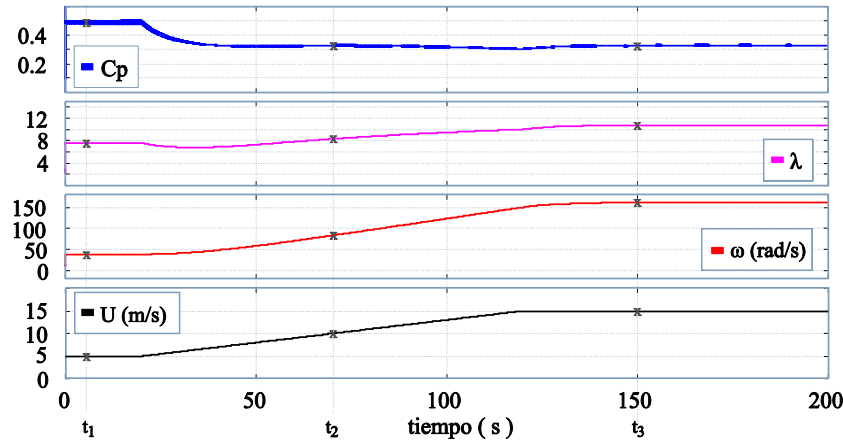


Figura 4-3: Curvas de respuesta aerodinámica de C_p , λ , ω y U con perfil con viento constante.

La Figura 4-3 muestra la evolución del coeficiente de potencia C_p , la relación de velocidad de punta λ , la velocidad angular ω , y el perfil de viento del aerogenerador, respectivamente. Un aumento en la velocidad del viento resulta en el correspondiente incremento de la velocidad del rotor. Además, se conserva la relación inversa entre C_p y λ : a medida que uno aumenta, el otro tiende a disminuir. Para analizar este comportamiento de manera cuantitativa, se seleccionan tres instantes de tiempo representativos, $t_1 = 10$ s, $t_2 = 70$ s y $t_3 = 150$ s. Los valores de las variables correspondientes, obtenidos de las curvas de la Figura 4-3, se resumen en la Tabla 4-1.

Tabla 4-1: Valores de C_p , λ , ω , y U para un perfil con viento constante, en diferentes instantes.

Tiempo	Variables
$t_1 = 10$ s	$C_{p1} \approx 0.5036$, $\lambda_1 \approx 7.61$, $\omega_1 \approx 38.1$ rad/s, $U_1 = 5$ m/s
$t_2 = 70$ s	$C_{p2} \approx 0.3291$, $\lambda_2 \approx 8.31$, $\omega_2 \approx 83.1$ rad/s, $U_2 = 10$ m/s
$t_3 = 150$ s	$C_{p3} \approx 0.3276$, $\lambda_3 \approx 10.75$, $\omega_3 \approx 161.4$ rad/s, $U_3 = 15$ m/s

La potencia extraída por el aerogenerador pasa por un proceso de conversión, desde la entrada aerodinámica hasta la salida eléctrica (ver Figura 4-1.a). Por lo tanto, es esencial mantener en observación el flujo de potencia en cada etapa de los submodelos. La Figura 4-4 presenta las curvas de potencia correspondientes al buje, el eje, los rodamientos, el generador, y la carga eléctrica.

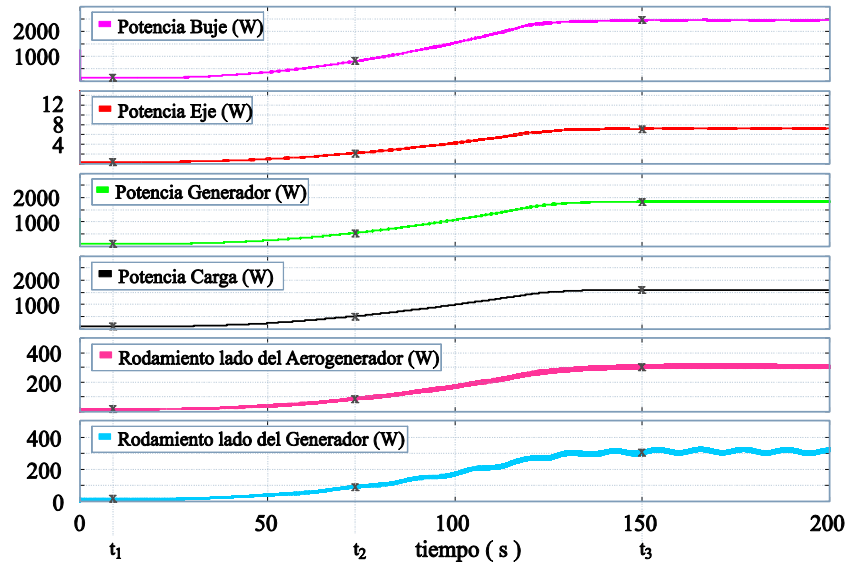


Figura 4-4: Curvas de potencias de los submodelos con perfil de viento constante.

Las respuestas de potencia siguen al perfil de viento, inicialmente constante con un incremento de rampa, presentando oscilaciones en cada etapa del sistema, las cuales son menos pronunciadas en la potencia de carga (P_C), el nivel de potencia más alto se observa en el buje (P_H), mientras que el más bajo ocurre en el eje (P_S). En los rodamientos, el del lado del aerogenerador (P_{BT}) y el del lado del generador (P_{BG}), presentan casi el mismo valor de potencia. La diferencia reside en que el rodamiento del lado del generador (P_{BG}) presenta oscilaciones de baja frecuencia. Los valores de potencia de la Figura 4-4, se resumen en la Tabla 4-2 los valores de potencia en los mismos instantes de tiempo ($t_1 = 10$ s, $t_2 = 70$ s y $t_3 = 150$ s).

 Tabla 4-2: Valores de P_H , P_S , P_G , P_C , P_{BT} y P_{BG} , con perfil de viento constante en diferentes instantes.

Tiempo	Potencia
$t_1 = 10$ s	$P_{H1} \approx 140$ W, $P_{S1} \approx 0.42$ W, $P_{G1} \approx 103.35$ W, $P_{C1} \approx 102.35$ W, $P_{BT1} \approx 18.08$ W, $P_{BG1} \approx 18.79$ W.
$t_2 = 70$ s	$P_{H2} \approx 731.8$ W, $P_{S2} \approx 2.0$ W, $P_{G2} \approx 497$ W, $P_{C2} \approx 474.1$ W, $P_{BT2} \approx 72.1$ W, $P_{BG2} \approx 87.8$ W.
$t_3 = 150$ s	$P_{H3} \approx 2459.3$ W, $P_{S3} \approx 7.2$ W, $P_{G3} \approx 1828.7$ W, $P_{C3} \approx 1610$ W, $P_{BT3} \approx 306.4$ W, $P_{BG3} \approx 314.5$ W.

Los valores de potencia en los tres instantes seleccionados confirman la conservación de la energía dentro del modelo del aerogenerador. En cada instante, y basándose en los valores mostrados en la Tabla 4-1, se verifica el equilibrio de la potencia. Por ejemplo, en $t_3 = 150$ s: La potencia mecánica en el buje (P_H) es de 2459 W. La potencia aerodinámica máxima disponible (Potencia Teórica

Ecuación (2-22)), basada en el perfil de viento, es de aproximadamente 7504 W. Esta relación implica que, para el instante t_3 , el aerogenerador está operando con un coeficiente de potencia de $C_p \approx 2459 \text{ W}/7504 \text{ W} \approx 0.3277$. Este valor de C_p es consistente con una operación a una relación de velocidad de punta de $\lambda_3 \approx 10.75$, y justifica la potencia extraída por el modelo.

La eficiencia del generador PMSG en el instante $t_3 = 150 \text{ s}$ es de 88.04 %, la cual se calcula con la potencia en la carga ($P_{C3} \approx 1610 \text{ W}$) entre la potencia de entrada ($P_{G3} \approx 1828.7 \text{ W}$). La potencia de entrada es la potencia mecánica que sale del rodamiento e ingresa al generador.

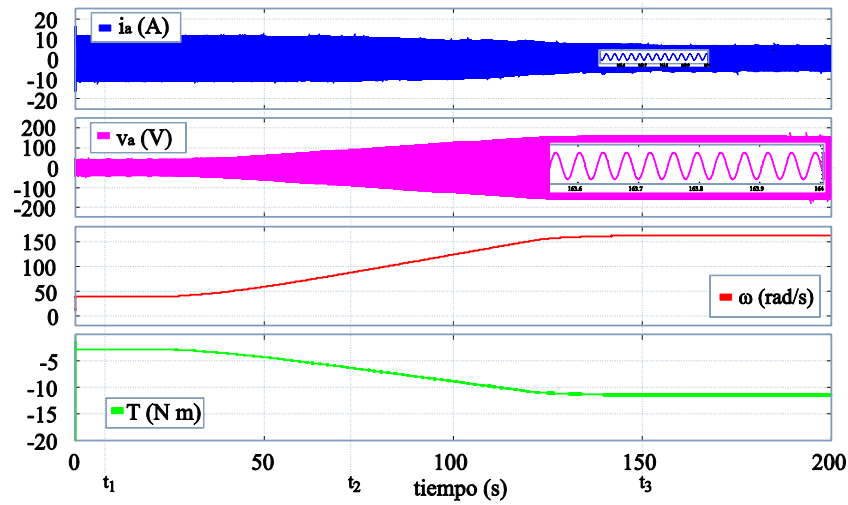


Figura 4-5: Curvas de las variables eléctricas para un perfil de viento constante.

La Figura 4-5 presenta la respuesta dinámica del aerogenerador para el perfil de viento constante, presentando el cambio de la corriente i_a , el voltaje v_a , la velocidad angular ω y el torque. Para la respuesta de corriente i_a , se observa que alcanza un pico en 10.6 A a una velocidad de viento de 5 m/s, y disminuye a 6.78 A cuando la velocidad aumenta a 15 m/s. La respuesta de voltaje v_a , por su parte, aumenta de 40 V a 158 V (valores pico, mostrando solo una de las tres fases). Este comportamiento demuestra que, para entregar la potencia de carga de 1610 W, el sistema favorece el aumento del voltaje. En cuanto a la dinámica mecánica, el valor del torque para la condición de estado estacionario en t_3 , es de $11.57 \text{ N} \cdot \text{m}$ (correspondiente a una velocidad de viento de 15 m/s y una velocidad angular de 158 rad/s), el cual coincide con el rendimiento del modelo propuesto. La Figura 4-5 también muestra cómo la velocidad del generador alcanza su valor final de 158 rad/s $\approx 1511 \text{ rpm}$ alcanzando el estado estacionario.

4.2.2 Perfil con Viento Variable

El comportamiento dinámico del modelo puede evaluarse de manera más efectiva utilizando un perfil de viento variable. Por lo que, se realiza una segunda simulación basada en el perfil de viento variable (obtenido de datos reales de viento) presentada en la Figura 4-6, la cual muestra los resultados de la simulación para C_p , λ , ω y U .

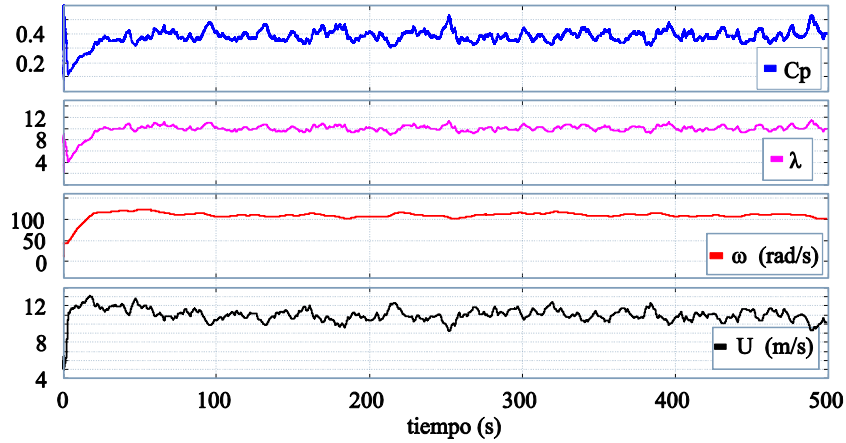


Figura 4-6: Curvas de respuesta aerodinámica de C_p , λ , ω y U con perfil de viento variable.

El perfil de viento variable se caracteriza por fluctuaciones constantes entre aproximadamente 5 m/s y 13 m/s, sin alcanzar un estado estacionario evidente, lo que introduce el comportamiento dinámico en el sistema. Además, la velocidad ω sigue el comportamiento de las variaciones del viento, aunque con una respuesta más amortiguada debido a la inercia rotacional del rotor y del generador (J_{rotor} , J_{hub} , etc., como se mostró en la Figura 4-1.a).

En lo que respecta a λ y C_p , también oscilan continuamente en respuesta a los cambios de ω y U . Los valores promedio del C_p , λ y ω se mantienen contenidos debido a la velocidad del viento relativamente baja y al tiempo de la simulación. A medida que las condiciones del viento fluctúan, el comportamiento dinámico de cada etapa del sistema responde de manera acorde, lo que valida la resolución del modelo propuesto. De manera similar, las Figura 4-7 y Figura 4-8 presentan las respuestas de potencia y eléctricas bajo condiciones de viento variable, respectivamente.

Basado en datos reales, este perfil provoca fluctuaciones notables en todas las variables del sistema, el C_p , λ y ω no alcanzan un estado estacionario, sino que oscilan en respuesta a las variaciones del viento. Por lo tanto, las salidas mecánicas y las eléctricas se ven afectadas, observando variaciones

en la potencia, la corriente y el voltaje. Estos resultados demuestran que el modelo tiene la capacidad de responder a los efectos transitorios y no lineales, bajo condiciones de viento variable, destacando la importancia de un modelado dinámico robusto para una evaluación confiable del rendimiento y el diseño de sistemas de control.

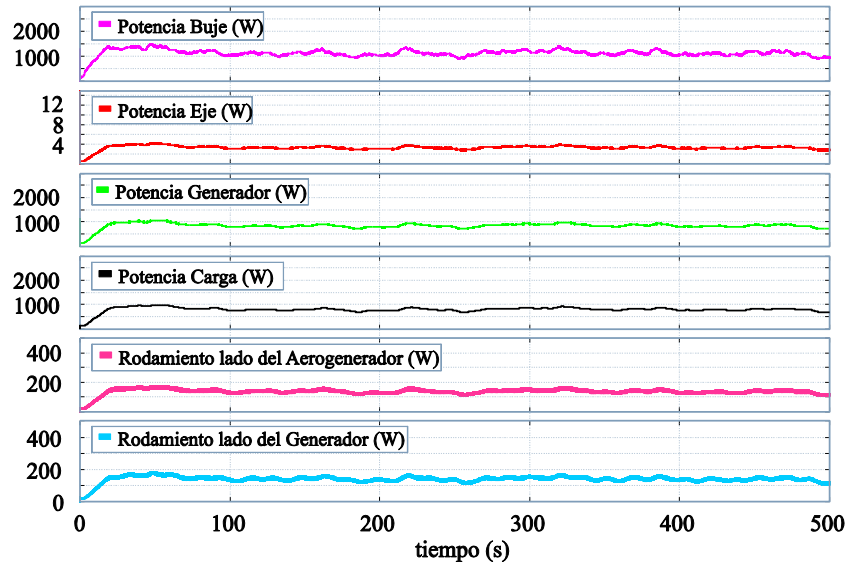


Figura 4-7: Curvas de potencias de los submodelos con perfil de viento variable.

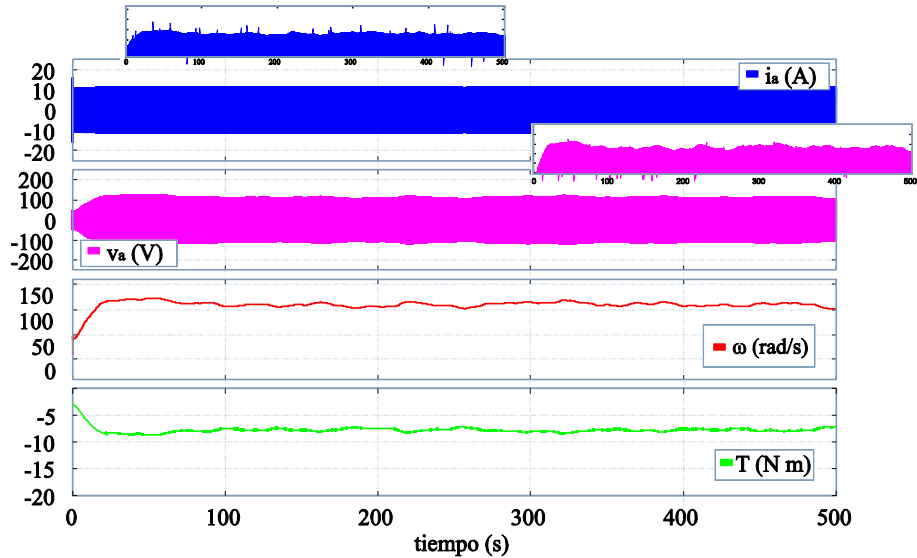


Figura 4-8: Curvas de las variables eléctricas con perfil de viento variable.

En la Figura 4-7, se observa que las curvas de potencia (Buje, Eje, Generador, Carga) responden a las oscilaciones del viento y de la velocidad ω . Para este caso, la potencia de la carga P_C es ligeramente inferior a la potencia del buje (P_H) debido a las pérdidas mecánicas y de conversión. La fluctuación en P_C es un resultado directo de la operación sin control.

Se muestra en la Figura 4-8, el voltaje (v_a) y la corriente (i_a) con amplitudes que varían constantemente, reflejando el comportamiento no estacionario del sistema. A diferencia del caso constante, donde v e i convergieron a un valor estable, aquí las amplitudes de las ondas sinusoides están controladas por el perfil de viento en tiempo real.

4.3 Sistema del Aerogenerador VAWT

En la Figura 4-9 se presenta la integración de los submodelos desarrollados en el Capítulo 3 para formar el sistema completo del aerogenerador VAWT Darrieus helicoidal. A diferencia del caso HAWT, en el VAWT sí se considera el submodelo del eje estructural, ya que el eje vertical está sometido a fuerzas aerodinámicas variables a lo largo de su altura (producidas por la variación del ángulo azimutal θ_i y la acción del flujo relativo en cada elemento del aspa), por lo que su dinámica influye directamente en el torque transmitido y la inercia equivalente que llega a los rodamientos.

Para la simulación del modelo de la Figura 4-9, incluye solo los componentes mecánicos y eléctricos del aerogenerador. Por lo que, para el análisis se asumen las siguientes condiciones de operación:

- El aerogenerador opera bajo condiciones ideales, se extrae la máxima potencia aerodinámica disponible para la velocidad del viento asignada.
- La velocidad del viento se mantiene constante o por debajo del valor nominal, para lograr que opere en la región lineal de la curva de eficiencia.
- Las aspas helicoidales operan con β fijo, de acuerdo con el funcionamiento característico de los rotores Darrieus.
- Se conecta una carga resistiva trifásica balanceada directamente en las terminales del generador PMSG.
- La potencia eléctrica generada no se controla.
- En la simulación, no se consideran elementos de electrónica de potencia.
- El aerogenerador gira libremente según la acción del viento y la carga aplicada.

Asumir las condiciones de operación, facilita el análisis dinámico de energía entre los submodelos, bajo un entorno suficientemente representativo del comportamiento estacionario del aerogenerador. En particular, en el VAWT helicoidal la interacción entre el rotor, el eje estructural y los rodamientos mecánicos es fundamental, ya que la geometría helicoidal suaviza las variaciones de torque, pero

introduce fuerzas distribuidas a lo largo del eje que deben representarse para estimar adecuadamente la inercia transmitida y el desempeño integral del sistema.

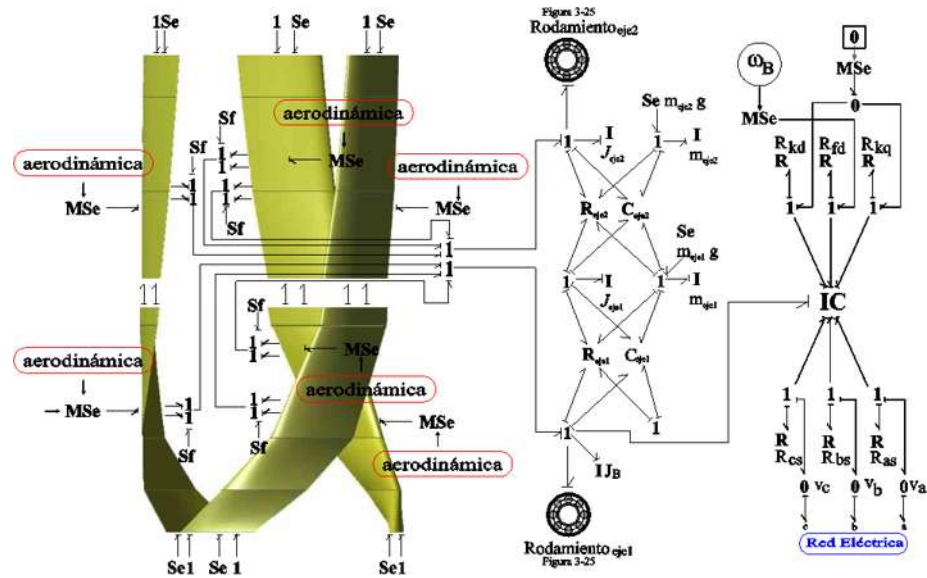


Figura 4-9: Sistema Completo del Aerogenerador VAWT Darrieus helicoidal conectado a la red eléctrica.

4.3.1 Perfil con Viento Constante

El perfil del viento se define de la siguiente manera: la velocidad se modela mediante una señal por tramos con un incremento lineal con pendiente constante de 0.166 m/s^2 . Al inicio de la simulación se aplica un viento constante de 5 m/s . en $t = 10 \text{ s}$, la velocidad del viento aumenta linealmente desde 5 m/s hasta 15 m/s durante un período de 60 s (es decir, desde $t = 10 \text{ s}$ hasta $t = 70 \text{ s}$). Enseguida se mantiene la velocidad en 15 m/s hasta el final de la simulación en $t = 100 \text{ s}$. Se consideran condiciones iniciales apropiadas para el PMSG con el fin de minimizar la respuesta transitoria.

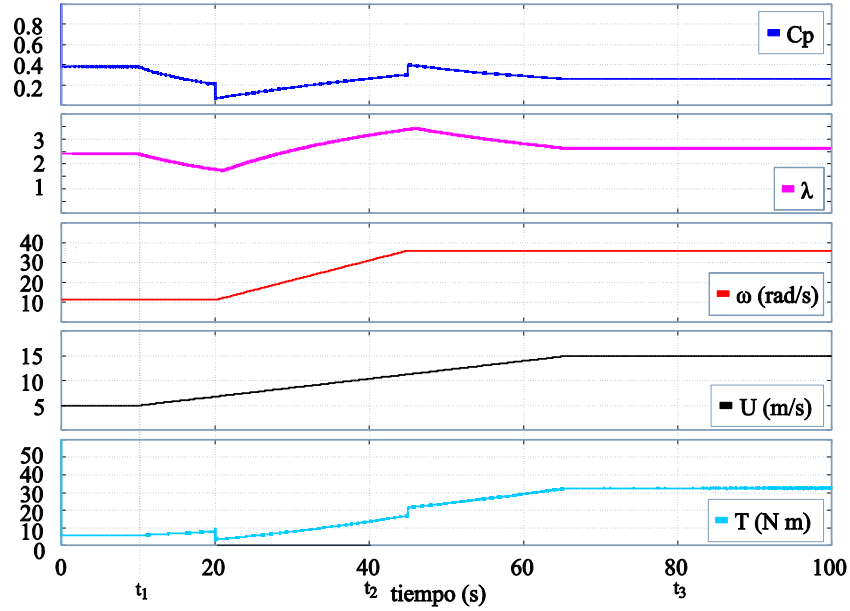


Figura 4-10: Curvas de respuesta aerodinámica de C_p , λ , ω y U con perfil con viento constante.

La Figura 4-10 muestra la evolución del C_p , λ , ω y T_G , respectivamente. Se observa que un aumento en la velocidad del viento produce el correspondiente incremento de la velocidad del rotor y del torque, lo cual concuerda con el comportamiento esperado de un aerogenerador de sustentación. Asimismo, se aprecia que el C_p presenta variaciones pequeñas ante el incremento de la velocidad del viento, cuando alcanza el régimen estacionario a partir del tiempo de simulación de 70 s con un $C_p \approx 0.2625$ y así se mantiene con el valor de $\lambda \approx 2.623$. Con el fin de analizar el comportamiento se seleccionan tres instantes representativos: $t_1 = 10$ s, $t_2 = 40$ s y $t_3 = 80$ s. En cuanto a la dinámica mecánica, para el instante t_3 se obtiene un $T_G \approx 32.50$ N · m para $U = 15$ m/s y $\omega \approx 36.13$ rad/s, lo cual corresponde al estado estacionario. Los valores obtenidos de la Figura 4-10, se presentan en la Tabla 4-3.

Tabla 4-3: Valores de C_p , λ , ω , y U para perfil con viento constante, diferentes instantes.

Tiempo	Variables
$t_1 = 10$ s	$C_{p1} \approx 0.395$, $\lambda_1 \approx 2.41$, $\omega_1 \approx 11.25$ rad/s, $U_1 = 5$ m/s, $T_G \approx 5.05$ N · m
$t_2 = 40$ s	$C_{p2} \approx 0.2305$, $\lambda_2 \approx 3.24$, $\omega_2 \approx 30.16$ rad/s, $U_2 = 10$ m/s, $T_G \approx 13.75$ N · m
$t_3 = 80$ s	$C_{p3} \approx 0.2625$, $\lambda_3 \approx 2.623$, $\omega_3 \approx 36.13$ rad/s, $U_3 = 15$ m/s, $T_G \approx 32.50$ N · m

Como se presenta en la Figura 4-9, la potencia generada por el submodelo aerodinámico se transmite a través del tren de potencia, donde se presentan pérdidas asociadas a los distintos submodelos del sistema. Por lo anterior, la Figura 4-11 presenta la evolución de la potencia en el tren mecánico del sistema integral del aerogenerador VAWT helicoidal. La potencia mecánica corresponde a la potencia

transferida al generador, mientras que la potencia disipada representa las pérdidas mecánicas totales del tren de potencia, las cuales incluyen las contribuciones de las aspas, el rotor, el eje y los soportes, la estructura y los rodamientos.

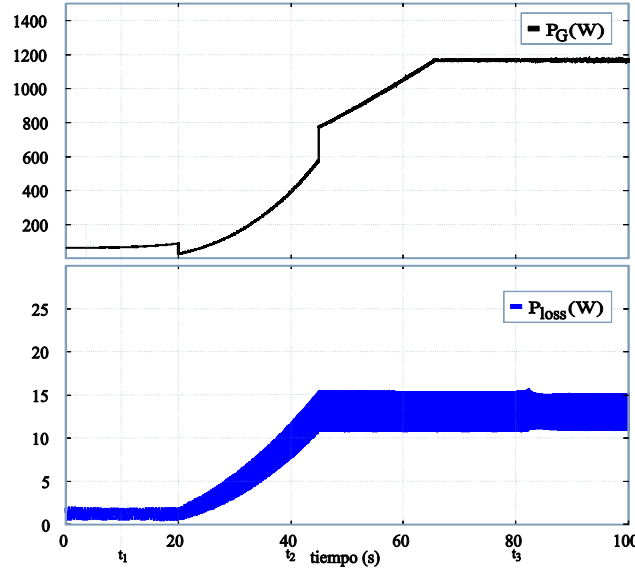


Figura 4-11: Potencia extraída y potencia de pérdidas hasta los rodamientos.

A partir de la Figura 4-11 se observa que, conforme incrementa la velocidad del viento durante el periodo de aceleración del rotor, la potencia mecánica transmitida hacia el generador aumenta progresivamente hasta alcanzar el régimen de operación aproximadamente estable. Por ejemplo, en el instante $t_2 = 40$ s la potencia entregada al generador alcanza un valor aproximado de $P_{G2} \approx 400$ W. De forma similar, las pérdidas mecánicas totales del tren de potencia también se incrementan con la velocidad de operación, debido al aumento de la velocidad angular ω y del T , alcanzando un valor cercano a $P_{loss2} \approx 13.75$ W. En consecuencia, la potencia mecánica disponible antes de considerar dichas pérdidas es de 413.75 W. Los valores de potencia obtenidos de la Figura 4-11 se resumen en la Tabla 4-4 utilizando los mismos instantes de tiempo: $t_1 = 10$ s, $t_2 = 40$ s y $t_3 = 80$ s.

Tabla 4-4: Valores de $P_{mecánica}$, P_G y P_{loss} , con perfil de viento constante en diferentes instantes.

Tiempo	Potencia
$t_1 = 10$ s	$P_{mecánica1} \approx 64.375$ W, $P_{G1} \approx 62.50$ W, $P_{loss1} \approx 1.875$ W.
$t_2 = 40$ s	$P_{mecánica2} \approx 413.75$ W, $P_{G3} \approx 400.00$ W, $P_{loss3} \approx 13.75$ W.
$t_3 = 80$ s	$P_{mecánica3} \approx 1184.75$ W, $P_{G3} \approx 1168.8$ W, $P_{loss3} \approx 15.95$ W.

Los valores de potencia en los tres instantes seleccionados confirman la conservación de la energía dentro del modelo del aerogenerador. En cada instante, y basándose en los valores mostrados en la Tabla 4-3, se verifica el equilibrio de la potencia. Por ejemplo, en el instante $t_3 = 80$ s: La potencia mecánica de entrada al generador es $P_{G3} \approx 1168.8$ W. La potencia aerodinámica máxima disponible (Potencia Teórica Ecuación (2-22)), basada en el perfil de viento, es de aproximadamente 4527 W. Esta relación implica que, para el instante t_3 , el aerogenerador está operando con un coeficiente de potencia de $C_p \approx 1169 \text{ W}/4527 \text{ W} \approx 0.2582$. Este valor de C_p es consistente con una operación a una relación de velocidad de punta de $\lambda_3 \approx 2.62$, y justifica la potencia extraída por el modelo.

4.3.2 Perfil con Viento Variable

Una parte que es fundamental verificar en el modelo propuesto es su comportamiento dinámico ante condiciones de viento no estacionarias, ya que en aplicaciones reales (especialmente en entornos urbanos) la velocidad del viento presenta cambios continuamente. Por ello, se realiza una simulación considerando un perfil de viento variable, de manera análoga a lo desarrollado para el aerogenerador HAWT.

La Figura 4-12 muestra la respuesta del aerogenerador VAWT helicoidal ante este perfil, presentando la evolución temporal del C_p , λ , ω , U y T . Se observa que las variaciones en $U(t)$ producen cambios en la velocidad de rotación y en el torque transmitido, lo cual muestra que el modelo reproduce adecuadamente el acoplamiento aerodinámico–mecánico del sistema. Asimismo, C_p y λ oscilan alrededor de valores promedio, reflejando el desplazamiento del punto de operación conforme cambian las condiciones del viento.

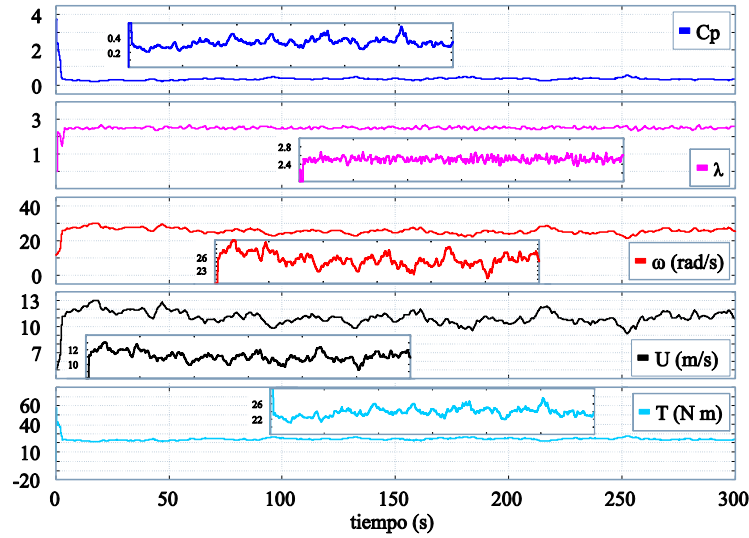


Figura 4-12: Curvas de respuesta aerodinámica de C_p , λ , ω , U y T_G con perfil de viento variable.

El viento aplicado presenta fluctuaciones alrededor de un valor medio, en un intervalo aproximado de 10 m/s a 13 m/s, sin alcanzar un estado estacionario definido. Bajo estas condiciones, ω sigue la tendencia del viento con una respuesta amortiguada, atribuida a la inercia rotacional del rotor y del generador. En consecuencia, λ y C_p muestran variaciones continuas debido a su dependencia de U y ω . De forma similar, el T_G presenta cambios asociados a la transferencia de torque y potencia desde el rotor hacia el generador.

Se muestra en la Figura 4-13, el voltaje de fase (v_a) y la corriente de fase (i_a) del generador, correspondientes a una sola fase. Ambas variables muestran señales sinusoidales propias de su comportamiento trifásico, cuya amplitud varía debido a las condiciones del viento no estacionarias. Esto indica que el sistema opera bajo un régimen no estacionario, consistente con un perfil de viento variable: cuando cambia $U(t)$, cambia $\omega(t)$ y por tanto cambian las condiciones electromecánicas del PMSG. Se aprecia que v_a mantiene una onda sinusoidal y presenta valores picos alrededor de 31.25 a 50 V aproximadamente, mientras que i_a presenta valores picos aproximadas de 13.75 a 15 A, lo cual indica cambios en la potencia instantánea entregada por el sistema.

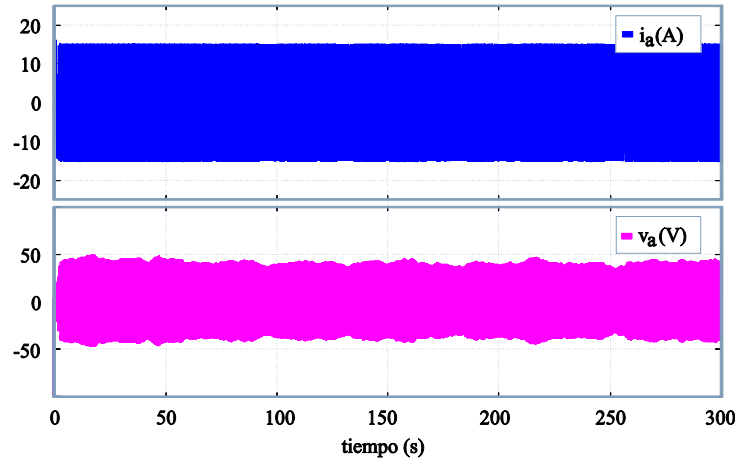


Figura 4-13: Curvas de las variables eléctricas con perfil de viento variable.

En conjunto, estos resultados confirman que el modelo integral desarrollado en BG reproduce adecuadamente la respuesta eléctrica del aerogenerador VAWT helicoidal bajo viento variable, permitiendo analizar el desempeño en condiciones más realistas y sirviendo como base para estudios posteriores de control, operación y calidad de energía.

4.4 Comparación del desempeño de los aerogeneradores HAWT y VAWT helicoidal

La integración del sistema completo con BG permite comparar cuantitativamente el desempeño del aerogenerador HAWT y del VAWT Darrieus helicoidal bajo perfiles de viento constante y variable. Esta comparación se realiza considerando las variables aerodinámicas, mecánicas y eléctricas obtenidas en las simulaciones, evaluando su relevancia para aplicaciones de baja potencia en entornos residenciales o aislados, donde el viento puede presentar variaciones significativas en magnitud y dirección.

4.4.1 Desempeño Aerodinámico (C_p , λ y β)

El sistema del aerogenerador HAWT presenta curvas de $C_p(\lambda, \beta)$ bien definidas, con un máximo elevado y una respuesta estable. Bajo viento constante, las simulaciones muestran que el $C_p \approx 0.5$ con velocidades de viento alrededor de 5 m/s. Conforme aumenta U , ω crece proporcionalmente y λ aumenta, lo que reduce ligeramente el C_p , tal como predice la teoría BEM. En general, el HAWT opera con oscilaciones reducidas, lo cual indica una conversión aerodinámica eficiente y un comportamiento dinámico favorable.

El sistema del aerogenerador VAWT Darrieus helicoidal, se obtienen valores típicos para rotores por sustentación, con C_p aproximadamente de 0.2 a 0.4, dependiendo del punto de operación. Además, la evolución de ω es más amortiguada ante variaciones del viento, debido a la inercia del rotor vertical y del eje estructural modelado (RBM+FEM). Adicionalmente, la geometría helicoidal contribuye a suavizar las oscilaciones aerodinámicas durante la rotación, reduciendo fluctuaciones en variables como λ y C_p .

En conclusión, el HAWT presenta mayor eficiencia aerodinámica, mientras que el VAWT helicoidal ofrece una respuesta más favorable frente a condiciones de viento variable, lo cual lo hace atractivo para aplicaciones urbanas o sitios con turbulencia.

4.4.2 Respuesta Mecánica y Estructural del Tren de Potencia

Para el sistema HAWT, las simulaciones muestran una transmisión de potencia con variaciones suaves y un flujo de potencia mecánica estable hacia el generador. Las pérdidas mecánicas asociadas al eje y elementos de soporte son reducidas ($P_S \ll P_H$), de modo que la potencia transferida al PMSG alcanza el régimen permanente en el instante final de análisis ($t_3 = 150$ s). Asimismo, ambos rodamientos presentan potencias similares y oscilaciones pequeñas, lo cual sugiere una carga lateral limitada y condiciones de operación mecánica favorables. Este comportamiento contribuye a mejorar el rendimiento global y puede reducir el desgaste mecánico en operación prolongada.

Por otro lado, el VAWT Darrieus helicoidal, debido a su principio de funcionamiento y a la variación del esfuerzo aerodinámico a lo largo de una revolución, presenta una potencia en el rotor más fluctuante bajo viento variable. En consecuencia, las potencias transmitidas hacia los rodamientos muestran mayores oscilaciones. No obstante, el submodelo del eje estructural (RBM+FEM) introduce amortiguamiento y rigidez que atenúan parcialmente estas variaciones. Además, la distribución aerodinámica dependiente del ángulo azimutal θ_i se refleja en las curvas mecánicas del sistema.

En conclusión, el HAWT transmite la potencia de forma más uniforme, mientras que el VAWT helicoidal presenta mayor variabilidad, aunque se encuentra dentro de rangos aceptables para sistemas de baja potencia y operación urbana.

4.4.3 Respuesta Eléctrica del PMSG (v_a, i_a)

Bajo perfil de viento constante, el sistema HAWT muestra un comportamiento eléctrico característico de un generador PMSG. En particular, se observa que el voltaje de fase v_a aumenta con ω , alcanzando valores pico de hasta ~ 158 V, mientras que la corriente i_a disminuye conforme el sistema se acerca a su régimen de operación, manteniendo la relación de entrega de potencia eléctrica. Con viento variable, tanto v_a como i_a presentan oscilaciones suaves, reflejando la respuesta dinámica del acoplamiento mecánico-eléctrico ante cambios en el viento.

En contraste, para el VAWT Darrieus helicoidal, el voltaje v_a presenta amplitudes más moderadas que en el HAWT alcanzando valores pico de hasta ~ 50 V. Esto se explica por su menor C_p , ya que se entrega menor potencia mecánica al generador. Asimismo, tanto v_a como i_a muestran mayores oscilaciones bajo viento variable, por lo que la salida eléctrica presenta mayor variación conforme el sistema cambia de punto de operación.

De forma general, el HAWT presenta mayores niveles de potencia y voltaje, lo cual se atribuye a su mayor C_p y a un su mejor aprovechamiento aerodinámico. En cambio, el VAWT helicoidal muestra mayor variabilidad en v_a e i_a bajo viento variable, debido a los cambios continuos de $U(t)$ y $\omega(t)$. No obstante, estas variaciones pueden regularse con electrónica de potencia y control, con el fin de mantener una salida eléctrica estable.

4.4.4 Influencia del Perfil de Viento: Constante vs Variable

La Tabla 4-5 presenta la comparación entre el perfil de viento constante y variable, mostrando las diferencias principales del comportamiento del sistema y las variables involucradas.

Tabla 4-5: Comparación entre los perfiles con viento constante y variable.

Viento	Comportamiento del Sistema	Variables
Perfil constate.	El sistema opera en una condición relativamente estable.	Las variables aerodinámicas C_p, λ, ω y las variables eléctricas (i y v) tienden gradualmente a valores de estado estacionario. Por lo que el flujo de potencia puede ser predecible.
Perfil Variable	El viento variable introduce oscilaciones en todas las variables del sistema.	C_p, λ y ω cambian continuamente y no alcanzan un estado estacionario, sino que cambian en respuesta directa a las variaciones de la velocidad del viento $U(t)$. En consecuencia, también se producen oscilaciones en el T, P, v e i .

4.4.5 Ventajas y Limitaciones para Aplicaciones Residenciales

Con el fin de simplificar los resultados obtenidos y establecer criterios de selección para aplicaciones de baja potencia, la Tabla 4-6 presenta una comparación de las principales ventajas y limitaciones de los aerogeneradores HAWT y VAWT Darrieus helicoidal considerando su implementación en entornos residenciales, particularmente en azoteas urbanas y sistemas aislados.

Tabla 4-6: Ventajas y Limitaciones para Aplicaciones Residenciales de ambos aerogeneradores.

Aerogenerador	Ventajas	Limitaciones
HAWT	- Mayor eficiencia aerodinámica y eléctrica (mayor C_p). - Mayor potencia generada para una misma velocidad (condiciones ideales). - Respuesta mecánica más uniforme, con menores oscilaciones de torque en régimen estable.	- Requiere un sistema de orientación al viento (yaw). - Suele requerir torres más altas evitar turbulencia de azoteas/obstáculos. - Puede generar mayor ruido aerodinámico (especialmente en la punta del aspa). - Mayor impacto visual en techos. - La integración arquitectónica es más compleja en azoteas urbanas.
VAWT Darrieus Helicoidal	- Omnidireccionales, no requiere sistema yaw. - Mejor desempeño bajo viento variable (azoteas). - Menor emisión de ruido aerodinámico visto desde la operación residencial. - Menor impacto visual y geometría más compacta. - Instalación más sencilla en azoteas. - Compatible con sistemas híbridos eólico-solar y operar en modo aislado con almacenamiento. - Menor sensibilidad a ráfagas en términos de vibraciones estructurales globales, dependiendo del diseño y soporte.	- Logran un menor C_p y, por lo tanto, generan menos potencia en comparación a un HAWT en condiciones ideales. - Se requiere realizar un análisis estructural cuidadoso (eje/soportes), ya que opera con esfuerzos cíclicos. - Puede generar cargas cíclicas (fuerzas que bajan y suben constantemente) en los rodamientos debido a variaciones periódicas de torque y fuerzas sobre el eje, lo cual debe considerarse en el diseño.

En general, el HAWT ofrece mayor eficiencia y potencia bajo condiciones ideales, mientras que el VAWT helicoidal presenta ventajas operativas asociadas a viento variable, facilidad de instalación e integración arquitectónica.

4.4.6 Comparación

De acuerdo con los resultados de simulación:

- El HAWT alcanza mayor potencia eléctrica y valores más altos de C_p , por lo que presenta una mayor eficiencia desde el punto de vista energético.
- El VAWT Darrieus helicoidal muestra una respuesta más favorable bajo viento variable y ofrece las ventajas prácticas como la facilidad para instalarse, generar menor emisión de ruido aerodinámico (asociada a velocidades de punta más moderadas y a una distribución más uniforme de cargas), y una mejor integración en azoteas, lo que la hace una alternativa adecuada para aplicaciones residenciales.

En la Tabla 4-7, se realiza un resumen de las principales características comparativas entre ambos sistemas.

Tabla 4-7: Comparación de las características del sistema HAWT y del VAWT Darrieus helicoidal.

Característica	HAWT	VAWT helicoidal
Operar con viento variable	Limitada	Favorable
Orientación al viento	Requiere orientación	Omnidireccional
Ruido aerodinámico	Medio-alto	Bajo
Integración en azoteas	Difícil	Adecuado
Diseño compacto	No	Sí
Seguridad percibida en azoteas	Requiere estructura especial	Adecuado
Sistemas aislados	Posible	Más adecuado
Integración con paneles solares + baterías	Posible	Más práctica y eficiente

En sistemas de baja potencia para uso residencial, especialmente para entornos urbanos, azoteas, zonas aisladas y aplicaciones híbridas eólica-solar, el VAWT helicoidal es una alternativa más práctica desde el punto de vista de instalación y operación, aunque genere menor potencia que un HAWT bajo condiciones ideales.

4.5 Conclusiones

En este capítulo se integró y simuló el modelo completo de un aerogenerador de baja potencia en dos configuraciones: HAWT y VAWT Darrieus helicoidal. La integración se realizó a partir de los submodelos desarrollados previamente: aerodinámica (BEM para HAWT y BEM+DMST para VAWT), eje y soportes mediante RBM+FEM, rodamientos con un modelo 5-DOF, así como el submodelo electromecánico del generador PMSG. La representación en BG permitió implementar una estructura modular y compatible entre dominios, representando explícitamente el flujo de potencia desde el viento hasta el tren de potencia y el generador.

Las simulaciones mostraron la evolución temporal de variables clave como ω , λ , C_p , T_G , $P_{mecánica}$ y la respuesta eléctrica del generador. Bajo perfiles con viento constante y con viento variable, se observó que el sistema reproduce adecuadamente tanto el régimen permanente como el comportamiento transitorio. En particular, el HAWT presentó una dinámica más uniforme y una aproximación más clara hacia condiciones estacionarias, mientras que el VAWT helicoidal mostró variaciones moderadas asociadas a la dependencia azimutal θ_i , reflejadas en oscilaciones de torque, potencia y señales eléctricas, dentro del comportamiento esperado para rotores tipo Darrieus.

Desde el punto de vista estructural, la diferencia más relevante entre ambas configuraciones se manifiesta en el comportamiento del eje. En el caso HAWT, el eje horizontal opera con menos cargas cíclicas en comparación con el VAWT, por lo que un modelo estructural simple permite mantener una respuesta adecuada para el análisis global del sistema. En contraste, el VAWT helicoidal requiere incorporar explícitamente el modelo estructural del eje RBM+FEM, debido a que las fuerzas tangenciales F_T y normales F_N varían a lo largo de la altura del rotor y en función de θ_i , lo que influye directamente en la dinámica del tren mecánico, la inercia equivalente y el torque entregado al generador. Adicionalmente, la geometría helicoidal contribuye a reducir la presencia de picos de torque y oscilaciones mecánicas, favoreciendo una operación más adecuada para aplicaciones residenciales donde la turbulencia y las restricciones estructurales son relevantes.

Para evaluar el desempeño, primero se realizaron simulaciones con perfiles de viento constante y variable. En el caso del perfil constante, se obtuvieron condiciones de referencia en régimen permanente y se verificó el balance de potencia entre la potencia aerodinámica disponible, la potencia mecánica transmitida y las pérdidas mecánicas del tren de potencia. Posteriormente, las simulaciones con viento variable mostraron variaciones en ω , C_p y T_G , así como en las señales eléctricas v_a e i_a , confirmando la capacidad del modelo para representar transitorios y desplazamientos del punto de operación, lo cual es fundamental para estudios avanzados de control y operación.

Respecto al modelado del eje, se desarrollaron dos alternativas (RBM+FEM y 3-DOF). Aunque ambos son válidos, el eje estructural RBM+FEM se seleccionó para la integración completa del sistema por ofrecer suficiente precisión en el cálculo de velocidad angular, torque e inercia equivalente, al mismo tiempo que reduce la carga computacional. Por su parte, el modelo 3-DOF se conserva como una herramienta complementaria para análisis específicos de vibración, resonancia y efectos asociados a excentricidad o desbalance.

Finalmente, la comparación entre configuraciones mostró que el HAWT alcanza mayores niveles de potencia y un C_p superior bajo condiciones ideales, mientras que el VAWT helicoidal presenta un comportamiento más robusto bajo condiciones de viento variable y cambios en la dirección del flujo, debido a su capacidad de captar viento desde cualquier dirección sin requerir mecanismos de orientación y a la distribución helicoidal de las aspas, que contribuye a una mayor estabilidad en el torque durante la operación. Si bien su eficiencia aerodinámica máxima puede ser menor en comparación con la de un HAWT en condiciones ideales, el VAWT ofrece ventajas operativas en entornos reales, así como beneficios prácticos relacionados con su instalación e integración en azoteas.

En conjunto, este capítulo demuestra que el modelo integral basado en BG reproduce el comportamiento aerodinámico, estructural, mecánico y eléctrico de aerogeneradores de baja potencia bajo diferentes perfiles de viento, y constituye una base sólida para el análisis, la validación, el diseño y el desarrollo de futuras estrategias de control.

5 Conclusiones y Trabajos Futuros

5.1 Verificación de objetivos

Para evaluar el alcance de la Tesis, se resume a continuación el cumplimiento del objetivo general y de los objetivos específicos establecidos en el Capítulo 1. La Tabla 5-1 presenta una relación entre cada objetivo y la evidencia obtenida a partir del desarrollo de submodelos, integración del sistema y resultados de simulación.

Tabla 5-1: Verificación del cumplimiento de objetivos.

Objetivo	Evidencia en la Tesis	Resultado
Objetivo General: Diseñar, modelar e integrar dinámicamente un aerogenerador de baja potencia para uso residencial, representando sus componentes principales (aspas, rotor, eje, rodamientos y generador) utilizando la metodología Bond Graph, para analizar su desempeño bajo diferentes condiciones de viento.	Modelos integrales HAWT y VAWT en BG (Figura 4-1). Simulación bajo viento constante y variable, desempeño aerodinámico, mecánico y eléctrico (Figura 4-3, Figura 4-4, Figura 4-5, Figura 4-6, Figura 4-7, Figura 4-8, Figura 4-10, Figura 4-11, Figura 4-12, Figura 4-13, Tabla 4-1, Tabla 4-2, Tabla 4-3 y Tabla 4-4).	Cumplido. Se integraron ambos sistemas y se analizó su desempeño dinámico bajo diferentes perfiles de viento.
a) Calcular los parámetros aerodinámicos, estructurales y mecánicos de cada componente (aspas, rotor, eje, rodamientos y generador), empleando la teoría del momento de elemento aspa, el modelo del momento con doble disco actuador, el modelo de viga de Rayleigh, el método de elementos finitos, 5-DOF.	Aerodinámica: HAWT con BEM y VAWT con BEM+DMST (Tabla 3-3 y Tabla 3-8). Estructura: eje y soportes con RBM+FEM (3.4). Rodamientos con 5-DOF (3.5). Parámetros mecánicos y del tren de potencia (3).	Cumplido. Se obtuvieron parámetros físicos para modelado multidominio e integración.
b) Desarrollar y validar los modelos detallados en Bond Graph para cada submodelo, se incluye la conversión aerodinámica, la dinámica estructural, el acoplamiento mecánico y la etapa electromecánica del generador sincrónico de imanes permanentes.	Submodelos en BG: aerodinámico (HAWT/VAWT), eje y soportes (RBM+FEM), rodamientos (5-DOF), generador PMSG trifásico en <i>abc</i> (3). Validación de la respuesta dinámica y variables físicas (4).	Cumplido. Se desarrollaron submodelos y se verificó su respuesta dentro del sistema integrado.
c) Integrar los submodelos en un único modelo garantizando la correcta representación del flujo de energía entre las etapas aerodinámica, mecánica y eléctrica, y obtener la trayectoria completa del torque y la inercia desde la entrada de viento hasta la entrega de energía eléctrica.	Integración del sistema completo con transmisión aerodinámica → tren mecánico → PMSG. (Figura 4-2 y Figura 4-9) Verificación de potencia mecánica, pérdidas y potencia al generador. (Figura 4-4, Figura 4-7, Figura 4-11).	Cumplido. Se obtuvo la trayectoria de variables mecánicas y eléctricas, validando balance de potencia en el tren de potencia.
d) Simular el sistema completo bajo perfiles de viento constante y variable, analizando la evolución de la velocidad angular, el torque, la potencia mecánica y la potencia eléctrica generada; y comparar el desempeño entre las configuraciones de los aerogeneradores de eje horizontal y de eje vertical tipo Darrieus helicoidal.	Para los sistemas HAWT y VAWT se obtuvo: Respuesta aerodinámica/mecánica con viento constante, potencia y pérdidas, viento variable, variables eléctricas (4). Comparación del desempeño (4.4).	Cumplido. Se evaluó desempeño bajo viento constante y variable, y se compararon ambas configuraciones con indicadores aerodinámicos, mecánicos y eléctricos.

5.2 Conclusiones

Con base en la verificación presentada en la Tabla 5-1 del cumplimiento de los objetivos, se concluye que la presente Tesis alcanzó el objetivo general de diseñar, modelar e integrar dinámicamente un aerogenerador de baja potencia para uso residencial mediante la metodología Bond Graph. Se desarrollaron dos configuraciones completas, HAWT y VAWT Darrieus helicoidal, integrando los componentes principales del sistema (submodelo aerodinámico, tren mecánico con eje y rodamientos, y generador PMSG) para analizar su desempeño bajo perfiles de viento constante y variable. En este sentido, se cumplieron los objetivos específicos relacionados con el cálculo de parámetros físicos, el desarrollo de submodelos multidominio y la integración del sistema completo hasta la entrega de potencia eléctrica.

Una contribución destacada de este trabajo fue la corrección de la dirección del flujo de potencia en el submodelo aerodinámico (Viento $\rightarrow$ Aspa $\rightarrow$ Rotor), lo que permitió obtener valores de C_p cercanos a los límites teóricos esperados para rotores por sustentación, mejorando la interpretación física de la conversión aerodinámica dentro del modelo integral.

Adicionalmente, se propuso una aproximación con mayor nivel de detalle en el tren mecánico mediante el modelado dinámico de rodamientos con un enfoque 5-DOF, considerando de forma explícita el anillo interior, el anillo exterior, los elementos rodantes y la jaula. Esta representación amplía el alcance del modelo para estimar pérdidas por fricción, así como para establecer una base de estudio orientada a la caracterización de efectos vibratorios asociados al desgaste, desalineación o excitaciones de mayor frecuencia. Aunque el análisis vibratorio de alta frecuencia no se desarrolló experimentalmente en esta investigación, el modelo queda preparado para incorporar estas extensiones.

Otro aporte relevante es el desarrollo del generador PMSG trifásico en el marco natural abc , evitando la transformación dq . Esto permite representar directamente las variables eléctricas de fase en BG y analizar la respuesta electromecánica a partir de magnitudes medibles como voltaje y corriente por fase, lo cual resulta útil para el análisis bajo viento variable y para futuras implementaciones con electrónica de potencia.

Los resultados de simulación bajo perfiles de viento constante y variable mostraron la evolución de variables aerodinámicas, mecánicas y eléctricas ($\omega, C_p, \lambda, T_G, P_{mecánica}, P_{loss}, v_a$ e i_a). En particular,

el sistema HAWT presentó una respuesta más uniforme y una aproximación hacia condiciones estacionarias, mientras que el sistema VAWT helicoidal mostró variaciones moderadas asociadas a la dependencia azimutal θ_i , reflejadas en el torque, la potencia y la modulación de las señales eléctricas, comportamiento característico de rotores Darrieus bajo viento no estacionario.

Desde el punto de vista estructural, se observó que la diferencia principal entre configuraciones se asocia a la dinámica del eje. En el caso del HAWT, el eje horizontal opera con excitaciones mecánicas más uniformes bajo las condiciones analizadas, por lo que su representación estructural puede simplificarse sin afectar el análisis global. En contraste, el VAWT helicoidal requiere incorporar explícitamente el eje con RBM+FEM, debido a que las fuerzas normales F_N y tangenciales F_T varían en función de θ_i y a lo largo de la altura del rotor, lo cual influye en la dinámica del tren mecánico y en el torque entregado al generador. Además, la geometría helicoidal contribuye a disminuir la aparición de picos de torque y a suavizar la respuesta mecánica.

Finalmente, la comparación entre ambas configuraciones permite concluir que el HAWT presenta un desempeño superior bajo condiciones ideales, al alcanzar valores mayores de potencia eléctrica y C_p . Sin embargo, su desempeño para azoteas puede verse limitada por la necesidad de un sistema de orientación al viento y por la presencia de flujo muy variable debida a obstáculos cercanos. Por su parte, el VAWT Darrieus helicoidal, aún con un C_p menor, ofrece ventajas de operación para uso residencial al ser omnidireccional, presenta una respuesta que satisface las necesidades bajo viento variable y facilita su integración arquitectónica, lo cual favorece su implementación en entornos urbanos y en configuraciones híbridas eólico-solar encaminadas a lograr autosuficiencia energética.

5.3 Trabajos futuros

Los trabajos futuros se plantean en cuatro ejes principales, enfocados al contexto de baja potencia y uso residencial, considerando tanto la configuración HAWT como la VAWT Darrieus helicoidal. Estas líneas de continuación buscan ampliar el alcance del modelo integral, incorporando control, validación experimental y tecnologías emergentes para mejorar la viabilidad de la generación eólica en entornos urbanos.

5.3.1 Control, Diagnóstico y Operación Autónoma

Como primera línea de continuación, se propone integrar convertidores de electrónica de potencia y estrategias de control orientadas a mejorar el desempeño del sistema bajo perfiles de viento característicos de azoteas, donde predominan condiciones no estacionarias y cambios frecuentes en magnitud y dirección. En particular, es relevante incorporar técnicas de regulación y acondicionamiento eléctrico para mantener una salida estable a pesar de las variaciones de $\omega(t)$, $T(t)$ y de las señales eléctricas del PMSG.

De manera complementaria, se plantea el desarrollo de algoritmos de diagnóstico de fallas enfocados al tren mecánico, tales como desalineación, desgaste de rodamientos e incremento anormal de pérdidas mecánicas. El uso de un modelo modular en BG facilita la simulación de escenarios con degradación, permitiendo evaluar indicadores como variaciones en torque, incremento de potencia disipada o cambios en la dinámica del eje. Esto resulta especialmente importante en aerogeneradores, donde se busca operación continua con bajo mantenimiento y supervisión remota.

5.3.2 Viabilidad Económica y Aplicación Híbrida

Para favorecer la adopción de aerogeneradores de baja potencia en el sector residencial, es necesario complementar el desarrollo técnico con un análisis de viabilidad económica. Como trabajo futuro se propone incorporar un estudio costo–beneficio basado en generación anual, costo de fabricación e instalación, mantenimiento y tiempo de recuperación de la inversión (ROI), utilizando como referencia tecnologías ampliamente adoptadas a nivel doméstico.

Asimismo, se propone ampliar el modelo para evaluar configuraciones híbridas eólico–solar, integrando un submodelo fotovoltaico y sistemas de almacenamiento (baterías) con electrónica de potencia. Esta extensión permitiría analizar escenarios de operación aislada, microrredes residenciales y estrategias de gestión energética, considerando la variabilidad de la generación eólica y la continuidad del suministro. De igual forma, resulta pertinente extender el análisis hacia perfiles de viento que incorporen la influencia de obstáculos, turbulencia y alturas de instalación típicas en azoteas.

5.3.3 Modelado y evaluación de rodamientos magnéticos (AMB/PMB)

Como tercera línea, se plantea explorar tecnologías orientadas a reducir pérdidas mecánicas y aumentar la vida útil del sistema mediante rodamientos magnéticos, ya sea activos (AMB) o combinados con soluciones pasivas (PMB). La integración de levitación magnética permitiría disminuir el contacto mecánico y, en consecuencia, reducir fricción y desgaste en el tren de potencia, lo cual es particularmente relevante en sistemas que operan con velocidad variable y ciclos de carga repetitivos.

Dado que el modelado de rodamientos magnéticos requiere representar con mayor precisión las fuerzas axiales y radiales del rotor, se propone utilizar el modelo estructural del eje con 3 grados de libertad (3-DOF) desarrollado en el Capítulo 3 como base para capturar dinámicas transversales, excentricidad, vibraciones y efectos de control asociados al sistema de levitación.

5.3.4 Validación, Escalabilidad y Análisis de Robustez

Si bien en la presente Tesis no se llevó a cabo una validación experimental, ésta constituye una etapa importante para fortalecer la confiabilidad del modelo desarrollado. Como trabajo futuro se propone realizar pruebas de referencia (benchmarking) mediante la comparación entre las predicciones del modelo y mediciones obtenidas de prototipos o sistemas comerciales de baja potencia, tanto en condiciones controladas como bajo regímenes de viento natural. Esta etapa permitiría evaluar la capacidad predictiva del modelo en variables como $\omega(t)$, $T(t)$, la potencia mecánica transmitida, las pérdidas en el tren de potencia y las magnitudes eléctricas asociadas al PMSG.

Adicionalmente, se plantea llevar a cabo estudios de sensibilidad paramétrica y análisis de escalabilidad del modelo hacia diferentes tamaños de rotor y niveles de potencia, manteniendo la arquitectura modular propuesta. Este análisis permitiría identificar parámetros dominantes (por ejemplo, la rigidez del eje, el amortiguamiento, las pérdidas en rodamientos o los parámetros eléctricos del PMSG) y evaluar el comportamiento del sistema bajo condiciones de incertidumbre operativa. Estas extensiones resultan necesarias para procesos posteriores de estandarización, optimización del diseño y eventual certificación para aplicaciones residenciales.

Publicaciones

La investigación desarrollada en esta tesis ha dado lugar a la siguiente publicación científica en revista indexada:

1. **Torres Tinoco, América**, et al., “Direct-Driver Wind Turbine Model: A Bond Graph Approach,” IEEE Access, 2025.

Digital Object Identifier 10.1109/ACCESS.2025.3587092

Bibliografía

- [1] Ren21, «Renewable Energy Policy Network for the 21st Century, 2022.,» *Renewables 2022 Global Status Report*, 2022.
- [2] IEA, «Net Zero by 2050 – A Roadmap for the Global Energy Sector,» International Energy Agency, París, 2021.
- [3] GWEC, «Global Wind Report 2024,» Global Wind Energy Council, Brussels Belgium, Abril 2024.
- [4] A. Tummala, R. K. Velamati, S. K., V. Indraja y H. Krishn, «A review on small scale wind turbines,» *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 56, pp. 1351-1371, 2016.
- [5] R. Morrison, «Renewables, natural gas surge ahead of oil, coal: Russell,» Reuters, 24 03 2025. [En línea]. Available: <https://www.reuters.com/markets/commodities/renewables-natural-gas-surge-ahead-oil-coal-russell-2025-03-24/>. [Último acceso: 12 08 2025].
- [6] IEA, «Renewables 2024, Analysis and forecast to 2030,» International Energy Agency, 2024.
- [7] AMDEE, «Asociación Mexicana de Energía Eólica,» de *AMDEE Reporte Anual 2025*, México, AMDEE, 2025.
- [8] IRENA, «Renewable power generation costs in 2024,» International Renewable Energy Agency, Abu Dhabi, 2025.
- [9] A. H. Zahedi, «Design and optimization of small wind turbines for urban areas,» *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 167, 2022.
- [10] D. Wood, «Small Wind Turbines: Design, Performance and Economic Feasibility,» Springer, 2021.
- [11] G. Rezaeiha, W. Chong y M. Sulaiman, «A review on the performance of Savonius wind turbines,» *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 82, pp. 1966-1985, 2018.
- [12] M. N. Eskander y D. M. Kammen, «Mitigating climate change through energy efficiency in developing countries,» *Energy Policy*, vol. 158, 2021.
- [13] M. A. R. Darvishi, A. Bakhtiari y M. H. Ghaffarian Hoseini, «Micro wind turbines in urban areas: A review of small-scale wind energy conversion systems in built environment,» *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 140, p. 110709, 2021.
- [14] IEA, «Renewable Energy Market Update,» *International Energy Agency, Energy Efficiency*, 2022.
- [15] IRENA, «World Energy Transitions Outlook 2023: 1.5°C,» *World Energy Transitions Outlook*, 2023.
- [16] H. C. Lee y J. Wu, «Design and analysis of vertical axis wind turbines for urban applications,» *Energy*, vol. 112, pp. 94-104, 2016.
- [17] R. S. B. a. Y. Y. Liu L.H., «A review on wind turbine architectures for built environment,» *Renew. Sustain. Energy Rev.*, vol. 71, pp. 1020-1031, 2017.
- [18] B. A. y M. A. R. Darvishi, «Vertical axis wind turbines: A review on historical development and current applications integrated in buildings,» *Renew. Energy Focus*, vol. 36, pp. 59-71, 2021.
- [19] D. MorvaridiMeraj, «Wikipedia,» Green Thecnology, 14 08 2023. [En línea]. Available: <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=73206407>. [Último acceso: 28 08 2023].

- [20] W. Group, «Bahrain World Trade Center: Wind Turbines Case Study,» *WSP Technical Publications*, 2008.
- [21] «Wikipedia,» 27 06 2023. [En línea]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Bahrain_World_Trade_Center. [Último acceso: 25 08 2023].
- [22] U. International, «UGE Installs Wind Turbines at the Eiffel Tower,» *Press Release*, 2015.
- [23] W. e. a. Hyers R., "Wind turbine reliability: The role of advanced structural health monitoring systems," *Renewable Energy*, vol. 152, pp. 1231-1243, 2020.
- [24] J. e. a. Cotrell, "Technology challenges in the design, manufacture, and operation of wind turbine generators," *National Renewable Energy Laboratory (NREL)*, , no. Tech. Rep. NREL/TP-5000-70365, 2018.
- [25] Y. M. E. H. a. A. E. A.-. Amirat, «A review of generators with magnetic gear for direct-drive wind turbines,» *Energies*, vol. 15, n° 2, p. 394, 2022.
- [26] K. Tavner, «Review of condition monitoring of rotating electrical machines,» *IET Electric Power Applications*, vol. 2, n° 4, pp. 215-247, 2008.
- [27] A. Mukherjee, K. Karmakar y K. and Samantaray, «Modelling and Simulation of Engineering Systems Through Bond Graph,» *Alpha Science International*, 2006.
- [28] S. Junco y A. Donaire, «Bond graph modeling and simulation of electrical machines,» *W. Borutzky (ed), Bond Graph Modeling of Engineering Systems*, 2011.
- [29] X. e. a. Liu, «Quasi-Z-source converter with bee colony optimization,» *IEEE Access*, vol. 10, 2022.
- [30] R. e. a. Kumar, «Fractional-order fuzzy control for microgrids with EVs,» *Applied Soft Computing*, vol. 113, 2022.
- [31] G. Dauphin-Tanguy, *Les Bond Graphs*, Paris: Hermès Science Editor, 2000.
- [32] F. Cellier y E. Kofman, *Continuous System Simulation*, New York, USA: Springer, 2006.
- [33] C. K. A. a. H. M. Haumer, «Modeling of permanent magnet synchronous machines with bond graphs,» *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 18, n° 9, pp. 1155-1164, 2010.
- [34] P. Krause, O. Wasyncsuk, S. Sudhoff y S. Pekarek, *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*, 3 ed., New Jersey: John Wiley & Sons, 2013.
- [35] A. K. C. U. S. Fitzgerald, *Electric Machinery*, 7th ed., New York: McGraw-Hill, 2013.
- [36] M. a. S. J. Bongiorno, «Modeling and Control of Permanent-Magnet Synchronous Machines,» *Chalmers Univ. Technol.*, 2014.
- [37] Y. R. Y. a. C. X. Zhang, «“A bond graph model for fault diagnosis of rolling bearing in rotating machinery,» *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 150, p. 107272, 2021.
- [38] B. A. M. A. A. Karami, «Dynamic Modeling and Vibration analysis of rotor-bearing systems using bond graph approach,» *Mechatronics*, vol. 71, p. 102447, 2020.
- [39] M. Nakhaeinejad y M. D. Bryant, «Dynamic Modeling of Rolling Element Bearings With Surface Contact Defects Using Bond Graphs,» *Tribology*, vol. 133, n° 011102, 2011.
- [40] X. F. a. L. L. R. Zheng, « “Modeling of rolling element bearings with flexible outer ring using bond graph,» *Mechatronics*, vol. 80, p. 102659, 2021.
- [41] M. A. Perea Moreno, Q. Hernández Escobedo y J. Perea Moreno, «Renewable Energy in Urban Areas: Worldwide Research Trends,» *Energies*, vol. 11, n° 3, pp. 577-596, 2018.

- [42] X. Tan y C. Dingfang, «Virtual Prototype Modeling and Dynamics Analyses of a Wind Turbine's Epicyclic Gearbox,» *Third International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation*, 2011.
- [43] M. E. Amiryar y K. R. Pullen, «A Review of Flywheel Energy Storage System Technologies and Their Applications,» *Applied Sciences*, vol. 7, n° 3, pp. 1-21, 2017.
- [44] P. K. Chandrashekhar, M. Sachin y A. Shashank, «Design of Small Scale Vertical Axis Wind Turbine,» *2019 International Conference on Power Electronics Applications and Technology in Present Energy Scenario (PETPES)*, pp. 1-5, 2019.
- [45] L. Yan, «Straight-Bladed Vertical Axis Wind Turbines: History, Performance, and Applications,» *Rotating Machinery*, vol. 6, pp. 1-18, 2020.
- [46] F. Khammas, M. Mustaffa, U. Ryspek, H. A. .. Kadhim, Y. Q. Ahmed y A. Q. Ghulam, «Investigate the effect of different design parameter on performance evaluation of straight blade vertical axis wind turbine (SB-VAWT),» *International Journal of Engineering Technologies and Management Research*, vol. 2, n° 4, pp. 9-18, 2015.
- [47] Y. Bazilevs, A. Korobenko, X. Deng, J. Yan, M. Kinzel y J. O. Dabiri, «Fluid–Structure Interaction Modeling of Vertical-Axis Wind Turbines,» *Journal of Applied Mechanics*, vol. 81, n° 6, pp. 1-8, 2014.
- [48] S. Brusca, R. Lanzafame y M. Messina, «Design of a vertical-axis wind turbine: how the aspect ratio affects the turbine's performance,» *International Journal of Energy and Environmental Engineering*, vol. 5, n° 129, pp. 128-136, 2014.
- [49] I. Paraschivoiu, «Double-Multiple Streamtube Model for Darrieus Wind Turbines,» *J. energy*, vol. 7, n° 3, pp. 250-255, 1981.
- [50] I. Paraschivoiu, *Wind Turbine Design: With Emphasis on Darrieus Concept*, 2nd ed., Montréal: Polytechnic International Press, 2002.
- [51] I. Paraschivoiu, «Double-Multiple Streamtube Model for Studying Vertical-Axis Wind Turbine,» *J. Propulsion*, vol. 4, n° 4, pp. 370-377, 1987.
- [52] Q. Cheng, X. Liu, H. Seong Ji, K. Chun Kim y B. Yang, «Aerodynamic Analysis of a Helical Vertical Axis Wind Turbine,» *Energies*, vol. 10, n° 575, 2017.
- [53] E. Saber, A. R. y H. Elgamal, «Performance of SB-VAWT using a modified double multiple streamtube model,» *Alexandria Engineering Journal*, n° 57, pp. 3099-3110, 2018.
- [54] M. Musial y S. Butter, «Advanced Gearbox Design for Wind Turbines,» *NREL Report*, 2006.
- [55] J. Ribrant y L. M. Bertling, «Survey of failures in wind power systems,» *IEEE Trans. Energy Convers*, vol. 22, n° 1, pp. 167-173, 2007.
- [56] Q. Hassan, S. Algburi, A. Sameen y M. Salman H.m. Jaszczur, «A review of hybrid renewable energy systems: Solar and wind-powered solutions: Challenges, opportunities, and policy implications,» *Results in Engineering*, vol. 20, 2023.
- [57] R. S. Semken, M. Polikarpova, R. P., J. Alexandrova, J. Pyrhönen, J. Nerg, A. Mikkola y J. Backman, «Direct-Drive Permanent Magnet Generators for High Power Wind Turbines – Benefits and Limiting Factors,» *IET Renewable Power Generation*, 2012.
- [58] R. Kishore, A. Marin y P. S., «Efficient Direct-Drive Small-Scale Low-Speed Wind Turbine,» *Energy Harvesting and Systems*, pp. 27-43, 2014.
- [59] D. Gonzalez-Delgado, P. Jaen-Sola y E. Oterkus, «A New Zero Waste Design for a Manufacturing Approach for Direct-Drive Wind Turbine Electrical Generator Structural Components,» *Machines MDPI*, vol. 12, n° 643, 2024.

- [60] L. Touw, P. Jaen-Sola y E. Oterkus, «Towards an Integrated Design of Direct-Drive Wind Turbine Electrical Generator Supporting Structures,» *Wind MDPI*, vol. 3, pp. 343-360, 2023.
- [61] J. H. K. H. L. Park y D. G. H. S. Ahn, «Optimal Shape Design of Direct-Drive Permanent Magnet Generator for 1 kW-Class Wind Turbines,» *Applied Sciences MDPI*, vol. 13, 2023.
- [62] H. Eftekhari, A. S. M. Al-Obaidi y S. Eftekhari, «Aerodynamic Performance of Vertical and Horizontal Axis Wind Turbines: A Comparison Review,» *Indonesian Journal of Science & Technology*, vol. 7, n° 1, pp. 65-88, 2022.
- [63] C. Mishra, A. Samantaray y G. Chakraborty, «Bond graph modeling and experimental verification of a novel scheme for fault diagnosis of rolling element bearings in special operating conditions,» *Journal of Sound and Vibration*, 2016.
- [64] C. Mishra, G. Chakraborty y A. Samantaray, «Rolling Element Bearing Fault Modelling to Develop a Diagnosis Scheme for Oscillating and Non-uniform Shaft Rotation,» *INACOMM*, pp. 86-94, 2013.
- [65] C. Mishra, A. Samantaray y G. Chakraborty, «Ball bearing defect models: A study of simulated and experimental fault signatures.,» *Journal of Sound and Vibration*, vol. 400, pp. 86-112, 2017.
- [66] J. Torsvik, E. y Pedersen, «On the modeling of rotors with rolling element bearings using bond graphs,» *Journal of sound and Vibration*, vol. 473, n° 115205, 2020.
- [67] M. T. Premkumar, T. Mohan y S. Seralathan., «Design and Analysis of a Permanent Magnetic Bearing for Vertical Axis Small Wind Turbine,» *Energy Procedia, 1st International Conference on Power Engineering, Computing and Control*, vol. 117, pp. 291-298, 2017.
- [68] B. Bittumon, A. R. H. A. Mammen, A. Thamby y A. K. Abraham, «Design and Analysis of Maglev Vertical Axis Wind Turbine,» *International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering*, vol. 04, n° 04, pp. 374-379, 2014.
- [69] H. Vaidya, P. Chandodkar, B. Khobragade y R. Kharat., «Power Generation Using Maglev Windmill,» *International Journal of Research in Engineering and Technology*, vol. 05, n° 06, pp. 325-330, 2016.
- [70] H. Y. Ramirez y A. Santana, «Two interacting electrons confined in a 3D parabolic cylindrically symmetric potential, in presence of axial magnetic field: A finite element approach,» *Computer Physics Communications*, vol. 183, n° 8, pp. 1654-1657, 2012.
- [71] E. G. Ovy y Q. Sun, «Wind turbine dynamics modelling by a bond graph approach,» *International Journal of Dynamics and Control*, pp. 101-123, 2017.
- [72] T. Bakka y H. R. Karimi, «Bond graph modeling and simulation of wind turbine systems,» *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 6, n° 27, pp. 1843-1852, 2013.
- [73] M. Abdulbasit y G. L. Hirpa, «Wind Turbine System Modelling Using Bond Graph Metod,» *International Workshop of Advanced Manufacturing and Automation*, vol. 8, pp. 95-105, 2019.
- [74] P. J. Moriarty y A. C. Hansen, «AeroDyn Theory Manual NREL/TP-500-36881,» National Renewable Energy Laboratory, Golden, Colorado, USA, 2005.
- [75] A. González, I. Hernández, A. Díaz y I. Alvarado, *Diseño aerodinámico de un rotor para una turbina eólica de 30 kW*, CUERNAVACA, MORELOS, MÉXICO: SOMIM, 2017.
- [76] J.-R. Chang, W. Lin y C. S.-T. Huang C-J, «Vibration and stability of an axially moving Rayleigh beam,» *Applied Mathematical Modelling*, n° 34, pp. 1482-1497, 2010.

- [77] S. Agarwal, L. Chalal, G. Dauphin-Tanguy y G. X., *Bond Graph Model of Wind Turbine Blade*, Vienna, 2012.
- [78] M. Hansen, J. Sorensen, S. Voutsinas, N. Sorensen y H. Madsen, «State of the art in wind turbine aerodynamics and aeroelasticity,» *Progress in Aerospace Sciences*, n° 42, pp. 285-330, 2006.
- [79] F. D. Bianchi, H. D. Battista y R. J. Mantz, *Wind Turbine Control Systems: Principles, Modelling and Gain Scheduling Design*, ISBN: 978-84800-079-7: Springer, 2008.
- [80] J. Manwell, J. McGowan y A. Rogers, *Wind Energy Explained: Theory, Design and Application*, United Kingdom: John Wiley & Sons, 2010.
- [81] G. R. Salinas, «Cálculo de Frecuencias Naturales en Vigas Elásticas, un estudio comparativo.,» CIMAT, México, 2003.
- [82] E. Oñate Ibañez de la Navarra, *Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos: Análisis Estático Lineal.*, Segunda ed., ISBN: 788487867002, 1995.
- [83] R. Clough y J. Penzien, *Dynamics of structures*, ISBN: 9780070113923: McGraw-Hill, 1975.
- [84] R. Kumar, K. Raahemifar y A. Fung, «A critical review of vertical axis wind turbines for urban applications,» *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, n° 89, pp. 281-291, 2018.
- [85] G. Bendon, E. Antonini, S. De Betta y M. Castelli, «Evaluation of the different aerodynamic databases for vertical axis wind turbine simulations,» *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, n° 40, pp. 386-399, 2014.
- [86] A. S. Bahaj, L. Myers y P. A. James, «Urban energy generation: influence of microwind turbine output on electricity consumption in buildings,» *Energy and Buildings*, n° 39, pp. 154-165, 2007.
- [87] Mertens S., «Wind Energy in Urban Areas,» *Refocus*, pp. 22-44, 2002.
- [88] T. Burton, D. Sharpe, N. Jenkins y E. Bossany, *Wind Energy Handbook*, 2nd ed., John Wiley & Sons, 2011.
- [89] H. Eftekhari, S. Abdulkareem y S. Eftekhari, «Aerodynamic Performance of Vertical and Horizontal Axis Wind Turbines: A Comparison Review,» *Indonesian Journal of Science & Technology*, vol. 7, n° 1, pp. 65-88, 2022.
- [90] D. Marín, «Wind Integration in Island Networks PhD thesis,» *PhD thesis from Ecole Centrale de Lille*, p. 48, 2009.
- [91] V. Courtecuisse, *Supervision d'une centrale multisources à base d'éoliennes et de stockage d'énergie connectée au réseau électrique*, París, Francia: Sciences de l'ingénieur [physics]., 2008.
- [92] L. M. Strickland, «The Darrieus Turbine: A Performance Prediction Model Using Multiple Streamtubes,» *Sandia Laboratories*, vol. SAND75, n° 0431, 1975.
- [93] A. A. Ayati, K. Steiros, M. A. Miller, S. Duvvuri y M. Hultmark, «A double-multiple streamtube model for vertical axis wind turbines of arbitrary rotor loading,» *Eind Energy Science*, n° 4, pp. 653-662, 2019.
- [94] W. Tjiu, T. Marnoto, S. Mat, M. Z. Yusoff y Y. Abdullah, «Darrieus vertical axis wind turbine for power generation: A review,» *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 41, pp. 801-813, 2015.
- [95] C. S. Ferreira, G. J. W. Van Bussel y G. A. M. Van Kuik, «Simulating dynamic stall in a two-dimensional vertical-axis wind turbine: Verification and validation with particle image velocimetry data,» *Wind Energy*, vol. 12, n° 6, pp. 577-592, 2009.

- [96] «Airfoils Tools,» PHPSESSID, [En línea]. Available: <http://airfoiltools.com/index>. [Último acceso: 21 10 2022].
- [97] A. Bianchini, E. Carnevale y L. Ferrari, «A Model to Account for the Virtual Camber Effect in the Performance Prediction of an H-Darrieus VAWT Using the Momentum Models,» *WIND ENGINEERING*, vol. 35, n° 4, pp. 465-482, 2011.
- [98] T. Giuseppe, On the aerodynamics of a vertical axis wind turbine wake: An experimental and numerical study, Roma: Dissertation (TU Delft), Delft University of Technology, 2016.
- [99] V. Mendoza, «Aerodynamic Studies of Vertical Axis Wind Turbines using the Actuator Line Model,» *Ph. D. dissertation*, 2018.
- [100] A. M. Gorlov, «Helical Turbine Assembly Operable Under Multidirectional Fluid Flow for Power and Propulsion Systems». US Patente 5 642 984, 01 Jul 1997.
- [101] A. M. Gorlov, «Unidirectional Helical Eaction Turbine Operable Under Reversible Fluid Flow for Poqer Systems». US Patente 5 451 137, 19 Sep 1995.
- [102] A. M. Gorlov, «Development of the Helical Reaction Hydraulic Turbine,» MIME Departament, Boston, 1998.
- [103] A. M. Gorlov, «Helical Turbines for the Gulf Stream: Conceptual Approach to Design of a Large-Scale Floating Power Farm,» *Marine Technology*, vol. 35, n° 3, pp. 175-182, 1998.
- [104] M. J. a. R. A. Manwell J., «Wind Energy Explained,» 2002.
- [105] A. Bianchini, G. Ferrara y L. Ferrari, «Design guidelines for H-Darrieus wind turbines: Optimization of the annual energy yield,» *Energy Conversion and Management*, vol. 89, pp. 690-707, 2015.
- [106] F. Schwack, M. Stammeler, G. Poll y A. Reuter, «Comparison of Life Calculations for Oscillating Bearings Considering Individual Pitch Control in Wind Turbines,» *Journal Physics: Conference series*, vol. 753, n° 11, p. 112013, 2016.
- [107] T. Harris, Rolling bearing analysis, New York: Willey, 1991.
- [108] G. E. Morales-Espejel, A. Gabelli y A. J. C. De Vries, «A Model for Rolling Bearing Life with Surface and Subsurface Survival—Tribological Effects,» *Tribology Transactions*, vol. 5, n° 58, pp. 894-906, 2015.
- [109] «SKF,» [En línea]. Available: <https://www.skf.com/mx>. [Último acceso: 06 03 2024].
- [110] A. G. González, G. N. Barrera, J. G. Ayala, J. A. Padilla y D. Alvarado, «Dynamic performance of a Skystream wind turbine: A bond graph approach,» *Cogent Engineering*, vol. 6, n° 1709361, 2019.
- [111] J. F. Gieras y M. Wing, Permanent Magnet Motor Technology, 2 ed., CRC, 2002.
- [112] L. Hansen, L. Helle, F. Blaabjerg, E. Ritchie, S. Munk-Nielsen, H. W. Bindner, P. E. Sørensen y B. Bak-Jensen, Conceptual survey of generators and power electronics for wind turbines, Risoe-R No. 1205(EN) ed., Dinamarca: DTU Library, 2002.
- [113] B. Singh y S. Dwivedi, «A State of Art on Different Configurations of Permanent Magnet Brushless Machines,» *Technical Journal of The Institution of Engineers of India*, vol. 87, 2006.
- [114] D. C. Karnopp, L. Margolis D. y R. C. Rosenber, System Dynamics: Modeling and Simulation of Mechatronics Systems, 5ta. ed., NJ USA: John Wiley & Sons, 2012.
- [115] S. Harsha y P. K. Kankar, «Stability analysis of a rotor bearing system due to surface waviness and number of balls,» *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 46, pp. 1057-1081, 2004.
- [116] J. A. Kypuros, «System Dynamics and Control with Bond Graph Modeling,» *CRC Press, Taylor and Francis Group*, 2013.

- [117] D. Margolis, Bond Graph Modelling of Engineering Systems, W. Borutzky, Ed., Londres: Springer, 2011.
- [118] S. J. Mason, Feedback theory- further properties of signal flow graphs, IRE 44, 1956, pp. 920-926.
- [119] F. T. Brown, «Direct Application of the Loop Rule to Bond Graphs,» *Journal of Dynamics Systems, Measurement and Control*, pp. 253-261, 1992.

A. Apéndice: Funciones Hermíticas

Las propiedades de las funciones Hermíticas que especifican esta variación se ilustran en la ecuación (A-1). Las funciones Hermíticas se definen como complejas y su conjugado es igual a la función original con la variable con el signo contrario Figura A-1.

$$\begin{aligned} N_i(x_j) &= \delta_{ij} & \overline{N}_i(x_j) &= 0 \\ N_i^{(1)}(x_j) &= 0 & \overline{N}_i^{(1)}(x_j) &= \delta_{ij} \end{aligned} \quad (A-1)$$

A continuación, por medio de una combinación lineal de funciones polinomiales por segmentos se obtiene una solución aproximada $X(x)$ igual a:

$$X(x) = \sum_{i \in CI_n} \omega_i N_i(x) + \omega'_i \overline{N}_i(x) = \sum_{i \in CI_n} N_i w_i \quad (A-2)$$

$$N_i = [N_i(x) \quad \overline{N}_i(x)]$$

donde CI_n son los índices nodales, w_i es el vector de desplazamiento y N_i es el vector de las funciones de forma como se muestra en la Figura A-1:

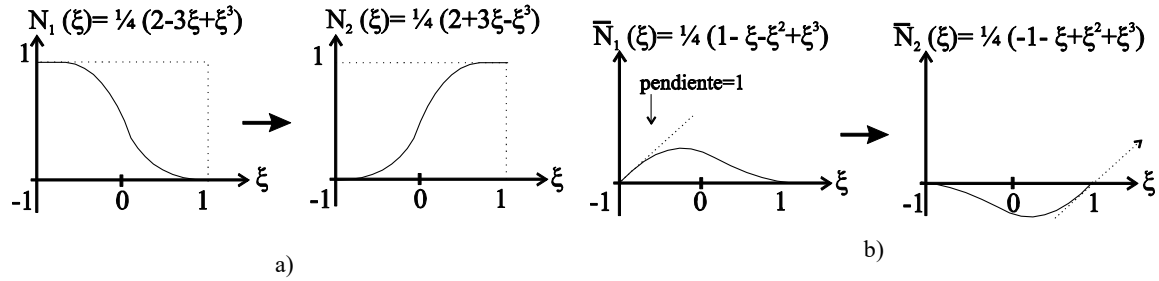


Figura A-1: Funciones Hermíticas cúbicas.

El método de elementos finitos elige un sub-espacio que le permita usar la interpolación polinomial por segmento (ver Figura A-2), aproximando cada elemento a X mediante cuatro funciones con lo cual se asegura la continuidad de los desplazamientos y giros entre los elementos adyacentes.

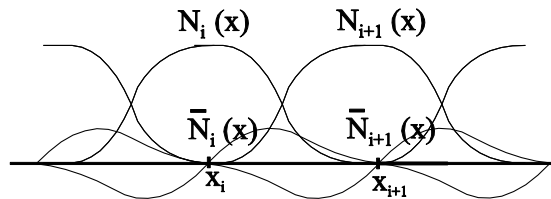


Figura A-2: Funciones interpolantes sobre el i -esimo elemento.

B. Apéndice: Modelado en Bond Graph

La metodología de Bond Graph BG es una herramienta gráfica utilizada para obtener el modelo matemático de un sistema dinámico. Para construir dicho modelo, es necesario considerar la relación entre los distintos submodelos y sus respectivas respuestas dinámicas [116]. Esto implica visualizar los intercambios de energía en sistemas dinámicos de cualquier dominio físico, respetando principios de causalidad (relación causa-efecto) y las hipótesis del modelado. Una de las principales ventajas de esta metodología es que permite obtener un conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden, las cuales que pueden ser utilizadas tanto para analizar la respuesta del sistema como para diseñar leyes de control [72].

El proceso del modelado con BG comienza con la identificación de características esenciales y de sus mecanismos inherentes. Un BG es un diagrama en el que cada vínculo (o bond) tiene una dirección asignada, y puede clasificarse como bond o enlace de energía o señal.

Un bond se representa gráficamente mediante una media flecha (como se muestra en la Figura B-1), que simboliza el flujo instantáneo de energía. En cada dominio físico, este flujo se describe como el producto de dos variables fundamentales: esfuerzo (e) y flujo (f). La dirección de la flecha indica la dirección positiva del flujo de energía.

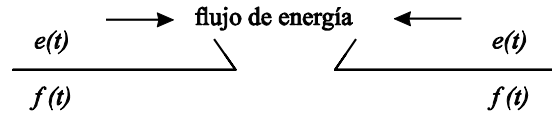


Figura B-1: Representación de un bond con las variables de esfuerzo y flujo.

Como ya se mencionó, que cada bond está asociada a dos variables generalizadas: esfuerzo $e(t)$ y flujo $f(t)$. Estas variables son denominadas “generalizadas” porque pueden aplicarse a distintos dominios físicos de energía. El producto de sus valores instantáneos representa la energía instantánea o potencia $P(t)$ transferida en el sistema, expresada como:

$$P(t) = e(t) f(t) \quad (B-1)$$

Para modelar sistemas físicos utilizando BG, se emplean diversos elementos básicos, clasificados según su tipo de puerto: puerto-1, puerto-2 y puerto-3 [117]. Los elementos con una sola interacción de energía como fuentes son los tipo puerto-1, los elementos de almacenamiento o disipación son los

tipo puerto-2, y los elementos de conexión (como nodos 0 y 1, transformadores o giradores) son los tipo puerto-3. Una descripción detallada de estos elementos se encuentra en el Apéndice B, sin embargo, en esta sección nos enfocaremos en los más utilizados para realizar esta investigación.

Entre los elementos más relevantes en el modelado mediante BG se encuentran aquellos que almacenan energía, ya que permiten que esta se acumule temporalmente y luego se devuelva al sistema sin pérdidas, con lo que se contribuye a la dinámica del mismo. Un ejemplo fundamental de este tipo de componentes es el elemento "C", que representa el almacenamiento de energía potencial. Este elemento se caracteriza por una relación constitutiva que vincula directamente el esfuerzo con la variable generalizada del desplazamiento, el cual depende del dominio físico en cuestión (por ejemplo, el ángulo de giro en mecánica o carga en eléctrica). Este bond se ilustra en la Figura B-2.

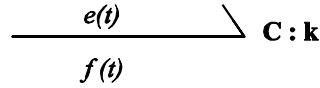


Figura B-2: Elemento "C".

Su comportamiento dinámico puede describirse mediante la expresión:

$$e(t) = \int_0^t k(t)f(t) dt \quad (B-2)$$

donde $k(t)$ representa un parámetro característico del sistema, cuya interpretación varía según el dominio físico. Por ejemplo, en sistemas eléctricos $k(t)$ puede representar una capacitancia, mientras que en mecánica puede corresponder a una constante elástica. La ecuación (B-2) refleja la acumulación de energía a lo largo del tiempo como resultado de la acción del flujo sobre el elemento de almacenamiento.

Asimismo, los elementos que almacenan energía sin disiparla son fundamentales para describir el comportamiento dinámico de sistemas conservativos. En estos casos, la energía se acumula temporalmente y puede ser devuelta íntegramente al sistema, sin pérdidas. En la ecuación (B-2), cuando el parámetro $k(t)$ es constante en el tiempo, como ocurre en muchos sistemas lineales, se simplifica a:

$$e(t) = k \int_0^t f(t) dt \quad (B-3)$$

$$e(t) = k q(t)$$

donde $q(t)$ representa la variable generalizada de desplazamiento asociada al flujo acumulado en el tiempo.

Cabe destacar que el valor y significado físico de la constante k varía de acuerdo con el dominio físico considerado, como se detalla en la Tabla B-2. Algunos ejemplos concretos de este tipo de comportamiento son: un resorte lineal en mecánica, un capacitor en eléctrica, un depósito en hidráulica.

En la Tabla B-1 se presentan ejemplos de ecuaciones representativas en los dominios eléctrico y mecánico correspondientes a los elementos pasivo tipo puerto-1, los cuales modelan almacenamiento o disipación de energía en los sistemas. Entre ellos se incluyen:

- La resistencia eléctrica que se opone al paso de una corriente eléctrica y produce una caída de voltaje proporcional.
- El amortiguador mecánico o hidráulico que ejerce una fuerza opuesta al movimiento proporcional a la velocidad.
- La fricción, que representa una pérdida de energía en forma de calor debido al contacto entre superficies.

Estos elementos comparten una estructura de puerto-1, en la cual el esfuerzo y el flujo están vinculados por una relación constitutiva directa. La Tabla B-1 muestra sus ecuaciones en los dominios físico eléctrico y mecánico rotacional.

Tabla B-1: Elementos pasivos puerto-1.

Elemento	Eléctrico	Mecánico
R Resistencia/ Amortiguador	$v(t) = R i(t)$	$F(t) = b V(t)$
C Capacitor/ Resorte	$v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$	$F(t) = k \int V(t) dt$
I Inductor/ Masa	$i(t) = \frac{1}{L} \int v(t) dt$	$V(t) = \frac{1}{m} \int F(t) dt$

Los elementos pasivos de puerto-1, como resistencias, resortes, amortiguadores, capacitores o masas, permiten modelar de manera precisa la dinámica de sistemas físicos mediante relaciones entre variables de esfuerzo y flujo. Sin embargo, cuando se trata de sistemas con múltiples componentes

similares o repetitivos, como estructuras con varios grados de libertad o redes complejas, el uso de bonds individuales puede volverse redundante y dificultar la interpretación del modelo.

En este contexto, los elementos de almacenamiento multibond permiten representar múltiples variables de esfuerzo y flujo de forma simultánea, utilizando estructuras vectoriales (ver Figura B-3). Esta metodología resulta particularmente útil en sistemas con simetrías, repeticiones o múltiples grados de libertad, como en sistemas mecánicos de varios ejes, redes eléctricas o sistemas hidráulicos distribuidos. La Figura B-3 muestra que al agrupar los bonds en un multibond, se simplifica la topología del modelo y se facilita su interpretación y análisis. con la finalidad de simplificar la estructura o representación del sistema.

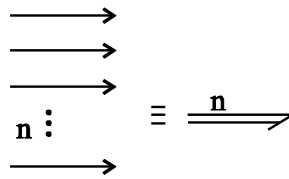


Figura B-3: Combinación de flechas de señal.

También, los elementos multipuerto, como las uniones tipo unión-0 y unión-1, permiten la interconexión de múltiples bonds en un nodo en común. Estas uniones cumplen funciones específicas:

- En una unión-0, todos los bonds conectados comparten el mismo esfuerzo, mientras que los flujos se suman (análoga a un nodo en paralelo).
- En una unión-1, todos los bonds comparten el mismo flujo, y los esfuerzos se suman (análoga a un nodo en serie).

La combinación de elementos del mismo tipo (por ejemplo varios elementos "C"), representados con un multibond, no implica que sus variables (esfuerzo y flujo) se mezclen entre sí. Es decir, cada bond mantiene sus propias variables independientes dentro del conjunto. Además, cada par de esfuerzo y flujo que ocupa la misma posición (n – ésima) en el multibond está relacionado únicamente con su propia ecuación constitutiva, como si se tratará de un bond individual conectado a un puerto de potencia pasivo. Asimismo, si el modelo incluye varias fuentes independientes que se agrupan en un multibond, cada fuente sigue actuando de forma independiente, sin que exista relación o interconexión entre ellas. En un BG con bond unidimensionales, se utilizan tantos bonds como sean necesarios para conectarlos a un elemento de almacenamiento. En cambio, con un multibond, todos los bonds adyacentes pueden agruparse en una sola entidad, lo que permite una representación más compacta y ordenada del sistema. Si un multibond de dimensión n se conecta a un puerto de potencia,

se dice que dicho puerto es de dimensión n . Una representación de un elemento "C" conectado mediante multibonds se muestra en la Figura B-4.

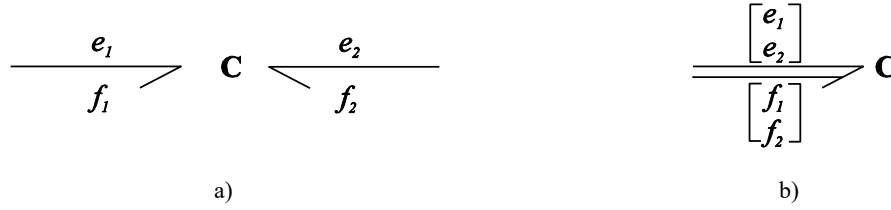


Figura B-4: Representación de un elemento C con dos puertos de potencia.

Cuando se utilizan multibonds en el modelado con BG, las interconexiones energéticas se agrupan de forma estructurada mediante representaciones vectoriales. En estas representaciones, cada componente del vector corresponde a una interacción energética independiente, pero agrupada dentro de un marco en común, lo que permite modelar de manera más eficiente sistemas multivariables o de gran escala. Por ejemplo, en la Figura B-4-b, se representa un elemento de almacenamiento tipo "C" utilizando un multibond. En este caso, los esfuerzos e y los flujos f se expresan como vectores columna. La potencia total (P) asociada a este elemento de almacenamiento se define como:

$$P = e^T f \quad (\text{B-4})$$

donde e^T representa la transpuesta del vector de esfuerzos. Esta notación es especialmente útil en entornos computacionales, ya que permite aplicar álgebra matricial para la simulación numérica, el diseño de controladores y la identificación de parámetros en sistemas complejos.

De forma equivalente, un elemento tipo "C" con n puertos individuales (bonds unidimensionales) se pueden caracterizar mediante n funciones constitutivas independientes, cada una relaciona un esfuerzo específico con un desplazamiento generalizado correspondiente. Sin embargo, cuando en un modelo se presentan combinaciones de causalidades integrativas y derivativas en los diferentes puertos, no es posible representarlo con un único multibond, debido a que en un multibond requiere una asignación uniforme de causalidad.

En estos casos, el elemento debe representarse mediante dos (o más) multibonds separados, cada uno con su propia dimensión y asignación de causalidad correspondiente. debe de ser separado en dos multibond de diferentes dimensiones y con diferentes causalidades asignadas. Cuando todos los puertos tiene causalidad derivativa, la relación constitutiva del elemento C puede expresarse de forma simplificada mediante una función vectorial:

$$q = \Phi_C(e) \quad (B-5)$$

donde q es el vector de desplazamientos generalizados, y Φ_C representa la función constitutiva del elemento "C" bajo esta condición de causalidad.

Por otra parte, si E representa la energía almacenada en un elemento multipuerto tipo "C", esta puede expresarse como una función del vector de desplazamientos generalizados, de forma análoga al caso de un elemento "C" de puerto-1:

$$E = E_0 + f_E(q) \quad (B-6)$$

donde E_0 es la energía almacenada en el tiempo inicial t_0 , y $f_E(q)$ es una función escalar que depende del estado del sistema. A partir de esta función de energía, el esfuerzo correspondiente a cada puerto de potencia i se obtiene diferenciado respecto al desplazamiento correspondiente:

$$e_i = \frac{\partial E}{\partial q_i} \quad (B-7)$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

Dado que un elemento de almacenamiento es, por definición, conservativo, sus ecuaciones constitutivas deben cumplir con la condición de reciprocidad de Maxwell, la cual impone que:

$$\frac{\partial e_i}{\partial q_j} = \frac{\partial e_j}{\partial q_i} \quad (B-8)$$

para $i \neq j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$

Esta implica que la función constitutiva Φ_C , introducida en la ecuación (B-5), debe ser derivable y, en el caso lineal, estar asociada a una matriz simétrica. En consecuencia, la relación constitutiva del elemento "C" en forma matricial se expresa como:

$$e = C^{-1}q \quad (B-9)$$

donde C^{-1} es una matriz de constante simétrica, que representa la inversa de la matriz de capacidades generalizadas del sistema.

De forma análoga al caso del elemento C, un elemento I (inercial) de almacenamiento de energía con n puertos de potencia se caracteriza por n ecuaciones constitutivas, cada una de las cuales relaciona el flujo en el puerto i con los momentos generalizados del sistema. En un elemento multipuerto de

tipo I, es posible que algunos puertos adopten causalidad integral, mientras presenten causalidad derivativa. En estos casos, no es posible representarlo por medio de un único multibond, y se requiere separar las representaciones según su causalidad.

Sin embargo, cuando todos los puertos presentan causalidad derivativa, se puede emplear una formulación vectorial, en la cual la ecuación constitutiva del elemento se expresa como:

$$p = \Phi_1(f) \quad (B-10)$$

donde p es el vector de momentos generalizado y f es el vector de flujos. Según el principio de conservación de la energía, este tipo de sistemas también deben cumplir con la condición de reciprocidad de Maxwell, que en este caso se expresa como:

$$\frac{\partial f_i}{\partial q_j} = \frac{\partial f_j}{\partial q_i} \quad (B-11)$$
$$i \neq j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n$$

Esta condición garantiza que el comportamiento del sistema es reversible y conservativo, siempre que su dinámica sea lineal y derivable.

En el contexto del modelado de sistemas, las partes principales que lo componen se conocen como submodelos, mientras que las partes no reducibles se denominan componentes. Un submodelo se considera como una parte del sistema general que puede modelarse de forma independiente, como si fuera un sistema autónomo. En cambio, un componente se modela como una entidad indivisible dentro del sistema general.

Los puntos de interconexión entre submodelos o componentes se llaman puertos. Un sistema que tiene varios puntos de interacción se denomina sistema multipuerto, que se denota como puertos- n , donde n corresponde al número de puertos. La Figura B-5 ilustra estos nodos de interconexión, también llamados multipuertos, en el cual, el número de bonds conectados a un nodo corresponde al número de puertos de un multipuerto, incluso cuando sea puerto único [117]. Asimismo, una señal conectada a un nodo con orientación hacia adentro modula el multipuerto. Una opción para ser más específicos del tipo de nodo, se ponen dos puntos y se escribe nombre específico.

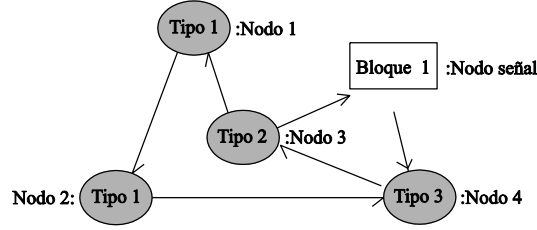


Figura B-5: BG etiquetado con bonds y señales.

En lo que respecta a los multipuertos, una propiedad general es que estos representan las relaciones constitutivas entre un conjunto de variables de esfuerzo y flujo, cuyo número es igual al número total de puertos de potencia que posee el componente. Es decir, para un multipuerto con n puertos de potencia, se modelan n pares de variables (esfuerzo-flujo), cada una asociada a un puerto. En cada puerto, una de las variables (esfuerzo o flujo) se considera independiente y la otra dependiente, en función de la causalidad asignada.

Además de los puertos de potencia, el modelo puede incluir puertos de señal, que permiten representar entradas y salidas de información con una o más variables independientes, especialmente en sistemas controlados. En este contexto, para un multipuerto con n puertos:

- k representa el número de flujos independientes.
- $n - k$ es el número de esfuerzos independientes.
- s es el número de entradas de señal i .
- r es el número de salidas de señal u .

Por tanto, la relación constitutiva completa del multipuerto puede escribirse de forma compacta como:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_k \\ f_{k+1} \\ \vdots \\ f_n \\ u_1 \\ \vdots \\ u_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1(x) \\ \vdots \\ e_k(x) \\ f_{k+1}(x) \\ \vdots \\ f_n(x) \\ u_1(x) \\ \vdots \\ u_r(x) \end{bmatrix} \quad \text{con } x = \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_k \\ e_{k+1} \\ \vdots \\ e_n \\ i_1 \\ \vdots \\ i_s \end{bmatrix} \quad (\text{B-12})$$

Esta representación muestra cómo las variables dependientes (esfuerzos, flujos y salidas) están definidas como funciones de las variables independientes y las entradas.

B.1. Variables Generalizadas

En sistemas almacenadores de energía es necesario definir variables que representen el estado del sistema en: las variables del sistema y las variables energéticas o dinámicas. El esfuerzo $e(t)$ y flujo $f(t)$ son las variables del sistema que definen el bond, su significado físico depende del dominio físico en que se delimite el sistema. El momento $p(t)$ y el desplazamiento $q(t)$ son las variables dinámicas o energéticas y se definen como la integral en el tiempo de las variables esfuerzo y flujo:

$$q(t) = \int_0^t f(t) dt \quad (\text{B-13})$$

$$p(t) = \int_0^t e(t) dt \quad (\text{B-14})$$

Un resumen del párrafo anterior se muestra en la Figura B-6, conocida como tetraedro de estado, la cual nos sirve para relacionar los cuatro tipos de variables, donde cada variable está asociada a un vértice: $e(t)$, $f(t)$, $q(t)$ y $p(t)$ del BG [91].

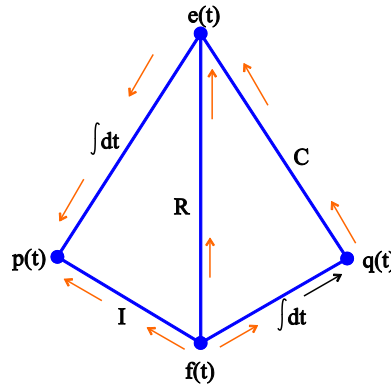


Figura B-6: Tetraedro de estado.

Por ejemplo, en un sistema mecánico, $e(t) = \text{fuerza}$, $f(t) = \text{velocidad}$, $q(t) = \text{posición}$ y $p(t) = \text{momento lineal}$. Es importante mencionar que, solo los puertos con los mismos tipos de esfuerzos y flujos pueden conectarse entre sí con un bond, ya que pertenecen a un mismo dominio. La Tabla B-2 define la terminología y las restricciones de interconexión; también muestra los cuatro tipos de variables para diferentes dominios de la física [117].

Tabla B-2: Significado del dominio físico de las variables del BG.

Dominio físico	Flujo $f(t)$	Esfuerzo $e(t)$	Desplazamiento $q(t)$	Momento $p(t)$
Electromagnético	i Corriente	v Voltaje	$q = \int i dt$ Carga	$\lambda = \int u dt$ Flujo magnético
Mecánica traslación	V Velocidad	F Fuerza	$x = \int V dt$ Posición	$p = \int F dt$ Momento lineal

Mecánica rotación	ω Velocidad angular	T Torque	$\theta = \int \omega dt$ Posición angular	$b = \int T dt$ Momento angular
Hidráulica/ Neumática	φ Caudal	p Presión	$V = \int \varphi dt$ Volumen	$\Gamma = \int p dt$ Momento
Sistemas térmicos	T Temperatura	fS Flujo calor	$S = \int fS dt$ Entropía	
Química	μ Potencial	fN Flujo molar	Número de moles	

B.2. Elementos básicos

Para modelar los sistemas físicos con BG, tenemos los elementos básicos [117] que se describen a continuación:

❖ **Elementos activos Puerto-1:** estos son los elementos fuente, encargados de suministrar una entrada de potencia al sistema. Se les llama de puerto-1, ya que se caracterizan por una ley escalar y reciben energía a través de un enlace único. Hay dos tipos de fuentes:

- **Fuentes de esfuerzo,** generan un esfuerzo conocido al sistema y el sistema proporciona el flujo. Se muestra en la Figura B-7-a; i.e. peso, baterías, generadores de voltaje, fuentes de voltaje, entre otros.
- **Fuentes de flujo,** proporcionan una entrada de flujo al sistema y el sistema aporta el esfuerzo (ver Figura B-7-b); i.e. fuentes de corriente, bombas hidráulicas, motores, entre otros.



Figura B-7: a) Fuente de esfuerzo, b) Fuente de flujo.

❖ **Elementos Pasivos Puerto-1:** se le conoce como elementos pasivos debido a que pueden convertir la energía con la que se alimentan, en energía disipada o en energía almacenada. Es importante mencionar que, como la energía es suministrada a los elementos, la semiflecha va hacia el elemento.

Elementos que almacenan energía: son aquellos que acumulan y devuelven toda la energía al sistema sin ninguna pérdida.

- **Elementos "C"**, son elementos que almacenan energía potencial y se caracterizan por una relación constitutiva que relaciona directamente el esfuerzo con la variable generalizada del desplazamiento. Se ilustra el bond en la Figura B-2.

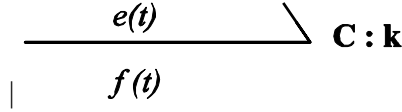


Figura B-8: Elemento "C".

Esta relación se puede expresar como la integral a lo largo del tiempo del producto del flujo que se produce por un parámetro $k(t)$.

$$e(t) = \int_0^t k(t)f(t) dt \quad (\text{B-15})$$

En sistemas dinámicos lineales el parámetro k suele ser constante y no dependiente del tiempo. Por lo anterior y con base en la Tabla **B-2** tenemos;

$$e(t) = k \int_0^t f(t) dt$$

$$e(t) = k q(t) \quad (\text{B-16})$$

Algunos ejemplos de elementos con este tipo de comportamiento en diferentes dominios de la física son: un resorte lineal en mecánica, un capacitor en eléctrica, un depósito en hidráulica, etc.

- **Elemento "I"**, son elementos básicos que almacenan energía cinética y se definen como la relación directamente proporcional del momento con el flujo. El bond de este elemento se muestra en la Figura B-9.

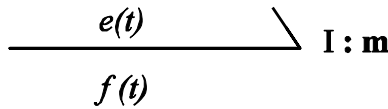


Figura B-9: Elemento "I".

En esta relación, el esfuerzo se puede expresar como la derivada del producto del flujo que se produce por un parámetro $m(t)$.

$$e(t) = \frac{d}{dt} [m(t)f(t)] \quad (\text{B-17})$$

En sistemas dinámicos lineales el parámetro m suele ser constante y no dependiente del tiempo.

$$e(t) = m \frac{d}{dt} f(t) \quad (\text{B-18})$$

Un elemento con este tipo de comportamiento en el dominio de la mecánica es la masa inercial. El esfuerzo es la fuerza " F " aplicada sobre una masa " m " y la derivada del flujo es la aceleración que experimenta la masa en la dirección y sentido de la aplicación de la fuerza.

Elementos que disipan energía: representan fenómenos físicos donde la energía se degrada o disipa en forma de calor u otras pérdidas irreversibles. Estos elementos son pasivos y modelan comportamientos resistivos en los distintos dominios físicos (mecánico, eléctrico, hidráulico, térmico, etc.). Su característica principal es que no almacenan energía y su potencia siempre es positiva.

- **Elemento "R",** estos elementos disipan energía y se relacionan directamente el esfuerzo con el flujo. Este elemento se muestra en la Figura B-10.

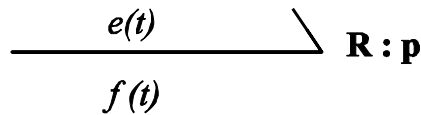


Figura B-10: Elemento "R".

El esfuerzo y el flujo se relacionan por la ecuación (B-19), en la cual R puede ser un parámetro " p " lineal o no lineal.

$$e(t) = R f(t) \quad (\text{B-19})$$

En la Tabla B-1 se listan ejemplos de ecuaciones representativas en el dominio eléctrico y mecánico de los elementos pasivo puerto-1, como son: la resistencia eléctrica que se opone al paso de una corriente eléctrica y produce una caída de voltaje; un amortiguador hidráulico que genera una fuerza opuesta a su movimiento, proporcional a la velocidad que se quiere desplazar; pérdida de energía por fricción, entre otros.

Tabla B-3: Elementos pasivos puerto-1.

Elemento	Eléctrico	Mecánico
R	$v(t) = R i(t)$	$F(t) = b V(t)$
C	$v(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$	$F(t) = k \int V(t) dt$
I	$i(t) = \frac{1}{L} \int v(t) dt$	$V(t) = \frac{1}{m} \int F(t) dt$

- ❖ **Elementos ideales puerto-2:** existen dos elementos ideales del puerto-2: transformador (TF) y girador (GY). Estos son sistemas lineales que cambian la relación entre las variables de flujo y esfuerzo.

- **Elementos Transformadores (TF),** se muestra en la Figura B-11.

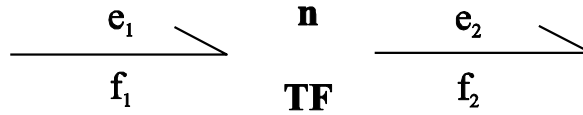


Figura B-11: Elemento transformador.

En este tipo de elementos se transmite energía sin pérdida y solo se relacionan esfuerzos con esfuerzos y flujos con flujos; es decir, no se mezclan. Entonces, si a la entrada tenemos un esfuerzo e_1 en la salida tendremos otro esfuerzo e_2 multiplicado por la razón de cambio " n ". Caso contrario, si en la salida hay un flujo f_2 en la entrada habrá otro flujo f_1 multiplicado por " n ". La razón de cambio n es también conocida como módulo transformador y nos indica la relación proporcional entre los esfuerzos o flujos en cada puerto del elemento, y se expresa como:

$$\begin{aligned} e_1 &= n e_2 \\ n f_1 &= f_2 \end{aligned} \tag{B-20}$$

Cuando el módulo transformador " n " es variante en el tiempo se denomina transformador modulado **MTF** y funciona de la misma forma.

- **Elementos Girador (GY),** en este tipo de elementos se transmite energía sin pérdida y su objetivo es mezclar los esfuerzos con los flujos con una razón de cambio " r "; es decir, este elemento relaciona esfuerzos con flujos y los flujos con esfuerzos. La razón de cambio " r " es

conocida como módulo girador y es la relación proporcional entre esfuerzo y flujo. El elemento girador se define como:

$$e_1 = r f_2 \quad (B-21)$$

$$r f_1 = e_2$$

La Figura B-12 muestra el este elemento.



Figura B-12: Elemento girador.

Si el módulo girador "r" no es constante en el tiempo, el funcionamiento es el mismo y se conoce como girador modulado MGY.

- ❖ **Elementos Unión puerto-3**, se definen como el punto donde se encuentran una o varias entradas de energía y una o varias salidas de esta (ver Figura B-13-a). La principal característica de las uniones es que se cumple el principio de conservación de la energía. Por otro lado, la potencia se define como la velocidad en la que se usa la energía por lo que también se cumple este principio.

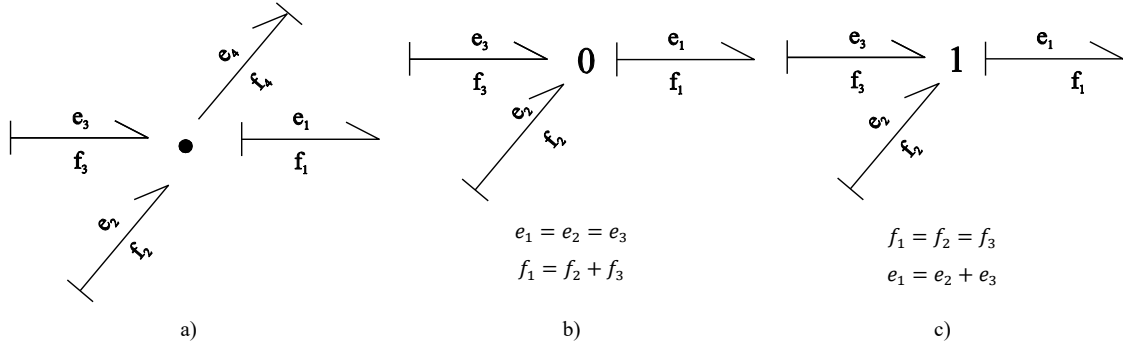


Figura B-13: a) Elemento unión, b) Unión 0 y c) Unión 1.

Por lo anterior, como la potencia de entrada (P_i) es igual a la potencia de salida (P_o) tenemos que:

$$P_i = P_o \rightarrow P_i - P_o = 0 \quad (B-22)$$

$$\sum_{i=0}^n e_i f_i - \sum_{j=0}^m e_j f_j = 0$$

donde n es el número de puertos entrantes y m es el número de puertos salientes del nodo. Existen dos tipos de uniones "0" y "1".

- **Elementos unión tipo "0"**, en esta unión todos los esfuerzos son iguales (ver Figura B-13-b).

$$e_i = e_j \quad \forall \quad i \neq j \quad (B-23)$$

Y la sumatoria de los flujos se expresa en (B-24). Tomando en cuenta que, un flujo negativo es cuando el bond se dirige hacia afuera de la unión y un flujo positivo es cuando el bond va hacia la unión.

$$\sum_{i=0}^n \varepsilon_i f_i \quad \forall \quad \varepsilon_i \in \{-1, +1\} \quad (B-24)$$

- **Elementos unión tipo "1"**, en esta unión todos los flujos son iguales (ver Figura B-13-c).

$$f_i = f_j \quad \forall \quad i \neq j \quad (B-25)$$

Y la sumatoria de esfuerzos se muestra en (B-26), donde el signo de cada flujo depende de la dirección del bond, el flujo negativo apunta hacia afuera y positivo va hacia adentro.

$$\sum_{i=0}^n \varepsilon_i e_i \quad \forall \quad \varepsilon_i \in \{-1, +1\} \quad (B-26)$$

B.3. Causalidad

Asimismo, es importante señalar que un modelo de BG representa la manera en que la energía o potencia se intercambia entre sus diferentes componentes. Además, permite visualizar explícitamente las relaciones de causa y efecto, conocidas como causalidad, y establece la estructura para el cálculo de las ecuaciones características asociadas al sistema [118].

Un aspecto fundamental es que ningún elemento del modelo puede determinar simultáneamente ambas variables de potencia (esfuerzo y flujo) en el bond que lo conecta. Asignar causalidad significa definir cuál variable es independiente y cuál depende del entorno.

Por ejemplo, una fuente de voltaje es la variable de esfuerzo "Se", pero solo con este esfuerzo no puede determinar directamente el flujo; este último es calculado en función del circuito al que está conectado, por ejemplo, a través de la resistencia "R". Del mismo modo, una fuente de corriente "Sf" establece un flujo por medio de un elemento "R", que genera la información del esfuerzo "Se" (voltaje).

Para representar la causalidad gráficamente en BG, se utiliza una línea perpendicular más gruesa sobre el bond con la siguiente convención: la línea causal que aparece cerca o lejos del elemento para indicar un esfuerzo o un flujo dado. Lo anterior, se muestra en la Figura B-14-a donde el esfuerzo es la salida del sistema de A y una entrada para el sistema B y viceversa para el flujo (ver Figura B-14-b).

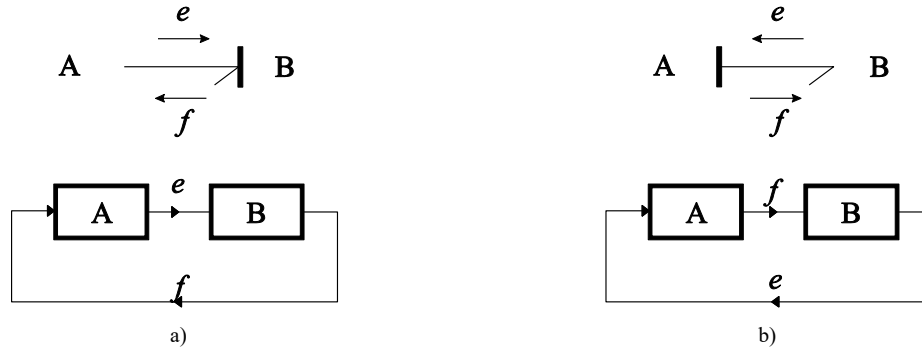


Figura B-14: Causalidad en un trazo y su diagrama a bloques asociado.

Las reglas para elementos básicos, así como el procedimiento para la asignación de causalidad son:

- Fuentes (Se, Sf), presentan causalidad obligatoria.
- Elementos R: presentan causalidad obligatoria para las que tengan leyes no invertibles.
- Elementos C y I: presentan causalidad preferencial integral.

Además, la causalidad en las uniones debe cumplir las siguientes restricciones:

- Unión 0: un solo trazo causal cerca del 0, es decir, que un solo elemento impone su esfuerzo a los otros elementos acoplados a esta unión.
- Unión 1: un solo trazo causal lejos del 1, es decir, un solo elemento impone su flujo a los otros elementos acoplados a esta unión.

Para los elementos R lineales, la causalidad puede asignarse de forma arbitraria, siempre que permita respetar las restricciones impuestas por las uniones y evitar conflictos de causalidad en el modelo. para respetar las restricciones de la causalidad en las demás uniones.

Un BG se considera causalmente correcto cuando no existe conflicto de causalidades en la asignación de causalidad entre elementos y uniones. Esta asignación permite describir las ecuaciones de estado y la función de transferencia de manera sistemática, además de definir la estructura matemática del

sistema y facilitar distintos tipos de análisis estructurales. Las reglas de afectación de la causalidad se muestran en la Tabla B-4:

Tabla B-4: Reglas de afectación de la causalidad.

Causalidad	Símbolo	Ley	Causalidad	Símbolo	Ley
Restricciones de causalidad		$e_1 = e_i$ $e_2 = e_i$ $\vdots$ $e_n = e_i$	Obligatoria	Se $\longrightarrow$ Sf $\longleftarrow$	e impuesto por Se f impuesto por Sf
		$f_1 = f_i$ $f_2 = f_i$ $\vdots$ $f_n = f_i$	Integral (preferencial)	$\longleftarrow C$ $\longrightarrow I$	$e = \Psi_c \left(\int f(\tau) d\tau \right)$ $f = \Psi_I \left(\int e(\tau) d\tau \right)$
		$e_1 = m \cdot e_2$ $f_2 = m \cdot f_1$	Derivativa	$\longrightarrow C$ $\longleftarrow I$	$f = \Psi_c^{-1} \left(\frac{de}{dt} \right)$ $e = \Psi_I^{-1} \left(\frac{df}{dt} \right)$
		$e_2 = \frac{1}{m} \cdot e_1$ $f_1 = \frac{1}{m} \cdot f_2$	Arbitraria (lineal)	$\longleftarrow R$ $\longrightarrow R$	$e = R \cdot f$ $f = \frac{1}{R} \cdot e$
		$e_1 = r \cdot f_2$ $e_2 = r \cdot f_1$	No arbitraria (no lineal)	$\longleftarrow R$ $\longrightarrow R$	$e = \Psi_R(f)$ $f = \Psi_R^{-1}(e)$
		$f_1 = \frac{1}{r} \cdot e_2$ $f_2 = \frac{1}{r} \cdot e_1$			

Finalmente, se lista el procedimiento para la asignación de la causalidad a continuación:

1. Asignar la causalidad obligatoria a las fuentes y a los elementos R no lineales.
2. Colocar una causalidad integral preferencial a los elementos C y I.
3. Completar la causalidad sobre los elementos R lineales, respetando las restricciones de causalidad en las uniones.
4. En caso de conflicto en una unión, buscar un elemento I o C causante de dicho conflicto y colocarlo en causalidad derivativa.

B.4. Modelado Matemático: Trayectorias casuales.

Una vez asignada la causalidad en el BG, surgen las trayectorias causales. Estas trayectorias siguen la secuencia causa-efecto entre los elementos del sistema. Enseguida se determinan las variables de estado con la linealización del modelo, lo que permite llevar a cabo un análisis de pequeña señal. Existen dos métodos principales para obtener dichas variables: mediante la matriz de estructura de unión y a través de las trayectorias causales.

A partir de la representación en BG, se puede obtener la estructura de unión del sistema, lo que facilita la obtención de las matrices en espacio de estados. Estas matrices, permiten describir la relación entrada-salida del sistema, como se muestra en la ecuación (B-27) para el caso SISO:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = C_p (sI_n - A_p)^{-1} B_p + D_p \quad (\text{B-27})$$

Sin embargo, una limitación de este método radica en el cálculo de la inversa $(sI_n - A_p)^{-1}$, que en sistemas grandes puede implicar una alta demanda computacional.

Una alternativa más directa es el uso de las trayectorias causales. A través de la matriz de función de transferencia, es posible obtener analíticamente el sistema de ecuaciones diferenciales linealizadas mediante la transformada de Laplace. En sistemas lineales e invariantes en el tiempo con múltiples entradas y salidas (MIMO), las funciones de transferencia que relacionan cada entrada con cada salida pueden ser obtenidas directamente del BG. Este procedimiento se basa en la regla de lazos, propuesta originalmente por Shannon en 1941 y redescubierta por Mason en 1955 [118].

Aunque esta regla fue pensada para diagramas de flujo de señales, Brown [119] demostró que puede aplicarse directamente sobre un BG, sin necesidad de convertirlo previamente. Para aplicar la regla de lazo de Mason, es necesario seguir las pautas establecidas por Brown (ver Apéndice B).

La función de transferencia basada en la regla de lazo se expresa como:

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{\sum T_i(s) \Delta_i(s)}{\Delta(s)} \quad (\text{B-28})$$

donde, $T_i(s)$ es la ganancia de la trayectoria directa:

$$T_i(s) = (-1)^{n_o+n_1} \prod_{J,K} \left(m_J \text{ ó } \frac{1}{m_J} \right) \left(r_K \text{ ó } \frac{1}{r_K} \right) \quad (\text{B-29})$$

siendo, n_0 y n_1 los número de cambios de orientación de los bonds en las uniones tipo 0 (al seguir la variable de flujo) y tipo 1 (al seguir la variable de esfuerzo), respectivamente. Los términos m_J , $1/m_J$, r_K y $1/r_K$ corresponden a los módulos de los elementos transformadores TF o giradores GY presentes en la trayectoria casual.

El polinomio característico $\Delta(s)$ se define como:

$$\Delta(s) = 1 - \sum_i B_i + \sum_{i,j} B_i B_j - \sum_{i,j,k} B_i B_j B_k + \dots \quad (\text{B-30})$$

donde B_i representa la ganancia de lazo sencillo, $B_i B_j$ es el producto de las ganancias de dos lazos independientes (que no se tocan entre sí), y así sucesivamente.

La ganancia de lazo sencillo se denota por $L_{ij}(s)$ y se expresa como:

$$L_{ij}(s) = (-1)^{n_o+n_1} \prod_{J,K} \left(m_J \text{ ó } \frac{1}{m_J} \right)^2 \left(r_K \text{ ó } \frac{1}{r_K} \right)^2 \prod_h G_h \quad (\text{B-31})$$

Las trayectorias causales son importantes en el modelado de sistemas mediante BG, ya permiten identificar de manera explícita cómo fluye la información dentro del sistema, aseguran la validez matemática y física del modelo. Además, facilitan la derivación directa de ecuaciones de estado o funciones de transferencia a partir de la estructura causal del modelo, evitando la necesidad de manipulaciones algebraicas extensas. Estas trayectorias constituyen también la base para aplicar la regla de lazo de Mason-Brown de forma sistemática y así calcular las funciones de transferencia de manera eficiente y automática.

Es esencial respetar las trayectorias causales, para garantizar que el BG represente la física del sistema correctamente. Ya que, si no se respetan las trayectorias causales se pueden introducir inconsistencias en las ecuaciones, puede volverse un modelo imposible de resolver o físicamente incorrecto. Por tanto, no sería posible aplicar correctamente métodos como la regla de lazo, ni obtener de forma sistemática la matriz de estado o las funciones de transferencia.

De este modo, al tratarse de sistemas que obedecen el principio de conservación de la energía, la energía que entra al sistema es igual a la que sale. Esta propiedad permite modelar y analizar de forma sistemática el comportamiento dinámico de sistemas físicos complejos mediante BG.

B.5. Procedimientos para modelar Bond Graph

Para construir un BG, es necesario seguir el procedimiento oportuno al dominio que le corresponde.

B.5.1 Procedimiento para modelar sistemas eléctricos:

1. Fijar el sentido de la corriente. Este será tomado como sentido de la transferencia de potencia.
2. Buscar todos los nodos y colocar una unión 0 por cada uno.
3. Colocar una unión 1 entre dos uniones 0, y agregar los elementos que se encuentren sometidos a una diferencia de potencial.
4. Acoplar las uniones por medio de trazos, respetando el sentido de transferencia de la potencia.
5. Escoger un nodo de referencia o varios según sea el caso y suprimir la unión 0 asociados a este nodo, así como todos los trazos que se encuentren adheridos a esta unión. Simplificar como se muestra en Figura B-15 si es posible.



Figura B-15: Simplificación de bonds.

B.5.2. Procedimiento para modelar sistemas mecánicos:

1. Asignar una unión 1 para cada velocidad distinta.
2. Insertar uniones 0 por cada elemento puerto-1 del sistema entre sus correspondientes uniones 1 y añadir inercias a estas uniones.
3. Establecer el nodo de tierra, para este caso es cualquier velocidad cero (unión 1).
4. Simplificar el modelo.

B.6. Regla de lazo de Mason en términos de Bond Graph

Para poder aplicar la regla de lazo de Mason a un BG, el primer paso es identificar los lazos. Un lazo es una trayectoria que parte de un punto y regresa a ese mismo punto sin pasar por el más de una vez. Existen dos tipos de lazos: los lazos planos asociados con las trayectorias causales entre los elementos pasivos de puerto-1 y los lazos abiertos, asociados con los lazos causales. Brown proporciona una serie de pautas en términos de BG para utilizar la regla de lazo de Mason

1. Los lazos planos se tocan entre ellos sí y solo sí sus trayectorias causales correspondientes tienen en común una unión-0 o unión-1. Si la trayectoria causal entre dos elementos pasivos de puerto-1 comparten una unión con otra posible trayectoria causal, entonces sus lazos de señal correspondientes se tocan uno al otro.
2. Los dos lazos abiertos de orientación contraria de una trayectoria causal cerrada se tocan uno al otro si la malla incluye una o varios fragmentos de las mallas.
3. Los lazos abiertos de dos diferentes mallas se tocan uno al otro si ambos tienen una unión en común localizada en un fragmento de malla de una de las dos mallas.
4. Dos lazos de señal se tocan una a la otra, si sus trayectorias causales tienen en común un elemento pasivo puerto-1.

C. Apéndice: Datos del Aerogenerador HAWT

C.1 Estructura del aspa

Sección 1	Sección 2
$E = 7.2e9 \text{ Pa}$	$E = 7.2e9 \text{ Pa}$
$l_1 = 0.5 \text{ m}$	$l_2 = 0.5 \text{ m}$
$M_1 = 1.564 \text{ Kg}$	$M_2 = 1.055 \text{ Kg}$
$J_1 = 0.0928 \text{ Kg. m}^2$	$J_2 = 0.5461 \text{ Kg. m}^2$
$\mu = 0.01$	$\mu = 0.01$
$J_{total} = 0.639 \text{ Kg. m}^2$	
$J_{hub} = 1.917 \text{ Kg. m}^2$	

C.2 Conversión aerodinámica del rotor

Sección 1	Sección 2
$Perfil_1 = NACA 4412$	$Perfil_2 = NACA 4412$
$c_1 = 0.1147 \text{ m}$	$c_2 = 0.00152 \text{ m}$
$\beta_{t1} = 10.77 \text{ deg}$	$\beta_{t2} = 1.79 \text{ deg}$
$\rho_{aire} = 1.225 \text{ kg/m}^3$	$\rho_{aire} = 1.225 \text{ kg/m}^3$
$r_1 = 0.325 \text{ m}$	$r_2 = 0.825 \text{ m}$
$l_1 = 0.5 \text{ m}$	$l_2 = 0.5 \text{ m}$

C.3 Rodamiento

$M_{shaft} = 6.2636 \text{ Kg}; R_{shaft} = 1376.8 \text{ N.s/m}; K_{shaft} = 7.42e8 \text{ N/m};$
$J_{shaft} = 0.00528 \text{ Kg.m}^2; M_{pedestal} = 12.638 \text{ Kg}; R_{pedestal} = 2210.7 \text{ N.s/m};$
$K_{pedestal} = 1.51e^7 \text{ N/m}; M_{cage} = 0.05 \text{ Kg}; R_{joint} = 100.0 \text{ N.s/m};$
$M_{ball} = 8.37e^{-5} \text{ Kg}; R_{ball} = 1376.8 \text{ N.s/m}; K_{ball} = 9.92e^9 \text{ N.m};$
$J_{ball} = 3.43e^{-4} \text{ Kg.m}^2; R_f = 1.0 \text{ N.s/m}; r_{ball} = 0.002 \text{ m}; L_1 = 0.0021 \text{ m}$

Eje entre los rodamientos
$K_{shaft} = 5.68e^7 \text{ N/m}; B_{shaft} = 24.46 \text{ N.s/m}$

C.4 Generador PMSG

$R_s = 1.62 \Omega; R_{kq} = 4.77 \Omega; R_{fd} = 1.208 \Omega; R_{kd} = 3.142 \Omega;$
$L_{ls} = 0.004527 \text{ H}; L_{skq} = 0.01015 \text{ H}; L_{skd} = 0.007334 \text{ H};$
$L_{lfd} = 0.01132 \text{ H}; L_{md} = 0.1086 \text{ H}; L_{mq} = 0.5175 \text{ H}; P = 2$

D. Apéndice: Datos del Aerogenerador VAWT Darrieus Helicoidal

D.1 Estructura del aspa

Sección 1	Sección 2
$E = 7.2e9 \text{ Pa}$	$E = 7.2e9 \text{ Pa}$
$l_1 = 0.5 \text{ m}$	$l_2 = 0.5 \text{ m}$
$M_1 = 1.5178 \text{ Kg}$	$M_2 = 1.5178 \text{ Kg}$
$J_1 = 0.3571 \text{ Kg. m}^2$	$J_2 = 0.3571 \text{ Kg. m}^2$
$\mu = 0.01$	$\mu = 0.01$
$\alpha_R = 0.005$	$\alpha_R = 0.005$
$J_{total} = 0.7142 \text{ kg m}^2$ $J_{rotor} = 2.1427 \text{ Kg. m}^2$	

D.2 Conversión aerodinámica del rotor

Sección 1	Sección 2
$Perfil_1 = \text{NACA 0018}$	$Perfil_2 = \text{NACA 0018}$
$c_1 = 0.19 \text{ m}$	$c_2 = 0.19 \text{ m}$
$\beta_{twist1} = -20 \text{ deg}$	$\beta_{twist2} = 20 \text{ deg}$
$\rho_{aire} = 1.225 \text{ kg/m}^3$	$\rho_{aire} = 1.225 \text{ kg/m}^3$
$r_1 = 1.095 \text{ m}$	$r_2 = 1.095 \text{ m}$
$l_1 = 0.5 \text{ m}$	$l_2 = 0.5 \text{ m}$

D.3 Eje

Material: Aleación de Aluminio
$m_{eje} = 1.6074 \text{ kg}, m_{eje1} = m_{eje2} = 0.8037 \text{ kg}$
$l = 0.6 \text{ m}$
$D_{ext} = 0.06 \text{ m}$
$D_{int} = 0.0525 \text{ m}$
$E = 70 \text{ GPa}$
$I = 9.0368 \times 10^{-6} \text{ m}^4$
$\alpha_c = 0.001$

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



A quien corresponda,

Por este medio, quien abajo firma, bajo protesta de decir verdad, declara lo siguiente:

- Que presenta para revisión de originalidad el manuscrito cuyos detalles se especifican abajo.
- Que todas las fuentes consultadas para la elaboración del manuscrito están debidamente identificadas dentro del cuerpo del texto, e incluidas en la lista de referencias.
- Que, en caso de haber usado un sistema de inteligencia artificial, en cualquier etapa del desarrollo de su trabajo, lo ha especificado en la tabla que se encuentra en este documento.
- Que conoce la normativa de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, en particular los Incisos IX y XII del artículo 85, y los artículos 88 y 101 del Estatuto Universitario de la UMSNH, además del transitorio tercero del Reglamento General para los Estudios de Posgrado de la UMSNH.

Datos del manuscrito que se presenta a revisión		
Programa educativo	Doctor en Ciencias en Ingeniería Eléctrica con opción en Sistemas de Control	
Título del trabajo	DISEÑO EN BOND GRAPH DE UN AEROGENERADOR DE BAJA POTENCIA PARA USO RESIDENCIAL	
	Nombre	Correo electrónico
Autor/es	M. C. América Torres Tinoco	america.torres@umich.mx
Director	Dr. Roberto Tapia Sánchez	roberto.tapia@umich.mx
Codirector	Dr. Antonio Ramos Paz	antonio.ramos@umich.mx
Coordinador del programa	Dr. Juan Anzures Marín	juan.anzures@umich.mx

Formato de Declaración de Originalidad y Uso de Inteligencia Artificial

Coordinación General de Estudios de Posgrado
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo



Uso de Inteligencia Artificial		
Rubro	Uso (sí/no)	Descripción
Asistencia en la redacción	Sí	Para la redacción inicial de algunas secciones, específicas, como la conclusión.
Traducción al español	Sí	Sí, para la traducción de artículos científicos y párrafos de libros en inglés.
Traducción a otra lengua	Sí	Sí, solo para revisar gramática e ideas clave del abstract.
Revisión y corrección de estilo	No	
Análisis de datos	No	
Búsqueda y organización de información	No	
Formateo de las referencias bibliográficas	No	
Generación de contenido multimedia	No	
Otro	No	Todo el contenido generado con la asistencia de IA fue revisado, editado y validado por mí y mi Director para garantizar la precisión técnica y la integridad científica.

Datos del solicitante	
Nombre y firma	América Torres Tinoco
Lugar y fecha	Morelia, Michoacán a 27 de febrero de 2026.

América Torres Tinoco

DISEÑO EN BOND GRAPH DE UN AEROGENERADOR DE BAJA POTENCIA PARA USO RESIDENCIAL.pdf

 Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

Detalles del documento

Identificador de la entrega

trn:oid:::3117:562693504

Fecha de entrega

2 mar 2026, 10:27 a.m. GMT-6

Fecha de descarga

2 mar 2026, 10:32 a.m. GMT-6

Nombre del archivo

DISEÑO EN BOND GRAPH DE UN AEROGENERADOR DE BAJA POTENCIA PARA USO RESIDENCIAL.pdf

Tamaño del archivo

8.2 MB

202 páginas

57.328 palabras

310.562 caracteres

6% Similitud general

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para ca...

Filtrado desde el informe

- Texto citado
- Texto mencionado
- Coincidencias menores (menos de 10 palabras)

Fuentes principales

- 5%  Fuentes de Internet
- 1%  Publicaciones
- 0%  Trabajos entregados (trabajos del estudiante)

Marcas de integridad

N.º de alerta de integridad para revisión

-  **Caracteres reemplazados**
25 caracteres sospechosos en N.º de páginas
Las letras son intercambiadas por caracteres similares de otro alfabeto.

Los algoritmos de nuestro sistema analizan un documento en profundidad para buscar inconsistencias que permitirían distinguirlo de una entrega normal. Si advertimos algo extraño, lo marcamos como una alerta para que pueda revisarlo.

Una marca de alerta no es necesariamente un indicador de problemas. Sin embargo, recomendamos que preste atención y la revise.