



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO



INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN EN METALURGIA Y MATERIALES

PROGRAMA DE DOCTORADO EN
CIENCIAS EN METALURGIA Y CIENCIAS DE LOS MATERIALES

SIMULACIÓN MATEMÁTICA Y CARACTERIZACIÓN FÍSICA DE UN DISPERSOR TIPO
VENTURI PARA LA FORMACIÓN DE BURBUJAS EN EL PROCESO DE FLOTACIÓN DE
PARTÍCULAS HIDRÓFOBAS E HIDRÓFILAS

Tesis que para obtener el Grado de
Doctor en Ciencias en Metalurgia y Ciencias de los Materiales

Presenta:

M.C. JOSÉ ENRIQUE GEMBE HUAROCO

Director de Tesis

PhD. RAMIRO ESCUDERO GARCÍA

Morelia, Michoacán, Febrero 2020

Dedicado para:

*mi esposa, Maribel
mis hijas Andrea y Lizbeth
mis padres
mis hermanos
mi familia*

AGRADECIMIENTOS

A Dios por darme la vida y la oportunidad de vivir y poder consumir una de las etapas más importantes en mi formación como persona digna.

A mi asesor, Dr. Ramiro Escudero García por compartir sus vastos conocimientos en el progreso de este proyecto manifestándome en todo momento su total apoyo, comprensión y paciencia.

Le agradezco a mis sinodales, Dra. Noemi Ortiz Lara, Dr. Gerardo Barrera Cardiel, Dr. Ricardo Morales Estrella, Dr. Feng Rao Wu, Dr. Rafael García Hernández, por sus observaciones, recomendaciones y el tiempo dedicado a la revisión de los reportes hasta la tesis, lo cual contribuyó a la calidad del trabajo.

A mis amigos y compañeros de IIMM, no terminaría de nombrarlos a cada uno, sin embargo, quiero agradecerles a todos y a cada uno de ustedes por su apoyo moral, brindarme su amistad y hacerme más placentera mi estancia durante el tiempo que nos tocó coincidir en el instituto.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por su apoyo en el financiamiento de este proyecto, y su incansable lucha por el desarrollo de la ciencia y tecnología de nuestro país.

Al Instituto de Investigaciones Metalúrgicas de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo por brindarme todo el apoyo moral y de conocimientos para lograr concluir este proyecto con éxito.

Un agradecimiento muy especial al Dr. Víctor López Morelos, por el apoyo y guía en los trámites requeridos.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE GENERAL	I
ÍNDICE DE FIGURAS	IV
ÍNDICE DE TABLAS.....	IX
LISTA DE SÍMBOLOS	X
RESUMEN	XII
ABSTRACT	XV
CAPITULO I: INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Justificación	2
1.2 Objetivos.....	3
1.2.1 Objetivo General.....	3
1.2.2 Objetivos Particulares.....	3
1.3 Hipótesis	4
CAPITULO II: REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	5
2.1 Proceso de flotación.....	5
2.2 Celdas de flotación	6
2.3 Columna de flotación	8
2.3.1 Ventajas de la columna de flotación.....	8
2.3.2 Operación de la columna de flotación.	9
2.3.3 Zonas de la columna de flotación	10
2.3.3.1 Zona de colección.....	10
2.3.3.2 Zona de limpieza	11
2.4 Dispersores de gas	11
2.4.1 Dispersores internos	12
2.4.2 Dispersores externos.....	12
2.4.2.1 Dispersor tipo venturi	12
2.5 Propiedades de la burbuja.....	14
2.5.1 Velocidad de flotación.....	15
2.5.2 Fracción de gas retenido	16
2.5.2.1 Método por presión para medir la fracción de gas retenido	16
2.5.3 Diámetro de burbuja	16
2.5.3.1 Modelo de arrastre	17

2.5.3.2 Método fotográfico	19
2.5.4 Factores que afectan una burbuja	20
2.5.4.1 Velocidad superficial del gas.....	20
2.5.4.2 Velocidad superficial del líquido.....	21
2.5.4.3 Presencia de partículas sólidas	21
2.5.4.4 Tensión superficial	21
2.5.4.5 Agentes espumantes	22
2.6 Simulación matemática CFD.....	23
2.6.1 Modelación de flujo de fluidos.....	24
2.6.2 Ecuaciones fundamentales de transporte.....	24
2.6.3 Conservación de masa (Continuidad).....	25
2.6.4 Conservación de movimiento en las tres direcciones.....	25
2.6.5 Flujo Turbulento	26
2.6.5.1 Simulación numérica directa (DNS)	28
2.6.5.2 Simulación de grandes remolinos (LES).....	28
2.6.5.3 Modelos para las ecuaciones de Navier Stokes promediadas por Reynolds (RANS)...	29
2.6.6 Flujo Multifásico	30
2.6.6.1 Modelo multifásico.....	30
2.6.6.2 Ecuación de la fracción de volumen.....	31
2.6.6.3 Ecuación de momento	31
2.6.6.4 Tensión superficial	32
CAPITULO III: DESARROLLO EXPERIMENTAL	34
3.1 Simulación matemática en un sistema de flotación agua-aire.....	34
3.1.1 Pre procesamiento.....	35
3.1.1.1 Diseño de la geometría.	35
3.1.1.2 Generación del mallado del dispersor	37
3.1.1.3 Establecimiento de las condiciones frontera	39
3.1.2 Procesamiento.....	39
3.1.3 Post procesamiento	41
3.1.4 Condiciones de la simulación	41
3.2 Caracterización física del dispersor en un sistema de flotación agua-aire	42
3.2.1 Medición de la tensión superficial.....	43

3.2.2 Medición del gas retenido.....	44
3.2.3 Estimación del diámetro de burbuja: Modelo de arrastre o Drift-Flux	44
3.2.4 Medición de tamaño de burbuja: método fotográfico	45
3.2.5 Medición de la caída de presión en el interior del venturi.....	47
3.3 Caracterización física de un sistema de flotación de tres fases	47
3.3.1 Caracterización física en un sistema de flotación de tres fases, segunda etapa.....	49
3.4 Simulación matemática en tres fases	50
3.5 Obtención del modelo matemático empírico.....	50
CAPITULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN	51
4.1 Simulación matemática	51
4.1.1 Simulación matemática del dispersor tipo venturi con una entrada de aire, diseño a).....	51
4.1.2 Dispersor tipo venturi con ocho entradas de aire diseño b) y diseño c)	52
4.2 Caracterización física	66
4.2.1 Tamaño de burbuja obtenido con el método fotográfico y el modelo de arrastre	72
4.3 Caracterización física en tres fases	72
4.3.1 Caracterización física en un sistema flotación de tres fases	78
4.3.1.1 Características de la dispersión con sólidos hidrófilos	79
4.3.1.2 Características de la dispersión con sólidos hidrófobos	82
4.3.1.3 Efecto de los sólidos en la presión estática dentro del dispersor	85
4.3.1.4 Efecto de los sólidos en la presión dinámica dentro del dispersor	86
4.4 Simulación matemática en sistema de tres fases	91
4.5 Modelo matemático propuesto para el cálculo del tamaño promedio de burbuja	91
CAPITULO V: CONCLUSIONES	93
TRABAJO FUTURO	96
REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA.....	97
ANEXOS	102

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Principales partes de una celda de flotación [6].	7
Figura 2.2. Zonas principales de una columna de flotación [5].	10
Figura 2.3. Representación esquemática de un dispersor tipo venturi para la generación de burbujas.	13
Figura 2.4. Comportamiento general del efecto de la velocidad superficial del gas sobre el gas retenido [29].	20
Figura 3.1. Diagrama general del desarrollo experimental.	34
Figura 3.2. Esquemas de los diseños de geometría hechos para cada modelo de venturi; Columna de flotación (izquierda), venturi con una entrada de aire (a); venturi con 8 entradas de aire (b); diseño final del venturi (c).	36
Figura 3.3. Diseño y mallado del dispersor tipo venturi con una entrada de aire; a) venturi conectado en la parte inferior de la columna; b) diseño del dispersor tipo venturi; c) configuración de la entrada de aire.	37
Figura 3.4. Diseño y mallado del dispersor tipo venturi con 8 entradas de aire; a) venturi conectado en la parte inferior de la columna; b) diseño del dispersor tipo venturi; c) configuración de la entrada de aire.	38
Figura 3.5. Diseño y mallado del dispersor tipo venturi con 8 entradas de aire introducidas al área transversal de la garganta; a) venturi conectado en la parte inferior de la columna; b) diseño del dispersor tipo venturi; c) configuración de la entrada de aire.	39
Figura 3.6. Representación esquemática del arreglo experimental.	43
Figura 3.7. Tensiómetro semiautomático Cole-Parmer.	44
Figura 3.8. Vista frontal de la columna para medir tamaño de burbuja (izquierda); esquema de la geometría de la parte plana de la columna (centro); Vista lateral de la columna (derecha).	46
Figura 3.9. Medición de la caída de presión, resultante de la presión medida en dos puntos del venturi.	47
Figura 3.10. Programa experimental realizado en la columna de flotación de 10 cm de diámetro por 276 cm de altura.	49
Figura 4.1. a) Imagen CFD de la generación de burbujas con el primer diseño del dispersor tipo venturi; b) contornos de velocidad generados en el interior del dispersor.	52

Figura 4.2. a) Imagen CFD de la generación de burbujas con el diseño de 8 entradas del dispersor tipo venturi; b) contornos de velocidad generados en el interior del dispersor; diseño b).	53
Figura 4.3. Imagen CFD de la generación de burbujas con el dispersor externo tipo venturi; 2.5 segundos, modelos VOF/k- ϵ ; diseño c).	54
Figura 4.4. Contornos de velocidad generada en el interior del dispersor tipo venturi generados por la nube de burbujas; 2.5 segundos, modelos VOF/k- ϵ , diseño c).	55
Figura 4.5. Contornos de presión dinámica (pascales) generada en el interior del dispersor tipo venturi; 2.5 segundos, modelos VOF/k- ϵ ; diseño c).	55
Figura 4.6. Imagen CFD de la generación de burbujas con el dispersor externo tipo venturi; 3 segundos, modelos VOF/LES; diseño c).	56
Figura 4.7. Contornos de velocidad generada en el interior del dispersor tipo venturi generados por la nube de burbujas; 3 segundos, modelos VOF/LES; diseño c).	57
Figura 4.8. Imagen CFD de la distribución de las burbujas con el dispersor tipo venturi a lo largo de toda la columna, 20 segundos, modelos VOF/LES; diseño c).	57
Figura 4.9. Distribución de la fracción de gas retenido a lo largo de la columna de flotación, simulación matemática.	58
Figura 4.10. Velocidad generada en la columna de flotación, simulación matemática.	59
Figura 4.11. Presión dinámica a lo largo de la columna, simulación matemática.	60
Figura 4.12. Imagen CFD de la generación de burbujas con el dispersor tipo venturi, $Q_l = 10$ lpm, a) $Q_g = 2$ lpm, b) $Q_g = 3$ lpm, c) $Q_g = 4$ lpm; $Q_l = 15$ lpm, d) $Q_g = 2$ lpm, e) $Q_g = 3$ lpm, f) $Q_g = 4$ lpm; $Q_l = 20$ lpm, g) $Q_g = 2$ lpm, h) $Q_g = 3$ lpm, i) $Q_g = 4$ lpm 60 segundos; modelos VOF/LES.	62
Figura 4.13. Contornos de velocidad generada por la nube de burbujas por el dispersor tipo venturi, $Q_l = 10$ lpm, a) $Q_g = 2$ lpm, b) $Q_g = 3$ lpm, c) $Q_g = 4$ lpm; $Q_l = 15$ lpm, d) $Q_g = 2$ lpm, e) $Q_g = 3$ lpm, f) $Q_g = 4$ lpm; $Q_l = 20$ lpm, g) $Q_g = 2$ lpm, h) $Q_g = 3$ lpm, i) $Q_g = 4$ lpm 60 segundos; modelos VOF/LES.	63
Figura 4.14. Velocidad generada en el dispersor tipo venturi, simulación matemática.	64
Figura 4.15. Presión dinámica generada en el dispersor tipo venturi, simulación matemática.	65
Figura 4.16. Presión estática generada en el interior de la columna de flotación, simulación matemática.	66
Figura 4.17. Efecto de la concentración de surfactante sobre la tensión superficial del agua.	67

Figura 4.18. Efecto del flujo volumétrico de gas en el porcentaje de gas retenido; tensión superficial = 60 dina/cm.	68
Figura 4.19. Efecto del flujo volumétrico de gas en el diámetro promedio de burbuja; tensión superficial = 60 dina/cm.	69
Figura 4.20. Efecto del flujo volumétrico de gas en el área superficial de la burbuja; tensión superficial = 60 dinas/cm.....	70
Figura 4.21. Efecto del flujo volumétrico de gas en la presión dinámica; tensión superficial = 60 dinas/cm.....	70
Figura 4.22. Efecto del flujo volumétrico de gas en la presión estática; tensión superficial = 56 dinas/cm.....	71
Figura 4.23. Diámetros de burbuja medidos con el método fotográfico vs diámetros de burbuja calculados con el método drift-flux.; tensión superficial = 60 dina/cm; 8 entradas de aire.	72
Figura 4.24. Distribución del tamaño de partícula de la arena sílica.	73
Figura 4.25. Efecto de la concentración de colector en el gas retenido para 3 y 6 kg de arena sílica; $Q_l = 13.5$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 13.5$; pH = 10; [C] espumante = 40 ppm.....	74
Figura 4.26. Efecto de la concentración de colector en el diámetro de burbuja para 3 y 6 kg de arena sílica; $Q_l = 13.5$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 13.5$; pH = 10; [C] espumante = 40 ppm.	75
Figura 4.27. Efecto de la concentración de colector en el área superficial de la burbuja para 3 y 6 kg de arena sílica; $Q_l = 13.5$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 13.5$; pH = 10; [C] espumante = 40 ppm.....	76
Figura 4.28. Efecto de la concentración de colector en la presión dinámica generada en el interior del dispersor para 3 y 6 kg de arena sílica; $Q_l = 13.5$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 13.5$; pH = 10; [C] espumante = 40 ppm.....	76
Figura 4.29. Efecto de la concentración de colector en la recuperación de sólidos en el concentrado para 3 y 6 kg de arena sílica; $Q_l = 13.5$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 13.5$; pH = 10; [C] espumante = 40 ppm.	77
Figura 4.30. Efecto de la concentración de colector en recuperación de sólidos en las colas para 3 y 6 kg de arena sílica; $Q_l = 13.5$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 13.5$; pH = 10; [C] espumante = 40 ppm.	78
Figura 4.31. Distribución del tamaño de partícula de la arena sílica y del grafito.....	79
Figura 4.32. Efecto de las partículas de sílica (hidrófila) sobre la retención de gas; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; [C] espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.	80

Figura 4.33. Efecto de las partículas de sílica en el diámetro de burbuja; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; [C] espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.....	81
Figura 4.34. Efecto de las partículas de sílica en el área superficial de la burbuja; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; [C] espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.	81
Figura 4.35. Efecto de las partículas de grafito sobre la retención de gas; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; [C] espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.....	82
Figura 4.36. Efecto de las partículas de grafito en el diámetro de burbuja; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; [C] espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.....	83
Figura 4.37. Generación de espuma dentro del tanque acondicionador en los experimentos con grafito. Concentraciones de grafito: a) 4%, b) 8%, c) 12%, d) 16%. [C] espumante = 40 ppm. ..	84
Figura 4.38. Efecto de las partículas de grafito en el área superficial de la burbuja; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; [C] espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.....	84
Figura 4.39. Efecto de las partículas de sílica en la presión estática generada en el interior del dispersor; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; [C] espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.....	85
Figura 4.40. Efecto de las partículas de grafito en la presión estática generada en el interior del dispersor; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; [C] espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.....	86
Figura 4.41. Efecto de las partículas de sílica en la presión dinámica generada en el interior del dispersor; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; [C] espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.....	87
Figura 4.42. Presión dinámica generada a lo largo de la columna de flotación, simulación matemática.....	88
Figura 4.43. Efecto de las partículas de grafito sobre la presión dinámica generada en el interior del dispersor; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; [C] espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm....	89
Figura 4.44. Comparación del diámetro de burbuja (izquierda) y área superficial de la burbuja (derecha) entre sílice, grafito y sin sólidos; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; sólidos = 4 %.	89
Figura 4.45. Distribución del tamaño de partícula de la salida del concentrado de sílica y de grafito.	90
Figura 4.46. Distribución del tamaño de partícula de la salida de colas de sílica y de grafito.....	90
Figura 4.47. Imagen CFD de la generación de burbujas y la trayectoria de las partículas con el dispersor tipo venturi, 5 segundos, modelos VOF-LES-Fase discreta.	91

Figura B.1. Programa Drift-Flux para el calcular el diámetro de burbuja (Diagrama de Bloques).	
.....	107
Figura B.2. Programa Drift-Flux para calcular el diámetro de burbuja (Panel Frontal).	107

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1. Términos que conlleva cada una de las ecuaciones de conservación de momento en las tres direcciones espaciales x, y, z; ecuación (2.26).	26
Tabla 3.1. Características geométricas de los modelos de venturi para simular.	36
Tabla 3.2. Condiciones de operación de las simulaciones matemáticas para cada diseño venturi.	40
Tabla 3.3. Condiciones de operación usadas en la simulación.	40
Tabla 3.4. Variables de operación para la caracterización física de tres fases.	48
Tabla 4.1. Comparación de resultados de la simulación matemática y la caracterización física.	71
Tabla 4.2. Tabla de correlaciones de las variables presentes en el modelo empírico.	92
Tabla A.1. Resultados experimentales del sistema de flotación de agua-aire.	102

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área de la sección transversal de la celda de conductividad, cm^2
A_c	Área de la sección transversal de la columna, cm^2
C	Constante de celda, cm^{-1}
C'	Concentración de las partículas en una pulpa mineral, $\text{masa} \cdot \text{volumen}^{-1}$
[C]	Concentración de espumante, ppm
d_{10}	Diámetro medio de la burbuja, mm
d_{20}	Diámetro superficial de la burbuja, mm
d_{30}	Diámetro volumétrico de la burbuja, mm
d_{32}	Diámetro Sauter de la burbuja, mm
d_b	Diámetro de la burbuja, mm
d_c	Diámetro del equipo de flotación, mm
d_M	Diámetro mayor del dispersor, mm
d_m	Diámetro menor del dispersor, mm
d_o	Diámetro del orificio de descarga del dispersor de gas, mm
d_p	Diámetro de la partícula sólida en una pulpa mineral, mm
ΔE	Energía cinética disipada en el dispersor, cm/s
g	Aceleración de la gravedad, cm/s
J_g	Velocidad superficial de gas, $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$
J_l	Velocidad superficial de líquido, $\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$
k_1	Constante cinética de flotación, tiempo^{-1}
k	Conductividad eléctrica, $\text{mS} \cdot \text{cm}^{-1}$
K	Conductancia eléctrica, mS
k_d	Conductividad eléctrica de la dispersión gas-líquido, $\text{mS} \cdot \text{cm}^{-1}$
k_l	Conductividad eléctrica de la fase líquida, $\text{mS} \cdot \text{cm}^{-1}$
L	Longitud de la celda de conductividad
N_d	Número de dispersión
N_{Re}	Número de Reynolds

ΔP	Caída de presión en el dispersor de gas
Q_g	Flujo volumétrico de gas, volumen·tiempo ⁻¹
Q_l	Flujo volumétrico de líquido, volumen·tiempo ⁻¹
Re_b	Número de Reynolds de la burbuja
Re_s	Número de Reynolds del enjambre de burbujas
S_b	Área superficial de flujo de burbujas, s ⁻¹
U_t	Velocidad terminal de la burbuja, cm·s ⁻¹
U_{sb}	Velocidad relativa entre la fase gas y la fase líquida, cm·s ⁻¹
V	Velocidad superficial, cm·s ⁻¹

LISTA DE SÍMBOLOS GRIEGOS

ϵ_g	Fracción volumétrica de gas retenido
μ_l	Viscosidad de la fase líquida, g·cm ⁻¹ ·s ⁻¹
μ_{sl}	Viscosidad de la pulpa mineral, g·cm ⁻¹ ·s ⁻¹
ρ_g	Densidad de la fase gaseosa, g·cm ⁻³
ρ_l	Densidad de la fase líquida, g·cm ⁻³
ρ_{sl}	Densidad de la pulpa mineral, g·cm ⁻³
σ	Tensión superficial, dina·cm ⁻¹

RESUMEN

La eficiencia del proceso de flotación depende fuertemente de las características de la dispersión de gas: tamaño de las burbujas, volumen de gas retenido y área superficial de las burbujas. El tamaño de la burbuja juega un papel crucial en este proceso, debido a que es el medio de transporte para separar el material a concentrar, sea líquido o sólido. Es importante desarrollar dispersores con los que sea posible controlar las características de la dispersión de gas, con el fin de incrementar la eficiencia metalúrgica de los equipos de flotación.

En el presente trabajo se hace uso de la simulación matemática, dinámica de fluidos computacional (CFD) por sus siglas en inglés, para estudiar los fenómenos fluido-dinámicos que ocurren al generarse burbujas dentro de un dispersor tipo venturi en un sistema agua-aire; utilizando el software ANSYS Fluent R16.2® y el preprocesador Gambit 2.4.6®. Se emplearon el modelo multifásico VOF, y los modelos de turbulencia $k-\epsilon$ y LES. En una primera etapa se diseñaron tres configuraciones de venturi, cada uno se unió a la parte inferior de una columna de flotación de 10 cm de diámetro por 276 cm de altura.

Analizados los resultados de las simulaciones de dos fases, se eligió el diseño del venturi que presentó las mejores características fluido-dinámicas; el cual cuenta con las siguientes características geométricas: diámetro mayor = 3.81 cm; diámetro menor = 1.27 cm (garganta), ángulos convergente y divergente de la garganta = 15°; 8 entradas de aire distribuidas radialmente en la zona de la garganta con un diámetro = 0.16 cm cada una con un ángulo de inclinación de 45°. Este diseño se construyó y fue caracterizado físicamente en un sistema de flotación de dos fases, bajo las siguientes condiciones de operación: Q_l = 10, 15 y 20 lpm; Q_g = 1, 2, 3 y 4 lpm; [C] de surfactante (aceite de pino) = 0, 10, 20, 30 y 40 ppm.

Posteriormente, el dispersor venturi se caracterizó en un sistema de flotación agua-aire-sólidos, con el objetivo de observar el efecto que genera la presencia de sólidos sobre el tamaño de burbuja. Para la fase sólida se utilizó arena sílica, material hidrófilo, mismo que se acondicionó con un colector (dodecylamina) para modificar su superficie y obtener en el sistema sólidos hidrófobos. Los caudales de alimentación, salida de colas e inyección de aire se mantuvieron a 13.5, 13.5 y 4 lpm, respectivamente; el sistema de flotación se trabajó a un pH = 10. Se llevó una segunda etapa de la caracterización física de tres fases, utilizando sólidos hidrófobos (grafito) y sólidos hidrófilos (sílica) por separado, para observar el efecto de estos sobre la presión estática y dinámica dentro

del venturi. La tensión superficial se modificó con aceite de pino en cantidades de 0, 10, 20, 30 y 40 ppm; el porcentaje de sólidos se varió en 0, 4, 8, 12 y 16 % en la pulpa para los dos tipos de sólidos, los sistemas de flotación se acondicionaron en un tanque con 40 litros de agua y se alimentó a la columna con un caudal de 14 lpm, la salida de colas e inyección del aire se mantuvieron en 14 y 4 lpm, respectivamente.

Se llevó a cabo una simulación matemática del sistema de flotación de tres fases para observar el efecto que ejercen los sólidos sobre el tamaño de burbuja, se empleó el diseño utilizado en la caracterización física; el caudal de líquido y gas fueron de 14 y 4 lpm y se utilizó un rango de tamaño partícula de 0.1-20 μm , inyectado durante 15 segundos. Los modelos matemáticos empleados fueron: VOF, LES y fase discreta.

Los resultados de la simulación CFD de dos fases, con los modelos VOF/k- ϵ indican que las variables de salida: presión dinámica y velocidad de las fases no son homogéneas dentro del dispersor y al ingresar el enjambre de burbujas a la columna de flotación crea zonas con diferente presión dinámica que ocasiona recirculación y mezclado; mientras que en las simulaciones con los modelos VOF/LES las distribuciones de la presión dinámica y velocidad de los fluidos son más uniformes, garantizando la distribución uniforme de burbujas en la columna.

Los resultados de la caracterización física en un sistema de tres fases muestran que la presencia de sólidos promueve el incremento del tamaño de la burbuja y conforme se incrementa la cantidad de sólidos hidrófobos el fenómeno de coalescencia entre las burbujas se hace más evidente, provocando un incremento en el tamaño de burbuja y disminuyendo el área superficial de la burbuja disponible para atrapar sólidos.

Los resultados de la segunda parte de la experimentación con sólidos mostraron que los sólidos hidrófilos promueven la disminución del tamaño de burbuja, el incremento del gas retenido y el área superficial de las burbujas. El comportamiento es contrario con sólidos hidrófobos, causando un incremento en el fenómeno de coalescencia mismo que deriva en tamaños de burbuja más grande. Mientras que la presión estática y dinámica se ven influenciadas por la incorporación de sólidos en la densidad de pulpa, los sólidos hidrófilos generan un aumento de la presión estática y una disminución de la presión dinámica generada en el venturi; mientras que los sólidos hidrófobos en ambas presiones generan una disminución. La adición de surfactante promueve la disminución

del tamaño de burbuja en ambos sistemas de flotación, siendo la adición de 40 ppm de surfactante la que presenta los menores tamaños de burbuja.

Palabras clave: Dispersor venturi, columna de flotación, diámetro de burbuja, simulación CFD, sólidos hidrófilos, sólidos hidrófobos.

ABSTRACT

The efficiency of the flotation process strongly depends on the characteristics of the gas dispersion: bubbles diameter, gas holdup, and bubble surface area flux. Bubble size is important since it is responsible of colliding, attaching, and carrying the valuable species out of the column as concentrate; therefore, it is important to design spargers to control the gas dispersion characteristics and to increase the metallurgical performance of flotation.

In this research work the Computational Fluid Dynamics (CFD) simulation method was applied to design and study the hydraulic phenomena that occur inside the sparger type venturi, when bubbles are generated. This sparger was simulated to be externally attached to a flotation column, and for a water-air system. The CFD was solved through the software ANSYS Fluent R16.2®, and the preprocessor Gambit 2.4. During the solution two turbulence models were assumed: k- ϵ , and LES; and the multiphase model: VOF. In this first stage, three venturi configurations were designed.

The results of the two-phase simulations were analyzed and the design of the venturi that presented the best fluid-dynamic characteristics was chosen, which presented the best fluid-dynamic characteristics; which has the following geometric characteristics: larger diameter = 3.81 cm; smaller diameter = 1.27 cm (throat), convergent and divergent angles of the throat = 15 degrees; 8 air inlets distributed radially in the throat area with a diameter = 0.16 cm each with an inclination angle of 45 degrees. This design was constructed and physically characterized in a two-phase flotation system, under the following operating conditions: Q_l = 10, 15, and 20 bpm; Q_g = 1, 2, 3, and 4 bpm; [C] of surfactant (pine oil) = 0, 10, 20, 30, and 40 ppm.

Subsequently, the venturi sparger was characterized in a water-air-solids flotation system, with the aim of observing the effect generated by the presence of solids on the bubble size. For the solid phase silica sand was employed, hydrophilic material, which was conditioned with a collector (dodecylamine) to modify its surface and obtain hydrophobic solids in the system. The flow rates of feeding, queuing and air injection were maintained at 13.5, 13.5, and 4 bpm, respectively; the flotation system was worked at a pH = 10. A second stage of the three-phase physical characterization was carried out, using hydrophobic solids (graphite) and hydrophilic solids (silica) separately, to observe their effect on static and dynamic pressure within the venturi. The surface tension was modified with pine oil in amounts of 0, 10, 20, 30, and 40 ppm; the percentage of solids was varied in 0, 4, 8, 12, and 16% in the pulp for the two types of solids, the flotation systems were

conditioned in a tank with 40 liters of water and fed to the column with a flow of 14 bpm, the queue outlet and air injection remained at 14 and 4 bpm, respectively.

A mathematical simulation of the three-phase flotation system was performed out to see the effect that solids exert on the bubble size, the same design of the physical characterization was used; the flow of liquid and gas was 14 and 4 bpm and a particle size range of 0.1-20 μm was used, injected for 15 seconds. The mathematical models were applied: VOF, LES, and discrete phase.

The results of the two-phase CFD simulation, with the VOF/k- ϵ models indicate that the output variables: dynamic pressure and phase velocity are not homogeneous within the sparger and when the bubble swarm enters the flotation column creates zones with different dynamic pressure that causes recirculation and mixing; while in the simulations with the VOF/LES models the distributions of the dynamic pressure and fluid velocity are more uniform, assuring the uniform distribution of bubbles in the column.

The results of the physical characterization in a three-phase system show that the presence of solids promotes the increase in the size of the bubble and as the amount of hydrophobic solids increases the phenomenon of coalescence between the bubbles becomes more evident, causing an increase in bubble size and decreasing the bubble surface area flux available to trap solids.

The results of the second part of the experimentation with solids showed that hydrophilic solids promote the decrease in bubble size, the increase of gas holdup and the bubble surface area flux. The behavior is contrary to hydrophobic solids, causing an increase in the same coalescence phenomenon generating bigger bubbles. Static and dynamic pressure are influenced by the incorporation of solids in pulp density, hydrophilic solids generate an increase in static pressure and a decrease in dynamic pressure generated in the venturi; while hydrophobic solids in both pressures generate a decrease. The addition of surfactant causes the decrease in bubble size in both flotation systems, with the addition of 40 ppm of surfactant being the one with the smallest bubble sizes.

Keywords: Sparger venturi, flotation column, bubble diameter, CFD simulation, hydrophilic solids, hydrophobic solids.

CAPITULO I: INTRODUCCIÓN

Los recursos minerales continúan siendo una parte primordial para el desarrollo de las sociedades y economías actuales, partiendo de la propia necesidad de satisfacer las necesidades básicas de estas. El uso actual de minerales y materias primas procedentes de la actividad minera, son a partir de la cual se obtiene la mayoría de los productos de consumo y elementos de infraestructura disponibles en una sociedad.

En el procesamiento de minerales existen dos operaciones fundamentales, la liberación de los minerales valiosos de los minerales de desecho o ganga, la cual consiste en extraer el mineral de la mina, triturarlo, pulverizarlo hasta llegar a un tamaño micro de partícula; y la segunda operación es la separación y concentración de los minerales de valor, siendo la flotación uno de los procesos más empleados.

El proceso de flotación fue introducido y patentado por Haynes en 1860 [1], y hasta la fecha ha sido el proceso de separación y concentración de minerales, más empleado por la industria a nivel mundial. Actualmente, la flotación ha extendido su uso a aplicaciones no minerales (como separación de grasas y aceites, separación de tinta de papel reciclado, recuperación de suelos y flotación iónica). La flotación es un proceso físico, versátil basado en propiedades superficiales [2], usando dispersiones agua-aire, donde las burbujas de aire (u otro gas) son el medio de transporte de las especies a separar.

La flotación es un proceso de concentración selectivo al asignar el carácter hidrofílico o hidrofóbico a las especies minerales contenidas en una pulpa al modificar sus características eléctricas superficiales mediante la adición de reactivos. Esto permite que las burbujas choquen y capturen solamente las especies que no reaccionan con los dipolos del agua.

Las columnas, de un modo general, aumentan la flotación de las fracciones finas y ultrafinas y permiten eliminar, el arrastre hidráulico de las partículas de ganga por el eficiente drenaje realizado con la adición de agua de lavado dentro de la zona de espuma. Esto es asociado al contacto en contracorriente entre las burbujas de aire y la pulpa en condiciones de flujo más tranquilas (sin agitación mecánica), hacen de la columna un buen proceso de recuperación de las fracciones finas de minerales o de enriquecimiento de concentrados.

En la concentración por flotación intervienen principalmente dos grupos de condiciones: las químicas, donde se incluye la interacción de los reactivos químicos con las partículas minerales para dar lugar a un producto selectivamente hidrofóbico (que tiene aversión por el agua); y las físicas que son determinadas por las características de la máquina de flotación y las condiciones de operación.

Las burbujas de aire transportan los sólidos a la superficie donde son recolectados y recuperados como concentrado. La fracción que no se adhiere a las burbujas permanece en la pulpa y constituye la cola o desechos. De este modo, la condición de flotabilidad es una fuerte adhesión entre las partículas útiles y las burbujas, las cuales deben ser capaces de soportar la agitación y turbulencia en la celda. Estas partículas se dicen hidrofóbicas (no mojables por el agua), al contrario de las partículas que constituyen la cola, que son hidrofílicas (mojables por el agua).

El tamaño de las burbujas y su estabilidad dependerán de la cantidad de surfactante o espumante agregado; con un aumento de la cantidad de espumante disminuirá el diámetro de las burbujas, hasta llegar al punto de límite de solubilidad del surfactante, donde el aumento en su adición no representa la disminución del tamaño de la burbuja [3].

En los años recientes, la dinámica de fluidos computacional (CFD) se ha convertido en una herramienta útil en la flotación en dos niveles: para entender problemas de ingeniería con estructuras e interacciones a gran escala, y como una herramienta para entender los principios fundamentales [4].

Con el uso de la simulación matemática, se pretende diseñar un modelo del sistema de flotación y poder llevar a cabo experiencias con él, con la finalidad de aprender el comportamiento del sistema y de evaluar diversas estrategias para su funcionamiento.

1.1 Justificación

La tecnología de flotación con columnas ha logrado una amplia aceptación, no solo en la industria minera, sino que, en otras áreas como el tratamiento de efluentes, recuperación de suelos, entre otras; esto se debe a las amplias ventajas que ofrece esta tecnología en comparación con los equipos de flotación convencionales.

Las ventajas de la flotación utilizando columnas se pueden sintetizar en los siguientes cuatro puntos: una mejor recuperación, un menor costo de operación, un mayor control, un menor costo de capital.

En el proceso de flotación el factor crucial son las burbujas, de ahí la importancia en poder diseñar y controlar el promedio tamaño y la distribución de estas, ya que son el medio de transporte por el cual las partículas de valor son separadas y concentradas.

El uso de burbujas pequeñas permite obtener niveles más elevados de cinética de colección y transporte de sólidos por volumen de aire; además, las burbujas de tamaño más reducido presentan una velocidad de ascenso baja pudiendo ser inferior a la velocidad de descenso de la pulpa. Por lo tanto, existe un tamaño promedio ideal de burbujas en función del tamaño medio de las partículas, que podrá ser ajustado a través de las variables operacionales del sistema de aireación y la adición de espumantes.

El diámetro y distribución de tamaño de las burbujas depende del tipo de generador de burbujas, de su operación y mantenimiento, del flujo de aire y de la adición de reactivo espumante.

El dispersor tipo venturi tiene la ventaja de ser un dispersor tipo externo, en el cual el gas y la pulpa que son procesados entran en contacto fuera del equipo de flotación (columna de flotación), así mismo tiene la ventaja de que su mantenimiento es sencillo, en comparación con los del tipo internos, y existe una menor probabilidad de que se obstruya por la presencia de partículas sólidas.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General

Estudiar los fenómenos físicos involucrados en la formación de burbujas generadas con un dispersor tipo venturi, para predecir y controlar el tamaño promedio de burbuja, en presencia de partículas hidrófobas e hidrófilas en el sistema, con la ayuda de la modelación CFD.

1.2.2 Objetivos Particulares

- Simular matemáticamente el comportamiento del dispersor tipo venturi en el sistema agua-aire-espumante con el uso de la paquetería ANSYS-Fluent.

- Caracterizar físicamente el dispersor tipo venturi en un sistema agua-aire-espumante, basado en los resultados obtenidos de la simulación.
- Analizar el desempeño del proceso de flotación del dispersor tipo venturi con la presencia de sólidos en el sistema.
- Simular matemáticamente el dispersor tipo venturi en un sistema de flotación agua-aire-sólidos con la ayuda del software Fluent.
- Obtener un modelo matemático para pronosticar el tamaño de burbuja promedio con la presencia de sólidos.

1.3 Hipótesis

Al alimentarse una fase continua (agua) mezclada con otra dispersa (partículas minerales) a un dispersor tipo venturi, instalado en la base de una columna de flotación, al llegar a la zona con reducción de diámetro, el sistema busca equilibrarse mecánicamente por la diferencia de presión succionando aire alimentado en la parte central del dispersor y generando rápidamente una nube de burbujas, las cuales son las encargadas de transportar las partículas de material.

Mediante la simulación CFD y la experimentación se obtendrá un modelo matemático que podrá predecir tamaños de burbuja que permitan incrementar la concentración de partículas sólidas de valor.

CAPITULO II: REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

2.1 Proceso de flotación

Para realizar el proceso de flotación en forma efectiva y separar el mineral útil desde la ganga se debe pasar por un proceso previo, la reducción del tamaño de partículas hasta alcanzar el nivel adecuado de liberación de las especies minerales. Lo anterior se logra reduciendo el mineral hasta un tamaño de partícula muy inferior al tamaño de grano de las especies, lo que permite alcanzar un grado mayor de liberación del mineral útil.

La flotación es un método de tratamiento en el que toman lugar fenómenos físicos y químicos, que se emplea para la separación de especies hidrófobas e hidrófilas dispersas en una fase líquida.

El proceso de flotación está basado en la interacción entre las burbujas de aire y las partículas de sólidos presentes en la pulpa. La eficiencia que tienen las burbujas para atrapar en forma selectiva las partículas de mineral y luego ascender cargadas hasta la zona de concentrado, depende de múltiples fenómenos que ocurren en la pulpa, principalmente propiedades físico-químicas superficiales de las partículas. Mediante el uso de reactivos estas diferencias se acentúan y permiten la captura preferencial de algunas partículas, que sean colectadas y transportadas por las burbujas de aire.

En un proceso de flotación, se tiene como finalidad lograr la separación y posteriormente la recuperación de forma selectiva el material valioso que está alimentado como pulpa o suspensión en el sistema. El proceso de flotación corresponde a un sistema multifase (sólido-líquido-gas) y heterogéneo en tamaño, forma, composición de partículas minerales y en el tamaño de las burbujas de gas. A pesar de la complejidad del sistema, se han establecido parámetros y modelos simples que permiten un adecuado dimensionamiento, diseño, evaluación y control de la operación.

En el proceso de flotación, se logran identificar 5 etapas [5]:

- a) Adsorción de reactivos en la superficie de la partícula.
- b) Colisión y colección del mineral (formación del agregado burbuja-partícula).
- c) Transporte del agregado desde la pulpa a la espuma.
- d) Transporte de la espuma al concentrado (salida del producto).
- e) Retorno del mineral desde la espuma a la pulpa.

Cada una de estas etapas depende de alguna de las propiedades en particular del material a flotar, las cuales pueden ser aumentadas o disminuidas mediante la utilización de reactivos si es necesario. Es por esto que el estudio de las propiedades físico-químicas del material es de gran importancia.

La mayoría de los minerales son naturalmente hidrófilos; es decir, que son mojables. Para lograr su concentración por flotación, las superficies de las partículas de mineral tienen que volverse selectivamente hidrofóbica, en otras palabras, deben ser capaces de repeler el agua.

Los minerales con superficie no-polar no se unen fácilmente a los dipolos del agua y consecuentemente son hidrofóbicos. Los minerales de este tipo, como el grafito, azufre, molibdenita, diamante, carbón y talco tienen alta flotabilidad natural.

Cuando se procesan sólidos, estos tienen que ser previamente triturados y molidos con la finalidad de liberar las especies que los constituyen y aumentar el área superficial. En caso de que la especie de interés no sea hidrófoba, se agregan reactivos químicos que se adsorben selectivamente en las partículas, modificando su superficie, haciendo de esta manera que las partículas de interés adquieran un carácter hidrófobo y puedan ser flotadas. Estos reactivos son conocidos como colectores; este proceso de modificación de la superficie hidrófila o hidrófoba, con los reactivos de flotación, depende de las características de pH de la pulpa, lo que determina la polaridad del potencial.

2.2 Celdas de flotación

La celda mecánica (Figura 2.1), está constituida por un depósito en forma de paralelepípedo o forma cúbica, de distintas capacidades, con un mecanismo rotor-estator para la dispersión del sólido y el aire. Algunos reportes mencionan la existencia de dos zonas de burbujeo [6, 7], en las celdas de flotación, se pueden distinguir tres zonas típicas:

- Una zona de alta turbulencia, a nivel del mecanismo de agitación.
- Una zona intermedia.
- Una zona superior.

En la zona de alta turbulencia o zona de agitación se producen los choques para la adhesión partícula burbuja. En esta zona deben existir las condiciones hidrodinámicas y fisicoquímicas que favorezcan este contacto.

La zona intermedia se caracteriza por ser una zona de relativa calma, lo que favorece la migración de las burbujas hacia la parte superior de la celda.

La zona superior corresponde a la fase espuma, está formada por burbujas separadas por finos canales de pulpa. La pulpa descarga por rebalse natural, o con la ayuda de paletas mecánicas.

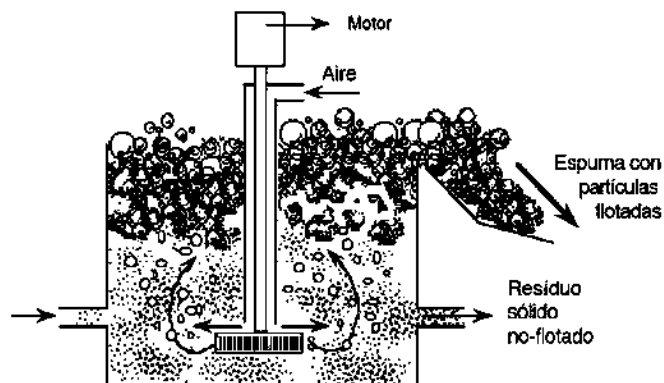


Figura 2.1. Principales partes de una celda de flotación [6].

Las funciones más importantes de las celdas de flotación son:

- Mantener todas las partículas, aún las más gruesas o las más densas, en suspensión dentro de la pulpa. Para conseguir lo anterior, la pulpa debe ser mezclada o sometida a circulación dentro de la celda a altas velocidades, de modo de superar las velocidades de sedimentación de las partículas más gruesas.
- La aireación, que involucra la diseminación de finas burbujas de aire dentro de toda la celda.
- Promover la colisión entre las partículas de mineral y las burbujas de aire, con la finalidad de permitir la adhesión selectiva y el transporte de las partículas de mineral deseado en la columna de espuma.
- Mantener la pulpa en condiciones de quietud, inmediatamente debajo de la columna de espuma. Las celdas se diseñan de modo de prevenir la turbulencia en las cercanías de la espuma, puesto que produce una pérdida de estabilidad de la espuma y baja la recuperación.
- Proveer un eficiente transporte de la pulpa alimentada a la celda y de la salida del concentrado y del relave desde el circuito.
- Proveer un mecanismo de control de: la profundidad de la pulpa y la profundidad de la columna de la espuma; la aireación de la celda e idealmente del grado de agitación de la pulpa.

2.3 Columna de flotación

La columna de flotación fue inventada en Canadá en 1962 para minerales de hierro, pero estuvo en desarrollo experimental hasta 1968, cuando logra los primeros resultados industriales [8]. Esta nueva celda poseía como características principales una gran altura, se alimentaba desde la parte superior a 2/3 de la altura total, generando un flujo en contra-corriente con un flujo descendente de pulpa mineral y un flujo ascendente de burbujas de aire, y un pequeño flujo de agua sobre el lecho de espuma a fin de limpiar el concentrado.

Los equipos de flotación cumplen la función de separar materiales heterogéneos, en un sistema multicomponente y multifase. El equipo de flotación debe considerar dos etapas:

1. Colección: esta etapa corresponde a la captura selectiva de las partículas. Las partículas de diferentes especies se unen a las burbujas a diferente velocidad, mientras mayor sea la diferencia entre la velocidad de colección de la especie de interés y la ganga, más selectiva es la separación.
2. Separación: esta etapa corresponde a la separación del agregado burbuja-partícula que ha sido transportado de la pulpa hasta la interfase para formar un lecho de espuma, el cual rebalsa desde el equipo para obtener un producto concentrado.

La flotación en columna es una técnica atractiva para minerales complejos que presentan problemas de selectividad; con una sola etapa de limpieza, ella permite elevar sustancialmente el grado del concentrado y una mayor recuperación [9].

2.3.1 Ventajas de la columna de flotación.

Las columnas de flotación tienen un gran campo de aplicaciones debido a muchos factores: obtención de buenos resultados en el proceso, la posibilidad de beneficiar las partículas finas y gruesas, alta selectividad en la separación debido al uso de la mayor eficiencia de los procesos que ocurren en la espuma, es un proceso sencillo de controlar, consumo bajo de energía, flotación efectiva de las pesadas pulpas cargadas y así una disminución en la capacidad de la celda y dosis de reactivo, la falta de partículas en movimiento, requiere poco espacio y un diseño simple [9]. Enseguida se presentan algunas de las principales ventajas:

- Espacio ocupado en la planta es reducido: más capacidad de flotación instalada por unidad de superficie de edificio.

- Bajo costo de capital: menos espacio, instalación eléctrica más sencilla.
- No lleva agitador, lo cual se traduce en ahorro de energía.
- Menor costo de mantenimiento.
- Mejor control del proceso.

Productos obtenidos son de mejor calidad: leyes más elevadas de la especie útil para recuperaciones similares.

2.3.2 Operación de la columna de flotación.

Las columnas de flotación son por lo general de una sección transversal circular, el diámetro de la columna circular es una dimensión que se utiliza para referir el tamaño de la columna. Las columnas de flotación (Figura 2.2), constan de dos zonas: una zona de colección, donde las partículas descienden para chocar con las burbujas generadas en el fondo de la columna.

En la segunda zona de la columna, llamada zona de limpieza, el agregado burbuja-partícula proveniente de la zona de colección es lavado y retirado como concentrado.

Este lavado separa algunas partículas de ganga atrapadas por el líquido que rodea la burbuja, aumentando con esto la calidad del concentrado. Las partículas de ganga que no se arrastraron por el flujo de agua ascendente o que no se adhirieron a las burbujas, continúan su camino descendente y son retiradas por el fondo de la columna como colas.

La pulpa se alimenta en un punto localizado a un tercio de la altura de la columna (desde el tope de la misma). De lo anterior, se deduce que existen tres corrientes de flujo fuera de la columna: 1) la corriente de alimentación, 2) la corriente de concentrado, 3) la corriente de colas.

La generación de burbujas es realizada directamente a través de burbujeadores, ya sean internos o externos.

2.3.3 Zonas de la columna de flotación

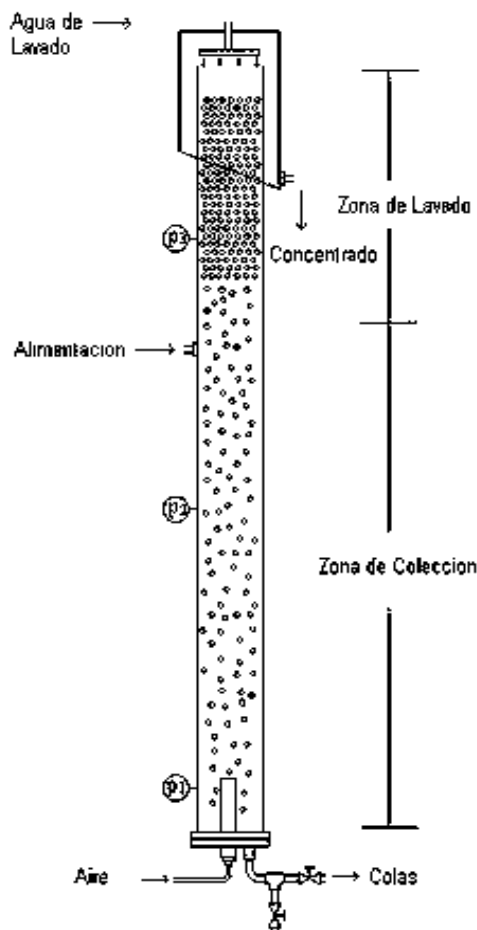


Figura 2.2. Zonas principales de una columna de flotación [5].

2.3.3.1 Zona de colección

En la zona de colección ocurre el primer contacto entre las partículas minerales descendentes y las burbujas de aire ascendentes. La velocidad de colección y recuperación de las partículas depende de los eventos de colisión y adhesión necesarios para formar el agregado partícula-burbuja. La probabilidad de ocurrencia de estos eventos, con el resultado de colección del mineral en las burbujas, se representa generalmente como un modelo cinético de primer orden [5].

Las principales variables que influyen en el proceso de concentración por flotación son [5]:

- Tiempo de residencia
- Reactivos (tipos y dosificación)
- Tamaño de partícula

- Flujo de aire
- Holdup de aire
- Tamaño de burbujas

2.3.3.2 Zona de limpieza

Esta es la zona formada por la espuma, la cual a su vez contiene burbujas que llevan en sus paredes a las partículas hidrófobas que se desean separar. Para esta zona se utiliza generalmente agua de lavado donde las partículas hidrófilas y menos hidrófobas.

El proceso de limpieza o separación corresponde al paso de las burbujas con mineral colectado a través del lecho de espuma hasta el rebalse de concentrado. En esta zona, sin embargo, no existen modelos adecuados para describir el proceso en forma práctica. Por esta razón, los modelos cinéticos comúnmente consideran la columna como una sola unidad, por lo tanto, se derivan parámetros y constantes cinéticas que describen la operación global de la columna. Las principales variables en la zona de separación o espuma, además del flujo de gas son [5]:

- Bias
- Agua de lavado
- Altura de la espuma

2.4 Dispersores de gas

El diseño de los dispersores de gas utilizados en los procesos de flotación tiene una influencia decisiva en la distribución de los tamaños de burbuja producidos y, consecuentemente, en la fracción de gas retenido, el área interfacial y la velocidad de flotación [10].

La eficiencia de un sistema gas-líquido está definida por la manera como se dispersa el gas en el líquido. Por ejemplo, en una columna de flotación, el tamaño de las burbujas y su distribución varían con la altura, debido a la coalescencia y ruptura de las burbujas [11]. Las principales propiedades que presentan las dispersiones gas-líquido son el tamaño de la burbuja, la fracción de gas retenido y la velocidad de flotación. El factor principal que determina estas propiedades es el tipo de dispersor de gas, sin embargo, esto es válido a flujos de gas bajos [12]. Los tipos de aireadores se pueden clasificar en internos y externos.

2.4.1 Dispersores internos

Los aireadores internos pueden ser rígidos o flexibles. Los rígidos son fabricados con materiales porosos tales como: cerámica, acero inoxidable o polipropileno microporoso. Los dispersores porosos producen fracciones de gas retenido mayores a las generadas por dispersores perforados [13]. Esta es una de las razones por las cuales los dispersores porosos eran utilizados con mayor frecuencia en columnas de flotación. Hoy en día, las columnas de flotación se operan con inyectoras de gas tipo tobera.

Los flexibles son hechos de goma perforada o tela de filtro; este tipo de dispersores deben ser diseñados de tal manera que la caída de presión entre cada orificio sea mayor a la caída de presión a lo largo de todo el dispersor; en caso contrario, es posible que los orificios más lejanos a la alimentación del gas no funcionen de manera adecuada.

La principal desventaja de estos aireadores es la obstrucción [5].

2.4.2 Dispersores externos

Los aireadores externos son aquellos donde se mezcla agua y aire a presión, o se mezcla pulpa y aire, y se inyecta la mezcla en la columna a través de una lanza con orificios [14]. Estos aireadores presentan como principal ventaja la posibilidad de remoción, inspección o substitución de los inyectores con la columna en operación. En las columnas industriales se usan principalmente aireadores externos.

2.4.2.1 Dispersor tipo venturi

El dispersor tipo venturi o también conocido como “vena contracta”, son instrumentos utilizados para medir la velocidad de un fluido y su principio es muy sencillo. Se trata de un tubo de diferentes diámetros a través del cual se hace fluir el líquido.

El tubo de venturi se inserta en la clase más importante de medidores de caudal, o sea, aquellos en que el fluido es acelerado o retardado en la sección de medición y la variación en la energía cinética es medida por la diferencia de presión creada.

En el medidor de venturi el fluido es acelerado por el pasaje a través de un cono convergente con un ángulo entre 15 a 20°. Se mide la diferencia de presión entre la extremidad montante del cono y la garganta (estrechamiento), diferencia que provee la señal indicativa de caudal.

El dispersor tipo venturi, Figura 2.3, se deduce que al alimentar la pulpa (sección A), junto con aire comprimido (sección B), el sistema busca su equilibrio mecánico y la reducción del diámetro en la parte central del dispersor incrementa la energía, de forma que aumenta la presión dentro del mismo. El flujo de la pulpa y el aire a través del dispositivo prosigue y al pasar por la expansión del dispersor (punto C), la energía liberada se convierte en burbujas de aire. En este instante del proceso, las burbujas generadas atrapan las partículas de la especie (mineral o no mineral) que se encuentran en la pulpa y que se desea separar.

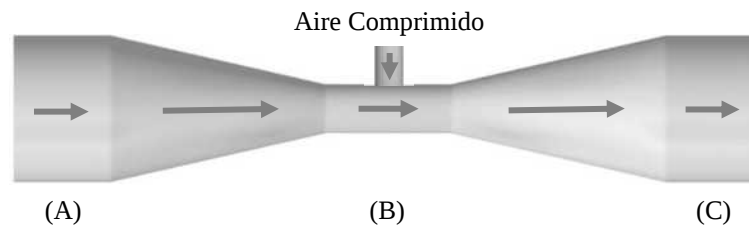


Figura 2.3. Representación esquemática de un dispersor tipo venturi para la generación de burbujas.

La ley de conservación de la energía puede ser expresada para fluidos, en el caso del flujo medio por la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + gZ_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + gZ_2 + \frac{\Delta P}{\rho} \quad (2.1)$$

Como la pérdida de presión es insignificante $\frac{\Delta P}{\rho} = 0$

Como $gZ_1 = gZ_2$

Entonces tenemos

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} \quad (2.2)$$

ordenando los términos y haciendo la diferencia de presiones obtenemos

$$\frac{\Delta P}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2} = 0 \quad (2.3)$$

Donde ΔP es la caída de presión entre el punto A y C del dispersor (gr/cm^2 ; $\text{cm H}_2\text{O}$), ρ es la densidad de la pulpa (gr/cm^3), V_1 y V_2 las velocidades superficiales promedio en los puntos A y B, respectivamente (m/s ; cm/s), g es la aceleración de la gravedad (m/s^2), y Z_1 y Z_2 son la altura sobre el nivel de referencia (m , cm).

De la ecuación de continuidad:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{V_2}{V_1} \quad (2.4)$$

Siendo A_1 y A_2 las áreas transversales en los puntos A y B respectivamente (m^2 , cm^2). Considerando que el flujo superficial J_g (m/s ; cm/s) es la relación entre el flujo volumétrico Q_g (m^3/min ; cm^3/s) de pulpa alimentada al dispersor y el área transversal:

$$J_g = \frac{Q_g}{A} \quad (2.5)$$

Y el área transversal de una sección circular:

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \quad (2.6)$$

Donde d es el diámetro de la sección transversal, despejando la caída de presión de la ecuación de Bernoulli y sustituyendo la ecuación (2.6) en la (2.5) y está en la ecuación de Bernoulli (2.3), el resultado es la expresión que relaciona la caída de presión dentro del dispersor debido al flujo de pulpa a través del mismo:

$$\Delta P = \frac{8 \Delta \rho Q_g^2}{\pi^2} \left[\frac{1}{d_m^4} - \frac{1}{d_M^4} \right] \quad (2.7)$$

Correspondiendo d_M y d_m a los diámetros en las secciones circulares de los puntos A y B respectivamente.

2.5 Propiedades de la burbuja

Una burbuja es un glóbulo de gas o vapor rodeado por una masa de líquido o una película delgada de líquido. En general, las burbujas pueden ser originadas de tres fuentes:

- Pueden formarse por la despresurización del gas de una solución.

- Por la descomposición de un componente en el líquido.
- Pueden ser producidas al introducir un gas directamente en el líquido mediante un dispersor.
- Pueden ser resultado de la desintegración de burbujas de mayor tamaño presentes en el líquido.

En general, es bien conocido que un gas que pasa a través de un orificio o de un material poroso, como efecto de fuerzas viscosas y de tensión superficial actuando sobre el sistema, no puede mantenerse como una fase continua, donde sólo es posible a números de Reynolds muy altos. La discontinuidad de la fase gas genera burbujas.

En dispersores de gas, la formación de burbujas se puede clasificar de dos formas distintas:

- Formación en un sólo orificio. La formación de burbujas en un orificio o en un capilar sumergido en un líquido ha sido caso de estudio de muchos trabajos experimentales y teóricos [10].
- Formación en orificios múltiples. En un dispersor poroso aumenta la probabilidad de que exista coalescencia (es decir, que las burbujas tienen la tendencia a chocar y unirse entre sí y formar, de esta manera, burbujas de mayor tamaño) debido a la cercanía entre los poros del dispersor. A altas velocidades de flujo de gas, la probabilidad de que exista coalescencia aumenta. Cuando se tienen burbujas muy pequeñas (como las originadas con un dispersor hecho de material sinterizado), es un hecho que existirá coalescencia.

2.5.1 Velocidad de flotación

Una vez que una burbuja se ha formado en el líquido, comienza a elevarse, debido a las fuerzas de flotación. La velocidad de flotación terminal de una burbuja en una dispersión gas-líquido es uno de los parámetros que definen el tiempo de residencia del gas y, por lo tanto, la eficiencia del proceso.

Hay diversos factores que afectan la velocidad de flotación, tales como el tamaño y forma de burbuja, la tensión superficial, la viscosidad y densidad del líquido, el movimiento del líquido, temperatura y presión del sistema. A medida que disminuye el tamaño de una burbuja, la velocidad de flotación disminuye. La velocidad de flotación es inversamente proporcional a la presión del sistema.

$$J = \frac{Q}{A} \quad (2.8)$$

2.5.2 Fracción de gas retenido

La fracción de gas retenido ε_g es la relación del volumen de las burbujas de aire con respecto al volumen de la dispersión aire-líquido [15]. La magnitud de gas retenido es un indicio de las condiciones hidrodinámicas de la zona de colección, cuando se introduce gas en una columna de flotación, el líquido contenido es desalojado por lo tanto la fracción volumétrica es desplazada, la cantidad de aire que permanece en la zona de colección es expresada como % volumétrico.

Si la fracción de gas retenido es baja, la transferencia de masa disminuye, debido a que existe poca área superficial de las burbujas para realizar el transporte de masa. Con fracciones de gas retenido mayores, se tiene una superficie de transferencia grande, y de esta manera, de incrementa la eficiencia de colección. Sin embargo, una fracción de gas retenido alta debe evitarse porque disminuye el volumen útil del equipo de dispersión. La fracción de gas retenido no puede ser calculada a partir de correlaciones empíricas, por lo que debe ser estimada en cada equipo de contacto gas-líquido.

2.5.2.1 Método por presión para medir la fracción de gas retenido

La medición por presión diferencial se puede utilizar si se conoce la densidad de la pulpa sin aire. Cuando se tienen dos medidas de presión a distinta profundidad dentro de la columna, se puede estimar el contenido de gas en la siguiente ecuación [16].

$$\varepsilon_g = \left(1 - \frac{\Delta P}{\rho_{sl} * g * L}\right) * 100 \quad (2.9)$$

En la ecuación L es la diferencia de altura entre las dos posiciones donde se miden las presiones, ΔP es la diferencia de presiones entre los dos puntos y ρ_{sl} es la densidad de la pulpa [17].

2.5.3 Diámetro de burbuja

Un flujo tridimensional gas-líquido en un recipiente con agitación tiene una estructura inherentemente fluctuante y además una naturaleza compleja. Para comprender detalladamente este tipo de sistemas, es necesario medir algunos parámetros locales, como el diámetro de burbuja y la fracción de gas retenido. Sin embargo, la medición del diámetro de burbuja sigue siendo un problema en el área. Posiblemente sea el área menos investigada, y la información existente es escasa.

Los principales métodos para determinar el tamaño de burbuja son: fotografías de alta velocidad, tomografías de impedancia eléctrica, sondas de succión capilar, tomografía óptica, sensores endoscópicos, sondas de capacitancia, y detección acústica pasiva. Existen discrepancias entre las mediciones realizadas por los distintos métodos, relacionadas con la sensibilidad del instrumento utilizado, rapidez de detección, o la interpretación de los datos (tomografías de impedancia eléctrica, sondas de capacitancia, y detección acústica pasiva)[18].

Cuando se desea analizar la formación, tamaño y comportamiento de burbujas, los métodos más comúnmente utilizados son la visualización de imágenes a través de un estroboscopio, la fotografía de alta velocidad o el uso de rayos x. Además de estos métodos para medir tamaño de burbuja, existen otros métodos para calcularlo, los cuales involucran diferentes factores del sistema y se han venido utilizando con mayor frecuencia debido a la proximidad de sus cálculos con las mediciones de las burbujas.

2.5.3.1 Modelo de arrastre

El modelo de arrastre, de velocidad relativa entre fases o drift-flux, es un conjunto de ecuaciones y una metodología para estimar un diámetro de burbuja promedio en un equipo de flotación [19]. La velocidad relativa (U_{sb}) entre las fases gas (burbujas) y líquido está definida por la ecuación siguiente:

$$U_{sb} = \frac{J_g}{\epsilon_g} + \frac{J_l}{1-\epsilon_g} \quad (2.10)$$

La velocidad relativa U_{sb} se relaciona con la velocidad terminal (U_t) de una burbuja generada en un medio de profundidad infinita y la fracción de gas retenido (ϵ_g) con la siguiente expresión (para ϵ_g menores a 30%):

$$U_{sb} = U_t (1 - \epsilon_g)^{m-1} \quad (2.11)$$

en donde m es función del número de Reynolds de la burbuja (Re_b):

$$m = \left(4.45 + 18 \frac{d_b}{d_c}\right) Re_b^{-0.1} \quad 1 < Re_b < 200 \quad (2.12)$$

$$m = 4.45 Re_b^{-0.1} \quad 200 < Re_b < 500 \quad (2.13)$$

El número de Reynolds de la burbuja se define en:

$$Re_b = \frac{U_t \cdot \rho_{sl} \cdot d_b}{\mu_{sl}} \quad (2.14)$$

Al combinar las ecuaciones (2.10) y (2.11) se obtiene:

$$U_t = \frac{J_g}{\varepsilon_g(1-\varepsilon_g)^{m-1}} + \frac{J_g+J_l}{(1-\varepsilon_g)^{m-1}} \quad (2.15)$$

Yianatos y colaboradores [20] adaptaron la ecuación que representa la velocidad relativa entre fases y el diámetro de burbuja en un sistema de sedimentación [21] de la manera siguiente:

$$U_{sb} = \frac{g \cdot d_b^2 \cdot (\rho_{sl} - \rho_b) (1 - \varepsilon_g)^{m-1}}{18 \mu_{sl} (1 + 0.15 Re_s^{0.687})} \quad (2.16)$$

El número de Reynolds (Re_s) del enjambre de burbujas se define como:

$$Re_s = \frac{d_b \cdot U_{sb} \cdot \rho_{sl} (1 - \varepsilon_g)}{\mu_{sl}} \quad (2.17)$$

Al igualar las ecuaciones (2.14) y (2.18) se obtiene la ecuación:

$$U_t = \frac{\left(\frac{J_g}{\varepsilon_g} + \frac{J_l}{(1-\varepsilon_g)} \right)}{(1-\varepsilon_g)^{m-1}} \quad (2.18)$$

ó:

$$U_t = \frac{g \cdot d_b^2 \cdot (\rho_{sl} - \rho_b) (1 - \varepsilon_g)^{m-1}}{18 \mu_{sl} (1 + 0.15 Re_s^{0.687})} \quad (2.19)$$

Para encontrar el diámetro de burbuja promedio es necesario resolver las ecuaciones anteriores de manera iterativa; además, es indispensable conocer algunas propiedades del medio (la densidad de la fase líquida ρ_{sl} y de la fase gas ρ_g , la viscosidad de la fase líquida μ_{sl}) así como algunas variables del sistema (velocidad superficial de gas J_g y de líquido J_l , así como la fracción de gas retenido ε_g).

El algoritmo empleado para la solución de las ecuaciones es el siguiente [22]:

1. Suponer un valor de m
2. Calcular U_{sb} y U_t de las ecuaciones (2.10) y (2.15), respectivamente

3. Suponer d_b
4. Calcular U_{sb} y Re_s de las ecuaciones (2.16) y (2.17), respectivamente
5. Calcular d_b a partir de la ecuación (2.19):

$$d_b = \sqrt{\frac{18\mu_{sl}U_t}{g(\rho_{sl}-\rho_g)}(1 + 0.15Re_s^{0.687})} \quad (2.20)$$

6. Iterar con d_b hasta que la diferencia entre el d_b calculado y el supuesto sea menor a una tolerancia especificada.
7. Calcular m a partir de la ecuación (2.11), (2.12) o (2.13).

Iterar con m hasta que la diferencia entre el valor calculado y supuesto de m sea menor a una tolerancia especificada.

2.5.3.2 Método fotográfico

Con el uso de técnicas fotográficas es posible obtener información del tamaño y forma de las burbujas. debido a su simplicidad, esta técnica es ampliamente utilizada en el estudio de tamaños de burbuja [23-27]. Sin embargo, es necesario realizar una cuidadosa selección del equipo fotográfico y del tipo de iluminación para obtener buenos resultados. El análisis de propiedades de una burbuja con el uso de fotografía de alta velocidad (500 o 2000 cuadros por segundo) es altamente confiable, incluso cuando se está trabajando en régimen jet. A pesar de las ventajas mencionadas, la aplicación de este método está restringida a sistemas transparentes o semitransparentes y cerca de la pared del equipo [28]. El método fotográfico es la técnica experimental usada con mayor frecuencia para analizar el tamaño de burbuja y la velocidad de flotación en sistemas transparentes. Aunque los resultados obtenidos con esta técnica son excelentes, su confiabilidad disminuye si se aplica en un sistema con muchas partículas en movimiento, si existe una excesiva turbulencia o si el sistema presenta curvatura.

El tamaño de burbuja puede ser representado de varias maneras: diámetro medio (d_{10}), diámetro volumétrico (d_{30}), diámetro superficial (d_{20}), y diámetro Sauter (d_{32}). En la caracterización de tamaños de burbuja, el diámetro promedio Sauter es el más utilizado, ya que representa una relación de área y volumen, como se expresa en la siguiente ecuación:

$$d_{32} = \frac{\sum d^3}{\sum d^2} \quad (2.21)$$

2.5.4 Factores que afectan una burbuja

2.5.4.1 Velocidad superficial del gas

El flujo de aire es una de las variables más importantes en el control del proceso de flotación en columna, por su gran influencia en la recuperación del mineral flotado. Dentro de los límites de estabilidad de la columna, la recuperación del mineral flotado normalmente aumenta con el incremento del flujo de aire hasta alcanzar su valor máximo. Este aumento en la recuperación se debe al aumento del área superficial de las burbujas introducidas en el equipo de flotación.

Por otra parte, un aumento excesivo del flujo de aire puede perjudicar el proceso de flotación debido al incremento de la turbulencia, arrastre, y pérdida de la interfase. La velocidad superficial de aire, J_g , se define como la relación entre el caudal de aire, Q_g , medido en condiciones normales y el área de la sección transversal del equipo, A_c , según la siguiente ecuación. Para condiciones típicas de operación de celdas y columnas la velocidad superficial varía entre 1 y 2 (cm/s).

$$J_g = \frac{Q_g}{A_c} \quad (2.22)$$

La velocidad superficial de gas también tiene un efecto directo en la fracción de gas retenido. En el régimen homogéneo, la fracción de gas aumenta proporcionalmente con la velocidad de gas; sin embargo, en el régimen de transición y en el turbulento, el comportamiento de la fracción de gas cambia, como lo demuestra la siguiente gráfica, Figura 2.4 [29]:

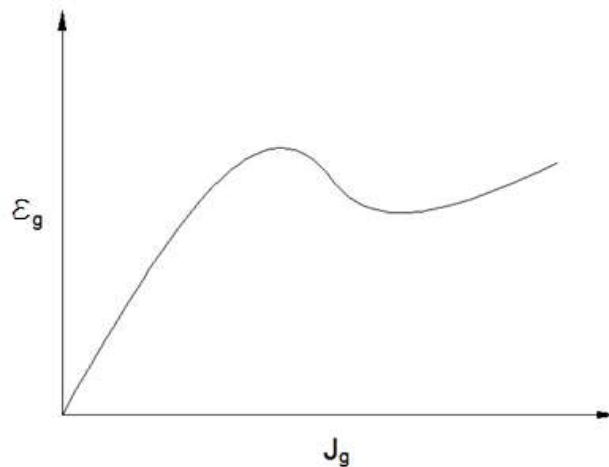


Figura 2.4. Comportamiento general del efecto de la velocidad superficial del gas sobre el gas retenido [29].

2.5.4.2 Velocidad superficial del líquido

Existen tres corrientes: alimentación, colas y concentrado. Cada una de las corrientes es expresada como velocidades superficiales de líquido y se obtienen del flujo volumétrico de líquido en cm^3/s dividido por el área de sección transversal de la celda en cm^2 , dando unidades de cm/s , entonces por analogía, cualquiera de las tres corrientes de flujo mencionadas anteriormente puede ser así mismo definidas [30].

$$J_l = \frac{Q_l}{A_c} \quad (2.23)$$

2.5.4.3 Presencia de partículas sólidas

Una partícula altamente hidrófoba puede producir coalescencia entre burbujas, incluso si dicha partícula tiene una forma regular, esto causará un decremento en la fracción de gas retenido [21].

2.5.4.4 Tensión superficial

En un líquido, las fuerzas intermoleculares son relativamente grandes, con lo que no puede expansionarse libremente; así, en contacto con otro líquido o con un gas, forma una interfase. Las moléculas del interior del líquido se repelen mutuamente hasta la distancia intermolecular (marcada por el equilibrio de las fuerzas de repulsión con las de atracción); en cambio, las moléculas de la superficie libre están en desequilibrio [31].

En líquidos puros, no es posible formar espuma, debido a que no existe algún mecanismo que retarde el drenado de la fina partícula existente entre burbujas. Sin embargo, cuando se tiene la presencia de moléculas surfactantes, la adsorción en la interface gas-líquido ocasiona que el proceso de drenado se retarde y así se produce un sistema más estable. Se puede concluir que la estabilidad de la espuma y las burbujas se puede relacionar con la tensión superficial [32].

Cuando una sustancia que afecta la tensión superficial de un líquido (sustancia tensoactiva) está presente, ésta se encuentra en una concentración mayor en la interfase gas-líquido que en el seno del líquido.

2.5.4.5 Agentes espumantes

Los espumantes son agentes tenso-activos o surfactantes que consisten en una parte polar (hidrofílica) y una parte apolar (hidrofóbica). La parte apolar es una cadena hidrocarbonada y la parte polar es típicamente un grupo OH. En la superficie de la burbuja (interfase aire-agua), la cadena hidrocarbonada se orienta hacia el lado del aire y el grupo polar hacia el lado del agua. La estabilidad de la burbuja contra la coalescencia es incrementada por la fuerte interacción del grupo polar/dipolo del agua (hidratación) en la interfase aire-líquido, que produce la capa de enlace [16]. La disminución de la tensión superficial también previene la coalescencia por la formación de los puentes de hidrógeno con las moléculas de agua, provocando la estabilización de una capa o “film” de agua alrededor de la burbuja. Este film resiste el drenaje y esto retarda la coalescencia [16]. Además, tienen la capacidad de reducir el tamaño de burbuja previniendo la coalescencia y generar una espuma estable capaz de contener el mineral enriquecido captado por las burbujas.

Las características más importantes al momento de elegir un espumante son [16]:

- Producir una espuma que permita una buena separación del mineral de interés de los que conforman la ganga.
- Debe formar una espuma lo suficientemente estable para soportar el peso del mineral y suficientemente móvil para transportarlo a la descarga de la celda.
- La espuma debe ser lo suficientemente persistente para que las burbujas al romperse se vuelvan a formar continuamente, para que de esa forma el agua y la ganga tengan la posibilidad de drenar.
- El espumante debe ser capaz de formar de nuevo espuma si se introduce aire nuevamente en las siguientes etapas de flotación.
- Deben tener una baja sensibilidad a los cambios de pH, a los colectores y sales contenidas en la pulpa de flotación.
- Económicos, aptos para escala industrial y ambientalmente amigables.
- Que se dispersen en medios acuosos (no necesariamente que sean totalmente solubles).
- Que no presente propiedades colectoras
- Ser capaces de generar burbujas pequeñas de 1 a 2 (mm).

2.6 Simulación matemática CFD

Las técnicas de simulación matemática basadas en la dinámica de fluidos computacional (CFD), son utilizadas para obtener soluciones numéricas a problemas de movimiento de fluidos haciendo uso de la capacidad computacional actual. Permiten aproximar de manera correcta la solución a muchos problemas complejos: flujo compresible o incompresible, laminar o turbulento, monofásico o multifásico. La CFD es un conjunto de herramientas, las cuales, mediante la simulación por computadora permite analizar el comportamiento de los sistemas que involucran el flujo de fluidos, la transferencia de energía y de masa. Las ecuaciones que permiten describir estos fenómenos son un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales desarrolladas por Navier y Stokes.

Durante los últimos años la simulación CFD ha sido ampliamente aplicada al modelado de flujos multifásicos, incluyendo las mezclas gas-sólido, a pesar de que para la simulación de estos sistemas existen todavía algunas limitaciones. Además de que los modelos multifásicos en CFD pueden ser útiles en la comprensión de las interacciones complejas que pueden ocurrir entre las diferentes fases en un sistema, pueden proporcionar información transitoria en 3 dimensiones. Básicamente, existen dos aproximaciones para modelar sistemas que involucran flujos multifásicos en CFD: el enfoque Euleriano-Euleriano y el enfoque Euleriano-Lagrangiano [33].

Hablar específicamente de flujos multifase en tubos venturi, es importante mencionar que la literatura existente es escasa. En el caso de eyectores, los cuales pueden ser vistos como un tubo venturi utilizados en la succión y mezclado de fluidos [34], realizaron simulaciones tipo CFD y estudios experimentales para determinar la hidrodinámica de un eyector gas/líquido conectado en forma horizontal al fondo de una columna de burbujeo rectangular. Los autores estudiaron el sistema aire-agua analizando el efecto tanto de las dimensiones del eyector (diámetro de la boquilla de alimentación, diámetro de la garganta) como de las condiciones de operación (velocidad de circulación de la fase líquida, nivel de líquido en la columna) sobre la velocidad de succión del gas y su fracción volumétrica en la columna.

Los componentes de un método CFD son:

- **Modelo matemático:** incluye las ecuaciones de gobierno y el sistema de coordenadas. La formulación de las ecuaciones se puede establecer en coordenadas cartesianas, cilíndricas, esféricas, ortogonales, curvilíneas, etc. Con ejes fijos o en movimiento.

- Mallado: división de la geometría a estudiar en un número finito de particiones, elementos o volúmenes de control. Se pueden mencionar dos formas, estructurado y no estructurado.
- Método de discretización: de las ecuaciones de gobierno y las simplificaciones adoptadas, p ej. Método de diferencias finitas (MDF), elementos finitos (MEF) o volúmenes finitos (MVF), los cuales serán aplicados a la malla.
- El algoritmo de solución y los criterios de convergencia seleccionados.

2.6.1 Modelación de flujo de fluidos

Un modelo típico de flujo de fluidos tridimensional resuelve la ecuación de continuidad y las ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos Newtonianos incompresibles los cuales están basados en la conservación de masa (una ecuación) y momento (tres ecuaciones) en cada punto del dominio computacional. La solución de esas ecuaciones nos da los componentes de la presión y la velocidad en cada uno de los puntos del dominio. Debido a las altas velocidades de flujo involucradas en este proceso, estos modelos deben de incorporar flujo de fluidos turbulentos.

2.6.2 Ecuaciones fundamentales de transporte

Los problemas que involucran flujo de fluidos raramente existen o son independientes en las operaciones de procesamiento de materiales, donde el principal objetivo es fundir, solidificar o alterar sustancias químicamente, estructuralmente, o en términos de su forma. Sin embargo, puesto que la mayoría de dichos materiales están en un estado fluido (vapor o líquido) durante al menos parte de la secuencia del procesamiento, el movimiento del fluido juega un papel crucial en varias de esas operaciones. Un mejor entendimiento de la mecánica de fluidos ha dado como resultado, mayores avances en la tecnología del procesamiento de materiales. La formulación general de problemas de flujo de fluidos es llevada a cabo a través de los enunciados de las ecuaciones de Navier-Stokes, las cuales están constituidas por la ecuación de continuidad o conservación de masa, que es en esencia un balance de masa, y la ecuación de movimiento, la cual expresa un balance de momento.

Para describir completamente el flujo de un fluido se deben conocer las siguientes propiedades del sistema; Densidad (ρ), Presión (P), Temperatura (T) y Velocidad en las tres direcciones espaciales del problema (u, v, w), correspondientes a los ejes (x, y, z). Puesto que el sistema está constituido

por 6 incógnitas, se necesitan seis ecuaciones para encontrar la solución al flujo tridimensional. Junto con la Ley de los Gases Ideales, las cinco ecuaciones restantes son las ecuaciones de Navier-Stokes

2.6.3 Conservación de masa (Continuidad)

La primera de las ecuaciones gobernantes de movimiento de fluidos, expresa la ley de conservación de masa en el flujo con densidad $\rho(x, y, z, t)$ y la velocidad $v(x, y, z, t)$.

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.24)$$

En varios tipos de flujos, la compresibilidad del fluido puede ser descartada, si este es el caso, se puede considerar que la densidad es constante en todas las direcciones ($\rho = \text{constante}$) y la ecuación puede reducirse a la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (2.25)$$

2.6.4 Conservación de movimiento en las tres direcciones

La segunda ley de Newton indica que la velocidad de cambio de movimiento de una partícula en un fluido es igual a la suma de las fuerzas que actúan sobre la partícula.

$$\begin{array}{ccc} \text{Velocidad de incremento} & & \text{Suma de fuerzas} \\ \text{de movimiento de una} & = & \text{sobre la partícula} \\ \text{partícula de fluido} & & \text{de fluido} \end{array}$$

La cual, indica que la velocidad de cambio de movimiento de un cuerpo es proporcional al desequilibrio de fuerzas que actúan sobre este y tienen lugar en la dirección de la fuerza. Es útil considerar las fuerzas que una partícula de fluido puede experimentar. Estas incluyen:

- Fuerzas de cuerpo tales como la gravitacional y electromagnetismo;
- Fuerzas debido a la presión;
- Fuerzas debido a la acción viscosa;
- Fuerzas debido a la rotación.

Siendo el agua un fluido incompresible para el cual la densidad y la temperatura se consideran constantes el sistema se reduce a:

Tabla 2.1. Términos que conlleva cada una de las ecuaciones de conservación de momento en las tres direcciones espaciales x, y, z; ecuación (2.26).

Componente	Termino inercial	Fuerzas del cuerpo	Gradiente de presión	Termino viscoso	Termino fuente
x	$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)$	ρg_x	$-\frac{\partial P}{\partial x}$	$+\mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$	$+F_b$
y	$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right)$	ρg_y	$-\frac{\partial P}{\partial y}$	$+\mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$	$+F_b$
z	$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right)$	ρg_z	$-\frac{\partial P}{\partial z}$	$+\mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$	$+F_b$

El fluido será tratado como continuo para el análisis del flujo de fluidos a escalas de longitud macroscópicas (es decir mayores a 1μ), donde la estructura molecular de la materia y los movimientos moleculares pueden ser ignorados.

Por otra parte, el número de Reynolds de un flujo da una medida de la importancia relativa de las fuerzas de inercia asociadas con los efectos convectivos y las fuerzas viscosas. Si el flujo tiene un valor del número de Reynolds por encima del denominado crítico se manifiestan en perturbaciones que dan lugar a un cambio radical del carácter del flujo. El movimiento se vuelve intrínsecamente no estacionario incluso con condiciones de contorno constantes (presión y velocidad fijadas en zonas de entrada y salida del dispositivo). Este régimen se denomina turbulento.

2.6.5 Flujo Turbulento

La turbulencia se define como el estado de movimiento de un fluido en el que las distintas variables relevantes (presión, velocidad, etc.) fluctúan de una forma desordenada. Se trata de un estado no estacionario desde el punto de vista macroscópico en el que las distintas variables adoptan variables dependientes tanto de la posición como del tiempo y estos valores varían de forma aleatoria y desordenada.

La transición de flujo laminar a turbulento ocurre a números de Reynolds críticos [35-39]. El número de Re expresado por la ecuación (2.27) es la relación entre las fuerzas de inercia y viscosas. La naturaleza de cualquier flujo depende de la magnitud de esas dos fuerzas actuantes sobre el fluido. Las fuerzas inerciales tienden a perturbar el orden y el flujo unidireccional, mientras las fuerzas viscosas tienden a estabilizar el flujo y mantener las líneas de flujo juntas. A una velocidad relativamente baja y, por lo tanto, a un número de Reynolds bajo las fuerzas viscosas dominan y

su efecto estabilizante hace el flujo laminar. Sin embargo, cuando la velocidad se incrementa el efecto de las fuerzas inerciales domina y por encima de un Reynolds crítico el flujo se convierte en turbulento. La fuerza inercial actuante sobre un elemento de fluido es $\rho v^2 L^2$ y la fuerza viscosa es $\mu v L$.

$$Re = \frac{\text{Fuerza inercial}}{\text{Fuerza viscosa}} = \frac{\rho v^2 L^2}{\mu v L} = \frac{\rho v L}{\mu} \quad (2.27)$$

En un flujo turbulento completamente desarrollado en estado estable, la velocidad en cualquier lugar fluctúa sobre su valor tiempo-promedio. Así, la velocidad y presión instantánea del fluido (u, v, w, P) es una suma de los valores promediados en el tiempo ($\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{P}$) y su componente fluctuante (u', v', w', P'). La velocidad instantánea es, por lo tanto

$$u = \tilde{u} + u', \quad v = \tilde{v} + v', \quad w = \tilde{w} + w', \quad P = \tilde{P} + P' \quad (2.28)$$

Cuando los componentes fluctuantes en las tres direcciones son aproximadamente las mismas o independientes de la dirección, tal turbulencia es conocida como isotrópica. Así, en la turbulencia isotrópica

$$v'_x = v'_y = v'_z \quad (2.29)$$

Las ecuaciones resultantes son similares a las ecuaciones de Navier-Stokes en el sentido de que éstas tienen una derivada con respecto al tiempo además de términos convectivos, términos difusivos y términos fuente. También, aparece el término de disipación, el cual requiere otra ecuación diferencial para describir su transporte. Se han propuesto varias formas de resolver dicho problema utilizando distintas aproximaciones como:

1. Simulación Numérica Directa (DNS, por sus siglas en inglés Direct Numerical Simulation).
2. Simulación de Grandes Remolinos (LES, acrónimo de las palabras inglesas Large-Eddy Simulation).
3. Modelos para las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas por Reynolds (RANS, acrónimo de las palabras Reynolds Averaged Navier-Stokes), entre los cuales está el modelo k- ϵ y el modelo de los esfuerzos de Reynolds (RSM).

2.6.5.1 Simulación numérica directa (DNS)

El modelo de simulación numérica directa trata de resolver las ecuaciones de Navier-Stokes de una forma directa, sin emplear más valores promedios o aproximaciones que las discretizaciones numéricas, por lo tanto, es el más completo en cuanto a la exactitud de los resultados que ofrece.

Como el modelo DNS resuelve directamente las ecuaciones de Navier-Stokes, no es necesario un modelo de turbulencia ya que las ecuaciones describen correctamente flujos de fluidos tanto para condiciones laminares como turbulentas. La dificultad es realmente resolver estas ecuaciones a un alto número de Reynolds. Para esto, se requieren redes computacionales muy densas y pasos de tiempo cortos. Además, las ecuaciones son no lineales y esto desafía los algoritmos de solución computacional, haciendo así que cualquier simulación consuma mucho tiempo. DNS es una herramienta de investigación más que una ayuda al diseño de ingeniería

2.6.5.2 Simulación de grandes remolinos (LES)

El modelo LES se basa en un filtrado espacial de las ecuaciones de gobierno del fluido de tal manera que se resuelven computándose las grandes escalas (el movimiento turbulento de grandes remolinos), mientras que para escalas más pequeñas se asume un modelo que permite considerar de forma aproximada su influencia en la variación general de los parámetros del flujo.

Teóricamente esto corresponde al filtrado matemático de las ecuaciones de conservación mediante la convolución de estas con diferentes funciones filtrantes, que pueden ser de dependencia espacial o frecuencial. Comúnmente se emplean dos funciones espaciales, una de tipo rectangular y otra gaussiana y una frecuencial de tipo filtro pasa bajas. Las más empleadas son las de filtrado espacial. En este filtrado todas las variables de las ecuaciones se representan como la suma de una componente de fondo (filtrada) y otra adicional fluctuante. Esto trae como consecuencia la aparición de nuevas variables en el sistema de ecuaciones que obliga a emplear expresiones adicionales para cerrar el sistema. Precisamente estas expresiones de cierre constituyen la modelación de los componentes turbulentos de menor escala espacial [40].

De acuerdo con el método de filtrado y a la forma concreta de las expresiones de cierre se conocen varios submodelos dentro del LES.

2.6.5.3 Modelos para las ecuaciones de Navier Stokes promediadas por Reynolds (RANS)

Los modelos RANS se basan en el promedio de las ecuaciones del fluido, para lo cual todas las magnitudes se sustituyen por la suma de su valor medio y una componente fluctuante. Después de promediarlas se obtienen términos adicionales que requieren la adición de otras ecuaciones para cerrar el sistema. Se presentan dos variantes principales de promedios: la de Reynolds y la de Favre; esta última emplea magnitudes promediadas por unidad de masa [37].

Existen en la actualidad diferentes métodos o modelos de solución para el RANS encaminados a calcular este coeficiente de viscosidad, entre los cuales tenemos:

Modelo $k-\varepsilon$

El modelo matemático propuesto por Jones y Launder conocido como $k-\varepsilon$, es un modelo semi-empírico basado en la modelación de ecuaciones de transporte para la energía cinética turbulenta (k) y su disipación (ε). La ecuación para k se deriva de la ecuación exacta, mientras que la de ε se obtuvo mediante razonamiento físico y mantiene poco parecido con su equivalente matemático exacto. La derivación $k-\varepsilon$ asume que el flujo es totalmente turbulento y que los efectos de la viscosidad molecular son despreciables. De esta forma, este modelo sólo aplica a flujos turbulentos completamente desarrollados [41].

Las ecuaciones para la energía cinética turbulenta y su velocidad de disipación son las siguientes [42]:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \frac{\partial k u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (2.30)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \frac{\partial \varepsilon u_i}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (2.31)$$

donde, G_k es la generación de la energía cinética turbulenta debido a los gradientes de velocidad media, G_b representa la generación de energía cinética turbulenta debido a las fuerzas de flotación, Y_M es la contribución de la dilatación fluctuante en turbulencia compresible respecto a la disipación total, $C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$ y $C_{3\varepsilon}$ son constantes, σ_k y σ_ε son los números de Prandtl turbulentos para k y ε respectivamente y S_k y S_ε son términos fuente.

La viscosidad turbulenta o de remolino (μ_t) se calcula combinando k y ε como sigue

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.32)$$

Donde C_μ es una constante y las constantes $C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$, $C_{3\varepsilon}$, C_μ , σ_k y σ_ε tienen los siguientes valores $C_{1\varepsilon} = 1.44$, $C_{2\varepsilon} = 1.92$, $C_\mu = 0.09$, $\sigma_k = 1.0$ y $\sigma_\varepsilon = 1.3$.

2.6.6 Flujo Multifásico

El flujo multifásico puede consistir en sistemas gas-líquido, gas-sólido, líquido-líquido, líquido-gas o gas-líquido-sólido. Para un sistema multifásico que contiene partículas muy pequeñas, burbujas o gotas que siguen de cerca la fase continua, pueden obtenerse resultados de simulación razonables. Los sistemas en los que la fase dispersa tiene un gran efecto sobre la fase continua son más difíciles de simular con precisión, y sólo los modelos ordinarios están disponibles para sistemas multifásicos con una carga elevada de la fase dispersa. Por el momento, la calidad de las simulaciones está limitada no por la velocidad o memoria de la computadora, sino por la falta de buenos modelos para el flujo multifásico. Sin embargo, los flujos multifase son muy importantes en la ingeniería, ya que muchos procesos comunes involucran el flujo multifásico.

Algunos de los modelos empleados para la modelación de flujos multifase son los que a continuación se describen.

2.6.6.1 Modelo multifásico

El modelo de volumen de fluido (VOF) es un modelo que se realiza un seguimiento de la interfaz entre las diferentes fases. El modelo es adecuado para flujo estratificado, flujos de superficie libre y movimiento de grandes burbujas en líquidos. Dado que la interfaz entre los fluidos debe ser resuelta, no es aplicable para un sistema con muchas gotas o burbujas muy pequeñas. El modelo VOF emplea una técnica de rastreo diseñada para dos o más fases de fluidos inmiscibles, donde la posición de la interfase entre los fluidos es de interés. En el modelo se resuelve una sola ecuación de momento para los fluidos presentes y para cada fase adicional agregada al modelo se introduce una variable más, es decir, las propiedades físicas de una nueva fase se calculan en base a su fracción correspondiente al volumen total. Los campos para todas las variables y propiedades se comparten por las fases y representan los valores promediados en volumen. La fracción de cada celda computacional se rastrea a lo largo del dominio para sumar la unidad. En notación matemática

se puede decir que si la q -ésima fracción de volumen en la celda se denota por α_q , entonces las tres condiciones siguientes son posibles [43].

$\alpha_q = 0 \rightarrow$ la celda está vacía (no está presente la q -ésima fase).

$\alpha_q = 1 \rightarrow$ la celda está llena (solo contiene la q -ésima fase).

$0 < \alpha_q < 1 \rightarrow$ la celda contiene la interfase entre la q -ésima fase y una o más fases diferentes.

2.6.6.2 Ecuación de la fracción de volumen

La localización de la(s) interfase(s) entre las fases mismas se acompañan por la solución de una ecuación de continuidad para la fracción de volumen de una (o más) de las fases. Para la q -ésima fase, ecuación que tiene la siguiente forma:

$$\frac{\partial \alpha_q}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla \alpha_q = \frac{S_{\alpha_q}}{\rho_q} \quad (2.33)$$

La ecuación de fracción de volumen no se resolverá para la fase primaria, ya que la fracción se calcula basándose en:

$$\sum_{q=1} \alpha_q = 1 \quad (2.34)$$

Las propiedades que aparecen en las ecuaciones de transporte se determinan por la presencia de las fases componentes de cada volumen de control. Por ejemplo, para un sistema bifásico las fases se representan por los subíndices 1 y 2, y si la fracción de volumen de la segunda fase está siendo rastreada, la densidad en cada celda está dada por:

$$\rho = \alpha_2 \rho_2 + (1 - \alpha_2) \rho_1 \quad (2.35)$$

$$\mu = \alpha_2 \mu_2 + (1 - \alpha_2) \mu_1 \quad (2.36)$$

2.6.6.3 Ecuación de momento

De igual forma una sola ecuación de momento se resuelve a lo largo del dominio y el campo de velocidades resultante es compartido entre las fases. La ecuación de momento es dependiente de la fracción de volumen de cada fase, a través de las propiedades ρ y μ .

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{v}) - \nabla \cdot (\rho \bar{v} \bar{v}) = -\nabla P + \nabla \cdot [(\nabla \bar{v} + \nabla \bar{v}^T)] + \rho \bar{g} + \bar{F} \quad (2.37)$$

Donde los términos de la derecha son las fuerzas de presión sobre el fluido y las fuerzas viscosas, donde la viscosidad efectiva ($\mu_{eff} = \mu_L + \mu_T$) representa la suma de la viscosidad laminar y turbulenta en el fluido durante los esfuerzos de corte, el efecto de la fuerza de gravedad sobre el fluido y fuerzas de cuerpo son representadas por el vector $\vec{F}$ respectivamente. El término $\vec{v}^T$ es el vector de velocidad promediada en el tiempo.

2.6.6.4 Tensión superficial

La tensión superficial surge como resultado de las fuerzas de atracción entre las moléculas de un fluido. Es definida como la cantidad de energía libre de Gibbs a temperatura, presión y composición constante siendo necesaria para cambiar la superficie de un sistema dado. La tensión superficial actúa para balancear radialmente las fuerzas atractivas intermoleculares en el gradiente de presión externo en la superficie.

En regiones donde dos fluidos están separados, la tensión superficial actúa para minimizar la energía libre al reducir el área de la interfase. El modelo de tensión superficial empleado se conoce como Fuerza de Superficie Continua (CSF– Continuum Surface Force) propuesto por Brackbill. Con este modelo, la adición de la tensión superficial al cálculo del modelo VOF resulta en un término fuente en la ecuación de momento.

Para entender el origen de este término fuente, se puede considerar el caso donde la tensión es constante a lo largo de la superficie, y donde solo las fuerzas normales a la interfase son consideradas. Puede demostrarse que la caída de presión a lo largo de la superficie depende del coeficiente de tensión superficial (σ). La curvatura de la superficie se mide por dos radios en direcciones ortogonales R_1 y R_2 .

$$P_2 - P_1 = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (2.38)$$

donde P_1 y P_2 son las presiones en los dos fluidos en cada lado de la interfase.

En el caso del modelo CSF la curvatura se calcula de los gradientes locales en la superficie normal a la interfase. Dejando que n sea la superficie normal, definida como el gradiente α_q de en la q -ésima fase.

$$n = \nabla \alpha_q \quad (2.39)$$

La curvatura k está definida en términos de la divergencia de la unidad normal $\hat{n}$:

$$k = \nabla \cdot \hat{n} \quad (2.40)$$

donde,

$$\hat{n} = \frac{n}{|n|} \quad (2.41)$$

La tensión superficial puede escribirse en términos del salto de presión a lo largo de la superficie. La fuerza en la superficie se expresa como una fuerza de volumen usando el teorema de la divergencia.

Esto implica que esta fuerza de volumen que es el término fuente se añada a la ecuación de momento quedando en la forma final para el cálculo de la fuerza provocada por la tensión superficial.

$$F_{vol} = \sum_{ij, i < j} \sigma_{ij} \frac{\alpha_i \rho_i k_j \nabla \alpha_j + \alpha_j \rho_j k_i \nabla \alpha_i}{\frac{1}{2}(\rho_i + \rho_j)} \quad (2.42)$$

CAPITULO III: DESARROLLO EXPERIMENTAL

El desarrollo de la parte experimental se llevó a cabo en cuatro etapas, comenzando por la parte de la simulación del dispersor en un sistema de flotación de dos fases, seguido de la caracterización física del dispersor en un mismo número de fases, se continuo con su caracterización física en un sistema de flotación de tres fases (líquido-gas-sólidos) y para concluir se llevó a cabo la simulación matemática del dispersor del sistema de tres fases. En la Figura 3.1 se muestra el diagrama general del desarrollo experimental.

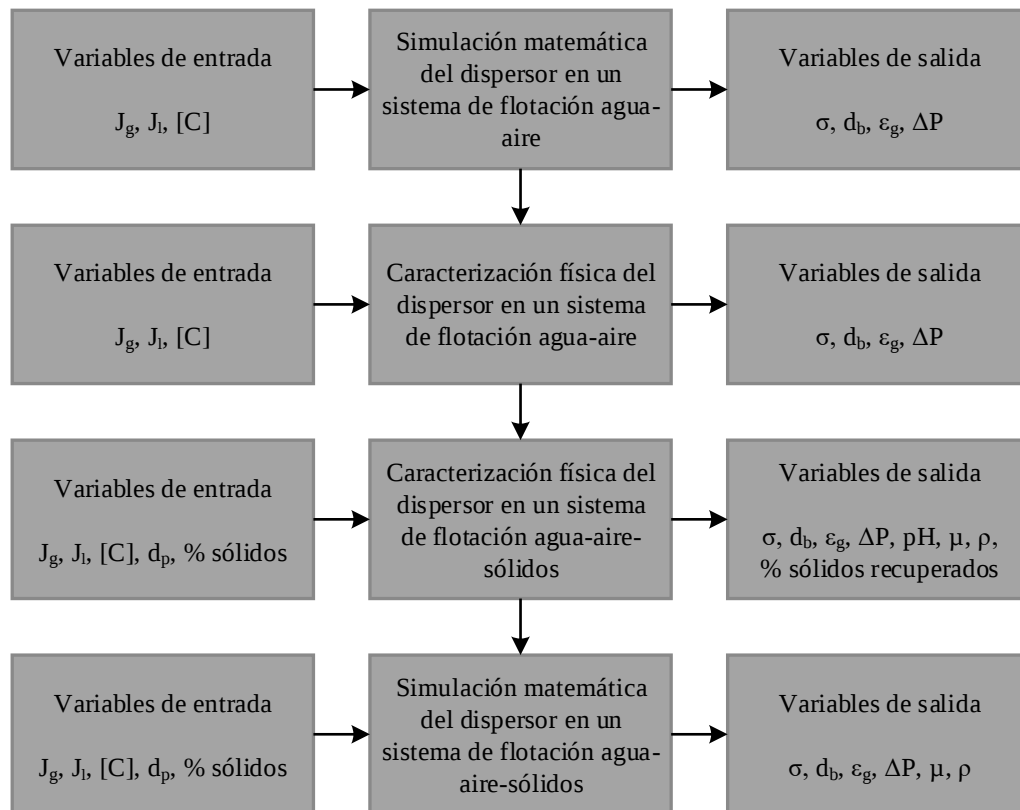


Figura 3.1. Diagrama general del desarrollo experimental.

3.1 Simulación matemática en un sistema de flotación agua-aire.

Los códigos CFD son estructurados alrededor de algoritmos numéricos que pueden hacer frente a problemas de flujo de fluidos. Además de proporcionar un fácil acceso a su poder resolutivo, todos los paquetes comerciales de CFD incluyen interfaces de usuario para ingresar los parámetros del problema y examinar los resultados. Así, en la gran mayoría de los casos los códigos contienen tres elementos principales:

- Pre-procesador.
- Procesador.
- Post-procesador.

Para esta parte inicial de la experimentación se llevaron a cabo una serie de diseños del dispersor tipo venturi con la finalidad de obtener las características (dispersión de burbuja, tamaño de burbuja) más favorables para un sistema de flotación, para ello se hizo uso de las técnicas de simulación matemática para obtener soluciones numéricas de los parámetros de fluidos dinámicos del dispersor tipo venturi, como perfiles de presión, velocidad y turbulencia, aplicando las técnicas de dinámica de fluidos computacional (CFD). A continuación, se describen las tres etapas de manera general para llevar a cabo las simulaciones:

3.1.1 Pre procesamiento

El pre-procesamiento consiste en la entrada de un problema de flujo de fluidos, por ejemplo, a un programa de CFD por medio de una interfase gráfica amigable y la subsecuente transformación de esta entrada en una forma apropiada para ser usada por el procesador. Las actividades para el usuario en esta etapa incluyen:

3.1.1.1 Diseño de la geometría.

Con la ayuda del software de Gambit 2.4.6®, se diseñaron diversas configuraciones geométricas del dispersor tipo venturi, manteniendo constantes la mayoría de parámetros geométricos posibles. En la Tabla 3.1 presenta las características geométricas de los diferentes modelos del venturi utilizados para la simulación, mientras que en la Figura 3.2 se muestra el diseño de la columna que se empleada, teniendo una altura de 276 cm y un diámetro de 10 cm, también se muestran los modelos de venturi. Se dio inicio con las simulaciones utilizando el diseño del venturi de una sola entrada de aire ubicada en el centro de la garganta, Figura 3.2a), al observar y analizar los resultados de la simulación, se optó por hacer algunas modificaciones al diseño a) y se continuaron las simulaciones con el diseño b); no obteniendo los resultados esperados, se continuó con las modificaciones hasta obtener el diseño c), con el cual se obtuvieron los mejores resultados.

Tabla 3.1. Características geométricas de los modelos de venturi para simular.

Venturi	Diámetro mayor (cm)	Diámetro menor (cm)	Entrada de aire			Angulo convergente	Angulo divergente
			Número	Diámetro (cm)	Inclinación		
Diseño a)	3.81	1.27	1	1.27	90°	12°	12°
Diseño b)	3.81	1.27	8	0.16	45°	15°	20°
Diseño c)	3.81	1.27	8	0.16	45°	15°	15°

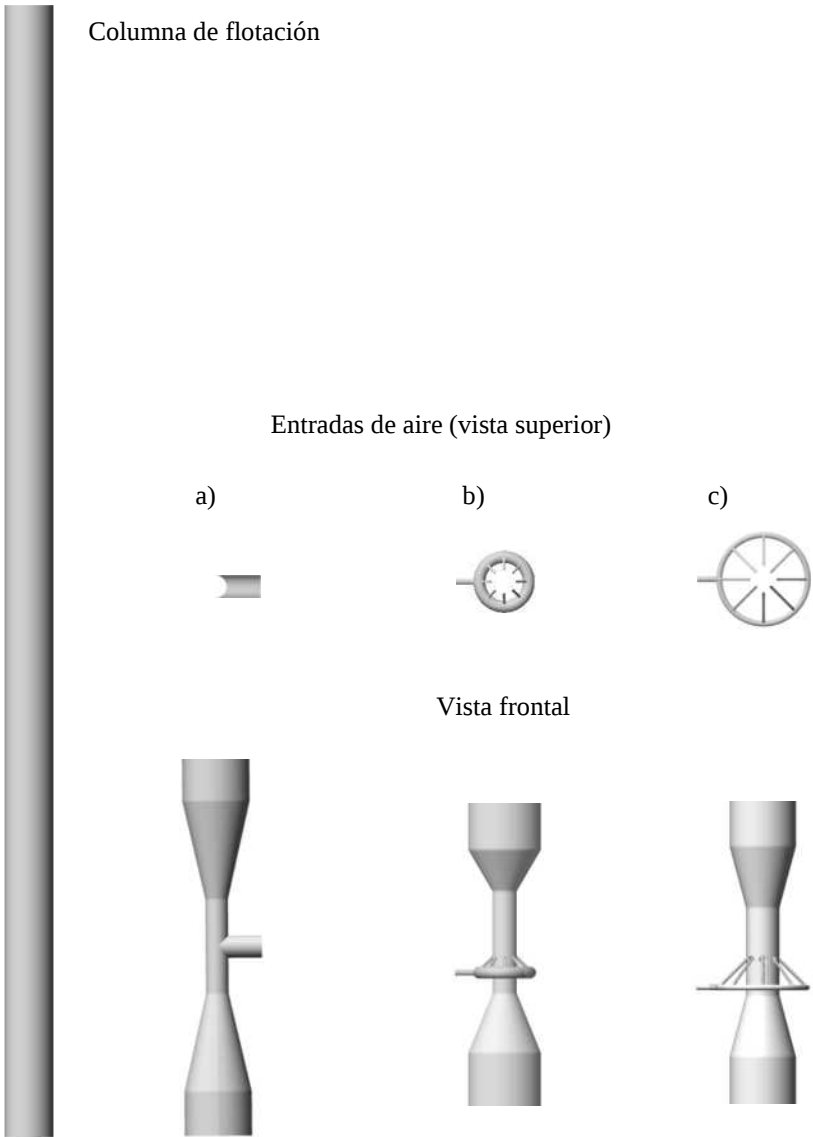


Figura 3.2. Esquemas de los diseños de geometría hechos para cada modelo de venturi; Columna de flotación (izquierda), venturi con una entrada de aire (a); venturi con 8 entradas de aire (b); diseño final del venturi (c).

3.1.1.2 Generación del mallado del dispersor

Además de realizarse el mallado de cada uno de los diseños propuestos, todos en tres dimensiones. Se construyó de manera estructurada (hexaedros) en zonas como la columna de flotación y la parte convergente del dispersor, mientras que, para la parte de inyección de gas, la zona de la garganta y zona divergente del venturi se intercalan mallas no estructuradas o de tipología híbrida y un poco más fina, ya que son zonas de mayor interés, como se observa en la Figura 3.3, la imagen a) corresponde al mallado de la columna y el venturi juntos, mientras que la imagen b) muestra el mallado el venturi.

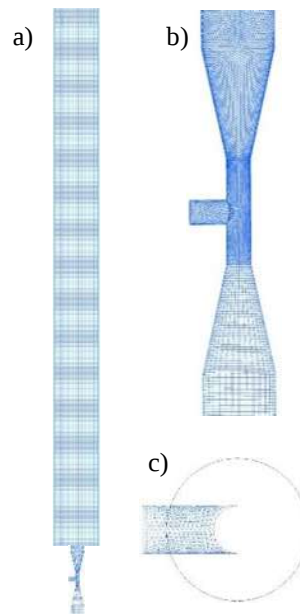


Figura 3.3. Diseño y mallado del dispersor tipo venturi con una entrada de aire; a) venturi conectado en la parte inferior de la columna; b) diseño del dispersor tipo venturi; c) configuración de la entrada de aire.

Analizados los resultados de la simulación con el diseño anterior; los cuales se presentan en la sección de resultados, y ver que el tamaño y dispersión de las burbujas no son lo más idóneo para el proceso de flotación, se optó por hacer algunas modificaciones referentes a la parte de la entrada de aire, principalmente se aumentó a 8 el número de entradas de aire y fueron distribuidas radialmente, esto con el fin de permitir una mejor distribución de las burbujas en el área transversal; fue disminuido el diámetro de las entradas a 0.16 cm y contaron con un ángulo de inclinación igual a 45° [44], como se presenta en la Tabla 3.1. La Figura 3.4 muestra la geometría y los dos tipos de mallado del venturi, estructurada e híbrida. En la zona de la garganta se empleó un mallado híbrido

y más fino comparado con las otras secciones del dispersor, esto con la finalidad de obtener resultados más confiables en esta zona, ya que es la zona donde se da la interacción entre el líquido y el gas y se generan las burbujas. La zona convergente y divergente de la garganta del venturi, así como la columna constan de un mallado estructurado. En total la malla de la columna y el dispersor tipo venturi consta de 966 310 nodos.

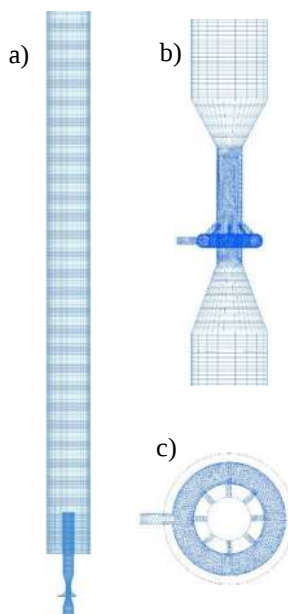


Figura 3.4. Diseño y mallado del dispersor tipo venturi con 8 entradas de aire; a) venturi conectado en la parte inferior de la columna; b) diseño del dispersor tipo venturi; c) configuración de la entrada de aire.

La siguiente modificación fue introducir a la zona de la garganta los tubos de entrada de aire, introduciendo un poco más cuatro de las entradas de aire las cuales están de forma alterna como se muestra en la Figura 3.5c). El mallado es similar al diseño de la Figura 3.4, la sección de la garganta un mallado híbrido y la columna, sección convergente y divergente de la garganta una malla estructurada; con un total de 966 310 nodos. La elección de la apertura de los ángulos de la zona de la garganta es importante al momento del diseño del venturi, ángulos mayores a 15° aumentan la probabilidad de generar una recirculación tal como lo reportan Ponasse et al. [45] y Paladio [46], lo que ocasiona la producción de turbulencia y en consecuencia aumenta la probabilidad de que coalescan las burbujas generadas.

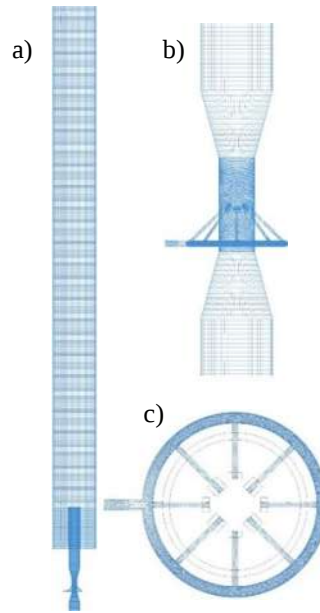


Figura 3.5. Diseño y mallado del dispersor tipo venturi con 8 entradas de aire introducidas al área transversal de la garganta; a) venturi conectado en la parte inferior de la columna; b) diseño del dispersor tipo venturi; c) configuración de la entrada de aire.

3.1.1.3 Establecimiento de las condiciones frontera

Después de realizar la geometría del dispersor y la columna de flotación, y haber generado su mallado, se asignaron a las superficies exteriores las condiciones de contorno que se utilizaran durante el procesamiento como condiciones de pared, velocidad de entrada, tanto del agua como del aire. Además del tipo del medio continuo que se alimentó, que en este caso es el agua y como fase en menor proporción (fase dispersa) aire.

3.1.2 Procesamiento

Se aplicaron técnicas de simulación matemática para solucionar numéricamente los parámetros de fluidos dinámicos del dispersor tipo venturi, apoyándose de las técnicas de dinámica de fluidos computacional (CFD) mediante el software ANSYS Fluent 16.2:

- i. Una vez exportada la malla del dispersor de Gambit al software Fluent, fue revisada con la finalidad de evitar algún problema con las paredes, entradas y salida de flujos al momento de llevar a cabo simulación, y si existiera algún problema con el mallado, no sería posible llevar a cabo la simulación.

- ii. Se asignaron las condiciones de contorno, tales como: la entrada de agua, entrada de aire, la salida y las paredes del venturi y de la columna; también se asignaron las velocidades de la entrada de cada fase (agua y aire) como se muestra en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2. Condiciones de operación de las simulaciones matemáticas para cada diseño venturi.

Venturi	Tensión superficial (dina/cm)	Caudal agua (lpm)	Caudal aire (lpm)	Modelo multifásico	Modelo turbulencia
Diseño a)	75	10	2	VOF	k-ε
Diseño b)	75	10	2	VOF	k-ε
Diseño c)	75/ 60	10, 15, 20	2, 3, 4	VOF	k-ε/ LES

- iii. Se seleccionó un esquema de solución segregado, con formulación implícita y en estado no estacionario. A la par se seleccionó el modelo multifásico (VOF) Volumen de Fluido, mediante el cual, se definieron las fases presentes en el sistema (agua y aire). Para el modelo de turbulencia se seleccionó inicialmente el modelo k-ε estándar para obtener una solución preliminar y estable y posteriormente se activó el modelo LES para llegar a la solución final, Tabla 3.2. Esta acción se hace para minimizar el gasto o tiempo computacional.
- iv. Una vez elegidas las fases presentes en nuestro sistema se asignaron las propiedades de cada una de las fases presentes (densidad, viscosidad, tensión superficial) como se muestra en la Tabla 3.3. Para el caso de la tensión superficial se agregan dos valores, el valor de 75 dina/cm se utilizó para las simulaciones echas con los tres diseños de venturi y que corresponde a la tensión superficial del agua corriente, mientras que el valor de 0.06 se utilizó con simulaciones hechas con el ultimo diseño Figura 3.5, este valor se obtuvo en base a las mediciones hechas al agua con 40 ppm de aceite de pino, Tabla 3.2.

Tabla 3.3. Condiciones de operación usadas en la simulación.

Condición	
Fase líquida	
Densidad	1000 kg m ⁻³
Viscosidad	0.001003 kg m ⁻¹ s ⁻¹
Tensión superficial	0.075/0.06 N/m
Fase gas	
Densidad	1.225 kg m ⁻³
Viscosidad	1.7894 x 10 ⁻⁵ kg m ⁻¹

- v. Se realizó la asignación del tamaño de paso para el tiempo (5x10⁻⁵ s), asignando la cantidad de segundos. Posteriormente el número de pasos y número máximo de iteraciones. Y se dio inicio

al proceso de iteraciones. Se monitorearon los valores residuales que disminuyeran de forma gradual con el número de iteración hasta alcanzar la convergencia. Residuos del orden de 10^{-5} indican una convergencia cualitativa; es decir, las características principales del flujo son estables, y la solución pueda ser aceptable.

3.1.3 Post procesamiento

Se analizaron los resultados a través del cual se hizo una discusión detallada de todas las variables que intervienen en el sistema y así definir las condiciones bajo las cuales el diseño del venturi produce los mejores patrones de flujo, como se ve en la parte de resultados y discusión.

Se llevó a cabo en varias ocasiones el desarrollo de las tres etapas de la simulación con la finalidad de visualizar el efecto que tiene los diferentes parámetros de operación del sistema de flotación, así como diferentes configuraciones geométricas del dispersor, y poder encontrar la óptima para este tipo de aplicación.

3.1.4 Condiciones de la simulación

- Todas las simulaciones se realizaron en estado no-estacionario.
- Se utiliza un sistema de coordenadas cartesianas en la construcción del modelo tridimensional y para la resolución de las ecuaciones de estado.
- El fluido dentro del sistema de flotación se comporta como un fluido Newtoniano.
- Se considera al fluido como incompresible, por lo tanto, la densidad es constante.
- Estado isotérmico. Esta consideración implica que no existen cambios de temperatura y que por ende las propiedades termo-físicas del fluido se consideraron constantes.
- En todas las paredes se toma la condición frontera de no deslizamiento del flujo. El no deslizamiento establece que el fluido en las paredes tiene la misma velocidad que éstas. Por lo tanto, si la pared es fija tiene una velocidad igual a cero y el fluido en ella también.
- La entrada y salidas del flujo en el dispersor y en la columna respectivamente, se definieron como entrada de velocidad. Para ello, la velocidad de entrada o salida del flujo en el área correspondiente al dispersor es calculada por medio de la ecuación (2.5).
- Las fuerzas gravitacionales solamente actúan sobre el eje Y.

- Los parámetros que se considerarán como constantes durante la simulación numérica son las dimensiones del dispersor y de la columna.

3.2 Caracterización física del dispersor en un sistema de flotación agua-aire

Con los resultados preliminares de la simulación matemática, se procedió a caracterizar físicamente el dispersor tipo venturi; para lo cual se construyó el dispersor tipo venturi de material pvc, una vez que este material no genera reacción alguna con los reactivos y las partículas a flotar en el sistema. El dispersor tiene una relación de diámetro de 3 (diámetro mayor de 3.81 cm, diámetro menor de 1.27 cm); 8 entradas de aire distribuidas radialmente en la zona donde se contrae (Figura 3.2c).

El dispersor venturi fue instalado en la parte inferior externa de una columna de flotación de 10 cm de diámetro por 276 cm de altura como se muestra en la Figura 3.6. En este tipo de dispersor, la formación de las burbujas y la interacción entre estas y los sólidos presentes en la pulpa se lleva en su interior; el aire fue inyectado y controlado mediante cuatro rotámetros, uno para dos entradas, mientras que el agua fue inyectada con la ayuda de una bomba centrífuga y controlada con un rotámetro. Se utilizó un transductor de presión para conocer el diferencial de presión generado en el interior del venturi, el cual se conectó a una tarjeta de adquisición de datos misma que fue conectada a una computadora, como se muestra en la Figura 3.6. Se realizaron una serie de experimentos, primero modificando los flujos volumétricos de agua ($Q_l = 10, 15$ y 20 lpm), y los flujos volumétricos de gas ($Q_g = 1, 2, 3$ y 4 lpm), posteriormente se modificó la tensión superficial del agua agregando surfactante aceite de pino en concentraciones de 0, 10, 20, 30 y 40 ppm.

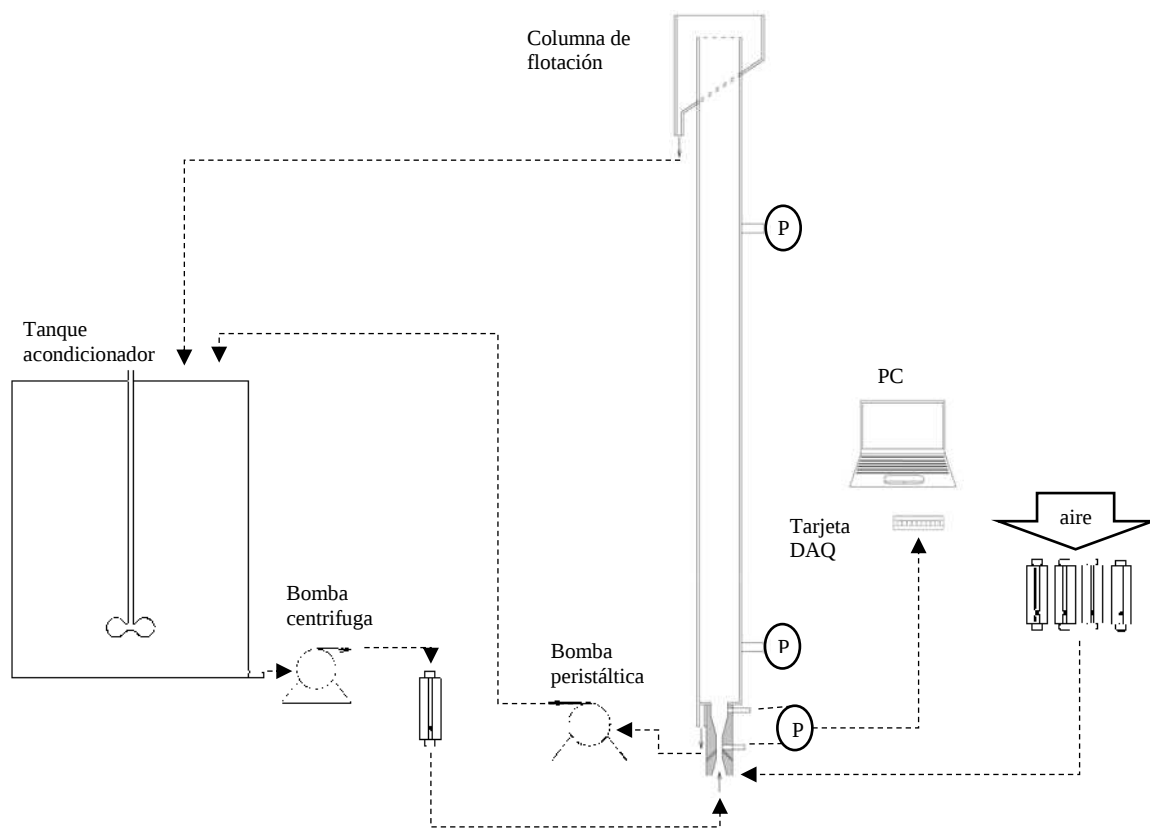


Figura 3.6. Representación esquemática del arreglo experimental.

En la salida de colas se utilizó una bomba peristáltica de dos cabezas, la cual dirigía el flujo hacia un tanque acondicionador; mientras que el material concentrado se dirigía al tanque por el efecto de la gravedad.

3.2.1 Medición de la tensión superficial.

La tensión superficial del agua fue modificada con aceite de pino y medida con la ayuda de un tensiómetro semiautomático Cole-Parmer (modelo 59780-90), Figura 3.7. El equipo consta de un aro de alambre de platino-iridio (el cual se sumerge a la muestra). Se midió la tensión superficial a 100 ml de muestra de líquido de cada punto experimental, de acuerdo al siguiente procedimiento:

1. Nivelar el equipo, mediante el centrado de la burbuja que se encuentra en la base del equipo, una vez colocado el aro de platino-iridio en el tensiómetro.
2. Calibrar el aro con la línea que se encuentra en el espejo, esto mediante la manivela del lado derecho del equipo. Si no coincide la escala, es necesario empatarla con la manija que se encuentra en la parte frontal del equipo.

3. Colocar el recipiente con la muestra (vaso de precipitados) sobre la base de acero. El aro debe quedar sumergido en la muestra, aproximadamente medio centímetro.
4. Quitar seguro y encender el equipo para que inicie el ascenso del aro de platino-iridio.
5. El tensiómetro detiene su ascenso al salir el aro de la solución. En este momento se registra el dato de tensión superficial.
6. Ajustar nuevamente la escala con la manivela de la parte derecha del equipo para realizar la siguiente medición.



Figura 3.7. Tensiómetro semiautomático Cole-Parmer.

3.2.2 Medición del gas retenido

Para calcular el gas retenido, se midió la presión generada en el interior de la columna de flotación, para ello se instalaron dos transductores de presión como se observa en la Figura 3.6, uno ubicado a una altura de 15 cm, mientras que el otro fue instalado a una altura de 230 cm, ambas alturas con respecto al fondo de la columna. Una vez registradas las presiones se utilizó la ecuación (2.9) descrita en la sección 2.5.2.1.

3.2.3 Estimación del diámetro de burbuja: Modelo de arrastre o Drift-Flux

El modelo de arrastre o flujo de fases, fue resuelto de manera iterativa, con el uso de un programa realizado en software National Instruments LabVIEW, en el cual es necesario introducir como datos las velocidades superficiales de la fase líquida y del gas retenido, en el anexo b se incluye el

código del programa realizado. El procedimiento de solución a la serie de ecuaciones se describe en la sección 2.5.3.1.

3.2.4 Medición de tamaño de burbuja: método fotográfico

Para llevar a cabo esta parte de la experimentación, se construyó una sección de columna plana en la cual fueron tomadas las fotografías Figura 3.8. (derecha), conservando la misma área transversal que en la parte de la columna cilíndrica, con el fin de mantener la misma velocidad superficial del líquido. Las fotografías fueron tomadas en 4 posiciones distintas de la columna plana como se muestra en la Figura 3.8 (centro), con el propósito de poder fotografiar la mayor cantidad de burbujas dispersas en la columna. Debido a que la velocidad de obturación es relativamente alta, fue necesario disponer de luz, con la finalidad de contar con las condiciones de velocidad y profundidad de campo necesarias para obtener una buena nitidez de las burbujas. Para esto en las partes laterales de la sección de la columna plana se le adaptaron tiras de luces led en los lados para facilitar la visualización de las burbujas, además de mantener el fondo (respecto a la parte donde fueron tomadas las fotografías) oscuro. Para la captura de las burbujas se utilizó una cámara digital de 12 Mpx.

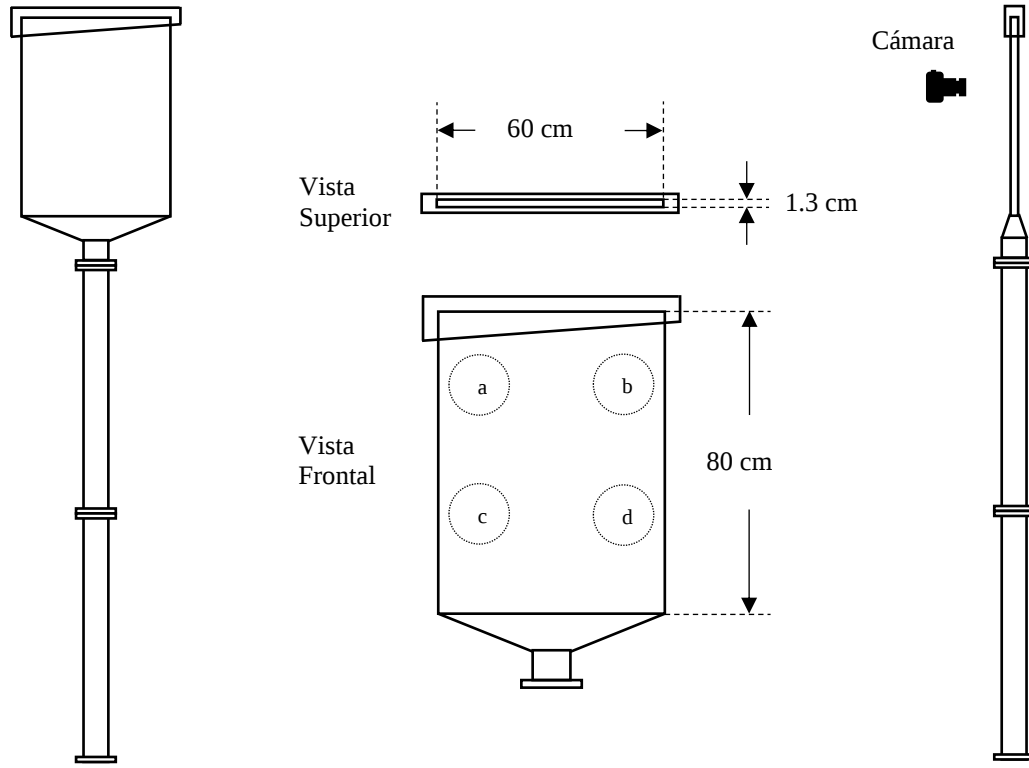


Figura 3.8. Vista frontal de la columna para medir tamaño de burbuja (izquierda); esquema de la geometría de la parte plana de la columna (centro); Vista lateral de la columna (derecha).

Una vez obtenidas las fotografías, estas fueron analizadas con un software especializado (ImageJ). Medidas las burbujas, se realizó un análisis estadístico en el cual se determinó el diámetro Sauter (d_{32}), desviación estándar y distribución de frecuencias de tamaño. El diámetro de burbuja Sauter (d_{32V}) reportado en el presente trabajo corresponde a las condiciones normales de presión y temperatura [47]. Para ello se utiliza la siguiente ecuación:

$$d_{32V} = d_{32} \cdot C_{TP} \quad (3.1)$$

donde:

$$C_{TP} = \sqrt[3]{\frac{1033.22 - H_M}{1033.22} \cdot \frac{298.15}{T_M}} \quad (3.2)$$

donde:

C_{TP} es el factor de correlación por presión y temperatura

H_M es la distancia entre el punto en el que las burbujas son fotografiadas y la interfase líquido-espuma

T_M es la temperatura a la cual se realizaron las mediciones

3.2.5 Medición de la caída de presión en el interior del venturi

Se registraron mediciones de caída de presión generada en el interior del dispersor tipo venturi para cada experimento, con el objetivo de determinar la cantidad de energía cinética disipada. Por ello se midió la caída de presión diferencial resultante de dos tomas en el dispersor (P_1 y P_2) como se muestra en la Figura 3.9.

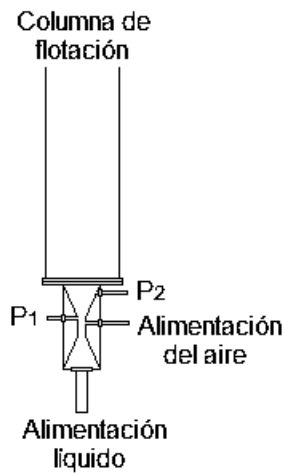


Figura 3.9. Medición de la caída de presión, resultante de la presión medida en dos puntos del venturi.

3.3 Caracterización física de un sistema de flotación de tres fases

Para llevar a cabo la caracterización del dispersor tipo venturi en tres fases, se eligió la configuración de 8 entradas de aire, debido a que en la caracterización física de dos fases dio mejores resultados (la mayor retención de gas, tamaño promedio de burbuja menores a 1.5 mm, y mayor área superficial de la burbuja). El dispersor venturi fue instalado en la parte inferior externa de una columna de flotación de 10 cm de diámetro por 276 cm de altura como se muestra en la Figura 3.6. En este tipo de dispersor, la formación de las burbujas y la interacción entre éstas y los sólidos presentes en la pulpa se lleva en su interior; el aire fue inyectado y controlado mediante cuatro rotámetros, uno para una entrada, mientras que la pulpa fue inyectada con la ayuda de una bomba centrífuga y controlada con un rotámetro. Se utilizó un transductor de presión para conocer el diferencial de presión generado en el interior del venturi, el cual se conectó a una tarjeta de adquisición de datos misma que fue conectada a una computadora, como se muestra en la Figura 3.6. En la salida de colas se utilizó una bomba peristáltica de dos cabezas, la cual dirigía el flujo

hacia un tanque acondicionador; mientras que el material concentrado se dirigía al tanque por el efecto de la gravedad. Para medir la presión generada en el interior de la columna se instalaron dos transductores de presión, uno ubicado a una altura de 15 cm, mientras que el otro fue instalado a una altura de 230 cm, ambas alturas con respecto al fondo de la columna. La serie de experimentos se llevaron a un mismo caudal, tanto de agua como de aire, estos caudales fueron elegidos en base a la caracterización física de dos fases hechas anteriormente, además del agente modificador de la tensión superficial del agua (aceite de pino). Se utilizaron partículas minerales naturalmente hidrófilas, en este caso arena sílica.

En la primera serie de experimentos se mezclaron 3 kg de arena sílica en 70 litros de agua, la mezcla fue acondicionada en un tanque con una capacidad de 100 litros, agregando un colector catiónico (dodecylamina) en concentraciones de 1×10^{-5} molar; esta concentración se alcanzó después de 5 adiciones de 0.13 gramos de colector, a manera de aumentar la cantidad de partículas hidrofóbicas en el sistema. El pH del líquido se mantuvo en 10, siendo este el pH que estabiliza químicamente el colector [45]. Para cada concentración de colector se tomó una muestra de aproximadamente 250 ml tanto de la salida de colas como del concentrado, estas muestras se tomaron al pasar un tiempo de 15 minutos después de agregado el colector. El mismo procedimiento se llevó a cabo con una cantidad de 6 kg de arena sílica, tal como se muestra en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4. Variables de operación para la caracterización física de tres fases.

Ql (lpm)	Qg (lpm)	Qc (lpm)	Espumante [ppm]	Cantidad solidos (kg)	Cantidad colector (gr)
13.5	4	13.5	40	0	0
13.5	4	13.5	40	3	0.13
13.5	4	13.5	40	3	0.26
13.5	4	13.5	40	3	0.39
13.5	4	13.5	40	3	0.52
13.5	4	13.5	40	3	0.65
13.5	4	13.5	40	6	0.13
13.5	4	13.5	40	6	0.26
13.5	4	13.5	40	6	0.39
13.5	4	13.5	40	6	0.52
13.5	4	13.5	40	6	0.65

3.3.1 Caracterización física en un sistema de flotación de tres fases, segunda etapa

Para esta segunda etapa de la caracterización física en un sistema de flotación de tres fases, el mismo arreglo experimental que la etapa anterior, Figura 3.6, lo que cambio fue el tipo de sólidos y sus cantidades.

La serie de experimentos se llevó a un mismo caudal, tanto de agua como de aire, estos caudales fueron elegidos en base a la caracterización física en un sistema de dos fases hechas en una etapa previa; como agente modificador de la tensión superficial del agua se utilizó aceite de pino en concentración de 0, 10, 20, 30 y 40 ppm. Dentro de un sistema de flotación están presentes dos tipos de sólidos, hidrófobos e hidrófilos; se eligió la arena sílica como material hidrofílico y el grafito como material hidrofóbico.

Se llevaron dos series de experimentos, una con la arena sílica, con concentraciones de sólidos de 4, 8, 12, y 16% y para cada concentración se modificó la tensión superficial con el aceite de pino en concentraciones mencionadas en el párrafo anterior. El mismo procedimiento se realizó con el grafito, como se puede observar en la Figura 3.10.

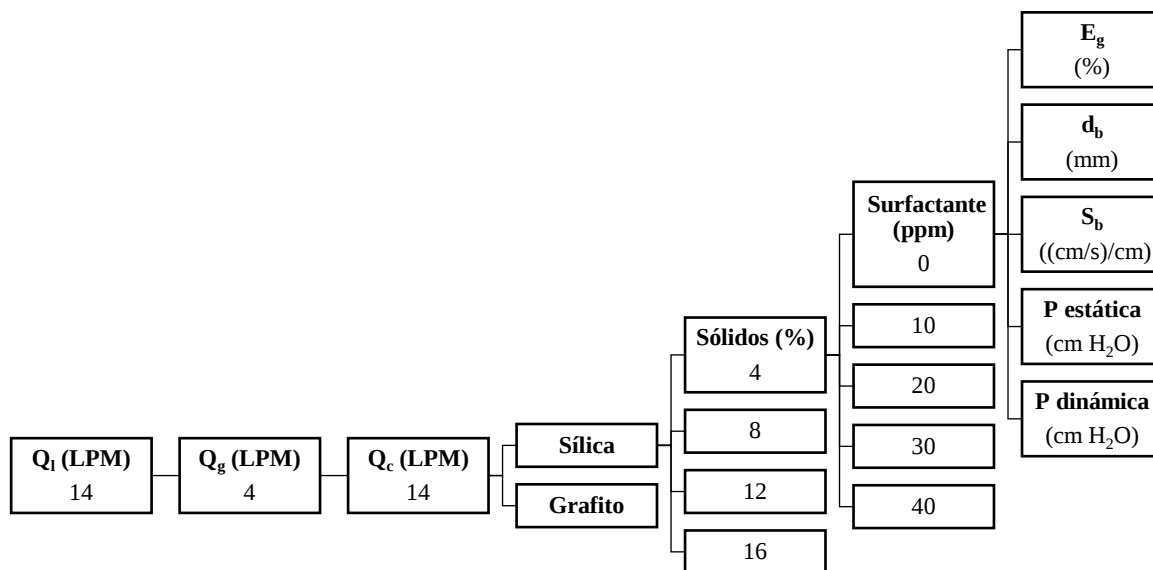


Figura 3.10. Programa experimental realizado en la columna de flotación de 10 cm de diámetro por 276 cm de altura.

Para calcular el gas retenido (E_g), se midió en dos puntos de la columna de flotación la presión generada en su interior, con los resultados de E_g , se continuó con el cálculo del diámetro de burbuja (d_b), esto con la ayuda de modelo de flujo de fases o drift-flux, el cual diferentes autores han

mostrado las excelentes aproximaciones que se tienen en el cálculo del d_b con respecto al método fotográfico [5, 48]. Mientras que para la obtención de la presión estática y dinámica fue con la ayuda del transductor de presión instalado en el dispersor tipo venturi. En el siguiente capítulo se presenta la discusión de los resultados experimentales obtenidos en el sistema de tres fases.

3.4 Simulación matemática en tres fases

La finalidad de realizar la simulación matemática en un sistema de flotación de tres fases es para ver el comportamiento que tienen las partículas dentro del dispersor y de la columna. Es importante mencionar que la mayor contribución de la simulación matemática a este trabajo es en la parte de la simulación matemática de dos fases, ya que con los resultados proporcionados nos permite ver la hidrodinámica que se genera principalmente en el dispersor venturi.

La metodología es la misma que se llevó a cabo en la simulación de dos fases, lo único que agrega, es en la parte de elegir los modelos matemáticos, al modelo multifásico VOF y al modelo de turbulencia LES se incorpora el modelo “Fase discreta”. Además, al momento de asignar las condiciones de entrada, se agrega la una tercera fase, sólidos. Para este caso se eligió como la tercera fase, la sílice, proporcionando su densidad ($2650 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$), el rango del tamaño de partícula ($1 \mu\text{m} - 20 \mu\text{m}$).

3.5 Obtención del modelo matemático empírico

La obtención del modelo matemático de los datos se llevó a cabo con la ayuda de los paquetes de software de Minitab 19, con base a las mediciones hechas de las variables operativas de la columna (flujo volumétrico de gas Q_g , y de líquido Q_l), las características dimensionales de los dispersores (número de entradas) y las variables del sistema (tensión superficial σ) obtenidos de la experimentación en la columna de flotación de laboratorio de 10 cm de diámetro por 276 cm de altura. A la serie de datos se les realizó estadística básica y se obtuvo una ecuación de regresión, así como una tabla de correlación entre las variables con la ayuda de los paquetes de Minitab 19.

CAPITULO IV: RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En el presente capítulo se presentan el análisis y discusión de los resultados obtenidos de las simulaciones matemáticas de los diferentes diseños de venturi, en un sistema de flotación de dos fases, la caracterización física del dispersor venturi tanto en sistema de dos fases como de tres fases.

4.1 Simulación matemática

A continuación, se presentan tres propuestas de geometrías del dispersor tipo venturi; las geometrías se modificaron lo menos posible, uno de los diseños consta de una entrada de aire en la parte central de la garganta, otro diseño consistió en incorporar una especie de regadera en la zona con menor diámetro, con 4 entradas de aire. El diseño y mallado de estos fue llevado a cabo con el pre-procesador Gambit, mientras que las simulaciones se realizaron con el software Fluent.

4.1.1 Simulación matemática del dispersor tipo venturi con una entrada de aire, diseño a)

La simulación del diseño con una entrada de aire se presenta en la Figura 4.1a). Las primeras burbujas coalescen generando una enorme burbuja, esto es porque al inicio el aire tiene la dificultad de romper las fuerzas de atracción entre las moléculas de agua, por ello es más fácil la acumulación del aire en una gran burbuja. Los contornos de velocidad nos permiten observar otro fenómeno que ocurre dentro del dispersor, una recirculación en la zona de descarga del dispersor, la cual es causada por el desplazamiento del fluido por las burbujas, especialmente las primeras burbujas que son de un tamaño considerable, Figura 4.1b). Este efecto genera el fenómeno de coalescencia de las burbujas y que ha sido reportado por diferentes autores [6, 49].

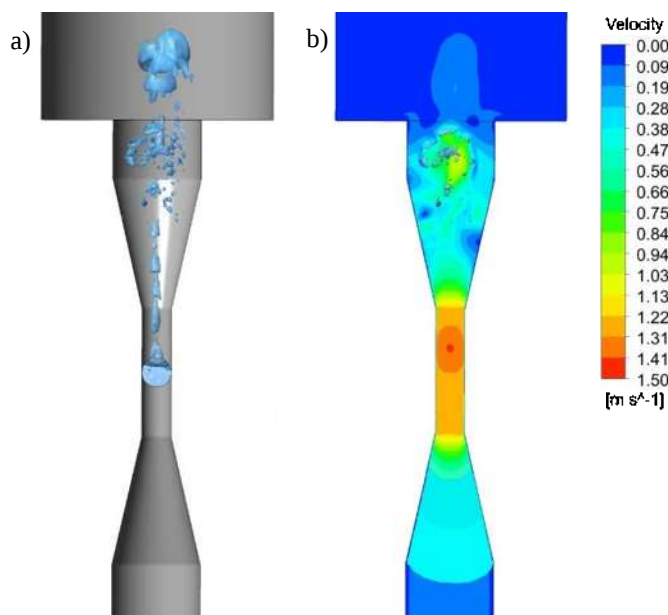


Figura 4.1. a) Imagen CFD de la generación de burbujas con el primer diseño del dispersor tipo venturi; b) contornos de velocidad generados en el interior del dispersor.

No obteniendo los resultados más adecuados con el diseño anterior en cuanto a tamaño y dispersión de las burbujas, se optó por modificar la entrada de aire, aumentando el número de entradas y disminuyendo el diámetro de cada una.

4.1.2 Dispersor tipo venturi con ocho entradas de aire diseño b) y diseño c)

A continuación, se presenta la geometría del dispersor tipo venturi diseñada para llevar a cabo las simulaciones con el software ANSYS Fluent R16.2; el diseño y mallado de esta fue hecho con el pre-procesador Gambit. La Figura 4.2 muestra el diseño del dispersor tipo venturi conectado a la parte inferior de una columna de flotación. Se llevaron a cabo dos casos de simulación, los cuales presentan los parámetros de simulación y las características geométricas mostradas en la Tabla 3.1.

No obteniendo los resultados adecuados con el diseño anterior en cuanto a tamaño y dispersión de las burbujas, se optó por modificar la entrada de aire, aumentando el número de entradas y disminuyendo el diámetro de cada una. Las entradas de aire fueron distribuidas radialmente por la circunferencia de la garganta con la finalidad de distribuir las burbujas por el área transversal del dispersor; el diámetro de las entradas se disminuyó para reducir la formación de burbujas grandes [50-52]. En la Figura 4.2a) se muestran los resultados de la simulación hecha con el dispersor modificado, en los cuales se observa la tendencia del aire al salir de los tubos de entrada hacia las

paredes y en parte divergente de la garganta existe una tendencia hacia un lado provocando que las burbujas coalescan formando burbujas de mayor tamaño las cuales no son recomendables para alguna aplicación en flotación. Con la Figura 4.2b) se observa el incremento de la velocidad hacia un lado del tubo de descarga, esto generado por el ascenso de las burbujas, mismas que se encuentran en un lado.

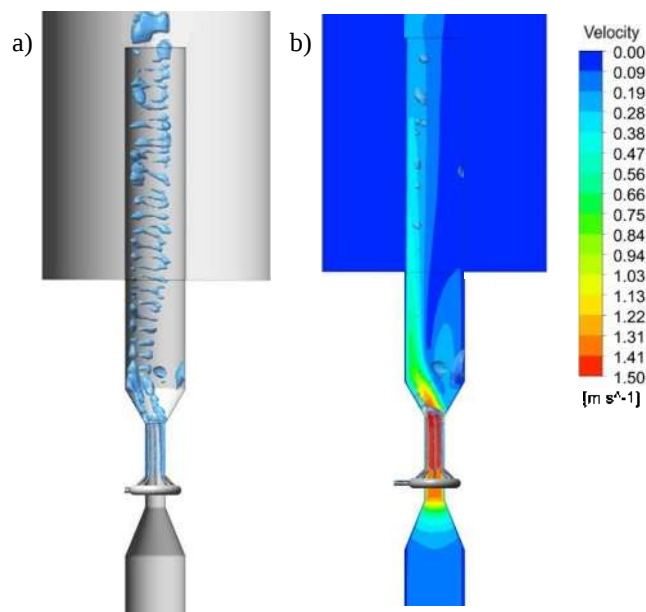


Figura 4.2. a) Imagen CFD de la generación de burbujas con el diseño de 8 entradas del dispersor tipo venturi; b) contornos de velocidad generados en el interior del dispersor; diseño b).

Para evitar que las burbujas tiendan hacia un lado del dispersor, se decidió hacer otra modificación referente a las entradas de aire, se introdujeron un poco más las entradas de aire, para que no quedaran al nivel de la pared de la garganta, introduciendo una entrada un poco más que la otra de forma escalada.

A continuación, se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones hechas con las combinaciones del modelo multifase VOF con los modelos de turbulencia k- ϵ . El gas fue inyectado a través de la entrada de distribuidor de aire ubicado en la zona de la garganta del dispersor tipo venturi.

El volumen o fracción de gas en la zona de colección es un factor importante en los procesos de flotación, ya que se relaciona directamente con la eficiencia de la operación de concentración. Existen dos parámetros que dependen de manera directa de la fracción de gas retenido, uno es el

tamaño promedio de la burbuja y el flujo del área superficial de la burbuja. En la Figura 4.3 se muestra la generación de burbujas con el dispersor tipo venturi con el modelo de turbulencia k- ϵ .

La primera simulación comenzó empleando el modelo multifase VOF, y el modelo de turbulencia k- ϵ , bajo las siguientes condiciones: caudal de líquido de 10 lpm, caudal de aire de 2 lpm, tensión superficial de 74 dinas/cm.

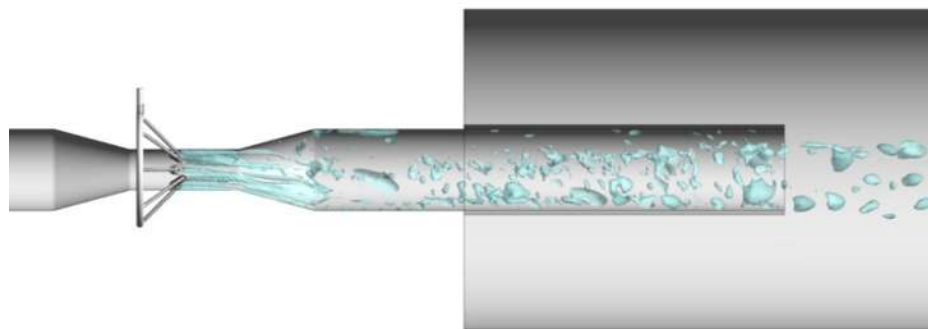


Figura 4.3. Imagen CFD de la generación de burbujas con el dispersor externo tipo venturi; 2.5 segundos, modelos VOF/k- ϵ ; diseño c).

En la Figura 4.3 se muestra los resultados de las simulaciones a los 2.5 segundos, en la cual se observa una buena distribución de las burbujas dentro del tubo de descarga, esto puede ser atribuible a la existencia de una sola entrada de aire que abastece a las ocho entradas en la zona de la garganta, al entrar en contacto el aire por los tubos más cercanos a la entrada principal con la fase continua y generarse las burbujas, hace que se desplace el líquido a la zona de las entradas de los tubos más lejanos de la entrada principal de aire, en estos tubos se generan un instante después las burbujas, y debido al desplazamiento del líquido hacia esta zona, las burbujas tienden a ser de un mayor tamaño; estas burbujas se elevan más rápidamente y al ir ascendiendo coalescen con otras burbujas ya formadas [53]. Este efecto crea una ausencia de burbujas en un lado de la zona divergente de la garganta.

El fenómeno de coalescencia se observa con los perfiles de velocidad que se muestran en la Figura 4.4, se generan velocidades mayores en las zonas donde las burbujas son de mayor tamaño y tienen mayor fuerza de flotación. La simulación CFD confirma el principio de la conservación de la energía, donde se observa el momento en que un fluido continuo pasa por la contracción del venturi se ve incrementada su velocidad. También es posible observar como las burbujas al ir desplazando

el líquido, esto por la fuerza de gravedad que actúa sobre ellas, van incrementando la velocidad tras de ellas.

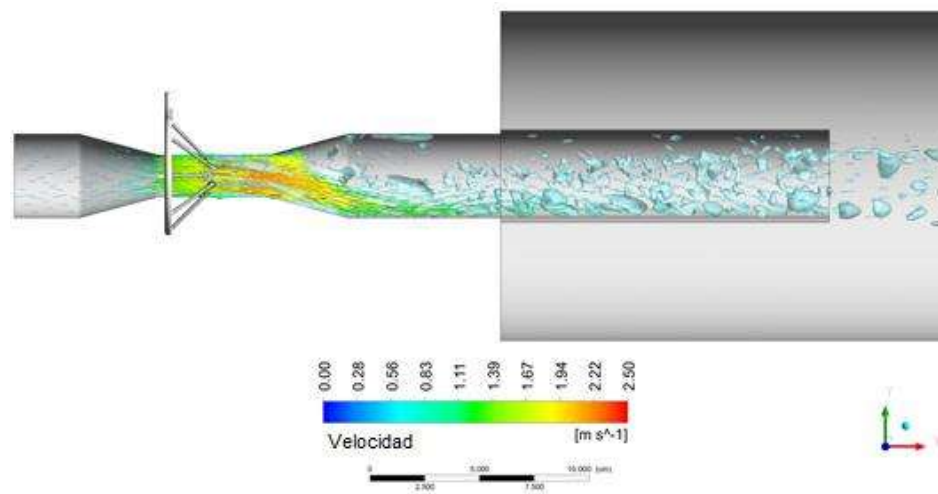


Figura 4.4. Contornos de velocidad generada en el interior del dispersor tipo venturi generados por la nube de burbujas; 2.5 segundos, modelos VOF/k- ϵ , diseño c).

En la Figura 4.5 se puede observar el aumento de la caída de presión que se genera por la reducción de diámetro, esta diferencia es causada por la dificultad que tiene el líquido de pasar de un determinado diámetro a un diámetro menor. Al existir una presión mayor en la zona de la garganta, el sistema busca el equilibrio mecánico (disminuir la presión), para esto absorbe el aire que es suministrado en la parte central de la garganta tanto el ingreso de aire como la liberación de energía a la salida de la garganta ocasionan la formación de burbujas.

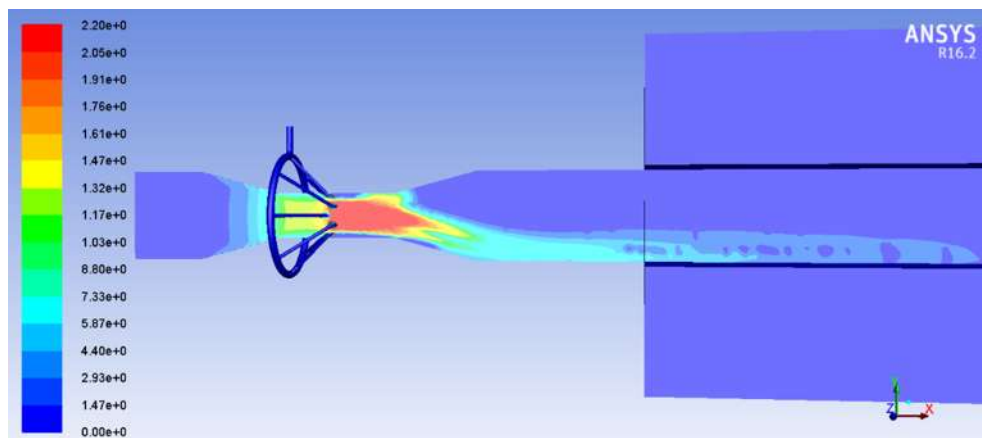


Figura 4.5. Contornos de presión dinámica (pascales) generada en el interior del dispersor tipo venturi; 2.5 segundos, modelos VOF/k- ϵ ; diseño c).

El incremento de la presión dinámica hacia un lado, está dado por la distribución de las burbujas que están en el mismo lado donde se incrementa la presión, las burbujas producen en esta zona un incremento de la velocidad [34].

La segunda simulación se llevó a cabo con el modelo de turbulencia LES, se eligió este modelo debido a que sus cálculos son de los más cercanos a la caracterización física y está disponible dentro de la paquetería de ANSYS Fluent.

Las ventajas de LES surgen del hecho de que los grandes remolinos, que son difíciles de modelar de forma general ya que son anisotrópicos, son simulados directamente. Por el contrario, los remolinos pequeños son más fáciles de modelar, ya que están más cerca de la isotropía y adaptarse rápidamente para mantener un equilibrio dinámico con la tasa de transferencia de energía impuesta por los remolinos grandes. El costo computacional para el modelo LES es alto en comparación con los de otros modelos de turbulencia, este se deriva de un mallado más fino, pasos de tiempo cortos y tiempo computacional largo para obtener resultados confiables.

La Figura 4.6 presenta los resultados obtenidos con el modelo de turbulencia LES y el modelo multifásico VOF, en los cuales se observa que las burbujas se distribuyen por todo el diámetro del tubo de descarga comparado con los modelos de la simulación anterior.

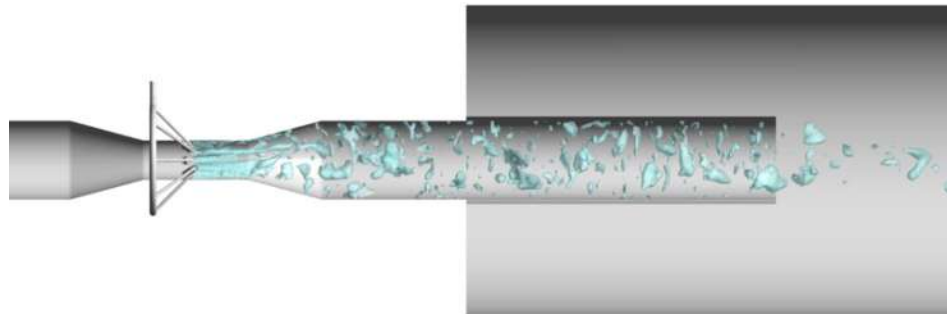


Figura 4.6. Imagen CFD de la generación de burbujas con el dispersor externo tipo venturi; 3 segundos, modelos VOF/LES; diseño c).

Mediante los contornos de velocidad, se pueden observar las diferentes velocidades que se presentan con el flujo de las burbujas y que van originando a su paso una ligera turbulencia como lo reportan algunos autores [54, 55], pero conforme ascienden, se va disipando este efecto como se muestra en la Figura 4.7. La turbulencia también provoca la coalescencia de algunas burbujas, fenómeno ya reportado por diferentes autores [6, 49].

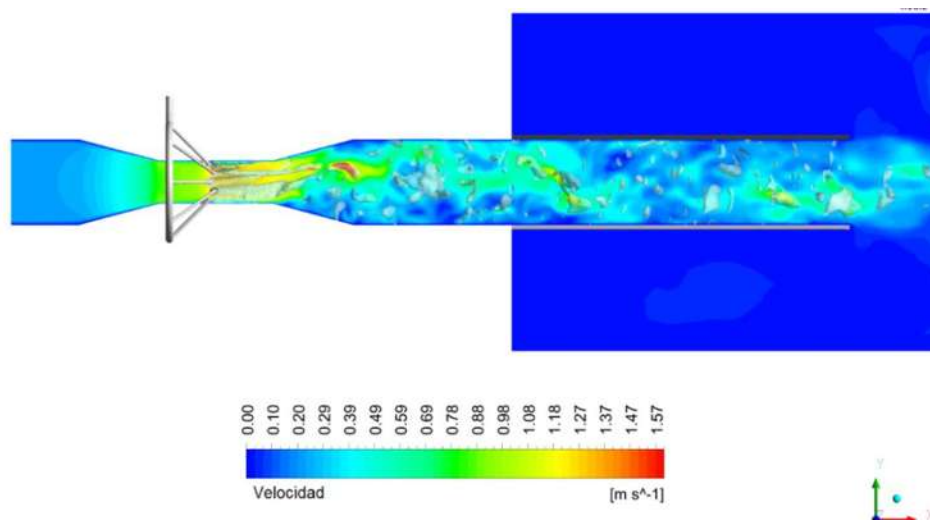


Figura 4.7. Contornos de velocidad generada en el interior del dispersor tipo venturi generados por la nube de burbujas; 3 segundos, modelos VOF/LES; diseño c).

En la Figura 4.8 se presenta la distribución de las burbujas al salir del tubo de descarga hacia la columna de flotación, las burbujas comienzan a distribuirse en el área transversal de la columna a una altura de 25 cm después del tubo de descarga. También se observa el comportamiento oscilatorio al descargar las burbujas, el cual va desapareciendo conforme se van distribuyendo estas y que es reportado por algunos autores [54, 56].

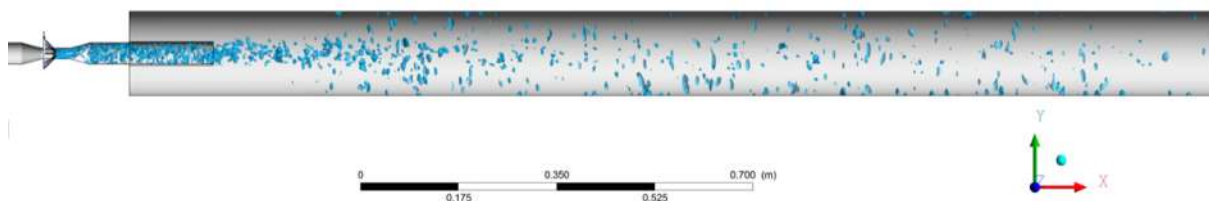


Figura 4.8. Imagen CFD de la distribución de las burbujas con el dispersor tipo venturi a lo largo de toda la columna, 20 segundos, modelos VOF/LES; diseño c).

En la Figura 4.9 se muestra la fracción de gas retenido con respecto al área transversal y a lo largo de toda la columna. Los puntos de color azul corresponden al gas retenido en la zona del venturi, mientras que los puntos de color verde pertenecen a la zona de la columna; conforme ascienden las burbujas y se van distribuyendo a través del área transversal, la fracción de gas retenido va disminuyendo [57].

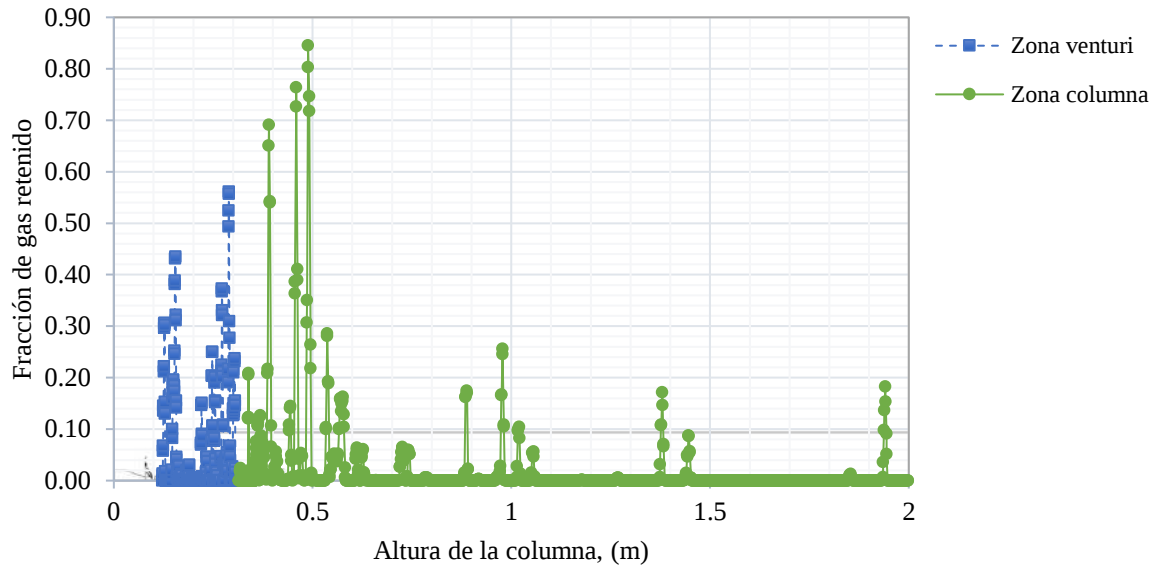


Figura 4.9. Distribución de la fracción de gas retenido a lo largo de la columna de flotación, simulación matemática.

La Figura 4.10 corresponde a las velocidades que desarrollan el agua y el aire, desde que son inyectados, hasta la parte superior de la columna, alcanzando su máxima velocidad en la zona de la garganta, esto se debe al principio de continuidad. La zona donde existen variaciones de la velocidad es donde las dos fases entran en contacto, el ascenso de las burbujas genera que se desplace el agua hacia los lados y al chocar el agua desplazada con otra burbuja en ascenso se genera la oscilación, lo que se ve reflejado en la variación de la velocidad [58]. Al momento en que las burbujas pasan a un área transversal mayor y al distribuirse las burbujas esta velocidad se ve disminuida, al igual que las variaciones.

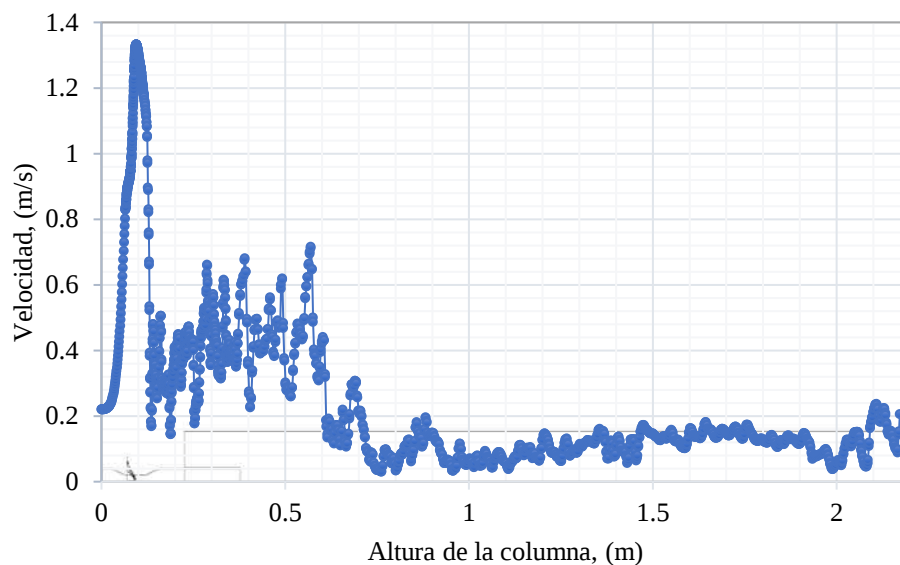


Figura 4.10. Velocidad generada en la columna de flotación, simulación matemática.

Una variable que permite comparar los resultados de la simulación matemática con la caracterización física es la presión dinámica. En la Figura 4.11 se muestra la presión dinámica que se genera en el interior del venturi y la columna, el comportamiento es similar al gráfico correspondiente a la velocidad, ya que la presión dinámica está influenciada directamente por la velocidad que tiene el líquido al inicio del dispersor y posteriormente por el líquido y la interfase líquido-gas.

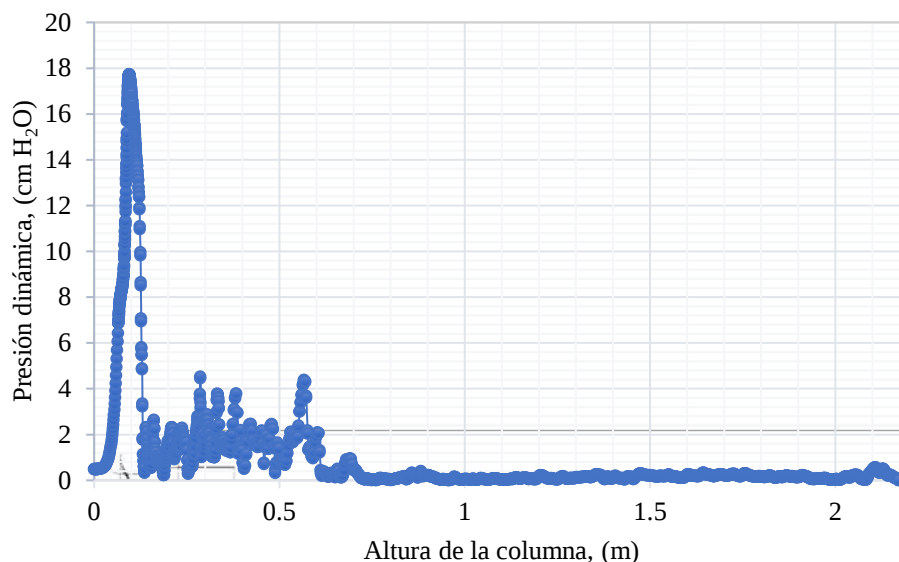


Figura 4.11. Presión dinámica a lo largo de la columna, simulación matemática.

Al analizar los resultados de la simulación matemática del dispersor tipo venturi (diseño c) y obtener tamaños de burbuja más homogéneos y una mejor distribución de la nube de burbujas, con los modelos: multifásico VOF y de turbulencia LES, se continuaron las simulaciones, pero ahora modificando los flujos volumétricos de líquido y de gas como se mencionó en la Tabla 3.2.

En las simulaciones, la tensión superficial del agua se modificó a 60 dinas/cm, dicha modificación fue en base a una serie de experimentos, en los cuales se modificaba la tensión superficial del agua con la incorporación de un agente tensoactivo, aceite de pino, con la finalidad de disminuir las fuerzas de atracción-repulsión entre las moléculas de agua y obtener tamaños de burbuja más pequeños.

Al iniciar la simulación comenzó con los modelos multifase VOF y de turbulencia k- ϵ . Después de transcurrir poco más de 5 segundos simulados, se reemplazó el modelo de turbulencia k- ϵ por el modelo de turbulencia LES. Se comenzó con el modelo k- ϵ , porque no es posible asignar el modelo LES desde el inicio debido a su complejidad; los cálculos de este modelo son de los más aproximados a la caracterización física y está disponible dentro de la paquetería de ANSYS Fluent. Otra razón por lo cual es conveniente hacer el cambio de modelos después de transcurrir cierto tiempo de simulación, es debido a que el modelo LES no puede comenzar a hacer las simulaciones porque es improbable que los gráficos de residuales converjan y continúe la simulación.

A continuación, se presentan los resultados de la simulación matemática. En la Figura 4.12 se muestran las imágenes CFD de la dispersión de burbujas generadas por el dispersor tipo venturi, la Figura 4.12a), b) y c) son simulaciones con un flujo volumétrico del líquido de 10 lpm y flujos volumétricos de gas de 2, 3 y 4 lpm, respectivamente; por otra parte, las Figura. 4.12d), e) y f) corresponden a simulaciones con un flujo volumétrico del líquido de 15 lpm y flujos volumétricos de gas de 2, 3 y 4 lpm respectivamente, mientras que la Figura 4.12g), h) e i) muestran las simulaciones con un flujo volumétrico de líquido de 20 lpm y flujos volumétricos de gas de 2, 3 y 4 lpm, respectivamente.

Como se observa en las imágenes de la Figura 4.12, conforme se incrementa el gas alimentado, la cantidad de burbujas aumenta y el tamaño de estas también, el aumento en su tamaño de las burbujas se debe a dos principales causas, una es la existencia de mayor cantidad de gas y la otra es a la coalescencia de estas, ya que al momento de ascender y existir un mayor número de burbujas aumenta la probabilidad de choque entre estas, generando este fenómeno [59-61]. El incremento en el líquido alimentado a la columna tiene un efecto significativo en el tamaño de la burbuja, esto se debe al incremento en la velocidad del líquido, conforme se incremente la velocidad del agua suministrada al venturi, está arrastra más rápido el aire alimentado en la zona de la garganta del venturi, generando mayor número de burbujas y de menor tamaño. Un incremento considerable en el flujo volumétrico del líquido genera una mayor turbulencia, lo cual provoca coalescencia de las burbujas.

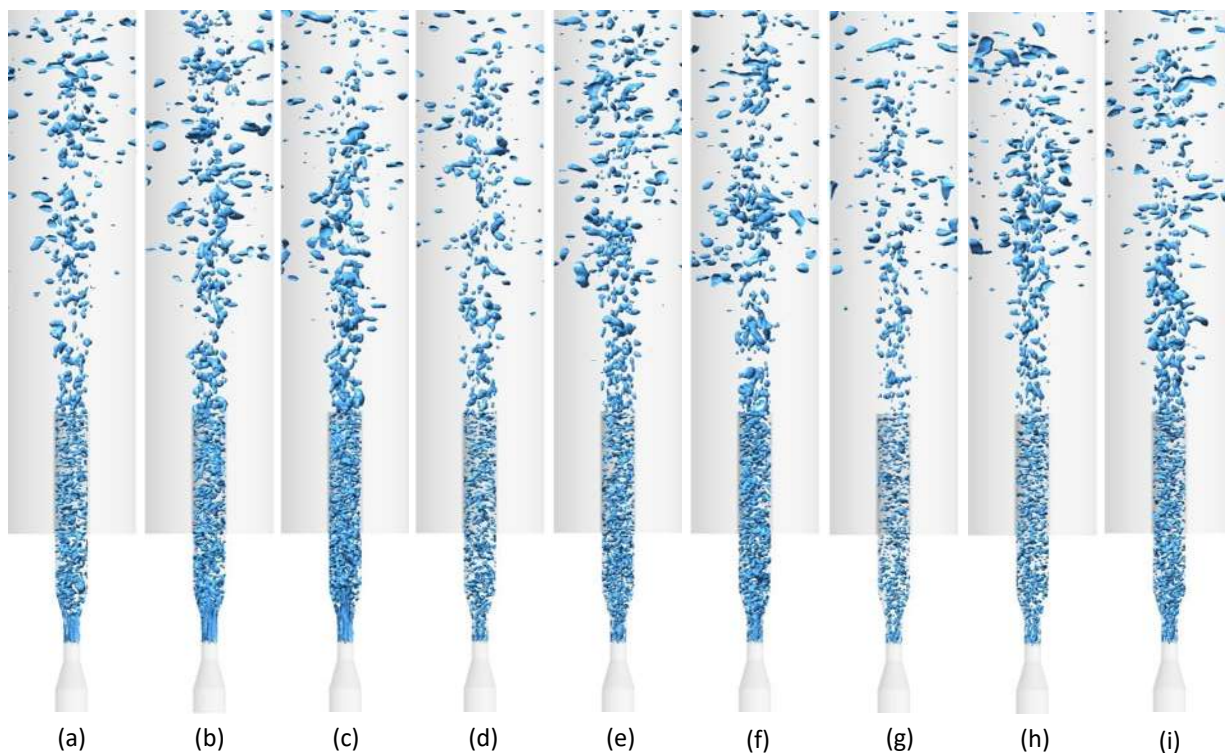


Figura 4.12. Imagen CFD de la generación de burbujas con el dispersor tipo venturi, $Q_l = 10$ lpm, a) $Q_g = 2$ lpm, b) $Q_g = 3$ lpm, c) $Q_g = 4$ lpm; $Q_l = 15$ lpm, d) $Q_g = 2$ lpm, e) $Q_g = 3$ lpm, f) $Q_g = 4$ lpm; $Q_l = 20$ lpm, g) $Q_g = 2$ lpm, h) $Q_g = 3$ lpm, i) $Q_g = 4$ lpm 60 segundos; modelos VOF/LES.

El principio básico para la generación de burbujas del dispersor tipo venturi es la caída de presión generada por la reducción en el diámetro del tubo (garganta), lo cual provoca un incremento en la velocidad del líquido en esta zona; al presentarse una diferencia de presiones dentro del tubo venturi e inyectar aire en la parte más estrecha del tubo, y él en su afán de buscar el equilibrio mecánico el fluido succiona el aire inyectado originando una nube de burbujas. Una mayor velocidad en la zona de la garganta se traduce en burbujas más pequeñas, debido a la velocidad con la que el líquido succiona y desplaza o arrastra el aire para convertirse en burbujas; por otro lado, mientras mayor sea el aire alimentado mayores el número de burbujas generadas. En la Figura 4.13 se presentan los contornos de velocidad generada a lo largo de la columna de flotación con diferentes flujos volumétricos de líquido y de gas, estos flujos corresponden a los descritos en la Figura 4.12. Cumpliendo con la ecuación de continuidad, dentro del dispersor tipo venturi se genera un gradiente de velocidad al pasar el fluido de un determinado diámetro a un área más estrecha. Al entrar en contacto el aire en el flujo de agua se forman las burbujas y tienden a flotar a causa de la

diferencia de densidades, al ascender las burbujas desplazan líquido, lo que provoca una variación en la velocidad de las fases [56, 62]. La velocidad máxima se presenta en la zona de la garganta, específicamente en la entrada del aire, esto por la disminución en la densidad del sistema en esa zona. La variación de velocidad presente a lo largo de la columna de flotación es generada por el ascenso de las burbujas, provocando oscilaciones por el desplazamiento del medio continuo.

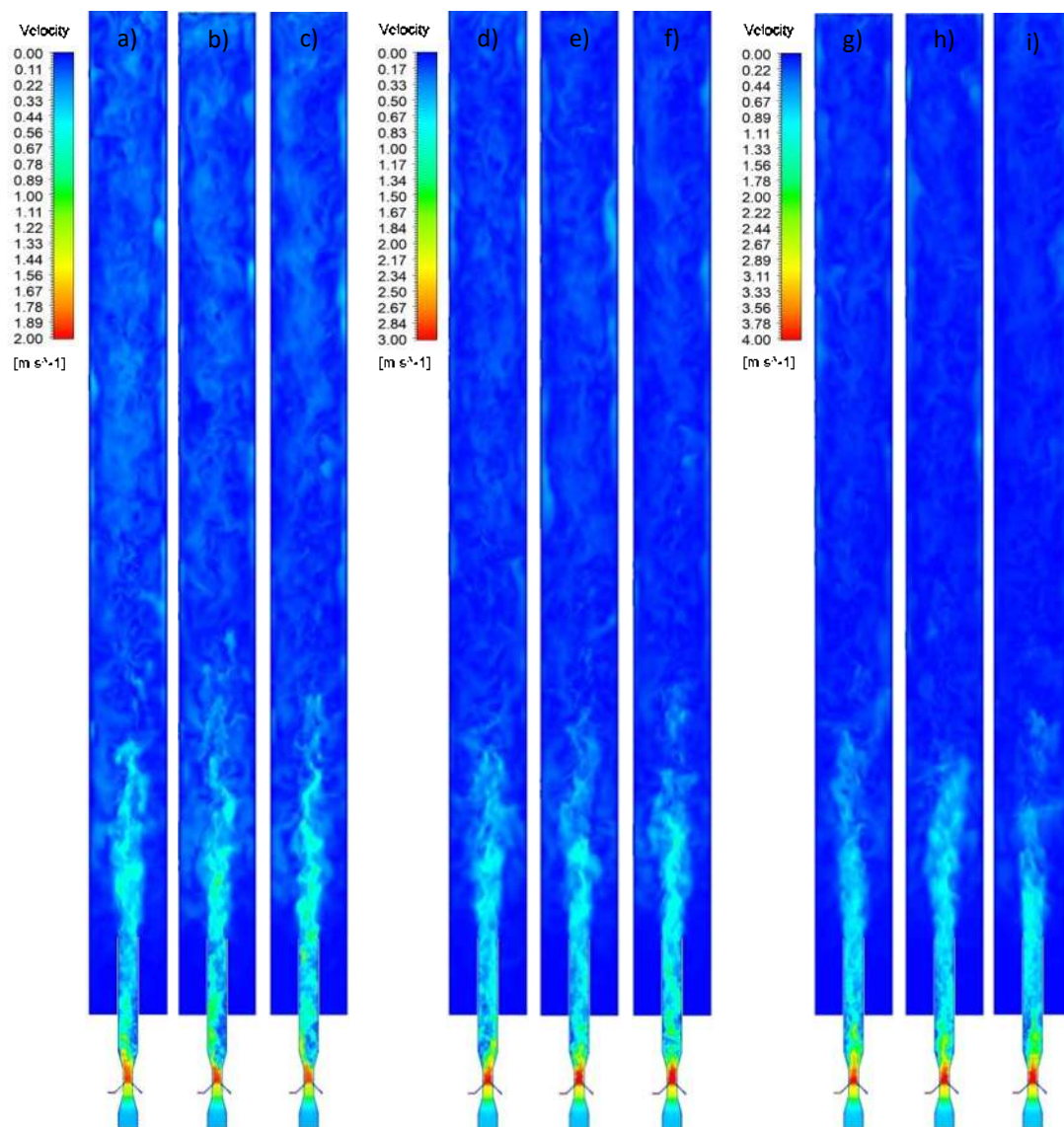


Figura 4.13. Contornos de velocidad generada por la nube de burbujas por el dispersor tipo venturi, $Q_l = 10$ lpm, a) $Q_g = 2$ lpm, b) $Q_g = 3$ lpm, c) $Q_g = 4$ lpm; $Q_l = 15$ lpm, d) $Q_g = 2$ lpm, e) $Q_g = 3$ lpm, f) $Q_g = 4$ lpm; $Q_l = 20$ lpm, g) $Q_g = 2$ lpm, h) $Q_g = 3$ lpm, i) $Q_g = 4$ lpm 60 segundos; modelos VOF/LES.

Las imágenes anteriores pueden ser corroboradas por los gráficos de la Figura 4.14, en la cual se muestra la velocidad que alcanza el líquido y el enjambre de burbujas hasta una altura de 1 m de la columna de flotación. El líquido adquiere su mayor velocidad en la zona de la garganta del venturi para los 9 casos, además de presentar un comportamiento muy similar entre las mismas, comenzando con la velocidad de alimentación del líquido, seguido por una velocidad máxima en la zona de la garganta y disminuyendo su velocidad conforme pasa de la zona de la garganta a la zona de descarga del venturi y posteriormente en la columna [63]. Otro fenómeno que se observa es cuando entra en contacto el aire con el flujo continuo (agua) para formar las burbujas, donde comienzan a generarse en la velocidad debido a la flotación de las burbujas y a la diferencia de tamaños entre las burbujas, donde las burbujas de mayor tamaño ascienden con mayor velocidad, desplazando o coalesciendo con burbujas de menor tamaño [56].

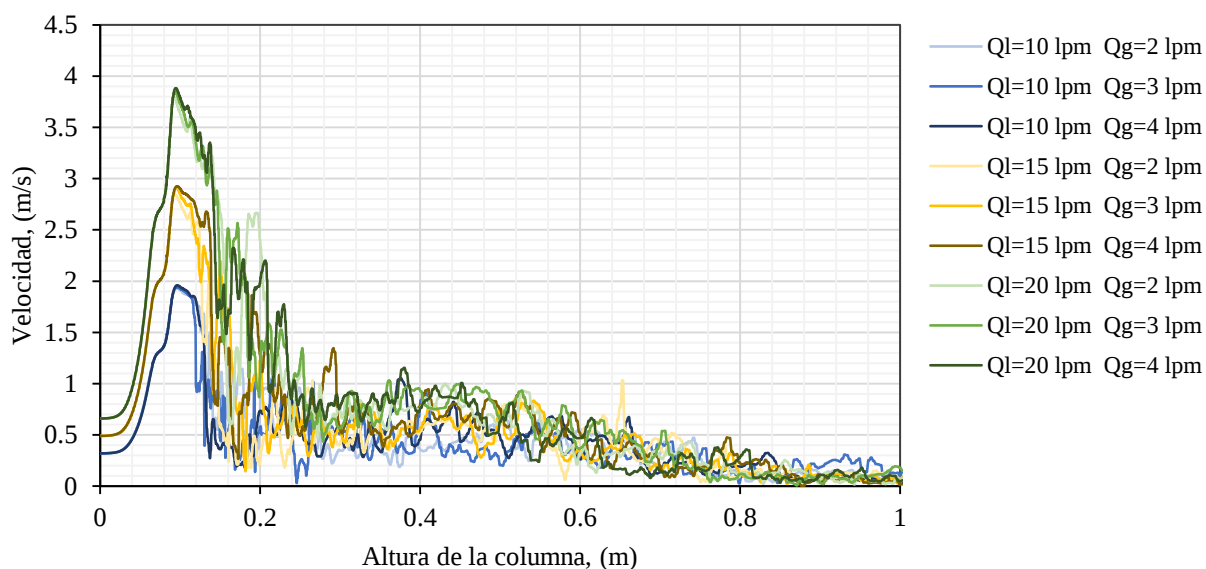


Figura 4.14. Velocidad generada en el dispersor tipo venturi, simulación matemática.

A continuación, en la Figura 4.15 se presenta la presión dinámica generada principalmente en el interior de la zona del dispersor tipo venturi, la cual tiene un comportamiento similar a la velocidad, debido a que la presión dinámica es generada a partir de la fuerza con la cual se va desplazando el líquido y posteriormente la interfase líquido-gas; alcanzando su máxima presión dinámica en la zona más estrecha del venturi, seguido de una disminución cuando el líquido y las burbujas pasan a la zona de descarga del venturi. La mayor presión se registra con un flujo de alimentación del líquido de 20 lpm.

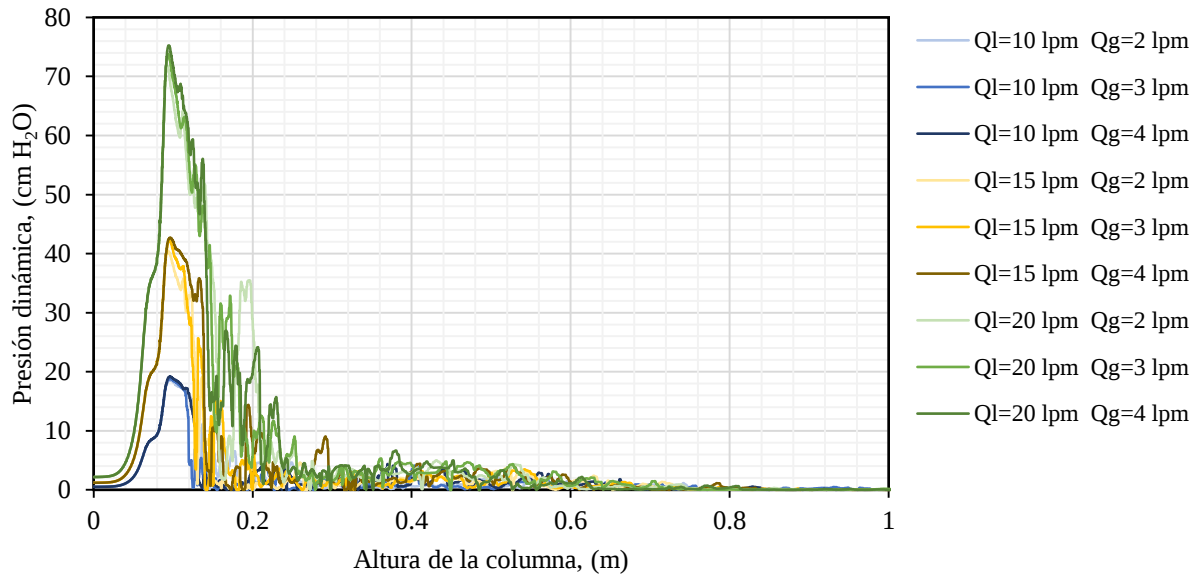


Figura 4.15. Presión dinámica generada en el dispersor tipo venturi, simulación matemática.

Por otra parte, en la Figura 4.16 se muestra la presión estática generada por la columna de agua, donde la presión tiende a disminuir conforme va aumentando la altura de la columna para los 9 casos. Esta grafica muestra claramente la caída de presión producida por la reducción de diámetro entre la entrada del fluido y la zona de la garganta, la cual es mucho mayor cuando se incrementa la velocidad del flujo del medio continuo. Todo esto es en base a la ecuación de continuidad, donde al existir una reducción por el cual pasa el flujo, este incrementa su velocidad para conservar la cantidad de fluido que está siendo transportado.

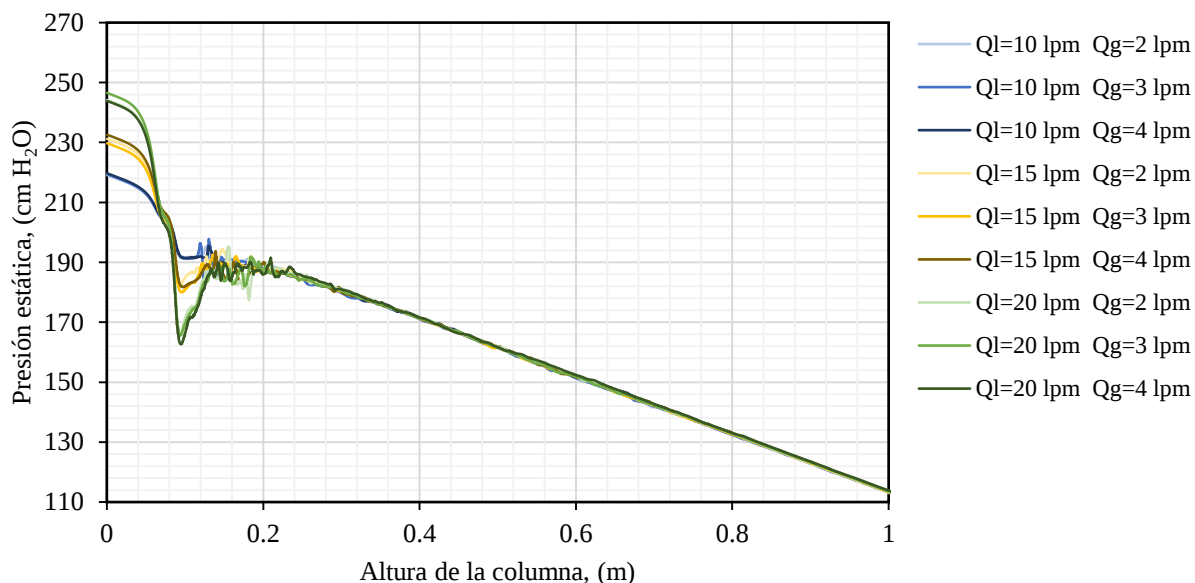


Figura 4.16. Presión estática generada en el interior de la columna de flotación, simulación matemática.

Una vez hechas las simulaciones, se continuó con la caracterización física del dispersor, con el fin de validar los resultados obtenidos con las simulaciones, manteniendo las mismas características geométricas del dispersor tipo venturi y de la columna de flotación, así como las variables operativas del sistema de flotación con la finalidad de que sean comparables los resultados.

4.2 Caracterización física

En la experimentación se modificó la tensión superficial del líquido con el uso de surfactante (aceite de pino). La Figura 4.17 presenta el comportamiento de la tensión superficial del líquido con respecto a la concentración de surfactante.

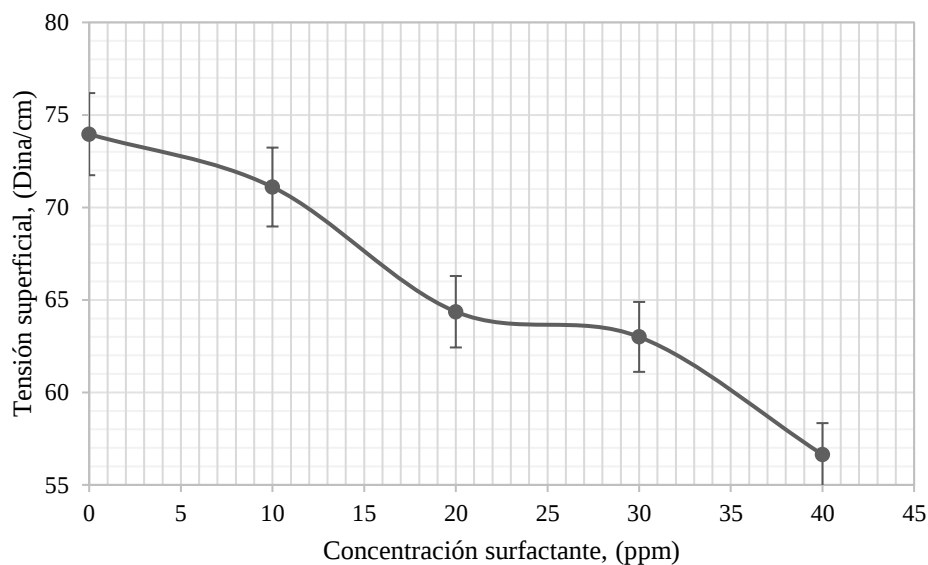


Figura 4.17. Efecto de la concentración de surfactante sobre la tensión superficial del agua.

Al disminuir la tensión superficial del medio continuo, se espera que la fracción de gas retenido se incremente. El aumento del gas retenido se debe a la acumulación mayor de burbujas en cierto volumen de la columna, causado por la disminución en la velocidad de las burbujas, misma que es menor a medida que disminuye el diámetro de las mismas.

Con la máxima adición de surfactante, que corresponde a 40 ppm de aceite de pino, no se alcanza el mínimo valor constante de la tensión superficial; es decir, el punto donde el agua corriente se satura de surfactante y mayores adiciones del mismo no resultan en la disminución de la tensión superficial, tal y como lo reportan algunos autores [24, 64, 65].

Una vez observados los resultados de la simulación matemática del dispersor tipo venturi, se continuó con la validación y caracterización del mismo en una columna de flotación de escala laboratorio modificando el número de entradas de aire, esto con el fin de analizar el comportamiento que se da al incrementar el número de éstas. Se buscó que el número de entradas se incrementará de manera simétrica para que fueran comparables los resultados. También se fue cambiando el flujo volumétrico de aire.

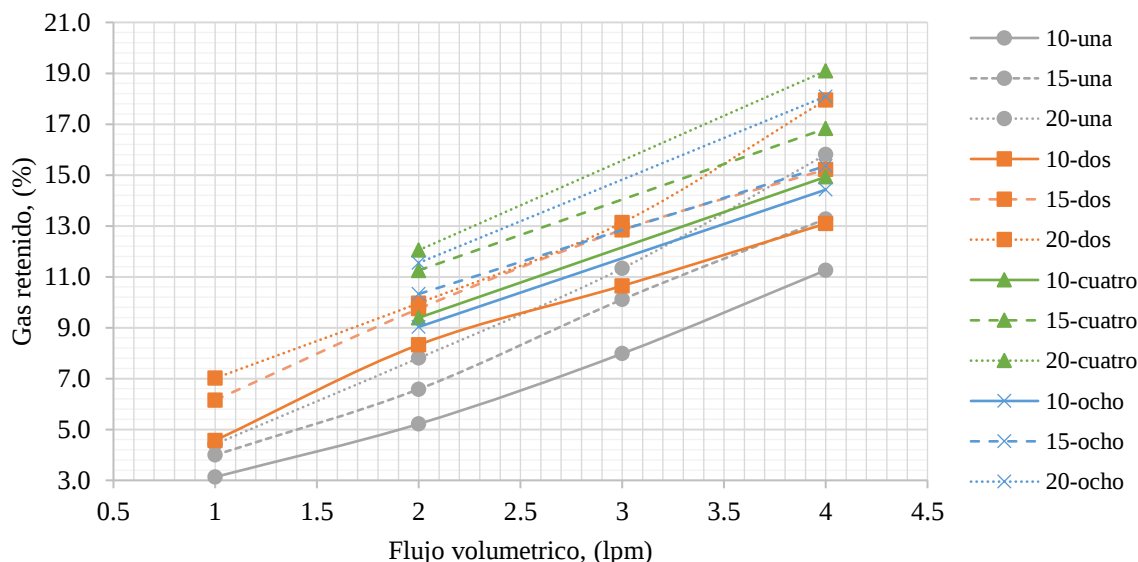


Figura 4.18. Efecto del flujo volumétrico de gas en el porcentaje de gas retenido; tensión superficial = 60 dina/cm.

En la Figura 4.18 se puede observar que el gas retenido se incrementa con el flujo superficial de gas; esto, se debe a la disminución del tamaño de burbuja causado por el aumento en ΔP en el dispersor que es directamente proporcional a la energía cinética generada en el mismo, ubicando incluso a la tensión superficial del medio continuo en un plano de importancia mucho menor [60].

Otro aspecto importante que se observa es el incremento del gas retenido conforme se aumenta el número de entradas, aunque no existe una diferencia significativa entre 4 y 8 entradas. Este comportamiento, atribuido a la distribución homogénea de aire dentro de la zona contracta y a la salida de la garganta, disminuyendo la coalescencia de burbujas.

La anterior observación se ve reflejada en el comportamiento del diámetro promedio de burbuja calculado para los datos experimentales de la Figura 4.19. Se espera entonces que al aumentar el flujo volumétrico del aire se genere mayor número de burbujas y se tenga más volumen de las mismas; aunque en cierto número o volumen de burbujas ya se evidenció que la coalescencia de las mismas rompe con cualquier tendencia esperada, esto es más evidente con 4 y 8 entradas de aire.

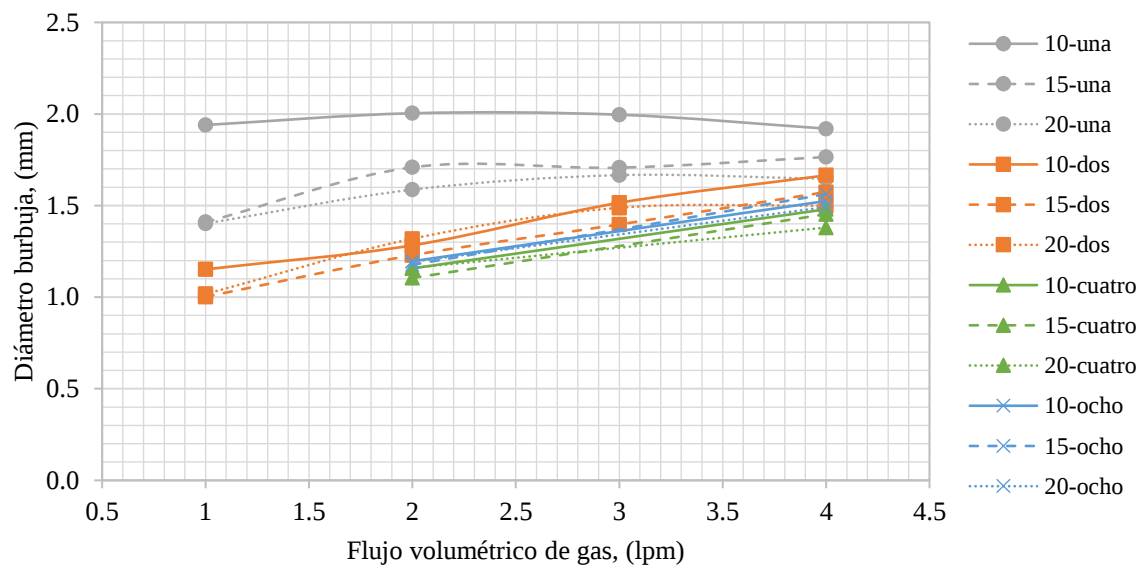


Figura 4.19. Efecto del flujo volumétrico de gas en el diámetro promedio de burbuja; tensión superficial = 60 dina/cm.

El efecto de la superficie interfacial gas-líquido se puede visualizar en términos del comportamiento de los valores estimados de flujo superficial de superficie de burbujas, S_b , lo cual se representa esquemáticamente en las Figura 4.20, en donde se grafican los valores experimentales del flujo volumétrico de gas y las estimaciones de S_b .

Se puede observar que, para las condiciones experimentales desarrolladas en este trabajo en la columna de 10 cm de diámetro, el área superficial de burbujas aumenta con el flujo de aire alimentado al dispersor. Debido a la magnitud de la energía cinética generada en las relaciones de diámetro de este trabajo y al fenómeno de coalescencia de las burbujas.

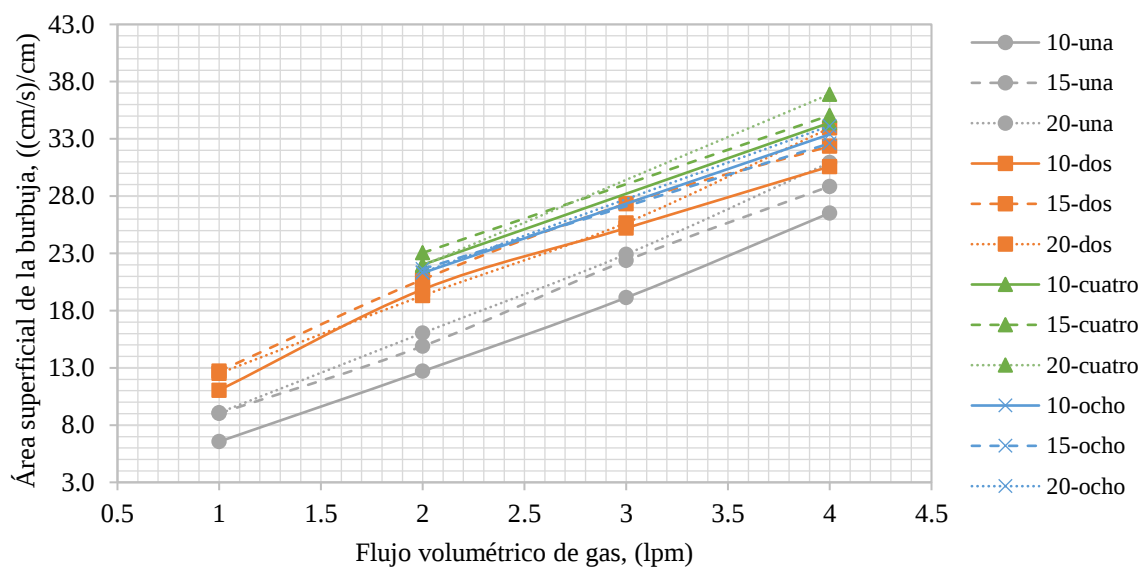


Figura 4.20. Efecto del flujo volumétrico de gas en el área superficial de la burbuja; tensión superficial = 60 dinas/cm.

En la Figura 4.21, se observa el efecto que tiene el flujo volumétrico de gas en la presión dinámica generada en el interior del dispersor; mientras más aire sea inyectado, esta presión tenderá a disminuir debido a que busca el equilibrio mecánico por lo reducción del diámetro y lo compensado con la succión del aire.

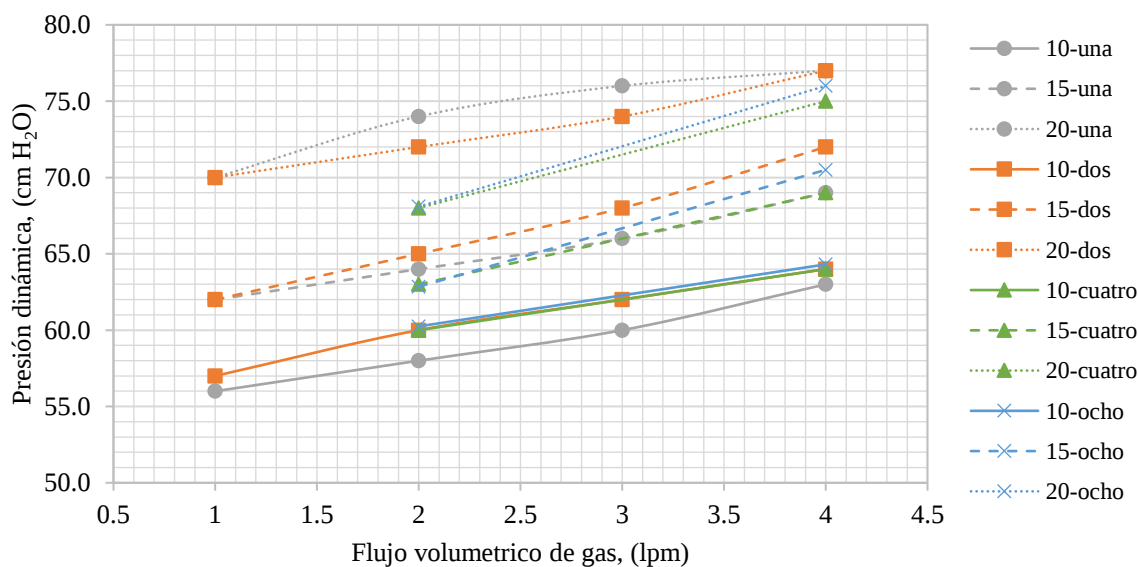


Figura 4.21. Efecto del flujo volumétrico de gas en la presión dinámica; tensión superficial = 60 dinas/cm.

Por otra parte, la presión estática que se presenta en la zona de la garganta ejercida por la columna de agua (presión hidrodinámica), también presenta la misma tendencia que la presión dinámica, pero en este caso la disminución es causada por el incremento del gas retenido, mientras mayor sea éste, la presión que ejerza la columna de agua disminuirá, Figura 4.22.

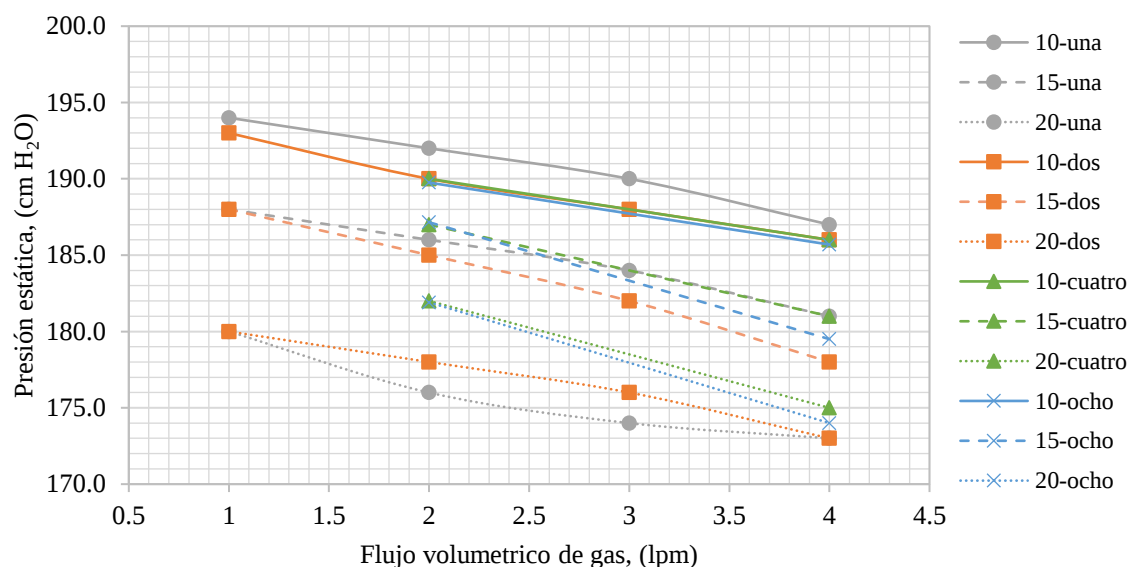


Figura 4.22. Efecto del flujo volumétrico de gas en la presión estática; tensión superficial = 56 dinas/cm.

En la Tabla 4.1 se presentan los resultados comparativos entre la simulación matemática y la caracterización física; los datos son para el caso de 8 entradas de aire; flujo volumétrico de gas de 2 y 4 lpm y flujo volumétrico de líquido 10, 15 y 20 lpm. Como se puede observar Estos resultados tanto de la simulación matemática como de la caracterización física son muy parecidos.

Tabla 4.1. Comparación de resultados de la simulación matemática y la caracterización física.

$Q_l - Q_g$	Presión estática (cm H ₂ O)		Presión dinámica (cm H ₂ O)	
	S. matemática	C. física	S. matemática	C. física
10 – 2	191.5	189.75	21	30
10 – 4	188.6	185.69	23	34
15 – 2	182.3	187.16	42	48
15 – 4	180.5	179.5	48	56
20 – 2	167.4	181.9	73	68
20 - 4	163.8	174	74	76

4.2.1 Tamaño de burbuja obtenido con el método fotográfico y el modelo de arrastre

Para cada experimento se midió el diámetro de burbuja utilizando el método fotográfico, también fue calculado con el uso del modelo de arrastre o Drift-flux. En la Figura 4.23 se muestra la comparación de los diámetros de burbuja medidos y calculados en la columna de flotación, para los experimentos con una tensión superficial de 60 dina/cm. Como se puede observar en la figura, todos los valores de tamaño de burbuja calculados con el modelo drift-flux están en un error menor al 20%, además la mayoría de los valores tiene una tendencia hacia la derecha, esto significa que los tamaños de burbuja medidos son ligeramente más grandes que los tamaños de burbuja calculados.

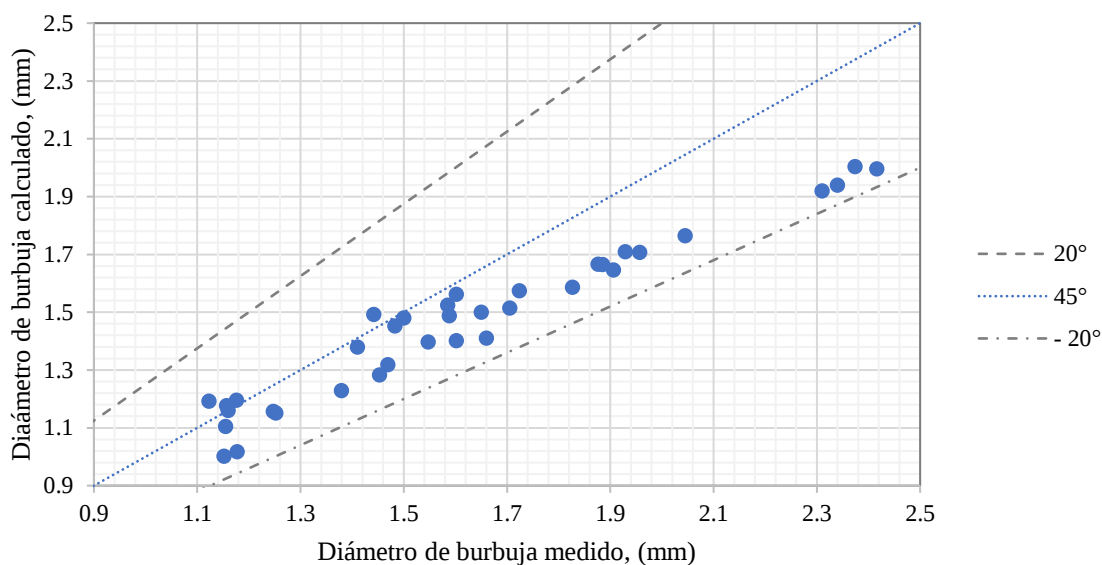


Figura 4.23. Diámetros de burbuja medidos con el método fotográfico vs diámetros de burbuja calculados con el método drift-flux.; tensión superficial = 60 dina/cm; 8 entradas de aire.

4.3 Caracterización física en tres fases

En una primera instancia se realizaron pruebas con la arena sílica, ya que es un material hidrofílico y al momento de incorporar el colector, el número de partículas hidrofílicas disminuye y se hacen presentes las partículas hidrofóbicas.

En la Figura 4.24 se presenta el tamaño de partícula de la arena sílica, cabe mencionar que la arena sílica no pasó por ningún proceso de pulverizado después de ser adquirida al proveedor. El tamaño de partícula es importante en el proceso de flotación, pues de ella depende el grado de liberación de las especies de valor [46], aunque en este caso lo que resaltaría es el área superficial con que se

cuenta para que el colector cubra la mayor cantidad de partículas. En este caso el D_{80} se encuentra aproximadamente en los 30 μm ; es decir, el 80% de las partículas de sílice se encuentra por debajo de este tamaño.

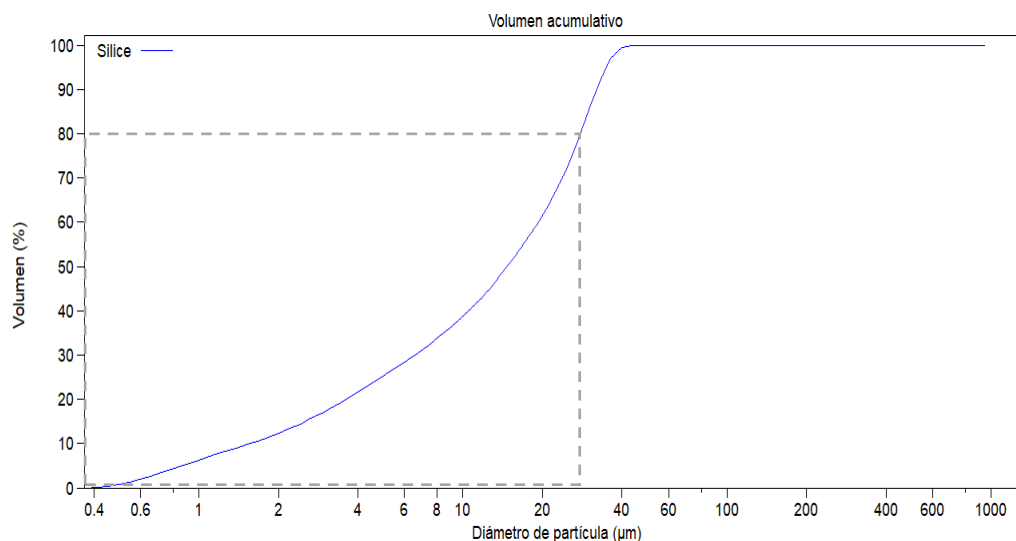


Figura 4.24. Distribución del tamaño de partícula de la arena sílice.

Como se observa en la Tabla 3.4, para todos los experimentos se mantuvo constante el flujo volumétrico de gas (4 lpm), el flujo volumétrico de la pulpa (13.5 lpm), el flujo volumétrico de las colas (13.5 lpm), la concentración de espumante (40 ppm) y un pH de 10.

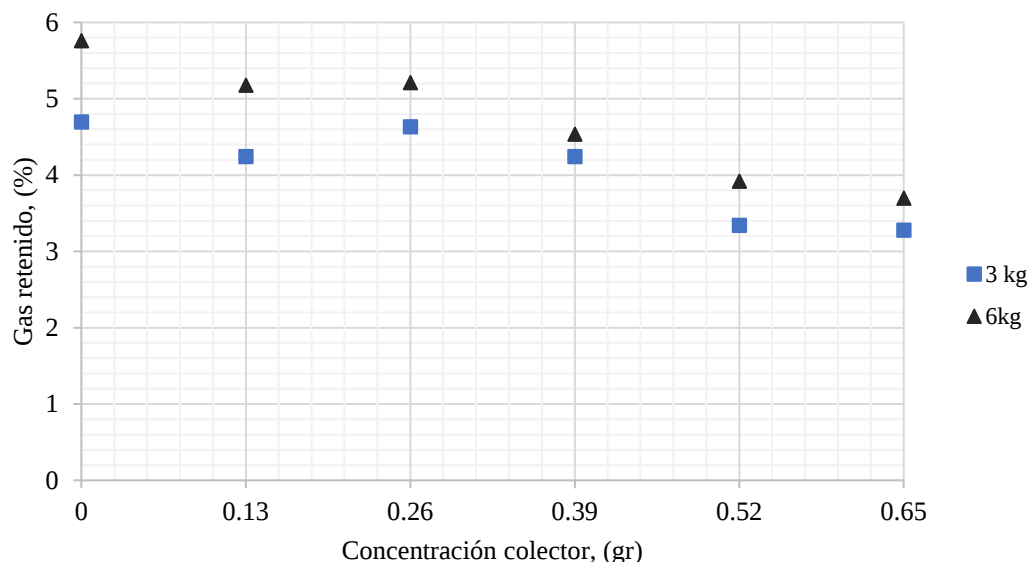


Figura 4.25. Efecto de la concentración de colector en el gas retenido para 3 y 6 kg de arena sílica; $Q_l = 13.5$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 13.5$; pH = 10; [C] espumante = 40 ppm.

En la Figura 4.25 se presentan los resultados obtenidos al aumentar la cantidad de colector, lo cual produce que el gas retenido (gas holdup) se vea disminuido, esto para ambos casos 3 y 6 kg; dicho efecto es a causa del aumento de partículas hidrofóbicas, mismas que se adhieren a la superficie de la burbuja. Por el peso, el nuevo agregado burbuja-partícula observa más dificultad para ascender y por ende el diámetro de las burbujas cargadas aumenta; este aumento disminuye el volumen total de gas retenido en la zona de colección de la columna, disminuyendo además el área superficial de burbujas [44]. Los experimentos realizados con 6 kg de arena sílica presentan mayor gas retenido por el hecho de estar presente una mayor cantidad de sólidos hidrofílicos, lo que coincide con lo reportado por algunos autores [6, 49].

Otra causa de la disminución de volumen de gas se atribuye al fenómeno de coalescencia generado por la diferencia en diámetro de las burbujas generadas. Como se observa en la Figura 4.26, los tamaños promedio de burbuja calculados con el modelo de arrastre o flujo de fases [66-68]. Al tener mayor cantidad de partículas hidrofóbicas aumenta la coalescencia y por ende el tamaño de burbujas. Los tamaños de burbuja calculados para la serie de experimentos hechos con 6 kg de sílice presentan menor tamaño por la cantidad de partículas hidrofóbicas. Además del factor anterior, la densidad de la pulpa incrementa por la presencia de los sólidos y esto hace que al momento de la formación de la burbuja se concentre más aire y su tamaño sea mayor [28, 69].

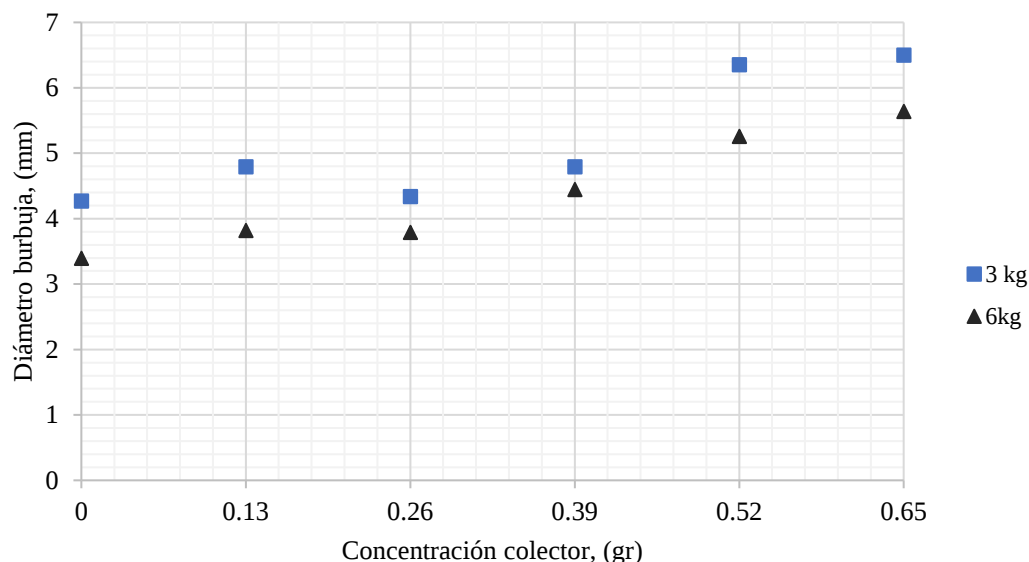


Figura 4.26. Efecto de la concentración de colector en el diámetro de burbuja para 3 y 6 kg de arena silica; $Q_l = 13.5$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 13.5$; pH = 10; [C] espumante = 40 ppm.

El efecto de la superficie interfacial gas-líquido se puede visualizar en términos del comportamiento de los valores estimados de flujo superficial de superficie de burbujas, S_b , lo cual se representa esquemáticamente en las Figura 4.27, en donde se grafican los valores experimentales del concentrado de colector y las estimaciones de S_b .

Se puede observar que, para las condiciones experimentales desarrolladas en este trabajo en la columna de 10 cm de diámetro, el área superficial de burbujas disminuye con el aumento de partículas hidrófobas. Debido a la magnitud de la energía cinética generada en las relaciones de diámetro de este trabajo y al fenómeno de coalescencia de las burbujas.

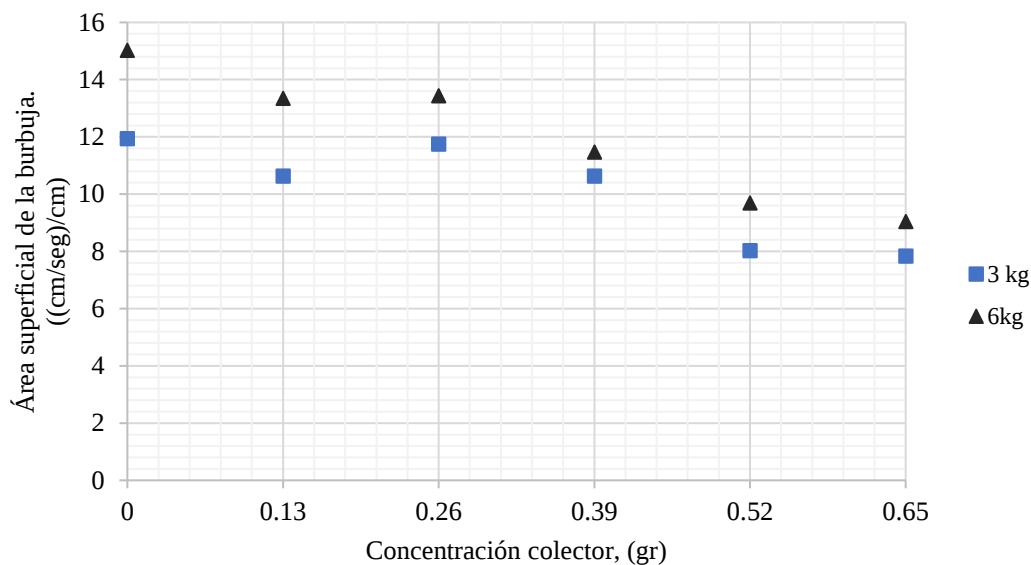


Figura 4.27. Efecto de la concentración de colector en el área superficial de la burbuja para 3 y 6 kg de arena sílica; $Q_l = 13.5$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 13.5$; pH = 10; [C] espumante = 40 ppm.

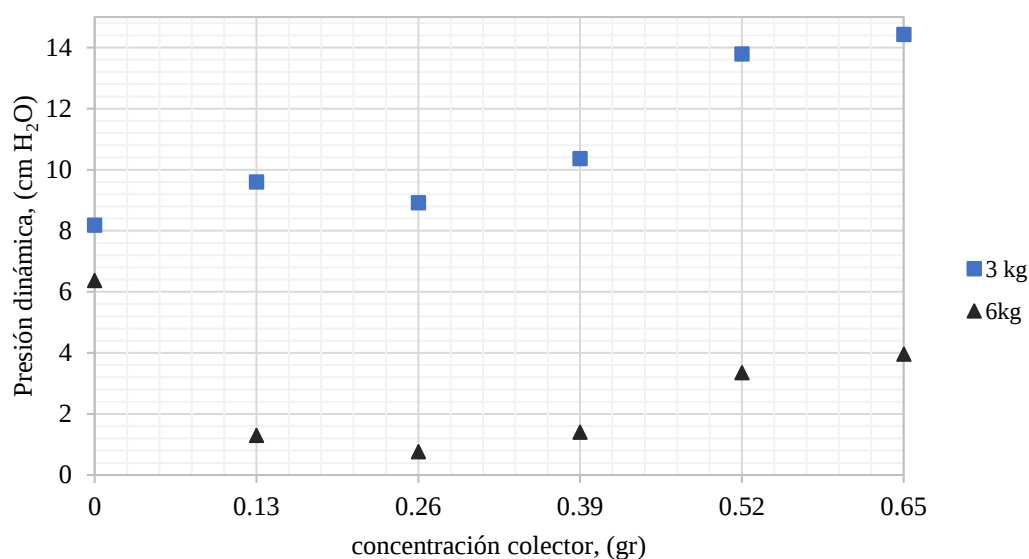


Figura 4.28. Efecto de la concentración de colector en la presión dinámica generada en el interior del dispersor para 3 y 6 kg de arena sílica; $Q_l = 13.5$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 13.5$; pH = 10; [C] espumante = 40 ppm.

La presión dinámica generada en el interior del dispersor tipo venturi es mucho menor con el aumento de sólidos, esto se debe a la disminución en la velocidad con la que va la pulpa, al tener más presencia de sólidos provocan o ejercer una resistencia debido a su peso, Figura 4.28. La

tendencia en el incremento de la presión para ambas cantidades de arena sílica es provocada por la disposición que tienen las partículas con superficie hidrófoba, como la interacción burbuja partícula se da en el interior del venturi, de forma instantánea la partícula entra en contacto con la burbuja.

Enseguida se presentan los resultados obtenidos de la toma de muestras tanto en la salida de colas como en la concentración. En la Figura 4.29, se muestran los resultados de las muestras de concentrado, donde es evidente la función que juega el colector, generando partículas hidrofóbicas. Como ya se ha venido comentando, existe una mayor recuperación para la cantidad de 3 kg de sílice, ya que solo se aumentan los sólidos (a 6 kg), mientras que la cantidad de colector permanece constante, esta condición se llevó a cabo para observar el efecto que tiene el incremento del porcentaje de sólidos en la formación de burbujas.

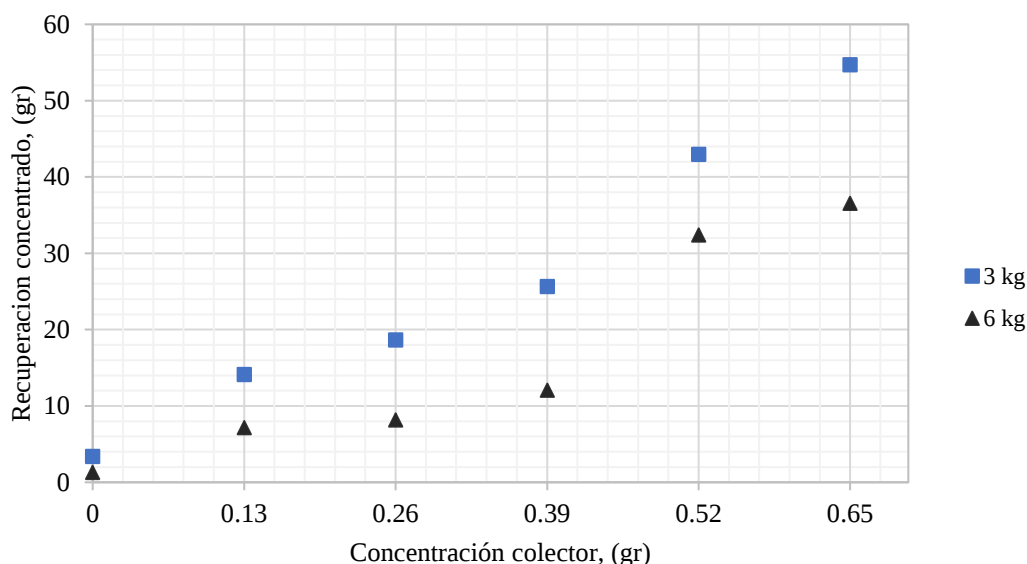


Figura 4.29. Efecto de la concentración de colector en la recuperación de sólidos en el concentrado para 3 y 6 kg de arena sílica; $Q_l = 13.5$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 13.5$; pH = 10; [C] espumante = 40 ppm.

En la Figura 4.30, se presentan los resultados de las muestras tomadas de la salida de colas, es apreciable la disminución de la cantidad de sólidos que pasan por esta salida, a causa del crecido número de partículas hidrofóbica.

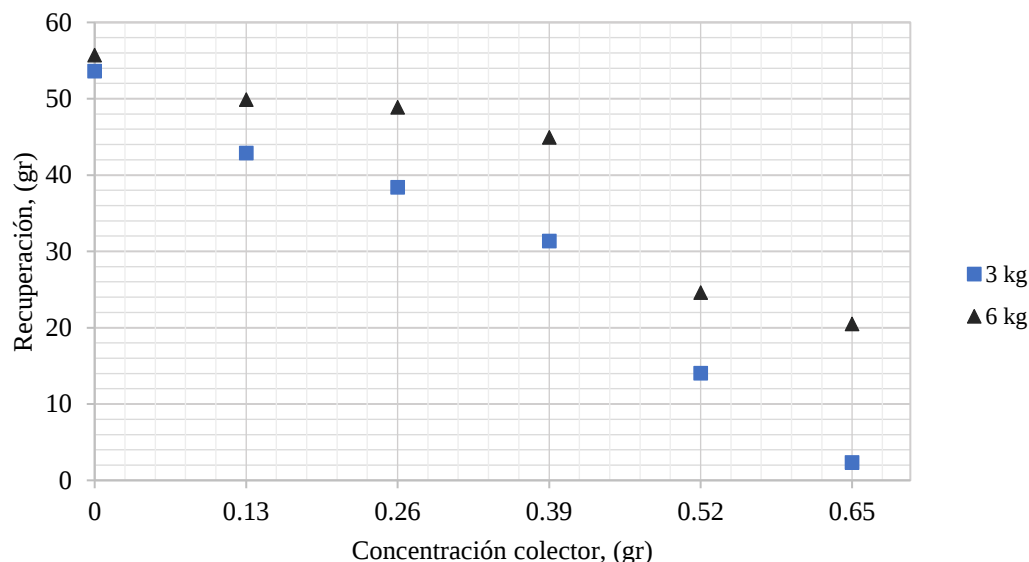


Figura 4.30. Efecto de la concentración de colector en recuperación de sólidos en las colas para 3 y 6 kg de arena sílica; $Q_l = 13.5$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 13.5$; pH = 10; [C] espumante = 40 ppm.

4.3.1 Caracterización física en un sistema flotación de tres fases

Los experimentos de la arena sílica y del grafito se realizaron por separado. En la Figura 4.31 se presenta el tamaño de partícula tanto de la arena sílica como del grafito, cabe mencionar que ambos materiales no pasaron por ningún proceso de pulverizado después de ser adquiridos, aunque el grafito pasó por un proceso de tamizado por contener algunas partículas de gran tamaño. El tamaño de partícula es importante en el proceso de flotación, pues de ella depende el grado de liberación de las especies de valor [9], aunque para este sistema de flotación lo que resalta es saber a partir de que tamaño de partícula las burbujas son capaces de transportarlas a la zona de concentrado. Las mediciones de tamaño de partícula muestran que el D_{80} se encuentra aproximadamente en los 30 μm para ambos casos; es decir, el 80% de las partículas de sílice y de grafito se encuentran por debajo de este tamaño.

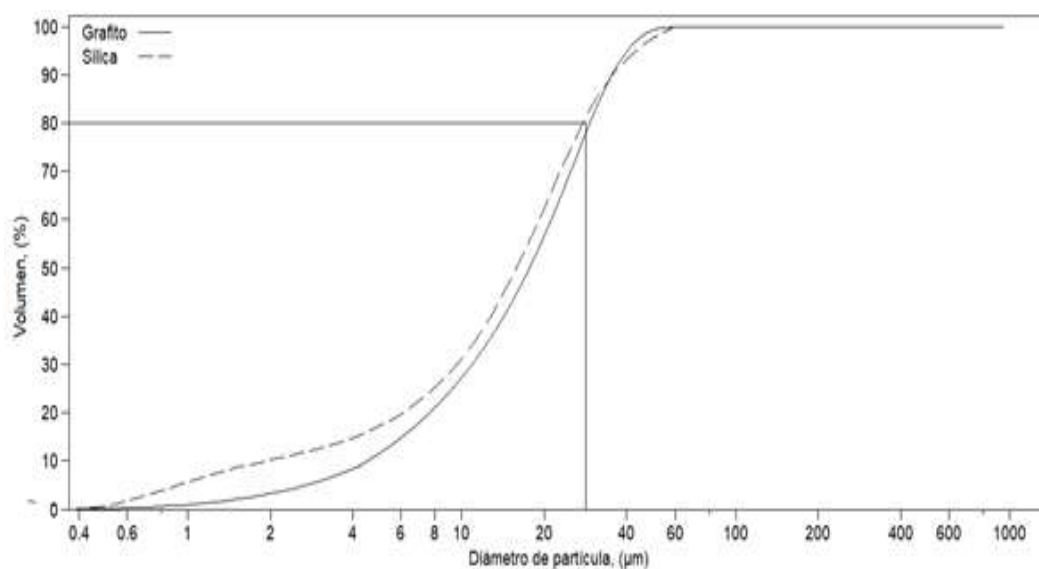


Figura 4.31. Distribución del tamaño de partícula de la arena sílica y del grafito.

Como se presentó en la Figura 3.10, para todos los experimentos se mantuvo constante el flujo volumétrico de gas (4 lpm), el flujo volumétrico de la pulpa (14 lpm), el flujo volumétrico de las colas (14 lpm), la concentración de espumante (40 ppm).

4.3.1.1 Características de la dispersión con sólidos hidrófilos

En la Figura 4.32 se observa que conforme aumenta el porcentaje de sólidos hay un leve aumento en el gas retenido (gas hold-up), debido a la presencia de partículas hidrófilas que al ser mojables funcionan como barrera para evitar la coalescencia de las burbujas [60, 70].

El aumento en la concentración del surfactante (aceite de pino), además de funcionar como un modificador de la tensión superficial, también aporta estabilidad a las burbujas, razón por la cual aumenta un poco más el gas retenido en la serie de experimentos hechos con concentraciones de surfactante de 40 ppm; caso contrario sucede con los experimentos hechos sin la adición de aceite de pino, donde existe una disminución en la retención de gas conforme se aumenta la cantidad de sólidos, esto es atribuible a la inestabilidad que tienen las burbujas y al mayor tamaño de las mismas [71].

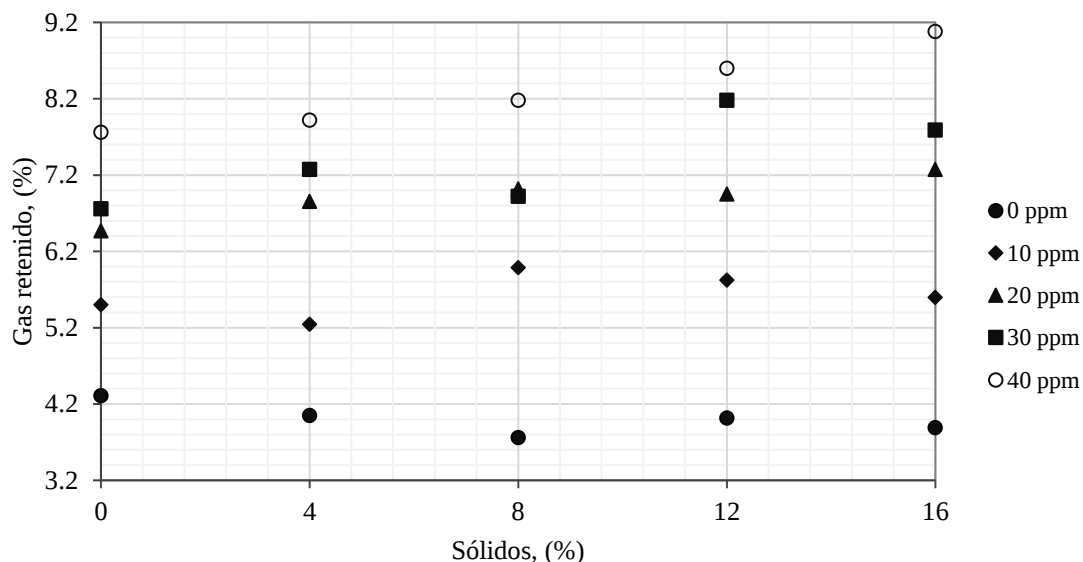


Figura 4.32. Efecto de las partículas de sílica (hidrófila) sobre la retención de gas; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; $[C]$ espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.

La Figura 4.33 muestra los tamaños promedio de burbuja, calculados mediante la solución del modelo de arrastre de fases o Drift Flux [66-68]; los tamaños de burbuja con la adición de surfactante tienden a disminuir, hasta llegar a un tamaño de 1.2 mm alcanzado por la mayor concentración de surfactante, atribuible a la disminución de la tensión superficial de la pulpa y a aumento de la cantidad de partículas hidrófilas. Como se menciona en párrafos anteriores, la inestabilidad de las burbujas y ninguna modificación de la tensión superficial de la pulpa, hacen que se tenga una baja retención de gas y un tamaño de burbuja alto (2.3-2.7 mm), inclusive con el aumento de sólidos hidrófilos.

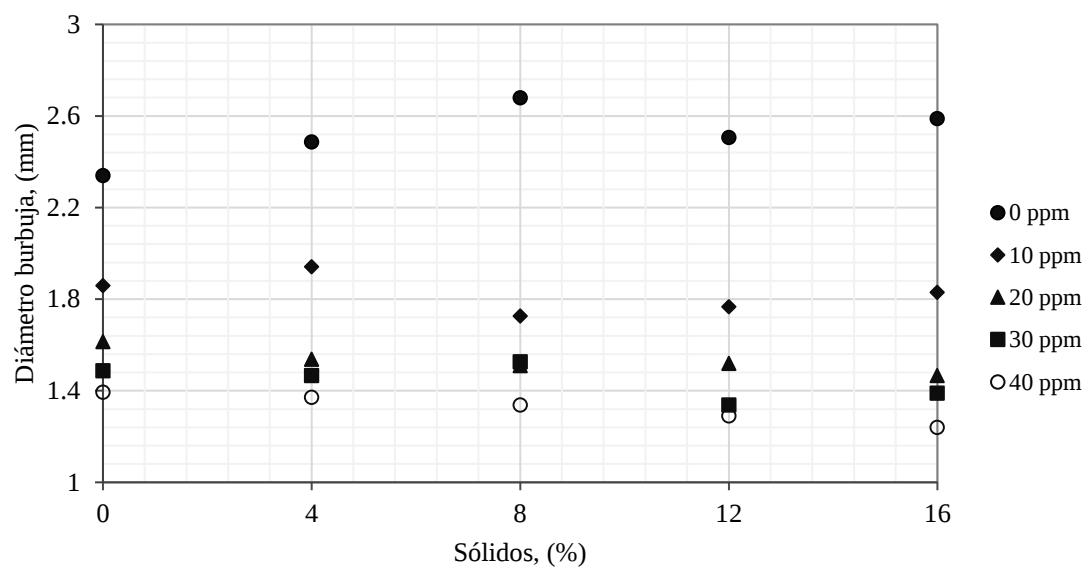


Figura 4.33. Efecto de las partículas de sílica en el diámetro de burbuja; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; $[C]$ espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.

El efecto de la superficie interfacial gas-líquido se puede visualizar en términos del comportamiento de los valores estimados de flujo superficial de superficie de burbujas (S_b), representada esquemáticamente en la Figura 4.34.

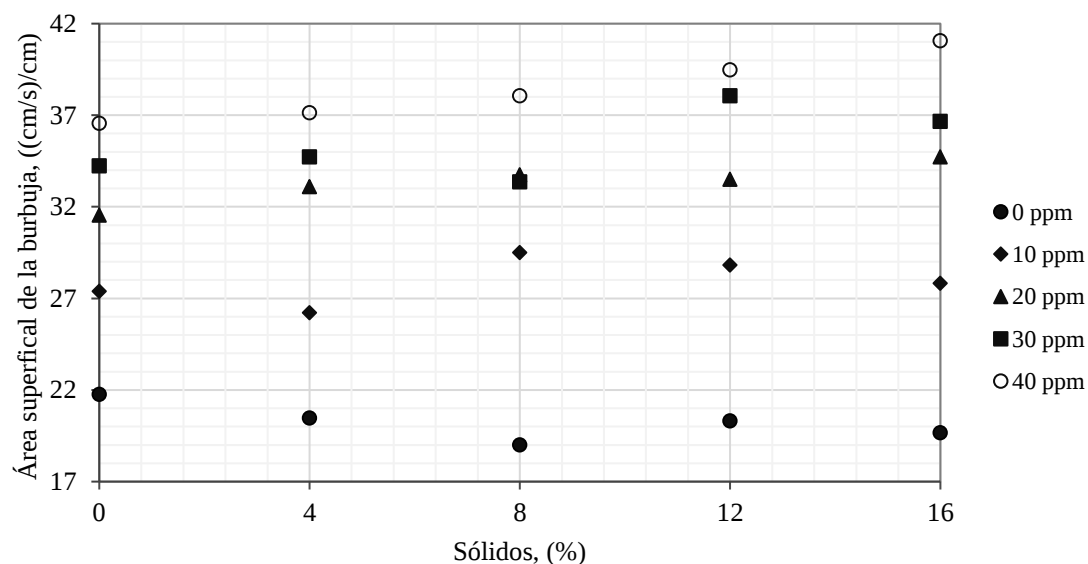


Figura 4.34. Efecto de las partículas de sílica en el área superficial de la burbuja; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; $[C]$ espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.

Se puede observar de la anterior figura, que para las condiciones experimentales desarrolladas con sílica en la columna de flotación de 10 cm de diámetro, el área superficial de burbujas incrementa con el aumento de partículas hidrófilas, asimismo el agregar un agente tensoactivo contribuye de forma importante en este aumento. Este es un parámetro importante en el proceso de flotación debido a que nos proporciona un indicador de que tan eficiente puede ser nuestro proceso, gracias al área superficial de las burbujas disponible para atrapar las partículas hidrófobas.

4.3.1.2 Características de la dispersión con sólidos hidrófobos

Para el caso de la experimentación con sólidos hidrófobos, en la Figura 4.35 se observa la clara disminución en el gas retenido por tratarse de un material hidrófobo, esto hace que las burbujas cargadas de partículas hidrófobas choquen con las burbujas vecinas y se genere coalescencia [72, 73]; el aumento de este tipo de partículas disminuye el volumen total de gas retenido en la zona de colección de la columna, disminuyendo además el área superficial de burbujas [25]. No se observa algún efecto en el gas retenido por la adición de sólidos, al menos hasta el 16%.

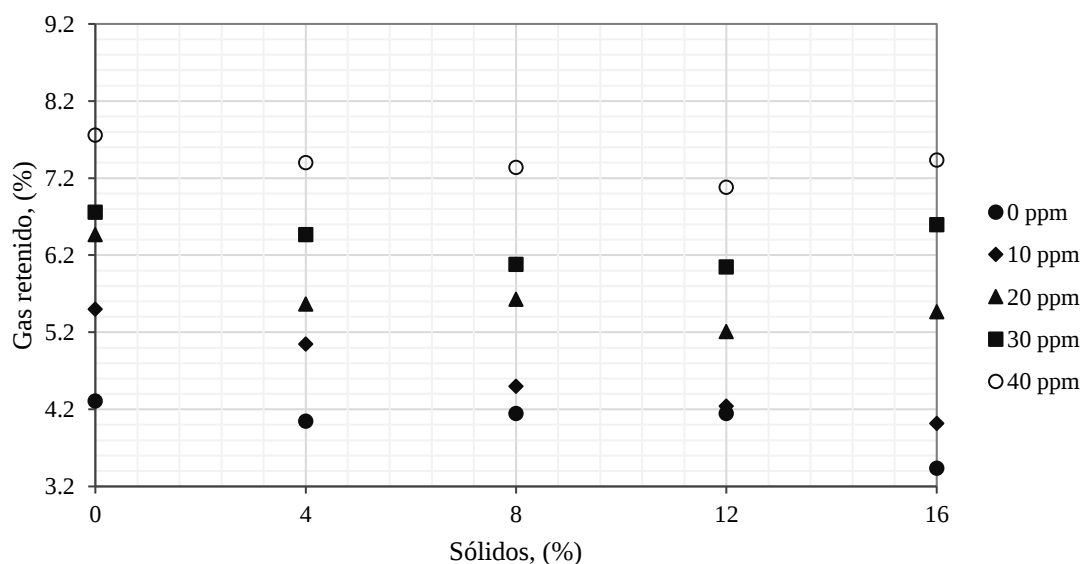


Figura 4.35. Efecto de las partículas de grafito sobre la retención de gas; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; $[C]$ espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.

La Figura 4.36, muestra los diámetros de burbuja para las pruebas grafito, en las cuales existe un aumento para concentraciones menores de 30 ppm de surfactante, lo que indica la presencia de coalescencia de las burbujas a causa de partículas hidrófobas. Al tener mayor cantidad de partículas

hidrofóbicas aumenta la coalescencia y por ende el tamaño de burbujas [74]. Además del factor anterior, la densidad de la pulpa incrementada por la presencia de los sólidos y esto hace que al momento de la formación de la burbuja se concentre más aire y su tamaño sea mayor [28, 69].

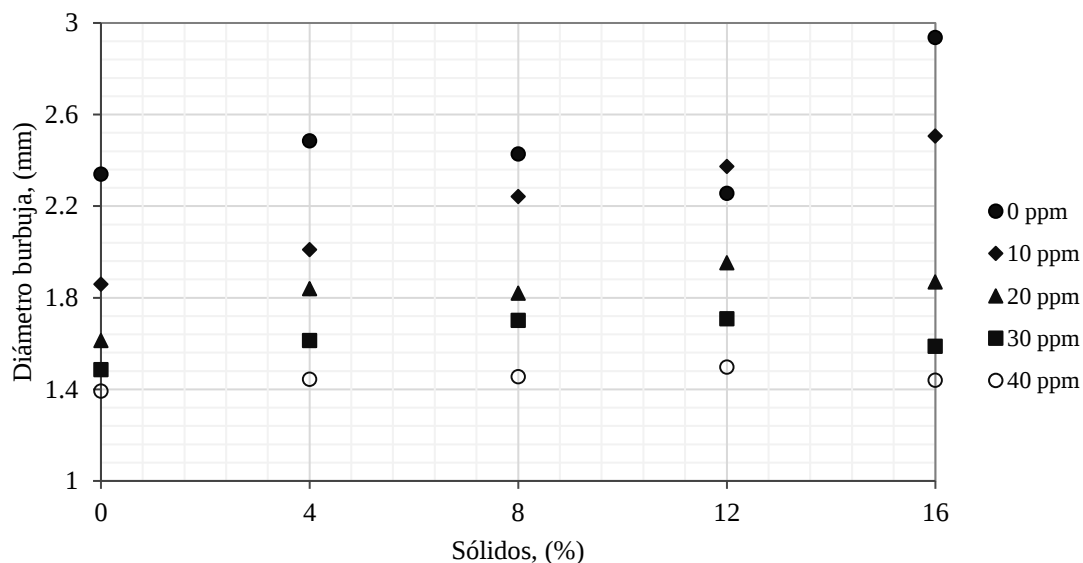


Figura 4.36. Efecto de las partículas de grafito en el diámetro de burbuja; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; $[C]$ espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.

Al igual que en caso de los experimentos con arena sílica, no se observa algún efecto del porcentaje de sólidos sobre el diámetro de burbuja; sin embargo es necesario comentar durante la agitación o acondicionamiento de la pulpa en el tanque, las partículas de grafito de menor tamaño se quedan atrapadas por la espuma que se genera en el tanque, como se observa en la Figura 4.37, debido a este fenómeno las partículas de mayor tamaño son las que se alimentan a la columna a través del dispersor venturi y que podrían dificultar el ascenso de las burbujas cargadas.

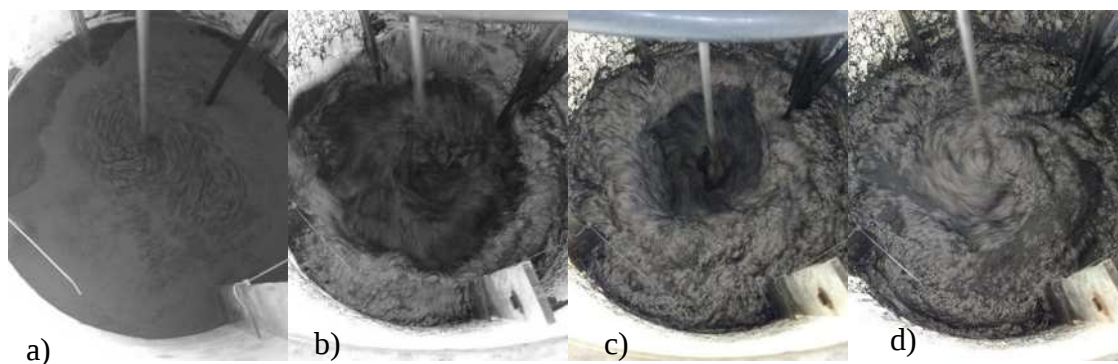


Figura 4.37. Generación de espuma dentro del tanque acondicionador en los experimentos con grafito. Concentraciones de grafito: a) 4%, b) 8%, c) 12%, d) 16%. [C] espumante = 40 ppm.

El fenómeno de coalescencia deteriora la eficiencia del proceso de flotación, hablando en términos del área superficial de la burbuja, puesto que al coalescer burbujas pequeñas para formar una de mayor tamaño, el S_b disminuye. En esta serie de experimentos con grafito la coalescencia de burbujas no es evidente y el aumento del contenido de sólidos no afecta el área superficial de burbujas disponibles para la captura y arrastre de sólidos hidrófobos como concentrado, de acuerdo a lo mostrado en la Figura 4.38.

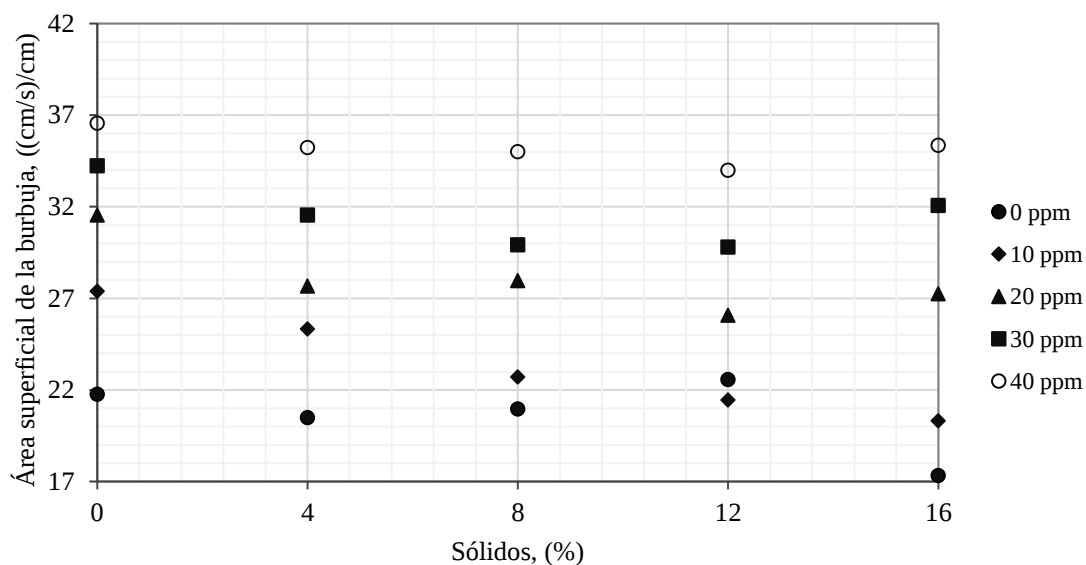


Figura 4.38. Efecto de las partículas de grafito en el área superficial de la burbuja; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; [C] espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.

4.3.1.3 Efecto de los sólidos en la presión estática dentro del dispersor

La presión estática ejercida sobre el punto donde es inyectado el aire dentro del venturi para la formación de las burbujas, es generada por la columna de agua o pulpa, esta presión juega un papel importante a la hora de la formación de las burbujas, debido a que influye sobre el tamaño de las burbujas [75]. En la Figura 4.39 se presentan los valores de presión estática medidos en el dispersor tipo venturi para las pruebas con sílice, donde se aprecia la disminución de esta presión conforme se incrementa la cantidad de sólidos hidrófilos en la pulpa mineral, el motivo de este cambio es el aumento del gas retenido en la columna, que disminuye la proporción de la fase continua (agua) y que se refleja en la disminución de la presión hidrostática sobre el venturi [62, 76].

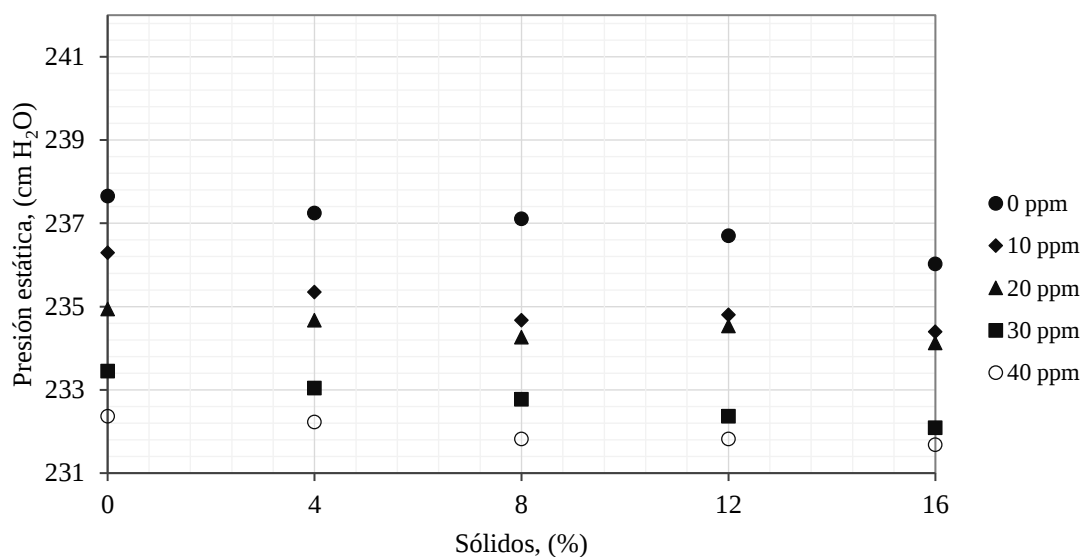


Figura 4.39. Efecto de las partículas de sílice en la presión estática generada en el interior del dispersor; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; $[C]$ espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.

Con la presencia de partículas hidrófobas esta presión se comporta de forma contraria, la presencia de más partículas de este tipo hace aumentar esta presión, esto es a consecuencia de la disminución

del gas retenido en la columna (Figura 4.40). La disminución en el gas hold-up provoca que haya más proporción de agua en la columna y la presión hidrostática sobre el dispersor sea mayor.

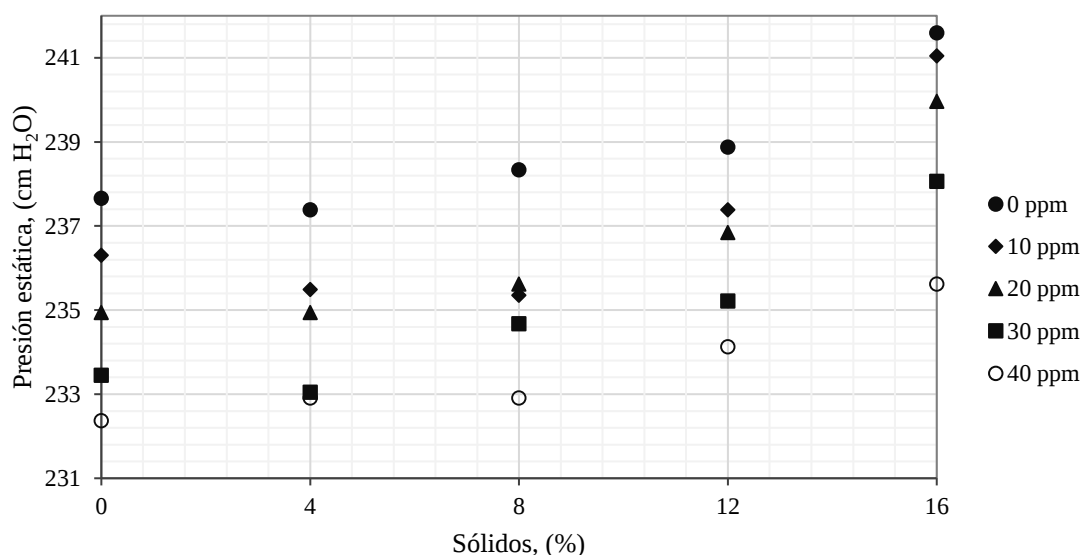


Figura 4.40. Efecto de las partículas de grafito en la presión estática generada en el interior del dispersor; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; $[C]$ espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.

4.3.1.4 Efecto de los sólidos en la presión dinámica dentro del dispersor

La presión dinámica generada en el interior del dispersor tipo venturi está influenciada principalmente por factores como: a) la velocidad a la que son alimentados la pulpa y el gas, b) la densidad de la pulpa, c) el volumen de gas y líquido dentro del dispersor, como bien lo describe la ecuación general de presión:

$$\Delta p = \rho_l g (1 - \epsilon_g) \quad (4.1)$$

Donde $(1 - \epsilon_g)$ representa el volumen de líquido en el venturi, ρ_l la densidad de la fase continua y g la fuerza de gravedad. En esta serie de experimentos los flujos de agua y gas permanecen constantes.

En la sección reducida del dispersor (vena contracta), el paso de cierto volumen de sólidos es independiente de su carácter hidrófilo o hidrófobo, al salir de la vena contracta las burbujas pueden ir cubiertas de sólidos hidrófobos o ascender y entrar a la columna sin estar formando agregado con los sólidos hidrófilos.

La presión dinámica claramente depende de la tensión superficial de la fase continua, reflejado en las características de la dispersión de aire que modifican los contenidos de agua y gas en el sistema.

A medida que la tensión superficial disminuye y se generan más burbujas de menor tamaño, la presión dinámica disminuye al presentarse menos contribución de la fase continua a la fórmula de presión.

En cuanto al efecto del contenido de sólidos en la pulpa mineral y por consiguiente dentro del dispersor al ser alimentada esta pulpa hacia la columna, para tensiones superficiales altas (adiciones de 20, 30 y 40 ppm de espumante) los agregados burbuja-partículas dentro del dispersor, no alcanzan a elevar la pérdida de presión causada por la presencia del alto número de burbujas de tamaño pequeño generadas en el dispersor; para diámetros de burbuja pequeños que representan volúmenes de gas también bajos, significan proporciones de líquido altos que junto con las partículas dentro del dispersor elevan la presión dinámica dentro del mismo.

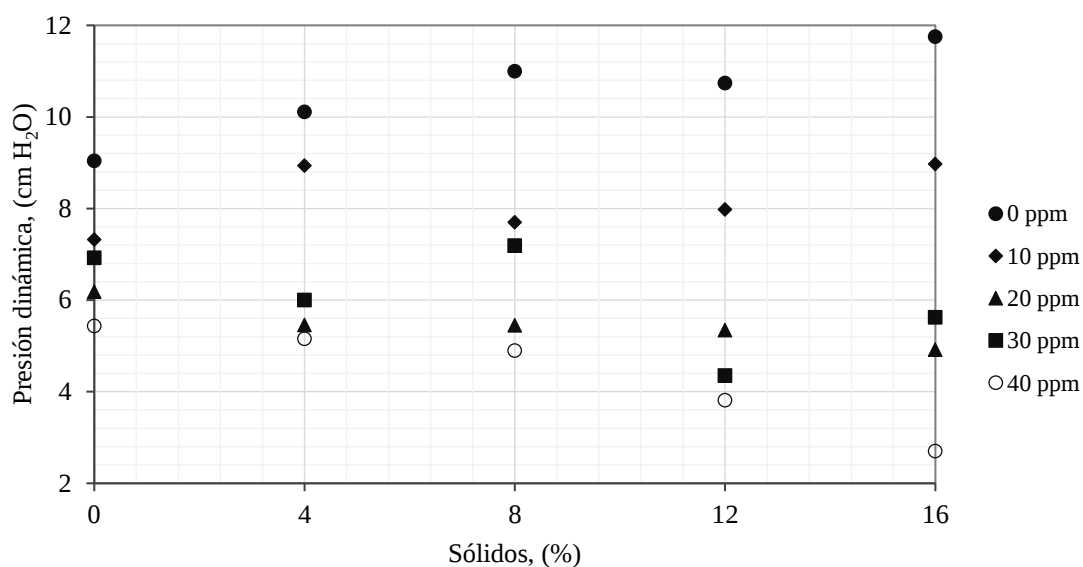


Figura 4.41. Efecto de las partículas de sílica en la presión dinámica generada en el interior del dispersor; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; $[C]$ espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.

Se comparó la presión dinámica medida en la caracterización física con la calculada en la simulación matemática, las variables de operación tanto de caracterización, como de simulación fueron las mismas, $Q_l = 14$ lpm, $Q_g = 4$ lpm, $Q_c = 14$ lpm, $[C]$ espumante = 10 ppm, sólidos de sílica = 4%. La Figura 4.41 muestra la presión dinámica que se genera en el interior del venturi y la columna, en la parte inferior de la gráfica se muestra una imagen de la columna (líneas grises) que permite distinguir los cambios en la presión dinámica conforme pasa por cada sección. La presión dinámica alcanza su mayor valor (aproximadamente 9 cm H_2O) en la zona de la garganta

del venturi, que es donde se presenta la mayor velocidad de la pulpa y conforme pasa hacia la zona de descarga comienza a disminuir ese valor, continuando con variaciones en el valor de la presión a consecuencia del ascenso de las burbujas y el desplazamiento de pulpa que van generando. El valor de la presión dinámica de la simulación (8.883 cm H₂O) es muy similar al obtenido en la caracterización física (8.934 cm H₂O) con partículas hidrofílicas y con las mismas condiciones.

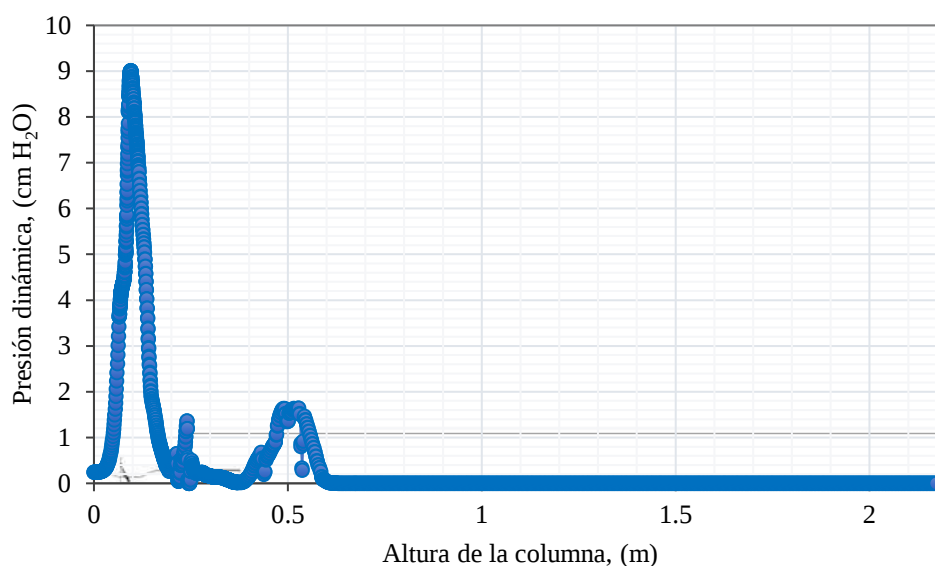


Figura 4.42. Presión dinámica generada a lo largo de la columna de flotación, simulación matemática.

En el caso de la flotación de sólidos hidrófobos tiende a aumentar la presión dinámica por la coalescencia de las burbujas, hasta llegar a un punto (a partir de 12% de sólidos) donde la densidad de pulpa comienza a tener mayor influencia sobre la presión dinámica, y no tanto el hecho de tratarse de partículas hidrófobas. La incorporación del surfactante tiene el mismo comportamiento que con sistema de sólidos hidrófilos, tal como se muestra en la Figura 4.43.

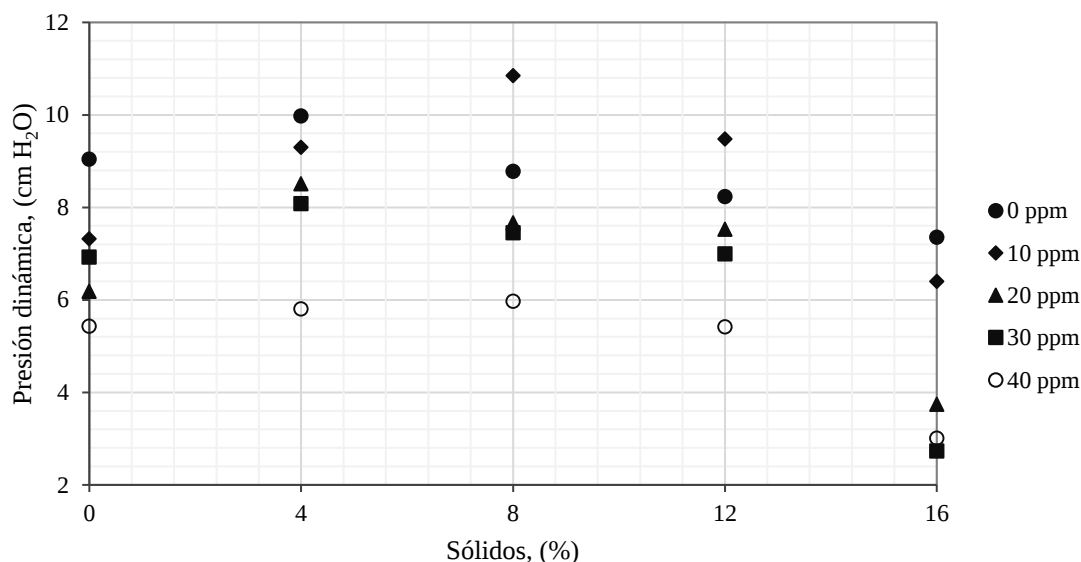


Figura 4.43. Efecto de las partículas de grafito sobre la presión dinámica generada en el interior del dispersor; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; $[C]$ espumante = 0, 10, 20, 30, 40 ppm.

En la Figura 4.44 se hace una comparación de los diámetros de burbuja calculados para los tres sistemas de flotación (sílice, grafito y sin sólidos), donde se aprecia la disminución del tamaño de burbuja conforme se va adicionando espumante; esto, para los tres sistemas líquido-sólido-gas.

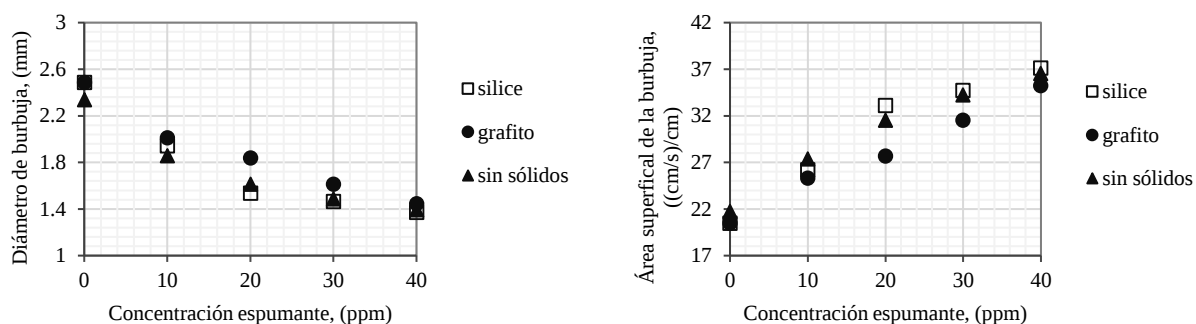


Figura 4.44. Comparación del diámetro de burbuja (izquierda) y área superficial de la burbuja (derecha) entre sílice, grafito y sin sólidos; $Q_l = 14$ lpm; $Q_g = 4$ lpm; $Q_c = 14$ lpm; sólidos = 4 %.

Como se puede observar, todos los sistemas exhiben la misma tendencia que significa el aumento en el área superficial de burbujas por la disminución en el diámetro de las mismas. El sistema que presenta mayor área superficial de burbujas es con partículas de sílice, y con menor área superficial el sistema de grafito, producto de la coalescencia.

En la Figura 4.45 y Figura 4.46, se muestran los tamaños de partícula del mineral concentrado y de la salida de colas respectivamente, tanto para el sistema de sílice y de grafito. Se aprecia que el 80 % de las partículas (D_{80}) tiene un tamaño menor a 21 μm para ambos sistemas; mientras que las partículas que se van por la salida de colas presentan un D_{80} (30 μm) similar a las mediciones que se le hicieron a cada uno de los materiales empleados y que se presentaron en la Figura 3.

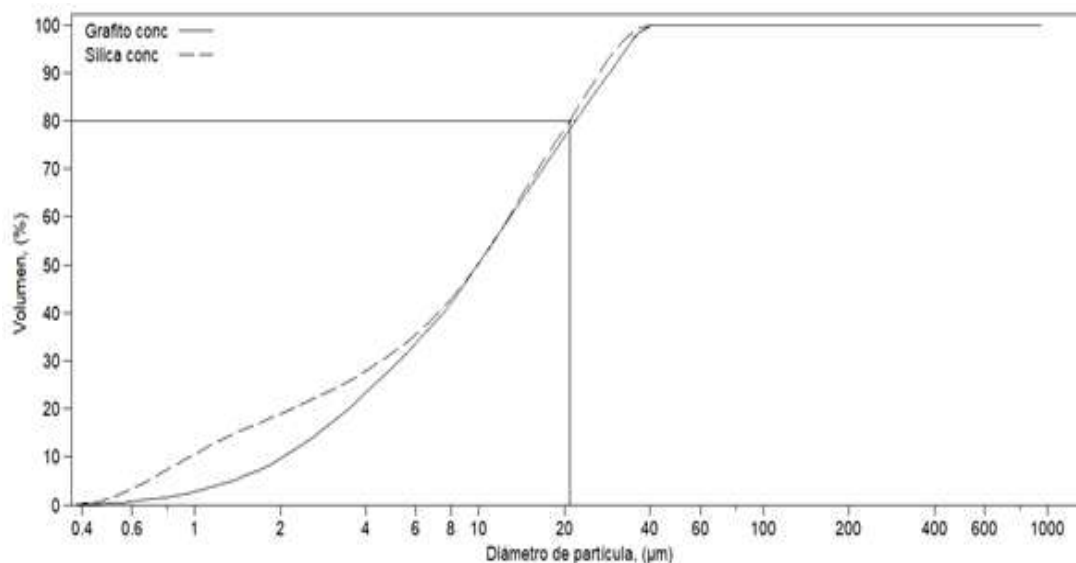


Figura 4.45. Distribución del tamaño de partícula de la salida del concentrado de sílice y de grafito.

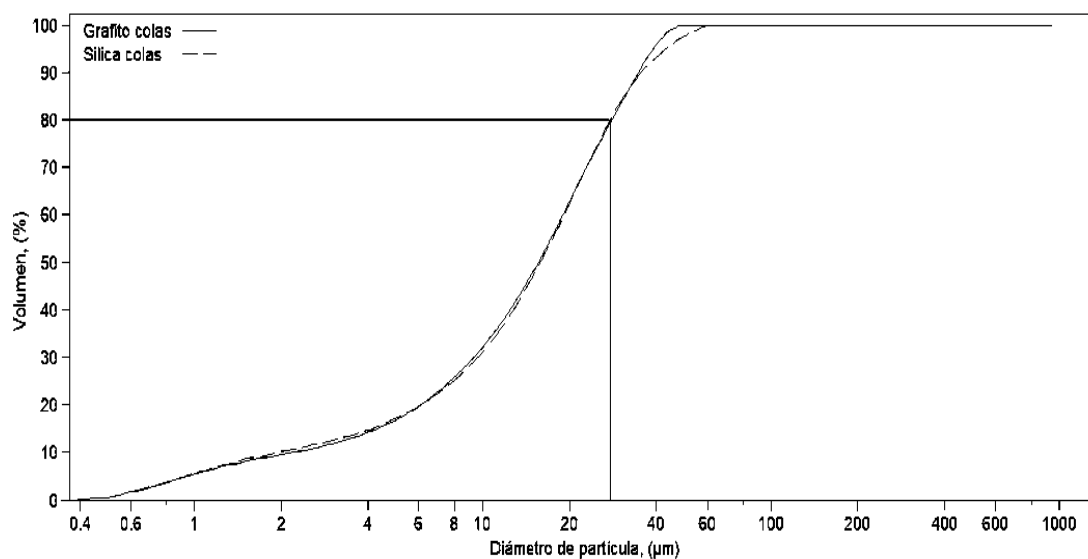


Figura 4.46. Distribución del tamaño de partícula de la salida de colas de sílice y de grafito.

4.4 Simulación matemática en sistema de tres fases

La simulación consto de dos etapas, la primera etapa de la simulación comenzó empleando el modelo multifase VOF, y el modelo de turbulencia LES; llevando un tiempo de 20 segundos, se agregaron las partículas y el modelo matemática de fase discreta. La razón por lo cual es conveniente agregar el modelo y las partículas después de transcurrir un tiempo de simulación, es debido a que es más fácil que sigan convergiendo los gráficos de residuales y continúe a simulación.

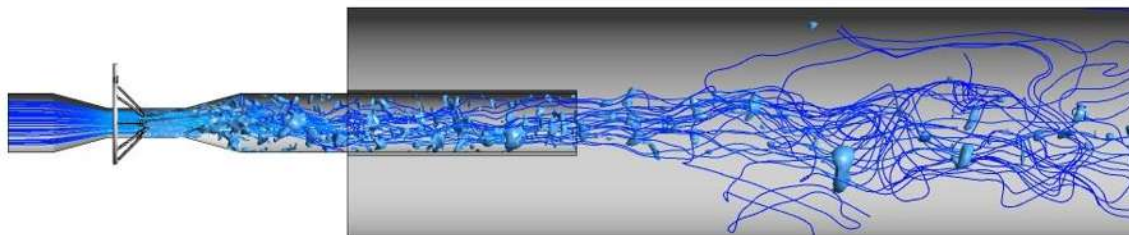


Figura 4.47. Imagen CFD de la generación de burbujas y la trayectoria de las partículas con el dispersor tipo venturi, 5 segundos, modelos VOF-LES-Fase discreta.

La Figura 4.47 presenta la trayectoria que siguen las burbujas desde el momento en que entran al dispersor tipo venturi y por toda la columna de flotación, las partículas alcanzan su máxima velocidad en la parte de la garganta del venturi y después siguen el flujo del líquido, se observan las oscilaciones que generan y que van siguiendo por el flujo del fluido y de la elevación de las burbujas.

Un aspecto que permite comparar los resultados de la simulación con la caracterización física es la presión dinámica. En la Figura 4.42 se muestra la presión dinámica que se genera en el interior del venturi y la columna, en la parte inferior de la gráfica se muestra una imagen de la columna que permite distinguir los cambios en la presión dinámica conforme pasa por cada sección. El comportamiento es muy similar a la velocidad, ya que la presión dinámica es generada a partir de la fuerza con la que se va desplazando la pulpa (líquido-sólidos) y posteriormente el líquido-gas-sólidos. Además, el valor (9 cm H₂O) es muy similar al obtenido en la caracterización física solo son sólidos hidrófilos (8 cm H₂O).

4.5 Modelo matemático propuesto para el cálculo del tamaño promedio de burbuja

En base a los resultados experimentales obtenidos en la columna de flotación de laboratorio de 10 cm de diámetro y 276 cm de altura; se realizó un modelo lineal empírico. Como se mencionó en la

sección 3.5, el modelo requiere algunos datos como el flujo volumétrico del gas, el flujo volumétrico del líquido, la caída de presión, la tensión superficial y el número de entradas de aire. La ecuación obtenida para el modelo empírico se presenta a continuación:

$$d_b = -12.338 + 0.0543\sigma + 0.01795Q_l + 0.5522Q_g - 0.00527(\text{no.entradas de aire}) + 0.00462 \Delta P$$

$$R^2 = 0.8558 \quad (4.2)$$

De acuerdo a la ecuación anterior, podemos determinar que la variable que tiene una mayor influencia sobre el diámetro de burbuja, es el flujo volumétrico de gas, la cual tiene el coeficiente más alto, seguido por la tensión superficial, y la variable que menos efecto tiene, es la caída de presión generada en el interior del dispersor; esto es congruente con la tabla de correlaciones que se muestra a continuación (Tabla 4.2).

Tabla 4.2. Tabla de correlaciones de las variables presentes en el modelo empírico.

	d_b	σ	Q_l	Q_g	No. Entradas de aire	ΔP
d_b	1					
σ	0.0543	1				
Q_l	0.01795	0	1			
Q_g	0.5522	0	0	1		
No. Entradas de aire	-0.00527	0	0	0	1	
ΔP	0.00462	0.115	-0.148	-0.16	-0.0048	1

El modelo empírico desarrollado en este trabajo es en base a las características de operación llevadas a cabo en la parte de la caracterización física del sistema de flotación de dos fases. A continuación, se presente otro modelo empírico generado para un sistema de tres fases, para el cual se toman las variables de presión estática, presión dinámica y porcentaje de sólidos; las variables de operación no son involucradas en el modelo por ser constantes en los experimentos llevados a cabo.

$$d_b = -24.72 + 0.00653 (\% \text{ solidos}) + 0.10924 (\text{presión estática}) + 0.11258 (\text{presión dinámica})$$

$$R^2 = 0.9359 \quad (4.3)$$

CAPITULO V: CONCLUSIONES

1. La combinación del modelo multifase VOF y el modelo de turbulencia LES dieron los mejores resultados, ya que se genera una buena distribución de las burbujas por el tubo de descarga, pero es necesario comenzar la simulación con la combinación de los modelos VOF y $k-\epsilon$. La simulación matemática ayuda al análisis de los fenómenos hidrodinámicos que se generan en el interior del venturi y de la columna de flotación, permitiendo visualizar de forma más clara la generación de burbujas y el comportamiento de la dispersión de las burbujas, el efecto que provoca aumentar o disminuir la alimentación del líquido y de gas en las burbujas, así como el efecto que tiene el ascenso de las burbujas sobre la hidrodinámica del medio continuo.
2. Se puede corroborar tanto en la simulación matemática como en la caracterización física el efecto que tienen el flujo volumétrico de líquido y el flujo volumétrico de gas sobre el tamaño de burbuja, el incremento en el flujo volumétrico de líquido genera una disminución en el tamaño de la burbuja, mientras que el aumento del caudal de gas se traduce en un mayor número de burbujas. Aunque con caudales altos de líquido y de gas se hace presente el fenómeno de coalescencia, flujos volumétricos de líquido altos provocan en el sistema un flujo turbulento, lo cual hace que las burbujas colisionen unas con otras. Al tener un mayor número de burbujas presentes en el sistema incrementan las probabilidades de éstas debido a la cercanía de las mismas.
3. Al validar los resultados de la simulación matemática con la caracterización física se observa que los resultados son muy aproximados entre sí, de las variables calculadas, por lo que podemos decir que la simulación CFD es una herramienta que ayuda al entendimiento del comportamiento del proceso de flotación de dos fases, utilizando los modelos de turbulencia LES y multifase VOF.
4. Los resultados de la caracterización física muestran que no existe una diferencia significativa entre tener 4 u 8 entradas de aire, inclusive son ligeramente mejores los resultados con 4 entradas de aire. La fracción de gas retenido, el diámetro promedio de burbuja y el área superficial de la burbuja son muy similares.
5. El aumento en la cantidad de colector agregado a la pulpa genera el incremento de sólidos hidrofóbicos, las burbujas generadas estarán más cargadas con partículas y causarán el aumento en el volumen de las burbujas al ascender con mayor dificultad hacia la zona de

espuma de la columna; por otra parte al ingresar el agregado burbuja-partícula a la columna de flotación, su movimiento errático y la diferencia en diámetros de burbuja, promoverán la coalescencia de las mismas aumentando su tamaño; el aumento de diámetro de burbujas traerá como consecuencia la disminución del área superficial de las mismas.

6. Con el aumento de sólidos en la pulpa se provoca una disminución en la presión dinámica en el interior del dispersor tipo venturi, aunque conforme se incrementan los sólidos hidrofóbicos, disminuye dicha presión, ya que un número mayor de sólidos se adhieren a las burbujas.
7. En la parte de simulación matemática el comportamiento de los sólidos es únicamente seguir el flujo del fluido, al tratarse de partículas hidrófilas, aunque esto solo cambiaría la fluidodinámica, para que sea más parecidas a la caracterización física. Un dato muy importante que si coincide con la caracterización es la presión generada en el venturi (presión dinámica caracterización = 8 cm H₂O, presión dinámica simulación = 9 cm H₂O).
8. La presencia de sólidos hidrófilos (arena sílica) en el sistema de flotación generan una mayor retención de gas debido a la mojabilidad que tienen y que funcionan como una barrera alrededor de las burbujas que las estabiliza al evitar su ruptura y coalescencia.
9. En el sistema de flotación con partículas hidrófobas, el fenómeno de coalescencia se hace presente en la zona de descarga después de la zona de la garganta; los agregados burbuja-partículas que se forman en la garganta del dispersor al salir de ésta coalicionan con otros agregados promoviendo el mencionado fenómeno.
10. La presión estática en el venturi disminuye directamente con la presión hidrostática en la columna, lo que ayuda a generar burbujas más pequeñas. De acuerdo a la ecuación general de presión, ésta se ve afectada por la densidad de la pulpa (contenido de sólidos) y el contenido de líquido en la columna, por lo que, al disminuir la densidad y el porcentaje de líquido, en el venturi se tendrá menos fuerza opositora para la formación del enjambre de burbujas.
11. Dentro del venturi y de la misma ecuación general de presión, al aumentar el porcentaje de sólidos y líquido, se incrementa la presión dinámica que, al salir de la garganta del dispersor hacia la zona de descarga, se traduce en energía cinética que significan más burbujas de aire.
12. El valor de la presión dinámica de la simulación matemática y de las corridas experimentales, son lo suficientemente cercanas para utilizar el modelo matemático para predecir

características de dispersión generadas bajo las condiciones experimentales aquí ensayadas y utilizando un dispersor tipo venturi, sin tener que invertir en modelos físicos y correr un gran número de experimentos.

13. Las retenciones de gas obtenidas en los sistemas de flotación con partículas hidrófobas e hidrófilas tienen un comportamiento similar cuando se adiciona surfactante, especialmente a 40 ppm, las cuales tienden a aumentar, este efecto es atribuible al momento en que se acondiciona el material para ambos sistemas; en el sistema con sólidos hidrófilos, los de mayor tamaño se quedan en el fondo del tanque acondicionador, mientras que en sistema con sólidos hidrófobos, los de menor tamaño son atrapados por la espuma que se genera en el tanque por el efecto de la agitación. Por ello es conveniente hacer pruebas con tamaños de partícula más pequeños o a partir del D_{80} medido en las salidas del concentrado de ambos sistemas y que es reportado en la Figura 4.44, con el objetivo de ver y analizar el efecto que tiene el tamaño de partícula sobre la retención de gas y el diámetro de la burbuja.

TRABAJO FUTURO

- Medir el tamaño de burbuja con el método fotográfico en un sistema de flotación agua-aire-sólidos y compararlos con el modelo de arrastre.
- Aunque los resultados de la experimentación física en dos fases muestran que no existe diferencia significativa entre las pruebas realizadas con 4 y 8 entradas de aire, es necesario llevar a cabo algunas simulaciones matemáticas con 4 entradas de aire y ver el comportamiento hidrodinámico que se presenta en el interior del venturi.
- Realizar pruebas un algún mineral, para observar la eficiencia que tiene el dispersor tipo venturi y compararlo con los comúnmente utilizados en la industria.

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

1. Fuerstenau, D. *The froth flotation century*. in *Advances in Flotation Technology as held at the 1999 SME Annual Meeting*. 1999.
2. Suoninen, E., et al., *Application of surface science to advancing flotation technology-Preface*. International Journal of Mineral Processing, 1997. **51**(1): p. 7-8.
3. Alcalá, E., et al., *Manual de entrenamiento en concentración de minerales*. Servicio Nacional de Geología y Técnico de Minas, Sergeotecmin, 2003. **1**.
4. García Madrid, R.A., *Evaluación por modelación CFD del proceso de flotación en una celda de agitación mecánica y del efecto de la granulometría en la recuperación de mineral*. 2012.
5. Yianatos, J., *Flotación de minerales*. Departamen-to de Procesos Químicos, Biotecnológicos y Ambientales, Universidad Técnica Federico Santa María, Viña del Mar, Chile, 2005: p. 62-87.
6. Diaz-Penafiel, P. and G. Dobby, *Kinetic studies in flotation columns: bubble size effect*. Minerals Engineering, 1994. **7**(4): p. 465-478.
7. Grau, R. and K. Heiskanen, *Visual technique for measuring bubble size in flotation machines*. Minerals Engineering, 2002. **15**(7): p. 507-513.
8. Ortiz, Á.A., et al., *Avances en flotación columnar*. Revista del Instituto de Investigación de la Facultad de Ingeniería Geológica, Minera, Metalúrgica y Geográfica. **6**(11): p. 82-90.
9. CÁRDENAS, G.A.S., et al., *Flotación en columna como técnica de beneficio para minerales finos*. Tecnura, 2005. **9**(17): p. 4-15.
10. Ahmed, N. and G. Jameson, *The effect of bubble size on the rate of flotation of fine particles*. International Journal of Mineral Processing, 1985. **14**(3): p. 195-215.
11. Ahmed, N. and G. Jameson, *Flotation kinetics*. Mineral Procesing and Extractive Metallurgy Review, 1989. **5**(1-4): p. 77-99.
12. Barigou, M. and M. Greaves, *A capillary suction prove for bubble size measurement*. Measurement Science and Technology, 1991. **2**(4): p. 318.
13. Cheng, Y., et al. *Bubble generation by a two-phase ejector*. in *COLUMN Ñ96, Proceedings of International Symposium Column Flotation*. 1996.
14. Yianatos, J. and D. Murdock, *Nuevos avances en la tecnologia de columnas de flotacion*. Minería Chilena, 1991(125): p. 57-67.
15. Camarasa, E., et al., *Influence of coalescence behaviour of the liquid and of gas sparging on hydrodynamics and bubble characteristics in a bubble column*. Chemical Engineering and Processing: Process Intensification, 1999. **38**(4-6): p. 329-344.

-
16. Orozco López, Y.R., *Estudio del Efecto del tipo y concentración de espumante en la selectividad del proceso de flotación a escala laboratorio*. 2012.
 17. Stagno, G.L.V., et al., *DISTRIBUCIONES DE TAMANO DE BURBUJAS: CONDICIONES DE GENERACION, MODELACION Y EFECTOS EN LA FLOTACION, EN CELDAS AGITADAS MECANICAMENTE*. 2005.
 18. Kulkarni, A.A. and J.B. Joshi, *Bubble formation and bubble rise velocity in gas– liquid systems: a review*. Industrial & Engineering Chemistry Research, 2005. **44**(16): p. 5873-5931.
 19. Finch, J., *Column flotation: a selected review—part IV: novel flotation devices*. Minerals Engineering, 1995. **8**(6): p. 587-602.
 20. Spyridopoulos, M., et al., *EFFECT OF HUMIC SUBSTANCES AND PARTICLES ON BUBBLE COALESCENCE AND FOAM STABILITY IN RELATION TO DISSOLVED AIR FLOTATION PROCESSES*. Fizykochemiczne Problemy Mineralurgii/Physicochemical Problems of Mineral Processing, 2004(38): p. 37-52.
 21. Masliyah, J.H., *Hindered settling in a multi-species particle system*. Chemical Engineering Science, 1979. **34**(9): p. 1166-1168.
 22. Escudero, R., *Modelos matemáticos comúnmente empleados en sistemas de dispersión para estimar las características de las mismas*. Seminario de Desarrollo Profesional y Programa de Capacitación y Adiestramiento, 2007.
 23. GARCÍA, R.E. and F.J.T. Miranda, *BALANCE DE LA ECUACION DE BERNOULLI Y LA GENERACION DE BURBUJAS PARA UN DISPERSOR TIPO JET*. Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica, 2010. **14**(2): p. 13-24.
 24. Tan, Y., et al., *Bubble size, gas holdup and bubble velocity profile of some alcohols and commercial frothers*. International Journal of Mineral Processing, 2013. **119**: p. 1-5.
 25. Dobby, G., et al., *Estimation of bubble diameter in flotation columns from drift flux analysis*. Canadian Metallurgical Quarterly, 1988. **27**(2): p. 85-90.
 26. Pérez-Garibay, R., et al., *Gas dispersion measurements in microbubble flotation systems*. Minerals Engineering, 2012. **26**: p. 34-40.
 27. Coward, T., et al., *The effect of bubble size on the efficiency and economics of harvesting microalgae by foam flotation*. Journal of applied phycology, 2015. **27**(2): p. 733-742.
 28. Kulkarni, A.A. and J.B. Joshi, *Bubble Formation and Bubble Rise Velocity in Gas–Liquid Systems: A Review*. Industrial & Engineering Chemistry Research, 2005. **44**(16): p. 5873-5931.
 29. Finch, J., *Column flotation*. Pergamon Press plc(UK), 1991, 1991: p. 180.
 30. Tavera, F., et al., *Gas holdup in flotation columns: laboratory measurements*. International Journal of Mineral Processing, 2001. **61**(1): p. 23-40.
-

-
31. Mott, R.L., *Mecánica de fluidos aplicada*. 1996: Pearson Educación.
 32. Jamialahmadi, M., et al., *Study of Bubble Formation Under Constant Flow Conditions*. Chemical Engineering Research and Design, 2001. **79**(5): p. 523-532.
 33. LÍQUIDOS, D., “*ANÁLISIS DEL EFECTO DE DISPOSITIVOS VENTURI EN LA PRODUCCIÓN DE GAS EN POZOS CON ARRASTRE Y ACUMULACIÓN*”. 2011, INSTITUTO TECNOLÓGICO DE CELAYA.
 34. Kim, M.I., et al., *Numerical and experimental investigations of gas–liquid dispersion in an ejector*. Chemical Engineering Science, 2007. **62**(24): p. 7133-7139.
 35. Schiestel, R., *Modeling and simulation of turbulent flows*. Vol. 4. 2010: John Wiley & Sons.
 36. Pope, S.B., *Turbulent flows*. 2001, IOP Publishing.
 37. Wilcox, D.C., *Turbulence modeling for CFD*. Vol. 2. 1998: DCW industries La Canada, CA.
 38. Blazek, J., *Computational fluid dynamics: principles and applications*. 2015: Butterworth-Heinemann.
 39. Launder, B.E. and D.B. Spalding, *The numerical computation of turbulent flows*, in *Numerical prediction of flow, heat transfer, turbulence and combustion*. 1983, Elsevier. p. 96-116.
 40. Capote, J., et al., *Influencia del Modelo de Turbulencia y del Refinamiento de la Discretización Espacial en la Exactitud de las Simulaciones Computacionales de Incendios*. Revista internacional de métodos numéricos para cálculo y diseño en ingeniería, 2008. **24**(3): p. 227-245.
 41. Launder, B.E. and D. Spalding, *The numerical computation of turbulent flows*. Computer methods in applied mechanics and engineering, 1974. **3**(2): p. 269-289.
 42. Fluent, A., *14.5 Theory Guide*. Canonsburg, PA, USA: ANSYS Inc, 2012.
 43. Linacre, J.M., *A User's Guide to*. 2010.
 44. Sundararaj, S. and V. Selladurai, *Flow and Mixing Pattern of Transverse Turbulent Jet in Venturi-Jet Mixer*. Arabian Journal for Science & Engineering (Springer Science & Business Media B.V.), 2013. **38**(12): p. 3563-3573.
 45. Ponasse, M., et al., *Bubble formation by water release in nozzle---II. Influence of various parameters on bubble size*. Water Research, 1998. **32**(8): p. 2498-2506.
 46. Paladino, E.E. and C.R. Maliska, *Computational modeling of bubbly flows in differential pressure flow meters*. Flow Measurement and Instrumentation, 2011. **22**(4): p. 309-318.
 47. Grau, R.A., *An investigation of the effect of physical and chemical variables on bubble generation and coalescence in laboratory scale flotation*. Helsinki University of Technology Doctoral Theses in Materials and Earth Sciences, 2006. **4**.
-

-
48. Clayton, R., et al., *The development and application of the Jameson cell*. Minerals Engineering, 1991. **4**(7): p. 925-933.
 49. Grau, R.A. and J.S. Laskowski, *Role of Frothers in Bubble Generation and Coalescence in a Mechanical Flotation Cell*. The Canadian Journal of Chemical Engineering, 2006. **84**(2): p. 170-182.
 50. Islam, M.T., et al., *Effect of orifice size and bond number on bubble formation characteristics: A CFD study*. The Canadian Journal of Chemical Engineering, 2015. **93**(10): p. 1869-1879.
 51. Xie, J., et al., *Dynamics of bubble formation and detachment from an immersed micro-orifice on a plate*. International journal of heat and mass transfer, 2012. **55**(11-12): p. 3205-3213.
 52. Hanafizadeh, P., et al., *Effect of orifice shape on bubble formation mechanism*. Meccanica, 2018. **53**(10): p. 2461-2483.
 53. Hreiz, R., et al., *Electrogenerated bubbles induced convection in narrow vertical cells: PIV measurements and Euler–Lagrange CFD simulation*. Chemical Engineering Science, 2015. **134**: p. 138-152.
 54. Díaz, M.E., et al., *Numerical simulation of the gas–liquid flow in a laboratory scale bubble column: influence of bubble size distribution and non-drag forces*. Chemical Engineering Journal, 2008. **139**(2): p. 363-379.
 55. Pflieger, D., et al., *Hydrodynamic simulations of laboratory scale bubble columns fundamental studies of the Eulerian–Eulerian modelling approach*. Chemical Engineering Science, 1999. **54**(21): p. 5091-5099.
 56. Hua, J., *CFD simulations of the effects of small dispersed bubbles on the rising of a single large bubble in 2D vertical channels*. Chemical Engineering Science, 2015. **123**: p. 99-115.
 57. Zhou, R., et al., *CFD simulation of gas-liquid-solid flow in slurry bubble columns with EMMS drag model*. Powder Technology, 2017. **314**: p. 466-479.
 58. Olmo-Velázquez, A., et al., *Estudio y modelación del flujo bifásico líquido-gas para bajos valores de Reynolds*. Ingeniería Mecánica, 2015. **18**(1): p. 1-11.
 59. Karn, A., et al., *Bubble coalescence and breakup in turbulent bubbly wake of a ventilated hydrofoil*. Experimental Thermal and Fluid Science, 2016. **70**: p. 397-407.
 60. Sarhan, A., et al., *CFD simulation on influence of suspended solid particles on bubbles' coalescence rate in flotation cell*. International Journal of Mineral Processing, 2016. **146**: p. 54-64.
 61. Zhang, B., et al., *CFD simulation of gas–liquid flow in a high-pressure bubble column with a modified population balance model*. Chinese journal of chemical engineering, 2018. **26**(6): p. 1350-1358.
-

-
62. Chu, P., et al., *Break-up in formation of small bubbles: Break-up in a confined volume*. Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects, 2016. **503**: p. 88-93.
 63. Yan, X., et al., *Bubble behaviors in a lab-scale cyclonic-static micro-bubble flotation column*. Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering, 2016. **11**(6): p. 939-948.
 64. Corona-Arroyo, M., et al., *Effect of frothers and dodecylamine on bubble size and gas holdup in a downflow column*. Minerals Engineering, 2015. **81**: p. 109-115.
 65. Castro, S., et al., *Effect of frothers on bubble coalescence and foaming in electrolyte solutions and seawater*. International Journal of Mineral Processing, 2013. **124**: p. 8-14.
 66. Cilek, E.C. and S. Karaca, *Effect of nanoparticles on froth stability and bubble size distribution in flotation*. International Journal of Mineral Processing, 2015. **138**: p. 6-14.
 67. Clark, C., et al., *Drift-flux correlation for rod bundle geometries*. International journal of heat and fluid flow, 2014. **48**: p. 1-14.
 68. Sarhan, A., et al., *CFD analysis of solid particles properties effect in three-phase flotation column*. Separation and Purification Technology, 2017. **185**: p. 1-9.
 69. Zhang, W. and J.A. Finch, *Effect of solids on pulp and froth properties in flotation*. Journal of Central South University, 2014. **21**(4): p. 1461-1469.
 70. Tavera, F. and R. Escudero, *Effect of solids on gas dispersion characteristics: Addition of hydrophobic and hydrophilic solids*. Journal of the Mexican Chemical Society, 2012. **56**(2): p. 217-221.
 71. Zhao, L., et al., *An investigation on bubble motion in liquid flowing through a rectangular Venturi channel*. Experimental Thermal and Fluid Science, 2018. **97**: p. 48-58.
 72. Vazirizadeh, A., et al., *Effect of particles on bubble size distribution and gas hold-up in column flotation*. International Journal of Mineral Processing, 2016. **157**: p. 163-173.
 73. Wang, G., et al., *A review of the mechanisms and models of bubble-particle detachment in froth flotation*. Separation and Purification Technology, 2016. **170**: p. 155-172.
 74. Nguyen, P.T., et al., *The influence of gas velocity, salt type and concentration on transition concentration for bubble coalescence inhibition and gas holdup*. Chemical Engineering Research and Design, 2012. **90**(1): p. 33-39.
 75. Shukla, S.C., et al., *Study of gas holdup and pressure characteristics in a column flotation cell using coal*. Minerals Engineering, 2010. **23**(8): p. 636-642.
 76. Kracht, W. and J. Finch, *Bubble break-up and the role of frother and salt*. International Journal of Mineral Processing, 2009. **92**(3-4): p. 153-161.
-

ANEXOS

Anexo A

Tabla A.1. Resultados experimentales del sistema de flotación de agua-aire.

Tensión superficial (ppm)	No. entradas	Q _i (lpm)	Q _g (lpm)	E _g (%)	P Estática (grf/cm ²)	P dinámica (grf/cm ²)	D _b medido (mm)	D _b calculado (mm)	S _b (cm/s)/cm
0	1	10	1	3.23	193.00	27	2.19	1.59	8.00
0	1	10	2	3.72	191.00	29	3.38	2.87	8.86
0	1	10	3	5.64	188.00	32	3.45	2.87	13.32
0	1	10	4	7.94	187.00	33	3.54	2.74	18.61
0	1	15	1	3.30	188.00	47	2.17	1.67	7.61
0	1	15	2	4.52	186.00	49	2.90	2.45	10.39
0	1	15	3	7.40	185.00	50	2.89	2.28	16.75
0	1	15	4	10.58	184.00	51	2.77	2.17	23.51
0	1	20	1	3.39	180.00	70	2.27	1.75	7.28
0	1	20	2	5.76	176.00	74	2.51	2.06	12.38
0	1	20	3	7.69	177.00	73	2.75	2.33	16.42
0	1	20	4	11.12	177.00	73	2.63	2.20	23.19
0	2	10	1	4.16	193.00	27	1.75	1.25	10.16
0	2	10	2	5.05	191.00	29	2.42	2.07	12.30
0	2	10	3	6.06	189.00	31	3.66	2.66	14.38
0	2	10	4	7.87	188.00	32	3.08	2.76	18.43
0	2	15	1	4.60	189.00	46	1.50	1.25	10.16
0	2	15	2	6.15	187.00	48	2.10	1.82	14.00
0	2	15	3	7.59	186.00	49	2.48	2.23	17.17
0	2	15	4	11.42	185.00	50	2.27	2.02	25.23
0	2	20	1	5.07	182.00	68	1.56	1.27	10.07
0	2	20	2	6.30	182.00	68	2.15	1.90	13.40
0	2	20	3	8.45	181.00	69	2.33	2.13	17.91
0	2	20	4	12.57	180.00	70	2.23	1.98	25.79
0	4	10	2	6.44	191.00	29	1.82	1.63	15.65
0	4	10	4	10.32	187.00	33	2.21	2.09	24.37
0	4	15	2	6.82	187.00	48	1.81	1.66	15.38
0	4	15	4	12.99	185.00	50	1.93	1.80	28.31
0	4	20	2	7.66	184.00	66	1.80	1.61	15.81
0	4	20	4	14.50	182.00	68	1.89	1.76	28.95
0	8	10	2	6.58	191.80	28	1.67	1.59	16.00
0	8	10	4	11.19	188.23	32	2.09	1.93	26.36
0	8	15	2	6.80	188.10	47	1.84	1.66	15.34

0	8	15	4	11.28	186.48	49	2.25	2.04	24.97
0	8	20	2	7.74	183.85	66	1.79	1.60	15.93
0	8	20	4	13.85	182.66	67	2.04	1.82	27.92
10	1	10	1	3.34	195.00	25	1.94	1.54	8.28
10	1	10	2	5.13	193.00	27	2.41	2.04	12.49
10	1	10	3	6.85	191.00	29	2.75	2.33	16.37
10	1	10	4	8.93	189.00	31	2.81	2.42	21.03
10	1	15	1	3.91	190.00	45	1.69	1.44	8.86
10	1	15	2	7.52	188.00	47	1.74	1.52	16.75
10	1	15	3	11.12	186.00	49	1.82	1.57	24.28
10	1	15	4	13.56	184.00	51	2.01	1.73	29.39
10	1	20	1	3.91	181.00	69	1.75	1.55	8.21
10	1	20	2	8.17	179.00	71	1.77	1.53	16.63
10	1	20	3	11.69	176.00	74	1.84	1.63	23.51
10	1	20	4	14.50	175.00	75	2.02	1.76	28.95
10	2	10	1	4.64	196.00	24	1.24	1.14	11.21
10	2	10	2	6.37	193.00	27	1.81	1.64	15.49
10	2	10	3	7.95	192.00	28	2.19	2.00	19.06
10	2	10	4	9.28	188.00	32	2.55	2.33	21.90
10	2	15	1	5.51	189.00	46	1.24	1.09	11.71
10	2	15	2	9.68	187.00	48	1.39	1.24	20.60
10	2	15	3	10.54	185.00	50	1.80	1.65	23.21
10	2	15	4	13.88	183.00	52	1.85	1.70	29.98
10	2	20	1	5.36	181.00	69	1.38	1.22	10.48
10	2	20	2	8.40	180.00	70	1.65	1.50	17.00
10	2	20	3	12.57	179.00	71	1.64	1.54	24.84
10	2	20	4	14.16	178.00	72	1.94	1.79	28.42
10	4	10	2	7.45	190.00	30	1.51	1.42	17.95
10	4	10	4	11.19	187.00	33	1.95	1.93	26.36
10	4	15	2	9.41	187.00	48	1.31	1.26	20.15
10	4	15	4	15.13	183.00	52	1.61	1.58	32.21
10	4	20	2	10.26	183.00	67	1.29	1.29	19.71
10	4	20	4	18.88	179.00	71	1.48	1.45	35.15
10	8	10	2	7.13	190.74	29	1.46	1.48	17.24
10	8	10	4	11.00	186.53	34	2.03	1.97	25.92
10	8	15	2	10.40	186.88	48	1.15	1.17	21.76
10	8	15	4	16.22	184.71	50	1.54	1.50	34.07
10	8	20	2	10.11	182.01	68	1.24	1.31	19.50
10	8	20	4	17.88	179.97	70	1.46	1.51	33.84
20	1	10	1	3.49	195.00	25	1.88	1.48	8.63
20	1	10	2	6.01	192.00	28	2.11	1.74	14.63

20	1	10	3	7.65	190.00	30	2.50	2.08	18.33
20	1	10	4	9.55	188.00	32	2.65	2.26	22.54
20	1	15	1	4.07	188.00	47	1.64	1.39	9.17
20	1	15	2	7.02	185.00	50	1.84	1.62	15.77
20	1	15	3	10.18	183.00	52	1.95	1.70	22.51
20	1	15	4	13.42	181.00	54	2.03	1.75	29.12
20	1	20	1	4.43	180.00	70	1.60	1.40	9.08
20	1	20	2	8.17	176.00	74	1.77	1.53	16.63
20	1	20	3	11.62	174.00	76	1.84	1.63	23.39
20	1	20	4	15.14	172.00	78	1.96	1.70	29.96
20	2	10	1	4.64	193.00	27	1.24	1.14	11.21
20	2	10	2	6.87	191.00	29	1.70	1.53	16.65
20	2	10	3	8.24	189.00	31	2.12	1.93	19.75
20	2	10	4	10.01	186.00	34	2.38	2.16	23.63
20	2	15	1	6.30	186.00	49	1.14	0.99	12.91
20	2	15	2	9.82	184.00	51	1.37	1.22	20.84
20	2	15	3	11.98	182.00	53	1.63	1.48	25.84
20	2	15	4	14.41	180.00	55	1.80	1.65	30.94
20	2	20	1	5.51	179.00	71	1.35	1.19	10.67
20	2	20	2	9.77	178.00	72	1.49	1.34	19.03
20	2	20	3	14.02	177.00	73	1.52	1.42	26.92
20	2	20	4	17.64	175.00	75	1.67	1.52	33.53
20	4	10	2	8.34	189.00	31	1.37	1.28	19.88
20	4	10	4	10.61	184.00	36	2.05	2.03	25.04
20	4	15	2	8.89	185.00	50	1.37	1.32	19.26
20	4	15	4	15.60	180.00	55	1.57	1.54	33.03
20	4	20	2	10.41	180.00	70	1.28	1.28	19.91
20	4	20	4	19.24	177.00	73	1.46	1.43	35.62
20	8	10	2	8.38	190.92	29	1.26	1.28	19.97
20	8	10	4	9.76	186.00	34	2.27	2.21	23.02
20	8	15	2	10.04	186.48	49	1.18	1.20	21.19
20	8	15	4	15.71	184.44	51	1.57	1.53	33.22
20	8	20	2	10.83	179.48	71	1.18	1.25	20.45
20	8	20	4	18.31	176.54	74	1.43	1.48	34.41
30	1	10	1	3.49	192.00	28	1.88	1.48	8.63
30	1	10	2	5.65	190.00	30	2.22	1.85	13.76
30	1	10	3	7.81	188.00	32	2.46	2.04	18.71
30	1	10	4	10.83	185.00	35	2.38	1.99	25.54
30	1	15	1	3.64	186.00	49	1.78	1.53	8.31
30	1	15	2	6.94	183.00	52	1.85	1.63	15.62
30	1	15	3	10.18	181.00	54	1.95	1.70	22.51

30	1	15	4	13.78	179.00	56	1.99	1.71	29.80
30	1	20	1	4.56	178.00	72	1.57	1.37	9.28
30	1	20	2	8.10	174.00	76	1.78	1.54	16.51
30	1	20	3	11.33	172.00	78	1.88	1.67	22.93
30	1	20	4	15.87	171.00	79	1.90	1.64	31.04
30	2	10	1	5.07	192.00	28	1.15	1.05	12.09
30	2	10	2	6.64	189.00	31	1.75	1.58	16.12
30	2	10	3	8.67	186.00	34	2.03	1.84	20.76
30	2	10	4	12.22	184.00	36	2.00	1.78	28.69
30	2	15	1	6.15	186.00	49	1.15	1.00	12.71
30	2	15	2	9.17	184.00	51	1.44	1.29	19.76
30	2	15	3	11.40	181.00	54	1.69	1.54	24.80
30	2	15	4	14.55	179.00	56	1.78	1.63	31.21
30	2	20	1	6.30	178.00	72	1.25	1.09	11.69
30	2	20	2	10.32	176.00	74	1.44	1.29	19.80
30	2	20	3	13.49	174.00	76	1.56	1.46	26.18
30	2	20	4	17.92	171.00	79	1.65	1.50	33.91
30	4	10	2	8.83	187.00	33	1.31	1.22	20.89
30	4	10	4	13.67	183.00	37	1.62	1.60	31.81
30	4	15	2	10.21	184.00	51	1.24	1.19	21.45
30	4	15	4	16.22	178.00	57	1.53	1.50	34.07
30	4	20	2	11.29	179.00	71	1.21	1.21	21.05
30	4	20	4	19.67	176.00	74	1.44	1.41	36.15
30	8	10	2	8.64	186.70	33	1.22	1.24	20.50
30	8	10	4	13.61	182.91	37	1.67	1.61	31.69
30	8	15	2	10.67	183.88	51	1.13	1.15	22.16
30	8	15	4	16.28	178.31	57	1.53	1.49	34.16
30	8	20	2	12.05	178.80	71	1.09	1.16	21.95
30	8	20	4	19.60	176.54	74	1.36	1.41	36.04
40	1	10	1	3.13	194.00	26	2.34	1.94	6.56
40	1	10	2	5.22	192.00	28	2.37	2.00	12.71
40	1	10	3	7.98	190.00	30	2.42	2.00	19.14
40	1	10	4	11.26	187.00	33	2.31	1.92	26.53
40	1	15	1	4.00	188.00	47	1.66	1.41	9.03
40	1	15	2	6.58	186.00	49	1.93	1.71	14.90
40	1	15	3	10.11	184.00	51	1.96	1.71	22.38
40	1	15	4	13.27	181.00	54	2.05	1.77	28.86
40	1	20	1	4.43	180.00	70	1.60	1.40	9.08
40	1	20	2	7.81	176.00	74	1.83	1.59	16.05
40	1	20	3	11.33	174.00	76	1.88	1.67	22.93
40	1	20	4	15.81	173.00	77	1.91	1.65	30.94

40	2	10	1	4.57	193.00	27	1.25	1.15	11.05
40	2	10	2	8.33	190.00	30	1.45	1.28	19.85
40	2	10	3	10.64	188.00	32	1.71	1.52	25.21
40	2	10	4	13.09	186.00	34	1.89	1.67	30.59
40	2	15	1	6.15	188.00	47	1.15	1.00	12.71
40	2	15	2	9.75	185.00	50	1.38	1.23	20.72
40	2	15	3	12.84	182.00	53	1.55	1.40	27.34
40	2	15	4	15.22	178.00	57	1.72	1.57	32.36
40	2	20	1	7.02	180.00	70	1.18	1.02	12.52
40	2	20	2	9.97	178.00	72	1.47	1.32	19.31
40	2	20	3	13.13	176.00	74	1.59	1.49	25.67
40	2	20	4	17.95	173.00	77	1.65	1.50	33.95
40	4	10	2	9.39	190.00	30	1.25	1.16	22.01
40	4	10	4	14.93	186.00	34	1.50	1.48	34.41
40	4	15	2	11.25	187.00	48	1.16	1.11	23.05
40	4	15	4	16.82	181.00	54	1.48	1.45	35.05
40	4	20	2	12.05	182.00	68	1.16	1.16	21.95
40	4	20	4	19.09	175.00	75	1.41	1.38	36.91
40	8	10	2	9.03	189.75	30	1.18	1.20	21.29
40	8	10	4	14.42	185.69	34	1.59	1.53	33.40
40	8	15	2	10.32	187.16	48	1.16	1.18	21.64
40	8	15	4	15.36	179.50	56	1.60	1.56	32.61
40	8	20	2	11.55	181.91	68	1.12	1.19	21.35
40	8	20	4	18.09	174.00	76	1.44	1.49	34.14

Anexo B

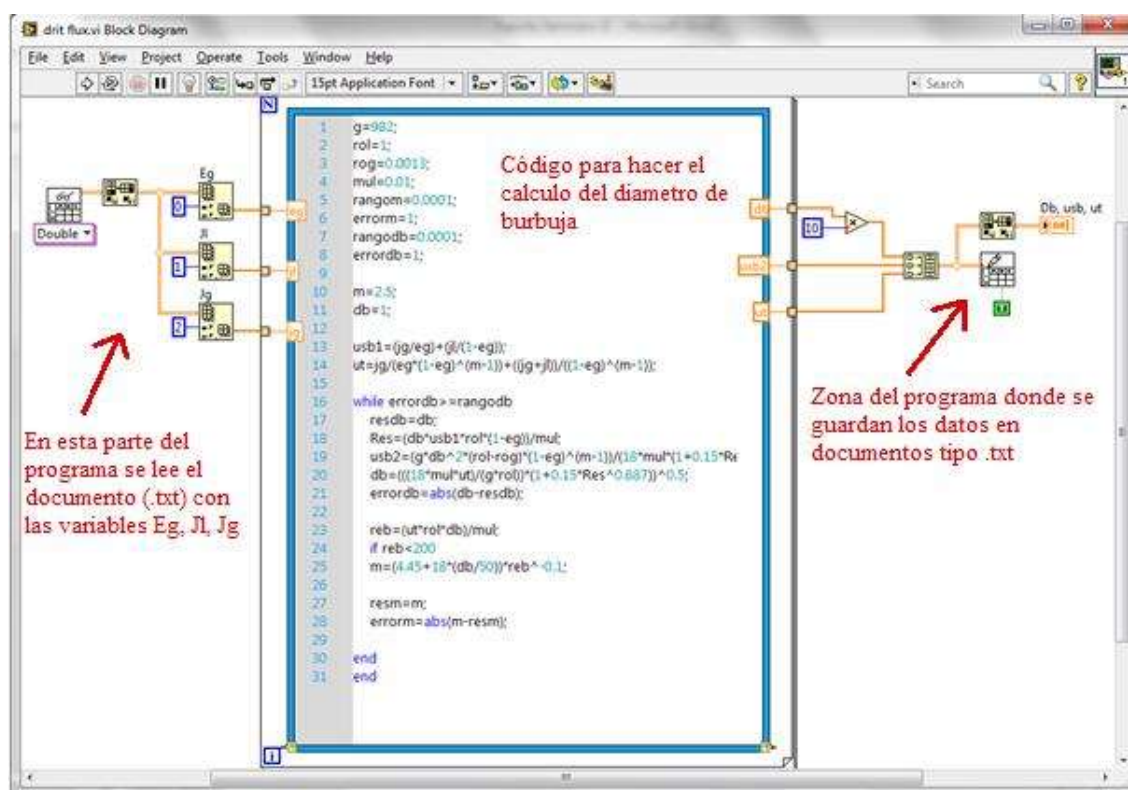


Figura B.1. Programa Drift-Flux para el calcular el diámetro de burbuja (Diagrama de Bloques).

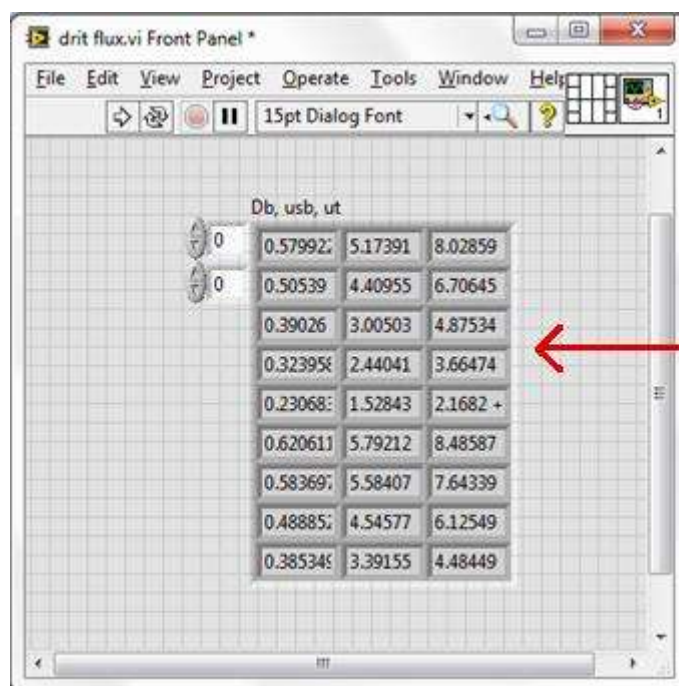


Tabla en la cual se muestran los valores del diámetro de burbuja, a partir del código Drift-flux, además de los valores de usb, ut.

Figura B.2. Programa Drift-Flux para calcular el diámetro de burbuja (Panel Frontal).