



**UNIVERSIDAD MICHOACANA
DE SAN NICOLÁS DE HIDALGO**



**PROGRAMA DEL DOCTORADO EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA MECÁNICA
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA**

**DESARROLLO DE UNA UNIDAD DE PROPULSIÓN
BASADA EN UN MECANISMO DE LÍNEA RECTA
EXACTA APLICADA EN VEHÍCULOS
MULTÍPODOS**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE DOCTOR EN
CIENCIAS EN INGENIERÍA MECÁNICA**

PRESENTA:

M.C. DIEGO ALFREDO NÚÑEZ ALTAMIRANO

ASESOR:

DR. IGNACIO JUÁREZ CAMPOS



Morelia, Michoacán; Agosto de 2016

Índice

Resumen.....	- 1 -
Capítulo 1. Introducción.....	- 3 -
1.1 Generalidades de la investigación.....	- 4 -
1.2 Estado del arte de máquinas caminantes.....	- 7 -
1.2.1 Máquinas caminantes bípedas.....	- 8 -
1.2.2 Máquinas caminantes cuadrúpedas.....	- 12 -
1.2.3 Máquinas caminantes hexápodos.....	- 14 -
1.2.4 Generación de trayectorias y metodologías de movimiento.....	- 15 -
1.2.5 Dinámica de máquinas caminantes.....	- 17 -
1.2.6 Aplicaciones del mecanismo Peaucellier-Lipkin (P-L).....	- 19 -
1.3 Definición del problema.....	- 21 -
1.4 Objetivos.....	- 22 -
1.4.1 Objetivo General.....	- 22 -
1.4.2 Objetivos específicos.....	- 22 -
1.5 Establecimiento de la hipótesis.....	- 22 -
1.6 Justificación.....	- 23 -
1.7 Metodología para el diseño mecánico.....	- 24 -
1.8 Organización de la tesis.....	- 26 -
1.9 Conclusiones.....	- 27 -
Capítulo 2. Mecanismos de línea recta: Análisis y selección.....	- 28 -
2.1 Introducción.....	- 29 -
2.2 Principio básico de desplazamiento de una máquina caminante.....	- 29 -
2.3 Mecanismos de línea recta.....	- 30 -
2.3.1 Mecanismo de línea recta de Watt.....	- 30 -
2.3.2 Mecanismo de línea recta de Roberts.....	- 32 -
2.3.3 Mecanismo de línea recta de Chebyshev.....	- 34 -
2.3.4 Mecanismo de línea recta de Hoeken.....	- 35 -
2.3.5 Mecanismo de línea recta de Scott Russel o Isósceles.....	- 37 -
2.3.6 Mecanismo de línea recta exacta de Hart.....	- 39 -
2.3.7 Mecanismo de línea recta exacta de Peaucellier-Lipkin.....	- 41 -
2.4 Selección del mecanismo de línea recta.....	- 43 -
2.5 Conclusiones.....	- 45 -



Capítulo 3. Descripción y transformación cinemática del mecanismo Peaucellier-Lipkin.....	46 -
3.1 Introducción	47 -
3.2 Mecanismo Peaucellier-Lipkin	47 -
3.3 Descripción del mecanismo Peaucellier-Lipkin.....	49 -
3.3.1 Lazo ABCDA.....	50 -
3.3.2 Lazo ABCEA	52 -
3.3.3 Lazo CDFEC.....	53 -
3.4 Análisis y modificación del mecanismo Peaucellier-Lipkin.....	56 -
3.5 Selección de las dimensiones del mecanismo de Propulsión.....	60 -
3.5.1 Manteniendo constante LAB y LBC y variando la demás longitudes.....	60 -
3.5.2 Variando todas las longitudes del mecanismo	64 -
3.5.3 Estudio de las configuraciones seleccionadas	68 -
3.6 Transformación del mecanismo Peaucellier-Lipkin.....	74 -
3.7 Conclusiones	80 -
Capítulo 4. Cinemática del mecanismo de propulsión reconfigurable.....	81 -
4.1 Introducción	82 -
4.2 Descripción del mecanismo de propulsión.....	82 -
4.3 Cinemática directa.....	86 -
4.4 Cinemática inversa.....	90 -
4.4.1 Definición de los lugares geométricos que describirá el mecanismo.....	91 -
4.4.2 Ubicación del centro de rotación CR	92 -
4.4.3 Configuración para arcos cóncavos.....	96 -
4.4.4 Configuración para arcos convexos	99 -
4.4.5 Configuración para rectas exactas.....	101 -
4.5 Generación de trayectorias	101 -
4.6 Conclusiones	103 -
Capítulo 5. Cinemática de una máquina caminante hexápoda.....	104 -
5.1 Introducción	105 -
5.2 Desarrollos de chasis áureos para máquinas caminantes	105 -
5.3 Cinemática de una máquina caminante hexápoda.....	112 -
5.3.1 Orientación de las unidades de propulsión de una maquina caminante hexápoda.....	113 -
5.3.2 Obtención de los arcos de desplazamientos para las unidades de propulsión de una máquina caminante hexápoda	117 -
5.4 Conclusiones	126 -



Capítulo 6. Cinética del mecanismo de propulsión reconfigurable.....	- 127 -
6.1 Introducción	- 128 -
6.2 Descripción y consideraciones en la unidad de propulsión reconfigurable	- 128 -
6.3 Desarrollo del modelo dinámico	- 130 -
6.4 Análisis cinético del mecanismo de propulsión reconfigurable	- 132 -
6.5 Conclusiones	- 140 -
Capítulo 7. Diseño mecánico de la unidad de propulsión reconfigurable.....	- 141 -
7.1 Introducción	- 142 -
7.2 Selección de la estructura a emplear en el mecanismo de propulsión.....	- 142 -
7.2.1 Características del software de diseño.....	- 142 -
7.2.2 Estudio de la estructura 1	- 143 -
7.2.3 Estudio de la estructura 2	- 146 -
7.2.4 Estudio de la estructura 3	- 149 -
7.3 Selección de los actuadores a emplear en el mecanismo de propulsión.....	- 152 -
7.3.1 Propuesta 1 de actuadores empleando motores a pasos y servomotores.....	- 153 -
7.3.2 Propuesta 2 de actuadores empleando solamente servomotores	- 157 -
7.4 Análisis del mecanismo de propulsión.....	- 160 -
7.5 Selección de los rodamientos del mecanismo de propulsión	- 163 -
7.6 Adaptación a máquinas caminantes	- 164 -
7.7 Conclusiones	- 166 -
Conclusiones generales	- 167 -
Anexo A. Datos técnicos.....	- 169 -
Anexo B. Publicaciones	- 173 -
Bibliografía	- 196 -



Resumen

Este trabajo se ubica dentro del área de la robótica móvil y del diseño mecánico. Desde el inicio de este proyecto doctoral se ha conceptualizado el empleo de mecanismos generadores de trayectorias rectas con la finalidad de adaptarlos como unidades de propulsión de robots y máquinas caminantes, fortaleciendo la capacidad de desplazarse sobre terrenos estructurados y no estructurados, lo cual permitirá emplearlos en aplicaciones específicas como: el traslado de adultos mayores o de personas con discapacidad, tareas agrícolas, transporte de cargas diversas, supervisión y vigilancia, recreación e incluso juguetes.

Se comienza con una investigación documental de diversas unidades de propulsión para buscar los mecanismos que emplean, encontrando que las unidades de propulsión no se basan comúnmente en mecanismos generadores de línea recta; por esta razón, se estudian diversos mecanismos de línea recta para seleccionar el que mejor se adapte como unidad de propulsión de máquinas caminantes. Seleccionando el mecanismo de Peaucellier-Lipkin, el cual no se ha empleado como base de una unidad de propulsión que tenga la capacidad de adaptarse a terrenos de diversa naturaleza. Una vez seleccionado el mecanismo a emplear, se realiza un análisis detallado del mismo, que permiten realizar las modificaciones necesarias para mejorar su movilidad y de esta forma pueda ser empleado como un mecanismo de propulsión de máquinas caminantes. Como resultado se modifica el mecanismo elegido al dotarlo con cuatro grados de libertad adicionales, que le dan la capacidad de describir trayectorias rectas y curvas y así adaptarse a terrenos de diversa naturaleza. Con esto se logra desarrollar una unidad de propulsión nueva con buenas capacidades de movilidad, lo cual es un aporte al área de la robótica, ampliando la frontera del conocimiento.

Continuando con el estudio, se desarrolla la cinemática directa e inversa del mecanismo, las cuales permiten describir su movimiento y realizar la selección de las dimensiones idóneas de la unidad de propulsión. En el estudio cinemático se encuentran relaciones en la posición, velocidad y aceleración, debido a la simetría, que permiten reducir el número de ecuaciones. La cinemática se emplea para el estudio cinético, el cual se desarrolló empleando las ecuaciones de movimiento de Lagrange durante la etapa de transferencia de la unidad de propulsión, lo cual permite a conocer el torque requerido en los eslabones para mover el mecanismo de propulsión.

También se desarrolla un estudio del movimiento de la unidad de propulsión adaptado en máquinas caminantes, donde se encuentran los chasis idóneos para el correcto funcionamiento del mecanismo de propulsión, los cuales se llaman áureos; así mismo, se realiza una descripción del funcionamiento de una máquina caminante hexápoda.

Se generó el diseño mecánico del mecanismo de propulsión en el cual se hace la selección de componentes para el primer prototipo del mismo, realizando un análisis matemático mediante el uso de software de diseño permite determinar la forma de la estructura y el material del cual se realizarán cada uno de los componentes del prototipo.



Los resultados obtenidos en este trabajo consisten en:

1. El sistema de propulsión innovador basado en mecanismo de Peaucellier-Lipkin, el cual puede ser usado para construir robots de cuatro, seis o más unidades de propulsión.
2. El análisis cinemático y cinético del mecanismo de propulsión.
3. Diseño conceptual de vehículo caminante hexápodo innovador, con una amplia gama de aplicaciones.
4. Metodologías de movimiento al aplicar el mecanismo de propulsión en diversas configuraciones de máquinas caminantes.
5. Proporcionar una plataforma de investigación para la FIM-UMSNH.



ABSTRACT

beginning of this doctoral project has been conceptualized the use of generating mechanisms of straight trajectories in order to adapt them as robots propulsion units and machines walkers, strengthening the ability to move on land structured and unstructured, which will use them in specific applications such as the transfer of elderly or disabled persons, agricultural tasks, transportation of various loads, supervision and monitoring, recreation and even toys. It begins with a documentary investigation of various propulsion units seek ways to employ, finding that the propulsion units are not based generating mechanisms commonly in a straight line; therefore, they studied various straight line mechanisms to select the best suited as a propulsion unit walkers machines. Selecting mechanism Peaucellier-Lipkin, which is not it has been used as the basis of a propulsion unit that has the ability to adapt to land of diverse nature. Once you select the mechanism to use, it takes a detailed analysis, which allow the necessary modifications to improve their mobility and thus can be used as a propulsion mechanism walkers machines. As a result the mechanism chosen to provide it with amending four additional degrees of freedom, which give the ability to describe straight paths and curves and thus adapt to land of various kinds. With this is achieved by developing a new propulsion unit with good mobility capabilities, which is a contribution to area of robotics, expanding the frontiers of knowledge. Continuing the study, direct and inverse kinematics mechanism develops, which allow to describe their movement and make the selection of suitable dimensions of the propulsion unit. In the kinematic relationships study they are in position, speed and acceleration, due to symmetry, which reduce the number of equations. The kinematics is used for the kinetic study, which was developed using the Lagrange equations of motion during the transfer stage unit propulsion, which allows to know the torque required in the links to move the propulsion mechanism. a study of the movement of the propulsion unit adapted also develops walkers machines, where the ideal chassis for correct operation of propulsion machinery, which are called golden; likewise, makes a description of the operation of a walking machine hexapoda. the mechanical propulsion mechanism design was generated in which the selection is made components for the first prototype of it, performing a mathematical analysis using design software to determine the shape of the structure and material from which made each of the components of the prototype

Capítulo 1. Introducción



1.1 Generalidades de la investigación

Una de las necesidades básicas del hombre es el desplazamiento, lo cual puede lograrse usando sus extremidades u otros medios como lo han sido animales y vehículos, esta necesidad ha llevado al desarrollo de un gran número mecanismos y máquinas que han facilitado el desplazamiento de personas y la manipulación de diversas cargas.

Parte de la historia de los mecanismos la describe ampliamente Barrientos [1] de la cual se destacan las siguientes invenciones:

- Dentro de los primeros mecanismos que se tienen registros se encuentran los desarrollados por Arquímedes (287-212 a. C. aproximadamente) que consistían principalmente en brazos mecánicos y catapultas empleados en la guerra, que eran accionados por palancas y poleas. Posteriormente, los mecanismos de Herón de Alejandría (85d.C.) se movían a través de dispositivos hidráulicos, poleas y palancas, dentro de los que se encontraban juguetes, molinos y dispositivos para abrir y cerrar puertas.
- La cultura árabe (siglos VIII a XV) heredó y difundió los conocimientos griegos, los cuales no sólo se enfocaban a la diversión sino que les daban una aplicación práctica. En este mismo periodo se tiene referencia no muy bien documentada de algunos autómatas, como el caso del hombre de hierro de Alberto Magno (1204-1282) o la cabeza parlante de Roger Bacon (1214-1294).
- Durante los siglos XV al XVI los mecanismos más relevantes son: el león mecánico construido por Leonardo Da Vinci (1452-1519) con el propósito de mostrar el escudo de armas del rey Luis XII de Francia. En España el conocido hombre de palo construido por Juanelo Turriano; este autómata con forma de monje tenía la capacidad de desplazarse, mover la cabeza, ojos y brazos.
- Durante los siglos XVII al XVIII fueron desarrollados mecanismos en su mayoría por relojeros, con características similares a los robots actuales que tenían la intención de divertir y entretener. Jacques Vaucanson (1709-1782), autor del primer taller mecánico, construyó varios muñecos animados destacando un flautista capaz de tocar varias melodías y un pato capaz de graznar, beber, comer, digerir y evacuar alimentos. El relojero suizo Pierre Jaquet Droz (1721-1790) e hijos construyeron varios muñecos capaces de escribir, dibujar y tocar diversas melodías en un órgano.
- A finales del siglo XVIII y principios de XIX se desarrollaron algunas notables invenciones mecánicas empleadas principalmente en la industria textil, destacando la hiladora giratoria de Hargreaves (1770), la hiladora mecánica de Crompton (1779), el telar mecánico de Cartwright (1875) y el taller de Jacquard (1801), el cual empleaba una cinta perforada como un programa para las acciones de la máquina. Es a partir de ese momento cuando se empieza a utilizar dispositivos automáticos en la producción, dando paso a la automatización industrial.



Para finales del siglo XIX incrementó de manera considerable el desarrollo de sistemas caminantes trayendo consigo las primeras patentes. En 1893 Lewis A. Rygg con la patente número 491927 [2], conocido como caballo mecánico, como se aprecia en la Figura 1.1a, un diseño similar ya había sido elaborado por Wang Jian [3] de un búfalo robótico en el siglo IX, como se aprecian en la Figura 1.1b.

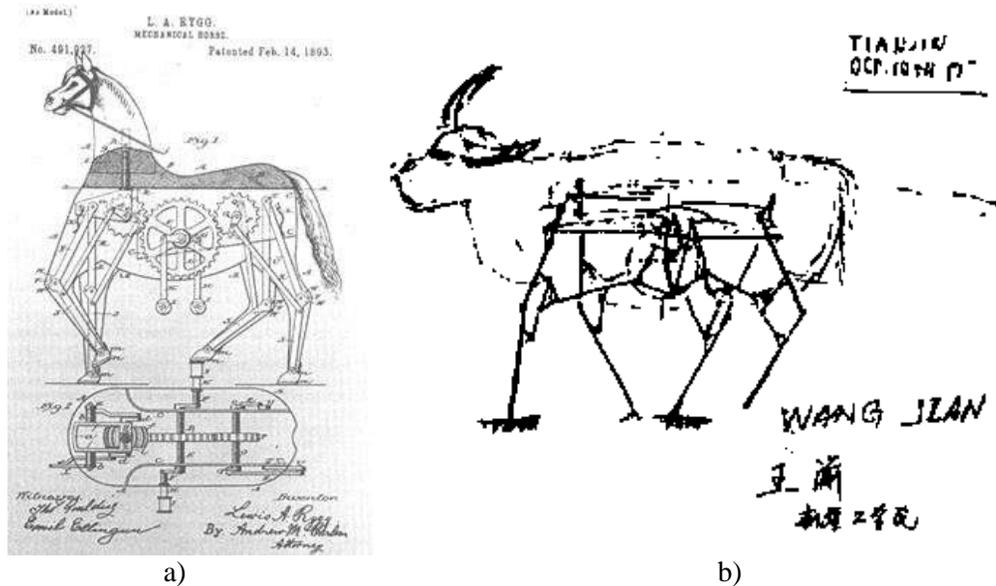


Figura 1.1. a) Caballo mecánico[2] y b) Búfalo robótico, Wang Jian en el siglo IX [3].

En la actualidad, los robots manipuladores se usan de manera extensa en la industria bajo condiciones controladas, siendo indispensables en una gran parte de los procesos de manufactura. Sin embargo, muchas otras aplicaciones requieren *robots móviles* que se puedan desenvolver en ambientes dinámicos. Las tareas donde un robot móvil es útil son innumerables; algunas de éstas son simples y únicamente requieren una respuesta reactiva a los estímulos del entorno para completarlas; por ejemplo, en robots aspiradoras disponibles en el mercado. Otras tareas son más complejas como: la toma de decisiones donde la integridad humana corre riesgos [4], el cuidado para personas con capacidades diferentes [5], guías de museos [6], entre otras. En estas aplicaciones, el robot móvil debe tener la capacidad de localización y de planificar sus rutas de manera autónoma.

También se encuentran en desarrollo proyectos de diseño y control de ambientes inteligentes, espacios domésticos o casas de reposo, equipados con cámaras y sensores diversos que dan seguimiento a los signos vitales de uno o varios pacientes. Estos proyectos se ubican en el área de computación ubicua y sistemas empotrados. En su mayoría se encuentran en estado de prototipos, destinados a actividades específicas de seguimiento, monitoreo de caídas y de inmovilidad [7], o bien registro en video de las acciones del paciente [8]. Existen algunos prototipos de robots de compañía. El robot japonés Wakamaru es un robot de servicio orientado a la asistencia familiar. Entre las tareas que este robot es capaz de realizar están la detección de personas a través de sensores térmicos, de cámaras de video y de micrófonos, además del seguimiento y búsqueda de un miembro específico de la familia a la que el robot



asiste [8, 9]. Juguetes robóticos como Paro, una foca de peluche sensible al tacto que exhibe comportamientos inspirados en conductas animales, han sido ampliamente aceptados entre adultos mayores en Japón [11]. También se han utilizado robots móviles, algunos antropomorfos, como incentivos para niños autistas y con problemas de aprendizaje [11, 12].

Una rama importante de la robótica consiste en el desarrollo de equipos que ayuden a personas con capacidades diferentes [14]. Estos equipos están orientados a mejorar la calidad de vida ofreciendo un amplio rango de aplicaciones como la ayuda a la manipulación o a la movilidad para personas con problemas de discapacidad motriz. Los sistemas que emplean ruedas para desplazarse son los más comúnmente empleados, tal es el caso de la silla robótica que es un asiento convencional equipado con sensores, sistemas de procesamiento de información y actuadores. Los sensores obtienen información del entorno y del estado de la silla; los sistemas de procesamiento de información, que por lo general es una computadora, analiza el entorno para tomar las mejores decisiones; finalmente, los actuadores ejecutan las decisiones.

El aumento en la esperanza de vida así como el decremento en los índices de natalidad de la población de países desarrollados y en vías de desarrollo, plantea numerosos retos sociales, económicos y científicos. Entre los primeros se puede mencionar el enorme impacto que el envejecimiento de la población tiene en nuestras formas de convivencia y de organización. Por esta razón se requiere de constante investigación orientada a un sector creciente y vulnerable compuesto por los adultos mayores, así como por personas con discapacidad. Esta investigación implica el desarrollo de tecnología que pueda adaptarse a diferentes tareas algunas de las cuales pueden atender a este sector y ofrecerle una calidad de vida aceptable.

Con base en el censo del INEGI, en el año 2010, en México las personas que tenían algún tipo de discapacidad eran 5 millones 739 mil 270, lo que representaba 5.1 % de la población total. De este universo, el 58.3% sufre discapacidad motriz. La Figura 1.2 muestra el tipo de discapacidad que tiene la población con capacidades diferentes encontrando que más del 50% presentan una discapacidad para caminar o moverse.

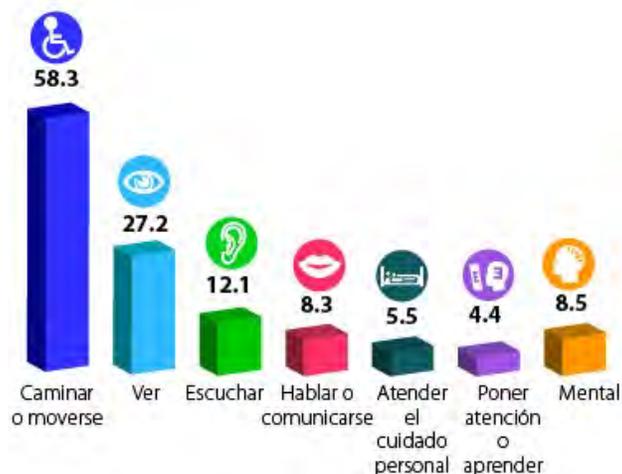


Figura 1.2. Distribución de población con capacidades diferentes atendiendo tipo de discapacidad.[15]



Las aplicaciones que tienen las máquinas caminantes son muchas, además del apoyo de personas con capacidades diferentes, como pueden ser la siembra y cosecha, la vigilancia, la exploración, el entretenimiento, el desarrollo de tareas peligrosas y repetitivas, por mencionar algunos. En el siguiente apartado se realiza un análisis del estado del arte de las diferentes unidades de propulsión que emplean las máquinas caminantes y los mecanismos que emplean, ya que este proyecto tiene la intención de desarrollar una unidad de propulsión basada en un mecanismo de línea recta con amplias capacidades de movilidad.

Los mecanismos de línea recta son aquellos que describen una trayectoria recta, sin embargo en la literatura [16], [17] son comúnmente clasificados como: mecanismos de línea recta aproximada, que son aquellos que no describen trayectorias aproximadas a rectas, y en mecanismos de línea recta exacta, que describen trayectorias rectas. Esta clasificación se empleará en el presente estudio.

1.2 Estado del arte de máquinas caminantes

El mayor desarrollo de los robots caminantes son los robots bípedos (dos patas) ya que para algunos autores la meta final de la ciencia de la Robótica es el robot humanoide, el cual pretende imitar el comportamiento y capacidades del ser humano; como la inteligencia y la interacción social [18]. Gran parte de la investigación concerniente al área robótica humanoide se centra en la interacción y comunicación del robot con el ser humano. Esto se ve reflejado en ejemplos como el robot humanoide bípedo ASIMO de Honda Motors Co., y el robot guardia GUARDROBO de Sohgo Security Services, Co. Estos robots han aparecido ya en muchos eventos e incluso trabajan en algunos museos. Muchos robots con capacidades similares, ya son comerciales. Actualmente la inteligencia de los robots humanoides se centra en plataformas tecnológicas concernientes con el movimiento del robot [19]. En este caso, es imperativo sintonizar una gran cantidad de motores que accionan la estructura mecánica de un robot humanoide debido a que el balance depende de ello. Un ejemplo es el humanoide HRP2 desarrollado por KAWADA, el cual cuenta con 30 Grados de Libertad (GDL) [20]–[22]. En realidad lleva mucho tiempo sintonizar los valores de ganancia del controlador, más aún en un robot humanoide en donde la dinámica es bastante compleja. Los humanoides están diseñados para trabajar en ambientes de convivencia con humanos, ya que se mueven de manera muy similar, por consecuencia, ha habido un extenso estudio respecto de las máquinas bípedas. El caminar humano usa dos piernas mediante las cuales, la eficiencia energética es muy buena. En el curso de la evolución, la humanidad y las otras criaturas vivientes han obtenido la estructura corporal necesaria para caminar en donde la humana ha demostrado una altísima eficiencia. El estudio de estos mecanismos comenzó a principios de los años 80s.

En el 2005 en la EXPO AICHI, en Japón Toyota Motors Corporation, presentó a I-foot [23], el cual se aprecia en la Figura 1.3, un prototipo montable caminante bípedo, que cuenta con un diseño de patas de ave el cual permite un desplazamiento en tres dimensiones, puede



sortear obstáculos, es manejado mediante un joystick y puede cargar hasta 60 kg, con un peso sin pasajero de 200 kg.

Los robots antes mencionados emplean solamente articulaciones rotacionales que conectan a un conjunto de eslabones que forman una cadena cinemática abierta. A continuación se analizarán máquinas caminantes de dos, cuatro y seis unidades de propulsión con la intención de describir su funcionamiento y observar qué tipo de mecanismos emplean.



Figura 1.3. I-foot robot caminante bípedo de Toyota Motors Coorporation.[23]

1.2.1 Máquinas caminantes bípedas

Dentro de las aplicaciones de los robots bípedos, se encuentra el transporte de personas, tal es el caso de la silla caminante desarrollada por Yunfeng Wu y colaboradores [24]. Ellos proponen un sistema de energía de asistencia combinado, que emplea un actuador eléctrico y fuerza humana activando una palanca, como se puede apreciar en la Figura 1.4, en la cual el operador solamente aporta aproximadamente el 23% del total de la energía de salida. Esta silla emplea un mecanismo de trayectoria recta aproximada (mecanismo de Hoeken) para mover el pie de forma horizontal y emplea dos grados de libertad más para adaptarse al terreno de forma vertical, esta silla solamente puede lograr desplazamientos en línea recta.

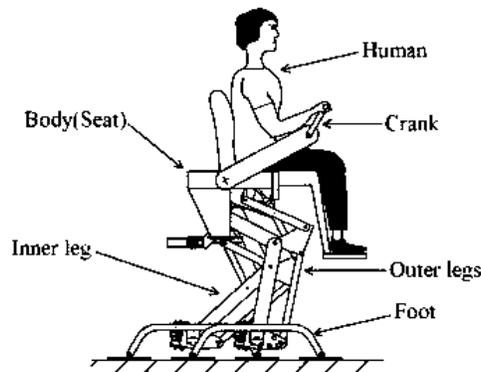


Figura 1.4. Silla caminante.[24]



Pasibot [25] es un dispositivo mecánico de un grado de libertad, accionado por un solo motor, el diseño de este robot se basa principalmente en tres mecanismos como se muestra en la Figura 1.5a se aprecia el mecanismo de Chebyshev (verde) con un mecanismo tipo pantógrafo (azul), en la Figura 1.5b se aprecia al mecanismo tipo pantógrafo acoplado con un sistema de estabilización (rojo) para lograr que la planta de los pies se encuentre en todo momento paralelos al suelo y así mantener la estabilidad del robot. Esta unidad de propulsión no le permite adaptarse a terrenos no estructurados ya que solamente está diseñado para caminar hacia adelante y solamente puede describir un tipo de trayectoria.

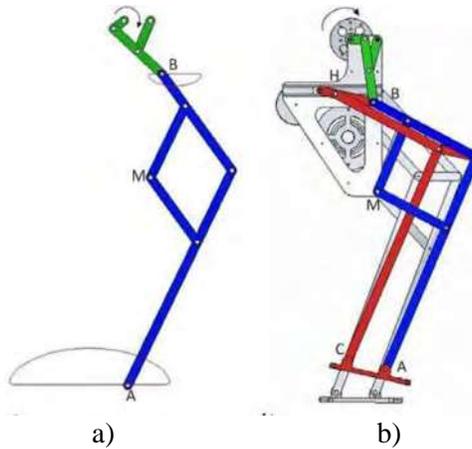


Figura 1.5. a)Mecanismos de Chebyshev y pantógrafo, b)mecanismo estabilizador.[25]

Al-Araidah y colaboradores [26] desarrollaron un mecanismo de cuatro barras, el cual simula el caminar del ser humano y emplea solamente un grado de libertad. En la Figura 1.6 se aprecia la simulación del mecanismo propuesto, con un acercamiento a la trayectoria generada por el pie de este mecanismo la cual es similar al caminar del humano. Estos mecanismos de un grado de libertad no tiene la capacidad de adaptarse a terrenos cambiantes, solamente simulan el andar humano.

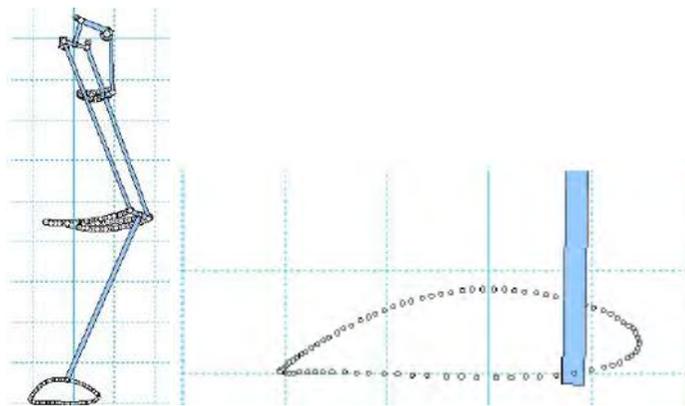


Figura 1.6 Mecanismo de O. Al-Araidah, generando una trayectoria similar al caminar humano.[26]

Los robots que pueden desplazarse por cualquier trayectoria en el espacio cuentan con al menos tres grados de libertad, tal es el caso de la serie de robots bípedos desarrollados por



Jun-Ho Oh y colaboradores [27]–[29], basados en la plataforma HRP; HUBO como se aprecia en la Figura 1.7a, es un robot caminante que imita el caminar del humano, puede estrechar la mano y comunicarse mediante lenguaje de señas ya que cuenta con 41 grados de libertad de los cuales tiene 6 grados de libertad en cada pierna, similar a Albert HUBO que se aprecia en la Figura 1.7b, el cual simula la cara del científico Albert Einstein, tiene la capacidad de escuchar, ver y hablar realizando expresiones faciales por lo que tiene un total de 66 grados de libertad y dos sistemas independientes de control uno para la cabeza y otro para el cuerpo; por último, el robot de transporte HUBO FX1 que se aprecia en la Figura 1.7c, el cual puede transportar personas, desarrollado a una escala 1.5 mayor que los robots antes mencionados, alcanza una velocidad máxima de 1.25 km/h, con una capacidad de carga de 100 kg y un peso del vehículo de 150 kg, cuenta con 12 grados de libertad, dos en el tobillo, uno en la rodilla y tres por pierna. Estas extremidades forman una cadena cinemática abierta.

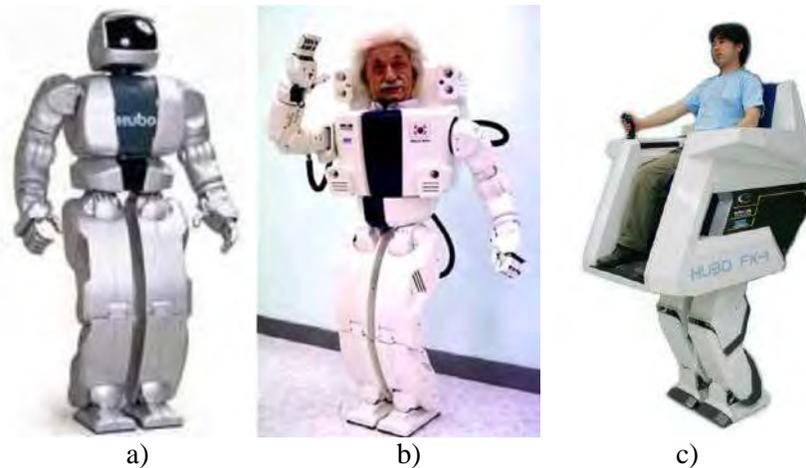


Figura 1.7. Robot bípedos a) HUBO b) Albert HUBO y c) HUBO FX-1.[27]–[29]

Kenji Hashimoto y colaboradores [30] realizan el prototipo llamado WL- 16RIV como se aprecia en la Figura 1.8. Consiste en una silla bípeda que emplea mecanismos paralelos, diseñada para el cuidado de personas. Utilizan un modelo para equilibrar a la silla con pasajeros basado en el punto en el cual el momento es igual a cero, con la finalidad de que el pasajero pueda relajarse y moverse en la silla, esto se logra al emplear un sensor de torque. Cada pierna tiene seis grados de libertad y emplea un total de seis actuadores lineales eléctricos en paralelo. El modelo pesa 74 kg y además cuenta con un algoritmo para estabilizar el robot y generar trayectorias.

El pequeño robot humanoide TWNHR-VI, mostrado en la Figura 1.9a, fue desarrollado por Haiang-Ming Chan y colaboradores [31]. Cuenta con 23 grados de libertad, dentro de los cuales 2 se encuentran en la cabeza, 1 en el tronco, 4 en cada brazo y 6 por cada pierna. Tiene una altura de 55 cm y un peso de 3.7 kg incluyendo las baterías.





Figura 1.8. Prototipo WL- 16RIV. [30]

La estructura del robot es de aleación de aluminio 5052 y 6061 ya que ofrecen un peso ligero y alta resistencia. La distribución de los grados de libertad que tiene en la pierna son tres grados de libertad en la cadera, uno en la rodilla y dos más en los tobillos como se puede apreciar en la Figura 1.9b, este robot demostró que puede realizar movimientos hacia adelante, laterales y giros de manera satisfactoria.

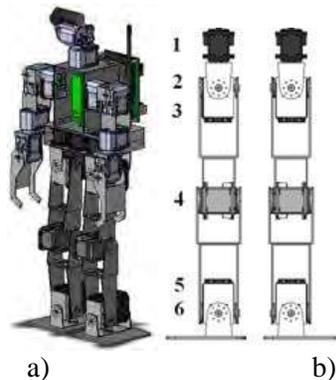


Figura 1.9. a) Diseño 3D del Robot TWNHR-VI, b) Grados de libertad por pierna.[31]

El robot hidráulico desarrollado por Haiyan Wang y colaboradores [32] presenta un patrón simple de caminar denominado método dinámico de equilibrio, sin emplear juntas cilíndricas en los tobillos. Cuenta con cuatro grados de libertad por pierna, dos en la cadera, uno en la rodilla y otro en el tobillo, lo cual representa un ahorro de energía comparado con algunos robots bípedos que cuentan con más grados de libertad, por lo que tratan de ahorrar energía con el uso de menor cantidad de actuadores.

Asimo [33] y [34] es uno de los robots bípedos más conocidos y completos, desarrollado por Honda Motor Co., este robot se aprecia en la Figura 1.10. Cuenta con 16 grados de libertad en las piernas y tiene la capacidad de brincar, correr e interactuar con las personas y actualmente es empleado en el cuidado de personas, así como en actividades de atención al cliente.



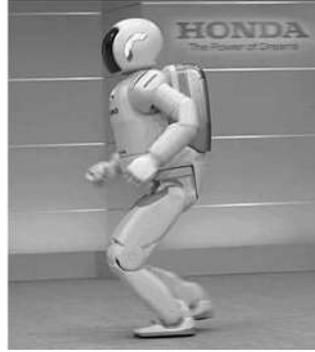


Figura 1.10. Robot Asimo corriendo.[33]

1.2.2 Máquinas caminantes cuadrúpedas

El mecanismo cuadrúpedo creado por Kasuo Morita y Hideroni Ishihara [35], simula las patas de un animal con el mismo número de eslabones y juntas, en el cual la zancada de las patas delanteras y traseras es la misma, con la intención de minimizar las entradas logrando emplear un solo motor y una cadena para la transmisión de potencia. Investigan tres diferentes tipos de desplazamiento: trotar, saltar y galopar; estos desplazamientos se generan solamente con un grado de libertad, el cual mueve todas las piernas. Para cambiar de forma de desplazamiento se deben ajustarse los engranes de forma manual y no tiene la capacidad de adaptarse a terrenos de diversa naturaleza.

Dongqing He y Peisun Ma [36] estudian los efectos sobre un robot cuadrúpedo al caminar a alta velocidad, para lo cual deben lograr que el centro de gravedad se encuentre en la línea diagonal de soporte formada por una línea recta trazada entre las patas apoyadas, ya que de lo contrario puede perder el equilibrio y caerse, siempre considerando el ángulo de rotación debido al movimiento como se aprecia en la Figura 1.11. Dentro del estudio de movimiento encuentran que sí se absorben las vibraciones y se realiza un control adecuado, el robot puede caminar más rápido y con mayor estabilidad. Pero solamente fue analizado a velocidades constantes. Este mecanismo cuadrúpedo es sumamente rígido y no está diseñado para terrenos irregulares.

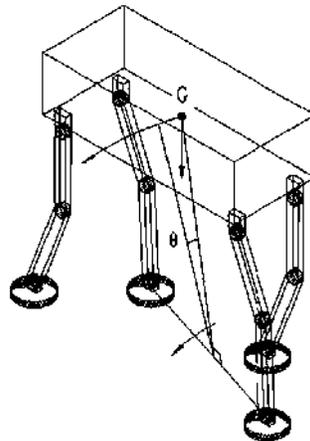


Figura 1.11. Rotación de la maquina rotacional bípoda alrededor de la línea de soporte.[36]



Zhengyan Qi y colaboradores [37] analizan robots caminantes de dos y cuatro patas empleados para asistencia médica, los cuales en su mayoría son robots que presentan mecanismos robustos que los hacen lentos y con poca capacidad de carga, por lo cual proponen un dispositivo reconfigurable y ligero. Toman en cuenta que los robots cuadrúpedos son más estables y seguros en los movimientos sobre superficies con poca inclinación, pero al subir son inestables en pendiente pronunciadas como los escalones, mientras que en los robots bípedos son más estables en las pendientes y escalones debido a que presentan una menor inclinación sobre la superficie. Es por ello que presenta una propuesta como se muestra en la Figura 1.12a, de un robot cuadrúpedo con mecanismos de piernas paralelas que se puede convertir en bípedo, Figura 1.12b, para subir o bajar escalones. El mecanismo de cada pata en la configuración cuadrúpeda cuenta con tres barras paralelas que se encuentran unidas a una superficie superior fija y una superficie inferior móvil mediante juntas de unión como se muestra en la Figura 1.12c, y mientras que en la configuración bípeda cada pata cuenta con seis barras paralelas ya que se unen las patas, como se muestra en la Figura 1.12d, esto permite que el robot sea más estable en pendientes al convertirse en bípedo mientras que en superficies con poca pendiente se emplea la configuración cuadrúpeda.

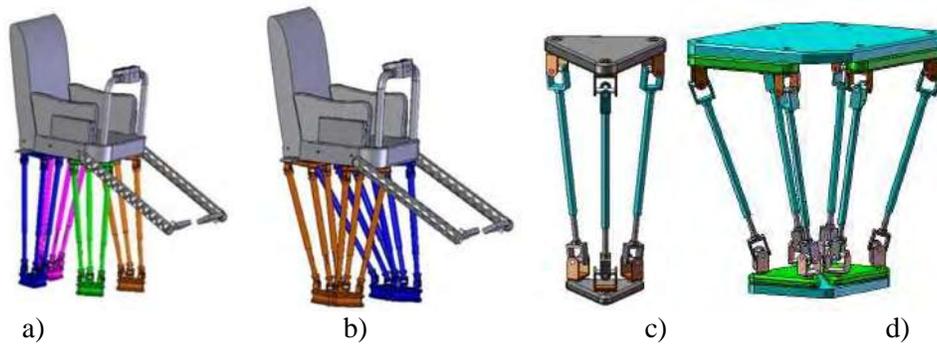


Figura 1.12. a) Robot caminante cuadrúpedo con mecanismos de piernas paralelas convertible a b) robot caminante bípedo; c) pata del robot cuadrúpedo y d) pata del robot bípedo.[37]

Dentro de las máquinas caminantes cuadrúpedas se encuentra una de las más destacadas llamada BigDog [38] y [39] desarrollado por Boston Dynamics, Figura 1.13. Este robot puede desplazarse sobre cualquier tipo de terreno, tiene la capacidad de mantener el equilibrio, correr, brincar y escalar, esto le permite ser empleado como vehículo de carga en la milicia. Cuenta con cuatro grados de libertad por unidad de propulsión, empleando actuadores hidráulicos, los cuales son abastecidos de energía mediante un motor de combustión.



Figura 1.13. Robot cuadrúpedo hidráulico. [38]



El robot cuadrúpedo presentado por Keith W. Wait [40], cuenta con tres grados de libertad por unidad de propulsión, este robot emplea actuadores hidráulicos con los que se logra una gran estabilidad ya que desarrollan un método de control el cual reduce las oscilaciones de manera importante en cada unidad de propulsión, presentando trayectorias de movimiento para las juntas; proponen el robot para ser empleado en exploración debido a su estabilidad y capacidad de carga, el diseño de este robot puede observarse en la figura 1.14.



Figura 1.14. Robot cuadrúpedo hidráulico.[40]

1.2.3 Máquinas caminantes hexápodos

S. Pa y C. M. Wu [41] diseñaron un robot hexápodo caminante (véase Figura 1.15) capaz de realizar múltiples tareas de sensar y comunicación de datos. Este robot emplea 12 servomotores GWS S03T con un torque superior a 7.2 kg/cm por motor, que funciona con voltajes de 4.8V hasta 6V. Se encuentra equipado con sensores infrarrojos y ultrasónicos que permiten sensar obstáculos, sensor de temperatura, acelerómetros biaxiales para detectar pendientes, y orientación del robot mediante una brújula electrónica, por lo que es empleado para exploración, ya que permite generar mapas topográficos simples y adaptarse a terrenos no estructurados de una manera muy simple, con la finalidad de ser empleado en ambientes peligrosos para el hombre.

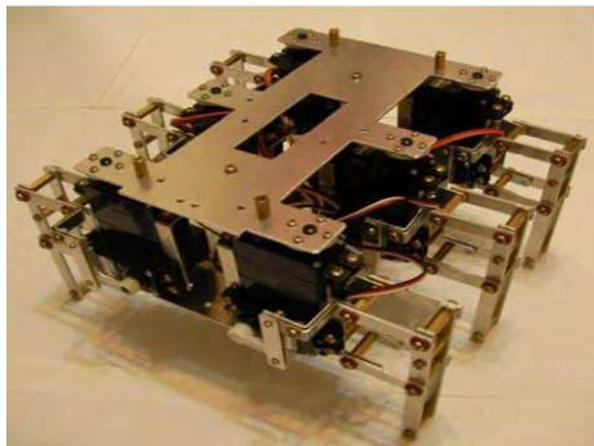


Figura 1.15. Imagen de los motores y mecanismo del robot hexápodo.[41]



El robot hexápodo presentado por Yang Pan and Feng Gao [42] emplea tres grados de libertad por pierna utilizando mecanismos de propulsión paralelos, con actuadores lineales eléctricos. Es empleado para accidentes en plantas nucleares ya que tiene una buena capacidad de carga y facilidad de movilidad debido al acomodo de sus mecanismos de propulsión. En la Figura 1.16, se observa la descripción de una pierna del robot hexápodo, la cual cuenta con tres actuadores lineales paralelos.

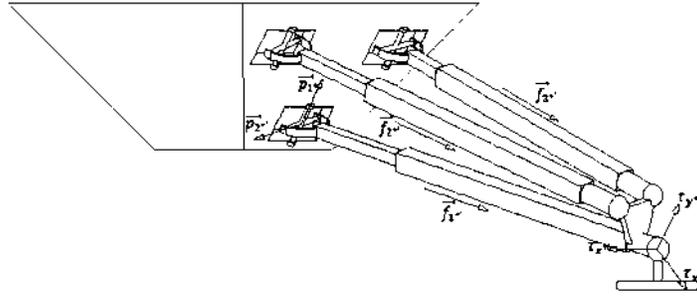


Figura 1.16. Robot hexápodo con mecanismos paralelos.[42]

1.2.4 Generación de trayectorias y metodologías de movimiento

Dentro de los diseños de robots caminantes se encuentra Chariot 3, un robot que está conformado por dos ruedas y cuatro patas como se aprecia en la Figura 1.17, el cual ofrece una alta movilidad y estabilidad en terrenos difíciles de transitar, por lo que Shuro Nakajima y Eiji Nakano [43]–[46], presentan metodologías para diferentes tipos de terrenos y obstáculos.

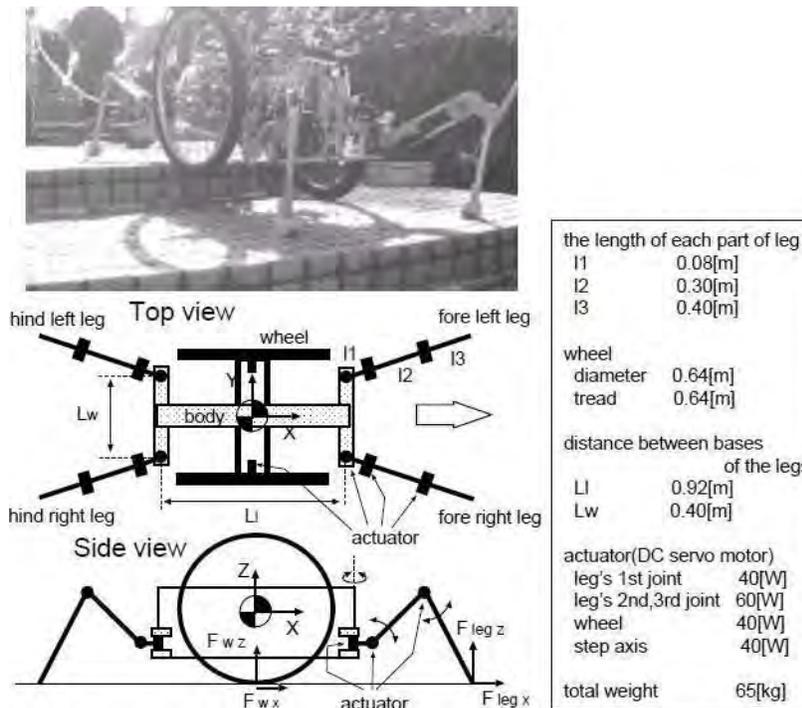


Figura 1.17. Imagen y características de “Chariot 3” robot con ruedas y patas.[44]



El robot se encuentra equipado solamente con sensores internos ya que los sensores externos pueden ser perturbados por diversos factores atmosféricos y ambientales, estos sensores funcionan como un sentido del tacto que permiten calcular las condiciones de la superficie.

Dentro de las metodologías presentadas se encuentran: Una estrategia general en donde describen y clasifican los diversos terrenos y obstáculos a los que se enfrentara la silla Chariot 3, para lo que desarrollan diversas metodologías. En la Figura 1.18a, se pueden apreciar las diferentes configuraciones de escalones que puede subir la silla empleando diversas metodologías, observando que las patas tiene una mayor altura que las ruedas para sostener todo el peso de ésta, empleando las cuatro patas pero la mayor parte del peso es levantado por las patas delanteras.

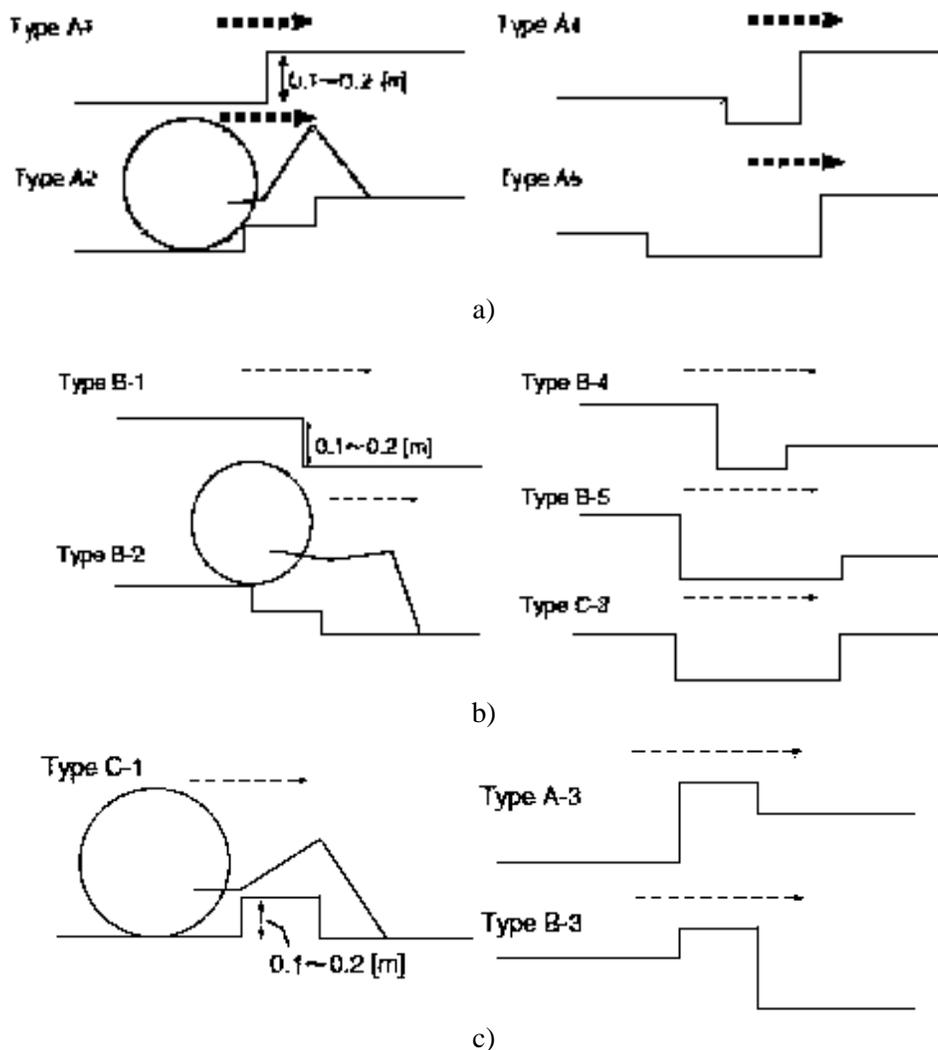


Figura 1.18. Terrenos estudiados a) subir escalones, b) bajar escalones y c) superar obstáculos.[43]–[46]



En la Figura 1.18b, se aprecian los diferentes tipos de configuraciones analizadas para bajar escalones, esto es detectado por una diferencia de alturas entre las piernas delanteras y las ruedas; en la Figura 1.18c se aprecian tres diferentes tipos de obstáculos para los cuales describen la metodología que se debe seguir en cada caso.

Dejun Mu y colaboradores [47] emplean un mecanismo paralelo en las cuatro patas de un robot caminante como el que se aprecia en la Figura 1.19a. Estudian los desplazamientos y velocidades para cada unidad de propulsión. Para lograr la estabilidad del robot por lo menos tres patas deben estar en contacto con el suelo y el centro de gravedad del robot debe estar contenido en el triángulo formado por los tres puntos de apoyo como se aprecia en la Figura 1.19b, que muestra cómo se comportan las patas y el centro del gravedad de la silla en un ciclo de nueve pasos.

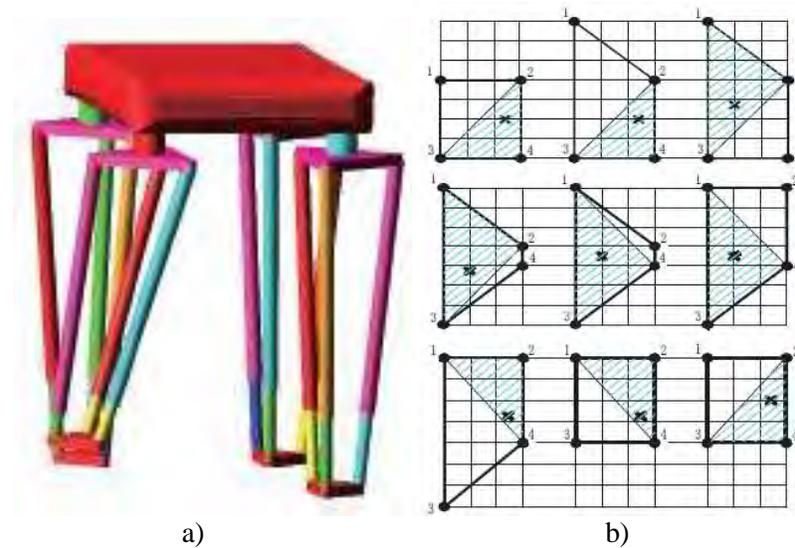


Figura 1.19. a) Diseño del robot caminante, b) ciclo de desplazamiento del robot.[47]

1.2.5 Dinámica de máquinas caminantes

El estudio de la dinámica de las máquinas caminantes y de los mecanismos de propulsión ha tomado una gran importancia en las últimas décadas gracias al uso de herramientas computacionales que facilitan el análisis de diseños complejos en tiempos muy cortos, gracias a lo cual se han desarrollado nuevos mecanismos de propulsión. Los trabajos desarrollados por Roy and Pratihari [48]–[52] de un robot caminante hexápodo como el que se muestra en la Figura 1.20, que emplea mecanismos de propulsión dotados con tres grados de libertad rotacionales, cada mecanismo de propulsión se une a un chasis sólido formando un robot hexápodo. En todos los trabajos presentados desarrollan la cinemática del robot empleando la matriz de representación de Denavit–Hartenberg y modelos basados en las ecuaciones de Lagrange.



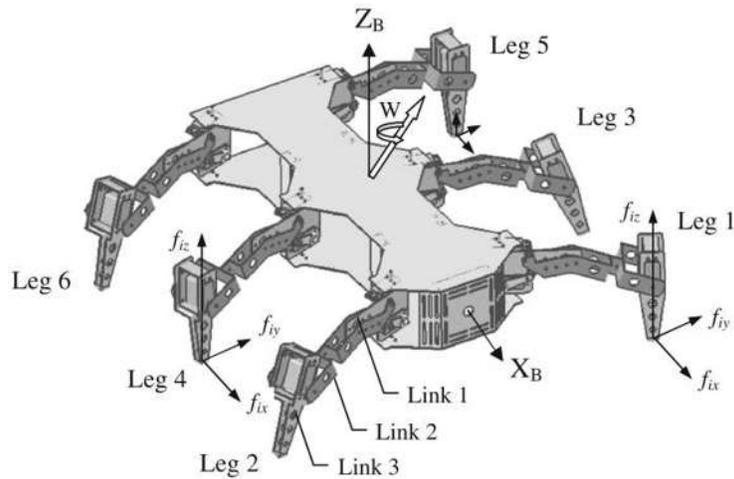


Figura 1.20. Modelo del robot hexápodo mostrando las fuerzas de contacto.[49]

Roy and Pratihar inician desarrollando un modelo que les permita estimar las fuerzas de reacción de las patas con el suelo y así poder conocer el torque requerido en cada una de las juntas empleando el método numérico de mínimos cuadrados [48]. También desarrollan un modelo para determinar el consumo de energía, la estabilidad y la metodología de movimiento [49] cuando el robot hexápodo se desplaza sobre una trayectoria circular como se muestra en la Figura 1.21. También desarrollan un modelo ligero que les permite predecir el consumo de energía y estabilizar el andar cuando el robot hexápodo sube y baja sobre terrenos inclinados [50]. Desarrollan el modelo completo para estimar de la cinemática, dinámica y consumo de energía del robot hexápodo [51], concluyendo con el desarrollo de un modelo cinemático, dinámico y de consumo de energía del robot hexápodo [52].

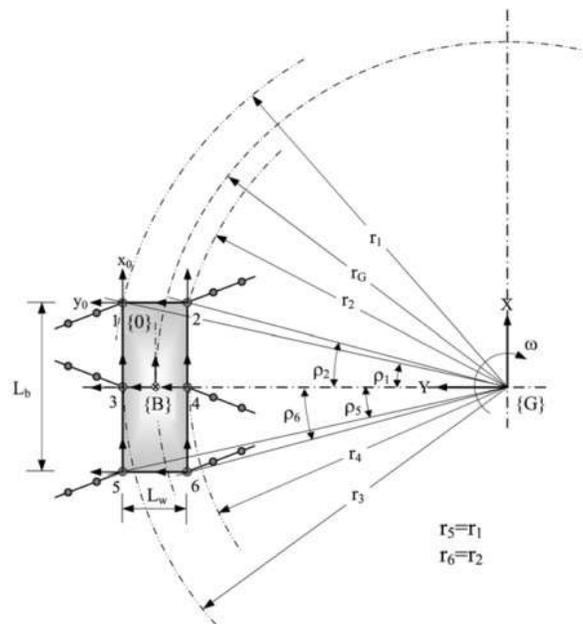


Figura 1.21. Descripción de robot caminando en una trayectoria circular.[49]



Wang y colaboradores [53] realizan un estudio completo de la cinemática de un robot radial simétrico con seis patas, además de realizar un estudio de la dinámica mediante la construcción de un modelo que emplea el método de Lagrange y analizan un poco de la metodología de movimiento del robot con la finalidad de estudiar en forma realista la dinámica, empleando los marcos de referencia que se muestran en la Figura 1.22^a. Un esquema de la configuración de este robot hexápodo que es simétrico en forma radial se muestra en la Figura 1.22^b.

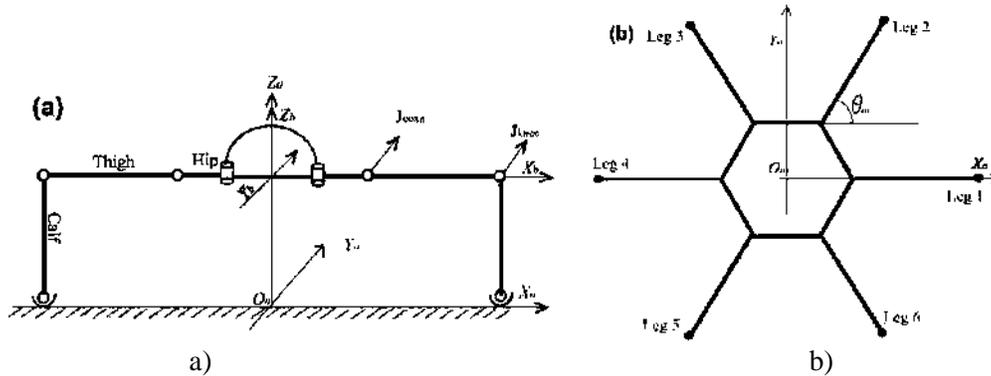


Figura 1.22. Descripción lateral y superior del mecanismo de robot.[53]

1.2.6 Aplicaciones del mecanismo Peaucellier-Lipkin (P-L)

La investigación presentada hasta el momento se realizó para evidenciar el vacío que se encuentra en la robótica móvil, ya que no se ha empleado el mecanismo Peaucellier-Lipkin (P-L), como unidad de propulsión para máquinas caminantes con capacidad de adaptarse a diversos caminos. El mecanismo P-L que es un mecanismo de trayectoria recta exacta se analizará a detalle en el capítulo 2. A continuación se describen algunas de las invenciones que emplean el mecanismo P-L, en su funcionamiento, como en el caso del fonógrafo divulgado en la patente US2977126 otorgado a Norman Leonard Chalfin, con fecha de 28/03/1961 [54], el cual consiste en un brazo que permite que el transductor permanezca paralelo al radio del disco, en cualquier diámetro durante la reproducción, lo cual mejora el sonido, el mecanismo PL se aprecia en la figura 1.23.

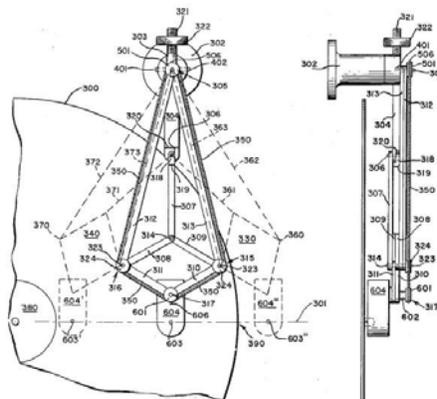


Figura 1.23. Vistas del fonógrafo descrito en la patente US 2 977 126.[54]



Otro uso del mecanismo P-L es en sistemas de suspensión, tal como el equipo divulgado por la patente con número US7938210B2 otorgado al titular Massachusetts Institute of Technology, con fecha de 10/05/2011 [55], el cual consiste en un sistema de suspensión para una rueda eléctrica, que permite desplazamientos verticales rectos exactos. Al compararlo con los sistemas convencionales de suspensión, tiene la ventaja de que éste es un sistema de suspensión más compacto, como se aprecia en la Figura 1.24.

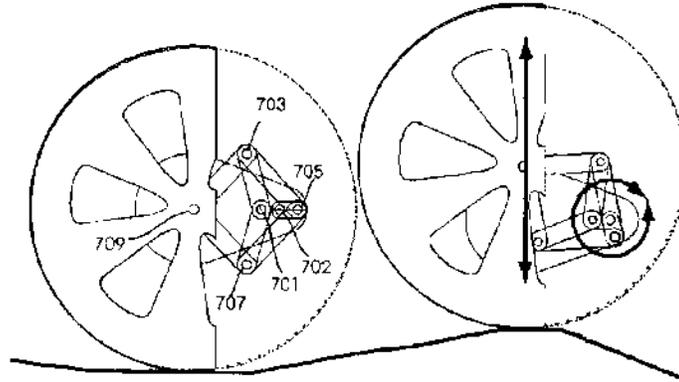


Figura 1.24. Sistema de suspensión de la patente US 7 938 210 B2. [55]

Los desarrollos anteriores son ejemplos de aplicaciones en donde se emplea el mecanismo P-L, pero también existen máquinas caminantes que emplean este mecanismo, como la máquina descrita en la patente con número US4,462,476 otorgada al titular Nikolay Shkolnik, con fecha de 31/06/1984 [56]. Esta patente describe un aparato caminante que emplea esquís como superficies de apoyo como se aprecia en la Figura 1.25, los esquís se mueven gracias a un mecanismo PL con solamente un grado de libertad, permitiendo el desplazamiento en línea recta de la máquina caminante.

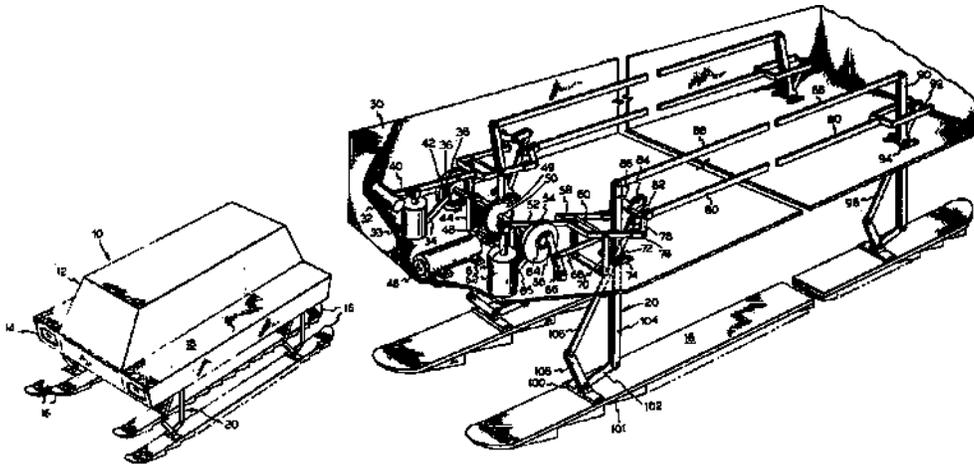


Figura 1.25. Vehículo caminante con esquís. [56]

El dispositivo descrito en el documento US5219410 otorgado al titular Philippe Garrec, con fecha de 15/06/1993 [57] describe la transmisión de movimiento entre un cuerpo sólido y sus extremidades, aplicable para robots caminantes, en la cual emplean el mecanismo P-L para



describir trayectorias rectas con una configuración vertical que no permite girar en torno a centros de rotación. Sus unidades de propulsión emplean solamente un grado de libertad, Figura 1.26. Es aplicable a máquinas hexápodos, los cuales en todo momento deben tener, al menos, tres extremidades apoyadas. También analizan dos mecanismos concebidos por Hart, que pueden realizar el mismo movimiento, pero con elementos de mayor tamaño.

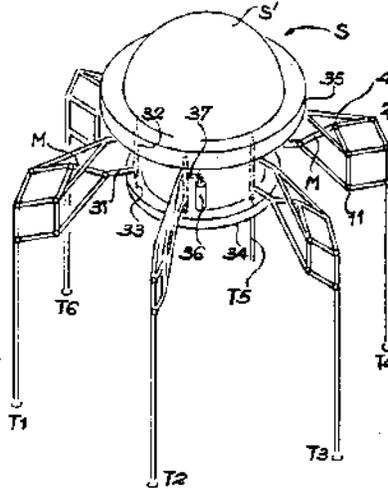


Figura 1.26. Vehículo caminante. [57]

1.3 Definición del problema

Sobre la base de mecanismos de línea recta se propone desarrollar un mecanismo de propulsión para máquinas caminantes que tenga la capacidad de generar diversas trayectorias.

Tomando en consideración para el desarrollo del trabajo las siguientes restricciones:

1. Las trayectorias de la unidad de propulsión consideran arcos y rectas.
2. El movimiento del mecanismo se realizará sobre un plano y se emplea un actuador prismático, que permite levantar y apoyar al mecanismo de propulsión.
3. El mecanismo debe ser robusto.
4. El tiempo en la descripción de las trayectorias es limitado.
5. El análisis dinámico se limitará al movimiento de transferencia de mecanismo de propulsión.



1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Desarrollar un mecanismo de propulsión para una máquina caminante múltipoda general, que sea la base para el desarrollo de otras máquinas inspiradas en el mismo principio y se adapten a aplicaciones de (a) entretenimiento, (b) de servicio y/o (c) de asistencia médica, con base en las especificaciones de autonomía requerida por cada aplicación, teniendo la capacidad para sortear obstáculos y sea innovador en la concepción de su sistema de propulsión al basarse en un mecanismo de línea recta.

1.4.2 Objetivos específicos

1. Llevar a cabo una investigación documental de mecanismos de propulsión para sistemas robotizados caminantes dedicados al entretenimiento, al servicio y asistencia médica.
2. Realizar un análisis de movilidad y dimensionamiento del mecanismo de propulsión para encontrar la configuración idónea de éste.
3. Realizar el diseño mecánico del mecanismo de propulsión y la selección de sus componentes.
4. Diseñar una máquina caminante múltipoda cuyo sistema mecánico de propulsión sea innovador y aporte nuevo conocimiento en el campo de la robótica móvil.
5. Realizar las metodologías de movimiento del robot caminante.

1.5 Establecimiento de la hipótesis

Es posible desarrollar una unidad de propulsión basada en el mecanismo de línea recta, que se adapte a máquinas caminantes y permitan que éstas cumplan con las especificaciones de autonomía requerida, con capacidad para sortear obstáculos, sea innovador en la concepción de su sistema de propulsión y tenga buena movilidad para adaptarse a terrenos no estructurados.



1.6 Justificación

De acuerdo al INEGI en 2010 casi seis millones de personas en México sufren de alguna discapacidad, mientras que en el mundo alrededor de 500 millones de personas tiene alguna discapacidad según datos de la ONU. Considerando que es importante mejorar la calidad de vida de este gran número de personas, los robots caminantes para asistencia son una excelente alternativa.

Por otro lado debido a la gran demanda alimentaria atribuida al incremento de la población a nivel mundial, se han desarrollado con mucho éxito aplicaciones de la robótica con tareas agrícolas.

Los robots caminantes existentes no emplea el mecanismo P-L como medio de propulsión con más de un grado de libertad, por lo que no se ha explotado la capacidad de este mecanismo al dotarlo con más grados de libertad. Agregar más GDL al mecanismo P-L permite la generación de movimientos en línea recta y curvos, permitiendo desplazarse en caminos no estructurados. Esta idea es la aportación principal de esta tesis.

A pesar de que en la actualidad los vehículos con ruedas son más comunes ya que tiene una buena movilidad en terrenos planos y sin obstáculos, los vehículos con ruedas presentan dificultades para moverse en terrenos no estructurados, en presencia de obstáculos e incluso para subir escaleras. Por esta razón los robots caminantes son una buena alternativa para desplazarse en terrenos no estructurados, ya que se pueden desplazar sobre diversos terrenos y pueden sortear obstáculos como escalones, lo cual ha llevado al desarrollo de una diversidad de vehículos caminantes en los últimos años.

A continuación se muestra un resumen de los motivos que justifican este proyecto:

1. Desarrollo de un nuevo sistema de propulsión basado en el mecanismo de línea recta con capacidad de desplazarse principalmente en ambientes no estructurados.
2. La aplicación de este mecanismo puede mejorar el desempeño de máquinas caminantes. Una aplicación directa sería la asistencia a personas con discapacidad motriz.
3. Las máquinas caminantes que empleen este mecanismo de propulsión pueden adaptarse a actividades agrícolas, como cultivo, mantenimiento y cosecha de productos.
4. Las máquinas caminantes que empleen este mecanismo de propulsión son capaces de desarrollar diversas tareas como transporte de carga, vigilancia o simplemente un vehículo de entretenimiento.



5. Fungir como plataforma de investigación para desarrollar nuevos sistemas de control y de navegación. En el caso mecánico, permitir estrategias de optimización, como reducción de peso, de dimensiones, empleo de nuevos materiales, entre otros.

1.7 Metodología para el diseño mecánico

Es importante seguir una metodología de diseño para identificar las diferentes etapas del proceso y organizar las tareas a ejecutar en el desarrollo de cualquier producto. Para el proceso de diseño utilizado en este estudio se emplea un modelo descriptivo [58], el cual define las secuencias de las actividades de éste. El método empleado hace énfasis en la importancia de generar un concepto de solución en una etapa temprana, la cual se somete a un análisis, evaluación, refinamiento y desarrollo.

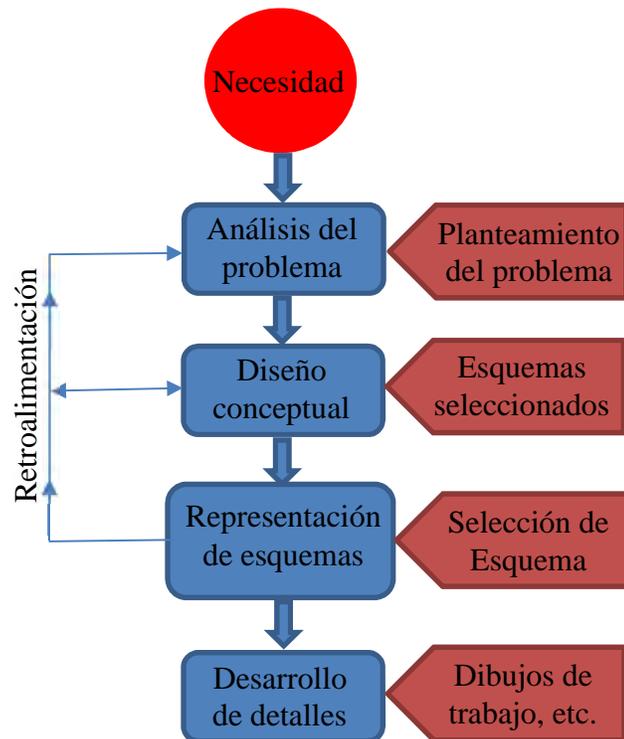


Figura 1.26. Pasos a seguir en el proceso de diseño del prototipo. [58]

El modelo seleccionado fue desarrollado por French, el cual es descrito por Cross [58], y se basa en cuatro actividades principales: *análisis del problema*, *diseño conceptual*, *dar forma a los esquemas* y *desarrollo de detalles*. La metodología descrita por French parte de una necesidad, como se aprecia en el diagrama que se muestra en la Figura 1.26. Un proceso iterativo que cuenta con retroalimentación entre las tres primeras etapas del proceso, es decir, si no se obtiene los resultados esperados en cada una de estas etapas, es necesario regresar a una etapa previa para replantearla y continuar con el proceso nuevamente. Como se aprecia



en la Figura 1.26, el análisis del problema arroja como resultado el planteamiento del problema, en la etapa del diseño conceptual se obtiene como resultado la obtención de los esquemas seleccionados, mientras que en la representación de los esquemas se obtiene como resultado la selección del esquema (estructuras y componentes) que mejor desempeño tenga y más se adecue a lo requerido, por último, el desarrollo de detalles deja como resultado los dibujos del trabajo que son los elementos que componen al mecanismo. French define la primera actividad del diseño como:

“El análisis del diseño es una parte pequeña, pero importante en el proceso global. El resultado es el planteamiento del problema y éste puede tener tres elementos,

1. Un planteamiento del propio problema de diseño.
2. Las limitaciones que se imponen a la solución, por ejemplo, códigos de práctica, requisitos estatutarios, normas de los clientes, fecha de terminación, etc.
3. *El criterio de excelencia hacia el que se va a trabajar.*” [58]

Para el desarrollo de este proyecto se parte de la necesidad de crear un mecanismo de propulsión para máquinas caminantes basado en un mecanismo de línea recta; la primera actividad del proceso, que es el análisis del diseño, se abordó en la definición del problema (sección 1.4), donde también se consideran las limitaciones.

La segunda actividad en el modelo es el diseño conceptual que lo describe French como:

“Esta fase... toma el planteamiento del problema y genera soluciones amplias, en formas de esquemas. Es la fase que impone mayores demandas al diseñador y donde existe el mayor campo para mejoras espectaculares. Es la fase donde necesitan conjuntarse la ciencia de la ingeniería, el conocimiento práctico, los métodos de producción y los aspectos comerciales, y donde se toman las decisiones más importantes.” [58]

El diseño conceptual abarca la mayor parte de este trabajo que comienza desde el capítulo 2, en donde se realiza el análisis de diversos mecanismos de línea recta, para seleccionar el mecanismo que se empleará para desarrollar el mecanismo de propulsión reconfigurable; posteriormente, del capítulo 3 al capítulo 6 se realiza una descripción del mecanismo seleccionado, considerando la transformación cinemática del mecanismo Peaucellier-Lipkin para poder adaptarlo a un mecanismo de propulsión para máquinas caminantes. Posteriormente se realiza un estudio cinemático y cinético del mismo, para concluir en el capítulo 7 con el desarrollo de diferentes diseños del mecanismo de propulsión tanto en su estructura como en sus componentes.

En la tercera actividad, denominada representación de esquemas, French la describe como:

“En esta fase los esquemas se trabajan con mayor detalle y, si existe más de uno, se hace una elección final entre ellos. El producto final es un conjunto de dibujos del arreglo general. Hay (o debería haber) una buena cantidad de retroalimentación desde esta fase a la fase del diseño conceptual.” [58]



La representación de los esquemas se desarrolla en el capítulo 2 de este trabajo, mediante la selección del mecanismo de línea recta a emplear y posteriormente en el capítulo 7 al seleccionar la estructura del mecanismo así como los actuadores a emplear, también se selecciona los elementos que conforman a la unidad de propulsión y se realizan los dibujos de los componentes con sus dimensiones y el detalle de los componentes.

La cuarta actividad, denominada desarrollo de detalles, French la define como:

“Ésta es la última fase, en la que quedan por decidir un número muy grande de puntos pequeños, pero esenciales. La calidad de este trabajo debe ser buena, pues de lo contrario se incurrirá en demoras y gastos, o incluso en un fracaso; las computadoras están cubriendo cada vez más los aspectos monótonos de este trabajo, que demandan habilidad y paciencia, al mismo punto que reducen la posibilidad de errores.” [58]

Esta última fase se desarrolla en el capítulo 7, en el cual se abordan los pequeños detalles para completar el diseño y así poder concluir exitosamente con el diseño de la unidad de propulsión reconfigurable.

1.8 Organización de la tesis

Este trabajo se divide en siete capítulos: el primero hace una introducción a esta investigación iniciando con las generalidades de la investigación y el estado del arte de los mecanismos robóticos caminantes, además se plantean los objetivos, se define el problema, se establece la hipótesis que guía este trabajo, se justifica el trabajo y por último se describe la metodología de diseño que se empleará.

El objetivo es desarrollar una unidad de propulsión para máquinas caminantes basada en un mecanismo de línea recta, por lo que en el segundo capítulo aborda la descripción del principio básico de desplazamiento, que debe cumplir cualquier mecanismo de propulsión para poder desplazarse en el espacio; en base a este principio se realiza un análisis y la selección del mecanismo a emplear, encontrando que el mecanismo Peaucellier-Lipkin es el seleccionado. En el tercer capítulo, una vez que se seleccionó el mecanismo de línea recta a emplear, se realiza la descripción de posición de este mecanismo de forma general para que se puedan modificar todas las dimensiones de forma independiente y se realiza la selección de las dimensiones de los eslabones. Por último se lleva a cabo la transformación cinemática del mecanismo ya que es necesario la adición de grados de libertad para que éste pueda describir trayectorias rectas o curvas y así transformarlo en un mecanismo de propulsión reconfigurable.

Después de adaptar al mecanismo de propulsión con otros cuatro grados de libertad se desarrolla en el capítulo cuarto la cinemática directa del mecanismo de propulsión con las relaciones de los eslabones ya establecidas. Mediante cinemática inversa se obtienen las dimensiones que los eslabones de longitud variable para poder describir diversas trayectorias, concluyendo con la aplicación a un caso práctico en un camino con secciones rectas y curvas.



También se desarrolla en el quinto capítulo la cinemática de una máquina caminante hexápoda que emplea el mecanismo de propulsión reconfigurable, iniciando con la descripción de los chasis áureos que permiten aprovechar al máximo las capacidades de las unidades de propulsión reconfigurable, para concluir con la descripción de cómo debe moverse cada una de las unidades de propulsión de la máquina caminante hexápoda. Una vez que se describió la cinemática del mecanismo de propulsión y una aplicación de éste, se desarrolla en el sexto capítulo la cinética del mecanismo de propulsión reconfigurable para su fase de transferencia aplicando las ecuaciones de movimiento de Lagrange, que permiten encontrar el torque necesario para el movimiento del mecanismo; con los datos obtenidos se procede a realizar el diseño mecánico del mecanismo de propulsión en el séptimo capítulo.

Por último, se abordan las conclusiones obtenidas durante la investigación y se muestra la bibliografía empleada.

1.9 Conclusiones

Después de realizar una investigación documental amplia de las unidades de propulsión empleadas por máquinas caminantes y de presentar algunas de las unidades de propulsión más empleadas, se encontró que los mecanismos de propulsión generadores de rectas no han sido ampliamente utilizados y más aún, no se ha aplicado el mecanismo Peaucellier-Lipkin como base de una unidad de propulsión que tenga la capacidad de desplazarse por terrenos cambiantes, por lo que después de estudiar mecanismos generadores de trayectorias rectas se observó que algunos de éstos pueden emplearse como unidades de propulsión de máquinas caminantes. Esto permite abordar una área de la robótica que no había sido estudiada aún, avanzando en la frontera del conocimiento.



Capítulo 2. Mecanismos de línea recta: Análisis y selección



2.1 Introducción

El presente capítulo comienza con la descripción del *principio básico de desplazamiento*, el cual permite describir los requerimientos que debe cumplir una máquina caminante para desplazarse sobre diversos terrenos. El objetivo de la investigación es desarrollar una unidad de propulsión basada en un mecanismo de línea recta que pueda adaptarse a diversas aplicaciones; para esto, es necesario realizar un estudio de diversos mecanismos de línea recta, para analizar cuales cumplen con el *principio básico de desplazamiento* y seleccionar el que mejor se adapte a éste, haciendo una comparación entre los mecanismos estudiados.

2.2 Principio básico de desplazamiento de una máquina caminante

El mecanismo de propulsión es el elemento que vincula a las máquinas caminantes con el terreno circundante y les debe de brindar la capacidad de moverse en terrenos de diversa naturaleza, estructurados y no estructurados, aún en presencia de obstáculos, y así puedan cumplir con las especificaciones de las aplicaciones de entretenimiento, de servicio y/o de asistencia médica, por lo cual es necesario cumplir un *principio básico de desplazamiento* descrito a continuación, el cual se deriva de la metodología para rotar la máquina caminante hexápoda descrita por Roy and Pratihari [49], [51].

Toda máquina caminante debe desplazarse sobre el terreno en torno a un eje instantáneo de rotación que pasa por el centro de rotación (punto CR), gracias a sus unidades de propulsión, como se aprecia en la Figura 2.1, esto es conocido como el *principio básico de desplazamiento*. La unidad de propulsión vincula al cuerpo del artefacto caminante con el terreno circundante, de esta manera, un extremo de la unidad de propulsión estará unido al cuerpo, mientras que el otro hace contacto directo con el terreno. Este último extremo se denomina pie.

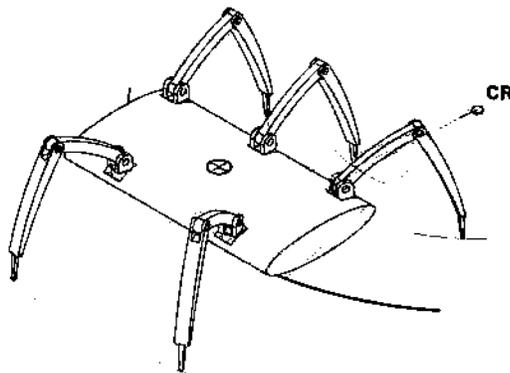


Figura 2.1. Principio básico de desplazamiento en una máquina caminante genérica.

Para que una máquina caminante se desplace, cada una de sus unidades de propulsión debe trazar un arco circular concéntrico al arco circular descrito por la máquina caminante. Es cierto que también una de las trayectorias que debe seguir es la línea recta, la cual se logra



cuando el centro de rotación se encuentra en el infinito. Existe una gran cantidad de mecanismos que se pueden analizar, por lo cual se enfocó el estudio en los mecanismos generadores de trayectorias específicas, dentro de los cuales se encuentran los mecanismos generadores de línea recta. Estos mecanismos cumplen con una parte del *principio básico de desplazamiento*, por lo que solamente fue necesario encontrar si tienen la capacidad de generar trayectorias curvas con un centro de rotación fijo. A continuación estudiaremos mecanismos de línea recta con la intención de encontrar alguno que cumpla con este principio y pueda emplearse como mecanismo de propulsión para máquinas caminantes, es importante destacar que no se consideraron mecanismos que se conforman de más de ocho eslabones, debido a su gran número de componentes.

2.3 Mecanismos de línea recta

Son aquellos mecanismos en los cuales algún punto de sus eslabones describe una trayectoria recta ya sea aproximada o exacta, nomenclatura que se le da comúnmente en la literatura [16], [17]. Estos mecanismos tuvieron un gran auge a finales del siglo XVIII en la revolución industrial, ya que los pares prismáticos con los que se contaban tenían demasiada holgura y se requería de una mayor precisión para los procesos de fabricación y automatización. A continuación se describirán los principales mecanismos generadores de trayectorias rectas para seleccionar uno que tenga la capacidad de adaptarse como un mecanismo de propulsión para máquinas caminantes al modificar las longitudes de sus eslabones móviles. Es importante observar que todos los mecanismos estudiados en esta sección son mecanismos planos, a los cuales se les pretende adaptar un actuador prismático para que de esta manera el mecanismo de propulsión pueda estar en apoyo cuando requiera tracción o pueda levantarse o estar en fase de transferencia cuando éste requiera de una reconfiguración o reubicación.

2.3.1 Mecanismo de línea recta de Watt

Este mecanismo, patentado por James Watt en 1784 [17], es considerado como de línea recta aproximada, es un mecanismo de cuatro barras o eslabones que cuenta con cuatro articulaciones rotacionales nombradas A, B, C y D las cuales dan el nombre a cada uno de los eslabones. La Figura 2.2 muestra el mecanismo de Watt. Los eslabones AB y CD que se articulan rotacionalmente al eslabón fijo (tierra), tienen la misma longitud, es decir $L_{AB} = L_{CD}$, mientras que el eslabón BC que acopla a estos dos eslabones, para este caso particular se consideró como $L_{BC} = \frac{1}{2}L_{AB}$, las dimensiones de cada uno de los eslabones de este mecanismo que se consideraron para este estudio se muestran en la Tabla 2.1. El punto medio P del eslabón BC describe una línea recta aproximada.



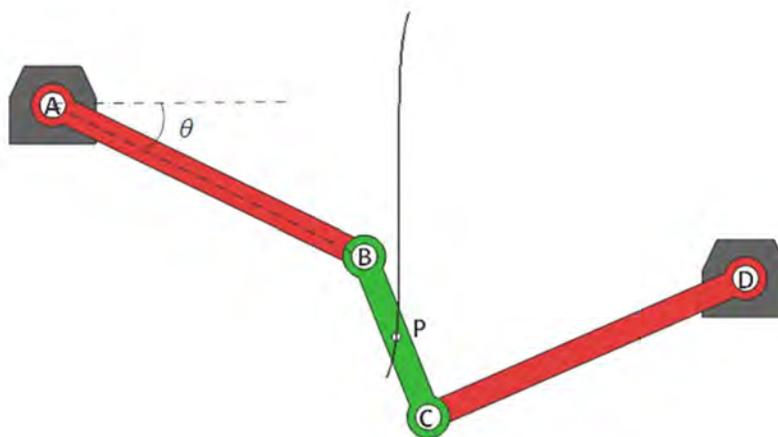


Figura 2.2. Mecanismo de línea recta de Watt.

Este mecanismo se analiza para ver si se puede adaptar a un mecanismo de propulsión para máquinas caminantes por lo que es necesario que además de poder describir trayectorias rectas, también pueda describir curvas con respecto a un eje de rotación y así cumplir con el principio básico de desplazamiento; para lograr esto se modificaron las longitudes de sus eslabones para ver si es posible que describan trayectorias curvas, por lo que se cambiarán las longitudes de los eslabones AB y CD bajo la condición de que $L_{AB} + L_{CD} = constant$, como se describe en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Casos de modificación de dimensiones en el mecanismo de Watt. La configuración inicial de los eslabones para generar una línea recta es: $L_{AB} = 4, L_{BC} = 2, L_{CD} = 4$ y $L_{AD} = 2\sqrt{17}$	
Caso I	$L_{AB} < L_{CD}$
Caso II	$L_{AB} > L_{CD}$
Caso III	$L_{BC} > 2$
Caso IV	$L_{BC} < 2$

En la Figura 2.3a, se aprecia el Caso I, cuando $L_{AB} < L_{CD}$ observando que al reducir y aumentar la longitud de estos eslabones, el centro P del eslabón BC describe una trayectoria curva, pero con centro de rotación variable; mientras que en la Figura 2.3b, se observa el Caso II, cuando $L_{AB} > L_{CD}$, observando el centro P del eslabón BC también describe una trayectoria curva con centro de rotación variable; en el Caso III se aumenta la longitud del eslabón BC ($L_{BC} > 2$) obteniendo sólo una inclinación en la recta que describe el punto P, como se aprecia en la Figura 2.3c; y por último en la Figura 2.3d, se observa el tipo de trayectoria que se obtiene al reducir el tamaño del eslabón BC ($L_{BC} < 2$), que es una inclinación para el lado opuesto al caso anterior. Estas combinaciones no le daría al mecanismo de Watt la capacidad de rotar con facilidad con respecto a un eje de rotación fijo además de que para trazar una curva se requiere una gran diferencia entre la longitud de sus eslabones AB y CD.



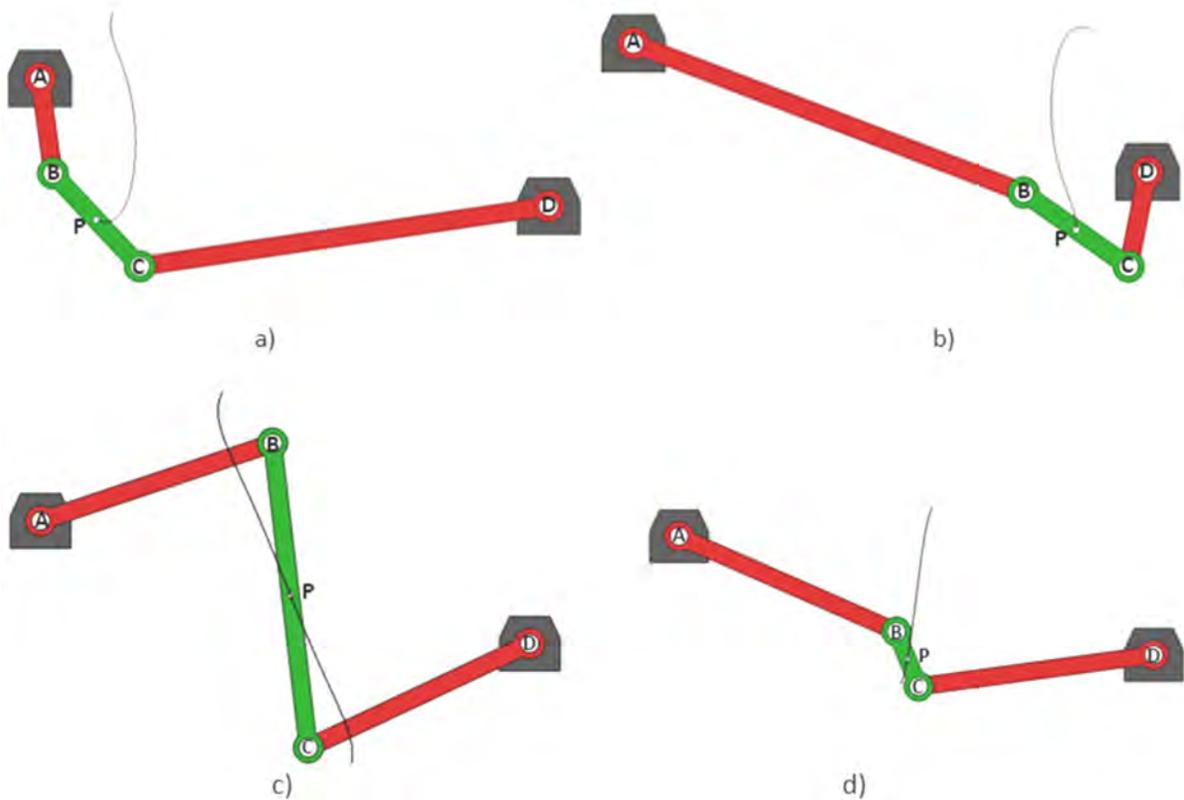


Figura 2.3. Descripción de trayectorias al modificar longitudes a) Caso I a) Caso II, c) Caso III y d) Caso IV.

2.3.2 Mecanismo de línea recta de Roberts

El mecanismo de Roberts [17] es un mecanismo de cuatro barras, el cual también cuenta con cuatro articulaciones rotacionales nombradas A, B, C y D, como se aprecia en la Figura 2.4. En este mecanismo la longitud de los eslabones AB y CD son iguales ($L_{AB} = L_{CD}$), mientras que el eslabón acoplador tiene la forma de un triángulo isósceles con el punto P (donde $L_{BP} = L_{CP}$) que describe una trayectoria recta aproximada durante una parte del movimiento, mientras que el resto de la trayectoria descrita es curva. Esta trayectoria curva tiene la desventaja de que para realizarla se debe pasar por posiciones singulares además de que el punto P pasa por las articulaciones fijas A y D. Las dimensiones empleadas en esta configuración del mecanismo se aprecian en la Tabla 2.2.



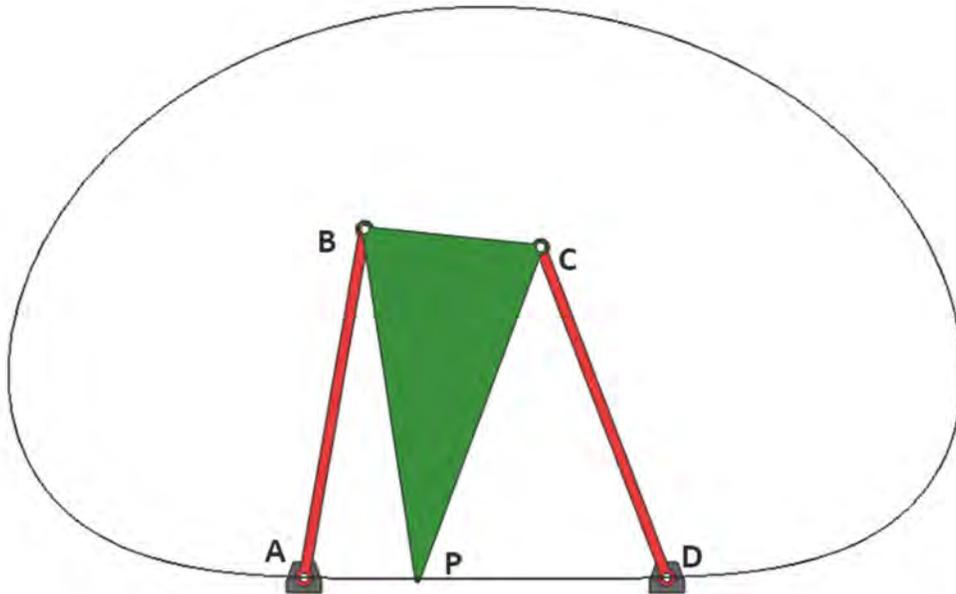


Figura 2.4. Mecanismo de línea recta de Roberts.

Al modificar las longitudes de los eslabones AB o CD de acuerdo al Caso I descrito en la Tabla 2.2, se obtiene una inclinación en la recta descrita por el punto P, como se aprecia en la Figura 2.5a. Otra modificación planteada es variar las longitudes del triángulo formado por el acoplador de acuerdo al Caso II descrito en la Tabla 2.2, para lo cual se obtiene una pequeña curvatura pero solamente en una pequeña parte de la trayectoria como se aprecia en la Figura 2.5b, por lo que no es posible emplear el mecanismo, ya que no puede girar con respecto a un eje de rotación de forma fácil, lo cual dificultaría cumplir con el principio básico de desplazamiento. Otra opción es emplear la parte curva de la trayectoria que describe el mecanismo en la Figura 2.4, pero es difícil cambiar el centro de rotación a uno que difiera mucho del original, además de las posiciones singulares mencionadas previamente.

Tabla 2.2. Dimensión de los eslabones y casos de modificación en el mecanismo de Roberts. La configuración inicial de los eslabones para generar una línea recta es: $L_{AB} = 4$, $L_{BC} = 2$, $L_{CD} = 4$, $L_{AD} = 4$, $L_{BP} = 4$ y $L_{CP} = 4$

Caso I	$L_{AB} \neq L_{CD}$
Caso II	$L_{BP} \neq L_{CP}$



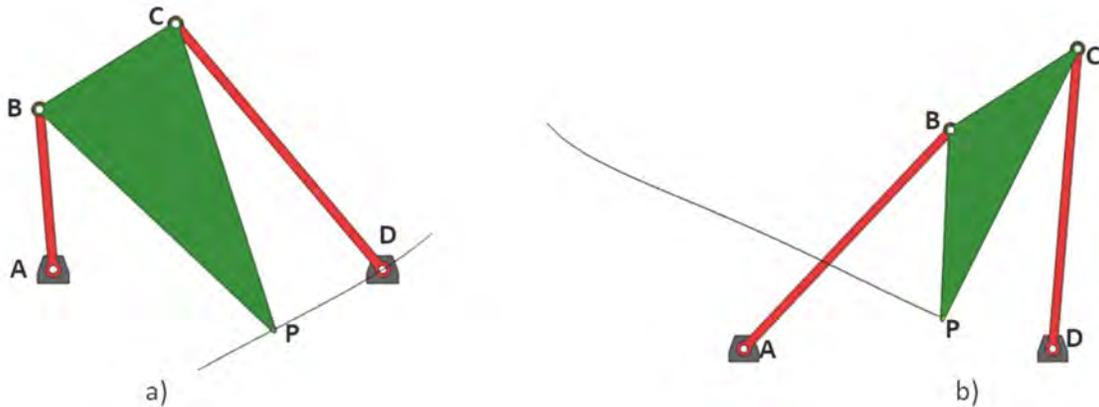


Figura 2.5. Descripción de trayectorias al modificar longitudes del mecanismo de Roberts, a) Caso I y b) Caso II.

2.3.3 Mecanismo de línea recta de Chebyshev

Éste mecanismo también se compone de cuatro barras que se unen mediante cuatro articulaciones rotacionales denominadas A, B, C y D las cuales dan nombre a los eslabones [17], los eslabones AB y CD se encuentran articulados a tierra y tienen la misma longitud ($L_{AB} = L_{CD}$), mientras que el centro del eslabón acoplador BC describe una trayectoria recta aproximada durante una etapa del movimiento y una trayectoria curva en el desplazamiento restante, esto se puede apreciar en la Figura 2.6, caso para el cual se emplean las longitudes mostradas en la Tabla 2.3.

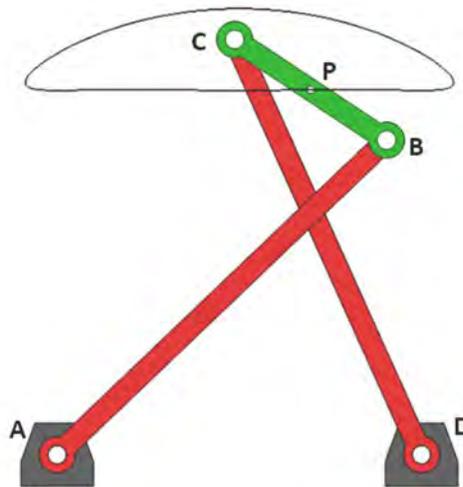


Figura 2.6. Trayectoria recta aproximada descrita por el mecanismo de Chebyshev.

Para cumplir con el principio básico de desplazamiento se tratan cuatro casos en los cuales se modifican las dimensiones de los eslabones de acuerdo a la Tabla 2.3, iniciando con el Caso I, en el cual se modifican las longitudes de los eslabones AB y CD ($L_{AB} < L_{CD}$ y $L_{AB} > L_{CD}$), encontrando que se pueden describir trayectorias curvas con centro de rotación perpendicular a la trayectoria recta descrita en la Figura 2.6. Como se observa en la Figura



2.7a; en el Caso II se modifican las longitudes de los eslabones AB y CD del valor inicial, pero la longitud de ambos eslabones siempre permanece igual ($L_{AB} = L_{CD}$), obteniendo trayectorias curvas, pero con centro variable, hasta llegar al mecanismo de Watt, Figura 2.7b; para el Caso III solamente se aumenta la longitud de eslabón acoplador BC, encontrando que se puede describir trayectorias curvas con centro constante, como se describe en la Figura 2.7c, en donde se llegan hasta las dimensiones de los eslabones que permiten convertir a éste en un mecanismo de triple manivela; por último, en el caso IV se reduce la longitud del eslabón BC en donde se obtiene trayectorias rectas aproximadas pero con segmentos más cortos como se aprecia en la Figura 2.7d.

Tabla 2.3. Casos de modificación de las dimensiones en el mecanismo de Chebyshev. La configuración inicial de los eslabones para generar una línea recta es: $L_{AB} = 2.5$, $L_{BC} = 1$, $L_{CD} = 2.5$ y $L_{AD} = 2$	
Caso I	$L_{AB} \neq 2$
Caso II	$L_{BC} \neq 2$
Caso III	$L_{BP} > 2$
Caso IV	$L_{BP} < 2$

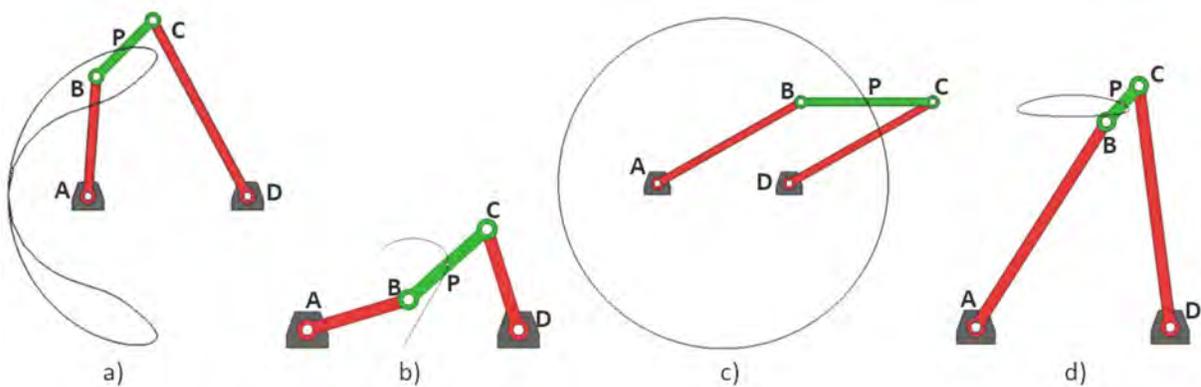


Figura 2.7. Trayectorias descritas al modificar las dimensiones del mecanismo de Chebyshev en a) Caso I, b) Caso II, c) Caso III y d) Caso IV.

2.3.4 Mecanismo de línea recta de Hoeken

Es un mecanismo de cuatro barras con cuatro articulaciones rotacionales llamadas A, B, C y D las cuales dan nombre a los eslabones, la manivela AB y el balancín CD se encuentran conectados a tierra [17], mientras que el punto P que es una extensión del eslabón acoplador BC describe una línea recta aproximada en la sección inferior de la trayectoria, ver Figura 2.8. Las dimensiones empleadas en este mecanismo se muestran en la Tabla 2.4. Éste mecanismo tiene la ventaja de que la velocidad en la trayectoria recta es casi constante.



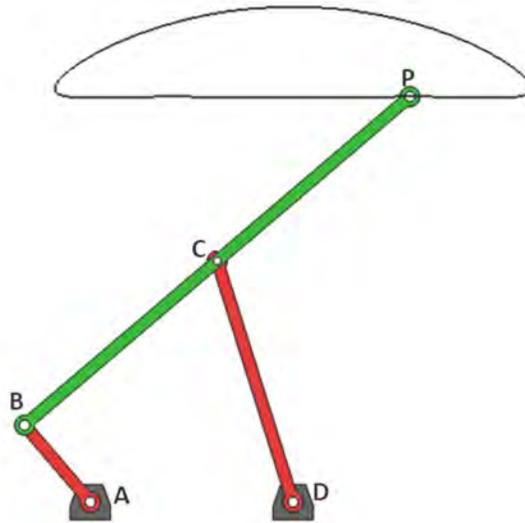


Figura 2.8. Trayectoria recta aproximada descrita por el mecanismo de Hoeken.

Tabla 2.4. Casos de modificación de dimensiones de los eslabones para buscar generación de trayectorias curvas en el mecanismo de Hoeken. La configuración inicial de los eslabones para generar una línea recta es: $L_{AB} = 1$, $L_{BC} = 2.5$, $L_{CD} = 2.5$, $L_{AD} = 2$ y $L_{CP} = 2.5$

Caso I	$L_{AB} \neq 1$
Caso II	$L_{BC} \neq 2.5$
Caso III	$L_{CP} > 2.5$
Caso IV	$L_{CP} < 2.5$
Caso V	$L_{AD} \neq 2.5$

En este mecanismo se analizaron cinco casos, los cuales modifican las longitudes de los eslabones AB, BC, CP y AD con las relaciones que se muestran en la Tabla 2.4, para ver si es posible que el mecanismo describa trayectorias curvas. En el Caso I, la longitud del eslabón AB varía, encontrando que al aumentar la longitud de éste se obtiene dos curvas de radio muy grande por lo que apenas pueden apreciarse, como se muestra en la Figura 2.9a; en el Caso II, al modificar la longitud del eslabón BC, se observa que describen trayectorias curvas con centro variable como la mostrada en la Figura 2.9b; para el Caso III, se aumenta la longitud del segmento CP, encontrando que obtiene también trayectorias curvas con centro variable como se aprecia en la Figura 2.9c, lo cual no facilita que el mecanismo cumpla con el principio básico de desplazamiento; el Caso IV reduce la distancia entre el segmento CP lo cual también describe una trayectoria curva con centro variable como se aprecia en la Figura 2.9d, y por último se analizó el Caso V, en el cual se modifica la longitud del eslabón CD, obteniendo como resultado la descripción de dos trayectorias aproximadamente curvas como se aprecia en la Figura 2.9e, esta curva descrita no tiene la misma dirección que la trayectoria recta descrita por este mecanismo.



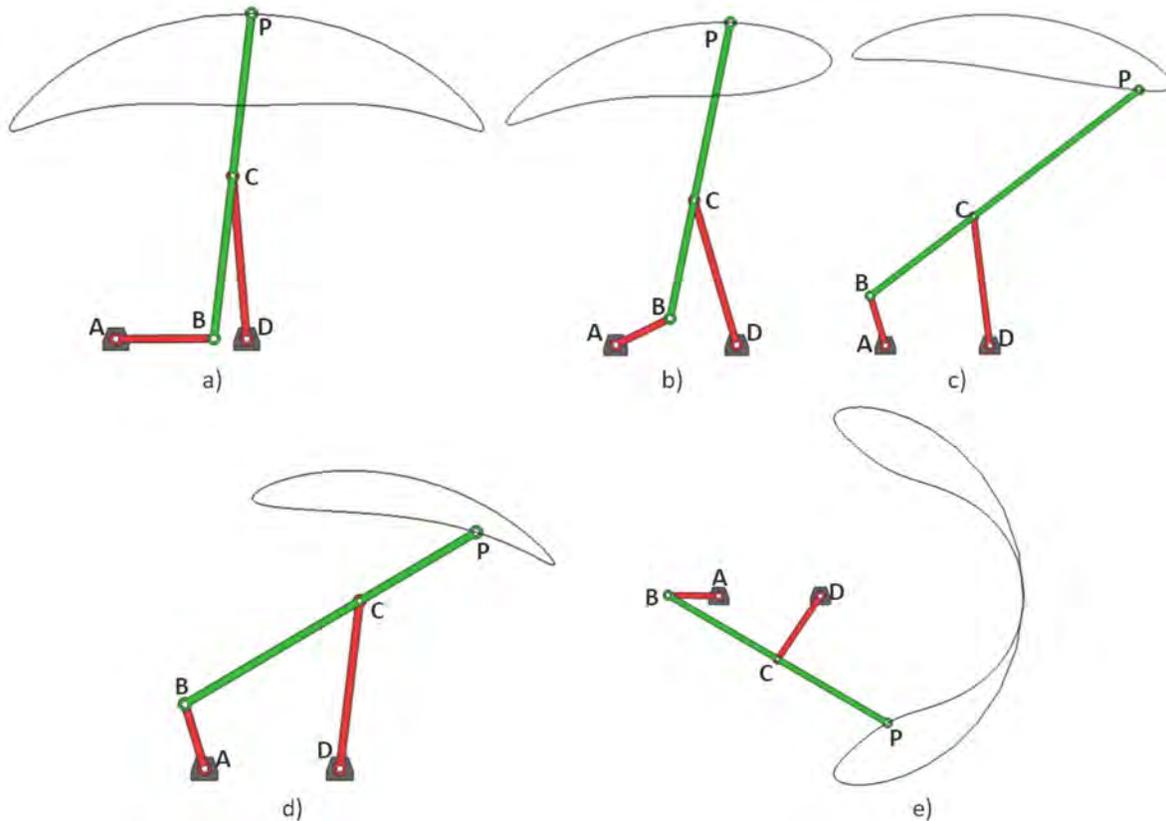


Figura 2.9. Trayectorias descritas al modificar las longitudes de los eslabones del mecanismo de Hoeken de acuerdo al: a) Caso I, b) Caso II, c) Caso III, d) Caso IV y d) Caso V.

2.3.5 Mecanismo de línea recta de Scott Russel o Isósceles

Hasta ahora se han estudiado mecanismos de cuatro barras con articulaciones rotacionales, que solamente pueden describir trayectorias rectas aproximadas. En esta sección se estudia un mecanismo con tres articulaciones rotacionales y una prismática que puede describir una trayectoria recta exacta. Este mecanismo se llama Scott Russel [17] y es un mecanismo de cuatro eslabones. Cuenta con tres articulaciones rotacionales nombradas A, B y C, y una articulación prismática llamada D, como se aprecia en la Figura 2.10. Se puede apreciar como el punto P puede describir trayectorias rectas exactas, además de que se forma un triángulo isósceles entre las articulaciones ABCA y entre los puntos ABPA, esto se debe a que la longitud del eslabón AB es igual a la longitud del eslabón BC, así como a la longitud del segmento BP; es decir, $L_{AB} = L_{BC} = L_{BP}$, esto le permite con una parte del principio básico de desplazamiento, pero para que este pueda girar con respecto a un centro de rotación se comienza por analizar los casos de modificación descritos en la Tabla 2.5; en el Caso I se reduce la longitud del eslabón AB, obteniendo arcos como los mostrados en la Figura 2.11a, también se analiza el Caso II donde se modifica la longitud del eslabón BC, en el cual se obtiene un arco rotado mostrado en la Figura 2.11b, ya que no tiene la misma orientación que la recta; también se analiza el Caso III en el cual se aumenta la longitud del segmento BP, lo



cual genera un arco cóncavo con respecto al punto C, Figura 2.12a; por último se analiza el Caso IV, en el cual se disminuye la longitud del segmento BP lo que genera un arco convexo con respecto al punto C, Figura 2.12b.

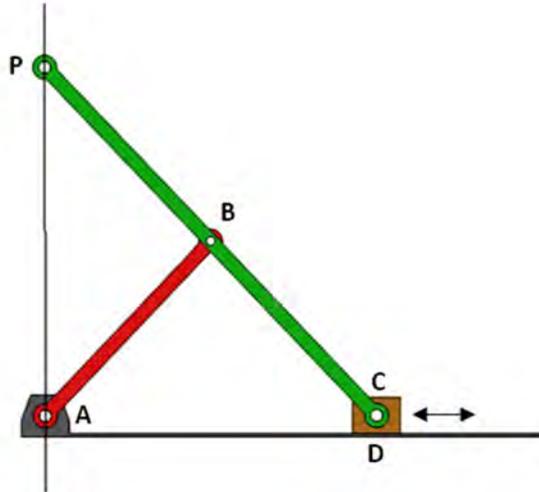


Figura 2.10. Mecanismo de Scott Russel o Isósceles describiendo una trayectoria recta.

Tabla 2.5. Casos de modificación de dimensiones de los eslabones para buscar generación de trayectorias curvas en el mecanismo de Scott Russel. La configuración inicial de los eslabones para generar una línea recta es: $L_{AB} = 2$, $L_{BC} = 2$, $L_{AC} = variable$ y $L_{BP} = 2$

Caso I	$L_{AB} \neq 2$
Caso II	$L_{BC} \neq 2$
Caso III	$L_{BP} > 2$
Caso IV	$L_{BP} < 2$

Las longitudes empleadas en los eslabones del mecanismo para trazar una línea recta, así como la descripción de los casos analizados se pueden observar en la Tabla 2.3. Este mecanismo puede cumplir con el principio básico de desplazamiento, por lo que se puede emplear como mecanismo de propulsión para máquinas caminantes, sin embargo tiene la desventaja de que cuando describe líneas rectas y en el Caso IV el punto P se cruza con otros eslabones y como los eslabones son sólidos, esto representa un serio problema en el diseño.



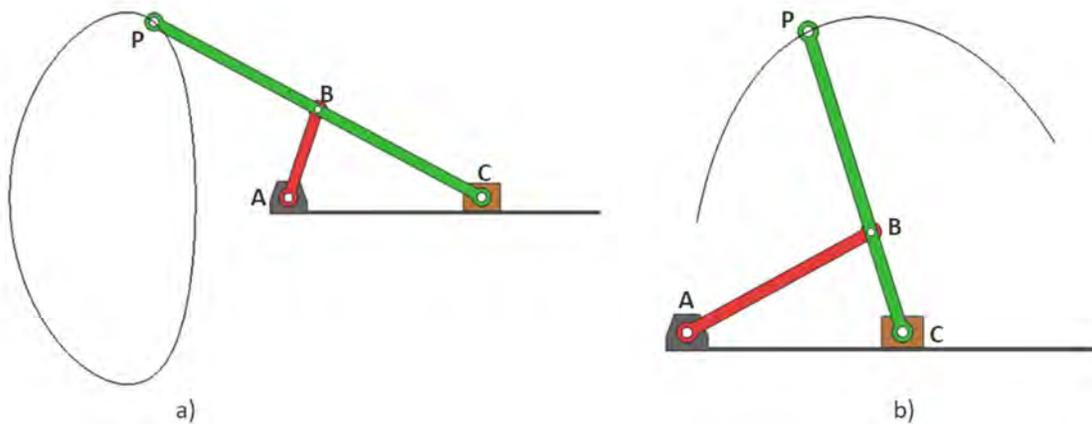


Figura 2.11. Trayectoria descrita por el mecanismo de Scott Russel en a) Caso I y b) Caso II.

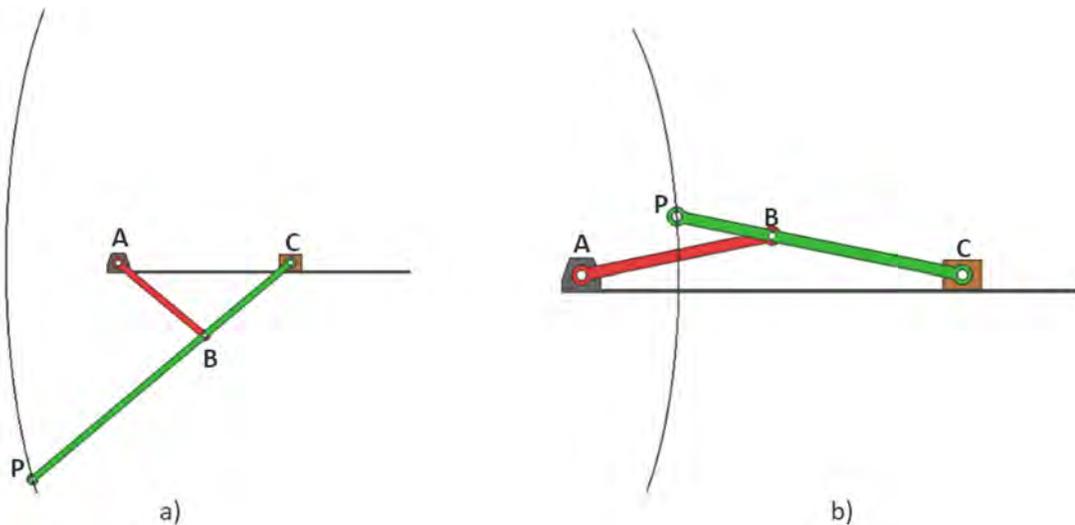


Figura 2.12. Trayectoria descrita por el mecanismo de Scott Russel en a) Caso III y b) Caso IV.

2.3.6 Mecanismo de línea recta exacta de Hart

Para que un mecanismo pueda describir trayectorias rectas exactas con articulaciones rotacionales se requiere que tenga al menos seis eslabones, el mecanismo de Hart es un mecanismo de seis eslabones con siete articulaciones rotacionales nombradas A, B, C, D, E, F y G, estas articulaciones le dan nombre a los eslabones [17]. Para que el punto P describa una línea recta exacta como la que se muestra en la Figura 2.13, se deben cumplir las siguientes relaciones entre los eslabones: $L_{AC} = L_{FG}$, $L_{AF} = L_{CG}$, $L_{BD} = L_{DE}$ y por último se deben cumplir las relaciones de longitud $L_{AB}/L_{AC} = L_{AE}/L_{AF} = L_{PG}/L_{CG} = m$, y $0 < m < 1$.



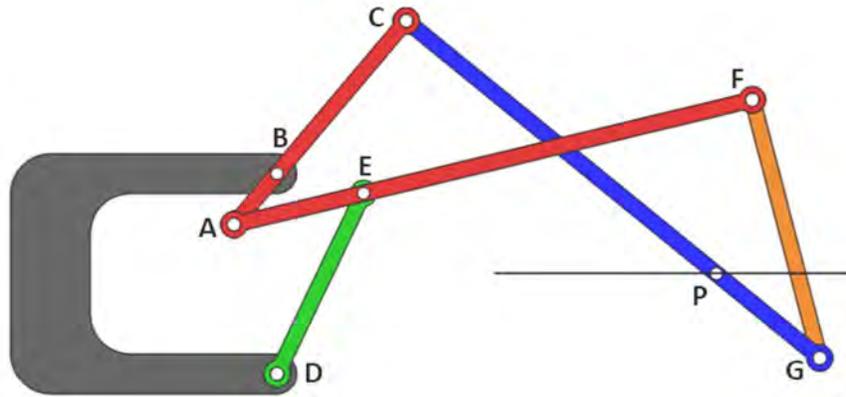


Figura 2.13. Mecanismo de Hart describiendo una trayectoria recta.

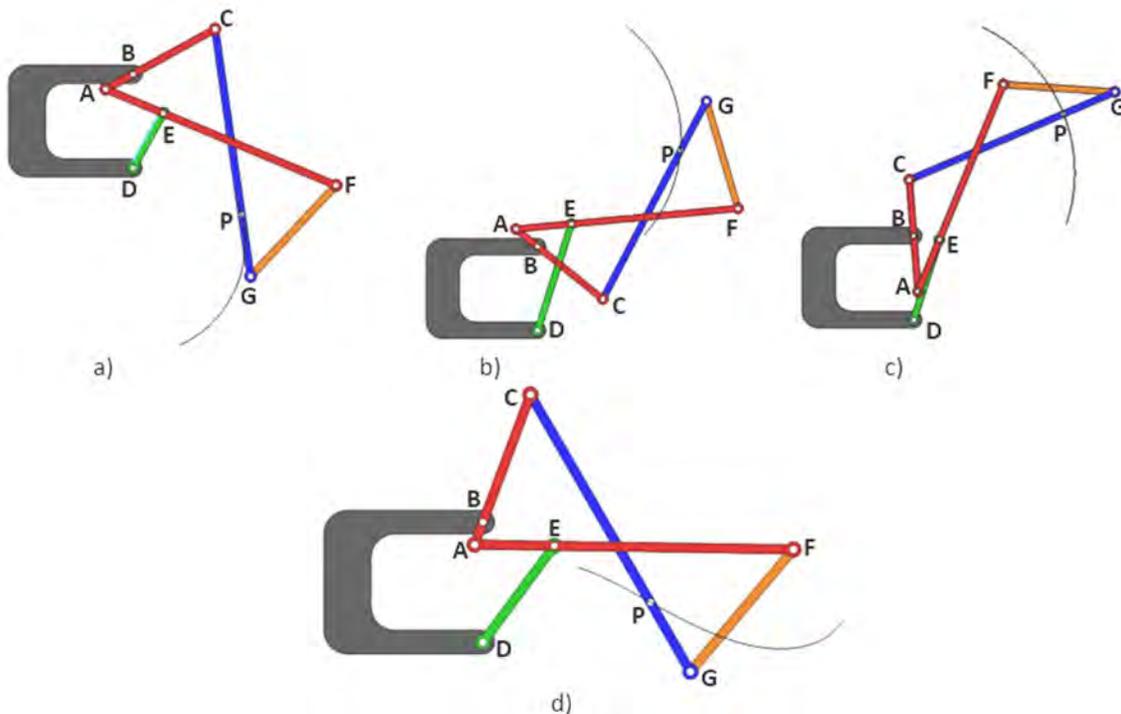


Figura 2.14. Trayectoria descrita por el mecanismo de Hart en a) Caso I, b) Caso II, c) Caso III y d) Caso IV.

Las longitudes de los eslabones empleadas se muestran en la Tabla 2.6, en ésta misma se muestran los casos en los cuales la variación de las longitudes de los eslabones genera que el punto P describa trayectorias curvas. El Caso I en donde se reduce la longitud del eslabón DE, se observa que el punto P describe arcos con centro de rotación constante en la parte inferior como se aprecia en la Figura 2.14a; para el Caso II se aumenta la longitud de eslabón DE y el punto P describe otra trayectoria con centro de rotación constante pero en esta ocasión en la parte superior del mecanismo como se muestra en la Figura 2.14b; en el Caso III se aumenta la longitud entre las articulaciones A y B teniendo como resultado que el punto P



describa una trayectoria curva como se aprecia en la Figura 2.14c, similar a la descrita en el caso II; finalmente en el caso IV se reduce la distancia entre los eslabones AB con lo que se obtiene una trayectoria curva con centro de rotación variable descrita por el punto P, como se aprecia en la Figura 2.14d.

Tabla 2.6. Casos de modificación de dimensiones de los eslabones para buscar generación de trayectorias curvas en el mecanismo de Hart. La configuración inicial de los eslabones para generar una línea recta es: $L_{AB} = 0.5$, $L_{BC} = 1.5$, $L_{AE} = 1$, $L_{EF} = 3$, $L_{BD} = L_{DE} = 1.5$, $L_{FG} = 2$, $L_{CP} = 3$ y $L_{PG} = 1$

Caso I	$L_{DE} < 1.5$
Caso II	$L_{DE} > 1.5$
Caso III	$L_{AB} > 0.5$
Caso IV	$L_{AB} < 0.5$

El mecanismo de Hart tiene la capacidad de describir tanto trayectorias curvas como trayectorias rectas exactas con lo cual podría cumplir con el principio básico de desplazamiento, con la desventaja de que las trayectorias rectas y curvas descritas por este mecanismo se encuentran en diferentes direcciones a las trayectorias deseadas.

2.3.7 Mecanismo de línea recta exacta de Peaucellier-Lipkin

Por último analizaremos el mecanismo Peaucellier-Lipkin [17], que es un mecanismo de ocho barras que cuenta con seis articulaciones rotacionales llamadas A, B, C, D, E y F las cuales les dan el nombre a los eslabones que lo conforman. En este caso la articulación F es la que describe trayectorias rectas exactas, como la que se muestra en la Figura 2.15; para describir trayectorias rectas exactas se deben cumplir las siguientes relaciones entre las longitudes de sus eslabones: $L_{AB} = L_{BC}$, $L_{AD} = L_{AE}$ y $L_{CD} = L_{CE} = L_{DF} = L_{EF}$.

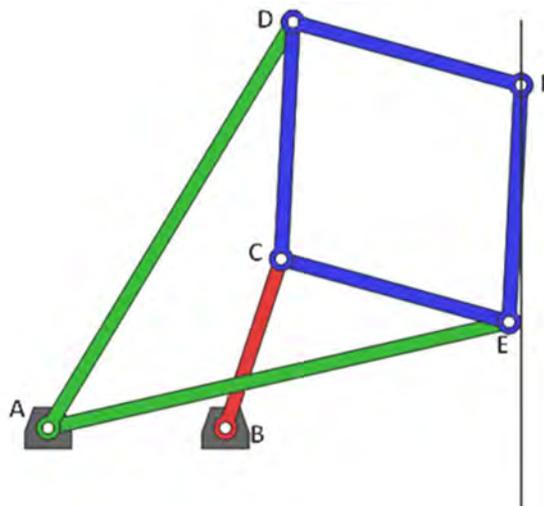


Figura 2.15. Mecanismo Peaucellier-Lipkin describiendo una trayectoria recta exacta.



Las dimensiones empleadas para la configuración del mecanismo Peaucellier-Lipkin analizado se pueden apreciar en la Tabla 2.7; en esta tabla también se aprecian los cuatro casos analizados para comprobar si el mecanismo puede cumplir con el principio básico de desplazamiento. En el Caso I se reduce la longitud del eslabón BC, observando que la articulación F puede describir trayectorias curvas con centro de rotación constante, el cual se ubica a la derecha de esta articulación como se puede apreciar en la Figura 2.16a; en el Caso II se aumenta el tamaño del eslabón BC, como se aprecia en la Tabla 2.7, con lo que se obtienen arcos con centro de rotación constante, el cual se ubica a la izquierda de esta articulación como se aprecia en la Figura 2.16b. Es importante mencionar que en los dos casos estudiados hasta el momento las trayectorias curvas descritas por el punto F tienen la misma orientación, a diferencia de lo obtenido en la mayoría de los mecanismos previamente estudiados, ya que el centro de las curvas obtenidas se encuentra alineado con el eslabón AB. En el Caso III de estudio se modifican las longitudes de los eslabones AD y AE ($L_{AD} \neq L_{AE}$) obteniendo curvas con centro variable en el que la mitad de la curva tiene centro a la izquierda de la articulación F, mientras que la otra mitad de la curva tiene centro a la derecha de esta articulación, Figura 2.16c; para concluir se analiza el Caso IV en donde se modifica el rombo formado por las articulaciones CDFEC, Figura 2.16d, en donde dos lados cambian de valor en la longitud ($L_{EF} = L_{CD} \neq L_{CE} = L_{DF}$), con lo que se obtiene la descripción de trayectorias curvas con centro variable.

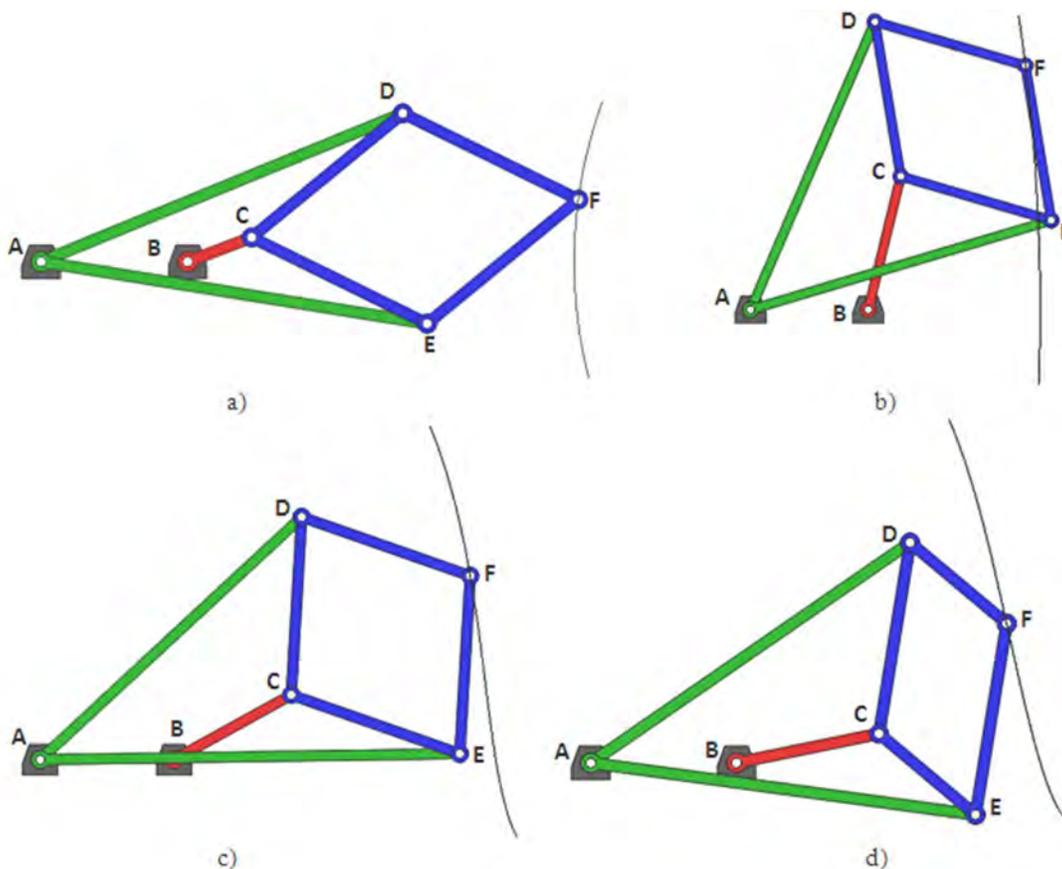


Figura 2.16. Trayectorias descritas por el mecanismo Peaucellier-Lipkin a) Caso I, b) Caso II, c) Caso III y d) Caso IV.



Tabla 2.7. Casos de modificación de dimensiones de los eslabones para buscar generación de trayectorias curvas en el mecanismo de Peaucellier-Lipkin. La configuración inicial de los eslabones para generar una línea recta es: $L_{AB} = 1.5$, $L_{AD} = 4$, $L_{AE} = 4$, $L_{BC} = 1.5$, $L_{CD} = 2$, $L_{CE} = 2$, $L_{DF} = 2$ y $L_{EF} = 2$

Caso I	$L_{BC} < 1.5$
Caso II	$L_{BC} > 1.5$
Caso III	$L_{AD} \neq L_{AE}$
Caso IV	$L_{EF} = L_{CD} \neq L_{CE} = L_{DF}$

2.4 Selección del mecanismo de línea recta

Después de analizar diversos mecanismos de línea recta aproximada y exacta para comprobar cuáles tienen la capacidad de cumplir con el principio básico de desplazamiento y poder aplicarlos como mecanismos de propulsión para máquinas caminantes, se realiza un análisis de siete de las principales ventajas y desventajas que presenta cada mecanismo que permite realizar una selección del mecanismo a emplear, como se aprecia en la Tabla 2.8.

Tabla 2.8. Ventajas y desventajas de los mecanismos analizados

Ventajas	Mecanismos						
	Watt	Roberts	Chebyshev	Hoeken	Scott Russel	Hart	Peaucellier-Lipkin
1. Realiza trayectorias exactas	No	No	No	No	Si	Si	Si
2. Puede describir trayectorias curvas con centro constante	No	Si	Si	Si	Si	Si	Si
3. Es fácil cambiar el centro de las trayectorias curvas	No	No	No	No	Si	Si	Si
4. Las trayectorias rectas y curvas tienen la misma orientación	No	No	No	No	Si	No	Si
5. Es simple (tiene pocos componentes)	Si	Si	Si	Si	Si	No	No
Desventajas							
6. Presenta singularidades	Si	Si	Si	Si	Si	Si	No
7. El punto de trazo cruza con otros elementos	No	Si	Si	No	Si	Si	No

En la Tabla 2.8 se muestran siete puntos a analizar los cuales se describen a continuación:

1. Realiza trayectorias exactas. Se refiere a cuales mecanismos tienen la capacidad de describir trayectorias exactas; tres de los mecanismos analizados tienen la capacidad



- de describir este tipo de trayectorias. Cuando los mecanismos que no realizan trayectorias exactas generan esfuerzos e inclusive deslizamientos en el pie, por lo que deben diseñarse mecanismos que compensen estos deslizamientos.
2. Puede describir trayectorias curvas con centro constante. Esto permite simplificar el control ya que se requiere de un menor número de actuadores, solamente el mecanismo de Watt no cumple este punto.
 3. Fácil de cambiar el centro de trayectorias curvas. Debido a que se busca que el mecanismo de propulsión tenga la capacidad de desplazarse por caminos cambiantes y no estructurados, es importante que éste pueda girar con respecto un gran número de centros de rotación, para así poder desplazarse con mayor facilidad. Se aprecia que solamente los mecanismos que describen trayectorias exactas cumplen con este punto.
 4. Las trayectorias rectas y curvas tienen la misma orientación. Los caminos presentan trayectos rectos seguidos de curvas los cuales son continuos, solamente dos mecanismos lo cumplen que son el mecanismo de Scott Russel y el Peaucellier-Lipkin.
 5. Es simple. Este es un principio muy importante del diseño ya que al reducir componentes se reducen elementos, material, costos y la complejidad del mecanismo, los mecanismos de cuatro barras son los más simples por lo que todos ellos cumplen este aspecto.
 6. Presenta singularidades. Las singularidades son posiciones en las que se alinean dos eslabones y no tienen un actuador en la articulación que los une y la mayoría de los mecanismos aquí planteados presentan singularidades cuando cambian la configuración, lo cual puede provocar que el mecanismo se atasque o no funcione correctamente presentando grandes esfuerzos. Solamente el mecanismo de Peaucellier-Lipkin no presenta.
 7. El punto de trazo cruza con otros elementos. Como el mecanismo se realizará de componentes sólidos y se plantea que el pie o punto de apoyo se encuentre en el punto trazador de las trayectorias es importante que no se crucen el punto de apoyo con los componentes del mecanismo, solamente tres mecanismos no presentan interferencias entre componentes.

En base a las ventajas y desventajas se pueden seleccionar dos mecanismos: el mecanismo de Scott Russel y el mecanismo Peaucellier-Lipkin, el primero tiene la gran ventaja de ser un mecanismo simple ya que solamente tiene cuatro eslabones, pero tiene como desventajas que presenta posiciones singulares, además de que el punto de trazo cruza por elementos sólidos lo cual podría ser un gran problema para el diseño. El mecanismo de Peaucellier-Lipkin solamente tiene la desventaja de que cuenta con ocho eslabones, pero puede cumplir con el principio básico de desplazamiento, además de que el punto de trazo no interfiere con otros elementos ni presenta singularidades. En base a este análisis se propone el mecanismo Peaucellier-Lipkin como la base de un mecanismo de propulsión para máquinas caminantes ya que es el que presenta las mayores ventajas en comparación con los otros mecanismos analizados.



2.5 Conclusiones

Para que una máquina caminante pueda desplazarse por diversas trayectorias, sus unidades de propulsión deben permitirle cumplir con el principio básico de desplazamiento, en base a este principio se estudiaron diversos mecanismos de trayectoria recta que al analizarlos y modificar sus dimensiones resultó en la selección del mecanismo Peaucellier- Lipkin ya que tiene la capacidad de describir arcos y trayectorias rectas al modificar algunas de las dimensiones de sus eslabones, razón por la cual se propone como base de la unidad de propulsión que se desarrolla en la presente investigación.



Capítulo 3. Descripción y transformación cinemática del mecanismo Peaucellier-Lipkin



3.1 Introducción

El mecanismo a emplear para el desarrollo de la unidad de propulsión fue inventado en 1864 por el ingeniero francés de la milicia Charles Nicolas Peaucellier. Este mecanismo se compone de ocho eslabones y tiene la capacidad de describir trayectorias rectas exactas. Años más tarde el ruso L. Lipkin inventó de manera independiente el mismo mecanismo de línea recta por lo que este mecanismo se conoce en la actualidad como mecanismo de Peaucellier-Lipkin [59].

Después de realizar una investigación documental se encontró que dentro del universo de mecanismos de propulsión para máquinas caminantes no se encuentra alguna configuración que se base en el mecanismo Peaucellier-Lipkin, que cumpla con el *principio básico de desplazamiento* de toda máquina caminante y tenga la capacidad para adaptarse a trayectorias diversas y terrenos no estructurados. El empleo de este mecanismo en máquinas caminantes solamente se ha usado en la generación de trayectorias rectas dejando de lado su capacidad de generar trayectorias curvas al variar las longitudes de algunos de sus eslabones. Debido a esto, el mecanismo de propulsión reconfigurable basado en el mecanismo Peaucellier-Lipkin da una solución funcional aplicable a una máquina caminante que tiene la capacidad de moverse en línea recta y girar respecto de un centro rotación CR.

El presente capítulo comienza con una explicación del mecanismo Peaucellier-Lipkin, para, posteriormente, realizar una descripción de la posición del mecanismo, la cual permite modificar todas las longitudes de los eslabones sin necesidad de que guarden alguna relación que permite realizar un análisis y modificación del mecanismo: posteriormente se realiza la selección de las longitudes de los eslabones del mecanismo, para concluir con la transformación cinemática del mecanismo de propulsión para adaptarlo a una unidad de propulsión para máquinas caminantes.

3.2 Mecanismo Peaucellier-Lipkin

El eslabonamiento de Peaucellier-Lipkin, mejor conocido como mecanismo trazador de línea recta exacta, el cual se aprecia en la Figura 3.1, está constituido por ocho eslabones unidos mediante las seis articulaciones denominadas como A, B, C, D, E y F, por tanto, los eslabones constitutivos son llamados AB, BC, AD, AE, CD, CE, DF y EF, cuyas longitudes son L_{AB} , L_{BC} , L_{AD} , L_{AE} , L_{CD} , L_{CE} , L_{DF} y L_{EF} , respectivamente. Para poder llamarlo mecanismo de Peaucellier-Lipkin, se deben de cumplir las siguientes condiciones:

1. $L_{AB} = L_{BC}$
2. $L_{AD} = L_{AE}$
3. $L_{CD} = L_{CE} = L_{DF} = L_{EF}$
4. Siempre y cuando la proporción entre ellos permita llevar a cabo las conexiones entre los eslabones.



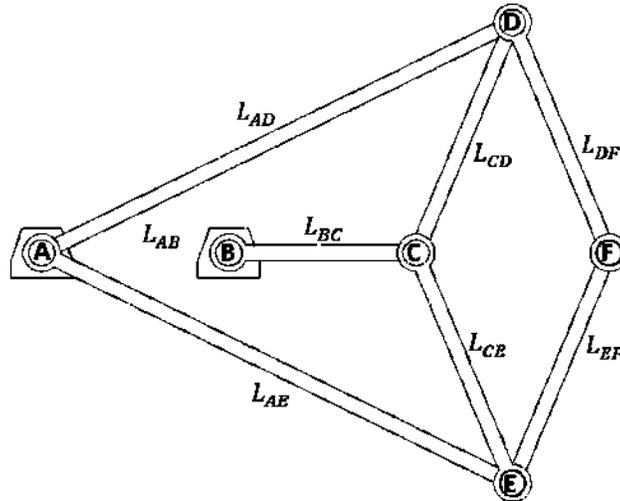


Figura 3.1. Mecanismo Peaucellier-Lipkin.[60]

Para encontrar la movilidad del mecanismo se aplica la ecuación (3.1) de Kutzbach-Gruebler [17] para mecanismos planos, la movilidad o los Grados de Libertad (GDL), permite conocer el número de entradas requerido en un mecanismo para predecir la posición del mismo en base al número de eslabones, las juntas y las relaciones que existen entre los componentes del mecanismo.

$$M = 3(L - 1) - 2J_c - J_s \quad (3.1)$$

Donde

M : movilidad o grados de libertad;

L : número de eslabones del mecanismo;

J_c : número de juntas completas (juntas con solo 1 GDL);

J_s : número de semijuntas (juntas con 2 GDL).

Para obtener la movilidad del mecanismo Peaucellier-Lipkin se sabe que cuenta con ocho eslabones ($L = 8$), cuenta con seis articulaciones rotacionales que son articulaciones con un solo grado de libertad ($J_c = 6$), se sabe que este mecanismo no tiene semijuntas ($J_s = 0$), sustituyendo estos valores en la ecuación (3.1) se obtiene que este mecanismo es de 1 GDL.

En este caso el grado de libertad se ubica en la articulación rotacional B, lo cual permite controlar la rotación del eslabón BC y así poder describir una línea recta exacta con el centro de la articulación F, en donde se colocará el pie como se puede apreciar en la Figura 3.2.



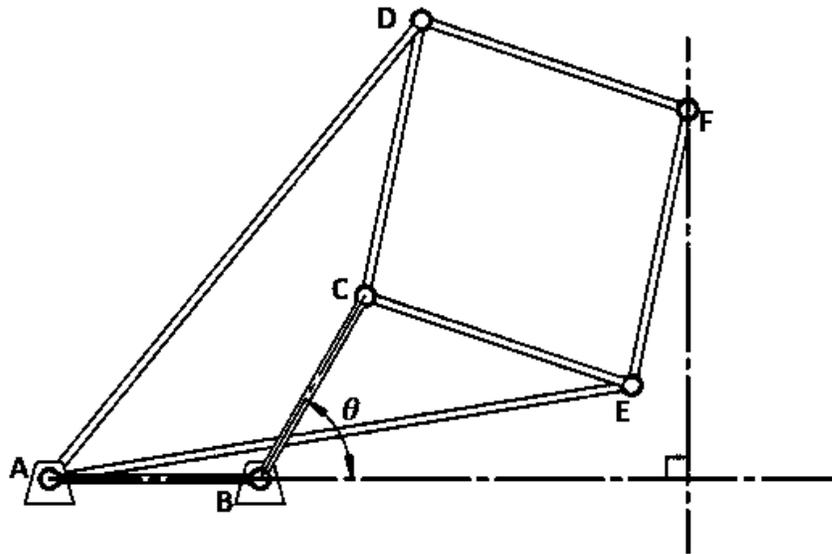


Figura 3.2. Mecanismo Peaucellier-Lipkin describiendo una línea recta.

3.3 Descripción del mecanismo Peaucellier-Lipkin

Para describir el mecanismo es necesario conocer las longitudes de los ocho eslabones L_{AB} , L_{BC} , L_{AD} , L_{AE} , L_{CD} , L_{CE} , L_{DF} y L_{EF} . El mecanismo cuenta con un eslabón fijo llamado AB, con respecto al cual se articula rotacionalmente en la articulación B el eslabón BC que al girar forma un ángulo θ , que es el grado de libertad que requiere para controlar el movimiento del mecanismo, como se aprecia en la Figura 3.2. Al modificar el ángulo de entrada se puede controlar la posición de los eslabones y articulaciones, en especial la posición de la articulación F, la cual describe una trayectoria recta y será considerado como el punto de salida. En esta descripción se consideró el mecanismo como plano.

El punto de interés es la salida del mecanismo por lo que se debe conocer la posición del punto F y así conocer la trayectoria que describe este punto, por lo que se describe al mecanismo con respecto a una base ortonormal derecha $\{0\} = \{\hat{x}_A, \hat{y}_A, \hat{z}_A\}$, que será el origen del mismo, la cual coincide con el punto A, como se muestra en la Figura 3.3. El elemento \hat{x}_A se obtienen al normalizar el vector dirigido del punto A al punto B, mientras que el elemento \hat{z}_A es perpendicular al plano en el cual se encuentra el mecanismo y su dirección sale del plano, y el elemento \hat{y}_A se obtiene mediante el producto vectorial $\hat{z}_A \otimes \hat{x}_A$. La ubicación del punto de salida F se debe definir con respecto al origen como función del ángulo de entrada θ .

Como ya se mencionó, el mecanismo de Peaucellier-Lipkin debe tener las longitudes de sus eslabones descritas en la sección 3.2 para describir líneas rectas, pero la descripción de este mecanismo se realizará para que puedan adoptar cualquier longitud los eslabones sin y así sea posible realizar un análisis de las diversas trayectorias que se pueden generar al modificar las longitudes del mecanismo.



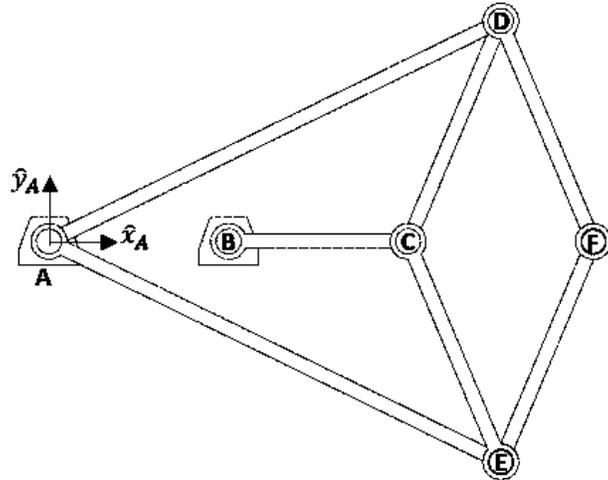


Figura 3.3. Mecanismo Peaucellier-Lipkin mostrando el marco de referencia $\{A\}$.

Para encontrar la posición del punto de salida F con respecto al origen se pueden dividir en tres lazos conformados por cuatro barras cada uno, éstos van de los puntos ABCDA, ABCEA y CDFEC. Estos tres lazos se pueden ver en la Figura 3.4. Esto con el fin de encontrar las coordenadas de cada articulación en función del ángulo de entrada θ .

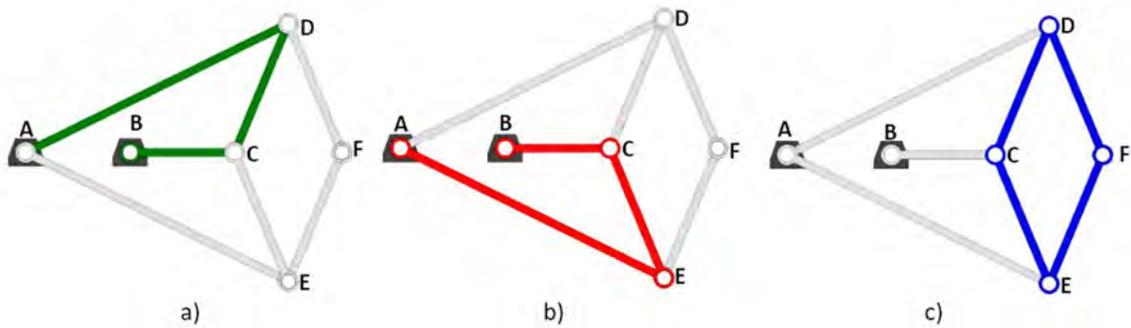


Figura 3.4. Lazos de cuatro barras a) ABCDA, b) ABCEA y c) CDFEC.

3.3.1 Lazo ABCDA

Este lazo se puede considerar como un mecanismo de cuatro barras, en el cual el eslabón AB es el eslabón fijo. Es necesario definir la posición de los eslabones en función del ángulo de entrada θ que se encuentra definido como el ángulo formado entre el vector \hat{x}_A y el vector que va dirigido de B a C, ${}^A\vec{r}_{BC}$, al emplear la regla de la mano derecha alrededor del vector \hat{z}_A , ver Figura 3.5.



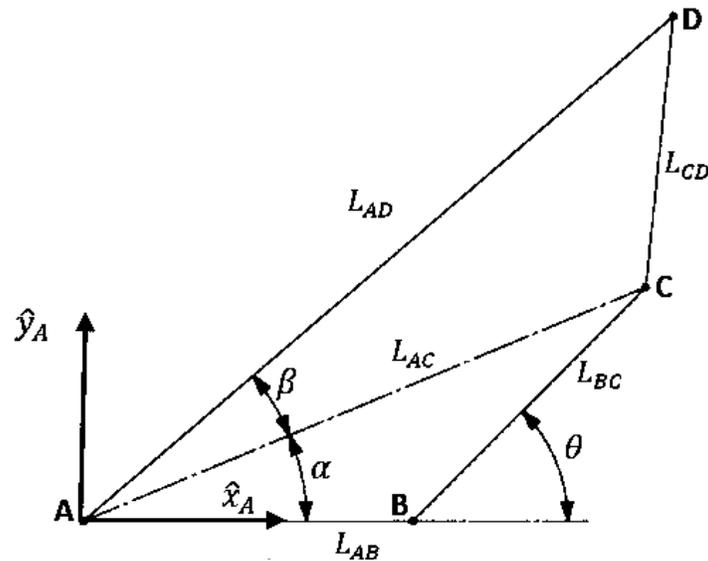


Figura 3.5. Geometría y nomenclatura del lazo ABCDA.

Se comienza por definir las coordenadas del punto **A** que es coincidente con el origen, basándonos en la Figura 3.5, se obtiene las coordenadas mostradas en la ecuación (3.2), en donde para todos los puntos el elemento z es nulo ya que se considera en un plano. Para el caso del punto **B** se obtiene las coordenadas mostradas en la ecuación (3.3), donde se desplaza la longitud L_{AB} en dirección x .

$${}^A \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix} = {}^A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

$${}^A \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix} = {}^A \begin{pmatrix} L_{AB} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

El punto **C** se obtiene de la proyección ortogonal del vector dirigido del punto **B** al **C**, ${}^A \vec{r}_{BC}$, con respecto al plano \hat{x}_A, \hat{y}_A , como se puede apreciar en la ecuación (3.4).

$${}^A \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{pmatrix} = {}^A \begin{pmatrix} L_{BC} \cos(\theta) + L_{AB} \\ L_{BC} \sin(\theta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

El punto **D** se puede encontrar al determinar los ángulos α que se obtiene mediante la ecuación (3.5). Es necesario encontrar la longitud L_{AC} que se obtiene empleando el teorema de Pitágoras, en la ecuación (3.6); para encontrar β se aplica la ley de los cosenos al triángulo formado por los puntos ACDA, de donde se obtiene la ecuación (3.7).



$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{y_C}{x_C} \right) \quad (3.5)$$

$$l_{AC} = \sqrt{y_C^2 + x_C^2} \quad (3.6)$$

$$\beta = \cos^{-1} \left(\frac{L_{AD}^2 + L_{AC}^2 - L_{CD}^2}{2L_{AD}L_{AC}} \right) \quad (3.7)$$

La posición de la articulación D se encuentra empleando los ángulos α y β , como se aprecian en la ecuación (3.8).

$${}^A \begin{pmatrix} x_D \\ y_D \\ z_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{AD} \cos(\alpha + \beta) \\ L_{AD} \sin(\alpha + \beta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

3.3.2 Lazo ABCEA

Este lazo se puede analizar también aisladamente como un mecanismo de cuatro barras formado por los eslabones **AB**, **BC**, **CE** y **EA** (Figura 3.4b), donde el eslabón **AB** es el eslabón base. Esto con la finalidad de encontrar las coordenadas del punto **E** que aún falta por definir. Es necesario encontrar los ángulos δ y γ , los cuales se muestran en la Figura 3.6 y se obtienen mediante las ecuaciones (3.9) y (3.10). Se emplea el ángulo α calculado previamente en la ecuación (3.5).

$$\delta = \alpha - \gamma \quad (3.9)$$

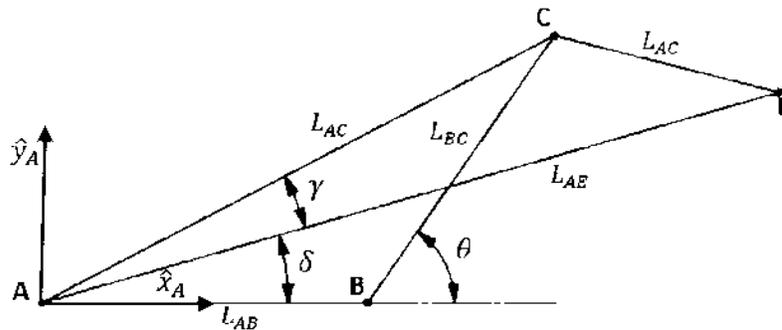


Figura 3.6. Geometría y nomenclatura del lazo ABCEA.

Aplicando la ley de cosenos se obtiene:

$$\gamma = \cos^{-1} \left(\frac{L_{AE}^2 + L_{AC}^2 - L_{CE}^2}{2L_{AE}L_{AC}} \right) \quad (3.10)$$



Una vez que se encontró el ángulo δ se pueden definir las coordenadas del punto **E** en la ecuación (3.11).

$${}^A \begin{pmatrix} x_E \\ y_E \\ z_E \end{pmatrix} = {}^A \begin{pmatrix} L_{AE} \cos(\delta) \\ L_{AD} \sin(\delta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

3.3.3 Lazo CDFEC

Para poder definir el punto faltante **F**, se emplea el lazo CDFEC formado por los eslabones **CD**, **CE**, **DF** y **FE**, sin considerar ninguna relación de eslabonamiento, lo que permite representar la geometría de este lazo con la Figura 3.7, en la cual se aprecia que se emplea una nueva base generadora ortonormal derecha $\{C\}$, de la cual su origen coincide con el punto **C**. Esta base auxiliar está formada por los elementos $\{C\} = \{\hat{x}_c, \hat{y}_c, \hat{z}_c\}$. El elemento \hat{x}_c se obtienen al normalizar el vector dirigido del punto C al punto D, ${}^A \bar{r}_{CD}$ (3.12), con sentido opuesto (3.13), mientras que el elemento \hat{z}_c es perpendicular al plano en el cual se encuentra el mecanismo (3.14) y el elemento \hat{y}_c se obtiene mediante el producto vectorial de \hat{x}_c y \hat{z}_c (3.15).

$${}^A \bar{r}_{CD} = \begin{pmatrix} x_D \\ y_D \\ z_D \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

$$\hat{x}_c = -\frac{{}^0 \bar{r}_{CD}}{\|{}^0 \bar{r}_{CD}\|} \quad (3.13)$$

$$\hat{z}_c = \hat{z}_0 \quad (3.14)$$

$$\hat{y}_c = \hat{z}_c \otimes \hat{x}_c \quad (3.15)$$

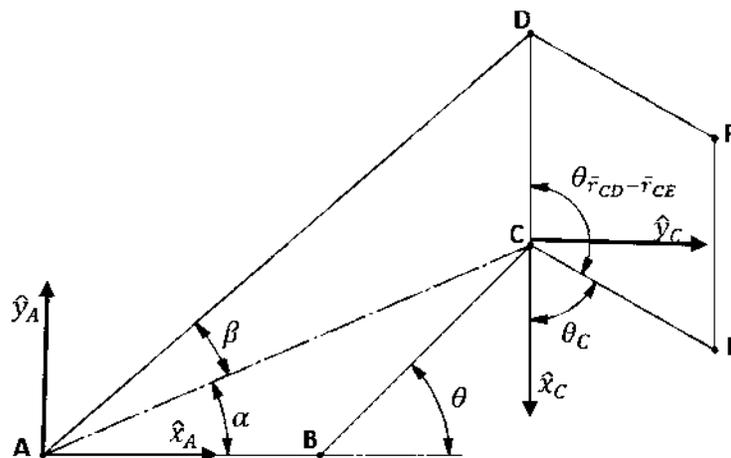


Figura 3.7. Geometría y nomenclatura del lazo CDFEC.



Los elementos de la base {C} descritos anteriormente se encuentran con respecto a la base {A}, por lo que se puede obtener la transformación homogénea de {C} con respecto a {A} como se aprecia en (3.16), que permite establecer las relaciones de posición y orientación de estas dos bases.

$${}^A T_C = \begin{pmatrix} \left(-\frac{{}^A \bar{r}_{CD}}{\|{}^A \bar{r}_{CD}\|} \hat{z}_C \otimes \hat{x}_C \quad \hat{z}_A \right) & \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{pmatrix} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Es necesario determinar los elementos que forman este lazo con respecto a {C}, así como los ángulos θ_C y $\theta_{\bar{r}_{CD}-\bar{r}_{CE}}$, descritos en las ecuaciones (3.17 y 3.18) y representados gráficamente en la Figura 3.8.

$$\theta_C = 180^\circ - \theta_{\bar{r}_{CD}-\bar{r}_{CE}} \quad (3.17)$$

$$\theta_{\bar{r}_{CD}-\bar{r}_{CE}} = \cos^{-1} \left(\frac{{}^A \bar{r}_{CD} - {}^A \bar{r}_{CE}}{\|{}^A \bar{r}_{CD}\| \|{}^A \bar{r}_{CE}\|} \right) \quad (3.18)$$

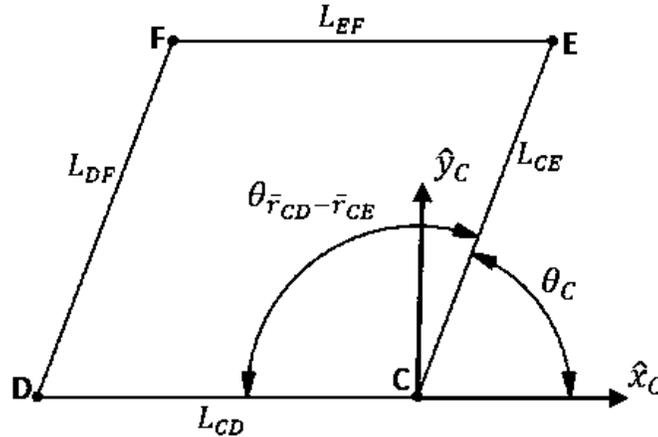


Figura 3.8. Relaciones geométricas entre los vectores ${}^C \bar{r}_{CD}$ y ${}^C \bar{r}_{CE}$.

Se requiere determinar los vectores ${}^C \bar{r}_{CD}$ y ${}^C \bar{r}_{CE}$ que van dirigidos de los puntos C al D y C a E respectivamente. Al observar la Figura 3.8 se puede obtener los componentes de ambos vectores como se observa en las ecuaciones (3.19) y (3.20).

$${}^C \bar{r}_{CD} = \begin{pmatrix} -L_{CD} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

$${}^C \bar{r}_{CE} = \begin{pmatrix} L_{CE} \cos(\theta_C) \\ L_{CE} \sen(\theta_C) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$



Se puede observar en la Figura 3.9 al vector ${}^c\bar{r}_{DF}$, que se dirige de D a F y se encuentra desplazado un ángulo $\zeta_1 + \zeta_2$ con respecto a la línea de acción de \hat{x}_C .

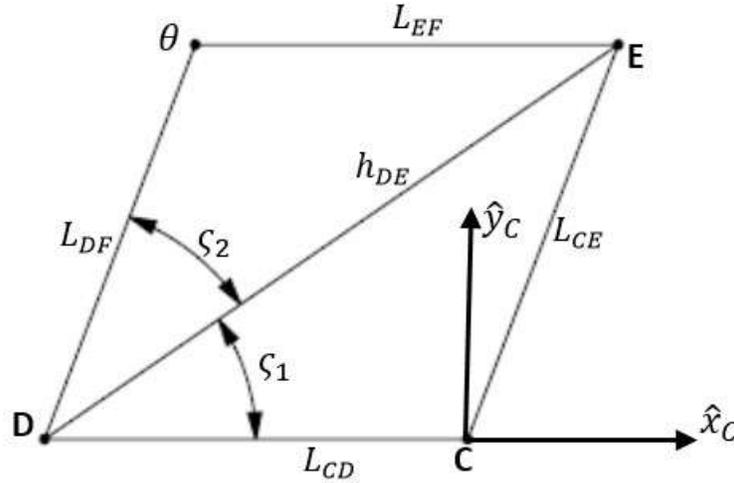


Figura 3.9. Geometría con los ángulos $\zeta_1 + \zeta_2$.

Es necesario encontrar el valor de h_{DE} , mediante la ecuación (3.21) para poder encontrar los ángulos ϵ_1 y ϵ_2 mediante las ecuaciones (3.22) y (3.23).

$$h_{DE} = \sqrt{(L_{CE} \text{sen}(\theta_C))^2 + (L_{CD} + L_{CE} \text{cos}(\theta_C))^2} \quad (3.21)$$

$$\epsilon_1 = \tan^{-1} \left(\frac{L_{CE} \text{sen}(\theta_C)}{L_{CD} + L_{CE} \text{cos}(\theta_C)} \right) \quad (3.22)$$

$$\epsilon_2 = \cos^{-1} \left(\frac{L_{DF}^2 + h_{DE}^2 - L_{EF}^2}{2L_{DF}h_{DE}} \right) \quad (3.23)$$

Una vez que se tienen definidos los ángulos ϵ_1 y ϵ_2 son sustituidos en la ecuación (3.24) para definir al vector ${}^c\bar{r}_{DF}$.

$${}^c\bar{r}_{DF} = \begin{pmatrix} L_{DF} \text{cos}(\epsilon_1 + \epsilon_2) \\ L_{DF} \text{sen}(\epsilon_1 + \epsilon_2) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

Por último se obtiene el vector ${}^c\bar{r}_{CF}$ mediante la suma vectorial ${}^c\bar{r}_{CF} = {}^c\bar{r}_{CD} + {}^c\bar{r}_{DF}$. Esta suma da como resultado (3.25).

$${}^c\bar{r}_{CF} = \begin{pmatrix} -L_{CD} + L_{DF} \text{cos}(\epsilon_1 + \epsilon_2) \\ L_{DF} \text{sen}(\epsilon_1 + \epsilon_2) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.25)$$



Es necesario homogenizar el vector ${}^C\bar{r}_{CF}$ agregándole un uno como se muestra a continuación en (3.26):

$${}^C\bar{r}_{CFH} = \begin{pmatrix} -L_{CD} + L_{DF}\cos(\epsilon_1 + \epsilon_2) \\ L_{DF}\sin(\epsilon_1 + \epsilon_2) \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

Este vector ${}^C\bar{r}_{CFH}$ se encuentra definido con respecto a la base {C}, por lo que es necesario aplicarle la transformación mediante AT_C (3.27), para poder encontrar el vector dirigido de B a F respecto a {A}, ${}^A\bar{r}_{CFH}$ como se aprecia en (3.28), en donde se encuentran las coordenadas del punto de salida F.

$${}^A\bar{r}_{CFH} = {}^AT_C {}^C\bar{r}_{CFH} \quad (3.27)$$

$${}^A\bar{r}_{CFH} = \begin{pmatrix} x_F \\ y_F \\ z_F \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

Una vez que ya se definieron todos los puntos y los eslabones es posible analizar la cinemática del mecanismo y determinar la trayectoria que sigue el punto de salida F.

3.4 Análisis y modificación del mecanismo Peaucellier-Lipkin

Es importante realizar un análisis del mecanismo Peaucellier-Lipkin para comprobar que el modelo desarrollado previamente funcione correctamente y así permita realizar diversas modificaciones en las longitudes de los eslabones que lo componen para poder emplear el mecanismo de propulsión para máquinas caminantes que cumpla con el *principio básico de desplazamiento*. Estos análisis se realizaron empleando un software multitarea.

Al escribir el modelo descrito anteriormente y empleando las dimensiones que se utilizaron previamente, en la Tabla 2.7, para la configuración de línea recta, se obtiene que el punto F describe una trayectoria recta al modificar el ángulo de entrada θ , como se aprecia en la Figura 3.10, donde se pueden observar las posiciones que ocupa el punto F, que se representan como puntos rojos a lo largo de la línea recta exacta que describe la articulación F; esto se puede comprobar al analizar la Tabla 3.1 que muestra las coordenadas de las diferentes posiciones que ocupa el punto F, donde puede apreciar que la posición $x_F(\theta)$ no varía al modificar el ángulo de entrada θ , mientras que la posición $y_F(\theta)$ sí cambia.



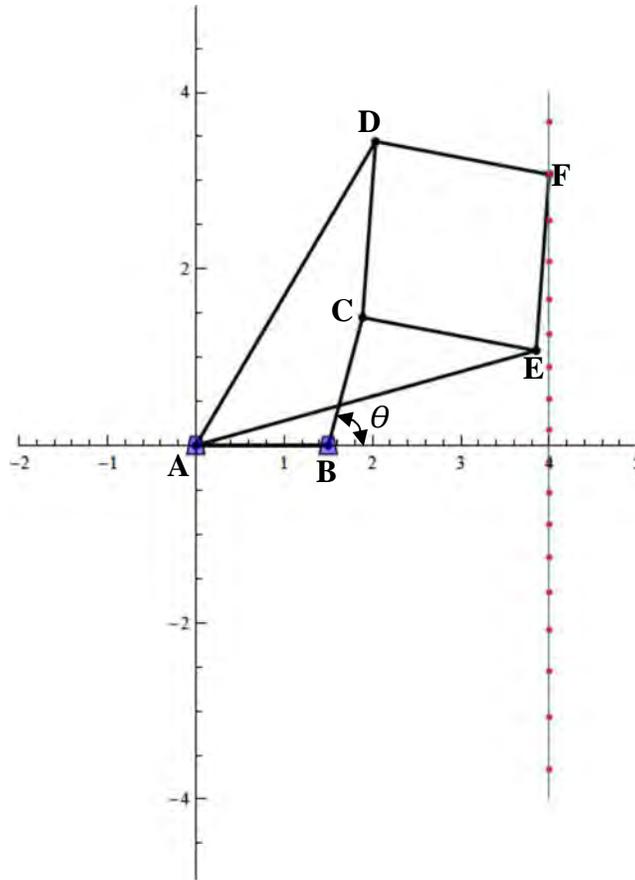


Figura 3.10. Posición de la articulación F al modificar el ángulo de entrada θ , cuando $L_{AB} = L_{BC}$.

Tabla 3.1. Posición del punto F al modificar el ángulo de entrada θ cuando $L_{AB} = L_{BC}$

$x_F(\theta)$	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	
$y_F(\theta)$	-3.665	-3.069	-2.548	-2.082	-1.656	-1.261	-0.886	-0.526	-0.174	0.174	0.526	0.886	1.261	1.656	2.082	2.548	3.069	3.665

Estos resultados permiten validar el modelo matemático y por lo tanto se procede a realizar las modificaciones en las longitudes de los eslabones que se abordaron previamente para encontrar el tipo de curvatura que se puede generar. Se comienza con la modificación de la longitud del eslabón BC (L_{BC}) de acuerdo al Caso I que también es descrito en la Tabla 2.7. En este caso se puede apreciar cómo se pueden describir arcos con centro a la derecha del punto F, como se aprecia en la Figura 3.11, el arco que se aprecia en esta figura tiene un centro de rotación constante que es colineal con el eslabón AB, esto se puede apreciar en la Tabla 3.2 donde se muestran las coordenadas que ocupa la articulación F al variar el ángulo de entrada. En este caso el ángulo de entrada que se puede emplear es menor, de lo contrario tendría el mecanismo condiciones de singularidad.



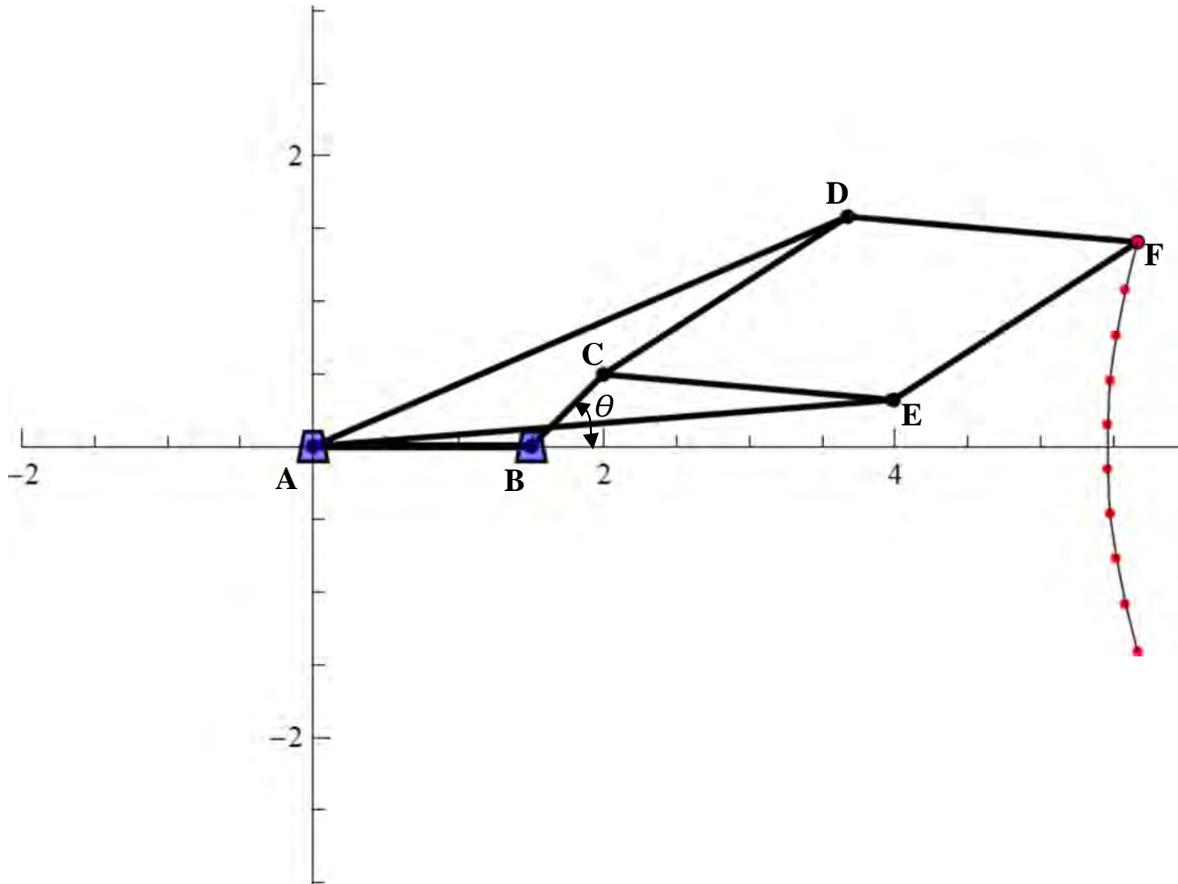


Figura 3.11. Posición de la articulación F al modificar el ángulo de entrada θ con $L_{BC} < 1.5$.

Tabla 3.2. Posición del punto F al modificar el ángulo de entrada θ en caso $L_{BC} < 1.5$

$x_F(\theta)$	5.6663	5.5784	5.51618	5.47637	5.45695	5.45695	5.47637	5.51618	5.5784	5.6663
$y_F(\theta)$	-1.40587	-1.08023	-0.76455	-0.455931	-0.151512	0.151512	0.455931	0.76455	1.08023	1.40587

El segundo caso es cuando la longitud del eslabón BC aumenta su longitud ($L_{BC} > 1.5$), con esto se logra describir un arco con centro de rotación constante el cual se ubica a la izquierda del punto F, como se puede apreciar en la Figura 3.12, de igual manera que en el caso anterior el centro de rotación es también colineal con el eslabón AB, los valores de las coordenadas por las que pasa la articulación F se muestran en la Tabla 3.3.



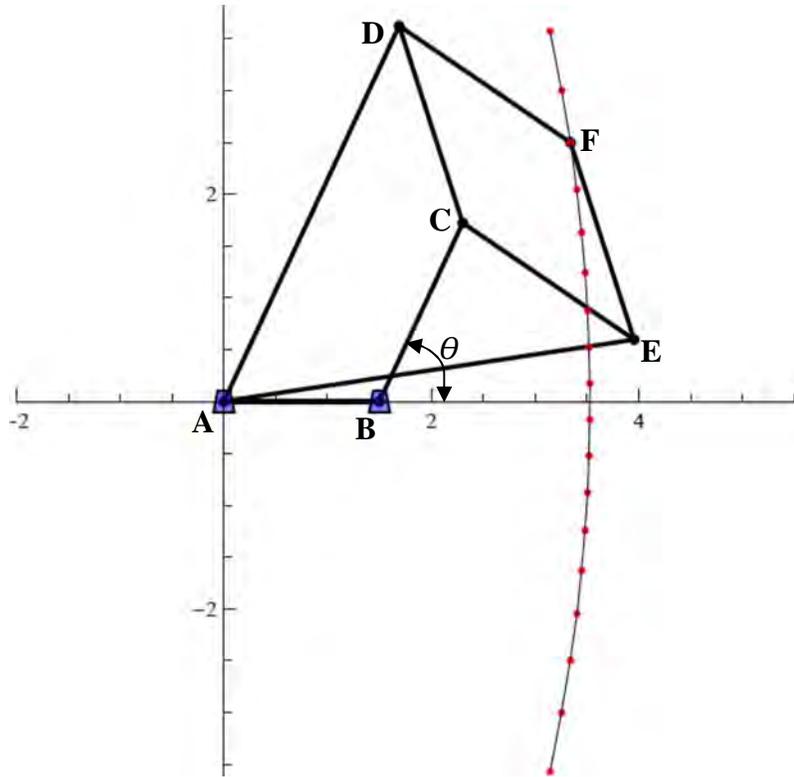


Figura 3.12. Posición de la articulación F al modificar el ángulo de entrada θ con $L_{BC} > 1.5$.

Tabla 3.3. Posición del punto F al modificar el ángulo de entrada θ cuando $L_{BC} > 1.5$

$x_F(\theta)$	3.14422	3.25838	3.34212	3.40412	3.44998	3.48334	3.50662	3.52137	3.52853	3.52853	3.52137	3.50662	3.48334	3.44998	3.40412	3.34212	3.25838	3.14422
$y_F(\theta)$	-3.57307	-3.00236	-2.49897	-2.04577	-1.63005	-1.24203	-0.87391	-0.519197	-0.172222	0.172222	0.519197	0.87391	1.24203	1.63005	2.04577	2.49897	3.00236	3.57307

Como se puede apreciar en los casos analizados previamente, los arcos que se pueden describir tiene un centro de rotación muy alejado, por lo que no podrían describir un gran número de trayectorias, por lo que se plantea que no solamente se modifique la longitud de alguno de los eslabones, sino que tanto el eslabón AB, que es el eslabón fijo, así como el eslabón BC puedan modificar su longitud. Al modificar ambas longitudes se pueden realizar un mayor número de trayectorias ya que los arcos que se pueden trazar tiene el centro de rotación más cercano a la izquierda del punto F como el ejemplo que se muestra en la figura 3.13a, mientras que también se pueden realizar arcos con centros más cercanos por la derecha al punto F, como se aprecia en la Figura 3.13b. Esto permite realizar una mejora en la adaptación del mecanismo de propulsión para adaptarlo a una máquina caminante, pero aumentarían los grados de libertad en el mecanismo.



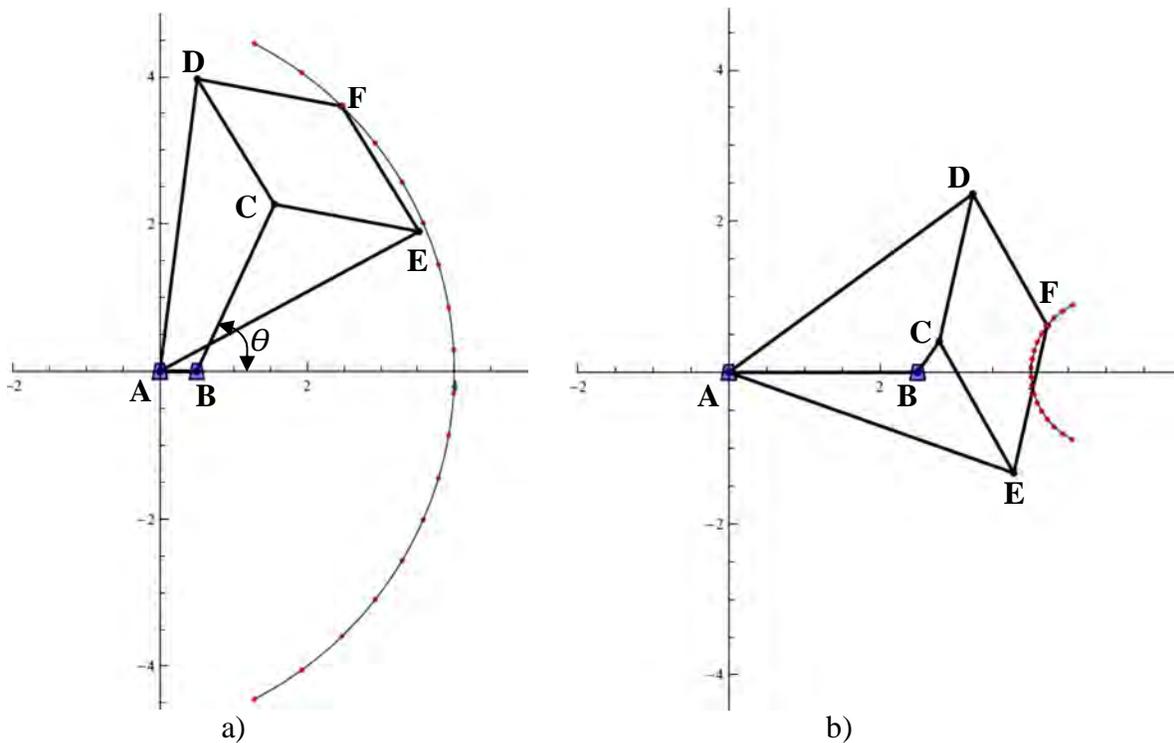


Figura 3.13. Trayectorias al modificar los eslabones AB y BC de acuerdo a a) $L_{AB} < L_{BC}$ y b) $L_{AB} > L_{BC}$.

3.5 Selección de las dimensiones del mecanismo de Propulsión

Al saber que el mecanismo Peaucelleir-Lipkin se puede adaptar como una unidad de propulsión para máquinas caminantes y con el modelo matemático desarrollado, es posible realizar un análisis para seleccionar las dimensiones que debe de tener el mecanismo de propulsión como se desarrolla a continuación.

3.5.1 Manteniendo constante L_{AB} y L_{BC} y variando la demás longitudes

Una vez que se ha demostrado que al modificar el mecanismo Peaucellier-Lipkin, al agregarle grados de libertad, que modifican algunas dimensiones, se cumple con el *principio básico de desplazamiento* de toda máquina caminante y se genera un nuevo mecanismo reconfigurable. En consecuencia, se requieren encontrar las dimensiones que deben tener los eslabones entre un gran número de posibilidades y así encontrar las configuraciones que permitan avanzar una mayor distancia para un determinado ángulo de entrada.

Para poder desarrollar el programa es necesario poner ciertas limitantes a las variables de entrada, así como encontrar las ecuaciones que permitan calcular la distancia recorrida por el mecanismo de propulsión para un determinado ángulo de entrada. Se toma como base el desplazamiento para un ángulo de entrada de $\theta = 60^\circ$ para el caso cuando se traza una línea recta exacta, debido a que la trayectoria recta es la más empleada.



Se comienza por definir las variables en base a las dimensiones aproximadas para un paso máximo deseado, fijando un valor para L_{AB} y L_{BC} en 150 unidades (u), es decir este valor permanecerá constante, posteriormente se fijan los rangos entre los cuales estarán variando las longitudes L_{AD} y L_{AE} , también se definen las longitudes de los eslabones L_{CD} , L_{DF} , L_{CE} y L_{EF} en base a las dos anteriores y por último se selecciona un ángulo de entrada θ , el cual será constante durante todo el cálculo, estos valores se muestran en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4. Definición de las variables para optimización del prototipo	
L_{AB} y L_{BC}	150 u
L_{AD} y L_{AE}	>320 u y <700 u
L_{CD} , L_{DF} , L_{CE} y L_{EF}	$> L_{AD} - 2L_{AB}$ y $< \sqrt{L_{AD}^2 - 2L_{AB}^2}$
θ	60°

Una vez que se definen las variables de entrada, es necesario encontrar el valor del paso que puede dar a cada configuración. Se comienza definiendo el ángulo ϵ_1 y las dimensiones K_{ac} y K_{af} , con las ecuaciones (3.29), (3.30) y (3.31), respectivamente, cuando el ángulo de entrada $\theta = 0$, como se aprecia en la Figura 3.14.

$$\epsilon_1 = \cos^{-1} \left(\frac{L_{AD}^2 + 2L_{AB}^2 - L_{DF}^2}{2L_{AD}(2L_{AB})} \right) \quad (3.29)$$

$$K_{AC} = L_{AB} + L_{BC} \quad (3.30)$$

$$K_{AF} = 2L_{AD} \cos(\epsilon_1) - K_{AC} \quad (3.31)$$

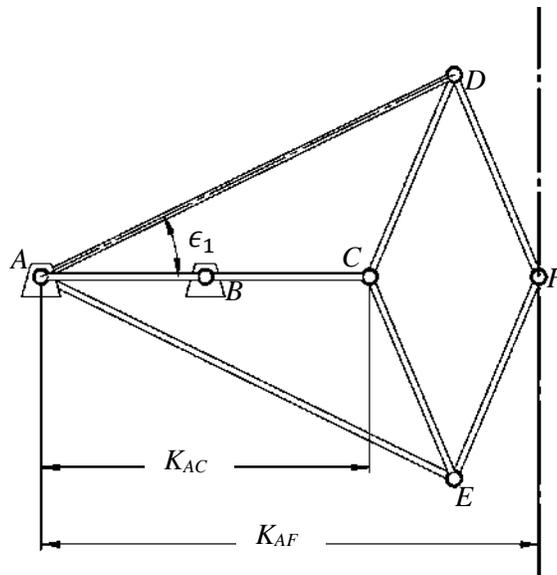


Figura 3.14. Mecanismo de Peaucellier-Lipkin con $\theta = 0$.



Ya se cuenta con las dimensiones de todos los elementos que conforman al mecanismo, por lo que se debe de encontrar la dimensión que va desde la articulación A, la cual se encuentra fija, hasta la posición del centro de la articulación C con un ángulo de entrada $\theta = 60^\circ$, lo cual se denomina K_{AC}' , en la ecuación (3.32). Como se puede apreciar en la Figura 3.15.

$$K_{AC}' = \sqrt{L_{AB}^2 + 2L_{BC}^2 - L_{AB}L_{BC}\cos(\pi - \theta)} \quad (3.32)$$

Con esta constante se puede calcular el ángulo denominado ϵ_1' , el cual se calcula con el ángulo de entrada $\theta = 60^\circ$, mediante la ecuación (3.33).

$$\epsilon_1' = \cos^{-1}\left(\frac{L_{AD}^2 + K_{AC}'^2 - L_{CD}^2}{2L_{AD}K_{AC}'}\right) \quad (3.33)$$

Por último se debe encontrar la longitud que va desde la articulación A, la cual se encuentra fija, hasta la posición del centro de la articulación F con un ángulo de entrada $\theta = 60^\circ$, lo cual se denomina K_{AF}' (3.34).

$$K_{AF}' = 2L_{AD}\cos(\epsilon_1') - K_{AC}' \quad (3.34)$$

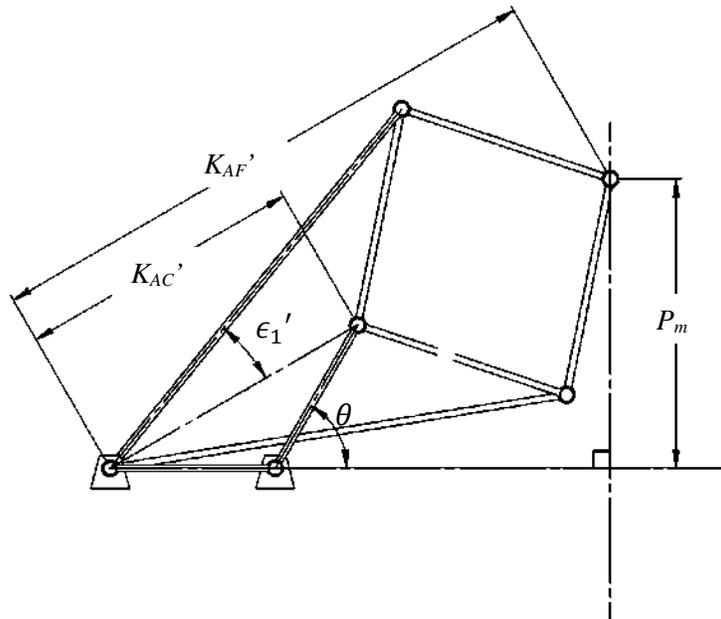


Figura 3.15. Mecanismo de Peaucellier-Lipkin con $\theta = 60^\circ$.



Tabla 3.5. Paso máximo con longitud L_{AB} y L_{BC} constante.

L_{AD}	L_{DF}	P_m	L_{AD}	L_{DF}	P_m	L_{AD}	L_{DF}	P_m
427	177	290.6	452	202	314.656	477	227	338.712
428	178	291.562	453	203	315.618	478	228	339.674
429	179	292.524	454	204	316.58	479	229	340.637
430	180	293.486	455	205	317.543	480	230	341.599
431	181	294.449	456	206	318.505	481	231	342.561
432	182	295.411	457	207	319.467	482	232	343.523
433	183	296.373	458	208	320.429	483	233	344.486
434	184	297.335	459	209	321.392	484	234	345.448
435	185	298.298	460	210	322.354	485	235	346.41
436	186	299.26	461	211	323.316	486	236	347.372
437	187	300.222	462	212	324.278	487	237	348.335
438	188	301.184	463	213	325.241	488	238	349.297
439	189	302.147	464	214	326.203	489	239	350.259
440	190	303.109	465	215	327.165	490	240	351.221
441	191	304.071	466	216	328.127	491	241	352.184
442	192	305.033	467	217	329.09	492	242	353.146
443	193	305.996	468	218	330.052	493	243	354.108
444	194	306.958	469	219	331.014	494	244	355.07
445	195	307.92	470	220	331.976	495	245	356.033
446	196	308.882	471	221	332.939	496	246	356.995
447	197	309.845	472	222	333.901	497	247	357.957
448	198	310.807	473	223	334.863	498	248	358.919
449	199	311.769	474	224	335.825	499	249	359.882
450	200	312.731	475	225	336.788	500	250	360.844
451	201	313.694	476	226	337.75			

El paso medio P_m , es la distancia que recorre el centro de la articulación del punto F después de activar el ángulo de entrada $\theta = 60^\circ$, como se muestra en la Figura 3.15, por lo que el paso total es igual al doble del paso medio, ya que el paso total se da con los valores $-60^\circ < \theta < 60^\circ$; esto se calcula con la ecuación (3.35).

$$P_m = \sqrt{K_{AF'}^2 - K_{AF}^2} \tag{3.35}$$

Para este caso particular se obtienen los datos mostrados en la Tabla 3.5, en la cual se enlista el valor del paso medio, al variar las longitudes L_{AD} y L_{CD} , manteniendo constantes las longitudes L_{AB} y L_{BC} . Para este caso se puede observar que a medida que aumentan la longitud de los eslabones, también aumenta la longitud de paso, como era de esperarse, pero



solamente para ciertas configuraciones. De lo anterior se puede observar que los pasos máximos se obtienen cuando la diferencia entre L_{AB} y L_{BC} , es igual a 250 unidades.

Como se puede apreciar en la gráfica mostrada en la Figura 3.16, la relación entre L_{AD} y L_{CD} es directamente proporcional y se puede escribir la ecuación (3.36) en la cual se relacionan ambas longitudes para así obtener los valores máximos del paso, se observa que a medida que incrementa la longitud de los eslabones aumenta el paso máximo pero no hay que perder vista que al aumentar la longitud de los eslabones también aumenta la masa de éstos y el tamaño del mecanismo.

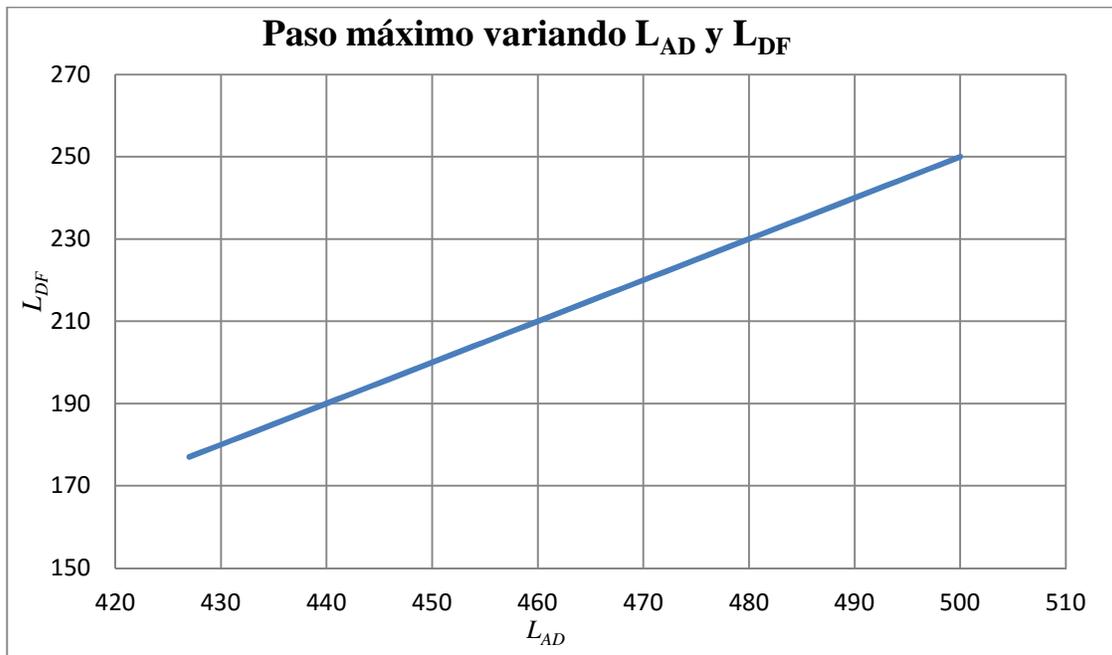


Figura 3.16. Gráfica de la variación de L_{AD} y L_{CD} para obtener el paso máximo.

$$L_{AD_{optimo}} = L_{DF_{optimo}} + \frac{5K_{AC}^*}{6} \quad (3.36)$$

*Para este caso particular en el cual la longitud de eslabón AB y BC es constante.

3.5.2 Variando todas las longitudes del mecanismo

En esta ocasión también se modifican los valores de la longitud L_{AB} y L_{BC} , con lo que se obtiene un nuevo mecanismo el cual se basa en el mecanismo P-L, el cual se vuelve de 3 GDL al emplear la ecuación (3.1) ya que ahora tiene diez eslabones ($L = 10$), cuenta con seis articulaciones rotacionales con 10 juntas completas y dos prismáticas que son articulaciones que también son completas ($J_c = 12$), se sabe que este mecanismo no tiene semijuntas ($J_s = 0$). Entre los valores mostrados en la Tabla 3.6 se seleccionaron



considerando las limitantes de los actuadores existentes en el mercado. Las otras variables cambian en la misma proporción que en el caso anterior.

Tabla 3.6. Definición de las variables para análisis del prototipo

L_{AB} y L_{BC}	$> 100u$ y $< 200u$
L_{AD} y L_{AE}	$> 320u$ y $< 700u$
L_{CD} , L_{DF} , L_{CE} y L_{EF}	$> L_{AD} - 2L_{AB}$ y $< \sqrt{L_{AD}^2 - 2L_{AB}^2}$
θ	60°
CR	$[-400u, 0]$

Para poder realizar una correcta selección de las posibles configuraciones de las longitudes de los eslabones, no es suficiente con seleccionar las longitudes de los eslabones que de el paso máximo, por lo que se consideran las siguientes variables enlistadas de acuerdo a la prioridad en el diseño.

1. La reducción de material y tamaño.
2. Aumentar el paso máximo.
3. Capacidad para girar sobre el centro de la máquina caminante.
4. Aumentar la velocidad del mecanismo.
5. Reducir los esfuerzos a los que se somete el mecanismo.

Anteriormente ya se describió la forma para encontrar el paso máximo para un desplazamiento en línea recta, pero también es necesario encontrar mediante cinemática inversa las longitudes L_{AB} y L_{BC} , para que la máquina caminante pueda girar sobre su propio centro, esto se logra con una configuración específica que cumpla con la condición $L_{AB} < L_{BC}$.

Se parte de que las variables K_{AC} , L_{AD} , L_{AE} , L_{CD} , L_{DF} , L_{CE} y L_{EF} son conocidas, así como el ángulo θ , por lo que se debe encontrar la longitud de los eslabones L_{AB}'' y L_{BC}'' , con la que el mecanismo puede trazar el arco deseado. Partimos de la condición:

$$L_{AB} + L_{BC} = K_{AC} \quad (3.37)$$

También se debe conocer las coordenadas del centro de giro $CR = [CR_x, CR_y]$, de las cuales para cualquier caso $CR_y = 0$, con lo que se puede encontrar las siguientes dimensiones mostradas en la Figura 3.17. Se comienza por encontrar el valor del radio de la circunferencia que describirá el centro de la articulación F con respecto al centro de giro CR en (3.38).

$$r = |CR_x| + K_{AF} \quad (3.38)$$



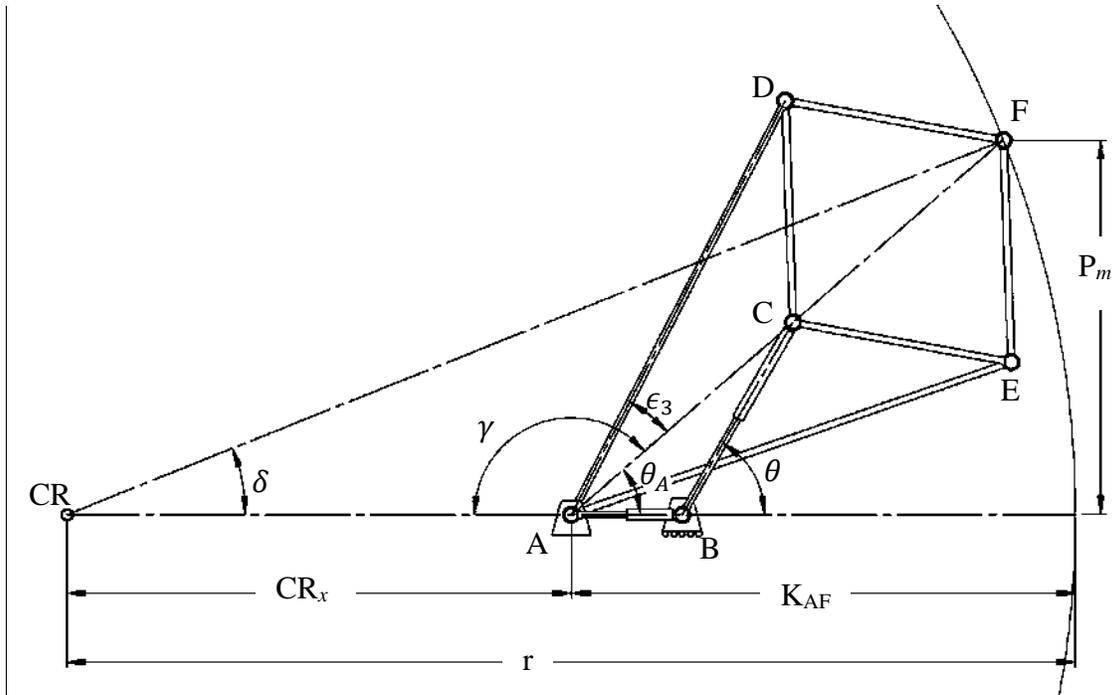


Figura 3.17. Caso para mecanismo de Peaucellier-Lipkin con $\theta = 60$.

Se emplean los valores previamente calculados para un ángulo $\theta = 0^\circ$, ya que para cualquiera de los tres casos permanecen constantes los valores de K_{AC} y K_{AF} , calculados con las fórmulas (3.30) y (3.31) respectivamente; el ángulo ϵ_3 se encuentra con la ecuación (3.39). Ahora se puede calcular el valor de las constantes K''_{AC} (3.40) y K''_{AF} (3.41), el doble apóstrofe indica que es la distancia para el cuando $L_{AB} < L_{BC}$ además de que los valores son calculados con un ángulo $\theta \neq 0^\circ$.

$$\epsilon_3 = \text{Cos}^{-1} \left(\frac{L_{AD}^2 + K''_{AF}{}^2 - L_{DF}^2}{2L_{AD}K''_{AF}} \right) \quad (3.39)$$

$$K''_{AC} = K''_{AF} - 2(K''_{AF} - L_{AD} \text{Cos}(\epsilon_3)) \quad (3.40)$$

Para poder encontrar el valor de la longitud K''_{AF} es necesario asignar un valor pequeño al ángulo δ .

$$K''_{AF} = \sqrt{|CR_x|^2 + r^2 - 2 * |CR_x| * r * \text{Cos}(\delta)} \quad (3.41)$$

Considerando la Figura 3.18 y con las dimensiones previamente encontradas, se puede calcular la magnitud que deben tener las longitudes L_{AB} y L_{BC} con las siguientes ecuaciones:

$$\theta_A = 180^\circ - \gamma \quad (3.42)$$



$$\gamma = \text{Cos}^{-1} \left(\frac{|CR_x|^2 + K_{AF}''^2 - r^2}{2|CR_x|K_{AF}''} \right) \quad (3.43)$$

Tabla 3.7. Paso máximo con longitud L_{AB} y L_{BC} constante.

K_{AC}	L_{AD}	L_{DF}	P_m	L_{AB}''	L_{BC}''	K_{AC}	L_{AD}	L_{DF}	P_m	L_{AB}''	L_{BC}''
250	416	216	291.908	59.3489	190.651	290	446	206	311.53	98.5092	191.491
250	418	218	293.756	57.3595	192.641	290	450	210	315.353	94.2531	195.747
250	420	220	295.603	55.3749	194.625	300	427	177	290.6	138.121	161.879
250	425	225	300.222	50.434	199.566	300	430	180	293.486	134.741	165.259
260	420	210	293.782	72.3522	187.648	300	435	185	298.298	129.146	170.854
260	421	211	294.715	71.334	188.666	300	437	187	300.222	126.921	173.079
260	425	215	298.446	67.2743	192.726	300	438	188	301.184	125.811	174.189
260	428	218	301.244	64.2428	195.757	300	440	190	303.109	123.596	176.404
260	429	220	301.201	64.2885	195.712	300	445	195	307.92	118.089	181.911
260	431	221	304.042	61.2225	198.777	300	450	200	312.731	112.624	187.376
260	435	225	307.772	57.2123	202.788	300	450	225	292.284	136.147	163.853
260	450	247	314.192	50.3544	209.646	310	430	170	290.538	154.26	155.74
270	420	200	291.669	89.9196	180.08	310	435	175	295.38	148.501	161.499
270	430	210	301.077	79.5139	190.486	310	440	180	300.222	142.793	167.207
270	440	220	310.486	69.2443	200.756	310	445	185	305.064	137.132	172.868
280	421	191	290.242	106.989	173.011	310	450	190	309.907	131.517	178.483
280	425	195	294.036	102.696	177.304	320	433	163	290.335	170.771	149.229
280	432	202	300.676	95.2448	184.755	320	435	165	292.284	168.405	151.595
280	435	205	303.521	92.074	187.926	320	440	170	297.155	162.529	157.471
280	440	210	308.264	86.8182	193.182	320	445	175	302.026	156.706	163.294
280	442	212	310.161	84.7257	195.274	320	450	180	306.898	150.933	169.067
280	445	215	313.006	81.5971	198.403	330	436	156	290.005	187.647	142.353
280	450	220	317.749	76.409	203.591	330	440	160	293.924	182.809	147.191
290	424	184	290.507	122.36	167.64	330	445	165	298.823	176.814	153.186
290	430	190	296.24	115.776	174.224	330	450	170	303.721	170.875	159.125
290	432	192	298.152	113.596	176.404	340	440	150	290.543	203.64	136.36
290	433	193	299.107	112.508	177.492	340	445	155	295.467	197.463	142.537
290	434	194	300.063	111.421	178.579	340	450	160	300.392	191.348	148.652
290	435	195	301.018	110.337	179.663	350	444	144	290.985	219.931	130.069
290	436	196	301.974	109.254	180.746	350	445	145	291.974	218.662	131.338
290	440	200	305.797	104.937	185.063	350	450	150	296.923	212.36	137.64
290	445	205	310.575	99.5768	190.423						



$$L_{BC} = \frac{K_{AC}'' - 2 * K_{AC} * K_{AC}'' * \text{Cos}(\theta_A)}{2 * K_{AC} - 2K_{AC}'' * \text{Cos}(\theta_A)} \quad (3.44)$$

$$L_{AB} = K_{AC} - L_{BC} \quad (3.45)$$

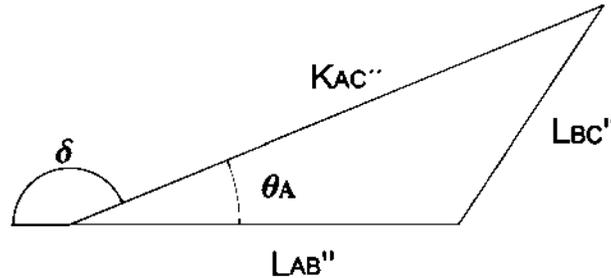


Figura 3.18. Triángulo para calcular L''_{AB} y L''_{BC} .

Los resultados más destacados entre todas las configuraciones calculadas se muestran en la Tabla 3.7; se consideró no sólo el paso máximo de las configuraciones, sino también la capacidad para poder girar sobre el centro de la máquina caminante en la cual se va a emplear. De estos datos se seleccionaron las cinco configuraciones que mejor se adaptan a las necesidades, cada una de éstas se analizarán a continuación de manera independiente.

3.5.3 Estudio de las configuraciones seleccionadas

A continuación se realiza un análisis de las cuatro configuraciones seleccionadas en la Tabla 3.7 y se incluye la configuración inicial. Se estudia la velocidad que alcanza el punto de salida F para una velocidad angular del eslabón BC de 20 revoluciones por minuto, misma que se empleará para todos los casos. También se analiza el torque necesario para mover la estructura en la articulación B, para lo cual se consideran los componentes de un mismo material y del mismo diámetro en todos los casos de estudio, con un diseño simple; se agrega una carga estática externa igual para todos los casos. Las masas y momentos de inercia cambian ligeramente de un caso a otro, debido a las diferentes configuraciones. Todo el estudio se desarrolló empleando el software SolidWorks, con el cual se calcularon las masas y los momentos de inercia de los componentes.

3.5.3.1 Para : $K_{AC} = 260 \text{ u}$, $L_{AD} = 420 \text{ u}$, $L_{DF} = 21 \text{ u}$

La configuración de este caso particular puede observarse en la Figura 3.19a, y el ensamble de la máquina caminante para el caso en el cual sus mecanismos de propulsión tienen un ángulo de entrada $\theta = 60^\circ$, se muestra en la Figura 3.19b, en donde se observa que no existe interferencia entre sus unidades de propulsión.



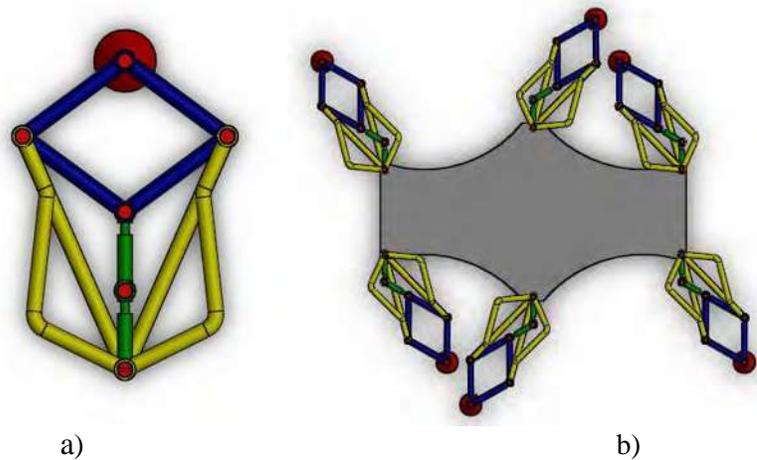


Figura 3.19. Mecanismo y máquina caminante para $K_{AC} = 260 u$, $L_{AD} = 420 u$, $L_{DF} = 210 u$.

También se calculan las velocidades que alcanza el punto F, con una velocidad angular constante a la entrada, para todos los casos se usa el mismo valor de la velocidad angular, además se calcula el torque requerido para poder realizar este movimiento del mecanismo de propulsión al definir como material de todos los componentes acero aleado, esto con la intención de realizar una comparación rápida y así poder seleccionar la configuración, todos los valores y gráficas se obtuvieron empleando un software de diseño asistido por computadora.

La velocidad que alcanza esta configuración para una velocidad de entrada constante es la que se muestra en la Figura 3.20a, mientras que el torque necesario para mover el mecanismo con una carga máxima se muestra en la Figura 3.20b.

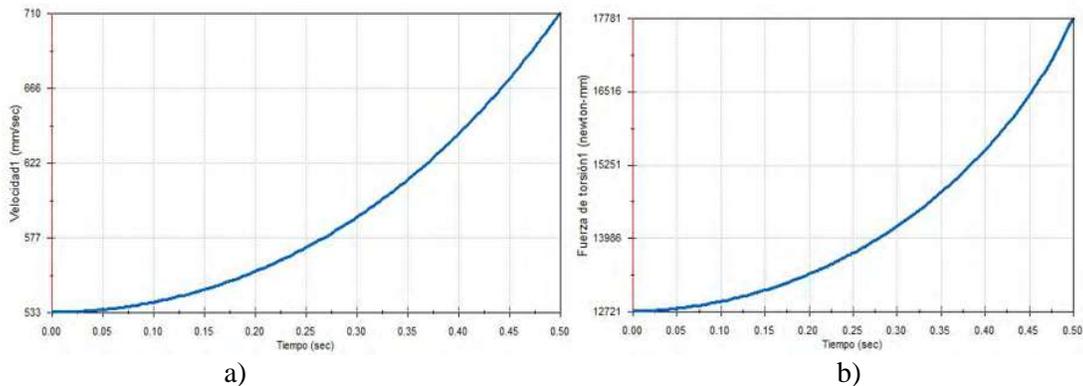


Figura 3.20. Gráficas de velocidad y torque.

3.5.3.2 Para : $K_{AC} = 27$, $L_{AD} = 420u$, $L_{DF} = 200u$

La configuración de este caso con un ángulo de entrada igual a cero se observa en la Figura 3.21a; en la Figura 3.21b se aprecia el ensamble de una máquina caminante hexápoda



genérica, donde se observa que no existe interferencia entre las unidades de propulsión para el ángulo de entrada máximo, es decir no existen choques entre sus componentes.

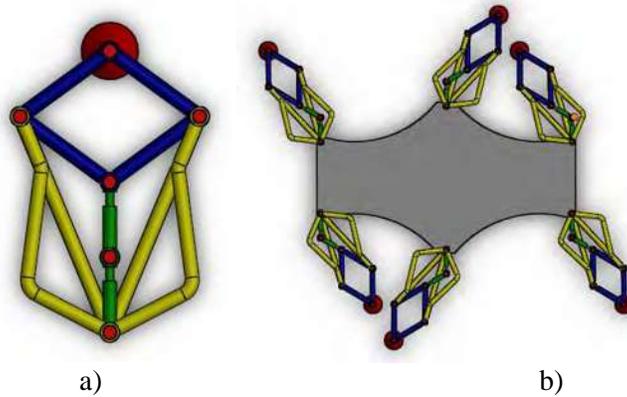


Figura 3.21. Mecanismo y máquina caminante para $K_{AC} = 270 u, L_{AD} = 420 u, L_{DF} = 200 u$.

En la gráfica mostrada en la Figura 3.22a, se aprecia la velocidad del pie en función del tiempo, mientras que en la Figura 3.22b se observa el torque necesario para mover el mecanismo; los valores obtenidos para ambos casos son similares a los obtenidos en la configuración anterior.

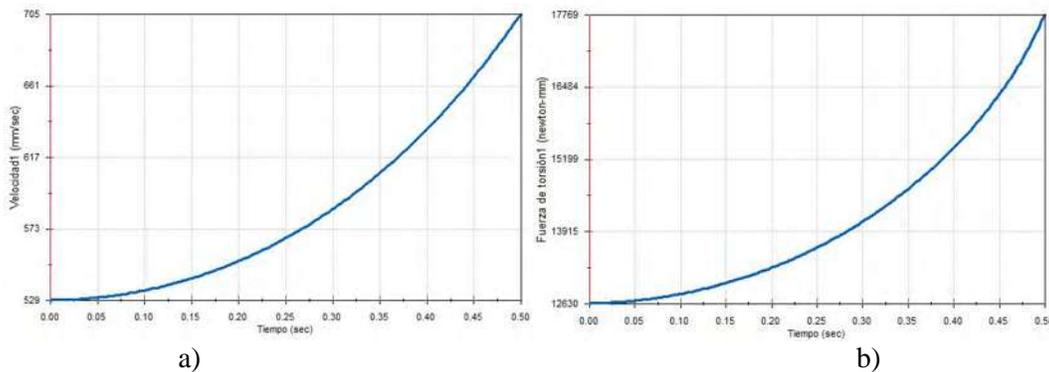


Figura 3.22. Gráficas de velocidad y torque.

3.5.3.3 Para : $K_{AC} = 28 u, L_{AD} = 450 u, L_{DF} = 220 u$

Esta configuración del mecanismo de propulsión se muestra en la Figura 3.23a, mientras que el ensamble de la máquina caminante hexápoda genérica se aprecia en la Figura 3.23b para un ángulo de entrada $\theta = 60^\circ$, en esta imagen se puede apreciar que no existe interferencia entre sus elementos, pero estos están muy cercanos entre si lo cual podría ocasionar algún accidente y no permitiría aumentar el valor del ángulo de entrada ya que chocarían los elementos que componen a la unidad de propulsión.



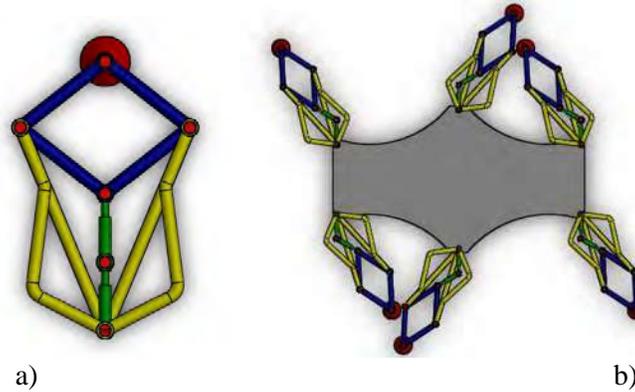


Figura 3.23. Mecanismo y máquina caminante para $K_{AC} = 280u$, $L_{AD} = 450u$, $L_{DF} = 220u$.

La velocidad de punto F se aprecia en la Figura 3.24a observando un incremento de esta comparado con los casos anteriores, esto podría ser una ventaja ya que puedes recorrer una distancia en un menor tiempo, pero el problema es que también incrementa la torsión necesaria para activar el mecanismo en casi el doble de la magnitud requerida en las dos configuraciones anteriores, esto se puede apreciar en la Figura 3.24b.

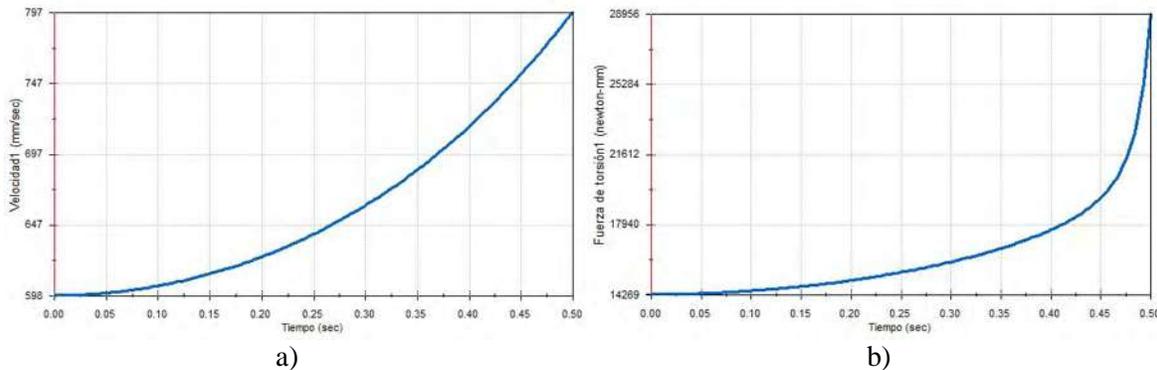


Figura 3.24. Gráficas de velocidad y torque.

3.5.3.4 Para : $K_{AC} = 300 u$, $L_{AD} = 450 u$, $L_{DF} = 20 u$

En esta configuración se puede observar al mecanismo de propulsión en la Figura 3.25a, mientras que en la Figura 3.25b se aprecia el ensamblaje completo de la máquina caminante hexápoda genérica, se puede ver que no existe interferencia entre sus elementos, los cuales se encuentran ligeramente más separados en comparación a la configuración anterior.



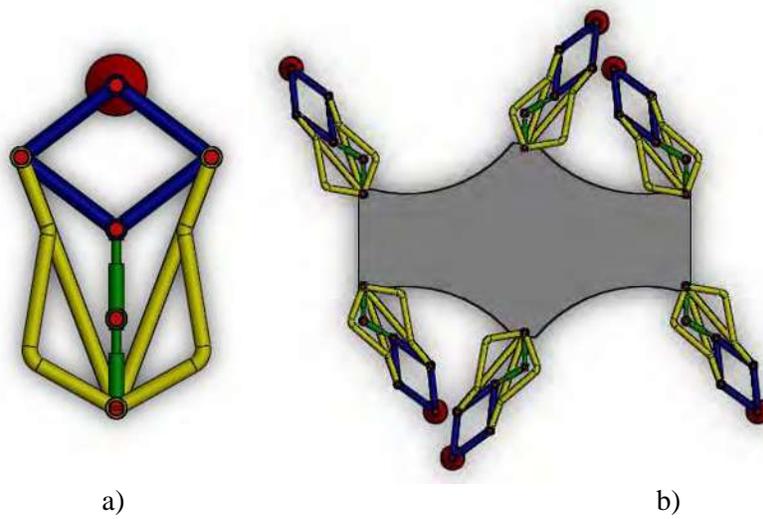


Figura 3.25. Mecanismo y máquina caminante para $K_{AC} = 300 u$, $L_{AD} = 450 u$, $L_{DF} = 200 u$.

En la gráfica de la velocidad en el pie mostrada en la Figura 3.26a, se observa que la velocidad es menor a la de la configuración anterior, con longitudes $K_{AC} = 280 u$, $L_{AD} = 450 u$, $L_{DF} = 220 u$, pero mayor a las primeras dos configuraciones, mientras que el torque necesario para activar al mecanismo es alto comparado con las dos primeras configuraciones, como se aprecia en la gráfica mostrada en la Figura 3.26b.

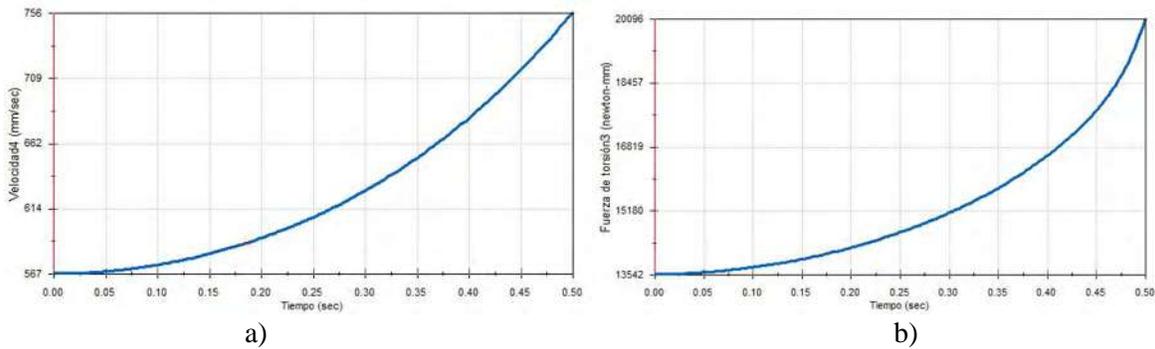


Figura 3.26. Gráficas de velocidad y torque.

3.4.3.5 Para : $K_{AC} = 300 u$, $L_{AD} = 420 u$, $L_{DF} = 20 u u$

Por último se analiza la configuración del mecanismo de propulsión que se muestra en la Figura 3.27a, mientras que en la Figura 3.27b, se aprecia el ensamble completo de la máquina caminante hexápoda genérica, se puede observar que no existe interferencia entre sus elementos.



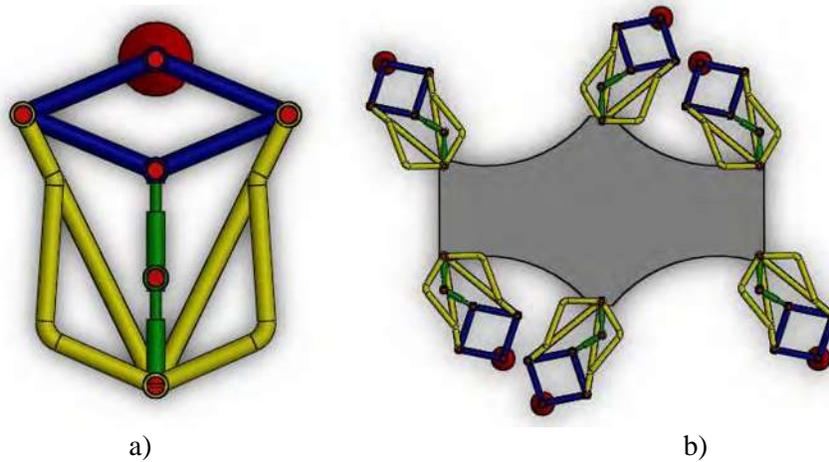


Figura 3.27. Mecanismo y máquina caminante para $K_{AC} = 300u$, $L_{AD} = 420u$, $L_{DF} = 200u$.

En la gráfica de la velocidad en el pie, Figura 3.28a, se observa que la velocidad máxima alcanzada por esta configuración es menor a las velocidades máximas presentadas por las otras configuraciones. El torque necesario para mover al mecanismo se aprecia en la gráfica mostrada en la Figura 3.28.b, donde se observa que el torque máximo es el más bajo que en las cuatro configuraciones previamente analizadas.

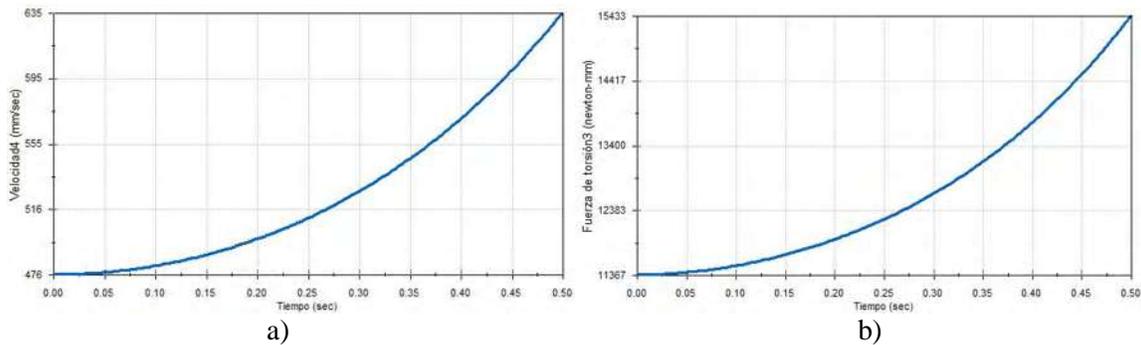


Figura 3.28. Gráficas de velocidad y torque.

Con los datos anteriores se puede llegar a la conclusión de que el último caso ($K_{AC} = 300 u$, $L_{AD} = 4 u$, $L_{DF} = 200u$) y el segundo caso ($K_{AC} = 27 u$, $L_{AD} = 450 u$, $L_{DF} = 220 u$) pueden trabajarse con el mismo mecanismo de propulsión debido a que las longitudes de sus componentes de longitud fija son iguales, mientras que sólo varía la distancia entre los eslabones L_{AB} y L_{BC} , pero como éstos son de longitud variable se puede variar con facilidad su longitud. Por esta razón se emplea la configuración del segundo caso donde $K_{AC} = 270 u$, $L_{AD} = 420 u$, $L_{DF} = 200 u$, además es la única configuración en la cual se aumenta el paso sin incrementa la longitud de sus eslabones, al contrario, se reducen.



3.6 Transformación del mecanismo Peaucellier-Lipkin

La transformación del mecanismo consiste en la modificación del eslabonamiento Peaucellier-Lipkin al dotarlo con cinco grados de libertad, obteniendo un nuevo mecanismo de propulsión reconfigurable que cumple con el *principio básico de desplazamiento* de toda máquina caminante. Se consideran dos fases en las que se puede encontrar un mecanismo de propulsión durante el desplazamiento de las máquinas caminantes, la fase de transferencia y la fase de soporte, descritas a continuación:

1. *Fase de transferencia*: es la etapa en la que el mecanismo de propulsión se encuentra en el aire, es decir en la que no se encuentra apoyada.
2. *Fase de soporte*: es la etapa en la que la unidad de propulsión se encuentra en contacto con el terreno, es decir se encuentra apoyada en el terreno soportando el peso de la máquina caminante.

El mecanismo de propulsión se denomina reconfigurable porque tiene la capacidad de describir diversas trayectorias al modificar algunas de sus longitudes y con la capacidad de reorientarse empleando tres de los grados de libertad solamente para su reconfiguración, es decir que actúan cuando se encuentra en etapa de transferencia, esta reconfiguración depende de la trayectoria deseada. Como tres de los cinco grados de libertad se emplean en la reconfiguración del mecanismo de propulsión; solamente se requiere la acción de los dos grados de libertad restantes para generar el desplazamiento en el espacio durante la fase de soporte. Esto representa una ventaja con respecto a los mecanismos de propulsión comunes, los cuales emplean al menos tres grados de libertad para poder cumplir con este principio. La transformación de este mecanismo se explica a continuación.

Si se cumplen las condiciones presentadas anteriormente, el centro de la articulación F describe una trayectoria recta exacta al variar el ángulo θ que permite rotar al eslabón BC con respecto al eslabón AB, como se aprecia en la Figura 3.2. El mecanismo de Peaucellier-Lipkin es de un grado de libertad solamente.

Bajo esta perspectiva, el mecanismo Peaucellier-Lipkin no resuelve el problema de trazar el arco circular que toda unidad de propulsión debe lograr para que la máquina caminante, a la cual está unida, pueda desplazarse en torno a un centro de giro CR, ya que solamente describe trayectorias rectas. Por lo que fue necesario transformar el mecanismo de Peaucellier-Lipkin para que pueda trazar trayectorias circulares como las que requiere toda máquina caminante. Como ya se estudió en el capítulo anterior, se pueden describir trayectorias curvas con solamente modificar la longitud del eslabón BC, pero la cantidad de trayectorias que se pueden describir es limitada debido a las deformaciones que sufre el mecanismo. Para que el mecanismo de propulsión pueda describir un mayor número de trayectorias se le dotan de 2 GDL más que permiten modificar las longitudes L_{AB} y L_{BC} , de manera independiente. Al agregar dos grados de libertad prismáticos el mecanismo P-L se ha transformado en un nuevo mecanismo de propulsión reconfigurable, con 10 eslabones ($n=10$) y 12 juntas completas ($j_c=12$) que al aplicar la ecuación 3.1 se obtiene una movilidad igual a 3 GDL, la manipulación de los nuevos GDL se estudia en tres casos particulares:



- CASO 1: $L_{AB} = L_{BC}$. En este caso la trayectoria seguida por la articulación F describe una línea recta exacta, como se aprecia en la Figura 3.2.

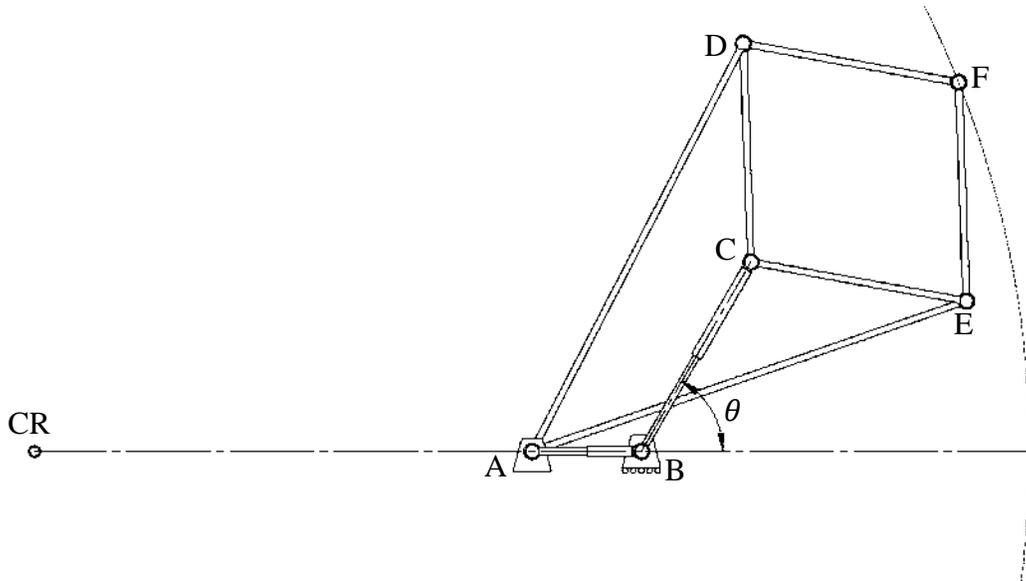


Figura 3.29. Mecanismo Peaucellier-Lipkin describiendo un arco cóncavo.

- CASO 2: $L_{AB} < L_{BC}$. Para esta condición, la articulación F traza un arco circular como el mostrado en la Figura 3.29. El arco circular a que se refiere este caso es cóncavo con respecto de un observador situado en la articulación A. El centro de rotación del arco cóncavo descrito se encuentra a la izquierda de la articulación F y alineado con el eslabón AB.
- CASO 3: $L_{AB} > L_{BC}$. Para esta relación, la articulación F dibuja un arco circular como el que se aprecia en la Figura 3.30. Este arco circular es convexo si se coloca un observador en la articulación A. El arco circular convexo descrito se encuentra a la derecha del punto F y de igual forma que en el caso anterior se encuentra alineado con el eslabón AB.

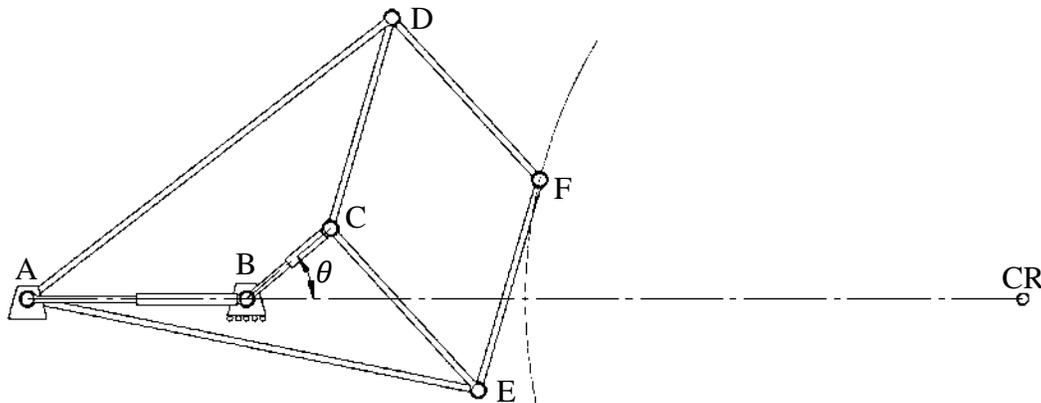


Figura 3.30. Mecanismo Peaucellier-Lipkin describiendo un arco convexo.



Al desarrollar un mecanismo que pueda reconfigurarse cumpliendo con los tres casos anteriores, se resuelve el problema de hacer girar a la máquina caminante en torno al centro de rotación CR. El mecanismo de Peaucellier-Lipkin básico que inicialmente era de un grado de libertad se transformó a un nuevo mecanismo que tiene tres grados de libertad, uno es el ángulo de giro del eslabón BC respecto del eslabón AB, los otros dos están representados por sistemas que modifican las longitudes de los eslabones AB y BC de manera independiente.

Hasta el momento la unidad de propulsión es capaz de trazar arcos circulares cuyo centro CR_i de la unidad de propulsión se encuentra alineado con el eslabón AB; sin embargo, no siempre estará alineado el centro de giro CR de la máquina caminante con cada eslabón AB de las unidades de propulsión que integran la máquina. En la Figura 3.31a se aprecia el mecanismo de propulsión sin reconfigurarse que tiene un centro de rotación CR_i y el centro de rotación CR de la máquina caminante que no se encuentra alineado con el eslabón AB, por lo que el mecanismo de propulsión no podría girar con respecto a centros de rotación que se encuentren desalineados con el eslabón AB, hasta el momento. Para que el mecanismo de propulsión pueda describir estos arcos es necesario dotar a la unidad de propulsión con un cuarto grado de libertad θ_A que permite articular rotacionalmente al eslabón AB y así reorientar el mecanismo de propulsión para alinear al eslabón AB de tal manera que sea colineal a la línea recta comprendida entre los puntos CR y A como se aprecia en la Figura 3.31b, esto permite que el centro de rotación de la máquina caminante CR y el centro de rotación CR_i de la unidad de propulsión sean iguales. Al agregar el cuarto grado de libertad aumentan los eslabones y la movilidad del mecanismo, el número de eslabones crece a once ($n=11$) y las juntas completas ahora son 13 ($j_c=13$) que al aplicar la ecuación 3.1 se obtiene una movilidad igual a 4 GDL. Este grado de libertad adicional también es de reconfiguración y debe realizarse durante la etapa de transferencia.

Con los cuatro grados de libertad definidos anteriormente, el mecanismo de propulsión tiene la capacidad de describir un gran número de trayectorias en el plano en donde éste se describe, esto con tres de los grados de libertad empleados para reconfiguración, mientras que solamente se emplea un grado de libertad para el movimiento durante la fase de soporte. Pero el mecanismo de propulsión se requiere mover en superficies tridimensionales por lo que es necesario dotarlo de 1 GDL más, el cual es denominado pie, que es el encargado de soportar el peso de la máquina caminante.

Para apoyar la unidad de propulsión con la superficie del terreno, se incluye un quinto grado de libertad basado en una articulación prismática ubicada en la articulación F, que permite elevar o descender el punto de apoyo representado por el pie de la máquina caminante, al modificar la longitud L_F . Para describir cómo funciona esta articulación prismática se muestra un esquema simplificado de la unidad de propulsión en una vista isométrica, la cual se encuentra en un terreno que tiene un escalón en la Figura 3.32a, el mecanismo plano permanecerá siempre horizontal, para lograr esto es necesario modificar la longitud L_F ; para apoyar el pie y que éste se encuentre en la etapa de soporte, como se aprecia en la Figura 3.32b, que muestra una vista lateral del mecanismo simplificado, en donde se observa que la longitud del eslabón $L_F = L_{F_S}$ que significa que es la longitud requerida para apoyar el pie, mientras que en la Figura 3.32c, se aprecia el pie elevado, es decir que se encuentra en etapa



de transferencia $L_F = L_{F_T}$. Esta longitud depende de la altura del obstáculo que se requiera sortear y se debe de cumplir en todo momento que $L_{F_S} > L_{F_T}$. Con la adición de este último grado de libertad se ha logrado que el mecanismo de propulsión pueda desplazarse sobre terrenos no estructurados y que tenga la capacidad de sortear obstáculos, basado en la descripción de trayectorias específicas con capacidad de trazar tanto trayectorias rectas como arcos cóncavos y convexos, gracias a que tiene la capacidad de reconfigurarse.

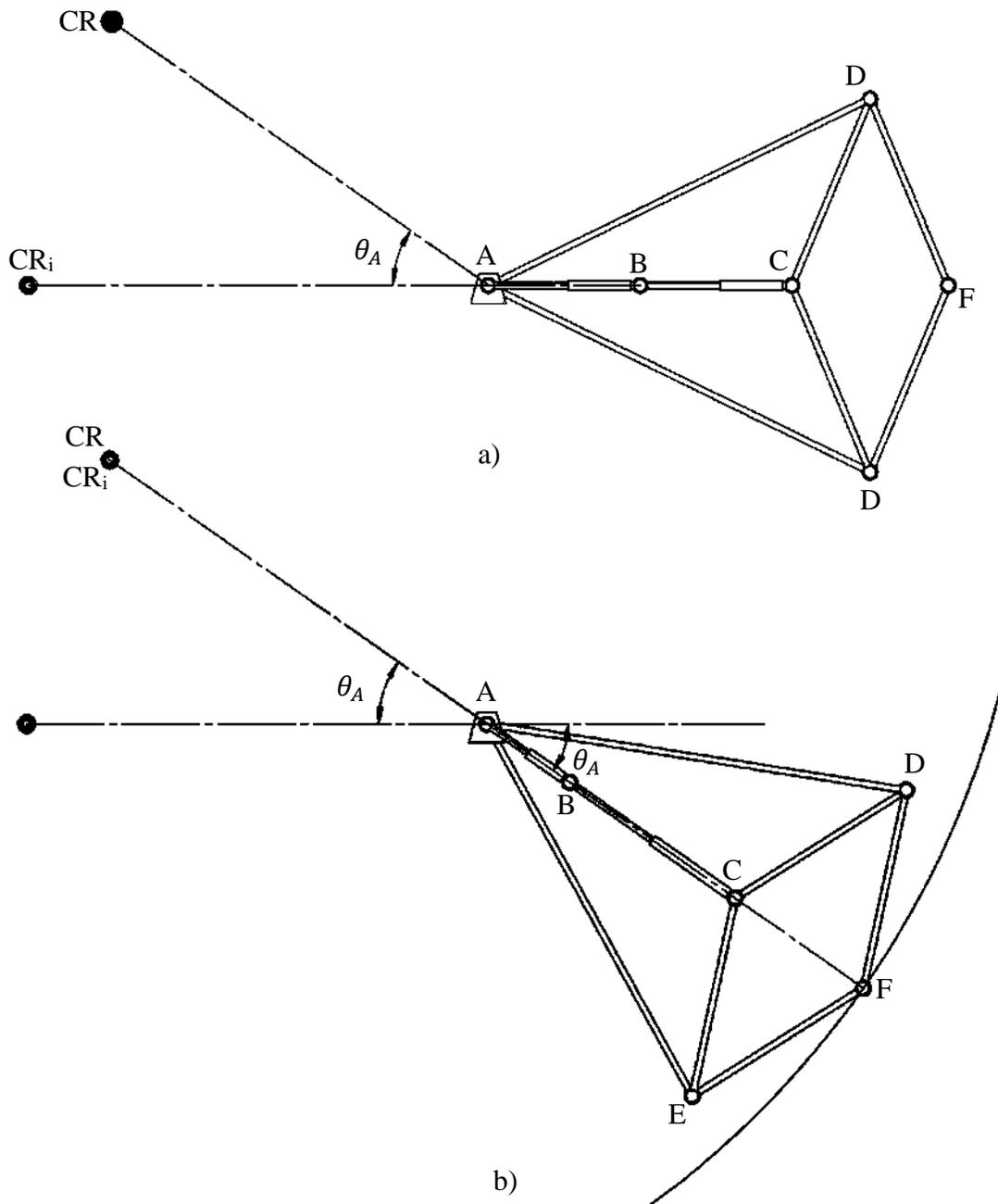


Figura 3.31. Ubicación de centro **CR**, a) Desalineado con AB, b) Alineado con AB al rotarlo θ_A .



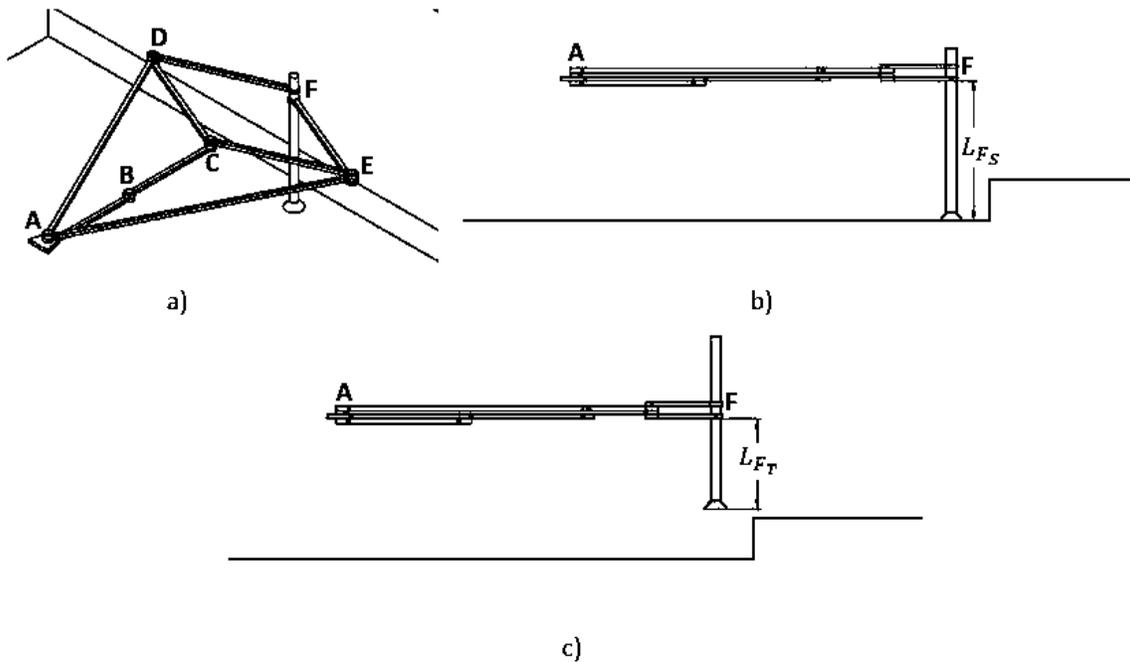


Figura 3.32. Ubicación de centro CR, a) desalineado con AB, b) alineado con AB al rotarlo θ_A .

Con esto se ha logrado desarrollar una unidad de propulsión reconfigurable de cinco grados de libertad que cumple con el *principio básico de desplazamiento* de toda máquina caminante, aportando así un nuevo mecanismo de propulsión al área de la robótica móvil caminante.

La movilidad del nuevo mecanismo de propulsión reconfigurable se calcula en base a la Figura 3.33 en donde se puede apreciar el número de eslabones es igual a 12 ($n=12$), los cuales se enumeran iniciando con el eslabón conectado a tierra que es nombrado 1, hasta el pie que es el número 12, mientras las juntas completas del mecanismo son 14 ($j_c=14$), con estos valores al aplicar la ecuación 3.1 se obtiene la movilidad total del mecanismo de propulsión reconfigurable, obteniendo una movilidad igual a 5 GDL.

La ubicación de los cinco grados de libertad en el mecanismo se aprecian en la Figura 3.33 y son descritos en la Tabla 3.8, apreciando que cuenta con dos articulaciones rotacionales o de revoluta θ_A y θ que permiten girar a los eslabones AB y BC respectivamente, también cuenta con tres articulaciones prismáticas independientes las cuales permiten modificar las longitudes L_{AB} , L_{BC} y L_F .



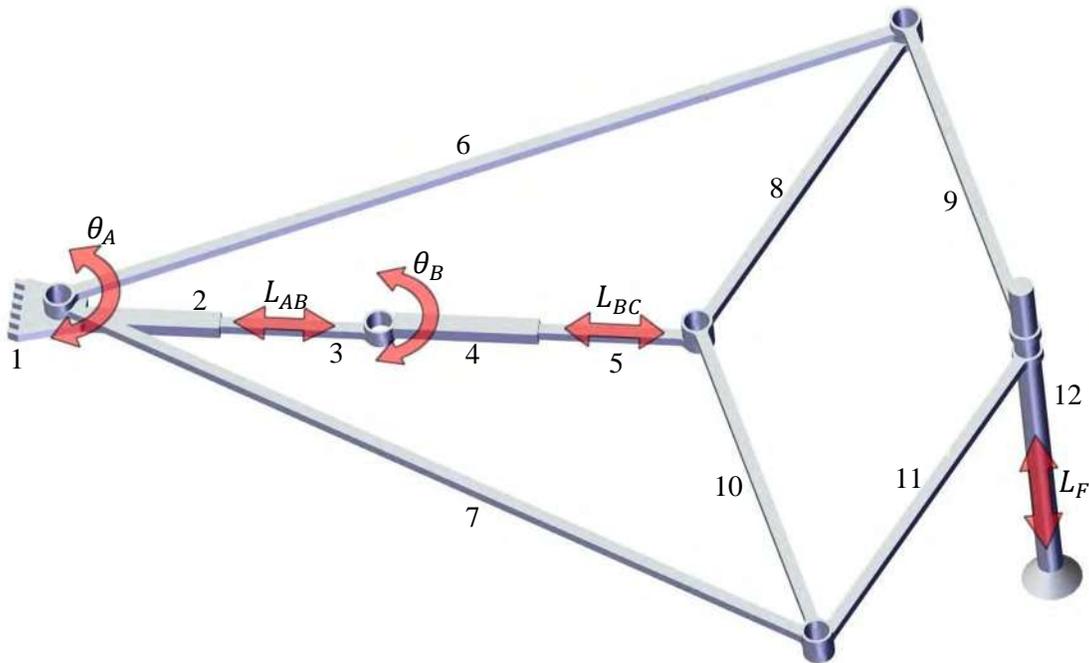


Figura 3.33 Adaptación del mecanismo Peaucellier-Lipkin con cinco grados de libertad.

Tabla 3.8. Descripción de los grados de libertad

GDL	Tipo	Descripción
θ_A	revoluta	Orienta al mecanismo
L_{AB}	prismática	Varia la longitud de AB
L_{BC}	prismática	Varia la longitud de BC
θ	revoluta	Acciona el movimiento
L_F	prismática	Levanta o apoya el pie

La mayoría de los mecanismos aplicados a las unidades de propulsión de máquinas caminantes que cumplen con el *principio básico de desplazamiento*, requieren al menos tres grados de libertad en cada unidad de propulsión, que deben coordinarse simultáneamente para trazar el arco circular concéntrico deseado. La transformación del mecanismo de Peaucellier-Lipkin requiere solamente la activación de dos grados de libertad por unidad de propulsión para poder describir trayectorias tanto rectas como curvas, con una previa reconfiguración, lo que permite generar la hipótesis de que se tendrá una reducción considerable en el consumo de energía y además una gran simplificación en el control ya que solamente se requiere coordinar dos motores por unidad de propulsión.

Para ejemplificar el beneficio de realizar la modificación del mecanismo Peaucellier-Lipkin al dotarlo con cinco grados de libertad, considérese por ejemplo una máquina hexápoda convencional y otra dotada con unidades de propulsión reconfigurables. La máquina convencional requiere el control de 18 motores, esto es, 3 motores por unidad de propulsión,



para poder desplazarse, mientras que una máquina caminante hexápoda que emplee las unidades de propulsión reconfigurables, requiere solamente 12 motores para desarrollar la misma tarea, es decir 2 motores por unidad de propulsión, con la consecuente simplificación del control.

3.7 Conclusiones

El estudio cinemático del mecanismo de línea recta Peaucellier-Lipkin permitió definir cuales longitudes de los eslabones se deben modificar para que éste pueda describir trayectorias rectas y curvas. Se transformó el mecanismo Peaucellier-Lipkin, que es de un solo GDL, en un nuevo mecanismo que fue dotado con otros cuatro GDL adicionales, lo cual lo convierte en un mecanismo reconfigurable con la capacidad de desplazarse cumpliendo con el *principio básico de desplazamiento*, teniendo la capacidad de describir trayectorias rectas, arcos cóncavos y convexos, levantar y apoyar el pie y alinearse al **CR** con respecto al cual se requiere girar.

El mecanismo de propulsión reconfigurable tiene la ventaja de que solamente emplea dos GDL para poder desplazarse en el espacio (θ, L_F) , mientras que los otros tres grados de libertad que posee $(\theta_A, L_{AB}, L_{BC})$ solamente se emplean para la reconfiguración de la unidad de propulsión para que se pueda adaptar a diversas trayectorias.



Capítulo 4. Cinemática del mecanismo de propulsión reconfigurable



4.1 Introducción

En este capítulo se realiza el análisis cinemático del mecanismo de propulsión reconfigurable, el cual se divide en cuatro secciones, iniciando con la descripción del mecanismo en donde se introduce una configuración real y las dimensiones del mismo con la finalidad de analizar posibles configuraciones, seguido por la cinemática directa donde se describe la posición final del pie como función de ángulo θ y las longitudes de los eslabones, posteriormente se desarrolla la cinemática inversa que permite encontrar la configuración del mecanismo al conocer las trayectorias que debe describir el pie, con un caso de estudio de una unidad de propulsión reconfigurable que permite conocer la configuración requerida para poder describir trayectorias paralelas al contorno del camino, a partir de las coordenadas de tres puntos encontrados en el borde de la ruta que debe seguir la máquina caminante. Por último se estudia la generación de trayectorias, donde se elige el perfil de velocidad a emplear.

4.2 Descripción del mecanismo de propulsión

Cada unidad de propulsión cuenta con cinco grados de libertad, los cuales se pueden apreciar en la Figura 5.1. El primero es un actuador rotacional, el cual permite articular rotacionalmente el pie en la articulación A, lo cual le permite orientar todo el mecanismo de propulsión con la finalidad de alinear al mecanismo de propulsión con el centro de rotación. El segundo es un actuador rotacional B, el cual permite girar el eslabón BC con respecto al eslabón AB; con este movimiento se logra dar el paso a la máquina caminante. Posteriormente, se consideran los dos actuadores lineales AB y BC, los cuales permiten modificar las longitudes de los eslabones AB y BC para que el mecanismo pueda describir trayectorias rectas, cóncavas o convexas. Por último, se tiene un actuador lineal F, el cual es denominado pie, y está montado sobre la articulación F, permitiendo apoyar o levantar el pie. Estos cinco grados de libertad le brindan la capacidad de poder describir diversas trayectorias, dándole una gran versatilidad a la máquina caminante. Es importante destacar que solamente dos de los actuadores se emplean cuando se realiza el desplazamiento en el espacio de la máquina caminante, los cuales son el actuador rotativo ubicado en la articulación B y el actuador lineal ubicado en el pie, lo cual trae consigo una reducción de actuadores para poder desplazarse en el espacio, los otros tres actuadores se emplean solamente para la reconfiguración del mecanismo de propulsión durante la fase de transferencia. A continuación se desarrollará el análisis cinemático de este mecanismo de propulsión.



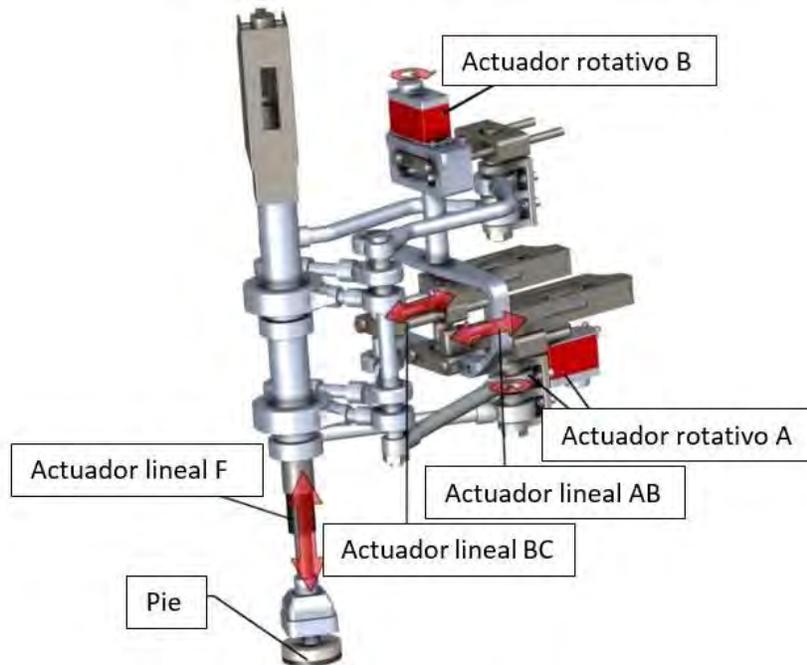


Figura 4.1. Actuadores en el mecanismo de propulsión.

Esta unidad de propulsión se obtiene de la modificación del mecanismo Peaucellier-Lipkin al agregarle cuatro grados de libertad lo que la convierte en una unidad de propulsión reconfigurable que se describió en el capítulo anterior y la cual se describe de manera detallada en [61]. El mecanismo de propulsión reconfigurable tiene seis juntas rotacionales, las cuales son denominadas A, B, C, D, E y F las articulaciones les dan el nombre a los eslabones que conforman este mecanismo de propulsión y las longitudes de los eslabones se denominan como L_{AB} , L_{AD} , L_{AE} , L_{BC} , L_{CD} , L_{CE} , L_{DF} y L_{EF} respectivamente, en base a la Figura 4.2.

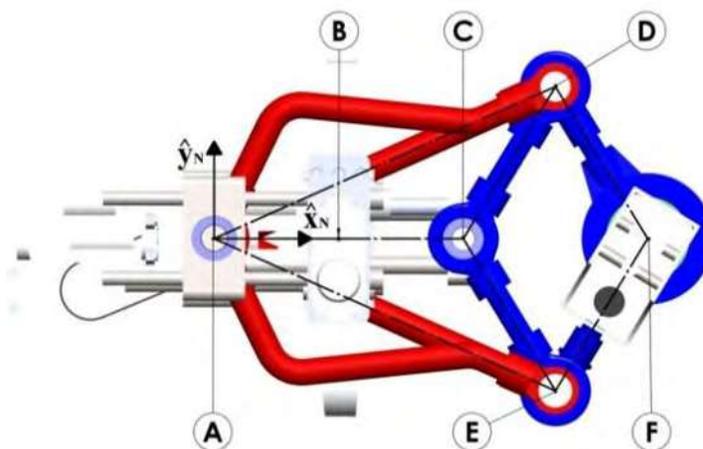


Figura 4.2. Posición de las juntas rotacionales.



Tabla 4.1 Longitudes de los eslabones.

Eslabón	Longitud [m]
L_{AB}	Variable*
L_{BC}	Variable*
*Condición	$L_{AB} + L_{BC} = 0.30$
$L_{AD} = L_{AE}$	0.42
$L_{CD} = L_{CE} = L_{DF} = L_{EF}$	0.20

En la Tabla 4.1 se pueden apreciar las dimensiones de las longitudes de los eslabones con las relaciones ya descritas previamente, encontrando que las longitudes de los eslabones AB y BC deben cumplir la condición $L_{AB} + L_{BC} = 0.30$, además se observa que las longitudes de los eslabones L_{AD} , L_{AE} , L_{CD} , L_{CE} , L_{DF} y L_{EF} son constantes, lo cual permite simplificar las ecuaciones planteadas en el capítulo 3, esto se desarrollará en la cinemática directa. Para poder realizar el análisis cinético del mecanismo de propulsión es necesario conocer el centro de masa de cada uno de los eslabones móviles, los cuales se aprecian en la Figura 4.3, éstos fueron calculados empleando un programa CAD, como las longitudes de los eslabones AB y BC son variables, solo se calcularon los centros de masa para el caso de línea recta, mientras que los centros de masa de los demás eslabones son constantes para todos los casos. La posición de cada centro de masa de los eslabones así como la masa de éstos se describe en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2. Descripción de los centros de masa

Marco de referencia	Símbolo del centro de masa	Posición del centro de masa		Masa [kg]
		x	y	
{AE}	CM_1	$0.475L_{AE}$	$0.039L_{AE}$	2.3
{CE}	CM_2	$0.5L_{CE}$	0	1.5
{EF}	CM_3	$0.642L_{EF}$	0	1.7
{F}	CM_4	0	0	14.0
{DF}	CM_5	$0.742L_{DF}$	0	3.0
{CD}	CM_6	$0.5L_{CD}$	0	1.5
{AD}	CM_7	$0.475L_{AD}$	$0.039L_{AD}$	2.3
{AB}	CM_8	0	0	2.0



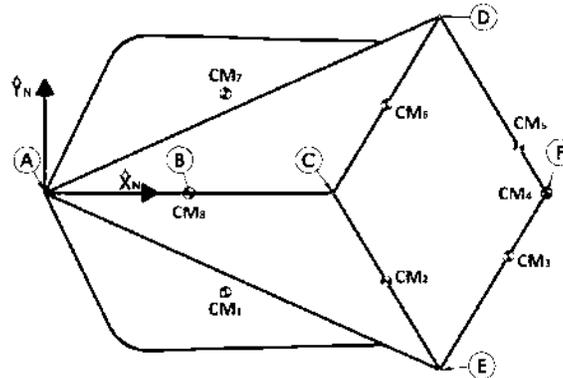


Figura 4.3. Centros de masa de los eslabones.

Para la descripción de los centros de masa de cada eslabón es necesario definir el marco de referencia sobre el cual se mide, por lo que los marcos de referencia se describen en las ecuaciones (4.1)-(4.9) en base a los ángulos que describe a cada eslabón que serán explicados en la cinemática directa.

$${}^N\{AE\} = \{Rot(\hat{z}_N, \delta), {}^N\bar{A}\} \quad (4.1)$$

$${}^N\{CE\} = \{Rot(\hat{z}_N, \phi + \delta), {}^N\bar{D}\} \quad (4.2)$$

$${}^N\{EF\} = \{Rot(\hat{z}_N, \sigma + \delta), {}^N\bar{D}\} \quad (4.3)$$

$${}^N\{F\} = \{Rot(\hat{z}_N, \alpha), {}^N\bar{F}\} \quad (4.4)$$

$${}^N\{CD\} = \{R(\hat{z}_N, \epsilon + \gamma), {}^N\bar{E}\} \quad (4.5)$$

$${}^N\{DF\} = \{Rot(\hat{z}_N, \mu + \gamma), {}^N\bar{E}\} \quad (4.6)$$

$${}^N\{AD\} = \{Rot(\hat{z}_N, \gamma), {}^N\bar{A}\} \quad (4.7)$$

$${}^N\{BC\} = \{Rot(\hat{z}_N, \theta), {}^N\bar{B}\} \quad (4.8)$$

$${}^N\{AB\} = \{Rot(\hat{z}_N, \theta_A), {}^N\bar{A}\} \quad (4.9)$$

Un ejemplo de cómo se emplea la matriz de rotación es $Rot(\hat{z}_N, \theta_A)$, en la cual se describe la rotación del marco $\{AB\}$ con respecto a el marco $\{N\}$; además la traslación de $\{AB\}$ con respecto al marco $\{N\}$ está representado por el vector cero ${}^N\bar{A} = \bar{0}$, ya que sus orígenes coinciden.



Las posiciones de las articulaciones medidas con respecto al marco $\{N\}$ están representadas por los vectores de ${}^N\bar{A}$ a ${}^N\bar{F}$ y los ángulos $\alpha, \delta, \gamma, \phi, \sigma, \epsilon, \mu$ y θ se describen en la siguiente sección y se pueden ver en la Figura 4.4.

4.3 Cinemática directa

En esta sección se describen las posiciones, velocidades y aceleraciones de los elementos del mecanismo de propulsión como una función del ángulo $\theta(t)$ conocido que es la única variable generalizada que se considera en este estudio, debido a que los grados de libertad θ_A, L_{AB} y L_{BC} solo son de reconfiguración y se pueden realizar cuando no se encuentra en movimiento el mecanismo de propulsión, sin embargo el modelo funciona para cualquier valor que tengan estos grados de libertad. Se consideran como constantes las longitudes $L_{AD}, L_{AE}, L_{CD}, L_{CE}, L_{DF}$ y L_{EF} y con los tres casos de trayectoria recta, cóncava y convexa, las cuales dependen de la longitud de los eslabones L_{AB} y L_{BC} .

La descripción de la posición de las articulaciones A, B, C, D, E y F se da en las ecuaciones (4.10) – (4.15), estas descripciones son con respecto al marco de referencia $\{N\}$, iniciando con la descripción de la articulación A, representada por el vector ${}^N\bar{A}$, como se aprecia en la ecuación (4.10), esta articulación se encuentra en el origen de la base local $\{N\}$, sobre la cual se describe este pie, la descripción de las articulaciones se hace en referencia a la Figura 4.4.

$${}^N\bar{A} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

La descripción de la posición de las articulaciones B, C, D, E y F A con respecto a la base local $\{N\}$ se representa mediante los vectores ${}^N\bar{B}, {}^N\bar{C}, {}^N\bar{D}, {}^N\bar{E}$ y ${}^N\bar{F}$, como se muestra en las ecuaciones de la (4.11) a la (4.15), respectivamente.

$${}^N\bar{B} = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{AB} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

$${}^N\bar{C} = \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{AB} + L_{BC} \cos\theta(t) \\ L_{BC} \sin\theta(t) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

$${}^N\bar{D} = \begin{pmatrix} x_D \\ y_D \\ z_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{AD} \cos\gamma \\ L_{AD} \sin\gamma \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.13)$$



$${}^N \bar{E} = \begin{pmatrix} x_E \\ y_E \\ z_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{AE} \cos \delta \\ L_{AE} \sin \delta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

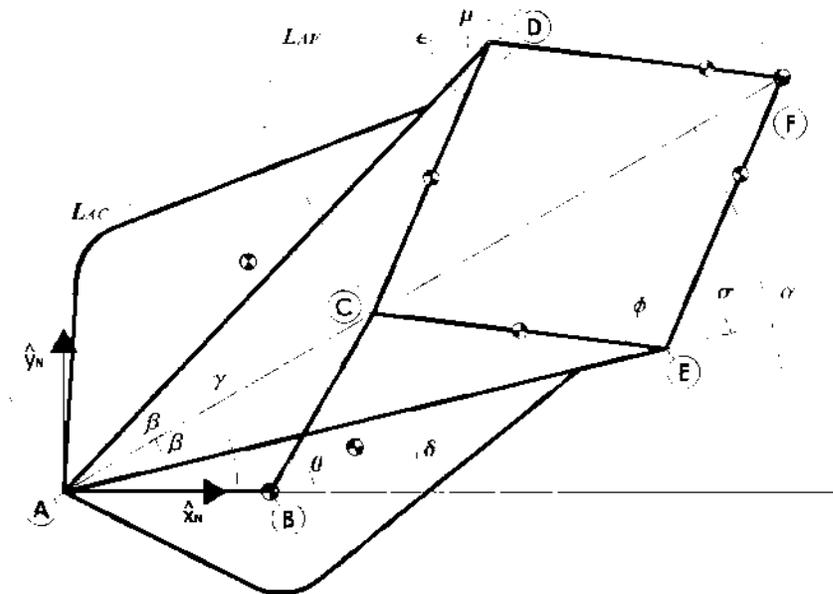


Figura 4.4. Descripción del mecanismo de propulsión.

$${}^N \bar{F} = \begin{pmatrix} x_F \\ y_F \\ z_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{AF} \cos \alpha \\ L_{AF} \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

Es necesario definir los ángulos y longitudes que permiten conocer la posición que ocuparán las articulaciones y así poder definir a los eslabones, esto se hace mediante las ecuaciones (4.16) a la (4.21).

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{y_C}{x_C} \right) \quad (4.16)$$

$$L_{AC} = \sqrt{x_C^2 + y_C^2} \quad (4.17)$$

$$\beta = \cos^{-1} \left(\frac{L_{AD}^2 + L_{AC}^2 - L_{CD}^2}{2L_{AD}L_{AC}} \right) \quad (4.18)$$

$$\gamma = \alpha + \beta \quad (4.19)$$



$$\delta = \alpha - \beta \quad (4.20)$$

$$L_{AF} = 2L_{AD} \cos \beta - L_{AC} \quad (4.21)$$

Para poder definir completamente el movimiento del mecanismo de propulsión y describir a cada uno de los eslabones en forma independiente, se calcula cada uno de los ángulos que conforman el rombo CDFEC (ver Figura 4.4), mediante las ecuaciones (4.22) a (4.25).

$$\phi = \pi - \cos^{-1} \left(\frac{L_{AD}^2 + L_{CD}^2 - L_{AC}^2}{2L_{AE}L_{CE}} \right) \quad (4.22)$$

$$\sigma = \pi - \cos^{-1} \left(\frac{L_{AD}^2 + L_{DF}^2 - L_{AF}^2}{2L_{AD}L_{DF}} \right) \quad (4.23)$$

$$\epsilon = \pi + \cos^{-1} \left(\frac{L_{AE}^2 + L_{CE}^2 - L_{AC}^2}{2L_{AE}L_{CE}} \right) \quad (4.24)$$

$$\mu = \pi + \cos^{-1} \left(\frac{L_{AE}^2 + L_{EF}^2 - L_{AF}^2}{2L_{AE}L_{EF}} \right) \quad (4.25)$$

Debido a la simetría del mecanismo de propulsión se espera encontrar algún tipo de relaciones dependientes entre los ángulos ϕ , σ , ϵ , y el ángulo μ , que permitan reducir el número de ecuaciones que se emplean para definir al mecanismo de propulsión.

Una vez que se ha definido por completo la posición de los eslabones que conforman la unidad de propulsión, se calculan la velocidad y la aceleración angular, que son necesarios para entender el comportamiento que tienen los eslabones que conforman este mecanismo de propulsión y así poder encontrar algún tipo de relación entre sus componentes. Se inicia calculando la velocidad angular de cada eslabón, esto se realiza al obtener la derivada de la posición angular en función del tiempo para cada una de las posiciones angulares previamente descritas y se muestran en las ecuaciones (4.26) a (4.33), todas las posiciones angulares dependen del tiempo ya que están en función del ángulo de entrada $\theta(t)$.

$$\dot{\alpha} = \frac{d}{dt} \alpha(t) \quad (4.26)$$

$$\dot{\beta} = \frac{d}{dt} \beta(t) \quad (4.27)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{d}{dt} \gamma(t) \quad (4.28)$$

$$\dot{\delta} = \frac{d}{dt} \delta(t) \quad (4.29)$$



$$\dot{\phi} = \frac{d}{dt} \phi(t) \quad (4.30)$$

$$\dot{\sigma} = \frac{d}{dt} \sigma(t) \quad (4.31)$$

$$\dot{\epsilon} = \frac{d}{dt} \epsilon(t) \quad (4.32)$$

$$\dot{\mu} = \frac{d}{dt} \mu(t) \quad (4.33)$$

Para conocer la aceleración angular de cada uno de los eslabones se calcula empleando la derivada de la velocidad angular en función del tiempo y se definen mediante las ecuaciones (4.34) a (4.41).

$$\ddot{\alpha} = \frac{d}{dt} \dot{\alpha}(t) = \frac{d^2}{dt^2} \alpha(t) \quad (4.34)$$

$$\ddot{\beta} = \frac{d}{dt} \dot{\beta}(t) = \frac{d^2}{dt^2} \beta(t) \quad (4.35)$$

$$\ddot{\gamma} = \frac{d}{dt} \dot{\gamma}(t) = \frac{d^2}{dt^2} \gamma(t) \quad (4.36)$$

$$\ddot{\delta} = \frac{d}{dt} \dot{\delta}(t) = \frac{d^2}{dt^2} \delta(t) \quad (4.37)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{d}{dt} \dot{\phi}(t) = \frac{d^2}{dt^2} \phi(t) \quad (4.38)$$

$$\ddot{\sigma} = \frac{d}{dt} \dot{\sigma}(t) = \frac{d^2}{dt^2} \sigma(t) \quad (4.39)$$

$$\ddot{\epsilon} = \frac{d}{dt} \dot{\epsilon}(t) = \frac{d^2}{dt^2} \epsilon(t) \quad (4.40)$$

$$\ddot{\mu} = \frac{d}{dt} \dot{\mu}(t) = \frac{d^2}{dt^2} \mu(t) \quad (4.41)$$

Por último, para describir completamente a los eslabones, se calcula la velocidad lineal en el centro de masa de cada eslabón, los cuales fueron descritos en la Tabla 4.1, por lo que su nomenclatura es similar a la de los centros de masa, además se emplean las velocidades angulares previamente descritas. Estas velocidades también son necesarias para poder



calcular la cinética del mecanismo y se expresan en las ecuaciones de (4.42) a (4.49), de acuerdo a la Figura 4.4. Para las velocidades angulares, es necesario representarlas de forma vectorial; como el mecanismo se considera plano, se supone que se encuentran las articulaciones en el plano xy , por lo tanto todas las articulaciones rotan con respecto al eje z y se pueden definir sus velocidades angulares como los vectores $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}\hat{z}_N$, $\dot{\delta} = \dot{\delta}\hat{z}_N$, $\dot{\phi} = \dot{\phi}\hat{z}_N$, $\dot{\sigma} = \dot{\sigma}\hat{z}_N$, $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}\hat{z}_N$ y $\dot{\mu} = \dot{\mu}\hat{z}_N$.

$$\bar{v}_1 = \dot{\delta} \otimes^N \overline{AE}_{cm} \quad (4.42)$$

$$\bar{v}_2 = \dot{\delta} \otimes^N \overline{E} + (\dot{\delta} + \dot{\phi}) \otimes^N \overline{EC}_{cm} \quad (4.43)$$

$$\bar{v}_3 = \dot{\delta} \otimes^N \overline{E} + (\dot{\delta} + \dot{\sigma}) \otimes^N \overline{EF}_{cm} \quad (4.44)$$

$$\bar{v}_4 = \dot{\delta} \otimes^N \overline{E} + (\dot{\delta} + \dot{\sigma}) \otimes^N \overline{F} \quad (4.45)$$

$$\bar{v}_5 = \dot{\gamma} \otimes^N \overline{D} + (\dot{\gamma} + \dot{\mu}) \otimes^N \overline{DF}_{cm} \quad (4.46)$$

$$\bar{v}_6 = \dot{\gamma} \otimes^N \overline{D} + (\dot{\gamma} + \dot{\epsilon}) \otimes^N \overline{CD}_{cm} \quad (4.47)$$

$$\bar{v}_7 = \dot{\gamma} \otimes^N \overline{D}_{cm} \quad (4.48)$$

$$\bar{v}_8 = \dot{\theta} \otimes^N \overline{BC}_{cm} \quad (4.49)$$

4.4 Cinemática inversa

En esta sección se determina el ángulo θ en función del tiempo, el cual se define como $\theta(t)$, que es la única variable generalizada considerada. Para el caso genérico cuando se conocen las coordenadas de la trayectoria que describe el pie, para lo cual se debe emplear un perfil de trayectoria que será abordado en la siguiente sección. El uso del perfil de trayectoria permite conocer las posiciones del pie definidas por ${}^N\overline{F} = (x_F(t), y_F(t), z_F(t))$, en base a estas posiciones se determinan la longitud L_{AF} y el ángulo α con las ecuaciones (4.50) y (4.51).

$$L_{AF}(t) = \sqrt{x_F(t)^2 + y_F(t)^2} \quad (4.50)$$

$$\alpha(t) = \tan^{-1} \left(\frac{y_F(t)}{x_F(t)} \right) \quad (4.51)$$

Las longitudes de los eslabones L_{AD} , L_{AE} , L_{DC} , L_{CF} , L_{CE} y L_{EF} son constantes en el tiempo y cumpliendo la condición especial que dice que las longitudes L_{AB} y L_{BC} son constantes e



iguales, como ya se describió previamente. Con estas consideraciones en mente es posible determinar la longitud L_{AC} y el ángulo β empleando las ecuaciones (4.52) y (4.53).

$$\beta(t) = \cos^{-1} \left(\frac{L_{AD}^2 + L_{AF}(t)^2 - L_{DF}^2}{2L_{AD}L_{AF}(t)} \right) \quad (4.52)$$

$$L_{AC}(t) = 2L_{AD}\cos\beta(t) - L_{AF}(t) \quad (4.53)$$

Por último, con estas longitudes y empleando la ecuación (4.54) es posible determinar el ángulo $\theta(t)$, con el cual se pueden determinar la posición, velocidad y aceleración del mecanismo de propulsión empleando la cinemática directa, ya que todas las ecuaciones dependen de este ángulo.

$$\theta(t) = \tan^{-1} \left(\frac{L_{AC}(t)\cos\alpha(t)}{L_{AC}(t)\sin\alpha(t) - L_{AB}} \right) \quad (4.54)$$

4.4.1 Definición de los lugares geométricos que describirá el mecanismo

Para poder realizar la cinemática inversa es necesario conocer la trayectoria en base al camino, lo cual se desarrolla a continuación. Pero primero es necesario destacar que en las ecuaciones que describen cada una de las articulaciones del mecanismo de propulsión reconfigurable se hacen las siguientes suposiciones:

1. Se considera eslabones muy delgados, por lo que el análisis se puede hacer en el plano $\hat{X}_N\hat{Y}_N$.
2. Los eslabones se consideran rígidos.

La longitud L_F es controlada por el actuador prismático encargado de levantar o apoyar el pie, por lo que al activarlo modifica la altura en el eje \hat{Z}_N , desplazando a {AB} con respecto de {N} a lo largo del eje \hat{Z}_N una longitud L_F .

Una máquina caminante se puede desplazar en el espacio al emplear mecanismos de propulsión reconfigurables, este camino debe ser conocido para poder transitarlo, en este caso se considera un camino que tiene sensores en el contorno que son los postes con esferas rojas que se observan en la Figura 4.5, el camino cuenta con trayectorias rectas, curvas cóncavas y convexas.

Las trayectorias son descritas por tres puntos ubicados en el contorno del camino, los cuales se detectan mediante sensores ubicados en la máquina caminante. Esto permite conocer la configuración que debe tener el mecanismo de propulsión para describir una trayectoria paralela al contorno del camino.



Para describir este caso se considera un solo mecanismo de propulsión de una máquina caminante. Ya que los demás mecanismos se controlan de forma similar. Por lo que a continuación se plantea la cinemática inversa para describir trayectorias rectas, curvas cóncavas y convexas.

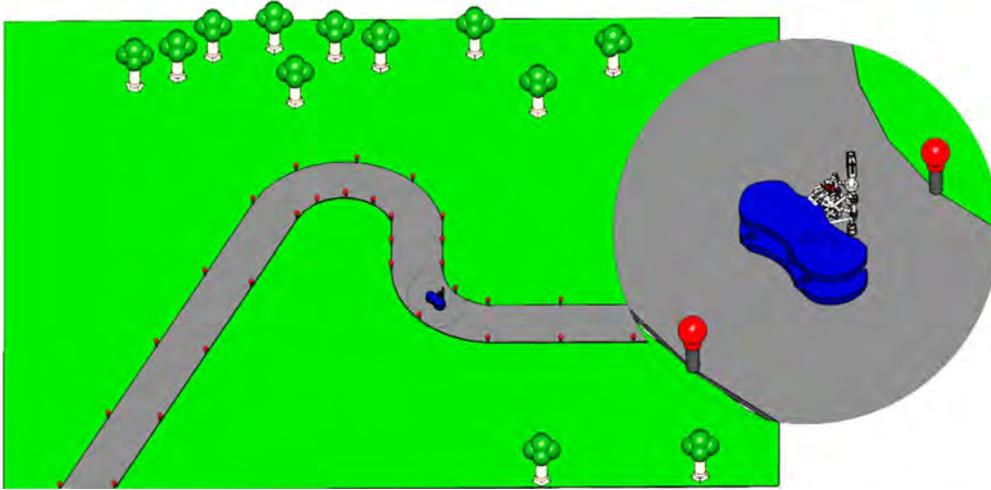


Figura 4.5. Camino con sensores en contorno.

Para encontrar la configuración que deben tener los elementos del mecanismo de propulsión reconfigurable de tal manera que el pie describa una trayectoria paralela al contorno del camino, se deben conocer al menos tres puntos de éste para lograr la orientación de la máquina. Es importante recordar que permanecen constantes las longitudes L_{AD} , L_{AE} , L_{CD} , L_{CE} , L_{DF} y L_{EF} , mientras que las longitudes L_{AB} y L_{BC} son variables, con la condición de que $L_{AB} + L_{BC} = cte$.

4.4.2 Ubicación del centro de rotación CR

Para poder describir diferentes trayectorias es necesario conocer las ubicaciones de tres puntos del contorno del camino con respecto a $\{N\}$, están dadas por (4.55) y así poder trazar dos rectas entre los puntos ${}^N\bar{P}_1$ ${}^N\bar{P}_2$ y la recta entre los puntos ${}^N\bar{P}_2$ ${}^N\bar{P}_3$.

$${}^N\bar{P}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}, \quad {}^N\bar{P}_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}, \quad {}^N\bar{P}_3 = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} \quad (4.55)$$

Los puntos medios de las rectas se describen en (4.56) y (4.57).



$${}^N \begin{pmatrix} Pm_{12x} \\ Pm_{12y} \\ Pm_{12z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \frac{y_1 + y_2}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.56)$$

$${}^N \begin{pmatrix} Pm_{32} \\ Pm_{32} \\ Pm_{32z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_2 + x_3}{2} \\ \frac{y_2 + y_3}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.57)$$

Se calculan las pendientes de las dos rectas encontradas entre los puntos descritos por los vectores ${}^{AB}\bar{P}_1$ y ${}^{AB}\bar{P}_2$, así como ${}^{AB}\bar{P}_2$ y ${}^{AB}\bar{P}_3$ en (4.58) y (4.59).

$$m_{12} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad (4.58)$$

$$m_{23} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} \quad (4.59)$$

Se obtiene las pendientes perpendiculares, con (4.60) y (4.61), de acuerdo a la Figura 4.6.

$$m_{\perp 12} = \frac{-1}{m_{12}} \quad (4.60)$$

$$m_{\perp 23} = \frac{-1}{m_{23}} \quad (4.61)$$

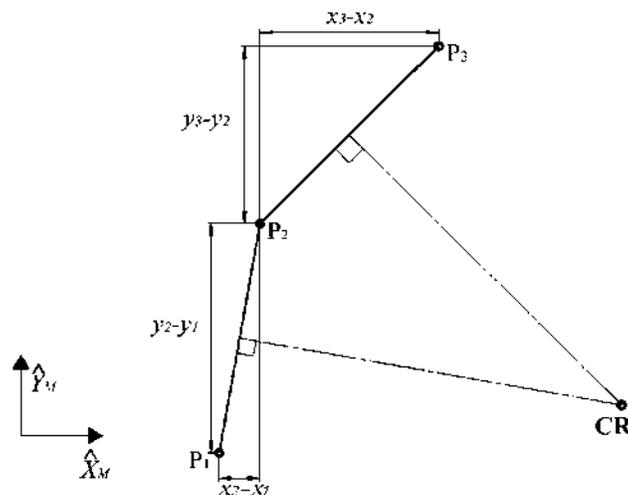


Figura 4.6. Coordenadas de los tres puntos ubicados en el contorno del camino.



Se plantean las ecuaciones de las mediatrices de las rectas, empleando las pendientes perpendiculares, (4.60) y (4.61), y los puntos medios, (4.56) y (4.57), obteniendo las ecuaciones (4.62) y (4.63), que describen las componentes del centro de rotación.

$$y_{CR} - m_{\perp 12} \left(x_{CR} - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) + \frac{y_1 + y_2}{2} = 0 \quad (4.62)$$

$$y_{CR} - m_{\perp 23} \left(x_{CR} - \frac{x_2 + x_3}{2} \right) + \frac{y_2 + y_3}{2} = 0 \quad (4.63)$$

Para obtener las componentes del centro de rotación CR que se ubica en el punto en donde se cruzan las rectas descritas por (4.62) y (4.63) se deben de resolver de manera simultánea estas dos ecuaciones obteniendo las coordenadas descritas por (4.64) y (4.65).

$$x_{CR} = \frac{m_{\perp 12} \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right) - m_{\perp 23} \left(\frac{x_2 + x_3}{2} \right) - \frac{y_1 + y_3}{2}}{m_{\perp 12} - m_{\perp 23}} \quad (4.64)$$

$$y_{CR} = m_{\perp 23} \left(x_{CR} - \frac{x_2 + x_3}{2} \right) - \frac{y_2 + y_3}{2} \quad (4.65)$$

Al conocer la posición del centro de rotación CR, (4.66), con respecto a {N}, se calcula el ángulo θ_A que se requiere para orientar al mecanismo de propulsión, (4.67).

$${}^N CR = \begin{pmatrix} x_{CR} \\ y_{CR} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.66)$$

$$\mu = \tan^{-1} \left(\frac{y_{CR}}{x_{CR}} \right) \quad (4.67)$$

Para $x_{CR} < 0$, el ángulo θ_A se obtiene con (4.68) y esto se puede observar en la Figura 4.7, que corresponde al CASO 2 con la descripción de un arco cóncavo.

$$\theta_A = \mu - \pi \quad (4.68)$$

Cuando $x_{CR} > 0$, se obtiene el ángulo de orientación θ_A con (4.69), como se aprecia en la figura 4.8, se describe un arco convexo como el del CASO 3.

$$\theta_A = \mu \quad (4.69)$$



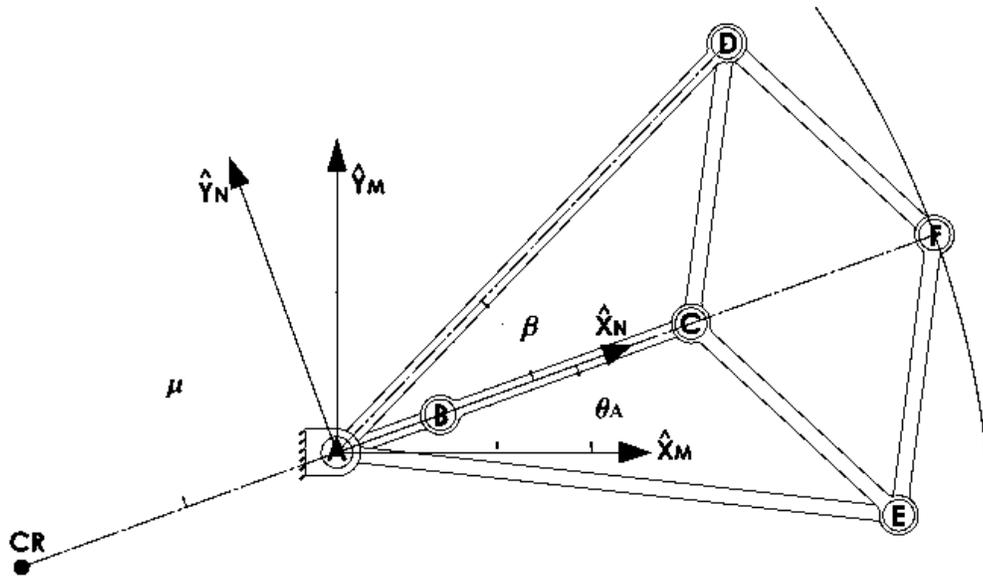


Figura 4.7. Ubicación del centro de rotación CR y del ángulo de acción θ_A , para CASO 2.

Al conocer el ángulo de orientación θ_A se puede activar el actuador rotativo ubicado en la articulación A y así alinear el mecanismo de propulsión reconfigurable con el centro de rotación CR y poder describir arcos en los cuales el centro de rotación CR no se encuentre alineado con el eslabón AB.

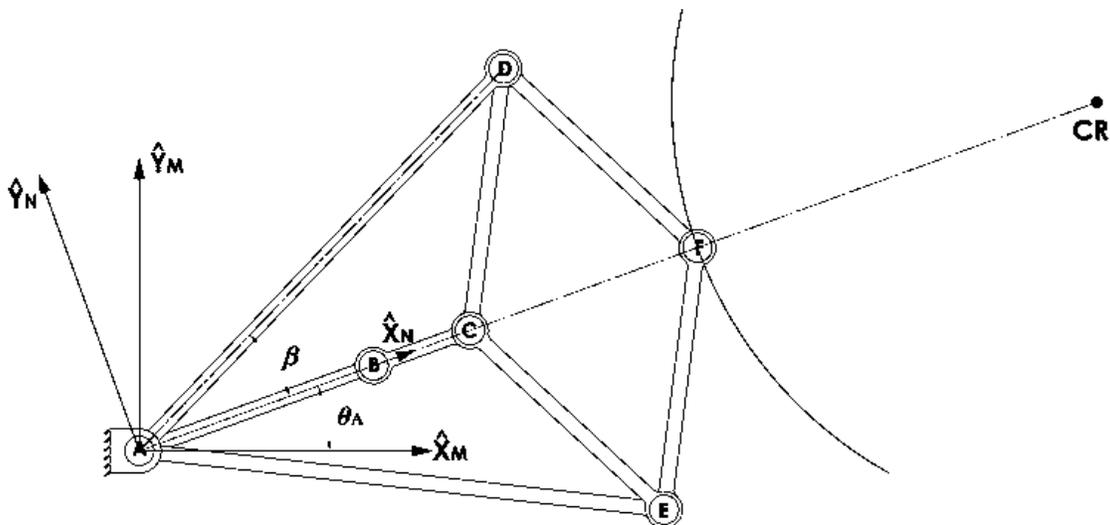


Figura 4.8. Ubicación del centro de rotación CR y del ángulo de acción θ_A , para CASO 3.



4.4.3 Configuración para arcos cóncavos

Ahora que se conocen las coordenadas del centro de rotación CR, se procede a calcular la configuración que deben tener los eslabones AB y BC para poder describir arcos, cuando $x_{CR} < 0$ el punto F describirá una trayectoria cóncava con respecto al origen ubicado en {AB}. Pero para esto es necesario encontrar las dimensiones que deben tener los eslabones AB y BC, descrito por el CASO 2, cuando $L_{AB} < L_{BC}$, se considera que la suma de estas dos longitudes siempre será constante y se define por (4.70).

$$L_{AB} + L_{BC} = k_{AC} \quad (4.70)$$

Se consideran dos condiciones como las mostradas en las Figuras 4.7 y 4.9, la primera es con un ángulo $\theta = 0^\circ$ y la segunda muestra las posiciones cuando $\theta > 0$. A los puntos de interés para el caso cuando $\theta > 0^\circ$ se les agrega un apóstrofo para diferenciar las posiciones.

Se comienza describiendo en la longitud k_{AF} , para el caso en donde el ángulo $\theta = 0^\circ$, esto se logra modificando un poco las ecuaciones (4.18) y (4.21), obteniendo (4.71) y (4.72).

$$k_{AF} = 2 L_{AD} \cos \beta - k_{AC} \quad (4.71)$$

$$\beta = \cos^{-1} \left(\frac{L_{AD}^2 + k_{AC}^2 - L_{CD}^2}{2 L_{AD} k_{AC}} \right) \quad (4.72)$$

Posteriormente se analiza la posición del punto F' , donde todas las variables primas se refieren a las variables exclusivas del CASO 2 como las descritas de (4.73) a (4.76), Figura 4.9, cuando $\theta > 0^\circ$, para poder encontrar la configuración es necesario proponer un ángulo γ_1 pequeño, debido a que el radio de curvatura puede ser muy grande y el arco que debe seguir el pie puede ser muy grande, tal que no logre alcanzar esa posición.

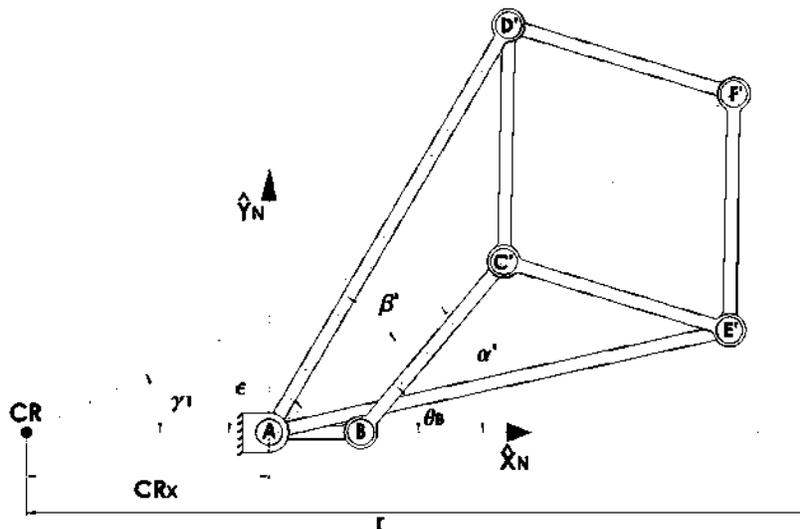


Figura 4.9. Descripción de los ángulos y longitudes cuando $\theta > 0$, CASO 2.



$$k'_{AF} = \sqrt{|CR_x|^2 + r^2 - 2r|CR_x| \cos \gamma_1} \quad (4.73)$$

Donde:

$$|CR'_x| = \sqrt{{}^A x_{CR}^2 + {}^A y_{CR}^2} \quad (4.74)$$

$$r = |CR'_x| + k_{AF} \quad (4.75)$$

$$\beta' = \cos^{-1} \left(\frac{L_{AD}^2 + k'_{AF}{}^2 - L_{DF}^2}{2 L_{AD} k'_{AF}} \right) \quad (4.76)$$

En base a (4.73) se obtiene el valor de k'_{AC} que es la longitud entre las articulaciones A y C' para un ángulo γ_1 propuesto:

$$k'_{AC} = k'_{AF} - 2(k'_{AF} - L_{AD} \cos \beta') \quad (4.77)$$

Para encontrar las longitudes se deben plantear dos ecuaciones ya que se tienen dos incógnitas, L'_{AB} y L'_{BC} , por lo que se modifica la ecuación (4.70) para obtener (4.78) y por otro lado aplicando la ley de cosenos en base a la Figura 4.10 se encuentra L'_{BC} empleando la ecuación (4.79).

$$L'_{AB} + L'_{BC} = k_{AC} \quad (4.78)$$

$$L'_{BC}{}^2 = k'_{AC}{}^2 + L'_{AB}{}^2 - 2 k'_{AC} L'_{AB} \cos \alpha' \quad (4.79)$$

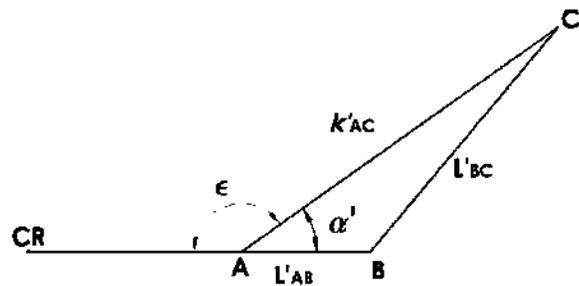


Figura 4.10. Detalles de los eslabones AB y BC para CASO 2.

Resolviendo las ecuaciones (4.78) y (4.79) se obtienen las longitudes de los eslabones AB y BC para la reconfiguración en el CASO 2, como se aprecia en (4.80) y (4.81).

$$L'_{BC} = \frac{k'_{AC}{}^2 + k_{AC}{}^2 - 2 k'_{AC} k_{AC} \cos \alpha'}{2(k_{AC} - k'_{AC} \cos \alpha')} \quad (4.80)$$

$$L'_{AB} = k_{AC} - L'_{BC} \quad (4.81)$$



Donde:

$$\alpha' = \pi - \varepsilon \quad (4.82)$$

$$\varepsilon = \cos^{-1} \left(\frac{|CR'_x|^2 + k'_{AF}{}^2 - r^2}{2|CR'_x| k'_{AF}} \right) \quad (4.83)$$

En la Figura 4.11 se puede apreciar al mecanismo de propulsión reconfigurable con los tres sensores que representan los tres puntos de orientación ubicados en el contorno del camino, en el cual se aprecia la forma en que se encuentra el centro de rotación CR que fue descrito previamente. En la Figura 4.12 se aprecia una vista a detalle del mecanismo de propulsión reconfigurable real, donde se aprecian las articulaciones y los componentes que conforman al mecanismo de propulsión que permiten describir diversas trayectorias; también se puede apreciar la trayectoria que describe el pie.

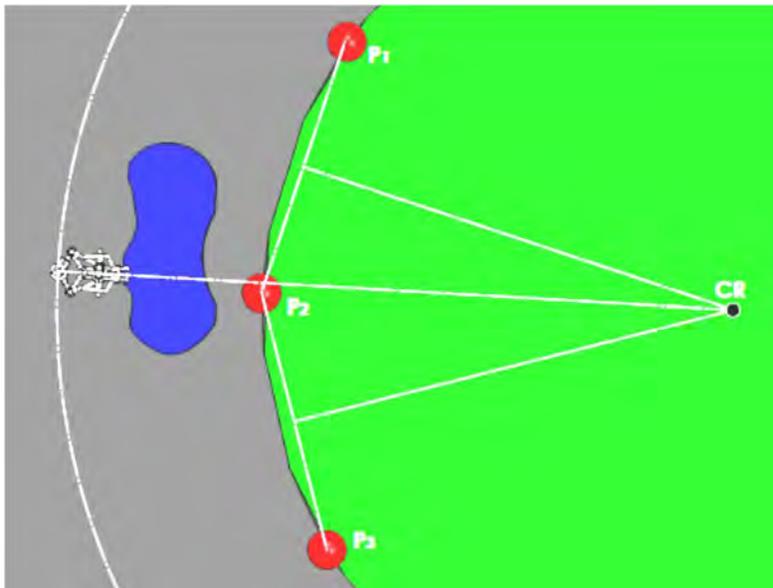


Figura 4.11. Ubicación del centro de rotación CASO 2.

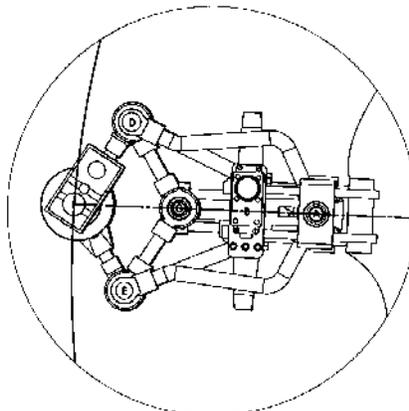


Figura 4.12. Detalle del mecanismo de propulsión reconfigurable para CASO 2.



4.4.4 Configuración para arcos convexos

Esto es el CASO 3, cuando $L_{AB} > L_{BC}$, y $x_{CR} > 0$, entonces el punto F describirá una trayectoria convexa con respecto al punto A. Se emplean las ecuaciones (4.70) a (4.72) utilizadas en el CASO 2, ya que se vuelve a considerar la posición cuando $\theta = 0$.

Para encontrar la configuración del mecanismo de propulsión se requiere la ubicación del centro de rotación CR calculado previamente con (4.64) y (4.65). Se considera un ángulo $\theta > 0$, y a los términos de esta posición se distinguen por el doble apostrofe. Se comienza describiendo el punto F'', al proponer un ángulo γ_2 pequeño, como se muestra en la Figura 4.13 para encontrar a k''_{AF} en (4.84).

$$k''_{AF} = \sqrt{CR_x''^2 + r^2 - 2 r CR_x'' \cos \gamma_2} \quad (4.84)$$

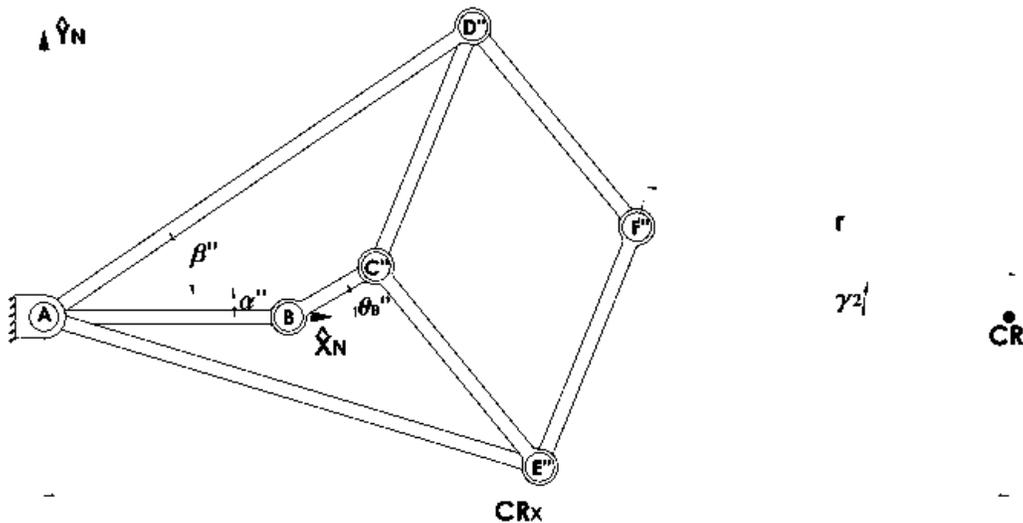


Figura 4.13. Descripción de los ángulos y longitudes cuando $\theta > 0^\circ$, CASO 3.

Donde:

$$CR_x'' = \sqrt{A x_{CR}^2 + A y_{CR}^2} \quad (4.85)$$

$$r = CR_x'' - k_{AF} \quad (4.86)$$

$$\beta'' = \cos^{-1} \left(\frac{L_{AD}^2 + k_{AF}''^2 - L_{DF}^2}{2(L_{AD})(k_{AF}'')} \right) \quad (4.87)$$

Se obtiene el valor de k''_{AC} en (4.88), con ángulo propuesto γ_2 pequeño.

$$k''_{AC} = k_{AF}'' - 2(k_{AF}'' - L_{AD} \cos \beta'') \quad (4.88)$$



Esto permite plantear las dos ecuaciones para encontrar las longitudes que deben tener los eslabones AB y BC para el CASO 3, una es la modificación de la ecuación (4.70) para obtener (4.89), y la otra es (4.90) planteada en base a la Figura 4.14.

$$L''_{AB} + L''_{BC} = k_{AC} \quad (4.89)$$

$$L''_{BC}{}^2 = k''_{AC}{}^2 + L''_{AB}{}^2 - 2 k''_{AC} L''_{AB} \cos \alpha'' \quad (4.90)$$

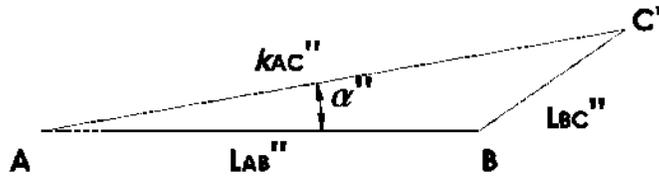


Figura 4.14. Detalles de los eslabones AB y BC para el CASO 3.

Al resolver (4.89) y (4.90) encontramos las longitudes L''_{AB} y L''_{BC} , (4.91) y (4.92) necesarias para describir arcos convexos de acuerdo al centro de rotación deseado.

$$L''_{BC} = \frac{k''_{AC}{}^2 + k_{AC}{}^2 - 2 k''_{AC} k_{AC} \cos \alpha''}{2(k_{AC} - k''_{AC} \cos \alpha'')} \quad (4.91)$$

$$L''_{AB} = k_{AC} - L''_{BC} \quad (4.92)$$

Donde:

$$\alpha'' = \cos^{-1} \left(\frac{k''_{AF}{}^2 + CR_x''^2 - r^2}{2 k''_{AF} CR_x''} \right) \quad (4.93)$$

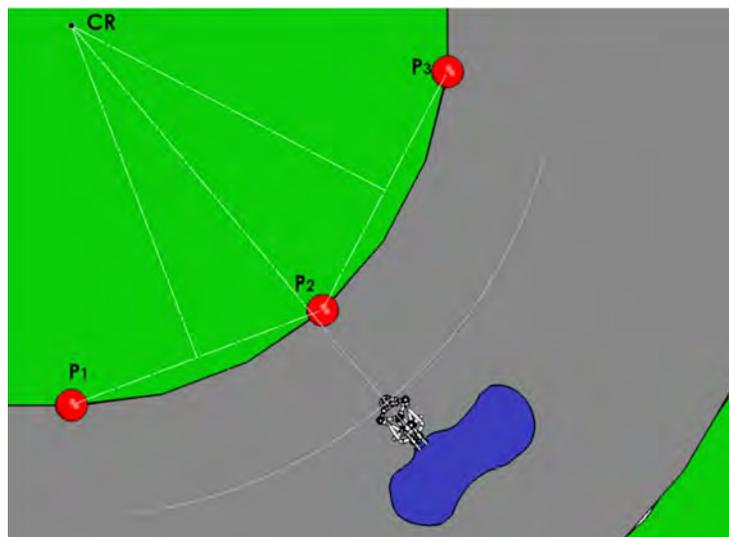


Figura 4.15. Ubicación del centro de rotación CASO 2.



Para encontrar la configuración del mecanismo de propulsión para el CASO 3, se requiere conocer tres puntos del contorno del camino, con lo que el mecanismo de propulsión reconfigurable podrá describir una trayectoria paralela a éste, como se aprecia en la Figura 4.15.

En la Figura 4.16 se observa una vista a detalle del mecanismo de propulsión reconfigurable al describir una trayectoria convexa, en donde se aprecian las articulaciones que lo conforman.

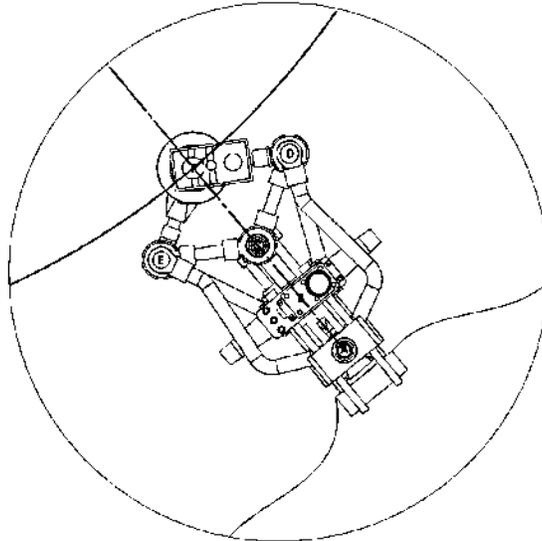


Figura 4.16. Detalle del mecanismo de propulsión reconfigurable para CASO 3.

4.4.5 Configuración para rectas exactas

Cuando el centro de rotación CR se encuentre en el infinito entonces la trayectoria que debe seguir es una trayectoria recta, por lo que las longitudes L_{AB} y L_{BC} deben de ser iguales, como se muestra en (4.94).

$$L_{AB} = L_{BC} = \frac{k_{AC}}{2} \quad (4.94)$$

4.5 Generación de trayectorias

Con la finalidad de controlar la trayectoria que describe el pie, se debe determinar las posiciones para el ángulo $\theta(t)$, así como su velocidad y aceleración, del actuador rotatorio que se encuentra situado en la articulación B y es el encargado de generar el movimiento para que pueda desplazarse el mecanismo de propulsión y así describir trayectoria deseada. En este caso y después de comparar diversos perfiles de trayectoria se decidió emplear el perfil paramétrico polinomial que se muestra en la ecuación (4.95).[62]



$$y_F(t) = y_{F_{max}} \left(\frac{70}{t_f^3} t^3 - \frac{315}{t_f^4} t^4 + \frac{546}{t_f^5} t^5 - \frac{420}{t_f^6} t^6 + \frac{120}{t_f^7} t^7 \right) + v_{max} \left(-\frac{32}{t_f^2} t^3 + \frac{160}{t_f^3} t^4 - \frac{288}{t_f^4} t^5 + \frac{224}{t_f^5} t^6 - \frac{64}{t_f^6} t^7 \right) \quad (4.95)$$

Donde:

$$v_{max} = c \frac{y_{F_{max}}}{t_f} \quad (4.96)$$

Este es un perfil de octavo grado en el cual $y_{F_{max}}$ es el desplazamiento máximo de la pierna y t_f es el tiempo de proceso o el tiempo en el cual se da el paso, además incluye un perfil de octavo grado variable el cual está definido por la velocidad máxima deseada v_{max} , este perfil variable es controlado por un índice denominado c el cual de acuerdo con [62] puede oscilar sobre un rango [1.458334, 2.1875], para describir movimientos naturales, si el índice tiene un valor $c = 1.875$ entonces el perfil se comporta como uno de quinto grado como se muestra en la Figura 4.17, donde se aprecia el perfil de: a) posición, b) velocidad y c) aceleración para los valores de los parámetros de un paso como se muestran en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3. Parámetros de un paso.

Parámetros	Dimensiones
$y_{F_{inicial}}$	-0.35 m
$y_{F_{final}}$	0.35 m
t_f	5 s

Este perfil de velocidad está aplicado en la trayectoria del pie ya que controlando este perfil se puede obtener un desplazamiento más cómodo y suave. El uso de este perfil permite conocer las posiciones del ángulo $\theta(t)$ como función del tiempo y así todas las ecuaciones descritas en la cinemática directa e inversa dependen del tiempo porque todas son dependientes del ángulo $\theta(t)$. Con esto es posible realizar el análisis cinético el cual se aborda en el capítulo 6.



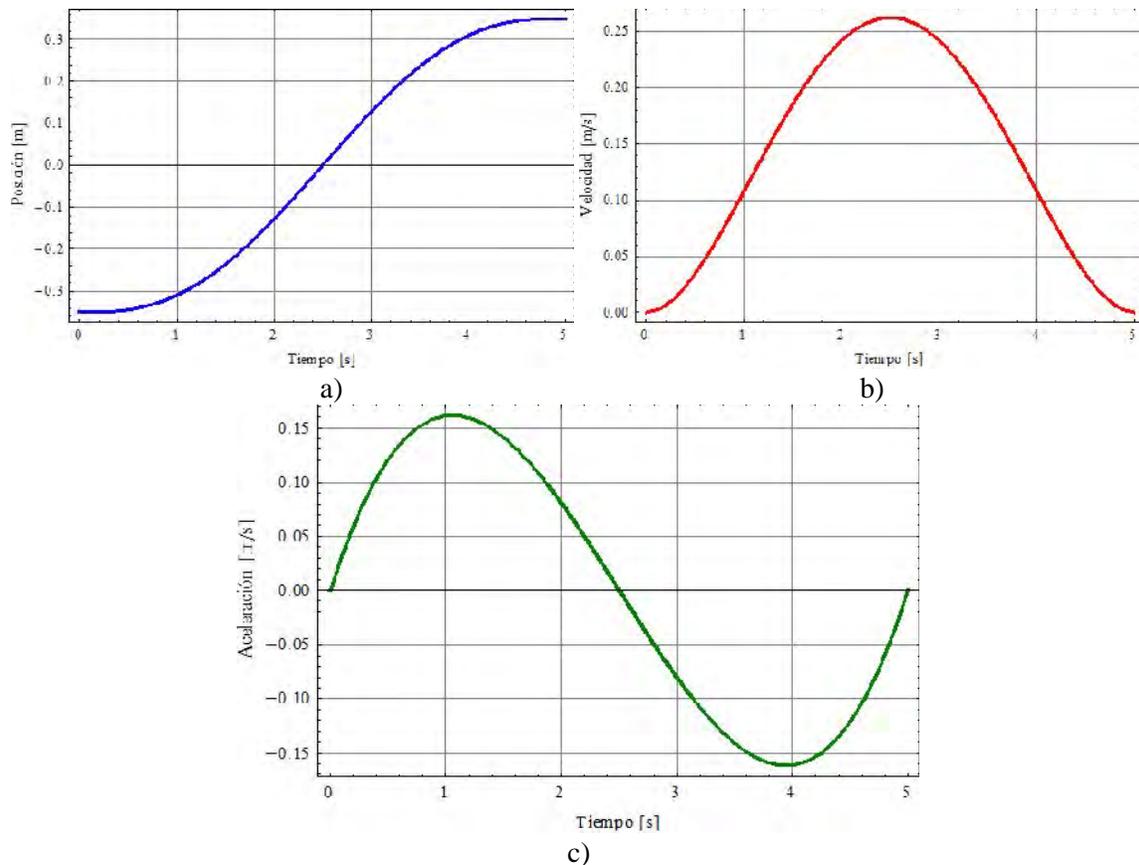


Figura 4.17. Perfiles de a) Posición, b) Velocidad y c) Aceleración.

4.6 Conclusiones

El estudio de la cinemática de la unidad de propulsión incluye las relaciones entre las longitudes de los eslabones, lo cual permite reducir el número y la complejidad de las ecuaciones que permiten describir la posición, para posteriormente obtener la velocidad y aceleración de los eslabones con la primera y segunda derivada de la posición en función del tiempo, respectivamente.

La descripción cinemática directa e inversa permite encontrar la configuración de los eslabones del mecanismo en base al reconocimiento de tres puntos ubicados en el borde del camino que se desea transitar.



Capítulo 5. Cinemática de una máquina caminante hexápoda



5.1 Introducción

En este capítulo se realiza un análisis cinemático de una máquina caminante hexápoda que emplea mecanismos de propulsión reconfigurables basados en el mecanismo de Peaucellier-Lipkin. Previamente se desarrolló el análisis cinemático de los mecanismos de propulsión en forma independiente (capítulo 4), que permite conocer la configuración que éstos deben tener al contar con las coordenadas del centro de rotación CR con respecto al cual deben girar. En este capítulo se analizará cómo deben funcionar en conjunto los mecanismos de propulsión; el desarrollo de este capítulo se divide en dos secciones, comenzando con un análisis de los chasis a emplear cuando se usan unidades de propulsión reconfigurables y posteriormente se analiza la orientación de las unidades de propulsión y la determinación de los arcos circulares que pueden describir cada una de éstas.

5.2 Desarrollos de chasis áureos para máquinas caminantes

Un mecanismo de propulsión reconfigurable puede emplearse en chasis o cuerpos del robot de diversas configuraciones y formas, pero en esta sección se muestran cómo obtener la configuración óptima para éstos a los cuales se les denomina chasis áureos, que permiten a las máquinas caminantes aprovechar al máximo las capacidades de las unidades de propulsión reconfigurables y así puedan moverse eficientemente en terrenos de diversa naturaleza. En esta sección se limita el estudio a chasis áureos de máquinas caminantes de cuatro, seis y ocho unidades de propulsión reconfigurables.

El objetivo de los chasis áureos es que los mecanismos de propulsión reconfigurables empleados realicen la menor cantidad de modificaciones en la reconfiguración para agilizar el movimiento, ahorrar energía y simplificar el control de toda la máquina caminante.

La reconfiguración del mecanismo de propulsión aumenta el tiempo de reacción de la máquina caminante, ya que antes de cualquier desplazamiento es necesario verificar si la configuración del mecanismo de propulsión es la deseada, de no ser así, se requiere modificar la configuración de ésta; también el hecho de que las unidades de propulsión tengan una configuración diferente limita el movimiento de éstas, ya que algunas pueden describir arcos más largos que otros, pero todas deben adaptarse al arco menor como se explica en la sección 5.3. Es por ello que se desarrollan chasis para máquinas caminantes que permitan reducir el tiempo de reacción y la complejidad del control de máquinas caminantes al volverlos áureos, es decir, que todas las uniones de las extremidades con el chasis, se encuentren en una misma circunferencia, pueden ser polígonos regulares o irregulares siempre que todas las uniones de las extremidades de las unidades de propulsión con el chasis toquen la misma circunferencia. En esta tesis sólo se considera el estudio de los polígonos regulares.

La configuración de los mecanismos de propulsión reconfigurables para desplazamientos en línea recta es la misma para todas las unidades de propulsión que integren a una máquina caminante, sin importar el tipo de chasis que se emplee, con sólo la limitante de que deben de ser paralelas todas las trayectorias rectas descritas por las unidades de propulsión para que



ésta pueda desplazarse. Pero la configuración de las unidades de propulsión reconfigurables para describir arcos no es la misma en todas las unidades, por lo que el control sería diferente para cada una de éstas y su capacidad de describir arcos también sería diferente.

Como existen un gran número de centros de rotación que pueden describir las unidades de propulsión y por ende un sinnúmero de configuraciones para éstas, no es posible optimizar todas las trayectorias, por lo que se deben considerar las trayectorias más comunes como es el caso del desplazamiento en línea recta y el giro sobre el centro de la máquina caminante. Éstos son los movimientos más utilizados, además de que empleando solamente estas dos trayectorias podría desplazarse en el espacio. Es por ello que se diseñan los chasis áureos, los cuales permiten que la configuración de todos los mecanismos de propulsión sea la misma para giros sobre el centro de la máquina caminante, de forma similar que para describir trayectorias rectas.

El chasis áureo cuadrúpedo emplea cuatro mecanismos de propulsión. Para que el chasis sea áureo, todos los centros de las articulaciones denominados A_i , donde i corresponde al número de unidad de propulsión, deben ser coincidentes con una circunferencia base, que tiene por centro el centro del chasis cuadrúpedo, denominado punto O , como se aprecia en la Figura 5.1. Con lo que se asegura que las distancias del centro del chasis cuadrúpedo a los centros de los agujeros de los soportes, línea OA_i , tengan la misma longitud, ya que es igual al radio r_o de la circunferencia. Esto tiene como ventaja que todos los mecanismos de propulsión tengan la misma configuración para girar con respecto al centro O de la máquina caminante.

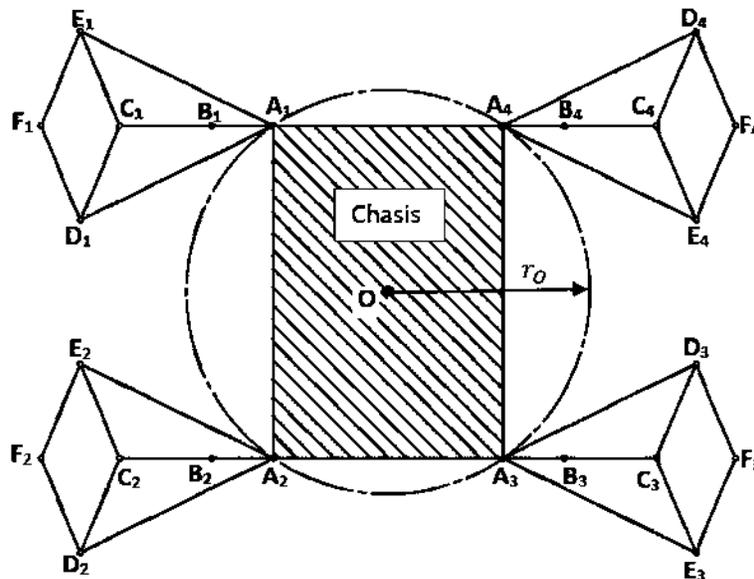


Figura 5.1. Chasis áureo cuadrúpedo, con circunferencia base.

Para el caso particular del chasis áureo cuadrúpedo, siempre que tengan la misma configuración los mecanismos de propulsión, los puntos de apoyo F , serán coincidentes con la circunferencia de apoyo, con centro en O , como se aprecia en la Figura 5.2. Si la recta OA_i no es colineal con la recta A_iF_i cuando el ángulo de acción θ de cada mecanismo de



propulsión es igual a cero grados, no es posible que la máquina caminante rote sobre el centro del chasis cuadrúpedo, ya que el arco que describiría cada unidad de propulsión tendría un centro de rotación distinto a los de las otras unidades de propulsión, ya que la línea $A_i F_i$ debe estar alineada con el centro de giro denominado como punto O , que en este caso es el centro del chasis, como se aprecia en la Figura 5.2.

Para que la máquina caminante que emplea el chasis áureo cuadrúpedo, pueda rotar con respecto al centro del chasis, es necesario que el centro O del chasis áureo cuadrúpedo, el punto A_i , así como el punto F_i se encuentren alineados cuando el ángulo de acción θ de cada mecanismo de propulsión es igual a cero grados. Dicho de otra forma, que las líneas OA_i y $A_i F_i$ sean colineales cuando $\theta = 0^\circ$, como se aprecia en la Figura 5.3. Para lograr esto es necesario modificar el ángulo de rotación de cada unidad de propulsión θ_A para alinearlas con el centro del chasis.

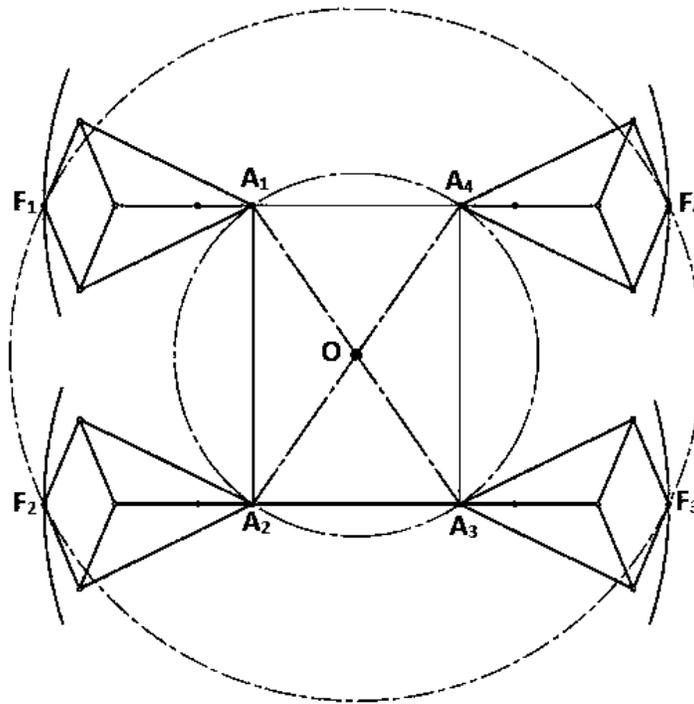


Figura 5.2. Máquina caminante cuadrúpeda, con circunferencia base y de apoyo.

Una vez colineales las rectas OA_i y $A_i F_i$, las longitudes de los eslabones $A_i B_i$ y $B_i C_i$ deben modificarse para poder describir un arco circular cóncavo con centro en O , cumpliendo con el CASO 2 que tiene como condición que $L_{A_i B_i} < L_{B_i C_i}$. Cuando se aplica lo anterior a cada mecanismo de propulsión, se garantiza que gire la máquina caminante con respecto al centro de ésta, punto O , por lo que se reduce la complejidad del control y se disminuye el tiempo de reacción para esta operación, ya que la configuración de todos los mecanismos de propulsión para este caso particular debe ser la misma, dado que las distancias del centro del chasis O a cada punto A_i son iguales.



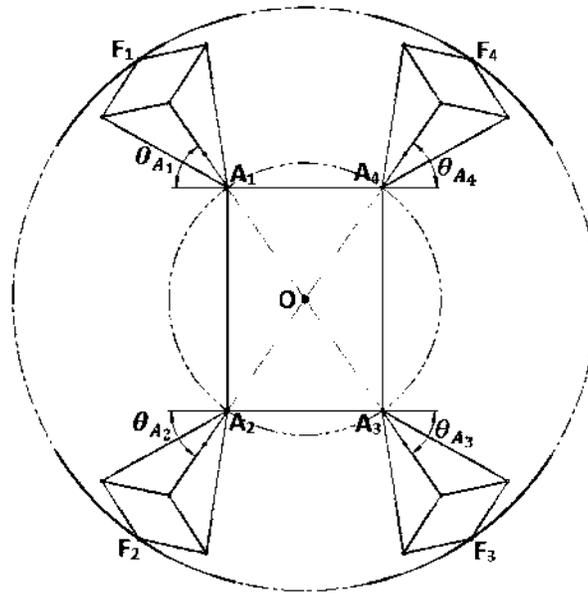


Figura 5.3. Máquina caminante cuadrúpeda con mecanismos alineados para girar con respecto al centro.

El chasis hexápodo emplea seis mecanismos de propulsión y es áureo cuando todos los centros de los agujeros de los soportes, denominados como A_i , son coincidentes con una circunferencia base que tiene por centro el centro del chasis áureo hexápodo denominado O , como se aprecia en la Figura 5.4; esto asegura que las distancias de las rectas OA_i , sean las mismas, para cada extremidad. La ventaja de que el chasis sea áureo es que se tiene la misma configuración en cada uno de los mecanismos de propulsión para girar con respecto al centro de la máquina caminante.

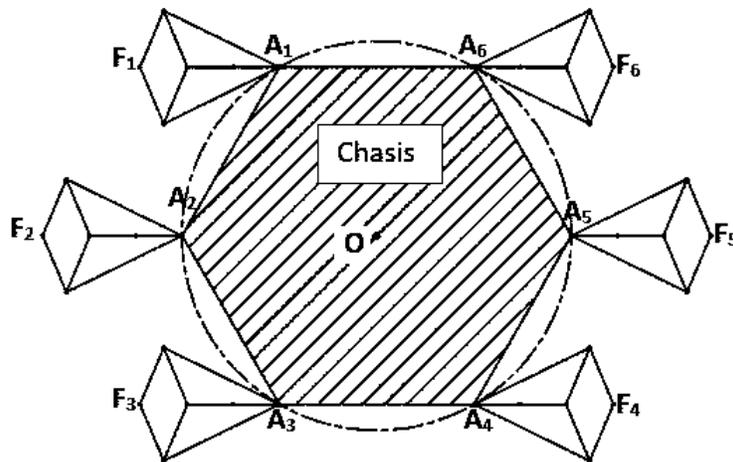


Figura 5.4. Chasis áureo hexápodo, con circunferencia base.

En la Figura 5.5, se aprecia el chasis hexápodo con los mecanismos de propulsión sin orientar al centro del chasis, desde una vista superior en donde se pueden apreciar la circunferencia base y la de apoyo. Donde se observa que los puntos A_i coinciden con la circunferencia base,



ya que tienen la misma longitud en las rectas OA_i que une al centro del chasis hexápodo O y el centro de los agujeros de los soportes A . No obstante, los puntos de apoyo, denominados F_i , de todos los mecanismos de propulsión no coinciden con la circunferencia de apoyo, con centro en O , debido a que la línea denominada OA_i no es colineal con la línea A_iF_i que tiene como extremos el punto de apoyo del mecanismo de propulsión y el centro de los agujeros de los soportes.

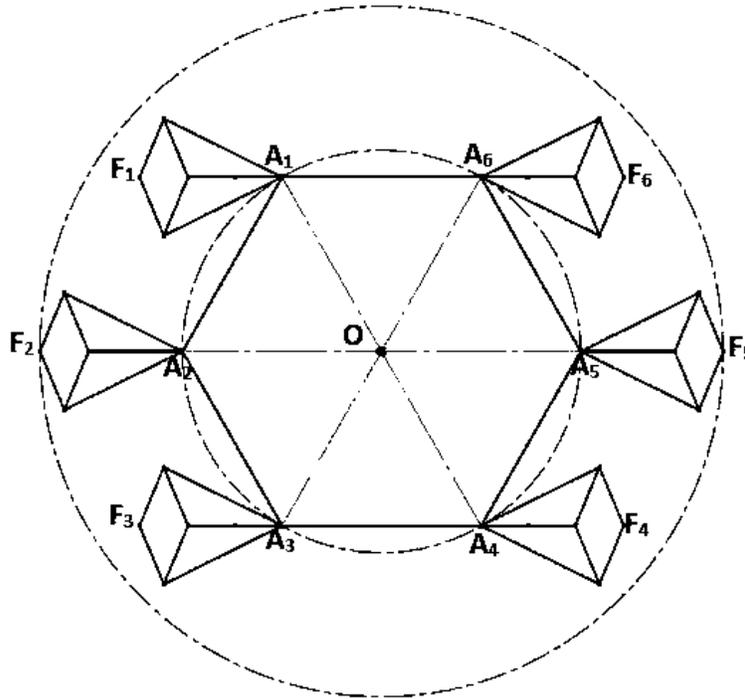


Figura 5.5. Máquina caminante hexápoda, con circunferencia base y de apoyo.

La configuración para que la máquina caminante hexápoda pueda girar sobre su propio centro, denominado O , se aprecia en la Figura 5.6. Para que un mecanismo de propulsión pueda trazar una trayectoria curva con respecto a un centro determinado, la línea A_iF_i debe estar alineada con el centro de rotación CR . Para girar sobre el centro de la máquina caminante, esto es cuando CR coincide con O , las líneas A_iF_i y OA_i deben ser colineales, o dicho de otra forma, el centro de la máquina caminante hexápoda O , el centro de los agujeros de los soportes A_i y el punto de apoyo del mecanismo de propulsión F_i , deben estar alineados, para cada uno de los mecanismos de propulsión empleados.



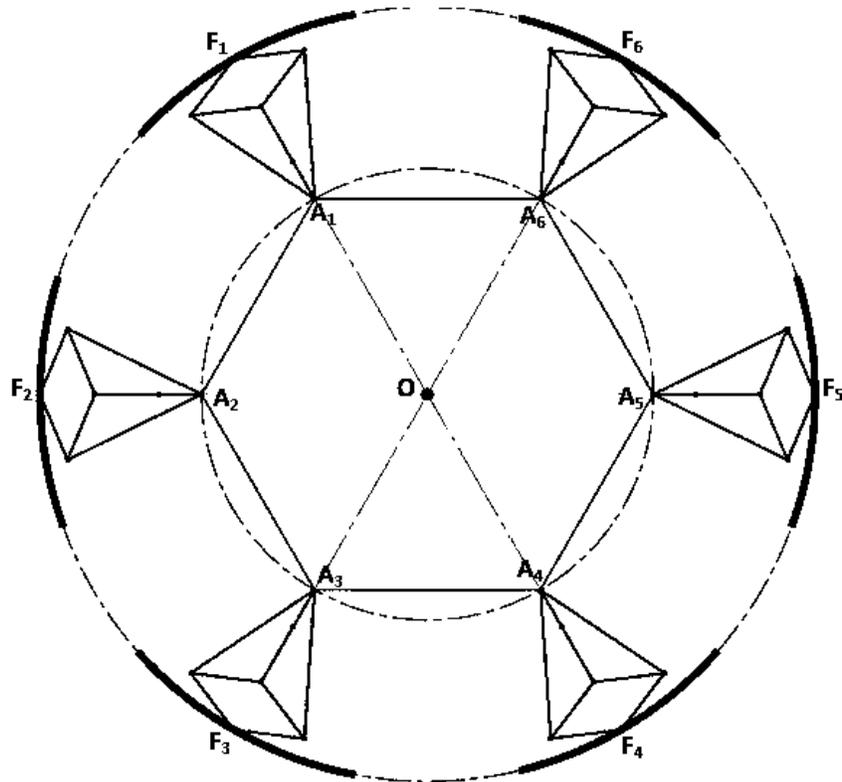


Figura 5.6. Máquina caminante hexápoda con mecanismos alineados para girar con respecto al centro.

Cumpliendo lo antes mencionado, y como el chasis es áureo, las configuraciones son iguales para todos los mecanismos de propulsión en la máquina caminante hexápoda para girar sobre su propio centro O , por lo que se simplifica el control y se reduce el tiempo de reacción ya que cada unidad de propulsión puede describir arcos de la misma longitud debido a que éstos tienen la misma configuración porque la distancia al centro de la máquina caminante es la misma por lo que los arcos a describir son iguales.

Por último, se describe al chasis áureo octópodo, el cual emplea ocho unidades de propulsión reconfigurables, en donde todos los centros de los agujeros de los soportes A_i , son coincidentes con la circunferencia base que tiene como centro el centro del chasis octópodo O , como se aprecia en la Figura 5.7, por lo cual la distancia del punto O a los puntos A_i es la misma para cada uno de los ocho soportes. Esto tiene como ventaja que se requiere la misma configuración de todos los mecanismos de propulsión, para girar con respecto al centro de la máquina caminante O y por consiguiente los arcos que describen las unidades de propulsión son iguales.



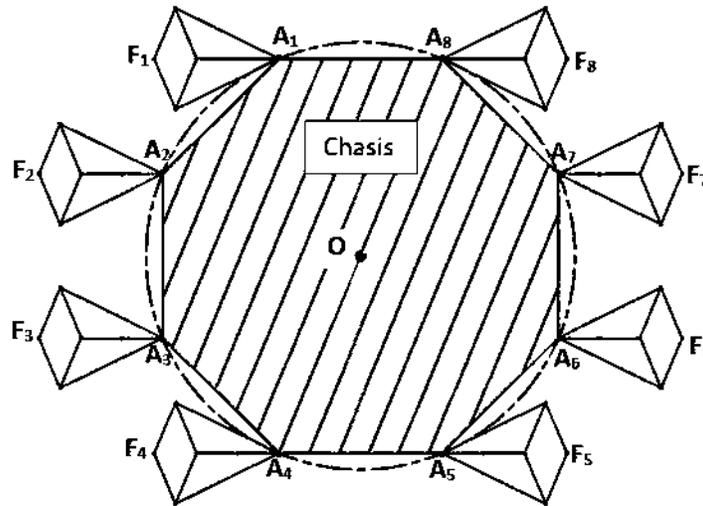


Figura 5.7. Chasis áureo octópodo, con circunferencia base.

El chasis áureo octópodo con los mecanismos de propulsión se aprecia desde una vista superior en la Figura 5.8, donde se observa que los puntos A_i del chasis octópodo coinciden con la circunferencia base, ya que la distancia de la recta OA_i , que une al centro del chasis octópodo O y el centro de los agujeros de los soportes A_i , es la misma para cada extremidad; esto sin importar la configuración de los mecanismos de propulsión. No obstante, los puntos de apoyo de todos los mecanismos de propulsión, denominados F_i , no coinciden con la circunferencia de apoyo, con centro O , debido a que la línea denominada OA_i no es colineal con la línea A_iF_i . Como se puede observar se forman dos circunferencias de apoyo que no son coincidentes.

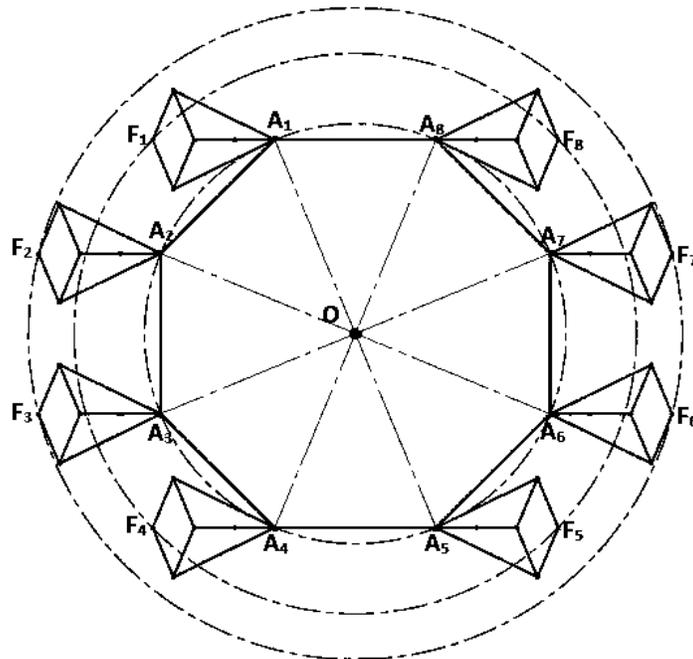


Figura 5.8. Máquina caminante octópoda, con circunferencias bases y de apoyo.



En la figura 5.9, se aprecia la configuración de la máquina caminante octópoda para poder girar sobre su propio centro O . Para esto, las líneas $A_i F_i$ y OA_i deben ser colineales, o dicho de otra forma, el centro de la máquina caminante octópoda O , el punto A_i y el punto F_i de apoyo de los mecanismos de propulsión, deben estar alineados, para cada uno de los mecanismos de propulsión empleados. Al cumplir con lo anterior, y como el chasis es áureo, la configuración de todos los mecanismos de propulsión para que la máquina caminante pueda girar sobre su propio centro, es la misma, por lo que se simplifica el control, se reduce el tiempo de reacción y se ahorra energía en la máquina caminante octópoda; en la Figura 5.9 se puede observar cómo los arcos que describen cada unidad de propulsión son iguales debido a que la distancia al centro CR es la misma para todas ellas y los arcos forman parte de la circunferencia que forman los puntos F_i .

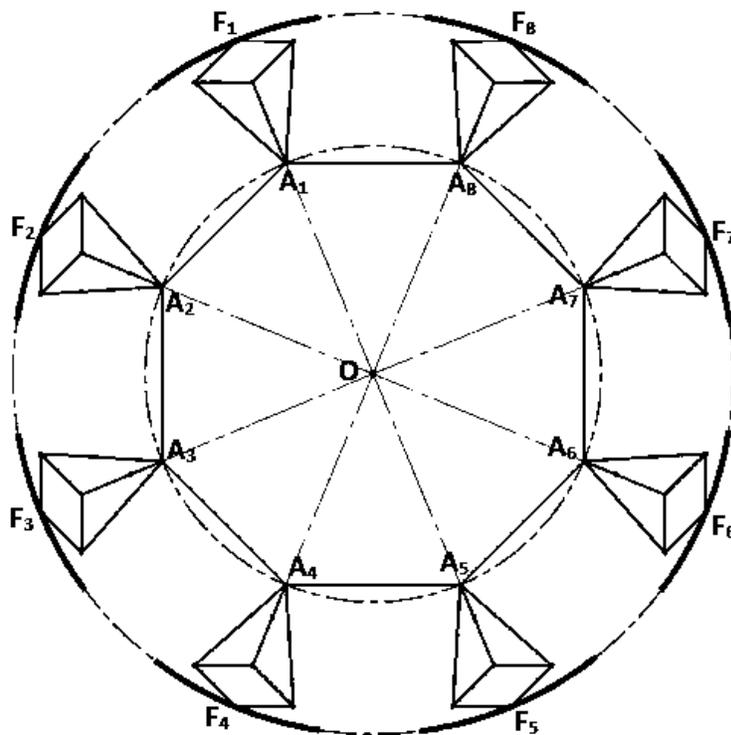


Figura 5.9. Máquina caminante octópoda con mecanismos alineados para girar con respecto al centro.

5.3 Cinemática de una máquina caminante hexápoda

En esta sección se desarrolla la cinemática solamente para una máquina caminante hexápoda, ya que es muy similar para máquinas caminantes cuadrúpedas y octópodas. Este estudio cinemático consiste en la descripción de la orientación de las unidades de propulsión que serán denominadas piernas P_i donde para la máquina hexápoda $i = 1, 2, 3, 4, 5$ y 6 ; que corresponden al número de pierna de forma similar a la numeración empleada en la sección 5.2. Una vez que se describe la orientación de las piernas, se encuentra el arco circular que debe trazar cada pierna para que la máquina caminante pueda desplazarse.



5.3.1 Orientación de las unidades de propulsión de una máquina caminante hexápoda

Se inicia con una descripción de la máquina caminante hexápoda como la que se muestra en la Figura 5.10, en donde se aprecian las unidades de propulsión reconfigurables denominadas piernas P_i , las cuales se enumeran comenzando por la pierna superior izquierda llamada P_1 y girando en sentido contrario a las manecillas del reloj hasta llegar a la pierna P_6 , por consiguiente la nomenclatura empleada en cada unidad de propulsión también utilizará en subíndice $i = 1, 2, 3, 4, 5$ y 6 de acuerdo a la unidad de propulsión que se describa. Se emplea un marco de referencia $\{N\}$, que es coincidente con el centro O de la máquina caminante; las coordenadas del marco de referencia $\{N\} = \{x_N, y_N, z_N\}$ se considera el origen de la máquina caminante $\{x_N, y_N, z_N\} = \{0, 0, 0\}$. Como se aprecia en la Figura 5.10, el chasis empleado es áureo ya que todos los puntos A_i coinciden con la circunferencia con centro en O y radio r_O . En la Figura 5.10 las seis unidades de propulsión se encuentran configuradas para un desplazamiento en línea recta hacia adelante ya que los ángulos $\theta_{A_i} = 0^\circ$ y cumplen las seis unidades de propulsión el CASO 1, donde $L_{AB_i} = L_{BC_i}$.

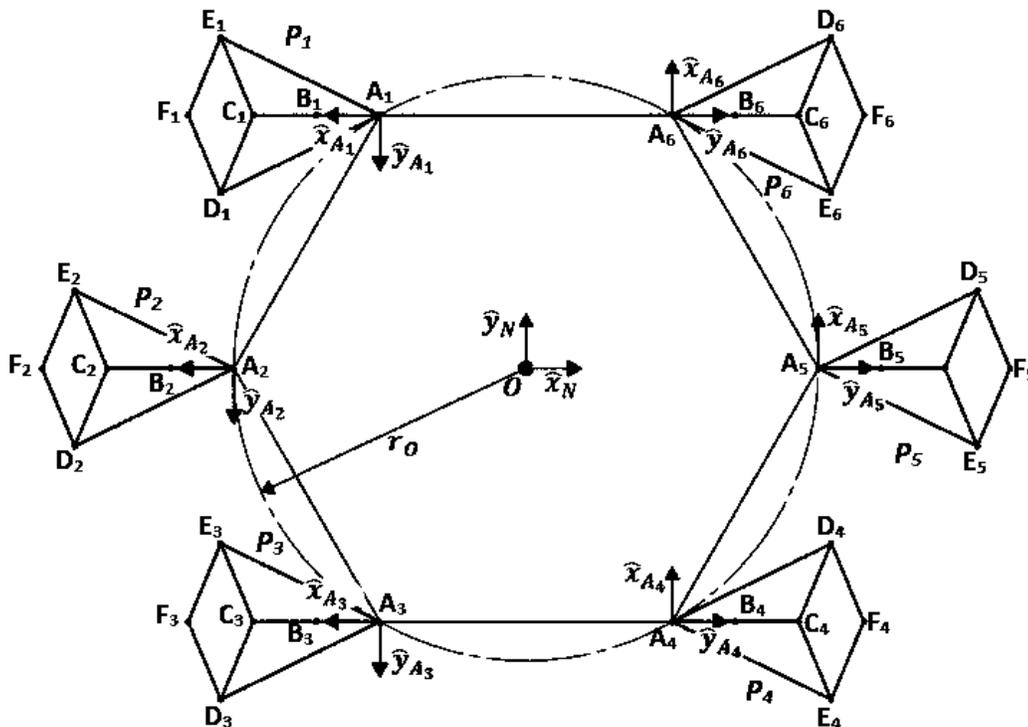


Figura 5.10. Descripción de la máquina caminante hexápoda.

Una vez descrita la máquina caminante, se debe conocer el centro de rotación CR con respecto al cual se requiere que gire la máquina, para ello se puede emplear el procedimiento de la localización de tres puntos descrito en la sección 4.4, mediante la cinemática inversa,



para lo cual es necesario tener sensores en el robot, los cuales se encuentran en el centro de éste y por lo tanto se pueden encontrar las coordenadas del centro de rotación CR que son $\{x_{CR}, y_{CR}, z_{CR}\}$. Con los valores del centro de rotación CR y con las coordenadas de los puntos A_i , los cuales se conocen debido a que son puntos fijos que se encuentran en el chasis, se puede encontrar el vector de posición de cada unidad de propulsión desde el punto A_i hasta el centro de rotación CR mediante la suma de vectores que se observa en la Figura 5.11 y se representa en la ecuación (5.1).

$$\bar{P}_{OA_i} + \bar{P}_{A_iCR} = \bar{P}_{OCR} \quad (5.1)$$

Para obtener las coordenadas de los puntos A_i al centro de rotación CR se despeja el vector \bar{P}_{A_iCR} en la ecuación (5.2).

$$\bar{P}_{A_iCR} = \bar{P}_{OCR} - \bar{P}_{OA_i} \quad (5.2)$$

Como se conocen las coordenadas de los puntos $CR = \{x_{CR}, y_{CR}, z_{CR}\}$, $A_i = \{x_{A_i}, y_{A_i}, z_{A_i}\}$ y $O = \{0, 0, 0\}$, a pesar de que se localizaron las coordenadas xyz el movimiento del mecanismo se encuentran en el plano xy debido a que la coordenada z se modificará solamente con el uso del pie, ya que se propone que el mecanismo plano se encuentre en todo momento horizontal; con los valores obtenidos se sustituyen en (5.2) y se obtiene (5.3); en la Figura 5.11 se observan los vectores que se forman con la pierna P_1 , de forma similar se forman los vectores con cada uno de las piernas P_i .

$$\bar{P}_{A_iCR} = \begin{pmatrix} x_{CR} \\ y_{CR} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_{A_i} \\ y_{A_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{CR} - x_{A_i} \\ y_{CR} - y_{A_i} \end{pmatrix} = {}^{A_i}CR \quad (5.3)$$

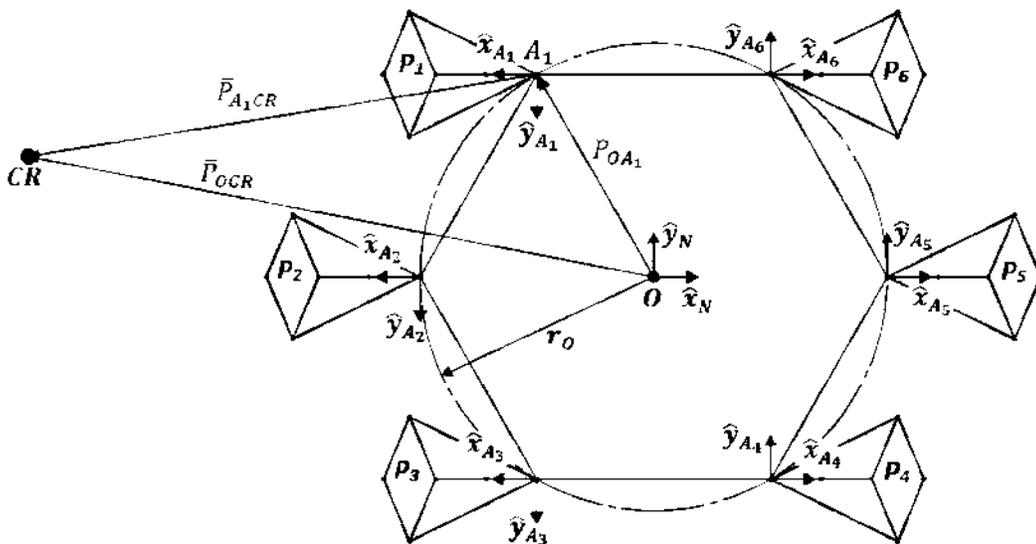


Figura 5.11. Ubicación y descripción del centro CR.



Una vez que se encuentran las coordenadas del centro A_iCR con respecto a cada uno de los puntos A_i , empleando la ecuación (5.3), se desarrolla para cada una de las unidades de propulsión reconfigurable el procedimiento descrito en la cinemática inversa en la sección 4.4, para encontrar la configuración que debe tener cada pierna, es decir las longitudes L_{AB_i} y L_{BC_i} , además del ángulo θ_{A_i} para orientar a cada una de las unidades de propulsión con el centro de rotación CR, como se aprecia en la Figura 5.12 .

El ángulo θ_{A_1} para un arco convexo también se puede encontrar empleando el teorema fundamental del producto punto entre los vectores \bar{P}_{A_1CR} y el vector unitario \hat{x}_{A_1} para cada una de las seis piernas empleando la ecuación (5.4).

$$\theta_{A_1} = \arccos \left(\frac{\hat{x}_{A_1} \odot \bar{P}_{A_1CR}}{\|\hat{x}_{A_1}\| \|\bar{P}_{A_1CR}\|} \right) \quad (5.4)$$

Donde:

$$\hat{x}_{A_1} \odot \bar{P}_{A_1CR} = \bar{P}_{A_1CR}^T \hat{x}_{A_1} \quad (5.5)$$

$$\|\bar{P}_{A_1CR}\| = \sqrt{(x_{CR} - x_{A_1})^2 + (y_{CR} - y_{A_1})^2} \quad (5.6)$$

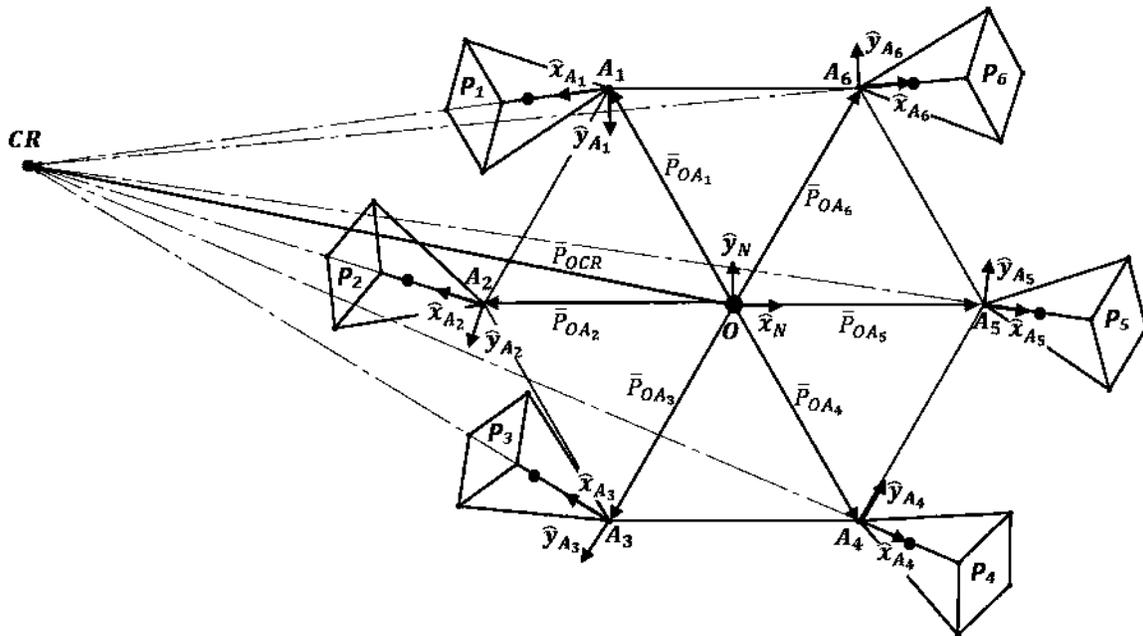


Figura 5.12. Piernas alineadas con el centro de rotación CR.

Como el vector \hat{x}_{A_1} es unitario, su magnitud $\|\hat{x}_{A_1}\| = 1$. En la Figura 5.13 se puede apreciar el ángulo θ_{A_i} y la configuración de las piernas P_2 , P_3 y P_4 . Como se puede apreciar en la Figura 5.13 las piernas P_1 , P_2 y P_3 describen arcos convexos que se calculan de la misma forma que la descrita, mientras que las piernas P_4 , P_5 y P_6 describen arcos cóncavos, esto se



debe a que el centro de rotación CR se encuentra a la izquierda de la máquina caminante, si se encontrara el centro de rotación CR a la derecha se invierten las piernas que describen arcos cóncavos por los convexos y los convexos por los cóncavos. En las ecuaciones (5.7) a (5.10) se muestra la configuración que deben tener las unidades de propulsión reconfigurable para los diferentes casos y se pueden apreciar en la Figura 5.13 los diferentes arcos.

- Configuración que tiene las piernas que describen arcos convexos CASO 3, que para el caso en la Figura 5.13 son las P_1, P_2 y P_3 se muestra en (5.7) y (5.8).

$$L_{AB_i} > L_{BC_i} \quad (5.7)$$

$$\theta_{A_i} = \arccos\left(\frac{\hat{x}_{A_i} \odot \bar{P}_{A_i CR}}{\|\hat{x}_{A_i}\| \|\bar{P}_{A_i CR}\|}\right) \quad (5.8)$$

- Configuración que tiene las piernas que describen arcos concavos CASO 2, que para el caso de la Figura 5.13 son las P_4, P_5 y P_6 se muestra en (5.9) y (5.10).

$$L_{AB_i} < L_{BC_i} \quad (5.9)$$

$$\theta_{A_i} = \pi - \arccos\left(\frac{\hat{x}_{A_i} \odot \bar{P}_{A_i CR}}{\|\hat{x}_{A_i}\| \|\bar{P}_{A_i CR}\|}\right) \quad (5.10)$$

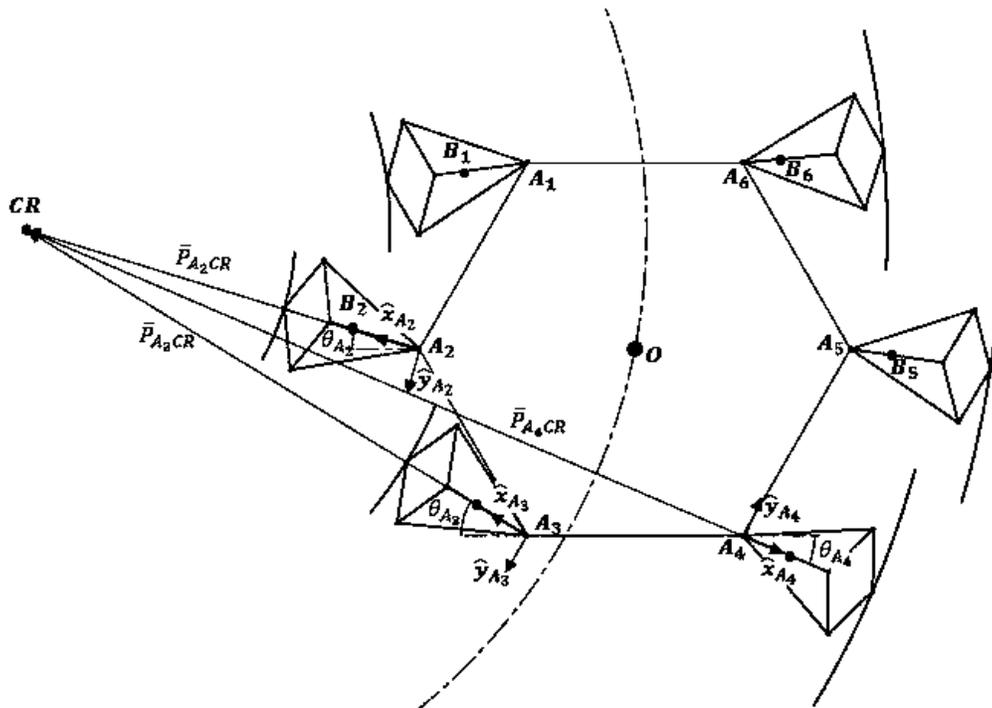


Figura 5.13 Arcos que forman las piernas y configuración con respecto al centro de rotación CR.



5.3.2 Obtención de los arcos de desplazamientos para las unidades de propulsión de una máquina caminante hexápoda

Para que la máquina caminante pueda desplazarse deben de estar coordinadas las unidades de propulsión reconfigurables, y deben poder describir arcos similares. Debido a que las configuraciones de las unidades de propulsión pueden ser todas diferentes, los arcos que éstas pueden describir también varían, ya que el ángulo de entrada θ_i se encuentra en función de la configuración de la unidad de propulsión reconfigurable, por esta razón se busca encontrar los arcos de desplazamiento que todas la unidades de propulsión sean capaces de describir.

Cuando la máquina caminante se encuentre en desplazamiento deben de apoyar al menos tres piernas que forman un polígono de equilibrio donde el centro de masa quede contenido y cada una de estas piernas puede describir un arco máximo en base a la configuración que éstas tengan. Para ejemplificar el movimiento se inicia describiendo la Figura 5.14, en la cual se encuentran apoyadas, es decir en fase de soporte, las piernas P_1 , P_3 y P_5 , por lo que las tres tienen configuraciones diferentes para poder girar con respecto al centro de rotación CR. Para encontrar el arco de desplazamiento que pueden trazar las tres unidades de propulsión, se proyectan los arcos máximos de cada unidad de propulsión en un círculo de proyección con centro en el centro de rotación y que pasa por el centro de O de la máquina caminante, como se aprecia en la Figura 5.14.



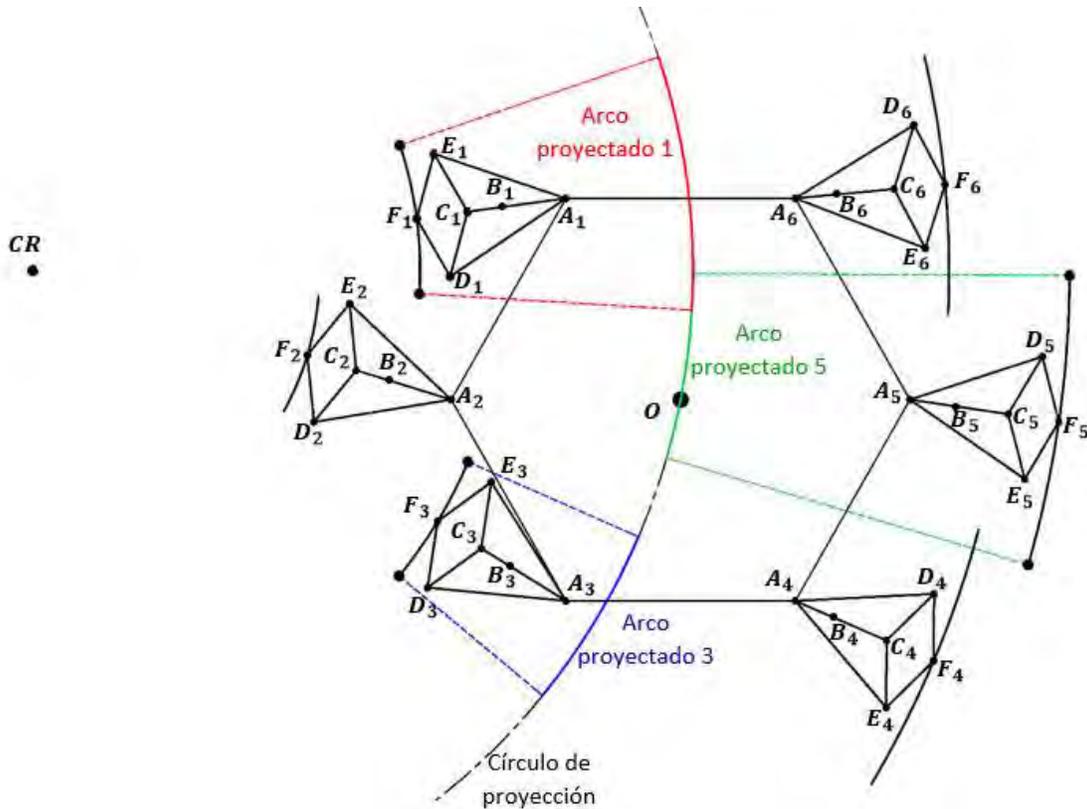


Figura 5.14 Proyección de arcos de piernas P_1 , P_3 y P_5 .

Los arcos proyectados en el círculo de proyección deben de compararse entre ellos. Para facilitar el análisis se traza el círculo de proyección y los arcos proyectados correspondientes a los descritos por las unidades de propulsión apoyadas, como se muestra en el esquema de la Figura 5.15a donde se puede apreciar que los arcos de proyección son diferentes, para esto se sobreponen como se aprecia en la Figura 5.15b. De esta comparación se selecciona el arco de proyección más pequeño que en este caso particular es el arco proyectado 5, ya que así se asegura que lo puedan describir todas las unidades de propulsión reconfigurables; posteriormente hay que trasladar el arco de proyección seleccionado a cada arco descrito por las unidades de propulsión y así recalculer el ángulo θ_i para cada pierna.

Un análisis similar se debe realizar cuando las piernas que se encuentran en fase de transferencia cambian a fase de soporte y con esto encontrar el arco de desplazamiento y en base a éste encontrar el ángulo θ_i para cada unidad de propulsión. El análisis detallado de los arcos se aborda a continuación, hasta ahora sólo se ha explicado cómo debe de realizarse el análisis.



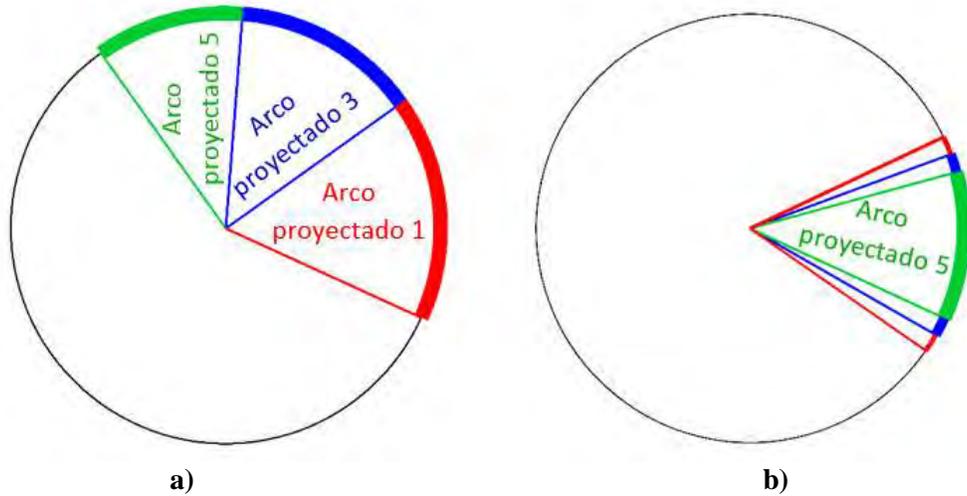


Figura 5.15 Comparación de los arcos de proyección de las piernas P_1 , P_3 y P_5 .

Para encontrar el ángulo máximo $\theta_{i_{max}}$ y el ángulo mínimo $\theta_{i_{min}}$ que puede rotar cada unidad de propulsión en cualquier configuración que ésta presente, es necesario poner una restricción que en este caso será la distancia entre las articulaciones D y E, ya que éstas no pueden estar tan cercanas una de la otra porque existiría interferencia entre las articulaciones, por lo que la limitante se denomina $L_{DE_{min}}$, el cual es un valor conocido, además de que se conocen las longitudes de los eslabones que conforman a cada unidad de propulsión L_{AB_i} , L_{AD_i} , L_{AE_i} , L_{BC_i} , L_{CD_i} , L_{CE_i} , L_{DF_i} y L_{EF_i} .

Se comienza analizando las unidades de propulsión que tengan la configuración para describir arcos cóncavos como el que se muestra en la Figura 5.16, que muestra los ángulos máximo $\theta_{i_{max}}$ y mínimo $\theta_{i_{min}}$; debido a que el mecanismo es simétrico, estos ángulos son de igual magnitud, pero con signo contrario como se expresa en la ecuación (5.11); debido a esta relación solamente es necesario encontrar alguno de los dos ángulos.

$$\theta_{i_{min}} = -\theta_{i_{max}} \quad (5.11)$$

Como se puede apreciar en la Figura 5.16, debido a la simetría del mecanismo de propulsión, el punto A_i , C_i y F_i se encuentran siempre alineados, debido a que los puntos C_i , D_i , E_i y F_i conforman un rombo entonces los segmentos $\overline{C_iF_i}$ y $\overline{D_iE_i}$ son perpendiculares y se cruzan a la mitad de ambos segmentos en el punto llamado M_i , lo que permite realizar el siguiente planteamiento. Se puede encontrar la longitud $L_{C_iM_i}$ y la longitud $L_{A_iM_i}$ que es la longitud entre los puntos C_i y M_i y los puntos A_i y M_i mediante las ecuaciones (5.12) y (5.13), esto al plantear los triángulos rectángulo formado por los puntos C_i , D_i , M_i , A_i y A_i , D_i , M_i , A_i .

$$L_{C_iM_i} = \sqrt{(L_{C_iD_i})^2 - \left(\frac{1}{2}L_{DE_{min}}\right)^2} \quad (5.12)$$



$$L_{A_i M_i} = \sqrt{(L_{A_i D_i})^2 - \left(\frac{1}{2} L_{DE_{min}}\right)^2} \quad (5.13)$$

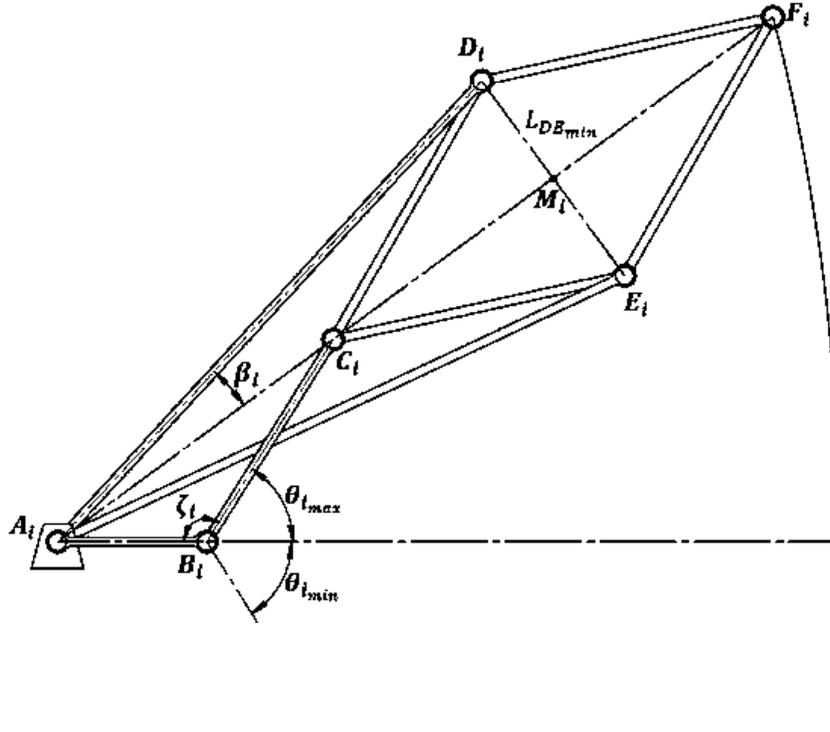


Figura 5.16 Posición límite de la unidad de propulsión reconfigurable para un arco cóncavo.

La longitud $L_{A_i C_i}$ se obtiene mediante la ecuación (5.14) al restar las longitudes $L_{C_i M_i}$ a $L_{A_i M_i}$.

$$L_{A_i C_i} = L_{A_i M_i} - L_{C_i M_i} \quad (5.14)$$

El ángulo $\theta_{i_{max}}$ se obtiene mediante la ecuación (5.15), pero es necesario conocer el valor del ángulo ζ_i el cual se determina al aplicar el teorema de cosenos al triángulo formado por los puntos A_i, C_i, B_i, A_i , tal como se aprecia en la ecuación (5.16).

$$\theta_{i_{max}} = \pi - \zeta_i \quad (5.15)$$

Donde:

$$\zeta_i = \arccos\left(\frac{(L_{A_i B_i})^2 + (L_{B_i C_i})^2 - (L_{A_i C_i})^2}{2L_{A_i B_i} L_{B_i C_i}}\right) \quad (5.16)$$



Ahora encontramos la longitud $L_{A_iF_i}$ mediante la ecuación (5.17) al sumar las longitudes $L_{C_iM_i}$ y $L_{A_iM_i}$.

$$L_{A_iF_i} = L_{A_iM_i} + L_{C_iM_i} \quad (5.17)$$

Hasta el momento sólo se han encontrado los valores máximos que puede describir la unidad de propulsión reconfigurable para arcos cóncavos, pero empleando estos valores se requiere calcular el arco de proyección de la unidad de propulsión, para lo cual se debe conocer el radio del arco que se forma con el centro de rotación CR. Para esto, se requiere el valor de la distancia $k_{A_iF_i}$ que se obtiene empleando la ecuación (4.71) de la sección 4.4.3 cuando el ángulo $\theta_i = 0^\circ$, por lo que se puede conocer el radio del arco descrito por el punto F_i nombrado L_{CR_i} mediante la ecuación (4.18) y se aprecia en la Figura 5.17.

$$L_{CRF_i} = k_{A_iF_i} + \|\bar{P}_{A_iCR}\| \quad (5.18)$$

Donde:

$$\|\bar{P}_{A_iCR}\| = \sqrt{(x_{CR} - x_{A_i})^2 + (y_{CR} - y_{A_i})^2} \quad (5.19)$$

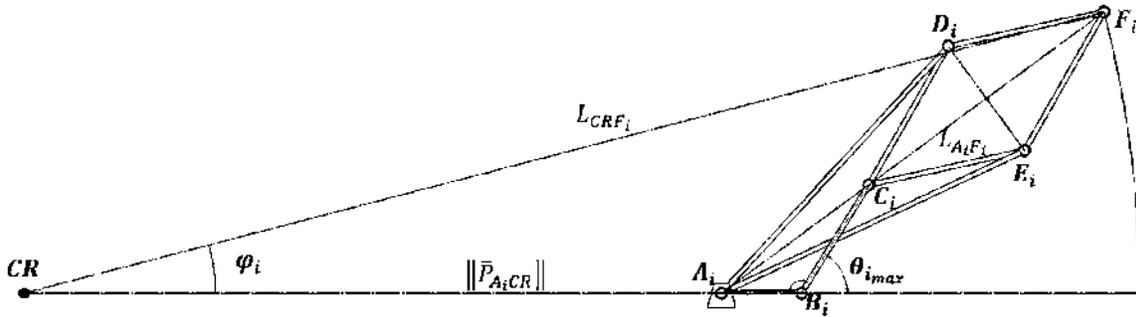


Figura 5.17 Nomenclatura empleada en el arco cóncavo de una unidad de propulsión reconfigurable.

Con base en la Figura 5.17 se puede calcular el ángulo φ_i al emplear el teorema de cosenos al triángulo formado por los puntos CR, A_i, F_i, CR mediante la ecuación (5.20).

$$\varphi_i = \arccos\left(\frac{(\|\bar{P}_{A_iCR}\|)^2 + (L_{CRF_i})^2 - (L_{A_iF_i})^2}{2\|\bar{P}_{A_iCR}\|L_{CRF_i}}\right) \quad (5.20)$$

El arco proyectado en el círculo de proyección se obtiene con el doble del ángulo φ_i por el radio al centro O de la máquina caminante, con magnitud igual a $\|\bar{P}_{OCR}\|$, como se aprecia en la Figura 5.18. El arco proyectado de cada unidad de propulsión se denomina $Arco_i$ y se calcula empleando la ecuación (5.21), con lo que se pueden comparar los arcos proyectados



cóncavos, la descripción de los arcos convexos se realizará al terminar la descripción cóncava.

$$Arco_i = \|\bar{P}_{OCR}\| * 2\varphi_i \quad (5.21)$$

Donde:

$$\|\bar{P}_{OCR}\| = \sqrt{(x_{CR})^2 + (y_{CR})^2} \quad (5.22)$$

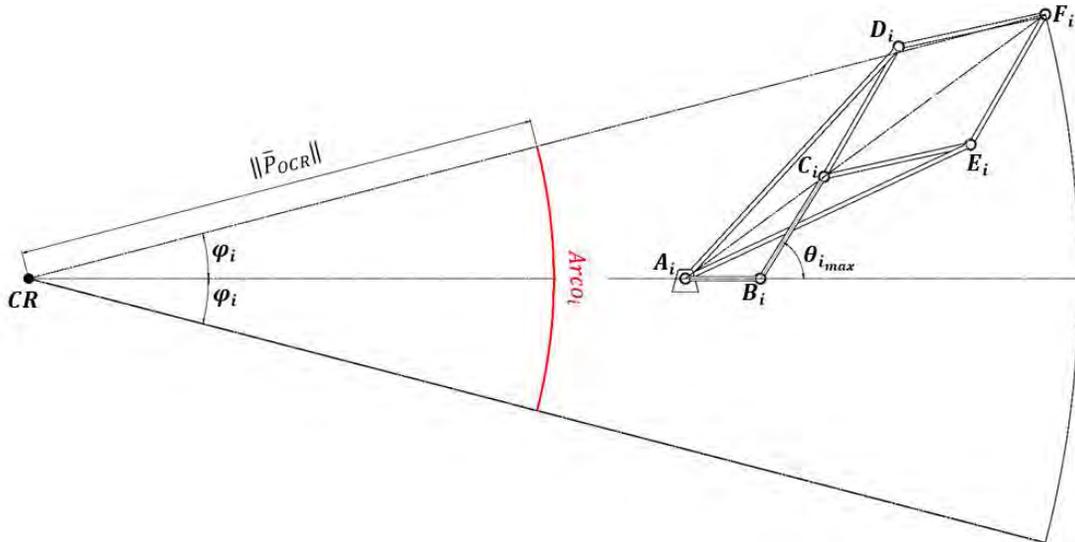


Figura 5.18 Proyección del arco cóncavo de una unidad de propulsión reconfigurable. Para el caso de arcos convexos, como el que se muestra en la Figura 5.19, se pueden emplear las ecuaciones (5.11) a la (5.17) para encontrar las variables $L_{C_iM_i}$, $L_{A_iM_i}$, $L_{A_iC_i}$, $\theta_{i_{max}}$, ζ_i y $L_{A_iF_i}$, ya que la limitante denominada $L_{DE_{min}}$ es la misma para todas las unidades de propulsión sin importar su configuración.

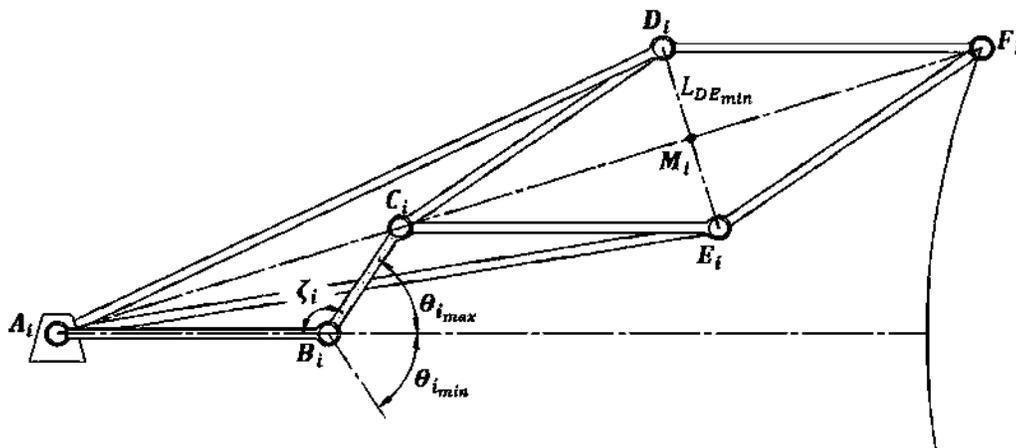


Figura 6.19 Posición límite de la unidad de propulsión reconfigurable para un arco convexo.

Una vez que se encuentran los valores máximos que puede describir la unidad de propulsión reconfigurable para arcos convexos, se emplean estos valores para calcular el arco de



proyección de la unidad de propulsión, para lo cual se debe conocer el radio del arco que se forma con el centro de rotación CR; para esto, se requiere el valor de la distancia $k_{A_i F_i}$ que se obtiene empleando la ecuación (4.71) de la sección 4.4.3 cuando el ángulo $\theta_i = 0^\circ$, con esto se calcula el radio del arco descrito por el punto F_i nombrado $L_{CR F_i}$ mediante la ecuación (5.23) y se aprecia en la figura 5.20.

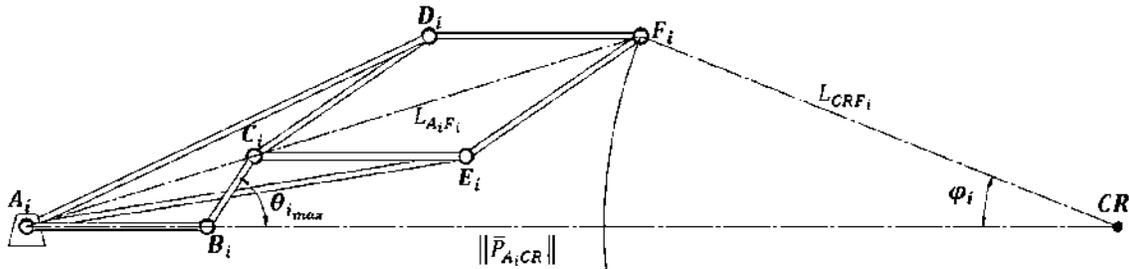


Figura 5.20 Nomenclatura empleada en el arco convexo de una unidad de propulsión reconfigurable.

$$L_{CR F_i} = \|\bar{P}_{A_i CR}\| - k_{A_i F_i} \quad (5.23)$$

Donde $\|\bar{P}_{A_i CR}\|$ se calcula empleando la ecuación (5.19), mientras que el ángulo φ_i se calcula al emplear el teorema de cosenos al triángulo formado por los puntos CR, A_i, F_i , CR mediante la ecuación (5.20).

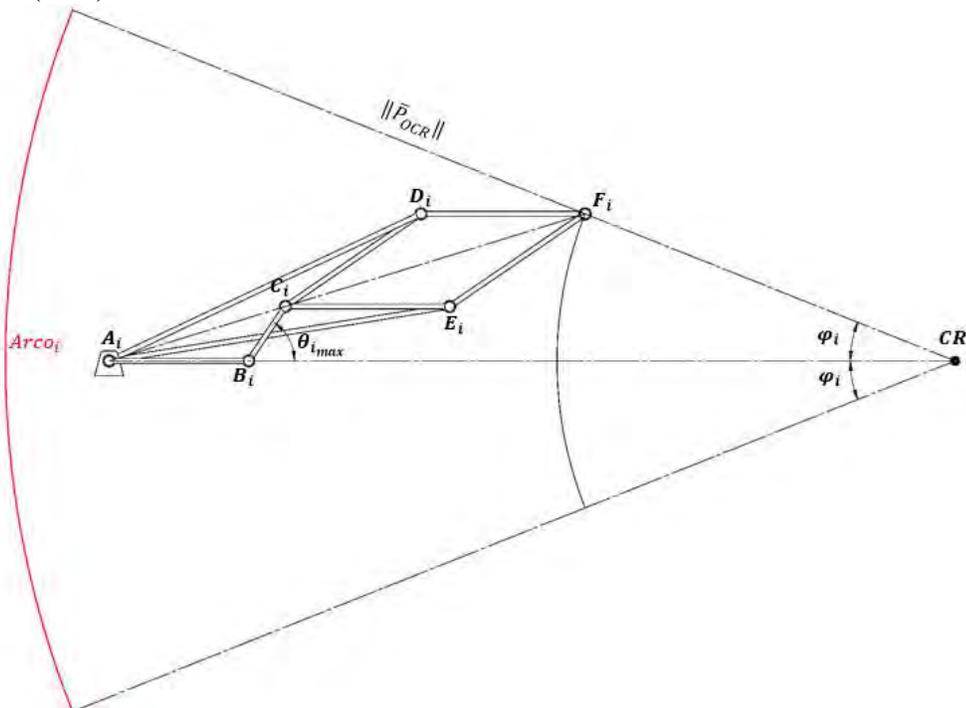


Figura 5.21 Proyección del arco convexo de una unidad de propulsión reconfigurable.

El arco proyectado en el círculo de proyección se obtiene con el doble del φ_i por el radio al centro O de la máquina caminante, con magnitud igual a $\|\bar{P}_{O CR}\|$, como se aprecia en la



Figura 5.21. El arco proyectado de cada unidad de propulsión se denomina $Arco_i$ y se calcula empleando la ecuación (5.21), con lo que se pueden comparar los arcos proyectados convexos y cóncavos.

Una vez que se obtiene la magnitud de los arcos es necesario comparar todos los arcos proyectados que se encuentran en la fase de soporte de las cuales siempre se encuentra al menos una cóncava y una convexa. La comparación de los arcos proyectados se puede realizar mediante una simple comparación de magnitudes que se muestra de forma gráfica en la Figura 5.15.

Una vez que se selecciona el arco de desplazamiento que pueden trazar todas las unidades de propulsión, llamado $Arco_{req}$, que es el más pequeño de los que pueden describir las unidades de propulsión en etapa de soporte y por consiguiente se puede encontrar el ángulo φ_{req} que también es el mismo para todas las unidades de propulsión, ya que la distancia del centro de rotación al círculo de proyección es la misma, es necesario trasladar el arco requerido a cada una de las unidades de propulsión en el círculo de proyección y así recalcular el arco que describe el punto F de las unidades de propulsión que será diferente y se llama $ArcoF_{i_{req}}$, como se observa en la Figura 5.22. Para calcular el ángulo $\varphi_{i_{req}}$ se emplea la ecuación (5.24).

$$\varphi_{i_{req}} = \frac{Arco_{req}}{\|\bar{P}_{OCR}\|} \quad (5.24)$$

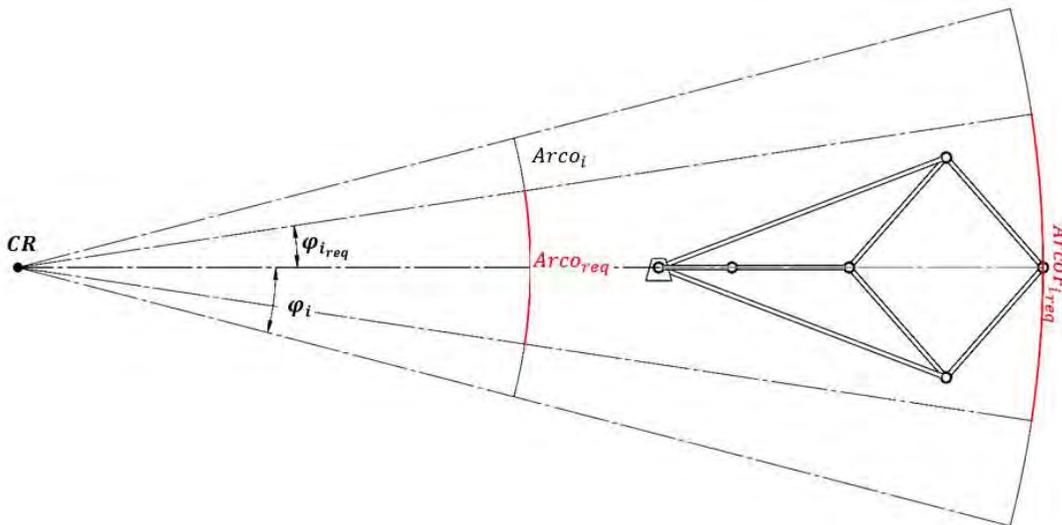


Figura 5.22 Proyección del arco requerido cóncavo de una unidad de propulsión reconfigurable.

En la Figura 5.22 se observa cómo se adaptan los arcos $Arco_{i_{req}}$ que pueden describir cada una de las unidades de propulsión que tengan una configuración cóncava, mientras que en la Figura 5.23 se observa la reducción de los arcos que puede describir una unidad de propulsión con configuración para describir arcos convexos, esto permite recalcular el ángulo $\theta_{i_{max_{req}}}$ y $\theta_{i_{min_{req}}}$ que deben emplear cada unidad de propulsión.



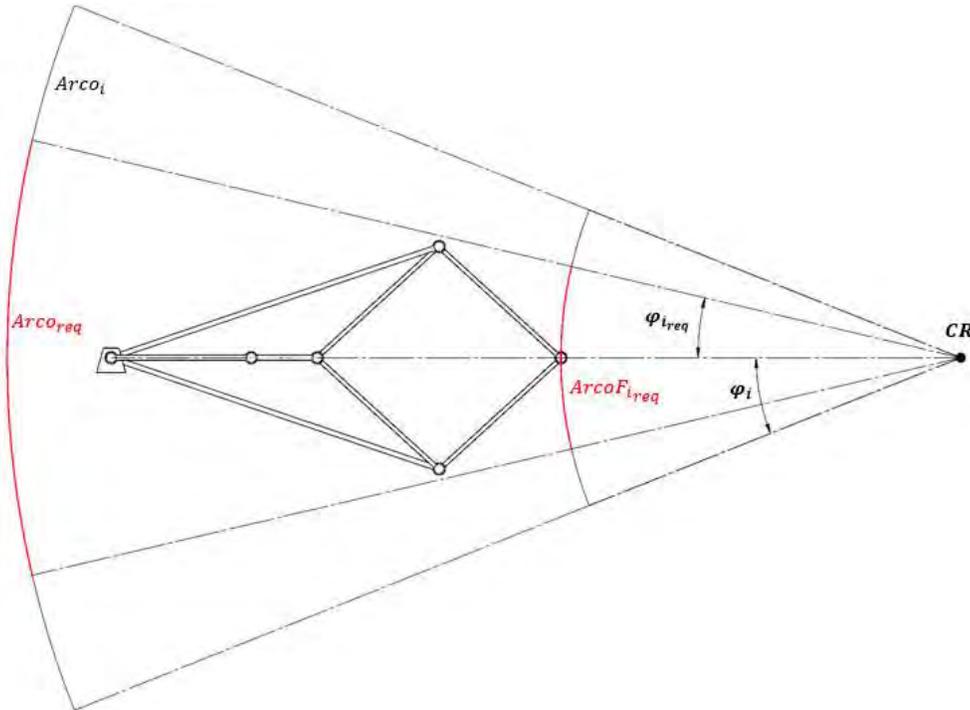


Figura 5.23 Proyección del arco requerido convexo de una unidad de propulsión reconfigurable.

Para volver a calcular los ángulos requeridos máximo $\theta_{i_{max_{req}}}$ y mínimo $\theta_{i_{min_{req}}}$ para las unidades de propulsión, excepto el del arco más pequeño proyectado, debido a que ésta ya tiene la configuración requerida. Se debe recalculer la longitud L_{CRFi} para el ángulo $\varphi_{i_{re}}$ empleando el teorema de cosenos en la ecuación (5.25). Este procedimiento puede aplicarse para arcos cóncavos y convexos.

$$L_{AiFi_{req}} = \sqrt{(\|\bar{P}_{AiCR}\|)^2 + (L_{CRFi})^2 - 2\|\bar{P}_{AiCR}\|L_{CRFi}\cos\varphi_{i_{req}}} \quad (5.25)$$

En la Figura 5.16 se observa que podemos encontrar el ángulo $\beta_{i_{req}}$ al emplear el teorema de cosenos mediante la ecuación (5.26).

$$\beta_{i_{req}} = \arccos\left(\frac{(L_{AiFi_{req}})^2 + (L_{AiDi})^2 - (L_{DiFi})^2}{2L_{AiFi_{req}}L_{AiDi}}\right) \quad (5.26)$$

Con esto se puede encontrar la longitud $L_{AiMi_{req}}$ que se obtiene utilizando el triángulo rectángulo que se forma entre los puntos A_i, D_i, M_i, A_i mediante la ecuación (5.27).

$$L_{AiMi_{req}} = L_{AiDi} \cos \beta_{i_{req}} \quad (5.27)$$



Ahora, es necesario encontrar la longitud $L_{A_iC_{i_{req}}}$ mediante la ecuación (5.28) y así poder calcular los ángulos máximos $\theta_{i_{max_{req}}}$ y mínimos $\theta_{i_{min_{req}}}$ para cada unidad de propulsión empleando las ecuaciones (5.29) y (5.30).

$$L_{A_iC_{i_{req}}} = L_{A_iF_{i_{req}}} - 2 \left(L_{A_iF_{i_{req}}} - L_{A_iM_{i_{req}}} \right) \quad (5.28)$$

$$\theta_{i_{max_{req}}} = \pi - \zeta_{i_{req}} \quad (5.29)$$

Donde:

$$\zeta_{i_{req}} = \arccos \left(\frac{(L_{A_iB_i})^2 + (L_{B_iC_i})^2 - (L_{A_iC_{i_{req}}})^2}{2L_{A_iB_i}L_{B_iC_i}} \right) \quad (5.30)$$

Con estos cálculos se tiene la configuración de todas las unidades de propulsión para desplazarse en torno a un centro de rotación CR, así como los arcos que todas las unidades de propulsión reconfigurables pueden describir.

5.4 Conclusiones

Para obtener el mejor desempeño al aplicar las unidades de propulsión en máquinas caminantes es necesario emplear chasis áureos que permiten tener la misma configuración de las unidades de propulsión cuando se desea rotar con respecto al centro geométrico del chasis.

Es necesario realizar una comparación entre la magnitud de los arcos que pueden describir cada una de las unidades de propulsión y proyectarlos a un arco conocido para lograr un movimiento uniforme y suave, así como reducir los esfuerzos que se presentarían si no se realiza dicha comparación.



Capítulo 6. Cinética del mecanismo de propulsión reconfigurable



6.1 Introducción

En este capítulo se realiza un estudio cinético de la unidad de propulsión reconfigurable para el caso en donde las unidades de propulsión se encuentran en fase de transferencia con la intención de determinar el torque requerido para mover al mecanismo de propulsión. Se comienza con una descripción de la unidad de propulsión reconfigurable y las consideraciones que se emplean en este estudio, posteriormente se analiza el modelo de Lagrange que es el que se empleara para este estudio, posteriormente se realiza un análisis de las variables que intervienen el estudio para terminar con la obtención de los torques que requieren los componentes de la unidad de propulsión reconfigurable.

6.2 Descripción y consideraciones en la unidad de propulsión reconfigurable

En esta sección se describe la unidad de propulsión reconfigurable para desarrollar los análisis con el fin de determinar el torque requerido por el mecanismo de propulsión para poder dar un paso durante una fase de transferencia, empleando una formulación de dinámica Lagrangiana [63]. En este estudio solo se desarrolla el modelo para el desplazamiento en línea recta, con las siguientes consideraciones:

- El estudio se realiza para la fase de transferencia, en la cual, el pie se encuentra levantado y en una posición fija es decir la longitud L_F es constante lo que permite realizar el análisis en un plano, esto restringe uno de los 5 grados de libertad con los que originalmente cuenta la unidad de propulsión, quedando solo 4 GDL.
- Las longitudes L_{AB} y L_{BC} son iguales ya que se estudia el CASO I para rectas, esto restringe otros dos de los 4 GDL con los que cuenta el mecanismo de propulsión, quedando 2 GDL.
- Por último se restringe el último grado de libertad rotacional $\theta_A = 0^\circ$, lo que simplifica el estudio a un análisis de un solo grado de libertad.

En el modelo dinámico desarrollado se considera que en los cuerpos rígidos se concentra la masa en el centro de gravedad generando un centro de masa, el valor de la masa de cada eslabón y las coordenadas de los centros de masa se tomarán de la Tabla 4.2 que se describió previamente en el capítulo 4, la ubicación de los centros de masa en la unidad de propulsión reconfigurable se aprecia en la Figura 6.1, donde también se observan los ángulos que describen a los diferentes eslabones y que fueron abordados en el capítulo 4.

Cabe resaltar que el análisis se desarrolla en el plano xy debido a que la rigidez del mecanismo de propulsión permite considerarlo como un mecanismo plano. Para el análisis cinético se requiere el cálculo del momento de inercia de masa de cada uno de los eslabones, los cuales se obtuvieron con respecto al centro de masa de cada eslabón mediante el uso de un programa de diseño asistido por computadora, que permite obtener los valores de los momentos de inercia, los cuales se pueden ver en la Tabla 6.1.



Tabla 6.1. Momento de inercia de los eslabones.

Eslabón	Momento de inercia*	$kg\ m^2$
<i>AE</i>	${}^N I_{1zz}$	0.054
<i>CE</i>	${}^N I_{2zz}$	0.011
<i>EF</i>	${}^N I_{3zz}$	0.013
<i>Pie</i>	${}^N I_{4zz}$	0.06
<i>DF</i>	${}^N I_{5zz}$	0.028
<i>CD</i>	${}^N I_{6zz}$	0.011
<i>AD</i>	${}^N I_{7zz}$	0.054
<i>BC</i>	${}^N I_{8zz}$	0.064

*El momento de inercia se mide con respecto al centro de masa de cada eslabón.

Para el desarrollo del modelo matemático es necesario realizar algunas consideraciones que permitan simplificar el modelo, estas consideraciones son las siguientes:

- El momento de inercia es calculado en el centro de gravedad de cada eslabón.
- No se considera fricción en las juntas debido al uso de rodamientos.
- Los eslabones tiene una densidad constante y se considera que tienen simetría geométrica.

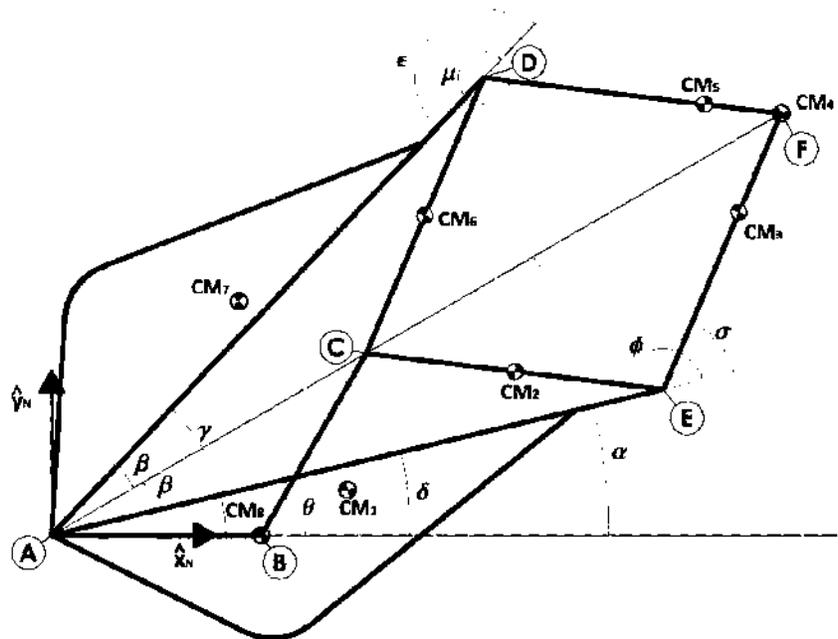


Figura 6.1. Posición de los centros de masa y descripción de las juntas.

Para poder realizar el estudio dinámico de las unidades de propulsión se requiere emplear la cinemática descrita en el capítulo 4, razón por la cual se empleará la misma simbología y se hablará de manera indistinta sin hacer referencia a que se obtiene las ecuaciones en dicho capítulo, empleando también las mismas bases. El estudio presentado en esta sección se realiza para la configuración de la unidad de propulsión del CASO 1, es decir que describe



una recta, pero el modelo sirve para el estudio de los otros dos casos cuando se describen arcos cóncavos o convexos.

Como se puede apreciar en la Figura 6.1 los centros de masa **CM₂**, **CM₃**, **CM₄**, **CM₅** y **CM₆** de los eslabones **CD**, **CE**, **Pie**, **DF** y **EF** se encuentran sobre las rectas que unen a cada una de las articulaciones, pero no se encuentran en el punto medio debido al diseño de los eslabones reales, se debe destacar que se incluye el pie en el análisis ya que la masa de éste es la mayor, pero su centro de masa se ubica en la articulación F. También se puede apreciar que el eslabón **AB** no tiene centro de masa, esto se debe a que este eslabón es considerado como el eslabón estático. Se aprecia en la Figura 6.1 y en la Tabla 4.2 cómo el centro de masa **CM₈** que corresponde al eslabón **BC** se ubica sobre la articulación B, pero es importante aclarar que esto solamente ocurre para trayectorias rectas debido a la distribución de la masa de los componentes reales que conforman a este eslabón.

Es importante explicar por qué los centros de masa **CM₁** y **CM₇**, que corresponden a los eslabones **AE** y **AD** respectivamente, se encuentran fuera de las líneas que unen a las articulaciones de estos eslabones; esto se debe a que los eslabones **AE** y **AD** están conformados por dos elementos, en los cuales uno de ellos es recto mientras que el otro tiene una curvatura para evitar que golpee con los elementos que conforman a la unidad de propulsión reconfigurable real. Esta es la razón de que no se encuentren los centros de masa sobre la línea recta que une a los eslabones **AE** y **AD**; si se observa la Figura 6.1 se pueden apreciar ambos elementos curvo y recto que conforman a los eslabones, dentro de los cuales se encuentran los centros de masa **CM₁** y **CM₇**.

6.3 Desarrollo del modelo dinámico

El modelo matemático que describe la dinámica del mecanismo de propulsión se desarrolló para la fase de transferencia, por lo que no se consideraron las fuerzas de reacción sobre el pie ya que éste no se encuentra apoyado en el terreno. Como ya se mencionó, se emplea un modelo lagrangiano, el cual se describe en la ecuación (6.1). Este modelo permite calcular el torque f_T que es el torque requerido por la articulación B para poder mover el mecanismo de propulsión.

$$f_T = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{\partial U}{\partial \theta} \quad (6.1)$$

En donde T es la energía cinética del sistema y se describe en la ecuación (6.2), la cual es la suma de la energía cinética de cada eslabón; mientras que U representa la energía potencial del sistema y se encuentra descrita por la ecuación (6.3) en donde se observa que es la suma de la energía potencial de cada eslabón del sistema.

$$T = \sum_{i=1}^8 T_i \quad (6.2)$$



$$U = \sum_{i=1}^8 U_i \quad (6.3)$$

Donde $i = 1, \dots, 8$., representa a cada uno de los eslabones nombrados así con respecto al centro de masa de cada eslabón.

Debido a que la energía cinética o potencial del sistema es la suma de la energía cinética o potencial de cada uno de los eslabones, es posible usar la regla de la suma de las derivadas [64] que permite aplicar este modelo de forma independiente para cada eslabón con la finalidad de estudiar la influencia que tiene cada eslabón de manera independiente empleando la ecuación (6.4).

$$f_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_i}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T_i}{\partial \theta} + \frac{\partial U_i}{\partial \theta} \quad (6.4)$$

En donde:

T_i : es la energía cinemática del i -esimo eslabón,

U_i : es la energía potencial del i -esimo eslabón y

f_i : es la demanda de torque del eslabón i -esimo, considerando a $i = 1, \dots, 8$.

La energía potencial del sistema para este análisis es igual a cero ya que se considera un estudio plano y no hay variación de la altura de los centros de masa de los eslabones. La energía cinética de cada eslabón se calcula empleando la ecuación (6.5).

$$T_i = \frac{1}{2} m_i v_{cm_i}^2 + \frac{1}{2} I_{cm_i} \omega_i^2 \quad (6.5)$$

En donde:

m_i : Es la masa del i -esimo eslabón.

v_{cm_i} : Es la velocidad lineal del centro de masa del i -esimo eslabón.

I_{cm_i} : Es el momento de inercia del i -esimo eslabón, medido en su centro de masa.

ω_i : Es la velocidad angular del i -esimo eslabón medido en la base inercial.

Por último, para calcular el torque total requerido por el mecanismo de propulsión reconfigurable durante la fase de transferencia por el actuador encargado de articular a la junta B, es necesario sumar el torque que demanda cada eslabón y que se calculó de forma independiente, esto se hace de acuerdo a la ecuación (6.6).



$$f_T = \sum_{i=1}^8 f_i \quad (6.6)$$

6.4 Análisis cinético del mecanismo de propulsión reconfigurable

Una vez que se describió el mecanismo de propulsión, se plantearon las condiciones que deben cumplirse y se describió el modelo dinámico a emplear, se procede a desarrollar en esta sección el análisis dinámico del mecanismo de propulsión reconfigurable empleando los parámetros que se muestran en las Tablas 4.1, 4.2 y 6.1. La posición de los eslabones y de sus centros de masa se puede apreciar en la Figura 6.2, para el caso en el cual el pie describe una línea recta.

En esta simulación el tiempo que se emplea para dar el paso es cinco segundos que es equivalente al tiempo final t_f que se utilizará para el análisis, para este estudio se realizó una discretización del tiempo del proceso t_n de acuerdo a la ecuación (6.7) para un valor $k = 40$.

$$t_n = n \frac{t_f}{k} \quad (6.7)$$

Donde $n = 0, 1, \dots, k$, representa al número de iteración.

En la Figura 6.2 se aprecia el esquema del mecanismo de propulsión en dos posiciones, la primera se da para un valor $n = 8$, lo cual equivale a un tiempo $t_8 = 1s$ y el segundo muestra la posición cuando $n = 32$, que equivale a un tiempo $t_{32} = 4s$. En esta figura se aprecia cómo los puntos que describen una línea recta son las posiciones que ocupa el modelo matemático al emplear el perfil de trayectoria polinomial de acuerdo a la discretización seleccionada. En la Figura 6.2 se puede apreciar cómo la distribución de los puntos en la línea recta corresponden con el perfil de velocidad empleado, iniciando con una velocidad muy baja que se ve reflejada en la concentración de puntos al inicio de la trayectoria recta, posteriormente aumenta la velocidad hasta la mitad del desplazamiento separándose los puntos hasta alcanzar la velocidad máxima en la mitad del desplazamiento y posteriormente comenzar a reducir la velocidad hasta terminar con una velocidad muy baja lo que trae como consecuencia una concentración de puntos al final del desplazamiento.



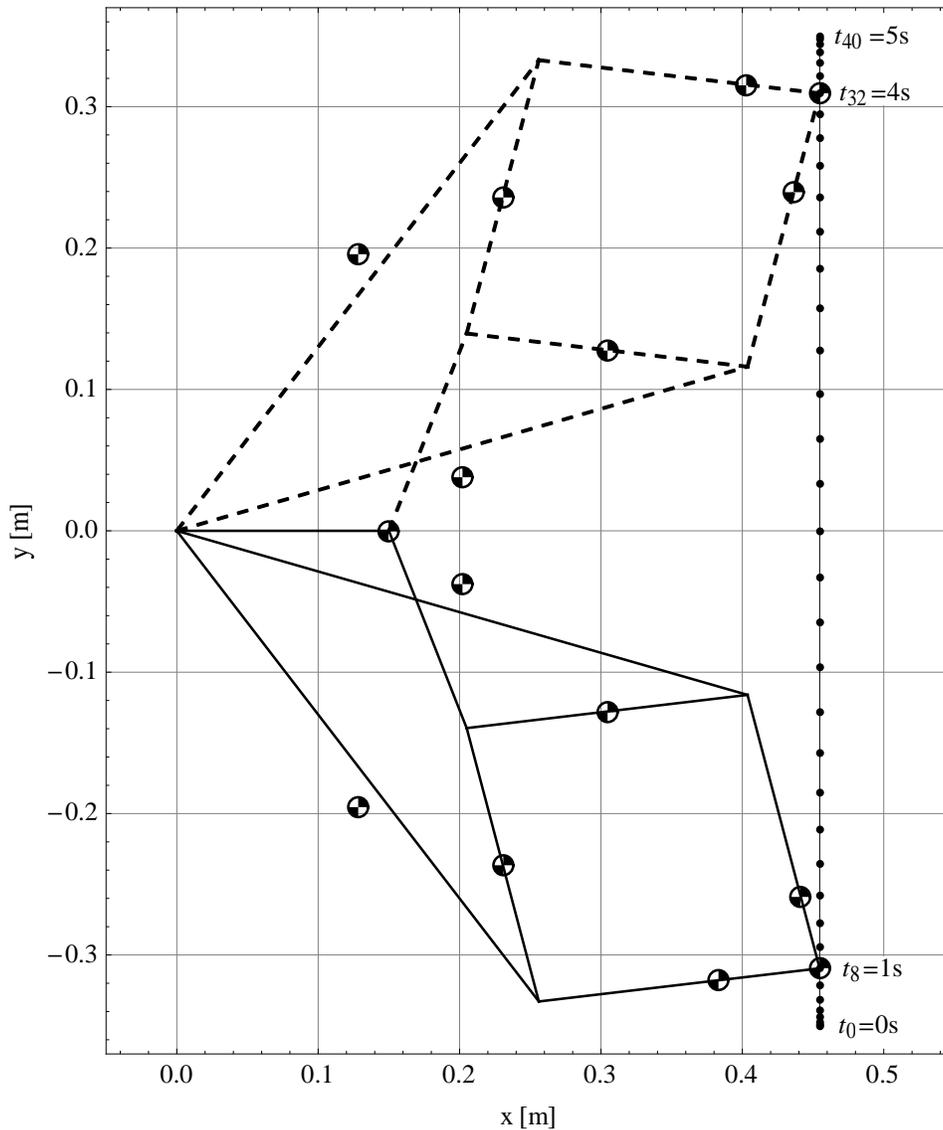


Figura 6.2. Posición de la pierna en los tiempos $t_8 = 1s$ y $t_{32} = 4s$.

Se inicia con un análisis de las posiciones, velocidades y aceleraciones empleando las ecuaciones descritas en el capítulo 4, comenzando con la posición. En la Figura 6.3 se aprecia una gráfica de la variación de posición en función del tiempo para los ángulos, esta gráfica se calcula empleando las ecuaciones (4.16) a (4.25), al analizar la gráfica y las posiciones de los ángulos se observa que es posible generar algunas relaciones entre los ángulos.

Es importante observar las diferentes relaciones que se tiene entre los ángulos; existe una relación complementaria entre los ángulos relativos σ y μ que describen la posición de los eslabones DF y EF respectivamente, esta relación se expresa en la ecuación (6.8), de forma similar existe una relación complementaria entre los ángulos relativos ϕ y ϵ que describen a los eslabones CD y CE respectivamente, y que se expresa en la ecuación (6.9).

$$\sigma = 2\pi - \mu \tag{6.8}$$



$$\phi = 2\pi - \epsilon \quad (6.9)$$

Otra interesante relación se encuentra entre los ángulos δ y γ que describen a los eslabones AD y AE, la cual se expresa en la ecuación (6.10) en donde n es el número de iteración y k es el número total de discretizaciones; esta relación se nombró de doble reflexión debido a que tiene una reflexión en el eje vertical y una segunda reflexión en el eje horizontal. Para estas reflexiones se toma como origen de los ejes de reflexión el punto localizado en las coordenadas $(0, \frac{t_f}{2})$.

$$\delta_n = -\gamma_{k-n} \quad (6.10)$$

Las relaciones que se encontraron se deben a la simetría que tiene el mecanismo de propulsión reconfigurable, las relaciones complementarias expresadas en las ecuaciones (6.8) y (6.9) indica que los eslabones CE y DF, así como los eslabones CD y EF siempre se encuentran paralelos entre ellos. Estas relaciones permiten usar un menor número de ecuaciones en trabajos futuros al emplear las ecuaciones (6.8) y (6.9), lo cual trae consigo un ahorro en el tiempo de cómputo y una simplificación del modelo matemático.

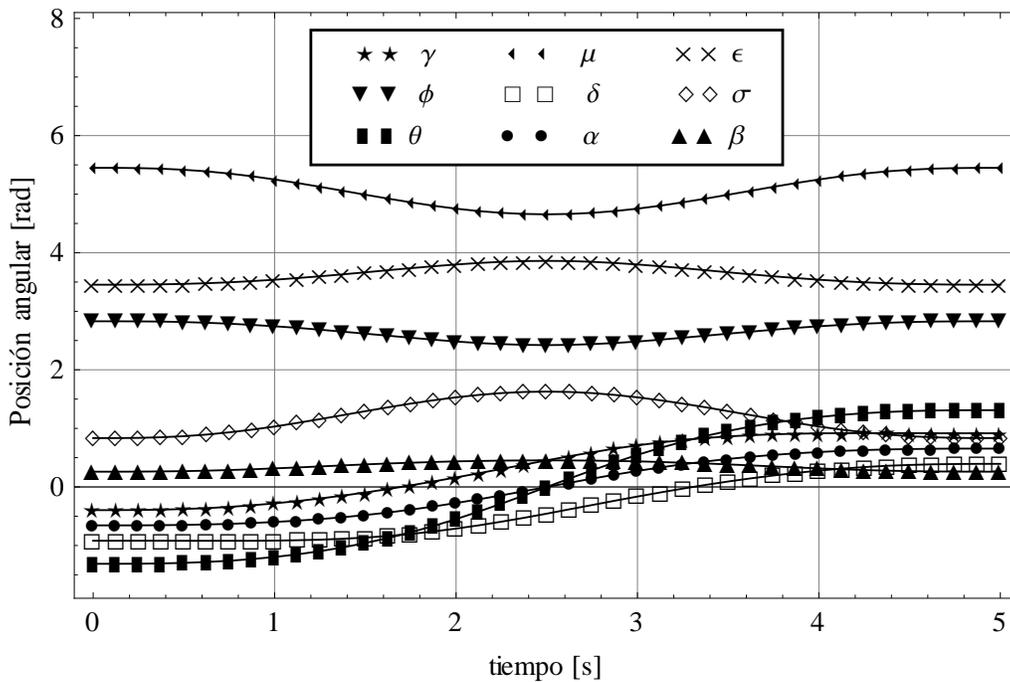


Figura 6.3. Posición angular de los eslabones.

Es posible identificar en la Figura 6.3 que el ángulo θ es el que tiene mayor variación en el cambio de magnitud, por esta razón se espera que la velocidad angular de este ángulo sea la de mayor magnitud comparada con las otras velocidades angulares.



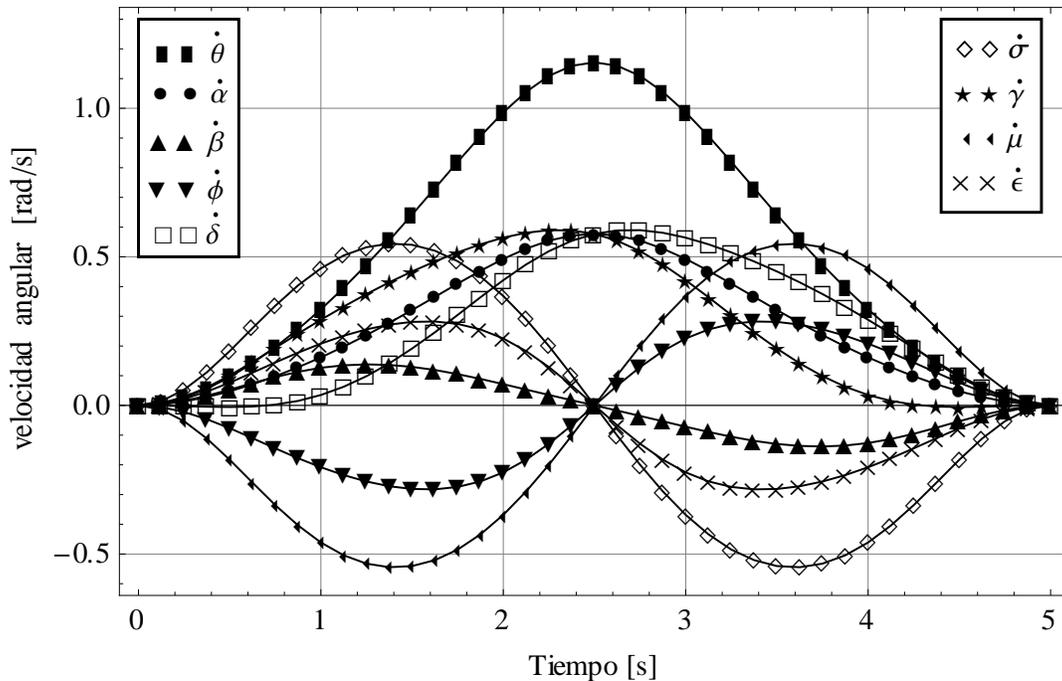


Figura 6.4. Velocidad angular de los eslabones.

La velocidad angular de los eslabones se calcula empleando las ecuaciones (4.26) a (4.33) y éstas se grafican como se muestra en la Figura 6.4; en esta gráfica se puede observar cómo la velocidad angular $\dot{\theta}$ es la que tiene mayor magnitud, lo cual confirma lo mencionado anteriormente. Es importante observar la relación que existe entre las magnitudes de las velocidades angulares. Se encuentran relaciones entre las velocidades angulares relativas $\dot{\mu}$ y $\dot{\sigma}$ que son de magnitudes iguales pero inversas, así como la relación que existe entre la magnitud de las velocidades angulares $\dot{\phi}$ and $\dot{\epsilon}$ que también son inversas y de igual magnitud, estas relaciones se expresan en las ecuaciones (6.11) y (6.12) respectivamente.

$$\dot{\sigma} = -\dot{\mu} \tag{6.11}$$

$$\dot{\phi} = -\dot{\epsilon} \tag{6.12}$$

Estas relaciones se pueden confirmar si se derivan las ecuaciones (6.8) y (6.9) en función del tiempo. También es posible encontrar una relación entre las velocidades angulares $\dot{\delta}$ y $\dot{\gamma}$, en donde se obtiene una relación de reflexión vertical, la cual se describe en la ecuación (6.13).

$$\dot{\delta}_n = -\dot{\gamma}_{k-n} \tag{6.13}$$



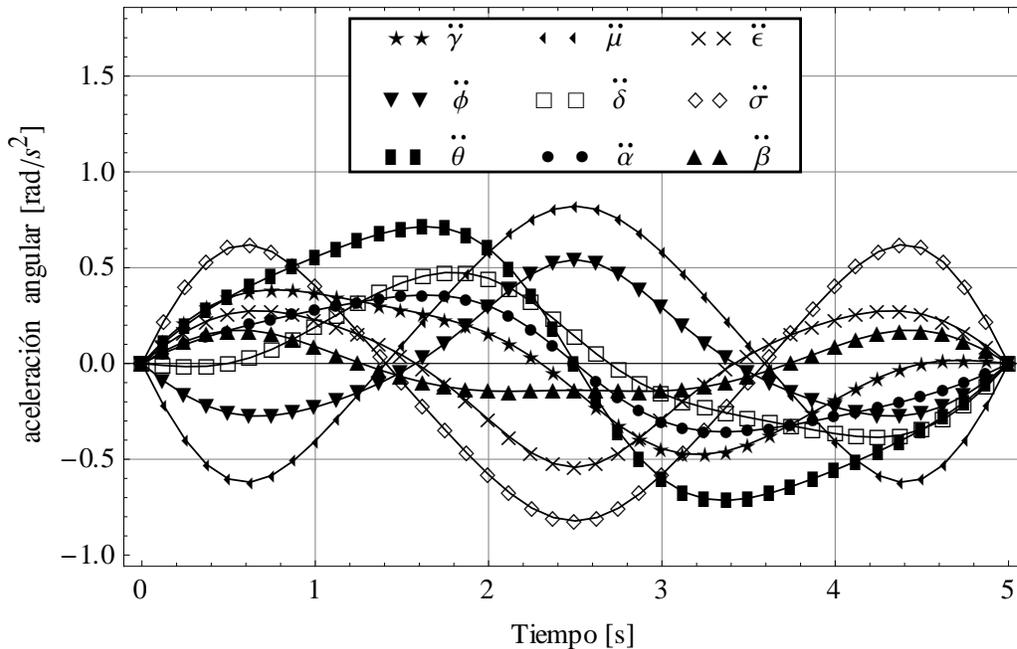


Figura 6.5. Aceleración angular de los eslabones.

Después de analizar las posiciones y velocidades angulares de los eslabones y encontrar algunas relaciones entre estos, se comienza con el análisis de las aceleraciones angulares. En la Figura 6.5 se grafica las aceleraciones angulares de los eslabones calculadas empleando las ecuaciones (4.34) a (4.41), en esta gráfica es importante destacar que las aceleraciones angulares $\ddot{\mu}$ y $\ddot{\sigma}$ son las que tiene una magnitud más grande, seguidas muy de cerca por la aceleración angular $\ddot{\theta}$.

En las aceleraciones angulares relativas también se obtuvieron algunas relaciones importantes, como es el caso de la relación entre las aceleraciones angulares relativas $\ddot{\sigma}$ y $\ddot{\mu}$ la cual es inversa y se expresa en la ecuación (6.14), mientras que la relación formada entre las aceleraciones angulares relativas $\ddot{\phi}$ y $\ddot{\epsilon}$ es también inversa y se expresa en la ecuación (6.15). Estas relaciones se pueden confirmar al derivar las ecuaciones (6.11) y (6.12) con respecto al tiempo.

$$\ddot{\sigma} = -\ddot{\mu} \quad (6.14)$$

$$\ddot{\phi} = -\ddot{\epsilon} \quad (6.15)$$

Por último, se vuelve a obtener una relación de doble reflexión entre las aceleraciones angulares $\ddot{\delta}$ y $\ddot{\gamma}$ que describen a los eslabones AD y AE, esta relación se expresa en la ecuación (6.16) en donde n es el número de iteración y k es el número total de discretizaciones, esta relación es doble reflexión debido a que tiene una reflexión en el eje vertical y una segunda reflexión en el eje horizontal. Para estas reflexiones se toma como origen de los ejes de reflexión el punto localizado en las coordenadas $(0, \frac{t_f}{2})$.



$$\ddot{\delta}_n = \ddot{\gamma}_{k-n} \quad (6.16)$$

La velocidad lineal de los eslabones se calculó en el centro de masa de cada eslabón, empleando las ecuaciones (4.42) a (4.49), la gráfica de los resultados se puede ver en la Figura 6.6. Debido a la configuración del mecanismo de propulsión, el pie es el elemento más alejado del marco de referencia $\{N\}$, por esta razón la velocidad lineal en el pie debe ser la más grande y por consecuencia la velocidad lineal en el centro de masa de los eslabones va disminuyendo a medida que éstos se aproximan a la base $\{N\}$. La velocidad V_5 es ligeramente mayor que la velocidad V_3 , esto se debe a que el centro de masa de estos dos eslabones se ubica en diferente posición.

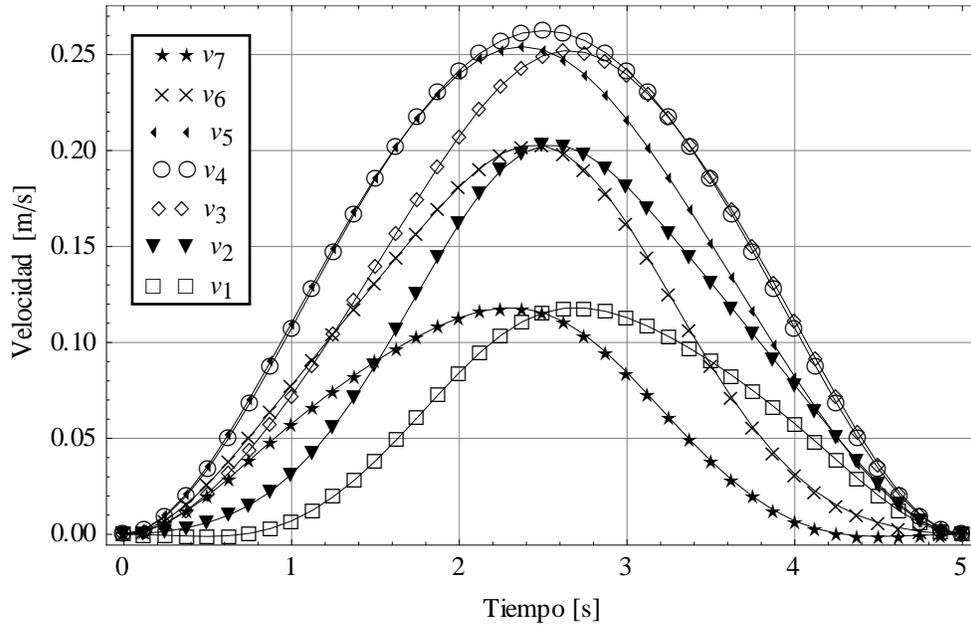


Figura 6.6. Velocidad lineal de los eslabones.

Para el análisis dinámico es necesario conocer las velocidades angulares absolutas con respecto al sistema $\{N\}$, es por ello que se requiere calcular las posiciones, velocidad y aceleraciones angulares absolutas para los eslabones CD, CE, DF y EF, las cuales se describen por las ecuaciones (6.17) a (6.20). Las velocidades angulares absolutas se grafican en la Figura 6.7.

$$\omega_2 = \delta + \phi , \quad \dot{\omega}_2 = \dot{\delta} + \dot{\phi} , \quad \ddot{\omega}_2 = \ddot{\delta} + \ddot{\phi} \quad (6.17)$$

$$\omega_3 = \delta + \sigma , \quad \dot{\omega}_3 = \dot{\delta} + \dot{\sigma} , \quad \ddot{\omega}_2 = \ddot{\delta} + \ddot{\sigma} \quad (6.18)$$

$$\omega_5 = \gamma + \mu , \quad \dot{\omega}_5 = \dot{\gamma} + \dot{\mu} , \quad \ddot{\omega}_5 = \ddot{\gamma} + \ddot{\mu} \quad (6.19)$$

$$\omega_6 = \gamma + \epsilon , \quad \dot{\omega}_6 = \dot{\gamma} + \dot{\epsilon} \quad \ddot{\omega}_6 = \ddot{\gamma} + \ddot{\epsilon} \quad (6.20)$$



De la misma forma que en los análisis anteriores se puede encontrar otras relaciones entre las posiciones absolutas como las relaciones suplementarias que se encuentran entre los ángulos ω_5 y ω_2 , así como entre los ángulos absolutos ω_6 y ω_3 los cuales se expresan en las ecuaciones (6.21) y (6.22) respectivamente.

$$\omega_5 = \pi + \omega_2 \quad (6.21)$$

$$\omega_6 = \pi + \omega_3 \quad (6.22)$$

En el caso de las velocidades angulares absolutas de los eslabones que conforman el rombo, se tiene una relación directa, como se puede apreciar en la Figura 6.7, es decir tiene la misma magnitud, para las velocidades angulares $\dot{\omega}_2$ y $\dot{\omega}_5$ que se expresa en la ecuación (6.23), también existe una relación directa entre las velocidades angulares $\dot{\omega}_3$ y $\dot{\omega}_6$ y su relación se expresa en la ecuación (6.24).

$$\dot{\omega}_5 = \dot{\omega}_2 \quad (6.23)$$

$$\dot{\omega}_6 = \dot{\omega}_3 \quad (6.24)$$

Por último, se obtiene una relación directa entre las aceleraciones angulares absolutas $\ddot{\omega}_5$ y $\ddot{\omega}_2$, así como entre las aceleraciones absolutas $\ddot{\omega}_6$ y $\ddot{\omega}_3$, como se expresan en las ecuaciones (6.25) y (6.26), respectivamente.

$$\ddot{\omega}_5 = \ddot{\omega}_2 \quad (6.25)$$

$$\ddot{\omega}_6 = \ddot{\omega}_3 \quad (6.26)$$

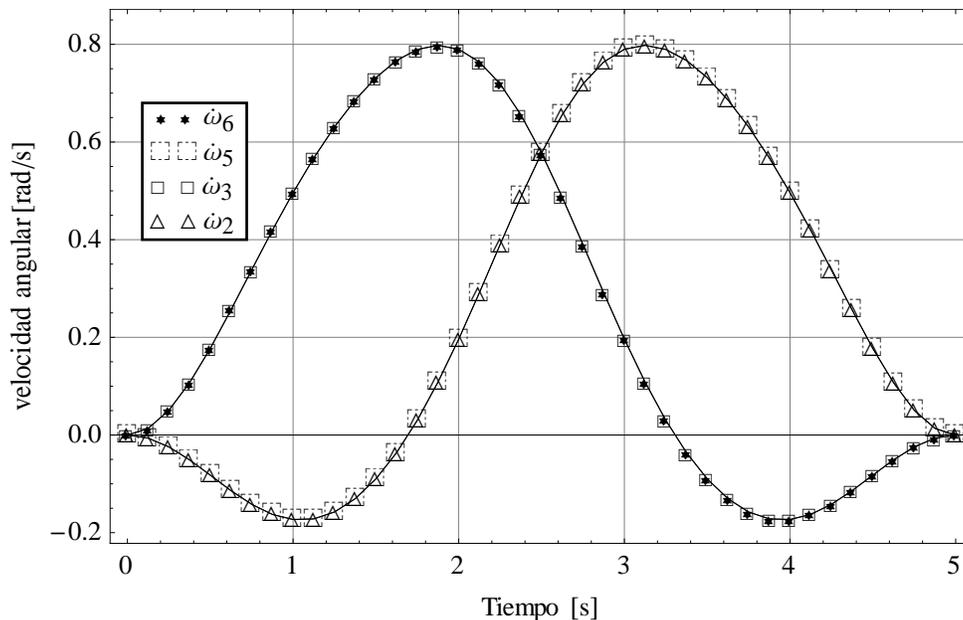


Figura 6.7. Velocidad angular absoluta para los eslabones que forman el rombo.

Los parámetros descritos previamente son necesarios para poder desarrollar el modelo dinámico y así poder calcular el torque requerido por los actuadores para mover al mecanismo de propulsión. Además, si se analizan estos parámetros, es posible estimar cuál de los eslabones que conforman la pierna requiere mayor torque que los demás eslabones, considerando como el parámetro más importante a la masa de los eslabones, pero también considerando la posición, velocidad y aceleración. Es por ello que se puede inducir que el pie será el eslabón que demande el mayor torque debido a que la masa del pie es mucho mayor con respecto a la masa de los otros eslabones, seguido por el eslabón DF debido a que es el segundo eslabón más pesado y que su velocidades y aceleraciones son relativamente grandes.

La determinación de los torques que demanda cada eslabón se realizó empleando el proceso descrito por la ecuación (6.4) y los resultados que se pueden observar en la Figura 6.8, donde se puede apreciar a los eslabones que integran al mecanismo de propulsión excepto el pie, notando en esta gráfica que el eslabón que tiene una mayor demanda de torque es el eslabón DF de acuerdo a lo establecido previamente.

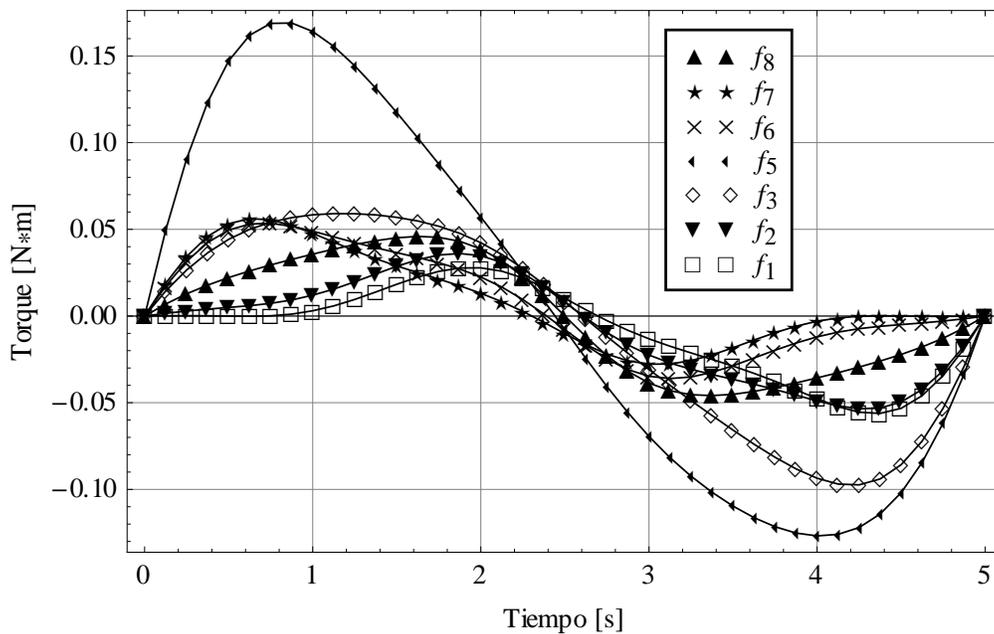


Figura 6.8. Torque demandado por los eslabones.



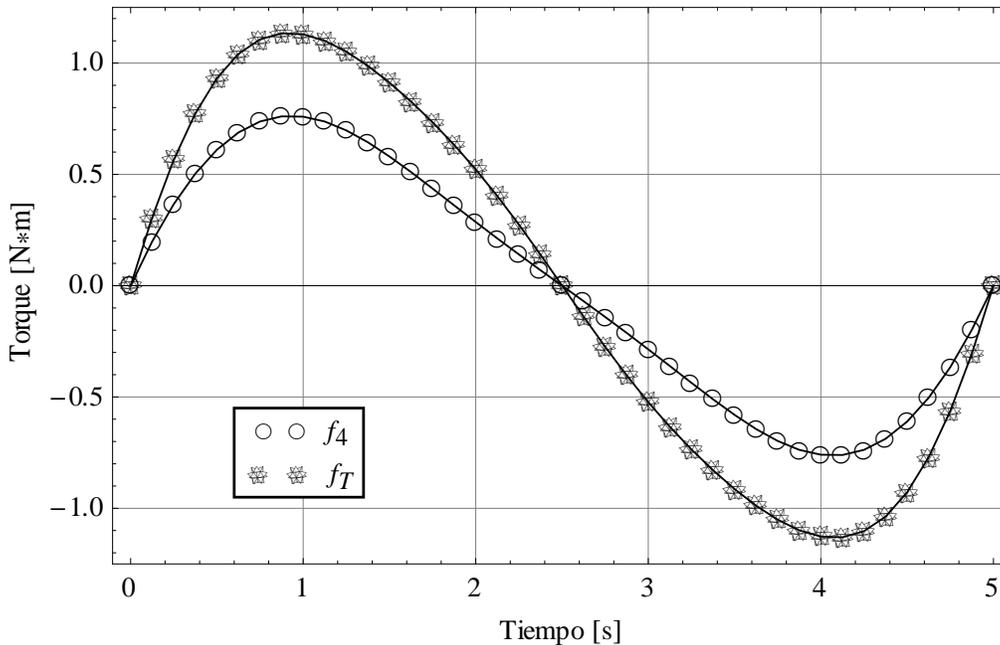


Figura 6.9. Torque del pie y total demandado por los eslabones.

En la Figura 6.9 se puede apreciar que el torque necesario para mover el pie, denominado f_4 , es muy grande, razón por la cual se graficó junto con el torque total demandado por todo el pie f_T . También se aprecia como la demanda del torque para mover el pie es el mayor por poco más que la mitad del torque total necesario para mover al mecanismo de propulsión, este torque requerido puede ser suministrado por un servomotor.

6.5 Conclusiones

Se desarrolló un modelo dinámico de una unidad de propulsión reconfigurable nueva desarrollada de acuerdo a las ecuaciones de movimiento de Lagrange para la fase de transferencia, para el caso de desplazamiento en trayectoria recta.

En el desarrollo del estudio cinemático se encontraron algunas relaciones complementarias, suplementarias, reflectivas y de doble reflexión, entre las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares, las cuales permiten comprobar la simetría del mecanismo y reducir el número de ecuaciones cinemáticas para trabajos futuros.

El modelo dinámico para la etapa de transferencia de la unidad de propulsión permitió determinar el torque para cada uno de los eslabones de manera independiente, con lo que se pueden identificar los elementos críticos y que consumen una mayor cantidad de energía. De acuerdo con los resultados obtenidos, el pie es el elemento que demanda un mayor torque, por lo que es importante reducir el peso del mismo.



Capítulo 7. Diseño mecánico de la unidad de propulsión reconfigurable



7.1 Introducción

En este capítulo se lleva a cabo el diseño de la unidad de propulsión reconfigurable, empleando software de diseño asistido por computadora que permite comparar diversos diseños y realizar cambios en ellos sin la necesidad de realizar modelos físicos. Se comienza por describir la metodología de diseño que se emplea, posteriormente se realiza un análisis de diversas estructuras para definir cuál se emplea, posteriormente se realiza la selección de los actuadores a emplear, para continuar con la selección de los rodamientos usados, para terminar con el ensamble y realizar los análisis de esfuerzos y deformaciones del mecanismo de propulsión reconfigurable.

7.2 Selección de la estructura a emplear en el mecanismo de propulsión

En esta sección se realiza un análisis de esfuerzos y deformaciones de tres configuraciones de estructuras propuestas para seleccionar una que se empleará en el mecanismo de propulsión reconfigurable. Es importante hacer notar que éste es el primer prototipo por lo que se requiere hacer el diseño simple basado en elementos comerciales y de fácil maquinado para reducir los costos de manufactura, evitando emplear elementos que sean muy complejos de fabricar o requieran de procesos costosos como puede ser el empleo de moldes. Queda fuera del alcance de este proyecto la manufactura del prototipo, la fabricación en serie, el control y la comercialización,.

La selección de la estructura se basa en el análisis de esfuerzos en los componentes y en especial en la deformación de los componentes debido a la aplicación de diversas cargas en la estructura, ya que como se mencionó desde un inicio, se requiere que el mecanismo de propulsión sea robusto para que las deformaciones sean mínimas, ya que al emplear un mecanismo de trayectoria exacta, las deformaciones pueden afectar la descripción de las trayectorias.

Se emplea la aleación de aluminio 6061-T6 que es una aleación de Manganeso y Silicio principalmente, en donde T6 se refiere a que tiene un tratamiento de temple y maduración artificial enderezados por tracción. Se emplea este material debido a que es una aleación dúctil y ligera, con alta resistencia en especial a la tensión, es resistente a la corrosión, presenta facilidad de maquinado y es fácil de soldar.

7.2.1 Características del software de diseño

Para realizar un análisis de los esfuerzos y deformaciones a los que se someten los componentes se empleó el módulo SolidWorks® Simulation de la versión 2014, que es un sistema de análisis de diseño integrado a SolidWorks, que permite realizar simulaciones de análisis estáticos y dinámicos, el empleo de estas herramientas computacionales permite reducir en gran medida el tiempo y costos de diseño.



Este software emplea el método de análisis de elemento finito, el cual divide las piezas en pequeños elementos bien definidos pero finitos, conformados por nodos que es donde se conecta un elemento con los otros y se establecen las propiedades y condiciones requeridas, con la intención dividir una pieza en muchos elementos pequeños que deben resolverse de forma simultánea. En la Figura 7.1a, se aprecia una pieza sólida completa, mientras que en la Figura 7.1b, se aprecia la misma pieza dividida en múltiples elementos llamados mallas.

En el análisis de elementos finitos se emplean dos métodos de solución, el directo e iterativo, los cuales representan un problema por un grupo de ecuaciones que deben de ser resueltas de manera simultánea. Los métodos directos emplean técnicas numéricas exactas para resolver estas ecuaciones, mientras que los métodos iterativos emplean técnicas de aproximación para resolver las ecuaciones que supone una solución y evalúan los errores asociados hasta que estos sean aceptables. Para este caso de estudio empleamos la solución mediante un método iterativo empleando el Solver FFEPlus que utiliza el programa.

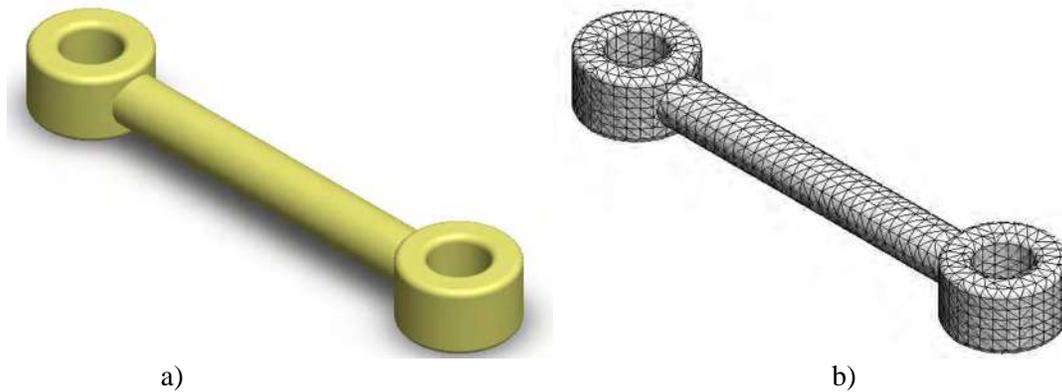


Figura 7.1. a) Pieza sólida, b) Modelo subdividido en elementos pequeños.

7.2.2 Estudio de la estructura 1

Se comienza con el desarrollo de una estructura simple basada en redondos sólidos, a la cual se nombra estructura 1, como la que se muestra en la Figura 7.2, esta estructura emplea en las articulaciones rodamientos que permiten conectar un eslabón con otro con una articulación de revoluta, el mecanismo Peaucellier-Lipkin se conecta a un pie genérico el cual se consideró robusto para considerar las condiciones extremas en que podría trabajar el mecanismo. La estructura 1 cuenta con eslabones simples y sólidos los cuales tienen conexiones de tipo pasador.



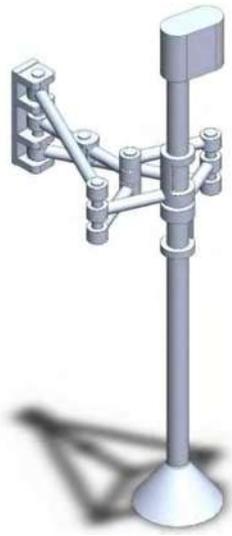


Figura 7.2. Propuesta de la estructura 1.

El análisis de esfuerzos y deformación que se realizará en las estructuras considera las fuerzas gravitacionales y emplea conexiones sólidas y de rodamiento. El estudio se desarrolla para dos condiciones de carga, la primera condición se somete a una fuerza de reacción que ejerce el suelo sobre la base del pie, aplicada en dirección $+y$, además de una fuerza aplicada en la misma base del pie en dirección $+x$, como se muestra en la Figura 7.3a, en donde se considera como una conexión rígida al soporte que conecta al eje A ya que éste se fijará al chasis de la máquina caminante. La segunda condición considera en este caso una carga ejercida sobre la base que une al mecanismo de propulsión con la máquina caminante en la dirección $-y$, además de una fuerza ejercida sobre la misma base en la dirección $-x$, para esta condición se considera como la superficie de apoyo al pie, como se aprecia en la Figura 7.3b, en donde se muestran con flechas rojas las fuerzas aplicadas y en flechas verdes los elementos fijos.

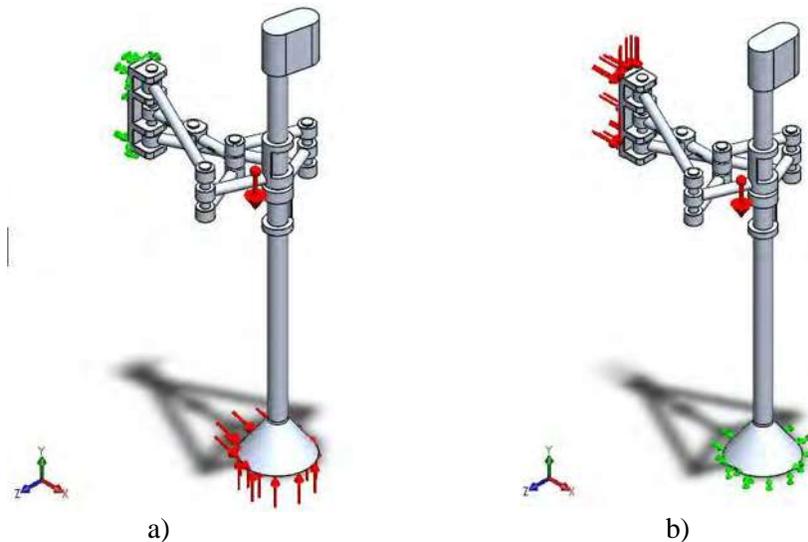


Figura 7.3. Estudio de la estructura 1 para la a) Primera condición y b) Segunda condición.



Con las condiciones previamente descritas se procede a realizar estudios estáticos de las estructuras para diferentes ángulos de entrada θ , ya que la estructura del mecanismo se deforma en función de la variación de este ángulo, por lo que se comienza con el estudio para un ángulo $\theta = 0^\circ$ para la primera y segunda condición. Como ya se mencionó es importante que las deformaciones en la estructura sean mínimas ya que al ser un mecanismo de trayectoria exacta las deformaciones modifican el centro de rotación. En la Figura 7.4a se muestran las deformaciones para la primera condición, encontrando que la deflexión máxima de la estructura es del orden de los 63 mm, mientras que en la segunda condición se obtiene una deflexión máxima del orden de los 20 mm como se aprecia en la Figura 7.4b. El análisis se realiza para las mismas cargas de 2500 N en la dirección y para ambos casos, y de 1000 N en la dirección x . Se emplea el mismo material para todas las simulaciones en este caso empleamos aluminio 6160 T6, encontrando que los esfuerzos para ambos casos son muy grandes y se obtiene un factor de seguridad mínimo menor que 1 en ambas condiciones.

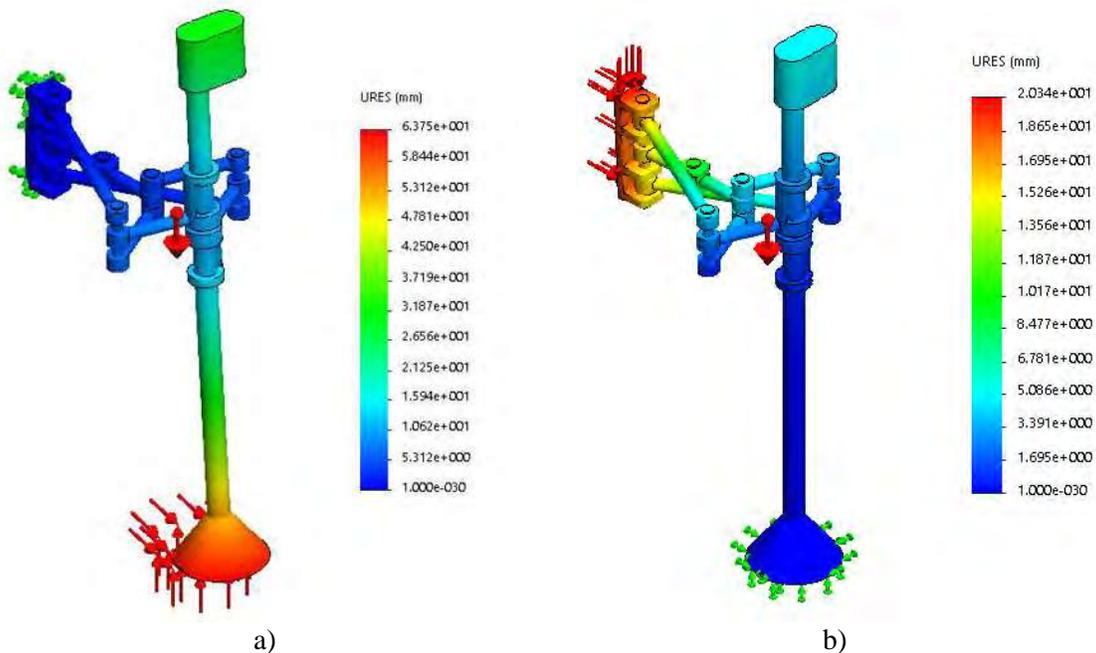


Figura 7.4. Deformaciones de la estructura 1 en la a) Primera condición y la b) Segunda condición, con un ángulo $\theta = 0$.

Para la estructura 1 se analizó la deformación en función de la variación del ángulo θ para la primera y segunda condición. En la Figura 7.5a se muestran las deflexiones para la primera condición con un ángulo $\theta = 70^\circ$, encontrando que la deflexión máxima de la estructura es del orden de los 58 mm, mientras que en la segunda condición también para un ángulo $\theta = 70^\circ$ se obtiene una deflexión máxima del orden de 56 mm como se aprecia en la Figura 7.5b. El análisis se realiza para las mismas cargas de 2500 N en la dirección y para ambos casos, y de 1000 N en la dirección x . Se emplea el mismo material para todas las simulaciones en este caso se emplea aluminio 6160 T6, encontrando que los esfuerzos para ambos casos son muy grandes y se obtiene un factor de seguridad mínimo menor que 1 en ambas condiciones, por lo que no es factible emplear esta configuración debido a las grandes deformaciones con las



que cuenta y porque el factor de seguridad es menor que 1, lo cual se puede corregir cambiando de material o realizando un nuevo diseño.

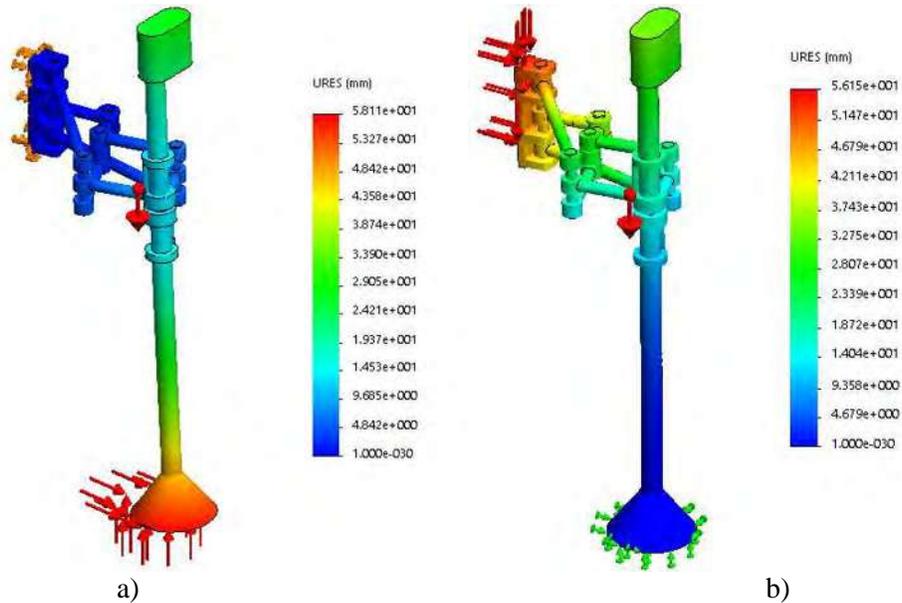


Figura 7.5. Deformaciones de la estructura 1 en la a) Primera condición y la b) Segunda condición con un ángulo $\theta = 70^\circ$.

7.2.3 Estudio de la estructura 2

En la segunda estructura denominada estructura 2, que se aprecia en la Figura 7.6, se modifican la forma de los eslabones AD, AE, DF y EF, ya que ahora no son hechos de redondos sino de elementos rectangulares un poco más robustos y los cuales tienen forma de Y similar a los travesaños empleados en las suspensiones de los automóviles, los cuales permiten tener puntos de sujeción mejor distribuidos y así reducir las flexiones en los ejes y en el pie, la selección de una estructura más robusta se debe a que esta configuración está conformada por menos elementos.

Se realiza el análisis de esfuerzos y deformaciones, bajo las mismas condiciones y cargas que las empleadas en la estructura 1, considerando las fuerzas gravitacionales y empleando conexiones sólidas y de rodamiento. El estudio se desarrolla también para dos condiciones de carga, la primera condición se somete a una fuerza de reacción que ejerce el suelo sobre la base del pie, aplicada en dirección $+y$, además de una fuerza aplicada en la misma base del pie en dirección $+x$, como se muestra en la Figura 7.7a, en donde se considera como una conexión rígida al soporte que conecta al eje A, ya que éste se fijará al chasis de la máquina caminante. La segunda condición considera en este caso una carga ejercida sobre la base que une al mecanismo de propulsión con la máquina caminante en la dirección $-y$, además de una fuerza ejercida sobre la misma base en la dirección $-x$, para esta condición se considera como



la superficie de apoyo al pie, como se aprecia en la Figura 7.7b en donde se muestran con flechas rojas las fuerzas aplicadas y en flechas verdes los elementos fijos.

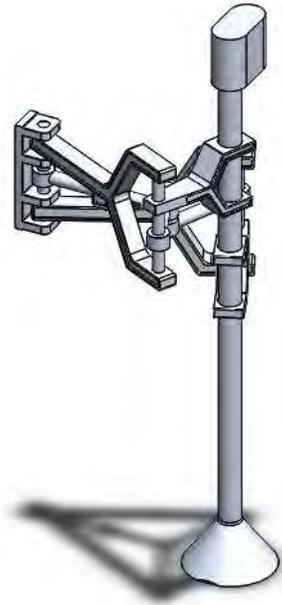


Figura 7.6. Propuesta de la estructura 2.

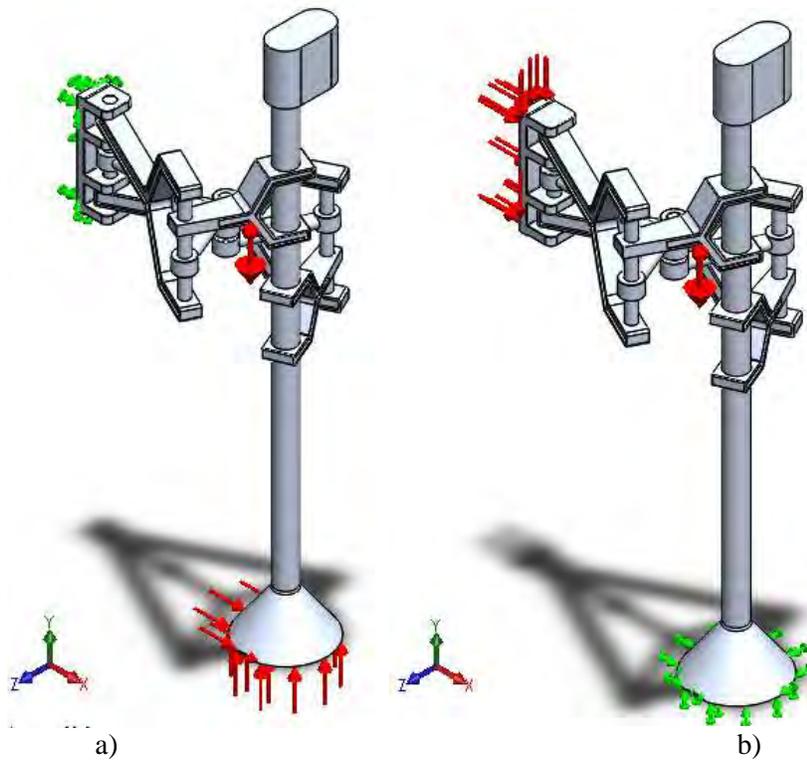


Figura 7.7. Estudio de la estructura 2 para la a) Primera condición y b) Segunda condición.



Para ambas condiciones se realizan estudios estáticos de las estructuras variando los ángulos de entrada θ , ya que la estructura del mecanismo se deforma en función de la variación de este ángulo, por lo que se comienza con el estudio para un ángulo $\theta = 0^\circ$ para la primera y segunda condición. Se busca que las deformaciones en la estructura sean mínimas y así no afectar las trayectorias que se pretenden seguir. En la Figura 7.8a se muestran las deformaciones para la primera condición, encontrando que la deflexión máxima de la estructura es del orden de los 32 mm, mientras que en la segunda condición se obtiene una deflexión máxima del orden de los 25 mm como se aprecia en la Figura 7.8b. El análisis se realiza para las mismas cargas de 2500 N en la dirección y para ambos casos, y de 1000 N en la dirección x . El material que se emplea en la estructura es aluminio 6160 T6, encontrando que las deformaciones se redujeron en la primera condición casi a la mitad, mientras en la segunda condición se mantiene similares, sin embargo el factor de seguridad mínimo sigue siendo menor que 1 en ambas condiciones.

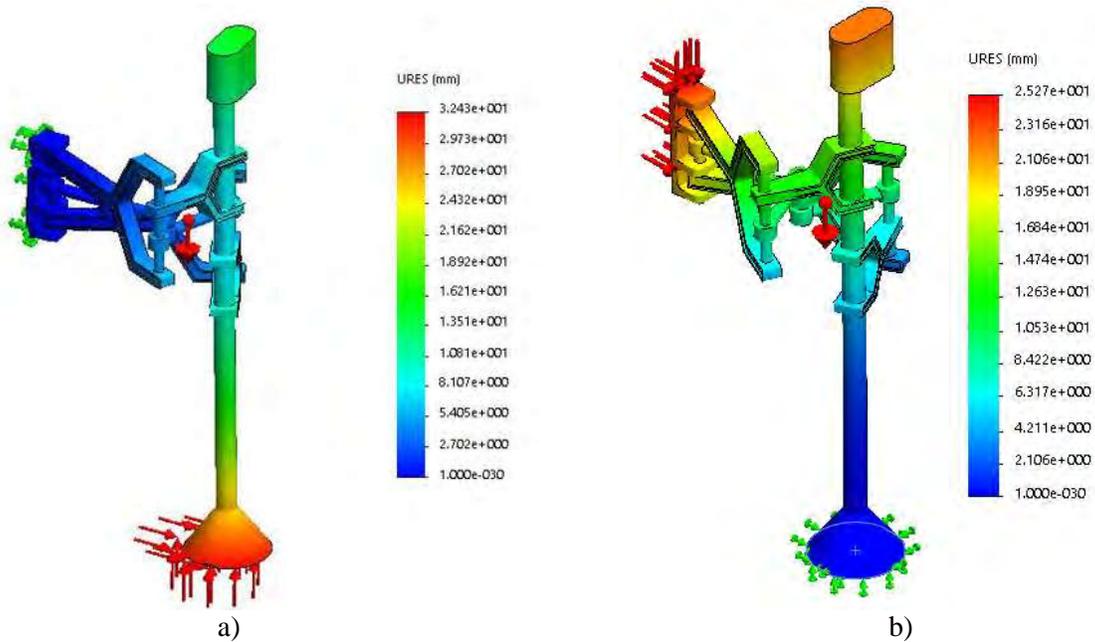


Figura 7.8. Deformaciones de la estructura 2 en: a) Primera condición y la b) Segunda condición, con un ángulo $\theta = 0$.

En la estructura 2 también se analizó la deflexión en función de la variación del ángulo θ para la primera y segunda condición, encontrando que para todos los casos el factor de seguridad siempre fue cercano a uno, pero nunca igual o mayor a uno. En la Figura 7.9a se muestran las deformaciones para la primera condición con un ángulo $\theta = 70^\circ$, encontrando que la deflexión máxima de la estructura es del orden de los 33 mm, mientras que en la segunda condición también para un ángulo $\theta = 70^\circ$ se obtiene una deflexión máxima del orden de 32 mm como se aprecia en la Figura 7.9b. El análisis se realiza para las mismas cargas de 2500 N en la dirección y para ambos casos, y de 1000 N en la dirección x . El material empleado también es aluminio 6160 T6, encontrando una muy pequeña variación en las deformaciones a medida que variamos el ángulo de entrada, con el uso de esta



estructura se reducen las deformaciones, sin embargo el factor de seguridad aun no es superior a uno, es por ello que se busca una tercera estructura, la cual se describe en la siguiente sección. Es importante mencionar que solamente se está realizando un análisis de diferentes estructuras con la intención de seleccionar la que presente menores deformaciones y se ajuste más a las condiciones que inicialmente se plantearon buscando que el mecanismo sea robusto.

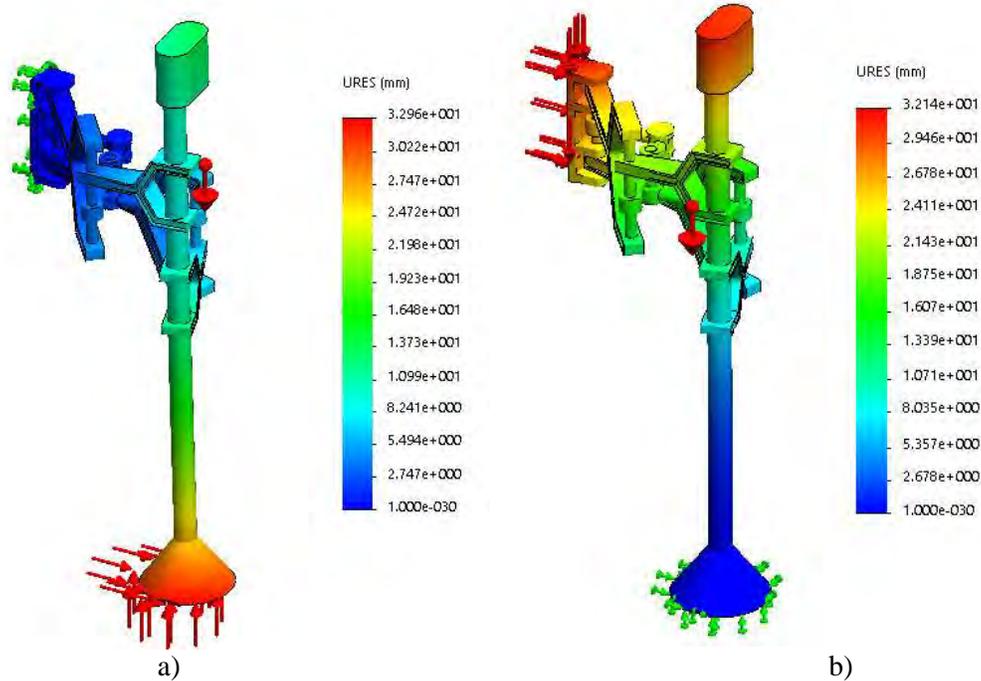


Figura 7.9. Deformaciones de la estructura 2 en la a) Primera condición y la b) Segunda condición; con un ángulo $\theta = 70^\circ$.

7.2.4 Estudio de la estructura 3

Por último, se presenta la tercera estructura denominada: estructura 3, la cual se aprecia en la Figura 7.10; en esta estructura se emplean nuevamente redondos sólidos, debido a las buenas propiedades que presentan y a la facilidad de su fabricación, pero en este caso se modifican los eslabones AD, AE, CD, CE DF y EF, éstos tienen forma de C que mantiene unidos en una misma estructura a los eslabones superiores e inferiores trayendo consigo más superficies de contacto y hacer más robusta la estructura para reducir las deformaciones que se presentan en ésta.



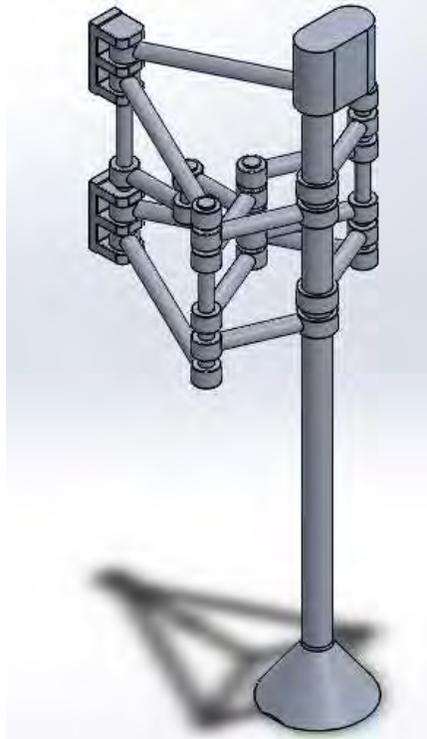


Figura 7.10. Propuesta de la estructura 3.

De forma similar al estudio de las estructuras previamente analizadas se realiza el análisis de esfuerzos y deformaciones, bajo las mismas condiciones y cargas, considerando las fuerzas gravitacionales y empleando conexiones sólidas y de rodamiento. El estudio también se desarrolla para dos condiciones de carga, la primera condición se somete a una fuerza de reacción que ejerce el suelo sobre la base del pie, aplicada en dirección $+y$, además de una fuerza aplicada en la misma base del pie en dirección $+x$, como se muestra en la Figura 7.11 a, en donde se considera como una conexión rígida al soporte que conecta al eje A ya que éste se fijará al chasis de la máquina caminante. La segunda condición considera en este caso una carga ejercida sobre la base que une al mecanismo de propulsión con la máquina caminante en la dirección $-y$, además de una fuerza ejercida sobre la misma base en la dirección $-x$, para esta condición se considera como la superficie de apoyo al pie, como se aprecia en la Figura 7.11b en donde se muestran con flechas rojas las fuerzas aplicadas y en flechas verdes los elementos fijos.

Para ambas condiciones se realizan estudios estáticos de las estructuras variando los ángulos de entrada θ , ya que la estructura del mecanismo se deforma en función de la variación de este ángulo, por lo que se comienza con el estudio para un ángulo $\theta = 0^\circ$ para la primera y segunda condición. Se busca que las deformaciones en la estructura sean mínimas y así no afectar las trayectorias que se pretenden seguir. En la Figura 7.12a se muestran las deformaciones para la primera condición, encontrando que la deflexión máxima de la estructura es del orden de los 11 mm, mientras que en la segunda condición se obtiene una deflexión máxima del orden de los 2.4 mm como se aprecia en la Figura 7.12b. El análisis se realiza para las mismas cargas de 2500 N en la dirección y y para ambos casos, y de 1000 N en



la dirección x . El material que se emplea en la estructura es aluminio 6160 T6, encontrando que las deformaciones son las menores para esta configuración al compararla con las otras dos estructuras, también es importante destacar que el factor de seguridad siempre fue mayor a 1.5 en ambas condiciones.

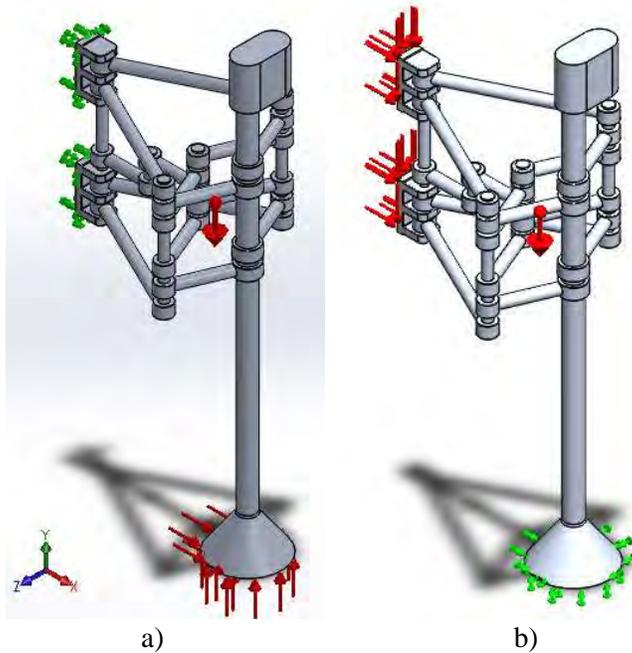


Figura 7.11. Estudio de la estructura 3 para la a) Primera condición y b) Segunda condición.

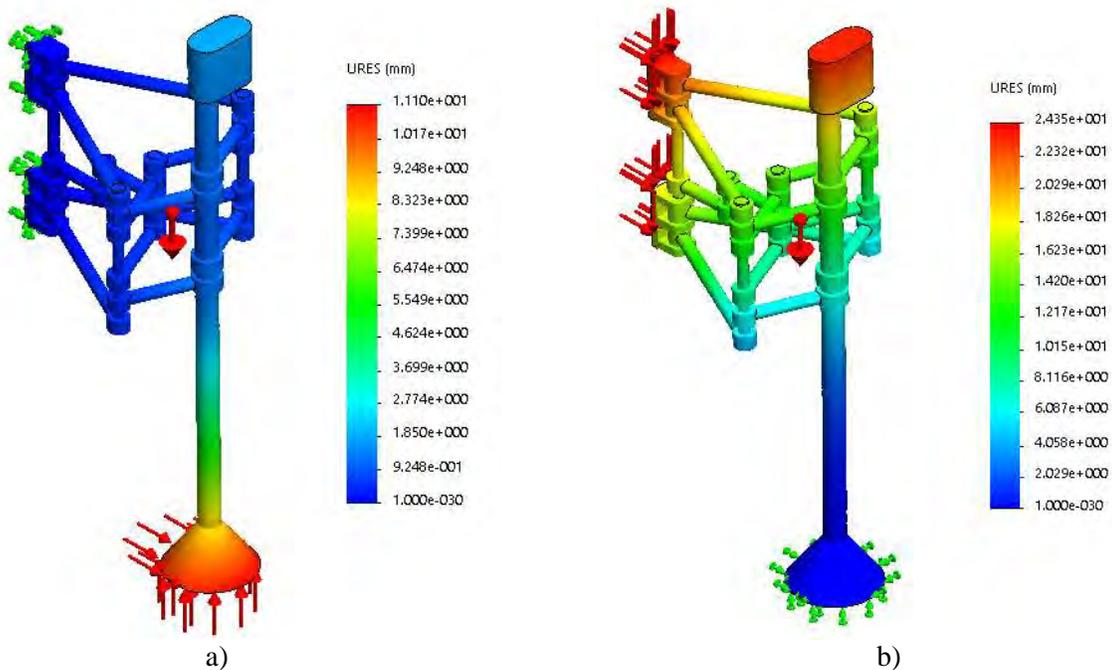


Figura 7.12. Deformaciones de la estructura 3 en la a) Primera condición y la b) Segunda condición, con un ángulo $\theta = 0^\circ$.



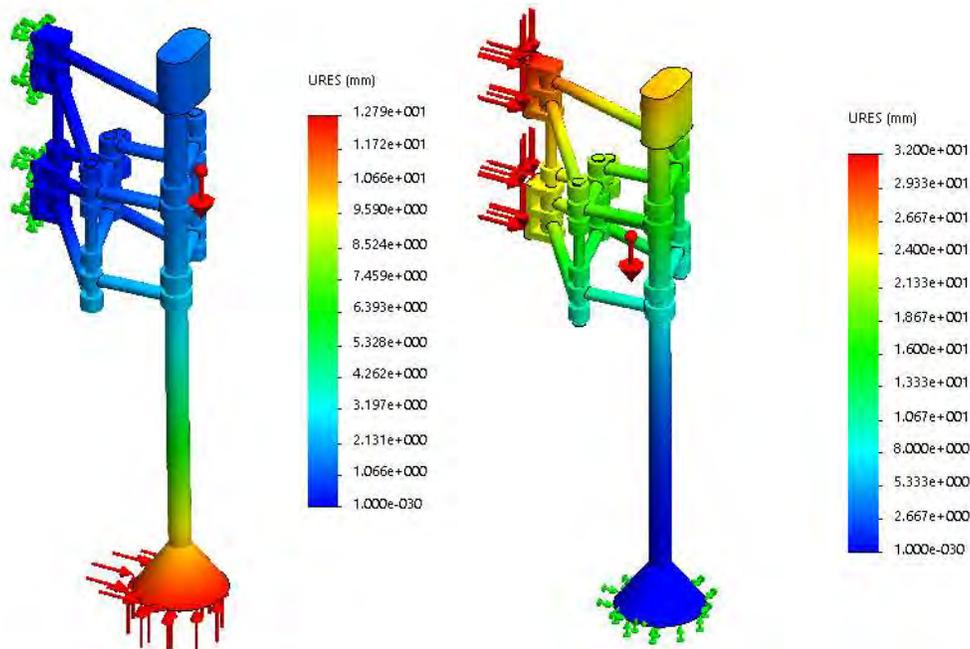


Figura 7.13. Deformaciones de la estructura 3 en la a) Primera condición y la b) Segunda condición, con un ángulo $\theta = 70^\circ$.

En la estructura 3 también se analizó la deformación en función de la variación del ángulo θ para la primera y segunda condición, encontrando que para todos los casos el factor de seguridad siempre mayor a 1. En la Figura 7.13a se muestran las deformaciones para la primera condición con un ángulo $\theta = 70^\circ$, encontrando que la deflexión máxima de la estructura es del orden de los 12 mm, mientras que en la segunda condición también para un ángulo $\theta = 70^\circ$ se obtiene una deflexión máxima del orden de 32 mm como se aprecia en la Figura 7.13b. El análisis se realiza para las mismas cargas de 2500 N en la dirección y para ambos casos, y de 1000 N en la dirección x . El material empleado también es aluminio 6160 T6, encontrando una deflexión menor al compararlas con las otras dos estructuras en todas las configuraciones, con un factor de seguridad nunca menor a uno, sin embargo para la condición 2 se observa que la deflexión es mayor a la obtenida en la condición 1, esto se debe a que los soportes sobre los que se ejercen las cargas se encuentran separados, pero éstos realmente se encuentran conectados a un chasis lo cual une a estos dos soportes reduciendo las deformaciones. Debido a estos resultados se propone el uso de la estructura 3 que emplea eslabones con forma de C.

7.3 Selección de los actuadores a emplear en el mecanismo de propulsión

Una vez que se seleccionó la estructura que se empleará en el mecanismo de propulsión se procede a seleccionar los actuadores que se utilizarán, ya que la unidad de propulsión reconfigurable cuenta con cinco grados de libertad de los cuales dos son rotacionales y tres son lineales, estos grados de libertad ya fueron descritos ampliamente en capítulos anteriores. Se plantea el uso de actuadores eléctricos debido a que los actuadores neumáticos tienen una



baja capacidad de carga además de variaciones en la posición, mientras que los actuadores hidráulicos requieren del uso de grandes bombas y mangueras y pueden llegar a ser ruidosos y sucios. A continuación se comienzan a analizar las propuestas de prototipos.

7.3.1 Propuesta 1 de actuadores empleando motores a pasos y servomotores

La selección de actuadores inicia por las juntas lineales ya que son las más complicadas de desarrollar debido a que se requiere una gran precisión en la modificación de la longitud de los eslabones para que la trayectoria a describir no se vea alterada. Es por ello que la primera propuesta considera el uso de motores a pasos conectados a un espárrago, lo cual lo conviene en una junta helicoidal que al controlar el giro del motor a pasos permite modificar la longitud de los eslabones AB y BC, gracias a lo cual se puede modificar la trayectoria que describe el pie.

Esta configuración se plantea en primera instancia con el uso de guías para evitar que los espárragos se sometan a grandes cargas y se deformen, estas guías son dos barras redondas que se ubican al lado del espárrago y emplean rodamientos lineales para que puedan modificar su longitud de la misma forma que los espárragos, esta configuración se aprecia en la Figura 7.14 con diferentes vistas.

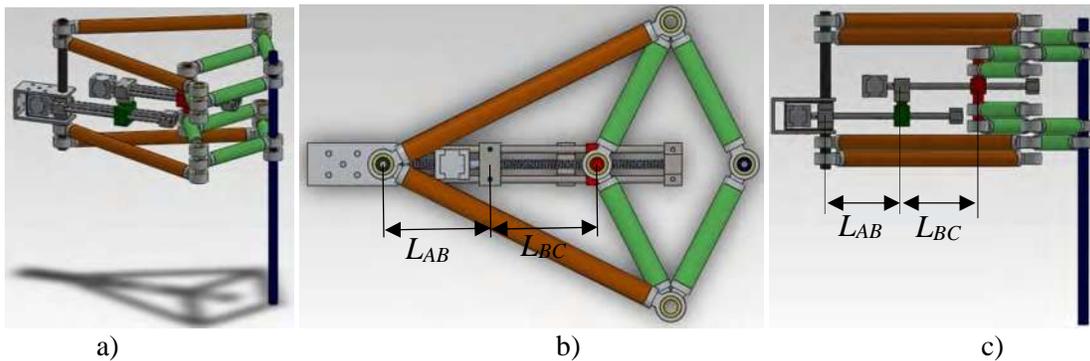


Figura 7.14. Propuesta 1, a) Vista isométrica, b) Vista superior y c) Vista lateral.

Por su parte los eslabones AB y BC cuentan cada uno con un motor a pasos que les permite modificar su longitud de forma independiente ya que requieren ser autónomos debido a que ambos pueden rotar uno con respecto del otro. En la Figura 7.15a se aprecia cómo se modifica la longitud de los eslabones presentando la configuración $L_{AB} < L_{BC}$ con la cual se pueden describir trayectorias cóncavas, mientras que en la Figura 7.15b se aprecia una configuración donde $L_{AB} > L_{BC}$ lo que permite describir trayectorias convexas.



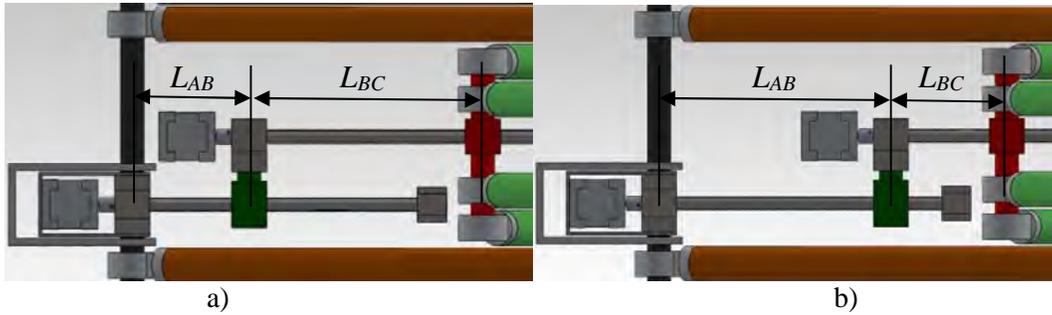


Figura 7.15. Modificación de las longitudes: a) Eslabón $L_{AB} < L_{BC}$ y b) Eslabón $L_{AB} > L_{BC}$.

Se analiza otra alternativa para modificar las guías empleadas anteriormente, ahora se utilizan tubos móviles que forman un mecanismo de cuatro barras el cual permite una mayor estabilidad y rigidez. Los eslabones AB y BC se pueden ver en la Figura 7.16a en una vista isométrica y en la Figura 7.16b en una vista superior.

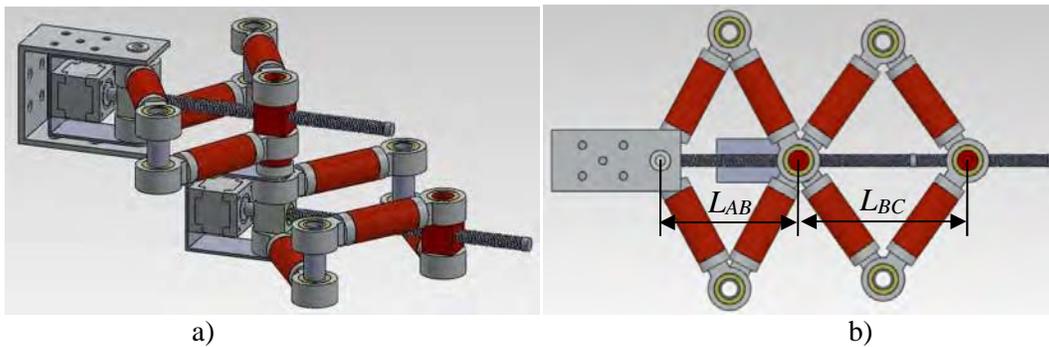


Figura 7.16. Tubos móviles en los eslabones AB y BC del prototipo, a) Vista isométrica y b) Vista superior.

En la Figura 7.17a se aprecia la configuración $L_{AB} < L_{BC}$ para describir arcos cóncavos, mientras que en la Figura 7.17b se aprecia la configuración $L_{AB} > L_{BC}$ que permite describir arcos convexos.

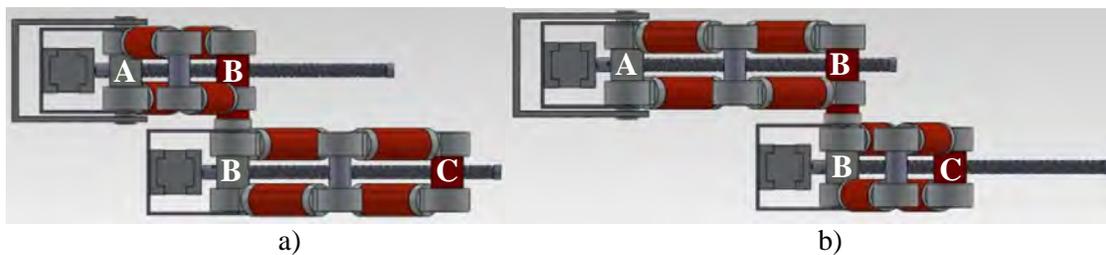


Figura 7.17. Modificación de longitudes donde a) El eslabón $L_{AB} < L_{BC}$ y b) El eslabón $L_{AB} > L_{BC}$.

Por último, en esta propuesta 1 se decide emplear estructuras rectangulares rígidas, las cuales forman un mecanismo de cuatro barras móvil en cada eslabón AB o BC, que permite variar la dimensión de cada eslabón mediante un tornillo, el cual es girado por un motor a pasos. Como se observa en la Figura 7.18 para diferentes vistas, en esta configuración también se puede observar el uso de un esparrago para modificar la longitud del eslabón, el cual es



activado mediante un servomotor ya que cuentan con un mayor torque que los motores a pasos, el esparrago es concéntrico con la articulación F y se conecta al servomotor mediante engranes.

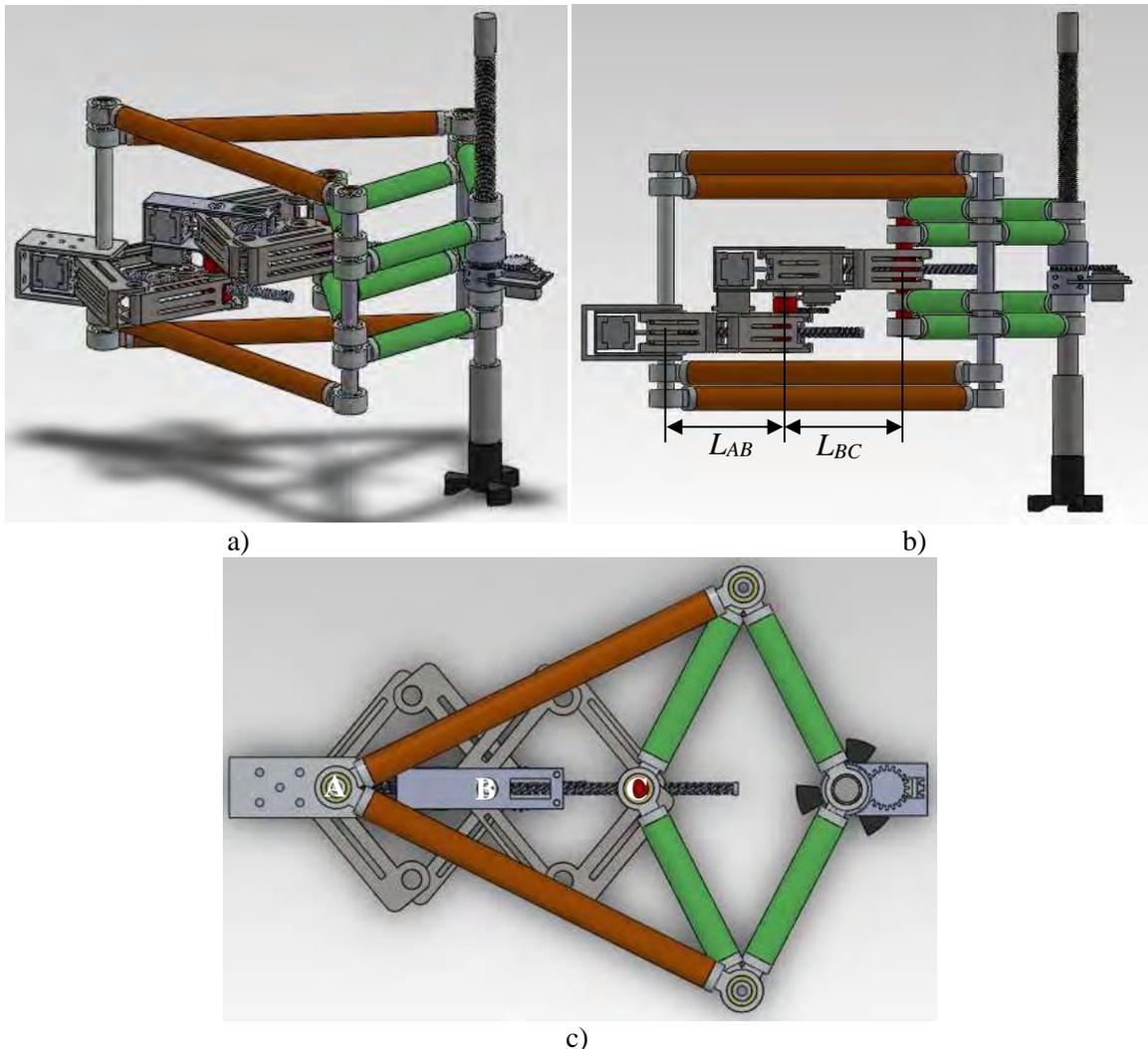


Figura 7.18. Vistas de la propuesta 1: a) Isométrica, b) Lateral y c) Superior.

En la Figura 7.19a se pueden observar las longitudes de los eslabones AB y BC con una relación $L_{AB} < L_{BC}$, desde una vista lateral, y desde una vista superior en 7.19b, esta configuración ocupa un menor espacio lo que permite una mejor movilidad y arreglo de los componentes. Mientras que en la Figura 7.20 se aprecia la relación $L_{AB} > L_{BC}$, entre los eslabones AB y BC, para una vista lateral y superior.

En la Figura 7.21a se aprecia el pie apoyado, mientras que en la Figura 7.21b se observa al pie levantado empleando esta configuración.



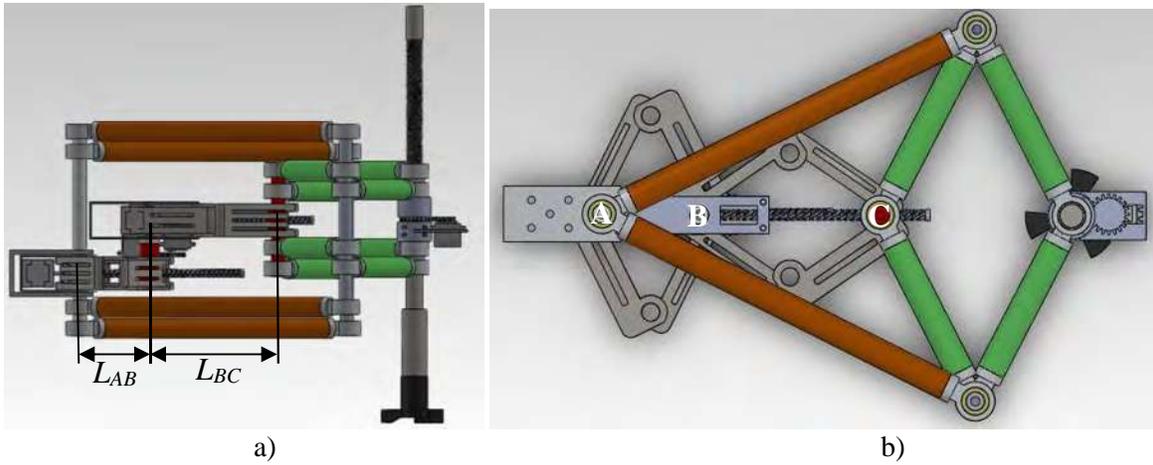


Figura 7.19. Eslabones AB y BC bajo condición $L_{AB} < L_{BC}$, a) Vista lateral y b) Superior.

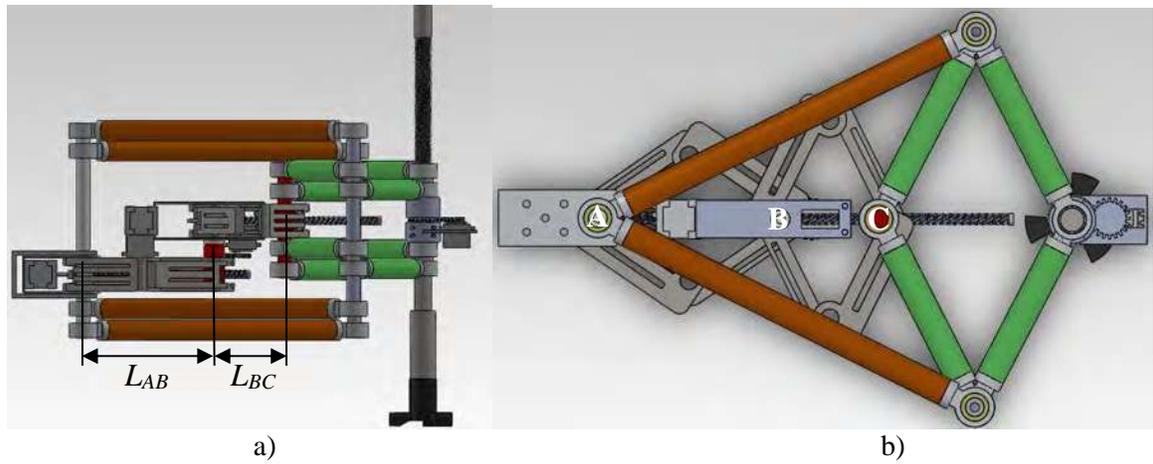


Figura 7.20. Eslabones AB y BC con condición $L_{AB} > L_{BC}$, a) Vista lateral y b) Superior.

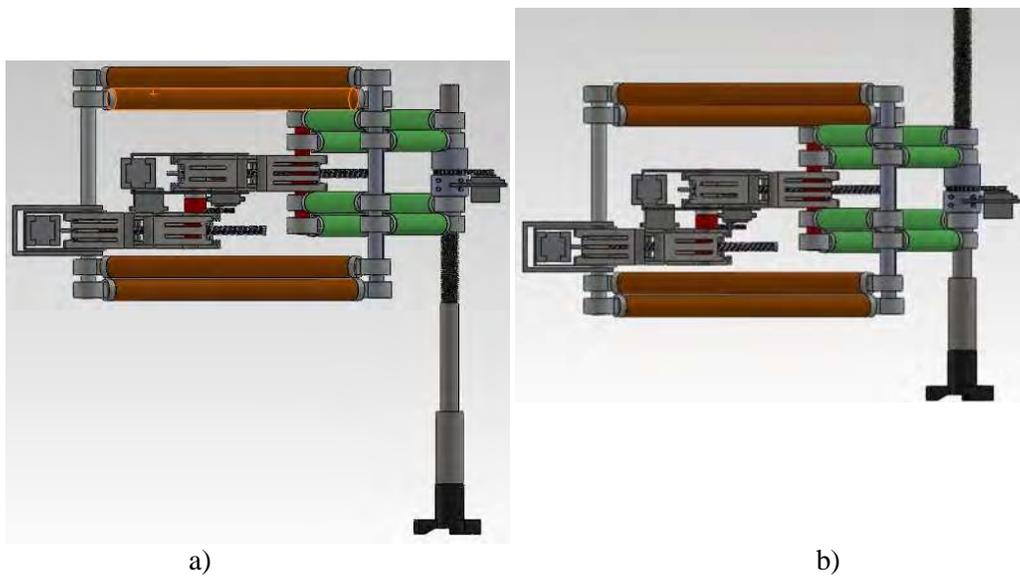


Figura 21. Posiciones del pie: a) Apoyado y b) Levantado.



La propuesta 1 tiene una baja capacidad de carga además de que su tiempo de reacción es muy lento para la reconfiguración de las longitudes de los eslabones por lo que se presenta otra propuesta que se describe a continuación.

7.3.2 Propuesta 2 de actuadores empleando solamente servomotores

Debido a la baja capacidad de carga de los motores a pasos y que se pretende realizar un prototipo de la unidad de propulsión con las máximas capacidades dentro de las que se encuentra el transporte, tanto de carga como de personas, se busca otra opción de actuadores que permitan aumentar la capacidad de carga de la unidad de propulsión. Para esto se emplean actuadores lineales, los cuales permiten modificar las dimensiones de los eslabones AB y BC, estos actuadores lineales son eléctricos y funcionan mediante servomotores y se pueden apreciar en la Figura 7.22 tanto en una vista lateral como en una vista superior.

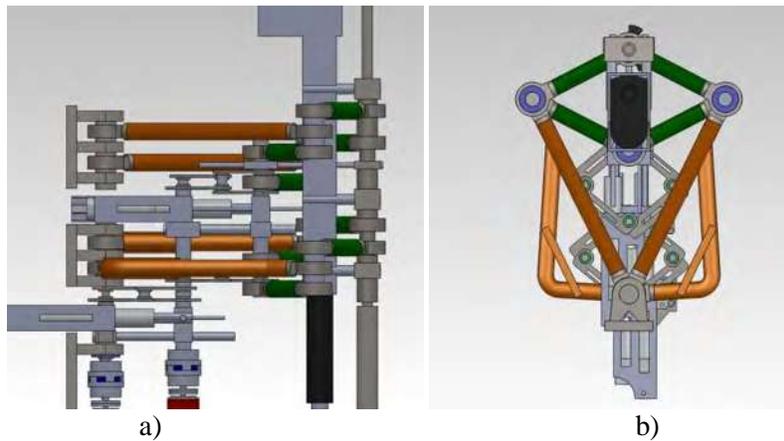


Figura 7.22. Propuesta 2 a) Vista lateral y b) Vista superior.

Si se desea modificar la longitud de los eslabones AB y BC para realizar un movimiento curvo o recto, entonces se pueden activar ambos actuadores de forma simultánea. En la Figura 7.23, se observa la posición que ocupan los actuadores para longitudes diferentes de los eslabones $L_{AB} < L_{BC}$.

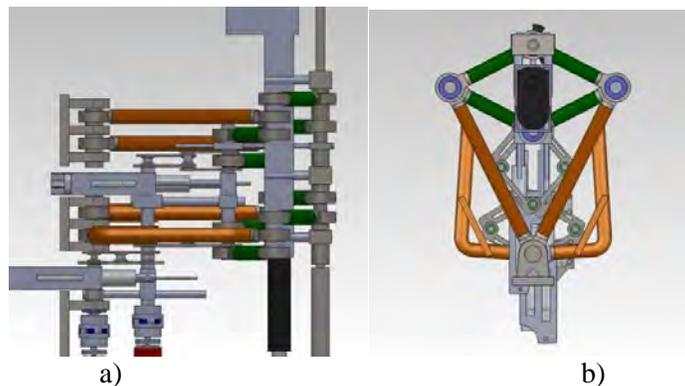


Figura 7.23. Cambio de longitud en los eslabones $L_{AB} < L_{BC}$ vista: a) Lateral y b) Superior.



Para que el pie describa una trayectoria es necesario un movimiento rotatorio del eslabón BC con respecto al eslabón AB, por lo que se emplea un servomotor que modifica el ángulo de entrada, el movimiento del mecanismo de propulsión debido al ángulo de entrada θ se observa en la Figura 7.24, Cuando θ es: a) negativo, y b) positivo; además de una vista superior que se aprecia en la Figura 7.24c donde se pueden apreciar los actuadores que conforman a la unidad de propulsión, se aprecian dos servo motores rotatorios de los cuales uno es para articular rotacionalmente al eslabón AB y el otro al eslabón BC.

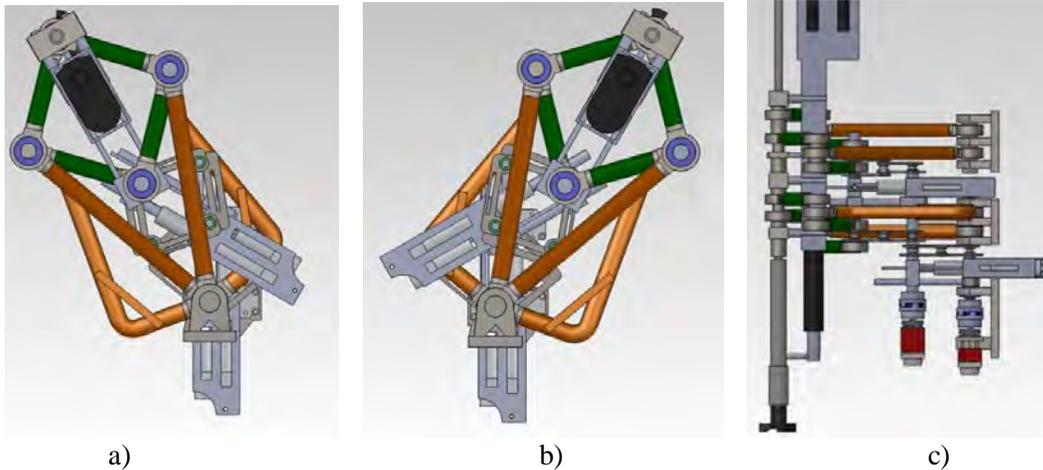


Figura 7.24. Propuesta 2, cuando θ es: a) Positivo, b) Negativo y c) Vista lateral de los servomotores.

Por último, para modificar la posición del pie y que tenga tracción la unidad de propulsión se pueden apoyar o levantar ésta, mediante un actuador lineal eléctrico que es activado mediante un servomotor ubicado entre el rombo formado por las articulaciones CDFEC. En la Figura 7.25a se aprecia a la unidad de propulsión en fase de transferencia, mientras que en la Figura 7.25b se observa en fase de apoyo.

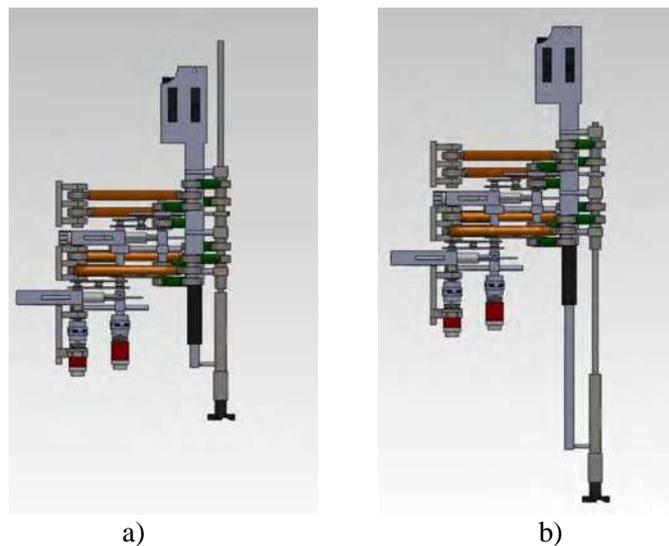


Figura 7.25. Vista lateral en: a) Fase de transferencia y b) Fase de apoyo.



Los actuadores seleccionados se muestran en la Tabla A1, que se encuentra en el anexo A, en donde se aprecian sus principales características.

Como se puede apreciar en la Tabla A1, que se encuentra en el anexo, el actuador lineal empleado en el pie tiene una gran capacidad de carga, pero a la vez tiene una gran masa (6.5 kg aproximadamente), lo cual genera grandes esfuerzos y deformaciones, pero se seleccionó este actuador porque se requiere diseñar una unidad de propulsión con las capacidades máximas de carga, de la cual posteriormente deriven otros prototipos menos robustos, ya que debe ser capaz de adaptarse a tareas de carga. Si se requiere emplear la unidad de propulsión en una actividad que no demande una gran capacidad de carga se pueden emplear actuadores que son más ligeros y así se tiene la posibilidad de reducir los componentes y el peso de la unidad de propulsión, pero esto queda fuera del alcance del presente trabajo. Es importante hacer notar que la descripción que se hizo de la unidad de propulsión así como los principios de funcionamiento que se describieron desde el capítulo 2 hasta el capítulo 7 son los mismos.

Por último se realizan una mejoras a la propuesta dos, como el cambiar la posición de los actuadores rotacionales, elevándolos ya que si se colocan en la parte inferior, éstos pueden ser golpeados, también se ubicó el pie de forma concéntrica a la articulación F, lo cual trae consigo un ahorro peso debido a que se emplean menor número de componentes. El reacomodo de los actuadores se aprecia en la Figura 7.26.

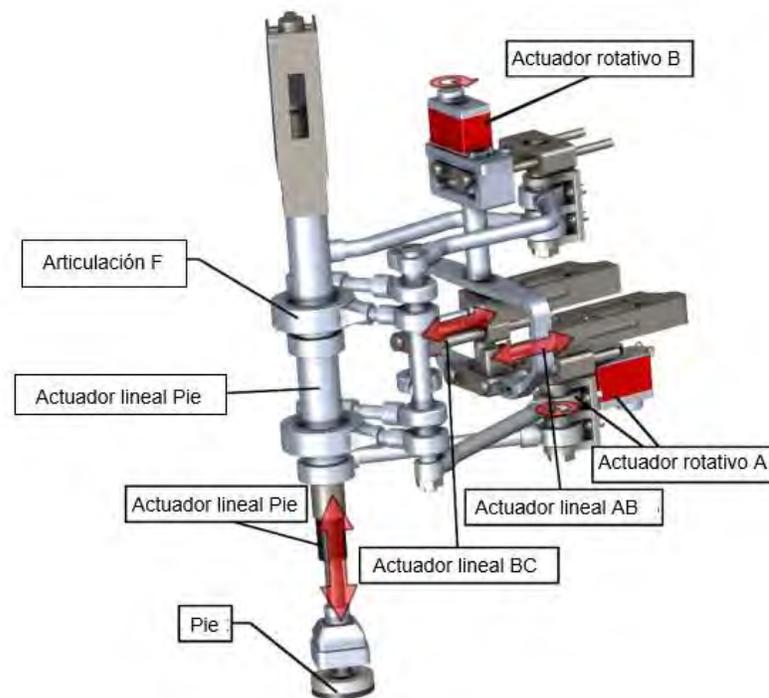


Figura 7.26. Configuración final de los actuadores.



7.4 Análisis del mecanismo de propulsión

Es importante realizar análisis de los elementos que componen a la máquina caminante, por ello se comenzó con estudios estáticos, para los cuales, solamente se consideran tres tipos de superficies de contacto, como son: contacto entre superficies sin separación, contactos soldados y contacto entre elementos sin fricción. Como ejemplo de los estudios realizados comenzaremos con el estudio realizado al pie, en la Figura 7.27 se observa la malla de cada uno de los elementos que lo componen.

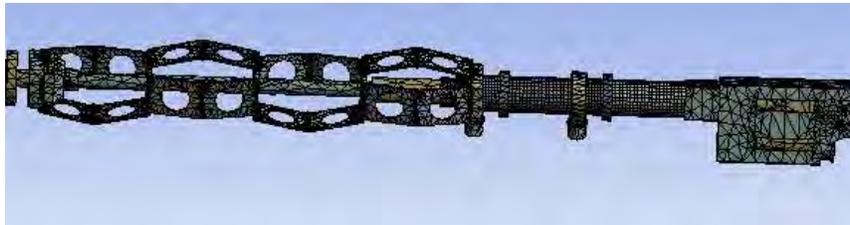


Figura 7.27. Malla de los elementos que componen al pie.

La deflexión máxima medida en milímetros a la que se encuentran sujetos estos elementos expuestos a fuerzas en direcciones x , y y z , se puede apreciar en la Figura 7.28, identificando que los elementos que sufren mayores de formaciones son los elementos de mecanismo plegable Sarrus, el cual es empleado precisamente con la finalidad de reducir los esfuerzos radiales a los que pueden afectar el buen funcionamiento del actuador lineal que es el encargado de accionar al pie. Por otra parte en la Figura 7.29 se puede apreciar los esfuerzos máximos que puede soportar el pie. Llegando a la conclusión de que no es necesario emplear el mecanismo Sarrus ya que los esfuerzos radiales encontrados pueden ser soportados por el actuador.

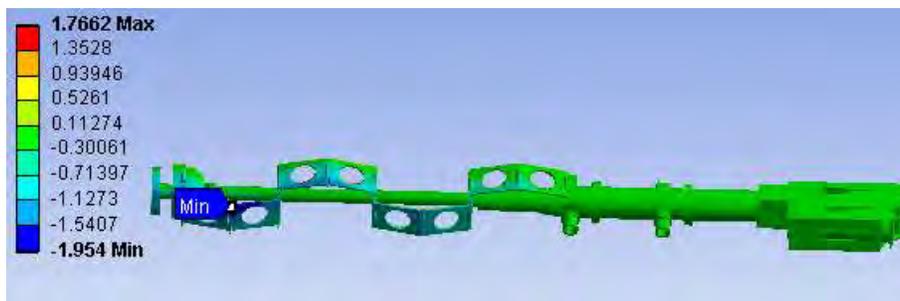


Figura 7.28. Deformación máxima de los componentes del pie (mm).



Figura 7.29. Esfuerzos a los que se encuentran sometidos elementos que componen al pie.



El análisis estático de la estructura del mecanismo completo se puede apreciar en la Figura 7.30, para el cual se empleó la malla mostrada en a), obteniendo un índice de seguridad mayor a 4, b) superior a cuatro, cuando es sometido a una carga de 2000 N en dirección y; también podemos apreciar en c) las zonas en donde se concentran los mayores esfuerzos, como el caso de los largueros que tiene un ángulo de curvatura y sobre los elementos que transmiten el movimiento del mecanismo de la articulación B a la C.

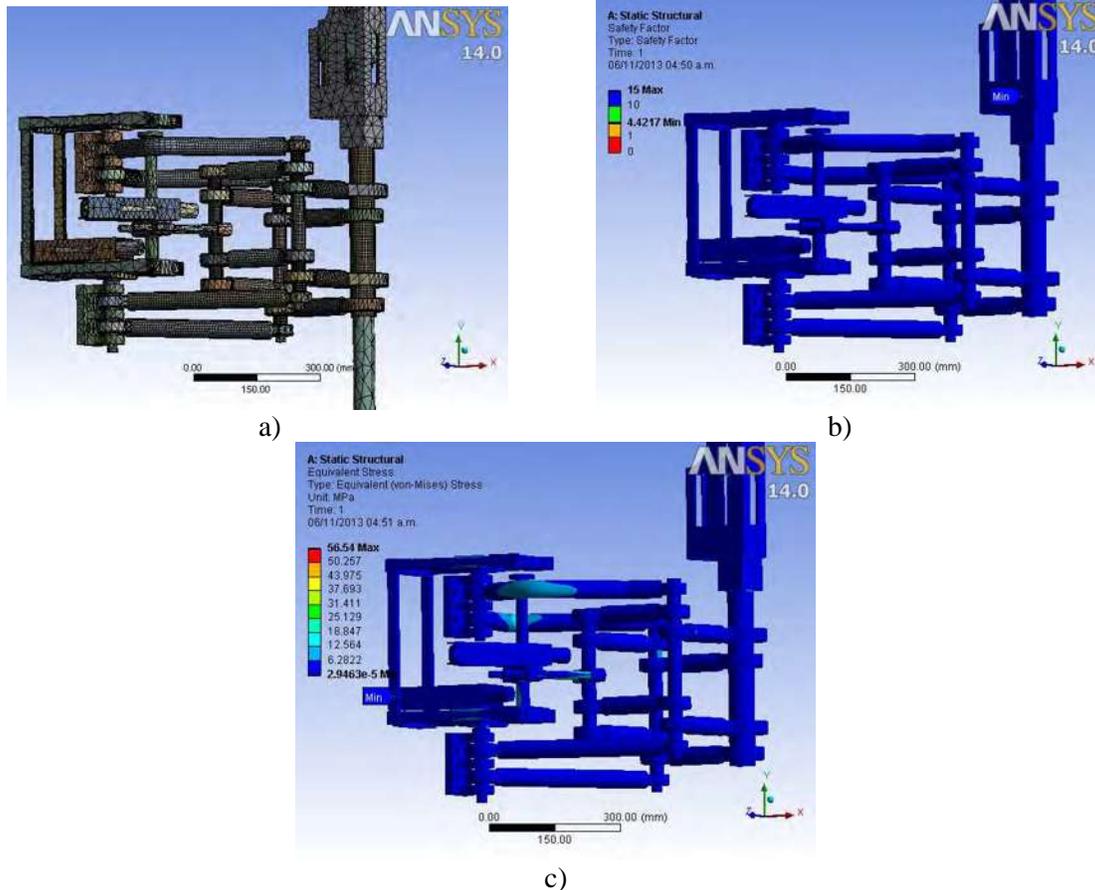


Figura 7.30. Análisis estático del mecanismo completo empleado, a) Malla con la que se obtuvo el b) Factor de seguridad y c) Los esfuerzos máximos sobre éste.

Para complementar el análisis, se realizaron simulaciones en estado transitorio, lo cual permite considerar los efectos inerciales y de amortiguamiento que se encuentran presentes, además de que permite simular lo más real posible el movimiento del mecanismo de propulsión. Es importante definir ciertos parámetros de entrada como son: las fuerzas, momentos, velocidades, aceleraciones y demás efectos a los que estará sometido el elemento; también se debe definir el tiempo en que se pretende realizar la simulación y los pasos de tiempo a los cuales se requieren soluciones, cuidando en todo momento la convergencia del modelo. Por otra parte, además de definir las superficies de contacto es necesario definir el tipo de articulaciones con los que cuenta este mecanismo, el cual solamente requiere de un grado de libertad para realizar el movimiento.



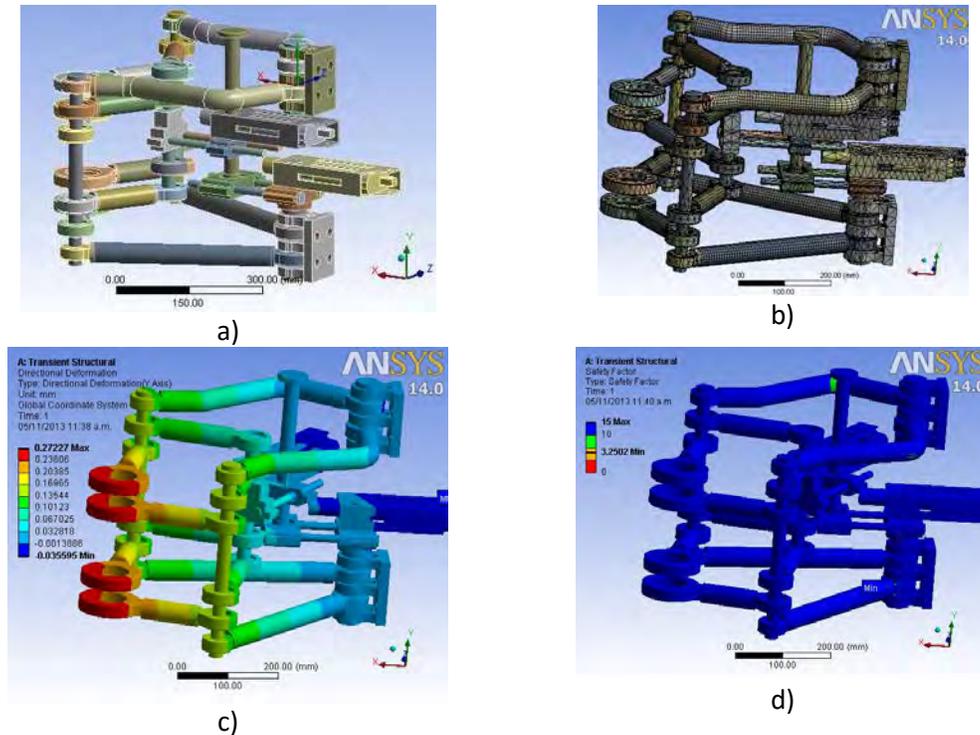


Figura 7.31. Análisis en estado transitorio apreciando: a) Elementos a analizar, b) Malla empleada, c) Deformación máxima en el eje y, y d) El factor de seguridad.

En la Figura 7.31a se pueden apreciar los elementos que se consideraron para generar la simulación del mecanismo de propulsión empleando tubos de cedula 40 de acero A53 grado A, para cada uno de los eslabones, no se simularon todos los elementos debido a que el análisis transitorio demanda una gran cantidad de tiempo y memoria computacional por lo que se procedió a analizar inicialmente de manera separadas ciertos elementos del mecanismo. En la Figura 7.31b se puede apreciar el mallado de los componentes del mecanismo, mientras que en la Figura 7.31c se muestra la deformación que sufren los elementos debido a una fuerza aplicada en la articulación F. Los resultados son importantes ya que se busca que el mecanismo sea rígido y se encontraron valores de deformación muy bajos para una fuerza aplicada superior a 2000 N. Por último, en la Figura 7.31d se aprecia el factor de seguridad del mecanismo, el cual es mayor a 3. Un punto sobre el que hay que realizar mejoras es el eslabón que tiene curvatura y realizar un chaflán en las esquinas de los ejes ya que presentan concentración de esfuerzos en esas zonas.

Una vez que se realizó el análisis se procedió a la sustitución de elementos por algunos más ligeros en donde sea posible y se refuerzan y mejoran los elementos que lo requieran, por lo que se realiza una simulación con las mejoras propuestas como se aprecia en la Figura 7.32a donde se analizan la mayoría de los elementos que conforman al mecanismo de propulsión, en la Figura 7.32b se muestra la malla empleada por éstas y, por último, en la Figura 7.32c se observa la deformación que sufren los elementos al estar sometidos a fuerzas del orden de 2000 N.



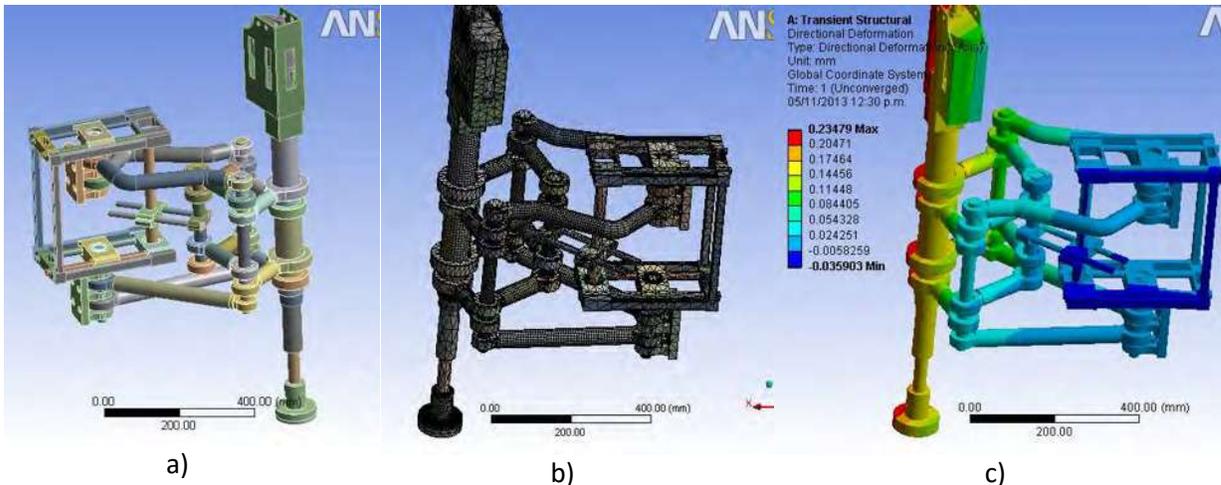


Figura 7.32. Análisis en estado transitorio apreciando: a) elementos a analizar, b) malla empleada y c) deformación máxima en el eje y.

7.5 Selección de los rodamientos del mecanismo de propulsión

Una vez que se realiza el análisis de esfuerzos y deformaciones de la unidad de propulsión reconfigurable se puede conocer el tipo de cargas a las que estarán sometidos los rodamientos, además de las dimensiones de los ejes sobre los que se ensamblaran, se procede a seleccionar a los rodamientos basándonos en el manual general SKF [63], comenzando con la selección del tipo de rodamiento que se utilizará, posteriormente se elige el modelo en base a las especificaciones requeridas.

Los rodamientos deben ser capaces de soportar cargas combinadas tanto axiales como radiales, ya que dependiendo de la posición en que se encuentre el pie la dirección del esfuerzo axial puede invertirse. En base a ese primer criterio seleccionamos de los diferentes tipos de rodamientos que recomienda el catálogo [63], para este tipo de cargas se emplean principalmente rodamientos de una y de dos hileras de bolas con contacto angular y los rodamientos de una hilera de rodillos cónicos, pero también son adecuados los rodamientos rígidos de bolas y los rodamientos de rodillos a rótula.

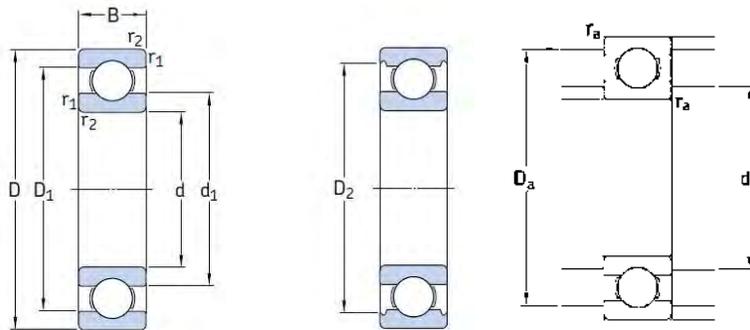


Figura 7.33. Nomenclatura de las dimensiones de los rodamientos de bola rígidos de una sola hilera [63].



La carga axial no debe ser superior a $0.25C_o$, donde C_o es la carga estática. Para los valores de las cargas a los que se encuentran sometidos los rodamientos se pueden seleccionar rodamientos de rígidos de bola de una sola hilera, de los cuales se aprecian las nomenclaturas de las dimensiones de éstos en la Figura 7.33, para lo cual fue necesario considerar las cargas axiales para la selección del rodamiento, sin embargo también satisfacen las cargas dinámicas a las que se encuentran sometidos, como se puede observar en las Tablas A.2 y A.3, que se encuentran en el anexo A, se seleccionaron los rodamientos unos de 25 mm de diámetro interno mientras que los otros de 60 mm de diámetro interno y se pueden apreciar las dimensiones que éstos tienen .

7.6 Adaptación a máquinas caminantes

El mecanismo de propulsión reconfigurable funciona empleando actuadores eléctricos tanto lineales como rotativos, por lo que es importante el ahorro de energía, el cual se logra al emplear solamente dos grados de libertad para su desplazamiento y los otros tres se emplean solamente en su reconfiguración. Para el desplazamiento, se emplea un actuador rotativo encargado de variar el ángulo θ_B , mientras que para apoyar o levantar el pie se emplea un actuador lineal ubicado en la articulación F y se encarga de modificar la longitud L_F . Para la reconfiguración se emplean dos actuadores lineales, que permiten variar la longitud del eslabón. L_{AB} y L_{BC} de forma independiente y un actuador rotativo que permite variar el ángulo θ_A para orientar al mecanismo de propulsión con el centro de rotación **CR**.



Figura 7.34. Máquina caminante cuadrúpeda con un pasajero.

Se aplicaron los mecanismos de propulsión reconfigurables a máquinas caminantes de cuatro, seis y ocho patas. Para los cuales se emplean chasis áureos de los cuales se tiene la hipótesis de que permiten reducir los tiempos de reconfiguración, simplificar el control y reducir el consumo de energía para los desplazamientos más empleados. En la Figura 7.34 se aprecia una máquina caminante cuadrúpeda que emplea mecanismos de propulsión reconfigurables



y se encuentra transportando a una persona, esta solamente es una de las aplicaciones, ya que también puede emplearse en diversas tareas de entretenimiento, servicio o asistencia médica.

Para el caso de las máquinas hexápodos, que emplean seis unidades de propulsión también se generaron chasis áureos que permiten el mejorar la movilidad de estas. En la figura 7.35, se aprecia a una máquina caminante hexápoda utilizada para el transporte de una persona y con la capacidad de transportar además cargas diversas.

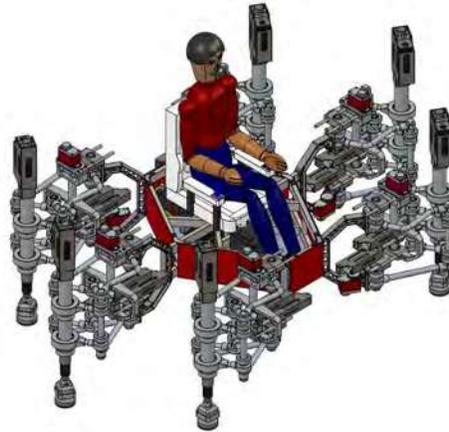


Figura 7.35. Máquina caminante hexápoda con un pasajero.

Por último, se tiene la adaptación en máquinas caminantes octópodos, las cuales emplean ocho unidades de propulsión. En esta adaptación también se emplean chasis áureos para mejorar la movilidad de la máquina, esta aplicación es más robusta y por ende tiene la capacidad de transportar más carga. En la Figura 7.36, se aprecia a la máquina caminante octópoda empleada para el transporte de dos personas además de cargas diversas.

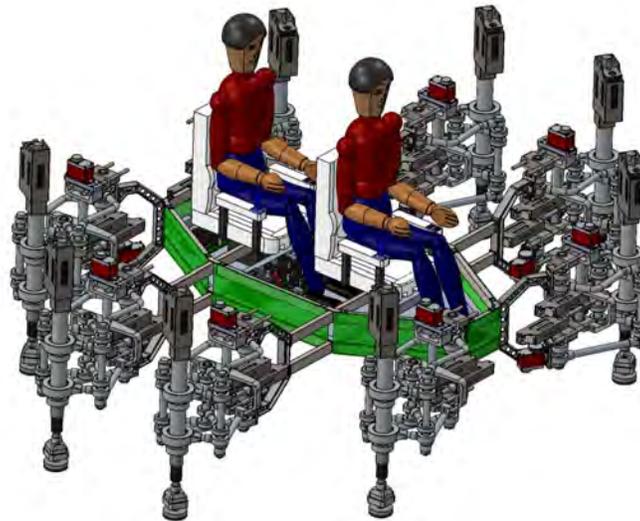


Figura 7.36. Máquina caminante octópoda con dos pasajeros.



Todas las máquinas caminantes presentadas tiene la capacidad de desplazarse sobre terrenos estructurados y no estructurados, además de que cumplen con el *principio básico de desplazamiento*.

7.7 Conclusiones

El mecanismo de propulsión reconfigurable se basa en un mecanismo de trayectoria exacta, por esta razón, se selecciona una estructura robusta para evitar que existan grandes deformaciones que pueden traer consigo modificaciones en la trayectoria a describir.

La selección de los componentes que conforman a la unidad de propulsión son de suma importancia, por lo que se realizó un proceso de selección de componentes que permitió determinar los elementos que conforman a la unidad de propulsión.



Conclusiones generales

Después de realizar una investigación documental amplia de las unidades de propulsión empleadas por máquinas caminantes y de presentar algunas de las unidades de propulsión más empleadas, se encontró que los mecanismos de propulsión generadores de rectas no han sido ampliamente utilizados y más aún, no se ha aplicado el mecanismo Peaucellier-Lipkin como base de una unidad de propulsión que tenga la capacidad de desplazarse por terrenos cambiantes, por lo que después de estudiar mecanismos generadores de trayectorias rectas se observa que algunos de éstos pueden emplearse como unidades de propulsión de máquinas caminantes. Esto permite abordar una área de la robótica que no había sido estudiada aún por lo que se cubrirá este vacío, avanzando en la frontera del conocimiento.

Para que una máquina caminante pueda desplazarse, cada unidad de propulsión debe ser capaz de trazar un arco circular concéntrico al arco descrito por la máquina caminante. En base a este principio se estudiaron diversos mecanismos de trayectoria recta que al analizarlos y modificar sus dimensiones fue posible seleccionar el mecanismo Peaucellier-Lipkin ya que tiene la capacidad de describir arcos y trayectorias rectas al modificar algunas de las dimensiones de sus eslabones, razón por la cual se propone como base de la unidad de propulsión que se desarrolla en la presente investigación.

El estudio cinemático del mecanismo de línea recta Peaucellier-Lipkin permitió definir qué longitudes de los eslabones se deben modificar para que éste pueda describir trayectorias rectas y curvas. Se transformó el mecanismo Peaucellier-Lipkin, que es de un solo grado de libertad, en un nuevo mecanismo que fue dotado con otros cuatro grados de libertad adicionales, lo cual le convierte en un mecanismo reconfigurable con la capacidad de desplazarse cumpliendo con el *principio básico de desplazamiento*, teniendo la capacidad de describir trayectorias rectas, arcos cóncavos y convexos, levantar y apoyar el pie y de alinearse al centro de rotación (CR) con respecto al cual se requiere girar.

El mecanismo de propulsión reconfigurable tiene la ventaja de que solamente emplea dos GDL para poder desplazarse en el espacio, mientras que los otros tres grados de libertad que posee se emplean para la reconfiguración de la unidad de propulsión para que se pueda adaptar a diversas trayectorias.

El estudio de la cinemática de la unidad de propulsión incluye las relaciones entre las longitudes de los eslabones, lo cual permite reducir el número y la complejidad de las ecuaciones que se usan para describir la posición, para posteriormente obtener la velocidad y aceleración de los eslabones.

La descripción cinemática directa e inversa permite encontrar la configuración de los eslabones del mecanismo en base al reconocimiento de tres puntos ubicados en el borde del camino que se desea transitar.

Para obtener el mejor desempeño al aplicar las unidades de propulsión en máquinas caminantes es necesario emplear chasis áureos que permiten tener la misma configuración



que las unidades de propulsión cuando se desea rotar con respecto al centro geométrico del chasis.

Es necesario realizar una comparación entre la magnitud de los arcos que pueden describir cada una de las unidades de propulsión y proyectarlos a un arco conocido para lograr un movimiento uniforme y suave, así como reducir los esfuerzos que se presentarían si no se realiza dicha comparación.

Se desarrolló un modelo dinámico de una unidad de propulsión reconfigurable nueva empleando las ecuaciones de movimiento de Lagrange para la fase de transferencia y movimiento en línea recta.

En el desarrollo del estudio cinemático se encontraron algunas relaciones complementarias, suplementarias, reflectivas y de doble reflexión, entre las posiciones, velocidades y aceleraciones angulares, las cuales permiten comprobar la simetría del mecanismo y reducir el número de ecuaciones cinemáticas para trabajos futuros.

El modelo dinámico para la etapa de transferencia de la unidad de propulsión permitió determinar el torque para cada uno de los eslabones de manera independiente, con lo que se pueden identificar los elementos críticos y que consumen una mayor cantidad de energía. De acuerdo con los resultados obtenidos, el pie es el elemento que demanda un mayor torque, por lo que es importante reducir el peso del mismo.

El mecanismo de propulsión reconfigurable se basa en un mecanismo de trayectoria exacta, por esta razón se selecciona una estructura robusta para evitar que existan grandes deformaciones que pueden traer consigo modificaciones en la trayectoria a describir.

La selección de los componentes que conforman a la unidad de propulsión son de suma importancia, por lo que se realizó un proceso de selección de componentes que permitió determinar los elementos que conforman a la unidad de propulsión.



Anexo A. Datos técnicos



Tabla A1. Características de los actuadores seleccionados. [65], [66]

Posición	Nombre	Tipo	Voltaje	Corriente	Velocidad	Torque/fuerza	Foto
A	Torxis i00600 12V High Torque	Servo Motor	12 VDC	3A	90 ° en 750 milisegundos	1600 oz-in (12 N-m)	
AB	Digital Linear Actuator 6"	Servo Motor	7.2-12.0 V	450mA	(12.0V): 2.00 in/s	115 lbs.	
B	Torxis i00600 12V High Torque	Servo Motor	12 VDC	3A	90 ° en 750 milisegundos	1600 oz-in (12 N-m)	
BC	Digital Linear Actuator 6"	Servo Motor	7.2- 12.0V	450mA	(12.0V): 2.00 in/s	115 lbs.	
pie	Digital Linear Actuator 24"	Servo Motor	12 VDC	3.0 A	(12.0V): 1.85 in/s	560 lbs	



Tabla A.2. Dimensiones de los rodamientos de bola rígidos de una hilera, parte 1 [67].

Dimensiones principales			Capacidad de carga básica		Carga límite de fatiga P_u	Velocidades		Masa	Designación
d	D	B	dinámica C	estática C_0		Velocidad de referencia	Velocidad límite		
mm			kN		kN	rpm		kg	-
25	37	7	4,36	2,6	0,125	38 000	24 000	0,022	61805
	42	9	7,02	4,3	0,193	36 000	22 000	0,045	61905
	47	8	8,06	4,75	0,212	32 000	20 000	0,060	*16005
	47	12	11,9	6,55	0,275	32 000	20 000	0,080	*6005
	52	9	10,6	6,55	0,28	28 000	18 000	0,078	98205
	52	15	14,8	7,8	0,335	28 000	18 000	0,13	*6205
	52	15	17,8	9,8	0,40	28 000	18 000	0,12	6205 ETN9
	62	17	23,4	11,6	0,49	24 000	16 000	0,23	*6305
	62	17	26	13,4	0,57	24 000	16 000	0,21	6305 ETN9
80	21	35,8	19,3	0,82	20 000	13 000	0,53	6405	
28	58	16	16,8	9,5	0,405	26 000	16 000	0,18	62/28
	68	18	25,1	13,7	0,585	22 000	14 000	0,29	63/28
50	78	10	11,9	11,4	0,49	17 000	11 000	0,11	61812
	85	13	16,5	14,3	0,60	16 000	10 000	0,20	61912
	95	11	20,8	15	0,74	15 000	9 500	0,28	*16012
	95	18	30,7	23,2	0,98	15 000	9 500	0,42	*6012
	110	22	55,3	36	1,53	13 000	8 000	0,78	*6212
	130	31	85,2	52	2,20	11 000	7 000	1,7	*6312
150	35	108	69,5	2,90	10 000	6 300	2,75	6412	



Tabla A.3. Dimensiones de los rodamientos de bola rígidos de una hilera, parte 2 [67].

Dimensiones					Dimensiones de acuerdos y resaltes			Factores de cálculo	
d	d ₁ ~	D ₁ ~	D ₂ ~	r _{1,2} min	d _a min	D _a máx	r _a máx	k _r	f _D
mm					mm			-	
25	28,5	33,3	-	0,3	27	35	0,3	0,015	14
	30,2	36,8	37,8	0,3	27	40	0,3	0,02	15
	33,3	40,7	-	0,3	27	45	0,3	0,02	15
	32	40	42,2	0,6	28,2	43,8	0,6	0,025	14
	34,5	44	-	0,6	28,2	48,8	0,6	0,025	15
	34,4	44	46,3	1	30,6	46,4	1	0,025	14
	33,1	44,5	-	1	30,6	46,4	1	0,025	13
	36,6	50,4	52,7	1,1	32	55	1	0,03	12
	36,4	51,7	-	1,1	32	55	1	0,03	12
	45,4	62,9	-	1,5	34	71	1,5	0,035	12
28	37	49,2	-	1	33,6	52,4	1	0,025	14
	41,7	56	-	1,1	35	61	1	0,03	13
60	65,6	72,4	-	0,3	62	76	0,3	0,015	17
	68,2	76,8	-	1	64,6	80,4	1	0,02	16
	72	83	-	0,6	63,2	91,8	0,6	0,02	14
	71,3	83,7	86,5	1,1	66	89	1	0,025	16
	75,5	94,6	98	1,5	69	101	1,5	0,025	14
	81,9	108	112	2,1	72	118	2	0,03	13
	88,1	122	-	2,1	74	136	2	0,035	12



Anexo B. Publicaciones



Advances in Mechanical Engineering

2015 Impact Factor: 0.640

2015 Ranking: 104/132 in Engineering, Mechanical | 48/58 in Thermodynamics

2016 Release of Journal Citation Reports, Source: 2015 Web of Science Data

eISSN: 16878140

ISSN: 16878140

Abstracting/Indexing:

Chemical Abstracts Service (CAS)

Directory of Open Access Journals (DOAJ)

EBSCO: Engineering Source

EBSCO: IET Inspec

ProQuest Engineering Collection

SCOPUS

TEMA Technology & Management

Thomson Reuters: Science Citation Index Expanded (SCIE)

Artículo: Publicado



Dynamics of a novel robotic leg based on the Peaucellier–Lipkin mechanism on linear paths during the transfer phase

Diego Alfredo Núñez-Altamirano¹, Ignacio Juárez-Campos¹,
Lucía Márquez-Pérez¹, Ociel Flores-Díaz¹ and Leonardo Romero-Muñoz²

Advances in Mechanical Engineering
2016, Vol. 8(7) 1–10
© The Author(s) 2016
DOI: 10.1177/1687814016657046
ame.sagepub.com
SAGE

Abstract

This article deals with the kinematics and dynamics of a novel leg based on the Peaucellier–Lipkin mechanism, which is better known as the straight path tracer. The basic Peaucellier–Lipkin linkage with 1 degree of freedom was transformed into a more skillful mechanism, through the addition of 4 more degrees of freedom. The resulting 5-degree-of-freedom leg enables the walking machine to move along paths that are straight lines and/or concave or convex curves. Three degrees of freedom transform the leg in relation to a reachable center of rotation that the machine walks around. Once the leg is transformed, the remaining 2 degrees of freedom position the foot at a desirable Cartesian point during the transfer or support phase. We analyzed the direct and inverse kinematics developed for the leg when the foot describes a straight line and found some interesting relationships among the motion parameters. The dynamic model equations of motion for the leg were derived from the Lagrangian dynamic formulation to calculate the required torques during a particular transfer phase.

Keywords

Peaucellier–Lipkin mechanism, transfer phase, straight line path, Lagrangian dynamics, robotic leg, kinematics, dynamics

Data received: 25 September 2015; accepted: 2 June 2016

Academic Editor: Yangmin Li

Introduction

In 1864, Charles Nicolas Peaucellier, a French army officer, developed a very special mechanism by joining eight links to convert circular motion into exact linear motion. Independently, the Russian mathematician Lipman Lipkin^{1–4} developed the same linkage, explaining it in more detail, and so the mechanism is named the *Peaucellier–Lipkin (PL) linkage*. Additionally to the ability to trace linear paths, Shigley and Uicker⁵ say that the PL mechanism can be made to trace a true circular arc of very large radius.

The PL mechanism has been studied in different positions and configurations,⁶ as well as in its distinct inversions.⁷ Other researchers have carried out systematic inquiries dealing with optimum dimensional

synthesis.⁸ Examples of applications of the PL mechanism are a phonograph pickup arm,⁹ the suspension for electric wheels,¹⁰ and two walking machines: one with the ability to move four skis to walk¹¹ and the other that uses six legs to walk. The legs of the latter are fixed to a circular chassis.¹² These two machines only have

¹Faculty of Mechanical Engineering, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México

²Faculty of Electrical Engineering, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, México

Corresponding author:

Diego Alfredo Núñez-Altamirano, Faculty of Mechanical Engineering, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Santiago Tapia 403, Col. Centro, CP 58000 Morelia, Michoacán, México.
Email: diegocuyo@hotmail.com



Creative Commons CC-BY: This article is distributed under the terms of the Creative Commons Attribution 3.0 License (<http://www.creativecommons.org/licenses/by/3.0/>) which permits any use, reproduction and distribution of the work without further permission provided the original work is attributed as specified on the SAGE and Open Access pages (<https://us.sagepub.com/en-us/nam/open-access-at-sage>).

Downloaded from ame.sagepub.com by guest on August 4, 2016



Table 1. Comparative list of skills.

Application in	DOFs	Ability to describe	
		Linear path	Arc path
Shkolnik ¹¹	1	Yes	No
Garrec ¹²	1	Yes	No
NPU	5	Yes	Yes

DOF: degrees of freedom; NPU: Novel Propulsion Unit.

the capacity to move in a straight line path, making their adaptation to changing roads impossible. Nevertheless, most of the applications in the above-mentioned studies consider just the basic PL mechanism with no additional degrees of freedom (DOFs). There is also a remarkable lack of information concerning the use of the PL mechanism as a robotic leg or propulsion unit, motivating us to develop a leg that can describe lines and arcs with different centers of rotation.

Table 1 shows the comparative list of the skills in different mechanical architectures that use the PL mechanism and the Novel Propulsion Unit (NPU) presented in this article.

The study of walking machines has increased over the last decades, resulting in the development of new propulsion mechanisms, along with more detailed kinematic and dynamic studies. For example, Roy and Pratihari¹³⁻¹⁶ developed studies on the kinematics and dynamics for a six-legged robot, applying the Lagrangian dynamic formulation and Wang et al.¹⁷ studied the full body kinematics of a radial symmetrical six-legged robot and calculated its kinetic energy by means of a dynamic model using the Lagrangian method.

This work develops the kinematics and dynamics for a novel robotic leg based on the PL mechanism. This leg has 5 DOFs, but only 2 of them are used in the support and transfer phases. The other 3 DOFs are used exclusively when the foot needs a reconfiguration to describe a different path during the transfer phase.¹⁸ Our work focuses only on the transfer phase when joint *F* traces a linear path.

Description of the hexapod robot

Figure 1 shows the computer-aided design (CAD) model of the six-legged robot using the propulsion unit studied in this work. It consists of a body that is an irregular hexagonal trunk and six legs. Each leg is composed of eight links driven by five actuators. Two of the actuators are rotative and three are linear, as shown in Figure 2.

The kinematics and dynamics modeling in this work describes just one leg in a transfer phase, because the

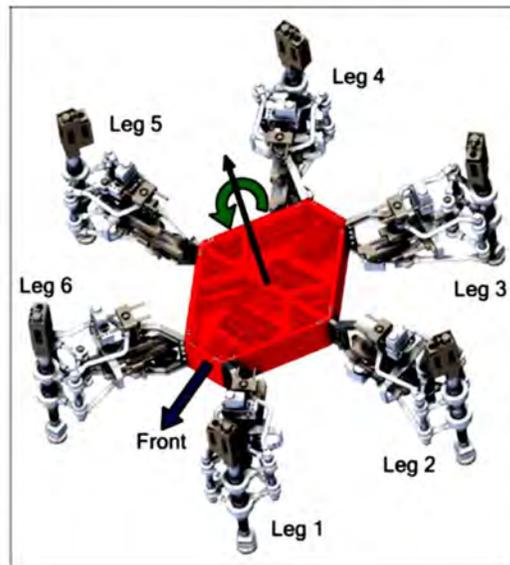


Figure 1. CAD model of the six-legged robot.

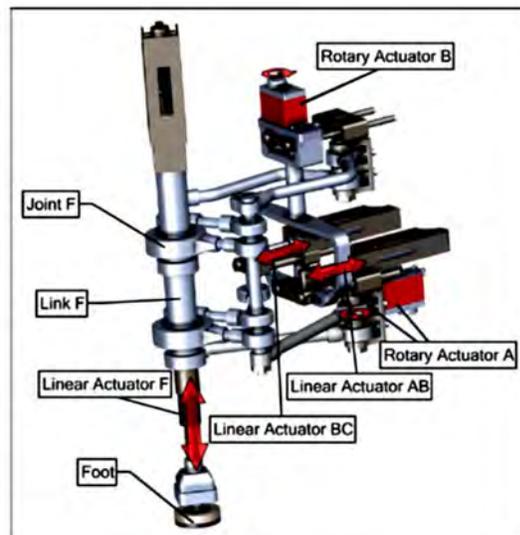


Figure 2. Actuators in the robotic leg.

movement of the other legs is similar. The kinematics parameters are calculated by direct and inverse kinematics to describe the motion of the leg and to find the necessary torque in rotary actuator *B*. The aim of this research is to derive the kinematic equations of all the links of the leg so that the required joint velocities and accelerations necessary for the dynamic equations to establish the joint torques can be determined.



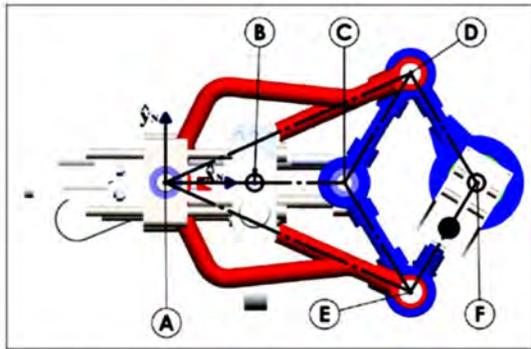


Figure 3. Description of the robotic leg joints.

Kinematics of the propulsion unit

To develop the kinematic leg description, it is assumed that joint *A* is fixed and that the linear velocity of the foot depends on the dynamic characteristics of rotary actuator *B*. The height of the foot is constant during the transfer phase. The kinematic study has been divided into three sections: mechanism description, direct kinematics, and inverse kinematics.

Mechanism description

The propulsion unit, which is based on the PL linkage, was modified by adding 4 DOFs, resulting in a new Reconfigurable Propulsion Unit.¹⁸ This mechanism has six rotational joints called *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, and *F*, and the eight links are as follows: *AB*, *AD*, *AE*, *BC*, *CD*, *CE*, *DF*, and *EF*. Their lengths are L_{AB} , L_{AD} , L_{AE} , L_{BC} , L_{CD} , L_{CE} , L_{DF} , and L_{EF} , respectively, and they are described in Figure 3.

Table 2 shows the lengths of the eight links. Figure 5 is the sketch of the leg including the position of the centers of mass, which are calculated using a CAD program in a local link frame as described in Table 3. The variables used to describe the centers of mass are specified in section "Direct kinematics." The center of mass of link *BC* is coincident with joint *B*, due to the geometry of the real link, which includes the motor mass. Link *AB* is considered the fixed link. The translation axis of link *F* (which includes the linear actuator *F* and the foot (Figures 2 and 3)) and the rotation axis of joint *F* are collinear. Finally, the center of mass of this last link is coincident with the origin of the frame $\{F\}$.

The required frames that describe the position of the centers of mass for the links are approached in the matrix of translation described in equations (1)–(8)

$${}^N T_{AE} = \begin{pmatrix} Rot(\hat{z}_N, \delta) & {}^N \bar{A} \\ \vec{0}^T & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Table 2. Length of links.

Length of link	Distance (m)
L_{AB}	0.15
L_{BC}	0.15
$L_{AD} = L_{AE}$	0.42
$L_{CD} = L_{CE} = L_{DF} = L_{EF}$	0.20

Table 3. The description of the centers of mass.

Local frame	Center of mass $(x \ y \ z)^T$	Mass (kg)
$\{AE\}$	${}^{AE} r_{CM_1} = (0.475L_{AE} \ 0.039L_{AE} \ 0)^T$	2.3
$\{CE\}$	${}^{CE} r_{CM_2} = (0.5L_{CE} \ 0 \ 0)^T$	1.5
$\{EF\}$	${}^{EF} r_{CM_3} = (0.642L_{EF} \ 0 \ 0)^T$	1.7
$\{F\}$	${}^F r_{CM_4} = (0 \ 0 \ 0)^T$	14.0
$\{DF\}$	${}^{DF} r_{CM_5} = (0.742L_{DF} \ 0 \ 0)^T$	3.0
$\{CD\}$	${}^{CD} r_{CM_6} = (0.5L_{CD} \ 0 \ 0)^T$	1.5
$\{AD\}$	${}^{AD} r_{CM_7} = (0.475L_{AD} \ 0.039L_{AD} \ 0)^T$	2.3
$\{BC\}$	${}^{AB} r_{CM_8} = (0 \ 0 \ 0)^T$	2.0

where $\{N\} = \{\hat{x}_N, \hat{y}_N, \hat{z}_N\}$ is the inertial frame and $Rot(\hat{z}_N, \delta)$ is the rotation matrix, describing the orientation between $\{AE\}$ and $\{N\}$. The origin of $\{AE\}$ with reference to $\{N\}$ is ${}^N \bar{A}$. Similar processes are used to describe the other local frames

$${}^N T_{CE} = \begin{pmatrix} Rot(\hat{z}_N, \varphi) & {}^N \bar{E} \\ \vec{0}^T & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$${}^N T_{EF} = \begin{pmatrix} Rot(\hat{z}_N, \sigma) & {}^N \bar{E} \\ \vec{0}^T & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$${}^N T_F = \begin{pmatrix} Rot(\hat{z}_N, \alpha) & {}^N \bar{F} \\ \vec{0}^T & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$${}^N T_{DF} = \begin{pmatrix} Rot(\hat{z}_N, \mu + \gamma) & {}^N \bar{D} \\ \vec{0}^T & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$${}^N T_{CD} = \begin{pmatrix} Rot(\hat{z}_N, \epsilon + \gamma) & {}^N \bar{D} \\ \vec{0}^T & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$${}^N T_{AD} = \begin{pmatrix} Rot(\hat{z}_N, \gamma) & {}^N \bar{A} \\ \vec{0}^T & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

$${}^N T_{BC} = \begin{pmatrix} Rot(\hat{z}_N, \theta) & {}^N \bar{B} \\ \vec{0}^T & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

where ${}^N \bar{A}$ to ${}^N \bar{F}$ are position vectors describing the joints with respect to $\{N\}$ and $\alpha, \delta, \gamma, \phi, \sigma, \epsilon, \mu,$ and θ are the angles shown in Figure 4.

Direct kinematics

To describe the kinematics of the leg, it is necessary to find the positions, angular velocities, and angular



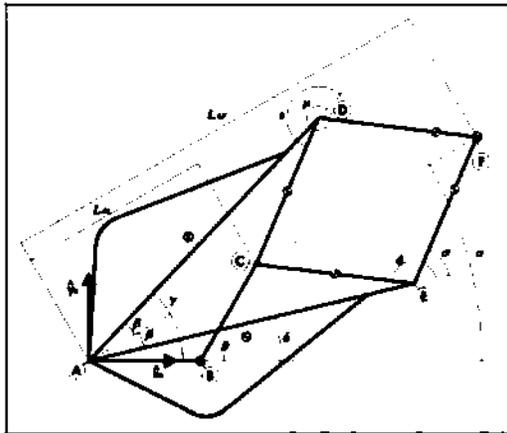


Figure 4. Description of the joints for the robotic leg.

accelerations of the links as functions of θ , considering the lengths L_{AE} , L_{AD} , L_{CD} , L_{CE} , L_{DF} , and L_{EF} as constants. Three special cases are obtained depending on the L_{AB} and L_{BC} relation: linear, concave, and convex paths.¹⁸ In this article, we consider a trajectory as linear only when $L_{AB} = L_{BC}$.

The positions of joints A , B , C , D , E , and F and the characteristic angles are described in equations (9)–(24), according to the sketch shown in Figure 4. Joint A , described by ${}^N\vec{A}$ in equation (9), is the origin of the inertial frame $\{N\}$, which is used to describe the planar mechanism

$${}^N\vec{A} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Joints B , C , D , E and F , defined by ${}^N\vec{B}$, ${}^N\vec{C}$, ${}^N\vec{D}$, ${}^N\vec{E}$, and ${}^N\vec{F}$, are described by equations (10)–(14), respectively

$${}^N\vec{B} = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{AB} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

$${}^N\vec{C} = \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{AB} + L_{BC} \cos(\theta(t)) \\ L_{BC} \sin(\theta(t)) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

$${}^N\vec{D} = \begin{pmatrix} x_D \\ y_D \\ z_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{AD} \cos \gamma \\ L_{AD} \sin \gamma \\ 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

$${}^N\vec{E} = \begin{pmatrix} x_E \\ y_E \\ z_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{AE} \cos \delta \\ L_{AE} \sin \delta \\ 0 \end{pmatrix} \quad (13)$$

$${}^N\vec{F} = \begin{pmatrix} x_F \\ y_F \\ z_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{AF} \cos \alpha \\ L_{AF} \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

where

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{y_C}{x_C} \right) \quad (15)$$

$$L_{AC} = \sqrt{x_C^2 + y_C^2} \quad (16)$$

$$\beta = \cos^{-1} \left(\frac{L_{AD}^2 + L_{AC}^2 - L_{CD}^2}{2L_{AD}L_{AC}} \right) \quad (17)$$

$$\gamma = \alpha + \beta \quad (18)$$

$$\delta = \alpha - \beta \quad (19)$$

$$L_{AF} = 2L_{AD} \cos \beta - L_{AC} \quad (20)$$

The relative angles φ , σ , μ , and ϵ , used to describe links CE , EF , DF , and CD , respectively, are calculated by equations (21)–(24), according to Figure 4

$$\varphi = \pi - \cos^{-1} \left(\frac{L_{AE}^2 + L_{CE}^2 - L_{AC}^2}{2L_{AE}L_{CE}} \right) \quad (21)$$

$$\sigma = \pi - \cos^{-1} \left(\frac{L_{AE}^2 + L_{EF}^2 - L_{AF}^2}{2L_{AE}L_{EF}} \right) \quad (22)$$

$$\epsilon = \pi + \cos^{-1} \left(\frac{L_{AD}^2 + L_{CD}^2 - L_{AC}^2}{2L_{AD}L_{CD}} \right) \quad (23)$$

$$\mu = \pi + \cos^{-1} \left(\frac{L_{AD}^2 + L_{DF}^2 - L_{AF}^2}{2L_{AD}L_{DF}} \right) \quad (24)$$

Kinematic and dynamic analysis requires the absolute angles measured in the frame $\{N\}$, which is why the absolute angular positions ω_2 , ω_3 , ω_5 , and ω_6 are determined for links CE , EF , DF , and CD , using equations (25)–(28), respectively

$$\omega_2 = \delta + \varphi \quad (25)$$

$$\omega_3 = \delta + \sigma \quad (26)$$

$$\omega_5 = \gamma + \mu \quad (27)$$

$$\omega_6 = \gamma + \epsilon \quad (28)$$

The angular velocities of the links are calculated as the derivative of the angular positions with respect to time (t). For example, the angular velocity $\dot{\omega}_2$ is calculated as follows

$$\dot{\omega}_2 = \frac{d}{dt} \omega_2 \quad (29)$$

and the other angular velocities for the links are similarly calculated.



The angular accelerations for the links are calculated as derivatives of the angular velocities with respect to time (t). For example, $\ddot{\omega}_2$ is calculated as equation (30)

$$\ddot{\omega}_2 = \frac{d}{dt} \dot{\omega}_2 = \frac{d^2}{dt^2} \omega_2 \quad (30)$$

and a similar process is applied to obtain the other accelerations.

To calculate the linear velocities of the links in the centers of mass, it is necessary to describe the center of mass positions from CM_1 to CM_8 with respect to the frame $\{N\}$, for example, $({}^N\tilde{r}_{CM_1} \ 1)^T = {}^N T_{AE} ({}^{AE}\tilde{r}_{CM_1} \ 1)^T$. A similar process is used to determine the absolute description of the mass centers ${}^N\tilde{r}_{CM_2}$, ${}^N\tilde{r}_{CM_3}$, ${}^N\tilde{r}_{CM_4}$, ${}^N\tilde{r}_{CM_5}$, ${}^N\tilde{r}_{CM_6}$, ${}^N\tilde{r}_{CM_7}$, and ${}^N\tilde{r}_{CM_8}$. The linear velocities in the mass centers of the links are described in equations (31)–(38), where $\dot{\delta} = \dot{\delta}z_N$, $\dot{\phi} = \dot{\phi}z_N$, $\dot{\sigma} = \dot{\sigma}z_N$, $\dot{\mu} = \dot{\mu}z_N$, $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}z_N$, $\dot{\omega}_2 = \dot{\omega}_2z_N$, $\dot{\omega}_3 = \dot{\omega}_3z_N$, $\dot{\omega}_5 = \dot{\omega}_5z_N$, $\dot{\omega}_6 = \dot{\omega}_6z_N$, and $\dot{\theta} = \dot{\theta}z_N$

$$\tilde{v}_1 = \dot{\delta} \otimes {}^N\tilde{r}_{CM_1} \quad (31)$$

$$\tilde{v}_2 = \dot{\delta} \otimes {}^N\tilde{E} + \dot{\omega}_2 \otimes ({}^N\tilde{r}_{CM_2} - {}^N\tilde{E}) \quad (32)$$

$$\tilde{v}_3 = \dot{\delta} \otimes {}^N\tilde{E} + \dot{\omega}_3 \otimes ({}^N\tilde{r}_{CM_3} - {}^N\tilde{E}) \quad (33)$$

$$\tilde{v}_4 = \dot{\delta} \otimes {}^N\tilde{E} + (\dot{\delta} + \dot{\phi}) \otimes ({}^N\tilde{F} - {}^N\tilde{E}) \quad (34)$$

$$\tilde{v}_5 = \dot{\gamma} \otimes {}^N\tilde{D} + \dot{\omega}_5 \otimes ({}^N\tilde{r}_{CM_5} - {}^N\tilde{D}) \quad (35)$$

$$\tilde{v}_6 = \dot{\gamma} \otimes {}^N\tilde{D} + \dot{\omega}_6 \otimes ({}^N\tilde{r}_{CM_6} - {}^N\tilde{D}) \quad (36)$$

$$\tilde{v}_7 = \dot{\gamma} \otimes {}^N\tilde{r}_{CM_7} \quad (37)$$

$$\tilde{v}_8 = \dot{\theta} \otimes ({}^N\tilde{r}_{CM_8} - {}^N\tilde{B}) \quad (38)$$

Due to the symmetry of the mechanism, it is expected that the angular displacement utilized to describe links AD , AE , CD , CE , DF , and EF would be dependent on position, velocity, and angular acceleration.

Inverse kinematics

This section describes how θ is determined as a function of time, when the foot moves along a straight line on a known path. Once the position ${}^N\tilde{F} = (x_F(t), y_F(t), z_F(t))$ is known, the variables L_{AF} and α are determined in equations (39) and (40), respectively

$$L_{AF}(t) = \sqrt{x_F(t)^2 + y_F(t)^2} \quad (39)$$

$$\alpha(t) = \tan^{-1} \left(\frac{y_F(t)}{x_F(t)} \right) \quad (40)$$

The lengths of links L_{AD} , L_{AE} , L_{CD} , L_{CE} , L_{DF} , and L_{EF} are constant in time. In this study only, when joint F

describes the straight lines L_{AB} and L_{BC} , they are constant and equal. It is possible to calculate β and L_{AC} by means of equations (41) and (42)

$$\beta(t) = \cos^{-1} \left(\frac{L_{AD}^2 + L_{AF}(t)^2 - L_{DF}^2}{2L_{AD}L_{AF}(t)} \right) \quad (41)$$

$$L_{AC} = 2L_{AD} \cos \beta - L_{AF}(t) \quad (42)$$

Finally, using equation (43), the value of $\theta(t)$ is determined, which in turn determines the position, velocity, and acceleration for each link in the direct kinematics

$$\theta(t) = \tan^{-1} \left(\frac{L_{AC}(t) \cos \alpha(t)}{L_{AC}(t) \sin \alpha(t) - L_{AB}} \right) \quad (43)$$

Trajectory generation

The main purpose of the foot trajectory is to determine the required joint variable $\theta(t)$ that would be used by the actuator to allow the leg to follow the required path. During the transfer phase describing straight lines, the leg uses one DOF. To determine the straight line trajectory of the foot, a parametric equation (44) is used, where the initial and final point positions are $\bar{P}_o = (0 \ -0.35 \ 0)^T$ and $\bar{P}_f = (0 \ 0.35 \ 0)^T$, respectively, and the function $p(t) \in [0, 1]$ represents the trajectory profile. For this particular case, $p(t)$ is the polynomial parametric profile described in equation (45)¹⁹

$$T(t) = \bar{P}_o + (\bar{P}_f - \bar{P}_o)p(t) \quad (44)$$

$$p(t) = \left(\frac{70}{t_f^3} t^3 - \frac{315}{t_f^4} t^4 + \frac{546}{t_f^5} t^5 - \frac{420}{t_f^6} t^6 + \frac{120}{t_f^7} t^7 \right) + v_{\max} \left(-\frac{32}{t_f^2} t^2 + \frac{160}{t_f^3} t^3 - \frac{288}{t_f^4} t^4 + \frac{224}{t_f^5} t^5 - \frac{64}{t_f^6} t^6 \right) \quad (45)$$

where

$$v_{\max} = \frac{c}{t_f} \quad (46)$$

The index $c \in [1.458334, 2.1875]$ produces natural movements in the mechanism. For this particular case, the index used is $c = 1.875$ and the resulting polynomial parametric profile becomes a fifth degree profile. The total time for the step is $t_f = 5$ s.

Dynamics of the propulsion unit

Due to the simplicity of the mechanism, the leg motion equations are derived by applying the typical Lagrangian dynamic formulation for mechanical systems,²⁰ but the results are similar to those using



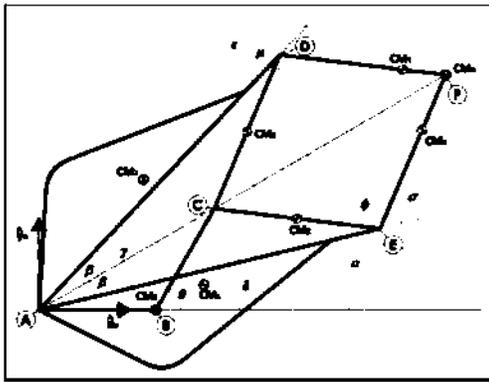


Figure 5. Description of center of mass and joints.

Table 4. Mass moment of inertia for the links.

Link	Moment of inertia	kg m ²
AE	I_{1zz}	0.149
CE	I_{2zz}	0.011
EF	I_{3zz}	0.013
F	I_{4zz}	0.06
DF	I_{5zz}	0.028
CD	I_{6zz}	0.011
AD	I_{7zz}	0.149
BC	I_{8zz}	0.064

formulations employed by Hollerbach²¹ or Kane²² that are normally used in robotic mechanical systems. In the dynamic analysis, the mass of each link is considered to be concentrated at the point called the center of mass, described in Table 3 and shown in Figure 5. The mass moment of inertia is calculated at the center of mass of each link, with respect to its local frame. It is calculated using a CAD model and the values are shown in Table 4.

To obtain the dynamic model, the following considerations are assumed:

1. Friction in the joints is negligible due to the use of bearings.
2. The links of the mechanism move on the plane formed by $\hat{x}_N - \hat{y}_N$.
3. The densities of the links are constant.

Development of the dynamic equations

The dynamic analysis of the leg is developed for the transfer phase, in which the forces of the ground reaction to the foot are equal to zero. This is because there is no terrain interaction and the positions of the mass

of the mechanism's links are constant on the vertical plane.

The dynamics of the mechanism are calculated using the general Lagrangian equation of motion (47) where f^* is the torque required by the articulation, T is the kinetic energy, and U is the potential energy of the mechanical system described in equation (48)

$$f^* = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{\partial U}{\partial \theta} \tag{47}$$

$$T = \sum_{i=1}^8 T_i \text{ and } U = \sum_{i=1}^8 U_i \tag{48}$$

Due to the kinetic or potential energy of the system, which is the sum of the kinetic or potential energy of each link, it is possible to use the derivative sum rule²³ to independently apply equation (47) for each link and obtain the torque required by each link, as in equation (49)

$$f_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_i}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T_i}{\partial \theta} + \frac{\partial U_i}{\partial \theta} \tag{49}$$

where T_i is the kinetic energy, U_i is the potential energy, and f_i is the torque required by the i th link, considering $i = 1, \dots, 8$. T_i is described in equation (49), and U_i is equal to zero because the position of the mass on the vertical plane is constant

$$T_i = \frac{1}{2} m_i v_{cm,i}^2 + \frac{1}{2} I_{cm,i} \omega_i^2 \tag{50}$$

where m_i is the mass of the i th link; $v_{cm,i}$ is the linear velocity of the center of mass of the i th link; $I_{cm,i}$ is the mass moment of inertia of the i th link, measured in the center of mass; and ω_i is the angular velocity of the i th link, measured in the inertial base.

Finally, to determine the total torque required to move the leg by joint B, it is necessary to add all the torques according to $f_T = f_1 + f_2 + \dots + f_i$, $i = 8$.

Results and discussion

The physical parameters employed in the simulation are described in Tables 2-4. The positions of the links and their centers of mass when the foot follows a linear path using a polynomial profile can be seen in Figure 6. The time used to follow this trajectory (equation (44)) is $t_f = 5$ s with $k = 40$ discretizations. Progress in relation to time is calculated with equation (51)

$$t_n = n \frac{t_f}{k}, \quad n = 0, 1, \dots, k \tag{51}$$

Figure 6 shows the two positions of the leg when $n = 8$ and $n = 32$, the points on the straight line, are



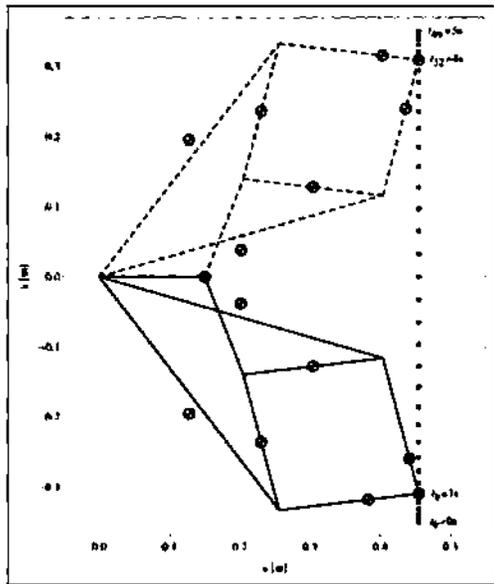


Figure 6. Position of the leg describing a linear path when $t_0 = 1$ s and $t_{32} = 4$ s.

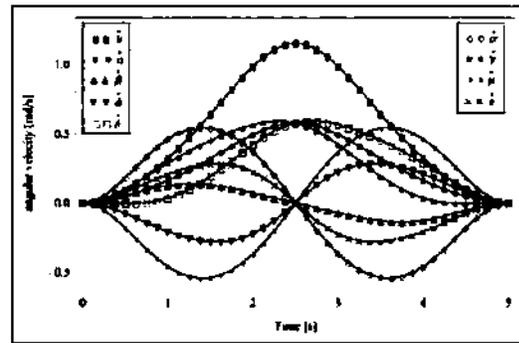


Figure 8. Angular velocities of the links.

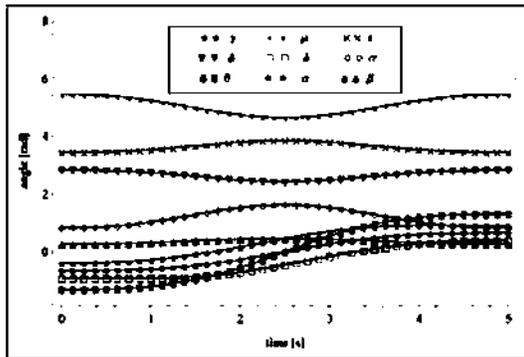


Figure 7. Angular position of the links.

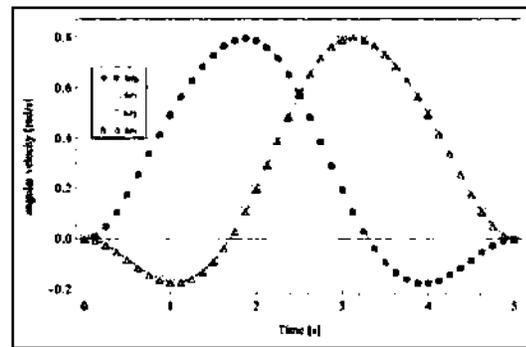


Figure 9. Absolute angular velocity in the rhombus formed by links CD, DF, EF, and CE.

the positions of the foot according to the parametric equation (44).

Figure 7 shows the angular positions of the links varying as a function of time, using equations (15)–(28). It is interesting to observe equation (52), because it expresses a complementary relationship between the relative angles σ and μ (links *DF* and *EF*), and the relative angles ϕ and ϵ (links *CD* and *CE*). In addition, equation (53) expresses a supplementary relationship between the absolute angles ω_2 and ω_5 (links *CE* and *DF*), and the absolute angles ω_3 and ω_6 (links *EF* and *CD*), as well. Finally, there is another interesting relationship between the angles δ and γ (links *AD* and *AE*)

described in equation (54), where n is the number of iteration and k is the total discretization. That relation corresponds to a double reflection. The first is on the vertical axis and the second is on the horizontal axis. The origin of the reflection axes is located at point $(0, 0.5t_f)$

$$\sigma = 2\pi - \mu; \quad \phi = 2\pi - \epsilon \quad (52)$$

$$\omega_5 = \pi + \omega_2; \quad \omega_6 = \pi + \omega_3 \quad (53)$$

$$\delta_n = -\gamma_{k-n} \quad (54)$$

Those relationships are due to the symmetry of the mechanism, which is consistent with the description given in section “Direct kinematics.” The relations expressed in equation (53) indicate that links *CE* and *DF*, as well as *CD* and *EF*, are always parallel.

The angular velocities were calculated using the process described in equation (29) and the results are shown in Figures 8 and 9. Due to the fact that the velocity is the variation with the time of the position, if the change of position is the same in some angles,



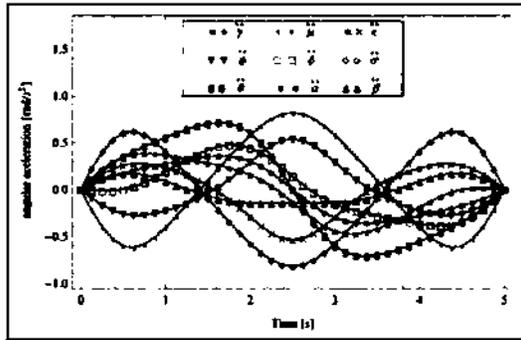


Figure 10. Angular acceleration of the links.

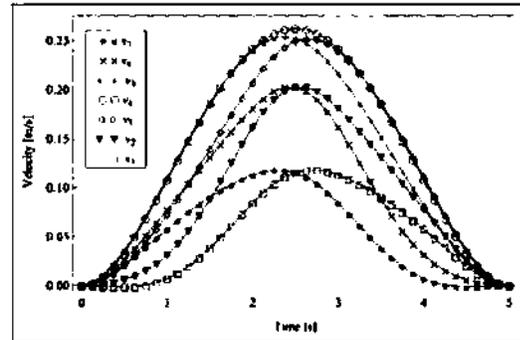


Figure 11. Linear velocity of the links.

consequently it is possible to generate relationships between the angular velocities. The relationships of the relative and absolute velocities presented in equations (55) and (56), respectively, are confirmed if equations (52) and (53) are derived with respect to time. Finally, the third relation is a vertical reflection relationship between the angular velocities δ and $\dot{\gamma}$, as described by equation (57)

$$\dot{\sigma} = -\dot{\mu}; \quad \dot{\phi} = -\dot{\epsilon} \quad (55)$$

$$\dot{\omega}_5 = \dot{\omega}_2; \quad \dot{\omega}_6 = \dot{\omega}_3 \quad (56)$$

$$\ddot{\delta}_n = \dot{\gamma}_{k-n} \quad (57)$$

Figure 10 shows the angular acceleration of the leg links calculated according to the process described by equation (30). Because the acceleration is the variation with the time of the velocity, consequently it is possible to generate interesting relationships between the angular accelerations. The relationships of the relative and absolute accelerations are presented in equations (58) and (59), respectively, and are confirmed if equations (55) and (56) are derived with respect to time. At least a double reflection relationship in time between the angular acceleration $\ddot{\delta}$ and $\dot{\gamma}$ is represented in equation (60)

$$\ddot{\sigma} = -\ddot{\mu}; \quad \ddot{\phi} = -\ddot{\epsilon} \quad (58)$$

$$\ddot{\omega}_5 = \ddot{\omega}_2; \quad \ddot{\omega}_6 = \ddot{\omega}_3 \quad (59)$$

$$\ddot{\delta}_n = \dot{\gamma}_{k-n} \quad (60)$$

The linear velocity of each link was calculated at its center of mass, shown in Figure 11. The equations used to calculate the velocity for the foot are described in equations (31)–(38).

According to the leg configuration, the center of mass located in the foot is the furthest from the inertial frame $\{N\}$, and consequently its linear velocity is the highest in the leg, as shown in Figure 11, where the

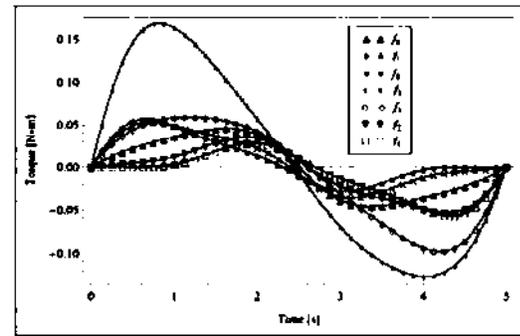


Figure 12. Torque required by the links.

linear velocity of the links decreases when they are near the frame $\{N\}$.

The previously described parameters are necessary for the dynamic model so that the torque can be calculated and the leg moved. According to these parameters, it is possible to estimate the link that will require more torque, assuming the mass as the more important parameter, but also considering position, velocity, and acceleration. It is postulated that the foot requires more torque because it has the biggest mass. Another important link to consider is the *DF* link, due to its mass, velocity, and acceleration.

Torque is calculated independently for each link using equation (35). The values of the required torque for the links, with the exception of the foot, are illustrated in Figure 12. It shows that link *DF* (f_5) is the one that is expected to require the highest torque.

Figure 13 shows the torque that is required for moving the foot f_4 and the total torque f_T that is necessary for moving the leg. One can see how the torque required for the foot is more than half of the total torque needed by the leg, as postulated above, due to the foot's large mass.



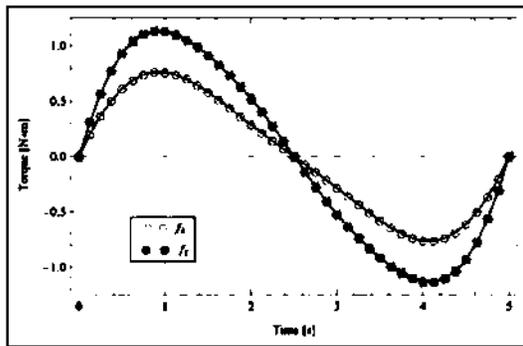


Figure 13. Foot torque and total torque in the leg.

Conclusion

Our article describes the kinematics and dynamics for a novel robotic leg based on the PL mechanism when the foot follows a linear path on a transfer phase.

Interesting relationships in the positions, velocities, and angular accelerations (complementary, supplementary, reflective, and double reflective) between the mechanism links were found that are useful for decreasing the number of kinematic equations and thus reducing the quantity of calculations.

The use of the Lagrangian equations of motion for the mass of each link of the mechanism enabled the quantification of the required torque for each link, and the proposal of improvements in mechanism design, such as the reduction of mass in the foot.

Most robotic legs are based on open or serial kinematic chains. Due to the fact that the PL robotic leg is based on a parallel linkage with eight bars, it distributes forces and torques in a manner superior to that of the open or serial kinematic chains. Given that the robotic leg is based on the PL mechanism, which traces exact paths as linear or circular curves, it requires the employment of only two actuators to position the foot. These are the main advantages to using the apparently complex PL robotic leg, compared with other mechanical leg architectures.

Declaration of conflicting interests

The author(s) declared no potential conflicts of interest with respect to the research, authorship, and/or publication of this article.

Funding

The author(s) disclosed receipt of the following financial support for the research, authorship, and/or publication of this article: The authors acknowledge to Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) for the scholarship support.

References

1. Peaucellier C. Note sur une question de géométrie de compas. *Nouv Ann Math* 1873; 2: 71–78.
2. Dijkstra E. On the history of focal mechanisms and their derivatives. In: *Proceedings of the international symposium on history of machines and mechanisms*, Cassino, 12–15 May 2004, pp.303–314. The Netherlands: Springer, Kluwer Academic Publishers. doi: 10.1007/1-4020-2204-2_24
3. Luquin F. Máquinas de vapor, mecanismos y P.L. Chebyshev. In: *Un paseo por la geometría - Matemática: revista digital de divulgación matemática* (ed Raúl Ibáñez Torres y Marta Macho Stadler). 2005. ISSN: 1699-7700, pp.3–19. http://www.matematicalia.net/index.php?option=com_content&task=view&id=20&Itemid=5
4. Gao X-S, Zhu C-C, Chou S-C, et al. Automated generation of Kempe linkages for algebraic curves and surfaces. *Mech Mach Theory* 2001; 36: 1019–1033.
5. Shigley JE and Uicker JJ. *Theory of machines and mechanisms*. Theory of machines and mechanisms. In: *International edition* (ed. Julianne V. Brown and James W. Bradley). USA: McGrawHill, 1981, pp.23–25.
6. Kempe AB. *How to draw a straight line*. London: Nature Series, 1877.
7. Dijkstra EA. A fourfold generalization of Peaucellier's inversion cell. *Meccanica* 1996; 31: 407–420.
8. Buckley J. An investigation into straight-line mechanisms: optimizing the Peaucellier mechanism (faculty advisor: Dr. Ming Huang). In: *Proceedings of the National Conference on Undergraduate Research (NCUR) 2011*, Ithaca College, New York, 31 March–2 April 2011.
9. Chalfin NL. Phonograph pickup arm. Patent 2977126 A, USA, 1961.
10. Kunzler PA, Schmitt P, Poblano RDV, et al. Wheel embedded suspension. Patent 7938210 B2, USA, 2011.
11. Shkolnik N. Walking apparatus. Patent 4462476 A, USA, 1984.
12. Garrec P. Device for transmitting movement between a solid and a member, in particular for a robot able to be moved on legs. Patent 5219410 A, USA, 1993.
13. Roy SS and Pratihar DK. Effects of turning gait parameters on energy consumption and stability of a six-legged walking robot. *Robot Auton Syst* 2012; 60: 72–82.
14. Roy SS and Pratihar DK. Soft computing-based approaches to predict energy consumption and stability margin of six-legged robots moving on gradient terrains. *Appl Intell* 2012; 37: 31–46.
15. Roy SS and Pratihar DK. Kinematics, dynamics and power consumption analyses for turning motion of a six-legged robot. *J Intell Robot Syst* 2013; 74: 663–688.
16. Roy SS and Pratihar DK. Dynamic modeling, stability and energy consumption analysis of a realistic six-legged walking robot. *Robot CIM: Int Manuf* 2013; 29: 400–416.
17. Wang Z, Ding X, Rovetta A, et al. Mobility analysis of the typical gait of a radial symmetrical six-legged robot. *Mechatronics* 2011; 21: 1133–1146.
18. Juárez Campos I, Núñez Altamirano DA, Márquez Pérez L, et al. *Unidad de propulsión reconfigurable para*

- máquinas caminantes*. Patent application MX2014008184-A. IMPI (MEX), México, 2014. http://p.espacenet.com/searchResults?locale=es_LP&AP=MX2014008184&DB=lp.espacenet.com&ST=advanced
19. Juárez Campos I. *Sobre las Regiones Geométricas Articulares y su Aplicación en el Mejoramiento del Desempeño de un Manipulador Mediante Estrategias Evolutivas*. PhD Thesis, National Autonomous University of Mexico (UNAM), Mexico, 2002. pp. 160-167.
 20. Wells DA. *Theory and problems of Lagrangian dynamics*. New York: McGraw-Hill, 1967.
 21. Hollerbach JM. A recursive Lagrangian formulation of manipulator dynamics and a comparative study of dynamics formulation complexity. *IEEE T Syst Man Cyb* 1980; 10: 730-736.
 22. Kane TR. Lagrange's equations for a rigid body. *J Appl Mech* 1973; 40: 1118-1119.
 23. Thomas GB. *Thomas' calculus*. 12th ed. Boston, MA: Pearson, 2009. p. 118.



Chinese Journal of Mechanical Engineering (CJME)

Journal no. 10033

2015 Impact Factor: 0.531

Release of Journal Citation Reports, Thomson Reuters, Source: 2015 Web of Science Data

Editor-in-Chief: Tianhu Song

ISSN: 1000-9345 (print version)

ISSN: 2192-8258 (electronic version)

Abstracting/Indexing:

Science Citation Index Expanded (SciSearch)

Journal Citation Reports/Science Edition

SCOPUS

INSPEC

Zentralblatt Math

Chemical Abstracts Service (CAS)

Google Scholar, CSA

Chinese Science Citation Database

Earthquake Engineering Abstracts

EI-Compendex

OCLC

SCImago

Summon by ProQuest

Artículo: Publicado.



DOI: 10.3901/CJME.2016.0518.068, available online at www.springerlink.com; www.cjmenet.com

Description of a Propulsion Unit Used in Guiding a Walking Machine by Recognizing a Three-point Bordered Path

NÚÑEZ-ALTAMIRANO Diego A*, JUÁREZ-CAMPOS Ignacio,
MÁRQUEZ-PÉREZ Lucia, and FLORES-DÍAZ Ociel

School of Mechanical Engineering, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia, Michoacán, México.

Received March 19, 2015; revised May 13, 2016; accepted May 18, 2016

Abstract: A reconfigurable propulsion unit based on the Peaucellier-Lipkin mechanism has the ability to describe exact straight or curved paths depending on the selected ratio between the lengths of two of its links. The Peaucellier-Lipkin mechanism with one degree of freedom is transformed into a more sophisticated parallel kinematic chain by including four more degrees of freedom. The resulting propulsion unit is able to adapt its kinematic structure and reach instant centers of rotation, in accordance with the presence of three points that border a geometric path. A laser sensor mounted on the body of the machine detects each point. Once the machine has detected the exact location of the border of the road, it walks along a curve parallel to that border. Although the proposed research describes only one propulsion unit or leg, the methodology can be applied to all the legs of the walking machine. The novel 5-DOF leg is able to reach different centers of rotation, providing either the concave or convex arcs that satisfy the basic principle of displacement of walking machines.

Keywords: Propulsion unit, Peaucellier-Lipkin, walking machine, straight line mechanism.

1 Introduction

In 1864, PEAUCELLIER C N, a French army officer, developed a very special mechanism by joining eight links to convert a circular motion into an exact linear one. Independently, the Russian mathematician LIPKIN L^[1-3] made the same mechanism and explained the ideas in more detail. Their separate but simultaneous work resulted in the mechanism's being named the *Peaucellier-Lipkin (PL) linkage*.

The PL mechanism has been studied in different postures and configurations^[4] and it also has many inversions^[5-6]. Other researchers have carried out systematic inquiries dealing with optimum dimensional synthesis^[7-8], but most of those studies consider the basic PL mechanism without the addition of more degrees of freedom, even in relation to certain applications^[9-10]. In addition, there is a remarkable lack of extensive information concerning the use of the PL mechanism as a robotic leg or propulsion unit.

Many robots and walking machines use different kinds of propulsion systems. Almost all of them use at least three degrees of freedom (DOFs) to move in a given space.

The walking machine mentioned in Refs. [11-12] has a

reconfigurable system capable of transforming a quadruped chair into a biped walking machine, and is employed as an assistive walking robot^[13]. Its main characteristic is the use of parallel propulsion mechanisms. When the chair is biped, each leg has six DOFs. In the quadruped mode, it has three DOFs per leg. The parallel mechanisms are lightweight and their payload capacity does not exceed 60 kg^[14].

The hexapod robot, described in Ref. [15], is a walking machine made for nuclear plants in the event of a nuclear disaster. It uses parallel legs with 3 DOFs and can easily walk with more than 150 kg.

The propulsion mechanism in humanoid robots generally uses more DOFs because of their human-like movement. The HRP robot series described in Refs. [16-17] has at least six DOFs per leg. Asimo^[18-19] is the most famous and complete biped robot, developed by the Honda Motor Corporation and has 6 DOFs per leg^[20]. There are also biped robots with fewer DOFs, such as the one developed by VÁZQUEZ, et al^[20]. This robot has two DOFs per leg and the authors study behavior on slippery surfaces.

BigDog^[21] is a quadruped walking robot developed by Boston Dynamics. It is adapted to non-structured terrains and is used in military operations for carrying loads. It has four DOFs per propulsion unit driven by hydraulic actuators. The quadruped robot presented by WAIT, et al^[22] has three DOFs per leg actuated by pneumatic motors and can be used in explorations.

The aim of this paper is to present a new propulsion unit based on the PL mechanism with five DOFs, three of which

* Corresponding author. E-mail: diegocuyo@hotmail.com
Supported by Postgraduate department of school of Mechanical Engineering, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Francisco J. Múgica S/N Ciudad Universitaria, C.P. 58030, Morelia, Michoacán, México

© Chinese Mechanical Engineering Society and Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2016



are used to configure the Reconfigurable Propulsion Unit (RPU) according to the path to be followed. The remaining DOFs are used to provide the step.

2 Propulsion Mechanism Description

The propulsion unit is based on the PL linkage. This mechanism has six rotational joints: A, B, C, D, E and F . Its eight links are $AB, AD, AE, BC, CD, CE, DF$ and EF , and their lengths are $L_{AB}, L_{AD}, L_{AE}, L_{BC}, L_{CD}, L_{CE}, L_{DF}$ and L_{EF} , respectively (see Fig. 1).

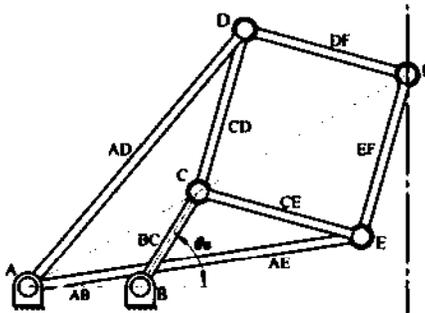


Fig. 1. Peaucellier-Lipkin mechanism and its nomenclature

Due to the fact that the Peaucellier-Lipkin linkage possesses one DOF, joint F describes a straight line path when the θ_B angle changes. Nevertheless, the 8-link mechanism must comply with the following relations:

- 1) $L_{AB} = L_{BC}$.
- 2) $L_{AD} = L_{AE}$.
- 3) $L_{CD} = L_{CE} = L_{DF} = L_{EF}$.

2.1 Basic principle of displacement

In order to move in a three-dimensional space with the aid of its propulsion units, every walking machine is able to rotate on an axis passing through an instant center of rotation (CR). This is the *Basic Principle of Displacement* that each walking machine must comply with and it is illustrated in Fig. 2.

Each propulsion unit links the main frame of the walking machine to the surrounding field. In this manner, one end of the propulsion unit is linked to the chassis while the other is either in contact with the surface or is levitating, according to the step-by-step walking process.

2.2 Modification of the Peaucellier-Lipkin mechanism

As described in Fig. 1, the center of joint F describes a straight line when θ_B varies, according to the intrinsic behavior of the 1-DOF PL mechanism. This means that the basic PL linkage cannot meet the *Basic Principle of Displacement*.

The PL mechanism is highly rigid and very restrictive, so major changes must be made to accommodate or

integrate new degrees of freedom for its conversion to and use as a robotic leg. To accomplish this, three major changes that involve the addition of four more degrees of freedom are necessary.

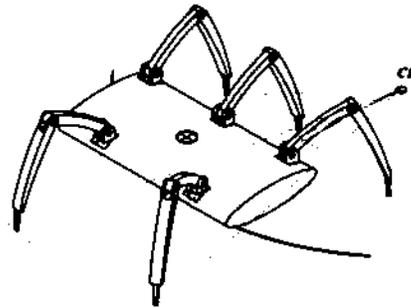


Fig. 2. Generic legged machine walking according to the Basic Principle of Displacement

The first change exerted on the mechanism is derived from the integration of two degrees of freedom that allow lengths L_{AB} and L_{BC} to vary according to the following three cases, each one providing a different path:

Case 1: $L_{AB} = L_{BC}$. F describes a straight line, Fig. 1.

Case 2: $L_{AB} < L_{BC}$. F describes a concave circular arc with respect to an observer placed at joint A , Fig. 3.

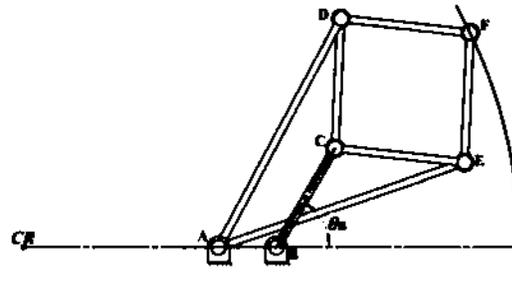


Fig. 3. Concave circular arc

Case 3: $L_{AB} > L_{BC}$. F describes a convex circular arc with respect to an observer placed at joint A , Fig. 4.

With this in mind, the first modification of the basic PL mechanism involves the addition of two independent prismatic joints, one that exclusively modifies the length between joints A and B . The other shortens or lengthens the distance between points B and C . This transformation enables the voluntary choice of any of the three different paths, letting the machine rotate on any instantaneous center of rotation, including the center found at infinity. The PL mechanism with only one DOF was modified to achieve a new one with three DOFs: one of them performs the rotation angle θ_B , and the other two are represented by linear actuators that modify L_{AB} and L_{BC} .

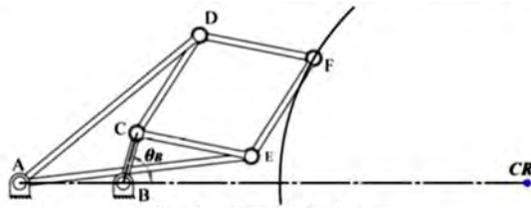


Fig. 4. Convex circular arc

Up to now, the propulsion unit is able to describe circular paths. Nevertheless, the arcs described by the feet of all the legs must have the same center of rotation. Thus, a rotational actuator must drive joint A of each leg, providing the angle θ_A . The magnitude of θ_A depends on the angle found between the straight segments $CR-A$ and $A-B$, Fig. 5. Due to the fact that point F must describe an arc with a center of rotation (CR), segments $CR-A$ and $A-B$ have to be aligned. Therefore, the fourth DOF is represented by a rotational actuator that allows alignment to be achieved when $\theta_A=0^\circ$. Once those segments are aligned, the distances enclosed by joints A and B and by B and C must be calculated. In this manner, every leg is configured and has the capability to achieve the same CR.

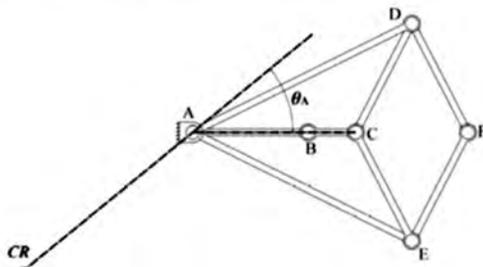


Fig. 5. Angle θ_A found between segments $CR-A$ and $A-B$

In order to support the propulsion unit on the ground, one prismatic DOF must be added. This prismatic joint allows the support point located in the walking machine foot at joint F to be raised or lowered. This variable is named L_F , Fig. 6.

Thus, a new RPU unit with five DOFs has been developed that satisfies the *Basic Principle of Displacement*. The five DOFs are shown in Fig. 6 and described in Table 1.

Fig. 7 explains how the foot is placed in desirable positions at different heights. The main structure of the leg always remains horizontal at the same height, but the prismatic actuator modifies the length L_F to raise or lower the foot, according to the road.

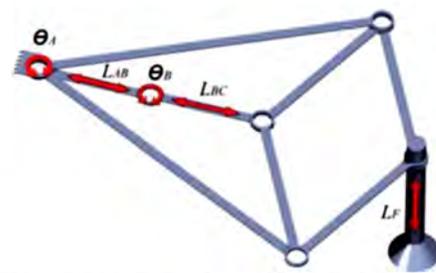


Fig. 6. Location of the five DOFs on the new RPU

The above description introduces a new 5-DOF RPU, satisfying the *Basic Principle of Displacement*. The five DOFs are summarized in Fig. 6 and described in Table 1.

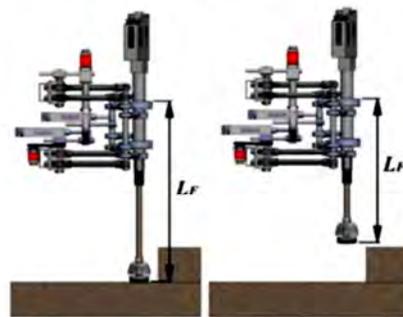


Fig. 7. Linear actuator, placed at point F, modifies the length L_F to raise or lower the foot, according to the road

The design of the novel RPU is illustrated in Fig. 8. Its complete description is published in the patent application document, number MX/a/2014/008184^[23].



Fig. 8. Novel 5-DOF RPU

Table 1. Joint descriptions

DOF	Joint	Action
θ_A	Revolute	Unit orientation
L_{AB}	Prismatic	Changes the length of link AB
L_{BC}	Prismatic	Changes the length of link BC
θ_B	Revolute	Actuates the leg motion
L_F	Prismatic	Raise or down the foot

2.3 Operation of the reconfigurable propulsion unit

The propulsion unit has five DOFs, three of which are used to reconfigure it in relation to the required path, as follows: (1) a prismatic DOF modifies L_{AB} , (2) a prismatic DOF modifies L_{BC} , and (3) a revolute joint articulates link AB, changing θ_A to align the CR, A and B. After the



reconfiguration, the propulsion unit uses only two DOFs to describe any spatial path. They are (4) the revolute joint that changes angle θ_B to rotate link BC to produce a step, and (5) the prismatic joint that allows the walking machine foot to be raised or lowered, changing the length L_F .

3 Kinematics

This section describes the direct and inverse kinematics of the RPU. Direct kinematics explain the position of the foot as a function of angles θ_A and θ_B , and the link lengths L_{AB} , L_{BC} and L_F . Inverse kinematics determine θ_A and θ_B , and the link lengths L_{AB} , L_{BC} and L_F in terms of the center of rotation (CR) and the position of the foot, which are needed to describe paths that are parallel to the contour of the road. It involves recognizing the position of three points placed at the line bordering the road.

3.1 Direct kinematics

In order to describe the center of joint F, it is necessary to find its position as a function of θ_B , L_{AB} and L_{BC} , considering the constant lengths L_{AD} , L_{AE} , L_{CD} , L_{CE} , L_{DF} and L_{EF} , and meeting the following conditions:

- 1) $L_{AB} = L_{BC}$.
- 2) $L_{CD} = L_{CE} = L_{DF} = L_{EF}$.

The positions of the centers of joints A, B, C, D, E and F are described, with respect to {N} in Eqs. (3)–(13), according to Fig. 9. For the purposes of the kinematic analysis dealing with the novel RPU, the spatial description between two frames, $\{M\} = \{\dot{X}_M, \dot{Y}_M, \dot{Z}_M\}$ and $\{N\} = \{\dot{X}_N, \dot{Y}_N, \dot{Z}_N\}$ must be established, as described in Eq. (1), assuming that {M} is located on the ground surface and {N} lies on the plane where points A, B, C, D, E and F are located, considering that the RPU is a planar mechanism. The origin of {N} is located at the distance L_{MN} from {M} in the direction given by \dot{Z}_M .

$${}^M\{N\} = \{Rot(\dot{Z}_M, \theta_A), L_{MN}\dot{Z}_M\}, \quad (1)$$

where $Rot(\dot{Z}_M, \theta_A)$ is a rotation matrix, expressing the orientation found between {M} and {N}.

$$Rot(\dot{Z}_M, \theta_A) = \dot{Z}_M \dot{Z}_M^T + \cos\theta_A (I_{3,3} - \dot{Z}_M \dot{Z}_M^T) + \sin\theta_A (\dot{Z}_M \otimes). \quad (2)$$

The center of joint A, described by ${}^N\bar{A}$ in Eq. (3), is the origin of the local frame {N}, which is used to describe the planar mechanism.

$${}^N\bar{A} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

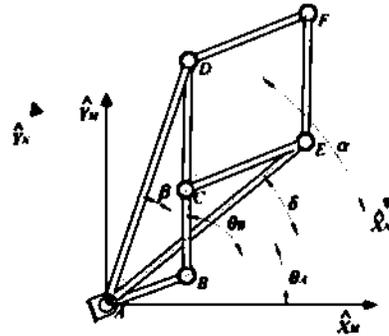


Fig. 9. Upper view of the simplified mechanical system, frames {M} and {N}, and some important angles

The centers of joints B, C, D, E and F, defined by ${}^N\bar{B}$, ${}^N\bar{C}$, ${}^N\bar{D}$, ${}^N\bar{E}$ and ${}^N\bar{F}$, are described by

$${}^N\bar{B} = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{AB} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$${}^N\bar{C} = \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{AB} + L_{BC} \cos\theta_B \\ L_{BC} \sin\theta_B \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

In order to describe point D, defined by ${}^N\bar{D}$ in Eq. (9), it is necessary to determine α , L_{AC} and β , which are described by Eqs. (6)–(8):

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{y_C}{x_C}\right), \quad (6)$$

$$L_{AC} = \sqrt{x_C^2 + y_C^2}, \quad (7)$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{L_{AD}^2 + L_{AC}^2 - L_{CD}^2}{2L_{AD}L_{AC}}\right), \quad (8)$$

$${}^N\bar{D} = \begin{pmatrix} x_D \\ y_D \\ z_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{AD} \cos(\alpha + \beta) \\ L_{AD} \sin(\alpha + \beta) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

Finally, points E and F, defined by ${}^N\bar{E}$ and ${}^N\bar{F}$ in Eqs. (12) and (13), make use of δ and L_{AF} , which are presented in Eqs. (10) and (11).

$$\delta = \alpha - \beta, \quad (9)$$

$$L_{AF} = 2L_{AD} \cos\beta - L_{AC}, \quad (11)$$



$${}^N\bar{E} = \begin{pmatrix} x_E \\ y_E \\ z_E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{AE} \cos \delta \\ L_{AE} \sin \delta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$${}^N\bar{F} = \begin{pmatrix} x_F \\ y_F \\ z_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{AF} \cos \alpha \\ L_{AF} \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

It is important to note that ${}^N\bar{A}$, ${}^N\bar{B}$, ${}^N\bar{C}$, ${}^N\bar{D}$, ${}^N\bar{E}$ and ${}^N\bar{F}$, are functions of θ_B , L_{AB} and L_{BC} . When ${}^N\bar{A}$, ${}^N\bar{B}$, ${}^N\bar{C}$, ${}^N\bar{D}$, ${}^N\bar{E}$ and ${}^N\bar{F}$ are changed with respect to $\{M\}$, the joint variable θ_A appears according to Eq. (1).

Due to the fact that the propulsion unit is basically a positioning device, the foot of the unit is able to move vertically, driven by a prismatic joint. In order to command the walking machine to move its foot, the joint variable L_F must be controlled. Therefore, the foot is described by $-L_F \hat{Z}_N$. When $L_F = L_{MN}$, then the foot is placed on the ground, indicating a support condition. When $L_F < L_{MN}$, the leg is said to be in a transfer condition.

3.2 Path description

All walking machines move through a three-dimensional space using their propulsion units. In order to explain the functionality of the new RPU, a road with reflecting laser devices along the left and right contours was used, Fig. 10. This road has straight and curved sections. Curved paths are assumed to be composed of a succession of concave and convex circular arcs.

The walking machine recognizes the route and controls its travel with the aid of the position of three of the abovementioned reflecting laser devices. These three devices can be placed at the left or right contours of the road. The three recognized points let the walking machine find the curvature of the road through an emitting-receiving laser sensor, providing the exact position of the CR. Once this point is determined, the joint variables θ_A , L_{AB} and L_{BC} are calculated. They are necessary for reconfiguring every RPU so that the walking machine can then follow a path that is parallel to the contour of the road.

Regardless of the number of legs mounted on the walking machine, the control of every RPU is similar, so the kinematic analysis of only one of them is explained herein. However, it is important to note that when the CR is to the right of the walking machine, the feet of the right propulsion units follow convex arcs, whereas the feet of the left ones follow concave arcs. A similar process occurs when the CR is situated to the left side of the walking machine.

3.3 Inverse kinematics

In order to describe a path parallel to the road's contour by means of the foot of the RPU, L_{AB} and L_{BC} have to be found based on the three recognized points.

It is important to remember that L_{AD} , L_{AE} , L_{CD} , L_{CE} , L_{DF} and L_{EF} are constants and L_{AB} and L_{BC} vary with the restriction given by

$$L_{AB} + L_{BC} = k_{AC}. \quad (14)$$

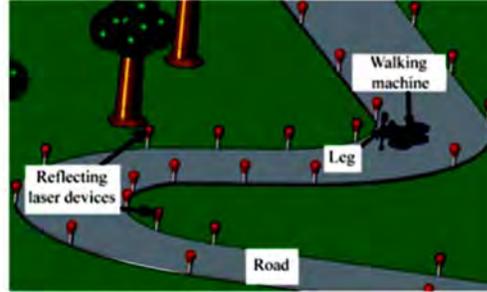


Fig. 10. Road with reflecting laser devices on its contour

3.3.1 Description of the center of rotation (CR)

The coordinates of the three points P_1 , P_2 and P_3 , on the road's contour with respect to the frame $\{M\}$ are described by vectors presented in Eq. (15), and shown in Fig. 11.

$${}^M\bar{P}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}, \quad {}^M\bar{P}_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}, \quad {}^M\bar{P}_3 = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

The middle points of the straight lines P_1P_2 and P_2P_3 , defined among points described by Eq. (15) are presented in Eqs. (16) and (17). It has been assumed that the ground is a flat and horizontal surface, meaning that z_1 , z_2 and z_3 are equal to zero.

$${}^M \begin{pmatrix} Pm_{12x} \\ Pm_{12y} \\ Pm_{12z} \end{pmatrix} = 0.5 \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$${}^M \begin{pmatrix} Pm_{23x} \\ Pm_{23y} \\ Pm_{23z} \end{pmatrix} = 0.5 \begin{pmatrix} x_2 + x_3 \\ y_2 + y_3 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

The slopes of the straight lines P_1P_2 and P_2P_3 are calculated by Eqs. (18) and (19), using the coordinates given by (15).

$$m_{12} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \quad (18)$$

$$m_{23} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}, \quad (19)$$

The perpendicular slopes are determined by Eqs. (20) and (21).



$$m_{112} = \frac{1}{m_{112}}, \quad (20)$$

$$m_{123} = \frac{1}{m_{123}}, \quad (21)$$

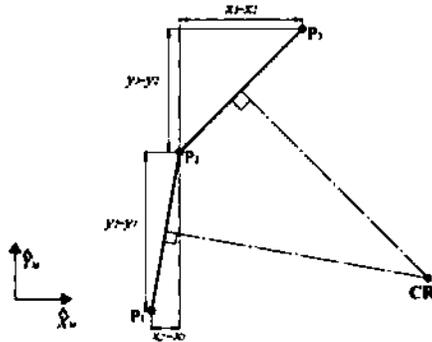


Fig. 11. Coordinates of the three points on the road's contour

The bisector Eqs. (22) and (23) of lines P_1P_2 and P_2P_3 were generated by means of the perpendicular slopes, Eqs. (20) and (21), and the middle points Eqs. (16) and (17).

$$y_{CR} - m_{112} \left(x_{CR} - \frac{x_1 + x_2}{2} \right) + \frac{y_1 + y_2}{2} = 0, \quad (22)$$

$$y_{CR} - m_{123} \left(x_{CR} - \frac{x_2 + x_3}{2} \right) + \frac{y_2 + y_3}{2} = 0. \quad (23)$$

The CR coordinates were obtained through the use of Eqs. (24) and (25), by means of Eqs. (22) and (23), which were solved simultaneously.

$$x_{CR} = \frac{m_{112} \left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right) - m_{123} \left(\frac{x_2 + x_3}{2} \right) + \frac{y_1 + y_2}{2}}{m_{112} - m_{123}}, \quad (24)$$

$$y_{CR} = m_{123} \left(x_{CR} - \frac{x_2 + x_3}{2} \right) - \frac{y_2 + y_3}{2}, \quad (25)$$

Once the description of the CR is known, Eq. (26), with respect to the frame $\{M\}$, θ_A is calculated using the reference angle μ , presented in (27):

$${}^M CR = \begin{pmatrix} x_{CR} \\ y_{CR} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (26)$$

$$\mu = \tan \left(\frac{y_{CR}}{x_{CR}} \right), \quad (27)$$

When $x_{CR} < 0$, θ_A is obtained by Eq. (28). This is illustrated in Fig. 12.

$$\mu = \tan \left(\frac{y_{CR}}{x_{CR}} \right), \quad (27)$$

$$\theta_A = \mu - \pi. \quad (28)$$

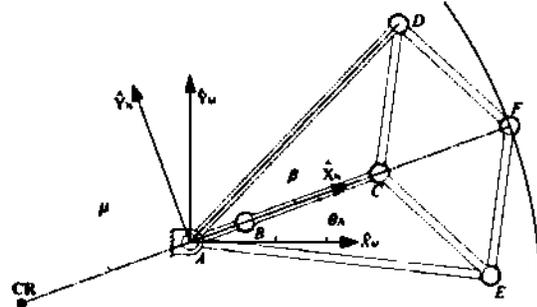


Fig. 12. Unit oriented according to the CR, case 2

When $x_{CR} > 0$, θ_A is obtained by (29). This can be seen in Fig. 13.

$$\theta_A = \mu, \quad (29)$$

In order to align the CR, A, and B, the rotary actuator is placed at A and modifies θ_A .

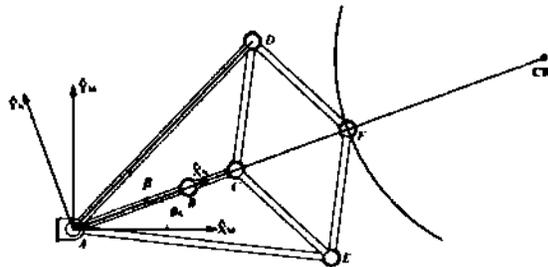


Fig. 13. Unit oriented according to the CR, case 2

3.3.2 Postures for concave arcs

When $x_{CR} < 0$, point F will describe a concave path with respect to the origin of $\{N\}$. Nevertheless, the lengths of links AB and BC must be found, described by case 2, $L_{AB} < L_{BC}$. It is assumed that the sum of both lengths remains constant, and is defined by Eq. (14).

The propulsion unit has two particular postures. The first one is described when $\theta_B = 0$, as shown in Fig. 12. The second one, presented in Fig. 14, corresponds to $\theta_B > 0$, and the variables are distinguished by an apostrophe.

In order to describe the constant length k_{AF} , considering the case when $\theta_B = 0$, Eqs. (8) and (11) are modified. The results are shown in (30) and (31).



$$\beta = \cos^{-1} \left(\frac{L_{AD}^2 + k_{AC}^2 - L_{CD}^2}{2L_{AD}k_{AC}} \right). \quad (30)$$

$$k_{AF} = 2L_{AD} \cos \beta - k_{AC}. \quad (31)$$

In order to describe point F' when $\theta_B > 0$, it is necessary to propose a permissible γ_1 , see Eq. (32):

$$k_{AF}' = \sqrt{|CR_x|^2 + r^2 - 2r|CR_x| \cos \gamma_1}. \quad (32)$$

where

$$|CR_x| = \sqrt{x_{CR}^2 + y_{CR}^2}. \quad (33)$$

$$r = |CR_x| + k_{AF}. \quad (33)$$

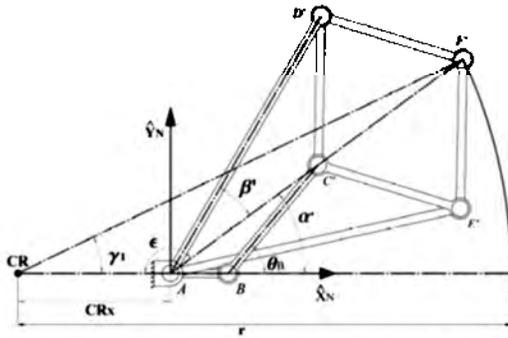


Fig. 14. Angle and length descriptions when $\theta_B > 0$, case 2

The variable k_{AC}' shown in Fig. 15 is described by Eq. (35):

$$k_{AC}' = k_{AF}' - 2(k_{AF}' - L_{AD} \cos \beta'). \quad (35)$$

where

$$\beta' = \cos^{-1} \left(\frac{L_{AD}^2 + k_{AF}'^2 - L_{DF}^2}{2L_{AD}k_{AF}'} \right). \quad (36)$$

Finally L_{AB}' and L_{BC}' are described by using the restriction given in Eq. (37) and Eq. (38), which is obtained by the geometric description shown in Fig. 15.

$$L_{AB}' + L_{BC}' = k_{AC}'. \quad (37)$$

$$L_{BC}'^2 = k_{AC}'^2 + L_{AB}'^2 - 2k_{AC}'L_{AB}' \cos \alpha'. \quad (38)$$

Variables L_{AB}' and L_{BC}' are obtained solving Eqs. (37)

and (38), and described in Eqs. (39) and (40).

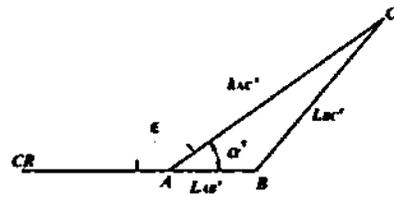


Fig. 15. Links AB and BC, case 2

$$L_{BC}' = \frac{k_{AC}'^2 + k_{AC}'^2 - 2k_{AC}'k_{AC} \cos \alpha'}{2(k_{AC} - k_{AC}' \cos \alpha')}. \quad (39)$$

$$L_{AB}' = k_{AC} - L_{BC}'. \quad (40)$$

where

$$\alpha' = \pi - \epsilon. \quad (41)$$

$$\epsilon = \cos^{-1} \left(\frac{|CR_x|^2 + k_{AF}'^2 - r^2}{2|CR_x|k_{AF}'} \right). \quad (42)$$

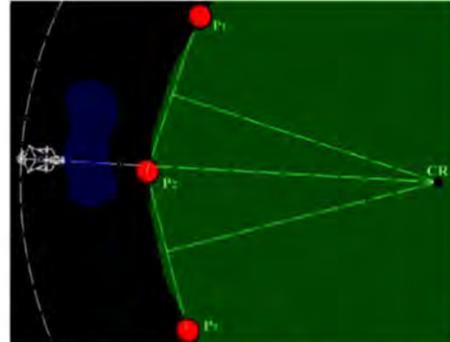


Fig. 16. Location of the center of rotation, case 2

In Fig. 16, the RPU is observed with three points located along the contour of the road where the CR is found.

Fig. 17 shows the configuration of the RPU that describes a concave arc path.

3.3.3 Postures for convex arcs

The convex arc settings are described in case 3, when $L_{AB} > L_{BC}$ and $x_{CR} > 0$. Eqs. (14), (30) and (31) are used and were applied in case 2, because the posture corresponds to that when $\theta_B = 0$.

In order to find the propulsion unit configuration, the CR is needed and calculated with the aid of Eqs. (24) and (25). Considering $\theta_B > 0$, the posture terms are distinguished by a double apostrophe. To describe point F'' , it is necessary to propose a permissible angle γ_2 , as shown in Fig. 18, where



k_{AF}'' is the distance between A and F''.

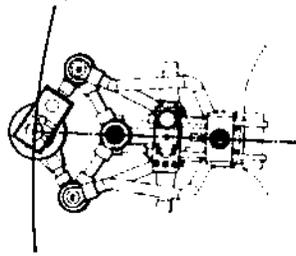


Fig. 17. Details of the RPU for case 2

$$k_{AF}'' = \sqrt{CR_1''^2 + r^2 - 2rCR_1'' \cos \gamma_2}, \quad (43)$$

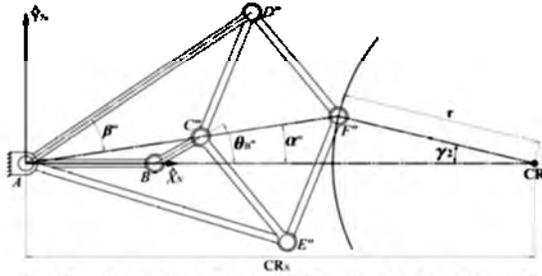


Fig. 18. Description of angles and lengths when $\theta_B > 0$, case 3

where

$$CR_1'' = \sqrt{x_{CR}^2 + y_{CR}^2}, \quad (44)$$

$$r = CR_1'' - k_{AF}. \quad (45)$$

Variable k_{AC}'' is calculated by means of Eq. (46):

$$k_{AC}'' = k_{AF}'' - 2(k_{AF}'' - L_{AD} \cos \beta''), \quad (46)$$

where

$$\beta'' = \cos^{-1} \left(\frac{L_{AD}^2 + k_{AF}''^2 - L_{DF}^2}{2L_{AD}k_{AF}''} \right). \quad (47)$$

Finally, L_{AB}'' and L_{BC}'' are described by using the restriction given in Eqs. (48) and (49), which is obtained by the geometric description shown in Fig. 19.

$$L_{AB}'' + L_{BC}'' = k_{AC}. \quad (48)$$

$$L_{BC}''^2 = k_{AC}''^2 + L_{AB}''^2 - 2k_{AC}''L_{AB}'' \cos \alpha''. \quad (49)$$

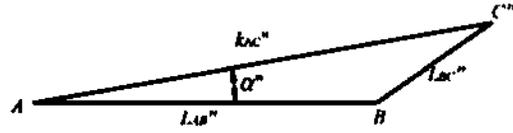


Fig. 19. Links AB and BC, corresponding to case 3

When Eqs. (48) and (49) are simultaneously solved, L_{AB}'' and L_{BC}'' are found and described in Eqs. (50) and (51):

$$L_{BC}'' = \frac{k_{AC}''^2 + k_{AC}^2 - 2k_{AC}''k_{AC} \cos \alpha''}{2(k_{AC} - k_{AC}'' \cos \alpha'')}. \quad (50)$$

$$L_{AB}'' = k_{AC} - L_{BC}''. \quad (51)$$

where

$$\alpha'' = \cos^{-1} \left(\frac{k_{AF}''^2 + CR_1''^2 - r^2}{2k_{AF}''CR_1''} \right). \quad (42)$$

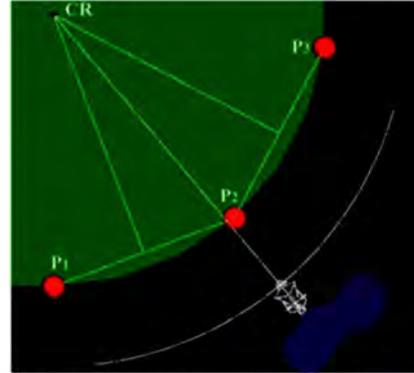


Fig. 20. Location of the center of rotation, case 3

In order to find the configuration of the propulsion unit corresponding to case 3, three points on the contour of the road are required, as shown in Fig. 20.

In Fig. 21, a detailed view of the RPU is observed describing a convex path.

3.3.4 Postures for straight lines

When the CR is located at infinity, the path followed by the propulsion unit is a straight line. Consequently, L_{AB} and L_{BC} must be equal, as described in Eq. (53):

$$L_{AB} = L_{BC} = \frac{k_{AC}}{2}, \quad (53)$$



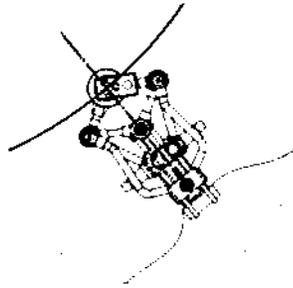


Fig. 21. Detail of the novel RPU corresponding to case 3

4 Conclusions

(1) The novel robotic leg presented herein is based on the Peaucellier-Lipkin mechanism, which is well known as the *straight line mechanism*. Due to the fact that the basic Peaucellier-Lipkin mechanism has one DOF and traces straight lines, it was necessary to make important changes, which were obtained by the addition of four more degrees of freedom. In this manner, the novel 5-DOF leg is able to reach different centers of rotations, providing concave or convex arcs, depending on what is needed to satisfy the basic principle of displacement of walking machines.

(2) Three DOFs are used to adapt or configure the leg in terms of a specific center of rotation. The remaining DOFs help to transport its foot, depending on the support or transfer conditions.

(3) The RPU is capable of generating paths in a given space with only two DOFs, once it is reconfigured. The walking robots with traditional propulsion units require at least three DOFs per leg.

(4) The walking machine that uses the RPU with the characteristics described in this paper can move on structured and non-structured terrain.

(5) The RPU adopts a specific configuration in relation to three points located along the contour of the road and the walking machine moves parallel to it.

References

- [1] DIKSMAN E. On the History of focal mechanisms and their derivatives[C]// *International Symposium on History of Machines and Mechanisms* Proceedings of the HMM2004 symposium, Cassino, Italy, May 12–15, 2004.
- [2] LUQUIN F. Steam engines, mechanisms and P. L. Chebyshev[C]// *Universidad del País Vasco Euskal Herriko Unibertsitatea, Matematicalia conference UN PASEO POR LA GEOMETRIA 2005*, Bilbao, Spain, February 23, 2005.
- [3] TARABARIN V, TARABARINA Z, and CHIRKINA D. Designing, analysis and computer modeling of straight-line mechanisms[C]// *Explorations in the History of Machines and Mechanisms, Proceedings of HMM2012*, Amsterdam, 2012.
- [4] KEMPE A B. How to draw a straight line[M]. London: Nature Series (Publishers), 1877: 86–89.
- [5] DIKSMAN E A. A Fourfold generalization of peaucellier's inversion cell[J]. *Meccanica*, 31(4), 1996: 407–420.
- [6] DIKSMAN E A. A way to generalize Peaucellier's inversor[C]// *6th International Symposium on Linkages and CAD-Methods(Theory and Practice of Mechanisms)*, Vol. 1, Paper 10, SYROM '93, Bucurugi, Roumania, June 1993: 73–82.
- [7] BUCKLEY J. An Investigation into straight-line mechanisms: optimizing the peaucellier mechanism[C]// *The National Conference on Undergraduate Research*, New York, USA, 2011.
- [8] HEO J C, YOON G H. Size and configuration syntheses of rigid-link mechanisms with multiple rotary actuators using the constraint force design method[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2013, 64: 18–38.
- [9] SEIFABADI R, IORDACHITA I, FICHTINGER G. Design of a teleoperated needle steering system for MRI-guided prostate interventions[C]// *The Fourth IEEE RAS-EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechanics*, Roma, Italy, June 24–27, 2012.
- [10] CHALFIN L. Photograph pickup arm. US2977126 [P.OL]. (1956-03-26)[2015-01-11]. <http://www.google.co.uk/patents/US2977126>.
- [11] ZHENGYAN Q, HONGBO W, ZHEN H, et al. Kinematics of a quadruped/biped reconfigurable walking robot with parallel leg mechanisms[C]// *ASME IFTOM International Conference on Reconfigurable Mechanisms and Robots*, DAI J S, ZOPPI M, KONG X, eds, Jun 2009: 558–564.
- [12] DEJUN M, ERJUAN L, XIAO L, et al. Gait Planning and simulation of parallel walking robot[C]// *Proceedings of the 2010 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, August 4–7, 2010, Xi'an, China, 2010: 1543–1549.
- [13] LING-FENG S, HONG-BO W, DIAN-FAN Z, et al. Application of parallel mechanism in varistructured quadruped/biped human-carrying walking chair robot[J]. *International Journal of Automation and Computing*, October 2013, 10(5): 447–454.
- [14] HASHIMOTO K, SUGAHARA Y, SUNAZUKA H, et al. Human-carrying biped walking vehicle[C]// *6th International Conference of the International Society for Gerontechnology*, Advanced Research Institute for Science and Engineering, Waseda University, April 30, 2008.
- [15] YANG P, FENG G. Payload capability analysis of a new kind of parallel leg hexapod walking robot[C]// *International Conference on Advanced Mechatronic Systems*, Luoyang, China, IEEE, September 25–27, 2013: 541–544.
- [16] JUN-HO O, HANSON D, WON-SUP K, et al. Design of Android type humanoid robot Albert HUBO[C]// *Proceedings of the 2006 IEEE RSJ, International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China, October 9–15, 2006: 1428–1433.
- [17] ILL-WOO P, JUNG-YUP K, JUNGHO L, et al. Development of biped humanoid robots at the Humanoid Robot Research Center. KAIST[M]// *Humanoid Robots: Human-like Machines*, HACKEL M, ed. ISBN 978-3-902613-07-3, Tech, Vienna, Austria, June 2007: 43–64.
- [18] HIROSE M, HAIKAWA Y, TAKENAKA T, et al. Development of humanoid robot ASIMO[C]// *IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robots Syst. Workshop 2*, Maui, USA, 2001.
- [19] HIROSE M, OGAWA K. Honda humanoid robots development[J]. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 2007(365): 11–19.
- [20] VÁZQUEZ J, VELASCO-VILLA M. Experimental estimation of slipping in the supporting point of a biped robot[J]. *Journal of Applied Research and Technology*, 2013, 11(June): 348–359.
- [21] PLAYTER R, BUEHLER M, RAIBERT M. *BigDog*[M]. Bellingham: International Society for Optical Engineering, 2006: 1–6.
- [22] WAIT K, GOLDFARB M. A pneumatically actuated quadrupedal walking robot[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2014, 19(1): 339–347.
- [23] JUÁREZ-CAMPOS I, NÚÑEZ-ALTAMIRANO D, MÁRQUEZ-PÉREZ L, et al. Reconfigurable propulsion unit for walking machines: MX2014008184(A)[P.OL]. (2015-12-28)[2016-04-03].

http://worldwide.espacenet.com/searchResults?bookmarkedResults=true&submitted=true&DB=EPODOC&locale=es_lp&AP=MX20140008184&sf=a&PGS=15&CY=lp&LG=es&ST=advanced.

Biographical notes

NÚÑEZ ALTAMIRANO Diego A. born in 1985, is currently a PhD candidate at the Postgraduate Department of the *School of Mechanical Engineering, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Mexico*. He received his master's degree from the *Instituto Tecnológico de Morelia*, in 2008. His research interests include walking machine systems and robotics. Tel: +52-4432362518; E-mail: diegocuyo@hotmail.com

JUAREZ CAMPOS Ignacio, born in 1966, is currently a professor at the *Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Mexico*. He received his PhD from the *National Autonomous*

University of Mexico, Mexico, in 2002. His research interests include mechatronics engineering, walking machines and robotics. Tel: +52-4431257868; E-mail: al13507237@unadmexico.mx

MARQUEZ-PÉREZ Lucia, born in 1974, is currently a professor at the *Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Mexico*. She received her PhD from the *Polytechnic University of Catalonia, Barcelona, Spain*, in 2011. Her research interests include biomedic engineering, tissue engineering, biomaterials, walking machines and robotics. Tel: +52-4431409385; E-mail: lucia3366@gmail.com

FLORES-DÍAZ Ociel, born in 1977, received his PhD from the *National Autonomous University of Mexico, Mexico*, in 2013. His research interests include dynamics for machines and robots. E-mail: ocielfd@gmail.com

Appendix

Nomenclature

A, B, C, D, E, F	Joints	α	Angle between L_{AB} and L_{AF}
$AB, AD, AE, BC, CD, CE, DF, EF$	Links	β	Angle between L_{AF} and L_{AE}
$CR (x_{CR}, y_{CR}, z_{CR})$	Instant Center of Rotation	δ	Angle between L_{AB} and L_{AE}
$I_{3 \times 3}$	Identity matrix	μ	Orientation reference angle
k_{AC}	Constant distance between joints A and C	CR'_x	Instant center of rotation for case 2
$\hat{Z}_M \otimes$	Skew symmetric matrix	k_{AC}'	Constant distance between joints A and C for case 2
k_{AF}	Constant distance between joints A and F	k_{AF}'	Constant distance between joints A and F for case 2
$L_{AB}, L_{AD}, L_{AE}, L_{BC}, L_{CD}, L_{CE}, L_{DF}, L_{EF}$	Link lengths	L_{AB}'	Length of link AB for case 2
L_{AC}	Length between joints A and C	L_{BC}'	Length of link BC for case 2
L_{AF}	Length between joints A and F	β^*	Angle between k_{AF}' and L_{AD}'
L_F	Length of prismatic joint allowing the leg to be raised or lowered	γ_1	Proposed angle for case 2
$\{M\} = \{\hat{X}_M, \hat{Y}_M, \hat{Z}_M\}$	Global orthogonal frame	α'	Angle between L_{AB}' and k_{AF}'
$\{N\} = \{\hat{X}_N, \hat{Y}_N, \hat{Z}_N\}$	Local orthogonal frame	ε	Angle between k_{AF}' and r
m_{ij}	Perpendicular slope between the i th and j th position points	CR''_x	Instant Center of Rotation for case 3
m_{ij}	Slope between the i th and j th position points	k_{AC}''	Constant distance between joints A and C for case 3
${}^M \bar{p}_i$	i th position point	k_{AF}''	Constant distance between joints A and F for case 3
$Pm_{ijx}, Pm_{ijy}, Pm_{ijz}$	Middle point for the i th and j th position points	L_{AB}''	Length of link AB for case 3
r	Distance between the CR and F	L_{BC}''	Length of link BC for case 3
x_V, y_V, z_V	Coordinates of the V joint; $V = A, B, C, D, E$ and F	α''	Angle between L_{AB}'' and k_{AF}''
x_i, y_i, z_i	Components for the i th position point	β''	Angle between k_{AF}'' and L_{AD}''
θ_A	Configuration angle	γ_2	Proposed angle for case 3
θ_B	Leg motion angle		



Bibliografía

- [1] A. Barrientos, L. F. Peñín, C. Balaguer, and R. Aracil, *Fundamentos de robótica*, Segunda. España: McGraw-Hill, 2007.
- [2] L. A. Rygg, “Mechanical horse,” US 491927, 1893.
- [3] Jose Luis Blanco, “Patente de 1893: Caballo mecánico a pedales – Ciencia explicada,” 2011. [Online]. Available: <http://www.ciencia-explicada.com/2011/01/patente-de-1893-caballo-mecanico.html>. [Accessed: 26-Nov-2014].
- [4] R. C. Simpson, “Smart wheelchairs: A literature review.,” *J. Rehabil. Res. Dev.*, vol. 42, no. 4, pp. 423–436, 2005.
- [5] T. Rofer, A. Lankenau, B. Institut, U. Bremen, and D.- Bremen, “Architecture and Applications of the Bremen Autonomous Wheelchair 2 The Wheelchair 1 Motivation 3 Safety Issues 4 System Architecture,” in *Fifth Workshop on Humanoid Soccer Robots in conjunction with the 2010 IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, 1998, pp. 1–4.
- [6] S. Thrun, M. Bennewitz, W. Burgard, A. B. Cremers, F. Dellaert, D. Fox, H. Dirk, C. Rosenberg, N. Roy, J. Schulte, and D. Schulz, “MINERVA: A Second-Generation Museum Tour-Guide Robot,” in *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA '99)*, 1999, pp. 1999 – 2005 vol.3.
- [7] A. Sixsmith and N. Johnson, “A smart sensor to detect the falls of the elderly,” *IEEE Pervasive Comput.*, vol. 3, no. 2, 2004.
- [8] E. D. Mynatt and W. a Rogers, “Aware technologies for aging in place: Understanding User Needs and Attitudes,” *Pervasive Comput. IEEE*, vol. 3, no. 2, pp. 36–41, 2004.
- [9] J. Mumm and B. Mutlu, “Human-Robot Proxemics : Physical and Psychological Distancing in Human-Robot Interaction,” *Design*, pp. 331–338, 2011.
- [10] Y. Muto, S. Takasugi, T. Yamamoto, Y. Miyake, and H. Communication, “Timing control of utterance and body motion in humanoid-robot,” *Comput. Intell.*, pp. 119–123, 2008.
- [11] S. Šabanovic, C. C. Bennett, W. L. Chang, and L. Huber, “PARO robot affects diverse interaction modalities in group sensory therapy for older adults with dementia,” *IEEE Int. Conf. Rehabil. Robot.*, 2013.
- [12] F. Petric and K. Hrvatini, “Four Tasks of a Robot-assisted Autism Spectrum Disorder Diagnostic Protocol : First Clinical Tests,” in *IEEE Global Humanitarian Technology Conference (GHTC)*, 2014, pp. 510–517.
- [13] A. Duquette, F. Michaud, and H. Mercier, “Exploring the use of a mobile robot as an imitation agent with children with low-functioning autism,” *Auton. Robots*, vol. 24, no. 2, pp. 147–157, 2008.
- [14] D. Stefanov and Z. Z. Bien, “Human-friendly Technologies on Movement Assistance and Restoration for People with Disabilities,” in *Advances in Rehabilitation Robotics*, Springer Berlin Heidelberg, 2004, pp. 3–23.
- [15] INEGI, “Población. Discapacidad,” 2010. [Online]. Available: <http://cuentame.inegi.org.mx/poblacion/discapacidad.aspx?tema=P>. [Accessed: 12-Aug-2015].
- [16] J. E. Shigley and J. J. Uicker, *Teoría de máquinas y mecanismos*. U.S.A.: McGraw Hill, 2001.



- [17] R. L. Norton, *Diseño de Maquinaria Síntesis y Análisis de Máquinas y Mecanismos*, Quinta Ed. Mc Graw Hill, 2013.
- [18] T. Ogata, Y. Matsuyama, and T. Komiya, “Development of Emotional Communication Robot: WAMOEBA-2R,” in *Intelligent Robots and Systems, 2000. (IROS 2000). IEEE/RSJ International Conference on (Volume:1)*, 2000, pp. 175–180.
- [19] F. Miyazaki and S. Arimoto, “A Control Theoretic Study on Dynamical Biped Locomotion,” *J. Dyn. Syst. Meas. Control*, vol. 102, no. 4, pp. 233–239, Dec. 1980.
- [20] K. Mombaur, J. P. Laumond, and E. Yoshida, “An optimal control model unifying holonomic and nonholonomic walking,” *2008 8th IEEE-RAS Int. Conf. Humanoid Robot. Humanoids 2008*, pp. 646–653, 2008.
- [21] K. Harada, M. Morisawa, S. Nakaoka, K. Kaneko, and S. Kajita, “Kinodynamic Planning for Humanoid Robots Walking on Uneven Terrain,” pp. 311–316, 2009.
- [22] K. Harada, S. Kajita, H. Saito, M. Morisawa, F. Kanehiro, K. Fujiwara, K. Kaneko, and H. Hirukawa, “A humanoid robot carrying a heavy object,” *Proc. - IEEE Int. Conf. Robot. Autom.*, vol. 2005, no. April, pp. 1712–1717, 2005.
- [23] Yves Pépin, “TOYOTA.CO.JP -NEWS RELEASE-,” 2004. [Online]. Available: http://www.toyota.co.jp/en/news/04/1203_1d.html. [Accessed: 13-Sep-2014].
- [24] Y. Wu, M. Higuchi, Y. Takeda, and K. Sugimoto, “Development of a Power Assist System of a Walking Chair,” *J. Robot. Mechatronics*, 2005.
- [25] M. E. Escobar and H. Rubio, “Sistema de Estabilización del Robot Pasibot,” in *XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica*, pp. 1–7, 2010.
- [26] O. Al-Araidah, W. Batayneh, T. Darabseh, and S. M. BaniHani, “Conceptual design of a single DOF human-like eight-bar leg mechanism,” *Jordan J. Mech. Ind. Eng.*, vol. 5, no. 4, pp. 285–289, 2011.
- [27] I. Park, J. Kim, and J. Lee, “Development of Biped Humanoid Robots at the Humanoid Robot Research Center, Korea Advanced Institute of Science and Technology (KAIST),” *Humanoid Robot.*, no. June, 2007.
- [28] J.-H. Kim, J.-Y. Kim, and J.-H. Oh, “Adaptive walking pattern generation and balance control of the passenger-carrying biped robot, HUBO FX-1, for variable passenger weights,” *Autonomous Robots*, vol. 30, no. 4, pp. 427–443, Mar. 2011.
- [29] J. Oh, D. Hanson, W. Kim, J. Kim, I. Park, and E. Womans, “Design of Android type Humanoid Robot Albert HUBO,” pp. 1428–1433, 2006.
- [30] K. Hashimoto, Y. Sugahara, H. Sunazuka, M. Kawase, K. Hattori, H. Lim, and A. Takanishi, “Human-carrying Biped Walking Vehicle,” in *Proc. of the 6th International Conference of the International Society for Gerontechnology*, 2008.
- [31] H. Chan, K. Huang, Y. Hu, and C. Wong, “Mechanical Design of Small-Size Humanoid Robot,” in *13th FIRA Robot World Congress*, pp. 98–105, 2010.
- [32] H. Wang, Y. Li, and L. Ning, “Realization of a hydraulic actuated biped robot walking without double support phase,” *Int. J. Control. Autom. Syst.*, vol. 12, no. 4, pp. 843–851, Jul. 2014.
- [33] M. Hirose and K. Ogawa, “Honda Humanoid Robots Development,” *Philos. Trans. A. Math. Phys. Eng. Sci.*, vol. 365, no. 1850, pp. 9–11, Jan. 2007.
- [34] Y. Sakagami, R. Watanabe, C. Aoyama, S. Matsunaga, N. Higaki, and K. Fujimura, “The intelligent ASIMO: system overview and integration,” *IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robot. Syst.*, vol. 3, no. October, 2002.



- [35] K. Morita and H. Ishihara, “Four-Legged Mechanism for Realizing Dynamic Running – Design of Prototype with Drive System that Enables Dynamic Locomotion Change – Cb Gb Hb,” vol. 20, no. 2, 2008.
- [36] D. He and P. Ma, “Effects of Initial Stance of Quadruped Trotting on Walking Stability,” vol. 2, no. 1, pp. 3–6, 2005.
- [37] Z. Qi, H. Wang, Z. Huang, and L. Zhang, “Kinematics of a Quadruped / Biped Reconfigurable Walking Robot with Parallel Leg Mechanisms,” pp. 558–564.
- [38] M. Raibert, K. Blankespoor, G. Nelson, and R. Playter, “BigDog , the Rough-Terrain Quadruped Robot,” in *17th World Congress IFAC*, 2008, pp. 10822–10824.
- [39] D. Wooden, M. Malchano, K. Blankespoor, A. Howardy, A. a. Rizzi, and M. Raibert, “Autonomous navigation for BigDog,” in *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2010, pp. 4736–4741.
- [40] K. W. Wait and M. Goldfarb, “A Pneumatically Actuated Quadrupedal Walking Robot,” *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 19, no. 1, pp. 339–347, 2014.
- [41] P. S. Pa and C. M. Wu, “Design and Application of High-Sensitivity Hexapod Robot,” in *ICIRA 209*, 2009, pp. 1051–1064.
- [42] Y. Pan and F. Gao, “Payload capability analysis of a new kind of parallel leg hexapod walking robot,” in *Proceedings of the 2013 International Conference on Advanced Mechatronic Systems*, 2013, pp. 541–544.
- [43] S. Nakajima and E. Nakano, “Adaptive Gait for Large Rough Terrain of a Leg-wheel Robot (First Report : Gait Strategy),” vol. 20, no. 5, 2008.
- [44] S. Nakajima and E. Nakano, “Adaptive Gait for a Leg-Wheel Robot Traversing Rough Terrain (Second Report : Step-Up Gait),” vol. 20, no. 6, pp. 913–920, 2008.
- [45] S. Nakajima and E. Nakano, “Adaptive Gait for Large Rough Terrain of a Leg-Wheel Robot (Third Report : Step-Down Gait),” vol. 21, no. 1, pp. 12–13, 2009.
- [46] S. Nakajima and E. Nakano, “Adaptive Gait for Large Rough Terrain of a Leg-Wheel Robot (Fourth Report : Step-Over Gait),” vol. 21, no. 2, 2009.
- [47] D. Mu, E. Luo, X. Liu, B. Xue, and H. Wang, “Gait planning and simulation of parallel walking robot,” *2010 IEEE Int. Conf. Mechatronics Autom.*, pp. 1553–1557, Aug. 2010.
- [48] S. S. Roy, A. K. Singh, and D. K. Pratihar, “Estimation of optimal feet forces and joint torques for on-line control of six-legged robot,” *Robot. Comput. Integr. Manuf.*, vol. 27, no. 5, pp. 910–917, 2011.
- [49] S. S. Roy and D. K. Pratihar, “Effects of turning gait parameters on energy consumption and stability of a six-legged walking robot,” *Rob. Auton. Syst.*, vol. 60, no. 1, pp. 72–82, Jan. 2012.
- [50] S. S. Roy and D. K. Pratihar, “Soft computing-based approaches to predict energy consumption and stability margin of six-legged robots moving on gradient terrains,” *Appl. Intell.*, vol. 37, no. 1, pp. 31–46, 2012.
- [51] S. S. Roy and D. K. Pratihar, “Kinematics, Dynamics and Power Consumption Analyses for Turning Motion of a Six-Legged Robot,” *J. Intell. Robot. Syst.*, vol. 74, no. 3–4, pp. 663–688, Jun. 2013.
- [52] S. S. Roy and D. K. Pratihar, “Dynamic modeling, stability and energy consumption analysis of a realistic six-legged walking robot,” *Robot. Comput. Integr. Manuf.*, vol. 29, no. 2, pp. 400–416, Apr. 2013.



- [53] Z. Wang, X. Ding, A. Rovetta, and A. Giusti, “Mobility analysis of the typical gait of a radial symmetrical six-legged robot,” *Mechatronics*, vol. 21, no. 7, pp. 1133–1146, 2011.
- [54] N. L. Chalfin, “Phonograph Pickup Arm,” US2977126, 1961.
- [55] P. A. Kunzler, P. Schmitt, R. D. V. Poblano, B. Chan, and P. A. Liang, “Wheel embedded suspension,” US 7,938,210 B2, 2011.
- [56] N. Shkolnik, “Walking Apparatus,” US 4462476, 1984.
- [57] P. Garrec, “Device for transmitting movement between a solid and a member, in particular for a robot able to be moved on legs,” US5,219,410, 1993.
- [58] N. Cross, *Métodos de diseño: Estrategias para el diseño de productos*. México: Limusa-Wiley, 2010.
- [59] F. Luquin, “Máquinas de vapor, mecanismos y P.L. Chebyshev,” in *Un paseo por la geometría -Matematicalia*, 2005.
- [60] E. Dijkstra, “On the History of Focal Mechanisms and Their Derivatives,” in *International Symposium on History of Machines and Mechanisms*, 2004, pp. 303–314.
- [61] I. Juárez Campos, D. A. Núñez Altamirano, and L. Márquez Pérez, “Unidad de propulsión reconfigurable para máquinas caminantes,” MX2014008184 (A), 2014.
- [62] I. Juárez Campos, “Sobre las Regiones Geométricas Articulares y su Aplicación en el Mejoramiento del Desempeño de un Manipulador Mediante Estrategias Evolutivas,” UNAM, 2002.
- [63] D. A. Wells, *Theory and Problems of Lagrangian Dynamics*. New York, NY: McGraw-Hill, 1967.
- [64] G. B. Thomas, *Thomas’ Calculus*, 12th ed. pp. 1180: Pearson, 2009.
- [65] “Linear Actuators,” 2016. [Online]. Available: <https://www.servocity.com/motors-actuators/linear-actuators>. [Accessed: 12-Jul-2016].
- [66] “Torxis Rotary Servo Products,” 2016. [Online]. Available: http://www.invenscience.com/index_files/torxis_rotary_servo.htm. [Accessed: 11-Jul-2016].
- [67] © SKF 2006. Catálogo general, Publicación 6000 ES, Suecia, p. 1133, Mayo 2006.

