



**UNIVERSIDAD MICHOACANA DE
SAN NICOLÁS DE HIDALGO**
DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADOS
DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL



*“DETERMINACIÓN DE LAS DEFORMACIONES
PERMANENTES A CORTO PLAZO DE UN PAVIMENTO
CONSIDERANDO LA NO-LINEALIDAD”*

TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE MAESTRO EN
INFRAESTRUCTURA DEL TRANSPORTE EN LA RAMA DE
LAS VÍAS TERRESTRES PRESENTA:

Ing. Manuel Alejandro Hernández Peña

DIRECTOR DE TESIS:
Dr. Carlos Chávez Negrete

MORELIA, MICHOACÁN. NOVIEMBRE DEL 2018

Resumen

La red carretera de México presenta un importante deterioro. Una etapa importante de la infraestructura carretera es el diseño de los pavimentos. Los métodos actuales de diseño de pavimentos tienen una variación considerable entre las predicciones de deterioro y la realidad. Los métodos actuales de diseño se basan en el cálculo de deformaciones permanentes y agrietamiento por fatiga del pavimento, a partir de valores de entrada que tienen que ver con la estructura, los materiales, el clima y el tránsito vehicular. Sin embargo, el cálculo del deterioro se basa en modelos empíricos con base en la experiencia del diseñador, lo que produce poca certeza en el cálculo. Los métodos mecanicistas buscan realizar análisis con base puramente científica, donde se involucren las variables que intervienen en el desempeño del pavimento a partir de parámetros obtenidos de pruebas de laboratorio.

En este trabajo se presenta un modelo de cálculo de deformaciones permanentes, el cual considere la no-linealidad, la variación del módulo resiliente respecto al estado de esfuerzos y a la succión, así como la evolución de la deformación permanente a partir de datos de ensayos de laboratorio.

El método involucra un análisis axisimétrico de una estructura de pavimento mediante el método de elementos finitos, en el cual se solucionan las ecuaciones diferenciales de elasticidad con variación del módulo resiliente, ecuaciones de flujo de agua en suelos y la ecuación de deformaciones permanentes.

Palabras clave

Deformaciones permanentes, pavimentos, análisis no-lineal, método mecanicista de diseño, módulo resiliente.

Abstract

The road network of Mexico presents a significant deterioration. An important stage of the road infrastructure is the design of the pavements. Current pavement design methods have considerable variation between predictions of failure and the reality. The current design methods are based on the calculation of permanent deformations and fatigue cracking of the pavement, based on input values that have to do with the structure, materials, climate and traffic. However, the calculation of the deterioration is based on empirical models based on the experience of the designer, which produces poor accuracy in the calculation. The mechanistic methods perform analysis with totally scientific basis, where the variables involved in pavement performance are involved from parameters obtained from laboratory tests.

In this work, a permanent deformation calculation model is presented, which considers the non-linearity, the variation of the resilient modulus with respect to the state of stresses and the suction, as well as the evolution of the permanent deformation from data of tests of laboratory.

The method involves an axisymmetric analysis of a pavement structure using the finite element method, in which the differential elasticity equations with variation of the resilient modulus, water flow equations in soils and the equation of permanent deformations are solved.

Keywords

Permanent deformations, pavements, non-linear analysis, mechanistic design method, resilient modulus.

Agradecimientos

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo otorgado para realizar mis estudios de maestría.

Al posgrado de ingeniería civil de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, que me permitió el ingreso al programa de maestría.

Agradezco a los catedráticos por su dedicación a la enseñanza de sus conocimientos y experiencias durante mis estudios de maestría.

Especialmente agradezco al Dr. Carlos Chávez Negrete, por su guía, su tiempo y dedicación para la conclusión de esta tesis.

A los revisores y sinodales por el tiempo y atención que me brindaron, para sumar al desarrollo de mi tesis, Al Dr. Jorge Alarcón Ibarra, Dra. Luisa Nicté Equihua Anguiano, Al Dr. José Roberto Pérez Cruz y al Dr. Francisco Domínguez Mota.

A mi esposa Alejandra Tello Sotelo, por acompañarme siempre, por día a día impulsarme a seguir adelante y motivarme a cumplir todas nuestras metas.

A mis padres, por creer en mí, por su apoyo en todo momento y por sus enseñanzas que todos los días me dan Bertin y Celerino, a mis hermanos Miriam y Carlos, por sus consejos y ayuda incondicional.

A las personas que han creído en mí, a mi familia.

Índice de Figuras

Figura 1. Principales deterioros en los pavimentos flexibles	1
Figura 2 Descripción del modelo de deformación permanente	4
Figura 3. Relación Contenido de agua-CBR (Rico & Del Castillo, 1977)	7
Figura 4. Comportamiento Esfuerzo-deformación, (σ_d - ϵ) bajo carga dinámica (Garnica, Gómez, Pérez, Martínez, & Chávez, 2004)	9
Figura 5. Comportamiento típico de una muestra de suelo bajo carga cíclica (Garnica, Gómez, Pérez, Martínez, & Chávez, 2004)	10
Figura 6. Configuración de las coordenadas cilíndrica	15
Figura 7. Estado de esfuerzos en coordenadas cilíndricas (Muir Wood, 1990).....	16
Figura 8. Distribución de esfuerzos teoría multi-capas. Modificada de Burmister (1943) (Huang, 2004)	18
Figura 9. Sistema multicapa, establecido por Huang (1968) para el análisis no lineal de esfuerzos.....	19
Figura 10. Datos de Módulo resiliente para el modelo no lineal (Huang, 2004)	21
Figura 11 Succión en suelos No-Saturados.	23
Figura 12 Condiciones de frontera para el análisis de flujo en pavimentos.....	27
Figura 13. Deformación permanente bajo repeticiones de carga. Grava (Khogaly & Elhussein, 2004).....	35
Figura 14 Comportamiento de materiales sin cementante de tres experimentos de campo (Khogaly & Elhussein, 2004)	36
Figura 15 Clasificación de materiales utilizados como material de base (Falla, Leischner, Blasl, & Erlingsson, 2017).....	39
Figura 16 Geometría y condiciones de contorno del pavimento	44
Figura 17 Generación de malla para el análisis numérico en el programa Code_Bright	45
Figura 18 Generación de malla para el análisis numérico en el programa FlexPDE	45
Figura 19 Esfuerzo vertical en el eje de simetría.....	46
Figura 20 Esfuerzo Horizontal-Profundidad en el eje de simetría	46
Figura 21 Esfuerzo cortante-Profundidad a 15cm del eje de simetría.....	47
Figura 22 Deformación Vertical-Profundidad en el eje de simetría	47
Figura 23 Deformación-Profundidad en el eje de simetría	48
Figura 24 Deformación horizontal-Profundidad a 15cm del eje de simetría	48
Figura 25 Ajuste de módulo resiliente con la ecuación de Huang Y.....	50
Figura 26 Ajuste de módulo resiliente con la ecuación Universal.....	50
Figura 27 Geometría y condiciones de contorno para la simulación de la probeta.....	51
Figura 28 Generación de la malla para el ensayo triaxial.....	51
Figura 29 Comparación del Módulo resiliente medido y calculado con el modelo Universal	52

Figura 30 Comparación del Módulo resiliente medido y calculado con el modelo Huang Y.	52
Figura 31 Esfuerzo confinante-Módulo resiliente.	53
Figura 32 Esfuerzo desviador-Pendiente de las rectas	54
Figura 33 Módulo inicial-Esfuerzo desviador.....	55
Figura 34 Pendiente-Esfuerzo desviador (ajustado)	57
Figura 35 Comparación del Módulo resiliente medido y calculado con el modelo Hernández M.....	58
Figura 36 Comparación de los distintos modelos de ajuste de Módulo Resiliente	58
Figura 37. Configuración de la masa de suelo establecido por Huang Y. para el análisis no lineal.....	59
Figura 38. Condiciones de contorno para el análisis.....	60
Figura 39 Geometría del pavimento y condición inicial.	62
Figura 40 Infiltración en la capa superior	62
Figura 41 Elevación del NAF.....	63
Figura 42 Generación de la malla para el análisis de flujo en FlexPDE.....	64
Figura 43 Generación de la malla para el análisis de flujo en Code_Bright	64
Figura 44 Presión de agua-Tiempo en la capa base.....	65
Figura 45 Presión de agua-Tiempo en la capa Subrasante	65
Figura 46 Presión de agua-Tiempo en la capa base.....	66
Figura 47 Presión de agua-Tiempo en la capa Subrasante	66
Figura 48 Diagrama general de la determinación de deformaciones permanentes	67
Figura 49 Diagrama del cálculo de deformaciones permanentes.....	69
Figura 50 Granulometría del material ensayado	72
Figura 51 Curva característica del material ensayado a partir de la granulometría	73
Figura 52 Ajuste de módulos resilientes del material ensayado con las succiones de prueba (ecuación de Liang).....	74
Figura 53 Ajuste de módulos resilientes del material ensayado con las succiones de prueba (ecuación de Gupta).....	74
Figura 54 Datos de deformación permanente (Prueba 1 succión 35 kPa) (González, 2016).....	75
Figura 55 Datos de deformación permanente (Prueba 3 succión 18 kPa) (González, 2016).....	75
Figura 56 Datos de deformación permanente (Prueba 5 succión 130 kPa) (González, 2016).....	76
Figura 57 Geometría y condiciones de contorno para la simulación del ensayo multi-etapa	77
Figura 58 Malla con triángulos para el ensayo triaxial de carga repetida.....	77
Figura 59 Resultados de deformación permanente medida y calculada (Prueba 1)	78

Figura 60 Resultados de deformación permanente medida y calculada (Prueba 3)	78
Figura 61 Resultados de deformación permanente medida y calculada (Prueba 5)	79
Figura 62 Geometría y condiciones de contorno para el análisis de deformación permanente	80
Figura 63 Generación de la malla para el análisis	81
Figura 64 Gráfica de contornos de esfuerzo vertical σ_z (kPa)	81
Figura 65 Módulo resiliente respecto a las repeticiones de carga	82
Figura 66 Deformación permanente medida en la parte superior de la capa base	83
Figura 67 Profundidad de rodera a distinto número de repeticiones de carga	84

Índice de Tablas

Tabla 1 Presiones para distintas penetraciones del vástago en el material patrón de la prueba CBR (M-MMP-1-11/13, 2013).....	7
Tabla 2. Valores de CBR establecidos en la norma de la SCT	8
Tabla 3 Niveles de esfuerzos para el ensayo multi-etapa (Nivel de esfuerzo alto) (UNE-EN 13286-7, 2008).	13
Tabla 4 Niveles de esfuerzos para el ensayo multi-etapa (Nivel de esfuerzo bajo) (UNE-EN 13286-7, 2008).	13
Tabla 5 Constantes k_1 y k_2 para materiales granulares, Rada y Witczak (1981)...	21
Tabla 6 Rangos de k_1 y k_2 para materiales granulares, Shook et al. (1982), (Obtenido de (Huang, 2004))	22
Tabla 7 Propiedades de los materiales para cada capa (Modelo Elástico Lineal). 44	
Tabla 8 Módulos Resilientes obtenidos en laboratorio	49
Tabla 9 Parámetros de ajuste de Módulo resiliente	49
Tabla 10 Valores de pendiente de la recta respecto al esfuerzo desviador	54
Tabla 11 Valores de módulo inicial de la recta respecto al esfuerzo desviador	55
Tabla 12 Resultados de Módulo calculado con las ecuaciones de ajuste.....	56
Tabla 13 Datos obtenidos por el análisis no lineal establecido por Huang Y.	59
Tabla 14 Datos obtenidos a partir del análisis no lineal mediante el método de elementos finitos	60
Tabla 15 Parámetros de flujo, permeabilidad y Curva Característica.....	63
Tabla 16 Granulometría del material (González, 2016).....	71
Tabla 17 Parámetros de la Curva característica del material	72
Tabla 18 Valores de succión del material.....	73
Tabla 19 Parámetros de ajuste de las ecuaciones Módulo-Succión	74
Tabla 20 Parámetros de ajuste de deformación permanente.....	76
Tabla 21 Parámetros del modelo de deformación permanente.....	80

Contenido

Resumen	i
Abstract	ii
Agradecimientos.....	iii
Índice de Figuras.....	v
Índice de Tablas.....	viii
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Definición del problema.....	3
1.2 Objetivo General	4
1.3 Objetivos particulares.....	5
2. MARCO TEÓRICO	6
2.1 Caracterización mecánica	6
2.1.1 Ensayo de CBR	6
2.1.2 Módulo resiliente.....	8
2.1.3 Ensayos de deformación Permanente.....	11
2.2 Modelación analítica de pavimento	14
2.2.1 Teoría de Boussinesq.....	14
2.2.2 Teoría Multicapa.....	17
2.2.3 Ecuaciones de ajuste de Módulo resiliente.....	19
2.2.4 Suelos no-saturados.....	23
2.2.5 Modelos de deformación permanente	30
2.2.6 Sistema FlexPDE.....	32
3. ESTADO DEL ARTE.....	35
3.1 Caracterización mecánica	35
3.2 Modelos analíticos de pavimento	40
4. MODELO NUMÉRICO.....	43
4.1 Modelo elástico lineal	43
4.1.1 Geometría y condiciones de frontera para el análisis de esfuerzo-deformación.....	43
4.1.2 Validación del modelo.....	44

4.2	Modelo elástico no-lineal.....	49
4.2.1	Validación del modelo.....	49
4.3	Modelo de flujo de agua.....	61
4.3.1	Geometría y condiciones de frontera para el análisis de flujo en pavimentos.	61
4.3.2	Validación del modelo.....	63
5.	ANÁLISIS DE DEFORMACIÓN PERMANENTE A CORTO PLAZO DE UN PAVIMENTO	67
5.1	Modelo de deformación permanente.....	70
5.1.1	Modelo de deformación permanente en el tiempo.....	70
5.1.2	Validación del modelo.....	71
5.2	Aplicación del modelo	79
5.3	Resultados	81
5.4	Discusión de resultados	84
6.	CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS.....	86
6.1	Conclusiones.....	86
6.2	Trabajos futuros	87
	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	88
	ANEXOS	91

1. INTRODUCCIÓN

La infraestructura carretera nacional presenta un importante deterioro, a pesar de no haber cumplido con la vida útil proyectada. Los deterioros principales son fenómenos de agrietamiento y deformación permanente, como se muestran en la Figura 1. Estos deterioros causan, falta de confort y seguridad vial para los usuarios, además de mayores costos de operación y mantenimiento. Las deformaciones permanentes ocurren, a mayor medida, en un corto plazo de su vida útil.

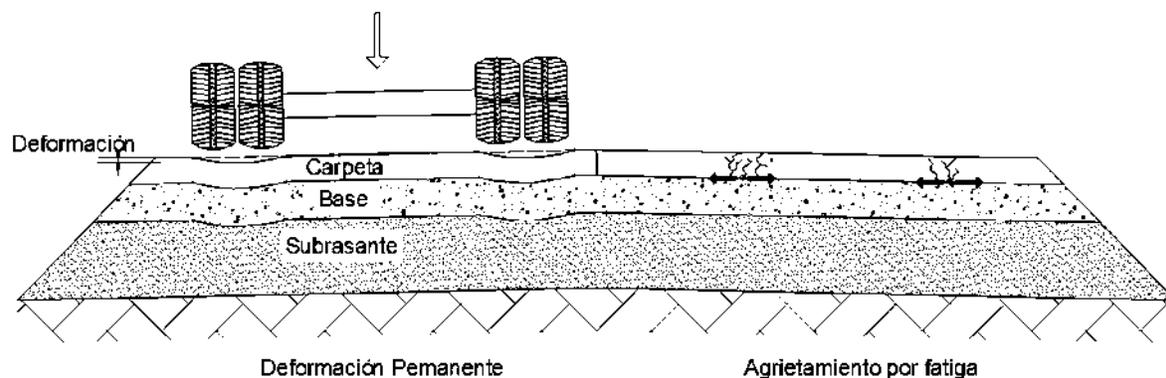


Figura 1. Principales deterioros en los pavimentos flexibles

Los métodos que principalmente se emplean en la práctica actual mexicana, fueron concebidos de manera experimental, bajo condiciones específicas que se determinaron para cumplir con las características del momento (Garnica & Correa, 2004).

En este trabajo se propone un método para determinar las deformaciones permanentes a corto plazo, para implementarla en la revisión de respuesta estructural, tomando en cuenta las condiciones de tránsito vehicular y la presencia de agua.

Los avances en los métodos de diseño de pavimentos se enfocan en la forma de medir los factores que intervienen en el análisis, como es el tránsito vehicular, clima y materiales. El comportamiento mecánico de los materiales, que constituyen un pavimento, depende de diversos factores, entre los que destacan, el contenido de agua, el método de compactación, la granulometría del material, el estado de esfuerzos y las características de carga a las que está sometido (Gidel, Hornyh, Chauvin, Breyse, & Denis, 2001).

La evolución de los métodos de diseño de pavimentos tiende a análisis cada vez más teóricos. Los métodos empíricos se utilizaron en muchas de las carreteras de México durante muchos años. Estos métodos implementan propiedades mecánicas,

como el VRS, y se correlacionaron con mediciones en pistas de prueba. Un ejemplo de este tipo de métodos es el antiguo método de la UNAM. La práctica actual emplea métodos empírico-mecanicistas, donde intervienen parámetros especiales como el módulo resiliente y módulo dinámico para la revisión estructural, y se involucran algunos efectos de clima y tránsito. Los métodos mecanicistas de diseño de pavimentos tienen el principio de ser puramente teóricos (Garnica & Correa, 2004).

Las ventajas de los métodos mecanicistas son la mejora en la capacidad de análisis de un diseño, la capacidad de predecir los tipos de problemas y la posibilidad de extrapolar datos de campo y laboratorio limitados (Huang, 2004).

Se propone implementar una metodología para el estudio de pavimentos basado en el comportamiento de los materiales utilizando un proceso multi-etapa, para determinar las deformaciones permanentes, a corto plazo, de un pavimento.

Dentro del proceso de caracterización de los materiales para el diseño de pavimentos se contempla: la clasificación de los materiales considerados para cada capa del pavimento, de acuerdo con el sistema unificado de clasificación de suelos (SUCS), los ensayos de compactación AASHTO, para determinar los parámetros de contenido de agua óptimo y densidad seca máxima del material, la aplicación de ensayos de caracterización mecánica, siguiendo un proceso multi-etapa, para determinar las deformaciones permanentes, módulos resilientes y módulos dinámicos.

Los ensayos pueden mostrar el comportamiento que tendrá un material bajo las condiciones a las que es sometido. Para el análisis numérico se necesita de ecuaciones matemáticas que describan el comportamiento del material bajo las condiciones de carga y contenido de agua. En este trabajo se estudian diversas ecuaciones que satisfacen el objetivo de describir dicho comportamiento y aplicarlo al análisis numérico. Principalmente se estudian el comportamiento de los materiales bajo el estado de esfuerzos y el efecto de la succión en la rigidez del suelo.

Usualmente los programas de análisis de pavimentos emplean modelos axisimétricos. Debido a que la carga de los vehículos se considera como un área circular con un eje de simetría, el cual se simplifica el análisis en tres dimensiones. En este trabajo se aplican las ecuaciones diferenciales de la teoría de la elasticidad, para el modelado del sistema multi-capas. Además, para el análisis no-lineal se define el módulo resiliente como una ecuación dependiente del estado de esfuerzos y de la succión del suelo.

Además del modelo elástico, se implementan las ecuaciones que describen el flujo de agua en suelos y el efecto del nivel de aguas freáticas (NAF) y de la infiltración.

Con datos recabados de ensayos de deformación permanente, se ajusta la ecuación de la deformación plástica a partir de su relación con la deformación elástica calculada considerando el número de repeticiones de carga.

A partir de la programación de las ecuaciones que describen el comportamiento del suelo en los pavimentos, se realiza un análisis de deformación permanente, empleando los datos de un material ensayado en laboratorio y una capa superficial de mezcla asfáltica con parámetros estándar. Este procedimiento busca contribuir al mejoramiento del diseño, logrando un avance en el camino por el cambio de metodologías empíricas, que son empleados en la práctica actual, a metodologías empírico-mecanicistas, que consideran parámetros más específicos para las condiciones de tráfico y clima actuales.

1.1 Definición del problema

El estudio se centra en la determinación de las deformaciones permanentes a corto plazo, para lo cual, existen algunos aspectos que se deben atender para el desarrollo de la investigación.

Los métodos de diseño mecanicistas tienen el objetivo de tener una base puramente científica para el análisis. (Garnica & Correa, 2004)

Garnica, P. (2004) define que los datos de entrada para estas metodologías se realizan de manera específica para el proyecto, y sean obtenidas de pruebas mecánicas que reproduzcan las condiciones que se presentan en la realidad. Los datos de entrada utilizados para estas metodologías son:

- Estructuras (espesores de la estructura)
- Materiales (esfuerzos y deformaciones)
- Clima
- Tránsito

El desarrollo de este trabajo se enfoca en el análisis matemático del comportamiento del suelo. Para llevar a cabo el objetivo, es necesario aplicar las ecuaciones que describan el comportamiento del material sometido a ensayos mecánicos. Estas sirven como base para la determinación y análisis de las predicciones de desempeño. El desempeño del pavimento está definido por los principales deterioros, los cuales son:

- Agrietamiento por fatiga
- Deformaciones permanentes

Los parámetros de los materiales utilizados para análisis y diseños de pavimentos son:

- Propiedades índices

Determinan las condiciones del suelo y sus características físicas.

- Valor Soporte de California (*CBR*)
- Módulo Resiliente (*M_R*)
- Módulo dinámico (*MD*)
- Comportamiento esfuerzo-deformación

Para el análisis y cálculo de las deformaciones permanentes se consideran los factores que intervienen en el comportamiento de los materiales que componen al pavimento. Dentro de los factores que definen el comportamiento se encuentran, el estado de esfuerzos, el flujo de agua en suelos, el efecto de la humedad en la rigidez del suelo, la variación del módulo resiliente respecto al número de repeticiones de carga y la acumulación de la deformación permanente con el número de repeticiones de carga. Cada uno de estos factores describe fenómenos y condiciones distintas y su efecto depende del tipo de suelo.

La Figura 2 muestra un esquema de las condiciones consideradas en este trabajo para la evaluación de las deformaciones permanentes

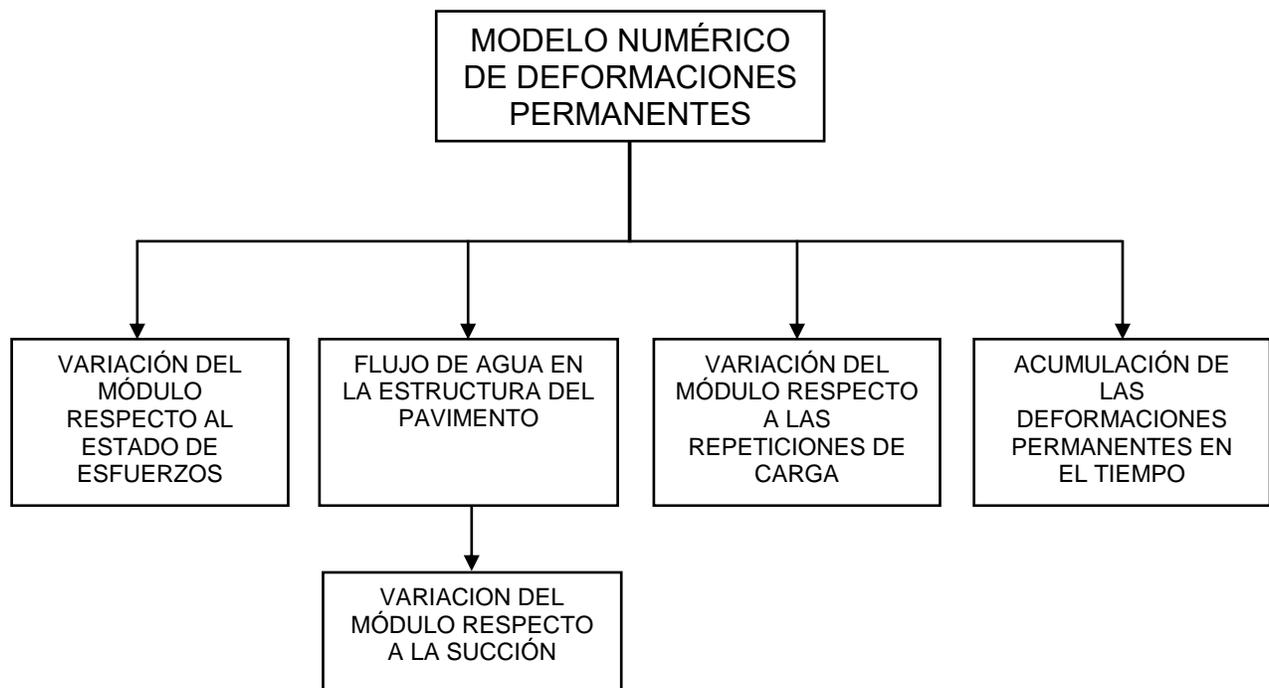


Figura 2 Descripción del modelo de deformación permanente

1.2 Objetivo General

- Implementar un procedimiento para el cálculo no lineal de las deformaciones permanentes a corto plazo de un pavimento, para aplicarlo en la metodología

de análisis mecanicista y pronosticar los esfuerzos y deformaciones del pavimento.

1.3 Objetivos particulares.

1. Aplicar la teoría elástica para el análisis de pavimentos.
2. Determinar el comportamiento de los materiales respecto al estado de esfuerzos.
3. Analizar el flujo de agua en suelos no saturados para pavimentos.
4. Estudiar el comportamiento del material respecto a la succión.
5. Analizar el comportamiento del material respecto a las repeticiones de carga.
6. Analizar matemáticamente el comportamiento del material para el cálculo de las deformaciones permanentes en pavimentos flexibles.

2. MARCO TEÓRICO

2.1 Caracterización mecánica

Dentro de la tecnología de los pavimentos se han aplicado algunas pruebas especiales que conviene estudiar por su uso actual o porque sirven de base a métodos de trabajo de aplicación muy extendida. Se pueden identificar dos grupos de pruebas en cuanto a pavimentos se refieren, estos son, pruebas in-situ y pruebas de laboratorio (Rico & Del Castillo, 1977). El presente trabajo trata de estudiar un método de predicción de deformaciones permanentes, por lo cual se enfocará en la descripción de las pruebas de laboratorio con este mismo enfoque.

La caracterización de los materiales dentro de la etapa de diseño de un proyecto carretero es uno de los procesos iniciales para el análisis, las propiedades obtenidas en laboratorio ayudan a identificar las condiciones de los materiales para cada una de las capas de un pavimento, obteniendo datos de clasificación, así como su comportamiento mecánico. Los parámetros mecánicos que se usan en el diseño de pavimentos flexibles son: ensayo de CBR, ensayo de módulo resiliente y ensayo de módulo dinámico. Los dos primeros corresponden a ensayos realizados a suelos sin conglomerante, mientras que el ensayo de módulo dinámico se aplica a mezclas asfálticas. Algunos aspectos de estos ensayos se describen a continuación.

2.1.1 Ensayo de CBR

Esta prueba fue desarrollada originalmente por el Departamento de Carreteras del Estado de California; actualmente es de uso muy extendido, y gran parte de los pavimentos que se construyen en el mundo son proporcionados por el método de diseño basado en este parámetro (Rico & Del Castillo, 1977).

El Valor Soporte de California (CBR) se obtiene de una prueba de penetración, en la que un vástago de 19.4 cm^2 (3 in^2) de área se hace penetrar en un espécimen de suelo con velocidad de 0.127 cm/min ; se mide la carga aplicada para penetraciones que varíen en 0.25 cm . El valor soporte de California del suelo se define como la relación, expresada como porcentaje, entre la presión necesaria para penetrar los primeros 0.25 cm y la presión requerida para tener la misma penetración en un material arbitrario, adoptado como patrón, que es una piedra triturada en la que se producen las presiones que se anotan en la Tabla 1:

Tabla 1 Presiones para distintas penetraciones del vástago en el material patrón de la prueba CBR (*M-MMP-1-11/13, 2013*)

Penetración		Presión en el vástago	
cm.	plg.	Kg/cm ²	Lb/plg ²
0.25	0.1	70	1000
0.50	0.2	105	1500
0.75	0.3	133	1900
1.00	0.4	161	2300
1.25	0.5	182	2600

El espécimen de suelo con el que se hace la prueba está confinado en un molde de 15.2 cm de diámetro y 20.3 cm de altura. El ensayo es realizado a una prueba de suelo con un porcentaje de compactación especificado. En México este ensayo se describe en la norma de la SCT, M-MMP-1-11-13_CBR Y EXPANSIÓN (2013)

Existen factores que afectan los valores obtenidos en la prueba del CBR, La textura del suelo, su contenido de agua y su condición de compactación son otros factores que influyen en los valores de la prueba. La sobrecarga de las capas superiores en un pavimento puede ser reproducidas al realizar el ensayo, colocando la sobrecarga en el espécimen y posteriormente la penetración con el pistón que especifica la prueba (Rico & Del Castillo, 1977).

El comportamiento del suelo bajo este ensayo se representa en la Figura 3. Se presentan tres gráficas que corresponden a las distintas condiciones de energía de compactación, estas afectan la densidad y la resistencia del suelo compactado. Se puede observar también, que el contenido de agua cambia la resistencia a la penetración.

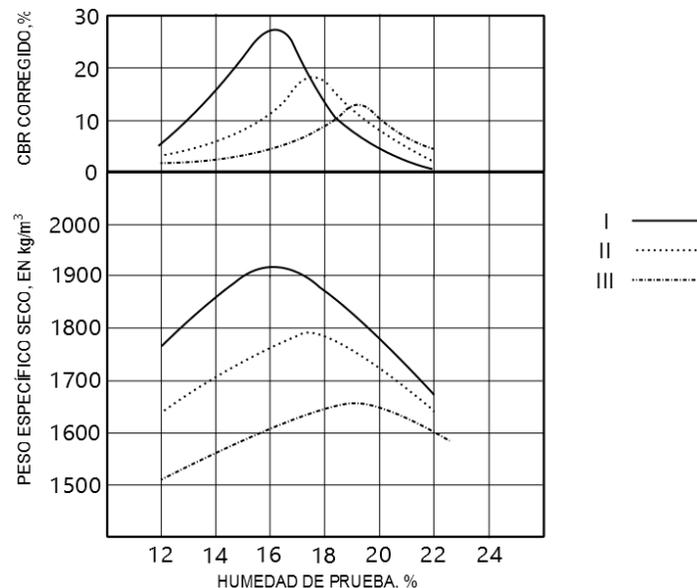


Figura 3. Relación Contenido de agua-CBR (*Rico & Del Castillo, 1977*)

De la Figura 3 la línea I corresponde a una energía de compactación de la prueba AASHTO Modificada, la III de la prueba AASHTO Estándar y la II a una energía de compactación intermedia.

Las especificaciones de la SCT incluyen los valores límite de CBR para cada capa, los cuales se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Valores de CBR establecidos en la norma de la SCT

CAPA	VALOR DE CBR (%) mínimo
Terraplén	5
Subrasante	20
Subbase	50 ^[1] a 60 ^[2]
Base	80 ^[1] a 100 ^[2]
Base Pav. rígido	80

[1] valores para menos de 1 millón de ejes equivalentes (8.20 ton) esperadas en la vida útil del pavimento

[2] valores para más de 1 millón de ejes equivalentes (8.20 ton) esperadas en la vida útil del pavimento

Las pruebas de compactación normadas y utilizadas en México son determinadas por las pruebas AASHTO estándar (AASHTO T 99-95) y AASHTO modificada (AASHTO T 180-95), las cuales sirven para construir las curvas de compactación y determinar la masa volumétrica seca máxima y el contenido de agua óptimo de los materiales.

Con base en observaciones del comportamiento de pavimentos construidos en el tiempo, el cuerpo de Ingenieros de E.U.A., propuso una serie de gráficas para la determinación de los espesores de la estructura, a partir de distintos valores de CBR y distintas cargas de rueda de los vehículos (Rico & Del Castillo, 1977). El método de la U.N.A.M, también propone una serie de gráficas para la determinación de espesores del pavimento, en función del CBR, así como del tránsito acumulado en ejes equivalentes de la vida útil del pavimento (Rico & Del Castillo, 1977). Estos dos criterios empíricos han sido utilizados en gran cantidad de carreteras construidas en México. En los métodos de diseño actuales se buscan la incorporación de parámetros que contemplen las condiciones reales a las que estará expuesto el pavimento durante su vida útil. Un ejemplo de ello es el módulo resiliente y los ensayos de deformación permanente.

2.1.2 Módulo resiliente

Los pavimentos en campo están sometidos a cargas dinámicas producidas por el paso de las ruedas de los vehículos. En laboratorio los materiales se someten a un proceso de caracterización bajo carga cíclica para simular esta condición.

El comportamiento esfuerzo-deformación de un suelo puede ser de dos tipos: resiliente y plástico. Este comportamiento está ligado el tipo y la magnitud de los esfuerzos, número de repeticiones de carga y la estructuración del pavimento.

Las deformaciones resilientes o elásticas son de recuperación instantánea y suelen denominarse plásticas a aquellas que permanecen en el pavimento después de cesar la carga. Bajo carga móvil y repetida, la deformación plástica tiende a hacerse acumulativa y se puede llegar a alcanzar valores inadmisibles. Paradójicamente, este proceso suele ir acompañado de una “densificación” de los materiales, de manera que el pavimento fallado puede ser más resistente que el original. (Garnica, Gómez, Pérez, Martínez, & Chávez, 2004)

En la Figura 4 se ilustra el mecanismo por el cual la deformación permanente se acumula. Debe hacerse notar el hecho de que en los ciclos intermedios la deformación permanente para cada ciclo disminuye, hasta que prácticamente es nulo en los ciclos finales (Garnica, Gómez, Pérez, Martínez, & Chávez, 2004).

La muestra de suelo llega así a un estado tal en que toda la deformación es recuperable, en ese momento se tiene un comportamiento resiliente (donde el módulo secante es igual al módulo resiliente). (Garnica, Pérez, & Gómez, 2001)

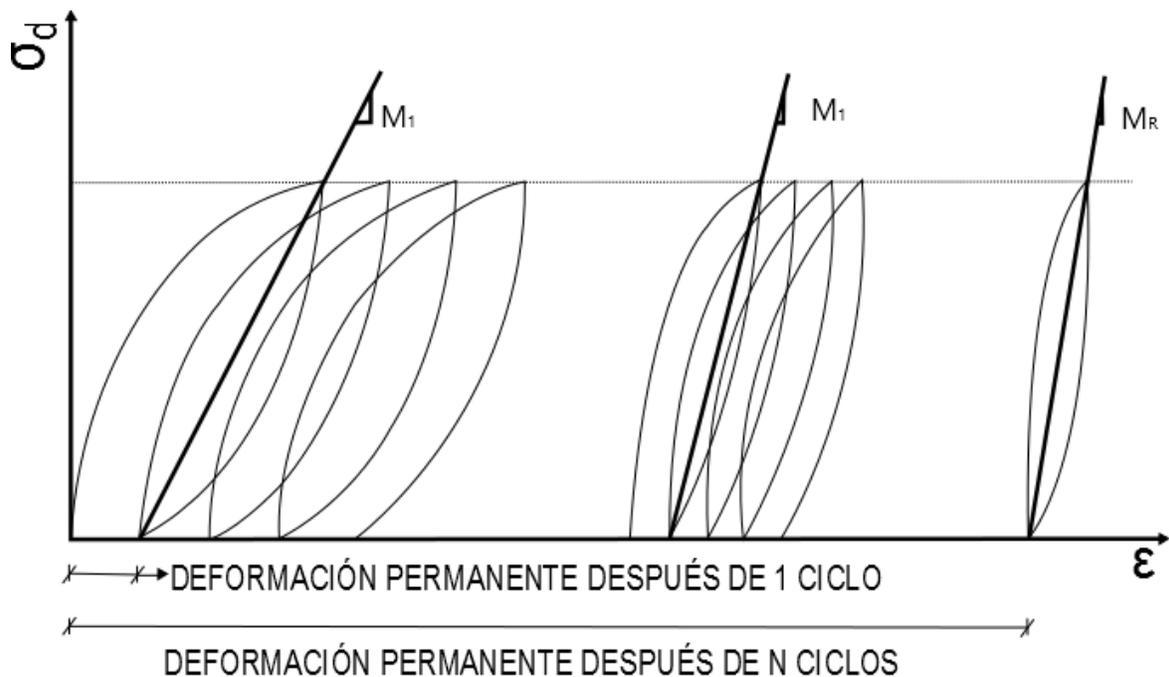


Figura 4. Comportamiento Esfuerzo-deformación, (σ_d - ϵ) bajo carga dinámica (Garnica, Gómez, Pérez, Martínez, & Chávez, 2004)

En la Figura 5 se muestra la acumulación de las deformaciones total y plástica en función del número de ciclos de carga. La importancia que la deformación permanente tiene en los pavimentos es debida a que se considera como un criterio de falla. La deformación excesiva, de las capas de pavimento, causa problemas de incomodidad al circular por un pavimento, por lo que hay que mantenerla en límites razonables.

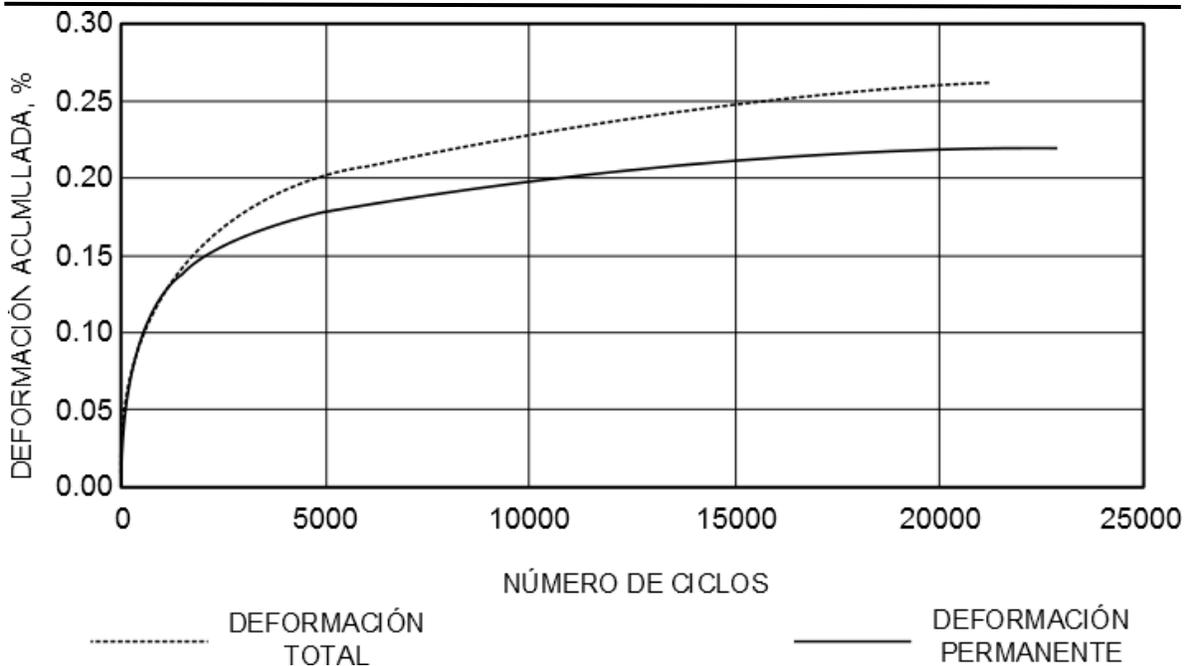


Figura 5. Comportamiento típico de una muestra de suelo bajo carga cíclica (Garnica, Gómez, Pérez, Martínez, & Chávez, 2004)

Hveem y Carmany (1948) determinaron que una caracterización dinámica sería más adecuada que la carga monotónica, para la obtención de parámetros de los materiales y entender el comportamiento del pavimento.

Seed *et al.*, de la universidad de California realizaron pruebas de carga repetida e introdujeron el término de módulo de resiliencia en 1955.

Este término fue cambiado por el módulo resiliente, el cual se definió como la magnitud del esfuerzo desviador repetido en compresión triaxial dividido entre la deformación axial recuperable y se representa como sigue:

$$M_R = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{\epsilon_{axial}} = \frac{\sigma_d}{\epsilon_{axial}}$$

donde:

- σ_1 =Esfuerzo principal mayor,
- σ_3 =Esfuerzo principal menor,
- σ_d =Esfuerzo desviador y
- ϵ_{axial} =Deformación axial.

Durante pruebas de carga repetida se observa que después de un cierto número de ciclos de carga, el módulo llega a ser aproximadamente constante y la respuesta del suelo puede asumirse como elástica. Al módulo que permanece constante se le llama módulo resiliente. Este concepto aplica tanto para suelos finos como para materiales granulares, generalmente sin aglomerante. El procedimiento para el

ensayo de módulo resiliente de suelos sin aglomerante está descrito por (AASHTO: T 307-99)

A lo largo del tiempo se ha estudiado el comportamiento de los suelos que forman parte de un pavimento. Se determinó que las condiciones que más afectan al parámetro de módulo resiliente son (Garnica, Pérez, & Gómez, 2001):

- Número de aplicaciones de esfuerzo
- Magnitud del esfuerzo desviador
- Método de compactación
- Tipo de material
- Magnitud del esfuerzo aplicado
- Contenido de agua

El módulo resiliente es el parámetro que se utiliza para realizar el cálculo de esfuerzo-deformación de los suelos que forman parte del pavimento. Su aplicación es útil para el análisis multicapa o el análisis estructural mediante el método de elementos finitos, como se describirá más adelante.

2.1.3 Ensayos de deformación Permanente

Una metodología para la caracterización mecánica de los materiales, en la cual se analiza la deformación permanente es el ensayo triaxial cíclico, descrito por la Norma Europea (UNE-EN 13286-7, 2008).

Esta norma describe el procedimiento de ensayo para la determinación del comportamiento elástico y de deformación permanente de los suelos. El ensayo simula las condiciones físicas y los estados de esfuerzo de los materiales que conforman las capas de los pavimentos sometidos a cargas dinámicas. Estos procedimientos permiten determinar las propiedades mecánicas que se pueden utilizar para calcular las respuestas estructurales de los pavimentos (UNE-EN 13286-7, 2008).

El ensayo se aplica a probetas cilíndricas, compactadas en laboratorio, con un tamaño de partícula máximo de la quinta parte del diámetro de la probeta.

Esta norma describe dos métodos de acuerdo a la aplicación de la carga.

- a) Método A: el método de presión de confinamiento variable, en el cual la presión de la cámara triaxial se repite en ciclos, en cada fase con la carga axial.
- b) Método B: el método de presión de confinamiento constante, en el cual solo se aplica la carga axial cíclica y la presión de confinamiento es constante.

En la norma UNE-EN 13286-7 (2008) se describe el procedimiento para tres diferentes objetivos, los cuales se describen a continuación:

a) Procedimientos para el estudio del comportamiento elástico.

El comportamiento elástico del material representa el comportamiento durante una aplicación de carga. Los resultados del ensayo se pueden emplear para determinar valores del módulo de elasticidad del material para diferentes niveles de esfuerzos, o parámetros de modelos elásticos no lineales, que se puedan utilizar en los procedimientos de diseño analítico y numérico de pavimentos (UNE-EN 13286-7, 2008).

b) Procedimiento para el estudio de deformaciones permanentes

Cada ensayo de deformación permanente consiste en la aplicación de un gran número de ciclos de carga de una combinación de esfuerzos. Este procedimiento se puede utilizar para determinar deformaciones permanentes del material para un estado de esfuerzos particular, o parámetros de modelos de predicción de deformaciones permanentes, que se puedan usar para el diseño y análisis de pavimentos.

2.1.3.1 Procedimiento multi-etapa

Este procedimiento se puede utilizar para evaluar rápidamente deformaciones permanentes producidas por diferentes niveles de esfuerzo. Consiste en aplicar sucesivamente a la misma probeta, varias secuencias de carga, con niveles de esfuerzos que van aumentando, hasta que la deformación axial permanente acumulada supera un límite especificado.

El objetivo de este procedimiento consiste en determinar los niveles de esfuerzo máximo, que no se deberían exceder, para evitar las deformaciones permanentes excesivas. El procedimiento consiste en aplicar, sobre la misma probeta, diferentes configuraciones de esfuerzos con una presión de confinamiento constante.

La norma describe dos procedimientos diferentes de aplicación de la carga, uno con nivel alto de esfuerzos, y el otro con nivel bajo de esfuerzo. Los niveles de esfuerzo aplicados deberían cubrir todo el rango de esfuerzos a los que el material se verá sometido en el pavimento. El nivel alto de esfuerzos contempla los esfuerzos que se presentarán en una base hidráulica bajo una carpeta asfáltica de 8 cm. El nivel de esfuerzos inferior corresponde a una base colocada bajo la carpeta asfáltica de mayor espesor (UNE-EN 13286-7, 2008).

Se comienza aplicando los esfuerzos iniciales σ_{3min} y σ_{dmin} como se define en los procedimientos. En este ensayo se asume que $\sigma_{3min}=0$, sin embargo, con algún equipo puede ser necesario un valor positivo (que no exceda de 5 kPa).

Después se aplican las cargas cíclicas especificadas dependiendo del procedimiento de carga seleccionado, durante 10000 ciclos para cada configuración de esfuerzos.

El ensayo se interrumpe cuando la deformación axial permanente alcanza el 0.5% para cada secuencia, y luego se continúa con la secuencia siguiente. Si se conoce que se necesitan más de cuatro configuraciones de esfuerzos para alcanzar el 0.5% del límite de deformación axial, se pueden omitir los niveles de esfuerzos más bajos, a condición de que en esta secuencia se aplique, al menos, tres configuraciones de esfuerzos.

Las secuencias establecidas por la Norma UNE-EN 13286-7 (2008) se presentan en la Tabla 3 y Tabla 4:

Tabla 3 Niveles de esfuerzos para el ensayo multi-etapa (Nivel de esfuerzo alto)
(UNE-EN 13286-7, 2008).

Secuencia 1			Secuencia 2			Secuencia 3			Secuencia 4			Secuencia 5		
Esfuerzo de confinamiento σ_3 kPa		Esfuerzo de desviación σ_d kPa	Esfuerzo de confinamiento σ_3 kPa		Esfuerzo de desviación σ_d kPa	Esfuerzo de confinamiento σ_3 kPa		Esfuerzo de desviación σ_d kPa	Esfuerzo de confinamiento σ_3 kPa		Esfuerzo de desviación σ_d kPa	Esfuerzo de confinamiento σ_3 kPa		Esfuerzo de desviación σ_d kPa
constante	min	máx												
20	0	50	45	0	100	70	0	120	100	0	200	150	0	200
20	0	80	45	0	180	70	0	240	100	0	300	150	0	300
20	0	110	45	0	240	70	0	320	100	0	400	150	0	400
20	0	140	45	0	300	70	0	400	100	0	500	150	0	500
20	0	170	45	0	360	70	0	480	100	0	600	150	0	600
20	0	200	45	0	420	70	0	560						

Tabla 4 Niveles de esfuerzos para el ensayo multi-etapa (Nivel de esfuerzo bajo)
(UNE-EN 13286-7, 2008).

Secuencia 1			Secuencia 2			Secuencia 3			Secuencia 4			Secuencia 5		
Esfuerzo de confinamiento σ_3 kPa		Esfuerzo de desviación σ_d kPa	Esfuerzo de confinamiento σ_3 kPa		Esfuerzo de desviación σ_d kPa	Esfuerzo de confinamiento σ_3 kPa		Esfuerzo de desviación σ_d kPa	Esfuerzo de confinamiento σ_3 kPa		Esfuerzo de desviación σ_d kPa	Esfuerzo de confinamiento σ_3 kPa		Esfuerzo de desviación σ_d kPa
constante	min	máx												
20	0	20	45	0	60	70	0	80	100	0	100	150	0	100
20	0	40	45	0	90	70	0	120	100	0	150	150	0	200
20	0	60	45	0	120	70	0	160	100	0	200	150	0	300
20	0	80	45	0	150	70	0	200	100	0	250	150	0	400
20	0	100	45	0	180	70	0	240	100	0	300	150	0	500
20	0	120	45	0	210	70	0	280	100	0	350	150	0	600

Una vez que el ensayo se haya completado de acuerdo con la secuencia 1 (o terminado de acuerdo al 0.5% del límite de deformación), el ensayo se debe continuar de acuerdo con la secuencia 2, y después con la secuencia 3. Si se estima que en la aplicación prevista para el material, es probable que se produzcan valores más altos del esfuerzo radial total σ_3 , también se aplican las dos secuencias adicionales (UNE-EN 13286-7, 2008).

Para cada configuración de esfuerzos, se leen y registran al menos los siguientes valores:

- El número de ciclo de carga
- Los esfuerzos axiales mínimo y máximo: σ_{1min} y σ_{1max}
- Los esfuerzos de confinamiento mínimo y máximo: σ_{3min} y σ_{3max}
- Las deformaciones axiales elásticas y permanentes: ε_{1r} y ε_{1p}
- Las deformaciones radiales elásticas y permanentes: ε_{3r} y ε_{3p}

Las lecturas se deberían tomar de forma continua durante los primeros 20 ciclos, y después a los siguientes números de ciclos. En cada número de ciclos seleccionados, las lecturas se deberían registrar para 10 ciclos consecutivos.

Cuando las configuraciones de esfuerzos estén completadas (o se han producido excesivas deformaciones), se retira el equipo de medición y la membrana, y se determina el contenido de agua, utilizando toda la probeta (UNE-EN 13286-7, 2008).

2.2 Modelación analítica de pavimento

El análisis de los pavimentos en los métodos actuales de diseño tiene como base la modelación analítica. Estos, permiten determinar los esfuerzos y deformaciones en la estructura del pavimento, bajo una carga aplicada en la superficie, que corresponde a las llantas de los vehículos.

Los métodos numéricos que se han desarrollado, aunado al avance tecnológico de los equipos de cómputo, permiten análisis más complejos. Muchos de los softwares utilizados para análisis de pavimentos están aplicados a partir de la teoría de la elasticidad multicapa lineal, es decir que considera un módulo de elasticidad constante. Esta condición resulta una limitante para la predicción del comportamiento del pavimento sometido a las condiciones de servicio, ya que el módulo de elasticidad depende del estado de esfuerzos y del contenido de agua. Además, existe una evolución de las propiedades en el tiempo y depende también del número de repeticiones de aplicación de carga.

El método de elementos finitos es uno de los métodos numéricos más empleados para análisis de pavimentos. Con esta herramienta es posible aplicar una metodología de análisis que reproduzca el comportamiento de las condiciones no lineales. Tomando en cuenta la variación de las propiedades en función del tránsito y condiciones climáticas.

2.2.1 Teoría de Boussinesq.

La teoría de Boussinesq (1885) es la formulación más básica que se utiliza para el análisis de pavimentos. Consiste en el cálculo de la distribución de esfuerzos al aplicarse una carga concentrada en la superficie de una masa de suelo, homogéneo e isotrópico de dimensiones semi-infinitas. La solución anterior se

integra para obtener las ecuaciones para una carga circular en la superficie, obteniéndose las ecuaciones (1):

$$\sigma_z = \sigma_0 \left[1 - \frac{z^3}{(a^2 + z^2)^{1.5}} \right]$$

$$\varepsilon_z = \frac{(1 + \mu)\sigma_0}{E} \left[(1 - 2\mu) + \frac{2\mu z}{\sqrt{a^2 + z^2}} - \frac{z^3}{(a^2 + z^2)^{1.5}} \right] \quad (1)$$

$$\varepsilon_r = \frac{(1 + \mu)\sigma_0}{2E} \left[1 - 2\mu - \frac{2(1 - \mu)z}{\sqrt{a^2 + z^2}} + \frac{z^3}{(a^2 + z^2)^{1.5}} \right]$$

2.2.1.1 Ecuaciones diferenciales en coordenadas cilíndricas

En esta sección se presentan las ecuaciones diferenciales en coordenadas cilíndricas de la teoría de la elasticidad (FlexPDE 7.01, 2017), que posteriormente se solucionarán con la técnica de elementos finitos.

Las coordenadas cilíndricas tridimensionales tienen los elementos z , r y θ , cuya configuración se muestra en la siguiente imagen (Figura 6).

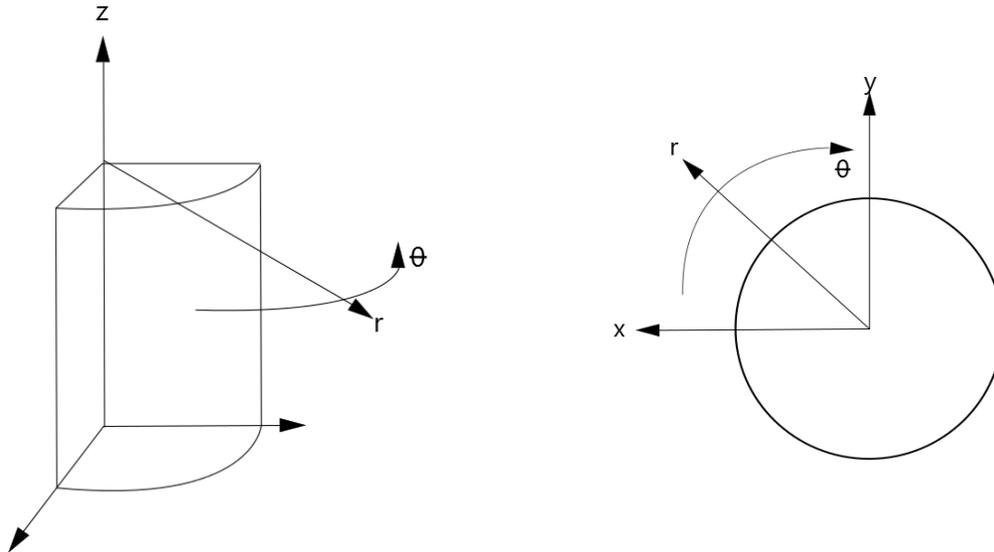


Figura 6. Configuración de las coordenadas cilíndricas

Las ecuaciones de la teoría de elasticidad se establecen a partir del sistema de coordenadas cilíndricas. Por lo tanto, una partícula del elemento está sujeta a los estados de esfuerzos que se muestran a continuación (Figura 7).

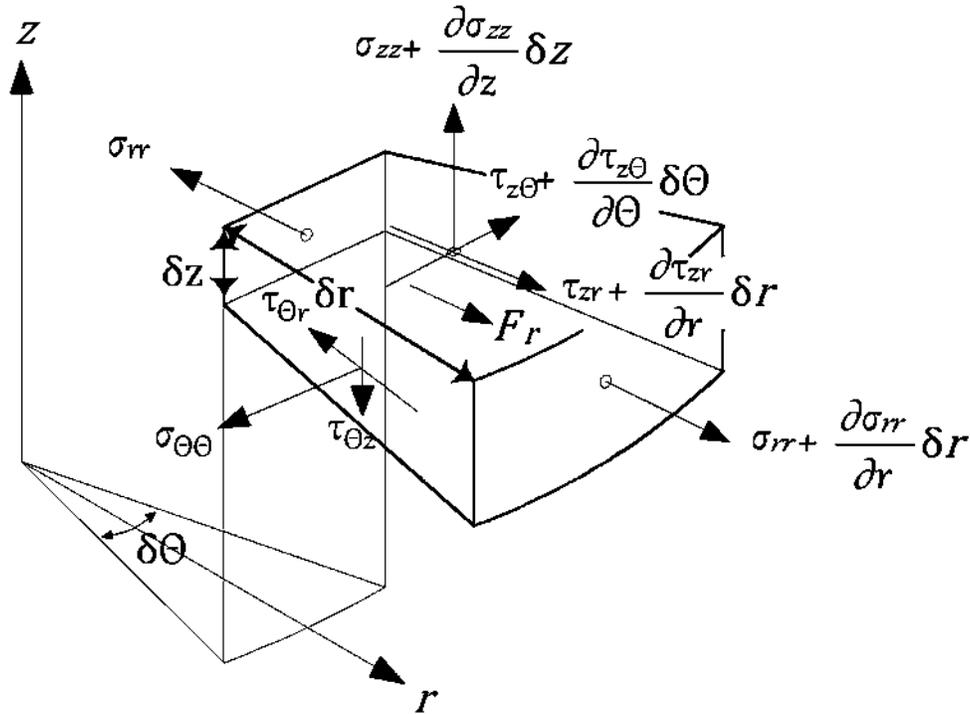


Figura 7. Estado de esfuerzos en coordenadas cilíndricas (Muir Wood, 1990).

Los desplazamientos U y V son en sentido radial y vertical, con ellos se definen las deformaciones: radiales, angulares, verticales y de corte como:

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= \frac{\partial U}{\partial r} \\ \varepsilon_\theta &= \frac{U}{r} \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial V}{\partial z}\end{aligned}\quad (2)$$

$$G_{rz} = \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial r}$$

Las cantidades U , V , ε_r , ε_θ , ε_z , G_{rz} , σ_r , σ_θ , σ_z y τ_{rz} están relacionadas a través de la relación constitutiva elástica con las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= C_{11} \varepsilon_r + C_{12} \varepsilon_\theta + C_{13} \varepsilon_z - b \text{ Temp} \\ \sigma_\theta &= C_{12} \varepsilon_r + C_{22} \varepsilon_\theta + C_{23} \varepsilon_z - b \text{ Temp} \\ \sigma_z &= C_{13} \varepsilon_r + C_{23} \varepsilon_\theta + C_{33} \varepsilon_z - b \text{ Temp} \\ \tau_{rz} &= C_{44} G_{rz}\end{aligned}\quad (3)$$

En los sólidos isotrópicos podemos escribir las relaciones constitutivas como

$$C_{11} = C_{22} = C_{33} = \frac{G x (1 - \eta)}{(1 - 2\eta)} = C_1$$

$$C_{12} = C_{13} = C_{23} = \frac{G x \eta}{(1 - 2\eta)} = C_2 \quad (4)$$

$$b = \frac{\alpha x G x (1 + \eta)}{(1 - 2\eta)} = C_2$$

$$C_{44} = \frac{G}{2}$$

donde $G = E/(1 + \eta)$: Módulo de rigidez al corte,

E = módulo de Young,

η = Relación de Poisson,

b = Coeficiente de expansión térmica, a partir del cual:

$$\sigma_r = C_1 x \varepsilon_r + C_2 x (\varepsilon_\theta + \varepsilon_z) - b x Temp$$

$$\sigma_\theta = C_1 x \varepsilon_\theta + C_2 x (\varepsilon_r + \varepsilon_z) - b x Temp$$

$$\sigma_z = C_1 x \varepsilon_z + C_2 x (\varepsilon_r + \varepsilon_\theta) - b x Temp \quad (5)$$

$$\tau_{rz} = C_{44} x G_{rz}$$

Combinando todas estas relaciones, finalmente, obtenemos las ecuaciones de desplazamiento en función del estado de esfuerzos:

$$\frac{\partial(r x \sigma_r)}{\partial r} - \frac{\sigma_\theta}{r} + \frac{\partial(\tau_{rz})}{\partial z} + F_r = 0$$

$$\frac{\partial(r x \tau_{rz})}{\partial r} + \frac{\partial(\sigma_z)}{\partial z} + F_z = 0 \quad (6)$$

donde σ_r , σ_t y σ_z son los esfuerzos en las direcciones r , θ y z , τ_{rz} es el esfuerzo cortante, y F_r y F_z son las fuerzas del cuerpo en las direcciones r y z .

2.2.2 Teoría Multicapa

Un pavimento no está conformado por un material homogéneo, sino que está compuesto por distintas capas de diferente material y calidad. En este sentido se puede solucionar numéricamente las ecuaciones diferenciales anteriores, con el método de elementos finitos o resolverla analíticamente. Burmister (1943) desarrolló una solución analítica para un sistema de dos capas, que posteriormente evolucionó a tres capas Burmister (1943). Teniendo las siguientes consideraciones básicas:

1. Cada capa es homogénea, isotrópica y linealmente elástica con un módulo elástico E y una relación de Poisson ν .
2. El material no tiene peso y es infinito en extensión.
3. Cada capa tiene un espesor finito h , excepto la capa más baja, cuyo espesor es infinito.
4. Se aplica una esfuerzo uniforme q , en la superficie, sobre un área circular de radio a .
5. Las condiciones de continuidad se satisfacen en las interfaces de las capas, en donde se tiene el mismo esfuerzo vertical, el esfuerzo cortante, los desplazamientos verticales y radiales.
6. En las interfaces sin fricción, el esfuerzo de corte y el desplazamiento radial son igualados a cero (obtenido de Huang (2004)).

En la Figura 8 se presenta la solución de Burmister (1943) en forma gráfica. Se puede observar que la disminución de esfuerzos depende de la profundidad. Además, depende de la relación de módulos $E1/E2$, si la relación es 1, se está hablando de la solución de Bousinesq antes comentada. Si la relación de módulos aumenta (ejemplo 10 o 100), los incrementos de esfuerzos disminuyen aún más.

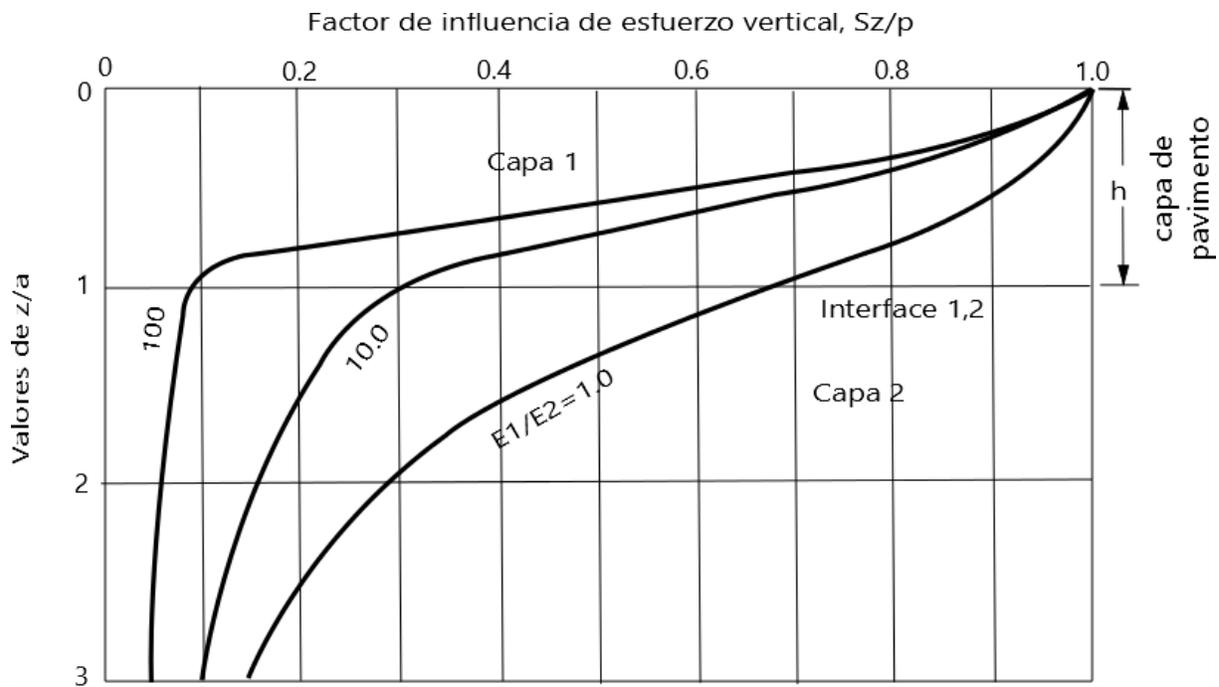


Figura 8. Distribución de esfuerzos teoría multi-capas. Modificada de Burmister (1943) (Huang, 2004)

Del análisis anterior, podemos afirmar que el objetivo del diseño de un pavimento es encontrar un espesor que ayude a reducir el esfuerzo vertical sobre las capas inferiores, de tal manera que no se produzcan deformaciones verticales excesivas.

2.2.3 Ecuaciones de ajuste de Módulo resiliente

Las soluciones de Boussinesq se basan en la suposición de que el semi-espacio es elástico lineal. Es bien sabido que los suelos no son elásticos y sufren deformaciones permanentes bajo cargas cíclicas. Cuando el suelo se acostumbra a la carga cíclica podemos definir su módulo de elasticidad como módulo resiliente. Lo anterior simula la aplicación repetida de cargas de tráfico en un pavimento, en las que las deformaciones que se presentan son recuperables y entonces las capas se pueden considerar elásticas.

La linealidad implica la aplicabilidad del principio de superposición, por lo que la constante elástica no debe variar con el estado de esfuerzos. En otras palabras, la deformación axial de un material elástico lineal bajo un esfuerzo axial debe ser independiente del estado de esfuerzos. Esto evidentemente no es cierto para los suelos, porque su módulo de elasticidad depende de la magnitud de los esfuerzos de confinamiento y desviador. En consecuencia, se tiene una elasticidad no lineal y el efecto de la no linealidad en la solución de Boussinesq es de interés práctico.

Para mostrar el efecto de la no linealidad de los materiales granulares sobre los esfuerzos y deformaciones verticales, Huang (1968) dividió una capa de suelo homogéneo en siete capas, como se muestra en la Figura 9, y aplicó la teoría de la elasticidad multicapa de Burmister para determinar los esfuerzos en la mitad de la altura de cada capa. La capa inferior se consideró muy rígida (Huang 1968).

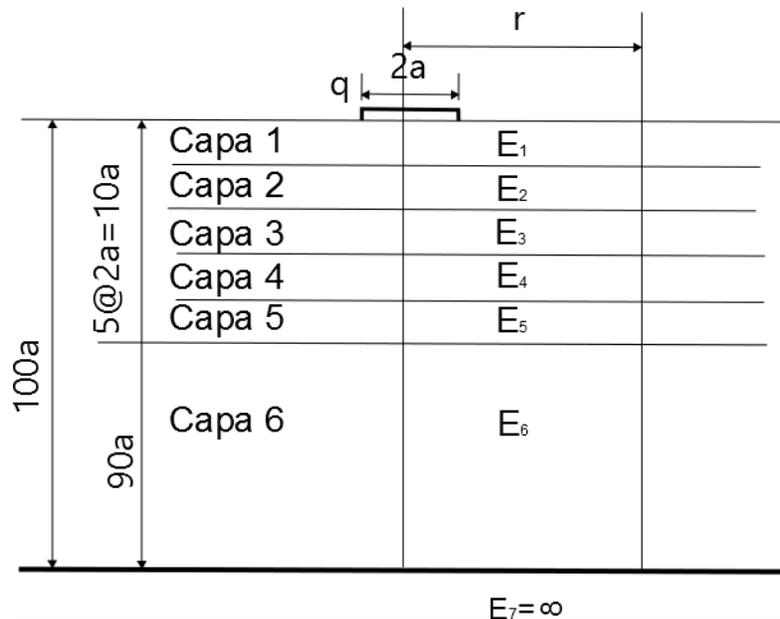


Figura 9. Sistema multicapa, establecido por Huang (1968) para el análisis no lineal de esfuerzos

Después de obtener el estado de esfuerzos, el módulo elástico de cada capa se determina a partir de la ecuación de la variación del módulo siguiente:

$$E = E_0(1 + \beta\theta) \quad (7)$$

donde:

$\theta = \sigma_z + \sigma_r + \sigma_t + \gamma z(1 + 2k_0)$; esfuerzo invariante,

β = Constante de incremento del módulo del suelo por unidad de incremento del esfuerzo invariante y

E_0 = Módulo elástico inicial (módulo cuando $\theta = 0$).

La solución se obtiene a partir de un método iterativo. En primer lugar, se asume un módulo elástico para cada capa y los esfuerzos se obtienen a partir de la teoría multicapa. A partir de los esfuerzos obtenidos, se determina un nuevo conjunto de módulos y se calcula entonces un nuevo conjunto de esfuerzos. El proceso se repite hasta que los módulos entre dos iteraciones consecutivas convergen a un valor con una tolerancia especificada.

Posteriormente, Huang (1968) utilizó el método de elementos finitos y se encontró que el comportamiento no lineal de los suelos tiene: un gran efecto sobre los desplazamientos verticales y radiales, un efecto regular sobre los esfuerzos radiales y tangenciales y un efecto mínimo sobre los esfuerzos verticales y cortantes (Huang, 2004).

La constante β es determinada en laboratorio, obteniendo distintos módulos resiliente E a distintos niveles de esfuerzo. De los datos obtenidos se calcula el parámetro β de la siguiente manera (Figura 10):

$$\beta = \frac{\Delta E_{lab}}{E_0 \Delta \theta_{lab}} \quad (8)$$

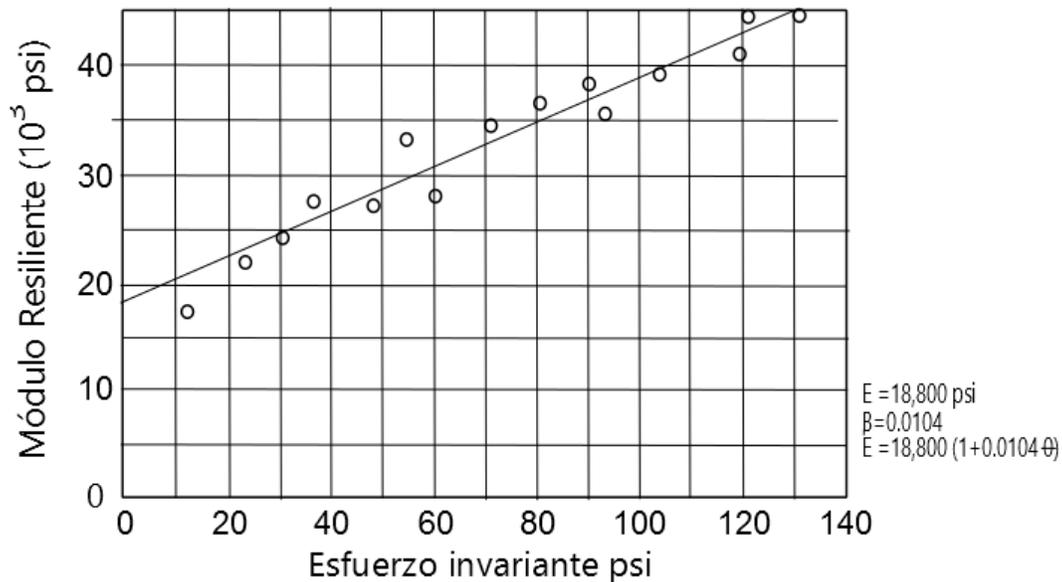


Figura 10. Datos de Módulo resiliente para el modelo no lineal (Huang, 2004)

Por otro lado, el módulo elástico de los suelos granulares puede definirse con una relación directa con el invariante de esfuerzos como se describe en la siguiente ecuación:

$$E = k_1 \theta^{k_2} \quad (9)$$

donde:

k_1 y k_2 son constantes experimentales.

Rada & Witczak (1981) obtuvieron la media y la desviación estándar de las constantes k_1 y k_2 para varios materiales granulares mostrados en la Tabla 5.

Tabla 5 Constantes k_1 y k_2 para materiales granulares, Rada y Witczak (1981).

Tipo de Material	No. De datos	k_1 (kPa)		k_2	
		Media	Desviación Estándar	Media	Desviación Estándar
Arena Limosa	8	11 178	538.2	0.62	0.13
Grava-Arena	37	30 912	29 670	0.53	0.17
Arena-Agregados	78	30 015	18 147	0.59	0.13
Grava Triturada	115	49 749	51 681	0.45	0.23

Otros valores para k_1 y k_2 reportados se muestran en la siguiente Tabla 6.

Tabla 6 Rangos de k_1 y k_2 para materiales granulares, Shook *et al.* (1982),
(Obtenido de (Huang, 2004))

Referencia	Material	k_1 (kPa)	k_2
Hicks (1970)	Grava parcialmente triturada	11040-34500	0.57-0.73
Hicks y Finn(1970)	Base sin tratar de la prueba de San Diego	14490-37260	0.61
Allen (1973)	Grava triturada	12420-55200	0.32-0.70
Kalcheff y Hicks (1973)	Grava triturada	27600-62100	0.46-0.64
Boyce <i>et al.</i> (1976)	Grava bien graduada (Caliza)	55200	0.67
Monismith y Witeczak (1980)	Base y Subbase en servicio	20010-53475	0.46-0.65

Uzan (1985) Estudió el comportamiento de materiales granulares y comparó con las predicciones de comportamiento a partir de dos ecuaciones de ajuste principalmente. El primero fue la ecuación k-theta, en el cual observó que no eran compatibles con observaciones de ensayos de laboratorio. Observó también que el modelo no contenía el efecto de la deformación de corte.

A partir de lo anterior, Uzan (1985) aproximó una ley general de comportamiento a la ecuación

$$E = k_1 \theta^{k_2} \varepsilon_a^{k_3} \quad (10)$$

donde:

$\varepsilon_a^{k_3}$ Es la función que produce decremento del módulo con respecto a la deformación de corte ε_a . Así mismo, se puede relacionar con el esfuerzo desviador modificado por un k_4 de la siguiente manera:

$$E = k_1 \theta^{k_2} \sigma_d^{k_4} \quad (11)$$

A partir de la ecuación anterior surgieron otros modelos de predicción del módulo resiliente, incorporando el concepto de esfuerzo cortante octaédrico. La guía empírico-mecanicista de diseño de pavimentos (MEPDG 2002) tomó este concepto para los modelos no lineales del comportamiento de los suelos, cuya ecuación es la siguiente:

$$E = k_1 Pa \left(\frac{\theta}{Pa} \right)^{k_2} \left(\frac{\tau_{oct}}{Pa} + 1 \right)^{k_3} \quad (12)$$

donde:

Pa= presión atmosférica,

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2},$$

k_1, k_2, k_3 son parámetros experimentales.

2.2.4 Suelos no-saturados

Una de las variables de estado en los suelos no saturados es la succión. Para entender el comportamiento del suelo de un pavimento es necesario conocer los esfuerzos que intervienen en todas las fases del suelo (sólida, agua y aire). La succión es la variable de estado que describe la presión de la fase líquida y gaseosa del suelo y afecta la fase sólida. Esta condición se encuentra en los pavimentos, ya que en lo general las capas de suelo de los pavimentos se desempeñan como suelos no saturados.

Es importante medir la succión del suelo en laboratorio y en campo, para ello se han implementado algunos dispositivos que ayudan a su determinación y tener un parámetro para el estudio de los suelos no saturados. Este tiempo de mediciones pueden ser consultados en (Fredlund, Rahardjo, & Fredlund, 2012).

El concepto de succión total tiene dos componentes asociadas a la fase líquida del suelo. La primera de ellas es la succión matricial o capilaridad, y se asocia con la tensión superficial del agua. El fenómeno capilar se refiere al ascenso de agua sobre un tubo capilar, donde el agua dentro del tubo tiene una presión negativa con respecto a la presión del aire ($u_a=0$). Este fenómeno es análogo a los suelos no saturados, donde los poros del suelo se comportan como el tubo capilar. Además, el contenido de agua del suelo no saturado se atribuye a la elevación del agua del nivel freático por los poros capilares encontrados en el suelo. En la Figura 11 se muestra una masa de suelo no saturado, en la parte (a) de la figura se presenta el perfil de variación de la presión del agua. En la parte superior la presión es negativa (succión matricial) y en la parte inferior se presenta presión positiva del agua en los poros. También se muestra la masa de suelo con un nivel freático determinado y el ascenso de agua por capilaridad (figura b). Por último, se muestra la curva que relaciona a la succión matricial con el contenido volumétrico de agua, conocida como curva característica o de retención en la figura (c).

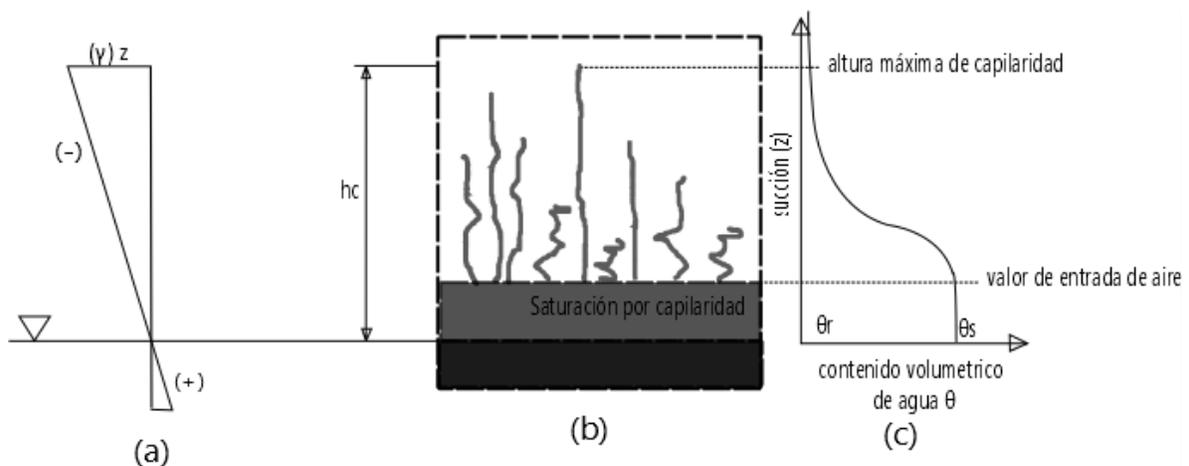


Figura 11 Succión en suelos No-Saturados.

La variable de succión matricial en un suelo no saturado dependerá de distintos factores. Uno de los factores es la granulometría del suelo, el cual se relaciona con el espacio entre partículas y por ende afectará directamente al fenómeno de capilaridad.

La segunda componente de la succión total es la succión osmótica, la cual se refiere a la disminución del contenido de agua por presencia de sales disueltas en la fase líquida del suelo.

La succión matricial se representa por la curva característica, ilustrada en la Figura 11c. Para obtenerla es necesario medir la succión respecto al contenido volumétrico de agua. Existen algunas ecuaciones que ajustan los datos medidos en laboratorio, creando una curva continua de succión-contenido volumétrico de agua. Una de ellas es el modelo de Van Genuchten (1980), el cual propone la siguiente ecuación:

$$\theta_w = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{\left[1 + \left(\frac{s}{a}\right)^n\right]^m} \quad (12)$$

donde:

θ_w =contenido volumétrico de agua,

θ_r = contenido volumétrico de agua residual,

θ_s = contenido volumétrico de agua saturado,

s = succión matricial, y

a, n, m = parámetros de ajuste de la CC.

2.2.4.1 Flujo de agua en suelos no saturados.

El análisis de flujo de agua en suelos no saturados se rige principalmente por un gradiente de carga hidráulica.

Además, el flujo de agua dependerá del coeficiente de permeabilidad, así como de la propiedad de almacenar agua del suelo.

La ecuación diferencial que describe el flujo es:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(k \left(1 + \left(\frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial u_w}{\partial z} \right) \right) \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial u_w}{\partial r} \right) = C \frac{\partial u_w}{\partial t} \quad (13)$$

donde:

k = conductividad hidráulica,

u_w = presión del agua,

γ_w = peso específico del agua, y

C = capacidad de almacenar agua del suelo no saturado definido por:

$$C = \left| \frac{(1-n) |-\alpha s|^n (1 + |-\alpha s|^n)^{(1/n)-2} (\theta_s - \theta_r)}{s} \right| \quad (14)$$

El coeficiente de permeabilidad generalmente se considera una constante cuando se analiza el flujo en un suelo saturado. Por otra parte, para un suelo no saturado el coeficiente puede variar significativamente en función del estado de esfuerzos y del grado de saturación. Por lo tanto, el coeficiente de permeabilidad para un suelo no saturado queda definida por una función matemática. Van Genuchten-Mullen propone una función matemática para el coeficiente de permeabilidad en función de los parámetros del modelo para la Curva característica que se presenta a continuación:

$$k = k_s \sqrt{\frac{\theta_w - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}} \left(1 - \left(1 - \frac{\theta_w - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^{1/m} \right)^2 \quad (15)$$

donde:

k_s = conductividad hidráulica del suelo saturado.

La Guía empírico-mecanicista (2002), describe un procedimiento para determinar la curva característica de un material, con distintos niveles de información propuesto por Zapata (2000).

El nivel 1 involucra la determinación de parámetros de la curva característica a partir de la medición de laboratorio directamente y se ajustan los parámetros de la ecuación de Fredlund and Xing el cual se calcula de la siguiente manera:

$$\theta_w = C(h) \times \frac{\theta_s}{\left[\ln \left[\exp(1) + \left(\frac{h}{a_f} \right)^{b_f} \right] \right]^{c_f}} \quad (16)$$

donde:

θ_w : Contenido volumétrico de agua,

θ_s : Contenido saturado de agua, y

h : Succión

$$C(h) = \left[1 - \frac{\ln \left[1 + \frac{h}{h_r} \right]}{\ln \left[1 + \frac{1.45 \times 10^5}{h_r} \right]} \right]$$

a_f, b_f y c_f : Son los parámetros de ajuste de la curva de retención

Para la generación de la curva de retención es necesarios la entrada de los parámetros.

El nivel 2 consiste en la medición directa del contenido gravimétrico de agua ω_{opt} y la densidad seca máxima $\gamma_{d\ max}$, así como la densidad específica y los valores de P_{200} y D_{60} y el Índice plástico del material fino (IP). Con estos valores de entrada se calculan los parámetros de la curva de retención de la ecuación (16). Los parámetros se calculan de la siguiente forma:

1. Sí $P_{200}PI > 0$

$$a_f = \frac{0.00364(P_{200}PI)^{3.35} + 4(P_{200}PI) + 11}{6.895}, \text{ (psi)} \quad (17)$$

$$\frac{b_f}{c_f} = -2.313(P_{200}PI)^{0.14} + 5$$

$$c_f = 0.0514(P_{200}PI)^{0.465} + 0.5$$

$$\frac{h_r}{a_f} = 32.44 e^{0.0186(P_{200}PI)}$$

2. Sí $P_{200}PI = 0$

$$a_f = \frac{0.8627(D_{60})^{-0.751}}{6.895}, \text{ (psi)} \quad (18)$$

$$b_f = 7.5$$

$$c_f = 0.1772 \ln(D_{60}) + 0.7734$$

$$\frac{h_r}{a_f} = \frac{1}{D_{60} + 9.7e^{-4}}$$

El nivel 3 consiste en medir la granulometría del material y el sistema calcula por correlaciones todos los parámetros.

2.2.4.2 Condiciones de frontera para flujo de agua en pavimentos

Especificar las condiciones de frontera es un componente fundamental del análisis numérico.

Existen tres tipos de condiciones de frontera en el Método de Elemento Finito (MEF).

El primer tipo no contiene derivadas de la incógnita principal y se le conoce como condición de contorno carga, de Dirichlet, condición geométrica o del primer tipo. Las condiciones que si contienen derivadas de la función incógnita se le llama condición de frontera Natural, también es conocido como gradiente, tipo Neumann, o de segundo tipo. El tercer tipo de condición de frontera es el mixto, el cual contiene más de un tipo de condición de frontera, también se le conoce como tercer tipo de condición de frontera (FlexPDE 7.01, 2017).

En análisis donde se resuelven ecuaciones de flujo de agua las condiciones de frontera involucran establecer una carga hidráulica o presión de agua (según las ecuaciones de flujo). Esta condición se asigna como condición de frontera de carga o tipo 1. Además, con la condición de frontera tipo Natural (de gradiente o tipo 2), puede asignarse un flujo de entrada o de salida.

Las condiciones de frontera tienen que describir las condiciones climáticas que intervienen como factores en el suelo. En pavimentos el agua puede entrar por infiltración en la superficie o por capilaridad a partir del nivel de agua freática, como se muestra en la Figura 12.

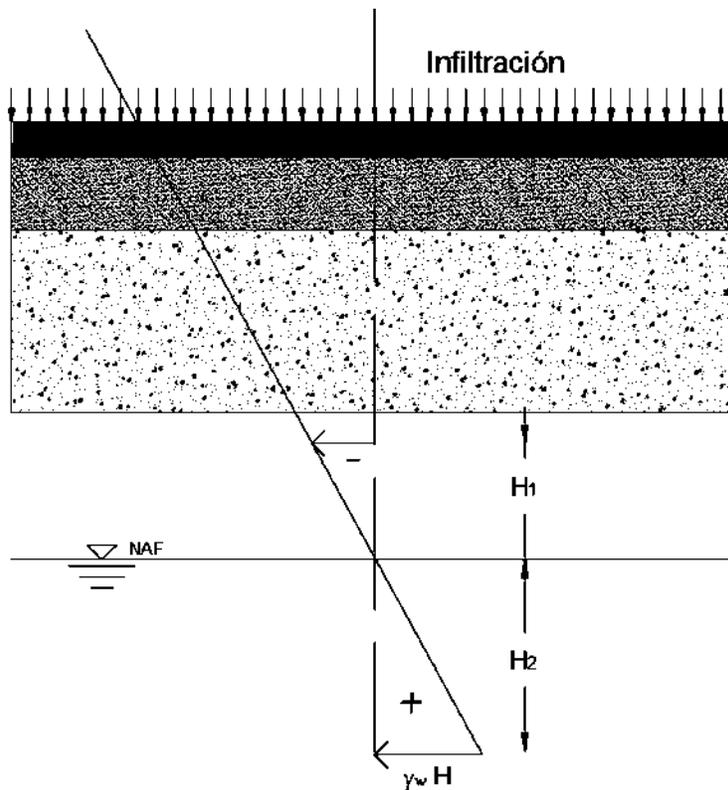


Figura 12 Condiciones de frontera para el análisis de flujo en pavimentos

En la Figura 12 se observa que la influencia del NAF depende de su distancia respecto al pavimento. Mientras más cerca está el NAF de la superficie del pavimento mayor es su influencia.

En pavimentos la influencia del NAF es controlada con la construcción de capas drenantes. El NAF se tiene que mantener al menos a 0.91 metros (3 ft.) de la superficie del pavimento (Huang, 2004), para reducir la infiltración de agua por este medio.

La infiltración en la superficie (ver Figura 12) es causada principalmente por el agua de lluvia, teniendo la misma unidad. Sin embargo, solo un porcentaje de la precipitación se considera como infiltración. La interacción entre la superficie del

pavimento y las condiciones atmosféricas influye en el flujo de la superficie. El agua entra en la frontera de la superficie como precipitación o puede salir de la superficie a través de la evaporación o transpiración, incluso el agua también puede salir de la frontera por escurrimiento (Fredlund, Rahardjo, & Fredlund, 2012).

De lo anterior el componente de infiltración neta se puede escribir:

$$I = P - AE - T - R \quad (19)$$

donde:

I = Infiltración neta,

P = Precipitación,

AE = Evaporación actual,

T = Transpiración, y

R = Escurrimiento.

Actualmente existe poca información acerca del cálculo de los componentes del flujo en la superficie. Por lo cual, se deben hacer muchas suposiciones para el análisis. Además de la temperatura y el bombeo de la superficie, la condición de la capa superficial tiene influencia en el flujo que ingresa al pavimento.

La guía AASHTO 2002 sugiere asumir cuatro valores para infiltración: nada, menor (10% de la precipitación), moderado (50% de la precipitación) y extremo (100% de la precipitación). Además la guía sugiere una serie de recomendaciones para determinar el parámetro de flujo de infiltración:

- a. Menor: esta opción es válida cuando se utilizan hombros de concreto armado y sellado (en pavimentos rígidos), carriles PCC ensanchados o pavimentos CA de ancho completo (carril principal monolítico y hombro) o cuando se aplica un mantenimiento adecuado a juntas.
- b. Moderado: esta opción es válida para todos los otros tipos de hombro, restauración de PCC y sobre carpetas de CA sobre pavimentos antiguos y agrietados existentes.
- c. Extremo: generalmente no se usa para el diseño de pavimento nuevo o reconstruido.

Por otra parte, (Liu, 2005) afirma que en el caso de pavimentos de asfalto no fisurados, el agua se infiltra en el pavimento a través de los poros dentro de las capas de asfalto, mientras que en el caso de pavimento de asfalto agrietado y pavimentos rígidos, la mayoría del agua se infiltra a través de grietas y juntas. En el caso de pavimentos no fisurados la entrada de agua ocurre por la presión negativa (succión), mientras que en pavimentos agrietados o con juntas el agua entra por gravedad. Si el pavimento tiene una presión positiva de agua intersticial, el agua tiende a bombearse desde sus poros hacia afuera y no se puede infiltrar más agua

en el pavimento. Por lo tanto, la infiltración solo ocurre bajo condición negativa de presión de agua (succión) y el límite máximo de infiltración es el coeficiente de permeabilidad saturado de la capa superficial.

Considerando las condiciones físicas que influyen en la infiltración se consideran las siguientes condiciones de frontera (Liu, 2005):

1. Si el pavimento está totalmente saturado, la infiltración será 0;
2. Para la capa superficial de mezcla densa no fisurada. Si la intensidad de la lluvia es menor al límite superior de la permeabilidad de dicha capa, entonces el flujo será igual a la intensidad de lluvia. De lo contrario el flujo será igual al límite superior de la permeabilidad de la capa.
3. Para superficie de concreto hidráulico no fisurados, el flujo será igual a 0.
4. Para grietas o juntas en carpetas asfálticas o pavimentos de concreto, si la intensidad de lluvia es menor al límite superior de permeabilidad de la capa base, entonces el flujo será igual a la intensidad de la lluvia, de lo contrario el flujo será igual a la permeabilidad máxima de la capa base.

2.2.4.3 Modelos de Módulo-Succión del suelo

Los módulos resilientes de la base, subbase y subrasante tienen una variación importante con el contenido de agua. La variación de los módulos puede llegar a ser muy alta, incluso con variaciones pequeñas de contenido de agua (Huang, 2004).

Algunos modelos del contenido de agua, asumen que no existe infiltración a las capas inferiores, ya que el agua de lluvia se drenará rápidamente a través de la capa drenante hacia los drenes del pavimento. Por lo anterior, se supone que el agua en la subrasante es el agua capilar causada por la capa freática (Huang, 2004).

Para predecir el módulo resiliente de un suelo, se han estudiado algunas ecuaciones de aproximación. Estas ecuaciones las podemos catalogar en dos grupos (Vanapalli & Han, 2014). El primer tipo se trata de ecuaciones empíricas, las cuales a partir de una base de datos experimentales realizan una aproximación. Un ejemplo de lo anterior es la ecuación propuesta por Ba *et al.* (2013):

$$\frac{M_R}{M_{Ropt}} = 0.385 + 0.267 \text{Log}(u_a - u_w) \quad (20)$$

donde:

$M_{Ropt} = M_R$ en el contenido óptimo.

También se han desarrollado modelos constitutivos de comportamiento del módulo resiliente. Estos usan parámetros de un modelo para relacionar todos los factores que influyen en el módulo. Con este tipo de modelos se puede conseguir definir el comportamiento de varios tipos de suelo, lo cual se logra variando los parámetros

para conseguir un ajuste. Estos modelos tienen dos formas generales, las cuales se describen a continuación:

1. Se incorpora la succión del suelo en otros estados de esfuerzos, tienen la forma:

$$M_R = F(\sigma' = \sigma + u_w) \quad (21)$$

Estos modelos están basados en el concepto de esfuerzos efectivos, y uno ejemplo de estos es el propuesto por Liang *et al.* (2008), quien propuso:

$$E = k_1 \text{ Pa} \left(\frac{\theta_b + \chi(u_a - u_w)}{\text{Pa}} \right)^{k_2} \left(\frac{\tau_{\text{oct}}}{\text{Pa}} + 1 \right)^{k_3} \quad (22)$$

2. Se amplía el enfoque de variables de estado de esfuerzos, es decir:

$$M_R = F(\sigma) + G(s) \quad (23)$$

Un ejemplo es el modelo propuesto por Gupta *et al.* (2007) quien consideró independiente el efecto de la succión en el módulo resiliente. Su modelo propuesto es:

$$E = k_1 \text{ Pa} \left(\frac{\theta_b}{\text{Pa}} \right)^{k_2} \left(\frac{\tau_{\text{oct}}}{\text{Pa}} + 1 \right)^{k_3} + k_{us} \text{ Pa} \Theta^\kappa (u_a - u_w) \quad (24)$$

donde:

$k_1, k_2, k_3, k_{us}, \kappa$, son parámetros de ajuste, cuyos valores recomendados por el autor son:

$$[k_1, k_2 \geq 0; k_3 \leq 0; k_{us} \geq 0]$$

Θ , es el contenido volumétrico de agua normalizado.

Los modelos antes mencionados fueron estudiados por Vanapalli & Han (2014) para el ajuste de módulos resilientes y su aplicación al diseño de pavimentos.

2.2.5 Modelos de deformación permanente

Para la aplicación de los modelos mediante el método de elementos finitos es necesario conocer las características del comportamiento del material bajo carga cíclica. El comportamiento de endurecimiento cíclico del material es evidente durante los primeros ciclos de carga. Durante esta etapa, gran parte de la energía transmitida a través de la carga cíclica se utiliza para reorganizar las partículas en sus orientaciones estables. Esta etapa está definida por una deformación permanente no-lineal (Khogaly & Elhussein, 2004).

Al alcanzar las orientaciones de partículas más estables, la masa de suelos se densifica y el fenómeno de endurecimiento por deformación cesa. Esta etapa, denominada zona de estado de estabilidad (ver Figura 13), se caracteriza por una reducción significativa de la tasa de deformación permanente. Durante esta etapa el material se comporta prácticamente elástico.

Para poder implementar la nueva técnica de caracterización en el modelado, se utilizan los conceptos de teoría de plasticidad cíclica, para modelar la respuesta esfuerzo-deformación.

Este enfoque, recientemente defendido por varios investigadores, puede ser utilizado efectivamente para analizar estructuras de pavimentos. La tarea implicó postular tres relaciones que describen de manera única todas las etapas del comportamiento del material observadas. (Khogaly & Elhoussein, 2004)

La primera ecuación define el fenómeno de endurecimiento por deformación (Khogaly & Elhoussein, 2004). Esta función es de la siguiente forma:

$$\sigma_d = \sqrt{a + b \frac{\ln \varepsilon_t}{\varepsilon_t^2}} \quad (25)$$

donde:

σ_d = esfuerzo desviador aplicado,

ε_t = porcentaje de la deformación total acumulada en cada ciclo N, y

a y b = parámetros del material obtenidos en laboratorio

La segunda ecuación relaciona la deformación permanente con la deformación total. Esta función sirve para descomponer la deformación total en sus componentes permanentes y elásticos, permitiendo así el modelado de la respuesta elasto-plástica del material. La ecuación es:

$$\varepsilon_p = C \varepsilon_t^d \quad (26)$$

donde:

ε_p = porcentaje de deformación permanente acumulada en cada ciclo N,

ε_t = porcentaje de la deformación total acumulada en cada ciclo N,

C y d = parámetros del material obtenidos en laboratorio.

La tercera ecuación describe la evolución del módulo resiliente, como una función de la deformación elástica, y se expresa de la siguiente manera:

$$M_R = f \exp\left\{-\frac{\varepsilon_e}{g}\right\} \quad (27)$$

donde:

M_R = módulo resiliente (MPa),

ε_e = porcentaje de la deformación elástica en cada ciclo N , y

f y g = parámetros del material obtenidos en laboratorio.

Kenis (1977), utilizó la siguiente ecuación para obtener la deformación permanente en función del número de repeticiones de carga:

$$\varepsilon_p = a \varepsilon_e N^b \quad (28)$$

donde:

a y b son parámetros del material,

ε_e ; Deformación elástica, y

N : Número de repeticiones de carga.

Esta ecuación está basada en la relación entre las deformaciones elásticas y plásticas en una estructura de pavimento bajo cargas vehiculares. En el *Texas Flexible Pavement System* la deformación permanente en mezclas de concreto asfáltico supone el mismo comportamiento que el de la ecuación (28):

$$\frac{\partial \varepsilon_p}{\partial N} = a'' \varepsilon_e N^{b''} \quad (29)$$

donde:

a'' y b'' son parámetros del material (Button *et al.* 1990).

La ecuación (28) es la solución de la ecuación diferencial (29). En el *Texas Flexible Pavement System* la deformación elástica ε_e es constante, mientras que los parámetros a'' y b'' son función del estado de esfuerzos y propiedades del material (Archilla & Madanat, 2000).

2.2.6 Sistema FlexPDE

FlexPDE es un "constructor de modelos de elementos finitos con scripts y solucionador numérico". Realiza las operaciones necesarias para convertir una descripción de un sistema de ecuaciones diferenciales parciales en un modelo de elementos finitos, resolver el sistema, presentar la salida gráfica y tabular de los resultados.

FlexPDE es un entorno de resolución de problemas. Realiza toda la gama de funciones necesarias para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales parciales:

- Un editor para preparar scripts.
- Un generador de mallas para construir mallas de elementos finitos.
- Un solucionador de elementos finitos.
- Un sistema gráfico para trazar resultados.

No tiene un dominio de problemas predefinido ni una lista de ecuaciones. La elección de las ecuaciones diferenciales parciales depende totalmente del usuario.

La programación de un modelo en FlexPDE se realiza mediante un lenguaje "natural". Permite describir las matemáticas del sistema de ecuaciones diferenciales parciales y la geometría de su dominio del problema en un formato similar al modo en que podría describirlo de persona a persona.

Esta forma tiene muchas ventajas:

- La secuencia de comandos describe completamente el sistema de la ecuación y el dominio del problema, por lo que hay más certeza sobre las ecuaciones que se están resolviendo, a diferencia de los programas de aplicación fija.
- Pueden agregarse a voluntad nuevas variables, nuevas ecuaciones o nuevos términos, por lo que nunca hay un caso en que el software sea incapaz de representar un efecto físico diferente.
- Muchos problemas diferentes se pueden resolver con el mismo software.

Se requiere plantear el problema en forma matemática, lo cual implica que un solo usuario, con el conocimiento del problema, puede preparar guiones que pueden ser utilizados y modificados por cualquier persona. El lenguaje utilizado por el software permite crear un manual para la utilización del modelo.

El procedimiento general del programa y utilizado en esta investigación implica el siguiente proceso:

1. Definición del título del problema

Describe de manera breve el problema a resolver.

2. Definición de las coordenadas de trabajo

Según el espacio de trabajo y sus necesidades. Para el caso de esta investigación se definirán coordenadas cilíndricas, las cuales permiten aplicar modelos axisimétricos, ideales para el análisis de pavimentos.

3. Definición de las variables

Las variables en esta aplicación serán las deformaciones verticales y radiales, descritas en el subcapítulo 2.2.1.1 de esta tesis.

4. Descripción de las definiciones (Modelo constitutivo)

Se escribe en lenguaje natural el modelo constitutivo del problema. En esta investigación se requiere el modelo elástico para coordenadas cilíndricas, descrito en la sección 2.2.1.1, así como parámetros del modelo no lineal y datos de la geometría del dominio.

5. Asignación de los valores iniciales para las variables.

Generalmente se proponen valores iniciales idealmente cercanos a la posible solución. Los valores iniciales para las deformaciones verticales y radiales se fijan en cero.

6. Ecuaciones diferenciales para la solución de las variables.

Se escriben las ecuaciones diferenciales para la solución de las variables, así como los modelos que se requieren para el caso específico del problema. (Ver subcapítulo 2.2.1.1)

7. Definición de contornos.

Es la etapa en la cual se describirá el dominio del modelo, así como condiciones de contorno, que definen contornos fijos, cargas aplicadas, etc. Además en esta sección se asigna el espaciamiento entre los nodos.

8. Solicitud de datos de salida

En esta sección se describen los formatos de salida que se requieren, como: imprimir gráficos, vectores y contornos, etc. Esta sección permitirá analizar el problema bajo el enfoque que se requiera.

Las ventajas y funciones que aporta el software para la solución de este trabajo de investigación son:

- Soluciona el modelo elástico en coordenadas cilíndricas.
- Permite introducir un modelo elástico-no lineal.
- Permite las soluciones en el tiempo, para el caso de un modelo no lineal en función de ciclos de carga.
- Por su tipo de escritura resulta práctico modificar y replantear el problema.

3. ESTADO DEL ARTE

3.1 Caracterización mecánica

Siguiendo las pautas establecidas por la metodología mecanicista de pavimentos. La caracterización mecánica de los materiales debe representar las condiciones más cercanas a la realidad, para aumentar la precisión de las predicciones de comportamiento.

Los métodos de caracterización mecánica han evolucionado a lo largo del tiempo. Actualmente, la caracterización mediante ensayos de deformación permanente bajo carga cíclica es considerada y apoyada por muchos investigadores del tema.

Khogaly & Elhussein (2004) plantean una solución de caracterización mecánica de los materiales granulares, partiendo de los ensayos dinámicos de deformación permanente. En su trabajo concluyen que las deformaciones permanentes tienen un valor mayor en un corto plazo de la prueba, es decir, en los primeros ciclos de carga. Esta fase describe una densificación del suelo o cambio micro estructural, en esta misma etapa el valor del M_R tiene una mayor variación, estabilizándose a medida que la deformación permanente se hace constante tal como se observa en la Figura 13.

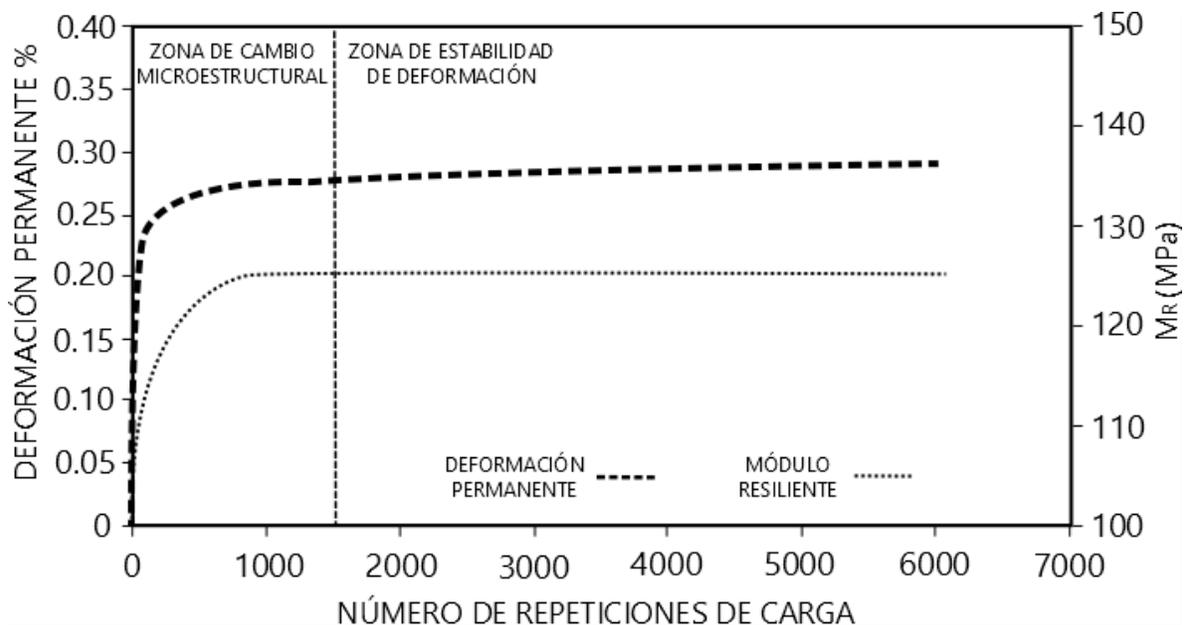


Figura 13. Deformación permanente bajo repeticiones de carga. Grava (Khogaly & Elhussein, 2004)

En la Figura 14 se muestran los datos registrados de los experimentos de campo. Se estudiaron tres materiales diferentes, donde se midieron esfuerzos, deformaciones, clima, tránsito y registros de desempeño. Los resultados muestran un desempeño consistente, en la que en todas las secciones se producen deformaciones acumuladas relativamente altas durante el primer año.

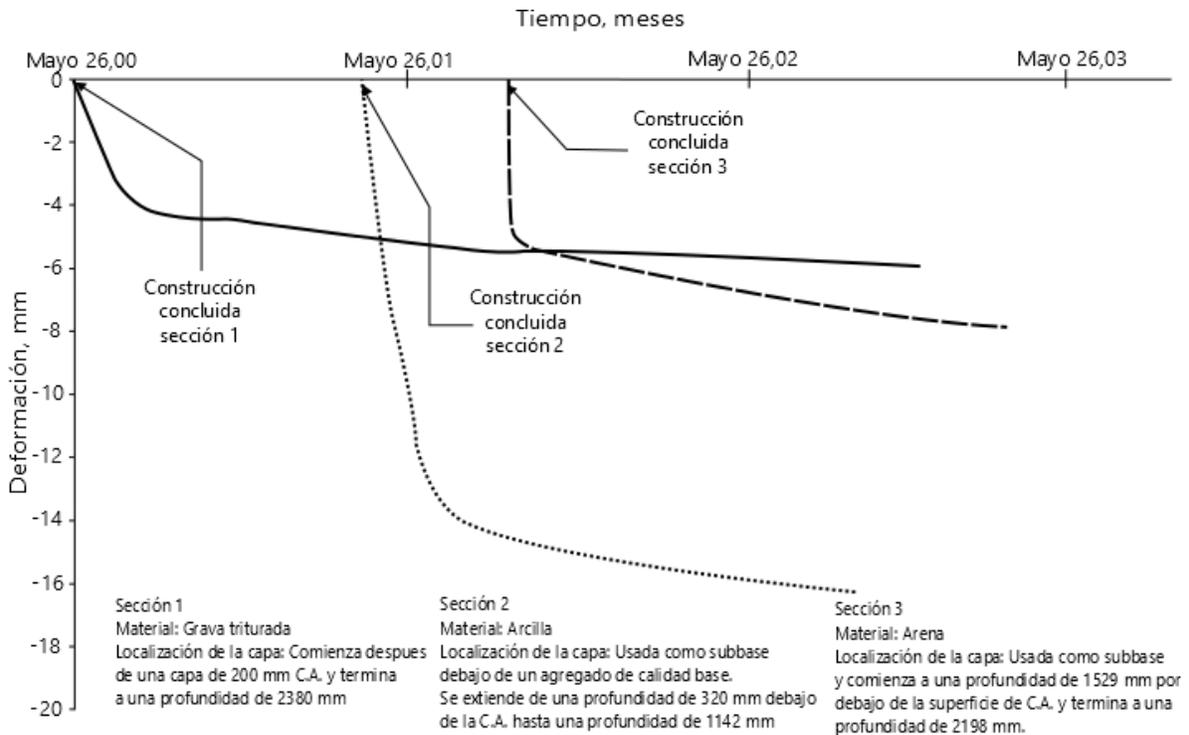


Figura 14 Comportamiento de materiales sin cementante de tres experimentos de campo (Khogaly & Elhussein, 2004)

Arnold *et al.* (2007), aplicaron un procedimiento para relacionar las características de los materiales granulares y un ensayo a escala real en una pista de pruebas. En su estudio concluyó que las deformaciones permanentes dependen principalmente del estado de esfuerzos, del contenido de agua y del número de repeticiones de carga. El desarrollo de su trabajo implica la caracterización de los materiales para obtener su comportamiento. Posteriormente, realizar el modelo analítico de la estructura para conocer su estado de esfuerzos y poder predecir el daño.

El procedimiento de la investigación se divide en tres etapas de análisis:

1. La primera etapa contempla una serie de pasos para caracterizar el material con el equipo triaxial de carga repetida, la interpretación del comportamiento, así como la determinación de la expresión matemática que lo define. En esta etapa define cuatro tipos de comportamiento en el proceso de repetición de carga:

-
- Un comportamiento a corto plazo. Se refiere a la etapa de 0 a 25000 aplicaciones de carga, durante las cuales se observa la deformación permanente de mayor magnitud (Arnold *et al.* 2007)
 - Comportamiento a medio plazo
 - Comportamiento tardío
 - Comportamiento a largo plazo
2. La segunda etapa del procedimiento contempla el análisis de esfuerzos del pavimento. Para aplicar la expresión que describe el comportamiento de cada material es necesario el análisis de esfuerzos, cuyo resultado influye directamente en el cálculo de las deformaciones permanentes. Por lo anterior es primordial que el análisis de esfuerzos sea correcto para hacer confiable el análisis.

El cálculo de esfuerzos en el pavimento se realiza bajo la carga que representa una rueda de un vehículo establecido. Contempla el comportamiento de los materiales no-lineal y utilizó un modelo de elementos finitos para el análisis.

3. Posterior al análisis de esfuerzos se calcula la deformación permanente superficial. Para esto las relaciones del comportamiento obtenidas en la prueba triaxial de carga repetida son aplicadas al análisis de esfuerzos en el método de elementos finitos. La deformación permanente total es la integración de la deformación en cada punto en el eje central de aplicación de carga, obteniendo la profundidad de la deformación superficial (Arnold *et al.* 2007).

En este trabajo de investigación se propone realizar una caracterización de los materiales por medio de un proceso multi-etapa (UNE-EN 13286-7, 2008) para materiales sin ligante. Posteriormente se propone desarrollar un análisis matemático a partir de un modelo multicapa con condiciones no lineales.

Brown propuso un protocolo de ensayo nuevo para estudiar la evolución de las deformaciones permanentes bajo carga dinámica en cuatro distintos materiales (Brown, Juspín, & Yu, 2008). El objetivo de su trabajo fue el análisis del comportamiento en la etapa en la cual se estabiliza la deformación (shakedown), es decir se llega al comportamiento elástico donde no se presentan deformaciones permanentes. Los materiales ensayados son:

1. Arena
2. Arcilla limosa
3. Limo
4. Roca triturada

El equipo para ensayar los suelos es una pequeña pista de rueda carga (Small Wheel Tracking, SWT). Mientras que para la roca triturada utilizó una variante de mayor dimensión y capacidad (Slap Test Facility, STF). En ambos equipos, la carga

era aplicada por una rueda de acero. Se aplicó a cada material distintos esfuerzos considerando lo siguiente:

1. El esfuerzo en la superficie.
 - a. La carga aplicada.
 - b. El área de contacto en función del esfuerzo y tipo de material.
2. Relación esfuerzo normal-esfuerzo de corte.

Finalmente, Brown definió tres categorías de comportamiento. Estos comportamientos se describen a continuación:

- Tipo 1: cuando se desarrolló una tasa de deformación máximo de 0.001mm/Número de pasadas, después de 1000 pases.
- Tipo 3: cuando la tasa de deformación superó la razón de 0.018mm/Número de pasadas, después de 500 pases.
- Tipo 2: los casos intermedios. Este comportamiento es el límite para considerar la situación de shakedown.

A partir de estos resultados definió los esfuerzos máximos que producirían un comportamiento tipo 1, y los esfuerzos mínimos para un comportamiento tipo 2. Posteriormente, determinó los esfuerzos límite a partir de los parámetros de resistencia de la teoría de Mohr-Coulomb, los esfuerzos aplicados y la configuración de esfuerzos (Brown, Juspin, & Yu, 2008).

Los resultados de la investigación de Brown reafirman la forma en cómo evolucionan las deformaciones permanentes del suelo bajo repeticiones de carga. Además, aporta un procedimiento de ensayo para la aplicación y ajuste de modelos de predicción de deformación permanente.

Falla *et al.* (2017) propuso un protocolo de ensayo para la evaluación de materiales de base y subbase para la construcción de pavimentos con carpeta asfáltica delgada en Alemania. Este tipo de pavimentos se utilizan para la red carretera de bajo tráfico y la carpeta tiene un espesor de 2.5 a 5 cm. Sin embargo las condiciones actuales de clima y tránsito generan una mayor preocupación por diseños más adecuados y con una base científica.

La caracterización de los materiales tiene como base el ensayo triaxial de carga repetida. Las pruebas triaxiales de carga repetida (RLT por sus siglas en inglés) tienen la ventaja es que se puede estudiar las respuestas del material bajo esfuerzos que se asemejan a las condiciones del tráfico. En estos trabajos, reafirmaron la idea que el nivel de esfuerzos es el factor más importante en el comportamiento resiliente de los materiales seguido por el contenido de agua. El contenido de agua de las capas de suelo es variable en el tiempo, tiene influencia principalmente del agrietamiento de la carpeta asfáltica, así como del nivel de aguas freáticas.

Su trabajo de investigación tiene como fin dos propósitos:

1. Determinar el módulo resiliente mediante un análisis no-lineal
2. Determinar la susceptibilidad a la deformación permanente.

Para el primer caso utilizaron la ecuación universal para el análisis no lineal del módulo resiliente del suelo, mientras que para la deformación permanente siguieron el protocolo europeo de ensayo. Finalmente propusieron un método de clasificación de los materiales donde un material podía tener un comportamiento Bueno, Moderado o pobre, donde un material bueno corresponde a aquel que cumple las condiciones de rigidez (definido por el módulo resiliente) y una baja susceptibilidad a la deformación permanente. Esta clasificación se presenta en la gráfica de la figura siguiente, donde también se aprecia el efecto del contenido de agua en términos de la humedad óptima del material.

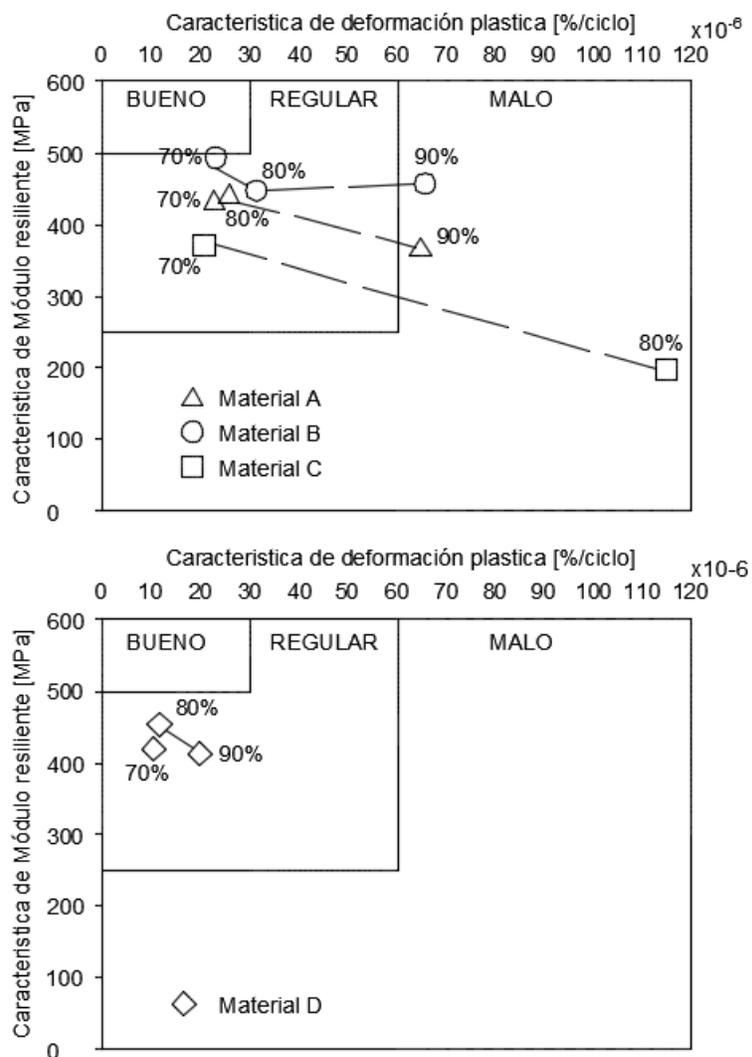


Figura 15 Clasificación de materiales utilizados como material de base (Falla, Leischner, Blasl, & Erlingsson, 2017)

3.2 Modelos analíticos de pavimento

Los modelos analíticos determinan las condiciones de la estructura del pavimento y se utilizan para la predicción de su comportamiento. El presente trabajo de investigación se enfoca en un análisis mediante el método de elementos finitos (MEF), lo que proporciona una solución en el análisis dinámico de los pavimentos, teniendo en cuenta la heterogeneidad y la no linealidad al mismo tiempo.

Actualmente se están llevando a cabo investigaciones para modelar el pavimento flexible con un modelo de elementos finitos y estudiar los efectos de las condiciones aplicadas a modelos no lineales. A partir de la teoría de Burmister y con el avance de sistemas computacionales se han realizado análisis de estructuras de más de dos capas y dar solución a estructuras de pavimentos más complejos. Sin embargo, la mayoría de estos sistemas consideran materiales homogéneos y elásticos lineales, lo cual en situaciones reales se vuelven condiciones inválidas.

Muchos programas computacionales basados en el método de elementos finitos fueron desarrollados a partir de su incorporación al análisis de pavimentos. El uso del método de elementos finitos para la determinación de esfuerzos y deformaciones ha crecido, con la disponibilidad de los equipos actuales de altas especificaciones. En todos estos programas, la carga de tráfico se considera como carga estática. La incorporación de la carga de tráfico como carga dinámica se encuentra todavía en sus primeras etapas de investigación (Muhammad N.S & Bodhinayake, 2003).

Muhammed & Boguinayake (2003) realizaron análisis multicapa de deformación de pavimentos mediante análisis de elementos finitos. Realizaron análisis lineales y no lineales, además adoptando carga estática y carga cíclica. Los resultados que obtuvieron arrojaron que en modelos lineales la deformación obtenida es la misma aplicando carga estática y aplicando carga dinámica. Mientras que, en un análisis no lineal, la deformación obtenida con carga estática es de menor magnitud que la obtenida con carga dinámica para un mismo punto de la estructura del pavimento.

Esta diferencia puede resultar determinante en el cálculo de deformaciones permisibles, lo cual podría generar una deformación inadmisibile en un periodo de tiempo menor al de la vida útil de diseño (Muhammad N.S & Bodhinayake, 2003).

El modelo no lineal utilizado corresponde a un análisis de variación del módulo elástico, el cual tiene la siguiente forma:

$$M = k_1 \theta^{k_2} \quad (30)$$

donde:

M = Módulo elástico,

k_1 y k_2 = Parámetros del material.

Guidel *et al.* (2001) proponen un enfoque para el estudio de las deformaciones permanentes en materiales granulares sin ligante bajo carga cíclica. A partir de su enfoque obtiene modelos de deformación permanente que se puede utilizar para la predicción de deformaciones permanentes en pavimentos.

Los materiales granulares bajo los ensayos de carga cíclica presentan un comportamiento elasto-plástico, aumentando su rigidez y la deformación permanente.

Estudió y modeló los siguientes comportamientos.

- El comportamiento elástico estabilizado obtenido después de un gran número de ciclos de carga, que pueden ser descritos por modelos elásticos no lineales
- El aumento de la deformación permanente con el número de ciclos.

Los elementos que influyen en el comportamiento del material son:

- La característica de los materiales
 - Mineralogía
 - Contenido de agua
 - Densidad
 - Granulometría

Guidel *et al.* (2001) también demuestran que el estado de esfuerzos aplicados de manera cíclica tiene influencia en la deformación permanente. Generalmente los estados de esfuerzos se aplican en términos de esfuerzo medio $p = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_2}{3}$ y esfuerzo desviador $q = \sigma_1 - \sigma_3$.

Los resultados experimentales muestran que la deformación permanente aumenta cuando el esfuerzo desviador q aumenta. Por otro lado la deformación disminuye cuando aumenta el esfuerzo promedio o el esfuerzo confinante σ_3 .

Finalmente Guidel *et al.* (2001) logró simplificar los modelos de deformación permanente de la forma:

$$\varepsilon_1^p = f(N) \times g(p, q) \quad (31)$$

donde $f(N)$ es la función de deformación permanente dependiente del número de ciclos, mientras que $g(p, q)$, la que determina la deformación en función del estado de esfuerzos (Gidel, Horny, Chauvin, Breyse, & Denis, 2001):

$$\varepsilon_1^p = \varepsilon_1^{p0} \left[1 - \left(\frac{N}{100} \right)^{-B} \right] \left(\frac{l_{max}}{Pa} \right)^n \frac{1}{\left(m + \frac{s}{p_{max}} - \frac{q_{max}}{p_{max}} \right)} \quad (32)$$

donde:

$\varepsilon_1^p=18.48$; $B=0.27$; $n=0.89$; $m=3.35$; $s=119$ kPa (Parámetros del ensayo).

$$\varepsilon_1^p = \varepsilon_1^{p0} [1 - (N)^{-B}] \left(\frac{l_{max}}{Pa} \right)^n \frac{1}{\left(m + \frac{s}{p_{max}} - \frac{q_{max}}{p_{max}} \right)} \quad (33)$$

donde:

$\varepsilon_1^p=195.2$; $B=0.030$; $n=0.588$; $m=3.80$; $s=42.8$ kPa (Parámetros del ensayo)

Ghanizadeh & Ziaie (2015) desarrollaron el programa NonPAS, en el cual analizan el comportamiento lineal y no lineal de pavimento. El programa utiliza el método de elementos finitos. Los modelos no-lineales que utilizaron son:

- K- θ
- MEDPDG
- Uzan
- Universal model
- Bilinear model.

Los primeros 4 modelos descritos en el subcapítulo 2.2.3 de este trabajo. El programa NonPAS permite análisis de pavimentos de 10 capas y las entradas del programa son:

1. Configuración general, selección del sistema de unidades (SI o Imperial), y datos de convergencia
2. Especificaciones de la estructura (número de capas y sus parámetros)
3. Especificaciones de las cargas (tipo de ejes y ruedas)
4. Asignar puntos de evaluación.

4. MODELO NUMÉRICO

En esta sección se presentan las bases para el desarrollo de la formulación del modelo numérico que se presenta en esta tesis. La implementación de la teoría de la elasticidad en coordenadas cilíndricas y la del flujo de agua en suelos parcialmente saturados.

Los modelos numéricos se resolvieron con el sistema FlexPDE, en el cual se solucionaron las ecuaciones diferenciales para la solución y el análisis mediante el método de los elementos finitos. Posteriormente, se validan tomando como referencia el programa Code_Bright del departamento de ingeniería del terreno de la Universidad Politécnica de Cataluña.

4.1 Modelo elástico lineal

El modelo de deformación elástica en pavimentos se rige por las ecuaciones diferenciales para la teoría elástica, como se describió en el subcapítulo 2.2.

A partir de lo anterior las consideraciones generales del análisis son las siguientes:

1. El análisis es *axisimétrico*.
2. Los parámetros elásticos: módulo resiliente (o módulo dinámico) y relación de Poisson se eligen para cada material.

4.1.1 Geometría y condiciones de frontera para el análisis de esfuerzo-deformación

El modelo de pavimento corresponde a un sistema multicapa, el cual está compuesto por una serie de capas sobrepuestas y un radio de dominio que compone a la geometría para el caso *axisimétrico*.

En este modelo se recomienda un radio de 2.0 metros para pavimentos y el espesor dependerá de los espesores de cada una de las capas.

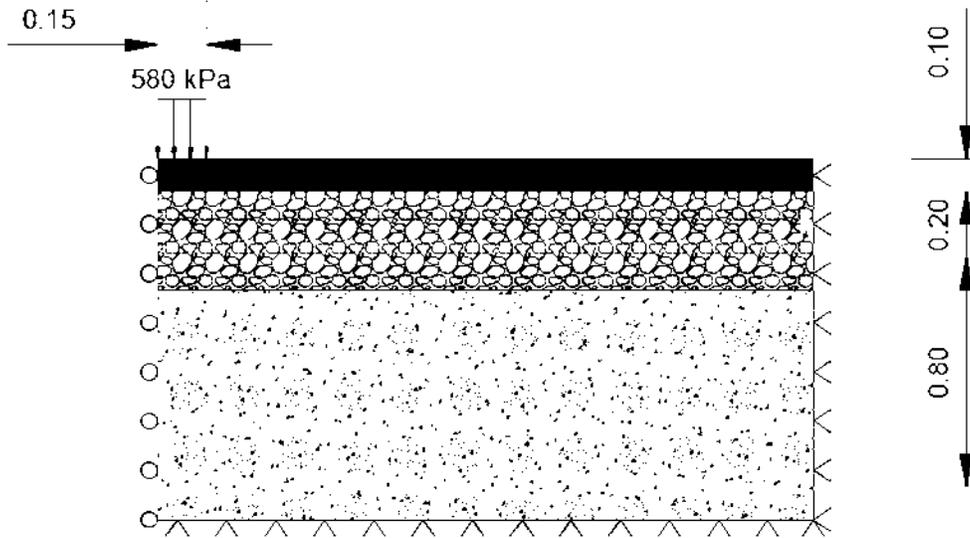


Figura 16 Geometría y condiciones de contorno del pavimento

4.1.2 Validación del modelo

El modelo numérico planteado para el análisis elástico-lineal en el programa FlexPDE es evaluado con ayuda de un programa previamente establecido. El modelo de deformación elástica lineal se calcula en el programa desarrollado en FlexPDE y en el programa de análisis de elementos finitos Code_Bright. Ambos análisis se realizaron con los parámetros de los materiales que se muestran en la Tabla 7, estos parámetros son propuestos.

Tabla 7 Propiedades de los materiales para cada capa (Modelo Elástico Lineal)

Parámetro \ Capa	FlexPDE			Code_Bright		
	CA	B	SR	CA	B	SR
E (Módulo elástico MPa)	5000	150	80	5000	150	80
η (relación de Poisson)	0.35	0.30	0.40	0.35	0.30	0.40

La aplicación de este modelo se realiza con condiciones semejantes, por lo tanto, es necesario ajustar la malla para el análisis numérico y exista mayor condición de comparación. Las mallas para el análisis numérico para cada programa se muestran en la Figura 17 y la Figura 18 respectivamente.

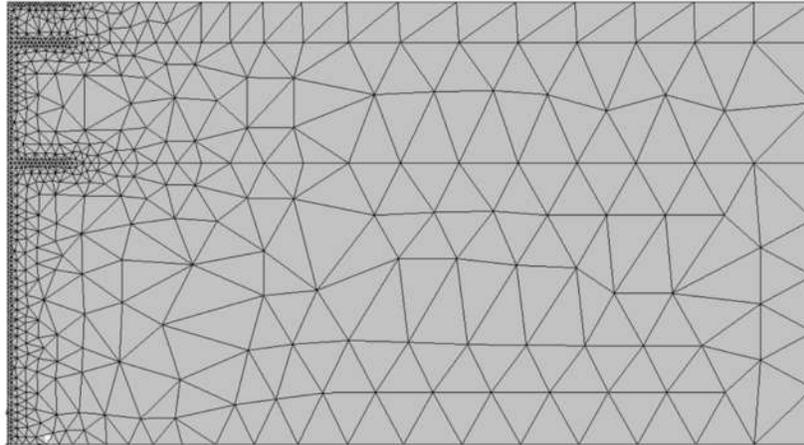


Figura 17 Generación de malla para el análisis numérico en el programa Code_Bright

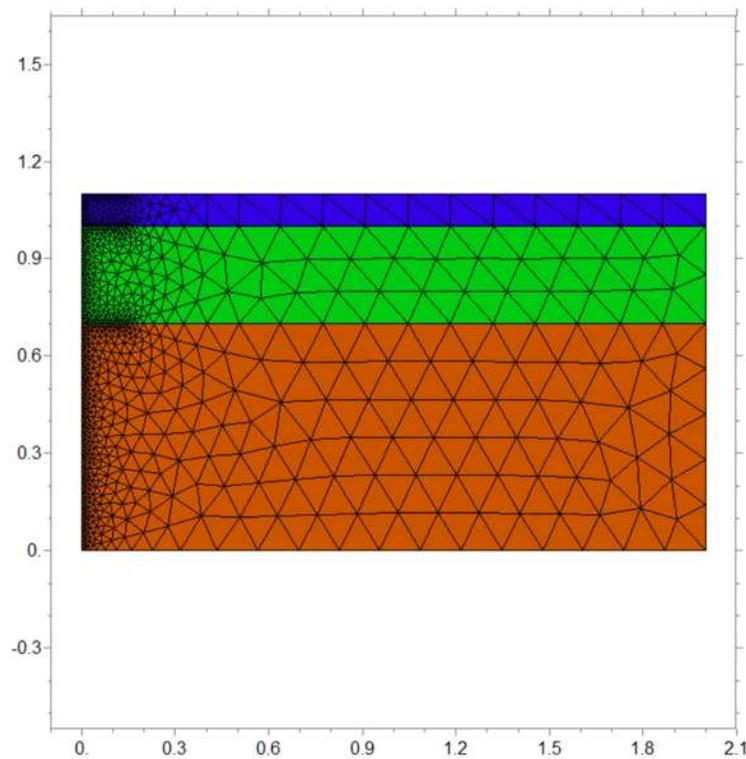


Figura 18 Generación de malla para el análisis numérico en el programa FlexPDE

Los resultados del análisis lineal de cada programa de cálculo se grafican y se comparan en las siguientes imágenes. Se comparan los esfuerzos verticales en el eje de simetría (Figura 19), al igual que los esfuerzos horizontales (Figura 20). Por otra parte se analizan los datos de esfuerzo cortante, los cuales se grafican para los resultados a 15 cm del eje de simetría (en el límite del área de contacto de la carga) (Figura 20)

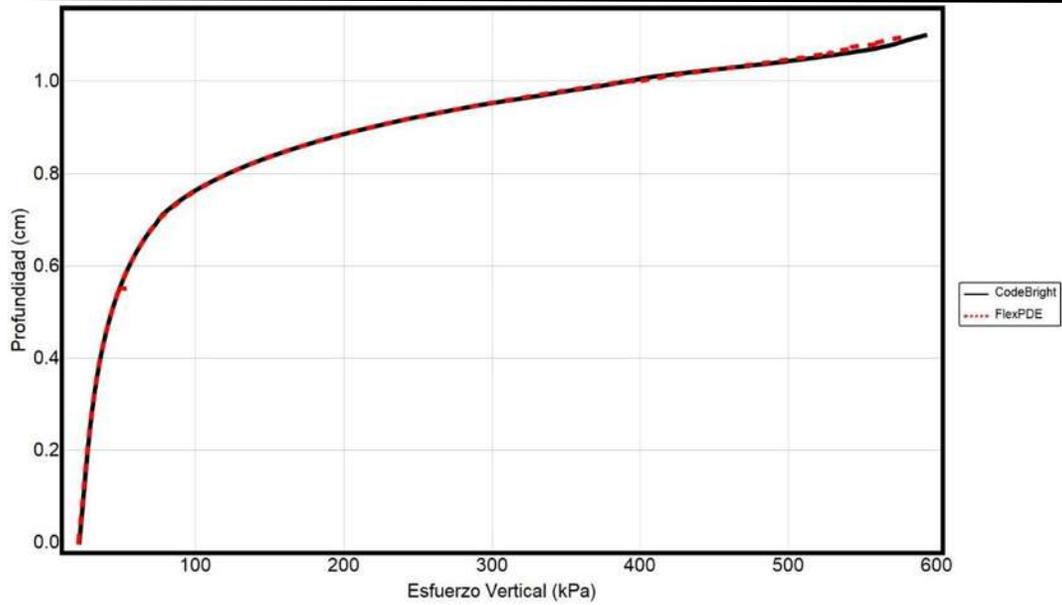


Figura 19 Esfuerzo vertical en el eje de simetría

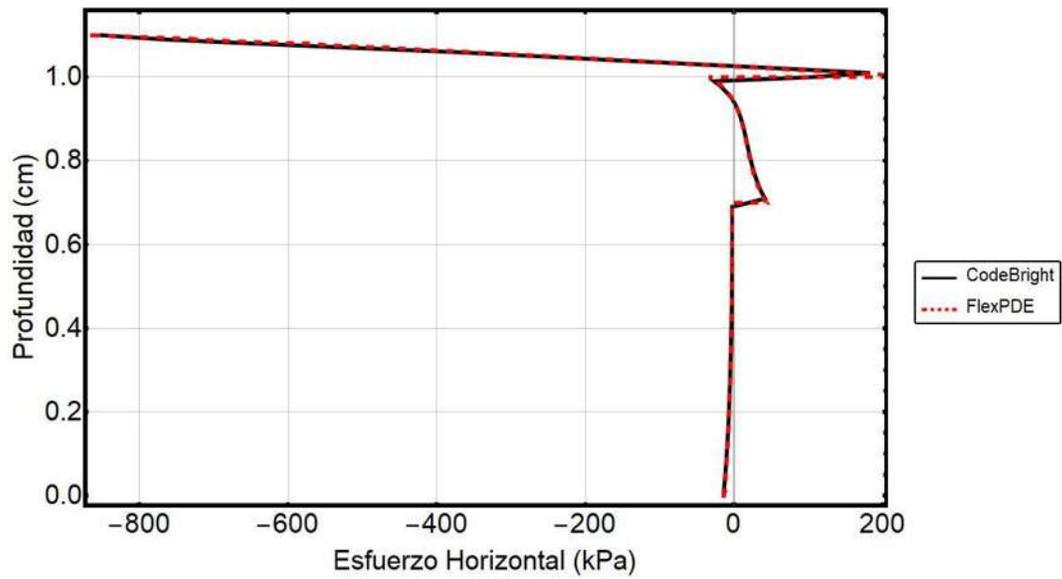


Figura 20 Esfuerzo Horizontal-Profundidad en el eje de simetría

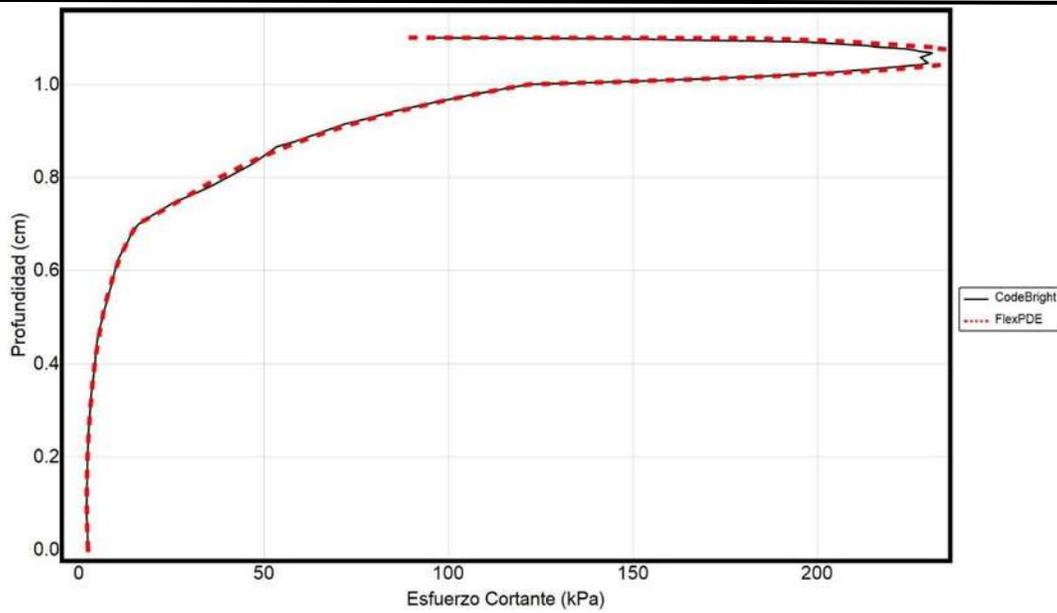


Figura 21 Esfuerzo cortante-Profundidad a 15cm del eje de simetría

Las deformaciones verticales y totales fueron graficadas para el eje de simetría y se presentan en la Figura 22 y en la Figura 23 respectivamente.

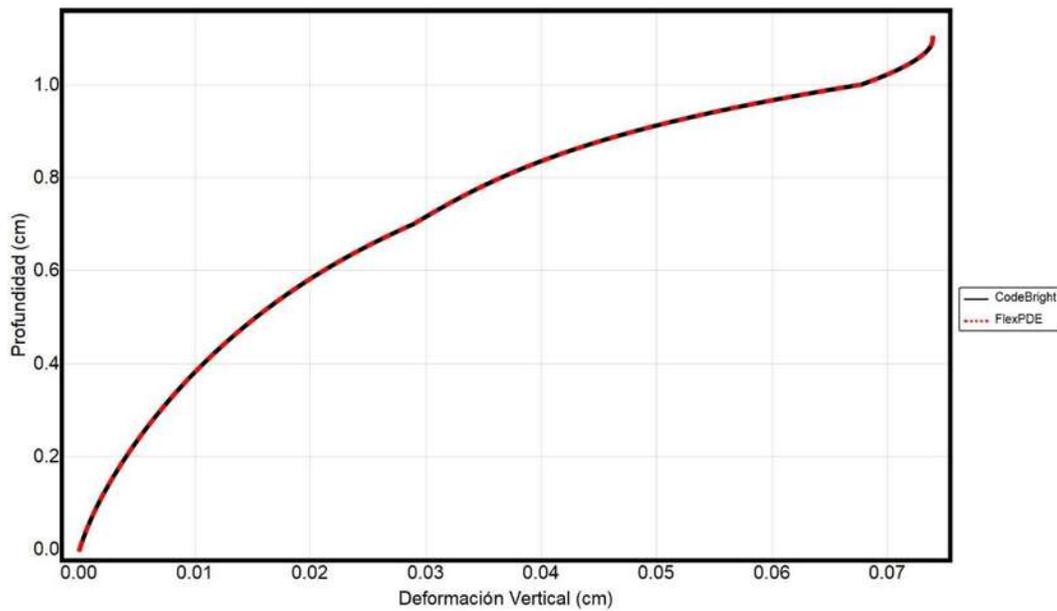


Figura 22 Deformación Vertical-Profundidad en el eje de simetría

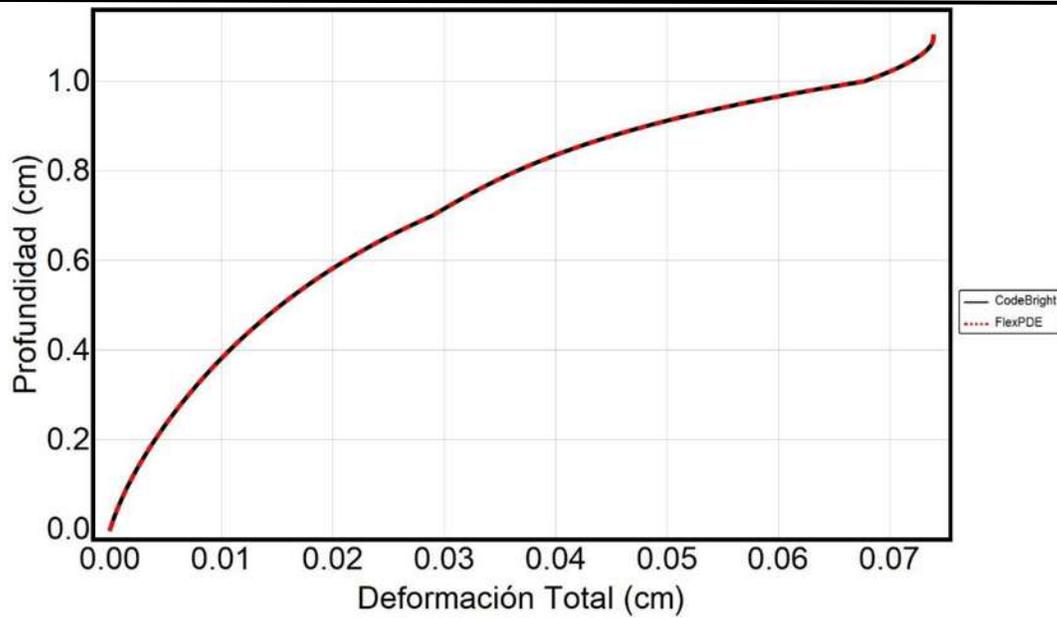


Figura 23 Deformación-Profundidad en el eje de simetría

La deformación horizontal en el eje de simetría está restringido por el análisis axisimétrico por lo tanto se registran los resultados para una distancia de 15 cm del eje y se muestran en la Figura 24.

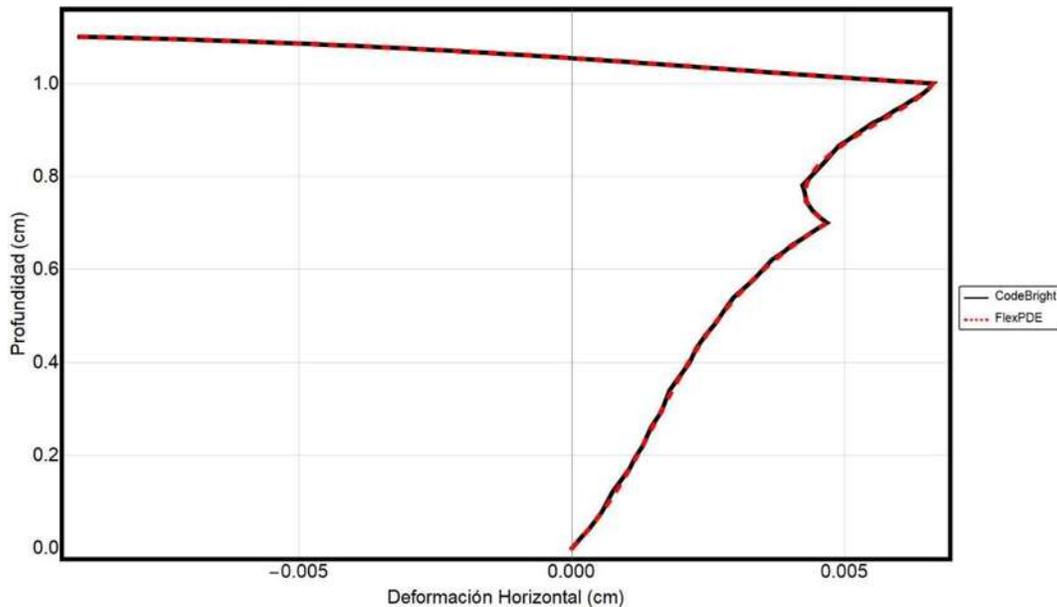


Figura 24 Deformación horizontal-Profundidad a 15cm del eje de simetría

Los resultados del análisis en el programa desarrollado tienen semejanza al obtenido por el programa Code_Bright, tanto en el cálculo de esfuerzos como en las deformaciones.

4.2 Modelo elástico no-lineal

En este trabajo se analizan dos modelos de ajuste de módulo resiliente, el modelo de Huang (2004), y el modelo Universal. En el espacio de trabajo proporcionado por el software FlexPDE, se soluciona el modelo elástico en coordenadas cilíndricas, descrito en la sección 2.2.1, además, el parámetro de módulo resiliente se asigna por una ecuación que describe el comportamiento del módulo respecto a los esfuerzos, según el modelo de ajuste aplicado.

4.2.1 Validación del modelo

Para la calibración de los modelos no lineales se realiza el análisis en el programa desarrollado y los resultados se comparan con los datos obtenidos en laboratorio por (Hurtado, 2010), cuyos datos se muestran en la siguiente tabla (Tabla 8):

Tabla 8 Módulos Resilientes obtenidos en laboratorio

σ_3 (kPa)	σ_d (kPa)	θ (kPa)	Módulo (kPa)
20.7	20.7	82.8	178571
20.7	41.4	103.5	161111
20.7	62.1	124.2	148368
34.5	34.5	138	180328
34.5	68.9	172.4	175000
34.5	103.4	206.9	172340
68.9	68.99	275.69	228916
68.9	137.9	344.6	219298
103.4	68.9	379.1	270503
103.4	103.4	413.6	263768
103.4	206.8	517	255263
137.9	103.4	517.1	289809
137.9	137.9	551.6	281532
137.9	275.8	689.5	280435

A partir de las ecuaciones de ajustes de módulo resiliente se escriben los modelos en FlexPDE. Se simula una prueba triaxial con las condiciones de las pruebas realizadas en laboratorio, se aplica cada uno de los modelos de ajuste con los parámetros que se muestran en la Tabla 9, donde los parámetros del inciso (a) corresponden al modelo de (Huang, 2004) y los del (b) al Universal.

Tabla 9 Parámetros de ajuste de Módulo resiliente

Parámetro	
E_0 (kPa)	143250
Θ (kPa)	0.00169997

(a)

Parámetro	
k_1	1590
k_2	0.5
k_3	-0.382

(b)

Los parámetros de ajuste de cada modelo generan las líneas de tendencia que se muestran en las siguientes figuras, la ecuación de Huang genera la gráfica de la Figura 25, mientras que el ajuste mediante la ecuación universal genera la superficie que se muestra en la Figura 26.

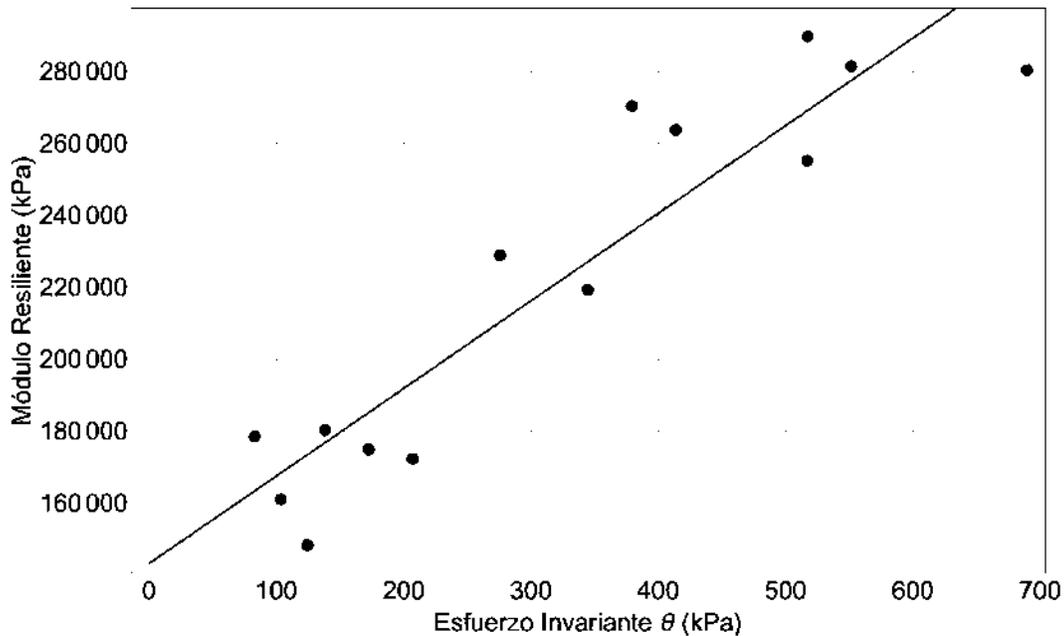


Figura 25 Ajuste de módulo resiliente con la ecuación de Huang Y.

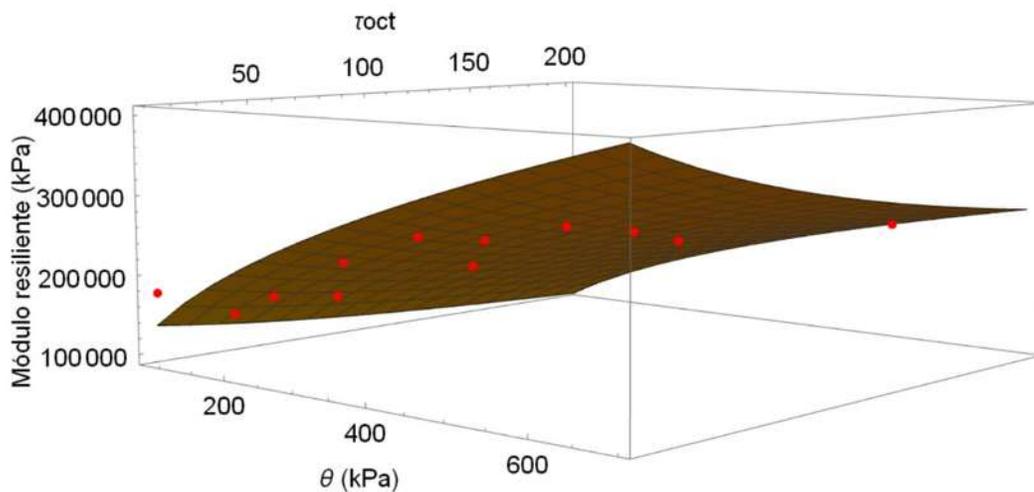


Figura 26 Ajuste de módulo resiliente con la ecuación Universal

La geometría corresponde a un análisis axisimétrico que simula una probeta ensayada bajo las condiciones de carga descritas en la Tabla 8. La geometría se muestra en la Figura 27:

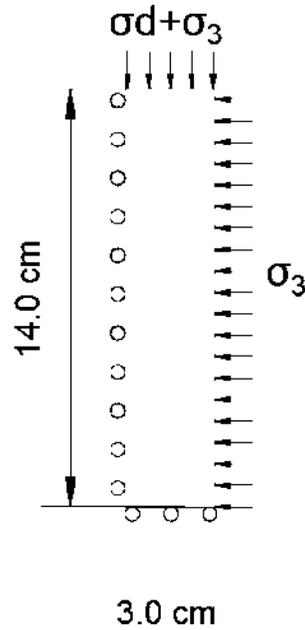


Figura 27 Geometría y condiciones de contorno para la simulación de la probeta
Después de definir la geometría se genera la malla del análisis de elementos finitos, para el caso de este ensayo la malla se observa en la Figura 28.

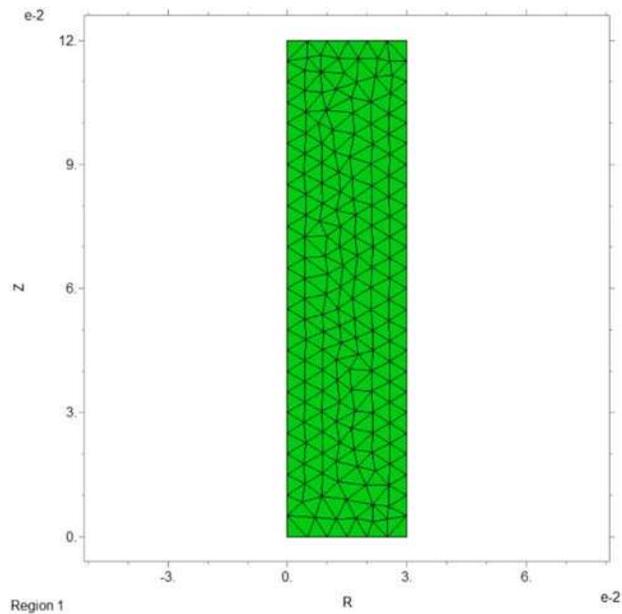


Figura 28 Generación de la malla para el ensayo triaxial

De los datos obtenidos en ambos modelos, se realiza la comparación entre resultados calculados y los medidos en laboratorio. La Figura 29 muestra la comparativa entre el módulo calculado con el modelo Universal y los obtenidos en

laboratorio. La Figura 30 corresponde a la comparación de los módulos calculados con el modelo de Huang Y. y los medidos en laboratorio.

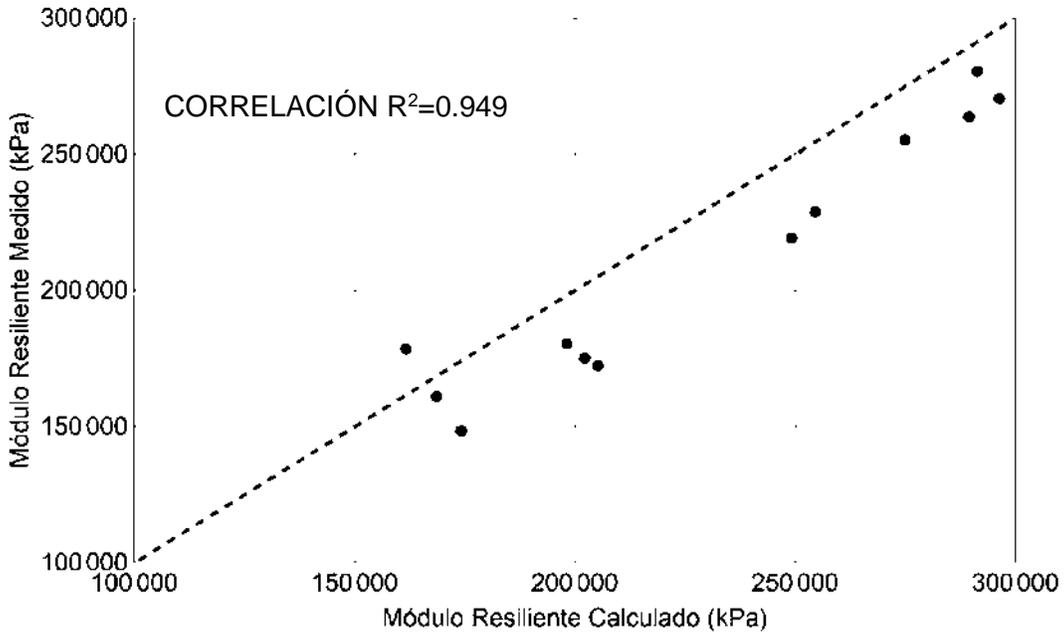


Figura 29 Comparación del Módulo resiliente medido y calculado con el modelo Universal

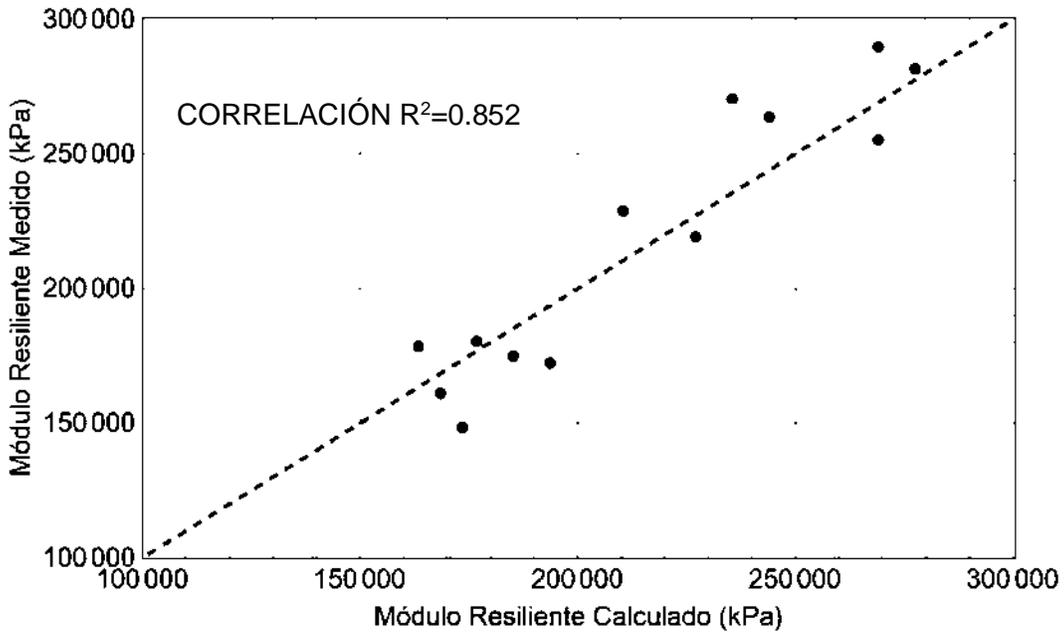


Figura 30 Comparación del Módulo resiliente medido y calculado con el modelo Huang Y.

Se realizó un tratamiento de los datos obtenidos en laboratorio. Se graficaron los esfuerzos desviadores contra módulos resilientes para varios esfuerzos de confinamiento. En la Figura 31 se observa que cada grupo de esfuerzos varía en la pendiente y el origen. Lo anterior demuestra que la variación del módulo resiliente tiene gran dependencia en el esfuerzo desviador.

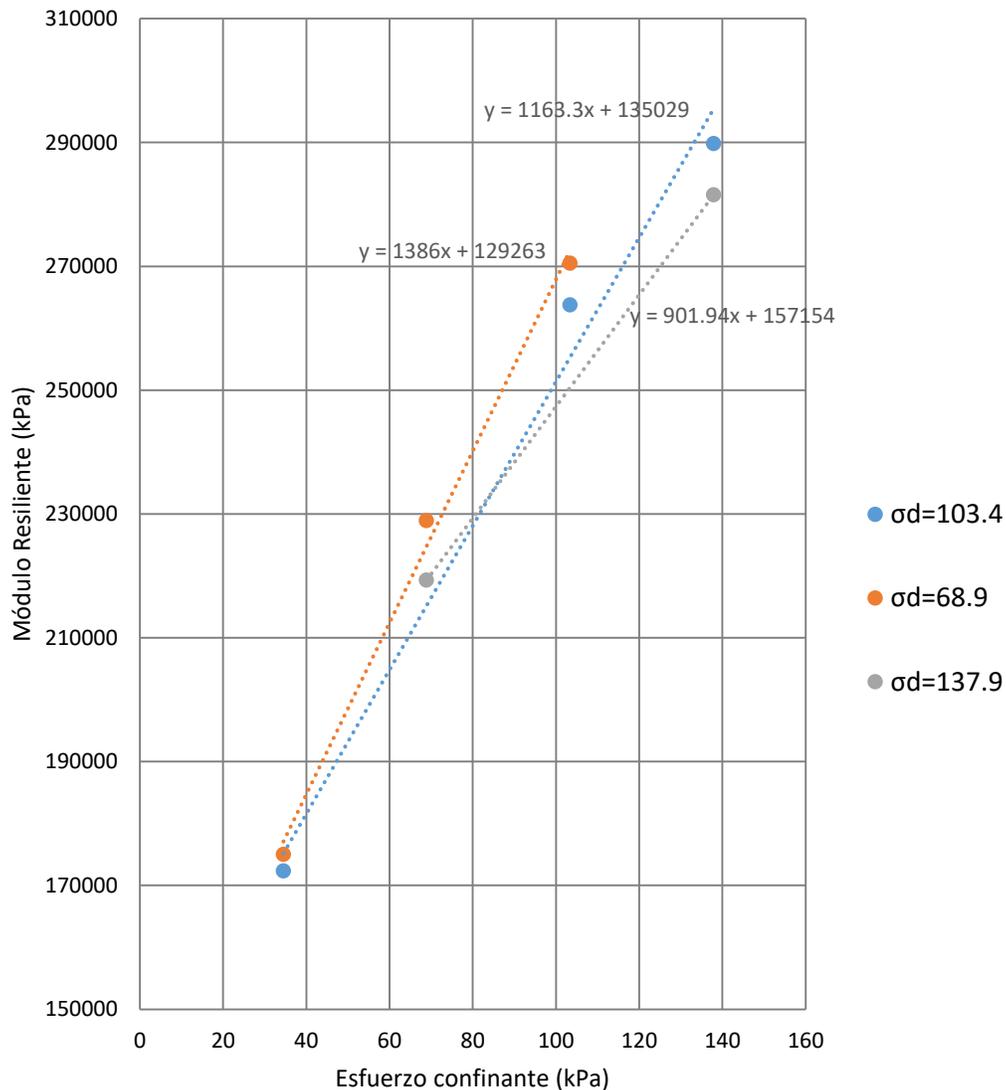


Figura 31 Esfuerzo confinante-Módulo resiliente.

De la Figura 31 se observa que cada una de las gráficas son funciones lineales, con una pendiente y un origen. De lo anterior podemos definir al Módulo resiliente como:

$$MR = A + P \sigma_3 \quad (34)$$

donde:

A =Módulo inicial (cuando $\sigma_3 = 0$) y

P =Pendiente de la función.

Sin embargo, es evidente que tanto la pendiente como el módulo inicial dependen del esfuerzo σ_d . Por lo tanto, los valores de estas variables se muestran en la Tabla 10 y la Tabla 11.

Tabla 10 Valores de pendiente de la recta respecto al esfuerzo desviador

Esfuerzo desviador (σ_d)	Pendiente de la función
68.9	1386
103.4	1163.3
137.9	901.94

Una vez definida las pendientes con respecto al esfuerzo desviador se obtienen tres puntos que representan esta condición (Figura 32). La unión de estos puntos tiende a una parábola definida por una ecuación cuadrática. Los puntos y la función cuadrática se muestran en la siguiente figura.

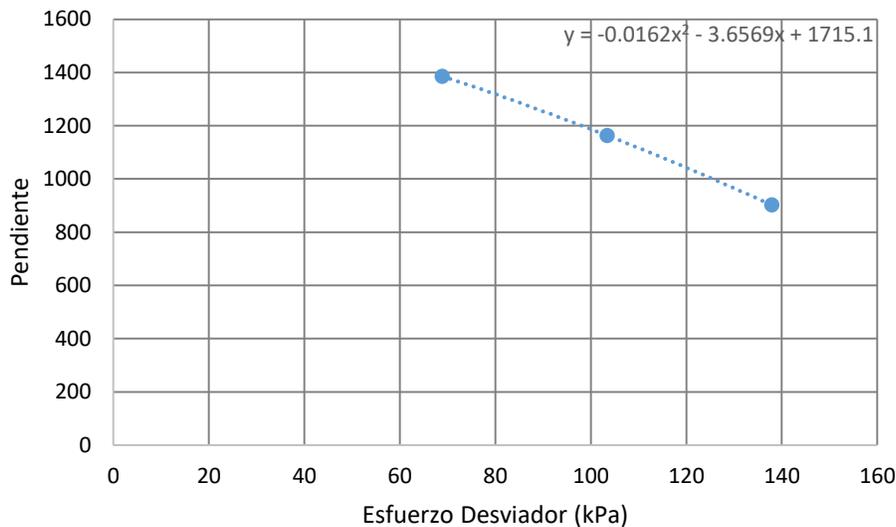


Figura 32 Esfuerzo desviador-Pendiente de las rectas

De igual manera se grafican los módulos iniciales en función del esfuerzo desviador, los puntos que se grafican se obtienen de la Figura 31. Los valores son los que se muestran en la Tabla 11:

Tabla 11 Valores de módulo inicial de la recta respecto al esfuerzo desviador

Esfuerzo desviador (sd)	Módulo inicial
68.9	129263
103.4	135029
137.9	157154

La gráfica y la curva de ajuste se muestran en la Figura 33.

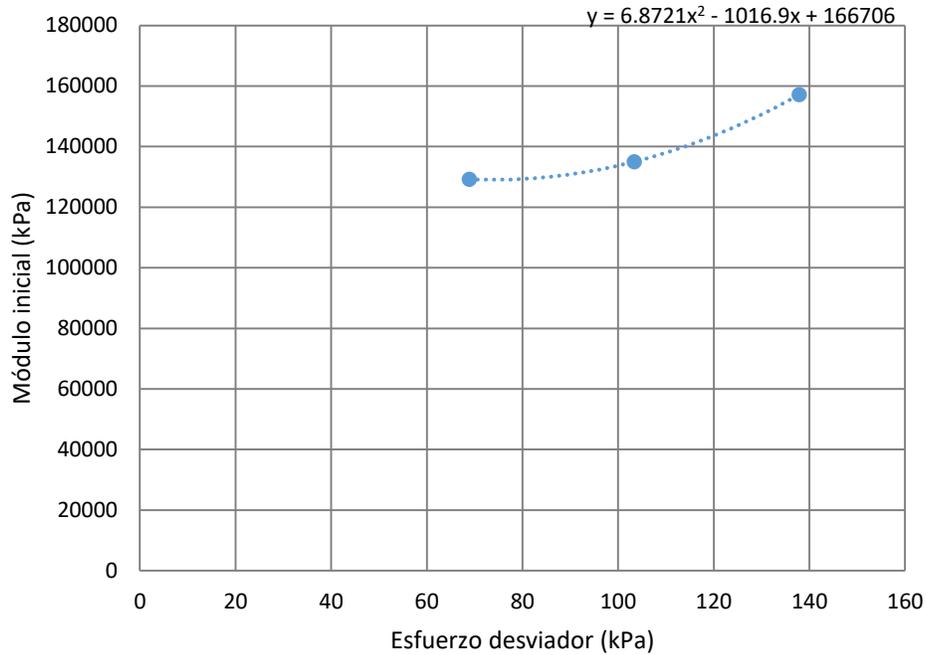


Figura 33 Módulo inicial-Esfuerzo desviador

Sustituyendo la ecuación que define las pendientes de las rectas de $MR-\sigma_3$ en la ecuación (34), queda:

$$MR = A + ((a_1 \sigma_d^2 + a_2 \sigma_d + a_3)(\sigma_3)) \quad (35)$$

donde:

$$a_1 = -0.0162,$$

$$a_2 = -3.6569, \text{ y}$$

$$a_3 = 1715.10 \text{ (} a_1, a_2, a_3, \text{ parámetros de ajuste).}$$

Mientras que A también es una función del esfuerzo desviador, es decir:

$$A = b_1\sigma_d^2 + b_2\sigma_d + b_3 \quad (36)$$

donde:

$$b_1=6.8721,$$

$$b_2=-1016.9 \text{ y}$$

$$b_3=166706 \text{ (} b_1, b_2, b_3, \text{ parámetros de ajuste).}$$

Con estos parámetros y con los datos de los ensayos de laboratorio se calculan los módulos resilientes y se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 12 Resultados de Módulo calculado con las ecuaciones de ajuste.

σ_3 (kPa)	σ_d (kPa)	Módulo medido (kPa)	Módulo calculado (kPa)
20.7	20.7	178571	182392.731
20.7	41.4	161111	168178.765
20.7	62.1	148368	159566.671
34.5	34.5	180328	193955.561
34.5	68.9	175000	177089.992
34.5	103.4	172340	175182.187
68.9	68.99	228916	224733.703
68.9	137.9	219298	219357.474
103.4	68.9	270503	272601.569
103.4	103.4	263768	255366.165
103.4	206.8	255263	277813.493
137.9	103.4	289809	295516.343
137.9	137.9	281532	281647.062
137.9	275.8	280435	336476.617

Es evidente que para el esfuerzo desviador de 275.8 no es posible graficar las funciones de ajuste en la figura 1 y 2, ya que solo existe un punto y no es posible medir su tendencia. Esta limitante produce que para valores grandes de esfuerzo desviador el cálculo se aleja del valor medido. Para solucionar esta limitante se realiza un ajuste a los parámetros para que se considere este punto en el ajuste de los datos. El objetivo es encontrar el valor de la pendiente que le corresponde a un esfuerzo desviador de 275.8. Primero se calcula el valor de A con la ecuación (36) para un esfuerzo desviador de 275.8. De lo anterior queda:

$$A = 6.8721 (275.8)^2 - (1016.9)(275.8) + 166706 = 408975$$

Se aplica la ecuación (34) y se despeja P :

$$P = \frac{MR - A}{\sigma_3}$$

Los valores de MR y de σ_3 de la Tabla 12 que corresponden a la prueba con esfuerzo desviador de 275.8 y el valor de A que ya fue calculado se sustituyen, obteniendo:

$$P = \frac{(280435) - (408975)}{(137.9)} = -932$$

Este valor se grafica en la Figura (8), agregando los puntos de la figura 1, y se encuentra los parámetros ajustados.

Esfuerzo desviador (sd)	Pendiente de la función
68.9	1386
103.4	1163.3
137.9	901.94
275.8	-932

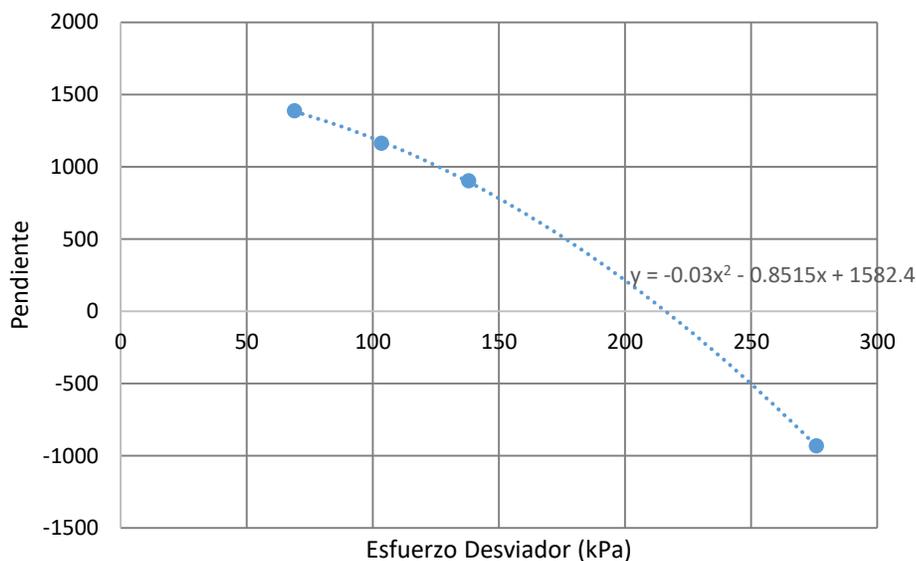


Figura 34 Pendiente-Esfuerzo desviador (ajustado)

Los parámetros ajustados de la ecuación (35) quedan:

$$a_1 = -0.03,$$

$$a_2 = -0.8515, \text{ y}$$

$$a_3 = 1582.4 \text{ (} a_1, a_2, a_3, \text{ parámetros ajustados).}$$

Las ecuaciones (35) y (36) se programadas en FlexPDE y se realiza el mismo análisis con las configuraciones de esfuerzo mostrados en la Tabla 8.

Los resultados obtenidos para módulo resiliente se compararon con los obtenidos en laboratorio y los resultados se grafican en la Figura 35.

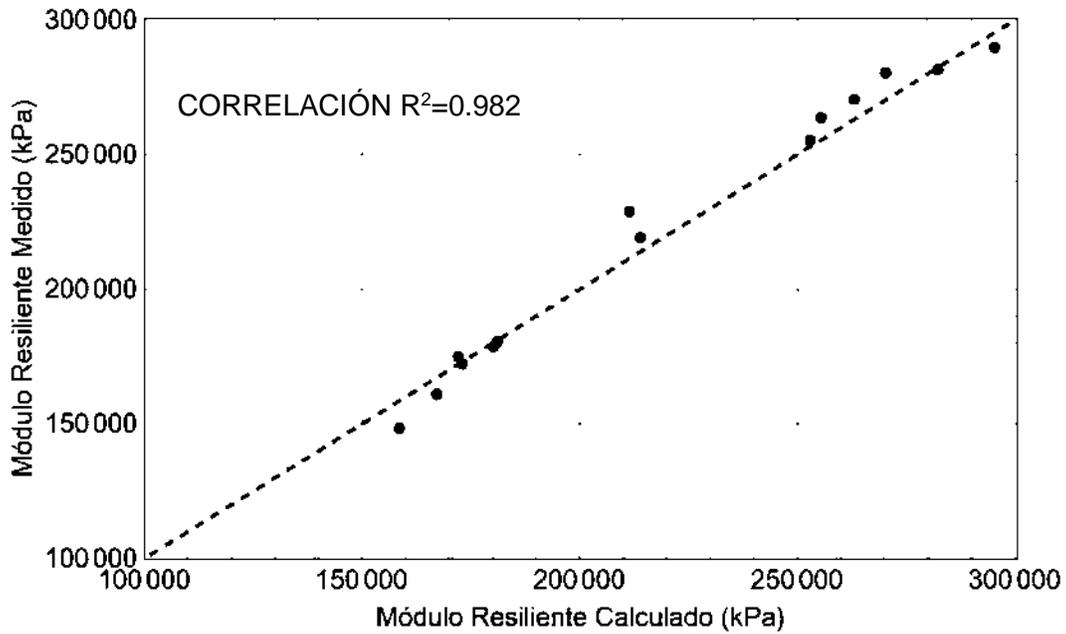


Figura 35 Comparación del Módulo resiliente medido y calculado con el modelo Hernández M.

En la Figura 36 se muestran los resultados de módulo resiliente de cada uno de los modelos, donde la línea punteada representa la igualdad de valores.

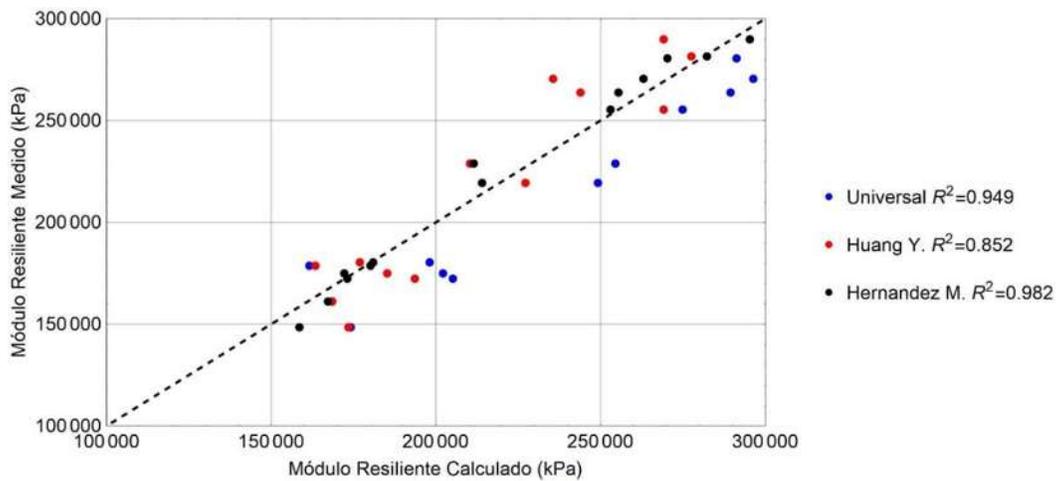


Figura 36 Comparación de los distintos modelos de ajuste de Módulo Resiliente

Para la prueba-calibración a escala real, en el espacio de FlexPDE se realiza un análisis adoptando la misma configuración que la del análisis realizado originalmente (Huang, 2004). El modelo corresponde a una masa de suelo de 600 pulgadas de espesor. El análisis original adoptó una división de la masa de suelo en 6 capas, cuyas características se muestran en la Figura 37.

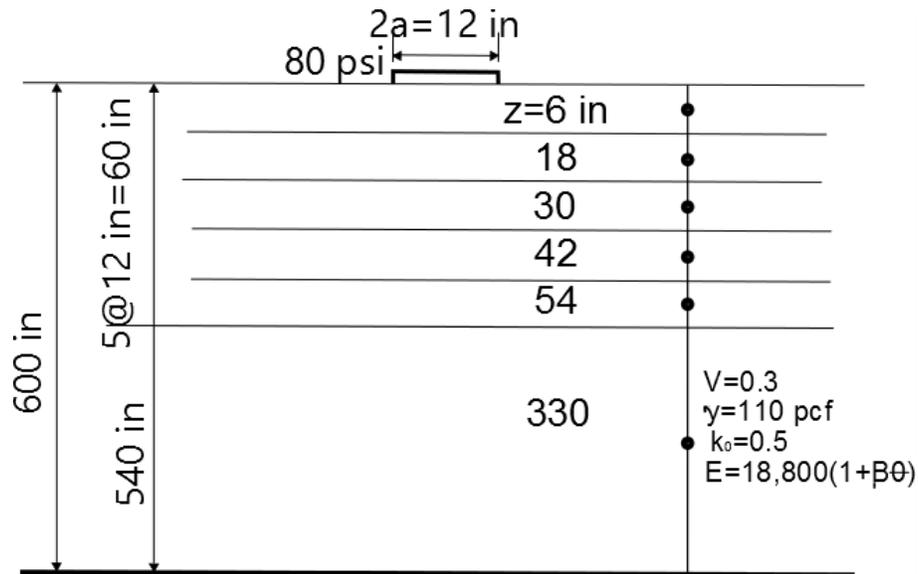


Figura 37. Configuración de la masa de suelo establecido por Huang Y. para el análisis no lineal

Posteriormente se realizó un análisis multicapa siguiendo la teoría de Burmister, determinando el invariante de esfuerzo θ en cada punto seleccionado y aplicando la ecuación no lineal. Los resultados obtenidos de Módulo, esfuerzo y deformación se resumen en la Tabla 13.

Tabla 13 Datos obtenidos por el análisis no lineal establecido por Huang Y.

Capa No.	Espesor (in)	z a la mitad de la capa	σ_z (psi)	E (psi)	Deformación (in)
1	12	6	51.72	30860.78	0.0174
2	12	18	11.69	21335.02	0.0073
3	12	30	4.57	20336.53	0.0029
4	12	42	2.39	20254.22	0.0015
5	12	54	1.46	20392.94	0.0009
6	540	330	0.04	27021.28	0.0025
TOTAL					0.0325

Se programó el mismo modelo para una masa de suelo con los parámetros del análisis descrito anteriormente, considerando las 6 capas del suelo, es decir, 600 pulgadas de espesor y con las condiciones de contorno mostradas en la Figura 38.

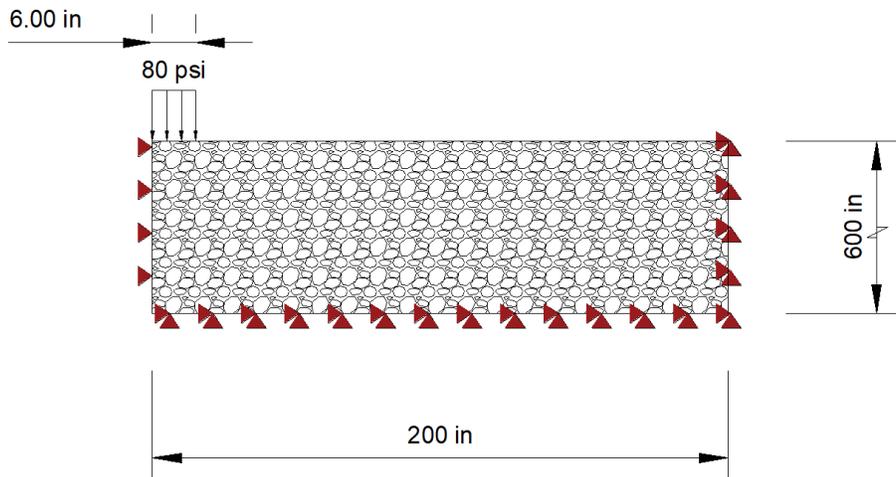


Figura 38. Condiciones de contorno para el análisis

A pesar de tener los mismos parámetros, así como el mismo modelo no lineal, existen diferencias importantes en el análisis de la masa de suelo. Una de ellas es que en el análisis mediante elementos finitos, se considera una sola capa de suelo con parámetros no lineales, mientras que en el análisis original se contemplan una serie de capas con variación de módulo en cada una de ellas, ya que el realizarlo para una mayor cantidad de puntos hubiera resultado una tarea muy extensa. Este problema se soluciona con el método de elementos finitos, el cual contempla un gran número de elementos y nodos para el análisis del comportamiento. Los datos obtenidos de este análisis se concentran en la Tabla 14.

Tabla 14 Datos obtenidos a partir del análisis no lineal mediante el método de elementos finitos

z a la mitad de la capa	σ_z (psi)	E (psi)	Deformación (in)
6	43.60	30105.00	0.019140
18	10.95	21356.00	0.010874
30	4.38	20383.00	0.006864
42	2.20	20215.00	0.004891
54	1.41	20377.00	0.003778
330	0.08	27000.00	0.000505
	TOTAL		0.046051

Comparando los resultados se puede afirmar que la variación del módulo es muy cercana en ambos casos, tomando en cuenta los mismos puntos en ambos análisis.

De manera similar se comporta el esfuerzo vertical desarrollado en cada uno de los puntos. Sin embargo, se presentan diferencias en la deformación vertical, que podrían resultar significativas. Estas diferencias pueden ser atribuibles al modelo de cálculo de deformación vertical adoptado.

El modelo no-lineal se adoptará para el análisis del pavimento, ya que cumple con las necesidades de este trabajo de investigación, al obtener resultados satisfactorios en el análisis en FlexPDE.

4.3 Modelo de flujo de agua

De manera individual se implementa el modelo de flujo de agua en suelos. Se escriben las ecuaciones descritas en el subcapítulo 2.2.4 al problema de pavimentos, para esto se toman las siguientes consideraciones:

1. Se aplica el modelo de flujo de agua en suelos de pavimentos
2. Cada una de las capas tiene parámetros diferentes
3. Se aplica al problema en 2D axisimétrico
4. Las condiciones de frontera describen la condición del Nivel de Aguas Freáticas y de infiltración (condición superficial).

4.3.1 Geometría y condiciones de frontera para el análisis de flujo en pavimentos.

En este modelo se consideran tres capas que conforman el pavimento (ver la Figura 39), con espesores de 50, 20 y 10 cm respectivamente. Además, la profundidad inicial del NAF es de 6 metros a partir de la capa inferior, tal como se muestra en la Figura 39.

El modelo se analiza bajo dos problemas distintos. El primer problema consiste en una sola etapa de tiempo, donde la condición inicial es consistente a la mostrada en la Figura 39. Además, todo el pavimento se considera que tiene una succión de 60 kPa. Posteriormente, la succión del suelo se libera para que consiga su equilibrio.

El segundo problema tiene las mismas condiciones del problema 1. En la primera etapa del problema el suelo consigue su equilibrio de flujo.

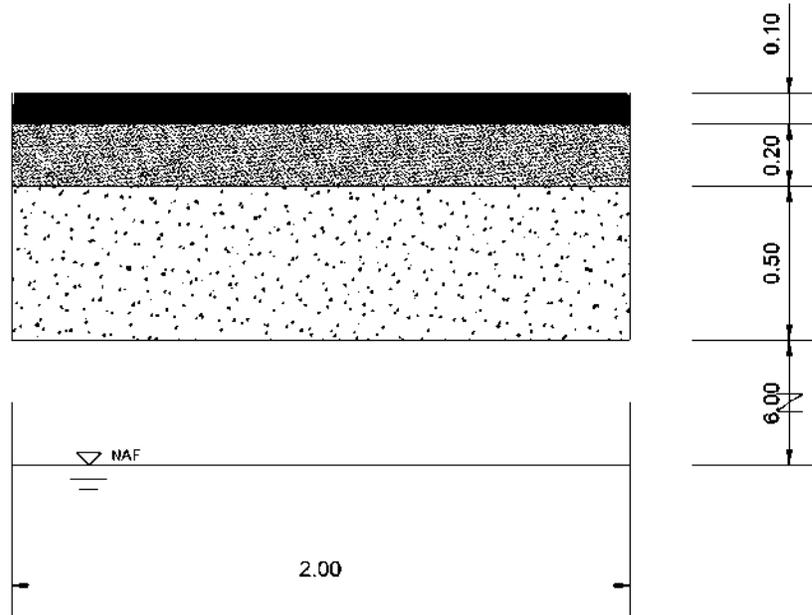


Figura 39 Geometría del pavimento y condición inicial.

Posteriormente, en la etapa 2 se introduce una infiltración en la superficie del pavimento con una velocidad de 0.85 mm/h por 24 horas (Figura 40). En la etapa 3 no existe infiltración y el suelo se equilibra nuevamente. Finalmente, en la etapa 4 eleva el NAF a 4 metros por debajo de la última capa y se equilibra el modelo (Figura 41).

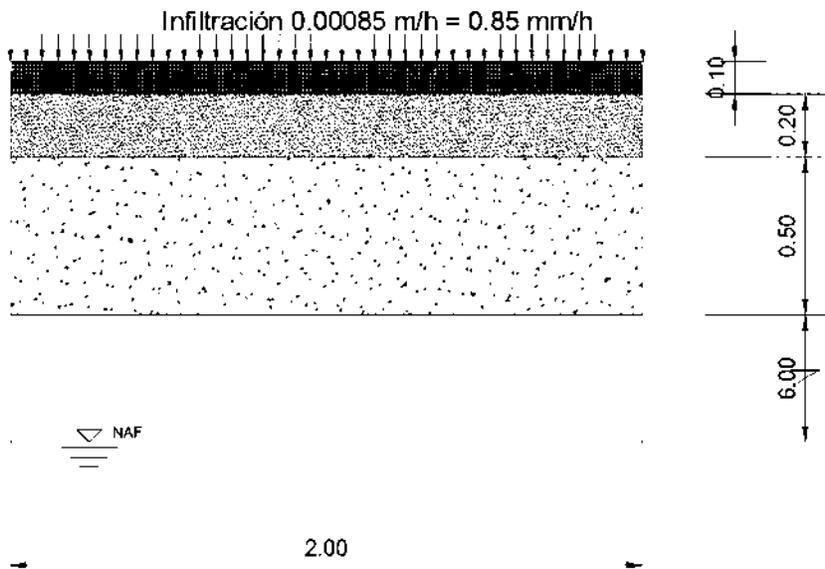


Figura 40 Infiltración en la capa superior

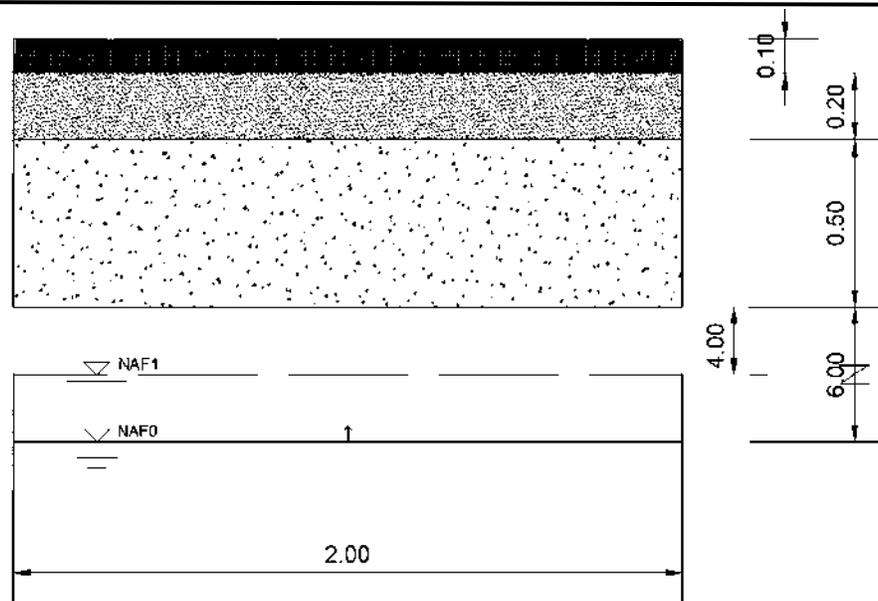


Figura 41 Elevación del NAF

4.3.2 Validación del modelo

Con base al modelo de flujo en suelos no saturados y considerando las condiciones de contorno, se logra analizar un modelo en el programa FlexPDE. Además, con apoyo de un modelo que proporciona el software Code_Bright para el análisis de flujo en suelos se verifican los resultados obtenidos del programa desarrollado.

El problema que se analiza en ambos programas se trata de un pavimento con las condiciones y geometría que se describen en el subcapítulo anterior. Por otra parte, los parámetros que se utilizan para cada material del pavimento son equivalente en ambos modelos. Los parámetros se muestran en la tabla:

Tabla 15 Parámetros de flujo, permeabilidad y Curva Característica

PARÁMETROS			
	CARPETA	BASE	SUBRASANTE
P_0	10	15	10
α	0.1	0.0667	0.1
θ_r	0.25	0.25	0.25
θ_s	0.65	0.65	0.65
SRL	0.3846	0.3846	0.3846
SLS	1	1	1
σ_0	0.072	0.072	0.072
λ	0.2857	0.2857	0.2857
n	1.4	1.4	1.4
PERMEABILIDAD INTRINSECA m ²	2.84E-14	2.84E-12	1.50E-12
k_{sat} m/h	2.786E-07	2.786E-05	0.000014715

La generación de las mallas también son comparadas para ambos programas, en este caso se definen espacios entre los nodos menores en el eje de simetría, ya que el análisis de resultados se definen en esa posición. Las mallas para cada uno de los programas se muestran en la Figura 42 y en la Figura 43 respectivamente.

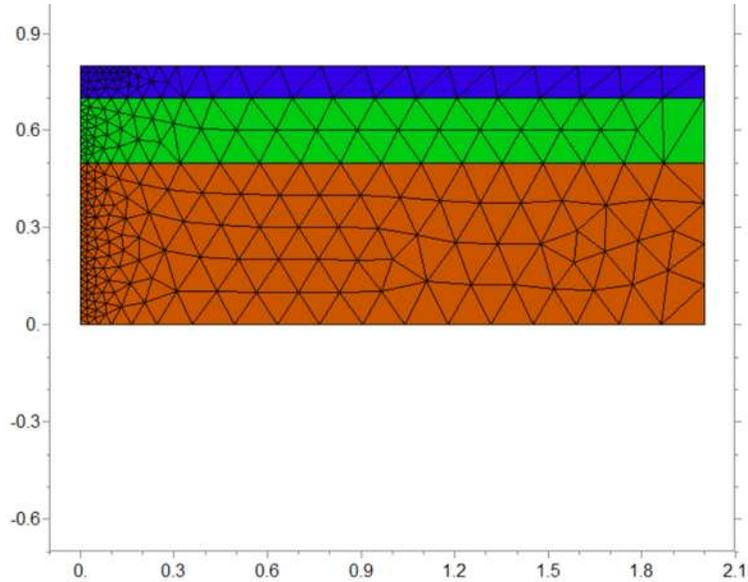


Figura 42 Generación de la malla para el análisis de flujo en FlexPDE

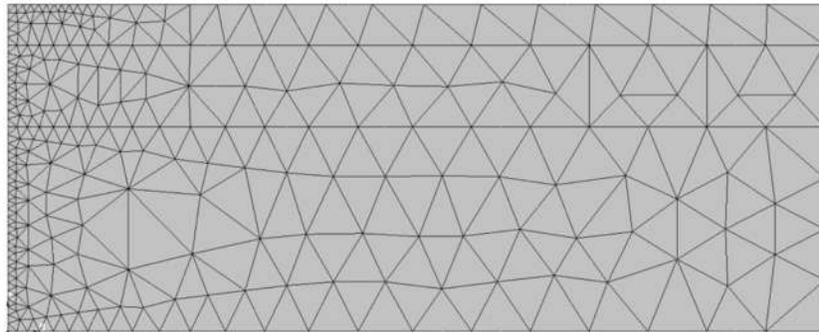


Figura 43 Generación de la malla para el análisis de flujo en Code_Bright

Los resultados de ambos análisis se grafican y se comparan. La Figura 44 y la Figura 45 corresponden al problema 1 (ver subcapítulo 4.3.1), en los cuales se observa que a partir de la condición inicial (tiempo 0) el agua fluye hasta su equilibrio.

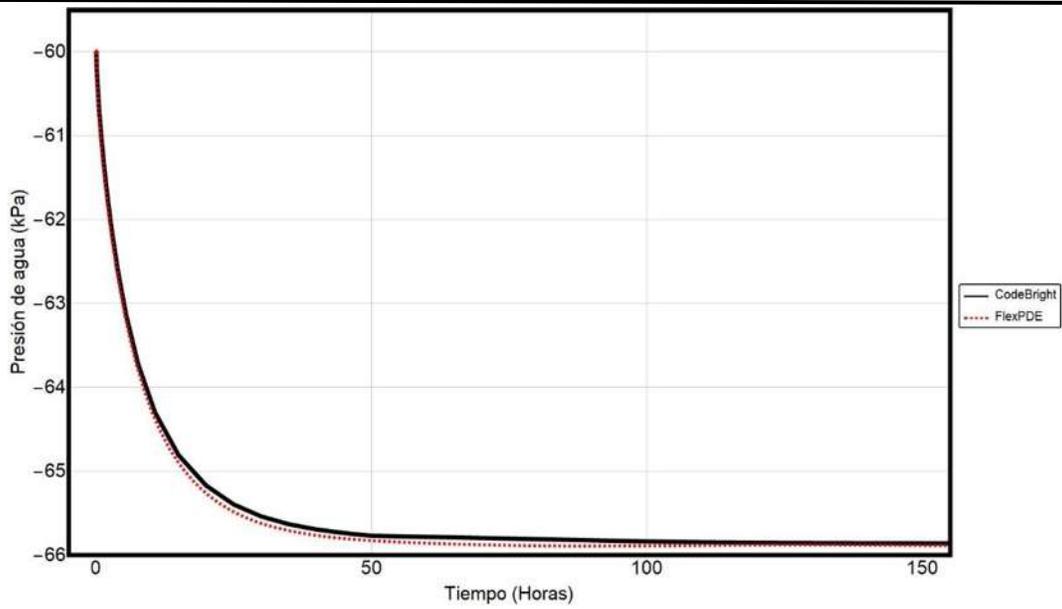


Figura 44 Presión de agua-Tiempo en la capa base

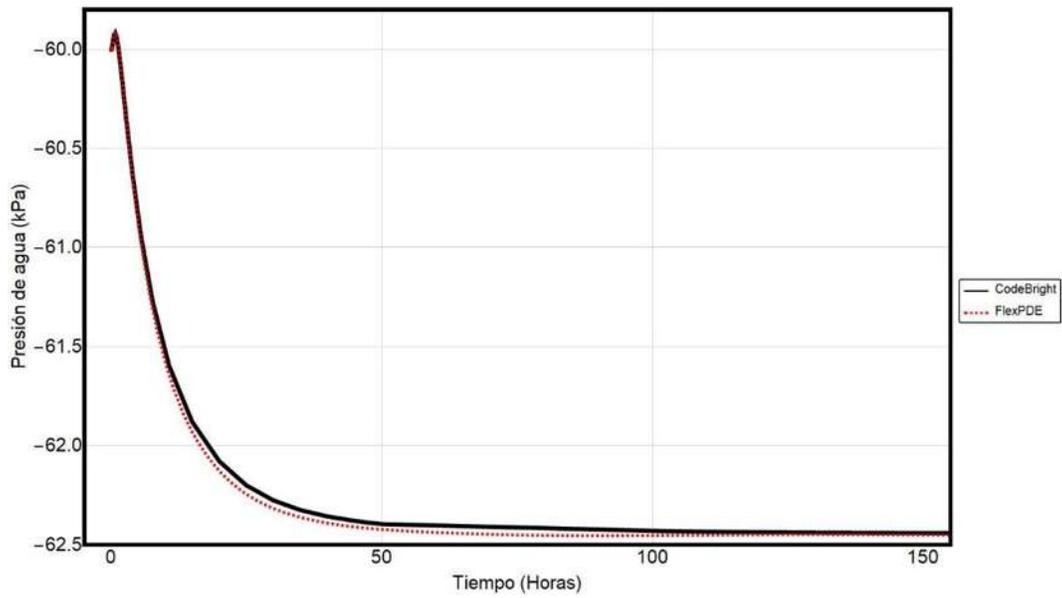


Figura 45 Presión de agua-Tiempo en la capa Subrasante

La Figura 46 y la Figura 47 corresponden al problema 2 donde se observan los efectos de la infiltración y del cambio del NAF.

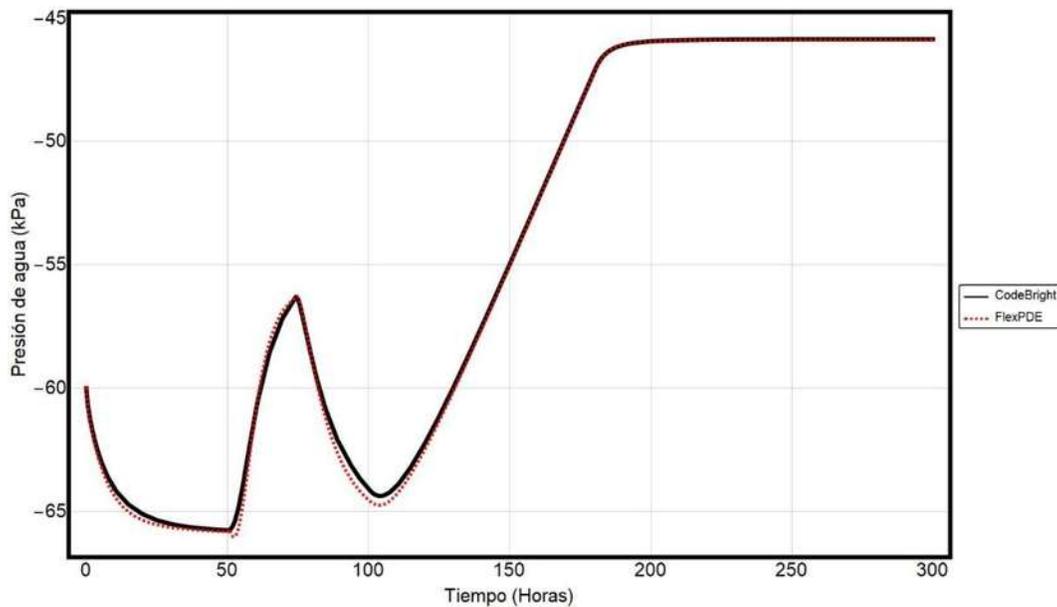


Figura 46 Presión de agua-Tiempo en la capa base

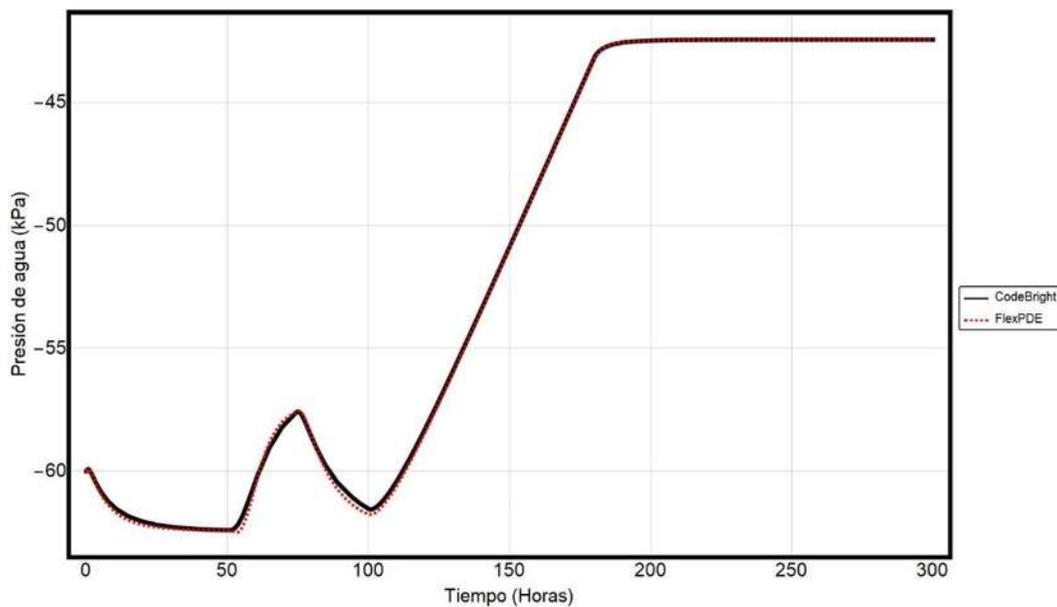


Figura 47 Presión de agua-Tiempo en la capa Subrasante

En todos los problemas se observa una relación cercana entre ambos modelos.

5. ANÁLISIS DE DEFORMACIÓN PERMANENTE A CORTO PLAZO DE UN PAVIMENTO

En este capítulo se define el procedimiento del cálculo de deformaciones permanentes. El procedimiento para obtener cada uno de los parámetros que intervienen en el modelo se describieron con anterioridad en este documento. Con lo cual se llega a la obtención del esquema general del cálculo de deformaciones permanentes.

Como ya se ha definido en capítulos anteriores, el comportamiento de la estructura del pavimento es dependiente de distintos factores, de los cuales destacan:

1. Los materiales que conforman el pavimento
2. La estructura del pavimento, definida por los espesores de capa
3. El contenido de agua de los materiales
4. La carga aplicada por los vehículos

A partir de lo anterior, se concreta el esquema general para la determinación de las deformaciones permanentes como se muestra en la *Figura 48*.



Figura 48 Diagrama general de la determinación de deformaciones permanentes

En primer lugar, se define la estructura del pavimento, es decir, los espesores de las capas (como estructura de prueba). Una vez definida la estructura, se

determinan las características de los materiales que conformarán cada una de las capas del pavimento. Los parámetros específicos requeridos para este modelo son:

1. Módulos resilientes para suelos, con dependencia al estado de esfuerzos y a la succión
2. Módulo dinámico para capas asfálticas
3. Ensayos de deformaciones permanentes (ensayos Multi-etapa)
4. Ensayo de curva característica
5. Ensayo de permeabilidad

La curva característica se puede determinar mediante el procedimiento de Zapata (2000), aunque es recomendable realizar la prueba.

El análisis de tráfico es para determinar el número de repeticiones de carga que se consideran para el modelo de deformación permanente.

Las condiciones de humedad (clima) dependerán de la influencia del agua en la estructura del pavimento. Para esta propuesta de solución se atienden dos posibles causas de presencia de agua en la estructura que son: la profundidad del NAF y la infiltración que permita la permeabilidad de la carpeta asfáltica en caso de estar deteriorada. Para el último caso es necesario hacer mediciones de permeabilidad en campo en las zonas afectadas por el agrietamiento o estimaciones en base a la abertura de grieta y su longitud. Para llevar a cabo el cálculo de las deformaciones permanentes el primer paso es un análisis de flujo de agua en pavimentos, para obtener las condiciones de humedad del pavimento y asignarlas como constante al cálculo de deformaciones permanentes.

Una vez definido lo anterior, se procede a realizar el cálculo de las deformaciones permanentes, para lo cual se solucionan las ecuaciones diferenciales de la elasticidad axi-simétrica en un sistema multicapa (ecuaciones de la 1 a la 6) y la de flujo (ecuación 13) tomando en cuenta las variables dependientes descritas en el apartado 2.2. En el presente apartado (5.1) se presenta la adaptación de la variación de la dependencia del módulo de elasticidad en función del número de repeticiones y la manera de que las deformaciones se acumulen en el tiempo (ecuaciones 36 y 37). Se utilizó el tiempo como el número de repeticiones en la ecuación de dependencia del módulo de elasticidad. Por tanto, para que no se confundan las variables se tuvieron que separar la resolución de las ecuaciones, primero se establece la condición de contenido de agua y después se simula las deformaciones permanentes en función del número de repeticiones (el tiempo). Lo anterior se resume en el esquema de la *Figura 49*.

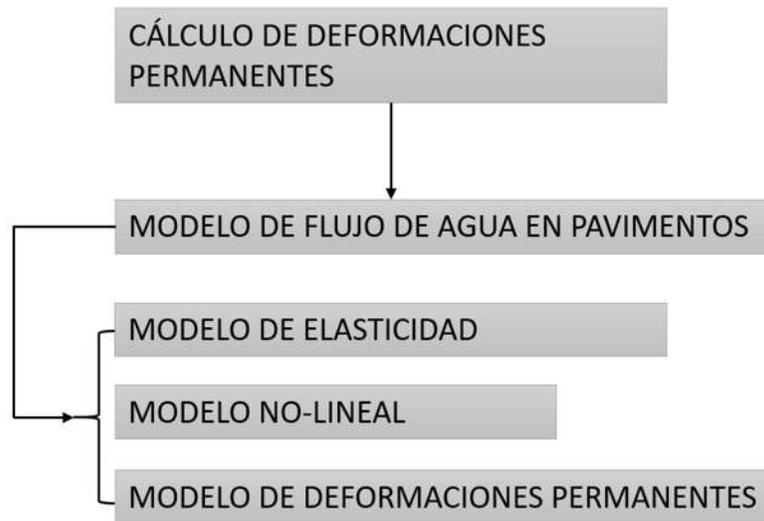


Figura 49 Diagrama del cálculo de deformaciones permanentes

La aceptación de la estructura, o su rechazo, dependerá del criterio de falla para el pavimento. El criterio de falla se refiere al valor máximo permitido de deformación permanente para cierto número de repeticiones de carga. Si la deformación permanente calculada es menor a la de falla, la estructura será aceptada, de lo contrario se procederá a redefinir los espesores de las capas.

El cálculo de la estructura del pavimento permite analizar los esfuerzos que se generan en el dominio del pavimento. Para el diseño de la carpeta asfáltica se logran obtener tensiones en el lecho inferior de la capa y el esfuerzo cortante. Estos datos sirven como punto de partida para el cálculo de deterioro de la carpeta asfáltica, como es el agrietamiento por fatiga y agrietamiento por esfuerzo cortante. De esta manera, el modelo permite un análisis estructural completo para el diseño del pavimento.

La presente propuesta considera lo establecido en los métodos mecanicistas de diseño. Se realiza la predicción de las deformaciones con parámetros obtenidos en laboratorio, las cuales sustituyen a los modelos de deterioro con constantes empíricas y factores de seguridad para la determinación del deterioro. Esto, permite tener un modelo con una base experimental, tal como lo define el esquema del método mecanicista de diseño.

En este capítulo se presenta la adaptación de las ecuaciones diferenciales resueltas en el capítulo anterior para que se pueda predecir las deformaciones permanentes en un pavimento. Se detalla la obtención de los parámetros de ensayos de laboratorio y posteriormente se resuelve un ejemplo sencillo de un pavimento.

5.1 Modelo de deformación permanente

La deformación permanente, es calculada a partir de las siguientes consideraciones:

1. Es función de la deformación elástica.
2. Se acumula en función del número de repeticiones de carga
3. Se calcula mediante la siguiente relación:

$$\delta_p = a \delta_e N^b \quad (37)$$

donde:

δ_e = Deformación elástica,

δ_p = Deformación permanente,

a y b = parámetros de ajuste, y

N = Número de repeticiones de carga.

Además, la deformación elástica δ_e , varía según las condiciones de esfuerzos y de succión, tal como lo describen los modelos de variación del módulo resiliente antes mencionados.

5.1.1 Modelo de deformación permanente en el tiempo

Para la determinación de las deformaciones permanentes se utiliza la ecuación (37) que es función de la deformación elástica. La variación de la deformación elástica depende de los siguientes factores:

1. Del estado de esfuerzos.
2. De la succión.
3. Del número de repeticiones de carga.

La variación del módulo resiliente por efectos de las repeticiones de carga está descrita por la siguiente ecuación:

$$E = E_0 (1 + n)^r \quad (38)$$

donde:

E_0 = Módulo inicial,

r = Parámetros del material, y

n = Número de repeticiones.

Esta ecuación se puede escribir mediante una ecuación diferencial de la siguiente forma:

$$\frac{\partial E}{\partial n} = E_0 r((1+n)^{(r-1)}) \quad (39)$$

De la ecuación (38) el módulo elástico inicial (E_0) se puede considerar no lineal, para esto se sustituye por la ecuación (22), lo que queda:

$$E = k_1 Pa \left(\frac{\theta_b + \chi(u_a - u_w)}{Pa} \right)^{k_2} \left(\frac{\tau_{oct}}{Pa} + 1 \right)^{k_3} (1+n)^r \quad (40)$$

De esta manera el módulo resiliente está en función del estado de esfuerzos, de la succión y del número de repeticiones de carga. Primero se ajusta el módulo respecto al estado de esfuerzos y a la succión para los ciclos de carga iniciales. Después se ajusta el parámetro r para simular la evolución del módulo resiliente en el tiempo.

5.1.2 Validación del modelo

El capítulo 2.1.3, describe el protocolo de ensayo de deformación permanente (UNE-EN 13286-7, 2008). Para la aplicación del modelo de deformación permanente, se utiliza la base de datos de laboratorio obtenida por (González, 2016), quien aplicó el protocolo de ensayo mencionado con anterioridad a un material con distintos contenidos de agua. La granulometría del material que utilizó se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 16 Granulometría del material (González, 2016)

Malla No.		peso retenido gr	% retenido parcial	% retenido acumulativo	% que pasa
37.5	1 1/2"	0	0	0	100
25.4	1"	0	0	0	100
19	3/4"	0	0	0	100
12.5	1/2"	0	0	0	100
9.5	3/8"	295	25.0	25.0	75
6.3	1/4"	177	15.0	40.0	60
4.75	4	82.6	7.0	47.0	53
2	10	200.6	17.0	64.0	36
0.85	20	129.8	11.0	75.0	25
0.425	40	94.4	8.0	83.0	17
0.25	60	59	5.0	88.0	12
0.15	100	47.2	4.0	92.0	8
0.075	200	59	5.0	97.0	3
Pasa malla No. 200		35.4	3.0	100.0	
SUMA		1180	100		

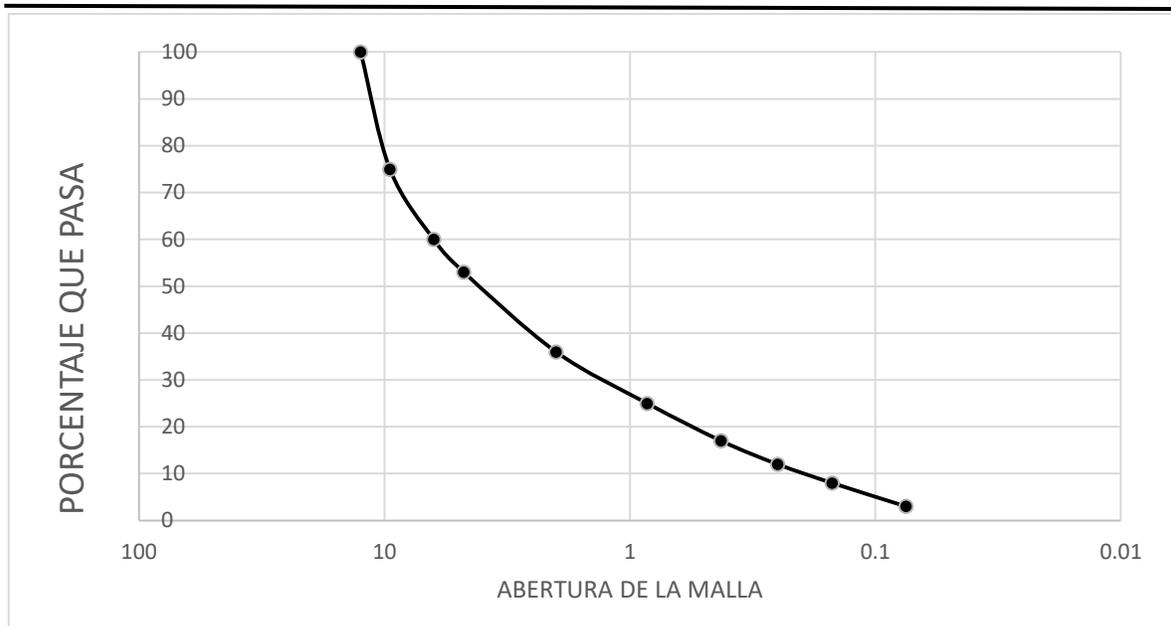


Figura 50 Granulometría del material ensayado

La figura anterior muestra la curva granulométrica del material ensayado, la cual se clasifica como una grava bien graduada (GW). El suelo ensayado cumple con los requerimientos de granulometría para su empleo como capa base de pavimento flexible.

Es necesario determinar la curva característica del suelo para poder hacer el análisis. A partir de los datos de compactación y con la granulometría del material se puede estimar ésta mediante la propuesta de Zapata *et.al.* (2000) para obtener los parámetros de la ecuación de Fredlund & Xing (1994). Con base en lo anterior, se obtuvieron los parámetros de la curva característica de Van Genuchten (1980) para aplicarlo en el modelo. Los parámetros que se obtuvieron son los siguientes (Tabla 17):

Tabla 17 Parámetros de la Curva característica del material

Fredlund & Xing				Van Genuchten			Comunes		
a_f	b_f	c_f	h_r	a	n	m	θ_{opt}	θ_s	θ_r
2.4	7.5	0.53	5.7	1.9	11	0.09	0.063	0.36	0.039

Con los parámetros de la curva característica del material, se dibujan las curvas de contenido volumétrico de agua vs succión del material, estas se presentan en la Figura 51.

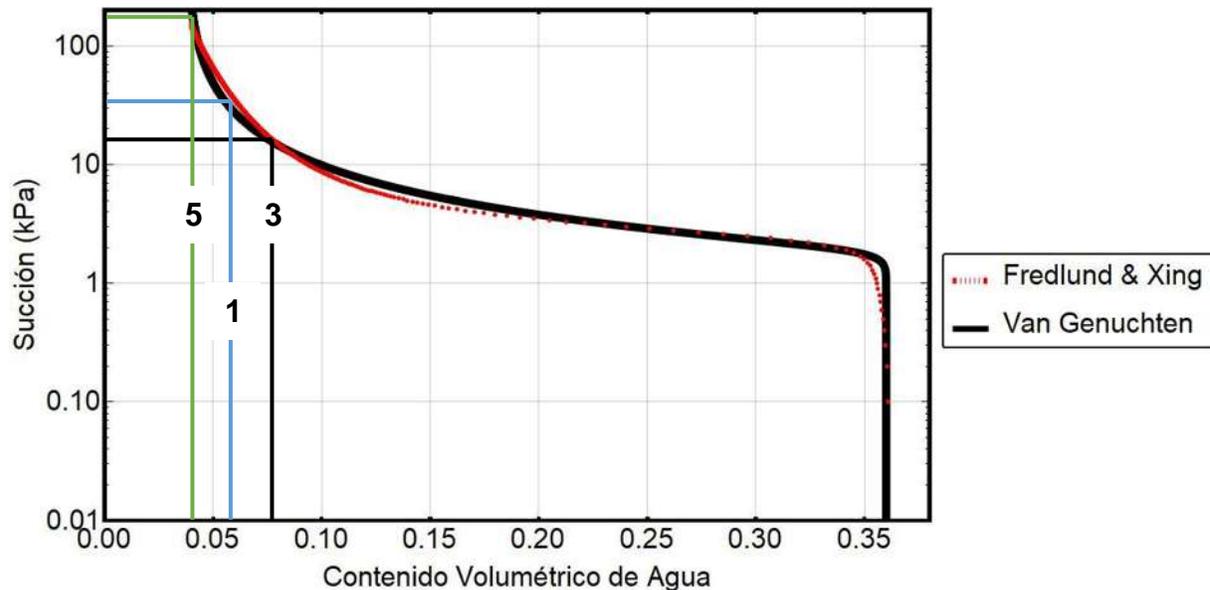


Figura 51 Curva característica del material ensayado a partir de la granulometría

Se analizaron los datos de tres pruebas en el suelo, y se recopilaron: el contenido de agua, su módulo resiliente y la deformación permanente. Los contenidos de agua se muestran en la siguiente tabla, obtenidos de la curva de la Figura 51:

Tabla 18 Valores de succión del material

	w %	Cont. Volumétrico de agua	Grado de Saturación	Contenido de agua Normalizado	Succión (kPa)
Prueba 1	3.73	0.061918	0.171263	0.147688	35
Prueba 3	4.38	0.072708	0.201107	0.178382	18
Prueba 5	2.249	0.0373334	0.0949647	0.077754	130

La succión de cada prueba se obtuvo a partir de la curva característica del material.

A partir de los parámetros y de los módulos medidos en las pruebas de laboratorio, se consigue el mejor ajuste a partir de la ecuación de módulo respecto al estado de esfuerzos y la succión. La Figura 52 muestra las superficies obtenidas del ajuste de módulo resiliente. En la Figura 52 se muestran tres superficies: la inferior corresponde a una succión de 18 kPa, la intermedia a una succión de 35 kPa y la superior a una succión de 130 kPa. Los parámetros de regresión de esta superficie se encuentran en la Tabla 19 (a), que corresponden a la ecuación de Liang *et al.* (2008). La Figura 53 muestra las superficies de los módulos a partir de la ecuación de Gupta *et al.* (2007), con los parámetros de ajuste de la Tabla 19 (b).

Tabla 19 Parámetros de ajuste de las ecuaciones Módulo-Succión

Liang					Gupta			
k_1	k_2	k_3	k_{us}	k	k_1	k_2	k_3	X
300	0.1	1.4	2.0	-0.4	450	0.2	0.74	10
		(a)				(b)		

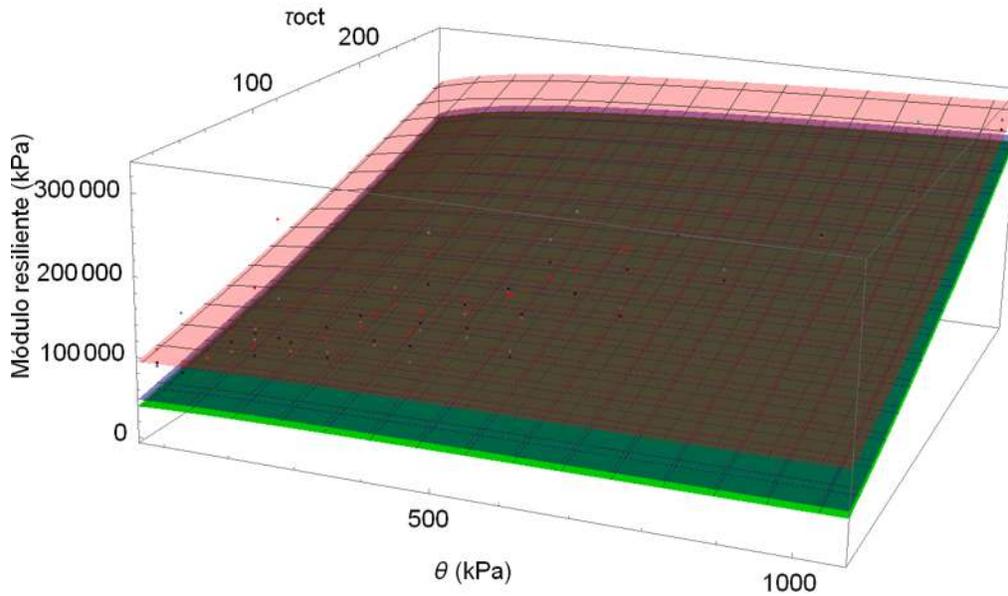


Figura 52 Ajuste de módulos resilientes del material ensayado con las succiones de prueba (ecuación de Liang)

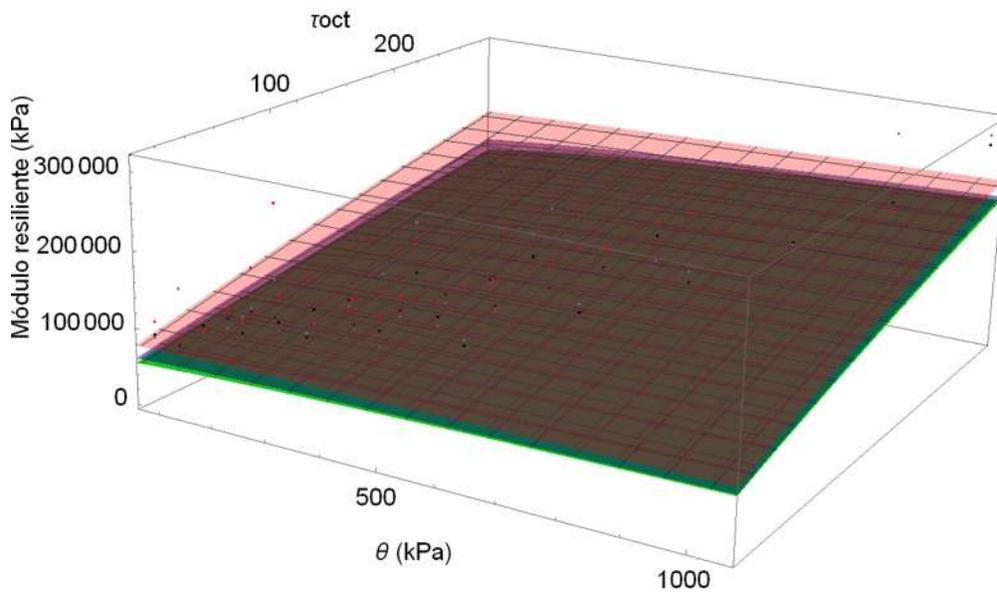


Figura 53 Ajuste de módulos resilientes del material ensayado con las succiones de prueba (ecuación de Gupta)

La Figura 54 se presentan los resultados de deformación permanente de las pruebas 1; obtenidos mediante la aplicación del protocolo de ensayo descrito anteriormente. La Figura 55 se presentan los resultados de las pruebas 3 y los de las pruebas 5 en la Figura 56.

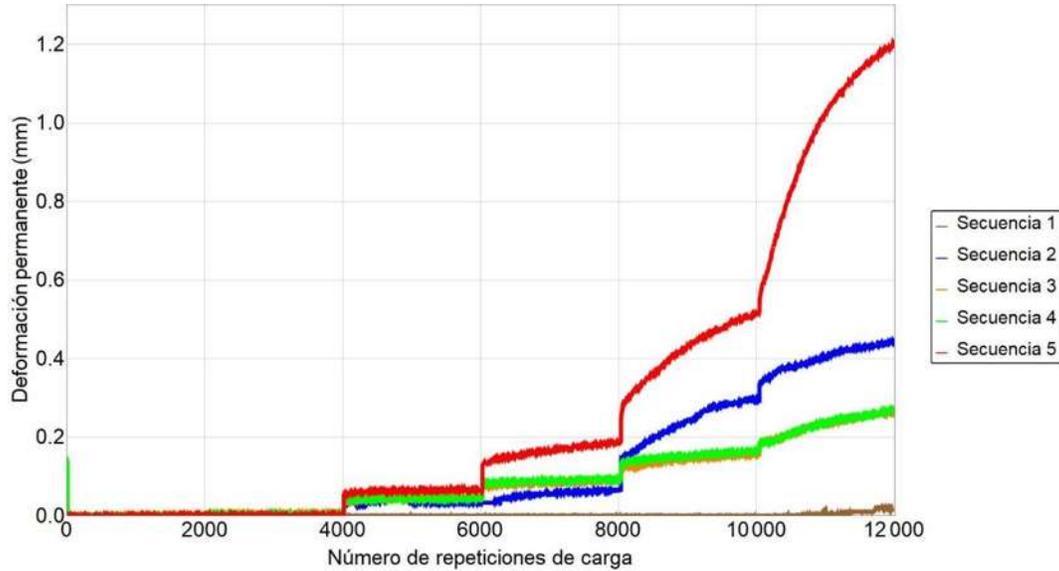


Figura 54 Datos de deformación permanente (Prueba 1 succión 35 kPa)
(González, 2016)

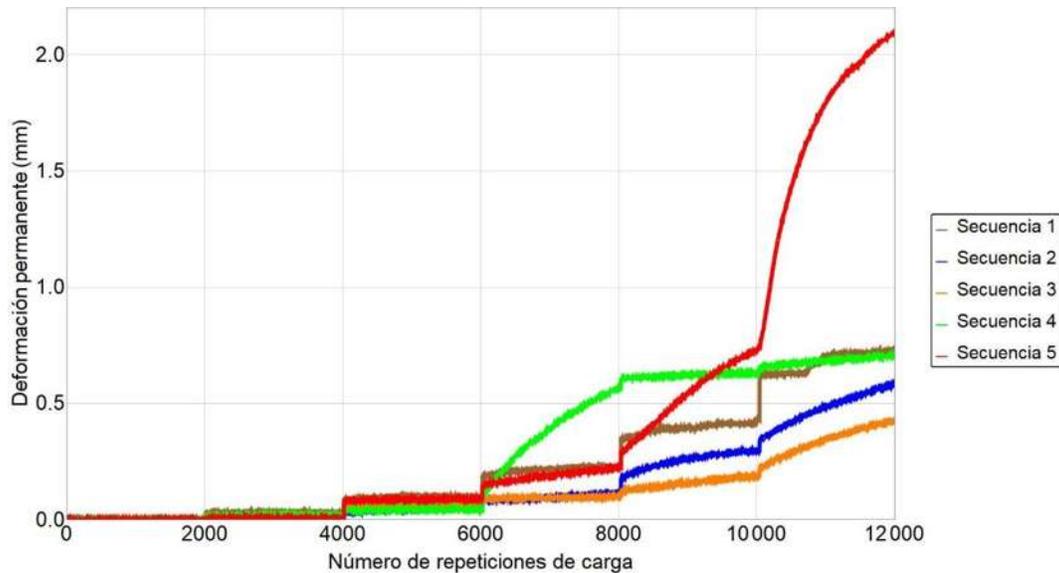


Figura 55 Datos de deformación permanente (Prueba 3 succión 18 kPa)
(González, 2016)

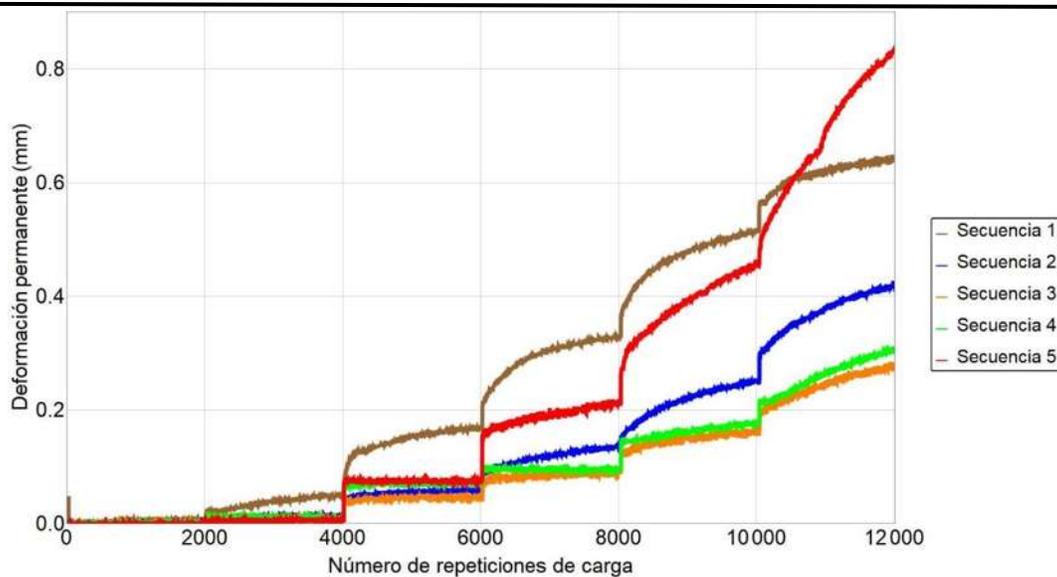


Figura 56 Datos de deformación permanente (Prueba 5 succión 130 kPa)
(González, 2016)

A partir de los datos de deformación permanente del laboratorio se sigue el siguiente procedimiento para la obtención de los parámetros del modelo:

1. Se calculan las deformaciones elásticas máximas de una simulación de triaxial cíclica. Las condiciones deben de ser las mismas que en la prueba de laboratorio para tener un punto de comparación. En este caso se simuló las condiciones que indica el protocolo de ensayos descrito por UNE-EN 13286-7, 2008.
2. Se aplican las ecuaciones de deformación permanente para cada nivel de esfuerzos y con valores arbitrarios de a y de b .
3. Iterativamente se busca el mejor ajuste para las tres etapas simultáneamente, el cual se logrará comparando los resultados de las mediciones de laboratorio y los del ajuste.
4. Los valores de a y de b que logren que las curvas tengan una tendencia similar con los medidos en laboratorio son los parámetros de entrada para el sistema.

Los parámetros de ajuste que se obtuvieron se presentan en la Tabla 20.

Tabla 20 Parámetros de ajuste de deformación permanente

Parámetro	Valor
a	1.2
b	0.15

Posteriormente, se realizaron las simulaciones de las pruebas triaxiales cíclicas en el FlexPde. El problema se resolvió como un análisis axisimétrico, la probeta tiene un diámetro de 6 cm y una altura de 14 cm. La geometría y las condiciones de contorno de carga se muestran en la Figura 57.

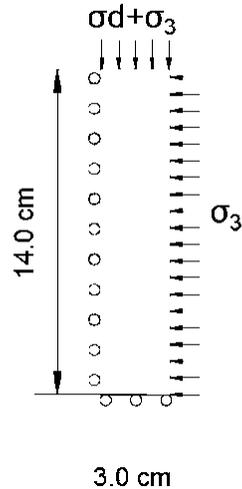


Figura 57 Geometría y condiciones de contorno para la simulación del ensayo multi-etapa

Después de definir la geometría se genera la malla del análisis de elementos finitos, para el caso se utilizaron elementos triángulo con una interpolación cubica. La malla se observa en la Figura 58.

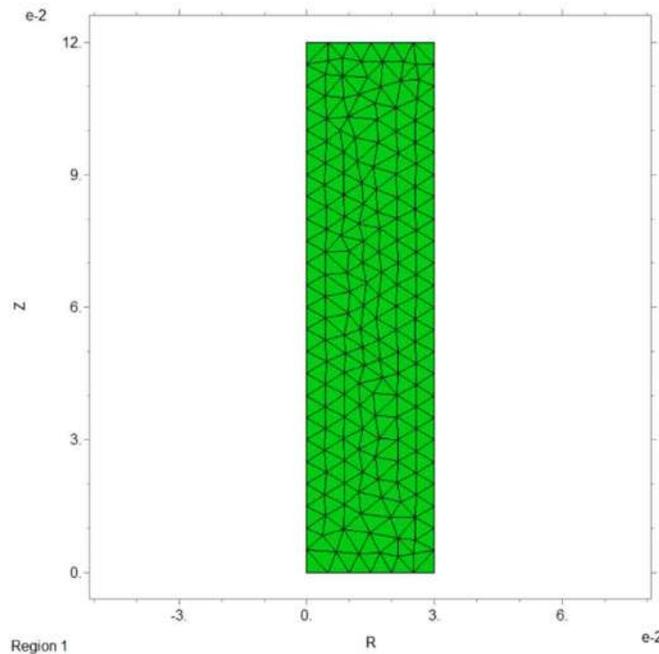


Figura 58 Malla con triángulos para el ensayo triaxial de carga repetida

Las secuencias de esfuerzos se asignan como lo indica la (UNE-EN 13286-7, 2008) y cada configuración de esfuerzos se realiza para 2000 repeticiones de carga simulando las condiciones de la prueba de laboratorio. En la Figura 59, Figura 60 y Figura 61 se muestran los resultados de laboratorio de las pruebas 1, 3 y 5, comparados con los del modelo, los cuales siguen la tendencia de deformación.

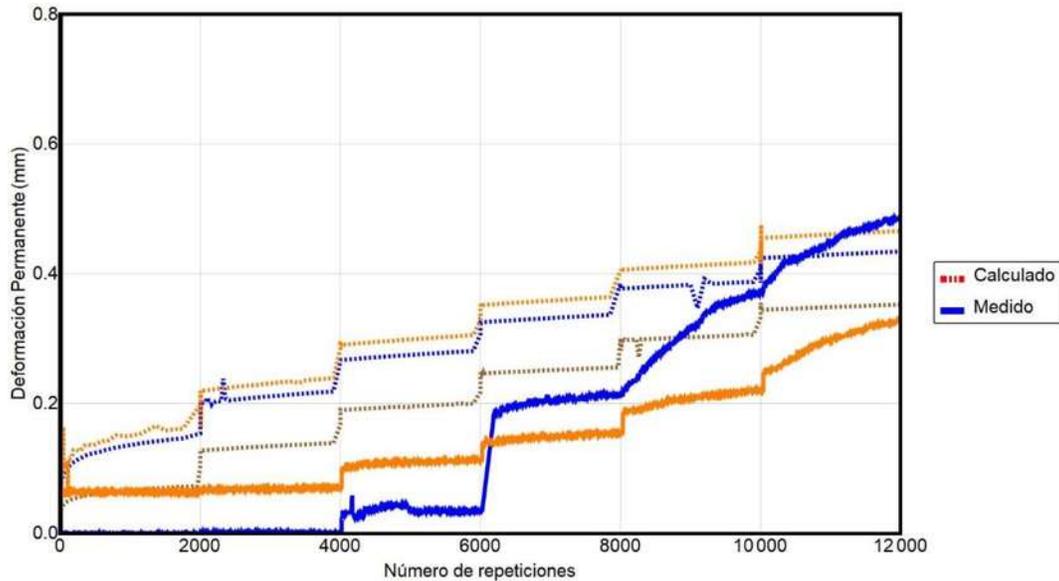


Figura 59 Resultados de deformación permanente medida y calculada (Prueba 1)

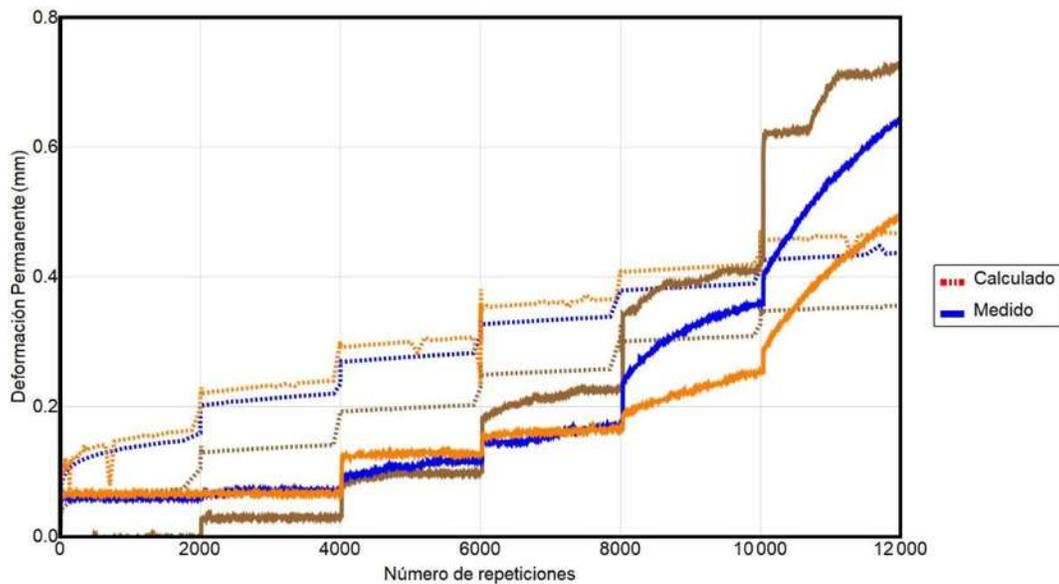


Figura 60 Resultados de deformación permanente medida y calculada (Prueba 3)

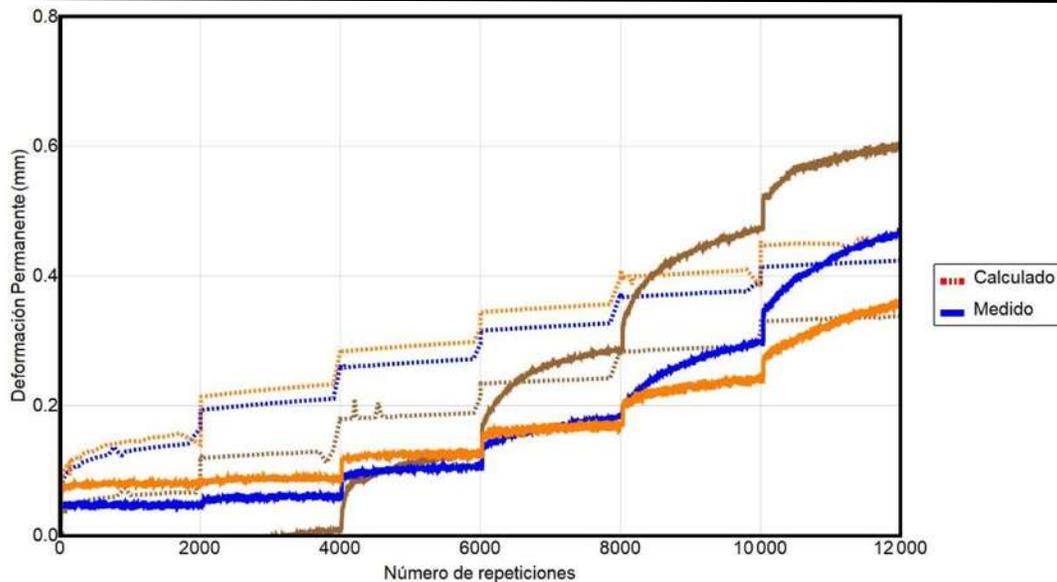


Figura 61 Resultados de deformación permanente medida y calculada (Prueba 5)

En los datos de deformación permanente de laboratorio se observa una acumulación de deformación, donde se notan los cambios de aplicación de esfuerzo desviador cada dos mil repeticiones de carga. Al observar la evolución de la deformación se nota un comportamiento anormal ya que las gráficas de las tres secuencias presentadas se interceptan en distintos puntos y en secuencias con menor esfuerzo aumenta más respecto a los otros casos.

En los datos obtenidos de la simulación se observa un comportamiento más estable, el cual presenta una acumulación de deformación permanente que sigue una tendencia de valores al igual que las medidas en laboratorio. El comportamiento de los datos calculados sigue la lógica de mayor deformación a mayor esfuerzo. Para la aplicación de este modelo los parámetros son adecuados para su aplicación.

5.2 Aplicación del modelo

En esta sección se presenta la aplicación del programa implementado en FlexPDE de deformación permanente a un caso sencillo de un pavimento. El pavimento tiene dos capas, una carpeta asfáltica y una capa de grava con las características y parámetros mostrados en el capítulo anterior.

Se trata otra vez de una condición axisimétrica y la geometría y las condiciones de contorno se muestran en la Figura 62. En la figura se aprecia el sistema de dos capas y la zona donde se aplica una carga de 580 kPa en 15 cm de radio.

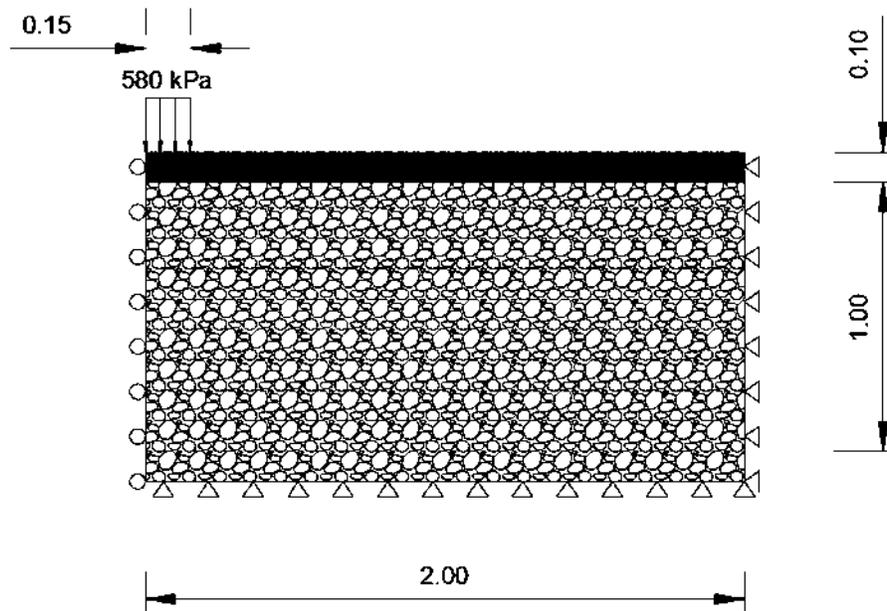


Figura 62 Geometría y condiciones de contorno para el análisis de deformación permanente

La carpeta asfáltica tiene un módulo dinámico constante de 3000000 kPa. El módulo resiliente de la base se calcula en función del número de repeticiones de carga, del estado de esfuerzos y de la succión (ecuación (40)).

Los parámetros del material de base para la solución del modelo se resumen en la siguiente tabla (*Tabla 21*):

Tabla 21 Parámetros del modelo de deformación permanente

PARÁMETRO	VALOR
k_1	400
k_2	0.155
k_3	1.52
k_{us}	4.24
k	-0.02
a	1.2
b	0.15
succión	35 kPa

La generación de la malla se muestra en la Figura 63. Se observa que el espacio entre nodos definido en el eje de simetría es el de menor distancia, al igual que en la interacción entre las capas y en el radio de carga para un mejor análisis.

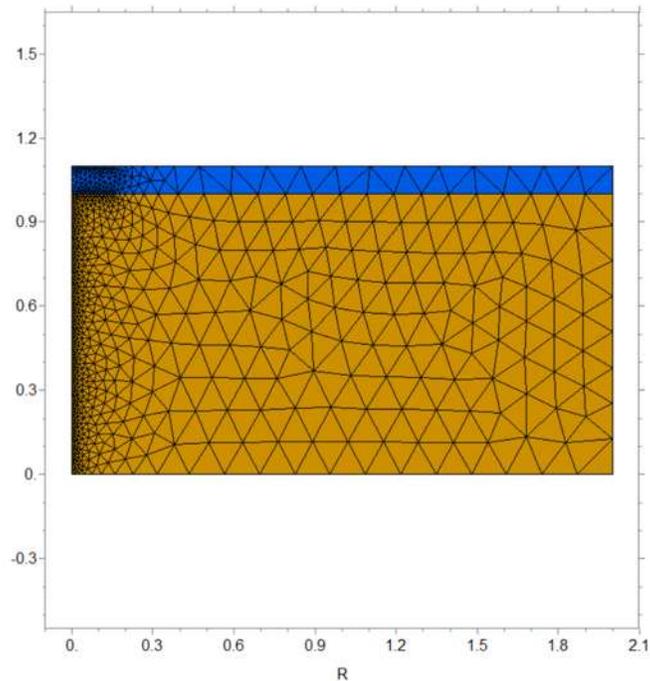


Figura 63 Generación de la malla para el análisis.

5.3 Resultados

Primero se presentan los contornos de esfuerzo vertical en el dominio del problema (Figura 64), donde se observa un mayor esfuerzo cerca de la superficie de carga y una distribución de esfuerzos que disminuye con la profundidad y con la posición horizontal.

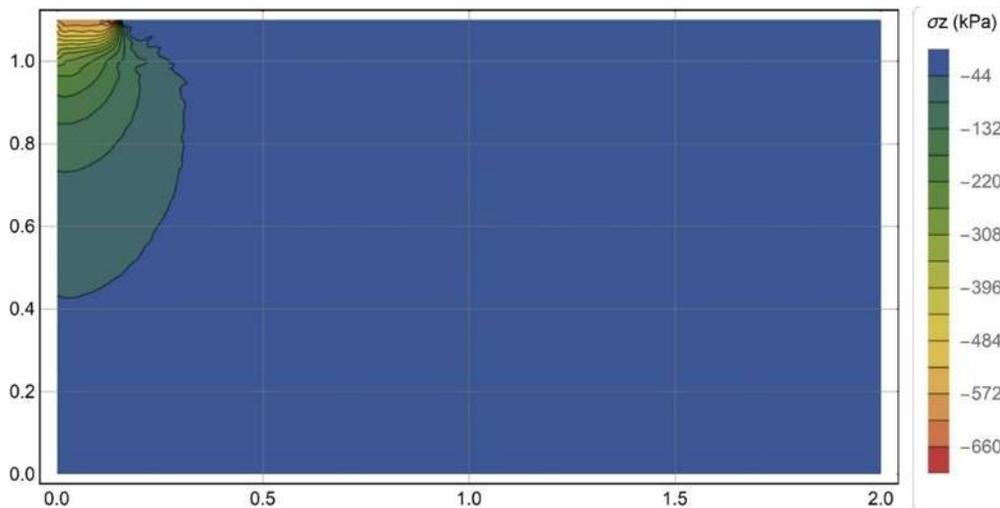


Figura 64 Gráfica de contornos de esfuerzo vertical σ_z (kPa)

Los contornos de esfuerzos presentan el sobre-esfuerzo que ocurre por la aplicación de la carga superficial.

En la Figura 65 se presenta el comportamiento del módulo resiliente respecto al número de repeticiones de carga esto en el centro del material de base (coordenada (0,0.5)). Este comportamiento se asemeja al endurecimiento del material descrito en capítulos anteriores por el efecto de la densificación del material.

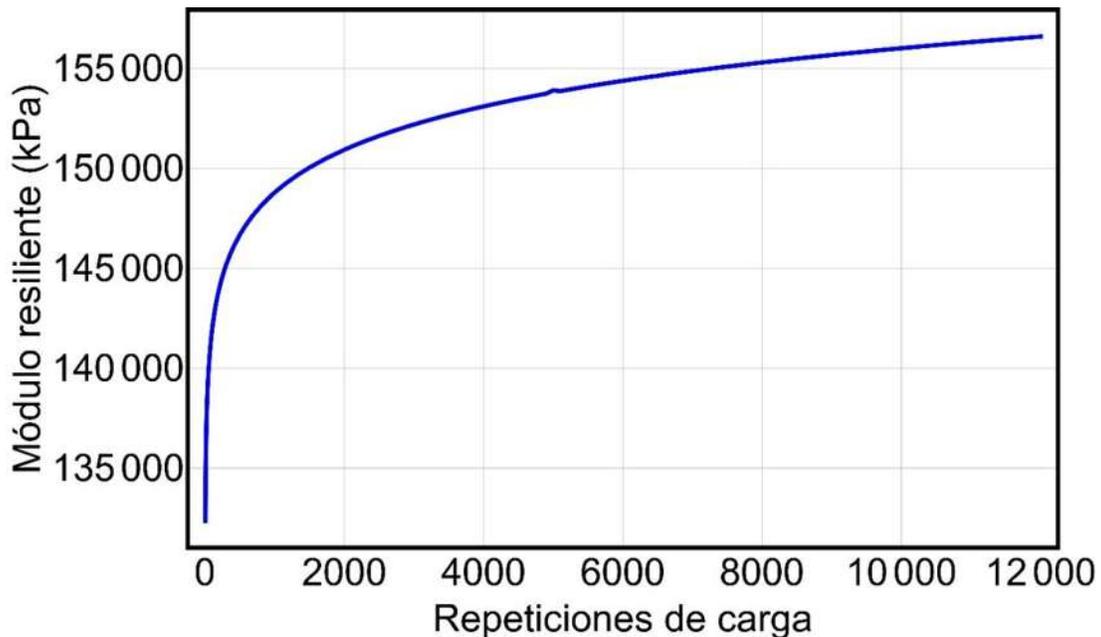


Figura 65 Módulo resiliente respecto a las repeticiones de carga

El aumento en el módulo resiliente del material de base, por efecto del número de repeticiones de carga, es consistente a las observaciones de distintos autores que han ensayado materiales bajo carga dinámica. Este efecto ocurre por el proceso de cambio micro-estructural y reacomodo de las partículas, provocando una densificación del suelo. Este modelo introduce este comportamiento para reproducir lo que ocurre con el suelo que forma parte de los pavimentos cuando es sometido a las cargas de los vehículos.

La evolución de las deformaciones permanente por el número de repeticiones de carga se muestra en la Figura 66. Los datos de deformación de la figura pertenecen al punto localizado en la coordenada (0,1) es decir en el inicio de la capa base y bajo el centro de la carga.

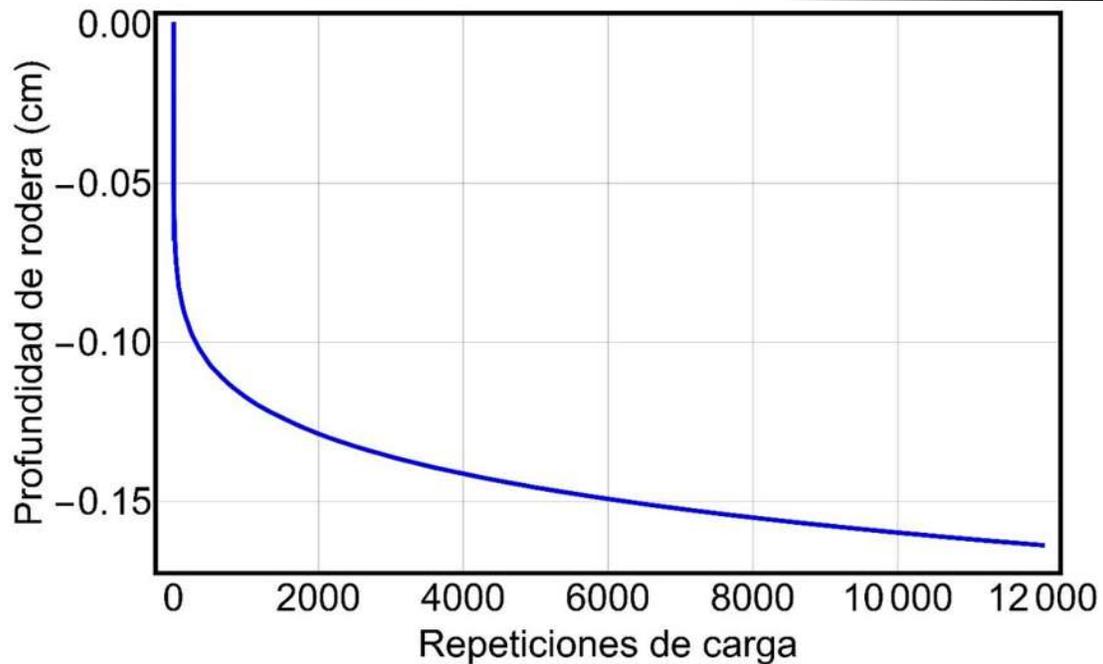


Figura 66 Deformación permanente medida en la parte superior de la capa base

Finalmente, en la Figura 67 se presenta la profundidad de rodera para distintos números de repeticiones de carga en el inicio de la capa base. Se puede observar que en los primeros 100 ciclos de carga la profundidad de rodera aumenta un valor de 0.6 cm aproximadamente, mientras que de 100 a 5000 repeticiones el valor aumenta 0.27 cm y de 5000 a 12000 repeticiones únicamente se deforma 0.10 cm. Lo anterior indica que la mayor cantidad de deformación ocurre durante los primeros ciclos de carga, mientras que la deformación se estabiliza a un gran número de repeticiones de carga.

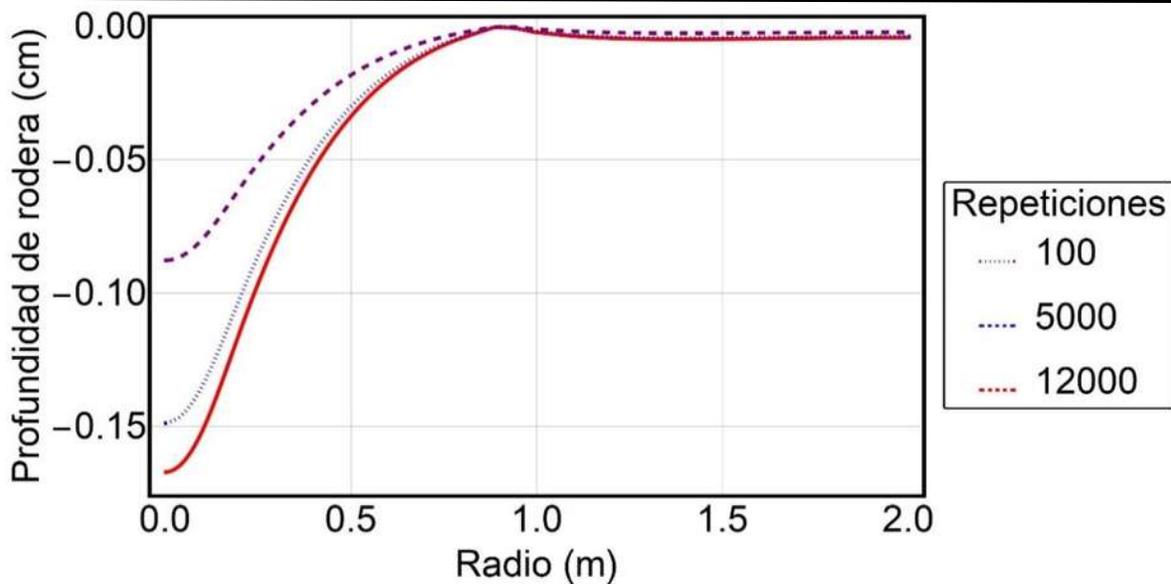


Figura 67 Profundidad de rodera a distinto número de repeticiones de carga

La acumulación de deformación permanente (Figura 66 y Figura 67) fue calculada a partir de parámetros del material del ensayo de deformación permanente. Además, su comportamiento tiene dos etapas importantes: la zona de cambio microestructural y la zona de estabilidad de deformación. Este comportamiento es semejante a las mediciones de campo hechas por Khogaly (2004).

La zona de cambio microestructural es la etapa donde la deformación permanente tiene un mayor crecimiento. Para este modelo corresponde a las primeras 2000 repeticiones de carga. A partir de la repetición número 2000 la deformación permanente presenta un comportamiento de estabilidad de deformación. En esta etapa la deformación permanente tiene una tasa de crecimiento menor. La Figura 67 muestra de manera clara este comportamiento, observando los valores de deformación permanente entre 0, 100, 5000 y 12000 números de repeticiones de carga.

5.4 Discusión de resultados

La evolución de las deformaciones permanentes tiene una tendencia similar a las mediciones de campo encontradas en la literatura. Para estos cálculos se consideraron las condiciones que intervienen en el comportamiento de los suelos, lo que lo hace más apegado a la realidad que los modelos lineales. Además, se utilizaron ecuaciones de ajuste de módulo que permiten variarlo respecto a las condiciones de humedad y de esfuerzos a los que está sometido el suelo.

Se logró un modelo de deformaciones permanentes, el cual, todos los parámetros fueron obtenidos mediante ensayos de laboratorio de muestras representativas de campo, evitando aquellos modelos de deterioro que se basan en parámetros empíricos. Este análisis tiene las características del método mecanicista del diseño

de pavimentos, lo que significa que la parte empírica de los análisis tradicionales se sustituye por la propuesta analítica presentada.

El efecto del clima se estudió en términos de la influencia del agua en los pavimentos. Se resolvió la ecuación diferencial de Richards para flujo en suelos parcialmente saturados. Con el programa es posible calcular el cambio del grado de saturación en las capas de pavimento a partir de las condiciones del NAF y de la infiltración que se presentan en un pavimento. Se verificó que la implementación fuera correcta a partir de la comparación de los resultados con el programa de análisis Code_Bright, el cual se caracteriza por tener un análisis preciso de flujo de agua en suelo.

La presencia de agua en el pavimento también influye en el comportamiento de los materiales que lo conforman. Se estudiaron distintas ecuaciones que describen la variación del módulo resiliente respecto a la succión. Estas ecuaciones tienen acoplado el efecto del estado de esfuerzos y el efecto de la succión. El módulo resiliente aumenta respecto a un aumento en la succión, se adoptó las ecuaciones de Gupta (2007) y Liang (2008) que dieron resultados satisfactorios.

Finalmente se implementó una ecuación para el cálculo de deformaciones permanentes, las cuales se calculan a partir de un modelo elástico modificado. La modificación consiste en que el módulo depende del estado de esfuerzos y succión como módulo secante, así como, la evolución del módulo de elasticidad en función del número de repeticiones de carga. Se ajustaron los parámetros para describir el comportamiento de la deformación permanente de unos ensayos representativos de caracterización de suelos en pavimentos. Por último, se implementó en el FlexPDE y se observa que la formulación reproduce de manera adecuada la realidad.

6. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

6.1 Conclusiones

En este trabajo se construyó un modelo de deformaciones permanentes, utilizando ecuaciones establecidas para el cálculo de esfuerzos y deformaciones, acoplado la influencia del estado de esfuerzos y de la succión en los pavimentos. Se establecieron las ecuaciones diferenciales del modelo elástico lineal y se aplicaron a la geometría de un pavimento en un modelo axisimétrico, con carga circular la cual simula el contacto de las llantas de los vehículos. A partir de este modelo se lograron calcular los esfuerzos en el pavimento, útiles para el cálculo de respuesta estructural del pavimento dentro del método de diseño empírico-mecanicista.

Se estudió la influencia de los esfuerzos en el módulo resiliente de los suelos. Se ajustaron dos ecuaciones de módulo con dependencia en el estado de esfuerzos, uno de ellos fue la ecuación propuesta por Huang (2004). Esta ecuación relaciona el módulo resiliente con el esfuerzo invariante. Por otra parte, se implementó la ecuación Universal, la cual involucra al esfuerzo invariante y al cortante octagonal. Además, se logró obtener un modelo no-lineal que involucra la dependencia del módulo respecto al esfuerzo desviador y al esfuerzo de confinamiento. Estas ecuaciones se resolvieron con en el programa FlexPDE y se compararon con los datos medidos, teniendo una mejor correlación cuando se utilizó el modelo propuesto. El modelo elástico no-lineal calcula los esfuerzos y deformaciones variando el módulo resiliente respecto a los esfuerzos, generando que las condiciones de elasticidad sean diferentes en cada localización dentro de la estructura de un pavimento, tal como sucede en la realidad. Con este modelo se concluye que el suelo que está sometido a mayores esfuerzos reacciona de manera más rígida que en el caso contrario. Este análisis es más realista que el caso lineal.

De manera acoplada se implementó la influencia de la succión en el módulo resiliente, teniendo como base las ecuaciones de Liang (2008) y de Gupta (2007). Se resolvieron las ecuaciones de flujo de agua en suelos, para el cálculo del contenido de agua y de la succión que se presenta en el pavimento. El cálculo de la succión se realizó a partir de la influencia del NAF y de la infiltración, logrando que el análisis en el tiempo refleje como varía el módulo resiliente con cada condición de humedad. A partir de una serie de datos típicos de laboratorio se obtuvieron los parámetros de las ecuaciones de módulo resiliente, comprobándose el modelo propuesto en cada uno de los ensayos.

Se utilizó la ecuación de deformación permanente propuesto por el *Texas Flexible Pavement System*. La ecuación establece el cálculo de deformaciones permanentes en función del número de repeticiones de carga y de la deformación elástica, con dos parámetros de ajuste. Esta ecuación fue adaptada para introducirla

al modelo del presente trabajo. En primer lugar, la deformación elástica se consideró no-lineal, se varió respecto al número de repeticiones de carga y a la variación de la succión. Además, se obtuvieron los parámetros de la ecuación con los datos medidos en laboratorio. Se empleó el programa de análisis en FlexPDE para estimar las deformaciones producidas en cada nivel de esfuerzos. Posteriormente se ajustó la ecuación de manera iterativa hasta lograr que los cálculos fueran congruentes con las deformaciones de los ensayos del laboratorio. Con este procedimiento se logró encontrar los parámetros “a” y “b” los cuales se aplican en el modelo de deformación permanente. El modelo propuesto es congruente con el concepto del método mecanicista de diseño, ya que se emplean datos de laboratorio para el cálculo de la respuesta del pavimento y mejora el análisis, evitando la limitante que causa utilizar las ecuaciones de deterioro empíricas.

6.2 Trabajos futuros

Las ecuaciones de flujo de agua con las de deformación permanente no se calculan de manera simultánea en el modelo. Es posible crear un modelo que permita la solución de ambas condiciones, para hacerlo más complejo y cercano a la realidad. Además, para ampliar la investigación se proponen los trabajos que se describen a continuación.

- Implementar análisis con dominios de tres dimensiones (3D), aplicando las ecuaciones no-lineales y de flujo. Además, introducir las configuraciones de carga de distintos tipos de vehículos.
- Realizar el protocolo de ensayo de deformación permanente a materiales utilizados en distintas capas de los pavimentos de la zona de Morelia Michoacán. Obtener parámetros de cada uno de los materiales y aplicar el modelo de deformación permanente que se propone en esta investigación. Con la finalidad de aportar al diseño de los pavimentos de la zona de estudio.
- Se ajustarán los análisis del modelo de deformaciones permanentes a la realidad. Para ello es necesario construir estructuras a escala real para obtener datos de deformación permanente y reproducirlos analíticamente.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- AASHTO: T 307-99. (s.f.). Determining the Resilient Modulus of Soils and Aggregate Materials. AASHTO Designation: T 307-99.
- Archilla, A. R., & Madanat, S. (2000). DEVELOPMENT OF A PAVEMENT RUTTING MODEL FROM EXPERIMENTAL DATA. *JOURNAL OF TRANSPORTATION ENGINEERING*, 291-299.
- Arnold, G., Arnold, D., Dawson, A., Hughes, D., Robinson, D., Werkmeister, S., . . . Lowe, J. (2007). Rut Depth Prediction of Granular Pavements using the Repeated Load Triaxial Apparatus and Application in New Zealand Specifications for Granular Materials.
- Brown, S. F., Juspin, S., & Yu, H. S. (2008). Experimental observations and theoretical predictions of shakedown in soils under wheel loading. (Ellis, Yu, McDowll, Dawson, & Thom, Edits.) *Advances in Transportation Geotechnics*, 707-712.
- Falla, G. C., Leischner, S., Blasl, A., & Erlingsson, S. (2017). Characterization of unbound granular materials within a mechanistic design framework for low volume roads. *Transportation Geotechnics*, 2-12.
- FlexPDE 7.01. (2017). User Guide. FlexPde.
- Fredlund, D. G., & Xing, A. (1994). Equations for the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 521-532.
- Fredlund, D. G., Rahardjo, H., & Fredlund, M. D. (2012). *Unsaturated soil mechanics in engineering practice*. John Wiley & Sons.
- Garnica, P., & Correa, A. (2004). Conceptos mecanicistas en pavimentos. *Publicación Técnica No. 258*. Sanfandila, Queretaro, México: SCT.
- Garnica, P., Gómez, J., Pérez, A., Martínez, G., & Chávez, J. (2004). MÓDULOS DE RESILIENCIA DE AGREGADOS PROVENIENTES DE ROCAS ALTAMENTE INTEMPERIZADAS. *Publicación Técnica No 256*. Sanfandila, Queretaro: SCT.
- Ghanizadeh, A. R., & Ziaie, A. (2015). NonPAS: A Program for Nolinear Analysis of Flexible Pavements. *International Journal of Integrated Engineering*, 21-28.
- Gidel, G., Hornych, P., Chauvin, J.-J., Breyse, D., & Denis, A. (2001). A new approach for investigating the permanent deformation behaviour of unbound granular material using the repeated load triaxial apparatus. *BULLETIN DES LABORATOIRES DES PONTS ET CHAUSSÉES*, 233(4359), 5-21.

-
- González, M. (MARZO de 2016). Ensayos Triaxiales Cíclicos con el Protocolo UNE-EN 13286-7. MORELIA: TESIS UMSNH.
- Gupta, S., Ranaivoson, A., Edil, T., Benson, C., & Sawangsuriya. (2007). *Pavement Design Using Unsaturated Soil Technology*. Minnesota: Minnesota Department of Transportation.
- Huang, Y. (2004). *Pavement Analysis and Design*. University of Kentucky: Pearson Education.
- Hurtado, T. (FEBRERO de 2010). INFLUENCIA DE LA HUMEDAD RELATIVA EN MÓDULOS RESILIENTE Y DEFORMACIÓN PERMANENTE EN TEZONTLE. MORELIA: TESIS UMSNH.
- Khogaly, W., & Elhoussein, H. (2004). Novel Approach for Characterization of Unbound Materiales. *Transportation Research Record*(1874), 38-46.
- Liu, Y. (2005). THREE DIMENSIONAL FINITE ELEMENT MODELING OF PAVEMENT SUBSURFACE DRAINAGE SYSTEMS. Kentucky.
- M-MMP-1-11/13. (2013). Valor Soporte de California (CBR) y Expansión (Exp) en Laboratorio. Normas SCT.
- Muhammad N.S, H., & Bodhinayake, B. (2003). Non-linear finite element analysis of flexible pavements. *ELSEVIER*, 34(11-12), 657-662.
- Muir Wood, D. (1990). *Soil Behaviur and Critical State Soil Mechanics*. New York: Cambridge University Press.
- Publicación Técnica No. 142. (2001). Módulos de resiliencia en suelos finos y materiales granulares. Sanfandila: SCT.
- Rada, G., & Witczak, M. (1981). Comprehensive Evaluation of Laboratory Resilient Moduli Results for Granular Material . *Transportation Research Record* 810, 23-33.
- Rico, A., & Del Castillo, H. (1977). *La ingeniería de Suelos en las Vías Terrestres, Carreteras, Ferrocarriles y Aeropuertos, Volumen 2*. México: Limusa.
- Salour, F., Erlingsson, S., & Zapata, C. E. (2014). Modelling resilient modulus seasonal variation of silty sand subgrade soils with matric suction control. *Canadian Geotechnical Journal*, 1413-1422.
- UNE-EN 13286-7. (2008). Mezclas de áridos sin ligante y con conglomerante hidráulico Parte 7: Ensayo Triaxial con carga cíclica para mezclas sin ligante. AENOR.
- Uzan, J. (1985). Characterization of Granular Material. *Transportation Research Record* 1022, 52-59.

-
- Van Genuchten, M. T. (1980). A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils. *Soil Science Society of America Journal* Vol. 5, 892-898.
- Vanapalli, S. K., & Han, Z. (2014). Application of the unsaturated soil mechanics in the design of pavements. Ottawa: Department of Civil Engineering.
- Zapata, C., Houston, W., Houston, S., & Walsh, K. (2000). Soil-Water Characteristic Curve Variability. *Advances in Unsaturated Geotechnics*, 84-124.

ANEXOS

Programa del modelo de deformación permanente de pavimento en FlexPDE

TITLE "Deformaciones permanentes de pavimentos"

SELECT

REGRID=off

REMATRIX = On

COORDINATES

ycylinder('R','Z')

VARIABLES

U {variables de desplazamiento}

V

Vp {deformación permanente vertical}

bh

toct

DEFINITIONS

E {Módulo elástico}

k1

k2

k3

kus

kk

Pa=100 {Presión atmosférica}

E0

rp

aa1

bb1

nu {relación de Poisson}

$$\alpha = 0$$

$$G = E/(1+\nu)$$

$$C1 = G*(1-\nu)/(1-2*\nu)$$

$$C2 = G*\nu/(1-2*\nu)$$

$$b = \alpha*G*(1+\nu)/(1-2*\nu)$$

$$Fr = 0$$

$$Fz = 0$$

$$\text{Temp} = 0$$

$$Sr = C1*dr(U) + C2*(U/r + dz(V)) - b*\text{Temp}$$

$$St = C1*U/r + C2*(dr(U) + dz(V)) - b*\text{Temp}$$

$$Sz = C1*dz(V) + C2*(dr(U) + U/r) - b*\text{Temp}$$

$$Trz = G*(dz(U) + dr(V))/2$$

$$r1=2.$$

$$Hc=0.1$$

$$Hb=0.15$$

$$Ht=0.2$$

$$rc=0.15$$

$$H=1.1$$

$$bh1=\text{swage}(bh-10,10,bh,0.5)$$

Materials

"Carpeta":

$$E=3000000$$

$$\nu=0.45$$

$$k1=450$$

$$k2=0.2$$

$$k3=0.74$$

$$rp=0.02$$

$$E0=150000$$

aa1=1.2

bb1=0.15

kus=2

kk=0

"Base":

kus=2

kk=0

k1=450

k2=0.2

k3=0.74

rp=0.02

$E = k1 * Pa * ((Bh1 + (10 * 35) / Pa)^{k2}) * (((Toct / Pa) + 1)^{k3}) * ((1 + t)^{rp})$

E0=150000

nu=0.45

aa1=1.2

bb1=0.15

INITIAL VALUES

U = 0 {desplazamientos radiales}

V = 0 {desplazamientos verticales}

Vp=0

bh=200

toct=200

EQUATIONS

U: $dr(r * Sr) / r - St / r + dz(Trz) + Fr = 0$

V: $dr(r * Trz) / r + dz(Sz) + Fz = 0$

Vp: $Vp = aa1 * Abs(V) * (t^{bb1})$

Bh: $Bh = -(Sz + (2 * Sr) + (2 * (z - H) * (20)))$

Toct: $Toct = (1/3) * (Sqrt(2 * ((Sz + sr)^2)))$

BOUNDARIES

Region 1

```
use material "carpeta"
start(0,1.)
Load (u)=0
Load (v)=0
line to (2.,1.)
value(u) = 0
load(v)=0
line to (2.,1.1)
load(U)=0
Load(V)=0
line to (0.15,1.1)
Mesh_spacing=0.01
load(V) =-580      { define la carga de la llanta kpa}
line to (0,1.1)
value(U) = 0
Mesh_spacing=0.5
line to close
```

Region 2

```
use material "Base"
start(0,0)
value (u)=0
value (v)=0
line to (2.,0)
value(u) = 0
Load(V)=0
line to (2.,1.)
```

```

load(u)=0
Load(v)=0
Mesh_spacing=0.1
line to (0.15,1.)
Load(U) = 0
Mesh_spacing=0.005
Load(V) = 0
line to (0,1.)
value(U) = 0
Mesh_spacing=0.02
line to close

time 0 to 12000

MONITORS {definir salidas de datos}

for
t=0.1,1,5,10,15,20,40,50,60,70,80,90,100,300,500,800,1000,1500,2000,2100,2200
,2300,2500,2700,2900,3000,3100,3200,3400,3500,3600,3700,3800,3900,4000,41
00,4200,4300,4400,4500,4700,4900,5000,5100,5200,5300,5400,5500,5600,5700,
5800,5900,6000,6100,6200,6300,6400,6500,6600,6700,6800,6900,7000,7200,730
0,7400,7500,7600,7700,7850,8000,8100,8200,8300,8400,8500,8600,8700,8800,8
900,9000,9100,9200,9300,9400,9500,9600,9700,9800,9900,10000,10100,10200,1
0300,10400,10500,10600,10700,10800,10900,11000,11100,11200,11300,11400,1
1500,11600,11700,11800,11900,12000

grid(r+U,z+V)

plots

for
t=0.1,1,5,10,15,20,40,50,60,70,80,90,100,300,500,800,1000,1500,2000,2100,2200
,2300,2500,2700,2900,3000,3100,3200,3400,3500,3600,3700,3800,3900,4000,41
00,4200,4300,4400,4500,4700,4900,5000,5100,5200,5300,5400,5500,5600,5700,
5800,5900,6000,6100,6200,6300,6400,6500,6600,6700,6800,6900,7000,7200,730
0,7400,7500,7600,7700,7850,8000,8100,8200,8300,8400,8500,8600,8700,8800,8
900,9000,9100,9200,9300,9400,9500,9600,9700,9800,9900,10000,10100,10200,1
0300,10400,10500,10600,10700,10800,10900,11000,11100,11200,11300,11400,1
1500,11600,11700,11800,11900,12000

contour(Sz) as "Esfuerzo en Z" Export Format "#x#y#1" file "Esf verticalCont.txt"

```

contour(Sr) as "Esfuerzo Radial"
contour(Trz) as "Esfuerzo Cortante"
contour(dz(U) + dr(V)) as "def Cortante"
contour(dz(U)) as "def red"
contour(dr(V)) as "def vert"
Contour(U) as "deformacion Radial"
Contour(V) as "deformacion vertical"
history (-100*VP) at (0,0.99) as "Deformaci_Per" Export Format "#t#1" file
"Deformacion permanente.txt"
history (V) at (0,0.99) as "Deformaci_Per"
history (E) at (0,0.5) as "Mod" Export Format "#t#1" file "Modulo.txt"
elevation(-100*VP) from(0,0.9999) to (2,0.9999) as "Cuenca" Export Format "#x#1"
file "Cuenca de def.txt"
elevation(bh1) from(0,0.0) to (0,0.99) as "bh"
END