



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLÁS
DE HIDALGO

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Mat. Luis Manuel Rivera Gutiérrez

DESARROLLO Y EXPERIMENTACIÓN DE SOFTWARE
INTERACTIVO. UNA HERRAMIENTA DE APRENDIZAJE
PARA LA INICIACIÓN AL ÁLGEBRA.

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

Maestro en Educación Matemática

PRESENTA

Juan Carlos Ruiz Moreno

ASESOR:

Doctor en Ciencias (Matemáticas) Francisco Javier Domínguez Mota

COASESOR:

Dr. en Ciencias Especialidad en Matemática Educativa
Armando Sepúlveda López

Morelia Michoacán Noviembre 2014

Agradecimientos

*A mis padres y hermanos,
a Blanca y mis hijos que son la luz de mi vida.*

*A mis maestros,
por todo el apoyo y desarrollo de mi formación profesional.*

*A mis amigos,
por la gran oportunidad de estar y de soportar este ser en un $\Delta t/2$ de vida.*

Gracias a todos.

Resumen

Actualmente no se cuenta con muchas opciones de software dinámico interactivo cuya finalidad sea ayudar a los estudiantes en su aprendizaje del álgebra cuando inician el estudio de esta disciplina. Las nuevas actividades escolares recomendadas en el currículo escolar del nivel medio básico, nivel educativo en el que los estudiantes comienzan de manera explícita el estudio del álgebra, señalan que los estudiantes deberían utilizar los recursos tecnológicos como herramientas de aprendizaje entre otros usos. Es precisamente en el ámbito de estas recomendaciones que enfocamos el presente trabajo en base a las TICS de un micromundo digital denominado eXpresserB para contribuir y manejar el aprendizaje inicial del álgebra escolar como una herramienta alternativa.

Al adentrarse en una actividad de resolución de problemas matemáticos, la tecnología puede brindar al estudiante múltiples experiencias al desarrollar tareas y procesos de carácter experimental como el ensayar, reconfigurar, conjeturar y descubrir. Sin embargo, en el ámbito del álgebra escolar y del enfoque experimental, al realizar una primera aproximación con las actividades que proponemos, se pretende que los alumnos encuentren algunas nociones relevantes sobre la introducción e inicialización de patrones. A partir de esta exploración, se esperaría identificar también inicialmente los conocimientos de los estudiantes con relación a tales nociones de la generalización de expresiones algebraicas.

Palabras Clave: eXpresser, micromundo, patrones, generalización de expresiones, software dinámico.

Abstract

Currently, there aren't many choices of interactive dynamic software whose purpose is to assist students in their learning of algebra at the momento they begin the study of this discipline. New recommendations in the curriculum of basic secondary level -educational level at which students begin to explicitly study of algebra- indicate that students should use technology resources as learning tools among other uses. It is in the scope of these recommendations that this thesis is focused on the use of an ICTs microworld called expresser as an alternative tool in order to contribute and manage the initial learning of school algebra.

When a student gets involved into an activity of mathematical problem solving, technology can provide students with multiple experiences in developing tasks and processes, designing experiments, creating conjectures and discovering. However, in the field of school algebra, the first approach proposed here is intended to help students to find some relevant notions about the introduction and initialization patterns. From this exploration, we would expect initially identify students' previous knowledge regarding such notions of generalization of algebraic expressions.

Keywords: expresser, microworld, patterns, generalized expressions, dynamic software.

Prefacio

Capítulo 1. Se definen los elementos que forman parte del problema de investigación, siguiendo los lineamientos que definen este proceso; en el desarrollo del presente documento se estructuraron los siguiente componentes: la definición del Problema de Investigación, Justificación, Objetivo General, Objetivos de Investigación y las Preguntas de Investigación. Lo anterior se realiza con un enfoque computacional para realizar experimentación utilizando un software dinámico denominado *eXpresser*[21].

Capítulo 2. Se plantea la revisión de literatura seleccionada para dar soporte teórico al desarrollo de esta investigación. Entre otros, se consideran los siguientes escritos: El sistema matemático de signos y la producción significativa, Luis Puig[18]; La formulación de preguntas y el empleo de tecnología, Santos[1]; Diseños de ambientes que invitan a un pensamiento matemático sustentado, Bransford[3]. Problemas en el diseño de un ambiente para el aprendizaje de la generalización matemática, Darren Pearce, Manolis Mavrikis, Eirini Geraniou, y Sergio Gutiérrez[5]. El diseño arquitectural y conceptual de un sistema de soporte y exploración del aprendizaje para la generalización matemática, Darren Pearce y Alexandra Poulouvassilis[6].

Capítulo 3. Se describe la metodología utilizada para realizar el diseño de las actividades implementadas para el salón de clase así como la utilización de hojas de trabajo para que los estudiantes resuelvan de manera analítica y en conjunto con el software de computadora puedan utilizar las diferentes herramientas para resolver un problema.

Capítulo 4. Se utilizó un software de computadora con interfaz gráfica visual y dinámica (*eXpresser*[21]) que permitió desarrollar las actividades para que los estudiantes trabajasen con patrones figurativos; de tal forma que con el trazado de modelos o figuras pudieran resolver e identificar algunos elementos comunes como son las constantes, constantes variables, expresiones, patrones, coloreado de patrones, relación entre patrones, etc. La utilización de un micromundo donde una meta sería el llegar a la generalización matemática.

Capítulo 5. Se presentan los resultados encontrados al aplicar las actividades realizadas con los estudiantes. En la implementación del software para definir la

instrucción y adiestramiento se consideró la actividad "Trabajando con Patrones" y para continuar con el estudio se utilizaron las siguientes actividades: "*Mi primer patrón con Expresser*", "*El Jardín con Rosas*", "*El Sendero*", "*La vía del Tren*". La revisión de todos los trabajos se realizó mediante la presentación de los alumnos, el análisis de los videos y las respuestas expresadas en las hojas de trabajo por cada actividad.

Capítulo 6. Desarrollo de los resultados obtenidos al aplicar las actividades anteriormente señaladas así como del análisis de los aplicativos adicionales como son, hojas de respuestas, utilización de video con las ponencias, uso del software.

Capítulo 7. Descripción final de conclusiones basados en los resultados obtenidos al aplicar las actividades anteriormente señaladas.

Introducción

El avance de la tecnología y la incursión de la computadora en nuestra vida diaria es una realidad que ha llevado a las nuevas generaciones a su utilización y manejo desde muy temprana edad sobre todo en las zonas urbanas. Hoy en día, la mayoría de los maestros en el nivel medio y superior exigen la entrega de trabajos y presentaciones en algún formato de computadora. Así mismo, al estudiante le llama considerablemente la atención la facilidad de adentrarse en los sistemas de búsqueda en Internet para investigar y encontrar contenidos y aplicaciones visuales. Con las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) y el desarrollo de software, actualmente se crean aplicaciones dinámicas las cuales están permitiendo tratar con ambientes alternativos de aprendizaje, estos desarrollos con enfoque de software didáctico se están considerando como nuevas herramientas para el estudio de diferentes áreas en las matemáticas.

En muchos países el estudio de patrones es considerado como una de las formas más importantes de introducir el álgebra en la escuela. (Propuestas educativas NCTM, 2000; SEP, 2006; SEP, 2009). En este contexto, con los patrones visuales y el software adecuado acompañado de una construcción dinámica permitirá que el ambiente de resolución de problemas vaya en un sentido diferente al comúnmente propuesto en los libros de texto. En particular, al trasladar un patrón figurativo a una representación algebraica, se espera que el estudiante reflexione sobre la naturaleza y el papel de los símbolos y una expresión algebraica, lo que le permitirá dar sentido al proceso de simbolización y dotar de significados tanto a los elementos particulares de una expresión simbólica como a las relaciones entre éstas.

Índice

Agradecimientos	I
Resumen	III
Abstract	V
Prefacio	VII
Introducción	IX
1. Planteamiento del problema	1
1.1. Introducción	1
1.2. Justificación	2
1.3. El problema de investigación	3
1.4. Objetivo general	3
1.5. Objetivos de investigación	3
1.6. Preguntas de investigación	3
2. Marco Teórico	5
2.1. El sistema matemático de signos y la producción significativa	5
2.2. La formulación de preguntas y el empleo de la tecnología	6
2.3. Procesos de transformación de artefactos tecnológicos en herramientas de resolución de problemas matemáticos	7
2.4. Diseños de ambientes que invitan a un pensamiento matemático sus- tentado	8
2.5. Problemas en el diseño de un ambiente para el aprendizaje de la gene- ralización matemática	9
2.6. El diseño arquitectural y conceptual de un sistema de soporte y explo- ración del aprendizaje para la generalización matemática	10
2.7. De las expresiones aritméticas a las reglas algebraicas	11
2.7.1. Introducción	11
2.7.2. Análisis sobre la transición de expresiones aritméticas a las re- glas algebraicas	11
2.8. Conclusiones	13

3. Metodología	17
3.1. Introducción	17
3.2. Desarrollo de actividades	18
4. Implementación del software <i>eXpresser</i>	21
4.1. Introducción	21
4.2. <i>eXpresser</i> . Un micromundo digital para expresar la generalización . .	21
4.3. Contribución al desarrollo del Software	24
4.4. Construcción de bloque patrones y modelos	24
4.5. Resultados SMS en <i>eXpresser</i>	24
5. Análisis de actividades	27
5.1. Introducción	27
5.2. Mi primer patrón con <i>eXpresser</i>	28
5.3. Análisis de respuestas	32
5.4. El Sendero	37
5.5. Análisis de respuestas	38
5.6. El Sendero parte II	41
5.7. Análisis de respuestas	41
5.8. El Jardín con rosas	46
5.9. Análisis de respuestas	47
5.10. El Jardín con rosas II	52
5.11. Análisis de respuestas	53
5.12. La vía del tren I	57
5.13. Análisis de respuestas	58
5.14. La vía del tren II	65
5.15. Análisis de respuestas	66
5.16. Exposición por estudiantes	73
5.16.1. El jardín con rosas	74
5.16.2. La vía del tren	76
6. Resultados	83
6.1. Introducción	83
6.2. Resultados	83
7. Conclusiones	97
A. Actividades	101
B. Software <i>eXpresser</i>	111

Capítulo 1

Planteamiento del problema

1.1. Introducción

En la actualidad encontramos varios estudios (i.e. LOGO[22]) que tratan el reconocimiento de patrones y expresiones como una forma de iniciar en el álgebra escolar. El presente enfoque no busca únicamente que los aprendices se vuelvan competentes en reconocimiento de regularidades de secuencias numéricas o figurativas, sino que puedan inducir las correspondientes expresiones algebraicas con significado y sentido (Noss & Hoyles[16], 1996, Mason[15], 2008; Bernarz, 1996; Kieran[14], 2007; Lee[13], 1996). Al respecto de esta investigación experimental, en el proyecto “MiGen” se ha desarrollado un *micromundo* de nombre *eXpresser*[21], diseñado específicamente para ayudar a los estudiantes en las reglas de la generalización basadas en estructura, en este caso, de la estructura de patrones figurativos de mosaicos (Noss[11] et. al., 2009). El software *eXpresser*[21] incluye la construcción de objetos y un conjunto de acciones que pueden llevarse a cabo para que los estudiantes construyan modelos hechos de estos patrones y puedan probar su generalización a través de la animación.

En este papel, nos enfocamos en el potencial de las reglas de construcción de los estudiantes que representan la regularidad estructural de un patrón, también comenzamos a explotar un simbolismo para explorar el desempeño de los patrones en general. Este simbolismo se encuentra rigurosamente atado a la naturaleza del sistema de signos que están disponibles en *eXpresser*[21] acorde a las reglas de construcción. Las funciones cualitativas de *eXpresser*[21] fueron usadas directamente en este estudio para enfocar al diseño de la generalización y las actividades de simbolización, las cuales fueron investigadas con grupos de estudiantes de entre 11y 13 años de edad de una escuela secundaria en Morelia, México. La intención de este estudio, es analizar la producción de procesos significativos que son desencadenados (o activados) cuando los estudiantes se encuentran en el camino hacia la construcción de una regla, para representar la estructuración de patrones que en conjunto formaran su modelo. Los eventos de las sesiones experimentales en clase para que los estudiantes fueran interactuando con *eXpresser*[21] fue analizada desde la base de una perspectiva del

Sistema Matemático de Signos (SMS. Puig[19]2008).

1.2. Justificación

Un estudiante que ha recibido el curso de álgebra en secundaria, regularmente sabemos que el concepto de variable no lo tiene completamente comprendido, por lo que, mediante actividades dirigidas a la utilización de patrones se pretende encaminarlos al conocimiento de éste; prepararlo para que pueda realizar la transición de la aritmética al álgebra utilizando expresiones y el dominio de las reglas algebraicas para que así pueda en un futuro resolver problemas (Sutherland[12], 1989).

En el intento de llegar a la generalización algebraica, se está haciendo más investigación experimental para ayudar a los estudiantes a lo largo de un camino de aprendizaje, tal como los estudios emprendidos usando Logo (Hoyles § Sutherland[12], 1989) y el uso hojas de cálculo (Sutherland § Rojano[20], 1993). Con todo y esto, uno de los más grandes obstáculos reportados, se refiere al movimiento del reconocimiento y análisis de patrones para expresarlos simbólicamente.

En este análisis, queremos identificar los momentos críticos que ilustran el surgimiento de expresiones algebraicas en el sistema alternativo de signos de *eXpresser*[21]. Estos momentos son elementos que integran los procesos de derivación de una regla general y soporte de desarrollo de nociones de la variable dependiente e independiente.

Con la utilización del micromundo didáctico (en nuestro caso el software *eXpresser*[21]) comenzamos a explotar un simbolismo para explorar el desempeño de los patrones en general. Este simbolismo se encuentra rigurosamente atado a la naturaleza del sistema de signos que están disponibles en el software acorde a las reglas de construcción. Además de que al interactuar con este, se pretende analizar desde una perspectiva semiótica en la cual juega un papel central el SMS (Sistema Matemático de Signos).

Queremos ayudar a que el estudiante comprenda la importancia de tener una base solida del álgebra y que pueda aplicar la matemática en la escuela y posteriormente fuera del salón de clase. Con este fin, se ha dado significativa importancia al papel de los procesos de argumentación y demostración en el que los estudiantes puedan adquirir y desarrollar la capacidad de exponer y defender sus ideas y resultados, suponiendo que dichas capacidades favorecen en el futuro los procesos de demostración matemática. Por lo que, en el quehacer matemático, las tareas de exploración, planteamiento de conjeturas, y validación formal, son aspectos importantes que se deben promover en el aula (Duval 1991, 2000).

1.3. El problema de investigación

Por lo anteriormente señalado, el problema de investigación que se aborda en el presente trabajo es el siguiente:

- ¿En qué medida el software dinámico interactivo ayuda a los estudiantes a desarrollar nociones de generalización y a promover la simbolización algebraica en actividades de diseño y construcción de patrones?

1.4. Objetivo general

- Contar con una alternativa para la enseñanza del álgebra inicial para estudiantes entre 11 y 14 años de edad, diseñando y analizando, gráfica, numérica y algebraicamente patrones figurativos.

1.5. Objetivos de investigación

- Diseñar actividades basadas en el ambiente tecnológico *denominado eXpresser*[21], para favorecer el aprendizaje del álgebra a través del estudio de patrones.
- Implementar las actividades en un grupo de estudiantes de primero de secundaria desde el inicio del año escolar.
- Analizar y documentar las dificultades y los tipos de razonamiento de los estudiantes cuando trabajan con las actividades propuestas.
- Colaborar en la construcción del software *eXpresser*[21] adecuándolo a las condiciones de los estudiantes mexicanos.

1.6. Preguntas de investigación

- ¿Qué características deben tener las actividades basadas en software, para promover el desarrollo de conceptos algebraicos en los estudiantes?
- ¿Cuáles son los procesos y estrategias que usan los estudiantes para resolver las actividades?
- ¿Qué retroalimentación proporcionan los estudiantes (y sus profesores) para el diseño de las actividades? (Basado en las dificultades técnicas y de aprendizaje que se puedan identificar durante la experimentación).

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. El sistema matemático de signos y la producción significativa

Desde que los textos matemáticos son producto de un conjunto heterogéneo de signos, la noción de SMS (Sistema Matemático de Signos, por sus siglas en español) distribuido con Filloy[10] (2010) vincula no únicamente la simbología considerada específicamente matemática, sino también el lenguaje natural, las figuras, los diagramas y todos los signos de ambientes del aprendizaje digital.

Sabemos que los signos que se utilizan en matemáticas no son todos de naturaleza lingüística, por lo que es recomendable no usar la terminología, ni la concepción de signo propia de la lingüística, por que esto conlleva a la concepción de signo como un par de significante/significado (Saussure[23]). Resulta más adecuado el utilizar el término “expresión” por que este se encuentra incluido en la Semiótica (la ciencia de los signos en general) para hacer referencia a la idea de “expresión algebraica” con la escritura correspondiente (Filloy[10]).

La semiótica de las matemáticas no ha de centrarse en el estudio de los signos, sino de los sistemas de significación y los procesos de producción de sentido. Desde el punto de vista de significancia, lo que hay que calificar de matemático es el sistema y no los signos, por que es el sistema el responsable de los textos. Ahora bien, lo que nos interesa para el desarrollo de la matemática educativa es estudiar cuales son las características del SMS (Luis Puig[18]).

La noción de SMS no se refiere a un conjunto de signos matemáticos organizados en un sistema, mas bien para un sistema de signos-específicos que puede ser o no de matemáticas, Filloy introdujo la necesidad de usar el SMS para utilizarlo como herramientas de análisis de los textos matemáticos, así como de los textos que producen los estudiantes cuando se les enseña matemáticas en los sistemas escolares y estos textos se conciben como resultado de procesos de producción de sentido.

El trabajo de los matemáticos, como el de los alumnos, en clase puede describirse desde un punto de vista reiterado de lectura/transformación de “*espacios textuales*”

(ET) y “*texto*” (T) (significado y sentido según Jenaro Talens y Juan Miguel Company, 1984). Al respecto se considera que los SMS son el producto de un proceso de abstracción progresiva (tanto en la historia de las matemáticas como en la historia personal de cualquiera), los SMS que realmente se usan están formados por estratos provenientes de distintos momentos del proceso, relacionados entre sí por las correspondencias que este proceso ha establecido. La lectura transformación de una página de un espacio textual puede hacerse entonces usando distintos estratos del SMS, recurriendo a conceptos, acciones o proposiciones de conceptos o acciones que están descritos en algunos de los estratos. Por ejemplo, el sistema es concebido de naturaleza matemática más que de signos individuales. Esto es crucial para tomar el sistema como un todo dado que el uso (o usos) del sistema se responsabiliza por el significado y sentido realizado. Además esta noción socialmente no se limita al sistema de simbología establecida, pero se incluyen signos, sistemas de signos o estratos de sistemas de signos que los estudiantes producen en orden para dar sentido de lo que se les está presentando en un modelo de enseñanza, considerando una situación de entrevista o una tarea matemática.

El significado productivo en la actividad matemática suele ocurrir por un camino de cambios de lecturas y transformación de acciones que están abordadas en los textos expresados en el SMS (Puig[18], 2003). Así, usando en nuestro análisis la noción de SMS, dentro de un caso particular de trabajo con el software *eXpresser*[21], nuestro interés se centra en el análisis del significado productivo de los estudiantes con relación a la expresión de reglas que correspondan a la construcción de modelos figurativos en un ambiente en el cual ellos interactúan con estos SMS a través de la lectura y acciones de transformación. En *eXpresser*[21], los estudiantes tienen acceso para incrementar el conjunto de abstracciones de los SMS.

2.2. La formulación de preguntas y el empleo de la tecnología

Al realizar una actividad, es importante considerar la formulación de preguntas. Por su parte, los maestros pueden identificar los recursos con los cuales se mueven en una discusión o el avance de razonamiento y competencia. Además, los estudiantes se pueden ayudar de software didáctico para identificar los elementos y sus relaciones con el objeto (figura) y así poder extender sus ideas y reconstruir su propia compilación de resultados.

La actividad podría no tener un problema definido inicialmente por el maestro (el planteamiento de conjeturas) sino que el mismo proceso de construcción de la configuración sirve de plataforma para formular preguntas y explorar distintas maneras de responderlas. Con esto, al estudiante se le da la oportunidad de participar en el proceso de formular problemas o conjeturas.

Con el empleo de la tecnología, y mas específicamente con el software didáctico,

los estudiantes con cierta dirección, son quienes experimentan, realizan construcciones, calculan medidas, buscan relaciones, plantean conjeturas, buscan evidencia para verificar resultados y eventualmente plantean demostraciones formales de algunas conjeturas. (Santos[1], Cap. 8, 2007).

2.3. Procesos de transformación de artefactos tecnológicos en herramientas de resolución de problemas matemáticos

En la búsqueda del razonamiento que los estudiantes deben adquirir para llegar a realizar sus suposiciones, a establecer vínculos y comunicar resultados en matemáticas, nuestro enfoque va con relación a los artefactos tecnológicos actuales para que los estudiantes tengan la posibilidad de adueñarse de éstos, con el fin de convertirlos en instrumentos de relevancia para el entendimiento de las matemáticas. Con lo anterior, nuestro propósito es enseñar a los alumnos el uso de la matemática para construir y comunicar ideas, usar estos conocimientos para razonar, para resolver problemas en el aula y en la vida real. Nos interesa pues, las diferentes opciones que se tienen para abordar, ya sea de la manera tradicional (por ejemplo con lápiz y papel) o con los artefactos tecnológicos que se encuentran a la mano para utilizarlos como herramientas efectivas con el objeto de que su uso permita dar solución a los problemas. (Santos[2], Cap. 9, 2007).

El software dinámico nos permite por ejemplo, la realización de representaciones geométricas exactas o ayudar a hacer suposiciones y a la visualización de construcciones, debido a que tiene la cualidad de permitir realizar cambios o ver el comportamiento en el momento de la construcción. Utilizando la tecnología, al estudiante se le permite investigar lo que ocurre realizando ciertos cambios, le ayuda a argumentar y a probar ideas en forma visual y analizar las conjeturas que puedan surgir conforme se explora. Más aún, es una herramienta vital para vincular relaciones entre las áreas de las matemáticas (geometría, cálculo, álgebra y aritmética) con la oportunidad de enriquecer en el estudiante sus habilidades y conocimientos.

Entonces, para que estas ideas puedan concretarse y lleguen a tener frutos, se debe apoyar a la enseñanza de las matemáticas en los programas educativos y adecuarlos para permitir el uso de computadoras y calculadoras para así llegar a tener un mejor aprendizaje en todas las áreas de formación escolar y los estudiantes lleguen a apropiarse de las tecnologías. (Santos[2], Cap. 9, 2007).

2.4. Diseños de ambientes que invitan a un pensamiento matemático sustentado

Algunos investigadores como Anderson, Reder, & Simon, 1996; Cobb, 1994 et al. Citado en [3], han tratado algunas teorías sobre el análisis del entendimiento y del ambiente social para llegar a proveer las bases de la instrucción educativa, mediante la aportación de diferentes principios teóricos los cuales llevan a distintos tipos de ambiente de enseñanza.

Al respecto, se considera que una de las metas de la educación debe ser aquella que ayude a los estudiantes a entender el “*significado*” o “*significancia*” de la información en vez de la memorización como un conjunto de hechos o procedimientos.

Los diversos estudios para entender el concepto de “*significado*” o “*significancia*” se lo debemos a los esfuerzos realizados por algunos teóricos (como Dewey, 1933, Buhler, 1970 et al, citado en [3].), proveen una discusión intuitiva sobre las diferencias entre “*brute thing*” (cosa sin sentido) los eventos significativos y los objetos.

Para comprender el significado de una cosa, un evento o una situación, para ver sus relaciones con otras cosas: hay que ver ¿cómo opera o funciona?, ¿qué consecuencias se derivan de ella?, ¿qué lo causa?, ¿qué usos de ésta se pueden hacer?. Por el contrario, lo que hemos llamado “*brute thing*”, para nosotros una cosa sin sentido, es algo cuyas relaciones no son captadas ... La relación de los medios-consecuencias es el centro y corazón de toda comprensión (pp. 137, 146) (p. 38). John Dewey, *How We Think*. Citado en [3].

La idea sobre esto, explica que los conceptos, las representaciones visuales y simbólicas, para los expertos son de carácter significativo, pero para un novato son esencialmente la “*cosa sin sentido*”. Por ejemplo, si tomamos en consideración una expresión lineal, para un matemático puede representar una función con ciertas propiedades y para un estudiante alguna fórmula que de inmediato no recuerda. (Dewey, 1933).

Para ayudar a los estudiantes a entender el significado o la significancia de la información, podemos empezar por identificar el potencial del uso de la información que lo motiva para aprender. Por ejemplo, cuando por cuenta propia se cuestiona, ¿para qué es esto?, ¿dónde usará esta información? Y aún más, al entender la significancia de la nueva información al estudiante le permite sobrepasar los problemas del llamado “*conocimiento inerte*”, producido en la escuela y del cual el alumno regularmente no lo usa para resolver problemas. (Whitehead, 1929, Adams, 1988; Bransford ., 1989. et al. Citado en [3]).

El conocimiento competente no puede ser basado en hechos simples o proposiciones verbales, más bien en un sistema de producción con el objetivo de que proporcione información acerca de las características críticas sobre la situación del problema que hacen de las acciones particularmente relevantes. Con Simon, y Anderson, se establece la idea de un sistema de “*conocimiento condicionalizado*” que lleve a producir formas de representar conocimiento útil, es decir, ayudar al estudiante a condicionalizar su

conocimiento para adquirir conocimientos en forma de pares acción-condición medidos por metas apropiadas en jerarquías en vez de hechos aislados.

Las teorías de sobre un desarrollo del conocimiento bien diferenciado (Bransford, Franks, Vye & Sherwood, 1989; Gagne & Gibson, 1947; Garner, 1974. Cita en [3]) señalan la importancia de contrastar casos como guías para enfatizar el caso en que el significado no puede ser capturado y representado con tan solo ver objetos e ideas aisladas, en cambio tratar de encontrar el significado de un objeto o de un sistema de relaciones de símbolos establecido o de un campo de conocimiento más grande. El entendimiento y representación de conceptos “*bien diferenciados*” es de gran importancia para ayudar a los estudiantes a desarrollar su conocimiento. Por ejemplo, un experto podría construir un número de escenarios bien diferenciados donde el novato solo lo entendería superficialmente[3].

2.5. Problemas en el diseño de un ambiente para el aprendizaje de la generalización matemática

El avance de la tecnología para las nuevas generaciones y la incursión en nuestra vida diaria de las IT (Tecnologías de Información, por sus siglas en inglés) está permitiendo tratar con ambientes alternativos de aprendizaje. Al respecto, estos ambientes necesariamente deberían tomar en cuenta una variedad de situaciones relevantes que en los primeros desarrollos se omitían, por ejemplo, se deben considerar las dificultades explícitas que los estudiantes enfrentan con el álgebra al tratar de llegar a definir una generalización, o las tareas dentro de la cual los sistemas pueden tener como objetivo una generación de entendimiento, o también el permitir al estudiante construir y explorar sus propios modelos para de esta forma puedan llegar a crear los sistemas mencionados.

En el proyecto, nos interesa un ambiente basado en la utilización de patrones, que por su naturaleza histórica nos lleva implícitamente al concepto de variable, esto entre los matemáticos se hace saber como una limitante, por que los estudiantes de nivel secundaria se enfrentan a la falta de algún vocabulario matemático que los lleve a captar la idea de la representación de cualquier valor literal. Sin embargo, el empleo de patrones se considera un medio para expresar la generalización de manera que a un usuario final le ayude con su razonamiento y la solución de la generalización de problemas.

Surgen también una serie de cuestiones las cuales se pueden abordar con estos ambientes, ¿cómo es que construyen su modelo del problema? y ¿cómo es que ellos implícitamente usan la potencia del álgebra?

En un sentido práctico, queremos ver cómo la experiencia en un sistema apoyado en un software educativo puede servir para proveer una transición más natural en la enseñanza del álgebra y una justificación intuitiva del por que el álgebra es una herramienta útil en nuestra vida diaria.

En la creación de actividades típicas de la matemática como parte del software educativo, estas deberían de contener una serie de preguntas inter-relacionadas con el objeto de llegar a un proceso iterativo y demostrativo. Una forma mediante la cual al estudiante se le dé la oportunidad de explorar la tarea e identificar internamente las variables relacionadas. Es importante que a través de la introducción de diferentes enfoques se le permita explorar. Así, los estudiantes tienen una probabilidad razonable de *“fortalecer su propio dominio, y en algún tiempo, por el placer experimentado en la exploración de sus propios dominios, encuentren las matemáticas agradables, creativas y participativas”*.

Así mismo, deberíamos enfocar el desarrollo a un ambiente de integración hacia el salón de clase para trabajo individual y de manera grupal; los pre-diseños con los maestros son críticos ya que la formación de los estudios anteriores han mostrado que el uso de las herramientas educacionales en las matemáticas debe ser cuidadosamente integrado dentro del contexto del salón de clase.

2.6. El diseño arquitectural y conceptual de un sistema de soporte y exploración del aprendizaje para la generalización matemática

La idea de *“ver lo general a través de lo particular”* es un potente camino para introducir a los estudiantes en la idea de generalización. Se introduce el concepto de *“micromundo”*, en la cual se requiere una considerable orientación para asegurar el aprendizaje bajo la instrucción del contexto constructivista. La naturaleza de este ambiente de aprendizaje requiere de una constante retroalimentación con los estudiantes.

Con la idea de adentrarnos a los problemas sobre el pensamiento matemático para plantear y expresar conceptos generales, se desarrolló y diseñó un ambiente computacional en el que se describe el diseño conceptual y arquitectural del sistema con un sistema de exploración para ayuda a estudiantes de 11 a 14 años

Este estudio ha adoptado un enfoque constructivista, permitiendo a los estudiantes crear y manipular, patrones y expresiones; y la percepción de relación entre ellos. El objetivo es dar apoyo al estudiante en la construcción de sus propios modelos a través de la exploración mientras se fomenta la construcción progresiva de su conocimiento. Cuando un estudiante se enfoca en una empresa de exploración más que en una tarea estructurada, el maestro debe ser asistido en el monitoreo de actividades y progreso de los estudiantes mediante una apropiada herramienta de visualización y notificación. En el diseño, desarrollo y evaluación de un sistema tal como el que se plantea, existen desafíos de tipo técnico-pedagógico, los cuales exigen un enfoque interdisciplinario en el que se involucran los siguientes aspectos:

- Entender y modelar en el dominio de la generalización matemática, las tareas que deben ser realizadas por los alumnos y por ellos mismos.

- Identificar la información acerca de las construcciones de los aprendices que se necesita en la captura de un orden para apuntalar en la presentación de una efectiva retroalimentación por el sistema de alumnos y el maestro.
- Diseñar la retroalimentación para el alumno, probar y desarrollar las apropiadas técnicas de inteligencia para generar la retroalimentación.
- Investigar, probar y desarrollar las apropiadas técnicas de visualización para la presentación de la retroalimentación para el maestro. Diseñar y desarrollar una extensa, arquitectura escalable cliente-servidor la cual puede ayudar para la concurrencia de múltiples usuarios en un entorno del salón de clase. Lo cual permite el incremento, desarrollo y evaluación de varios componentes del sistema.

A nivel de funcionalidad, el sistema puede ser implementado en el salón de clases. En una actividad, los estudiantes pueden estar trabajando en problemas de generalización matemática seleccionadas por su maestro y presentado ante ellos por el sistema. El maestro puede ver la representación en tiempo real de la actividad y progreso de los estudiantes, así como la información histórica de las actividades de otras sesiones.

2.7. De las expresiones aritméticas a las reglas algebraicas

2.7.1. Introducción

Un paso importante en los procesos de generalización hacia el uso de un SMS abstracto es el derivar una regla simbólica (aritmética o algebraica) que hace esto posible para obtener el total de mosaicos en un patrón (variable dependiente) en término de repeticiones del bloque de construcción (variable independiente). El micromundo provee inmediatamente retroalimentación visual cuando, para un patrón dado, la regla de producción es correcta: esto es, la coloración de todos los mosaicos es usada en la construcción particular (ver figura 2.1).

2.7.2. Análisis sobre la transición de expresiones aritméticas a las reglas algebraicas

Diferentes tipos de expresiones numéricas (textos) han sido vistas en la imagen del lado izquierdo de la figura 2.1, incluyendo números bloqueados (constantes) y números desbloqueados (números generalizados) en los cuales los números pueden cambiar. La identificación del papel involucrado por este tipo de números en el modelo figurativo es esencial en la construcción de reglas algebraicas. Aunque se indique el número total de mosaicos que constituyen un patrón es suficiente para que este sea coloreado, la regla debe ser provista en orden para que el patrón coloree el resto para cualquier

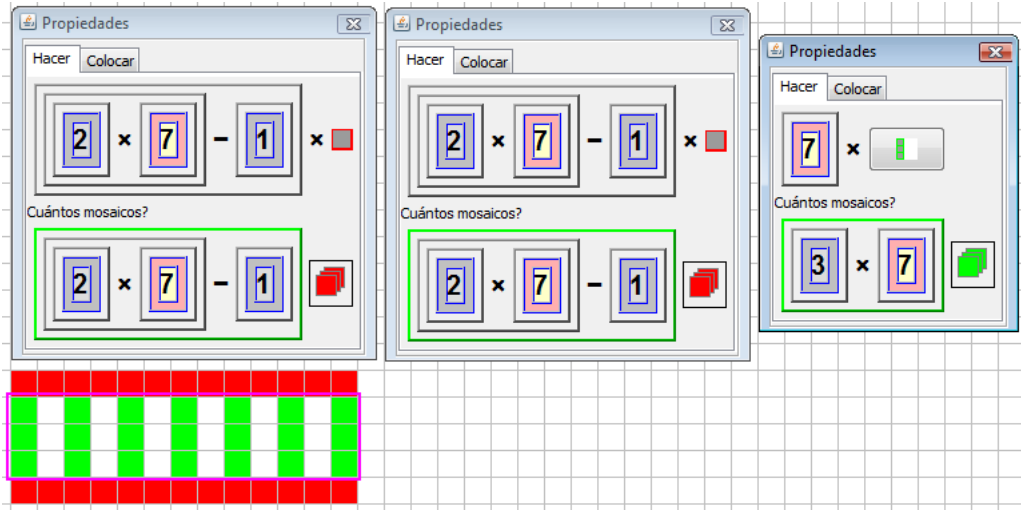


Figura 2.1: Reglas aritméticas para tres patrones que constituyen el modelo (línea superior (roja), línea inferior (roja) y línea vertical (verde)).

número de repeticiones del bloque de construcción.

La mayoría de los estudiantes usan inicialmente un número específico para indicar el número de mosaicos en cada patrón. A pesar de las tareas de introducción en *eXpresser*[21], la persistencia en esta estrategia de los estudiantes nos muestra (como era de esperarse dada la investigación previa) una duda común para articular una relación y expresar esto en una forma general. Para superarlo, el maestro tuvo que intervenir y fomentar en los estudiantes el uso de un bloque de construcción. La investigación se basa en los cambios repetitivos de la variable en el número de repeticiones del bloque de construcción y por lo tanto ‘ponen en marcha’ la coloración del manejo de patrones con el vocabulario usado por los estudiantes en un entorno de geometría dinámica.

Una intervención efectiva acapara en el manejo de la atención de los estudiantes del Mundo General. Los modelos que usan patrones con más de una variable independiente son “*confusos*” desde el Mundo General para cada variable, el micromundo escoge valores aleatoriamente con probabilidades de ser diferentes, como también los modelos no mantienen su coherencia estructural.

En *eXpresser*[21], los números son percibidos como objetos de los cuales un valor puede ser asignado, entonces puede ser bloqueado o desbloqueado y darle un nombre. Por lo tanto, en su capacidad de ser objetos concretos, los números están asociados con una simple posición en la pantalla. Si el número es requerido en el orden para construir una regla (en el SMS es suficiente simplemente el representado por alguna variable) entonces este puede ser parte de dos relaciones diferentes, esto obliga al estudiante a hacer una copia de este y no simplemente define otro número (o variable)

que tiene el mismo valor. Tal como en la figura , el “*objeto- número*” muestra con un valor numérico, este fue copiado cinco veces en orden para construir y relacionar las reglas para los tres patrones que crean el modelo. Este echo determinando es una de las mas importantes características para construir una fórmula de álgebra en el SMS por lo que la subsecuente simbolización consiste en asignar un nombre a este número.

Al diferenciar números específicos de los números generales y “*objetos-números*” significa que *eXpresser*[21] cambia sustancialmente la actividad de la expresión matemática de patrones y así hace el pasaje de números generalizados a el uso de letras mas natural dentro de un ambiente digital. Por lo tanto, los estudiantes están en condiciones de reflexionar sobre el establecimiento de relaciones entre los objetos que, a pesar de los diferentes estratos del SMS, todos tienen una referencia figurativa que habilita a los estudiantes para adquirir estas relaciones con sentido. Acertamos de que para la mayoría de los estudiantes que participaron en este estudio, estas características hicieron posible expresar una regla para a el modelo de la “*Vía del Tren*” en un álgebra como el SMS

.

2.8. Conclusiones

Con Filloy nos adentramos a la noción del *SMS (Sistema Matemático de Signos)*, sin dejar de lado la Semiótica éste se refiere a un sistema de signos que puede ser o no de naturaleza matemática por lo cual también se considera el lenguaje natural, las figuras, los diagramas, los signos del ambiente digital, etc.

El SMS se puede utilizar como una herramienta de análisis de textos matemáticos para los profesores y los estudiantes, cuando en el aula desarrollan y producen estratos de conocimiento mediante los trabajos o tareas específicas así como de los textos históricos.

Se hace énfasis en el término “expresión” en vez de “signo”, esto para acuñar la idea de utilizar “expresión algebraica” para un enfoque matemático[10].

Por su parte, Luis Puig se adentra en las características del SMS: la semiótica de las matemáticas no ha de centrarse en el estudio de los signos, sino de los “*sistemas de significación y los procesos de producción de sentido*”. Lo que hay que calificar de “matemático” no es sólo un tipo particular de signos, sino sobre todo determinados sistemas de signos es decir, no hay que hablar de sistemas de signos matemáticos sino de sistemas matemáticos de signos[18, 19].

Los SMS son el producto de un “*proceso de abstracción de significado y sentido*” los cuales encontramos en en los trabajos matemáticos de los estudiantes al realizar análisis de lectura/transformación de "espacios textuales" y "texto" (Jenaro Talens,1984,

cita en [18]).

Por ejemplo, el sistema es concebido de naturaleza matemática más que de signos individuales; como un todo, en el uso se incluyen signos, sistema de signos, o estratos del sistema que los estudiantes y profesores producen con la tarea matemática.

Con *"la formulación de preguntas y el empleo de la tecnología"* en cierta dirección, hacia el software didáctico y la aplicación de actividades en el salón de clase, el maestro puede identificar los recursos con los cuales se mueven en una discusión así como en el avance de la competencia. Inicialmente podría no haber un problema definido, como es el caso de utilizar planteamiento de conjeturas; para que en el mismo procedimiento de construcción este sirva de plataforma para formular las preguntas y explorar las distintas formas de responderlas.

La utilización de artefactos tecnológicos como una herramienta de resolución de problemas, es una forma de que los estudiantes tengan la posibilidad convertir estos artefactos en instrumentos de relevancia para el entendimiento de las matemáticas.

Por ejemplo con el uso de las calculadoras CAS, o con la utilización de la computadora, el software dinámico permite al estudiante la realización de representaciones geométricas exactas, la visualización de construcciones, buscar evidencia para verificar resultados, pueden experimentar y realizar cambios o ver el comportamiento al momento de la construcción; también pueden plantear conjeturas, reconstruir su propia compilación, buscar relaciones, le ayuda a argumentar y a probar ideas en forma visual y a analizar más conjeturas que puedan surgir conforme se explora[1, 2].

La educación debería ayudar al estudiante a entender el significado o significancia de la información en vez de la memorización. Los conceptos de las representaciones simbólicas y visuales para un experto tienen un carácter significativo pero para un novato son una "cosa sin sentido".

Por ejemplo, una expresión lineal; para un matemático involucra la definición de alguna función y para un estudiante una fórmula que no recuerda (John Dewey, 1933, cita en [18]).

Para ayudar el estudiante a entender el significado del llamado *"conocimiento inerte"* producido en la escuela y del cual regularmente no se usa para resolver problemas, se debe empezar cuestionando ¿qué es lo que lo motiva para aprender? Y el estudiante por cuenta propia se podría preguntar ¿para qué es esto? ¿dónde usará esta información?[3].

La teoría de un sistema de *"conocimiento condicionalizado"* que lleve a producir formas de representar conocimiento útil. Ayudar al estudiante a condicionalizar su conocimiento para adquirir conocimientos en forma de pares "acción-condición" medidos por metas apropiadas en jerarquías en vez de echos aislados (Simon, Anderson, 1996).

La teoría sobre un desarrollo del *"conocimiento bien diferenciado"*. Tratar de encon-

trar el significado de un objeto o un sistema de relaciones de símbolos establecido o un campo de conocimientos para encontrar el entendimiento y representación de conceptos bien diferenciados para ayudar a los estudiantes a desarrollar su conocimiento. Por ejemplo, contrastar casos como guías para enfatizar el caso en que el significado no puede ser capturado y representado con tan solo ideas aisladas (Bransford, Franks, Vye & Sherwood, 1989; Gagne & Gibson, 1947; Garner, 1974. Citado en [3]).

En el *"diseño de un ambiente para el aprendizaje de la generalización matemática"*, existe muy poco software que ayude explícitamente a los estudiantes en este proceso. Queremos enfocar a un nuevo ambiente de desarrollo que ayude a los usuarios con su razonamiento y solución de problemas sobre la generalización y para ellos nos adentraremos en la utilización de patrones figurativos, de tal forma que al estudiante le ayude con su razonamiento en la solución de problemas. De antemano, sabemos de las dificultades explícitas que el estudiante se enfrenta:

Por ejemplo, un problema con patrones nos lleva a la utilización del álgebra y en nivel secundaria el estudiante se enfrenta con la falta de algún vocabulario matemático. Se introduce la situación del micromundo digital denominado eXpresser, en la cual se requiere una considerable "orientación" para asegurar el aprendizaje bajo la instrucción del contexto constructivista [5, 7, 6].

La naturaleza de este ambiente de aprendizaje requiere de la retroalimentación que se proporciona a los estudiantes. Y para ello se proponen algunas actividades previamente elaboradas para dar seguimiento a esta tesis.

Capítulo 3

Metodología

3.1. Introducción

Con el objetivo de observar la forma en que la incorporación de herramientas computacionales en el aula puede modificar los procesos de aprendizaje de conceptos matemáticos, es decir, para mostrar el avance de los estudiantes en el empleo de las TIC, se utilizaron patrones gráficos para la búsqueda del desarrollo de la enseñanza inicial entre la aritmética y el álgebra. Para tal fin, se eligió como sujetos de la investigación a un grupo de estudiantes del nivel medio en la Escuela Secundaria No. 77. grupo 1o. B turno matutino, en la ciudad de Morelia, Michoacán.

Se crearon 12 grupos conformados de 2 miembros. Los alumnos involucrados son un total de 24 compuesto por un 61.5 % de estudiantes de sexo femenino y un 38.5 % de estudiantes de sexo masculino. Se realizaron 12 sesiones de trabajo de 1 hora 30 minutos cada una, dando un total de 18 horas. El total de las observaciones se realizó en una sala de computación y para cada sesión el asesor utilizó una guía de trabajo basada en la aplicación de las actividades, la utilización del software *eXpresser*[21] MiGen System, versión v1-5434b, así como la grabación de las sesiones de trabajo con cámara digital.

La metodología utilizada fue de tipo cualitativo con un abordaje mixto cuantitativo, elementos comunes y recomendados en el desarrollo de investigaciones en el área de la educación. Para esto se realizó un cuestionario guiándose con las hojas de trabajo previamente impresas compuesta por ítems cerrados y espacios para observaciones abiertas que fue aplicado a los estudiantes. Entre los resultados obtenidos se muestra la utilización y dominio de software *eXpresser*[21] en el modelaje de patrones figurativos, relacionado con las actividades, el desarrollo de estas habilidades tecnológicas realizadas con las presentaciones por parte de los alumnos, así como las respuestas en los cuestionarios se integra como evidencia con la creación de un dispositivo magnético multimedia. La información de las sesiones en el salón de clase fue almacenada en formato de vídeo, los reportes escritos de los estudiantes y el contenido del resumen de cada actividad en archivos tipo imagen.

(Anexo B. Relación de contenido multimedia).

3.2. Desarrollo de actividades

Como parte del proyecto de tesis, en el presente capítulo se describen cuatro actividades estructuradas para aplicar en el salón de clases utilizando el software mencionado. Para la aplicación de las mismas se asignó una computadora por grupo para que realizarán dicha actividad guiándose con las hojas de trabajo para que se fueran realizando la construcción de sus diseños.

Estas actividades las identificaremos con los los siguientes nombres:

- **Mi primer patrón con *Expresser***(figuras A.1). La actividad trata sobre la construcción de patrones con mosaicos de colores para obtener reglas asociadas con el patrón. El estudiante debe definir un “*bloque de construcción*” de mosaicos para construir el patrón y escribir su resultado en las tablas. Se debe analizar y construir con el bloque definido un patrón que genere la figura completa. Con ello se puede colorear en el “Mundo General”.
- **El Sendero**(figuras A.2, A.4). En esta actividad se construye un patrón que servirá de base para la construcción de otro. Al definir los dos patrones, se puede calcular el número de mosaicos de un color en un patrón cuando conocemos el número de mosaicos de otro patrón, mediante la conexión de una variable se puede ligar ambos patrones para definir la fórmula que complete el cálculo del número de mosaicos.
- **El Jardín con Rosas**(figura A.6). La actividad trata sobre la construcción de una figura basada en dos colores. Para realizarla tendrán que construir un patrón que represente una jardinera llena de rosas rojas, rodeada de césped verde. Pueden construir más de un patrón para definir la figura pedida, al final deben de ligar los diferentes patrones para encontrar la expresión que les permita calcular el total de mosaicos involucrados.
- **La Vía del tren**(figuras A.8, A.9). La actividad trata sobre la construcción de un modelo que asemeja una vía del tren, se pide que utilicen diferentes colores para la creación de los patrones de tal manera que puedan mostrar cómo los construyeron. Al término de la actividad se deben identificar los siguientes elementos: bloque de construcción, patrón, número de repeticiones, ¿cuántos mosaicos? por cada patrón, asignación de un nombre o literal en la relación del patrón, observación en el Mundo General. Pero lo más importante, el desarrollo de una expresión que permita el conteo total del modelo, y la prueba de que el modelo no se descomponga.

En curso de adiestramiento para las primeras sesiones, se preparó a los estudiantes en el entorno del software para que se familiarizaran con la situación visual, los com-

ponentes y su operatividad para diseñar patrones utilizando mosaicos de colores. Con la actividad "Mi primer patrón con *eXpresser*[21]" inicia el micromundo mencionado. Cada una de ellas puede tener sub-actividades a manera de continuación, en las que se va aumentando el grado de dificultad conforme se avanza en la totalidad de la actividad. Por ejemplo, para "*El sendero*" tenemos también "*El sendero parte II*". La revisión de las actividades lleva un procedimiento implícitamente guiado y visualmente interactivo, para que el estudiante vaya construyendo y reafirmando los ejercicios mediante el software. Por ello las actividades contienen la parte del desarrollo mediante lápiz y papel así como la práctica con el software de computadora denominado *eXpresser*[21] (Ver Apéndice A. para verificar los formatos de las actividades).

Capítulo 4

Implementación del software *eXpresser*

4.1. Introducción

Con la finalidad de experimentar con las actividades definidas para la utilización de patrones, se pensó en un software didáctico que diera soporte de aprendizaje explícito en los procesos de generalización matemática, que el aprendiz lo utilice como un micromundo para la enseñanza inicial del álgebra a través de la construcción y estudio de patrones. Además que su diseño incluyera soporte asistido para estudiantes y maestros a través de la interacción dinámica del sistema. Que en este micromundo matemático, el usuario puede explorar, experimentar y desarrollar sus propios modelos, construir activamente su propio entendimiento para tratar de llegar a la idea de la generalización matemática.

4.2. *eXpresser*. Un micromundo digital para expresar la generalización

En *eXpresser*[21], los estudiantes son cuestionados en la construcción de un modelo general y con el fin de desarrollar una regla que determine el total de número del mosaicos en el modelo. Los estudiantes construyen el modelo visualizando estas estructuras y determinando los patrones apropiados con repeticiones de los bloques de construcción para formar el modelo. Los estudiantes tienen que crear reglas explícitas para calcular el número de mosaicos en cada patrón y además son coloreados si y únicamente si es correcto y la combinación de la regla para los diferentes patrones obtiene el total de número de mosaicos en el modelo. Por supuesto que hay más de un camino para construir un modelo, cada uno guía una diferente regla para llegar al modelo.

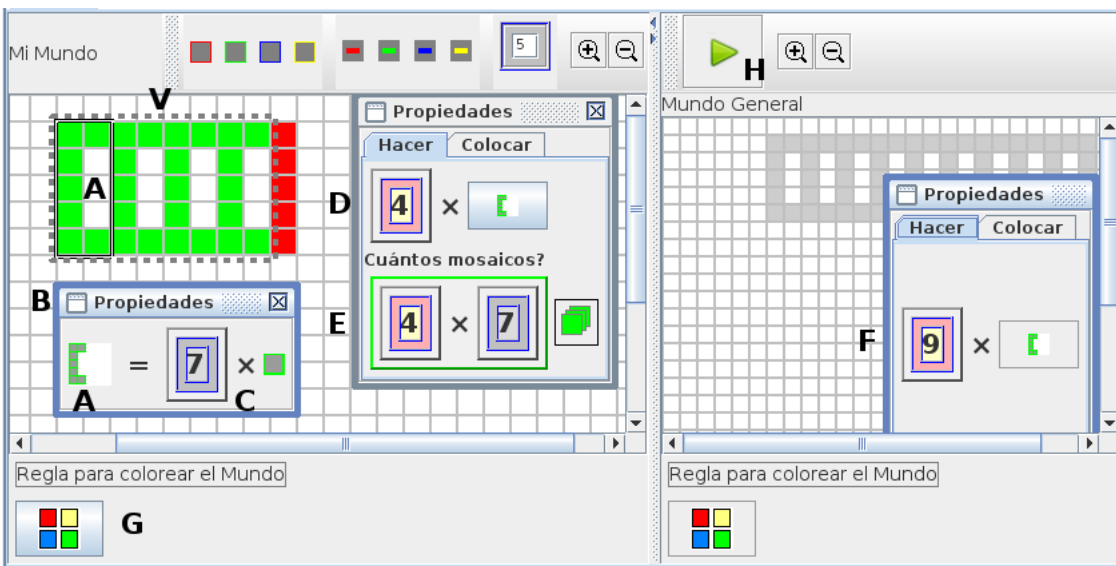


Figura 4.1: Construcción de un modelo y expresión del mismo con las reglas de *eXpresser*[21]. (A) Bloque de construcción. (B) Expresión de la construcción de un bloque de construcción. (C) número de mosaicos del bloque de construcción. (D) Número de repeticiones del bloque de construcción. (E) Número de mosaicos requeridos para el patrón con la regla general. (F) Cualquier variable usada en “Mi Mundo” toma un valor aleatorio en el “Mundo General”. (G) La regla general que expresa el total de número de mosaicos en todo el modelo. (H) Botón de “Play” para animación de los patrones.

eXpresser. Un micromundo digital para expresar la generalización

En la figura (4.1) se muestra el *eXpresser*[21] con una captura identificada como la “*Vía del Tren*”, del lado izquierdo de la pantalla se muestra el espacio “Mi Mundo” y del lado derecho el espacio de el “Mundo General”. La creación de un bloque de construcción (A) se realiza arrastrando y cortando mosaicos separados y agrupándolos, la figura (V) de color verde ha sido creada repitiendo el bloque (A) dos cuadros a la derecha y cero lugares para abajo (cuando se hace un patrón, se traslada a la derecha y para abajo cada repetición de un bloque de construcción, como cuando un número inicial de repeticiones ha sido especificado). Cuando es creada la figura C del bloque de construcción (A), estas propiedades son mostradas en una expresión (B). El bloque de construcción es repetido varias veces con el valor de una variable llamada “*Model-number*” (Número de Modelo) (D), para este caso 4. Los patrones son coloreados haciendo cálculos y entonces se ubica el número exacto de mosaicos coloreados de esta construcción. En el caso del patrón creado en la figura C, usando la expresión para la construcción (B) y el número de veces que el bloque de construcción es repetido, la regla para el total del número de bloques de este patrón es “ $7 \times \text{Model-number}$ ”, en la figura 4.1 (E). En *eXpresser*[21] los estudiantes realizan sus construcciones en “*Mi Mundo*”, una segunda ventana se ve al lado derecho (“*Mundo General*”). Esto refleja exactamente Mi Mundo hasta que el estudiante desbloquea un número en su modelo, la metáfora para hacer una variable, en el cual la finalidad del Mundo General es la selección aleatoria de un valor “*general*” de la variable. En la figura, el valor del “*Model-number*” en el Mundo General es aleatoriamente asignado a 9, resultando una instancia diferente del modelo (F). El Mundo General es únicamente coloreado cuando los estudiantes expresan correctamente la regla general en la “*Model-Rule*” (Regla Modelo) del área de la pantalla (G). Los estudiantes no pueden interactuar directamente con el Mundo General. Ellos sin embargo, se motivan al dar clic en el botón de “Play” (H) y animan su modelo general para probar su generalización.

La construcción de objetos en *eXpresser*[21] está estructuralmente relacionada con las reglas simbólicas como a continuación de describen:

- El número de bloque de construcción es asociado con las variables y constantes.
- El número de mosaicos en cada bloque es asociado con los coeficientes de las variables en la expresión.
- Los patrones constituyen el término de la expresión.
- El modelo es asociado con la expresión completa.

En particular, con relación a las tareas de este artículo, a los estudiantes se les preguntó sobre la construcción de un modelo asociado con una expresión simbólica que tenía términos lineales y constantes. En otras palabras, el modelo tuvo que ser hecho de varios patrones que en conjunto podrían servir para representar el modelo de la “*Vía del Tren*”, si ésta se construye apropiadamente, podría ser “*extendida*” como el

estudiante lo quiera. Los estudiantes fueron cuestionados para usar diferentes colores para cada patrón realizado del modelo, en orden para resaltar la forma en que ellos percibieron la estructura. Los estudiantes también fueron requeridos para responder las preguntas propuestas para provocar la reflexión de la relación estructural de la fórmula-modelo que ellos construyeron.

4.3. Contribución al desarrollo del Software

El entorno inicial del software *eXpresser*[21] se encontraba en el idioma inglés y las primeras actividades se habían implementado utilizando dicho idioma. Observando las deficiencias que presentan los estudiantes sobre el idioma, como parte de esta tesis se modificó la versión (*migensystem-1-5434b*) para que más grupos de secundaria pudieran trabajar con las pantallas en español; lo anterior con la finalidad de que tal situación no fuera a obstaculizar el desarrollo principal de la actividad que el estudiante se enfocase completamente a la manipulación visual de patrones.

4.4. Construcción de bloque patrones y modelos

Un bloque de construcción es un objeto que pertenece al SMS el cual es más abstracto que los mosaicos individuales aunque ambos son de naturaleza figurativa. En principio los estudiantes se deben concientizar de la necesidad de determinar un bloque de construcción en orden para crear un patrón. El análisis de los vídeos y los archivos grabados por el software cuando los usuarios interactúan con este, se activa para dar seguimiento a las acciones de los estudiantes en sus intentos de construir sus patrones y modelos. Aunque los estudiantes no tuvieron problema en la definición de la construcción de los bloques, en el registro del trabajo en ambos países se observó que algunos tuvieron alguna tendencia a la producción simple del patrón, esto es, haciendo mosaico por mosaico. En este caso, ellos fueron ayudados para redirigir su atención al bloque de construcción en el cual repitieron implícitamente mientras manejan los mosaicos. (Noss[11] etc. al. 2009).

4.5. Resultados SMS en *eXpresser*

En la construcción de modelos, los estudiantes se movieron del trabajo con los SMS asociado con la percepción visual a una abstracción más del SMS, tal como los sistemas numéricos y en algunos casos el algebraico. Durante este proceso se evidencia si en el trabajo es posible ver como los estudiantes le dan sentido a los elementos de una expresión simbólica asociando esto con los elementos específicos que realizaron en su modelo figurativo. Así, la generalización de procesos consistió en la búsqueda para una estructura que podría ser transformada desde el modelo figurativo a una expresión

simbólica de la forma de la estructura del patrón de tareas y entonces, una regla podría ser derivada basada en la estructura percibida.

Del análisis de los datos realizado es posible identificar los momentos críticos de actividad sobre la generalización la cual caracteriza aspectos de trabajo en *eXpresser*[21] relacionado con la naturaleza de los diferentes SMS disponibles en los ambientes. Estos aspectos incluyen entre otras cosas:

1. La construcción de “*bloques de construcción*” mediante mosaicos unitarios.
2. Desbloqueo de números en orden para variarlos (por ejemplo se puede cambiar el número de repeticiones del bloque de construcción o la forma de su desplazamiento).
3. Articulación numérica entre los diferentes patrones que realizan el modelo.
4. Construcción de reglas modelo usando el lenguaje *eXpresser*[21].
5. La construcción de diferentes patrones basados en la estructura percibida para producir diferentes modelos.
6. Análisis de las relaciones entre la construcción particular y el modelo general que es posible ver en *eXpresser*[21].

El presente trabajo se enfoca en las cualidades relevantes del software de *eXpresser*[21] que fueron diseñadas para ayudar a la transición de la construcción de patrones a las expresiones aritméticas y de esta transformación a expresiones algebraicas, aspectos 2 y 4, para el cual se tiene un análisis del uso del trabajo con estudiantes con las actividades presentadas.

Capítulo 5

Análisis de actividades

5.1. Introducción

Los datos presentados en esta tesis trata del trabajo con estudiantes quienes comenzaron el estudio del álgebra en la escuela secundaria. Aunque los estudiantes trabajaron en diversas actividades a lo largo del estudio, el presente reporte únicamente incluye un análisis sobre cuatro actividades, "Mi primer patrón", "El Jardín con Rosas", "El Sendero" y "La vía del Tren", dichas actividades fueron implementadas en el software *eXpresser*[21] y tomando como guía formatos impresos para que el estudiante respondiera en las hojas de trabajo con lápiz y papel. En particular, la primera actividad se consideró como entrenamiento del micromundo para que los estudiantes se adentrarán en el manejo del mismo.

Adicionalmente, se realizó una encuesta en el mismo plantel para identificar alguna base de conocimiento inicial para los estudiantes evaluados; el nivel de conocimiento en TIC y sus promedios en matemáticas, así mismo el nivel de estudios de sus padres (el uso o acercamiento con las tecnologías). Sobre esto, se presentan dos gráficas, figuras (5.1, 5.2); el promedio de aprovechamiento del grupo al momento de la entrevista y una tabla sobre el uso previo de los artefactos tecnológicos para desarrollo de tareas específicas en la escuela.

Observaciones.

- El plan de estudios implementado para el año 2011 de la secundaria 77 estaba basado en el "Plan escolar 1993" desarrollado en competencias y definición de aprendizajes esperados.
- El nivel escolar de los padres, así como las herramientas computacionales que previamente han experimentado los estudiantes, se encuentra en un promedio bajo, como lo muestra la encuesta de las tablas (5.1, 5.2).
- Sin embargo se observa que un estudiante, en la manera que le permite el uso y la funcionalidad del celular, con él realiza algunas tareas como las que piden

los maestros para elaborar en la casa (por ejemplo si requieren edición de texto o la hoja de cálculo). Sustituye la falta de la computadora con este artefacto, posteriormente imprimen sus trabajos con conocidos o en algún local de renta de computadoras.

- Por su parte los maestros, al observar tal situación no les piden tareas que impliquen los artefactos combinacionales, se enfocan sobre los trabajos del desarrollo tradicional, como es la entrega a lápiz y papel,
- En la misma escuela no existe un plan para asignación de tiempo de máquina extra clase, para que los estudiantes con pocos recursos puedan favorecerse con el uso de estas tecnologías en horarios diferentes al escolar.
- Se requiere que la institución implemente "bibliotecas modernas" que cuenten con área de Internet, área de cubículos con PC, pizarrón, TV, videocasetera, cañón, etc. Préstamo de libros impresos y digitales, de videos y calculadoras CAS o tradicionales, etc.
- adicional al último punto, se requiere de un "proyecto de actividades" efectivas, que el maestro pueda usar. Así también, una basa de software educativo para dar seguimiento a dichas actividades.

5.2. Mi primer patrón con *eXpresser*

La actividad trata sobre la construcción de patrones con mosaicos de colores para obtener reglas asociadas con el patrón. La actividad se aplicó a 26 estudiantes.

En la introducción a eXpresser, el estudiante deberá familiarizarse con los componentes y el entorno gráfico para identificar los elementos internos del software que va a utilizar como herramienta base de esta actividad, por citar algunos componentes: las ventanas "Mi Mundo" y "Mundo General", barras de herramientas de mosaicos y cálculo de total de mosaicos, botón de "Play", etc.

Objetivos.

- Para realizar su diseño, el estudiante usará y aprenderá a dibujar el bloque de construcción utilizando mosaicos individuales.
- Con los bloques definidos, creará los patrones propuestos en la actividad y a partir de esto deducirá relaciones numéricas por cada patrón.

Escuela Secundaria No. 77. Grupo: 1o. B.		
Promedio de aprovechamiento en Matemáticas y Educación Tecnológica (*)		
Estudiante	Aprovechamiento	
No.	Matemáticas	Educación Tecnológica
1	7.4	7
2	9.6	7.2
3	10	9.6
4	7.6	7
5	7.8	7.6
6	7	5
7	7.2	6.8
8	9	9
9	7.7	8.2
10	8.2	8.2
11	8	7.4
12	5.6	6
13	7	9.2
14	9.8	9.4
15	6.6	6.6
16	8.8	6.6
17	6.6	6.2
18	9.2	8.4
19	7	8
20	6.6	6
21	8.6	9.4
22	7	8.8
23	6.2	6.4
24	5.6	7
PROMEDIO =>	7.7	7.5

Figura 5.1: Promedio de aprovechamiento 2011. Escuela Secundaria No. 77. Grupo 1o. B Turno Matutino.

Escuela Secundaria No. 77. Grupo: 1o. B.					Nivel: 1-Bajo, 2-Medio	
Encuesta de artefactos tecnológicos por estudiante						
Estudiante	Cuenta con artefacto tecnológico				Situación de los papas	
No.	Tel. Casa	Celular	PC / Tablet	Internet	Nivel Eco.	Escolaridad / Ocupación
1	0	1	1	1	2	Obrero
2	0	1	0	0	1	Obrero
3	1	1	1	1	2	Obrero
4	0	1	0	0	1	Chofer
5	1	1	1	1	2	Pensionado
6	1	1	1	1	2	Pensionado
7	0	1	0	0	1	-----
8	0	1	0	0	1	Albañil
9	1	1	1	1	2	Pensionado
10	0	1	0	0	1	Obrero
11	0	1	0	0	1	Ama de casa
12	0	1	0	0	1	Intendente
13	1	1	1	1	2	Taxista
14	1	1	1	0	1	Pintor
15	0	1	0	0	1	Secundaria
16	0	1	0	0	1	Ama de casa
17	0	1	0	0	1	Albañil
18	1	1	0	0	1	Secundaria
19	0	1	1	0	1	Preparatoria
20	0	1	0	0	1	Secundaria
TOTAL =>	7	20	8	6	14 de 1, 6 de 2	

Figura 5.2: Uso de artefactos tecnológicos 2011. Escuela Secundaria No. 77. Grupo 1o. B Turno Matutino.

Figura 5.3: Construcción de "Mi primer patrón".

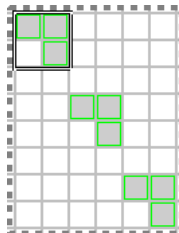
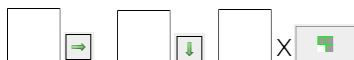


Figura 5.4: Mi primer patrón. Movimiento del "Bloque de construcción" para generar el patrón.



- El cálculo de mosaicos de cada patrón lo apuntará en la hoja de respuestas en la actividad. Además, identificará visualmente y cuantitativamente el total de mosaicos involucrados de los patrones.
- Identificará elementos concretos del patrón: mosaico, bloque, número de repeticiones del bloque, constante, objeto variable,

Preguntas:

- 1.- ¿Qué cantidad deben colocar en cada una de las entradas de números para construir cada uno de los patrones en a), b) y c)?, ver figura (5.3)
- 2.- Hagan que los mosaicos se rellenen del color seleccionado. Coloquen en la casilla que corresponde, el número total de mosaicos que conforman todo el patrón en cada uno de los tres casos anteriores.
- 3.- Desbloqueen los números que se indican en la siguiente tabla y respondan las preguntas: ¿Qué cambia? ¿Qué no cambia?

Descripción.

Los puntos 1.-a), b) y c) tratan sobre la creación de un "*bloque de construcción*" de tres mosaicos como se muestra en la siguiente figura,



los estudiantes deben de utilizar el software *eXpresser*[21] para construir el patrón y escribir su resultado en la casilla de la hoja de la actividad. En cada inciso se pide al

estudiante analizar y construir con el bloque definido un patrón que genere la figura completa.

Para construir, el bloque debe quedar acomodado en la siguiente posición (ver el segundo bloque en la (figura 5.3) del patrón del inciso), entonces el estudiante debe analizar la nueva posición del bloque y verificar ¿cuántos saltos de mosaico se debe desplazar hacia la derecha) y también cuántos saltos hacia abajo (figura 5.4). Enseñada pide llenar el número de veces que el bloque se va a repetir para que se genere la figura. Para esta situación se ocupan dos saltos hacia la derecha y tres para abajo. En los puntos 2.-a), b) y c). Se pide que llenen la casilla calculando el número total de mosaicos de la figura; si la respuesta es la correcta los mosaicos del patrón se colorean en la ventana “*Mi Mundo*”. El enfoque de este inciso es que utilicen los datos anteriores del inciso 2.-c) para calcular el total de mosaicos del patrón.

En los puntos 3.-a), b). Se pide desbloquear el “*botón*” para el número de veces que el bloque se va a repetir y también el “*botón*” para el desplazamiento horizontal. Lo anterior para observar que pasa en las ventanas “*Mi Mundo*” y “*Mundo General*”.

En la figura (5.5) se presenta una tabla con los resultados obtenidos y adicionalmente se presenta el análisis para cada uno de los grupos más relevantes.

5.3. Análisis de respuestas

En el desarrollo de la actividad presentada por los estudiantes, la pregunta 3 incluyendo sus incisos trata sobre respuestas abiertas con cierto sentido de ambigüedad, sin embargo se pretende que el estudiante se involucren con las propiedades de los elementos: Botón desbloqueado el número, visualización en “*Mi Mundo*” y el “*Mundo General*”.

Grupo 1.- Las preguntas 1 y 2 las cuales definen la construcción de la figura; para este caso los grupos 1,2,3,4,5 y 7 la realizaron completamente (ver figura 5.5). El grupo 1 respondió muy bien, la pregunta 3 tal como se muestra en la descripción.

¿Qué cambia? *Se multiplica los cuadros en mi mundo general.*

¿Qué no cambia? *En mi mundo no cambia nada.*

Grupo 2.- Son confusas las respuestas a las preguntas 3-a) y 3-b), esto no significa que sea una respuesta incorrecta, el grupo pudo estar trabajando sobre la figura 1b por que es donde el patrón no desplaza a la derecha. En 3-a) es factible la respuesta por que se refiere a la figura en “*Mi Mundo*”.

Pregunta 3-a:

¿Qué cambia? *Cambia el número por que es cuatro y aparece 2.*

¿Qué no cambia? *No cambia la figura de los mosaicos.*

Pregunta 3-b:

¿Qué cambia? *El número 2 por que son 0 a la derecha.*

¿Qué no cambia? *El dibujo de la flecha.*

Escuela Secundaria n. 77																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										</
--------------------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	----

Grupo 3.- Como en el grupo 1 resuelven las preguntas 1 y 2. En la pregunta 2 responden con razonamiento muy corto. No sabemos si se refieren a la cantidad de repeticiones del bloque de construcción al contestar "Los bloques" y en la segunda respuesta a la definición de la figura en "*Mi Mundo*".

¿Qué cambia? *Los bloques.*

¿Qué no cambia? *Los mosaicos.*

Grupos 4 Y 5.- Resuelven como en grupo 1 las preguntas 1 y 2. No respondieron la Pregunta 3.

Grupo 6.- No resuelven 1-a, se equivocan en la construcción de la primera figura.

¿Qué cambia? *Los números de bloques y el color de los mosaicos y cambia el patrón.*

¿Qué no cambia? *El número de mosaicos.*

En la descripción que realizan sobre la primera pregunta, el razonamiento es el adecuado si es que están viendo la ventana "*Mundo General*", justo al momento de haber desbloqueado el elemento 4X(Bloque de construcción). La segunda respuesta es acertada por que se refieren a la ventana en "*Mi Mundo*".

Grupo 7.- Resuelven como en el grupo 1 las preguntas 1 y 2.

Pregunta 3-a:

¿Qué cambia? *Cambia el número de bloques, el patrón y los mosaicos.*

¿Qué no cambia? *El número de la multiplicación y el de arriba.*

Pregunta 3-b:

¿Qué cambia? *Se recorre dos cuadritos.*

¿Qué no cambia? *El número de mosaicos.*

Al realizar la acción de desbloquear el número 4 del bloque de construcción, el movimiento en "*Mundo General*" genera dinámicamente valores; esto se puede traducir en la observación que presentan los estudiantes para la respuesta en 3-a y en 3-b reafirman lo observado.

Grupo 8.- No resuelven 1-b se equivocan en la construcción de la segunda figura. Tuvieron problema para visualizar cuantos mosaicos deberían desplazar a la derecha, en este caso ninguno.

Pregunta 3-a:

¿Qué cambia? *Los colores y que lo podemos hacer sin arrastrar el número.*

¿Qué no cambia? *El número.*

Pregunta 3-b:

¿Qué cambia? *Los colores y que lo podemos hacer sin arrastrar el número.*

En la respuesta 3-a1 están viendo el coloreado de los mosaicos, sin embargo no se entiende que quieren decir con "... sin arrastrar el número". En 3-a2 es respuesta acertada si se refieren a la ventana en "*Mi Mundo*".

Grupo 9.- No resuelven 1-c se equivocan en la construcción de la segunda figura, tuvieron problema con el número de repeticiones del bloque.

Pregunta 3-a:

¿Qué no cambia? *No se ponen azules por que no es la cantidad correcta.*

Pregunta 3-b:

¿Qué cambia? *El número de bloques.*

¿Qué no cambia? *El número de mosaicos no cambia o se aumentan.*

En “*Mi Mundo*” el número de mosaicos son fijos para esta actividad y en el “*Mundo General*”, la respuesta en 3-b es acertada por que al generar “Play” este realiza test sobre valores aleatorios, sin embargo podría haber ambigüedad en la respuesta para entender entre el número de mosaicos y el número de bloques.

Grupo 10.- No resuelven 1-b se equivocan en la construcción de la segunda figura.

Pregunta 3-a:

¿Qué cambia? *Los cuadros de la derecha.*

¿Qué no cambia? *Los cuadros de la izquierda.*

Pregunta 3-b:

¿Qué cambia? *Las veces que se repite.*

¿Qué no cambia? *Los números.*

Las respuestas en 3-a, podemos simplemente ubicarlas como las dos ventanas “*Mi Mundo y Mundo General*”. En su lenguaje cumplieron con la respuesta. En 3-b1 considerando al bloque de construcción, la respuesta esta bien planteada.

Grupo 11.- Similar que el grupo 9, fallan en 1c, tampoco resuelven 2-c ¿Cuántos mosaicos?, esta define el total de mosaicos de la figura. La mayoría de los grupos pudieron simplemente contar los mosaicos de la manera tradicional de uno en uno según la figura (5.5) y poner la respectiva respuesta. Las demás respuestas en 3-a y 3-b son muy ambiguas, a continuación se presentan para referencia:

Pregunta 3-a:

¿Qué cambia? *El número.*

¿Qué no cambia? *El número.*

Pregunta 3-b:

¿Qué cambia? *Con el 2.*

¿Qué no cambia? *La flecha.*

Grupo 12 y 13.- No resuelven 1-b y 1-c, se equivocan en la construcción de dos figuras, pero acertaron en cada uno del cálculo del total de mosaicos, lo cual sugiere que realizaron un simple conteo en la figura (5.5). La respuesta del grupo 12 para 3-a y 3-b es similar al grupo 10. El grupo 13 no contestó la pregunta 3.

Pregunta 3-a:

¿Qué cambia? *Cambia el color del contorno.*

¿Qué no cambia? *Que no cambia el número.*

Pregunta 3-b:

¿Qué cambia? *El color del contorno.*

¿Qué no cambia? *El número.*

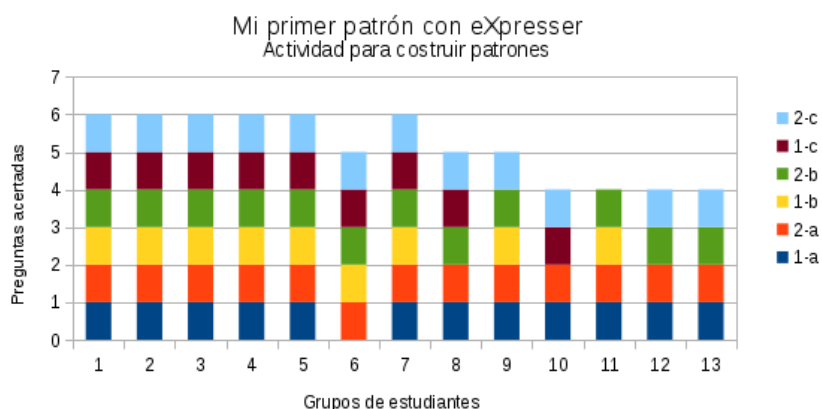


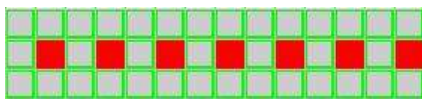
Figura 5.6: Mi Primer Patrón. Estadístico de aprovechamiento del aplicativo.

En resumen, la creación de una figura depende de definir el bloque de construcción y luego para construir el patrón se requiere el desplazamiento horizontal y vertical así como también el número de repeticiones del bloque de construcción con el cual se va a pintar. El llenado de cada una de las variables que se piden en los incisos de la actividad, le permiten al estudiante la opción de plantear la solución de dos formas, de la manera tradicional (con lápiz y papel) y la otra, mediante la utilización del software de computadora.

En la figura (5.6) se muestran los aciertos de las preguntas 2a, 2b y 2c realizadas en la actividad. Estas pudieron ser medibles acorde la definición de cada inciso involucrado; se asignó cero a cada respuesta incorrecta y uno a cada correcta. Del cuadro mencionado se desprende que un alumno típico, presenta un aprovechamiento de 85.9% el cual se calcula como sigue: de un total de 6 preguntas, 6 grupos acertaron 6, 3 grupos acertaron 5, 4 grupos acertaron 4.

5.4. El Sendero

Se pide construir un patrón utilizando mosaicos de color rojo y verde como el que se muestra en la siguiente figura (para más detalles verificar la actividad completa en A.2).



En el manejo de eXpresser, el estudiante deberá familiarizarse con los componentes y el entorno gráfico para identificar los elementos internos del software que va a utilizar como herramienta base de esta actividad. Además de introducirlo en el análisis de los patrones para que experimente con la creación de alguna fórmula que refleje el total de mosaicos de la figura.

Objetivos.

- En base a la destreza e iniciativa del estudiante, deberá construir una figura basada en dos o más patrones.
- Con los bloques definidos, creará los patrones propuestos en la actividad y a partir de esto deducirá relaciones numéricas por cada patrón.
- El cálculo de mosaicos de cada patrón lo apuntará en la hoja de respuestas en la actividad. Es decir, deberá crear alguna fórmula que represente a cada patrón.
- Además, identificará visualmente y cuantitativamente el total de mosaicos involucrados de los patrones para que el diseño se coloreé.
- Describirá con palabras propias como llego a calcular el total de mosaicos de la figura involucrando los patrones construidos.
- Identificará el inicio del manejo de expresiones con valores literales.

En la tabla (5.7) se muestran los resultados obtenidos y adicionalmente se realiza el análisis para cada uno de los grupos más relevantes.

Desarrollo actividades de los grupos. En la mayoría, se da seguimiento a las preguntas (5, 6, 7, 8, 9 y 10). Los estudiantes deben relacionar ambos patrones rojos y verdes, con el desbloqueo del número de repeticiones y la asignación de una literal X , hay que encontrar la expresión que relacione ambos patrones. A continuación se presenta las preguntas de la actividad y en la respuesta de cada grupo, se hace referencia al número correspondiente.

Preguntas:

P5.- Si hay 7 mosaicos **rojos** ¿cuántos mosaicos **verdes** hay?

Escuela Secundaria n. 77. Grupo: 1o. B.										Fecha: 25-10-2010
Actividad: EL SENDERO										
GRUPO				FORMULA	¿MOSAICOS VERDES?					DESCRIPCIÓN DE FÓRMULA
No. preg.	5	6	7	8	9					10
valor	7	12	7		1	7	11	15	20	8
1	30	50	5		5	35	55	75	100	Multiplicando los rojos por 5 por que un bloque es de 5 verdes
2	35	65	5		5	35	55	75	100	Multiplicando
3	35	60	5	X(7)X5	5	35	55	75	100	Por que 5 mosaicos verdes son los que rodean 1
4	14	23	34		3	14	22	75	40	Multiplicando
5	25	28				25				
6	35	28								
7	28	48	4		4	28	44	60	80	Multiplicando el número de mosaicos rojos por 4
8	35	4	35		35	70	100	135	170	Pues empezamos a multiplicar y se colorearon
9	35	60	5		2	14	21	25	40	Se multiplican los verdes por 6
10	35	24	5		3	14	22	30	40	Multiplicandolo por el rojo o el número de mosaicos verdes multiplicarlo por 5
11	7	48	4		0	0	0	0	0	

Figura 5.7: Datos de actividad el Sendero. Estadístico por grupos.

P6.- Si hay 12 mosaicos **rojos** ¿cuántos mosaicos **verdes** hay?

P7.- ¿Cuál es el número por el que hay que multiplicar el valor de X para obtener el total de mosaicos verdes?

P8.- Escriban la fórmula completa para calcular el número de mosaicos verdes.

P9.- Llenar la tabla usando la fórmula anterior:

P10.- ¿Cómo se puede calcular el número de mosaicos verdes cuando conocemos el números de mosaicos rojos?

5.5. Análisis de respuestas

Grupo 1.

Respuestas:

P5.- 30.

P6.- 50.

P7.- 5.

P9.-

Mosaicos rojos	1	7	11	15	20
Mosaicos verdes	<u>5</u>	<u>35</u>	<u>55</u>	<u>75</u>	<u>100</u>

P10.- Multiplicando los rojos por 5 por que un bloque es de 5 verdes.

Crearon un bloque de construcción de 5 mosaicos en forma de la letra "C" como se muestra en la figura (5.8). En las preguntas 5, 6, y 7 realizaron varios intentos de cálculo y se equivocaron en las dos primeras, en la respuesta de la pregunta 7 asignan

Figura 5.8: Actividad el Sendero. Bloque de construcción de 5 mosaicos.



el valor de 5 al bloque de construcción, respuesta correcta por que que siguieron con el patrón de cinco mosaicos verdes para rodear un rojo. Esto lo reafirman con la explicación que describen de la fórmula y los cálculos adicionales que realizaron en la tabla 9 confirman que entendieron el desarrollo de la actividad.

Grupo 2.

Respuestas:

P5.- 35.

P6.- 65.

P7.- 5.

P9.-

Mosaicos rojos	1	7	11	15	20
Mosaicos verdes	<u>5</u>	<u>35</u>	<u>55</u>	<u>75</u>	<u>100</u>

P10.- Multiplcando.

Por los valores establecidos en su tabla, definen la construcción de un bloque de 5 mosaicos (5.8) como el del grupo 1. La descripción que nos dan para llegar a la fórmula no la detallan, por que en la pregunta 10 solo escriben la palabra “*Multiplcando*”. Excepto la respuestas en la no. 6, definieron perfectamente todos los cálculos siguientes realizando exitosamente con el bloque de construcción de cinco mosaicos.

Grupo 3.

Respuestas:

P5.- 35.

P6.- 60.

P7.- 5.

P8.- $X(7)X5.$

P9.-

Mosaicos rojos	1	7	11	15	20
Mosaicos verdes	<u>5</u>	<u>35</u>	<u>55</u>	<u>75</u>	<u>100</u>

P10.- Por que 5 mosaicos verdes son los que rodean 1.

Crearon un bloque de construcción igual que el grupo 1. Establecen bien sus respuestas en toda la actividad e intentan desarrollar una fórmula pero con valores constantes para el caso de 7 mosaicos rojos. Con la respuesta de la pregunta 10 (ver figura 5.7), se entiende que comienzan a diferenciar entre el bloque y las repeticiones del mismo; por que tuvieron que cambiar valores para calcular los datos de la tabla. Lo anterior nos puede dar un indicio de la utilización del software en relación con el entendimiento de la construcción de patrones y la relación con una expresión algebraica.

Con relación a la fórmula (5.1) que escribieron para la pregunta 8,

$$X(7)X5 \quad (5.1)$$

No podemos considerarla como una expresión formal por que es entendible la falta de experiencia para construir la expresión, sin embargo, la explicación de su fórmula y los datos que establecieron en la tabla 9 en la que “barrieron el patrón” para diferentes valores (11,7,11,15,20), hacen ver la iniciación en el software como parte del entorno para comprender los elementos visuales (Por ejemplo la propiedad del “*mosaico visual*” en el caso del número 7 de nombre X).

Grupo 7.



Respuestas:

P5.- 28.

P6.- 48.

P7.- 4.

P9.-

Mosaicos rojos	1	7	11	15	20
Mosaicos verdes	<u>4</u>	<u>28</u>	<u>44</u>	<u>60</u>	<u>80</u>

P10.- Multiplicando el número de mosaicos rojos por 4.

No esta claro como definieron el patrón, pero podría ser que estuvieran viendo un patrón con 4 mosaicos verdes, por ejemplo dos de arriba y dos abajo por cada rojo. Se equivocan en la fórmula por que esta la definen con una unidad menos del patrón de 5 mosaicos. Tampoco definen la fórmula analíticamente, pero en la descripción de la pregunta 10 escriben como base 4. Si verificamos los valores que dieron en la tabla, entonces todas las respuestas son correctas. Y es importante señalar que la actividad para este grupo la podemos considerar satisfactoria en el sentido de que manejaron los elementos necesarios para adentrarse en la actividad.

Grupos 8 , 9, y 10.

Solo el grupo 10 logra describir el desarrollo de la fórmula, los demás no lo hacen. Similarmente a los otros grupos, se observa que el desarrollo lo iniciaron “contando manualmente” el número total de mosaicos verdes para los 7 rojos de la figura. Siguiendo con la actividad, se equivocan en las repuestas de la tabla y en la definición de la fórmula por que no coinciden los valores para $X=5$.

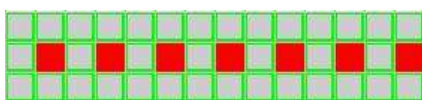
Para concluir con el esta actividad, es necesario comentar que los demás estudiantes (grupos 5, 6, 11 y 4, 12) solo intentaron contar los patrones pedidos, los últimos 2 solo escribieron su nombre, por lo mismo se considera que no realizaron la actividad. Por otra parte, en el momento de la actividad, el asesor debe estar atento para solventar las diferentes dudas y situaciones técnicas para prevenir desvíos innecesarios que los lleven a confusiones y por lo mismo a generar errores.

En el punto 8, no presenta ningún espacio para que el estudiante pueda realizar el llenado de sus conclusiones. Por lo mismo, se deduce que es el motivo de la falta de respuesta de los grupos.

5.6. El Sendero parte II

La actividad trata sobre la construcción de una figura basada en dos colores, para realizarla tendrán que construir dos patrones utilizando mosaicos de color rojo y verde. Similarmente que la primera parte de "El Sendero", la actividad tiene similares objetivos, pero se diferencia con la primera en lo siguiente:

- Se hace énfasis en el significado de la literal "P" del patrón para el número de repeticiones y su relación con los otros patrones.
- Se introduce el concepto de la literal "P" para que vinculen ambos patrones y encuentren una expresión que les permita realizar los cálculos posteriores en las tablas. La variedad de valores son para calcular los mosaicos verdes sabiendo los rojos o viceversa, con el objetivo de que el estudiante calcule, verifique, corrobore y visualice la construcción y capture los valores para experimentar la flexibilidad del software.



En la tabla(5.9) se presentan los resultados obtenidos, para el análisis del desarrollo, se consideran tres preguntas esenciales y adicionalmente se detalla para cada uno de los grupos más relevantes.

Preguntas:

P4.- Completen. P es el número de:

P6.- Completen. P indica el número de:

P9.- Escriban el número que falta enseguida: **Total de mosaicos verdes= __xP.**

5.7. Análisis de respuestas

Grupo 1. Crearon un bloque de construcción de 5 mosaicos verdes en forma de la letra "C" como se muestra en la figura (5.8).

Respuestas:

P4.- Mosaicos.

P6.- Multiplcado por otros mosaicos.

P9.- 5XP.

Escuela Secundaria n. 77. Grupo: 10. B										Fecha: 22-11-2010													
Actividad: El Sendero II										Pregunta 9 => Total de mosaicos verdes = X P													
GRUPO	¿Que es P?	¿Qué indica P?	Formula																				
No. preg.	4	6	7	8	9	CALCULAR COMO SE PIDA: ¿cuántos mosaicos verdes o rojos?																	
valor			7	12	X P	71	121	11	151	181	251	31	301	91	601	151	181	341	471	551	701	2001	5001
1	Mosaicos	Multiplicado por otros mosaicos	35	60	5	35	60	5	75	85	125	15	6	45	12	75	85	170	235	11	14	40	100
2	Mosaicos	Mosaicos y repeticiones	35	60	5	35	60	5	75	90	125	15	6	45	12	75	90	170	235	11	14	40	100
3	Mosaicos	Mosaicos y repeticiones	35	60	5	35	60	5	75	90	125	15	10	45	12	60	90	7	9	11	14	45	100
4	7	7	35	84	5	35	84	5	105	126	175	21	23	63	53	105	126	4	329	48	63	193	493
5	7 de mosaicos	mosaicos	35	60	35	35	70	4	245	27	5145	20	4	40	60	70	80	40	50	60	90	100	150
6	Mosaicos	cuadros	35	60	35	35	60	5	75	90	125	15	6	45	12	75	90	170	235	11	14	40	90
7	Mosaicos	Mosaicos	35	60	35	35	60	5	75	90	124	15	6	45	12	75	90	170	235	11	14	40	100
8	7	7	35	12	9	35	420	35	425	630	875	35	6	45	12	75	90	170	235	11	14	40	100
9	Mosaicos	Mosaicos y repeticiones	35	12	9	35	420	35	525	630	885	15	6	45	12	75	90	170	235	11	14	40	100
10	Cuadros	Cuadros	35	60	9	35	60	6				3	6	10	12	3	5						
11	Los mosaicos	Mosaicos	35	30	35	35	30	41	27	17	10	15	7	45	12	3	125	120	30	56	125	20	50
12	Mosaicos	Bloques	35	72	35	35	72	2	85	100	135	15	5	4	10	3	100	25	275	11	14	19	46.5

Figura 5.9: Datos de actividad el Sendero parte II. Estadístico por grupos.

- En los puntos 4 y 6 donde se pregunta lo que indica la literal “*P*”, los estudiantes explican de forma poco detallada, se equivocaron en los puntos 10-I-18r y 10-II-18r (ver figura 5.9). Y para realzar su desarrollo, en el punto 9 definieron perfectamente el valor para establecer la fórmula basada en los dos patrones. Todos los demás cálculos los hicieron exitosamente.
- Al haber aplicado la fórmula del punto 9 para cuando se les daba el dato de los rojos y se les pedía calcular los verde, debieron darse cuenta que en la relación se encontraba la forma para calcular los rojos dados los verdes.

Grupo 2 y 3.

Crearon un bloque de construcción de 5 mosaicos verdes como se muestra en la figura (5.8).

Respuestas:

P4.- Mosaicos.

P6.- Mosaicos y repeticiones.

P9.- 5XP.

- La respuesta a las preguntas 4 y 6 (ver figura 5.9) lo proponen muy bien y el llenado de las tablas 10-I, 10-II, 10-III esta bien calculado: en la descripción de su lenguaje les falta la parte formal. Al describir “Mosaicos y repeticiones”, nos están diciendo que entendieron lo que representa la literal “*P*” y al poner el valor de 5 en la pregunta 9, llegaron a la expresión pedida: *Total de mosaicos verdes = 5 x P*
- Nuevamente, en la primer tabla se pide que calculen los mosaicos verdes dados los rojos y en la segunda y tercera tablas también se pide que calculen los rojos dados los verdes o viceversa. El caso es que tuvieron que basarse en la misma expresión para realizar los cálculos pertinentes.
- El grupo 3 realiza muy bien el bloque 10-I donde se pide calcular el total de mosaicos verdes basado en los rojos. en el bloque 10-II y 10-III tiene problemas para calcular algunos verdes pero se le complica más el cálculo de valores con los rojos.

Observamos también que las preguntas 4 y 6 donde se pregunta sobre la literal “*P*”, tienen respuestas muy diferentes, les pudo confundir la descripción de cada pregunta: 4.-: (Completen: P es el número de _____. Completen: P indica el número de _____).

Lo anterior nos da indicio de que en la primera tabla no tuvieron tanto problema con calcular el total de mosaicos verdes basados en la sugerencia de la fórmula. Esto es por que en la expresión solo tuvieron que sustituir el valor pedido y multiplicar.

Cuando se les pide los mosaicos rojos a partir de los verdes, en la expresión tenían que realizar una división. Esto les causó mayor problema de resolver, tendrían que haber “visto” como despejar para llegar a la división.

El problema también hace entre ver en la expresión algebraica: la necesidad de que el estudiante comprenda los elementos involucrados; los mosaicos verdes, los mosaicos rojos y una constante que tiene que ver con el bloque de construcción, el número de repeticiones.

Grupos 4 y 8.

Crearon un bloque de construcción de 5 mosaicos verdes como se muestra en la figura (5.8).

Respuestas:

P4.- 7.

P6.- 7.

P9.- 5XP. (para grupo 4). 9XP. (para grupo 8).

- En las preguntas 4 y 6 asignaron el valor constante 7, no la descripción sobre lo que indica la literal “P” o en su caso, debieron describir que significa este valor constante.
- El grupo 4 en la pregunta 9, asigna el número 5 pero al aplicar la fórmula en las tablas siguientes, la mayoría de los valores pedidos los tiene erróneos excepto en dos incisos (10-I-7r y 10-I-1r).
- El grupo 8 en la pregunta 9, asigna el número 9 pero trabaja con una base de 35 para la tabla 10-I. Las demás tablas (10-II y 10-III) realizan acertadamente el cálculo de los valores con una base de 5. En este punto, es factible que la confusión para los valores 5 y el 35 se encuentre en el sentido de como se les planteo la expresión.
- Por las marcas pintadas en la figura de la actividad, se observa que solo contaron “manualmente” el bloque de construcción inicial de los mosaicos verdes y después el total de los mismos. Pero no lograron entender la expresión algebraica para generalizar el conteo de los mosaicos.

Grupos 6 y 7.

Crearon un bloque de construcción de 5 mosaicos verdes como se muestra en la figura (5.8).

Respuestas:

P4.- Mosaicos.

P6.- Cuadros. (para grupo 6). Mosaicos. (para grupo 7).

P9.- 35XP.

- En toda la actividad los dos grupos difieren solo en dos puntos; en la pregunta 6 y en el valor del inciso 10-III-6 (ver tabla 5.9), en la fórmula de la pregunta 9, escriben la misma respuesta con el valor erróneo 35 para el número de mosaicos del bloque (el valor correcto es 5). La mayoría de los puntos de las tablas están bien contestados. Entonces, podemos considerar que los dos grupos realizaron bien las operaciones utilizando la fórmula adecuada o pudo suceder que alguno de ellos intercambio la información.

Grupo 9 .

Crearon un bloque de construcción de 5 mosaicos verdes como se muestra en la figura (5.8).

Respuestas:

P4.- Mosaicos.

P6.- Mosaicos y repeticiones.

P9.- 9XP.

- El grupo 9 contó nueve cuadritos verdes al rededor de un rojo u 8 verdes mas el rojo. Tienen errónea la fórmula de la pregunta 9 por que para el cálculo de los valores en las tablas, se equivocan en 10-I, pero no así en 10-II y 10-III; están son correctas si se utiliza una base del bloque de 5 mosaicos (similar al grupo 8). Entonces, esto no es consistente con los datos base de la expresión propuesta.

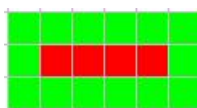
Grupos 5,10,11 y 12 .

- Los grupos no logran definir la relación para el cálculo del total de mosaicos. Por lo que los números subsecuentes no están bien calculados. Los valores que se piden en la primera tabla son más fácil de calcular que en las tablas restantes por que en en estas últimas se pide calcular ambos colores. El grupo 10 no termina la practica y en los restantes grupos 5,11,12 y 13 tienen erróneo el valor 35 en la fórmula del punto 9, no da mucha información las respuestas en las preguntas 4 y 6. Las 7, 8 y 10-I-7r tienen errores de legibilidad y no se entiende como llegan al resultado.

Desde el principio la actividad guía paso a paso al estudiante para que construya e interactúe con el software. A medida que avanza en los puntos, se le pide responda a las interrogantes de la misma. Por ejemplo, en las preguntas 4 se le pregunta sobre lo que significa la letra “ P ” para los mosaicos rojos y en la 6 lo que significa la misma letra “ P ” para los mosaicos verdes; por la razón de que han creado dos patrones para cada color. Básicamente la letra “ P ” se refiere al número las repeticiones del bloque de construcción. Sin embargo, sólo 4 grupos describen el concepto de lo que significa la literal “ P ”, el resto habla implícitamente de mosaicos para la interrogante, un concepto razonable para su entendimiento y propio lenguaje.

5.8. El Jardín con rosas

La actividad trata sobre la construcción de una figura basada en dos colores. Para realizarla tendrán que construir un patrón que represente una jardinera llena de rosas rojas, rodeada de césped, como se muestra en la figura siguiente.



En el manejo de eXpresser, el estudiante deberá familiarizarse con los componentes y el entorno gráfico para identificar los elementos internos del software que va a utilizar como herramienta base de esta actividad. Además de introducirlo en el análisis de los patrones para que experimente con la creación de alguna fórmula que refleje el total de mosaicos de la figura

Objetivos.

- En base a la destreza e iniciativa del estudiante, deberá construir una figura basada en dos o más patrones.
- Con los bloques definidos, creará los patrones propuestos en la actividad y a partir de esto deducirá relaciones numéricas por cada patrón.
- El cálculo de mosaicos de cada patrón lo apuntará en la hoja de respuestas en la actividad. Es decir, deberá crear alguna fórmula que represente a cada patrón
- Además, identificará visualmente y cuantitativamente el total de mosaicos involucrados de los patrones para que el diseño de coloreé, así como las observaciones cuando el modelo cambia de tamaño.
- Describirá con palabras propias como luego a calcular el total de mosaicos, la búsqueda y deducción de alguna expresión que represente el modelo.
- Identificará el inicio del manejo de expresiones con valores literales.

Preguntas:

En la tabla(5.10) se presentan los resultados obtenidos, para el análisis del desarrollo, se consideran tres preguntas esenciales y adicionalmente se detalla para cada uno de los grupos más relevantes.

d).- Si se quiere que la jardinera pueda cambiar de tamaño **sin modificar su forma** ¿qué debemos hacer?

f).- Deduzcan y escriban una fórmula para calcular e número de mosaicos en **total** que se necesitan para hacer cualquier jardinera.

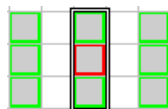
g).- Comprueben que su fórmula esté correcta.

Mosaicos rojos	1	2	3	4	5
Mosaicos verdes					
TOTAL					

5.9. Análisis de respuestas

Grupo 1.

Construyen un patrón vertical de 3 mosaicos con un rojo en medio mas dos verdes ubicados arriba y abajo, luego anexan de forma fija a los lados dos bloques verticales de color verde de 3 mosaicos.



Respuestas:

d).- Debemos hacer una copia de los mosaicos rojos. Pasarlos a los verdes para modificarlo para que todo cambie.

f).- El número de mosaicos rojos multiplicados por 3 para los verdes que están arriba y abajo más 6 por lo que quedan en los laterales.

g).-

Mosaicos rojos	1	2	3	4	5
Mosaicos verdes	<u>8</u>	<u>10</u>	<u>12</u>	<u>14</u>	<u>16</u>
TOTAL	<u>9</u>	<u>12</u>	<u>15</u>	<u>18</u>	<u>21</u>

- En la definición de la fórmula realizaron varias pruebas con el software. Se entiende como un proceso para experimentar una idea implícita y ligar el patrón o patrones con el manejo del software, la cual previamente ya han realizado a través de actividades anteriores.
- Aplican correctamente la fórmula para calcular el total de mosaicos. La expresión no la especifican en forma algebraica, sin embargo, a continuación vamos a interpretar en alguna expresión basados en la descripción de su desarrollo:

Escuela Secundaria N. 77. Grupo: 10. B										Fecha: 170-02-2011																						
Actividad: EL JARDIN CON ROSAS_I.																																
Grupo	Mi Mundo		Mundo general		Describir		Tabla M.Verdes		Deducir		Tabla total		Tabla1: mosaicos verdes					Tabla2: total de mosaicos					Descripción: cambio de tamaño del jardín					Descripción: deducción de fórmula				
	ID	b	c	d	e	f	g	e), g)					g)					d)					f)									
Valores								1	2	3	4	5	1	2	3	4	5															
1	1	0	1	1	1	1	1	8	10	12	14	16	9	12	15	18	21	Debemos hacer una copia de los mosaicos rojos. Pasarlos a los verdes para modificarlo para que todo cambie.					El número de mosaicos rojos multiplicados por 3 para los verdes que están arriba y abajo más 6 por lo que quedan en los laterales.									
2	0	0	0	1	0	1	8	10	12	14	16	9	12	15	18	21	21	Cambiar el número desbloqueado para que la jardinería solo se haga más grande o más pequeña, en las ventanas de propiedades que quedo al final.					Total de mosaicos (8) y y cada ves que vaya aumentando va ir aumentando 2 por cada uno que aumente, por decir si hay un espacio para las rosas para cubrirlas, necesito ocho, obvio que para el segundo aumento 2, que son los que hacen falta.									
3	1	0	1	1	1	1	8	10	12	14	16	9	12	15	18	21	21															
4	0	0	0	1	0	0	4	8	12		16																					
5	0	0	0	0	1	0	16	32	48		64	80	16	64	144	256	400						1xX?									
6	1	0	1	1	1	0	8	10	12	14,16	16,18							Desbloquear los números y darle a otros una propiedad					Total de <u>cuadritos</u> verdes: 4 + 4 + 2X3 = 26									
7	1	0		1	1	1	8	10	12	14	16	9	12	15	18	21	21	Desbloquear los números					1=8, 2=10 por que ponen alrededor									
8	0	0	0	0	0	0	14	28	42		56	70	18	32	46	60	74															
9	0	0	1	1	1	1	8	16	24		32	40	9	18	27	36	45	Desbloquear los números de todos los bloques <u>constru</u> ...					1xX, 2? y									
10	1	0	1	1	1	0	14	4	6		8	10						Desbloquear los números					Primero cuentas los mosaicos, del patrón que era.. y luego los sumas									
11	0	0	0	1	0	1	9	12	13	14	17	10	14	16	18	22	22															

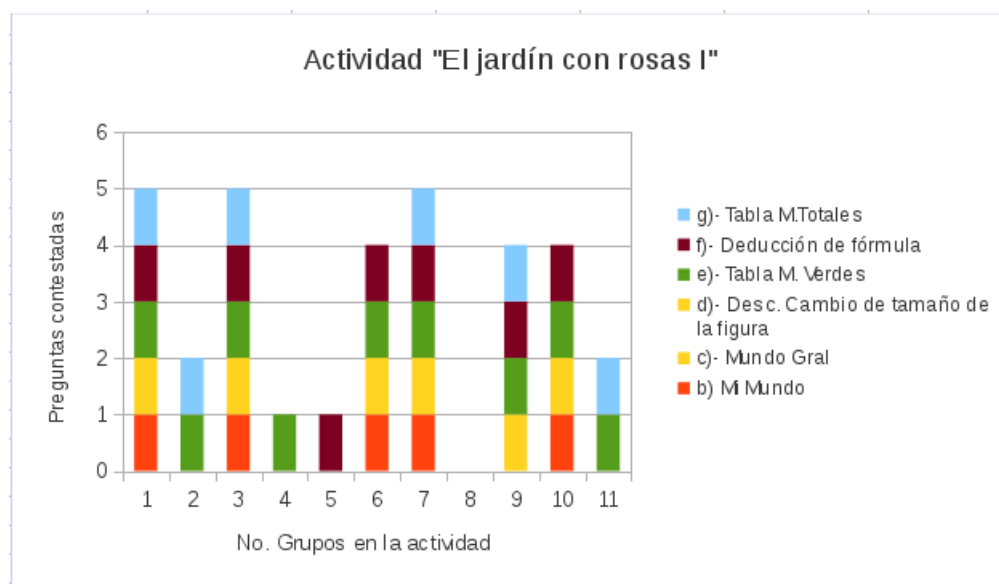


Figura 5.11: El Jardín con Rosas I. Preguntas contestadas por grupo.

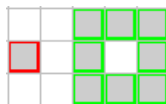
“El número de mosaicos rojos multiplicados por 3 para los verdes que están arriba y abajo más 6 por lo que quedan en los laterales”.

$$PX3 + 6 \quad (5.2)$$

donde "P" lo interpretamos como *el número de mosaicos rojos*.

Grupo 3.

Visualizan dos patrones, uno con un mosaico rojo y el otro de 8 mosaicos verdes rodeando al rojo.



Respuestas:

d).- *“Cambiar el número desbloqueado para que la jardinera solo se haga más grande o más pequeña, en las ventanas de propiedades que quedó al final.*

f).- *“Total de mosaicos (8) y cada ves que vaya aumentando va ir aumentando 2 por cada uno que aumente, por decir si hay un espacio para las rosas para cubrirlas, necesito ocho, obvio que para el segundo aumento 2, que son los que hacen falta.”*

g).-

Mosaicos rojos	1	2	3	4	5
Mosaicos verdes	8	10	12	14	16
TOTAL	9	12	15	18	21

- La respuesta que dieron en d) describe la forma como entendieron para cambiar el tamaño de la figura. Esta enfocada en la utilización del software y no de una expresión matemática:
- La pregunta f) donde se les pide “deducir y escribir” la entendieron solo como “describir” la fórmula. Quizá haya confusión cuando explican como calcular el total de mosaicos, porque esto lo realizan para calcular el total de verdes en función de los rojos. Nuevamente, si quisiéramos deducir una expresión, utilizando la descripción en f) esta quedaría de la siguiente forma:

$$(8 + R) + 2 \quad (5.3)$$

donde “ R ” lo interpretamos como *el número de mosaicos rojos o espacios para cubrir con mosaicos verdes*.

- Realizan correctamente las operaciones para calcular los mosaicos verdes como lo demuestran los valores en la tabla g), también el cálculo total de rojos mas verdes, pero no definen una expresión.

Grupos 5 y 9.

- El grupo 5 basa el patrón en el número 16, por referencia en los datos que llenaron en la tabla g). No logran realizar ni escribir la fórmula excepto las siguientes expresiones:

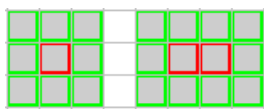
$$1_{\text{¿}}x? \quad (\text{para grupo 5}) \quad (5.4)$$

$$1x_{\text{¿}}? \quad (\text{para grupo 9}) \quad (5.5)$$

- La expresiones (5.4, 5.5) muestran la gran dificultad a que se enfrenta el estudiante al tratar de definir una expresión que involucre los elementos como son las literales, constantes y operaciones básicas para que en base a la practica le permitiera formalizar en alguna expresión algebraica.

Grupos 6 y 7.

Para un mosaico rojo, rodean y cuenta el total de verdes, para dos rojos similarmente cuentan rodeando los rojos con verdes. La definición del patrón lo realizan como se muestra en la siguiente figura.



Respuestas:

d).- “Desbloquear los números y darle a otros una propiedad” (para grupo 6).
 ”Desbloquear los números” (para grupo 7).

f).-“Total de cuadritos verdes: $4 + 4 + 2X3 = 26$ ” (para grupo 6). “ $1=8$, $2=10$ por que ponen alrededor” (para grupo 7).

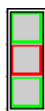
- Similarmente al desarrollo de otros grupos, toman como base del patrón el número 8 y lo van multiplicando por el número de rojos, entonces, los cálculos para los valores de las tablas es correcta.
- La respuesta en d) es válida porque en la dinámica de la utilización del software, “desbloquear” es precisamente la acción que nos permite cambiar de tamaño la jardinera. Y por el lado del asesor, hubiéramos querido una respuesta más algebraica, enfocada al desbloqueo como la asignación de una literal y con esta ligar con el número del bloque base (o constante), y por último encontrar una expresión para el total de mosaicos.
- La respuesta en f) del grupo 7 es más clara que la del grupo 6 por que al describir “ $1=8$ ” se refieren al bloque de construcción base, observan que para 1 mosaico rojo 8 lo rodean, similarmente para “ $2=10$ ”.

Grupos 11 y 8.

- El grupo 8 hizo el cálculo sobre toda la figura, entonces el patrón mínimo se refiere a 4 rojos y por tanto cuentan que los verdes son 14, para calcular los demás números incrementas en 14. Tal vez crearon el patrón pensando en cuatro rojos, pero aún así, no calcularon el número exacto de verdes, aún menos la suma de rojos más los verdes. El grupo 11 realizó la base del patrón con 9 mosaicos verdes, se equivocaron en una unidad. ambos grupos no respondieron d) y f) sobre la descripción de la fórmula.

Grupo 10.

Construyen un patrón vertical de 3 mosaicos con un rojo en medio mas dos verdes ubicados arriba y abajo.



Respuestas:

d).- “Desbloquear los números.

f).-“Primero cuentas los mosaicos, del patrón que era . . y luego los sumas.

g).-

Mosaicos rojos	1	2	3	4	5
Mosaicos verdes	14	4	6	8	<u>10</u>
TOTAL					

- En la definición del primer patrón, cuentan todos los mosaicos verdes de la figura definida para la actividad; de ahí el número 14. Sin embargo en el llenado de la tabla g), a partir de 2 rojos utilizan el patrón anterior (1 rojo para dos verdes),
- Omitiendo el primer valor para 1 rojo de la tabla anterior, los valores son correctos a partir del 2, siempre que se utilice el patrón que ponen de muestra. Se sobreentiende que para la figura pedida de la actividad, esto no es correcto por que en el patrón que ellos proponen, les faltó anexar las columnas de 3 mosaicos verdes en ambos lados. Pero es considerable en general el desarrollo que realizaron en la búsqueda del patrón para definir una fórmula.
- Por último, en la descripción de d) y f) cumplen con el desarrollo estándar que ha realizado todo el grupo de estudiantes.

Realizando un balance sobre la actividad realizada con la figura (5.11) entonces se observa lo siguiente:

- Solo 6 grupos completaron la actividad, de estos 4 no respondió 2 incisos. A todos les faltó definir una pregunta, esta se refiere a la actividad en el "*Mundo General*", tal vez pudieron lograrlo pero con el contenido de las hojas no lo podemos saber.
- 4 grupos solo respondieron 2 preguntas. Estas se refieren a las tablas en las que se pedía al cálculo de los mosaicos verdes y los totales. Esto significa que solo estuvieron analizando la figura y calculando tradicionalmente los valores sin adentrarse completamente en el software.
- Algunos grupos dibujan diagramas con lápiz y papel para analizar el comportamiento de ir variando los rojos. Tal vez no utilizaron completamente el software pero si se enfocaron en el análisis y cálculo tradicional sobre la hoja de la figura en la actividad.
- No responden los incisos d) y f), los cuales permiten entender el razonamiento y sus respuestas para el cálculo de las tablas pedidas. Aunque no definieron ni comentaron la fórmula, hacen ver valores correctos en los datos de las tablas e) y g) y algunos encuentran los valores del total de mosaicos.

5.10. El Jardín con rosas II

Como en la actividad anterior del jardín con rosas, el estudiante tendrá que construir un patrón que represente una jardinera llena de rosas rojas, rodeada de césped, como se muestra en la figura siguiente.



Para realizarla tendrán que construir dos patrones utilizando mosaicos de color rojo y verde. Como la primera parte de "El Jardín con rosas", la actividad tiene similares objetivos, pero se diferencia con la primera en lo siguiente:

- Se hace énfasis en el significado de una literal "X" que identifique el número de repeticiones y su relación con los otros patrones.
- Se introduce la idea para que asignen cualquier literal a la definición del patrón para vincular ambos patrones y encuentren una expresión que les permita realizar los cálculos posteriores en las tablas. La variedad de valores son para calcular los mosaicos verdes sabiendo los rojos, con el objetivo de que el estudiante calcule, verifique, corrobore y visualice la construcción y capture los valores para experimentar la flexibilidad del software.
- El estudiante debe construir una fórmula en forma de una expresión y explicar como llega a realizarla.

En la tabla(5.10) se presentan los resultados obtenidos para el análisis posterior del desarrollo presentado, se presentan algunas preguntas esenciales y adicionalmente se detalla para cada uno de los grupos.

Preguntas:

1.- b).- Llene las siguientes tablas en la que el número de mosaicos rojos está cambiando.

Mosaicos rojos	1	2	3	4	5		12	27	48	121	5532
Mosaicos verdes											

1.- c).- Describe con palabras, ¿cómo se puede calcular el número de mosaicos verdes si sabemos cuántos mosaicos rojos hay?

2.- Escriban la(s) operación(es) que realizaron para calcular el número de mosaicos verdes de la tabla anterior.

3.- Escribe una fórmula para calcular el número de mosaicos verdes para cualquier número de rojos que se tenga.

5.11. Análisis de respuestas

Grupos 1 y 3.

Respuestas:

1.- b).

Mosaicos rojos	1	2	3	4	5		12	27	48	121	5532
Mosaicos verdes	8	10	12	14	16		30	60	102	248	1170

1.- c) Sumando alrededor de los mosaicos rojos multiplicando y restando.

Figura 5.12: Datos de actividad "El Jardín con Rosas II". Resumen por grupos.

2.- $3 \times 3 = 9$, $9 - 1 = 8$; $3 \times 4 = 12$, $12 - 2 = 10$; $3 \times 5 = 15$, $15 - 3 = 12$; $3 \times 6 = 18$, $18 - 4 = 14$; $3 \times 7 = 21$, $21 - 5 = 16$;

3.- Multiplicar verde X rojo = rojo (para grupo 1). $VXR - R$ (para grupo 3)

- Para calcular el número de mosaicos verdes en c), el contexto aparentemente no tiene sentido, pero al observar las operaciones en la pregunta 2); los estudiantes encuentran el total de los mosaicos verdes y rojos (La columna tiene 3 mosaicos y para tres columnas realiza la multiplicación 3×3). Luego se dan cuenta que para calcular solo los verdes, hay que restar el número de rojos que están dentro o “alrededor” de los verdes.
- Similar que el grupo 1, realizan 3 diseños para 6, 7 y 8 rojos y en la pregunta 5), además especifican con operaciones básicas el tipo de análisis que realizaron para contar cada figura. Lo más interesante es la expresión que definen como fórmula: $VXR - R$.
- No es la formalidad que se quisiera, sin embargo, las operaciones que realizan en 2) refuerza sus resultados. Entonces, con su razonamiento y el desarrollo de la expresión definen una buena solución al problema planteado.

Grupos 2 y 4.

Respuestas:

1.- b).

Mosaicos rojos	1	2	3	4	5		12	27	48	121	5532
Mosaicos verdes	8	16	24	32	40		96	216	384	968	44256

1.- c). Pues son ocho cuadritos los que rodean a un mosaico rojo.

2.- El grupo multiplicó por 8 a cada número pedido de la tabla b).

3.- $8 \times i = j$?

- Tomaron como base el número 8 del primer patrón que encontraron, es por eso que los valores para el cálculo total en las respuestas de la tabla no coincide. Realizaron el dibujo para 1, 2 y 5 rojos y los rodearon con los mosaicos verdes para completar las figuras, pero no expresaron algún tipo de conteo.

■

Grupos 6, 7, 8 y 9.

Respuestas:

1.- b).

Mosaicos rojos	1	2	3	4	5		12	27	48	121	5532
Mosaicos verdes	8	10	12	14	16		30	60	102	248	1170

1.- c). Por que al saber cuantos rojos hay son los mismos que hay de verde y se aumentan los de los extremos (para grupo 6).

El número de mosaicos rojos multiplicarlo por 2 que da el resultado de mosaicos que se necesitan para cubrir los lados más largos y al final se le suman 6 que son los que se necesitan para cubrir los lados más chicos (**para grupo 7**).

Son los mismos del rojo por 2 más 6 por los 3 de cada lado (**para grupo 8**).

Pues multiplicando y le agrego el número dos=2 (**para grupo 9**).

2.- Utilice sumas +(**para grupo 6**).

Realizan operaciones: $27 \times 2 = 54$, $54 + 6 = 60$; $48 \times 2 = 96$, $96 + 6 = 102$; $121 \times 2 = 242$, $242 + 6 = 248$; $5532 \times 2 = 11064$, $11064 + 6 = 11070$ (**para grupo 7**). Grupo 8 Realizan operaciones similar al grupo 7.

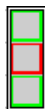
3.- Para ocho verdes siempre va a ver un rojo y así se va aumentando según los verdes (**para grupo 6**).

Número de mosaicos rojos $\times 2 + 6$ (**para grupo 7**).

mosaicos rojos $\times 2 + 6$ (**para grupo 8**).

Multiplicando y después sumo 2 mosaicos verdes y ya (**para grupo 9**).

- Los grupos 6, 7 y 8 realizaron dibujos adicionales para 3 figuras que rodean mosaicos rojos e intentan describir analíticamente cuantos verdes los rodean.
- En estos grupos, el resultado en los valores de las tablas es el correcto por que utilizan el patrón en el cual, por cada mosaico rojo cuentan 2 verdes (uno arriba y otro abajo) mas 3 mosaicos verticales de cada extremo.



- Los grupos 7 y 8 describen perfectamente como descubrieron la relación para contar los mosaicos. Los otros dos no detallaron las operaciones que utilizaron para llegar al resultado.

Grupos 10, 11 y 12.

Respuestas:

1.- b).

Mosaicos rojos	1	2	3	4	5		12	27	48	121	5532
Mosaicos verdes	14	15	16	17	18		26	56	98	244	5662

1.- c). Sumas todos, ejem. Si son 8 sumas otros 2, ochos más tres y el resultado son los cuadritos verdes.

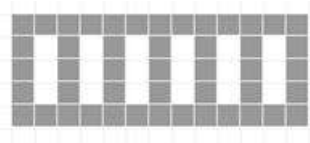
2.- $12 + 12 + 12 + 6 = 42$ o multiplicando por 2 y sumas 3.

3.- Multiplicas $\times 2$ y sumas 6.

- En los grupos 10, 11, 12 la descripción de la formula en 3) es válida para calcular los mosaicos verdes. Pero fallaron en los valores de la tablas, de tal forma que todos coinciden en los mismos errores. Pudo suceder que uno de estos grupos les transmitió los resultados.

5.12. La vía del tren I

La actividad trata sobre la construcción de un modelo que asemeja una vía del tren, como se muestra en la figura



Se pide que utilicen diferentes colores para la creación de los patrones de tal manera que puedan mostrar cómo los construyeron (A.8).

En el manejo de eXpresser, el estudiante deberá identificar los elementos internos del software que va a utilizar como herramienta base de esta actividad. Además de introducirlo en el análisis de los patrones para que experimente con la creación de alguna fórmula general que de la solución del modelo.

Objetivos.

- En base a la destreza e iniciativa del estudiante, deberá construir una figura basada en dos o más patrones.
- Deducirá relaciones numéricas por cada patrón pero también aprenderá a identificar los patrones de forma algebraica.
- Deberá crear alguna fórmula que represente a cada patrón, pero diferenciando la creación de un patrón fijo y uno variable
- Describirá con palabras propias ¿cuál es la diferencia entre el modelo presentado y la deducción de alguna expresión que represente a dicho modelo.
- Identificará el inicio del manejo de expresiones con valores literales.

Preguntas:

d).-Realiza las operaciones con cada uno de los números de las casillas ¿Cuántos mosaicos? para construir las fórmulas que permitan tener siempre coloreados todos los mosaicos

Color de números desbloqueados					
Fórmula					

e).-Dar nombre a los números que se desbloquearon en el inciso a); escribe la fórmula obtenida en el inciso d), cuando solo se muestra el nombre de los elementos desbloqueados.

Color de números desbloqueados					
Fórmula					

f).-Construya una fórmula con la que puedas calcular el total de mosaicos de todo el modelo, puedes utilizar los resultados del inciso d), indícala en el recuadro.

g).- Escriban con tus propias palabras la relación que hay entre el modelo y la fórmula obtenida.

A continuación se presenta una tabla con los resultados obtenidos y adicionalmente se presenta el análisis para cada uno de los grupos más relevantes.

5.13. Análisis de respuestas

Grupo 1.

Construyen dos patrones, dos bloques, uno de 7 mosaicos y otro de 3 (el último de forma implícita) y lo repiten 4 veces. En la construcción de la fórmula, las operaciones son de forma constante, no llegan a definirla pero es válida solo para un caso particular.

Respuestas:

d).-

Color	amarillo	rojo	amarillo
Fórmula con valores constantes	6	7×4	6

.

e).-

Color	amarillo	rojo	amarillo
Fórmula con literales	6 nombre b	7×4 nombre a	6 nombre m

.

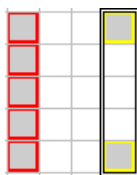
f).- " $6+6=12$, $7 \times 4=28$, $12+28=40$ ".

h).- "Es que me da los mismos bloques y la misma cantidad".

- En la construcción, no definen bien la idea de trazar o dibujar completamente el modelo.
- Para pasar a desarrollar ¿cuántos mosaicos? y llegar el total de mosaicos del patrón, deberían realizar una multiplicación por el número de repeticiones. Pero esto, para el estudiante se vuelve demasiado confuso.
- Pueden asignar un nombre (letra) a la variable constante, pero no logran detallar el significado de trabajar el patrón con literales y formular una expresión más general.

Grupo 2.

Crean un bloque de 5 mosaicos rojos y uno de 2 amarillos como se muestra en la siguiente figura.



Respuestas:

d).-

Color	amarillo	rojo	
Fórmula con valores constantes	6×2	7×5	

.

e).-

Color	amarillo	rojo	
Fórmula con literales	$p \times 2$	$h \times 5$	

.

Figura 5.13: Datos de actividad "La vía del tren I". Resumen por grupos.

f).- $pX5+hX2$.

h).- *“Que siempre una fórmula de cualquier cosa que se pueda medir, tiene que ser exacta para que de el resultado correcto.”*

La fórmula para cada patrón (5.6) la escriben correctamente.

$$7X5, 6X2 \quad (5.6)$$

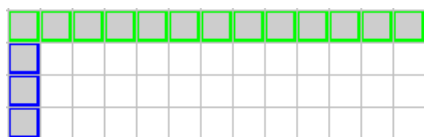
Enseguida logran definir la expresión (5.7) para calcular el total de mosaicos en el dibujo, .

$$PX5 + HX2. \quad (5.7)$$

- Asignan una letra para cada patrón y proponen una fórmula algebraica para calcular el total de mosaicos.
- El modelo propuesto para la fórmula es correcto acorde al diseño libre que se requería en los grupos y para definir cada patrón ($7X5$) y ($6X2$).
- Sobre la descripción que realizan entre el modelo y la fórmula en *h*), en el momento detallan la relación de los patrones con los que finalmente llegaron a la fórmula y se entiende como un resultado correcto cuando en el software asignaron diferentes valores o repeticiones y el modelo no se les descompuso.

Grupo 3.

Definen dos bloque de construcción: Un renglón horizontal de 13 mosaicos y 1 vertical de 3 mosaicos.



Con lo anterior, crean dos patrones y definen la fórmula (5.8) para cada uno de ellos. No asignan la literal que se les pide en e) para la utilización con patrones.

Respuestas:

d).-	Color	verde	azul	
	Fórmula con valores constantes	$2X13$	$7X3$	.

e).-	Color	verde	azul	
	Fórmula con literales	$2X13$	$7X3$	.

f).- *“Sumando los resultados del verde son $26+21$, de los azules son 21 y sumo $26+21=47$ ”.*

h).- *“El modelo está fácil y la formula era sumando y multiplicando”.*

$$\begin{array}{l} 2X13 \\ 7X3 \end{array} \quad (5.8)$$

- Aunque utilizaron los patrones únicamente con constantes, resuelven bien la fórmula para calcular el total de mosaicos mediante la suma de patrones.
- Además, llenan completamente la figura pedida, por lo que su solución aunque muy particular, les permitió colorear el mundo general.

Grupo 4.

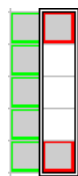
No definen claramente los patrones y en la descripción de la fórmula en *f)* comentan lo siguiente: “*CX6=Coloreado, C=color, 6 o cualquier otro número.*”

Con la expresión anterior se entiende que ubicaron nada más un solo patrón, lo cual concuerda con el definido por el grupo 1 y 2.

Entonces, en la pregunta *f)* posiblemente se refieran únicamente al coloreado del patrón y no al coloreado total del modelo.

Grupo 5.

La construcción de los patrones no está claramente definida, se entiende que crearon dos patrones, un bloque de 7 y otro de 5.



Respuestas:

d).-	Color	verde	rojo	
	Fórmula con valores constantes	$8X5$	7	
e).-	Color	verde	rojo	
	Fórmula con literales	$aX5$	b	

f).- “ $aX5 + 2B$ ”.

h).- “con la fórmula sale el modelo y muchos otros, nada más cambiando los números de la letra”.

Al revisar la fórmula,

$$aX5 + 2XB \quad (5.9)$$

se entiende implícitamente que crearon un bloque de 5 y otro de 2. También podemos considerar el juntar los bloques para formar un bloque de 7 mosaicos en forma de la letra “C”. Entonces, para llenar el modelo de la figura, después de multiplicar por las 6 repeticiones, les faltaría la última columna de tres mosaicos.

- El grupo logra definir una fórmula que lleva a una expresión algebraica lo cual representa un modelo pedido, esto nos da un indicio de un tipo de avance al trabajar con la actividad.
- En la descripción que ponen de la fórmula en *h)*, el grupo se da cuenta que pueden variar el valor de las literales. Podemos suponer que realizaron algunos cambios de valores para verificar que su modelo no se descomponía en el mundo general.

Grupo 6

En las tres preguntas *b)*, *d)* y *f)* asignaron los mismos datos, “11y3 para mosaicos verdes” y “5y4 para mosaicos rojos”. Se podría entender que solamente visualizaron bloques de construcción con sus respectiva cantidad de mosaicos: de 11(horizontal), 5(vertical) y 3(vertical).

- Las operaciones realizadas en *f)* nos muestra como fueron creando y sumando los bloques en forma constante.

“11+11=22, 22+10=32, 32+12=44. 3+3+3=9, 9+3=12. 44 resultado fórmula”,

- Para llegar a la conclusión de la fórmula, lo realizaron mediante la suma de los bloques mencionados.
- No intentaron el uso de letras en los patrones conforme a la actividad, se piensa que fue por la falta de asistencia del responsable.
- Nuevamente, entendieron como fórmula, la suma del total de los mosaicos en forma constante de los bloques, sin tomar en consideración la generación de patrones y la utilización de variables.

Grupo 7.

Respuestas:

d).-	Color	azul	azul	verde
	Fórmula con valores constantes	6	6	7

e).-	Color	azul	azul	verde
	Fórmula con literales	6	6	7

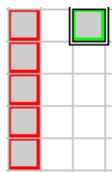
f).- “ $a6+a6+7=48$. Mosaicos de todo el modelo”.

h).- “En el modelo se puede decir que hay si esta coincidencia arriba y abajo son de la misma formula. Que el de la verde, tiene más el verde que el azul”.

- En las respuestas de *d)* y *e)* los valores del bloque, patrón y fórmula, escriben lo mismo. Puede ser que hayan definido dos patrones con bloques de 6 o 3 elementos pero no están detallados. En su descripción con el modelo y la especificación de la fórmula, definen una expresión que no coincide con el modelo pedido. Y con la fórmula en *f)* podríamos sugerir que la actividad, debe llevar una tabla de comprobación de la misma, esto para interpretar el resultado.

Grupo 8.

Realizan tres bloques, uno de 5 mosaicos en forma vertical con 7 repeticiones, otro de 1 mosaico con 6 repeticiones, este último lo copian para generar el tercer patrón.



Respuestas:

d).-	Color	rojo	verde	otro
	Fórmula con valores constantes	X5	X1	X1

e).-	Color	rojo	verde	otro
	Fórmula con literales	b	a	a

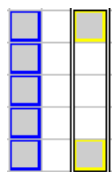
f).- “ $dX5=35$, $aX1=6$. $35+6=41$ ”.

h).- “Pues en el verde construí el patrón, después se coloreo y lo multiplique por 1. Al igual el rojo, construí el patrón y lo multipliqué por 5”.

- Los valores asignados en las preguntas b), d) y e) están bien contestados más no rigurosamente expresados. Por ejemplo, al pedirles la fórmula en d), expresaron “X5” en vez de “7X5”.
- En f) definen una propuesta involucrando dos patrones, les asignan nombre a cada patrón y escriben una fórmula para calcular el total de mosaicos ($dX5=35$, $aX1=6$, mas la suma de ambos). También se equivocan en la letra para la fórmula (la d por b) y en el llenado para tres patrones. En este punto, ya comienzan a manejar la expresión para cada patrón y la suma de ambos para calcular el modelo seleccionado.
- Para este grupo, se concluye que lograron realizar la actividad mediante la creación de tres patrones y esto lo llevaron a la practica mediante el software, pero se quedaron a un paso de terminar la expresión que representa la fórmula sobre le cálculo del total de mosaicos involucrados.

Grupo 9.

Crean dos patrones: Un bloque vertical de 5 mosaicos por 7 repeticiones y un bloque vertical de 2 mosaicos por 6 repeticiones.



Respuestas:

d).-	Color	azul	amarillo	
	Fórmula con valores constantes	5X7	12	

e).-	Color	azul	amarillo	
	Fórmula con literales	5Xhola	2Xliz	

f).- “Tengo que sumar $35 + 12$ ”.

- En e) realizan la actividad asignando un nombre para el patrón, es decir, utilizan literales de forma muy peculiar: “(5Xhola) y (2Xliz)”.
- La fórmula la realizan sumando el total de cada patrón. Así mismo, el modelo que se pide en la actividad, lo construyen muy bien.
- Les faltó la descripción de la fórmula en la pregunta h) para enterarse si realizaron completamente la practica con el software ,además de haber entendido la relación que hay entre el modelo y la fórmula.

Por el llenado de la actividad con el grupo 9, se asienta una marcada diferencia entre la utilización de lápiz y papel y el haber realizado la actividad en la computadora.

Grupo 10.

Respuestas:

d).-	Color	rojo	verde	
	Fórmula con valores constantes	7X5	6	

e).-	Color	rojo	verde	
	Fórmula con literales	JXJ	O	

f).- “ $D=5=35$, $D=6=6$ ”.

Crean dos patrones, un bloque de 7 mosaicos con 5 repeticiones o viceversa y un patrón de 6 mosaicos no definido. Se observa que solo realizaron la construcción de los patrones y algún intento por definir la fórmula pero no siguieron con la actividad. En f) se observa la descripción de como trataron de llegar a la expresión, pero problema con el manejo de literales como lo muestran en e).

Al término de la actividad deberían identificar los siguientes elementos: Bloque de construcción, Patrón, Número de repeticiones, ¿Cuántos mosaicos? por cada patrón, asignación de un nombre o literal del patrón, su interrelación, observación en el Mundo General. prueba de que el modelo no se descomponga, etc.

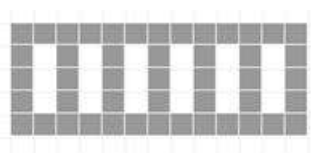
- Tal vez se requiera volver a redefinir algunas preguntas de la actividad por que para el caso de definir un bloque con 13 mosaicos se puede observar que la figura

mínima va a ser todo el modelo pedido y si queremos más de 2 repeticiones, la construcción no se adapta. Se podría pedir los datos mínimos para que se genere el modelo y luego los demás. Esto para que ellos mismos verifiquen la diferencia entre el bloque y el patrón (caso del grupo 3).

- En el grupo 2 se observa el dominio del manejo del software y la adquisición del conocimiento para la creación de la expresión algebraica la cuál le permitió interpretar los patrones en la actividad.
- En la actividad hace falta especificar al estudiante que realicen un dibujo de cada bloque de construcción o patrón para complementarlo con las respuestas de los incisos b), d) y f).
- El diseño de la actividad contiene saturación de elementos (muy concentrado en especificaciones para la definición del patrón) las cuales pueden confundir al estudiante.
- Es muy común el error de llenado de varios de los incisos como en d) y e). Aunque previamente, el asesor realizó el curso de introducción de los conceptos, la mayoría no entendió la pregunta ¿Cuántos mosaicos?. Fue difícil que concluyeran el caso de las literales para poder definir la expresión en el patrón.

5.14. La vía del tren II

La presente trata sobre la construcción de un modelo que asemeja una vía del tren, como se muestra en la figura anterior. Se pide que utilicen diferentes colores para la creación de los patrones de tal manera que puedan mostrar cómo los construyeron.



El presente modelo es similar al anterior excepto que más simplificado en el número de preguntas y rectificado en el formato para que el estudiante le sea más útil llevar el seguimiento en la actividad.

El estudiante podrá crear patrones de acuerdo al modelo pedido, asignará valores variables a cada patrón mediante un nombre de variable; luego deberá relacionar la variable entre los patrones para finalmente encontrar una expresión más general que calcule el total de los mosaicos.

- Se introduce la idea para que asignen cualquier literal a la definición del patrón para vincular ambos patrones y encuentren una expresión que les permita realizar los cálculos posteriores en las tablas. La variedad de valores son para

calcular los mosaicos verdes sabiendo los rojos, con el objetivo de que el estudiante calcule, verifique, corrobore y visualice la construcción y capture los valores para experimentar la flexibilidad del software.

- Además, identificará visualmente y cuantitativamente el total de mosaicos involucrados de los patrones para que el diseño de coloreé. Apuntará sus propias conclusiones sobre el "Mundo General".

Preguntas.

- c).-Si le dan un nombre al número desbloqueado en el inciso a), ¿cómo quedan dichas reglas?
- d).-Escriba una regla para calcular el número total de mosaicos del modelo:
- e).-Asegúrese que el modelo no se descomponga en la ventana "Mundo General". describan que tienen que hacer para ello:
- f).- Completen la siguiente tabla, utilizando la regla obtenida en el inciso d).

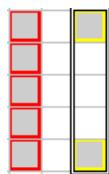
Valor del número desbloqueado	1	4	15	27	345	700
Número total de mosaicos						

En la figura (5.14) se muestra una tabla con los resultados obtenidos y el análisis para cada uno de los grupos más relevantes.

5.15. Análisis de respuestas

Grupo 1.

Crearon dos patrones, un bloque de 5 mosaicos con 7 repeticiones y otro bloque con un número implícito de repeticiones. Por el desarrollo posterior de la fórmula en d), podemos suponer que utilizaron un segundo bloque de 2 mosaicos.



Respuestas:

	Color	Regla correspondiente
c).-	amarillo	$\frac{7-1}{7}$
	rojo	$\frac{7}{7 \times 5}$
	amarillo	$\frac{7-1}{7}$

d).- $35 + 12 = 47$.

e).- *Que todos los números sean iguales.*

f).-	Valor del número desbloqueado	1	4	15	27	345	700
	Número total de mosaicos	<u>47</u>	<u>188</u>	<u>705</u>	<u>1269</u>	<u>3215</u>	<u>32900</u>

- Utilizaron valores constantes para la definición de la regla como lo expresan en c) y d).

Escuela Secundaria No. 77. Grupo: 10. B										Fecha: 31-01-2011												
Actividad: LA VIA DEL TREN II.										f=rojo, v=verde, z=azul, a=amarillo												
Grupo		Creación de la regla					Regla. Total de mosaicos					Calcular con la regla obtenida en					Descripción del modelo en el "Mundo General"					
Incisos		a)		c)			d)			f)					e)							
Color		f	v	z	a							1	4	15	27	345	700					
1		7	7X5			7-1	35+12=47					47	188	705	1269	3215	32900	Que todos los números sean iguales Pasará el número de repeticiones del bloque del inciso a) al del otro patrón para que quede igual.				
2		7	NX5			PX2	NX2 + NX5					7	28	105	189	2415	4900	Como en la ventana de mi "Mundo General" debemos hacer las partes que no están y luego le ponemos play y ya.				
3		azul	19 cuadros, 2 hileras			35 cuadros, 7 hileras	1X6=6, 7X5=35					5	8	17	31	340	710	Unir todos los patrones para al cambiar uno, cambian todos y restar 1(uno) a los verdes para que no cambie su valor al cambiar el valor de "a"				
4		7	a-1			aX (El número de mosaicos de la repetición)	aX (el número de mosaicos de la repetición) + 2a-2					2	26	103								
5		7	Lo multiplicamos			Lo multiplicamos e hicimos variar la fórmula	Multiplicar aX1+5=12					47	188	705	1269	1679	1700	Que toda la cuenta este bien				
6			La multiplicamos X3=7				BloqueX2=7.								11							
7			20	23			Contar todos los mosaicos					5	10	20	25	30	35	Desbloquear los patrones y mostrar la fórmula				
8		5	20			20	Ver cuantos <u>cuadros</u> hay en la figura					7	8	60	94	1380	2800	Solamente seguir las instrucciones				
9		7	35			6	35X6					41	164	615	1107	14145	28700	Desbloquearlo				
10		7	Juntarlos con los azules			Con los verdes juntarlos						71	164	615								

Figura 5.14: Datos de actividad "La vía del tren II". Resumen por grupo.

- En el segundo patrón, encuentran el número $(7-1)$ relacionado con el número de repeticiones del primer patrón, de esto se concluye que pudieron visualizar dos patrones, el segundo de forma explícita como el mostrado en la expresión (5.10).

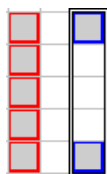
$$5X7 + 2X6 \quad (5.10)$$

- La explicación que da el grupo para colorear el mundo general en e), no se puede de inmediato entender: “*que todos los números sean iguales*”. Al respecto deberían presentar un enfoque visual tal que se pueda verificar ¿de qué forma los números son iguales o se preservan los números con la regla encontrada para que la figura no se descomponga?.
- En los valores que ponen en la tabla f), usan como base del patrón inicial el número (47). Según ellos, una regla general para calcular el total de mosaicos, luego multiplican éste número por cada valor de la tabla, para la actividad esto es un error.

Del punto anterior se entrevisté la relación que ellos encuentran con la manipulación visual de los patrones y su relación para establecer una fórmula individual para cada uno. Si reflexionamos aún más sobre las respuesta de este grupo, entonces podemos comprender la complejidad por la que se enfrentan para establecer la formula y llegar a contar el total de mosaicos.

Grupo 2.

Dibujaron dos patrones, un bloque vertical de 5 mosaicos con 7 repeticiones y otro bloque de 2 mosaicos.



Respuestas:

	Color	Regla correspondiente
c).-	rojo	$NX5$
	azul	$PX2$

d).- $NX2 + NX5$.

e).- *Pasar el número de repeticiones del bloque del inciso a) al del otro patrón para que quede igual.*

f).-	Valor del número desbloqueado	1	4	15	27	345	700
	Número total de mosaicos	7	28	105	189	2415	4900

Asignaron color y literales en cada patrón y después establecieron las fórmulas correspondientes $(NX5)$ y $(PX2)$. Luego escriben la expresión para calcular el total, sumando los dos patrones anteriores pero al final utilizando una sola literal.

$$NX5 + NX2 \quad (5.11)$$

- La respuesta en *e)* para colorear el “*Mundo General*”, describen un proceso enfocado con la actividad y dinamismo propia del software. Lo cuál sugiere una manipulación visual de los objetos inherentes al software (valores, constantes, bloque, patrón).
- Además de lograr relacionar la fórmula de cada patrón a una expresión más general para calcular el total de mosaicos en el modelo. En este ejercicio se equivocaron en el segundo patrón, para completar el total de la figura debieron restar una unidad, la expresión quedaría como sigue,

$$NX5 + (N - 1)X2 \quad (5.12)$$

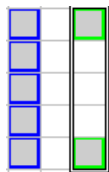
- En la tabla *f)* donde se les pide calcular el total de mosaicos, realizaron adecuadamente la sustitución para cada valor que se pide.
- Según las palabras de ellos “*para que quede igual*”, se comprende que deben relacionar los patrones para que puedan colorear el mundo general, esto indudablemente nos lleva a un acercamiento de aprendizaje para poder definir una expresión relacionada con los patrones.

Como se ha observado, al estudiante se les complica encontrar la relación entre los patrones y la fórmula del modelo. Por tal motivo convendría anexar dos cosas en la actividad:

- La verificación independiente de cada patrón con su respectiva fórmula utilizado tres números consecutivos (por ejemplo 1,2 y 3) para que comprueben visualmente cada repetición. Y realizar las anotaciones de la tabla de números, llenando y dibujando en papel el resultado.
- Con lo anterior, se realiza un análisis de la fórmula encontrada por patrón, utilizando números consecutivos para las repeticiones.
- También, se puede dar realce a la expresión general que define el modelo, realizando la verificación con la sugerencia del punto anterior.

Grupo 3.

Crearon dos patrones, un bloque de 5 mosaicos con 7 repeticiones y otro bloque de 2 mosaicos con 6 repeticiones.



Respuestas:

Color	Regla correspondiente
azul	<u>35 cuadros, 7 hileras</u>
verde	<u>19 cuadros, 2 hileras</u>

d).- 1X6=6, 7X5=35.

e).- Como en la ventana de mi "Mundo General" debemos hacer las partes que no están y luego le ponemos play y ya.

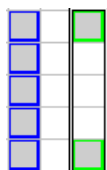
f).- Valor del número desbloqueado	<u>1</u>	<u>4</u>	<u>15</u>	<u>27</u>	<u>345</u>	<u>700</u>
Número total de mosaicos	<u>5</u>	<u>8</u>	<u>17</u>	<u>31</u>	<u>340</u>	<u>710</u>

- En c), para crear la fórmula de cada patrón, describen como realizan el conteo; "35 cuadros, 7 hileras", significa que construyeron un patrón con un total de 35 mosaicos, un bloque definido implícito pero con 7 repeticiones. Similarmente "12 cuadros, 2 hileras", significa un patrón con un total de 12 mosaicos, un bloque de 2 mosaicos y 6 repeticiones implícitas (o 2 repeticiones y un bloque implícito de 6 mosaicos).
- Se concluye que en algunos puntos se equivocaron al tratar de describir la forma de construcción de los patrones, por que no acertaron a diferenciar entre el número definido para el bloque y el número de repeticiones.
- Cuando escriben la fórmula para calcular el número total de mosaicos, escriben (1X6, 7X5). Lo cual muestra que realizaron bien el patrón (7X5) de manera constante, pero se equivocan al escribir (1X6).
- Sobre la explicación para colorear el mundo general en e); se esperaba una explicación en el sentido de la relación que necesitan para involucrar los patrones con la formula general.

Concluimos en que hace falta enfocar más la actividad en la construcción de los patrones y la definición algebraica para que el estudiante pueda a tener un dominio de estos conceptos y realice el salto hacia la generalización de expresiones.

Grupo 4.

Por la asignación de los dos colores en la hoja de respuesta, se sugiere la creación de 2 patrones definidos implícitamente pero basados en sus bloques de construcción.



Respuestas:

	Color	Regla correspondiente
c).-	azul	aX (El número de mosaicos de la repetición)
	verde	$a-1$

d).- $1aX$ (el número de mosaicos de la repetición) + $2a-2$.

e).- Unir todos los patrones para al cambiar uno, cambian todos y restar 1(unos) a los verdes para que no cambie su valor al cambiar el valor de "a".

f).-	Valor del número desbloqueado	1	4	15	27	345	700
	Número total de mosaicos	2	26	103			

- Por palabras propias del grupo, al patrón azul le asignaron la expresión " aX (el núm. mosaicos de la repetición)", al segundo patrón le asignaron " $a-1$ ".
- Al primer patrón lo podemos interpretar de la siguiente forma,

$$aX(\text{núm. repeticiones}) \quad (5.13)$$

- El total de mosaicos en d), los estudiantes lo definen como

$$aX(\text{El núm. mosaicos de la repetición}) + 2a - 2 \quad (5.14)$$

La expresión de los estudiantes puede no ser "formal" pero contiene la esencia del razonamiento para hacer los cálculos que se piden. A continuación se detalla el proceso para entender la expresión anterior y adentrarnos en el procedimiento.

La expresión (5.13) la cambiamos por lo siguiente,

$$(\text{núm. mosaicos del bloque})X(\text{núm. repeticiones}) \quad (5.15)$$

Como el bloque lleva un valor fijo y el número de repeticiones un valor variable, entonces simplemente asignamos la literal "a" al "núm. de repeticiones".

Entonces (5.15) se cambia a la expresión,

$$(\text{núm. mosaicos del bloque})X(a) \quad (5.16)$$

Si sustituimos (5.16) en la formula del total de mosaicos (5.14),

$$[(\text{núm. mosaicos del bloque})X(a)] + 2a - 2 \quad (5.17)$$

$$(\text{núm. mosaicos del bloque})X(a) + 2X(a - 1) \quad (5.18)$$

En (5.18) tenemos una expresión que representa la suma dos patrones, en especial el segundo patrón " $2X(a - 1)$ " surge el segundo bloque de construcción de manera

explícita, nos dice que los estudiantes crearon un bloque de 2 mosaicos con “ $a - 1$ ” repeticiones. Luego “ $a - 1$ ” se transforma en $(\text{núm.repeticiones} - 1)$ el número de repeticiones menos una unidad el cuál esta ligado con el primer patrón.

En este punto si asignamos valores constantes, por ejemplo $a=7$ (el valor que pusieron en la pregunta a)), entonces la expresión nos queda como,

$$(\text{núm.mosaicosdelbloque})X(7) + 2X(7 - 1).$$

$$(\text{núm.mosaicosdelbloque})X7 + 2X6.$$

- Al utilizar el software, crearon y desbloquearon ambos patrones, le asignaron la letra “a” al primer patrón, luego se dedicaron a encontrar la relación que les permitiera ligar los dos patrones sin que se les descompusiera la figura al variar de número de repeticiones. Debió ser así por que para reafirmar lo anterior, no fijamos en la repuesta de la pregunta e),

“Unir todos los patrones para al cambiar uno cambian todos y restar 1 a los verdes para que no cambie su valor al cambiar el valor de a”.

- Por último, en la tabla del inciso f), no lograron calcular correctamente los valores pedidos con la formula que realizaron.
- En la actividad los estudiantes se confundieron entre los conceptos de “*núm. de mosaicos del bloque*”, el “*núm. de repeticiones*” y la asignación de un nombre de variable al patrón.
- Hace falta que al realizar la actividad, el asesor enfoque toda la asistencia a los grupos que lo requieran para que los estudiante en principio, se sientan cómodos y que no haya duda en el seguimiento de los contenido.
- El estudiante se enfrenta a la dificultad para plasmar en el papel el razonamiento que previamente realizó con la actividad con el software, pero en el proceso, puede verificar los diferentes valores para evaluar la expresión.

Grupos 5 y 6.

Respuestas:

	Regla correspondiente
Grupo 5	<i>Lo multiplicamos</i>
c).- Grupo 5	<i>Lo multiplicamos e hicimos variar la fórmula</i>
Grupo 6	<i>La multiplicamos $X3=7$</i>

d).- *Multiplicar $aX1+5=12$ (para grupo 5).* Bloque $X2=7$ (para grupo 6),

e).- *Que toda la cuenta este bien.*

Por la hoja de respuesta, definieron de forma implícita por que no describen mucho en el concepto de la regla en *c*); escriben, “*lo multiplicamos*”, “*lo multiplicamos y hicimos variar la fórmula*”. “*la multiplicamos* $X3=7$ ”. Al respecto se esperaban la creación de las reglas concretas relacionadas con el número de repeticiones de los patrones y el bloque de construcción. La fórmula en *d*) para calcular el total de mosaicos “*multiplicar* $aX1 + 5 = 12$ ”, “*Bloque* $X2=7$ ”, sugieren un intento por definir la expresión para uno de los patrones pero esta errónea y no muestra más información referente a la construcción previa de los mismos.

Grupos 7, 8, 9 y 10.

Respuestas:

	Regla correspondiente
Grupo 7	<u>20</u>
c).- Grupo 8	<u>20</u>
Grupo 9	35
Grupo 10	Juntarlos con los azules

d).- Contar todos los mosaicos (para grupo 7).

Ver cuantos cuadritos hay en la figura (para grupo 8),

e).- Desbloquear los patrones y mostrar la fórmula (para grupo 7).

Solamente seguir las instrucciones (para grupo 8).

Desbloquearlo (para grupo 9).

En estos grupos, se tuvieron variedad de errores (en la definición de la regla para cada patrón pusieron una constante o sólo definieron un solo bloque de construcción). Y la visión para contar el total de mosaicos fue la de contar directamente de la figura, es decir manualmente contaron el total de los mosaicos). Es por eso que el cálculo en la tabla de *f*) no lograron establecerlo o lo dejaron en blanco.

Hay dos observaciones para estos últimos grupos: lo primero es que en la actividad llegaron a visualizar el patrón construido y a poder desbloquearlo para variar sus valores, pero no trabajaron con las literales en el mismo software, lo segundo es que se confundieron en la construcción de los elementos de la actividad; no se sabe si esto sucedió por que los grupos no llevaron un seguimiento y control adecuado de la actividad u otra situación no contemplada.

5.16. Exposición por estudiantes

Las siguientes dos actividades se realizaron con la finalidad de que los estudiantes presentaran sus resultados ante el grupo, con el objetivo de poder verificar los avances con la participación de los mismos, durante todo el proceso en la actividad poder examinar y verificar los elementos inherentes de trabajo por los que han pasado, por ejemplo: la respuesta a las preguntas, el por que de la construcción de los patrones, el nivel de dominio del software *eXpresser*[21], la interrelación de los patrones con la formulación de una expresión que podría definir la generalización algebraica.

La actividad en la primera fase se desarrolla de manera normal, se entregan las hojas impresas para que se guíen y respondan los puntos definidos en la misma. Como segunda fase y conforme vayan terminando, se eligen los trabajos realizados para que posteriormente lo expongan ante todo el grupo. La diferencia estriba en que los mismos estudiantes son los que expresan su desarrollo y las ideas de resolución.

Todo esto se graba para dejar constancia en dispositivo magnético como el video y la misma actividad en papel. Sobre la exposición, también se transcriben las conversaciones sobre las ponencias de los estudiantes las cuales se pueden verificar en el CD de multimedia anexo.

5.16.1. El jardín con rosas

Utilizando *eXpresser*[21], construye un patrón que representa una jardinera llena de rosas rojas, rodeada de césped, como se muestra en la figura siguiente. Usa mosaicos de color rojo para las rosas y de color verde para el césped.



Preguntas.

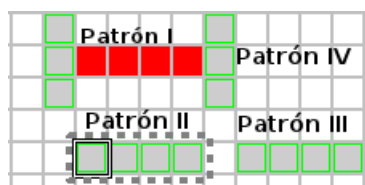
- Asegúrate de que tu patrón esté coloreado en “*Mi Mundo*”.
- Asegúrate de que tu patrón pueda ser animado.
- Obtén una regla que permita colorear el césped de la ventana “*Mundo General*”.
- Completa la siguiente tabla, utilizando la regla que obtuviste.

Número de rosas	1	2	3	4	5
Número. M. verdes que se necesitan para el césped					

- Compara tu regla con la de tus compañeros. Si encuentras diferentes reglas, anótalas abajo indicando si son correctas o no. Escribe algunos argumentos que permitan justificar tus resultados.

Desarrollo actividad por estudiantes grupo 1.

Los estudiantes crean 4 patrones de los cuales tres son iguales: un bloque de 1 mosaico, con 1 salto a la derecha, 0 para abajo y 4 repeticiones. EL patrón resultante, un bloque acostado de 4 mosaicos, dos verdes y uno rojo. El cuarto patrón, un bloque verde de tres mosaicos en forma de columna repetido 5 saltos a la derecha y 0 hacia abajo.



Análisis de actividad para el grupo 1.

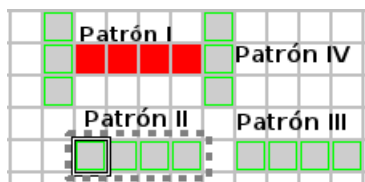
Para contar el número de mosaicos de los patrones I, II y III, en propiedades, desplazan en número 4 hacia el espacio *¿Cuántos mosaicos?*. Este movimiento u operación esta bien hecha por que para las tres construcciones, el número de mosaicos por bloque es la unidad. Y para calcular el total de mosaicos del patrón IV, asignan el número 6. Con esto, hacen ver dos situaciones:

- Aunque intentan desde las propiedades del patrón rojo utilizar el número 4 para sustituirlo en los otros dos, No les queda claro la idea de construir un bloque de construcción, definir el patrón e internamente operar el total de mosaicos al desglosar el número que muestra el patrón por el número del bloque. Por ejemplo, en los patrones I, II y III les muestra $(4 \times \text{núm bloque})$ y el bloque esta formado de 1 mosaico. Similarmente, en el patrón IV les muestra $(2 \times \text{núm bloque})$ y el bloque esta formado por 3 mosaicos.
- No llegaron a establecer la relación entre los patrones. La sustitución que realizaron en los primeros tres patrones y no así en el cuarto patrón hace suponer la falta de análisis o el salto heurístico que se requiere para interrelacionar estos objetos.

Para esta actividad, la mayoría de los grupos pasaban por la misma situación. El problema, con un número base, relacionar los diferentes patrones para que se coloreara el "Mundo General".

Presentación por alumnos grupo 2.

"Y pusimos construir un patrón ... hacia abajo le pusimos 0 y hacia al lado le pusimos 1, y lo duplicamos 4 veces . . . y ahí desbloqueamos el 4 y lo pasamos para abajo. Después pusimos 3 cuadritos verdes hacia abajo y hicimos un bloque de construcción, después ese lo . . . construimos un patrón, hacia el lado le pusimos 5 y hacia abajo le pusimos 0 y lo duplicamos 2 veces. Después pusimos otro cuadrito verde y lo hicimos un patrón . . . construimos un patrón con ese, hacia el lado 1, hacia abajo 0 y lo duplicamos 4 veces. . . ese lo . . . hicimos una copia del segundo que hicimos (del verde) y la arrastramos hacia abajo. Después ahí pusimos las propiedades de todos. El 4 de los rojos lo pasamos a.. el otro donde dice 4 por que esta bloqueado, y para el otro le pusimos en colocar (no lo pasamos en hacer), lo pasamos donde tiene 5 y le sumamos 1, después . . . en el de abajo, en el que copiamos seleccionamos sus propiedades y también pasamos el 4. Y ya cuando lo ponemos en mundo general, ya nos quedo. Ya después, nada mas coloreamos todos".



Análisis de actividad para estudiantes grupo 2.

Realizan una construcción de 4 patrones, similar a la construida por el grupo 1, la diferencia es el orden de construcción de los patrones, lo cual no afecta el resultado para llevar a buen fin la actividad.

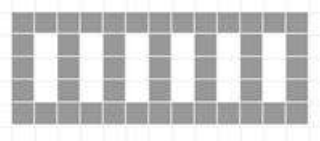
En cada uno de los patrones, establecen perfectamente la operación del número en las propiedades del patrón y el número de bloque, mencionado en el primer punto del trabajo realizado por el grupo 1.

Para relacionar el patrón IV, utilizan como “*pivote*” el número 4 del patrón I y lo sustituyen en el patrón IV en las propiedades de colocar, luego le suman una unidad para que coincida con el número (5).

De todo el procedimiento anterior, realizan una prueba en el “*Mundo General*” para verificar que “*la construcción no se les destruya*”. Luego calculan el total de mosaicos por patrón, desplazando y sustituyendo en el espacio de *¿Cuántos mosaicos?*

5.16.2. La vía del tren

Construye un patrón que se asemeje a una vía del tren, como se muestra en la figura siguiente. Usen dos diferentes colores, de tal manera que puedan mostrar cómo construyeron el patrón.



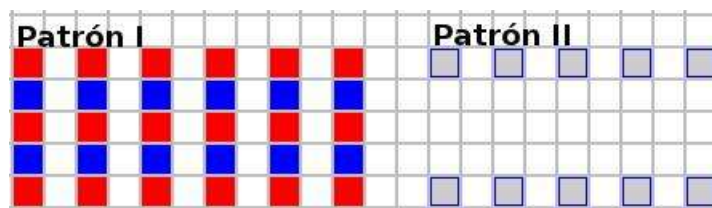
Preguntas.

- Para todos los colores que utilizaron, desbloqueen el número de repeticiones del bloque.
- Para todos los colores, arrastren el número de repeticiones del bloque a la casilla que corresponde a “*Cuántos mosaicos?*”
- Realicen operaciones con cada uno de los números de las casillas “*¿Cuántos mosaicos?*” para construir las fórmulas que te permitan mantener siempre coloreados todos los mosaicos.
- Asegúrate también de que su patrón no se descomponga cuando lo animan en la ventana “*Mundo General*”.
- Completen la siguiente tabla, utilizando las fórmulas obtenidas.

Número de bloques	6	12	1	600	0
Número. de mosaicos en total					

- Dar un nombre a los números que se desbloquearon; escriban la fórmula obtenida.
- Escriban con sus propias palabras la relación que hay entre el patrón y la fórmula obtenida.

Presentación de actividad de estudiantes grupo 1.



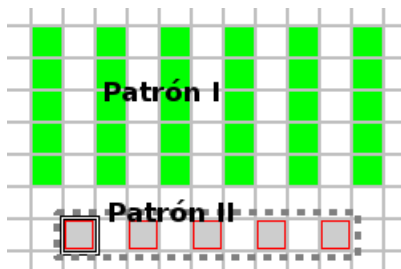
”Primero hicimos una ... (un diseño) demasiado bonita. El asesor. *¿Por qué un valor de dos?. El estudiante. Para ... que se salte pues un . . .un cuadrito y ya cuando tengamos que hacer la otra , ya ahí entra el cuadrito.”* El asesor. *¿Por qué cero ahí?.* Estudiante. *”Por que no queremos que . . . se hagan más cuadritos para abajo.*

Contamos cuantos cuadritos son rojos. Y esos son para los . . .azules. Luego agarramos un cuadrito azul y otro también, Y . . .”

El asesor. *¿Por qué 5? ”Si por que, los que ya están coloreados son 6 y si damos de vuelta (de nuevo) 6, nos sobra uno. Y hasta ahí fue donde llegamos.”*

- Desarrollan su construcción con dos patrones. Para el patrón I, eligen un bloque de 5 mosaicos en forma de columna, pero en el mismo bloque utilizan dos colores (rojo y azul), luego especifican 2 saltos a la derecha cada vez y lo repiten 6 veces. En el patrón II utilizan un bloque de dos mosaicos, como en la columna, uno arriba, tres blancos y abajo el otro mosaico, luego lo desplazan 2 saltos con 5 repeticiones.
- Para contar el número de mosaicos del patrón I, cuentan ambos: el total de rojos (que son 3) en el bloque por 6 y el total de azules (que son 2) en el bloque por 6. Y ponen el total por cada color en las propiedades de cada patrón para ¿cuantos mosaicos?

Presentación de actividad de estudiantes grupo 2.



"Hicimos cinco ... del color que fuera hacia abajo, con ese hicimos un bloque de construcción y quisimos construir un patrón y lo (para) la derecha le pusimos 2, para abajo cero y lo repetimos 6 veces, Ya que nos quedo, hicimos un cuadrado de otro color, con ese, quisimos construir un patrón, hacia el lado le pusimos 2, para abajo le pusimos ceros y lo repetimos 5 veces. Después a ese le sacamos una copia y lo pusimos en la parte de abajo. Luego pusimos las tres propiedades en las 3, desbloqueamos el de los verdes, el número 6 lo pasamos para abajo y lo multiplicamos por 5. Después .. lo pasamos el 6, lo pasamos a los otros (a los de (5) y le pusimos restar 1 y le pusimos en mundo general y si nos quedo".

Intervención de asesor:

A ver, nos puedes mostrar otra vez las ventanas de propiedades. ¿Por qué en las propiedades de la barrita verde, por que es 6X5?

R. *Por que son 6 de las que (se) copiamos, el bloque que era de 5 mosaicos.*

El asesor. Y por que (6-1) en las otras propiedades?

R. *Por que en...tenia 5 y lo cambiamos a 6 para que cuando cambiáramos el del verde, cambiara en el, . . . de los rojos pero, no queda . . .por que tenia cinco antes ,entonces le pusimos (-1). Siempre se le restara (1) a lo que pusiéramos.*

El asesor. ¿Que decías que le hacia falta al programa?

R. *Otro estudiante comenta. Es que a ustedes les falto uno ¿no?, por que son siete.*

Estudiante. Ahh... pero no importa . . .

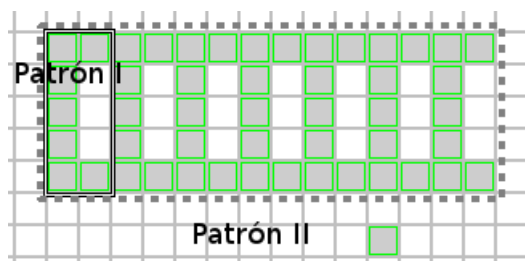
El asesor. ¿Por que no importa?

R. *Por que de todos modos no se va a destruir si lo cambiamos, le podemos poner el número siete y queda como esta allí y ya.*

El asesor. ¿Si ustedes varían el número siete se les destruye? R. *No.*

- El grupo desarrolló su actividad creando tres patrones. Para el patrón I, eligen un bloque de 5 mosaicos en forma de columna, de esta, especifican 2 saltos a la derecha cada vez y lo repiten 6 veces. Para el segundo patrón, construyen un bloque horizontal de un mosaico, especifican 2 saltos a la derecha y lo repiten 5 veces. Para crear el tercer patrón, hacen una copia del anterior. Luego los acomodan en la parte superior e inferior del patrón I.
- Para contar el total de mosaicos del primer patrón, toman como referencia el número (6) que se muestra al activar las propiedades y lo multiplican por su bloque, el cual tiene el número de mosaicos, en este caso 5. Claro, antes desbloquean el número seis y lo desplazan al lugar donde les pide ¿cuántos mosaicos?. El mismo número 6 (desbloqueado del patrón I) lo desplazan y lo sustituyen en los otros patrones II y III. Pero en este momento ya "han observado" el número (5) que tenían los patrones II y III, por lo que, en ambas sustituciones le restan el (1) para que les coincida el número que tenían los patrones en función del nuevo número.

Presentación de actividad de estudiantes grupo 3.



"Nosotros hicimos 5 hacia abajo, y 2 hacia los lados y después pusimos hacer un bloque de construcción, después construir un patrón, le pusimos hacia allá . . . hacia allá le pusimos 2, hacia abajo 0 por 7...y le pusimos ok. Después pusimos un bloque (?) le pusimos construir un patrón, hacia allá le pusimos 0, hacia abajo 0 por 1, le pusimos ok. De ahí, luego ese lo copiamos..., lo copiamos 5 veces y ya".

Intervención de asesor:

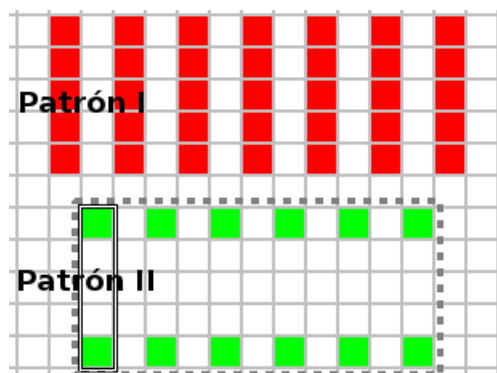
¿Que pasa con su construcción cuando la animan, cuando aprietan el botón de animación?

Estudiantes. *No hay números desbloqueados . . . (.. que no la pudieron animar)*

- Desarrollan su construcción con dos patrones. Al crear el primer patrón, eligen un bloque en forma de la letra "C" de siete mosaicos y lo repiten 7 veces. Para el segundo patrón, observan que al final se requiere construir una columna de 5 mosaicos.
- Para contar el total de mosaicos del primer patrón en algún momento lo cuentan de la manera tradicional (de uno por uno).
- En la construcción del segundo patrón, confunden conceptos de bloque y patrón, el procedimiento mediante el cual se tienen mosaicos que hacen al bloque y con esto generan un patrón. En el vídeo se observa cuando operan con un solo mosaico y a este le dan todas las propiedades (desplazamiento 0 en ambas direcciones con una sola repetición, lo cual significa que se genera un patrón de un mosaico y cero desplazamiento), luego lo copian cinco veces y lo acomodan para generar la columna que les falta. Con esto se olvidan de crear el bloque último que los lleve definir el patrón.
- Al pedirles que generen la animación, esta no se colorea por que los dos patrones no están ligados y el segundo ni siquiera definido.
- Como actividad inconclusa, no se sabe si pudieron llegar a establecer la relación entre los dos patrones similarmente a otros grupos que no realizaron presentación (pero si la actividad), atinaron a lo más, a generar la construcción de los patrones pertinentes, pero se quedaron en la búsqueda de manipular los

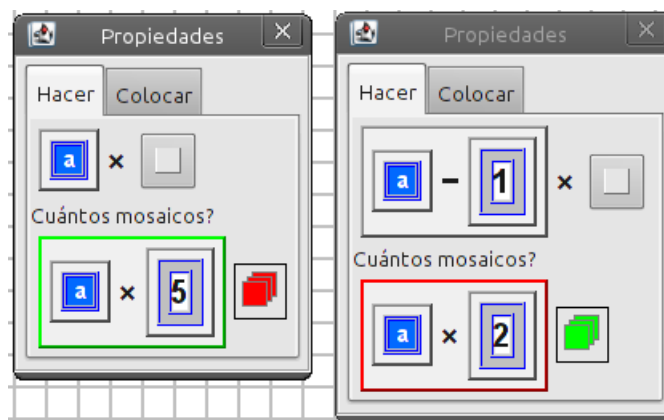
números, que dieran el número exacto del número del bloque y el número de repeticiones para llegar al total de mosaicos del patrón.

Presentación de actividad de estudiantes grupo 4.



"Hicimos 5 hacia abajo, luego le pusimos hacer un bloque de construcción y después construir un patrón. Le pusimos 0 hacia abajo . . y le pusimos 7, después le pusimos ok, y este después lo multiplicamos por 5. Para hacer los verdes... después un bloque de construcción... construir un patrón. Le pusimos 0 hacia abajo, luego le pusimos 6. Luego pasamos el 6 para abajo, lo multiplicamos por 2 y así nos quedo. Después de este, le dimos el nombre de "a". Después lo pasamos al otro, después a ese..y luego le pusimos (-1). Y luego lo sustituimos y luego le pusimos mas 5".

- Desarrollan su construcción con dos patrones. Para el patrón I, eligen un bloque de 5 mosaicos en forma de columna, luego definen 2 saltos a la derecha cada vez y lo repiten 7 veces. En el patrón II utilizan un bloque de dos mosaicos (como en la columna, uno arriba, tres blancos y uno abajo, luego lo desplazan 2 saltos con 6 repeticiones.
- Para contar el número de mosaicos del patrón I, en propiedades, localizan el número 7 y lo desplazan sustituyendo a la posición de ¿cuantos mosaicos?, este mismo lo multiplican por 5 que es el valor de mosaicos del bloque. Realizan el mismo razonamiento para calcular el total de mosaicos en el patrón II, en este caso, el número de mosaicos del bloque es de 2.
- En la ventana de propiedades del primer patrón, le asignan al número 7 la letra "a", luego esta la desplazan y sustituyen en el patrón II donde se localiza en número 6 y en este punto, a la literal le restan una unidad.



No llegaron a establecer la relación en forma literal, del total de mosaicos para el patrón II. Pero lo intentaron al darse cuenta que en ese lugar de *¿Cuántos Mosaicos?*, debería haber una “*expresión algebraica*” tal que al sustituir el valor de “*a*” por el número 6, tendría que dar el número 12. Es conveniente recordar que ya anteriormente se habían encontrado mediante los valores constantes. Sin embargo, se fueron por otro camino y definieron la expresión:

$$5 + aX1$$

En el vídeo comentan que buscaban realizar una operación, tomando el valor de “*a*” para que se coloreara el mundo general.

Capítulo 6

Resultados

6.1. Introducción

Para crear un patrón en el software eXpresser[21] se necesitan tres pasos; primero, definir el bloque de construcción, luego para construir el patrón se requiere ubicar el desplazamiento horizontal y vertical así como también el número de repeticiones del bloque de construcción. Una figura puede contener uno o varios patrones relacionados entre sí, se dice que se colorea cuando al variar las repeticiones del bloque en el mundo general, ésta no se descompone.

Después de haber implementado las cuatro actividades en el salón de clases, se procedió a realizar el análisis correspondiente por grupo para identificar los detalles de las respuestas y la producción de SMS incluidos en el proceso y experimentación con el software eXpresser.

Los estudiantes debieron diferenciar algunos estratos de producción de sentido matemático. Por ejemplo, la identificación de sistemas de signos de tipo figurativo encontrado en el entorno de construcción de los patrones y también los sistemas aritméticos al traducir los objeto constantes a objetos variables y del cuál asignaron literales. Así también, el manejo de sistemas de tipo simbólico, encontrado en el entorno computacional.

Por cada actividad, se presentan los resultados obtenidos, las deficiencias del aplicativo, las dificultades que encontraron los estudiantes y los avances significativos de interés.

6.2. Resultados

Actividad "Mi primer patrón".

La actividad "*Mi primer patrón*" junto con el manejo de las operaciones básicas, se consideran como parte de la introducción y adiestramiento previo que se dió a todo el grupo para que se ambientaran en el micromundo del software.

La modalidad de la actividad con las hojas de respuesta, le permiten al estudiante la opción de plantear la solución de dos formas, con lápiz y papel y mediante la utilización del software de computadora. Es por esto que pudo utilizar las estrategias tradicionales para la resolución de los problemas planteados y también llegar a una solución mediante la experimentación del software.

En la actividad se muestra el aprovechamiento de las preguntas relacionadas con la construcción de los patrones (ver tabla 5.6); acorde la definición de cada inciso involucrado; se asignó cero a cada respuesta incorrecta y uno a cada correcta. Del cuadro mencionado se desprende que un alumno típico, presenta un aprovechamiento de 86.7 % el cual se calcula como sigue: de un total de 6 preguntas aplicadas a 13 grupos de estudiantes, 6 grupos acertaron 6, 3 grupos acertaron 5, 4 grupos acertaron 4.

Adicionalmente, los estudiantes describieron sus observaciones de lo que pasa al desbloquear el número en las propiedades del patrón. Esto último para identificar los entornos de trabajo “*Mi Mundo*” y el “*Mundo General*”. El resultado fue el siguiente: en la pregunta 3a, 9 grupos respondieron la interrogante ¿qué cambia?, 10 grupos respondieron la interrogante ¿qué no cambia? por lo cual nos da un porcentaje de aprovechamiento del 73.08 %. Se calcula un porcentaje similar para la pregunta 3b y se observa respectivamente que 3 y 4 grupos no respondieron a este aplicativo.

Actividad “El sendero I”.

De los 11 grupos participantes, 8 de ellos trabajaron de forma regular con los patrones propuestos en la actividad (ver tabla 5.7), 3 grupos no lograron realizar la construcción del primer patrón por que no llenaron los datos de la tabla y la descripción para llegar a la fórmula.

Los porcentajes de aprovechamiento a continuación se describen: 4 grupos contestaron correctamente (pregunta 9, 36.4 %), 4 grupos definieron sus diseños y al calcular los valores en la tabla, las respuestas fueron incorrectas (pregunta 9, 36.4 %). Un solo grupo concluyó una expresión literal como fórmula (pregunta 8, 9.1 %), 8 grupos describieron con palabras propias la construcción de la fórmula del patrón (pregunta 10, 72.7 %).

Y por último se muestra el aprovechamiento de tres preguntas individuales para calcular el número de mosaicos (preguntas 5, 6 y 7. Respuestas correctas: 7 ,3 y 6 respectivamente; 48.5 %).

- Se observa que el desarrollo lo iniciaron “contando manualmente” el número total de mosaicos verdes para los 7 mosaicos rojos de la figura. Los grupos, utilizaron la técnica del diseño y el conteo tradicional para el número de mosaicos en las figuras, pero también debieron corroborar sus diseños de cada patrón con la manipulación del software.
- Los grupos que se equivocaron en el llenado de la tabla, no lograron concluir en base a la definición de la expresión del patrón, recordemos que los mosaicos verdes se ligan a los mosaicos rojos y los cálculos para llegar al total dependen

necesariamente del diseño de cada patrón. Los estudiantes definieron otra construcción que no coincidió para $X=5$, valor que define el número de mosaicos en el bloque.

- En la aplicación de la actividad el asesor debería estar ayudado por personal técnico adicional para solventar las diferentes dudas y situaciones técnicas de los estudiantes para prevenir desvíos innecesarios que los lleven a confusiones y por lo mismo a la tendencia del error.
- En el diseño de las hojas de trabajo, la pregunta 8 no presentó el espacio para escribir la respuesta, por lo mismo se deduce que los estudiantes no la tomaron en cuenta y como resultado final para esta pregunta un solo grupo definió la respuesta.

Actividad "El sendero II".

Los 12 grupos participaron de forma regular en la actividad (ver tabla 5.9) y la construcción de la figura. En las preguntas 4 y 6 sobre la descripción sobre ¿qué es el número P? ¿qué indica el número P? 10 grupos respondieron "mosaicos, mosaicos y repeticiones" (83.3 %), 2 grupos respondieron "7" (16.7 %).

En la pregunta sobre el llenado de las tablas, respondieron correctamente de la siguiente forma: tabla 10-I, 5 grupos (41.7 %), tabla 10-II, 7 grupos (58.3 %) y 10-III, 6 grupos (50 %) y el promedio aritmético de llenado correcto para las tres tablas es del 50 %.

En la pregunta 9 sobre el llenado de la fórmula que representa al patrón, 4 grupos definieron bien (33.3 %), 9 grupos se equivocaron en la fórmula (66.7 %), el motivo es por que utilizaron otra base para definir el bloque de construcción, en vez de un bloque de 5 mosaicos calcularon 35 o 9, lo cuál representa al total de mosaicos del patrón, no el bloque.

Y por último, las preguntas 7 y 8 para calcular mosaicos en el diseño del patrón: respondieron correctamente 12 y 7 grupos (100 % y 58.3 % respectivamente).

- La forma de estructurar algunas preguntas debieron confundir al estudiante; como es el caso de lo que significa la literal " P " en los incisos 4) y 6) para los mosaicos rojos y verdes respectivamente, (ver tabla 5.9).

4.-: Completen: P es el número de __.

6.- Completen: P indica el número de __.

- La explicación de los estudiantes en las preguntas 4 y 6 se centro en tres respuestas no tan diferentes; "mosaicos, mosaicos y repeticiones, el número 7". Entonces, para los que escribieron "repeticiones" se pudiera asignarles un acierto, pero ¿por qué no a los que escribieron mosaicos o los que escribieron la constante 7? En

particular el 7 es buena respuesta por que trata sobre el número de repeticiones del bloque de construcción, es decir, la descripción sobre lo que indica la literal “*P*”, un concepto razonable para su entendimiento y propio lenguaje.

- Para calcular los mosaicos verdes, en base a los mosaicos rojos, en la expresión solo tuvieron que sustituir el valor pedido y luego multiplicar. Cuando se les pide calcular los mosaicos rojos a partir de los verdes, en la expresión encontrada tenían que realizar una división. Esto les causó mayor problema de resolver; tendrían que haber “visto” como despejar para llegar a la división.
- Algunos grupos realizaron el conteo “manual” del bloque de construcción del primer patrón y similarmente para calcular el total de los mosaicos, de tal forma que un primer conteo para un patrón les dio una cantidad, pero para el cálculo de los datos en las tablas utilizaron una base diferente (i.e. El grupo 8 en la pregunta 9, asigna el número 9 pero trabaja con una base de 35 para la tabla 10-I, las demás tablas (10-II y 10-III) realizan acertadamente el cálculo de los valores con una base de 5). En este punto, es posible que la confusión para la utilización de las diferentes bases en el patrón surja cuando realizaron el conteo en papel, pero rectificaron posteriormente al utilizar el software.
- Hay necesidad de que el estudiante previamente comprenda los elementos involucrados del software eXpresser[21] ; los mosaicos de un color para un patrón, los mosaicos para otro patrón, las constantes que tienen que ver con el bloque de construcción y el número de repeticiones y si es posible inducir en que puede haber una relación entre ellos. Para que el estudiante se involucre en tales conceptos, tal vez convendría iniciar con un taller con enfoque más operativo del micromundo.

Actividad “El jardín con rosas”.

Los 11 grupos participaron de forma regular en la actividad y la construcción de la figura (ver tabla 5.10). En las primeras preguntas donde se pide la construcción de los patrones, esta abre la posibilidad de que el estudiante realice sus construcciones como él lo pueda visualizar. También se incluyen preguntas para que los equipos de trabajo desarrollen la parte básica sobre el entendimiento del entorno del software; y sobre esto, la manipulación de los espacios “*Mi Mundo*” y el “*Mundo General*”.

Se observa que pero sólo 7 grupos completaron la actividad y 4 grupos les faltó responder 2 preguntas sobre la deducción de como llegaron al resultado. A todos les faltó concretar una pregunta, esta se refiere a la actividad en el “*Mundo General*”, tal vez por falta de tiempo no pudieron lograrlo, ya que el contenido del aplicativo en las hojas no muestra suficiente información.

En el inciso *d*) sobre la descripción para cambiar el tamaño del jardín, 6 grupos respondieron acertadamente (54.5%), en el inciso *f*) sobre la descripción para la deducción de la fórmula, 7 grupos describieron e intentaron alguna expresión (63.6%).

En la pregunta sobre el llenado de las tablas, respondieron correctamente de la siguiente forma: tabla *e*), 5 grupos (45.5 %) y tabla *g*), 4 grupos (36.4 %) y el promedio aritmético de llenado correcto para las dos tablas es del 40.9 %.

- Los grupos 1, 3 y 7 aplican una solución para calcular el total de mosaicos, el primer grupo desarrolla exitosamente, y el resto lo define sin interpretar rigurosamente la fórmula; al observar los datos de los valores en las tablas, la expresión no la especifican en forma algebraica, sin embargo con la descripción de su retórica, el análisis de su desarrollo y los valores calculados en las tablas, vemos algunos acercamientos a la expresión que define el cálculo de los mosaicos; a continuación se presentan los dos ejemplos :
 - “El número de mosaicos rojos multiplicados por 3 para los verdes que están arriba y abajo más 6 por lo que quedan en los laterales”. $(P \times 3 + 6)$.
 - “Total de mosaicos (8) y cada vez que vaya aumentando va ir aumentando 2 por cada uno que aumente, por decir si hay un espacio para las rosas para cubrirlas, necesito ocho, obvio que para el segundo aumento 2, que son los que hacen falta”. $((8 + R) + 2)$. ”1=8, 2=10 por que ponen alrededor”.
- La pregunta *d*) donde se les pregunta ¿cómo cambiar el tamaño de la figura sin descomponerla? En la respuesta describen “desbloqueando”, esta se enfoca en la utilización del software pero no en el desarrollo de una descripción para una expresión matemática. Hubiéramos querido una respuesta más algebraica, enfocada al desbloqueo como la asignación de una literal y con esta ligar con el número del bloque base (o constante), y por último encontrar una expresión para el total de mosaicos.
- Similarmente, la pregunta *f*) donde se les pide “deducir y escribir”, la mayoría de los estudiantes la entendieron solo como “describir” la fórmula. Entonces, quizá se requiera volver a replantear la pregunta.
- Las expresiones de la pregunta *f*) creadas por los grupos 5, 7 y 9, muestran la gran dificultad que se enfrenta el estudiante al tratar de resolver un problema que involucra operaciones básicas con literales y constantes, entonces ¿cómo es que debe definir y dominar estos elementos para que llegue a alguna una expresión aceptable? Al respecto, se debería pretender que después de que las respuestas las argumente inicialmente con sus traducciones descriptivas, poco a poco, adentrar al estudiante al nuevo laboratorio y con el software hay que incidir entre los comentarios vertidos y el manejo de las literales.

Grupo5	1 ¿x?
Grupo7	1=8, 2=10
Grupo9	1X¿?

- Algunos grupos dibujaron diagramas con lápiz y papel sobre las hojas para analizar el comportamiento de ir variando los mosaicos de cierto color. Esto significa que solo estuvieron analizando la figura y contando tradicionalmente los valores sin adentrarse completamente en el software.
- Otros grupos no responden las preguntas *d)* y *f)* sobre el origen de la fórmula, éstas permiten entender el razonamiento y sus respuestas para el cálculo de las tablas pedidas. Aunque no definieron ni comentaron la fórmula, hacen ver valores correctos en los datos de las tablas subsecuentes.

Actividad "El jardín con rosas II".

Los 12 grupos participaron activamente en la actividad y la construcción de la figura (ver tabla 5.12). En el inciso *c)* sobre la descripción para la deducción de la fórmula, todos grupos respondieron de manera aceptable y la pregunta 2 reafirma lo anterior por que en la descripción de las operaciones, 11 grupos respondieron correctamente (91.7 %). En descripción de la expresión de la fórmula 5 grupos lo realizaron (pregunta 3, 41.7 %) y el resto definieron alguna expresión sin mucho formalismo matemático. En la pregunta sobre el llenado de las tablas, respondieron correctamente de la siguiente forma: 8 grupos (tabla *b)-1*, 66.6 %) y 6 grupos (tabla *b)-2*, 50 %).

- Fueron identificadas dos formas diferentes de construcción del modelo en el cual 6 equipos pudieron calcular exitosamente el número de mosaicos verdes en base a los mosaicos rojos, no en la forma algebraica formal sino en un análisis de los patrones de la figura. En este desarrollo los grupos 1, 3, 7 y 8 visualizaron una relación de operaciones de la forma:

$$3X(n + 2) - 1, \quad (6.1)$$

Lo anterior, se llega con el siguiente análisis del comportamiento del patrón,

Grupo 7	Grupo 1
$27 \times 2 = 54, 54 + 6 = 60;$	$3 \times 3 = 9, 9 - 1 = 8;$
$48 \times 2 = 96, 96 + 6 = 102;$	$3 \times 4 = 12, 12 - 2 = 10;$
$121 \times 2 = 242, 242 + 6 = 248;$	$3 \times 5 = 15, 15 - 3 = 12;$
$5532 \times 2 = 11064, 11064 + 6 = 11070$	$3 \times 6 = 18, 18 - 4 = 14;$
	$3 \times 7 = 21, 21 - 5 = 16$

lo cual muestra el avance inicial de la construcción del patrón para definir una expresión más algebraica, la cual debería calcular el conteo del total de mosaicos en la figura.

- Los grupos (7, 8, 10, 11 y 12) en la descripción de la fórmula utilizaron la forma explícita de la ecuación (6.2). Sin demeritar lo anterior, tres de estos grupos fallaron en los cálculos posteriores de los valores de las tablas.

$$2n + 6, \quad (6.2)$$

- Otros grupos llegaron a la definición de un patrón de 14 o 8 mosaicos y este lo utilizaron como pivote para multiplicar de forma errónea en los valores de las tablas y calcular el total de mosaicos verdes. A continuación se presentan diferentes muestras que realizaron los estudiantes para tratar de definir la fórmula:

Grupo	Operaciones	Fórmula
1	$3 \times 3 = 9$, $9 - 1 = 8$; $3 \times 4 = 12$, $12 - 2 = 10$; $3 \times 5 = 15$, $15 - 3 = 12$;	Multiplicar verde X rojo = rojo
2	Multiplicaron por 8 cada numero de la tabla b)-2	$8X_i? = i?$
3	$3 \times 3 = 9$, $9 - 1 = 8$; $3 \times 4 = 12$, $12 - 2 = 10$; $3 \times 5 = 15$, $15 - 3 = 12$;	VXR-R
4	Multiplicaron por 8 cada numero de la tabla b)-2	Multiplica
5	$1 \times 1 = 8 + 2 + 2 + 2 + 2 = 16$	V.28, r 11
10	$12 + 12 + 12 + 6 = 42$ o multiplicando por 2 y suma 3	Multiplicas X 2 y sumas 6

Como lo muestra la tabla anterior, se observa una gran brecha entre las operaciones realizadas y la definición de la fórmula, en el desarrollo del análisis y el comportamiento al variar la figura, el estudiante es más consistente con sus operaciones, sin embargo, para definir la fórmula se encuentra con las dificultades técnicas del lenguaje matemático.

- Los estudiantes estudiaron la estrategia de rodear completamente los mosaicos rojos con los verdes, esto conlleva a utilizar diseño de dibujo con lápiz y papel y al trasladar al software tuvieron que "acomodar" diferentes patrones para que el diseño de la figura les permitiera nuevamente rodear a los mosaicos rojos. Algunos estudiantes lo lograron, utilizaron un mosaico rojo con dos verdes arriba y abajo, pero también acomodaron los mosaicos verticales de las orillas para sumarlos como constantes.

Actividad "La vía del tren I".

La actividad tiene los elementos necesarios para que el estudiante trabaje con la manipulación de los patrones figurativos: bloque de construcción, patrón, número de repeticiones, total de mosaicos por cada patrón, asignación de un nombre o literal en la relación del patrón, observación en el "Mundo General". Después, para encontrar una expresión que les permita el conteo total del modelo, se involucran los objetos constantes y variables, la multiplicación de ambas para calcular el total de mosaicos, la interrelación entre patrones y por último, la prueba de que el modelo conserve el color al activar "Play".

- Algunos grupos no logran definir el total de mosaicos de cada patrón, al respecto debieron realizar una multiplicación del bloque por el número de repeticiones, pero para completar esto primero deben realizar un análisis de la construcción del bloque y la figura. Una herramienta que se adquiere en el transcurso de la escuela y para el manejo del software, la instrucción previa sobre el entorno del micromundo.
- Otros grupos (1, 3, 4, 6, 7 y 10) realizan la definición de los patrones con valores fijos pero no trascendieron a definir el conteo total de los mosaicos en base a los patrones realizados.
 - Por ejemplo, algunos grupos entendieron como creación de una fórmula, el contar el total de los mosaicos de forma constante sin tomar en consideración la generación de patrones con la opción de poder cambiar el tamaño de la figura.
- La mayoría no entendió la pregunta ¿Cuántos mosaicos? Cuando inicialmente asignaron una constante para un caso particular no había problema con el coloreado, pero luego si se cambia el número de repeticiones entonces va a cambiar el total de mosaicos. Es aquí donde se asigna la literal en función del patrón e internamente la constante del bloque por las repeticiones.
- El grupo 3 escribe una solución muy particular, utilizaron los patrones únicamente con constantes, resuelven bien la fórmula para calcular el total de mosaicos mediante la suma de los patrones y esto les permitió colorear el mundo general.
- Los grupos 2, 5, 8 y 9 en la actividad crean sus respectivos diseños, inician con la construcción del modelo definiendo libremente cada patrón, desbloquean y asignan literales, luego los relacionan para definir una expresión que les de el total de mosaico. Así mismo, en el momento detallan la relación de los patrones con los que llegaron finalmente, esto se corrobora con la descripción que realizan entre el modelo y la fórmula en la pregunta *h)* (ver figura 5.14).

Def. de Patrones	Def. con literales	Total de mosaicos
7X5, 6X2	pX5, hX2	PX5 + hX2
7, 8X5	b, aX5	aX5 + 2B
5X7, 12	5Xhola, 2Xliz	“Tengo que sumar 35 + 12”
X5, X1	b, a	“dX5=35, aX1=6. 35+6=41”

Cada expresión se entiende como un resultado correcto cuando el estudiante verificó el llenado de datos en las tablas y al utilizar el software asignaron diferentes valores para comprobar el modelo no se descomponga. Luego esto nos da un indicio del avance en el entorno que los estudiantes llegan a dominar al trabajar con este tipo de actividades.

- Todos los grupos mediante el software pueden asignar un nombre o letra a la constante del patrón, pero no logran detallar el significado de haber realizado este cambio para trabajar el patrón con literales. Fue difícil que concluyeran el caso de las literales para poder definir la expresión del total de mosaicos. La excepción es que muy pocos logran trascender o darse cuenta que pueden desbloquear un elemento constante y luego variar el valor del mismo para convertirlo en elemento variable y con ello encontrar una expresión más general y con cierta estructura.
- Si tuviéramos que definir una secuencia de pasos para que el estudiante lo aplique en la actividad para llegar a alguna expresión; entonces primero se requiere del análisis de la figura para intentar identificar cuantos patrones se puede cubrir la figura, luego hacer y definir los patrones visualizados pero inicialmente utilizar constantes para su construcción, a cada patrón asignar una expresión con literales (se puede sumar cada patrón para encontrar el total de mosaicos), utilizar una literal común para ligar los patrones desbloqueando el número de repeticiones, encontrar la expresión que define el conteo total de los mosaicos en el modelo, y por último introducir valores a la variable dependiente para verificar que el modelo no se descomponga.

Sobre el estructurado y contenido de esta actividad se observa lo siguiente:

- Contiene saturación de elementos o aplicativos las cuales pueden confundir al estudiante (muy concentrado al especificar la construcción del patrón).
- Se requiera volver a redefinir algunas preguntas de la actividad por que estas deben enfocarse a la lectura y entendimiento del estudiante, esto sin demeritar el sentido del formalismo.
- En la actividad hace falta especificar al estudiante que realicen un dibujo de los bloques de construcción o patrones para complementarlo con las respuestas.

Actividad "La vía del tren II".

Los estudiantes deben encontrar la relación entre los patrones; entonces, al utilizar en el software hay que encontrar un solo elemento (número) común a ambos patrones; primero tienen que desplazar el número de repeticiones de un patrón a otro, luego deben encontrar la diferencia de unidades para que el modelo no se descomponga. Con esto, el conteo del total de mosaicos lo basan en uno de los patrones previamente ligado al otro patrón. La respuesta en *e)* para colorear el "*Mundo General*", describen un proceso enfocado con la actividad y dinamismo propia del software. Lo cuál sugiere una manipulación visual de los objetos inherentes al software: valores, constantes, bloque, patrón, etc.

- Nuevamente algunos estudiantes como regla general para calcular en la tabla *d*) el total de mosaicos, utilizan un número fijo el cual lo obtienen de contar toda la figura, luego para llenar los datos del número de repeticiones multiplican éste número por cada valor de la tabla; para la actividad esto es un error (i.e. grupos 5, 9 y 10).
- El grupo 1 resuelve bien la fórmula para calcular el total de mosaicos mediante la suma de sus patrones fijos (encontraron que un bloque del primer patrón de 5 mosaicos aparece en la figura 7 veces y el segundo patrón de 2 mosaicos aparece 6 veces). Es decir, encontraron la relación al definir una diferencia entre los patrones de una unidad como lo muestra la siguiente tabla:

Patrón	repeticiones	Diferencia de repeticiones	Relación entre patrones
7x5	7	7-6	7-1
6X2	6		

-
- Los grupos (3, 6 y 9) realizan la definición de uno o dos patrones con valores fijos, intentan el conteo total de los mosaicos en base a estos patrones realizados, pero el resultado es erróneo por que les falta visualizar la relación entre los patrones.
- La utilización de objetos fijos al desbloquearlos se convierten en objetos variables pero con identificación fija; algunos grupos pudieron realizar la actividad de esta forma, pero esto no trascienden con la utilización y manipulación de literales utilizando el software.
- Como en la primera actividad de la vía del tren (A.8), los estudiantes pueden definir sus respectivos diseños, a signar color y literales en cada patrón y después establecer las fórmulas correspondientes para verificar sus resultados en el "Mundo General". El detalle de la relación entre los patrones lo corrobora la siguiente tabla, (ver figura 5.14).

Reglas	Total	Mundo General
7X5, 7-1	$35+12=47$	(*1)
NX5, PX2	$NX5 + PX2$	(*2)
a-1	aX (El núm de mosaicos de la repetición)	(*3)
20, 23	Contar todos los mosaicos	(*3)

(*1) Que todos los números sean iguales.

(*2) Pasar el número de repeticiones del bloque del inciso a) al del otro patrón para que quede igual.

(*3) Unir todos los patrones para al cambiar uno, cambian todos y restar 1(unos) a los verdes para que no cambie su valor al cambiar el valor de "a"

(*4) *Desbloquear los patrones y mostrar la fórmula.*

A los estudiantes se les complica encontrar la relación entre los patrones y la figura del modelo, al analizar sus respuestas, debemos reflexionar sobre las situaciones que podemos mejorar al diseñar y aplicar la actividad:

- En particular, convendría anexar la verificación independiente de cada patrón con su respectiva fórmula utilizando tres números consecutivos (i.e 1, 2 y 3) para que comprueben visualmente cada repetición, y también con los mismos datos dar realce a la expresión general que define el modelo.
- Al realizar las anotaciones del llenado en las tablas, pedir algún comparativo para cierto concepto o valor para esto que los ayude a reflexionar.
- Cuando sea posible, pedir replica de ciertos aplicativos para que llenen y dibujen en papel el resultado.
- Al aplicar la actividad, el asesor y asistentes deben enfocar toda la asistencia a los grupos que lo requieran para que los estudiante en principio, se sientan cómodos y que no haya duda en el seguimiento de los contenido.
- Concluimos en que hace falta enfocar más la actividad en la construcción de los patrones con todo y sus elementos involucrados para que se pueda realizar la transición a la definición algebraica. Que el estudiante pueda tener un dominio de estos conceptos y realice el salto hacia la generalización de expresiones.

Exposición por estudiantes. El Jardín con rosas (2 grupos).

En la actividad, el grupo 1 su exposición y desarrollo definió acertadamente sus respectivos patrones y pasaba por la misma situación que en las actividades anteriores; identificar el número de repeticiones del bloque para relacionar los diferentes patrones, desbloquearlo para empezar a variar la figura, luego verificar datos para que se coloreara el “Mundo General”.

El grupo 2 da muestra de destreza y dominio del software como forma de herramienta visual; con la actividad demuestran que son capaces de identificar y relacionar los patrones involucrados con sus valores constantes y variables. Al realizar lo anterior, ¿hasta que punto serán capaces de comprender el cálculo del total de mosaicos previamente interrelacionados para lograr colorear el “Mundo General”? Como respuesta, en la definición de los patrones “*observan*” que necesitan realizar la suma en una unidad entre los patrones *I* y *IV* para que coincida con el desplazamiento de la figura.

Exposición por estudiantes. La vía del tren (4 grupos).

Los grupos logran construir la parte básica del patrón; identificar entre el bloque de construcción y sus repeticiones que define la creación de cierta figura. La construcción lo realizaron con valores constantes para los patrones, para el conteo total ponen los

números en las propiedades del patrón, pero únicamente ponen el total por cada color (les faltó la operación “*núm de mosaicos del bloque X núm repeticiones*”); de lo anterior se entiende que comprendieron al menos el procedimiento para la construcción de dichos patrones.

Para que se coloreé el mundo general se necesita tener definido el total de mosaicos en la figura, en detalle se requiere contar el total de los mosaicos de cada color y sumarlos; una forma de que los estudiantes llegaran a la solución fue contar uno por uno los mosaicos en la figura (grupo 1 y 3), pero esto les permitió resolver solo un caso.

Al variar el tamaño de la figura, es decir, al cambiar el número de las repeticiones del bloque, se requería que el estudiante lograra relacionar los patrones involucrados mediante una literal en cada patrón. Pocos grupos lograron identificar esta relación por que tenían que sumar o restar repeticiones para que la figura no se les descompusiera en el Mundo General.

Resalta la actividad realizada por el grupo 2, para encontrar el total de mosaicos, se evidencia un procedimiento mediante el cual, utilizan varios patrones de construcción y de los cuales necesariamente deben estar estos “*relacionados*”. Además de que el estudiante se da cuenta de que, si logra vincular los patrones, entonces puede variar (desbloquear) el número del primer patrón que tomó como base, para verificar que su construcción no se “*destruya*”.

Con relación a la manipulación de los patrones y relacionarlos en el manejo del software, los estudiantes (grupo 2) crearon un primer patrón, luego lo desbloquearon y el número de repeticiones lo desplazaron a los demás patrones para iniciar la relación. En ese momento los diferentes patrones descomponían la figura por que se requería que el estudiante ubicara previamente el “*número de unidades a sumar o restar*” en los demás patrones para que este no se le descompusiera. El mismo software les permitió introducir los diferentes números para que probaran y acertaran en completar la figura pedida.

En las actividades, el estudiante tiende a seguir utilizando las herramientas que ha aprendido en la escuela, tal es el caso del conteo de la manera tradicional en lápiz y papel. Esto no demerita la definición de la actividad, la situación es que el desarrollo no se quede en esta fase por parte del alumno.

En la actividad, el grupo 4 relacionó perfectamente sus patrones acorde a una literal y trató de llegar a una expresión para el total de mosaicos, comentan que buscaban realizar una operación, tomando el valor de “a” para que se coloreara el mundo general”, a continuación se presentan algunos puntos de su desarrollo:

- Mediante un objeto número de tipo constante descubrieron la operación para calcular el total de bloques ($\text{núm repeticiones en el patrón} \times \text{núm de mosaicos del bloque}$). Esto al asignar por ejemplo (7×5) para el primer patrón.
- Pudieron descubrir mediante un objeto número de tipo variable la operación para calcular el total de bloques ($\text{núm repeticiones en el patrón} \times \text{núm de mosaicos del bloque}$). Esto al asignar por ejemplo $(a \times 5)$ para el primer patrón.

- Llegaron a encontrar la relación entre los dos patrones, con valores constantes y de manera literal. Al poner en el patrón II la expresión $(a - 1)$.

La mayoría de los grupos no lograron establecer la relación entre los dos patrones para realizar el cálculo del total de mosaicos en la figura por que tuvieron problema para concluir la expresión algebraica.

Capítulo 7

Conclusiones

A través del presente trabajo se estudiaron los procesos y estrategia que utilizaron los estudiantes para resolver problemas de tipo algebraico, utilizando un software de computación denominado eXpresser[21]; en este micromundo se diseñaron diversas actividades para adentrarse de manera visual, dinámica y exploratoria. Los estudiantes trabajaron con patrones figurativos en base a mosaicos de colores y con esto pudieron construir, probar, corroborar y deducir expresiones. Y por parte del asesor le ayudo a identificar las deficiencias que trae el estudiante para abordar los problemas planteados y poder mejorar actividades posteriores.

El software eXpresser tiene un código de licencia tipo GNU GPL v3 donde la participación en el grupo de desarrollo actualmente es muy pequeña. De tal forma que hasta el momento de la creación del presente documento, se procuró colaborar en el desarrollo, pero únicamente se modificó el entorno del software cambiando los menús al lenguaje español para que las vistas fueran más accesible al estudiante.

Sobre el estructurado y contenido de las actividades se observaron las siguientes situaciones:

- Algunas actividades contienen saturación de elementos o aplicativos los cuales pudieran corregirse particionando la actividad o optimizando el número de preguntas.
- En el aplicativo se deben redefinir las preguntas que presenten detalles de redundancia, confusión o exceso de formalismo, para que estas se centren en la lectura y entendimiento del estudiante, sin perder el sentido del enfoque algebraico.
- En la construcción del patrón, hay que implementar estrategias que permitan al estudiante la verificación de la fórmula utilizando números sencillos y en la expresión general dar realce a la comprobación bajo la misma situación.
- En el llenado de las tablas, para cierto valor o concepto pedir algún comparativo que sirva para promover la reflexión o la conciencia en la tendencia de error.

- Cuando sea posible, pedir al estudiante la replica de ciertos aplicativos especificando el trazado de un dibujo en la hoja de respuestas o que llene y verifique con valores propios.
- Enfocar la actividad en la construcción de patrones involucrando "elementos adicionales" para que el estudiante pueda adquirir un buen dominio de estos conceptos y le sea más transparente realizar el proceso del manejo de literales y la generación de expresiones. Por ejemplo, después de manejar las constantes, se puede incidir en la utilización de literales en un sentido algebraico y en el caso de los patrones enfocar la actividad en la construcción para trascender a expresiones que definan el modelo)
- Hay que buscar alternativas para sugerir al estudiante preguntas que implícitamente tenga más peso para con los objetivos de la actividad y buscar que contenga cierto interés para el estudiante sin afectar necesariamente la evaluación.
- Las preguntas donde se les pide describir con palabras propias ¿cómo llegaron a cierta solución? (i.e. Descripción entre el modelo y la fórmula), deben incluirse y plantearse estratégicamente en la actividad por que en las respuesta reflejan los estratos analíticos que utilizaron para llegar a cierta solución.

En la implementación de la actividad y la utilización de estrategias de los estudiantes se observa lo siguiente:

- En la construcción de patrones el estudiante tiende a seguir utilizando las herramienta que ha adquirido en la escuela, este es el caso que realizaron en las primeras actividades con el análisis tradicional a lápiz y papel en el cuál contaron de forma simple los mosaicos de la figura (de uno en uno). Pero al incrementar los valores en el modelo, las operaciones no podían ser tan fácil; entonces tuvieron que enfrentarse al software para empezar a jugar de otra forma con las variables y cambiar el tamaño de la figura.
- Para colorear la figura en la ventana del "*Mundo General*", algunos estudiantes utilizaron patrones con objeto constante, pero no logran detallar el significado de haber realizado el cambio del objeto constante al objeto variable. Los estudiantes que trabajaron con patrones de objetos constantes y variables se enfrentaron a un punto crítico; si entre dos patrones cambiaban el número de repeticiones; inmediatamente la figura se les descomponía, entonces requerían adaptar con una "variable común", restando o sumando en el otro patrón para poder definir el modelo, esta era la regla que se pedía pudieran descubrir.
- El micromundo eXpresser tiene la disponibilidad para poder trabajar con números específicos, números generales, objetos números los cuáles se pueden convertir a objetos variables con alguna etiqueta identificada como literal. Sobre

esto, los estudiantes participaron en el estudio para formular reglas que generen diferentes patrones e interrelacionarlos mediante una variable conocida como el número de repeticiones y una constante que define el bloque.

- Cuando probamos la formulación de una regla simple para calcular el total de mosaicos construido con patrones diferentes, acertamos en que la relación de la regla generada; es el resultado de los actos de lectura, transformación en el que el estudiante se compromete con sus propias construcciones en el software.
- Algunos estudiantes se equivocan con el llenado de las tablas por que entre el análisis previo en papel y la utilización del software, ubicaban inicialmente una base de los patrones para realizar los cálculos, pero al corroborar, visualizar y rectificar con el software este les mostraba valores muy diferentes, entonces debían cambiar de base para calcular los valores posteriores.
- Hay necesidad de que el estudiante reciba un taller previo sobre el manejo y ambientación del software con el objeto de que se involucre con los nuevos conceptos para prever que no suceda la falta conocimiento y manipulación de los elementos, que no sea este el motivo de que no pueda crear y definir lo sustancial de la actividad.
- La presencia del asesor y personal calificado es importante al momento de aplicar la actividad para prever el control del correcto aplicativo, para prevenir desvíos innecesarios que lleven a confusiones y afecten la implantación del aplicativo. Así también para que los estudiantes se sientan cómodos y solventen dudas de situaciones técnicas en el seguimiento de los contenidos.

El profesor y alumnos deberían trabajar más de cerca sobre la base de una propuesta didáctica, metodológica y con mejora de materiales propuestos para el proyecto. Una adecuada estrategia de innovación debe enfocarse a la mejora de las habilidades técnicas, desarrollo del pensamiento crítico, la creatividad y el impulso del sentido científico para resolver problemas.

- Se observa que al momento de la practica el asesor pudiera detectar la construcción de algún patrón erróneo para definir, redefinir (o no definir) ayuda alguna; y que finalmente se apuntara en la misma actividad como una registro de bitácora para que se pudiera corregir en el momento de la actividad o para mejorar las nuevas propuestas.
- En la implementación de la actividad, se detectan momentos críticos que se pudieran solventar; como es la interrupción del llenado de las tablas por falta de del seguimiento en los reactivos, que quizá se hubiera podido solventar con la asistencia técnica. O por que cierto grupo se quedo con la operatividad en algún momento de la construcción. También por que el grupo no necesariamente se encuentra homogéneo en la operatividad de la computadora y el software.

- Al respecto de los acercamientos y la descripción de las soluciones retóricas de los estudiantes, se podría generar un análisis en base a estas respuestas, para utilizarlos como nuevo laboratorio y presentar ante todo el grupo con la finalidad de incidir en la retroalimentación.
- Algunos estudiantes fueron capaces de expresar la generalización bajo el lenguaje de eXpresser, pero encontraron dificultad para expresarse algebraicamente. Sobre esto incluimos la creación de expresiones con sentido bajo la norma de un álgebra del SMS. Por ejemplo se abordó de forma implícita la noción de variable dependiente e independiente y la relación con el conteo de los mosaicos utilizando dichas variables, o también la estructuración de expresiones como parte de otra actividad; esto necesariamente conlleva a estudios y aplicativos posteriores en el aula.
- El profesor o diseñador de las actividades, debe considerar inicialmente el nivel del grupo, la base matemática y tecnológica así como el nivel socioeconómico para identificar el uso de los artefactos tecnológicos con los que se mueve el estudiante y el ofrecimiento de la institución en el tema de las TIC. Para nuestro caso, se encontró un nivel bajo en ambos casos.

Apéndice A

Actividades

Aquí se presentan las actividades desarrolladas e implementadas en el salón de clases para la conformación del documento de tesis.

Figura A.1: Actividad. Mi primer patrón con eXpresser.

MI PRIMER PATRÓN CON EXPRESSER

Con esta actividad aprenderás a usar eXpresser para construir patrones con mosaicos de colores y obtener reglas asociadas con ellos. Pudes también animarlos para que cambien automáticamente.

NOMBRES: _____

Fecha: _____

1.- ¿Qué cantidad deben colocar en cada una de las entradas de números para construir cada uno de los patrones que se muestran a continuación en el cuadro de la izquierda?

2.- ¿Hagan que los mosaicos se rellenen del color seleccionado. Colquen en la casilla que corresponde, el número total de mosaicos que conforman todo el patrón en cada uno de los tres casos anteriores. Escriban su respuesta enseguida.

Cuántos mosaicos?

Cuántos mosaicos?

Cuántos mosaicos?

3.- Desbloquen los números que se indican en la siguiente tabla y respondan las presuntas:

	¿Qué cambia? ¿Qué no cambia?
	¿Qué cambia? ¿Qué no cambia?

Figura A.2: Actividad. El Sendero.
EL SENDERO

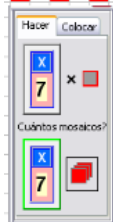
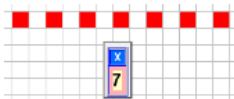
NOMBRES: _____ Fecha: _____

En esta actividad construiremos primero un patrón que servirá de base para la construcción de otro.

1. Utilizando eXpresser, construyan un patrón como el que se muestra en la figura siguiente, utilicen mosaicos de **color rojo**.



2. Denle el nombre "X" al número de mosaicos rojos y desbloquéenlo.



3. Arrastren el número X a la casilla de "Cuántos mosaicos?". El patrón deberá quedar coloreado.

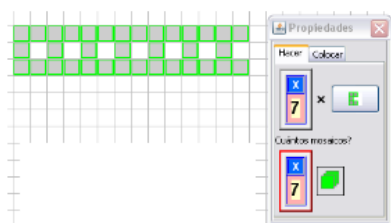
4. En la misma pantalla, construyan un segundo patrón con mosaicos verdes, que represente un sendero por el que se pueda pasar alrededor de los mosaicos rojos. Usen los siguientes pasos de construcción.

Paso 1. Construir un patrón con el **MISMO NÚMERO DE REPETICIONES X**.

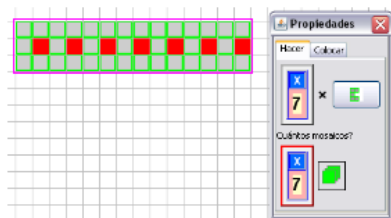


Paso 2. Arrastrar el número X a la casilla de "Cuántos mosaicos?"

Figura A.3: Actividad. El Sendero.(continuación)



Paso 3. Mover uno de los patrones para que quede sobre el otro y formar el diseño que se quiere.



5. Si en el centro hay 7 mosaicos rojos, ¿cuántos mosaicos verdes hay? _____
6. Si se tienen 12 mosaicos rojos, ¿cuántos mosaicos verdes deberá haber? _____
7. ¿Cuál es el número por el que hay que multiplicar a X para obtener el total de mosaicos verdes? _____ Comprueben su resultado en la computadora.
8. Escriban la fórmula completa para calcular el número de mosaicos verdes.
9. Llenen la siguiente tabla usando la fórmula del ejercicio anterior.

Número de mosaicos rojos	1	7	11	15	20
--------------------------	---	---	----	----	----

Número de mosaicos verdes					
---------------------------	--	--	--	--	--

10. Describan con palabras, cómo se puede calcular el número de mosaicos verdes cuando conocemos el número de mosaicos rojos.

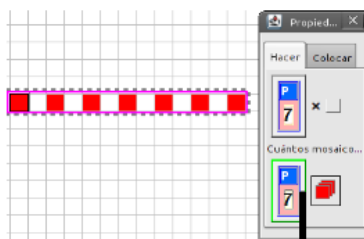
Figura A.4: Actividad. El Sendero. Parte II

EL SENDERO_ParteII

NOMBRES: _____ Fecha: _____

En esta actividad construiremos primero un patrón que servirá de base para la construcción de otro.

1. Utilizando eXpresser, construyan un patrón como el que se muestra en la figura siguiente, utilicen mosaicos de **color rojo**.
2. Denle el nombre "P" al número de mosaicos rojos y desbloquéenlo.



3. Arrastren el número **P** a la casilla de "Cuántos mosaicos?". El patrón deberá quedar coloreado.
4. Completen: **P** es el número de _____
5. En la misma pantalla, construyan un segundo patrón con mosaicos verdes, que represente un sendero por el que se pueda pasar alrededor de los mosaicos rojos. Usen los siguientes pasos de construcción.

Paso 1. Arrastrar el número que se llama **P** del patrón anterior, a la casilla que indica el número de repeticiones del nuevo patrón.

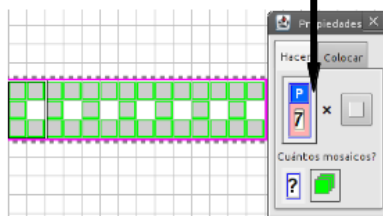
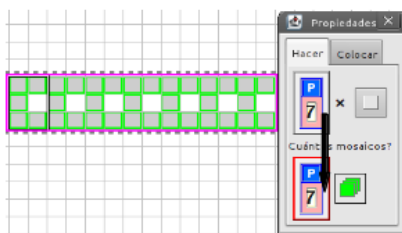


Figura A.5: Actividad. El Sendero. Parte II(Continuación).

Paso 2. Arrastre en número **P** a la casilla de "¿Cuántos mosaicos?"



Paso 3. Mover uno de los patrones para que quede sobre el otro y formar el diseño que se quiere.



6. Completen: **P** indica el número de _____
7. Si en el centro hay 7 mosaicos rojos, ¿cuántos mosaicos verdes debe haber? _____
8. Si se tienen 12 mosaicos rojos, ¿cuántos mosaicos verdes deberá haber? _____
9. Escriban el número que falta en seguida:

Total de mosaicos verdes = _____ x P

10. Llenen la siguiente tabla usando la fórmula del ejercicio anterior:

Número de mosaicos rojos	7	12	1	15	18	25
Número de mosaicos verdes						

P	3		9		15	18
Número de mosaicos verdes						

P	34	47				
Número de mosaicos verdes			55	70	200	500

11. Guarde su trabajo con el nombre SENDERO para continuar con él en la siguiente sesión.

Figura A.6: Actividad. El Jardín con Rosas.

EL JARDÍN CON ROSAS I

- a) Utilizando eXpresser, construyan un patrón que represente una jardinera llena de rosas rojas, rodeada de césped, como se muestra en la figura siguiente.

Usen mosaicos de color rojo para las rosas y de color verde para el césped.



- b) Asegúrense de que su patrón quede coloreado en la ventana “Mi Mundo”.
- c) Asegúrense de que su patrón se pueda animar en la ventana “Mundo General”.
- d) Si se quiere que la jardinera pueda cambiar de tamaño **sin modificar su forma**, ¿qué debemos hacer?
- e) Completen la siguiente tabla, utilizando los datos de la jardinera que construyeron.
- | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Número de mosaicos rojos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Núm. de mosaicos verdes que se necesitan para el césped | | | | | |
- f) Deduzcan y escriban una fórmula para calcular el número de mosaicos **en total** que se necesitan para hacer cualquier jardinera.

- g) Comprueben que su fórmula esté correcta. Llenen la siguiente tabla utilizándola y comparen los resultados con la tabal del ejercicio e).

Número de mosaicos rojos	1	2	3	4	5
Núm. de mosaicos verdes que se necesitan para el césped					
Total de mosaicos utilizados					

Figura A.7: Actividad. El Jardín con Rosas II.

EL JARDÍN CON ROSAS II

NOMBRES: _____ **Fecha:** _____
Grupo: _____

1. Supongan que la figura siguiente los mosaicos rojos representan rosas rojas y que éstas están rodeadas por un jardín (representado con los mosaicos verdes). Contesten las siguientes preguntas usando este esquema de construcción.



- a. Si en el centro hay 5 mosaicos rojos, ¿cuántos mosaicos verdes deberá haber para rodear completamente a los mosaicos rojos? _____. Y si hay 8 mosaicos rojos, ¿cuántos verdes debe haber? _____.
- b. Llenen las siguientes tablas en la que el número de mosaicos rojos está cambiando.
- | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Número de mosaicos rojos | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Número de mosaicos verdes que se necesitan para el jardín | | | | | |
-
- | | | | | | |
|---|----|----|----|-----|------|
| Número de mosaicos rojos | 12 | 27 | 48 | 121 | 5532 |
| Número de mosaicos verdes que se necesitan para el jardín | | | | | |
- c. Describan con palabras, cómo se puede calcular el número de mosaicos verdes cuando conocemos el número de mosaicos rojos.

2.- Escriban la(s) operación(es) que realizaron para calcular el número de mosaicos verdes de la tabla anterior.

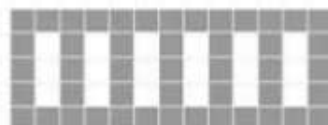
3.- Escribe una fórmula para calcular el número de mosaicos verdes para cualquier número de rojos que se tenga _____

4.- Dibuja al reverso de la hoja **tres diseños** como el de la figura de arriba pero cada uno con un número de mosaicos rojos distinto (indica cuántos son). Indica también el número de mosaicos verdes que se requirieron para rodear cada una de las figuras que dibujaste.

5.- Comprueba que tu fórmula del ejercicio 3, de los mismos resultados (del número de mosaicos verdes) que los que obtuviste en cada uno de tus diseños del ejercicio 4.

Figura A.8: Actividad. La vía del tren I.

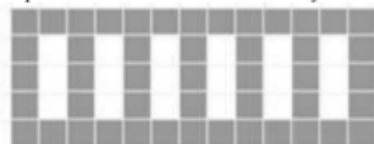
Construye **un modelo** que se asemeje a una vía del tren, como se muestra en la figura siguiente. Usa **diferentes colores**, de tal manera que puedas mostrar cómo construiste los patrones.



- a) Para todos los colores que utilizaste, **desbloquea el número de repeticiones del bloque** de construcción.
- b) Indica cuáles fueron estos números en cada color:
 Color: _____. Valor: _____ Color: _____. Valor: _____
 Color: _____. Valor: _____ Color: _____. Valor: _____
- c) Para todos los colores, arrastra el número de repeticiones del bloque a la casilla que corresponde a “Cuántos mosaicos?” en cada color.
- d) **Realiza las operaciones** con cada uno de los números de las casillas “Cuántos mosaicos?” para construir las fórmulas que permitan mantener siempre coloreados todos los mosaicos. Indícalas enseguida:
 Color: _____. Fórmula: _____ Color: _____. Fórmula: _____
 Color: _____. Fórmula: _____ Color: _____. Fórmula: _____
- e) **Dar un nombre** a todos los números que se desbloquearon en el inciso a); escribe la fórmula obtenida en el inciso d), cuando solo se muestra el nombre de los elementos desbloqueados.
 Color: _____. Fórmula: _____ Color: _____. Fórmula: _____
 Color: _____. Fórmula: _____ Color: _____. Fórmula: _____
- f) **Construye** una fórmula con la que puedas calcular el total de mosaicos de todo el modelo. Puedes utilizar los resultados del inciso d). Indícala en el recuadro,
-
- g) Asegúrate también de que tu modelo **no se descomponga** cuando lo animas en la ventana “Mundo General”.
- h) Escribe con tus propias palabras la relación que hay entre el modelo y la fórmula obtenida.

Figura A.9: Actividad. La vía del tren II.

Construyan un modelo que se asemeje a una vía del tren, como se muestra en la figura siguiente. Usen **diferentes colores**, de tal manera que puedan mostrar cómo construyeron el modelo.



- a) Desbloqueen el número de repeticiones del bloque del primer patrón construido. Indiquen cuál fue: _____
- b) Escriban **las reglas** para calcular el número total de mosaicos de cada uno de los colores. Escribanlas en las casillas de “Cuántos mosaicos?”
- c) Si le dan un nombre al número desbloqueado en el inciso a), cómo quedan dichas reglas. Escribanlas en la tabla.

Color	Regla correspondiente

- d) Escriban una regla para calcular el número total de mosaicos del modelo:

- e) Asegúrense que el modelo no se descomponga en la ventana “Mundo General”. Describan qué tienen que hacer para ello: _____

- f) Completen la siguiente tabla, utilizando la regla obtenida en el inciso d).

Valor del número desbloqueado	1	4	15	27	345	700
Número total de mosaicos						

Apéndice B

Software *eXpresser*

Es una aplicación diseñada para proporcionar soporte inteligente para la generalización matemática, dirigido a los contextos de enseñanza de matemáticas de secundaria. Fue desarrollada por el proyecto Migen y ahora es mantenido por el proyecto Metáfora. Basado en el lenguaje Java y por lo mismo es portable en casi todos los sistemas operativos.

Página oficial: <http://migenproject.wordpress.com/>

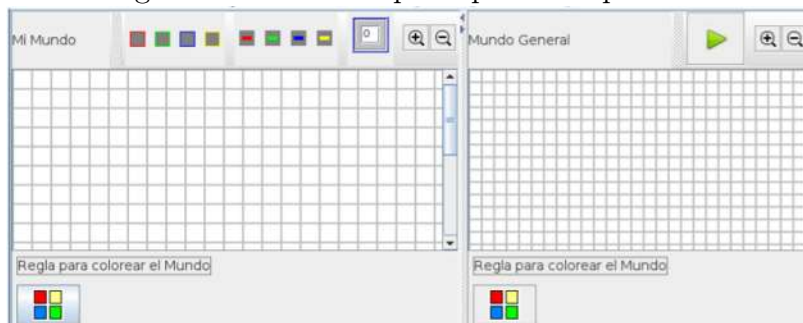
Al proyecto han contribuido varios profesores de matemáticas, consultores en educación matemática, formadores de docentes e investigadores participaron. Ellos proporcionaron al equipo una valiosa retroalimentación.

En eXpresser[21] puedes construir modelos hechos de patrones de mosaicos. La siguiente imagen muestra la interfaz principal de eXpresser[21] e introduce sus principales características y la terminología (para más información, en la página citada puede consultar los manuales y video tutorial).

Por ejemplo, en el caso del modelo de una flor comprende un patrón de los pétalos de la flor y otro para el tallo y la hoja. Haces patrones repitiendo un bloque de construcción de varios mosaicos.

Un aspecto clave a destacar es la ventana “*Mundo General*”. Esto permite al usuario vigilar en la generalidad de su modelo. Si su modelo está construido de una manera

Figura B.1: Ventana principal de Expresser.



diferente a la general, el modelo general tendrá el mismo aspecto como su modelo en el área de construcción. Si su modelo se construye de una manera general, a continuación, el modelo general se adapta automáticamente a diferentes valores para el número de repeticiones de su bloque de construcción subyacente.

————— *Líderes de Proyectos.*

Richard Noss.

Es profesor de Didáctica de la Matemática en el Instituto de Educación, Universidad de Londres, y co-director de la London Laboratorio de Conocimiento. Ha dirigido una serie de proyectos de investigación en el diseño y evaluación de los micromundos matemáticos. Desde septiembre de 2007, ocupa el cargo de Director Asociado (Tecnología mejorada del Aprendizaje) de la Enseñanza y el Programa de Investigación de Aprendizaje. En 2003, fue co-fundador de la red Caleidoscopio de la excelencia, y fue subdirector hasta el final de 2005. Richard fue editor en jefe de la Revista Internacional de Computadoras de aprendizaje matemático hasta el año 2005.

Alex Poulouvassilis. Es Profesor de Ciencias de la Computación, en la Facultad de Ciencias de la Computación y Sistemas de Información en el Birkbeck. Se interesa en técnicas para organizar, acceder, integrar y personalizar la información a fin de mejorar su utilidad para las personas que lo necesitan.

Personal del proyecto.

Celia Hoyles. Es profesor de Didáctica de la Matemática en la London Laboratorio de Conocimiento, el Instituto de Educación, Universidad de Londres. Ha dirigido más de 20 proyectos de investigación que se ocupan de las matemáticas en todos los niveles y en una variedad de contextos. Se le concedió un OBE por servicios a la educación matemática y la medalla Hans Freudenthal en reconocimiento a su programa acumulativo de investigación.

George Magoulas. Es profesor de Ciencias de la Computación en el Birkbeck College. Su investigación se inscribe en el marco de la Inteligencia Computacional y más particularmente de la computación bio-inspirada. Él está trabajando en el desarrollo de sistemas de software que presentan diferentes niveles de inteligencia y poseen capacidades de aprendizaje significativas.

Niall Winters. Es doctor en Ciencias de la Computación de la Universidad de Dublín, Trinity College (2002) y ha sido investigador visitante en el Media Lab Europe y la University Técnica de Lisboa (IST). Consejo de Investigación del Reino Unido Academic Fellow en la London Laboratorio de Conocimiento, Instituto de Educación, Universidad de Londres.

Ken Kahn. Obtuvo su doctorado en ciencias de la computación en el MIT. Ha pasado más de 30 años como investigador en lenguajes de programación, animación por ordenador y sistemas de programación para los niños. Él ha sido un miembro de la facultad en el MIT, la Universidad de Estocolmo y la Universidad de Uppsala. Investigador principal en dos proyectos de tecnología de la educación superior en la

Universidad de Oxford.

Oficiales de Investigación.

Eirini Geraniou. Trabaja como oficial de investigación a tiempo completo en la London Laboratorio de Conocimiento. Antes de unirse al equipo de Migen en enero de 2008, trabajó como profesor de matemáticas en la escuela católica de la trinidad en Leamington Spa. También ha trabajado como profesor de sesiones en el Centro de Apoyo de Matemáticas en la Universidad de Aston en Birmingham ayudar a los estudiantes de licenciatura en matemáticas. Completó su doctorado en educación matemática en la Universidad de Warwick en 2006. Su investigación se centró en la transición de pregrado para estudios de posgrado en matemáticas.

Sergio Gutiérrez Santos. Recibió su doctorado de la Universidad Carlos III de Madrid en 2007. El título de su tesis doctoral fue "La secuenciación de las actividades de aprendizaje orientadas a la reutilización y la auto-organización de los sistemas de tutoría inteligente". Ha trabajado en el Centro de TI de Intel Innovación (Leixlip, Irlanda) y la empresa francesa Paraschool (París, Francia).

Manolis Mavrikis. Defendió con éxito su doctorado en 2007 en la Universidad de Edimburgo, desde donde también posee una Maestría en Inteligencia Artificial. Recibió su Licenciatura en Matemáticas Aplicadas por la Universidad de Atenas. Durante sus estudios de doctorado a tiempo parcial era el principal desarrollador de Wallis, un inteligente entorno de aprendizaje basado en la web para las matemáticas.

Bibliografía

- [1] Santos (2007). *La formulación de preguntas y empleo de tecnología.*
- [2] Santos(2007). *Procesos de transformación de artefactos tecnológicos en herramientas de solución de problemas.*
- [3] John Bransford, Linda Zech, Daniel Schwartz, Brigid Barron, Nancy Vye adn the Cognition and Technology Group (CTGV) *Vanderbit University* (2000). *Designs for enviroments that invite and sustain mathematical thinking.*
- [4] Wong (2003). *The influence of tecnology on the mathematics curriculum.*
- [5] Darren Pearce, Manolis Mavrikis, Eirini Geraniou, and Sergio Gutiérrez. *Issues in the Design of an Environment to Support the Learning of Mathematical Generalisation.*
- [6] Darren Pearce and Alexandra Poulovasilis. *The Conceptual and Architectural Design of a System Supporting Exploratory Learning of Mathematics Generalisation.*
- [7] Darren Pearce¹, Eirini Geraniou, Manolis Mavrikis, Sergio Gutierrez-Santos, and Ken Kahn. *Using Pattern Construction and Analysis in an Exploratory Learning Environment for Understanding Mathematical Generalisation: The Potential for Intelligent Support.*
- [8] Mihaela Cocea and George D. Magoulas. *Combining Intelligent Methods for Learner Modelling in Exploratory Learning Environments.*
- [9] Bednarz, N. & Janvier, B (1996). *Emergence and development of algebra as a problem-solving tool: Continuities and discontinuities with arithmetic.* In: N. Bednarz, C. Kieran and L. Lee (Eds.) *Approaches to Algebra.* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- [10] Filloy, E., Rojano, T., & Puig, L. (2010). *Educational Algebra. A Theoretical and Empirical Approach.* New York: Springer.

- [11] Healy, L., Hoelzl, C and Noss, R. (1994). *Messing Up. Micro-math*, 10(1), 14-16.
- [12] Hoyles, C., & Sutherland, R. (1989). *LOGO Mathematics in the Classroom*. London: Routledge.
- [13] Lee, L (1996). *An initiation into algebraic culture through generalization activities*. In: N. Bednarz, C. Kieran and L. Lee (Eds.) *Approaches to Algebra*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- [14] Kieran, C. (2007). *Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation*. In: F. Lester, Jr., (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 707-762. Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- [15] Mason, J. (2008). *Thinking algebraically and Geometrically*. The Scottish Mathematical Council Journal 37, 43 - 45.
- [16] Noss, R. & Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings: Learning Cultures and Computers*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- [17] Noss, R., Hoyles, C., Mavrikis, M., Geraniou, E., Gutierrez-Santos, S., & Pearce, D. (2009). *Broadening the sense of 'dynamic': a microworld to support students' mathematical generalization*. In: Special Issue of The International Journal on Mathematics Education (ZDM): Transforming Mathematics Education through the Use of Dynamic Mathematics Technologies. 41 (4), 493-503.
- [18] Puig, L. (2003). *Signos, textos y sistemas matemáticos de signos*. In: E. Filloy (Ed.), *Matemática Educativa: Aspectos de la investigación actual*. 174-186. México: Fondo de Cultura Económica and Cinvestav.
- [19] Puig, L. (2008). *Sentido y elaboración del componente de competencia de los modelos teóricos locales en la investigación de la enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos*. In: PNA, 2 (3), 87-107.
- [20] Sutherland, R. & Rojano, T. (1993). *A spreadsheet approach to solving algebra problems*. Journal of Mathematical Behavior, 12(29, 353-383).
- [21] Noss, R., Poulovassilis, A., Geraniou, E., Gutierrez-Santos, S., Hoyles, C., Kahn, K., Magoulas, G. D., and Mavrikis, M. (2011). *Software eXpresser del proyecto MiGen y Metáfora(B)*.

- [22] Danny Bobrow, Wally Feurzeig y Seymour Papert (1967). *Logo, Lenguaje de Programación* (intérpretes: FMSLogo, LogoWriter, WinLogo, Logo Gráfico, XLogo, MSWLogo y LogoEs, libros: XLogo, MSWLogo y LogoES). http://es.wikipedia.org/wiki/Logo_%28Lenguaje_de_programaci%C3%B3n%29.
- [23] Ferdinand de Saussure. *Curso de lingüística general*, Buenos Aires, Losada, 1945.