



UNIVERSIDAD MICHUACANA DE SAN  
NICOLÁS DE HIDALGO

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS  
"MAT. LUIS MANUEL RIVERA GUTIÉRREZ"

MAESTRÍA EN CIENCIAS EN INGENIERÍA FÍSICA

"PROPIEDADES MAGNÉTICAS Y  
CROMOMAGNÉTICAS DE FERMIONES CON  
VIOLACIÓN DE SABOR"

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRA EN CIENCIAS EN INGENIERÍA  
FÍSICA

PRESENTA:

L.F.M. BRENDA QUEZADAS VIVIAN

DIRECTORES DE TESIS:  
DOCTOR EN FÍSICA JAVIER MONTAÑO DOMÍNGUEZ  
DOCTOR EN FÍSICA FERNANDO IGUAZÚ RAMÍREZ  
ZAVALETA



MORELIA, MICHUACÁN, AGOSTO DEL 2017

*Dedicado a mi  
familia y amigos*



# Agradecimientos

Quiero agradecer a mi familia, principalmente a mis padres José y Gracia, por todo el apoyo y amor que me han brindado, por motivarme a seguir siempre adelante y alentarme a dar siempre lo mejor. A mis hermanos Fernando, Iván y Diana por la fortuna de tenerlos en mi vida.

Agradezco mucho a Dios por darme todo lo que tengo y lo que soy.

Agradezco a mis amigos, que a pesar del tiempo y la distancia permanecen ahí. A mi compañero Luis Eduardo por haberme ayudado en este recorrido en la maestría. A Memo por acompañarme siempre, por motivarme en los momentos de desánimo y reanimarme a continuar. Gracias por todo tu cariño.

Agradezco a mis asesores el Dr. Fernando y el Dr. Javier, por compartir sus conocimientos conmigo, por el apoyo y paciencia que han tenido para la realización de este trabajo.

Agradezco a CONACyT por la beca otorgada durante la realización de mi maestría.



# Resumen

Se presenta el cálculo analítico de las propiedades magnéticas y cromomagnéticas para cualquier fermión cargado del Modelo Estándar en el contexto de modelos con sectores de corrientes generalizados, en donde se predice la existencia de un nuevo bosón de norma neutro masivo de espín 1. En específico, se calcula el impacto de corrientes neutras que cambian sabor mediadas por un nuevo bosón, conocido como  $Z'$ , sobre el momento dipolar magnético anómalo y el momento dipolar cromomagnético anómalo. Los cálculos numéricos se enfocan en la anomalía del leptón tau,  $a_\tau$ , y la anomalía del momento dipolar cromomagnético del quark top,  $\Delta k$ . Se comparan nuestros resultados con las predicciones teóricas en el Modelo Estándar y con las restricciones experimentales actuales.

*Palabras clave:* Momento magnético anómalo, violación de sabor, bosón  $Z'$ , quark top, momento dipolar cromomagnético.



# Abstract

The analytical calculation of magnetic and chromomagnetic properties for any charged fermion of the Standard Model in the context of models with generalized currents sectors is presented, where the existence of a new neutral massive gauge boson of spin 1 is predicted. Specifically, the impact of flavor changing neutral currents mediated by this boson, known as  $Z'$ , on the anomalous magnetic dipole moment and the anomalous chromomagnetic dipole moment are calculated. The numerical evaluations are carried out for both the magnetic anomaly of the lepton tau and chromomagnetic anomaly of the top quark. We compare our results with the theoretical prediction in the Standard Model and the actual experimental constraints.

*Keywords: Anomalous magnetic moment, flavor violation,  $Z'$  boson, quark top.*





# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. Modelo Estándar</b>	<b>5</b>
1.1. Teoría electrodébil . . . . .	7
1.1.1. Sector de Higgs . . . . .	9
1.1.2. Sector de Yukawa . . . . .	11
1.1.3. Sector de Yang-Mills . . . . .	11
1.1.4. Sector de corrientes . . . . .	12
1.2. Cromodinámica cuántica . . . . .	14
1.3. Electrodinámica cuántica . . . . .	15
<b>2. El momento magnético anómalo</b>	<b>17</b>
2.1. El lagrangiano que incluye violación de sabor . . . . .	19
<b>3. Cálculo del momento dipolar magnético y cromomagnético anómalo</b>	<b>21</b>
3.1. Factor de forma del momento dipolar magnéticos anómalo . . . . .	21
3.2. Factor de forma del momento dipolar cromomagnético anómalo . . . . .	32
<b>4. Resultados numéricos y discusión</b>	<b>35</b>
4.1. Anomalía dipolar magnética . . . . .	36
4.2. Anomalía dipolar cromomagnética del quark top . . . . .	40
<b>5. Conclusiones y perspectivas</b>	<b>43</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>47</b>



# Introducción

El modelo estándar de interacciones fundamentales (ME) es una teoría bastante exitosa debido a que sus predicciones teóricas han concordado con las mediciones experimentales a una precisión sin precedentes, donde las predicciones teóricas de este modelo se han puesto a prueba en los colisionadores de partículas en las últimas décadas. Sin embargo, el ME no ha sido capaz de explicar diversas cuestiones fundamentales, por ejemplo, el fenómeno de violación de sabor. Es así que surge la motivación por entender cuales fenómenos están o estarían más allá del ME y cuales pueden ser explicados por este.

El estudio de la violación de sabor ha cobrado interés debido al descubrimiento de oscilaciones de neutrinos [1,2], donde un neutrino creado con un sabor leptónico específico (electrón, muon o tau) es posteriormente medido con un sabor distinto. Lo que nos indica que la propiedad de conservación de sabor en el ME está violada en la naturaleza, por lo que es justificable estudiar fenómenos que violan sabor como posibles precursores de nuevas teorías que nos permitan explicar con mayores detalles la naturaleza de las partículas elementales.

Una de las posibles manifestaciones de nueva física, las cuales se están intentando medir experimentalmente a gran precisión, es el fenómeno de corrientes neutras que cambian sabor (CNCS) en acoplamientos entre fermiones cargados de distinto sabor. Como es sabido, este fenómeno está prohibido en el ME cuando se consideran interacciones entre leptones o quarks, luego entonces, de manera natural se abre una brecha para búsqueda de nueva física en CNCS tanto en el sector leptónico como en el sector de quarks. Dado que este tipo de acoplamientos constituyen predicciones puras a nivel de fluctuación cuántica, podrían dar lugar a manifestaciones de nueva física a energías alcanzables por los experimentos actuales. En el sector de quarks del ME las CNCS constituyen un fenómeno que está altamente suprimido; a nivel de un lazo se pueden inducir transiciones electromagnéticas que involucran violación de sabor leptónico en presencia de neutrinos masivos [2], etc.

Entre los ejemplos típicos de mediciones de precisión sobre el ME se encuentran las mediciones experimentales que se realizan a los momentos magnéticos anómalos de partículas elementales cargadas, como lo han sido para el electrón y el muón [2–4]. Sin embargo, aún no está determinado experimentalmente el momento magnético anómalo del leptón tau y de los quarks. Esto nos permite abrir una nueva línea de

investigación sobre las propiedades eléctricas, magnéticas o también cromomagnéticas de fermiones y su relación con efectos de nueva física referentes al cambio de sabor.

Una de las propiedades electromagnéticas mejor estudiadas es el momento dipolar magnético anómalo del electrón, el cual está relacionado directamente con su razón giromagnética,  $g_e$ . El cálculo a primer orden de  $g_e$  y la posterior medición de esta nueva predicción teórica [5] dio lugar al nacimiento de la electrodinámica cuántica (EDC), pues el antiguo modelo de Dirac predecía que para una partícula cargada sin estructura (puntual)  $g_e = 2$ . Sin embargo, la teoría de EDC introducida por Schwinger-Feynman-Tomonaga predijo que el electrón poseía cierta estructura y que por tanto, no era adecuado considerarlo como una partícula puntual en el sentido estricto de la palabra. La relación entre el espín de la partícula que se está tratando y su momento magnético está dada por la siguiente ecuación [6, 7]:

$$\vec{\mu} = g \frac{c_e}{2m} \vec{s}, \quad (1)$$

donde  $c_e$  es la carga de la partícula y  $m$  es su masa. El coeficiente  $g$  es también conocido como factor de Landé, el cual está dado por:

$$g = 2(F_1(0) + F_2(0)) = 2 + 2F_2(0). \quad (2)$$

En el contexto de la EDC,  $F_1(0) = 1$ , sin embargo, como la partícula cargada (electrón o cualquier fermión cargado) puede emitir o reabsorber fotones virtuales, esto genera un incremento en  $g$  ligeramente arriba de 2. Convencionalmente, se cuantifica la discrepancia entre  $g$  y 2 por medio de una cantidad adimensional conocida como momento magnético anómalo, la cual está definida como  $\alpha = \frac{g-2}{2}$ .

Se pretende estudiar en esta tesis el efecto que tiene la física del sabor de las partículas elementales sobre el factor de Landé de fermiones cargados, el cual nos habla sobre el momento dipolar magnético de la partícula y ver cómo se corrige dicho factor utilizando teoría de perturbaciones. La importancia de este estudio se debe a que no se conoce cuál es la estructura electrodébil y de color de las partículas elementales. Es por tanto justificable estudiar fenómenos que violan sabor como posibles precursores de nuevas teorías que nos permitan explicar con mayores detalles la naturaleza de las partículas elementales.

Para ello se analizarán los diagramas de Feynman correspondientes a los vértices  $f_i f_i \gamma$  y  $f_i f_i g$  mediados por el bosón  $Z'$ . La existencia del bosón  $Z'$  es predicha en varias extensiones del ME [8–12]. El más simple consiste en agregar un grupo de simetría extra  $U'(1)$  al ME [13].

Una vez conseguidos los resultados analíticos, el análisis numérico se dirigirá al leptón tau y al quark top. Una de las características importantes del quark top es ser la partícula más pesada ( $m_t = 173.21$  GeV [4]) que predice el ME. Es tan pesada que por sí misma podría constituir un vínculo con nueva física presente más allá de la escala de Fermi ( $v = 246$  GeV). Un escenario donde los efectos de nueva física se harían evidentes es por medio de sus acoplamientos con los bosones de norma de

la teoría, como por ejemplo, su acoplamiento a orden de un lazo con los bosones de norma neutros del ME, a saber, el fotón, el bosón de norma débil  $Z$  y los gluones de la interacción fuerte,  $g$ . Por lo tanto, en esta tesis daremos detalles de como es que impactan las CNCS mediadas por el bosón  $Z'$  sobre las anomalías magnéticas y cromomagnéticas de fermiones cargados, haciendo énfasis en el momento dipolar magnético del lepton tau [4] y el momento dipolar cromomagnético del quark top [14].

El contenido de la tesis está organizado de la siguiente manera: en el Capítulo 1, se describe con detalle al Modelo Estándar de las interacciones fundamentales y sus sectores. En el Capítulo 2, presentamos de manera breve lo relacionado con el momento magnético de fermiones cargados, así como el lagrangiano renormalizable más general que incluye CNCS mediados por el bosón  $Z'$ . En el Capítulo 3, se hacen los cálculos analíticos para obtener los factores de forma que nos darán la información de los momentos dipolares magnéticos y cromomagnéticos de los fermiones. En el Capítulo 4, se presentan los resultados numéricos y las discusiones del trabajo realizado. Finalmente, en el Capítulo 5, se presentan las conclusiones y las perspectivas de este trabajo de tesis.



# Capítulo 1

## Modelo Estándar

La búsqueda del conocimiento de los constituyentes fundamentales de la materia y de las interacciones que rigen su dinámica ha impulsado el desarrollo de la física de altas energías, y con ello ha generado modelos que explican las observaciones experimentales.

Así surgió precisamente el Modelo Estándar, de la búsqueda de encontrar los constituyentes fundamentales que forman el universo y la manera en que interaccionan. El Modelo Estándar de las partículas elementales, fue desarrollado a lo largo de la segunda mitad del siglo XX, el cual se elaboró y corroboró con gran precisión, y constituye hasta ahora la teoría más exitosa para describir las componentes fundamentales de la materia y sus interacciones, su formulación actual se terminó en la década de 1970, después de la confirmación experimental de la existencia de los quarks. El ME asegura que la materia en el universo está constituida por fermiones elementales que interactúan a través de campos, de los cuales ellos mismos son las fuentes, y tales campos de interacción tienen asociadas partículas llamadas bosones de norma. El teorema de Noether nos dice que para cada simetría continua de la naturaleza hay una correspondiente ley de conservación. Las simetrías y el rompimiento de éstas juegan un papel muy importante en el ME.

El ME es una teoría consistente con la mecánica cuántica y la relatividad especial, es decir, es una teoría cuántica relativista, la cual describe a las partículas como excitaciones o cuantos de un campo (como el eléctrico o magnético) y que además toma en cuenta que el número de estas partículas puede cambiar en un proceso. ¿Cómo sucede esto? La experimentación nos dice que en algunos procesos unas partículas pueden decaer (transformarse) en otras, pero también nuevas partículas pueden ser creadas. Matemáticamente, el ME está basado en el grupo de simetría gauge  $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$  y logra describir con bastante precisión tres de las cuatro fuerzas que hasta ahora se han descubierto en la naturaleza, que son, la fuerza fuerte, la débil y la fuerza electromagnética (a energías del orden de  $10^2$  GeV) mediante el intercambio de los correspondientes campos de spin 1 (bosones de gauge): 8 gluones sin masa para las interacciones fuertes pertenecientes al grupo  $SU_C(3)$ , 1 fotón ( $\gamma$ ) sin masa para las interacciones electromagnéticas, y 3 bosones masivos ( $W^\pm$  y  $Z$ ) para la interacción débil, que juntos estos dos últimos forman el grupo electrodébil  $SU_L(2) \times U_Y(1)$  [15].

La gravedad no es descrita por el ME debido a que la interacción es muy débil, y



como resultado de ello no tiene efectos medibles a la escala de la física de partículas ni manifestaciones que nos puedan guiar a una teoría cuántica de campos.

Como se dijo anteriormente, la materia se compone de fermiones, que son partículas de espín  $\frac{1}{2}$ , en unidades de  $\hbar$ , que cumplen el principio de exclusión de Pauli y en aislamiento podrían ser descritos por la ecuación de Dirac. En el ME existen 12 fermiones elementales. La ecuación de Dirac para fermiones masivos cargados predice la existencia de una antipartícula de la misma masa y con el mismo espín, pero carga opuesta, y momento magnético opuesto relativo a la dirección del espín, así que cada fermión tiene una antipartícula correspondiente. Los fermiones se clasifican de acuerdo a la forma en la que interactúan. Actualmente se conoce la existencia de 6 quarks, por lo que se dice que poseen 6 grados de libertad llamados “sabores”. Un sabor de quark puede cambiar a otro sabor a través de las interacciones débiles mediadas por los bosones débiles cargados  $W^\pm$ ; además los quarks tienen otro grado de libertad llamado color. Las interacciones entre quarks debidas a la carga de color, la cual no es nada más que la interacción fuerte, es mediada por los gluones, pero los quarks también interactúan a través de la fuerza electromagnética. Una de las dificultades en la investigación experimental de los quarks es que los quarks individuales jamás han sido observados. Los quarks siempre están confinados en sistemas compuestos que se extienden sobre distancias de alrededor 1 fm. Los quarks se pueden agrupar formando bariones, compuestos por tres quarks, y los mesones, formados por un par de quarks (quark-antiquark). Los otros 6 fermiones elementales son los llamados leptones, los cuales interactúan solamente a través de la interacción electromagnética (si están cargados eléctricamente) y débil. La producción y decaimiento de los leptones es descrita satisfactoriamente por el ME de las interacciones electrodébiles. En el ME los fermiones se clasifican en tres generaciones o familias: cada generación contiene un par de leptones y un par de quarks. Las tres familias de quarks y leptones tienen las mismas propiedades (interacciones gauge), sólo difieren en las masas y en el número cuántico de sabor de sus campos. Cada miembro de una generación tiene una masa mayor que las partículas correspondientes a las generaciones anteriores [16]. Algunas propiedades de los quarks y leptones aparecen en las tablas 1.1 y 1.2 respectivamente [4].

<i>Quark</i>	Carga eléctrica (e)	<i>Masa</i> ( $\times c^{-2}$ )
Up (u)	+2/3	$2.2^{+0.6}_{-0.4}$ MeV
Down (d)	-1/3	$4.7^{+0.5}_{-0.4}$ MeV
Charm (c)	+2/3	$1.28 \pm 0.03$ GeV
Strange (s)	-1/3	$96^{+8}_{-4}$ MeV
Top (t)	+2/3	$173.1 \pm 0.6$ GeV
Bottom (b)	-1/3	$4.18^{+0.04}_{-0.03}$ GeV

Tabla 1.1: Propiedades de los quarks.

Los campos se agrupan en multipletes (representaciones irreducibles) bajo las trans-

	Masa( $\times c^{-2}$ )	Vida media	Momento magnético anómalo
Electrón	0.5110 MeV	$< 6.6 \times 10^{-28}$ yr	$1159.6521 \times 10^{-6}$
Muón ( $\mu^-$ )	105.658 MeV	$2.197 \times 10^{-6}$ s	$11659209 \times 10^{-10}$
Tau ( $\tau^-$ )	1777 MeV	$(291.0 \pm 0.5) \times 10^{-15}$ s	$-0.052 < a_\tau < 0.013$

Tabla 1.2: Propiedades de los leptones.

formaciones del grupo. Los quarks son tripletes y los leptones son singletes bajo el grupo  $SU_C(3)$  de color. Bajo el grupo  $SU_L(2)$  las componentes levógiras (left) se transforman de forma distinta que las dextrógiras (right): los campos left son dobletes y los right son singletes de isospin débil  $T$ . El índice  $Y$  se refiere a la hipercarga. La carga eléctrica, el isospin y la hipercarga de los campos están relacionados mediante  $Q = T_3 + Y$  [15].

El ME integra dos teorías de norma: una para la interacción fuerte, denominada cromodinámica cuántica, desarrollada por Murray Gell-Mann, y otra que unifica las interacciones electromagnética y débil, la cual esté sustentada por el trabajo de S. Weinber, A. Salam y S. Glashow. La cromodinámica cuántica está basada en una simetría de norma no abeliana. Los mediadores de esta interacción, llamados gluones no tienen masa, aparecen confinados, y no se presentan en estado libre. El carácter de la interacción fuerte está determinado por una simetría especial entre las cargas de color de los quarks. Por otra parte, el modelo electrodébil incorpora campos de norma no abelianos, campos de Yang-Mills, que adquieren masa mediante el proceso de la ruptura espontánea de la simetría llevada a cabo por el bosón de Higgs. En el ME la dinámica de los fermiones está descrita mediante un lagrangiano de Dirac generalizado adecuadamente para que sea invariante bajo el grupo de norma. La teoría permite explicar la desintegración de quarks y leptones [17].

## 1.1. Teoría electrodébil

La teoría de Glashow–Weinberg–Salam (abreviada GWS), cuando fue propuesta, fue revolucionaria porque unificaba la interacción débil y electromagnética. Sin embargo, para ser una teoría exitosa en física, la completez matemática no es suficiente, pues tiene que describir fenómenos que realmente están sucediendo. Por su construcción, fue hecha para reproducir la interacción de Fermi en los límites de bajas energías. Por lo tanto, cubre la menor cantidad de datos experimentales que han sido observados hasta el momento de su propuesta. Su verificación tiene que hacerse bien mediante la reproducción de los procesos de altas energías que aún no se han llevado a cabo correctamente, o nuevos fenómenos que no fueron incluidos en la teoría de Fermi. La teoría GWS requería la existencia de las corrientes neutras y predijo la masa de los bosones de gauge, los cuales no se encontraron cuando fue propuesta.

En esta teoría electrodébil la dinámica de los fermiones es descrita mediante un lagrangiano de Dirac invariante de norma bajo el grupo  $SU(2) \times U(1)$ . Una de las características primordiales de dicho modelo es que la interacción electrodébil actúa sobre fermiones derechos e izquierdos de manera distinta, por lo que las corrientes cargadas de Yang-Mills incluyen solo fermiones izquierdos. Además, no se incluye a los neutrinos derechos dado que experimentalmente no se han observado. De esta forma, los campos fermiónicos izquierdos se agrupan en dobletes y los campos derechos en singletes del grupo  $SU(2)_L$ , con simetría de isospín, donde  $L$  (izquierdo) indica la asimetría existente entre fermiones de distinta helicidad. Los campos fermiónicos entonces estarán dados de la siguiente forma

Leptones:

$$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}, e_R, \mu_R, \tau_R,$$

Quarks:

$$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}, u_R, d_R, c_R, s_R, t_R, b_R.$$

En el modelo no se introducen términos con masa en el lagrangiano fermiónico a menos que se rompa explícitamente la simetría de norma.

Por otro lado las fuerzas electromagnéticas y débil no pueden ser descritas por separado ya que actúan sobre los mismos campos fermiónicos, por ello el grupo de norma que describe la interacción electrodébil es  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , el cual es el mínimo grupo de norma posible que permite describir lo observado en la naturaleza. La exigencia de que la lagrangiana de los campos fermiónicos sea invariante bajo transformaciones del grupo antes mencionado, introduce de forma natural cuatro campos bósonicos no masivos,  $W_\mu^k$  ( $k = 1; 2; 3$ ) y  $B_\mu(x)$  asociados a los grupos  $SU(2)_L$  y  $U(1)_Y$  respectivamente.

El lagrangiano de la teoría electrodébil se divide en dos partes, una contiene solamente los campos bosónicos y otra que contiene campos fermiónicos y bosónicos. La parte bosónica se divide a su vez en los sectores de Higgs y de Yang-Mills. El sector bosónico-fermiónico está comprendido por los sectores de corrientes y de Yukawa, por lo que el Lagrangiano electrodébil se puede escribir como:

$$\mathcal{L}^{ED} = \mathcal{L}^{fer} + \mathcal{L}^{boson}, \tag{1.1}$$

donde

$$\mathcal{L}^{fer} = \mathcal{L}^C + \mathcal{L}^Y, \tag{1.2}$$

$$\mathcal{L}^{boson} = \mathcal{L}^H + \mathcal{L}^{YM}, \tag{1.3}$$

donde  $\mathcal{L}_C$ ,  $\mathcal{L}_Y$ ,  $\mathcal{L}_H$ ,  $\mathcal{L}_{YM}$ , representan los sectores de corrientes, Yukawa, Higgs y Yang-Mills, respectivamente. En seguida se describen de manera breve cada uno de los sectores.

### 1.1.1. Sector de Higgs

La simetría gauge está rota espontáneamente, lo que exige la introducción de un campo escalar (el campo de Higgs) y permite que los bosones débiles y los fermiones sean masivos, tal y como los observamos en la naturaleza.

El bosón de Higgs es una partícula prevista en 1964 por Peter Higgs. En la interacción electrodébil existía una contradicción muy seria referente a las partículas  $W^+$ ,  $W^-$  y  $Z^0$ . El corto alcance de sus interacciones exigía masas relativamente elevadas. Sin embargo, la simetría de esa teoría requiere que las masas sean nulas. Esta paradoja se supera si las masas de  $W^+$ ,  $W^-$  y  $Z^0$ , son proporcionadas por otras partículas que son los bosones de Higgs, mediante el llamado mecanismo de Higgs, el cual afirma que las partículas  $W$  y  $Z$  interactúan constantemente con campo de bosones de Higgs, lo que le proporciona masa. El mecanismo está considerado como el origen de las masas de todas las partículas elementales. Tanto las partículas  $W$  y  $Z$ , como el fotón son bosones sin masa propia. Los primeros muestran una enorme masa porque interactúan fuertemente con el campo de Higgs y el fotón no muestra ninguna masa porque no interactúa en absoluto con el campo de Higgs. El bosón de Higgs tiene espín cero, no posee carga eléctrica ni carga de color, por lo que no interacciona con el fotón ni con los gluones. Sin embargo, interacciona con todas las partículas del modelo que poseen masa: los quarks, los leptones cargados y los bosones  $W^+$ ,  $W^-$  y  $Z^0$ .

La rotura espontánea de la simetría (RES) aparece cuando el vacío del sistema (estado de mínima energía) está degenerado. El vacío físico es uno entre los posibles estados de mínima energía conectados por las simetrías del lagrangiano. Cuando la naturaleza lo elige se rompe la simetría de los estados físicos, aunque se preserve la del lagrangiano.

El resultado del RES depende del tipo de simetrías. Si el lagrangiano es invariante bajo un grupo continuo de simetrías  $G$ , pero el vacío es invariante sólo bajo un subgrupo  $H \subset G$ , entonces aparecen tantos estados sin masa y spin 0 (bosones de Goldstone) como generadores de  $G$  que no lo son de  $H$ , es decir, el número de simetrías que se han roto (teorema de Goldstone). Si las simetrías del lagrangiano son locales (gauge) estos bosones de Goldstone son comidos por los bosones de gauge asociados a las simetrías rotas dotándolos de una masa (mecanismo de Higgs-Kibble) [15].

Veamos ahora cómo implementar este mecanismo para dar masa a los bosones de gauge débiles del ME. En el ME la simetría está rota del siguiente modo,

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{RES} U(1)_{QED}. \quad (1.4)$$

Para lograr este esquema de RES hemos de introducir un doblete de campos escalares complejos (cuatro campos reales: dos cargados y dos neutros),

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^{(+)} \\ \phi^{(0)} \end{pmatrix}, \quad (1.5)$$

y el lagrangiano invariante bajo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ ,

$$\mathcal{L}_S = (D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (1.6)$$

con  $\lambda > 0$ ,  $\mu^2 < 0$  y

$$D_\mu \Phi = [\partial_\mu - ig\tilde{W}_\mu + ig'y_\Phi B_\mu]\Phi, \quad (1.7)$$

donde  $y_\Phi = Q_\Phi - T_3 = \frac{1}{2}$ .

El potencial escalar es similar al anterior y el mínimo degenerado corresponde a

$$|\langle 0|\Phi(x)|0\rangle| \equiv |\Phi_0(x)| = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (1.8)$$

con  $v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$ .

Solo los campos escalares neutros pueden adquirir un valor esperado en el vacío (vev) pues la carga es una cantidad conservada. Nótese que el fotón sólo se acopla a los campos escalares cargados, cuyo vev es nulo, lo que será crucial para que el fotón no adquiera masa, como veremos. Al elegir uno entre todos los posibles estados fundamentales (1.8), todos ellos conectados por transformaciones  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  (cuatro generadores), se rompe espontáneamente esta simetría quedando como remanente  $U(1)_{QED}$  (un generador), lo que da lugar a la aparición de tres escalares sin masa.

Parametrizamos ahora el doblete escalar en término de excitaciones sobre el vacío físico,

$$\Phi(x) = \exp\left\{i\frac{\sigma_i}{2}\theta^i(x)\right\} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}, \quad (1.9)$$

donde sigue habiendo cuatro campos escalares reales,  $\theta^i(x)$  y  $H(x)$ . Los tres campos  $\theta^i(x)$ , son los que serían *bosones de Goldstone* pero haciendo uso de la invariancia gauge del lagrangiano podemos transformar  $\Phi(x)$  en cada punto  $x$  por un campo en el que éstos desaparecen, preservándose como único campo escalar físico el bosón de Higgs  $H(x)$ . Así, en el llamado *gauge unitario*,

$$\Phi(x) \xrightarrow{G} \exp\left\{-i\frac{\sigma_i}{2}\theta^i(x)\right\}\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}[v + H(x)] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (1.10)$$

Los tres grados de libertad que aparentemente se pierden se convierten en el estado de polarización longitudinal de  $W^\pm$  y  $Z$  pues, tras el RES,  $W_\mu$  y  $Z_\mu$  se convierten en campos masivos de spin 1. En efecto,

$$(D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi \rightarrow^G \frac{1}{2}\partial_\mu H \partial^\mu H + (v + H)^2 \left\{ \frac{g^2}{4} W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{g^2}{8\cos^2\theta_W} Z_\mu Z^\mu \right\}, \quad (1.11)$$

que contiene los términos de masa para los bosones débiles,

$$M_Z \cos\theta_W = M_W = \frac{1}{2}vg, \quad (1.12)$$

mientras que el fotón permanece sin masa. Todo ello preservándose la simetría gauge del lagrangiano. El precio que hemos de pagar es la introducción del campo de Higgs.

El LHC anunció en julio de 2012 el descubrimiento de una partícula con propiedades consistentes con las esperadas para el bosón de Higgs del SM y una masa de unos 125 GeV. Los datos de Tevatron son compatibles con este descubrimiento [15].

### 1.1.2. Sector de Yukawa

El sector de yukawa, tiene como propósito dotar de masa a los fermiones por medio de un rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil. Como los estados de helicidad se definen en diferentes representaciones del grupo, no es posible definir sus masas en forma invariante de norma. Además, dicho sector contiene invariantes que se construyen como producto de campos de norma que vinculan fermiones de diferente helicidad acoplados al doblete de Higgs.

Como los neutrinos no tienen helicidad derecha, no tienen representación física en el sector de Yukawa. La lagrangiana que describe la interacción de los bosones de Higgs y los fermiones está definida como:

$$\mathcal{L}_Y = -Y_{ij}^u \bar{\psi}_L \phi^c \psi_R - Y_{ij}^d \bar{\psi}_L \phi \psi_R + h.c., \quad (1.13)$$

donde  $\phi^c$  se transforma covariantemente bajo  $SU_L(2)$ , definido como:

$$\phi^c = i\tau_2 \phi^* = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix}, \quad (1.14)$$

el isodoublet  $\phi^c$  a veces denotado  $\tilde{\phi}$  tiene hipercarga  $Y = 1$ ,  $\tau_2$  es la segunda matriz de Pauli,  $\phi^*$  el complejo conjugado del campo de Higgs.

Las matrices de Yukawa,  $Y_{ij}^u$ ,  $Y_{ij}^d$ , son parámetros libres que definen la intensidad de los vértices y consecuentemente las reglas de Feynman de la lagrangiana, donde  $i, j$  son los índices de la familia. Esta lagrangiana es una cantidad invariante bajo el grupo de simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , entonces la lagrangiana de Yukawa se puede escribir como:

$$\mathcal{L}_Y = -Y_{ij}^u \bar{Q}_L^i \phi^c u_R^j - Y_{ij}^d \bar{Q}_L^i \phi d_R^j - Y_{ij}^u \bar{l}_L^i \phi^c l_R^j - Y_{ij}^d \bar{l}_L^i \phi l_R^j + Lh.c., \quad (1.15)$$

denota la lagrangiana de Yukawa para los leptones y la lagrangiana de Yukawa para los quarks, los campos de Higgs pueden ser tantos como el modelo del mecanismo de Higgs lo permita.

### 1.1.3. Sector de Yang-Mills

La estructura de este sector está completamente determinada por el carácter no abeliano del grupo electrodébil.

La lagrangiana de Yang-Mills tiene la propiedad de ser invariante bajo una transformación de norma local, describe a los grupos de norma del modelo estándar,  $SU(3)$  para el color,  $SU(2)$  para el isospín y  $U(1)$  para la hipercarga, y está dada por:

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4} \sum_{A=1}^8 G_{\mu\nu}^A G_a^{\mu\nu} - \frac{1}{4} \sum_{a=1}^3 W_{\mu\nu}^a W_a^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu}^a B_a^{\mu\nu}. \quad (1.16)$$

Los campos de fuerza de color están dados por

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_3 f^{ijk} G_\mu^i G_\nu^k \quad (1.17)$$

$i, j, k = 1, \dots, 8$ .

$G_{\mu\nu}^a$  son los tensores de norma antisimétricos contruidos a partir de los ocho campos  $G_\mu^a(X)$  de los gluones, correspondientes a los ocho generadores de  $SU(3)$ ,  $f^{ijk}$  las constantes de estructura del grupo  $SU(3)$  y  $g_3$  la constante de acoplamiento de color. Los campos de fuerza de isoespín,

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g_2 \epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k, \quad (1.18)$$

$i, j, k = 1, 2, 3$ .

Con  $W_{\mu\nu}^a$  los tensores de norma antisimétricos contruidos a partir de los campos de norma  $W_\mu^a(X)$  correspondientes a los tres generadores de  $SU(2)$ ,  $\epsilon^{ijk}$  es la constante de estructura del grupo  $SU(2)$  que coincide con el tensor de Levi-Civita y  $g_2$  la constante de acoplamiento del grupo de isoespín. Finalmente, el campo de fuerza de hipercarga es

$$B_{\mu\nu}^a = \partial_\mu B_\nu^a - \partial_\nu B_\mu^a. \quad (1.19)$$

$B_{\nu\mu}$  son los tensores de norma antisimétricos contruidos a partir de los campos de norma  $B_\mu(X)$  asociados a  $U(1)$ .

### 1.1.4. Sector de corrientes

En el sector cinético de quarks y leptones se representan las interacciones de los campos de norma del grupo electrodébil con los fermiones.

A los acoplamientos de pares de fermiones con el bosón  $W^\pm$  se le conoce como corrientes cargadas, mientras que a los acoplamientos de pares de fermiones con los bosones  $Z$  y  $\gamma$  se les denominan corrientes neutras. El lagrangiano asociado, con la propiedad de invariancia de norma, se puede descomponer en dos partes, a saber:

$$\mathcal{L}^C = \mathcal{L}_q^C + \mathcal{L}_l^C \quad (1.20)$$

donde  $\mathcal{L}_q^C$  y  $\mathcal{L}_l^C$  y representan los sectores de quarks y leptones, respectivamente.

La presencia de corrientes cargadas con cambio de sabor a nivel árbol da lugar a la aparición de corrientes neutras con cambio de sabor a nivel de un lazo.

### Interacciones de corrientes cargadas

El lagrangiano  $\mathcal{L}_F$  dado por

$$\mathcal{L}_F = i \sum_{j=1}^3 \bar{\psi}_j(x) \not{D} \psi_j(x), \quad (1.21)$$

contiene interacciones entre fermiones y bosones de gauge,

$$\mathcal{L}_F \supset g\bar{\psi}_1\gamma^\mu\tilde{W}_\mu\psi_1 - g'B_\mu\sum_{j=1}^3 y_j\bar{\psi}_j\gamma^\mu\psi_j. \quad (1.22)$$

El término que contiene la matriz

$$\tilde{W}_\mu = \frac{\sigma_i}{2}W_\mu^i = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} W_\mu^3 & \sqrt{2}W_\mu^\dagger \\ \sqrt{2}W_\mu & -W_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad (1.23)$$

da lugar a interacciones de corrientes cargadas con el campo vectorial cargado de las  $W^\pm$ ,  $W_\mu \equiv \frac{W_\mu^1+iW_\mu^2}{\sqrt{2}}$  y su complejo conjugado  $W_\mu^\dagger \equiv \frac{W_\mu^1-iW_\mu^2}{\sqrt{2}}$ ,

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g}{2\sqrt{2}}W_\mu^\dagger\bar{f}(x)\gamma^\mu(1-\gamma^5)f'(x) + h.c. \quad (1.24)$$

### Interacciones de corrientes neutras

La ecuación (1.22) también contiene interacciones con los campos de gauge neutros  $W_\mu^3$  y  $B_\mu$ . Nos gustaría identificar estos bosones con el  $Z$  y el fotón. Sin embargo, como el fotón tiene las mismas interacciones con ambas quiralidades fermiónicas, el bosón de gauge singlete  $B_\mu$  no puede ser el campo electromagnético  $A_\mu$ . Para ello habría que imponer  $y_1 = y_2 = y_3 = y$  y  $g'y_j = eQ_j$ , lo que no puede cumplirse simultáneamente.

Como ambos campos son neutros, podemos probar con una combinación arbitraria de ellos:

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}. \quad (1.25)$$

En términos de  $Z_\mu$  y  $A_\mu$  el lagrangiano de corrientes neutras queda:

$$\mathcal{L}_{NC} = \sum_{j=1}^3 \bar{\psi}_j\gamma^\mu(-A_\mu[gT_3\sin\theta_W + g'y_j\cos\theta_W] + Z_\mu[gT_3\cos\theta_W - g'y_j\sin\theta_W])\psi_j, \quad (1.26)$$

donde  $T_3 = \sigma_3/2(0)$  es la tercera componente del isospin del doblete(singlete). Para obtener la electrodinámica cuántica (QED) de la parte con  $A_\mu$  hay que imponer las condiciones:

$$g\sin\theta_W = g'\cos\theta_W = e, \mathcal{Y} = Q - T_3, \quad (1.27)$$

donde  $Q$  es el operador de carga eléctrica,

$$Q_1 = \begin{pmatrix} Q_f & 0 \\ 0 & Q_{f'} \end{pmatrix}, Q_2 = Q_f, Q_3 = Q_{f'}. \quad (1.28)$$

La primera igualdad relaciona los acoplamientos  $g$  y  $g'$  de  $SU(2)$  y  $U(1)$ , respectivamente, con el acoplamiento electromagnético  $e$ , lo que proporciona la unificación de las interacciones electrodébiles. La segunda fija las hipercargas fermiónicas  $\mathcal{Y}$  en términos de las cargas eléctricas y los números cuánticos de isospin débil:

$$y_1 = Q_f - \frac{1}{2} = Q_{f'} + \frac{1}{2}, y_2 = Q_f, y_3 = Q_{f'}. \quad (1.29)$$



Sustituyendo las cargas de los quarks y los leptones, observamos que los neutrinos *right* tienen carga e hipercarga nulas, es decir no se acoplan ni al fotón ni a la  $Z$ , y tampoco se acoplan a los  $W^\pm$ , pues sólo lo hacen los campos *left*. Por tanto los  $\nu_R$  son estériles y, si los neutrinos no tuvieran masa, no haría falta introducirlos.

El lagrangiano de corrientes neutras queda finalmente:

$$\mathcal{L}_{NC} = \mathcal{L}_{QED} + \mathcal{L}_{NC}^Z, \quad (1.30)$$

donde

$$\mathcal{L}_{QED} = -eA_\mu Q_{f^{(l)}} \bar{f}^{(l)}(x) \gamma^\mu f^{(l)}(x), \quad (1.31)$$

$$\mathcal{L}_{NC}^Z = eZ_\mu \bar{f}^{(l)}(x) \gamma^\mu (v_f - a_f \gamma^5) f^{(l)}(x), \quad (1.32)$$

con  $v_f = (T_3^{fL} - 2Q_f \sin^2 \theta_W)/(2 \sin \theta_W \cos \theta_W)$  y  $a_f = T_3^{fL}/(2 \sin \theta_W \cos \theta_W)$ .

## 1.2. Cromodinámica cuántica

La cromodinámica cuántica (QCD), consiste en la descripción de las interacciones fuertes mediante una teoría de gauge local. La simetría en consideración está basada en el grado de libertad de color que tienen los quarks y gluones y se encuentra realizada de forma exacta. El grupo en cuestión es  $SU(3)$ , por lo que se denota  $SU(3)_C$ .

El grupo  $SU(3)$  es de dimensión  $N^2 - 1 = 8$ , donde las matrices de Gell-Mann  $t^A$  son los generadores de dicho grupo, a los cuales se les asocian los campos de norma denominados gluones. Estos son de masa nula, dado que la simetría esté realizada en forma exacta.

La QCD, como se dijo anteriormente, es una teoría de norma renormalizable basada en el grupo  $SU(3)$  con un triplete de quarks up (u), down (d) y strange (s) que fijan la densidad lagrangiana en QCD:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} \sum_{A=1}^8 F^{A\mu\nu} F_{\mu\nu}^A + \sum_{j=1}^{n_f} \bar{q}_j (iD - m_j) q_j, \quad (1.33)$$

donde:  $q_j$  son los campos de quarks (de distintos sabores  $n_f$ ) con masas  $m_j$ ;  $D = D_\mu \gamma^\mu$ , donde  $\gamma^\mu$  son las matrices de Dirac y  $D_\mu$  es la derivada covariante:

$$D_\mu = \partial_\mu - ie_s \sum_A t^A g_\mu^A, \quad (1.34)$$

y  $e_s$  es el acoplamiento de norma; en analogía con la Electrodinámica Cuántica QED:

$$\alpha_s = \frac{e_s^2}{4\pi}, \quad (1.35)$$

(en unidades naturales  $\hbar = c = 1$ );  $g_\mu^A$  ( $A = 1, 2, 3, 4, \dots, 8$ ), son los campos de gluón y  $t^A$  son los generadores de grupo  $SU(3)$  en la representación de triplete de quarks ( $t^A$  son matrices  $3 \times 3$  actuando en  $q$ ).

El grupo es no abeliano debido a que no todos los generadores conmutan entre sí  $[t^A, t^B] = iC_{ABC}$  donde  $C_{ABC}$  son las constantes reales llamadas las constantes de estructura del grupo  $SU(3)$  (la normalización de  $C_{ABC}$  y de  $e_s$  se especifica por  $Tr[t^A, t^B] = 1/2\delta^{AB}$ ).

Por otra parte:

$$F_{\mu\nu}^A = \partial_\mu g_\nu^A - \partial_\nu g_\mu^A - e_s C_{ABC} g_\mu^B g_\nu^C. \quad (1.36)$$

El lagrangiano en la QCD, la ecuación (1.33) es el lagrangiano para quarks interactuantes coloreados  $q$ , lo cual se sigue simplemente de pedir que el lagrangiano sea invariante bajo transformaciones de fase de color locales para los campos de quarks. Puesto que los tres campos de color de quarks pueden ser variados arbitrariamente, no es sorprendente que ocho campos vectoriales de color sean necesarios para compensar todos los posibles cambios de fase. Tal como sucede con el fotón la invariancia de norma local requiere que los gluones no tengan masa.

El tensor de campo  $F_{\mu\nu}^A$  posee una gran propiedad. Imponer la simetría de norma ha requerido que el término de la energía cinética en  $\mathcal{L}$  no sea puramente cinético sino que incluya una autointeracción inducida entre los bosones de norma. Esto se observa claramente reescribiendo (1.33) de forma simbólica

$$\mathcal{L} = \bar{q}q + F^2 + e_s \bar{q}qF + q'' F^3 + e_s^2 F^4. \quad (1.37)$$

Los primeros tres términos tienen sus análogos en QED. Ellos describen la propagación libre de quarks y gluones y la interacción quark-gluón. Los dos términos restantes muestran la presencia de vértices de tres y cuatro gluones en QCD y reflejan el hecho de que los gluones en sí mismos no transportan carga de color. Estos no tienen paralelo en QED y resalta el carácter no abeliano del grupo de norma. Teorías con invariancia de norma no abeliana son frecuentemente llamadas teorías de Yang Mills.

### 1.3. Electrodinámica cuántica

Un ejemplo ilustrativo de una teoría de norma lo ofrece la electrodinámica cuántica, que es la teoría que incorpora la mecánica cuántica con la relatividad especial (QED por sus siglas en inglés). El campo en este caso representa partículas cargadas de espín 1/2. La invariancia ante una transformación de norma global implica la conservación de la carga eléctrica a través de una corriente conservada. La invariancia ante una transformación de norma local implica la existencia de un campo vectorial de interacción, el campo electro-magnético, cuyo cuanto es el fotón. La constante de acoplamiento entre el campo del fotón y los otros campos es la carga eléctrica [18].

El lagrangiano de esta teoría es invariante de norma ante el grupo  $U(1)$ . La ley de transformación para los campos es

$$\psi' = U_r \psi, \quad (1.38)$$

donde  $U_r = e^{iq\theta} \in U(1)$ . Haciendo variaciones infinitesimales de  $\theta$  en el espacio-tiempo obtenemos

$$\psi' = U_r \psi \approx (1 + iq\theta)\psi. \quad (1.39)$$

La densidad lagrangiana correspondiente al campo de Dirac para un fermión libre es

$$\mathcal{L}_D = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi, \quad (1.40)$$

la cual es invariante bajo (1.40), siempre y cuando intercambiemos la derivada ordinaria  $\partial_\mu$  por la derivada covariante  $D_\mu$ , la cual debe satisfacer la relación siguiente:

$$(D_\mu\psi)' = UD_\mu\psi, \quad (1.41)$$

donde

$$(D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu), \quad (1.42)$$

siendo  $A_\mu$  el campo electromagnético, que se debe transformar de la siguiente manera:

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu\theta. \quad (1.43)$$

Por otro lado el tensor de intensidad del campo electromagnético  $F^{\mu\nu}$  tiene asociada una densidad lagrangiana que define la dinámica de este campo

$$\mathcal{L}_N = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (1.44)$$

donde

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (1.45)$$

Esta densidad lagrangiana es invariante ante transformaciones de norma. Usando (1.41) y (1.45) se obtiene la densidad lagrangiana que describe completamente la electrodinámica cuántica (QED):

$$\mathcal{L}_{QED} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - J^\mu A_\mu, \quad (1.46)$$

donde  $J^\mu = q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$  es la densidad de corriente electromagnética [17].

## Capítulo 2

# El momento magnético anómalo

El momento magnético  $\vec{\mu}$  es la cantidad que determina la fuerza y la torsión que el campo magnético ejerce sobre las corrientes eléctricas. Matemáticamente hablando, el momento magnético está dado por  $|\vec{\mu}| = JS$ , donde  $J = qf$  es la corriente de una carga  $q$ , con frecuencia  $f$  y  $S$  es el área encerrada por la espira donde circula la carga  $q$ . La orientación de  $\vec{\mu}$  es a lo largo de la normal a  $S$ . La razón giromagnética de una partícula masiva eléctricamente cargada es la constante de proporcionalidad entre su momento angular y su momento magnético y se define como [17]

$$\gamma \equiv \frac{|\vec{\mu}|}{|\vec{L}|} = \frac{q}{2m}. \quad (2.1)$$

Clásicamente, el Hamiltoniano de una partícula de carga  $-q$  moviéndose en un campo magnético  $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$  se expresa de la siguiente forma

$$H = \frac{1}{2m}(p^2 + 2\frac{q}{c}\vec{p} \cdot \vec{A} + \frac{q^2}{c^2}A^2), \quad (2.2)$$

donde  $p = |\vec{p}|$  es el momento lineal de la partícula. Si se desprecia  $|\vec{A}|^2$  y se toma  $\vec{A} = \frac{1}{2}(\vec{B} \times \vec{r})$  el Hamiltoniano toma la forma

$$H = \frac{p^2}{2m} + \vec{\mu} \cdot \vec{B} = H_0 + H_I, \quad (2.3)$$

con  $\vec{\mu} = (\frac{q}{2mc})\vec{L}$  y  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ . Podemos definir entonces a la energía de la interacción magnética como el producto punto del momento magnético y el campo magnético.

En el caso cuántico no relativista, el momento lineal es remplazado por su respectivo operador,  $\hat{p} \rightarrow -i\hbar\vec{\nabla}$ , mientras que el momento angular orbital y el momento magnético son reemplazados por operadores tal que:  $\vec{B} = B\hat{k}$ ,  $\hat{H} = \mu_B B \hat{L}_Z$ , y  $\hat{L}_Z \phi = m\phi$ , siendo  $\mu_B$  el magnetón de Bohr. De esta forma la ecuación de eigenvalores para la energía de interacción magnética es

$$\hat{H}_I \Psi = \mu_B B m \Psi = E \Psi,$$

---


$$E = \mu_B B m. \quad (2.4)$$

Este resultado se hace presente en las mediciones del efecto Zeeman, desdoblado los niveles de energía atómicos de los sistemas inmersos en un campo magnético. La interpretación correcta de este desdoblamiento surgió de la idea de tener un cuarto número atómico relacionado con un momento angular intrínseco con valor semi-entero. A este momento angular intrínseco se le llama espín  $\hat{S}$ .

En una visión moderna, el momento magnético anómalo de una partícula se entiende como una contribución al momento magnético de esa partícula debida a los efectos cuánticos. Esta contribución está expresada a través de los diagramas de Feynman a uno o varios lazos. El descubrimiento del espín del electrón ayudó a mejorar el entendimiento de las propiedades magnéticas de partículas elementales. Entre los primeros intentos tenemos la derivación de la energía de interacción para una partícula de Dirac en un campo magnético externo. Ilustrando un poco ésto, partamos de la ecuación explícita de Dirac [17]:

$$\left( i \frac{\partial}{\partial t} + i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} - e \vec{\alpha} \cdot \vec{A} - m \beta \right) \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}(x, t) \\ \tilde{\chi}(x, t) \end{pmatrix} = 0, \quad (2.5)$$

donde  $\vec{\alpha}$  y  $\beta$  son las matrices de Dirac. Si hacemos un poco de álgebra llegamos a

$$i \frac{\partial}{\partial t} \varphi - \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \chi - e \vec{\sigma} \cdot \vec{A} \chi + m \varphi = 0, \quad (2.6)$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \chi - \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \varphi - e \vec{\sigma} \cdot \vec{A} \varphi + m \chi = 0. \quad (2.7)$$

Tomemos el límite no relativista, suponiendo que  $i \frac{\partial \chi}{\partial t} \rightarrow 0$ , tras lo cual se combinan las ecuaciones anteriores para obtener

$$i \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\vec{\sigma} \cdot (-i \vec{\nabla} - e \vec{A}) \vec{\sigma} \cdot (-i \vec{\nabla} - e \vec{A}) \varphi}{2m}, \quad (2.8)$$

la cual es la ecuación de Schrödinger que incluye el espín de la partícula y que puede escribirse como

$$2m_i \frac{\partial \varphi}{\partial t} = (-i \vec{\nabla} - e \vec{A})(-i \vec{\nabla} - e \vec{A}) \varphi + i \epsilon_{ijk} (-i \vec{\nabla} - e A_i)(-i \vec{\nabla} - e A_j) \sigma_k \varphi. \quad (2.9)$$

Ahora reemplacemos  $-i \vec{\nabla} \rightarrow \vec{p}$  y tomemos  $\vec{A} \cdot \vec{A} \rightarrow 0$  para campos débiles. El primer término de (2.9) queda expresado como

$$p^2 \varphi - e \vec{B} \cdot \vec{L} \varphi, \quad (2.10)$$

donde se supuso la existencia de un campo externo  $\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}$ . La ecuación (2.10) se entiende como la interacción del momento angular orbital del electrón con un campo magnético externo. Del segundo término de (2.9) se tiene

$$i 2e \vec{B} \cdot \vec{S} \varphi. \quad (2.11)$$

	$Z_S$	$Z_{LR}$	$Z_\xi$	$Z_\psi$	$Z_\eta$
$Q_L^u$	0.3456	-0.08493	$\frac{-1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{-2}{2\sqrt{15}}$
$Q_R^u$	-0.1544	0.5038	$\frac{1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$	$\frac{2}{2\sqrt{15}}$
$Q_L^d$	-0.4228	-0.08493	$\frac{-1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{-2}{2\sqrt{15}}$
$Q_R^d$	0.0772	-0.6736	$\frac{1}{2\sqrt{10}}$	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$	$\frac{2}{2\sqrt{15}}$
$Q_L^e$	-0.2684	0.2548	$\frac{3}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{1}{2\sqrt{15}}$
$Q_R^e$	0.2316	-0.3339	$\frac{-3}{2\sqrt{10}}$	$\frac{-1}{\sqrt{24}}$	$\frac{-1}{2\sqrt{15}}$
$Q_L^\nu$	0.5	0.2548	$\frac{3}{2\sqrt{10}}$	$\frac{1}{\sqrt{24}}$	$\frac{1}{2\sqrt{15}}$

Tabla 2.1: Acoplamiento diagonales de quiralidad de los modelos extendidos.

Al sumar (2.10) con (2.11) y combinar con (2.9) se obtiene

$$i \frac{\partial}{\partial t} \varphi = \frac{p^2}{2m} \varphi - \frac{e}{2m} (\vec{L} + 2\vec{S}) \cdot \vec{B} \varphi. \quad (2.12)$$

Hay una diferencia en el acoplamiento de  $\vec{L}$  y  $\vec{S}$  con  $\vec{B}$ , dada por el factor de Landé  $g = 2$ , que corresponde a la razón giromagnética de la partícula. Si no hubiera correcciones radiativas,  $g$  sería exactamente 2. Por lo tanto, el valor  $g = 2$  es consecuencia de la interacción de una partícula de Dirac con el campo electromagnético clásico [17].

## 2.1. El lagrangiano que incluye violación de sabor

Al extrapolar las ideas presentadas arriba, en el marco de modelos extendidos que contienen sectores generalizados de corrientes, consideramos el lagrangiano renormalizable más general, que incluye violación de sabor en fermiones mediada por un nuevo bosón de norma masivo neutro de espín 1, procedente de algún modelo de gran unificación o extendido que es expresado de la siguiente forma [13]:

$$\mathcal{L}_{NC} = \sum_{ij} \left[ \bar{f}_i \gamma^\alpha (\Omega_{L f_i f_j} P_L + \Omega_{R f_i f_j} P_R) f_j + \bar{f}_j \gamma^\alpha (\Omega_{L f_j f_i}^* P_L + \Omega_{R f_j f_i}^* P_R) f_i \right] Z'_\alpha, \quad (2.13)$$

donde  $f_i$  ( $f_j$ ) es cualquier fermión del ME,  $P_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)$  son los proyectores de quiralidad y  $Z'_\alpha$  es el nuevo bosón de norma neutro masivo predicho por diversas extensiones del ME. Los parámetros  $\Omega_{L q_i q_j}$ ,  $\Omega_{R q_i q_j}$  representarán las intensidades de

los acoplamientos  $Z' f_i f_j$ . Por simplicidad, se asumirá que  $\Omega_{Lq_i q_j} = \Omega_{Lq_j q_i}$  y  $\Omega_{Rq_i q_j} = \Omega_{Rq_j q_i}$  [13].

Los acoplamientos que conservan sabor,  $Q_{L,R}^{f_i}$ , cuyos valores se muestran en la tabla 2.1, están relacionados con las constantes de acoplamiento  $\Omega$  de la siguiente manera:  $\Omega_{L f_i f_i} = -g_2 Q_L^{f_i}$  y  $\Omega_{R f_i f_i} = -g_2 Q_R^{f_i}$ , donde  $g_2$  es el acoplamiento de norma del bosón  $Z'$ . Para varios modelos extendidos los acoplamientos de norma del  $Z'$ , son:

$$g_2 = \sqrt{\frac{5}{3}} \sin \theta_W g_1 \lambda_g, \quad (2.14)$$

donde  $g_1 = g / \cos \theta_W$ .  $\lambda_g$  depende del patrón de rompimiento de simetría siendo del orden de la unidad y  $g$  es la constante de acoplamiento débil. En el modelo secuencial  $Z$ , el acoplamiento de norma  $g_2 = g_1$  [13].

# Capítulo 3

## Cálculo del momento dipolar magnético y cromomagnético anómalo

### 3.1. Factor de forma del momento dipolar magnéticos anómalo

El objetivo principal de esta tesis es calcular el momento dipolar magnético anómalo (MDM) de fermiones cargados, considerando violación de sabor mediada por el bosón  $Z'$ . Para conocer dichas propiedades, exponemos en esta parte, el cálculo de la amplitud correspondiente al vértice  $f_i f_i \gamma$ . Explícitamente, este se expresa esquemáticamente en el diagrama de Feynman mostrado en la figura 3.1. Para la realización

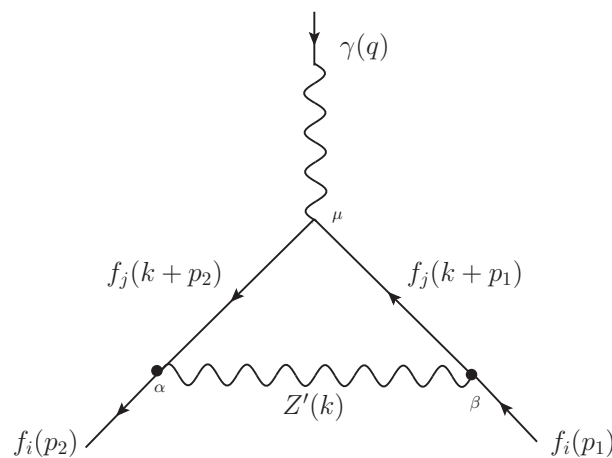


Figura 3.1: Diagrama de Feynman para la contribución al momento dipolar electromagnético del vértice  $f_i f_i \gamma$  mediados por el bosón  $Z'$ .

de este cálculo necesitamos conocer las reglas de Feynman que están involucradas en



el diagrama de la figura 3.1, y usaremos también, el lagrangiano dado en la ecuación (2.13), ya que este lagrangiano nos da las contribuciones a las reglas de Feynman asociadas a los vértices que cambian sabor. El acoplamiento  $\gamma f \bar{f}$  tiene asociado la regla de Feynman  $-ie\gamma^\mu$ .

La forma del propagador para fermiones es

$$i \frac{\not{p} + m}{p^2 - m^2}, \quad (3.1)$$

donde  $\not{p} = p^\mu \gamma_\mu$  es el operador de cuadrimento de la ecuación de Dirac,  $\not{p}u(p) = mu(p)$ .

La forma del propagador del bosón  $Z'$  para una norma general, tiene la siguiente estructura [19]:

$$\frac{-i}{k^2 - M_{Z'}^2} \left( g^{\alpha\beta} - \frac{k^\alpha k^\beta (1 - \eta)}{M_{Z'}^2 - \eta k^2} \right). \quad (3.2)$$

Los cuadrimentos que circulan en el lazo se determinan por conservación del cuadrimento en cada vértice, al fijar alguno de ellos con una variable  $k$ , que será el cuadrimento a integrarse en el lazo. En nuestro caso el valor del cuadrimento virtual  $k$  se lo asociamos al propagador del bosón  $Z'$ , los otros momentos que están definidos son los del fotón ( $q$ ), y los de los fermiones entrante y saliente ( $p_1$  y  $p_2$ ). Las líneas externas son representadas por los apropiados vectores de polarización o espinores, la convención usada es la siguiente: para el fermión entrante se usará el espinor  $u$ , para el fermión saliente el espinor  $\bar{u}$ , para el antifermión entrante  $v$ , para el antifermión saliente  $\bar{v}$ , el vector de polarización lo representaremos con  $\epsilon_\mu(p, \lambda)$  para un fotón entrante, y  $\epsilon_\mu^*(p, \lambda)$  para un fotón saliente [20].

Las condiciones cinemáticas necesarias para el cálculo, las obtenemos de las condiciones de capa de masa para las partículas reales externas y de la conservación del cuadrimento, lo cual nos permite establecer lo siguiente:

- Para el fotón exterior se cumple que  $q^2 = 0$  y para los fermiones exteriores se tiene que  $p_1^2 = p_2^2 = m^2$ , donde  $m$  es la masa del fermión.
- Por conservación del cuadrimento  $q = p_2 - p_1$ , por lo que,  $q^2 = (p_2 - p_1)^2 = 2(m^2 - p_2 \cdot p_1) = 0$ , es decir,  $p_2 \cdot p_1 = m^2$ .
- Se tiene la condición de transversalidad para el cuadrimento del fotón,  $q^\mu \cdot \epsilon_\mu(q) = (p_2 - p_1)^\mu \cdot \epsilon_\mu = 0$ , hecho que nos conduce a la sustitución  $p_2^\mu = p_1^\mu$  en la amplitud de nuestro vértice.

La ecuación de la función vértice  $\Gamma^\mu$  puede ser escrita en la forma:

$$\Gamma^\mu(p', p) = \gamma^\mu F_1(q^2) + \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m} F_2(q^2) - \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m} \gamma^5 F_3(q^2), \quad (3.3)$$

donde  $F_1$ ,  $F_2$  y  $F_3$  son funciones de  $q^2$  a determinar, y son llamadas *factores de forma*, que corresponden a la carga eléctrica, al momento dipolar magnético y al momento dipolar eléctrico respectivamente.

La amplitud del vértice  $f_i f_i \gamma$  con cambio de sabor en capa de masa puede ser escrita como [13]:

$$\mathcal{M}^\mu = \bar{u}(p_2) \Gamma_\mu u(p_1) \epsilon^{*\mu}(q, \lambda), \quad (3.4)$$

donde la función vértice está dada por:

$$\Gamma_\mu = \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{T_\mu}{\mathcal{D}}. \quad (3.5)$$

Procedamos a obtener la amplitud, para ello debemos recorrer las líneas de la Figura 3.1 en sentido opuesto al flujo fermionico e insertar por cada línea y vértice las reglas de Feynman descritas anteriormente. Dicha amplitud nos quedará de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^\mu &= \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \bar{u}(p_2) (i\gamma^\alpha) (\Omega_{Lij} P_L + \Omega_{Rij} P_R) i \frac{(\not{k} + \not{p}_2 + m_j)}{(k + p_2)^2 - m_j^2} (-ie\gamma^\mu) i \frac{(\not{k} + \not{p}_1 + m_j)}{(k + p_1)^2 - m_j^2} \\ &\quad \times (i\gamma^\beta) (\Omega_{Lji}^* P_L + \Omega_{Rji}^* P_R) \frac{-i}{k^2 - M_{Z'}^2} \left( g_{\alpha\beta} - \frac{k_\alpha k_\beta (1 - \eta)}{M_{Z'}^2 - \eta k^2} \right) u(p_1) \\ &= i^6 e \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \bar{u}(p_2) \gamma^\alpha (\Omega_{Lij} P_L + \Omega_{Rij} P_R) \frac{(\not{k} + \not{p}_2 + m_j)}{(k + p_2)^2 - m_j^2} \gamma^\mu \frac{(\not{k} + \not{p}_1 + m_j)}{(k + p_1)^2 - m_j^2} \gamma^\beta \\ &\quad \times (\Omega_{Lji}^* P_L + \Omega_{Rji}^* P_R) \left( \frac{g_{\alpha\beta}}{k^2 - M_{Z'}^2} \right) u(p_1) \\ &\quad - i^6 e \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \bar{u}(p_2) \gamma^\alpha (\Omega_{Lij} P_L + \Omega_{Rij} P_R) \frac{(\not{k} + \not{p}_2 + m_j)}{(k + p_2)^2 - m_j^2} \gamma^\mu \frac{(\not{k} + \not{p}_1 + m_j)}{(k + p_1)^2 - m_j^2} \gamma^\beta \\ &\quad \times (\Omega_{Lji}^* P_L + \Omega_{Rji}^* P_R) \left( \frac{1}{k^2 - M_{Z'}^2} \right) \left( \frac{k_\alpha k_\beta (1 - \eta)}{M_{Z'}^2 - \eta k^2} \right) u(p_1). \end{aligned} \quad (3.6)$$

Denotaremos con  $\mathcal{M}_1^\mu$  a la primer parte de la ecuación 3.6, que corresponde a la contribución transversal del propagador del bosón  $Z'$ . La segunda parte de la ecuación 3.6 la denotaremos con  $\mathcal{M}_2^\mu$  y corresponde a la contribución longitudinal del propagador del bosón  $Z'$ .

Trabajemos primeramente con la parte transversal de la ecuación (3.6). Al tratar solamente el numerador, y asumiendo que  $\Omega_{Lij} = \Omega_{Lji}$  y  $\Omega_{Rij} = \Omega_{Rji}$ , este queda de

la siguiente forma:

$$\mathcal{N}^\mu = \bar{u}(p_2)\gamma^\alpha(\Omega_{Lij} P_L + \Omega_{Rij} P_R)(\not{k} + \not{p}'_2 + m_j)\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}'_1 + m_j)\gamma_\alpha(\Omega_{Lij}^* P_L + \Omega_{Rij}^* P_R)u(p_1).$$

Si desarrollamos los términos y haciendo algunas simplificaciones en este numerador, vamos a tener que:

$$\begin{aligned} \mathcal{N}^\mu = & \bar{u}(p_2)[\Omega_{Lij}\Omega_{Lij}^*(\gamma^\alpha P_L(\not{k} + \not{p}'_2 + m_j)\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}'_1 + m_j)\gamma_\alpha P_L) + \Omega_{Lij}\Omega_{Rij}^*(\gamma^\alpha P_L(\not{k} + \not{p}'_2 \\ & + m_j)\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}'_1 + m_j)\gamma_\alpha P_R) + \Omega_{Rij}\Omega_{Lij}^*(\gamma^\alpha P_R(\not{k} + \not{p}'_2 + m_j)\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}'_1 + m_j)\gamma_\alpha P_L) \\ & + \Omega_{Rij}\Omega_{Rij}^*(\gamma^\alpha P_R(\not{k} + \not{p}'_2 + m_j)\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}'_1 + m_j)\gamma_\alpha P_R)]u(p_1). \end{aligned}$$

Al tomar por separado cada uno de los sumandos de la expresión anterior, y usando los valores de los proyectores de quiralidad:  $P_L = \frac{1-\gamma^5}{2}$  y  $P_R = \frac{1+\gamma^5}{2}$ , así como propiedades de las matrices gamma:  $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = g^{\mu\nu}$ ,  $\{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0$  y  $(\gamma^5)^2 = 1$ , vamos a tener que:

$$\begin{aligned} \mathcal{N}^\mu = & \bar{u}(p_2)\left[\frac{|\Omega_{Lij}|^2}{2}(\gamma^\alpha(\not{k} + \not{p}'_2)\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}'_1)\gamma_\alpha - \gamma^\alpha(\not{k} + \not{p}'_2)\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}'_1)\gamma_\alpha\gamma^5) \right. \\ & + m_j^2(\gamma^\alpha\gamma^\mu\gamma_\alpha - \gamma^\alpha\gamma^\mu\gamma_\alpha\gamma^5)) \\ & + \frac{\Omega_{Lij}\Omega_{Rij}^*}{2}m_j(\gamma^\alpha(\not{k} + \not{p}'_2)\gamma^\mu\gamma_\alpha + \gamma^\alpha(\not{k} + \not{p}'_2)\gamma^\mu\gamma_\alpha\gamma^5 + \gamma^\alpha\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}'_1)\gamma_\alpha \\ & + \gamma^\alpha\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}'_1)\gamma_\alpha\gamma^5) \\ & + \frac{\Omega_{Rij}\Omega_{Lij}^*}{2}m_j(\gamma^\alpha(\not{k} + \not{p}'_2)\gamma^\mu\gamma_\alpha - \gamma^\alpha(\not{k} + \not{p}'_2)\gamma^\mu\gamma_\alpha\gamma^5 + \gamma^\alpha\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}'_1)\gamma_\alpha \\ & - \gamma^\alpha\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}'_1)\gamma_\alpha\gamma^5) \\ & + \frac{|\Omega_{Rij}|^2}{2}(\gamma^\alpha(\not{k} + \not{p}'_2)\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}'_1)\gamma_\alpha + \gamma^\alpha(\not{k} + \not{p}'_2)\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}'_1)\gamma_\alpha\gamma^5) \\ & \left. + m_j^2(\gamma^\alpha\gamma^\mu\gamma_\alpha + \gamma^\alpha\gamma^\mu\gamma_\alpha\gamma^5)\right]u(p_1). \end{aligned}$$

Se han considerado también las siguientes simplificaciones en los coeficientes vectorial y axial:

$$G_{Vij} = \frac{|\Omega_{Lij}|^2 + |\Omega_{Rij}|^2}{2}, \quad (3.7)$$

$$G_{Aij} = \frac{|\Omega_{Lij}|^2 - |\Omega_{Rij}|^2}{2}, \quad (3.8)$$

$$C_{Vij} = \frac{\Omega_{Lij}\Omega_{Rij}^* + \Omega_{Rij}\Omega_{Lij}^*}{2}, \quad (3.9)$$

$$C_{Aij} = \frac{\Omega_{Rij}\Omega_{Lij}^* - \Omega_{Lij}\Omega_{Rij}^*}{2}. \quad (3.10)$$

Podemos entonces escribir el numerador de la amplitud de la parte transversal de la ecuación (3.6) como:

$$\mathcal{N}^\mu = \bar{u}(p_2)[(\gamma^\alpha(\not{k} + \not{p}_2)\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}_1)\gamma_\alpha + m_j^2\gamma^\alpha\gamma^\mu\gamma_\alpha)(G_{Vij} + G_{Aij}\gamma^5) + 4m_j(2k^\mu + p_1^\mu + p_2^\mu)(C_{Vij} + C_{Aij}\gamma^5)]u(p_1).$$

Por lo que la amplitud para la parte transversal de la ecuación (3.6) nos queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1^\mu = -e \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \bar{u}(p_2)[(\gamma^\alpha(\not{k} + \not{p}_2)\gamma^\mu(\not{k} + \not{p}_1)\gamma_\alpha + m_j^2\gamma^\alpha\gamma^\mu\gamma_\alpha)(G_{Vij} + G_{Aij}\gamma^5) \\ + 4m_j(2k^\mu + p_1^\mu + p_2^\mu)(C_{Vij} + C_{Aij}\gamma^5)] \frac{u(p_1)}{\mathcal{D}}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

donde  $\mathcal{D} = (k^2 - M_{Z'}^2)((k + p_2)^2 - m_j^2)((k + p_1)^2 - m_j^2)$ .

Para tratar este tipo de integrales, tomaremos  $\mathcal{D}$  de la ecuación anterior, y se usará el método conocido como *parametrización de Feynman* [21], en donde se implementará el siguiente artificio matemático:

$$\frac{1}{abc} = 2 \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{[a(1-x-y) + bx + cy]^3}, \quad (3.12)$$

por lo que

$$\frac{1}{\mathcal{D}} = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{2}{\Delta^3}, \quad (3.13)$$

donde  $\Delta$  está dado por:

$$\begin{aligned} \Delta &= [((k + p_2)^2 - m_j^2)x + ((k + p_1)^2 - m_j^2)y + (k^2 - M_{Z'}^2)(1 - x - y)] \\ &= k^2 + 2k \cdot (xp_2 + yp_1) + m_i^2x - m_j^2x + m_i^2y - m_j^2y - M_{Z'}^2 + M_{Z'}^2x + M_{Z'}^2y \\ &= k^2 + 2k \cdot (xp_2 + yp_1) + (x + y)(m_i^2 - m_j^2 + M_{Z'}^2) - M_{Z'}^2. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Esta última ecuación la obtuvimos trabajando en capa de masa y tomando en cuenta las condiciones cinemáticas mencionadas anteriormente. Para facilitar nuestros cálculos y hacer la integral más sencilla, hacemos el cambio de variable  $l = k + xp_2 + yp_1$ , por lo que al sustituir el valor de  $k$  en  $\Delta$ , vamos a obtener que:

$$\Delta = l^2 - m_i^2(x + y)^2 + (x + y)(m_i^2 - m_j^2) - M_{Z'}^2(1 - x - y). \quad (3.15)$$

Al situarnos en 4 dimensiones, es decir,  $D = 4$ , podemos escribir la amplitud de la parte transversal de la ecuación (3.6) como:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1^\mu = & -2e \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}(p_2) [(\gamma^\alpha (\not{k} + \not{p}_2) \gamma^\mu (\not{k} + \not{p}_1) \gamma_\alpha + m_j^2 \gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma_\alpha) (G_{Vij} \\ & + G_{Aij} \gamma^5) + 4m_j (2k^\mu + p_1^\mu + p_2^\mu) (C_{Vij} + C_{Aij} \gamma^5) \\ & \times \frac{1}{[l^2 - m_i^2 (x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - M_{Z'}^2 (1-x-y)]^3}] u(p_1). \end{aligned} \quad (3.16)$$

Como se vio anteriormente, el factor de forma  $F_2$  contiene la información que nos interesa sobre el MDM, por lo tanto, los términos que nos interesan son aquellos proporcionales a  $p_1^\mu$ . Dado que el manejo de términos que aparecen en este cálculo es muy intrincado, se utilizó la paquetería de FeynCalc para agilizar la manipulación algebraica. Usando las condiciones cinemáticas y de transversalidad, se realizó primero la correspondiente contracción de índices en el numerador de la parte transversal de la ecuación (3.16), se aplicaron las ecuaciones de Dirac, se utilizó el corrimiento encontrado, se simplificaron los resultados y se implementó finalmente la identidad de Gordón, de donde obtuvimos los valores para el MDM que corresponde a la parte vectorial.

Para el MDM encontramos que:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{MDM}_1}^\mu = & -2e \sigma_{\mu\nu} q^\nu \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \\ & \times \frac{i2m_i(x+y-1)(2C_V m_j + G_V m_i(x+y-2))}{[l^2 - m_i^2(x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - M_{Z'}^2(1-x-y)]^3}. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Para tratar la integral sobre  $l$ , usamos las siguientes integrales [22]:

$$\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{1}{[l^2 - \Delta']^m} = \frac{i(-1)^m}{(4\pi)^2} \frac{1}{(m-1)(m-2)} \frac{1}{(\Delta')^{m-2}}, \quad (3.18)$$

$$\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{l^2}{[l^2 - \Delta']^m} = \frac{i(-1)^{m-1}}{(4\pi)^2} \frac{2}{(m-1)(m-2)(m-3)} \frac{1}{(\Delta')^{m-3}}. \quad (3.19)$$

Por lo que, al usar la integral de la ecuación (3.18) en la ecuación (3.17), con  $\Delta' = m_i^2(x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2(1-x-y)$ , y  $m = 3$ , así como al sustituir los valores de  $G_V$  y  $C_V$ , encontramos que la contribución al MDM para la parte transversal nos

queda como:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\mathcal{MDM1}}^\mu &= \frac{-em_i m_j}{8\pi^2} \sigma_{\mu\nu} q^\nu \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(\Omega_L \Omega_R^* + \Omega_R \Omega_L^*)(x+y-1)}{m_i^2(x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2(1-x-y)} \\ &\quad - \frac{em_i^2}{8\pi^2} \frac{1}{2} \sigma_{\mu\nu} q^\nu \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(|\Omega_L|^2 + |\Omega_R|^2)(x+y-1)(x+y-2)}{m_i^2(x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2(1-x-y)}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

Observamos que las integrales resultantes para la contribución al MDM tienen buen comportamiento, es decir, el resultado es finito.

Hasta esta parte de los cálculos hemos tomado únicamente la contribución al MDM para la parte transversal del propagador del bosón  $Z'$ . Los cálculos para la parte longitudinal los hacemos a continuación.

La contribución longitudinal del bosón  $Z'$ , que se muestra en la ecuación (3.2), contiene el siguiente factor:

$$\frac{-1}{k^2 - M_{Z'}^2} \left( \frac{k_\alpha k_\beta (1 - \eta)}{M_{Z'}^2 - \eta k^2} \right),$$

dicha parte la podemos escribir como:

$$\frac{-k_\alpha k_\beta}{M_{Z'}^2} \left( \frac{1}{k^2 - M_{Z'}^2} - \frac{1}{k^2 - \Lambda} \right),$$

donde  $\Lambda = M_{Z'}^2/\eta$ , con  $\eta = 1/\epsilon$ , donde  $\epsilon$  es el parámetro de norma.

De modo que para continuar nuestros cálculos podemos escribir la amplitud para la parte longitudinal como:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_2^\mu &= -i^6 e \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}(p_2) \gamma^\alpha (\Omega_L P_L + \Omega_R P_R) \frac{(\not{k} + \not{p}_2 + m_j)}{(k+p_2)^2 - m_j^2} \gamma^\mu \frac{(\not{k} + \not{p}_1 + m_j)}{(k+p_1)^2 - m_j^2} \gamma^\beta \\ &\quad \times (\Omega_L^* P_L + \Omega_R^* P_R) \frac{k_\alpha k_\beta}{M_{Z'}^2} \left( \frac{1}{k^2 - M_{Z'}^2} - \frac{1}{k^2 - \Lambda} \right) u(p_1). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Debe notarse que de manera natural se ha obtenido un regulador tipo Pauli-Villars.

El denominador de la ecuación anterior está dado por:

$$\mathcal{D}_2 = M_{Z'}^2 [(k^2 - M_{Z'}^2)((k+p_2)^2 - m_j^2)((k+p_1)^2 - m_j^2) - (k^2 - \Lambda)((k+p_2)^2 - m_j^2)((k+p_1)^2 - m_j^2)].$$

Trabajando el denominador de la ecuación (3.21) de manera análoga a como se hizo

con la parte transversal, encontramos el mismo corrimiento de  $l = k + xp_2 + yp_1$  para ambas partes, y usando nuevamente la parametrización de Feynman, encontramos que podemos escribir este denominador como:

$$\frac{1}{\mathcal{D}_2} = \frac{2}{M_{Z'}^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \left[ \frac{1}{\Delta_1^3} - \frac{1}{\Delta_2^3} \right], \quad (3.22)$$

donde  $\Delta_1 = [l^2 - m_i^2(x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - M_{Z'}^2(1-x-y)]$  y  $\Delta_2 = [l^2 - m_i^2(x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - \Lambda(1-x-y)]$ .

De esta manera, podemos escribir la amplitud de la ecuación (3.21) como:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_2^\mu &= \frac{2e}{M_{Z'}^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \bar{u}(p_2) \gamma^\alpha (\Omega_{Lij} P_L + \Omega_{Rij} P_R) (\not{k} + \not{p}_2 + m_j) \gamma^\mu (\not{k} + \not{p}_1 + m_j) \gamma^\beta \\ &\times (\Omega_{Lji}^* P_L + \Omega_{Rji}^* P_R) k_\alpha k_\beta \left\{ \frac{1}{[l^2 - m_i^2(x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - M_{Z'}^2(1-x-y)]^3} \right. \\ &\left. - \frac{1}{[l^2 - m_i^2(x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - \Lambda(1-x-y)]^3} \right\} u(p_1). \end{aligned} \quad (3.23)$$

Trabajamos de forma análoga la parte del numerador de la ecuación anterior en el programa FeynCalc, obteniéndose resultados que a continuación se explican.

Para la parte longitudinal, encontramos la contribución al MDM de:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{MDM2}}^\mu &= \frac{2e\sigma_{\mu\nu} q^\nu}{M_{Z'}^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \left[ \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} i m_i(x+y)^2 [2G_V m_i^3(x+y-1) + 2G_V m_i m_j^2 \right. \\ &- 2C_V m_i^2 m_j(x+y)] \left[ \frac{1}{[l^2 - m_i^2(x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - M_{Z'}^2(1-x-y)]^3} \right. \\ &\left. - \frac{1}{[l^2 - m_i^2(x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - \Lambda(1-x-y)]^3} \right] \\ &+ \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} l^2 i m_i (3(x+y) - 2) [2G_V m_i - 2C_V m_j] \\ &\times \left[ \frac{1}{[l^2 - m_i^2(x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - M_{Z'}^2(1-x-y)]^3} \right. \\ &\left. - \frac{1}{[l^2 - m_i^2(x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - \Lambda(1-x-y)]^3} \right]. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Para la primer parte de la integral sobre  $l$  de la ecuación anterior, utilizamos la ecuación (3.18), de modo que al hacer las sustituciones, vamos a obtener que :

$$\begin{aligned}
 & \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} i m_i (x+y)^2 [2G_V m_i^3 (x+y-1) + 2G_V m_i m_j^2 - 2C_V m_i^2 m_j (x+y)] \\
 & \times \left[ \frac{1}{[l^2 - m_i^2 (x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - M_{Z'}^2 (1-x-y)]^3} \right. \\
 & \left. - \frac{1}{[l^2 - m_i^2 (x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - \Lambda(1-x-y)]^3} \right] \\
 & = \frac{m_i}{16\pi^2} (x+y)^2 [2G_V m_i^3 (x+y-1) + 2G_V m_i m_j^2 - 2C_V m_i^2 m_j (x+y)] \\
 & \times \left[ \frac{1}{m_i^2 (x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2 (1-x-y)} \right. \\
 & \left. - \frac{1}{m_i^2 (x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + \Lambda(1-x-y)} \right]. \tag{3.25}
 \end{aligned}$$

Para la segunda parte de la integral sobre  $l$  de la ecuación (3.24), utilizamos la forma para la *Regularización Dimensional* que está dada por [22]:

$$\int \frac{d^d l}{(2\pi)^d} \frac{l^2}{(l^2 + \Delta)^n} = \frac{1}{(4\pi)^{d/2}} \frac{d \Gamma(n - \frac{d}{2} - 1)}{2 \Gamma(n)} \left(\frac{1}{\Delta}\right)^{n - \frac{d}{2} - 1}, \tag{3.26}$$

de modo que al usar esta forma podemos deducir la siguiente fórmula

$$\int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \left( \frac{l^2}{[l^2 - \Delta_a]^3} - \frac{l^2}{[l^2 - \Delta_b]^3} \right) = \frac{i}{(4\pi)^2} \ln\left(\frac{\Delta_b}{\Delta_a}\right), \tag{3.27}$$

y la segunda parte de la integral sobre  $l$  de la ecuación (3.24), nos queda como

$$\begin{aligned}
 & \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} l^2 i m_i [3(x+y) - 2] (2G_V m_i - 2C_V m_j) \\
 & \times \left[ \frac{1}{[l^2 - m_i^2 (x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - M_{Z'}^2 (1-x-y)]^3} \right. \\
 & \left. - \frac{1}{[l^2 - m_i^2 (x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - \Lambda(1-x-y)]^3} \right] \\
 & = \frac{-m_i}{(4\pi)^2} [3(x+y) - 2] (2G_V m_i - 2C_V m_j) \\
 & \times \ln \left( \frac{m_i^2 (x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + \Lambda(1-x-y)}{m_i^2 (x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2 (1-x-y)} \right). \tag{3.28}
 \end{aligned}$$



Así que, la contribución al MDM para la parte longitudinal nos queda como:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_{\text{MDM}_2}^\mu &= \frac{em_i\sigma_{\mu\nu}q^\nu}{8\pi^2 M_{Z'}^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \{ (x+y)^2 [2G_V m_i^3 (x+y-1) + 2G_V m_i m_j^2 \\
 &\quad - 2C_V m_i^2 m_j (x+y)] \left[ \frac{1}{m_i^2 (x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2 (1-x-y)} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{m_i^2 (x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + \Lambda(1-x-y)} \right] \\
 &\quad - [3(x+y) - 2](2G_V m_i - 2C_V m_j) \\
 &\quad \times \ln \left( \frac{m_i^2 (x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + \Lambda(1-x-y)}{m_i^2 (x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2 (1-x-y)} \right) \}.
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

Como se mencionó anteriormente,  $\Lambda = M_{Z'}^2/\eta$ ,  $\eta = 1/\epsilon$ , y  $\epsilon$  es el parámetro de norma. Nosotros trabajaremos en la norma unitaria (unitarity gauge), que es la norma para partículas físicas, por lo que tomaremos entonces el límite cuando  $\epsilon \rightarrow \infty$ , o dicho de otra manera, cuando  $\eta \rightarrow 0$ . Ante este límite y al hacer las sustituciones correspondientes de  $C_V$  y  $G_V$ , obtenemos la siguiente contribución al MDM para la parte longitudinal:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_{\text{MDM}_2}^\mu &= \frac{em_i\sigma_{\mu\nu}q^\nu}{8\pi^2 M_{Z'}^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy (|\Omega_L|^2 + |\Omega_R|^2) \\
 &\quad \times \frac{[m_i^3 (x+y)^2 (x+y-1) + m_i m_j^2 (x+y)^2]}{m_i^2 (x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2 (1-x-y)} \\
 &\quad - \frac{em_i^3 m_j \sigma_{\mu\nu} q^\nu}{8\pi^2 M_{Z'}^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(\Omega_L \Omega_R^* + \Omega_R \Omega_L^*)(x+y)^3}{m_i^2 (x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2 (1-x-y)}.
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

Al juntar los términos de las dos partes calculadas, es decir, la parte transversal y la longitudinal, obtendremos el factor de forma buscado.

Dicho factor de forma  $F_2$ , que nos da la contribución al MDM, nos queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 F_2 = & \frac{-m_i m_j}{8\pi^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(\Omega_L \Omega_R^* + \Omega_R \Omega_L^*)(x+y-1)}{m_i^2(x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2(1-x-y)} \\
 & - \frac{m_i^2}{8\pi^2} \frac{1}{2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(|\Omega_L|^2 + |\Omega_R|^2)(x+y-1)(x+y-2)}{m_i^2(x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2(1-x-y)} \\
 & + \frac{m_i}{8\pi^2 M_{Z'}^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(|\Omega_L|^2 + |\Omega_R|^2)(x+y)^2 [m_i^3(x+y-1) + m_i m_j^2]}{m_i^2(x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2(1-x-y)} \\
 & - \frac{m_i^3 m_j}{8\pi^2 M_{Z'}^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(\Omega_L \Omega_R^* + \Omega_R \Omega_L^*)(x+y)^3}{m_i^2(x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2(1-x-y)}.
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

También observamos buen comportamiento en las integrales resultantes a esta contribución.

## 3.2. Factor de forma del momento dipolar cromomagnético anómalo

Uno de los principales objetivos del Gran Colisionador de Hadrones (LHC por sus siglas en inglés) es estudiar las propiedades del quark top con una precisión sin precedentes. En particular, el estudio de su momento dipolar cromomagnético (CMDM),  $\Delta k$ , ha cobrado mucho interés, ya que se encontró que la presencia de acoplamientos fuera del ME podrían conducir a modificaciones significativas en las secciones eficaces totales y diferenciales de pares de  $t\bar{t}$  en los colisionadores de hadrones [23–29].

Debido a que el quark top es el fermión más pesado del ME es interesante profundizar en su fenomenología, puesto que su masa es del mismo orden de magnitud que la escala de rompimiento espontáneo de simetría electrodébil ( $\sim 246$  GeV), por lo que esta partícula puede ser más sensible a efectos de nueva física que el resto de fermiones livianos. Consecuentemente, examinar las propiedades del quark top ofrecerá mejores oportunidades para obtener información sobre posible física más allá del ME [30, 31].

Si la fuente de esta nueva física está en la escala de los TeV, como se ha señalado en la literatura [24–26], los efectos más notorios pueden estar parametrizados por el MDCM ( $\Delta k$ ) del quark top, ya que éste es el observable asociado a operadores de dimensión más baja que conservan CP, presentes en un lagrangiano efectivo que induce el acoplamiento gluón-quark top [31].

El efecto  $\Delta k \neq 0$  se ha examinado en el ME y en distintos modelos de extensión, como son, modelos de dobletes de Higgs, modelos extendidos con una dimensión extra [32], modelos tecnicolor, el modelo del Higgs más pequeño con paridad T, etc. [23, 33], y en todos los casos se ha encontrado que las predicciones para  $\Delta k$  son consistentes con las cotas impuestas sobre  $\Delta k$  por mediciones experimentales obtenidas para bajas energías en el proceso  $b \rightarrow s\gamma$ , donde  $\Delta k = -0.01 \pm 0.048$  con 95 % N.C. [34], y por la medición de la sección eficaz para el par  $t\bar{t}$  en el Tevatrón, donde  $|\Delta k| \leq 0.20$  [23, 35].

En el estudio de las propiedades cromomagnéticas del quark top debe considerarse el diagrama de Feynman mostrado en la figura 3.2. La regla de Feynman referente al vértice quark-gluon está dada por  $-ig_s \frac{\lambda^\alpha}{2} \gamma^\mu$  [36], donde  $g_s$  es la constante de acoplamiento fuerte y  $\lambda^\alpha$  son las matrices de Gell-Mann.

Las matrices de Gell-Mann son los generadores del grupo  $SU_C(3)$ , cuya forma explícita es [36]:

$$\lambda^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\lambda^5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \lambda^8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

La correspondiente amplitud para el diagrama mostrado en la figura 3.2 se puede

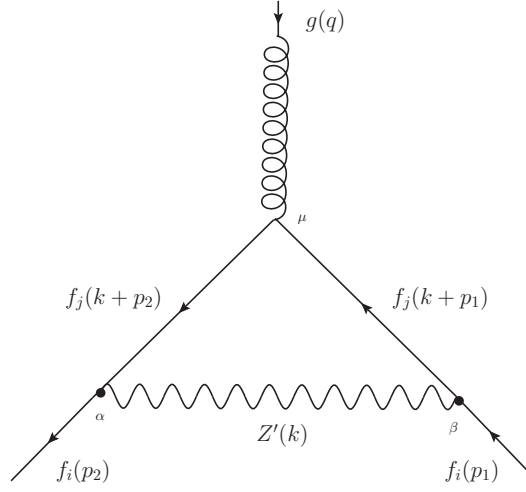


Figura 3.2: Diagrama de Feynman para la contribución al momento dipolar cromomagnético en el vértice  $f_i f_i g$  mediado por el bosón  $Z'$ .

escribir como:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\mathbf{e}}^{\mu} &= -i^6 \frac{g_s \lambda^{\alpha}}{2} e \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \bar{u}(p_2) \gamma^{\alpha} (\Omega_L P_L + \Omega_R P_R) \frac{(\not{k} + \not{p}_2 + m_j)}{(k+p_2)^2 - m_j^2} \gamma^{\mu} \frac{(\not{k} + \not{p}_1 + m_j)}{(k+p_1)^2 - m_j^2} \\ &\quad \times \gamma^{\beta} (\Omega_L^* P_L + \Omega_R^* P_R) \frac{1}{k^2 - M_{Z'}^2} \left( g_{\alpha\beta} - \frac{k_{\alpha} k_{\beta} (1 - \eta)}{M_{Z'}^2 - \eta k^2} \right) u(p_1). \end{aligned} \quad (3.32)$$

Si trabajamos de manera análoga a como se hizo con las propiedades magnéticas, encontramos que la contribución al momento dipolar cromomagnético (MDCM) nos quedará como:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{MDCM}}^{\mu} &= \frac{g_s \lambda^{\alpha}}{2} \left\{ -\frac{m_i m_j}{8\pi^2} \sigma_{\mu\nu} q^{\nu} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy (\Omega_L \Omega_R^* + \Omega_R \Omega_L^*) (x+y-1) \right. \\ &\quad \times \frac{1}{m_i^2 (x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2 (1-x-y)} \\ &\quad - \frac{m_i^2}{16\pi^2} \sigma_{\mu\nu} q^{\nu} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(|\Omega_L|^2 + |\Omega_R|^2) (x+y-1) (x+y-2)}{m_i^2 (x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2 (1-x-y)} \\ &\quad + \frac{m_i \sigma_{\mu\nu} q^{\nu}}{8\pi^2 M_{Z'}^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy (|\Omega_L|^2 + |\Omega_R|^2) \\ &\quad \times \frac{(x+y)^2 [m_i^3 (x+y-1) + m_i m_j^2]}{m_i^2 (x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2 (1-x-y)} \end{aligned}$$

$$- \frac{m_i^3 m_j \sigma_{\mu\nu} q^\nu}{8\pi^2 M_{Z'}^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(\Omega_L \Omega_R^* + \Omega_R \Omega_L^*)(x+y)^3}{m_i^2 (x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2 (1-x-y)} \}. \tag{3.33}$$

Debe resaltarse que estas integrales también son finitas.

# Capítulo 4

## Resultados numéricos y discusión

Para validar nuestros resultados analíticos, hicimos el cálculo que reportan varios autores respecto a la contribución en el ME del momento magnético del muón [19, 37, 38], la cual se muestra en el diagrama de Feynman presente en la figura 4.1.

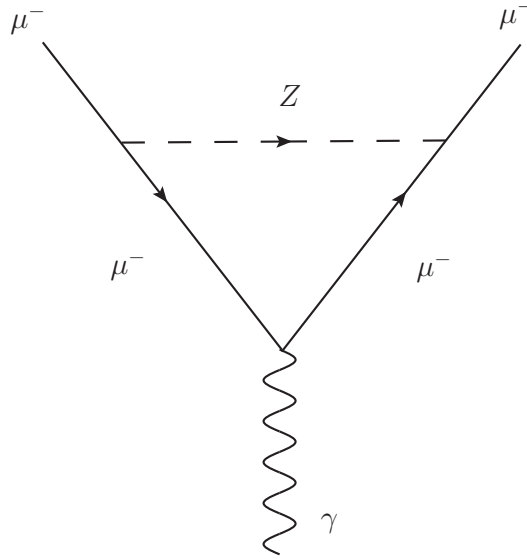


Figura 4.1: Contribución del bosón  $Z$  a la corrección del momento magnético del muón en el ME.

Los cálculos fueron realizados en el año de 1972, encontrándose que la contribución del bosón  $Z$  al factor de forma  $F_2$  está dada por [19, 37, 38]:

$$F_2^Z(0) = \frac{G_F}{8\pi^2\sqrt{2}}m_\mu^2 \times \frac{1}{3}[(3 - 4\cos^2\theta_W)^2 - 5], \quad (4.1)$$

donde  $G_F = (1.16639 \pm 0.0002) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$  es la constante de acoplamiento de Fermi,  $m_\mu = 105.6583745 \text{ MeV}$  es la masa del muón, y  $\cos^2\theta_W = 0.7685$ , donde  $\theta_W$  es el ángulo de mezcla débil. Al realizar dichas sustituciones en la ecuación (4.1) se

llega a que

$$F_2^Z(0) = -1.94141 \times 10^{-9} \quad (4.2)$$

Por nuestra parte, al realizar los cálculos de manera analítica para dicha contribución del bosón  $Z$  al momento magnético del muón, mostrado en la figura 4.1, encontramos el siguiente resultado:

$$\begin{aligned} F_2^Z(0) = & -\frac{\mu^2}{8\pi^2}(a^2 + b^2) \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(x+y-2)(x+y-1)}{\mu^2(x+y)^2 + M_Z^2(1-x-y)} \\ & - \frac{4\mu^2}{8\pi^2}(a \cdot b) \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(x+y-1)}{\mu^2(x+y)^2 + M_Z^2(1-x-y)} \\ & - \frac{\mu^2}{8\pi^2} \frac{(a-b)^2}{2M_Z^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{\mu^2(x+y)^3}{\mu^2(x+y)^2 + M_Z^2(1-x-y)}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

donde  $a = \frac{g'^2}{\sqrt{g^2+g'^2}}$ ,  $b = \frac{1}{2} \frac{g'^2-g^2}{\sqrt{g^2+g'^2}}$ ,  $\mu$  es la masa del muón y  $M_Z$  es la masa del bosón  $Z$ .

Una vez realizada la integración numérica de la ecuación (4.3) con ayuda de *Mathematica*, obtuvimos la contribución del bosón  $Z$  al momento dipolar magnético del muón

$$F_2^Z(0) = -1.93923 \times 10^{-9}, \quad (4.4)$$

donde observamos muy buena concordancia de nuestros resultados con las viejas aproximaciones.

La variación en los resultados obtenidos en (4.2) y (4.4) se debe a que originalmente se hicieron aproximaciones, ya que se despreciaron términos del orden de  $\frac{m_\mu^4}{m_Z^4}$ , puesto que representa una cantidad muy pequeña.

Con los resultados obtenidos anteriormente corroboramos que nuestros cálculos son correctos, y son en general aplicables para cualquier fermión del ME. Nosotros daremos predicciones para los leptones tau y muón. Empleamos entonces dichos resultados en el contexto de CNCS mediadas por el bosón  $Z'$ .

Para obtener los resultados numéricos del factor de forma  $F_2$  calculado analíticamente en el capítulo anterior, necesitamos los valores de las constantes de acoplamiento  $\Omega_R$  y  $\Omega_L$ . Dichos parámetros ya han sido acotados [13] en los cinco modelos extendidos mostrados en la tabla 2.1, a saber, el modelo secuencial, con bosón  $Z'$  denotado por  $Z_S$ , el modelo con simetría izquierda-derecha ( $Z_{LR}$ ), el  $Z_\chi$  que surge del rompimiento de  $SO(10) \rightarrow SU(5) \times U(1)_\chi$ , el  $Z_\psi$  que surge del grupo  $E_6 \rightarrow SO(10) \times U(1)_\psi$  y el  $Z_\eta$  que aparece en diversos modelos inspirados en supercuerdas [39].

## 4.1. Anomalía dipolar magnética

La anomalía del leptón tau,  $a_\tau$  (implementando el caso cuando  $\Omega_{L\tau\mu} = \Omega_{R\tau\mu}$ , siendo  $\Omega_{L\tau\mu} \equiv \Omega_{\tau\mu}$ ), considerará la cota hallada en la referencia [13]

$$|\Omega_{\tau\mu}|^2 < 348\pi^3 \frac{\Gamma_\tau}{m_\tau} \frac{Br_{\tau\mu}^{EXP}(\tau \rightarrow \mu\mu^+\mu^-)}{T_2 h_1(m_{Z'})}, \quad (4.5)$$

donde  $\Gamma_\tau = 2.26735 \times 10^{-12}$  GeV es la anchura de decaimiento total del tau,  $Br_{\tau\mu}^{EXP} = 2.1 \times 10^{-8}$  es la cota experimental para la fracción de decaimiento del proceso  $\tau \rightarrow \mu\mu^+\mu^-$  [4]. Aquí,  $T_2 = g_2^2(Q_L^e + Q_R^e)$ , donde los valores de  $g_2$  se muestran en la expresión (2.14), y los valores de  $Q_L^e$  y  $Q_R^e$  se encuentran en la tabla 2.1 para los diferentes modelos extendidos del  $Z'$ . Con  $h_1$  dada por

$$h_1(m_{Z'}) = \int_0^1 dx \frac{2x-1}{(x-1+m_{Z'}^2/m_\tau^2)} (2(7-4x)x-5). \quad (4.6)$$

Se usaron los parámetros  $|\Omega_{\tau\mu}|^2$  y  $|\Omega_{\tau e}|^2$  para una masa del bosón  $Z'$  de 3 TeV, de acuerdo con la referencia [13] y en concordancia con las cotas experimentales actuales sobre la masa del bosón  $Z'$  [?]. Dichos valores se muestran en las tablas 4.1 y 4.2. Al tomar en cuenta estos y sustituyéndolos en el factor de forma de la ecuación (3.31), encontramos los resultados numéricos mostrados en las figuras 4.2, 4.3 y 4.4, en donde se aprecian los comportamientos de las anomalías  $a_\tau$ , en valor absoluto, en función de la masa del bosón  $Z'$ , variado esta última de 2.5 a 3 TeV. Se debe recordar que dichas anomalías contemplan exclusivamente la contribución de CNCS mediadas por el bosón  $Z'$ .

	$ \Omega_{\tau\mu} ^2$
$Z_S$	$3.99863 \times 10^{-2}$
$Z_{LR}$	$7.38981 \times 10^{-2}$
$Z_\chi$	$2.89701 \times 10^{-2}$
$Z_\psi$	$1.56438 \times 10^{-1}$
$Z_\eta$	$3.91096 \times 10^{-1}$

Tabla 4.1: Valores de  $|\Omega_{\tau\mu}|^2$  en modelos extendidos.

	$ \Omega_{\tau e} ^2$
$Z_S$	$5.1411 \times 10^{-2}$
$Z_{LR}$	$9.50118 \times 10^{-2}$
$Z_\chi$	$3.72472 \times 10^{-2}$
$Z_\psi$	$2.01135 \times 10^{-1}$
$Z_\eta$	$5.02838 \times 10^{-1}$

Tabla 4.2: Valores de  $|\Omega_{\tau e}|^2$  en modelos extendidos.

El siguiente caso para el que se tienen cotas corresponde a  $\Omega_{L\tau\mu} = 0$ , por lo que el acoplamiento  $Z'\tau\mu$  queda parametrizado por  $\Omega_{R\tau\mu}$  [13], cuya expresión explícita es

$$|\Omega_{R\tau\mu}|^2 < 384\pi^3 \frac{\Gamma_\tau}{m_\tau} \frac{Br_{\tau\mu}^{EXP}(\tau \rightarrow \mu\mu^+\mu^-)}{T_4 h_1(m_{Z'})}, \quad (4.7)$$



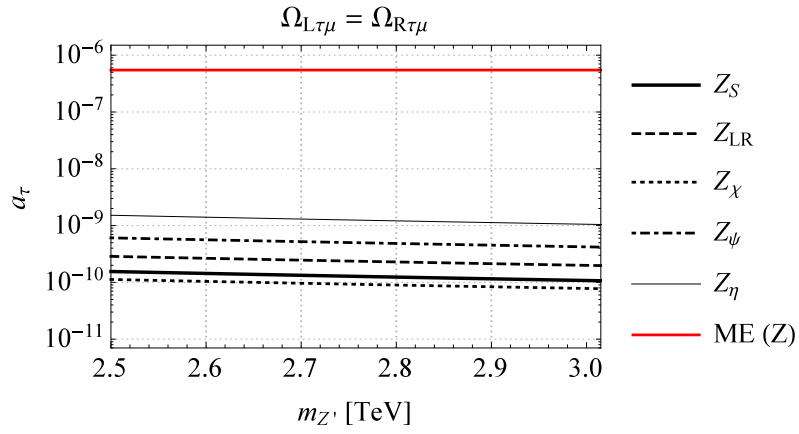


Figura 4.2:  $\Omega_{\tau\mu}$ .

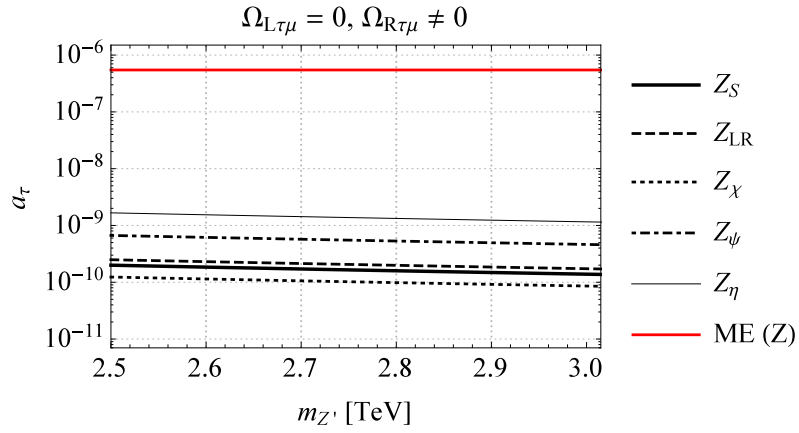


Figura 4.3:  $\Omega_{L\tau\mu} = 0$ .

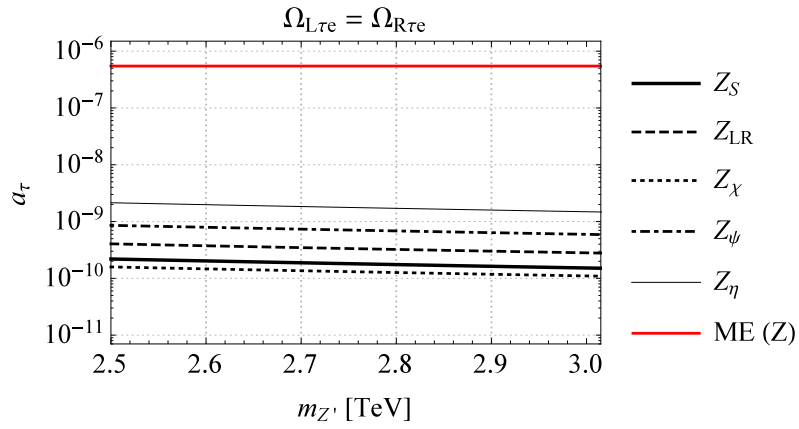


Figura 4.4:  $\Omega_{\tau e}$ .

donde  $T_4 = g_2^2 Q_R^e{}^2$ . Las gráficas que se obtienen para estos valores se presentan en la figura 4.3.

En las gráficas que se muestran en las figuras 4.2, 4.3 y 4.4 podemos observar que a medida que crece la masa del bosón  $Z'$  la anomalía del leptón tau decrece ligeramente. Podemos notar que en casi todos los casos la anomalía  $a_\tau$  se encuentra en el orden de  $10^{-10}$ . En el caso de  $Z_\eta$ , la anomalía  $a_\tau$  es del orden de  $10^{-9}$ . En contraste, la contribución del  $Z$  en el ME se muestra con la línea roja y es del orden de  $10^{-7}$ .

Las cotas experimentales actuales que se tienen para la anomalía del lepton tau son:  $-0.52 < a_\tau < 0.013$ ,  $N.C. = 95\%$  [4]. La contribución teórica del bosón  $Z$  para  $a_\tau$  es igual a  $-5.469 \times 10^{-7}$  y corresponde a la línea roja que se muestra en las gráficas 4.4, 4.3 y 4.4 en valor absoluto. La predicción electrodébil para  $a_\tau$  es igual a  $5.5 \times 10^{-7}$ , donde esta toma en cuenta las contribuciones de lazos que involucran a los bosones  $Z$  y  $W^\pm$ , mientras que la predicción teórica total es  $a_\tau^{ME} = a_\tau^{QED} + a_\tau^{EW} + a_\tau^{Had} = 1.17221(5) \times 10^{-3}$  [7], donde  $a_\tau^{QED}$  es la contribución de electrodinámica cuántica,  $a_\tau^{EW}$  es la contribución electrodébil y  $a_\tau^{Had}$  es la contribución hadrónica.

Para estimar la anomalía por CNCS del muón usamos la conversión  $\mu - e$  (muón a electrón) basándonos en los resultados de un trabajo previo [40], donde se encuentran cotas para  $|\Omega_{\mu e}|$  (la intensidad del acoplamiento  $Z'\mu e$ ), las cuales fueron empleadas usando el valor de 3 TeV para la masa del bosón  $Z'$ , lo que puede apreciarse en la tabla 4.3. Los resultados que se obtuvieron para la anomalía del muón se muestran

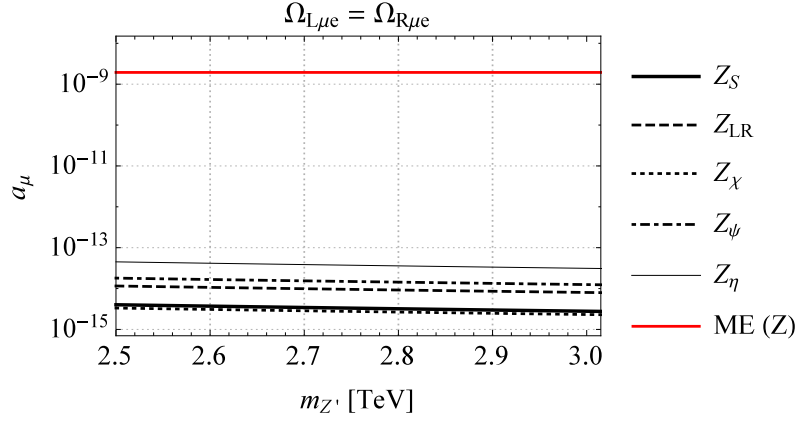
	$ \Omega_{\mu e} ^2$
$Z_S$	$2.68173 \times 10^{-4}$
$Z_{LR}$	$7.71926 \times 10^{-4}$
$Z_\chi$	$2.22737 \times 10^{-4}$
$Z_\psi$	$1.20278 \times 10^{-3}$
$Z_\eta$	$3.00695 \times 10^{-3}$

Tabla 4.3: Valores de  $|\Omega_{\mu e}|^2$  en modelos extendidos.

en la figura 4.5, donde observamos que el valor para la contribución del  $Z$  del ME es del orden de  $10^{-9}$  (línea roja). Los valores estimados para  $a_\mu$  se encuentran del orden de  $10^{-14}$  para los modelos  $Z_\eta$ ,  $Z_\psi$  y  $Z_{LR}$ , mientras que para los modelos  $Z_S$  y  $Z_\chi$  estos bajan al orden de  $10^{-15}$ .

La anomalía del muón ha sido ampliamente estudiada y ya se conocen los valores tanto teóricos como experimentales; la medición experimental arroja que  $a_\mu^{EXP} = (1.1659209 \pm 6 \times 10^{-7}) \times 10^{-3}$  [4], mientras que la predicción teórica para la contribución del bosón  $Z$  es  $a_\mu^Z = -1.94141 \times 10^{-9}$ , lo cual se muestra en valor absoluto con línea roja en la figura 4.5. La contribución electrodébil es  $a_\mu^{EW} = 1.948 \times 10^{-9}$  y la contribución total del ME es igual  $a_\mu^{ME} = 1.16591803(1)(46)(23) \times 10^{-3}$ .

En resumen, podemos decir que las estimaciones hechas para  $a_\tau$  y  $a_\mu$  en el contexto de CNCS mediadas por el  $Z'$  se encuentran suprimidas, entre 2 y 5 órdenes de magnitud respectivamente, si se comparan con la contribución del bosón  $Z$  en el ME.


 Figura 4.5:  $\Omega_{\mu e}$ .

## 4.2. Anomalía dipolar cromomagnética del quark top

Como se mencionó anteriormente, en un trabajo previo [40] se analizaron los acoplamientos  $Z'tc$  y  $Z'tu$  en un contexto de CNCS mediadas por el bosón  $Z'$ , al hacer uso de la mezcla mesónica  $D^0 - \bar{D}^0$ , donde se estimó una cota para el acoplamiento  $Z'uc$ . Del lagrangiano usado para dichos acoplamientos y de la unitariedad de las matrices que de ahí emanan, se deduce que  $|\Omega_{uc}| \approx |\Omega_{ut}\Omega_{ct}|$ . Las cotas obtenidas se muestran a continuación [40]:

$$|\Omega_{uc}| < \frac{3.6 \times 10^{-7} m_{Z'}}{\sqrt{1 + \frac{x}{8\pi^2}(32f(x) - 5g(x))}}, \quad (4.8)$$

donde  $f(x) = \frac{1}{2} \frac{1}{(1-x)^3} [1 - x^2 + 2x \log x]$ ,  $g(x) = \frac{2}{(1-x)^3 [2(1-x) + (1+x) \log x]}$ ,  $x = \frac{m_{Z'}^2}{m_t^2}$ ,  $\Omega_{tu} = \sqrt{\frac{\Omega_{uc}}{10}}$  y  $\Omega_{tc} = \sqrt{10\Omega_{uc}}$ .

En este trabajo, el valor numérico para  $|\Omega_{tc}|$  ha sido tomado como  $9.93229 \times 10^{-2}$ , correspondiente a una masa del bosón  $Z'$  de 3 TeV [40]. Debe notarse que los valores para las cotas del quark top están dadas de una manera general, es decir, no se calculan en los diferentes modelos, ya que las cotas no dependen de las cargas quirales  $Q_L^q$  y  $Q_R^q$  [40]. Por lo que estamos en posibilidad de estimar la anomalía al momento dipolar cromomagnético del quark top en el contexto de CNCS mediadas por el bosón  $Z'$ .

Las estimaciones obtenidas para  $\Delta k$  en el contexto de CNCS mediadas por el  $Z'$  se muestran en la figura 4.6. En dicha gráfica, la línea roja muestra el valor de  $\Delta k$  para el ME. A modo de comparación, se presentan las estimaciones de  $\Delta k$  para los acoplamientos  $\Omega_{tc}$  y  $\Omega_{tu}$ . Debe recordarse que las interacciones  $Z'tc$  y  $Z'tu$  resultan ser independientes del modelo que contiene el sector generalizado de corrientes, por lo que sólo tenemos dos predicciones. Por otro lado, ya se tienen cotas experimentales para  $\Delta k$  junto con estimaciones teóricas en el contexto del ME. En el ámbito experimental,  $\Delta k$  ha sido acotada experimentalmente por el LHC:  $-0.09 \leq \Delta k \leq 0.1$  [14]. En contraste,

la predicción teórica del ME para  $\Delta k$  nos dice que es del orden de  $10^{-2}$  [31]. Notamos en todos los casos que nuestras predicciones para  $\Delta k$  están por debajo de los valores predichos por el ME, sin embargo, estos resultados se encuentran dentro de la región acotada por el experimento.

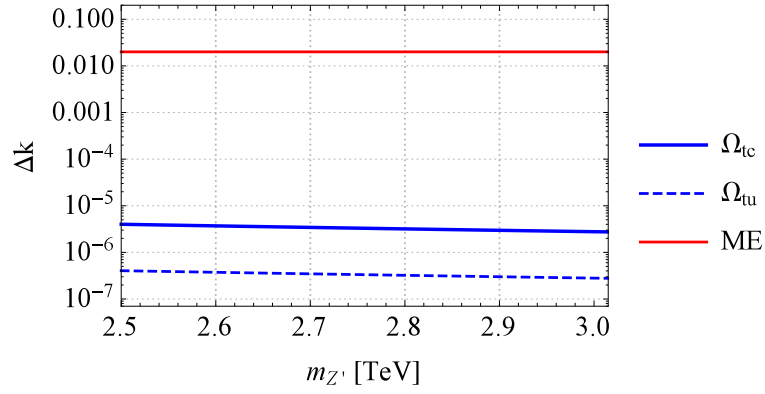


Figura 4.6:  $\Omega_{tc}$ ,  $\Omega_{tu}$



# Capítulo 5

## Conclusiones y perspectivas

Se calcularon analíticamente las contribuciones a los momentos dipolares magnéticos y cromomagnéticos para cualquier fermión cargado del ME, en el contexto de modelos extendidos en donde se predice la existencia de CNCS mediadas por el nuevo bosón de norma neutro de espín 1, identificado como  $Z'$ . Los cálculos numéricos se realizaron para las contribuciones a las anomalías dipolares magnéticas de los leptones tau y muón, y para el momento dipolar cromomagnético del quark top  $\Delta k$ , en los cinco modelos de extensión del bosón  $Z'$ . Las cotas para los parámetros de acoplamiento se tomaron de trabajos previos, y se encontró que nuestras predicciones para  $a_\tau$  se encuentran dos ordenes de magnitud menores que las predichas para el ME en el modelo  $Z_\eta$ , y tres ordenes de magnitud menores para los modelos  $Z_S$ ,  $Z_{LR}$ ,  $Z_\chi$  y  $Z_\psi$ . Del mismo modo, mostramos que la anomalía referente al momento dipolar magnético del muón está en el contexto de CNCS mediadas por el bosón  $Z'$  está suprimida al menos 5 órdenes de magnitud respecto a la contribución análoga en el ME, es decir, con referencia a la contribución del bosón  $Z$ . En lo tocante a la anomalía cromomagnética podemos decir que la contribución debida a CNCS mediadas por el bosón  $Z'$  está suprimida al menos 4 órdenes de magnitud respecto a la predicción teórica total en el ME. Sin embargo, nuestra estimación para  $\Delta k$  se encuentra dentro del rango de restricción experimental actual.

Es interesante destacar que la anomalía para el tau proveniente de CNCS no se encuentra tan suprimida con respecto a la contribución del bosón  $Z$  en el ME. Esto nos puede llevar a pensar que desde el punto de vista de una constante mejora en el intento por medir experimentalmente este observable y en las predicciones teóricas en el ME, aún no podrían ser descartados posibles resquicios de nueva física, que en este caso podrían ser debidos a la presencia de CNCS mediadas por el bosón  $Z'$ . En cuanto al muón se refiere, los resultados nos dicen que sería mucho más difícil apreciar fenómenos de nueva física relacionados con CNCS mediadas por el bosón  $Z'$  pues esta contribución está bastante suprimida en comparación con la predicción teórica del ME considerando también que este observable ya ha sido medido experimentalmente con muy buena precisión encontrándose este valor muy cercano a dicha predicción teórica. La discrepancia en órdenes de magnitud entre las anomalías del tau y el muón se debe a que la cota obtenida para el acoplamiento  $Z'\mu e$  está fuertemente restringida, lo cual es herencia de las fuertes restricciones experimentales que se tienen para la conversión

de muón a electrón.

Finalmente, podemos decir que nada está dicho respecto a la anomalía cromomagnética del quark top, ya que hasta el momento se tienen fuertes discrepancias entre la estimación teórica en el contexto del ME y las restricciones experimentales actuales provenientes del LHC, donde nuestra predicción para  $\Delta k$  en el contexto de modelos extendidos con sectores de corriente generalizados se encuentra dentro del rango experimental no descartado.

## Perspectivas

Dejamos como perspectiva de este trabajo de tesis las contribuciones al momento dipolar eléctrico (MDE), relacionado con el factor de forma  $F_3$ , ya que en los cálculos de la parte longitudinal nos queda una divergencia ultravioleta que se habría de estudiar bien.

Tentativamente, encontramos que la contribución del MDE para la parte transversal del propagador del bosón  $Z'$  se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\mathcal{MDE}_1}^\mu &= -2e\sigma_{\mu\nu}q^\nu\gamma^5 \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \\ &\times \frac{2im_i(x+y-1)(2C_A m_j + G_A m_i(x-y))}{[l^2 - m_i^2(x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - M_{Z'}^2(1-x-y)]^3}. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Al usar la ecuación (3.18) para resolver la integral sobre  $l$ , tomando  $\Delta' = [m_i^2(x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2(1-x-y)]$ , y  $m = 3$ , así como los valores de  $C_A$  y  $G_A$  encontraremos que la contribución al MDE para la parte transversal nos queda como:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\mathcal{MDE}_1}^\mu &= \frac{-em_i m_j}{8\pi^2} \sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma^5 (\Omega_R \Omega_L^* - \Omega_L \Omega_R^*) \\ &\times \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(x+y-1)}{m_i^2(x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2(1-x-y)} \\ &- \frac{em_i^2}{8\pi^2} \frac{1}{2} \sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma^5 (|\Omega_{Lij}|^2 - |\Omega_{Rij}|^2) \\ &\times \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(x-y)(x+y-1)}{m_i^2(x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2(1-x-y)}, \end{aligned} \quad (5.2)$$

donde notamos un buen comportamiento en las integrales resultantes a esta contribución.

Sin embargo, para la contribución al MDE de la parte longitudinal, vamos a tener:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_{\mathcal{MD}\mathcal{E}2}^\mu &= \frac{2e\sigma_{\mu\nu}q^\nu\gamma^5}{M_{Z'}^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \left[ \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} im_i(x+y)[-2C_A m_i^2 m_j(x+y)(x+y-2) \right. \\
 &\quad + 2G_A m_i^3(x-y)(x+y-1) - 2G_A m_i m_j^2(x-y)] \\
 &\quad \times \left[ \frac{1}{[l^2 - m_i^2(x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - M_{Z'}^2(1-x-y)]^3} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{[l^2 - m_i^2(x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - \Lambda(1-x-y)]^3} \right] \\
 &\quad + \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} l^2 im_i[-2C_A m_j(x+y) + 2G_A m_i(x-y)] \\
 &\quad \times \left[ \frac{1}{[l^2 - m_i^2(x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - M_{Z'}^2(1-x-y)]^3} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{[l^2 - m_i^2(x+y)^2 + (x+y)(m_i^2 - m_j^2) - \Lambda(1-x-y)]^3} \right].
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

De manera análoga a como trabajamos las integrales sobre  $l$  para la parte vectorial, trabajamos la parte axial, de modo que usando las ecuaciones (3.18) y (3.26), obtenemos la contribución al MDE para la parte longitudinal, la cual está dado por:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_{\mathcal{MD}\mathcal{E}2}^\mu &= \frac{em_i\sigma_{\mu\nu}q^\nu\gamma^5}{8\pi^2 M_{Z'}^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy (x+y)[-(\Omega_R\Omega_L^* - \Omega_L\Omega_R^*)m_i^2 m_j(x+y)(x+y-2) \\
 &\quad + (|\Omega_L|^2 - |\Omega_R|^2)m_i^3(x-y)(x+y-1) - (|\Omega_L|^2 - |\Omega_R|^2)m_i m_j^2(x-y)] \\
 &\quad \times \left[ \frac{1}{m_i^2(x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2(1-x-y)} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{m_i^2(x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + \Lambda(1-x-y)} \right] \\
 &\quad + [-(\Omega_R\Omega_L^* - \Omega_L\Omega_R^*)m_j(x+y) + (|\Omega_L|^2 - |\Omega_R|^2)m_i(x-y)] \\
 &\quad \times \ln\left(\frac{[m_i^2(x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + \Lambda(1-x-y)]}{[m_i^2(x+y)^2 - (x+y)(m_i^2 - m_j^2) + M_{Z'}^2(1-x-y)]}\right).
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Es esta parte la que contiene la divergencia, por tanto, se debe analizar con mayor profundidad.





# Bibliografía

- [1] R. Becker-Szendy *et al.*, Nucl. Phys. Proc. Suppl. 38, 331 (1995); Y. Fukuda *et al.*, Phys. Lett. B 335, 237 (1994); Phys. Rev. Lett. 81, 1562 (1998); H. Sobel, Nucl. Phys. Proc. Suppl. 91, 127 (2001); M. Ambrossio *et al.*, Phys. Lett. B 566, 35 (2003); M. Apollonio *et al.*, Eur. Phys. J. C 27, 331 (2003); M. B. Smy *et al.*, Phys. Rev. D 69, 011104(R) (2004); S. N. Ahmed *et al.*, Phys. Rev. Lett. 92, 181301 (2004); Y. Ashie *et al.*, Phys. Rev. Lett. 93, 101801 (2004); E. Aliu *et al.*, Phys. Rev. Lett. 94, 081802 (2005); Y. Ashie *et al.*, Phys. Rev. D 71, 112005 (2005); W. W. M. Allison *et al.*, Phys. Rev. D 72, 052005 (2005); P. Adamson *et al.*, Phys. Rev. D 73, 072002 (2006).
- [2] B. Odom, D. Hanneke, B Dúrso and Gabrielse, Phys. Rev. Lett. 97, 030801 (2006).
- [3] G.W. Bennett *et al.*, Phys. Rev. D73, 072003 (2006).
- [4] C. Patrignani *et al.*, (Particle Data Group), Chin. Phys. C, 40, 100001 (2016) and 2017 update.
- [5] J. Schwinger, Phys. Rev. 73, 416L (1948).
- [6] Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu, Frank Laloe, *Quantum Mechanics*, vol. 2, John Wiley and Sons (1977).
- [7] S. Eidelman, M. Passera. *Theory of the  $\tau$  lepton anomalous magnetic moment*. Mod. Phys. Lett. A 22, 3(2007).
- [8] F. Pisano and V. Pleitez, Phys. Rev. D 46, 410 (1992); P.H. Frampton, Phys. Rev. Lett. 69, 2889 (1992).
- [9] M. Cvetič, P. Langacker, and B. Kayser, Phys. Rev. Lett. 68, 2871 (1992); M. Cvetič, P. Langacker, and B. Kayser, Phys. Rev. D 54, 3570 (1996); M. Cvetič, D. A. Demir, J. R. Espinosa, L. Everett, and P. Langacker, Phys. Rev. D 56, 2861 (1997); 58, 119905(E) (1998); M. Masip and A. Poramol, Phys. Rev. D 60, 096005 (1996); N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, E. Katz, and A. E. Nelson, J. High Energy Phys. 07 (2002) 034; T. Han, H. E. Logan, B. McElrath, and L. T. Wang, Phys. Rev. D 67, 095004 (2003); C. T. Hill and E. H. Simmons, Phys. Rep. 381, 235 (2003); 390, 553 (2004); J. Kang and P. Langacker, Phys. Rev. D 71, 035014 (2005); B. Fuks M. Klasen, F. Ledroit, Q. Li, and J. Morel, Nucl.

- Phys. B 797, 322, (2008); J. Erler P. Langacker, S. Munir, and E. Rojas, J. High Energy Phys. 08 (2009) 017; M. Goodsell, J. Jaeckel, J. Redondo, and Ringwald, J. High Energy Phys. 11 (2009) 027; P. Langacker, AIP Conf. Proc. 1200, 55 (2010).
- [10] M. A. Perez and M. A. Soriano, Phys. Rev. D 46, 284 (1992).
- [11] P. Langacker, Rev. Mod. Phys. 81, 1199 (2009).
- [12] A. Leike, Phys. Rep. 317, 143 (1999).
- [13] J. I. Aranda, J. Montaña, F. Ramírez-Zavaleta, J. J. Toscano and E. S Tututi, Phys. Rev. D86, 035008 (2012).
- [14] R. Martinez and J. Alexis Rodriguez. *The anomalous chromomagnetic dipole moment of the top quark in the standard model and beyond*, Phys. Rev. D 65:057301,2002. e-Print: arXiv:1702.03708.
- [15] José Ignacio Lllana. *El Modelo Estándar y su fenomenología*. Departamento de Física Teórica y del Cosmos Universidad de Granada.
- [16] Helena Gabriela Galicia Santos. *Contribución de partículas exóticas al decaimiento del bosón de Higgs a dos fotones*. Tesis de Licenciatura. BUAP(2014).
- [17] Marxil Sánchez García. *Momento dipolar magnético de un leptón cargado en el modelo más simple con un bosón de Higgs ligero*. Tesis de Licenciatura. BUAP(2014)
- [18] Myriam Mondragón. *Fronteras de la Física en el Siglo XXI*. Octavio Miramontes y Karen Volke (Editores). CopIt-arXives, 2013 Mexico, D.F. ISBN: 978-1-938128-03-5.
- [19] Kazuo Fujikawa, Benjamin W. Lee and A. I. Sanda. *Generalized Renormalizable Gauge Formulation of Spontaneously Broken Gauge Theories*. Phys. Rev. D 6, 10. (1972).
- [20] Kresimir Kumericki, *Feynman Diagrams for Beginners*. University of Zagreb. Notes for the exercises at the Adriatic School on Particle Physics and Physics Informatics, 11 – 21 Sep 2001, Split, Croatia.
- [21] Lewis H. Ryder, *Quantum field theory*, The Press syndicate of the University of Cambridge P.C. (1985).
- [22] Michael E. Peskin and D. V. Schroeder, *An introduction to quantum field theory*, Addison-Wesley P.C. (1996).
- [23] R. Martínez, M.A. Pérez, O.A Sampayo. *Constraints on unparticle physics from the  $g\bar{t}t$  anomalous coupling*. Int. J. Mod. Phys. A 25, 1061 (2010).

- [24] D. Atwood, A. Kagan, T.G. Rizzo *Constrains Anomalous Top Quark Couplings at the Tevatron*. Phys. Rev. D 52 (1995) 6264-6270.
- [25] T.G. Rizzo. Phys, Rev. D 50 (1994) 4478.
- [26] J. L. Hewett, Int. J. Mod. D 49 (1994) 319.
- [27] K. Whisnant *et al*, Phys. Rev. D 56 (1997) 467.
- [28] J. M. Yang, B. L. Young, Phys. Rev. D 56 (1997) 5907.
- [29] K. Hikasa *et al*, Phys. Rev. D 58 (1998) 114003.
- [30] R. Martinez, J-Alexis Rodriguez. *The anomalous chromomagnetic dipole moment of the top quark in the standard model and beyond*. Phys. Rev. D 65 (2002) 057301.
- [31] P. M. Fonseca Alfonso, N. Poveda T., R. Martínez. *Momento Dipolar Cromo-Magnético Del Quark Top En El Modelo UED Minimal*. Revista Colombiana de Física, Vol. 43, No. 1 de 2011.
- [32] R. Martinez, M. A. Pérez, N. Poveda, Eur. Phys. J C53, (2008) 221.
- [33] L. Ding and C. -X. Yue, arXiv:0801.1880; Q.-H. Cao, C. -R. Chen, F. Larios, C. -P. Yuan, arXiv:0801.2998.
- [34] R. Martinez, J. A. Rodríguez, Phys. Rev. D65, (2002) 057301; R. Martinez, J. A. Rodríguez, Phys. Rev. D55, (1997) 3212; R. Martínez, J. A. Rodríguez, M. Vargras Phys. Rev. D60 (1999) 077504-1.
- [35] CDF Collaboration, F. Abe *et al.*, Phys. Rev. Lett. 80 (1988) 2525; T. Han *et al.* Phys. Lett.
- [36] T. Morii, C. S. Lim, S. N. Mukherjee. *The Physics of the Standard Model and Beyond*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. 5 Toh Tuck Link, Singapore 596224. 2004.
- [37] I. Bars and M. Yoshimura. *Muon Magnetic Moment in a Finite Theory of Weak and Electromagnetic Interactions*. Phys. Rev. D 6, 1.(1972).
- [38] Roman Jackiw and Steven Weinberg. *Weak-Interaction Corrections to the Muon Magnetic Moment and to Muonic-Atom Energy Levels*. Phys. Rev. D 5, 9.(1972).
- [39] A. Aydemir, H. Arslan and A. K. Topaksu, Phys. Part. Nucl. Lett. 6, 304-308 (2009).
- [40] J. I. Aranda, F. Ramírez Zavaleta, J. J. Toscano, and E. S. Tututi. *Bounding the  $Z'tc$  coupling from  $D^0 - \bar{D}^0$  mixing and single top production at the ILC*. J. Phys. G 38:045006, 2011.

- [41] A. A. Billur, M. Köksal, A. Gutiérrez-Rodríguez. *Improved sensitivity on the electromagnetic dipole moments of the top quark in  $\gamma\gamma$ ,  $\gamma\gamma^*$  and  $\gamma^*\gamma^*$  collisions at the CLIC*. Feb 13, 2017. 26 pp.