



UNIVERSIDAD MICHOACANA DE  
SAN NICOLÁS DE HIDALGO

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE  
LA FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

“Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia  
utilizando Algoritmos Genéticos”

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

DOCTOR EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

PRESENTA

M. en C. Juan Carlos Silva Chávez

Director de Tesis

Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel

MORELIA, MICHOACÁN

AGOSTO DEL 2007



# Resumen

El Despacho Económico (DE) y el estudio de Flujos Óptimos de Potencia (FOP) son herramientas utilizadas para el estudio de Sistemas Eléctricos, necesarios para determinar el despacho de energía eléctrica de las plantas de generación a los centros de la consumo al costo más bajo posible, considerando que la energía despachada por las unidades generadoras se encuentre dentro de los límites físicos operativos y la localización de los centros de consumo. Matemáticamente, el DE y el FOP son problemas de optimización no lineal restringidos, para lo que en los últimos años se han utilizado técnicas que en la mayoría de los casos realizan simplificaciones a la formulación del problema alejándose por consiguiente de condiciones prácticas y logrando tan solo soluciones aproximadas. Históricamente los métodos para la determinación de la solución óptima se han basado en métodos como el de Gradiente, donde se realiza el cálculo de una sucesión finita de soluciones hasta converger en un mínimo local. Tomándose en cuenta que la rapidez y exactitud para la obtención de la solución depende de las condiciones iniciales seleccionadas.

En años recientes, las técnicas de programación evolutivas han surgido como métodos eficientes y poderosos de solución para muchos problemas de optimización difíciles. Estas técnicas que son basadas en los principios de evolución natural ofrecen muchas y excelentes características por encima de los métodos de optimización tradicionales, es decir, su habilidad de investigar los espacios de solución no convexos con múltiples y aislados puntos óptimos, convergencia global, robustez, y la inherente capacidad de búsqueda paralela. Estos algoritmos pueden manejar cualquier tipo de función objetivo y restricciones, sin considerar su continuidad o diferenciabilidad.

Este trabajo presenta un algoritmo de solución para estudios de DE y FOP, basado en la combinación de una técnica de programación evolutiva (conocida como algoritmo genético) y la co evolución de poblaciones para el manejo de restricciones, además de que el algoritmo genético implementado se caracteriza por aplicar al proceso evolutivo múltiples operadores genéticos en lugar de los tres aplicados en el algoritmo genético básico. Los resultados numéricos en los casos de estudio validan la efectividad del algoritmo por encontrar las

soluciones exactas, incluso en la presencia de unidades generadoras con características de costo combustible no convexas.

# Abstract

The Economic dispatch (ED) and the study of Optimal Power Flow (OPF) are common tools used for the study of Power Systems, necessary to determine the electric power dispatch from the generation plants to the consumption centers at the lower possible cost, considering that the localization of the consumption centers and the energy dispatched by the generating units must be inside operative physical limits. Mathematically, the ED and the OPF can be stated as a constrained nonlinear optimization problem, over the last years, many different numerical optimization techniques have been used in most of the cases that carry out simplifications to the formulation of the problem consequently withdraw from practice conditions and achieving approximate solution. Historically, algorithms for the determination of the optimal solution have been based on local searching methods, where the optimal solution is achieved iteratively until convergence to a local minimum is obtained. The number of iterations required to converge to a local minimum strongly depends on the selected initial condition, due to these methods only process one single point on the search space.

In recent years, the evolutionary programming techniques have arisen as efficient and powerful solution methods for many difficult optimization problems. These techniques that are based on the principles of natural evolution offer many and excellent characteristic above the traditional optimization methods, that is to say, their ability to investigate the non convex solution spaces with multiple and isolated optimal points, global convergence, robustness, and the inherent capacity of parallel search. These algorithms can manage any type of objective function and restrictions, without considering their continuity or differentiability properties.

This work presents a solution algorithm for OF and FOP studies, based on the combination of a technique of the evolutionary programming (known as genetic algorithm) and the co evolution of populations for the handling of restrictions besides that the implemented genetic algorithm is characterized to apply to the evolutionary process multiple genetic operators instead of the three applied in the basic genetic algorithm. The numeric results in the cases of study validate the effectiveness of the algorithm to find the exact

solutions, even in the presence of generating units with characteristic of combustible cost not convex.

## Tabla de Contenido:

<b>Resumen</b> .....	<b>xii</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>xv</b>
<b>Lista de Figuras</b> .....	<b>x</b>
<b>Lista de Tablas</b> .....	<b>xii</b>
<b>Lista de Símbolos</b> .....	<b>xiii</b>
<b>Capítulo 1 Introducción</b> .....	<b>1</b>
1.1 Introducción .....	1
1.2 Revisión del estado del arte. ....	2
1.3 Objetivo .....	8
1.4 Justificación .....	9
1.5 Descripción del trabajo .....	12
<b>Capítulo 2 Fundamentos de Optimización Restringida</b> .....	<b>15</b>
2.1 Introducción .....	15
2.2 Generalidades del Problema de Optimización restringida.....	15
2.3 Conceptos y definiciones básicas .....	17
2.4 Condiciones de Optimalidad para Problemas sin Restricciones.....	19
2.5 Condiciones de Optimalidad para Problemas Restringidos.....	21
2.6 Métodos de Penalización .....	22
2.7 Método de Lagrange Aumentado .....	25
2.8 Método de Lagrange Dual .....	27
<b>Capítulo 3 Optimización de Costos de Generación de Redes Eléctricas</b> .....	<b>30</b>
3.1 Introducción .....	30
3.2 Despacho Económico de Generación de Energía .....	31
3.2.1 Modelo de la Curva Característica de entrada salida. ....	34
3.2.2 Despacho Económico de Generación de Energía considerando Pérdidas por Transmisión. ....	39
3.3 Flujos de Potencia.....	44

3.3.1	Formulación del problema de Flujos de Potencia .....	45
3.3.2	Ecuaciones de Flujos de Potencia .....	47
3.3.3	Formulación y Solución del Problema de Flujos de Potencia por el Método de Newton Raphson.....	53
3.4	Flujos Óptimos de Potencia .....	59
3.5	Formulación del Problema.....	60
3.6	Variables de Control .....	61
3.7	Variables de Estado o Dependientes.....	62
3.8	Función Objetivo .....	63
3.9	Restricciones de Igualdad .....	63
3.10	Restricciones de Desigualdad .....	65

**Capítulo 4 Algoritmos Genéticos aplicados a Optimización No Lineal Restringida .**  
..... **71**

4.1	Introducción .....	71
4.2	Algoritmo Genético con Representación de Punto Flotante.....	73
4.3	Representación de Individuos.....	73
4.4	Población Inicial. ....	74
4.5	Operadores Genéticos Implementados. ....	75
4.5.1	Selección proporcional. ....	75
4.6	Algoritmo Genético Co-evolutivo. ....	83
4.7	Métodos de generación de puntos iniciales factibles.....	85

**Capítulo 5 Algoritmos Genéticos aplicados al estudio de Despacho Económico.... 91**

5.1	Introducción .....	91
5.2	Formulación del estudio de Despacho Económico con el Algoritmo Genético básico. ....	93
5.2.1	Procedimiento de Inicialización. ....	96
5.2.2	Procedimiento de Apareamiento. ....	97
5.2.3	Procedimiento de Cruzamiento. ....	98
5.2.4	Procedimiento de Mutación.....	99
5.3	Búsqueda en espacio factible. ....	100
5.4	Búsqueda vectorial en espacio factible.....	102
5.5	Despacho Económico usando Algoritmo Genético Co evolutivo. ....	107
5.5.1	Puntos Factibles.....	108
5.5.2	Método de Manejo de Restricciones. ....	111
5.6	Casos de Estudio.....	115
5.6.1	Sistema eléctrico de prueba de Wollenberg. ....	115

5.6.2	Sistema eléctrico de prueba de Liang.....	118
5.6.3	Sistema eléctrico de prueba de Breipohl.....	122
<b>Capítulo 6 Estudio de Flujos Óptimos de Potencia con Algoritmo Genético Co Evolutivo.....</b>		<b>125</b>
6.1	Introducción.....	125
6.2	Formulación General del Problema de FOP.....	126
6.3	Implementación del Método Propuesto.....	127
6.3.1	Representación de Individuos Candidatos en Poblaciones de Búsqueda y Referencia.....	130
6.3.2	Proceso de Inicialización.....	130
6.3.3	Proceso de Verificación de Población Inicial.....	133
6.3.4	Proceso de Optimización.....	134
6.4	Caso de Estudio 1.....	134
6.5	Caso de Estudio 2.....	142
6.6	Caso de Estudio 3.....	146
<b>Capítulo 7 Conclusiones y Trabajos Futuros .....</b>		<b>148</b>
7.1	Conclusiones.....	148
7.2	Trabajos Futuros .....	152
<b>Bibliografía .....</b>		<b>153</b>

## Lista de Figuras

Figura 2.1 Espacio de búsqueda y zonas factibles .....	17
Figura 3.1 Curva característica de entrada salida de unidades de generación térmica. ....	35
Figura 3.2 Curva típica de combustible-costo de unidades de generación térmica. ....	35
Figura 3.3 Curva típica de razón de combustible de unidades de generación térmica. ....	36
Figura 3.4 Curva típica de costo-combustible de unidades de generación térmica con tres válvulas de admisión. ....	37
Figura 3.5 Curva típica de costo-combustible de unidades de generación térmica con tres diferentes combustibles. ....	38
Figura 3.6 Curva de costo-combustible de unidades de generación térmica con zonas prohibidas de operación. ....	39
Figura 3.7 Sistema de prueba de cuatro nodos. ....	42
Figura 3.8 Potencia transferida entre dos buses. ....	45
Figura 5.1 Cruzamiento Aritmético a) Cruzamiento aritmético simple. b) Cruzamiento aritmético completo. ....	78
Figura 5.2 Mutación uniforme y mutación límite. ....	81
Figura 5.3 Proceso de búsqueda. ....	85
Figura 6.1 Estructura básica del Algoritmo Genético .....	96
Figura 6.2 Espacio de Búsqueda. ....	100
Figura 6.3 Espacio de búsqueda vectorial .....	105
Figura 6.4 Proceso de reparación. La solución $P_{G_{s_1}}$ (punto de búsqueda) es reparado (punto $z_i$ ) con respecto a la solución de referencia $P_{G_{r_1}}$ . Las áreas factibles se muestran en tono gris. ....	111
Figura 6.5 Espacio factible de búsqueda limitado por los vectores base encontrados para el caso Wollenberg .....	116

Figura 6.6 Proceso de evolución del mejor cromosoma para la red de prueba de Wollenberg. ....	118
Figura 6.7 Espacio factible de búsqueda limitado por los vectores base encontrados para el caso Liang.....	120
Figura 6.8 Proceso de evolución del mejor cromosoma para la red de prueba de Liang.	121
Figura 7.1 a Diagrama de flujo general del método propuesto. ....	128
Figura 7.2 Proceso de Inicialización de poblaciones. ....	131
Figura 7.3 Diagrama unifilar de la red eléctrica de 4 nodos. ....	135
Figura 7.4 Sección inicial del archivo de salida. ....	139
Figura 7.5 Sección del proceso de optimización del archivo de salida.....	140
Figura 7.6 Estudio de Flujos de Potencia para el mejor individuo obtenido de la población de búsqueda mostrado en el archivo de salida. ....	140
Figura 7.7 Estudio de Flujos de Potencia para el mejor individuo obtenido de la población de referencia mostrado en el archivo de salida. ....	141
Figura 7.8 Red eléctrica Ward & Hale de 6 nodos.....	143
Figura 7.9 Estudio de Flujos de Potencia para la solución optima del problema. ....	145
Figura 7.10 Convergencia del Caso de Estudio 2. ....	145

## Lista de Tablas

<b>Error! Reference source not found.</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Error! Reference source not found.</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Error! Reference source not found.</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Error! Reference source not found.</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Error! Reference source not found.</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Error! Reference source not found.</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Error! Reference source not found.</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Error! Reference source not found.</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Error! Reference source not found.</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Error! Reference source not found.</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Error! Reference source not found.</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Error! Reference source not found.</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Error! Reference source not found.</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>
<b>Error! Reference source not found.</b> .....	<b>Error! Bookmark not defined.</b>

## Lista de Símbolos

$V_k$	Magnitud de voltaje del nodo $k$ .
$\theta_k$	Ángulo del voltaje del nodo $k$ .
$V_m$	Magnitud de voltaje del nodo $m$ .
$\theta_m$	Ángulo del voltaje del nodo $m$ .
$\theta_{slack}$	Ángulo del voltaje del nodo de referencia.
$G_{kk}$	Conductancia total del nodo $k$ .
$G_{mm}$	Conductancia total del nodo $m$ .
$G_{km}$	Conductancia existente entre los nodos $k$ y $m$ .
$B_{kk}$	Susceptancia total del nodo $k$ .
$B_{mm}$	Susceptancia total del nodo $m$ .
$B_{km}$	Susceptancia existente entre los nodos $k$ y $m$ .
$R$	Resistencia.
$X_L$	Reactancia inductiva.
$X_C$	Reactancia capacitiva.
$I_k$	Fasor de corriente inyectada al nodo $k$ .
$I_m$	Fasor inyectada al nodo $m$ .
$P_{Gk}$	Potencia activa generada en el nodo $k$ .
$Q_{Gk}$	Potencia reactiva generada en el nodo $k$ .
$P_{Dk}$	Potencia activa demandada en el nodo $k$ .
$Q_{Dk}$	Potencia reactiva demandada en el nodo $k$ .
$P_k^{iny}$	Potencia activa inyectada en el nodo $k$ .

$Q_k^{iny}$	Potencia reactiva inyectada en el nodo $k$ .
$S_k$	Potencia compleja inyectada al nodo $k$ .
$\Delta P_k$	Error de potencia activa en el nodo $k$ .
$\Delta Q_k$	Error de potencia reactiva en el nodo $k$ .
$\lambda$	Multiplicador Lagrangiano correspondiente a las restricciones de igualdad.
$\mu$	Multiplicador Lagrangiano correspondiente a las restricciones de desigualdad.
$x$	Variable de estado.
$\Delta x$	Vector de incrementos de las variables de estado.
$h(x)$	Restricciones de igualdad.
$g(x)$	Restricciones de desigualdad.
$\psi(g(x), \mu)$	Función de penalización.
*	Índica un valor óptimo.
$J(x)$	Matriz Jacobiana.
$C_T$	Costo total de generación.
$C_i(P_{Gi})$	Curva de costo del generador $i$ .
$a_i$	Término independiente de la curva de costo del generador $i$ .
$b_i$	Coefficiente del término lineal de la curva de costo del generador $i$ .
$c_i$	Coefficiente del término cuadrático de la curva de costo del generador $i$ .
$N_g$	Número total de generadores del sistema eléctrico.
$N_b$	Número total de nodos del sistema eléctrico.
$x_{lim}$	Límite superior o inferior de la variable de estado $i$ .
$\bar{g}_i, \underline{g}_i$	Límites superior e inferior, respectivamente, de la variable de estado o función $i$
$c$	Factor de penalización del método de Multiplicadores de Lagrange.
$\beta$	Número escalar mayor que la unidad.
$\mu_{max}$	Multiplicador Lagrangiano de mayor módulo.
$\mu_{max}$	Multiplicador Lagrangiano de normalizado.
$E$	Función de Penalización Cuadrática.

$S$	Factor de penalización del método de Funciones de Penalización Cuadráticas.
$G_{cv\ k}$	Vector gradiente de la función Lagrangiana $L_{cv\ k}$ .
$W_{cq\ k}$	Matriz $W$ de la función Lagrangiana $L_{cq\ k}$ .

# Capítulo 1 Introducción

## 1.1 Introducción

Existen áreas del conocimiento y el quehacer humano dentro de las cuales es común el surgimiento de problemas que consisten en la mejora de ciertas soluciones, procedimientos o proporciones de las que se obtiene algún beneficio ya sea particular o común. La disciplina que se enfoca a estudiar este tipo de problemas y sus respectivas alternativas es conocida como *optimización*.

El problema de la optimización en sistemas eléctricos de potencia, surge a partir del momento en que dos o más generadores deben alimentar varias cargas obligando al operador a decidir cómo se reparte la carga de forma óptima entre las distintas unidades. Históricamente, los primeros esfuerzos de optimización se hicieron respecto del control de la generación, lo que se conoce hoy como despacho económico clásico [Wood, 1996]. Posteriormente, la inclusión de criterios de seguridad dentro de los objetivos de explotación complicó en gran medida el problema de optimización, obligando al desarrollo de técnicas adecuadas a la complejidad del problema. El perfeccionamiento de las técnicas computacionales, fundamentalmente la introducción de técnicas para el tratamiento eficiente de matrices ralas, y el desarrollo de algoritmos matemáticos de optimización, junto con la mayor capacidad de procesamiento de las computadoras, han permitido la resolución de problemas cada vez más complejos. Esta evolución ha conducido a lo que hoy se conoce con el nombre de Flujos Óptimos de Potencia (FOP, Optimal Power Flow) [Dommel, 1968].

Los algoritmos evolutivos como tales son técnicas de búsqueda sin restricciones. De ahí surge el interés por implementar mecanismos que les permitan trabajar con restricciones, tanto lineales como no lineales, de igualdad o desigualdad. Para lograrlo, se requiere incorporar la información de infactibilidad de un individuo (o su distancia a la zona factible) a su aptitud

correspondiente, para que el proceso de selección preserve tanto a las soluciones factibles como aquellas soluciones prometedoras (o cercanas a ser factibles).

La computación evolutiva es la aplicación, mediante la implementación en una computadora, de algoritmos inspirados en el principio que rige en la naturaleza de la sobrevivencia del individuo más apto. Los algoritmos evolutivos tienen como objetivo principal “evolucionar” individuos, los cuales normalmente representan soluciones a un cierto problema de optimización; los individuos se irán renovando generación tras generación bajo el principio del más apto, por lo que cada nueva generación debe poseer características mejores que las anteriores, acercándose con cada iteración a la solución óptima del problema.

Originalmente las técnicas evolutivas no fueron concebidas como técnicas de optimización sino de aproximación, esto debido principalmente al vacío teórico que, al igual que otras técnicas heurísticas, tuvieron en sus inicios. Sin embargo, con el paso del tiempo y las mejoras, han mostrado dar buenos resultados aproximándose a muy buenas soluciones en tiempos razonables, logrando resolver los problemas en cuestión de manera satisfactoria. Actualmente ya se cuenta con pruebas de convergencia para algunos algoritmos evolutivos y también se han ido fundamentando y estandarizando los conceptos básicos de estas técnicas motivando cada vez más incursiones en materia teórica.

El principal objetivo de esta tesis es el implementar Algoritmos Genéticos (AG) a los estudios de optimización de sistemas eléctricos de potencia, esto se realiza en dos estudios esenciales en la administración de los sistemas eléctricos de potencia, el primero es el conocido como despacho económico térmico y el segundo el estudio de flujos óptimos de potencia.

## **1.2 Revisión del Estado del Arte.**

El problema de flujos óptimos de potencia (FOP) ha sido discutido desde principios de los 60's. La historia de su desarrollo se caracteriza por la aplicación cada vez mayor de poderosas herramientas de optimización, definido desde los 60's por Carpentier [Carpentier,

1962; Squires, 1961]. El problema de FOP es un problema de optimización no lineal y de gran tamaño que calcula los ajustes óptimos de las variables eléctricas en el sistema de potencia, para una condición particular de operación. Se han beneficiado en gran manera de los grandes avances en optimización numérica y la tecnología, este progreso se manifiesta en la capacidad de resolver problemas cada vez más grandes y complejos en tiempos cada vez menores y con una alta precisión.

Históricamente, la solución al estudio de despacho económico por el Criterio de Costos Incrementales Iguales (EICC por sus siglas en inglés) fue el precursor del FOP. La llegada de este estudio marco el final del periodo del Despacho Económico clásico desarrollado por al menos 30 años [Kirchmayer, 1955]. De forma que en la actualidad al DE se le considera simplemente como una simplificación del FOP. Ambos estudios son problemas de optimización con la misma función de costos de producción a ser minimizada. Sin embargo el DE realiza esta minimización solo considerando la generación de potencia activa y representa la red eléctrica por una restricción de igualdad es decir solo considera la ecuación de balance de potencias.

Para mostrar el desarrollo de los estudios de optimización de redes eléctricas se muestra a continuación una clasificación de las principales técnicas de optimización implementadas a sistemas eléctricos.

- Método Iterativo LAMBDA. También conocido como Criterio de Costos Incrementales Iguales (EICC por sus siglas en Inglés). Este método tiene sus raíces en el método clásico de despacho económico utilizado desde los 30's [Wood, 1996].
- Método de Gradiente. Desarrollado por Dommel y Tinney [Dommel, 1968].
- Método de Newton. Desarrollado por de Sun [Sun, 1984].
- Método de Programación Lineal. Desarrollado por Alsac [Alsac, 1990].
- Método de Punto Interior. Desarrollado por Wu, Debs y Marsten [Wu, 1993].
- Métodos de Programación Evolutiva. Aplicado por S.R Paranjothi y K. Anburaja [Paranjothi, 2002].

El método de EICC es descrito a detalle en el libro de Steinberg y Smith [Steinberg, 1943], donde se representa detalladamente las curvas de costo de combustible incluyendo bombas y puntos de válvulas. La red es representada por la ecuación de balance de potencia sin incluir pérdidas por transmisión. Utilizando este modelo la ecuación de balance de potencia es derivada para caracterizar las condiciones de operación óptima. La estrategia de solución resultante es llamada Criterio de Costos Incrementales Iguales.

La adición de un modelo para las pérdidas de transmisión de potencia activa al problema incremental de carga se convierte en el estudio clásico de despacho económico de potencia. El primer modelo de pérdida se propuso por George [George, 1943]. Las mejoras a finales de los 40's inicio de los 50's produjeron el modelo de coeficientes B [Hale, 1952; Kishore, 1971; Glimn, 1952], basado en algunas suposiciones [Tudor, 1963] que permite expresar las pérdidas de potencia activa como una función cuadrática de la potencia activa generada. Las ecuaciones de coordinación se desarrollaron rápidamente para incorporar estas pérdidas [George, 1949; Glimn, 1954; Kirchmayer, 1952]. El libro de Kirchmayer [Kirchmayer, 1955] resume este trabajo de DE clásico. Este modelo a permanecido como el más popular [por ejemplo, Aoki, 1984; Mansour, 1984; Wenyuan, 1985].

A aproximadamente al mismo tiempo, se propusieron los modelos de pérdida mejorados [Brownlee, 1954; Cahn, 1955] basado en las ecuaciones de red. Se construyeron los modelos lineales diferenciales de primer orden [Tudor, 1963; Van Ness, 1963], y más tarde modelos cuadráticos que usan diferenciales de segundo orden [Hill, 1968]. En éstos, todas las variables independientes están involucradas, los modelos lineales han permanecido como los más populares, ya que se actualizan fácilmente en los algoritmos iterativos. Estos algoritmos iterativos aparecieron en los 1970 [Happ, 1974; Shoults, 1977; Wollenberg, 1974]. Básicamente, usan el método de EICC como un subproblema, mientras actualizan la información no lineal y manejan las restricciones dependientes en cada iteración.

Las aplicaciones computacionales del DE incorporando los efectos de puntos de válvula en la función del costo son raras. Eso es porque el modelado de no linealidades y el problema de optimización resultante son difíciles, y los beneficios bastante pequeños. Los beneficios informados van de 0.1% [Ringlee, 1963] a 1.8% [Decker, 1958] por encima de DE que

ignoran los puntos de la válvula. En estas aplicaciones se limitan a modelos de la red para evitar la programación no lineal complicada. Otra dificultad, discutido por la mayoría de los autores y analizado por Vojdani [Fahmidej-Vojdani, 1982], es la discontinuidad de trayectorias de la solución óptima. La solución de la DE clásico por la programación dinámica fue propuesta para evitar la no linealidad del modelado de puntos de válvula [Ringlee, 1963].

La primera solución eficiente de FOP fue realizada usando los métodos de Gradiente cumplidos. Básicamente dos variantes dominan la literatura. El método de Carpentier usa el llamado método reducido de gradiente [Carpentier, 1968; Carpentier, 1972], resuelve el modelo general de OPF. El método de Dommel y Tinney [Dommel, 1968] resuelve las ecuaciones de Kuhn-Tucker usando una combinación del método de gradiente para un grupo de variables independientes y funciones de penalización para restricciones dependientes violadas. Este último tiene la ventaja de una formulación general, pero se complica por los problemas asociados con los factores de penalización. Ha sido el más popular de los dos métodos de gradiente, y de hecho uno de los más populares en la literatura. Se propusieron mejoras importantes al aprovechar las técnicas de dispersidad [Peschon, 1971], o el modelo de flujos de carga desacoplado rápido [Alsac, 1974]. Final mente en una aplicación hecha por investigadores del General Electric se agregaron algunas otras ventajas como el uso eficiente de memoria entre otras [Burchett, 1980].

Dos aplicaciones más del método de gradiente, Wu [Wu, 1979] resuelve el FOP en dos fases, ambas por el método de gradiente. La primera fase ignora las restricciones dependientes; después de ajustes a la solución, la segunda etapa agrega posibles voltajes violados a la función objetivo vía factores de penalización. Este programa tiene la capacidad de manejar de problemas muy grandes, pero a menudo valores no factibles permanecen en la solución. En la otra aplicación, Burchett [Burchett, 1981] aplican el programa MINOS [Zhang, 1986; Murtaugh, 1983] para resolver el problema de OPF. Construye internamente una secuencia de sub problemas de Lagrange que son solucionados en forma simultánea por cualquiera de los métodos basados en gradiente.

Las aplicaciones de la programación lineal (LP) abundan en el despacho de potencia activa. Se han presentado artículos desde hace mucho tiempo con un desarrollo que ya estaba

bastante completo [Shen, 1970; Wells,1968], con una función objetivo, con un conjunto de variables lineales y restricciones de dominio en todas las variables. Una importante publicación basada en LP se desarrolló por EDF [Merlin, 1972], esta publicación muestra como realizar el manejo de la mayoría de las tareas de operación del sistema.

Entre los AGs utilizados para resolver el problema de DE, Sheble [Sheble, 1995] y Y. Song [Song, 1997] usan cromosomas en representación binaria, que representan todas las potencias activas de la unidades de generación. La función de objetivo se extiende por la inclusión de la restricción de balance de energía a través de los multiplicadores de Lagrange. Orero en [Orero, 1996] resuelve el ED con zonas de operación prohibidas utilizando AGs. En forma similar, agregan a la función del costo la restricción de balance de energía a través de los multiplicadores de Langrage, así como una ecuación de penalización de las zonas prohibidas de operación. Adicionalmente ellos usan una representación del cromosoma binaria.

El Recosido Simulado (SA) también ha sido aplicado a la solución de DE [Aarts, 1989] presentada en los trabajos [Ongsakul, 2001] y [Wong, 1993]. SA es un algoritmo estocástico basado en las propiedades de la cristalografía termodinámica, que garantiza alcanzar el mínimo global, si un parámetro de temperatura es reducido con bastante lentitud. Ongsakul en [Onngsakul, 2001] propuso un algoritmo híbrido basado en AG y SA. El propósito de combinar el método de SA en AG es mantener una solución inicial dada por AGs. Ellos usaron una función del costo cuadrática y una cadena de 16 bits para la representación binaria de los cromosomas.

Muchos de los algoritmos de OPF se propusieron en la década de los 60's y 70's utilizando el método de Newton [El Abiad, 1969; Peschon, 1968; Shen, 1969]. Típicamente estos métodos resuelven las ecuaciones de Kuhn-Tucker, usan un Newton-Raphson para resolver las ecuaciones no lineales, agregando los controles para las restricciones activas. Es un algoritmo de solución muy flexible y muy confiable [Nabona, 1973; Nicholson, 1973]. Los métodos de gradiente y newton sufren con el manejo de las restricciones de desigualdad. Para aplicar el método de programación lineal la función de

entrada-salida es expresada como un conjunto de funciones lineales, por lo que es común sacrificar la precisión.

Recientemente, técnicas de optimización global como los algoritmos genéticos para la solución del problema de flujos óptimos de potencia y el despacho económico [Walters, 1993; Paranjothi, 2002; Devaraj, 2000]. Este método es un método probabilístico de optimización el cual se ha extendido su aplicación al análisis de optimización de potencia eléctrica debido a su posibilidad para resolver problemas con parámetros continuos o discretos, no requiere la información dada para la derivada de la función de aptitud, funciona con los datos generados aleatoriamente, datos experimentales o funciones analíticas, entre otras características. En contraste, los métodos clásicos calculan sólo un punto óptimo global si la función objetivo de costo es continua y cuadrática [Sun, 1984].

Zwe-Lee [Zwe-Lee, 2004], aplica para la solución del problema no convexo de flujos óptimos de potencia un algoritmo genético básico con codificación real al que nombra MIGA y dos operadores de mutación y dos operadores de cruzamiento para la solución del problema de costo de generación con punto de válvulas de FOP, en [Zwe-Lee, 2006], aplica ese mismo algoritmo pero agregando las restricciones de seguridad en líneas de transmisión. Osman [Osman, 2005], aplica también un AG a FOP pero propone realizarlo en dos partes, la primera parte aplica un AG para obtener una solución factible sujeta a la convergencia a la carga deseada y la segunda parte emplea un AG para obtener la solución óptima de FOP, este artículo solo se reporta un caso de estudio de 6 nodos pero no muestra la forma en que se realiza el manejo de restricciones.

En el artículo presentado por Mantawy [Mantawy, 2006], aplica el método de *Particle Swarm* a la solución del problema de flujos óptimos de potencia, pero utilizando dos funciones objetivo, la primera representando los costos de producción y la segunda representando las pérdidas por transmisión.

Ashish Saini en [Saini, 2006], aplica un algoritmo al que llama GA-Fuzzy el cual es un algoritmo genético gobernado por las reglas de la lógica difusa, el primer paso es diseñando para decidir qué partes del problema está sujeto a la optimización por el GA básico.

Dejaraj [Dejaraj, 2007], aplica un AG con representación binaria para la optimización de costos de redes eléctricas agregando las restricciones de seguridad de voltaje, el algoritmo aplicado a la solución es un GA que utiliza en forma aleatoria cuatro diferentes operadores genéticos en forma secuencial para lograr la evolución de una población, además las restricciones del problema son manejadas dentro de una función de ajuste que no es otra cosa que la función de costos extendida aplicando factores de penalización a las restricciones de igualdad y las restricciones de dominio de las variables dependientes.

### **1.3 Objetivo**

Como se ha planteado hasta ahora, el problema de optimización de redes eléctricas utilizando métodos de optimización clásicos como son los métodos de gradiente y newton sufren con el manejo de las restricciones de desigualdad, la calidad de la solución depende de las condiciones iniciales, otro inconveniente que presentan es además el que no es simple resolver problemas con espacios de solución no convexos y discontinuos y altamente no lineales.

Es por ello que el objetivo final de este estudio es desarrollar un modelo que permita realizar el estudio tanto de Despacho Económico de Potencia como el estudio de Flujos Óptimos de Potencia con diferentes tipos de funciones objetivo, sin que sea necesario realizar cambios importantes o que requieran modificaciones al modelo.

Para ello es que se desarrolla una metodología de optimización basada en un algoritmo genético co evolutivo, que tiene como función objetivo minimizar los costos de generación, sujeto a las restricciones de igualdad y de dominio dispuestas por cada uno de los problemas.

Los objetivos generales del estudio se pueden resumir en,

- Definir una estructura y representación eficiente para el cromosoma requerido por el algoritmo genético que represente a la solución.

- Desarrollar un manejo de restricciones efectivo y simple para el estudio de DE con tres casos de estudio de diferente complejidad.
- Desarrollar un algoritmo genético para resolver el problema de DE considerando funciones de costo cuadráticas o de orden superior, así como funciones de costo discontinuas.
- Describir en una forma simple la implementación de algoritmos genéticos a los estudios de optimización de sistemas eléctricos de potencia, haciendo uso de dos estudios básicos en la administración de los sistemas eléctricos de potencia, el primero es el conocido como despacho económico de potencia y el segundo el estudio de flujos óptimos de potencia.
- Aplicar la coevolución de poblaciones como una forma de realizar un manejo más simple de las restricciones del problema, mejorando con esto la definición de la región factible de búsqueda aun cuando esta región sea no convexa o discontinua.
- Finalmente demostrar que el Algoritmo Genético Coevolutivo implementado puede ser utilizado para resolver estudios de Flujos Óptimos de Potencia realizando modificaciones simples obteniendo buenos resultados, de forma que puedan ser implementados nuevos modelos de componentes de la red eléctrica sin que se requiera diseñar un nuevo algoritmo de solución.

## **1.4 Justificación**

La operación económica y eficiente del sistema eléctrico de potencia siempre ha sido de una alta prioridad para la industria de generación de energía eléctrica. Las compañías eléctricas gastan cantidades considerables de dinero en combustible para la producción de energía eléctrica, por ejemplo, una compañía de ligeramente grande (con una carga máxima anual de 10,000 MW) puede gastar más de 1.5 mil millones de dólares en combustible cada año [Wood, 1996]. De ahí, que el uso eficiente del combustible disponible es de gran

importancia, no sólo porque la mayoría del combustibles usados provienen de fuentes de energía no renovables, pero porque esto también podría producir significantes reducciones en los gastos de operación.

Tradicionalmente, la misión fundamental de las compañías eléctricas ha sido proporcionar al usuario un suministro constante de energía eléctrica al mínimo costo posible. Por lo que se exige a los operadores del sistema de potencia que ajusten constantemente las variables de control del sistema para lograr esta meta, (es decir, rendimientos del generador, parámetros de transformadores de regulación, etc.). Ésta es una tarea sumamente complicada que requiere ser realizada desde los centros de control de energía con el uso de herramientas como el Despacho Económico de Potencia (DE), el estudio de Flujos de Potencia y el estudio de Flujos Óptimos de Potencia (FOP). Son herramientas esenciales que permiten a las compañías eléctricas determinar las condiciones de operación segura y económica para un sistema eléctrico. Específicamente, se usan métodos matemáticos para determinar los escenarios óptimos para las variables de control del sistema, sujeto a un conjunto especificado de requisitos de operación y requisitos de seguridad.

En general, el problema de OPF es un problema de optimización de no lineal restringido. Debido a su importancia para la planeación y operación del sistema eléctrico, una gran cantidad de investigadores han invertido sus esfuerzos para desarrollar métodos de solución eficaces y robustos para la optimización de sistemas eléctricos. Durante las últimas cuatro décadas, se han propuesto muchas técnicas de optimización diferentes para este propósito. Normalmente, estos métodos hacen la suposición de que la característica de costo del combustible es una función continua y convexa. Hay situaciones sin embargo, cuando no es posible, o realista, representar la característica de costo de combustible de la unidad como una función continua y convexa. Por ejemplo, esta situación se observa cuando se incluyen puntos de válvula, zonas prohibidas de operación, o múltiples combustibles. Por lo que la búsqueda de mejores métodos de optimización, con la habilidad de ocuparse de funciones de costo de combustible no convexas eficazmente está claramente justificada.

Durante los últimos años, los métodos de algoritmos evolutivos han surgido como métodos eficaces para muchos de los problemas de optimización difíciles. Estas técnicas que

son basadas en las mecánicas de la selección natural y genéticas, ofrecen muchos rasgos excelentes por encima de los métodos de optimización tradicionales.

Estos algoritmos son técnicas basadas en poblaciones que exploran el espacio de solución no convexos aleatoriamente utilizando una cantidad definida de soluciones candidatas o también llamadas cromosomas o individuos, en lugar de usar una sola estimación de solución empleada por la mayoría de las técnicas clásicas, además de convergencia global, robustez, y la capacidad inherente de la búsqueda paralela, está entre sus principales y más atractivos rasgos. Así como también el principal acierto de los algoritmos evolutivos radica en la capacidad de encontrar una solución con una exploración aleatoria de la región factible en lugar de explorar todo el espacio de búsqueda. Una gran cantidad de técnicas han sido desarrolladas a partir de la idea original de la Programación Evolutiva, donde las técnicas más populares son, los Algoritmos Genéticos (AG), Evolución Diferencial (ED), y Estrategias Evolutivas (EE), todas ellas han sido implementadas para resolver diversos problemas en ingeniería. Los recientes avances en computación paralela y velocidad de procesadores, han beneficiado el desarrollo y aplicación de estas técnicas. Estas técnicas son bien aceptadas para resolver problemas de optimización que son sumamente difíciles (o imposibles) de resolver usando los métodos de optimización convencionales [Back, 1996; Alves da Silva, 2002].

La operación económica óptima de sistemas eléctricos siempre se ha influenciado por los adelantos en las técnicas de optimización numéricas, y recientemente, se ha creado mucho interés entre investigadores e ingenieros por la aplicación de algoritmos evolutivos a la optimización de sistemas eléctricos de potencia lo que ha generado una área de investigación muy prometedora y excitante. En particular, el problema de Flujos Óptimos de Potencia parece bien satisfecho por estas técnicas, debido a su naturaleza no convexa y no lineal.

El trabajo presentado apunta a desarrollar un nuevo procedimiento de OPF basado en la combinación de algoritmos evolutivos y el manejo eficiente de restricciones. Específicamente, el método de Algoritmos Genéticos ha sido escogido entre los algoritmos evolutivos actualmente disponibles, ya que ha demostrado para ser muy versátil y conceptualmente simple. Adicionalmente, el método de Co Evolución de poblaciones ha sido escogido como la técnica de manejo de restricciones, debido a su efectividad y las propiedades excelentes. Se

espera que combinando estos dos métodos, resultará un procedimiento de optimización muy poderoso.

## **1.5 Descripción de Capítulos**

En el Capítulo 2 se hace una revisión de los fundamentos de optimización restringida. La estructura matemática preliminar del problema de optimización restringida. Definiciones básicas y conceptos importantes relacionados con la factibilidad, la optimalidad y la convexidad. Se realiza una descripción del concepto de dualidad de Lagrange. También se describen los métodos de penalizaciones, así como sus principales características.

En el Capítulo 3 se muestran algunas técnicas de optimización de sistemas de potencia. Como paso inicial se muestra la minimización de costos de generación en sistemas de potencia, conocido como Despacho Económico de Generación de Energía (DE). Se muestra la formulación del estudio de flujos de potencia óptimo, este estudio partirá del estudio de flujos de potencia convencional, donde el objetivo de este estudio es el de proveer de la información relacionada con magnitudes de voltajes y ángulos de los nodos de la red, a partir de los cuales pueden determinarse todo el resto de parámetros.

En el Capítulo 4 se tratará la aplicación de algoritmos genéticos al problema de optimización no lineal restringida, así mismo, se describirá el algoritmo genético implementado, tratando las ventajas del método y sus desventajas.

En el Capítulo 5 se tratará la aplicación de algoritmos genéticos al problema de optimización de Despacho Económico, se presentarán diferentes técnicas de manejo de restricciones aplicadas al problema y también diferentes configuraciones de algoritmos genéticos hasta llegar al algoritmo que presenta los mejores rendimientos.

En el Capítulo 6 se describe la aplicación del algoritmo genético coevolutivo aplicado al estudio de Flujos Óptimos de Potencia (FOP). El método propuesto incorporará las ventajas del manejo de restricciones y la programación evolutiva, en particular la coevolución de

poblaciones paralelas, reparación de individuos no factibles y el uso eficiente de operadores genéticos.

En el Capítulo 7 se concluye la aplicación del método propuesto y se proponen algunas recomendaciones de trabajos futuros.

## **1.6 Contribuciones.**

Las contribuciones principales de esta investigación ha sido el desarrollo y prueba de un procedimiento de optimización de sistemas eléctricos de potencia basado en un algoritmo genético coevolutivo.

Las contribuciones específicas son las siguientes:

1. El método de optimización propuesto tiene la habilidad de ocuparse de todas las restricciones uniformemente a lo largo del proceso de optimización. Por consiguiente, evita las dificultades de determinar un conjunto correcto de restricciones activas (qué es uno de los desafíos principales que enfrentan la mayoría de los métodos convencionales de solución de FOP).
2. El método de optimización propuesto evita el problema de mal condicionamiento asociado con las técnicas convencionales de optimización que son basados en los métodos de penalización clásicos. Esto es posible porque en el método propuesto no existe la necesidad de utilizar este tipo de datos para garantizar la convergencia.
3. El método de optimización propuesto es capaz de manejar las características de costo de combustible no convexas. Por consiguiente, permite el uso de modelos más realistas para los componentes del sistema eléctrico. Ésta es una ventaja significativa por encima de la mayoría de los métodos convencionales de DE y FOP que son basados en las representaciones también simplificadas (y por consiguiente, no es adecuado para las aplicaciones prácticas).
4. El método de optimización propuesto puede más probablemente obtener la solución óptima global que los métodos de optimización convencionales, debido a su inherente

capacidad de la búsqueda paralela. Este rasgo es muy importante para esas situaciones cuando encontrando la solución óptima global se puede producir una estrategia de operación más conveniente (por ejemplo, cuando el costo de la generación total asociado con la solución óptima global difiere significativamente de aquellos con una solución mínima local).

5. El método de optimización propuesto tiene la habilidad de proporcionar una familia de soluciones factibles al final del proceso de optimización. Esto representa una ventaja significativa por encima de otros métodos de optimización, en el sentido que le da más posibilidades al operador de sistema de poder escoger un estado que operación factible para el sistema. Este rasgo es particularmente útil para esos casos cuando es imposible de llevar a cabo la mejor solución encontrada debido a alguna condición de operación imprevista. En esas situaciones, el operador de sistema podría escoger una solución diferente de la población de la último generación (con tal de que sea posible llevar a cabo esta solución), sin tener que volver a realizar el procedimiento de optimización.
6. El método de optimización propuesto demuestra el gran potencial de los métodos de programación evolutivos para aplicaciones de optimización de sistemas de potencia. Sin ser el primer intento de utilizar un algoritmo genético para realizar la optimización de sistemas de potencia si se realiza una combinación de técnicas evolutivas para el manejo de restricciones y de esta forma realizar un manejo más transparente de estas restricciones.

# Capítulo 2 Fundamentos de Optimización Restringida

## 2.1 Introducción

En este capítulo se hace una revisión de los fundamentos de optimización restringida, la estructura matemática preliminar del problema de optimización restringida, algunas definiciones básicas y conceptos importantes relacionados con la factibilidad, la optimalidad, la convexidad y la no convexidad. Así mismo se discuten las condiciones de optimalidad para los problemas de optimización no restringida así como para la optimización restringida respectivamente. Para mayor información del material presentado en este capítulo puede encontrarse en [Bazaraa, 2003; Vanderplaats, 1984; Nash, 1996].

## 2.2 Generalidades del Problema de Optimización Restringida

En general el problema de optimización restringido trata de la búsqueda del vector columna de  $n$  variables reales  $X=[X_1, X_2, \dots, X_n]^T \in \mathbf{R}^n$ , donde  $\mathbf{R}^n$  representa al conjunto de vectores de  $n$  dimensiones con componentes reales, también conocido como espacio Euclidiano de  $n$  dimensiones, que optimizan (*Maximizar o Minimizar*) una función  $f(X)$ , sujeta a un conjunto de restricciones de igualdad ( $h(X) = 0, i = 1, 2, \dots, r$ ), así como a un conjunto de restricciones de desigualdad ( $g(X) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m$ ), y a un conjunto de restricciones de dominio ( $X_k^{\min} \leq X_k \leq X_k^{\max}, k = 1, 2, \dots, n$ ). La función  $f(X)$  es comúnmente

llamada función objetivo, función de costos, función de adaptación, etc. [Cedeno-Maldonado, 2002].

Esencialmente, no existe diferencia entre los problemas de minimización y la maximización, ya que la maximización de  $f(X)$  y la minimización de  $-f(X)$  ocurren en el mismo punto. Por consiguiente, el problema general de optimización restringida se expresa matemáticamente de la siguiente manera,

$$\min_X f(X) \quad \min_{x \in S} J \quad (2.1)$$

Sujeto a

$$h(x) = 0 \quad (2.2)$$

$$g(X) \leq 0 \quad g(X) \quad (2.3)$$

$$X_k^{\min} \leq X_k \leq X_k^{\max} \quad X_k^{\min} \leq X_k \leq X_k^{\max} \quad (2.4)$$

Donde  $f(X)$  es una función real en  $\mathbf{R}^n$  ( $f : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ ),  $h(X)$  es el vector columna de  $r$  funciones de valor real en  $\mathbf{R}^n$  ( $h : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^r$ ),  $g(X)$  es un vector columna de  $m$  funciones de valor real  $\mathbf{R}^n$  ( $h : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ ), y  $X \in S \subseteq \mathbf{R}^n$   $X \in S$ . El espacio de búsqueda  $S$  es definido por (2.4), la cual define el hipercubo de  $n$  dimensiones en  $\mathbf{R}^n$ . Sin perder la generalidad de la representación, las restricciones de dominio (2.4) pueden ser consideradas como parte de (2.3). En general, las funciones  $f$ ,  $\{h_i\}$ , y  $\{g_i\}$  pueden ser cualquier función lineal o no lineal [Bazaraa, 2003; Nocedal, 2006]. Adicionalmente, con frecuencia se considera que estas funciones satisfacen los requerimientos de continuidad y diferenciabilidad. Cuando todas estas funciones son lineales en  $X$ , la formulación en (2.1) es conocida como un problema de programación lineal. De otra manera el problema es referido como un problema de programación no lineal.

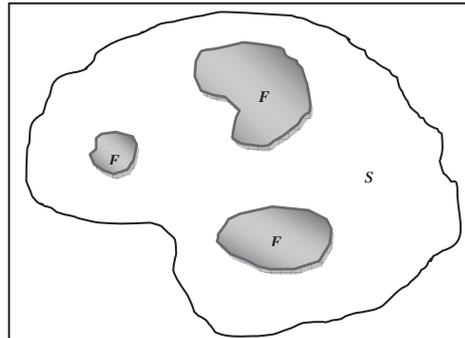
A las restricciones de igualdad y desigualdad se les llaman restricciones explícitas y a las restricciones de dominio en las que las variables de control toman sus valores se les llama

restricciones implícitas. Cada una de las restricciones determinan una porción del espacio de búsqueda donde puede existir una solución óptima, y a la intersección de las restricciones explícitas con las restricciones implícitas se le conoce como región factible.

### 2.3 Conceptos y definiciones básicas

El punto  $X \in S$  que satisface al conjunto de restricciones de igualdad y desigualdad es conocido como solución factible. Siendo  $S = \{X \in \mathbf{R}^n : X^{\min} \leq X \leq X^{\max}\}$ . Para un problema con solución, existe un conjunto no vacío de puntos factibles como se ilustra en la Figura 2.1 Espacio de búsqueda y zonas factibles. El conjunto de puntos factibles es referido a la región factible  $F$ , de la siguiente manera [Bazaraa, 2003],

$$F = \{X \in S \subseteq \mathbf{R}^n : h(X) = 0, g(X) \leq 0\} \quad (2.5)$$



**Figura 2.1** Espacio de búsqueda y zonas factibles

La  $j$ -ésima restricción de desigualdad  $g_j(X) \leq 0$  se dice que esta activa en el punto factible  $\bar{X}$  si  $g_j(\bar{X}) = 0$ , y se encuentra inactiva en  $\bar{X}$  si  $g_j(\bar{X}) < 0$ . Por convención, todas las restricciones de igualdad son consideradas activas en cualquier punto factible [Bazaraa, 2003; Bertseks, 1999]. El conjunto de puntos factibles activos son definidos por el conjunto de restricciones que se encuentran activas en ese punto y es denotado por  $A(\bar{X}) = \{j : g_j(\bar{X}) = 0\}$

El conjunto de puntos factibles en los cuales al menos una restricción de desigualdad se encuentra activa es llamado límite de la región factible. El resto de puntos factibles son definidos como puntos interiores. Un punto factible  $\bar{X}$ , se dice que es regular si los gradientes de las restricciones de igualdad  $\nabla h_i(\bar{X})$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , y los gradientes de las restricciones de desigualdad  $\nabla g_j(\bar{X})$ ,  $j \in A(\bar{X})$ , son linealmente independientes. Un punto factible  $\bar{X}$  es también regular en el caso excepcional de que cuando no hay restricciones de igualdad y todas las restricciones de desigualdad están inactivas en  $\bar{X}$ .

Existen problemas en los cuales el espacio de búsqueda puede ser muy grande y la zona factible muy pequeña y difícil de localizar (p. ej. disjunta). De tal forma, las técnicas evolutivas suelen utilizarse en optimización no lineal y con problemas que tienen funciones objetivo no diferenciables, con ruido o dinámicas. Así mismo, suelen usarse en problemas en los que la forma del espacio de búsqueda y el óptimo global se desconoce [Luenberger, 1984].

Un punto  $X^* \in F$  se dice que es un mínimo global de  $f$  sobre  $F$  si,

$$f(X^*) \leq f(X), \quad \forall X \in F \quad (2.6)$$

El punto  $X^*$  es referido como un riguroso mínimo global si la desigualdad (2.6) se cumple rigurosamente para  $X \neq X^*$ . Debe notarse que un riguroso mínimo global corresponde a un único mínimo global.

Un punto  $X^* \in F$  se dice que es un mínimo local de  $f$  sobre  $F$  si este es inferior que los puntos alrededor de él, es decir, si existe un número real  $\varepsilon > 0$ , tal que,

$$f(X^*) \leq f(X), \quad \forall X \in F \text{ con } \|X - X^*\| < \varepsilon \quad (2.7)$$

El punto  $X^*$  es llamado mínimo local riguroso si la desigualdad (2.7) se satisface rigurosamente  $X \neq X^*$ .

Un conjunto  $C \in R^n$  se dice que es convexo si  $\beta X_1 + (1 - \beta) X_2 \in C$  para todo  $X_1, X_2 \in C$ , y toda  $\beta \in [0, 1]$ . En otras palabras,  $C \in R^n$  es un conjunto convexo si para cualquier par de

puntos  $X_1$  y  $X_2$  en el conjunto  $C$ , el segmento de línea que los une se encuentra siempre dentro del conjunto  $C$ .

Una función  $f$  se dice que es convexa en  $C$  si satisface la desigualdad,

$$f[\beta X_1 + (1-\beta)X_2] \leq \beta f(X_1) + (1-\beta)f(X_2) \quad (2.8)$$

Para todo  $X_1, X_2 \in C$ , y todo  $\beta \in [0,1]$ . La función  $f$  es llamada rigurosamente convexa en  $C$  si la desigualdad (2.8) se cumple rigurosamente para todo  $X_1, X_2 \in C$ , con  $X_1 \neq X_2$ , y todo  $\beta \in [0,1]$ .

En general el problema de optimización restringido representado por (2.1), se dice que es un problema de optimización convexo si la región factible  $F$  es un conjunto convexo y la función objetivo  $f$  es convexa en  $F$ . Esta condición ocurre cuando la función  $f$  y  $\{g_j\}$  son convexas en  $F$  y las funciones  $\{h_i\}$  son lineales en  $X$ .

## 2.4 Condiciones de Optimalidad para Problemas sin Restricciones

Un problema de minimización no restringido puede expresarse como,

$$\min_{X \in \mathbb{R}^n} f(X) \quad (2.9)$$

Es importante establecer las condiciones de optimalidad para problemas de minimización no restringidos, debido a que los problemas de optimización restringidos a menudo son resueltos transformándolos en problemas no restringidos. Estas condiciones de optimalidad son aquellas condiciones que deben ser satisfechas por cualquier mínimo local. La suficiencia de las condiciones de optimalidad son aquellas condiciones que, si se satisfacen en un punto, garantizan que ese punto es un mínimo local. Debe observarse que para el caso especial en el que  $f$  es una función convexa, cualquier mínimo local de  $f$  es por lo tanto un mínimo global de  $f$ .

La primer condición necesaria para un mínimo local de  $f$  es expresada de la siguiente manera [Nocedal, 2006].

Si un punto  $X^*$  es un mínimo local de  $f$ , y  $f$  es continuamente diferenciable (es una función tal que es infinitamente diferenciable, es decir que tiene derivadas de cualquier orden finito), entonces,

$$\nabla f(X^*) = 0 \quad (2.10)$$

donde,

$$\nabla f(X^*) = \left[ \frac{\partial f(X^*)}{\partial X_1}, \frac{\partial f(X^*)}{\partial X_2}, \dots, \frac{\partial f(X^*)}{\partial X_n} \right]^T \quad (2.11)$$

es el vector gradiente de  $f$  en  $X^*$ . En general, cualquier punto  $X^*$  que satisface (2.10) es conocido como *punto estacionario* de  $f$ . La condición mostrada en (2.11) no es suficiente para determinar un mínimo local de  $f$ , ya que el punto estacionario puede ser un mínimo local, un máximo local o punto fijo (es un punto estacionario próximo a un máximo o un mínimo).

Si un punto  $X^*$  es un mínimo local de  $f$ , y  $f$  es continuamente diferenciable dos veces, entonces la matriz Hessiana  $\mathbf{H}(X^*)$ , es semi definida positiva, donde, (p. ej.  $X^T \mathbf{H}(X^*) \geq 0$ , para todo  $X \in R^n$ ,  $X \neq 0$ ),

$$\mathbf{H}(X^*) = \nabla^2 f(X^*) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(X^*)}{\partial X_1 \partial X_1} & \frac{\partial^2 f(X^*)}{\partial X_1 \partial X_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(X^*)}{\partial X_1 \partial X_n} \\ \frac{\partial^2 f(X^*)}{\partial X_2 \partial X_1} & \frac{\partial^2 f(X^*)}{\partial X_2 \partial X_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(X^*)}{\partial X_2 \partial X_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(X^*)}{\partial X_n \partial X_1} & \frac{\partial^2 f(X^*)}{\partial X_n \partial X_2} & \dots & \frac{\partial^2 f(X^*)}{\partial X_n \partial X_n} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Este punto alude a la segunda condición de optimalidad necesaria para un mínimo local de  $f$ .

Si la matriz Hessiana es definida positiva (p. ej.  $X^T H(X^*) > 0$ , para todo  $X \in R^n$ ,  $X \neq 0$ ), mejor dicho además de ser semi definida positiva,  $X^*$  es un mínimo local riguroso de  $f$ .

## 2.5 Condiciones de Optimalidad para Problemas Restringidos

Este es un punto de interés teórico y práctico debido a que describe las condiciones de optimalidad para un mínimo local de un problema de optimización restringido como el mostrado en (2.1). Introduciendo una función auxiliar, conocida como *Función Lagrangeana*, es posible expresar estas condiciones de optimalidad en una forma muy concisa. La función Lagrangeana es definida de la siguiente manera,

$$L(X, \lambda, \mu) = f(X) + \lambda^T h(X) + \mu^T g(X) \quad (2.13)$$

donde,  $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r]^T \in R^r$  y  $\mu = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m]^T \in R^m$ , son vectores de los multiplicadores de Lagrange, también conocidos como variables auxiliares. Estos vectores están asociados con las restricciones de igualdad y desigualdad, respectivamente. Los multiplicadores de Lagrange  $\lambda$  asociados con las restricciones de igualdad no tienen restricción de signo, mientras que los multiplicadores de Lagrange  $\mu$  asociados con las restricciones de desigualdad deberán ser positivos [Nocedal, 2006; Conejo, 2002].

Las condiciones de optimalidad de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) necesarias se representan de la siguiente manera [Nocedal, 2006; Conejo, 2002],

Si un punto  $X^*$  es un mínimo local de (2.1), las funciones  $f$ ,  $\{h_i\}$ , y  $\{g_i\}$  son continuamente diferenciables, y  $X^*$  es un mínimo local, entonces deberá existir un solo vector de multiplicadores de Lagrange  $\lambda^*$  y  $\mu^*$  como se muestra enseguida,

$$\nabla f(X^*) + \sum_{i=1}^r \lambda_i^* \nabla h_i(X^*) + \sum_{j=1}^m \mu_j^* \nabla g_j(X^*) = 0 \quad (2.14)$$

$$h_i(X^*) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.15)$$

$$g_j(X^*) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2.16)$$

$$\mu_j^* g_j(X^*) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2.17)$$

$$\mu_j^* \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2.18)$$

Si el problema considerado es un problema de programación convexo, entonces las condiciones necesarias de KKT, son suficientes para garantizar que  $X^*$  es un mínimo global. Si adicionalmente,  $f$  es estrictamente una función convexa, entonces,  $X^*$  es un único mínimo global.

La condición  $\mu_j^* g_j(X^*) = 0$  es llamada condición de relajamiento complementaria. El nombre se deriva del hecho de que para cada  $j$ , cuantas veces la restricción  $g_j(X^*) \leq 0$  es relajada (es decir que  $g_j(X^*) < 0$ ), la restricción  $\mu_j^* \geq 0$  no debe ser relajada (significa que  $\mu_j^* = 0$ ) y viceversa. Es decir, en una solución óptima no es posible tener  $g_j(X^*) < 0$  y  $\mu_j^* > 0$ , por lo tanto al menos una de las dos deberá estar presente. En el caso donde exactamente una de estas restricciones está presente se le conoce como rigurosamente complementaria. Cuando el caso de tener una situación complementaria rigurosa no se cumple, significa que la restricción de desigualdad tiene un multiplicador de Lagrange igual a cero. Esto es, ambas restricciones  $g_j(X^*) = 0$  y  $\mu_j^* = 0$  son satisfechas. Entonces se dice que la restricción ha sido degenerada [Nocedal, 2006; Conejo, 2002].

## 2.6 Métodos de Penalización

Este enfoque se basa en transformar el problema de optimización con restricciones a uno sin restricciones. Para ello, se agrega o se quita una cierta cantidad del valor de la aptitud del individuo, de acuerdo a la magnitud de la violación de las restricciones. Normalmente se

consideran dos tipos de funciones de penalización: exterior e interior. En el primer caso, se inicia con una solución no factible y desde ese punto el proceso se moverá hacia la zona factible. Para el caso de las funciones de penalización interior el término de penalización se escoge de manera que su valor sea pequeño en puntos lejanos a los límites entre la zona factible y la no factible, y que tienda a infinito para puntos cercanos a ese límite si  $X \in F$ ,  $f(X) \neq \infty$ . Una limitante de este último enfoque es que se requiere una solución factible inicial. Por ello, las funciones de penalización externas son más comúnmente utilizadas.

La fórmula general de la función de penalización externa es:

$$\phi(X) = f(X) \pm \left[ \sum_{i=1}^n r_i \cdot G_i + \sum_{j=1}^p c_j \cdot L_j \right] \quad (2.19)$$

Donde  $\phi(X)$  es la función objetivo expandida a ser optimizada,  $G_i$  y  $L_j$  son funciones de las restricciones  $g(X)$  y  $h(X)$ , respectivamente y  $r_i$  y  $c_j$  son constantes positivas llamados comúnmente "factores de penalización".

Tres criterios se manejan para definir la relación entre un individuo no factible y la región factible del espacio de búsqueda [Richardson, 1989]:

- Un individuo se penaliza sólo por ser no factible.
- La penalización corresponde a su cantidad de no factibilidad.
- Se penaliza de acuerdo al esfuerzo de reparación del individuo.

En general, el problema principal con las funciones de penalización consiste en elegir los valores adecuados de los factores de penalización para permitir que el algoritmo pueda dirigir la búsqueda hacia la zona factible y que la pueda recorrer lo suficiente como para llegar al óptimo global. Se han generado varias alternativas para contrarrestar esta fuerte dependencia del valor de los factores de penalización. Entre las más destacadas se encuentran las técnicas descritas a continuación.

El método clásico, utilizando métodos de penalización, reemplaza el problema mostrado en (2.1), por una secuencia de problemas de minimización no restringidos de la forma,

$$\min_x \psi(X, s^{(t)}) \quad (2.20)$$

donde  $X \in S$ . Como se mostró anteriormente cada problema de minimización no restringido involucra a una función auxiliar o seudobjetivo  $\psi(X, s^{(t)})$ . Esta función auxiliar es obtenida en base a aumentar la función objetivo original con una función de penalización, como se muestra,

$$\psi(X, s^{(t)}) = f(X) + s^{(t)}\psi_p(X) \quad (2.21)$$

donde

$f(X)$  es la función objetivo original.

$\psi_p(X)$  es la función de penalización impuesta.

$t$  es el índice para la secuencia de problemas de minimización no restringida.

$s^{(t)}$  es el parámetro de la función de penalización para el  $t$ -ésimo problema de minimización no restringido.

Este parámetro de penalización controla la magnitud con el cual el problema no restringido resultante aproxima al problema restringido original. Como  $s^{(t)}$  toma valores grandes, la aproximación llega a ser cada vez más precisa.

La forma de la función de penalización depende del método de penalización utilizado, e impone costos altos por la violación de restricciones, dos de las funciones de penalización más comunes son, en primer lugar la *función de penalización cuadrática*,

$$\psi_p(X) = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i=1}^r (h_i(X))^2 + \sum_{j=1}^m \{ \max[0, g_j(X)] \}^2 \right] \quad (2.22)$$

Y en segundo lugar la *función de penalización de valor absoluto*,

$$\psi_p(X) = \sum_{i=1}^r |h_i(X)| + \sum_{j=1}^m \max(0, g_j(X)) \quad (2.23)$$

Usualmente los métodos de penalización generan una secuencia de puntos que convergen a una solución del problema restringido desde el exterior de la región factible. En la secuencia de minimizaciones no restringidas, los parámetros de penalización son gradualmente incrementados de problema a problema, en consecuencia obligan la minimización no restringida hacia la región factible. Computacionalmente este método se realiza de la siguiente manera.

- 1) Selecciona una secuencia creciente  $\{s^{(t)}\}_{t=1}^{\infty}$  de valores positivos que tienden a infinito ( $s^{(t)} \geq 0$  y  $s^{(t)} \rightarrow \infty$  cuando  $t \rightarrow \infty$ ).
- 2) Para  $t=1,2,\dots$ , se calcula un mínimo  $\underline{X}^{(t)}$  de  $\psi(X, s^{(t)})$ .
- 3) Dentro de las condiciones apropiadas, es posible garantizar que la secuencia de puntos  $\{\underline{X}^{(t)}\}_{t=1}^{\infty}$  convergerá a un mínimo del problema restringido. De tal manera que,  $\lim_{t \rightarrow \infty} \{\underline{X}^{(t)}\} = X^*$ , donde  $X^*$  es un mínimo del problema restringido.

Los métodos de penalización presentan un gran inconveniente a partir del incremento del parámetro de penalización hacia infinito, la estructura del problema no restringido llega a ser incrementada desfavorablemente, es decir, la matriz Hessiana correspondiente llega a ser mal condicionada. Por consiguiente, cada problema no restringido va siendo cada vez más complicado de solucionar, ya que presenta el efecto de razón de convergencia desacelerado del proceso de optimización global. Un significativo número de investigaciones han sido desarrolladas para revertir este efecto de desaceleración. Uno de estos desarrollos es el método de Lagrange Aumentado, el cual es discutido en la siguiente sección.

## 2.7 Método de Lagrange Aumentado

Este método también conocido como método de multiplicadores es uno de los más utilizados debido a su efectividad para converger en una solución de problemas generales de

optimización restringida. Esencialmente, este método es parecido a un método de penalización, en el cual la función auxiliar es obtenida combinando la función de Lagrangeana ordinaria con la función de penalización cuadrática. Por consiguiente, cada problema no restringido es una minimización de la función de Lagrange aumentada o penalizada, la que tiene esta forma,

$$L_u(X, s^{(t)}, \lambda_i^{(t)}, \mu_j^{(t)}) = f(X) + \sum_{i=1}^r \lambda_i^{(t)} h_i(X) + \sum_{j=1}^m \mu_j^{(t)} g_j^+(X) + \frac{s^{(t)}}{2} \left[ \sum_{i=1}^r (h_i(X))^2 + \sum_{j=1}^m (g_j^+(X))^2 \right] \quad (2.24)$$

donde  $g_j^+(X) = \max \left( g_j(X), -\frac{\mu_j^{(t)}}{s^{(t)}} \right)$

Después de cada minimización no restringida, los multiplicadores de Lagrange y los parámetros de penalización son actualizados de forma que mejore la convergencia del algoritmo. Los multiplicadores de Lagrange son actualizados típicamente de acuerdo a las expresiones,

$$\lambda_i^{(t+1)} = \lambda_i^{(t)} + s^{(t)} h_i(\underline{X}^{(t)}), \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.25)$$

$$\mu_j^{(t+1)} = \mu_j^{(t)} + s^{(t)} g_j^+(\underline{X}^{(t)}), \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (2.26)$$

Debe observarse que los multiplicadores son actualizados usando las funciones de restricción evaluadas en la solución del problema de minimización no restringido previo,  $\underline{X}^{(t)}$ . Por otro lado, los parámetros de penalización son incrementados en una proporción constante  $\sigma > 0$ , hasta alcanzar un valor máximo predeterminado  $s^{(max)}$ . Por tanto, la regla de actualización para los parámetros de penalización es expresada como,

$$s^{(t+1)} = \begin{cases} s^{max}, & \text{si } \sigma s^{(t)} \geq s^{max} \\ \sigma s^{(t)}, & \text{en cual quier otro caso} \end{cases} \quad (2.27)$$

Bajo las condiciones apropiadas, es posible garantizar que el algoritmo converja, sin tener que aumentar los parámetros de penalización  $s^{(t)}$  a un valor extremadamente grande. Por lo tanto, este algoritmo es capaz de superar el mal condicionamiento asociado con los métodos de penalización clásicos, y en consecuencia, ofrece la posibilidad de mayor razón de convergencia

Otra característica importante del método de Lagrange aumentado es que maneja todas las restricciones uniformemente durante el proceso de solución, incluso cuando se encuentran presentes desigualdades. Esto en contraste con los métodos de punto factible que tratan de mantenerse siempre dentro de espacio factible en cada iteración. En general, el método de Lagrange aumentado es confiable ya que es relativamente insensible al valor de los parámetros de penalización  $s^{(t)}$  y por la forma de realizar la actualización durante el proceso de optimización.

## 2.8 Método de Lagrange Dual

El concepto de dualidad juega un role importante en la teoría de optimización. Cada problema de optimización restringido tiene dos diferentes representaciones, el problema primitivo o fundamental y el problema dual de Lagrange. La relación entre estos dos problemas es descrito por la llamada teoría de la dualidad. El problema primitivo tiene su representación general en (2.1), mientras que el problema dual tiene la forma,

$$\max_{\lambda, \mu} \xi(\lambda, \mu) \quad (2.28)$$

$$\text{Sujeto a } \mu \geq 0 \quad (2.29)$$

donde  $\xi(\lambda, \mu)$ , es conocida como la función de dualidad, y es definida como,

$$\xi(\lambda, \mu) = \min_{X \in S} L(X, \lambda, \mu) \quad (2.30)$$

Observando que el problema dual consiste en dos sub problemas, una minimización en el interior de la función de Lagrange sobre  $X$  (conocida como variables primitivas o fundamentales) tal que  $X \in S$ , y una maximización externa de la función de dualidad sobre  $\lambda$  y  $\mu$  (conocidas como variables duales) tal que  $\mu \geq 0$ .

El punto  $(X^*, \lambda^*, \mu^*)$  se conoce como punto fijo de la función de Lagrange y mantiene las siguientes condiciones,

$$L(X^*, \lambda, \mu) \leq L(X^*, \lambda^*, \mu^*) \leq L(X, \lambda^*, \mu^*) \quad (2.31)$$

Para todo  $X \in S$ ,  $\lambda$ , y  $\mu \geq 0$ . A esta estipulación se le conoce como condición de punto fijo. De acuerdo con esto  $(X^*, \lambda^*, \mu^*)$  es un punto que simultáneamente minimiza la función de Lagrange sobre  $X \in S$  dado que  $\lambda = \lambda^*$  y  $\mu = \mu^*$ , y maximiza la función de Lagrange sobre los multiplicadores de Lagrangeanos  $\lambda$  y  $\mu \geq 0$  y para  $X = X^*$  fijo.

Si  $\underline{X}$  es una solución factible del problema fundamental, y  $(\bar{\lambda}, \bar{\mu})$  es una solución del problema dual, entonces  $f(\bar{X}) \geq \xi(\bar{\lambda}, \bar{\mu})$ . Este resultado es conocido como teorema de dualidad débil y afirma que el valor objetivo óptimo del problema primitivo es mayor o igual que el valor objetivo óptimo del problema dual. Los valores objetivo óptimos primitivo y dual se garantiza que son iguales si y solo si existen en un punto  $(X^*, \lambda^*, \mu^*)$  que satisfaga la condición de punto fijo. Este resultado es conocido como teorema de dualidad robusto. Adicionalmente, la condición de punto fijo asegura que es satisfecho solo por problemas de programación convexos.

Para otro tipo de problemas, la solución del problema dual no corresponde con el del problema primitivo, y no existe punto que satisfice la condición de punto fijo. A la diferencia entre los valores objetivo óptimos del problema dual y primitivo se le conoce como intervalo de dualidad.

Una de las más importantes características del método de Lagrange aumentado descrito en la sección anterior es que, para un parámetro de penalización  $s^{(t)}$  suficientemente grande, la

función aumentada de Lagrange se torna convexa en las inmediaciones de la solución. Por consiguiente para cualquier problema de optimización restringido (ya sea un problema convexo o no), es posible encontrar una función de Lagrange aumentada adecuada que satisfaga la condición de punto fijo cercana a  $(X^*, \lambda^*, \mu^*)$ . Desde la perspectiva dual cada iteración del método de Lagrange aumentado consiste en una minimización interna de la función de Lagrange aumentada  $L_a$  con respecto a las variables primitivas, y una maximización externa de la función dual del Lagrangeano aumentado  $\xi_a$  con respecto a las variables duales, además esta maximización es acompañada por la actualización de los multiplicadores de Lagrangeanos. Por lo tanto, el método de Lagrange aumentado intenta obtener una solución al problema de optimización restringido trabajando simultáneamente en los espacios de las variables primitivas y duales realizando búsquedas de puntos fijos directamente en la función de Lagrange aumentada, es esta la razón de ser llamado método dual.

# Capítulo 3 Optimización de Costos de Generación de Redes Eléctricas

## 3.1 Introducción

En el presente Capítulo se muestran algunas técnicas de optimización de sistemas de potencia. Un intento inicial de minimizar el costo de generación en sistemas de potencia es conocido como Despacho Económico de Generación de Energía (DE). Este método inicia asignando carga a la central de generación más eficiente, la carga se incrementará hasta alcanzar la máxima capacidad de la central, y la siguiente central más eficiente se iniciará a cargar. Una tercera no entrará en servicio hasta que la segunda trabaje a su máxima capacidad y así sucesivamente hasta abastecer la totalidad de carga demandada por el sistema. El despacho económico se concentra en la minimización generalmente del costo de generación. Sin embargo este método no considera a la red de transmisión del sistema de potencia [Wood, 1996; Elgerd, 1982; Stagg, 1968; Grainger, 1999].

La capacidad de las líneas de transmisión y la conexión de la red de transmisión pudiera impedir la óptima planificación de centrales de generación. La central más eficiente pudiese no ser capaz de alcanzar su máxima capacidad de generación sin que el flujo de potencia activa resultante a través de las líneas de transmisión interconectadas con la central sean sobrecargadas. Por esto, es necesario calcular los flujos de carga en las líneas una vez la generación sea programada por el método de DE, y así estar seguros de la fiabilidad de operación del sistema de potencia. Otro efecto de las redes de transmisión son las pérdidas por transmisión. Estas pérdidas originan un incremento en la generación total necesaria.

Para estudiar el efecto de los flujos de potencia a través de la red de transmisión y las pérdidas incrementales, es necesario resolver el problema de flujos de potencia activa junto con el despacho económico. La obtención de la solución de flujos de potencia proveerá la información del flujo de potencia activa y reactiva en cada línea de transmisión y las pérdidas de la red. Si el modelo completo de la red de transmisión es evaluado como parte integral del estudio de planificación óptima de generación, el problema es conocido como Estudio de Flujos de Potencia Óptimos u OPF.

### 3.2 Despacho Económico de Generación de Energía

El objetivo del despacho económico clásico es asignar la generación total entre unidades generadoras en servicio a modo de minimizar el costo de abastecer la carga total, incluyendo pérdidas y respetando restricciones operativas de las unidades del sistema. En este estudio se modelan funciones de producción de potencia activa de las unidades generadoras, pérdidas de transmisión y límites operativos de las unidades. Típicamente asume tensiones constantes en cada nodo y factores de potencia constante y no se modelan las restricciones de transmisión [Elgerd, 1982].

La distribución económica de carga entre varias unidades de generación ha sido estudiada determinando el costo de operación incremental de cada unidad como una función de la potencia de salida. Siendo  $C_i(P_{Gi})$  el costo de operación de la  $i$ -ésima unidad de generación en  $\$/hr$ , y  $P_{Gi}$  la potencia activa generada.  $C_i$  incluye el costo del combustible, el cual es una parte importante del costo total de operación, así como otras variables de costo involucradas en la operación de la central como costos de mantenimiento. Los costos fijos tales como costos de instalación no son incluidos. En algunas ocasiones es posible encontrar  $C_i$  expresada en términos de *razón de calentamiento* con unidades de  $BTU/hr$ , ya que esta razón es más precisa para la determinación de la característica de la unidad de generación. La razón de calentamiento es fácilmente transferible a  $\$/hr$  multiplicándola por el costo del combustible en  $\$/BTU$ , y que puede variar en un periodo de tiempo. El costo de operación incremental de la  $i$ -ésima unidad es obtenido tomando la derivada de  $C_i(P_{Gi})$  con respecto a  $P_{Gi}$ . El criterio para la

distribución económica óptima de carga entre  $N_{gen}$  generadores es que todos los generadores deben generar al mismo costo operativo incremental [Elgerd, 1982]. Esto es,

$$\frac{dC_1(P_{G1})}{dP_{G1}} = \frac{dC_2(P_{G2})}{dP_{G2}} = \dots = \frac{dC_{N_{gen}}(P_{GN_{gen}})}{dP_{GN_{gen}}} \quad (3.1)$$

Este criterio puede explicarse de la siguiente forma; Suponiendo que la carga total del sistema es suministrada por dos generadores y la distribución de carga entre los dos generadores es similar a la distribución de costo de operación incremental de las dos unidades, donde una de ellas tiene un costo incremental mayor que el de la otra unidad. Ahora supóngase que una parte de la carga suministrada por la unidad con costo incremental mayor es transferida a la unidad con costo incremental menor, la reducción del costo operacional originada por el descenso de la carga en la unidad con costo de operación incremental mayor es mayor que el aumento del costo originado por la adición de carga en la unidad con menor costo de operación incremental. Esto da como resultado que el costo de operación total del sistema se reduzca. La carga transferida desde la unidad con mayor costo de operación incremental a una con costo de operación incremental menor puede continuar y por lo tanto se reducirá el costo de operación del sistema hasta que el costo de operación incremental de ambas unidades sea igual. Esta es la explicación simple del despacho económico despreciando pérdidas de la red y límites de generación [Elgerd, 1982].

El problema de despacho económico de generación ideal se describe como la minimización del costo total de operación sujeto a satisfacer la carga total demandada. La formulación matemática despreciando pérdidas del problema de despacho económico de generación es la siguiente,

$$C = \min_{P_{Gi}} \sum_{i=1}^{N_{gen}} C_i(P_{Gi}) \quad (3.2)$$

*Sujeto a:*

$$\sum_{i=1}^{N_{gen}} P_{Gi} + P_D = 0 \quad (3.3)$$

Si los límites de operación de los generadores son incluidos en el despacho económico, el problema debe ser expresado como,

$$C = \min_{P_{Gi}} \sum_{i=1}^{N_{gen}} C_i(P_{Gi}) \quad (3.4)$$

*Sujeto a:*

$$\sum_{i=1}^{N_{gen}} P_{Gi} + P_D = 0 \quad (3.5)$$

$$P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max} \quad : i = 1, 2, \dots, N_{gen} \quad (3.6)$$

Si los límites operativos de algún generador son amarrados, entonces los generadores posiblemente no sean capaces de operar al mismo costo de operación incremental. Tomando el ejemplo del sistema con los dos generadores mencionado anteriormente, y suponiendo que la carga transferida desde la unidad con costo incremental mayor es interrumpida a causa de que la unidad con costo incremental menor a llegado a su límite máximo de capacidad de generación, entonces, el costo de operación incremental de la unidad que llego a su capacidad máxima, será menor que el de la otra unidad [Elgerd, 1982].

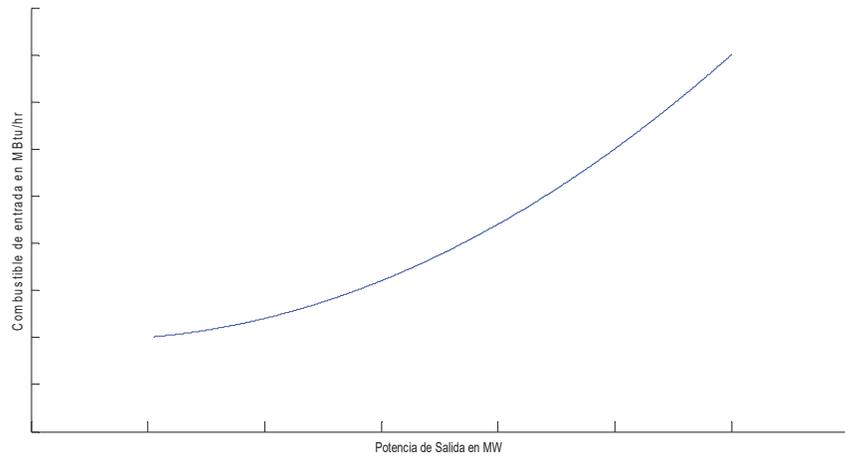
Por otro lado, suponiendo que el generador con mayor costo de operación incremental llega a su mínima capacidad de generación, no será posible transferir mas carga desde esta unidad a la de menor costo, esto para poder permanecer conectada al sistema. De tal manera que, cuando la transferencia de carga es interrumpida aun cuando el costo de operación incremental del generador que ha llegado a su límite inferior de capacidad es todavía superior que el costo de operación incremental del otro generador. El criterio para el óptimo despacho económico sin pérdidas con límites [Grainger, 1994], puede ser resumido de la siguiente manera,

$$\begin{aligned}
\frac{dC_i}{dP_i} &= \lambda & \text{para } P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max} \\
\frac{dC_i}{dP_i} &\leq \lambda & \text{para } P_{Gi} = P_{Gi}^{max} \\
\frac{dC_i}{dP_i} &\geq \lambda & \text{para } P_{Gi} = P_{Gi}^{min}
\end{aligned} \tag{3.7}$$

donde  $\lambda$  es un valor constante representativo del costo de operación incremental de cada generador que opera considerando límites operativos.

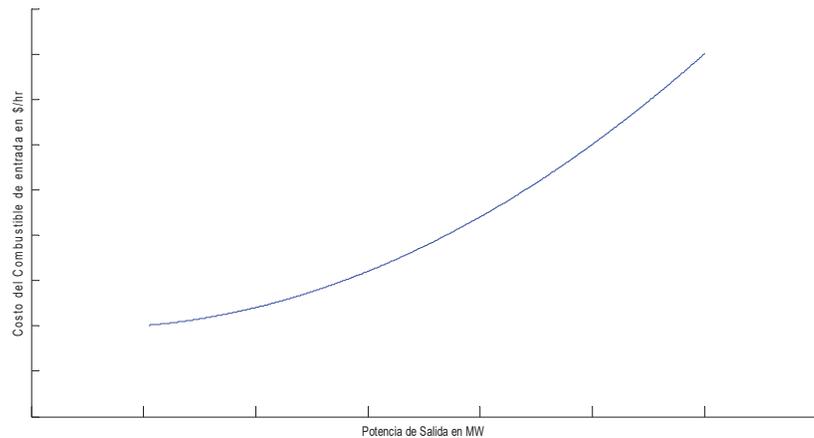
### 3.2.1 Modelo de la Curva Característica de entrada salida.

El desempeño de las unidades de generación térmicas es modelado por la curva característica de entrada salida, esencialmente es la grafica de evaluación del combustible de entrada (MBtu/hr) contra la potencia eléctrica de salida (MW) como se muestra en la figura 3.1. La información para la formación de esta curva es obtenida a partir de pruebas a la unidad generadora, reportes de operación, datos proporcionados por el fabricante ajustados a las condiciones de operación actual de la unidad, o por el monitoreo de la misma. Es necesario que la precisión de los datos sea la mejor posible para la correcta operación de los algoritmos de optimización del sistema de potencia [Grainger, 1994].



**Figura 3.1** Curva característica de entrada salida de unidades de generación térmica.

Se acostumbra en estudios de operación óptima de sistemas eléctricos trabajar con las curvas características en \$/hr, aun cuando la curva convencionalmente está dada en MBtu/hr. Esta conversión se realiza multiplicando la evaluación del combustible de entrada (MBtu/hr) por el costo del combustible en \$/MBtu, resultando la característica como se muestra en la figura 3.2.

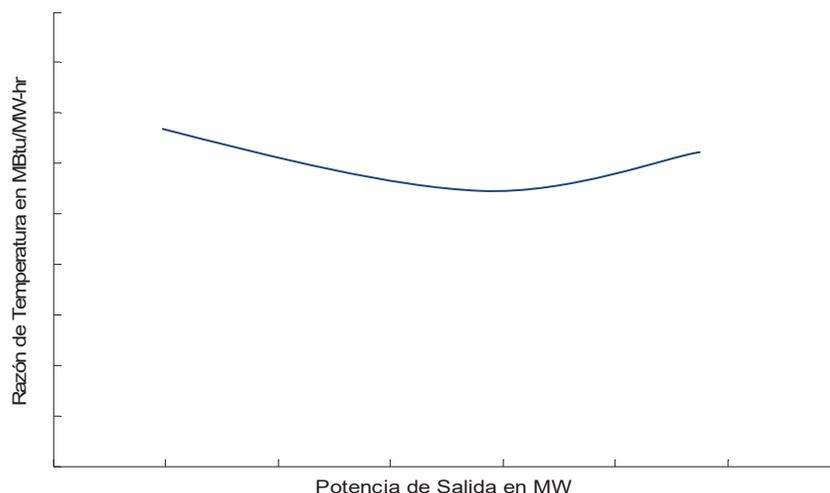


**Figura 3.2** Curva típica de combustible-costo de unidades de generación térmica.

Generalmente se utiliza una representación cuadrática de esta característica, la cual es,

$$C_i(P_{Gi}) = \alpha_i + \beta_i P_{Gi} + \gamma_i P_{Gi}^2 \quad (3.8)$$

La proporción entre energía térmica de entrada (MBtu) y la potencia eléctrica de salida (MW) es conocida como razón de temperatura. Este es un importante parámetro utilizado en la optimización de sistemas eléctricos de potencia, ya que es inversamente proporcional a la eficiencia en el consumo de combustible. Es decir, para valores bajos de la razón de temperatura implica una alta eficiencia en el consumo de combustible. La curva de razón de temperatura es obtenida a partir de la curva característica dividiendo las ordenadas de los diferentes valores de entrada salida por los valores correspondientes en la abscisa. Esto se muestra en la figura 3.3. Nótese que la mayor eficiencia de consumo de combustible se obtiene en el punto mínimo de la curva característica [Grainger, 1994].



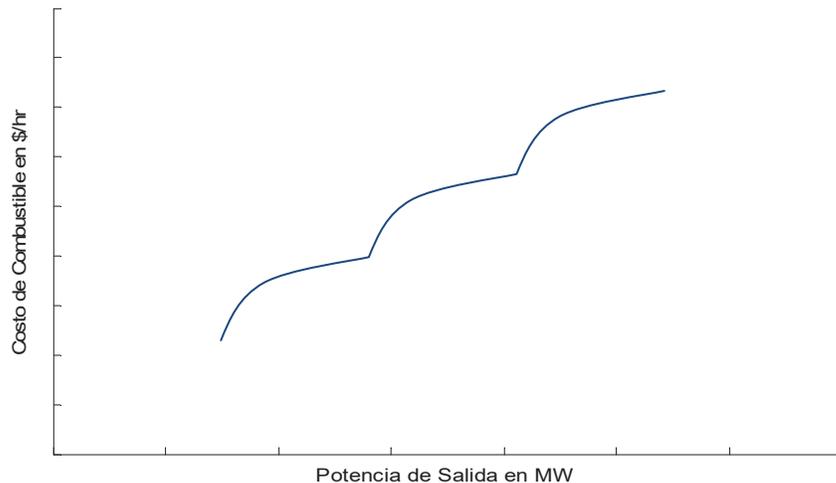
**Figura 3.3** Curva típica de razón de combustible de unidades de generación térmica.

Existen algunas variaciones en la curva característica que deben ser tomadas en cuenta. Además de la característica cuadrática, que tiene la propiedad de ser convexa y por lo tanto simplifica la solución del problema, sin embargo existen casos donde se hace necesario modelar esta curva utilizando funciones no cuadráticas como pueden ser cúbicas, exponenciales, discontinuas, o variaciones de estas. Esto último originado por la presencia de válvulas de admisión, zonas prohibidas de operación, o múltiples tipos de combustibles.

### 3.2.1.1 Efecto de Válvulas de Admisión.

Generalmente, en grandes unidades térmicas de generación se utilizan varias válvulas de admisión de vapor que son operadas en forma secuencial de forma tal que se permita obtener el máximo nivel de potencia de salida de la unidad. La figura 3.4 muestra una curva típica de combustible-costo de unidades térmicas con tres válvulas de admisión, en cualquier instante en el que la válvula de admisión es operada, se tiene un definido incremento en las pérdidas de regulación de flujo. Ya que la válvula gradualmente incrementa su apertura, las pérdidas de regulación de flujo irán decreciendo hasta que esta se encuentre totalmente abierta. El efecto de rizado mostrado en la figura 3.4 es el resultado de la apertura de las diferentes válvulas de admisión existentes en la turbina. El modelado de este efecto es realizado agregando un rectificador sinusoidal recurrente a la curva de costo cuadrática [Grainger, 1994],

$$C_i(P_{Gi}) = \alpha_i + \beta_i P_{Gi} + \gamma_i P_{Gi}^2 + \left| \lambda_i \sin \left\{ \mu_i (P_{Gi}^{\min} - P_{Gi}) \right\} \right| \quad (3.9)$$



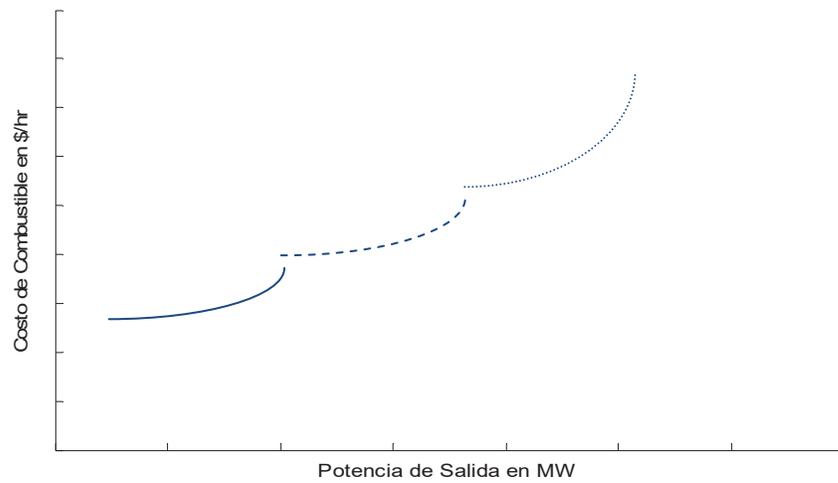
**Figura 3.4** Curva típica de costo-combustible de unidades de generación térmica con tres válvulas de admisión.

Donde  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ ,  $\gamma_i$ ,  $\lambda_i$ , y  $\mu_i$ , son los coeficientes de la  $i$ -ésima unidad generadora. Generalmente este efecto es ignorado en los estudios de optimización de sistemas eléctricos, ya que en la práctica es muy complicado obtener estos coeficientes. Sin embargo para estudios

donde se requiera esta modelación los métodos convencionales de optimización resulta muy complicado manejar este tipo de funciones de costos.

### 3.2.1.2 Efecto de Múltiples tipos de Combustible.

En ocasiones las unidades térmicas de generación son alimentadas por diferentes tipos de combustible, en estos casos como se muestra en la figura 3.5, lo más apropiado es representar la curva de combustible-costo como una secuencia de funciones cuadráticas, donde cada una representa a cada combustible alimentado a la unidad [Coria, 2006].



**Figura 3.5** Curva típica de costo-combustible de unidades de generación térmica con tres diferentes combustibles.

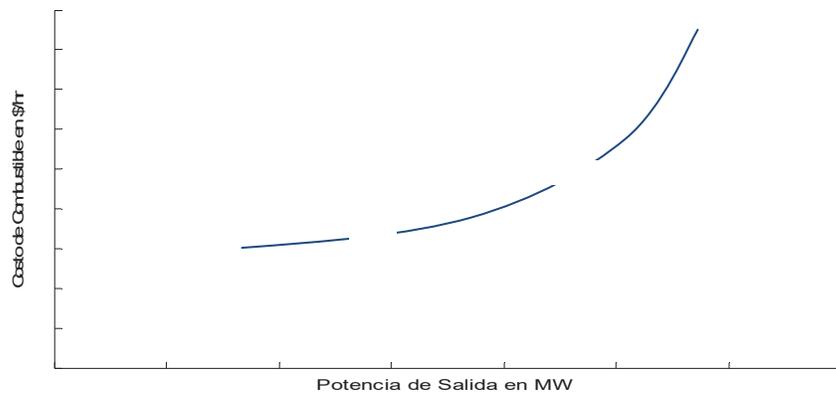
$$C_i(P_{Gi}) = \begin{cases} \alpha_{i,1} + \beta_{i,1}P_{Gi} + \gamma_{i,1}P_{Gi}^2 & \text{combustible 1 } P_{Gi}^{\min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi,1} \\ \alpha_{i,2} + \beta_{i,2}P_{Gi} + \gamma_{i,2}P_{Gi}^2 & \text{combustible 2 } P_{Gi,1} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi,2} \\ \alpha_{i,k} + \beta_{i,k}P_{Gi} + \gamma_{i,k}P_{Gi}^2 & \text{combustible k } P_{Gi,k-1} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{\max} \end{cases} \quad (3.10)$$

Donde  $\alpha_{i,k}$ ,  $\beta_{i,k}$  y  $\gamma_{i,k}$  son los coeficientes de la función costo de la  $i$ -ésima unidad generadora para el  $k$ -ésimo combustible.

### 3.2.1.3 Zonas Prohibidas de Operación.

En otras ocasiones la potencia de salida de las unidades térmicas de generación son continuamente ajustadas sobre regiones de sus límites operativos ( $P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max}$ ). En la práctica las unidades pueden tener zonas de operación prohibidas debido a contingencias o limitaciones físicas de algunos de los equipos, por lo que la curva característica no será continua, figura 3.6. Si la  $i$ -ésima unidad generadora tiene  $n$  zonas de operación prohibidas, entonces tendrá  $n+1$  regiones de operación disjuntas.

$$\begin{aligned} P_{Gi}^{min} &\leq P_{Gi} \leq P_{Gi,1}^L \\ P_{Gi,k-1}^U &\leq P_{Gi} \leq P_{Gi,2}^L \quad k = 2, \dots, n_i \\ P_{Gi,n}^U &\leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max} \end{aligned} \quad (3.11)$$



**Figura 3.6** Curva de costo-combustible de unidades de generación térmica con zonas prohibidas de operación.

### 3.2.2 Despacho Económico de Generación de Energía considerando Pérdidas por Transmisión.

El problema de despacho económico de generación considerando pérdidas por transmisión se expresa de la siguiente manera [Grainger, 1994],

$$1. \quad C = \min_{P_{Gi}} \sum_{i=1}^{N_{gen}} C_i(P_{Gi}) \quad (3.12)$$

$$\sum_{i=1}^{N_{gen}} P_{Gi} + P_L + P_D = 0 \quad (3.13)$$

$$P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max} \quad i = 1, 2, \dots, N_{gen} \quad (3.14)$$

La función objetivo en (3.12), es minimizada al restringir la potencia generada por la unidad  $P_{Gi}$ , es decir,

$$\sum_{i=1}^{N_{gen}} \frac{\partial C_i(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} dP_{Gi} = 0 \quad (3.15)$$

Ya que la demanda  $P_D$  es constante, entonces,  $dP_D = 0$ , por lo que puede escribirse (3.13) como,

$$\sum_{i=1}^{N_{gen}} dP_{Gi} - dP_L = 0 \quad (3.16)$$

Las pérdidas por transmisión  $P_L$ , son una función de la potencia generada  $P_{Gi}$ . De tal forma que,  $dP_L$  puede expresarse como,

$$dP_L = \sum_{i=1}^{N_{gen}} \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}} dP_{Gi} \quad (3.17)$$

Sustituyendo  $dP_L$  en (3.16), multiplicando por  $\lambda$ , y restando el resultado a la ecuación (3.15), se obtiene,

$$\sum_{i=1}^{N_{gen}} \left[ \frac{\partial C_i(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}} - \lambda \right] dP_{Gi} = 0 \quad (3.18)$$

o simplificando,

$$\frac{\partial C_i(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}} - \lambda = 0 \quad i = 1, 2, \dots, N_{gen} \quad (3.19)$$

El multiplicador  $\lambda$  puede ser determinado desde (3.19), como,

$$\lambda = \frac{\partial C_i(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}} \quad (3.20)$$

El segundo término de la derecha en (3.20), es llamado factor de penalización  $L_i$  para el  $i$ -ésimo generador,

$$L_i = \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_{Gi}}} \quad (3.21)$$

Debe observarse que  $\lambda$  es derivado en base a la suposición,

$$P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max} \quad \forall i \quad (3.22)$$

Recordando que con esa misma suposición, el problema de despacho económico considerando pérdidas produce,

$$\lambda = \frac{\partial C_i(P_{Gi})}{\partial P_{Gi}} \quad (3.23)$$

Donde el  $\lambda$  resultante es el costo de operación incremental del  $i$ -ésimo generador.

Por lo tanto, el multiplicador  $\lambda$  para el despacho económico incluyendo pérdidas es el costo de operación incremental del  $i$ -ésimo generador multiplicado por su factor de penalización. Igualmente se observa que el despacho económico simple reduce las ecuaciones de flujo de potencia en una de balance de potencias, que dice que la suma total de potencia activa generada es igual a la potencia activa total demandada mas las pérdidas totales de la red de transmisión e ignora los flujos de potencia reactiva en el sistema. De hecho, no considera el efecto de la red de transmisión del sistema de potencia. Históricamente, el análisis de la red de

transmisión es acompañado por la solución del problema de flujos de potencia [Grainger, 1994].

### 3.2.2.1 Determinación de Pérdidas por Transmisión.

Una vez se ha determinado la distribución de generación entre las unidades es necesario determinar las pérdidas por transmisión. Aunque la variación del costo de combustible en el nodo de una central puede ser inferior que en otra central cuya variación de costo en el nodo donde se encuentra conectada sea inferior podrá estar mucho más alejada de los centros de consumo, por lo que las pérdidas por transmisión de esta central con costo inferior, pueden ser tan grandes que los criterios económicos utilizados aconsejen disminuir la carga en esta central y aumentarla en la central con mayor costo. Para coordinar las pérdidas por transmisión y el despacho económico de generación es necesario expresar la pérdida total por transmisión de un sistema en función de las potencias activas generadas en cada unidad generadora [Grainger, 1994].

Para ver con claridad los principios que intervienen en la expresión de pérdidas en función de la energía suministrada, se realiza considerando un sistema simple formado por 2 unidades generadoras y una carga, como se muestra en la Figura 3.7,

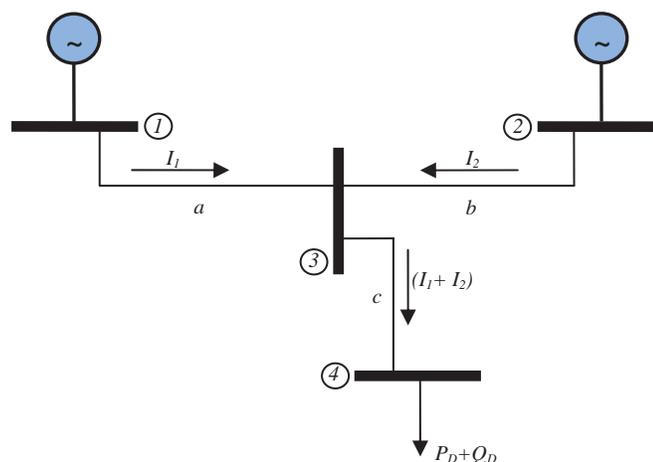


Figura 3.7 Sistema de prueba de cuatro nodos.

El sistema cuenta con tres líneas de transmisión a, b y c, cuentan con una resistencia  $R_a$ ,  $R_b$  y  $R_c$ , respectivamente. Las pérdidas totales para este sistema de transmisión trifásico es,

$$P_L = 3|I_1|^2 R_a + 3|I_2|^2 R_b + 3|I_1 + I_2|^2 R_c \quad (3.24)$$

Y si se supone que  $I_1$  e  $I_2$  están en fase,

$$|I_1 + I_2| = |I_1| + |I_2| \quad (3.25)$$

Con lo que se obtiene,

$$P_L = 3|I_1|^2 (R_a + R_c) + 3 \times 2|I_2||I_1| R_c + 3|I_2|^2 (R_b + R_c) \quad (3.26)$$

Si  $P_{G1}$  y  $P_{G2}$  son la potencia activa trifásica generada por las unidades 1 y 2, con factores de potencia  $fp_1$  y  $fp_2$ , y si las tenciones en los nodos 1 y 2 son  $V_1$  y  $V_2$  respectivamente, se tiene que,

$$I_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3}|V_1|fp_1} \quad \text{y} \quad I_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3}|V_2|fp_2} \quad (3.27)$$

Sustituyendo (3.27) en (3.26), se obtiene,

$$P_L = P_1^2 \frac{R_a + R_c}{|V_1|^2 (fp_1)^2} + 2P_1P_2 \frac{R_c}{|V_1||V_2|(fp_1)(fp_2)} + P_2^2 \frac{R_b + R_c}{|V_2|^2 (fp_2)^2} \quad (3.28)$$

$$P_L = P_1^2 B_{11} + 2P_1P_2 B_{12} + P_2^2 B_{22} \quad (3.29)$$

Generalizando resulta,

$$P_L = \sum_m \sum_n P_m B_{mn} P_n \quad (3.30)$$

Además de las hipótesis hechas para determinar la expresión general de los coeficientes de perdidas (3.30), es preciso hacer otras hipótesis si se desea considerar los coeficientes como

constantes, ya que la carga total y distribución de cargas entre las fuentes varia. Las hipótesis son,

1. Todas las corrientes de carga están en relación constante con la corriente total.
2. La relación  $X/R$  es la misma para todas las ramas de la red.
3. Todas las corrientes de carga tienen el mismo ángulo de fase.

Lo que significa que los factores de distribución son reales en lugar de complejos [Grainger, 1994].

### 3.3 Flujos de Potencia

El estudio de flujos de carga o flujos de potencia, como se le llama también a menudo, está ligado tanto a la evolución de los sistemas eléctricos, como a la evolución de las computadoras digitales. Antes de los años 40s, la cantidad de interconexiones en los sistemas eléctricos era muy pequeña, por lo cual los sistemas eléctricos eran predominantemente radiales. Los estudios de dichos sistemas eran sencillos relativamente, al menos se podían realizar sin recurrir a grandes recursos de cálculo, que a la postre no existían. Sin embargo una vez que se hicieron patentes las ventajas de la interconexión, la complejidad de los sistemas eléctricos fue creciendo, y los estudios requeridos más demandantes. Afortunadamente esta evolución de los sistemas eléctricos coincidió con el advenimiento de la computadora digital. La primera mención de la computadora en el estudio de flujos de potencia se remonta al año de 1947 y se relaciona con el artículo titulado “*Machine computations of power network performance*”, *AIEE Transactions*, vol. 66, escrito por L.A. Dunstan. Sin embargo, el crédito por la formulación del problema con una orientación adecuada para su programación en computadora digital, se concede, generalmente, a J. Ward y H. Hale, quienes escribieron el artículo “*Digital computer solution of power flow problems*” en el *AIEE Transactions*, vol. 75, 1956. El sistema utilizado en su artículo es ampliamente utilizado como sistema de pruebas, para validar métodos de análisis de flujos de potencia aún hoy en día, es quizás el sistema más utilizado con ese propósito.

El objetivo de este estudio es obtener los voltajes nodales. Con estas variables conocidas, determinaremos los flujos en las líneas de transmisión, y en general de los elementos del sistema de transmisión, dados los niveles de demanda y generación.

Aunque la red se considera lineal, sin embargo es bien conocido que el modelo matemático para el estudio de flujos de potencia es *no-lineal*; lo anterior se debe al hecho de que en su formulación se utiliza de manera explícita de la potencia eléctrica, como el producto de  $V \cdot I$ , las cuales son cantidades complejas.

Por último es importante mencionar que las aplicaciones del estudio de flujos de potencia constituyen la herramienta esencial para el análisis, la planeación y el diseño de tanto de los sistemas eléctricos, como de la operación y control de los mismos.

### 3.3.1 Formulación del problema de Flujos de Potencia

Antes de iniciar la formulación del problema de flujos de potencia, es imprescindible plantear la relación que existe entre  $P$ ,  $Q$ ,  $|V|$  y  $\delta$  (ángulo del voltaje, relacionado con la frecuencia).

Considerando una línea de transmisión, como se muestra en la Figura 3.8, en la cual se ha omitido la resistencia serie, con el fin de simplificar el análisis posterior, lo cual no compromete las conclusiones, además de que en líneas aéreas de transmisión en efecto la relación  $x/r$  es muy alta, lo cual significa que el valor de la resistencia es despreciable para algunos fines.



**Figura 3.8** Potencia transferida entre dos buses.

La potencia  $S_{12}$  será igual a,

$$S_{12} = V_1 I_{12}^* = V_1 \left( \frac{V_1 - V_2}{jx} \right)^* = \frac{|V_1|^2 - V_1 V_2^*}{-jx} = j \left( \frac{V_1^2}{x} - \frac{V_1 V_2^*}{x} \right) \quad (3.31)$$

$$= \frac{|V_1||V_2|}{x} \text{sen}(\theta_1 - \theta_2) + j \left[ \frac{|V_1|^2}{x} - \frac{|V_1||V_2|}{x} \cos(\theta_1 - \theta_2) \right] \quad (3.32)$$

De lo anterior se obtiene, separando parte real y parte imaginaria de la expresión (3.32), las siguiente expresiones,

$$P_{12} = \Re\{S_{12}\} = \frac{|V_1||V_2|}{x} \text{sen}(\theta_1 - \theta_2)$$

$$Q_{12} = \Im\{S_{12}\} = \frac{|V_1|^2}{x} - \frac{|V_1||V_2|}{x} \cos(\theta_1 - \theta_2) \approx \frac{|V_1|}{x} (|V_1| - |V_2|) \quad (3.33)$$

la última aproximación se debe a que  $(\theta_1 - \theta_2)$  es muy pequeño y por tanto  $\cos(\theta_1 - \theta_2) \approx 1$ .

Los aspectos más importantes del estudio de flujos pueden resumirse como sigue [Wood, 1996]:

1. Solamente los generadores pueden producir potencia activa,  $P$ . La localización y capacidad de dichos generadores es fija. La generación debe ser igual a la demanda más las pérdidas y esta ecuación de balance de potencia debe cumplirse en todo momento (también debe cumplirse para el caso de  $Q$ ). Dado que la potencia generada debe dividirse entre los generadores en una razón única con el objeto de lograr operación económica óptima, los niveles de generación deben mantenerse en puntos definidos por anticipado.
2. Los enlaces de transmisión pueden transmitir solamente ciertas cantidades de potencia (cargabilidad), se debe asegurar de operar dichos enlaces cerca de los límites de estabilidad ó térmico.
3. Se deben mantener los niveles de voltaje de operación de ciertos s dentro de ciertas tolerancias. Lo anterior se logra mediante la generación apropiada de potencia reactiva.

4. Si el sistema eléctrico que es el objeto del estudio forma parte de un sistema más grande, deberá cumplir con ciertos compromisos contractuales de potencia en puntos de enlace con los otros sistemas vecinos.
5. Los disturbios ocurridos después de grandes fallas en el sistema, pueden causar salidas de servicio; los efectos de dichos eventos pueden minimizarse mediante estrategias de pre-falla apropiadas desarrolladas a través de múltiples estudios de flujos de potencia.
6. Para llevar a cabo de manera apropiada y eficiente la tarea de planeación, es imprescindible el uso extensivo de estudios de flujos de potencia.

### 3.3.2 Ecuaciones de Flujos de Potencia

En la presente sección se muestra el modelo básico de las ecuaciones de flujos de potencia, usando el sistema eléctrico de dos nodos.

La potencia inyectada al nodo 1,  $S_1$ , estará dada por  $S_1 = V_1 \cdot I_1^*$  en donde  $I_1$  es la corriente neta inyectada al nodo 1. Esta corriente se compone de dos términos; con referencia a la figura 3.9, se ve que una de esas componentes circula por la rama en derivación  $Y_{sh}$ , mientras que la otra circulará por la rama serie  $Z_{ser}$ . En el primer caso, la corriente será igual a  $V_1 \cdot Y_{sh}$ , mientras que en el segundo caso su valor será  $(V_1 - V_2) \cdot Y_{ser}$ , donde  $Y_{ser}$  es el inverso de  $Z_{ser}$ .

Tomando en cuenta lo anterior tendremos para la corriente del nodo 1,

$$I_1 = \frac{S_1^*}{V_1^*} = V_1 Y_{sh} + (V_1 - V_2) Y_{ser} \quad (3.34)$$

y de manera similar para el nodo 2,

$$I_2 = \frac{S_2^*}{V_2^*} = V_2 Y_{sh} + (V_2 - V_1) Y_{ser} \quad (3.35)$$

Factorizando, estas ecuaciones podrán escribirse como sigue,

$$\begin{aligned}
I_1 &= \frac{S_1^*}{V_1^*} = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \\
I_2 &= \frac{S_2^*}{V_2^*} = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2
\end{aligned}
\tag{3.36}$$

donde,

$$\begin{aligned}
Y_{11} &= Y_{sh} + Y_{ser} \\
Y_{12} &= Y_{21} = -Y_{ser} \\
Y_{22} &= Y_{sh} + Y_{ser}
\end{aligned}
\tag{3.37}$$

Observando que los elementos anteriores son elementos de la matriz de admitancias nodales,  $Y_{BUS}$ , es posible definir las siguientes variables nodales,

$$I_{BUS} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \text{vector de corrientes de nodo (o nodales)}$$

$$V_{BUS} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad \text{vector de voltajes de nodo (o nodales)}$$

$$Y_{BUS} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \quad \text{Matriz de admitancias de nodo (o nodales)}$$

Con las definiciones anteriores, las ecuaciones (3.36) son escritas de forma compacta como sigue,

$$I_{BUS} = Y_{BUS}V_{BUS}
\tag{3.38}$$

la cual invertida nos conduce a la conocida forma alternativa,

$$V_{BUS} = Z_{BUS}I_{BUS}
\tag{3.39}$$

Además que,

$$Z_{BUS} \triangleq (Y_{BUS})^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

es la matriz de impedancia de bus (o nodal).

Estas últimas dos ecuaciones matriciales son lineales, lo cual está acorde con el hecho de que la red eléctrica que se está modelando es lineal. Sin embargo en realidad, son las potencias y no las corrientes lo que se conoce, por lo cual al escribir estas ecuaciones en función de la potencia,

$$\begin{aligned} S_1^* &= P_1 - jQ_1 = Y_{11}V_1V_1^* + Y_{12}V_2V_1^* \\ S_2^* &= P_2 - jQ_2 = Y_{21}V_1V_2^* + Y_{22}V_2V_2^* \end{aligned} \quad (3.41)$$

Fundamentalmente estas son las ecuaciones de flujos de potencia. Se observa que están en función de los voltajes nodales. Las ecuaciones anteriores pueden escribirse en forma más compacta y conveniente de la siguiente forma,

$$\begin{aligned} P_1 - jQ_1 &= V_1^* \sum_{k=1}^2 Y_{1k} V_k \\ P_2 - jQ_2 &= V_2^* \sum_{k=1}^2 Y_{2k} V_k \end{aligned} \quad (3.42)$$

En general, las ecuaciones anteriores pueden escribirse

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{k=1}^n Y_{ik} V_k \quad (3.43)$$

En forma polar, cada voltaje nodal se define como magnitud  $|V_k|$  y ángulo  $\delta_k$ , medido con respecto a alguna referencia angular, por el momento aún no definida. Por otro lado las admitancias se definen como  $Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \gamma_{ij}$ . Con esto, la ecuación (3.43) queda como,

$$P_i - jQ_i = \sum_{k=1}^n |V_i| |Y_{ik}| |V_k| e^{j(\delta_k - \delta_i + \gamma_{ik})} \quad (3.44)$$

donde para el caso presente del sistema de dos nodos,  $n = 2$ .

Separando en parte real e imaginaria la ecuación anterior se convierte en las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} P_i &= \sum_{k=1}^n |V_i| |Y_{ik}| |V_k| \cos(\delta_k - \delta_i + \gamma_{ik}) \triangleq f_{pi} \\ Q_i &= \sum_{k=1}^n |V_i| |Y_{ik}| |V_k| \text{sen}(\delta_k - \delta_i + \gamma_{ik}) \triangleq f_{qi} \end{aligned} \quad (3.45)$$

Observando las características de estas ecuaciones, son *no lineales*, lo cual, salvo para los casos más simples, las hace imposibles de resolver analíticamente, por lo que se requiere recurrir a una solución numérica.

Por otro lado el balance de potencia activa es representado por,

$$P_{G1} + P_{G2} = P_{D1} + P_{D2} + f_{p1} + f_{p2} = P_{D1} + P_{D2} + P_{perdidas} \quad (3.46)$$

Notese que la suma  $f_{p1} + f_{p2}$ , representa las pérdidas de potencia activa.

De igual forma se obtiene que el balance de potencia reactiva resulta

$$Q_{G1} + Q_{G2} = Q_{D1} + Q_{D2} + f_{q1} + f_{q2} = Q_{D1} + Q_{D2} + Q_{perdidas} \quad (3.47)$$

También se puede ver que la suma  $f_{q1} + f_{q2}$ , representa las pérdidas de potencia reactiva. El entrecomillado anterior se debe a que, las denominadas pérdidas reactivas, no tienen el mismo sentido de pérdidas en forma de calor, como en el caso de la potencia reactiva, sino representan los requerimientos de energía reactiva de los elementos de transmisión.

Obsérvese que las funciones  $f_{p1}, f_{p2}, f_{q1}, f_{q2}$ , y por tanto las pérdidas  $P_{perdidas}, Q_{perdidas}$ , son función de los voltajes

$$\begin{aligned} P_{perdidas} &= P_{perdidas}(|V_1|, |V_2|, \delta_1, \delta_2) \\ Q_{perdidas} &= Q_{perdidas}(|V_1|, |V_2|, \delta_1, \delta_2) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Revisando cuidadosamente las ecuaciones de flujos para este sistema de ejemplo de dos nodos, se observa que se cuenta con 12 incógnitas:  $P_{G1}, P_{G2}, Q_{G1}, Q_{G2}, P_{D1}, P_{D2}, Q_{D1}, Q_{D2}, |V_1|, |V_2|, \delta_1, \delta_2$ , y solamente cuatro ecuaciones. Aunque es importante observar que las últimas dos incógnitas, los ángulos de los voltajes, siempre aparecen en los argumentos de las funciones trigonométricas en forma de diferencias. Esto nos indica que debemos reducir, de alguna manera, el número de incógnitas con el fin de que igual al número de ecuaciones, es decir, a cuatro incógnitas.

En este punto, es importante clasificar las variables involucradas en el modelo. Esta clasificación es muy importante, la cual tiene un enfoque sistémico, y será muy útil para estudiar el problema de flujos de potencia óptimos que se tratara más adelante. Dividiendo en tres grupos las variables del modelo: *variables incontrolables o de perturbación, variables de estado y variables de control*.

En el primer grupo, se representa las demandas:  $P_{D1}, P_{D2}, Q_{D1}, Q_{D2}$ . Mientras que el segundo grupo, variables de estado, están representados los voltajes, tanto en magnitud como en ángulo:  $|V_1|, |V_2|, \delta_1, \delta_2$ . En el tercer grupo, variables de control, las generaciones:  $P_{G1}, P_{G2}, Q_{G1}, Q_{G2}$ .

Evidentemente se deben conocer las demandas, lo cual elimina cuatro variables del grupo de incógnitas, dejando, aún con ocho. Una primera opción, consiste en que a partir de que se conocen las demandas, lo cual es por supuesto correcto, suponer las cuatro variables de control, es decir las generaciones y entonces terminar con un modelo matemático consistente, que incluye los voltajes y sus ángulos como incógnitas.

La propuesta anterior, aunque parece buena y hasta cierto punto natural, resulta que no es conveniente por varias razones. Por principio, si se observan las ecuaciones de flujos de potencia, se observara que los ángulos de los voltajes aparecen como argumento de funciones trigonométricas en forma de *diferencias*,  $\delta_1 - \delta_2$ , nunca en forma individual y por lo tanto no es posible resolver estos valores en forma individual. Otra enorme limitante a esta propuesta es que no es posible especificar las cuatro potencias generadas, por la sencilla razón de que *no*

*se conocen las pérdidas* por anticipado, pues estas son función, como se discutió antes, de los voltajes, es decir de las incógnitas. Lo anterior implica que se pueden especificar dos de estas potencias generadas, pero dejar libres las otras dos para que adopten el valor correspondiente en el transcurso del proceso iterativo.

Las dificultades expuestas anteriormente se pueden solventar como se indica a continuación. Primeramente, el problema de la diferencia angular se puede resolver si se fija uno de los ángulos, dejando el otro como incógnita; en efecto, esto es conveniente porque además nos permite disponer de una referencia fasorial, lo cual es necesario para darle sentido al ángulo de un voltaje fasorial. De esta forma fijando el valor de  $\delta_1 = 0$ , entonces quedará como referencia el fador del voltaje del nodo 1. Con esto, se ha reducido el número de incógnitas a cinco:  $|V_1|, P_{G1}, Q_{G1}, |V_2|, \delta_2$ . De este grupo restante, debe fijarse otra variable más para poder intentar la solución del problema de flujos. Matemáticamente cualquiera podría ser, pero desde el punto de vista físico existen limitantes. La elección estaría entre  $|V_1|$  y  $Q_{G1}$ , pues una de estas eliminaría a la otra, debido al fuerte acoplamiento que existe entre estas. Hasta este punto, no se ha fijado ninguna magnitud de voltaje y es necesario mantener los voltajes dentro de ciertos límites, por lo que sería conveniente fijar  $|V_1|$ , aprovechando la presencia de un generador en ese nodo, el cual puede, dentro de sus límites de operación, mantener un voltaje de operación constante; además, como no se conocen las pérdidas de potencia, tanto activa como reactiva, se requiere dejar sin especificar en un nodo ambas variables, con el fin de que al final de la solución, exista esta “holgura” y poder cumplir con el balance de potencia. Por lo tanto al dejar libres las variables  $P_{G1}$  y  $Q_{G1}$ , deberán quedar definidos  $|V_1|$  y  $\delta_1$ , lo cual lo convierte en una referencia fasorial, como se discutió previamente.

Con lo anterior se llega a un grupo de cuatro incógnitas,  $P_{G1}, Q_{G1}, |V_2|, \delta_2$ , que constituyen un sistema de ecuaciones consistente, cuatro ecuaciones en cuatro incógnitas, que por su naturaleza no lineal, deberán resolverse en forma numérica.

Lo anterior implica la clasificación de los nodos del sistema en tres clases, que se describen a continuación.

1. Nodo de referencia o compensador (en inglés “swing” o “slack”), por su naturaleza de que las potencias tomarán los valores requeridos para que se cumpla el balance de potencias en el sistema, aparte de que al fijar el ángulo de voltaje, estamos definiendo una referencia fasorial.
2. Nodo PQ, a veces llamado también nodo de carga, aunque esta designación es menos usada en la actualidad. En este tipo de nodos, se especifican las potencias inyectadas al nodo, tanto activa como reactiva, quedando libre la magnitud y el ángulo de voltaje.
3. Nodo PV, a veces denominado nodo de generación, que al igual que en el caso anterior, es una designación menos usada en la actualidad. En este tipo de nodos, se especifican la potencia activa inyectada al nodo, así como la magnitud de voltaje.

En la siguiente tabla, resumimos estos conceptos.

**TABLA 3.1** CLASIFICACIÓN DE LOS NODOS.

<i>Tipo de Nodo</i>	<i>Variables conocidas o especificadas</i>						<i>Incógnitas obtenidas en el proceso de solución.</i>			
	$P_D$	$Q_D$	$P_G$	$Q_G$	$ V $	$\delta$	$P_G$	$Q_G$	$ V $	$\delta$
<u>Referencia</u>	•	•			•	•	•	•		
<u>Nodo PQ</u>	•	•	•	•					•	•
<u>Nodo PV</u>	•	•	•		•			•		•

### 3.3.3 Formulación y Solución del Problema de Flujos de Potencia Por el Método de Newton Raphson

En la sección anterior se discutió el método de Newton-Raphson, una técnica numérica para la solución de sistemas de ecuaciones algebraicas no lineales. La formulación del método

de Newton-Raphson es directa, en el sentido de que en esencia el problema de flujos consiste en calcular los voltajes nodales de la red, tomando en cuenta una serie de restricciones, que en su expresión más simple, consiste de inyecciones de potencia conocidas, mientras que las funciones evaluadas en los valores de las incógnitas obtenidas en la iteración  $k$ -ésima, son las expresiones de las potencias.

En otras palabras, los elementos de dicho vector de desajustes serán igual a,

$$f_{pi}(|V|, \delta) = P_i(\text{especificada}) - P_i(\text{calculada}) = \Delta P_i = 0 \quad (3.49)$$

$$f_{qi}(|V|, \delta) = Q_i(\text{especificada}) - Q_i(\text{calculada}) = \Delta Q_i = 0 \quad (3.50)$$

donde las expresiones que definen a  $P_i$  y a  $Q_i$ , son,

$$P_i = |V_i| \sum_{k=1}^n |V_k| |Y_{ik}| \cos(\theta_{ik} + \delta_k - \delta_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.51)$$

$$Q_i = -|V_i| \sum_{k=1}^n |V_k| |Y_{ik}| \text{sen}(\theta_{ik} + \delta_k - \delta_i) \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Por otro lado el vector de correcciones está compuesto por  $\Delta|V_i|$  y  $\Delta\delta_i$ . Con lo anterior puede ver que la formulación general del problema de flujos en el método de Newton-Raphson, es decir en términos de las variables del problema de flujos de potencia será,

$$\begin{bmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \Delta P_i \\ \Delta Q_i \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bullet & & & & & & & & \\ & \bullet & & & & & & & \\ & & \bullet & & & & & & \\ & & & \bullet & & & & & \\ & & & & \bullet & & & & \\ & & & & & \bullet & & & \\ & & & & & & \bullet & & \\ & & & & & & & \bullet & \\ & & & & & & & & \bullet \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ \Delta \delta_m \\ \Delta |V_m| \\ \bullet \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

donde se muestran explícitamente los renglones que corresponden al nodo  $i$ -ésimo, en el vector de desajustes, y su interacción con el nodo  $m$ -ésimo, en el vector de correcciones. Los elementos de la matriz Jacobiana muestran los elementos correspondientes a dicha interacción.

Si se supone que el número total de nodos del sistema (incluyendo el compensador) es  $n$ , el número de nodos PV es  $n_{pv}$ , y el número de nodos PQ es  $n_{pq}$ . En el caso de los nodos PQ, se asignarán ambos elementos en el vector de desajustes, pues se conocen las inyecciones de potencia real y reactiva. Al mismo tiempo recordando que en estos nodos (PQ), son incógnitas la magnitud de voltaje y el ángulo de éste, por lo que aparecerán ambos en el vector de correcciones, para este tipo de nodo. Dado lo anterior, nos damos cuenta que habrán dos ecuaciones para cada nodo de este tipo.

Por otro lado, en el caso de los nodos PV, únicamente se conoce la potencia activa inyectada al nodo, por lo que aparecerá únicamente el desajuste de potencia activa en el vector de desajustes correspondiente. En este tipo de nodo se desconocen los ángulos de voltaje, por lo que aparecerá el término correspondiente en el vector de correcciones. Tomando en cuenta lo anterior, existirá únicamente una ecuación para este tipo de nodo. En base a la discusión anterior, el número de ecuaciones que constituyen el modelo matemático de flujos en el Newton-Raphson será:  $2 n_{pq} + n_{pv}$ .

Para el nodo compensador no habrá necesidad de escribir ecuación, pues por un lado, no conocemos las inyecciones de potencia activa ni reactiva, por lo que no existen dichos términos en el vector de desajustes; por otro lado, el voltaje de dicho nodo ( magnitud y ángulo) no constituye incógnita.

Enseguida es necesario desarrollar las expresiones correspondientes a los elementos del vector de desajustes y de la matriz Jacobiana.

Comenzando por definir el formato polar de voltajes y admitancias:  $V_i = |V_i| \angle \delta_i$ ,  $Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \theta_{ij}$ . Las expresiones de las cantidades que forman el vector de desajustes fueron definidas previamente, ecuaciones (3.49), (3.50), y (3.51), las cuales combinadas proporcionan las expresiones finales,

$$\Delta P_i = P_i^{espec} - \sum_{k=1}^n |V_i| |V_k| |Y_{ik}| \cos(\theta_{ik} + \delta_k - \delta_i) \quad (3.53)$$

$$\Delta Q_i = Q_i^{espec} - \left[ -\sum_{k=1}^n |V_i| |V_k| |Y_{ik}| \text{sen}(\theta_{ik} + \delta_k - \delta_i) \right] \quad (3.54)$$

Notar que el término  $|V_i|$  se introdujo dentro de la sumatoria, debido a que el índice de ésta es  $k$ , y por tanto no se produce ninguna alteración realmente en la expresión.

Para desarrollar las expresiones de la matriz Jacobiana, se definen las variables matriciales del modelo como se indica,

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \dots \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [J_1] & \vdots & [J_2] \\ \dots & \vdots & \dots \\ [J_3] & \vdots & [J_4] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \dots \\ \Delta |V| \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

La expresión matricial anterior implica las siguientes definiciones,

$$[J_1] = \left[ \frac{\partial P}{\partial \delta} \right] \quad (3.56)$$

$$[J_2] = \left[ \frac{\partial P}{\partial |V|} \right] \quad (3.57)$$

$$[J_3] = \left[ \frac{\partial Q}{\partial \delta} \right] \quad (3.58)$$

$$[J_4] = \left[ \frac{\partial Q}{\partial |V|} \right] \quad (3.59)$$

Las expresiones de la submatriz  $J_1$  se obtienen como se muestra enseguida. Primeramente, denominando elementos fuera de la diagonal de dicha submatriz, a aquellos que indican la variación de la potencia en un nodo con respecto al ángulo de otro nodo; en contraparte, refiriéndose a los elementos de la diagonal de dichas submatrices, como los

elementos que indican la variación de la potencia en un nodo con respecto a la variación del ángulo en el mismo nodo. Con el fin de tener a la mano las expresiones que se usaran para encontrar los elementos de la matriz Jacobiana, se repiten las expresiones de potencia, ecuación (3.51), agregando una pequeña variante, adecuada para este fin.

El proceso iterativo asociado a la ecuación (3.55) se puede representar por la ecuación matricial,

$$\begin{bmatrix} \Delta P^{(l)} \\ \dots \\ \Delta Q^{(l)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [J_1]^{(l)} & \vdots & [J_2]^{(l)} \\ \dots & \vdots & \dots \\ [J_3]^{(l)} & \vdots & [J_4]^{(l)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta^{(l)} \\ \dots \\ \Delta |V|^{(l)} \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

que muestra la ecuación del Newton-Raphson en la iteración  $l$ -ésima. Si se tienen  $n_{pv}$  nodos  $PV$ , entonces el mismo número de ecuaciones que involucran a  $\Delta Q$  y a  $\Delta V$  y sus correspondientes  $[J_3]$  columnas de la matriz Jacobiana serán eliminadas. Entonces existirán  $n - I$  restricciones de potencia reactiva y el orden de la matriz será igual a  $(2n - 2 - n_{pv}) \times (2n - 2 - n_{pv})$ . Además el orden de  $[J_1]$  será  $(n - I) \times (n - I)$ , mientras que el orden de  $[J_2]$  de  $(n - I) \times (n - I - n_{pv})$ . Por otro lado el orden de  $[J_3]$  es  $(n - I - n_{pv}) \times (n - I)$ , y finalmente el orden de  $[J_4]$  es  $(n - I - n_{pv}) \times (n - I - n_{pv})$ . Los términos del vector de ajustes para la  $l$ -ésima iteración serán,

$$\Delta P_i^{(l)} = P_i^{espec} - P_i^{(l)} \quad (3.61)$$

$$\Delta Q_i^{(l)} = Q_i^{espec} - Q_i^{(l)} \quad (3.62)$$

y los nuevos estimados para los voltajes de nodo

$$\delta_i^{(l+1)} = \delta_i^{(l)} + \Delta \delta_i^{(l)} \quad (3.63)$$

$$|V_i^{(l+1)}| = |V_i^{(l)}| + \Delta |V_i^{(l)}| \quad (3.64)$$

El procedimiento para el método de Newton-Raphson es como sigue:

- 1) Para nodos PQ, en los que se especifican  $P_i^{espec}$  y  $Q_i^{espec}$ , se deberán inicializar las magnitudes y ángulos de los voltajes, generalmente igual a los del nodo compensador ó 1.0 en magnitud y 0.0 en ángulo, esto es,  $|V_i^{(0)}| = 1.0$  y  $\delta_i^{(0)} = 0.0$ . Para nodos PV donde se especifican  $|V_i|$  y  $P_i^{espec}$ , los ángulos de fase se inicializan igual al del nodo compensador, esto es, 0.0 ó  $\delta_i^{(0)} = 0$ .
- 2) Para nodos tipo PQ,  $P_i^{(l)}$  y  $Q_i^{(l)}$  se calculan por medio de las ecuaciones (3.51), mientras que  $\Delta P_i^{(l)}$  y  $\Delta Q_i^{(l)}$  se calculan por medio de las ecuaciones (3.61) y (3.62).
- 3) Para nodos tipo PV  $P_i^{(l)}$  y  $\Delta P_i^{(l)}$  se calculan a través de (3.51) y (3.61), respectivamente.
- 4) Los elementos de la matriz Jacobiana, es decir en este punto se actualiza la matriz Jacobiana.
- 5) En este paso se resuelve el sistema de ecuaciones lineales de la ecuación (3.60).
- 6) Los nuevos valores de magnitud de voltaje y ángulo son calculados por medio de las ecuaciones (3.63) y (3.64).
- 7) El proceso continuará hasta que los desajustes de potencia  $\Delta P_i^{(l)}$  y  $\Delta Q_i^{(l)}$ , calculados por medio de las ecuaciones (3.61) y (3.62), cumplan con el criterio de convergencia que deseado, el cual se especificará como parte de los datos de inicialización del programa,

$$|\Delta P_i^{(l)}| \leq \varepsilon \quad (3.65)$$

$$|\Delta Q_i^{(l)}| \leq \varepsilon \quad (3.66)$$

Si ocurre convergencia, entonces los valores de las variables obtenidas hasta este punto, serán la solución y se procederá a calcular los flujos en los elementos de transmisión y las pérdidas, tanto en estos como las pérdidas totales del sistema.

Existen una serie de medidas que se pueden adoptar para hacer más eficiente el método de Newton-Raphson, una que es importante consiste en una serie de planteamientos que ayudan a hacer más eficiente el método y que se denomina método de Newton-Raphson normalizado, denominado así porque este implica la obtención de las correcciones de magnitud divididas entre la magnitud del voltajes, y de ahí su nombre.

Es importante recordar que si se tienen  $n_{pv}$  buses PV, entonces el mismo número de ecuaciones que involucran a  $\Delta Q$  y a  $\Delta V$  y sus correspondientes  $[J_3]$  columnas de la matriz Jacobiana serán eliminadas. Entonces existirán  $n - 1$  restricciones de potencia reactiva y el orden de la matriz será igual a  $(2n - 2 - n_{pv}) \times (2n - 2 - n_{pv})$ . Además el orden de  $[J_1]$  será  $(n - 1) \times (n - 1)$ , mientras que el orden de  $[J_2]$  de  $(n - 1) \times (n - 1 - n_{pv})$ . Por otro lado el orden de  $[J_3]$  es  $(n - 1 - n_{pv}) \times (n - 1)$ , y finalmente el orden de  $[J_4]$  es  $(n - 1 - n_{pv}) \times (n - 1 - n_{pv})$ .

### 3.4 Flujos Óptimos de Potencia

Los sistemas de potencia modernos requieren de herramientas confiables y eficientes que ayuden a estar seguros de que la energía eléctrica sea suministrada al usuario final con la mejor calidad y al menor costo posible. En sistemas eléctricos reales, las centrales de generación no se encuentran localizadas a la misma distancia de los centros de consumo, y los costos de los combustibles que utilizan son diferentes. También es necesario considerar que normalmente la capacidad de generación es mayor que las pérdidas y la carga máxima del sistema, por tal razón existen muchas formas de planificar la generación de cada una de las centrales del sistema. En un sistema interconectado el objetivo es el de encontrar la potencia real y reactiva de cada unidad de generación de forma que permita optimizar los costos de operación [Sadaat, 1999]. Esto quiere decir que, la potencia activa y reactiva del generador variarán dentro de los límites operativos de cada generador de forma que provean en conjunto

la potencia necesaria para ser suministrada a la carga, esto al menor costo posible. Esto es lo que se conoce como *Flujos Óptimos de Potencia*. El estudio de *FOP* ha tenido una larga historia de desarrollo, inicialmente fue discutida por Carpentier [Carpentier, 1962] en 1962, actualmente se utiliza para la planeación y operación de sistemas eléctricos.

El estudio de flujos de potencia óptimo se podrá entender mejor dentro del contexto del Sistema de Control de Energía si se parte del estudio de Flujos de potencia convencional, donde el objetivo de este estudio es el de proveer de la información relacionada con magnitudes de voltajes y ángulos de los nodos de la red, a partir de los cuales todo el resto de parámetros pueden ser determinados [Wood, 1996; Gómez-Expósito, 2002]. Las ecuaciones relacionadas con este proceso son no lineales y pueden tener multiplicidad de posibles soluciones. De todas estas posibles soluciones, la solución óptima será aquella que optimice la función objetivo y además cumpla con las restricciones físicas y operativas del sistema.

El estudio de *FOP* es un problema de optimización no lineal de gran escala, la solución obtenida puede ser usada para aplicaciones en línea o fuera de línea y dará la base para la planeación de operación y control del sistema eléctrico.

Algunas de las características que tendrán que ser tomadas en cuenta para la implementación de algún método de solución en un programa computacional son, primero la formulación del problema deberá ser de tal forma que provea un modelo lo más completo posible para que la solución obtenida tenga un alto grado de precisión, un modelo simplificado dará por resultado una solución poco precisa. Además la selección adecuada de la formulación de la función objetivo adecuada para el tipo de estudio requerido es esencial para obtener una solución efectiva y la correcta operación de la metodología de solución implementada.

### **3.5 Formulación del Problema**

Ya que el principal interés del estudio de *FOP* es el de operar la red eléctrica con la mayor seguridad y al más bajo costo posible. En este caso el objetivo es el de minimizar el

costo de producción de energía en el sistema eléctrico además de satisfacer el grupo de restricciones no lineales de igualdad y desigualdad dadas por el sistema.

$$\begin{aligned}
 & \min_{x,u} f(x,u) \\
 & s.a. \quad g(x,u) = 0 \\
 & \quad \quad h(x,u) \leq 0 \\
 & \quad \quad x^{\min} \leq x \leq x^{\max} \\
 & \quad \quad u^{\min} \leq u \leq u^{\max}
 \end{aligned} \tag{3.67}$$

$f(u,x)$  es la función objetivo.

$g(u,x)$  es el conjunto de restricciones de igualdad utilizadas en el problema de FPO para condiciones de operación definidas.

$h(u,x)$  es el conjunto de restricciones de desigualdad que representan los límites de las variables de control y límites de operación de la red eléctrica.

$x \in R^{n_s}$  es un vector de  $n_s$  variables dependientes o de estado.

$u \in R^{n_c}$  es un vector de  $n_c$  variables de control.

$x^{\min}, x^{\max}$  Vectores que representan los límites de las variables de estado.

$u^{\min}, u^{\max}$  Vectores que representan los límites de las variables de control.

### 3.6 Variables de Control

Estas son las variables del problema que pueden ser ajustadas para optimizar la función objetivo y satisfacer las restricciones. Las variables de control pueden incluir,

- Potencia activa generada
- Potencia reactiva generada

- Magnitud de voltaje en bus de generación
- Posición del TAP del transformador de regulación (TCUL)
- Posición del TAP del transformador desfasador
- Flujo de potencia en HVDC
- Liberación de carga.
- Conmutación de líneas
- Potencia reactiva proveniente de condensador síncrono
- Potencia activa de salida de SVC
- Potencia reactiva proveniente de banco de condensadores

### **3.7 Variables de Estado o Dependientes**

Son las variables involucradas en el problema que dependen completamente de las variables de control, son clasificadas como variables de estado o dependientes. Estas variables son,

- Magnitud de voltaje en buses de carga
- Angulo de fase en todos los buses excepto el bus de referencia.

El estado operativo de la red del sistema eléctrico es determinado enteramente por las variables de control y variables dependientes. Entendiendo esto el resto de variables de interés son determinadas fácilmente, flujos de potencia activa y reactiva, corrientes de líneas, etc.

### **3.8 Función Objetivo**

La función Objetivo representa el criterio (índice de rendimiento) usado para la optimización. Algunas de las funciones objetivo utilizadas para los estudios de flujos de potencia óptimos son,

- Mínimo costo de generación.
- Mínimas pérdidas por transmisión de potencia activa.
- Mínimas pérdidas por transmisión de potencia reactiva.
- Mínima carga liberada.
- Mínimo número de controles reestructurados.
- Máxima transferencia de potencia activa.
- Mínima emisión de contaminantes.
- Mínimo costo de inyección de potencia reactiva (utilizado para determinar la mejor localización de banco de capacitores e inductores).
- Mínimo costo de inyección de potencia activa (utilizado para determinar la mejor localización de nuevas centrales de generación).

La función objetivo representando el mínimo costo de generación es la misma que la utilizada para el estudio de DE, por lo que pueden considerarse también los diferentes modelos de curvas de costos tratadas en la sección 3.2.1.

### **3.9 Restricciones de Igualdad**

Las restricciones de igualdad son típicamente las ecuaciones de balance de potencia, las cuales se obtienen en base a la obligación por cumplir la ley de conservación de la energía, conservación de potencia activa y reactiva en cada bus del sistema de potencia. En la

operación en estado estable del sistema eléctrico de potencia los generadores deberán abastecer la carga demandada más las pérdidas de la red de transmisión. Las ecuaciones de balance de potencia activa y reactiva describen las condiciones de equilibrio que deberán cumplirse en cada bus del sistema,

$$P_{G_i} = P_{D_i} + \sum_{m \in N_s}^n V_i V_m Y_{im} \cos(\delta_i - \delta_m - \gamma_{im}) \quad \forall i \in N_s \quad (3.68)$$

$$Q_{G_i} = Q_{D_i} + \sum_{m \in L}^n V_i V_m Y_{im} \sin(\delta_i - \delta_m - \gamma_{im}) \quad \forall i \in L \quad (3.69)$$

donde,

$N_s$  conjunto de índices de todos los buses en el sistema exceptuando el bus de referencia.

$L$  conjunto de índices de todos los buses de carga en el sistema.

Debe notarse que ninguna de las dos ecuaciones de balance de potencia ha incluido al nodo de referencia, como se explicó anteriormente en el capítulo 3, los valores especificados de  $P_i^{sch}$  y  $Q_i^{sch}$  asociados con las expresiones (3.68) y (3.69), no son conocidos de antemano, por lo tanto, no hay necesidad de satisfacer esas ecuaciones de balance de potencia en el proceso de solución del problema de FOP.

Para que una solución al problema de FOP sea factible, las ecuaciones de balance de potencia deben ser satisfechas incondicionalmente. Adicionalmente a estas dos ecuaciones, otras restricciones de igualdad pueden ser incluidas en la formulación del estudio de FOP, por ejemplo el intercambio de energía en sistemas multiáreas, puntos de ajustes de voltajes en unidades de generación, etc.

### 3.10 Restricciones de Desigualdad

Las restricciones de desigualdad que existen en el sistema son los límites operativos. Estas restricciones pueden representar los límites de variables del sistema, o límites en funciones no lineales. Los límites operativos pueden clasificarse también como límites duros y suaves. Los límites duros representan límites físicos que no pueden ser violados en el sistema, mientras que los límites suaves representan límites operativos que no requieren rigurosamente ser respetados, por ejemplo límites que son relajados durante condiciones inviables de operación. Las restricciones de desigualdad más comunes, consideradas en el estudio de FOP son,

Límites de potencia activa y potencia reactiva generada. La potencia activa y reactiva producida por cada unidad de generación térmica debe situarse dentro de los límites permitidos de operación. Estos límites son un conjunto de limitaciones térmicas y operativas en cada unidad de generación, por lo tanto,

$$P_{G_i}^{\min} \leq P_{G_i} \leq P_{G_i}^{\max}, \quad \forall i \in \mathcal{G} \quad (3.70)$$

$$Q_{G_i}^{\min} \leq Q_{G_i} \leq Q_{G_i}^{\max}, \quad \forall i \in \mathcal{G} \quad (3.71)$$

donde,

$P_{G_i}^{\min}$  Es el límite inferior de potencia activa del *i-esimo* generador.

$P_{G_i}^{\max}$  Es el límite superior de potencia activa del *i-esimo* generador.

$Q_{G_i}^{\min}$  Es el límite inferior de potencia reactiva del *i-esimo* generador.

$Q_{G_i}^{\max}$  Es el límite superior de potencia reactiva del *i-esimo* generador.

$\mathcal{G}$  Es el conjunto de índices de todos los buses de generación.

Límites de compensación reactiva. La cantidad de potencia reactiva de compensación proveniente puramente de fuentes reactivas, bancos de condensadores/reactores en derivación,

SVCs, condensadores síncronos, etc., es restringida por la capacidad mínima y máxima de compensación del dispositivo implementado,

$$Q_{C_i}^{\min} \leq Q_{C_i} \leq Q_{C_i}^{\max}, \quad \forall i \in Q \quad (3.72)$$

donde,

$Q_{C_i}^{\min}$  Es la capacidad mínima de potencia reactiva del *i-esimo* compensador.

$Q_{C_i}^{\max}$  Es la capacidad máxima de potencia reactiva del *i-esimo* compensador.

$Q$  Es el conjunto de índices de todos los buses con compensación reactiva.

Límite de magnitud de voltaje en bus. Las fluctuaciones de voltaje no son deseables en sistemas de potencia, por esa razón la magnitud de voltaje generalmente requiere ser fijada dentro de límites establecidos de operación,

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max}, \quad \forall i \in \mathcal{N} \quad (3.73)$$

donde,

$V_i^{\min}$  Es el límite inferior de magnitud de voltaje del *i-esimo* bus.

$V_i^{\max}$  Es el límite superior de magnitud de voltaje del *i-esimo* nodo.

$\mathcal{N}$  Es el conjunto de índices de todos los nodos del sistema.

Limites de rangos del tap del transformador de regulación (TCUL). Estos transformadores son utilizados para el control de magnitud de voltaje y como resultado control de flujo de potencia reactiva. El TCUL está restringido a un rango de variación del tap entre el valor mínimo de regulación y el máximo valor de regulación,

$$t_{im}^{\min} \leq t_{im} \leq t_{im}^{\max}, \quad \forall (i, m) \in \mathcal{R} \quad (3.74)$$

donde,

$t_{im}^{\min}$  Es el valor mínimo del tap del transformador regulador conectado entre los nodos  $i$  y  $m$ .

$t_{im}^{\max}$  Es el valor máximo del tap del transformador regulador conectado entre los nodos  $i$  y  $m$ .

$\mathcal{R}$  Es el conjunto de pares de índices de los buses de envío y recepción entre los que se encuentran todos los transformadores de regulación del sistema.

Limites de regulación del transformador desfasador. El transformador desfasador es utilizado para el control de fase, y por lo tanto, para el control de flujo de potencia activa. El control de fase es restringido a los limites inferior y superior de regulación,

$$\phi_{im}^{\min} \leq \phi_{im} \leq \phi_{im}^{\max}, \quad \forall (i, m) \in \mathcal{R} \quad (3.75)$$

donde,

$\phi_{im}^{\min}$  Es el valor mínimo del tap del transformador regulador conectado entre los nodos  $i$  y  $m$ .

$\phi_{im}^{\max}$  Es el valor máximo del tap del transformador regulador conectado entre los nodos  $i$  y  $m$ .

$\mathcal{R}$  Es el conjunto de pares de índices de los buses de envío y recepción entre los que se encuentran todos los transformadores de regulación del sistema.

Límites de flujo de potencia en líneas. A efecto de mantener dentro de condiciones seguras al sistema de potencia, las líneas de transmisión deben ser operadas sin ser sobrecargadas. De tal forma que, la máxima capacidad de flujo de potencia será respetada en todas las líneas de transmisión o al menos en las más importantes. Los límites máximos pueden ser determinados a partir del límite térmico de los componentes de la red o a partir de las consideraciones de seguridad del sistema. Ya que el flujo de potencia puede ser positivo o negativo, el límite máximo de flujo es representado generalmente por,

$$|F_{im}| \leq F_{im}^{\max}, \quad \forall (i, m) \in \mathcal{B} \quad (3.76)$$

- $F_{im}$  Puede representar el flujo de potencia activa, flujo de potencia reactiva o el flujo de potencia aparente en la línea de transmisión entre los nodos  $i$  y  $m$ .
- $\mathcal{B}$  Es el conjunto de pares de índices de los buses de envío y recepción entre los que se encuentran todas las líneas de transmisión del sistema.

Los valores correspondientes de  $P_{im}$ ,  $Q_{im}$  y  $S_{im}$  son obtenidas a partir de,

$$P_{im} = t_{im}^2 g_{im} V_{im}^2 - t_{im} V_i V_m \left[ g_{im} \cos(\delta_i - \delta_m + \gamma_{im}) + b_{im} \sin(\delta_i - \delta_m + \gamma_{im}) \right] \quad (3.77)$$

$$Q_{im} = -t_{im}^2 V_{im}^2 (b_{im} + b_{im}^{sh}) - t_{im} V_i V_m \left[ g_{im} \sin(\delta_i - \delta_m + \gamma_{im}) - b_{im} \cos(\delta_i - \delta_m + \gamma_{im}) \right] \quad (3.78)$$

$$S_{im} = \sqrt{P_{im}^2 + Q_{im}^2} \quad (3.79)$$

donde,

- $b_{im}^{sh}$  Es la mitad de la susceptancia total en derivación de la línea entre los nodos  $i$  y  $m$ .
- $g_{im}$  Es la conductancia serie de la línea entre los nodos  $i$  y  $m$ .
- $b_{im}$  Es la susceptancia serie de la línea entre los nodos  $i$  y  $m$ .

Requerimientos de reserva rodante. Reserva rodante es el término utilizado para describir la capacidad de generación de reserva de todas las unidades de generación sincronizadas al sistema. Por seguridad, el sistema de potencia deberá ser capaz de suplir la generación que pudiese requerirse por la salida repentina de alguna o algunas unidades de generación, cambios imprevistos de demanda o posibles errores en el pronóstico de carga. Estas condiciones pueden provocar grandes caídas en la frecuencia del sistema, por lo que medidas

preventivas deberán ser tomadas para prevenir sobrecargas en las líneas del sistema, una de las medidas mayormente implementadas es la liberación automática de carga por medio de relevadores de frecuencia. Los requerimientos de reserva rodante pueden ser determinados de varias formas, como por ejemplo, la capacidad de la unidad de generación más grande del sistema, como un porcentaje del pico de demanda previsto, o como una función de probabilidad de no suficiencia de potencia de generación para satisfacer la demanda. Matemáticamente los requerimientos de reserva rodante pueden ser formulados como,

$$\sum_{i \in \mathcal{G}} \min \left\{ \left( P_{G_i}^{\max} - P_{G_i} \right), R_i^{\max} \right\} \geq R_s \quad (3.80)$$

donde,

$R_s$  Es el requerimiento de reserva rodante.

$R_i^{\max}$  Es la máxima contribución a reserva rodante del *i-esimo* generador.

$\mathcal{G}$  Es el conjunto de índices de todos los buses de generación.

Limite de emisiones. La operación de unidades de generación térmica que utilice combustibles fósiles puede tener un impacto muy adverso al medio ambiente. El proceso de combustión que se realiza en la unidad puede contribuir considerablemente a la polución del aire, principalmente con dióxido de sulfuro (SO<sub>2</sub>) y oxido de nitrógeno (NO<sub>x</sub>). La cuantificación de emisiones contaminantes del sistema, restricciones de emisiones, pueden ser incluidas en la formulación del problema de FOP. Para este propósito es necesario establecer una función de emisiones contaminantes para cada unidad generadora térmica del sistema.

Los diferentes estudios realizados han hecho uso de diferentes modelos matemáticos para representar las funciones de emisiones de SO<sub>2</sub> y NO<sub>x</sub>. Las emisiones de SO<sub>2</sub> son proporcionales a la potencia activa generada por la unidad. Por lo tanto, la función de emisiones de SO<sub>2</sub> es similar a la función de costos de combustible de unidades termo eléctricas. Por otro lado, la función de emisión de NO<sub>x</sub> es altamente no lineal con respecto a  $P_{G_i}$ . Como resultado esta función es mucho más complicada de ser representada

matemáticamente, por lo que algunos investigadores la representan como una función cuadrática. En general las funciones de emisión de contaminantes son representadas como,

$$E_p = \sum_{i \in \mathcal{G}} E_{i,p}(P_{G_i}) \leq E_p^{\max}, \quad \forall p \in \mathcal{E} \quad (3.81)$$

donde,

$p$  Índice de contaminante.

$E_p$  Representa la emisión del  $p$  contaminante.

$E_{i,p}(P_{G_i})$  Representa la función de emisión del  $p$  contaminante del  $i$ -ésimo generador.

$E_p^{\max}$  Representa el límite superior de emisión del  $p$  contaminante del  $i$ -ésimo generador.

En este Capítulo se ha presentado una revisión general de los métodos de optimización y el estudio de flujos de potencia que será utilizado más adelante por el método de optimización que se plantea en este trabajo. En general, el problema de optimización de sistemas eléctricos determina las condiciones de operación estáticas óptimas de la red eléctrica. Debe considerarse que diferentes tipos de optimización de sistemas eléctricos pueden ser implementados de acuerdo a la selección de la función objetivo o a la selección de los diferentes conjuntos de variables de control o diferentes grupos de restricciones.

# Capítulo 4 Algoritmos Genéticos aplicados a Optimización No Lineal Restringida

## 4.1 Introducción

En este capítulo se trata la aplicación de algoritmos genéticos al problema de optimización no lineal restringida, así mismo se describirán los principales rasgos del algoritmo genético co evolutivo implementado, tratando las ventajas del método y sus desventajas.

Los Algoritmos Genéticos (AG), inician su desarrollo debido a la atención que prestó Holland [Holland, 1962] a la optimización global de funciones complejas. Más adelante Goldberg [Goldberg, 1989] propuso la forma de establecer la optimización de funciones con algoritmos genéticos, considerando solo funciones lineales no restringidas. Sin embargo durante los últimos 30 años diferentes investigadores agregaron los dominios de las variables involucradas en el problema de optimización [Goldberg, 1989; Holland, 1962; Back, 1996]. Y solo recientemente han sido abordadas diferentes variaciones de AGs para la solución general de problemas de programación no lineal [Michalewicz, 1994; Coello, 2000; Deb, 1999].

El manejo de restricciones no lineales en problemas de optimización con algoritmos genéticos se basa principalmente en el concepto de funciones de penalización, que castigan las soluciones no factibles [Richardson, 1999; Joines, 1994], aunque estos métodos presentan algunos inconvenientes como es la dificultad de diseñar la función de penalización, además otro importante inconveniente consiste en elegir los valores adecuados de los factores de penalización para permitir que el algoritmo pueda dirigir la búsqueda hacia la zona factible y

que la pueda recorrer lo suficiente como para llegar al óptimo global, y debido a esto los experimentos no siempre llegaban a soluciones adecuadas [Goldberg, 1989; Koziel, 1999].

En 1995, Michalewicz [Koziel, 1999; Michalewicz, 1995], propuso en GENOCOP III para resolver problemas de optimización no lineales evitando varios de los inconvenientes presentados por los métodos de penalización, Este algoritmo incorpora el GENOCOP original utilizado para resolver sistemas con restricciones lineales, pero se extiende incorporando dos poblaciones separadas, donde, la evolución de una de ellas influencia la evaluación de individuos pertenecientes a la segunda población. La primera es llamada población de puntos de búsqueda, los cuales satisfacen las restricciones lineales del problema. La segunda población consiste en llamados puntos de referencia que satisfacen todas las restricciones del problema.

Desafortunadamente, este algoritmo parte de proponer un punto de referencia inicial generado aleatoriamente a partir de individuos que satisfacen los límites inferiores y superiores de las variables, con lo anterior resulta muy complicado en la práctica generar un punto de referencia inicial que satisfaga todas las restricciones del problema, lo que lo puede hacer lento en el proceso de solución.

El algoritmo implementado en este trabajo se basa en el desarrollado por Michalewicz llamado **GENetic algorithm for Numerical Optimization of CONstrained Problems** (GENOCOP) para sistemas con restricciones lineales. Este algoritmo sin embargo requiere de algunas modificaciones para poder resolver problemas no lineales, esto se logra haciendo uso de co evolución de poblaciones, y aplicando un método de generación de uno o un conjunto de puntos de referencia inicial que se caracterizan por hacer uso de la minimización de la suma de los cuadrados de la restricción no lineal violada y aplicando el método de bisección para la generación de nuevos puntos factibles contenidos en el segmento de línea entre un punto de referencia y un punto de búsqueda [Joines, 1994].

En las siguientes secciones se describen las características principales del algoritmo implementado.

## 4.2 Algoritmo Genético con Representación de Punto Flotante

Una parte importante que fue considerada en la realización de este trabajo es la representación del problema. Como lo describió Michalewicz en [Michalewicz, 1996], la representación binaria tradicional utilizada en algoritmos genéticos presenta varios inconvenientes cuando es aplicada en problemas de optimización multidimensional de alta precisión. Como ejemplo refiere que, un problema de optimización multidimensional restringido con 100 variables con dominios en un rango de  $[-500, 500]$ , donde la precisión requerida es de 6 dígitos después del punto decimal, el tamaño del vector solución con representación binaria es de 6000. Esto origina que el espacio de búsqueda sea de un tamaño de  $10^{1000}$ . Por lo que se provoca que un algoritmo genético con representación binaria tenga un desempeño pobre al resolver este tipo de problemas.

Con esta observación en mente la representación de punto flotante se convierte en la mejor opción para nuestra aplicación. La representación de punto flotante consiste en un conjunto de variables codificadas cada una con valores reales en un arreglo vectorial al que llamamos individuo. Con el uso de una representación de punto flotante Michalewicz propone algunos operadores genéticos para realizar el manejo de restricciones en forma simple [Michalewicz, 1996].

### 4.2.1 Representación de Individuos.

En la representación de punto flotante o también llamada representación de valor real, cada individuo es codificado como un vector de valores de punto flotante del mismo tamaño que el vector solución, donde cada elemento deberá estar dentro de la región factible  $F$ .

Debe considerarse que la precisión de la representación de punto flotante dependerá de las características de la máquina utilizada, pero la precisión obtenida con esta representación seguirá siendo mucho mejor que la obtenida con una representación binaria. Aun cuando la precisión pudiese ser mejorada aumentando el número de bits pero haciendo mucho más lento al algoritmo de solución. Además, otra ventaja de la representación de punto flotante es que

esta puede representar completamente dominios mucho mayores, mientras que la representación binaria tiene que sacrificar precisión por un incremento en el tamaño del dominio, dado un tamaño determinado de la representación binaria. Y finalmente la representación de punto flotante facilita el diseño de operadores genéticos especializados para la manipulación de restricciones.

#### **4.2.2 Población Inicial.**

Una vez que ha sido seleccionada la representación del problema es importante definir el punto de partida que tomara el proceso evolutivo. La población inicial en algoritmos genéticos con representación de punto flotante es usualmente generada de la siguiente forma,

1. Un porcentaje especificado de puntos iniciales de búsqueda es generado en forma aleatoria en la región factible  $F$ .
2. El conjunto restante de puntos de búsqueda son generados en la frontera de la región factible  $F$ .

Observando que el valor óptimo del problema a ser solucionado frecuentemente está situado en los límites de la región factible [Michalewicz, 1995]. De tal forma que la población inicial de búsqueda tendrá que contener un porcentaje de individuos en la frontera de la región factible y el resto de individuos de esta población se encontrara esparcido dentro de la región factible. Para esto, se genera la población inicial de referencia haciendo una selección de los individuos encontrados en la población de búsqueda y después de verificar las restricciones no lineales con ellos, los individuos que cumplan con las restricciones no lineales formaran parte de la población de referencia, ya que la población de referencia evolucionara a partir de la población de búsqueda y esta contiene un porcentaje de individuos en la frontera y el resto esparcidos en la región factible, la población de referencia podrá explorar más eficientemente las áreas de la región factible alrededor de sus fronteras. Una vez obtenidas las poblaciones iniciales se realiza la generación de nuevos puntos factibles contenidos en el segmento de línea entre un punto de referencia y un punto de búsqueda [Michelewicz, 1996].

### 4.2.3 Operadores Genéticos Implementados.

Una parte fundamental del funcionamiento de un algoritmo genético es, sin lugar a dudas, el proceso de selección de candidatos a reproducirse. En el algoritmo genético, este proceso de selección suele realizarse de forma jerárquica (es decir, aun los individuos menos aptos tienen una cierta oportunidad de sobrevivir), a diferencia de las estrategias evolutivas, en las que la selección es extintiva (los menos aptos tienen cero probabilidades de sobrevivir).

Las técnicas de selección usadas en algoritmos genéticos pueden clasificarse en tres grandes grupos:

- a) Selección proporcional
- b) Selección mediante torneo
- c) Selección de estado uniforme

### 4.2.4 Selección proporcional.

Este nombre describe a un grupo de esquemas de selección originalmente propuestos por Holland [Holland, 1992] en los cuales se eligen individuos de acuerdo a su contribución de aptitud con respecto al total de la población. Se suelen considerar 4 grandes grupos dentro de las técnicas de selección proporcional [Manolas, 1996]:

- La Ruleta
- Sobrante Estocástico
- Universal Estocástica
- Muestreo Determinístico

Adicionalmente, las técnicas de selección proporcional pueden tener los siguientes aditamentos:

- a) Escalamiento Sigma
- b) Jerarquías

c) Selección de Boltzmann

#### 4.2.5 Cruzamiento.

El cruzamiento por objeto que el código de un individuo  $A$  y el de uno  $B$ , previamente seleccionados, se mezclen, es decir, se fragmenten y re combinen para formar nuevos individuos con la esperanza de que éstos hereden de sus progenitores las características deseables. Para el algoritmo genético con representación de punto flotante, se muestran a continuación algunos algoritmos de cruzamiento propuestos para este fin [Masatoshi, 2002; Michelewicz, 1996; Wright, 1991].

##### 4.2.5.1 Cruzamiento Simple.

El operador de cruzamiento simple es similar al utilizado con representación binaria donde básicamente se realiza la selección de un punto de cruzamiento. Para dos padres  $v=(v_1, v_2, \dots, v_n)$  y  $w=(w_1, w_2, \dots, w_n)$ , si ellos son cruzados después de la  $i$ -ésima posición, los hijos resultantes son,  $v'=(v_1, v_2, \dots, v_i, w_{i+1}, \dots, w_n)$  y  $w'=(w_1, w_2, \dots, w_i, v_{i+1}, \dots, v_n)$ . Desafortunadamente este operador puede generar nuevos individuos fuera de la región factible  $F$ . Para evitar esto, haciendo uso de la convexidad de la región factible  $F$ , a partir de dos individuos  $u$  y  $w$ , se obtienen dos individuos mas  $v'$  y  $w'$ , que son combinaciones convexas de los individuos originales después de la  $i$ -ésima posición, y son generados de la siguiente manera,

$$v' = (v_1, \dots, v_i, aw_{i+1} + (1-a)v_{i+1}, \dots, aw_n + (1-a)v_n) \quad (4.1)$$

$$w' = (w_1, \dots, w_i, av_{i+1} + (1-a)w_{i+1}, \dots, av_n + (1-a)w_n) \quad (4.2)$$

Dónde  $a$  es un valor aleatorio  $a \in [0,1]$ . Es importante notar que los únicos puntos de corte están entre puntos flotantes individuales, ya que es imposible dividirlos en cualquier otro lugar cuando se realiza representación de punto flotante [Haupt, 2006].

#### 4.2.5.2 Cruzamiento Aritmético Simple.

El cruzamiento aritmético simple funciona de la siguiente manera, Para dos padres  $v=(v_1, v_2, \dots, v_n)$  y  $w=(w_1, w_2, \dots, w_n)$ , si ellos están próximos a la  $i$ -ésima posición, el individuo resultante es,

$$v'=(v_1, \dots, v_i', \dots, v_n) \text{ y } w'=(w_1, \dots, w_i', \dots, w_n) \quad (4.3)$$

Donde,

$$v_i' = aw_i + (1-a)v_i \text{ y } w_i' = av_i + (1-a)w_i \quad (4.4)$$

Además,  $a$  es un parámetro tal que los individuos resultantes  $v'$  y  $w'$  están en la región factible convexa  $F$ . Entonces el valor de  $a$  es seleccionado en forma aleatoria como sigue,

$$a \in \begin{cases} [\max(\alpha, \beta), \min(\gamma, \delta)], & \text{si } v_i > w_i \\ [0, 0], & \text{si } v_i = w_i \\ [\max(\gamma, \delta), \min(\alpha, \beta)], & \text{si } v_i < w_i \end{cases} \quad (4.5)$$

donde,

$$\alpha = (l(w_i) - w_i) / (v_i - w_i), \quad (4.6)$$

$$\beta = (u(v_i) - v_i) / (w_i - v_i), \quad (4.7)$$

$$\gamma = (l(v_i) - v_i) / (w_i - v_i), \quad (4.8)$$

$$\delta = (u(w_i) - w_i) / (v_i - w_i), \quad (4.9)$$

donde  $l(w_i)$  y  $u(w_i)$ , representan los límites inferior y superior de  $w_i$ , respectivamente, y  $l(v_i)$  y  $u(v_i)$ , son igualmente definidos. El caso del cruzamiento aritmético simple es ilustrado en la Figura 4.1<sup>a</sup>.

#### 4.2.5.3 Cruzamiento Aritmético Completo.

Ahora bien, el cruzamiento aritmético completo se realiza de la siguiente manera; Para dos padres  $v=(v_1, v_2, \dots, v_n)$  y  $w=(w_1, w_2, \dots, w_n)$ , este operador generara dos individuos resultantes  $v'$  y  $w'$ , que serán combinaciones convexas de los padres, es decir,

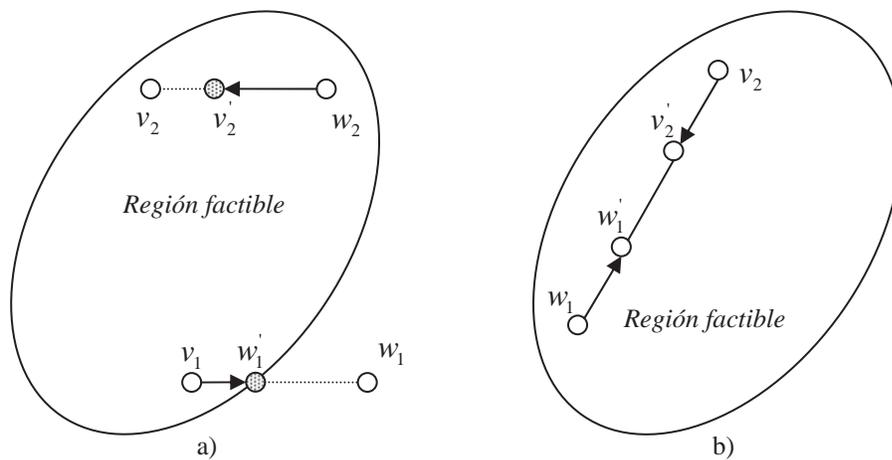
$$v' = aw + (1-a)v \text{ y } w' = av + (1-a)w, \quad a \in [0,1] \quad (4.10)$$

El cruzamiento aritmético completo utiliza un valor aleatorio  $a \in [0,1]$ , y nuevamente genera dos nuevos individuos factibles siempre contenidos dentro de la región factible  $D$ , siempre que esta sea convexa.

Cuando  $a = 1/2$ , el operador es conocido como cruzamiento promedio, como en Davis [Davis, 1991].

Obsérvese que el cruzamiento aritmético puede ser generalizado como un operador multi padres.

El caso del cruzamiento aritmético completo es ilustrado en la Figura 4.1b.



**Figura 4.1** Cruzamiento Aritmético a) Simple, b) Completo.

#### 4.2.5.4 Cruzamiento Heurístico.

El cruzamiento heurístico es un operador único propuesto por Wright [Wright, 1991]. Se usan valores de la función objetivo en determinada dirección de búsqueda y genera solamente un individuo  $z$  a partir de dos individuos  $v$  y  $w$ , de acuerdo con la siguiente regla,

$$z = a(w - v) + w \quad (4.11)$$

donde  $a$  es un número aleatorio entre 0 y 1 y el padre  $w$  no es peor que  $v$ ; es decir,  $f(w) \leq f(v)$ , para problemas de minimización.

Este operador puede generar un individuo que no sea factible. En ese caso se genera un nuevo valor aleatorio  $a$  y se genera otro nuevo individuo. Si después de un número predeterminado de oportunidades no se logra un individuo factible, el operador no generará ningún individuo para regresar al proceso evolutivo. Esto significa que el cruzamiento heurístico contribuye con la precisión de la solución encontrada. Su principal contribución es el ajustar finamente la búsqueda local en las direcciones más promisorias.

#### 4.2.6 Mutación.

Ocasionalmente algunos elementos del código de ciertos individuos de un algoritmo genético se alteran a propósito. Éstos se seleccionan aleatoriamente en lo que constituye el símil de una *mutación*. El objetivo es generar nuevos individuos, que exploren regiones del dominio del problema que probablemente no se han visitado aún. Esta exploración no presupone conocimiento alguno, no es sesgada. Se muestran a continuación algunos algoritmos de mutación. [Ujjwal, 2002; Masatoshi, 2002; Michelewicz, 1996].

##### 4.2.6.1 Mutación Uniforme.

Este operador requiere de un individuo  $v$ , y produce un individuo resultante  $v'$ , el operador selecciona aleatoriamente un componente  $k \in (1, 2, \dots, n)$  del individuo fuente  $v = (v_1, \dots, v_k, \dots, v_n)$  y produce  $v' = (v_1, \dots, v'_k, \dots, v_n)$ , donde  $v'_k$  es un valor aleatorio dentro del rango  $\langle l(v_k), u(v_k) \rangle$ .

Este operador juega un papel importante en la parte inicial del proceso evolutivo ya que permite a la posible solución moverse libremente dentro de la región factible. Particularmente

en el caso de que se tengan copias múltiples de un solo individuo factible dentro de la población inicial. Principalmente en problemas de optimización donde el usuario especifique un punto de arranque del proceso de optimización.

Este operador es utilizado principalmente en sistemas con restricciones no lineales en donde no necesariamente se tienen espacios convexos. Otra característica del operador es la posibilidad de que en etapas avanzadas del proceso evolutivo es posible desplazarse desde óptimos locales a mejores áreas de la región factible.

#### **4.2.7 Mutación de Límite.**

El operador de mutación de límite es muy similar a la mutación tradicional. Este operador también produce un individuo  $v'$  a partir de un individuo  $v$ . Este operador es una variación de la mutación uniforme, con  $v'_i$  tomando valor de  $l(v_i)$  o  $u(v_i)$ , ambos con la misma probabilidad de selección.

Este operador es construido para problemas de optimización donde la solución óptima esta en el límite del espacio de búsqueda o próxima al límite de la misma región. Por lo que hay que considerar que si no se tienen restricciones y los límites de las variables son muy holgados, este operador originara ruido al proceso evolutivo, pero resulta de gran ayuda cuando existen restricciones.

La mutación uniforme y la mutación límite se muestran en la Figura 4.2.

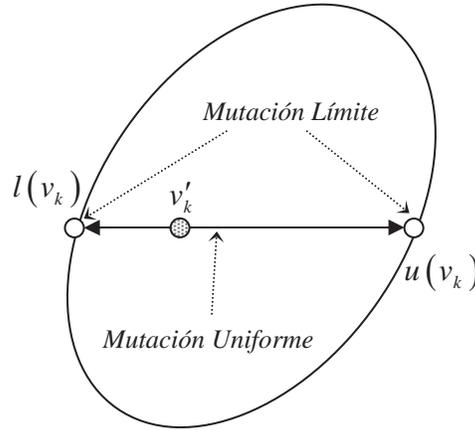


Figura 4.2 Mutación uniforme y mutación límite.

#### 4.2.8 Mutación No Uniforme.

El operador de mutación no uniforme, originalmente propuesto por Janikow y Michalewicz [Michalewicz, 1995], fue diseñado para un ajuste fino de la aptitud y lograr una alta precisión. Para un individuo  $v$ , si la  $i$ -ésima posición es seleccionada para ser mutada, el individuo resultante es  $v'=(v_1, \dots, v'_i, \dots, v_n)$ , donde,

$$v'_i = \begin{cases} v_i + \Delta(t, u(v_i) - v_i), & \text{si } x = 0 \\ v_i - \Delta(t, v_i - u(v_i)), & \text{si } x = 1 \end{cases} \quad (4.12)$$

La función  $\Delta(t, y)$  regresa un valor dentro del rango de  $[0, y]$  tal que la probabilidad de que la función  $\Delta(t, y)$  este cercana a 0 se incrementa al incrementarse  $t$ , y donde  $t$  el número de generación. Esta propiedad origina que este operador realice inicialmente una búsqueda uniforme en toda la región factible, cuando  $t$  es pequeña, y muy local en etapas subsecuentes. En Michalewicz [Michalewicz, 1994], la función,

$$\Delta(t, y) = ya \left(1 - \frac{t}{T}\right)^b \quad (4.13)$$

Es utilizada, donde  $a$  es un número aleatorio en el dominio  $[0,1]$ ,  $T$  es el número máximo de generaciones, y  $b$  es el parámetro que determina la no uniformidad.

#### 4.2.9 Mutación No Uniforme Completa.

Cuando el operador de mutación no uniforme es aplicado a la totalidad del vector solución  $v_i$  en lugar de un solo elemento del individuo, el individuo es ligeramente deslizado en el espacio de búsqueda, [Michalewicz, 1995].

#### 4.2.10 Mutación Gaussiana.

Siendo  $v=(v_1, \dots, v_k, \dots, v_n)$  un individuo, y el  $i$ -ésimo elemento seleccionado  $v_i$  a ser mutado, el individuo resultante es  $v'=(v_1, \dots, v'_i, \dots, v_n)$ , este operador requiere de dos parámetros, el valor promedio y la desviación estándar de los individuos de la población. Esta mutación se logra con la siguiente función,

$$v'_i = v_i + n_i(j)N_j(0,1) \quad (4.14)$$

$$n_i(j) = n_i(j)\exp(\tau'N(0,1) + \tau N_j(0,1)) \quad (4.15)$$

Donde  $n_i$  es la desviación estándar para la mutación gaussiana.  $N(0,1)$  define a número aleatorio unidimensional, normalmente distribuido con media cero y desviación estándar uno.  $N_j(0,1)$  indica que el número aleatorio es generado nuevamente para cada valor de  $j$ , cuando  $j$  varía desde 1 hasta el número total de restricciones. Los factores  $\tau$  y  $\tau'$  son determinados con  $(\sqrt{2\sqrt{n}})^{-1}$  y  $(\sqrt{2n})^{-1}$ , respectivamente, y  $n$  es el número de variables contenidas en el individuo [Ujjwal, 2002].

### 4.3 Algoritmo Genético Co-evolutivo.

El proceso de optimización implementado en el presente trabajo se basa en las ideas propuestas por Paredis [Paredis, 2000], un algoritmo genético que utiliza la analogía de la interacción de una población de individuos de una especie con otra población de individuos de otra especie con un fin determinado, es decir, se tienen dos especies diferentes de individuos a las que llamamos inicialmente como población de búsqueda y población de referencia, en donde cada una de ellas, aun cuando comparten características similares, tienen fines diferentes. Mientras la primera contiene información referente a un entorno definido solo por las restricciones de dominio, la segunda contiene toda la información del sistema a ser optimizado, pero la interacción de ambas poblaciones logra la realización del proceso evolutivo. Esta interacción se realiza al comparar el comportamiento de cada individuo y comparándolos con los individuos de la otra especie. En base a este comportamiento y haciendo uso de los diferentes operadores genéticos, se obtienen individuos mejor adaptados al problema.

El método propuesto se basa en ideas de co evolución y algoritmos de reparación, donde el desarrollo de una población influencia la evaluación de individuos de la otra población. Ya que la población llamada población de búsqueda satisface el conjunto de las restricciones de dominio  $E ( X_k^{\min} \leq X_k \leq X_k^{\max} \quad g(X), k = 1, \dots, n )$  son conocidos como puntos de búsqueda  $s$  y la segunda población llamada población de referencia donde sus individuos satisfacen todas las restricciones  $H$  del problema, siendo  $H$  el conjunto de las restricciones  $h_j(X) = 0$ ,  $j = m_1 + 1, \dots, m$  y  $g(X) \leq 0$ ,  $j = 1, \dots, m_1$ ,  $X_k^{\min} \leq X_k \leq X_k^{\max} \quad g(X), k = 1, \dots, n$ . Así mismo y debido a la relación entre ambas poblaciones, se usa la función objetivo para evaluar solo a los individuos completamente factibles (puntos de referencia  $r$ ), por lo que la función de evaluación no es distorsionada como en los métodos de penalización.

### 4.3.1 Proceso de Reparación

Un punto inicial de referencia es determinado en forma aleatoria a partir de individuos que satisfacen los límites inferiores y superiores de las variables del problema. Si se asume que un punto de búsqueda  $s \notin H$ , el proceso de reparación tiene que ser realizado a partir del siguiente procedimiento,

1) Seleccionar un punto de referencia  $r \in H$

2) Crear puntos aleatorios dentro del segmento entre  $s$  y  $r$  de acuerdo con,

$$z = as + (1 - a)r \quad (4.16)$$

generando números aleatorios  $a$  en el intervalo entre  $(0,1)$ .

3) Una vez encontrado un punto factible  $z$  y si la evaluación de  $z$  es mejor que  $r$ , entonces  $r$  es sustituido por  $z$  como el nuevo punto de referencia. Así como también se reemplaza  $s$  por  $z$  con una probabilidad de reemplazo  $p_r$ .

Este proceso de reparación se realiza para un punto de referencia y para todos los puntos de búsqueda de la población. Cuando la región factible es no convexa o es muy pequeña se vuelve muy complicado generar individuos factibles, por esta razón se implementan en forma aleatoria los diferentes operadores genéticos, de forma que las diferentes características de ellos permitan superar este problema. Ahora bien si el punto generado  $z$  es no factible, el proceso de generación del número aleatorio  $a$  es repetido hasta que se encuentra un punto factible o el número predefinido de iteraciones es alcanzado.

De forma que dos poblaciones separadas co evolucionan de forma tal que el desarrollo de una población influencia la evaluación de individuos en la segunda población, también si se evalúan puntos de referencia en la función objetivo será posible encontrar nuevos individuos completamente factibles. De tal forma que este método puede ser aplicado a problemas de optimización no convexos.

### 4.3.2 Métodos de Generación de Puntos Iniciales Factibles.

Recordando que se usan dos diferentes poblaciones una de puntos de búsqueda  $s$  y otra de puntos de referencia  $r$ , es necesario contar con al menos un punto  $r$  para generar la población de referencia, además, considerando que la población inicial en general es obtenida aleatoriamente con individuos dentro de las restricciones de dominio del problema, es muy complicado encontrar rápidamente puntos que satisfagan la totalidad de las restricciones presentes.

Cuando al algoritmo no le es posible encontrar un punto de referencia no es posible realizar el proceso evolutivo. Además, el generar aleatoriamente individuos entre un punto de búsqueda y uno de referencia causa otras dificultades, especialmente cuando ocurren alguno de los dos casos siguientes,

- a) El espacio de búsqueda es muy grande y el área factible muy pequeña.
- b) La solución óptima se encuentra próxima a la frontera del área factible.

A menudo la solución óptima se encuentra cercana a la frontera del área factible, en ese caso, los individuos deberán evolucionar generación tras generación hacia esa frontera, por lo que el caso b ocurre frecuentemente.

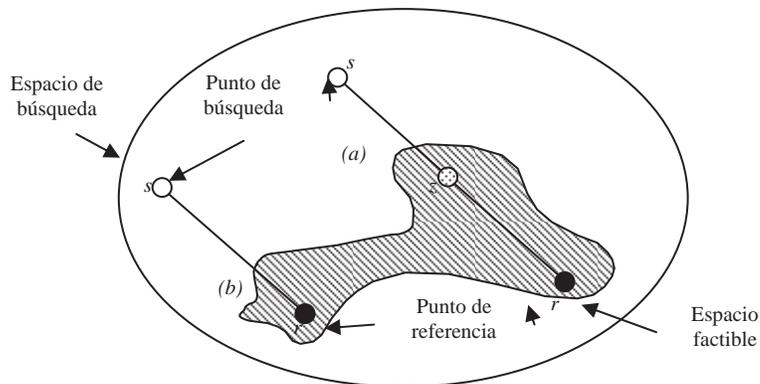


Figura 4.3 Proceso de búsqueda.

Por ejemplo, en la Figura 4.3, para el caso a), es relativamente simple encontrar un punto factible, pero en el caso b) sin embargo, es mucho más complicado localizar puntos factibles y el tiempo para la obtención de resultados se verá incrementado.

Como se observó, la generación de puntos de referencia inicial es algo complicada de lograr. Para solventar esto se implementó un método de generación a partir de la minimización de la suma de los cuadrados de las restricciones violadas y el método de bisección para, con ellos, generar nuevos puntos factibles en el segmento entre el punto de búsqueda y el punto de referencia en forma más eficiente.

Para iniciar al menos se requiere un punto de referencia  $r$  para crear la totalidad de la población de referencia. Y ya que un punto inicial de referencia no siempre es simple de encontrar, además de que si las restricciones son inconsistentes este no existirá, por lo que es aquí donde se debe tener cuidado en la formulación del problema y considerar que si se conoce un punto inicial éste puede ser introducido directamente por el usuario del cual se partirá para generar nuevos puntos de referencia dentro del proceso evolutivo.

Para obtener entonces los puntos iniciales de referencia, cuando no es conocido un punto inicial se realiza lo siguiente,

Si para un  $X \in E$ , usando el índice de las restricciones no lineales de desigualdad violadas,

$$I_g = \{j \mid g_j(X) > 0, j = 1, \dots, q\} \quad (4.17)$$

Y el índice de las restricciones no lineales de igualdad violadas

$$I_h = \{j \mid h_j(X) \neq 0, j = q + 1, \dots, m\} \quad (4.18)$$

Formulando un problema de optimización no restringido para minimizar la suma de los cuadrados de las restricciones no lineales violadas,

$$\min_{X \in E} \sum_{j \in I_g} (g_j(X))^2 + \sum_{j \in I_h} (h_j(X))^2 \quad (4.19)$$

Y resolviendo este problema se obtienen los puntos de referencia iniciales o se verifica el caso donde no existan esos puntos.

Después de que ha sido creada una población con diferentes puntos de referencia y se tienen además los diferentes puntos de búsqueda, se generan los nuevos puntos en el segmento entre el punto de referencia y el punto de búsqueda por el método de minimización de la suma de los cuadrados de las restricciones no lineales violadas, pero ahora también es posible realizar este procedimiento y evitar la generación de individuos no factibles usando el método de bisección, para esto se consideran dos casos,

1. Los puntos de búsqueda son puntos factibles.
2. Los puntos de búsqueda son puntos no factibles.

Si los puntos son factibles, se genera un nuevo punto en el segmento entre los puntos de referencia y búsqueda, si la región factible es convexa este nuevo punto generado será factible, ahora bien, si la región factible no es convexa el nuevo punto generado podrá ser no factible. Entonces para buscar nuevos puntos factibles utilizando el método de bisección se realiza lo siguiente,

Siendo  $s \in E$  y  $r \in H$  un punto de búsqueda y un punto de referencia respectivamente, y fijando  $\bar{s} = s$  y  $\bar{r} = r$ .

**Paso 1.** Crear un punto aleatorio  $z$  en el segmento entre los puntos  $s$  y  $r$  de acuerdo con

$$z = a\bar{r} + (1 - a)\bar{s} \quad (4.20)$$

generando números aleatorios  $a$  en el intervalo  $(0,1)$ .

**Paso 2.** Si  $z$  es factible ir a paso 7. Caso contrario ir a paso 3.

**Paso 3.** Determinése la dirección de búsqueda en cualquiera de las direcciones del punto de referencia  $r$  o del punto de búsqueda  $s$ , con una misma probabilidad  $(1/2)$ . Por conveniencia en los siguientes pasos se tomara la dirección del punto de referencia  $r$ . Dejando que  $\bar{s} = z$ , ir a paso 4.

**Paso 4.** Si la distancia entre  $\bar{s}$  y  $\bar{r}$  se hace pequeña, fijar  $z = \bar{r}$  e ir al paso 7, De otra manera ir a paso 5.

**Paso 5.** Genérese un nuevo individuo  $z$  con,

$$z = \frac{1}{2}\bar{s} + \frac{1}{2}\bar{r} \quad (4.21)$$

**Paso 6.** Si  $z$  es factible ir a paso 7, si es no factible  $\bar{s} = z$  y regresar a paso 4.

**Paso 7.** Si la evaluación de  $z$  y  $s$  es mejor que la evaluación de  $r$ , reemplazar  $r$  por el mejor punto, así mismo reemplazar  $s$  por  $z$  o  $r$  con una probabilidad de reemplazo  $p_r$ .

En el caso de que el punto de búsqueda no sea factible, la primer búsqueda se realizará con un punto en la frontera  $t$  de la región factible y con este se generara un punto  $z$  en el segmento entre la el punto en la frontera  $t$  y el punto de referencia  $r$ . En este caso se realiza la búsqueda de puntos factibles usando el método de bisección de la siguiente manera,

**Paso 1.** Generar un nuevo individuo  $t$  de acuerdo a,

$$t = \frac{1}{2}\bar{s} + \frac{1}{2}\bar{r} \quad (4.22)$$

**Paso 2.** Si  $t$  es factible, fijar  $t = \bar{r}$ , e ir al paso 3. Si no es factible  $\bar{s} = t$  e ir a paso 3.

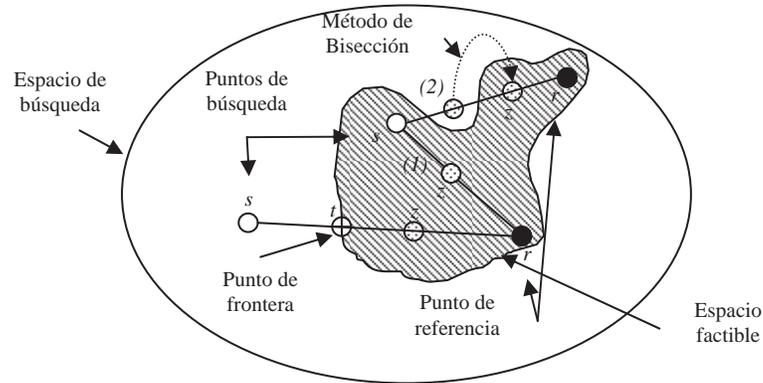
**Paso 3.** Si la distancia entre  $s$  y  $r$  se hace más pequeña que la mínima necesaria, fijar  $t = \bar{r}$  como un valor de frontera e ir a paso 4. De otra forma regresar a paso 1.

**Paso 4.** Usando el punto de frontera  $t$  y de referencia  $r$ , generar un nuevo individuo  $z$  de la misma forma como fue generado para el caso de punto de búsqueda factible e ir a paso 5.

**Paso 5.** Si la evaluación de  $t$  o  $z$  es mejor que la evaluación de  $r$ , reemplazar  $r$  por el mejor punto, así mismo reemplazar  $r$  por  $z$  o  $t$  con una probabilidad de reemplazo  $p_r$ .

Los dos casos de búsqueda de puntos factibles son mostrados en la Figura 4.3.

Utilizando estos métodos para la generación de nuevos puntos factibles cuando el optimo se encuentra en la frontera de la región factible.



**Figura 4.4** Proceso de búsqueda por el método de Bisección.

### 4.3.3 Selección de Individuos.

La probabilidad de selección  $p_i$ , para el  $i$ -ésimo cromosoma es calculado como [Goldberg, 1989],

$$p_i = \frac{N_{ps} - i + 1}{\sum_{j=1}^{N_{ps}} j} \quad (4.23)$$

donde  $i$  es la posición del cromosoma en el vector de población ordenado. El cromosoma con el menor costo de generación tendrá la posición 1 y la mayor probabilidad de apareamiento.

### 4.3.4 Selección de Operador Genético.

Por simplicidad se implementaron dos posibilidades de realizar la selección del operador genético la primera y más simple es una selección aleatoria, la segunda es la selección por jerarquía. La determinación del método de selección es hecha por el usuario desde el archivo de datos. La selección por jerarquía comienza con un ordenamiento aleatorio de los operadores genéticos, se hace la selección del operador por medio del método de jerárquico exponencial [Masatoshi, 2002], esta probabilidad es determinada de la siguiente forma,

$$p_{o_i} = c(1-c)^{i-1} \quad (4.24)$$

donde  $c$  representa la probabilidad cuando un operador es colocado en la primera posición. Por lo que se observa que con valores grandes de  $c$  implica una mayor presión para ser seleccionado.

#### **4.4 Observaciones.**

Como se puede comprobar en [Michelewicz, 1996, Michelewicz, 1995], los operadores de cruzamiento y mutación descritos siempre proporcionarán individuos resultantes que satisfagan las restricciones de dominio del problema, cuando  $E$  es convexo.

La dificultad para la determinación de un punto de referencia inicial se supera con la aplicación del método de bisección y la minimización de la suma de los cuadrados de de las restricciones no lineales violadas, lo que mejora considerablemente el desempeño del algoritmo cuando el punto de referencia inicial era determinado apartir de la población de búsqueda.

En los dos Capítulos siguientes se mostrara la aplicación de esta metodología a algunos casos numéricos.

# Capítulo 5 Algoritmos Genéticos aplicados al estudio de Despacho Económico

## 5.1 Introducción

En este capítulo se tratará la aplicación de algoritmos genéticos al problema de optimización de Despacho Económico, se presentarán diferentes técnicas de manejo de restricciones aplicadas al problema y también diferentes configuraciones de algoritmos genéticos hasta llegar al algoritmo que presenta las mayores ventajas.

En las siguientes secciones se describen las características principales de estos algoritmos implementados así como sus ventajas y desventajas presentadas durante su desarrollo.

El estudio de Despacho Económico (DE), es necesario para estimar la energía eléctrica generada para abastecer la demanda en los centros de consumo, al menor costo posible. El despacho de generación se logra en base a sus funciones de costo y límites de generación, la topología de la red eléctrica y la localización de los centros de demanda. La mayoría de los métodos numéricos empleados para calcular una solución óptima del estudio de Despacho Económico clásico, como son los métodos basados en gradiente, calculan una sucesión finita de soluciones hasta converger a un mínimo local. La desventaja principal de estos métodos es que la solución óptima depende fuertemente de las condiciones iniciales seleccionadas.

Las técnicas de optimización evolutivas constituyen una alternativa eficaz y robusta para evaluar al DE, y evitar el problema mencionado anteriormente. Entre las técnicas de optimización evolutivas, los Algoritmos Genéticos (AGs) se propusieron los principios básicos en los 70 [Nash, 1996; Vanderplaast, 1984; Goldberg, 1989] y ellos han sido aplicados para el ED el problema durante la última década.

El AG se ha conceptualizado como un método heurístico de optimización de que pueden aplicarse a la optimización cualquier tipo de problemas. Los AGs han extendido su aplicación al análisis de optimización de potencia eléctrico debido a su posibilidad para resolver problemas con parámetros continuos o discretos, no requiere la información dada para la derivada de la función de aptitud, funciona con los datos generados aleatoriamente, datos experimentales o funciones analíticas, entre otras características [Holland, 1992]. Además, una vez que el espacio de búsqueda ha sido definido, el AGs siempre calcula un punto óptimo global. En contraste, los métodos clásicos calculan sólo un punto óptimo global si la función objetivo de costo es continua y cuadrática [Goldberg, 1989].

La búsqueda heurística de un punto óptimo global con AGs está inspirada en la evolución natural y la biología genética. Desde el punto de vista de la ingeniería eléctrica, dados los datos del DE clásico, como los coeficientes de la función de costos de los generadores, límites de las variables de estado, y ecuaciones de balance de energía, se dan un conjunto de diferentes soluciones aleatorias asociados a la potencia activa de las unidades de generación. A cada conjunto se le llama cromosoma o individuo, y el número total de cromosomas o soluciones aleatorias se les llama población.

Se sustituyen los valores que contenidos en cada cromosoma en la función objetivo de costo para calcular la solución que produzca el más bajo precio de producción de la energía eléctrica y de los cromosomas escogidos se genera una nueva población. Este proceso de cómputo será repetido hasta satisfacer un criterio de convergencia.

Entre los AGs utilizados para resolver el problema de DE, Sheble [Sheble, 1995] y Y. Song [Song, 1997] usan cromosomas en un código en cadena binario que representan todas las potencias activas de la unidades de generación. La función de objetivo se extiende por la

inclusión de la restricción de balance de energía a través de los multiplicadores de Lagrange. Orero en [Orero, 1996] resuelve el ED con zonas de operación prohibidas utilizando AGs. En forma similar, agregan a la función del costo la restricción de balance de energía a través de los multiplicadores de Lagrange, así como una ecuación de penalización de las zonas prohibidas de operación. Adicionalmente ellos usan una representación del cromosoma binaria.

El Recocido Simulado (SA) también ha sido aplicado a la solución de DE [Aarts, 1989] presentada en los trabajos [Ongsakul, 2001] y [Wong, 1993]. SA es un algoritmo estocástico basado en las propiedades de la cristalografía termodinámica, que garantiza alcanzar el mínimo global, si un parámetro de temperatura es reducido con bastante lentitud. Ongsakul en [Ongsakul, 2001] propuso un algoritmo híbrido basado en AG y SA. El propósito de combinar el método de SA en AG es mantener una solución inicial dada por AGs. Ellos usaron una función del costo cuadrática y una cadena de 16 bits para la representación binaria de los cromosomas.

Debe notarse que, la mayoría de los métodos de solución de DE utilizando AGs propuestos utilizan una representación binaria para los valores que contienen en cada cromosoma. En estos métodos la exactitud puede tener cambios radicales porque los AGs requieren el uso de una representación correcta del cromosoma. Una práctica común es incluir la restricción de conservación de energía dentro de la función de costo utilizando alguna clase de función de penalización.

## **5.2 Formulación del estudio de Despacho Económico con el Algoritmo Genético básico.**

El estudio de Despacho Económico como se trató en el capítulo 3, es definido como la minimización del costo de generación de potencia activa satisfaciendo las restricciones de demanda total, pérdidas por transmisión, y los límites de generación de potencia activa en cada una de las unidades disponibles [Stevenson, 1982]. La formulación matemática del problema es entonces [Wood, 1984],

$$C = \min \sum_{i=1}^{N_{gen}} C_i(P_{Gi}) \quad (5.1)$$

Sujeto a,

$$\sum_{i=1}^{N_{gen}} P_{Gi} + P_L + P_D = 0 \quad (5.2)$$

$$P_{Gi}^{min} \leq P_{Gi} \leq P_{Gi}^{max} \quad (5.3)$$

donde

$C_i(P_{Gi})$  es la función de costo de producción de la *i-esima* unidad de generación disponible.

$N_{gen}$  es el número total de las unidades de generación en línea disponibles.

$C$  es el costo total de producción de potencia activa.

$P_{Gi}$  es la potencia active producida por la *i-esima* unidad de generación.

$P_L$  son las pérdidas totales por transmisión del sistema.

$P_D$  es la demanda de carga total del sistema.

$P_{Gi}^{min}$  y  $P_{Gi}^{max}$  son los limites de generación de potencia active de la *i-esima* unidad de generación.

Una práctica común para incluir las pérdidas por transmisión es expresarlas como una función cuadrática de la potencia activa generada [Wood, 1984], esto es,

$$P_L = \sum_{i=1}^{N_{gen}} \sum_{j=1}^{N_{gen}} P_{Gi} B_{ij} P_{Gj} \quad (5.4)$$

donde la matriz  $B$  representa los coeficientes de perdidas eléctricas y dependen de las características eléctricas y físicas del sistema eléctrico, por lo que la expresión (5.2) puede ser reescrita como,

$$\sum_{i=1}^{N_{gen}} P_{Gi} + \sum_{i=1}^{N_{gen}} \sum_{j=1}^{N_{gen}} P_{Gi} B_{ij} P_{Gj} + P_D = 0 \quad (5.5)$$

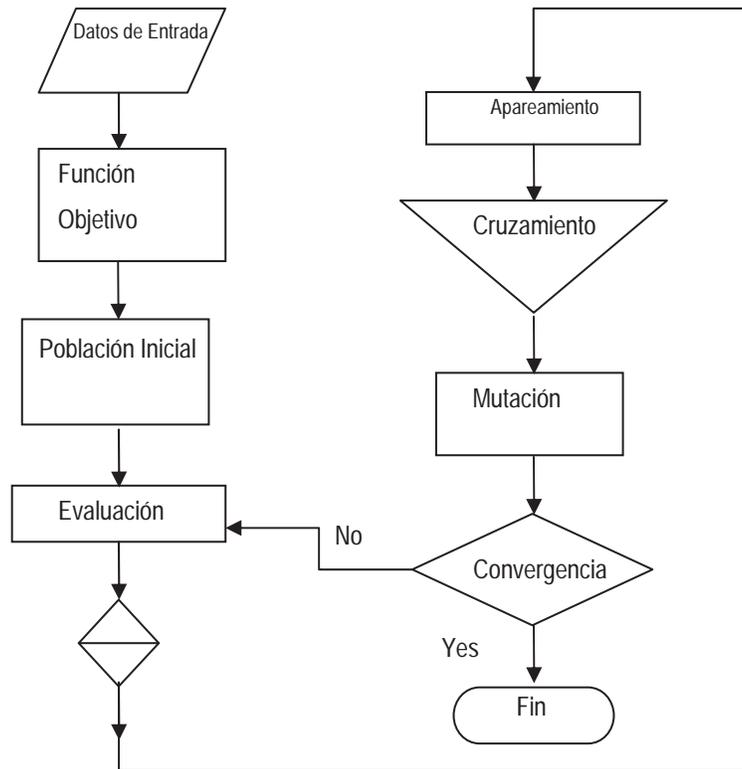
La función de costos de producción  $C_i(P_i)$  en \$/hr generalmente es modelada analíticamente como una función cuadrática de la potencia activa generada obtenida de la curva de temperatura del generador, esto es,

$$C_i(P_i) = \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2 \quad (5.6)$$

Este problema es resuelto con algoritmos genéticos asumiendo un conjunto de valores de generación de potencia activa de cada una de las unidades disponibles en el sistema integradas en un vector, conocido como cromosoma o individuo. Este vector representa un punto de búsqueda en el espacio de posibles soluciones. Cada valor de potencia activa generada es conocido como gen. Y a un conjunto de posibles soluciones o cromosomas se les conoce como población.

El procedimiento de solución inicia con la creación de una población inicial conformado por  $N_{pop}$  soluciones propuestas o cromosomas obtenidos aleatoriamente. Estos cromosomas son evaluados en la función de costos de producción para determinar su aptitud. En base a la aptitud o comportamiento dentro del problema se determina un conjunto de posibles cromosomas  $\mathbf{P}_{ps}^{(k)}$  que serán utilizados para generar una nueva población con una mejor aptitud. A estos cromosomas seleccionados se les llama padres.

La obtención de esta nueva población se hace aplicando un procedimiento evolutivo el cual consiste en seleccionar uno o más soluciones candidatas de las soluciones candidatas seleccionadas originalmente como padres y la aplicación de tres operadores genéticos llamados selección, cruzamiento y mutación. Este proceso iterativo aplicado para la minimización del costo total de producción continúa hasta que un criterio de convergencia preseleccionado sea satisfecho o un número de iteraciones sea igualado. A continuación se detalla el método de solución aplicado, en forma grafica este procedimiento es mostrado en la Figura 5.1.



**Figura 5.1** Estructura básica del Algoritmo Genético

### 5.2.1 Procedimiento de Inicialización.

El algoritmo inicia definiendo la población inicial consistente en  $N_{pop}$  vectores de soluciones factibles o cromosomas,

$$\mathbf{P}_o^{(k)} = \left[ P_1^{(k)} \quad P_2^{(k)} \quad \dots \quad P_{N_{pop}}^{(k)} \right] \quad (5.7)$$

El tamaño de la población  $\mathbf{P}_o^{(k)}$  se mantendrá constante durante cada paso iterativo  $k$  del proceso de optimización. La dimensión de cada cromosoma  $P_i^{(k)}$  esta dado por el número de unidades de generación disponibles, esto es,

$$P_i^{(k)} = \left[ P_1^i \quad P_2^i \quad \dots \quad P_{N_{GEN}}^i \right]^{(k)} \quad 1 \leq i \leq N_{pop} \quad (5.8)$$

Para inicializar cada cromosoma en el espacio factible de búsqueda, el valor de cada gen  $P_j^i, 1 \leq j \leq N_{GEN}$ , es seleccionado aleatoriamente dentro de los correspondientes límites de generación de potencia activa,

$$P_j^i = P_j^{\min} + \alpha_j^{(k)} (P_j^{\max} - P_j^{\min}) \quad (5.9)$$

donde  $P_j^{\min}$  y  $P_j^{\max}$  denota el límite inferior y superior de generación de potencia activa de el  $j$ -ésimo generador, respectivamente. La variable  $\alpha_j^{(k)}$  denota un número aleatorio obtenido de una distribución uniforme en un rango entre [0,1].

Una vez que la población inicial es obtenida, es necesario seleccionar un conjunto de padres para generar una nueva población  $\mathbf{P}_o^{(k+1)}$  para la nueva iteración. Esto se realiza evaluando los  $N_{pop}$  cromosomas en la función de costos (5.1), y clasificándolos en orden ascendente partiendo del cromosoma que presente el menor costo de producción. Esta evaluación lo que proporciona es la adaptación de cada cromosoma al problema que se está resolviendo. La mitad de la población con menor costo  $N_{pop} - N_{ps}$  es seleccionada y el resto de la población será sustituida por los cromosomas que se generaran de los cromosomas con mejor costo. A estos cromosomas generados se les llama cromosomas hijos.

### 5.2.2 Procedimiento de Apareamiento.

El procedimiento para obtener la nueva población de la siguiente iteración  $\mathbf{P}_o^{(k+1)}$  requiere de realizar un procedimiento de apareamiento, este proceso involucra dos cromosomas padre y produce dos cromosomas hijos. Este se aplica hasta obtener los  $N_{pop} - N_{ps}$  cromosomas hijos para sustituirlos en la mitad población con el peor desempeño y para realizarlo se requiere seleccionar los pares de cromosomas que originarán esta nueva población.

Aun cuando existen diferentes formas de realizar la selección, esta se realiza en base al desempeño de cada cromosoma dado por la evolución de este en la función de costos, lo que origina que cromosomas con un menor costo tendrán una mayor probabilidad de ser seleccionados, mientras que si es mayor su costo menor será su posibilidad de selección. A

este método se le conoce como método de ruleta ponderado [Haupt, 1998] y consiste en asignar una probabilidad de apareamiento a los cromosomas inversamente a su posición en la población ordenada. De los  $N_{ps}$  cromosomas, el primero con un valor mayor de probabilidad acumulativa con respecto a un valor aleatorio generado con una distribución normal en el intervalo [0,1] es seleccionado como cromosoma padre.

La probabilidad de apareamiento  $p_i$ , para el  $i$ -ésimo cromosoma es calculado como [Goldberg, 1989],

$$p_i = \frac{N_{ps} - i + 1}{\sum_{j=1}^{N_{ps}} j} \quad (5.10)$$

donde  $i$  es la posición del cromosoma en el vector de población ordenado. El cromosoma con el menor costo de generación tendrá la posición 1 y la mayor probabilidad de apareamiento. Una vez seleccionados los dos cromosomas  $P_i^{(k)}$  y  $P_j^{(k)}$ , se podrán obtener dos nuevos cromosomas hijos a partir del uso del procedimiento de cruzamiento que se describe a continuación.

### 5.2.3 Procedimiento de Cruzamiento.

El proceso de cruzamiento se lleva a cabo de forma que los cromosomas hijos resultantes contienen genes de los dos cromosomas padre  $P_i^{(k)}$  y  $P_j^{(k)}$ . Un generador de números aleatorios generará el punto de cruzamiento de ambos padres, y los genes antes y después del punto de cruce serán intercambiados entre ambos padres. Asumiendo que el punto de cruce es localizado en la posición  $q$ -ésima, los hijos resultantes que remplazarán a los cromosomas  $P_m^{(k)}$  y  $P_n^{(k)}$  descartados anteriormente son dados por,

$$P_m^{(k+1)} = \left[ P_{G_1}^i \quad \dots \quad P_{G_{q-1}}^i \quad P_{G_q}^{new1} \quad P_{G_{q+1}}^j \quad \dots \quad P_{G_{NGEN}}^j \right] \quad (5.11)$$

$$P_n^{(k+1)} = \left[ P_{G_1}^j \quad \dots \quad P_{G_{q-1}}^j \quad P_{G_q}^{new2} \quad P_{G_{q+1}}^i \quad \dots \quad P_{G_{NGEN}}^i \right] \quad (5.12)$$

La potencia activa correspondiente al gen del punto de cruce en cada nuevo cromosoma es calculada como,

$$\begin{aligned}
P_{G_q}^{new1} &= P_{G_q}^i - r(P_{G_q}^i - P_{G_q}^j) \\
P_{G_q}^{new2} &= P_{G_q}^j + r(P_{G_q}^i - P_{G_q}^j)
\end{aligned}
\tag{5.13}$$

donde  $r$  es un numero aleatorio entre 0 y 1.

Después de obtenida toda la población, los nuevos cromosomas nuevamente son evaluados en la función de costo y son ordenados conforme al costo de producción obtenido.

#### 5.2.4 Procedimiento de Mutación.

Después de realizado el procedimiento de cruzamiento, la nueva población  $\mathbf{P}_o^{(k+1)}$  es sujeta a un proceso de mutación con la finalidad de explorar otras áreas del espacio de búsqueda. Esto se realiza diversificando los cromosomas para extender la búsqueda por todo el espacio factible de búsqueda, y encontrar un mínimo global. El proceso de mutación consiste en seleccionar un gen o potencia activa de un cromosoma y cambiarlo o mutarlo de acuerdo con (5.9). Este valor mutado deberá estar contenido en el intervalo definido por los límites inferior y superior de potencia activa generada correspondientes a la unidad generadora representada por ese gen. En este trabajo el rango de mutación seleccionado fue tomado de entre un rango del 1 al 20% de la población.

De nueva cuenta el costo de producción es determinado para los nuevos cromosomas obtenidos y la población es reordenada, este proceso se repite hasta que el criterio de convergencia seleccionado sea satisfecho.

Los cromosomas generados por el AG son considerados soluciones factibles si ellos satisfacen todas las restricciones del problema, en este caso satisfacen las restricciones de balance de energía(5.2) y limites de generación (5.3).

Un aspecto importante a considerar es que los limites de potencia activa generada son explícitamente considerados en el proceso iterativo en términos de (5.9) y (5.13). Esto significa que las potencias activas generadas, calculadas satisfacen las restricciones (5.3). Pero en este punto, el proceso mostrado anteriormente no garantiza que estas potencias activas

generadas satisfacen la restricción de balance de energía. Para lograr esto se proponen tres métodos descritos a continuación.

### 5.3 Búsqueda en espacio factible.

Para satisfacer las restricciones de igualdad o balance de energía (5.2) y las restricciones de desigualdad o límites de generación (5.3), los valores de potencia activa de cada cromosoma deben estar contenidos en el área dada por la intersección del hiper cubo que representa las restricciones de desigualdad y el hiper plano que representa el balance de flujo de potencia. Esto se muestra gráficamente en la figura 6.2.

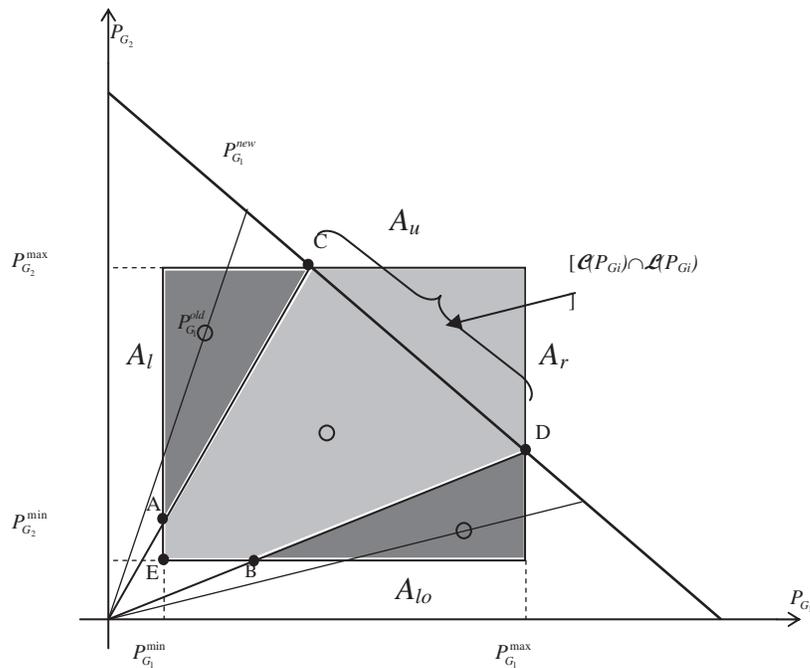


Figura 5.2 Espacio de Búsqueda.

En el caso de dos generadores, las soluciones factibles que cumplen con todas las restricciones son los puntos contenidos en la recta entre los puntos  $C$  y  $D$ , de tal forma que el espacio de búsqueda factible es dado por  $[A(P_{G_i}) \cap A(P_{G_i})]$ .

Como se explicó en la sección anterior, todos los cromosomas generados con el AG satisfacen a (5.3); esto significa que están contenidos en  $A(P_{G_i})$ . Pero ellos no necesariamente

satisfacen las restricciones (5.2) representadas por el hiper plano  $\mathcal{A}(P_{Gi})$ . Para lograr que se cumplan estas restricciones se aplica un proceso de normalización a cada cromosoma como el presentado por K.P.Wong [Wong, 1993], utilizando la siguiente expresión,

$$P_{G_i}^{new} \leftarrow \frac{P_{G_i}^{old} (P_D + P_L)}{\sum_{j=1}^{N_{gen}} P_{G_j}^{old}} \quad i = 1, \dots, N_{gen} \quad (5.14)$$

Donde  $P_{G_i}^{old}$  es la potencia activa a ser normalizada y  $P_{G_i}^{new}$  es el valor de potencia activa normalizada. Al aplicar esta normalización, los cromosomas podrán satisfacer la restricción (5.2), pero esta potencia pudiese estar fuera de los límites de generación dados por (5.3). Esto mismo es ilustrado en la figura 6.2, para un cromosoma contenido en el área oscura, este cromosoma y todos los contenidos en esta área satisfacen la restricción de balance de energía (5.2). Si ese cromosoma  $P_{G_i}^{old}$  en el área oscura de la Figura 5.2, al ser normalizado este cromosoma, este es proyectado en la línea por  $\mathcal{A}(P_{Gi})$  resultando  $P_{G_i}^{new}$ . Por otro lado los cromosomas contenidos dentro del área clara de la misma figura, una vez que sean normalizados satisfacen ambas restricciones.

Los cromosomas que no satisfagan ambas restricciones pueden ser descartados. Sin embargo el eliminar a estos cromosomas resulta en una pérdida de información que puede ser aprovechada para la generación de nuevos cromosomas, a este fenómeno se le conoce como herencia, la cual indica que un cromosoma puede transferir parte de su información a uno nuevo originando que los nuevos cromosomas superen los errores presentados por el cromosoma fuente y reduzca el tiempo de evolución de la población. Sin embargo, esto puede originar otros problemas como son el de divergir a áreas alejadas del área que contiene al mínimo global, por esa razón solo se seleccionaran unos cuantos cromosomas de la población de forma aleatoria.

Por otro lado, si el cromosoma normalizado origina que un valor de potencia activa de un gen salga por alguno de los límites correspondientes, este valor será ajustado a su límite violado más cercano y se normaliza de nuevo hasta que ambas restricciones sean satisfechas.

Esto da origen al siguiente algoritmo,

1. Para los cromosomas que no satisfacen a (5.2), aplicar (5.14).
2. Si  $P_{G_i}$  no satisface a (5.3), fijar  $P_{G_i}$  al límite violado más cercano y regresar a paso 1.
3. Si el cromosoma satisface ambas restricciones será aceptado, caso contrario será eliminado.

## 5.4 Búsqueda vectorial en espacio factible.

A continuación se describe un segundo método basado en la búsqueda vectorial. Como se trato en la sección anterior, el principal inconveniente de realizar la normalización del cromosoma, es que el nuevo valor de potencia activa puede estar fuera de límites de

generación. Esto depende del tamaño de la perturbación dada por la diferencia entre  $\sum_{j=1}^{N_{gen}} P_{G_j}^{old}$  y  $P_D + P_L$ .

Con el fin de evitar este problema se presenta un método que determina el área factible de búsqueda y donde los cromosomas generados dentro de esta área una vez normalizados siempre cumplirán con las restricciones del problema, esta área es la delimitada por los puntos  $A-B-C-D-E$ , de la Figura 5.2.

La generación de esta área factible de búsqueda parte de la determinación de un conjunto de vectores base, donde cada uno de ellos es definido por la intersección del hiper plano  $\mathcal{A}(P_{G_i})$  con los correspondientes límites de generación  $\mathcal{A}(P_{G_i})$ . En el peor de los casos el hiper plano  $\mathcal{A}(P_{G_i})$  se intercepta con  $N_{gen} 2^{N_{gen}-1}$  aristas del hiper cubo  $\mathcal{A}(P_{G_i})$ , [Strang, 1988].

De nueva cuenta, para el caso de dos generadores, como se muestra en la Figura 5.2, los vectores base que definen el área factible de búsqueda iluminada en color claro, son aquellos que parten del origen a los puntos  $C$  y  $D$  y cuyas coordenadas son  $v_1 = [P_{G_1}^j, P_{G_2}^{\max}]$  y

$v_2 = [P_{G_1}^{\max}, P_{G_2}^j]$  respectivamente [Strang, 1988], el resultado de este procedimiento se observa en la Figura 5.3.

En notación matricial la restricción de balance de energía, puede ser escrita como [Strang, 1988],

$$\begin{bmatrix} P_{G_1} & P_{G_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -(P_L + P_D) \end{bmatrix} = 0 \quad (5.15)$$

Las aristas que delimitan el hiper cubo de búsqueda mostrado en la fig. 6.2, son descritos en coordenadas homogéneas por,

$$\begin{aligned} A_{lo} &= \begin{bmatrix} P_{G_1} & P_{G_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -P_{G_2}^{\min} \end{bmatrix} = 0 & A_u &= \begin{bmatrix} P_{G_1} & P_{G_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -P_{G_2}^{\max} \end{bmatrix} = 0 \\ A_r &= \begin{bmatrix} P_{G_1} & P_{G_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -P_{G_1}^{\max} \end{bmatrix} = 0 & A_l &= \begin{bmatrix} P_{G_1} & P_{G_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -P_{G_1}^{\min} \end{bmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (5.16)$$

Es posible definir matemáticamente la intersección entre las restricciones correspondientes a límites de generación y la restricción de balance de energía o  $[\mathcal{L}(P_{G_i}) \cap \mathcal{L}(P_{G_i})]$ . Esto se logra en base a la diferencia de la expresión (5.15) con cada una de las aristas (5.16). Para efectos de explicación se muestra el proceso para la arista correspondiente al punto  $D$  del extremo derecho,

$$\begin{bmatrix} P_{G_1} & P_{G_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -(P_L + P_D) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_{G_1} & P_{G_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -P_{G_1}^{\max} \end{bmatrix} = 0 \quad (5.17)$$

$$\begin{bmatrix} P_{G_1} & P_{G_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -(P_L + P_D) + P_{G_1}^{\max} \end{bmatrix} = [\mathcal{L}(P) \cap \mathcal{L}(P)] \cap A_r$$

Resolviendo se obtiene que,

$$\begin{aligned}
P_{G_2} - (P_L + P_D) + P_{G_1}^{\max} &= 0 \\
&\vdots \\
P_{G_2} &= P_L + P_D - P_{G_1}^{\max}
\end{aligned} \tag{5.18}$$

Para la arista B se obtiene la siguiente expresión,

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} P_{G_1} & P_{G_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -(P_L + P_D) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_{G_1} & P_{G_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -P_{G_2}^{\min} \end{bmatrix} &= 0 \\
\begin{bmatrix} P_{G_1} & P_{G_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -(P_L + P_D) + P_{G_2}^{\min} \end{bmatrix} &= [\mathcal{L}(P) \cap \mathcal{L}(P)] \cap A_{l_0}
\end{aligned} \tag{5.19}$$

Lo que resulta en,

$$P_{G_1} = P_L + P_D - P_{G_2}^{\min} \tag{5.20}$$

El proceso anterior es repetido para cada una de las aristas del área delimitada por los puntos  $A-B-C-D-E$ , donde los puntos obtenidos dentro de esta área una vez normalizados, cumplen con las restricciones del problema, lo que nos resulta en un sistema de 4 ecuaciones.

Para  $P_{G_1}$ ,

$$\begin{aligned}
P_{G_1}^1 &= P_L + P_D - P_{G_2}^{\min} \\
P_{G_1}^2 &= P_L + P_D - P_{G_2}^{\max}
\end{aligned}$$

Se selecciona el valor de  $P_{G_1}^j$  que cumpla con (5.3), donde  $j=1,2$ .

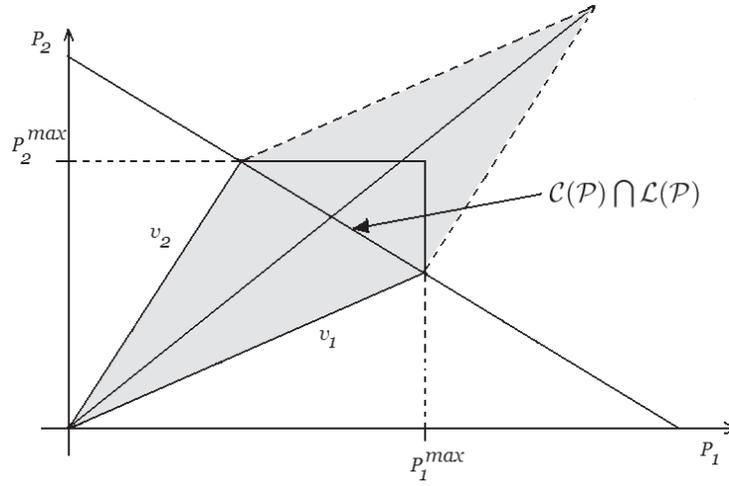
Para  $P_{G_2}$ ,

$$\begin{aligned}
P_{G_2}^1 &= P_L + P_D - P_{G_1}^{\min} \\
P_{G_2}^2 &= P_L + P_D - P_{G_1}^{\max}
\end{aligned}$$

Por lo tanto se tienen las combinaciones de límites de potencia  $L^k$ , dados por,

$$L^k = \{P_j^{\text{lim}} \mid j = 1, \dots, N_{\text{gen}}, j \neq i\} \quad (5.21)$$

$$\text{lim} = \{\text{min}, \text{max}\}$$



**Figura 5.3** Espacio de búsqueda vectorial

Este procedimiento delimita la región factible observada en la Figura 5.3, donde todos los individuos generados dentro de esta área, una vez normalizados satisfacen las restricciones del problema. Esto permite al algoritmo únicamente realizar su búsqueda dentro de esta región y evitando la generación de individuos que solo cumplan con las restricciones de límites operativos.

Generalizando el procedimiento anterior para  $N$  variables, se pueden escribir las expresiones anteriores de la siguiente forma, primero (5.2) en notación matricial es,

$$\begin{bmatrix} P_{G_1} & P_{G_2} & \cdots & P_{G_i} & \cdots & P_{G_{N_{\text{gen}}}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ P_L + P_D \end{bmatrix} = 0 \quad (5.22)$$

Y la representación general de la  $i$ -ésima arista es,

$$\begin{bmatrix} P_{G_1} & P_{G_2} & \cdots & P_{G_i} & \cdots & P_{G_{N_{gen}}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_{gen}} P_{G_j}^{\text{lim}} \end{bmatrix} = 0 \quad (5.23)$$

Considérese que  $P_{G_j}^{\text{lim}} = \{P_{G_j}^{\text{min}}, P_{G_j}^{\text{max}}\}$ , de acuerdo a la arista analizada. Realizando el mismo procedimiento mostrado en (5.19) se obtiene,

$$\begin{bmatrix} P_{G_1} & P_{G_2} & \cdots & P_{G_i} & \cdots & P_{G_{N_{gen}}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ P_L + P_D \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_{G_1} & P_{G_2} & \cdots & P_{G_i} & \cdots & P_{G_{N_{gen}}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_{gen}} P_{G_j}^{\text{lim}} \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} P_{G_1} & P_{G_2} & \cdots & P_{G_i} & \cdots & P_{G_{N_{gen}}} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \\ P_L + P_D - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_{gen}} P_{G_j}^{\text{lim}} \end{bmatrix} = 0 \quad (5.24)$$

Donde  $\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_{gen}} P_{G_j}^{lim}$  corresponde a los valores de potencia que definan a la línea recta de esa

arista, finalmente esto da lugar a,

$$P_{G_i}^{(k)} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_{gen}} P_{G_j}^{lim} = P_D + P_L \quad (5.25)$$

$$\forall k \in [1, 2^{N_{gen}-1}]$$

En resumen, se calculan las combinaciones  $L^k$  y se resuelve para la potencia restante usando (5.25), aceptando el vector base si la  $P_{G_i}^k$  se encuentra dentro de los límites conocidos de generación.

## 5.5 Despacho Económico usando Algoritmo Genético Co evolutivo.

El tercer método implementado es el conocido como Algoritmo Genético Coevolutivo. Históricamente, los algoritmos implementados para la determinación de una solución óptima han sido basados en métodos de búsqueda local, principalmente métodos de gradiente. En este caso la solución es obtenida en un proceso iterativo que converge a un mínimo local. Su principal inconveniente se encuentra en el hecho de que la calidad de la solución y el número de iteraciones depende fuertemente de la condición inicial proporcionada, debido a que solo trabajan con un solo punto a la vez en el espacio factible de búsqueda. Los métodos anteriormente descritos presentan también algunas desventajas principalmente en la programación y el manejo de las restricciones. El método de AG-VB tiene un alto costo computacional conforme se incrementa el tamaño del cromosoma haciéndolo impráctico para casos de un número superior a 10 incógnitas, mientras el AG básico con normalización se queda restringido a manejar únicamente restricciones de igualdad y de límite, siendo muy complicado incluir restricciones no lineales.

El tercer método descrito a continuación constituye una herramienta alternativa robusta y eficiente, conserva la característica de simplicidad conceptual y es aplicable prácticamente a

cualquier tipo de problema. Además no ser afectado por la calidad de la condición inicial, y proporcionar una solución global.

Aunado a lo anterior, uno de los principales retos que enfrentan los métodos tradicionales de optimización aplicados a sistemas eléctricos de potencia es la determinación del conjunto de restricciones activas. El AG implementado a continuación tiene la ventaja de manejar todas las restricciones en forma uniforme en todo el proceso de optimización, con lo que se evita la determinación del conjunto de restricciones activas.

Este algoritmo fue desarrollado originalmente por Michalewicz and Nazhiyath [Michalewicz, 1995], y es conocido como Genocop III. El algoritmo es aplicado en optimización no lineal restringida. La principal diferencia entre el Genocop III y el algoritmo presentado en esta sección es la aplicación de técnicas de reparación de puntos, el manejo de restricciones lineales y operadores genéticos especializados [Michalewicz, 1994].

### 5.5.1 Puntos Factibles.

Un dominio factible de solución se da por la intersección de las restricciones de igualdad y desigualdad dadas por (5.2) y (5.3), respectivamente. Los puntos de búsqueda están definidos dentro de este dominio de solución. Sin embargo, cuando ellos se manipulan para obtener un nuevo punto de referencia, estos pueden localizarse fuera del dominio especificado. Para evitar esta situación, algunos autores han propuesto el uso de operadores genéticos especializados [Goldberg, 1989; Michalewicz, 1994]. En el contexto de DE, los puntos de búsqueda son las potencias activas asociados a las unidades generadoras en línea. Cuando la potencia de un generador es modificada por algunos operadores genéticos especializados seleccionados al azar, el algoritmo verifica que esta potencia activa está dentro de los límites de generación. Por ejemplo, cuando un componente particular  $P_{Gi}$  de un vector solución  $\mathbf{P}_m$  es mutado, el algoritmo determina el dominio  $\text{dom}(P_{Gi})$ , (qué es una función de las restricciones de desigualdad lineales y los valores restantes del vector de solución  $\mathbf{P}_m$ ). En cualquier caso el vector solución resultante siempre es factible. De forma semejante, el cruce aritmético de dos vectores solución factibles  $\mathbf{P}_m$  y  $\mathbf{P}_n$  siempre llevan a una solución factible (para  $0 \leq a \leq 1$ ) en el

espacio de la búsqueda convexo (el algoritmo sólo asume restricciones de desigualdad lineales que implican convexidad del espacio de la búsqueda factible) [Marsden, 1981].

Ahora bien, cuando se considera que el problema origina una región de búsqueda no convexa, entonces la manipulación de los individuos dentro del proceso evolutivo no garantiza que se obtendrán nuevos individuos factibles, por lo que en los casos donde aparezcan individuos no factibles es necesario realizar una reparación de ellos y obtener a con ellos nuevos individuos factibles [Holland, 1962].

Es relativamente fácil la reparación de un punto no factible. Tal que una versión reparada del individuo puede usarse sólo para la evaluación, o también puede reemplazar (con una probabilidad) los puntos originales en la población. La debilidad de estos métodos está en su dependencia del problema. Para cada problema particular un algoritmo de reparación específico debe diseñarse y no hay ninguna norma heurística en el diseño de tales algoritmos.

Normalmente es posible usar una reparación aleatoria, o cualquier otra heurística que guiaría el proceso de la reparación. Es más, para algunos problemas el proceso de reparación de los puntos no factibles podría ser tan complejo como resolver el problema original. Éste es el caso para el problema no lineal de transporte [Michalewicz, 1995], algunos problemas de planificación y problemas del itinerario, y muchos otros.

La pregunta de reemplazar los puntos reparados se relaciona a la llamada evolución Lamarckiana que asume que los puntos mejoran durante su vida y que las mejoras resultantes regresan codificadas en el cromosoma.

Recientemente Orvosh y Davis [Orvosh, 1993] reporta la llamada regla del 5%. Esta regla heurística es aplicada en muchos problemas combinatorios de optimización, una técnica de computación evolutiva con un algoritmo de reparación proporciona resultados mucho mejores cuando el 5% de los puntos reparados reemplazan a los originales infactibles.

Se tienen dos poblaciones una de referencia  $\mathbf{P}_r$  y otra de búsqueda  $\mathbf{P}_s$ , cada una con un conjunto de individuos  $\mathbf{P}_G$  ordenados en forma ascendente. Dado el  $r$ -ésimo punto de referencia ( $\mathbf{P}_{G,r}$ ) seleccionado del conjunto de puntos de la referencia ( $\mathbf{P}_r$ ), y siendo factible, se

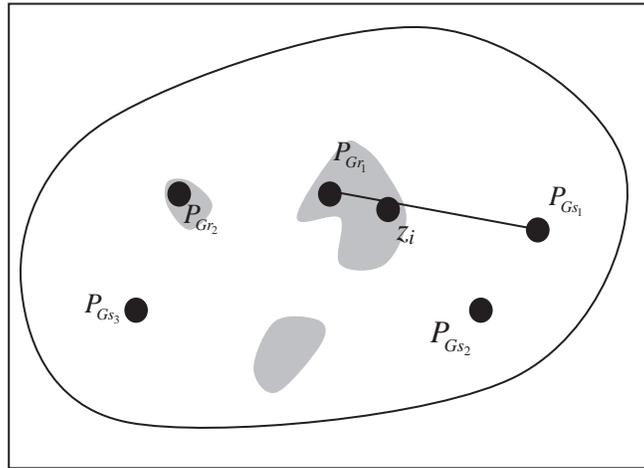
evalúa directamente en la función de objetivo. Por otro lado, el  $s$ -ésimo punto de búsqueda ( $P_{Gs}$ ) del conjunto de puntos de búsqueda ( $P_s$ ) se repara para su evaluación y posible sustitución, este proceso de reparación utilizado en el estudio de despacho económico para un punto de búsqueda dado  $s$  funciona de la siguiente forma.

Considerando la Figura 5.4, si  $P_{Gs}$  es un punto factible de la población de búsqueda  $P_s$ , entonces es evaluado en la función del costo  $C(P_G)$ . Por otra parte, el sistema selecciona el  $r$ -ésimo punto  $P_{Gr}$  de la población de referencia  $P_r$ , y crea una sucesión de puntos  $z_i$  en el segmento entre  $P_{Gs}$  y  $P_{Gr}$ . Esta sucesión de puntos se calcula con,

$$z_j = a_j P_{Gs} + (1 + a_j) P_{Gr} \quad (5.26)$$

Esto puede hacerse generando aleatoriamente  $a_i$  dentro del rango entre (0,1), o de una manera del determinística poniendo  $a_j = 1/2, 1/4, 1/8, \dots$  hasta que un punto factible se encuentre.

Existen dos métodos de la reparación, el método heurístico y el método determinístico. También, es posible especificar la manera en que un punto de referencia es seleccionado para el proceso de reparación, la selección heurística por una distribución de probabilidad uniforme (todos los puntos de referencia tienen las mismas oportunidades para ser seleccionados) o una distribución de probabilidad de puntos de referencia que dependen de sus evaluaciones (un método de la clasificación jerárquica es usado). Claramente, el mismo punto de búsqueda  $P_{Gs}$  puede repararse varias veces durante el proceso de optimización.



**Figura 5.4** Proceso de reparación. La solución  $P_{Gs_1}$  (punto de búsqueda) es reparado (punto  $z_i$ ) con respecto a la solución de referencia  $P_{Gr_1}$ . Las áreas factibles se muestran en tono gris.

Adicionalmente, si  $C(z_i)$  es mejor que  $C(P_{Gr_1})$ , entonces el punto  $z_i$  reemplaza al punto  $P_{Gr_1}$  como nuevo punto de referencia en la población de referencia  $P_r$ . También,  $z_i$  reemplaza a  $P_{Gs_1}$  en la población de búsqueda  $P_s$  [Orvosh, 1993].

### 5.5.2 Método de Manejo de Restricciones.

La idea del manejo de restricciones es tener el espacio de búsqueda delimitado dentro del espacio factible. En algunos casos, un adecuado cambio de variables puede transformar al problema restringido a un problema más fácil de ser manejado [Michalewicz, 1994]. Por otro lado, la principal complicación que presentan varios métodos determinísticos de optimización restringida para encontrar una solución, es el encontrar un punto factible de partida, a continuación se muestra un método que ayuda en algunos casos a aligerar este problema.

En general el problema de programación no lineal *NLP* es encontrar  $x$  tal que,

$$\begin{aligned} & \text{optimizar} \\ & f(x), x = (x_1, \dots, x_q) \in R^q \end{aligned} \quad (5.27)$$

Sujeto a

$$\text{restricciones de igualdad,} \quad Ax = b \quad (5.28)$$

$$\text{restricciones de igualdad} \quad Cx \leq d \quad (5.29)$$

$$\text{restricciones de dominio} \quad l_{i_j} \leq x_{i_j} \leq u_{i_j} \quad (5.30)$$

Si el conjunto de restricciones de igualdad representado en forma matricial se asume que se tienen  $p$  ecuaciones de igualdad independientes, por ejemplo, se tienen  $p$  variables  $x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_p}$ , las cuales pueden ser determinadas en términos de las otras variables. Por consiguiente estas variables pueden ser eliminadas de la declaración del problema de la siguiente manera,

Es posible dividir el arreglo  $A$  verticalmente en dos arreglos  $A_1$  y  $A_2$ , tal que la  $j$ -ésima columna de la matriz  $A$  pertenezca a  $A_1$  si  $j \in \{i_1, i_2, \dots, i_p\}$ . De esa manera  $A_1^{-1}$  existe. Similarmente, dividiendo la matriz  $C$  y los vectores  $x, l$  y  $u$ ,  $x^1 = \langle x_{i_1}, \dots, x_{i_p} \rangle$ ,  $l_1 = \langle l_{i_1}, \dots, l_{i_p} \rangle$ ,  $u_1 = \langle u_{i_1}, \dots, u_{i_p} \rangle$ , por lo tanto,

$$A_1 x^1 + A_2 x^2 = b \quad (5.31)$$

$$A_1 x^1 = b - A_2 x^2 \quad (5.32)$$

$$x^1 = A_1^{-1} (b - A_2 x^2) \quad (5.33)$$

$$x^1 = A_1^{-1} b - A_1^{-1} A_2 x^2 \quad (5.34)$$

Usando la expresión (5.34) es posible eliminar las variables  $x_{i_1}, \dots, x_{i_p}$ , remplazándolas por una combinación lineal de las variables restantes. Cada variable  $x_{i_j}$  ( $j = 1, 2, \dots, p$ ) son restricciones adicionales a las derivadas del dominio  $l_{i_j} \leq x_{i_j} \leq u_{i_j}$ . Eliminando todas las variables  $x_{i_j}$  se conduce a introducir un nuevo grupo de desigualdades,

$$l_1 \leq A_1^{-1}b - A_1^{-1}A_2x^2 \leq u_1 \quad (5.35)$$

Que tendrá que ser agregada al grupo original de restricciones,

$$Cx \leq d \quad (5.36)$$

Que pueden ser representadas como,

$$C_1x^1 + C_2x^2 \leq d \quad (5.37)$$

Sustituyendo la ecuación (5.34) en (5.37), se obtiene,

$$C_1(A_1^{-1}b - A_1^{-1}A_2x^2) + C_2x^2 \leq d \quad (5.38)$$

Después de eliminar las  $p$  variables  $x_{i1}, \dots, x_{ip}$ , el grupo final de restricciones consiste solamente en las siguientes desigualdades,

1. Restricciones de dominio originales

$$l_2 \leq x^2 \leq u_2 \quad (5.39)$$

2. Nuevas desigualdades,

$$l_1 \leq A_1^{-1}b - A_1^{-1}A_2x^2 \leq u_1 \quad (5.40)$$

3. Desigualdades originales después de sustituir  $x^1$ ,

$$C_1A_1^{-1}b - C_1A_1^{-1}A_2x^2 + C_2x^2 \leq d$$

$$C_2x^2 - C_1A_1^{-1}A_2x^2 \leq d - C_1A_1^{-1}b \quad (5.41)$$

Ejemplo:

Sea ,

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$$x_3 + x_5 - 3x_6 = 10$$

$$x_1 + 4x_4 = 3$$

$$x_2 + x_5 \leq 120$$

$$-40 \leq x_1 \leq 20$$

$$50 \leq x_2 \leq 75$$

$$0 \leq x_3 \leq 10$$

$$5 \leq x_4 \leq 15$$

$$0 \leq x_5 \leq 20$$

$$-5 \leq x_6 \leq 5$$

Haciendo la representación matricial

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 10 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Como se muestra en (5.31)

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad x^1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad x^2 = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}$$

Aplicando (5.34)

$$x^a = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 6 \\ 10 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}$$

$$x^a = \begin{bmatrix} 3 \\ -10 \\ 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ -8 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}$$

Finalmente, en base a (5.41)

$$\begin{bmatrix} -5 \\ 50 \\ 0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 3 \\ -10 \\ 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ -8 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 20 \\ 75 \\ 10 \end{bmatrix}$$

## 5.6 Casos de Estudio.

En esta sección se presentan la solución de casos de las siguientes redes eléctricas, Sistema eléctrico de prueba de Wollenberg [Wollenberg, 1984], Sistema eléctrico de prueba de Liang [Liang, 1992] y [Wong, 1993], y Sistema eléctrico de prueba de Breipohl [Lee, 1992]. Para el programa de AG es necesario proporcionar los siguientes parámetros, número de individuos por población, número máximo de generaciones y porcentaje de mutación, para este caso los valores proporcionados fueron 300, 300 y 15% respectivamente. Así mismo, se muestra una comparativa entre la solución obtenida por el método clásico de Newton y los métodos de AG y AG con vectores base (AG-VB) y AG Co evolutivo.

### 5.6.1 Sistema eléctrico de prueba de Wollenberg.

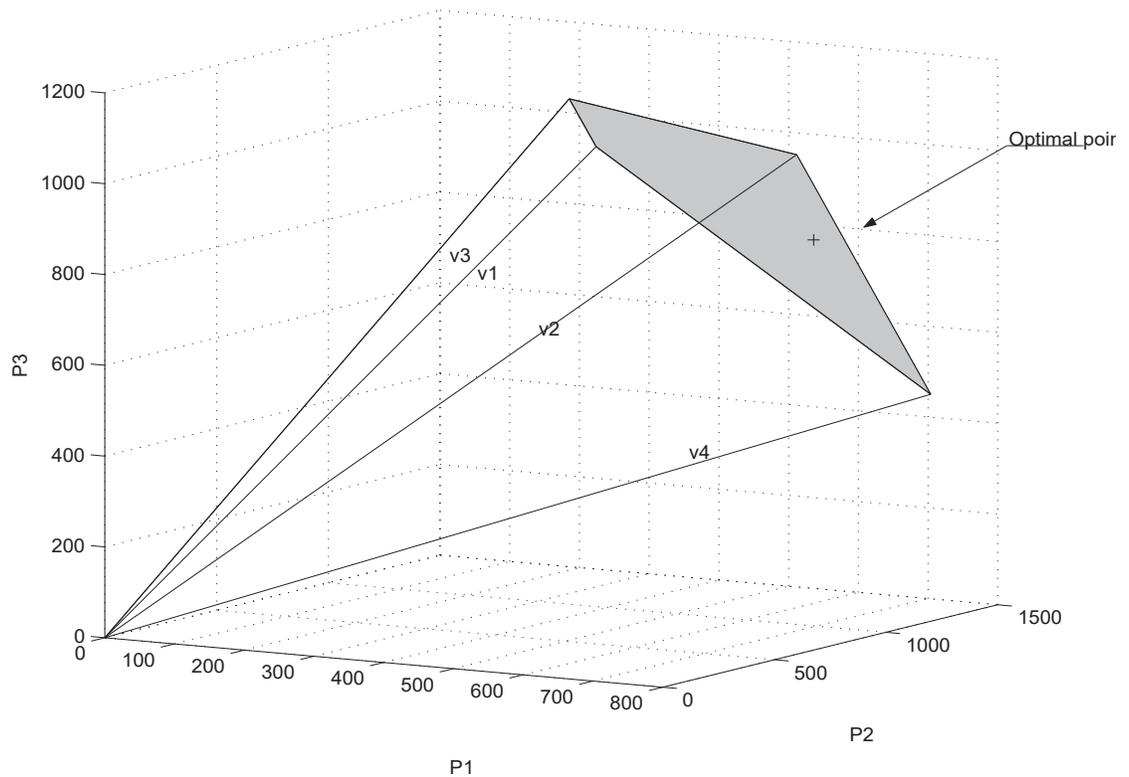
La tabla 6.1 muestra los datos correspondientes a tres generadores contenidos en la red bajo estudio. Primero se muestran los coeficientes de la función de costos de producción de cada unidad en \$/hr, para este caso es una función de costo cubica de la forma  $C_i(P_i) = \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2 + \lambda_i P_i^3$ , a continuación se muestran los límites de generación para cada unidad [18],

TABLA 5.1 DATOS DEL SISTEMA ELÉCTRICO DE PRUEBA DE WOLLENBERG

Unit	$\alpha_i$	$\beta_i$	$\gamma_i$	$\lambda_i$	$P_{MAX}$	$P_{MIN}$
1	749.550	6.950	9.680e-4	1.270e-7	800	320
2	1285.000	7.051	7.375e-4	6.453e-8	1200	300
3	1531.000	6.531	1.040e-3	9.980e-8	1100	275

Para este caso se considera una demanda de carga de 2500 MVA y sin considerar pérdidas, el caso fue previamente resuelto por el método de Newton [Wollenberg, 1984].

Los vectores base que definen el área de búsqueda son mostrados en la tabla 6.2 y figura 6.5. En esta figura se observa la región factible delimitada por las aristas a donde convergen los vectores base, esto permite realizar una búsqueda simplificada contenida únicamente en esta región delimitada.



**Figura 5.5** Espacio factible de búsqueda limitado por los vectores base encontrados para el caso Wollenberg

**TABLA 5.2** VECTORES BASE OBTENIDOS PARA EL CASO WOLENBERG.

$v$	$P_1$	$P_2$	$P_3$
<b>1</b>	320.0000	1080.0000	1100.0000
<b>2</b>	800.0000	600.0000	1100.0000
<b>3</b>	320.0000	1200.0000	980.0000
<b>4</b>	800.0000	1200.0000	500.0000

La solución calculada por los algoritmos AG, AG-VB, AG-Co evolutivo y Newton son mostrados en la Tabla 5.3. En esta tabla se observa como el método tradicional no cumple con la restricción de balance de energía, sobrepasando la generación total con 0.1 MVA a la demanda solicitada. Por otro lado, los resultados obtenidos por los tres primeros métodos tienen un comportamiento similar entregando los mejores resultados, aun cuando la diferencia entre los tres métodos es mínima lo más importante es comprobar que los resultados entregados por los métodos que usan AG cumplen cabalmente las restricciones impuestas al problema además de que no se requiere de ninguna modificación al método para incluir funciones de orden superior. Esto no es posible con el método de Newton ya que es necesario re calcular todas las ecuaciones del método para cada tipo de función de costos. Esta es una de las principales ventajas de estos métodos, pudiéndose integrar casos especiales de la función de costos para incluir algunos otros elementos como pueden ser servo válvulas o calentadores.

**TABLA 5.3** COMPARATIVA DE RESULTADOS

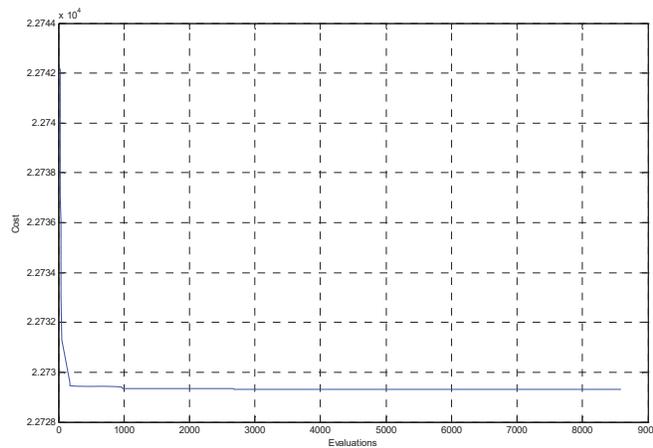
	<b>AG</b>	<b>AG-VB</b>	<b>GA Co evolutivo</b>	<b>Wood &amp; Wollenberg [18]</b>
<b>G<sub>1</sub></b>	724.9915	725.0078	724.991408	726.9000
<b>G<sub>2</sub></b>	910.1533	910.1251	910.153159	912.8000
<b>G<sub>3</sub></b>	864.8551	864.8670	864.855433	860.4000

<b>Gen Tot</b>	2500.0000	2500.0000	2500.0000	2500.1000
<b>costo</b>	22729.3245	22729.3245	22729.324579	22730.2167

Ahora

bien el

comportamiento de los tres algoritmos genéticos implementados es muy similar, sin embargo existe una diferencia en la forma de manejar el problema y además en el tiempo de obtención de resultados, el AG básico requiere ser modificado en caso de que se agreguen nuevas restricciones, el proceso evolutivo implementado es simple pero lento, mientras tanto el método de AG-VB también requiere ser modificado en caso de que se agreguen nuevas restricciones, sin embargo la delimitación de la región factible simplifica el proceso de búsqueda y por lo tanto, para casos con un número limitado de variables, el método resulta más rápido que el anterior. Finalmente el AG-Co evolutivo no requiere ser modificado al agregar restricciones de cualquier tipo, además de que es más rápido que los dos métodos anteriores.



**Figura 5.6** Proceso de evolución del mejor cromosoma para la red de prueba de Wollenberg.

### 5.6.2 Sistema eléctrico de prueba de Liang.

De igual forma que el caso anterior el caso de estudio de Liang [Liang, 1992] consta de tres generadores con una función de costos cubica, los datos de la red son mostrados en la Tabla 5.4. Este caso de estudio se presenta en [Liang, 1992] resuelto por Programación

Dinámica y Wong en [Wong, 1993] utilizando recocido simulado, ahora será resuelto con AG, AG-VB y AG-Co evolutivo,

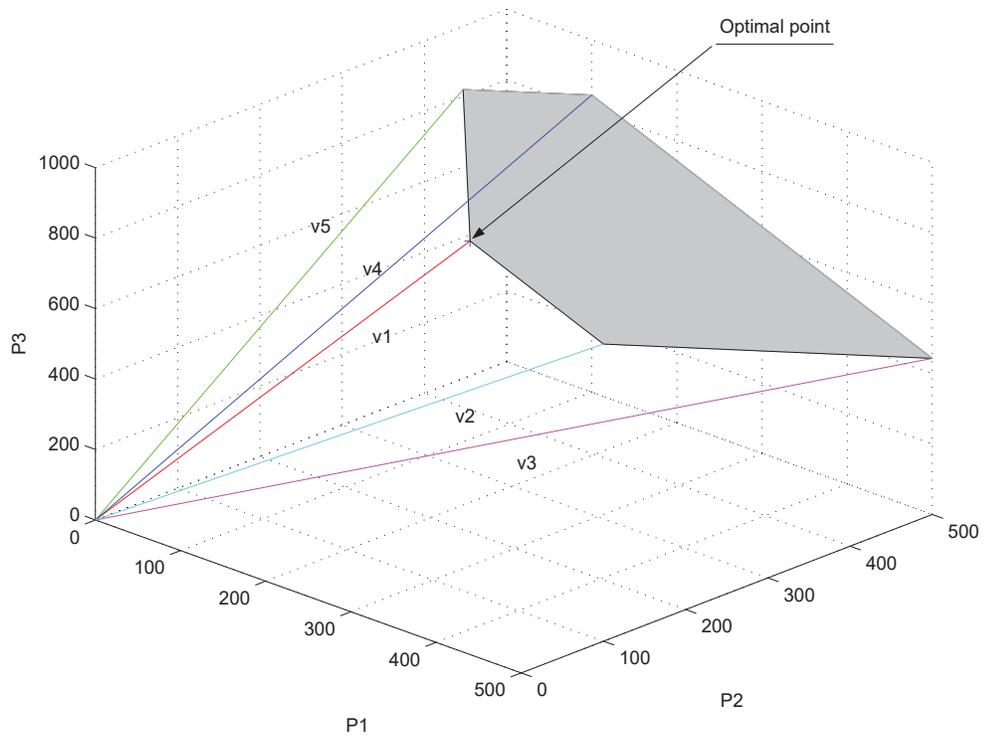
**TABLA 5.4 DATOS DE SISTEMA ELÉCTRICO DE PRUEBA DE LIANG**

Uni	$\alpha_i$	$\beta_i$	$\gamma_i$	$\lambda_i$	$P_{MAX}$	$P_{MIN}$
1	11.200	5.10238	-2.64290e-3	3.33333e-6	500	100
2	-632.000	13.01000	-3.05714e-2	3.33330e-5	500	100
3	147.144	4.28997	3.08450e-4	-1.76770e-7	1000	200

**TABLA 5.5 COEFICIENTES B**

	1	2	3
1	7.5e-5	5.0e-6	7.5e-6
2	5.0e-6	1.5e-5	1.0e-5
3	7.5e-6	1.0e-5	4.5e-5

Los vectores base obtenidos por el método de AG-VB son mostrados en la Tabla 5.6, estos vectores así como el punto óptimo son mostrados en forma gráfica en la figura 5. Se observa cómo la solución óptima del estudio de DE se encuentra dentro del área delimitada por los vectores base encontrados, además de comprobar que en un gran número de ocasiones el óptimo se encuentra en la frontera de la región factible.



**Figura 5.7** Espacio factible de búsqueda limitado por los vectores base encontrados para el caso Liang

**TABLA 5.6** VECTORES BASE OBTENIDOS PARA EL CASO LIANG.

$V$	$P_1$	$P_2$	$P_3$
1	343.40	100.00	1000.00
2	100.00	343.40	1000.00
3	100.00	500.00	843.40
4	500.00	500.00	443.40
5	500.00	100.00	843.40

TABLA 5.7 COMPARATIVA DE RESULTADOS.

Variables	AG	AG-VB	GA Co evolutivo	Liang [22]	Wong [13]
<b>G<sub>1</sub> (MW)</b>	356.9859	362.6701	376.14250	360.2000	376.1226
<b>G<sub>2</sub> (MW)</b>	407.1472	100.1685	100.05200	406.4000	100.0521
<b>G<sub>3</sub> (MW)</b>	679.2989	999.9816	986.25300	676.8000	986.2728
<b>Gen Tot. (MW)</b>	1443.4320	1462.8201	1462.44750	1443.4000	1462.4480
<b>Pérdidas</b>	43.4320	62.8201	62.44711	43.4425	62.4480
<b>Costo</b>	6642.6753	6639.7291	6639.50617	6642.4588	6639.5040

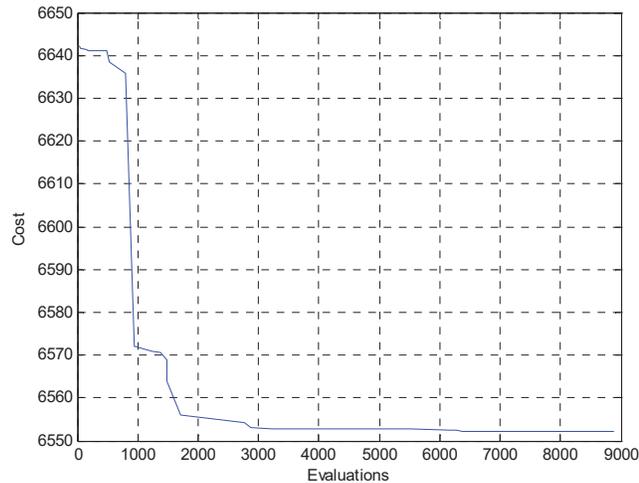


Figura 5.8 Proceso de evolución del mejor cromosoma para la red de prueba de Liang.

En esta comparativa se observa un buen desempeño en base a los resultados obtenidos con los métodos que utilizan AG, el AG básico tiene el peor resultado de los tres, sin embargo no hay que olvidar la simplicidad del método, por otro lado el método de AG-VB obtiene un mejor resultado y además el número de generaciones necesarias para llegar a ese valor fue de 60 menos que las reportadas por el método de AG, finalmente el método de AG-Coevolutivo además de entregar los mejores resultados de los tres lo hace más rápidamente obteniendo un resultado similar al reportado por el método de recocido simulado aplicado por Wong [Wong, 1993].

### 5.6.3 Sistema eléctrico de prueba de Breipohl.

La red eléctrica mostrada por Breipohl [Lee, 1992] y Orero [Orero, 1996] se compone de 15 unidades de generación y 4 de ellas tienen tres zonas prohibidas de operación, los datos de esta red son mostrados en la tabla 6.8 y las zonas prohibidas de operación se muestran en la tabla 6.8. en este caso de estudio la función de costos es discontinua para esos generadores, en este caso el método de Newton requiere ser replanteado para poder solucionar este caso, mientras tanto el AG solo requerirá conocer las zonas donde podrá generar soluciones y el proceso será el mismo que el explicado anteriormente. Los resultados obtenidos y su comparación es mostrada en la tabla 6.10.

**TABLA 5.8 DATOS DE SISTEMA ELÉCTRICO DE PRUEBA DE ARTHUR M. BREIPOHL**

Unidad	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$P_{MAX}$	$P_{MIN}$
1	671.0300	10.0700	0.000299	455	150
2	574.5400	10.2200	0.000183	455	150
3	374.5900	8.8000	0.001126	130	20
4	374.5900	8.8000	0.001126	130	20
5	461.3700	10.4000	0.000205	470	105
6	630.1400	10.1000	0.000301	460	135
7	548.2000	9.87000	0.000364	465	135
8	227.0900	11.5000	0.000338	300	60
9	173.7200	11.2100	0.000807	162	25
10	175.9500	10.7200	0.001203	160	20
11	186.8600	11.2100	0.003586	80	20
12	230.2700	9.9000	0.005513	80	20
13	225.2800	13.1200	0.000371	85	25
14	309.0300	12.1200	0.001929	55	15
15	323.7900	12.4100	0.004447	55	15

**TABLA 5.9 DATOS DE ZONAS DE OPERACIÓN PROHIBIDAS**

Unidad	Zona 1 (MW)		Zona 2 (MW)		Zona 3 (MW)	
2	185	225	305	355	420	450
5	180	200	260	335	390	420
6	230	255	365	395	430	455
12	30	55	65	75		

Los métodos convencionales de despacho económico como los métodos iterativos Lambda [Wollenberg, 1984; Stevenson, 1982], son usados convencionalmente para casi cualquier red eléctrica, el resultado obtenido muestra la operación de algunas unidades en zonas prohibidas de operación. El procedimiento usual para esta situación es cargar la unidad al valor factible más cercano y realizar un nuevo despacho hasta lograr un resultado aceptable, pero este procedimiento no necesariamente converge a una solución óptima, Fan y McDonald [Fan, 1992] así como Lee y Breiphoh [Lee, 1992] resuelven este problema realizando un despacho usando el método iterativo lambda y si algunas unidades se encuentran en zonas prohibidas realizan nuevamente un despacho de generación usando algunas reglas heurísticas para buscar la región factible donde se encuentra la solución óptima [Orero, 1996], mientras que C. Su [Su, 1995; Yalcinoz, 2000] emplean redes neurales de Hopfield y finalmente El-Gallad [El-Gallad, 2002] propone el método de optimización swarm modificado.

En la tabla 6.10 se observa como los resultados de cada uno de los métodos propuestos son similares en el costo total de generación, observando que el método propuesto en este artículo puede solucionar una gran variedad de problemas encontrando rápidamente la solución óptima sin necesidad de realizar grandes cambios en el algoritmo lo que lo hace muy versátil.

**TABLA 5.10** COMPARATIVA DE RESULTADOS BREIPOHL.

<i>Unidad</i>	<i>AG</i>	<i>AG-VB</i>	<i>AG-Co evolutivo</i>	<i>J. Y. Fan [24]</i>	<i>Fred N. Lee [23]</i>	<i>Fred N. Lee [23]</i>	<i>PSO [27]</i>	<i>hopfield [26]</i>	<i>hopfield [25]</i>	<i>Convencion al [27]</i>
1	450.73	450	450	450	450	455	449.208	454.6976	449.4	450
2	453.55	450	450	450	450	455	450	454.6976	450	450
3	129.72	130	130	130	130	130	129.999	129.3512	130	130
4	129.93	130	130	130	130	130	129.999	129.3512	130	130
5	335	335	335	335	335	346.3	335.001	244.9966	335	335
6	455	455	455.907	455	455	430	455.787	459.6919	455	455
7	460	465	464.0860	465	465	465	464.998	464.6916	464.9	465
8	60	60	60	60	60	60	60.002	60.0938	60	60
9	25	25	25	25	25	25	25	25.0496	25	25
10	20.1	20	20	20	20	20	20	89.1023	20	20
11	20.37	20	20	20	20	20	20	20.0338	20	20
12	55.6	55	55.007	55	55	58.7	55.002	63.1815	55	55
13	25	25	25	25	25	25	25	25.0527	25	25
14	15	15	15	15	15	15	15	15.0044	15	15
15	15	15	15	15	15	15	15	15.0044	15	15
<b>Tot.Gen</b>	2650	2650	2650	2650	2650	2650	2649.996	2650.0002	2649.3	2650.00

Costo	32546.7541	32544.9704	32545.1230 7	32544.9704	32544.970 4	32547.489 3	32544.962 5	32568.329 5	32537.746 2	32544.9704
-------	------------	------------	-----------------	------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	------------

Debe observarse que los resultados obtenidos por los métodos de las columnas 7, 8 y 9 no cumplen totalmente con la restricción de balance de energía, la diferencia que presentan afecta el costo total. Los resultados mostrados por Orero [Orero, 1996] varían aun mas pero es debido a que los valores de los coeficientes beta de las unidades 8 y 11 varían con respecto a los mostrados por los demás autores, por esa razón no se realiza la comparación de resultados con este método.

# Capítulo 6 Estudio de Flujos Óptimos de Potencia con Algoritmo Genético Co Evolutivo

## 6.1 Introducción

En sistemas eléctricos reales, las centrales de generación no se encuentran localizadas a la misma distancia de los centros de consumo, y los costos de los combustibles que utilizan son diferentes. Adicionalmente, la capacidad de generación es mayor que las pérdidas y la carga máxima del sistema, por tal razón existen muchas formas de planificar la generación de cada una de las centrales del sistema. En un sistema eléctrico interconectado el proceso de optimización busca encontrar la potencia activa y reactiva de cada unidad de generación de forma que permita optimizar los costos de operación [H.Saadat, 1999]. Esto quiere decir que, la potencia activa y reactiva del generador variarán dentro de los límites operativos de cada generador de forma que provean en conjunto la potencia necesaria para ser suministrada a la carga, esto al menor costo posible. Esto es lo que se conoce como *Flujos Óptimos de Potencia*.

En este capítulo se describe la aplicación del algoritmo genético co evolutivo aplicado al estudio de Flujos Óptimos de Potencia (FOP). El método propuesto incorpora las ventajas del manejo de restricciones y la programación evolutiva, en particular la coevolución de poblaciones paralelas, la reparación de individuos no factibles y el uso eficiente de operadores

genéticos. El método de FOP trabaja directamente sobre la formulación general del problema de FOP, proponiéndose el uso de dos sub poblaciones de soluciones candidatas, en una evolucionarán las soluciones codificadas del problema que cumplan con las restricciones lineales del problema y en la otra evolucionarán las soluciones codificadas del problema que cumplan con la totalidad de las restricciones del problema.

Las sub poblaciones implican la definición de parámetros extra como lo son el número de generaciones para la sub población 1 y otro para la sub población 2, además del número de individuos para ambas sub poblaciones. La evolución de las poblaciones se logra aplicando en forma aleatoria un conjunto de operadores genéticos y verificando en cada paso la factibilidad de los individuos resultantes, cuando una solución no factible aparece, es hecha factible mediante un operador especial. Para el presente enfoque, la solución "reparada" sustituye en la población a su original no factible, esta opción ha presentado buenos resultados.

## 6.2 Formulación General del Problema de FOP.

Para el propósito de este trabajo, es posible representar el problema de FOP de la siguiente manera [Christensen, 1987],

Función objetivo,

$$\text{Min } C_T = \sum_{i \in N} C_i (P_{G_i}) \quad (6.1)$$

Restricciones de igualdad,

$$P_{G_i} = P_{D_i} + \sum_{m \in N} V_i V_m Y_{im} \cos(\delta_i - \delta_m - \gamma_{im}) \quad (6.2)$$

$$Q_{G_i} = Q_{D_i} + \sum_{m \in N} V_i V_m Y_{im} \sin(\delta_i - \delta_m - \gamma_{im}) \quad (6.3)$$

Restricciones de desigualdad

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad (6.4)$$

$$P_{G_i}^{\min} \leq P_{G_i} \leq P_{G_i}^{\max} \quad (6.5)$$

$$Q_{G_i}^{\min} \leq Q_{G_i} \leq Q_{G_i}^{\max} \quad (6.6)$$

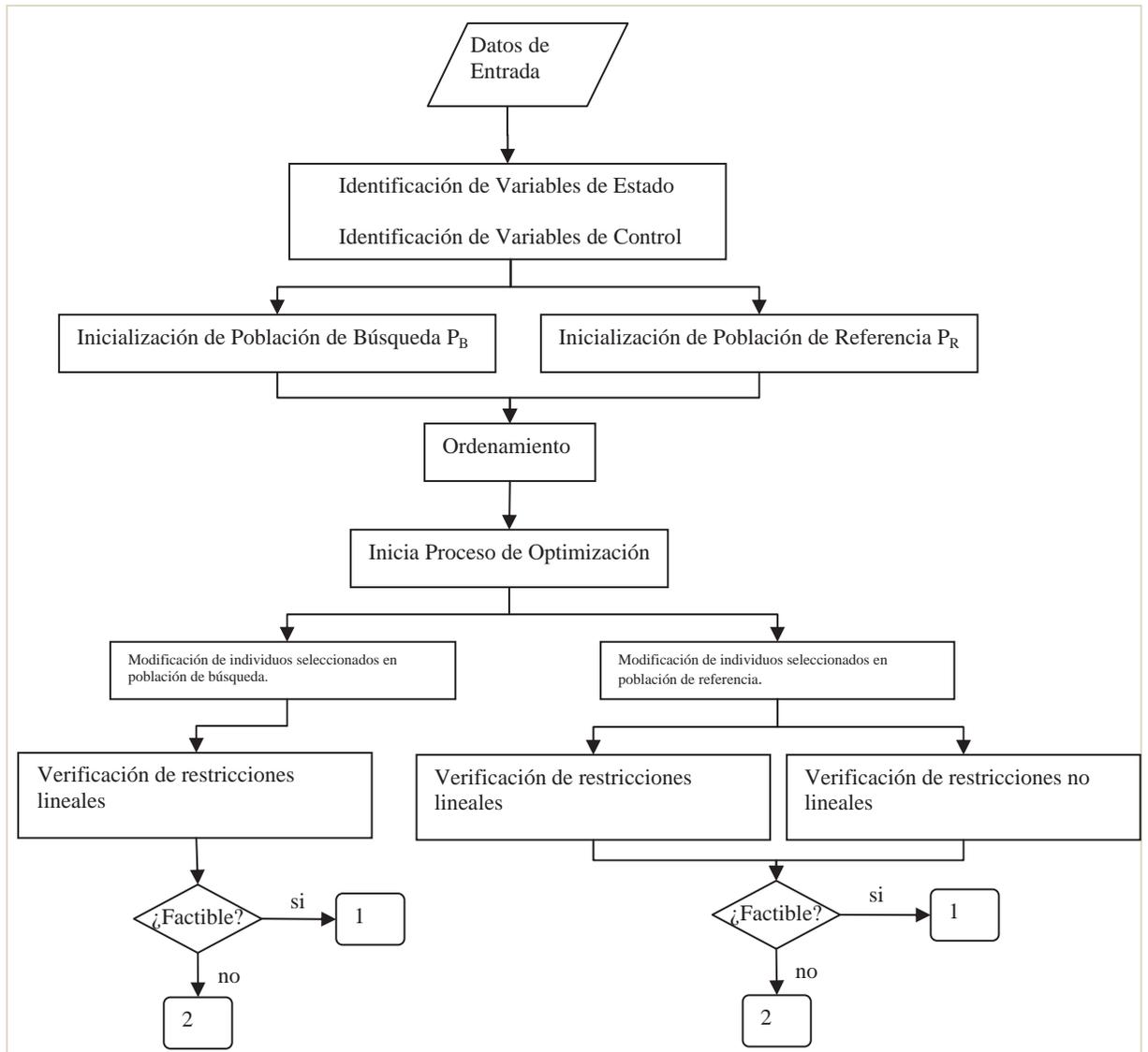
$$t_{im}^{\min} \leq t_{im} \leq t_{im}^{\max} \quad (6.7)$$

$$Q_{c_i}^{\min} \leq Q_{c_i} \leq Q_{c_i}^{\max} \quad (6.8)$$

La función Objetivo representa el criterio (índice de rendimiento) usado para la optimización. La función objetivo utilizada para el estudio de flujos óptimos de potencia es la de mínimo costo de generación, sin embargo puede aplicarse cualquiera de las mencionadas en el capítulo 4. Las restricciones incluidas en la formulación son un subconjunto de las restricciones mostradas en el capítulo 4. Además, todas las restricciones deben de cumplirse durante cada paso evolutivo del algoritmo.

### 6.3 Implementación del Método Propuesto.

El método de solución al problema de FOP propuesto se basa en la representación general de FOP, y combina técnicas de manejo de restricciones con programación evolutiva, considerando la representación de punto flotante. Las técnicas de manejo de restricciones, la programación evolutiva y la representación de punto flotante son tratados en el capítulo 5. El diagrama de flujo general del método propuesto es mostrado en la Figura 6.1. Los componentes principales del método de FOP propuesto son descritos a continuación.



**Figura 6.1 a** Diagrama de flujo general del método propuesto.

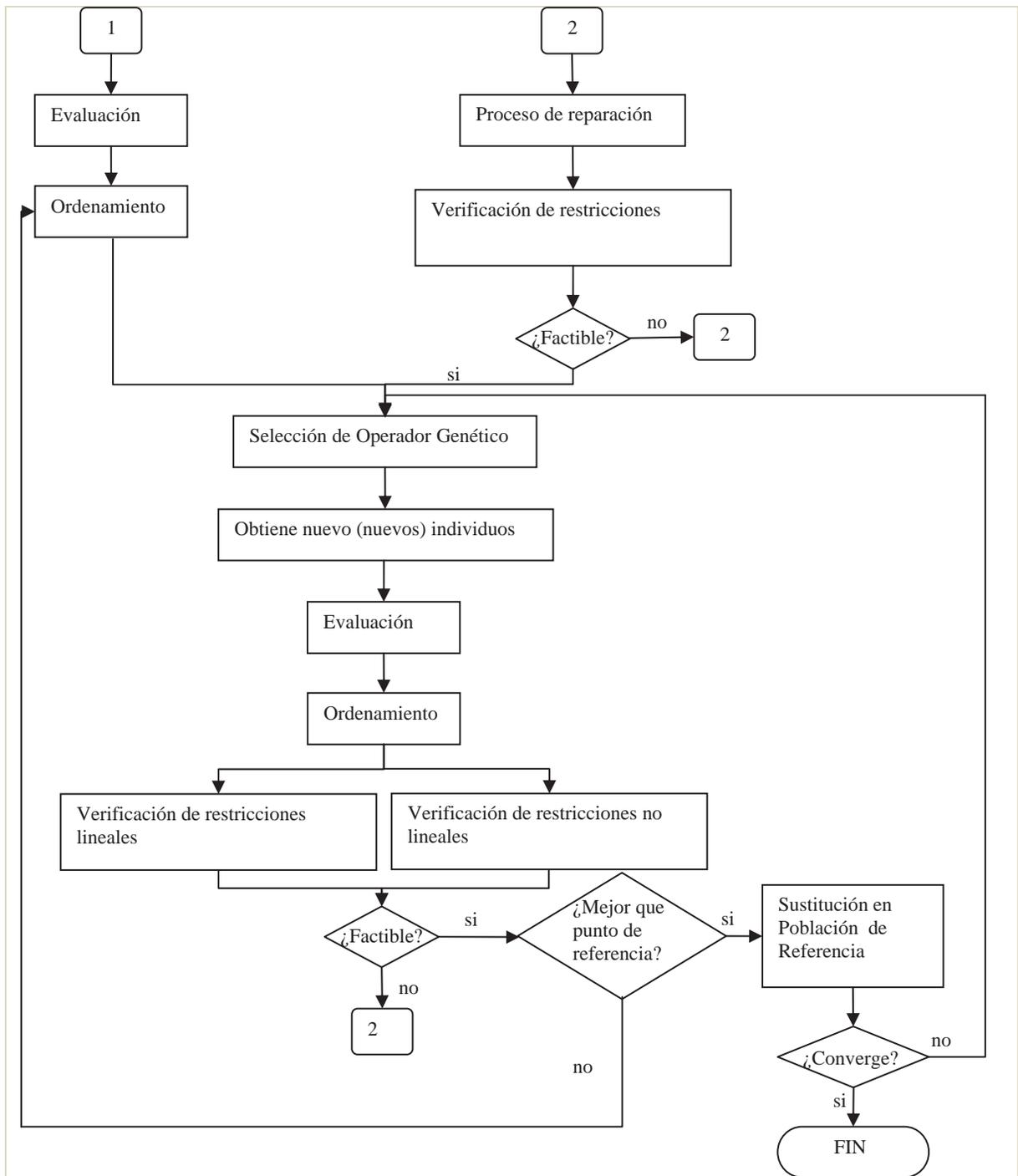


Figura 7.1 b Diagrama de flujo general del método propuesto.

### 6.3.1 Representación de Individuos Candidatos en Poblaciones de Búsqueda y Referencia.

El algoritmo inicia definiendo las variables control y dependientes a partir de la lectura de datos del sistema, se definen las poblaciones de búsqueda y referencia con un número de individuos definido por el usuario, en base a las pruebas realizadas durante el diseño del algoritmo se observó que manteniendo generalmente una población de referencia igual o mayor de 5 individuos y para la población de búsqueda una población de 20 individuos los resultados obtenidos eran los mismos aun cuando estas poblaciones se hacían mayores, además de que se disminuye significativamente el tiempo de ejecución del programa.

Ahora bien la representación de cada individuo de cada población representa una solución candidata factible al problema de FOP.

$$\mathbf{X}_{C_i}^k = \left[ X_{P_G} \quad X_{Q_G} \quad X_V \quad X_{tap} \quad X_{Q_{comp}} \right]^{(k)} \quad 1 \leq i \leq N_{pop} \quad (6.9)$$

Para este caso, el vector solución al problema de FOP es dado únicamente por el conjunto de variables de control, ya que las variables dependientes son obtenidas directamente de un estudio de flujos de potencia utilizando el método de Newton Raphson, que estarán contenidas en un arreglo independiente ligado al individuo que le dio origen. De forma que este vector solución  $\mathbf{X}_{C_i}^k$  solo contiene las variables correspondientes a potencia activa  $X_{P_G}$ , potencia reactiva de las unidades generadoras  $X_{Q_G}$  (para ambos casos excepto para el nodo de referencia o slack), magnitud de voltaje de los nodos de generación  $X_V$ , potencia reactiva de compensadores en derivación  $X_{Q_{comp}}$  y tap de transformadores  $X_{tap}$ .

### 6.3.2 Proceso de Inicialización.

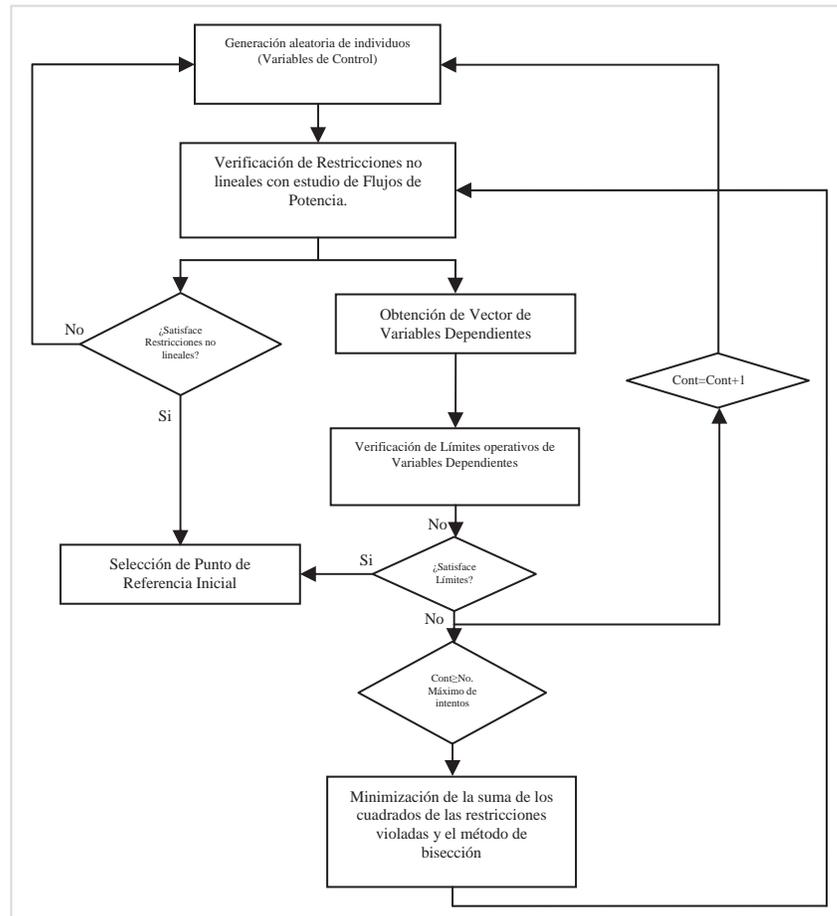
El proceso requiere asignar valores iniciales a las variables contenidas en cada solución factible de cada una de las poblaciones. Para inicializar cada cromosoma en el espacio factible

de búsqueda, cada valor de cada gen es seleccionado aleatoriamente dentro de los límites correspondientes de las variables de control de cada gen de la solución propuesta,

$$X_j^i = X_j^{\min} + \alpha_j^{(k)} (X_j^{\max} - X_j^{\min}) \quad (6.10)$$

donde  $X_j^{\min}$  y  $X_j^{\max}$  denotan el límite inferior y superior de la variable de control correspondiente del  $j$ -ésimo gen, respectivamente. La variable  $\alpha_j^{(k)}$  denota un número aleatorio obtenido de una distribución uniforme en un rango entre [0,1].

La generación de puntos de referencia inicial es algo complicado de lograr. A continuación se explica brevemente con ayuda de la figura 7.2 el proceso de inicialización esencial para la obtención de nuevos individuos.



**Figura 6.2** Proceso de Inicialización de poblaciones.

El primer paso para obtener a estos individuos es comprobar si estos individuos propuestos en forma aleatoria cumplen con las restricciones no lineales del problema. Esta verificación de las restricciones no lineales se realiza con ayuda de un estudio de flujos de potencia, donde además se obtendrá un vector con las variables dependientes realizando la verificación de sus límites operativos. Al encontrar un individuo que cumpla con todas las restricciones y las variables dependientes obtenidas a partir de este individuo cumplan también con sus restricciones de dominio, entonces, este individuo será seleccionado como el punto de referencia inicial  $X_{ref}^{(1)}$ . En caso de no encontrarse ningún individuo idóneo para estar contenido en la población de referencia se aplica el método de generación a partir de la minimización de la suma de los cuadrados de las restricciones violadas y el método de bisección.

Después de que ha sido creada una población de diferentes individuos de referencia  $X_{ref}$  y se tienen los diferentes individuos de la población de búsqueda  $X_{search}$ , se generan los nuevos puntos en el segmento entre el punto de referencia  $X_{ref}^{(i)}$  y el punto de búsqueda  $X_{search}^{(i)}$  por el método de generación de puntos iniciales factibles descrito en la sección 5.7.

Si los puntos son factibles, se genera un nuevo punto en el segmento entre los puntos de referencia y búsqueda, si la región factible es convexa este nuevo punto generado será factible. Si la región factible no es convexa, el nuevo punto generado podrá ser no factible. Entonces para buscar nuevos puntos factibles se utiliza el método de bisección realizando el procedimiento descrito en la sección 5.7.

Una vez que han sido generadas las poblaciones, todos los individuos contenidos en la población de búsqueda cumplen con las restricciones lineales impuestas por el sistema y los individuos contenidos en la población de referencia cumplirán además con las restricciones no lineales del sistema. Esta verificación se realiza con un estudio de flujos de potencia, y el vector con las variables dependientes resultantes son verificadas para que estén dentro de sus límites operativos. En caso de que alguna de las variables dependientes este fuera de límites, el cromosoma que lo origina será reinsertado al proceso de reparación. El siguiente paso será

evaluar en la función objetivo a todos los individuos de ambas poblaciones y se ordenaran en orden ascendente de acuerdo al menor costo de producción.

### 6.3.3 Proceso de Verificación de Población Inicial.

El siguiente paso es el de realizar una selección heurística de los operadores genéticos explicados en el capítulo 5. Según sea el tipo de operador que sea seleccionado, se realizará una selección ponderada del o los individuos que serán afectados por este operador seleccionado. Esto se realiza una vez que las poblaciones se encuentran ordenadas desde el individuo con menor costo de producción al individuo con el peor costo de producción, asignándose una probabilidad de selección  $p_i$  para cada uno de ellos de acuerdo a su posición en la población. La probabilidad de selección  $p_i$ , del  $i$ -ésimo individuo ordenado es determinada por [Lee, 1985],

$$p_i = c \cdot (1 - c)^{i-1} \quad (6.11)$$

donde  $c \in (0,1)$  representa la probabilidad cuando se selecciona al mejor individuo de la población, de forma que para valores de  $c$  grandes existe una mayor probabilidad de selección.

Realizando la selección de uno o varios de los individuos de la población de búsqueda  $X_{search2}^{(i)}$  para ser perturbados de acuerdo al operador genético que sea previamente elegido, se obtengan los nuevos individuos que busquen ser integrados a alguna de las poblaciones del método, esto de acuerdo al tipo de restricciones que sean satisfechas, si se satisfacen las restricciones no lineales y además tiene una aptitud mejor que alguno de los individuos de la población de referencia será integrado a esta población, en caso de no tener una mejor aptitud que ninguno de los individuos de esta población el nuevo individuo será integrado a la población de búsqueda. Los individuos seleccionados corresponden a la población de búsqueda por lo que solo se han verificado para que cumplan con las restricciones no lineales.

A diferencia del algoritmo genético básico donde el individuo de la población de búsqueda con menor adaptación al problema sería eliminado de ella, en este caso se conservan para generar nuevos individuos, lo que se convierte en una ventaja ya que posiblemente con

una pequeña perturbación en alguna de las variables de control de ese individuo se puede obtener como resultado un individuo con una mejor adaptación. Sin embargo, esto no se realiza en forma generalizada, sino que se hace una selección en base a la distribución de probabilidad de los individuos de toda la población. Si el individuo obtenido tiene una mejor aptitud que el último individuo de la población, este último será remplazado en ella.

#### 6.3.4 Proceso de Optimización.

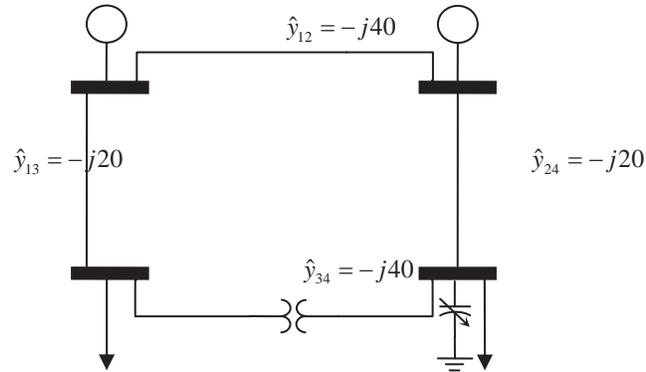
Después de verificados los individuos iniciales de las poblaciones de búsqueda y referencia se inicia el proceso de optimización, este proceso inicia con la aplicación aleatoria de los operadores genéticos explicados anteriormente y como resultado de la aplicación de estos operadores se obtendrán nuevos individuos que serán integrados a la población de búsqueda según su aptitud, realizando una verificación de restricciones. De nueva cuenta, si el individuo es mejor que alguno de los contenidos en la población de referencia, este último será sustituido por el primero. Esto se repetirá un número definido de generaciones hasta satisfacer el criterio de convergencia.

El proceso de optimización termina al llegar al número máximo de generaciones, en cuyo caso, la solución será el mejor individuo contenido en la población de referencia. El segundo criterio de paro es cuando se cumpla con una tolerancia  $\|X_{C_i}^{(k+1)} - X_{C_i}^{(k)}\| \leq \varepsilon$ , donde  $\varepsilon$  es un número positivo muy pequeño,  $X_{C_i}^{(k+1)}$  es el mejor individuo de la población de referencia de la última generación y  $X_{C_i}^{(k)}$  es el mejor individuo de la población de referencia de la penúltima generación.

### 6.4 Caso de Estudio 1.

En esta sección se presenta un caso de estudio simple que muestra al proceso evolutivo aplicado al estudio de FOP. La Figura 7.3 muestra una red eléctrica de 4 nodos y 2

generadores, 2 cargas, 4 líneas de transmisión un compensador en derivación y un transformador convencional, que será utilizada para describir el método implementado.



**Figura 6.3** Diagrama unifilar de la red eléctrica de 4 nodos.

Las admitancias de rama son dadas en por unidad con una base del sistema de 100 MVA. Los generadores se encuentran conectados en los nodos 1 y 2, y las cargas en los nodos 3 y 4. El nodo 1 es considerado como nodo de referencia y el nodo 2 como nodo de voltaje controlado. Las cargas instaladas en los nodos 3 y 4 son de  $1.6+j0.4 pu$  y  $1.8+j0.4 pu$ , respectivamente. El transformador convencional está instalado entre los nodos 3 y 4 y se utiliza el modelo básico de transformador de regulación mostrado por B.F. Wollenberg [11]. El banco de capacitores instalado en el nodo 4 es modelado como una inyección de potencia reactiva. Los coeficientes de la función de costos para ambos generadores es,

$$C_1(P_{G1}) = 200 + 6.5P_{G1} + 4.0 \times 10^{-3} P_{G1}^2 \quad (\$/hr)$$

$$C_2(P_{G2}) = 300 + 5.0P_{G2} + 3.0 \times 10^{-3} P_{G2}^2 \quad (\$/hr)$$

La matriz de admitancias de bus es dada por,

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} & \hat{Y}_{12} & \hat{Y}_{13} & \hat{Y}_{14} \\ \hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{22} & \hat{Y}_{23} & \hat{Y}_{24} \\ \hat{Y}_{31} & \hat{Y}_{32} & \hat{Y}_{33} & \hat{Y}_{34} \\ \hat{Y}_{41} & \hat{Y}_{42} & \hat{Y}_{43} & \hat{Y}_{44} \end{bmatrix}$$

donde,

$$\begin{aligned}
\hat{Y}_{11} &= \hat{y}_{12} + \hat{y}_{13} & \hat{Y}_{12} &= -\hat{y}_{12} & \hat{Y}_{13} &= -\hat{y}_{13} & \hat{Y}_{14} &= 0 \\
\hat{Y}_{21} &= -\hat{y}_{12} & \hat{Y}_{22} &= \hat{y}_{12} + \hat{y}_{24} & \hat{Y}_{23} &= 0 & \hat{Y}_{24} &= -\hat{y}_{24} \\
\hat{Y}_{31} &= -\hat{y}_{13} & \hat{Y}_{32} &= 0 & \hat{Y}_{33} &= \hat{y}_{13} + t_{34}^2 \hat{y}_{34} & \hat{Y}_{34} &= -t_{34} \hat{y}_{34} \\
\hat{Y}_{41} &= 0 & \hat{Y}_{42} &= -\hat{y}_{24} & \hat{Y}_{43} &= -t_{34} \hat{y}_{34} & \hat{Y}_{44} &= \hat{y}_{24} + \hat{y}_{34}
\end{aligned}$$

El objetivo del problema es el de minimizar los costos de generación de energía, por lo tanto la función objetivo es,

$$C = \min \sum_{i=1}^{N_{gen}} C_i(P_{Gi})$$

Sujeto a las siguientes restricciones,

- Restricciones de balance de potencia activa, incluye todos los nodos a excepción del nodo de referencia,

$$\begin{aligned}
P_{G2} &= \sum_{i=1}^4 V_2 V_i Y_{2i} \cos(\delta_2 - \delta_m - \theta_{2i}) \\
-1.6 &= \sum_{i=1}^4 V_3 V_i Y_{3i} \cos(\delta_3 - \delta_m - \theta_{3i}) \\
-1.8 &= \sum_{i=1}^4 V_4 V_i Y_{4i} \cos(\delta_4 - \delta_m - \theta_{4i})
\end{aligned}$$

- Restricciones de balance de potencia reactiva, incluye todos los nodos de carga,

$$\begin{aligned}
-0.4 &= \sum_{i=1}^4 V_3 V_i Y_{3i} \sin(\delta_3 - \delta_m - \theta_{3i}) \\
Q_{C4} - 0.4 &= \sum_{i=1}^4 V_4 V_i Y_{4i} \sin(\delta_4 - \delta_m - \theta_{4i})
\end{aligned}$$

- Limites de generación de potencia activa

$$0.20 \leq P_{G1} \leq 2.60$$

$$0.40 \leq P_{G2} \leq 2.20$$

- Limites de generación de potencia reactiva

$$-0.20 \leq Q_{G1} \leq 1.20$$

$$-0.10 \leq Q_{G2} \leq 1.00$$

- Limites de magnitud de voltaje

$$0.95 \leq V_1 \leq 1.05$$

$$0.95 \leq V_2 \leq 1.05$$

$$0.95 \leq V_3 \leq 1.05$$

$$0.95 \leq V_4 \leq 1.05$$

- Limites de taps del transformador

$$0.90 \leq t_{34} \leq 1.10$$

- Limites de compensación de potencia reactiva

$$0.10 \leq Q_{C4} \leq 0.50$$

Ya que el método propuesto opera a partir de la formulación general y la evolución de dos poblaciones independientes, y aun cuando el sistema de prueba es de únicamente 4 nodos, el proceso de optimización se vuelve un poco complicado por lo que primero se deberán definir las variables que estarán contenidas en cada solución propuesta.

De acuerdo con las secciones 4.3 y 4.4, las variables de control correspondientes al sistema serán, la potencia activa generada por el generador 2, las magnitudes de voltaje de los nodos 1 y 2, el tap del transformador localizado entre los nodos 3 y 4, y la potencia reactiva suministrada por el banco de capacitores conectado en el nodo 4. Por lo que entonces cada solución propuesta tendrá la siguiente composición,

$$X = [V_1 \quad V_2 \quad P_{G_2} \quad Q_{C_4} \quad t_{34}]^T$$

Las variables dependientes se agruparán en un vector asociado con su correspondiente vector solución, este vector tiene la siguiente composición,

$$X_{DV} = [P_{G_1} \quad Q_{G_1} \quad Q_{G_2} \quad \delta_2 \quad V_3 \quad \delta_3 \quad V_4 \quad \delta_4]^T$$

Una vez definidas las variables de control y las variables dependientes. Los vectores asociados a las variables de control  $X$  son inicializados con valores aleatorios dentro de sus límites obteniéndose,

$$X_{search2}^{(1)} = [1.0490 \quad 0.9519 \quad 2.1079 \quad 0.4189 \quad 1.0545]^T$$

$$X_{ref1}^{(1)} = [0.9501 \quad 0.9837 \quad 1.8879 \quad 0.4760 \quad 1.0988]^T$$

Una vez que han sido inicializados los vectores de soluciones candidatas  $X$ , un estudio de flujos de potencia es aplicado para obtener el vector de variables dependientes o de estado  $X_{DV}$ , después de realizar la corrida para cada uno de las soluciones candidatas, se obtiene,

$$X_{search DV_2}^{(1)} = [1.2653 \quad 12.9941 \quad -12.1413 \quad 0.0587 \quad 1.0477 \quad -0.1622 \quad 1.0019 \quad -0.1520]^T$$

$$X_{ref DV_1}^{(1)} = [2.1241 \quad 2.0357 \quad -1.4131 \quad -0.0761 \quad 0.9584 \quad -0.2281 \quad 0.9236 \quad -0.2871]^T$$

Una vez obtenidas todos los valores de todas las variables, de control y dependientes, de las dos poblaciones, se aplica entonces, el proceso de evaluación y ordenamiento. Con estos datos el proceso de optimización se inicia, primero realizando la selección ponderada de los individuos de la población de búsqueda y la selección del operador genético que será aplicado.

Finalmente el resultado es mostrado en un archivo de salida, el cual tiene la siguiente distribución. El primer bloque, figura 7.4, muestra las variables de entrada al proceso evolutivo. El segundo bloque contiene los límites de las variables de control que fueron definidas. En tercer lugar se muestra la distribución de probabilidad utilizada para la selección de los individuos y de los operadores genéticos.

```

Algoritmos Geneticos

Optimizacion Restringida

-- DATOS GENERALES -----
No. de variables .....: 5
No. de igualdades no lineales .....: 0
No. de desigualdades no lineales .....: 0
No. de desigualdades lineales .....: 0
No. de dominios .....: 5
Tamano de poblacion de referencia ....: 5
Tamano de poblacion de busqueda .....: 20
No. de operadores .....: 8
No. total de evaluaciones .....: 10000
Periodo de evolucion de pob. de ref. .: 100
No. descendencia para poblacion de ref.: 10
Seleccion de metodo de punto de ref. .: 0
Met. de reparacion de pto. de busq. .: 0

```

```

Porcentaje de remplazo de pto. busq. .: 0.250000
Metodo inicializacion punto refer. ....: 0
Metodo inicializacion punto busq. ....: 1
Tipo funcion Objectivo .....: 1
No. de caso de estudio.....: 5
Factor de precision .....: 0.000000
Modo control Frecuencia .....: 0

Restricciones de Dominio:

0.95    1    1.05
0.95    2    1.05
0.4     3    2.2
0.1     4    0.5
0.9     5    1.1

Operadores de distribucion de probabilidad:

Operador 1 ha sido usado 870 veces.
Operador 2 ha sido usado 924 veces.
Operador 3 ha sido usado 942 veces.
Operador 4 ha sido usado 847 veces.
Operador 5 ha sido usado 1746 veces.
Operador 6 ha sido usado 1013 veces.
Operador 7 ha sido usado 899 veces.
Operador 8 ha sido usado 2744 veces.

Normalizados

Operadores de distribucion de probabilidad:

Operador No. 1 :    0.086758
Operador No. 2 :    0.0913242
Operador No. 3 :    0.0958904
Operador No. 4 :    0.086758
Operador No. 5 :    0.182648
Operador No. 6 :    0.0958904
Operador No. 7 :    0.086758
Operador No. 8 :    0.273973

```

**Figura 6.4** Sección inicial del archivo de salida.

El siguiente bloque, Figura 7.5, es el correspondiente a la presentación del proceso de optimización, en el se muestra cuando en la población de referencia se encuentra un individuo que además de satisfacer todas las restricciones del problema es también el de mejor costo obtenido, el archivo de salida mostrara primero el mejor costo de producción de la primera generación que logre una mejoría con respecto al primer individuo encontrado, seguida de la presentación de los resultados de las siguientes generaciones que logren una nueva mejoría hasta obtener la solución óptima al problema.

```

Proceso de optimizacion

Mejor Valor de Generacion 25 es: 519.085722

Evaluacion No.: 26.00000000; Best Ref. Val.: 519.08572185
Evaluacion No.: 28.00000000; Best Ref. Val.: 518.95130736
Evaluacion No.: 29.00000000; Best Ref. Val.: 518.95130736
Evaluacion No.: 32.00000000; Best Ref. Val.: 518.67550320

```

Evaluacion No.:	70.00000000;	Best Ref. Val.:	518.67548514
Evaluacion No.:	110.00000000;	Best Ref. Val.:	511.58211750

**Figura 6.5** Sección del proceso de optimización del archivo de salida.

Los siguientes valores mostrados, Figura 7.6, son los resultados obtenidos del estudio de flujos de potencia realizado con los individuos con mejor desempeño en las poblaciones, primero de búsqueda y finalmente el de referencia, siendo este último resultado la solución optima al problema.

### Mejor individuo de la Población de Búsqueda

Mejor vector encontrado																	
1.050000		0.950000		2.200000		0.500000		0.900000									
bus	tipo	Pg	Qg	Pinf	Psup	Qinf	Qsup	Pd	Qd	Vm	Vinf	Vsup	Ang	shunt	shunt inf	shunt up	Tap
1.0	1.0	1.178	36.348	0.200	2.600	-0.200	1.200	0.000	0.000	1.050	0.950	1.050	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000
2.0	2.0	2.200	-32.170	0.400	2.200	-0.100	1.000	0.000	0.000	1.000	0.950	1.050	0.001	0.000	0.000	0.000	1.000
3.0	0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.600	0.400	1.006	0.950	1.050	-0.003	0.000	0.000	0.000	1.000
4.0	0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.800	0.400	1.039	0.950	1.050	-0.003	0.500	0.100	0.500	0.900
Maximo Error de Potencia Mismatch = 0.000381813																	
No. de Iteraciones = 8																	
Bus No.	Voltaje Mag.	Angulo Grados	----Carga-----		---Generacion---		Inyeccion										
			MW	Mvar	MW	Mvar	Mvar										
1	1.050	0.000	0.000	0.000	1.178	36.348	0.000										
2	1.000	0.066	0.000	0.000	2.200	-32.170	0.000										
3	1.006	-0.163	1.600	0.400	0.000	0.000	0.000										
4	1.039	-0.144	1.800	0.400	0.000	0.000	0.500										
Total			3.400	0.800	3.378	4.179	0.500										
Flujos en las Lineas y Perdidas																	
--Linea-- desde:	a:	Pot. en bus	Flujo de linea	--Perdidas--	Trafo												
		MW	Mvar	MW	tap												
1	2	1.178	36.348	36.367													
	3	-0.302	13.125	13.129	0.000	0.625											
		1.502	23.233	23.282	0.000	0.983											
2	1	2.200	-32.170	32.245													
	4	0.302	-12.500	12.503	0.000	0.625											
		1.898	-19.642	19.733	0.000	0.779											
3	1	-1.600	-0.400	1.649													
	4	-1.502	-22.250	22.300	0.000	0.983											
		-0.098	21.850	21.850	0.000	1.529	0.900										
4	2	-1.800	0.100	1.803													
	3	-1.898	20.421	20.509	0.000	0.779											
		0.098	-20.321	20.321	0.000	1.529											
Perdidas Totales					0.000	3.917											

**Figura 6.6** Estudio de Flujos de Potencia para el mejor individuo obtenido de la población de búsqueda mostrado en el archivo de salida.

Para el mejor individuo de la población de búsqueda se observa como las variables de control se encuentran dentro de los límites operativos especificados; sin embargo, al verificar

los límites operativos de las variables dependientes los valores correspondientes a la potencia reactiva generada en los nodos 1 y 2 se encuentran fuera, por lo que esta solución propuesta aun cuando tiene un mejor costo de producción que la dada por la población de referencia, no podrá ser considerada como la solución óptima.

Por último el archivo de salida muestra el estudio de Flujos de Potencia para el mejor individuo de la Población de referencia, Figura 7.7, el cual corresponde a la solución óptima del problema. Esta solución cumple con todas las restricciones existentes y además tiene un bajo costo de producción.

bus	tipo	Pg	Qg	Pinf	Psup	Qinf	Qsup	Pd	Qd	Vm	Vinf	Vsup	Ang	shunt	shunt inf	shunt up	Tap
1.0	1.0	1.221	0.452	0.200	2.600	-0.200	1.200	0.000	0.000	1.050	0.950	1.050	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000
2.0	2.0	2.200	0.535	0.400	2.200	-0.100	1.000	0.000	0.000	1.030	0.950	1.050	0.001	0.000	0.000	0.000	1.000
3.0	0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.600	0.400	1.059	0.950	1.050	-0.003	0.000	0.000	0.000	1.000
4.0	0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.800	0.400	1.019	0.950	1.050	-0.002	0.100	0.100	0.500	1.061

Maximo Error de Potencia Mismatch = 0.00037163  
No. de Iteraciones = 5

Bus No.	Voltaje Mag.	Angulo Grados	----Carga-----		---Generacion---		Inyeccion
			MW	Mvar	MW	Mvar	Mvar
1	1.050	0.000	0.000	0.000	1.221	0.452	0.000
2	1.030	0.067	0.000	0.000	2.200	0.535	0.000
3	1.059	-0.156	1.600	0.400	0.000	0.000	0.000
4	1.019	-0.138	1.800	0.400	0.000	0.000	0.100
Total			3.400	0.800	3.421	0.987	0.100

Flujos en las Lineas y Perdidas

--Línea-- desde:	a:	Pot. en bus	Flujo de línea	--Perdidas--	Trafo
		MW	Mvar	MW	Mvar
1	2	1.221	0.452	1.302	
	3	-0.318	5.250	5.260	0.100
		1.518	-4.788	5.023	0.046
2	1	2.200	0.535	2.264	
	4	0.318	-5.150	5.160	0.100
		1.882	5.713	6.014	0.068
3	1	-1.600	-0.400	1.649	
	4	-1.518	4.834	5.067	0.046
		-0.082	-5.234	5.235	0.110
					1.061
4	2	-1.800	-0.300	1.825	
	3	-1.882	-5.644	5.950	0.068
		0.082	5.344	5.345	0.110
Pérdidas Totales				-0.000	0.324

x[1] = 1.050000  
x[2] = 1.050000  
x[3] = 2.200000  
x[4] = 0.100000  
x[5] = 1.061318  
cost = 2.5985e+003

**Figura 6.7** Estudio de Flujos de Potencia para el mejor individuo obtenido de la población de referencia mostrado en el archivo de salida.

Los datos de entrada al programa son introducidos con el siguiente formato como un archivo de texto,

nenv	nrec	R	X	Bsh	tap	tap_low	tap_up
1	2	0.0	0.4	0.0	1	0.0	0.0
1	3	0.0	0.2	0.0	1	0.0	0.0
2	4	0.0	0.2	0.0	1	0.0	0.0
3	4	0.0	0.4	0.0	1.04	0.9	1.1

b u s	tn	Vm	D	Pg	Qg	Pd	Qd	Q <sub>min</sub>	Q <sub>max</sub>	shunt	V <sub>low</sub>	V <sub>up</sub>	Pg <sub>low</sub>	Pg <sub>up</sub>	shunt _low	shunt _up
1	1	1.02	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.2	1.2	0.0	0.95	1.05	0.2	2.6	0.0	0.0
2	2	1.03	0.0	2.04	0.0	0.0	0.0	-0.1	1	0.0	0.95	1.05	0.4	2.2	0.0	0.0
3	0	1.0	0.0	0.0	0.0	1.6	0.4	0.0	0.0	0.0	0.95	1.05	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0	1.0	0.0	0.0	0.0	1.8	0.4	0.0	0.0	0.36	0.95	1.05	0.0	0.0	0.1	0.5

Coeficientes de función de costos			
alpha	beta	gamma	Gen.
200	6.5	4.0e-3	1
300	5.0	3.0e-3	2

## 6.5 Caso de Estudio 2.

El segundo caso de estudio que se presenta es una red eléctrica basado en el presentado por Ward & Hale [Ward, 1956] de 6 nodos, Figura 7.8, consta de 6 nodos y 2 generadores, 3 cargas, 6 líneas de transmisión, 2 compensador en derivación y 2 transformadores convencionales, es mostrado a continuación,

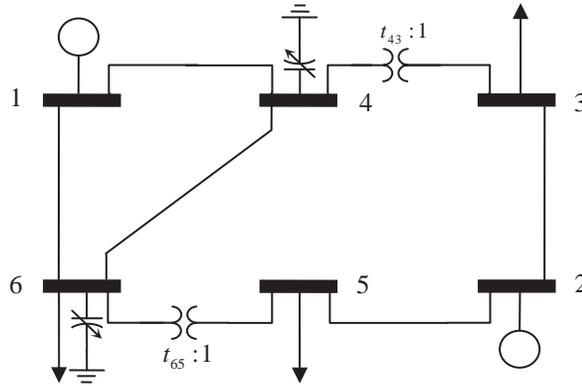


Figura 6.8 Red eléctrica Ward & Hale de 6 nodos.

Los datos de la red son los siguientes,

Nenv	Nrec	R	X	Bsh	tap	tap_low	tap_up
1	6	0.123	0.518	0.0	1	0.0	0.0
1	4	0.080	0.370	0.0	1	0.0	0.0
4	6	0.097	0.407	0.0	1	0.0	0.0
6	5	0.000	0.300	0.0	1.025	0.9	1.1
5	2	0.282	0.640	0.0	1	0.0	0.0
2	3	0.723	1.050	0.0	1	0.0	0.0
4	3	0.000	0.133	0.0	1.10	0.9	1.1

bus	tn	Vm	D	Pg	Qg	Pd	Qd	Qmin	Qmax	shunt	V_low	V_up	Pg_low	Pg_up	shunt_lo_w	shunt_up
1	1	1.08	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.2	1.0	0.0	1.00	1.10	0.1	1.0	0.0	0.0
2	2	1.08	0.0	0.5	0.0	0.0	0.0	-0.2	1.0	0.0	1.00	1.15	0.1	1.0	0.0	0.0
3	0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.55	0.13	0.0	0.0	0.0	1.00	1.05	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.00	0.0	0.0	0.0	0.36	1.00	1.05	0.0	0.0	0.0	0.05
5	0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.30	0.18	0.0	0.0	0.0	1.00	1.05	0.0	0.0	0.0	0.0
6	0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.50	0.05	0.0	0.0	0.36	1.00	1.05	0.0	0.0	0.0	0.055

Coeficientes de función de costos			
alpha	beta	gamma	Gen.
0	1.0	0.05	1
0	1.0	0.01	2

En seguida se muestra el archivo de salida donde para efectos de comparación, los resultados reportados en [Cedeno-Maldonado, 2002] se muestran en la tabla 7.1. El método de solución utilizado en [Cedeno-Maldonado, 2002] es identificado por el acrónimo GPM-OPF. Este método se basa en la formulación de OPF desacoplado, donde los módulos de optimización para  $P$  y para  $Q$ , son resueltos por el método de Newton. En el método de GPM-OPF los problemas de optimización de  $P$  y  $Q$  son formulados como aproximaciones lineales al problema original, por consecuencia la solución obtenida de los módulos de optimización no es exacta, por lo que requiere de un ajuste fino a la solución obtenida por lo que este método realiza ese ajuste utilizando una rutina de flujos de potencia.

TABLA 6.1 COMPARATIVA DE RESULTADOS

Variable	Limites		Solución GPM-OPF	Solución AGC-FOP
	Inferior	Superior		
$P_{G1}(MW)$	10	100	91.437	35.2
$P_{G2}(MW)$	10	100	51.636	100.0
$V_1(p.u.)$	1.00	1.10	1.08	1.009
$V_2(p.u.)$	1.00	1.15	1.13	1.122
$Q_{C4}(MVAR)$	0.0	5.0	0.754	0.406
$Q_{C6}(MVAR)$	0.0	5.5	0.568	0.5524
$t_{43}$	0.9	1.10	1.088	0.899999
$t_{65}$	0.9	1.10	1.026	0.899948
Costo de generación (\$/hr)			588.61	297.152
Perdidas por Transmisión (MW)			8.155	0.2

```

x[1] = 1.008628
x[2] = 1.122437
x[3] = 0.999982
x[4] = 0.004061
x[5] = 0.005524
x[6] = 0.899999
x[7] = 0.899948
cost = 1.367709

```

bus	tipo	Pg	Qg	Pinf	Psup	Qinf	Qsup	Pd	Qd	Vm	Vinf	Vsup	Ang	shunt	shunt inf	shunt up	Tap
1.0	1.0	0.352	0.198	0.100	1.000	-0.200	1.000	0.000	0.000	1.009	1.000	1.100	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000
2.0	2.0	1.000	0.156	0.100	1.000	-0.200	1.000	0.000	0.000	1.122	1.000	1.150	0.003	0.000	0.000	0.000	1.000
3.0	0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.550	0.130	1.120	1.000	1.050	-0.001	0.000	0.000	0.000	1.000
4.0	0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.008	1.000	1.050	-0.001	0.004	0.000	0.050	0.900
5.0	0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.300	0.180	1.120	1.000	1.050	-0.000	0.000	0.000	0.000	1.000
6.0	0.0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.500	0.050	1.008	1.000	1.050	-0.001	0.006	0.000	0.055	1.000

Maximo Error de Potencia Mismatch = 9.29389e-009  
 No. de Iteraciones = 3

Bus No.	Voltaje Mag.	Angulo Grados	-----Carga-----		---Generacion---		Inyeccion
			MW	Mvar	MW	Mvar	Mvar
1	1.009	0.000	0.000	0.000	0.352	0.198	0.000
2	1.122	0.152	0.000	0.000	1.000	0.156	0.000
3	1.120	-0.043	0.550	0.130	0.000	0.000	0.000
4	1.008	-0.034	0.000	0.000	0.000	0.000	0.004
5	1.120	-0.002	0.300	0.180	0.000	0.000	0.000
6	1.008	-0.043	0.500	0.050	0.000	0.000	0.006
Total			1.350	0.360	1.352	0.354	0.010

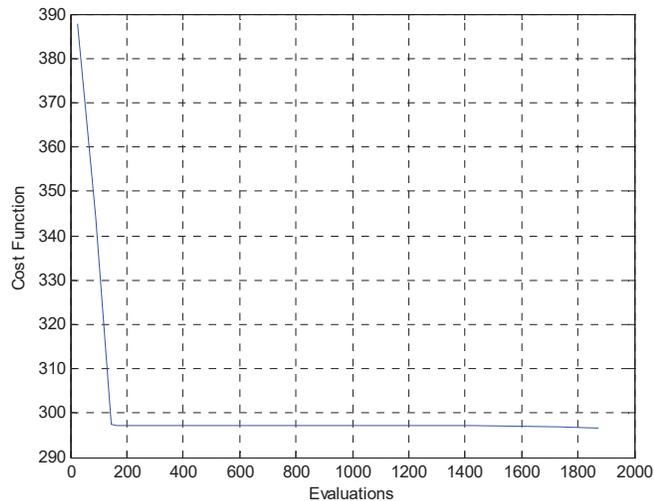
Flujos en las Lineas y Perdidas

--Linea-- desde:	Pot. en bus a:	Flujo de linea	--Perdidas--	Trafo
	MW	Mvar	MW	tap
1	0.352	0.198	0.404	
	6	0.164	0.075	0.000
	4	0.187	0.123	0.000
2	1.000	0.156	1.012	
	5	0.599	0.164	0.001
	3	0.401	-0.008	0.001
3	-0.550	-0.130	0.565	
	2	-0.400	0.009	0.001
	4	-0.150	-0.139	0.000

4		0.000	0.004	0.004			
	1	-0.187	-0.123	0.224	0.000	0.000	
	6	0.037	-0.012	0.039	0.000	0.000	
	3	0.150	0.139	0.205	0.000	0.000	0.900
5		-0.300	-0.180	0.350			
	6	0.298	-0.018	0.299	-0.000	0.000	
	2	-0.598	-0.162	0.620	0.001	0.002	
6		-0.500	-0.044	0.502			
	1	-0.164	-0.075	0.181	0.000	0.000	
	4	-0.037	0.012	0.039	0.000	0.000	
	5	-0.298	0.018	0.299	-0.000	0.000	0.900
Perdidas Totales					0.002	0.004	

**Figura 6.9** Estudio de Flujos de Potencia para la solución óptima del problema.

Debe hacerse notar que la diferencia de costo de generación entre los dos métodos es significativa de 49.5%. Sin embargo las variables de control y de estado se encuentran con el método propuesto en el presente trabajo dentro de sus límites operativos, además las pérdidas se ven significativamente reducidas. Por lo que es claramente apreciable la ventaja de la aplicación del método propuesto al estudio de FOP.



**Figura 6.10** Convergencia del Caso de Estudio 2.

## 6.6 Caso de Estudio 3.

El tercer caso de estudio que se presenta es el sistema de IEEE de 30 nodos, este sistema consiste de 41 líneas de transmisión, 6 unidades de generación y 4 transformadores reguladores. La función de costos de producción es modelada por una función cuadrática, y el nodo 1 es considerado como nodo de referencia. La tabla 7.2 muestra los coeficientes de la función de costos de producción.

TABLA 6.2 COEFICIENTES DE FUNCIÓN DE COSTOS

alpha	beta	gamma	Gen.
0	2.0	0.00375	1
0	1.75	0.01750	2
0	1.0	0.0625	5
0	3.25	0.00834	8
0	3.0	0.02500	11
0	3.0	0.02500	13

La tabla 7.3 muestra una comparación de los resultados obtenidos por tres métodos diferentes, en primer lugar se muestra el resultado reportado en [Yuryevich, 1999], el método utilizado es llamado “Evolutionary Programming Based Optimal Power Flow”, identificado por las siglas EP-OPF, este método es basado en técnicas de programación evolutiva conocidas como Programación Evolutiva. El EP-OPF hace uso de funciones de penalización cuadráticas para manejar violaciones de las restricciones de desigualdad. Adicionalmente el método de EP-OPF hace uso de un algoritmo de flujos de potencia usando programación evolutiva para hacer cumplir las restricciones de balance de potencia en el sistema. Otra característica de este método es que para mejorar la rapidez de convergencia del algoritmo, una pequeña parte de la población de soluciones candidatas son reasignadas a mejores regiones del espacio de búsqueda usando el método de FOP resuelto por el método de Newton Raphson. El segundo método mostrado es el denominado Algoritmo de Flujos Óptimos de Potencia basado en Evolución Diferencial y es identificado por las siglas DE-OPF [Cedeno-Maldonado, 2002]. Este algoritmo realiza el manejo de las restricciones haciendo uso del método Lagrangeano aumentado y el proceso de optimización lo realiza con técnicas de evolución diferencial. El tercer método mostrado identificado por las siglas FOP es el

desarrollado H., Ambriz, Pérez [Ambriz, 1998] y por A. Pizano [Pizano, 2004], haciendo uso del programa que desarrollaron, el cual se basa en el método de Newton y donde se obtuvieron resultados similares, tiene prácticamente el mismo costo de producción y es el que muestra las menores pérdidas por transmisión.

**TABLA 6.3** COMPARATIVA DE RESULTADOS OBTENIDOS

Variable	Límites		Solución EP-OPF	Solución DE-OPF	Solución FOP	Solución AGC-FOP
	Inferior	Superior				
$P_{G1}(MW)$	50	200	173.848	173.845	176.06	176.236
$P_{G2}(MW)$	20	80	49.998	50.002	48.821	49.009
$P_{G3}(MW)$	15	50	21.386	21.388	21.523	21.502
$P_{G8}(MW)$	10	35	22.630	22.633	22.308	21.811
$P_{G11}(MW)$	10	30	12.928	12.929	12.269	12.338
$P_{G13}(MW)$	12	40	12.000	11.998	12	12.013
$V_1(p.u.)$	0.95	1.10	1.050	1.051	1.05	1.050
$V_2(p.u.)$	0.95	1.10	1.036	1.036	1.036	1.037
$V_1(p.u.)$	0.95	1.10	1.005	1.007	1.008	1.009
$V_2(p.u.)$	0.95	1.10	1.016	1.015	1.017	1.017
$V_1(p.u.)$	0.95	1.10	1.069	1.070	1.078	1.088
$V_2(p.u.)$	0.95	1.10	1.055	1.056	1.0542	1.083
$t_{43}$	0.9	1.10	1.02	1.02	0.978	1.007
$t_{65}$	0.9	1.10	0.90	0.90	0.969	0.9741
$t_{43}$	0.9	1.10	0.95	0.95	0.932	1.012
$t_{65}$	0.9	1.10	0.94	0.94	0.968	0.944
Costo de generación (\$/hr)			802.62	802.646	802.769	802.465
Pérdidas por Transmisión (MW)			n/a	9.395	9.351	9.5105

Se observa que estos tres métodos convergen prácticamente al mismo resultado, además de que mantienen las variables de control dentro de sus límites operativos. Finalmente el método implementado en el presente trabajo denotado por las siglas AGC-FOP, este método también muestra un resultado casi idéntico a los anteriores pero aumenta un poco las pérdidas en 1.28% sin embargo también mantiene las variables de control dentro de sus límites operativos y con un costo .02% inferior lo que es prácticamente idéntico.

Los resultados mostrados permiten decir que el método AGC-FOP tiene la habilidad de encontrar soluciones comparables con las soluciones obtenidas por métodos de FOP basados en computación evolutiva.

# Capítulo 7 Conclusiones y Trabajos Futuros

## 7.1 Conclusiones

El método propuesto en el presente trabajo es un método basado en Algoritmos Genéticos (AG) que constituyen una alternativa robusta y eficiente, aplicable al análisis de sistemas eléctricos de potencia para evitar la dependencia del problema a las condiciones iniciales.. La aplicación de AGC a la optimización de sistemas eléctricos de potencia en general soluciona problemas con parámetros continuos o discretos, no requiere de la información proporcionada por la derivada de la función objetivo y trabaja con datos generados en forma aleatoria, datos experimentales o funciones analíticas; además de que converge a un mínimo global una vez determinado el espacio de búsqueda.

El método de manejo de operadores genéticos y poblaciones co evolutivas para manejo de restricciones muestra algunas ventajas con respecto a los métodos clásicos empleados como son los métodos de penalización entre otros, ya que este no realiza una alteración de la función objetivo, ni requiere la determinación de parámetros de penalización de restricciones ni de multiplicadores de Lagrange, ya que realiza el manejo en forma directa y con operadores genéticos aplicados en forma heurística, además el método implementado conserva su independencia de las condiciones iniciales o de arranque.

Existen varias diferencias que vale la pena destacar entre el AGC-FOP y las técnicas tradicionales de búsqueda y optimización:

- El AGC-FOP usa poblaciones de soluciones potenciales en lugar de un solo individuo, lo cual las hace menos sensibles a quedar atrapadas en mínimos/máximos locales.
- El método implementado no necesitan conocimiento específico sobre el problema que intentan resolver.
- El método implementado usa operadores probabilísticos, mientras las técnicas tradicionales utilizan operadores determinísticos.
- Realizando una representación real de las variables no se pierde precisión.
- La generación eficiente de puntos de partida simplifica la resolución del problema y disminuye el tiempo empleado en esto.

Aunque el AGC-FOP es una técnica evolutiva estocástica, el hecho de que se usen operadores probabilísticos no significa que operen de manera análoga a una simple búsqueda aleatoria.

Otra gran ventaja es que el AGC-FOP es intrínsecamente paralelo. La mayoría de los otros algoritmos son en serie y sólo pueden explorar el espacio de soluciones hacia una solución en una dirección al mismo tiempo, y si la solución que descubren resulta sub óptima, no se puede hacer otra cosa que abandonar todo el trabajo hecho y empezar de nuevo. Sin embargo, ya que el método implementado tiene descendencia múltiple (Como los AGs), es posible explorar el espacio de soluciones en múltiples direcciones a la vez. Si un camino resulta ser un callejón sin salida, puede eliminarlo fácilmente y continuar el trabajo en avenidas más prometedoras, dándoles una mayor probabilidad en cada ejecución de encontrar la solución.

Además de que otra ventaja es que una vez definido el espacio factible de búsqueda si se evalúa explícitamente un número pequeño de individuos se está evaluando implícitamente un grupo de individuos mucho más grande en forma análoga se puede decir que, de la misma manera que un encuestador realiza una serie de preguntas a un grupo representativo de un grupo étnico, religioso o social espera obtener información acerca de las opiniones de todos los miembros de ese grupo, y de esa forma puede predecir con fiabilidad la opinión general sondeando sólo un pequeño porcentaje de la población. De la misma forma, el AGC-FOP

puede dirigirse hacia el espacio factible de búsqueda con los individuos más aptos y encontrar el mejor de ese grupo. En el contexto de los algoritmos evolutivos, esto se conoce como teorema del esquema, y es la ventaja principal de los AGs sobre otros métodos de resolución de problemas de optimización [Holland, 1992], [Mitchell, 1996], [Goldberg, 1989].

Debido al paralelismo el método permite evaluar implícitamente muchos esquemas a la vez, este funciona bien resolviendo problemas cuyo espacio de soluciones potenciales es realmente grande, demasiado vasto para hacer una búsqueda exhaustiva en un tiempo razonable y además resolver problemas no lineales. En un problema lineal, la aptitud de cada componente es independiente, por lo que cualquier mejora en alguna parte dará como resultado una mejora en el sistema completo. Ya que la no linealidad es la norma en los problemas de optimización de sistemas eléctricos, donde cambiar un componente puede tener efectos en cadena en todo el sistema, y donde también cambios múltiples que, individualmente son perjudiciales, en combinación pueden conducir hacia mejoras en la aptitud mucho mayores.

Otra ventaja notable del método propuesto es que se desenvuelve bien en problemas en los que la función de objetivo es discontinua, ruidosa, no convexa, o tiene muchos óptimos locales. La mayoría de los problemas prácticos tienen un espacio de soluciones enorme, imposible de explorar exhaustivamente; el reto se convierte entonces en cómo evitar los óptimos locales esto se resuelve aplicando diferentes operadores genéticos que son seleccionados en forma aleatoria pero considerando la probabilidad de adaptación del individuo a ser modificado. En contraste, los métodos clásicos calculan una solución óptima global solo si la función objetivo es continua y cuadrática.

Por otro lado, el AGC-FOP propuesto permite escapar de los óptimos locales y encontrar el óptimo global incluso en problemas complejos. Debe decirse que, en la realidad, a menudo no hay manera de decir si una cierta solución a un problema es el óptimo global o sólo un óptimo local muy bueno. Sin embargo, aunque no siempre encuentre una solución perfecta y demostrable a un problema, casi siempre puede devolver al menos una muy buena solución. Pequeñas mutaciones permiten a cada individuo explorar sus proximidades, mientras que la selección enfoca el progreso, guiando a la descendencia del algoritmo cuesta arriba hacia

zonas más prometedoras del espacio de soluciones [Holland, 1992] y el paralelismo permite la diversificación de soluciones factibles a lo largo del espacio de búsqueda.

Con los operadores genéticos de cruzamiento se permite una transferencia de información entre las soluciones candidatas con buena probabilidad de adaptación, esto implica que los individuos pueden beneficiarse de lo que otros han aprendido, y los esquemas pueden mezclarse y combinarse, con el potencial de producir una descendencia que tenga las virtudes de sus dos padres y ninguna de sus debilidades. Este punto es tratado en [Koza, 1999] y [Michalewicz, 1996].

El problema de encontrar el óptimo global en un espacio con muchos óptimos locales también se conoce como el dilema de la exploración versus explotación, "un problema clásico de todos los sistemas que pueden adaptarse y aprender", [Holland, 1992]. Por esta razón el método propuesto realiza diferentes estrategias de solución con la aplicación de diferentes tipos de operadores genéticos de forma tal que se combinen sus ventajas y se reduzcan las desventajas en la mayor forma posible, aunque para casos particulares esto pudiese originar una degradación del rendimiento y aumento del esfuerzo computacional.

Finalmente, una de las cualidades de los algoritmos genéticos que, a primera vista, puede parecer un desastre, resulta ser una de sus ventajas: a saber, los AGs no saben nada de los problemas que deben resolver. En lugar de utilizar información específica conocida a priori para guiar cada paso y realizar cambios con un ojo puesto en el mejoramiento, como hacen los diseñadores humanos, son "relojeros ciegos", realizan cambios aleatorios en sus soluciones candidatas y luego utilizan la función de aptitud para determinar si esos cambios producen una mejora. El método propuesto permite manejar en forma uniforme la totalidad de las restricciones durante el proceso de optimización, de forma que se evita el problema de activar o desactivar diferentes restricciones además de que permite manejar funciones objetivo y restricciones no convexas.

## 7.2 Trabajos Futuros

Ya que los algoritmos genéticos son intrínsecamente métodos de búsqueda paralela, es necesario eventualmente implementar este método haciendo uso de la programación distribuida, lo que permitirá reducir considerablemente los tiempos de ejecución y por consiguiente la eficiencia del mismo.

Otra ampliación requerida por el método es la inclusión de modelos de otros dispositivos involucrados en la operación de la red eléctrica como son los dispositivos compensadores FACTS, ya que el algoritmo propuesto basa su operación en el estudio de flujos de potencia, para agregar estos modelos solo requiere ser hecho a este estudio y las restricciones involucradas con la operación del dispositivo solo requieren ser agregadas dentro de los datos de entrada al algoritmo principal.

Además la operación segura de la red no ha sido considerada para el presente trabajo por lo que un importante agregado a este, será el incluir el análisis de seguridad y su impacto en la operación de la red eléctrica.

Finalmente ya que el método permite el análisis de diferentes tipos de funciones objetivo y restricciones ya sean convexas o no convexas un importante aporte al método es el agregar la optimización multiobjetivo, lo que permitirá darle una mucha mayor versatilidad al método propuesto.

# Bibliografía

- [Aarts, 1989] E.Aarts and J.M.Korst, “Simulated Annealing and Boltzman machines: a Stochastic approach to combinatorial optimization and neural computing”, New York, USA John Wiley, 1989.
- [Ahmad, 1991] Ahmad A, “Doctoral Thesis; Optimal Power Flow Solution Using Second Order Newton Method”, Universidad de Manchester, 1991.
- [Alsac, 1974] Alsac O., Stott B., “Optimal Load Flow with Steady-State Security”, IEEE Trans. on PAS, vol.93, pp.745-751, 1974.
- [Alsac, 1990] J. O. Alsac and B. M. Paris, “Further Developments in LP- Based Optimal Power Flow”, IEEE Transactions on Power Systems, 5(3), August 1990.
- [Alves da Silva, 2002] A. Alves da Silva, P. Abrao, “Applications of Evolutionary Computation in Electric Power Systems”, 2002 Congress on Evolutionary Computation, Vol. 2, pp. 1057-1062, 12-17 May 2002.
- [Ambriz, 1998] H., Ambriz, Pérez, “Tesis doctoral; Flexible Ac Transmission Systems Modelling in Optimal Power Flows Using Newton's Method”, Universidad de Glasgow, 1998.
- [Aoki, 1984] Aoki K., Satoh T., “New Algorithm for Classic Economic Dispatch”, IEEE Trans. on PAS, vol.103, no.6 , pp.1423-1431 , 1984.
- [Atidel, 1997] Atidel Ben Hadj-Alouane and James C. Bean, “A Genetic Algorithm for the Multiple Choice Integer Program”, Operations Research, 45:92-101, 1997.

- [Back, 1998] Back, M. Schoenauer, and H.-P. Schwefel, editors, "Parallel Problem Solving from Nature V-PP8N V", Amsterdam, The Netherlands, 1998. Springer-Verlag.
- [Back, 1996] T. Back, "Evolutionary Algorithms in Theory and Practice: Evolution Strategies", Evolutionary Programming. Genetic Algorithms, Oxford University Press, New York, NY, 1996.
- [Back, 1996] T. Back, H. Schwefel, "Evolutionary Computation: An Overview", Proceedings of IEEE international Conference on evolutionary Computation, pp. 20-29, 20-22, May 1996.
- [Báck, 1991] Thomas Báck, Frank Hoffmeister, and Hans-Paul Schwefel, "A Survey of Evolution Strategies", In R. K. Belew and L. B. Booker, editors, Proceedings of the Fourth International Conference on Genetic Algorithms, pp. 2-9, San Mateo, California, 1991. Morgan Kaufmann Publishers.
- [Bazaraa, 1993] M. S. Bazaraa, H. D. Sherali, and C. M. Shetty, "Nonlinear Programming: Theory and Algorithms", Second Edition, John Wiley & Sons, New York, NY, 1993.
- [Bean, 1992] James C. Bean, "Genetics and random keys for sequencing and optimization", Technical Report TR 92-43, Department of Industrial and Operations Engineering, The University of Michigan, 1992.
- [Beane, 1992] James C. Bean and Atidel Ben Hadj-Alouane, "A Dual Genetic Algorithm for Bounded Integer Programs", Technical Report TR 92-53, Department of Industrial and Operations Engineering, The University of Michigan, 1992. To appear in R.A.I.R.O.-R.O. (invited submission to special issue on GAs and OR).
- [Bergen, 1986] A. Bergen, "Power System Analysis", Prentice Hall. (1986)

- [Bertseks, 1999] D. P. Bertseks, "Nonlinear Programming", Second Edition, Athena Scientific, Belmont, MA, 1999.
- [Bilchev, 1995] George Bilchev and Ian C. Parmee, "The Ant Colony Metaphor for Searching Continuous Design Spaces", In Terence C. Fogarty, editor, Evolutionary Computing, pp. 25-39. Springer Verlag, Sheffield, UK, April 1995.
- [Bilchev, 1996] George Bilchev and Ian C. Parmee, "Constrained and Multi-Modal Optimisation with an Ant Colony Search Model", Proceedings of 2nd International Conference on Adaptive Computing Engineering Design and Control. University of Plymouth, Plymouth, UK, March 1996.
- [Brownlee, 1954] Brownlee W.R., "Coordination of Incremental Fuel Costs and Incremental Transmission Losses by Function of Voltage Phase Angles", AIEE Trans., vol.73, Pt.III-a , pp.529-541 , June 1954.
- [Burchett, 1980] Burchett R.C., Happ H.H., Vierath D.R., Wirgau K.A., "Advanced Optimal Power Flow Methodology", Canadian Communication and Power Conference,1980.
- [Burchett, 1981] Burchett R.C., Happ H.H., Vierath D.R., Wirgau K.A., "Developments in Optimal Power Flow", Proc. of PICA conf., 1981.
- [Cahn, 1955] Cahn C.R., "The Determination of Incremental and Total Loss Formulas from Functions of Voltage Phase Angles", AIEE Trans., vol.74, Pt.III, pp.161-176, April 1955.
- [Camponogara, 1997] Eduardo Camponogara and Sarosh. Talukdar, "A Genetic Algorithm for Constrained and Multiobjective Optimization", In Jarmo T. Alander, editor, 3rd Nordic Workshop on Genetic Algorithms and Their Applications (3NWGA), pp. 49-62, Vaasa, Finland, August 1997. University of Vaasa.

- [Carpentier, 1962] Carpentier J., "Contribution a l'etude du dispatching economique", Bulletin de la Societe Francaise des Electriciens, ser.8, vol.3, pp.431-447, 1962.
- [Carpentier, 1972] Carpentier J., "Results and Extensions of the Methods of Differential Injections", Proc. of 4th PSCC Conf., vol.2, paper 2.1/8, 1972.
- [Carpentier, 1968] Carpentier J., Cassapoglou C., Hensgen C., "Differential Injections, A Method for General Resolution of Problems of Economic Dispatching Without Complete Variables Using the Generalized Reduced Gradient Method", Proc. of Conf. by Hellenic Operational Res. Soc., Athens, Nov. 4 1968.
- [Cedeno-Maldonado, 2002] J.R. Cedeno-Maldonado, "Differential Evolution Based Optimal Power Flow Algorithm", Ohio State University, Ph. Degree Thesis Dissertation, 2002.
- [Chen, 2003] J. Chen, J. Thorp, R. J. Thomas and T. D. Mount, "Location Pricing and Scheduling for an Integrated Energy-Reserve Market", Proceedings of the 36th Hawaii International Conference on Systems Sciences, 2003.
- [Christensen, 1987] G. S. Christensen, M. E. El-Hawary and S. A. Soliman, "Optimal Control Applications in Electric Power Systems", 1987, Plenum Press, New York.
- [Chung, 1996] Chan-Jin Chung and Robert G. Reynolds, "A Tested for Solving Optimization Problems using Cultural Algorithms", Evolutionary Programming V: Proceedings 01 the Fifth Annual Conference on Evolutionary Programming, Cambridge, Massachusetts, 1996. MIT Press.
- [Chung, 1998] Chung T. S. and Ge S.Y, "Optimal Power Flow Incorporating FACTS Devices and Power Flow Control Constraints", IEE Proc., POWERCON '98, Vol. 1, ago-98, pp. 415-419

- [Coello, 1999] Carlos A. Coello, “An Updated Survey of Evolutionary Multiobjective Optimization Techniques: State of the Art and Future Trends”, In 1999 Congress on Evolutionary Computation, pp. 3-13, Washington, D.C., July 1999. IEEE Service Center.
- [Coello, 2000] Carlos A. Coello, “Use of a self-adaptative penalty approach for engineering optimization problems”, Computers in Industry, 41(2):113-127, 2000.
- [Coello, 2000] Carlos A. Coello, “Treating Constrains as Objectives for Single-Objective Evolutionary Optimization”, Engineering Optimization, 32(2):275-308, 2000.
- [Coello, 1999] Carlos A. Coello, “A Survey of Constraint Handling Techniques used with Evolutionary Algorithms”, Technical Report Lania-RI-99-05, Laboratorio Nacional de Informática avanzada, Xalapa, Veracruz, México, 1999.
- [Coello, 2000] Carlos A. Coello, “An updated survey of GA-based multiobjective optimization techniques”, ACM Computing Surveys, vol.32, no.2pp.109-143 (junio de 2000).
- [Coria, 2006] Lino Coria Cisneros, “Notas de curso de Sistemas Eléctricos de Potencia”, ITM DIE 2006
- [Conejo, 2002] Enrique Castillo, Antonio J. Conejo, Pablo Pedregal, Ricardo García y Natalia Alguacil, “Formulación y Resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia”, febrero de 2002, disponible en, [http://www.investigacion-operaciones.com/ARCHIVOS\\_LIBRO/LibroCompleto.pdf](http://www.investigacion-operaciones.com/ARCHIVOS_LIBRO/LibroCompleto.pdf)

- [Crisan, 1992] Crisan O. and Mohtadi M. A, "Efficient Identification of Binding Inequality constraints in the Optimal Power Flow Approach", IEE Proceeding C, Vol. 139, No. 5, sep-92, pp. 365-370.
- [Damousis, 2003] I.G.Damousis, A.G.Bakirtis, and P.S.Dokopoulos, "Network constrained economic dispatch using real-coded genetic algorithm", vol. 18 ed 2003, IEEE Transactions On Power System, pp. 198-205.
- [Davis, 1991] L. Davis (ed.), "Handbook of Genetic Algorithms", Nostrand Reinhold, New York, 1991.
- [Deb, 1999] K. Deb and S. Agrawal, "A Niche-Penalty Approach for Constraint Handling in Genetic Algorithms", In Proceedings 01 the ICANNGA, Portoroz, Slovenia, 1999.
- [Decker, 1958] Decker G.L., Brooks A.D., "Valve Point Loading of Turbines", AIEE Trans., vol. 77, Pt.III, pp.481-486, 1958.
- [Dennis, 1996] J.E.Dennis and R.B.Schnabel, "Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations", Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics. SIAM, 1996.
- [Devaraj, 2000] Devaraj, D., and Yegnanarayana, B., "A combined genetic algorithm approach for optimal power flow", Proc. 11th National Power Systems Conf., Bangalore, India, 2000, Vol. 2, pp. 524-528
- [Devaraj, 2005] D. Devaraj and B. Yegnanarayana, "Genetic-algorithm-based optimal power flow for security enhancement", IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution -- November 2005 -- Volume 152, Issue 6, p. 899-905.
- [Devaraj, 2007] D. Devaraj, J. Preetha Roselyn, "Improved genetic algorithm for voltage security constrained optimal power flow problem", India Journal:

International Journal of Energy Technology and Policy 2007 - Vol. 5,  
No.4 pp. 475 – 488.

- [Dommel, 1968] H. W. Dommel and W. F. Tinney, “Optimal Power Flow Solutions”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, October 1968. Universidad EAFIT.
- [Downsland, 1993] Downsland, Kathryn, “Simulated Annealing”, en Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Optimization Problems, editado por Colin R. Reeves, John Wiley & Sons, 1993, pp. 20-69.
- [Dunstan , 1947] L.A. Dunstan , “Machine computations of power network performance”, AIEE Transactions, vol. 66, 1947
- [El Abiad, 1969] El Abiad A.H., Jaimes F.S., “A Method for Optimal Scheduling of Power and Voltage Magnitude”, IEEE Trans. on PAS, vol.88, pp.413-422, 1969.
- [Electric and Electronic Department, ] W. U. Electric and Electronic Department, “IEEE power systems test cases archive”, [www.ee.washington.edu](http://www.ee.washington.edu).
- [El-Gallad, 2002] A.El-Gallad, M.El-Hawary, A.Sallam, and A.Kalas, “Paticle swarm optimizer for constrained economic dispatch with prohibited operating zones”, Vol. ed 2002, Proceeding of the 2002 IEEE Canadian Conference On Electrical & Computer Engineering, pp. 78-81.
- [Elgerd, 1982] O.I. Elgerd, “Electric energy systems theory, an introduction”, 2nd edition. McGraw Hill. (1982).
- [Fahmideh-Vojdani, 1982] Fahmideh-Vojdani A., “Analisis and Continuous Simulation of Secure Economic Operation of Power Sytems”, Ph. D. Thesis, Dept. of Electrical Eng., McGill University, 1982.
- [Fan, 1994] J.Y.Fan and J.D.McDonald, “A practical approach to real time economic dispatch considering unit's prohibited operating zones”, Vol. 9, No. 4 ed 1994, IEEE Transactions On Power System, pp. 1737-1743.

- [Floudas, 1995] A. Floudas, “Nonlinear and Mixed-Integer Optimization: Fundamentals and Applications”, Oxford University Press, New York, NY, 1995.
- [Fogel, 2000] D. B. Fogel, “What is Evolutionary Computation?”, IEEE Spectrum, Vol. 37, No. 2, February 2000, pp. 26-32.
- [Fogel, 1995] D. B. Fogel, “Evolutionary Computation: Toward a New Philosophy of Machine Intelligence”, IEEE Press, Piscataway, NJ, 1995.
- [Fogel, 1962] L. J. Fogel, “Autonomous Automata”, Industrial Research, Vol. 4, 1962, pp. 14-19.',
- [Forrest, 1993] Forrest, Stephanie, “Genetic algorithms: principles of natural selection applied to computation”, Science, vol.261pp.872-878 (1993).
- [George, 1943] George E.E., “Intrasystem Transmission Losses”, Trans. AIEE, vol.62, pp.153-158, Mar. 1943.
- [George, 1949] George E.E., Page H.W., Ward J.B., “Coordination of Fuel Cost and Transmission Loss by Use of the Network Analyzer to Determine Plant Incremental Loss Formulae”, AIEE Trans., vol. 68, pt.II, pp.1152-1163, 1949.
- [Glimn, 1954] Glimn A.F., Habermann jr. R., Kirchmayer L.K., Thomas R.W., “Automatic Digital Computer Applied to Generation Scheduling”, AIEE Trans., vol.73, pt.III-B, pp. 1267-1275, 1954.
- [Glimn, 1952] Glimn A.F., Kirchmayer L.K., Stagg G.W., “Analysis of Losses in Interconnected Systems”, AIEE Trans., vol.71, pt.3, pp.796-808, 1952.
- [Glover, 1994] D. Glover, M. Sarma, “Power system analysis and design”, 2nd. Edition. PWS. (1994)
- [Glover, 1995] Fred Glover and G. Koehenberger, “Critical event tabu search for multidimensional knapsack problems”, In Proceedings 01 the

- International Conference on Metaheuristics for Optimization, pp. 113-133, Dordrecht, The Netherlands, 1995. Kluwer Publishing.
- [Glover, 1997] Glover, F. y M. Laguna, “Tabu Search”, Kluwer Academic Publishing, 1997.
- [Glover, 1986] Glover, F., “Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence”, Computers and Operations Research, No. 5, 1986, pp. 553-549.
- [Goldberg, 1989] David E. Goldberg, “Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning”, Addison Wesley Longman Inc., Alabama, 1989.
- [Gómez-Expósito, 2002] Antonio Gómez-Expósito, “Análisis y operación de sistemas de energía eléctrica”, McGraw Hill. (2002).
- [Grainger, 1994] J. J. Grainger, W. D. Stevenson Jr, “Power system analysis”, McGraw Hill. (1994)
- [Happ, 1977] Happ H. H, “Optimal Power Dispatch - A Comprehensive Survey”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-96, No. 3, may-77, pp. 841-854
- [Hartmut, 2003] Hartmut Pohlheim, “Evolutionary Algorithms”, Technical University Ilmenau, 2003.
- [Haupt, 1998] Haupt, Randy y Sue Ellen Haupt, “Practical Genetic Algorithms”, John Wiley & Sons, 1998.
- [Hill, 1968] Hill E.F., Stevenson jr. W.D., “A New Method of Determining Loss Coefficients”, IEEE Trans. on PAS, vol.87, pp.1548-1553, 1968.
- [Hojjat, 1994] Hojjat Adeli and Nai-Tsang Cheng, “Augmented Lagrangian Genetic Algorithm for Structural Optimization”, Journal 01 Aerospace Engineering, 7(1):104-118, January 1994.

- [Holland, 1992] Holland, J. H., "Adaptation in Natural and Artificial Systems", 2a ed., MIT Press, 1992.
- [Holland, 1962] Holland, J. H., "Outline for a Logical Theory of Adaptive Systems", Journal of the Association for Computing Machinery, Vol. 3, 1962, pp. 297-314.
- [Holland, 1992] Holland, John, "Genetic algorithms", Scientific American, julio de 1992pp. 66-72.
- [Holland, 1962] J. H. Holland, "Outline for a Logical Theory of Adaptive Systems", Journal of the Association for Computing Machinery, Vol. 3, 1962, pp. 297-314.
- [Homaifar, 1994] A. Homaifar, S. H. y. Lai, and X. Qi, "Constrained Optimization via Genetic Algorithms", Simulation, 62(4):242-254, 1994.
- [Huneault, 1991] M. Huneault and F. D. Galiana, "A Survey of the Optimal Power Flow Literature", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 6, No. 2, may-91, pp. 762-770.
- [IEEE Committee Report, 1971] IEEE Committee Report, "Present Practical in the Economic Operation of Power Systems", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-90, July/August 1971, pp. 1768- 1775.
- [Jacoby, 1972] S. L. S. Jacoby, J. S. Kowalik, and J. T. Piao, "Iterative Methods for Nonlinear Optimization Problems", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1972.
- [Jiménez, 1999] Fernando Jiménez and José L. Verdegay, "Evolutionary techniques for constrained optimization problems", In 7th European Congress on Intelligent Techniques and 80ft Computing (EUFIT'99), Aachen, Germany, 1999. Springer-Verlag.

- [Jin, 1999] Xidong Jin and Robert G. Reynolds, "Using Knowledge-Based Evolutionary Computation to Solve Nonlinear Constraint Optimization Problems: a Cultural Algorithm Approach", In 1999 Congress on Evolutionary Computation, pp. 1672-1678, Washington, D.C., July 1999. IEEE Service Center.
- [Joines, 1994] J. Joines and C. Houck, "On the use of non-stationary penalty functions to solve nonlinear constrained optimization problems with Gas", In David Fogel, editor, Proceedings 01 the first IEEE Conference on Evolutionary Computation, pp. 579-584, Orlando, Florida, 1994. IEEE Press.
- [Joines, 1994] J.A. Joines and C.R. Houck, "On the use of non-stationary penalty functions to solve nonlinear constrained optimization problems with GA's", in Proceedings of the First IEEE International Conference Evolutionary Computation, IEEE Press, Orlando, FL, pp. 579-584, 1994.
- [Kazarlis, 1998] S. Kazarlis and V. Petridis, "Varying Fitness Functions in Genetic Algorithms: Studying the Rate of Increase of the Dynamic Penalty Terms", In A. E. Eiben, T. Back, M. Schoenauer, and H.-P. Schwefel, editors, Parallel Problem Solving from Nature V-PP8N V, Amsterdam, The Netherlands, 1998. Springer-Verlag.
- [Kim, 1997] J.H. Kim and H. Myung, "Evolutionary programming techniques for constrained optimization problems", IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1:129-140, July 1997.
- [Kirchmayer, 1955] Kirchmayer L.K., "Economic Operation of Power Systems", John Wiley & Sons, 1955
- [Kirchmayer, 1952] Kirchmayer L.K., Stagg G.W., "Evaluation of Methods of Co-ordinating Incremental Fuel Costs and Incremental Transmission Losses", AIEE Trans., Vol.71, Part III, pp 513-520, 1952.

- [Kirkpatrick, 1983] Kirkpatrick, S., C. Gelatt y M. Vecchi, "Optimization by Simulated Annealing", *Science*, No. 220, 1983, pp. 671-679.
- [Kishore, 1971] Kishore A., Hill E.F., "Static Optimization of Reactive Power Sources by use of Sensitivity Parameters", *IEEE Trans. on PAS*, vol.90, pp.1166-1173, 1971.
- [Koza, 1999] Koza, John, Forest Bennett, David Andre y Martin Keane, "Genetic Programming III: Darwinian Invention and Problem Solving", Morgan Kaufmann Publishers, 1999.
- [Koza, 2003] Koza, John, Martin Keane y Matthew Streeter, "Evolving inventions", *Scientific American*, febrero de 2003pp. 52-59.
- [Koza, 2003] Koza, John, Martin Keane, Matthew Streeter, William Myrdlowec, Jessen Yu y Guido Lanza, "Genetic Programming IV: Routine Human-Competitive Machine Intelligence", Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [Koziel, 1999] Slawomir Koziel and Zbigniew Michalewicz, "Evolutionary Algorithms, Homomorphous Mappings, and Constrained Parameter Optimization", *Evolutionary Computation*, 7(1):19-44, 1999.
- [Koziel, 1998] Slawomir Koziel and Zbigniew Michalewicz, "A Decoder-based Evolutionary Algorithm for Constrained Parameter Optimization Problems", In T. Bäck, A. E. Eiben, M. Schoenauer, and H.-P. Schwefel, editors, *Proceedings of the 5th Parallel Problem Solving from Nature (PPSN V)*, pp. 231-240, Amsterdam, September 1998. Springer-Verlag.
- [Kuri, 1998] Angel Kuri Morales and Carlos Villegas Quezada, "A Universal Eclectic Genetic Algorithm for Constrained Optimization", In *Proceedings 6th European Congress on Intelligent Techniques & Soft Computing, EUFIT'98*, pp. 518-522, Aachen, Germany, September 1998. Verlag Mainz.

- [Lee, 1992] Fred N.Lee and Arthur M.Breipohl, "Reserve constrained economic dispatch with prohibited operating zones", Vol. 8, No. 1 ed 1992, IEEE Transactions On Power System, pp. 246-254.
- [Lee, 1985] K. Y. Lee, Y. M. Park and J. L. Ortiz, "A United Approach to Optimal Real and Reactive Power Dispatch", IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, No. 5, may-85, pp. 1147-1153.
- [Leung, 2000] Leung H. C. and Chung T. S, "Optimal Power Flow with a Versatile FACTS Controller by Genetic Algorithm Approach", International Conference APSCOM-00, Vol. 4, 2000, pp. 178-183.
- [Liang, 1992] Zi-Xiong Liang and J.Duncan Glover, "A Zoom Feature for a Dynamic Programming Solution to Economic Dispatch Including Transmission Losses", vol. 7, no. 2 ed 1992, IEEE Transactions On Power System, pp. 544-550.
- [Lin, 1984] C. E. Lin, and G. L. Viviani, "Hierarchical Economic Dispatch for Piecewise Quadratic Cost Functions", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, No. 6, June 1984, pp. 1170-1 175.
- [Luenberger, 1984] G. Luenberger, "Linear and Nonlinear Programming", Second Edition, Addison-Wesley, Reading, MA, 1984.
- [Manolas, 1996] D.A. Manolas, C.A. Christos, A. Frangopoulos, T.P. Gialamas and D.T. Tsahalis, "Opertion optimization of an industrial cogeneration system by genetic algorithm", Energy Conversion Management, Vol. 38, pp. 1625-1636, 1996.
- [Mansour, 1984] Mansour S.Y., Kelly D.H., Koval D.O., "Impact of Reactive Power Flow on the Optimum Economic Operation of Power Systems", Proc. of Canadian Society for Electrical Engineering, pp.179-194, May 1984.

- [Mantawy, 2005] A.H. Mantawy and M.S. Al-Ghamdi, "A Particle Swarm Algorithm for the Optimal Power Flow Problem", From Proceeding Power and Energy Systems-2005, [http://www.actapress.com/Content\\_Of\\_Proceeding.aspx?ProceedingID=303](http://www.actapress.com/Content_Of_Proceeding.aspx?ProceedingID=303).
- [Mantawy, 2006] A.H. Mantawy and M.S. Al-Ghamdi (Saudi Arabia), "A Particle Swarm Algorithm for the Optimal Power Flow Problem", From Proceeding (521) European Power and Energy Systems - 2006, [http://www.actapress.com/Content\\_Of\\_Proceeding.aspx?ProceedingID=393](http://www.actapress.com/Content_Of_Proceeding.aspx?ProceedingID=393).
- [Maria, 1987] Maria G. A. and Findlay J. A., "A Newton Optimal Power Flow Program for Ontario Hydro EMS", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. PWRS-2, No. 3, ago-87, pp. 576-584.
- [Marsden, 1981] Marsden, J., y A. Tromba, "Cálculo Vectorial", Fondo Educativo Interamericano, 1981.
- [Masatoshi, 2002] Masatoshi Sakawa, 'Genetic Algorithms And Fuzzy Multiobjective Optimization', Kluwer Academic Publishers, Boston, 2002.
- [Merlin, 1972] Merlin A., 'On The Optimal Generation Planning in The Large Transmission System (The MAYA Model)', Proc. of 4th PSCC Conf., vol.2, paper 2.1/6, 1972.
- [Michalewicz, 1995] Z. Michalewicz and G. Nazhiyath, 'Genocop III: a co-evolutionary algorithm for numerical optimization problems with nonlinear constraints', in Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Evolutionary Computation, IEEE Press, Piscataway, NJ, pp. 647-651, 1995.
- [Michalewicz, 1996] Z. Michalewicz, 'Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs', Third Edition, Springer-Verlag, Berlin, 1996.

- [Michalewicz, 1994] Z. Michalewicz, T. Logan, and S. Swaminathan, 'Evolutionary operators for continuous convex parameter spaces', in Proceedings of the Third Annual Conference on Evolutionary Programming, World Scientific Publishers, River Edge, NJ, pp. 84-97, 1994.
- [Michalewicz, 1995] Zbigniew Michalewicz and G. Nazhiyath, 'Genocop III: A co-evolutionary algorithm for numerical optimization with nonlinear constraints', In David B. Fogel, editor, Proceedings of the Second IEEE International Conference on Evolutionary Computation, pp. 647-651, Piscataway, New Jersey, 1995. IEEE Press.
- [Michalewicz, 1995] Zbigniew Michalewicz and Jing Xiao, 'Evaluation of Paths in Evolutionary Planner Navigator', In Proceedings of the 1995 International Workshop on Biologically Inspired Evolutionary Systems, pp. 45-52, Tokyo, Japan, May 1995.
- [Michalewicz, 1996] Zbigniew Michalewicz and Marc Schoenauer, 'Evolutionary Algorithms for Constrained Parameter Optimization Problems', Evolutionary Computation, 4(1):1-32, 1996.
- [Michalewicz, 1994] Zbigniew Michalewicz and Naguib F. Attia, 'Evolutionary Optimization of Constrained Problems', In Proceedings of the 3rd Annual Conference on Evolutionary Programming, pp. 98-108. World Scientific, 1994.
- [Michalewicz, 1995] Zbigniew Michalewicz, 'Genetic Algorithms, Numerical Optimization, and Constraints', In Larry J. Eshelman, editor, Proceedings of the Sixth International Conference on Genetic Algorithms, pp. 151-158, San Mateo, California, July 1995. University of Pittsburgh, Morgan Kaufmann Publishers.

- [Miranda, 1998] V. Miranda, D. Srinivasan, L. Proenca, 'Evolutionary Computation in Power Systems', *Electric Power & Energy Systems*, Vol. 20, No.2, pp. 89-98, 1998.
- [Mitchell, 1996] Mitchell, Melanie, 'An Introduction to Genetic Algorithms', MIT Press, 1996.
- [Momoh, 1999] J. A. Momoh, M. E. Harway and R. Adapa, 'A Review of Selected Optimal Power Flow Literature to 1991', *Transactions on Power Systems*, 14(1), February 1999.
- [Monticelli, 1992] Monticelli A. and Liu W.-H. E, 'Adaptative Movement Penalty Method for the Newton Optimal Power Flow', *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 7, No. 2, feb-92, pp. 334-342.
- [Murtaugh, 1983] Murtaugh B.A., Saunders M.A., 'MINOS 5.0 User's Guide', Technical report SOL 83-20, Stanford University, December 1983.
- [Myung, 1998] H. Myung and J.-H. Kim, 'Hybrid Interior-Lagrangian Penalty Based Evolutionary Optimization', In V. W. Porto, N. Saravanan, D. Waagen, and A.E. Eiben, editors, *Proceedings of the Seventh Annual Conference on Evolutionary Programming*, pp. 85-94. Springer-Verlag, 1998.
- [Nabona, 1973] Nabona N., Ferris L.L., 'Optimization of Economic Dispatch Through Quadratic and Linear Programming', *Proc. of IEE*, vol.120, no.5, pp.574-580, 1973.
- [Naik, 1996] Naik, Gautam, 'Back to Darwin: In sunlight and cells, science seeks answers to high-tech puzzles', *The Wall Street Journal*, 16 de enero de 1996, pp. A1.
- [Nash, 1996] S. G. Nash, and A. Sofer, 'Linear and Nonlinear Programming', McGraw-Hill, New York, NY, 1996.

- [Nicholson, 1973] Nicholson H., Sterling M.J.H., 'Optimum Dispatch of Active and Reactive Generation by Quadratic Programming', IEEE Trans. on PAS, vol.92, pp.644-654, 1973.
- [Nocedal, 2006] Nocedal J. and Wright S. J, 'Numerical Optimization', Segunda ed., Springer-Verlag New York, 2006.
- [Noyola, 1990] A. H. Noyola, W. M. Grady, and G. L. Viviani, 'An Optimized Procedure for Determining incremental Heat Rate Characteristics,', IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, No. 2, may-90, pp. 376-383.
- [Ongsakul, 2001] W.Ongsakul and N.Ruangpayoongsak, 'Constrained dynamic economic dispatch by simulated annealing/genetic algorithms,', Sydney, Australia: (PICA), 2001, IEEE Proceedings of the 22nd International Conference on Power Industry Computer Applications, pp. 207-212.
- [Orero, 1996] S.O.Orero and M.R.Irving, 'Economic dispatch of generators with prohibited operating zones: a genetic algorithm approach,', vol. 143, No. 6 ed 1996, IEE Proc.Gener.Transmission Distribution.
- [Orvosh, 1993] David Orvosh and Lawrence Davis, 'Shall We Repair? Genetic Algorithms, Combinatorial Optimization and Feasibility Constraints', In Stephanie Forrest, editor, Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms, pp. 650. Morgan Kaufman Publishers, San Mateo, California, July 1993.
- [Orvosh, 1994] David Orvosh and Lawrence Davis, 'Using a Genetic Algorithm to Optimize Problems with Feasibility Constraints', In Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation, pp. 548-553. IEEE Press, 1994.
- [Osman, 2003] M. S. Osman, M. A. Abo-Sinna and A. A. Mousa, "A solution to the optimal power flow using genetic algorithm", Department of Basic

Engineering Science, Faculty Of Engineering, Moenoufia University, Shebin El-Kom, Egypt, September 2003.

- [Overbye, 1995] T. J. Overbye, P. W. Sauer, C. M. Marzinzik and G. Gross, 'A User-Friendly Simulation Program for Teaching Power System Operations,' IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No. 4, November 1995, pp. 1725-1733.
- [Paranjothi, 2002] Paranjothi, S.R., and Anburaja, K., 'Optimal power flow using refined genetic algorithms', Electric Power Compon. Syst., 2002, 30, pp. 1055-1063
- [Paredis, 2000] Jan Paredis, 'Co-evolutionary constraint satisfaction', In Julian Miller, Adrian Thompson, Peter Thomson, and Terence C. Fogarty, editors, Proceedings of the 3rd Conference on Parallel Problem Solving from Nature, pp. 21-30, Edinburgh, Scotland, April 2000. Springer-Verlag.
- [Pedrycz, 1997] W. Pedrycz (ed.), 'Fuzzy Evolutionary Computation', Kluwer Academic Publisher, Norwell, MA, 1997.
- [Peschon, 1971] Peschon J., Bree D.W., Hajdu L.P., 'Optimal Solutions Involving System Security', Proc. of PICA Conf., pp.210-218, May 1971.
- [Peschon, 1968] Peschon J., Piercy D.S., Tinney W.F., Tveit O.J., Cuenod M., 'Optimum Control of Reactive Power Flow', IEEE Trans. on PAS, vol.87, no.1, pp.40-48, 1968.
- [Pizano, 2004] A. Pizano, 'Tesis de Maestría; modelado de enlaces de corriente directa basados en fuentes de voltaje conmutadas para el análisis de flujos de potencia óptimos', Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, 2004.
- [Powell, 1993] David Powell and Michael M. Skolnick, 'Using genetic algorithms in engineering design optimization with non-linear constraints', In Stephanie

- Forrest, editor, Proceedings 01 the Fifth International Conference on Genetic Algorithms, pp. 424-431, San Mateo, California, July 1993. University of Illinois at Urbana-Champaign, Morgan Kaufmann Publishers.
- [Rajela, 1996] P. Rajela and J. Lee, 'Constrained Genetic Search via Schema Adaptation. An Immune Network Solution', *Structural Optimization*, 12:11-15, 1996.
- [Randy, 1998] Randy L.Haupt and Sue Ellen Haupt, 'Practical Genetic Algorithms,', New York, N.Y: John Wiley &Son, Inc, 1998.
- [Rechenberg, 1965] Rechenberg, 'Cybernetic Solution Path of an Experimental Problem,', Royal Aircraft Establishment, Library Translation No. 1 122, August 1965.
- [Reeve, 1993] Reeves, C. (editor), 'Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems', John Wiley & Sons, 1993.
- [Richardson, 1989] Jon t. Richardson, Mark R. Palmer, Gunar Liepins, and Mike Hilliard, 'Some Guidelines for Genetic Algorithms with Penalty Functions', In J. David Schaffer, editor, *Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 191-197, George Mason University, 1989. Morgan Kaufmann Publishers.
- [Ringlee, 1963] Ringlee R.J., Williams D.D., 'Economic System Operation Considering Valve Throttling Losses, II-Distribution of System Loads by the Method of Dynamic Programming', *AIEE Trans*, vol.82, pp.615-620, 1963.
- [Rodolphe, 1995] Rodolphe G. Le Riche, Catherine Knopf-Lenoir, and Raphael T. Haftka, 'A Segregated Genetic Algorithm for Constrained Structural Optimization', In Larry J. Eshelman, editor, *Proceedings 01 the Sixth International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 558-565, San Mateo, California, July 1995. University of Pittsburgh, Morgan Kaufmann Publishers.

- [Rosenbluth, 1995] Metropolis, N., A. Rosenbluth, A. Teller y E. Teller, 'Equations of State Calculations by Fast Computing Machines', The Journal of Chemical Physics, Vol. 21, No. 6, 1995, pp. 1087-1092.
- [Ryszard, 1997] Ryszard Kowalczyk, 'Constraint Consistent Genetic Algorithms', In Proceedings 01 the 1997 IEEE Conference on Evolutionary Computation, pp. 343-348, Indianapolis, USA, April 1997. IEEE.
- [Saadat, 1999] H. Saadat, 'Power system analysis', McGraw Hill. (1999)
- [Saini, 2006] Ashish Saini, Devendra K. Chaturvedi, and A. K. Saxena, "Optimal Power Flow Solution: a GA-Fuzzy System Approach," International Journal of Emerging Electric Power Systems: Vol. 5 : Iss. 2, Article 1, April 3, 2006, Available at: <http://www.bepress.com/ijeeps/vol5/iss2/art1>.
- [Santos, 1995] Santos A. Jr. and da Costa G. R. M, 'Optimal-Power-Flow Solution by Newton's Method Applied to an Augmented Lagrangian Function,', IEE Proc. Gener. Trans. Distrib., Vol. 142, No. 1, ene-95, pp. 33-36.
- [Santos, 1988] Santos A. Jr., Deckmann S., and Soares S, 'A dual Augmented Lagrangian Approach for Optimal Power Flow', IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 3, ago-88, pp. 1020-1025.
- [Schaffer, 1985] J. David Schaffer, 'Multiple Objective Optimization with Vector Evaluated Genetic Algorithms', In Genetic Algorithms and their Applications: Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms, pp. 93-100. Lawrence Erlbaum, 1985.
- [Schoenauer, 1993] Marc Schoenauer and Spyros Xanthakis, 'Constrained GA Optimization', In Stephanie Forrest, editor, Proceedings 01 the Fifth International Conference on Genetic Algorithms, pp. 573-580, San Mateo, California, 1993. Morgan Kaufmann Publishers.

- [Schoenauer, 1996] Marc Schoenauer and Zbigniew Michalewicz, 'Evolutionary Computation at the Edge of Feasibility', In H.-M. Voigt, W. Ebeling, I. Rechenberg, and H.P. Schwefel, editors, Proceedings of the Fourth Conference on Parallel Problem Solving from Nature, pp. 245-254. Springer-Verlag, Berlin, September 1996.
- [Schoenauer, 1998] Marc Schoenauer and Zbigniew Michalewicz, 'Sphere Operators and Their Applicability for Constrained Parameter Optimization Problems', In V. W. Porto, N. Saravanan, D. Waagen, and A. E. Eiben, editors, Evolutionary Programming VII: Proceedings of the Seventh Annual Conference on Evolutionary Programming, volume 1447 of Lecture Notes in Computer Science, pp. 241-250. Springer-Verlag, San Diego, California, March 1998.
- [Schwefel, 1981] Hans-Paul Schwefel, 'Numerical Optimization of Computer Models', John Wiley & Sons, Great Britain, 1981.
- [Sheble, 1995] G.B.Sheble and K.Brittig, 'Refined genetic algorithm - Economic dispatch example,', vol. 10, No. 1 ed 1995, IEEE Transactions On Power System, pp. 117-124.
- [Sheela, 1997] Sheela V. Belur, 'CORE: Constrained Optimization by Random Evolution', In John R. Koza, editor, Late Breaking Papers at the Genetic Programming 1997 Conference, pp. 280-286, Stanford University, California, July 1997. Stanford Bookstore.
- [Shen, 1970] Shen C.M., Laughton M.A., 'Power System Load Scheduling with Security Constraints using Dual Linear Programming', Proc. of IEE, vol.117, no.11, pp. 2117-2127, 1970.
- [Shen, 1969] Shen C.M., Laughton M.A., 'Determination of Optimum Power-System Operating Conditions Under Constraints', Proc. of IEE, Vol.116, pp.225-239, 1969.

- [Shoults, 1977] Shoults R.R., 'A Simplified Economic Dispatch Algorithm Using Decoupled Networks', IEEE PES Summer Meeting, paper A77 738-8, Mexico City 1977.
- [Shoup, 1987] Shoup, T., y Farrokh Mistree, 'Optimization Methods with Applications for Personal Computers', Prentice Hall, 1987.
- [Smith-Keary, 1979] Smith-Keary, P., 'Genetic, Structure and Function', Macmillan Press, 1979.
- [Song, 1997] Y.Song and C.Chou, 'Advanced engineered-conditioning genetic approach to power economic dispatch,', 1997, IEE Proc.Gener.Transmission Distribution, pp. 285-292.
- [Soule, 2001] Soule, Terrence y Amy Ball, 'A genetic algorithm with multiple reading frames', En GECCO-2001: Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference, Lee Spector y Eric Goodman (eds). Morgan Kaufmann, 2001. Disponible en <http://www.cs.uidaho.edu/tsoule/research/papers.html>.
- [Squires, 1961] Squires R.B., 'Economic Dispatch of Generation Directly from Power System Voltages and Admittances', AIEE Trans. vol.79, pt.III, pp.1235-1244, 1961.
- [Stagg, 1968] G. W. Stagg, A. H. El-Abiad, 'Computer methods in power system analysis', McGraw Hill. (1968).
- [Steinberg, 1943] Steinberg M.J., Smith T.S., 'Economic Loading of Power Plants and Electric Systems', McGraw-Hill 1943.
- [Stom, 1997] R. Stom and K. Price, 'Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization Over Continuous Spaces,', Journal of Global Optimization, Vol. 1 1, 1997, pp. 341 -359.

- [Strang, 1988] G. Strang, 'Linear Algebra and its Application,', Third Edition ed USA: Thomson Learning, 1988.
- [Su, 1995] C.Su and G.Chiou, 'A Hopfield network approach to economic dispatch with prohibited operating zones', Vol. 1 ed 1995, Proceeding of International Conference On Energy Management and Power Delivery, pp. 382-387.
- [Surry 1995] Patrick D. Surry, Nicholas J. Radcliffe, and Ian D. Boyd. A Multi-Objective Approach to Constrained Optimisation of Gas Supply Networks: The COMOGA Method. In Terence C. Fogarty, editor, Evolutionary Computing. AISB Workshop. Selected Papers, Lecture Notes in Computer Science, pages 166-180. Springer-Verlag, Sheffield, U.K., 1995.
- [Surry, 1997] Patrick D. Surry and Nicholas J. Radcliffe. The COMOGA Method: Constrained Optimisation by Multiobjective Genetic Algorithms. Control and Cybernetics, 26(3), 1997.
- [Sun, 1984] D. I. Sun, B. Ashley, B. Brewer, A. Hughes and W. F. Tinney, 'Optimal Power Flow by Newton Approach', IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-103, October 1984, pp. 2864-2880.
- [Sun, 1988] Sun D. I., Hu T.-I., Lin Gen-Sheng, Lin Chia-Jen, and Chen Chun-Ming, 'Experiencies with Implementing Optimal Power Flow for Reactive Scheduling in the Taiwan Power System', IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 3, ago-88, pp. 1193-1200.
- [Sundaram, 1996] Sundaram R. K, 'A Firsst Course in Optimization Theory', Primera ed., Cambridge University Press, 1996.
- [Tang, 1996] Tang, K.S., K.F. Man, S. Kwong y Q. He, 'Genetic algorithms and their applications', IEEE Signal Processing Magazine, vol.13, no.6pp.22-37 (noviembre de 1996).

- [Thorp, 2001] J. Thorp, C. E. Murillo Sanchez and R. J. Thomas, 'Time-space Methods for Determining Location Reserves: A Framework for Location Based Pricing and Scheduling for Reserve Markets', Report to the Department of Energy, November 2001. [http://certs.lbl.gov/pdf/CERTS\\_LocRes.pdf](http://certs.lbl.gov/pdf/CERTS_LocRes.pdf).
- [Tinney, 1967] W. F. Tinney and C. E. Hart, 'Power Flow Solution by Newton's Method', IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-86, No. 11, November 1967, pp. 1866-1876.
- [Tudor, 1963] Tudor J.R., Lewis W.A., 'Transmission Losses and Economy Loading by Use of The Admittance Constants', IEEE Trans. on PAS, vol.82, pp.676-683, 1963.
- [Ujjwal, 2002] Ujjwal Maulik, Sanghamitra Bandyopadhyay, Malay Kumar Pakhira: Clustering Using Annealing Evolution: Application to Pixel Classification of Satellite Images. ICVGIP 2002.
- [Van Le, 1995] T. Van Le, 'A Fuzzy Evolutionary Approach to Constrained Optimization Problems', In Proceedings of the Second IEEE Conference on Evolutionary Computation, pp. 274-278, Perth, November 1995. IEEE.
- [Van Ness, 1963] Van Ness J.E., 'A Note on Incremental Loss Computation', AIEE Trans., vol.81, Pt.III, pp.735-739, Feb. 1963.
- [Vanderplaats, 1984] G. N. Vanderplaats, 'Numerical Optimization Techniques for Engineering Design', McGraw-Hill, New York, NY, 1984.
- [Walters, 1993] D. C. Walters, and G. B. Sheblé, 'Genetic Algorithm Solution of Economic Dispatch with Valve Point Loading', IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, No. 3, August 1993, pp. 1325-1332.
- [Ward, 1956] J. B. Ward, and H. W. Hale, 'Digital Computer Solution of Power Flow Problems', Transactions AIEE, Part 111, Vol. 75, June 1956, pp. 398-404.

- [Weber, 1995] J. D. Weber, 'Implementation of a Newton-Based Optimal Power Flow into a Power System Simulation Environment', University of Wisconsin, USA, 1995.
- [Wells, 1968] Wells D.W., 'Method for Economic Secure Loading of a Power System', Proc. of IEE, vol.115, no.8, pp.1190-1194, 1968.
- [Wenyuan , 1985] Wenyuan Li , 'An On-Line Power Dispatch Method with Security', Electric Power System Research, vol.9, no.2, pp.173-182, 1985.
- [Winston, 1995] Winston, W. L., 'Introduction to Mathematical Programming, Applications and Algorithms', 2a ed., Duxbury Press, 1995
- [Wollenberg, 1974] Wollenberg B.F., Stadlin W.O., 'A Real Time Optimum for Security Dispatch', IEEE Trans. on PAS, vol.93, pp.1640-1649, 1974.
- [Wolpert, 1997] D. H. Wolpert and W. G. Macready, "No Free Lunch Theorems for Optimization,' IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 1, No. 1, January 1997, pp. 67-82.
- [Wong, 1993] K.P.Wong, 'Simulated annealing based economic dispatch algorithm,' vol. 140, No. 6 ed 1993, IEE Proceedings-C, pp. 509-515.
- [Wood, 1996] J. Wood, and B. F. Wollenberg, 'Power Generation. Operation and Control', Second Edition, John Wiley & Sons, New York, NY, 1996.
- [Wright, 1991] A. Wright, 'Genetic algorithms for real parameter optimization', in J.G. Rawlins (ed.) Foundations of Genetic Algorithms, Morgan Kaufmann, San Francisco, CA, pp. 205-218, 1991.
- [Wu, 1979] Wu F.F., Gross G., Luini J.F., Lock P.M., 'A Two Stage Approach to Solving Large Scale Optimal Power Flows', Proc. of PICA Conf., Cleveland 1979.

- [Wu, 1993] Y. Wu, A. S. Debs and R. E. Marsten, 'Direct Nonlinear Predictor-Corrector Primal-Dual Interior Point Algorithm for Optimal Power Flows', 1993 IEEE Power Industry Computer Applications Conference, pp. 138-145.
- [Xiao, 1997] Jing Xiao, Zbigniew Michalewicz, and Krzysztof Trojanowski, 'Adaptive Evolutionary Planner Navigator for Mobile Robots', IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1(1):18-28, 1997.
- [Xiao, 1996] Jing Xiao, Zbigniew Michalewicz, and Lixin Zhang, 'Evolutionary Planner/Navigator: Operator Performance and Self-Tuning', In Proceedings of the 3rd IEEE International Conference on Evolutionary Computation, Nagoya, Japan, May 1996. IEEE Press.
- [Xie, 2001] K. Xie and Y. H. Song, 'Dynamic Optimal Power Flow by Interior Point Methods', IEEE Proceedings-Generation, Transmission, Distribution, 148(1), January 2001.
- [Yalcinoz, 2000] T.Yalcinoz, H.Altun, and U.Hasan, 'Constrained economic dispatch with prohibited operating zones: A Hopfield neural network approach', Vol. II ed 2000, Proceeding of the 10th Mediterranean Electromechanical Conference, pp. 570-573.
- [Yokoyama, 1988] R.Yokoyama, S.H.Bae, T.Morita, and H.Sasaki, 'Economic dispatch of generators with prohibited operating zones: a genetic algorithm approach', vol. 143, No. 6 ed Montreal, Canada: 88 A.D., pp. 317-323.
- [Yuryevich, 1999] J. Yuryevich and K.P. Wong, 'Evolutionary Programming Based Optimal Power Flow Algorithm', IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 14, No.4, November 1999, pp. 1245-1250.
- [Zhang, 1986] Zhang G., 'On-Line Network Constrained Reactive Power Control Using an Incremental Reactive Current Model', Proc. of Second Int. Conference

on Power System Monitoring and Control, Durham, July 1986, pp.156-161.

[Zwe-Lee, 2004] GOING Zwe-Lee, HUANG Hou-Sheng, “Real-coded mixed-integer genetic algorithm for constrained optimal power flow”, TENCON 2004 (2004 IEEE Region 10 conference) (proceedings analog and digital techniques in electrical engineering) (21-24 November 2004, Chiang Mai, Thailand), 2004, [Note(s) : 4 vol., ] (6 ref.) ISBN 0-7803-8560-8.

[Zwe-Lee, 2006] Zwe-Lee Gaing; Rung-Fang Chang , “Security-constrained optimal power flow by mixed-integer genetic algorithm with arithmetic operators”, Power Engineering Society General Meeting, 2006. IEEE, Volume , Issue , 18-22 June 2006.