



**UNIVERSIDAD MICHOACANA
DE SAN NICOLÁS
DE HIDALGO**

**DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO DE LA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**“ANÁLISIS DEL ARRANQUE DE MOTORES
DE INDUCCIÓN DE GRAN CAPACIDAD
CONECTADOS A REDES DE DISTRIBUCIÓN
USANDO EL DOMINIO ARMÓNICO
EXTENDIDO”**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**PRESENTA:
ING. JESÚS MALDONADO PALEO**

**ASESOR:
DR. J. JESÚS RICO MELGOZA**

**COASESOR:
M.I. ISIDRO IGNÁCIO LÁZARO CASTILLO**

Morelia, Michoacán. OCTUBRE de 2005



Agradecimientos

Primero que nada le agradezco a **DIOS**, por darme la vida y la fuerza para afrontarla día a día.

A MIS PADRES:

T. JESÚS MALDONADO RUÁN † Y ALICIA PALEO VELÁZQUEZ

Por su apoyo incondicional, pero sobretodo por tratar de hacer de mi un hombre de provecho.

A MI HERMANO:

MANUEL ALEJANDRO

Por su gran apoyo en todos momentos tanto de logros como de fracasos.

A MI ESPOSA:

ALMA

Por su gran amor, comprensión y apoyo incondicional que siempre me ha demostrado.

A MIS ASESORES:

Dr. J. JESÚS RICO MELGOZA Y M.I. ISIDRO IGNACIO LÁZARO CASTILLO.

Por compartir conmigo parte de sus conocimientos de manera desinteresada, por su gran apoyo y sus grandes consejos que me otorgaron y que hicieron posible la realización de este trabajo... pero sobretodo por su gran paciencia.

A TODOS MIS SINODALES:

Dr. E. BARRERA, Dr. NORBERTO B. Y Dr. MANUEL M.

Por sus comentarios invaluable que permitieron que el trabajo desarrollado tuviera una mejor presentación. En especial al Dr. Manuel Madrigal por su apoyo durante el desarrollo del trabajo.

A TODOS LOS CATEDRATICOS DEL POSGRADO.

Por sus enseñanzas compartidas y amistad que algunos de ellos me brindaron.

A TODOS MIS COMPAÑEROS Y AMIGOS:

Por su valioso apoyo amistad que me brindaron y que hicieron que mi estancia en este recinto fuera más llevadera.

...A TODOS ELLOS MIL GRACIAS

Jesús M. P.

Resumen

Las herramientas basadas en la expansión de funciones a través de series ortogonales, han jugado un papel importante en la solución de una amplia gama de problemas, tanto físicos como de diseño. En los últimos años se han aplicado al análisis de sistemas eléctricos de potencia, haciendo énfasis en aquellos que presentan un comportamiento periódico. En éste caso se aplican a sistemas no-lineales que presentan un comportamiento no necesariamente periódico, como es el caso del motor de inducción en su régimen transitorio. Entre estas herramientas se puede encontrar a las Matrices Operacionales, los Fasores Dinámicos y el Dominio Armónico Extendido, formulado en base a los dos anteriores. Ahora bien, la incorporación de dispositivos electromecánicos en las redes eléctricas, como son los motores de inducción de gran capacidad, pueden provocar un decremento en el nivel de voltaje de la red, lo que ha generado inconvenientes técnicos y económicos, debido principalmente al uso globalizado de aparatos sensibles a las depresiones de voltaje, por lo cual han sido y seguirán siendo tema de interés para muchos investigadores del área de los sistemas eléctricos de potencia.

En este trabajo, se presenta una técnica para el estudio de sistemas eléctricos de potencia, que pueden incorporar en sus nodos dispositivos no lineales con un comportamiento dinámico, tal como el motor de inducción en su régimen transitorio. La técnica esta basada en el DAE, cuya principal ventaja es la obtención de una herramienta computacional generalizada capaz de resolver sistemas con las características antes mencionadas. El simulador desarrollado, permite obtener una comparación entre los resultados obtenidos mediante la técnica basada en el Dominio Armónico Extendido, y los arrojados a través de un programa alternativo realizado en la plataforma del Simulink, librería del MatLab.

Abstract

Tools based on the expansion of functions through orthogonal series have played an important role in solving a wide range of problems, both physical and design-related. In recent years, such tools have been applied to the analysis of Electrical Power Systems, with emphasis on those that are characterized by periodic behavior. In this case is applied to no-linear systems that not present a behavior necessarily periodic, as it is the case of the induction motor in their transient regime. Examples of these tools include Operational Matrices, Dynamic Phasors, and Extended Harmonic Domain (EHD), which is formulated on the basis of the other two. Now then, the incorporation of electromechanical devices into electrical networks, such as induction motors, can cause a decrease in the level of voltage in the network, and thus generate technical and economic difficulties that arise primarily from the globalized use of apparatus that are sensitive to voltage depressions. It is for this reason that they continue to be a topic of interest for many researchers in the area of Electrical Power Systems.

This study presents a technique for the analysis of those Electrical Power Systems that are capable of incorporating into their nodes non-linear devices characterized by dynamic behavior, such as the induction motor, in their transient regime. The technique is based on EHD, whose principle advantage consists in obtaining a general purpose computing tool capable of solving systems that have the properties mentioned above. The simulator developed allows us to ascertain a comparison between the results obtained using the technique based on Extended Harmonic Domain and those generated through the use of an alternative program elaborated using the Simulink platform of the MatLab library.

Índice

Agradecimientos	i
Resumen	ii
Abstract	iii
Índice	iv
Lista de símbolos y abreviaturas	viii
Lista de figuras	xiv
Lista de tablas	xx

Capítulo 1	Introducción	1
1.1.- Antecedentes.		1
1.1.1.- Depresiones transitorias de voltaje.		1
1.1.2.- El motor de inducción.		3
1.1.3.- Dominio armónico extendido.		5
1.2.- Justificación.		6
1.3.- Objetivo.		8
1.4.- Metodología.		9
1.5.- Estructura.		11
Capítulo 2	Marco teórico	13
2.1.- Introducción.		13
2.2.- Flujos de potencia.		14
2.2.1.-Modelado de la línea de transmisión.		14
2.2.2.- Representación de los generadores.		16
2.2.3.- Representación de cargas eléctricas.		17
2.2.4.- Formulación básica del modelo de flujos de potencia convencional.		17
2.2.5.- Selección de nodos en un sistema de potencia.		21
2.3.- Método de Newton Raphson.		23
2.4.- Máquina de inducción.		25
2.4.1.- Modelo del motor de inducción en coordenadas $dq0$.		27
2.4.2.- Implementación del modelo del motor de inducción en MatLab.		30
2.5.- Conclusiones.		32

Capítulo 3	El dominio armónico extendido	33
3.1.-	Introducción.	33
3.2.-	Series ortogonales.	33
3.3.-	Fasores dinámicos.	34
3.4.-	Matrices operacionales.	36
3.4.1.-	Matriz operacional de integración.	36
3.4.2.-	Matriz operacional de diferenciación.	36
3.4.3.-	Matriz producto.	37
3.4.4.-	Matriz de coeficientes.	37
3.5.-	Formas generales para la función base y matrices operacionales en el dominio de Fourier complejo.	37
3.5.1.-	Función base para la serie compleja de Fourier.	38
3.5.2.-	Matriz de integración para la serie compleja de Fourier.	39
3.5.3.-	Matriz de diferenciación para la serie compleja de Fourier.	40
3.5.4.-	Matriz producto para la serie compleja de Fourier.	40
3.5.5.-	Matriz de coeficientes para la serie compleja de Fourier.	41
3.6.-	Formulación del DAE para sistemas lineales.	41
3.7.-	El DAE y los sistemas no-lineales.	45
3.8.-	Conclusiones.	47
Capítulo 4	Métodos de arranque de un motor de inducción	48
4.1.-	Introducción.	48
4.2.-	Cálculo de la corriente máxima de arranque en un motor de inducción, en base a los datos de fabricación.	49
4.3.-	Arranque del motor de inducción con resistencia en el circuito primario.	50
4.4.-	Arranque del motor de inducción con rotor devanado.	51
4.5.-	Arranque del motor de inducción con autotransformador.	53
4.6.-	Arranque con rotor de barra profunda y doble jaula de ardilla.	54
4.7.-	Curvas típicas de las variables del motor de inducción en el momento de arranque bajo diferentes condiciones de operación.	57
4.8.-	Conclusiones.	66

Capítulo 5	Arranque del motor de inducción conectado a nodo infinito, usando DAE	67
5.1.-	Introducción.	67
5.2.-	Ecuaciones del modelo del motor de inducción bajo la técnica del DAE.	68
5.3.-	Casos de estudio.	74
5.3.1.-	Motor de inducción de 3HP.	74
5.3.2.-	Motor de inducción de 50HP.	81
5.3.3.-	Motor de inducción de 2250HP.	84
5.4.-	Conclusiones.	87
Capítulo 6	Arranque del motor de inducción conectado a un sistema eléctrico de potencia, usando DAE	88
6.1.-	Introducción.	88
6.2.-	Detalles sobre la metodología empleada.	89
6.3.-	Casos de estudio.	90
6.3.1.-	Descripción del sistema eléctrico de prueba.	92
6.3.2.-	Estado estable del sistema eléctrico de prueba.	93
6.3.3.-	Caso 1: Motor de 3HP con una carga mecánica de 10Nm, conectado a un SEP.	95
6.3.4.-	Caso 2: Motor de 2250HP con una carga mecánica de 2000Nm, conectado a un SEP.	99
6.3.5.-	Caso 3: Sistema eléctrico con varios motores de inducción conectados simultáneamente.	102
6.3.6.-	Caso 4: Arranque de motores de inducción conectados a un sistema de potencia, utilizando resistencias auxiliares.	103
6.4.-	Conclusiones.	114
Capítulo 7	Conclusiones	116
7.1.-	Conclusiones.	116
7.2.-	Contribución.	118
7.2.-	Sugerencias para trabajos posteriores.	119
Referencias		120

Apéndice A	Principios básicos y modelado del motor de inducción	124
A.1.-Principios básicos.		124
A.1.1.- Construcción del motor de inducción.		124
A.1.2.- Campo magnético giratorio.		126
A.1.3.- Relación entre la frecuencia eléctrica y la velocidad de giro del CMG.		130
A.1.4.- Momento de torsión inducido en un motor de inducción.		131
A.1.5.- Concepto de deslizamiento en las máquinas de inducción.		132
A.2.- Modelado del motor de inducción.		134
Apéndice B	Simulador de redes eléctricas en estado quasi-estacionario.	147
B.1.-Descripción del programa.		147
B.1.1.- Portada del simulador.		148
B.1.2.- Panel para la simulación del sistema eléctrico con motores de inducción.		149
B.2.-Forma de utilización.		159

Lista de símbolos y abreviaturas

P	Potencia real.
Q	Potencia reactiva.
$ V $	Magnitud de voltaje.
δ	Ángulo del voltaje.
Z_{serie}	Impedancia serie de una línea.
R	Resistencia serie de una línea.
$\omega, \omega_r, \omega_s$	Velocidad angular, del rotor y de sincronía respectivamente.
L	Inductancia.
C	Capacitancia.
Y_p	Admitancia paralelo de una línea.
G	Conductancia de una línea.
E_{ind}	Voltaje inducido.
I_S, I_R	Corrientes en el emisor y receptor de una línea, respectivamente.
V_S, V_R	Voltaje en el lado emisor y receptor de una línea, respectivamente.
E_g	Voltaje en un generador.
Z_g	Impedancia equivalente de un generador.
Z_L	Impedancia equivalente de una carga.
Y_{serie}	Admitancia serie de una línea.
$ Y_{ij} $	Magnitud de la admitancia entre el nodo i al nodo j .
θ	Ángulo para las admitancias.
S_i	Potencia aparente en el nodo i .
$P_{i,prog}$	Potencia real programada para el nodo i .
P_{gi}	Potencia real generada en el nodo i .
P_{di}	Potencia real demandada en el nodo i .

$P_{i,calc}$	Potencia real calculada en el nodo i .
$Q_{i,prog}$	Potencia reactiva programada para el nodo i .
Q_{gi}	Potencia reactiva generada en el nodo i .
Q_{di}	Potencia reactiva demandada en el nodo i .
$Q_{i,calc}$	Potencia reactiva calculada en el nodo i .
sen	Función trigonométrica seno.
cos	Función trigonométrica coseno.
V_i, I_i	Voltaje y corriente en el nodo i , respectivamente.
N	Número total de nodos de un sistema de potencia.
N_g	Número total de nodos de voltaje en un sistema de potencia.
p	Derivada respecto al tiempo de una variable.
$\frac{\partial}{\partial}$	Derivada parcial de una variable (numerador) respecto a otra (denominador).
Δ	Incremento de una variable.
r_s	Resistencia del devanado del estator.
r_r	Resistencia del devanado del rotor.
r'_r	Resistencia del devanado del rotor referido al estator.
L_{ls}	Inductancia de dispersión del estator.
L_{lr}	Inductancia de dispersión del rotor.
L'_{lr}	Inductancia de dispersión del rotor referida al estator.
L_{ms}, L_{mr}	Inductancias de magnetización del estator y rotor respectivamente.
L'_{mr}	Inductancia de magnetización del rotor referida al estator.
M	Inductancia mutua de magnetización del motor.
$\lambda_{ds}, \lambda_{qs}$	Enlaces de flujo del estator en los ejes d y q , respectivamente.
$\lambda'_{dr}, \lambda'_{qr}$	Enlaces de flujo del rotor en los ejes d y q , referidos al estator.
v_{qs}, v_{ds}, v_{0s}	Voltajes del estator en los ejes q , d y 0 respectivamente.
v_{qr}, v_{dr}, v_{0r}	Voltajes del rotor en los ejes q , d y 0 , respectivamente.

$v'_{qr}, v'_{dr}, v'_{or}$	Voltajes del rotor referidos al estator en los ejes q , d y 0 , respectivamente.
i_{qs}, i_{ds}, i_{os}	Corrientes del estator en los ejes q , d y 0 , respectivamente.
$i'_{qr}, i'_{dr}, i'_{or}$	Corrientes del rotor en los ejes q , d y 0 , referidos al estator.
T_e, T_L, T_{ind}	Par electromagnético, de carga e inducido respectivamente.
J	Momento de inercia del eje y carga de un motor.
L_s, L_r	Inductancia del estator y rotor referido al estator, respectivamente.
n_{pol}	Número de polos del motor de inducción.
$T_i(t)$	Función base i-esima.
$\mathbf{T}(t)$	Vector de funciones base.
a_i	Coeficiente armónica i-esima (constante) de una función arbitraria.
$a_i(t)$	Coeficiente armónica i-esima (variante) de una función arbitraria.
$\mathbf{P}$	Matriz de integración.
$\mathbf{D}$	Matriz de diferenciación.
$\mathbf{C}$	Matriz de coeficientes.
$\hat{\mathbf{T}}(t)$	Matriz Producto.
nh	Número de coeficientes armónicas para la aproximación de una función.
mt	Número de términos para la aproximación de una función.
KVA	Kilo-volts-amperes.
MVA	Mega-volts-amperes.
HP	Caballos de Fuerza.
DAE	Dominio Armónico Extendido.
SEP	Sistema Eléctrico de Potencia.
Ω	Ohms.
Hz	Hertz.
s	Segundos.
f_{abc}	Variables en un marco de referencia de fase “a”, “b” y “c”.

f_{dq0}	Variables en un marco de referencia de coordenadas “d”, “q” y “0”.
Nm	Newtons-metro.
A	Amperes.
pu	Sistema de unidades en por unidad.
F, pu	Valores en por unidad.
$F, real$	Valores reales.
$F, base$	Valores base para la conversión de un sistema a por unidad.
X, pu	Reactancia en por unidad.
R, pu	Resistencia en por unidad.
Yp	Admitancia paralelo.
MI	Motor de inducción.
R_{aux}	Resistencia auxiliar.
CMG	Campo magnético giratorio.
H	Intensidad de campo magnético.
B_M, B_{neto}, B_R	Densidad de flujo o campo magnético: pico, neto, del rotor y del
B_S	estator respectivamente.
μ	Permeabilidad.
t	Tiempo.
T_{fin}	Tiempo final para la simulación.
T_s	Tiempo para la interacción entre flujos y el DAE.
T_{inc}	Tamaño del incremento para la dinámica del motor de inducción.
PLC	Controlador lógico programable.
SLIT	Sistema lineal invariante en el tiempo.
SLPT	Sistema lineal periódico en el tiempo.
SLVT	Sistema lineal variante en el tiempo.
TCSC	Compensador estático controlado por tiristores.
SVC	Compensador estático de vars.
STATCOM	Compensador estático sincrónico.
SAGs	Traducción para referir las depresiones.
f_e, f_m, f_r	Frecuencias: eléctrica, mecánica y del rotor.

vel	Velocidad.
l_m	Longitud media del recorrido del flujo magnético.
Sd	Deslizamiento.
$\mathbf{r}_s$	Matriz de resistencias del estator.
$\mathbf{r}_r$	Matriz de resistencias del rotor.
$\mathbf{r}'_r$	Matriz de resistencias del rotor referidas al estator.
$\mathbf{i}_{abcs}$	Vector de corrientes del estator de las fases “a”, “b” y “c”.
$\mathbf{i}_{abcr}$	Vector de corrientes del rotor de las fases “a”, “b” y “c”.
$\mathbf{i}'_{abcr}$	Vector de corrientes del rotor referidas al estator.
λ_{abcs}	Vector de enlaces de flujo del estator en coordenadas de fase abc .
λ_{abcr}	Vector de enlaces de flujo del rotor en coordenadas de fase abc .
λ'_{abcr}	Vector de enlaces de flujo del rotor referidas al estator.
$\mathbf{L}_s$	Matriz de inductancias del estator.
$\mathbf{L}_r$	Matriz de inductancias del rotor.
$\mathbf{L}'_r$	Matriz de inductancias del rotor referidas al estator.
$\mathbf{L}_{sr}$	Matriz de inductancias mutuas entre rotor y estator.
$\mathbf{L}'_{sr}$	Matriz de inductancias mutuas entre rotor y estator referidas al estator.
N_s	Número de vueltas del devanado del estator.
N_r	Número de vueltas del devanado del rotor.
$\mathbf{v}_{abcs}$	Vector de voltajes del estator en coordenadas de fase abc .
$\mathbf{v}_{abcr}$	Vector de voltajes del rotor en coordenadas de fase abc .
$\mathbf{v}'_{abcr}$	Vector de voltajes del rotor referidas al estator, en las fases abc .
W_f	Energía almacenada en un campo magnético lineal.
W_c	Coenergía almacenada en un sistema magnético lineal.
ϕ_r	Ángulo para determinar la posición del rotor.

K_s	Matriz de conversión de un sistema de coordenadas abc del estator a un marco de referencia de coordenadas $dq0$.
K_r	Matriz de conversión de un sistema de coordenadas abc del rotor a un marco de referencia de coordenadas $dq0$.
$\mathbf{v}_{qd0s}$	Vector de voltajes del estator en el marco de referencia de coordenadas $dq0$.
$\mathbf{v}_{qd0r}$	Vector de voltajes del rotor en el marco de referencia de coordenadas $dq0$.
$\mathbf{v}'_{qd0r}$	Vector de voltajes del rotor en el marco de referencia de coordenadas $dq0$, referidos al estator.
θ	Ángulo entre el eje de la fase a del estator y el eje q del estator y rotor.
θ_r	Ángulo entre la fase a del estator y la fase a del rotor.
β	Diferencia entre el ángulo θ y el θ_r .

Lista de figuras

Figura 1.1	Metodología en forma esquemática.	10
Figura 2.1	Circuito nominal π de una línea de transmisión.	16
Figura 2.2	Representación de un generador y una carga, conectados a un nodo de generación.	18
Figura 2.3	Potencias involucradas en un nodo arbitrario de generación.	20
Figura 2.4	Diagrama de flujo para resolver el problema de flujos de potencia.	25
Figura 2.5	Circuito equivalente para la máquina de inducción en un marco de referencia arbitrario de coordenadas $dq0$.	28
Figura 2.6	Diagrama de bloques para la simulación del motor de inducción, implementado en el Simulink del MatLab.	31
Figura 3.1	Componentes armónicas de una señal arbitraria.	35
Figura 4.1	Esquema de arranque con resistencia auxiliar, en el devanado primario.	51
Figura 4.2	Esquema de arranque con resistencia auxiliar, en el devanado del rotor.	52
Figura 4.3	Esquema de arranque con autotransformador.	53
Figura 4.4	Cortes transversales de rotores tipo jaula.	54
Figura 4.5	Circuito equivalente de una barra del rotor de barra profunda.	55
Figura 4.6	Velocidad de un motor de 3HP, para diferentes resistencias de sus devanados.	58
Figura 4.7	Corriente en los devanados de un motor de 3HP, modificando la resistencia de sus devanados.	59
Figura 4.8	Potencias en un motor de 3HP, modificando la resistencia de sus devanados.	60
Figura 4.9	Par desarrollado por un motor de 3HP, modificando la resistencia de sus devanados.	60
Figura 4.10	Característica par-velocidad para un motor de 3HP, variando la resistencia de sus devanados.	61

Figura 4.11	Curvas típicas para un motor de inducción jaula de ardilla, con arranque en dos etapas, a través de resistencias en el devanado primario.	62
Figura 4.12	Curvas típicas para un motor de inducción de rotor devanado, con arranque en dos etapas, a través de resistencias en el devanado secundario.	63
Figura 4.13	Curvas características para un motor de inducción ante un perfil de carga.	64
Figura 5.1	Diagrama de bloques para la simulación de un motor de inducción vía DAE.	72
Figura 5.2	Conversión de las corrientes en el marco $dq0$ al marco abc , en espacio armónico.	73
Figura 5.3	Velocidad de un motor de 3HP en condiciones de vacío, usando DAE.	75
Figura 5.4	Magnitud de las componentes armónicas de la velocidad de un motor de 3HP, en condiciones de vacío.	75
Figura 5.5	Corriente en el estator de un motor de 3HP, en condiciones de vacío.	76
Figura 5.6	Magnitud de las componentes armónicas de la corriente del estator de un motor de 3HP, en condiciones de vacío.	77
Figura 5.7	Corriente del estator y la magnitud de su componente fundamental, para un motor de 3HP, sin carga.	77
Figura 5.8	Velocidad del motor de 3HP con $T_L = 10Nm$.	78
Figura 5.9	Magnitud de las componentes armónicas para la velocidad del motor de 3HP, con $T_L = 10Nm$.	79
Figura 5.10	Corriente en el devanado del estator para un motor de 3HP, con $T_L = 10Nm$.	80
Figura 5.11	Magnitud de las componentes armónicas de la corriente del estator, para un motor de 3HP con $T_L = 10Nm$.	80

Figura 5.12	Corriente del estator y la magnitud de su componente fundamental, para un motor de 3HP con $T_L = 10Nm$.	81
Figura 5.13	Velocidad del motor de 50HP con $T_L = 190Nm$.	82
Figura 5.14	Magnitud de las componentes armónicas para la velocidad del motor de 50HP, con $T_L = 190Nm$.	83
Figura 5.15	Corriente del estator para un motor de 50HP, con $T_L = 190Nm$.	83
Figura 5.16	Magnitud de las componentes armónicas para la corriente del estator de un motor de 50HP, con $T_L = 190Nm$.	84
Figura 5.17	Velocidad del motor de 2250HP con $T_L = 2000Nm$.	85
Figura 5.18	Magnitud de las componentes armónicas para la velocidad del motor de 2250HP, con $T_L = 2000Nm$.	85
Figura 5.19	Corriente en el devanado del estator para un motor de 2250HP, con $T_L = 2000Nm$.	86
Figura 5.20	Magnitud de las componentes armónicas para la corriente del estator de un motor de 2250HP, con $T_L = 2000Nm$.	86
Figura 6.1	Diagrama detallado de la metodología empleada.	91
Figura 6.2	Diagrama unifilar del sistema eléctrico de prueba.	92
Figura 6.3	Magnitud del voltaje en el nodo 5 del sistema, al colocar un motor de 3HP, con un $T_L = 10Nm$.	96
Figura 6.4	Velocidad del motor de inducción de 3HP, con $T_L = 10Nm$, conectado al nodo 5 del SEP.	97
Figura 6.5	Corriente del estator y magnitud de su componente fundamental de un motor de inducción de 3HP, con $T_L = 10Nm$, conectado al nodo 5 del SEP.	97
Figura 6.6	Par-velocidad de un motor de 3HP, con $T_L = 10Nm$, conectado al nodo 5 del SEP.	98
Figura 6.7	Potencias totales de generación, demanda y pérdidas en el SEP, al conectar un motor de 3HP con un $T_L = 10Nm$, en el nodo 5.	98
Figura 6.8	Magnitud del voltaje en el nodo 5 al colocar un motor de 2250HP, con una carga de 2000Nm.	99

Figura 6.9	Velocidad de un motor de 2250HP con $T_L = 2000Nm$, conectado al nodo 5 del SEP.	100
Figura 6.10	Corriente del estator de un motor de 2250HP, con $T_L = 2000Nm$, conectado al nodo 5 del SEP.	100
Figura 6.11	Par-velocidad del motor de inducción de 2250HP, con $T_L = 2000Nm$, conectado al nodo 5 del SEP.	101
Figura 6.12	Potencias totales de generación, demanda y perdidas en el SEP, al conectar un motor de inducción de 2250HP, con $T_L = 2000Nm$, en el nodo 5 del SEP.	101
Figura 6.13	Voltajes nodales en <i>pu</i> , ante un motor de 2250HP con $T_L = 2000Nm$, conectado en el nodo 5.	104
Figura 6.14	Voltajes nodales en <i>pu</i> , ante varios motores de inducción, colocados de manera simultanea en diferentes nodos.	105
Figura 6.15	Corriente de los motores de 3HP, colocados en los nodos 8 y 11 del SEP.	106
Figura 6.16	Corriente de los motores de 50HP, colocados en los nodos 4 y 7 del SEP.	106
Figura 6.17	Corriente de los motores de 2250HP, colocados en los nodos 5 y 13 del SEP.	107
Figura 6.18	Potencias totales de generación, demanda y pérdidas, ante la conexión simultanea de varios motores de inducción, colocados en diferentes nodos.	107
Figura 6.19	Voltaje en el nodo de prueba del sistema, ante un esquema de arranque vía resistencia auxiliar, de un motor de 50HP con una carga de 190Nm.	108
Figura 6.20	Corrientes del estator para un motor de 50HP, con arranque mediante resistencias auxiliares, colocado en el nodo 13 del SEP.	108
Figura 6.21	Velocidad de un motor de 50HP, con $T_L = 190Nm$, colocado en el nodo 13 del SEP, para un esquema de arranque por resistencias auxiliares.	109

Figura 6.22	Corriente del estator para un motor de 2250HP, conectado a un SEP, utilizando un esquema de arranque por resistencias auxiliares en el estator.	110
Figura 6.23	Voltaje en el nodo 13 del SEP al conectar mediante arranque por resistencias auxiliares, un motor de 2250HP con $T_L=1000Nm$, en el nodo 13 del SEP.	111
Figura 6.24	Velocidad de un motor de 2250HP con $T_L=1000Nm$, conectado al SEP, utilizando un arranque por resistencias auxiliares en el estator.	111
Figura 6.25	Corriente del estator de un motor de 2250HP con $T_L=1000Nm$ conectado en el nodo 13 del SEP, usando arranque por resistencia en el estator.	112
Figura 6.26	Velocidad de un motor de 2250HP con $T_L=1000Nm$, colocado en el nodo 13 del SEP, utilizando resistencia auxiliar para el arranque.	112
Figura 6.27	Magnitud del voltaje para un motor de 2250HP con $T_L=1000Nm$, conectado al nodo 13 del SEP, usando resistencia auxiliar para su arranque.	113
Figura A.1	Esquema simplificado de un motor de inducción.	125
Figura A.2	Estator trifásico sencillo bipolar.	127
Figura A.3.	Ilustración del campo magnético giratorio.	130
Figura A.4	Momento de torsión inducido, en un motor de inducción simplificado.	133
Figura A.5	Máquina de inducción trifásica de estator bipolar.	137
Figura A.6	Energía almacenada en un campo magnético lineal.	140
Figura A.7	Relación de los ejes coordenados abc y $dq0$, en un circuito estacionario y rotativo.	144
Figura B.1	Portada del simulador.	148
Figura B.2	Panel principal del SSecMI	149
Figura B.3	Campos para la declaración de resistencias auxiliares	152

Figura B.4	Diagrama esquemático para la simulación de los motores de inducción en la plataforma del Simulink.	153
Figura B.5	Ventana auxiliar que permite el ingreso de los parámetros de los motores.	154
Figura B.6	Datos a observar de un motor en el dominio del tiempo.	158
Figura B.7	Sección para observar la dinámica de las componentes armónicas.	158

Lista de tablas

Tabla 2.1	Variables involucradas en el problema de flujos de potencia.	22
Tabla 4.1	Letras código que indican la relación entre los kilovolts-amperes por caballo de fuerza, de acuerdo con la tabla NEMA de letras código.	50
Tabla 4.2	Datos típicos de un motor de inducción de <i>3HP</i> y 4 polos.	57
Tabla 5.1	Parámetros de motores de inducción.	74
Tabla 6.1	Datos del sistema eléctrico de prueba.	93
Tabla 6.2	Clasificación de nodos e información de potencias demandadas e inyectadas al sistema de potencia de prueba.	94
Tabla 6.3	Condiciones de estado estable del sistema de potencia de prueba.	94
Tabla 6.4	Flujos de potencia en las líneas de transmisión del sistema de prueba.	95
Tabla 6.5	Balance global de las potencias del sistema.	95

Capítulo 1

Introducción

1.1.- Antecedentes.

En los siguientes apartados se mencionan algunos conceptos, antecedentes y tendencias de los temas relacionados con el trabajo, como son: las Depresiones Transitorias de Voltaje; el Motor de Inducción; y el Dominio Armónico Extendido.

1.1.1.- Depresiones transitorias de voltaje.

Las depresiones transitorias de voltaje conocidas como SAGs de voltaje (por la traducción de SAGs, a depresiones), están definidos en [IEEE1159], donde se les reconoce como un decremento momentáneo del voltaje, estos disturbios tienen una duración de varios ciclos de la fundamental. El origen, esta atribuido a la conexión de grandes cargas como los motores eléctricos de gran capacidad y al corto-circuito. Su principal efecto es la reducción de la eficiencia y vida útil de los equipos electrónicos y eléctricos, en particular los equipos de cómputo y los mismos motores eléctricos. Además, son uno de los aspectos que deteriora la calidad de la energía eléctrica. Para ver en detalle el concepto de calidad de energía y sus principales indicadores, el lector puede consultar la referencia arriba citada.

El estudio de las depresiones transitorias de voltaje, han sido tema de gran interés debido principalmente al incremento de cargas sensibles a éstas. Por mencionar ejemplos, la sensibilidad de algunos aparatos se presenta a continuación [W. Reich, 1996]:

- Las lámparas de alta densidad de descarga se apagan con valores de voltaje inferiores al 85 y 90% del valor nominal.
- Los Controladores Lógicos Programables (PLC's) se apagan con voltajes debajo del 80 y 85% de su valor nominal.
- Los contactores se abren a voltajes inferiores al 50 y 75% del nominal, que tengan un lapso de duración de 1 a 5 ciclos de la fundamental.

Además, los disturbios presentados en la onda de voltaje no solo afectan a los consumidores, sino también perjudican a los sistemas de potencia, causando problemas como [IEEE1159]:

- Operación incorrecta de controles remotos.
- Sobrecalentamiento de cables.
- Incremento de las pérdidas reactivas de los transformadores y motores.
- Errores en la medición.
- Operación incorrecta de sistemas de protección, entre otros.

Ahora bien, la regulación de voltaje en las líneas de distribución se realiza mediante reguladores de voltaje, cuya respuesta no es instantánea, esta se produce con un retraso de entre 30 y 45 segundos, por lo tanto es obvio que este tiempo es muy grande para eliminar las variaciones rápidas en el nivel de tensión.

Por lo tanto, para una red en particular, el problema se puede corregir utilizando dispositivos que proporcionen la energía demandada por la carga durante la duración del transitorio, tales como baterías, súper capacitores, conjuntos motor-volante, etc.. Estas alternativas pueden resultar costosas y en términos generales disminuyen la eficiencia global del sistema, puesto que durante mucho tiempo se tiene una gran cantidad de potencia almacenada. Así entonces, la tendencia esta enfocada al uso de equipos que maximicen la eficiencia de los sistemas, reduciendo al mínimo la cantidad de energía almacenada [S.S. Choi, 2000].

Diversos autores han indagado sobre el estudio y tratamiento de los SAGs de voltaje, por mencionar algún ejemplo, en [K.H.Chan, 2001], se presenta la detección de los SAGs de voltaje, originados por el arranque de motores bajo diferentes estados de operación. Aquí se plantea como una alternativa de mitigación, la incorporación de un Compensador Estático de Vars (SVC) y de un Compensador Estático Sincrono (STATCOM), colocados en el nodo de conexión del motor.

Finalmente, parte del análisis de la respuesta dinámica de los aparatos utilizados para la corrección de perturbaciones oportunas por medio de wavelets se encuentra reportado en [A.C. Parson, 1999, S. Pastore, 1998].

Lo anterior demuestra que la incorporación generalizada de cargas sensibles en los sistemas eléctricos de potencia, han dado como resultado un mayor énfasis en el estudio de las depresiones transitorias de voltaje, con el objetivo de atenuarlas, o mejor aun desaparecerlas, logrando con ello un buen funcionamiento de los dispositivos sensibles a tales depresiones y en particular al funcionamiento óptimo del mismo, contribuyendo así en el mejoramiento de la calidad de la energía.

1.1.2.- El motor de inducción.

El motor de inducción es uno de los dispositivos más usados por las industrias y usuarios en general, debido principalmente a su relativo bajo costo, simplicidad, fácil manejo y bajo mantenimiento requerido. Debido a los dos últimos aspectos resulta atractivo para la operación en lugares poco accesibles. Sin embargo como se mencionó en el apartado anterior son una de las principales causas que originan las depresiones transitorias de voltaje.

Una descripción histórica y evolutiva de los motores de inducción se puede encontrar en [A.E. Fitzgerald, 1992] y [S.J. Chapman, 1990], donde su estudio se plantea en estado estable. Por otro lado, los modelos descritos para su análisis dinámico están planteados en [P.C. Krause, 1995].

La tendencia del motor de inducción está enfocada en dos ejes principales; por un lado a mejorar la eficiencia del dispositivo y por el otro, a reducir los costos de fabricación, lo que ha dado como resultado la elaboración de una gran variedad de motores de inducción para propósitos específicos.

Existe una gran variedad de trabajos relacionados con el estudio de los motores de inducción bajo diferentes condiciones de operación y vistos desde diferentes marcos de referencia, la gran mayoría los estudia conectados a nodo infinito. Algunos de los trabajos están documentados en: [A.M. Stankovic, 1999], aquí se presenta el modelado y análisis de un motor de inducción monofásico, donde se utilizan los fasores dinámicos para resolver el sistema de ecuaciones de su respectivo modelo, explorando el dominio de las series complejas de Fourier. En [A.M. Stankovic, 1998], se presenta el análisis de la máquina de inducción trifásica, en condiciones desbalanceadas, tomando como herramienta los fasores dinámicos. En [C. Mun, 1998], se presenta una serie de ejemplos para la simulación del motor de inducción, mediante la librería Simulink, perteneciente al software MatLab. [K.H. Chan, 2001] y [M.E. Zamora, 2002], presentan el arranque del motor de inducción conectado a un sistema de potencia, utilizando métodos en el dominio del tiempo para la solución. En estos trabajos se muestra el comportamiento de algunos de sus principales parámetros, tales como el par, la velocidad y la corriente demandada por la máquina a la fuente de alimentación.

1.1.3.- Dominio armónico extendido.

La metodología del Dominio Armónico Extendido (DAE), es el resultado de la combinación de las matrices operacionales, el concepto de Fasores Dinámicos y el Dominio Armónico. Sus bases están sentadas en [M. Madrigal, 2001], donde se presenta el análisis de Sistemas Lineales Periódicos en el Tiempo (SLPT) en condiciones de estado estable, por su parte [O. Figueroa, 2002], lo utiliza para el estado transitorio y estable, realizando análisis de estabilidad en SLPT. Finalmente [J.J. Rico, 2003], realiza estudios sobre la evolución de las componentes armónicas en el tiempo, usando este enfoque, donde se explora la serie compleja de Fourier.

Las matrices operacionales fueron utilizadas para el análisis de Sistemas Lineales Variantes e Invariantes en el Tiempo (SLVT y SLIT, respectivamente), tanto en el estado transitorio como en el estable, así como la identificación de los sistemas. Algunos de los trabajos son los siguientes:

En [P.N. Paraskevopoulos, 1985], se utiliza la matriz de integración en el estudio e identificación de SLIT; [S.G. Kuo, 1987], explora el dominio de Fourier complejo para el análisis e identificación de SLIT, vía matriz de integración; [C.Y. Yang, 1994], deduce la matriz de derivación y de coeficientes y las aplica en el análisis de SLVT; por su parte [J.J. Rico, 1998 y 2001], analiza los SLVT, utilizando el dominio Hartley y realiza un estudio de las corrientes Inrush, respectivamente; [I.I. Lázaro, 1999], es uno de los trabajos más completos en cuanto a la aplicación de matrices operacionales, aquí se formaliza su aplicación en el análisis del estado transitorio y estable de SLIT y SLVT, explorando las series de Fourier real, Fourier complejo, Walsh y Hartley, además propone una generalización de las leyes de ohm usando éstas herramientas; [N. Alvarado, 2001], realiza la identificación de SLIT y SLVT, explorando las series de Fourier. Con motivo de lo anterior se desarrolla un simulador en ambiente gráfico para hacer la aplicación más dinámica y objetiva, éste se encuentra documentado en [J. Maldonado, 2001].

Por otro lado, el concepto de Fasores Dinámicos aparece en [P.M. Mattavelli,1997], donde se emplea en el estudio del estado estable del Compensador Estático Controlado por Tiristores (TCSC, por sus siglas en inglés), en [A.M. Stankovic,1998 y 1999], se emplea el mismo concepto para estudiar el comportamiento de la máquina de inducción monofásica y trifásica, ante diferentes modos de operación, donde se considera que se conecta a un nodo infinito, mientras que en [A.M. Stankovic,2000], se utiliza para el estudio del estado transitorio y estable de circuitos de potencia, así como el análisis de fallas en sistemas lineales y no lineales.

Por su parte, el Dominio Armónico se utilizó para la representación directa de elementos no lineales, estáticos y dinámicos en los sistemas de potencia [E. Acha, 1990] y se establece como una metodología general para el análisis de sistemas de potencia, así como la interacción de los armónicos entre los dispositivos de generación y distribución [A. Medina, 1993] y [J. Arrillaga, 1995].

Estos métodos en el dominio de la frecuencia e híbridos constituyen una alternativa de solución a los sistemas descritos en variables de estado. En algunas ocasiones ofrecen la ventaja de obtener expresiones analíticas para la solución del estado transitorio y estado estable, logrando este último considerando que las condiciones iniciales del sistema son cero.

1.2.- Justificación.

La incansable tarea por estudiar a los sistemas eléctricos, con la finalidad de perfeccionar su operación y eficiencia, ha dado como resultado un sin fin de herramientas computacionales, algunas de ellas desarrolladas para el estado dinámico. Un ejemplo claro de ello es el software llamado ATP, siendo su principal potencialidad,

el análisis de transitorios electromagnéticos, cuya duración es muy corta (microsegundos), otras se han desarrollado para estado estacionario, tal es el caso de la herramienta de flujos de potencia.

Ahora bien, la incorporación de cargas electromecánicas dinámicas en los sistemas de potencia, como son los motores de inducción, pueden resultar difíciles de estudiar mediante la primera alternativa, por el hecho de que los fenómenos ocurridos presentan una duración de alrededor de varios segundos o minutos. De igual forma utilizando la segunda opción, solo se tiene el estado del sistema en un punto de operación en particular (estado estable).

Lo anterior pone de manifiesto, la necesidad de una herramienta de estado quasi-estacionario, que permita el análisis de sistemas eléctricos con cargas dinámicas, donde se encuentren presentes fenómenos electromecánicos. Por lo tanto utilizando la segunda opción y tomando como base las series de Fourier se puede lograr una herramienta capaz de estudiar tales circuitos.

Por otro lado, durante el periodo de arranque del motor de inducción, el nivel de voltaje de la onda de alimentación puede sufrir ciertas atenuaciones, la duración de éstas, varía de unos cuantos milisegundos, hasta a alrededor de varios segundos o minutos, a lo que en la literatura se le conoce como depresiones transitorias de voltaje [K.H. Chan,2001]. Estas depresiones pueden ocasionar severos daños tanto a dispositivos que mantienen el buen funcionamiento del sistema, como a equipos que estén conectados a él, estos obviamente dependen de la sensibilidad de cada componente. Además, hoy en día el aumento de cargas sensibles que se conectan al sistema eléctrico es cada vez más grande, un ejemplo claro de ello es el uso globalizado de las computadoras digitales. Por lo tanto su estudio sigue siendo un tema de interés.

1.3.- Objetivo.

El objetivo del trabajo es desarrollar un método para el análisis en estado quasi-estacionario de sistemas eléctricos de potencia que presenten cargas dinámicas, en particular motores de inducción. El método utilizará como base las series de Fourier, el concepto de las Matrices Operacionales y los Fasores Dinámicos, herramientas que hoy día conforman a lo que se conoce como el Dominio Armónico Extendido, cuyo desarrollo se ha planteado en trabajos anteriores a éste [M. Madrigal, 2001, O. Figueroa, 2002, J. J. Rico, 2003].

Otro de los objetivos, es la implementación de un simulador en la plataforma del MatLab, aprovechando entre otras bondades de éste software de propósito general, su Editor de Interfases Gráficas (GUI's). Logrando con esto una herramienta computacional que permita estudiar de manera clara y objetiva, el comportamiento dinámico del motor de inducción, así como los posibles efectos que se puedan acarrear en el sistema eléctrico ante su conexión. En particular las depresiones transitorias de voltaje.

Algunas de las características que tiene el programa son:

- Presentar un ambiente gráfico.
- Ser amigable para el usuario.
- Interactivo y.
- Fácil de utilizar.

En el Apéndice B, se muestran los aspectos más relevantes del simulador desarrollado.

1.4.- Metodología.

La elaboración y desarrollo de la herramienta para el análisis de sistemas eléctricos con cargas dinámicas, en estado quasi-estacionario, se realiza haciendo uso de dos técnicas. Por un lado, con el objetivo de conocer el estado de operación del sistema eléctrico en un instante de tiempo en particular, se utiliza el método de Newton Raphson para resolver el problema de flujos de potencia, por lo cual el sistema eléctrico se modela a través de ecuaciones algebraicas no lineales, tal como se verá en el Capítulo 2. Por el otro, la dinámica de la carga, en este caso la máquina de inducción, se obtiene resolviendo su modelo dinámico, descrito a través de ecuaciones diferenciales no lineales de primer orden, la solución de este sistema de ecuaciones se realiza utilizando la herramienta del DAE. En estos momentos debe resultar claro para el lector que la primera metodología, solo obtiene el estado de operación del sistema en un solo punto en particular, mientras que la segunda obtiene la evolución de la carga dinámica en un determinado lapso de tiempo, razón por la cual se deben concatenar las dos técnicas de una manera iterativa para observar una dinámica completa del sistema de potencia, así como el efecto que la carga dinámica introduce en el sistema eléctrico y en su misma operación. Donde el DAE, juega un papel importante debido a que la conexión se puede lograr en cualquier instante de tiempo.

El esquema mostrado en la Figura 1.1 ilustra de manera muy general la metodología planteada en este trabajo para el estudio de sistemas eléctricos con las características antes mencionadas, donde en éste caso la carga dinámica es un motor de inducción. Los pasos que a continuación se presentan, hacen referencia a tal figura.

- i).- Calcular el estado de operación del sistema eléctrico, con la ayuda de un programa de flujos de potencia convencional, esto con la finalidad de obtener el voltaje (magnitud $|V|$ y ángulo δ), el cual servirá como excitación para el motor durante un instante de tiempo.

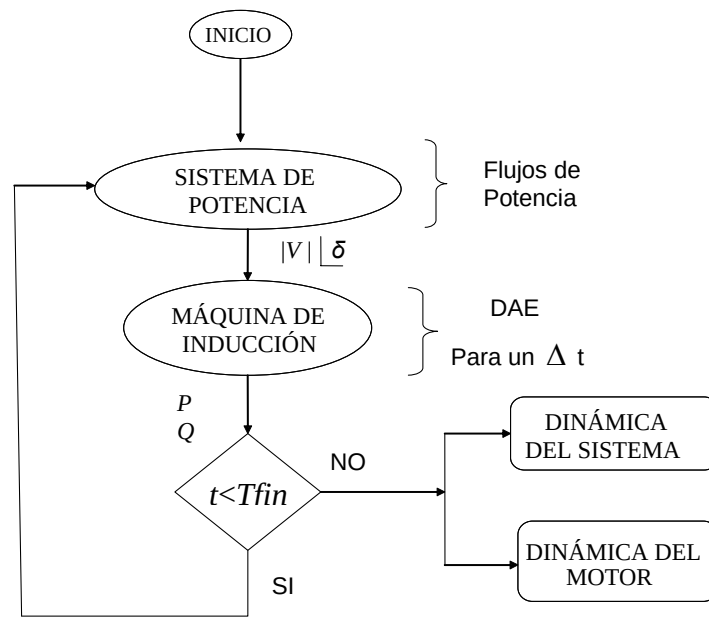


Figura 1.1.- Metodología en forma esquemática.

ii).- Con el voltaje y ángulo calculado en el paso i), se debe simular la dinámica del motor de inducción, para un pequeño instante de tiempo, utilizando para ello el DAE.

iii).- En base al voltaje de alimentación y los resultados de las corrientes demandadas por el motor se calculan las demandas de potencia activa (P) y reactiva (Q), las cuales corresponden al instante de tiempo simulado.

iv).- Con las potencias calculadas, se actualizan las demandas de potencia en el nodo de conexión y se continúa con el paso i).

Este procedimiento se repite hasta que se concluya el periodo de estudio seleccionado.

Una vez finalizado el proceso iterativo, se está en posibilidades de obtener por un lado la evolución del sistema de potencia, mientras que por el otro, información sobre el comportamiento dinámico de la carga.

Por parte del sistema de potencia se pueden observar entre otros parámetros:

- El nivel del voltaje en cada uno de sus nodos, información útil para la detección de los SAGs de voltaje y planteamiento de posibles correcciones.
- Los flujos de potencia en las líneas del sistema.

Algunos de los parámetros observables de la simulación del motor de inducción son:

- Corriente en el estator, así como el comportamiento en el tiempo de los componentes armónicos que la integran.
- Velocidad del motor.
- Potencia demandada del sistema (Real y Reactiva).
- Características par-velocidad, entre otras.

1.5.- Estructura.

El trabajo esta dividido en 7 capítulos, los cuales están distribuidos de la siguiente manera:

Capítulo 2.- En este capítulo se presentan conceptos relevantes sobre el problema de flujos de potencia y el modelo matemático que aproximan el comportamiento de la máquina de inducción. Se describen las ecuaciones y el método de solución de Newton Raphson aplicado al problema de flujos de potencia. Finalmente se presentan alternativas para la implementación del modelo matemático del motor de inducción en el MatLab.

Capítulo 3.- Aquí se plantean los conceptos más relevantes de las herramientas que conforman al DAE, se da un planteamiento general para los sistemas lineales y se describen las consideraciones que se deben tener presentes al trabajar con sistemas no lineales en el espacio armónico.

Capítulo 4.- En este capítulo se presentan algunos métodos para el arranque del motor de inducción, finalizando con las curvas típicas obtenidas por el arranque del motor con resistencia auxiliar en el devanado primario y en el devanado secundario.

Capítulo 5.- En este capítulo se obtienen las ecuaciones matemáticas que modelan al Motor de Inducción en términos del DAE. Se presentan algunos casos de estudio, con la finalidad de validar el modelo en espacio armónico, los resultados se comparan con los arrojados por el bloque prefabricado para el motor de inducción que se encuentra disponible en el Simulink del MatLab.

Capítulo 6.- Aquí se describen detalles sobre, la metodología empleada en el trabajo y se presentan varios casos de estudio, colocando al motor de inducción en diferentes estados de operación, para observar la dinámica de máquina y del sistema eléctrico.

Capítulo 7.- En este capítulo se presentan las conclusiones del trabajo desarrollado, así como algunas alternativas para trabajos posteriores a éste.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1.- Introducción.

Para entender los fenómenos que ocurren en la naturaleza, el hombre ha creado a través de su historia una serie de modelos, valiéndose del lenguaje preciso de las matemáticas. La elección de los modelos y el número de variables involucradas permiten reproducir los acontecimientos con un cierto grado de exactitud.

Los modelos matemáticos desarrollados para la descripción y análisis de todos los fenómenos en general son muy variados, donde el compromiso que se debe de perseguir es la sencillez y la aproximación requerida para una aplicación específica.

Así mismo los métodos para la solución de los modelos matemáticos, son abundantes, donde se tienen, los métodos en el dominio del tiempo, como por ejemplo, el método de Newton y Runge Kutta con todas sus variantes, métodos en el dominio de la frecuencia, donde se puede encontrar a las matrices operacionales y métodos híbridos como los fasores dinámicos y el dominio armónico extendido. Teniendo cada uno de ellos sus propias características [A.M. Stankovic, 1998], [I.I. Lázaro 1999] y [M. Madrigal 2001].

La solución eficiente de los modelos matemáticos a través de cualquiera de estos métodos, ha sido posible gracias a la intervención de la computadora digital.

En el presente capítulo se describen conceptos a considerar en la solución del problema de flujos de potencia, donde se considera el método de Newton Raphson. Se plantea el modelo del motor de inducción en un marco de referencia estacionario de

coordenadas $qd0$, y debido a la importancia que presenta el dominio armónico extendido, en el desarrollo del trabajo, se le dedica el Capítulo 3.

2.2.- Flujos de potencia.

La solución del problema de flujos de potencia convencional, es utilizado para estudiar a los circuitos de potencia normalmente en su estado estacionario, donde su forma más básica es considerando una red de parámetros concentrados, lineal y balanceada. La idea fundamental de este método es encontrar condiciones que permitan un balance de potencia en todos los nodos de un sistema eléctrico, es decir la suma de la potencia que se inyecta y se demanda en cada nodo, junto con las pérdidas, debe dar como resultado cero. La información principal que proporciona la solución, son los voltajes y ángulos en cada nodo del sistema con los que se establece dicho balance. Con estos datos se puede obtener información de la potencia circulante en cada línea del sistema, para condiciones de carga y generación específicas.

La información necesaria para la formulación del problema de flujos de potencia es el diagrama unifilar del sistema de potencia, es decir las líneas de transmisión, además del conocimiento de las potencias de generación y demanda, así como una clasificación de las barras del sistema. En los siguientes apartados se describe información al respecto.

2.2.1.- Modelado de la línea de transmisión.

Elegir un modelo adecuado para representar a las líneas del sistema de potencia es fundamental en la exactitud del problema de flujos de potencia. La manera más básica para describir a una línea de transmisión y que de acuerdo con [W.D. Stevenson, 1990],

proporciona una buena aproximación, es considerando que se trata de un elemento de parámetros concentrados en el sistema de potencia, siendo estos, la Resistencia, Inductancia, Capacitancia y Conductancia. Este último parámetro se origina entre conductores o entre conductores y tierra, siendo su principal motivo las corrientes de fuga en los aisladores, la cual para líneas aéreas llega a ser despreciable, por lo que normalmente se omite. En [W.D. Stevenson, 1990, D. Halliday, 1974], se presenta una descripción completa de la forma en que se pueden calcular estos parámetros.

Los dos primeros parámetros forman la impedancia serie, dada por (2.1), mientras que la Capacitancia y Conductancia constituyen la admitancia de dispersión o paralelo, descrita por (2.2).

$$Z_{serie} = R + j\omega L \quad (2.1)$$

$$Y_p = G - j\frac{1}{\omega C} \quad (2.2)$$

Donde:

Z_{serie} : Es la Impedancia serie de la línea.

R : Representa la resistencia serie de la línea.

ω : Es la velocidad angular ($2\pi * \text{frecuencia eléctrica}$).

L : Es la inductancia serie de la línea.

Y_p : Es la admitancia paralela de la línea.

G : Es la conductancia de la línea.

C : Representa la capacitancia de la línea.

j : Es el número imaginario $\sqrt{-1}$

como la conductancia tiene una insignificante contribución en la admitancia paralelo, (2.2) se puede escribir como (2.3).

$$Y_p = -j\frac{1}{\omega C} \quad (2.3)$$

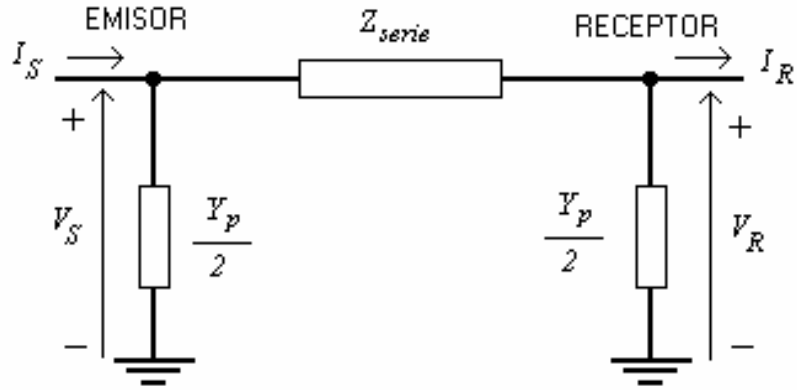


Figura 2.1.- Circuito nominal π de una línea de transmisión.

La Figura 2.1, muestra el circuito equivalente para una línea de transmisión de parámetros concentrados, por su aspecto es llamado comúnmente circuito nominal π , donde la admitancia paralelo total de la línea, se divide a la mitad y se coloca cada una en los extremos receptor y emisor.

En base a la topología de la Figura 2.1, se pueden escribir las siguientes relaciones para el voltaje y corriente en el nodo emisor.

$$V_S = \left(\frac{Z_{serie} Y_p}{2} + 1 \right) V_R + Z_{serie} I_R \quad (2.4)$$

$$I_S = V_R Y_p \left(1 + \frac{Z_{serie} Y_p}{4} \right) + \left(\frac{Z_{serie} Y_p}{2} + 1 \right) I_R \quad (2.5)$$

2.2.2.- Representación de los generadores.

Normalmente un generador se representa como una fuente de voltaje ideal, con una impedancia serie equivalente, o bien como una fuente de corriente con una

impedancia paralelo. Estas configuraciones son conocidas como el equivalente de Thevenin y de Norton, respectivamente. En el caso de flujos de potencia la primera modalidad es la comúnmente usada, una representación esquemática se presenta en la Figura 2.2, donde E_g es la fuente de voltaje y Z_g , su impedancia serie.

2.2.3.- Representación de cargas eléctricas.

Las cargas eléctricas en un sistema de potencia, pueden ser caracterizadas como absorciones o inyecciones de potencia, las cuales son valores constantes o fijos, por ejemplo una carga netamente capacitiva, se considera como una inyección de potencia reactiva, mientras que una carga netamente inductiva, se representa como una absorción de potencia reactiva. En la Figura 2.2, se muestra una carga conectada a un nodo arbitrario de generación, donde Z_L es el valor de su impedancia.

2.2.4.- Formulación básica del modelo de flujos de potencia convencional.

Para la formulación del modelo de flujos de potencia, se pueden usar las admitancias propias y mutuas del sistema que forman la matriz $\mathbf{Y}_{nodo}$. Por lo tanto resulta obvio que las impedancias serie de las líneas de transmisión deben ser transformadas en admitancias usando (2.6):

$$Y_{serie} = \frac{1}{Z_{serie}} \quad (2.6)$$

Los elementos de la matriz $\mathbf{Y}_{nodo}$, del sistema de potencia de N nodos se obtiene de la siguiente forma:

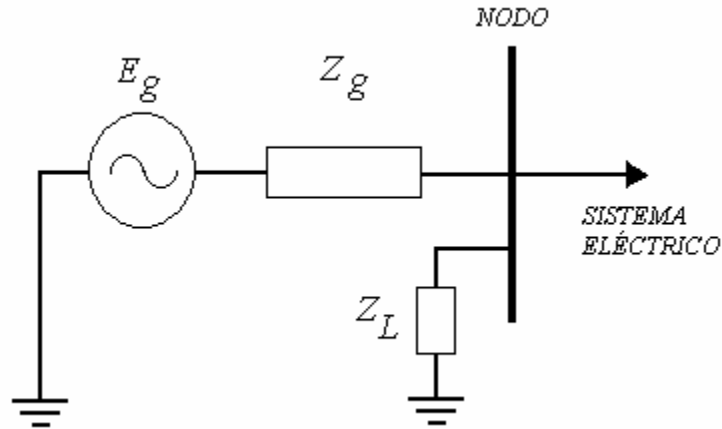


Figura 2.2.- Representación de un generador y una carga, conectados a un nodo de generación.

- Los elementos de la diagonal Y_{jj} , se obtienen sumando todas las admitancias conectadas al nodo j .
- Los elementos fuera de la diagonal Y_{ij} son el negativo de la admitancia total conectada entre los nodos i y j .

Un elemento típico Y_{ij} de la matriz $\mathbf{Y}_{nodo}$, tiene la forma dada por (2.7).

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| \angle \vartheta_{ij} = |Y_{ij}| \cos \vartheta_{ij} + j |Y_{ij}| \sen \vartheta_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad (2.7)$$

Además se deben dar algunos valores de los voltajes en las barras e inyecciones de potencia, donde el voltaje en una barra típica tiene la forma dada por (2.8).

$$V_i = |V_i| \angle \delta_i = |V_i| \cos \delta_i + j |V_i| \sen \delta_i \quad (2.8)$$

Ahora bien aplicando la ley corrientes de Kirchhoff y la ley de ohm al nodo i del sistema se puede escribir (2.9), para calcular la corriente total inyectada al sistema a través de tal nodo.

$$I_i = Y_{i1}V_1 + Y_{i2}V_2 + \dots + Y_{iN}V_N = \sum_{n=1}^N Y_{in} V_n \quad (2.9)$$

Finalmente se puede escribir una ecuación para calcular la potencia total inyectada al sistema a través del nodo i , obteniendo (2.10) como resultado.

$$S_i^* = P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{n=1}^N Y_{in} V_n \quad (2.10)$$

Expandiendo esta ecuación en la forma rectangular e igualando parte real y parte imaginaria se obtiene (2.11) y (2.12).

$$P_i = \sum_{n=1}^N |Y_{in}| |V_n| |V_i| \cos(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i) \quad (2.11)$$

$$Q_i = -\sum_{n=1}^N |Y_{in}| |V_n| |V_i| \sin(\theta_{in} + \delta_n - \delta_i) \quad (2.12)$$

Estas ecuaciones constituyen la potencia real y reactiva calculadas ($P_{i,calc}$ y $Q_{i,calc}$), que se inyectan al sistema de potencia a través del nodo i , las cuales como se observa dependen de las magnitudes de voltaje y de su respectivo ángulo de fase. Por otro lado las potencias que se especifican en algunos nodos constituyen la potencia programada $P_{i,prog}$, misma que esta formada por la potencia generada en el nodo y la potencia que demandan la carga, tal como se muestra en (2.13).

$$P_{i,prog} = P_{gi} - P_{di} \quad (2.13)$$

donde:

P_{gi} : Es la potencia programada de generación.

P_{di} : Es la potencia programada demandada.

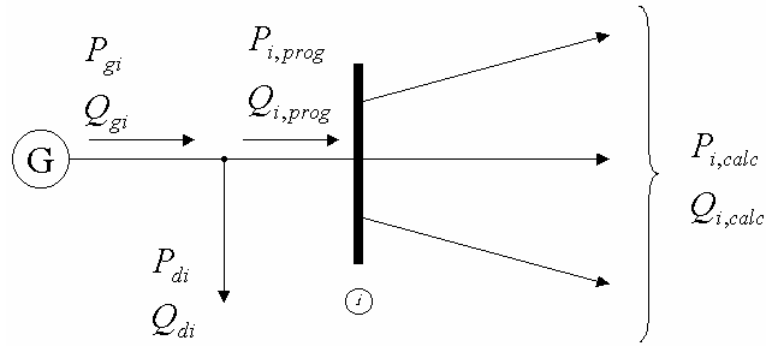


Figura 2.3.- Potencias involucradas en un nodo arbitrario de generación.

Así entonces se pueden escribir las ecuaciones para los errores de potencia como (2.14) y (2.15). La Figura 2.3, muestra esquemáticamente las potencias que intervienen en el desarrollo del problema de flujos de potencia en un nodo arbitrario:

$$\Delta P_i = P_{i,prog} - P_{i,calc} = (P_{gi} - P_{di}) - P_{i,calc} \quad (2.14)$$

$$\Delta Q_i = Q_{i,prog} - Q_{i,calc} = (Q_{gi} - Q_{di}) - Q_{i,calc} \quad (2.15)$$

El problema de flujos de potencia entonces consiste en encontrar un balance de potencias en cada uno de los nodos del sistema, es decir hacer que los errores de potencia descritos por (2.14) y (2.15) sean cero, para lo cual se tienen como datos $P_{i,prog}$ y $Q_{i,prog}$ mientras que $P_{i,calc}$ y $Q_{i,calc}$ se deben calcular a través de (2.11) y (2.12).

En cada uno de los nodos del sistema hay a lo más dos ecuaciones como (2.14) y (2.15) que se deben resolver y existen cuatro variables asociadas a cada nodo $(P_i, Q_i, |V_i| \text{ y } \delta_i)$. Sin embargo como se verá en la siguiente sección la práctica ha hecho que el número de variables asociadas en cada nodo sean reducidas, con la finalidad de que se tenga el mismo número de variables para un mismo número de ecuaciones.

2.2.5.- Selección de nodos en un sistema de potencia.

Uno de los aspectos importantes para la solución del problema de flujos de potencia, constituye clasificar tres tipos de nodos dentro del sistema de potencia, con la finalidad de igualar el número de variables con el número de ecuaciones y que tengan una relación con un sistema real, logrando con ello un sistema consistente. En cada nodo del sistema se deben especificar dos de sus cuatro variables involucradas ($P_i, Q_i, |V_i|$ y δ_i) y calcular la dos restantes. Las cantidades especificadas se asocian de acuerdo con el tipo de nodo del sistema, siendo estos:

- *Nodos de carga P-Q:* Normalmente los nodos de carga son aquellos que no tienen generación, por lo tanto P_{gi} y Q_{gi} son cero. En estos nodos, las variables que son especificadas son P_{di} y Q_{di} , estos datos generalmente se conocen de acuerdo con datos históricos de la demanda. Las dos cantidades desconocidas en este tipo de nodos son $|V_i|$ y δ_i . Las ecuaciones (2.14) y (2.15) son incluidas explícitamente en la solución del problema de flujos de potencia.
- *Nodos de voltaje controlado P-V:* Son aquellos en los que el voltaje se puede controlar. Si se tiene conectado un generador al nodo, se puede controlar su generación con el control de la fuente de excitación, por lo tanto las cantidades especificadas en este tipo de nodos son P_{gi} y $|V_i|$. La demanda aquí también puede ser conocida, sin embargo la potencia reactiva necesaria para mantener el voltaje fijo no se puede conocer por anticipado, por lo tanto solo la ecuación (2.14) se tiene que resolver, mientras que (2.15) no tiene lugar aquí. Por tanto la variable desconocida en estos nodos del sistema es δ_i . Para ciertos casos, el voltaje en un nodo puede ser controlado sin la conexión de un generador, en estos casos la potencia generada P_{gi} es simplemente cero.

Tabla 2.1.- Variables involucradas en el problema de flujos de potencia

Tipo de nodo	No. de nodos	Cantidades especificadas	No. de ecuaciones disponibles	No. de Variables de condición final δ_i, V_i
Compensación $i = 1$	1	$\delta_i, V_i $	0	0
Voltaje controlado ($i = 2, \dots, N_g + 1$)	N_g	$P_i, V_i $	N_g	N_g
Carga ($i = N_g + 2, \dots, N$)	$N - N_g - 1$	P_i, Q_i	$2(N - N_g - 1)$	$2(N - N_g - 1)$
Totales	N	$2N$	$2N - N_g - 2$	$2N - N_g - 2$

- *Nodos de compensación o slack:* Por lo regular el nodo de compensación es un nodo que incluye un generador, donde las variables especificadas son la magnitud y ángulo del voltaje ($|V_i|$ y δ_i), por lo general este último se especifica con un valor de cero y sirve como referencia a los otros ángulos del sistema. En este tipo de nodos se puede conocer la demanda de potencia real y reactiva. Sin embargo no se definen errores, por lo que las ecuaciones (2.14) Y (2.15) no se resuelven. El nodo de compensación es el que absorbe las perdidas de potencia real en las líneas del sistema de potencia y normalmente se etiqueta como el nodo número 1, aunque pueden existir varios en un mismo sistema.

Las variables que no se especifican, es decir las que se van a calcular, en la formulación del problema de flujos de potencia, son conocidas como variables de condición final del sistema, puesto que muestran el estado final del sistema una vez terminada la solución del modelo de flujos. La Tabla 2.1 muestra el número de variables de condición final que se tienen en un sistema de potencia arbitrario de N nodos, con N_g nodos de voltaje controlado y un nodo compensador, donde se distinguen nodos antes mencionados.

Información más detallada respecto a lo anterior, se encuentra documentada en [W.D. Stevenson, 1990].

2.3.- Método de Newton Raphson.

Las ecuaciones resultantes del problema de flujos de potencia (2.14) y (2.15), como se pudo observar son ecuaciones algebraicas no lineales. Dentro de los métodos iterativos para la solución de este tipo de ecuaciones, el método de Newton Raphson es una buena alternativa por su robustez y convergencia cuadrática. Este método linealiza las ecuaciones en un punto de operación valiéndose de la expansión en series de Taylor, considerando solo las derivadas parciales de primer orden [W.D. Stevenson, 1990]. El conjunto de ecuaciones resultantes se muestra en (2.16), en su forma matricial.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} & |V_i| \frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} & |V_i| \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_i \\ \frac{\Delta |V_i|}{|V_i|} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Jacobiano Correcciones Errores

Así entonces, la solución del modelo de flujos de potencia, utilizando el método de Newton Raphson, puede ser descrito a través de los siguientes pasos, donde el superíndice (0), indica los valores actuales y el (1), los nuevos:

- i).- Introducir los parámetros del circuito eléctrico (diagrama unifilar), selección de nodos y declarar valores de $|V_i|^{(0)}$ y $\delta_i^{(0)}$, para considerarlos como condiciones iniciales de las variables de condición final.
- ii).- Con los estimados iniciales, calcular las potencias real y reactiva en los nodos correspondientes usando (2.11) y (2.12), con los que se obtiene $P_{i,calc}^{(0)}$ y $Q_{i,calc}^{(0)}$.

iii).- Usando los valores del paso anterior y los valores programados se calculan los errores $\Delta P_i^{(0)}$ y $\Delta Q_i^{(0)}$, usando (2.14) y (2.15). Así mismo se obtienen los elementos del jacobiano.

iv).- En este paso se tienen todos los elementos de (2.16), por lo tanto se pueden obtener las correcciones iniciales para las variables de condición final, es decir $\Delta |V_i|^{(0)}$ y $\Delta \delta_i^{(0)}$.

v).- Con las correcciones obtenidas se calculan los nuevos valores para las variables de condición final, es decir:

$$|V_i|^{(1)} = |V_i|^{(0)} + \Delta |V_i|^{(0)} \quad (2.17)$$

$$\delta_i^{(1)} = \delta_i^{(0)} + \Delta \delta_i^{(0)} \quad (2.18)$$

vi).- Usando estos valores como condiciones iniciales, se realiza nuevamente el proceso iterativo hasta que las correcciones son despreciables. En su defecto el proceso termina cuando las desviaciones de potencia son despreciables.

vii).- Una vez concluido el proceso iterativo, las soluciones finales de (2.16), son los valores de los voltajes nodales con los que se establece un balance de potencia en todos los nodos del sistema para las cargas especificadas. En otras palabras son las condiciones de operación del sistema en un instante de tiempo en particular. Otros datos que se pueden calcular son:

- a).- La potencia de generación.
- b).- Los flujos de potencia en las líneas de transmisión.
- c).- Las pérdidas eléctricas por transmisión.

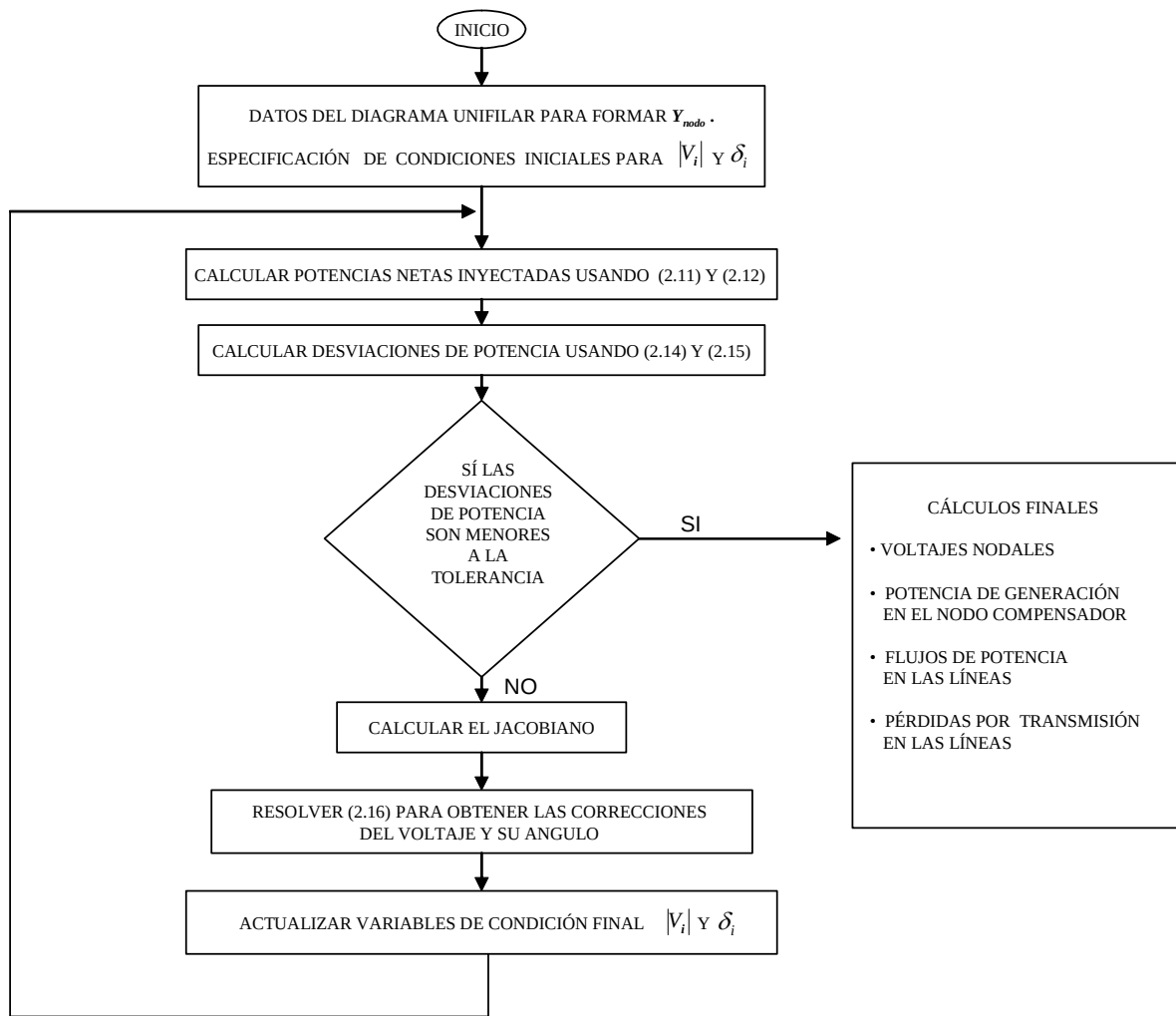


Figura 2.4.- Diagrama de flujo para resolver el problema de flujos de potencia.

La Figura 2.4, muestra el diagrama de flujo para el proceso iterativo citado anteriormente, donde el criterio de convergencia se realiza cuando las desviaciones de potencia están por debajo de las tolerancias especificadas.

2.4.- Máquina de Inducción.

La máquina de inducción es un dispositivo electromecánico que puede transformar energía eléctrica en energía mecánica o bien energía mecánica en energía

eléctrica, estas dos acciones clasifican a la máquina en motor y generador, respectivamente. En este trabajo el dispositivo se utiliza como una carga que se encuentra presente en el sistema de potencia, por tanto se debe considerar como motor. Por otro lado, un modelo matemático para el motor de inducción, solo puede proporcionar una aproximación del comportamiento real de éste, debido a que en la realidad, intervienen una gran variedad de factores. Estos factores en ciertas condiciones de operación pueden ser de gran importancia, mientras que para otras no tienen significado. Por tanto en los modelos tanto de régimen permanente como en los dinámicos o transitorios, se deben de tener una serie de suposiciones, a la hora de su elaboración, teniendo siempre presente el compromiso entre la exactitud y la sencillez.

En base a lo citado anteriormente, algunas de las consideraciones que se toman para el modelo de la máquina de inducción son:

- El rotor y el estator son completamente cilíndricos, siendo entonces el entrehierro uniforme, lo que hace desprejar el efecto de las ranuras, presentes en el rotor y estator.
- Las bobinas del estator son simétricas y están repartidas de manera uniforme en su contorno.
- La distribución del campo magnético producido por la alimentación de las bobinas es puramente senoidal.
- Se desprecia la saturación.
- No se toma en cuenta la histéresis del material.
- Las pérdidas por efecto Joule son despreciables.
- No se producen corrientes de remolino en los materiales ferromagnéticos.
- El rotor puede ser devanado o de jaula de ardilla, pero se considera que el número de polos en éste siempre es igual al producido en el estator.

En el apéndice A, se presentan algunos aspectos de la construcción del motor de inducción, así como las consideraciones más importantes en su funcionamiento, junto

con una deducción completa del modelo que en la sección siguiente se presenta. Estas mismas consideraciones son validas para el modelo de la máquina implementado en el bloque prefabricado de MatLab, que más adelante se menciona.

2.4.1.- Modelo del motor de inducción en coordenadas $dq0$.

El modelo dinámico del motor de inducción más común, es el resultado de una transformación de las sus ecuaciones de fase abc , a un marco de referencia arbitrario de coordenadas $dq0$, esta transformación simplifica la solución del modelo con el mismo grado de exactitud. La deducción completa del modelo dinámico, esta documentada en una sección del apéndice A y una descripción más formal se encuentra documentada en [P.C. Krause, 1995].

El circuito eléctrico equivalente del modelo del motor de inducción en el marco de referencia de coordenadas $dq0$, visto desde las terminales del estator se muestra en la Figura 2.5. Los subíndices s y r , hacen referencia a los parámetros del estator y rotor respectivamente, mientras que los subíndices q d y 0 , se refieren a cada uno de los ejes coordenados del marco de referencia. Para considerar que un parámetro del rotor es visto desde terminales del estator, estos se denotan con una comilla (').

Las ecuaciones que representan al circuito de la Figura 2.5 son:

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \omega \lambda_{ds} + p \lambda'_{qs} \quad (2.19)$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} + \omega \lambda_{qs} + p \lambda'_{ds} \quad (2.20)$$

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + p \lambda'_{0s} \quad (2.21)$$

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + (\omega - \omega_r) \lambda'_{dr} + p \lambda'_{qr} \quad (2.22)$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} + (\omega - \omega_r) \lambda'_{qr} + p \lambda'_{dr} \quad (2.23)$$

$$v'_{0r} = r'_r i'_{0r} + p \lambda'_{0r} \quad (2.24)$$

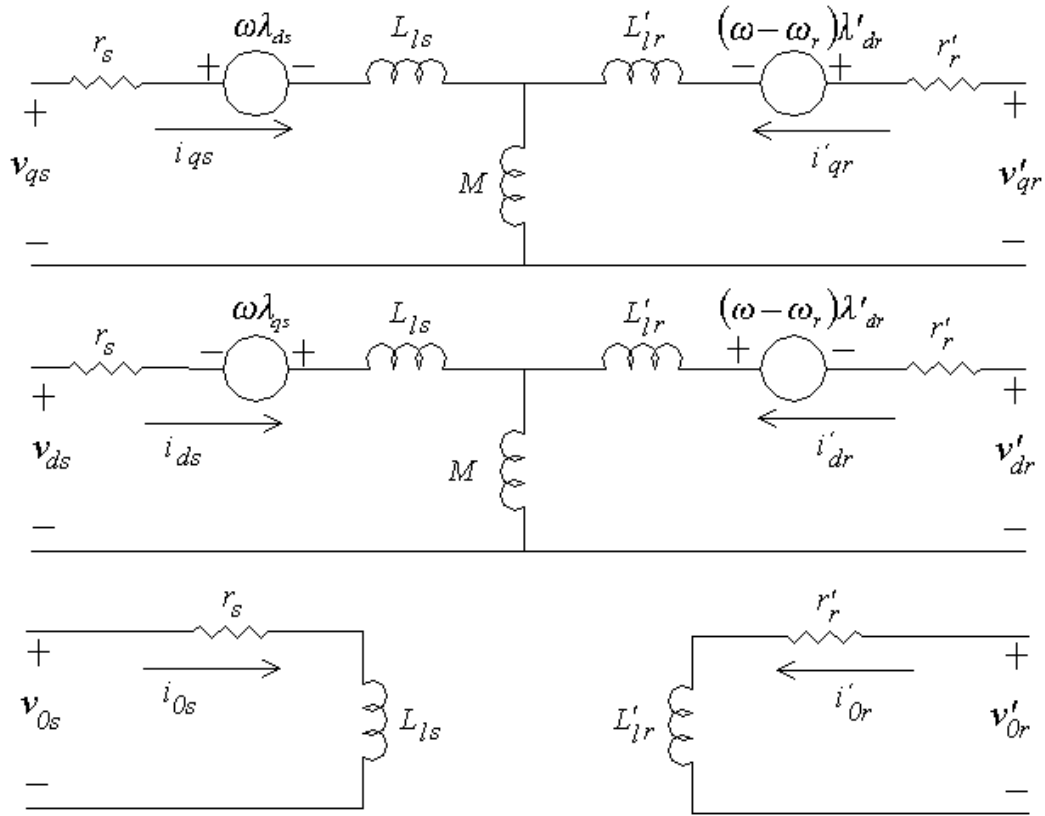


Figura 2.5.- Circuito equivalente para la máquina de inducción en un marco de referencia arbitrario de coordenadas $dq0$.

$$T_e = \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{n_{pol}}{2} \right) M (i_{qs} i'_{dr} - i_{ds} i'_{qr}) \quad (2.25)$$

donde:

$$\lambda_{qs} = L_{ls} i_{qs} + M (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (2.26)$$

$$\lambda_{ds} = L_{ls} i_{ds} + M (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (2.27)$$

$$\lambda_{0s} = L_{ls} i_{0s} \quad (2.28)$$

$$\lambda'_{qr} = L'_{lr} i'_{qr} + M (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (2.29)$$

$$\lambda'_{dr} = L'_{lr} i'_{dr} + M (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (2.30)$$

$$\lambda'_{0r} = L'_{lr} i'_{0r} \quad (2.31)$$

$$M = \frac{3}{2} L_m \quad (2.32)$$

y

- p : Denota la derivada respecto al tiempo.
- λ : Son los enlaces de flujos.
- T_e : Es el par electromagnético.
- L_l : Indica las inductancias de dispersión.
- i : Son las corrientes.
- v : Representa los voltajes.
- L_m : La inductancia de magnetización (mutua).
- n_{pol} : Es el número de polos del motor.

Por otro lado la parte mecánica del modelo del motor de inducción, esta gobernada por la siguiente ecuación de oscilación:

$$T_e = J \left(\frac{2}{n_{pol}} \right) p \omega_r + T_L \quad (2.33)$$

donde:

- ω_r : Representa la velocidad del rotor.
- J : El momento de inercia del eje y la carga.
- T_L : La carga mecánica conectada al eje.

Finalmente, considerando como variables de estado a la velocidad del rotor y las corrientes del estator y rotor, las ecuaciones anteriores se transforman en:

$$p(i_{qs}) = - \left[\frac{-r_s L_r i_{qs} + (M^2 - L_s L_r) \omega i_{ds} - M^2 i_{ds} \omega_r + r'_r M i'_{qr} - M L_r i'_{dr} \omega_r + L_r v_{qs}}{M^2 - L_s L_r} \right] \quad (2.34)$$

$$p(i_{ds}) = - \left[\frac{-(M^2 - L_s L_r) \omega i_{qs} + M^2 i_{qs} \omega_r - r_s L_r i_{ds} + M L_r i'_{qr} \omega_r + r'_r M i'_{dr} + L_r v_{ds}}{M^2 - L_s L_r} \right] \quad (2.35)$$

$$p(i_{0s}) = \left[\frac{-r_s i_{0s} + v_{0s}}{L_{ls}} \right] \quad (2.36)$$

$$p(i'_{qr}) = - \left[\frac{r_s M i_{qs} + M L_s i_{ds} \omega_r - r'_r L_s i'_{qr} + (M^2 - L_s L_r) \omega i'_{dr} + L_s L_r i'_{dr} \omega_r - M v_{qs}}{M^2 - L_s L_r} \right] \quad (2.37)$$

$$p(i'_{dr}) = - \left[\frac{-M L_s i_{qs} \omega_r + r_s M i_{ds} - (M^2 - L_s L_r) \omega i'_{qr} - L_s L_r i'_{qr} \omega_r - r'_r L_s i'_{dr} - M v_{ds}}{M^2 - L_s L_r} \right] \quad (2.38)$$

$$p(i'_{0r}) = - \frac{r'_r i_{0r}}{L'_{lr}} \quad (2.39)$$

$$p(\omega_r) = \frac{3n_{pol}^2 M i_{qs} i'_{dr} - 3n_{pol}^2 M i_{ds} i'_{qr} - 4n_{pol} T_L}{8J} \quad (2.40)$$

El conjunto de ecuaciones (2.34-2.40), constituyen el modelo matemático del motor de inducción, cuya solución puede proporcionar toda la dinámica del motor, desde su estado transitorio hasta el estable, donde además $L_s = L_{ls} + M$ y $L_r = L'_{lr} + M$.

2.4.2.- Implementación del modelo del motor de inducción en MatLab.

Para implementar las ecuaciones que modelan al motor de inducción (2.34-2.40) y representar la máquina en la plataforma del MatLab existen tres posibilidades:

- Introducir directamente las ecuaciones diferenciales en un archivo **m** de MatLab y resolverlas con algún método de integración numérica por ejemplo el ODE45.

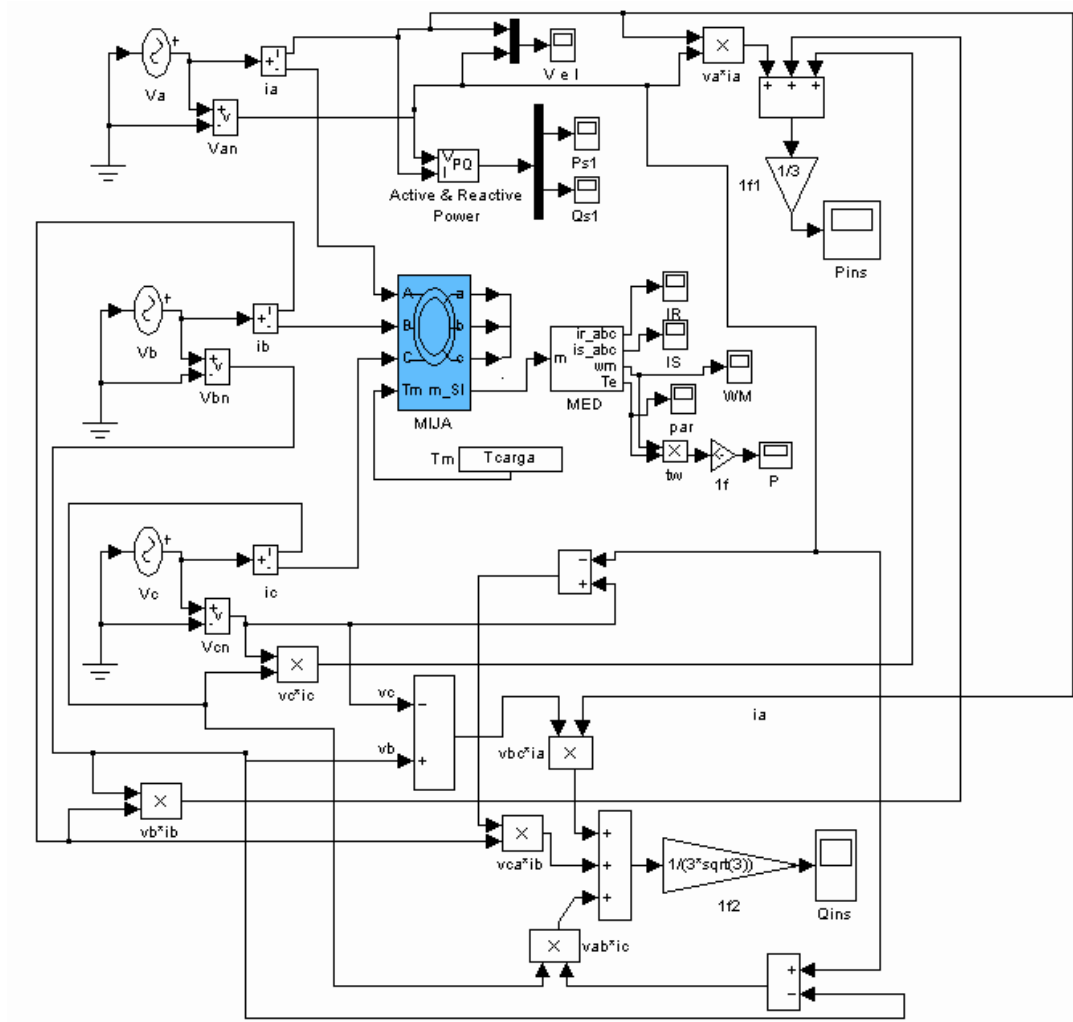


Figura 2.6.- Diagrama de bloques para la simulación del motor de inducción, implementado en el Simulink del MatLab.

- Construir un diagrama de bloques, utilizando los bloques individuales de la librería del Simulink (Herramienta del MatLab).
- Utilizar el bloque prefabricado para la máquina de inducción, disponible en una de las librerías del Simulink.

Es importante resaltar que la última opción, es una buena alternativa para validar las dos anteriores. En el trabajo desarrollado se utiliza la primera opción, cuya solución se obtiene mediante un método basado en las series de Fourier, herramienta que en el siguiente capítulo se describe.

La Figura 2.6.- muestra un diagrama de bloques implementado en Simulink, para el estudio del comportamiento dinámico del motor de inducción. El bloque prefabricado del motor de inducción es el que se muestra sombreado.

2.5.- Conclusiones.

En este capítulo se presentaron aspectos relevantes del problema de flujos de potencia para estudiar el sistema eléctrico, junto con su método de solución, donde se resaltó que una de la información más relevante que proporciona la solución es el voltaje nodal del sistema, condición importante para el análisis de una carga dinámica conectada al sistema. Por otro lado se presentó el modelo matemático del motor de inducción, junto con las posibilidades para su formulación en el MatLab. En el siguiente capítulo se describe la herramienta empleada en este trabajo para la solución del modelo del motor de inducción.

Capítulo 3

El Dominio Armónico Extendido

3.1.- Introducción.

El Dominio Armónico Extendido, es una metodología de propósito general, constituye una alternativa de solución para cualquier sistema descrito a través de ecuaciones de estado. Esta metodología en su formulación básica utiliza las cualidades de las series ortogonales, el concepto de fasores dinámicos, así como las matrices operacionales. En éste apartado se menciona una breve descripción de estas herramientas que conforman al DAE, la forma general del vector de funciones base y de los operadores matriciales, en el dominio de Fourier complejo. Se presenta la formulación del DAE, para sistemas lineales y la relación con los no lineales.

3.2.- Series ortogonales.

Cualquier función $f(t)$ que es absolutamente integrable en el intervalo $[0,1]$, puede ser representada aproximadamente por una serie o combinación lineal de m términos ortogonales como:

$$f(t) = \sum_{i=0}^{m-1} a_i T_i(t) \quad (3.1)$$

donde $T_i(t)$ son los términos de la función base asociada descrita en términos generales por (3.2), donde T, indica la transpuesta.

$$\mathbf{T}(t) = [T_0(t) \quad T_1(t) \quad \cdots \quad T_{m-1}(t)]^T \quad (3.2)$$

Los coeficientes a_i de la serie se determinan por:

$$a_i = \int_0^1 T_i(t) f(t) dt \quad (3.3)$$

Cabe señalar que la aproximación de la función depende del número de términos tomados para cada serie.

Esta herramienta, tradicionalmente se ha utilizado en la aproximación de funciones, en la actualidad se ha tenido una buena explotación en cuanto a la aplicación en sistemas eléctricos [I.I. Lázaro, 1999]. Por mencionar algunos ejemplos de series ortogonales se tienen:

- Series Walsh.
- Series de Fourier (Real y Complejo).
- Series Hartley.
- Series Haar Wavelets, entre otras.

Donde la diferencia estriba en el tipo de función base utilizada.

3.3.- Fasores dinámicos.

Un fasor es un número complejo que contiene magnitud y ángulo de fase, se aplica en la representación de funciones en el tiempo. Cuando se hacen aproximaciones mediante una serie ortogonal en particular, el coeficiente de la serie es de magnitud invariante, por lo que la magnitud del fasor que se forma es constante. Si la aproximación se lleva a cabo desplazando el inicio de la ventana de integración un

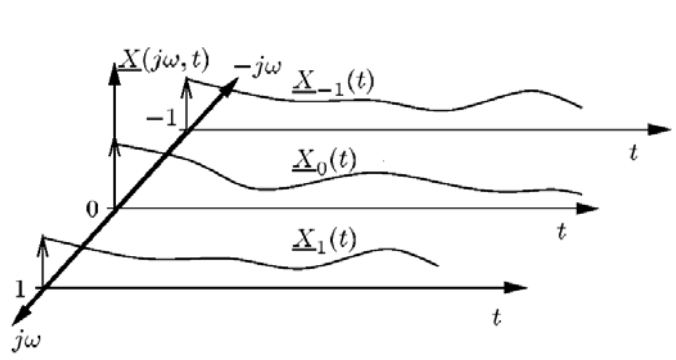


Figura 3.1.- Componentes armónicas de una señal arbitraria.

tiempo t , quedando el intervalo $[t, t+l]$, donde l es el periodo de la función y t varía de 0 hasta un tiempo determinado, entonces (3.3) se convierte en un fasor dinámico dentro del intervalo considerado que se escribe como:

$$a_i(t) = \frac{1}{l} \int_t^{t+l} T_i(\tau) f(\tau) d\tau \quad (3.4)$$

Por lo tanto, la aproximación de funciones mediante series ortogonales, representada ahora con fasores dinámicos se expresa como:

$$f(\tau) = \sum_{i=0}^{m-1} a_i(t) T_i(\tau) \quad (3.5)$$

una mayor referencia de lo anterior se encuentra documentada en [P.M. Mattavelli,1997 y A.M. Stankovic,1999 y 2000].

En la Figura 3.1 se muestra la variación de las armónicas en el tiempo para una señal arbitraria. Se aprecia que la señal esta formada por la componente de frecuencia cero y la fundamental o primera armónica. Esta variación se logra obteniendo los coeficientes armónicos de la señal, mediante un barrido a través de una ventana fija, hasta concluir con el periodo seleccionado..

3.4.- Matrices operacionales.

Son consideradas como matrices operacionales la matriz de Integración (**P**) y la de Diferenciación (**D**), las cuales con ayuda de matrices auxiliares como son la matriz Producto ($\hat{T}$) y de Coeficientes (**C**), permiten realizar el cálculo operacional. La principal ventaja de las matrices operacionales, es la conversión de un sistema de ecuaciones diferenciales a un sistema de ecuaciones algebraicas, simplificando así el problema para el análisis y/o control. En [P.N. Paraskevopoulos,1985, I.I. Lázaro,1999, N. Alvarado,2001] se reportan algunos trabajos donde se aplica el concepto de matrices operacionales.

3.4.1.- Matriz operacional de integración.

Si se integra una función base, ésta se puede representar por medio de una aproximación de series ortogonales, como el producto de una matriz de coeficientes multiplicados por la misma función base, es decir:

$$\int_0^t T(\tau) d\tau \cong PT(t) \quad (3.6)$$

donde **P** representa la matriz de integración, que relaciona la integral de la función base con la propia función base.

3.4.2.- Matriz operacional de diferenciación.

Resulta fácil calcular la matriz de diferenciación, conociendo la matriz de Integración, por ser funciones reciprocas. Sin embargo, la manera más fácil de obtenerla es aplicando:

$$p(\mathbf{T}(t)) \cong \mathbf{D}\mathbf{T}(t) \quad (3.7)$$

donde $\mathbf{D}$ es la matriz de diferenciación, que relaciona la derivada de la función base con la propia función base.

3.4.3.- Matriz producto.

Por definición, ésta matriz es considerada como el producto del vector de funciones base por las funciones base tal como se describe en (3.8).

$$\hat{\mathbf{T}}(t) = \mathbf{T}(t)\mathbf{T}^T(t) \quad (3.8)$$

donde $\hat{\mathbf{T}}(t)$ es la matriz producto.

3.4.4.- Matriz de coeficientes.

La matriz de coeficientes $\mathbf{C}$, es aquella que satisface la ecuación fundamental (3.9).

$$\mathbf{C}\mathbf{T}(t) = \left[\hat{\mathbf{T}}(t) \right] \mathbf{c} \quad (3.9)$$

donde $\mathbf{c}$ es el vector de coeficientes armónicos obtenido en la aproximación de una función en particular.

3.5.- Formas generales para la función base y matrices operacionales en el dominio de Fourier complejo.

En éste trabajo se explora la serie de Fourier en su forma exponencial, por lo tanto es importante que el lector conozca las formas generales para las funciones base y

las matrices operacionales que conforman al DAE. Una mayor descripción de la obtención de estos operadores se encuentra documentada en [I.I. Lázaro, 1999].

3.5.1.- Función base para la serie compleja de Fourier.

Considerando las series de Fourier en su forma compleja, una función puede ser aproximada como:

$$f(t) = \sum_{nh=-\infty}^{\infty} c_{nh} e^{jnh\omega t} \quad (3.10)$$

donde:

$$c_0 = \frac{1}{l} \int_0^l f(t) dt \quad (3.11)$$

$$c_{nh} = \frac{1}{l} \int_0^l f(t) e^{-jnh\omega t} dt \quad (3.12)$$

Por lo tanto, en forma matricial y considerando solo los primeros nh términos, se tiene:

$$f(t) \cong [c_{-nh} \quad \cdots \quad c_{-1} \quad c_0 \quad c_1 \quad \cdots \quad c_{nh}] \begin{bmatrix} e^{-jnh\omega t} \\ \vdots \\ e^{-j\omega t} \\ 1 \\ e^{j\omega t} \\ \vdots \\ e^{jnh\omega t} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Así, el vector de funciones base es:

$$\mathbf{T}(t) = \begin{bmatrix} e^{-jnh\omega t} \\ \vdots \\ e^{-j\omega t} \\ 1 \\ e^{j\omega t} \\ \vdots \\ e^{jnh\omega t} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

mientras que el vector de coeficientes se escribe como:

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_{-nh} \\ \vdots \\ c_{-1} \\ c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_{nh} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

En forma compacta la aproximación de una función puede escribirse como:

$$f(t) = \mathbf{T}^T(t)\mathbf{c} \quad (3.16)$$

3.5.2.- Matriz de integración para la serie compleja de Fourier.

Esta matriz se puede obtener integrando las funciones, tomando en consideración (3.6). Por lo tanto para cuando se consideran nh términos, la matriz de integración $\mathbf{P}$, esta dada por (3.17)

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{jnh\omega} & & & -\frac{1}{jnh\omega} & & & \\ & \ddots & & \vdots & & & \\ & & -\frac{1}{j\omega} & \frac{1}{j\omega} & & & \\ -\frac{1}{jnh\omega} & \dots & \frac{1}{j\omega} & \frac{1}{2} & \frac{1}{j\omega} & \dots & \frac{1}{jnh\omega} \\ & & \frac{1}{j\omega} & \frac{1}{j\omega} & & & \\ & & \vdots & & \ddots & & \\ & & \frac{1}{jnh\omega} & & & & \frac{1}{jnh\omega} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

3.5.3.- Matriz de diferenciación para la serie compleja de Fourier.

De manera similar que para el caso del apartado anterior, pero ahora derivando las funciones base y considerando (3.7), la matriz de diferenciación $\mathbf{D}$ tienen la forma:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} -jnh\omega & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & -j\omega & & & \\ & & & 0 & & \\ & & & & j\omega & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & jnh\omega \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

3.5.4.- Matriz producto para la serie compleja de Fourier.

Tomando en cuenta la definición de la matriz producto y considerando nh términos, entonces (3.8) toma la forma general:

$$\hat{T}(t) = \begin{bmatrix} e^{-2nh\omega t} & e^{-2(nh-1)\omega t} & \cdots & e^{-\omega t} & 1 \\ e^{-2(nh-1)\omega t} & e^{-2(nh-2)\omega t} & \cdots & 1 & e^{\omega t} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{-\omega t} & 1 & \cdots & e^{2(nh-2)\omega t} & e^{2(nh-1)\omega t} \\ 1 & e^{\omega t} & \cdots & e^{2(nh-1)\omega t} & e^{2nh\omega t} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

3.5.5.- Matriz de coeficientes para la serie compleja de Fourier.

Finalmente, considerando (3.9), y tomando nh términos, la matriz de coeficientes para la serie de Fourier complejo presenta la forma general:

$$C = \begin{bmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & \cdots & c_{nh} & 0 \\ c_{-1} & c_0 & c_1 & c_2 & \cdots & c_{nh} \\ c_{-2} & c_{-1} & c_0 & c_1 & c_2 & \cdots \\ \cdots & c_{-2} & c_{-1} & c_0 & c_1 & c_2 \\ c_{-nh} & \cdots & c_{-2} & c_{-1} & c_0 & c_1 \\ 0 & c_{-nh} & \cdots & c_{-2} & c_{-1} & c_0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

3.6.- Formulación del DAE para sistemas lineales.

La formulación general del DAE para SLIT y SLVT, puede ser descrita considerando un sistema lineal de primer orden con coeficientes periódicos en el tiempo, donde en general estos sistemas están dados por (3.21), donde la parte esencial a considerar es la aproximación a través de fasores dinámicos de una función cuyo comportamiento es periódico, es decir $f(t) = f(t + l)$.

$$p(x(t)) = a(t)x(t) + b(t)u(t) \quad ; \quad x(0) = x_0 \quad (3.21)$$

Así, utilizando la idea de fasores dinámicos en los términos de (3.21), se tiene:

$$\mathbf{x}(\tau) = \mathbf{T}^\top(\tau) \mathbf{x}(t) \quad (3.22)$$

y aplicando la derivada a (3.22) se tiene:

$$p(\dot{\mathbf{x}}(t)) = p(\mathbf{T}^\top(t) \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{T}^\top(t) p(\mathbf{x}(t))) \quad (3.23)$$

y usando (3.7) se llega a:

$$p(\dot{\mathbf{x}}(t)) = \mathbf{T}^\top(t) \mathbf{D} \mathbf{x}(t) + \mathbf{T}^\top(t) p(\mathbf{x}(t)) \quad (3.24)$$

Por otro lado aplicando la idea de fasores dinámicos al coeficiente periódico $a(t)$, se tiene:

$$a(\tau) = \mathbf{T}^\top(\tau) \mathbf{a}(t) \quad (3.25)$$

por lo tanto el producto $a(\tau) \mathbf{x}(\tau)$, queda como:

$$a(\tau) \mathbf{x}(\tau) = \mathbf{T}^\top(\tau) \mathbf{a}(t) \mathbf{T}^\top(\tau) \mathbf{x}(t) \quad (3.26)$$

como $\mathbf{T}^\top(\tau) \mathbf{x}(t)$ representa un escalar, entonces:

$$a(\tau) \mathbf{x}(\tau) = \mathbf{T}^\top(\tau) \mathbf{x}(t) \mathbf{T}^\top(\tau) \mathbf{a}(t) \quad (3.27)$$

Además, la transpuesta de un escalar sigue siendo el mismo escalar, se tiene que:

$$a(\tau) \mathbf{x}(\tau) = \mathbf{x}^\top(t) \mathbf{T}(\tau) \mathbf{T}^\top(\tau) \mathbf{a}(t) \quad (3.28)$$

Aplicando (3.8), la ecuación (3.28) se transforma en:

$$a(\tau)x(\tau) = \mathbf{x}^\top(t) \hat{\mathbf{T}}(\tau) \mathbf{a}(t) \quad (3.29)$$

Finalmente aplicando (3.9) en (3.29) se obtiene:

$$a(\tau)x(\tau) = \mathbf{x}^\top(t) \mathbf{A} \mathbf{T}(\tau) \quad (3.30)$$

donde, $\mathbf{A}$ es una matriz de coeficientes constantes y todo el lado derecho de (3.30) es un escalar, por lo tanto se puede describir como:

$$a(\tau)x(\tau) = \mathbf{T}^\top(\tau) \mathbf{A}^\top \mathbf{x}(t) \quad (3.31)$$

Siguiendo el mismo procedimiento para el producto $b(t)u(t)$, se obtiene: que el lado derecho de (3.21) es:

$$a(t)x(t) + b(t)u(t) = \mathbf{T}^\top(\tau) \mathbf{A}^\top \mathbf{x}(t) + \mathbf{T}^\top(\tau) \mathbf{B}^\top \mathbf{u}(t) \quad (3.32)$$

Obsérvese que sustituyendo (3.23) y (3.32) en (3.21), se puede eliminar la dependencia del tiempo, resultando la ecuación como:

$$\mathbf{D}\mathbf{x}(t) + p(\mathbf{x}(t)) = \mathbf{A}^\top \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}^\top \mathbf{u}(t) \quad (3.33)$$

por lo tanto reacomodando la expresión se obtiene:

$$p(\mathbf{x}(t)) = [\mathbf{A}^\top - \mathbf{D}]\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}^\top \mathbf{u}(t) \quad ; \quad \mathbf{x}_k(0) = \mathbf{x}_{k0} \quad (3.34)$$

La ecuación (3.34), representa a un sistema lineal invariante en el tiempo en un nuevo espacio de estado, cuya solución proporcionan la información completa del comportamiento de las armónicas en el tiempo de las variables de estado y está contenida en el vector $\mathbf{x}(t)$.

Por otro lado el producto de tres funciones $a(t)x(t)y(t)$, se obtiene tal como se describe a continuación:

Se aplica el concepto de fasores dinámicos a $y(t)$, con lo que resulta:

$$y(\tau) = \mathbf{T}^T(\tau) \mathbf{y}(t) \quad (3.35)$$

ahora multiplicando (3.31) con (3.35), produce:

$$a(\tau)x(\tau)y(\tau) = \mathbf{T}^T(\tau) \mathbf{A}^T \mathbf{x}(t) \mathbf{T}^T(\tau) \mathbf{y}(t) \quad (3.36)$$

como (3.36) representa un escalar y como debido a que la transpuesta de un escalar sigue siendo el mismo escalar, entonces se obtiene.

$$a(\tau)x(\tau)y(\tau) = \mathbf{x}^T(t) \mathbf{A} \mathbf{T}(\tau) \mathbf{T}^T(\tau) \mathbf{y}(t) \quad (3.37)$$

Aplicando a (3.37) la definición de matriz producto definida por (3.8), se obtiene:

$$a(\tau)x(\tau)y(\tau) = \mathbf{x}^T(t) \mathbf{A} \hat{\mathbf{T}}(\tau) \mathbf{y}(t) \quad (3.38)$$

ahora usando la matriz de coeficientes expresada en (3.9), se produce:

$$a(\tau)x(\tau)y(\tau) = \mathbf{x}^T(t) \mathbf{A} \mathbf{Y} \mathbf{T}(\tau) \quad (3.39)$$

esta expresión representa el producto de tres funciones arbitrarias en el espacio armónico, que puede escribirse también como.

$$a(\tau)x(\tau)y(\tau) = \mathbf{T}^\top(\tau) \mathbf{Y}^\top \mathbf{A}^\top \mathbf{x}(t) \quad (3.40)$$

3.7.- El DAE y los sistemas no-lineales.

Desafortunadamente, los sistemas no-lineales y variantes en el tiempo, no siempre es posible representarlos a través de ecuaciones como la (3.21), en su caso están descritos en forma general como:

$$p(x(t)) = f(x, u) \quad ; \quad x(0) = x_0 \quad (3.41)$$

Entonces, introduciendo el k-esimo fasor dinámico, la expresión (3.41), puede escribirse como:

$$p(\mathbf{x}_k(t)) = f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \quad ; \quad \mathbf{x}_k(0) = \mathbf{x}_{k0} \quad (3.42)$$

Las no-linealidades presentes en este tipo de sistemas, se deben entre otras causas, al producto de variables de estado y son propias de cada sistema. Por lo tanto resulta evidente que no es posible obtener una expresión general que englobe la solución de todos los sistemas no-lineales como en el caso de los lineales.

Siguiendo los principios básicos de la aproximación de funciones a través de fasores dinámicos, se puede replantear la metodología para obtener la solución de cada sistema en particular. El producto de variables de estado en el dominio del tiempo es considerado como una convolución discreta en el espacio armónico, donde en términos

de matrices operacionales se puede describir a través de (3.31). Nótese aquí la importancia de la matriz de coeficientes.

Dos aspectos validos y que siempre el lector debe tener presente al trabajar con sistemas no-lineales dentro del espacio armónico son [A. M. Stankovic, 2001]:

- Los principios de superposición no son aplicables.
- Aunque el sistema sea excitado con un solo componente armónico, pueden aparecer otros en las variables de estado.

Con fines de ilustración del último punto, considérese dos variables de estado $x(t)$ e $y(t)$, la representación a través de las series complejas de Fourier está dada por (3.43) y (3.44), donde solo se considera la componente de frecuencia cero y la fundamental.

$$x(t) = \sum_{k=-1}^1 x_k e^{jk\omega t} \quad (3.43)$$

$$y(t) = \sum_{k=-1}^1 y_k e^{jk\omega t} \quad (3.44)$$

entonces, expandiendo la sumatoria y realizando el producto se tiene:

$$x(t)y(t) = \mathbf{x}(t) \otimes \mathbf{y}(t) = (x_{-1}e^{-j\omega t} + x_0 + x_1e^{j\omega t})(y_{-1}e^{-j\omega t} + y_0 + y_1e^{j\omega t}) \quad (3.45)$$

realizando el producto y agrupando respecto a la exponencial (3.45) se convierte en:

$$\begin{aligned} x(t)y(t) = & (x_{-1}y_{-1})e^{-j2\omega t} + (x_0y_{-1} + x_{-1}y_0)e^{-j\omega t} \\ & + (x_1y_{-1} + x_0y_0 + x_{-1}y_1) \\ & + (x_0y_1 + x_1y_0)e^{j\omega t} + (x_1y_1)e^{j2\omega t} \end{aligned} \quad (3.46)$$

de (3.46), se observa que además de los armónicos considerados, aparecen términos que corresponden a la segunda componente armónica. Una mayor referencia de lo anterior, está documentada en [E. Acha, M. Madrigal, 2001].

3.8.- Conclusiones.

En este capítulo, se presentó una breve descripción de las herramientas que conforman al dominio armónico extendido, así como las formas generales que tienen estos operadores matriciales en el dominio de Fourier en su forma compleja. Se desarrolló la formulación básica de la metodología del DAE para sistemas lineales, donde se resaltó una de sus principales potencialidades: La formulación de una solución general que engloba todos los sistemas lineales, así como la conversión de SLPT en SLIT. También se explicó la relación que tiene el DAE en el estudio de sistemas no lineales, importante en el desarrollo de ésta tesis, por el hecho de que el sistema a resolver mediante ésta técnica es el motor de inducción, que como se observó en el capítulo anterior es un dispositivo no lineal.

Capítulo 4

Métodos de arranque de un motor de inducción

4.1.- Introducción.

En la operación de un motor de inducción las características nominales especificadas por el fabricante se deben tener siempre presentes, por lo cual es necesario conocer la evolución de los parámetros tales como la corriente de armadura, la corriente de campo y la velocidad de rotación, todo esto tanto en estado transitorio como en estado estable. El objetivo principal de este conocimiento, está en pro de tomar medidas para el buen funcionamiento de la máquina y la protejan de daños que puedan ser causados por: cortocircuito en el equipo; sobrecargas prolongadas; ó corrientes de arranque excesivas. Estas últimas son una de las principales causas que originan las depresiones de voltaje en los sistemas eléctricos, tema de interés en el presente trabajo.

Un motor de inducción, posee par de arranque propio, esto quiere decir que si los devanados del estator de un motor de inducción trifásico con su rotor previamente en reposo, es excitado a través de una fuente de alimentación trifásica, se produce un campo magnético giratorio (CMG), el cual por inducción establece un campo magnético en los devanados del rotor, ahora bien, la interacción de estos dos campos magnéticos originan un par electromagnético, que siempre esta dirigido en el mismo sentido del CMG, haciendo posible que el rotor comience a girar, acelerándose hasta alcanzar una velocidad cercana a la velocidad de sincronía.

Sin embargo, justo en el momento de arranque, la velocidad relativa entre el CMG con respecto a los devanados del rotor es máxima, o dicho en otras palabras el

valor del deslizamiento es la unidad, por lo tanto la magnitud de la corriente que circula en los devanados tanto del rotor como del estator es también máxima en estas condiciones, rebasando varias veces el valor de la corriente nominal para el cual fue diseñado. Por consiguiente, si la carga mecánica conectada en la flecha del rotor esta cerca de su valor nominal o en el peor de los casos por encima de este, puede ocasionar severos daños a los devanados del motor, debido a que el tiempo del arranque sea prolongado o peor aun nunca arranque.

Por lo anterior, con la finalidad de brindar protección al motor de inducción, se han desarrollado varios esquemas para su arranque, teniendo como principal objetivo la disminución de la corriente durante el periodo de arranque. Cada uno de estos métodos tienen sus propias características, donde se debe tomar en consideración la aplicación y tipo de rotor del mismo.

En este capítulo se presenta la forma de calcular la corriente máxima permisible en un motor de inducción en base a los datos de placa, así como algunos métodos comúnmente utilizados en el arranque de éste tipo de máquinas, finalizando con algunas comparaciones entre diferentes métodos.

4.2.- Cálculo de la corriente máxima de arranque en un motor de inducción en base a los datos de fabricación.

Los datos de placa que el fabricante proporciona para una operación óptima del motor de inducción son de vital importancia para la máquina, debido a que éstos establecen los límites permisibles de su operación sin que el motor corra el riesgo de sufrir algún tipo de perjuicio. Algunos de los datos más importantes son: la potencia nominal, el voltaje nominal, la velocidad nominal, la letra código del motor, entre otros.

Tabla 4.1.- Letras código que indican la relación entre los kilovolts-amperes por caballo de fuerza, de acuerdo con la Tabla NEMA de letras código [S. J. Chapman, 1990].

Letra código Nominal	KVA/HP A rotor bloqueado	Letra código Nominal	KVA/HP A rotor bloqueado
A	0-3.15	L	9.00-10.00
B	3.15-3.55	M	10.00-11.20
C	3.55-4.00	N	11.20-12.50
D	4.00-4.50	P	12.50-14.00
E	4.50-5.00	R	14.00-16.00
F	5.00-5.60	S	16.00-18.00
G	5.60-6.30	T	18.00-20.00
H	6.30-7.10	U	20.00-22.40
J	7.10-8.00	V	22.40 en adelante
K	8.00-9.00		

Para calcular la corriente de arranque máxima, permisible en los motores de inducción, se utiliza la letra código, junto con la potencia y voltaje nominales del motor, tal como se describe en (4.1). La letra código esta en términos de potencia aparente por caballos de fuerza, es decir kilovolts-amperes por caballos de fuerza (*KVA/HP*) mientras que la potencia y voltaje, están dados en caballos de fuerza y volts respectivamente, tal como se muestra en la Tabla 4.1.

$$I_{L, \text{arranque}} = \frac{(HP_{\text{nominales}})(\text{factor de letra código})}{\sqrt{3}V_{L, \text{nominal}}} \quad (4.1)$$

4.3.- Arranque del motor de inducción con resistencia en el devanado primario.

El método de arranque con resistencia en el circuito primario, es utilizado para motores de inducción jaula de ardilla, donde no se tiene acceso a modificar la resistencia en el devanado del rotor. La Figura 4.1 muestra un esquema básico de arranque por

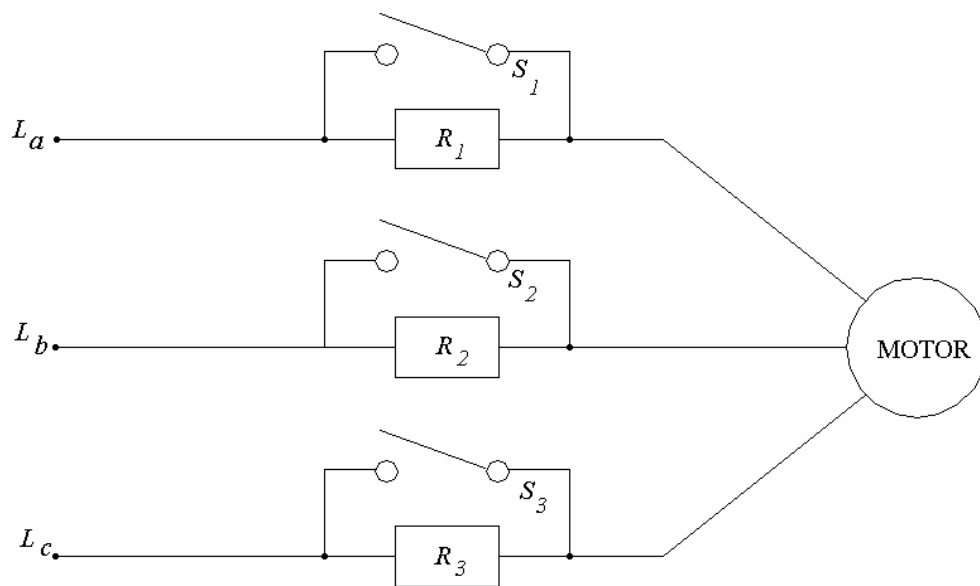


Figura 4.1.- Esquema de arranque con resistencia auxiliar, en el devanado primario.

resistencia en el devanado del estator. La idea principal es incrementar la resistencia efectiva en el devanado del estator durante el periodo de arranque, con la finalidad de reducir la corriente inyectada a la máquina. Cuando el motor alcanza una velocidad cercana a la nominal o de estado estable, las resistencias son puestas fuera de operación.

Sin embargo, uno de los problemas que trae como consecuencia es la disminución del par de arranque, debido a que un aumento en la resistencia del circuito primario trae como consecuencia una disminución del voltaje efectivo aplicado en terminales [S. J. Chapman, 1990]. Su aplicación no es muy recomendable en condiciones donde se requiera que el motor tenga que arrancar con una carga cercana a la nominal.

4.4.- Arranque del motor de inducción con rotor devanado.

En los motores de inducción de rotor devanado se pueden insertar resistencias auxiliares en los devanados del rotor a través de anillos rozantes o comúnmente

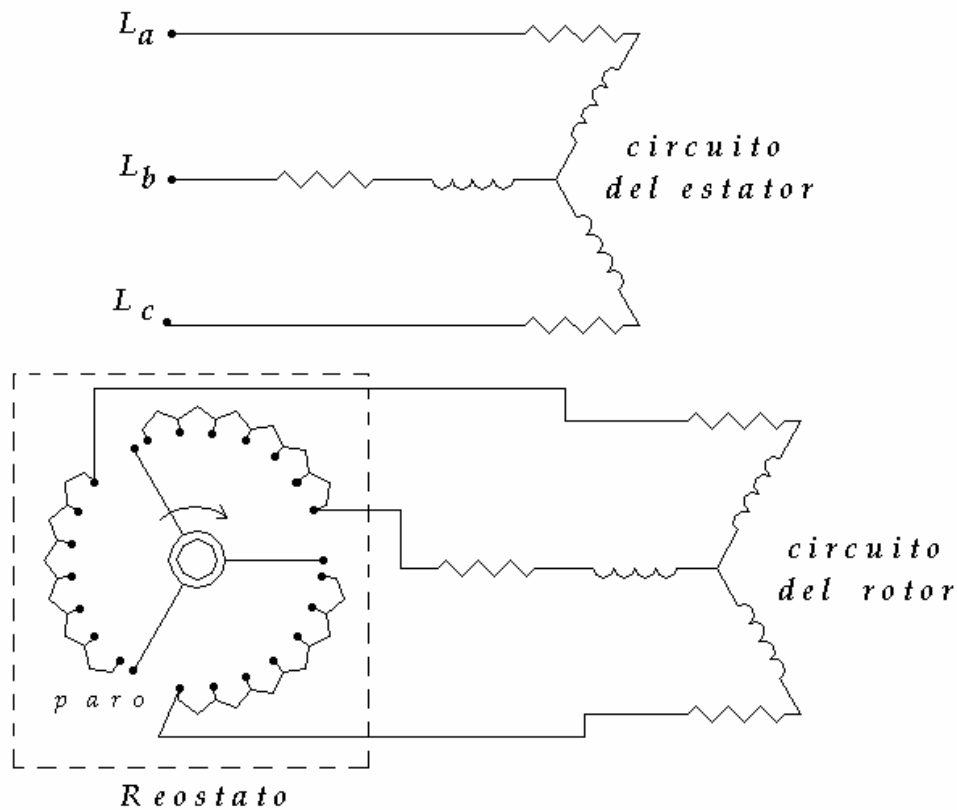


Figura 4.2.- Esquema de arranque con resistencia en el devanado del rotor.

llamados deslizables. En estas condiciones la corriente necesaria para el arranque no solo es limitada sino además el par de arranque junto con el factor de potencia se incrementan [S. J. Chapman,1990], por lo que la máquina se vuelve más robusta. Una vez que el motor alcanza una velocidad cercana a la nominal o de estado estable, las resistencias auxiliares salen de operación.

La Figura 4.2 muestra esquemáticamente un arreglo típico, donde las resistencias auxiliares están formadas por reostatos, los cuales mediante un control disminuyen el valor de la resistencia auxiliar, a medida que la máquina va ganando velocidad, hasta que finalmente solo quedan cortocircuitados los devanados del rotor.

Este tipo de arranque puede ser utilizado en aplicaciones donde el motor tenga que arrancar con carga, debido a su elevado par mecánico en el momento del arranque.

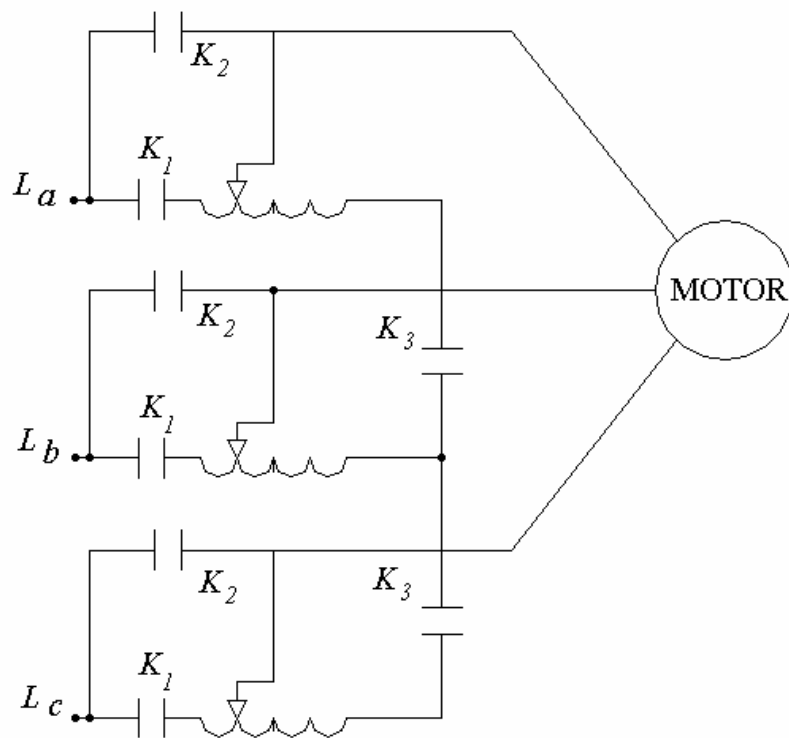


Figura 4.3.- Esquema de arranque con autotransformador.

4.5.- Arranque del motor de inducción con autotransformador.

Otra alternativa para arrancar un motor de inducción, es reduciendo el voltaje de alimentación durante el periodo de arranque, utilizando para ello un auto transformador. La Figura 4.3 muestra un esquema sencillo del arranque de un motor de inducción a tensión reducida utilizando un autotransformador. Este tipo de arranque tiene la desventaja de que es costoso por el propio autotransformador, además de presentar prácticamente los mismos inconvenientes que el arranque con resistencia externa en terminales del devanado primario, por lo que su uso no es tan popular.

El principio de funcionamiento es como sigue: durante el arranque los contactos K_1 y K_3 están cerrados, alimentando los devanados del estator con un voltaje reducido.

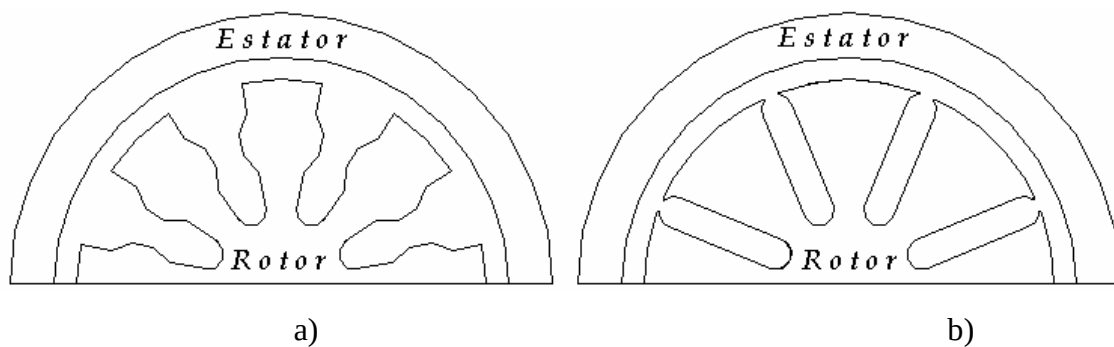


Figura 4.4.- Cortes transversales de rotores tipo jaula.
a) rotor de doble jaula; b) Rotor de barra profunda.

Cuando el rotor gira a una velocidad considerable, los contactos K_1 y K_3 se abren al igual que los contactos K_2 son cerrados, quedando el motor conectado directamente a la línea de excitación.

4.6.- Arranque con rotor de barra profunda y doble jaula de ardilla.

Los motores de inducción de rotor de jaula de ardilla, presentan desventajas en el momento del arranque, tal como se describió en la sección 4.4. Sin embargo, una construcción especial en la disposición de la jaula presenta una buena alternativa para mejorar las condiciones de arranque. Se reconocen dos tipos especiales de variantes en la construcción de la jaula, denominadas: jaula de barras profunda y doble jaula.

En la Figura 4.4 se muestra un corte transversal de un rotor de barra profunda y uno de doble jaula. El principio de operación entre uno y otro es prácticamente el mismo, por lo cual para ilustrar su comportamiento, se juzgo hacerlo mediante el rotor de barra profunda.

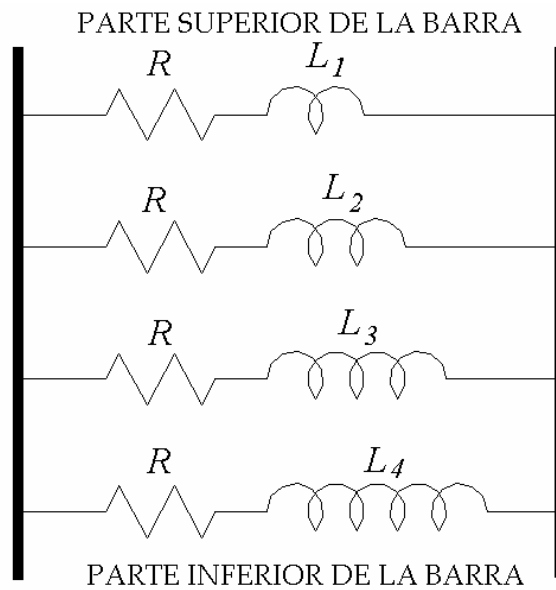


Figura 4.5.- Circuito equivalente de una barra del rotor de barra profunda.

De la Figura 4.4a, se observa que debido a que la sección transversal de cada una de las barras es uniforme, entonces la resistencia en la sección transversal de la barra también debe serlo, mientras que la inductancia de dispersión cambia de acuerdo con la distancia respecto al estator. Esto por que la inductancia de dispersión es la parte correspondiente a las líneas de flujo del rotor que no se acoplan con los enlaces de flujo del estator, por tanto entre más cercano este circulando la corriente del estator, menos inductancia de dispersión se producirá y por el contrario entre más alejado esté la circulación de corriente en las barras, mayor inductancia de dispersión se tendrá presente. Por lo tanto un circuito equivalente para una barra de rotor de barras profundas es como el que se muestra en la Figura 4.5. Su principio de operación es como a continuación se menciona.

Cuando el motor esta operando con deslizamiento elevado (rotor con poco movimiento o estático, cuyo deslizamiento es la unidad o muy cercano a ella), la frecuencia inducida en el rotor es elevada y por tanto la reactancia también lo es. En estas condiciones normalmente la reactancia es mucho mayor que la resistencia efectiva

de las barras, por tanto la mayor parte de la corriente es obligada a circular por la parte superior de la barra, reduciendo eléctricamente la sección transversal de las barras, lo que se traduce en una elevada resistencia efectiva en el devanado del rotor, atenuando la corriente e incrementando el par en el momento del arranque. Por otro lado cuando el deslizamiento es bajo (cercano a cero, motor a velocidad cercana a la del CMG), la frecuencia inducida en el rotor es relativamente baja y por consiguiente la reactancia de dispersión también lo es. En estas condiciones la resistencia efectiva de las barras es mucho mayor que la reactancia de dispersión, y como la resistencia está distribuida de manera uniforme en las barras, la corriente puede circular por toda la sección de las barras, lo que eléctricamente representa una resistencia relativamente más baja.

En la operación de un motor de inducción de rotor de doble jaula, los cambios producidos entre las resistencias de las barras del rotor son más exagerados, debido a la forma de las barras [S.J. Chapman, 1990].

Así entonces un rotor de barras profundas o de doble jaula, en el momento del arranque opera como lo hace un motor de rotor devanado con resistencia auxiliar conectada en los devanados del rotor, por lo tanto puede ser operado en condiciones donde se requiera el arranque del motor con carga en la flecha o eje mecánico.

Los inconvenientes que presenta este tipo de motores es que su costo es más elevado en relación con los de jaula normal, pero son más económicos que los de rotor devanado, además de que a diferencia de estos últimos no requiere mantenimiento por el desgaste de los anillos de rozamiento y escobillas, debido a que en los de jaula, éstos accesorios no son necesarios.

En la siguiente sección se presentan curvas típicas de las variables principales de un motor de inducción bajo diferentes estados de operación.

4.7.- Curvas típicas de las variables del motor de inducción en el momento de arranque bajo diferentes condiciones de operación.

Las curvas que a continuación se presentan se obtuvieron de la simulación del motor de inducción, utilizando el bloque prefabricado del Simulink mostrado en el Capítulo 2.

La Tabla 4.2 muestra los datos típicos de un motor de inducción de 3HP, cuatro polos a una frecuencia eléctrica de 60 hertz (Hz) y voltaje de línea de 220 volts (V). Los valores de resistencias y reactancias, están dados en ohms (Ω) y la constante de inercia expresada en kilogramo-metro cuadrado ($Kg\ m^2$).

Tabla 4.2.- Datos típicos de un motor de inducción de 3HP y 4 polos.

r_s	X_{ls}	r'_r	X'_{lr}	X_m	J
0.435	0.754	0.816	0.754	26.13	0.089

La Figura 4.6 muestra la curva típica de la velocidad para este motor en condiciones de operación en vacío y conectados directamente a la línea. Donde para fines de análisis, la resistencia efectiva del devanado del rotor y estator fueron modificadas de su valor original, colocando en serie una resistencia auxiliar (R) de $1\ \Omega$.

En la sección a) de la Figura 4.6, se puede observar que el incremento de la resistencia efectiva tanto del los devanados del rotor como del estator, ocasionan que el tiempo necesario para que la máquina llegue a la velocidad nominal sea mayor. Así mismo la parte b), muestra un acercamiento de la curva de la velocidad en el momento del arranque, donde se puede observar que un incremento en la resistencia del rotor, produce una aceleración mayor en la máquina (más velocidad en menor tiempo) durante un periodo de tiempo en comparación con la gráfica de parámetros originales, ocurriendo lo contrario para un incremento en la resistencia del devanado del estator.

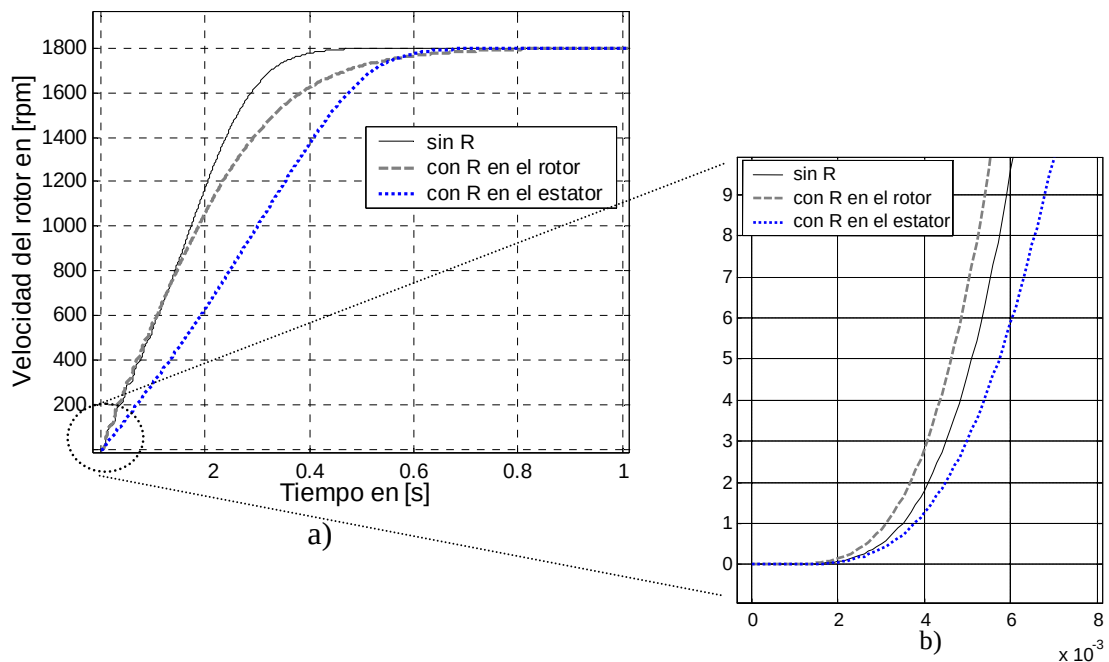


Figura 4.6.- Velocidad de un motor de 3HP, para diferentes resistencias de sus devanados.

Los resultados anteriores, demuestran que cuando se incrementa la resistencia en el devanado del rotor, se presenta un par mecánico mayor, en el instante del arranque, sucediendo lo contrario cuando el incremento de la resistencia se realiza en el devanado del estator.

Por otro lado la Figura 4.7, presenta la corriente que se demanda de la fuente de alimentación en el momento del arranque y que circula por cada devanado de la máquina. La sección a), muestra la corriente circulante en el devanado del estator, mientras que en la parte b), se observa la corriente circulante en el devanado del rotor. Se puede ver que un incremento en la resistencia tanto del estator como del rotor produce una disminución de la corriente en los devanados, en comparación a cuando no se le incrementa la resistencia a sus devanados. Sin embargo, un incremento de la resistencia en el estator, en comparación con el incremento de la resistencia en el rotor, ocasiona una condición más severa de operación de la máquina.

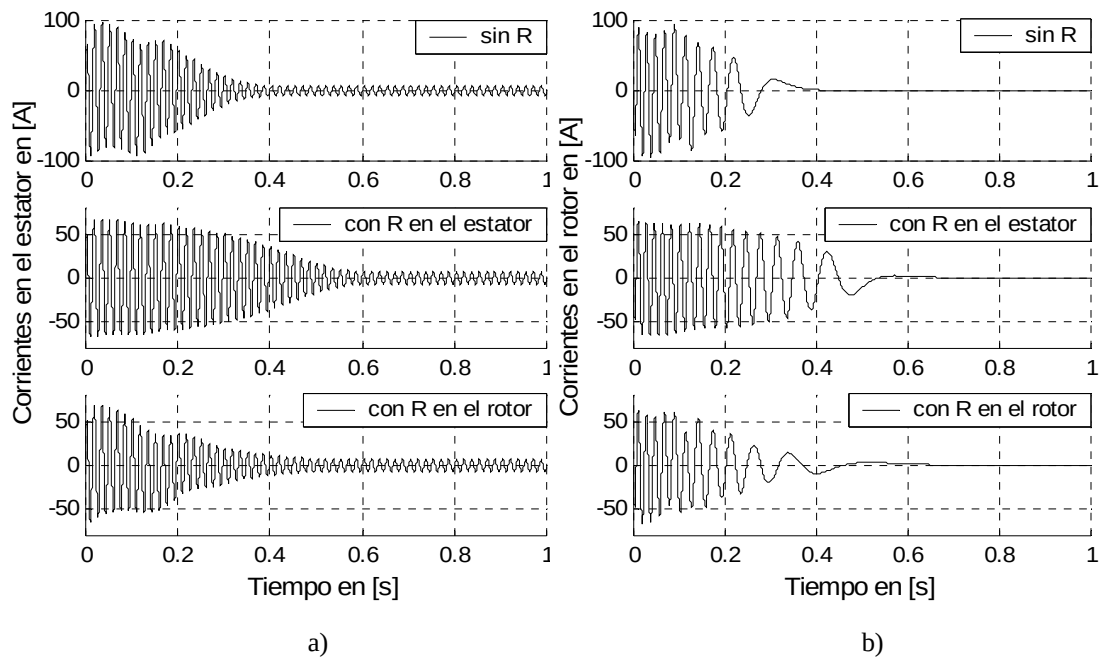


Figura 4.7.- Corriente en los devanados de un motor de 3HP, modificando la resistencia de sus devanados.
a) Corriente en el devanado primario; b) Corriente en el devanado secundario.

En la Figura 4.8, se presenta la potencia que el motor demanda de la fuente de alimentación. En la sección a), se muestra la potencia real que el motor demanda de la fuente de alimentación, donde el principal aspecto que se puede observar es que un incremento de la resistencia en el devanado secundario demanda menos potencia real del sistema, en comparación con un incremento de la resistencia en el devanado primario, por otro lado la Figura 4.8b, muestra el comportamiento de la potencia reactiva absorbida por el motor, donde se observa que esta se comporta de manera similar que la potencia real sobre los incrementos de resistencia.

Por otro lado, la Figura 4.9, muestra la curva que describe el par desarrollado por el motor, para diferentes condiciones de operación. Aquí se observa que a medida que se incrementa el valor en las resistencias, éste disminuye, siendo más drástica la atenuación, en el caso cuando el incremento de la resistencia se efectúa en el devanado del estator.

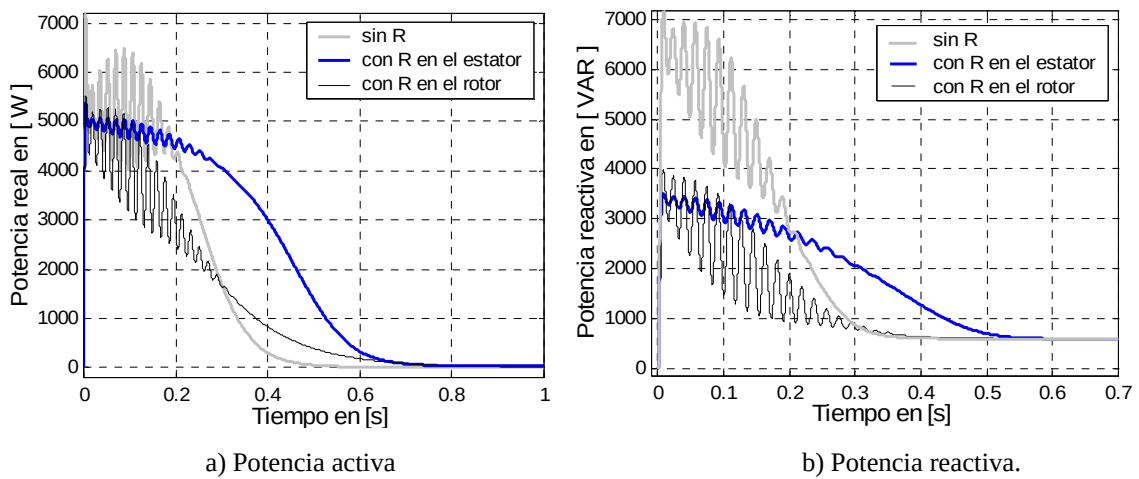


Figura 4.8.- Potencias en un motor de 3HP, modificando la resistencia de sus devanados.

Para muchos investigadores de las máquinas es más cómodo trabajar con una gráfica que relacione directamente la velocidad del motor con el par desarrollado. Para el motor que se acaba de presentar, estas relaciones se pueden observar en la Figura 4.10, para las resistencias antes establecidas.

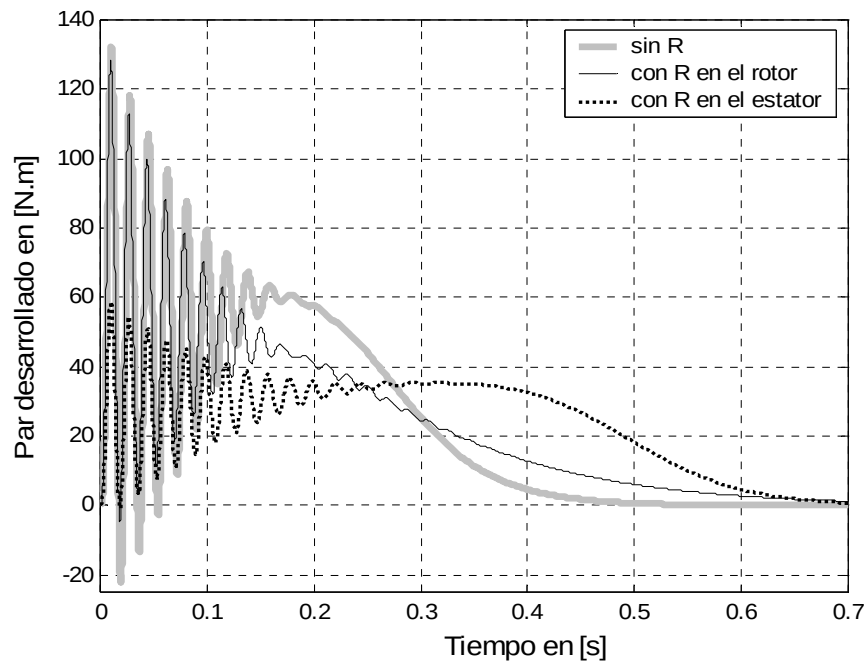


Figura 4.9.- Par desarrollado por un motor de 3HP, modificando la resistencia de sus devanados.

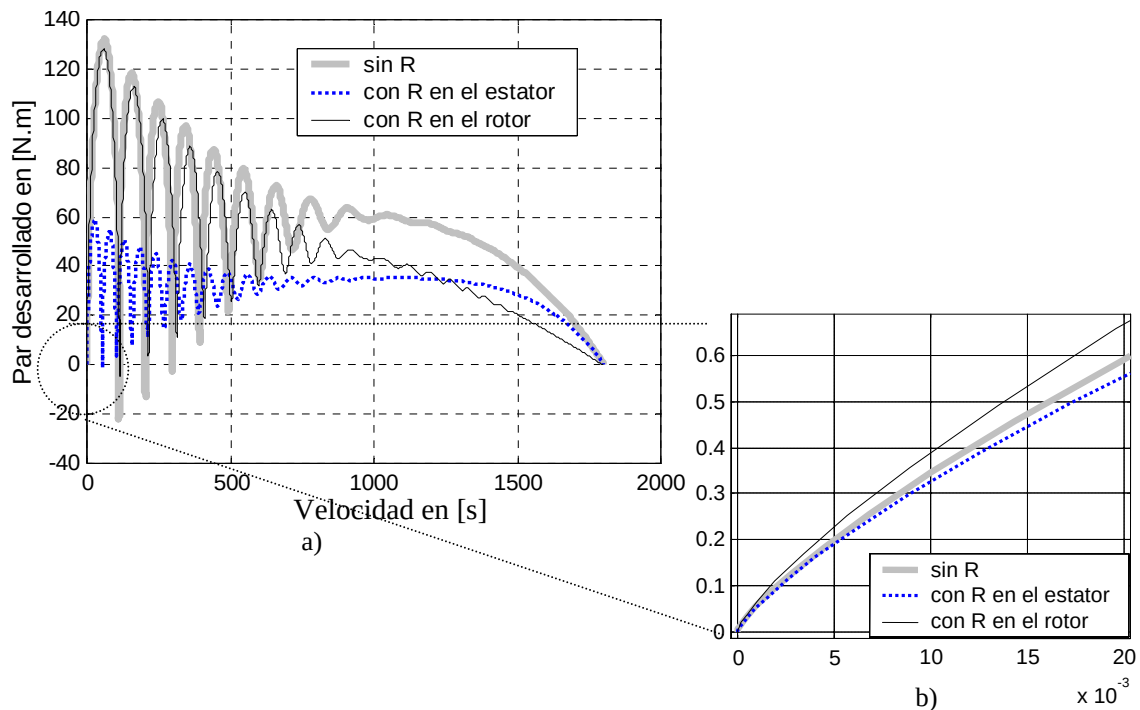


Figura 4.10.- Característica par-velocidad para un motor de 3HP, variando la resistencia de sus devanados.

Las gráficas de las figuras anteriormente citadas, muestran la tendencia, del comportamiento del motor presentado en la Tabla 4.2, para diferentes incrementos en la resistencia de los devanados. Si bien fueron obtenidas para condiciones de vacío pero el comportamiento del motor con una carga conectada en la flecha solo hace que los tiempos para llegar al estado estable se prolonguen y el valor del deslizamiento se incremente, lo que repercute en una disminución de la velocidad, un incremento en la corriente y con ello un incremento en la potencia demandada, por tanto en este capítulo se omiten estos análisis.

Normalmente, en el arranque de las máquinas, una vez que se logra una velocidad cercana a la sincrónica o a la de operación en estado estable, las resistencias auxiliares deben de quedar fuera de operación, esto con la finalidad de disminuir pérdidas por efecto joule durante el estado estable, por lo cual, este tipo de gráficas pueden ser el punto de partida para la elaboración del esquema de arranque, de acuerdo con los requerimientos de la carga.

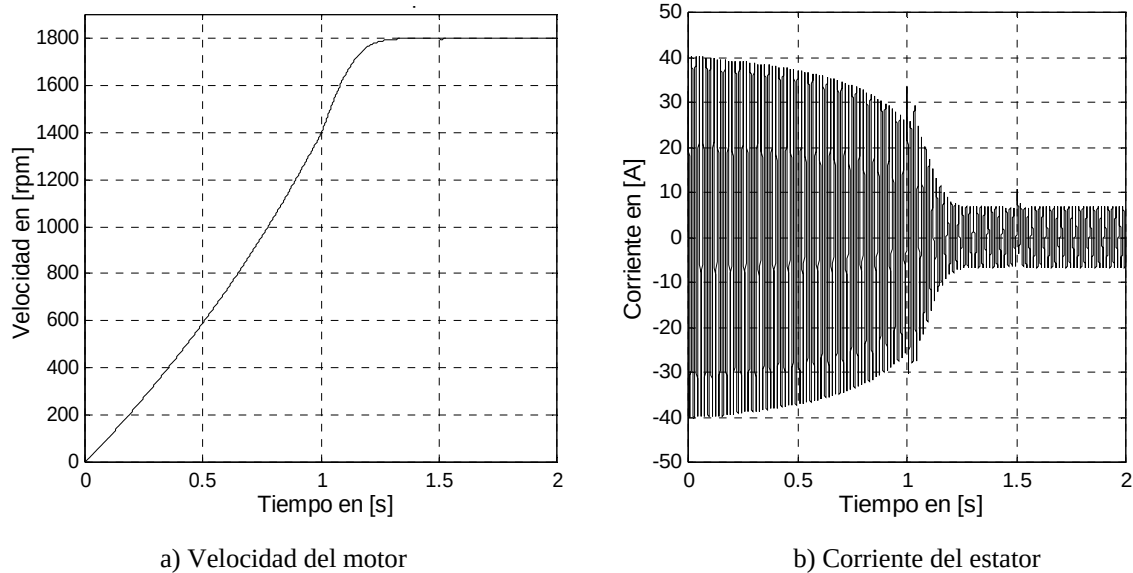


Figura 4.11.- Curvas típicas para un motor de inducción jaula de ardilla, con arranque en dos etapas, a través de resistencias en el devanado primario.

Así entonces las curvas de arranque típicas para un motor con resistencia auxiliar en el devanado primario, se presentan en la Figura 4.11, donde la parte a) corresponde a la velocidad, mientras que la b), es la corriente que se demanda de la fuente de alimentación. Este tipo de arranque se realiza en dos pasos, al primer segundo sale de operación la mitad de la resistencia y finalmente hasta el próximo medio segundo lo hace el resto.

Por otro lado, la Figura 4.12 muestra las curvas típicas para un esquema de arranque de dos etapas con resistencia auxiliar en el devanado del rotor. Se puede observar a diferencia del anterior, el momento en que las resistencias salen de operación, no producen un incremento significativo en la corriente, por el hecho de que tan solo en el primer segundo el motor casi se encuentra en la velocidad de estado estable, además nótese nuevamente que la condición más severa sigue siendo el método de arranque con resistencia en el devanado primario.

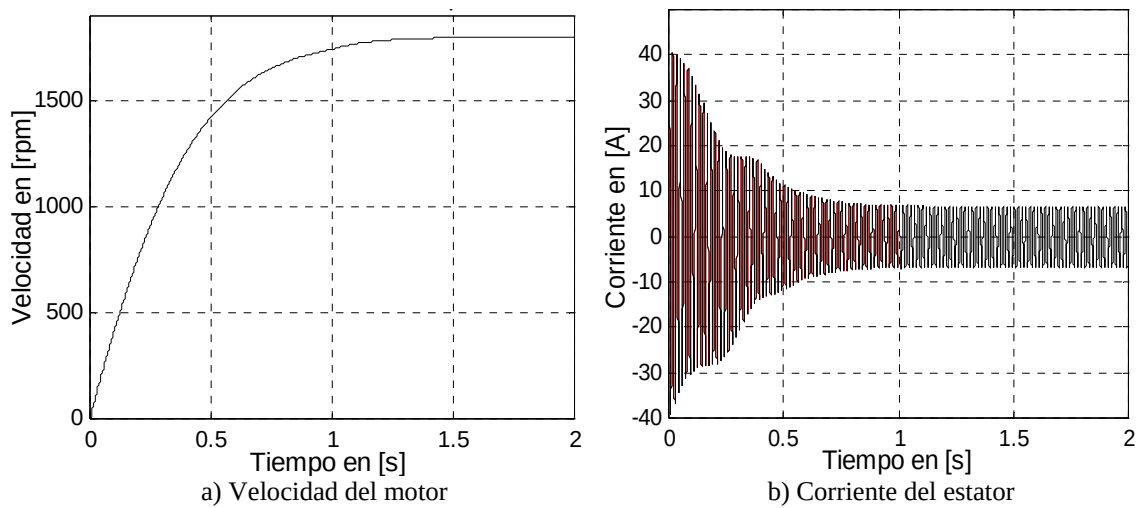


Figura 4.12.- Curvas típicas para un motor de inducción de rotor devanado, con arranque en dos etapas, a través de resistencias en el devanado secundario.

El tipo de arranque por autotransformador auxiliar, describe un comportamiento similar al de arranque por resistencia en el devanado primario, donde el voltaje neto aplicado a la máquina en terminales esta disminuido. De igual forma el arranque de un motor de inducción con rotor de barra profunda o de doble jaula, tienen el mismo comportamiento que aquellos con rotor devanado que en su embobinado secundario incorporan resistencias auxiliares durante el periodo de arranque, por lo cual se omiten gráficas para estos casos.

Finalmente, dependiendo del tipo de aplicación, se requiere un perfil de carga, es decir el par demandado por el sistema mecánico cambia respecto al tiempo. En la Figura 4.13, se presenta el comportamiento de las variables de la máquina para un perfil de carga mostrado en la sección a) de la misma figura. Obsérvese, que en este caso el motor primeramente se arranco en condiciones de vacío, con la finalidad de disminuir la potencia demandada de la fuente, y a continuación se le va exigiendo al motor diferentes valores de par. Así entonces, la corriente en el devanado del estator tiene la forma mostrada en la Figura 4.13b, mientras que en la secciones c), d), e) y f) presentan el comportamiento la velocidad, par desarrollado y las potencias real y reactiva, respectivamente.

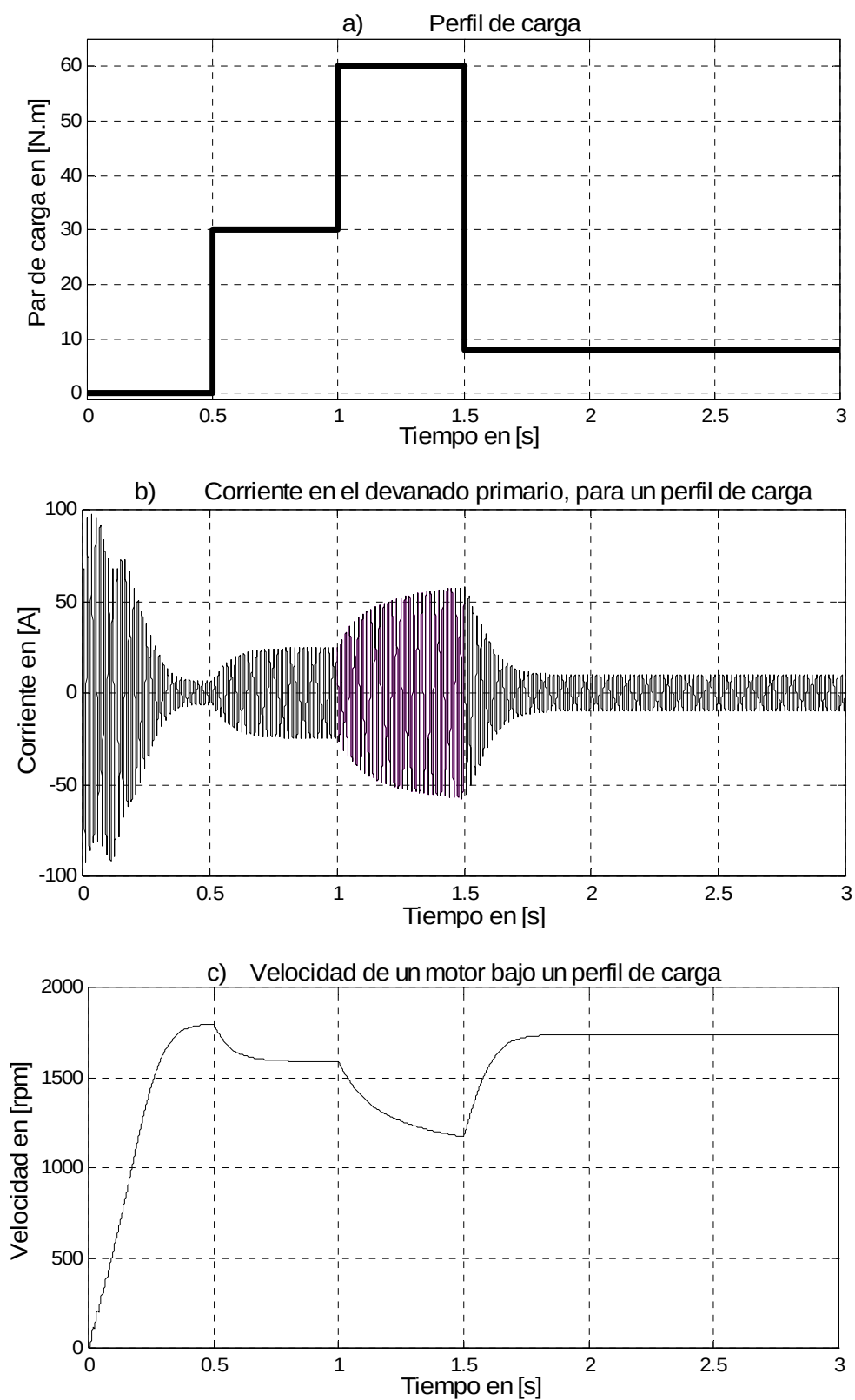


Figura 4.13.- Curvas características para un motor de inducción ante un perfil de carga.

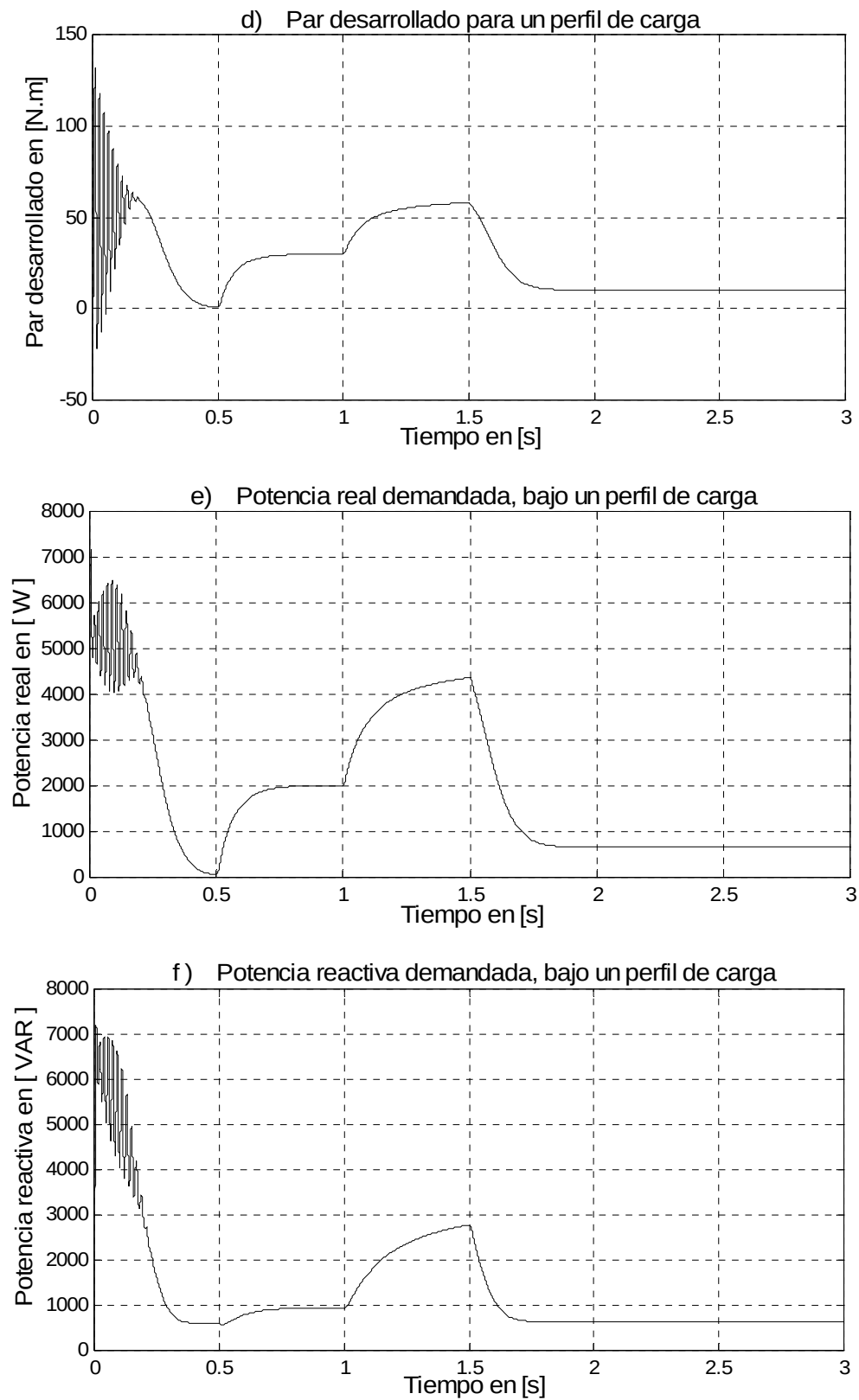


Figura 4.13.- Curvas características para un motor de inducción ante un perfil de carga (continuación)

4.8.- Conclusiones.

Se presentaron los esquemas tradicionales para el arranque del motor de inducción, dentro de los cuales se dio una panorámica del principio de su funcionamiento de cada esquema. En base a las curvas presentadas, se logró observar que el arranque por resistencia en el rotor, es la alternativa que sitúa a la máquina en condiciones de operación no tan adversas como el caso en que el arranque se realiza colocando la resistencia en el devanado del estator. Por lo tanto sería más recomendable el uso de motores de inducción de rotor devanado, sin embargo el costo de adquisición es más elevado. Se observó que los motores con rotor de doble jaula y de jaula profunda, pueden ser vistos como motores con resistencia auxiliar en el devanado del rotor, sin embargo los inconvenientes siguen siendo en precio y que la aplicación sea más específica, por el hecho de que las variaciones de la resistencia en el rotor quedan establecidas desde el momento de su fabricación.

Capítulo 5

Arranque del motor de inducción conectado a nodo infinito usando DAE

5.1.- Introducción.

Tradicionalmente el estudio del arranque de los motores de inducción se realiza considerando una fuente de alimentación cuya magnitud y frecuencia no cambian sin importar la potencia demandada, a esta fuente normalmente se le llama nodo infinito.

Por otro lado, el DAE se ha utilizado para resolver sistemas lineales y sistemas no lineales que describen un comportamiento periódico. Sin embargo las ecuaciones del modelo del motor de inducción son un grupo de ecuaciones no lineales, cuyo comportamiento en el estado transitorio no es periódico, por lo tanto tomando en consideración las relaciones para sistemas no lineales descritos en el Capítulo 3, se puede utilizar la técnica del DAE para la solución de las ecuaciones que representan a éstos.

En el presente capítulo se escriben las ecuaciones del modelo del motor de inducción bajo la técnica del DAE y se presentan algunos casos de estudio para el arranque del motor de inducción considerando que se conecta a nodo infinito. Los casos de estudio presentados, tienen como finalidad validar la técnica del DAE aplicada a la simulación del motor de inducción, por lo tanto los resultados obtenidos mediante esta técnica, se comparan con los arrojados por el bloque prefabricado del Simulink del MatLab.

5.2.- Ecuaciones del modelo del motor de inducción bajo la técnica del DAE.

El grupo de ecuaciones (2.34-2.40), representan al motor de inducción en un marco de referencia arbitrario, por lo tanto para un marco de referencia estacionario donde: $\omega = 0$, $i_{0s} = 0$, $i'_{0r} = 0$, $v_{0s} = 0$, el sistema se transforma en:

$$p(i_{qs}) = a_{11}i_{qs} + a_{12}i_{ds}\omega_r + a_{13}i'_{qr} + a_{14}i'_{dr}\omega_r + b_{11}v_{qs} \quad (5.1)$$

$$p(i_{ds}) = a_{21}i_{qs}\omega_r + a_{22}i_{ds} + a_{23}i'_{qr}\omega_r + a_{24}i'_{dr}\omega_r + b_{21}v_{ds} \quad (5.2)$$

$$p(i'_{qr}) = a_{31}i_{qs} + a_{32}i_{ds}\omega_r + a_{33}i'_{qr} + a_{34}i'_{dr}\omega_r + b_{31}v_{qs} \quad (5.3)$$

$$p(i'_{dr}) = a_{41}i_{qs}\omega_r + a_{42}i_{ds} + a_{43}i'_{qr}\omega_r + a_{44}i'_{dr} + b_{41}v_{ds} \quad (5.4)$$

$$p(\omega_r) = a_{51}i_{qs}i'_{dr} + a_{52}i_{ds}i'_{qr} + b_{51}T_L \quad (5.5)$$

donde:

$$a_{11} = \frac{r_s L_r}{\alpha_0} = a_{22} \quad (5.6)$$

$$a_{12} = \frac{M^2}{\alpha_0} = -a_{21} \quad (5.7)$$

$$a_{13} = -\frac{r'_r M}{\alpha_0} = a_{24} \quad (5.8)$$

$$a_{14} = \frac{ML_r}{\alpha_0} = -a_{23} \quad (5.9)$$

$$a_{31} = -\frac{r_s M}{\alpha_0} = a_{42} \quad (5.10)$$

$$a_{32} = -\frac{ML_s}{\alpha_0} = -a_{41} \quad (5.11)$$

$$a_{33} = \frac{r'_r L_s}{\alpha_0} = a_{44} \quad (5.12)$$

$$a_{34} = -\frac{L_s L_r}{\alpha_0} = -a_{43} \quad (5.13)$$

$$a_{51} = \frac{3 n_{pol}^2 M}{8J} = -a_{52} \quad (5.14)$$

$$b_{11} = -\frac{L_r}{\alpha_0} = b_{21} \quad (5.15)$$

$$b_{31} = \frac{M}{\alpha_0} = b_{41} \quad (5.16)$$

$$b_{51} = -\frac{4 n_{pol}}{8J} \quad (5.17)$$

para

$$\alpha_0 = M^2 - L_s L_r \quad (5.18)$$

Por lo tanto aplicando (3.31) y (3.40) en (5.1-5.5), se producen:

$$p(\mathbf{i}_{qs}) = (\mathbf{A}_{11}^\top - \mathbf{D}) \mathbf{i}_{qs} + \varpi_r^\top \mathbf{A}_{12}^\top \mathbf{i}_{ds} + \mathbf{A}_{13}^\top \mathbf{i}'_{qr} + \varpi_r^\top \mathbf{A}_{14}^\top \mathbf{i}'_{dr} + \mathbf{B}_{11}^\top \mathbf{v}_{qs} \quad (5.19)$$

$$p(\mathbf{i}_{ds}) = \varpi_r^\top \mathbf{A}_{21}^\top \mathbf{i}_{qs} + (\mathbf{A}_{22}^\top - \mathbf{D}) \mathbf{i}_{ds} + \varpi_r^\top \mathbf{A}_{23}^\top \mathbf{i}'_{qr} + \mathbf{A}_{24}^\top \mathbf{i}'_{dr} + \mathbf{B}_{21}^\top \mathbf{v}_{ds} \quad (5.20)$$

$$p(\mathbf{i}'_{qr}) = \mathbf{A}_{31}^\top \mathbf{i}_{qs} + \varpi_r^\top \mathbf{A}_{32}^\top \mathbf{i}_{ds} + (\mathbf{A}_{33}^\top - \mathbf{D}) \mathbf{i}'_{qr} + \varpi_r^\top \mathbf{A}_{34}^\top \mathbf{i}'_{dr} + \mathbf{B}_{31}^\top \mathbf{v}_{qs} \quad (5.21)$$

$$p(\mathbf{i}'_{dr}) = \varpi_r^\top \mathbf{A}_{41}^\top \mathbf{i}_{qs} + \mathbf{A}_{42}^\top \mathbf{i}_{ds} + \varpi_r^\top \mathbf{A}_{43}^\top \mathbf{i}'_{qr} + (\mathbf{A}_{44}^\top - \mathbf{D}) \mathbf{i}'_{dr} + \mathbf{B}_{41}^\top \mathbf{v}_{ds} \quad (5.22)$$

$$p(\boldsymbol{\omega}_r) = \mathbf{I}'_{dr}^\top \mathbf{A}_{51}^\top \mathbf{i}_{qs} + \mathbf{I}'_{qr}^\top \mathbf{A}_{52}^\top \mathbf{i}_{ds} - \mathbf{D} \boldsymbol{\omega}_r + \mathbf{B}_{51}^\top \mathbf{T}_L \quad (5.23)$$

El conjunto (5.19-5.23), representan al modelo del motor de inducción en términos del DAE, donde la solución de éste sistema de ecuaciones, muestra el comportamiento dinámico de los armónicos en el tiempo para cada una de las variables

de estado. Por lo tanto para ver el valor de las variables de estado, se deben multiplicar los resultados anteriores por las funciones base. Por otro lado, las matrices $\mathbf{A}_{mk}^T = a_{mk} \mathbf{I}$, son de coeficientes constantes y de tamaño $[2nh+1 \times 2nh+1]$, donde $\mathbf{I}$, es una matriz identidad y nh es el número de armónicas seleccionadas para la aproximación vía series de Fourier. En este caso también $\mathbf{T}_L$ representa un vector, mientras que ϖ_r , es una matriz de coeficientes formada con las componentes armónicas del vector de velocidad $\boldsymbol{\omega}_r$. Finalmente, las matrices de coeficientes de las variables de estado de las corrientes y la velocidad, deben calcularse para cada instante de tiempo en el que se obtiene la solución, siendo éstas constantes sólo hasta el estado estable.

La Figura 5.1, muestra de manera esquemática, los pasos que se deben de seguir en la simulación del motor de inducción vía DAE y conectado a Bus Infinito, y que pueden ser descritos de manera general como:

- Elegir el número de términos mt (muestras por periodo de la fundamental) para la declaración de la entrada, el número de armónicos que participaran en la solución nh y la frecuencia de la alimentación f_e .

Estos aspectos son de suma importancia, el primero marca la diferencia entre poder o no reconstruir la señal una vez muestreada. Este número de puntos seleccionados debe ser una potencia de 2^z , donde z es un número entero positivo, esto por el hecho de que el algoritmo de la transformada de Fourier requiere de exactamente tal número de puntos para su aplicación.

El segundo aspecto se refiere a elegir el número de coeficientes de la series de Fourier con el que se desea tener la aproximación, este número es importante debido a que para una solución en particular, revela el contenido armónico de la señal obtenida. De igual manera el número debe ser entero y menor a la mitad menos uno del valor del número de

puntos tomados para el muestreo de la señal (es un requerimiento del algoritmo).

El tercer aspecto, pero no menos importante que los anteriores, se refiere a que el periodo seleccionado para la ventana donde se calculan los coeficientes de la señal de alimentación, debe ser exactamente del valor de su periodo de la fundamental, pues esto ayuda a tener una buena apreciación del contenido armónico de la misma. Es decir si se tiene una alimentación puramente senoidal y de frecuencia eléctrica $f_e = 60\text{Hz}$, se debe elegir como ventana un periodo de $1/60\text{s}$ puesto que el resultado de la aplicación de la transformada de Fourier producirá coeficientes armónicos diferentes si se elige otro periodo para la ventana, y la alimentación se pensaría que ya no correspondería a la de una señal puramente senoidal.

- Declarar la señal de entrada, en este caso es un voltaje trifásico balanceado v_{abc} y puramente senoidal, pero bien puede no serlo.
- Convertir el sistema de alimentación de coordenadas abc a $dq0$. En el Apéndice A se muestra la forma de la matriz de transformación para tal efecto, denotada por K_s .
- Aplicar la transformada rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés) a la señal de entrada resultante del paso anterior (alimentación en $qd0$).
- Introducir los parámetros del motor, para formar las matrices de coeficientes constantes A_{mk} y B_{m1} .
- Calcular el operador D , tomando como base el número de armónicos que participan en la solución nh .
- Resolver el sistema (5.25-5.29), durante el periodo de estudio seleccionado, calculando las matrices de coeficientes para las variables de estado (velocidad y corrientes), para cada instante de tiempo de la solución.
- Las soluciones arrojadas por el paso anterior, están en el dominio de la frecuencia y en coordenadas $qd0$, por lo tanto, reacomodando las matrices resultantes de cada variable de estado de la corriente, se puede utilizar la inversa

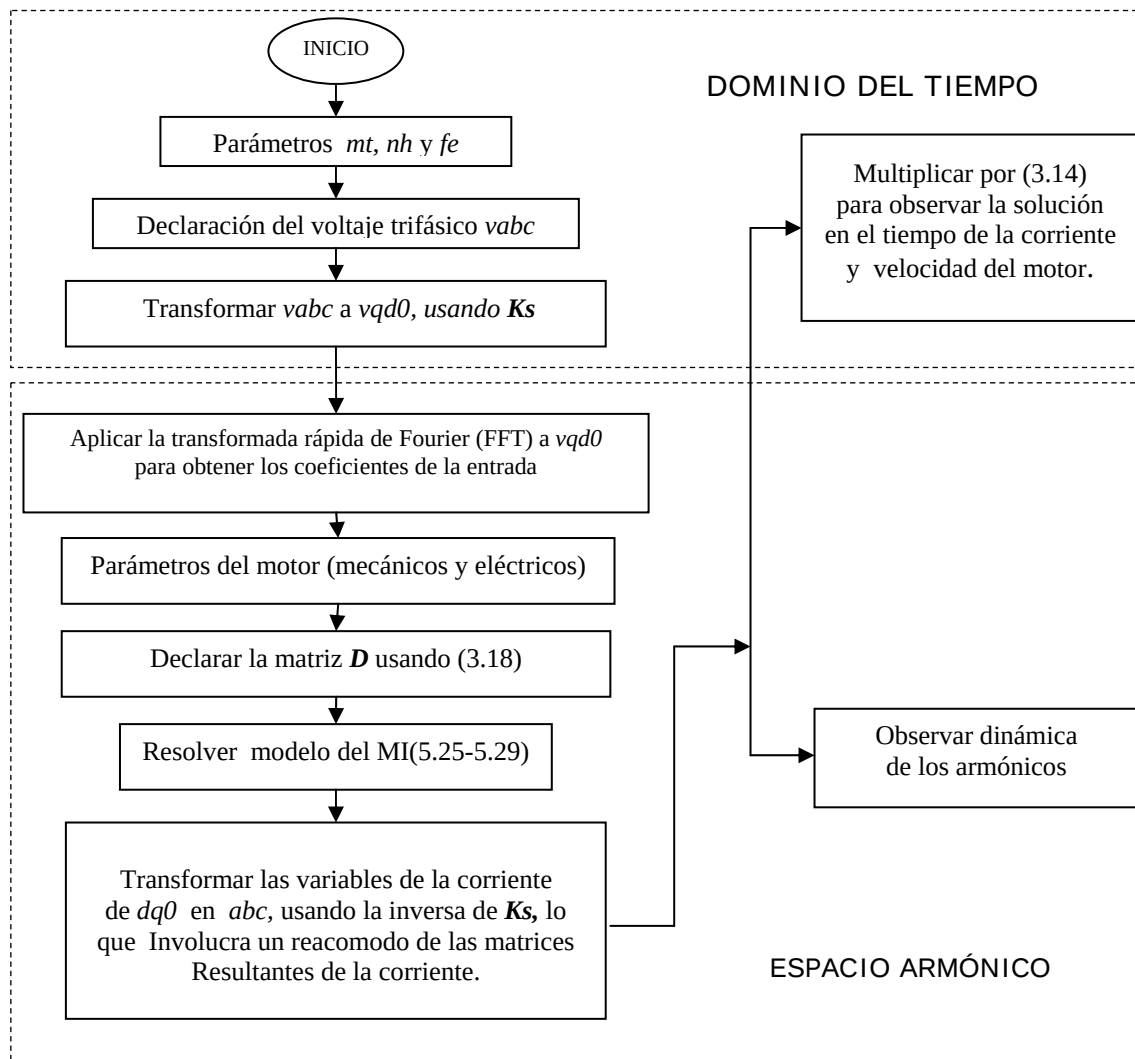


Figura 5.1.- Diagrama de bloques para la simulación de un motor de inducción vía DAE.

de K_s para convertirlas de coordenadas $qd0$ a coordenadas abc . Quedando los resultados aun en el espacio armónico. Este procedimiento se realiza a través de un proceso iterativo debido a que la matriz K_s , es de magnitud $[3 \times 3]$, mientras que la matrices de las corrientes son del tamaño $[n \times 2nh+1]$, donde n es el número de soluciones en el tiempo. Por lo tanto para cada solución en espacio armónico de las variables de estado de las corrientes, se reacomodan de tal manera que se forme una matriz de tamaño $[3 \times 2nh+1]$, donde el primer renglón corresponde a la corriente en espacio armónico del eje q del marco de referencia de coordenadas $dq0$; el segundo renglón corresponde a la solución de la corriente

del eje q ; mientras que el tercero corresponde a la corriente en espacio armónico del eje 0 . Por lo tanto al multiplicar la matriz $\mathbf{Ks}$ por esta última se obtiene una matriz en espacio armónico de la corriente del estator en el marco de referencia abc , de tamaño $[3 \times 2nh+1]$, siendo el primer renglón la corriente en espacio armónico de la fase a ; el segundo renglón corresponde a la corriente en espacio armónico de la fase b ; mientras que el tercer renglón corresponde a la corriente en espacio armónico de la fase c . La Figura 5.2 muestra un esquema para la conversión.

- Para obtener la solución de las variables de estado de las corrientes y la velocidad en el tiempo, los resultados obtenidos del paso anterior deben ser multiplicados por las funciones base.
- Por otro lado si el deseo es ver la variación de las componentes armónicas de alguna de las variables de estado, solo se tiene que calcular su magnitud y grafica

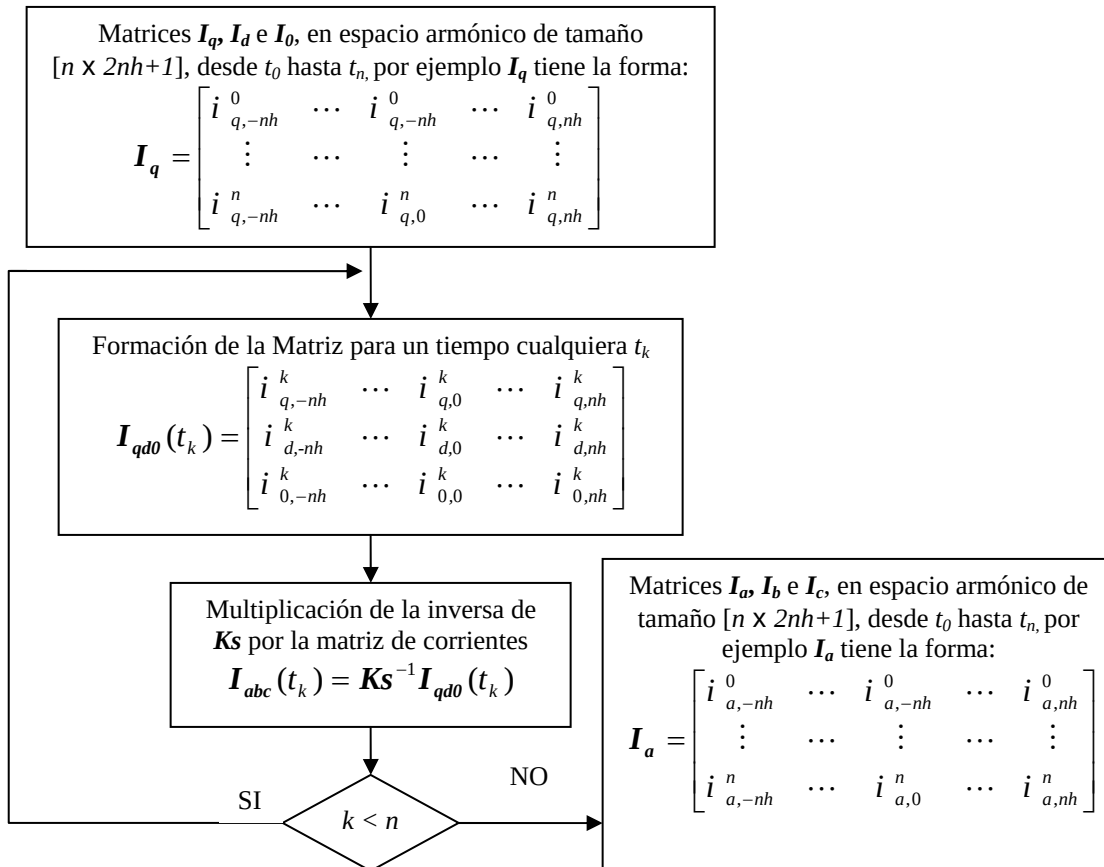


Figura 5.2.- Conversión de las corrientes en el marco $dq0$ al marco abc , en espacio armónico.

5.3.- Casos de estudio.

En esta sección se muestran algunos casos de estudio con la finalidad de observar de manera cualitativa una comparación entre los resultados obtenidos mediante la aplicación del DAE a las ecuaciones del motor de inducción con los obtenidos utilizando el bloque prefabricado del Simulink, del MatLab. La Tabla 5.1, muestra los parámetros de los motores que son estudiados en ésta sección, los cuales son de cuatro polos y trabajan a una frecuencia de 60Hz.

Tabla 5.1.- Parámetros de Motores de Inducción

Potencia HP	Voltaje V	Velocidad rpm	T_b N.m	I_b A	r_s Ω	X_{ls} Ω	X_m Ω	r'_r Ω	X'_{lr} Ω	J $kg.m^2$
3	220	1710	11.9	5.8	0.435	0.754	26.13	0.816	0.754	0.089
50	460	1705	198	46.8	0.087	0.302	13.08	0.228	0.302	1.662
2250	2300	1786	8.9×10^3	421.2	0.029	0.226	13.04	0.022	0.226	63.87

5.3.1.- Motor de inducción de 3HP.

La Figura 5.3, muestra la curva característica para la velocidad, en condiciones de vacío que corresponde a un motor de inducción de 3HP. El número de términos considerados para el muestreo de la señal son $mt=64$, mientras que para la expansión de funciones a través de la serie de Fourier son $nh=3$. En esta figura se puede observar que la curva arrojada por la técnica del DAE es prácticamente la misma que la obtenida al utilizar el bloque prefabricado del MatLab. Una de las potencialidades de esta técnica es que ofrece el comportamiento dinámico de las componentes armónicas que participan en la solución durante el periodo de estudio seleccionado, tal como se muestra en la Figura 5.4, donde se puede observar que prácticamente la componente de directa (la de frecuencia cero) es la que participa en la solución para la velocidad. Este conocimiento resulta útil en el diseño de filtros para eliminar componentes armónicas no deseadas. Contribuyendo de manera significativa en el aspecto del mejoramiento de la calidad de la energía.

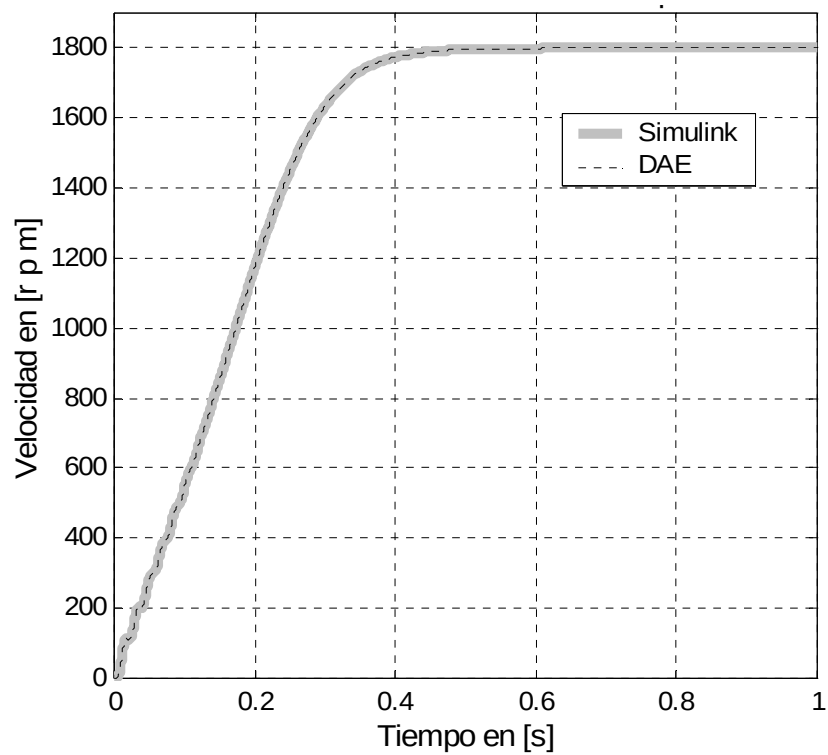


Figura 5.3.- Velocidad de un Motor de 3HP en condiciones de vacío, usando DAE.

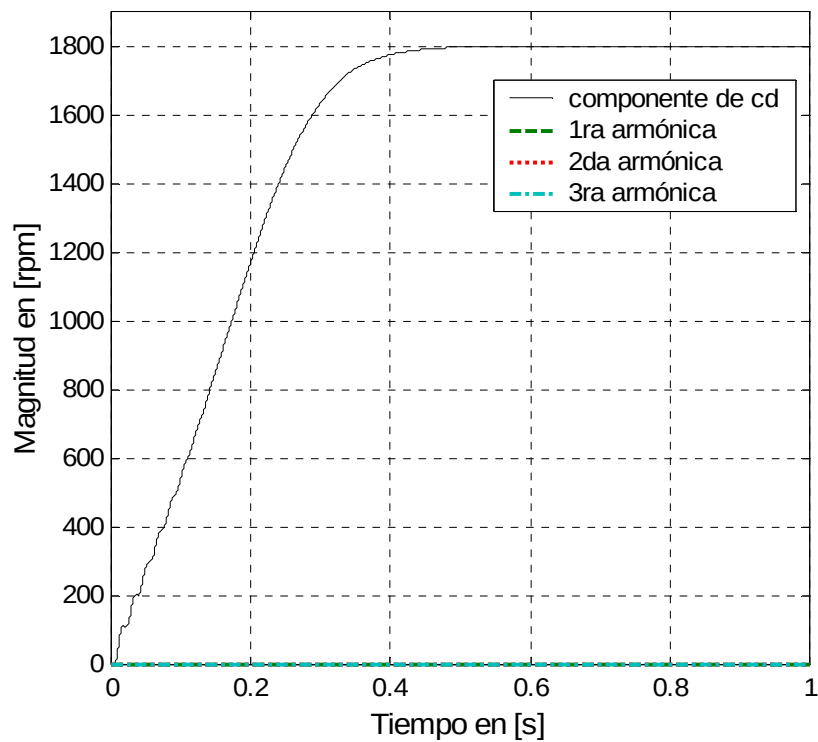


Figura 5.4.- Magnitud de las componentes armónicas de la velocidad de un motor de 3HP, en condiciones de vacío.

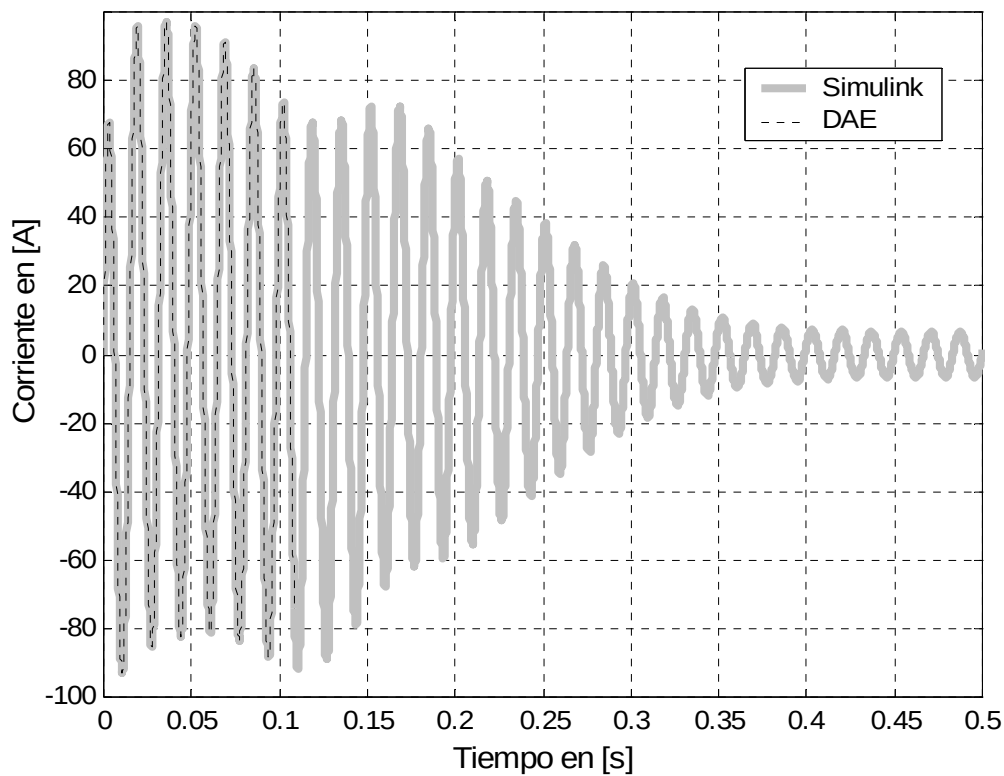


Figura 5.5.- Corriente en el estator de un motor de 3HP, en condiciones de vacío.

En las Figuras 5.5 y 5.6, se muestra el comportamiento de la corriente que el motor demanda de la fuente de alimentación y el comportamiento de sus armónicos en el tiempo, respectivamente. De éstas gráficas, por un lado se puede observar que la solución obtenida mediante el DAE, es prácticamente la misma que produce el bloque prefabricado del Simulink, con lo que se puede concluir que con estas pocas armónicas se puede aproximar perfectamente la solución para la corriente, por otro lado se puede observar que la componente más significativa es la primera armónica o mejor conocida como la fundamental, lo que significa que no se presenta distorsión armónica significativa en la solución. En la Figura 5.7 se muestra la magnitud de la componente fundamental, junto con la solución para la corriente, se puede ver que la magnitud de la fundamental es prácticamente la envolvente de la solución, por el hecho de que para este caso en particular la contribución de las demás componentes (cd, 2da y 3ra) es netamente despreciable.

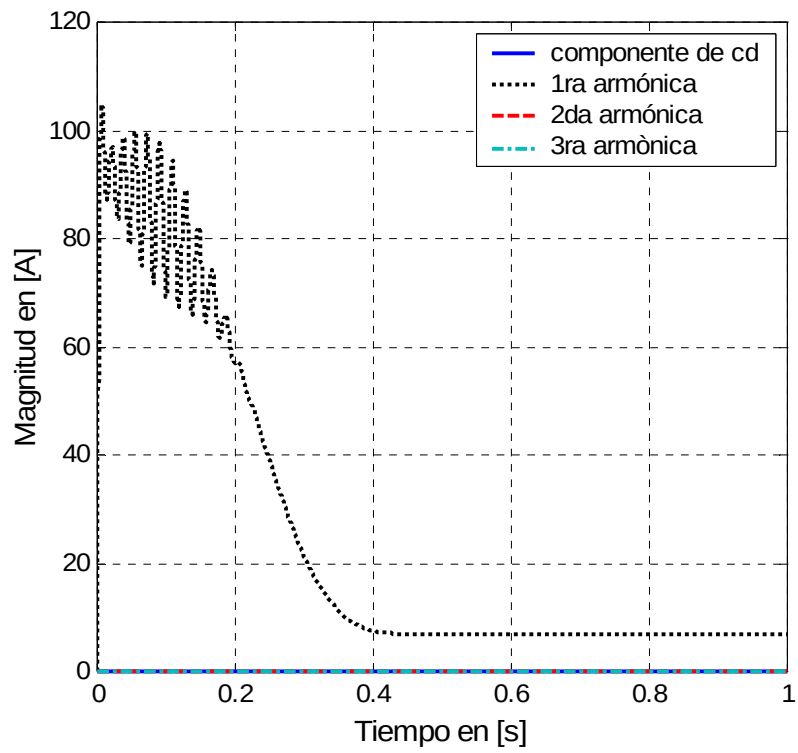


Figura 5.6.- Magnitud de las componentes armónicas de la corriente del estator de un motor de 3HP, en condiciones de vacío.

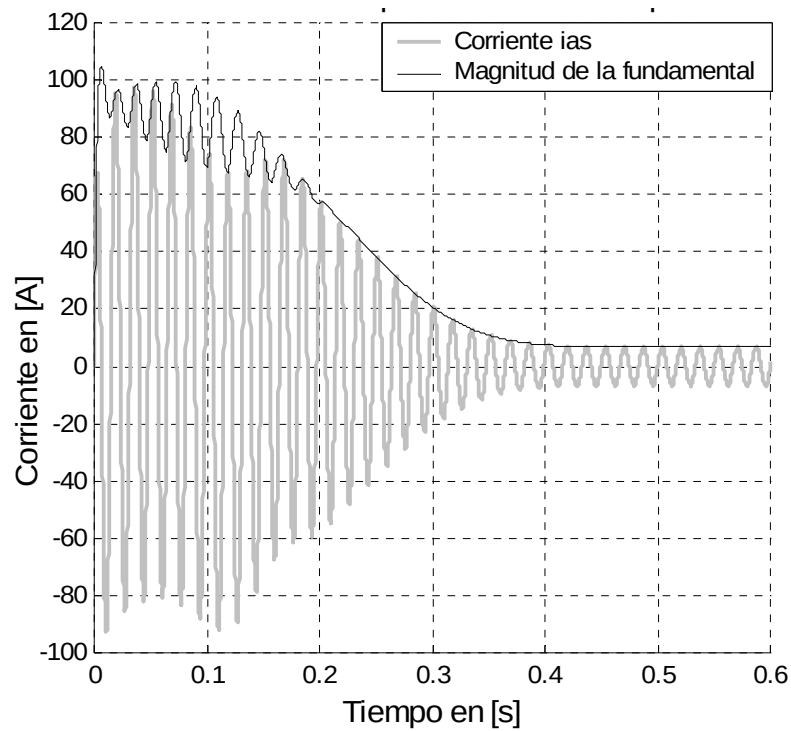


Figura 5.7.- Corriente del estator y la magnitud de su componente fundamental, para un motor de 3HP, sin carga.

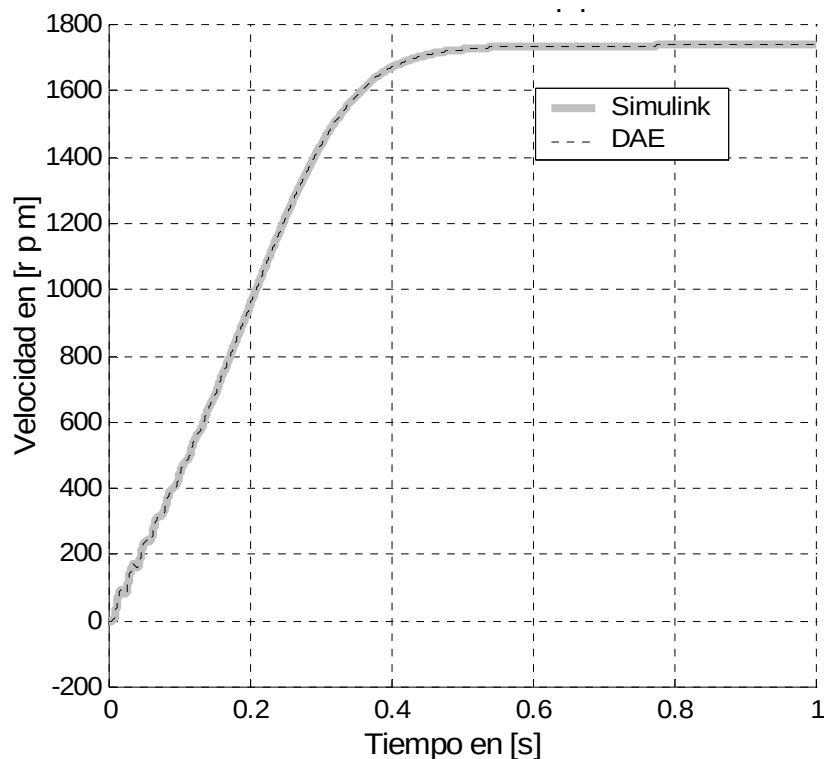


Figura 5.8.- Velocidad del motor de 3HP con $T_L = 10Nm$.

Considerando el mismo número de términos para el muestreo de la señal y el número de armónicos para su aproximación, solo que ahora el motor de inducción se arranca con un par de carga de $T_L = 10 Nm$, los resultados obtenidos a través de la técnica del DAE, en comparación con los arrojados por el bloque prefabricado de la librería de Simulink del MatLab, son los que se muestran en las Figuras 5.8-5.12.

La Figura 5.8 muestra la comparación entre los resultados obtenidos para la velocidad del motor, se puede observar que prácticamente el resultado obtenido mediante la técnica del DAE, corresponde con el obtenido por el bloque prefabricado del MatLab. Por otro lado Figura 5.9, muestra el comportamiento dinámico de los armónicos que participan en la solución del resultado para la velocidad. Se puede observar que nuevamente la componente de c_d es la de mayor relevancia, siendo prácticamente despreciable la contribución de las de más componentes armónicas (1ra, 2da y 3ra). Además se observa que por el efecto de la carga el motor disminuye el valor de estado estable de la velocidad.

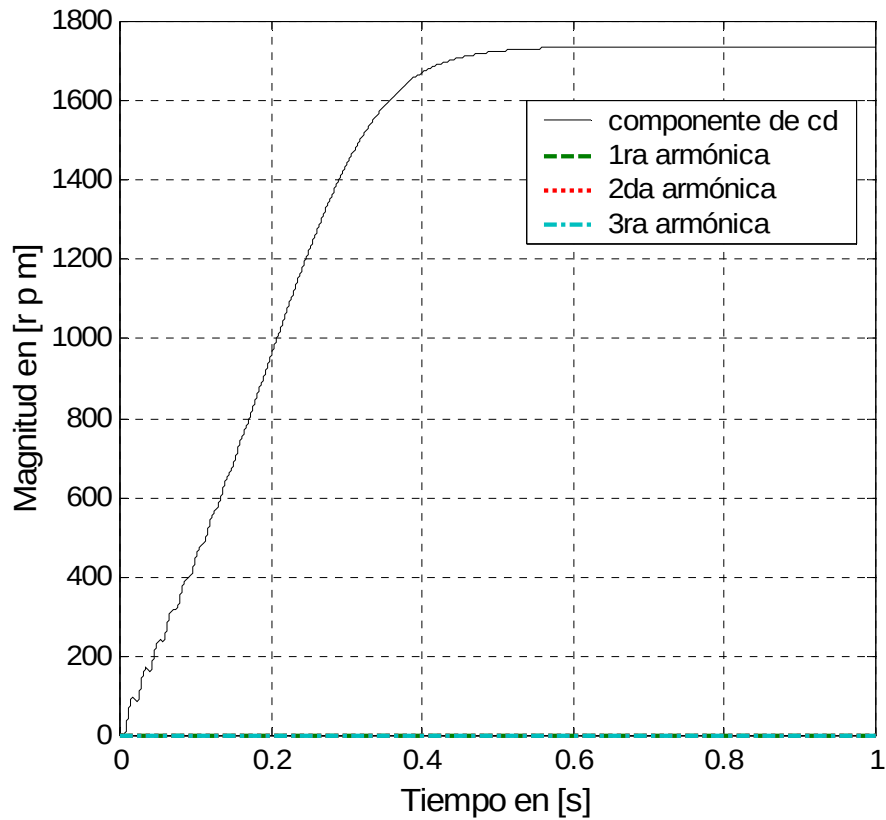


Figura 5.9.- Magnitud de las componentes armónicas para la velocidad del motor de 3HP, con $T_L = 10Nm$.

La Figura 5.10, muestra la solución para la corriente del estator que el motor demanda del nodo infinito, aquí se puede ver nuevamente que el resultado obtenido mediante el DAE es prácticamente el mismo que el proporcionado por el bloque prefabricado del Simulink del Matlab, por lo que aun las pocas armónicas seleccionadas pueden lograr resultados satisfactorios. Se aprecia que por efecto de la carga, el valor de estado estable de la corriente es mayor que en el caso en vacío, además de que el transitorio es más prolongado. Por otro lado la Figura 5.11, presenta la evolución de las componentes armónicas, nuevamente se aprecia en base a los resultados que la distorsión armónica es despreciable, debido a la poca participación de las armónicas diferentes a la fundamental. Por lo tanto la magnitud de la componente fundamental sigue siendo la envolvente de la corriente, tal como se muestra en la Figura 5.12.

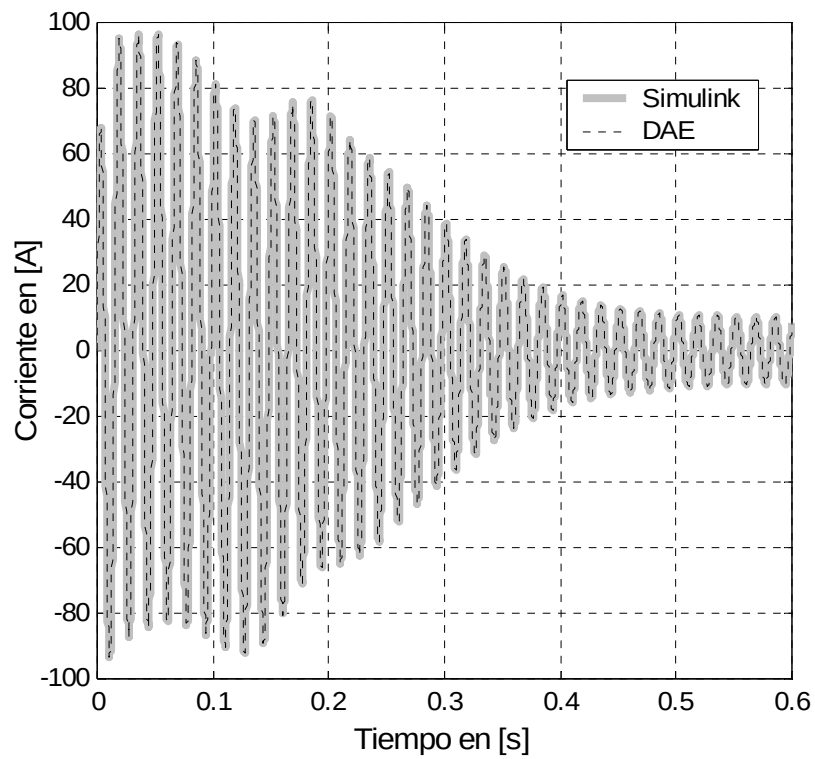


Figura 5.10.- Corriente en el devanado del estator para un motor de 3HP, con $T_L = 10Nm$.

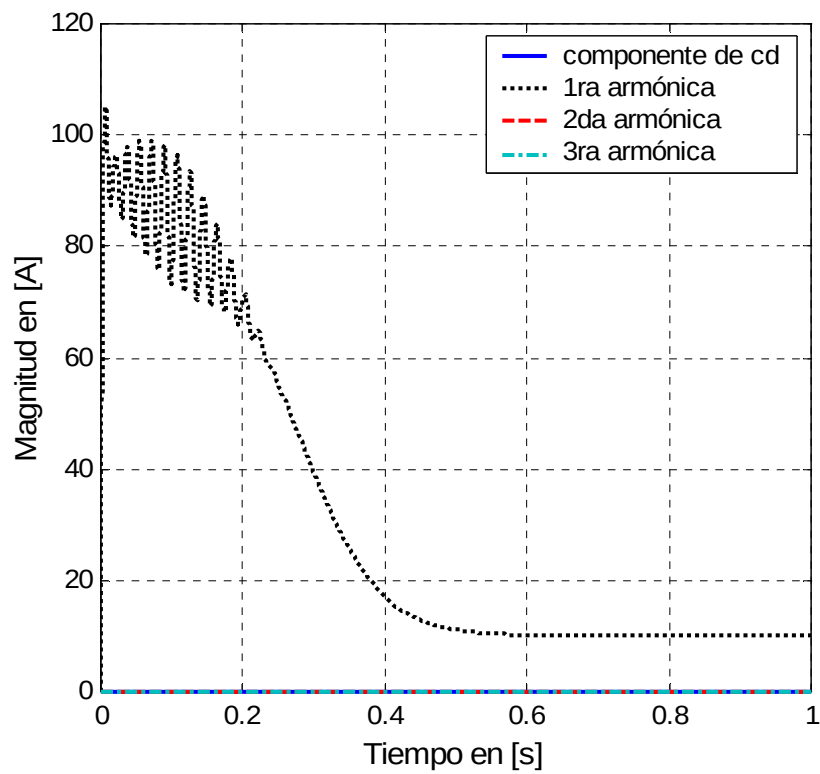


Figura 5.11.- Magnitud de las componentes armónicas de la corriente del estator, para un motor de 3HP con $T_L = 10Nm$.

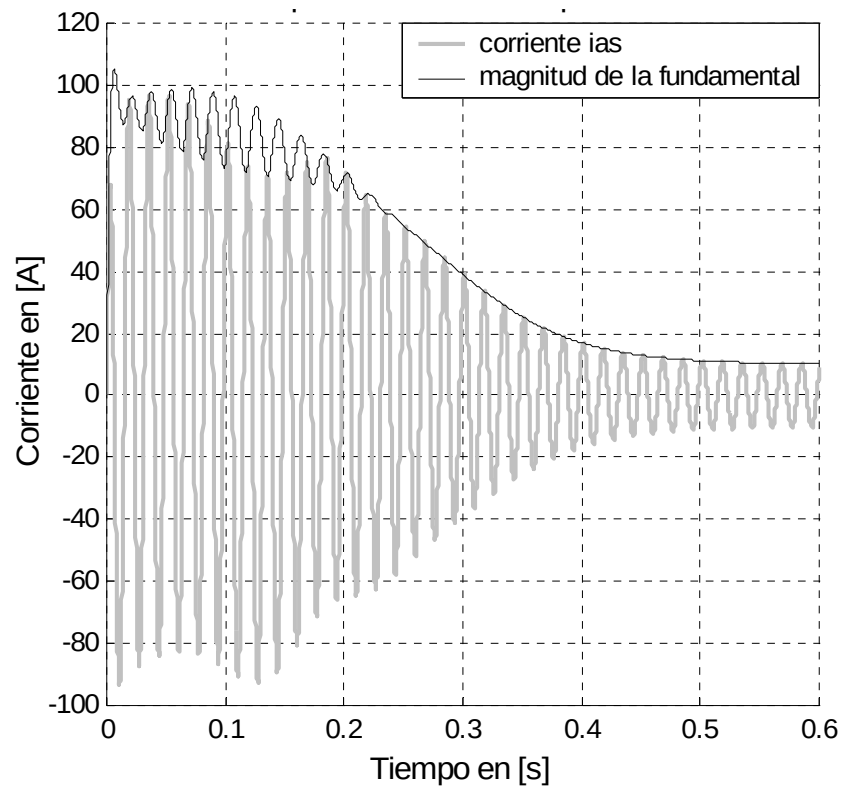


Figura 5.12.- Corriente del estator y la magnitud de su componente fundamental, para un motor de 3HP con $T_L=10Nm$.

5.3.2.- Motor de inducción de 50HP.

En este caso de estudio al igual que en el anterior, se presenta una comparación entre los resultados obtenidos por el DAE y con el bloque prefabricado del Matlab. Nuevamente el número de armónicos seleccionados son de $nh=3$, mientras que la cantidad de muestras tomadas para la aproximación de la función de entrada son de $mt=64$. En este caso se arranca el motor con una carga de $T_L = 190 Nm$ lo que esta cercano al valor nominal.

En la Figura 5.13, se muestra el comportamiento de la velocidad para éste motor de inducción con las condiciones de carga mencionadas. Se observa que la solución arrojada por el DAE en comparación con la del Simulink son prácticamente las mismas, lo que significa que nuevamente las tres componentes armónicas producen resultados satisfactorios para esta variable.

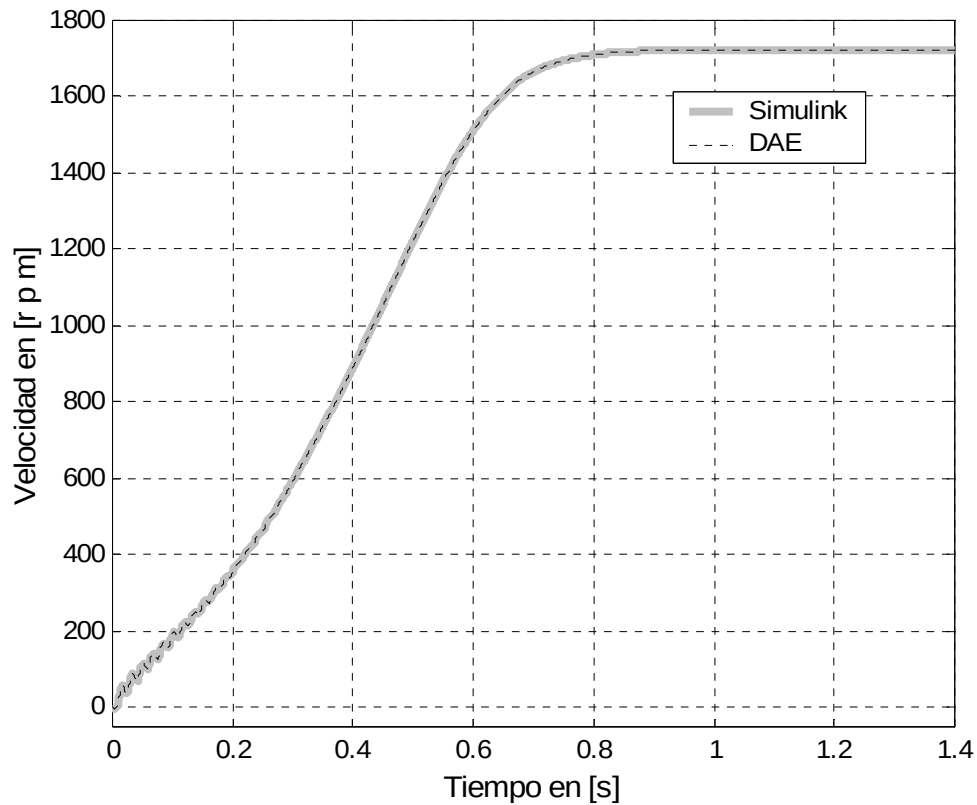


Figura 5.13.- Velocidad del motor de 50HP con $T_L=190Nm$.

Por otro lado la Figura 5.14, muestra la variación de las componentes armónicas para la velocidad, donde resulta evidente que la componente que prácticamente forma la solución es la componente de directa, siendo despreciable la contribución de la 1ra, 2da y 3ra armónica, lo que se debe a que en el estado estable la velocidad presenta un valor constante, por el hecho de que la máquina está en condiciones balanceadas.

La Figura 5.15 muestra la corriente del estator, se observa que los resultados obtenidos mediante el bloque prefabricado del MatLab y la técnica del DAE son prácticamente los mismos. En la Figura 5.16, se presenta la variación de las componentes armónicas para la corriente del estator, se aprecia que la componente fundamental es prácticamente la única que participa en la solución, debido a que la magnitud de las demás componentes, son prácticamente despreciables, lo que significa que este motor tampoco produce distorsión armónica durante su operación en condiciones balanceadas.

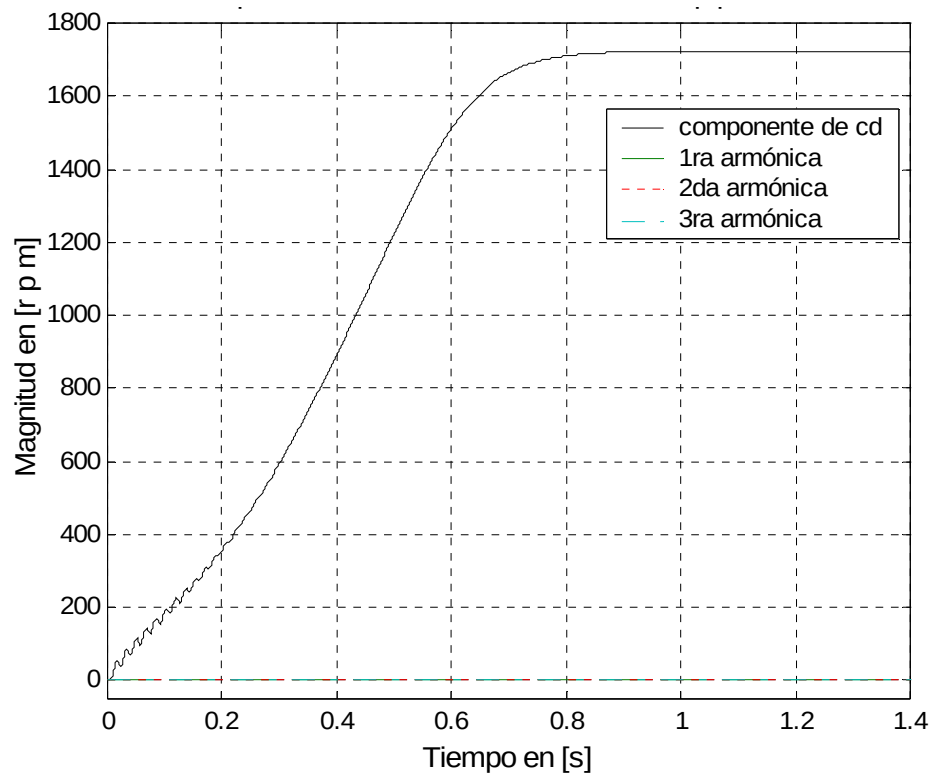


Figura 5.14.- Magnitud de las componentes armónicas para la velocidad del motor de 50HP, con $T_L = 190Nm$.

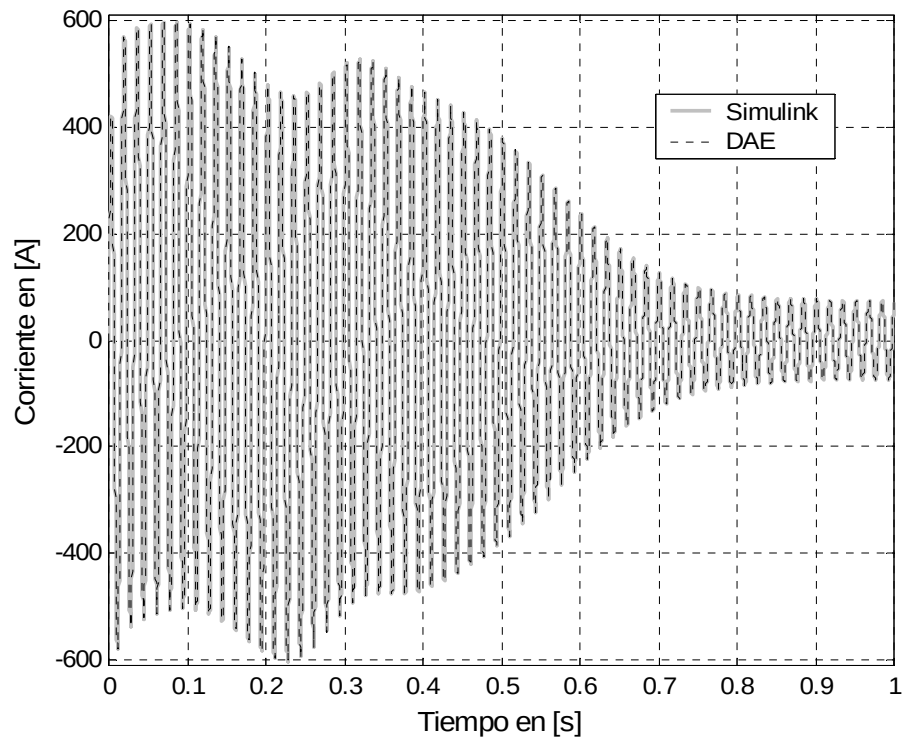


Figura 5.15.- Corriente del estator para un motor de 50HP, con $T_L = 190Nm$.

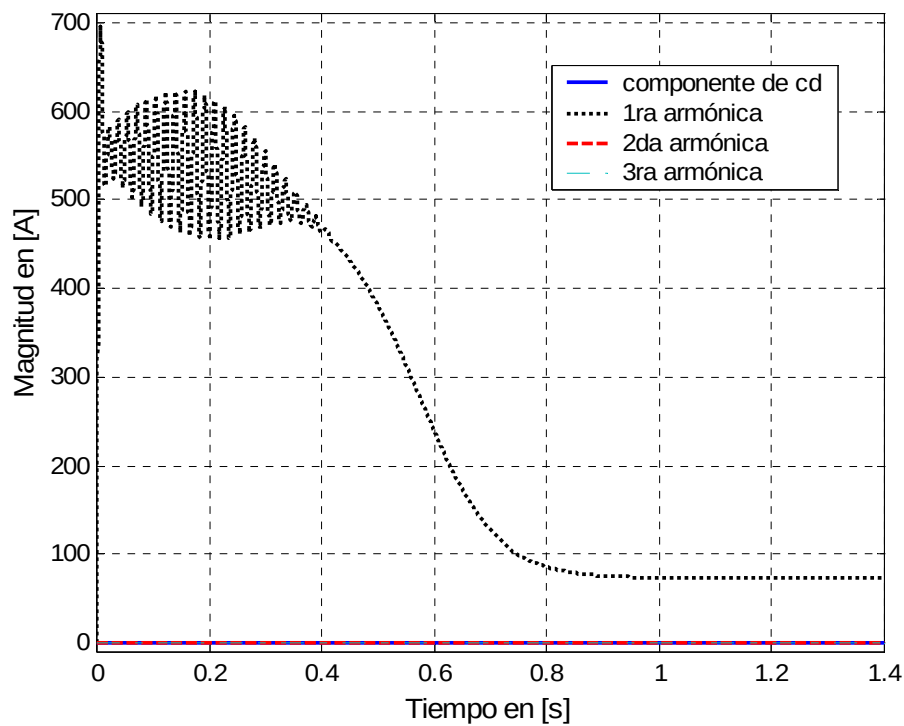


Figura 5.16.- Magnitud de las componentes armónicas para la corriente del estator de un motor de 50HP, con $T_L = 190Nm$.

5.3.3.- Motor de inducción de 2250HP.

En este caso de estudio se considera a un motor de inducción de 2250HP, con una carga de $T_L = 2000Nm$, utilizando para la aproximación de la solución $mt = 64$ y $nh=3$ términos. En la Figura 5.17, se muestra la característica de la velocidad, donde el resultado obtenido mediante el DAE en comparación con el arrojado por el bloque prefabricado del Simulink del MatLab, vuelve a ser prácticamente el mismo. En este caso a diferencia de los anteriores se observa que el motor sobrepasa el valor de la velocidad de sincronía del CMG, esto normalmente ocurre en motores de gran capacidad, debido principalmente a cuestiones de su inercia mecánica [P.C. Krause, 1995]. La Figura 5.18, muestra la magnitud de los coeficientes de Fourier que participan en la solución de la velocidad del motor, se observa también que prácticamente la componente de cd es la única que participa en la solución.

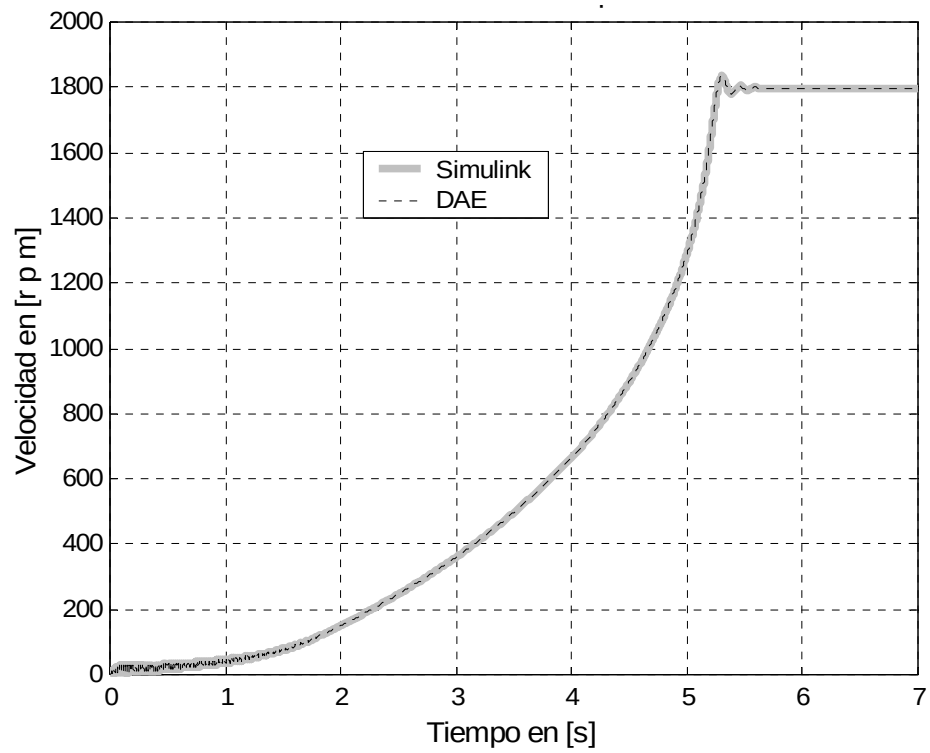


Figura 5.17.- Velocidad del motor de 2250HP, con $T_L=2000Nm$.

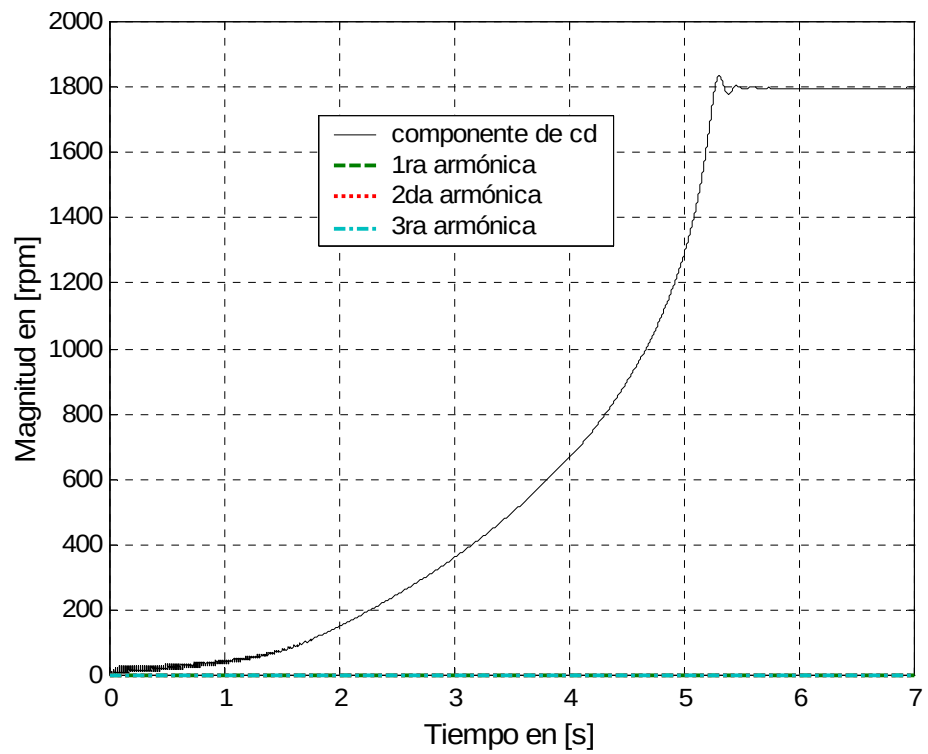


Figura 5.18.- Magnitud de las componentes armónicas para la velocidad del motor de 2250HP, con $T_L=2000Nm$.

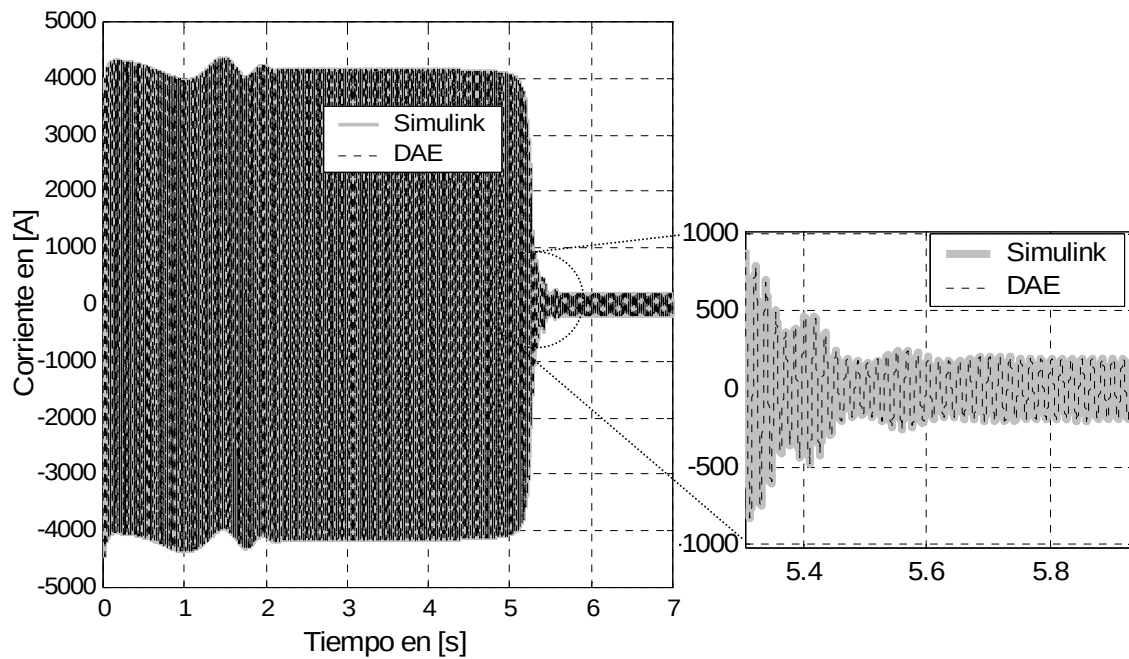


Figura 5.19.- Corriente en el devanado del estator para un motor de 2250HP, con $T_L = 2000Nm$.

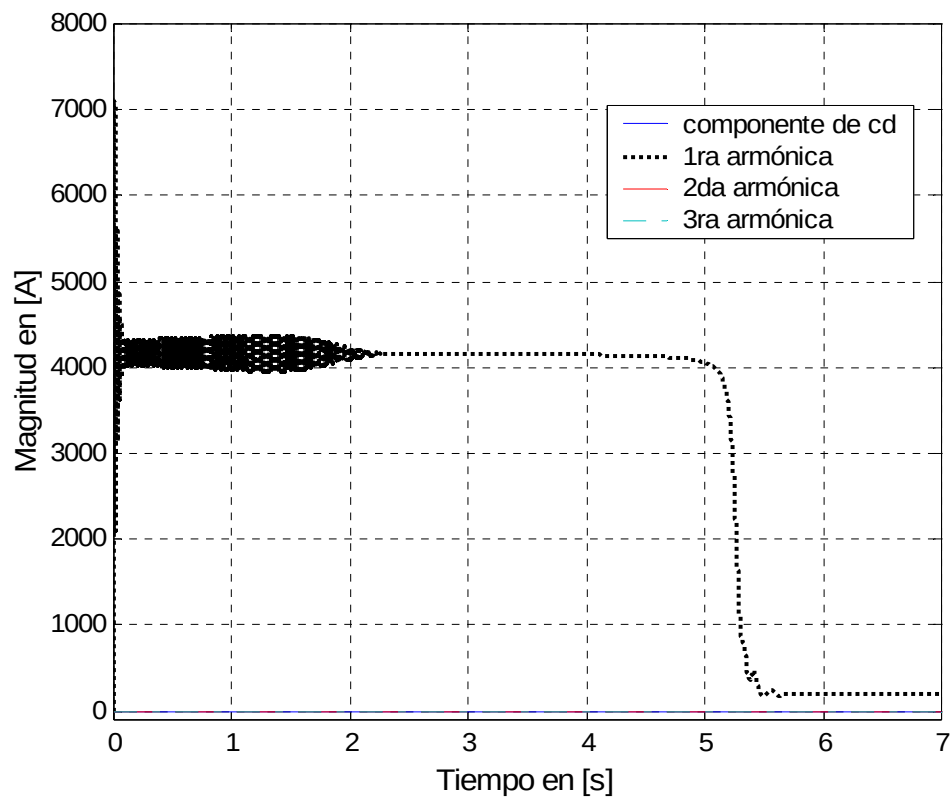


Figura 5.20.- Magnitud de las componentes armónicas para la corriente del estator de un motor de 2250HP, con $T_L = 2000Nm$.

Por otro lado la Figura 5.19 muestra la corriente que el motor demanda de la fuente, donde los resultados entre el bloque prefabricado y el DAE, son también prácticamente el mismo. Finalmente la Figura 5.20, muestra el contenido armónico de la corriente del devanado del estator, se observa que también que éste tipo de motores, no presentan grandes distorsiones armónicas, cuando se encuentra operando en condiciones balanceadas.

5.4.- Conclusiones.

Se obtuvieron las ecuaciones del motor de inducción en término de la técnica del DAE y se presentaron varios casos de estudio. En base a los resultados obtenidos, se puede decir, que el modelo en espacio armónico para el motor de inducción utilizando la técnica del DAE, reproduce perfectamente el comportamiento de la dinámica del motor de inducción implementado a través del bloque prefabricado del Simulink del MatLab. Por otro lado se observó que para la velocidad del motor basta con considerar la componente de corriente directa para la construcción de la solución, mientras que para la corriente del estator basta con considerar la componente fundamental de los coeficientes de Fourier, por lo tanto los estudios bien pueden realizarse considerando solo esas componentes en las respectivas soluciones, lo que da como ventaja una reducción en el esfuerzo computacional, sin embargo, se debe tener presente que estos análisis fueron realizados considerando que el motor opera en condiciones perfectamente balanceadas y con una fuente de alimentación puramente senoidal, por lo que para condiciones diferentes se debe considerar que por la no linealidad de las ecuaciones del motor, pueden llegar producir otras componentes armónicas diferentes a las de la alimentación, tal como se observó en el Capítulo 3, al realizar la convolución de dos funciones con distorsión armónica.

Capítulo 6

Arranque del motor de inducción conectado a un sistema eléctrico de potencia usando DAE

6.1.- Introducción.

Tal como se observó en el Capítulo 3, justo en el momento de arranque, o de mayor demanda de carga mecánica al motor de inducción, las condiciones de operación son críticas, por el hecho de que la corriente que circula por sus devanados es máxima. Esta demanda excesiva de corriente, puede ocasionar depresiones en el voltaje del sistema de alimentación, las cuales a su vez llegarían a provocar problemas en la operación del sistema eléctrico de potencia o bien en aquellos equipos sensibles a éstas y que se encuentren conectados a él. Por lo tanto es importante el estudio del arranque de los motores de inducción considerando que se conecta a un sistema de potencia.

En este capítulo, se plantean algunos detalles sobre la metodología empleada para el análisis del arranque del motor de inducción considerando que se conecta a un sistema eléctrico de potencia. Se ilustra con un diagrama de bloques la metodología empleada de forma más detallada, finalmente se presentan varios casos de estudio, cuya finalidad es observar el comportamiento del motor de inducción y los efectos que puede ocasionar en el sistema eléctrico al que estén conectados.

6.2.- Detalles sobre la metodología empleada.

En el Capítulo 1 se describió a grandes rasgos la metodología empleada para el análisis y estudio de sistemas de potencia con cargas dinámicas conectadas a él, en particular el motor de inducción, donde se planteó el uso de dos diferentes métodos en la implementación de ésta. Para realizar el enlace entre los dos métodos, se requiere por un lado del conocimiento del voltaje de alimentación del motor, para poder observar su dinámica, mientras que por el otro, es necesario el conocimiento de las potencias real y reactiva que se demandan al SEP, esto último para observar el estado de operación del sistema. En los Capítulos 2 y 5, se describió el diagrama de bloques para la solución del problema de flujos de potencia a través del método de Newton Raphson y de la forma en se deben resolver las ecuaciones del motor en el espacio armónico vía DAE.

Ahora bien, utilizando la herramienta del DAE en la simulación de la dinámica del motor de inducción, se obtiene entre otras cosas, la corriente del estator, en forma polar, por lo que utilizando (6.1) y (6.2) se puede calcular de manera directa la potencia real y reactiva demandada al sistema de potencia, donde el voltaje es el resultado que proporciona el programa de flujos de potencia, el cual también esta en forma polar. Así pues mediante esta metodología el enlace entre la máquina y el sistema se realiza en el instante de tiempo deseado.

$$P = \sum_{m=-nh}^{nh} V_m I_{-m} \quad (6.1)$$

$$Q = \sqrt{\sum_{m=-nh}^{nh} \left(|V_m|^2 |I_m|^2 - V_m I_{-m} V_m I_{-m} \right)} \quad (6.2)$$

Una definición completa de las ecuaciones presentadas anteriormente se puede encontrar en [E. Acha y M. Madrigal, 2001], donde nh es el número de coeficientes de Fourier seleccionados, P es la potencia real dada en Watts y Q la potencia reactiva dada en VARs (volts amperes reactivos).

Por otro lado, el programa de flujos de potencia, está dado en valores en por unidad, mientras que el programa para la simulación de la dinámica del motor está en valores reales, lo que significa que los resultados de las potencias al simular la dinámica del motor, deben ser transformados a valores en por unidad para poder ser ingresados al programa de flujos de potencia, así mismo, los resultados obtenidos de los voltajes nodales a través del programa de flujos de potencia, deben convertirse a valores reales, para así simular al motor de inducción. Los valores dados en por unidad están relacionados con los valores base a través de la expresión (5.3). Una mayor referencia para la transformación de variables reales a valores en por unidad o viceversa, se puede encontrar en [S. J. Chapman, 1990].

$$F_{,pu} = \frac{F_{,real}}{F_{,base}} \quad (5.3)$$

donde:

$F_{,pu}$: representa valores en por unidad.

$F_{,real}$: representa valores reales.

$F_{,base}$: representa el valor base.

Así entonces, el diagrama mostrado en la Figura 6.1, presenta de forma explícita los pasos a seguir en la simulación del motor de inducción al conectarlo a un SEP, utilizando como herramienta fundamental el DAE.

6.3.- Casos de estudio.

En el presente apartado se muestran diversos casos de estudio, utilizando para ello un sistema hipotético de prueba de 14 nodos, al cual se conectan diversos motores de inducción bajo diferentes condiciones de operación.

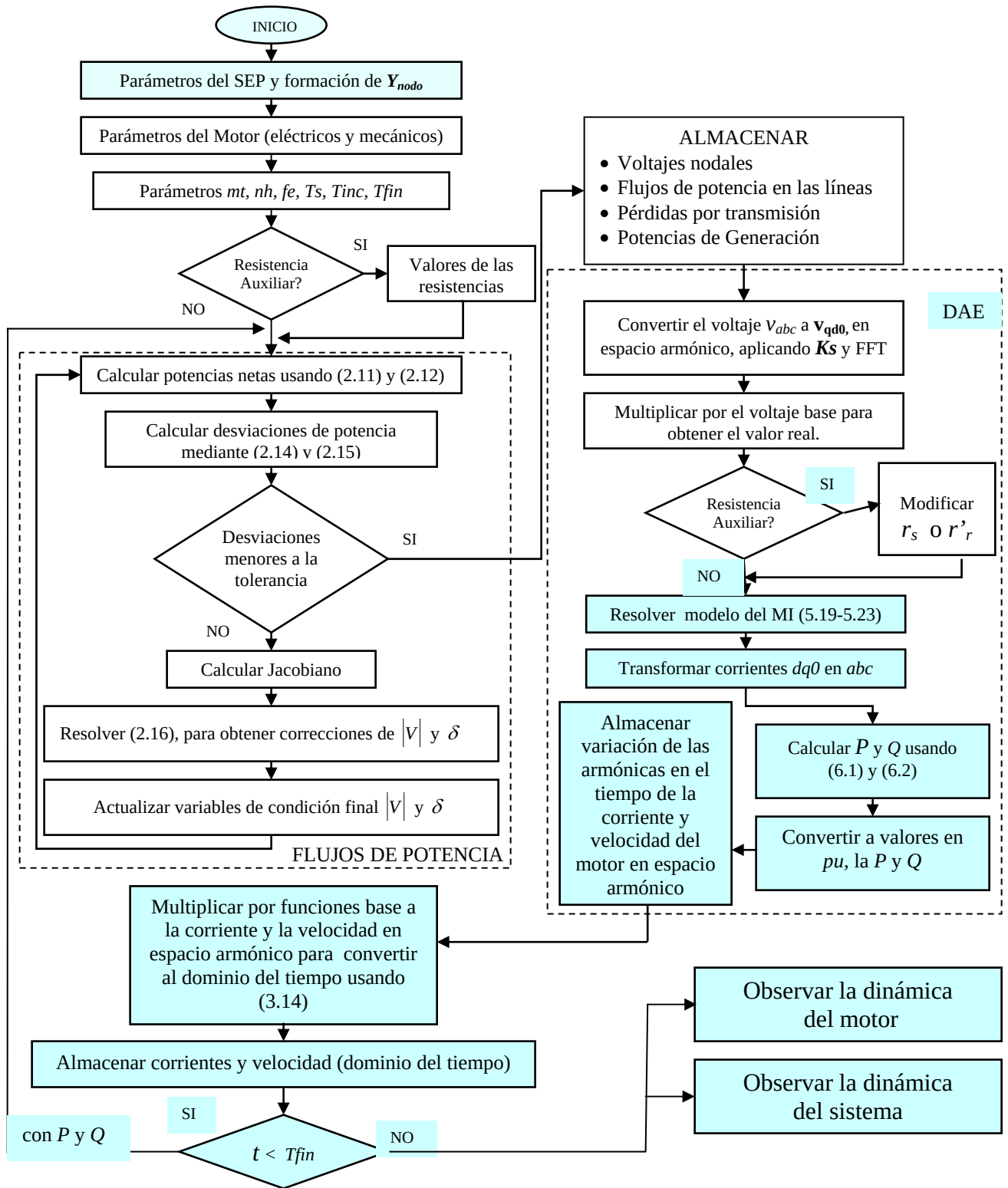


Figura 6.1.- Diagrama detallado de la metodología empleada.

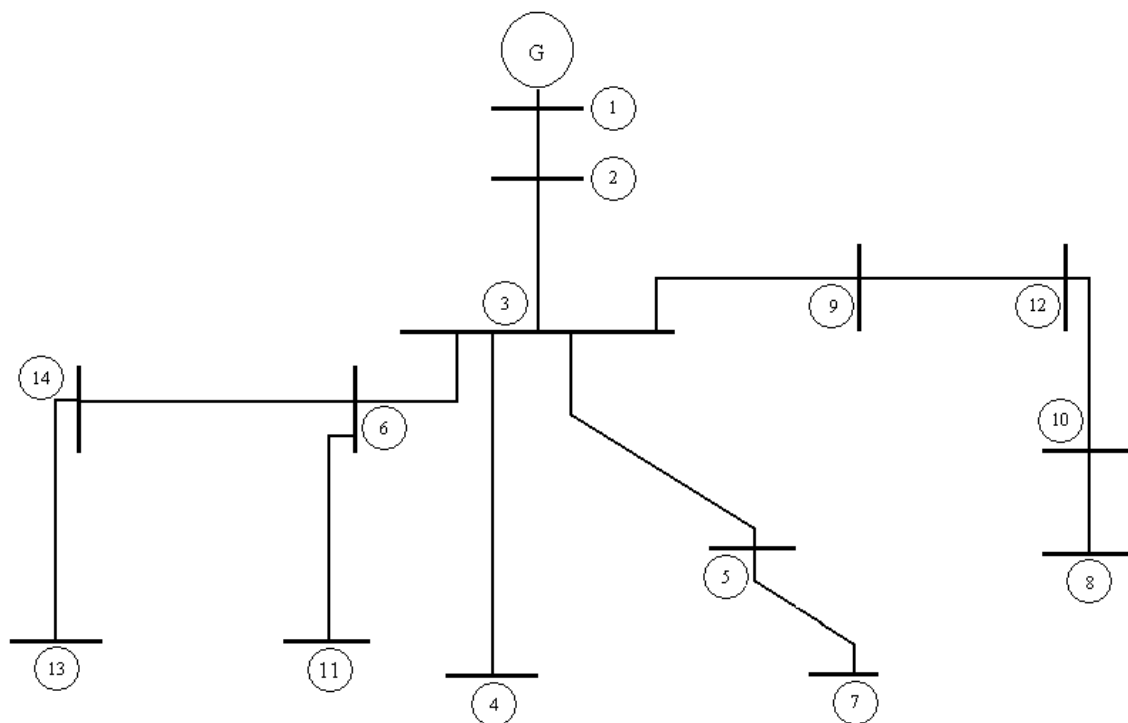


Figura 6.2.- Diagrama unifilar del sistema eléctrico de prueba.

6.3.1.- Descripción del sistema eléctrico de prueba.

La Figura 6.2, muestra el diagrama unifilar del sistema eléctrico de prueba, mientras que en la Tabla 6.1, se presentan los datos de las líneas que lo conforman, los cuales están dados en valores en por unidad con una potencia base de 10MVA, donde los cambiadores de tap (relación de vueltas de los devanados primario y secundario de un transformador) de todos los transformadores están dados en un valor de 1. Las líneas de transmisión carecen de admitancia paralelo. Por otro lado la Tabla 6.2, muestra la información del tipo de nodo del sistema, así como las potencias demandadas e inyectadas al sistema, dadas en por unidad.

Tabla 6.1.- Datos del sistema eléctrico de prueba.

Nodo emisor	Nodo receptor	Impedancia serie Z_{serie}		$Y_p/2,$ pu	Tap
		R, pu	X, pu		
1	2	0.001510	0.002960	0	1
2	3	0.006670	0.005330	0	1
3	9	0.004440	0.001610	0	1
3	5	0.007000	0.000908	0	1
3	4	0.014600	0.001900	0	1
3	6	0.002570	0.001130	0	1
5	7	0.046400	0.348000	0	1
6	11	0.458000	0.367000	0	1
6	14	0.018900	0.005760	0	1
8	10	0.058200	0.024300	0	1
9	12	0.003550	0.000461	0	1
12	10	0.529000	0.450000	0	1
14	13	0.024400	0.147000	0	1

6.3.2.- Estado estable del sistema eléctrico de prueba.

Antes de iniciar el estudio de la conexión de algún motor, es conveniente revisar el estado de operación en el que se encuentra el sistema eléctrico, para lo cual en este caso se obtiene realizando una corrida del programa de flujos de potencia, utilizando los datos de las Tablas 6.1 y 6.2. Obsérvese que como todos los nodos del sistema excepto el de generación, son barras de carga, por lo tanto se tienen 26 variables de estado, 13 para el voltaje y otras tantas para el ángulo de fase, donde por lo regular a cada una de las variables de voltaje se inicializan con un valor de 1pu, mientras que a las del correspondientes con el ángulo se les asignan valores de cero.

La Tabla 6.3, muestra las condiciones de operación de estado estable del sistema eléctrico que corresponden a los datos reportados en las tablas 6.1 y 6.2 con valores iniciales de las variables de voltaje en la unidad y cero para las variables correspondientes a los ángulos de referencia. Mientras que en la Tabla 6.4, se muestra el flujo de potencia que circula de un nodo a otro a través de las líneas de transmisión.

Tabla 6.2.- Clasificación de nodos e información de potencias demandadas e inyectadas al sistema de potencia de prueba.

Número de Nodo	Tipo de Nodo	Potencia Real Generada P_g, pu	Potencia Reactiva Generada Q_g, pu	Potencia Real Demandada P_d, pu	Potencia Reactiva Demandada Q_d, pu
1	Slack (S)	1.60	1.00	0.0000	0.0000
2	P-Q (C)	0.00	0.00	0.0000	0.0000
3	P-Q (C)	0.00	0.00	0.0000	0.0000
4	P-Q (C)	0.00	0.00	0.0001	0.0005
5	P-Q (C)	0.00	0.00	0.2000	0.4000
6	P-Q (C)	0.00	0.00	0.0000	0.0000
7	P-Q (C)	0.00	0.00	0.0015	0.0085
8	P-Q (C)	0.00	0.00	0.0200	0.0070
9	P-Q (C)	0.00	0.00	0.0000	0.0000
10	P-Q (C)	0.00	0.00	0.0120	0.0007
11	P-Q (C)	0.00	0.00	0.0125	0.0080
12	P-Q (C)	0.00	0.00	0.0000	0.0000
13	P-Q (C)	0.00	0.00	0.0320	0.0019
14	P-Q (C)	0.00	0.00	0.0000	0.0000

Tabla 6.3.- Condiciones de estado estable del sistema de potencia de prueba.

Número de Nodo	Voltaje V, pu	Ángulo δ (rad)	P_g, pu	Q_g, pu	P_d, pu	Q_d, pu
1	1.0000	0.0000	0.2819	0.4297	0.0000	0.0000
2	0.9983	-0.0106	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
3	0.9941	0.0679	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	0.9941	0.0683	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005
5	0.9923	0.2234	0.0000	0.0000	0.2000	0.4000
6	0.9940	0.0665	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
7	0.9893	0.2159	0.0000	0.0000	0.0015	0.0085
8	0.9884	-0.7487	0.0000	0.0000	0.0200	0.0070
9	0.9940	0.0670	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
10	0.9885	-0.7483	0.0000	0.0000	0.0120	0.0007
11	0.9931	0.0611	0.0000	0.0000	0.0125	0.0080
12	0.9939	0.0678	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
13	0.9923	-0.2127	0.0000	0.0000	0.0320	0.0019
14	0.9934	0.0580	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Finalmente en la Tabla 6.5 muestra la diferencia de potencias entre la generación y la demanda total del sistema, bajo las condiciones previamente señaladas.

Tabla 6.4.- Flujo de potencias en las líneas de transmisión del sistema de prueba.

Nodo emisor	Nodo receptor	Potencias del nodo emisor al receptor en <i>pu</i>		Potencias del nodo receptor al emisor en <i>pu</i>	
		<i>P</i>	<i>Q</i>	<i>P</i>	<i>Q</i>
1	2	0.2819	0.4297	-0.2815	-0.4289
2	3	0.2815	0.4289	-0.2797	-0.4275
3	9	0.0321	0.0082	-0.0321	-0.0082
3	5	0.2030	0.4087	-0.2015	-0.4085
3	4	0.0001	0.0005	-0.0001	-0.0005
3	6	0.0446	0.0101	-0.0446	-0.0101
5	7	0.0015	0.0085	-0.0015	-0.0085
6	11	0.0125	0.0080	-0.0125	-0.0080
6	14	0.0320	0.0021	-0.0320	-0.0021
8	10	-0.0200	-0.0070	0.0200	0.0070
9	12	0.0321	0.0082	-0.0321	-0.0082
12	10	0.0321	0.0082	-0.0320	-0.0077
14	13	0.0320	0.0021	-0.0320	-0.0019

Tabla 6.5.- Balance global de las potencias del sistema.

Potencia Total Generada en <i>pu</i>	0.2819
Potencia Total Demandada en <i>pu</i>	0.2781
Perdidas Totales en <i>pu</i>	0.0038

6.3.3.- Caso 1: Motor de 3HP con una carga mecánica de 10Nm, conectado a un SEP.

En este caso de estudio se coloca en el nodo 5 del sistema de prueba un motor de 3HP con una carga fija de 10Nm, colocada en su eje mecánico, los parámetros del motor están dados en la Tabla 5.1. Para la solución del motor vía DAE se utilizan 3 armónicas y $mt = 64$ términos. La conexión se realiza cada 0.001s. Los resultados obtenidos mediante el DAE, se compara con el arrojado por un programa alterno realizado en la plataforma del Simulink, donde también se considera que el motor está conectado a un sistema de potencia. La Figura 6.3, muestra las características del voltaje en el nodo 5. Se puede observar que prácticamente, el sistema se comporta como un nodo infinito, debido a que la depresión de voltaje producida por la conexión del motor prácticamente es despreciable, por tanto las características del motor presentan un comportamiento muy similar a que si se conectara a un nodo infinito.

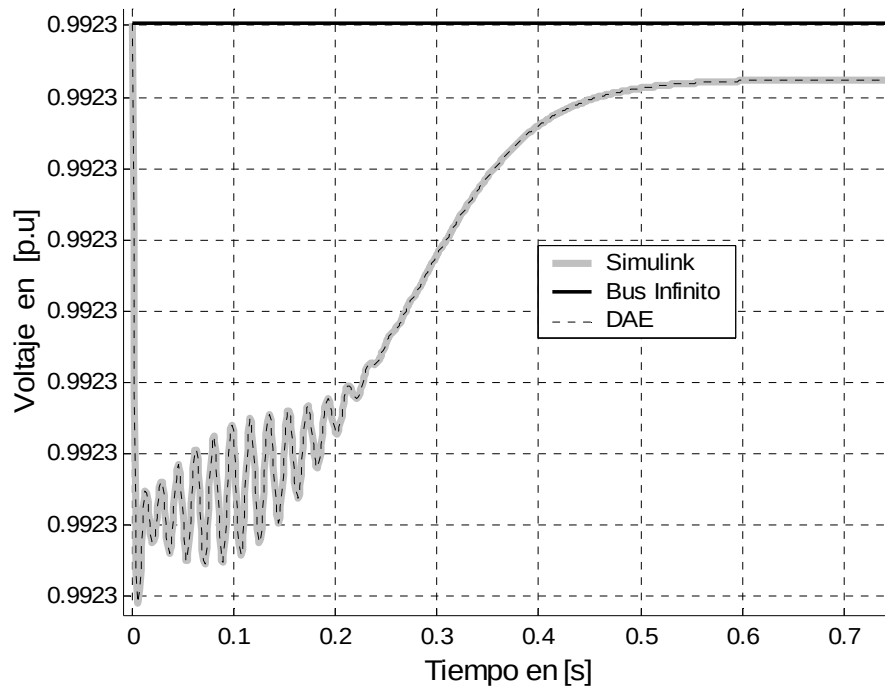


Figura 6.3.- Magnitud del voltaje en el nodo 5 del sistema, al colocar un motor de 3HP, con un $T_L = 10Nm$.

La Figura 6.4, muestra, el comportamiento de la velocidad para estas condiciones de operación, donde se observa que la diferencia entre los resultados obtenidos por el DAE son prácticamente los mismos que se obtienen con el programa alternativo de Simulink. Por su parte, la Figura 6.5, presenta el comportamiento de la corriente del devanado del estator bajo estas condiciones de operación del motor, mientras que en la Figura 6.6, se presenta el comportamiento del par desarrollado en función de su velocidad.

Por otro lado, la Figura 6.7 presenta en la sección a), las potencias totales generadas y demandadas en el sistema de potencia representadas en valores en pu . Las diferencias que se observan en estas últimas, son debidas a las pérdidas que se presentan en las líneas de transmisión, son mayores durante el periodo de arranque, debido que es el periodo en que el motor esta en condiciones de operación severas, aunque prácticamente para el sistema no representa gran problema por el hecho de que su valor es relativamente bajo para el sistema.

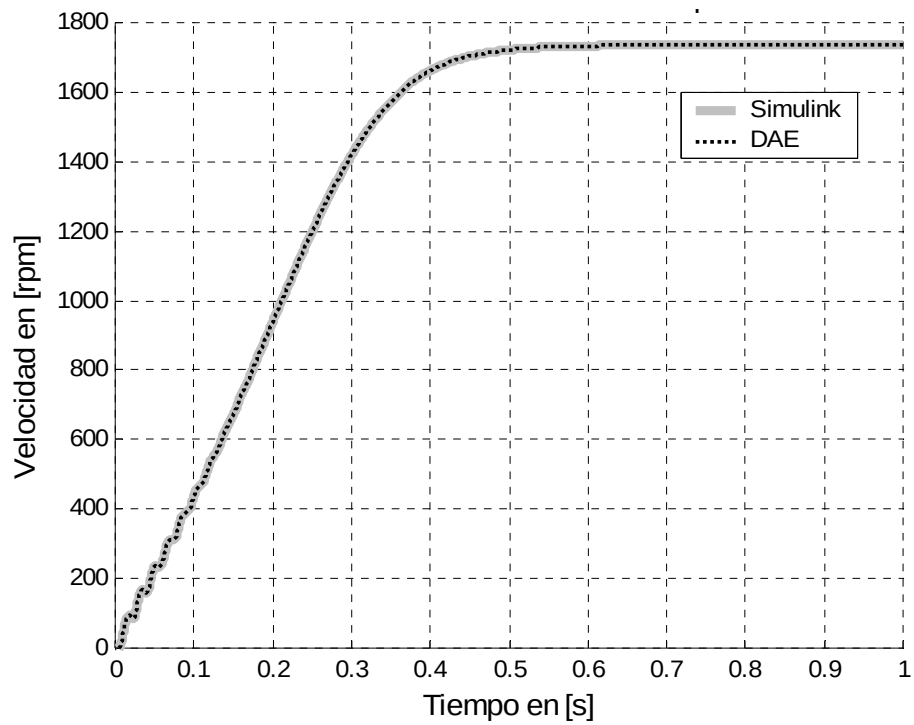


Figura 6.4.- Velocidad del motor de inducción de 3HP, con $T_L = 10Nm$, conectado al nodo 5 del SEP.

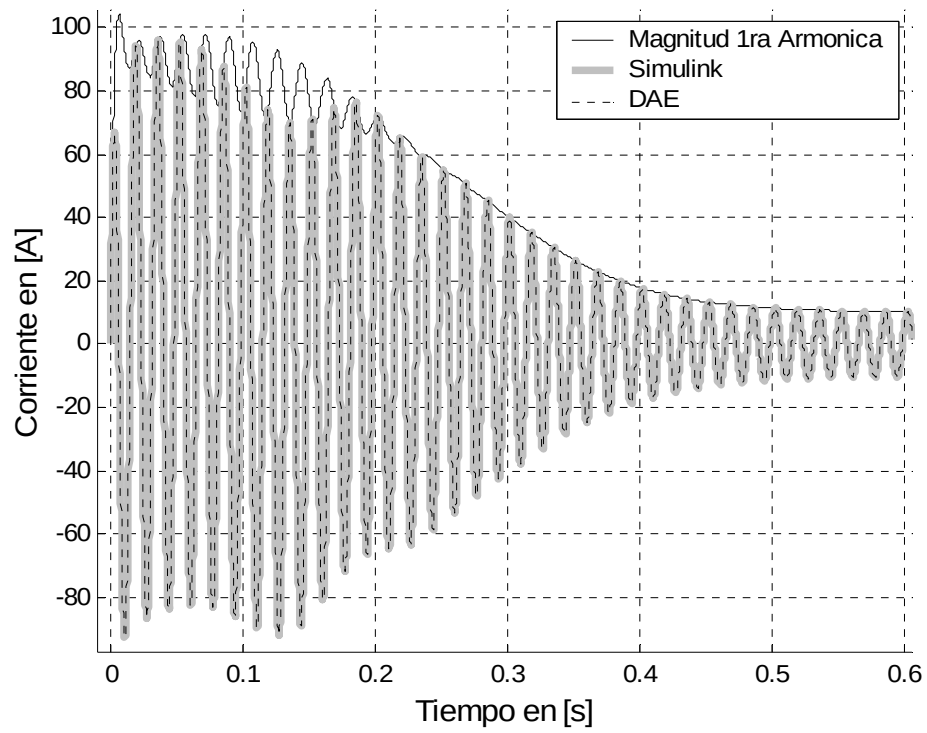


Figura 6.5.- Corriente del estator y magnitud de su componente fundamental de un motor de inducción de 3HP, con $T_L = 10Nm$, conectado al nodo 5 del SEP.

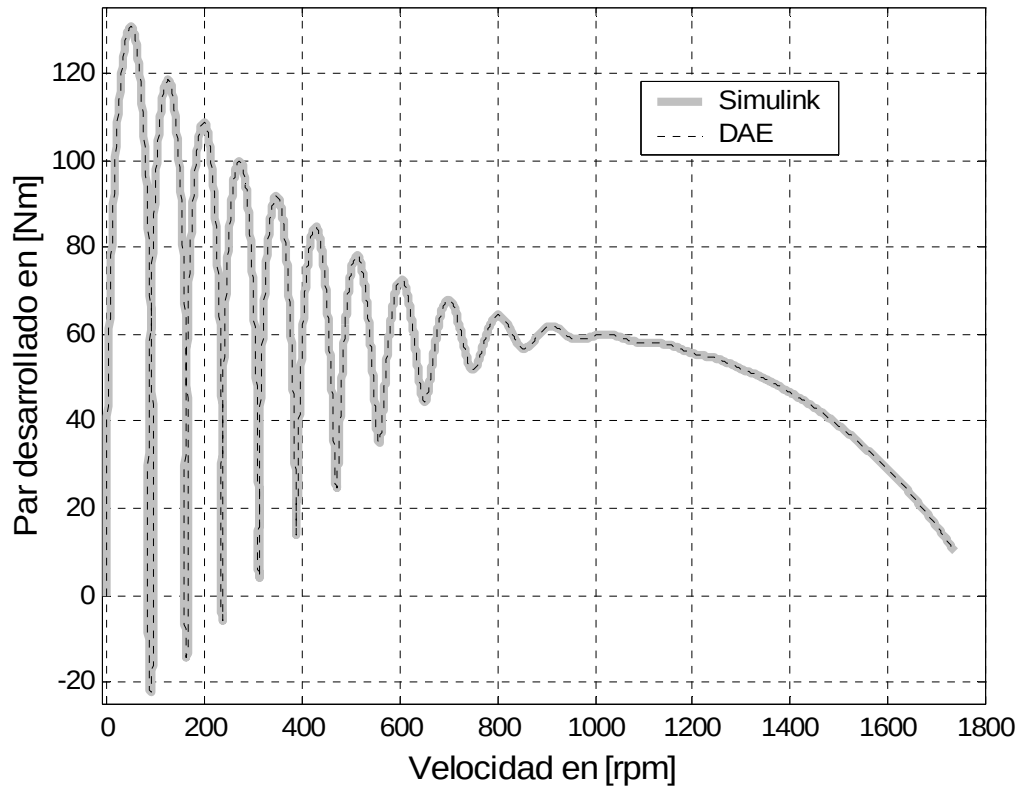
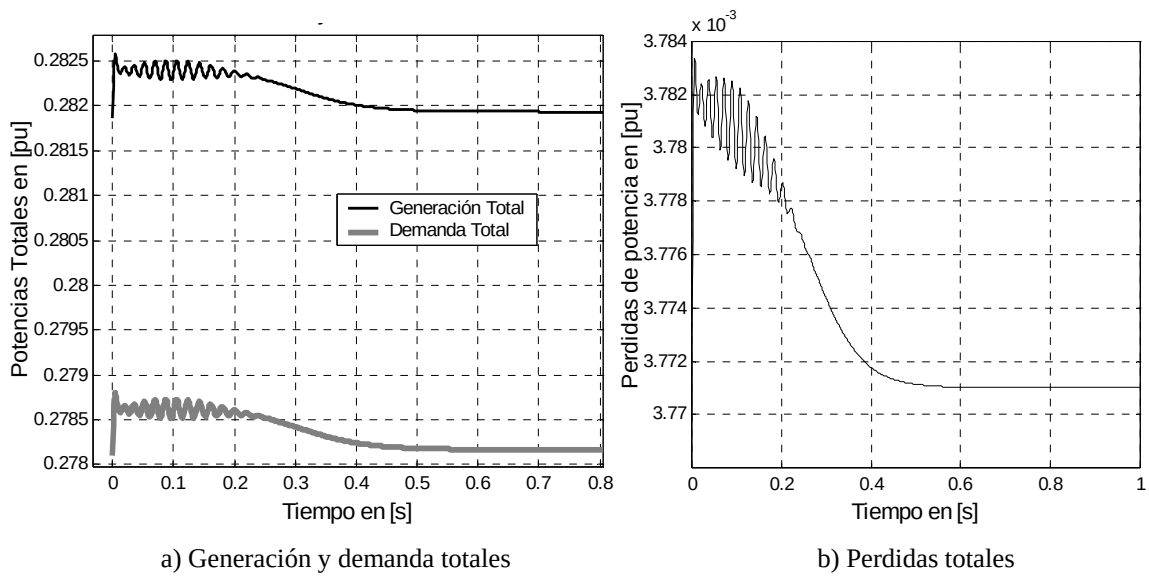


Figura 6.6.- Par - velocidad de un motor de 3HP, con un $T_L = 10Nm$ conectado al nodo 5 del SEP.



a) Generación y demanda totales

b) Perdidas totales

Figura 6.7.- Potencias totales de generación, demanda y perdidas en el SEP, al conectar un motor de 3HP con un $T_L = 10Nm$, en el nodo 5,

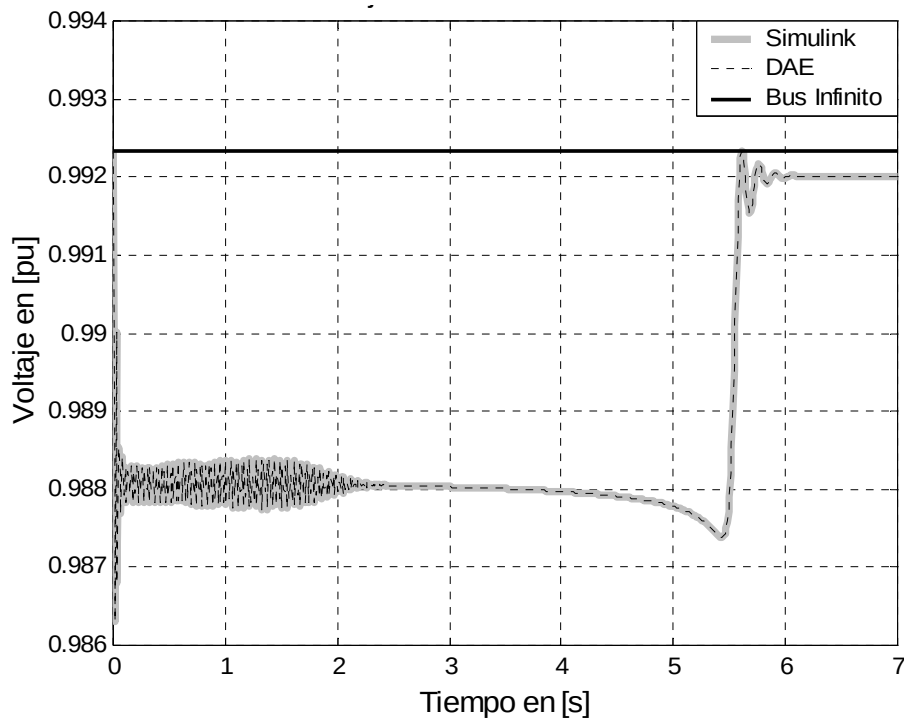


Figura 6.8.- Magnitud del voltaje en el nodo 5 al colocar un motor de 2250HP, con una carga $T_L = 2000Nm$.

6.3.4.- Caso 2: Motor de 2250HP con una carga mecánica de 2000Nm, conectado a un SEP.

Nuevamente en este caso de estudio, el nodo 5 es el nodo de prueba, pero ahora se conecta un motor de inducción de 2250HP, donde los parámetros para este motor fueron presentados en la Tabla 5.1. La carga mecánica conectada al eje del motor es de 2000Nm. Para la simulación se consideran 3 componentes armónicas, con $mt = 64$ para la solución, donde la conexión se realiza cada 0.001s.

La Figura 6.8, muestra las características del voltaje en el nodo 5, donde se puede observar que el sistema sufre una depresión de voltaje que por un instante de tiempo muy corto llega a un valor de 0.986 pu, misma que por las características de operación del motor se mantiene a un voltaje de aproximadamente 0.988 pu. Una vez que el motor alcanza su velocidad nominal el voltaje en el sistema se recupera hasta prácticamente el valor inicial

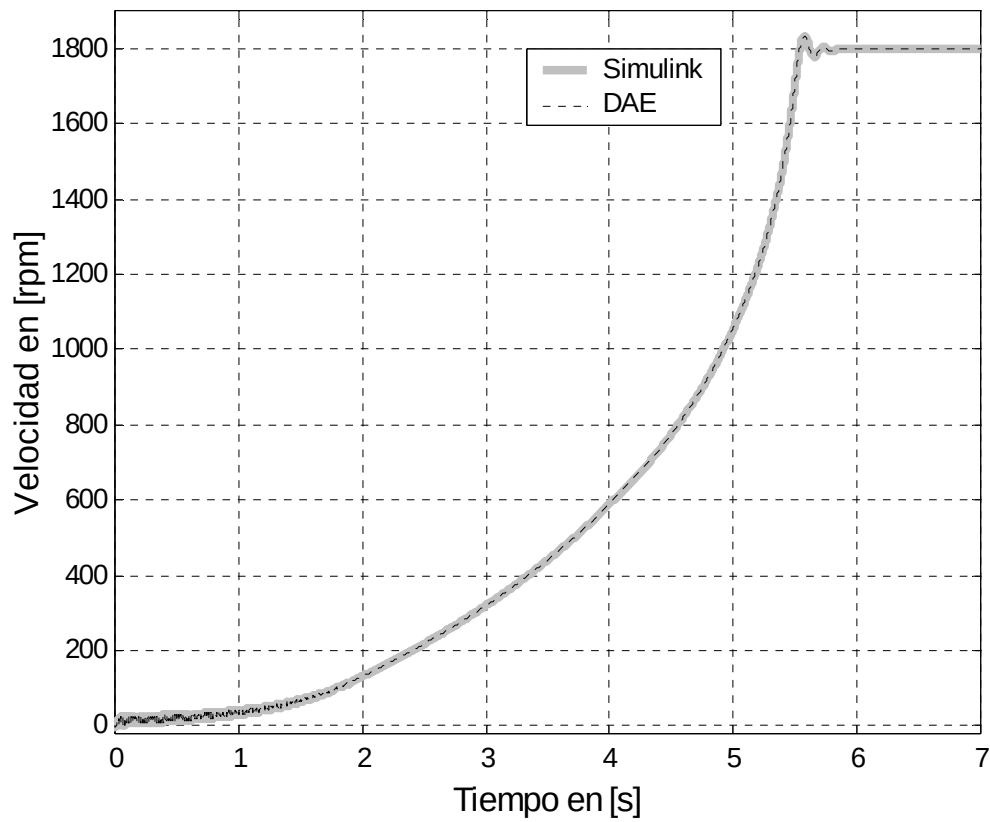


Figura 6.9.- Velocidad de un motor de 2250HP con $T_L = 2000Nm$, conectado al nodo 5 del SEP.

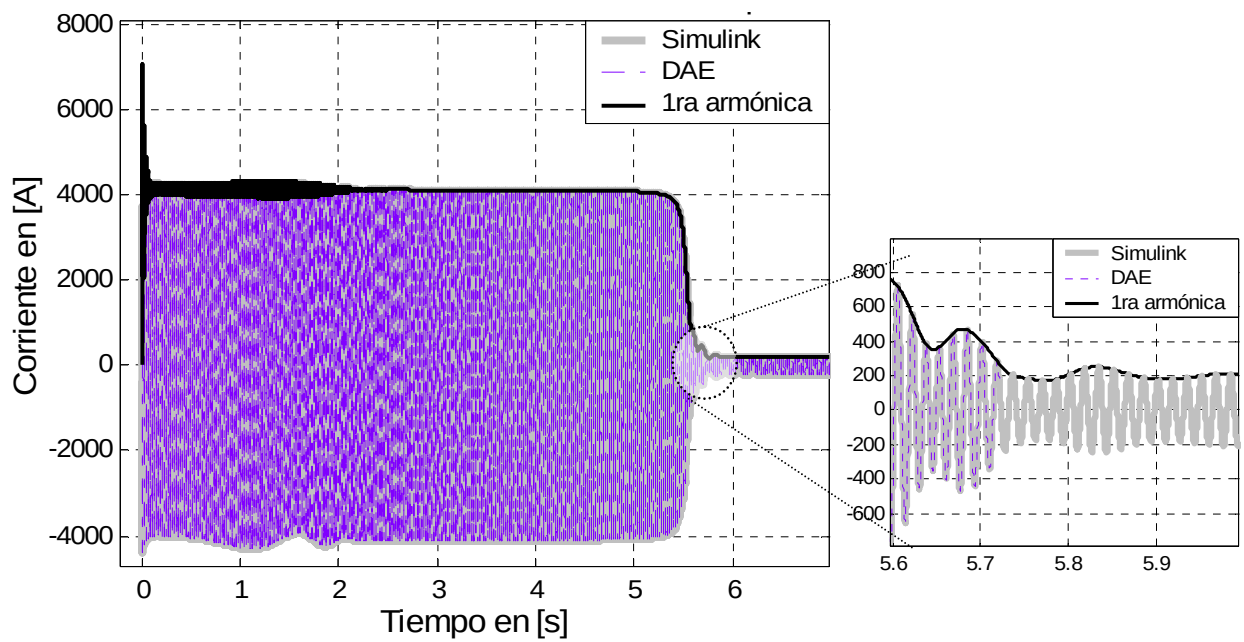


Figura 6.10.- Corriente del estator del motor de 2250HP, con $T_L=2000Nm$, conectado al nodo 5 del SEP

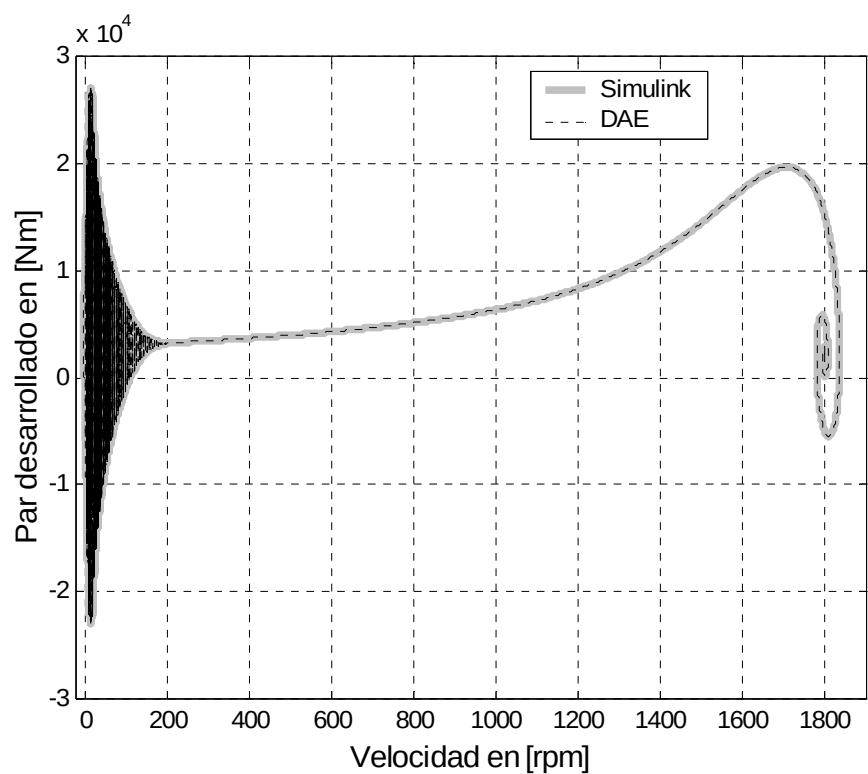


Figura 6.11.- Par-velocidad del motor de inducción de 2250HP, con $T_L = 2000Nm$, conectado al nodo 5 del SEP.

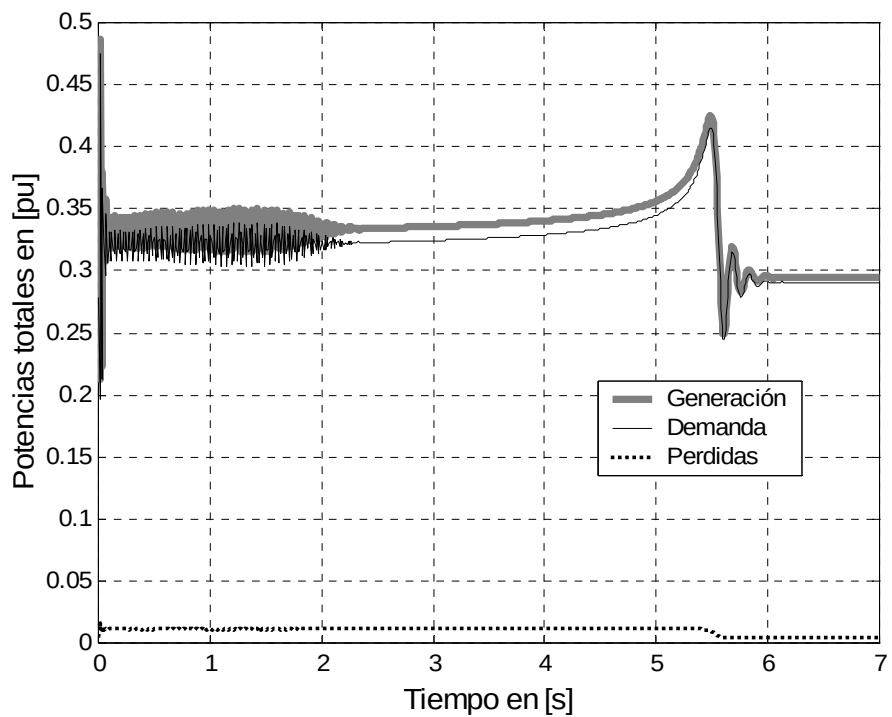


Figura 6.12.- Potencias totales de generación, demanda y pérdidas en el SEP, al conectar un motor de inducción de 2250HP, con $T_L = 2000Nm$, en el nodo 5 del SEP.

La Figura 6.9, muestra el comportamiento de la velocidad para estas condiciones de operación. Obsérvese que el tiempo en que el motor llega al estado estable coincide con el tiempo en el cual se recupera el voltaje.

En la Figura 6.10, se muestra la corriente del estator junto con su envolvente, la cual esta formada por la componente fundamental, se puede ver que durante todo el transitorio la corriente es una senoide de valor pico aparentemente constante, lo que pone al motor en condiciones críticas de operación. Así mismo en la Figura 6.11, se presenta el comportamiento del par en función con la velocidad, se observa que para algunos valores del par, la velocidad está por encima de la velocidad sincronía, esto puede llegar a suceder en motores de gran capacidad y se atribuyen a la inercia de la masa del rotor [P.C. Krause,1995].

Por otro lado, las gráficas reportadas en la Figura 6.12, muestran las curvas para la demanda y generación total en el sistema de potencia durante el periodo de estudio, donde se puede observar que en el momento del arranque se producen mayores pérdidas en el sistema de potencia. Finalmente, en la Figura 6.13, se presenta el voltaje del sistema en algunos de sus nodos con la finalidad de observar la propagación de las depresiones.

6.3.5.- Caso 3: Sistema eléctrico con varios motores de inducción, conectados simultáneamente.

A continuación se presenta la conexión de tres motores de inducción en diferentes nodos del SEP. Los motores se accionan de forma simultanea, con la finalidad de observar el efecto en conjunto. Se utiliza $nh=3$ y $mt=64$ términos para la aproximación vía DAE, con una conexión cada 0.001s. En los nodos 5 y 13, se conecta un motor de inducción de 2250HP con una carga de 2000Nm, cada uno; en los nodos 4 y 7, se conecta un motor de inducción de 50HP, con una carga de 190Nm, cada uno; mientras que en los nodos 8 y 11, es colocado un motor de inducción de 3HP, con una

carga de $10Nm$, para cada uno de ellos. Las Figuras correspondientes al voltaje en algunos nodos del sistema se reportan en la Figura 6.14, mientras que las características de corriente en cada motor son presentadas en las Figuras 6.15, 6.16 y 6.17. Finalmente en la Figura 6.18, se presentan las respuestas para las potencias de generación demanda y pérdidas del SEP.

En base a los resultados se puede observar, que dependiendo del nodo de conexión, el motor de inducción es capaz de afectar el funcionamiento del sistema y en particular la operación de si mismo. En la Figura 6.17 se puede apreciar que la corriente del motor que fue colocado en el nodo 13, tarda en llegar a su operación de estado estable, casi el doble de tiempo en comparación con el motor colocado en el nodo 5, aun cuando estos dos presentaron los mismos requerimientos de par. Por tal razón, los voltajes en los nodos del sistema, presentan el aspecto escalonado mostrado en la Figura 6.14. Por lo tanto es importante tomar medidas para que al momento de arranque el motor y el sistema no operen en condiciones que les puedan ocasionar problemas. En el siguiente caso de estudio se plantean alternativas para esto último.

6.3.6.- Caso 4: Arranque de motores de inducción conectados a un sistema de potencia, utilizando resistencias auxiliares.

Aquí se presenta el comportamiento del motor de inducción utilizando resistencias auxiliares en alguno de sus devanados (R_{aux}). Primeramente se propone un motor de $50HP$ con una carga de $190Nm$ y se conecta en el nodo 13 del SEP. El valor total de la resistencia auxiliar inicialmente es de 0.2Ω , misma que es liberada en dos pasos, al cabo de $0.2s$ se libera la mitad y posteriormente al llegar a $0.5s$ es retirada completamente. Los resultados obtenidos del comportamiento del voltaje en el nodo de conexión, así como de la corriente y velocidad son presentados en las Figuras 6.19, 6.20 y 6.21, donde se comparan las alternativas de colocar la resistencia auxiliar en el devanado del estator y del rotor, junto con la operación sin resistencia auxiliar. Los términos usados para la aproximación son $nh=3$ y $mt=32$, con una conexión cada $0.001s$,

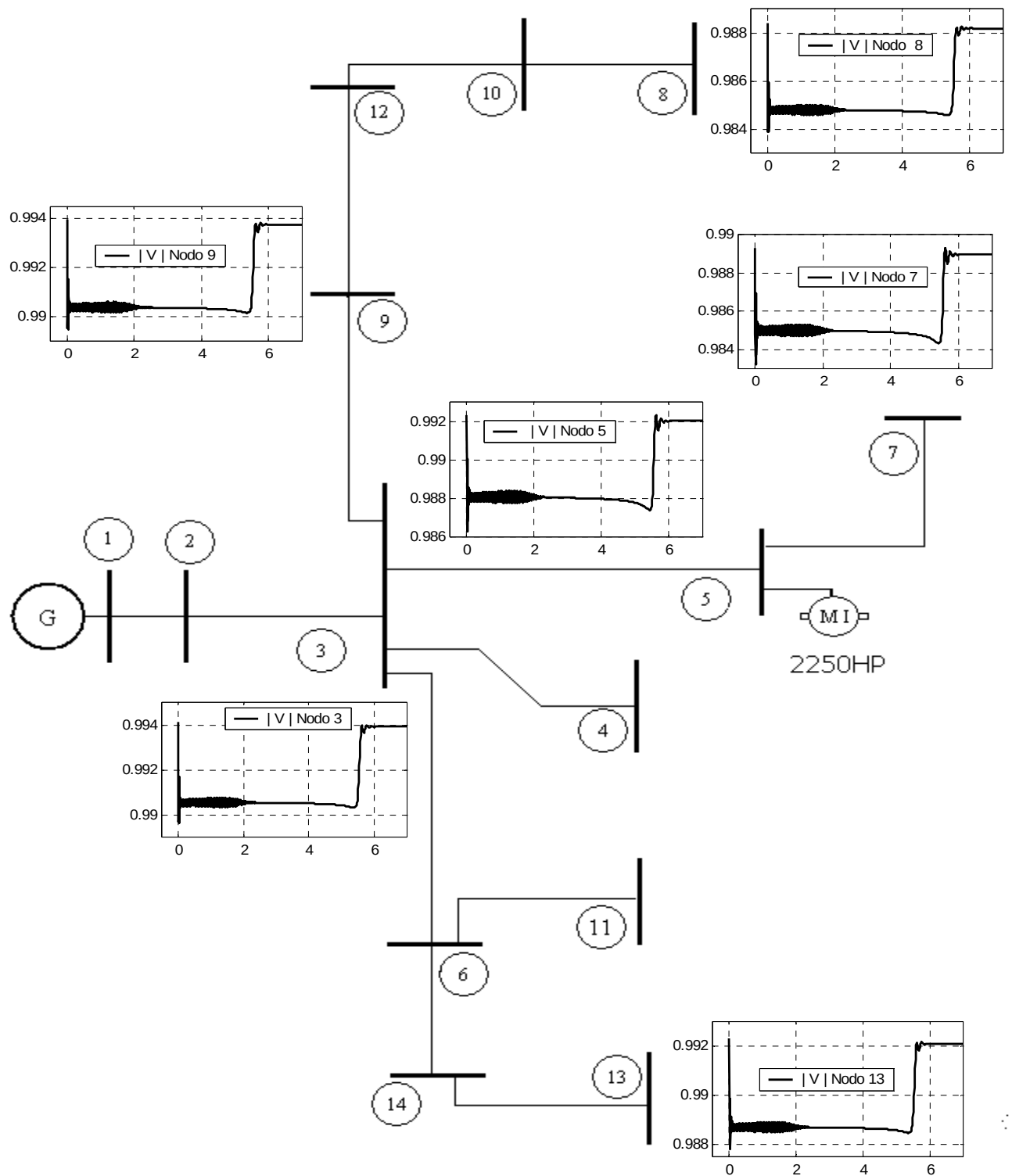


Figura 6.13.- Voltajes nodales en pu , ante un motor de 2250HP con $T_L = 2000Nm$, conectado en el nodo 5.

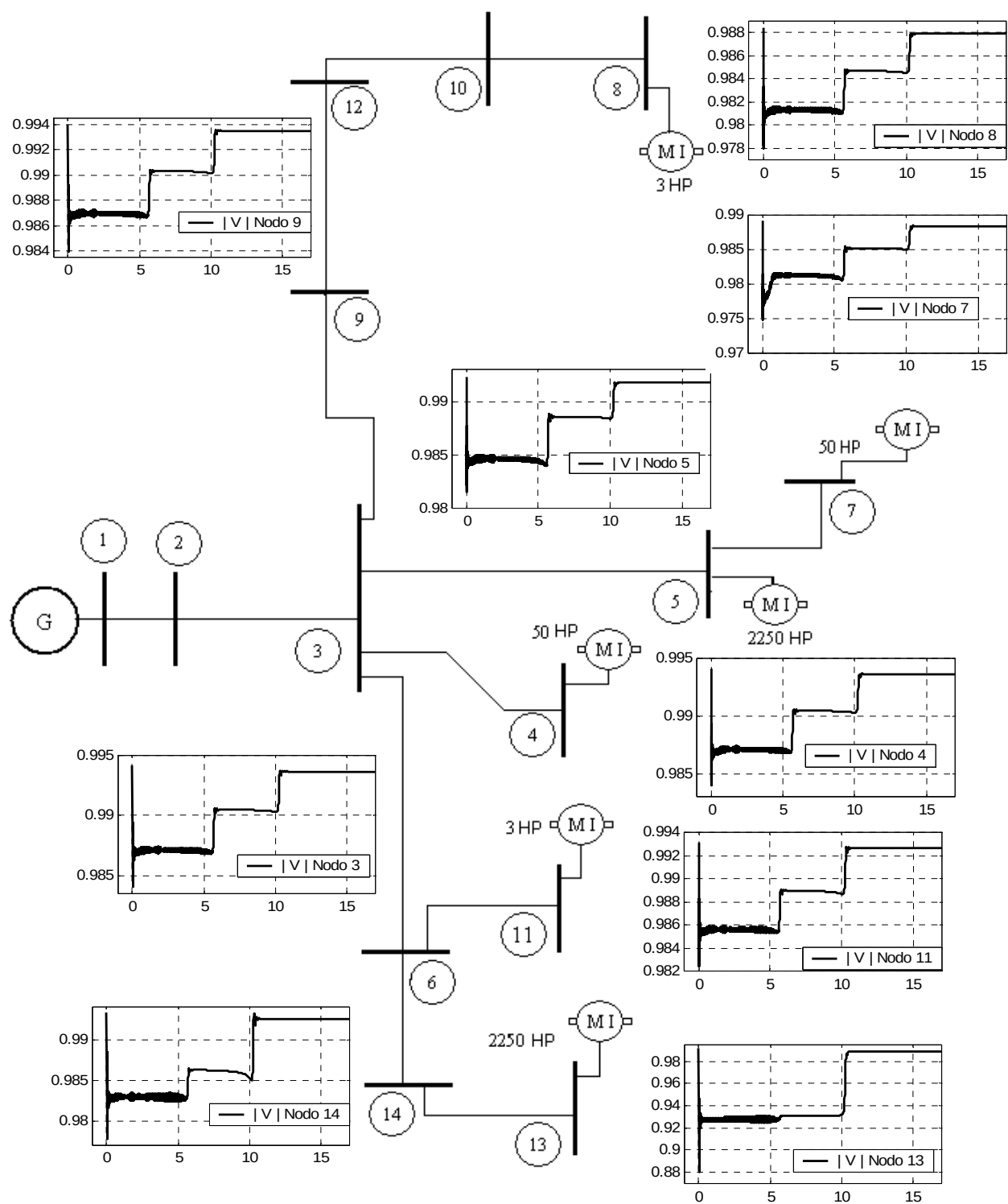


Figura 6.14.- Voltajes nodales en pu, ante varios motores de inducción, colocados de manera simultanea en diferentes nodos.

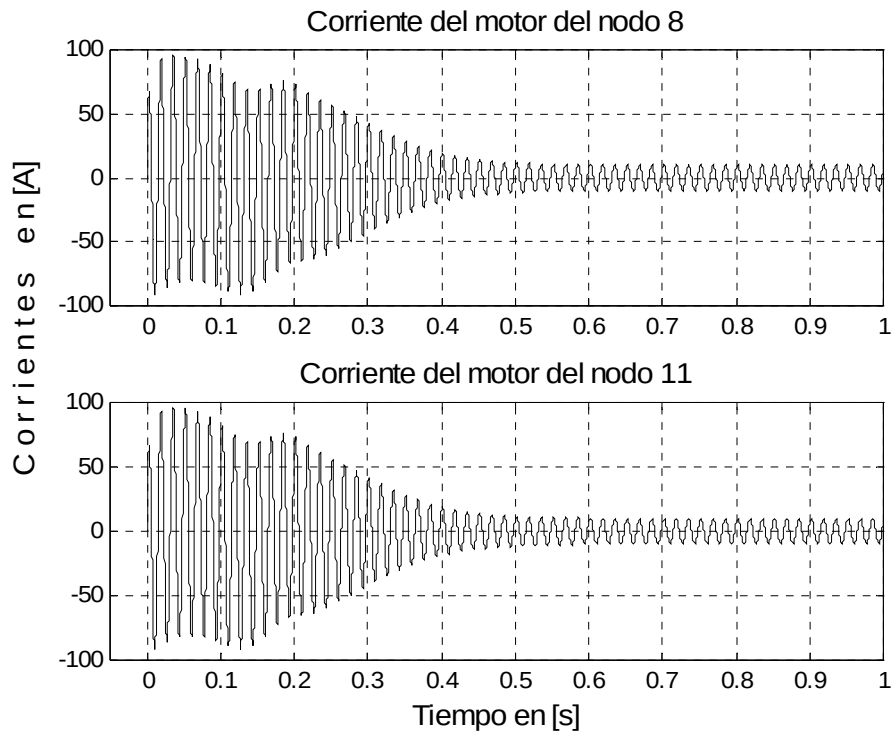


Figura 6.15.- Corriente de los motores de 3HP, colocados en los nodos 8 y 11 del SEP.

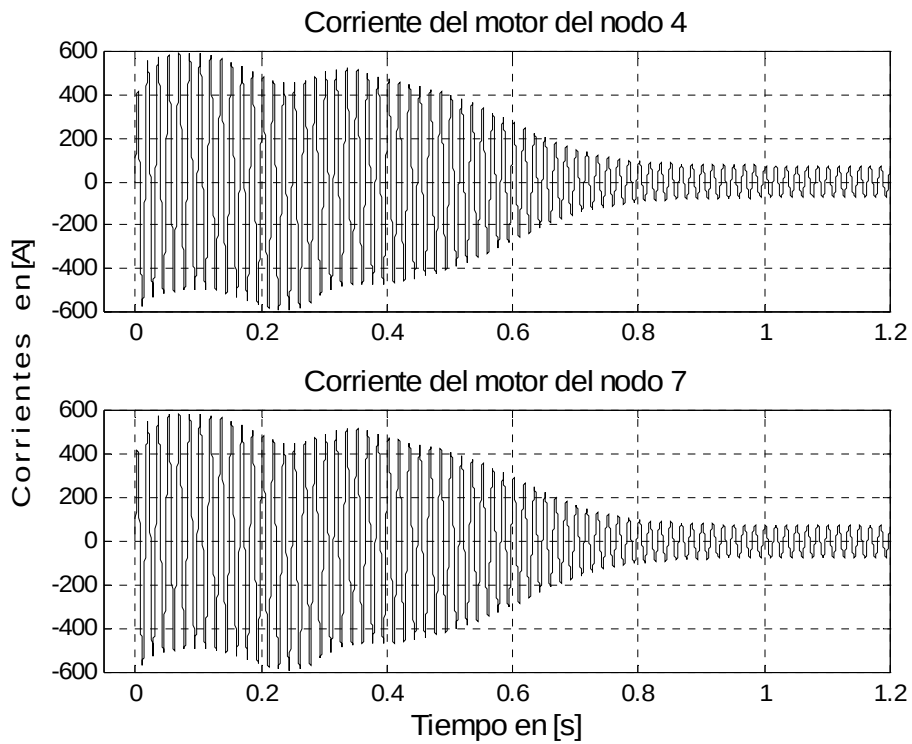


Figura 6.16.- Corriente de los motores de 50HP, colocados en los nodos 4 y 7 del SEP.

Corrientes en [A]

Figura 6.17.- Corriente de los motores de 2250HP, colocados en los nodos 5 y 13 del SEP.

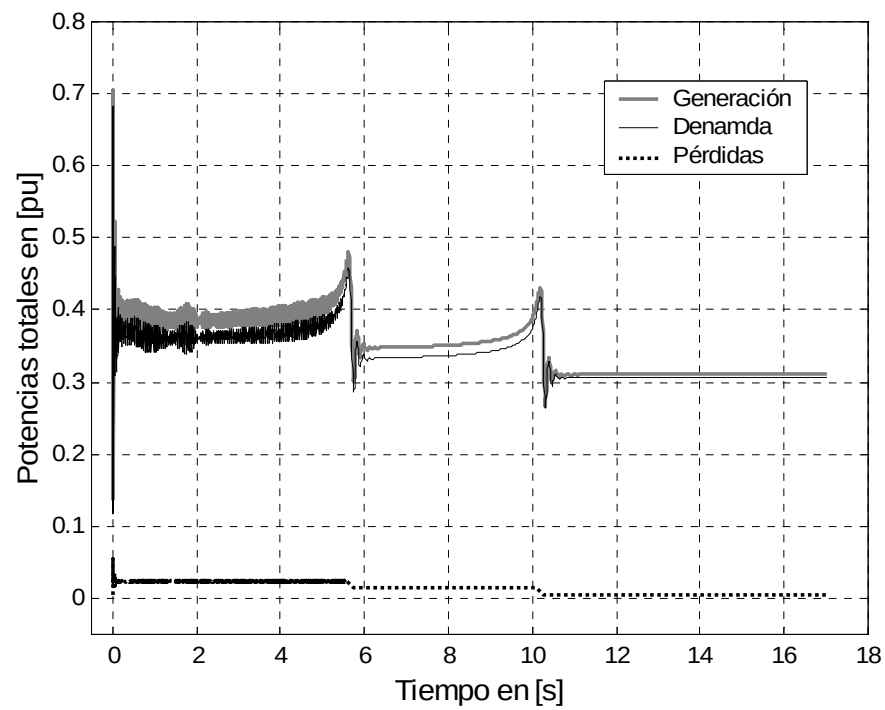


Figura 6.18.- Potencias totales de generación, demanda y pérdidas, ante la conexión simultánea de varios motores de inducción, colocados en diferentes nodos.

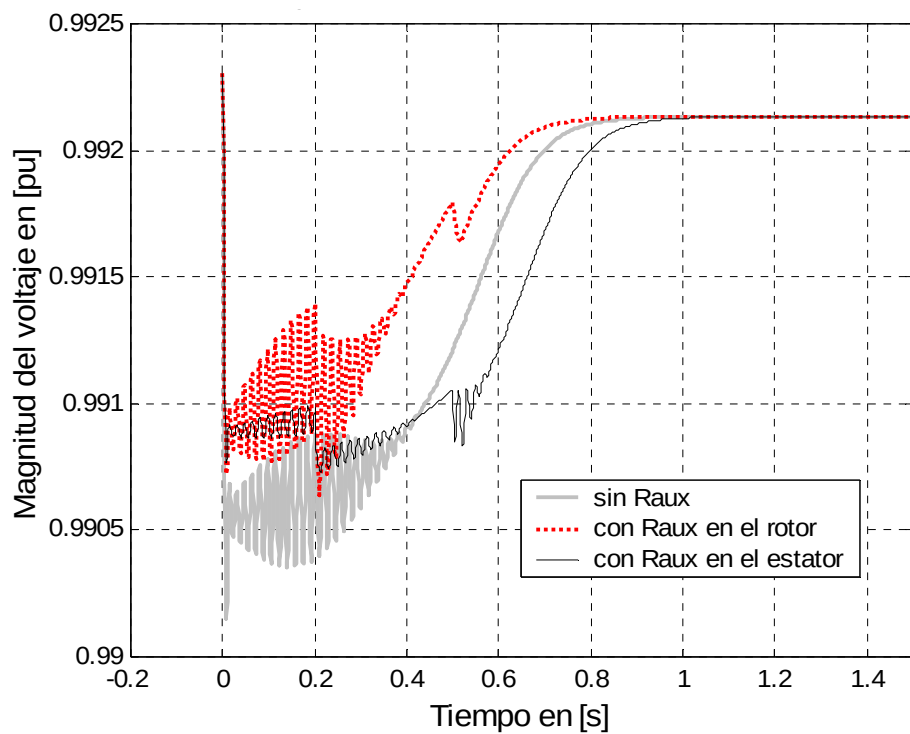


Figura 6.19.- Voltaje en el nodo de prueba del sistema, ante un esquema de arranque vía resistencia auxiliar, de un motor de 50HP con una carga de $T_L=190Nm$.

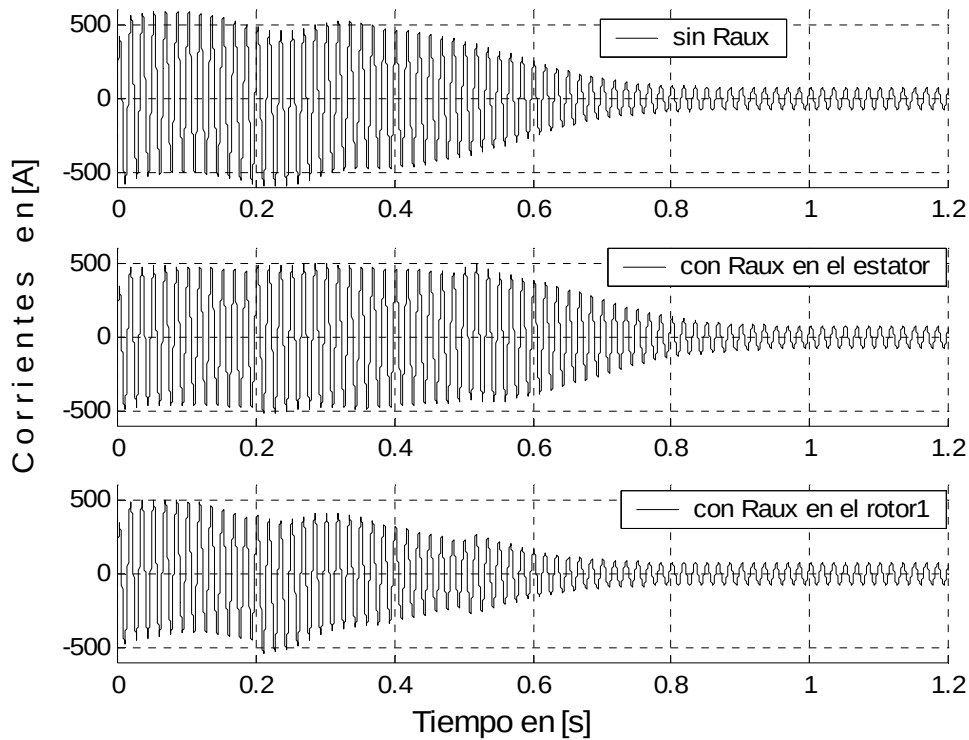


Figura 6.20.- Corrientes del estator para un motor de 50HP, con arranque mediante resistencias auxiliares, colocado en el nodo 13 del SEP.

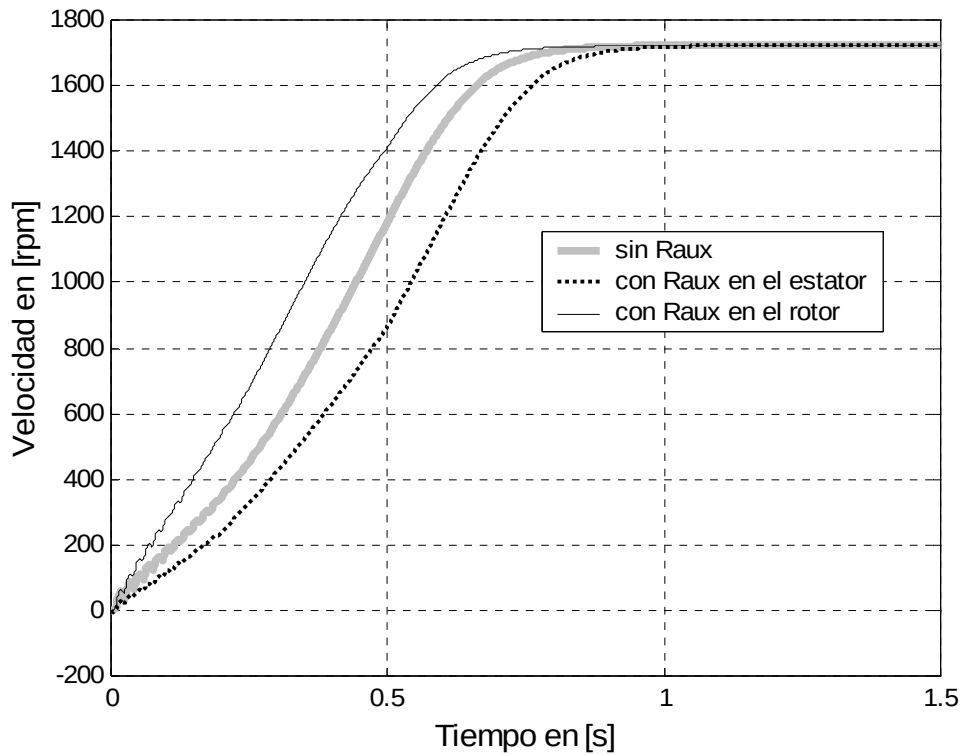


Figura 6.21.- Velocidad de un motor de 50HP, con $T_L=190Nm$, colocado en el nodo 13 del SEP, para un esquema de arranque por resistencias auxiliares.

Los resultados muestran que las depresiones de voltaje pueden ser disminuidas mediante la elección adecuada de las resistencias para el arranque. Se observa que la mejor alternativa es colocar la resistencia auxiliar en el devanado del rotor.

Por otro lado, a un motor de inducción de 2250HP, con una carga mecánica de $1000Nm$, se le realiza la prueba de arranque mediante resistencia en el devanado primario. El motor está conectado en el nodo 13 del sistema de prueba y la resistencia auxiliar para el arranque presenta un valor inicial de 0.06Ω , la cual es eliminada en tres etapas; cumplido el primer segundo de la simulación es eliminado un tercio de su valor, posteriormente a los 3 segundos es eliminada otra parte restando solo un tercio de la original, la cual se elimina a los 4 segundos de la simulación. Los términos para la aproximación vía DAE son: $nh = 1$ y $mt = 32$, con una conexión cada 0.001s.

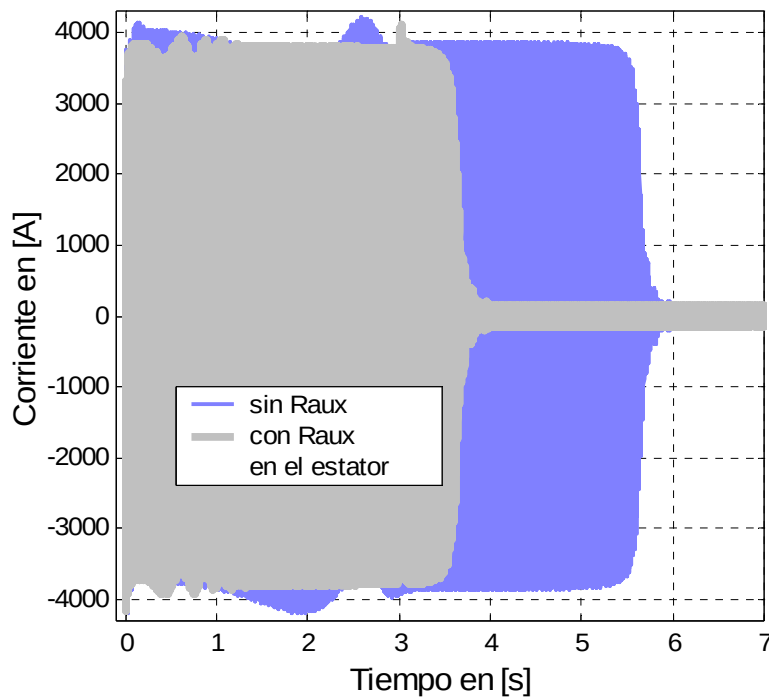


Figura 6.22.- Corriente del estator para un motor de 2250HP, conectado a un SEP, utilizando un esquema de arranque por resistencias auxiliares en el estator.

En la Figura 6.22, se presenta la corriente del estator del motor, mientras que la Figura 6.23 y 6.24 presenta la evolución del voltaje en el nodo de conexión y la velocidad del motor respectivamente. En base a los resultados se puede decir que el esquema de arranque utilizado en este caso de estudio, provee de mejores condiciones de operación a la máquina y al sistema de potencia, debido a que tanto las depresiones como la corriente circulante en los devanados del motor, se reducen en cuanto al tiempo de duración. Sin embargo en ocasiones lo más deseado es reducir la corriente en cuanto a magnitud y no en duración, con la finalidad de que el arranque sea más suave, para lo cual al mismo motor se le coloca en el devanado del estator una resistencia de 0.5 ohms, la cual se libera una vez transcurridos 25 segundos. Los resultados de la corriente velocidad y voltaje del sistema se muestran en las Figuras 6.25, 6.26 y 6.27.

Se puede observar en la Figura 6.25 que la magnitud de la corriente esta siendo disminuida durante el arranque a un valor pico de aproximadamente 2500 amperes, lo que significa que el motor arranca en condiciones más favorables que en los casos

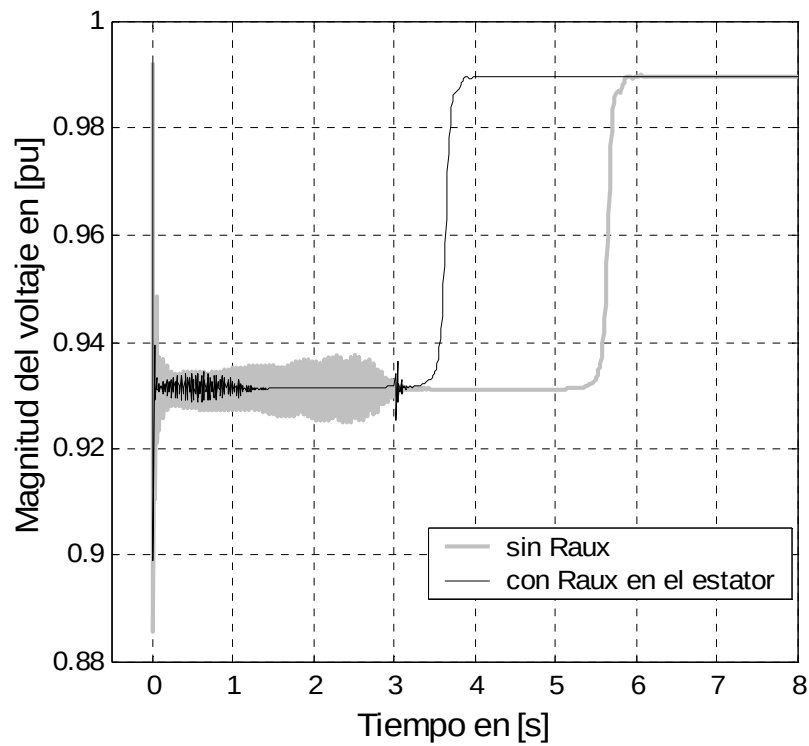


Figura 6.23.- Voltaje en el nodo 13 del SEP al conectar mediante arranque por resistencias auxiliares, un motor de 2250HP con $T_L=1000Nm$, en el nodo 13 del SEP.

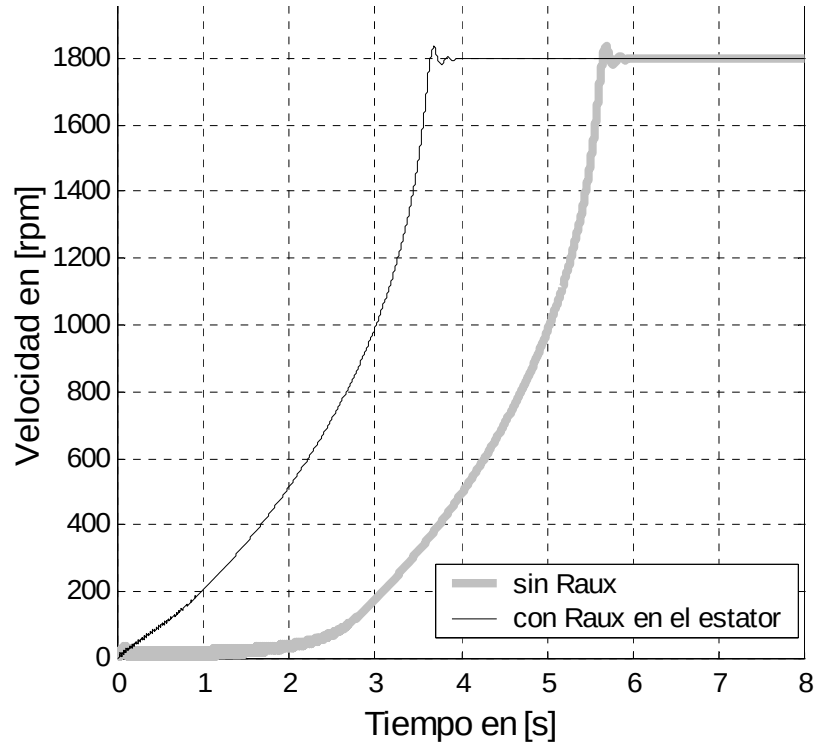


Figura 6.24.- Velocidad de un motor de 2250HP con $T_L=1000Nm$, conectado al SEP, utilizando un arranque por resistencias auxiliares en el estator.

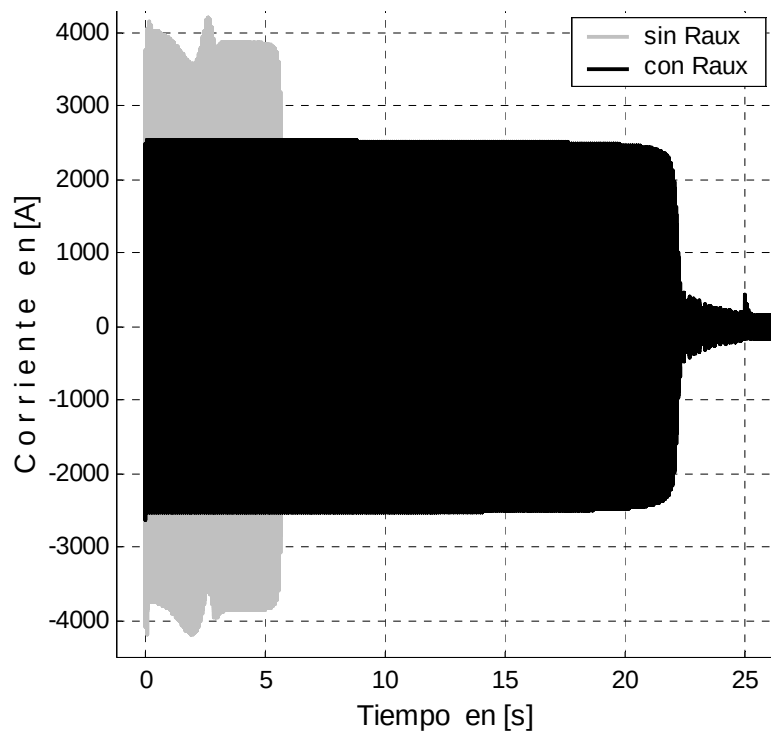


Figura 6.25.- Corriente del estator de un motor de 2250HP con $T_L=1000Nm$ conectado en el nodo 13 del SEP, usando arranque por resistencia en el estator.

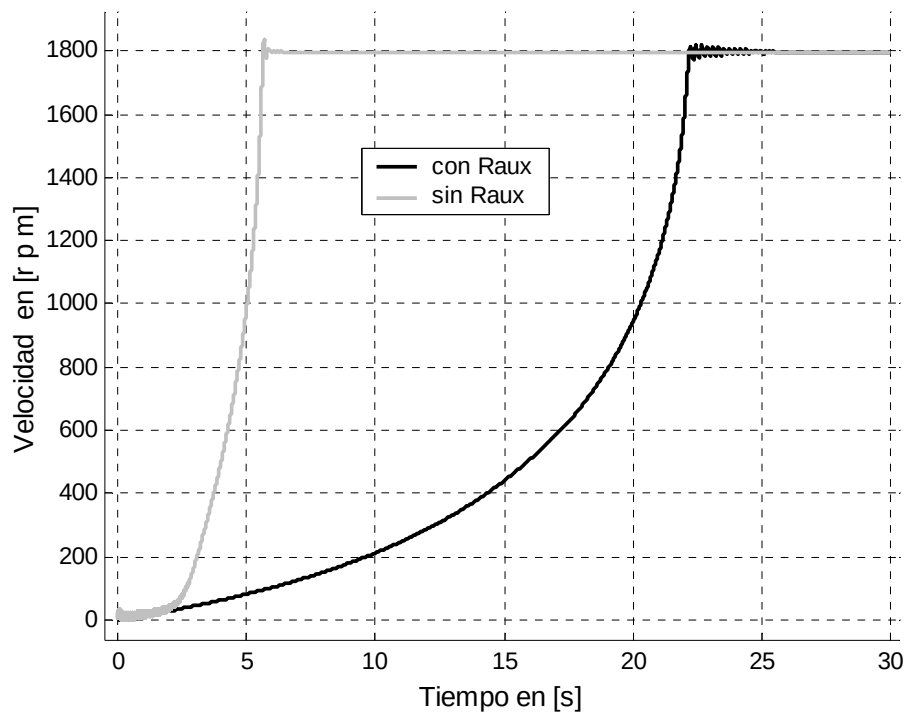


Figura 6.26.- Velocidad de un motor de 2250HP con $T_L=1000Nm$, colocado en el nodo 13 del SEP, utilizando resistencia auxiliar para el arranque.

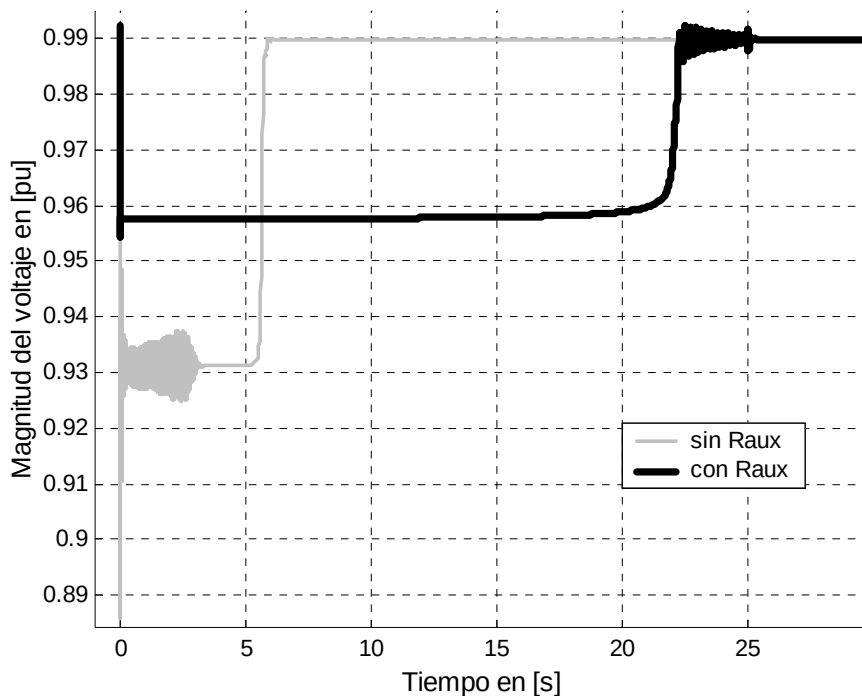


Figura 6.27.- Magnitud del voltaje para un motor de 2250HP con $T_L=1000Nm$, conectado al nodo 13 del SEP, usando resistencia auxiliar para su arranque.

anteriores. Sin embargo la duración del transitorio es más prolongado, este presenta una duración de aproximadamente 25 segundos, por los que se tiene que considerar la corriente máxima permisible junto con el tiempo de exposición, sin que los devanados sufran algún desperfecto.

Por su parte la Figura 6.26, presenta una comparación entre la evolución de la velocidad para condiciones sin resistencia auxiliar y utilizando una resistencia auxiliar. Es evidente que la velocidad de estado estable se logra hasta después de los 25 segundos, para el caso de que el motor se arranca con una resistencia auxiliar. En esta grafica se muestra de manera clara que el arranque se realiza de manera más lenta, ahora bien, esta información puede ser útil para determinar el tiempo en el que la resistencia puede salir de operación sin que se tenga el riesgo de que nuevamente la corriente en los devanados se incremente y pueda dañar al motor.

Finalmente en la Figura 6.27, se presenta el comportamiento del voltaje en el nodo de conexión del motor, donde se puede observar que el uso de la resistencia auxiliar en comparación con el arranque sin resistencia, hace que el decremento del voltaje sea menor en magnitud durante todo el transitorio. Sin embargo la duración casi es de aproximadamente 3 veces mayor en comparación con el tiempo en que el motor se arranca sin resistencia auxiliar.

Así entonces, se puede decir que una información útil para la elaboración del arranque por resistencias auxiliares es la velocidad, pues de esta depende el voltaje de inducción y de ello la corriente que circula en los devanados del motor. Ahora bien se debe tener cuidado de no conectar una resistencia tan grande, debido a que esto podría ocasionar que el motor tardara mucho en arrancar o en el peor de los casos no pudiera hacerlo, lo que finalmente podría dañar al motor y poner en condiciones forzadas de operación al SEP.

6.4.- Conclusiones.

Se presentaron detalles sobre la metodología empleada, donde uno de los aspectos importantes es el hecho de poder interactuar entre la dinámica del motor y la del sistema eléctrico, en cualquier instante de tiempo, conociendo la potencia demandada por el motor de inducción y el voltaje nodal del sistema de potencia.

De acuerdo con los casos de estudio presentados anteriormente se pueden obtener algunos datos importantes.

- Primero, la depresión del voltaje, depende de:
 - o La robustez del sistema de potencia.
 - o El tamaño de la máquina conectada.

- o La carga previamente conectada al nodo de prueba.
 - o El tipo de nodo de prueba.
- Segundo, la aproximación de la solución en los casos de estudio presentados se logró con la consideración de sólo tres coeficientes de Fourier, obteniendo resultados satisfactorios. Aunque cabe mencionar que esto depende del dispositivo o sistema analizado.
- Tercero, el momento en el que se presentan mayores pérdidas en el sistema de potencia es durante el arranque del motor, resultando ser el intervalo más crítico, tanto para el motor como para el sistema, además de que se puede mejorar la operación con el uso de métodos de arranque, tales como los que aquí se propusieron.

Capítulo 7

Conclusiones

7.1.- Conclusiones.

En este trabajo, se presentó la formulación de una técnica generalizada de estado quasi-estacionario para el estudio de los sistemas eléctricos de potencia, que puedan contener en uno o varios de sus nodos cargas dinámicas, haciendo énfasis a dispositivos electromecánicos. El uso de la herramienta Dominio Armónico Extendido, en conjunto con el método para el conocimiento del estado de operación del sistema (programa de flujos de potencia), ofrecieron como principal ventaja, la obtención de una técnica generalizada que conlleva a la elaboración de un simulador, cuyo principal objetivo es el de facilitar al usuario el análisis de este tipo de sistemas, ofreciendo un estudio más objetivo y dinámico, debido a su fácil manejo y su ambiente gráfico que presenta. Donde, además a través del mismo simulador, se pueden realizar comparaciones con un programa alterno elaborado con dispositivos preestablecidos y disponibles en la librería del Simulink del MatLab, con el objeto de corroborar la precisión y exactitud de las soluciones.

De acuerdo con los resultados obtenidos, se puede decir que el programa realizado en base al DAE, obtiene buenas aproximaciones, donde en los casos mostrados, solo fueron necesarios los primeros tres coeficientes de las series de Fourier. Se observó que para el motor de inducción, solo participa la componente fundamental para la representación de su corriente, mientras que a través de la componente de cd y la segunda armónica, se puede aproximar la velocidad desarrollada, aunque esto obviamente depende del dispositivo y sus condiciones de operación.

Por otro lado, se presentaron los efectos que se pueden generar al conectar un motor de inducción en el sistema de potencia, como por ejemplo:

- o Las depresiones de voltaje en los nodos del sistema.
- o El incremento de las pérdidas en las líneas de la red.
- o La modificación en la operación del motor.

Las cuales dependen principalmente de:

- o La robustez del sistema.
- o El tamaño y ubicación y carga del motor.
- o La magnitud de las cargas conectadas en los nodos.
- o La coincidencia de la conexión simultanea de varios motores.

Se observó que una alternativa de mitigación de estos inconvenientes, puede ser el establecer métodos de arranque, tales que disminuyan la operación crítica de los motores, por ejemplo el colocar resistencias auxiliares en los devanados del rotor, para aquellos que lo permitan, debido a que el arranque por resistencia en el devanado del estator, puede resultar contraproducente en ocasiones, ya sea para la máquina o para el sistema.

Dentro del trabajo se planteó como carga dinámica, un motor de inducción, pero bien puede ser cualquier otro dispositivo, ya sea lineal o no lineal, variante o invariante en el tiempo. El único requisito para ingresar algún otro elemento, es obtener su modelo a través de ecuaciones diferenciales de primer orden, para poder aplicar la herramienta del DAE, para su solución.

7.2.- Contribución.

La información documentada en esta tesis, propone una técnica para el análisis de sistemas eléctricos de potencia, haciendo énfasis a los que introducen en sus nodos cargas dinámicas no lineales, como el motor de inducción.

Algunas de las contribuciones potenciales de esta tesis se enlistan a continuación:

- La técnica presentada sirve como una herramienta generalizada capaz de estudiar sistemas eléctricos que incorporen cargas dinámicas, donde la incorporación de éstas, se puede realizar de manera directa sin la necesidad de modificar el planteamiento de las ecuaciones del sistema, donde el DAE juega un rol muy importante.
- Debido a la generalización, se construyó un simulador que hasta la fecha permite la generalización del uso de motores de inducción en sistemas de potencia bajo diferentes condiciones de operación. La estructura gráfica y la flexibilidad en cuanto a la introducción y visualización de resultados, proporcionan un ambiente amigable para el usuario, resultando una alternativa atractiva que puede contribuir en el estudio de los sistemas de potencia, ante la presencia de este tipo de cargas.
- En base a los resultados obtenidos de las posibles depresiones de voltaje, así como la información de los flujos de potencia, el simulador podría ser utilizado en el diseño de protecciones para el motor de inducción o para el sistema.

7.3.- Sugerencias para trabajos posteriores.

Partiendo del alcance obtenido en éste trabajo, se proponen como trabajos futuros:

- o Tomando como referencia la velocidad del motor, realizar una librería que permita la elección de los tiempos para la conexión de las resistencias, a fin de realizar un arranque deseado.
- o Se propone la utilización de un programa de flujos de potencia trifásico con el objetivo de realizar estudios para condiciones desbalanceadas, lo que permitiría acercarse más a la realidad el comportamiento de estos sistemas.
- o Incorporar en el simulador una librería que contenga otros dispositivos para observar su impacto en los sistemas de potencia, los cuales pueden ser:
 - o El Compensador Estático de Vars (SVC).
 - o El Compensador Estático Sincrono (STATCOM).

Apéndice A

Principios básicos y modelado del motor de inducción.

A.1.- Principios básicos.

Un motor de inducción consta de dos partes principales: El estator, donde se encuentra el embobinado del inducido (parte fija) y el rotor, donde se localiza el embobinado de campo (parte giratoria). Su principio de funcionamiento esta basado en la inducción o también llamada acción transformadora. Es decir, un conjunto de corrientes trifásicas en el inducido del estator producen un campo magnético giratorio que al interactuar con el campo magnético presente en el devanado de campo del rotor, producen un momento de torsión que puede provocar un movimiento circular de este último.

En los siguientes apartados se presentan algunos principios básicos de la construcción y funcionamiento del motor de inducción.

A.1.1.- Construcción del motor de inducción.

El estator es un cilindro hueco, hecho de un material ferromagnético de una permeabilidad relativamente grande, está laminado en forma axial, con la finalidad de disminuir las pérdidas por efecto Joule, así como las corrientes de remolino. Tiene en su interior ranuras donde se colocan las bobinas que forman parte del inducido, las cuales presentan una distribución aproximadamente senoidal, con el objetivo de que la distribución del CMG sea senoidal.

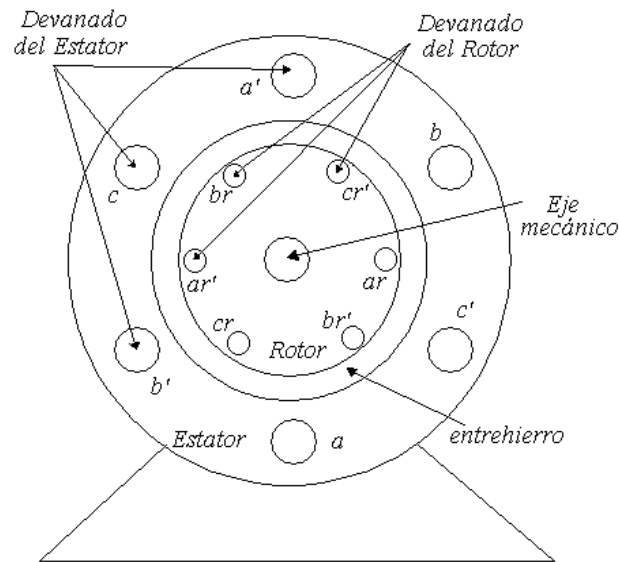


Figura A.1.- Esquema simplificado de un motor de inducción.

El rotor, es un cilindro de material ferromagnético, laminado de la misma forma que el estator, en cuya superficie posee ranuras donde se albergan los conductores o barras sólidas, que forman el embobinado de campo. Los rotores cuyo embobinado de campo lo forman conductores de alambre, son llamados rotores devanados, donde sus devanados están distribuidos de manera similar que el inducido del estator, cortocircuitados a través de anillos rozantes, mientras que los rotores que en las ranuras tienen barras sólidas, reciben el nombre de rotores jaula de ardilla pues este conjunto de barras se asemejan a las jaulas donde suelen hacer ejercicio las ardillas o ratones de laboratorio.

El diámetro del rotor, es ligeramente más pequeño que el diámetro interno del estator, el espacio de aire entre el rotor y estator, es llamado entrehierro y normalmente se puede suponer constante si el efecto de las ranuras del rotor y estator son ignoradas.

El rotor posee en el centro un eje de material duro que recibe el nombre de eje mecánico o flecha, normalmente esta hecho de material duro como el acero, este es el

único dispositivo que permite la transferencia del par o la velocidad mecánica con sistemas externos.

El envolvente de la máquina es llamado carcasa donde se encuentra el estator fijado a él, un conjunto de rodamientos que centran y permiten el giro del rotor, así como la caja de conexiones. En la Figura A.1, se muestra un esquema simplificado de un motor de inducción, donde se resaltan sus partes principales.

A.1.2.- Campo magnético giratorio.

Un concepto básico para los motores de inducción, lo constituye el campo magnético giratorio (CMG), el cual se establece si en un grupo de bobinas trifásicas de características idénticas, se hace circular un conjunto de corrientes trifásicas de igual magnitud y defasadas 120° eléctricos una respecto a otra, se puede establecer un CMG de magnitud constante.

La manera más fácil y sencilla de ilustrar este concepto, es considerando un juego de bobinas trifásicas de parámetros concentrados, situadas en un estator, tal como se muestra en la Figura A.2, al que se le aplica un conjunto de corrientes trifásicas descritas por (A.1a, A.1b y A.1c), donde I_M es la magnitud de la corriente.

$$i_{aa'}(t) = I_M \text{sen}(\omega t) \quad (\text{A.1a})$$

$$i_{bb'}(t) = I_M \text{sen}(\omega t - 120^\circ) \quad (\text{A.1b})$$

$$i_{cc'}(t) = I_M \text{sen}(\omega t - 240^\circ) \quad (\text{A.1c})$$

Estas corrientes, producen un conjunto de intensidades de campo magnético, descritas por (A.2a, A.2b y A.2c), donde los subíndices aa' , bb' y cc' . La a indica el inicio de la bobina, mientras que a' representa el retorno.

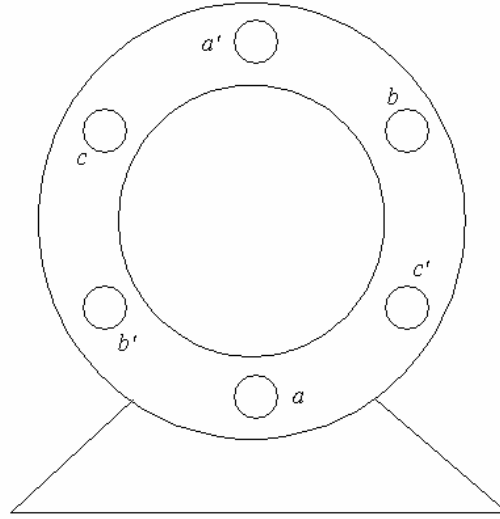


Figura A.2.- Estator trifásico sencillo bipolar.

$$H_{aa'}(t) = H_M \text{sen}(\omega t) \angle 0^\circ \quad (\text{A.2a})$$

$$H_{bb'}(t) = H_M \text{sen}(\omega t - 120^\circ) \angle 120^\circ \quad (\text{A.2b})$$

$$H_{cc'}(t) = H_M \text{sen}(\omega t - 240^\circ) \angle 240^\circ \quad (\text{A.2c})$$

Aquí $\angle 0^\circ$, $\angle 120^\circ$ y $\angle 240^\circ$, son grados espaciales que representan la distribución de las bobinas en el estator y H_M esta relacionada con la corriente mediante la expresión dada por (A.3).

$$H_M = \frac{NI_M}{l_m} \quad (\text{A.3})$$

donde:

H_M : Es la intensidad de campo.

N : Es el número de vueltas del embobinado.

l_m : es la longitud media del recorrido del flujo magnético.

La densidad de flujo, esta relacionada con la intensidad de campo a través de la permeabilidad μ tal como se describe en (A.4), por lo tanto usando esto en las

intensidades dadas por (A.2a, A.2b y A.2c) se obtienen las ecuaciones para las densidades del flujo magnético descritas por (A.5a, A.5b y A.5c).

$$B_M = \mu H_M \quad (\text{A.4})$$

$$B_{aa'}(t) = B_M \text{sen}(\omega t) \angle 0^\circ \quad (\text{A.5a})$$

$$B_{bb'}(t) = B_M \text{sen}(\omega t - 120^\circ) \angle 120^\circ \quad (\text{A.5b})$$

$$B_{cc'}(t) = B_M \text{sen}(\omega t - 240^\circ) \angle 240^\circ \quad (\text{A.5c})$$

Finalmente el campo magnético resultante de las tres bobinas puede ser descrito como la suma de cada una de ellas, con lo que resulta (A.6)

$$B_{neto}(t) = B_{aa'}(t) + B_{bb'}(t) + B_{cc'}(t) \quad (\text{A.6})$$

Evalutando (A.6) para diferentes instantes de tiempo, permite la comprobación de que juego de corrientes trifásicas balanceadas aplicadas a un conjunto de bobinas espaciadas 120° geométricos, producen un campo magnético giratorio. A continuación se presentan algunas evaluaciones, que comprueban lo anterior.

Para $\omega t = 0^\circ$, las expresiones (A.5a, A.5b y A.5c), resultan tal como se muestran en (A.7a, A.7b y A.7c), las cuales representan el campo magnético producido por cada una de las bobinas del estator trifásico.

$$B_{aa'} = 0 \quad (\text{A.7a})$$

$$B_{bb'} = -\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)B_M \angle 120^\circ \quad (\text{A.7b})$$

$$B_{cc'} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)B_M \angle 240^\circ \quad (\text{A.7c})$$

Sustituyendo (A.7a, A.7b y A.7c), en (A.6) y realizando operaciones, se obtiene (A.8) la que representa el campo magnético producido por el juego de corrientes inyectadas en las bobinas del estator para un tiempo cuando $\omega t = 0^\circ$.

$$B_{neto} = 1.5B_M \angle -90^\circ \quad (A.8)$$

De manera similar, se puede comprobar que para el tiempo cuando $\omega t = 90^\circ$, el campo magnético resultante es el descrito por (A.9), mientras que para el tiempo cuando $\omega t = 180^\circ$ y $\omega t = 270^\circ$, los campos magnéticos netos están dados por (A.10) y (A.11) respectivamente. Resulta claro que cuando $\omega t = 360^\circ$, nuevamente se obtiene el resultado para cuando $\omega t = 0^\circ$, realizando un giro completo a todo la periferia del estator, con la característica de que su magnitud siempre es constante.

$$B_{neto} = 1.5B_M \angle 0^\circ \quad (A.9)$$

$$B_{neto} = 1.5B_M \angle 90^\circ \quad (A.10)$$

$$B_{neto} = 1.5B_M \angle 180^\circ \quad (A.11)$$

La Figura A.3, muestra de manera esquemática los resultados para el campo magnético neto cuando $\omega t = 0^\circ$ y $\omega t = 90^\circ$. Los resultados anteriores demuestran que el campo magnético neto producido por la circulación de corrientes trifásicas balanceadas, a través de un juego de bobinas espaciadas 120° geométricos, es de magnitud constante y giratorio, que en este caso gira en sentido anti-horario, pero bien puede girar en sentido horario, con el simple hecho de intercambiar dos de sus fases [S.J. Chapman, 1990].

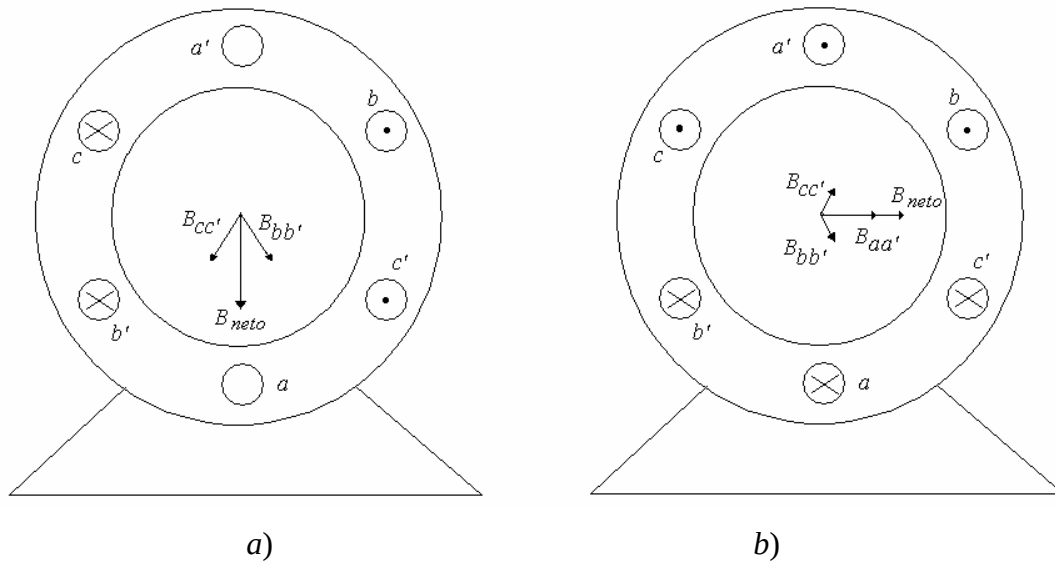


Figura A.3.- Ilustración del campo magnético giratorio: *a)* campos magnéticos cuando $\omega t = 0^\circ$ y $\omega t = 360^\circ$; *b)* campos magnéticos para el tiempo cuando $\omega t = 90^\circ$.

A.1.3.- Relación entre la frecuencia eléctrica y la velocidad de giro del CMG.

En el apartado anterior el CMG que se produjo es bipolar, es decir para un instante de tiempo específico sólo se crea un polo norte y uno sur dentro del estator, donde el campo sale del polo norte y entra en el polo sur. Estos polos magnéticos, recorren toda la periferia del estator, en un tiempo igual al que tarda la corriente eléctrica en completar un ciclo eléctrico. En consecuencia, la frecuencia eléctrica (f_e) expresada en hertz (*ciclos/s*), es igual a la velocidad mecánica del campo (f_m) expresada en revoluciones por segundo, tal como se muestra en (A.12).

$$f_e = f_m \quad (\text{A.12})$$

Si se generan más de dos polos en el estator, la frecuencia eléctrica con la velocidad de giro del CMG, están relacionadas tal como se muestra en (A.13), donde

n_{pol} es el número de polos [A.E. Fitzgerald, 1992, S.J. Chapman, 1990, P.C. Krause, 1995].

$$f_e = \frac{n_{pol}}{2} f_m \quad (A.13)$$

Escribiendo la (A.13), en las unidades mas comúnmente usadas, se obtiene (A.14), donde ω_e , es la frecuencia eléctrica esta escrita en radianes por segundo y ω_m la velocidad mecánica expresada en radianes por segundo.

$$\omega_e = \frac{n_{pol}}{2} \omega_m \quad (A.14)$$

A.1.4.- Momento de torsión inducido en un motor de inducción.

En la operación de un motor de inducción el concepto del momento de torsión inducido, es sumamente importante, para explicar su origen y efecto se considera el caso más sencillo donde el rotor del motor esta formado por una bobina de parámetros concentrados y un estator bipolar, tal como se muestra en la Figura A.4. Como se explico anteriormente, la inyección de un conjunto de corrientes trifásicas balanceadas en un estator bipolar, producen un CMG, que en este caso se supone que gira en sentido contrario al giro de las manecillas del reloj. Este CMG, induce un voltaje en la bobina del rotor, dado por (A.15), donde vel , es la velocidad relativa entre el CMG y la bobina del rotor y l , la longitud de la bobina.

$$E_{ind} = (vel \times B) \bullet l \quad (A.15)$$

En la Figura A.4, se aprecia que el segmento superior de la bobina del rotor experimenta una velocidad relativa hacia la derecha respecto al CMG, por lo tanto el

voltaje que se induce en este segmento es positivo hacia fuera de la pagina, mientras que el voltaje inducido en el segmento inferior, es hacia adentro de la pagina debido a que en este caso la velocidad de la bobina con respecto al CMG, es hacia la derecha, mientras que la dirección del campo aun es hacia arriba. Debido a que la bobina está en corto circuito, se produce una corriente cuya circulación es entrando a la página en el segmento inferior y saliendo en la parte superior de la bobina. Esta corriente a su vez produce un campo magnético en la bobina del rotor, que de acuerdo con (A.16), interactúa con el CMG producido por el inducido del estator, ocasionando un momento de torsión dirigido en el mismo sentido del CMG. Por tal razón el rotor se empieza a acelerar siguiendo al CMG.

$$T_{ind} = k B_R \times B_S \quad (A.16)$$

Donde k es una constante de proporcionalidad que depende de las características geométricas del motor.

La velocidad de giro del rotor en condiciones normales de operación de estado estable nunca es igual a la velocidad del CMG, debido a que a esta velocidad la inducción es nula y por lo tanto el par también lo es.

A.1.5.- Concepto de deslizamiento en las máquinas de inducción.

En condiciones normales de operación, el rotor de un motor de inducción nunca gira a la misma velocidad del CMG, así entonces a la diferencia entre la velocidad del CMG y la del rotor expresada en por unidad, constituye lo que es el deslizamiento, dado por (A.17).

$$Sd = \frac{\omega_s - \omega_m}{\omega_s} \quad (A.17)$$

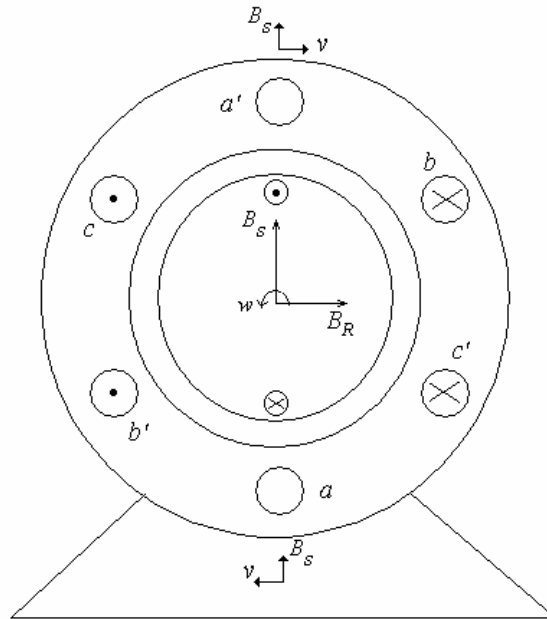


Figura A.4.- Momento de torsión inducido en un motor de inducción simplificado.

Se observa de (2.35) que cuando el rotor está bloqueado el deslizamiento es 1, mientras que cuando el rotor se hace girar a la velocidad sincrónica, es 0. Además se deduce que cuando el deslizamiento es mayor a la unidad, realmente el motor es un generador de inducción.

Este concepto es útil en la deducción del momento de torsión de los motores de inducción, en la determinación de la frecuencia eléctrica del rotor, en relación con la frecuencia eléctrica de alimentación, dada por (A.18).

$$f_r = Sd f_e \quad (A.18)$$

Existen diferentes variantes para expresar al deslizamiento, las cuales van a estar dadas de acuerdo con las circunstancias del problema, en [A.E. Fitzgerald, 1992, S.J. Chapman, 1990, P.C. Krause, 1995], se describen algunas otras de las variantes.

A.2.- Modelado del motor de inducción.

Con la finalidad de observar el comportamiento de la máquina de inducción, se pueden realizar pruebas directamente sobre ellas, sin embargo habrá ocasiones en que se puede poner en riesgo algún dispositivo o en su defecto la vida de la misma, lo que resultaría económicamente costoso. Por tal razón una alternativa que resulta muy importante, es reproducir su comportamiento ya conocido, estableciendo con ello un modelo matemático. Este modelo una vez validado, puede ser útil para explorar el comportamiento de la máquina ante diferentes condiciones de operación, logrando con esto una interpretación de su comportamiento, sin poner en riesgo dispositivos costosos o a la misma máquina.

Un motor de inducción puede ser visto como un transformador con un grado de libertad, el movimiento o giro del rotor. Desde que N. Tesla sentó sus bases, se han desarrollado modelos con la finalidad de evaluar su funcionamiento [A.E. Fitzgerald, 1992, S.J. Chapman, 1990, P.C. Krause, 1995].

Ahora bien, un modelo matemático para el motor de inducción, solo puede proporcionar una aproximación del comportamiento de este, debido a que en forma real, intervienen una gran variedad de factores. Estos factores en ciertas condiciones de operación pueden ser de gran importancia, mientras que para otras no tienen significado. Por tanto en los modelos tanto de régimen permanente como en los dinámicos o transitorios, se deben de tener una serie de suposiciones, con los que el modelo resultante cumpla con el compromiso entre la exactitud y la sencillez.

Los modelos que primeramente aparecieron fueron los modelos clásicos o de régimen permanente. La información que proporcionan estos modelos es en estado estable, para condiciones de operación específicas.

En la década de los 50's surgió la necesidad de los modelos dinámicos, por lo cual surgieron modelos desarrollados en variables de fase (abc) de la máquina descritos a través de ecuaciones diferenciales, las cuales son no lineales y las inductancias del dispositivo son dependientes de la posición del rotor. La solución de estos modelos era complicada, por lo que en 1965 Park, Stanley, Kron y Brereton, con el afán de eliminar esa dependencia del tiempo y así facilitar la solución del modelo del motor de inducción, propusieron una transformación de las variables de la máquina a un marco de referencia arbitrario que puede girar a cualquier velocidad o permanecer estático [P.C. Krause, 1995]. Los ejes o coordenadas de este marco de referencia son conocidos como $dq0$.

Así pues, en base a lo citado anteriormente, algunas de las consideraciones que se realizaron para el desarrollo del modelo que se plantea más adelante son las siguientes:

- El rotor y el estator son completamente cilíndricos, siendo entonces el entrehierro uniforme, lo que hace despreciar el efecto de las ranuras, presentes en el rotor y estator.
- Las bobinas del estator son simétricas y están repartidas de manera uniforme en su contorno.
- La distribución del campo magnético producido por la alimentación de las bobinas es puramente senoidal.
- Se desprecia la saturación.
- No se toma en cuenta la histéresis del material.
- Las pérdidas por efecto Joule son despreciables.
- No se producen corrientes de remolino en los materiales ferromagnéticos.
- El rotor puede ser devanado o de jaula de ardilla, pero se considera que el número de polos en éste siempre es igual al producido en el estator.

Por lo tanto, considerando la Figura A.5, se obtienen las ecuaciones para la parte eléctrica (A.19 y A.20), que describen en forma matricial el voltaje en variables abc ,

donde los subíndices s y r hacen referencia a los parámetros del estator y del rotor respectivamente y p es el operador que representa la derivada respecto al tiempo. Las matrices para las resistencias del estator y del rotor $\mathbf{r}_s$ y $\mathbf{r}_r$, son matrices diagonales.

$$\mathbf{v}_{abcs} = \mathbf{r}_s \mathbf{i}_{abcs} + p\lambda_{abcs} \quad (\text{A.19})$$

$$\mathbf{v}_{abcr} = \mathbf{r}_r \mathbf{i}_{abcr} + p\lambda_{abcr} \quad (\text{A.20})$$

Para un sistema magnéticamente lineal los enlaces de flujo, están dados por (A.21).

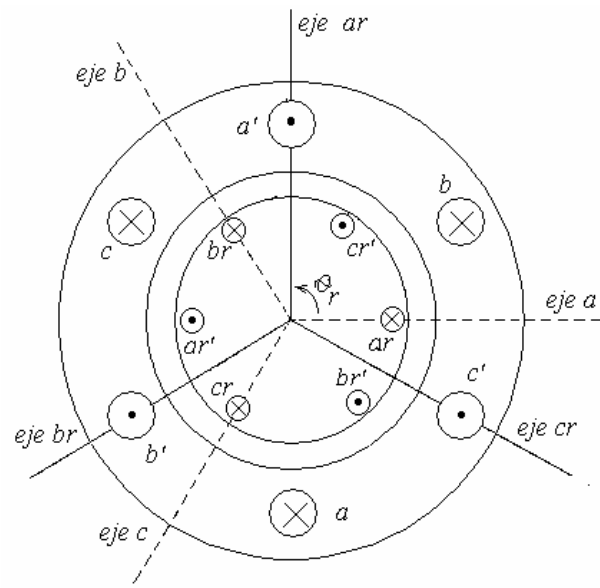
$$\begin{bmatrix} \lambda_{abcs} \\ \lambda_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s & \mathbf{L}_{sr} \\ (\mathbf{L}_{sr})^\top & \mathbf{L}_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{abcs} \\ \mathbf{i}_{abcr} \end{bmatrix} \quad (\text{A.21})$$

donde:

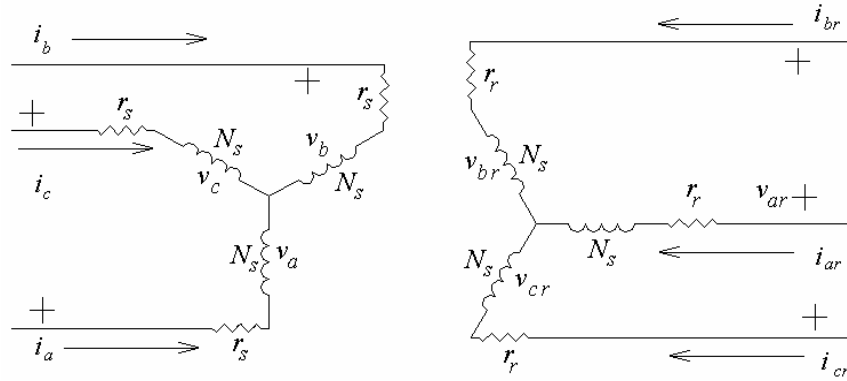
$$\mathbf{L}_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

$$\mathbf{L}_r = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix} \quad (\text{A.23})$$

$$\mathbf{L}_{sr} = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\phi_r) & \cos\left(\phi_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\phi_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\phi_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\phi_r) & \cos\left(\phi_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\phi_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\phi_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\phi_r) \end{bmatrix} \quad (\text{A.24})$$



a)



b)

Figura A.5.- Máquina de inducción trifásica de estator bipolar. a) Esquema de una máquina bipolar; b) Circuito eléctrico equivalente

Donde L_{ls} y L_{ms} , son las inductancias de dispersión y magnetización del devanado del estator; L_{lr} y L_{mr} , son las inductancias de dispersión y magnetización del devanado del rotor; y L_{ls} , es la magnitud de la inductancia mutua entre el rotor y el estator, se puede observar que depende de la posición del rotor ϕ_r .

Las variables correspondientes al rotor pueden ser transformadas al estator, utilizando las siguientes expresiones que involucran el número de espiras de los devanados del estator N_s y del rotor N_r [S. J. Chapman, 1990].

$$\mathbf{i}'_{\text{abcr}} = \frac{N_r}{N_s} \mathbf{i}_{\text{abcr}} \quad (\text{A.25})$$

$$\mathbf{v}'_{\text{abcr}} = \frac{N_s}{N_r} \mathbf{v}_{\text{abcr}} \quad (\text{A.26})$$

$$\lambda'_{\text{abcr}} = \frac{N_s}{N_r} \lambda_{\text{abcr}} \quad (\text{A.27})$$

$$\mathbf{r}'_r = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 \mathbf{r}_r \quad (\text{A.28})$$

$$\mathbf{L}'_r = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 \mathbf{L}_r \quad (\text{A.29})$$

$$\mathbf{L}'_{sr} = \frac{N_s}{N_r} \mathbf{L}_{sr} \quad (\text{A.30})$$

Como las inductancias de magnetización y mutuas, están consideradas con la misma dirección del flujo magnético, en [P.C. Krause, 1995] se deduce (A.31).

$$L_{ms} = \frac{N_s}{N_r} L_{sr} \quad (\text{A.31})$$

de tal forma que (A.24), referida al estator se obtiene relacionando (A.30) con (A.31), tal como lo describe (A.32)

$$\mathbf{L}'_{sr} = L_{ms} \begin{bmatrix} \cos(\phi_r) & \cos\left(\phi_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\phi_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\phi_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\phi_r) & \cos\left(\phi_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\phi_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\phi_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\phi_r) \end{bmatrix} \quad (\text{A.32})$$

Otra relación importante entre la inductancia de magnetización del rotor y la del estator, definida en [P.C. Krause, 1995] está dada por (A.33).

$$L_{mr} = \left(\frac{N_r}{N_s}\right)^2 L_{ms} \quad (\text{A.33})$$

además se tiene que la inductancia de dispersión para cada fase del rotor referida al estator esta dada por (A.34).

$$L'_{lr} = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 L_{lr} \quad (\text{A.34})$$

por lo tanto combinando (A.29, A.33 y A.34), (A.23) referida al estator queda tal como se muestra en (A.35), indicado por el apstrofo (').

$$\mathbf{L}'_r = \begin{bmatrix} L'_{lr} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{lr} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L'_{lr} + L_{ms} \end{bmatrix} \quad (\text{A.35})$$

Así, los enlaces de flujo referidos al estator se escriben como (A.36).

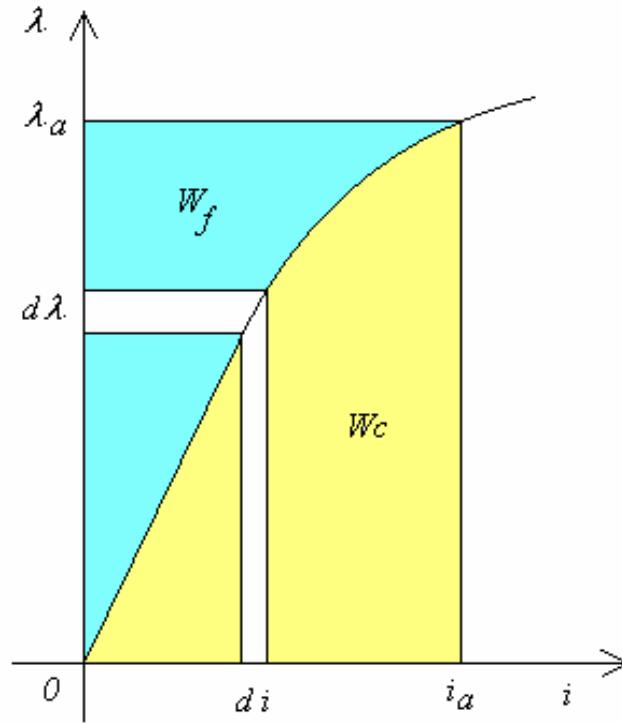


Figura A.6.- Energía almacenada en un campo magnético lineal.

$$\begin{bmatrix} \lambda_{abcs} \\ \lambda'_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L'_{sr} \\ (L'_{sr})^T & L'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abcs} \\ i'_{abcr} \end{bmatrix} \quad (A.36)$$

Finalmente, el voltaje de la máquina de inducción en variables abc , referido al estator esta dado por (A.37).

$$\begin{bmatrix} v_{abcs} \\ v'_{abcr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + pL_s & pL'_{sr} \\ p(L'_{sr})^T & r'_r + pL'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{abcs} \\ i'_{abcr} \end{bmatrix} \quad (A.37)$$

Por otro lado para la parte mecánica, la velocidad del rotor ω_r , esta relacionada con el par desarrollado T_e , a través de la ecuación de oscilación (A.38), donde J es el momento de inercia expresado en Kilogramos-metro cuadrados [$Kg \, m^2$] y T_L es el par de carga expresado en Newtons-metro [$N.m$] y n_{pol} el número de polos.

$$T_e = J \left(\frac{2}{n_{pol}} \right) p \omega_r + T_L \quad (\text{A.38})$$

El par desarrollado esta en función de la energía almacenada en el campo magnético W_f [P.C. Krause, 1995], la cual para éste caso esta dada por (A.39), donde $\mathbf{I}$ es una matriz identidad.

$$W_f = \frac{1}{2} (\mathbf{i}_{abcs})^\top (\mathbf{L}_s - L_{ls} \mathbf{I}) \mathbf{i}_{abcs} + (\mathbf{i}_{abcs})^\top \mathbf{L}'_{sr} \mathbf{i}'_{abcr} + \frac{1}{2} (\mathbf{i}'_{abcr})^\top (\mathbf{L}'_r - L'_{lr} \mathbf{I}) \mathbf{i}'_{abcr} \quad (\text{A.39})$$

Para un sistema magnético lineal la energía almacenada en el campo magnético es igual a la coenergía W_c [P.C. Krause, 1995], por lo tanto se puede usar (A.40), que relaciona el par con la coenergía en un sistema magnético. La Figura 2.8 muestra la energía y coenergía en un sistema magnético lineal.

$$T_e(i_j, \phi_r) = \left(\frac{n_{pol}}{2} \right) \frac{\partial W_c(i_j, \phi_r)}{\partial \phi_r} \quad (\text{A.40})$$

Sustituyendo (A.39) en (A.40) y dado que las inductancias del estator $\mathbf{L}_s$ y las del rotor $\mathbf{L}_r$, no son función de la posición angular ϕ_r , se tiene (A.41), ésta calcula el par desarrollado de la máquina, siendo positivo cuando es un motor y negativo cuando es generador.

$$T_e = \left(\frac{n_{pol}}{2} \right) (\mathbf{i}_{abcs})^\top \frac{\partial (\mathbf{L}'_{sr})}{\partial \phi_r} \mathbf{i}'_{abcr} \quad (\text{A.41})$$

Escribiendo (A.41) en forma expandida produce (A.42).

$$T_e = -\left(\frac{n_{pol}}{2}\right)L_{ms}\left\{\left[i_{as}\left(i'_{ar}-\frac{1}{2}i'_{br}-\frac{1}{2}i'_{cr}\right)+i_{bs}\left(i'_{br}-\frac{1}{2}i'_{ar}-\frac{1}{2}i'_{cr}\right)+\right.\right. \\ \left.\left.+i_{cs}\left(i'_{cr}-\frac{1}{2}i'_{br}-\frac{1}{2}i'_{ar}\right)\right]\text{sen}(\phi_r)+\frac{\sqrt{3}}{2}\left[i_{as}(i'_{br}-i'_{cr})+i_{bs}(i'_{cr}-i'_{ar})+i_c(i'_{ar}-i'_{br})\cos(\phi_r)\right]\right\} \quad (\text{A.42})$$

Las ecuaciones (A.37 y A.38), representan el modelo completo de una maquina de inducción, la primera para la parte eléctrica y la segunda para la parte mecánica. En ambas se puede comprobar la dependencia de la posición angular para las inductancias mutuas entre el rotor y estator, por lo que su solución puede ser tediosa. Con la finalidad de eliminar la dependencia de la posición del rotor para las inductancias mutuas entre el rotor y estator, estas ecuaciones pueden describirse en un marco de referencia arbitrario de coordenadas $dq0$, de la siguiente forma.

Un conjunto de variables descritas en coordenadas abc , pueden ser transformadas a un marco de referencia arbitrario de coordenadas $dq0$, usando (A.43 y A.44), para el circuito del estator y del rotor referidos al estator, respectivamente.

$$\mathbf{f}_{qd0s} = \mathbf{K}_s \mathbf{f}_{abcs} \quad (\text{A.43})$$

$$\mathbf{f}'_{qd0r} = \mathbf{K}_r \mathbf{f}'_{abcr} \quad (\text{A.44})$$

donde:

$$\mathbf{K}_s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \text{sen}(\theta) & \text{sen}\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.45})$$

$$\theta = \int_0^t \omega(\xi) d\xi + \theta(0) \quad (\text{A.46})$$

y

$$\mathbf{K}_r = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\beta) & \cos\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \text{sen}(\beta) & \text{sen}\left(\beta - \frac{2\pi}{3}\right) & \text{sen}\left(\beta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.47})$$

con

$$\beta = \theta - \theta_r \quad (\text{A.48})$$

donde

$$\theta_r = \int_0^t \omega_r(\xi) d\xi + \theta_r(0) \quad (\text{A.49})$$

La Figura A.7, muestra esquemáticamente la relación entre las variables de fase abc , con las transformaciones a un marco de referencia arbitrario de coordenadas $dq0$.

Utilizando estas transformaciones, las ecuaciones para el voltaje de la máquina pueden describirse como:

$$\mathbf{v}_{qd0s} = \mathbf{r}_s \mathbf{i}_{qd0s} + \omega \boldsymbol{\lambda}_{dqs} + p \boldsymbol{\lambda}_{qd0s} \quad (\text{A.50})$$

$$\mathbf{v}'_{qd0r} = \mathbf{r}'_r \mathbf{i}'_{qd0r} + (\omega - \omega_r) \boldsymbol{\lambda}'_{dqr} + p \boldsymbol{\lambda}'_{qd0r} \quad (\text{A.51})$$

De la misma forma aplicando las ecuaciones de transformación (A.45 y A.47) a la ecuación para los enlaces de flujo para un sistema magnéticamente lineal (A.36), se obtiene la ecuación dada en coordenadas $dq0$, para un marco de referencia arbitrario descrito en (A.52).

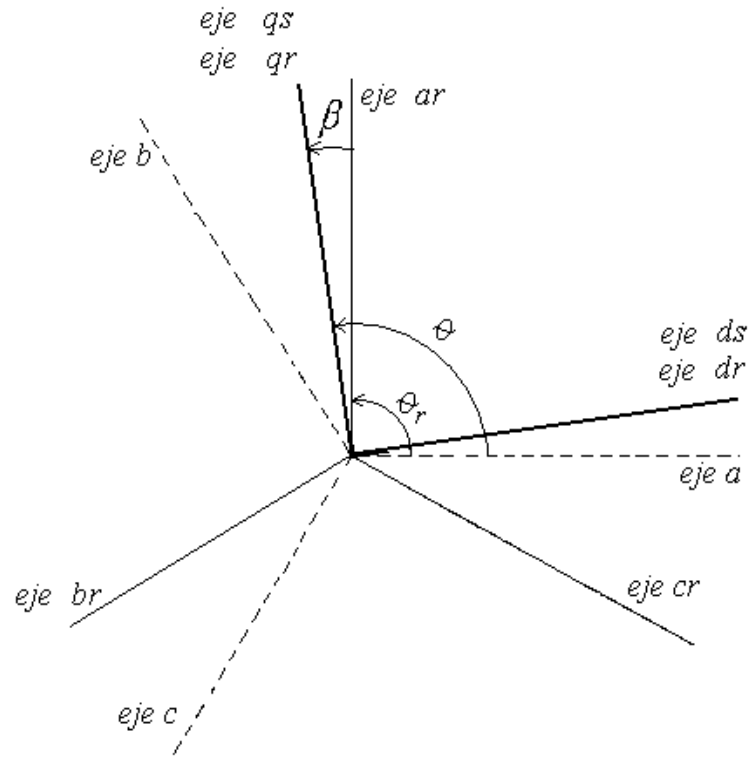


Figura A.7.- Relación de los ejes abc y $dq0$ en un circuito estacionario y rotativo.

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qd0s} \\ \lambda'_{qd0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_s L_s (K_s)^{-1} & K_s L'_{sr} (K_r)^{-1} \\ K_r (L'_{sr})^T (K_s)^{-1} & K_r L'_r (K_r)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qd0s} \\ i'_{qd0r} \end{bmatrix} \quad (A.52)$$

donde:

$$K_s L_s (K_s)^{-1} = \begin{bmatrix} L_{ls} + M & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + M & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \quad (A.53)$$

con

$$\mathbf{K}_r \mathbf{L}'_r (\mathbf{K}_r)^{-1} = \begin{bmatrix} L'_{lr} + M & & \\ & L'_{lr} + M & \\ & & L'_{lr} \end{bmatrix} \quad (\text{A.54})$$

y

$$\mathbf{K}_s \mathbf{L}'_{sr} (\mathbf{K}_r)^{-1} = \mathbf{K}_r (\mathbf{L}'_{sr})^\top (\mathbf{K}_s)^{-1} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.55})$$

para

$$M = \frac{3}{2} L_{ms} \quad (\text{A.56})$$

Expresando las ecuaciones de voltaje y enlaces de flujo en forma expandida se tienen las siguientes ecuaciones:

$$v_{qs} = r_s i_{qs} + \omega \lambda_{ds} + p \lambda_{qs} \quad (\text{A.57})$$

$$v_{ds} = r_s i_{ds} + \omega \lambda_{qs} + p \lambda_{ds} \quad (\text{A.58})$$

$$v_{0s} = r_s i_{0s} + p \lambda_{0s} \quad (\text{A.59})$$

$$v'_{qr} = r'_r i'_{qr} + (\omega - \omega_r) \lambda'_{dr} + p \lambda'_{qr} \quad (\text{A.60})$$

$$v'_{dr} = r'_r i'_{dr} + (\omega - \omega_r) \lambda'_{qr} + p \lambda'_{dr} \quad (\text{A.61})$$

$$v'_{0r} = r'_r i'_{0r} + p \lambda'_{0r} \quad (\text{A.62})$$

$$\lambda_{qs} = L_{ls} i_{qs} + M (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (\text{A.63})$$

$$\lambda_{ds} = L_{ls} i_{ds} + M (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (\text{A.64})$$

$$\lambda_{0s} = L_{ls} i_{0s} \quad (\text{A.65})$$

$$\lambda'_{qr} = L'_{lr} i'_{qr} + M (i_{qs} + i'_{qr}) \quad (\text{A.66})$$

$$\lambda'_{dr} = L'_{lr} i'_{dr} + M (i_{ds} + i'_{dr}) \quad (\text{A.67})$$

$$\lambda'_{0r} = L'_{lr} i'_{0r} \quad (\text{A.68})$$

De la misma forma para la parte mecánica, aplicando las ecuaciones de transformación en la ecuación del par electromagnético (A.41), se obtiene (A.69) que representa el par electromagnético de la máquina de inducción en un marco de referencia arbitrario de coordenadas $dq0$.

$$T_e = \left(\frac{n_{pol}}{2} \right) \left[(K_s)^{-1} \mathbf{i}_{qd0s} \right]^T \frac{\partial}{\partial \phi} (L'_{sr}) (K_r)^{-1} \mathbf{i}'_{qd0r} \quad (A.69)$$

expresando (A.69) en forma expandida se obtiene (A.70).

$$T_e = \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{n_{pol}}{2} \right) M (i_{qs} i'_{dr} - i_{ds} i'_{qr}) \quad (A.70)$$

Los resultados obtenidos al resolver el conjunto (A.57-A.68), junto con A.69, están en un marco de referencia arbitrario de coordenadas $qd0$, por lo tanto para ser transformados a un marco de referencia de secuencia abc , se puede utilizar (A.78) y (A.79), donde K_s^{-1} y K_r^{-1} , denotan las matrices inversas de K_s y K_r respectivamente, las cuales fueron citadas por (A.44) y (A.46).

$$\mathbf{f}_{abcs} = K_s^{-1} \mathbf{f}_{qd0s} \quad (A.78)$$

$$\mathbf{f}'_{abcr} = K_r^{-1} \mathbf{f}'_{qd0r} \quad (A.79)$$

Apéndice B

Simulador de redes eléctricas en estado quasi-estacionario

B.1.- Descripción del programa.

La interfase desarrollada denominada Simulador de Redes Eléctricas en Estado Quasi-estacionario (**SREEQ**), esta orientada a la simulación de sistemas eléctricos de potencia en estado quasi-estacionario, la cual permite al usuario obtener de manera amigable el comportamiento de los sistemas eléctricos cuando en algunos de sus nodos se conectan motores de inducción en régimen transitorio (el tamaño de la red y número de motores ingresados queda limitado por la capacidad del equipo de computo utilizado), tal análisis se realiza mediante la técnica de estado quasi-estacionario desarrollada en ésta tesis, la cual esta basada en el DAE y la solución al problema de flujos de potencia del sistema eléctrico. Dentro del simulador el usuario puede describir el sistema eléctrico e incorporar en los nodos deseados motores de inducción con o sin esquemas de arranque (por resistencias auxiliares en los devanados del estator o rotor), así como el tiempo en que cada motor es puesto en operación. Las soluciones gráficas obtenidas pueden ser comparadas con las que arroja un programa alternativo desarrollado en la plataforma del Simulink, la cual sirve como medio de validación. Los resultados obtenidos presentan el comportamiento dinámico de las variables de los motores de inducción e información de los flujos de potencia y voltajes nodales del sistema eléctrico.

El simulador está formado por tres ventanas, las cuales se describen en los siguientes apartados.

B.1.1.- Portada del simulador.

La Figura B.1, muestra la ventana de la portada del simulador, esta ventana aparece cuando en las líneas de comando del MatLab se escribe la cadena **SREEQ**, la cual tiene como principal objetivo mostrar la descripción del programa implementado, la información al respecto aparece una vez que es presionado el botón que tiene como nombre **DESCRIPCIÓN DEL PROGRAMA**. Además se cuenta con un botón para llamar a la ventana que realiza la simulación del sistema eléctrico que incorpora motores de inducción en sus nodos (**SSEcMI**) y un botón que permite cerrar la ventana principal etiquetado **CERRAR**.

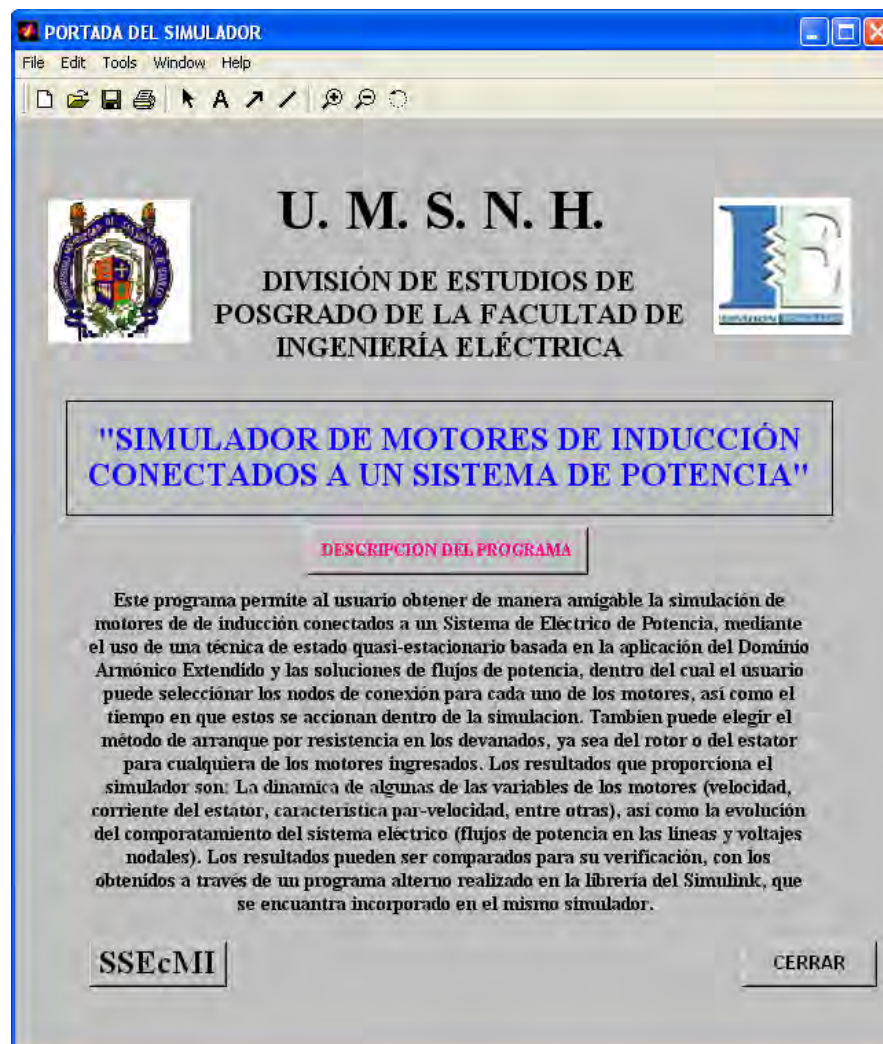


Figura B.1.- Portada del simulador.

SSecMI

File Edit Tools Window Help

DATOS DE ENTRADA

Nombre del Archivo del SEP
sistema_14_nodos

Potencia base del SEP Sb= 10e6 [VA]

Frecuencia Eléctrica del SEP fe= 60 [Hz]

PARAMETROS DE LOS MOTORES

Nodos de Conexión para los Motores
NcM1, NcM2 ... NcMn

5 13

Voltaje base en el Nodo de Conexión
Vb NcM1, Vb NcM2, ... VbNcMn

220 220

Tiempo de la Conexión de los Motores en [s]
tc M1, tc M2, ... tc Mn

0 0.5

Tiempos para la Simulación en [s]

Total	Conexión SEP<->MI	Incremento
T _{ym} = 1.5	T _s = 0.01	T _{inc} = 0.001

Herramienta para la Solución

☒ CON DAE ☐ CON SIMULINK

Términos para la Aproximación

m = 64 nh = 2

Resistencia Auxiliar para el Arranque de los Motores

☒ Resistencia Auxiliar en el Estator

☐ Resistencia Auxiliar en el Rotor

0	0.2	1.4	0.2	0.4	0.7
0.5	0.7	2	0.7	1	0.5

VER DISEÑO SIMULAR

RESULTADOS DE LA SIMULACION

DATOS A OBSERVAR DEL SEP

VOLTAJE NODAL

Voltaje en el Nodo 5 GRAFICAR

POTENCIA EN LAS LINEAS DEL SEP

Flujo de Potencia en la Línea que va del Nodo 1 al Nodo 2 GRAFICAR

POTENCIAS EN LOS NODOS

Potencia Demandada del Nodo 13 GRAFICAR

Potencia Generada en el Nodo 1 GRAFICAR

POTENCIAS TOTALES DEL SEP

VER POTENCIA TOTAL DE GENERACIÓN DEL SEP

VER POTENCIA TOTAL DE DEMANDA DEL SEP

VER PERDIDAS TOTALES DEL SEP

DATOS A OBSERVAR DEL MOTOR

Parametros a Observar del Motor Número: 2

Potencia Activa de Entrada

Armónica: 2 de la corriente

Armónica: 2 de la velocidad

VER LA VARIACION DE LAS ARMÓNICAS

CERRAR

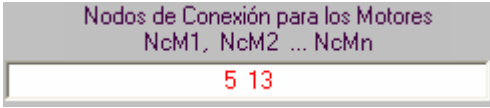
Figura B.2.- Panel principal del SSecMI.

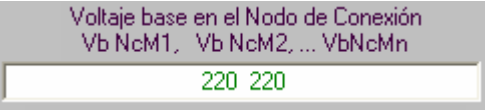
B.1.2.- Panel para la simulación del sistema eléctrico con motores de inducción.

Esta ventana es la parte principal del simulador, esta formada por tres grupos de campos principales (edición, ejecución de funciones y visualización de resultados), los cuales permiten realizar la simulación de los sistemas eléctricos de una manera amigable para el usuario. La Figura B.2 muestra tal ventana, la cual aparece una vez presionado el botón **SSecMI** situado en la portada del simulador. A continuación se presenta una descripción de cada uno de los campos que integran éste panel.

Dentro de la sección que tiene como título DATOS DE ENTRADA, se encuentran campos de edición y ejecución de funciones. Cada uno de los campos tiene un título que hace referencia a los datos que deben ser ingresados a través del campo que se encuentra en la parte inferior o delante del mismo. Así entonces:

- El campo: , es un campo de edición donde el usuario debe introducir el nombre del archivo en el cual se encuentra descrito el sistema de potencia. Los datos del sistema deben de estar en valores en por unidad.
- En el campo: , se introduce la potencia base del sistema de potencia, cuyas unidades están dadas en volts-amperes. En este caso en particular se indica que la potencia base del SEP es de 1×10^6 volts-amperes.
- De igual forma a los casos anteriores el campo , permite el ingreso de la frecuencia eléctrica en hertz del SEP.
- El campo: , es de tipo ejecución de funciones. Al presionar éste botón, aparece una interfase auxiliar, donde el usuario puede introducir los parámetros eléctricos y mecánicos de los motores de inducción, cuya descripción se muestra más adelante.

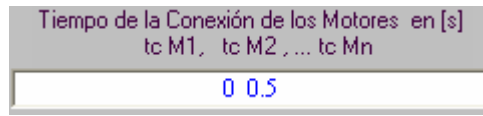
- El campo: , permite al usuario seleccionar el o los nodos donde se conectan los motores de inducción. En este caso indica que se tienen dos motores de inducción, el nodo de conexión del motor 1 (NcM1) es el numero 5, mientras que en el nodo 13 se conecta el motor 2. Los nodos de conexión deben separarse por una coma o un espacio en blanco.

- El campo de edición: , permite al usuario introducir el voltaje base del nodo al que se conectan los motores de inducción. Aquí por

ejemplo se indica que el voltaje base en el nodo de conexión del motor 1 (V_{bNcM1}) es de 220 volts, al igual que el voltaje base del nodo donde se conecta el motor 2.

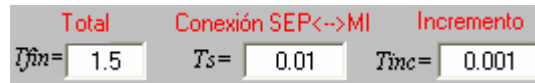
Tiempo de la Conexión de los Motores en [s]
 $t_{cM1}, t_{cM2}, \dots, t_{cMn}$

0 0.5

- En el campo de edición: , se debe introducir el tiempo en el cual el motor se conecta al SEP. Aquí por ejemplo se tiene que el tiempo en el cual se conecta el motor 1 es justo al inicio de la simulación, es decir a los cero segundos, mientras que el motor 2 se conecta al sistema una vez transcurridos 0.5 segundos de la simulación. De igual forma uno y otro dato se debe separar mediante un espacio o a través de una coma.

Total Conexión SEP<->MI Incremento

$T_{fin} =$ 1.5 $T_s =$ 0.01 $T_{inc} =$ 0.001

- Por otro lado el campo de edición: , permite introducir el tiempo total de la simulación a partir de cero (T_{fin}), el tiempo de conexión entre el SEP con el motor de inducción (T_s), así como el paso de integración para cada conexión (T_{inc}). En este caso el tiempo total de la simulación es de 1.5s con una conexión entre el SEP y el motor cada 0.01s, con pasos de integración de 0.001s.

Herramienta para la Solución

☒ CON DAE ☐ CON SIMULINK

- El campo de ejecución de funciones: , permite seleccionar la herramienta con la cual se desea obtener la simulación. En este caso se indica que la simulación se realiza utilizando la herramienta del DAE y a través del programa alterno implementado en Simulink.

Términos para la Aproximación

$mt =$ 64 $nh =$ 2

- El campo de edición: , permite al usuario ingresar el número de términos para la aproximación de la solución. Aquí por ejemplo se eligen 64 términos para la transformada rápida de la función y 2 componentes armónicas para su aproximación. Es importante recalcar que el término mt , debe ser una potencia de 2, mientras que el número de armónicas nh debe ser de a lo más la mitad menos uno de los términos mt seleccionados (requerimiento del algoritmo de la FFT)..
- Por su parte, para el ingreso de los valores de las resistencias auxiliares para el arranque, se tienen dos tipos de campos: de ejecución de funciones, para indicar que

Resistencia Auxiliar para el Arranque de los Motores

☒ Resistencia Auxiliar en el Estator

☐ Resistencia Auxiliar en el Rotor

0	0.2	1.4	0.2	0.4	0.7
0.5	0.7	2	0.7	1	0.5

Figura B.3.- Campos para la declaración de resistencias auxiliares.

se conecta una resistencia auxiliar; y los de edición, donde se introducen los tiempos de conexión de las resistencias de cada motor así como su respectivo valor. En la Figura B.3, se muestra lo que anteriormente se describe, donde es este caso en particular a los dos motores se les incorpora una resistencia auxiliar que es eliminada en diferentes etapas. Por ejemplo aquí la resistencia del motor 1 se libera de la siguiente forma: De 0 segundos a 2 segundos se tiene un valor de resistencia de 1.4 ohms, después de 0.2 segundos a 0.4 segundos el valor de la resistencia es de 0.7 ohms, así después de los 0.4 segundos la resistencia sale de operación. Y es colocada en el devanado del estator. De igual forma se observa que el motor 2 presenta una resistencia en el devanado del estator que tiene las siguientes características: de 0 segundos a 0.7 segundos presenta un valor de 2 ohms y posteriormente de 0.7 segundos a 1 segundo el valor de la resistencia es de 0.5 ohms, para finalmente presentar un valor de 0 ohms el resto de la simulación. Por lo tanto el formato para el ingreso de resistencias es el siguiente:

- El renglón n-esimo corresponde a la resistencia del motor n-esimo.
- Las resistencias están dadas de la siguiente forma:

tiempo_inicial_n-esimo tiempo_final_n-esimo valor_de_la_resistencia_n-esima
separado por un espacio o una coma entre un valor de resistencia y otro.

En el caso en que un motor no presente resistencia auxiliar, en su respectivo renglón se debe colocar solamente un cero.

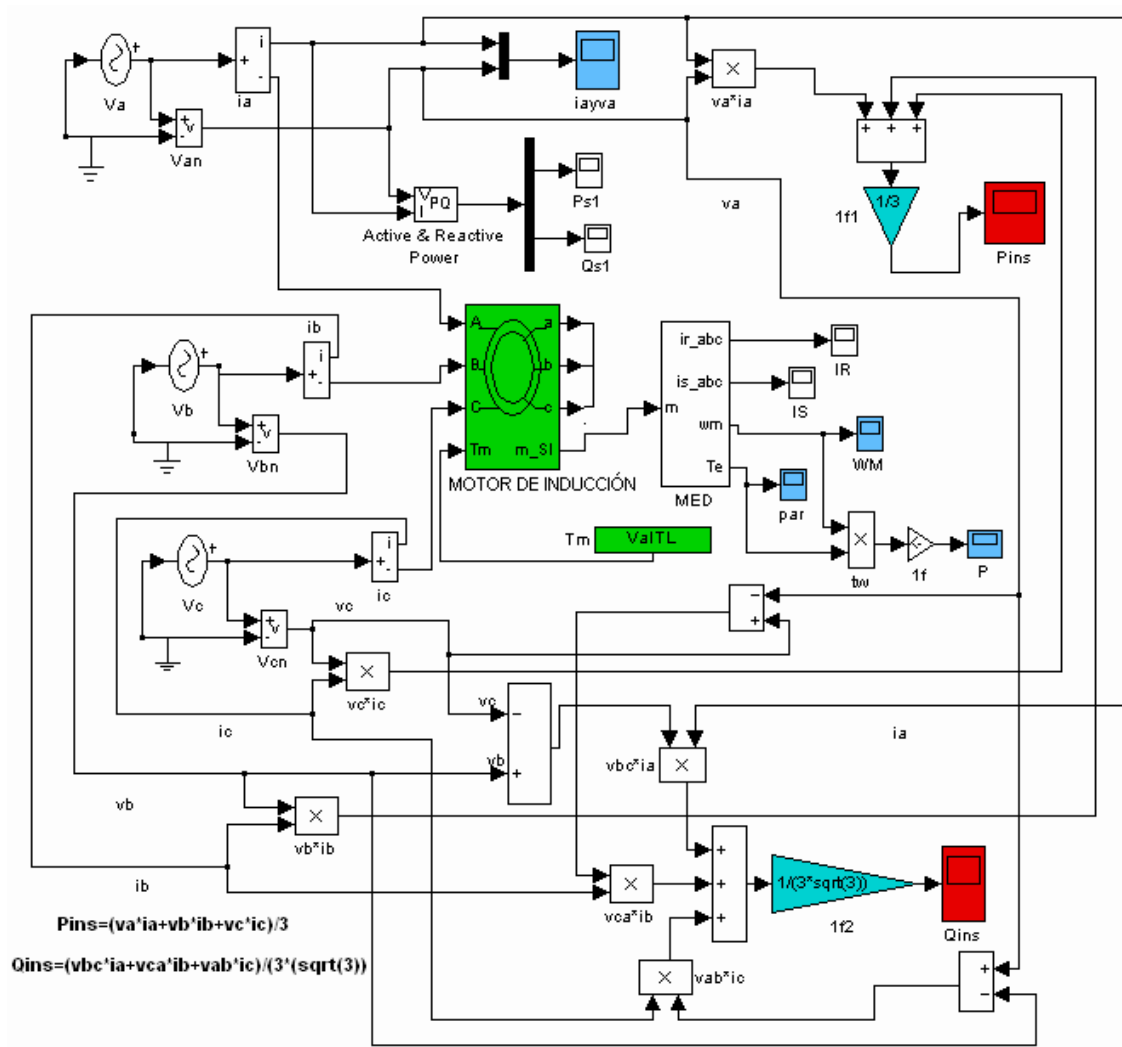


Figura B.4.- Diagrama esquemático para la simulación de los motores de inducción en la plataforma del Simulink.

• Ahora bien el campo de ejecución de función [VER DISEÑO](#), invoca al programa alterno implementado en el Simulink, cuya estructura se presenta en la Figura B.4, donde se puede observar la presencia del bloque prefabricado de la máquina de inducción en ésta librería.

• Finalmente el campo [SIMULAR](#), realiza la simulación del SEP, con los datos previamente ingresados a través de los campos que anteriormente se describieron.

PARAMETROS DE LOS MOTORES

File Edit Options Tools Help

DATOS NOMINALES

Potencia Aparente S_n [VA]

[3 3]*746

Voltaje L-L [Vrms]

220 220

Frecuencia Eléctrica [Hz]

60 60

PARAMETROS ELECTRICOS

ESTATOR

Resistencia en el Devanado R_s [ohm]

0.435 0.435

Inductancia de Fuga L_s [H]

[0.754 0.754]/377

ROTOR

Resistencia en el Devanado R_r' [ohm]

0.816 0.816

Inductancia de Fuga L_r' [H]

[0.754 0.754]/377

INDUCTANCIA MUTUA L_m [H]

[26.13 26.13]/377

PARAMETROS MECANICOS

Momento de Inercia J [Kg.m²]

0.089 0.089

Coefficiente de Fricción F [N.m.s]

0 0

Pares de Polos P_{npol} []

2 2

Par de Carga T_L [N.m]

0 10

COMENTARIOS

ACEPTAR PARAMETROS SALIR

Figura B.5.- Ventana auxiliar que permite el ingreso de los parámetros de los motores

En la Figura B.5 se muestra la interfase auxiliar para el ingreso de los parámetros de los motores de inducción, la cual esta dividida en 4 secciones:

- La primera esta formada por tres campos de edición, los cuales permiten introducir los datos nominales de:
 - Potencia aparente del motor.
 - Voltaje línea a línea.
 - Frecuencia eléctrica.
- La segunda permite la incorporación de los parámetros eléctricos como son:
 - La resistencia en el devanado del estator.
 - La inductancia de dispersión en el devanado del estator.
 - La resistencia en el devanado del rotor referida al estator.
 - La inductancia de dispersión en el devanado del rotor referida al estator.
 - La inductancia mutua entre el estator y rotor.
- En la tercera sección se introducen los parámetros mecánicos de los motores como son:
 - El momento de inercia del motor.
 - El coeficiente de fricción del motor.
 - El número de pares de polos.
 - El Par de carga conectado a la flecha o eje mecánico.

Todos estos parámetros están dados en las unidades que muestra la Figura B.5, y se ingresan de manera similar por ejemplo en el campo para el ingreso del par de carga

Par de Carga TL [N.m]
0 10

, se entiende que el 0 es el valor del par conectado al eje mecánico del primer motor, mientras que el 10 indica que para el segundo motor se considera una carga de $10Nm$. Se puede observar también que los campos permiten realizar operaciones con los parámetros por ejemplo en el campo para

el ingreso de la inductancia mutua

INDUCTANCIA MUTUA Lm [H]
[26.13 26.13]/377

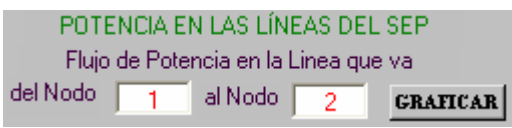
, se observa

que dentro del campo esta escrito un vector fila que consta de dos elementos y este esta dividido por una constante, lo que significa que realmente el valor de la inductancia mutua para cada motor en este caso es de 26.13 dividido por 377, debido a que los elementos del vector son iguales. Es importante recalcar que entonces el n-esimo parámetro de cada campo corresponde al n-esimo motor y deben ser separados uno de otro mediante un espacio o bien a través de una coma.

- El botón , indica al simulador que los parámetros ingresados de los motores de inducción deben ser considerados para la simulación.
- El campo , permite cerrar la ventana auxiliar de los parámetros de los motores de inducción.

Por otro lado la pantalla principal del simulador presenta una sección donde el usuario puede solicitar la graficación de los resultados obtenidos la cual tiene como etiqueta RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN, misma que esta dividida en dos secciones. Una para visualizar los resultados de la evolución del SEP (DATOS A OBSERVAR DEL SEP) y otra que permite observar la dinámica de los motores conectados al SEP (DATOS A OBSERVAR DEL MOTOR). Así entonces:

- El campo , permite visualizar el comportamiento del voltaje nodal del SEP, para lo cual se debe introducir el número de nodo en el que se desea observar el voltaje y posteriormente presionar el botón GRAFICAR, para que se presente la respectiva gráfica. Aquí por ejemplo al presionar dicho botón se observaría la evolución del voltaje en el nodo 5 del SEP. Los resultados están dados en valores en por unidad.

- Por su parte la subsección , permite al usuario observar una gráfica del flujo de potencia real y reactiva de la línea que va de

un nodo a otro en valores en por unidad. Aquí por ejemplo al presionar el botón GRAFICAR, se observaría la evolución de la potencia real y reactiva de la línea que va del nodo 1 al nodo 2 del SEP, debido a que en los campos editables de esta subsección se escribieron los números 1 y 2, tal como se observa en la subsección.

- Para observar la potencia generada y demandada en algún nodo específico del SEP, se debe ingresar el número de nodo deseado en los campos de edición de

Potencia Demandada del Nodo **GRAFICAR**

y posteriormente presionar el botón GRAFICAR. Aquí por ejemplo al presionar tal botón se obtendría una gráfica de la potencia demandada en el nodo 13 del SEP.

- De igual forma el campo **Potencia Generada en el Nodo** **GRAFICAR**, permite al usuario obtener una representación de la evolución de la potencia generada en el número de nodo que se indica en la parte editable. Por ejemplo aquí al presionar el botón GRAFICAR, se obtendría la evolución de la potencia generada en el nodo 1.

- Por su parte al presionar el campo **VER POTENCIA TOTAL DE GENERACIÓN DEL SEP**, el simulador proporciona una gráfica de la evolución de la potencia total de generación del SEP.

- De manera similar al presionar el campo **VER POTENCIA TOTAL DE DEMANDA DEL SEP**, el simulador proporciona al usuario una gráfica de la potencia total demandada del SEP.

- Por igual si es presionado el campo **VER PERDIDAS TOTALES DEL SEP**, el simulador proporciona una gráfica donde se muestran las pérdidas totales del SEP, durante el tiempo simulado.

- Por otro lado para observar la dinámica de las variables de los motores conectados, se debe primeramente ingresar el número de motor del que se desea observar algún parámetro. Los parámetros que el simulador proporciona son:

- El par electromagnético.
- La velocidad del motor.
- La característica par-velocidad.
- La corriente del estator.
- La potencia activa de entrada.

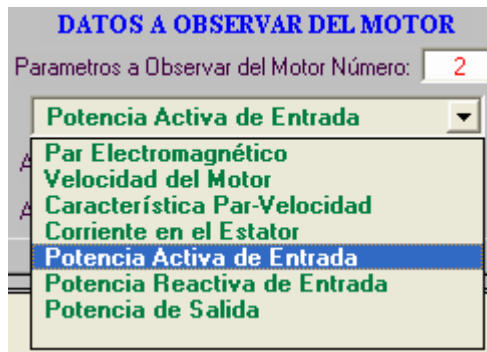


Figura B.6.- Datos a observar de un motor en el dominio del tiempo.

- o La potencia reactiva de entrada.
- o La potencia de salida del motor.

En la Figura B.6 por ejemplo se solicita al simulador la gráfica de la potencia activa de entrada del motor 2.

- Para observar la dinámica de las componentes armónicas para la corriente y velocidad, el simulador cuenta con la sección que se muestra en la Figura B.7, en la cual se debe ingresar la componente armónica de interés, ya sea para la corriente o la velocidad y posteriormente presionar el botón que tiene como etiqueta VER LA VARIACIÓN DE LAS ARMÓNICAS. En ésta Figura, al presionar tal botón, el simulador proporcionaría al usuario una gráfica del comportamiento dinámico de la segunda componente armónica tanto de la corriente como de la velocidad del motor 2.

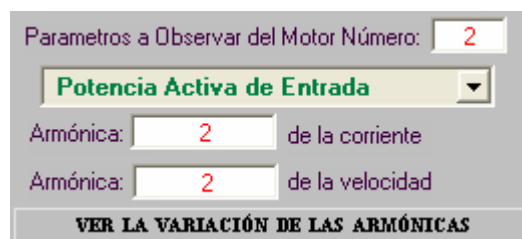


Figura B.7.- Sección para observar la dinámica de las componentes armónicas.

- El botón , permite cerrar la ventana principal del simulador.

B.2.- Forma de utilización.

La forma de utilizar éste simulador es relativamente sencilla, la cual se puede describir en los siguientes pasos.

o PARA LA SIMULACIÓN

- 1) Ingresar el nombre del archivo que contiene la descripción del SEP en forma estandar de flujos de potencia.
- 2) Introducir la potencia base y frecuencia eléctrica del SEP, en los campos correspondientes.
- 3) Introducir los parámetros de los motores de inducción que se van a colocar en el SEP.
- 4) Introducir el número de nodo al que se conecta cada uno de los motores.
- 5) Proporcionar los voltajes base de los nodos donde se conectaron los motores.
- 6) Ingresar el tiempo en el que cada uno de los motores se conecta al SEP, a partir del inicio de la simulación.
- 7) Ingresar los valores de los tiempos para la simulación, es decir: el tiempo final de la simulación (sabiendo que siempre la simulación empieza en cero segundos); el tiempo de interacción del motor de inducción y el SEP; y el tamaño del paso para la dinámica del motor en cada intervalo de conexión con el SEP.
- 8) Seleccionar la herramienta con la que se desea realizar la simulación.
- 9) En su caso seleccionar la ubicación de la resistencia auxiliar e introducir sus parámetros.
- 10) Finalmente presionar el botón SIMULAR para que realice la simulación.

o PARA OBSERVAR LOS RESULTADOS

Una vez realizada la simulación se esta en posibilidades de observar:

- 1) El comportamiento del SEP, donde se tiene la posibilidad de observar:
 - a) El voltaje nodal

- b) El flujo de potencia en las líneas.
- c) Las potencias nodales de generación y demanda en un nodo específico.

Para estos puntos se debe ingresar los datos correspondientes en los respectivos campos de edición y presionar el botón GRAFICAR.

- d) La potencia total de generación del SEP.
- e) La potencia total demandada al SEP.
- f) Las pérdidas totales en el SEP.

Para estos puntos solo se debe oprimir su respectivo botón.

- 2) La dinámica de los parámetros de los motores, para lo cual se debe ingresar primeramente el número de motor del que se desea observar su dinámica y posteriormente seleccionar alguna de las opciones mencionadas en la descripción de los campos.
- 3) Para observar la dinámica de las armónicas se debe ingresar el número de la armónica a observar y finalmente presionar el botón correspondiente.